

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN UZAMSAL BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ**

Temel KÖSA

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora Unvanı
Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı
Prof. Dr. Adnan BAKİ**

**TRABZON
Nisan, 2011**

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 22/04/2011

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Adnan BAKİ




Üye : Prof. Dr. Ali Rıza AKDENİZ



Üye : Prof. Dr. Ahmet IŞIK



Üye : Doç. Dr. Bülent GÜVEN




Üye : Yrd. Doç. Dr. Selahattin ARSLAN



Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.


Doç. Dr. Haluk Özmen
Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tezimin içerdığı yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.



Temel KÖSA

20/05/2011

ÖNSÖZ

Göz önünde canlandırma becerisi gerektiren geometri derslerini, somut materyal ve bilgisayar yazılımlarıyla zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamında yürütmek öğrencilerin geometriyi daha kolay öğrenmelerini sağlayacaktır. Bu çalışmada üç boyutlu dinamik geometri yazılımı ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle donatılmış bir öğrenme ortamının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, üç boyutlu düşünme düzeyleri ve üç boyutlu çizim yapma becerileri üzerindeki etkilerinin ortaya konulması amaçlanmıştır.

Yüksek lisans ve doktora dönemlerimde öğrencisi olmaktan gurur duyduğum, tez danışmanlığımı üstlenerek çalışmamın her aşamasında desteğini eksik etmeyen, yol gösteren, bilgi ve deneyimlerini paylaşan sayın hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ' ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süresince verdiğim seminerlerde yapıcı eleştirileriyle bana yol gösteren sayın hocalarım Prof. Dr. Ali Rıza AKDENİZ, Prof. Dr. Salih ÇEPNİ, Yrd. Doç. Dr. Selahattin ARSLAN ve Doç. Dr. Bülent GÜVEN'e teşekkürlerimi sunarım. Çalışmalarım sırasında desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen değerli meslektaşlarım Arş. Gör. Fatih KARAKUŞ ve Arş. Gör. Erdem ÇEKMEZ'e teşekkür ederim.

Çalışma boyunca hazırlanan materyallerin uygulanmasında tüm özverisiyle bana yardımcı olan, araştırmanın sorunsuz bir şekilde yürütülmesini sağlayan değerli dostum Mustafa SAVCIOĞLU'na teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca uygulamayı yapmış olduğum okulun idarecilerine de sağladıkları imkânlardan ötürü teşekkürü bir borç bilirim.

Bu uzun ve zorlu süreçte her türlü destekleriyle her zaman yanımda olan sevgili annem Sacide KÖSA ve babam Münfer KÖSA, kardeşlerim Ayşegül ve Seval KÖSA'ya minnet ve şükranlarımı sunarım. Son olarak çalışmamın son dönemlerinde bana destek olan sevgili eşim Ebru KÖSA'ya teşekkür ederim.

Temel KÖSA

Trabzon 2011

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET	VIII
SUMMARY	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
TABLolar DİZİNİ.....	XIV
SEMBOLLER VE KISALTMALAR	XVI
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Araştırmanın Gerekçesi	4
1.3. Araştırmanın Problemi	6
1.4. Araştırmanın Amacı	9
1.5. Araştırmanın Önemi	10
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları	12
1.7. Araştırmanın Varsayımları	13
1.8. Konuyla İlgili Yapılan Çalışmalar	13
1.8.1. Uzamsal Yetenek, Bileşenleri ve Bu Konu Üzerine Yapılan Çalışmalar	13
1.8.1.1. Uzamsal Yetenek Tanımları	14
1.8.1.2. Uzamsal Yeteneğin Bileşenleri	15
1.8.1.3. Uzamsal Beceriler Gelişir mi?.....	23
1.8.1.4. Uzamsal Becerilerle İlgili Yapılan Diğer Araştırmalar	26
1.8.2. DGY ve Somut Materyal Kullanımına Yönelik Yapılan Çalışmalar	30
1.8.3. 3B Geometri Düşünme Düzeyleri Tanımlama Çalışmaları.....	36
1.8.4. 3B Cisimlerin Çizimlerine Yönelik Düzey Tanımlama Çalışmaları	40
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	43
2.1. Araştırmanın Tasarımı	43
2.1.1. Uzay Geometri İçin Öğrenme Ortamının Tasarlanması	46

2.1.2.	Uzay Geometri İçin Bilgisayar Destekli Materyallerin Hazırlanması.....	46
2.1.3.	Her Bir Etkinlik İçin Çalışma Yapraklarının Tasarlanması	47
2.1.4.	Pilot Uygulama ve Asıl Araştırma İçin Yapılan Çalışmalar	47
2.2.	Araştırmanın Yöntemi	48
2.3.	Örnekleme Seçimi	49
2.4.	Veri Toplama Araçları.....	49
2.4.1.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi Testi (PSVT).....	50
2.4.2.	Uzay Geometri Anlama Testi (UGAT)	52
2.4.3.	Çizim Etkinliği	56
2.4.4.	Klinik Mülakat	57
2.5.	Uzay Geometri Derslerinin Yürütülmesi	59
2.6.	Verilerin Analizi	61
2.6.1.	Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Yönelik Elde Edilen Verilerin Analizi	62
2.6.2.	3B Düşünme Düzeylerinin Belirlenmesinde Kullanılan Veri Analizi	62
2.6.3.	3B Çizim Yapma Becerilerine Yönelik Elde Edilen Verilerin Analizi	64
2.6.4.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişkileri Belirlemek İçin Kullanılan Veri Analizi	66
3.	BULGULAR	68
3.1.	Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerileriyle İlgili Bulgular	68
3.1.1.	Öğrencilerin Cisim Oluşturma Becerileriyle İlgili Bulgular	74
3.1.2.	Öğrencilerin Cisim Döndürme Becerileriyle İlgili Bulgular	78
3.1.3.	Öğrencilerin Cisim Görünümlerini Tahmin Etme Becerileriyle İlgili Bulgular	81
3.2.	Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Bulgular.....	85
3.2.1.	Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili UGAT İle Elde Edilen Bulgular	85
3.2.2.	Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Klinik Mülakatlardan Elde Edilen Bulgular	92
3.3.	Öğrencilerin 3B Cisimleri Çizebilme Becerileriyle İlgili Bulgular	148
3.4.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişkiler.....	175
3.4.1.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi ile 3B Düşünme Düzeyi Arasındaki İlişki	176
3.4.2.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi ile 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişki	178

3.4.3.	3B Düşünme Düzeyi ile 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişki.....	179
4.	TARTIŞMA.....	181
4.1.	Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine İlişkin Tartışma	181
4.1.1.	Öğrencilerin Cisim Oluşturma Becerilerine İlişkin Tartışma.....	188
4.1.2.	Öğrencilerin Cisim Döndürme Becerilerine İlişkin Tartışma	190
4.1.3.	Öğrencilerin Cisim Görünümlerini Tahmin Etme Becerilerine İlişkin Tartışma.....	193
4.2.	Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Tartışma	196
4.2.1	UGAT Sonuçlarına Göre Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Elde Edilen Bulguların Tartışılması	196
4.2.2.	Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Klinik Mülakatlardan Elde Edilen Bulguların Tartışılması	204
4.2.3.	Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeylerine Genel Bir Bakış	212
4.3.	Öğrencilerin 3B Cisimleri Çizebilme Becerileriyle İlgili Tartışma	214
4.4.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişkilere Yönelik Tartışma	218
5.	SONUÇLAR.....	221
5.1.	3B DGY Cabri 3D ve Şeffaf Geometrik Cisimler Kullanarak Yürütülen Uzay Geometri Dersleri Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerini Geliştirmiştir	222
5.2.	3B DGY Cabri 3D ve Şeffaf Geometrik Cisimler Kullanarak Yürütülen Uzay Geometri Dersleri Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeylerini Geliştirmede Fark Oluşturmamıştır	226
5.3.	3B DGY Cabri 3D ve Şeffaf Geometrik Cisimler Kullanarak Yürütülen Uzay Geometri Dersleri Öğrencilerin 3B Çizim Becerilerini Geliştirmede Fark Oluşturmamıştır	229
5.4.	Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Becerisi Arasındaki İlişkiler	230
6.	ÖNERİLER	232
6.1.	Çalışmanın Sonuçlarıyla İlgili Öneriler.....	232
6.2.	Benzer Çalışmalar Yapacak Araştırmacılar İçin Öneriler	235
7.	KAYNAKLAR.....	237
8.	EKLER	247
	ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Geometri öğretiminin genel amacı, öğrencinin problem çözme sürecinde ve kendi fiziksel dünyasını açıklamada geometriyi kullanabilmesi şeklinde özetlenebilir. Öğrenciler geometri öğrenimleri sırasında özellikle uzaysal durumları anlama, açıklama ve problemleri çözmeye sıklıkla uzamsal becerilerini kullanırlar. Bu açıdan, üç boyutlu geometri öğretiminde uzamsal becerilerin geliştirilmesi geometri öğretiminin örtük bir amacı da olmaktadır.

Bu çalışmayla, uzay geometri öğretiminde üç boyutlu dinamik geometri yazılımı ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, üç boyutlu düşünme düzeyleri ve üç boyutlu çizim yapma becerileri üzerindeki etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Yarı deneysel olarak tasarlanan bu çalışma 36 deney ve 38 kontrol grubu öğrencisiyle birlikte yürütülmüştür. Deney grubu uzay geometriye yönelik dersleri bilgisayar laboratuvarında dinamik geometri yazılımı Cabri 3D ve üç boyutlu şeffaf geometrik cisimleri kullanarak almışken, kontrol grubu geometri derslerini sınıf ortamında geleneksel yolla almıştır. 12 hafta süren uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere uzamsal görselleştirme becerisi testi, uzay geometri anlama sınavı ve çizim etkinliği sınavı uygulanmıştır. Ayrıca araştırma sonunda deney ve kontrol gruplarından belirlenen 6'şar öğrenciyle klinik mülakatlar yapılmıştır. Mülakat analizleri deney grubundaki öğrencilerin uzay geometri problemlerini çözerlerken daha çok dinamik zihinsel şemalar kullandıklarını göstermiştir. Araştırma sonunda deney ve kontrol gruplarının üç boyutlu düşünme düzeyi ve 3B çizim yapma becerilerinde bir artış belirlenirken sadece deney grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı bir artış meydana gelmiştir. Araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar doğrultusunda henüz uygulamaya konulmamış olan 12. sınıflar için yeni uzay geometri müfredatını hazırlayan program geliştirme ekibine, öğretmenlere ve araştırmacılara yapılan önerilerle çalışma tamamlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Uzay Geometri, Uzamsal Görselleştirme Becerisi, Üç Boyutlu Düşünme, Üç Boyutlu Çizim Yapma

SUMMARY

An Investigation of Secondary School Students' Spatial Skills

The general objectives of geometry education can be summarized as students should use geometry within the process of problem solving and explaining the physical world around them. Students are often required to use their spatial skills, particularly understanding and explaining spatial configurations, and problem solving during their geometry education. In this respect, improving spatial skills in three-dimensional geometry education is also an implicit aim of geometry education.

The purpose of this study is to determine the effects of a learning environment which is enriched with three-dimensional dynamic geometry software and transparent geometric objects on students' spatial visualization skills, 3D reasoning levels, and 3D drawing skills while teaching the subject of solid geometry. A quasi-experimental study was designed and carried out with 36 experimental and 38 control group students. The experimental group took solid geometry lessons by using dynamic geometry software; Cabri 3D and transparent geometric solids in a computer lab while the control group was taught the same class with traditional methods; chalk and board. Three different tests including, spatial visualization test, solid geometry test, and drawing activity test were administered to both groups before and after the implementations which took 12 weeks long. Additionally, clinical interviews were conducted with six students from each group. The analysis of interviews revealed great differences between the experimental and the control group regarding 3D reasoning. The analysis also showed that the experimental group students constructed and utilized more dynamic mental schemas than the control group students. Though an increase was identified in students' 3D reasoning levels and 3D drawing skills in both groups, only experimental group students' spatial visualization skills showed a significant development. Based on the results of the study, valuable suggestions have been made for the program development team which is responsible for the development of the new solid geometry curriculum, teachers, and researchers in the field.

Key Words: Solid Geometry, Spatial Visualization Ability, 3D Reasoning, 3D Drawing

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Smart Blocks sistemi birimleri	35
Şekil 2. Düzlem şematik aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri.....	41
Şekil 3. Uzay şematik aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri.....	41
Şekil 4. Realist öncesi aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri	42
Şekil 5. Realist aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri.....	42
Şekil 6. Araştırmanın asıl çalışmaya kadar olan akış şeması	45
Şekil 7. PSV testinin oluşturma bölümüne örnek soru	50
Şekil 8. PSV testinin döndürme bölümüne örnek soru.....	51
Şekil 9. PSV testinin bakış bölümüne örnek soru.....	51
Şekil 10. Asıl çalışmanın akış şeması.....	59
Şekil 11. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV ön test puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı	68
Şekil 12. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son testteki puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı	69
Şekil 13. Kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı.....	71
Şekil 14. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PSV son test puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı	72
Şekil 15. Ön test sonuçlarına göre öğrencilerin düşünme düzeylerinin dağılımı.....	85
Şekil 16. Deney grubu öğrencilerinin ön ve son teste göre düşünme düzeylerini gösteren grafik	87
Şekil 17. Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son teste göre düşünme düzeylerini gösteren grafik	89
Şekil 18. Öğrencilerin son test sonucuna göre düşünme düzeylerinin dağılımı.....	90
Şekil 19. UGAT 1. soru	93
Şekil 20. UGAT 2. soru	94
Şekil 21. UGAT 3. soru	98
Şekil 22. UGAT 4. soru	99
Şekil 23. Deney grubu öğrencisi Elif'in 4.sorudaki çizimi	100
Şekil 24. Deney grubu öğrencisi Rasim'in 4.sorudaki çizimi	100

Şekil 25. Deney grubu öğrencisi Selen'in 4.sorudaki çizimi.....	101
Şekil 26. Kontrol grubu öğrencisi Yusuf'un 4.sorudaki çizimi.....	101
Şekil 27. Kontrol grubu öğrencisi Kübra'nın 4.sorudaki çizimi	101
Şekil 28. Kontrol grubu öğrencisi Aleyna'nın 4.sorudaki çizimi.....	102
Şekil 29. Deney grubu öğrencisi Vildan'ın 5.sorudaki çizimi.....	102
Şekil 30. Deney grubu öğrencisi Semih'in 5.sorudaki çizimi	103
Şekil 31. UGAT 6. soru	104
Şekil 32. UGAT 7. soru	108
Şekil 33. UGAT 8. soru	112
Şekil 34. Deney grubu öğrencilerinin 9. sorudaki çizimlerine örnekler.....	114
Şekil 35. UGAT 10. soru	115
Şekil 36. UGAT 11. soru	117
Şekil 37. UGAT 12. soru	121
Şekil 38. UGAT 13. soru	123
Şekil 39. UGAT 14. soru	126
Şekil 40. UGAT 15. soru	128
Şekil 41. UGAT 16. soru	131
Şekil 42. UGAT 17. soru	136
Şekil 43. Deney grubu öğrencisi Selen'in 17. sorudaki çizimi.....	137
Şekil 44. UGAT 18. soru	139
Şekil 45. UGAT 19. soru	142
Şekil 46. UGAT 20. soru	146
Şekil 47. Deney grubundan Elif'in araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler.....	150
Şekil 48. Deney grubundan Elif'in araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	151
Şekil 49. Deney grubundan Rasim'in araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler.....	151
Şekil 50. Deney grubundan Rasim'in araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	152
Şekil 51. Deney grubundan Rasim'in araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	152
Şekil 52. Deney grubundan Selen'in araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler.....	153
Şekil 53. Deney grubundan Selen'in araştırma başında cisimlerin kesilmesi	

sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizim	154
Şekil 54. Deney grubundan Selen'in araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler	154
Şekil 55. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	155
Şekil 56. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	155
Şekil 57. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	156
Şekil 58. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	156
Şekil 59. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	157
Şekil 60. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	157
Şekil 61. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	158
Şekil 62. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizim	159
Şekil 63. Kontrol grubundan Aleyne'nin araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	159
Şekil 64. Deney grubundan Elif'in araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	161
Şekil 65. Deney grubundan Elif'in araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	163
Şekil 66. Deney grubundan Elif'in araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	163
Şekil 67. Deney grubundan Rasim'in araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	164
Şekil 68. Deney grubundan Rasim'in araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	164
Şekil 69. Deney grubundan Rasim'in araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler	165
Şekil 70. Deney grubundan Selen'in araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	165
Şekil 71. Deney grubundan Selen'in araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	166
Şekil 72. Deney grubundan Selen'in araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler	167

Şekil 73. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	167
Şekil 74. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	168
Şekil 75. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler	169
Şekil 76. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	169
Şekil 77. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	170
Şekil 78. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim	170
Şekil 79. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler	171
Şekil 80. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünümüne sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler	172
Şekil 81. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler	172

TABLolar DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. UGAT sorularının düzeylere göre dağılımı ve göstergeleri	53
Tablo 2. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PSV ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	69
Tablo 3. Deney grubu öğrencilerinin PSV ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	70
Tablo 4. Kontrol grubu öğrencilerinin PSV ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	71
Tablo 5. Deney ve kontrol gruplarının PSV son test puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları	73
Tablo 6. PSV son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları.....	73
Tablo 7. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne ait ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	74
Tablo 8. Deney grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	75
Tablo 9. Kontrol grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	76
Tablo 10. Deney ve kontrol gruplarının son test Oluşturma bölümü puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları	77
Tablo 11. Oluşturma bölümü son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları	77
Tablo 12. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne ait ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	78
Tablo 13. Deney grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	79
Tablo 14. Kontrol grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	79
Tablo 15. Deney ve kontrol gruplarının son test Döndürme bölümü puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları	80
Tablo 16. Döndürme bölümü son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları	80
Tablo 17. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne ait ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	81
Tablo 18. Deney grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları.....	82

Tablo 19. Kontrol grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	83
Tablo 20. Deney ve kontrol gruplarının son test Bakış bölümü puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları	84
Tablo 21. Bakış bölümü son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları	84
Tablo 22. Öğrencilerin UGAT ön testi sonucunda düzeylere göre dağılımı	86
Tablo 23. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin UGAT ön test sonuçları	86
Tablo 24. Deney grubu öğrencilerinin UGAT ön test ve son test puanlarına İlişkin t-testi sonuçları	88
Tablo 25. Kontrol grubu öğrencilerinin UGAT ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	90
Tablo 26. Öğrencilerin UGAT son testi sonucunda düzeylere göre dağılımı	91
Tablo 27. Deney ve kontrol gruplarının UGAT son testi betimsel istatistik sonuçları ..	91
Tablo 28. UGAT son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları	92
Tablo 29. Klinik mülakat yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin UGAT sonuçlarına göre 3B düşünme düzeylerinin dağılımı	92
Tablo 30. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	149
Tablo 31. Deney grubu öğrencilerinin ön ve son çizim puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	160
Tablo 32. Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son çizim puanlarına ilişkin t-testi sonuçları	161
Tablo 33. Deney ve kontrol gruplarının son çizim puanları betimsel istatistik sonuçları	174
Tablo 34. Son çizim puanlarına ait ANCOVA sonuçları	174
Tablo 35. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi puanları, 3B düşünme düzeyleri ve çizim puanlarını gösteren tablo	175
Tablo 36. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasındaki ilişki	177
Tablo 37. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişki	179
Tablo 38. 3B düşünme düzeyleri ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişki	180

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

ANCOVA	: Analysis of Covariance
DGY	: Dinamik Geometri Yazılımı
NCTM	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi
PSVT	: Uzamsal Görselleştirme Becerisi Testi
UGAT	: Uzay Geometri Anlama Testi
2B	: İki Boyutlu
3B	: Üç Boyutlu

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Şekil ve uzay bilimi olan geometri günlük yaşamda, matematikte ve diğer disiplinlerde önemli bir yere sahiptir. Geometri denilince birçok kişinin aklına düzlemsel şekiller ve üç boyutlu (3B) cisimler gelir. Düzlemde ve uzayda geometrik yapıları ve dönüşümleri inceleyen bu alanda başarılı olabilmek için yeterli düzeyde gelişmiş uzamsal becerilere sahip olmak gerekmektedir. Uzamsal beceriler sadece geometride başarılı olabilmek için değil fizik, kimya, biyoloji, mühendislik ve sanat gibi profesyonel alanda da başarılı olabilmek için gerekli becerilerdir. Birçok alanda başarılı olabilmek için gerekli olan uzamsal beceriler, günlük yaşamdaki temel gereksinimleri yerine getirmede de ihtiyaç duyulan becerilerdir.

Geometride başarılı olmada uzamsal becerilerin rolü büyüktür. Özellikle geometrik şekilleri yorumlama, parçalar arası ilişkileri kurma ve bazı dönüşümleri zihinde yapabilmek için uzamsal görselleştirme becerisi gerekmektedir. Örneğin 3B bir cismin 2B bir düzlemdeki görünümünü hayal etmek oldukça güç bir iştir. Tasarı Geometrinin temelini oluşturan bu uğraş, 3B geometri öğretiminde de önemli bir yer tutmaktadır. Ancak 3B bir cismin iki boyutlu (2B) düz bir kâğıt üzerindeki çizimleri ya eksik olup göz yanılmalarına ve farklı algılamalara sebep olmakta ya da çizimler kusursuz dahi olsalar ortamın statikliğinden, şekillerin farklı cephelerden görünümünü tek bir çizimde görmek imkânsız olmaktadır. Dinamik bir yapıya sahip olmayan kâğıt üzerindeki bu çizimler çoğu zaman üçüncü boyutu hissettirmede zayıf kalmaktadır. Bu yüzden bir düzlem üzerindeki çizimleri yorumlama ve geometrik elemanlar arasındaki ilişkileri görmede uzamsal görselleştirme becerisi önemli rol oynar.

Yüzlerce yıldır süregelen geleneksel geometri öğretimi, teknolojinin eğitime girmesiyle birlikte bir devrim yaşamıştır. Özellikle dinamik geometri yazılımlarının (DGY) geometri öğretiminde kullanımı öğrencilere varsayımda bulunma, hipotezleri test etme ve genelleme yapma imkânı sağlamaktadır. İlköğretimin ilk seviyelerinden üniversite düzeyine kadar birçok ders ve konunun öğretiminde bilgisayar etkin bir öğrenme aracı olarak kullanılabilir. Matematikte bilgisayar; bazı konuların öğrenilmesinde, bazı

algoritmaların kurulmasında, işlemlerin yürütülmesinde, çözümlerin yapılmasında, analiz ve araştırmaların yapılmasında kullanılabilir. Tahmin ve sezgi yoluyla sonuçlara gitme matematiksel çalışmanın bir bölümünü oluşturur (Baki, 2001). Bilgisayar öğrencilerde tahmin etme gücünü geliştirerek sezgileri güçlendiren bir araç olabilir. Bununla birlikte yukarıda da belirtildiği gibi bilgisayar eğitim-öğretim faaliyetleri sırasında kullanılacak araçlardan sadece biridir. Öğretim faaliyetlerinin yürütülmesinde kitap ve çalışma yapıları, ders araç-gereçleri ve diğer öğretime yardımcı materyallerin varlığı göz ardı edilemez.

Nil nehri kıyılarında doğduğu söylenen geometri zamanla kendi içinde dallara ayrılmıştır. Düzlem geometri, uzay geometri, analitik geometri, Euclid dışı geometriler, tasarı geometri gibi geometrinin birçok alt dalı olmakla birlikte ülkemizde ortaöğretim düzeyindeki geometri dersleri genel olarak 2B Euclid Geometrisi'ne yönelik olan geometri dersleridir. Bunun yanı sıra 3B uzay geometri ve uzayın analitiği de okullarda okutulan geometri derslerindedir. Bununla birlikte geometri derslerinin büyük bir ağırlığını 2B düzlem geometriye yönelik (2B Euclid geometrisi ve düzlemin analitiği) dersler oluşturmaktadır. Uzayın geometrisine yönelik olan dersler (3B uzay geometri ve uzayın analitiği) 2B düzlem geometrisine yönelik derslere göre daha az bir yere sahiptir. Uzay Geometri olarak bilinen dersin kapsamı çok geniş olmamakla birlikte birçok öğretim müfredatında 3B geometri öğretimi istenilen amaçlara varılmadan sonlandırılmaktadır. Bu yüzden 3B Euclid geometrisi günümüzde popüler bir konu değildir. Bunun temel sebebi 3B geometrik cisimlerin görünümlerinin yorumlanmasında güçlük çekilmesindedir (Accascina ve Rogora, 2006). Yapılan bir araştırma 15 yaş grubundaki öğrencilere en itici gelen matematik konularının uzay geometri ve istatistik olduğunu göstermektedir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin sadece % 10' u, uzay geometri konularını öğretmede başarılı olduklarını ifade etmişlerdir. Bu konunun öğretimindeki yaşanan güçlüğü'nün asıl sebebinin öğrencilerin üç boyutta görememesinden kaynaklandığı ortaya konulmuştur (Bako, 2003). Öğrencilerin 3B cisimleri göz önünde canlandırarak onlar üzerinde işlem yapabilme becerilerinin geliştirilmesi için onlara statik diyagramlar yerine dinamik diyagramlarla çalışma fırsatları sunulmalıdır.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), öğrencilere 3B şekillerle çalışma fırsatı vererek onların göz önünde canlandırma ve uzamsal becerilerinin geliştirilmesini önermektedir. Son yıllarda yapılan çalışmalar bilgisayar yazılımlarıyla yürütülen uygulamaların öğrencilerin bilgisayar ekranında gördükleri hareketlerin,

büzülmelerin, şekillerin döndürülmesinin onların zihinlerinde de bu işlemi daha kolay yapmalarını sağlayan dinamik görselleştirme becerileri üzerine olumlu etkiler yaptığını ortaya koymuştur (Harel ve Sowder, 1998). Ancak bu çalışmalarda kullanılan yazılımların özel olarak 3B geometri eğitimi için geliştirilen yazılımlar olmadıkları, genellikle mühendislik uygulamaları için geliştirilen yazılımlar veya düzlem geometri için geliştirilen yazılımlarla oluşturulan 3B şekillerin sınıf içi uygulamaları şeklinde oldukları görülmektedir (Bertoline ve Miller, 1990). Bu eksiklikten hareketle son yıllarda 3B geometri öğretimi için geliştirilen yazılımlar dikkat çekmektedir. Bunların içinde en dikkat çekenlerinden birisi de DGY Cabri 3D' dir. DGY Cabri 3D' den önce geliştirilen 3B yazılımlar incelendiğinde ya sadece bazı konular üzerine geliştirilen java uygulamaları olduğu ya da 3B geometri üzerinde sınırlı işlemler yapmaya fırsat veren mikro dünyalar olduğu görülmektedir. DGY Cabri 3D' de 3B cisimler oluşturulabilmekte, bu cisimlerle öteleme, dönme, yansıma gibi çeşitli dönüşümler yapılabilmekte, çok yüzlüler oluşturulabilmekte ve bu çok yüzlüler açılabilen, verilen bir geometrik cisim bir düzlemle kesilerek kesit yüzeyi bulunabilmekte ve üç boyutlu cisimlerin alan ve hacim gibi büyüklükleri ölçülebilmektedir. Bu bakımdan bir DGY olan Cabri 3D, 3B uzay geometride kullanılmaya elverişli bir mikro dünya olarak nitelendirilebilir.

Ülkemizdeki ilköğretim ve ortaöğretim müfredatları incelendiğinde uzamsal becerileri geliştirmeye yönelik çalışmalara yer verilmeye çalışıldığı görülmektedir. Uzamsal becerileri geliştirmeye elverişli müfredat 3B uzay geometri olmasına rağmen temel vurgu 2B düzlem geometri üzerine yapılmaktadır. Uzay geometri hesaplamaları 3B geometri etkinliklerini kapsadığı için görsel-uzamsal becerileri kullanma bu alanda daha ön plandadır. Bununla birlikte ülkemizdeki geometri müfredatları ağırlıklı olarak 2B düzlem geometri öğretimi üzerinedir.

NCTM (1989) raporunda 9-12. sınıf seviyelerinde okul matematiği müfredatındaki öğrenciler için uygun bir biçimde uzamsal becerileri geliştirmek amacıyla 3B şekillerle çalışma ve hayalinde canlandırma şansı sağlanmasının önemini vurgulamaktadır. Yine NCTM 2000 raporuna göre, lise geometri müfredatı, 3B nesnelere ve öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimini sürdüren çalışmalar içermelidir. Uzamsal düşünme – 2B ve 3B nesnelere zihindeki hareketi, bunların inşası ve bir nesneyi farklı açılardan görme – geometrik düşünmenin önemli bir parçasıdır (NCTM, 2000, s.41). Uzamsal düşünme; analiz yapmayı, problem çözümü, geometrik nesnelere desen oluşturmayı ve bu nesnelere birbirleriyle uzamsal ilişkilerini içermektedir (URL-1, 2011). Bu bakımdan

geometride uzamsal düşünme, daha özel olarak uzamsal görselleştirme soyut geometrik bilgi, kavram ve uzaysal durumları zihinde canlandırmada temel bir yapı taşı olarak kullanılır.

NCTM'nin 1989 ve 2000 raporlarında da belirttiği gibi, öğrencilere uzamsal yeteneklerinin gelişmesi için 3B şekillerle çalışma fırsatı verilmesi gerekmektedir. Geleneksel ortamlarda kâğıt, kalem gibi materyallerle birlikte düzlem geometri üzerinde 3B şekillerle çalışma oldukça güç bir iştir. Öğrencilerin böyle çalışmaları yapmalarını kolaylaştıracak gerçek nesnelere veya DGY'lerden faydalanmak gerekmektedir. NCTM (2000) raporunda teknolojinin uygun bir şekilde kullanılmasının öğrencilerin geometri anlamalarına ve önsezi geliştirilebilmelerine zengin bir ortam sağlayabileceğini ileri sürmektedir. Lehrer ve Chazan (1998), geometri öğrenme ve öğretmede dinamik bilgisayar ortamlarının kullanımını; öğrencilere deneme yapmaları, gözlemlenmeleri, varsayımda bulunmaları ve tartışmaları için verimli ortamlar sağlaması açısından savunmaktadırlar.

1.2. Araştırmanın Gerekçesi

Geometri öğretiminin amacı, düzlemde ve 3B uzayda geometrik nesnelere özelliklerini tanıma, aralarındaki ilişkileri bulma, geometrik yeri tanımlama, dönüşümleri açıklama ve ifade etme, geometrik önermeleri kanıtlama olarak özetlenebilir (Baki, 2008). Yani, geometrik nesnelere tanıma ve özelliklerini bilme, bu nesnelere arasındaki ilişkileri bulma ve geometrik önermeleri kanıtlama gibi amaçlar hem 2B geometri de, hem de 3B geometride temel hedeflerdir. Bununla birlikte, okullarımızda okutulan geometri derslerinde 3B uzay geometriden ziyade 2B düzlem geometri üzerinde daha çok durulup, 2B geometri öğretimine daha fazla önem verilmektedir. Baki (2008), geometri eğitiminin genel amacını; öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evreni açıklamada ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesi şeklinde ifade etmiştir. Üzerinde yaşadığımız dünyanın 3B olması göz önünde bulundurulduğunda geometri öğretiminde 2B düzlem geometrinin, 3B uzay geometriden daha ön planda olması şaşırtıcıdır. Öğrencilerin kendi fiziksel çevrelerini ve evreni anlama ve açıklamada 3B geometriye daha çok ihtiyaç duyacaklarından geometri öğretiminde uzay geometriye daha fazla önem verilmelidir.

Ülkemizde ilk ve ortaöğretim müfredatları incelendiğinde geometri öğretiminde düzlem geometrinin uzay geometriye göre daha ön planda olduğu gerçeği; gerek müfredatlardaki yerinin genişliği, gerekse öğrencilerin girmiş oldukları sınavlarda çıkan

soru dağılımlarının düzlem geometri lehinde olmasından görülebilir. NCTM (2000) raporunda, geometri öğretiminin 3B geometri çalışmaları içermesini ve öğrencilere problem çözerlerken uzamsal becerilerini kullanma fırsatları sağlanmasını önermektedir. 3B uzay geometri, uzamsal becerileri kullanma ve bu becerileri geliştirmeye yönelik etkinlikler için daha elverişli bir alandır. Uzamsal becerileri geliştirmek için müfredatların arka planında 3B uzay geometri olmasına rağmen temel vurgu 2B düzlem geometri üzerine yapılmaktadır.

Geleneksel olarak 3B geometri, kitaplarda geometrik cisimlerin statik diyagramlarıyla öğretilmektedir. Bu yüzden öğrenciler 3B şekillerin 2B gösterimlerinde muhakeme yaparlarken sık sık güçlük çekmektedirler (Ben-Chaim, Lappan, ve Houang, 1988). Bu güçlük 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin dinamik yapıya sahip olmamasından ve 3B cisimlerin düzlemsel gösterimlerinde temel bileşenlerin ya da özelliklerin görülmesinin güç olmasından kaynaklanmaktadır. Son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde DGY'lerin geometri öğretiminde kullanımının öğrencilerin geometri anlama düzeylerine, geometri başarılarına ve geometriye karşı tutumlarında olumlu etkiler oluşturduğunu göstermektedir (Hazzan ve Goldenberg, 1997; Choi-Koh, 1999; Hannafin, Burruss ve Little, 2001; July,2001; Güven ve Karataş, 2002). Ayrıca bu çalışmalarda DGY'lerin öğrencilerin geometri anlamalarına da olumlu katkılar sağladığı ortaya konmuştur. Bununla birlikte bu çalışmalar 2B DGY'lerle birlikte düzlem geometri üzerine yapılmış olan çalışmalardır. 3B geometriyle ilgili olan çalışmalardaki uygulamaların ya düzlem geometri için geliştirilen yazılımlarla oluşturulan 3B şekillerin uygulamaları ya da mühendislik için geliştirilmiş yazılımlarla yapılan uygulamalar oldukları görülmektedir (Bertoline ve Miller, 1990). Özel olarak 3B geometriye yönelik bu yazılım eksikliği gidermek için son yıllarda 3B DGY (3DMath, Cabri 3D, Archimedes 3D gibi) ve çeşitli java uygulamaları geliştirilmiştir. Uzay geometrinin öğretimi için geliştirilen bu 3B DGY'ler ile oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin 3B geometri anlamaları üzerindeki etkilerinin incelenmesi gerekmektedir.

NCTM (2000), öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmek için 3B geometriye daha çok vurgu yapılması gerektiği belirtilmiştir. 3B geometri, öğrencilerin uzamsal olarak göz önünde canlandırma, cisimleri zihinde çevirebilme, cisimlerin farklı yönlerden görünümünü tahayyül etme ve uzaysal ilişkiler kurabilme gibi becerilerini sıklıkla kullandıkları bir alandır. Bu becerilerin statik ortamlarda geliştirilmesi oldukça güçtür. Daha önce yapılan çalışmalar 2B DGY'lerin öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimde

olumlu etkiler oluşturduğunu ortaya koymuştur (Smyser, 1994; Hershkowitz, Parzys ve Dormolen, 1996; Clements, 1998; Schumann, 2004). 3B DGY' ler ile oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde nasıl bir etki oluşturduğunun ortaya konulması gerekmektedir.

Geometri derslerinin matematik derslerinden farklı olan bir özelliği bu derslerde bol miktarda geometrik çizim yapılması ya da geometrik çizimlerin yorumlanmasıdır. Özellikle uzaysal geometrik durumların çizimi düzlemsel geometrik yapıların çizimine göre çok daha zor yapılmaktadır. Geometri derslerinde DGY' lerin kullanımı, geometrik çizimler için harcanan süreyi azaltarak bu sürenin daha çok öğrenme etkinlikleri üzerinde geçirilmesini sağlamaktadır. Doğru ve gerçeği yansıtıcı çizimler yapma öğrenilebilir bir beceri olmasının yanı sıra doğru ve gerçekçi çizim modellerinin kullanımı çizim yapmada önemlidir. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda, Uzay Geometri için 3B DGY kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin doğru ve gerçekçi çizim yapabilme becerileri üzerindeki etkisinin incelenmesi gereklidir.

1.3. Araştırmanın Problemi

Baki (2001), geometrinin genel amaçlarını iki ana başlıkta toplamaktadır:

1. Öğrenci kendi fiziksel dünyasını, çevresini ve evreni açıklamada ve anlamlandırmada geometriyi kullanabilmeli,
2. Öğrenci problem çözme becerileri geliştirmeli.

Yukarıda belirtilen geometri öğretiminin genel amaçları arasında öğrencinin kendi fiziksel dünyasını açıklaması ve anlamlandırması bulunmaktadır. Üzerinde yaşadığımız dünya 3B olmasına rağmen okullarda okutulan geometri derslerinde 2B düzlem geometrisine daha fazla vurgu yapıldığı bir gerçektir. Hatta literatürde geometri öğretimiyle ilgili yapılan araştırmaların birçoğunu 2B düzlem geometri üzerine olan çalışmalar oluşturmaktadır. Son 50 yılda özellikle van Hiele çiftinin ortaya attıkları teori üzerine literatürde birçok araştırma bulunmaktadır. Van Hiele çiftinin geometri anlama düzeyleri üzerine ortaya attıkları teori düzlem geometri ile çok daha fazla ilgili olan bir teoridir. Farklı geometriler için de öğrencilerin anlama düzeylerini ortaya koyan çalışmalar olmasına rağmen bu çalışmalar van Hiele teorisi kadar popüler olamamıştır. Bu yüzden geometri öğretiminde farklı geometriler üzerine yapılan çalışmaların sayısı düzlem geometri üzerine yapılan çalışmaların yanında oldukça azdır.

Uzay geometri olarak ortaöğretim müfredatında yer alan ders, öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimine katkıda bulunabilecek, onların fiziksel çevrelerini anlamlaştırmalarına yardımcı olacak ve görsel düşüncelerini yükseltebilecek içeriğe sahip bulunmaktadır. Uzamsal becerilerin geometri ile yakından ilişkili olduğu göz önünde bulundurulduğunda geometri öğretiminde istenilen hedeflere varılabilmesi için uzamsal becerilerin gelişimine de fırsat tanımak gerekmektedir. Birçok öğretmen geometri dersinin görmeye ilişkili olduğunu ifade etmektedir (Baki, Kösa ve Karakuş, 2008). Buradaki görmekten kasıt geometrik yapıların birbiri arasındaki ilişkileri anlayabilmek, yapı içindeki bir değişkenin değişmesi durumunda yapının bundan nasıl etkilenebileceğini yorumlayabilmek ya da geometrik yapının bileşenlerini ustalıkla kullanabilmektir. Bu yüzden uzamsal düşünmenin matematiksel düşünme ile güçlü ve olumlu ilişki içinde olduğu iddia edilmektedir (Battista, 1990). Yapılan araştırmalar uzamsal düşünmenin matematikten daha çok geometri ile ilgili olduğunu ortaya koymaktadır (Battista, 1990; Grande, 1990; Karaman, 2000). Hatta uzamsal becerileri kullanmanın 2B geometriden daha çok 3B geometriyle ilişkili olduğu ifade edilmiştir (Baki vd., 2008). Uzay geometrinin öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimi için çok daha elverişli bir alan olması bu disiplinin öğretimine verilen önemin artırılmasını gerektirmektedir.

Literatürde uzamsal becerilerle ilgili araştırmalar incelendiğinde uzamsal yeteneğin bileşenleri konusunda ortak bir fikir birliği olmadığı görülmektedir. Bununla birlikte birçok araştırmacının aynı isimle adlandırarak benzer bir şekilde tanımladığı uzamsal görselleştirme becerisi (spatial visualization skill) öğrencilerin gerek 2B gerekse 3B geometri öğrenmelerinde önemli rol oynamaktadır. Bu araştırmada uzamsal görselleştirme becerisi; 3B bir nesneyi zihinde açma, döndürme, bükme veya tersyüz etme becerisi olarak tanımlanmıştır. Bu tanımlama McGee'nin (1979) uzamsal görselleştirme becerisini betimlerken kullandığı tanımdır.

Van Hiele çiftinin 1950'li yıllarda yaptığı geometri anlama düzeyleri çalışmasının ardından birçok ülke geometri müfredatlarını oluştururken ve düzenlerken bu teoriyi göz önünde bulundurmuştur. Belirlenen sınıf düzeylerinde istenilen hedeflere ulaşılması için yapılan çalışmalar sonrasında birçok ülkenin düzlem geometri müfredatları van Hiele teorisine temellendirilmiştir. Okullarımızda düzlem geometrinin dışında da okutulan analitik geometri ve bu araştırma için önem taşıyan uzay geometri derslerinin olması bu derslerin müfredatlarının oluşturulması sırasında temel alınan bir teori olup olmadığı sorusunu da beraberinde getirmektedir. Literatürde günümüze kadar uzay geometri için

birkaç düzey belirleme çalışmasının olduğunu görmekteyiz. Bu çalışmalarda genel olarak van Hiele çiftinin çalışmalarına temellendirilmiş düzey belirleme çalışmalarıdır. Bununla birlikte öğrencilerin uzay geometri derslerinde başarılı olabilmeleri için gerekli geometrik alt yapılarının ve seviyelerinin ne olduğunu bilmek gerekmektedir. Geleneksel anlayışta uzay geometri öğretimi için tasarlanan öğrenme ortamları, öğrencileri aktif kılmayan, onları öğrenme faaliyetleri içerisinde pasif durumda bırakan ve etkili materyal kullanma eksikliğinden dolayı öğrencilerin göz önünde canlandırabilme becerilerinin yeterli düzeyde gelişmesine fırsat sunmamaktadır. Öğrencilerin daha aktif olduğu ve teknolojinin öğretimde yardımcı rol oynadığı öğrenme ortamlarında öğrenciler uzay geometriye yönelik bilgilerini kendileri yapılandırma fırsatı bulacaklardır.

Geometri derslerinde öğrencilerin zorlandıkları bir husus geometrik şekillerin çizimleridir. Doğru çizim gösterimleri öğrencilerin geometrik yapıları doğru bir şekilde algılamasında oldukça önemlidir. Kaldı ki 3B geometrik cisimlerin kâğıt üstündeki görünüşleri ne kadar kusursuz olsalar dahi çizimlerdeki 2B görünümün statik olmasından dolayı birçok öğrenci bu çizimleri yorumlarken güçlük çekmektedirler (Accascina ve Rogara, 2006). İlköğretimin ilk kademesinden itibaren 3B cisimlerle tanışan öğrenciler ilerleyen dönemlerinde bu cisimlerin çizimlerini kendileri yapmaktadırlar. Doğru çizim yapabilmek ve çizimleri doğru yorumlayabilmek için öğrencilerin çizim becerilerinin iyi gelişmiş olması gerekmektedir. Öğrencilerin 3B cisimlerin çizimlerini karakterize edip onları sınıflandıran araştırmalar, öğrencilerin 3B cisimleri doğru algılamaları açısından da önemlidir.

Bu araştırmada, ortaöğretim düzeyinde okutulan uzay geometri derslerinde bir 3B DGY olan Cabri 3D ve 3B şeffaf geometrik cisim modellerinin kullanımının öğrencilerin uzamsal becerileri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Uzamsal becerilerle ilgili çok geniş bir literatür olmasıyla birlikte araştırmalarda uzamsal becerilerin farklı bileşenlerde incelendiği görülmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin uzamsal becerileri, uzamsal görselleştirme, çizim yapma ve 3B düşünme bileşenlerinde incelenmiştir. Bu bağlamda araştırmada aşağıdaki alt problemlere cevap aranmaya çalışılmıştır:

1. Uzay Geometri öğretiminde 3B DGY kullanımı ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamı öğrencilerin;
 - a. uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde etki yapmakta mıdır?
 - b. 3B geometri düşünme düzeyleri üzerinde etki yapmakta mıdır?
 - c. 3B çizim yapma becerilerine etki yapmakta mıdır?

2. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi, uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi ve 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapma becerisi arasında nasıl bir ilişki vardır?

1.4. Araştırmanın Amacı

Geometri öğretiminde uzamsal düşünmenin önemi büyüktür. Uzamsal düşünme bir nesneyi zihinde değiştirme, döndürme, bükme, farklı açılardan bakarak sonuç çıkartma veya nesneyi ters yüz edebilme becerisi olarak ifade edilebilir. NCTM (2000) raporunda uzamsal düşünmeyi, 2B ve 3B nesnelere zihindeki hareketi, bunların inşası ve bir nesneyi farklı açılardan görme olarak tanımlamış ve uzamsal düşünmenin geometrik düşünmenin önemli bir parçası olduğuna dikkati çekmektedir. Gerek düzlem geometri gerek uzay geometri olsun uzamsal düşünme, geometri öğretiminde büyük önem taşımaktadır. Yapılan çalışmalar uzamsal becerilerin cebirden daha çok geometri ile ilişkili olduğunu, özellikle görselleştirme (visualization) becerisinin geometrik düşünmeyle yakından ilgili olduğunu göstermektedir (Bishop, 1980, Fennema ve Tarte, 1985).

3B uzay geometri, öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmek için 2B Euclid geometrisine göre daha değerli görülmesine rağmen müfredatlar daha çok 2B düzlem geometriye vurgu yapmaktadır. Bununla birlikte 3B cisimler ve uzamsal becerileri kullanmayı gerektiren etkinliklerin yürütülmesinde kâğıt-kalem gibi düzlem geometriye yönelik geleneksel araçların kullanımı hala devam etmektedir.

Geometri anlama düzeyleri üzerine van Hiele çiftinin yapmış olduğu çalışma düzlem geometri üzerindeki öğrencilerin geometri anlama seviyelerini karakterize etmektedir. Literatür incelendiğinde 3B geometri anlama düzeylerinin van Hiele modeline temellendirilmiş çalışmalara rastlanılmaktadır (Guillen, 1996; Gutierrez vd., 2004). Guillen (1996) yürüttüğü çalışmalar sonucunda 3B düşünmeyi dört düzeyde karakterize etmiştir. Van Hiele teorisindeki gibi öğrenciler 3B geometriyi öğrenirken bu düzeylerden geçmektedirler. Öğrenciler uzay geometriyi öğrenirken düzeylerine göre bir öğretim faaliyeti yürütülürse istenilen hedeflere ulaşılması daha kolay olacaktır.

Geometri derslerinin bir zor yönü de çizim yapmaktır. Gerek 2B gerekse 3B şekillerin çizimleri öğrenciler ve öğretmenler açısından hem zaman alıcı olmakta hem de hatalı veya eksik çizimler öğrencilerin çizimleri yorumlamasını güçleştirmektedir. Hatta çizimlerin statikliği öğrencilerin yapının değişmesi durumunda yapı içindeki değişkenlerin

bu değişimden nasıl etkileneceğini çıkarsamalarını güçleştirmektedir. Bu durum özellikle uzaysal şekillerde daha çok görülmektedir (Kösa, 2010). Uzaysal cisimlerin doğru çizimleri o cisimlerin özelliklerini kavramada da etkili olmaktadır. Diğer taraftan uzaysal cisimlerin çizimlerini doğru yapabilmek o cisimler hakkında doğru bilgilere sahip olmaktan geçer.

Bu araştırmada uzay geometri öğretimi esnasında 3B DGY Cabri 3D kullanımı ve 3B şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimlerin düzlemsel çizimleri üzerindeki etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda uzay geometri müfredatında yer alan kazanımlara yönelik DGY Cabri3D'yi ve şeffaf geometrik cisim modelleri (uzay geometri seti) kullanmayı gerektiren etkinlikler hazırlanmıştır. Bu araştırmanın ikinci bir amacı da uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi, uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi ve 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapma becerisi arasında nasıl bir ilişki olduğunu ortaya koymaktır.

1.5. Araştırmanın Önemi

Birçok alanda önemli olan uzamsal beceriler, sadece fen ve matematik gibi derslerde başarılı olma ya da profesyonel mesleklerde (mühendislik, mimarlık gibi) başarılı yapıtlar ortaya koymada değil, günlük yaşamda da önemli bir yere sahiptir. Bununla birlikte bugüne kadar yapılan araştırmalarda uzamsal becerilerin hangi faktörlerden oluştuğunu, bu faktörlere nelerin etki ettiği tam olarak ortaya konulamamıştır. Okul matematiğinde de önemli olan uzamsal beceriler için NCTM (2000) yayınladığı raporda, geometri öğretiminin 3B geometri çalışmalarını içermesi ve öğrencilere problem çözmede uzamsal becerilerini kullanma fırsatı sağlanmasını önermektedir. Temelde, uzamsal becerilerin geliştirilmesinin arka planında 3B uzay geometri olmasına rağmen vurgu 2B düzlem geometrisi üzerinedir (Ben-Chaim vd., 1988). Dahası, geometri öğretiminde 3B uzay geometri öğretimi 2B düzlem geometri öğretiminin gölgesinde kalmaktadır. Bu da geometri öğretiminin genel amaçları arasında olan fiziksel çevreyi ve evreni anlamlaştırma ile okutulan geometri derslerindeki temel vurgu arasındaki boşluğu göz önüne sermektedir.

Teknolojinin eğitimde kullanılması genelde matematik özelde ise geometri öğretimine önemli katkılar sağlamıştır. Bilgisayarın matematik ve geometri derslerinde kullanımı; öğrencilerin varsayımda bulunma, genelleme yapma ve sonuç çıkarma gibi

düşünme becerileri kazanmalarında onlara ışık tutacak bir yardımcı araç rolü sağlamaktadır. Statik çizimler, grafikler ve şekiller öğrencilerde bu davranışları kazanmaya yardımcı olmada yeterli kalmamaktadır. Özellikle, öğrenciler 3B şekillerin 2B gösterimleri üzerine düşünürken ve onlarla işlem yaparken sık sık güçlük çekmektedirler (Ben-Chaim vd., 1988). Matematik ve geometri öğretimi için geliştirilen yazılımların dinamik yapısı öğrencilere yukarıda söylenen becerileri kazandırmada yardımcı olmaktadır. Özellikle geometri alanında geliştirilen DGY'ler içerisinde oluşturulan şekillerin boyutlarının büyütülmesi, küçültülmesi, belirli noktaların hareket ettirilmesi sonucunda şekil üzerinde meydana gelen değişimler geometrik yapıyı bozmadığından matematiksel araştırma sürecinde öğrencilere farklı durumları irdeleme fırsatı sunarak keşif yoluyla öğrenmeyi mümkün kılmaktadır.

Literatürde van Hiele geometri anlama düzeyleri üzerine birçok araştırma olmasına rağmen uzay geometride bu anlamaların nasıl şekillendiği üzerine sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Geometri öğretiminde reform oluşturacak nitelikte olan DGY kullanımının öğrencilerin uzayın geometrisini nasıl anladıkları ve nasıl şekillendirdiklerini belirleyecek çalışmalar yapılması gerekmektedir. Özellikle dinamik ortamların öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde nasıl bir etki yaptığını, DGY kullanmanın öğrencilerin anlamalarını yükseltip yükseltmediğini tespit etmek bu tür yazılımların kullanımının etkililiğini ortaya koymak adına oldukça önemlidir. Bu araştırma 3B DGY' nin öğrencilerin 3B geometri düşünme düzeyleri üzerinde nasıl bir etki oluşturduğunu ortaya koyduğu için çalışmanın önemi büyüktür.

Yaşadığımız dünyayı anlayabilmek ve uzaysal ilişkileri daha kolay görmek için 3B geometri öğretimine müfredatta daha fazla önem verilmelidir. İlköğretimin ilk kademesinden itibaren uzaysal şekillerle tanışan öğrenciler ortaöğretim düzeyinde uzayın geometrisi ve uzayın analitiğine yönelik dersler görmektedir. Uzaysal durumların zihinde canlandırılması düzlem geometrideki nazaran daha güç olduğu için göz önünde canlandırma noktasında mevcut materyaller ve öğretim tekniklerinden daha etkili materyal ve yöntemler kullanılmalıdır. DGY ve 3B şeffaf geometrik cisimlerin etkin bir şekilde kullanımının uzamsal ilişkileri anlamada ve uzamsal olarak göz önünde canlandırmada kolaylık sağlayıp sağlamadığını yani uzamsal görselleştirme becerisinin gelişimine katkıda bulunup bulunmadığını belirlemek gerekir. Yukarıdaki tüm sayılanlar bu çalışmanın kapsamındadır. Uzay geometri öğretiminde 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modellerinin etkin bir şekilde kullanılmasının öğrencilerin uzamsal görselleştirme

becerileri üzerindeki etkilerini ortaya koyan bu çalışma uzay geometri öğretimi için son derece önem taşımaktadır.

Cisimlerin şekillerini düz bir kâğıt üzerine çizmek oldukça zordur. Bakış açısı ve geometrik cismin özellikleri göz önünde bulundurularak cisimlerin 2B görünümünü doğru bir şekilde çizmek bir beceri gerektirmektedir. Doğru çizimler bu cisimler hakkında doğru yorumlar yapılabilmesi adına oldukça önemlidir. Bununla birlikte kusursuz çizimler dahi farklı algılamalara sebep olabilmektedir. Doğru ve güzel çizim yapabilme her ne kadar doğuştan gelen yetenekle ilişkili olsa da alınan eğitimle beraber öğrenilebilecek ve geliştirilebilecek bir davranıştır. Öğrencilerin uzay geometriye yönelik aldıkları derslerde etkin bir şekilde 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanmalarının, onların 3B cisimleri çizme becerileri üzerindeki etkisini belirlemek, daha etkili geometri öğretimi gerçekleştirme adına oldukça önem taşımaktadır. Bu çalışmada da 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modellerinin kullanımının öğrencilerin çizim becerilerini nasıl etkilediği ortaya konulmaya çalışılmıştır.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu çalışmada takip edilen uzay geometri programı; uzay ve uzay aksiyomları, uzayda nokta, doğru ve düzlemle ilgili temel kavramlar, doğru ve düzlemlerin birbirine göre durumları, dik izdüşümü, katı cisimler, katı cisimlerin alan ve hacimleriyle sınırlı tutulmuştur. Elbette uzayın geometrisi sadece bu başlıklardaki konularla sınırlı tutulamaz. Ancak uygulamanın yapıldığı okuldaki 12. sınıf öğrencilerinin aldığı uzay geometri dersi bu konularla sınırlı olduğundan ve uzayda doğru, düzlem ve vektörlerin analitik incelenmesi çalışmanın kapsamını genişleterek odağı dağıtabileceği için çalışma kapsamına alınmamıştır.

Araştırma Trabzon ilindeki bir lisenin iki adet 12. sınıfıyla sınırlandırılmıştır. Deney grubu olarak belirlenen sınıf 36, kontrol grubu ise 38 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmanın tasarımı ve uygulaması sürecinde, Talim ve Terbiye Kurulu tarafından yeni 12. sınıf geometri müfredatı tamamlanmamış olduğundan okullarda takip edilen eski uzay geometri müfredatı uygulanmıştır. Bu kapsamda deney grubunda uzay geometri dersi bilgisayar laboratuvarında DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleri aracılığıyla yürütülürken kontrol grubunda dersler geleneksel yolla işlenmiştir.

1.7. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmanın varsayımları aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

1. Araştırma kapsamında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test ve son test olarak uygulanan sınavlardaki soruları ciddi bir şekilde cevapladıkları,
2. 3B geometri anlama testinin kapsam geçerliği konusunda başvuru uzman (öğretmen ve araştırmacıların) görüşlerinin yeterli olduğu,
3. Yapılan klinik mülakatlarda sorulara cevap veren öğrencilerin samimi oldukları varsayılmıştır.

1.8. Konuyla İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu çalışmanın çatısını oluşturan önemli ayakları; 3B DGY ve şeffaf geometrik cisimlerin uzay geometri öğretiminde kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizme becerileri üzerindeki etkileri olarak sıralanabilir. Ayrıca uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi, uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi ve 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapma becerisi arasında ilişkiler olup olmadığı, varsa bu ilişkilerin yönü ve büyüklüğünü ortaya koymak da bu araştırmanın amaçları arasındadır. Bu bakımdan literatür taraması, (i)uzamsal yetenek ve uzamsal yetenek üzerine yapılan çalışmalar, (ii) DGY ve gerçek nesnelerin geometri öğretiminde kullanımına yönelik çalışmalar, (iii) 3B geometri düşünme düzeyleri üzerine yapılan çalışmalar ve (iv) 3B nesnelerin çizim becerileri üzerine yapılan çalışmalar başlıkları altında toplanmıştır.

1.8.1. Uzamsal Yetenek, Bileşenleri ve Bu Konu Üzerine Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde farklı araştırmacılara göre uzamsal yetenek tanımları, uzamsal yeteneğin bileşenlerinin ne olduğu, uzamsal becerilerin geliştirilip geliştirilemeyeceği ve uzamsal yetenek üzerine yapılan çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir.

1.8.1.1. Uzamsal Yetenek Tanımları

Uzamsal yetenek üzerine bugüne kadar birçok araştırma yapılmış ancak uzamsal yeteneğin kesin bir tanımı ortaya konulmamıştır. Bu nedenle farklı araştırmacılar uzamsal yeteneği farklı bileşenlerde incelemişler ve bu yüzden uzamsal yetenekle ilişkili literatürde birbirinin yerine kullanılan birçok terim bulunmaktadır. Uzamsal beceri, uzamsal algı, uzamsal düşünme ve uzamsal his benzer işlemleri tanımlayan terimlerdir (Bishop, 1983; Wheatley, 1990; NCTM, 2000).

Uzamsal yetenekle ilgili ilk çalışmaların insan zekâsını ilk kez ölçmeye çalışan Galton'un 1900'lü yılların başlarında yaptığı sistematik araştırmalardan beri ilgi çeken bir araştırma konusu olduğu söylenebilir (Baki vd., 2009). Bununla birlikte matematik eğitiminde uzamsal becerilerle ilgili ilk çalışmaların 1940 ve 1950'li yıllara dayandığı görülmektedir (Ünal, 2005, s.16). Matematik eğitimi alanında yapılan ilk çalışmalarda araştırmacılar cebir ve geometrinin farklı konularında uzamsal beceriler ile matematik başarısı arasındaki ilişkileri incelemişlerdir (Murray, 1949; Barakat, 1951; Wrigley, 1958). Bu çalışmalar, uzamsal becerilerin cebirden daha çok geometriyle yüksek derecede ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Literatür incelendiğinde farklı alanların araştırma konusu olan uzamsal yetenek araştırmacılar tarafından farklı tanımlamalarla karşımıza çıkmaktadır. Lord (1985), uzamsal yeteneği zihinde görüntü oluşturabilme, bu görüntüyü değiştirebilme ve kullanabilme becerisi olarak tanımlamıştır. Lord' un tanımından uzamsal yeteneğin zihinsel işlemler gerektiren bir beceri olduğu sonucu çıkartılabilir.

Linn ve Petersen' a (1985) göre uzamsal beceriler sembolik ve dilsel olmayan bilginin temsili, dönüştürülmesi, oluşturulması ve yeniden çağırılması becerileridir. Bu tanımdan uzamsal becerilerin zihinde imgelerle işlem yapabilme becerileri olduğu anlaşılmaktadır.

Tartre (1990) uzamsal yeteneği, ilişkileri görsel olarak anlamayı, değiştirebilmeyi, kullanabilmeyi, yeniden düzenlemeyi ve ifade etmeyi içeren bir zihinsel beceri olarak tanımlamıştır. Tartre' nin tanımında da Linn ve Petersen'in uzamsal beceri tanımındaki gibi imgelerle zihinde işlem yapabilme olduğu sonucu çıkmaktadır.

Lohman (1993) uzamsal becerileri; görsel bir imgeyi meydana getirebilme, bir şekli devam ettirebilme, yeniden düzenleme ve başka bir şekle dönüştürebilme becerileri olarak

ifade etmiştir. Bu tanıma göre uzamsal beceriler zihinde imajlar oluşturarak bu imajlar üzerinde yapılan hareketleri tahayyül edebilme becerisi olduğu söylenebilir.

Stockdale ve Possin (1998), uzamsal becerileri kişinin kendi ile çevresi arasındaki veya kendi dışındaki nesnelere arasındaki uzamsal ilişkiyi kavrayabilme becerisi olarak tanımlamışlardır. Stockdale ve Possin' in tanımına göre uzamsal beceriler sadece zihinsel işlemler yapabilme becerileri değil bireyin dış dünya ve çevresi arasındaki uzaysal ilişkileri kavrayabilme becerisi olduğu sonucu çıkarılabilir.

Olkun ve Altun'a (2003) göre uzamsal yetenek, uzayın ve geometrik formun kullanımı ile ilgili becerileri içeren beceridir. Olkun ve Altun'un tanımından uzamsal becerilerin geometrik düşünme becerisi ile yakından ilgili olduğu sonucu çıkarılabilir.

Kayhan (2005), uzamsal becerileri ilişkilerin görsel olarak manipüle edilmesi, yeniden düzenlenmesi veya açıklanması olarak tanımlamıştır. Kayhan'ın tanımından da uzamsal becerilerin uzaydaki nesnelere zihinde işlemler yapabilme süreçlerini içeren beceriler olduğu anlaşılmaktadır.

Turğut'a (2007) göre uzamsal yetenek 3B uzayda bir ya da daha çok parçadan oluşan cisimleri ve bileşenlerini zihinde hareket ettirilebilme veya zihinde canlandırabilme becerisidir. Turğut uzamsal becerilerin uzaysal ilişkileri zihinde canlandırabilme yeteneği olduğunu ifade etmiştir.

Birçok araştırmacının aynı eksen çevresindeki tanımları göz önünde bulundurulduğunda, uzamsal yetenek bireyin zihninde imgeler oluşturması ve bu imgeleri zihninde manipüle edebilme becerisi olarak tanımlanabilir. Bununla birlikte genel olarak uzamsal becerilerin, bir nesnenin döndürülmesi, farklı açılardan görünümünün tahmin edilmesi, gözlemcinin konumuna göre nesnenin görüntüsünün değiştirilmesi, bir cismin açık halinin göz önünde canlandırılabilmesi ya da açık hali verilen bir nesnenin kapalı formunun zihinde oluşturulabilmesi, kişinin kendi konumuna göre çevresindeki nesnelere zihinde organize edebilme becerilerini içerdiği söylenebilir. Tanımı veya içeriği her ne olursa olsun bu becerilerin insan düşüncesinde önemli bir yer tuttuğu açıktır.

1.8.1.2. Uzamsal Yeteneğin Bileşenleri

Uzamsal yetenek üzerine yapılan tanımlamalar genelde aynı eksen çerçevesinde olmakla birlikte araştırmacılar tarafından farklılık gösterdiği için uzamsal yeteneğin bileşenleri konusunda da araştırmacılar arasında ortak bir fikir birliği bulunmamaktadır.

Farklı araştırmacılar uzamsal yeteneği farklı bileşenlerde incelemişlerdir. Uzamsal yeteneğin bileşenlerinde farklılık olduğu gibi aynı alt becerilerin isimlendirilmesinde de araştırmacılar göre farklı adlandırmalar kullanıldığı görölmektedir.

Maccoby ve Jacklin'e (1974) göre uzamsal yetenek, analitik olan ve analitik olmayan şeklinde iki önemli faktörden meydana gelmektedir.

- Analitik faktör: Açık hali verilen bir cismin kapalı halini göz önünde canlandırabilme gibi karmaşık işlemleri içerir.
- Analitik olmayan faktör: Verilen bir nesnenin döndürölmesini gerektiren işlemleri içermektedir.

Maccoby ve Jacklin'in uzamsal yetenek bileşenlerinde açık formların kapalı hallerinin nasıl olacağı ve nesnelere uzayda döndürölmesi sonucunda nasıl görünüme sahip olacakları şeklinde birbirinden farklı beceriler gerektiren iki bileşenin olduğu görölmektedir.

Uzamsal yetenekle ilgili araştırmaların kapsamlı bir incelemesi sonunda, McGee (1979) uzamsal yeteneği uzamsal görselleştirme (spatial visualization) ve uzamsal yönelim (spatial orientation) olarak iki bileşende toplamış ve bu bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

- Uzamsal görselleştirme (Visualization): Görsel bir nesneyi zihinde açma, döndürme, bükme veya tersyüz etme becerisi,
- Uzamsal yönelim (Orientation): Görsel olarak sunulan bir objenin elamanlarının düzenini kavrayabilme ve bu düzenin, cisme bakılan yönün değiştirilmesi sonucu oluşan yeni yapıyı oluşturma ve uzamsal örüntüleri kavrama ve birbirleri ile karşılaştırabilme, uzamsal bir nesnenin farklı yönelimleri verildiğinde karıştırmama becerisidir.

McGee'ye göre uzamsal görselleştirme uzamsal yönelimden, neyin hareket ettirildiğiyle farklılık gösterir. Eğer yapılacak iç, bir gösterimin parçası veya tamamını zihinde hareket ettirme veya değiştirmeyi ileri sürüyorsa, bu iç uzamsal görselleştirme içi olarak düşünölebilir. Uzamsal yönelim soruları bir nesnenin zihinde hareket ettirölmesini gerektirmez. Uzamsal yönelim sorularında sadece kişinin algısal perspektifiyle nesnenin görünümlünün değiştirilmesi veya hareketi söz konusudur. McGee'nin uzamsal yetenek bileşenlerini kişinin kendi konumuna göre nesnelere dağılımları ve görünümlerini belirleyebilme ayrı bir beceri, nesnelere üzerinde zihinde yapılan işlemler ayrı bir beceri olarak sınıflanmıştır.

Lohman (1979), uzamsal yeteneği McGee'nin yaptığı gibi aynı isimler altında iki bileşende incelemiştir. Lohman'a göre uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim şu şekildedir:

- Uzamsal görselleştirme: Zihinden kâğıt katlama yapmak gibi karmaşık zihinsel işlemleri içerir.
- Uzamsal yönelim: Verilen nesne veya nesnelere verildiği görüşlerinin farklı açılardan nasıl görünüme sahip olacağını hayal edebilme yeteneğidir.

Lohman'ın uzamsal yeteneğin alt bileşenlerinin adlandırılmasında kullandığı isimlerle McGee'nin alt bileşenleri adlandırmada kullandığı isimler aynıdır. Bununla birlikte Lohman'ın görselleştirme alt başlığı altında aktardığı beceriler McGee'nin görselleştirme becerilerinden farklılık göstermektedir. McGee görselleştirme başlığı altında zihinde nesnelere açma, döndürme, bükme gibi işlemleri sıralarken Lohman zihinde kâğıt katlama gibi zihinsel işlemler olarak incelemiştir. Bununla birlikte uzamsal yönelim becerileri her iki araştırmacıya göre de benzer işlemleri yapmayı gerektiren becerilerden oluşmaktadır. Lohman (1979), uzamsal yönelim becerisini gerektiren işlemlerin genellikle kişilerin kendilerini nesnelere göre yeniden konumlandırmalarını gerektiren beceriler olduğunu ifade etmiştir.

Linn ve Petersen (1985), yaptıkları meta-analiz çalışması sonucunda uzamsal yeteneğin üç bileşenini ortaya koymuşlardır. Bunlar uzamsal algı, zihinde döndürme ve uzamsal görselleştirmedir.

- Uzamsal algı: Dikkat dağıtıcı uyarılara rağmen, bir nesnenin yönlendirilmesine bağlı olarak kişinin kendi konumu itibarıyla uzamsal ilişkileri belirleyebilme becerisi,
- Zihinde döndürme: 2B ve 3B nesnelere doğru ve hızlı bir şekilde zihinde döndürebilme becerisi,
- Uzamsal görselleştirme: Doğru cevaba ulaşmak için birçok aşamanın gerçekleştirilmesi gereken durumlarda uzamsal bilginin değiştirilmesi ve kullanılabilmesi becerisi olarak tanımlamıştır.

Linn ve Petersen'in uzamsal yeteneğin alt bileşenlerini sınıflandırmasında diğer önceki araştırmacılarıdaki gibi kişinin kendi konumuna göre uzamsal ilişkileri belirleyebilme becerisi ayrı, nesnelere zihinde döndürebilme becerisi ayrı kategorilendirilmiştir. Uzamsal görselleştirme becerisi ise doğru cevaba ulaşmada birçok aşamayı kapsamasından dolayı diğer iki beceriden ayrılmaktadır.

Grande (1990), uzamsal yeteneği 7 farklı bileşende incelemiştir. Bunlar; göz-beden eş güdümü, şekil-zemin algısı, algısal süreklilik, uzayda konum algısı, uzaysal ilişkiler algısı, görsel ayırım ve görsel hafızadır.

- Göz-beden eş güdümü: Noktalı kâğıtta noktaları birleştirerek yatay, dikey veya eğik doğrular çizebilmeyi bedeninin konumuna göre göz ile eş güdümlü olarak çalıştırılabilmesi becerisi,
- Şekil-zemin algısı: Üst üste ama farklı zeminlerde üst üste çizilmiş şekillerin kullanıldığı durumlarda istenen şekilleri veya bu şekillerin parçalarını bulabilme becerisi,
- Algısal süreklilik: Farklı büyüklüklerde ve konumlarda verilen şekilleri tanıma, büyüklüklerine göre sıralama ve diğer benzer şekillerden ayırabilme becerisi,
- Uzayda konum algısı: Bir nesnenin uzayda bulunduğu konumu algılayabilme becerisi,
- Uzamsal ilişkiler algısı: İki veya daha fazla nesnenin birbirleriyle olan ilişkisini algılayabilme becerisi,
- Görsel ayırım: Nesnelerin buldukları konumlarından bağımsız olarak birbirleriyle olan benzerlikleri ve farklılıklarını algılayabilme becerisi ve
- Görsel hafıza: Bir kere gösterildikten sonra gösterilen şekillerin ve bu şekillerin özelliklerini doğru bir şekilde hatırlayabilme ve birbirleriyle olan ilişkilerini ortaya koyabilme becerisi olarak tanımlamıştır.

Grande'nin uzamsal yetenek gerektiren becerilerin ayırımında diğer araştırmacılar farklı olarak farklı bileşenlere de dikkat çektiği görülmektedir. Grande'nin uzamsal beceri bileşenlerinde açık bir şekilde uzaydaki nesnelerin manipüle edilmesi yer almazken nesnelere hakkındaki topolojik becerilerin daha ön plana çıktığı görülmektedir. Bununla birlikte Grande'nin uzamsal yeteneğin alt kategorilerindeki her bir sınıfın birbirinden farklı beceriler gerektirdiği söylenebilir.

Maier (1996), aynı isimlendirilmiş bileşenler altında farklı özelliklerin sınıflandırıldığını ifade ederek uzamsal yeteneği; uzamsal algı, görselleştirme, zihinde döndürme, uzamsal ilişkiler ve uzamsal yönelim olarak 5 bileşende incelemiştir.

- Uzamsal algı: Nesnelerin yataylık veya dikeylik konumları tespit edebilme becerisi,

- Görselleştirme: Bir şeklin iç parçaları arasında bir hareket veya yer değiştirmenin göz önünde canlandırabilme becerisi,
- Zihinde döndürme: 2B veya 3B bir şekli hızlı ve doğru bir şekilde zihinde döndürebilme becerisi,
- Uzamsal ilişkiler: Nesnelerin uzamsal görünümünü veya bir nesnenin parçalarını ve diğer parçalarla olan ilişkilerini kavrama becerisi,
- Uzamsal yönelim: Görsel uyarıcı örüntüsü içerisindeki parçaların düzenini anlayabilme, bir nesnenin kendi kısımları ve nesnenin diğer nesnelere göre olan konumu, arasındaki ilişkinin karşılaştırılması ve vücudun pozisyonuna göre uzamsal yönelimi belirleyebilme becerisi olarak tanımlanmıştır.

Maier her ne kadar aynı isimlendirilmiş bileşenler altında farklı beceriler kullanmayı gerektiren davranışların olduğunu vurgulamış olsa da görselleştirme becerisinde ifade ettiği özellikleri yönelim becerisinde de yinelemiştir. Uzamsal yönelimi uzamsal görselleştirmeden ayıran özelliği; nesnenin diğer nesnelere göre olan konumu, diğer nesnelere olan ilişkisi ve kişinin vücut yönelimi şeklinde açıklamaya çalışmıştır.

Okagaki ve Frensch (1996), uzamsal yeteneğin üç farklı bileşenden oluştuğunu ifade etmişlerdir. Bunlar uzamsal algı, zihinsel döndürme ve uzamsal görselleştirmedir.

- Uzamsal algı: Bir nesnenin yönelimini, diğer bir nesnenin yönelimine göre çıkarsayabilme becerisi,
- Zihinsel döndürme: Görsel uyarıcıların dönmesini/döndürülmesini zihinde canlandırabilme becerisi,
- Uzamsal görselleştirme: Uzamsal olarak sunulan bilgilerin çok aşamalı manipülasyonlarını gerçekleştirebilme becerisi olarak tanımlanmışlardır.

Okagaki ve Frensch' in sınıflandırmasında da yine nesnelerin birbirine göre konumlarının belirlenmesinin ayrı bir beceri, cisimleri zihinde döndürebilmenin ayrı bir beceri olarak verildiğini görmekteyiz. Okagaki ve Frensch uzamsal görselleştirmeyi Linn ve Petersen' ın uzamsal görselleştirme becerisi tanımlamasındaki gibi bu becerinin nesnelere yapılacak çok aşamalı manipülasyonlarını yerine getirebilme becerisi olarak ifade etmişlerdir.

Clements (1998), uzamsal yeteneğin iki ana bileşeni olan uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelimi aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

- Uzamsal görselleştirme: 2B ve 3B nesnelerin zihinde canlandırılan hareketlerini anlamak ve bu hareketleri gerçekleştirebilme becerisi,

- Uzamsal yönelim: Kişinin kendi konumunu göz önünde bulundurarak uzaydaki farklı pozisyonlar arasındaki ilişkiler üzerinde yapılan işlemleri anlama becerisi olarak tanımlamıştır.

Clements' in uzamsal yeteneğin bileşenleri sınıflandırması McGee ile benzerlik göstermektedir. Bu benzerlik hem uzamsal yeteneğin sınıflandırılmasında alt bileşenlerin isimlerinin aynı şekilde adlandırılması hem de bu bileşenler altında yapılacak işlemlerin aynı türden becerileri kapsamaması gerektiği yönündedir.

Karaman (2000), uzamsal yeteneğin üç alt bileşeni olduğunu belirtmiştir. Bunları uzamsal görselleştirme, zihinde döndürme ve bütünleştirme olarak sıralamıştır.

- Uzamsal görselleştirme: Zihinde imgeler oluşturabilme ve bu imgeleri değiştirebilme/kullanabilme becerisi,
- Zihinde döndürme: Bir nesne ya da nesne grubunun farklı perspektiflerden görünüşünü kendi konumunu göz önünde bulundurarak hayal edebilme becerisi,
- Bütünleştirme: Verilen bir nesne kombinasyonunun karıştırılması durumunda yapının ilk halini hafızasında tutabilme becerisi olarak tanımlamıştır.

Karaman' in uzamsal yetenek bileşenlerinden görselleştirmenin tanımında bahsettiği beceriler önceki araştırmacılarla aynıdır. Bununla birlikte zihinde döndürme becerisinde nesnenin zihinde döndürülmesi değil, kişinin kendi konumu itibariyle nesnenin görünüşünü hayal edebilme becerisi olarak açıklanmıştır. Bu ifade ile Karaman'ın zihinde döndürme becerisi diğer araştırmacıların (McGee, Lohman, Maier ve Clements) uzamsal yönelim olarak isimlendirdiği becerileri içermektedir. Karaman'ın bütünleştirme diye isimlendirdiği beceri Grande'nin görsel hafıza becerisi ile örtüşmektedir.

Kurt (2002), uzamsal yeteneğin birçok süreci içeren karmaşık işlemleri yerine getirmeyi gerektiren becerileri içerdiğine dikkati çekerek genel olarak uzamsal yeteneğin uzamsal algı, uzamsal biliş ve uzamsal yönelim bileşenlerinden oluştuğunu söylemiştir.

- Uzamsal algı: Bir kişinin kendi konumuna göre nesneye ve nesnelere arasındaki ilişkiye ve duruma ilişkin imgeleri (görünümleri) açıklayabilme becerisi,
- Uzamsal biliş: 2B ve 3B nesnelere zihinde döndürebilme, döndürme sonucunda nesnenin nasıl bir görünüme sahip olabileceğini tahayyül edebilme becerisi,

- Uzamsal yönelim: Bedenin konumuna göre bir nesnenin kendi parçaları ve diğer nesnelere olan konumsal ilişkilerini belirleyebilme becerisi olarak tanımlanmıştır.

Kurt'un uzamsal yeteneğin bileşenlerinden uzamsal biliş becerisi diğer araştırmacıların (Linn ve Petersen, Maier, Okagaki ve Frensch, Karaman) zihinde döndürme olarak ifade ettiği beceridir. Bununla birlikte Kurt'un uzamsal yeteneğin bileşenlerinden diğer ikisi önceki araştırmacılarında uzamsal yeteneğin becerilerinde kullandığı isimlendirmeye ayırdır.

Contero vd. (2005), uzamsal yetenekte üç alt bileşenden söz etmişlerdir. Bunlar; uzamsal ilişkiler, uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelimdir:

- Uzamsal ilişkiler: 2B uzayda zihinde döndürebilme becerisi,
- Uzamsal görselleştirme: Nesnelerin uzamsal formlarını zihinde canlandırabilme becerisi ve
- Uzamsal yönelim: Bir cismin görüntüsünün başka açılardan zihinde canlandırılabilme becerisi olarak tanımlanmıştır.

Contero'nun uzamsal ilişkiler diye isimlendirdiği beceri altında yerine getirilecek görevler diğer araştırmacılar tarafından zihinde döndürme ya da uzamsal görselleştirme becerisi başlıkları altında yerine getirilmesi gereken görevlerdir. Contero uzamsal görselleştirme becerisi tanımını nesnelerin uzamsal formlarını zihinde canlandırabilme becerisi olarak yapmıştır. Bu tanıma göre uzamsal ilişkiler ve uzamsal yönelim becerileri uzamsal görselleştirme becerisi içinde yer alabilir.

Bazı araştırmacılar ise uzamsal yeteneği uzamsal ilişkiler ve uzamsal görselleştirme olmak üzere iki temel bileşende incelemişlerdir (Burnett ve Lane, 1980; Elliot ve Smith, 1983; Pellegrino vd., 1984; Clements ve Battista, 1992; Olkun, 2003; Olkun ve Altun,2003).

- Uzamsal ilişkiler: 2B ve 3B nesnelerin zihinde döndürülmesi ve farklı perspektiflerden nesnelerin tanınabilmesi becerisi,
- Uzamsal görselleştirme: 2B ve 3B nesnelere ait parçaların hareket ettirilmesi sonucu oluşacak yeni kombinasyonları zihinde canlandırabilme becerisi olarak tanımlanmıştır.

Bu sınıflamaya göre uzamsal ilişkiler becerisi altında sıralanan görevler önceki araştırmalarda zihinde döndürme ve uzamsal yönelim başlıkları altında sıralanan görevlerle örtüşmektedir. Bununla birlikte uzamsal görselleştirme becerisi altında sıralanan görevler

genel olarak önceki araştırmalarda uzamsal görselleştirme becerisi altında sıralanan görevlerle aynıdır.

Standartlaşmış uzamsal yetenek testlerinde uzamsal ilişkiler soruları iki ve üç boyutlu döndürmeleri ve küp karşılaştırmalarını içerir. Bu bileşeni oluşturan soruların çözümünde zihinsel dönüşümleri ve döndürmeleri hızlı ve doğru bir şekilde yapmak önemlidir (Olkun, 2003). Uzamsal görselleştirme nesnelerin döndürölmelerini veya 3B uzaydaki parçalarının katlanarak veya açılarak oluşturduğu durumu göz önünde canlandırabilme becerisi olarak tanımlanır (Burnet ve Lane, 1980). Burada cisim üzerindeki eylemler bir bütün olarak veya parça parça olabilir. Ancak hareketler zihinde canlandırılmalıdır (Battista vd., 1989; Clements ve Battista, 1992). Uzamsal ilişkiler testlerinde, bireylerin soruları belirli bir zamanda çözmeleri gerekirken görselleştirme testleri nispeten hızla daha az ilişkilidir. Uzamsal ilişkiler problemleri uzamsal görselleştirme sorularına göre daha az karmaşık uyarıcı içerir (Olkun, 2003).

şimdiye kadar araştırmacılara göre uzamsal yeteneğin bileşenleri, bu bileşenlerin isimlendirilmesinde kullanılan terminoloji ve uzamsal yeteneğin bileşenlerinin hangi görevleri içermesi gerektiği göz önünde bulundurulduğunda araştırmacıların bu konuya bakış açılarının ne ölçüde farklılık gösterdiğini görmek oldukça kolaydır. Uzamsal yetenekle ilişkili literatürde kullanılan terminolojilerin farklılık göstermesi bu örnekler göz önünde bulundurulduğunda şaşırtıcı değildir.

Birçok araştırmacının farklı bileşenlerde incelediği uzamsal yeteneğin hala kesin olarak nasıl beceriler gerektiren bileşenlerden oluştuğuna yönelik araştırmacılar arasında bir fikir birliği bulunmadığı yukarıda bazı araştırmacılara göre uzamsal yetenek tanımları ve bileşenlerinden görölmektedir. Literatürdeki uzamsal yetenek bileşenleri incelendiğinde araştırmacıların aslında benzer işlemleri tanımlayan farklı isimlendirmelerle uzamsal yetenek üzerine araştırmalar yürüttükleri göze çarpmaktadır. Bununla birlikte uzamsal yetenekle ilgili literatürün büyük bir bölümünün birçok araştırmacının da aynı isimlendirdiği uzamsal yeteneğin bir bileşeni olarak kabul edilen uzamsal görselleştirme becerilerine yönelik çalışmalar olduğu dikkati çekmektedir. Uzamsal görselleştirme becerisinin literatürdeki tanımları göz önünde bulundurulduğunda bu becerinin 2B ve 3B nesnelere zihinde canlandırabilme, bu nesnelere farklı bakış açılarından tanıyabilme ve bu nesnelere zihinde hareket (döndürme, açma, kapatma, bükme gibi) ettirerek ortaya çıkacak durumu göz önünde canlandırabilme becerisi olarak tanımlanabilir.

Bu araştırmada yetenek doğuştan gelen, bir görevi yerine getirebilme potansiyeli, beceri ise bu yeteneğin alt bileşeni olarak kabul edilmiştir. Dolayısıyla yetenek doğuştan gelen bir potansiyel olmakla birlikte beceri bu yeteneği sergileyebilme derecesi olarak dşnlebilir. Çalışmada ğrencilerin uzamsal becerileri; uzamsal görselleştirme becerisi, 3D düşünme düzeyi ve 3B cisimleri çizebilme becerisi bileşenlerinde incelenmiştir. Takip eden bölümde uzamsal becerilerle ilgili yapılan çalışmalarda uzamsal becerilerin gelişip gelişmediğine yönelik araştırma sonuçları sunulmuştur.

1.8.1.3. Uzamsal Beceriler Gelişir mi?

Uzamsal yetenekle ilgili literatürde kimi araştırmalarda uzamsal yetenek *-spatial ability-* kimi araştırmalarda da uzamsal beceri *-spatial skill-* ifadelerine rastlanılmaktadır. Bu durum uzamsal yetenekle ilişkili literatürde araştırmacılar arasında uzamsal yeteneğin tanımı ve bileşenleri, bileşenlerinin isimlendirilmesinde ortak bir fikir birliği sağlanmamasından kaynaklanmaktadır.

Uzamsal beceriler sadece matematik alanı ile değil, matematik dışındaki birçok alanla, özellikle teknik olarak yüksek beceriler gerektiren alanlarla pozitif ilişki içerisinde olup önemli role sahiptir (Yıldız, 2009). Rafi vd., (2008) günlük hayatta karşılaşılabilecek ev mobilyalarını düzenlemek ya da araba sürerken güvenli olarak manevra yapabilmek gibi temel ihtiyaçlar için uzamsal becerilere ihtiyaç duyulduğunu belirtmişlerdir. Uzamsal beceriler sadece günlük hayatta gerekli olan beceriler değil aynı zamanda birçok mesleğin icrasında da gerekli olan becerilerdir. Örneğin, usta bir pilotun havada manevra yaparken nerenin gökyüzü nerenin yeryüzü olduğunu ya da artistik dalış için trampleden atlayan bir yüzücünün havada yaptığı manevralar sonunda suya dikey olarak dalması da iyi gelişmiş uzamsal becerilerle ilişkilidir. Hartman ve Bertoline (2005) mimari, astronomi, biyokimya, biyoloji, kimya, haritacılık, mühendislik, jeoloji, matematik, müzik ve fizik gibi özel bilgi alanlarında uzamsal beceriler olmadan başarının sınırlı olacağını ifade etmişlerdir. Ben-Chaim vd. (1988), özellikle uzamsal görselleştirme becerisinin çoğunlukla teknik bilimsel mesleklerde; özellikle de matematik, fen, sanat ve mühendislik çalışmalarında son derece önemli olduğuna dikkati çekmişlerdir. Genelde uzamsal becerilerin özelde ise uzamsal görselleştirme becerisinin farklı disiplinlerdeki akademik başarıdan insan hayatının her alanda başarı sağlamadaki önemi yapılan araştırmalar açıkça ortaya konulmuştur.

Uzamsal becerilerin geliştirilip geliştirilemeyeceği, geliştirilebilecekse ne tür uygulamaların bu becerileri geliştirmede etkili olduğuna yönelik birçok araştırma yapılmıştır. Miller ve Bertoline (1991) uzamsal becerilerin hayatın farklı aşamalarında, çeşitli tecrübelerle zaman içerisinde geliştiğini ifade etmişlerdir. Bennie ve Smith (1999) ise uzamsal hislerin öğrenilemeyeceğini ama zamanla geliştirilebileceğini söylemişlerdir. Bununla birlikte Hoffer (1981), uzamsal becerilerin yaşla bir ilgisi olmadığı, öğrenmeyle ilgili olduğunu ifade etmiştir. Swanson (1997), uzamsal görselleştirme becerisi ile teknik resim çizme başarısı arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmada teknik resim çizmenin uzamsal görselleştirme becerisini geliştirdiği sonucuna varmıştır. Benzer bir sonuca Kayhan (2005) yaptığı çalışmada ulaşmıştır. Öğrencilerin teknik resim dersiyle uzamsal becerilerinde anlamlı bir gelişme sağlanabileceğini belirten Kayhan uzamsal becerilerin aynı zamanda matematik başarı ve mantıksal düşünme yeteneği ile de yakından ilişkili olduğu sonucuna varmıştır. Clements (1998), uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim becerilerinin uzamsal yeteneğin önemli bileşenleri olduğunu ve çocukların 2B ve 3B nesnelere oynayarak uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirebileceğini ifade etmiştir.

Uzamsal becerilerin farklı yöntem ve araçlarla da geliştirilebileceğini ortaya koyan literatürde araştırmalar bulunmaktadır. Tillotson (1985), ilköğretim çağındaki çocuklarla 3B somut materyalleri kullanarak yürüttüğü çalışma sonunda öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri ve 3B geometri problemleri çözme başarılarında artış olduğunu, 3B modellerle çalışmanın öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirebileceği sonucuna ulaşmıştır. Kösa (2008), lise öğrencilerinin 3B sanal ve fiziksel modelleri kullanmalarının onların uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirebileceğini ifade etmiştir. Baki, Kösa ve Güven (2011) sanal ve fiziksel manipülatif kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişimde etkili olduğu, uygun ortam ve materyallerle uzamsal görselleştirme becerisinin geliştirilebileceğini vurgulamışlardır. Werthessen (1999) üstün yetenekli ilköğretim öğrencilerinin zihinde döndürme ve uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde 3B materyallerin etkisini araştırmış ve araştırma sonucunda bu tarz somut manipülatiflerin öğrencilerin zihinde döndürme ve uzamsal görselleştirme becerilerinde gelişme sağladığı sonucuna varmıştır. Battista, Wheatley ve Talsma (1982), geometri dersinin uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisini araştırmış ve geometri dersinin uzamsal görselleştirme becerisini geliştirdiği sonucuna varmışlardır.

Uzamsal becerilerin gelişimine etki eden faktörler henüz tam olarak net bir şekilde belirlenememekle birlikte literatürde uzamsal becerilerin farklı yöntemlerle geliştirilebileceğine yönelik çalışmalar bulunmaktadır. Olkun ve Altun (2003) ilköğretim 4. ve 5. sınıf düzeylerinde bilgisayar sahibi ve bilgisayar tecrübesi fazla olan öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin diğerlerine göre daha yüksek olduğu, uzamsal düşünme becerilerinin bilgisayar sahibi ya da bilgisayar tecrübesi olmayan öğrencilere nazaran daha gelişmiş olduğunu ortaya koymuştur. Güven ve Kösa (2008) ise yürüttükleri araştırma sonunda 3B DGY Cabri3D kullanımının matematik öğretmeni adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirdiği sonucuna varmışlardır. Yine benzer bir çalışmada Travis ve Lennon (1997) analiz dersi kapsamında Mapple yazılımını kullanmanın öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirdiği sonucunu elde etmişlerdir.

Araştırmalar bilgisayarların kullanıldığı eğitsel programların uzamsal becerileri geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Yapılan çalışmalar “Agam” isimli eğitsel programın 3 -7 yaş arasındaki çocukların uzamsal becerilerini geliştirmede kullanılan en etkili bilgisayar programı olduğunu ortaya koymuştur (Hershkowitz vd., 1996; Clements, 1998). Benzer bir şekilde Schumann (2004) “Katla-Döndür-Bük-Kes” isimli eğitsel yazılımın öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmede anlamlı bir şekilde etkili olduğunu bildirmiştir.

Literatürde uzamsal becerileri geliştirmede bilgisayar oyunlarının da etkili olduğunu ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır. Subrahmanyam ve Greenfield (1996) ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin uzamsal becerileri üzerinde “Marble Madness” adlı oyunun etkisini incelemiştir. Çalışma sonunda araştırmacılar oyun oynama tecrübesinin öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirdiği sonucuna varmışlardır. Yine benzer bir çalışmada Okagaki ve Frensch (1996) üniversite öğrencileriyle “Tetris” oyununun uzamsal görselleştirme ve uzamsal döndürme görevlerindeki reaksiyon zamanlarını ölçüt kabul ederek yürüttükleri çalışma sonunda öğrencilerin hem uzamsal görselleştirme hem de uzamsal döndürme görevlerini tamamlama sürelerinde düşme olduğunu, buna paralel olarak öğrencilerin uzamsal becerilerinde artış tespit ettiklerini bildirmişlerdir. McClurg vd. (1997) “HyperGami” isimli bilgisayar yazılımının uzamsal düşünme üzerindeki etkisini araştırmış ve yazılımın katılımcılara uzamsal görselleştirme becerisi gerektiren katı cisimlerin açık ve kapalı görünümünün çizimlerini tanıma becerisi kazandırdığını tespit etmişlerdir.

Yapılan çalışmalar göz önünde alındığında uzamsal becerilerin günlük hayat aktiviteleri, bilgisayar yazılımları, somut materyaller, bilgisayar oyunları gibi birçok faktör

tarafından geliştirilebileceği söylenebilir. Net bir şekilde uzamsal becerileri ne tür etkinlik ya da materyallerin geliştireceğini tam olarak söyleyemesek de insan yaşamı için son derece önemli olan, hayatın her alanında kullanılan uzamsal becerilerin programlı eğitimlerle veya informal yollarla geliştirilebileceğini söyleyebiliriz.

1.8.1.4. Uzamsal Becerilerle İlgili Yapılan Diğer Araştırmalar

Uzamsal yetenek insanoğlunun ilgisini yaklaşık olarak 100 yıldır çeken bir araştırma alanı olmuştur. Bu bölümün başında da söylendiği gibi uzamsal yetenekle ilgili ilk çalışmalar Galton'un 1900'lü yıllarında başında yaptığı psikolojik araştırmalara dayanmaktadır. Bununla birlikte uzamsal yetenek sadece psikologların değil, matematikçi ve matematik eğitimcilerinin de ilgisini çeken bir araştırma konusu olmuştur.

Smyser (1994), *The Geometric Supposer* yazılımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, van Hiele geometri düşünme düzeyleri ve geometri başarıları üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Deneysel bir araştırma olarak tasarlanan çalışmada deney grubundaki öğrenciler yazılımı kullanılarak ders almışlardır. Araştırmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için Kart Döndürme Testi (CRT), düşünme düzeyleri için van Hiele Testi (VHT) ve başarılarını ölçmek içinde bir başarı testi kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubunda yürütülen uygulamalar öncesinde ön test olarak uygulanan bu sınavlar araştırma sonunda tekrar son test olarak uygulanmış ve yapılan analizler sonucunda deney grubundaki öğrenciler ile kontrol grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, geometri düşünme düzeyleri ve geometri başarıları arasında anlamlı derecede farklılık olduğu belirlenmiştir. Ayrıca Smyser, uzamsal görselleştirme becerisi ile van Hiele geometri düşünme düzeyi arasında yüksek düzeyde ilişki olduğunu bildirmiştir.

Battista ve Clements (1996), öğrencilerin Logo yazılımını kullanarak ekranda veya zihinlerinde canlandırdıkları ve gördüklerini ilişkilendirmede yorumlamalarını geometrik anlamalarına nasıl aracılık ettiğini araştırmışlardır. Çalışma sonunda araştırmacılar, öğrencilerin uzamsal olarak göz önünde canlandırmanın, van Hiele tarafından karakterize edilen geometrik düşünme seviyelerinin üst düzeylerinden ziyade görsel düzeyde olan öğrenciler için geometrik problem çözümede daha önemli bir faktör olabileceği sonucuna ulaşmışlardır.

Shawal (1999), çalışmasında öğrencilerinin uzamsal beceri ve matematik öğrenmeleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmacı matematik başarıları ortalamasının üstünde, normal seviyede ve düşük olan öğrencilerin matematik etkinlikleri ile uğraşırken hayal güçlerini nasıl kullandıklarını belirlemek için bir dizi etkinlik tasarlamıştır. Yürütülen bu etkinlikler sonucunda araştırma sonuçları matematik çalışırken hayal gücünün etkili olduğu ve uzamsal yeteneğin bir bileşeni olarak kabul edilen görselleştirmenin matematik öğrenmeyi kolaylaştırdığını göstermiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin matematik öğrenmelerini kolaylaştırmak, muhakeme yapabilme ve problem çözme becerilerini geliştirmek için onlara uzamsal becerilerini geliştirebilecek fırsatlar sunulmalıdır.

Delialioğlu ve Aşkar (1999), ortaöğretim öğrencilerinin matematik becerisi ve uzamsal becerilerinin fizik dersindeki başarıları üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Toplam 62 öğrenci üzerinde yapılan araştırmada öğrencilerin matematik becerileri Matematik Beceri Testi (MST), uzamsal becerilerini Uzaysal Zeka Testleri (SAT) ve fizik dersindeki başarıları Fizik Başarı Testi (PAT) ile ölçülmüştür. Araştırma sonuçları fizik dersindeki başarının orta düzeyde matematik becerisi ve uzamsal beceriler ile ilişkili olduğunu ortaya koymuştur.

Bulut ve Köroğlu (2000), yaptıkları çalışmada on birinci sınıf öğrencilerinin ve matematik öğretmeni adaylarının uzamsal becerilerini incelemişlerdir. 40 tane 11. sınıf öğrencisi ve 73 tane öğretmen adayı üzerinde yürütülen araştırmada öğrencilerin uzamsal becerileri Ekstrom ve arkadaşları tarafından geliştirilen kart çevirme, küp karşılaştırma kağıt katlama ve yüzey oluşturma testleri kullanılarak ölçülmüştür. Çalışma sonunda araştırmacılar 11. sınıf öğrencileri ile öğretmen adaylarının Uzamsal Beceri Testi puanları arasında istatistiksel olarak öğretmen adayları lehinde bir fark bulmuşlardır. Bu sonuç ortaöğretim düzeyinden sonra, üniversite düzeyinde de uzamsal becerilere etki eden faktörler olduğunu ve uzamsal becerilerin geliştirilebileceğini ortaya koymaktadır.

Kayhan (2005), ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinde okul türünün etkisini, matematik başarısı ve mantıksal düşünme becerisi ile uzamsal yetenek arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırma sonuçları okul türünün öğrencilerin uzamsal becerileri üzerinde anlamlı bir etki oluşturmadığını, matematik başarısı ve mantıksal düşünme becerisinin ayrı ayrı uzamsal yetenekle güçlü ve pozitif bir ilişki içinde olduğunu göstermiştir.

Pittalis vd. (2007) tarafından yapılan çalışmada 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin uzamsal becerileri ile geometri arasındaki ilişki incelenmiştir. Çalışmada uzamsal yetenek, uzamsal görselleştirme ve uzamsal ilişkiler olmak üzere iki temel beceride ele alınmıştır. Kıbrıs'ta dört merkez okulundaki 187 beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinden oluşan bir örnekleme, uzamsal yetenek ve geometri testi uygulanmıştır. Testler öğrencilerin matematik dersleri süresince uygulanmış ve her bir test 40 dakika süresinde tamamlanmıştır. Önce uzamsal yetenek testi uygulanmış daha sonra geometri testi uygulanmıştır. Uzamsal yetenek testi Form-Board, the Paper-Folding, the Surface-Development, the Card-Rotation ve Cube-Comparison testlerinden uyarlanmış 19 maddeden, geometri testi ise 10 maddeden oluşmaktadır. Geometri testindeki sorulardan üçü bazı görünümüleri verilmiş olan özel şekilleri tanımayı gerektiren görsel sorulardır. Sorulardan dördü öğrencilerden şekillerin özelliklerini keşfetmelerini ve alanlarını hesaplamalarını gerektiren analitik problemlerdir. Sorulardan dördü de şekiller ve özellikler arasındaki ilişkileri görmeyi gerektiren problemlerden oluşmaktadır. Araştırma sonuçları uzamsal yeteneğin geometri ile yakından ilişkili olduğu, uzamsal becerilerin geometrinin güçlü bir tahmin edicisi olduğunu açığa çıkartmıştır.

Van Gardener (2006), araştırmasında öğrencilerin sözel matematik problemlerini çözerken görsel imgeleri kullanmaları ve uzamsal görselleştirme becerileriyle olan ilişkisini incelemiştir. Çalışmada örnekleme üç grup öğrenci oluşturmaktadır. Bunlar öğrenme güçlüğü çeken öğrenciler, ortalama başarı düzeyindeki öğrenciler ve üstün yetenekli öğrencilerdir. Bu öğrencilerin hepsi altıncı sınıf seviyesindedir. Çalışmada şu sorulara cevap aranmıştır:

- Uzamsal görselleştirme becerilerinin öğrenme güçlüğü çeken, ortalama başarı sergileyen ve üstün yetenekli 6. sınıf öğrencileri arasında bir fark var mıdır?
- Uzamsal görselleştirme becerisi ile matematiksel problem çözme performansı arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Uzamsal görselleştirme becerisi ile görsel-uzamsal gösterim türleri arasındaki ilişki nedir?

Bu araştırmada Gardener uzamsal görselleştirme becerisini ölçmek için iki ölçme aracı kullanmıştır. Bunlardan birisi Wechsler' in çocuklar için zekâ ölçeğinden (Wechsler Intelligence Scale for Children; WISC-III) alınan *Block Design* testidir. Diğeri ise *Middle Grades Mathematics Project Spatial Visualization Test* (MGMP-SVT) testidir. Matematiksel problem çözme performanslarını WJ-III ACH Uygulamalı Problemler

testiyle, sözel matematik problemleri çözme performansları ise Mathematical Processing Instrument (MPI) ile belirlenmiştir. Her bir ölçüm aracı öğrencilere uygulanarak bu ölçme araçlarının her birinden MPI puanı, WJ-III ACH Uygulamalı Problemler puanı, MPI görsel imge kullanma puanı, MPI resimsel imge kullanma puanı, MPI şematik imge kullanma puanı, WISC-III Block Design testi puanı ve MGMP-SVT puanı almışlardır. Gruplar arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için veriler tek yönlü ANOVA testiyle analiz edilmiştir. Çalışma sonunda yapılan veri analizi, üstün yetenekli öğrencilerin uzamsal görselleştirme yeteneklerinin hem ortalama başarı sergileyen öğrencilerden hem de öğrenme güçlüğü çeken öğrencilerden daha iyi olduğu sonucunu göstermiştir. Ayrıca araştırma sonuçları görsel betimlemelerin kullanımının sözel matematik problemleri çözme performanslarıyla pozitif yönde yüksek düzeyde ilişkili olduğunu göstermiştir. Şematik betimleme kullanımının, uzamsal görselleştirme performanslarıyla önemli ölçüde ve pozitif yönde; resimsel imgelerin kullanımıyla negatif yönde ilişkili olduğu sonucuna varmışlardır.

Rafi vd. (2006), bilgisayar destekli mühendislik çizimlerinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme ve zihinde döndürme gibi uzamsal yetenek becerileri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Öğrencilerin uzamsal becerilerini ölçmek için MGMP projesi kapsamında geliştirilen Uzamsal Görselleştirme Testi ve Chay (2000) tarafından geliştirilen Zihinde Döndürme Testi kullanılan araştırmaya 138 öğrenci katılmıştır. Yarı-deneysel bir tasarım olan araştırmada 2 deney ve 1 kontrol grubu vardır. Deney gruplarından biri çizim eğitimini bilgisayar laboratuvarında *EDwgT* yazılımı aracılığıyla alırken diğer deney grubu videolarla zenginleştirilmiş yazılı materyaller kullanılan bir ortamda eğitim almıştır. Kontrol grubunda ise sadece yazılı materyaller kullanılmıştır. Araştırma sonuçları bilgisayar destekli yürütülen çizim eğitimi öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişiminde diğer iki gruba nazaran daha etkili olduğunu göstermiştir.

Smith vd. (2008), Amerika, Türkiye ve Tayvan' daki bayan öğretmen adaylarında soyut yapısal etkinliklerin uzamsal becerileri üzerinde nasıl etki ettiğini araştırmışlardır. Deneysel olarak tasarlanan araştırma da deney grubundaki öğretmen adayları 6 hafta süresince dönüşüm geometrisine yönelik görselleştirme etkinlikleri almıştır. Araştırma sonunda Amerikan öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı bir ilerleme olmazken, Türk ve Tayvanlı öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinde önemli ölçüde bir ilerleme olduğu tespit edilmiştir.

Yolcu (2008), ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin uzamsal becerilerinin somut modeller ve bilgisayar uygulamaları ile geliştirilip geliştirilemeyeceği üzerine bir araştırma yapmıştır. Çalışmada öğrencilerin birim küplerle oluşturulmuş 3B konfigürasyonlardaki küp sayısını bulma, çizimi verilmiş konfigürasyonları küplerle oluşturabilme gibi becerilerin somut materyal ve bilgisayar uygulamaları kullanılarak geliştirilip geliştirilemeyeceğini araştıran bu çalışma ilköğretim matematik programındaki bu yöndeki kazanımların öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna varmıştır.

Bugüne kadarki uzamsal beceriler üzerine yapılan araştırmalar uzamsal becerilerin uygun öğretim materyalleriyle geliştirilebileceğini göstermektedir. Özellikle bilgisayar teknolojisi ile oluşturulan sanal ortamların uzamsal becerilerin geliştirilmesinde çok etkili olduğu, bunun yanı sıra somut materyallerin kullanımının da uzamsal becerilerin geliştirilmesinde etkili olduğunu araştırmalar ortaya koymuştur. Bununla birlikte uzamsal becerilerin gelişiminde sadece formal bir eğitimin şart olmadığı, günlük yaşam aktivitelerinin de uzamsal becerilerin gelişiminde etkili olduğu söylenmektedir. Uzamsal becerilerin genelde matematik daha özelde ise geometri ile yakından ilişkili olduğu göz önünde bulundurulduğunda bu becerilerin geliştirilmesi öğrencilerin matematik ve geometri derslerindeki başarılarını da artırması açısından önemlidir.

1.8.2. DGY ve Somut Materyal Kullanımına Yönelik Yapılan Çalışmalar

Özellikle geometri dersleri için geliştirilmiş birçok DGY bulunmaktadır. Cabri, Cinderella, GeoGebra, Geometer's SketchPad, Geometry Inventor, Geometric Supposer, Geometry Assistant, Euklid gibi yazılımlar DGY'lere örnek yazılımlardır. Farklı ülkelerdeki birçok okul DGY'leri öğrencilerin geometri öğrenmelerinde kolaylaştırıcı ve ortamı zenginleştiren bir araç olarak kullanmaktadırlar. Geometri öğrenme ve öğretmede DGY, geometrik nesnelere yapıyı koruyarak oynama yapılabilmesi özelliğinden dolayı başarılı bir şekilde kullanılabilir.

3B geometrinin öğretiminde öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmek ve ezbere olmayan üst düzey öğrenmeleri sağlamak amacıyla bu tür DGY kullanımı avantaj sağlamaktadır. 3B DGY genel olarak 3DMath olarak isimlendirilirse; bu yazılımların genel karakteristik özellikleri arasında sürüklenme, iz bırakma, ölçme gibi önemli bileşenleri

bulundurmalıdır. Bu yazılımlar görsel işlemlerde gözlem yapma, temel geometrik şekilleri kullanarak geometrik yapılar inşa etme ve keşfetmeye olanak sağlamalıdır.

Temelde birçok DGY aynı mantıkla çalışmaktadır. Benzer işlemleri yapmaya fırsat tanımaktadır. Buna rağmen farklı ülkelerde farklı geometri yazılımları kullanılmaktadır. Bu yazılımların temel amacı görselleştirmeye dayalı 3B geometride öğrencilerin anlamalarını üst düzeye çıkartmaktır. Geometri öğretiminde 3DMath yazılımları dinamik yapısından dolayı klasik öğretim yöntemlerine nazaran güçlü bir araç özelliği taşımaktadır.

Teknolojinin ilerlemesi ve öğretim programlarına bu ilerlemenin yansmasıyla birlikte öğretimde kullanılan materyallerin türü ve mahiyetinde de değişiklikler olmuştur. Geleneksel öğretim ortamlarında kullanılan materyaller arasında tahta ve tebeşir vazgeçilmez araç-gereçler iken artık günümüzde tercih edilenlerin tepe göz, projeksiyon ve bilgisayar gibi teknolojik cihazlar olduğu yadsınamaz.

Accascina ve Rogora (2006) tarafından yapılan çalışmada 3B geometrinin öğretiminde Cabri3D diyagramlarının kullanımı incelenmiştir. 8 hizmet öncesi matematik öğretmeniyle yürütülen çalışmada 6 saatlik bir program takip edilmiştir. Örneklemedeki öğretmen adayları daha önceden DGY Cabri 2D'yi kullanmayı bilen öğrencilerdir. Küp ve dörtyüzlü cisimlerin öğretimini kapsayan araştırmanın ilk oturumunda öğrencilere Cabri 3D programının kullanımı gösterilmiştir. Çalışmanın verilerini öğrencilerin çalışma yapraklarına verdikleri cevaplar oluşturmaktadır. Araştırmacılar Cabri3D'nin potansiyel olarak geometri öğrenme ve öğretmede çok faydalı bir yazılım olduğunu ve Cabri 3D ile üretilen dijital diyagramların dinamik yapısının geometrik kavramların şekillerini daha iyi bir biçimde geliştirmede öğrencilere yardımcı olduğunu ifade etmişlerdir. Ancak 3B şekillerin 2B bilgisayar ekranında görüntülenmesinde Cabri 3D'nin kullanımının bazı yanlışlara yol açabileceği, bu yanlışlarından sakınmak için bir takım önlemler alınması gerektiği ifade edilmiştir. Örneğin Cabri 3D'de zemin düzlem ($z=0$ düzlemi) dörtgenel bir bölge olarak gösterilmektedir. Araştırmacılar, örneklemedeki öğrencilerin düzleme paralel bir doğruyu dik kesen doğrunun düzlemi kesmeyebileceği şeklinde bir yanlışya düştüklerini ifade etmişlerdir. Bu tür yanlışların sağlam matematik alt yapı bilgisiyle giderilebileceği ifade edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin uzay geometri öğretiminde Cabri3D kullanımına yönelik olumlu tutum sergiledikleri belirtilmiş, bu tür bir yazılımın uzay geometri öğretiminde kullanılmasının öğrencilere dinamik diyagramlarla çalışma fırsatı sağlayacağından geometrik yapılar üzerinde yapılan oynamalarla kurdukları hipotezleri test etme ve genelleme yapma fırsatı sağladığı sonucuna varılmıştır.

Johnson (2002), geometri derslerinde Geometer's Sketchpad (GSP) kullanımının öğrencilerin matematik başarıları ve van Hiele düzeylerini elde etmeleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. "Advanced Geometry" kapsamında çalışan toplam 1600 öğrenci arasından 105'i çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Seçilen bu öğrencilerden 60'ı deney grubunu, 45'i ise kontrol grubunu oluşturmuş ve yarı deneysel bir yöntemle çalışma gerçekleştirilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerle 12 haftalık geometri derslerinin % 25'i bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiş, kontrol grubu ise derslerine bir değişim olmadan devam etmiştir. Araştırma sonuçları deney ve kontrol grubu öğrencilerinin akademik başarı ve Van Hiele düzeyleri arasında belirgin bir fark olmadığını göstermiştir. Johnson sonucun bu şekilde çıkmasını; öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun zamanlarını GSP aracılığı ile geometri öğrenmeye değil, GSP'nin teknik özelliklerini öğrenmeye harcamalarından, tümdengelimci geometri anlayışından tümevarımcı geometri anlayışına geçişte öğrencilerin problemler yaşamasına ve yeni anlayışa ayak uyduramayışına bağlamıştır. Ayrıca çalışmaya katılan öğretmenlerin GSP kullanmayı teknik düzeyde biliyor olmalarına rağmen daha önce bu yazılımı hiç kullanmamalarının da bunda etkili olduğu vurgulanmıştır.

July (2001), GSP ile oluşturulan bir öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik düşünme ve üç boyutlu uzamsal becerileri üzerindeki etkilerini incelemiştir. 18 onuncu sınıf öğrencisi 10 hafta boyunca GSP ile 3B cisimlerin 2B dinamik şekillerini oluşturmuşlar ve oluşturdukları şekilleri analiz etmişlerdir. Verileri katılımcı gözlem ve klinik mülakat ile toplayan araştırmacı, çalışma sonunda GSP gibi DGY'lerin öğrencilerin uzamsal becerileri ve geometrik düşüncelerini geliştirmeyi kolaylaştırabileceği sonucuna varmıştır.

Choi-Koh (1999), bir öğrencinin GSP ile üçgen öğretiminde geometrik düşünme düzeylerini incelemiştir. Van Hiele geometri anlama düzeylerine göre düşük düzeyde olan araştırmadaki öğrenci üçgenle ilgili konularda bu öğretimle birlikte Van Hiele geometri anlama seviyelerine göre 4. düzeye kadar ilerleyebilmiştir. Araştırma sonunda Van Hiele teorisine göre düşük düzeylerdeki öğrenciler için GSP etkinliklerinin, üçgenlerin özelliklerinin kavranılmasını kolaylaştıracağı sonucuna varılmıştır. Choi-Koh, Van Hiele teorisine göre yüksek düzeyde olan öğrenciler için, GSP'yi formal bir ispatı tamamladıktan sonra ispat ve muhakemelerini doğrulamada kullanabileceklerini ifade etmiştir.

Rodgers (1997) ve Zhang (1999) tarafından yapılan farklı iki projede 3B geometrik kavramları öğretmek için dinamik geometri yazılımı GSP'nin kullanılabileceğini

göstermişlerdir. Dokuzuncu sınıf öğrencileriyle araştırmasını yürüten Zhang GSP'nin öğrencilerin 3B zihinsel canlandırmalarını geliştirdiği sonucuna varmıştır.

Dixon (1996), yaptığı çalışmada döndürme ve yansıma kavramlarının öğretiminde GSP'nin etkili bir araç olduğu sonucuna varmıştır. GSP öğretim ortamının öğrencilerin 2B zihinsel canlandırmalarını geliştirmede etkili olduğunu ancak 3B zihinde canlandırmayı geliştirmede etkili olmadığını ifade etmiştir. Dixon, GSP'nin öğrencilerin 3B zihinde canlandırma becerilerinde etkisizliğini üç boyutluların uzamsal olarak zihinde canlandırılmasının bir 3B test kullanılarak ölçülmesinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir.

Boz (2005), matematik eğitiminde bilgisayar yazılımı ortamlarını ve dinamik görselleştirmeyi incelemiştir. Çalışma görselleştirme üzerine literatürde yer alan makale taraması şeklindedir. Matematik eğitiminde kullanılan görselleştirme; göz önünde canlandırma teriminin hala tartışma konusu olduğunu ifade eden araştırmacı matematiksel düşünmede görselleştirme ve görsel muhakemenin çok önemli bir rolü olduğunu ifade etmektedir. Bu yüzden, matematiksel kavramların daha iyi bir düzeyde anlaşılması için matematik öğretimine yazılımların entegre edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Araştırmacı birçok matematikçi ve matematik eğitimcisi tarafından göz önünde canlandırmanın ve görsel muhakemenin matematiksel düşünmede çok önemli bir rol oynadığının iddia edildiğini belirtmiştir. Literatürden bu düşüncüyü destekleyen örnekler veren araştırmacı; diğer taraftan bazı yazarların da görsel düşünmenin tek başına matematik yapmada yeterli olamayacağına da vurgu yaptıklarını ifade etmiştir. Bu yüzden; Dreyfus (1991), Goldenberg (1992) ve Tall (1991) gibi birçok araştırmacı tarafından, öğrenciler için matematik öğrenmede görselleştirmenin alternatif ve güçlü bir kaynak olarak görülebileceğine dikkat çekilmiştir. Çalışmada bütün DGY'lerde geometrik yapıların korunmasının öğrencilerin varsayımda bulunma ve muhakeme yapma becerilerini geliştirdiği ifade edilmiştir. Örneğin bir üçgenin iç açıların toplamının 180^0 olduğunun gösteriminin öğrencileri matematiksel bilgileri ezberlemekten öte matematiksel düşünmeye ittiği ve bu tür teknolojik araçların öğrencilerin dinamik görsel muhakeme becerilerini beslediği vurgulanmıştır. Benzer bir şekilde bir dik üçgende hipotenüsün orta noktasının köşelere uzaklığının aynı olduğu (hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüsün yarısına eşit olduğu) DGY aracılığıyla görselleştirilerek öğrencilerin görsel muhakeme becerilerini geliştireceği ifade edilmiştir. Araştırma bir literatür taraması şeklinde olduğundan bir uygulama bulunmamaktadır. Literatür taraması sonucunda DGY'lerin

sürüklenme, hareket ettirme, daraltma, genişletme, döndürme gibi genel özelliklerin dinamik görselleştirmede önemli olduğuna vurgu yapılmıştır. Dinamik görselleştirmeyle bir şeklin değişen parçalarının önceki ve sonraki durumlarının ve bunlar arasındaki ilişkilerin kolayca keşfedileceğine dikkat çekilmiştir. Bu yüzden DGY'lerin anlamayı kolaylaştırmada büyük bir potansiyeli olduğu ifade edilmiştir.

Christou vd. (2006), çalışmalarında kendi geliştirdikleri 3B geometri yazılımının öğretimdeki rolünü incelemişlerdir. 3DMath yazılımının geliştirilmesi süresince görselleştirmenin kilit bileşenleri olan; zihinsel imgelerin teorik düşüncesi, harici gösterimler, görselleştirme becerileri ve işlemlerinin dikkate alındığı belirtilmiştir. 3DMath yazılımının kullanıcılara yapı kurma, gözlem yapma, 3B cisimlerle oynama, geometrik yapı üzerinde değişiklik yaparak sonuçları değerlendirme fırsatları sunarak kullanıcıların kendi bilgilerini yapılandırmalarına yardımcı olduğu ifade edilmiştir.

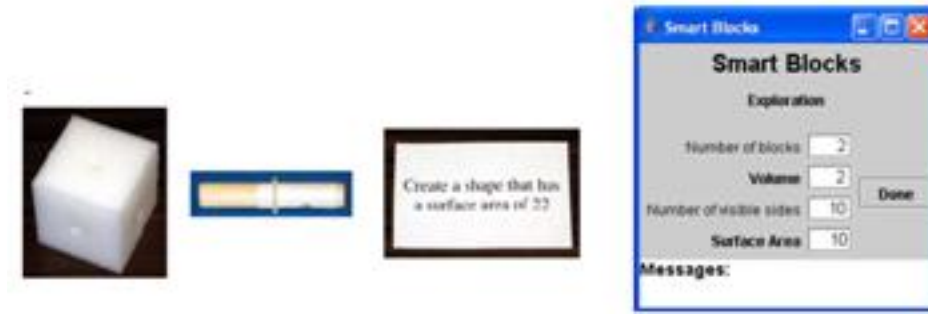
Euclid-dışı geometrilerin öğretiminde de kullanılan DGY'ler öğrencilerin bu geometrileri daha kolay öğrenmelerini sağlamaktadır. Güven (2006), öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerini karakterize ettiği çalışmasında DGY Cinderella ve Spherical Easel yazılımlarını kullanmıştır. Özellikle Cinderella yazılımının küresel geometrinin öğrenciler tarafından keşfedilebilmesi için öğrenci ve öğretmenlerin önüne eşsiz araştırma olanakları sunduğunu ifade eden Güven, öğrencilerin Cinderella gibi DGY kullanarak küresel geometrinin öğretimi yerine 3B görsel materyaller kullanılmasının da etkili olabileceğini belirtmiştir.

Cooper ve Sweller (1989), 3B nesnelere açıklamada lise öğrencilerinin becerilerini araştırmışlardır. Tahtadan yapılmış 4 küp yardımıyla 3B bir nesne inşa etmeleri için 7, 9 ve 11. sınıftan öğrencilere 8 eğitim formu uygulanmıştır. Araştırmacılar, izometrik çizimler, prototipler ve sözel tanımlamaların, planlama ve değerlendirme gibi diğer öğretim türlerinden daha kolay yorumlandığını ifade etmişlerdir. Ayrıca izometrik çizimlere 11. sınıf seviyesindeki öğrencilerin %90'ının doğru cevap verdiği, 9 ve 11. seviyedeki öğrencilerin 7. sınıf seviyesindeki öğrencilerden daha iyi performans sergilediklerini ortaya koymuşlardır.

Girouard vd. (2007), 3B cisimlerin yüzey alanı ve hacminin, kendilerinin geliştirdikleri ve Smart Blocks adını verdikleri somut materyaller aracılığıyla keşfettirilmesi üzerine bir araştırma yürütmüşlerdir. Bu somut materyaller sadece fiziksel materyallerden oluşmamakta, fiziksel nesnelere yanı sıra bir ara yüz yazılımıyla birlikte çocuklara 3B şekillerin yüzey alanı ve hacminin nasıl bulunacağını keşfetmelerini sağlayan

bir sistemdir. Öğrencilerin Smart Blocks'larla çalışmaları sırasında kavram yanlışlarına düşmemeleri, materyalin yazılım kısmı ve soru kartları sayesinde sağlandığı ifade edilmiştir.

Smart Block sistemi küpler, küpleri birbirine bağlayan bağlayıcılar, bir çalışma ara yüzü ve soru kartlarından oluşmaktadır. Her bir küpün yüzeyinde 6 delik bulunmaktadır. Bu delikler ve bağlayıcılarla küpler birbirine birleştirilebilmektedir. Bir şekil oluşturulduğunda, kullanıcı yazılımda istenen değerleri ilgili yerlere yazarak; hacim, yüzey alanı ve şeklin görülebilir yüzey sayısını girerek test eder. Smart Blocks sisteminin elemanları Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Smart Blocks sistemi birimleri

Smart Blocks sisteminin iki modu bulunmaktadır: (1) Keşfetme Modu, (2) Soru Modu. Keşfetme modunda bloklar öğrenciler tarafından bir araya getirilirken oluşan cismin yüzey alanı ve hacmi etkileşimli olarak sistem tarafından güncellenmektedir. Bu mod kullanıcıya eş zamanda şeklin hacmi ve yüzey alanı üzerindeki değişimin etkisini gözlemlene fırsatı tanımaktadır. Soru modunda; öğrenciler konuyla ilgili bir soru seçer, okur ve çalışma alanında bunu yaparlar. Soru kartları bilginin görüntülenmesine izin vermez. Soru kartlarında iki tip soru vardır. İlki kullanıcıdan belirli yüzey alanı ve/veya hacmi verilen bir şekli oluşturmalarını ister. İkincisinde ise kullanıcıdan bir şekil oluşturmasını ve yüzey alanı ve hacmini hesaplamasını ister.

Smart Blocks sistemi tekrar tekrar kullanılabilen yapısıyla öğrenmeyi kolaylaştıran bir öğrenme nesnesi gibi düşünülebilir. Ancak sadece fiziksel materyallerden oluşmayan bu sistem yazılımla desteklenerek öğrenmede aktif katılımı ve bireyselliği sağlar. Hızlı bir şekilde yapıyı modelleme ve Smart Blocks'ların hareketinde TUIML (Somut Kullanıcı Arayüz Modelleme Dili) kullanılmıştır. Öğrenci kart üzerindeki soruyu okurken grafik kullanıcı arayüzü gerekli yüzey alanı ve hacim bilgisini girmeyi gerektiren metin bölgesini

görüntüler. Öğrenciler küpleri kullanarak oluşturdukları şekillere yönelik soruyu ekran üzerinde yanıtladıklarında, buldukları cevabı kontrol etmelerine imkan sağlayan ekranda bir buton bulunmaktadır.

Bu tür materyaller diğer araştırmacılar tarafından da kullanılmıştır. Anderson vd. (2000) 3B modellemeyi zenginleştirmede geometrik blok yapılarını kullanmışlardır. Watanabe vd. (2004) Active Cubes' ü kullanarak 3B geometrinin öğretiminde eğlendirici ve öğretici ortamlar hazırlamışlardır. Yonemoto vd. (2006) matematik öğrenmede aktif katılımı sağlayan Pattern Blocks' u geliştirmişlerdir. Araştırmacılar geometri öğretiminde bu tür materyaller kullanmanın, öğrencilerin dikkatini çeken, onları daha aktif kılan öğrenme ortamları oluşturmada son derece yardımcı olduğunu ifade etmektedirler.

Son 10 yıldır yapılan çalışmalar, geometri öğretiminde DGY kullanımının öğrencilerin geometri öğrenmelerini kolaylaştırdığı, onlara güçlü sezgiler kazandırarak varsayımda bulunma, hipotezleri test etme ve test sonuçlarına göre sonuç çıkartabilme gibi üst düzey beceriler kazandırdığını iddia etmektedir (July, 2001; Boz, 2005; Christou vd., 2006; Accascina ve Rogara, 2006). Geometri öğretiminde DGY kullanımı, bu becerileri kazandırmanın yanında öğrencilerin görselleştirme becerilerini geliştirerek geometrik konfigürasyonları daha kolay anlayıp yorumlamalarını da sağlamaktadır. Bununla birlikte, yapılan çalışmalar yukarıda sayılan becerilerin geliştirilmesinde DGY'lerin yanı sıra somut materyallerinde etkili olduğunu göstermektedir (Anderson vd., 2000; Watanabe, 2004; Yonemoto, 2006). Geometri dersleri için geliştirilmiş somut materyallerin kullanımının öğrencilerin geometri öğrenmelerine yardımcı olduğu, eğlendirici ortamlar sağlayarak öğrencilere kendi geometri bilgilerini yapılandırma fırsatı sağladığı bu çalışmalarda ortaya konmuştur. Genel bir değerlendirmeyle geometri derslerinde DGY ve somut materyal kullanma öğrencilere daha zengin bir öğrenme ortamı sağlamaktadır.

1.8.3. 3B Geometri Düşünme Düzeyleri Tanımlama Çalışmaları

Düzlem geometrideki van Hiele modeli dünya çapında büyük ve önemli araştırmaların konusu olmuştur. Ancak yukarıda da ifade edildiği gibi van Hiele modeli düzlem geometri temelli bir teoridir. 3B geometri üzerinde, van Hiele teorisiyle ilgili olan çalışmalara nazaran çok daha az çalışma olmasıyla birlikte van Hiele teorisine temellendirilmiş 3B geometri için düzey tanımlama çalışmaları bulunmaktadır (Gutierrez, 1992; Guillen, 1996; Güven, 2006).

Güven (2006) öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmada öğretmen adaylarının küresel geometriyi öğrenirken Euclid geometrisinde olduğu gibi farklı düşünme düzeylerinden geçtiklerini ifade etmiştir. Bu düşünme düzeylerini ve düzeylerin karakteristik özellikleri aşağıdaki gibidir:

Düzyey 1 (Geçiş): Bu düzeydeki öğrenciler küresel geometri öğrenmeye başlamalarına rağmen bu öğrenmeler sırasında Euclid geometrisine ait kavramlar baskın kalmaktadır. Bu düzeydeki bir öğrenci görsel modeller yardımıyla Euclid geometrisinden farklı geometriler olabileceğinin farkındadır. Bununla birlikte öğrenci için farklı geometri yeni aksiyomatik sistem değil farklı bir düzlem demektir.

Düzyey 2 (Tanıma-Karşılaştırma): Bu düzeydeki öğrencide daha önceki düzeydeki imajlara dayalı küresel geometri anlayışı yerini tanımlara ve özelliklere dayalı küresel geometri anlayışına bırakmaya başlar. Bu düzeyde tanımları ve özellikleri öğrenen öğrenci bu iki geometriyi anlamlı ve çabuk bir şekilde karşılaştırmaya başlar. Bu düzeydeki öğrenci, yeni geometrinin temel kavramlarını ve özelliklerini teorik olarak tanımlayabilir, çizebilir ve açıklayabilir, düzlemsel şekillerin yeni geometride çizilip çizilemeyeceğini belirleyebilir.

Düzyey 3 (Mantıksal Çıkarım Öncesi): Bu düzeyde öğrenciler küresel geometri bilgilerini, Euclid geometrisinden bildiği sonuçları ve örnek durumları kullanarak çıkarımlar yapmaya başlarlar. Örneğin, bir öğrenci Euclid geometrisinden bildiği sonuçları ve küresel geometrinin kendine has özelliklerini göz önüne alarak yeni geometri ile ilgili formal olmayan çıkarımlar yapabilir. Bununla birlikte öğrenci yaptığı bu çıkarımları tanım, aksiyom ve teoremleri kullanarak formal olarak destekleyip matematiksel olarak ispatlayamaz. Bu düşünüş biçimine sahip öğrenci, Euclid geometrisindeki teoremin yeni geometri de geçerli olamayacağına ve genel olarak nasıl bir hal alacağına karar verebilir ancak bunu formal olarak deduktif yöntemleri kullanarak ispatlayamaz.

Düzyey 4 (Mantıksal Çıkarım): Bir önceki düzeyde örnek durumlar ve Euclid geometrisindeki sonuçların küresel geometrideki yansımalarından faydalanılarak yapılan tümevarıma dayalı çıkarımlar yerlerini tümdengelim dayalı ispatlara bırakmaya başlar. Bu düzeydeki öğrenciler, daha önceden bildikleri küresel geometriden veya Euclid geometrisinden bildikleri tanım, teorem ve özellikleri belli bir sıra içerisinde kullanarak istenilen çıkarımları yapabilmektedirler.

Van Hiele çiftinin öğrencilerin düzlem geometri öğrenme süreçlerini açıklamak için ileri sürdüğü teori dünya çapında kabul gördükten sonra bu alanda başka teorilerinde

ortaya atılmasına ilham kaynağı olmuştur. Van Hiele'in düzlem geometri için ileri sürdüğü teoriyi temel alan Guillen (1996), uzay geometri için anlama düzeyleri oluşturmuştur. Bu düzeyler ve düzeylerdeki karakteristik özellikler aşağıdaki gibidir:

Düzyey 1 (Tanıma): Bu düzeydeki öğrenciler sadece görsel uyarıcılarla ilgilenirler. Tanıma, isimlendirme, farklı uzaklıklardan gösterilen değişik boyuttaki 3B nesnelere inşa etmeyle ilişkili alıştırmaları yapabilirler. Cisimlerin genel fiziksel benzerlikleri ya da farklılıklarını göz önünde bulundurarak karşılaştırabilir ve sınıflandırabilirler. Ayrıca basit olan bazı cisimlerin açık görünümünü model cisim parçalarına ayırarak oluşturabilirler. Öğrenciler somut modellerde bazı cisimlerin şekillerini değiştirebilir ve yeni oluşturdukları cisimleri tanımlayabilirler. Öğrenciler bir nesne sınıfını tanımlamak için o sınıftan bilinen iyi bir örnek seçerler. Bu düzeyde öğrenciler terminolojiyi iyi kullanamadıkları gibi cisimlerin geometrik özelliklerini yorumlama da doğru olmayan, dikkatsiz veya yetersiz ifadeler kullanabilirler.

Düzyey 2 (Analiz): Bu düzeydeki öğrencilerin düşünceleri hala fiziksel algılara dayalı olmasına rağmen öğrenciler cisimlerin matematiksel özelliklere sahip olduğunu algılamaya başlarlar. Deneyimlerle bir nesnenin parçaları veya farklı nesnelere arasında ilişkiler kurabilirler. Bu düzeydeki öğrenciler aşağıdaki becerileri gösterebilirler:

1. Öğrenci verilen bir cismin, bir cisim sınıfının örneği olup olmadığını belirleyebilir. Öğrenci bu sınıflandırmada kendi tanımlamalarını kullanabilir, kitaplardaki tanımları veya öğretmenin derste yaptığı tanımları dikkate almayabilir.
2. Öğrenci bir katı cisim geometrik özellikleriyle tanımlayabilir veya bir cisim ailesinin özelliklerini belirleyebilir.
3. Verilen bir cisim sınıfının örneklerini materyallerle oluşturabilir. Cisimlerin farklı açık görünümünü çizebilir.
4. Öğrenciler bir cisim modeliyle veya cisim çizerek matematiksel özelliklerini tanımlayabilir ve şekille ilgili soruları bu özellikleri kullanarak cevap verebilirler.
5. Öğrenci geometrik cisimleri sınıflandırabilir ve bu alt sınıfları isimlendirebilir. Örnek olarak verilen bir cismin bu alt sınıflardan hangisinin örneği olduğunu belirleyebilir.
6. Öğrenciler cisimleri tanımlarken cismin özellikleri arasında ilişki kurmadığı için "en az şu iki özelliği olması gerekir" gibi ifadelerden ziyade cismin tüm özelliklerinin olması gerektiği gibi ifadeler kullanabilirler.
7. İki farklı cismin benzer ve farklı özelliklerini belirleyebilirler.

8. Öğrenci, kenar, köşe, yüz özelliklerini kullanarak Euler formülünü belirleyebilir ve bu formülü “n” yüzlü bir katı cisim için uygulayabilir.

9. Öğrenciler cevaplarını sayarak, ölçerek veya bilinen sonuçlara başvurarak kontrol edebilirler.

10. Bu düzeyde öğrenciler ispat için matematiksel bir yolla düşünemeyebilirler.

Düzy 3 (İnformal Çıkarımlar): Bu düzeyde öğrenciler üst düzey mantık yürütme becerilerini geliştirmeye başlarlar. Tanım, özellik ve cisim sınıfları arasındaki ilişkilerle sınıflandırma problemlerini kesin ve doğru bir şekilde çözebilirler. Katı cisimleri mantıksal olarak sınıflandırabilir ve cisimlerin özelliklerini göz önünde bulundurarak matematiksel çıkarımlar kurabilirler. Bu düzeydeki öğrenciler birçok özelliği informal olarak çıkarsayabilmelerine rağmen bazı özellikler ve formüller için deneyimlere ihtiyaç duymaktadırlar. Öğrenciler öğretmen tarafından yapılan ispatları anlayabilir ancak tek başlarına ispat yapmada yetersiz kalabilirler. Bu düzeydeki bir öğrenci “ $p \Rightarrow q$ ” ve “ $q \Rightarrow p$ ” önermeleri arasındaki ayrımı yapamaz. Öğrenciler aksiyomların işlevini, ifadeler arasındaki mantıksal ilişkileri ve matematiğin aksiyomatik yapısını anlamada yeterli değildirler.

Düzy 4 (Formal Sonuç Çıkarma): Bu düzeydeki öğrenciler şekillerin özelliklerinden ötesine, tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini başarabilirler ve bu sistem içinde kendileri ispat yapabilirler. Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi) belirleyebilir veya bir tanımın eş değerini ifade edebilir. Bu düzeydeki öğrenciler üst düzeyde düşünme becerisi sergilerler ve birçok kişinin görmekte zorlandığı üç boyutlu durumları zihinde canlandırabilir.

Öğrenci anlamalarını karakterize eden bir başka çalışma da Gutierrez ve arkadaşları tarafından yapılmıştır. Gutierrez vd. (2004), öğrencilerin prizma ve köşegenler konusunu anlama düzeylerini tanımlamak için öğrencilerin cevaplarını analiz ederek aşağıdaki düzeyleri ortaya koymuşlardır:

Düzy 1: Bu düzeyde öğrenciler verilen bir prizmanın köşegenlerini çizebilirler ancak kapsamlı bir şekilde genel bir ilişkiye varmada yetersizdirler. Açıklamaları veya ispat şekilleri sadece çizdiklerinin bir tanımlaması şeklindedir.

Düzy 2: Öğrenciler birkaç prizmada köşegenleri çizdikten ve saydıktan sonra n-gen bir prizmanın köşegen sayısı için bir formül oluşturabilirler ve bu oluşturdukları formülü bilgilerini özetleyerek ispatlarlar. Öğrenciler verilen bir prizmanın köşegen veya kenar sayılarını hesaplamak için elde ettikleri formülü kullanabilirler. Öğrenciler verilen bir

varsayımın doğru ya da yanlış olduğunu göstermek için istenen duruma uygun bir örneği veya karşıt örneğini çizerek ispatlarlar. Bu düzeydeki bir ispat sadece çizimlerin tanımlaması şeklindedir. Özel olarak bir dikdörtgenin karşıt örneği için kareyi, dikdörtgenler prizmasının karşıtı için küpü kullanırlar. Kendilerine verilen varsayımın yanlışlığını ispatlamak için öğrenciler zaman zaman tümdengelim yöntemine uygun tartışmaları kullanırlar.

Düzyey 3: Öğrenciler ikinci düzeydeki gibi n-gen bir prizmanın köşegen sayısı için bir formül oluşturabilirler ancak bu düzeyde ispatlar varsayımla ilişkili verileri içeren soyut tümdengelimli informal tartışmalara dayalıdır. Bu tartışmalar kimi zaman çizilen özel bir örnek üzerinde gerçekleştirilir.

Düzyey 4: Öğrenciler bir prizmanın köşegen sayısı için ilk olarak özel bir örnek çizerek bir formüle giderler ve ispat yaparlar. Bu düzeyde ispatlar varsayımla ilişkili verileri içeren soyut tümdengelimli formal tartışmalara dayalıdır.

Literatürde 2B Euclid geometrisi dışındaki geometriler için yapılan geometri anlama düzeyleri çalışmaları da Van Hiele teorisine temellendirilmiştir. Bu durum öğrencilerin farklı aksiyomatik sistemlere sahip geometrileri öğrenirlerken de Euclid geometrisindeki geçtikleri süreçlere benzer süreçlerden geçtiklerini göstermektedir. Gerek Euclid geometrisi gerekse Euclid-dışı geometriler için yapılan düzey belirleme çalışmalarında öğrencilerin geçtikleri aşamaların genel olarak dört düzeyde karakterize edildiği görülmektedir. Bu aşamalardan ilki ilgili geometrinin görsel düzeyi, ikincisi ilgili geometriyle ilişkili analiz düzeyi, üçüncüsü o geometriyle ilgili informal çıkarımların yapıldığı düzey ve dördüncüsü mantıksal çıkarımların yapıldığı düzey olarak karşımıza çıkmaktadır.

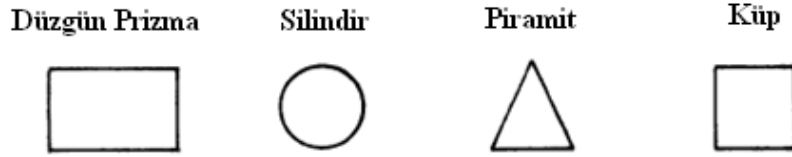
1.8.4. 3B Cisimlerin Çizimlerine Yönelik Düzey Tanımlama Çalışmaları

3B cisimlerin düz bir kâğıt üzerinde 2B görünümünü çizmek çoğu zaman zor bir iştir. Çizimlerin doğru bir şekilde gerçeğini yansıtmaması, karmaşık durumların yalın bir şekilde ve çizim üzerinde yanlış anlamalara yol açmayacak bir durumda resmedilmesi birçok durumda oldukça güç olmaktadır. Bununla birlikte bilinen 3B cisimlerin çizimleri zaman içinde öğrenciler tarafından çizim yapmaya yönelik bir eğitim almamalarına rağmen gelişim göstermektedir. Literatürde öğrencilerin 3B cisimlerinin 2B düzlemlerdeki görünümünü gösteren çizimlerinin karakterize edildiği çalışmalar bulunmaktadır. Bu

çalışmalarda genel olarak öğrencilerin çizimleri şematik öncesi, şematik, realist öncesi ve realist olmak üzere 4 aşamada sınıflandırılmıştır.

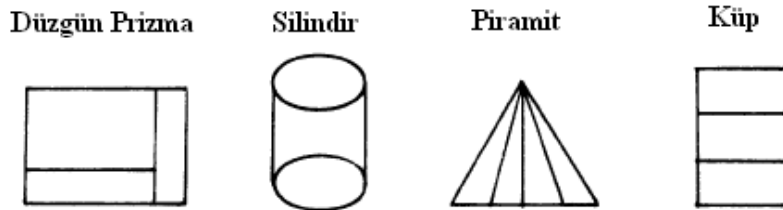
Lewis ve Livson (1967), 465 öğrenciyle yürüttükleri küp, üçgen piramit, beşgen prizma ve silindirden oluşan modellerin çizimini inceledikleri çalışma ile Mitchelmore (1980)'un 80 öğrenciyle yürüttüğü düzgün prizma, silindir, kare piramit ve küp modellerinin çizimlerini inceledikleri çalışmalar birbirinden bağımsız bir şekilde çizimlerin sınıflandırılmasında çok benzer özelliklere ulaşmışlardır. Mitchelmore (1980) öğrencilerin 3B çizimlerin gelişimsel aşamalarını ve bu aşamalardaki çizimlerin karakteristik özelliklerini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

1. Aşama (Düzlem şematik): Bu aşamada, öğrenciler 3B cisimlerin görünümünü genel bir taslakla (dış hatlarıyla) veya tek bir yüzeyleriyle çizerler. Cisimlerin çizimleri iki boyutludur. Çizimlerde doğru ve düzgün oranlar vardır. Bu düzeyde düzgün prizma, silindir, piramit ve küpe ait görünüm Şekil 2'deki gibidir.



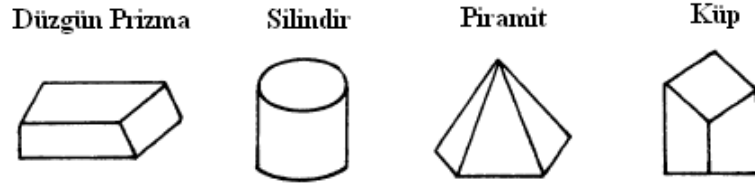
Şekil 2. Düzlem şematik aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri

2. Aşama (Uzay şematik): Bu aşamada, öğrencilerin çizimlerinde bir kaç yüzey görünür. Çizimler doğru ve düzgün oranlarda olur. Ayrıca çizimler görünmeyen yüzeyleri de içerir. Bununla birlikte çizimlerde bir derinlik yoktur. Bu düzeyde düzgün prizma, silindir, piramit ve küpe ait görünüm Şekil 3'teki gibidir.



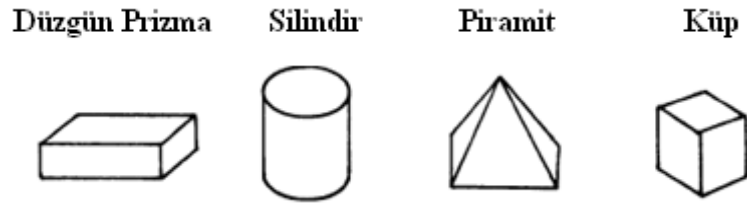
Şekil 3. Uzay şematik aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri

3. Aşama (Realist öncesi): Bu aşamada, öğrencilerin çizimleri tek bir bakış açısından görüntüleme çalışmaları içerir. Çizimler her ne kadar derinlik hissi kazandıracak görünümlere sahip olsalar da çizimlerde 3B doğru oranlar tam sağlanamamıştır. Bu düzeyde düzgün prizma, silindir, piramit ve küpe ait görünümler Şekil 4' teki gibidir.



Şekil 4. Realist öncesi aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri

4. Aşama (Realist): Bu aşamada, öğrencilerin çizimleri cisimlerin görünümünü yansıtır. Kâğıt üzerindeki çizimlerde paralel kenarlar paralel doğrularla gösterilir. Çizimlerde perspektif kavramı vardır. Çizimler doğru ve düzgün oranlıdır. Bu düzeyde düzgün prizma, silindir, piramit ve küpe ait görünümler Şekil 5' teki gibidir.



Şekil 5. Realist aşamada bazı 3B cisimlerin çizimleri

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, araştırmanın tasarımı, araştırmanın yürütülmesinde takip edilen yöntem ve verilerin toplanmasında kullanılan araçlar ile verilerin analizinde takip edilen adımlara yer verilmiştir.

2.1. Araştırmanın Tasarımı

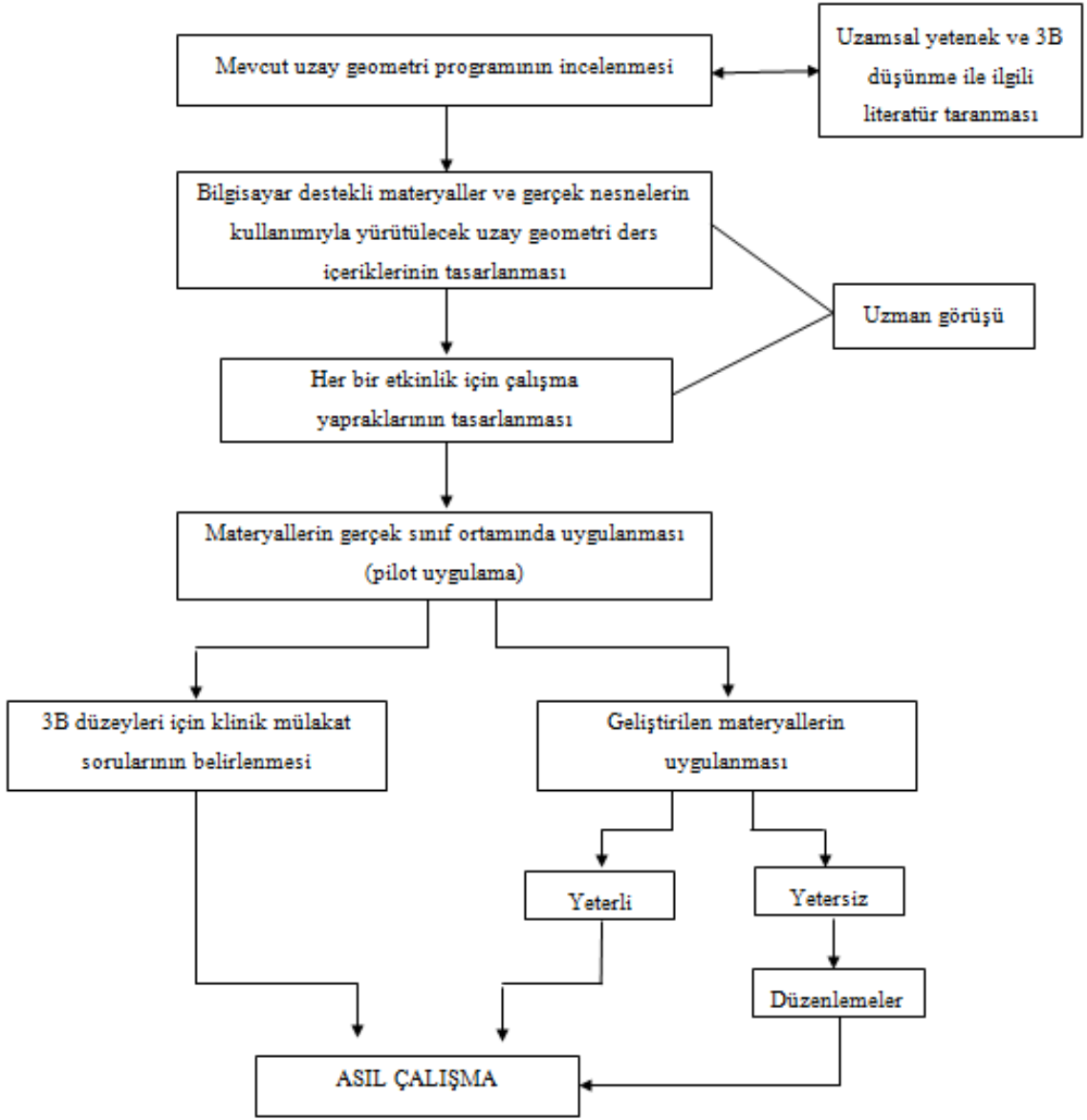
NCTM (2000) raporunda, lise geometri müfredatının 3B nesnelere ve öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimini sağlayan çalışmalar içermesi gerektiğini önermektedir. Uzamsal düşünme, geometrik düşünmenin önemli bir parçasıdır (NCTM, 2000). Bu nedenle öğrencilerin 3B geometrik düşüncelerini geliştirmek için geometri öğretimi süresince onların uzamsal becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalara da yer vermek gerekmektedir. Temelde uzamsal becerileri, özelde ise uzamsal görselleştirme becerisini geliştirmeye en elverişli alan 3B geometridir. Uzamsal becerilerin geliştirilmesinin arka planında 3B uzay geometri olmasına rağmen, vurgu 2B düzlem geometrisi üzerine yapılmaktadır (Ben-Chaim vd., 1988).

Geometri öğretimi üzerine günümüze kadar pek çok araştırma yapılmıştır. Bunlar içerisinde en popüler olanlardan bir tanesi de van Hiele'in yapmış olduğu ve hâlâ popüler bir konu başlığı olan van Hiele teorisidir. Van Heile teorisi, 1957'de, iki matematik eğitimcisi olan Pier M. Van Hiele ve eşi Dina van Hiele-Gelfod tarafından Utrech'te üniversitesindeki doktora çalışmaları sırasında geliştirilmiştir (Güven, 2006). Van Hiele çiftinin yapmış olduğu bu çalışma ilk olarak Sovyetler Birliği'nin dikkatini çekmiştir. Sovyet eğitimciler bu model üzerinde kapsamlı araştırmalar yürütmüşler ve geometri müfredatlarında 1960'larda van Hiele teorisini göz önünde bulundurarak değişiklik yapmışlardır (Fuys vd., 1988). Daha sonra Amerika'da ses getiren van Hiele teorisi günümüzde de birçok ülkenin geometri müfredatlarını oluştururken hâlâ göz önünde bulundukları bir teoridir. Ülkemizde 9 ve 10. sınıflar için hazırlanan yeni geometri müfredatında van Hiele teorisi dikkate alınmıştır (MEB, 2010). Bununla birlikte van Hiele teorisi düzlem geometrisi üzerinedir. Ortaöğretim düzeyinde şu anda kullanılan ve henüz

yapılandırılmamış uzayın geometrisi için düzlem geometri öğretimindeki gibi açık olarak bir teori temel alınmamıştır.

Bu araştırmada ortaöğretim düzeyinde okutulan Uzay Geometri derslerinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizebilme becerileri üzerindeki etkilerinin deneysel bir yaklaşımla incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda deney grubunda yürütülecek uzay geometri dersleri için şeffaf geometrik cisimler ve 3B DGY'nin etkin bir şekilde kullanıldığı bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Bu öğrenme ortamını oluşturmak için asıl çalışmaya kadar geçilen aşamalar şu şekildedir:

- ✓ Araştırmanın tasarımı esnasında yenilenen Ortaöğretim Matematik Müfredatı'nda uzay geometri dersine yönelik bir program ve bu programa bağlı kazanımlar henüz belirli olmadığı için mevcut uzay geometri derslerinin takip edildiği program incelenmiştir. MEB tarafından 1996 yılında ortaya konulan uzay geometri dersi programındaki hedef ve davranışlar dikkate alınarak her birine yönelik DGY Cabri 3D'nin ve şeffaf geometrik nesnelerin kullanılacağı etkinliklerin nasıl tasarlanacağı üzerinde literatür taranmış ve uzmanlarla fikir alışverişi yapılmıştır. Çalışmanın bu aşamasında 3B DGY Cabri 3D yazılımı temin edilerek kullanımı öğrenilmiş ve öğrencilerin programı kolay öğrenmeleri ve kullanabilmeleri için Türkçe dil desteği oluşturulmuştur.
- ✓ Yukarıdaki çalışmaların yapılması sürecinde 3B geometri öğretimine yönelik literatür taraması da yapılmıştır. Bu aşamada van Hiele çiftinin düzlem geometri için ortaya koyduğu geometri anlama düzeylerine paralel olarak 3B düşünme düzeylerini karakterize eden çalışmalar taranmıştır. Bu araştırmalardan öğrencilerin 3B geometri anlama düzeylerinin belirlenebileceği soruların oluşturulması için araştırmacı ve öğretmenlerle çalışmalar yürütülmüştür.
- ✓ Tasarımın son aşamasında DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modellerinin etkin olarak kullanılacağı çalışma yaprakları oluşturulmuştur. Hazırlanan Cabri 3D ve şeffaf geometrik nesnelerin kullanılacağı Uzay Geometri çalışma yaprakları ilköğretim matematik öğretmenliği gündüz ve gece programındaki 1. sınıf öğrencilerine 10 hafta süresince uygulanmıştır. Asıl çalışmaya kadar izlenen süreci gösteren akış şeması aşağıdaki gibidir.



Şekil 6. Araştırmanın asıl çalışmaya kadar olan akış şeması

Yukarıdaki akış şemasında da açıkça görüldüğü üzere pilot uygulama esnasında belirli aralıklarla öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Klinik mülakatlarda kullanılan sorular, öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini karakterize edecek şekilde daha önce yapılan 3B düşünme düzeyleri ile ilgili çalışmalar ve literatür desteğiyle sağlanmış olup bu sorularla Uzay Geometri Anlama Testi (UGAT) oluşturulmuştur. Bu sınav hakkında daha geniş bilgi ilerleyen bölümde bulunmaktadır. Yukarıdaki akış şemasında gösterilen adımların açıklaması aşağıdaki gibidir.

2.1.1. Uzay Geometri İçin Öğrenme Ortamının Tasarlanması

Uzay Geometri müfredatı üç bölümden oluşmaktadır: Uzay Geometri, Dik İzdüşüm ve Katı Cisimlerin Alan ve Hacimleri. Dersin ilk bölümündeki uzay geometri kısmı; uzay ve uzay aksiyomları, uzayda nokta, doğru ve düzlemle ilgili temel kavramları, uzayda doğruların ve düzlemlerin birbirine göre konumları konularını içermektedir. Dersin ikinci bölümünü oluşturan Dik İzdüşüm; düzlemde ve uzayda nokta, doğru, doğru parçası ve geometrik şekillerin doğru ve düzlem üzerindeki izdüşümlerini kapsamaktadır. Dersin üçüncü bölümü olan Katı Cisimler; prizma ve piramitlerin özellik ve çeşitlerini, alan ve hacimlerini, dairesel silindir ve koniyi, silindir ve koninin alan ve hacimleri ile küreyi, kürenin alanı ve hacmini kapsamaktadır.

2005 yılından itibaren MEB tarafından yürütölen çalışmalar doğrultusunda hem ilköğretim hem de ortaöğretim matematik programlarında köklü değişiklikler yapılmıştır. Ortaöğretim geometri müfredatındaki değişiklikler 2010 yılı itibariyle başlamış olmakla birlikte bu yenilenme hareketi şimdilik sadece 9 ve 10. sınıf geometri müfredatlarında görölmektedir. Ortaöğretimin ileri sınıflarında (12. sınıf) okutulan Uzay Geometri dersi için henüz bir değişiklik yapılmamıştır. MEB yetkilileri ile yapılan görüşmelerde bu ders için de köklü değişiklikler (ders içeriği, öğretim yöntemleri, ders kitapları, vb. gibi) yapılacağı bilgisi edinilmiştir. Buradan hareketle mevcut kazanımlar göz önünde bulundurularak öğrencilere bilgiyi keşfetme, kazanacakları bilgileri önceki bilgilerinin üzerine inşa etme, öğrencilerin kendi düşüncelerini ortaya koyabilecekleri bir ortam sunma, bilgisayar yazılımının sağladığı görselliği kullanarak gözlemler yapma ve gözlemlerinden çıkardıkları sonuçları test edebilmelerine imkân tanıyan bir öğrenme ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır.

2.1.2. Uzay Geometri İçin Bilgisayar Destekli Materyallerin Hazırlanması

Çalışmanın bu aşamasında öğrencilerin derslerde kullanacakları bilgisayar destekli materyaller geliştirilmiştir. Derslerde kullanılacak etkinlikler için hazırlanan materyallerin öğrencilerde yanlış öğrenmeler oluşturmaması ve kavram yanılgılarına düşmelerine olanak sağlayıcı durumlar yaratmaması için geliştirilen materyaller farklı araştırmacılarla tartışılmıştır. Ayrıca bu aşamada öğretim faaliyetleri sırasında kullanılacak 3B şeffaf somut materyaller temin edilerek etkinlikler içerisinde nasıl kullanılacakları tasarlanmıştır.

2.1.3. Her Bir Etkinlik İçin Çalışma Yapraklarının Tasarlanması

Araştırmanın bu aşamasında mevcut Uzay Geometri programında yer alan kazanımlar taranarak 3B şeffaf geometrik cisimleri ve DGY Cabri 3D yazılımını etkin bir şekilde kullanmayı sağlayan çalışma yaprakları tasarlanmıştır (Bkz. Ek 4). Çalışma yapraklarındaki etkinlikler tasarlanırken öğrencilerin gelişmişlik düzeyleri ve sınıf seviyesi göz önünde bulundurulmuştur.

Çalışma yaprakları öğrencilere bilgiyi doğrudan aktaran değil onların bilgiyi keşfetmeleri, yeni bilgileri eski bilgilerinin üzerine inşa etmeleri ilkesine dayanarak hazırlanmıştır. DGY Cabri 3D' nin ve 3B şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı çalışma yaprakları grup çalışması etkinlikleri tarzında olup yönergeler yazılımı ve şeffaf geometrik cisimleri kullanmayı gerektiren tarzdadır. Bununla birlikte çalışma yapraklarında Cabri 3D'yi kullanmayı gerektiren yönergelerle öğrencilerin yazılımı usta bir şekilde kullanmaları amaç edinilmemiştir. Burada amaç öğrencilerin kazanmaları hedeflenen bilgiye ulaşmada yazılımın bir araç olarak kullanılmasıdır. Öğretim etkinliklerinde görsellik ön planda olup öğrencilere kendi bilgilerini yapılandırmalarını sağlayacak ortam sunan yapıdadır. Hazırlanan çalışma yaprakları 10 haftalık pilot çalışma sırasında değerlendirilerek üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

2.1.4. Pilot Uygulama ve Asıl Araştırma İçin Yapılan Çalışmalar

Araştırmanın pilot çalışması KTÜ İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında okuyan 1.sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Pilot çalışmanın uygulanmasına başlamadan önce deney grubu olarak belirlenen sınıftaki öğrencilere Cabri 3D yazılımını kullanabilmeleri için 3 saat süren bir kurs verilmiştir. 3B şeffaf geometrik cisimlerin kullanımını özel bir bilgi gerektirmediği için buna yönelik özel bir kurs verilmemiştir. Pilot uygulama sırasında DGY Cabri 3D' nin kullanımına yönelik zaman zaman öğrencilerin çalışma yapraklarında yer alan etkinliklerde bazı geometrik yapıları oluşturmada güçlük çektikleri tespit edilmiştir. Çalışma yapraklarında öğrencilerin oluşturmada zorluk çektikleri geometrik yapıların gerekli kısımları Cabri 3D' de şablon olarak hazırlanarak asıl uygulamada öğrencilerin bu güçlüğü çekmeleri engellenmiş olup öğrencilerin ilgili geometrik yapılara bilgisayarlarındaki şablonlardan erişmeleri sağlanmıştır. Uygulamaların yürütülmesinde çalışma yapraklarının öğrenciler tarafından tamamlanması hususunda

ortaya çıkan güçlükler (ifadelerin anlaşılabilirliği, tasarım, geometrik yapı oluşturma vb.) not alınarak gerekli görülen düzeltmeler yapılmıştır.

2.2. Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışma nicel araştırma yöntemlerinden deneysel yöntemin bir kolu olan yarı deneysel yöntem kullanılarak yürütülmüştür. Eğitim araştırmalarında sıklıkla tam deneysel yöntemle bir araştırmayı yürütmek araştırmacılar için çoğu zaman imkânsızdır (Cohen vd., 2007, s.282). Bu durumlarda yarı-deneysel yöntemden faydalanılır. Bu yöntem örneklemdaki bireylerin deney ve kontrol grubuna ayrılırken, rastgele dağılımın kullanılmadığı bir yöntem olarak da bilinir. Yarı-deneysel yöntemle yürütülen araştırmalarda grupların oluşturulmasında rastgele dağılım kullanılmaz ve rastgele atama yoluyla grup oluşturulması için çaba harcanmaz. Bunun yerine daha önceden rastgele dağıtım dışında bir yolla oluşturulmuş gruplardan bir veya birkaçı rastgele yolla deney ve kontrol grubu olarak seçilir. Ancak katılanların olabildiğince benzer niteliklerde olmasına özen gösterilir (Çepni, 2005). Yarı deneysel araştırmalar birkaç farklı formda yürütülür. Bunlar;

- Tek gruplu ön test-son test tasarımı, tek gruplu yalnızca son test tasarımı, eşdeğer son test tasarımı
- Eşit olmayan gruplar için ön test-son test tasarımı
- Tek gruplu, zaman bağımlı, gelişimi ortaya koyan tasarımlar (Cohen vd., 2007, s.282).

Deneysel çalışmalar genellikle bir uygulamanın bir diğerinden farklı olarak ortaya çıkaracağı sonuçları gözlemlemek için yürütülür. Birçok araştırmacı, deneysel çalışmalarda değişkenler arasında sebep-sonuç ilişkilerini saptamaya ve bulguları etkileyen etkenleri belirlemeye çalışır (Çepni, 2005). Deneysel araştırmalarda veriler nicel olmakla birlikte sosyal bilimlerde araştırma sonunda ortaya çıkan farklılığı açıklamada sık sık nitel verilerin kullanımı yoluna da gidilmektedir. Bu araştırmada da oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizebilme becerileri üzerindeki etkileri açıklamada yapılan ön ve son testlerdeki nicel verilerin yanı sıra klinik mülakat ve açık uçlu sınav gibi nitel veri toplama tekniklerine de başvurulmuştur.

2.3. Örneklem Seçimi

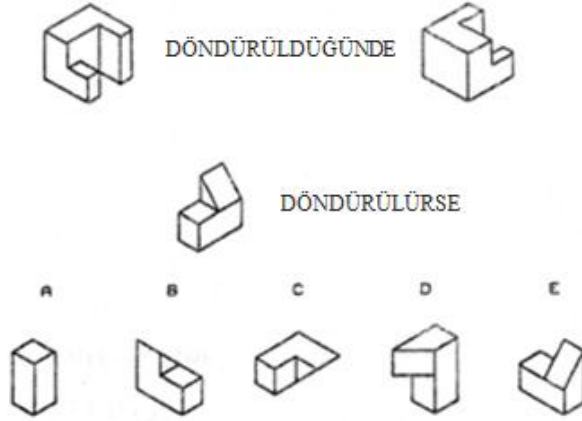
Araştırmanın örneklemini Trabzon Yunus Emre Lisesi'nin iki adet 12. sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Uzay geometri dersinin 12. sınıfta okutuluyor olması sebebiyle birbirine denk sayılabilecek iki eşit ağırlık sınıfının deney ve kontrol grubu olarak atanması rastgele yöntemle yapılmıştır. Bu sınıflardan biri (A sınıfı) deney grubu, diğeri (B sınıfı) kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Çalışmada A sınıfı 36 ve B sınıfı 38 olmak üzere toplamda 74 öğrenciden veri toplanmıştır. Her iki sınıftaki öğrencilerin geçmiş yıllardaki matematik ve geometri notlarının birbirine yakın olduğu bilgisi bu sınıflarda matematik ve geometri derslerine giren öğretmenlerle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Sınıfların belirlenmesinde her iki gruba da ders verecek olan öğretmenin aynı öğretmen olmasına özellikle dikkat edilmiştir. Araştırma sonunda ortaya çıkabilecek farklılıkların öğretmenden kaynaklanmadığını söyleyebilmek için bu yol izlenmiştir.

Araştırma süresince dersleri yürütecek olan öğretmen eğitim fakültesi mezunu olup 8 yıllık bir deneyime sahipti. Ayrıca lisans öğrenimi sırasında temel bilgisayar ve bilgisayar destekli matematik öğretimine yönelik dersler alan öğretmen ders kitaplarının yanı sıra bilgisayarında kendi hazırladığı ders notları ve test sınavlarıyla öğretimde bilgisayarı kullanan bir öğretmendir. Bununla birlikte deney grubunda öğretmenin yürüteceği dersler için araştırmaya başlamadan önce öğretmene yazılımın kullanımı gösterilmiş ve geliştirilen çalışma yaprakları öğretmene tanıtılmıştır. Çalışma yapraklarındaki her bir etkinlik öğretmen ile birlikte yapılarak öğretmenin yazılımı kullanma becerisi geliştirilmiştir. Bu şekilde öğretmenin hem bilgisayar laboratuvarında işleyeceği dersler için deneyim kazanma hem de yazılımı rahat bir şekilde kullanma becerisi elde etmesi sağlanmıştır.

2.4. Veri Toplama Araçları

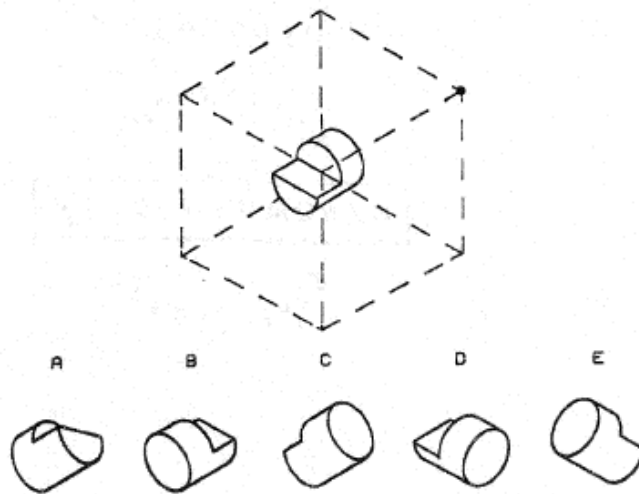
Bu çalışmada veriler; öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için kullanılan PSV testi (Bkz. Ek 1), öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için araştırmacı tarafından geliştirilen UGAT sınavı (Bkz. Ek 2), öğrencilerin 3B cisimleri çizme becerilerini ölçmek için kullanılan Çizim Etkinliği sınavı (Bkz. Ek 3) ile deney ve kontrol grubundan seçilen 6'şar öğrenciyle yapılan klinik mülakatlardan elde edilmiştir.

Döndürme: Bu bölümde bir cismin herhangi bir eksen etrafında belirli bir açı ile döndürülmüş hali örnek olarak verilmiştir. Öğrenci öncelikli olarak bu örnekteki dönme eksenini ve açısını belirlemeli ve bu eksen ve açığa göre istenen şeklin döndürülmüş görünümünü tespit etmelidir. Bu bölümden örnek bir soru aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 8. PSV testinin döndürme bölümüne örnek soru

Bakış: Bu bölümde bir küpün içine bir cisim yerleştirilmiş ve küpün köşelerinden biri işaretlenmiştir. Öğrenciden cisme, işaretlenen nokta cisimle göz arasında kalacak şekilde baktığını hayal etmesi ve bu durumda cismin nasıl bir görünüme sahip olacağını belirlemesi istenmektedir. Bu bölümden örnek bir soru aşağıda yer almaktadır.



Şekil 9. PSV testinin bakış bölümüne örnek soru

Araştırmanın başında deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini saptamak amacıyla PSV testi uygulanmıştır. Aynı test uygulamalar sonunda deney ve kontrol grubundaki öğrencilere son test olarak tekrar uygulanmıştır. Aynı testin hem ön test hem de son test olarak kullanılmış olması birçok araştırma için önemli bir sorun olarak görünebilir. Ancak çalışmada kullanılan test bilgi değil tamamen beceri ölçmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin aynı testi hem başta hem sonda kullanmaları çalışmanın güvenilirliğini azaltan bir etken olarak düşünülmemiştir. Bertoline ve Miller (1990) bu testin uzamsal becerilerin ölçüldüğü araştırmalarda hem ön test hem de son test olarak kullanılabilceğini belirtmektedirler.

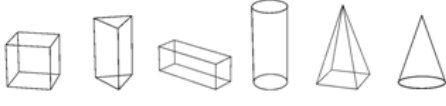
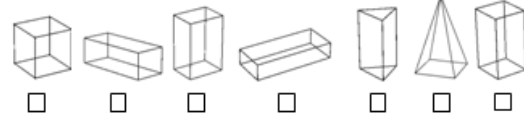
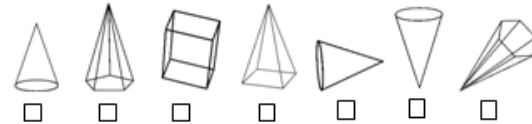
2.4.2. Uzak Geometri Anlama Testi (UGAT)

Araştırmanın alt problemlerden bir diğeri olan DGY Cabri 3D'nin kullanıldığı ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş uzak geometri müfredatının öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerindeki etkilerini belirlemek için UGAT kullanılmıştır. Öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini ölçmede kullanılan bu sınav araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Testin geliştirilmesinde Guillen'in 1996 yılında van Hiele teorisini temel alan öğrencilerin 3B geometri anlama düzeyleri çalışması göz önünde bulundurulmuştur. Guillen (1996) öğrencilerin 3B geometri anlamalarını dört düzeyde karakterize etmiştir. UGAT sınavındaki sorular bu düzeylere göre hazırlanmıştır.

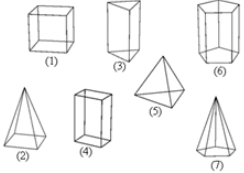
UGAT hazırlanırken Usiskin tarafından 1982 yılında oluşturulan ve 1994 yılında Baki tarafından Türkçeye kazandırılan Van Hiele geometri anlama sınavı model alınmıştır. Bununla birlikte sınav sorularının sadece çoktan seçmeli değil, boşluk doldurma, verilenler arasından seçme, çizim yapma gibi farklı türde sorular olmasına dikkat edilmiştir. Sorular literatürden, ders ve test kitaplarından yararlanılarak hazırlanmıştır. Sınavdaki sorular Guillen (1996) tarafından karakterize edilen düzeylerdeki göstergeler göz önünde bulundurularak belirlenmiş, bu sayede sınavın kapsam geçerliliği de sağlanmıştır. Sınav sorularının hazırlanmasında ilk etapta toplamda 30 soru belirlenmiş, daha sonra düzeyler iki araştırmacı ve dört öğretmene tanıtılarak soruların düzeylere göre dağılımlarının uygun olup olmadığı tartışılmıştır. Yapılan tartışmalar sonrasında sınava son hali verilerek düzeylerdeki göstergeleri yansıtabilecek şekilde 20 soruya indirgenmiştir. Buna göre UGAT, her bir düzeyde 5 soru olmak üzere toplamda 20 sorudan oluşmaktadır.

Sınavda birinci düzeyi oluşturan ilk beş soru, 3B temel geometrik cisimleri tanıma, isimlendirme ve bu cisimlerden bazılarının çizimini gerektiren sorulardır. Geometrik cisimlerin tanınmasına yönelik olan sorular verilen cisimler arasından istenenleri bularak işaretlemeyi gerektiren türde sorulardır. Ayrıca en çok bilinen cisimlerden küpün açık bir görünümünün çizilmesi de ilk düzey sorular içinde yer almaktadır. İkinci düzeyde yer alan sorular; bazı geometrik cisimleri tanımlamayı, verilen geometrik cisimleri sınıflandırmayı, piramit ve prizma ailelerinin genel özelliklerini bilmeyi ve en çok bilinen 3B cisimlerden biri olan küpün farklı iki açık görünümünü çizmeyi gerektiren sorulardır. Üçüncü düzeydeki sorular; geometrik cisimlerin özelliklerini bilmeyi, geometrik cisimler arasındaki ilişkileri belirlemeyi ve geometrik cisimlerin özelliklerini göz önünde bulundurarak matematiksel çıkarımlar yapmayı gerektiren sorulardır. En üst düzey olan dördüncü düzeydeki sorular ise tümevarım yoluyla akıl yürütmeyi, ispat yapabilmeyi ve bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi) belirleyebilmeyi gerektiren sorulardır. UGAT sorularının düzeylere göre dağılımını ve göstergelerini gösteren tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 1. UGAT sorularının düzeylere göre dağılımı ve göstergeleri

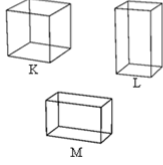
Sorular	Göstergeler	Düzye						
<p>1. Aşağıda verilen cisimlerin adlarını alt kısımlarında ayrılan bölümlere yazınız.</p> 	<p>Verilen farklı cisim ailelerine örnek olan katı geometrik cisimleri isimlendirir.</p>	1						
<p>2. Aşağıdakilerden hangileri dikdörtgenler prizmasıdır? İşaretleyiniz.</p> 	<p>Verilen bir cisim ailesi arasından dikdörtgenler prizması olanları tanır. # farklı duruşlardan # farklı cisim örnekleri arasından</p>	1						
<p>3. Aşağıdakilerden hangileri konidir? Koni olanları işaretleyiniz.</p> 	<p>Verilen bir cisim ailesi arasından koni olanları seçer. # farklı duruşlardan # farklı cisim örnekleri arasından</p>	1						
<p>4. Aşağıda isimleri verilen cisimlerin birer görünümünü çiziniz.</p> <table border="1" data-bbox="284 1886 737 2027"> <thead> <tr> <th>Dikdörtgenler Prizması</th> <th>Silindir</th> <th>Kare Piramit</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 50px;"></td> <td style="height: 50px;"></td> <td style="height: 50px;"></td> </tr> </tbody> </table>	Dikdörtgenler Prizması	Silindir	Kare Piramit				<p>Farklı cisim ailelerine ait örneklerin üç boyutlu görünümünü çizer.</p>	1
Dikdörtgenler Prizması	Silindir	Kare Piramit						

Tablo 1'in devamı

5. Küpün açık bir görünümünü çiziniz.	Bazı basit geometrik cisimlerin açık görünümlerini çizer.	1										
6. Aşağıda verilen geometrik cisimlerin tanımlarını yapınız.	Farklı cisim ailelerine ait olan geometrik cisimleri tanımlar. Tanımlarda kendi geliştirdikleri dili kullanır.	2										
7. Düzgün piramitler için aşağıdaki özelliklerden hangileri <u>her zaman</u> doğrudur? I. Taban yüzeyleri düzgün çokgendir. II. Yan yüzler eşkenar üçgendir. III. Yan yüzlerin tepe noktası ortaktır. IV. Yanal yüzlerden birine ait olan yükseklik piramidin yüksekliğidir. V. Hacmi taban alanı ile piramidin yüksekliğinin çarpımına eşittir. A) I-II B) I-III C) I-II-III D) II-III-IV E) III-V	Verilen bir cisim ailesini (düzgün piramitler) geometrik özellikleriyle tanımlayabilir, hangi geometrik özelliklere sahip olduğunu belirleyebilir.	2										
8. Düzgün prizmalar için aşağıdaki özelliklerden hangileri <u>her zaman</u> doğrudur? I. Adlarını taban şekillerine göre alırlar. II. Tabanları arasındaki en kısa mesafe prizmanın yüksekliğidir. III. Yan yüzleri karedir. IV. Tabanları birbirine eş ve paraleldir. V. Bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni vardır. A) I-II B) II-III C) I-II-IV D) I-III-V E) I-IV-V	Verilen bir cisim ailesini (düzgün prizmalar) geometrik özellikleriyle tanımlayabilir, hangi geometrik özelliklere sahip olduğunu belirleyebilir.	2										
9. Küpün farklı iki açık görünümünü çiziniz.	Bilinen geometrik cisimlerin farklı açık görünümünü çizebilir.	2										
10. Aşağıda verilen cisimleri numaralarına göre sınıflandırarak oluşturduğunuz grupların isimlerini yazınız.  <table border="1" data-bbox="555 1182 794 1317"> <thead> <tr> <th>Cisim No</th> <th>Sınıf Adı</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>	Cisim No	Sınıf Adı									Geometrik cisimleri sınıflandırır ve cisimlerin oluşturduğu alt cisim sınıfını isimlendirir. Örnek olarak verilen bir cismin bu alt sınıflardan hangisinin örneği olduğunu belirleyebilir.	2
Cisim No	Sınıf Adı											
11. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur? a) Küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasında özelliklerdir. b) Kare prizmanın bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasında özelliklerdir. c) Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri küpünde özelliklerdir. d) Küpün bütün özellikleri paralelyüzünde özelliklerdir. e) Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri paralelyüzünde özelliklerdir.	Geometrik cisimleri ve özelliklerini ilişkilendirebilir, bir geometrik cisimi tanımlamada özelliklerini kullanabilir.	3										
12. Aşağıdaki iki önerme ile ilgili çıkarımların hangisi doğrudur? Önerme 1: A cismi bir dikdörtgenler prizmasıdır. Önerme 2: A cismi bir küptür. a) Eğer 1 doğru ise 2 de doğrudur. b) Eğer 1 doğru ise 2 doğru olamaz. c) Eğer 2 doğru ise 1 doğru olamaz. d) Eğer 2 doğru ise 1 de doğrudur. e) Eğer 2 doğru değilse 1 de doğru olamaz.	Önerme mantığıyla basit önermelerden mantıksal çıkarımlar yapabilir. Örneğin, her küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade edebilir.	3										
13. Aşağıdaki özelliklerden hangisi her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde tüm paralelyüzler için doğru değildir? a) Karşılıklı yüzler birbirine eştir. b) Karşılıklı yüzler birbirine paraleldir. c) Karşılıklı yüzler paralelkenardır. d) Cisim köşegenleri birbirlerini orta noktada keserler. e) Cisim köşegenleri eşit uzunluktadır.	Aynı cisim ailesine ait olan geometrik cisimlerin birbirinden farklı olan özelliklerini belirleyebilir. Bu muhakemeyi yaparken basit mantıksal çıkarsamalar yapar.	3										

Tablo 1'in devamı

14. Aşağıda verilen cisimlerin hangilerine dikdörtgenler prizması denilebilir?



- a) Hepsi
b) Yalnız L
c) Yalnız M
d) L ve M
e) K ve L

Cisim ailelerini sınıflandırabilir ve alt sınıfları isimlendirebilir. Aynı cisim ailesindeki geometrik cisimlerin özel ve genel hallerini tespit edebilir.

3

15. Aşağıda verilen iki önerme ile ilgili çıkarımların hangisi doğrudur?

Önerme 1: A cisminin bütün ayrıt uzunlukları birbirine eşittir.

Önerme 2: A cisminin cisim köşegenleri birbirini ortalar.

- a) Eğer 2 doğru ise 1 de doğrudur.
b) Eğer 1 doğru ise 2 de doğrudur.
c) Eğer 1 yanlış ise 2 de yanlıştır.
d) Eğer 2 yanlış ise 1 doğrudur.
e) Yukarıdaki ifadelerin hiçbiri doğru değildir.

Geometrik cisimlere ait verilen özelliklerden mantıksal çıkarımlarda bulunabilir.

3

16. Aşağıda küp ve dikdörtgenler prizmasının bazı elemanları ve bu elemanlar arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo verilmiştir.

	Küp	Dikdörtgenler Prizması		
	Köşe Sayısı (K)	Yüzey Sayısı (Y)	Ayrıt Sayısı (A)	İlişki
Küp	8	6	12	$6 + 8 - 12 = 2$
Dikdörtgenler Prizması	8	6	12	$6 + 8 - 12 = 2$

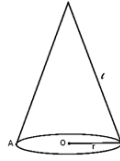
Bu işlemi yapan bir öğrenci ulaştığı $K+Y-A=2$ sonucuya ilgili olarak aşağıdaki genellemelerden hangisine ulaşır?

- a) Bu genelleme küp ve dikdörtgenler prizması için geçerlidir.
b) Bu genelleme tüm prizmalar için geçerlidir.
c) Bu genelleme tüm piramitler için geçerlidir.
d) Bu genelleme tüm çokyüzlüler için geçerlidir.
e) Yukarıdakilerden hiçbirisi doğru değildir.

Kendisine verilen örneklerden genellemeler yapabilir.

4

17. Taban yarıçapı r , ana doğrusunun uzunluğu l birim olan dik bir koninin A noktasından hareket eden bir karınca koninin yan yüzeyi üzerinde bir tam tur atarak tekrar A noktasına gelmiştir. Karıncanın alacağı en kısa yolu veren bağıntı nedir?



Kendisine verilen duruma uygun bir formül geliştirebilir, geometrik ispatlar yapabilir.

4

18. Aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

Geometri'de

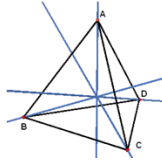
- a) Her terim tanımlanabilir ve her doğru önerme doğru olarak ispatlanabilir.
b) Her terim tanımlanabilir fakat belli önermelerin doğruluğunu kabul etmek gerekir.
c) Bazı terimler tanımsız kalabilir fakat her doğru önermenin doğruluğu ispatlanabilir.
d) Bazı terimler tanımsız kalmak zorundadır ve bazı önermeleri doğru olarak kabul etmeliyiz.
e) Yukarıdakilerden hiçbirisi doğru değildir.

Geometrik tanım, teorem ve ispat kavramlarını anlayabilir.

4

19. ABCD düzgün dördüzlüsünün yüzeylerinin ağırlık merkezlerini karşı köşelere birleştiren doğrular bir noktada kesilir. Bu önermeden nasıl bir sonuç çıkarılabilir?

- a) Sadece bu çizili düzgün dördüzlü için doğrular bir ortak noktada kesilir.
b) Bütün düzgün dördüzlülerde değil sadece bazılarında bu doğrular bir ortak noktada kesilir.
c) Her düzgün dördüzlüde bu doğrular bir ortak noktada kesilir.
d) Herhangi bir dördüzlüde bu doğrular bir ortak noktada kesilir.
e) Bütün piramitlerde bu doğrular bir noktada kesilir.



Verilen mantıksal ifadelerden doğru çıkarımlar yapabilir.

4

20. Aşağıda üç önerme veriliyor.

p: A cismi bir kare dik prizmadır.

q: A cismi bir küptür.

r: A cismi bir dikdörtgenler prizmasıdır.

Aşağıdaki çıkarımlardan hangisi doğrudur?

- a) p gerektirir q, q gerektirir r
b) p gerektirir r, r gerektirir q
c) r gerektirir q, q gerektirir p
d) q gerektirir r, r gerektirir p
e) q gerektirir p, p gerektirir r

Geometrik cisimler için gerek ve yeter şartları belirleyebilir, gerek ve yeter şart bilgileri arasındaki farklılığı kavrayabilirler.

4

UGAT, deney ve kontrol grubundaki öğrencilere uygulamalara başlanmadan önce ön test olarak uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrenciler uzay geometri derslerini 3B DGY Cabri 3D ve 3B şeffaf geometrik cisimleri kullanarak işlerken, kontrol grubundaki öğrenciler dersleri geleneksel yöntemle almışlardır. Derslerin bitiminde UGAT öğrencilere tekrar uygulanmış ve elde edilen veriler son test sonuçları olarak değerlendirilmiştir. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerden farklı zamanlarda alınan bu ölçümler üzerinde yapılan güvenilirlik analizi sonucuna göre testin Cronbach alpha güvenilirlik katsayısı .80 olarak bulunmuştur. Güvenirlik katsayısı için bulunan bu değer testin oldukça güvenilir olduğunu göstermektedir.

2.4.3. Çizim Etkinliği

Araştırmanın alt problemlerden bir diğeri olan DGY Cabri 3D'nin kullanıldığı ve 3B şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş uzay geometri dersinin öğrencilerin 3B cisimlerin kâğıt üzerindeki çizim becerileri üzerindeki etkisini belirlemek için deney ve kontrol grubunda çizim etkinliği yapılmıştır. Çizim etkinliği üç bölümden oluşmaktadır:

İlk bölüm, öğrencilerin ders kapsamında gördükleri 3B geometrik cisimlerin (dikdörtgenler prizması, küp, kare piramit, silindir, koni ve küre) görünümelerini çizmeleri gereken bölümdür. Bu bölüme yönelik ölçme aracı geliştirilirken Mitchelmore (1980)' un çalışmasından yararlanılmıştır. Mitchelmore öğrencilerine düzgün prizma, silindir, kare piramit ve küp modellerini göstererek bu cisimleri kâğıt üzerine çizmelerini istemiş ve öğrencilerin çizimlerini sınıflandırmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerden çizim etkinliği sırasında bu bölümü tamamlarken kendilerine gösterilen cisimlerin etkinlik kâğıdına birer görünümünü çizmeleri istenmiştir.

İkinci bölüm, öğrencilere gösterilen cisimlerin (kare prizma ve kare piramit) bir düzlemlle kesildiğinde geriye kalan parçanın görünümünü çizmeleri istenen bölümdür. Çizim etkinliği sırasında öğrencilere kare prizma ve kare piramit cisimleri model olarak gösterilerek istenen düzlemlerle kesildiklerinde geriye kalan bölümü zihinlerde canlandırarak, oluşan cisimlerin görünümünü çizmeleri istenmiştir.

Çizim etkinliğinin üçüncü bölümünde ise öğrencilerden kapalı halleri verilen cisimlerin birer açık görünümünü çizmeleri istenmiştir. Öğrenciler bu bölümü tamamlarlarken küp ve dikdörtgenler prizmasının birer düzlemlle kesilmiş şekillerinin görünümüleri etkinlik kâğıdında verilmiştir. Öğrencilerden kesik haldeki kapalı cisimlerin

birer açık görünümüleri çizmeleri istenmiştir. Çizim etkinliği deney ve kontrol grubunda araştırmaya başlamadan önce ön test ve derslerin bitiminde son test olarak uygulanmıştır. Öğrencilere yaptırılan çizim etkinliği Ekler bölümünde sunulmuştur (Bkz. Ek 3).

2.4.4. Klinik Mülakat

Klinik mülakat ilk kez Piaget tarafından psikolojik araştırmalarda kullanılmıştır. Öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla öğrenciyle karşılıklı yapılan görüşmeler, klinik mülakat olarak tanımlanmaktadır (Güven, 2006). Öğrencilerin bir konu hakkındaki düşünceleri ve bilgilerinin ne ölçüde olduğunu derinlemesine incelemede klinik mülakat tekniği eşsiz bir yöntemdir. Bunun yanı sıra klinik mülakatlarda araştırmacı öğrencilerin sadece ne yaptıklarına değil, nasıl yaptıklarına, problem çözme süreçlerinde neler düşündüklerine odaklanır. Clement (2003), klinik görüşme ile bireylerin fikir ve anlamalarındaki zihinsel süreçler hakkında veriler toplanabileceğini, analiz edilebileceğini, bireyin düşüncesinde saklı bulunan yapı ve yöntemleri ortaya çıkarılabileceğini iddia etmektedir.

Araştırmada deney ve kontrol grubundan belirlenen 6'şar öğrenciyle klinik mülakatlar yapılmıştır. Her iki gruptan seçilen öğrencilerle yürütülen klinik mülakatların iki amacı bulunmaktadır:

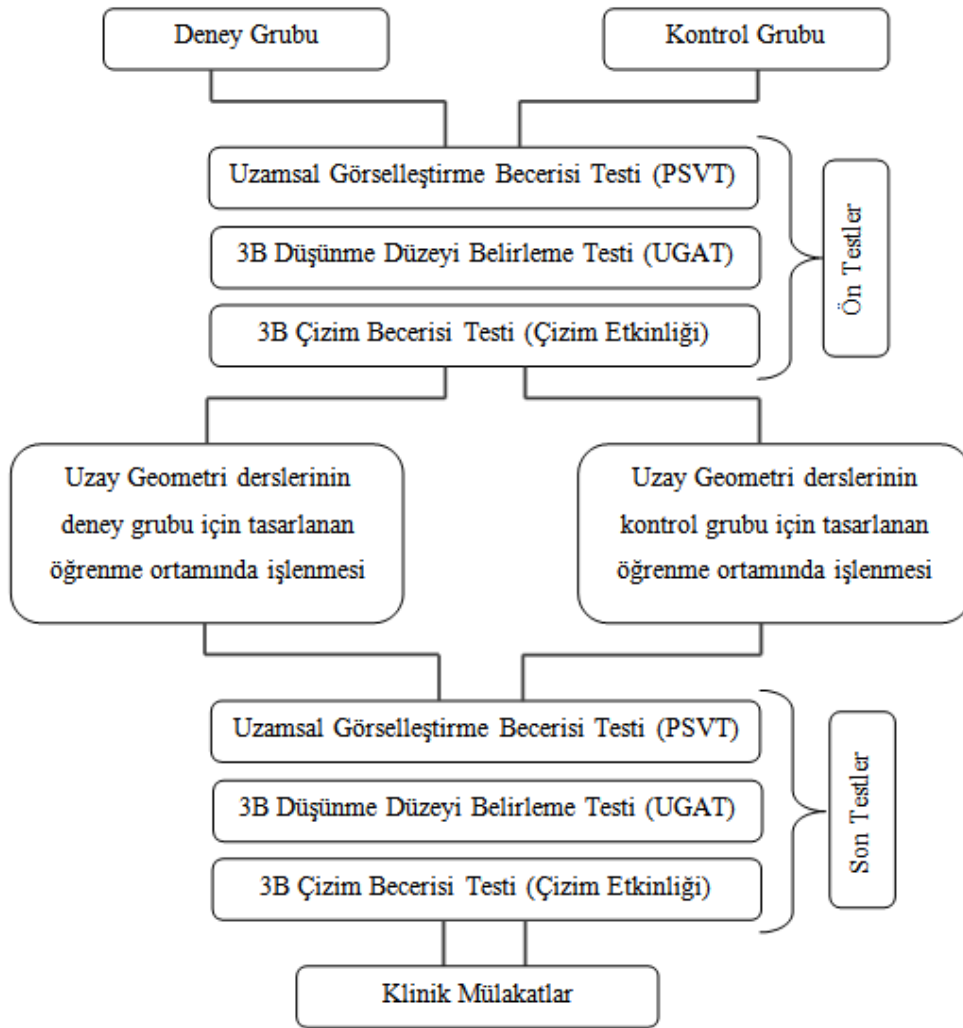
- Birincisi; UGAT'ın her ne kadar güvenirlik katsayısı yüksek çıkmış olsada bu şekildeki soru türü çeşitliliği (çoktan seçmeli, boşluk doldurma, verilenler arasından seçme, çizim yapma) sağlanmış bir sınavla öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemenin ne derece hassas bir ölçüm verdiğini incelemektir. Klinik mülakatlar esnasında öğrencinin ne yaptığından daha ziyade nasıl yaptığına odaklanıldığı için öğrencilerin 3B düzeyleri klinik mülakatlarda daha net olarak ortaya çıkacaktır. Baki (2008), Van Hiele Geometri Anlama Sınavı gibi çoktan seçmeli standart bir sınavın öğrencilerin anlama seviyelerini belirlemede tek başına yeterli olmayacağını ifade etmiştir. Buradan hareketle araştırma sonunda deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerin UGAT sonuçlarına göre çıkan düzeyleri ile bu öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar sonucunda çıkan düşünme düzeyleri karşılaştırılmıştır. Bu şekilde UGAT'ın 3B düşünme düzeyi belirlemede ne ölçüde etkin bir sınav olduğu ortaya konmaya çalışılmıştır.

- Belirlenen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlardaki diğer amaç, çalışma süreci sonunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilerden ne tür düşünme farklılıkları sergilediklerinin ortaya konulmasıydı. Deney grubunda 3B DGY ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımıyla yürütülen derslerin öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri ve uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde ne tür farklılıklar oluşturduğunu tespit etmek amacıyla deney ve kontrol grubundaki öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Cisimlere farklı açılardan bakma ve cisimlerin açık görünümelerini görme fırsatı sunan yazılımın derslerde kullanılmasının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde ve 3B düşünme düzeyleri üzerinde nasıl bir etki oluşturduğu yapılan klinik mülakatlar neticesinde ortaya konmuştur.

Öğrencilerin belirlenmesinde UGAT sonuçları dikkate alınmıştır. Bunun için ilk önce deney ve kontrol gruplarındaki bütün öğrencilerin UGAT sonuçlarına göre düzeyleri belirlenmiştir. Daha sonra dersleri yürüten öğretmenle birlikte kendi fikirlerini açık bir şekilde ifade edebilen öğrencilerin isimleri not edilmiştir. Bu öğrenciler arasından çalışmaya gönüllü, UGAT sonuçlarına göre deney ve kontrol gruplarında 3B düşünme düzeylerinin 2, 3 ve 4. düzeylerinde olan 2’şer öğrenci ile klinik mülakatlar yürütülmüştür. Mülakatlar bir ses kayıt cihazı kullanılarak araştırmanın yapıldığı okulun kütüphanesinde gerçekleştirilmiştir. Mülakatlarda öğrencilere UGAT’daki sorular tekrar gösterilerek her bir soru üzerinde öğrencilerin düşüncelerinin neler olduğu sorulmuştur. Mülakatlar boş bir sınav kağıdı üzerinde yürütülmüş, öğrencilerin sınavda sorulara verdikleri cevaplar kendilerine gösterilmemiştir. Mülakatlarda; “Bu cisimlerin isimleri neler?”, “Sence neden bu şekilde adlandırılıyorlar?”, “Bu cisimleri nasıl tanımlarsın?”, “Soruda verilen şekillerden hangileri dikdörtgenler prizmasıdır?”, “Sence küp bir dikdörtgenler prizması olabilir mi?”, “Bu cisimleri nasıl sınıflandırırsın?”, “Başka türlü sınıflandırabilir misin?”, “Verilen durumdan nasıl bir genelleme yaparsın?”, “Neden bu şekilde bir genelleme yaptın?”, “Verilen durumdan nasıl bir sonuç çıkartırsın?” şeklinde sorular yönlendirilmiştir. Öğrencilerin bu tür sorulara verdikleri cevaplar doğrultusunda öğrencilere yeni sorular yönelterek onların gerçek 3B düşünme düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır.

2.5. Uzay Geometri Derslerinin Yürütülmesi

Araştırmanın pilot çalışması süresince edinilen deneyimler doğrultusunda asıl çalışmada dikkat edilecek noktalarda gerekli görülen düzenlemeler yapılarak asıl çalışmaya geçilmiştir. Araştırmanın asıl çalışması iki farklı 12. sınıf öğrencileriyle birlikte yürütülmüştür. Sınıflar rastgele yolla deney ve kontrol grupları olarak atanmıştır. Asıl çalışmanın akış şeması Şekil 10'da gösterilmektedir.



Şekil 10. Asıl çalışmanın akış şeması

Yukarıda asıl çalışmanın akış şemasından da görüldüğü üzere araştırmaya başlamadan önce deney ve kontrol gruplarında, öğrencilerin uzamsal görselleştirme

becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B çizim yapma becerilerini ölçmek için ön testler uygulanmıştır. Yapılan sınavlardan sonra deney ve kontrol grubu uzay geometri derslerini almaya başlamışlardır.

Deney grubu uzay geometriye yönelik derslerini bilgisayar laboratuvarında 3B DGY Cabri 3D ve 3B şeffaf geometrik cisim modellerini kullanarak ve hazırlanan çalışma yapraklarını takip ederek almışlardır. Çalışma yaprakları grup çalışması tarzında olduğundan ikişer kişilik gruplar oluşturulmuştur. Her grup bir bilgisayar ve kullanacakları şeffaf geometrik cisim modelleriyle çalışma yapraklarını öğretmenlerinin yönergeleriyle takip etmişlerdir. Deney grubunda öğretmen, öğrencilerinin bilgiyi keşfetmesini sağlayan, bilgiyi doğrudan aktarmayan bir rolü yerine getirmeye çalışmıştır. Öğrenciler ise çalışma yapraklarında yer alan yönergeleri ve öğretmenlerinin talimatlarını takip eden, mevcut materyalleri kullanan, düşüncelerini grup arkadaşıyla paylaşan ve tartışan bir rolü yerine getirmiştir.

Deney grubunda takip edilen uzay geometri dersinin ilk dört haftasında öğrenciler uzay ve uzay aksiyomları, uzayda nokta doğru ve düzlemlerle ilgili temel kavramlar, uzayda doğru ile düzlemin birbirine göre durumları ve düzlemlerin birbirine göre konumlarına yönelik dersler işlemişlerdir. Öğrenciler bu konulara yönelik dersleri işlerken çalışma yapraklarındaki yönergeler doğrultusunda 3B DGY Cabri 3D yazılımını kullanmışlardır. Bu süreçte kimi zaman öğrenciler uzayda geometrik yapılar oluşturmuş kimi zaman da bilgisayarlarındaki şablonlar üzerinde grup arkadaşlarıyla birlikte çalışmışlardır. Dersin ikinci bölümü olan dik izdüşüm ünitesinde öğrenciler düzlemde bir noktanın ve bir şeklin bir doğru üzerindeki izdüşümüne yönelik Cabri 3D’ de etkinlikleri tamamladıktan sonra uzayda bir noktanın ve bir şeklin düzlem üzerindeki dik izdüşümüne yönelik çalışmalar yapmışlardır. Bu etkinlikler süresince öğrenciler grup arkadaşlarıyla birlikte Cabri 3D yazılımı çalışma yapraklarındaki yönergeler doğrultusunda yoğun bir şekilde kullanmışlardır. Dersin üçüncü bölümü olan katı cisimler, alan ve hacimleri ünitesinde öğrenciler hem 3B şeffaf geometrik cisimleri hem de Cabri 3D yazılımını kullanmışlardır. Cisimleri tanımaya yönelik etkinliklerde genel olarak şeffaf geometrik cisim modellerini kullanırken cisimlerin özelliklerini keşfetme ve cisimlere ait ölçümleri gerektiren konularda ağırlıklı olarak Cabri 3D yazılımını kullanmışlardır.

Kontrol grubu uzay geometri derslerini kendi sınıflarında geleneksel yolla almışlardır. Derslerin yürütülmesinde öğretmen; konuyu anlatan, açıklayan, örneklendiren ve problem çözen bir rolü yerine getirmiştir. Kontrol grubunda öğrenciler ise

öğretmenlerinin anlattığı dersi dinleyen, anlamadığı noktaları soran ve problem çözen rolü yerine getirmişlerdir. Kontrol grubunda uzay geometri derslerinin ilk dört haftasında uzay ve uzay aksiyomları, uzayda nokta doğru ve düzlemlerle ilgili temel kavramlar, uzayda doğru ile düzlemin birbirine göre durumları ve düzlemlerin birbirine göre konumlarına yönelik konular işlenmiştir. Derslerin yürütülmesi sırasında öğrencilerin anlamakta güçlük çektikleri uzaysal durumları anlaşılır kılmak için öğretmen, ders kitabındaki şekilleri kullanmış, çevreden uygun örnekler sunmuştur. Örneğin; uzayda doğruların birbirine göre konumlarını açıklamada, sınıfın duvarlarının kesişimleri sonucu oluşan doğruları örnek göstererek açıklama yapmıştır. Dersin ikinci bölümü olan dik izdüşüm ünitesine yönelik dersleri öğretmen tahtada çizimler yaparak işlemiştir. Ayrıca ders kitabının bu bölümündeki bazı çizimler sınıfta örneklendirilmiş ve konuyla ilgili alıştırmalar öğrencilerle birlikte çözülmüştür. Dersin üçüncü bölümü olan katı cisimler, alan ve hacimleri ünitesine yönelik derslerde üniteye ilişkin cisimler ve bu cisimlerin özellikleri tanıtılmıştır. Bu üniteye ilişkin dersin diğer ünitelerinden daha fazla geometri problemleri çözülmüş ve dersin bu bölümü daha ziyade problem çözme yöntemi kullanılarak yürütülmüştür.

Deney ve kontrol grubunda yürütülen uzay geometri derslerinin bitiminde her iki gruba ön test olarak uygulanan sınavlar son test olarak tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için uygulanan UGAT sonuçları değerlendirildikten sonra UGAT sonuçlarına göre 2, 3 ve 4. düzeylerde olan 2'şer öğrenciyle (deney ve kontrol grubundan 6'şar öğrenci) klinik mülakatlar yapılmıştır.

2.6. Verilerin Analizi

Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizebilme becerilerinin incelendiği bu çalışmada veri toplama araçlarıyla toplanan veriler alt problemler başlıklarında analiz edilmiştir. Kullanılan veri toplama araçlarından hem nitel hem de nicel veriler elde edildiği için veri analizinde de nitel ve nicel veri analiz teknikleri kullanılmıştır.

2.6.1. Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Yönelik Elde Edilen Verilerin Analizi

Araştırmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmede birçok araştırmacının da tavsiye ettiği PSV testi kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubunda hem ön hem de son test olarak uygulanan PSV testinde öğrencilerin doğru cevapladıkları sorulara bir puan, yanlış cevapladıkları ya da boş bıraktıkları sorulara sıfır puan verilerek her bir öğrenciye 36 puan üzerinden bir sınav notu verilmiştir.

Araştırmanın başında ön test ve araştırma bitiminde son test olarak deney ve kontrol grubundaki öğrencilere uygulanan PSV testi sonuçları aşağıdaki gibi analiz edilmiştir:

- Araştırma başında deney ve kontrol grubundan elde edilen veriler ile gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testinde anlamlılık düzeyi .05 olarak alınmıştır.
- Deney ve kontrol grubunda yürütülen derslerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etki oluşturup oluşturmadığını belirlemek için deney ve kontrol gruplarının ön ve son test verilerine, ilişkili örneklem için bağımlı t testi uygulanmıştır. Bu istatistik, ön ve son test verilerinin bütününe yapıldığı gibi testin her bir alt bölümüne de uygulanmıştır. Bağımlı t testinde anlamlılık düzeyi .05 olarak alınmıştır.
- Araştırma sonunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol gruplarından elde edilen PSV ön test puanları ortak değişken alınarak son test verileri için güçlü bir analiz olan kovaryans analizi (ANCOVA) kullanılmıştır. Elde edilen sonuçların anlamlılık düzeyi .05'e göre yorumlanmıştır. Deney ve kontrol gruplarının verilerine uygulanan kovaryans analizi PSV testinin bütününe olduğu gibi testin her bir alt bölümüne de uygulanmıştır.

2.6.2. 3B Düşünme Düzeylerinin Belirlenmesinde Kullanılan Veri Analizi

DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamında yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri

üzerinde nasıl bir etki yaptığını belirlemek için deney ve kontrol grubundaki öğrencilere UGAT araştırma başında ön test, araştırma sonunda da son test olarak uygulanmıştır. Öğrencilerin düzeylere atanmasında Usiskin'in öğrencilerin van Hiele düzeylerini belirlemede kullandığı yöntem izlenmiştir. Öğrencilerin her bir düzeyde sorulara verdiği cevaplar değerlendirilerek her bir düzey için 5 sorudan 3 tanesini doğru yapma durumu ile 5 sorudan 4 tanesini doğru yapma durumu incelenerek hangi durumun öğrencilerin düzeylerini belirlemede daha geçerli olduğu deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlardaki düzeyleri ile karşılaştırılarak belirlenmiştir. Bu karşılaştırma neticesinde öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri belirlenirken UGAT'ın her bir düzeyindeki 5 sorudan 3' ünü doğru yapması ölçüt alınmıştır. Bu yolla öğrencilerin düzeylere atama kriteri oluşturulmuştur. Öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin belirlenmesinin ardından deney ve kontrol grubundaki öğrenciler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için kategorik değişken olan öğrenci düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülmüştür. Öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülürken Lee'nin (2000) öğrencilerin van Hiele düzeylerini sürekli değişken haline dönüştürürken kullandığı puanlama sistemi kullanılmıştır. Bu puanlama sistemine göre bir öğrencinin puanı hesaplanırken;

1. düzey için 1 puan,
2. düzey için 2 puan,
3. düzey için 4 puan ve
4. düzey için 8 puan verilerek her bir öğrencinin düzeyi bir puana

dönüştürülür.

Ön test ve son testler neticesinde belirlenen öğrencilerin 3B düzeylerinin sürekli değişken haline dönüştürülmesinin ardından deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön testleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı bağımsız t testi ile değerlendirilmiştir. Uygulama öncesi ve uygulama sonrasında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test ve son testten elde edilen verilere .05 anlam düzeyinde ilişkili örneklem için bağımlı t testi uygulanmıştır. Grupların son test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığına deney ve kontrol gruplarının UGAT ön test puanları "ortak değişken (covariate)" alınarak son test verilerine kovaryans analizi (ANCOVA) yapılmıştır.

Araştırmada, öğrencilerin 3B düşünme düzeyleriyle ilgili kullanılan veri toplama araçlarından bir diğeri de klinik mülakatlardır. Deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlarla öğrencilerin gerçekteki 3B düşünme düzeyleri tespit edilmiş ve UGAT sonuçlarına göre çıkan düşünme düzeyleriyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmanın amacı, öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için kullanılan UGAT'ın ne derece başarılı olduğunu ortaya koymaktır. Ayrıca yürütülen klinik mülakatlarla, farklı öğrenme ortamlarında uzay geometri derslerini alan deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında ne tür düşünme farklılıkları olduğu ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bunun için öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar, betimsel olarak analiz edilmiştir. Betimsel analizler yapılırken Wolcott'un (1994) nitel veriler için önerdiği analiz yöntemlerinden biri kullanılmıştır. Wolcott (1994) nitel verilerin analizi için üç yöntem önermiştir: Bunlardan ilki, veriler toplandıktan sonra mümkün olduğunca orijinaline sadık kalarak bireylerin söylediklerinden doğrudan alıntı yapıp betimsel bir yaklaşımla verileri okuyucuya sunmaktır. Bir diğeri, ilk yöntemdekine ek olarak neden-sonuç ilişkilerini ortaya koyan sistematik analiz yapma ve üçüncüsü ilk iki yaklaşıma ilaveten veri analizi sürecinde kendi yorumlarını da okuyucuya aktarmaktır. Klinik mülakatlar sonunda elde edilen veriler yazılı hale dönüştürüldükten sonra sınavdaki her bir soru ayrı ayrı analiz edilmiştir. Bunun için deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplardan dikkat çekici kesitler alınmış ve hem deney ile kontrol grubu karşılaştırmalı bir şekilde sunulmuş hem de düzeyler bazında farklılıklar ortaya konulmaya çalışılmıştır.

2.6.3. 3B Çizim Yapma Becerilerine Yönelik Elde Edilen Verilerin Analizi

DGY Cabri 3D'nin kullanıldığı ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş Uzay Geometri dersinin öğrencilerin 3B cisimleri çizebilme becerilerine nasıl etki yaptığını tespit etmek için çalışmaya başlamadan önce deney ve kontrol grubundaki öğrencilere çizim etkinlikleri yaptırılmıştır. Farklı öğrenme ortamında geometri derslerini alan deney ve kontrol grubu öğrencilerine çalışmanın sonunda aynı çizim etkinlikleri tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin çizimlerinin değerlendirilmesi hem nicel hem de nitel olarak analiz edilmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerin çizim becerilerini karşılaştırmak için ön ve son çizim etkinliklerinde öğrencilerin yapmış oldukları çizimler (10'ar tane çizim) puanlanarak nicel veri haline dönüştürülmüş ve daha sonra nicel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin çizim performansları değerlendirilirken aşağıdaki rubrik kullanılmış ve

analitik puanlama tekniğiyle öğrencilerin çizimleri puanlanarak her bir öğrenciye bir çizim puanı verilmiştir.

0 Puan: Çizim aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilmiştir:

- Hiçbir çizim yapılmamışsa
- Hatalı çizim yapılmışsa
- Cisimlerin çizimleri iki boyutluysa

1 Puan: Çizim aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilmiştir:

- Çizimler doğru ancak düzgün oranlara sahip değilse
- Çizimler gerçek görünümünü yansıtmada yeterince başarılı değilse
- Çizimler eksik yapılmışsa (görünen yüzeyler resmedilmemişse)

2 Puan: Çizim aşağıdaki özellikleri taşıyorsa bu puan verilmiştir:

- Çizimlerde yüzeyler doğru bir şekilde gösterilmişse
- Çizimler düzgün ve doğru oranlara sahipse
- Çizimlerde perspektif göz önünde bulundurulmuşsa

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin Çizim Etkinliklerinde yaptıkları çizimler yukarıdaki ölçek kullanılarak puanlanmış ve her bir öğrenci 20 puan üzerinden bir çizim puanı almıştır. Bu işlem sürecinde iki farklı araştırmacı her bir öğrencinin çizimlerini yukarıdaki ölçeği göz önünde bulundurarak öğrencilere çizim puanlarını vermiş ve daha sonra bu puanlar karşılaştırılmıştır. Çizimlere verilen puanların karşılaştırılmasında farklılık gösteren çizimler araştırmacılar tarafından birlikte incelenerek ortak bir fikir birliğine varılan puan verilmiştir. Bu puanlama sistemine göre deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin çizim puanları oluşturulmuştur. Ön çizim ve son çizim etkinliklerinden her bir öğrenciye sürekli değişken olan bir puan verilmesinin ardından deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı bağımsız t testi ile değerlendirilmiştir. Uygulama öncesi ve uygulama sonrasında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön çizim ve son çizim puanlarına ilişkili örneklem için bağımlı t testi uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarının son çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığına öğrencilerin ön çizim puanları ortak değişken alınarak son çizim puanlarına ANCOVA analizi yapılarak bakılmıştır.

Deney ve kontrol gruplarında araştırma başında ve araştırma sonunda yapılan Çizim etkinlikleri nitel olarak da değerlendirilmiştir. Çizimleri nitel olarak değerlendirilen

öğrenciler klinik mülakat yapılan öğrenciler arasından seçilmiştir. Deney ve kontrol gruplarında klinik mülakatlar neticesinde düşünme düzeylerinin 2, 3 ve 4. düzeylerinde olan birer öğrencinin araştırma başındaki ve araştırma sonundaki çizimleri karşılaştırmalı bir şekilde betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin cisimlere ve cisimlerin istenen görünümüne ait çizimlerinde bir değişim olup olmadığı bu analizlerle ortaya konulmaya çalışılmıştır.

2.6.4. Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişkileri Belirlemek İçin Kullanılan Veri Analizi

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi, uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi ve 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapma becerileri arasında ilişkiler olup olmadığına kısmi korelasyon katsayısı (r) hesaplanarak bakılmıştır.

İki sürekli değişken arasındaki ilişki ikili ya da basit korelasyon ismi verilen korelasyon teknikleri ile belirlenir (Büyüköztürk, 2006). Basit korelasyon iki değişken arasındaki ilişkinin büyüklüğünü ve yönünü ortaya koyan bir tekniktir. İki değişken arasındaki ilişkinin düzeyine Pearson korelasyon katsayısına bakılarak karar verilir. Bununla birlikte iki değişken arasındaki ilişki, salt bu iki değişkenden kaynaklanabileceği gibi, bu değişkenlerle ilişkili olan m tane değişkenden de kaynaklanabilir. Bu durumda iki değişken arasındaki ilişki, kısmi korelasyon katsayısı hesaplanarak incelenir. Kısmi korelasyon, iki değişken arasındaki ilişkiyi bu değişkenlerle ilişkili olan bir ya da birkaç değişkeni kontrol ederek hesaplanmasını sağlar. Bu araştırmada da değişkenler arasındaki ikili ilişki, üçüncü değişkenin etkisinin kontrol altına alıp kısmi korelasyon katsayıları hesaplanarak incelenmiştir.

Korelasyon katsayısı “-1” ile “+1” arasında değerler alan bir sayıdır. Burada korelasyon katsayısının işareti iki değişken arasındaki ilişkinin yönünü, sayının niceliği de iki değişken arasındaki ilişkinin büyüklüğünü açıklamada kullanılır. Korelasyon katsayısının +1 olması iki değişken arasında pozitif yönlü mükemmel bir ilişkiyi, -1 olması negatif yönlü mükemmel bir ilişkiyi gösterir. Korelasyon katsayısının 0 olması iki değişken arasında bir ilişki olmadığını söyler. Korelasyon katsayısının büyüklüğünün yorumlanmasında ortak bir fikir birliği olmamakla birlikte Büyüköztürk (2006) aşağıdaki aralıklarla yorumlama yapılabileceğini belirtmiştir:

.00 – .30: düşük düzeyde ilişkili

.30 – .70: orta düzeyde bir ilişki

.70 – 1.00: yüksek düzeyde ilişkili

Değişkenlerden birinde gözlenen değişikliğin diğer değişkenin ne kadarını açıklamada determinasyon katsayısı kullanılır. Determinasyon katsayısı korelasyon katsayısının karesi (r^2) ile hesaplanır.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri ile 3B düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi belirlemek için deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin kategorik değişken olan 3B düşünme düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülmüştür. 3B düşünme düzeyi ile uzamsal görselleştirme becerisi arasındaki ilişkiyi belirlemek için öğrencilerin çizim puanları kontrol altına alınarak kısmi korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Uzamsal görselleştirme becerisinin 3B düşünme düzeyinin ne kadarını açıkladığını bulmak için iki değişken arasındaki determinasyon katsayısı hesaplanmıştır.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri ile 3B çizim yapma becerileri arasındaki ilişki, 3B düşünme düzeyleri kontrol altına alınarak kısmi korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Uzamsal görselleştirme becerisinin 3B çizim yapabilme becerisinin ne kadarını açıkladığını bulmak için determinasyon katsayısına bakılmıştır.

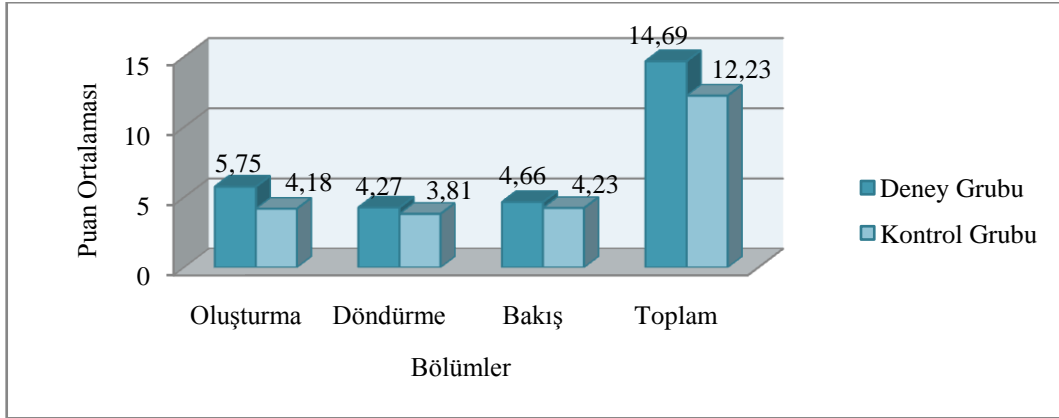
Yine benzer şekilde 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme arasındaki ilişkiye kısmi korelasyon katsayısı hesaplanarak bakılmıştır. 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasındaki kısmi korelasyon katsayısı hesaplanırken uzamsal görselleştirme beceri puanları kontrol altına alınmıştır. 3B düşünme düzeyinin 3B çizim yapabilme becerisinin ne kadarını açıkladığını bulmada bu iki değişken arasındaki determinasyon katsayısı hesaplanarak bakılmıştır.

3. BULGULAR

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen veriler; öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileriyle ilgili bulgular, öğrencilerin 3B düşünme düzeyleriyle ilgili bulgular, öğrencilerin 3B cisimleri çizebilme becerileriyle ilgili bulgular ve bu üç değişken arasındaki ilişkiler başlıkları altında sunulmuştur.

3.1. Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerileriyle İlgili Bulgular

3B DGY Cabri 3D'nin kullanıldığı ve gerçek nesnelere zenginleştirilerek yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin uzamsal becerileri üzerinde nasıl bir etki oluşturduğunu belirlemek için araştırma başında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere PSV testi ön test olarak uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test sonunda PSV testinden aldıkları puanlar karşılaştırmalı olarak Şekil 11' de gösterilmiştir.



Şekil 11. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV ön test puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı

Şekil 11'deki grafikten de görüldüğü gibi deney ve kontrol grubu öğrencilerin PSV testinin ikinci (Döndürme) ve üçüncü (Bakış) bölümündeki puan ortalamaları birbirine çok yakındır. Grupların puan ortalamalarının, PSV testinin ilk bölümünü oluşturan Oluşturma bölümünde ve testin toplamında belirgin bir şekilde farklılık oluşturduğu dikkat

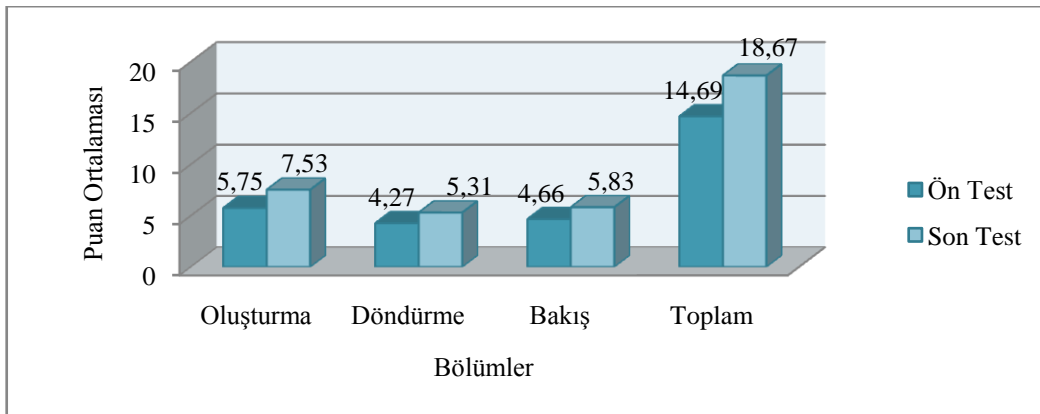
çekmektedir. Deney ve kontrol grubu arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Test sonuçları Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PSV ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

PSV		n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	Deney	36	14.69	6.89	1.88	.07
	Kontrol	38	12.23	3.85		

Araştırma başında uygulanan PSV testinde, deney grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=14.69$, kontrol grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=12.23$ çıkmıştır. Tablo 2’den de görüldüğü üzere deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test PSV puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır ($t=1.88$ $p>.05$). Bu durum deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin araştırmanın başında uzamsal görselleştirme becerilerinin birbirine denk olduğunu göstermektedir.

Deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde nasıl bir etki oluşturduğunu belirlemek için araştırma sonunda PSV testi son test olarak uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin PSV ön ve son testinden aldıkları puan ortalamaları karşılaştırmalı olarak Şekil 12’de gösterilmiştir.



Şekil 12. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son testteki puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı

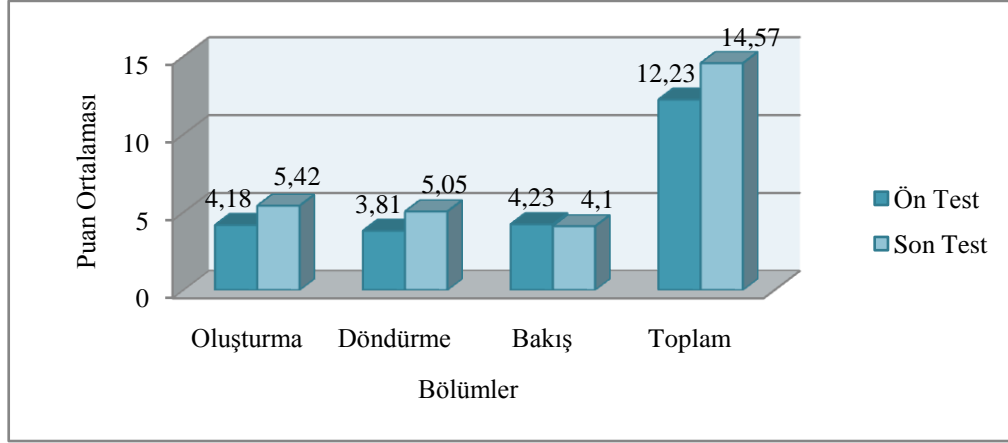
Şekil 12’deki grafik incelendiğinde deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son test olarak uygulanan PSV testin bütün bölümlerinde ve testin toplamındaki puan ortalamalarında bir artış görülmektedir. Deney grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için eşleştirilmiş t testi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son testleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren eşleştirilmiş t testi sonuçları Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3. Deney grubu öğrencilerinin PSV ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	36	14.69	6.89	-5.44	.00
Son Test	36	19.38	4.64		

Deney grubundaki 36 öğrencinin ön test PSV puan ortalaması Tablo 3’ ten de görüldüğü gibi $\bar{x}=14.69$ ’dur. 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş öğrenme ortamında yürütülen uzay geometri derslerinin bitiminde son test olarak uygulanan PSV testindeki öğrencilerin puan ortalaması $\bar{x}=19.38$ çıkmıştır. Ön test ve son test verilerine yapılan ilişkili örneklem için t-testinde deney grubu öğrencilerinin PSV puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = -5.44$ $p < .01$). Bu durum DGY Cabri 3D kullanılarak ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş öğrenme ortamında yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Kontrol grubunda dersler geleneksel yöntemle yürütülmüştür. Bu şekilde işlenen derslerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde bir etki oluşturup oluşturmadığını belirlemek için araştırma başlangıcında PSV testi ön test, araştırma sonunda aynı test son test olarak uygulanmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilerin PSV ön test ve son testinden aldıkları ortalama puanlar karşılaştırmalı olarak Şekil 13’ te gösterilmiştir.



Şekil 13. Kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı

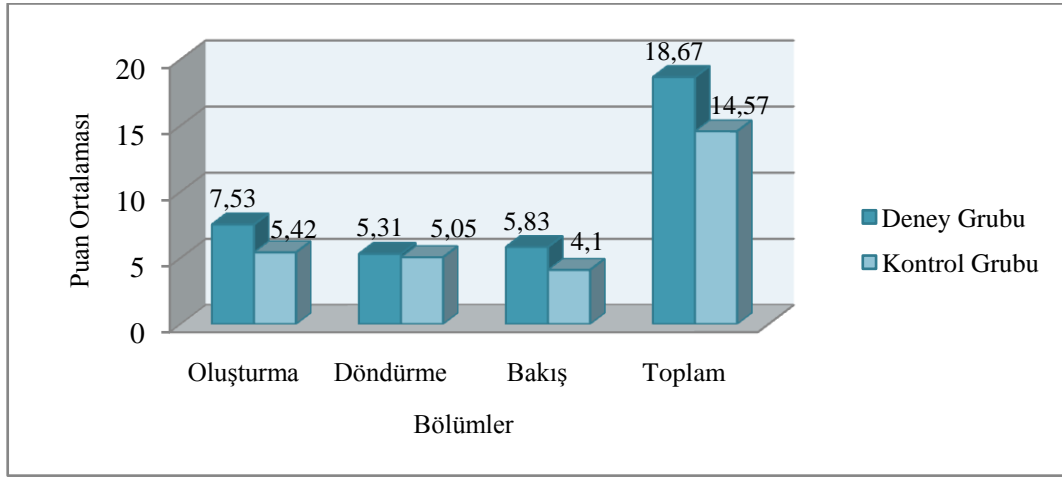
Şekil 13' ten de kolayca görüldüğü üzere kontrol grubundaki öğrencilerin ön test ve son test olarak uygulanan PSV testin bütün bölümlerinde ve testin toplamındaki puan ortalamalarında bir artış olmuştur. Son test puanlarındaki bu artışın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanlarına eşleştirilmiş t testi uygulanmıştır. Ön test ve son testler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını gösteren eşleştirilmiş t testi sonuçları Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Kontrol grubu öğrencilerinin PSV ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Kontrol Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	38	12.23	3.85	-3.64	.00
Son Test	38	14.57	5.63		

Kontrol grubundaki 38 öğrencinin ön test PSV puan ortalaması $\bar{x}=12.23$, son test PSV puan ortalaması $\bar{x}=14.57$ çıkmıştır. Ön test ve son test için yapılan bağımlı t-testinde kontrol grubu öğrencilerinin PSV puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t = -3.64$ $p < .01$). Bu durum geleneksel bir şekilde yürütülen uzay geometri derslerinin de öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde pozitif etki yaptığı şeklinde ifade edilebilir.

Araştırma başlangıcında deney ve kontrol grupları arasında bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi sonuçları grupların denk olduğunu göstermişti. Her iki grupta yürütülen uygulamaların (deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanılmasıyla yürütülen dersler; kontrol grubunda geleneksel yöntemle yürütülen dersler) öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde bir ilerleme sağladığı yapılan bağımlı t-testi sonuçlarında ortaya çıkmıştır. Araştırma sonunda gruplar arasında bir fark ortaya çıkıp çıkmadığını belirlemek için son test olarak PSV testi uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV son testindeki puan ortalamaları karşılaştırmalı olarak Şekil 14’te gösterilmiştir.



Şekil 14. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PSV son test puan ortalamalarının testin bölümlerine göre dağılımı

Şekil 14’teki grafikten de görüldüğü üzere araştırma sonunda son test olarak PSV testinin bütün bölümlerinde ve toplamında deney grubu öğrencilerinin puan ortalamaları kontrol grubundaki öğrencilerin puan ortalamalarından yüksektir. Son testte grupların puan ortalamaları arasındaki en büyük fark, testin birinci bölümü olan Oluşturma ile üçüncü bölümü olan Bakış bölümlerinde ortaya çıkmıştır.

Tablo 2, araştırma başlangıcında deney ve kontrol grupları arasında istatistiksel bir farkın olmadığı; Tablo 3, deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde olumlu etki oluşturduğunu; Tablo 4, kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları ile ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olduğunu ortaya koymuştur. Grupların PSV son test puanları arasında bir fark olup olmadığı ve varsa

bu farkın gerçekten deneysel koşullardan kaynaklanıp kaynaklanmadığını söyleyebilmek için ön test puanları “ortak değişken (covariate)” alınarak kovaryans (ANCOVA) analizi yapılmıştır. Son test ve düzeltilmiş son test PSV puan ortalamalarını gösteren betimsel istatistikler Tablo 5’te sunulmaktadır. Grupların düzeltilmiş son test puan ortalamaları arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığına ilişkin yapılan kovaryans analizi sonuçları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 5. Deney ve kontrol gruplarının PSV son test puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları

Grup	n	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		\bar{x}	SS	\bar{x}_d	SH
Deney Grubu	36	19.38	4.64	18.82	.64
Kontrol Grubu	38	14.57	5.63	15.81	.65
Toplam	74	16.91	5.68		

\bar{x}_d : Düzeltilmiş Son Test Puanı Ortalaması

Tablo 6. PSV son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)	Etki Büyüklüğü (eta kare)
Ön test	908.22	1	908.22	63.16	.00	.47
Grup	263.19	1	263.19	18.30	.00	.21
Hata	1006.49	70	14.38			
Toplam	2355.51	73				

ANCOVA sonuçlarına göre; 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubundaki öğrencilerin PSV ön test puanları kontrol altına alındığında, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur [$F_{(1-70)}=18.30$, $p < .01$]. Başka bir anlatımla, öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerindeki gelişim, uzay geometri dersini aldıkları öğrenme ortamıyla ilişkilidir. Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen

dersler öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişiminde etkili olmuştur. Buna bağlı olarak grupların düzeltilmiş PSV testi puanları arasında yapılan Bonferroni testi sonuçlarına göre, deney grubu puan ortalaması ($\bar{x}=18.82$) ile kontrol grubu ortalaması ($\bar{x}=15.81$) arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmaktadır.

3.1.1. Öğrencilerin Cisim Oluşturma Becerileriyle İlgili Bulgular

Literatürde uzamsal görselleştirme becerisini ölçen birçok test olmakla birlikte araştırmalarda genel olarak PSV (Purdue Spatial Visualization) testi kullanılmaktadır. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için bu araştırmada da kullanılan PSV testinin üç bölümden oluştuğu veri toplama araçları bölümünde söylenmişti. Bu bölümlerden ilki olan cisim Oluşturma (Developments) bölümüne yönelik deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları Şekil 11’de gösterilmiştir. Şekil 11 incelendiğinde araştırma başında ön test olarak uygulanan PSV testinin Oluşturma bölümünde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında küçük bir fark olduğu dikkat çekmektedir. Oluşturma bölümüne yönelik ön test sonucunda ortaya çıkan bu farklılığın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test Oluşturma puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Tablo 7 bağımsız t testi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 7. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne ait ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

	Oluşturma	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	Deney	36	5.75	2.39	3.00	.00
	Kontrol	38	4.18	2.09		

Deney grubundaki öğrencilerin PSV testinin Oluşturma bölümüne ait ön test ortalaması $\bar{x}=5.75$, kontrol grubundaki öğrencilerin ön test ortalaması $\bar{x}=4.18$ çıkmıştır. Tablo 7’den de görüldüğü üzere deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Oluşturma bölümüne ait ön test puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = 3.00$ $p < .01$). Bu durum deney ve kontrol

grubundaki öğrencilerin uygulamalar öncesinde Oluşturma bölümüne yönelik puanlarının birbirine denk olmadığını göstermektedir.

3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin PSV testinin Oluşturma bölümüne yönelik becerilerinde bir gelişme sağlayıp sağlamadığını belirlemek için ön test ve son test puanları arasında eşleştirilmiş t testi analizi yapılmıştır. Ön test ve son testler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını gösteren eşleştirilmiş t testi sonuçları Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8. Deney grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	36	5.75	2.39	-4.37	.00
Son Test	36	7.52	2.09		

Deney grubundaki 36 öğrencinin PSV testinin Oluşturma bölümüne yönelik ön test puan ortalaması Tablo 8’den de görüldüğü gibi $\bar{x}=5.75$ ’dir. Deney grubu için tasarlanan 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin etkin bir şekilde kullanıldığı uzay geometri derslerinin sonrasında öğrencilerin son test puan ortalaması $\bar{x}=7.52$ ’ye yükselmiştir. Ön test ve son test verilerine yapılan ilişkili örneklem için t-testinde deney grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne yönelik puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t= -4.37$ $p<.01$). Bu durum 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin derslerde kullanımının, öğrencilerin cisim oluşturmaya yönelik becerileri üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir. Diğer bir deyişle deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında yapılan uygulamalar, öğrencilerin açık görünüşleri verilen cisimlerin kapatıldığında nasıl bir şekil olacağını belirleyebilmeye yönelik becerilerini geliştirmiştir.

Kontrol grubunda geleneksel yöntemle yürütülen derslerin öğrencilerin PSV testinin Oluşturma bölümüne yönelik becerilerinde bir ilerleme sağlayıp sağlamadığını tespit etmek için ön test ve son test puanlarına ilişkili örneklem için t testi yapılmıştır. Tablo 9, t testi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 9. Kontrol grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	38	4.18	2.09	-3.96	.00
Son Test	38	5.42	1.96		

Kontrol grubundaki 38 öğrencinin PSV testinin Oluşturma bölümüne yönelik ön test puan ortalaması $\bar{x}=4.18$, son test puan ortalaması $\bar{x}=5.42$ ’ dir. Ön test ve son test verilerine yapılan t-testinde kontrol grubu öğrencilerinin Oluşturma bölümüne yönelik puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak 0.01 düzeyinde son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t= -3.96$ $p<.01$). Bu durum geleneksel yöntemle yürütülen derslerin de öğrencilerin cisim oluşturmaya yönelik becerileri üzerinde olumlu bir etki oluşturduğunu göstermektedir. Diğer bir ifadeyle kontrol grubundaki öğrencilerin geleneksel yöntemle aldıkları uzay geometri dersleri de öğrencilerin açık görünümleri verilen cisimlerin kapatıldığında nasıl bir şekil olacağını belirleyebilmeye yönelik becerilerinin gelişmesine yol açmıştır.

Başlangıçta, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cisim oluşturma becerilerinin birbirine denk olmadığını, ön test verileri için yapılan bağımsız t testi sonuçları ortaya koymuştu. Bununla birlikte her iki grupta işlenen uzay geometri dersleri (deney grubunda derslerin 3B DGY ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımıyla yürütülmesi, kontrol grubunda derslerin geleneksel bir şekilde yürütülmesi) öğrencilerin açık görünümleri verilen cisimlerin kapalı şekillerinin nasıl olacağını belirleyebilme becerilerinde bir artış oluşturmuştur. Bu sonuçlar deney ve kontrol gruplarının ön ve son test verileri için yapılan ilişkili örneklem için t testi analizleriyle ortaya konmuştur. Grupların son testler arasında bir fark olup olmadığını, varsa bu farkın deneysel etkilerden mi kaynaklandığını belirleyebilmek için öğrencilerin son test puanlarına ön test puanları “ortak değişken” alınarak ANCOVA analizi yapılmıştır. Oluşturma bölümüne yönelik son test ve düzeltilmiş son test puan ortalamalarını gösteren betimsel istatistikler Tablo 10’da verilmiştir. Oluşturma bölümüne yönelik grupların düzeltilmiş son test puan ortalamaları arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığına ilişkin yapılan ANCOVA analizi sonuçları Tablo 11’ de sunulmuştur.

Tablo 10. Deney ve kontrol gruplarının son test Oluşturma bölümü puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları

Grup	n	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		\bar{x}	SS	\bar{x}_d	SH
Deney Grubu	36	7.52	2.09	7.23	.32
Kontrol Grubu	38	5.42	1.96	5.81	.31
Toplam	74	6.44	2.27		

\bar{x}_d : Düzeltilmiş Son Test Puanı Ortalaması

Tablo 11. Oluşturma bölümü son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)	Etki Büyüklüğü (eta kare)
Ön test	69.700	1	69.70	21.57	.000	.24
Grup	14.769	1	14.77	4.57	.036	.06
Hata	226.183	70	3.23			
Toplam	378.284	73				

ANCOVA sonuçları; deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Oluşturma bölümüne ait ön test puanları kontrol altına alındığında, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur [$F_{(1-70)}= 4.57$, $p<.05$]. Başka bir anlatımla, deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin etkin olarak kullanıldığı kullanımını gerektiren öğrenme ortamında yürütülen uygulamalar öğrencilerin açık görünümleri verilen cisimlerin kapalı şekillerinin nasıl olacağını belirleyebilme becerilerinin gelişiminde etkili olmuştur. Buna bağlı olarak grupların düzeltilmiş Oluşturma bölümüne ait puanları arasında yapılan Bonferroni testi sonuçlarına göre, deney grubu puan ortalaması ($\bar{x}=7.52$) ile kontrol grubu ortalaması ($\bar{x}=5.42$) arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmaktadır.

3.1.2. Öğrencilerin Cisim Döndürme Becerileriyle İlgili Bulgular

PSV testinin ikinci bölümü olan, cisimlerin belirli bir yönde ve belirli açılarla döndürülmüş durumlarının nasıl görüneceğini tespit etmeyi gerektiren Döndürme (Rotation) bölümüne yönelik deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test puan ortalamaları Şekil 11’ de gösterilmiştir. Şekil 11 incelendiğinde Döndürme bölümünde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında küçük bir fark olduğu görülmektedir. Bu bölüme yönelik ön test sonucunda ortaya çıkan farklılığın anlamlı olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test Döndürme puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testi sonuçları Tablo 12’de sunulmuştur.

Tablo 12. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne ait ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

	Döndürme	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	Deney	36	4.27	2.49	.86	.39
	Kontrol	38	3.81	2.10		

Deney grubundaki öğrencilerin PSV testinin Döndürme bölümüne ait ön test ortalaması $\bar{x} = 4.27$, kontrol grubundaki öğrencilerin ön test ortalaması $\bar{x} = 3.81$ çıkmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Döndürme bölümüne ait ön test puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır ($t = .86$ $p > .05$). Bu durum deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin uygulamalar öncesinde Döndürme bölümüne yönelik puanlarının birbirine denk olduğunu göstermektedir. Başka bir ifadeyle deney ve kontrol grubu öğrencilerinin; cisimlerin belirli açılar altında, belirli yönlerde döndürülmesi sonunda nasıl görünüme sahip olacağını tahmin etmeyi gerektiren becerileri arasında araştırma öncesinde bir fark bulunmamaktadır.

Deney grubu öğrencilerinin yapılan uygulamalar sonunda cisimleri zihinde döndürebilme becerilerinde bir gelişme olup olmadığını belirlemek için Döndürme bölümüne ait ön test ve son test karşılaştırması bağımlı t testi yapılarak Tablo 13’te sunulmuştur.

Tablo 13. Deney grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	36	4.27	2.49	-4.36	.00
Son Test	36	6.02	1.62		

Deney grubundaki öğrencilerin Döndürme bölümüne ait ön test puan ortalaması Tablo 13' ten de görüldüğü üzere $\bar{x} = 4.27$ 'dir. Yürütülen uygulamalar sonrasında deney grubundaki öğrencilerin Döndürme bölümüne ait son test puan ortalaması $\bar{x} = 6.02$ 'ye yükselmiştir. PSV testinin Döndürme bölümüne ait ön test ve son test verilerine yapılan eşleştirilmiş örneklem için t-testinde deney grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t = -4.36$ $p < .01$). Bu durum deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin cisimleri zihinlerinde döndürebilme becerileri üzerinde pozitif bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Kontrol grubu öğrencilerinin, geleneksel olarak yürütülen dersler sonunda cisimleri zihinlerinde döndürebilme becerilerinde bir gelişme olup olmadığını belirlemek için Döndürme bölümüne ait ön ve son test puanlarına yapılan bağımlı t testi sonuçları Tablo 14'te sunulmuştur.

Tablo 14. Kontrol grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Kontrol Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	38	3.81	2.10	-3.28	.00
Son Test	38	5.05	2.51		

Kontrol grubu öğrencilerinin Döndürme bölümüne ait ön test puan ortalaması Tablo 14' ten de görüldüğü gibi $\bar{x} = 3.81$ 'dir. Geleneksel bir şekilde yürütülen dersler sonrasında kontrol grubundaki öğrencilerin Döndürme bölümüne ait son test puan ortalaması $\bar{x} = 5.05$ çıkmıştır. PSV testinin Döndürme bölümüne ait ön test ve son test verilerine yapılan eşleştirilmiş örneklem için t-testi sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehinde anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = -3.28$ $p < .01$). Bu durum kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen derslerin de

öğrencilerin cisimleri zihinlerinde döndürebilme becerileri üzerinde pozitif bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Deney ve kontrol gruplarının başlangıçta birbirine denk olmasıyla birlikte, her iki grupta yürütülen uygulamalar (deney grubunda derslerin 3B DGY ve şeffaf geometrik cisimlerle yürütülmesi, kontrol grubunda derslerin geleneksel bir şekilde yürütülmesi) öğrencilerin cisimleri zihinlerinde döndürebilme becerilerinde bir artışa yol açmıştır. Bununla birlikte deney ve kontrol grubunun Döndürme bölümüne ait son testleri arasında bir fark olup olmadığını, varsa bu farkın deneysel etkilerden mi kaynaklandığını belirleyebilmek için öğrencilerin son test puanlarına, ön test puanları “ortak değişken” alınarak ANCOVA analizi yapılmıştır. Döndürme bölümüne yönelik son test ve düzeltilmiş son test puan ortalamalarını gösteren betimsel istatistikler Tablo 15’te, grupların düzeltilmiş son test puan ortalamaları arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığına ilişkin yapılan ANCOVA analizi sonuçları Tablo 16’da verilmiştir.

Tablo 15. Deney ve kontrol gruplarının son test Döndürme bölümü puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları

Grup	n	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		\bar{x}	SS	\bar{x}_d	SH
Deney Grubu	36	6.02	1.62	5.96	.32
Kontrol Grubu	38	5.05	2.51	5.18	.31
Toplam	74	5.52	2.17		

\bar{x}_d : Düzeltilmiş Son Test Puanı Ortalaması

Tablo 16. Döndürme bölümü son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)	Etki Büyüklüğü (eta kare)
Ön test	68.13	1	68.13	18.83	.00	.21
Grup	21.95	1	21.95	6.06	.02	.08
Hata	253.27	70	3.62			
Toplam	344.45	73				

ANCOVA sonuçlarına göre; deney grubu ile kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Döndürme bölümüne ait ön test puanları kontrol altına alındığında, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur [$F_{(1-70)}= 6.06$, $p<.05$]. Başka bir deyişle, deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımıyla yapılan uygulamalar öğrencilerin cisimleri zihinlerinde döndürebilme becerilerinin gelişiminde etkili olmuştur. Buna bağlı olarak grupların düzeltilmiş Döndürme bölümüne ait puanları arasında yapılan Bonferroni testi sonuçlarına göre, deney grubu puan ortalaması ($\bar{x}=5.96$) ile kontrol grubu ortalaması ($\bar{x}=5.18$) arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmaktadır.

3.1.3. Öğrencilerin Cisim Görünümlerini Tahmin Etme Becerileriyle İlgili Bulgular

PSV testinin üçüncü bölümü olan, şeffaf küp içine yerleştirilen bir cisme belirli bir açıyla bakıldığında nasıl bir görünüme sahip olacağını tespit etmeyi gerektiren Bakış (View) bölümüne yönelik deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test puan ortalamaları Şekil 11’ de sunulmuştur. Şekil 11 incelendiğinde Bakış bölümünde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında küçük bir fark olduğu görülmektedir. Bu bölüme yönelik ön test sonucunda ortaya çıkan farklılığın anlamlı olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test Bakış puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testi sonuçları Tablo 17’ de gösterilmektedir.

Tablo 17. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne ait ön test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Döndürme	n	\bar{x}	SS	t	p	
Ön Test	Deney	36	4.66	3.07	.73	.47
	Kontrol	38	4.23	1.77		

Deney grubundaki öğrencilerin PSV testinin üçüncü bölümü olan Bakış bölümüne ait ön test puan ortalaması $\bar{x}=4.66$, kontrol grubundaki öğrencilerin puan ortalaması ise $\bar{x}=4.23$ çıkmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Bakış bölümüne ait ön test puanları için yapılan bağımsız t testi sonuçları gruplar arasında anlamlı bir fark

olmadığını göstermektedir ($t=.73$ $p>.05$). Bu durum deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin uygulamalar öncesinde cisimlerin belirli bakış açılarından görünümünü tahmin edebilme becerilerinin birbirine denk olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Deney grubunda yürütülen uygulamalar sonunda öğrencilerinin şeffaf küp içine yerleştirilmiş cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl bir görünüme sahip olacağını bulmayı gerektiren becerilerinde bir gelişme olup olmadığını belirlemek için Bakış bölümüne ait ön test ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi sonuçları aşağıda Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 18. Deney grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	36	4.66	3.07	-3.13	.00
Son Test	36	5.83	2.13		

Deney grubundaki öğrencilerin Bakış bölümüne ait ön test puan ortalaması Tablo 18’den de görüldüğü üzere $\bar{x}=4.66$ ’dır. Deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımıyla yürütülen dersler sonrasında öğrencilerin Bakış bölümüne ait son test puan ortalaması $\bar{x}=5.83$ ’e yükselmiştir. PSV testinin Bakış bölümüne ait ön test ve son test verilerine uygulanan ilişkili örneklem için t-testi analizine göre deney grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t=-3.13$ $p<.01$). Bu durum deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl bir görünüme sahip olacağını tespit etmeyi gerektiren becerilerinde bir ilerleme sağladığı şeklinde ifade edilebilir.

Kontrol grubu öğrencilerinin geleneksel bir şekilde yürütülen dersler sonunda şeffaf küp içine yerleştirilmiş cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl bir görünüme sahip olacağını bulmayı gerektiren becerilerinde bir gelişme olup olmadığını belirlemek için Bakış bölümüne ait ön test ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi sonuçları Tablo 19’da verilmiştir.

Tablo 19. Kontrol grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne yönelik ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Kontrol Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	38	4.23	1.77	.37	.72
Son Test	38	4.10	2.46		

Araştırmanın başında kontrol grubu öğrencilerinin Bakış bölümüne yönelik ön test puan ortalaması $\bar{x}=4.23$ çıkmıştı. Geleneksel bir şekilde yürütülen dersler sonrasında kontrol grubundaki öğrencilerin cisimlerin belirli bakış açılarından nasıl görünümüne sahip olduklarını belirleyebilmeyi gerektiren Bakış bölümüne yönelik son test puan ortalaması $\bar{x}=4.10$ çıkmıştır. Kontrol grubu öğrencilerinin bu bölümdeki ön ve son test puan ortalamaları göz önünde bulundurulduğunda son test ortalamasında küçük bir düşüş olduğu dikkati çekmektedir. Son test aleyhinde olan bu küçük farkın istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığını belirlemek için öğrencilerin Döndürme bölümüne ait ön ve son test puanlarına ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi analizi öğrencilerinin puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymaktadır ($t=.37$ $p>.05$). Bu durum kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen derslerin öğrencilerin cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl bir görünümüne sahip olacağını tespit etmeyi gerektiren becerilerinde bir değişme olmadığı şeklinde ifade edilebilir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PSV testinin üçüncü bölümü olan Bakış bölümüne yönelik ön test puan ortalamaları arasında bir fark olmadığını yapılan bağımsız t testi sonuçları ortaya koymuştur. Deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımıyla yürütülen dersler öğrencilerin bu bölüme yönelik puanlarında bir artış oluşturmuştur. Her ne kadar kontrol grubunun ön-son test puanları için yapılan t testi analizi, geleneksel bir şekilde yürütülen derslerin, öğrencilerin cisimlerin belirli bir açıdan nasıl görünümüne sahip olduklarını tahmin etme becerilerinde bir değişim oluşturmadığını ortaya koymuş olsa da grupların son test puanları arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için son test verilerine ANCOVA analizi yapılmıştır. Bakış bölümüne yönelik son test ve düzeltilmiş son test puan ortalamalarını gösteren betimsel istatistikler Tablo 20’de, grupların düzeltilmiş son test puan ortalamaları arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığına ilişkin yapılan ANCOVA analizi sonuçları Tablo 21’de verilmiştir.

Tablo 20. Deney ve kontrol gruplarının son test Bakış bölümü puanlarına yönelik betimsel istatistik sonuçları

Grup	n	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		\bar{x}	SS	\bar{x}_d	SH
Deney Grubu	36	5.83	2.13	5.72	.32
Kontrol Grubu	38	4.10	2.46	4.24	.31
Toplam	74	4.94	2.45		

\bar{x}_d : Düzeltilmiş Son Test Puanı Ortalaması

Tablo 21. Bakış bölümü son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)	Etki Büyüklüğü (eta kare)
Ön test	116.28	1	116.28	31.91	.00	.31
Grup	21.22	1	21.22	5.82	.02	.08
Hata	255.05	70	3.64			
Toplam	439.78	73				

ANCOVA sonuçları; deney grubu ile kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Bakış bölümüne ait ön test puanları kontrol altına alındığında, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur [$F_{(1-70)}=5.82$, $p<.05$]. Başka bir ifadeyle, deney grubu için tasarlanan 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı öğrenme ortamında yürütülen uzay geometri dersleri, öğrencilerin cisimlere belirli bakış açılarından bakıldığında nasıl bir görünüme sahip olacağını tespit etmeyi gerektiren becerilerinin gelişiminde etkili olmuştur. Buna bağlı olarak grupların düzeltilmiş Bakış bölümüne ait puanları arasında yapılan Bonferroni testi sonuçlarına göre, deney grubu puan ortalaması ($\bar{x}=5.72$) ile kontrol grubu ortalaması ($\bar{x}=4.24$) arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmaktadır.

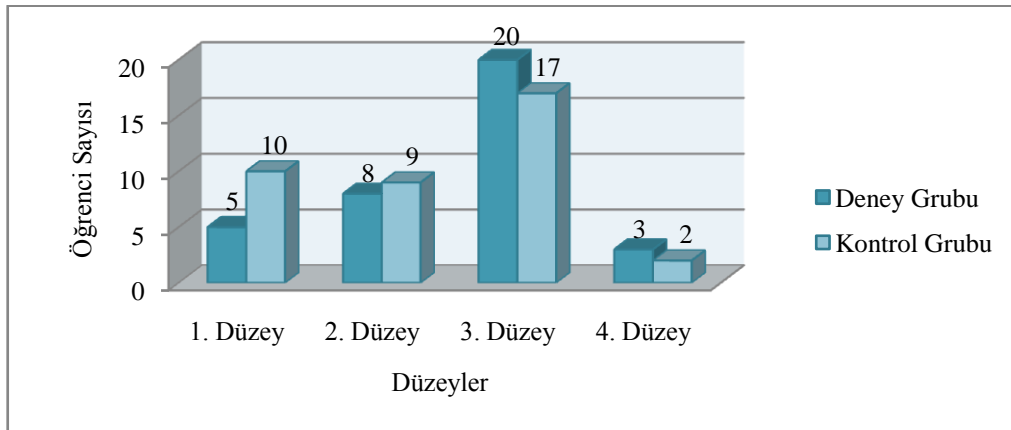
3.2. Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Bulgular

Araştırmada öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri ile ilgili bulgular iki farklı veri toplama tekniğiyle elde edilmiştir. Bunlardan birincisi olan UGAT araştırmanın başında ön test, sonunda da son test olarak her iki gruptaki öğrencilere de uygulanmıştır. UGAT ile elde edilen veriler nicel olarak analiz edilmiştir.

Öğrencilerin 3B düşünme düzeyleriyle ilgili ikinci veri toplama aracı klinik mülakattır. Son test olarak uygulanan UGAT sonuçlarına göre deney ve kontrol grubundaki öğrencilerden 2, 3 ve 4. düzeyde olduğu belirlenen ikişer öğrenciyle yapılan klinik mülakatlar hem UGAT'ın güvenilirliğini kontrol eden hem de deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre düşünüş farklılıklarını ortaya koyan niteliktedir.

3.2.1. Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili UGAT İle Elde Edilen Bulgular

Çalışma başında araştırmanın yürütüldüğü lisede, deney grubu olarak atanan 12 TM A ve kontrol grubu olarak atanan 12 TM B sınıfındaki öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilen UGAT ön test olarak uygulanmıştır. Ön test neticesinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeylerine göre dağılımını gösteren grafik aşağıdaki Şekil 15' teki gibidir.



Şekil 15. Ön test sonuçlarına göre öğrencilerin düşünme düzeylerinin dağılımı

Şekil 15'ten de görüldüğü üzere ön test sonucunda birinci düzeyde deney grubunda 5, kontrol grubunda 10; ikinci düzeyde deney grubunda 8, kontrol grubunda 9; üçüncü düzeyde deney grubunda 20, kontrol grubunda 17 ve en üst düzey olan dördüncü düzeyde deney grubunda 3 kontrol grubunda 2 öğrenci çıkmıştır. Öğrencilerin düzeylere göre dağılımının yüzde ve frekans tablosu daha ayrıntılı bir şekilde Tablo 22'de gösterilmiştir.

Tablo 22. Öğrencilerin UGAT ön testi sonucunda düzeylere göre dağılımı

Düzeyler	Deney Grubu		Kontrol Grubu	
	f	%	f	%
1. Düzey	5	13.8	10	26.3
2. Düzey	8	22.2	9	23.6
3. Düzey	20	55.5	17	44.7
4. Düzey	3	8.5	2	5.2
	Toplam:36	Toplam:% 100	Toplam:38	Toplam:% 100

Öğrencilerin UGAT'ta sorulara verdikleri yanlış cevaplar ve boş bırakılan sorular 0, doğru cevaplar 1 olarak puanlandıktan sonra her bir öğrencinin düzeyinin sürekli değişkene dönüştürülmesinde Lee'nin puanlama sistemi kullanılmıştır. Buna göre öğrenci; birinci düzeye ait soruları çözüp ölçütleri sağlıyorsa 1 puan, ikinci düzeye ait soruları çözüp ölçütleri sağlıyorsa 2 puan, üçüncü düzeye ait soruları çözüp ölçütleri sağlıyorsa 4 puan, dördüncü düzeye ait soruları çözüp ölçütleri sağlıyorsa 8 puan verilmiştir.

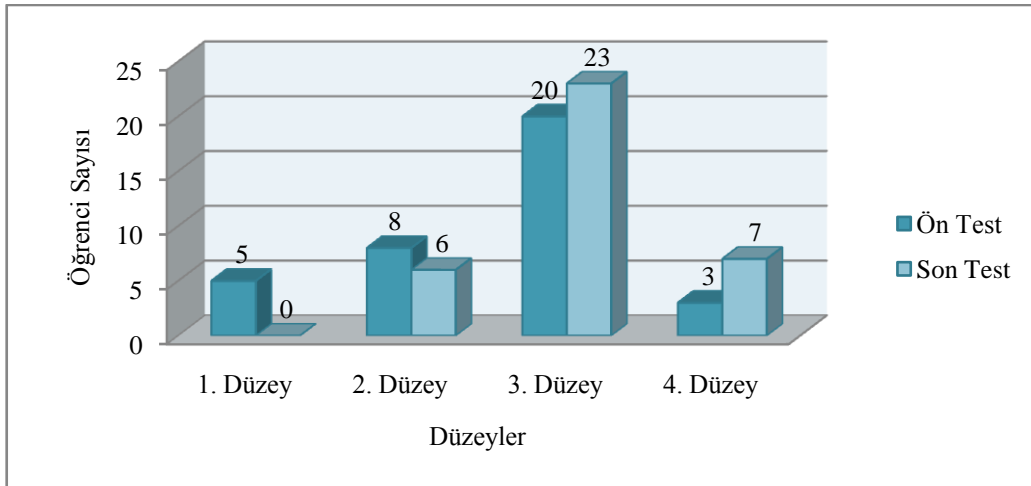
Öğrencilerin uygulanan UGAT ön testindeki düzeyleri yukarıdaki puanlama ile sürekli değişken haline getirilerek deney ve kontrol grubu arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için ön test puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testi sonuçları Tablo 23'te sunulmuştur.

Tablo 23. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin UGAT ön test sonuçları

UGAT		n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	Deney	36	6.05	3.52	1.18	.24
	Kontrol	38	5.10	3.41		

Araştırma başlangıcında uygulanan UGAT ön testine göre deney grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}= 6.05$, kontrol grubundaki öğrencilerin ortalaması ise $\bar{x}= 5.10$ çıkmıştır. Tablo 23'ten de görüldüğü üzere deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test UGAT puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır ($t_{72}=1.18$ $p>.05$). Bu durum deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin araştırmanın başlangıcında 3B düşünme düzeylerinin birbirine denk olduğunu göstermektedir.

Deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde bir etki oluşturup oluşturmadığını belirlemek için araştırma sonunda UGAT son test olarak uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son teste göre 3B düşünme düzeylerine göre dağılımını gösteren grafik Şekil 16'daki gibidir.



Şekil 16. Deney grubu öğrencilerinin ön ve son teste göre düşünme düzeylerini gösteren grafik

Şekil 16'daki grafikten, deney grubunda araştırma başlamadan önce birinci düzeyde 5 öğrenci varken, araştırma sonunda bu düzeyde öğrenci bulunmadığı görülmektedir. Araştırma başlangıcında birinci düzeyde olan bu öğrenciler araştırma sonunda daha üst düzeylere çıkmıştır. Araştırmanın başında ikinci düzeydeki öğrenci sayısı 8 iken, araştırma sonunda bu düzeyde 6 öğrenci bulunmaktadır. Bu durum araştırma başlangıcında ikinci düzeydeki öğrencilerin bir kısmının üçüncü ve dördüncü düzeylere geçtiğini gösterir. Ön testte üçüncü düzeyde 20 öğrenci varken, araştırma sonunda bu düzeydeki öğrenci sayısı 23'e çıkmıştır. Bu durum araştırma başında bir ve ikinci düzeydeki öğrencilerin bir

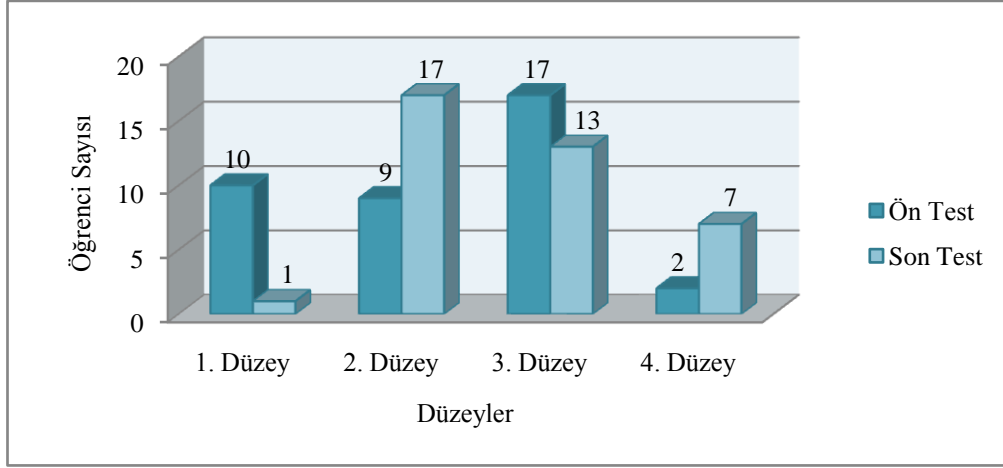
kısımının üçüncü düzeye yükselmesinden kaynaklandığı söylenebilir. Benzer bir durumda dördüncü düzeyde gözlenmektedir. Araştırma başlangıcında dördüncü düzeyde 3 öğrenci bulunmaktayken, araştırma sonunda bu düzeyde 7 öğrenci çıkmıştır. Bu düzeydeki artış yine araştırma başlangıcında daha alt düzeylerde olan öğrencilerin yürütülen uygulamalar neticesinde bu düzeye çıkmasıyla açıklanabilir. Öğrencilerin ön test ve son testteki düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülerek yapılan uygulamaların öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını bulmak için ön test ve son test puanlarına ilişkili örneklem için t-testi uygulanmıştır. Tablo 24 deney grubu için yapılan t-testi sonucunu göstermektedir.

Tablo 24. Deney grubu öğrencilerinin UGAT ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	36	6.05	3.52	-3.76	.00
Son Test	36	7.88	3.83		

Deney grubundaki 36 öğrencinin 3B düşünme düzeylerinin sürekli değişken haline dönüştürülmesiyle elde edilen ön test UGAT puan ortalaması Tablo 24' ten de görüldüğü gibi $\bar{x}=6.05$ iken son test puan ortalaması $\bar{x}=7.88$ 'e çıkmıştır. Ön test ve son test için yapılan bağımlı t-testinde deney grubu öğrencilerinin UGAT puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak 0.05 düzeyinde son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t = -3.76$ $p < .01$). Bu durum 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımıyla yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde pozitif bir etki yaptığı şeklinde açıklanabilir.

Geleneksel yöntemle derslerin yürütüldüğü kontrol grubundaki öğrencilerin almış oldukları eğitimin onların 3B düşünme düzeyleri üzerinde bir etki oluşturup oluşturmadığını belirlemek için UGAT, araştırma sonunda son test olarak uygulanmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilerin ön test ve son teste göre 3B düşünme düzeylerine göre dağılımını gösteren grafik Şekil 17'de gösterilmiştir.



Şekil 17. Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son teste göre düşünme düzeylerini gösteren grafik

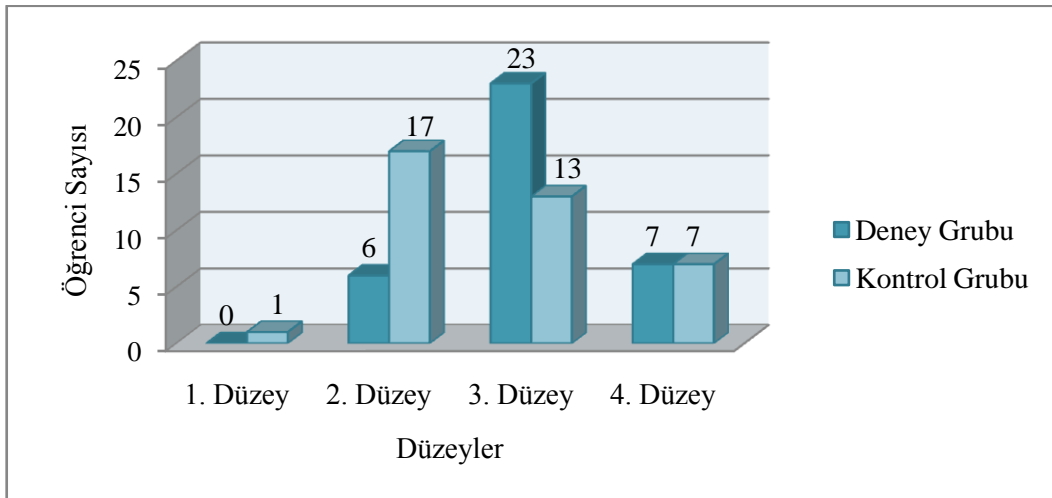
Şekil 17' den de görüldüğü gibi kontrol grubunda araştırma başlangıcında birinci düzeyde 10 öğrenci varken, araştırma sonunda bu düzeyde 1 öğrenci kalmıştır. Yani öğrencilerin büyük bir çoğunluğu geleneksel yöntemle almış oldukları uzay geometri derslerinin bitiminde daha üst düzey düşünme düzeylerine geçmiştir. Araştırmaya başlamadan önce ikinci düzeyde 9 öğrenci bulunmaktayken, araştırma sonunda bu düzeydeki öğrenci sayısı 17 olmuştur. Bu durum araştırma başlangıcında birinci düzeydeki öğrencilerden bir kısmının ikinci düzeye yükselmesi, bir kısmının da ikinci düzeydeki yerini korumasıyla açıklanabilir. Ön test sonuçlarına göre üçüncü düzeyde 17 öğrenci varken, araştırma sonunda bu düzeydeki öğrenci sayısı 13 çıkmıştır. Bu durum araştırma başlangıcında üçüncü düzeyde yer alan öğrencilerin bir kısmının bir üst düşünme seviyesi olan dördüncü düzeye geçmesiyle açıklanabilir. Dördüncü düzeyde araştırma başlangıcında 2 öğrenci varken, araştırma sonunda bu düzeyde 7 öğrenci çıkmıştır. Bu düzeydeki artış araştırma başlangıcında daha alt düzeylerde olan öğrencilerin almış oldukları dersler neticesinde bu düzeye çıkmasıyla açıklanabilir. Öğrencilerin ön test ve son testteki düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülerek daha hassas bir istatistik için geleneksel bir şekilde işlenen derslerin öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını bulmak için ön test ve son test puanlarına ilişkili örneklem için t-testi uygulanmıştır. Tablo 25 kontrol grubu için yapılan t-testi sonucunu göstermektedir.

Tablo 25. Kontrol grubu öğrencilerinin UGAT ön test ve son test puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Kontrol Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Test	38	5.10	3.41	-2.72	.01
Son Test	38	6.63	4.40		

Kontrol grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin sürekli değişkene dönüştürülerek elde edilen ön test UGAT puan ortalaması Tablo 25' ten de görüldüğü gibi $\bar{x} = 5.10$ iken son test puan ortalaması $\bar{x}=6.63$ ' tür. Ön test ve son test verileri için yapılan t-testinde kontrol grubu öğrencilerinin UGAT puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak 0.05 düzeyinde son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t= -2.72$ $p<.05$). Bu durum geleneksel bir şekilde yürütülen uzay geometri derslerinin de öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde pozitif bir etki yaptığını göstermektedir.

Araştırma başlangıcında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi sonuçları, grupların denk olduğunu göstermişti. Her iki grupta yürütülen uygulamaların öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme oluşturduğunu, grupların ön ve son test verileri için yapılan t-testi sonuçları ortaya koymuştur. Araştırma sonunda son test olarak uygulanan UGAT'a göre deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin dağılımını gösteren grafik aşağıda Şekil 18' deki gibidir.



Şekil 18. Öğrencilerin son test sonucuna göre düşünme düzeylerinin dağılımı

Şekil 18'den de görüldüğü gibi birinci düzeyde deney grubunda hiç öğrenci bulunmazken, kontrol grubunda 1; ikinci düzeyde deney grubunda 6, kontrol grubunda 17; üçüncü düzeyde deney grubunda 23, kontrol grubunda 13 ve en üst düzey olan dördüncü düzeyde deney ve kontrol gruplarında 7'şer öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin düzeylere göre dağılımının yüzde ve frekans tablosu daha ayrıntılı olarak Tablo 26'da gösterilmiştir.

Tablo 26. Öğrencilerin UGAT son testi sonucunda düzeylere göre dağılımı

	Deney Grubu		Kontrol Grubu	
	f	%	f	%
1. Düzey	0	0	1	2.7
2. Düzey	6	16.7	17	44.8
3. Düzey	23	63.9	13	34.2
4. Düzey	7	19.4	7	18.3
	Toplam:36	Toplam:% 100	Toplam:38	Toplam:% 100

Başlangıçta deney ve kontrol gruplarının 3B düşünceleri arasında bir fark bulunmazken, her iki grupta yürütülen dersler öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme oluşturmuştur. Deney ve kontrol gruplarının son testteki düşünme düzeyleri arasında bir fark olup olmadığını söyleyebilmek için ANCOVA analizi yapılmıştır. Son test ve düzeltilmiş son test puan ortalamalarını gösteren betimsel istatistikler Tablo 27' de, grupların düzeltilmiş son test puan ortalamaları arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığına ilişkin yapılan ANCOVA analizi sonuçları Tablo 28' de verilmiştir.

Tablo 27. Deney ve kontrol gruplarının UGAT son testi betimsel istatistik sonuçları

Grup	n	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		\bar{x}	SS	\bar{x}_d	SH
Deney Grubu	36	7.88	3.83	7.52	.53
Kontrol Grubu	38	6.63	4.40	7.01	.52
Toplam	74	7.24	4.16		

\bar{x}_d : Düzeltilmiş Son Test Puanı Ortalaması

Tablo 28. UGAT son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)	Etki Büyüklüğü (eta kare)
Ön test	532.79	1	532.79	53.22	.00	.43
Grup	4.14	1	4.14	.41	.52	.01
Hata	700.75	70	10.01			
Toplam	1263.62	73				

ANCOVA sonuçlarına göre; 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubundaki öğrencilerin UGAT ön test puanları kontrol altına alındığında, son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır [$F_{(1-70)}=.41, p>.05$]. Başka bir ifadeyle, deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimler kullanılarak yürütülen uzay geometri dersleri öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde geleneksel yöntemle yürütülen derslere göre fazladan bir etki yapmamıştır. Grupların düzeltilmiş UGAT puanları arasında yapılan Bonferroni testi sonuçlarına göre, deney grubu puan ortalaması ($\bar{x}=7.52$) ile kontrol grubu ortalaması ($\bar{x}=7.01$) arasında anlamlı bir fark bulunmamaktadır.

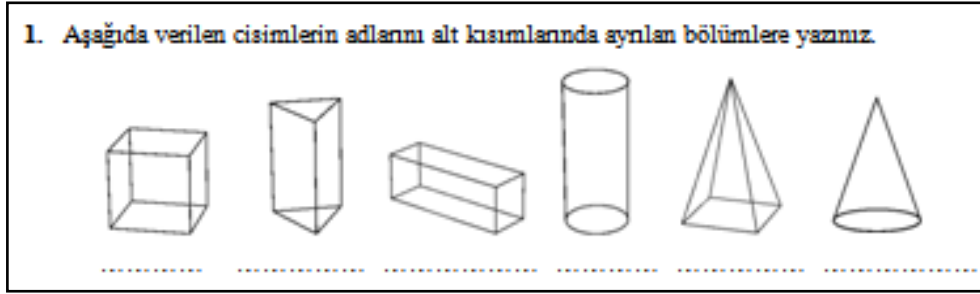
3.2.2. Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Klinik Mülakatlardan Elde Edilen Bulgular

Araştırma sonunda belirlenen öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Klinik mülakat yapılan öğrencilerin düzey ve gruplarını gösteren tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 29. Klinik mülakat yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin UGAT sonuçlarına göre 3B düşünme düzeylerinin dağılımı

Düzeyler	Deney Grubu	Kontrol Grubu
2	Elif ve Gülsüm	Yusuf ve Büşra
3	Rasim ve Vildan	Canan ve Kübra
4	Selen ve Semih	Aleyna ve Deniz

3B düşünme düzeylerinden birinci düzeydeki UGAT'ın ilk sorusu, verilen farklı cisim ailelerine örnek verilen geometrik cisimlerin isimlendirilmesi istenen soru Şekil 19' da sunulmuştur.



Şekil 19. UGAT 1. soru

İlk sorudaki cisimlerin isimlendirilmesinde mülakat yapılan öğrenciler cisimlerin hemen hemen hepsini doğru bir şekilde adlandırmışlardır. Bununla birlikte deney grubu öğrencisi Elif cisimleri isimlendirirken verilen cisimlerden ikincisi olan üçgen prizmayı ilk başta üçgen piramit olarak ifade etmiştir.

A: İlk sorudaki cisimlerin isimlerini sırayla söyleyebilir misin?

E: Küp, üçgen piramit, dikdörtgenler prizması, silindir, kare piramit ve koni.

A: (İkinci ve beşinci cisimleri göstererek) Bu cisimler piramit mi oluyor?

E: İkisine de piramit mi dedim? İlki prizma o cisimlerin. Tabanı üçgen olduğu için üçgen prizma. Prizma ile piramit kelimeleri karışıyor. Çok benziyorlar birbirine.

A: Prizma ile piramit arasındaki fark ne?

E: Piramitler bir tepe noktasında birleşiyor, prizmalar tabanın yükselmesi ile oluşuyor.

Elif, mülakat kesitinden de anlaşıldığı üzere piramit ve prizma kelimelerini birbiri yerine kullanmasına rağmen iki cisim ailesi arasındaki temel farkı bilmekte ve bu cisim ailelerini tanımlarken kendine özgü dili kullanmaktadır.

Deney grubundan mülakat yapılan Selen dışındaki diğer öğrenciler soruda verilen cisimleri doğru bir şekilde isimlendirmiş ve prizma ile piramit arasındaki ayrımı doğru bir şekilde yapmışlardır. Deney grubundan Selen, soruda verilen cisimleri isimlendirirken ilk cisimde kararsız kalmıştır.

A: Selen, birinci sorudaki cisimlerin isimleri nelerdir, sırayla söyleyebilir misin?

S: İlk cisim küp gibi görünüyor ama küp olduğu kesin belli değil, kare prizma ya da dikdörtgenler prizması da olabilir. Çünkü bütün ayrıtlarının eşit olduğu verilmemiş.

Selen cisimleri isimlendirirken sadece görünüme değil şekle ait özelliklerinde yeter şartların sağlanmasına dikkat etmektedir. Selen diğer cisimlerin isimlerini doğru bir şekilde sıralamıştır. Ayrıca prizma ile piramit arasındaki farklı doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir.

Kontrol grubundan Yusuf dışındaki tüm öğrenciler soruda verilen cisimleri tam ve doğru bir şekilde isimlendirmişler, prizma ile piramit cisimleri arasındaki ayrımı net bir şekilde ortaya koymuşlardır. Yusuf soruda verilen cisimlerin isimlerini söylerken ikinci cisme ilk başta piramit demiştir.

A: Yusuf, birinci sorudaki cisimlerin isimlerini söyleyebilir misin?

Y: İlki küp, ikincisi üçgen piramit- üçgen prizma, üçüncüsü dikdörtgenler prizması, dördüncüsü silindir, beşincisi piramit-kare piramit, altıncısı da koni.

A: Prizma ve piramitler farklı türde cisimler mi?

Y: Evet, piramitlerin bir tepe noktası var, prizmalar tepede bir noktada birleşmiyor. Prizma ve piramit kelimeleri birbirine benziyor. Ben karıştırmamak için Mısır'daki piramitleri düşünüyorum.

Yusuf prizma ve piramit sınıflarını doğru bir şekilde ayırabilmektedir. Ayrıca Yusuf da Elif gibi cisimleri tanımlarken kullandığı dili önceki bilgilerinden – Mısır'daki piramitler – faydalanarak oluşturmuştur.

UGAT'ın ikinci sorusu olan farklı duruşlar ve farklı cisim örnekleri arasından dikdörtgenler prizması olanları belirlemeye yönelik soru Şekil 20' de gösterilmektedir.



Şekil 20. UGAT 2. soru

Deney grubundan Elif, Şekil 20' de gösterilen soruda verilen şekillerin hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğuna sırasıyla 2, 3, 4 ve 7. cisimler şeklinde cevap vermiştir.

A: Sence buradaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizması?

E: 2, 3, 4, 7.

A: Birinci şekil sence bir dikdörtgenler prizması mıdır?

E: Hayır, o küp.

Elif her küpün aslında bir dikdörtgenler prizması olduğunu bilmemesi 3B düşünme düzeylerinin üst kademelerinde olmadığını göstermektedir. Gülsüm'ün bu sorudaki düşünceleri aşağıdaki gibidir.

A: Bu sorudaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizması?

G: 2, 3, 4 ve 7 dikdörtgenler prizması

A: Sadece bunlar mı?

G: Evet.

A: Peki birinci şekil dikdörtgenler prizması mı?

G: Tabanı kare mi, dikdörtgen mi?

A: Kare olursa ne söyleyeceksin, dikdörtgen olursa ne söyleyeceksin?

G: Kare ise kare prizma diyeceğim, dikdörtgen olursa dikdörtgenler prizması olur.

Gülsüm cisimleri sınıflandırırken taban şekline dikkat etmektedir. Bununla birlikte alt cisim sınıflarının birbiri arasındaki ilişkiyi henüz keşfedememiştir. Rasim, cisimleri isimlendirirken tabanlarına dikkat ettiğini söylemiştir. Küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi Rasim doğru bir şekilde ifade etmiştir.

A: İkinci sorudaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizması sence?

R: Birinci şekil küp gibi ama küpte olsa dikdörtgenler prizması, 2, 3, 4 dikdörtgenler prizması, 5 üçgen prizma, 6 piramit, 7 de dikdörtgenler prizması.

A: Bir cismin dikdörtgenler prizması olduğunu söyleyebilmen için neyi göz önünde bulunduruyorsun?

R: Cismin tabanına bakıyorum, tabanı dikdörtgen veya kare olan prizmanın dikdörtgenler prizması olduğunu söylerim.

A: O zaman hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğunu söyleyebilirsin?

R: Tabanı üçgen prizma olmayan prizmaların hepsi.

A: Yani?

R: 1, 2, 3, 4 ve 7.

Rasim soruda verilen şekillerden dikdörtgenler prizması olanları doğru bir şekilde seçerek bir cismin dikdörtgenler prizması olması için gerek ve yeter şartı tam olarak ifade

etmiştir. Vildan da Rasim gibi soruda verilenlerden dikdörtgenler prizması olanları doğru bir şekilde tespit edebilmiştir.

A: Peki hangileri dikdörtgenler prizması bu şekillerden?

V: 1 küp, 2 dikdörtgenler prizması, 3 dikdörtgenler prizması, 4 te dikdörtgenler prizması, 5 üçgen prizma, 6 kare piramit, 7 de dikdörtgenler prizması.

A: Peki küp dikdörtgenler prizması mıdır?

V: Küp bir dikdörtgenler prizması mıdır, evet dikdörtgenler prizmasıdır. Ama ona dikdörtgenler prizması demeye gerek yok çünkü daha çok özelliği var.

Vildan küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu bilmesine rağmen alt sınıflamada küpü ayrı bir sınıf olarak ifade etmiştir. Küpün özel bir dikdörtgenler prizması olduğunun farkında olan Vildan küpe dikdörtgenler prizması dememeyi yeğlemiştir. Semih ve Selen, sorudaki cisimlerden hangilerinin dikdörtgenler prizması olduklarını belirlemeleri istendiğinde küpü de dikdörtgenler prizması sınıfına ek soru sorulmadan koymuşlardır.

A: Semih ikinci sorudaki dikdörtgenler prizması olanları söyleyebilir misin?

S: Tabi. 1, 2, 3, 4 ve 7. şekiller dikdörtgenler prizması.

A: Birinci şekle de dikdörtgenler prizması dedin?

S: Küp gibi görünüyor ama küp olsa da dikdörtgenler prizmasıdır. Şöyle düşünsük küpün ayrıtları değişebilir olsa. Ayrıtları uzatıp kısaltarak dikdörtgenler prizmasından kare prizma ve küp elde edebiliriz.

Semih küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki farkı net olarak ortaya koymuş ve her küpün aynı zamanda bir dikdörtgenler prizması olduğunu belirtmiştir. Ayrıca küp, kare prizma ve dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi dinamik bir şekilde aktarmıştır. Benzer ifadeler deney grubundan mülakat yapılan diğer öğrenci Selen’de de karşımıza çıkmıştır. Selen de küpün yüksekliği olan ayrıtlarını değiştirerek kare prizma, taban dörtgeni olan kareyi dikdörtgene dönüştürerek dikdörtgenler prizması elde edilebileceğini bildirmiştir.

Kontrol grubundan Yusuf ve Büşra verilen cisimlerden hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğunu belirlemeyi gerektiren bu soruda küpü dikdörtgenler prizması olarak ifade etmemişlerdir.

A: Sence bu sorudaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizması Yusuf?

Y: Birincisi küp, ikinci dikdörtgenler prizması, üçüncü de dikdörtgenler prizması, dördüncüde aynı, beşinci üçgen prizma, altıncı bildiğimiz piramit, yedinci şekilde dikdörtgenler prizması. Yani 2, 3, 4 ve 7. Şekiller

A: Peki birinci şekle dikdörtgenler prizması diyebilir misin?

Y: Hayır, o küp. Bütün kenarları aynı, birbirinden farklı olsaydı dikdörtgenler prizması diyebilirdim.

Yusuf her küpün özel bir dikdörtgenler prizması olduğunun farkında değildir. Ayrıca Yusuf'un kullandığı dil 2B geometrinin terminolojisine dayanmaktadır. Cisimlerin ayrıtlarını ifade etmede kenar kelimesini kullanması bunun bir göstergesidir. Benzer şekilde Büşra da Yusuf gibi küpü dikdörtgenler prizması olarak görmemektedir.

A: Büşra, şu sorudaki cisimlerden hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğunu söyleyebilir misin?

B: Tabi, bakayım. 2, 3, 4 ve 7. şekil.

A: Başka dikdörtgenler prizması olan var mı?

B: Yok herhalde, yok.

A: Birinci şekil nedir peki?

B: Küp.

A: Sence küp bir dikdörtgenler prizması olabilir mi?

B: Neden öyle bir şey diyelim ki? Küpün bütün uzunlukları eşit, dikdörtgenler prizmasının farklı, birbirinden ayrıldıkları nokta bu.

Büşra da Yusuf gibi küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi fark edememiştir. Büşra'da bir cismin dikdörtgenler prizması olması için bütün ayrıtlarının birbirinden farklı olması gerektiği düşüncesi hakimdir. Canan soruda verilen cisimlerden dikdörtgenler prizması olanları doğru şekilde bularak küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade etmiştir.

A: Canan sence ikinci sorudaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizmasıdır?

C: 1 küp; 2, 3, 4 dikdörtgenler prizması, 5 üçgen prizma, 6 piramit, 7 dikdörtgenler prizması.

A: Peki birinci şekle dikdörtgenler prizması diyebilir miyiz?

C: Diyebilirim, çünkü en başta prizma ve tabanı bir dörtgen. Hatta tabanı kare. Kare de bir dikdörtgen olduğuna göre küp bir dikdörtgenler prizmasıdır.

Düzlem geometriye dayalı bilgilerini uzay geometriye doğru bir şekilde transfer eden Canan küpü dikdörtgenler prizması sınıfına dâhil etmiştir. Kübra da soruda verilen şekillerden dikdörtgenler prizması olanları doğru bir şekilde belirleyerek küpü dikdörtgenler prizması olarak ifade etmiştir.

A: Bu sorudaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizması?

K: 2, 3, 4 ve 7 dikdörtgenler prizması olanlar

A: Peki birinci şekil için ne söylersin?

K: O bir küp.

A: Küp bir dikdörtgenler prizması olarak sınıflandırılabilir mi?

K: Evet, küpte bir dikdörtgenler prizmasıdır. Bütün uzunlukları eşit olan dikdörtgenler prizması diyebiliriz.

Kübra her ne kadar ilk başta dikdörtgenler prizması olanları belirlemede sadece görünümü dikdörtgenler prizmasını andıranları söylemiş olsa da Kübra'nın açıklamaları küpün de bir dikdörtgenler prizması olduğunu bildiğini göstermektedir. Aleyna ve Deniz'in ile soru üzerine yapılan mülakattaki cevapları benzerlik göstermiştir. İki öğrenci de neredeyse aynı olacak şekilde cevaplar vermişlerdir. Deniz ile soru üzerine yapılan görüşmeden bir kesit şu şekildedir.

A: Deniz, bu soruda dikdörtgenler prizması olan şekilleri söyleyebilir misin?

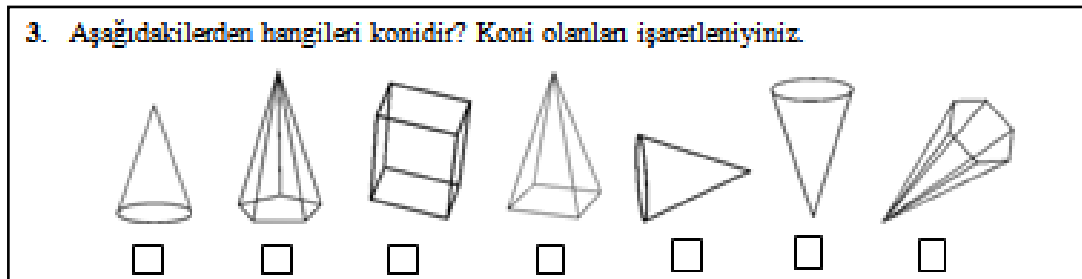
D: 2, 3, 4 ve 7. Bir de birinci şekilde dikdörtgenler prizması. Normalde küp ama her küp aynı zamanda dikdörtgenler prizmasıdır ama bunun tam tersi doğru değil.

A: Nasıl yani?

D: Yani her küp dikdörtgenler prizmasıdır ama her dikdörtgenler prizması küp değildir. Çünkü küp olabilmesi için bütün uzunluklarının eşit olması gerekir.

Mülakat kesitinden de görüldüğü gibi Deniz, küp-dikdörtgenler prizması karşılaştırmasını başarılı bir şekilde yapabilmektedir. Bu karşılaştırmayı Aleyna da aynı şekilde yapmıştır.

UGAT'ın üçüncü sorusu olan, farklı duruşlar ve farklı cisim örnekleri arasından koni olanları belirlemeye yönelik soru Şekil 21' de gösterilmektedir.



Şekil 21. UGAT 3. soru

Verilen cisimlerden hangilerinin koni olduğunu belirlemeye yönelik olan UGAT'ın üçüncü sorusu hem deney hem de kontrol grubundaki mülakat yapılan öğrencilerinin

tümünün doğru olarak cevapladığı sorudur. Yapılan görüşmelerde bütün öğrenciler cisimlerin isimlerini tek tek doğru bir şekilde söyleyerek koni olanları doğru belirlemişlerdir. Bu soruda UGAT sonuçlarına göre farklı düşünme düzeylerinde olan öğrencilerin cevapları arasında çeşitlilik ortaya çıkmamıştır. Bununla birlikte kontrol grubundan Kübra, Deniz ve Aleyna ile deney grubundan Selen ve Semih piramit ile koni arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Kontrol grubundan Kübra ile bu soru üzerinde yapılan görüşmeden kesit aşağıdaki gibidir.

A: Kübra, şu soruda verilen şekillerden hangilerinin koni olduğunu gösterebilir misin?

K: 1, 5 ve 6. olanlar

A: Peki ikinci şekil (piramit şekli gösterilerek) bir koni midir?

K: Hayır, o piramit. Tabanı daire değil. Cismin koni olması için tabanı daire ve bir tepe noktasının olması gerekir.

Kübra, verilen şekiller arasında koni olanları doğru bir şekilde tespit etmiştir. Ayrıca bir cismin koni olması için tabanının daire olması ve bir tepe noktası olması gerektiğini belirtmiştir. Deney ve kontrol grubundan mülakat yapılan öğrencilerin birçoğu koniyi özel bir piramit olarak da tanımlamışlardır. Piramidin özel bir durumu olan koniyi tanıma, verilen şekiller arasından seçmeyi gerektiren bu soruda bütün öğrenciler koni olan şekilleri belirlemişlerdir.

UGAT'ın dördüncü sorusu olan, farklı cisim ailelerine ait örneklerin (dikdörtgenler prizması, silindir ve kare piramit) 3B görünümelerini çizmeyi gerektiren soru Şekil 22'de gösterilmektedir.

4. Aşağıda isimleri verilen cisimlerin birer görünümünü çiziniz.		
Dikdörtgenler Prizması	Silindir	Kare Piramit

Şekil 22. UGAT 4. soru

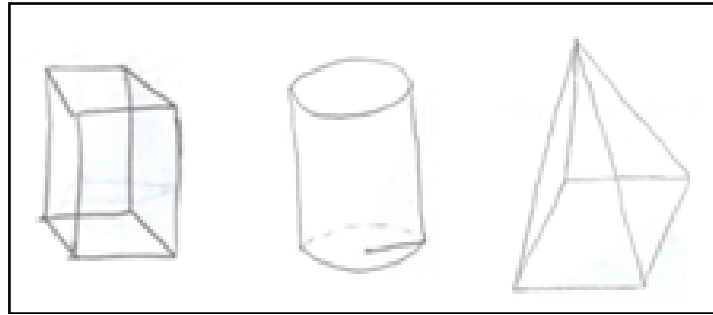
Bu soruda çizimlerin güzel olmasına değil, isimleri verilen cisimlere ait doğru örnekleri çizmelerine bakılmıştır. Deney grubundan Elif' in son test olarak uygulanan

UGAT'ın bu sorudaki dikdörtgenler prizması, silindir ve kare piramite yönelik çizimleri Şekil 23'te sunulmuştur.



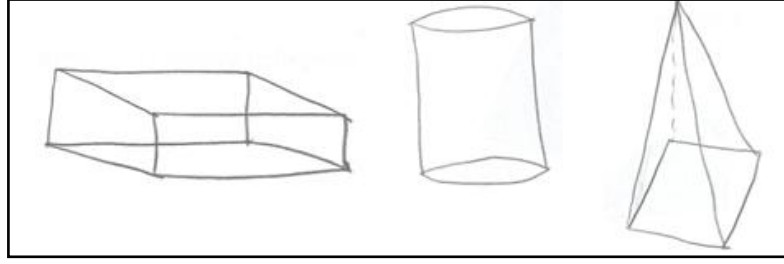
Şekil 23. Deney grubu öğrencisi Elif'in 4. sorudaki çizimi

Elif'in dördüncü sorudaki dikdörtgenler prizması, silindir ve kare piramit çizimleri doğru çizimlerdir. Yani Elif, ismi verilen cisimlerin birer görünümünü çizmiştir. Bununla birlikte Elif'in çizimlerinden dikdörtgenler prizması ve silindir çizimi kare piramit çizimine göre daha özensiz yapılmıştır. Benzer şekilde deney grubundan Gülsüm de dikdörtgenler prizması, silindir ve kare piramide ait çizimleri doğru bir şekilde yapmıştır. Deney grubundan Rasim, dördüncü soruda isimleri verilen cisimleri doğru bir şekilde çizmiştir. Rasim'in bu sorudaki çizimleri aşağıdaki Şekil 24'te sunulmuştur.



Şekil 24. Deney grubu öğrencisi Rasim'in 4. sorudaki çizimi

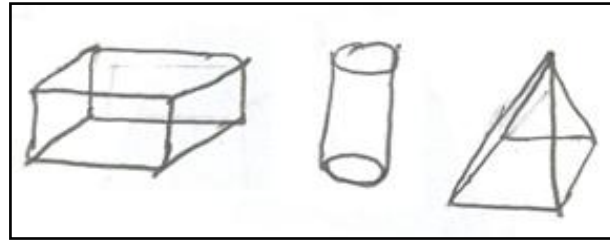
Yukarıdaki çizimlerden de görüldüğü gibi Rasim de isimleri verilen cisimlerin hepsini doğru bir şekilde çizmiştir. Rasim'in çizimleri cisimlerin gerçeğini yansıtan çizim örnekleridir. Benzer bir şekilde deney grubundan Vildan da bu sorudaki isimleri verilen cisimleri doğru bir şekilde çizmiştir. Selen ve Semih'in de bu soruda yaptığı çizimler doğru olarak kabul edilmiştir. Selen'in çizimleri Şekil 25'te sunulmuştur.



Şekil 25. Deney grubu öğrencisi Selen'in 4. sorudaki çizimi

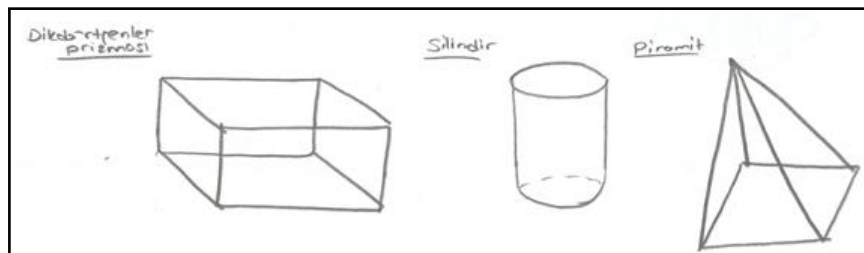
Selen' in çizimleri cisimlerin gerçeklerini yansıtmada çok başarılı olmamakla birlikte çizimler doğru yapılmıştır. Semih'in çizimleri Selen'in çizimlerine göre daha çok gerçeği yansıtıcı niteliktedir.

Kontrol grubundan Yusuf, son test olarak uygulanan UGAT'ın 4. sorusunda, isimleri verilen cisimleri doğru bir şekilde çizmiştir. Yusuf' un çizimleri Şekil 26'da gösterilmiştir.



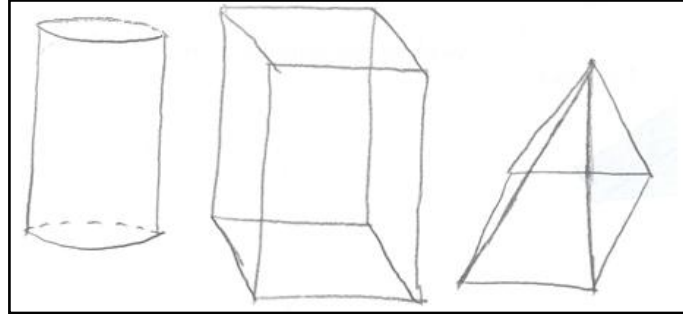
Şekil 26. Kontrol grubu öğrencisi Yusuf'un 4. sorudaki çizimi

Her ne kadar Yusuf' un çizimleri cisimlerin gerçeklerini yansıtan mükemmel örnekleri olmasa da çizimler doğrudur. Kontrol grubundan Büşra da soruda isimleri verilen cisimleri doğru bir şekilde çizmiştir. Büşra'nın çizimleri Yusuf'un çizimlerine göre biraz daha gerçeği yansıtıcıdır. Kübra'nın bu sorudaki çizimleri doğru ve gerçeğini yansıtıcı türdendir. Kübra'nın çizimleri Şekil 27'deki gibidir.



Şekil 27. Kontrol grubu öğrencisi Kübra'nın 4. sorudaki çizimi

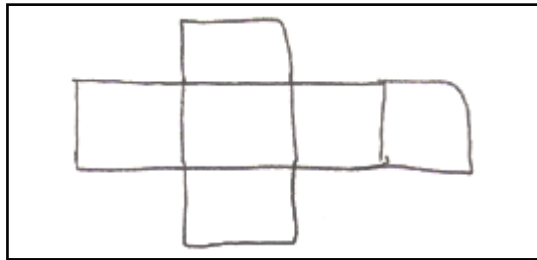
Sınavda dikdörtgenler prizması, silindir ve kare piramidin çizilmesi için ayrılan bölümler ayrı ayrı olmasına rağmen Kübra çizimlerinin yanına cisimlerin isimlerini yazmıştır. Kübra cisimleri doğru bir şekilde çizmiştir. Canan'ın çizimleri de Kübra'nın çizimleri gibi doğru ve gerçeği yansıtıcı olmakla birlikte çizdiği cisimleri Kübra'nın yaptığı gibi isimlendirmemiştir. Aleyna isimleri verilen cisimlere ait çizimleri doğru bir şekilde yapmıştır. Aleyna'nın bu sorudaki çizimleri Şekil 28'de sunulmuştur.



Şekil 28. Kontrol grubu öğrencisi Aleyna'nın 4. sorudaki çizimi

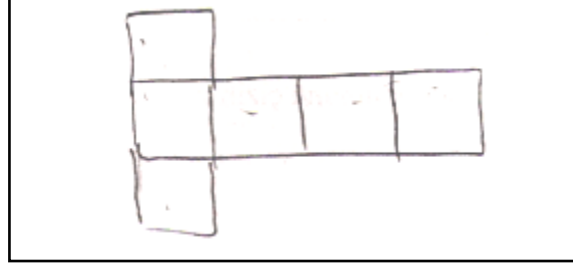
Aleyna'nın çizimleri gibi kontrol grubundan diğer öğrenci Deniz' in de bu sorudaki çizimleri doğrudur. Deney ve kontrol grubundan belirlenen bu öğrencilerin tamamı UGAT'ın dördüncü sorusundaki cisimleri doğru bir şekilde çizmişlerdir. Mülakat yapılan öğrencilerin sınavdaki çizimleri incelendiğinde, deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında çizimlerin gerçeği yansıtıcı olma durumu açısından bir grubun çizimlerinin diğer grubunkine göre daha iyi olma durumu görülmemesi dikkat çeken nokta olmuştur.

UGAT'ın beşinci sorusu olan küpün açık bir görünümünü çizmeyi gerektiren soruyu, mülakat yapılan bütün öğrenciler UGAT'ta doğru bir şekilde çizmişlerdir. Bununla birlikte küpün açık görünümü olarak yapılan çizimlerin birçoğu standart açık küp görünümü olan çizimlerdir. Örneğin deney grubundan Vildan'ın bu sorudaki çizimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 29. Deney grubu öğrencisi Vildan'ın 5. sorudaki çizimi

Kontrol grubundaki öğrencilerin tamamı küpün açık görünümünü yukarıda Vildan'ın çizim örneğindeki gibi ya da bu çizimin 90^0 döndürülmüş şekillerini çizmişlerdir. Deney grubundaki öğrencilerde ise yukarıdaki açık küp görünümünün dışında standart olmayan açık küp görünümünü çizenler bulunmaktadır. Örneğin deney grubundan Semih'in küpün açık bir görünümüne ait yaptığı çizim Şekil 30'da gösterilmiştir.



Şekil 30. Deney grubu öğrencisi Semih'in 5. sorudaki çizimi

Hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin tamamı küpün açık görünümünü doğru bir şekilde çizmişken deney grubunda yapılan çizimlerde sadece standart açık küp görünümünün haricinde de çizimlere rastlanılmıştır. Deney grubundaki öğrencilerde rastlanılan bu çeşitlilik küpün farklı yüzeyler ve farklı ayrıtlara göre açılımı şeklindedir. Bu durum deney grubundaki öğrencilerin küpün açık görünümüne yönelik tek tür algılarının olmadığını gösterir.

Mülakatlarda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin 3B cisimleri tanımları arasında belirgin bir fark ortaya çıkmamıştır. Her iki gruptaki öğrencilerde kendilerine gösterilen cisimleri doğru bir şekilde isimlendirmişlerdir. Ayrıca isimleri verilen cisimlerin çizimlerini yapma konusunda da iki grup arasında göze çarpan bir fark bulunmamaktadır. Çizimler değerlendirilirken güzel ve gerçeği yansıtıcı olmasından ziyade ismi verilen cismin doğru çizilip çizilemediğine bakılmıştır. Bununla birlikte UGAT'ın ilk beş sorusu için yapılan mülakatlarda deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında dikkati çeken en belirgin fark küpün açık görünümüne yönelik olan çizimlerdir. Kontrol grubundaki öğrenciler genelde küpün standart açık görünümü ya da bu görünümün döndürülmüş şekillerini çizerken deney grubundaki öğrenciler küpün farklı açık görünümünü örneklendirecek çizimler yapmışlardır. Bu durum deney grubundaki öğrencilerin tek tip örnek görmediklerini veya öğrencilerin bireysel olarak farklı türde düşünebildiklerini göstermektedir.

UGAT'ın altıncı sorusu olan farklı cisim ailelerine ait olan geometrik cisimleri (dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir) tanımlamayı gerektiren soru Şekil 31' de gösterilmiştir.

6. Aşağıda verilen geometrik cisimlerin tanımlarını yapınız.	
Dikdörtgenler Prizması	
Kare Piramit	
Silindir	

Şekil 31. UGAT 6. soru

Deney grubundan Elif ve Gülsüm; dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir tanımlarını genel olarak cisimlerin taban ve yüzey şekillerine ve cisim ailelerini belirterek yapmışlardır. Bununla birlikte tanımlarda düzlem geometri terminolojisi kullanılmıştır. Bu durum hem Elif'in hem de Gülsüm'ün tanımlarında ortaya çıkmıştır.

A: Elif sence dikdörtgenler prizması nedir? Dikdörtgenler prizmasını nasıl tanımlarsın?

E: Dikdörtgenler prizması; bütün kenarları dikdörtgen olan prizma.

A: Bütün kenarları mı, yüzeyleri mi?

E: İşte bütün yüzeyleri dikdörtgen olacak.

....

A: Peki, kare piramidi nasıl tanımlarsın?

E: Kare piramitte yan yüzler üçgen. 4 tane üçgen olacak, taban da kare olacak. Üçgenler tepede birleşince piramit oluyor.

....

A: Peki dairesel silindiri nasıl tanımlarsın?

E: İki tane çember olacak altta ve üstte birde ortadan onları birleştiren bir yer olacak. İki çemberi birleştiren bir cisim.

A: İki çemberi birleştiren cisim derken?

E: Yani iki çember arasında kalan ve o bölgeyi saran bir cisim. Dikdörtgen gibi. Açarsak dikdörtgen olur.

Elif kendisine sorulan cisimleri tanımlarken cisimlerin yüzey şekillerine vurgu yapmıştır. Elif'in tanımlarında kullandığı dil hala 2B düzlem geometri terminolojisine dayalıdır. Elif'in kullandığı terimler her ne kadar düzlem geometri terminolojisine dayalı olsa da kastettiği uzay geometriye özgü elemanlardır. Deney grubundan mülakat yapılan diğer öğrenci Gülsüm için de benzer durumlar söz konusudur. Rasim ve Vildan dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir tanımlarını cisimlerin yüzey şekillerini vurgulamanın ötesinde cisimlerin sahip olduğu özelliklere de değinmişlerdir.

A: Vildan, sence dikdörtgenler prizması nasıl bir cisimdir? Dikdörtgenler prizmasını nasıl tanımlarsın?

V: Tabanı dikdörtgen olan prizmadır.

A: Tabanı dikdörtgenden başka şekil olabilir mi?

V: Kare olabilir.

...

A: Peki kare piramidi nasıl tanımlarsın?

V: Taban yüzeyi kare olan, yan yüzeyleri üçgenlerden oluşan cisimdir.

...

A: Silindir nasıl bir cisimdir? Nasıl tanımlarsın silindiri?

V: Bir dikdörtgenin bir kenarı etrafında 360^0 döndürülmesiyle oluşan şekildir.

Mülakatlarda Vildan'ın silindir tanımı Rasim'in tanımından farklılık göstermiştir. Rasim silindiri tanımlarken mülakat yapılan diğer öğrenciler gibi yüzeylerinden hareket etmiştir. Vildan ise tanımında silindirin nasıl oluştuğunu kullanarak tanım yapmıştır. Selen ve Semih dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir cisimlerini tanımlarken yüzey özelliklerinin yanı sıra cisimlerin sahip olduğu özelliklere de vurgu yapmışlardır.

A: Selen, dikdörtgenler prizmasını tanımlamanı istesem?

S: Tüm yüzeyleri dikdörtgen olan prizmadır.

A: Yüzeyler dikdörtgenden başka cisim olur mu?

S: Kare de olabilir. Eğer tüm yüzeyler kare olursa cisim özel olarak küptür ama her küp aynı zamanda dikdörtgenler prizmasıdır. Tıpkı her karenin dikdörtgen olması gibi...

A: Peki kare piramidi nasıl tanımlarsın?

S: Bir karenin köşe noktalarının uzaydaki bir nokta ile birleştirilmesi sonucu oluşan kapalı cisimdir.

A: Yüzeyler nasıl olur?

S: Taban zaten kare, yan yüzeyler ikizkenar ya da eşkenar üçgen olabilir.

A: Peki silindiri nasıl tanımlarsın?

S: Bir dikdörtgenin kısa ya da uzun kenarı etrafında 360^0 döndürülmesi sonucu oluşan kapalı cisimdir.

Selen, dikdörtgenler prizması tanımında tabanların kare olabileceğini ifade etmiştir. Kare piramit tanımında yan yüzeylerin türleriyle de ilgili doğru bilgiler veren Selen'in silindir tanımı da Vildan'ın tanımındaki gibi silindirin dikdörtgenin döndürülmesi sonucu oluşan cisim şeklindedir. Benzer bir şekilde Semih de bu cisimlerin tanımını formal olarak tam ve doğru bir şekilde vermiştir.

Kontrol grubundan Yusuf ve Büşra'nın dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir tanımları da deney grubundaki öğrencilerden çok farklı değildir. Yine cisimlerin tanımları görsel şekilleri üzerinedir ve tanımlarda yine 2B geometri terminolojisi hâkimdir.

A: Dikdörtgenler prizmasını nasıl tanımlarsın, Yusuf?

Y: Tabanı dikdörtgen olan prizma.

A: Sadece tabanı mı dikdörtgen olması gerekiyor?

Y: Dikdörtgenler prizmasında karşılıklı yüzeyler eşit olduğundan alt tabanla üst taban aynı dikdörtgen olmalı.

A: Peki diğer yüzeyler dikdörtgenden başka bir çokgen olabilir mi?

Y: Nasıl yani?

A: Mesela diğer yüzeyler kare olabilir mi?

Y: Olabilir. Taban dikdörtgen olduğu sürece diğer yüzeylerin önemi yok.

A: Kare piramit nasıl bir cisimdir, nasıl tanımlarsın kare piramidi?

Y: Tabanı kare olan bir şeklin üstten herhangi bir noktaya köşelerinin birleştirilmesiyle yan yüzleri üçgen olan şekildir.

...

A: Silindir nasıl bir cisimdir? Nasıl tanımlarsın silindiri?

Y: Paralel iki tane çemberin kenarlarının birleştirilmesiyle oluşan şekildir.

...

Yusuf'un tanımlarında deney grubundaki Elif ve Gülsüm gibi 2B düzlem geometrisi terimleri kullandığı görülmüştür. Yusuf'un da tanımları da deney grubundaki Elif ve Gülsüm gibi görsel şekiller üzerinedir. Benzer durum Büşra'nın tanımlarında da ortaya çıkmıştır.

Canan ve Kübra'nın, dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir tanımları birbirine benzerlik göstermektedir.

A: *Canan, dikdörtgenler prizmasını nasıl tanımlarsın?*

C: *Dikdörtgenler prizması, alt ve üst tabanları dikdörtgen olan prizmadır.*

A: *Dikdörtgenler prizmasında taban kare olabilir mi?*

C: *Evet olur. Sonuçta kare de bir dikdörtgen. Diğer yüzeyler kare de olsa yine dikdörtgenler prizması olur.*

A: *Peki kare piramidi tanımlayacak olsan nasıl bir tanımlama yaparsın?*

C: *Kare piramit, tabanı kare olan ve köşeleri tepede bir noktada birleşen cisim. Yani piramit olan bir cismin tabanı kare ise kare piramittir.*

A: *Peki, silindiri nasıl tanımlarsın?*

C: *Onunda tabanı daire olan, üst tabanı da daire olan cisim. Alt ve üst tabanları daire olan ve bunların birleştirilmesiyle oluşan cisim.*

A: *Peki, silindirin açık görünümü nasıl olur?*

C: *İki tane daire ve bir tane de dikdörtgen olur. Dikdörtgen yan yüzeyin açık halidir.*

Canan'ın cisim tanımları da cisimlerin yüzey şekillerinin belirtilmesine dayalıdır. Bununla birlikte dikdörtgenler prizmasının tanımı üzerine yapılan görüşmede Canan küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu söylemiştir. Benzer bir şekilde Kübra da küpün özel bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade etmiştir. Aleyna ve Deniz' in dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir cisimlerine ait tanımları deney grubundaki Selen'in tanımlarından farklılık göstermektedir. Bu farklılık cisimlerin oluşum şekillerinden ziyade cisimlerin özelliklerine vurgu yapıcı şekildedir.

A: *Deniz, dikdörtgenler prizması nasıl tanımlarsın?*

D: *Karşılıklı yüzeyleri eş ve dikdörtgen olan prizma.*

A: *Yüzeyler dikdörtgenden başka şekil olur mu?*

D: *Kare de olabilir. Sadece tabanlar kare olursa cisim kare prizma olarak, bütün yüzeyler kare olursa cisim küp olarak adlandırılır.*

A: *Peki kare piramidi nasıl tanımlarsın?*

D: *Tabanı kare olan ve yan yüzleri eş üçgenlerden oluşan piramit.*

A: *Yan yüzeyler hakkında ne söylersin?*

D: *Eşkenar üçgen ya da ikizkenar üçgen olabilir.*

A: *Peki silindiri tanımlamanı istesem?*

D: *Tabanları daire olan prizma derim kısaca.*

...

Deniz'in cisim tanımları formal olarak tam ve doğrudur. Deniz silindiri tanımlarken “*tabanı daire olan prizma*” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bu durum Deniz' in silindiri cisim ailelerinden prizmalar grubuna koyduğunun göstermektedir. Mülakatlarda Aleyna'nın tanımları da Deniz' in tanımlarına benzerlik göstermiştir. Ancak Aleyna tanımlarını yaparken cisimlerin yüzey şekillerine daha çok vurgu yapmıştır.

UGAT'ın yedinci sorusu olan düzgün piramitleri geometrik özellikleriyle tanımlayabilme ve hangi geometrik özelliklere sahip olduğunu belirleyebilmeyi gerektiren soru Şekil 32'de gösterilmektedir.

7. Düzgün piramitler için aşağıdaki özelliklerden hangileri her zaman doğrudur?
- I. Taban yüzeyleri düzgün çokgendir.
 - II. Yan yüzler eşkenar üçgendir.
 - III. Yan yüzlerin tepe noktası ortaktır.
 - IV. Yanal yüzlerden birine ait olan yükseklik piramidin yüksekliğidir.
 - V. Hacmi taban alanı ile piramidin yüksekliğinin çarpımına eşittir.
- A) I-II B) I-III C) I-II-III D) II-III-IV E) III-V

Şekil 32. UGAT 7. soru

Deney grubundan Elif ve Gülsüm' ün her ikisi de mülakat sırasında bu soruda verilen özelliklerden I, III ve IV numaralı maddeler için doğru yorumlar yapmışlardır. Elif II numaralı madde de, Gülsüm ise hem II hem de V numaralı madde de başlangıçta hatalı yorum yapmışlardır.

A: Düzgün piramitlerin yan yüzleri her zaman eşkenar üçgen midir Gülsüm?

G: Evet yan yüzeyler eşkenar üçgendir, doğru. Düzgün olması için yan yüzlerin eşkenar üçgen olması lazım. Çünkü eşkenar üçgen düzgün bir çokgendir.

A: Bir piramide düzgün diyebilmemiz için piramidin nasıl olması gerekir.

G: Tabanının düzgün çokgen olması lazım.

A: Yan yüzeyler için belirli bir şartın olması gerekir mi?

G: Gerekmiyor...

...

A: Piramidin hacmi taban ile yüksekliğinin çarpımına mı eşittir?

G: Evet, Taban alanı çarpı yükseklik piramidin hacmiydi.

A: Prizmanın hacmi neydi?

G: (Düşünerek) Taban alanı çarpı yükseklik. Piramitte üçe bölüyorduk. Çünkü üç tane piramit bir tane prizma yapıyordu. Prizma ile piramit çok benziyor birbirine.

...

Gülsüm her ne kadar ilk başta soruda verilen maddeleri doğru analiz edememişse de cevapları sorgulandığında kendi başına doğru cevaplara ulaşmıştır. Gülsüm'ün başlangıçta cevabı tam olarak doğru verememesi prizma ile piramit kelimelerinin benzerliğinden dolayı bu iki cisim ailelerini karıştırmasından kaynaklanmıştır. Rasim bu soruda sadece piramidin hacmiyle ilgili ilk başta hatalı bilgi vermiştir. Seçeneklerden verdiği cevaba uygun olan şıkkı bulamayınca maddelere tekrar dönmüş ve piramidin hacmiyle ilgili verilen maddenin hatalı olduğunu söylemiştir.

...

R: Piramidin hacmini galiba yanlış söyledim. Piramitlerin hacimleri taban alanları ile yüksekliklerin çarpımının üçe bölünmesiyle bulunuyordu.

A: Neden üçe bölüyoruz peki?

R: Çünkü üç tane piramit bir prizma hacmini veriyor. Tabanları aynı büyüklükteki yükseklikleri de aynı olan üç tane piramidin hacmi bir tane aynı tabanlı prizmanın hacmine eşit.

İlk başta piramitlerin hacmiyle ilgili yanlış bilgi veren Rasim'in bu madde üzerine cevabının irdelenmesiyle piramidin hacmiyle ilgili bilginin nereden geldiğine yönelik doğru bilgiye sahip olduğu görülmüştür. Diğer bütün maddelere Rasim doğru yorumlar yapmıştır. Vildan'ın piramitlerle ilgili maddeler üzerine yaptığı tüm yorumlar doğrudur. Semih düzgün piramitler için soruda verilen maddelerden hangilerinin her zaman doğru olduğunu doğru bir şekilde belirlemiştir. Bununla birlikte Selen'in düzgün piramitlerin yan yüzleri için yaptığı açıklama Semih'in yaptığı açıklamadan farklılık göstermektedir. Semih düzgün piramitlerde yan yüzlerin eşkenar üçgen değil ikizkenar üçgen de olabileceğini belirtirken Selen bunu aşağıdaki gibi açıklamıştır.

A: Düzgün piramitlerin yan yüzeyleri için ne söylersin? Yan yüzeyler her zaman eşkenar üçgen midir?

S: Şimdi bu her zaman doğru olmayabilir. Çünkü tabanı düzgün çokgen olan bir piramidin köşelerini bir tepe noktasına birleştirdiğimizde bu piramit düzgün piramit olur. Tepe noktasını dikine hareket ettirdiğimizi düşünürsek, yan yüzeylerdeki üçgenlerin şekilleri bozulur. Her zaman eşkenar üçgen olmayabilir yani.

Selen düzgün piramitler gibi çokyüzlü cisimlerin yüzeyle ilgili özellikleri zihninde dinamik bir şemada canlandırıp ifade edebilmektedir.

Kontrol grubundan mülakat yapılan Büşra ile Yusuf'un bu sorudaki cevapları benzerlik göstermektedir. Yusuf başlangıçta I,III ve V numaralı maddelere doğru cevaplar vermiş, II ve IV numaralı maddelerde başlangıçta yanlış yorumlar yapmış olsa da Yusuf'un bu maddelerdeki cevapları sorgulandığında doğru cevaba ulaştığı görülmüştür. Buna karşın Büşra ile yapılan mülakatta verilen özelliklerden I, III ve V numaralı maddeler için doğru yorumlar yapmış, II ve IV numaralı maddelerde yanlış bilgilere sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Büşra'nın yanlış bilgi verdiği maddeler sorgulandığında IV numaralı maddede doğru cevaba ulaşmasına rağmen II numaralı madde hakkındaki bilgisinin yanlış olduğu ortaya çıkmıştır.

...

A: Büşra, düzgün piramitlerin yan yüzleri her zaman eşkenar üçgen midir?

B: Evet, eşkenar üçgendir. Çünkü taban düzgün çokgen, yani kare. O zaman yan yüzleri de eşkenar üçgen olması lazım ki piramit düzgün çokgen olsun.

...

A: Peki piramidin yan yüzlerinden birine ait olan yükseklik piramidin yüksekliği olur mu?

B: Olur.

A: (Bir piramit çizimini göstererek) Bu piramidin yan yüzlerden birinin yüksekliğini gösterir misin?

B: (Yan yüz yüksekliğini çizerek) Şurası. Tepeden kenara dik olan doğru.

A: Tepe noktasından taban ayırıtına dik olarak çizilen mesafe. Peki, piramidin yüksekliği bu mudur?

B: Yanlış söyledim. Piramidin yüksekliği tabanın ortasına indirilen doğru. Bu iki uzunluk farklı olur.

Büşra düzgün piramidin tanımını doğru bir şekilde yapmasına rağmen, soruda verilen maddelerden yan yüzelerin eşkenar üçgen olması durumunun her zaman düzgün piramitte olması gerektiği düşüncesindedir. Ayrıca, piramidin yüksekliği ile yan yüz yüksekliğinin farklı yükseklikler olduğunu piramit çizimi üzerinde göstermesini istedikten sonra bunun farkına varmıştır. Canan, düzgün piramitler için soruda verilen maddelerden hangilerinin her zaman doğru olduğunu doğru belirlemiştir. Canan'ın maddelere yönelik yaptığı açıklamalar onun doğru bilgilere sahip olduğunu göstermektedir. Kübra'nın ise bu soruda II numaralı maddeye yönelik yanlış bilgiye sahip olduğu görülmüştür.

A: Kübra, düzgün piramitlerde yan yüzeyler her zaman eşkenar üçgen midir?

K: Evet, düzgün piramit olması için öyle olması lazım. Tabanı kare, yan yüzlerinde eşkenar üçgen olması lazım ki piramit düzgün olsun.

A: Bütün düzgün piramitlerde yan yüzeyler eşkenar üçgen midir? Mesela tabanı düzgün beşgen olan bir düzgün piramidin yan yüzeyleri de eşkenar üçgen midir?

K: Evet, eşkenar üçgendir.

...

Kübra düzgün çokgenlerin tabanlarının düzgün olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte Kübra'ya göre bütün düzgün piramitlerin yan yüzeyleri eşkenar üçgendir. Düzgün piramitlere yönelik diğer maddeler üzerine yapılan görüşmede Kübra doğru açıklamalar yapmıştır. Deniz bu soruda verilen bütün maddeleri mülakat sırasında doğru bir şekilde analiz etmiştir. Benzer bir şekilde Aleyna'nın da cevapları maddelere yaptıkları analizler doğrudur. Bununla birlikte düzgün piramitlerin hacimleriyle ilgili olan madde de Deniz'in açıklamaları Aleyna'nın ifadelerinden farklılık göstermiştir. Aleyna piramidin hacmini doğru bir şekilde ifade etmiş ama cevabında yeterli açıklamaları yapamamıştır. Deniz'in bu maddeye yönelik açıklamaları aşağıdaki gibidir.

A: Piramidin hacmi için ne söylersin? (5. maddeyi göstererek) Bu ifade sence doğru mu?

D: Piramitlerin hacminde taban alanı çarpı yükseklik bölü üç var. Üçe bölmezsek piramidin değil o tabanlı prizmanın hacmini buluruz.

A: Peki neden üçe bölüyoruz?

D: Çünkü üç tane piramit yan yana gelerek prizma oluşturuyor.

Deniz, piramidin hacminin hesabında neden taban alanı ile yüksekliğin çarpımının üçe bölündüğünü doğru bir şekilde açıklamış ve bu açıklamasıyla aynı tabanlı prizma ile piramidin hacmi arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade etmiştir.

UGAT'ın sekizinci sorusu olan düzgün prizmaları geometrik özellikleriyle tanımlayabilme ve hangi geometrik özelliklere sahip olduğunu belirleyebilmeyi gerektiren soru Şekil 33'te gösterilmektedir.

8. Düzgün prizmalar için aşağıdaki özelliklerden hangileri her zaman doğrudur?
- I.Adlarını taban şekillerine göre alırlar.
 II.Tabanları arasındaki en kısa mesafe prizmanın yüksekliğidir.
 III.Yan yüzleri karedir.
 IV.Tabanları birbirine eş ve paraleldir.
 V.Bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni vardır.
- A) I-II B) II-III C) I-II-IV D) I-III-V E) I-IV-V

Şekil 33. UGAT 8. soru

Deney grubundan Elif sekizinci soruda verilen maddelerden sadece beşincisinde başlangıçta yanlış cevap vermiştir. Elif diğer maddelere doğru cevap vermiştir.

...

A: *Bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni var mıdır?*

E: *Evet, vardır.*

A: *Örnek verebilir misin cisim köşegeni olan düzgün prizmalara?*

E: *Mesela, küp ya da dikdörtgenler prizması.*

A: *Dikdörtgenler prizması düzgün prizma mıdır?*

E: *Tabanı düzgün değil. O zaman düzgün prizma olmuyor. Sadece küpün cisim köşegeni var.*

...

Elif dikdörtgenler prizmasını ilk başta düzgün prizma olarak sınıflamıştır. Bununla birlikte kendisine dikdörtgenler prizmasının düzgün prizma olup olmadığı sorulduğunda dikdörtgenler prizmasının düzgün prizma olmadığını ifade etmiştir. Deney grubunun diğer öğrencileriyle (Gülsüm, Rasim, Vildan, Selen ve Semih) bu soru üzerine yapılan mülakatta bütün öğrenciler tüm maddeleri doğru analiz etmiştir. Bununla birlikte Selen'in III madde için yaptığı açıklama ilgi çekicidir.

A: *Düzgün olması için yan yüzlerinin her zaman kare olması gerekir mi?*

S: *Düşünmem lazım. Hayır. Çünkü düzgün olması için tabanının düzgün çokgen olması yeterli. Mesela tabanı düzgün çokgen olan kare prizmanın yüksekliğini değiştirerek küp haline getirdiğimizde yan yüzleri kare olur. Bunun dışındaki tabanı kare olan düzgün prizmaların yan yüzleri kare olmaz dikdörtgen olur.*

Selen düzgün prizmaların yan yüzleri ile ilgili verilen maddeyi analiz ederken zihninde dinamik bir yapı kurmuştur. Bu dinamik yapıda belirli noktaları hareket ettirerek cisim üzerinde değişen özellikleri ve korunan özellikleri doğru bir şekilde yorumlamıştır.

Kontrol grubundan Yusuf ve Büşra' nın her ikisi de sınavın sekizinci sorusunu seçeneklere bakarak analiz etmiştir.

A: Yusuf, düzgün prizmalar için bu soruda verilen maddelerden hangilerinin her zaman doğru olduğunu söyleyebilirsin?

Y: Şimdi, düzgün prizmalar adlarını taban şekillerine göre alırlar. Bu doğru. O zaman şıklarda I olacak. Düzgün prizmaların tabanları birbirine eş ve paraleldi de. Bu durumda IV numaralı madde doğru. O zaman cevap D şıkkı olur.

A:Peki, yan yüzeyleri hakkında ne söylersin?

Y: Her zaman kare olmayabilir. Dikdörtgende olur.

A: Bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni var mıdır?

Y: Yoktur herhalde.

Yusuf prizmalarla verilen maddeleri analiz ederken seçeneklerden hareket ederek doğru sonuca varmaya çalışmıştır. Benzer bir şekilde Büşra da soruya bu şekilde yaklaşmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Canan bu soruda verilen maddelere doğru açıklamalar getirerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Bununla birlikte Kübra düzgün prizmalara yönelik verilen maddelerden V numaralı maddeye yeterli düzeyde açıklama yapamamıştır.

...

A: Pekala, bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni var mıdır?

K: Yok hayır, yani yoktur ama hangisinin olduğunu bilmiyorum, şimdi örnek veremeyeceğim.

A: Hangisinin var peki onları söyle?

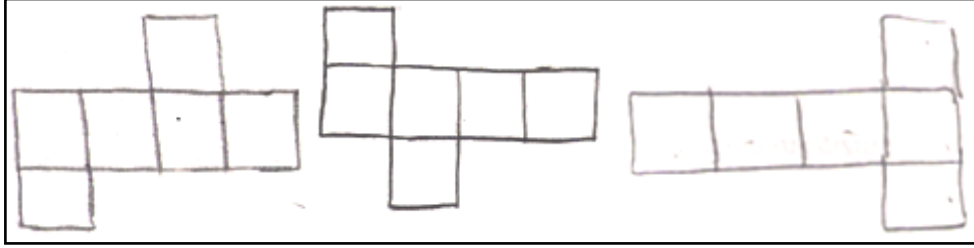
K: Cisim köşegeni, mesela küpün var.

...

Kübra düzgün prizmalardan cisim köşegeni olana küp örneğini vermiştir. Bununla birlikte bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni olmadığını ancak buna örnek veremeyeceğini söylemiştir. Aleyna ve Deniz ile bu soru üzerine yapılan mülakatlarda bu öğrencilerin her ikisi de tüm maddeleri doğru bir şekilde analiz ederek doğru sonuca ulaşmışlardır.

UGAT'ın dokuzuncu sorusu küpün iki farklı açık görünümünü çizmeyi gerektiren bir soruydu. Kontrol grubundan mülakat yapılan öğrencilerden Yusuf ve Kübra sınav kâğıtlarında bu soruda sadece bir tek açık görünüm (standart açık görünüm) çizmişlerdir. Bu öğrencilerle yapılan mülakatlarda küpün başka açık görünümü olup olmayacağı sorulduğunda her iki öğrenci de sınav kâğıtlarında yaptıkları çizimin döndürülmüş

şekillerini çizmişlerdir. Kontrol grubunun diğer öğrencilerinde küpün iki farklı açık görünümünü resmetmede çeşitlilik göze çarpmazken deney grubundaki öğrencilerin küpün açık görünümüne ait olabilecek çizimleri daha fazla çeşitlilik göstermiştir. Deney grubunda küpün farklı açık görünümüne yönelik çizim örnekleri Şekil 34’te sunulmuştur.



Şekil 34. Deney grubu öğrencilerinin 9. sorudaki çizimlerine örnekler

Yukarıda örnek olarak verilen standart açık görünümünün haricindeki çizimleri deney grubundan Selen, Semih ve Rasim çizmiştir. Bu çizimler küpün standart açık görünümünün döndürülmüş şekilleri değildir. Deney grubundaki öğrenciler küpe ait iki farklı açık görünüm çizerlerken standart açık görünümünün döndürülmüş şekillerinin haricinde farklı yüzey ve farklı ayrıtlardan parçalanışlarını resmeden çizimler yapmışlardır. Bu durum deney grubundaki öğrencilerin küpün farklı açık görünüme sahip olma durumlarını sadece tek bir yüzeye göre açılabilceğini değil farklı yüzeylere göre ve farklı ayrıtlardan kesilerek açılabilceği algısının geliştiğini göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerine çizdikleri küpün farklı açık görünümündeki karelerin içine 1’den 6’ya kadar rakamlar yazılarak küpün kapatılması durumunda hangi rakamın karşısında hangisi olacağı, bir rakamın komşularının ne olacağı gibi sorular sorulmuştur. Kontrol grubundan Yusuf haricindeki mülakat yapılan tüm öğrenciler rakamların karşısındaki yanındaki yüzeylerde hangi rakamların yazılacağını bilmişlerdir. Bununla birlikte küpün açık bir görünümü üzerinde rakamların küp kapalı formuna getirildiğinde nasıl bir konumda görüneceğini sorusunda kontrol grubu öğrencileri zorlanmışlar ve cevap vermekten kaçınmışlardır. Bu tahminleri kontrol grubundan sadece Aleyna doğru yapabilmıştır. Deney grubunda ise tüm öğrenciler hangi yüzeyin karşısında hangi numaralı yüzey olacağını doğru bir şekilde söylerken sadece Gülsüm ve Elif açık formdaki küpün üzerine yazılan rakamların küpü kapalı formuna dönüştürdüğümüzde nasıl görüneceğine yönelik tahminleri hatalı olmuştur.

UGAT'ın onuncu sorusu olan geometrik cisimleri sınıflandırma ve cisimlerin oluşturduğu alt cisim sınıfını isimlendirebilmeyi gerektiren soru Şekil 35'de gösterilmektedir.

10. Aşağıda verilen cisimleri numaralarına göre sınıflandırarak oluşturduğunuz grupların isimlerini yazınız.

Cisim No	Sınıf Adı

Şekil 35. UGAT 10. soru

Deney grubundan Gülsüm şekilleri verilen cisimleri sınıflandırırken başlangıçta üç sınıf oluşturmuştur. Bunlar; 1 numaralı şekli küp, 3, 4 ve 6 numaralı şekilleri prizma ve 2, 5 ve 7 numaralı cisimleri piramit şeklindedir.

A: Gülsüm, bu soruda 1' den 7' ye kadar numaralandırılmış olan bu cisimleri sınıflandırmanı istesem?

G: Bakayım. 1 küp; 3, 6 ve 4 prizma oluyor. Diğerleri de piramit.

A: Küp nedir? Küpü neden ayrı bir sınıf olarak ayırdın?

G: Prizma ve piramitler diye sınıflandırırsam 1, 3, 6 ve 4 prizma olur. Küpte bir prizmadır. 5, 2 ve 7 de piramit olur.

Gülsüm başlangıçta küpü ayrı bir cisim sınıfı olarak almışsa da küpün ne olduğu sorulduğunda küpü de prizma sınıfına koyarak verilen cisimleri iki sınıfta toplamıştır. Bu soruda Elif, Rasim, Vildan, Selen ve Semih sınıflandırmayı prizma ve piramit şeklinde yaparak verilen cisimleri doğru bir şekilde sınıflandırmıştır.

Kontrol grubundan Büşra cisimleri sınıflandırırken küp ve dikdörtgenler prizmasını aynı şekil olarak ifade etmiş, diğer prizmaları da bu sınıfa yerleştirmiştir.

A: 1' den 7' ye kadar numaralandırılmış olan bu cisimleri sınıflandırmaya çalışsan?

B: Nasıl sınıflandıracağım yani?

A: Yani buradaki cisimleri ayırsan, şunlar bir grup bunlar bir grup ötekiler diğer bir grup diye ve bu grupların isimlerini söyleyen? Nasıl sınıflandırırsın?

B: Bakayım. 1,4 aynı. Bunlar prizma.

A: Başka prizma yok mu orada?

B: Var 3. Bir de 6 da prizma

A:Diğerleri?

B: Diğerleri piramit.

Büşra verilen şekiller arasından prizma ve piramit olanları doğru bir şekilde belirlemiş ve sınıflandırmıştır. Yusuf, Canan, Kübra, Deniz ve Aleyna bu soruda cisimleri sınıflandırırken cisimleri prizma ve piramitler diye iki sınıfa bölmüşlerdir. Kübra sınıflandırmasını yaparken piramit olan cisimleri tepeleri sivri olan cisimler ve sivri olmayan cisimler şeklinde yapmıştır.

A: 1' den 7' ye kadar numaralandırılmış olan bu cisimleri sınıflandırmaya çalışsan?

K: Bunların bazılarının tepeleri sivri. Tepesi sivri olanları bir sınıflandırırsam bunlar piramit olur, tepesi sivri olmayanlar prizma olur.

A: Numara belirterek söyle?

K: 1, 3, 6, 4 prizma; 2, 5, 7 piramit.

UGAT'ın ikinci düzeyini oluşturan 6 ile 10. sorular üzerine yapılan mülakatlarda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim tanımlamaları arasında farklılık olduğu göze çarpmaktadır. Deney grubundaki öğrencilerin cisimleri tanımlarken ifadelerinde daha çok dinamik yapılar kullandıkları görülmüştür. Kare dik prizmanın yüksekliğinin hareket ettirilerek küp şekline dönüştürülebilmesi ya da bir dikdörtgenin bir kenarı çevresinde 360^0 döndürülmesi sonucu oluşan cismin silindir olması gibi deney grubundaki öğrencilerin kullandıkları ifadeler onların geometrik objeleri tanımlarken ya da onlara ait özellikleri ifade ederken zihinlerinde dinamik yapılar kurduklarını göstermektedir. Deney grubundan Selen, düzgün piramidin yan yüzeylerinin her zaman eşkenar üçgen olup olamayacağı sorusunda piramidin düzgün olma özelliğini bozmadan tepe noktasının uzayda tabana dik bir şekilde hareket ettirilmesi sonucu yan yüzeylerdeki değişimi doğru bir şekilde ifade etmesi onun cisimleri zihninde dinamik bir şekilde yapılandığını göstermektedir. Cisimlere ait özelliklerin sorgulanmasında kontrol grubu öğrencileri ise cisimleri tanımlarken ya da cisimlere ait özellikleri ifade ederken daha çok cisimlerin görünümünü tasvir etme yolunu kullandıkları ve özellikleri ifade ederken gerekçelendirmedikleri görülmektedir. Karşılıklı yüzeyleri eşit ve dikdörtgen olan prizmanın dikdörtgenler prizması olduğu veya tabanı kare olan ve tepesi sivri olan geometrik cismin kare piramit şeklinde tanımlanması kontrol grubundaki öğrencilerin cisimleri tanımlarken daha çok yüzey şekillerini kullandıklarını göstermektedir. Bununla birlikte deney ve kontrol grubu

öğrencileri arasında en çok göze çarpan farkın cisimlerin açık görünümelerini resmetmedeki yaratıcılıkları olduğu söylenebilir. Deney grubundaki öğrenciler küpün iki farklı açık görünümünde farklı yüzeyler üzerine ve farklı parçalanışlarına yönelik çizimler yapabilirken kontrol grubundaki öğrenciler daha çok küpün standart açık görünümünün döndürülmüş şekillerini çizme eğilimi göstermiştir. Açık küp görünümünün yüzeylerinin numaralandırılması sonrasında küpün kapalı şekle dönüştürülmesi ile yüzeylerin karşısındaki ve yanlarındaki yüzeylerde hangi numaraların olacağını deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin birçoğu doğru tahmin etmişlerdir. Ancak küpün açık görünümünün küpün kapalı forma dönüştürülmesi sonucunda yüzeylerdeki rakamların konumlarının nasıl olacağını deney grubundaki öğrenciler daha başarılı bir şekilde tahmin etmişlerdir.

UGAT'ın 11. sorusu olan geometrik cisimleri ve özelliklerini ilişkilendirebilmeyi gerektiren soru Şekil 36'da gösterilmektedir.

11. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?
- a) Küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasında özelliklerdir.
 - b) Kare prizmanın bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasında özelliklerdir.
 - c) Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri küpünde özelliklerdir.
 - d) Küpün bütün özellikleri paralelyüzünde özelliklerdir.
 - e) Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri paralelyüzünde özelliklerdir.

Şekil 36. UGAT 11. soru

Deney grubundan Elif ile bu soru üzerine yapılan görüşmede Elif küpün özellikleri ile dikdörtgenler prizmasının özellikleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirleyememiştir.

A: Elif sence bu soruda verilen ifadelerden hangisi doğru olabilir? Küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasının özellikleri olur mu?

E: Hayır, olamaz.

A: Neden olamaz? Açıklayabilir misin?

E: Küpün bütün kenarları birbirine eşittir ama dikdörtgenler prizmasında bütün kenarlar dikdörtgendir. Karşılıklı kenarlar birbirine eşit oluyor sadece.

Elif küp ile dikdörtgenler prizması cisimlerini birbirinden ayrı cisimler olarak görmektedir. Bir cismin dikdörtgenler prizması olması için bütün yüzeylerinin dikdörtgen

olması gerektiğine inanan Elif bunu ifade ederken yüzey yerine kenar kelimesini kullanmıştır. Elif bu durumun tersinin sorgulandığı madde için de benzer yaklaşımı sergilemiştir.

A: Peki dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri küpün özellikleri olur mu?

E: Hımm, yok olamaz. Çünkü dikdörtgenler prizmasının her kenarı dikdörtgen, küpte ise kare.

Elif üstteki ifade de görüldüğü gibi küp ile dikdörtgenler prizmasını ayrı cisimler olarak algılamaktadır. Elif'te bir prizmanın dikdörtgenler prizması olması için bütün ayrıtlarının birbirinden farklı olması gerektiği algısı vardır. Bununla birlikte cisimlerin yüzeylerini ifade ederken 2B geometri terimi olan kenar kelimesini kullanmaktadır. Elif, kare prizma ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi de doğru belirleyememiştir.

A: Sence kare prizmanın bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasının özellikleri olabilir mi?

E: Olamaz. Çünkü kare prizma da taban kare olmalı. Bu dikdörtgenler prizması olmasını engeller.

Elif prizmalar grubunun elemanları olan küp, kare dik prizma ve dikdörtgenler prizması cisimleri arasındaki ilişkiyi keşfedemediğinden bu cisimleri birbirinden ayrı cisimler olarak düşünmektedir. Bu yüzden her küpün aynı zamanda bir kare dik prizma, her kare dik prizmanın da bir dikdörtgenler prizması olduğunun farkında değildir.

A: Peki Elif, sence küpün bütün özellikleri paralelyüzün özellikleri olur mu?

E: Evet, olur. Küpün özellikleri paralelyüzde zaten vardır. O yüzden küpün bütün özellikleri paralelyüzün de özellikleridir.

A:Küpün bütün ayrıtları birbirine eşittir. Paralelyüzde de bu özellik var mı?

E: Evet paralelyüzün bütün ayrıtları birbirine eşit ve yüzleri birbirine paraleldir.

Elif paralelyüzü bütün ayrıtlarının birbirine eşit, yüzeylerinin birbirine paralel olduğunu bir cisim olarak ifade etmiştir. Paralelyüze ait hatalı bilgisi Elif'in cisimlere ait özelliklerin karşılaştırılmasında da hataya sevk etmiştir. Bu hatalı bilgi son seçenekteki dikdörtgenler prizması ile paralelyüz özelliklerinin karşılaştırılmasında da ortaya çıkmıştır.

A: Dikdörtgenler prizmasının bütün özelliklerinin paralelyüzün özellikleri olması hakkında ne söylersin?

E:Dikdörtgenler prizmasının yüzleri birbirine eşit olmadığı için bütün özellikleri paralelyüzün özellikleri olamaz.

Gülsüm ile bu soru üzerine yapılan görüşmede Gülsüm de Elif gibi küp ile dikdörtgenler prizmasının özellikleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememiştir.

A: Gülsüm, küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasının özellikleri olur mu sence?

G: Evet, olabilir.

A: Küpün en temel özelliği nedir?

G: Bütün kenarları birbirine eşittir.

A: Bu özellik dikdörtgenler prizmasında da var mı peki?

G: Hayır yok, o zaman olamaz.

A: Sence tersi doğru olur mu bu önermenin?

G: Tersisi de doğru olamaz. Çünkü bu sefer de dikdörtgenin bütün özellikleri küpün bütün özellikleri olması gerekir. Ama dikdörtgenin bütün özellikleri küpün bütün özellikleri olmaz.

Gülsüm küp ile dikdörtgenler prizması arasında olan ilişkinin benzeri olan kare dik prizma ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi Elif gibi doğru belirleyememiştir. Dikdörtgenler prizması ile kare dik prizmayı da birbirinden ayrı cisimler olarak ifade eden Gülsüm bu soruda doğru sonuca ulaşamamıştır. Rasim, Vildan, Selen ve Semih ile yapılan mülakatlarda 11. soruda verilen ifadeler baktıklarında dikdörtgenler prizmasının tüm özelliklerinin küpte de olduğunu belirleyebilmişlerdir. Bu öğrencilerin cevaplarının tümü her küpün bir dikdörtgenler prizması olduğu için dikdörtgenler prizmasının bütün özelliklerinin küpte de olduğu şeklinde iken deney grubundan Selen' in bu sorudaki yorumları ilgi çekicidir.

...

A: Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri küpün de özellikleri olur mu?

S: Her küp dikdörtgenler prizması olduğu için olur. Küp zaten dikdörtgenler prizmasının özel bir durumu. Bir dikdörtgenler prizmasının tabanını kare şekline dönüştürürsek kare prizma, kare prizmanın da yüksekliğini taban ayırıtı kadar uzatıp ya da kısaltırsak küp olur. Yani dikdörtgenler prizması kare prizma ile küpün kaba şekli.

Selen dikdörtgenler prizması, kare prizma ve küp cisimleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ve dinamik bir çerçevede ifade etmiştir. Bu üç cismin temelde birbirinden farklı cisimler olmadığını, dikdörtgenler prizmasının küp ve kare prizmanın kaba şekli olarak ifade eden Selen' in söylemlerinde kullandığı dil 3B geometri dilidir.

Kontrol grubundan Yusuf ile Büşra'nın her ikisi de 11. soruda deney grubundaki Elif ve Gülsüm gibi her küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu doğru bir şekilde ifade edememiştir. Yusuf dikdörtgenler prizmasını yüzeyleri ile tanımlayarak küpün dikdörtgenler prizmasının özel bir hali olduğunu her ne kadar söylese de bir prizmanın dikdörtgenler prizması olabilmesi için ayrıtlarının birbirinden farklı olması gerektiğini söylemiştir.

A: Yusuf 11. soruda verilen ifadelerden hangisi doğru olabilir sence? Küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasının özellikleri olur mu?

Y: Hayır olamaz.

A: Neden olamaz? Açıklar mısın?

Y: Küpte dikdörtgenler prizması gibi bir prizma ama bütün kenarları birbirinden farklı. Eğer bütün kenarları eşit olsaydı o zaman küp olurdu.

A: Peki küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu söyleyebilir misin?

Y: Neden söyleyelim ki? Bütün kenarları birbirine eşitse zaten küp olur. Kenarları farklıysa dikdörtgenler prizması olur.

Yusuf dikdörtgenler prizması ile küp arasındaki ilişkiyi kısmen doğru belirlemiş olsa da her küpün aslında bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade etmemiştir. Bir cismin dikdörtgenler prizması olması için ayrıtlarının birbirinden farklı olması gerektiğine inanan Yusuf aslında dikdörtgenler prizması ile küpü farklı cisimler olarak görmüştür. Ayrıca dikdörtgenler prizması-küp karşılaştırmasında ayrıt yerine kenar kelimesini kullanmıştır. Bu durum Yusuf'un hala 3B geometri terimlerini kullanmada zayıf olduğunu da göstermektedir. Kontrol grubunun mülakat yapılan diğer bütün öğrencileri (Canan, Kübra, Deniz ve Aleyna) bu soruda küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirlemişlerdir. Bu öğrencilerin bu soru üzerindeki akıl yürütmeleri birbirine çok yakındır. Canan ile yapılan mülakattan kesit şu şekildedir:

A: Canan, Bu soruda verilen ifadelerden sence hangisi doğru olur?

C: Hım,, Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri küpün de özellikleridir Yani C şıkkı.

A: Peki, bu durumun tersi doğru olur mu?

C: Nasıl yani?

A: Yani, küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasının da özelliği olur mu?

C: Olmaz. Çünkü küpün bütün yüzeyleri kare olmak zorunda ama dikdörtgenler prizmasının değil.

A: Diğer seçenekler için ne söylersin?

C: Doğru cevap C şıkkı olduğuna göre diğerleri yanlış olur.

Canan doğru cevabı ilk başta söylediği için diğer seçeneklerdeki ifadeleri sorgulamaktan kaçınmıştır. Bununla birlikte Canan'ın küp ile dikdörtgenler prizması karşılaştırması için yaptığı akıl yürütme doğrudur.

UGAT'ın 12. sorusu olan önerme mantığıyla basit önermelerden mantıksal çıkarımlar yapabilmeyi, bileşik önermeleri yorumlayabilmeyi gerektiren soru Şekil 37'de gösterilmektedir.

- 12. Aşağıdaki iki önerme ile ilgili çıkarımların hangisi doğrudur?**
- Önerme 1: A cismi bir dikdörtgenler prizmasıdır.
 Önerme 2: A cismi bir küptür.
- Eğer 1 doğru ise 2 de doğrudur.
 - Eğer 1 doğru ise 2 doğru olamaz.
 - Eğer 2 doğru ise 1 doğru olamaz.
 - Eğer 2 doğru ise 1 de doğrudur.
 - Eğer 2 doğru değilse 1 de doğru olamaz.

Şekil 37. UGAT 12. soru

Deney grubundan Elif ve Gülsüm 11. soruda dikdörtgenler prizması ile küp arasındaki ilişkiyi belirleyemedikleri gibi bu soruda da bu ilişkiyi belirleyememişlerdir. Hatta Gülsüm önermelerdeki ifadeleri anlamadığı için numaralandırılmış halde verilen önermeler açık bir şekilde ifade edilmiştir.

A: Gülsüm, verilen iki önerme için aşağıdaki ifadelerden hangisi hangisi doğru olur?

G: Nasıl yani? 1 doğruysa 2 de doğrudur derken?

A: Yani A cismi dikdörtgenler prizması ise A cismi küp olur mu?

G: Dikdörtgenler prizması ile küp farklı cisimler. Neden olsun ki?

Gülsüm bir önceki soruda olduğu gibi bu soruda da küp dikdörtgenler prizması ilişkisini doğru bir şekilde kuramamıştır. Bu durum Gülsüm'ün küp ile dikdörtgenler prizmasını farklı cisimler olarak görmesinden kaynaklanmaktadır. Benzer bir şekilde Elif de bu soruda seçeneklerde verilen bileşik önermeleri doğru bir şekilde yorumlayarak doğru sonuca varamamıştır. Deney grubundan mülakat yapılan diğer öğrenciler (Rasim, Vildan, Semih, Selen) bir önceki soruda küp ile dikdörtgenler prizmasının özelliklerinin

karşılaştırılmasında her küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade ettikleri için bu soruda küp ve dikdörtgenler prizması için verilen önermelerden hangisinin doğru olduğunu belirleyebilmişlerdir.

Kontrol grubundan Yusuf ve Büşra bir önceki soruda da sorgulanan bu iki cisim arasındaki ilişkiye varamamışlardır. Yusuf ve Büşra'nın her ikisi de deney grubundaki Gülsüm ve Elif gibi küpün aslında bir dikdörtgenler prizması olduğunun farkında değillerdir. Bu iki cisim birbirinden tamamen farklı cisimler olarak gördükleri için küp ve dikdörtgenler prizması için kurulan bileşik önermelerin hangisinin doğru olabileceğini doğru tespit edememişlerdir. Kontrol grubunda mülakat yapılan diğer öğrenciler (Canan, Kübra, Deniz, Aleyna) bir önceki soruda küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki kurdukları ilişkiyi bu soruda da doğru bir şekilde sergileyerek verilen bileşik önermelerden doğru olanı bulabilmişlerdir. Deniz yapılan mülakatta sadece verilen bileşik önermeler arasından doğru olanı bulmamış aynı zamanda küp, kare dik prizma ve dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi de ifade etmiştir.

A: Burada iki önerme verilmiş. Seçeneklerde verilen bileşik önermelerden sence hangisi doğru olur?

D: Birincisi A cisminin dikdörtgenler prizması olduğunu söylüyor, ikincisi küp olduğunu. Her küp bir dikdörtgenler prizması olduğundan ikinci önerme varsa birinci önerme de vardır.

A: Doğru-yanlış olarak ifade edebilir misin?

D: Yani, ikinci önerme doğru olursa birinci önerme de doğru olur. Şu da olabilirdi: Eğer bir cisim küp ise kare prizmadır da diyebilirdik.

A: Bu üç cisim arasında nasıl bir ilişki var?

D: Küp-kare prizma-dikdörtgenler prizması diye özelden genele doğru bir gidiş var.

UGAT'ın 12. sorusunda deney grubundan Elif ve Gülsüm ile kontrol grubundan Yusuf ve Büşra dışındaki tüm öğrenciler doğru sonuca ulaşmışlardır. Bir önceki soruda prizmalar grubunun elemanlarından olan küp ve dikdörtgenler prizması cisimlerinin özellikleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde söyleyen öğrenciler bu soruda güçlük çekmemişlerdir.

UGAT'ın aynı cisim ailesine ait olan geometrik cisimlerin birbirinden farklı olan özelliklerini belirleyebilmeyi gerektiren 13. sorusu Şekil 38'de gösterilmektedir. Bu soruda öğrencilerin basit mantıksal çıkarımlar yapıp yapamadıkları incelenmiştir.

13. Aşağıdaki özelliklerden hangisi her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde tüm paralelyüzler için doğru değildir?
- Karşılıklı yüzler birbirine eşitir.
 - Karşılıklı yüzler birbirine paraleldir.
 - Karşılıklı yüzler paralelkenardır.
 - Cisim köşegenleri birbirlerini orta noktada keserler.
 - Cisim köşegenleri eşit uzunluktadır.

Şekil 38. UGAT 13. soru

Deney grubundan Elif ile 13. soru üzerine yapılan mülakatta Elif dikdörtgenler prizmasında olduğu halde paralelyüzde olmayan özelliği karşılıklı yüzlerin birbirine paralelkenar olması olarak ifade etmiştir.

A: Paralelyüz nedir? Biliyor musun?

E: Bütün kenarları aman işte yüzeyleri birbirine paralel olan şekil.

A: Pekala her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde tüm paralelyüzler için doğru olmayan ifade sence hangisidir? Karşılıklı yüzler eşittir. Bunun için ne söylersin.

E: Dikdörtgenler prizmasında da var paralelyüzde de var

A: Karşılıklı yüzler birbirine paralel?

E: Evet dikdörtgenler prizmasında da paralelyüz de de karşılıklı yüzler birbirine paraleldir.

A: Karşılıklı yüzler paralelkenardır?

E: Hayır. Paralelyüzün kenarları paralelkenardır, dikdörtgeninki dikdörtgendir. Bu yanlış olan.

...

A: Ama soruda her dikdörtgenler prizmasında olan ve paralelyüzde olmayan özelliği soruyor.

E: Hım, bu değil o zaman. Cisim köşegenleri birbirini ortada keser olabilir.

A: Neden olabilir? Açıklar mısın?

E: Dikdörtgenler prizmasında cisim köşegenleri birbirini ortalar ama paralelyüzde ortalamaz.

Elif, ilk başta dikdörtgenler prizmasında olup paralelyüzde olmayan özelliği yüzeylerin paralelkenar olduğu seçenek olarak söylemiştir. Bu aşamada Elif dikdörtgenin de bir paralelkenar olduğunu bilmemektedir. Bununla birlikte dikdörtgenler prizmasının

cisim köşegenlerinin birbirini ortaladığını bilen Elif, paralelyüz için bu özelliğin olmadığını düşünmektedir. Benzer cevabı deney grubundan Gülsüm de vermiştir.

A: Gülsüm, her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde tüm paralelyüzler için doğru olmayan ifade sence hangisidir?

G: Karşılıklı yüzler her ikisinde de eşit ve paralel. Dikdörtgenler prizmasında yüzeyler dikdörtgen, paralelyüzde paralelkenar. Dikdörtgenler prizmasında cisim köşegenleri birbirini ortalar ama paralelyüzde ortalamaz. Cevap bu.

A: Paralelyüzde köşegenler birbirini ortalamaz mı?

G: Hayır. Çünkü birisi daha kısa diğeri daha uzun olacak. Bunlar birbirini orta noktada kesemez.

A: Bu durumda son seçenekte yanlış olması lazım.

G: Bakayım, evet. Cisim köşegenleri eşit uzunlukta değildir. O zaman cevap bu olabilir.

Gülsüm' ün de Elif gibi paralelyüzle ilgili eksik bilgileri vardır. Gülsüm, cisim köşegenlerinin birbirini ortalaması için köşegen uzunluklarının birbirine eşit olması gibi yanılgıya sahiptir. İlk baştaki cevabını köşegenlerin birbirini ortalayamayacağı şeklinde veren Gülsüm, bu durumun sebebi sorgulandığında cisim köşegenlerinin eşit uzunlukta olmadığını söylemiştir. Bu durumda hatalı olabilecek son seçenek gösterildiğinde Gülsüm emin olmayan bir tavırla cevabını köşegenlerin eşit uzunlukta olmadığı şekline dönüştürmüştür. Her ne kadar Gülsüm soruda doğru cevabı söylemiş olsa da bu ilk baştaki söylediği seçeneğinde hatalı olduğuna inanmaktadır. Bu durum Gülsüm'ün paralelyüzle ilgili eksik ve hatalı bilgilere sahip olduğunu göstermektedir. Rasim, paralelyüzün köşegenlerinin eşit uzunlukta olmadığını seçenekleri inceleyerek söylemiştir. Benzer bir şekilde yine deney grubundan Vildan bu cevaba ulaşmış ve cevabını şu şekilde açıklamıştır.

...

V: Dikdörtgenler prizmasının köşegenleri eşit uzunlukta ve birbirini ortalar. Dikdörtgenler prizmasını köşelerinden hareket ettirip paralelyüze dönüştürürsek köşegen uzunlukları değişir, birbirine eşit olmaz.

...

Vildan doğru cevaba ulaşmada zihninde dinamik bir yapı kurmuş ve bu yapının değişen elemanlarının neleri etkilediğini doğru bir şekilde tespit etmiştir. Semih bu soruda cisim köşegenlerinin eşit uzunlukta olmadıklarını ifade ederek doğru yanıtı mantıksal bir

çıkarm yapmadan doğrudan söylemişlerdir. Bununla birlikte Selen dikdörtgenler prizması ile paralelyüz arasındaki ilişkiyi söyleyerek doğru sonuca varmıştır.

A: Selen, her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde paralelyüzde olmayan özellik nedir sence?

S: Dikdörtgenler prizması paralelyüzün özel bir şekli.

A: Nasıl özel bir şekli?

S: Yüzeylerinin dikdörtgen ve köşe açılarının 90^0 şekline dönüştürülmüş şekli. Yani dikdörtgenler prizması da bir paralelyüzdür.

A: Peki nedir dikdörtgenler prizmasında olupta paralelyüzde olmayan özellik.

S: Bakayım, cisim köşegenleri eşit uzunlukta değildir.

A: Neden? Açıklar mısın?

S: Dikdörtgenler prizmasının cisim köşegenleri eşit uzunlukta. Şimdi dikdörtgenler prizmasını yüzeylerini paralel olacak şekilde eğersek köşegen uzunlukları değişir. Dikdörtgenin köşegenleri eşit uzunlukta, paralelkenarın köşegenlerinin farklı uzunlukta olması şeklinde de düşünebiliriz.

Selen dikdörtgenler prizması ve paralelyüzle ilgili çıkarsamasını yaparken zihninde dinamik bir yapı oluşturmuş ve bu yapıda oluşacak değişiklikten neyin etkilendiği doğru bir şekilde ifade etmiştir. Bu çıkarsamayı 2B geometriyle ilişkilendiren Selen, üst düzey bir düşünme örneği sergilemektedir.

Kontrol grubundan Yusuf paralelyüzü gördüğünü ancak hatırlamadığını söyleyerek bu soru üzerine konuşmaktan kaçınmıştır. Mülakat yapılan diğer bir kontrol grubu öğrencisi Büşra bu soruda paralelyüzün özelliklerini sayarak dikdörtgenler prizmasında olup paralelyüzde olmayan özelliği bulmaya çalışmıştır.

A: Büşra, sence her dikdörtgenler prizmasında olup paralelyüzde olmayan özellik ne olabilir?

B: Paralelyüz bütün yüzleri karşılıklı paralel olan ve paralelkenar olan bir cisim.

A: Peki dikdörtgenler prizmasında olupta paralelyüzde olmayan özellik ne olabilir?

B: Yüzlerin dikdörtgen olması.

A: Seçeneklerdeki verilenleri göz önünde bulundurduğunda sence hangisi doğru olur?

B: Karşılıklı yüzler her ikisinde de eşit ve paralel. Paralelyüzde yüzler paralel, dikdörtgenler prizmasında dikdörtgen. Cevap C.

A: Ama dikdörtgenler prizmasında olan ve paralelyüzde olmayan diyor. Sen tam tersini iddia etmiş oluyorsun...

B: Hımm. O zaman bu olamaz.

...

Büşra da deney grubu öğrencisi Elif gibi bu soruda seçenekte verilen ifadeyi yanlış anlayarak yanlış sonuca varmıştır. Seçenekte verilen ifade daha açık bir şekilde ifade edildiğinde Büşra cevabını değiştirmiş ancak yine yanlış sonuca varmıştır. Büşra cevaplarını gerekçelendiremediği için doğru bir sonuca varamamıştır. Kübra paralelyüzü aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

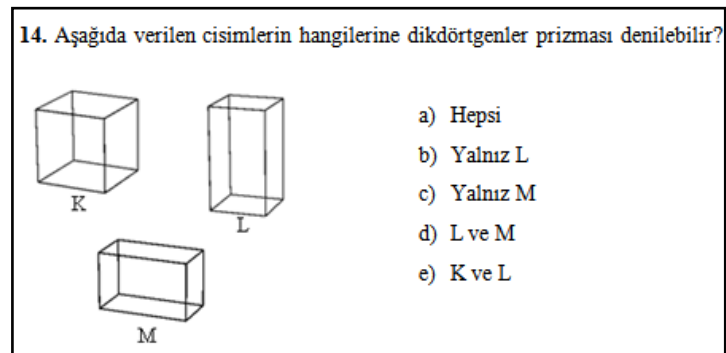
...

K: Dikdörtgenler prizmasının köşesinden bastırıp yamultursak paralelyüz elde edebiliriz. Bu durumda cisim köşegen uzunlukları değişir.

...

Kübranın tanımı doğru olmakla birlikte sorudaki maddeleri doğru bir şekilde analiz edememiştir. Canan seçeneklerde verilen ifadelerden ilk ikisini doğru bir şekilde yorumlayabilmiş ancak diğer maddeler için bir yorum yapamamıştır. Her ne kadar maddeleri sorgulaması için sorular yöneltmişse de Canan bu soru hakkında bir yargıya ulaşamamıştır. Aleyna ve Deniz de bu soruda deney grubu öğrencisi Semih gibi cisim köşegenlerinin eşit uzunlukta olmadığını ifade ederek doğru cevabı mantıksal bir akıl yürütme yapmadan doğrudan cevaplamışlardır. Genel olarak kontrol grubundaki öğrencilerin bu soru üzerinde çok fazla bir açıklama yapmadan doğru ya da yanlış sonuca varmaları aslında paralelyüz cismini çok iyi tanımamalarından kaynaklanmaktadır.

UGAT'ın cisim ailelerini sınıflandırabilme ve aynı cisim ailesindeki geometrik cisimlerin özel ve genel hallerini tespit edebilmeyi gerektiren 14. sorusu Şekil 39'da gösterilmektedir.



Şekil 39. UGAT 14. soru

Küp olan K cismi ile dikdörtgenler prizması olan L ve M cisimlerinden hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğunun sorulduğu bu soruda deney grubundan Elif ve Gülsüm ile kontrol grubundan Yusuf ve Büşra küp olan K cismini dikdörtgenler prizması olarak belirlememişlerdir. Bu öğrencilerin hepsi L ve M cisimlerinin dikdörtgenler prizması olduğunu söylemişlerdir. Kontrol grubundan Büşra ile soru üzerine yapılan görüşmede Büşra aşağıdaki gibi düşüncelerini ifade etmiştir.

A: Bu cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizmasıdır?

B: L ve M.

A: K cismi peki?

B: Küp.

A: Peki küpe dikdörtgenler prizması diyebilir misin?

B: Diyemeyiz. Çünkü bütün kenarları eşittir. Yüzeyleri karelerden oluşmuş. Dikdörtgenler prizmasının yüzeyleri dikdörtgendir.

K cismini küp olarak ifade eden Büşra, küpü dikdörtgenler prizması alt sınıfının bir elemanı olarak görmemektedir. Küpün bütün yüzeylerinin kare, dikdörtgenler prizmasının ise dikdörtgen olduğunu belirten Büşra, her ne kadar bu cisimlerin 2B geometriyle ilişkilerini doğru kurmuş olsa da 2B geometrideki her karenin bir dikdörtgen olduğunu bilgisine sahip değildir.

14. soruda verilen şekillerin hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğuna mülakat yapılan diğer öğrencilerin tamamı (deney grubundan Rasim, Vildan, Selen ve Semih ile kontrol grubundan Canan, Kübra, Deniz ve Aleyna) K, L ve M cisimlerinin hepsinin dikdörtgenler prizması olduğunu söylemişlerdir. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cevaplarında çeşitlilik bulunmamaktadır. K, L ve M cisimlerini dikdörtgenler prizması olarak söyleyen öğrencilerin hemen hemen hepsi küpün de bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade etmişlerdir. Deney grubundan Rasim' in söylemleri aşağıdaki gibidir.

A: Peki bu sorudaki cisimlerden hangileri dikdörtgenler prizması?

R: Hepsi. Burada ki cisimlerden K küp, L ve M dikdörtgenler prizması ama her küp dikdörtgenler prizması olduğu için bütün hepsi dikdörtgenler prizmasıdır.

UGAT' ın 15. sorusu geometrik cisimlere ait verilen özelliklerden mantıksal çıkarımlar yaparak verilen önermelerden doğru olanı bulmayı gerektiren soru Şekil 40'da gösterilmektedir.

15. Aşağıda verilen iki önerme ile ilgili çıkarımların hangisi doğrudur?

Önerme 1: A cisminin bütün ayrıt uzunlukları birbirine eşittir.

Önerme 2: A cisminin cisim köşegenleri birbirini ortalar.

- a) Eğer 2 doğru ise 1 de doğrudur.
- b) Eğer 1 doğru ise 2 de doğrudur.
- c) Eğer 1 yanlış ise 2 de yanlıştır.
- d) Eğer 2 yanlış ise 1 doğrudur.
- e) Yukarıdaki ifadelerin hiçbiri doğru değildir.

Şekil 40. UGAT 15. soru

Mülakat yapılan bütün öğrenciler 15. soruda verilen önermelerden A cisminin küp olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bununla birlikte verilen iki önermeden mantıksal çıkarım yoluyla önermelerden birinin doğru olduğu durumda diğerinin doğruluk değerinin ne olacağı konusunda bazı öğrenciler güçlük çekmiş, bir yargıya varamamış hatta yanlış çıkarsamalar yapmışlardır. Deney grubundan Gülsüm ile soru üzerine yapılan görüşme aşağıdaki gibidir.

A: Gülsüm, bu soruda iki önerme verilmiş. Birinci önerme A cisminin bütün ayrıt uzunluklarının birbirine eşit olduğunu, ikinci önerme ise A cisminin cisim köşegenlerinin birbirini ortalamadığını söylüyor.

G: O zaman A cismi küp olur.

A: Her iki önermeyi ayrı ayrı göz önüne alsan A cisminin küp olduğunu söyleyebilir misin?

G: Şimdi, bütün ayrıtları eşit olan cisim küpten başka bir şey olamaz. Bir cismin cisim köşegenleri birbirini ortalıyorsa o cisim de küptür.

A: Küpten başka bir şey olabilir mi?

G: Dikdörtgenler prizması olur.

A: Her küp dikdörtgenler prizması mıdır?

G: Hayır değildir. Küp olması için bütün kenarları aynı olmalı.

A: Peki, sorudaki önermeleri kullanarak oluşturulan bileşik önermelerden hangisi doğru olur?

G: Bakayım. 2 doğruysa 1 de doğrudur. Bu doğrudur. Çünkü cisim köşegenleri ortalıyorsa bütün kenarları aynıdır. Küpün zaten bütün kenarları birbirine eşit ve köşegenleri birbirini ortalar.

...

Gülsüm, soruda verilen önermelerin küpe ait olduğunu ifade etmiş ve A cisminin küp olduğunu söylemiştir. A cismini küp olarak düşünen Gülsüm, önermelerden hangisinin doğru olması durumunda diğer önermenin de doğru olacağına ait bir mantıksal çıkarım yapmamıştır. Buna karşın Elif önermelerden doğru mantıksal çıkarsama yapmıştır.

...

A: Yani bir cismin cisim köşegenleri birbirini ortalıyorsa o cisim kesin küp müdür? Başka cisim köşegenleri birbirini ortalan cisim yok mudur?

E: Var, dikdörtgenler prizmasında da cisim köşegenleri birbirini ortalar. Ama cisim önce küp olursa cisim köşegenleri birbirini zaten ortalar. Yani köşegenler birbirini ortalıyorsa kesin küptür diyemeyiz dikdörtgenler prizması da olur. Ama küp ise köşegenler birbirini ortalar diyebiliriz.

Elif verilen önermelerden hangisinin doğru olduğu durumda diğerinin de doğru olacağını doğru bir şekilde ifade etmiştir. Elif, verilen önermelerden hangisinin cismi en iyi şekilde nitelediğini belirlemiş ve belirlenen cismin diğer özelliğini söyleyen önermenin de doğruluk değeri hakkında fikre ulaşmıştır. Mülakat yapılan diğer öğrenciler (Selen ve Semih) bu soruda verilen bileşik önermelerden doğru olanı mantıksal çıkarımlar yaparak bulmuşlardır.

Kontrol grubu öğrencilerinden Büşra ve Yusuf da bu şekilde verilen önermelerden A cismini küp olarak düşünerek verilen önermelerin her ikisinin de doğru olduğunu ifade etmişlerdir. Kübra verilen iki önermenin de küp için doğru olduğunu ifade etmiş ancak bu iki önermeden hangisinin doğru olması durumunda diğerinin de doğru olacağını tespit etmede başarılı olamamıştır. Bununla birlikte Canan bir cismin küp olması için bütün ayrıt uzunluklarının eşit olması gerektiğini ifade ederek köşegenlerin sadece küpte birbirini ortalamadığını da belirtmiştir.

...

C: Cisim köşegenleri sadece küpte ortalamaz. Dikdörtgenler prizmasında da köşegenler birbirini ortalar. Ama cisim küpse yani bütün ayrıtları eşitse köşegenler birbirini ortalar. Yani bir cismin köşegenleri birbirini ortalıyorsa bütün ayrıtları aynıdır diyemeyiz ama bütün ayrıtları aynıysa cisim küptür diyebiliriz.

Canan önceki sorularda her küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade ettiğinden dikdörtgenler prizması ile küp arasındaki ayrımı iyi bir şekilde yapan Canan, verilen özelliklerden hangisinin olmasının cismin küp olduğunu belirlemede yeterli olduğunu doğru tespit etmiştir. Bu durum Canan'ın dikdörtgenler prizması ve küpün ortak

olan özellikleri ile hangi durumlarda bir cismin küp olacağını doğru belirlediğini göstermektedir. Verilen önermelerden oluşturulan bileşik önermelerden hangisinin doğru olduğunu Canan doğru belirlemiştir. Aleyna ve Deniz bu soruda verilen bileşik önermelerden doğru olanı mantıksal çıkarımlar yaparak bulmuşlardır. Kontrol grubundan Deniz ile soru üzerine yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.

A: Bu soruda da yine iki tane önerme var. Birincisi "A cisminin bütün ayrıt uzunlukları birbirine eşittir.", ikincisi "A cisminin cisim köşegenleri birbirini ortalar." şeklinde. Bu iki önermeyi gözönünde bulundurduğunda hangi cisimler geliyor aklına.

D: Şimdi birinci önermede söylenen bütün ayrıt uzunluklarının birbirine eşit olması o cismin küp olmasını gerektiriyor. İkinci önermede ise cisim köşegenleri birbirini ortalayacak çok cisim var.

A: Mesela?

D: Mesela, dikdörtgenler prizması, küp, paralelyüz...

A: Peki, eğer ikinci önerme doğru ise birinci de doğrudur diyebilir misin?

D: Yani bir cismin cisim köşegenleri birbirini ortalıyorsa o cismin ayrıtları birbirine eşit uzunluktadır. Yok denilemez. Dikdörtgenler prizması bunu bozan bir örnek olur.

A: Peki, Eğer birinci önerme doğruysa ikinci önerme de doğrudur diyebilir misin?


D: Eğer tüm ayrıtları birbirine eşitse bir cismin yani küpse, cisim köşegenleri de birbirini ortalar. Doğru. Zaten birinci önermede A cismi küp, ikinci önermede A cismi küpte olabilir, dikdörtgenler prizması da, paralelyüzde. Bütün ayrıt uzunlukları birbirine eşit olan bir cismin cisim köşegenleri de birbirini ortalar. Yani birinci önerme doğruysa ikinci önerme de doğru olur.

UGAT'ın 11-15. soruları üzerine öğrencilerle yapılan mülakatlarda deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında göze çarpan en büyük fark deney grubundaki öğrencilerin çıkarımlarda bulunurlarken cisimlerin özellikleri, bu özelliklerden birinin değiştirilmesi durumunda yapının bundan nasıl etkileneceğini daha kolay tespit edebilmeleri olmuştur. Deney grubundaki öğrenciler kontrol grubundaki öğrencilere nazaran daha fazla dinamik zihinsel yapılar kurduklarından bu yapılar üzerinde bir değişkenin değişmesinin mevcut durumun bundan nasıl etkileyeceğini tahmin etmeleri daha kolay olmuştur. Ayrıca deney grubundaki öğrenciler tanım, özellik ve cisim sınıfları arasındaki ilişkileri kontrol grubundaki öğrencilere nazaran daha kolay kurarak daha kolay ve mantıklı çıkarsamalar yapabilmişlerdir. Deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre daha

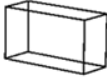
doğru çıkarsama yapmalarının sebebi zihinlerinde daha çok dinamik yapı kurmalarından kaynaklanmaktadır.

UGAT'ın 16. sorusu olan verilen örneklerden genelleme yapmayı gerektiren soru Şekil 41'de gösterilmektedir.

16. Aşağıda küp ve dikdörtgenler prizmasının bazı elemanları ve bu elemanlar arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo verilmiştir.



Küp



Dikdörtgenler Prizması

	Köşe Sayısı (K)	Yüzey Sayısı (Y)	Ayrit Sayısı (A)	İlişki
Küp	8	6	12	$6 + 8 - 12 = 2$
Dikdörtgenler Prizması	8	6	12	$6 + 8 - 12 = 2$

Bu işlemi yapan bir öğrenci ulaştığı $K+Y-A=2$ sonucuyla ilgili olarak aşağıdaki genellemelerden hangisine ulaşır?

- Bu genelleme küp ve dikdörtgenler prizması için geçerlidir.
- Bu genelleme tüm prizmalar için geçerlidir.
- Bu genelleme tüm piramitler için geçerlidir.
- Bu genelleme tüm çokyüzlüler için geçerlidir.
- Yukarıdakilerden hiçbirisi doğru değildir.

Şekil 41. UGAT 16. soru

Deney grubundan Gülsüm'le bu soru üzerine yapılan mülakatta Gülsüm soruda verilen ilişkinin başlangıçta bütün küp ve dikdörtgenler prizması için geçerli olduğunu söylemiştir.

...

G: *Bu genelleme küp ve dikdörtgenler prizması için geçerlidir.*

A: *Neden bu genellemeye vardın?*

G: *Çünkü burada sadece bu iki cisim var. Bu formül küp ve dikdörtgenler prizması için geçerli olan bir formüldür.*

A: *Peki bu cisimlerin yanına başka prizmalar da konulsaydı ve bağıntı diğer prizmalar içinde geçerli olsaydı?*

G: *O zaman tüm prizmalar için geçerli bir formül olurdu.*

A: *Gülsüm sence bu bağıntı piramitlerde de geçerli olur mu?*

G: *Olmaz, çünkü o zaman köşe sayısı azalacak.*

...

Gülsüm soruda verilen ilişkinin tüm prizmalarda geçerli olup olmayacağını sorgulamazken bu bağıntıyı piramitlerin sağlamayacağını ifade etmiştir. Gülsüm

piramitlerde köşe sayısının azalmasının yüzey ve ayrıt sayılarında da bir azalmaya sebep olacağı tahmininde bulunamamıştır. Deney grubundan Elif ile yapılan mülakattan bir kesit aşağıdaki gibidir.

...

A: Peki buradaki cisimlerin yanına birde kare piramit koysak bu bağıntı yine geçerli olur mu?

E: Sayayım. 5 tane yüzey var, 5 tane köşe var, 8 tane de kenar var. Evet, doğru olur.

A: Tüm piramitlerde doğru olur mu bu ilişki?

E: Birkaç tanesine daha bakmak lazım. O zaman bir genelleme yapılabilir.

...

Elif, Gülsüm gibi bu genellenenin küp ve dikdörtgenler prizması için geçerli olduğunu söylemiştir. Bununla birlikte buradaki cisimler için verilen bağıntının piramitlerde de geçerli olup olamayacağı sorulduğunda Elif genelleme yapmak için daha fazla örnek durum olması gerektiğini söylemiştir. Vildan verilen bağıntının dikdörtgenler prizması ve küp için geçerli bir bağıntı olduğunu iddia ederken, Rasim bu bağıntının bütün prizmalarda geçerli olup olmayacağını incelenmesi gerektiğini, piramitlerde böyle bir bağıntı olamayacağını söylemiştir.

A: Peki küp ve dikdörtgenler prizmasının köşe, yüzey ve ayrıtları verilmiş. Köşe ile yüzey sayısının toplamından ayrıt sayısını çıkartınca dikdörtgenler prizmasında da küpte de sonuç 2 çıkmış. Bu sonuçtan yola çıkacak olursan nasıl bir genelleme yapabilirsin?

R: Bu genelleme küp ve dikdörtgenler prizması için doğrudur. Çünkü küpte de dikdörtgenler prizmasında da sayılar 8, 6 ve 12 çıkmış. 8 ile 6'yı toplayıp 12'yi çıkartırsak her zaman 2 olur zaten.

A: Peki bu soruda sadece dikdörtgenler prizması örneğini verseydi o zaman genelleme sadece dikdörtgenler prizması için mi olurdu?

R: Hayır küp içinde olurdu. Çünkü her küp dikdörtgenler prizmasıdır. Küp ile dikdörtgenler prizmasının köşe, yüzey ve ayrıt sayısı zaten aynı o zaman yine küp ve dikdörtgenler prizması için aynı genelleme yapılabilirdi.

A: Peki bu genelleme tüm prizmalar için yapılabilir mi?

R: Bakmak lazım. Mesela üçgen prizmanın köşe sayısı daha az. Yüzey sayısı da az. Ayrıt sayısı da azdır ama illa bunların toplanıp çıkartılması sonucunda 2 çıkacak diye bir şey yok. İncelemek lazım.

A: Peki bu genellemeyi piramitler için yapabilir misin?

R: Hayır yapamam. Burada piramitlerle ilgili örnekte yok zaten. Piramitlerde böyle bir formül olmaz.

Rasim sınavdaki soru üzerinde doğru bir genellemeye varmasına rağmen bu bağıntının tüm çokyüzlü cisimlerde geçerli bir bağıntı olduğu sonucuna ulaşamamıştır. Rasim, burada her ne kadar bütün çokyüzlülerin bu bağıntıyı sağlamasına rağmen soruda sadece küp ve dikdörtgenler prizması olduğu için soruda verilen örneklerden varılacak olan genellemenin küp ve dikdörtgenler prizması için olacağı sonucuna ulaşamamıştır. Selen soruda verilen bağıntının tüm prizma ve piramitler için doğru olacağını söylemiş ancak genelleme yapılması durumunda sadece sorudaki cisimleri göz önünde bulundurmak gerektiğini ifade ederek yapılacak olan genellemenin tüm küp ve dikdörtgenler prizması için doğru olacağını belirtmiştir. Semih'in bu sorudaki cevabı Selen'in cevabına göre farklılık göstermektedir. Semih verilen bağıntının tüm çokyüzlü cisimlerde geçerli olduğunu ancak genelleme yapılması durumunda bu genellemenin sadece küp ve dikdörtgenler prizması için yapılabileceğini ifade etmiştir.

Kontrol grubundan Büşra, küp ve dikdörtgenler prizması için verilen ilişkinin bütün küp ve dikdörtgenler prizmasında geçerli olduğunu ifade ederken bu ilişkinin tüm prizmalarda da geçerli olabileceğini söylemiştir.

...

B: Bu formül buradaki küp ve dikdörtgenler prizmasını sağladığı için tüm küp ve dikdörtgenler prizmasında geçerli olur.

A: Peki, diğer cisimler için de geçerli olur mu bu bağıntı?

B: Bütün prizmalarda geçerli olur. Çünkü bütün prizmalar tabanın yükseltilmesiyle oluşuyor.

A: Peki sence piramitlerde de geçerli midir bu bağıntı?

B: Piramitlerde geçerli olmaz. Çünkü taban bir tepe noktasında birleşiyor. Köşe sayısı azalacağı için piramitler bu bağıntıyı sağlamaz.

...

Büşra piramitlerde verilen bu ilişkinin doğru olmayacağını ifade etmiştir. Piramitlerde köşe sayısının azalmasının yüzey ve ayrıt sayılarında da bir değişime sebep olabileceğini göz ardı etmiştir. Yusuf, bu bağıntının küp ve dikdörtgenler prizmasında geçerli olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte sorudaki cisimlere piramit eklenmesi durumunda bu bağıntının prizma ve piramitler için geçerli bir bağıntı olabileceğini söylemiştir.

...

Y: Bu formül küp ile dikdörtgenler prizması için olan bir formül. Çünkü buradaki cisimler için köşe, yüzey ve ayrıt sayılarını toplayıp çıkarttığımızda sonuç 2 çıkmış.

A: Peki, bu cisimlerin yanına bir de kare piramit eklesem, bu durumda ne olur?

Y: Formül piramit için doğru olur?

A: Sence olur mu?

Y: 8 tane ayrıtı var, 5 tane köşesi, 5 tane de yüzeyi oluyor. Bakayım. Doğru. O zaman bu formül küp, dikdörtgenler prizması ve kare piramit için doğru olur.

A: Tüm piramitlerde bu bağıntı doğru olur mu?

Y: Olur.

...

Yusuf, verilen cisimlerin yanına eklenecek kare piramidin sorudaki bağıntıyı sağlayıp sağlamadığını köşe, yüzey ve ayrıt sayılarını sayarak bakmış ve bu bağıntının kare piramit için geçerli olmasının bütün piramitlerde geçerli olacağını kanısına ulaşmıştır. Canan ve Kübra' nın her ikisi de soruda verilen bağıntının küp ve dikdörtgenler prizması için geçerli bir bağıntı olduğunu söylemesine rağmen prizmalar grubundan verilecek diğer örneklerin de bu durumu sağlayıp sağlamayacağı sorgusunda bu bağıntının tüm prizmalar için geçerli bir bağıntı olduğunu ifade etmişlerdir.

...

C: Bu formül küp ve dikdörtgenler prizması için doğru olur.

A: Peki diğer prizmalardan mesela düzgün beşgen prizma için de geçerli olur mu?

C: (Sınav soruları arasındaki düzgün beşgen prizma şekline bakarak) Bakayım. 10 tane köşesi olur. 7 tane yüzey var, 15 tane de ayrıtı var. Formül bu şekil içinde doğru olur.

A: Sence altıgen prizma içinde doğru olur mu?

C: (Düşünerek)Altıgen prizmada 12 tane köşe olacak, 8 tane yüzey, 6-12-18 tane de ayrıt. Evet, altıgen prizma içinde geçerli olur. Bütün prizmalar bu bağıntıyı sağlar bence. Çünkü ayrıt sayısı hep tabanın 3 katı olacak, köşe sayısı 2 katı ve yüzey sayısı kaç gense onun 2 fazlası çıkacak. O zaman bütün prizmalarda bu formül geçerli olur.

A: Peki piramitlerde geçerli olur mu?

C: Onu da incelemek gerekir.

...

Canan soruda verilen cisim örneklerinden yola çıkarak tüm prizmaların verilen bağıntıyı sağlayacağı genellemesine formal olarak doğru bir şekilde ulaşmıştır. Bununla

birlikte Canan ulaştığı genellenenin sadece soruda verilen örneklerden hareketle bu cisimler için yapılabileceğini düşünememiştir. Aleyna tüm prizma ve piramitlerin bu bağıntıyı sağlayacağını söylemiştir. Bununla birlikte genellenenin sadece sorudaki cisimleri göz önünde bulundurmak gerektiğini ifade ederek yapılacak olan genellenenin tüm küp ve dikdörtgenler prizması için doğru olacağını belirtmiştir. Aleyna ile yapılan mülakattan kesit aşağıdaki gibidir.

A: ... Bu öğrenci sence nasıl bir genellemeye gider?

A: Bu formül küp ve dikdörtgenler prizması için doğrudur. Aslında bu formül tüm prizmalar ve piramitler için geçerli. Yani tüm prizma ve piramitlerde köşe artı yüzey eksi ayrıt 2'ye eşittir. Ama dediğim gibi buradaki örnekler sadece küp ve dikdörtgenler prizması olduğu için genelleme yapacak olursak bu genelleme sadece tüm küp ve dikdörtgenler prizması için yapılabilir.

Aleyna verilen bağıntının tüm prizma ve piramitlerde geçerli olmasına rağmen soruda verilen örneklerden genelleme yapılması durumunda bu genellenenin tüm küp ve dikdörtgenler prizması için yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu durum Aleyna'nın genelleme yapacağı durumu doğru bir şekilde belirleyebildiğini göstermektedir. Deniz soruda verilen bağıntının tüm çokyüzlü cisimlerde geçerli olduğunu söyleyerek genellenenin tüm çokyüzlü cisimler için yapılabileceğini ifade etmiştir.

...

D: Şimdi burada küp ve dikdörtgenler prizması için bakmış sadece ama tüm çokyüzlüler içinde doğru bir formül bu.

A: Burada incelediği örnekler hangileri?

D: Küp ve dikdörtgenler prizması

A: Peki sadece bu iki örnekten tüm çokyüzlü cisimler için bu genellemeye nasıl varıyorsun?

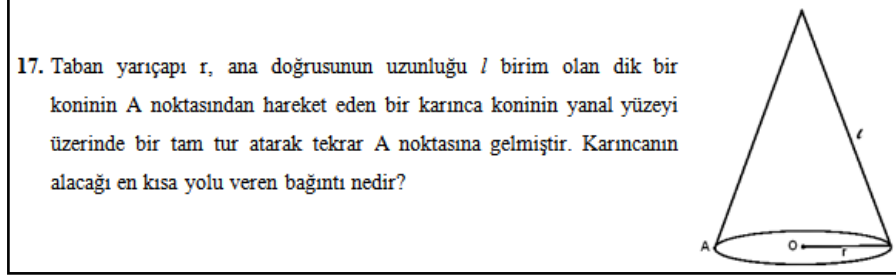
D: Dershanede görmüştük biz bunu, adını unuttum. KAYA formülü demiştik biz kendi aramızda. İlk A'yı siliyorsun "+" ve "-" koyuyorsun.

A: Neye yarıyor bu bağıntı peki?

D: İşte tüm çokyüzlü cisimlerde bu bağıntı geçerli. Yani köşe artı yüzey eksi ayrıt eşittir 2.

Deniz genellenenin tüm çokyüzlü cisimler için yapılacağını söylemiş, bunu da bu formülün tüm çokyüzlü cisimlerde geçerli olduğunu ifade ederek açıklamıştır. Deniz sadece soruda verilen örnekleri göz önünde bulundurarak ulaşılabilecek olan genellemeyi hatalı bir şekilde tespit etmiştir.

UGAT'ın 17. sorusu verilen duruma uygun bir formül geliştirebilme, geometrik ispatlar yapabilmeyi gerektiren soru Şekil 42'de gösterilmektedir.



Şekil 42. UGAT 17. soru

Koninin tabanı üzerindeki A noktasından hareket edip koninin yanal yüzeyi üzerinde bir tam tur atarak tekrar A noktasına gelmesi durumunda karıncanın alabileceği en kısa yolu bulmaları istenen bu soruda Gülsüm soru üzerinde herhangi bir yorum yapamamıştır. Soru üzerine konuşmaktan kaçınan Gülsüm karıncanın alacağı en kısa yolu veren bağıntıyı bulamayacağını ifade etmiştir. Elif, Rasim ve Vildan alınacak en kısa yolun taban çevresi kadar olacağını söylemişlerdir. Deney grubundan Rasim bunu şu şekilde ifade etmiştir.

...

R: Dairenin çevresi kadar.

A: Neden dairenin çevresi kadar?

R: Dairenin üzerinde gitmezse yol uzar. Yani yukarı doğru çıktıkça fazladan yol gider.

A: A noktasından çıkıp tekrar A noktasına gelinceye kadar ki aldığı en kısa yol nedir peki?

R: Dairenin çevresi yani $2\pi r$ kadardır.

...

Rasim ve yukarıdakine benzer cevaplar veren diğer öğrenciler alınacak en kısa yolun dairenin çevresi kadar olduğunu, bu durum dışında koninin yanal yüzeyinde yapılacak diğer hareketlerin yolu uzatacaklarını ifade etmesi, onların 2B geometride öğrendikleri iki nokta arasındaki en kısa mesafenin ne olduğu bilgisinin 3B geometrideki uygulamamasını yapamadıklarını göstermektedir.

Karıncanın alacağı en kısa mesafeyi Semih, koninin açık şeklinde bir doğru parçası olarak ifade etmiş ancak deney grubundaki Selen gibi cevabını gerekçelendirerek tam olarak açıklayamamıştır. Selen bu soruda koninin açık şeklini çizerek bu açık şekil üzerinden hareketle karıncanın alacağı en kısa yolu veren bağıntıya ulaşmıştır. Selen'in en

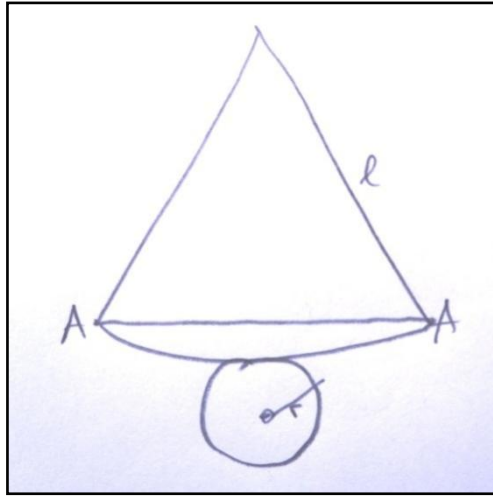
kısa mesafeyi veren bağıntıya ulaşırken düşünme süreci aşağıdaki mülakat kesitinde verilmiştir.

...

S: Şimdi en kısa yolu bulmak istiyorsak bu koniyi açmamız gerekir.

A: Açarsak nasıl bir şekil oluşur?

S: (Önündeki kâğıda açık koni şeklini çizerek) Bu şekilde karıncanın alacağı en kısa mesafe; A'dan çıkıp tekrar geri döndüğüne göre, koninin açık halinde ulaşacağı nokta şurası olsun. O zaman en kısa yol şu uzunluk (kâğıt üzerinde AA' nı çizerek) olur.



Şekil 43. Deney grubu öğrencisi Selen'in 17. sorudaki çizimi

A: Peki, o uzunluğu nasıl buluruz.

S: Koninin açılmış şeklinde tepe açısını bulurum.

A: Nereden bulursun onu? Bul bakalım.

S: Şimdi aradaki açı α olsa, $2\pi r = 2\pi l \cdot \left(\frac{\alpha}{360}\right)$ ' yi yazabilirim.

A: Bunu nereden yazdın?

S: Tabandaki çemberin çevre uzunluğu, koninin açık halinde yarıçapı l olan çemberin α derecelik bölümünün uzunluğuna eşittir. Buradan α ' yı çekersem $360 \cdot \left(\frac{r}{l}\right)$ bulurum.

A: Peki sonra? AA' uzunluğunu nasıl bulacaksın buradan?

S: Burada ikizkenar bir üçgen var tepeden tabana bir dik indirsem tabanı ikiye böler.

A: Evet..

S: Yok, buldum. Açığı bulmuştum zaten. AA' uzunluğu için kosinüs teoremi uyguladım. Oradan çıkar zaten.

A: Dene bakalım ne çıkacak?

S: (Önüdeki kâğıda yazarak) $|AA'| = l^2 + l^2 - 2.l.l.\cos\left(\frac{2\pi r}{l}\right)$ gibi bir formül çıkar.

Selen her ne kadar karıncanın alacağı yolu veren bağıntıyı sade bir şekilde dönüştürmemiş olsa da doğru cevaba ulaşmıştır. Bu şekilde deney grubundan Semih de benzer şekilde doğru cevaba ulaşmıştır.

Kontrol grubundan Büşra ile Yusuf bu soru üzerinde herhangi bir yorum yapamamıştır. Soru üzerine konuşmaktan kaçınan bu öğrenciler karıncanın alacağı en kısa yolu veren bağıntıyı bulamayacaklarını ifade etmişlerdir. Canan ve Kübra alınacak en kısa yolun taban çevresi kadar olacağını söylemişlerdir. Bu soruda benzer düşünme şeklini Aleyna da sergilemiş ve karıncanın alacağı en kısa yolu veren bağıntıyı $2\pi r$ olarak ifade etmiştir.

Karıncanın alacağı en kısa mesafeyi kontrol grubundan Deniz koninin açık şeklinde bir doğru parçası olarak ifade etmiş ancak cevabını gerekçelendirerek tam olarak açıklayamamıştır. Deniz en kısa mesafeyi veren bağıntıyı koninin açık şekli üzerinde göstermiştir. Ancak iki nokta arasındaki uzaklığı bulamamıştır.

D: En kısa uzunluğu bulmak için koniyi açmamız lazım. Koninin açık şekli daire dilimi şeklinde olur. A dan çıkıp tekrar A ya geri döndüğüne göre (açık koni şekli çizerek) şu doğru parçasıdır en kısa mesafe.

A: Peki o uzunluğu nasıl bulursun?

D: Burada ikizkenar bir üçgen var. Tepeden tabana bir dik inersen, tabanı ikiye böler.

A: Evet.

D: Pisagor uygulasam...

A: Bulabilir misin?

D: Buradan çıkmaz...

Deniz çözüm için doğru adım atmış olsa da iki nokta arasındaki uzunluğu verecek bağıntıya ulaşamamıştır. Mülakat yapılan öğrenciler arasında bu soruya sadece deney grubundan Selen ve Semih doğru cevabı tam olarak vermiş ve açıklamasını doğru bir şekilde yapmıştır.

UGAT'ın 18. sorusu olan geometrik tanım, teorem ve ispat kavramlarını açıklayabilmeyi gerektiren soru Şekil 44'te gösterilmektedir.

18. Aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?
- Geometri'de
- Her terim tanımlanabilir ve her doğru önerme doğru olarak ispatlanabilir.
 - Her terim tanımlanabilir fakat belli önermelerin doğruluğunu kabul etmek gerekir.
 - Bazı terimler tanımsız kalabilir fakat her doğru önermenin doğruluğu ispatlanabilir.
 - Bazı terimler tanımsız kalmak zorundadır ve bazı önermeleri doğru olarak kabul etmeliyiz.
 - Yukarıdakilerden hiçbirisi doğru değildir.

Şekil 44. UGAT 18. soru

Deney grubundan Elif bu soruda geometride her terimin tanımlı olduğunu ve önermelerin doğru olarak ispatlanabileceğini ifade etmiştir. Elif ile bu soru üzerine yapılan mülakattan bir kesit aşağıdaki gibidir:

A: Bu soruda verilen önermelerden sence hangisi doğrudur?

E: Bir kere geometride her terim tanımlı, tanımsız terim yok. O zaman A veya B şıkkı doğru. Önermelerinde ispatı olduğuna göre doğru cevap A şıkkı.

A: Geometride her terim tanımlı mıdır?

E: Evet, tanımlıdır.

A: Mesela, noktayı tanımlayabilir misin?

E: Kalemin defterde bıraktığı iz olarak tanımlayabiliriz.

....

Elif geometride her terimi tanımlı olarak ifade edip tanımsız olan terimlerden noktanın kitaplardaki açıklamasını noktanın tanımı olarak almıştır. Ayrıca Elif önerme ile teoremi birbirine karıştırmaktadır. Gülsüm, Rasim ve Vildan bu soruda geometride her terimin tanımlı olmadığını söylemişler ve buna örnek olarak noktayı örnek vermişlerdir. Gülsüm bu soru üzerine daha fazla açıklama getirememiş Rasim ve Vildan geometride bazı önermelerin doğru olarak kabul edilmesi gerektiğini ifade etmelerine rağmen doğru kabul edilen önermeye ne dendiğini söyleyememiş ve bu durumu açıklamada ya örnekler verememişler ya da hatalı örnekler vererek yanlış açıklamalar yapmışlardır. Rasim ile soru üzerine yapılan görüşmeden kesit aşağıdaki gibidir.

A: Rasim sence geometride her terim tanımlı mıdır?

R: Değildir, mesela nokta ve doğru tanımsızdır. Noktayı kalemin deftere bıraktığı iz diye söylüyoruz ama eni boyu ve yüksekliği olmayacak. Anlaşılması için bu şekilde açıklıyoruz.

Normalde tanımı yok. Doğru da iki ucundan sonsuza giden düz çizgi olarak açıklıyoruz ama normalde tanımı yok.

A: Peki, geometride her önerme ispatlanabilir mi yoksa bazı önermelerin doğru olduğunu kabul mü etmemiz gerekir?

R: Bazı önermeleri doğru kabul etmemiz gerekir. Onları ispatlamadan doğru kabul ederiz.

A: Doğru olduğu ispatlanmadan kabul edilen önermeye ne denir?

R: Önerme denir işte.

A: Peki, sen bana doğru olduğu ispatlanmadan kabul edilen bir önerme söyleyebilir misin?

R: Şimdi aklıma gelmiyor.

...

Rasim mülakat kesitinden de anlaşıldığı üzere teorem ile aksiyom kavramlarını birbirine karıştırmaktadır. Benzer durum Vildan'da da görülmüştür. Bununla birlikte Semih ve Selen geometride bazı terimlerin tanımsız kaldığını ve bazı önermelerin doğru olarak kabul edilmesi gerektiğini ifade etmişler ve açıklamalarıyla doğru bilgiye sahip olduklarını göstermişlerdir. Semih ile yapılan görüşmeden kesit aşağıdaki gibidir:

A: Geometride kullandığımız bazı terimler var; aksiyon, teorem, önerme gibi... Aksiyon nedir? Teorem nedir? Bu ikisi arasındaki fark nedir sence?

S: Aksiyon kabul ettiğimiz ifade, teorem ise ispatlayarak doğru olduğunu gösterdiğimiz ifade.

A: Teorem her zaman doğru bir önerme midir?

S: Yok, ispatını yaparız yanlış çıkarsa önerme yanlıştır. Yani teorem ispatlanabilir önerme, aksiyom ise doğru kabul ettiğimiz önerme.

A: Geometri de her terimi tanımlayabiliyor muyuz sence?

S: Hayır, bazıları bizim anlamamız için tanımlanıyormuş gibi aslında ama normalde tanımsız. Mesela nokta.

A: Nedir nokta?

S: İşte çok farklı şekillerde anlatılıyor ki anlayabilelim diye. Normalde tanımı yok yani tanımsız. Ama kitapta sivri uçlu kalemin defterde bıraktığı iz olarak anlatılıyor. Sonra eni boyu yüksekliği yoktur deniliyor. Yok gibi ama var, tanımsız yani.

A: Peki, bize bu önermelerden hangisinin doğru olduğunu söyleyebilir misin?

S: (Şıkları okuyup düşündükten sonra) C ile D arasında kaldım. Bazı terimler tanımsız kalmak zorunda. Aksiyomu düşününce bazı önermeleri doğru olarak kabul etmeliyiz.

A: Aksiyoma örnek verebilir misin?

S: Mesela iki noktadan bir doğru geçer. Bunu ispatlamadan doğru olarak kabul ediyoruz. Bence D şıkkı doğru. Bazı terimler tanımsız kalmak zorunda ve bazı önermeleri doğru olarak kabul etmeliyiz.

Semih bu soru üzerindeki açıklamalarından aksiyom ve teoremin birer önerme olduğunu belirtmiş ve geometride bazı önermelerin doğru kabul edildiğini söyleyerek aksiyomun doğru olarak kabul edilen önerme bilgisine sahip olduğunu göstermiştir. Semih'in bu soru üzerindeki açıklamaları tam olarak doğrudur.

Kontrol grubundan Büşra mülakatlar esnasında geometride her terimin tanımlı olduğunu ifade etmiştir. Büşra ile yapılan görüşmeden kesit aşağıdaki gibidir.

A: Peki geometri de her terim tanımlı mıdır Büşra?

B: Evet, tanımlıdır. Tanımlı olmayan bir şey yok ki. Mesela, üçgen, dörtgen, beşgen, doğru, doğru parçası, nokta... Hepsinin tanımı var.

A: Noktanın tanımı ne?

B: Şöyle tanımlayayım: Kalemin defterde bıraktığı iz ya da tebeşirin tahtada bıraktığı iz.

...

Büşra geometride yer alan bütün terimlerin birer tanımı olduğunu iddia etmiştir. Büşra'nın verdiği örneklerden noktayı tanımlaması istendiğinde noktanın anlaşılması için verilen açıklamaları noktanın tanımı olarak algıladığı görülmektedir. Bununla birlikte Yusuf, Canan ve Kübra geometride her terimin tanımlı olmadığını söylemişler ve bunu nokta ile örneklendirmişlerdir. Canan ile yapılan mülakattan kesit aşağıdaki gibidir.

A: Canan, sence geometride her terim tanımlı mıdır?

C: Hayır, değildir.

A: Tanımlanmayan terimler de var mı yani?

C: Noktaya tanımsızdır diyoruz. Noktanın tanımı yok ki. Kalemin defterde bıraktığı iz diye açıklıyoruz ama nokta tanımsızdır. Sadece noktanın neye benzediğini anlamak için bu şekilde açıklıyoruz.

....

Canan geometrideki her terimin tanımlı olmadığını söyleyerek tanımlı olmayan terime örnek olarak noktayı vermiştir. Bununla birlikte Canan gibi geometride her terimin tanımlı olmadığını söyleyen Yusuf ve Kübra doğru önermelerin doğruluğunun ispatlanabileceğini ifade etmiş ancak bunu örneklendirerek açıklayamamışlardır. Deniz bu soruda geometride her terimin tanımlı olduğunu ve her doğru önermenin doğru bir şekilde ispat edilebileceğini söylemiştir.

A: Geometri deki terimlerin anlamlarını bilir misin? Mesela aksiyom, teorem gibi?

D: Teorem doğruluğu kanıtlanmış, aksiyom doğru kabul ettiğimiz gerçek.

A: Peki geometri deki her terim tanımlı mıdır?

D: Evet tanımlıdır.

A: Bu soruda verilen ifadelerden hangisi doğru sence?

D: Her terim tanımlanabilir ve her doğru önerme doğru olarak ispatlanabilir. Terimler tanımlanabilir ve doğru önermeler ispatlanabilir.

A: Peki “Her terim tanımlanabilir fakat belli önermelerin doğruluğunu kabul etmek gerekir.” ifadesi için ne söylersin?

D: Şimdi terimler tanımlanabilir ama önermeleri doğru kabul edemeyiz. Aksiyomlar doğru olarak kabul ettiğimiz ifadelerdir.

Deniz, teorem ve aksiyomun ne olduğunu ve ikisi arasındaki farkı net bir şekilde ifade etmiştir. Bununla birlikte aksiyomların da birer önerme olduğunu bilmeyen Deniz, geometrideki her terimi tanımlı olarak ve her doğru önermenin doğru olarak ispatlanabileceğini söylemiştir. Deniz geometride sıklıkla kullanılan terimlerin (teorem, aksiyom gibi) anlamlarını doğru ifade etmesine karşın geometride her terimin tanımlı olduğunu söylediği için doğru cevaba ulaşamamıştır. Bununla birlikte Aleyna, Deniz’in geometride her terimin tanımlı olduğu ifadesinin tersine geometride bazı terimlerin tanımsız kaldığını söylemiştir. Tanımsız olan terimlere; nokta, doğru ve düzlemi örnek veren Aleyna’nın diğer açıklamaları Deniz’in yaptığı açıklamalarla aynıdır. Aleyna bu soruda doğru açıklamalar yaparak doğru sonuca ulaşmıştır.

UGAT’ın 19. sorusu olan verilen mantıksal ifadelerden doğru çıkarımlar yoluyla genelleme yapmayı gerektiren soru Şekil 45’te gösterilmektedir.

19. ABCD düzgün dörtyüzlüsünün yüzeylerinin ağırlık merkezlerini karşı köşelere birleştiren doğrular bir noktada kesişir. Bu önermeden nasıl bir sonuç çıkartılabilir?

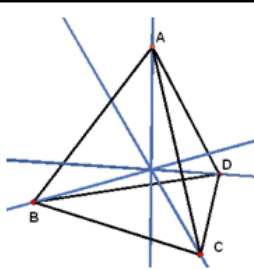
a) Sadece bu çizili düzgün dörtyüzlü için doğrular bir ortak noktada kesişir.

b) Bütün düzgün dörtyüzlülerde değil sadece bazılarında bu doğrular bir ortak noktada kesişir.

c) Her düzgün dörtyüzlüde bu doğrular bir ortak noktada kesişir.

d) Herhangi bir dörtyüzlüde bu doğrular bir ortak noktada kesişir.

e) Bütün piramitlerde bu doğrular bir noktada kesişir.



Şekil 45. UGAT 19. soru

Deney grubundan Elif ve Gülsüm soruda verilen örnek durumdan doğruların bütün düzgün dörtyüzlülerde kesişeceğini söylemişlerdir. Bu cevap doğru olmasına rağmen mülakat sırasında yöneltilen diğer bir soruya bu öğrencilerin verdikleri cevaplar büyük ölçüde benzer olup yaptıkları çıkarsamaların tam olarak doğru olmadığı görülmüştür. Gülsüm ile soru üzerine yapılan mülakattan bir kesit aşağıdaki gibidir:

A: Bir ABCD düzgün dörtyüzlüsünün her bir yüzeyin ağırlık merkezini karşısındaki tepe noktasıyla birleştirdiğimizde bu doğrular bir noktada kesişmiş. Bu durumdan bir genellemeye varmak istesen nasıl bir genelleme yaparsın?

G: Bu durum tüm düzgün dörtyüzlülerde doğru olur.

A: Peki sence düzgün olmayan dörtyüzlülerde de bu durum geçerli olur mu?

G: Hayır olmaz.

...

Elif ve Gülsüm'ün soruda verilen durumundan yaptıkları genelleme doğru olmasına karşın bu durumun düzgün olmayan dörtyüzlülerde de geçerli olduğunu ancak verilen bu durumdan sadece düzgün olan dörtyüzlüler için bir genelleme yapılabileceğini tespit edememişlerdir. Rasim ve Vildan diğer dörtyüzlüler için bu doğruların bir noktada kesişip kesişmeyeceği konusunda yeterli açıklamayı yapamamışlardır. Vildan'ın soru üzerine yaptığı açıklama aşağıdaki gibidir:

A: Burada ABCD düzgün dörtyüzlüsünün köşe noktaları ile bu noktaların karşısındaki yüzeylerin orta noktalarını birleştiren doğrular çizilmiş. Bu noktaların tek bir noktada kesiştiği görülmüş. Bu durumda sen nasıl bir çıkarsama yaparsın?

V: Bu cisim bir düzgün dörtyüzlü olduğu için bütün düzgün dörtyüzlülerde bu doğrular bir noktada kesişir derim.

A: Peki cisim düzgün olmasa yani sadece dörtyüzlü bir cisim olsa, yani tabanı üçgen olan bir piramit olsa bu şekilde çizilecek doğrular yine bir noktada kesişir miydi?

V: Kesişmeyebilirdi.

...

Bu şekilde cevap veren Vildan tüm dörtyüzlü cisimler için bu şekilde çizilecek doğruların bir noktada kesiştiğini konusunda net bir şey söyleyememiştir. Bu soruya Semih ve Selen tam olarak doğru yanıt vermiş ve açıklamalarından doğru çıkarsama yaptıkları anlaşılmıştır. Selen ve Semih cevaplarını dinamik bir yapı ile çerçevesinde açıklamışlardır. Selen'in açıklamaları aşağıdaki gibidir:

A: Şekilde gördüğün gibi ABCD düzgün dörtyüzlüsü için her bir yüzeyin ağırlık merkezini karşısındaki tepe noktasıyla birleştirdiğimizde bu doğrular bir noktada kesişmiş. Bunu bir önerme olarak alırsak bu önermeden çıkartacağın genelleme ne olur?

S: Eğer bu düzgün dörtyüzlü de o doğrular bir noktada kesişmişse bütün düzgün dörtyüzlülerde o doğrular bir noktada kesişir.

A: Bu sonuca nereden vardın?

S: Eğer düzgün dörtyüzlüyü büyütür ya da küçültürsek doğruların kesiştikleri yer değişmez. O yüzden tüm düzgün dörtyüzlülerde bu doğrudur.

A: Peki cisim düzgün olmasa?

S: Değişen bir şey olmaz. Düzgün dörtyüzlüyü yamultup düzgünlüğünü bozsak bile bu doğrular bir noktada kesişir ama bu durumdan sadece tüm düzgün dörtyüzlülerde bu doğruların bir noktada kesişebileceğini söyleyebiliriz.

Kontrol grubundan Yusuf, soruda verilen düzgün dörtyüzlünün yüzeylerin ağırlık merkezlerini karşı köşelere birleştiren doğruların bir noktada kesişmesi örneğinden bu durumun sadece burada verilen düzgün dörtyüzlü için geçerli bir durum olduğunu söylemiştir.

A: Burada bir düzgün dörtyüzlü var. Bu düzgün dörtyüzlünün yüzeylerinin ağırlık merkezlerini karşı köşelere birleştiren doğrular bir noktada kesişmiş. Bu durumdan nasıl bir çıkarsama yaparsın?

Y: Bu doğrular burada kesiştiğine göre bu durum sadece bu düzgün dörtyüzlüde geçerli olur.

A: Diğer düzgün dörtyüzlülerde de bir noktada kesişir mi sence?

Y: Kesişebilir ama kesin bir şey söyleyemeyiz. Buradan sadece buradaki düzgün dörtyüzlü için bu doğruların bir noktada kesiştiğini kesin söyleriz.

Yusuf verilen örnekten akıl yürütmeye bir çıkarımda bulunurken bu durumun sadece soruda verilen düzgün dörtyüzlü için geçerli olduğunu diğer düzgün dörtyüzlüler için doğruların kesişmesi durumunun kesin olmadığını ifade etmiştir

Büşra soruda verilen örnek durumdan doğruların bütün düzgün dörtyüzlülerde bir noktada kesişeceğini ifade etmiştir. Bu cevap doğru olmasına rağmen Büşra'nın bu soru üzerindeki açıklamaları yaptığı genellemenin tam olarak doğru kabul edilemeyeceğini göstermektedir.

A: Bu düzgün dörtyüzlüde tepe noktaları ile karşularındaki üçgenlerin ağırlık merkezinden geçen doğrular çizilmiş. Bu doğruların bir noktada birbirini kestiği birbirini gören birisi sence nasıl bir genelleme yapar?

B: Hepsi sağlar bence. Ama buradaki cümleler birbirlerine çok benziyor. Bütün düzgün dörtyüzlülerde bu kesişme olur yani.

A: Piramitler de olur mu sence?

B: Piramitlerde kesişmez.

Büşra bu durumun sadece düzgün dörtyüzlülerde olacağını, piramitlerde böyle bir durumun olmayacağını kesin bir dille olmayacağını söylemiştir. Hâlbuki soruda verilen doğruların tek bir noktada kesişmesi bütün piramitler için geçerli olan bir durumdur. Bu doğruların kesin bir dille piramitlerde kesişmeyeceğini söylemek doğru çıkarsama yapılmadığını gösterir.

Kübra ile Canan verilen durumdan yapılacak çıkarsamanın bu durumun tüm düzgün dörtyüzlüler için geçerli olduğu şeklindedir. Bununla beraber Kübra düzgün olmayan dörtyüzlüler için bu doğruların bir noktada kesişip kesişmeyeceği konusunda yeterli açıklamayı yapamamıştır. Deniz ise doğruların bir noktada kesişmesi durumunun herhangi bir dörtyüzlü için doğru olacağını ifade etmiş ve sorunun doğru cevabının “D” seçeneği olduğunu söylemiştir. Ancak Deniz soruda verilen örneğin düzgün dörtyüzlü olduğunu her ne kadar bilse de bu durumu genellerken tüm dörtyüzlüler için yaparak yanlış bir çıkarsama yapmıştır. Aleyna ile bu soru üzerine yapılan mülakatta Aleyna soruya tam olarak doğru yanıt vermiştir. Aleyna'nın açıklamalarından doğru çıkarsama yaptığı anlaşılmaktadır.

A: Bir ABCD düzgün dörtyüzlüsü verilmiş. Bu düzgün dörtyüzlünün köşe noktalarını karşı yüzeyin ağırlık merkezine birleştiren doğrular bir noktada kesişmiş. Bu durumda nasıl bir çıkarsama yaparsın?

A: Bu doğrular tüm düzgün dörtyüzlülerde bir noktada kesişir.

A: Peki cisim düzgün olmasaydı?

A: Yine bir noktada kesişirdi. Bu doğrular tüm dörtyüzlü cisimlerde bir noktada kesişir. Ama sadece burada verilenlerden bir genelleme yapacaksak bunu tüm düzgün dörtyüzlüler için yapabiliriz.

Aleyna belirtilen şartlarda çizilecek doğruların sadece düzgün olan dörtyüzlülerde değil tüm dörtyüzlü cisimlerde olduğunu ifade etmiş, bununla birlikte verilen durumdan

yapılabilecek genellemenin sadece düzgün dörtyüzlüler için yapılabileceğini söylemiştir. Aleyna verilen durumdan yapılabilecek genellemeyi doğru bir şekilde yapmıştır.

UGAT'ın son sorusu geometrik cisimler için gerek ve yeter şartları ve gerek ve yeter şart bilgileri arasındaki farklılığı açıklayabilmeyi gerektiren soru Şekil 46'da gösterilmektedir.

20. Aşağıda üç önerme veriliyor.

p: A cismi bir kare dik prizmadır.

q: A cismi bir küptür.

r: A cismi bir dikdörtgenler prizmasıdır.

Aşağıdaki çıkarımlardan hangisi doğrudur?

a) p gerektirir q, q gerektirir r

b) p gerektirir r, r gerektirir q

c) r gerektirir q, q gerektirir p

d) q gerektirir r, r gerektirir p

e) q gerektirir p, p gerektirir r

Şekil 46. UGAT 20. soru

Deney ve kontrol grubundan öğrencilerle önceki sorular (2, 11, 12 ve 14 numaralı sorular) üzerinde yapılan görüşmelerde dikdörtgenler prizması-kare prizma ve küp arasındaki ilişki deney grubundan Elif ve Gülsüm ile kontrol grubundan Yusuf ve Büşra dışındaki tüm öğrenciler hemen hemen tam olarak doğru bir şekilde ifade etmişlerdi. UGAT'ın son sorusunda deney grubundan Elif ve Gülsüm daha önceki sorularda da ifade ettikleri gibi küp ile dikdörtgenler prizması cisimlerini birbirinden ayrık cisimler olarak tanımlamışlardır. Bu yüzden küp-kare prizma ve dikdörtgenler prizması cisimlerinin birbirini gerektirme durumunu anlamamışlar ve bir cismin küp olmasının onun aynı zamanda kare prizma ya da dikdörtgenler prizması olması gerektiği şeklinde bir cevap verememişlerdir.

A: Elif, burada üç tane önerme var. Birincisi A cisminin bir kare dik prizma olduğunu, ikincisi A cisminin bir küp ve üçüncüsü A cisminin bir dikdörtgenler prizması olduğunu söylüyor. Sence bu önermelerden hangisi diğerini gerektirir?

E: Nasıl yani?

A: Yani, örneğin bir cismin küp olması onun dikdörtgenler prizması olmasını gerektirir mi?

E: Öyle bir şey olmaz ki. Bunlar farklı cisimler. Küpün bütün kenarları eşit, dikdörtgenler prizmasının bütün kenarları birbirinden farklı.

...

Elif küp, kare prizma ve dikdörtgenler prizması cisimlerinin yüzey şekillerini göz önünde bulundurarak bu cisimler arasındaki ilişkiyi keşfedemediği için bu cisimleri birbirinden ayrı cisimler olarak görmektedir. Bir prizmanın dikdörtgenler prizması olması için bütün ayrıtlarının birbirinden farklı uzunlukta olması gerektiğini belirten Elif, prizmanın bütün ayrıtlarının birbirine eşit olması durumunda küp olduğunu ifade etmiştir. Elif bir prizmanın dikdörtgenler prizması olması için gerek şartın bütün ayrıtlarının birbirinden farklı olması gerektiğine inanmaktadır. Bu durum sadece Elif'te değil aynı zamanda deney grubundan Gülsüm ile kontrol grubundan Yusuf ve Büşra'da da görülmüştür. Bu öğrenciler dışındaki bütün öğrenciler her küpün aynı zamanda bir dikdörtgenler prizması olduğunu sınavın önceki soruları üzerine yapılan görüşmelerde de dile getirmişlerdir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu soru üzerindeki cevapları çeşitlilik göstermemiştir. Hemen hemen bütün öğrenciler benzer cevapları vermiş, küp-kare prizma ve dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirlemişlerdir. Örnek olarak deney grubundan Vildan ile bu soru üzerine yapılan mülakat aşağıdaki gibidir:

A: Peki son olarak, son soruda üç tane önerme verilmiş. A cismi bir kare dik prizma, A cismi bir küp ve A cismi bir dikdörtgenler prizması. Sence hangisinin olması bir diğerinin olmasını gerektirir?

V: A cisminin küp olması dikdörtgenler prizması olmasını gerektirir. Her küp dikdörtgenler prizmasıdır çünkü. Kare dik prizma olması içinde yine dikdörtgenler prizması olması gerekir.

A: Yani şıklara bakacak olursan hangisinin doğru olduğunu söylersin?

V: (Şıklara baktıktan sonra) Küp olması için kare dik prizma olması gerekiyor, kare dik prizma olması içinde dikdörtgenler prizması olması gerekiyor. Yani bir geçiş gibi sanki. Yani bir cismin önce dikdörtgenler prizması olması lazım sonra kare dik prizma oluyor en sonda küp oluyor.

A: Bu durumda hangisinin doğru olduğunu söylersin?

V: Küp olması kare dik prizma olmasını gerektirir, kare dik prizma olması da dikdörtgenler prizması olmasını gerektirir. Yani q gerektirir p ve p gerektirir r.

Deney grubundan Vildan, küp-kare prizma ve dikdörtgenler prizması cisimleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirlemiştir. Deney ve kontrol grubundan diğer öğrencilerin bu soru üzerindeki cevapları da benzer şekildedir. Bununla birlikte deney grubundaki öğrencilerden Selen, küp-kare-prizma-dikdörtgenler prizması cisimlerinin en özelden en genele doğru sıralandığını ifade etmiştir.

UGAT'ın son beş sorusu üzerine yapılan mülakatlarda deney ve kontrol grubu öğrencileri arasındaki en belirgin fark deney grubundaki öğrencilerin zihinlerinde kurdukları şemaların kontrol grubundaki öğrencilere göre dinamik bir yapıda olmasıdır. Deney grubundaki öğrenciler cisimlerin özelliklerinden öte, tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini kontrol grubundaki öğrencilere göre daha başarılı bir şekilde yapmaktadırlar. Deney grubundaki öğrenciler kontrol grubundaki öğrencilere nazaran cisimlerin görsel şekilleri ve bu şekiller üzerindeki oynamaları daha kolay bir biçimde yapabilmişlerdir.

Deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlardan sadece kontrol grubundan bir öğrencinin UGAT sonucuna göre çıkan 3B düşünme düzeyinin klinik mülakat neticesinde ortaya çıkan düşünme düzeyi ile örtüşmediği görülmüştür. UGAT sonuçlarına göre 4. düzeyde olan kontrol grubu öğrencisi Deniz'in 3B düşünme düzeyi klinik mülakatta 3. düzey olarak çıkmıştır. Kontrol grubu öğrencisi Deniz haricindeki öğrencilerin klinik mülakatlarda çıkan 3B düşünme düzeyleri UGAT sonuçlarına göre çıkan düşünme düzeyleriyle örtüşmüştür. Bu durumda öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için hazırlanan UGAT'ın yeterince güvenilir bir sınav olduğunu söylemek mümkündür.

3.3. Öğrencilerin 3B Cisimleri Çizebilme Becerileriyle İlgili Bulgular

Tasarı geometrinin de temelini oluşturan, 3B cisimlerin 2B düzlemdeki görünümünü çizibilme çoğu zaman zor bir iştir. Güzel çizim yapabilme becerisi doğuştan gelen bir beceri olmakla birlikte aynı zamanda bu alanda alınan eğitimle geliştirilebilir bir beceridir. Öğrencilerin ilköğretim birinci kademedeki ilk olarak tanıştıkları 3B cisimler, bu cisimlerin özellikleri, alan ve hacimleriyle ilgili uygulamalar onların bu cisimleri çizmelerini de sağlamaktadır. Bu bölümde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin 3B cisimleri çizibilme becerileri incelenmiştir. Bu amaçla dersler başlamadan önce her iki gruptaki öğrencilere küp, dikdörtgenler prizması, küre, kare dik piramit, dik dairesel

silindir ve dik dairesel koni modelleri gösterilerek bu modelleri çizmeleri istenmiştir. Ayrıca çizim etkinliklerinde öğrencilerden kendilerine gösterilen cisimlerin (kare prizma ve kare piramit) bir düzlemlle kesildiğinde geriye kalan parçanın görünümünün nasıl olacağını ve kapalı halleri verilen cisimlerin birer açık görünümünü çizmeleri istenmiştir. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin çizimleri hazırlanan rubriğe göre puanlanmıştır. Buna göre eğer bir öğrenci Çizim Etkinliğindeki her bir cisim için çizim yapmamışsa, hatalı çizim yapmışsa ya da çizimleri iki boyutluysa 0 puan verilmiştir. Öğrencinin çizimleri eksikse (görünen yüzeyler resmedilmemişse), çizimler doğru ve düzgün oranlara sahip değilse ya da çizimler gerçek görünümünü yansıtmada yeterince başarılı değilse 1 puan; çizimlerde yüzeyler doğru bir şekilde gösterilmişse, düzgün ve doğru oranlara sahipse ve çizimlerde perspektif göz önünde bulundurulmuşsa 2 puan verilmiştir. Öğrencilerin her bir çizimden aldıkları puanlar toplanarak 20 üzerinden bütün öğrencilere çizim puanı verilmiştir. Öğrencilerin ön Çizim Etkinliği'ndeki çizimleri yukarıdaki puanlama ile sürekli değişken haline getirilerek deney ve kontrol grubu arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için ön çizim puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testi sonuçları Tablo 30' da sunulmuştur.

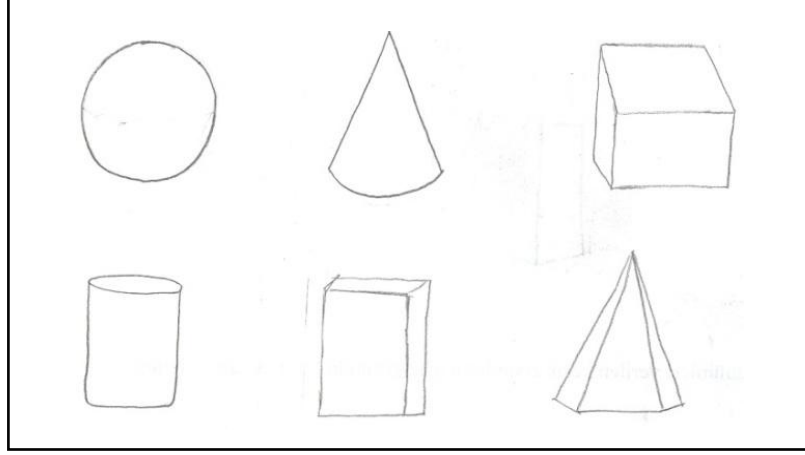
Tablo 30. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Çizim Etkinliği	n	\bar{x}	SS	t	p	
Ön Test	Deney	36	12.83	2.11	.49	.62
	Kontrol	38	12.57	2.27		

Araştırmanın başında yapılan çizim etkinliğinde deney grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=12.83$, kontrol grubundaki öğrencilerin ortalaması ise $\bar{x}=12.57$ çıkmıştır. Tablo 30'dan görüldüğü gibi deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır ($t=.49$ $p>.05$). Bu durum deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin çalışmanın başındaki çizim becerilerinin birbirine denk olduğunu göstermektedir.

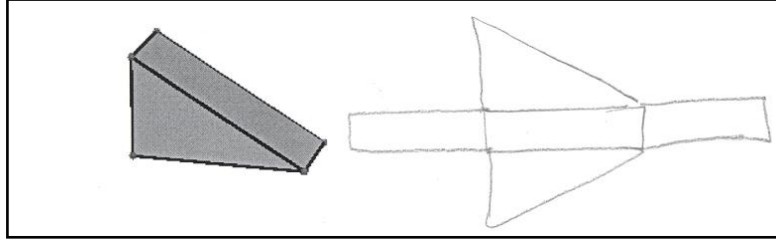
Araştırmanın başında yapılan çizim etkinliklerinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin yapmış oldukları çizimlerden bazıları belirlenerek betimsel olarak

incelenmiştir. Deney grubundan Elif'in araştırmanın başında 3B cisimlere ait yaptığı çizim aşağıdaki gibidir.



Şekil 47. Deney grubundan Elif'in araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

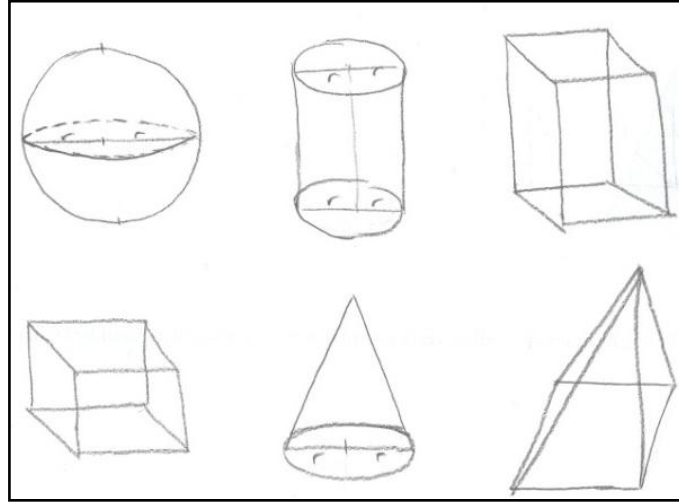
Elif kendisine gösterilen cisimlerin çiziminde birden fazla yüzeyi göstermiştir. Küreyi bir daire şeklinde çizen Elif, küre kuşağını gösterecek şekilde bir çizimle çizimine derinlik görünümü katmamıştır. Benzer bir şekilde koni çiziminde, koninin taban bölümünde görünen ön yüzü oval bir şekilde çizmiş ancak görünmeyen arka tarafı çiziminde göstermemiştir. Bu durum yine çizime üçüncü boyutu katmada eksik kaldığını göstermektedir. Elif küp, dikdörtgenler prizması ve piramit çizimlerinde birden fazla yüzeyi resmetmiştir. Ancak bu çizimlerde paralel olan kenarlar paralel doğrularla gösterilmemiştir. Silindir çiziminde üst taban dairesel bir şekilde çizilerek bir perspektif verilmiştir. Bununla beraber silindirin alt tabanını düz bir doğruyla çizen Elif'in bu çizimi gerçeğini uygun bir şekilde göstermede zayıf kalmıştır. Elif'in araştırmanın başındaki çizim etkinliğindeki cisimlerin birer düzlemlle kesilmesi sonucunda geriye kalan parçaların nasıl bir görünümüne sahip olacağına yönelik çizimler yapmamış, kapalı şekilleri verilen cisimlerin açık görünümünün nasıl olacağına yönelik sorulardan kesik dikdörtgenler prizması şeklinde olan cisme yönelik aşağıdaki gibi çizim yapmıştır.



Şekil 48. Deney grubundan Elif'in araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim

Elif kesik halde verilmiş dikdörtgenler prizmasına ait açık görünümü doğru bir şekilde çizmişken bir düzlemlle kesilmiş küpün açık görünümüne ait çizimi yapmamıştır.

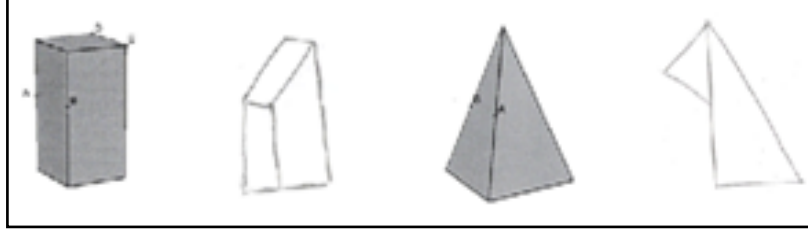
Deney grubundan başka bir öğrenci olan Rasim'in çalışmanın başında 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 49. Deney grubundan Rasim'in araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

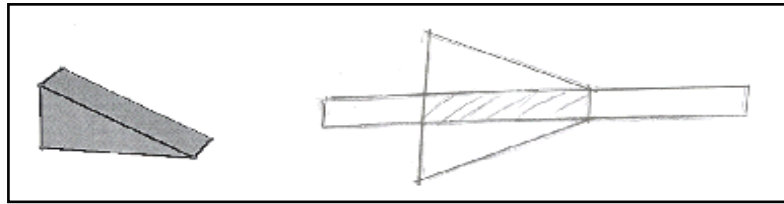
Rasim'in araştırma başında yaptığı çizimlerde dikkati çeken nokta çizimlerin genel olarak doğru ve düzgün oranlara sahip olmasıdır. Rasim küreyi dairesel bir şekilde çizmiş ve küre kuşağını çiziminde göstermiştir. Ayrıca kürenin yarıçapını da çiziminde gösteren Rasim'in küre çizimi gerçeğini yansıtacak şekildedir. Benzer bir şekilde koni ve silindir çiziminde de taban yarıçaplarını gösteren Rasim silindirin ana doğrularını çizerken paralel doğrular kullanmıştır. Küp ve dikdörtgenler prizması çizimlerinde tüm yüzeyler çizimde gösterilmiş, bu cisimlerin düzlemsel gösterimleri doğru bir şekilde resmedilmiştir. Piramit

çiziminde tabanı paralelkenar olarak çizen Rasim bu çizimine perspektif katmıştır. Rasim' in kare prizma ve kare piramidin bir düzlemlle kesilmesi sonucunda geriye kalan parçanın nasıl görüneceğine ait çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 50. Deney grubundan Rasim'in araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

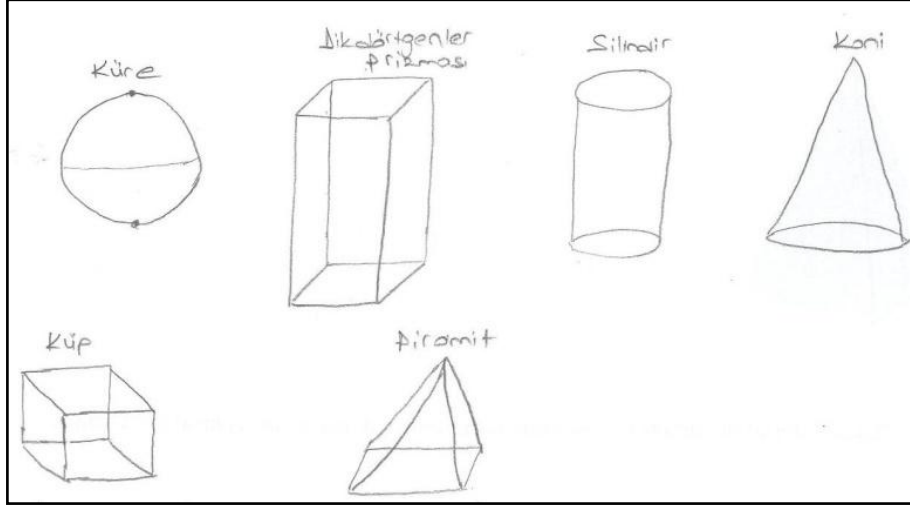
Rasim'in cisimlerin birer düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçalarının görünümüne ait çizimleri kısmen doğrudur. Kare prizmanın bir düzlemlle kesilmesi sonucu oluşacak şekli çizerken Rasim prizmanın tabanını her ne kadar bir doğru boyunca resmetmiş olsa da çizim az çok oluşacak durumu yansıtmaktadır. İkinci çiziminde ise Rasim piramidin bir düzlemlle dikey doğrultuda kesilmesi sonucunda oluşacak durumu yansıtmada başarılı olamamıştır. Kapalı şekilleri verilen cisimlerin açık birer görünümünün nasıl olacağını sorulduğu çizim etkinliğinde Rasim de Elif gibi kesik dikdörtgenler prizmasına ait verilen görünümü başarılı bir şekilde çizmiş ancak kesik küpe ait görünümü çizmemiştir. Rasim'in çizim etkinliğinin bu sorusundaki çizimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 51. Deney grubundan Rasim'in araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim

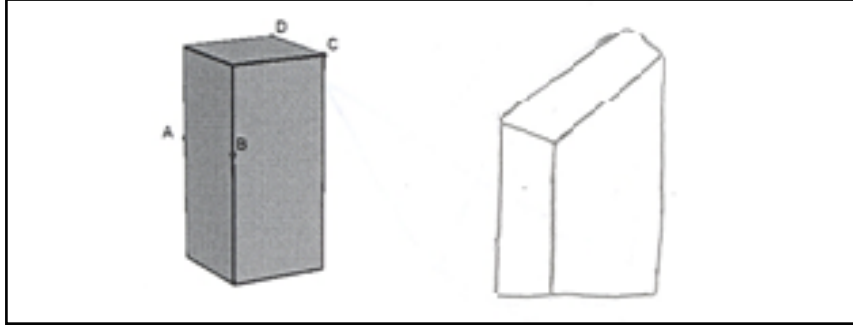
Bir düzlemlle kesilmiş dikdörtgenler prizmasına ait açık görünümü Rasim başarılı bir şekilde çizmiş ve cismin açık görünümünde tabanı taramıştır.

Araştırmanın sonundaki UGAT sonucuna göre de yapılan klinik mülakatta da 3B düşünme düzeylerinden en üstü olan 4. düzeyde olan deney grubu öğrencisi Selen'in çalışmanın başında 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



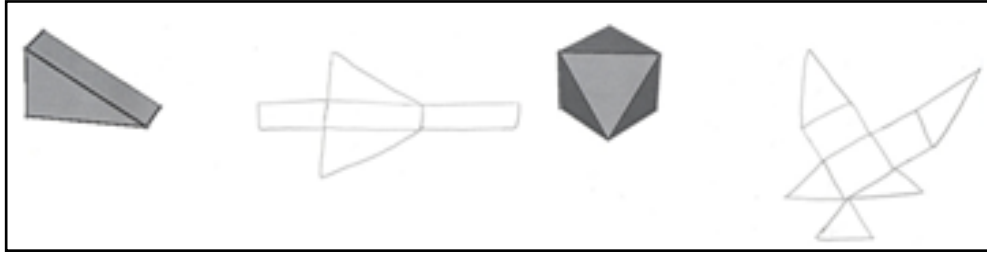
Şekil 52. Deney grubundan Selen'in araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

Selen araştırma başında yaptığı 3B cisimlerin çizimlerinde derinlik kavramını oldukça iyi bir şekilde yansıtmıştır. Özellikle dikdörtgenler prizması, küp ve piramit çizimlerinde perspektife de yer veren Selen, çizdiği cisimlerin isimlerini de yanlarına yazmıştır. Küreyi dairesel bir şekilde çizen Selen, küre kuşağını çizimi üzerinde de göstermiş bu şekilde üçüncü boyutu çiziminde hissettirmiştir. Silindir ve koni çizimlerinde dairesel yüzeyleri çiziminde perspektifsel bir şekilde göstermiştir. Küp, dikdörtgenler prizması ve piramit çizimlerinde bütün ayrıtları ve yüzeyleri çiziminde gösteren Selen görünmeyen yüzeyleri kesintisiz çizgilerle göstermiştir. Selen'in çizimlerinde yüzeyler ve ayrıtlar arasındaki oranlar genel olarak gerçeğini yansıtıcı niteliktedir. Selen araştırmanın başındaki çizim etkinliğinde kare prizmanın bir düzlemlle kesilmesi sonucunda geriye kalan parçanın nasıl görüneceğine ait çizimi doğru bir şekilde yapmışken kare piramidin kesik görünümüne ait şekli çizmemiştir.



Şekil 53. Deney grubundan Selen'in araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizim

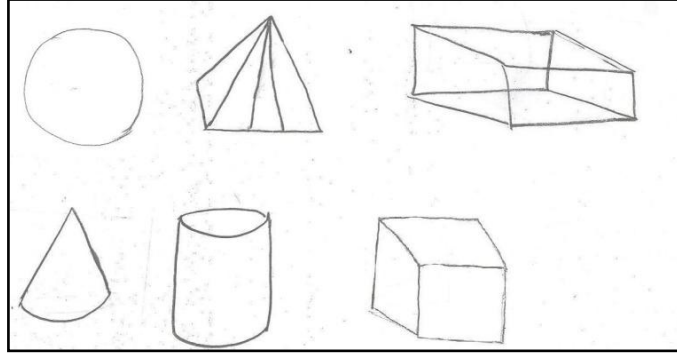
Selen kare piramidin belirtilen noktalardan geçen bir düzlemlle kesilmesi sonucunda geriye kalan parçanın nasıl görüneceğini kısmen başarılı bir şekilde çizmiştir. Selen de bu çiziminde Rasim gibi prizmanın tabanını bir doğru boyunca çizmiştir. Kare piramidin düzlemlle kesilmesi sonucunda oluşacak cisme ait görünümü çizmeyen Selen'in, kapalı şekilleri verilen cisimlerin açık görünümüne ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 54. Deney grubundan Selen'in araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler

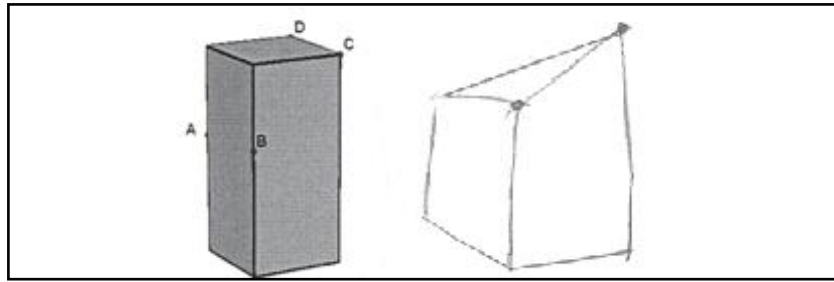
Selen kesik haldeki dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne ait çizimi tam olarak doğru çizmişken küpün kesik görünümüne ait çizimi doğru bir şekilde çizememiştir. Selen'in küpe ait açık görünümünü hatalı kılan şey çizimindeki oranlardan ziyade çizdiği şeklin kapanışının kesik küp görünümünü vermeyişidir. Bu durum Selen'in çizimindeki yüzeylerin sayısından ortaya çıkmaktadır.

Çizim etkinliği araştırmanın başında kontrol grubunda da yapılmıştır. Kontrol grubundan Yusuf'un çalışmanın başındaki çizim etkinliğinde 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



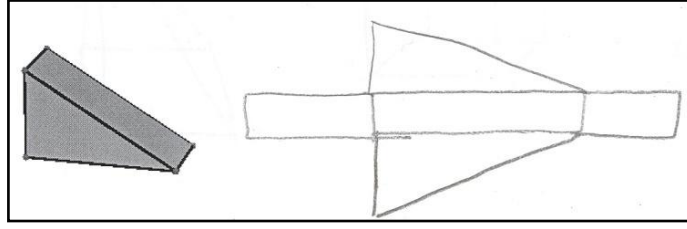
Şekil 55. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

Yusuf çizimlerinde genel olarak derinlik kavramını göstermekle birlikte şekilleri gerçeğine yakın bir şekilde çizememiştir. Yusuf'un küre çizimi iki boyutlu daire şeklindedir. Bu çizimde küreye derinlik hissini katacak küre kuşağını göstermemiştir. Piramit çiziminde birden fazla yüzeyi gösteren Yusuf çizimine üç boyutlu görünüm hissi katmış olsa da yüzeyler ve ayrıtlar arasında doğru bir oran bulunmaktadır. Ayrıca yüzeylerin konumlanması çizimin üç boyutlu olduğu hissini azaltıcı niteliktedir. Benzer durum küp ve dikdörtgenler prizması çizimlerinde de görülmektedir. Silindir çiziminde üst tabanı elips şeklinde çizerek çizime perspektif katan Yusuf alt tabanda görünmeyen arka yüzü çiziminde göstermemiştir. Bu durum Yusuf'un çizimini tek bir bakış açısından yaptığını göstermektedir. Yusuf koniyi çizerken de aynı şekilde davranmış ve koninin tabanının arka bölümünü çiziminde göstermemiştir. Yusuf'un çizim etkinliğindeki kare prizmanın bir düzlemlle kesilmesi sonucunda geriye kalan parçanın nasıl görüneceğine ait çizimi aşağıdaki şekildeki gibidir. Yusuf kare piramidin düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl bir görünüme sahip olacağına yönelik çizimi yapmamıştır.



Şekil 56. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizim

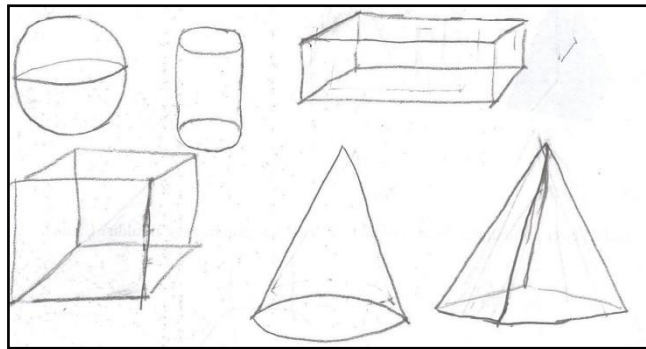
Yusuf'un kare prizmanın verilen noktalardan geçen bir düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl olacağına yönelik yaptığı çizim hatalıdır. Her ne kadar Yusuf prizmanın dokunulmayan bölümünü doğru bir şekilde çizmiş olsa da asıl önemli olan kesilen yüzeyin nasıl bir görünümünü doğru bir şekilde çiziminde yansıtamamıştır. Kare piramidin kesilmesi sonucu oluşacak şekli çizmeyen Yusuf, kapalı halde verilen cisimlerden de sadece kesik dikdörtgenler prizmasının açık şeklini çizmiştir.



Şekil 57. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim

Yusuf kesik haldeki dikdörtgenler prizmasının açık şeklini doğru bir şekilde çizmiştir. Bununla birlikte bir düzlemlle kesilmiş olan küpün açık görünümüne ait bir şekil çizmemiştir.

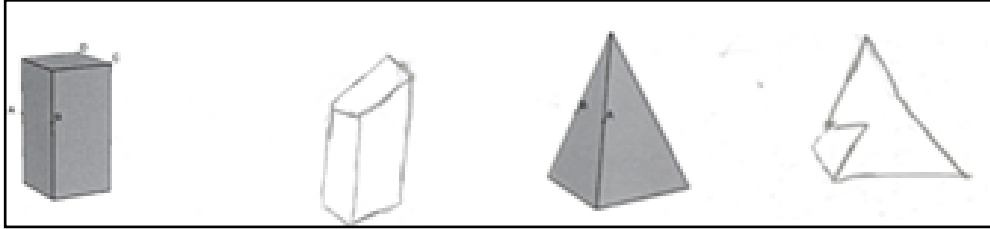
Kontrol grubundan Kübra'nın çalışmanın başında 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 58. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

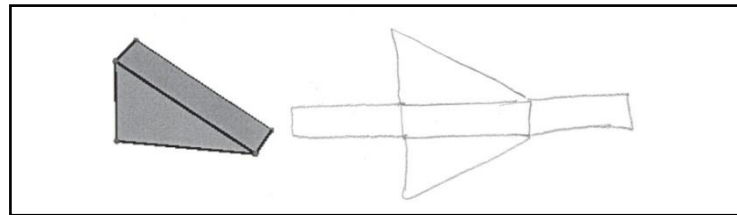
Kübra, model olarak gösterilen cisimleri, genel hatlarıyla gerçeğini yansıtıcı bir şekilde çizmiştir. Küre çiziminde küre kuşağını çizimde göstererek şeklin üç boyutlu

olduğunu hissettirmiştir. Silindir çiziminde alt ve üst tabanları eliptik bir görünümde çizerek silindire derinlik kavramını kazandırmıştır. Dikdörtgenler prizması ve küp çizimlerinde perspektif vardır. Ayrıca dikdörtgenler prizması ile küp, ayrıtlarının oranlarıyla birbirinden ayrılacak şekilde resmedilmiştir. Koni çiziminde tabanı silindir çizimindeki gibi eliptik koniyi yine gerçeğini yansıttığı bir şekilde çizen Kübra, piramit çizimine de derinlik katmış, perspektif kullanmıştır. Bununla birlikte Kübra'nın çizimlerinin hepsinde görünmeyen ayrıtlar ve bölümler kesintisiz çizgilerle gösterilmiştir. Kübra'nın kare prizma ve kare piramidin belirtilen noktalardan geçen düzlemlerle kesilmesi sonucu cisimlerin kalan parçalarının görünümüne ait çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 59. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

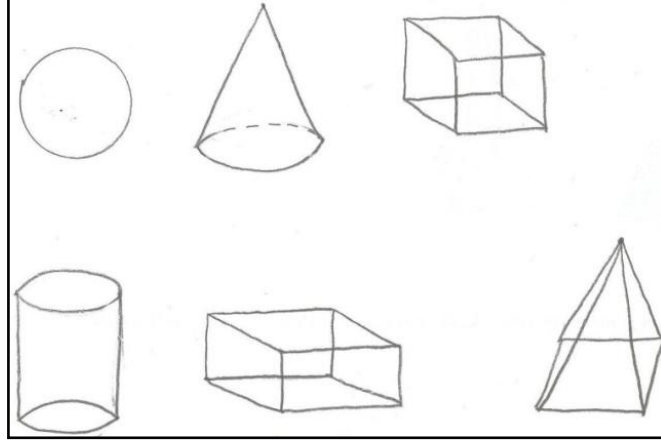
Kübra, kare prizmanın bir düzlemlerle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl bir görünümüne sahip olacağını kısmen doğru çizmiştir. Bununla birlikte kare piramidin belirtilen noktalardan geçecek bir düzlemlerle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl bir görünümüne sahip olacağına ait çizimi hatalıdır. Çizim etkinliğindeki kapalı halde verilen cisimlerin açık görünümünün nasıl olacağına ait çizimlerden Kübra da sadece kesik haldeki dikdörtgenler prizmasını çizmiştir. Kesik haldeki küpün açık görünümüne ait çizimi yapmamıştır.



Şekil 60. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim

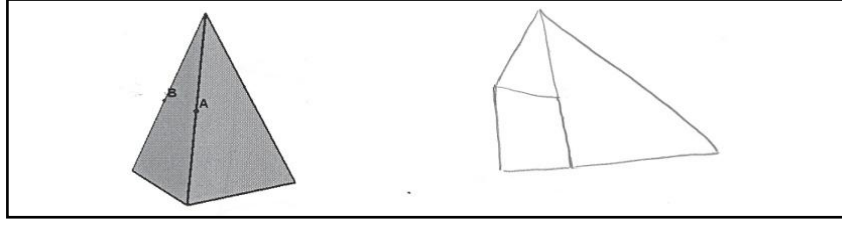
Simetrik bir şekilde kesilmiş olan dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne ait Kübra'nın çizimi doğrudur. Bununla birlikte Kübra bir düzlemlle kesilmiş olarak verilen küpün açık görünümüne yönelik bir çizim yapmamıştır.

Kontrol grubundan Aleyna'nın çalışmanın başındaki çizim etkinliğinde 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



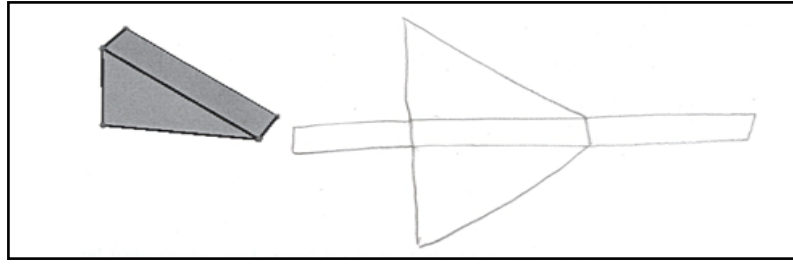
Şekil 61. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma başında 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

Aleyna'nın çizimleri genel hatlarıyla doğru ve düzgün oranlıdır. Genel olarak Aleyna'nın çizimleri üç boyutu yansımasıyla birlikte küre çiziminde derinlik hissi, ya da bu çizimi üç boyutlu gösterebilecek başka bir eklenti (küre kuşağı gibi) bulunmamaktadır. Koni çiziminde ise bu durum gözlenmemektedir. Koninin tabanını dairesel bir şekilde ovalimsi çizen Aleyna, koninin tabanının görünmeyen arka yüzünü noktalı bir şekilde çiziminde göstermiştir. Ancak diğer çizimlerinde görünmeyen ayrıtlar noktalı bir şekilde gösterilmemiştir. Dikdörtgenler prizması ve küp çizimlerinde paralel olan ayrıtlar paralel doğrularla resmedilmiş, paralel olan yüzler paralel düzlemlerle gösterilmiştir. Küp ile dikdörtgenler prizması birbirinden ayrılabilir kadar oranlı çizilmiştir. Silindirik çizimi gerçeğini yansıtacak ölçüde doğru ve düzgün olmasına rağmen bu çizimde de yine görünmeyen kısımlar kesintisiz çizgilerle gösterilmiştir. Piramit çiziminde tabanı paralelkenar olarak çizen Aleyna çizime perspektif katarak tüm yüzeyleri göstermiştir. Aleyna kare piramidin belirtilen noktalardan geçen düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın görünümüne ait çizimi yapmışken, kare prizmanın düzlemlle kesilmiş görünümünü yapmamıştır.



Şekil 62. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma başında cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizim

Aleyna'nın kare piramidin belirtilen şartlarda düzlemlle kesilmesini sonucunda geriye kalan parçanın görünümüne ait çizimi kısmen doğru sayılabilir. Aleyna bu çiziminde cismin sahip olacağı görüntüyü resmetmede tam olarak başarılı değildir. Aleyna'nın kapalı cisimlerin açık birer görünümüne ait çizimleri incelendiğinde sadece kesik dikdörtgenler prizması cismini çizdiği görülmüştür.



Şekil 63. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma başında verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim

Aleyna bir düzlemlle kesilmiş şekli verilen dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne ait çizimi her ne kadar orantılı olmasa da doğru bir şekilde çizmiştir. Bununla birlikte diğer cisim olan bir düzlemlle kesilmiş küpe ait açık görünüme ait bir çizim yapmamıştır.

Çalışmanın başında hemen hemen bütün öğrenciler çizim etkinliğindeki 3B geometrik cisimlere ait çizimler yaparken gerek deney gerek ise kontrol grubundaki öğrencilerin en çok boş bıraktığı çizim etkinliğinin, bir düzlemlle kesilmiş halde verilen küpenin açık bir görünümünü çizmeyi gerektiren etkinlik olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin boş bıraktıkları ya da çizimlerinin başarısız olduğu diğer bir çizim etkinliği de kare prizma ve kare piramidin birer düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl bir görünüme sahip olacağını çizmeyi gerektiren etkinliktir. Bununla birlikte hem deney

hem de kontrol grubundaki öğrencilerin çoğu kesik halde verilen dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne ait çizimi doğru bir şekilde yapmıştır.

Araştırma başında deney ve kontrol grubunda yapılan çizim etkinliklerinden sonra deney grubundaki öğrenciler derslerini bilgisayar laboratuvarında onlar için tasarlanan öğrenme ortamında işlemişlerdir. Bu öğrenme ortamında öğrenciler kimi zaman şeffaf geometrik cisimleri kullanmışlar kimi zamanda DGY Cabri3D'yi kullanarak çalışma yapraklarıyla derslerini işlemişlerdir. Bu öğrenme ortamının öğrencilerin 3B cisimleri çizme becerisinde bir ilerleme sağlayıp sağlamadığını belirlemek için araştırma sonunda çizim etkinliği deney grubuna tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin son çizim etkinliğindeki çizimleri de hazırlanan rubriğe göre puanlanarak derslerde yapılan uygulamaların öğrencilerin 3B çizim becerilerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını bulmak için ön çizim ve son çizim puanlarına eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. T testi sonuçları Tablo 31'de sunulmuştur.

Tablo 31. Deney grubu öğrencilerinin ön ve son çizim puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Deney Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Çizim	36	12.83	2.11	-12.59	.00
Son Çizim	36	15.97	1.85		

Tablo 31'den görüldüğü üzere deney grubundaki öğrencilerin ön çizim etkinliğindeki puan ortalaması $\bar{x}=12.83$ iken son çizim etkinliğindeki puan ortalaması $\bar{x}=15.97$ çıkmıştır. Ön çizim ve son çizim puanları için yapılan eşleştirilmiş t-testi sonucuna göre deney grubu öğrencilerinin puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak 0.05 düzeyinde son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur ($t= -12.59$ $p<.01$). İstatistiksel olarak ortaya çıkan bu farkın deney grubu için oluşturulan öğrenme ortamının – 3B DGY Cabri 3D ve gerçek nesnelerin kullanımıyla yürütülen Uzay Geometri derslerinin – öğrencilerin 3B cisimleri çizebilme becerileri üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde yorumlanabilir.

Araştırmada kontrol grubuna herhangi bir müdahale yapılmamıştır. Kontrol grubundaki öğrenciler derslerini geleneksel sınıf ortamında işlemişlerdir. Ders işlenişleri öğretmen merkezli olup öğrenciler öğretmenin tahtaya yaptığı çizimleri defterlerine yapmışlardır. Bu şekildeki bir öğrenme ortamının öğrencilerin 3B cisimlerin çizim becerilerine etkisini incelemek için araştırmanın sonunda kontrol grubundaki öğrencilerine

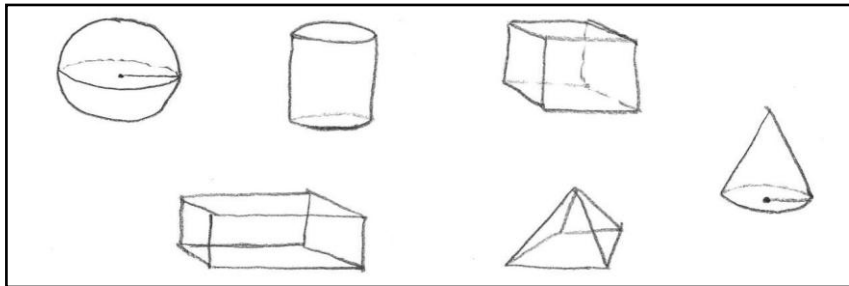
çizim etkinliği tekrar uygulanmıştır. Öğrenci çizimleri puanlanarak her bir öğrenciye bir çizim puanı verildikten sonra kontrol grubundaki öğrencilerin ön ve son çizim puanları arasında istatistiksel bir fark olup olmadığını belirlemek için ön ve son çizim puanlarına eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. T testi sonuçları Tablo 32’de sunulmuştur.

Tablo 32. Kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son çizim puanlarına ilişkin t-testi sonuçları

Kontrol Grubu	n	\bar{x}	SS	t	p
Ön Çizim	38	12.57	2.27	-23.72	.00
Son Çizim	38	16.78	2.12		

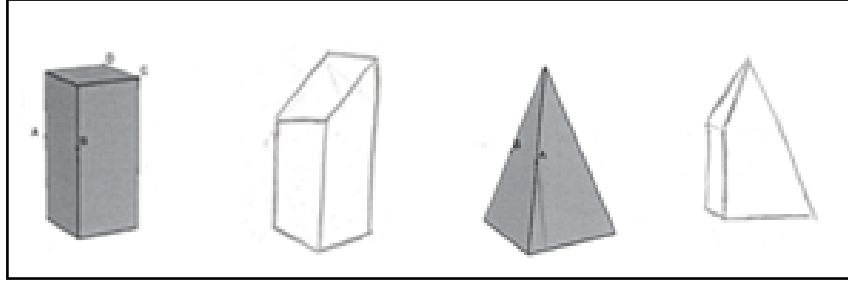
Kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim etkinliğindeki puan ortalaması $\bar{x}=12.57$ iken dersler sonrasında almış oldukları son çizim etkinliğindeki puan ortalaması $\bar{x}=16.78$ çıkmıştır. Ön çizim ve son çizim puanları için yapılan eşleştirilmiş t testi sonuçları iki çizim etkinliği arasında son çizim lehinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir ($t= -23.72$ $p<.01$). Bu durum kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen derslerin öğrencilerin 3B çizim becerileri üzerinde pozitif etki oluşturduğu şeklinde yorumlanabilir. Ortaya çıkan bu farkın kontrol grubundaki öğrencilerin geleneksel şekilde işledikleri derslerde yaptıkları çizimlerden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Deney ve kontrol grubunda yürütülen derslerin öğrencilerin çizim becerilerinde bir gelişme sağladığını grupların ön ve son çizim puanları için yapılan eşleştirilmiş t testi sonuçları göstermiştir. Deney ve kontrol grubundan ön çizimleri betimsel olarak incelenen öğrencilerin son çizim etkinliğindeki çizimleri yine betimsel olarak incelenmiştir. Deney grubundan Elif’in araştırma sonundaki çizimleri aşağıdaki gibidir.



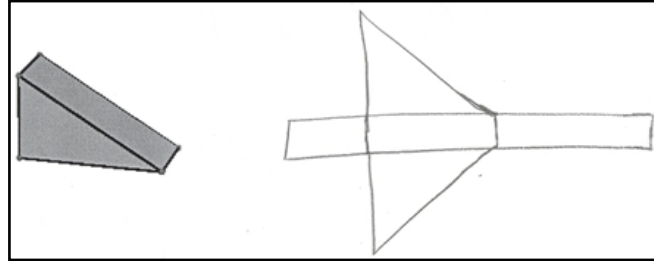
Şekil 64. Deney grubundan Elif’in araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

Elif'in araştırma sonunda yapılan çizim etkinliğindeki 3B cisimlere ait çizimleri araştırma başında yaptığı çizimlerden tamamen farklıdır. İlk çiziminde küreyi dairesel şekilde çizen, çizimine üçüncü boyutu katacak hiçbir ekleme yapmayan Elif, araştırma sonunda küreyi dairesel biçimde çizerek küre kuşağını çiziminde göstermiştir. Küre kuşağının görünmeyen arka bölümünü noktalı bir şekilde çizen Elif ayrıca kürenin yarıçapını da çiziminde göstererek çizimine üçüncü boyut hissini kazandırmıştır. İlk çiziminde silindirin alt tabanını neredeyse düz bir çizgi şeklinde çizen Elif derslerin sonunda uygulanan çizim etkinliğinde silindirin alt tabanını daha çok bir yay biçiminde çizerek görünmeyen bölümü yine noktalı bir şekilde çizmiştir. Bu görünümüyle Elif'in silindir çizimi gerçeğe yakın bir görünüm sergilemektedir. Araştırma başında küp ve dikdörtgenler prizması çizimlerinin yüzey ve ayrıtlarının orantısız olmasından dolayı derinlik kavramı çizimlerde çok fazla hissedilmezken, araştırma sonunda yaptığı çizimlerde Elif yüzeyleri ve ayrıtları düzgün ve doğru bir şekilde resmetmeye çalışmış, çizimlerine perspektif katmış ve derinlik kazandırmıştır. Benzer durumlar koni ve piramit çizimlerinde de gözlenmektedir. Çalışmanın başında koninin alt tabanını çizerken görünmeyen bölümü çiziminde göstermeyen Elif, son çiziminde koninin tabanının arka tarafında kalan görünmeyen bölümünü noktalı bir şekilde göstermiş ayrıca yarıçapa da çiziminde yer vermiştir. Bu şekliyle çizim gerçeğine oldukça yakın bir görünüm sergilemiştir. Piramit çiziminde de göze çarpan nokta, yan yüzeylerin çizimindeki değişikliktir. İlk çiziminde yan yüzeylerin çizimdeki gösterimi yüzeylerin orantısız olmasından dolayı çizimin üç boyutlu olduğu duygusunu çok az yaşatırken son çizimde ayrıtların ve yüzeylerin orantılı çizilmesi çizime perspektif katılması üçüncü boyutu çizimde hissettirmiştir. Elif ilk çizim etkinliğinde kare prizma ve kare piramidin birer düzlemlerle belirtilen noktalardan geçecek şekilde kesilmesi sonucunda geriye kalan parçaların görünümüne ait bir çizim yapmamıştı. Araştırma sonunda uygulanan çizim etkinliğinde Elif her iki cisminde kesilmiş haldeki görünümüne ait çizimler yapmıştır. Bu cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 65. Deney grubundan Elif'in araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

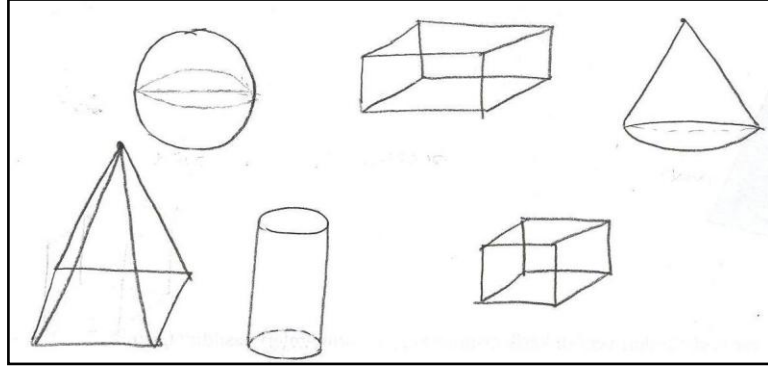
Çalışmanın başında bu bölümdeki çizim etkinliğini yapmayan Elif, çalışmanın sonunda uygulanan çizim etkinliğinde cisimlerin birer düzlemle belirtilen noktalardan kesilmesi sonucu geriye kalan parçalarına ait görünümelerini çizmiştir. Elif'in her iki çizimi de doğrudur. Çizim etkinliğinde cisimlerin açık görünümelerini çizmeye yönelik olan çizim etkinliğinde Elif çalışmanın başında yaptığı gibi sadece kesik haldeki dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü çizmiş, kesik olarak verilen küpün açık görünümüne yönelik çizim yapmamıştır. Elif'in kesik dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne yönelik yaptığı çizim aşağıdaki gibidir.



Şekil 66. Deney grubundan Elif'in araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizim

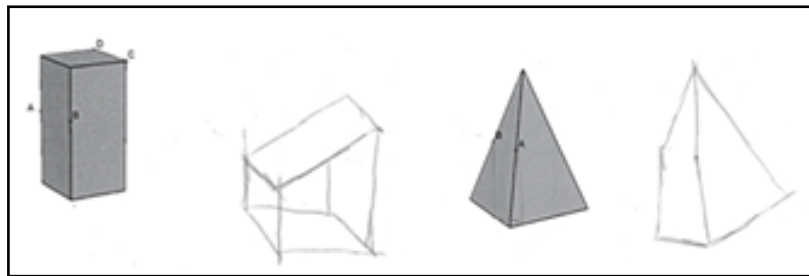
Araştırmanın başında da kesik haldeki dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü doğru bir şekilde çizen Elif, DGY Cabri3D ve şeffaf geometrik nesnelere kullanılarak işlenen dersler sonrasında da cismin açık görünümünü doğru çizmiştir. Bununla beraber kesik küp cisminin açık görünümünü araştırma başındaki çizim etkinliğinde çizmeyen Elif, araştırmanın sonunda da bu cismin açık görünümüne yönelik bir çizim yapmamıştır.

Deney grubundan Rasim'in çalışmanın sonundaki çizim etkinliğinde 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 67. Deney grubundan Rasim'in araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

Rasim araştırma sonunda küreyi ilk çiziminde olduğu gibi dairesel bir şekilde çizerek, küre kuşağını çiziminde göstermiştir. İlk çiziminde kürenin yarıçapını da gösteren Rasim'in son küre çiziminde kürenin yarıçapı çizimde gösterilmemiştir. Benzer durumlar silindir ve koni çizimlerinde de görülmektedir. Silindir ve koni çizimlerinde tabanı elips şeklinde çizen Rasim, çizimlerine bu şekilde derinlik ve perspektif katmıştır. Rasim'in küp, dikdörtgenler prizması ve piramit çizimleri araştırmanın başındakinden çok farklı değildir. İlk çizimleri gibi son çizimleri de gerçeği yansıtıcı nitelikte olan Rasim'in araştırmanın sonundaki çizim etkinliğinde prizma ve piramidin bir düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın görünümüne yönelik çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 68. Deney grubundan Rasim'in araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

İlk çizim etkinliğinde prizmaya ait çizimi kısmen doğru kabul edilebilen Rasim'in araştırma sonunda yaptığı kare prizmanın kesik görünümüne yönelik çizimi daha çok gerçeği yansıtıcı niteliktedir. Ayrıca ilk çiziminde kare piramidin belirtilen noktalardan geçen bir düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın çizimini başarılı çizemeyen

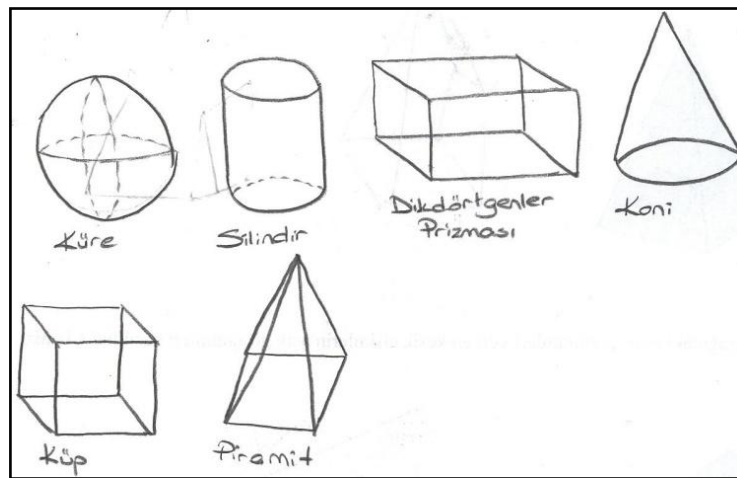
Rasim'in son çizim etkinliğindeki çizimi başarılı kabul edilebilir. Araştırmanın başında cisimlerin açık görünümünü çizmeyi gerektiren etkinlikte sadece kesik dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü çizen Rasim son çizim etkinliğinde iki cisminde açık birer görünümünü çizmiştir. Bu görünümlere ait çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 69. Deney grubundan Rasim'in araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler

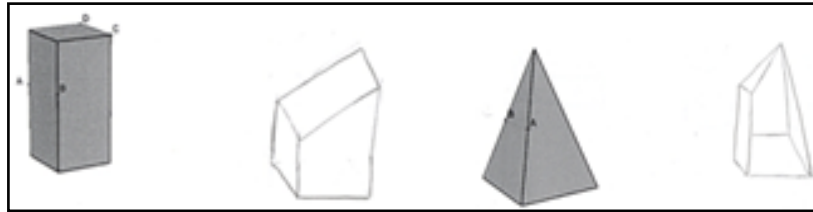
Rasim, son çizim etkinliğinde kesik halde verilmiş dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü ilk çiziminde farklı çizmiştir. Cismi farklı ayrıtlarından parçalayarak açık görünümünü doğru bir şekilde çizen Rasim'in kesik küpün açık görünümüne ait çizimi kısmen doğrudur. Kesik küpün açık görünümünde bir yüzeyi çiziminde göstermeyen Rasim ilk çizim etkinliğinde bu cisme ait bir açık görünüm çizmemiştir.

Çalışmanın başında yapılan çizim etkinliğinde 3B cisimlere ait yaptığı çizimleri isimlendiren deney grubundan Selen'in araştırmanın sonundaki çizim etkinliğinde 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



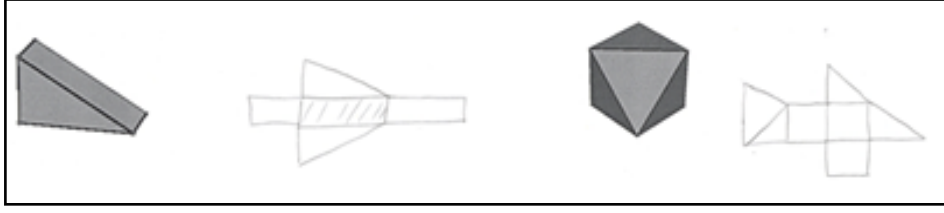
Şekil 70. Deney grubundan Selen'in araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

Selen ilk çizim etkinliğinde olduğu gibi son çizim etkinliğinde de yapmış olduğu çizimlerin isimlerini cisimlerin alt kısımlarına yazmıştır. Araştırmanın başında küreyi dairesel bir şekilde çizerek küre kuşağını ve kutup noktalarını çiziminde gösteren Selen, araştırma sonunda küreyi yine dairesel bir şekilde çizerek yatay ve dikey bir şekilde iki küre kuşağını çiziminde gösterip çizimine derinlik hissi katmıştır. Selen'in çalışma sonundaki küre çizimi gerçeği yansıtma açısından daha iyi bir örnektir. Selen'in silindir çizimi araştırma başındaki gibi yine gerçeğini yansıtıcı niteliktedir. Selen, son çiziminde silindirin görünmeyen alt yüzeyinin arka tarafını çiziminde noktalı bir şekilde göstermiştir. Küp ve dikdörtgenler prizmasını çizerken de araştırma başındaki gibi birden fazla yüzeyi orantılı bir şekilde çizen Selen, son çiziminde bu cisimleri farklı perspektiften görüntülemiştir. Koni çiziminde tabanı elips şeklinde çizerek çizime yine derinlik hissi katan Selen piramit çiziminde de derinlik hissini yüzey ve ayrıtların doğru ve düzgün oranlarıyla gerçeğini yansıtıcı biçimde çizmiştir. İlk çizim etkinliğinde cisimlerin düzlemle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların görünümüne ait çizimlerden sadece kare prizmayı çizen Selen son çizim etkinliğinde hem kare prizma hem de kare piramide ait çizimleri yapmıştır. Selen'in çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 71. Dene grubundan Selen'in araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görümlere sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

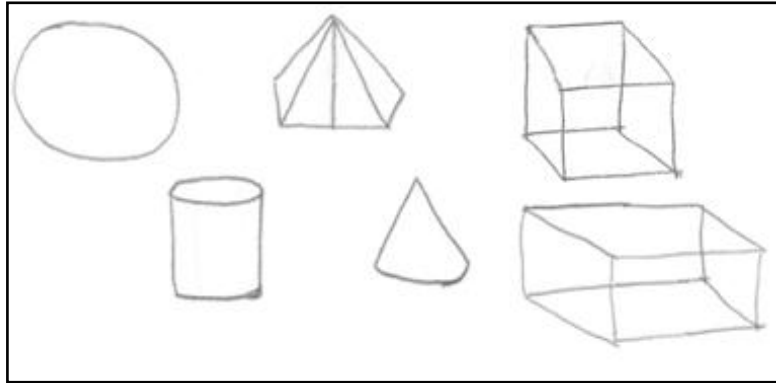
İlk çiziminde sadece kare prizmanın düzlemle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın bir görünümünü çizen Selen ikinci çizim etkinliğinde hem kare prizma hem de kare piramide ait çizimleri yapmıştır. İlk çiziminde kare prizmanın görünen taban ayrıtlarını çiziminde doğrusalmış gibi gösteren Selen'in kare prizmaya ait ikinci çizimi istenilen durumu yansıtma daha başarılıdır. Selen kare piramide ait çiziminde arka planda kalan ayrıtlardan birini her ne kadar köşe noktasına birleştirmemiş olsa da bu çizimi doğru kabul edilebilecek niteliktedir. Selen'in araştırma sonunda yapılan çizim etkinliğinde cisimlerin açık görünümüne ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 72. Deney grubundan Selen'in araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler

Araştırmanın başında yapılan çizim etkinliğinde Selen kesik dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü doğru bir şekilde çizmişti. Selen'in araştırmanın sonundaki çizim etkinliğinde de bu cismin açık görünümüne yaptığı çizim doğrudur. Bununla birlikte Selen araştırmanın başında bir düzlemlle kesilmiş olarak verilen küpün açık görünümüne ait çizimi hatalıydı. Araştırmanın sonunda Selen'in küpe ait yaptığı çizim doğrudur.

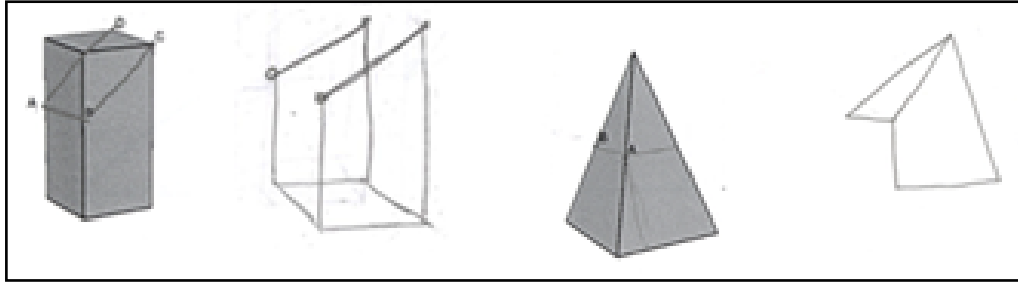
Kontrol grubundan Yusuf'un çalışmanın sonunda yapılan çizim etkinliğindeki 3B cisimlere ait yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 73. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

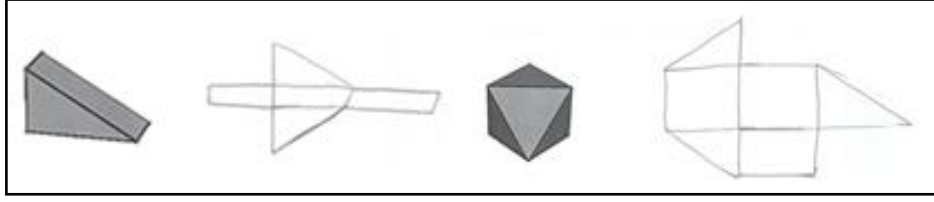
Araştırmanın başında küreyi dairesel bir şekilde çizen Yusuf, çalışmanın sonundaki çiziminde de küreyi yine dairesel bir şekilde çizmiştir. Yusuf, son etkinlikte de derinlik kavramını vurgulayacak bir herhangi bir çizim yapmamıştır. Çalışma sonunda piramit çiziminde birden fazla yüzeyi çiziminde gösteren Yusuf, yine bu yüzeylerin düzlemdeki görünüşleri itibariyle çizimi doğru ve düzgün oranlarda yapmamış, çizimine derinlik ve perspektif katmamıştır. Yusuf'un küp ve dikdörtgenler prizması çizimleri araştırmanın başındakine göre daha düzgündür. Bununla birlikte koni ve silindir çizimlerinde

araştırmanın başındakine göre çokta fazla bir değişiklik göze çarpmamaktadır. Silindir çiziminde yine ilk çiziminde ki gibi alt yüzeyin görünmeyen bölümünü çiziminde hissettirmeyen Yusuf benzer durumu koni çiziminde de sergilemiştir. Araştırmanın başında cisimlerin birer düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların nasıl görüneceğine yönelik olan çizim etkinliğinde sadece prizmaya yönelik çizim yapan ve çizimi hatalı olan Yusuf, araştırma sonundaki çizim etkinliğinde her iki cisme ait çizimi de yapmıştır. Yusuf'un araştırma sonundaki çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 74. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

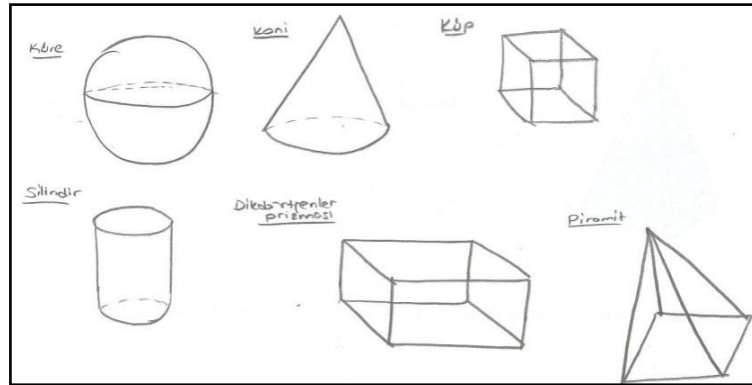
Kare prizmanın bir düzlemlle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl bir görüme sahip olacağına yönelik çizimi yapmadan önce çizim etkinliğinde yer alan kare prizma şekli üzerinde düzlemlle kesilmesi durumunu gösteren Yusuf şeklin yanına çizimini yapmıştır. Yusuf'un çiziminde tüm ayrıtlar resmedilmediğinden çizimi eksiktir. Benzer durum kare piramit çiziminde de ortaya çıkmıştır. İlk çizim etkinliğinde bu cisme yönelik çizim yapmayan Yusuf araştırma sonunda yapılan çizim etkinliğinde kare piramidin kesilmesi durumunda geriye kalan parçaya yönelik çizimi yapmıştır. Ancak bu çizimde kare prizma çizimindeki gibi tüm ayrıtların gösterilmediği bir çizimdir. Çalışmanın başında cisimlerin açık görünümlerine ait çizim etkinliğinde sadece dikdörtgenler prizmasına yönelik çizimi yapan Yusuf çalışma sonundaki çizim etkinliğinde her iki cismin açık görünümlerine ait çizimleri yapmıştır. Yusuf'un bu çizim etkinliğindeki çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 75. Kontrol grubundan Yusuf'un araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler

Araştırma başındaki çizim etkilğinde kesik olarak verilen dikdörtgenler prizmasına ait çizimi doğru yapan Yusuf çalışma sonunda da bu cismin açık görünümüne ait çizimi doğru yapmıştır. Kesik küpün açık görünümüne ait çalışma başında bir çizim yapmayan Yusuf'un çalışmanın sonunda bu cismin açık görünümüne ait yaptığı çizim hatalıdır.

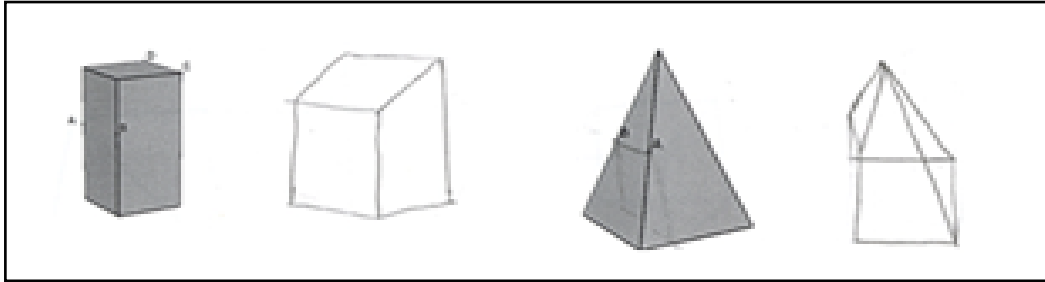
Kontrol grubundan Kübra'nın çalışmanın sonunda yapılan etkinlikteki 3B cisimlere ait çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 76. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

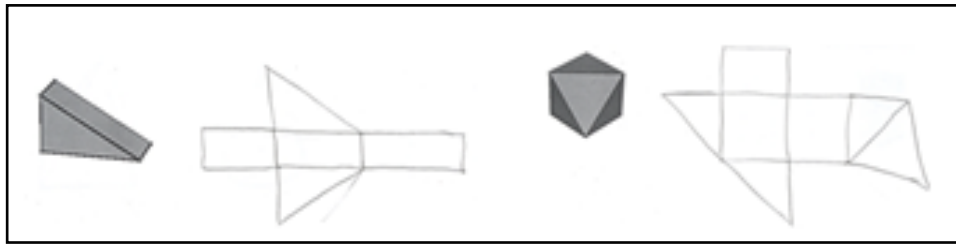
Kübra araştırmanın sonunda yaptığı çizimlerde cisimlerin isimlerini kenarlarına yazmıştır. Küreyi dairesel bir şekilde çizip, çiziminde küre kuşağını elips şeklinde göstererek ve küre kuşağının görünmeyen arka yüzünü noktalı bir şekilde belirterek çizimine derinlik ve perspektif katmıştır. Kübra'nın koni ve silindir çizimlerinde de görünmeyen arka yüzeyde kalan kısımları noktalı bir şekilde yaptığı görülmektedir. Bununla birlikte aynı tekniği diğer cisimlerin çizimlerinde göstermeyen Kübra'nın küp, dikdörtgenler prizması ve piramit çizimleri de gerçeğini resmeden birer model niteliğindedir. Kübra'nın araştırma öncesinde yaptığı çizimlere nazaran araştırma

sonundaki çizimleri daha düzgündür. Kübra çalışmanın başındaki çizim etkinliğindeki gibi cisimlerin düzlemlerle kesilmesi sonrasında geriye kalan parçaların nasıl bir görünüme sahip olacağına yönelik kare prizma ve kare piramit çizimlerini çalışma sonunda da yapmıştır. Kübra'nın çizimleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 77. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

Kübra'nın geleneksel yolla almış olduğu uzay geometri dersi sonrasında kare prizma ve kare piramidin belirtilen noktalardan geçen birer düzlemlerle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların nasıl görüneceğine yönelik her iki çizimi de doğru kabul edilebilir düzeydedir. Araştırmanın başında cisimlerin açık görünümünü çizmeye yönelik olan çizim etkinliğinde sadece kesik olarak verilen dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü çizen Kübra, araştırma sonunda kesik olarak verilen küpün de açık bir görünümünü çizmiştir. Kübra'nın çizimleri aşağıdaki gibidir.

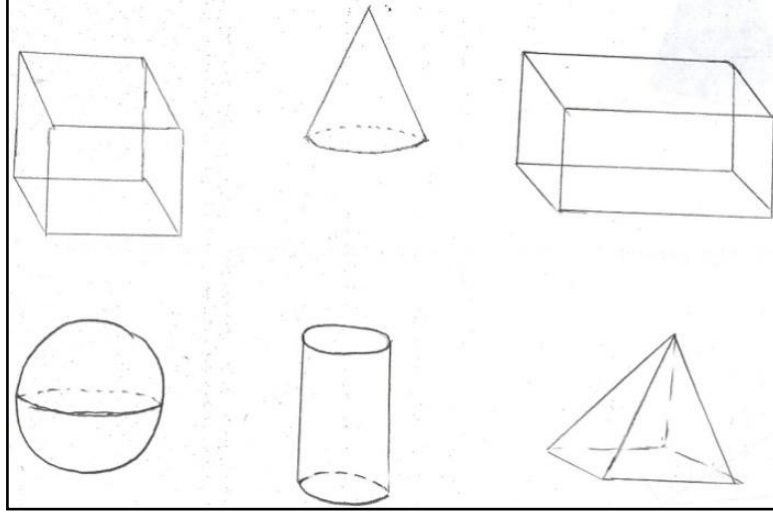


Şekil 78. Kontrol grubundan Kübra'nın araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler

Araştırma başındaki kesik dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne yönelik yaptığı çizimi doğru olan Kübra bu cismin açık bir görünümünü araştırma sonunda da aynı

şekilde ve doğru yapmıştır. Ayrıca Kübra'nın kesik küpün açık görünümüne yönelik yaptığı çizim de doğrudur.

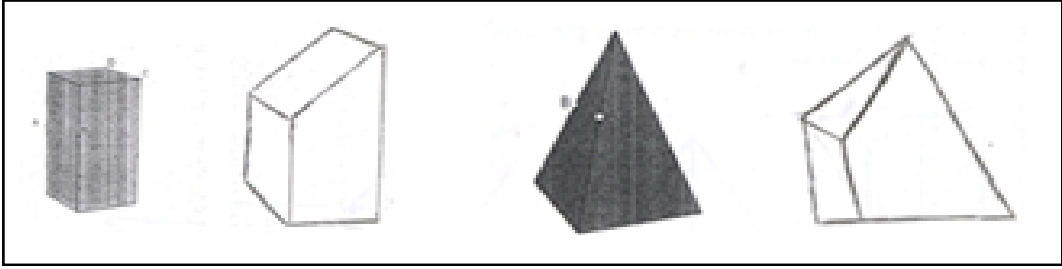
Kontrol grubundan Aleyna'nın çalışmanın başındaki çizim etkinliğinde yaptığı çizimler betimsel olarak incelemiştir. Aleyna'nın araştırma sonundaki çizim etkinliğindeki yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 79. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma sonunda 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimler

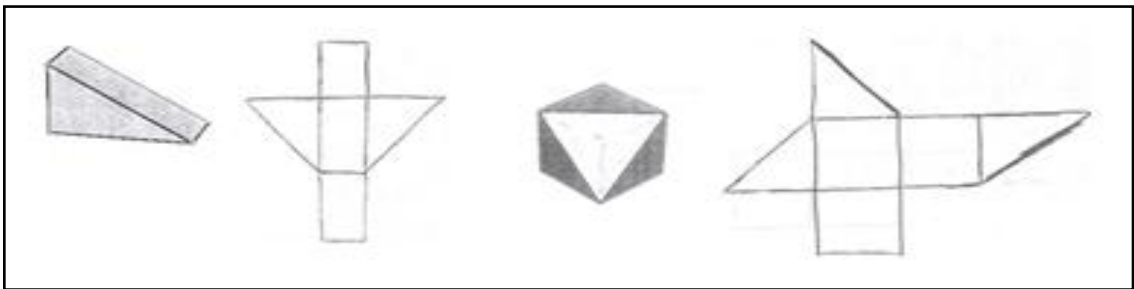
Araştırmanın başındaki küp çiziminde de yüzeyler ve ayrıtları doğru ve düzgün oranlarda çizen Aleyna, araştırma sonunda uygulanan çizim etkinliğinde de aynı şekilde yüzey ve ayrıtları doğru bir oranda çizmiştir. Aleyna koni çizimi araştırma başındakine göre çok fazla bir değişikliğe uğramamıştır. İlk çiziminde de koninin görünmeyen arka yüzünü noktalı bir şekilde gösteren Aleyna araştırma sonunda da koniyi aynı şekilde çizmiştir. Dikdörtgenler prizmasının çiziminde paralel olan ayrıtlar paralel doğrularla resmedilmiş, paralel olan yüzler paralel düzlemlerle gösterilmiştir. Aleyna'nın küp ve dikdörtgenler prizması çizimleri göz önüne alındığında bu cisimler birbirinden ayrılabilir kadar oranlı olduğu görülmektedir. Araştırma başında küreyi dairesel bir şekilde çizen Aleyna, çalışma sonunda küre çiziminde küre kuşağını da göstererek şekle üç boyutlu görünüm hissi kazandırmıştır. Aleyna'nın silindir çizimi yine araştırmanın başındakinden çok farklılık göstermemektedir. Ön ve son çizimler karşılaştırıldığında silindir çiziminde görülebilecek tek fark silindirin tabanının arka yüzünde alan

görünmeyen bölümünün son çizimde noktalı bir şekilde olduğudur. Aleyna'nın son çiziminde de tüm yüzeylerini gösterdiği piramit çizimi araştırma başındaki yaptığı çizime göre daha düzgündür. Aleyna'nın araştırma sonunda yapmış olduğu 3B cisimlere ait çizimler daha düzgün ve doğru orantılıdır. Çalışmanın sonunda yapılan çizim etkinliğindeki cisimlerin düzlemlerle kesilmesi sonucu geriye kalan parçalarının nasıl bir görünüme sahip olacağına yönelik çizimleri aşağıdaki şekilde gibidir.



Şekil 80. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma sonunda cisimlerin kesilmesi sonucu nasıl görünüme sahip olacağına yönelik yaptığı çizimler

Bu çizim etkinliğinde araştırma başında sadece kare piramide ait çizim yapan Aleyna, araştırma sonundaki çizim etkinliğinde her iki cisme ait çizim yapmıştır. Aleyna'nın kare piramide ait çiziminde araştırma başındakine göre fazla bir değişiklik gözlenmezken kare prizmanın kesilmesi sonucu oluşacak cisme ait görüntüyü başarılı bir şekilde çizmiştir. Açık görünüm çizmeyi gerektiren etkinlikteki Aleyna'nın araştırma sonunda yaptığı çizimler aşağıdaki gibidir.



Şekil 81. Kontrol grubundan Aleyna'nın araştırma sonunda verilen cisimlerin açık görünümüne yönelik yaptığı çizimler

Araştırma başında sadece kesik dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü çizen Aleyna, araştırma sonunda kesik küpün açık görünümüne ait bir çizim de yapmıştır.

Aleyna dikdörtgenler prizmasının açık görünümünü araştırma başındakinden farklı çizmiştir. İkinci çiziminde cismi döndürülmüş ve doğru bir şekilde çizen Aleyna'nın küpün açık görünümüne ait çizimi hatalıdır.

Araştırmanın başında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere yapılan çizim etkinliğindeki öğrencilerin çizimleri puanlanarak her bir öğrenciye bir çizim puanı verilmişti. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin çizim becerileri arasında istatistiksel bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi sonuçları, grupların denk olduğunu göstermişti. Deney grubunda yürütülen uzay geometri derslerinin (DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik nesnelerin kullanımıyla işlenen uzay geometri dersleri) öğrencilerin çizim becerilerinde anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını belirlemek için aynı çizim etkinliği araştırmanın sonunda da yapılmıştır. Deney grubu öğrencilerinin ön çizim ve son çizim puanları için yapılan eşleştirilmiş t testi sonuçları deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin çizim becerilerinde anlamlı bir ilerleme sağladığını göstermiştir ($t=-12.59$ $p<.05$). Benzer sonuç kontrol grubunda da ortaya çıkmıştır. Araştırmanın başında uygulanan çizim etkinliğinden sonra kontrol grubundaki öğrenciler uzay geometri derslerini geleneksel yöntemle almışlardır. Derslerin bitiminden sonra tekrar uygulanan çizim etkinliğinden öğrencilerin almış oldukları puanlar ile araştırma başındaki çizim puanları arasında yapılan eşleştirilmiş t testi analizi öğrencilerin son çizim puanları lehinde iki ölçüm arasında anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur ($t= -23.72$ $p<.05$). Deney ve kontrol gruplarının araştırmanın sonunda yapılan çizim etkinliğindeki çizim puanları arasında bir fark olup olmadığını ve varsa bu farkın deneysel koşullardan kaynaklanıp kaynaklanmadığını söyleyebilmek için araştırmanın başındaki çizim etkinliğindeki öğrencilerin çizim puanları “ortak değişken” alınarak ANCOVA analizi yapılmıştır. Son çizim ve düzeltilmiş son çizim puan ortalamalarını gösteren betimsel istatistikler Tablo 33'te, grupların düzeltilmiş son çizim puan ortalamaları arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığına ilişkin yapılan kovaryans analizi sonuçları Tablo 34'te verilmiştir.

Tablo 33. Deney ve kontrol gruplarının son çizim puanları betimsel istatistik sonuçları

Grup	n	Son Çizim Puanı		Düzeltilmiş Son Çizim Puanı	
		\bar{x}	SS	\bar{x}_d	SH
Deney Grubu	36	15.97	1.85	15.88	.27
Kontrol Grubu	38	16.78	2.12	16.89	.27
Toplam	74	16.39	2.02		

\bar{x}_d : Düzeltilmiş Son Çizim Puanı Ortalaması

Tablo 34. Son çizim puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)	Etki Büyüklüğü (eta kare)
Ön test	182.490	1	182.49	133.71	.00	.66
Grup	.908	1	.91	.66	.42	.01
Hata	95.535	70	1.36			
Toplam	299.635	73				

ANCOVA sonuçlarına göre; 3B DGY Cabri 3D ve gerçek nesnelerin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim puanları kontrol altına alındığında, son çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır [$F_{(1-70)}=.66$, $p>.05$]. Diğer bir ifadeyle, deney grubunda 3B DGY Cabri3D ve şeffaf geometrik nesnelere kullanılarak yürütülen Uzay Geometri dersleri öğrencilerin 3B cisimleri çizme becerileri üzerinde etkili olmamıştır. Buna bağlı olarak grupların düzeltilmiş çizim puanları arasında yapılan Bonferroni testi sonuçlarına göre, deney grubu puan ortalaması ($\bar{x}=15.88$) ile kontrol grubu ortalaması ($\bar{x}=16.89$) arasında anlamlı bir fark bulunmaktadır.

3.4. Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişkiler

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmede PSV testi, 3B düşünme düzeylerini belirlemede UGAT ve 3B çizim becerilerini ölçmede Çizim Etkinliği kullanılmıştır. Bu üç değişkenin ikiserli olarak aralarındaki ilişkileri belirlemek için öğrencilerin araştırmanın sonundaki verilerine korelasyon analizi yapılmıştır. Değişkenlerin ikiserli olarak aralarındaki korelasyon analizinde kısmi korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi puanları, 3B düşünme düzeyleri ve çizim etkinliğinde aldıkları puanları gösteren tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 35. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi puanları, 3B düşünme düzeyleri ve çizim puanlarını gösteren tablo

Öğrenci	Kontrol Grubu			Deney Grubu		
	3B Düzeyi	PSV Puanı	Çizim Puanı	3B Düzeyi	PSV Puanı	Çizim Puanı
Ö ₁	2	9	14	3	21	14
Ö ₂	4	13	16	3	17	15
Ö ₃	3	19	18	2	20	17
Ö ₄	3	22	18	4	18	15
Ö ₅	3	8	15	4	20	15
Ö ₆	4	17	20	2	17	18
Ö ₇	2	11	15	3	17	16
Ö ₈	3	19	16	3	20	13
Ö ₉	2	9	14	3	22	16
Ö ₁₀	2	20	19	2	19	13
Ö ₁₁	3	13	18	3	29	17
Ö ₁₂	3	13	16	2	26	17
Ö ₁₃	3	18	15	2	16	18
Ö ₁₄	3	12	17	4	26	15
Ö ₁₅	3	15	19	3	29	18
Ö ₁₆	2	11	20	3	19	10

Tablo 35'in devamı

Öğrenci	Kontrol Grubu			Deney Grubu		
	3B Düzeyi	PSV Puanı	Çizim Puanı	3B Düzeyi	PSV Puanı	Çizim Puanı
Ö ₁₇	1	13	16	3	17	15
Ö ₁₈	4	21	19	4	23	18
Ö ₁₉	2	23	20	4	16	17
Ö ₂₀	3	26	20	3	12	18
Ö ₂₁	2	9	16	3	13	17
Ö ₂₂	2	12	16	3	19	18
Ö ₂₃	2	12	17	4	24	16
Ö ₂₄	4	9	14	3	19	18
Ö ₂₅	3	19	17	3	27	18
Ö ₂₆	2	18	16	3	18	14
Ö ₂₇	3	18	17	3	26	16
Ö ₂₈	2	21	19	2	22	15
Ö ₂₉	4	24	20	3	9	17
Ö ₃₀	2	3	13	3	19	17
Ö ₃₁	4	17	18	3	17	18
Ö ₃₂	4	12	17	3	16	15
Ö ₃₃	2	7	14	4	17	16
Ö ₃₄	2	6	12	3	19	16
Ö ₃₅	2	8	15	3	13	16
Ö ₃₆	2	20	18	3	16	13
Ö ₃₇	3	18	18			
Ö ₃₈	2	9	16			

3.4.1. Uzamsal Görselleştirme Becerisi ile 3B Düşünme Düzeyi Arasındaki İlişki

Bu araştırmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini belirlemek için PSV testi kullanılmıştır. Toplamda 36 sorudan oluşan testte öğrencilerin her doğru yaptığı soru

1 puan, yanlış yaptığı soru 0 puan olarak puanlanarak her bir öğrenciye 36 puan üzerinden bir puan verilmiştir.

Öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemede UGAT kullanılmıştır. Testte toplam 20 soru vardır. Öğrencilerin düzeylere atanmasında Usiskin'in öğrencilerin van Hiele düzeylerini belirlemede kullandığı yöntem izlenmiştir. Öğrencilerin her bir düzeyde sorulara verdiği cevaplar değerlendirilerek her bir düzey için 5 sorudan 3 tanesini doğru yapma kriteri esas alınmıştır. Buna göre her bir öğrencinin 3B düşünme düzeyi ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin belirlenmesinin ardından kategorik değişken olan öğrenci düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülmüştür.

Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasındaki ilişki incelenirken öğrencilerin çizim etkinliğindeki 3B çizim puanları kontrol değişkeni olarak alınmıştır. Daha sonra uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasında bir ilişkinin olup olmadığı, eğer varsa bu ilişkinin yönünü (pozitif yönde/negatif yönde) belirlemek için deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV ve 3B düşünme puanları için korelasyon analizi yapılmıştır. Bu iki değişken arasındaki ilişkiyi gösteren tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 36. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasındaki ilişki

Kontrol Değişkeni		Uzamsal Görselleştirme		
			Uzamsal Görselleştirme	3B Düşünme
3B Çizim Yapabilme	Uzamsal Görselleştirme	r	1.000	.209*
		p	.	.045
		df	0	71
	3B Düşünme	r	.209*	1.000
		P	.045	.
		df	71	0

*p<.05

Tablo 36' dan öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi ve 3B düşünme düzeyleri arasındaki korelasyon katsayısının $r=.209$ ve anlamlılık düzeyinin $p=.05$ olduğu görülmektedir. Tablo 36 göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasında çizim yapma beceri puanları

kontrol altına alındığında, pozitif yönde ama zayıf bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu iki değişkenden birinin diğeri üzerinde ne derece etkili olduğunu bulmak için determinasyon katsayısı ($r^2=0,04$) hesaplandığında, öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini açıklamada uzamsal görselleştirmenin %4'lük bir etkisinin olduğu görülmektedir.

3.4.2. Uzamsal Görselleştirme Becerisi ile 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişki

Öğrencilerin 3B çizim yapma becerileri, öğrencilerin Çizim Etkinliğindeki çizimleri ile belirlenmeye çalışılmıştır. Üç bölümden oluşan çizim etkinliğindeki ilk bölüm, öğrencilerin ders kapsamında gördükleri 3B geometrik cisimlerin (dikdörtgenler prizması, küp, kare piramit, silindir, koni ve küre) görünümelerini çizmeleri gereken bölümdü. İkinci bölümde öğrenciler kendilerine gösterilen cisimlerin (kare prizma ve kare piramit) belirtilen noktalardan geçen düzlemlerle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların nasıl bir görünüme sahip olacağını çizmeyi gerektiren bölümdü. Üçüncü bölümde ise öğrencilerden kapalı görünümeleri verilen cisimlerin birer açık görünümelerini çizmeleri gereken bölümdür. Öğrencilerin çizimleri değerlendirilirken bir rubrik hazırlanmış ve bu rubriğe göre öğrencilerin her bir çizimi en düşük 0, en yüksek 2 puan olarak puanlanarak toplamda 20 puan üzerinden her bir öğrenciye bir çizim puanı verilmiştir.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri araştırmanın başında da ön test olarak kullanılan PSV testi ile ölçülmeye çalışılmıştır. Son test olarak uygulanan PSV testinde her bir öğrenci 36 puan üzerinden bir puan almıştır.

Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B cisimleri çizebilme becerisi arasındaki ilişki yine kısmi korelasyon analizi ile incelenmiştir. Bu iki değişken arasındaki ilişkinin incelenmesinde öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri kontrol değişkeni olarak alınmıştır. Korelasyon analizi uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişkinin yönünü (pozitif yönde/ negatif yönde) ve büyüklüğünü ortaya koymuştur. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasındaki ilişkiyi gösteren tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 37. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişki

Kontrol Değişkeni			Uzamsal Görselleştirme	Çizim Yapma
3B Düşünme Düzeyi	Uzamsal Görselleştirme	r	1.000	.326*
		p	.	.005
		df	0	71
	Çizim Yapma	r	.326*	1.000
		p	.005	.
		df	71	0

*p<.05

Tablo 37'den öğrencilerin uzamsal görselleştirme ile 3B çizim yapabilme becerisi arasındaki korelasyon katsayısının $r=.326$ ve anlamlılık düzeyinin $.05$ olduğu görülmektedir. Bu durum uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasında 3B düşünme düzeyleri kontrol altına alındığında, pozitif yönde ve orta düzeyde bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu iki değişkenden birinin diğeri üzerinde ne derece etkili olduğunu bulmak için determinasyon katsayısı ($r^2=0,11$) hesaplandığında, öğrencilerin 3B çizim yapabilme becerilerini açıklamada uzamsal görselleştirmenin %11'lik bir etkisinin olduğu görülmektedir.

3.4.3. 3B Düşünme Düzeyi ile 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişki

3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasındaki ilişkiye kısmi korelasyon analizi yapılarak bakılmıştır. Bu iki değişken arasındaki ilişki incelenirken öğrencilerin PSV testindeki uzamsal görselleştirme puanları kontrol değişkeni olarak alınmıştır. 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasında bir ilişkinin olup olmadığı, eğer varsa bu ilişkinin yönünü (pozitif yönde/ negatif yönde) belirlemek için öğrencilerin UGAT sonucundaki 3D düşünme düzeylerinin sürekli değişken haline dönüştürülmüş puanları ve Çizim Etkinliğindeki çizim puanları için korelasyon analizi yapılmıştır. 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişkiyi gösteren tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 38. 3B düşünme düzeyleri ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişki

Kontrol Değişkeni			3B	3B Çizim
			Düşünme	Yapma
Uzamsal Görselleştirme Becerisi	3B Düşünme	r	1.000	.035
		p	.	.771
		df	0	71
	3B Çizim Yapma	r	.035	1.000
		p	.771	.
		df	71	0

Araştırma sonunda, öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri ile 3B cisimleri çizebilme becerileri arasındaki korelasyon katsayısı $r=.035$ çıkmıştır. Bu durum 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasında çok düşük düzeyde bir ilişki olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte korelasyon analizi sonucunda ortaya çıkan bu ilişki .05 anlam düzeyinde anlamlı değildir. Yani 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasında anlamlı bir ilişki bulunmamaktadır. Başka bir deyişle 3B düşünme düzeyi yüksek olan bir öğrencinin 3B çizim yapabilme becerisinin de yüksek olması beklenemez. Bu durum 3B çizim yapabilme becerisinin 3B düşünme düzeyi üzerindeki etkisini gösteren determinasyon katsayısıyla ($r^2=0,001$) da açıklanabilir. Determinasyon katsayısı göz önüne alındığında 3B düşünme düzeyini açıklamada 3B çizim yapabilmenin % 0,1'lik bir etkisi olduğu söylenebilir.

4. TARTIŞMA

Önceki bölümde araştırma problemlerinde ifade edildiği üzere yapılan uygulamaların öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri, 3B çizim yapabilme becerileri üzerindeki etkileri ve bu üç değişken arasındaki ilişkiler başlıkları altında elde edilen bulgular sunulmuştur. Bu bölümde ortaöğretim öğrencileriyle yapılan çalışma sonucunda elde edilen bulgular çalışmanın amaçlarına bağlı olarak tartışılmıştır. Bu bağlamda yapılan uygulamaların öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizebilme becerileri üzerindeki etkilere ve bu üç değişken arasındaki ilişkiye yönelik tartışmalara yer verilmiştir.

4.1. Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine İlişkin Tartışma

Uzamsal beceriler sadece matematik ve fen dersleri için değil, günlük yaşam ihtiyaçlarını gidermek ve mühendislik, sanat gibi diğer disiplinlerde özgün tasarımlar ortaya koyabilmek için de gereklidir. Literatürde ki uzamsal beceriler üzerindeki fikir ayrılıkları bir tarafa, birçok araştırmacı tarafından “*spatial visualization*” olarak isimlendirilen uzamsal görselleştirme becerisi üzerine önemli sayıda çalışma yapılmıştır. Uzamsal görselleştirme becerisini ölçmek için farklı araştırmacılar birçok test geliştirmişlerdir. Bu çalışmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için PSV testi kullanılmıştır. PSV testi daha önce farklı araştırmacılar tarafından geçerlik ve güvenilirliği birçok kere test edilmiş bir olan testtir. Guay (1980), üç farklı grup üzerinde yaptığı çalışmalar sonucunda testin güvenilirlik katsayılarını farklı gruplar için 0.87, 0.89 ve 0.92 olarak bulmuştur. Battista vd. (1982), bu test için güvenilirlik katsayısını 0.80, Baartmans ve Sorby’de (1996) yine 0.80 olarak bulmuşlardır. Aynı testin hem ön test hem de son test olarak kullanılmış olması birçok araştırma için önemli bir sorun olarak görünebilir. Ancak çalışmada kullanılan test, bilgi değil tamamen beceri ölçmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin aynı testi hem araştırmanın başında hem sonunda kullanmaları çalışmanın güvenilirliğini azaltan bir etken olarak düşünülmemiştir. Bertoline

ve Miller (1990) uzamsal becerilerin ölçüldüğü araştırmalarda bu testin hem ön test hem de son test olarak kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

Araştırmaya başlamadan önce deney ve kontrol grubunda PSV testi ön test olarak uygulanmıştır. PSV ön testinde, deney grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=14.69$ iken kontrol grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=12.23$ çıkmıştır. Gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Test sonucu deney ve kontrol grupları arasında bir farkın olmadığını göstermiştir ($p>.05$). Bu sonuç deney ve kontrol gruplarının araştırma başında birbirine denk olduğunu göstermektedir.

Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında öğrenciler, Uzay Geometri derslerini 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modellerini kullanarak ve hazırlanan çalışma yapraklarını takip ederek işlemişlerdir. Araştırma sonunda deney grubunun uzamsal görselleştirme becerilerinde bir ilerleme olup olmadığını tespit etmek için PSV testi tekrar uygulanmıştır. Araştırma başında deney grubundaki öğrencilerin PSV testi puan ortalaması $\bar{x}=14.69$ iken çalışmanın sonundaki ortalama $\bar{x}=19.38$ çıkmıştır. Ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek için deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son test puanlarına ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön ve son test verilerine yapılan t testi sonucu, ön test puan ortalaması ile son test puan ortalaması arasında son test lehine anlamlı bir fark ortaya koymuştur ($p<.01$). Bu sonuç deney grubunda yürütölen uygulamaların öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde bir ilerleme oluşturduğunu göstermektedir. Diğer bir deyişle oluşturulan öğrenme ortamı dışındaki faktörlerin diğer gruptaki öğrenciler içinde var olduğu düşünöldüğünde, 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle işlenen Uzay Geometri dersleri öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişmesini sağlamıştır.

Kontrol grubu araştırmada herhangi bir müdahaleye maruz bırakılmamıştır. Kontrol grubu öğrencilerinin geleneksel yöntemle almış oldukları Uzay Geometri derslerinin onların uzamsal görselleştirme becerilerinde bir ilerleme sağlayıp sağlamadığını belirlemek için PSV testi derslerin bitimiyle beraber öğrencilere son test olarak uygulanmıştır. Araştırma başında kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testi puan ortalaması $\bar{x}=12.23$ iken araştırmanın sonundaki puan ortalaması $\bar{x}=14.57$ çıkmıştır. Kontrol grubunun ön test ve son test puan ortalaması arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek için ön test ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi sonucu, kontrol

grubu öğrencilerinin ön test ve son test PSV puan ortalamaları arasında son test lehine anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur ($p < .01$). Bu sonuç geleneksel bir şekilde Uzay Geometri derslerini alan öğrencilerin de uzamsal görselleştirme becerilerinde bir ilerleme olduğunu gösterir. Buradan Uzay Geometri müfredatının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede etkili olduğu sonucu çıkmaktadır. Zaten bu konuda Baki vd. (2008), Uzay Geometri dersinin öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimi için çok elverişli bir alan olduğunu ifade etmişlerdir.

Çalışmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında bir fark olmadığını bağımsız t testi sonucu ortaya koymuştur. Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında öğrenciler Uzay Geometri derslerini alırken 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modellerini kullanmışlardır. Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamı öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde anlamlı bir fark oluşturarak onların uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmiştir. Bununla birlikte kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen Uzay Geometri dersleri de öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde ön test puanları göz önünde bulundurulduğunda bir gelişim sağladığını göstermiştir. Çalışmanın başında deney ve kontrol grupları arasında bir fark ortaya çıkmamıştı. Diğer bir ifadeyle gruplar birbirine denkti. Derslerin bitiminden sonra gruplar arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını, eğer bir fark varsa bu farkın gerçekten deneysel koşullardan kaynaklanıp kaynaklanmadığını belirlemek için deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test puanları ortak değişken alınarak son test puanlarına kovaryans analizi (ANCOVA) yapılmıştır. ANCOVA sonuçları, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın ortaya çıktığını, bu farkın deney grubu lehinde olduğunu göstermiştir ($F_{(1,70)}=18.30$, $p < .01$). Başka bir deyişle ön testler sonucunda birbirine denk olan iki grup yürütülen dersler sonrasında birbirine denk çıkmamıştır.

Her ne kadar her iki gruptaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri araştırma başı ile sonu arasında bir ilerleme göstermiş olsa da grupların son testleri için yapılan ANCOVA analizi, deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermiştir. Burada önemli olan nokta başlangıçta birbirine denk olan grupların araştırma sonunda birbirinden farklı olmasıdır. Kontrol grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin araştırma başındakine nazaran araştırma sonunda bir ilerleme kat etmesi sürpriz bir sonuç değildir. Çünkü kontrol grubundaki öğrenciler de özellikle uzamsal görselleştirme becerisini

geliştirmeye son derece elverişli olan Uzay Geometri derslerini takip etmişlerdir. Bu ders kapsamında kontrol grubundaki öğrenciler zaman zaman 3B konfigürasyonlarla uğraşmış, zaman zamanda bu konfigürasyonları defterlerine çizmek zorunda kalmışlardır. Swanson (1997) uzamsal görselleştirme becerisinin teknik çizimlerle geliştirilebileceğini söylemiştir. Uzay Geometri dersinin de teknik çizim gerektiren bir ders olduğu göz önünde bulundurulduğunda kontrol grubundaki öğrencilerin araştırma başındakine nazaran araştırma sonundaki uzamsal becerilerindeki bir ilerleme olması olası bir sonuçtur. Bu sonuç Swanson' un iddiasıyla örtüşmektedir.

Uzay Geometri dersinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede son derece uygun bir içeriğe sahip olduğu iddia edilmektedir (Baki vd., 2008). Bu iddia kontrol grubundaki öğrencilerin araştırma başındakine nazaran araştırma sonunda uzamsal görselleştirme becerilerinde ortaya çıkan ilerlemeyi açıklar niteliktedir. Bu iddia ışığı altında göz önünde canlandırmayı en çok gerektiren, öğrencilerin 3B cisimlerle uğraştıkları Uzay Geometri dersi kontrol grubundaki öğrencilerin araştırma başındaki uzamsal görselleştirme becerilerinde araştırma sonundakine göre bir ilerleme sağladığı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra uygulamalar süresince kontrol grubundaki öğrencilerin deney grubundaki öğrencilerden farklı olarak ders dışında uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişmesini sağlayacak hesapta olmayan etkinlikler de yapmış olabilirler. Bu sav Bennie ve Smith (1999)'in uzamsal hislerin zamanla geliştirilebileceği iddiasına ters düşmemektedir.

Deneysel araştırmalarda başlangıçta birbirine denk olacak şekilde gruplar belirlenir. Etkisi araştırılacak uygulama (veya uygulamalar) deney grubunda (veya deney gruplarında) yürütülürken bir grup kontrol grubu olarak tayin edilir. Etkisi araştırılacak uygulamalar haricinde şartların mümkün olduğunca eşit tutulması, deneysel araştırmaların güvenilir sonuçlar vermesi açısından önemlidir. Bu araştırmada da başlangıçta iki grup belirlenmiştir. Yapılan ön test analizleri sonunda grupların birbirine denk olduğu ortaya çıkmıştır. Deney grubunda tasarlanan öğrenme ortamında Uzay Geometri derslerini alan öğrencilerle, herhangi bir deneysel müdahale yapılmadan Uzay Geometri derslerini alan kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında son testlerde istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Bu fark deney grubu lehinedir. Diğer bir ifadeyle deney grubunda yapılan uygulamalar öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirme de kontrol grubuna nazaran daha etkili olmuştur. Bu durumda son

testlerde ortaya çıkan bu farkın deney grubunda yapılan uygulamalardan kaynaklandığı söylenebilir.

Deney grubunda öğrenciler Uzay Geometri derslerini alırlarken çalışma yapraklarındaki yönergeler doğrultusunda zaman zaman 3B DGY Cabri 3D' yi kullanmışlardır. Cabri 3D özellikle uzayın geometrisi için tasarlanmış bir 3B DGY'dir. Bu yazılım aracılığı ile prizma, piramit, silindir, koni gibi 3B cisimler ekranda oluşturulabilmekte, oluşturulan bu cisimler ekranda döndürülebilmekte, cisimlere istenilen yönden bakılabilmekte, prizma ve piramit gibi çokyüzlü cisimler ekranda açılabilme, bu çokyüzlü cisimlerin açık görünümüleri çizdirilebilmekte ve çokyüzlü cisimler yarı düzlemlerle kesiştirilerek prizma parçaları oluşturulabilmektedir. Burada sayılan özellikler uzamsal becerilerin geliştirilmesinde öğrencilerin önüne inanılmaz fırsatlar sunmaktadır. Özellikle öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirebilecekleri bir ortam sağlayan yazılım, literatürdeki uzamsal görselleştirme becerisi tanımlarında adı geçen hemen hemen bütün becerileri öğrencilerin kullanmalarını gerektiren bir yazılımdır. Güven ve Baki (2007) 3B DGY Cabri 3D ile yürütülen uzayın geometrisine yönelik derslerin öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirdiğini ifade etmişlerdir. Bu sonuç mevcut araştırmanın sonucu ile paralellik göstermektedir.

Geometri öğretiminde DGY kullanmanın öğrencilerin geometri düşünme düzeylerinin yanı sıra onların uzamsal becerilerini de artırdığı yapılan araştırmalarda ortaya konmuştur (Smyser, 1994; Battista ve Clements, 1996; July, 2001). Smyser (1994) araştırmasında bir DGY olan *The Geometric Supposer*' un öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri ve van Hiele geometri düşünme düzeyleri üzerindeki etkisine bakmıştır. Smyser' in araştırma sonuçları DGY kullanmanın öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri ve geometri düşünme düzeylerini geliştirdiğini ortaya koymuştur. Ayrıca Smyser' a göre DGY' lerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştiren örtük bir rolü vardır. Battista ve Clements (1996), öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde *Logo* yazılımının etkisini incelemişlerdir. Araştırma sonuçlarına göre uzamsal olarak göz önünde canlandırmanın van Hiele tarafından karakterize edilen geometrik düşünme düzeylerinden görsel düzeydeki öğrenciler için daha önemli olduğu, bu düzeydeki öğrencilerin göz önünde canlandırabilme becerilerinin geliştirilmesi için bilgisayar yazılımlarının kullanılabilmesi ifade edilmiştir. Başka bir araştırma sonucuna göre, DGY *Geometer's Sketchpad*' i 3B geometri kavramlarını öğretmede kullanmak öğrencilerin 3B zihinsel canlandırmalarını geliştirmektedir (Zhang,

1999). Rodgers (1997), DGY *Geometer's Sketchpad'* in geometri derslerinde kullanılmasının öğrencilerin van Hiele geometri düşünme düzeylerini ilerlettiğini ve 3B şekillerin göz önünde canlandırılmasını kolaylaştırdığını söylemiştir. Benzer bir sonuç July (2001) tarafından ortaya atılmıştır. July (2001) DGY *Geometer's Sketchpad* ile oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin 3B uzamsal becerilerini geliştirmeyi kolaylaştırabileceği iddia etmiştir. Bununla birlikte sadece geometri dersleri için DGY kullanmanın değil, cebir dersleri kapsamında da kullanılan matematik yazılımlarının da öğrencilerin uzamsal beceriler üzerinde pozitif etki oluşturduğunu ortaya koyan araştırmalar vardır (Battista ve Clements, 1996; Travis ve Lenon, 1997). Travis ve Lenon (1997), analiz dersi kapsamında *Maple* yazılımını kullanmışlar ve Bilgisayar Cebir Sistemi (BCS) olarak bilinen *Maple* yazılımının öğrencilerin uzamsal görselleştirmeleri üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Araştırma sonuçları deney grubunda *Maple* ile yürütülen analiz dersleri sonucunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubu öğrencilerine nazaran uzamsal beceri testinden daha yüksek puan aldıklarını ortaya koymuştur.

Özellikle 2000'li yılların başlangıcına kadar yapılan çalışmalar, bilgisayar yazılımları kullanılarak yürütülen uygulamaların öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirici etkiler oluşturduğunu ortaya koymaktadır (Smyser, 1994; Battista ve Clements, 1996; Travis ve Lenon, 1997; Rodgers, 1997; Zhang, 1999; July, 2001). Ancak bu çalışmalarda kullanılan yazılımların özel olarak 3B geometri eğitimi için geliştirilen yazılımlar olmadıkları, düzlem geometri için geliştirilen yazılımlarla oluşturulan 3B şekillerin uygulamaları ya da genellikle mühendislik uygulamaları için geliştirilen yazılımlar oldukları görülmektedir (Bertoline ve Miller, 1990). Yukarıdaki 2B DGY yazılımı kullanılarak yürütülen çalışmaların haricinde Rafi ve arkadaşları mühendislik için geliştirilmiş *EDwgT* yazılımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme ve zihinde döndürme gibi uzamsal becerileri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Araştırma sonuçları bilgisayar laboratuvarında *EDwgT* yazılımı aracılığıyla eğitim alan deney grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri ile araştırmanın diğer gruplarındaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri arasında anlamlı bir fark ortaya çıktığını göstermiştir (Rafi, Samsudin ve İsmail, 2006).

Bu çalışmada kullanılan DGY özel olarak uzayın geometrisinin öğretimi için tasarlanmış bir 3B DGY'dir. Kösa vd. (2009), Uzay Geometri öğretiminde 3B DGY Cabri 3D kullanımına yönelik öğretmen görüşlerini incelediği araştırmalarında; bu türden 3B DGY kullanmanın geometriyi öğrenme ve öğretmeyi kolaylaştırdığını, 3B cisimlerinin

inşası ve bu cisimlerin özelliklerini kavramada yazılımın farklı bakış açılarından görebilme ve cisimleri açıp, kapatabilme özelliklerinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirdiğini ifade etmişlerdir. Kösa ve Karakuş (2010), öğrenciler için uzaysal durumları göz önünde canlandırmanın güç olduğunu, Cabri 3D gibi 3B DGY' lerin göz önünde canlandırmanın zor olduğu uzaysal yapıları öğrencilere kazandırmada kolaylık sağladığını bildirmişlerdir. Bir başka araştırma sonuçlarına göre Uzay Geometriye yönelik DGY Cabri 3D kullanılarak yapılan bilgisayar destekli uygulamalar, uzamsal becerileri geliştirici bir etki ortaya koymuştur (Güven ve Kösa, 2008). Bu çalışmada 3B DGY kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerindeki etkisinin literatürdeki çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırıldığında örtüştüğü görülmektedir. Bununla birlikte bu çalışmada deney grubunda sadece DGY Cabri 3D değil aynı zamanda 3B şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılmıştır. Literatürde fiziksel manipülatif kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede etkili olduğu, uygun ortam ve materyallerle uzamsal görselleştirme becerisinin geliştirilebileceğini belirten araştırmalar bulunmaktadır (Werthessen, 1999; Baki, Kösa ve Güven, 2009). Werthessen (1999) 3B materyal kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerindeki etkisini araştırdığı çalışmada somut manipülatiflerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde gelişme sağladığı sonucuna varmıştır. Baki vd. (2011) öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde bilgisayar yazılımı ve somut manipülatiflerin etkisini araştırdığı çalışmada hem bilgisayar yazılımı hem de 3B somut materyal kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirdiğini ifade etmişlerdir. Birçok araştırmacı geometri öğretiminde 3B somut materyal kullanımının öğrencilerin dikkatlerini konuya çekerek, öğretimi daha eğlenceli ve etkili bir hale getirdiğini ifade etmiştir (Anderson vd., 2000; watanabe vd., 2004; Yonemoto, 2006). Bununla birlikte 3B somut materyaller sadece konuya dikkati çekecek birer obje değil aynı zamanda zihinde hayal edilmesi güç durumları göz önünde canlandırmada istenilen durumu tahayyül etmeyi kolaylaştırıcı birer materyal görevi de görmektedirler.

Literatürde öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin uygun ortam ve materyallerle geliştirilebileceğine yönelik çok sayıda araştırma bulunmaktadır (Werthessen, 1999; Olkun ve Altun, 2003; Güven ve Kösa, 2008; Smith ve diğ., 2008; Yolcu,2008; Baki, Kösa ve Güven, 2009). Uzamsal becerilerin gelişimine etki eden faktörler tam olarak belirlenememiş olsa da öğrencilerin okul hayatlarında kullanabilecekleri 3B somut materyaller ve DGY' ler, onların uzamsal görselleştirme

becerilerinin gelişimini sağlayacaktır. NCTM (2000), geometri derslerinde somut materyal ve teknolojinin uygun bir şekilde kullanılmasının öğrencilerin geometri anlamalarına ve önsezi geliştirilebilmelerine zengin bir ortam sağlayabileceğini bunun yanı onların 3B düşünmelerini geliştireceğini ileri sürmektedir.

4.1.1. Öğrencilerin Cisim Oluşturma Becerilerine İlişkin Tartışma

Araştırmada kullanılan PSV testinin ilk bölümündeki sorular açık görünümü verilen cisimlerin kapalı hallerinin nasıl olacağını bulmaya yöneliktir. Araştırma başında ön test olarak uygulanan PSV testinin Oluşturma bölümüne yönelik deney grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=5.75$ iken kontrol grubundaki öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=4.18$ çıkmıştır. Deney ve kontrol gruplarının cisim oluşturma becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Test sonucu deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim oluşturma becerileri arasında anlamlı bir farkın olduğunu göstermiştir ($p<.01$). Bu durum deney ve kontrol gruplarının araştırma başındaki cisim oluşturma becerilerinin birbirine denk olmadığını göstermektedir.

Araştırmada deney grubundaki öğrenciler Uzay Geometri derslerini bilgisayar laboratuvarında 3B DGY Cabri 3D yazılımını ve zaman zaman da şeffaf geometrik cisim modellerini kullanarak işlemişlerdir. Derslerin işlenişleri sırasında öğrenciler, hazırlanan çalışma yapraklarındaki yönergeleri takip etmişlerdir. Araştırma başında ön test olarak uygulanan PSV testi derslerin bitiminde son test olarak tekrar uygulanmıştır. Araştırma başında deney grubundaki öğrencilerin Oluşturma bölümüne yönelik puan ortalaması $\bar{x}=5.75$ iken araştırma sonundaki ortalaması $\bar{x}=7.52$ çıkmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin cisim oluşturma becerilerine yönelik ön test ve son test puan ortalamaları arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek için ön ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu deney grubundaki öğrencilerin Oluşturma bölümüne yönelik puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıktığını göstermiştir ($t= -4.37$ $p<.01$). Diğer bir ifadeyle deney grubunda öğrencilerin ders işlenişleri sırasında kullandıkları DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimler öğrencilerin cisim oluşturma becerileri üzerinde pozitif bir etki oluşturmuştur. Derslerin yürütülmesinde katı cisimlere yönelik ünite de öğrenciler kimi zaman katı şeffaf geometrik cisim modellerini kullanmışlar kimi zaman da Cabri 3D

yazılımında 3B cisimleri oluşturarak bu cisimlere ait özellikleri keşfetmişlerdir. Şeffaf geometrik cisimlerin katı yapısından dolayı dersler sırasında öğrenciler, cisimlerin açık görünümünün gerektiği yerlerde Cabri 3D yazılımı kullanılmıştır. Örneğin katı cisimlerin yüzey alanı hesaplarında öğrenciler prizma ve piramit gibi çokyüzlü cisimlerin açık görünümünü yazılımın cisimlerin açık görünümünü gösterme özelliğini kullanarak bulmuşlardır. Bu şekilde prizma ve piramit gibi çok yüzlü cisimlerin açık görünümünün dinamik yapısı üzerinde çalışma fırsatı bulan öğrenciler sadece cisimlerin açık görünümünün nasıl olacağını değil aynı zamanda bu cisimlerin yüzey alanlarına etki eden değişkenlerin birinin değiştirilmesi durumunda mevcut yapının bundan nasıl etkilendiğini de görme fırsatını yakalamışlardır. PSV testinin Cisim Oluşturma bölümündeki açık görünümü verilen cisimlerin kapalı hallerinin nasıl olacağına yönelik sorularda ön ve son test arasında istatistiksel olarak anlamlı olan artışın yapılan bu uygulamalardan kaynaklandığı düşünülmektedir.

Araştırmanın kontrol grubunda dersler geleneksel sınıf ortamında yürütülmüştür. Bu derslerde öğretmen, ders içeriğine göre uzaysal durumları tahtaya çizerek ya da mevcut geometrik yapıyı ders kitaplarındaki görünümünden örneklenirerek dersi anlatan bir roldeydi. Öğretmen bazı uzaysal durumların tahta veya kitap üzerindeki örneklerinin öğrenciler tarafından kavranılmadığı durumlarda mevcut durumu öğrencilerin zihinlerinde canlandırmalarını kolaylaştırmak için sınıf ortamındaki fiziksel çevreden örnekler vererek derslerini işlemiştir. Bu ders işlenişleri sırasında öğrenciler kimi zaman tahtada ki şekilleri defterlerine çizen kimi zaman da kitap üzerindeki uzaysal durumlara bakarak öğretmeni dinleyen bir role sahiplerdir. Kontrol grubu öğrencilerinin bu şekilde almış oldukları Uzay Geometri derslerinin onların Cisim Oluşturma becerilerinde bir ilerleme sağlayıp sağlamadığını belirlemek için PSV testi, derslerin bitimiyle beraber öğrencilere son test olarak tekrar uygulanmıştır. Araştırma başında kontrol grubundaki öğrencilerin PSV testinin Cisim Oluşturma bölümüne ait puan ortalaması $\bar{x}=4.18$ iken araştırmanın sonundaki ortalaması $\bar{x}=5.42$ çıkmıştır. Kontrol grubunun ön test ve son test puan ortalamaları arasındaki bu farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek için ön test ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test Cisim Oluşturma puan ortalamaları arasında son test lehine anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($t=-3.96$ $p<.05$). Bu sonuç geleneksel bir şekilde Uzay Geometri derslerini alan öğrencilerin de Cisim Oluşturma becerilerinde bir ilerleme olduğunu gösterir. Kontrol grubundaki öğrencilerin Cisim Oluşturma bölümüne

yönelik becerilerindeki bu artışın sebebi ders işlenişleri sırasında kapalı olarak verilen cisimlerin açık görünümünü tahmin etme, bu durumlara ait çizimleri defterlerine yapmalarından kaynaklanmış olabilir.

Çalışmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Cisim Oluşturma becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştı. Her ne kadar deney ve kontrol grupları için ön-son test karşılaştırmasında her iki grubun Cisim Oluşturma becerilerinde bir ilerleme olduğu görünse de grupların son test Cisim Oluşturma becerileri arasında bir farkın olup olmadığını yapılan ANCOVA testi sonuçları ortaya koymuştur. Araştırmadaki öğrencilerin son test puanlarına, ön test puanları “ortak değişken” alınarak, yapılan kovaryans analizi deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PSV son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıktığını, bu farkın deney grubu lehinde olduğunu göstermiştir ($F_{(1-70)}=4.57$, $p<.05$). Bu farkın deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin Uzay Geometri derslerini 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modellerini kullanarak almalarından kaynaklandığı söylenebilir. Deney grubundaki öğrenciler “Katı Cisimler, Özellikleri, Alan ve Hacimleri” ünitesinde 3B cisimlerin açık görünümünü yazılımın açık görünümü gösterme özelliğini kullanarak ders kapsamındaki cisimlerin açık görünümünü bilgisayar ortamında görmüşlerdir. Bununla birlikte açık görünümü verilen cisimlerin kapalı hallerinin nasıl olacağını yine yazılımın dinamik yapısı sayesinde keşfetmişlerdir. Deney grubunda yapılan bu etkinliklerin öğrencilerin Cisim Oluşturma becerileri arasındaki farkı oluşturduğu düşünülmektedir. Güven ve Kösa (2008) 3B DGY kullanımı ile yapılacak uygulamaların öğrencilerin cisim oluşturma becerilerinde gelişme sağlayacağını ifade etmişlerdir. Ayrıca Baki vd. (2011) yaptıkları çalışmada Cabri 3D yazılımını kullanan öğrenciler ile geleneksel öğretim alan öğrencilerin cisimlerin görünümünü tahmin etme becerileri arasında anlamlı bir fark olmadığını ileri sürmüşlerdir. Bu araştırmanın sonucu Baki vd. yaptığı araştırmanın sonucuyla ters düşmektedir. Bu durum Baki vd. yaptığı çalışmadaki örneklem grubunun üniversite öğrencisi olmasından kaynaklanmış olabilir.

4.1.2. Öğrencilerin Cisim Döndürme Becerilerine İlişkin Tartışma

PSV testinin ikinci bölümündeki sorular bir cismin herhangi bir eksen etrafında belirli bir açı ile döndürülmüş halinin nasıl olacağını bulmaya yönelik sorulardı. Araştırma başında ön test olarak uygulanan PSV testinin Döndürme bölümündeki deney grubu

öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=4.27$ iken kontrol grubu öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=3.81$ çıkmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin Cisim Döndürme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Test sonucu deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim oluşturma becerileri arasında anlamlı bir farkın olmadığını göstermiştir ($p>.05$). Bu durum deney ve kontrol grubu öğrencilerinin araştırma başında cisim döndürme becerilerinin birbirine denk olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Deney grubu için oluşturulan öğrenme ortamında öğrenciler DGY Cabri3D ve şeffaf geometrik cisimleri kullanarak ve çalışma yaprağındaki yönergeleri takip ederek dersleri işlemişlerdir. Çalışmanın başında ön test olarak uygulanan PSV testi araştırmanın sonunda tekrar uygulanmıştır. Araştırma başında deney grubundaki öğrencilerin Döndürme bölümüne yönelik puan ortalaması $\bar{x}=4.27$ iken araştırma sonundaki ortalaması $\bar{x}=6.02$ çıkmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin cisim döndürme becerilerine yönelik ön-son test puanları arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için ön ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu deney grubundaki öğrencilerin Döndürme bölümüne yönelik puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıktığını göstermiştir ($t=-4.36$ $p<.01$). Başka bir ifadeyle deney grubundaki öğrencilerin derslerde 3B DGY Cabri 3D yazılımını ve şeffaf geometrik cisim modellerini kullanmaları onların cisim döndürme becerilerini geliştirmede pozitif bir etki oluşturmuştur. Bu farkın derslerde kullanılan şeffaf geometrik cisimlerden ziyade DGY Cabri 3D' den kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü Cabri 3D yazılımı ekranda görünen cisimleri döndürme özelliğine sahiptir. Deney grubunda işlenen dersler esnasında öğrenciler aslında Cabri 3D ekranındaki cisimleri döndürerek bu dönüşümler altında cisimlerin nasıl birer görünüme sahip olacaklarına yönelik örtük bir eğitim almışlardır. Deney grubunda işlenen derslerde temel amaç cisimlerin döndürülmüş görünümlerini bulma olmamasına rağmen derslerde yapılan etkinliklerde ve öğrencilerin serbest çalışmaları sırasında öğrenciler ekranda gördükleri cisimleri döndürerek cisimlerin bu dönüşümler altındaki görünümlerini görmüşlerdir. Bu çalışmalar öğrencilerin cisim döndürme becerilerindeki gelişimi açıklar niteliktedir.

Kontrol grubunun PSV testinin Döndürme bölümüne yönelik ön test ortalaması $\bar{x}=3.81$ idi. Geleneksel bir şekilde Uzay Geometri derslerini alan kontrol grubundaki öğrencilerin cisim döndürme becerilerine yönelik son test ortalaması $\bar{x}=5.05$ çıkmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilerin ön ve son test cisim döndürme puanları arasında anlamlı

bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön ve son test verilerine ilişkili örneklemeler için t testi uygulanmıştır. Test sonucuna göre kontrol grubundaki öğrencilerin döndürme bölümüne yönelik ön test ve son testler puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir ortaya çıkmıştır ($t_{35} = -3.28$ $p < .01$). Geleneksel bir şekilde yürütülen dersler sonucunda her ne kadar öğrenciler cisimlerin döndürülmelerine yönelik örtük bir eğitim almamış olsalar da kontrol grubundaki öğrencilerin cisim döndürme becerilerindeki bu artış çok şaşırtıcı değildir. Çünkü kontrol grubundaki öğrenciler de almış oldukları Uzay Geometri derslerinde aynı 3B cisimlerin farklı açılardan yani döndürülmüş şekillerine yönelik bol miktarda çizimle karşılaşmışlardır. Kontrol grubundaki öğrencilerin cisim döndürme becerilerindeki bu artışın sebebi, aynı uzaysal durumun farklı açılardan görünümlerini örneklendiren gerek ders ve yardımcı kitaplardaki çizimler gerekse ders içinde yapılan çizimlerden kaynaklanıyor olabilir. Daha önceki yapılan çalışmalar Uzay Geometri dersinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede son derece uygun bir içeriğe sahip olduğunu zaten ortaya koymuştur (Baki, Kösa ve Karakuş, 2008).

Araştırmanın başlangıcında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim döndürme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığını ön test verileri için yapılan bağımsız t testi ortaya koymuştu. Deney grubunda şeffaf geometrik cisimlerin ve özellikle 3B DGY Cabri 3D'nin kullanımı ile yürütülen dersler öğrencilerin cisim döndürme becerilerinde bir gelişim sağlamıştır. Bu anlamlı gelişimin derslerde kullanılan yazılımın cisimleri üç boyutta döndürebilmesi ve öğrencilerin bu tür etkinlikler yapmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte kontrol grubu öğrencilerinin de cisim döndürme becerilerinde anlamlı bir gelişim ortaya çıkmıştır. Bu gelişimin sebebi öğrencilerin yoğun olarak 3B cisimlerin farklı duruşlardan görünümleriyle bol miktarda yüzleşmiş olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarının son test cisim döndürme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için son test Cisim Döndürme puanları için kovaryans analizi yapılmıştır. ANCOVA sonuçları deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin Cisim Döndürme son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıktığını, bu farkın deney grubu lehinde olduğunu göstermiştir ($F_{(1,70)} = 6.06$, $p < .05$). Bu farkın deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin Uzay Geometri derslerinde 3B DGY Cabri 3D'yi kullanmalarından kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü deney grubundaki öğrencilerde kontrol grubu öğrencilerinin kullandıkları ders kitabı ve yardımcı materyallerdeki 3B şekillerin döndürülmüş şekilleri ile bol miktarda

karşılaşmışlardır. Bununla birlikte deney grubundaki öğrenciler dersler sırasında 3B şekilleri Cabri 3D ekranında döndürüp yeni oluşan görünümleri görme şansına sahip olmuşlardır. Bu şekilde kontrol grubundaki öğrencilerden çok daha fazla cisimlerin döndürülmüş görünümüne yönelik şekilleri gören öğrenciler aynı zamanda bu döndürme işlemlerini kendileri yapma fırsatı buldukları için cisimlerin istedikleri açılardan nasıl görünüme sahip olacaklarını da görme olanağına sahip olmuşlardır. Güven ve Kösa (2008) Cabri 3D'nin sağ tuş özelliği yardımıyla öğrencilerin ekranda oluşturdukları cisimleri döndürme çalışmalarının onların cisimleri zihinlerinde döndürebilme becerilerinde gelişme sağlayacağına dikkati çekmişlerdir. Ayrıca, Baki vd. (2011) yaptıkları çalışmada Cabri 3D yazılımını kullanan öğrenciler ile geleneksel öğretim alan öğrencilerin cisim döndürme becerileri arasında anlamlı bir fark olduğunu, bu farkın Cabri 3D'yi kullanan öğrenciler lehinde olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bakımdan araştırma sonuçları Baki vd.'nin yaptığı araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir.

4.1.3. Öğrencilerin Cisim Görünümlerini Tahmin Etme Becerilerine İlişkin Tartışma

PSV testinin üçüncü bölümündeki sorular bir cismin belirli bir bakış açısından nasıl görünüme sahip olacağını bulmaya yönelik sorulardan oluşmaktaydı. Araştırma başında ön test olarak uygulanan PSV testinin Bakış bölümündeki deney grubu öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=4.66$ iken kontrol grubu öğrencilerin ortalaması $\bar{x}=4.23$ çıkmıştır. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cisim görünümlerini tahmin etme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testi deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim görünümlerinin belirli bir bakış açısından nasıl görüneceğine yönelik becerileri arasında anlamlı bir farkın olmadığını göstermiştir ($p>.05$). Bu durum deney ve kontrol grubu öğrencilerinin araştırma başında cisimlerin belirli bir bakış açısından görünümlerini tahmin etmeye yönelik becerilerinin birbirine denk olduğunu şeklinde yorumlanabilir.

Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında Uzay geometri derslerini alan öğrencilerin cisimlerin görünümlerini tahmin etmeye yönelik PSV testinin üçüncü bölümdeki ön test ortalamaları $\bar{x}=4.66$ çıkmıştı. Öğrencilerin şeffaf geometrik cisim modelleri ve özellikle 3B DGY Cabri 3D kullanarak işledikleri derslerin bitiminde son test olarak uygulanan PSV testinin üçüncü bölümüne yönelik ortalamaları ise $\bar{x}=5.83$ olarak

çıkmiştir. Ön ve son test puan ortalamaları arasındaki bu farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek için ön ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu deney grubundaki öğrencilerin cisimlerin görünümünü tahmin etme becerilerine yönelik puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıktığını göstermiştir ($t=-3.13$ $p<.01$). Ortaya çıkan bu farkın deney grubunda işlenen derslerde öğrencilerin Cabri 3D ile yaptıkları uygulamalardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü Cabri 3D ortamında oluşturulan cisim modelleri istenilen bakış açısından görüntülenebilmektedir. Örneğin yüzeyleri farklı düzlemlerle kesilmiş olan bir prizmanın farklı bakış açılarından nasıl görünüme sahip olacağı Cabri 3D ekranında kolay bir şekilde modellenilebilmektedir. Bununla birlikte deney grubundaki öğrenciler özel olarak cisimlerin belirli bakış açılarından nasıl görünüme sahip olmalarına yönelik özel bir ders almamışlardır. Çalışma yapılarıyla birlikte yürütülen dersler esnasında öğrencilerin yazılımı Cabri 3D yazılımını kullanmaları onların cisimlerin belirli bakış açılarından nasıl görünüme sahip olacağını tahmin etme becerilerini geliştirmiştir.

Kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen Uzay Geometri derslerinin öğrencilerin cisim görünümünü belirli bir bakış açısından tahmin etme becerilerini geliştirip geliştirmediğini belirlemek için PSV testi dersler başlamadan önce ön test, derslerin bitiminden sonra da son test olarak uygulanmıştır. Araştırma başında öğrencilerin PSV testinin cisim görünümünü tahmin etme (Bakış) bölümüne ait puan ortalaması $\bar{x}=4.23$ iken araştırmanın sonundaki ortalaması $\bar{x}=4.10$ çıkmıştır. Burada küçükte olsa öğrencilerin son test puan ortalamalarında bir düşüş olduğu görülmektedir. Ön test ve son test puan ortalamaları arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek için ön test ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu kontrol grubu öğrencilerinin cisim görünümünü tahmin etme becerilerindeki ön test ve son test puan ortalamaları arasında bir farkın olmadığını göstermiştir ($p>.05$). Bu sonuç geleneksel sınıf ortamında işlenen Uzay Geometri derslerinin öğrencilerin cisim görünümünü tahmin etmeye yönelik becerilerinde bir gelişme sağlamadığını gösterir. Öğrencilerin son test puan ortalamasındaki küçük miktardaki düşüşün sebebi öğrencilerin geleneksel ortamda yoğun bir şekilde statik diyagramlarla çalışması olabilir. Bu durum geleneksel sınıf ortamında statik diyagramlarla çalışmaya alışan öğrencilerin cisimlerin farklı bakış açılarından görünümünün nasıl olacağı gibi dinamik durumları göz önünde canlandırmada güçlük çekmesinden kaynaklanabilir.

Araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisimlerin görünümlerini tahmin edebilme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığını, ön test verileri için yapılan bağımsız t testi ortaya koymuştu. Deney grubunda öğrencilerin aktif bir şekilde şeffaf geometrik cisimleri ve 3B DGY Cabri 3D' yi kullandıkları dersler onların cisimlerin farklı bakış açılarından nasıl bir görünüme sahip olacağını tahmin etmeye yönelik becerilerinde bir gelişme sağlamıştır. Bu gelişimin yürütülen dersler sırasında öğrencilerin dinamik yapılarla çalışma fırsatına sahip olması yani cisimlerin farklı bakış açılarından görüntülerinin nasıl olacağını görmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte kontrol grubunda geleneksel bir şekilde Uzay Geometri derslerini alan öğrenciler statik diyagramlarla çalışmışlardır. Statik diyagramlarda cisimlerin farklı bakış açılarından yüzeylerinin görünümünü tahmin etme oldukça güçtür. Kontrol grubundaki öğrenciler de deney grubundaki öğrenciler gibi açık bir şekilde buna yönelik özel bir ders almadıkları için cisimlerin farklı bakış açılarından görünümünü tahmin etmeye yönelik becerilerinde bir gelişme olmamıştır. Buna rağmen deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisimlerin görünümünü tahmin etme becerilerine yönelik son test puanları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için kovaryans analizi yapılmıştır. ANCOVA sonuçları deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cisimlerin görünümünü tahmin etme becerilerine yönelik son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu, bu farkın deney grubu lehinde olduğunu göstermiştir ($F_{(1-70)} = 5.82, p < .05$). Yukarıda da ifade edildiği üzere deney grubunda Cabri 3D ile çalışan öğrenciler cisimlerin farklı bakış açılarından yüzeylerinin görünümünü dinamik bir ortamda tahmin edip daha sonra tahminlerinin doğruluğunu test etme fırsatına sahip olmaları onların bu becerilerinin gelişmesinde büyük rol oynadığı düşünülmektedir. Güven ve Kösa (2008) Cabri 3D ekranında cisimlerin istenilen açılarda döndürülmesi sonucu öğrencilerin belirli bakış açılarından cisim görünümünü tahmin etme becerilerinin gelişeceğine dikkat çekmişlerdir. Baki vd. (2011) yaptıkları çalışmada Cabri 3D yazılımını kullanan öğrenciler ile geleneksel öğretim alan öğrencilerin cisimlerin görünümünü tahmin etme becerileri arasında anlamlı bir fark olduğunu bu farkın Cabri 3D' yi kullanan öğrenciler lehinde olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bakımdan araştırma sonuçları, literatürde Cabri 3D yazılımı kullanılarak yapılan diğer araştırmaların sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir.

4.2. Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Tartışma

1950'li yıllarda iki matematik eğitimcisi Pier M. Van Hiele ile Dina Van Hiele-Gelfod öğrencilerin geometri öğrenirken 5 aşamadan geçtiğini ortaya koyan bir araştırma raporu yayınlamışlardır. Bu araştırma raporu ilk olarak Sovyetler Birliği'nin dikkatini çekmiş ve Sovyet eğitimciler bu model üzerinde kapsamlı araştırmalar yaparak geometri müfredatlarını bu model üzerine yapılandırmışlardır. Sonraları dünya çapında ses getiren bu model birçok ülkenin geometri müfredatlarını oluşturmada göz önünde bulundurulmuş bir teori haline dönüşmüştür. Van Hiele teorisi her ne kadar Euclid geometrisinden farklı geometrilerin olduğuna işaret etse de temeli düzlem geometri öğretimindeki aşamaları açıklamaktadır. Van Hiele teorisinden sonra, bu teori model alınarak farklı geometriler için düzey belirleme çalışmaları yapılmıştır. Guillen (1996) van Hiele teorisini temel alarak 3B geometri öğretiminde düzey belirleme çalışması yapmış ve öğrencilerin uzayın geometrisini öğrenirken 4 aşamadan geçtiklerini ortaya koymuştur. Bu aşamalar van Hiele'in düzlem geometri için tanımladığı ilk dört aşamanın uzay geometriye uyarlanmış şeklidir. Gutierrez (2004) vd. uzayın geometrisinde yer alan prizmalar konusunda öğrencilerin öğrenmelerini incelemiş, prizma ve köşegenler konusunda öğrencilerin anlamalarını karakterize etmiştir. Bu çalışma da van Heile teorisi model alınarak yapılan bir çalışmadır. Benzer bir çalışma da Güven(2006) tarafından yapılmıştır. Güven (2006) öğretmen adaylarının küresel geometri öğrenirken geçtikleri aşamaları karakterize ederek küresel geometri öğrenen bireyin 4 aşamadan geçtiğini ortaya koymuştur.

4.2.1.UGAT Sonuçlarına Göre Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Elde Edilen Bulguların Tartışılması

Bu çalışmada öğrencilerin 3B geometriyi öğrenirken geçtikleri aşamaları açıklayan Guillen(1996)'nin çalışması temel alınmıştır. Guillen (1996), van Hiele'in düzlem geometri için yaptığı araştırmadaki gibi öğrencilerin uzayın geometrisini öğrenirken geçtikleri aşamaları karakterize etmiştir. Bu aşamalardan ilki van Hiele teorisindeki gibi görsel düzeydir. Bu aşamadaki öğrenciler 3B cisimlerle görsel olarak ilgilenirler ve cisimleri tanıma, isimlendirme ve basit 3B nesnelere inşa etme gibi araştırmaları yapabilirler. 3B düşünme düzeylerinden ikincisi analiz düzeyidir. Bu

düzeydeki öğrenciler genel olarak katı cisimleri geometrik özellikleriyle tanımlayabilir ve cisim ailelerinin özelliklerini belirleyebilir. 3B düşünme düzeylerinden üçüncüsü informal çıkarımlar düzeyidir. Bu düzeydeki öğrenciler katı cisimleri mantıksal olarak sınıflandırabilir, cisimlerin özelliklerini göz önünde bulundurarak matematiksel çıkarımlar kurabilirler. Ancak öğrenciler katı cisimlerle ilgili birçok özelliği informal olarak çıkarsayabilmesiyle birlikte bazı özellikler ve formüller için deneyimlere ihtiyaç duyarlar. 3B düşünme düzeylerinden en üstü olan formal çıkarımlar düzeyindeki öğrenciler şekillerin özelliklerinden ötesine, tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini başarabilirler ve bu sistem içinde kendileri ispat yapabilirler.

Araştırmada öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri araştırmanın pilot çalışması sırasında hazırlanan UGAT ile belirlenmeye çalışılmıştır. Sınavındaki sorular sadece çoktan seçmeli değil, boşluk doldurma, verilenler arasından seçme, çizim yapma gibi farklı türde sorulardan oluşmaktadır. UGAT soruları hazırlanırken Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Baki tarafından Türkçeye kazandırılan Van Hiele geometri testindeki soru türleri de göz önünde bulundurulmuştur. Hazırlanan sınavından farklı zamanlarda alınan ölçümler üzerinde yapılan güvenilirlik analizi sonucunda testin Cronbach alpha güvenilirlik katsayısı .80 olarak bulunmuştur. Bu katsayı testin yeterince güvenilir bir test olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın başında her iki grubunda UGAT ön test olarak uygulanmıştır. Öğrencilerin sınavda sorulara verdikleri doğru cevaplar 1, yanlış cevaplar 0 olarak kodlandıktan sonra düzeylere atanmada her bir düzeydeki soruların %60'ının doğru yapılması ölçüt alınmıştır. Örneğin bir öğrencinin birinci düzeyi kazanmış olması demek onun ilk düzeyine yönelik kodlamanın 11111, 11110, 11101, 11100, 11011, 11010, 11001, 10111, 10110, 10101, 10011, 01111, 01110, 01101, 01011, 00111'den bir tanesi olması anlamına gelmektedir. Birinci düzeyi geçmiş olan öğrencinin ikinci düzeyi için aynı kodlama sistemi yapılarak bu şekilde en son kazanmış olduğu düzey o öğrencinin düzeyi olarak belirlenmiştir. Ayrıca 1, 2 ve 4. düzeyler için yukarıdaki kodlardan birine sahip olan ancak 3. düzeyde bu kodlardan herhangi birini sağlamayan öğrenci 2. düzeye atanmıştır. Bu durum ön test olarak uygulanan UGAT'ta deney grubundan 1 ve kontrol grubundan 2 öğrencide görülmüştür. Ön test sonuçlarına göre birinci düzeyde deney grubunda 5, kontrol grubunda 10; ikinci düzeyde deney grubunda 8, kontrol grubunda 9; üçüncü düzeyde deney grubunda 20, kontrol grubunda 17 ve en üst düzey olan dördüncü düzeyde deney grubunda 3 kontrol grubunda 2 öğrenci çıkmıştır.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test olarak uygulanan UGAT'a göre ortaya çıkan 3B düşünme düzeyleri Lee(2000)'nin puanlama sistemi kullanılarak sürekli değişken haline dönüştürülmüştür. Bu puanlama sistemine göre bir öğrenci; birinci düzeydeki ölçütleri sağlıyorsa 1 puan, ikinci düzeydeki ölçütleri sağlıyorsa 2 puan, üçüncü düzeydeki ölçütleri sağlıyorsa 4 puan ve dördüncü düzeydeki ölçütleri sağlıyorsa 8 puan almıştır. Bu şekilde öğrencilerin düzeyleri sürekli değişken haline dönüştürülmüştür. Ön test neticesinde deney ve kontrol grubu arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını ortaya koymak için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Test sonucu iki grup arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir ($t=1.18$ $p>.05$). Bu durum araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin 3B düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir fark olmadığı şeklinde yorumlanmıştır.

Deney grubundaki öğrenciler uzay geometri derslerini bilgisayar laboratuvarında 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modellerini kullanarak ve çalışma yapraklarını takip ederek işlemişlerdi. Bu şekilde oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerine bir etkisinin olup olmadığını tespit etmek için araştırma sonunda UGAT öğrencilere son test olarak tekrar uygulanmıştır. Araştırmanın başında deney grubundaki öğrencilerin UGAT puan ortalaması $\bar{x}=6.05$ iken araştırmanın sonundaki puan ortalaması $\bar{x}=7.88$ çıkmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön test puanları ile son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için UGAT ile elde edilen ön ve son test verilerine, ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu ön test puan ortalaması ile son test puan ortalaması arasında son test lehine anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur ($p<.05$). Bu durum 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin gelişiminde olumlu bir etki yaptığı şeklinde açıklanabilir.

Kontrol grubundaki öğrenciler uzay geometri derslerini geleneksel sınıf ortamında almışlardı. Geleneksel yolla alınan uzay geometri derslerinin öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağlayıp sağlamadığını tespit etmek için araştırma sonunda UGAT kontrol grubunda da son test olarak uygulanmıştır. Araştırmanın başında kontrol grubundaki öğrencilerin ön test puan ortalaması $\bar{x}=5.10$ iken araştırma sonundaki puan ortalaması $\bar{x}=6.63$ çıkmıştır. Ön test sonuçları ile son test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için ön test ve son test verilerine ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. Test sonucu, kontrol grubu öğrencilerinin 3B

düşünme düzeylerinde son test lehinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur ($p < .05$). Bu durum kontrol grubunda geleneksel yolla yürütülen uzay geometri derslerinin de öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağladığı şeklinde açıklanabilir.

Araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan UGAT sonuçlarına yapılan bağımsız t testi gruplar arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştu. Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında uzay geometri derslerini alan öğrenciler dersler sırasında 3B DGY Cabri 3D yazılımını ve şeffaf geometrik cisim modellerini kullanmışlardır. Bu şekilde yürütülen uzay geometri derslerinin deney grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağladığını ön test ve son test verileri için yapılan ilişkili örneklemeler için t testi sonucu göstermiştir. Bununla birlikte herhangi bir deneysel müdahaleye maruz bırakılmayan kontrol grubu öğrencilerinin geleneksel yolla almış oldukları uzay geometri derslerinin de öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağladığını kontrol grubunun ön ve son test verileri için yapılan ilişkili örneklemeler için t testi sonucu göstermiştir. Başka bir ifadeyle her iki gruptaki öğrencilerin farklı öğrenme ortamlarında almış oldukları uzay geometri dersleri, onların 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağlamıştır. İki grubun son testleri arasında bir farkın olup olmadığını belirlemek için daha güçlü bir analiz tekniği olan ANCOVA analiziyle öğrencilerin ön test puanları ortak değişken alınarak yapılan kovaryans analizi, gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir [$F_{(1-70)}=.41$, $p > .05$]. Bu durum deney grubu için oluşturulan öğrenme ortamının kontrol grubundaki geleneksel öğrenme ortamına göre öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde anlamlı bir fark oluşturmadığını göstermektedir.

Araştırmanın başında UGAT'tan elde edilen verilere yapılan bağımsız t testi deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermişti. Deney grubunda yürütülen derslerin öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde etkili olduğunu ön test ve son testler için yapılan ilişkili örneklemeler için t testi sonuçları göstermiştir. Benzer sonuç kontrol grubu için de çıkmıştır. Kovaryans analizi ise iki grubun ön testleri ortak değişken alındığında son testler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur. Bu durumda deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde etkili olmadığını göstermektedir. Elde edilen bu sonuç literatürdeki bazı çalışmalarla örtüşmektedir. Chino (2007) ve arkadaşları deney grubunda 3B DGY kullanımıyla yürütülen uzay geometri müfredatının kontrol grubundaki öğrenciler

gibi 3B düşünme becerilerini ilerlettiğine dikkati çekmiştir. 3B DGY' nin öğrencilerin geometrik düşünmelerinden ziyade göz önünde canlandırma becerilerine daha çok etki yaptığını belirten araştırmacılar geometri öğretiminde 3B DGY kullanmanın görselleştirmeyi kolaylaştıracağını ifade etmişlerdir. Van Hiele teorisinin uzayın geometri için bir uyarlanmasını düzenleyen Gutierrez (1992) de, öğrencilerin 3B geometri çalışmaları sırasında kullandıkları katı cisim modelleri, dinamik bilgisayar gösterimleri ve düzlemsel çizim gösterimlerinin hepsinin onların 3B düşünme becerilerini geliştirebileceğini vurgulamıştır.

3B düşünme, uzamsal düşünme ile yakından ilgilidir. Uzamsal düşünmeyi 2B ve 3B nesnelere zihindeki hareketi, bunların inşası ve bir nesneyi farklı açılardan görme olarak tanımlayan NCTM bunun geometrik düşünmenin önemli bir parçası olduğunu ifade etmiştir (NCTM, 2000). Hatta 2000 yılındaki raporunda NCTM, lise geometri müfredatının 3B nesnelere ve öğrencilerin uzamsal becerilerinin gelişimini sağlayan çalışmalar içermesi gerektiğini vurgulamış ve öğrencilerin 3B düşünme becerilerinin geliştirilmesini önermiştir. Her ne kadar uzamsal düşünme 3B düşünme ile yakından ilgili olsa da uzamsal düşünme 3B geometrik düşünmenin bir parçasıdır. Pittalis ve Christou (2010) 3B geometrik düşünmeyi 3B şekillerin gösterimi, uzamsal yapı kurma, geometrik özellikleri kavramsallaştırma ve ölçme becerilerinde sınıflamıştır. DGY ve şeffaf geometrik cisimlerin kullandığı öğrenme ortamında öğrenciler daha çok 3B şekillerin gösterimi ve uzamsal yapılar arasındaki ilişkilerde başarılı olabilirler. Çünkü 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle oluşturulan öğrenme ortamı öğrencilerin görselleştirme becerilerinde daha fazla ilerleme olanağı sağlamaktadır. Bu durum önceki bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında ortaya çıkan farkla izah edilebilir. UGAT'ın özellikle uzamsal düşünme ve canlandırma becerilerini ölçen sorularda deney grubundaki öğrencilerin daha başarılı olması bunu destekler niteliktedir. Örneğin küpün farklı açık görünümünün çizimine yönelik olan sorularda kontrol grubundaki öğrenciler genel olarak standart açık görünüm ya da bu görünümün döndürülmüş şekillerini çizme eğilimi gösterirken deney grubundaki öğrenciler daha yaratıcı düşünmüşler ve birbirinden tamamen farklı açık küp görünümünün çizimleri sergileyebilmişlerdir.

Deney grubunda şeffaf geometrik cisim modelleri ve 3B DGY Cabri 3D ile kullanılarak yürütülen dersler öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde etkili olmuştur. Önceki çalışmalar geometri derslerinde DGY kullanımının öğrencilerin geometri düşünme

düzeyleri üzerinde pozitif etki oluşturduğunu ortaya koymuştur (Smyser, 1994; Güven ve Karataş, 2002). Bununla birlikte bu çalışmalarda genellikle öğrencilerin 2B van Hiele düşünme düzeyleri incelenmiştir. Guillen (1996) tarafından karakterize edilen öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri van Hiele teorisine dayandığı için 3B DGY'nin öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi önceki araştırmalardaki 2B DGY'lerin van Hiele düzeyleri üzerindeki etkisi ile paralellik göstermektedir. 3B DGY'ler özellikle öğrencilerin zihinlerinde canlandırmakta güçlük çektiği durumları modellemede kolaylık sağlamıştır.

Kontrol grubundaki öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme olması aslında şaşırtıcı bir sonuç değildir. Çünkü kontrol grubunda da formel olarak bir öğretim programı uygulanmış ve öğrenciler uzay geometri derslerini geleneksel yolla almış olsa bile bu dersleri takip etmişlerdir. Berthelot ve Salin (1998) 3B geometri derslerinin geleneksel yolla öğretiminde öğrencilerin uzamsal yeteneklerini daha fazla işe koşmaları gerektiğini ifade etmişlerse de geleneksel yöntemle yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin geometri düşüncelerini geliştirilebileceğini ifade etmişlerdir. Benzer iddia Pittalis ve Christou (2010) tarafından ileri sürülmüştür. Pittalis ve Christou (2010) geometri öğretiminin öğrencilerin 3B geometri düşünceleri üzerinde anlamlı bir etki oluşturduğunu ve özellikle 3B geometri derslerinin öğrencilerin geometri üzerine muhakemelerini geliştirerek onların aynı zamanda uzamsal yeteneklerinin gelişimine de katkı sağladığını ileri sürmüşlerdir.

Deney ve kontrol gruplarının araştırma sonundaki UGAT sonuçlarına göre sadece kontrol grubundan bir öğrenci 3B düşünme düzeylerinden 1. düzeyde çıkmıştır. İkinci düzeyde ise deney grubunda 6, kontrol grubunda 17 öğrenci vardır. UGAT'ın ikinci düzeyini oluşturan sorular cisimleri tanımlama, cisim ailelerini belirleyerek cisimleri sınıflandırma, düzgün çokyüzlü cisimlere ait özellikleri belirleme ve düzgün geometrik bir cisim olan küpün açık görünümüne yönelik çizim yapmayı gerektiren sorulardır. Deney ve kontrol grubunda ikinci düzeyde olan öğrencilerin sınav kâğıtları incelendiğinde bu düzeydeki öğrencilerin cisimleri doğru bir şekilde isimlendirdikleri ve sınıflandırdıkları dikkati çekmektedir. Ayrıca öğrencilerin cisimlere ait yaptıkları tanımlarda genel olarak kendilerine ait bir dil kullandıkları ve bu dilin 2B geometriye ait dilin terimlerini içerdiği görülmüştür. Şöyle ki bu düzeydeki öğrenciler cisimlerin yüzeylerini ayıran doğru parçalarına ayırıp yerine kenar sözcüğünü kullanmışlardır. Guillen (1996) 3B düşünme düzeylerinden ikinci düzeyde olan öğrencilerin cisimleri sınıflandırma çalışmaları sırasında kendi tanımlarını kullandıklarını ve bu tanımlarında öğrencilerin kitaplardaki veya

öğretmenlerinin derste yaptığı tanımları dikkate almadıklarını ifade etmiştir. Bu düzeydeki deney ve kontrol grubundaki öğrenciler cisimlerin özelliklerini doğru bir şekilde belirleyebilseler de cisimlerin özellikleri arasındaki ilişkiyi tam olarak keşfedememişlerdir. Guillen (1996) bu düzeydeki öğrencilerin cisimleri tanımlarken cismin özellikleri arasında ilişki kurmadığını, bir cismi tanımlarken “en az şu iki özelliği olması gerekir” gibi ifadelerden ziyade cismin tüm özelliklerini sıraladıklarını söylemiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin UGAT’ın ikinci düzeyini oluşturan sorulara verdikleri cevaplar arasında çok belirgin bir fark olmamakla birlikte göze çarpan en dikkat çekici fark deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin küpün iki farklı açık görünümüne yönelik yaptıkları çizimlerdir. Kontrol grubundaki öğrenciler küpün iki farklı açık görünümüne genel olarak standart açık görünüm ve bu açık görünümün döndürülmüş şekillerini çizme eğilimi gösterirken deney grubundaki öğrenciler daha çok birbirinden tamamen farklı açık görünümler çizmişlerdir. Bu durumun deney grubunda yürütülen derslerde kullanılan 3B DGY Cabri 3D’den kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü 3B DGY Cabri 3D öğrencilere cisimlerin farklı açık görünümelerini görme fırsatı sağlayan bir özelliğe sahiptir.

Araştırma sonunda gruplara son test olarak uygulanan UGAT sonuçlarına göre deney grubunda 3. düzeyde 23 öğrenci varken kontrol grubunda 13 öğrenci çıkmıştır. Sınavın üçüncü düzeyini oluşturan sorular geometrik cisimlerin özellikleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilme, geometrik cisimlere ait verilen özelliklerden mantıksal çıkarım yapabilme, cisim ailelerini sınıflandırma ve alt cisim sınıflarını oluşturabilme yapmayı gerektiren sorulardır. Deney ve kontrol grubunda yürütülen dersler sonrasında uygulanan UGAT sonuçlarına göre toplamda en çok öğrenci bu düzeyde çıkmıştır. UGAT’a göre 3. düzeyde olan öğrencilerin sınav kâğıtları incelendiğinde hemen hemen bütün öğrencilerin cisim ailelerini kolay bir şekilde sınıflandırabildiği ve alt cisim sınıflarını belirleyebildiği görülmüştür. Örneğin küpün dikdörtgenler prizmasının özel bir durumu olduğunu ve kare dik prizma, küp ve dikdörtgenler prizmasının aynı cisim ailesinin alt sınıfının elemanları olduğunu doğru bir şekilde tespit ettikleri görülmüştür. Ayrıca bu düzeydeki öğrencilerin birçoğu cisimlerin özelliklerinden mantıksal çıkarım yapmada başarılı olmuşlardır. Ancak öğrencilerin bazı özellikler yardımıyla yapılacak mantıksal çıkarımlarda zayıf kaldıkları görülmüştür. Guillen (1996), bu düzeydeki öğrencilerin cisimleri mantıksal olarak sınıflandırarak cisimlerin özelliklerini göz önünde bulundurarak birçok özelliği informal olarak çıkarılabildiğine rağmen bazı özellikler ve formüller için deneyimlere ihtiyaç duyduğunu ifade etmiştir.

Son test UGAT sonuçlarına göre 3B düşünme düzeylerinden en üstü olan 4. düzeyde araştırma sonunda deney ve kontrol grubunda 7'şer öğrenci çıkmıştır. UGAT'ın dördüncü düzeyini oluşturan sorular geometrik tanım, teorem ve ispat kavramlarını açıklama, genelleme yapma, formül geliştirme ve geometrik ispat yapma, verilen mantıksal ifadelerden doğru çıkarıma yapma ile geometrik cisimler için gerek ve yeter şart durumlarını belirlemeyi gerektiren sorulardır. Deney ve kontrol grubunda 3B geometrik düşünme düzeylerinden 4. düzeyde çıkan öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde öğrencilerin birçoğunun genelleme yapma ve verilen mantıksal ifadelerden doğru çıkarım yapmayı gerektiren sorularda başarılı olduğu görülmüştür. Ayrıca bu düzeydeki öğrencilerin hemen hemen hepsi geometrik cisimler için gerek ve yeter şartları doğru bir şekilde belirlemişlerdir. Guillen (1996), 3B düşünme düzeylerinden dördüncü düzeyde olan öğrencilerin tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini başarabileceğini ve bir formel tanımın özelliklerini (gerek ve yeter durumlar gibi) belirleyerek bir tanımın eş değerini ifade edebileceğini söylemiştir.

UGAT sonuçlarına göre 3B düşünme düzeylerinden en üstü olan dördüncü düzeydeki öğrencilerin birçoğunun başarısız olduğu ya da boş bıraktığı soru, verilen duruma uygun bir formül geliştirmeyi gerektiren 17. sorudur. Bu soruda karıncanın koninin tabanı üzerindeki bir noktadan harekete başlayarak yanal yüzeyi üzerinde bir tam tur atıp tekrar başladığı noktaya gelmesinde alacağı en kısa yolu veren bağıntıyı öğrencilerin birçoğu bulamamıştır. Dördüncü düzeyde olan deney grubundaki öğrencilerin hemen hemen hepsi, kontrol grubundaki öğrencilerin birçoğu karıncanın alacağı en kısa yolu koninin açık görünümü üzerinde bir doğru parçası olarak göstermelerine rağmen öğrencilerin birçoğu bu aşamadan sonraki gerekli işlemleri yaparak sonuca ulaşamadıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin en üst seviyesinde olmalarına rağmen geometrik işlemler yaparlarken hala sayılara bağımlı olduğunu harflerle ve sembollerle işlemler yapmanın onlara soğuk geldiğini göstermektedir.

Son test UGAT sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin 3B düşünme düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Bu durum bize deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde kontrol grubuna göre anlamlı bir etki oluşturmadığını söylemektedir. İki grup arasında anlamlı bir fark olmayışı 3B düşünme düzeylerinin şekillenmesinin öğretimin nasıl yürütüldüğünden bağımsız olduğunu göstermektedir.

4.2.2. Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeyleriyle İlgili Klinik Mülakatlardan Elde Edilen Bulguların Tartışılması

Öğrencilerin 3B geometriye yönelik anlama düzeylerini belirlemek için araştırmada UGAT haricinde klinik mülakatlarda kullanılmıştır. Araştırmada klinik mülakatların kullanılmasının iki temel amacı vardır. Birincisi UGAT ile 3B düşünme düzeyleri belirlenen öğrencilerin gerçekte düşünme düzeylerini klinik mülakatlarla belirleyerek bir anlamda UGAT'ın güvenilirliğini test etmek, ikincisi deney grubunda uygulanan öğretimin öğrencilerin 3B düşüncelerinde kontrol grubundaki öğrencilere göre nasıl düşünme farklılıkları oluşturduğunu ortaya koymaktır. Bu amaçla deney ve kontrol grubundan son test UGAT sonuçlarına göre 2, 3 ve 4. düzeylerde olan her gruptan rastgele seçilen ikişer öğrenciyle klinik mülakatlar yürütülmüştür.

Klinik mülakat ilk olarak Piaget tarafından geliştirilmiş ve kullanılmıştır. Ginsburg (1981) klinik mülakatların çocukların düşüncelerinin doğası ile ilgili önemli ipuçları verdiğine ve çocuklar arasındaki farklılıkları ortaya koyduğuna dikkati çekmektedir. Confrey (1980) de öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki farklılıkları ortaya koymada klinik mülakatların önemli bir potansiyele sahip olduğunu vurgulamıştır. Buradan hareketle deney ve kontrol grubundan rastgele belirlenen 6'şar öğrenciyle yürütülen klinik mülakatlarda farklı düşünme düzeyinde olan öğrencilerin ne tür düşünme yaklaşımları sergiledikleri yapılan klinik mülakatlarla ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Klinik mülakatlarda UGAT soruları kullanılmıştır. Mülakatlarda öğrencilerin ne yaptıklarından ziyade nasıl ve niçin yaptıkları üzerine odaklanılmıştır.

UGAT'ın ilk sorusu verilen 3B cisimleri isimlendirmeye yönelik bir soruydu. Bu soruda mülakat yapılan bütün öğrenciler cisimleri doğru bir şekilde isimlendirmişlerdir. Öğrencilere cisimleri neye bakarak isimlendirdikleri sorgulandığında, hemen hemen bütün öğrenciler cisimleri adlandırırken tabanlarına ve hangi cisim ailesinin üyesi olduğuna dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu sorudaki cevapları arasında belirgin bir farklılık göze çarpmamakla birlikte cisimlerin isimlendirilmesinde de farklı düşünüş şekilleri sergilemedikleri görülmüştür.

Sınavın ikinci sorusu verilen cisimler arasından dikdörtgenler prizması olanları belirlemeye yönelik olan soruydu. Bu soruda sınav sonuçlarına göre 2. düzeyde görünen öğrencilerle 3 ve 4. düzeyde çıkan öğrencilerin cevapları arasında fark ortaya çıkmıştır. Bu fark deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında olmayıp her iki gruptaki 2. düzeyde olan öğrencilerle 3 ve 4. düzeylerde olan öğrenciler arasındadır. UGAT sonuçlarına göre 2.

düzeyde olan öğrencilerin, verilen cisimlerden ilki olan küpü dikdörtgenler prizması olarak görmedikleri ortaya çıkmıştır. UGAT sonuçlarına göre 3 ve 4. düzeyde olan öğrenciler küpün de bir dikdörtgenler prizması olduğunu ifade etmişlerdir.

Sınavın üçüncü sorusu üzerine yapılan mülakatlarda bütün öğrenciler verilen cisimlerden koni olanları doğru belirlemişlerdir. Gerek deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında, gerekse farklı düşünme düzeylerinde olan öğrencilerin cevapları arasında belirgin bir fark ortaya çıkmamıştır. Bununla birlikte üst düşünme düzeylerinde olan öğrenciler koniyi özel bir piramit olarak nitelemişlerdir.

Sınavın dördüncü sorusu, isimleri verilen (dikdörtgenler prizması, silindir, kare piramit) cisimlerin birer görünümünü çizmeyi gerektiren bir soruydu. Bu soruda deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin tamamı belirtilen cisimleri doğru bir şekilde çizmişlerdir. Çizimlerin doğru olarak kabul edilmesi güzel ve gerçeğini yansıtmada başarılı olmasıyla değil, isimleri verilen cisimlere ait doğru örneklerin çizimi göz önünde bulundurularak değerlendirilmiştir. Mülakat yapılan öğrencilerin sınavdaki çizimleri incelendiğinde sadece deney ve kontrol grubunun çizimleri arasında belirgin bir fark olmadığı değil aynı zamanda farklı düşünme düzeylerinde olan öğrencilerin de çizimleri arasında dikkat çekici bir fark olmadığı görülmüştür.

Sınavın beşinci sorusu küpün açık bir görünümünü çizmeyi gerektiren bir soruydu. Mülakat yapılan öğrencilerin bu sorudaki çizimleri incelendiğinde tüm öğrencilerin küpün açık görünümünü doğru bir şekilde çizdikleri görülmüştür. Bununla birlikte deney grubundaki öğrencilerin çizimleri kontrol grubundakilerden farklılık göstermektedir. Kontrol grubundaki öğrenciler küpün standart açık görünümünü çizerlerken deney grubundaki öğrencilerin çizimleri birbirinden farklı olan çeşitli açık görünüm şeklidir. İlk beş soru üzerine yapılan mülakatlar ve sınav kâğıtlarının incelenmesi sonucu gruplar arasında göze çarpan tek fark küpün açık görünümüne yönelik çizimlerdir. Bununla birlikte UGAT sonuçlarına göre farklı düşünme düzeylerinde olan öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar arasında dikkati çeken bir fark bulunmamaktadır.

Sınavın altıncı sorusu açık uçlu bir soru olup isimleri verilen cisimleri (dikdörtgenler prizması, kare piramit ve silindir) tanımlamayı gerektiren bir soruydu. Bu soruda deney ve kontrol grubundan 2. düzeyde olan öğrenciler, genel olarak cisimlerin yüzey şekillerini açıklayarak tanımlamalar yaparken üst düzeydeki öğrenciler sadece görsel öğelere vurgu yaparak değil aynı zamanda cisimlerin sahip olduğu özellikleri de kullanarak tanımlamalar yapmışlardır. Ayrıca UGAT sonuçlarına göre düşük düzeyde olduğu belirlenen

öğrencilerin (deney ve kontrol grubu ayırt etmeksizin) tanımlarında 2B geometri terminolojisini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin cisim tanımlarında dikkati çeken bir diğer nokta üst düzeyde olan deney grubu öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre farklı tanımlamalar da yaptığıdır. Örneğin, silindiri “dikdörtgenin bir kenarı etrafında 360^0 döndürülmesi ile ortaya çıkan cisim” olarak tanımlayan deney grubundaki öğrenciler salt cismin yüzey şekilleri ve özelliklerini vurgu yapmamış aynı zamanda dinamik bir çerçevede cisimleri tanımlamışlardır.

Sınavın yedinci sorusu düzgün piramitlerin hangi özelliklere her zaman sahip olduğunun sorgulandığı soruydu. Mülakatlar esnasında gerek deney grubu gerekse kontrol grubundaki öğrencilerden 2. düzeyde olan bazı öğrenciler düzgün prizmalara ait özellikleri kesin ve kararlı bir şekilde ifade edemedikleri görülmüştür. Bu durum prizma ve piramit kelimelerinin birbirine benzemesinden dolayı bazı özellikleri özellikle düşük düzeydeki öğrencilerin karıştırmasından kaynaklanmaktadır. Bununla birlikte bu soru üzerinde öğrencilerin en çok yanılgıya düştüğü madde düzgün piramitlerin yan yüzlerinin eşkenar üçgen olup olmadığının yer aldığı maddedir. Düşük düzeydeki öğrencilerin birçoğu düzgün piramitlerin yan yüzlerinin eşkenar üçgen olması gerektiğini savunmuşlardır. Üst düzeylerde olan öğrencilerin düzgün piramitlerin yanal yüzlerinin biçimi konusundaki açıklamaları tam olarak doğru iken deney grubu öğrencisi Selen yan yüzlerin ikizkenar üçgen de olabileceğini dinamik bir çerçevede açıklamıştır. Tepe noktasının yükseklik doğrultusunda hareket ettirilmesinin cismin düzgünlüğünü bozmadığını vurgulayan Selen’ in bu maddede ki açıklaması diğer öğrencilerin açıklamalarından farklılık göstermiştir. Bu şekilde bir açıklamaya kontrol grubundaki öğrencilerde rastlanmamıştır.

Sınavın sekizinci sorusu, düzgün prizmalar için her zaman var olan özelliklerin sorgulandığı soruydu. Bu soruda öğrencilerin en çok yanılgıya düştüğü madde düzgün prizmaların yan yüzlerinin kare olduğunu ifade eden maddedir. Bu şekilde yanılgıya düşen öğrencilerin her iki grupta UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde çıkan öğrenciler olduğu dikkati çekmiştir. Bu yanılgıya düşen öğrencilerin düzgün piramitlerde de yan yüzeyleri eşkenar üçgen olarak düşünmeleri düzgün olan cisimlerin bütün yüzeylerinin düzgün çokgen olması gerektiği kanısı oluştuğunu göstermektedir. Bir önceki sorudaki gibi deney grubunda üst düzeyde bulunan öğrencilerin bu soru üzerine yaptıkları açıklama yine dinamik yapılar içermektedir. Bu durum deney grubundaki öğrencilerin 3B cisimler ve özelliklerini açıklamada dinamik süreçler sergilediğini ve cisimleri görselleştirmede dinamik yapılar kullanma becerisi kazandığını göstermektedir.

Sınavın dokuzuncu sorusu küpün iki farklı açık görünümüne yönelik çizim yapmayı gerektiren soruydu. Kontrol grubundaki öğrenciler küpün iki farklı açık görünümünü çizerlerken genel olarak standart açık görünümü ve bu çizimin döndürülmüş Şekillerini  izme eğilimi gösterirken deney grubu öğrencileri küpün farklı yüzeyler üzerine ve farklı ayrıtlardan par alanışlarını resmeden çizimler yapmışlardır. Deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin görselleştirme becerilerinde oluşturduğu gelişim bu soruda ortaya çıkmıştır. Ayrıca açık k p görünümünde yüzeyler numaralandırıldığında küpün kapalı formunda hangi yüzeyin karşısında veya yanında hangi yüzeylerin olacağı ve numaraların yüzeylerdeki konumlarının nasıl olacağına yönelik sorularda deney grubu öğrencileri daha başarılı olmuşlardır. Deney ve kontrol grubu  ğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında deney grubu öğrencileri lehinde ortaya çıkan fark, bu soru üzerinde deney grubu  ğrencilerinin daha başarılı olmasıyla paralellik göstermiştir.

Sınavın onuncu sorusu geometrik cisimleri sınıflandırma ve cisimlerin oluşturduğu alt cisim sınıfını isimlendirmeye yönelik bir soruydu. Hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin tamamı soruda verilen cisimleri prizma ve piramit diye iki farklı sınıflama ile doğru bir Şekilde sınıflandırmışlardır. Bu soruda deney ve kontrol grubu  ğrencilerinin yaptıkları sınıflama ve açıklamalar arasında dikkati çeken bir fark bulunmamaktadır. Ayrıca UGAT sonuçlarına göre farklı düşünme düzeylerinde olduğu belirlenen öğrencilerin de bu soru üzerindeki açıklamaları arasında bir fark göze  arpmamıştır. UGAT'ın ikinci düzeyini oluşturan sorular üzerine yapılan mülakatlarda dikkati çeken en büyük nokta deney grubundaki özellikle üst düzeylerde olan öğrencilerin cisimleri tanımlamada ve cisimlere ait özellikleri ifade etmedeki kullandıkları dinamik zihinsel yapılarıdır. Kontrol grubundaki öğrenciler cisimleri tanımlarken ya da cisimlere ait özellikleri söylerlerken doğrudan, sözel, ezbere bilgi Şeklinde ifade etmişler ve cevaplarını gerekçelendirerek açıklamada güçlük çekmişlerdir. Bununla birlikte hem deney hem de kontrol grubunda UGAT sonuçlarına göre düşük düzeyde çıkan öğrencilerin açıklamalarında daha çok 2B geometri terimleri kullandıkları g r lm ştir. Ayrıca küpün farklı açık görünümlerini resmetmede deney grubu öğrencileri daha yaratıcı olmuşlar ve numaralandırılmış Şekildeki küpün yüzeyleriyle ilgili soruları deney grubundaki öğrenciler daha başarılı bir Şekilde cevaplamışlardır. Deney grubundaki öğrencilerin yürütülen uygulamalarla uzamsal görselleştirme becerilerindeki gelişim bu tür sorularda ortaya çıkmıştır.

Sınavın 11. sorusu geometrik cisimler ve özellikleri arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik soruydu. Hem deney hem de kontrol grubundan UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde olan öğrenciler bu soruda geometrik cisimler arasındaki ilişkiyi doğru olarak belirleyememişlerdir. Bu öğrenciler seçeneklerde isimleri geçen geometrik cisimleri birbirinden ayırık cisimler olarak görmüşler ve küp-kare dik prizma ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi ifade edememişlerdir. Kontrol grubundan üst düşünme düzeylerinde olan öğrenciler her ne kadar küp-kare dik prizma ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi doğru ifade etmiş olsalar da deney grubundaki üst düşünme düzeylerindeki öğrencilere göre açıklamaları farklılık göstermiştir. Deney grubundaki öğrenciler açıklamalarını daha dinamik bir yapı çerçevesinde yapmışlardır. Dikdörtgenler prizmasının tabanının kareye dönüştürülmesiyle kare dik prizma, kare dik prizmanın da yüksekliğinin karenin bir kenarı kadar olması durumunda küp olacağı şeklindeki deney grubu öğrencilerin açıklamaları zihinlerinde oluşturdukları dinamik yapılar üzerinde yaptıkları oynamalar sonucunda cisimlerin nasıl değiştiğini örnekler niteliktedir.

Sınavın 12. sorusu geometrik cisimlerin özellikleriyle ilgili önerme mantığıyla basit önermelerden mantıksal çıkarımlar yapmayı gerektiren soruydu. Bu soru üzerine yapılan mülakatlarda bir önceki soruda doğru cevabı veren öğrencilerin bu soruda da doğru cevabı verdikleri ve cevaplarını gerekçelendirdikleri görülmüştür. Küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi bir önceki soruda doğru belirleyen deney ve kontrol grubundaki öğrenciler, önerme mantığıyla basit önermelerden mantıksal çıkarım yapmayı gerektiren bu sorudaki açıklamaları da yeterli düzeyde olmuştur. Bir önceki soruda doğru ilişkilendirmeyi yapamayan deney ve kontrol grubundaki UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde olan öğrenciler bu soruda da doğru ve yeterli açıklamalar yapamamışlardır. Üst düzeyde olan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin açıklamaları arasındaki en belirgin fark bir önceki soruda olduğu gibi deney grubu öğrencilerinin açıklamalarında dinamik zihinsel şemalar kullanmasıdır.

Sınavın 13. sorusu aynı cisim ailesine ait olan geometrik cisimlerin birbirinden farklı özelliklerini belirleyebilmeyi gerektiren soruydu. Her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde paralelyüzde olmayan özelliğin sorgulandığı bu soruda deney ve kontrol grubundan UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde görünen öğrenciler ya bu soru hakkında yorum yapmaktan kaçınmış ya da hatalı çıkarsamalarda bulunmuşlardır. Deney ve kontrol gruplarında daha üst düzeyde olan öğrenciler dikdörtgenler prizmasının, paralelyüzün özel bir durumu olduğunu belirtmelerine rağmen tam olarak doğru cevapları, gerekçeleriyle

birlikte UGAT sonuçlarına göre 4. düzeyde olan öğrenciler vermişlerdir. Bu soru üzerinde hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin dinamik zihinsel yapılar kurduğu dikkati çekmiştir.

Sınavın 14. sorusu ikinci sorusunda olduğu gibi verilen cisimler arasından dikdörtgenler prizması olanları belirlemeyi gerektiren bir soruydu. Bu soruda bir küp ve iki dikdörtgenler prizması şekli verilmiş ve verilen cisimlerden hangilerinin dikdörtgenler prizması olduğu sorulmuştu. Küp ile dikdörtgenler prizması arasındaki ilişkiyi önceki sorularda ifade eden öğrenciler – UGAT sonuçlarına göre 3 ve 4. düzeylerde olanlar – bu soruda da her küpün bir dikdörtgenler prizması olduğunu belirterek cevaplarını nedenleriyle açıklayabilmişlerdir. UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde olan öğrenciler önceki sorularda da olduğu gibi küp ile dikdörtgenler prizmasını ayrı cisimler olarak görmüşler ve yanlış cevap vermişlerdir. Bu soruda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin yanıtları arasında belirgin bir fark göze çarpmamakla birlikte UGAT sonucuna göre 2. düzeyde olan öğrenciler ile 3 ve 4. düzeyde olan öğrencilerin cevapları arasında fark ortaya çıkmıştır.

Sınavın 15. sorusu geometrik cisimlere ait verilen özelliklerden mantıksal çıkarım yapabilmeyi gerektiren bir soruydu. Bu soru üzerine yapılan mülakatlarda bütün öğrenciler A cismine yönelik verilen iki önermeden A cisminin küp olduğu çıkarımını yapmışlardır. Bununla birlikte verilen önermelerden hangisinin doğru olmasının, diğer önermeyi de doğru kılacağını bütün öğrenciler tespit edememişlerdir. UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde olan öğrenciler cisimlerin özelliklerini bilmelerine rağmen bu özellikler arasında ilişkileri kurmada ya da bu özelliklerden mantıksal çıkarım yoluyla çıkarım yapmada genel olarak başarısız olmuşlardır. Bir cismin ayrıtlarının eşit uzunlukta olmasının o cismin cisim köşegenlerinin de birbirini ortalayacağı sonucunu genel olarak UGAT sonucuna göre 3. ve 4. düzeyde olan öğrenciler daha kolay tespit etmiş ve bunun üzerine yeterli açıklamalar yapabilmişlerdir. UGAT'ın üçüncü düzeyini oluşturan sorular üzerine yapılan mülakatlarda öğrencilerle yapılan mülakatlarda göze çarpan en büyük fark deney grubundaki öğrencilerin mantıksal çıkarımlar yaparlarken daha fazla dinamik zihinsel yapılar kurmalarıdır. Deney grubundaki öğrenciler cisimlerin özelliklerini göz önünde bulundurdıklarında bu özelliklerden birinin değiştirilmesi durumunda yapının bundan nasıl etkileneceğini daha kolay tespit etmişlerdir. Bu beceri deney grubundaki öğrencilerin uzay geometri derslerini dinamik diyagramlar yardımıyla işlemelerinden kaynaklanmaktadır.

Sınavın dördüncü düzeyine yönelik ilk sorusu olan 16. soru verilen örneklerden genelleme yapmayı gerektiren sorudur. Küp ve dikdörtgenler prizmasının köşe, yüzey ve ayrıt sayılarının verildiği ve bu iki örnekten $K+Y-A=2$ bağıntısına ulaşan birinin nasıl bir genellemeye varabileceğini sorgulandığı bu soruya, UGAT sonuçlarına göre düşük düzeyde olan öğrencilerin de bu genellenenin küp ve dikdörtgenler prizması için yapılabileceği cevabını verdikleri dikkati çekmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevap doğru olmakla birlikte soru üzerine yapılan mülakatlarda öğrencilerin yaptıkları açıklamalardan aslında doğru mantık yürüterek doğru sonuca varmadıkları görülmüştür. UGAT sonuçlarına göre 2. ve 3. düzeyde olan öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu bağıntının piramitlerde ya da tüm prizmalarda geçerli bir bağıntı olmayacağını ifade etmişlerdir. Piramitlerde bu bağıntının geçerli olmayacağını iddia eden öğrenciler köşe sayısının azalacağını belirtirken buna bağı olarak yüzey ve ayrıt sayılarındaki değişimi göz ardı ettikleri görülmüştür. Bununla birlikte UGAT sonuçlarına göre üst düzeyde olan öğrencilerden bazılarının da hatalı genellemeye ulaştıkları tespit edilmiştir. Bu bağıntının tüm prizmalarda ya da tüm çokyüzlü cisimlerde geçerli bir bağıntı olacağını ifade eden öğrenciler sadece bu iki örnekten yapılabilecek çıkarsamanın tüm prizmaları ya da çok yüzlü cisimleri kapsayamayacağını fark etmemişlerdir. Bu soru üzerinde mülakat yapılan deney ve kontrol grubu öğrencilerin açıklamaları arasında gruplar bazında belirgin bir fark olmamakla birlikte UGAT sonuçlarına göre düşük düzeyde olan öğrencilerle yüksek düzeyde olan öğrencilerin açıklamaları arasındaki fark dikkati çekmiştir.

Sınavın genelinde en az doğru olarak yapılan 17. soru, verilen duruma uygun bir formül geliştirmeyi gerektiren soruydu. Bir koninin taban çevresi üzerindeki bir noktadan hareket edip koninin yanal yüzeyi üzerinde bir tam tur atarak tekrar başlangıç noktasına gelen karıncanın alabileceği en kısa yolu veren bağıntının sorulduğu bu soruda öğrencilerin bir kısmı yorum yapmaktan kaçınmışken bir kısmı da en kısa mesafeyi koninin tabanının çevresi ($2\pi r$) olarak ifade etmişlerdir. Deney ve kontrol gruplarından UGAT sonuçlarına göre üst düzeyde çıkan öğrenciler koninin açık şeklini çizerek karıncanın alacağı en kısa yolu şekil üzerinde göstermelerine rağmen gerekli işlemleri yaparak bir bağıntıya sadece deney grubundan iki öğrenci ulaşmıştır. Bu soruda cevaplarını açıklamalarıyla destekleyerek doğru bir bağıntı elde eden öğrenciler sadece deney grubundaki UGAT sonuçlarına göre 4. düzeyde olan öğrencilerdir. Kontrol grubundaki 4. düzeyde görünen öğrenciler bu soruda bir bağıntıya varamamıştır.

Sınavın 18. sorusu geometrik tanım, teorem ve ispat kavramlarını açıklamayı gerektiren sorudur. Geometride her terimin tanımlı olup olmadığı üzerine yapılan görüşmelerde hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerden bazıları her terimin tanımlı olduğunu iddia ederken büyük bir çoğunluğu bazı terimlerin tanımlı olmadığını ifade etmişlerdir. Her terimin bir tanımının olmadığını söyleyen öğrencilerin hemen hemen hepsinin tanımsız terime verdiği örnek nokta örneğidir. Her terimin tanımlı olduğunu söyleyen öğrenciler ise noktanın açıklanması için yapılan anlatımı, noktanın tanımı olarak görmektedirler. Aksiyom ile teorem arasındaki farkı UGAT sonuçlarına göre en üst düzeyde olan öğrenciler tam ve doğru olarak yapmışlarken 3. düzeyde olan öğrenciler bu iki kavramı birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Mülakatlarda deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin açıklamaları arasında belirgin bir fark göze çarpmamaktadır.

Sınavın 19. sorusu verilen mantıksal ifadelerden doğru çıkarsama yapabilmeyi gerektiren bir sorudur. Bir düzgün dörtyüzlünün yüzeylerinin ağırlık merkezlerini karşılardaki köşelerle birleştiren doğruların bir noktada kesiştiğinin verildiği ve bu duruma uygun yapılabilecek genellemenin ne olduğunun sorgulandığı bu soruda da sınavın 16. sorusunda olduğu gibi öğrencilerin birçoğu doğru çıkarsama yapmalarına rağmen yaptıkları doğru çıkarsamaların doğru akıl yürütmeler yoluyla olmadığı görülmüştür. Bu şekilde tabanı üçgen olan prizmaların tamamında bu doğruların bir noktada kesişeceğini ancak burada verilen örneklerden varılacak genellemenin sadece düzgün dörtyüzlüler için yapılabileceği genellemesini yapan öğrencilerin birçoğu fark etmemiştir. Soru üzerine yapılan görüşmelerde doğru genellemeye doğru akıl yürütme yoluyla ulaşan öğrencilerden deney grubundaki öğrencilerin açıklamaları ile kontrol grubundaki öğrencilerin açıklamaları arasındaki fark dikkat çekicidir. Deney grubundaki öğrenciler bu duruma uygun zihinlerinde dinamik bir yapı kurarak düzgün dörtyüzlünün köşe noktalarından büyütülmesi ya da küçültülmesi durumunda bu doğruların kesiştikleri geometrik yerin değişmeyeceğini ifade etmişlerdir. Kontrol grubundaki öğrencilerin cevapları dinamik bir yapı sergilememiştir.

Sınavın son sorusu geometrik cisimler için gerek ve yeter şartları belirleyebilme ve gerek ve yeter şart bilgileri arasındaki farkı kavrayabilmeyi gerektiren sorudur. Daha önceki sorular üzerinde yapılan görüşmelerde küp-kare dik prizma ve dikdörtgenler prizması cisimleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade eden deney ve kontrol grubundaki öğrenciler bu soru üzerinde de doğru açıklamalar yaparak bu cisimler arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Mülakatlarda bu cisimleri birbirinden

ayrı cisimler olarak gören ve bu cisimler arasında bir ilişki kuramayan öğrenciler UGAT sonuçlarına göre 2. düzeyde olan deney ve kontrol grubu öğrencileridir. Küp, kare dik prizma ve dikdörtgenler prizması cisimleri arasındaki ilişkiyi doğru tespit eden deney ve kontrol grubu öğrencilerinin açıklamaları arasında çok belirgin bir fark bulunmamakla birlikte deney grubundaki öğrencilerin önceki sorularda olduğu gibi bu cisimlerin birbirleriyle olan ilişkilerini dinamik bir çerçevede açıklamaları dikkati çekmiştir. Dikdörtgenler prizmasının tabanının kareye dönüştürülmesi ile kare dik prizma, kare dik prizmanın yüksekliğinin tabanın bir kenarı kadar olmasıyla küp elde edilebileceği şeklindeki açıklama deney grubundaki öğrencilerin cisimler arasındaki ilişkiyi dinamik zihinsel süreçler ile ortaya koyduğunu göstermektedir. Sınavın dördüncü düzeyini oluşturan sorular için deney ve kontrol grubu öğrencilerinin açıklamaları arasında dikkati çeken en büyük fark deney grubundaki öğrencilerin açıklamalarında zihinlerinde oluşturdukları dinamik yapıları kullanmalarındadır. Bu durum deney grubundaki öğrencilerin tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini kontrol grubundaki öğrencilere göre daha başarılı bir şekilde yapabilmelerine imkân sağlamıştır.

4.2.3. Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeylerine Genel Bir Bakış

Bu araştırmada öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için UGAT kullanılmıştır. Ayrıca deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerle UGAT soruları üzerine klinik mülakatlar yapılarak öğrencilerin gerçekteki düşünme düzeylerinin ne olduğu kontrol edilmiş ve uzay geometriye yönelik sorulardaki düşünme şekilleri incelenmiştir.

Araştırma sonunda son test olarak uygulanan UGAT sonuçlarına göre deney grubunda birinci düzeyde öğrenci bulunmazken ikinci düzeyde 6, üçüncü düzeyde 23 ve en üst düzey olan dördüncü düzeyde ise 7 öğrenci çıkmıştır. Kontrol grubunun son test UGAT sonuçları incelendiğinde birinci düzeyde sadece bir öğrenci bulunurken, ikinci düzeyde 17, üçüncü düzeyde 13 ve en üst düzey olan dördüncü düzeyde 7 öğrenci olduğu görülmüştür.

Araştırma sonunda deney ve kontrol grubundan UGAT sonuçlarına göre 3B düşünme düzeylerinden 2, 3 ve 4. düzeylerinde olan öğrencilerden rastgele belirlenen 2'şer öğrenciyle mülakatlar yapılmıştır. Deney ve kontrol grubundan seçilen öğrencilerle yapılan klinik mülakatların bir amacı, öğrencilerin klinik mülakatlardaki 3B düşünme düzeyleriyle UGAT sonuçlarına göre çıkan 3B düşünme düzeylerini karşılaştırarak bir anlamda sınavın

3B düşünme düzeylerini belirlemede ne derecede yeterli olduğunu belirlemektir. Belirlenen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlarda, sadece kontrol grubundaki bir öğrencinin sınavda çıkan düzeyi ile klinik mülakat neticesinde çıkan düzeyi arasında bir fark çıkmıştır. UGAT sonuçlarına göre 4. düzeyde olan kontrol grubu öğrencisi Deniz ile yapılan klinik mülakatta Deniz'in 3B düşünme düzeyinin 3. düzey olduğunu ortaya çıkarmıştır. Deniz dışındaki diğer öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri UGAT sonuçlarına göre çıkan düşünme düzeyleriyle örtüşmüştür. Bu durum UGAT'ın öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemede yeterince güçlü bir sınav olduğunu göstermektedir. Her ne kadar UGAT, Van Hiele Geometri Anlama Düzeyleri Sınavı'ndaki sorular gibi sadece çoktan seçmeli sorulardan oluşmamış olsa da öğrencilerin gerçek 3B düşünme düzeylerini ortaya koymada klinik mülakatlar daha belirleyici olmaktadır. Fuys vd. (1988), klinik mülakatların öğrencilerin geometri düşünme düzeylerini tespit etmede çoktan seçmeli sınavlara göre daha etkili bir yöntem olduğunu iddia etmişlerdir.

Öğrencilerle yapılan klinik mülakatların diğer bir amacı da deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre nasıl düşünme farklılıkları sergileyebildiğini ortaya koymaktır. Yapılan klinik mülakatlar neticesinde deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre düşünme süreçlerinde daha çok dinamik zihinsel yapılar kullandıkları görülmüştür. Deney grubundaki öğrenciler cisimlerin özellikleriyle ilgili düşünme süreçlerinde cisimlere ait bir özelliğin değiştirilmesi durumunda mevcut yapının bundan nasıl etkileneceğini kontrol grubundaki öğrencilere nazaran daha kolay tespit edebilmişlerdir. Ayrıca deney grubundaki öğrenciler cisimleri tanımlarken cisimlerin yüzey şekillerinden ziyade özelliklerine vurgu yaptığı, cisimlere ait özellikleri ifade etmede daha çok dinamik zihinsel yapılar kullandıkları görülmüştür. Örneğin silindiri dikdörtgenin bir kenarı etrafında 360^0 döndürülmesi ile oluşan cisim şeklindeki tanımlamaları deney grubundaki öğrencilerin cisimleri salt yüzey şekillerini göz önünde bulundurarak tanımlamadıklarını göstermektedir.

İki grup arasında ortaya çıkan düşünme farklılıklarında birisi de geometrik cisimlerle ilgili verilen durumlardan mantıksal çıkarımlar yapma konusundadır. Deney grubundaki öğrenciler verilen durumlardan mantıksal çıkarımda bulunurlarken akıl yürütmeleri daha çok dinamik zihinsel şemaları kullanmaya dayalı olduğundan cisimlere ait özelliklerin değişmesi durumunda cisimleri nasıl etkileyeceğini daha başarılı bir şekilde ifade etmelerini sağladığı görülmüştür.

Deney grubunda kontrol grubundakinden farklı olarak görülen bir diğer düşünme farklılığı da deney grubundaki öğrencilerin cisimlerin açık ve kapalı formları üzerinde daha kolay ve başarılı işlemler yapabilmeleridir. Bu durum deney grubu öğrencilerinin küpün açık görünümüne ait çizimlerinde kendini göstermiştir. Ayrıca küpün açık görünümünde yüzeylerin numaralandırılması sonrasında küpün kapalı formuna dönüştürülmesi sonucunda yüzeyler arasındaki ilişkileri ve yüzeyler üzerindeki rakamların nasıl konumlandığını deney grubundaki öğrenciler daha kolay bir şekilde yapabilmişlerdir. Bu sonuç deney grubunda 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle işlenen derslerin kontrol grubunda geleneksel yöntemle yürütülen derslere göre öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde daha anlamlı bir gelişme sağlanmasıyla açıklanabilir.

4.3. Öğrencilerin 3B Cisimleri Çizebilme Becerileriyle İlgili Tartışma

Güzel çizim yapabilme becerisi doğuştan gelen bir yetenek olmakla birlikte alınan eğitimle geliştirilebilir bir beceridir. Öğrenciler okul hayatları boyunca aldıkları sanat (resim) ve geometri derslerinde geometrik nesnelere şekillerini çizmeyi gerektiren bir dizi çizim etkinliği yaparlar. Bu çizim etkinlikleri örtük bir şekilde öğrencilerin çizim yapma becerilerini geliştirir. Düzlemsel çizimler yapmak öğrenciler için ilk okul yıllarında onları zorlayıcı çalışmalardır. İlerleyen yıllarda öğrencilerin birçoğu çok başarılı bir şekilde olmasa da geometrik nesnelere ait düzgün çizimler sergileyebilmektedirler.

3B cisimlerin düzlemsel görünümünü çizme çoğu zaman güç bir iştir. Çizimlerin gerçek durumu yansıtması birçok tekniği ustalıklarla kullanmayı gerektirir. Bununla birlikte 3B bir cismin kusursuz sayılabilecek 2B düzlemsel gösterimi bile ya yanlış algılamalara sebep olabilmekte ya da çizimin statikliğinden dolayı cismin tüm yüzeyleri hakkında bilgi vermede yetersiz kalabilmektedir. Mitchelmore (1980) ilk ve ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerin 3B cisimleri çizme becerileri üzerinde yaptığı çalışma sonunda öğrencilerin 3B cisimlere yönelik yaptığı çizimlerin gelişimsel aşamalarını dört grupta sınıflamış ve bu düzeylerin karakteristik özelliklerini belirlemiştir.

Bu araştırmada ortaöğretim düzeyinde okutulan uzay geometri derslerinin öğrencilerin 3B cisimlerin 2B görünümünü çizebilme becerileri deneysel bir yaklaşımla incelenmiştir. Deney grubunda daha çok 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak yürütülen dersler ile kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen derslerin öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini çizebilme becerileri

üzerindeki etkileri incelenmeye çalışılmıştır. Bu kapsamda araştırmaya başlanmadan önce deney ve kontrol gruplarında 3B cisimlerin çizimlerini gerektiren çizim etkinliği uygulanmıştır. Ön çizim etkinliği olarak deney ve kontrol gruplarında uygulanan bu çizim sınavı araştırmanın sonunda her iki grupta da son çizim etkinliği olarak tekrar yapılmıştır. Öğrencilerin çizimlerini değerlendirmek için hazırlanan rubriğe göre her bir öğrenciye çizim etkinliklerinde 20 puan üzerinden bir puan verilmiştir. Öğrencilerin ön ve son çizim etkinliklerinde yaptıkları çizimler puanlanarak çizim puanları üzerinde nicel olarak yapılan analizlerin yanı sıra örnek olarak bazı öğrencilerin çizimleri karşılaştırmaları bir biçimde betimsel olarak da analiz edilmiştir. Ön çizim etkinliğinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin çizimleri hazırlanan rubriğe göre puanlanarak deney ve kontrol grubu öğrencilerinin çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için öğrencilerin ön çizim puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t testi sonucu araştırmanın başında iki grubun çizim puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir ($t=.49$ $p>.05$). Bu sonuç araştırmanın başında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin çizim becerilerinin birbirine denk olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Deney grubunda dersler başlamadan önce yapılan çizim etkinliğinde öğrencilerin büyük bir kısmı 3B cisimlere ait şekilleri düzgün sayılabilecek tarzda çizmişken bir kısmının 3B cisimlere ait çizimlerinin 2B düzlemsel çizimler olduğu görülmüştür. 3B cisimlerin çizimlerini 2B yapan öğrencilerin çizimlerinde cisimlere üçüncü boyut hissi kazandıracak derinlik kavramını gösteren bir çizim bulunmamaktadır. Mitchelmore (1980) bu şekilde çizimlerinde birkaç yüzeyi göstermesine rağmen çizimleri 2B olan öğrencilerin çizimlerinin gelişimsel aşamalardan ikincisi olan uzay şematik düzeyinde olduğunu ifade etmiştir. Deney grubunda araştırma başında yapılan çizim etkinliğinde 3B geometrik cisimlere ait çizimlerde öğrencilerin birçoğu başarılı olmuşken diğer çizim etkinliklerinde (cisimlerin birer düzlemle kesilmesi sonucu geriye kalan parçanın nasıl görüneceği ve kapalı cisimlerin açık görünümünün nasıl olacağı) 3B cisimlerin çizimlerindeki kadar başarılı olmadıkları görülmüştür. Cisimlerin birer düzlemle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların nasıl görüneceğine yönelik çizimlerde öğrencilerin en çok zorlandığı çizim kare piramidin kesilmiş haldeki görünümünü çizmek olmuştur. Birçok öğrenci bu duruma ait çizimi yapmamış ya da hatalı çizimler yapmışken kare prizmanın düzlemle kesilmiş görünümünü çizmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Bu türden çizimler yapma gelişmiş uzamsal becerilere sahip olmayı gerektirmektedir. Cisimler üzerinde yapılan

değişikliğin onların görünümelerini nasıl etkileyeceğini göz önünde canlandırmak o duruma ait çizimi yapmak için bir ön koşuldur.

Kapalı halde verilen cisimlerin açık görünümüne ait çizimler yapmayı gerektiren çizim etkinliğinin üçüncü bölümünde öğrencilerin araştırmanın başında başarılı bir şekilde sergileyebildiği çizim, kesik haldeki dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne ait çizimdir. Deney grubundaki öğrencilerin büyük bir çoğunluğu kesik dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne yönelik çizimi doğru bir şekilde yapmışken küpün bir düzlemle kesilmiş halde verilen kapalı görünümünün açık halini çizmede başarılı olamamışlardır. Kapalı cisimlerin açık görünümünü çizme de iyi gelişmiş uzamsal beceriler gerektirmektedir.

Kontrol grubunda da dersler başlamadan önce yapılan çizim etkinliğinde öğrencilerin daha başarılı olduğu bölüm, 3B cisimlerin görünümüne ait çizimler yapmayı gerektiren birinci bölümdür. Kontrol grubundaki öğrencilerin büyük bir çoğunluğu kendilerine gösterilen 3B cisimlerin düzlemsel görünümünü başarılı bir şekilde çizmişlerdir. Bununla birlikte araştırmanın başındaki çizim etkinliğinde öğrencilerin 3B cisimlere ait yaptığı çizimlerden bir kısmı 2B görünüme sahiptir. Bu çizimlerde de deney grubundaki öğrencilerin çizimlerinde olduğu gibi 2B çizimlerde derinlik kavramını vurgulayan bir ayrıntı bulunmamaktadır. Çizim etkinliğinin ikinci bölümünde yer alan cisimlerin birer düzlemle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların nasıl bir görünüme sahip olacağına yönelik çizimlerde öğrencilerin birçoğu tıpkı deney grubundaki gibi hatalı çizimler yapmış ya da verilen durumu resmedici bir çizim yapmamıştır. Öğrencilerin çizimlerinin hatalı olduğu ya da en çok boş bıraktıkları çizim yine deney grubunda olduğu gibi kare piramidin kesilmesi sonucu oluşacak cismi çizmeyi gerektiren çizim etkinliğidir. Bununla birlikte kontrol grubunda da öğrencilerin büyük bir çoğunluğu cisimlerin açık görünümünü çizmelerinin gerektiği üçüncü bölümde en çok doğru yaptığı çizim kesik olarak verilen dikdörtgenler prizmasının açık görünümüne yönelik çizimdir. Ancak yine deney grubunda olduğu gibi kontrol grubundaki öğrencilerin çok büyük bir kısmı kesik halde verilen küpün açık görünümüne yönelik çizimi ya boş bırakmışlar ya da hatalı çizimler yapmışlardır. Bu tür çizimler yapma salt çizim becerisi gerektirmenin dışında gelişmiş uzamsal becerilere sahip olmayı da gerektirmektedir.

Deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak işlenen dersler sonrasında öğrencilere araştırmanın başında uygulanan çizim etkinliği tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin araştırmanın sonundaki çizimleri de hazırlanan rubriğe

göre puanlanarak öğrencilerin ön çizim ve son çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını ortaya koymak için verilere ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi, deney grubu öğrencilerinin çizim puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak 0.01 düzeyinde son test lehine anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur ($t = -12.59$ $p < .01$). Bu durum deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimler kullanılarak işlenen derslerin öğrencilerin çizim becerileri üzerinde etkili olduğunu göstermektedir.

Kontrol grubunda geleneksel bir şekilde işlenen dersler sonrasında da öğrencilere araştırmanın başında yaptırılan çizim etkinliği tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin araştırma sonundaki çizimleri rubriğe göre puanlanarak ön çizim ile son çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için verilere ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi sonucu kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim ve son çizim puanları arasında son çizim lehinde anlamlı bir fark olduğunu söylemiştir ($t = -23.72$ $p < .01$). Bu sonuç kontrol grubunda geleneksel bir şekilde yürütülen derslerin öğrencilerin çizim becerisi üzerinde pozitif bir etki oluşturduğu şeklinde değerlendirilebilir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön ve son çizim etkinliğindeki yaptıkları çizimler karşılaştırmalı incelendiğinde hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin 3B cisimlere ait yaptıkları çizimler son çizim etkinliğinde cisimlerin gerçeklerini yansıtmaya açısından daha başarılı örneklerdir. Bununla birlikte özellikle deney grubu öğrencilerinin çizim etkinliğinin ikinci ve üçüncü bölümlerindeki çizim performansları kontrol grubundaki öğrencilere nazaran biraz daha iyi olduğu görülmüştür. Çizim etkinliğinin ikinci ve üçüncü bölümleri göz önünde canlandırma becerisini daha fazla kullanmayı gerektiren çizim etkinlikleri içermektedir. Deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre uzamsal becerilerinin öğrenme ortamından dolayı daha fazla gelişmiş olması onların bu bölümlere yönelik çizimlerini daha gerçekçi çizimlerini sağlamıştır.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son çizim etkinliğindeki çizim performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için öğrencilerin ön çizim puanlarını ortak değişken olarak daha ileri bir analiz tekniği olan kovaryans analizi yapılmıştır. Ön çizim puanları ortak değişken kabul edilerek yapılan kovaryans analizi grupların son çizim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur [$F_{(1-70)} = .665$, $p > .05$]. Başka bir ifade ile deney grubu için oluşturulan öğrenme

ortamı öğrencilerin 3B çizim yapma becerisi üzerinde etkili olmamıştır. Kontrol grubundaki öğrenciler geleneksel yolla işledikleri derslerde deney grubundaki öğrencilere göre daha fazla çizim yapmalarına rağmen 3B çizim becerilerinde deney grubu öğrencilerine göre daha fazla bir gelişme olmadığını ANCOVA sonuçları göstermiştir. Buradan görsel manipulatifler kullanılarak işlenen derslerin öğrencilerin çizim becerileri üzerinde geleneksel yöntemde sıklıkla kullanılan çizim yapma etkinlikleri kadar etkili olduğu sonucu çıkartılabilir.

4.4. Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Yapma Becerisi Arasındaki İlişkilere Yönelik Tartışma

Araştırmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için PSV testi kullanılmıştır. PSV testi birçok araştırmacının uzamsal görselleştirme becerisini ölçmede kullandığı bir test olmakla birlikte farklı araştırmacılar tarafından farklı zamanlarda testin güvenilirliği test edilmiş ve bu testin uzamsal görselleştirme becerisinin ölçümünde kullanılabilir bir test olduğu ortaya konulmuştur (Guay, 1980; Battista, Wheatley ve Talsma, 1982; Baartmans ve Sorby, 1996). 3B düşünme düzeyleri, van Hiele teorisini temel alan Guillen (1996)'in öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini karakterize ettiği çalışması göz önünde bulundurularak hazırlanan UGAT ile belirlenmiştir. Testin güvenilirliği için yapılan analiz sonucunda testin Cronbach alpha güvenirlik katsayısı .80 olarak bulunmuştur. Güvenirlik katsayısı için bulunan bu değer testin oldukça güvenilir olduğunu ve öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemede kullanılabileceğini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar sonucunda çıkan 3B düşünme düzeyleri ile UGAT sonuçlarına göre çıkan düzeyleri arasında çok az bir fark olması UGAT'ın öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemede ne derece etkili olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin çizim becerilerini ölçmede çizim etkinliği kullanılmıştır. Çizim etkinliği üç bölümden oluşan ve her bölümde farklı türde çizimler yapmayı gerektiren bir etkinliktir. Temelinde 3B cisimlerin 2B görünümünü ve cisimlerin açık görünümünü çizmeyi gerektiren çizim etkinliğinin değerlendirilmesi için hazırlanan rubrikle öğrencilerin çizimleri puanlanmıştır.

Araştırmada, üç değişkenin kendi aralarında ikişerli olarak ilişkilerine kısmi korelasyon ile bakılmıştır. Büyüköztürk (2006), iki değişken arasındaki ilişkinin, sadece bu iki değişkenden kaynaklanabileceği gibi bu değişkenlerle ilişkili olan başka değişkenlerden

de kaynaklanabildiğini belirtmiştir. Kısmi korelasyon, iki değişken arasındaki ilişkiyi, bu değişkenlerle ilişkili olan bir ya da birkaç tane değişkeni kontrol ederek hesaplanmasını sağlar. Araştırmadaki üç değişkenden ikisinin birbiri arasındaki ilişkisi incelenirken üçüncü değişkeni kontrol değişkeni olarak alınmıştır.

Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasındaki ilişki incelenirken 3B çizim becerisi kontrol değişkeni alınarak kısmi korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Korelasyon katsayısı $r=.209$ ve anlamlılık düzeyi $p=.05$ çıkmıştır. Bu değişkenlerden birinin diğeri üzerinde ne derece etkili olduğunu bulmak için determinasyon katsayısı ($r^2=0,04$) hesaplanmıştır. Determinasyon katsayısı, öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini açıklamada uzamsal görselleştirmenin yaklaşık %4'lük bir etkisinin olduğunu söylemektedir.

Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasındaki ilişki incelenirken öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri kontrol değişkeni olarak alınmış ve iki değişken arasındaki ilişkiye kısmi korelasyon katsayısı hesaplanarak bakılmıştır. Korelasyon katsayısı $r=.326$ çıkmıştır. Korelasyon katsayısının anlamlılık düzeyi yine $p=.05$ 'tir. Bu iki değişkenden birinde gözlenen değişkenliğin ne kadarının diğere değişken tarafından açıklandığını yorumlamak için determinasyon katsayısı hesaplanmıştır. Determinasyon katsayısı ($r^2=0,11$), öğrencilerin 3B çizim yapabilme becerilerini açıklamada uzamsal görselleştirmenin %11'lik bir etkisinin olduğunu söylemektedir.

3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme arasındaki ilişki incelenirken uzamsal görselleştirme becerisi kontrol değişkeni olarak alınmış ve düşünme düzeyi ile çizim yapma arasındaki kısmi korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Bu iki değişken arasındaki korelasyon katsayısı $r=.035$ olarak bulunmuştur. Korelasyon analizi sonucuna göre bu iki değişken arasındaki ilişkinin anlamlı olup olmadığına bakıldığında ortaya çıkan bu ilişkinin .05 anlam düzeyinde anlamlı olmadığı görülmüştür. Bu durum 3B düşünme düzeyi yüksek olan bir öğrencinin 3B çizim yapabilme becerisinin de yüksek olmasını gerektirmeyeceği şeklinde yorumlanmıştır. Zaten bu iki değişken için determinasyon katsayısına bakıldığında ($r^2=0,001$) 3B düşünme düzeyini açıklamada 3B çizim yapabilmenin %0,1'lik bir etkisi olduğu görülmektedir.

Literatürde korelasyon katsayısının büyüklüğünün yorumlanmasında farklı değerlendirmeler bulunmaktadır. Bu farklı yorumlardaki ortak nokta, korelasyon katsayısının +1 olması durumunda iki değişken arasında pozitif yönde mükemmel bir ilişki olduğu, -1 olması durumunda ise iki değişken arasında negatif yönde mükemmel bir ilişki

olduğudur. Korelasyon katsayısının 0 olması, iki değişken arasında bir ilişki olmadığını göstermektedir. Büyüköztürk (2006), korelasyon katsayısının büyüklüğünün 0.00-0.30 arasında olmasının iki değişken arasında düşük düzeyde bir ilişki olduğu, 0.30-0.70 arasında olmasının iki değişken arasında orta düzeyde bir ilişki olduğu ve 0.70-1.00 arasında olmasının iki değişken arasında yüksek düzeyde bir ilişki olduğu şeklinde yorumlanabileceğini ifade etmiştir. Cohen ve Manion (1994)'a göre ise korelasyon katsayısının büyüklüğünü yorumlamada aşağıdaki aralıklar kullanılabilir:

0.19 ve altı: Çok düşük

0.20-0.39: Düşük

0.40-0.69: Orta

0.70-0.89: Yüksek

0.90-1.00: Çok yüksek

Büyüköztürk (2006)'ün korelasyon katsayısının büyüklüğü için yorumu göz önünde bulundurulduğunda; uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi ve 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme arasında düşük düzeyde bir ilişki, uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapabilme arasında da orta düzeyde bir ilişki bulunmaktadır. Korelasyon katsayısı için daha küçük aralıklar vererek daha hassas bir tespitte bulunmak için Cohen ve Manion (1994)'un önerdiği aralıklar göz önünde bulundurulduğunda uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi ve uzamsal görselleştirme ile 3B çizim yapabilme arasında düşük düzeyde bir ilişki, 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme arasında çok düşük düzeyde bir ilişki bulunmaktadır.

5. SONUÇLAR

Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizibilme becerilerinin deneysel bir yaklaşımla incelendiği bu araştırma da bu üç değişken arasındaki ilişkiler de incelenmiştir. Yarı deneysel olarak tasarlanan bu çalışmada deney grubu 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin etkin bir şekilde kullanıldığı bir öğrenme ortamında uzay geometri derslerini almışken, kontrol grubu dersleri geleneksel yöntemle işlemiştir.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için birçok araştırmacı tarafından sıklıkla kullanılan ve uzamsal görselleştirme becerisini ölçmede önerilen PSV testi kullanılmıştır. Öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemek için araştırmacı tarafından bir test geliştirilmiş ve araştırmanın başında ve araştırmanın sonunda öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri bu test ile ölçülmüştür. Testin oluşturulmasında Guillen (1996) tarafından öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinin karakterize edildiği çalışmada yer alan düşünme düzeyleri ve van Hiele geometri anlama sınavı göz önünde bulundurulmuştur. Öğrencilerin 3B düşünme düzeyleriyle ilgili ayrıca klinik mülakatlar yapılmıştır. Araştırmada klinik mülakat tekniğini kullanmanın iki amacı vardır. Bunlardan ilki öğrencilerin 3B düzeylerini belirlemek için hazırlanmış sınavdaki düzeyleri ile klinik mülakatlarda çıkan düzeylerini karşılaştırarak sınavın öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemede ne ölçüde başarılı olduğu ortaya koymaktır. Klinik mülakat tekniğini kullanmanın diğer amacı ise deney grubu için oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin düşünme biçimlerinde ne tür değişiklikler oluşturduğunu belirlemektir. Öğrencilerin 3B cisimleri çizibilme becerileri ise araştırmacı tarafından literatür desteğiyle hazırlanmış Çizim Etkinliği ile ölçülmeye çalışılmıştır. Çizim etkinliği oluşturulurken Mitchelmore'un (1980) yaptığı çalışma göz önünde bulundurulmuştur. Farklı öğrenme ortamlarında uzay geometri derslerini alan öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B cisimleri çizibilme becerileri arasındaki ilişkiye korelasyon analiziyle bakılarak bu üç değişken arasındaki ilişki ortaya konulmaya çalışılmıştır. Çalışmanın amacına yönelik deney ve kontrol grubunda yürütülen uygulamalardan elde edilen bulgular bir önceki bölümde literatür ve kendi içinde tartışılmıştır. Bu bölümde araştırma sonunda varılan sonuçlar araştırma problemleri başlıkları altında sunulmaktadır.

5.1. 3B DGY Cabri 3D ve Şeffaf Geometrik Cisimler Kullanılarak Yürütülen Uzak Geometri Dersleri Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerini Geliştirmiştir.

Araştırmanın başında rastgele yöntemle belirlenen deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında istatistiksel anlamda bir fark olup olmadığını belirlemek için her iki gruba da PSV testi ön test olarak uygulanmıştır. Test sonuçları araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığını ortaya koymuştur.

Deney grubundaki öğrenciler uzak geometriye yönelik derslerini bilgisayar laboratuvarında 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleri ile donatılmış bir öğrenme ortamında almışlardır. Öğrenciler ikişerli gruplar halinde çalışma yapraklarındaki yönergeleri takip ederek kimi zaman 3B DGY Cabri 3D'yi kimi zamanda şeffaf geometrik cisim modellerini kullanarak dersleri işlemişlerdir. Araştırmanın sonunda deney grubuna son test olarak uygulanan PSV testi sonuçları ile ön test sonuçları için yapılan analiz deney grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı ölçüde bir ilerleme olduğunu göstermiştir. Başka bir ifadeyle deney grubu için oluşturulan öğrenme ortamı (3B şeffaf geometrik cisim modelleri ve 3B DGY Cabri 3D ile zenginleştirilen öğrenme ortamı) öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede etkili olmuştur.

Yarı deneysel yöntemle yürütülen bu çalışmada kontrol grubundaki öğrenciler uzak geometri derslerini kendi sınıflarında geleneksel yöntemle almışlardır. Geleneksel yöntemle aldıkları uzak geometri derslerinin kontrol grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde anlamlı bir etki oluşturup oluşturmadığını belirlemek için araştırmanın sonunda PSV testi kontrol grubuna son test olarak uygulanmıştır. Ön ve son test sonuçları için yapılan istatistik kontrol grubundaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde son test lehinde anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur. Başka bir ifadeyle kontrol grubunda geleneksel yöntemle işlenen dersler de öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmede etkili olmuştur.

Araştırmanın sonunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerileri arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için grupların ön test sonuçları kontrol altında tutularak son test sonuçlarına ANCOVA analizi yapılmıştır. ANCOVA sonuçları deney ve kontrol gruplarının son test puanları arasında deney grubu lehinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir. Bu sonuç bize deney

grubunda yürütülen derslerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişiminde daha etkili olduğunu söyler.

PSV testinin bütünü için yapılan analizler her bir alt bölümü içinde yapılmıştır. PSV testinin Oluşturma bölümüne yönelik yapılan analizlere göre elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- ✓ Araştırmanın başında, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim oluşturma becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Diğer bir ifadeyle araştırmanın başında iki gruptaki öğrencilerin cisim oluşturma becerileri birbirine denk değildir.
- ✓ Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında uzay geometri derslerini alan öğrencilerin araştırmanın sonundaki cisim oluşturma becerilerinde çalışmanın başlangıcındakine göre anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Bu sonuç, deney grubunda yürütülen derslerin öğrencilerin cisim oluşturma becerilerinde bir gelişme sağladığını göstermektedir.
- ✓ Kontrol grubunda herhangi bir deneysel müdahale yapılmaksızın, geleneksel yöntemle uzay geometri derslerini alan öğrencilerin araştırmanın sonundaki cisim oluşturma becerilerinde çalışmanın başındakine göre anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Başka bir ifadeyle geleneksel yöntemle yürütülen dersler de öğrencilerin cisim oluşturma becerilerinde bir gelişme sağlamıştır.
- ✓ Araştırma sonunda, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerinin cisim oluşturma becerileri arasında deney grubu lehinde bir fark ortaya çıkmıştır. Diğer bir ifadeyle ANCOVA sonuçları, deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerle yürütülen derslerin öğrencilerin cisim oluşturma becerilerinin gelişmesinde daha etkili olduğunu göstermektedir.

Cisim oluşturma bölümüne yönelik yapılan istatistiklere göre deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimler kullanılarak işlenen derslerin öğrencilerin açık görünüşleri verilen cisimlerin kapalı hallerinin nasıl bir cisim olacağını tahmin etme becerileri üzerinde etkili olmuştur. Bu etki derslerde şeffaf geometrik cisim modellerinin kullanımının yanı sıra özellikle 3B DGY Cabri 3D yazılımından kaynaklanmaktadır. Çünkü yazılım kapalı cisimlerin açık görünüşlerinin ve açık görünümü verilen bir cismin kapalı şeklinin nasıl olacağını gösteren bir özelliğe sahiptir. Yazılımın bu özelliğini öğrencilerin derslerde kullanmaları, iki grup arasında fark oluşturan bu gelişmeyi açıklar niteliktedir.

PSV testinin cisimlerin belirli bir yönde belirli açılarla döndürülmüş durumlarının nasıl görüneceğini tespit etmeyi gerektiren Döndürme bölümüne yönelik yapılan analizlere göre elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- ✓ Araştırma başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisim döndürme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Bu sonuç, araştırmanın başlangıcında her iki gruptaki öğrencilerin cisimleri zihinde döndürme becerilerinin birbirine denk olduğunu göstermektedir.
- ✓ Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında uzay geometri derslerini alan öğrencilerin araştırmanın sonundaki cisimleri zihinde döndürme becerilerinde çalışmanın başındakine göre anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Diğer bir ifadeyle deney grubunda yürütülen dersler, öğrencilerin cisimleri zihinde döndürme becerilerinde bir ilerleme sağlamıştır.
- ✓ Kontrol grubunda geleneksel yöntemle uzay geometri derslerini alan öğrencilerin araştırmanın sonundaki cisim döndürme becerilerinde çalışmanın başındakine göre anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Bu sonuç, kontrol grubunda geleneksel yöntemle yürütülen uzay geometri derslerinin de öğrencilerin cisim döndürme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir.
- ✓ Araştırma sonunda deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cisim döndürme becerileri arasında deney grubu lehinde bir fark ortaya çıkmıştır. Başka bir ifadeyle ANCOVA sonuçları, deney grubunda 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerle yürütülen derslerin öğrencilerin cisim döndürme becerilerinin gelişmesinde daha etkili olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin cisim döndürme becerileri üzerinde her ne kadar kontrol grubunda geleneksel yöntemle işlenen geometri dersleri bir gelişme sağlamış olsa da deney ve kontrol gruplarının son testleri için yapılan ANCOVA analizi göz önünde bulundurulduğunda, deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin cisim döndürme becerilerini geliştirme de anlamlı bir fark oluşturduğu görülmektedir. Bu durum deney grubunda işlenen derslerde öğrencilerin Cabri 3D ekranında kendilerinin oluşturdukları standart olmayan 3B cisimleri, yazılımın sağ tuş özelliği yardımıyla döndürerek cisimlerin nasıl birer görünüme sahip olacağına yönelik etkinlikleri bol miktarda yapmalarından kaynaklanmıştır. Ayrıca öğrencilerin şeffaf geometrik cisimleri ellerinde birer manipulatif olarak kullanmaları ve bu cisimleri ellerinde döndürerek cisimlerin döndürülmüş

şekillerinin nasıl bir görünüme sahip olduğunu görme imkânı bulmaları bu becerilerinin gelişmesine katkı sağlamıştır.

PSV testinin cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl görünüme sahip olacaklarını tespit etmeyi gerektiren Bakış bölümüne yönelik yapılan analizlerden elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- ✓ Araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl görünüme sahip olacaklarını tespit etmeyi gerektiren becerileri arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Bu sonuç, çalışmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu becerilerinin birbirine denk olduğunu gösterir.
- ✓ Deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamında uzay geometri derslerini alan öğrencilerin araştırmanın sonundaki cisimlerin farklı bakış açılarından nasıl görüneceğini tahmin etme becerilerinde çalışmanın başındakine göre anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Bu sonuç, deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin cisimlere belirli bir açıyla bakıldığında nasıl görünüme sahip olacaklarını tespit etmeyi gerektiren becerilerini geliştirdiğini göstermektedir.
- ✓ Kontrol grubunda geleneksel yöntemle uzay geometri derslerini alan öğrencilerin araştırmanın sonundaki cisimlerin farklı bakış açılarından nasıl görüneceğini tahmin etme becerilerinde araştırmanın başındakine göre anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Bu sonuç, geleneksel yöntemle işlenen uzay geometri derslerinin öğrencilerin cisim görünümünü farklı bakış açılarından tahmin etme becerilerini geliştirmede etkili olmadığını göstermektedir.
- ✓ Her ne kadar öğrencilerin cisimlerin farklı bakış açılarından nasıl görüneceğini tahmin etme becerilerinde deney grubunda bir ilerleme olup, kontrol grubunda bir ilerleme olmasa da ANCOVA sonuçları grupların son test puanları arasında deney grubu lehinde bir fark olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç, deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin cisimlerin farklı bakış açılarından nasıl görüneceğini tahmin etme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir.

Cisimlere belirli bakış açılarından bakıldığında nasıl görüneceğini tahmin etme becerilerinde deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında araştırma başında bir fark bulunmazken sadece deney grubundaki öğrencilerin araştırma başı ile araştırma sonundaki

bu becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Kontrol grubunda geleneksel bir şekilde işlenen dersler öğrencilerin bu becerilerini geliştirmede etkili olmamıştır. Deney grubundaki öğrencilerin bu becerilerinin gelişmesini sağlayan yine deney grubu için tasarlanan öğrenme ortamıdır. Deney grubunda kullanılan Cabri 3D yazılımı ekranında cisimlere istenilen bakış açılarından bakıldığında cisimlerin nasıl görünümlere sahip olacağını gösteren bir özelliğe sahiptir. Öğrencilerin yazılımın bu özelliğini derslerde sıklıkla kullanmaları onların bu becerilerinin gelişmesini sağlamıştır.

5.2. 3B DGY Cabri 3D ve Şeffaf Geometrik Cisimler Kullanılarak Yürütülen Uzak Geometri Dersleri Öğrencilerin 3B Düşünme Düzeylerini Geliştirmede Fark Oluşturmamıştır.

NCTM (2000) raporunda, geometri öğretiminin 3B geometri çalışmaları içermesi gerektiğini vurgulamıştır. Öğrencilerin 2B geometri derslerini görürken geometri anlama düzeylerinin ilerlemesinde olduğu gibi geometri derslerinin 3B uzak geometriyi içermesi, onların 3B geometriye yönelik düşünme seviyelerinde de bir gelişme sağlayacaktır. Uzak geometri öğretiminde 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanımının öğrencilerin 3B geometri düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini belirlemek için araştırmanın başında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere UGAT uygulanarak öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Ön test sınav sonuçlarına yapılan bağımsız t testi analizi, iki grubun araştırma başında 3B düşünme düzeyleri arasında bir fark olmadığını göstermiştir. Bu sonuç çalışmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin 3B düşünme düzeylerinin birbirine denk olduğunu göstermektedir. Araştırmanın amaçlarından birisi 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı bir öğrenme ortamının öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde anlamlı bir fark oluşturup oluşturmayacağını tespit etmektir. Bu amaçla araştırma başında deney ve kontrol grubundaki öğrencilere uygulanan UGAT, araştırma sonunda son test olarak tekrar uygulanmıştır.

Deney grubunun ön ve son test verilerine yapılan ilişkili örneklemeler için bağımlı t testi sonuçları son test lehinde anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç, 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak yürütülen uzak geometri derslerinin öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağladığını göstermektedir. Araştırmanın başındakine göre öğrencilerin 3B düşünme düzeylerindeki gelişim, alınan uzak geometri ders içeriğinden kaynaklandığı gibi bu derslerde kullanılan materyaller

öğrencilerin daha anlamlı öğrenmeler oluşturmalarına olanak sağlamıştır. Yapılan klinik mülakatlarda deney grubundaki öğrencilerin uzaysal durumları açıklarken ders içinde kullanılan materyallerle ilişkili örneklendirmeler yapmaları bu durumu destekler niteliktedir.

Kontrol grubunun ön ve son test verilerine yapılan ilişkili örneklemeler için bağımlı t testi sonuçları öğrencilerin ön ve son testleri arasında son test lehinde anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç öğrencilerin 3B geometri düşünmelerinde geleneksel yönteminde etkili olduğunu göstermektedir. Bu durum van Hiele düzeylerinde olduğu gibi öğrencilerin düşünme düzeyinin alınan eğitimle doğrudan ilişkili olduğunu destekler niteliktedir.

Araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin 3B düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir fark olmadığını ön test verileri için yapılan bağımsız t testi ortaya koymuştu. Araştırma sonunda iki grubun düşünme düzeyleri arasında bir fark olup olmadığını belirlemek için grupların ön test verileri ortak değişken olarak alınarak son test verilerine ANCOVA analizi yapılmıştır. ANCOVA sonuçları, 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubundaki öğrencilerin UGAT son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını söylemiştir. Bu sonuç, deney grubunda yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri üzerinde kontrol grubuna göre fark oluşturmadığını göstermektedir. Buradan bilgisayar yazılımı ve somut materyallerle zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrencilerin 3B geometrik düşünme düzeylerine etki etmediği sonucuna ulaşılır.

Çalışma kapsamında UGAT'ın öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini tespit etmede ne derece etkin olduğunu belirlemek için deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştı. UGAT sonuçlarına göre 2, 3 ve 4. düzeylerde görünen deney ve kontrol grubu öğrencileriyle yapılan mülakatlarda sadece bir öğrencinin klinik mülakattaki 3B düzeyi ile UGAT sonuçlarına göre çıkan düzeyi örtüşmemiştir. UGAT sonuçlarına göre 4. düzeyde olan öğrencinin aslında 3B düşünme düzeylerinden 3. düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Toplamda 12 öğrenciyle yapılan klinik mülakatlardaki öğrencilerin 3B düşünme düzeyleri ile UGAT sonuçlarına göre tespit edilen 3B düşünme düzeyleri karşılaştırmalı olarak ele alındığında, UGAT'ın öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini belirlemede oldukça etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Araştırmada klinik mülakat kullanmanın ikinci bir amacı da deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilerden ne tür düşünme farklılıkları sergilediklerini ortaya koymaktı. Deney ve kontrol grubundan belirlenen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlarda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre ortaya çıkan düşünme farklılıkları aşağıdaki gibidir:

- ✓ Deney grubundaki öğrenciler cisimlerin açık görünümünü resmetmede daha başarılı olmuşlardır. Özellikle küpün açık görünümünde yüzeylerin numaralandırılması sonrasında küpün kapatılması sonucu yüzeylerin karşılığında hangi numaralı yüzlerin olacağını ve rakamların yüzey üzerindeki konumlarının nasıl olacağını daha kolay ve doğru bir şekilde tespit etmişlerdir. Bu durum, 3B DGY ve 3B şeffaf geometrik cisim modellerinin öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerilerini daha çok geliştirdiği sonucuyla paralellik gösterir.
- ✓ Deney grubundaki öğrencilerin cisim tanımları sadece yüzey şekillerine bağlı değildir. Tanımlarında cisimlerin özelliklerini ve bazı cisimlerin oluşumlarını da kullanmaktadırlar. Örneğin silindirin, dikdörtgenin bir kenarı etrafında 360^0 döndürülmesi sonucu oluşan cisim gibi tanımlar öğrencilerin cisim tanımlarında sadece yüzey şekillerine odaklanmadıklarını göstermiştir.
- ✓ Deney grubundaki öğrenciler düşünme süreçlerinde daha çok dinamik zihinsel şemalar kullanmaktadırlar. Dikdörtgenler prizması, kare dik prizma ve küp arasındaki ilişkiyi bu cisimlerin birbirlerine nasıl dönüştürüleceğine yönelik açıklamalarında öğrenciler dinamik yapılar kullanmışlardır. Ayrıca 3B verilen bir konfigürasyonun parçalarından birinin değiştirilmesi durumunda mevcut yapının bundan nasıl etkileneceğine yönelik tespitleri deney grubundaki öğrenciler daha kolay tespit ettikleri görülmüştür.
- ✓ Deney grubundaki öğrencilerin düşünme süreçleri daha çok dinamik zihinsel yapılar içerdiklerinden uzaysal verilere yönelik daha doğru mantıksal çıkarımlar yapabilmişlerdir. Deney grubunda rastlanan bütün bu düşünme farklılıkları aslında bu gruptaki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin daha fazla gelişmiş olmasından kaynaklanmaktadır.

5.3. 3B DGY Cabri 3D ve Şeffaf Geometrik Cisimler Kullanılarak Yürütülen Uzak Geometri Dersleri Öğrencilerin 3B Çizim Becerilerini Geliştirmede Fark Oluşturmamıştır.

3B cisimlerin 2B düzlemsel görünümünü çizmek çoğu zaman güç bir iştir. Düzgün çizim yapabilme becerisi doğuştan gelen bir yetenek olmakla birlikte bu alanda alınan eğitimle geliştirilebilir bir beceridir. Ortaöğretim düzeyinde okutulan uzak geometri dersinin öğrencilerin 3B cisimleri çizme becerileri üzerindeki etkisinin deneysel yöntemle incelendiği bu çalışmada çalışmanın başında deney ve kontrol gruplarında çizim etkinliği yapılmıştır. Ön çizim etkinliğine uygulanan bağımsız t testi analizi araştırmanın başında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin çizim becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur. Araştırma öncesinde deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin çizimleri betimsel olarak incelendiğinde, genel olarak öğrencilerin 3B cisimlere ait yaptıkları çizimlerin çizim etkinliğinin diğer bölümlerindeki çizimlere göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Bununla birlikte araştırmanın başında her iki gruptaki öğrencilerin bir kısmı 3B cisimlerin görünümünü, daha çok düzlemsel çizmişlerdir. Bu sonuçlar, araştırmanın başında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin Mitchelmore tarafından karakterize edilen çizim düzeylerinden düzlem şematik aşamasında olduklarını göstermektedir. Mitchelmore, bu aşamadaki öğrencilerin 3B cisimlerin görünümünü çizerlerken birden fazla yüzeyi çizimlerinde göstermelerine rağmen çizimlerin doğru ve düzgün oranlara sahip olmadığını ifade etmiştir. Araştırmanın başında her iki gruptaki öğrencilerin yaptıkları çizimlerin betimsel analiz edilmesiyle elde edilen bir diğer sonuç da en çok güçlük çekilen etkinliğin, cisimlerin birer düzlemle kesilmesi sonucu geriye kalan parçaların nasıl görüneceğine ve kesik halde verilen küpün açık görünümünün nasıl bir görünümü olacağına yönelik olan çizim etkinlikleridir.

Deney grubunda 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak işlenen dersler sonrasında tekrar uygulanan çizim etkinliğindeki öğrencilerin çizimleri hazırlanan rubriğe göre puanlandıktan sonra ön çizim becerileri ve son çizim becerileri arasında bir fark olup olmadığına verilere ilişkili örneklem için t testi uygulanmıştır. T testi sonucuna göre, öğrencilerinin çizim puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak 0.05 düzeyinde son test lehine anlamlı bir fark olduğunu ortaya çıkmıştır. Bu sonuç, deney grubunda yürütülen uzak geometri derslerinin öğrencilerin 3B çizim yapma becerilerinde bir gelişme sağladığını göstermektedir. Deney grubundaki öğrencilerin ön ve son çizimlerinin karşılaştırmalı olarak yapılan betimsel analizi, genel olarak son çizim

etkinliğindeki 3B cisimlerin çizimlerin daha düzgün olduğu ortaya koymuştur. Ayrıca ön çizim etkinliğinde öğrencilerin çizmede zorlandıkları (boş bıraktıkları ya da hatalı çizimler yaptıkları) çizim etkinliğinin ikinci ve üçüncü bölümüne yönelik çizimlerinde yine son çizim etkinliğinde öğrenciler daha başarılı olmuşlardır. Bu başarı öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin araştırmanın başındakine göre daha gelişmiş olmasından kaynaklanmaktadır.

Kontrol grubundaki öğrenciler uzay geometri derslerini geleneksel yöntemle almışlardır. Derslerin bitimiyle birlikte kontrol grubundaki öğrencilere tekrar uygulanan çizim etkinliğindeki öğrencilerin çizimleri değerlendirme rubriğine göre puanlanarak ön çizim ve son çizim puanları arasında bir fark olup olmadığına ilişkin örneklem için t testi analiziyle bakılmıştır. T testi analizi, kontrol grubundaki öğrencilerin ön çizim ve son çizim puanları arasında son çizim lehinde anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç, kontrol grubunda geleneksel yöntemle işlenen derslerin, öğrencilerin 3B çizim yapma becerileri üzerinde pozitif etki oluşturduğunu göstermektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin ön ve son çizimlerinin betimsel analizi, son çizim etkinliğindeki çizimlerin daha düzgün ve orantılı olduğu ortaya koymuştur. Ayrıca kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son çizimlerinin betimsel analizi, araştırmanın başında öğrencilerin birçoğunun hatalı çizim yaptığı ya da boş bıraktığı çizim etkinliğinin ikinci ve üçüncü bölümüne yönelik çizimlerinde araştırmanın sonunda daha başarılı olduklarını ortaya koymuştur.

Araştırmanın sonunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin çizim becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için grupların ön çizim puanları kontrol altına alınarak son çizim puanlarına ANCOVA analizi yapılmıştır. ANCOVA sonuçları grupların son çizim puanları arasında 0.05 anlam düzeyinde anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir. Bu sonuç deney grubunda yürütülen uzay geometri derslerinin öğrencilerin 3B çizim yapma becerileri üzerinde anlamlı bir fark oluşturmadığı anlamına gelmektedir. Her ne kadar deney grubundaki öğrenciler derslerin işlenişleri sırasında kontrol grubundaki öğrenciler kadar 3B cisimlere ait çizimler yapmamış olsalar da 3B çizim yapma becerileri kontrol grubundaki öğrenciler kadar gelişmiştir.

5.4. Uzamsal Görselleştirme Becerisi, 3B Düşünme Düzeyi ve 3B Çizim Becerisi Arasındaki İlişkiler

Bu araştırmanın bağımlı değişkenleri uzamsal görselleştirme becerisi, 3B düşünme düzeyi ve 3B çizim yapabilme becerisidir. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini

ölçmek için Guay tarafından 1976 yılında geliştirilen PSV testi kullanılmış, 3B düşünme düzeyleri çalışma kapsamında geliştirilen UGAT ile belirlenmiş ve 3B çizim becerileri yine çalışma kapsamında oluşturulan çizim etkinliğindeki öğrencilerin çizim performansları ile ölçülmüştür. Bu üç değişken arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığına kısmi korelasyon analiziyle bakılmıştır. Korelasyon analizi sonuçlarına göre uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B düşünme düzeyi arasında düşük düzeyde ($r=.209$) ancak anlamlı bir ilişki bulunmaktadır. Bu iki değişken için hesaplanan determinasyon katsayısı ($r^2 \cong 0,04$), öğrencilerin 3B düşünme düzeylerini açıklamada uzamsal görselleştirmenin yaklaşık %4'lük bir etkisinin olduğunu göstermiştir.

Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi arasındaki ilişkiyi belirlemek için yapılan korelasyon analizi sonucunda korelasyon katsayısı $r=.326$ çıkmıştır. Korelasyon katsayısının değeri bu iki değişken arasında orta düzeyde ve 0.05 anlam düzeyinde anlamlı bir ilişki olduğunu ifade etmektedir. Uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B çizim yapma becerisi için hesaplanan determinasyon katsayısı ($r^2=0,11$), öğrencilerin 3B çizim yapabilme becerilerini açıklamada uzamsal görselleştirmenin %11'lik bir etkisinin olduğunu söylemektedir.

3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasındaki ilişkiyi belirlemek için yapılan korelasyon analizi sonucunda korelasyon katsayısı $r=.035$ olarak bulunmuştur. Korelasyon katsayısının büyüklüğü, 3B düşünme düzeyi ile 3B çizim yapabilme becerisi arasında oldukça zayıf bir ilişki olduğunu göstermektedir. Korelasyon analizi sonucunda bu iki değişken arasındaki ilişkinin anlamlı olup olmadığına bakıldığında bu ilişkinin .05 anlam düzeyinde anlamlı olmadığı ortaya çıkmıştır.

6. ÖNERİLER

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B çizim yapma becerilerini geliştirmeye yönelik yürütülen bu çalışmada deney grubundaki öğrenciler uzay geometri derslerini 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerle zenginleştirilmiş öğrenme ortamında almışlardır. Araştırma sonunda bu tür bir öğrenme ortamlarının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B çizim yapma becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu bölümde elde edilen sonuçlar ışığında önerilerde bulunulmuştur.

6.1. Çalışmanın Sonuçlarıyla İlgili Öneriler

Baki (2006), geometri temel alanın amacını düzlemde ve 3B uzayda geometrik nesnelerin özelliklerini tanıma, aralarındaki ilişkileri bulma, geometrik yeri tanımlama, dönüşümleri açıklama ve ifade etme, geometrik önermeleri kanıtlama olarak ifade etmiştir. Burada sıralanan becerilerin hepsi 2B geometride olduğu kadar 3B geometri için de geçerlidir. NCTM 2000 yılındaki raporunda, geometri öğretiminin 3B geometri çalışmaları içermesi ve öğrencilere problem çözerlerken uzamsal becerilerini kullanma fırsatı sağlanmasını önermiştir. Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak yürütülen derslerin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı gelişmeler sağladığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte geleneksel öğrenme ortamında işlenen derslerin de öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde bir gelişme oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ancak deney grubunda yapılan uygulamalar geleneksel yöntemlere göre öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişmesinde daha etkili olmuştur. Bu yüzden öğretmenlerin 3B geometri öğretimi sırasında öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişmesini sağlayan özellikle 3B DGY ve somut materyalleri derslerinde daha sıklıkla kullanmaları önerilmektedir.

Geleneksel öğretim yönteminin vazgeçilmezleri arasında olan tahta, tebeşir, kâğıt kalem gibi materyaller uzaysal durumları resmetmede yeterli olamamakla birlikte çoğu zaman yapılan çizimlerin statikliği öğrencilerde farklı algılara sebep olabilmektedir. Bu

gibi durumlarda gösterilmek istenen uzaysal konfigürasyonları öğrencilerin göz önünde canlandırmalarını güçleştirmektedir. Somut materyaller bir nebze olsun 3B cisimlerle ilgili durumları canlandırmada kolaylık sağlasa da bu cisimlerin katı yapıları, üzerlerinde istenilen manipülasyonları yapmayı kısıtlamaktadır. Halbuki, 3B DGY Cabri 3D' de istenilen uzaysal durumlar bilgisayar ekranında kolay bir şekilde oluşturulabilmekte, oluşturulan durumların farklı açılardan görünümünün nasıl olacağı kolay bir şekilde görüntülenebilmektedir. Yazılım aracılığıyla ekranda oluşturulan yapıların üzerinde çeşitli oynamalar yaparak bu işlemlerin yapıyı nasıl etkilediği, değişen ve değişmeyen özelliklerin neler olduğunu kolay bir şekilde belirlenebilmektedir. Bu çalışmaların hepsi öğrencilerin uzaysal durumları göz önünde canlandırmalarını kolaylaştırarak onların uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişmesine büyük fırsatlar sağlamaktadır. Daha önce yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlara paralel olarak DGY ve somut materyal kullanma uzamsal görselleştirme becerisini geliştirmekte ve bu gelişim özellikle göz önünde canlandırmanın güç olduğu uzay geometri derslerinin öğretimini kolaylaştırmaktadır.

Araştırma sonuçlarına göre deney grubunda yürütülen uygulamalar öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde bir ilerleme sağlamıştır. Bu ilerleme sadece 3B DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamında ders gören deney grubu öğrencilerinde değil aynı zamanda geleneksel yolla uzay geometri derslerini alan öğrencilerde de gerçekleşmiştir. Bununla birlikte öğrencilerle yapılan klinik mülakatlardan elde edilen sonuçlar deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre 3B cisimlerin uzaysal konfigürasyonları üzerinde işlemleri daha kolay yapabildikleri, cisim tanımlamaları sadece cisimlerin yüzey şekillerine bağlı olmadığı, daha çok dinamik zihinsel yapılar kullanarak akıl yürütme yoluyla daha doğru mantıksal çıkarımlar yapabildiklerini göstermiştir. Uzayın geometrisinin öğretiminde 3B DGY ve somut materyallerin kullanımı uzaysal durumları göz önünde canlandırmayı kolaylaştırarak öğrencilerin geometri düşünme stillerinde değişiklik oluşturması öğrencilerin daha yaratıcı olmaları ve kendi geometri bilgilerini oluşturmalarında inanılmaz fırsatlar sunmaktadır. Bu yüzden öğretmenlere uzay geometri derslerinde öğrencilerinin 3B DGY ve somut materyalleri kullanacakları ortamlar tasarımları önerilmektedir.

Öğrencilerin daha aktif olduğu bu çalışmada deney grubundaki gibi oluşturulan öğrenme ortamları öğrencilerin derse karşı ilgisini de artırarak her bir öğrenciye kendi öğrenme hızına uygun bir ortam sağlamaktadır. Farklı gelişmişlik seviyelerinde olan

öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ve 3B düşünme düzeylerini daha üst seviyelere yükseltmede öğrencilere bireysel öğrenme ortamları sağlaması, öğrencilerin bireysel farklılıklarını dikkate alarak onlara kendi bilgilerini artırma, becerilerini geliştirme fırsatı sağlamaktadır. Dolayısıyla uzay geometri derslerinde özellikle 3B DGY ve somut materyallerin kullanılması önerilmektedir.

Deney grubunda 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak işlenen dersler öğrencilerin 3B cisimleri çizme becerilerini geliştirmiştir. Bu gelişme sadece deney grubunda gerçekleşmemiş aynı zamanda kontrol grubunda da ortaya çıkmıştır. Her ne kadar deney grubundaki öğrenciler kontrol grubundaki öğrencilere göre derslerde 3B cisimlere yönelik çizimleri daha az yapmış olsalar da iki grubun çizim becerileri arasında araştırma sonunda bir fark çıkmamıştır. Bu durum deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişmesinde daha etkili olmasıyla açıklanmıştır. Araştırmanın sonuçları uzamsal görselleştirme becerisi ile 3B cisimleri çizebilme becerisi arasında pozitif yönlü ve anlamlı bir ilişki olduğunu göstermiştir. Buradan hareketle öğrencilerin 3B çizim becerilerini geliştirmede onlara uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirebilecekleri ortamlar sağlamak çizim becerilerinin gelişmesine yardımcı olmaktadır. Dolayısıyla derslerde öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirecek etkinlikler yapmak öğrencilerin hem 3B düşünme düzeylerinde hem de çizim becerilerinde bir ilerleme sağlayacaktır.

Uzaysal durumları bir düzleme çizme çoğu zaman güç ve gerçek durumu çizimde yansıtmada yeterince başarılı olamadığından öğrenciler bu tür çizimleri yapma konusunda isteksiz olmaktadır. Bu tutumun öğrencilerde oluşmasının temelinde bu çizimleri gerçekçi yapmak için gerekli uzamsal görselleştirme becerisinin yeterli gelişmişlik düzeyinde olmamasına dayanmaktadır. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirebilecekleri bir ortam sağlamak onların hem 3B düşünme düzeylerinde hem de 3B çizim yapma becerilerinde bir gelişmeyi de beraberinde getirmektedir. Bu yüzden uzay geometriye yönelik dersler için öğrencilere mevcut bilgi ve becerilerini kullanabilecekleri ve bunları geliştirebilecekleri öğrenme ortamlarının tasarımında 3B DGY ve somut materyallerden faydalanmaları önerilmektedir.

Ülkemizde matematik programlarının yeniden yapılandırma sürecine girildiği bu yıllarda geometri öğretim programlarında da değişiklikler yapılmış ve hala yapılmaktadır. Uzayın geometrisine yönelik geometri programı henüz yayınlanmamış olmakla birlikte bu program hayata geçirildikten sonra da üzerinde bir takım revizyonlar yapılması

gerekecektir. Uzay geometri programının hazırlanması ve revize edilmesi sürecinde ilgili kurum ve kişilere bu süreçte uzay geometri derslerinde 3B DGY ve somut materyallerin etkin ve sık bir şekilde kullanmayı gerektiren bir program hazırlamaları önerilmektedir. Bununla birlikte programın uygulayıcıları olan öğretmenler için bu dersin öğretimi sırasında kullanabilecekleri DGY ve somut manipulatifler hakkında bilgi veren hizmet için eğitimler düzenlenmesi önerilmektedir. Ayrıca öğretmen yetiştiren eğitim fakültelerinde okutulan *Matematik Öğretiminde Bilgisayar Kullanımı* dersi kapsamında 3B DGY yazılımlarının kullanımı öğretme yaygınlaştırılarak bu fakültelerden mezun olarak öğretmenlik hayatına başlayacak öğretmen adaylarının bu konudaki yeterlilikleri sağlanmalıdır.

6.2. Benzer Çalışmalar Yapacak Araştırmacılar İçin Öneriler

Bu çalışmada 3B DGY ve şeffaf geometrik cisim modelleri kullanılarak işlenen uzay geometri derslerinin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi, 3B düşünme düzeyleri ve 3B çizim yapma becerisi üzerindeki etkileri yarı deneysel bir yaklaşımla incelenmiştir. Araştırma bir öğretmenin iki farklı sınıfında uzay geometri derslerini farklı öğrenme ortamlarında ve farklı yöntemlerle işlemesiyle yürütülmüştür. Benzer bir çalışma daha fazla öğretmen tarafından yürütülerek bu şekilde işlenen derslerde yaşanan güçlükleri tespit etmek için yapılarak ortaya çıkan sorunlara çözüm önerileri getirmesi açısından gerçekleştirilebilir.

Bu araştırmada oluşturulan öğrenme ortamı daha çok bilişsel açıdan değerlendirilmiştir. Benzer bir çalışma yürütecek araştırmacı 3B DGY ve somut materyallerin etkin bir şekilde kullanıldığı öğrenme ortamının öğrencilerin geometri başarıları üzerindeki etkisini inceleyebilir. Hatta gelecek araştırmalarda 3B DGY ve somut materyallerin ayrı ayrı öğrencilerin geometri başarıları, 3B düşünme düzeyleri, uzamsal görselleştirme becerileri ve 3B çizim becerileri üzerindeki etkileri incelenebilir. Bu araştırmada öğrenme ortamının cinsiyet faktörü üzerindeki etkileri incelenmemiştir. Özellikle uzamsal yetenekle ilişkili literatürde uzamsal becerileri geliştirmeye yönelik yapılan çalışmalarda cinsiyet karşılaştırmasının çokça yapıldığı görülmektedir. Benzer çalışma yapacak araştırmacılar cinsiyet faktörünü de dahil edebilirler.

Yukarıda da ifade edildiği gibi bu araştırmada öğrenciler bilişsel açıdan incelenmiştir. 3B DGY ve somut materyallerle donatılmış öğrenme ortamlarının

öğrencilerin derse karşı tutumlarında nasıl etkiler oluşturacağı sonraki araştırmaların konusu olabilir.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisi, 3B düşünme düzeyleri ve 3B çizim yapma becerilerinin incelendiği bu araştırma uzay geometri dersi kapsamında yürütülmüştür. Bu ders uzay geometri (uzay aksiyomları, uzayda doğru ve düzlemlerin birbirlerine göre durumları), dik iz düşüm ve katı cisimlerin alan ve hacimleri ünitelerinden oluşmaktadır. Gelecek araştırmaların konusu farklı geometrilere (uzayın analitiği ve Euclid dışı geometriler gibi) bu türden materyaller kullanımının benzer değişkenlerin öğrenciler üzerindeki etkileri olabilir.

7. KAYNAKLAR

- Accascina, G. ve Rogora, E., 2006. Using Cabri3D Diagrams for Teaching Geometry, International Journal for Technology in Mathematics Education, Volume 13, No 1.
- Anderson, D., Frankel, J., Marks, J., Agarwala, A., Beardsley, P., Hodgins, J., Leigh, D., Ryall, K., Sullivan, E. ve Yedida, J., 2000. Tangible Interaction Graphical Interpretation: A New Approach to 3D Modeling. ACM. SIGGRAPH, 393 - 402.
- Baartmans, B. J. ve Sorby, S. A., 1996. Introduction to 3-D Spatial Visualization. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Baki, A., 2001. Bilişim Teknolojisi Işığında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi, Milli Eğitim Dergisi, Sayı 149.
- Baki, A., 2008. Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi, Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A., Kösa, T. ve Karakuş, F., 2008. Uzay Geometri Öğretiminde 3D Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımı: Öğretmen Görüşleri. In A. Kuzu (Ed.), 8th International Educational Technology Conference (s.82–86). Eskişehir, Türkiye: Nobel Press.
- Baki, A., Kösa, T. ve Güven, B., 2011. A Comparative Study of the Effects of Using Dynamic Geometry Software and Physical Manipulatives on the Spatial Visualisation Skills of Pre-service Mathematics Teachers. British Journal of Educational Technology, 42(2), 291-310.
- Bako, M., 2003. Different Projecting Methods in Teaching Spatial Geometry. Web: http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG7/TG7_Bako_cerme3.pdf adresinden 10.04.2007 tarihinde alınmıştır.
- Barakat, M. K., 1951. A Factorial Study of Mathematical Abilities. British Journal of Psychology, 4, 137-156.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H. ve Talsma, G., 1982. The Importance of Spatial Visualization and Cognitive Development for Geometry Learning in Pre-service Elementary Teachers. Journal for Research in Mathematics Education, 13(5), 332-340.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H. ve Talsma, G., 1989. Spatial Visualization, Formal Reasoning and Geometric Problem Solving Strategies of Pre-Service Elementary Teachers, Focus on Learning Problems in Mathematics, 11 (Fall 1989), 17-30.
- Battista, M. T., 1990. Spatial Visualization and Gender Differences in High School Geometry. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 21, No. 1., 47-60.

- Battista, M. T. ve Clements, D. H., 1996. Students' Understanding of Three-dimensional Rectangular Arrays of Cubes. Journal for Research in Mathematics Education, 27(3), 258-292.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. ve Houang, R. T., 1988. The Effects of Instruction on Spatial Visualization of Middle Boys and Girls. American Educational Research Journal, 25(1),51-71.
- Bennie, K. ve Smit, S., 1999. "Spatial sense": Translating Curriculum Innovation in to Classroom Practice. Proceedings of the Fifth Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa, 1, 22-29. Web: <http://academic.sun.ac.za/mathed/Malati/Files/Geometry992.pdf> adresinden 21.06.2010 tarihinde alınmıştır.
- Berthelot, R. ve Salin, M. H., 1998. The Role of Pupils' Spatial Knowledge in the Elementary Teaching of Geometry. (71-78). Eds: C. Mammana ve V. Villani. Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Dordrecht: Kluwer.
- Bertoline, G. R. ve Miller, D. C., 1990. A Visualization and Orthographic Drawing Test Using the Macintosh Computer. Engineering Design Graphics Division Journal, 54(1), 1-7.
- Bishop, J. E., 1980. Developing Students' Spatial Ability. The Science Teacher, 45(8), 20-23.
- Bishop, A. J., 1983. Spatial Abilities and Mathematics Education – A Review. Educational Studies in Mathematics, 11, 257-269.
- Boz, N., 2005. Dynamic Visualization and Software Environments. Turkish Online Journal of Educational Technology, 4(1), 26-32.
- Bulut, S. ve Koroğlu, S., 2000. Onbirinci Sınıf Öğrencilerinin ve Matematik Öğretmen Adaylarının Uzaysal Yeteneklerin İncelenmesi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18, 56-61.
- Burnet, S. A. ve Lane, D. M., 1980. Effects of Academic Instruction on Spatial Visualization. Intelligence, 4(3) 233-242.
- Büyüköztürk, Ş., 2006. Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı, Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Chino, K., Morozumi, T., Arai, H., Ogihara, F., Oguchi, Y. ve Miyazaki, M., 2007. The Effects of "Spatial Geometry Curriculum with 3D DGS" in Lower Secondary School Mathematics. (s.137-144) Eds: Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. ve Seo, D. Y. Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Seoul: PME.
- Choi-Koh, S. S., 1999. A Student's Learning of Geometry Using the Computer. The Journal of Educational Research, 92(5), 301-311.

- Christou, C., Jones, K., Mousoulides, N. ve Pittalis, M., 2006. Developing the 3DMath Dynamic Geometry Software: Theoretical Perspectives on Design. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13, (4), 168-174.
- Clements D. H. ve Battista, M. T., 1992. Geometry and Spatial Reasoning. Eds: D. A. Gruws, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. 420-464. New York: MacMilan.
- Clements, D. H., 1998. Geometric and Spatial Thinking in Young Children. (ERIC Servis No. ED436232).
- Clements, D., 2003. Teaching and Learning Geometry. (s. 151-178), Eds: J. Kilpatrick, W. G. Martin ve D. Schifter (Eds.), A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cohen, L. ve Manion, L., 1994. Research Methods in Education, Fourth Edition, Routledge, London.
- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K., 2007 Research Methods in Education, 6th Edition, Abingdon:Routledge.
- Confrey, J., 1980. Clinical Interviewing: Its Potantial to Reveal Insights in Mathematics Education, Proceeding of the 4th International Conference for Mathematics Education,, 400-408.
- Contero, M., Naya, F., Compnay, P., Saorin, J. K. ve Conesa, J., 2005. Improving Visualization Skills in Engineering Education. *Computer Graphics in Education*, 25(5), 24-31.
- Cooper, M. ve Sweller, J., 1989. Secondary School Students' Representations of Solids. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 202-212.
- Çepni, S., 2005. Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş, 2. Baskı, Üçyol Kültür Merkezi, Trabzon.
- Delialioğlu, Ö. ve Aşkar, P., 1999. Contribution of Students' Mathematical Skills and Spatial Ability in Secondary School Physics. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17, 34-39.
- Dixon, J., 1996. English Language Proficiency and Spatial Visualization in Middle School Students' Construction of the Concepts of Reflection and Rotation used the GSP. Dissertation Abstract International, DAI-A 56111, University of Florida.
- Dreyfus, T., 1991. On the Status of Visual Reasoning in Mathematics and Mathematics Education. (s. 33-48), Eds: F. Furinghetti, Proceedings of the 15th PME Conference, Vol.1.

- Elliot, J. ve Smith, I. M., 1983. An International Dictionary of Spatial Tests. Windsor, United Kingdom: The NFER-Nelson Publishing Company, Ltd.
- Fennema, E. ve Tartre, L. A., 1985. The Use of Spatial Visualization in Mathematics by Girls and Boys. Journal for Research in Mathematics Education, 16(3), 184-206.
- Fuys, D., Geddes D. ve Tischler R., 1988. An Investigation of the Van Hiele Levels of Thinking in Geometry among Adolscents, Journal for Research in Mathematics Education: Monographs No.3, NCTM, Reston.
- Ginsburg, H. P., 1981. The Clinical Interview in Psychological Research on Mathematical Thinking: Aims, Rationales, Techniques, For the Learning of Mathematics 1(3) 4-11.
- Girouard, A., Solovey, E. T., Hirshfield, L. M., Ecott, S., Shaer, O. ve Jacob, R. J. K., 2007. Smart Blocks: A Tangible Mathematical Manipulative. Proceedings of the 1st International Conference on Tangible and Embedded Interaction, 183-186. Web: <http://www.cs.tufts.edu/~jacob/papers/tei07.girouard.pdf> adresinden 10.05.2008 10.06.2008 tarihinde alınmıştır.
- Goldenberg, E., P., 1992. Ruminations about Dynamic Imagery (and a strong plea for research). Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education. NATO Advanced Research Workshop, Oxford.
- Grande, J. D., 1990. Spatial Sense. Arithmetic Teacher, 15, 14-20.
- Guillen, G., 1996. Identification of Van Hiele Levels of Reasoning in Three-Dimensional Geometry. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1, 43-50.
- Gutierrez, A., 1992. Exploring the Links between Van Hiele Levels and 3-Dimensional Geometry, Structural Topology, 18, 31-47.
- Gutierrez, A., Pegg, J. ve Lawrie, C., 2004. Characterization of Students' Reasoning and Proof Abilities in 3-Dimensional Geometry. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, 511-518.
- Guay, R. B. (1980). Spatial Ability Measurement: A Critique and an Alternative. Paper presented at the 1980 Annual Meeting of the American Education Research Association, Boston.
- Güven, B. ve Karataş, İ., 2002. Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Geometri Öğrenme: Öğrenci Görüşleri. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(2), 67-78.
- Güven, B., 2006. Öğretmen Adaylarının Küresel Geometri Anlama Düzeylerinin Karakterize Edilmesi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Güven, B. ve Baki, A., 2007. Dinamik Geometri Yazılımı Cabri 3D'nin Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yetenekleri Üzerine Etkisi. 7th International Educational Technology Conference (IETC 2007), Nicosia.
- Güven, B. ve Kösa, T., 2008. The Effect of Dynamic Geometry Software on Student Mathematics Teachers' Spatial Visualization Skills. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 7(4), 100-107.
- Hannafin, R. D., Burruss, J. D. ve Little, C., 2001. Learning with Dynamic Geometry Programs: Perspectives of Teachers and Learners. The Journal of Educational Research, 94(3), 132-147.
- Harel, G. ve Sowder, L., 1998. Student Proof Schemes Result from Exploratory Studies, (s.234-282) Eds: A. Schoenfeld, J. Kaput ve E. Dubinsky, Research in Collegiate Mathematics III. American Mathematical Society.
- Hartman, N. W. ve Bertoline, G. R., 2005. Spatial Abilities and Virtual Technologies: Examining the Computer Graphics Learning Environment. Proceedings of the Ninth International Conference on Information Visualisation. Web: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=01509193> adresinden 15.03.2009 tarihinde alınmıştır.
- Hazzan, O. ve Goldenberg, E. P., 1997. Students' Understanding of the Notion of Function in Dynamic Geometry Environments, International Journal of Computers for Mathematical Learning, 1, 263-291.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., ve Dormolen, J. V., 1996. Space and Shape. International Handbook of Mathematics Education, 161–204.
- Hoffer, A., 1981. Geometry is More Than Proof, Mathematics Teacher, 74, 11-18.
- Johnson, C.D., 2002. The Effects of the Geometer's Sketchpad on the Van Hiele Levels and Academic of High School Students. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Wayne State University, Detroit, Michigan.
- July, R. A., 2001. Thinking in Three Dimensions: Exploring Students' Geometric Thinking and Spatial Ability with the Geometer's Sketchpad. Yayınlanmamış Doktora Tezi.
- Karaman, T., 2000. The Relationship Between Gender, Spatial Visualization, Spatial Orientation, Flexibility of Closure Abilities and the Performances Related to Plane Geometry Subject of the Sixth Grade Students. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Institute for Graduate Studies in Science and Engineering of Boğaziçi University, İstanbul.
- Kayhan, E. B., 2005. Investigation of High School Students' Spatial Ability. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, ODTU, Ankara.

- Kösa, T., Karakuş, F. ve Çakıroğlu, Ü., 2008. Uzay Geometri Öğretimi için Üç Boyutlu Dinamik Geometri Yazılımı Kullanarak Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi. 8th International Educational Technology Conference (IETC 2008), Eskişehir.
- Kösa, T., 2008. The Effects of Virtual and Physical Manipulatives on Students' Spatial Visualization Skills. 4th YERME Summer School, 232-235. Web: <http://yess4.ktu.edu.tr> adresinden 10.09.2008 tarihinde alınmıştır.
- Kösa, T., Karakuş, F. ve Çekmez, E., 2009. Uzay Geometri Öğretiminde DGY Cabri 3D Kullanımı: Öğretmen Adayları Görüşleri. 3th International Computer & Instructional Technologies Symposium, Trabzon.
- Kösa, T. ve Karakuş, F., 2010. Using Dynamic Geometry Software Cabri 3D for Teaching Analytic Geometry. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2, 1385–1389.
- Kösa, T., 2010. Dik İzdüşümü Ünitesine Yönelik Geliştirilen Çalışma Yapraklarının Uygulanabilirliğinin İncelenmesi. Journal of New world Sciences Academy. 5(3), 820-838.
- Kurt, M., 2002. Görsel-Uzamsal Yeteneklerin Bileşenleri, Klinik Psikiyatri, 5(2), 120-125.
- Lee, W., 2000. The Relationship Between Students' Proof-Writing Ability and Van Hiele Levels of Geometric Thought In A College Geometry Course. Dissertation Abstract Index, 60 (07), 246A.
- Lehrer, R. ve Chazan D., 1998. Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lewis, H. P. ve Livson, N., 1967. Correlates of Developmental Level of Spatial Representation in Children's Drawings. Studies in Art Education, 8(2), 46-55.
- Linn, M. C. ve Petersen, A. C., 1985. Emergence and Characterization of Gender Differences in Spatial Abilities: A Meta-analysis, Child Development, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. F., 1979. Spatial Ability: Individual Differences in Speed and Level (Technical Report No:9). Stanford, CA: Aptitude Research Project, School of Education, Stanford University.
- Lohman, D. F., 1993. Spatial Ability and G. Paper presented at the First Spearman Seminar, University of Plymouth, Plymouth, United Kingdom. Web: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.111.7385&rep=rep1&type=pdf> adresinden 17.06.2010 tarihinde alınmıştır.
- Lord, T. R., 1985. Enhancing the Visuo-spatial Aptitude of Students, Journal of Research in Science Teaching, 22, 395–495.
- Maccoby, E. E. ve Jacklin, C. N., 1974. The Psychology of Sex Differences. Stanford, CA: Stanford University Press.

- Maier P. H., 1996. Developments in Mathematics Education in Germany, Selected papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Regensburg, 69-81.
- McClurg, P., Lee, J., Shavaliar, M. ve Jacobsen, K., 1997. Exploring Children's Spatial Visual Thinking in an Hypergami Environment. (ERIC Servis No. ED408976).
- McGee, M. G., 1979. Human Spatial Abilities: Psychometric Studies and Environmental, Genetic, Hormonal and Neurological Influences. Psychological Bulletin, 86, 889-918.
- MEB, 2010. Ortaöğretim Geometri Dersi 9-10. Sınıflar Öğretim Programı, Ankara.
- Miller, C. L., ve Bertoline, G. R., 1991. Spatial Visualization Research and Theories: Their Importance in the Development of an Engineering and Technical Design Graphics Curriculum Model. Engineering Design Graphics Journal, 55(3), 5-14.
- Mitchelmore, M. C., 1980. Prediction of Developmental Stages in the Representation of Regular Space Figures. Journal for Research in Mathematics Education, 11, 83-92.
- Murray, J. E., 1949. Analysis of Geometric Ability. Journal of Educational Psychology, 40, 118-124.
- NCTM, 1989. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Reston, VA: Author.
- NCTM, 2000. Principles and Standards for School Mathematics, Reston, VA: Author.
- Okagaki, L. R., ve Frensch, P. A., 1996. Effects of Video Game Playing on Measures of Spatial Performance: Gender Effects in Late Adolescents. Eds: P. Greenfield ve R. Cocking, Interacting with video, s.115-140. Norwood, NJ: Ablex Corporation.
- Olkun, S. ve Altun, A., 2003. İlköğretim Öğrencilerinin Bilgisayar Deneyimleri ile Uzamsal Düşünme ve Geometri Başarıları Arasındaki İlişki. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(4), 1-7.
- Olkun, S. 2003. Making Connections: Improving Spatial Abilities with Engineering Drawing Activities. International Journal of Mathematics Teaching and Learning. 14.06.2007 tarihinde <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/sinanolkun.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Pellegrino, J. W, Alderton, D. L. ve Shute, V. J., 1984. Understanding Spatial Ability. Educational Psychologist, 19(3), 239-253.
- Pittalis, M., Mousoulides, N. ve Christou, C., 2007. Spatial Ability As A Predictor of Students' Performance in Geometry. Fifth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME5), 1072-1081.

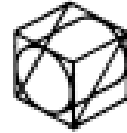
- Pittalis, M. ve Christou, C., 2010. Types of Reasoning in 3D Geometry Thinking and Their Relation with Spatial Ability. Educational Studies in Mathematics, 72(2), 191-212.
- Rafi, A., Samsudin, K. A. ve Ismail, A., 2006. On Improving Spatial Ability Through Computer-Mediated Engineering Drawing Instruction. Educational Technology & Society, 9 (3), 149-159.
- Rafi, A., Samsudin, K. A. ve Said, C. S., 2008. Training in Spatial Visualisation: The Effects of Training Method and Gender. Educational Technology & Society, 11(3), 127-140.
- Rodgers, J. P., 1997. A Constructivist Approach to Instruction for Seventh Graders with GSP: A Study of Students' Geometry Understanding Measured in van Hiele Levels. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Florida International University, Miami.
- Schumann, H., 2004. Computer graphics training of spatial ability with direct manipulation. The 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Web: http://www.emis.de/proceedings/PME28/SO/SO060_Schumann.pdf adresinden 17.07.2009 tarihinde alınmıştır.
- Shawal, M. A., 1999. An Investigation of the Relationship between Spatial Ability and Mathematics Learning for Elementary Yemeni Students. Yayınlanmamış Doktora Tezi, The Florida State University.
- Smith, G., Olkun, S., Gerretson, H., Deryakulu, D., Dogbey, J. ve Erdem, A., 2008. Pre-service Classroom Teachers' Learning of Spatial Skills Through Geometric Transformations – U.S.A and Turkey. (s. 5709-5713) Eds: J. Luca ve E. Weippl, Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications Chesapeake, VA: AACE.
- Smyser, E. M., 1994. The Effects of The Geometric Supposers: Spatial Ability, van Hiele Levels and Achievement. Yayınlanmamış Doktora Tezi, The Ohio State University.
- Stockdale, C. ve Possin, C., 1998. Spatial Relations and Learning. Web: <http://www.newhorizons.org/spneeds/inclusion/teaching/stockdale.html> adresinden 21.06.2009 tarihinde alınmıştır.
- Subrahmanyam, K. ve Greenfield, P. M., 1996. Effects of Video Game Practice on Spatial Skills in Girls and Boys. Eds: P. Greenfield ve R. Cocking, Interacting with video 94 -114. Norwood, NJ: Ablex Corporation.
- Swanson, E. B., 1997. An Explatory Study: Reading and Spatial Visualization Ability as Predictors Success for Technical Drawing. Yayınlanmamış Doktora Tezi. University of Northern Iowa.

- Tall, D. O., 1991. Intuition and Rigour: The Role of Visualization in Calculus. (s. 105-120). Eds: W. Zimmerman ve S. Cunningham, *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. MAA Notes Number 19, Washington DC: Mathematical Association of America.
- Tartre, L. A., 1990. Spatial Orientation Skill and Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 216–229.
- Tillotson, M. L., 1985. The Effect of Instruction in Spatial Visualization on Spatial Abilities and Mathematical Problem Solving. Yayınlanmamış Doktora Tezi. The University of Florida.
- Travis, B. ve Lennon, E., 1997. Spatial Skills and Computer-Enhanced Instruction in Calculus. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16(4), 467-478.
- Turğut, M., 2007. İlköğretim İkinci Kademedeki Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerinin İncelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Doz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- URL-1, <http://www.neurolearning.com/spatial.htm>, Spatial Thinking. 12 Şubat 2011.
- Usiskin, Z., 1982. Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry, Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project, Chicago.
- Ünal, H., 2005. The Influence of Curiosity and Spatial Ability on Pre-service Middle and Secondary Mathematics Teachers' Understanding of Geometry. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Florida State University, UMI Number: 3183118.
- van Garderen, D., 2006. Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496-506.
- Watanabe R., Itoh, Y., Asai, M., Kitamura, Y., Kishino, F. ve Kikuchi, H., 2004. The Soul of ActiveCube – Implementing a Flexible, Multimodal, Three-Dimensional Spatial Tangible Interface. *ACM Computers in Entertainment*, 2(4), 15-15.
- Werthessen, H., 1999. Instruction in Spatial Skills and Its Effect on Self-efficacy and Achievement in Mental Rotation and Spatial Visualization. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Teachers College, Columbia University.
- Wheatley, G. H., 1990. Spatial Sense and Mathematics Learning, *Arithmetic Teacher*, 37(6), 10-11.
- Wolcott, H. (1994). *Transforming qualitative data*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Wrigley, J., 1958. The Factorial Nature of Ability in Elementary Mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 1, 61-78.

- Yıldız, B., 2009. Üç Boyutlu Sanal Ortam ve Somut Materyal Kullanımının Uzamsal Görselleştirme ve Zihinsel Döndürme Becerilerine Etkileri. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Yolcu, B., 2008. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Uzamsal Yeteneklerini Somut Modeller ve Bilgisayar Uygulamaları ile Geliştirme Çalışmaları, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi.
- Yakimanskays, I. S., 1971. The Development of Spatial Concepts and Their Role in the Mastery of Elementary Geometric Knowledge. In J. Kilpatrick & I. Wirszup (Ed.), Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics (Vol5, pp. 145-168). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Yonemoto, S., Yotsumoto, T. ve Taniguchi, R., 2006. A Tangible Interface for Hands-on Learning. Tenth International Conference on Information Visualization, 535-538.
- Zhang, J., 1999. Effects of Geometer's Sketchpad Dynamic Instructional Environment on Ninth Grade Students' Three-dimensional Visualization. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Florida International University, Miami.

8. EKLER

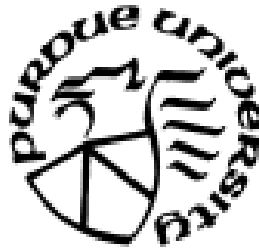
Ek 1.PSV Testi ve Cevap Anahtarı



PURDUE SPATIAL VISUALIZATION TEST

Roland Guay , PhD

Do NOT open this booklet until you are instructed to do so.



© Copyright, Purdue Research Foundation, 1976

Ek 1'in devamı

BÖLÜM 1: OLUŞTURMA

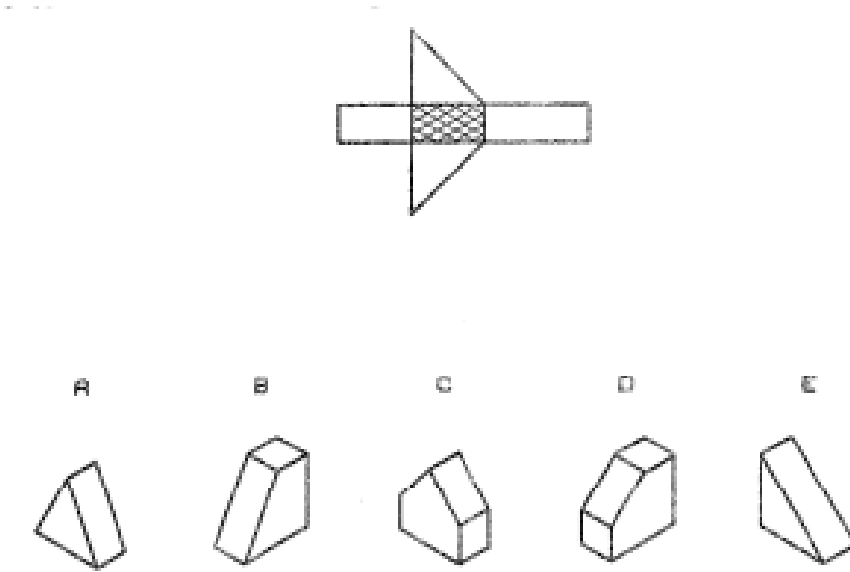
Yönergeler

Bu testin ilk bölümü, açık hali verilen şekillerin üç boyutlu nesnelere dönüştürülmesini ne kadar iyi göz önünde canlandırabildiğinizi görmek için tasarlanmış 12 sorudan oluşmaktadır. Her bir soruda açık hali verilen bir şekil ve 5 adet üç boyutlu görünüm bulunmaktadır. Oluşturma üç boyutlu bir nesnenin yüzeylerinin durumunu göstermektedir. Açık hali verilen şekli oluştururken taralı yüzey, üç boyutlu şeklin tabanını gösterecek şekilde katlanmalıdır.

Bu yüzden;

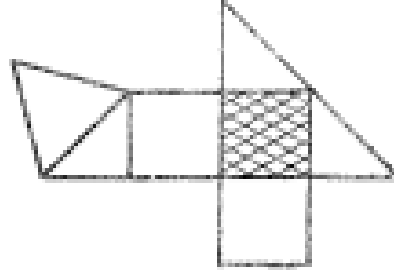
1. Açık şekli taralı yüzeyi tabana gelecek şekilde zihninizde katlayınız.
2. Seçeneklerde verilen 5 görünüm arasından zihninizde oluşturduğunuz şekle benzeyeni işaretleyiniz.

Aşağıda verilen, testin bu bölümündeki sorulara benzer bir örnektir



Yukarıdaki açık hali verilen şeklin taralı yüzeyi tabanda kalacak şekilde oluşturulduğunda üç boyutlu görünümü E seçeneğinde doğru verilmiştir.

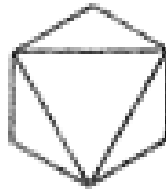
Ek 1'in devamı

1

A



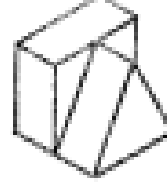
B



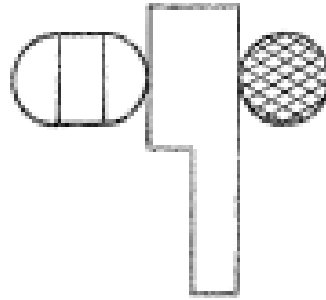
C



D



E

**2**

A



B



C



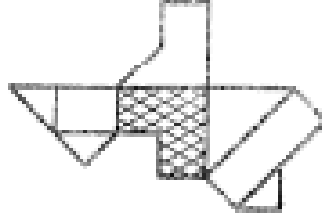
D



E



Ek 1'in devamı

3

A



B



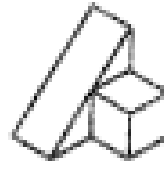
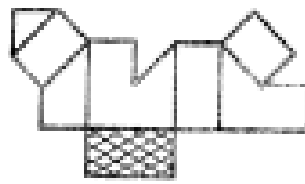
C



D



E

**4**

A



B



C



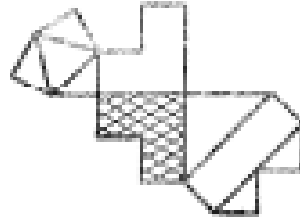
D



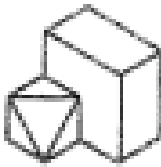
E



Ek 1'in devamı

5

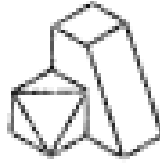
A



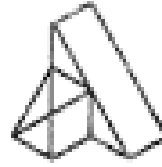
B



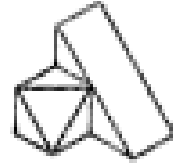
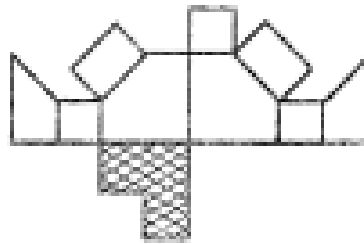
C



D



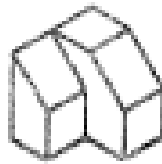
E

**6**

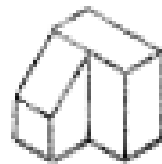
A



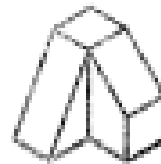
B



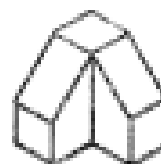
C



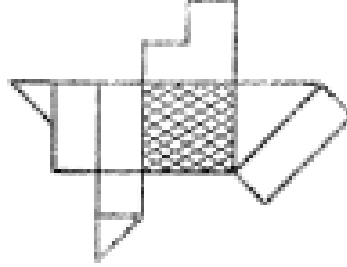
D



E



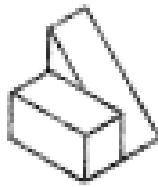
Ek 1'in devamı

7

A



B



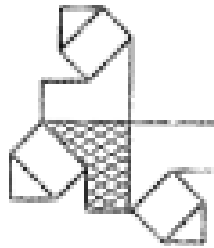
C



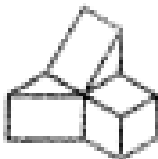
D



E

**8**

A



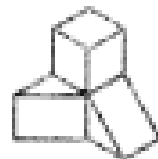
B



C



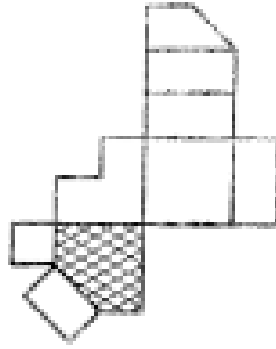
D



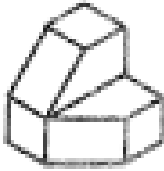
E



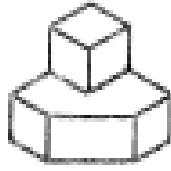
Ek 1'in devamı

9

A



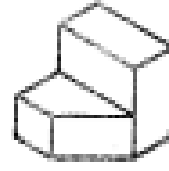
B



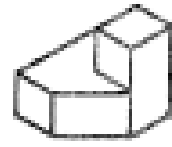
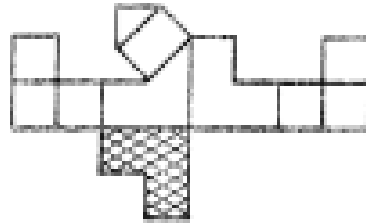
C



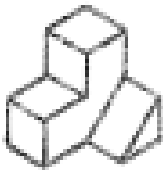
D



E

**10**

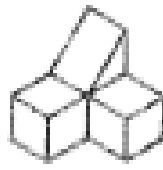
A



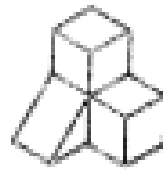
B



C



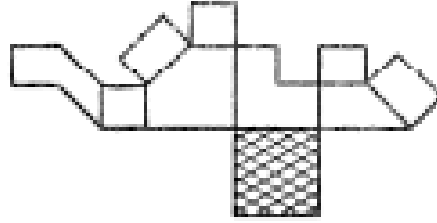
D



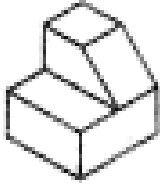
E



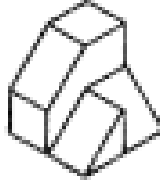
Ek 1'in devamı

11

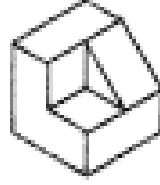
A



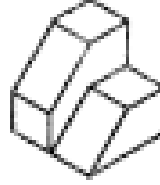
B



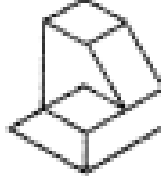
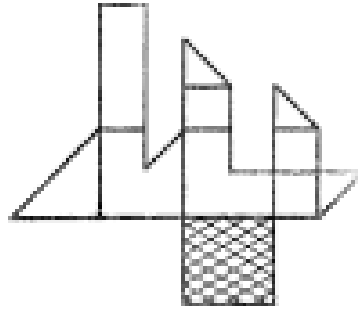
C



D



E

**12**

A



B



C



D



E



Ek 1'in devamı

BÖLÜM 2: DÖNDÜRME

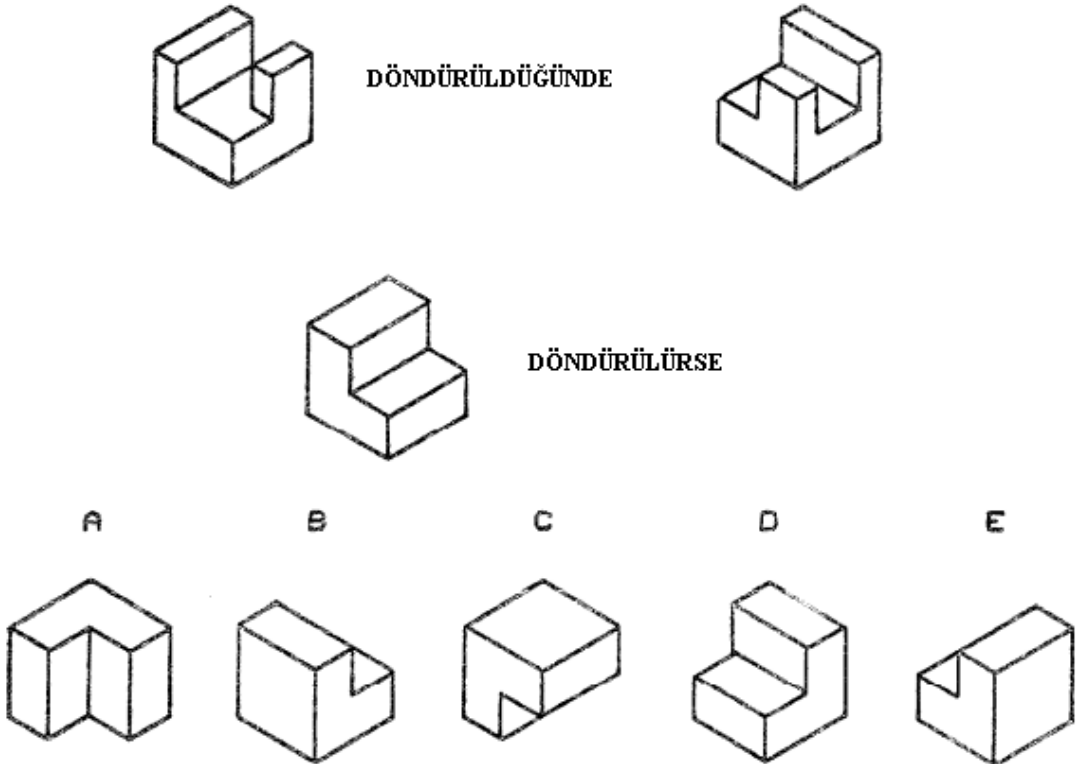
Yönergeler

Bu testin ikinci bölümü, üç boyutlu nesnelerin döndürülmesini ne kadar iyi göz önünde canlandırabildiğinizi görmek için tasarlanmış 12 sorudan oluşmaktadır.

Bu yüzden

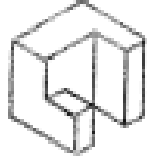
1. İlk verilen şeklin hangi yönde ne kadar döndürüldüğünü bulunuz.
2. İkinci verilen şeklin aynı dönme hareketini yaptığındaki görünümünü zihninizde canlandırınız.
3. Seçeneklerde verilen 5 görünüm arasından zihninizde oluşturduğunuz görünüme benzeyeni işaretleyiniz.

Aşağıda verilen, testin bu bölümündeki sorulara benzer bir örnektir.



A, B, C ve E seçeneklerindeki görünümeler yanlıştır. D seçeneği verilen dönme hareketine göre döndürülmüş görünümdür. Doğru cevap D seçeneğidir.

Ek 1'in devamı

13

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE



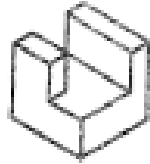
A

B

C

D

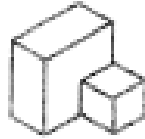
E

**14**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE



A

B

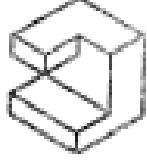
C

D

E



Ek 1'in devamı

15

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E

**16**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

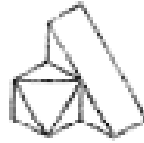
E



Ek 1'in devamı

17

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



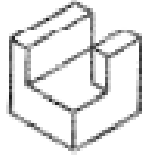
C



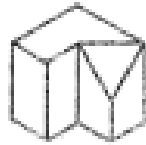
D



E

**18**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE

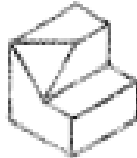


DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



C



D



E



Ek 1'in devamı

19

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E

**20**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E



Ek 1'in devamı

21

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



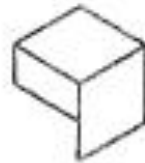
C



D



E

**22**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



C



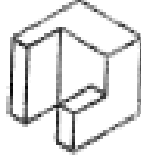
D



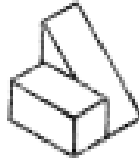
E



Ek 1'in devamı

23

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



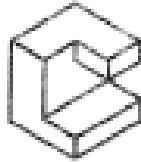
C



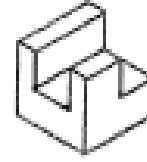
D



E

**24**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



C



D



E



Ek 1'in devamı

BÖLÜM 3: BAKIŞ

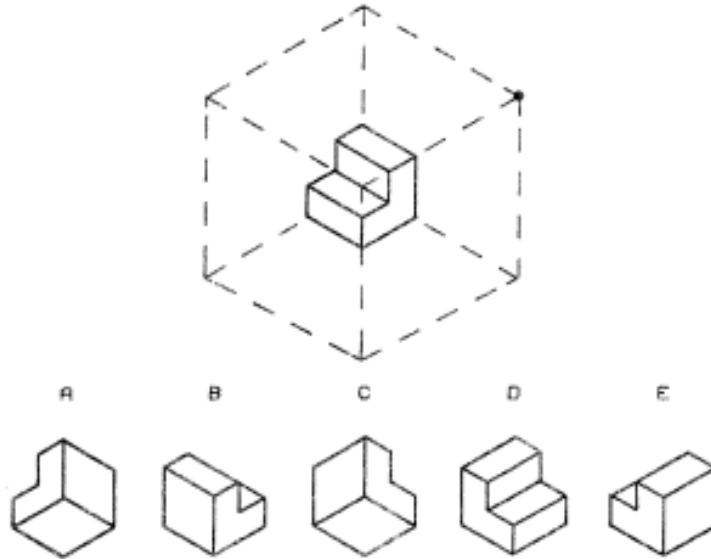
Yönergeler

Bu testin üçüncü bölümü, üç boyutlu nesnelerin farklı bakış pozisyonlarından nasıl görüldüğünü ne kadar iyi göz önünde canlandırabildiğinizi görmek için tasarlanmış 12 sorudan oluşmaktadır. Sorularda cam bir kutu içerisinde yerleştirilmiş bir cisim ve bu cisimlerin farklı bakış pozisyonlarından görüldüğünde aynı cismin neye benzediğini gösteren 5 çizim bulunmaktadır.

Bu yüzden;

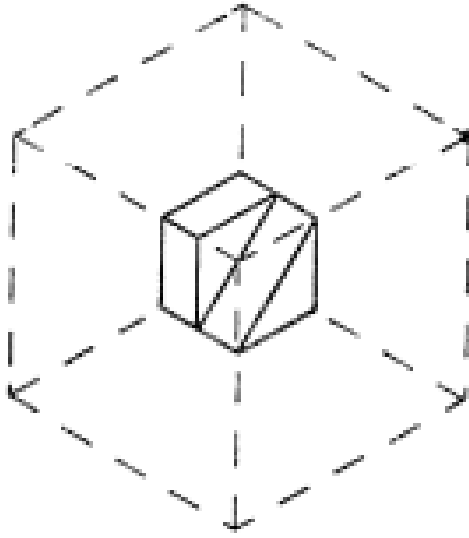
1. Kendinizi cam kutu etrafında siyah nokta direkt olarak siz ve nesnenin arasında yer alıncaya kadar hareket ederken hayal edin.
2. Cam kutu içindeki nesnenin nasıl görüldüğünü bu bakış pozisyonundan zihninizde canlandırın.
3. Seçeneklerde verilen 5 görünüm arasından zihninizde oluşturduğunuz görünüme benzeyeni işaretleyiniz.

Aşağıda verilen, testin bu bölümündeki sorulara benzer bir örnektir.

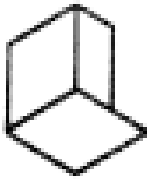


A, B, C ve D seçeneklerindeki görünümeler yanlıştır. Sadece E seçeneğindeki çizim verilen bakış pozisyonundan görünümüdür. Doğru cevap E seçeneğidir.

Ek 1'in devamı

25

A



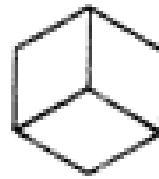
B



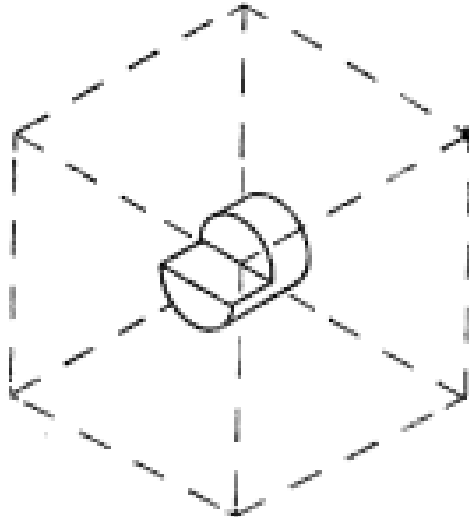
C



D



E

**26**

A



B



C



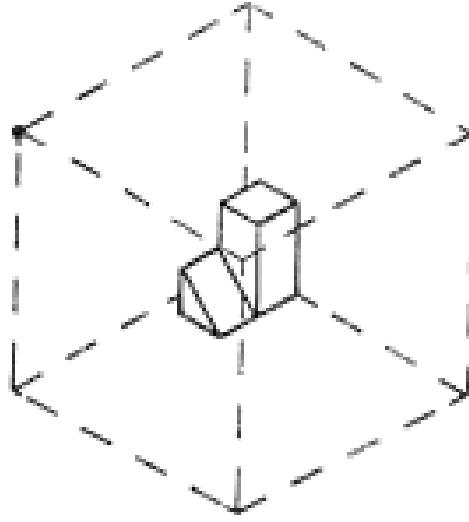
D



E



Ek 1'in devamı

27

A



B



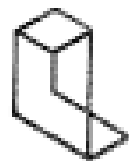
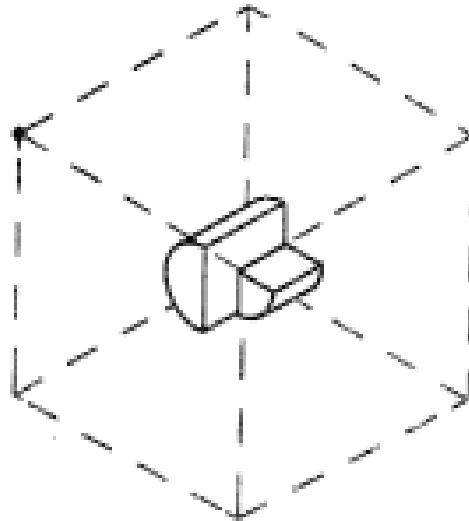
C



D



E

**28**

A



B



C



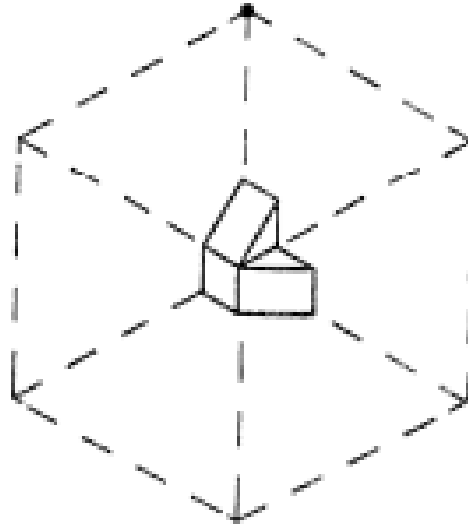
D



E



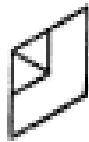
Ek 1'in devamı

29

A



B



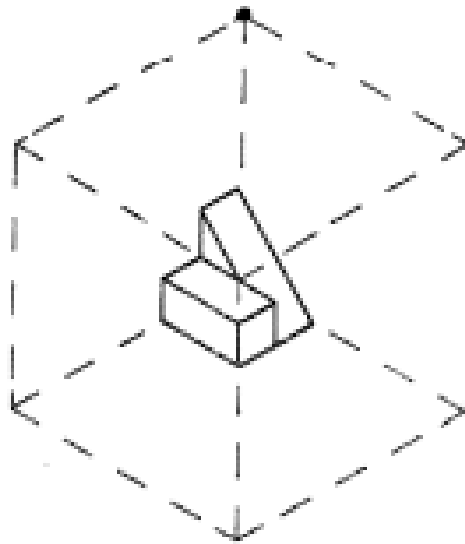
C



D



E

**30**

A



B



C



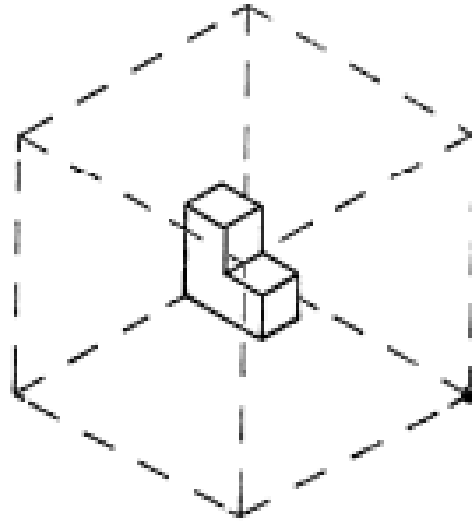
D



E



Ek 1'in devamı

31

A



B



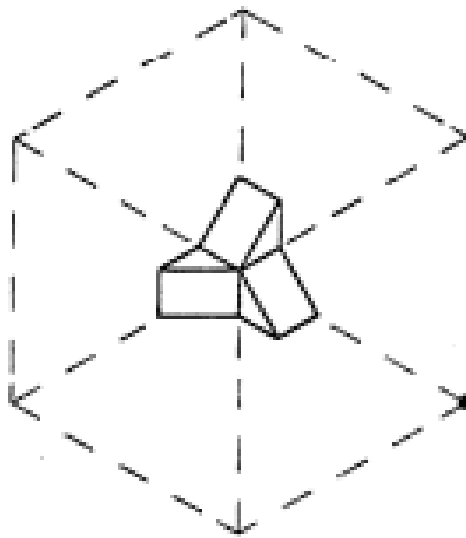
C



D



E

**32**

A



B



C



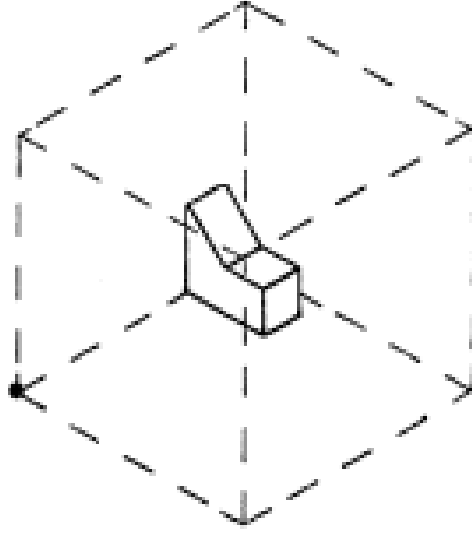
D



E



Ek 1'in devamı

33

A



B



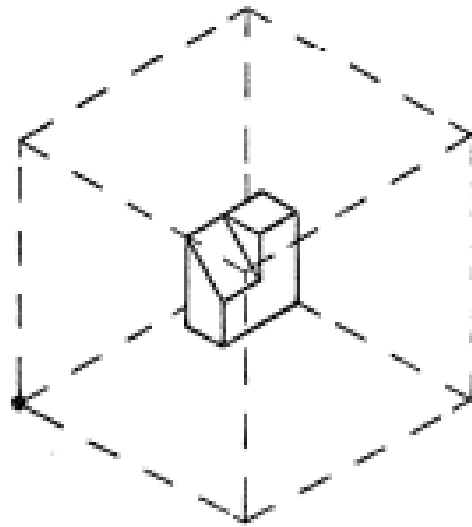
C



D



E

**34**

A



B



C



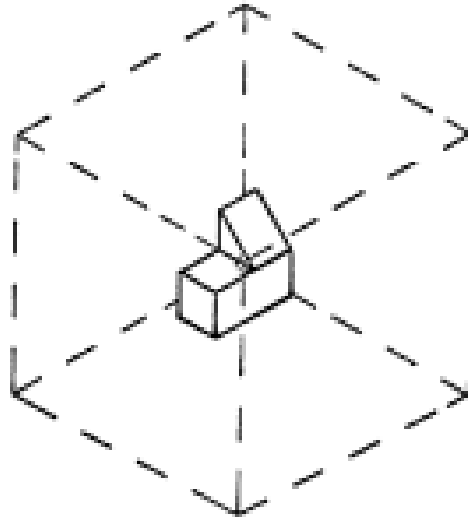
D



E



Ek 1'in devamı

35

A



B



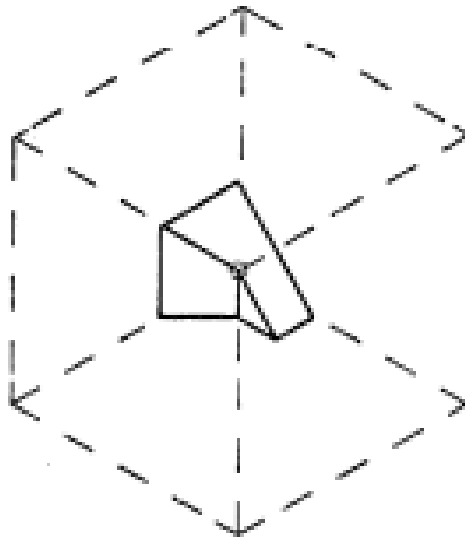
C



D



E

**36**

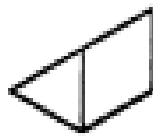
A



B



C



D



E



Ek 1'in devamı

PSVT Cevap Anahtarı

OLUŞTURMA

1. B
2. D
3. B
4. B
5. E
6. E
7. B
8. C
9. D
10. C
11. D
12. D

DÖNDÜRME

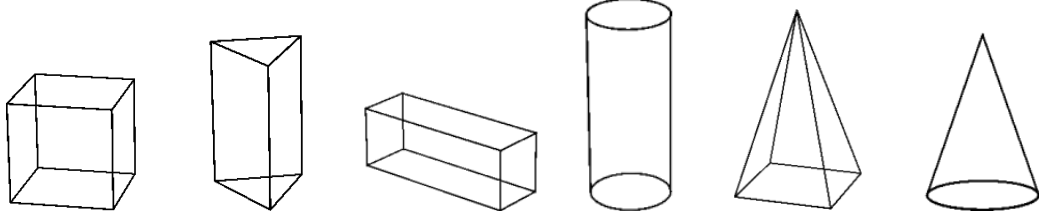
13. B
14. E
15. C
16. B
17. D
18. A
19. D
20. E
21. B
22. C
23. D
24. E

BAKIS

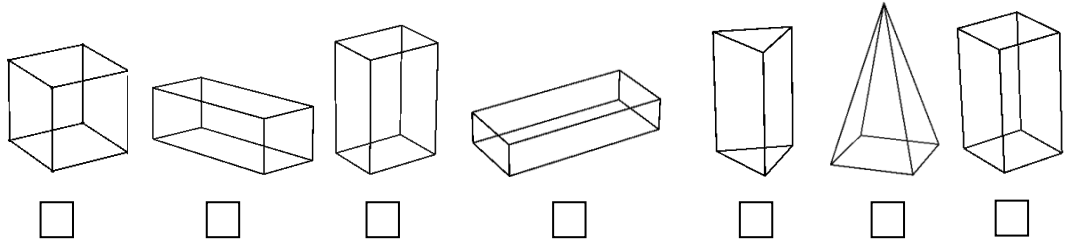
25. E
26. D
27. E
28. E
29. D
30. B
31. A
32. B
33. A
34. C
35. B
36. A

Ek 2. Uzay Geometri Anlama Testi ve Cevap Anahtarı

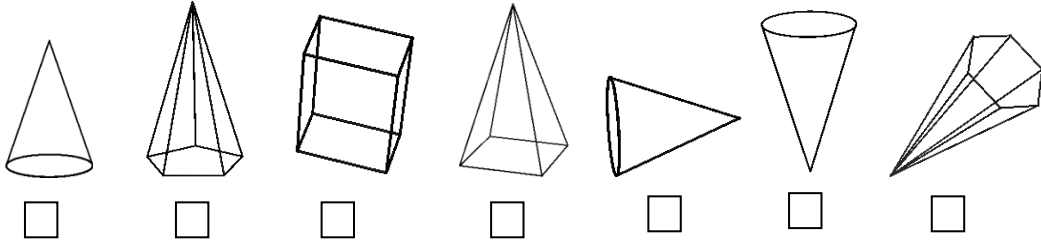
1. Aşağıda verilen cisimlerin adlarını alt kısımlarında ayrılan bölümlere yazınız.



2. Aşağıdakilerden hangileri dikdörtgenler prizmasıdır? İşaretleyiniz.



3. Aşağıdakilerden hangileri konidir? Koni olanları işaretleniyiniz.



4. Aşağıda isimleri verilen cisimlerin birer görünümünü çiziniz.

Dikdörtgenler Prizması	Silindir	Kare Piramit

5. Küpün açık bir görünümünü çiziniz.

Ek 2'nin devamı

6. Aşağıda verilen geometrik cisimlerin tanımlarını yapınız.

Dikdörtgenler Prizması	
Kare Piramit	
Silindir	

7. Düzgün piramitler için aşağıdaki özelliklerden hangileri her zaman doğrudur?

- I. Taban yüzeyleri düzgün çokgendir.
- II. Yan yüzler eşkenar üçgendir.
- III. Yan yüzlerin tepe noktası ortaktır.
- IV. Yanal yüzlerden birine ait olan yükseklik piramidin yüksekliğidir.
- V. Hacmi taban alanı ile piramidin yüksekliğinin çarpımına eşittir.

A) I-II B) I-III C) I-II-III D) II-III-IV E) III-V

8. Düzgün prizmalar için aşağıdaki özelliklerden hangileri her zaman doğrudur?

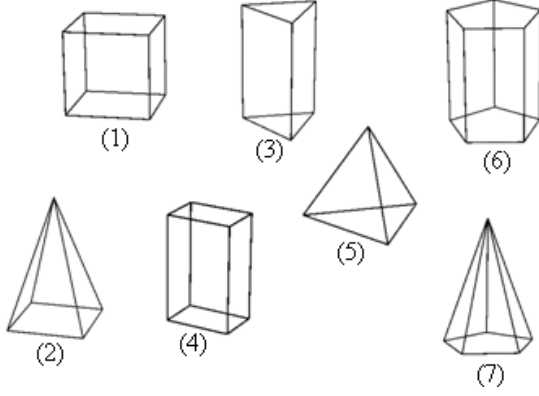
- I. Adlarını taban şekillerine göre alırlar.
- II. Tabanları arasındaki en kısa mesafe prizmanın yüksekliğidir.
- III. Yan yüzleri karedir.
- IV. Tabanları birbirine eş ve paraleldir.
- V. Bütün düzgün prizmaların cisim köşegeni vardır.

A) I-II B) II-III C) I-II-IV D) I-III-V E) I-IV-V

9. Küpün farklı iki açık görünümünü çiziniz.

Ek 2'nin devamı

10. Aşağıda verilen cisimleri numaralarına göre sınıflandırarak oluşturduğunuz grupların isimlerini yazınız.



Cisim No	Sınıf Adı

11. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?

- Küpün bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasında özellikleridir.
- Kare prizmanın bütün özellikleri dikdörtgenler prizmasında özellikleridir.
- Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri küpünde özellikleridir.
- Küpün bütün özellikleri paralelyüzünde özellikleridir.
- Dikdörtgenler prizmasının bütün özellikleri paralelyüzünde özellikleridir.

12. Aşağıdaki iki önerme ile ilgili çıkarımların hangisi doğrudur?

Önerme 1: A cismi bir dikdörtgenler prizmasıdır.

Önerme 2: A cismi bir küptür.

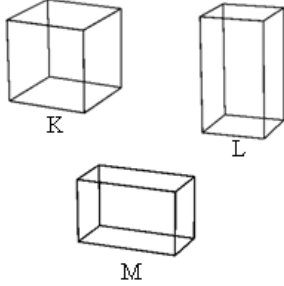
- Eğer 1 doğru ise 2 de doğrudur.
- Eğer 1 doğru ise 2 doğru olamaz.
- Eğer 2 doğru ise 1 doğru olamaz.
- Eğer 2 doğru ise 1 de doğrudur.
- Eğer 2 doğru değilse 1 de doğru olamaz.

13. Aşağıdaki özelliklerden hangisi her dikdörtgenler prizmasında olduğu halde tüm paralelyüzler için doğru değildir?

- Karşılıklı yüzler birbirine eşittir.
- Karşılıklı yüzler birbirine paraleldir.
- Karşılıklı yüzler paralelkenardır.
- Cisim köşegenleri birbirlerini orta noktada keserler.
- Cisim köşegenleri eşit uzunluktadır.

Ek 2'nin devamı

14. Aşağıda verilen cisimlerin hangilerine dikdörtgenler prizması denilebilir?



- a) Hepsi
- b) Yalnız L
- c) Yalnız M
- d) L ve M
- e) K ve L

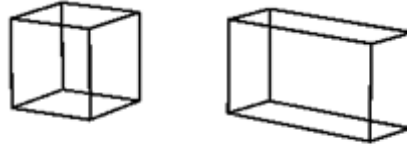
15. Aşağıda verilen iki önerme ile ilgili çıkarımların hangisi doğrudur?

Önerme 1: A cisminin bütün ayrıt uzunlukları birbirine eşittir.

Önerme 2: A cisminin cisim köşegenleri birbirini ortalar.

- a) Eğer 2 doğru ise 1 de doğrudur.
- b) Eğer 1 doğru ise 2 de doğrudur.
- c) Eğer 1 yanlış ise 2 de yanlıştır.
- d) Eğer 2 yanlış ise 1 doğrudur.
- e) Yukarıdaki ifadelerin hiçbirisi doğru değildir.

16. Aşağıda küp ve dikdörtgenler prizmasının bazı elemanları ve bu elemanlar arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo verilmiştir.



Küp

Dikdörtgenler Prizması

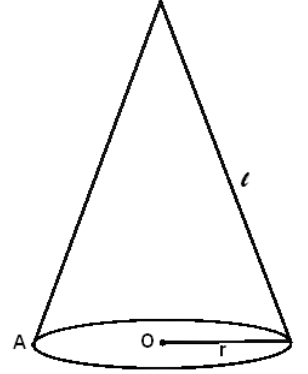
	Köşe Sayısı (K)	Yüzey Sayısı (Y)	Ayrıt Sayısı (A)	İlişki
Küp	8	6	12	$6 + 8 - 12 = 2$
Dikdörtgenler Prizması	8	6	12	$6 + 8 - 12 = 2$

Bu işlemi yapan bir öğrenci ulaştığı $K+Y-A=2$ sonucuyla ilgili olarak aşağıdaki genellemelerden hangisine ulaşır?

- a) Bu genelleme küp ve dikdörtgenler prizması için geçerlidir.
- b) Bu genelleme tüm prizmalar için geçerlidir.
- c) Bu genelleme tüm piramitler için geçerlidir.
- d) Bu genelleme tüm çokyüzlüler için geçerlidir.
- e) Yukarıdakilerden hiçbirisi doğru değildir.

Ek 2'nin devamı

17. Taban yarıçapı r , ana doğrusunun uzunluğu l birim olan dik bir koninin A noktasından hareket eden bir karınca koninin yanal yüzeyi üzerinde bir tam tur atarak tekrar A noktasına gelmiştir. Karıncanın alacağı en kısa yolu veren bağıntı nedir?



18. Aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

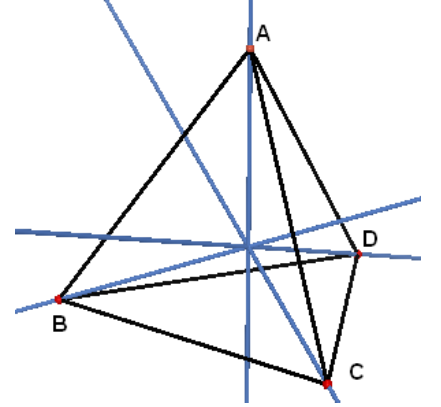
Geometri'de

- Her terim tanımlanabilir ve her doğru önerme doğru olarak ispatlanabilir.
- Her terim tanımlanabilir fakat belli önermelerin doğruluğunu kabul etmek gerekir.
- Bazı terimler tanımsız kalabilir fakat her doğru önermenin doğruluğu ispatlanabilir.
- Bazı terimler tanımsız kalmak zorundadır ve bazı önermeleri doğru olarak kabul etmeliyiz.
- Yukarıdakilerden hiçbirisi doğru değildir.

Ek 2'nin devamı

19. ABCD düzgün dörtyüzlüsünün yüzeylelerinin ağırlık merkezlerini karşı köşelere birleştiren doğrular bir noktada kesişir. Bu önermeden nasıl bir sonuç çıkartılabilir?

- Sadece bu çizili düzgün dörtyüzlü için doğrular bir ortak noktada kesişir.
- Bütün düzgün dörtyüzlülerde değil sadece bazılarında bu doğrular bir ortak noktada kesişir.
- Her düzgün dörtyüzlüde bu doğrular bir ortak noktada kesişir.
- Herhangi bir dörtyüzlüde bu doğrular bir ortak noktada kesişir.
- Bütün piramitlerde bu doğrular bir noktada kesişir.



20. Aşağıda üç önerme veriliyor.

- p: A cismi bir kare dik prizmadır.
q: A cismi bir küptür.
r: A cismi bir dikdörtgenler prizmasıdır.

Aşağıdaki çıkarımlardan hangisi doğrudur?

- p gerektirir q, q gerektirir r
- p gerektirir r, r gerektirir q
- r gerektirir q, q gerektirir p
- q gerektirir r, r gerektirir p
- q gerektirir p, p gerektirir r

Ek 2'nin devamı

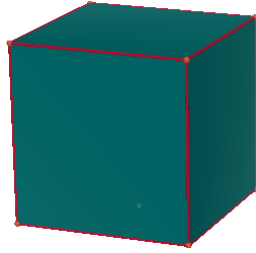
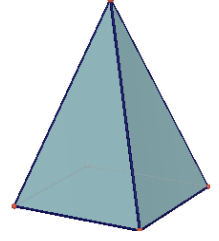
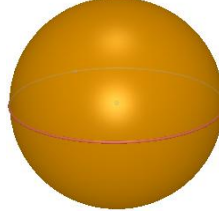
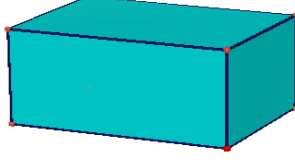
Uzay Geometri Anlama Testi Cevap Anahtarı

1. K p,  çgen prizma, dikdörtgenler prizması, silindir, piramit, koni.
2. 1,2,3,4,7
3. 1,5,6
4.  iz
5.  iz
6. Tüm yüzeyleri dikdörtgen olan prizma, tabanı kare olan piramit, silindirik bir y zeyele bu yüzeyi kesen paralel iki doğrunun sınırladığı cisim.
7. I ve III. B Őikkı
8. I-II-IV. C Őikkı
9.  iz
10. 1,3,4,6 prizma; 2,3,7 piramit
11. C
12. D
13. E
14. A
15. B
16. A
17. En kısa mesafe $2.l.\sin\left(\frac{\pi r}{l}\right)$
18. D
19. C
20. E

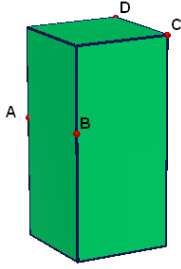
Ek 3. Çizim Etkinliği

ÇİZİM ETKİNLİKLERİ

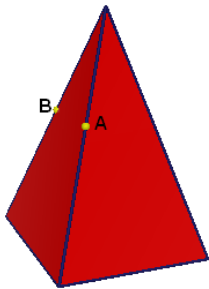
1. Karşınızda gördüğünüz gerçek cisim modellerine bakarak bu cisimlerin birer görünümünü çizin.



2.a) Kare prizmayı A,B,C,D noktalarından bir düzlemle kestiğinizde kare prizma nasıl bir şekle dönüşür? Çiziniz.

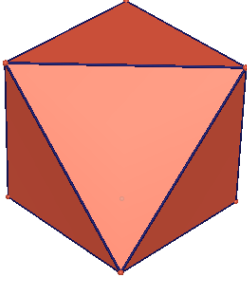
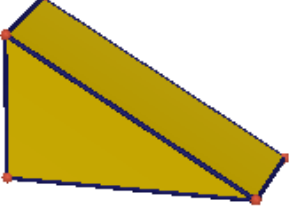


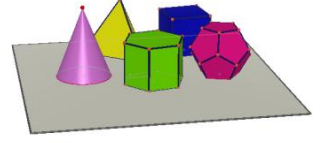
b) Kare piramidi A ve B noktalarından geçecek şekilde tabana dik bir düzlemle kestiğinizde kare piramit nasıl bir şekle dönüşür? Çiziniz.



Ek 3'ün devamı

3. Aşağıdaki birer görünümü verilen kesik cisimlerin açık görünümü nasıldır? Çiziniz.



Ek 4. Kullanılan Çalışma Yaprakları**Çalışma Yaprığı – 1**

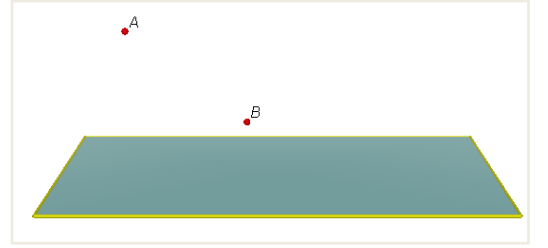
1. Bilgisayarınızda Cabri3D programını çalıştırınız. Ekranda gördüğünüz şekil uzayı temsil etmektedir. Geometri setinizdeki küp modeli de uzayı temsil edebilecek bir cisimdir. Geometride uzayın nasıl belirlendiğini, nasıl ifade edildiğini grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.
2. Ekranınızda farklı iki nokta oluşturunuz ve bu iki noktadan geçen doğruyu çiziniz. Farklı denemeler yaparak uzayda farklı iki noktadan geçen doğru sayısının ne olabileceğini grup arkadaşlarınızla tartışınız. Vardığınız sonucu aşağıya yazınız.
3. Bilgisayarınızdan “*Uzayda Noktalar I*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz noktalardan geçen düzlemler oluşturunuz. Yaptığınız işlemlerden, uzayda bir düzlemin belirli olması için kaç nokta gerekli olduğunu ve bu noktaların hangi konumda olması gerektiğini grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
4. Elinizdeki dikdörtgenler prizması modeli uzayı, dikdörtgenler prizmasının tabanı ise bir düzlemi temsil etmektedir. Taban düzlem üzerinde olmayan kaç tane nokta vardır? Uzayda bir düzlemin dışındaki noktaların sayısı için ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

5. Bilgisayarınızdan “*Uzayda Noktalar 2*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz düzlem üzerinde bir doğru çiziniz. Çizdiğiniz doğru ve düzlem arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ekranda gördüğünüz zemin düzlem üzerinde olmayan A ve B noktalarından geçen doğruyu çiziniz. Şekle farklı açılardan baktığınızda doğru ile düzlemin birbirine göre durumu için ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.

6. Bilgisayarınızdan “*Uzayda Noktalar 3*” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi zemin düzlem üzerinde olmayan A ve B noktalarını görmekteyiz. A ve B noktalarından geçen doğruyu çizdiğiniz takdirde çizdiğiniz doğru ile düzlem arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır?

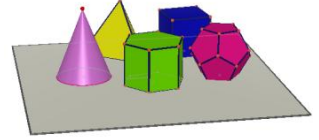


Doğru ile düzlemin kesişimi için ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.

7. Bilgisayarınızdan “*Paralel Düzlemler*” dosyasını açınız. Ekrandaki görünüme farklı açılardan baktığınızda iki düzlemin paralellliğini nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.

8. Elinizdeki küp modelinde paralel olmayan farklı iki yüzeyin (düzlemin) kesişme noktalarının birleşimi neyi ifade etmektedir? Bu durumu nasıl açıklarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı



Çalışma Yaprağı – 2

1. Bilgisayarınızda Cabri3D programını çalıştırınız. Ekranda bir doğru çiziniz ve bu doğru üzerinde olmayan bir nokta belirleyiniz. Bu doğru ve noktayı içine alan kaç farklı düzlem oluşturabilirsiniz? Farklı doğru ve bu doğrular üzerinde olmayan farklı noktalar için denemeler yapınız. Gözlemlerinizi elde ettiğiniz sonuçları grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
2. Bilgisayarınızdan “Kesişen Doğrular” dosyasını açınız. Ekranda kesişen iki doğru görmektesiniz. Kesişen bu iki doğruyu içine alan kaç farklı düzlem çizebilir? Uzayda iki doğrunun kesişimi ne belirtir? Farklı denemeler yaparak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
3. Bilgisayarınızdan “Paralel Doğrular” dosyasını açınız. Ekranda birbirine paralel iki doğru görmektesiniz. Paralel bu iki doğruyu içine alan düzlem sayısı için ne söylenebilir? Uzayda paralel iki doğrunun ne belirtir? Farklı denemeler yaparak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
4. Bilgisayarınızdan “Şeffaf Küp” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz küp uzayı temsil etmektedir. Bu küp üzerinde aşağıda istenen noktalardan geçen doğruları çizerek bu doğruların birbirine göre oluşan durumları karşılıklarına yazınız.

Birinci Doğrunun Noktaları	İkinci Doğrunun Noktaları	Açıklama
A ve B	B ve A	
A ve B	C ve D	
A ve C	B ve D	
A ve B	C ve G	

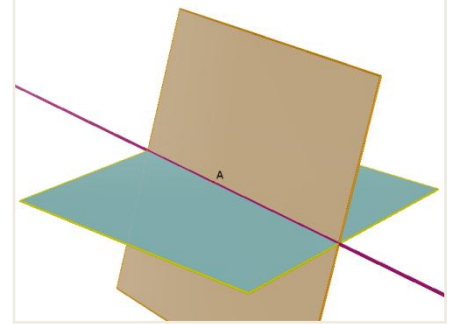
Ek 4'ün devamı

5. Düzlemde ve uzayda iki doğrunun birbirine göre durumlarını elde ettiğiniz sonuçları göz önünde bulundurarak aşağıya maddeler halinde yazınız.

Düzlemde	Uzayda

6. Geometri setindeki küp modelinin her bir ayrıtı boyunca bir doğru çizdiğinizizi gözünüzde canlandırınız. Küpün taban yüzeyini (düzlemi) ve ayrıtlardan geçen doğruları göz önüne aldığınızda uzayda bir düzlem ile bir doğru kaç farklı şekilde bulunabilir? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları maddeler halinde aşağıya yazınız.

7. Bilgisayarınızdan “Ortak Doğru” dosyasını açınız. Ekranda şekildeki gibi kesişen iki düzlem görmektesiniz. A noktasını hareket ettiriniz. Farklı iki düzlemin bir ortak noktasının olması durumunda kaç ortak doğrusu vardır? Gözlemlerinizi grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

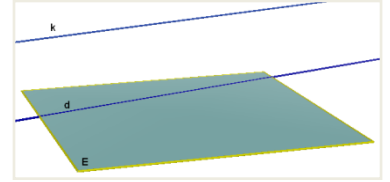


8. Geometri setindeki cisim köşegenli küp modelinin taban yüzeyi (düzlemi) üzerinde paralel iki doğru çiziniz. Cisim köşegenini temsil eden düzlemin paralel iki doğrudan birini kesmesi durumunda diğer doğru ile nasıl bir konumdadır? Paralel iki doğrudan birini kesen bir düzlem ile diğer doğru arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

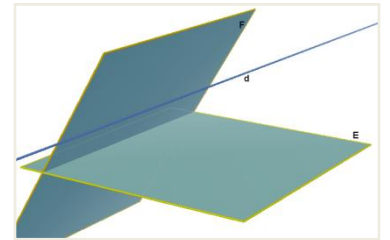
9. Bilgisayarınızda yeni bir Cabri3D sayfası açınız ve ekranda gördüğünüz düzlem üzerinde bir d doğrusu çizin. Çizdiğiniz d doğrusuna paralel iki farklı k ve l doğruları oluşturunuz. k ve l doğrularının birbirine göre konumları hakkında ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.

10. Bilgisayarınızdan “Paralel Doğrular 2” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi E düzlemi üzerinde bir d doğrusu ve bu doğruya paralel, E düzlemi dışında bir k doğrusu görmektesiniz. k doğrusunun E düzlemine göre durumu nasıldır?



E düzlemi üzerinde herhangi bir A noktası belirleyiniz. k doğrusu ile A noktasından geçen düzlemi oluşturunuz. Oluşturduğunuz düzlemin E düzlemi ile arakesiti ile k doğrusu arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

11. Bilgisayarınızdan “Kesişen Düzlemler” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde görüldüğü gibi kesişen E ve F düzlemleri ile bu düzlemlerin her ikisine de paralel d doğrusunu görmektesiniz. E ve F düzlemlerinin arakesitini oluşturunuz. Arakesit ile d doğrusu arasında nasıl bir ilişki vardır?



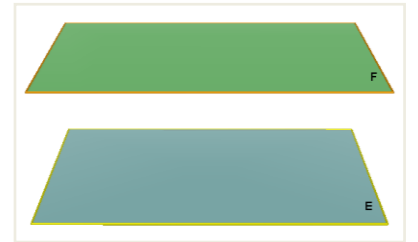
Ek 4'ün devamı

12. Geometri setindeki küp modelinin herhangi bir yüzeyine (düzlemine) paralel olacak şekilde kesişen iki doğru çiziniz. Bu doğruların belirlediği düzlem ile ilk düzlem arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

13. Yine küp modelinin herhangi bir yüzeyini (düzlemini) göz önüne alınız. Bu düzlemin dışında bir nokta belirleyiniz. Belirlediğiniz bu noktadan seçtiğiniz yüzeye (düzleme) paralel olan kaç tane düzlem vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.

14. Yeni bir Cabri3D sayfası açınız. Bu sayfada zemin düzleme paralel iki farklı düzlem oluşturunuz. Oluşturduğunuz düzlemlerin birbirine göre durumları nasıl olmaktadır?

15. Bilgisayarınızdan “Paralel Düzlemler” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi birbirine paralel iki düzlem görmektesiniz. Bu düzlemlerden birini kesen bir doğrunun diğer düzleme göre konumu nasıldır?

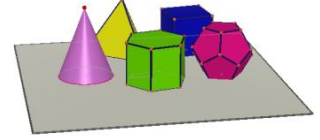


Benzer bir şekilde bu düzlemlerden birini kesen bir düzlemin diğer düzleme göre konumu hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Ek 4'ün devamı

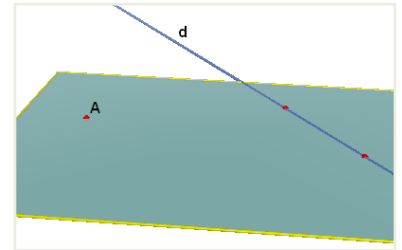
Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı – 3



1. Cabri3D programını çalıştırınız. Ekranda gördüğünüz zemin düzleme dik bir doğru çiziniz. Bir doğrunun düzleme dikliğini nasıl tanımlarsınız?
2. Zemin düzlem üzerinde kesişen iki doğru çiziniz. Bu doğrulara kesim noktasında dik olacak şekilde çizeceğiniz doğru ile düzlem arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.
3. Geometri setindeki küp modelinin karşılıklı yüzleri (düzlemleri) birbirine paraleldir. Bu düzlemlerden birine dik olacak bu doğrunun diğer düzleme göre konumu nasıl olur?
4. Küp modelinin herhangi bir yüzeyi (düzlemi) üzerinde paralel iki doğru çizdiğinizde bu doğrulardan birine dik olan düzlemin diğer doğruya göre konumu nasıl olur? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız

5. Yeni bir Cabri3D sayfası açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi bir A noktası belirleyiniz ve bu noktadan geçmeyen bir d doğrusu çiziniz. A noktasından geçen ve d doğrusuna dik olan kaç düzlem oluşturabilirsiniz?

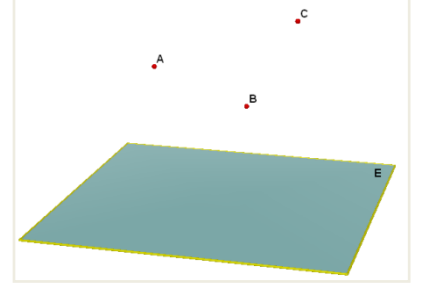


d doğrusuna A noktasından farklı, bir B noktasından dik bir düzlem oluşturduğumuzda iki düzlemin birbirine göre konumu ne olur? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

6. Yeni bir Cabri3D sayfası açınız. Ekranda gördüğünüz düzlem üzerinde bir d doğrusu ve d doğrusu üzerinde olmayan bir A noktası belirleyiniz. A noktasından, d doğrusuna kaç dik doğru çizebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

7. Bilgisayarınızdan “Düzlem Dışında Noktalar” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi E düzlemi üzerinde bulunmayan noktalar görmektesiniz. Düzlem üzerinde olmayan A noktasından düzleme kaç dik doğru çizebilirsiniz? Diğer noktalar için de denemeler yaparak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

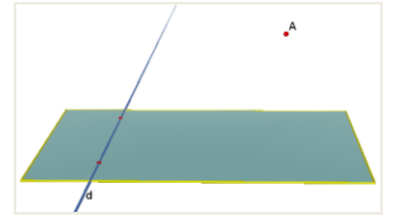


8. Yeni bir Cabri3D sayfası açarak zemin düzleme dik olacak şekilde iki doğru çiziniz. Oluşturduğunuz bu iki doğrunun birbirine göre konumu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

9. Bir önceki basamakta çizdiğiniz doğrular üzerinde noktalar alarak düzleme uzaklıklarını belirleyiniz. Grup arkadaşlarınızla uzaklık kavramını tartışınız. Uzayda bir noktanın bir düzleme uzaklığını nasıl tanımlarsınız? Grup tartışmasından elde ettiğiniz sonuçları aşağıya yazınız.

10. Bilgisayarınızdan “Üç Dikme” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi düzlem üzerinde bir d doğrusu ve düzlem üzerinde olmayan bir A noktası görmektesiniz.

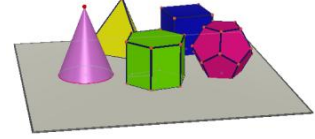
A noktasından düzleme bir dik doğru çizerek düzlemi kestiği noktayı B ile A noktasından d doğrusuna dik bir doğru çizerek kesim noktasını C ile isimlendiriniz. B ve C noktalarından geçen doğru ile d doğrusu arasında nasıl bir ilişki vardır? Oluşturduğunuz yapıya farklı açılardan bakınız.



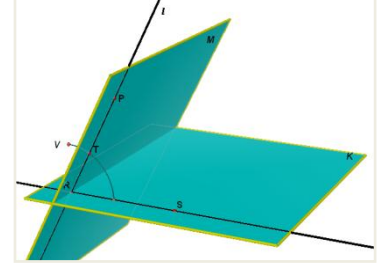
Yukarıda oluşturduğunuz geometrik yapı üç dikme teoremi olarak adlandırılmaktadır. Bu yapıyı göz önünde bulundurduğunuzda üç dikme teoremini nasıl ifade edersiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı – 4



1. Bilgisayarınızdan “Kesişen Düzlemler” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi kesişen iki düzlem görülmektedir. Bu iki düzlem arasındaki açıyı ölçerek aşağıya yazınız.



$$m(\widehat{PRS}) = \dots\dots\dots$$

Geometri setindeki Eğik Prizma modelindeki taban yüzeyi ile yan yüzeyi de göz önünde bulundurduğunuzda kesişen iki düzlemin ölçek açısını nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

2. Ekrandaki T noktasını yay üzerinde hareket ettirdiğinizde iki düzlem arasındaki ölçek açısının değiştiğini göreceksiniz. T noktasını V noktası üzerine getirdiğinizde iki düzlem arasındaki açı ne olmaktadır? Bu durumu nasıl tanımlarsınız?
3. Yeni bir Cabri3D sayfası açınız. Ekranda gördüğünüz zemin düzleme dik bir doğru çizerek bu doğrudan ve zemin düzlem üzerindeki herhangi bir noktadan geçen düzlemler oluşturunuz. Bu şekilde oluşturabileceğiniz düzlemlerin sayısı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Oluşturduğunuz düzlemler ile zemin düzlem arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

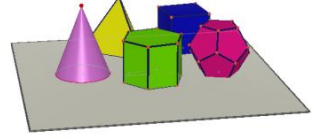
4. Bilgisayarınızdan “Paralel Düzlemler” dosyasını açınız. Ekranınızda yandaki gibi paralel E ve F düzlemlerini görmektesiniz. E düzlemine dik olacak şekilde yeni bir düzlem oluşturunuz. Yeni oluşturduğunuz düzlem ile F düzlemi arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.



5. Geometri setindeki Dikdörtgenler Prizması modelinin taban yüzeyi üzerinde herhangi bir yan yüzeyine dik olacak şekilde bir doğru çiziniz takdirde çizdiğiniz bu doğrunun üst yüzeye göre konumu nasıldır?

Bu durumda üst yüzey ile yan yüzeyin birbirine göre konumu için ne söyleyebilirsiniz?
Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı



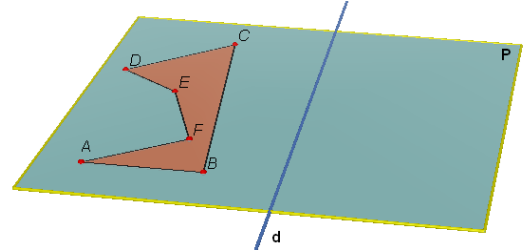
Çalışma Yaprağı – 5

1. Cabri3D programını çalıştırınız. Ekranda gördüğünüz düzlem üzerinde bir A noktası belirleyiniz ve bu A noktasından geçmeyen bir d doğru çiziniz. A noktasının doğru üzerindeki izdüşümünü nasıl bulursunuz?

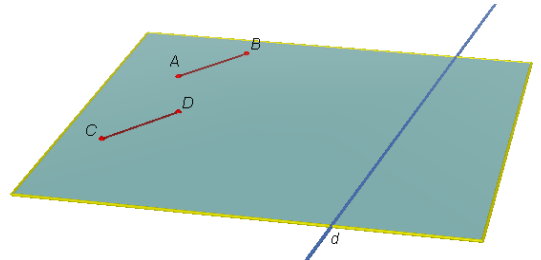
Bir noktanın bir doğru üzerindeki izdüşümünü nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

2. Bir önceki adımda A noktasının d doğrusuna olan uzaklığını bulunuz. Düzlemde bir noktanın bir doğruya uzaklığını nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

3. Bilgisayarınızdan “*Şekil Simetrisi*” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi bir d doğrusu ve bu doğru ile kesilmeyen düzlemsel bir şekil görmekteyiz. Bu şeklin d doğrusuna göre simetriğini oluşturunuz. Oluşturduğunuz şekli göz önüne aldığınızda düzlemde bir şeklin bir doğruya göre simetriğini nasıl açıklarsınız?

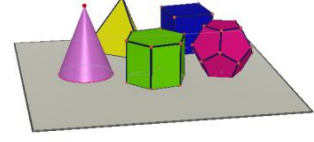


4. Bilgisayarınızdan “*Paralel Doğru Parçaları*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz eşit uzunluktaki paralel doğru parçalarının d doğrusu üzerindeki dik izdüşümlerini oluşturunuz. Eş uzunluktaki AB ve CD doğru parçalarının dik izdüşümleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.



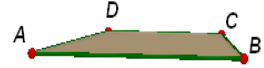
Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı – 6



1. Bilgisayarınızdan Cabri3D programınızı çalıştırarak “*Nokta İzdüşümü*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz A, B, C ve D noktalarının zemin düzlem üzerindeki izdüşümünü bulunuz. Bir noktanın bir düzlem üzerindeki izdüşümünü nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.

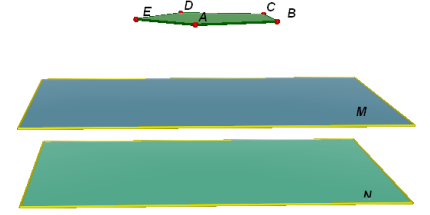
2. Bilgisayarınızdan “*Şekil İzdüşümü*” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi N düzlemi dışında olan bir ABCD dörtgeni görmekteyiz. Bu dörtgenin N düzlemi üzerindeki dik izdüşümünü bulunuz. ABCD dörtgeninin N düzlemi üzerindeki dik izdüşümünü nasıl bulduğunuzu grup arkadaşlarınızla tartışarak aşağıya açıklamasını yazınız.



3. Bilgisayarınızdan “*Doğru – Doğru Parçası İzdüşümü*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz P düzlemi dışındaki doğru ve doğru parçalarının P düzlemi üzerindeki izdüşümlerini nasıl bulursunuz? İzdüşümleri bularak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.
4. Bilgisayarınızdan “*Paralel – Eş Doğru Parçaları*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz AB ve CD doğru parçaları paralel ve eş uzunluktadır. AB ve CD doğru parçalarının M düzlem üzerindeki izdüşümleri bulunuz. İzdüşüm doğru parçaları arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

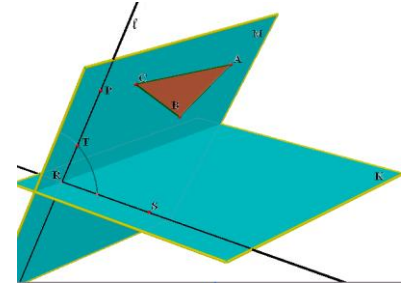
Ek 4'ün devamı

5. Bilgisayarınızdan “*Paralel Düzlemler*” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi bir beşgen ve paralel iki düzlem görmekteyiz. ABCDE beşgeninin M ve N düzlemlerindeki izdüşümlerini bulunuz. Bu izdüşümleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak vardığınız sonucu aşağıya yazınız.



6. Yeni bir Cabri3D sayfası açınız. Ekranda gördüğünüz zemin düzlemi bir noktada kesen bir doğru oluşturunuz. Çizdiğiniz doğru ile zemin düzlem arasındaki açıyı nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız tanımı aşağıya yazınız.

7. Bilgisayarınızdan “*İzdüşümü*” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi kesişen K ve M düzlemleri ve M düzlemi üzerindeki ABC üçgenini görmekteyiz. ABC üçgeninin K düzlemi üzerindeki izdüşümünü olan DEF üçgenini bularak iki düzlem arasındaki açıyı, ABC ve DEF üçgenlerinin alanlarını hesaplayınız.



$$m(\widehat{PRS}) = \dots\dots\dots \quad A(\triangle ABC) = \dots\dots\dots \quad A(\triangle DEF) = \dots\dots\dots$$

T noktasının farklı konumlardaki durumuna göre aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

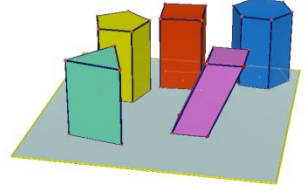
	$m(\widehat{PRS})$	$\cos(\widehat{PRS})$	$A(\triangle ABC)$	$A(\triangle DEF)$	$A(\triangle DEF) / A(\triangle ABC)$
1					
2					
3					
4					

Yukarıdaki tabloyu göz önünde bulundurarak üçgenlerin alanları oranı ile iki düzlem arasındaki açı arasında nasıl bir ilişki vardır?

Bu durum M düzleminde farklı bir çokgen olduğunda da aynı olur muydu? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı - 7

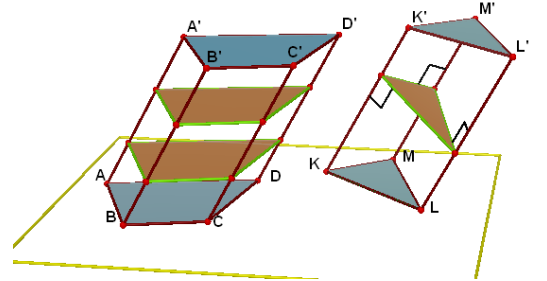


1. Elinizdeki cisim modelleri, prizmatik cisimlere örnek cisimlerdir. Bu cisimleri göz önünde bulundurarak aşağıda verilenleri nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşlarınızla tartışınız. Ulaştığınız tanımları yazınız.

Prizma	
Prizmanın Taban Alanları	
Prizmanın Taban Ayrıtları	
Prizmanın Yan Yüzleri	
Prizmanın Yan Ayrıtları	
Prizmanın Yüksekliği	

2. Elinizdeki prizmaları göz önünde bulundurduğunuzda bir prizmanın yan yüzlerinin geometrik şekli hakkında ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu yazınız.

3. Prizmanın bir düzlem ile arakesiti o prizmanın bir kesiti olarak adlandırılmaktadır. Bilgisayarınızdan "Eğik Prizma" dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi iki eğik prizma ve bu prizmaların bazı kesitleri görülmektedir. Ekrandaki şekli inceleyerek bir prizmanın tabanına paralel kesitlerini ve prizmanın dik kesitini nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız tanımları aşağıya yazınız.



Paralel Kesit	
Dik Kesit	

4. Ekrandaki eğik düzlemin paralel kesitlerine farklı açılardan bakınız. Bir prizmanın tabanına paralel kesitleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu yazınız.

Ek 4'ün devamı

5. Elinizdeki dik ve eğik prizmaları inceleyiniz. Bu prizmatik cisimleri göz önünde bulundurduğunuzda dik ve eğik prizmaları nasıl tanımlarsınız? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız tanımları yazınız.

Dik Prizma	Eğik Prizma

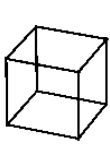
6. Bilgisayarınızdan “Düzgün Prizma” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz cisimler düzgün prizmalardır. Ekranınızdaki cisimlere farklı açılardan bakarak düzgün prizmayı nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşınızla tartışınız. Ulaştığınız tanımları yazınız.

7. Bilgisayarınızdan “Paralel Yüz” dosyasını açınız. Şekle farklı açılardan bakarak paralel yüzü nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

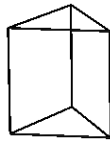
8. Elinizdeki küp ve dikdörtgenler prizması modellerini göz önüne aldığınızda bu prizmaları nasıl tanımlayabileceğinizi grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız tanımları aşağıya yazınız.

Dikdörtgenler Prizması	
Küp	

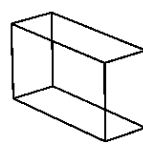
9. Aşağıdaki prizmaları isimlendiriniz.



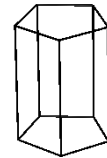
.....



.....



.....

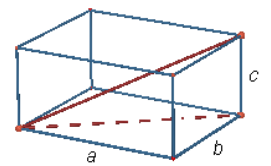


.....



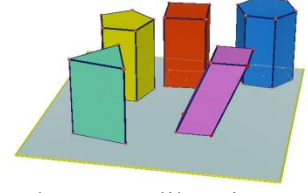
.....

10. Elinizdeki dikdörtgenler prizmasında birbirine en uzak iki köşeyi birleştiren doğru parçası **cisim köşegeni** olarak adlandırılmaktadır. Ayrıt uzunlukları a , b ve c olan bir dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeninin uzunluğu ile ayrıtları arasında nasıl bir bağıntı vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.



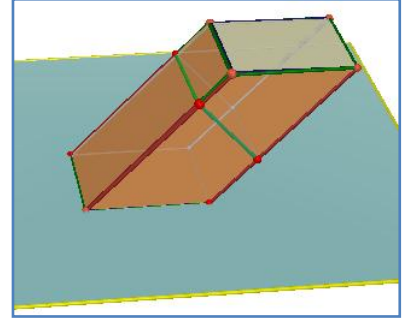
Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı – 8



1. Bilgisayarınızdan “*Dik Prizma*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz dik prizmayı bir yüzeyinden tutarak zemin düzlem üzerine açınız. Bu dik prizmanın yan yüz (yanal) alanları toplamını veren bağıntıyı nasıl ifade edebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

2. Bilgisayarınızdan “*Eğik Prizma*” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi bir eğik prizmayı dik kesitiyle birlikte görülmektedir. Eğik prizmayı üst tabanından tutarak zemin düzlem üzerine açınız.



Bu görünümde yan yüz alanları toplamını, yan ayrıt uzunluğunu ve dik kesit çevresinin uzunluğunu hesaplayarak aşağıdaki tablonun birinci satırına yazınız. Eğik prizmanın yüzeylerini değiştirerek farklı denemeler için aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Yaptığınız denemeler sonucunda eğik prizmanın yanal alanını veren bağıntıyı nasıl ifade edersiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Toplam Yanal Alan	Yan Ayrıt Uzunluğu	Dik Kesitinin Çevre Uzunluğu	(Yan Ayrıt Uzunluğu) x (Dik Kesit Çevresinin Uzunluğu)

Bir eğik prizmanın yanal alanı,.....

Ek 4'ün devamı

3. Prizmaların taban alanları ve yanal alanını göz önünde bulundurduğunuzda bir prizmanın toplam alanını nasıl ifade edersiniz?

Bir Prizmanın Toplam Alanı:

Aşağıdaki bazı prizmatik cisimlerin toplam alanlarını veren bağıntıları tabloda yerine yazınız.

	Küp	Kare Dik Prizma	Dikdörtgenler Prizması
	Ayrıtları: a, a ve a br	Ayrıtları: a, a ve b br	Ayrıtları: a, b ve c br
Toplam Alan			

4. Bilgisayarınızdan “*Dik Prizma Hacim*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz dik prizmaların hacimlerini, taban alanlarını, yüksekliklerini hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Üçgen Prizma				Kare Dik Prizma				Dikdörtgenler Prizması			
Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$TA \cdot h$	Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$TA \cdot h$	Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$TA \cdot h$

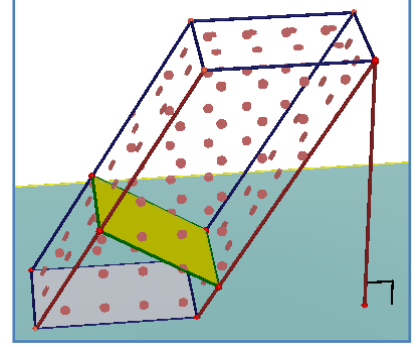
Yukarıdaki tabloyu göz önünde bulundurduğunuzda dik prizmaların hacimleri için ne söylersiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

5. Aşağıda verilen prizmaların hacimlerini veren bağıntıları yazınız.

	Küp	Kare Dik Prizma	Dikdörtgenler Prizması
	Ayrıtları: a, a ve a br	Ayrıtları: a, a ve b br	Ayrıtları: a, b ve c br
Hacim			

Ek 4'ün devamı

6. Bilgisayarınızdan “Eğik Prizma Hacim” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekildeki gibi bir eğik prizmayı dik kesitiyle birlikte görmekteyiz. Eğik prizmanın hacmini, taban alanını, yüksekliğini, dik kesit alanını ve yan ayrıt uzunluğunu hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

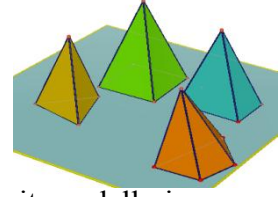


Hacim	Taban Alanı	Yükseklik	Dik Kesit Alanı	Yan Ayrıt Uzunluğu
	Taban Alanı x Yükseklik		Dik Kesit Alanı x Yan Ayrıt Uzunluğu	

Eğik prizmanın boyutlarını değiştirerek tabloyu yeniden doldurunuz. Yukarıdaki tabloyu da göz önünde alarak bir eğik prizmanın hacmini veren bağıntı için ne söyleyebilirsiniz? Eğik prizmanın yüksekliği ile yan ayrıt uzunluğu arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.

7. Taban alanları ve yükseklikleri aynı olan prizmatik cisimlerin hacimleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı



Çalışma Yaprığı – 9

1. Geometri setindeki Üçgen Piramit, Kare Piramit, Dikdörtgen Piramit modelleri uzay geometride piramitlere örnek cisimlerdir. Bilgisayarınızdan “*Piramitler*” dosyasını açınız. Ekranda piramitlere örnek cisimler görmektesiniz. Bu cisimleri göz önünde bulundurarak piramidi, piramidin tepe noktasını, tabanını, yan ayrıtlarını, yüksekliğini ve yan yüz yüksekliğini nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşlarınızla tartışınız. Ulaştığınız tanımları aşağıya yazınız.

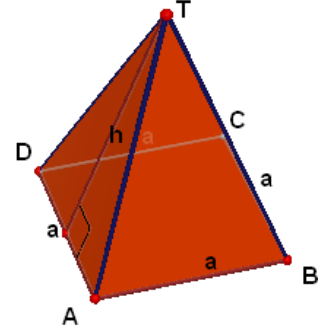
Piramit	
Piramidin Tepe Noktası	
Piramidin Tabanı	
Piramidin Yan Ayrıtları	
Piramidin Yüksekliği	
Piramidin Yan Yüz Yüksekliği	

2. Bilgisayarınızdan “*Düzgün Piramitler*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz cisimlere farklı açılardan bakınız. Ekrandaki cisimleri göz önünde bulundurduğunuzda düzgün piramidi nasıl tanımlarsınız? Düzgün piramitlere ait özellikler hakkında neler söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak bulduğunuz özellikleri maddeler halinde yazınız.

3. Bilgisayarınızdan “*Düzgün Dörtüzlü*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz cisme farklı açılardan bakınız. Bu cismi göz önünde bulundurduğunuzda düzgün dörtüzlüyü nasıl tanımlarsınız? Düzgün dörtüzlünün özellikleri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak bulduğunuz özellikleri maddeler halinde yazınız.

Ek 4'ün devamı

4. Yandaki şekilde de görülen kare piramit modelini elinize alınız. Bu piramidin tabanının bir ayrıtı a birim ve yan yüz yüksekliği h birim olarak düşünülürse, yanal alanını nasıl ifade edersiniz?



Benzer bir şekilde düzgün piramidin tabanı; altıgen, sekizgen,... (n)gen olduğu durumlarda bu düzgün piramidlerin yanal alanlarını veren bağıntıyı nasıl genelleylebilirsiniz? Grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.

Bir düzgün piramidin yanal alanı;

5. Geometri setindeki 4 Parçalı Üçgen Prizma modelini göz önüne alınız. Bu modeldeki eş hacimli üçgen piramidlerden prizma oluşturmak istenildiğinde kaç tane piramit kullanılmıştır?

Bilgisayarınızdan “*Piramitler Hacim*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz piramidlerin hacimlerini, taban alanlarını ve yüksekliklerini hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Üçgen Piramit				Kare Piramit			
Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$(TA \times h)/3$	Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$(TA \times h)/3$

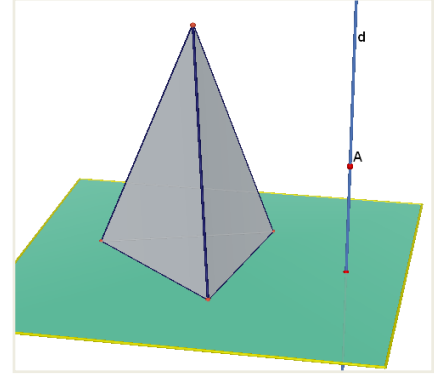
Yukarıdaki tabloyu göz önünde bulundurduğunuzda bir piramidin hacmi nasıl hesaplanır?

Piramidin hacmi;

Taban alanları ve yükseklikleri eşit olan farklı türdeki piramidlerin hacimleri için ne söyleyebilirsiniz?

Ek 4'ün devamı

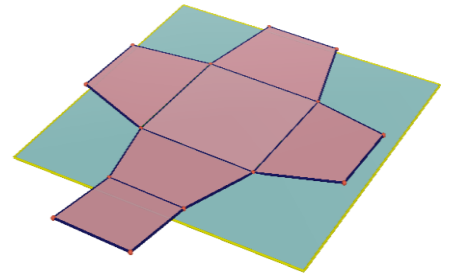
6. Bilgisayarınızdan “Piramit Kesme” dosyasını açınız. Ekranda bir üçgen piramit ve bu üçgen piramidin tabanının bulunduğu düzleme dik bir doğru görülmektedir. Zemin düzleme d doğrusu üzerindeki A noktasından paralel bir düzlem çizerek piramidin üstte kalan kısmını kesiniz. Piramidin tabanına paralel bir düzlemlle kesilmesi sonucu oluşan kesit alanı ile piramidin taban alanı arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.



7. Elinizdeki kesik piramit modellerini inceleyiniz. Bilgisayarınızdan “Kesik Piramitler” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz kesik piramit modeline farklı açılardan bakarak kesik piramidi, düzgün kesik piramidi, kesik piramidin tabanlarını ve yüksekliğini nasıl tanımlanabileceğini grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız tanımları aşağıya yazınız.

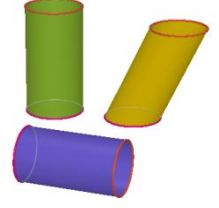
Kesik Piramit	
Düzgün Kesik Piramit	
Kesik Piramidin Tabanları	
Kesik Piramidin Yüksekliği	

8. Bilgisayarınızdan “Kesik Piramit Yanal Alanı” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz düzgün kesik kare piramidi bir yüzeyinden tutarak yandaki şekilde görüldüğü gibi zemin düzlem üzerine açınız. Cismin açık görünümünü göz önünde bulundurduğunuzda kesik piramidin yanal alanını veren bağıntı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.



Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprığı – 10

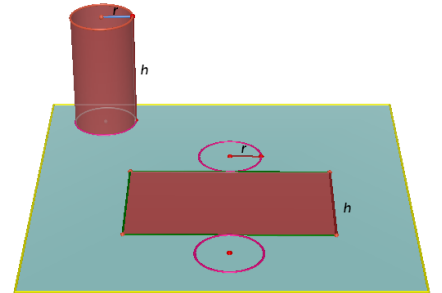


1. Elinizdeki silindir modellerini inceleyiniz. Bilgisayarınızdan “Silindir” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz silindirler incelediğiniz modellerin Cabri3D ortamındaki görünümleridir. Bu modelleri göz önünde bulundurarak silindiri, dik dairesel silindiri, eğik dairesel silindiri ve dairesel silindirin yüksekliğini nasıl tanımlayabileceğinizi grup arkadaşlarınızla tartışıp, ulaştığınız tanımları aşağıya yazınız.

Silindir	
Dik Dairesel Silindir	
Eğik Dairesel Silindir	
Dairesel Silindirin Yüksekliği	

2. Elinizdeki silindir modelleri tabanlarına paralel düzlemlerle kesilirse paralel kesitleri ile tabanları arasında nasıl bir ilişki olur? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

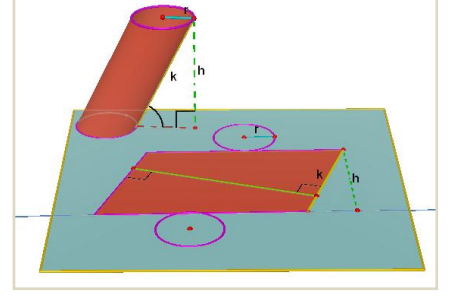
3. Bilgisayarınızdan “Silindir Açık Görünüm” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi bir silindir ile bu silindirin açık görünümü verilmiştir. Bu şekli göz önüne aldığınızda dairesel silindirin yanal alanını veren bağıntı için ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.



Dik Dairesel Silindirin Toplam Alanı:.....

Ek 4'ün devamı

4. Bilgisayarınızdan “Eğik Silindir” dosyasını açınız. Ekranda yandaki şekilde olduğu gibi eğik bir silindir ve bu silindirin açık şekli görülmektedir. Bir önceki aşamada silindirin yanal alanını veren bağıntıyı nasıl ifade edebilirsiniz? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığımız sonucu aşağıya yazınız.



Eğik Dairesel Silindirin Toplam Alanı:

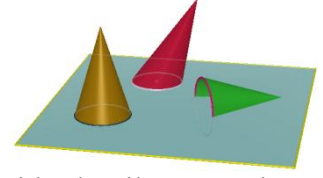
5. Bilgisayarınızdan “Silindir Hacim” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz silindirlerin hacimlerini, taban alanlarını ve yüksekliklerini hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Dik Dairesel Silindir				Eğik Dairesel Silindir			
Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	TA x h	Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	TA x h

Dairesel silindirlerin tabanlarını sonsuz kenarlı birer çokgen olarak düşünülürse dairesel silindirlerin hacimlerini veren bağıntı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Yukarıdaki tabloyu göz önünde bulundurarak grup arkadaşlarınızla tartışınız. Ulaştığımız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı – 11



1. Geometri setindeki Dik ve Eğik Koni modelleri uzay geometride konilere örnek cisimlerdir. Bilgisayarınızdan “ *Koni* ” dosyasını açınız. Ekranda konilere örnek cisimler görmektesiniz. Bu cisimleri göz önünde bulundurarak koniyi, dik dairesel koniyi, eğik dairesel koniyi, dairesel koninin yüksekliğini ve dairesel koninin ana doğrusunu nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşlarınızla tartışınız. Ulaştığınız tanımları aşağıya yazınız.

Koni	
Dik Dairesel Koni	
Eğik Dairesel Koni	
Dairesel Koninin Yüksekliği	
Dairesel Koninin Ana Doğrusu	

2. Bilgisayarınızdan “*Kesik Koni*” dosyasını açınız. Ekranda gördüğünüz koni tabanına paralel bir düzlemlle kesildiğinde paralel kesit ile taban arasında nasıl bir ilişki olur? Paralel kesit dairesinin yarıçapı ile taban dairesinin yarıçapı arasında nasıl bir ilişki vardır? Grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
3. Koni tabanı sonsuz çoklukta olan piramitlere benzetilebilir. Piramitlerin hacimlerini, nasıl hesapladığınızı grup arkadaşınızla tartışınız. Bilgisayarınızdan “*Koni Hacim*” dosyasını açarak ekranda gördüğünüz dik ve eğik dairesel konilerin hacimlerini, taban alanlarını ve yüksekliklerini hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Dik Dairesel Koni				Eğik Dairesel Koni			
Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$(TA \times h)/3$	Hacim	Taban Alanı (TA)	Yükseklik (h)	$(TA \times h)/3$

Yukarıdaki tabloyu göz önünde bulundurduğunuzda bir koninin hacmi nasıl hesaplanır?

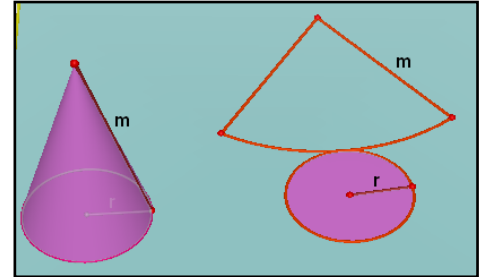
Koninin hacmi;

Ek 4'ün devamı

4. Geometri setinizden kesik koni modelini çıkartınız. Bu modeli inceleyerek grup arkadaşlarınızla dairesel kesik koniyi nasıl tanımlayacağınızı tartışınız. Vardığınız tanımı aşağıya yazınız.

5. Elinizdeki dik dairesel kesik koniyi inceleyiniz. Bilgisayarınızdan “Kesik Koni Oluşturma” dosyasını açarak animasyonu çalıştırınız. Ekrandaki şeklin döndürülmesiyle oluşan kesik koniyi göz önünde bulundurduğunuzda bu kesik koninin hacmini nasıl ifade edebileceğinizi grup arkadaşlarınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

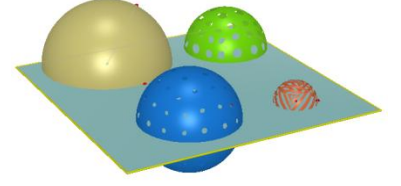
6. Dik dairesel koninin açık görünümü yandaki şekilde gibidir. Dik koninin açık halinde yanal alan bir daire dilimi alanını şeklindedir. Bilgisayarınızdan “Koni Yanal Alan” dosyasını açarak şekli farklı açılardan inceleyiniz. Bir dairesel koninin yanal alanını veren bağıntıyı grup arkadaşınızla tartışarak elde ediniz.



Dik Dairesel Koninin Toplam Alanı;

Ek 4'ün devamı

Çalışma Yaprağı – 12



1. Bilgisayarınızdan Cabri 3D programını açarak ekranda farklı büyüklüklerde küreler oluşturunuz. Küre neye benzemektedir? Grup arkadaşınızla oluşturduğunuz küreleri göz önünde bulundurarak küreyi nasıl tanımlayabileceğinizi tartışınız. Ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
2. İlk adımda oluşturduğunuz küreleri kesecek şekilde düzlemler oluşturunuz. Kürelerle düzlemlerin arakesitlerini Kesişim Eğrisi menüsünü kullanarak bulunuz. Oluşturduğunuz düzlemleri hareket ettirerek küre ile düzlemin arakesitinin ne olduğunu grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.
3. Bir önceki adımda düzlemleri hareket ettirmeniz sonucunda oluşturduğunuz küreler ile düzlemlerin birbirine göre konumları nasıl olmaktadır? Bir küre ile bir düzlemin birbirine göre konumlarının neler olabileceğinizi gözlemlerinize dayanarak sıralayınız.
4. Önceki aşamalarda oluşturduğunuz küre ile düzlemin arakesitlerinde oluşan çemberlerden en büyüğü hangisidir? Kürenin düzlemlerle arakesiti olan çemberin en büyük olması için küre ile düzlemin konumlarının nasıl olması gerekir? Ekranda oluşturduğunuz küre ve düzlemlerle oynamalar yaparak grup arkadaşınızla tartışıp gözlemlerinizi ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

5. Yeni bir çalışma sayfası açarak ekranda düzlemsel olmayan dört nokta belirleyiniz. Bu noktaları, A, B, C ve D olarak isimlendiriniz.
- Doğrusal olmayan üç nokta düzlemsel olacağından A, B ve C noktalarından geçen düzlemi belirleyerek ABC üçgenini oluşturunuz.
 - ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasından ABC üçgeninin üzerinde olduğu düzleme dik bir doğru çiziniz. Bu doğru üzerinde alacağınız bir noktanın A, B ve C noktalarına uzaklıklarını hakkında ne söyleyebilirsiniz?
 - İlk başta belirlediğiniz C ve D noktalarının orta dikme düzlemini oluşturarak bu düzlemin önceki basamakta düzleme dik çizdiğiniz doğru ile kesişim noktasını belirleyiniz. Bu noktayı isimlendiriniz. İsimlendirdiğiniz noktanın A, B, C ve D noktalarına uzaklıkları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
 - Son olarak isimlendirdiğiniz noktayı merkez kabul eden ve A, B, C ve D noktalarından geçen bir küre çizebilir misiniz? Yaptığımız işlemleri göz önüne aldığınızda nasıl bir çıkarımda bulunabilirsiniz? Grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığımız sonucu aşağıya yazınız.
6. Yeni bir sayfa açarak ekranda bir doğru parçası oluşturunuz. Bu doğru parçasının kenarlarından doğru parçasını dik açı altında görecektir şekilde noktalar belirleyiniz. Bu noktaları yazılımın İz Bırak özelliğini kullanarak hareket ettiriniz. Bu noktaların geometrik yeri hakkında ne söyleyebilirsiniz? Grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığımız sonuçları aşağıya yazınız.

Ek 4'ün devamı

7. Yeni bir çalışma sayfasında bir küre oluşturunuz. Zemin düzlemin küreyle arakesiti kürenin büyük dairesidir. Kürenin büyük dairesi ve kürenin alanını hesaplayarak kürenin farklı büyüklükleri için aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Büyük Dairenin Alanı	Kürenin Alanı	Kürenin Alanı / Büyük Dairenin Alanı

Yukarıdaki tabloyu göz önünde bulundurduğunuzda kürenin alanını veren bağıntı için ne söyleyebilirsiniz? Düşüncelerinizi grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığımız sonucu aşağıya yazınız.

8. Yeni bir çalışma sayfasında bir küre oluşturarak bu kürenin yarıçapı, alanı ve hacimlerini bulunuz. Aşağıdaki tabloyu kürenin farklı büyüklükleri için doldurunuz.

Kürenin Alanı	Kürenin Hacmi	Kürenin Hacmi / Kürenin Alanı	Kürenin Yarıçapı (r)

Kürenin hacminin alanına oranı ile kürenin yarıçapı arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Grup arkadaşınızla kürenin hacmini veren bağıntısının ne olabileceğini tartışarak ulaştığımız sonucu aşağıya yazınız.

Ek 5. Hazırlanan Çalışma Yapraklarının Öğretmen Kılavuzu

1. Uzay ve Uzay Aksiyomları (Çalışma Yapağı 1)


Kazanımlar

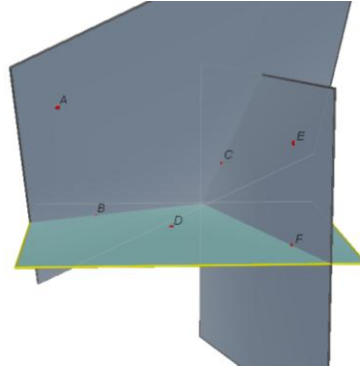
1. Uzayı tanımlama.
2. Uzayda farklı iki noktadan geçen doğru sayısını belirten aksiyomu söyleme ve açıklama.
3. Aynı doğru üzerinde (doğrudaş) olmayan farklı üç noktadan geçen düzlem sayısını belirten aksiyomu söyleme ve açıklama.
4. Bir düzlemin dışında kalan noktaların varlığını belirten aksiyomu söyleme ve açıklama.
5. Bir doğru ile bir düzlemin birbirine göre konumlarını açıklama ve paralelliğini tanımlama.
6. Bir düzlem ile bu düzlemde bulunmayan ve düzleme paralel olmayan bir doğrunun kesişme noktalarının sayısını söyleme ve açıklama.
7. İki düzlemin birbirine göre konumlarını açıklama ve paralelliği tanımlama.
8. Paralel olmayan farklı iki düzlemin kesişme noktalarının özelliğini belirten aksiyomu söyleme ve açıklama.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinizi 2'şerli olarak gruplara ayırınız. Çalışma yapağı 1'i dağıtınız ve öğrencilerinizden Cabri 3D yazılımını çalıştırarak ekranda uzayı temsil eden birbirlerine dik vektörlere farklı açılardan bakmalarını isteyiniz. Geometri setinden öğrencilerinize dağıtmış olduğunuz şeffaf geometrik cisimlerin uzaysal cisimler olduğunu söyleyerek bu cisimleri incelemelerini söyleyiniz. Bilgisayar ekranında ve şeffaf geometrik cisim modellerinin incelenmesinin ardından öğrencilerden uzayla ilgili çevremizdeki her şeyi içine alan boşluğun uzay olduğu düşüncesine ulaşmalarını sağlayınız.
2. Öğrencilerinizden uzayda farklı noktalar belirleyerek bu noktalardan geçen doğrular çizmelerini isteyiniz. Farklı denemeler sonucunda öğrenciler uzayda farklı iki noktadan yalnız bir doğru geçeceği yargısına ulaşacaktır.


Ek 5'in devamı

3. Öğrencilerinizden daha önce bilgisayarlara şablon olarak attığınız “Uzayda Noktalar1” dosyasını açmalarını ve ekranda gördükleri noktaları kullanarak  ikonuyla düzlemler oluşturmalarını isteyiniz. Öğrencilerin ekrandaki noktalardan geçen farklı düzlemler çizerek, uzayda bir düzlemin belirli olabilmesi için doğrusal olmayan üç nokta olması gerektiği sonucuna ulaşmasını sağlayınız.



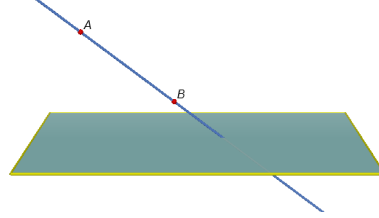
4. Öğrencilerinizle şeffaf cisim modellerinden dikdörtgenler prizması veya küpün bir yüzeyinin uzayda neyi temsil ettiğini sorgulayınız. Bu cisim modellerinin yüzeylerinin uzayda birer düzlemi temsil ettiği ve bu temsil düzlem dışındaki noktaların sayısı üzerine öğrencilerinizi tartıştırınız. Öğrenciler tartışma sonrasında uzayda bir düzlem dışında sonsuz sayıda nokta olduğu sonucuna varacaklardır.
5. Öğrencilerinizden ders öncesinde bilgisayarlara şablon olarak attığınız “Uzayda Noktalar 2” dosyasını açmasını isteyerek ekranda gördükleri düzlem üzerinde bir doğru çizmelerini isteyiniz. Daha sonra öğrencilerinizin düzlem ile doğru arasındaki ilişkinin ne olduğunu üzerine tartışmalarını sağlayınız. Öğrenciler grup arkadaşlarıyla yaptıkları tartışmalar sonrasında aşağıdaki sonuçlara ulaşacaklardır.

- Doğru düzlemin üzerindedir ve doğru düzlemin elemanıdır.

Ekrandaki A ve B noktalarından geçen doğruyu çizmelerini söyleyerek düzlem ile AB doğrusu arasındaki ilişkinin ne olduğunu sorunuz. Öğrenciler ekranı sağ tuş özelliği yardımıyla döndürüp farklı açılardan ekrana bakarak yaptıkları gözlemler sonucunda doğrunun düzleme paralel olduğu şeklinde bir hipotez ileri süreceklerdir. Öğrencilerin ileri sürdükleri hipotezi test etmeleri için  ikonu yardımıyla A ve B noktalarının düzleme olan uzaklıklarını hesaplatırınız. Öğrenciler buldukları uzaklık değerlerini karşılaştırarak AB doğrusunun düzleme paralel olduğu sonucuna varırlar.

Ek 5'in devamı

6. Öğrencilerinizden “Uzayda Noktalar 3” dosyasını açmalarını ve ekrandaki A ve B noktalarından geçen doğruyu çizmelerini isteyiniz. Her bir grup bilgisayarlarındaki ekranda aşağıdaki görünümü elde edecektir.



- AB doğrusu ile düzlemin birbirine göre konumunun ne olduğunu öğrencilere tartıştırınız. Tartışmalar sonrasında öğrenciler bir düzlem ile bu düzlemde bulunmayan ve düzleme paralel olmayan bir doğrunun kesişme noktalarının sayısının bir olduğu sonucuna varırlar. Yapılan etkinlikler sonucunda öğrencilerinizden uzayda bir düzlem ile bir doğrunun birbirine göre konumlarının neler olabileceğini öğrencilerinize sorarak maddeler halinde sıralayınız.
7. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Paralel Düzlemler” dosyasını açarak ekranda gördükleri düzlemlere sağ tuş özelliğini yardımıyla farklı açılardan bakmalarını isteyiniz. Yaptıkları gözlemler sonucunda düzlemlerin birbirine göre konumlarının ne olduğunu tartışmalarını isteyiniz. Öğrenciler yaptıkları tartışmalar neticesinde düzlemlerin paralel olduğu sonucuna varırlar. İki düzlem arasındaki uzaklığı öğrencilere hesaplattırarak iki düzlemin birbirine paralel olduğunu, iki düzlem arasındaki uzaklığın her noktada aynı olduğunu görmelerini sağlayarak vardıkları sonucu teyit etmelerini sağlayınız. Ardından uzayda iki düzlemin paralelliği tanımlamalarını isteyiniz.
8. Öğrencilerden şeffaf cisim modellerindeki yüzeylerin her birinin birer düzlemi temsil ettiklerini hatırlatarak uzayda paralel olmayan düzlemlerin kesişiminin ne belirttiği üzerine tartıştırınız. Tartışmalar sonunda yeni bir Cabri sayfasında paralel olmayan iki düzlem oluşturmalarını ve bu düzlemlerin arakesitini *Kesişim Eğrisi* menüsünü kullanarak bulmalarını isteyiniz. Şeffaf geometrik cisim modellerindeki gözlemleri ve yazılım ekranında yaptıkları denemelerden öğrenciler aşağıdaki sonuçlara ulaşır.

- Paralel olmayan farklı iki düzlemin kesişme noktaları doğrusaldır.
- Paralel olmayan iki farklı düzlemin arakesiti bir doğrudur.

Ek 5'in devamı

2.Uzayda Nokta, Doğru ve Düzlemlle İlgili Temel Kavramlar (Çalışma Yaprağı 2)


Kazanımlar

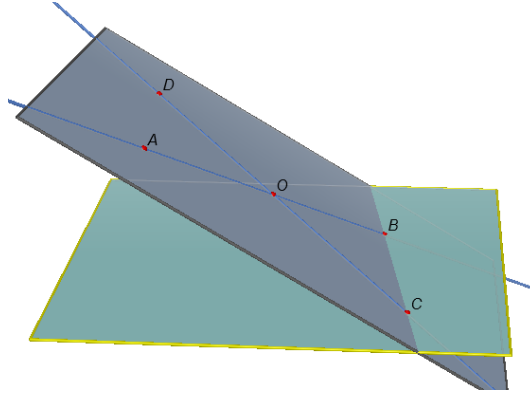
1. Bir doğru ile dışındaki bir noktayı içine alan düzlem sayısını açıklama.
2. Kesişen iki doğruyu içine alan düzlem sayısını açıklama.
3. İki doğrunun paralellliğini tanımlama ve paralel iki doğruyu içine alan düzlem sayısını açıklama.
4. İki doğrunun (uzayda ve düzlemde) birbirlerine göre konumlarını açıklama ve doğrunun aykırılığını tanımlama.
5. Bir doğru ile bir düzlemin konumlarını açıklama.
6. Uzayın bir düzleminde bulunan nokta ve doğrularının sağladığı aksiyomları söyleme ve açıklama.
7. Farklı iki düzlemin bir ortak noktası varsa kaç ortak doğrusu olacağını açıklama.
8. Paralel iki doğrudan birini kesen bir düzlemin diğer doğruya göre konumunu açıklama.
9. Aynı doğruya paralel olan iki doğrunun birbirlerine göre konumlarını söyleme ve gösterme.
10. Bir düzlemin içindeki bir doğruya paralel olan ve düzlemin dışında bulunan bir doğrunun, düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.
11. Bir düzlemin kendisine paralel olan bir doğrudan geçen ve herhangi bir düzlemlle arakesitinin, o doğruya göre konumunu söyleme ve gösterme.
12. Kesişen iki düzleme paralel olan bir doğrunun, bu düzlemlerin arakesitine göre konumunu söyleme ve gösterme.
13. Bir düzleme paralel olan ve kesişen iki doğrunun belirttiği düzlemin ilk düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.
14. Bir noktadan geçen ve düzleme paralel olan düzlemi çizme ve sayısını söyleme.
15. Aynı düzleme paralel olan iki düzlemin birbirine göre konumlarını söyleme ve gösterme.
16. Paralel iki düzlemden birini kesen bir doğrunun diğer düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.

Ek 5'in devamı

17. Paralel iki düzlemden birini kesen bir düzlemin, diğer düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

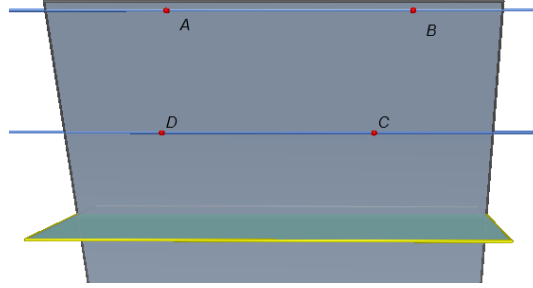
1. Öğrencilerden Cabri 3D yazılımını çalıştırarak ekranda bir doğru ve bu doğru üzerinde olmayan bir nokta almalarını isteyiniz. Daha sonra  ikonuyla doğru ve nokta ile belirli olan düzlemi oluşturmalarını söyleyiniz. Farklı doğru ve doğrular üzerinde olmayan noktalar için denemeler yaparak öğrencilerin uzayda bir doğru ve bu doğru üzerinde olmayan noktayı içine alan düzlem sayısının bir olduğu sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.
2. Öğrencilerinizden “Kesişen Doğrular” dosyasını açmalarını ve ekranda gördükleri kesişen doğruları içine alacak düzlemi belirlemelerini isteyiniz. Öğrenciler bilgisayarlarında aşağıdaki görünümü elde edeceklerdir.



Öğrencilerden farklı doğrular için denemeler yapmalarını isteyiniz. Uzayda kesişen iki doğruyu içine alacak kaç farklı düzlem olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışarak uzayda kesişen iki doğrunun bir düzlem belirttiği sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.

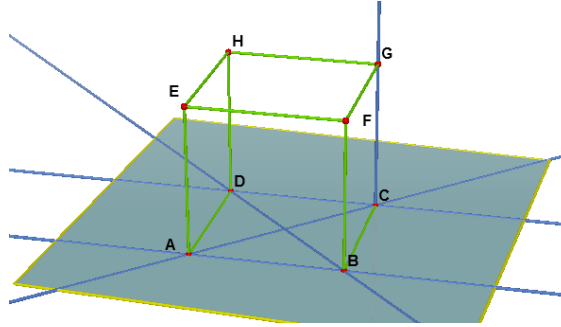
3. Bir önceki adımda olduğu gibi öğrencilerden “Paralel Doğrular” dosyasını açmasını ve bu doğruları içine alacak düzlemi belirlemelerini isteyiniz. Her bir grup bilgisayar ekranında aşağıdaki görünümü elde edecektir.

Ek 5'in devamı



Birbirine paralel farklı doğrular için öğrencilerden denemeler yapmalarını isteyerek uzayda birbirine paralel iki doğrunun bir düzlem belirttiği sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.

- Öğrencilerinizden “Şeffaf Küp” dosyasını açmalarını ve çalışma yaprağındaki çizelgede verilen noktalardan geçen doğruları çizmelerini isteyiniz. Öğrencileriniz çalışma yaprağındaki çizelgede belirtilen noktalardan geçen doğruları çizdiklerinde aşağıdaki ekran görüntüsünde gösterilen görünümü elde edeceklerdir.



Öğrencilerinizden ekrandaki şeffaf küp ve çalışma yaprağındaki çizelgede belirtilen noktalardan geçen doğrulara farklı açılardan bakarak çizelgede yer alan doğruların birbirlerine göre durumlarının ne oldukları üzerine grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonunda çalışma yaprağındaki eşleştirilen doğruların birbirlerine göre durumları hakkında ulaştıkları sonuçları yazmalarını isteyiniz.

- Bir önceki adımda doğruların birbirlerine göre konumları hakkındaki bilgileri göz önünde bulundurarak iki doğrunun düzlemde ve uzayda birbirine göre hangi konumlarda olabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencilerinizin grup arkadaşlarıyla yaptıkları tartışmalar sonunda ulaştıkları sonuçları diğer gruplarla karşılaştırmalarını söyleyiniz. Sınıf tartışması sonucunda

Ek 5'in devamı

- doğruların, düzlemde ve uzayda birbirlerine göre durumlarının neler olabileceğini maddeler halinde öğrencilerinize söyletiniz.
6. Öğrencilere geometri setindeki küp modelini çıkartmalarını söyleyiniz. Şeffaf küp modelinin tabanının neyi temsil ettiğini sorunuz. Daha sonra küp modeli üzerindeki her bir ayrıttan geçen doğruları göz önünde canlandırmalarını isteyiniz. Öğrencilerinizden küpün tabanının temsil ettiği düzlem ile ayrıtlarının temsil ettiği doğruları göz önünde bulundurarak uzayda bir düzlem ile bir doğrunun birbirlerine göre konumlarının neler olabileceğini tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonunda öğrencilerinizin ulaştıkları sonuçları maddeler halinde yazmalarını söyleyiniz. Bu tartışmalar sonucunda öğrencileriniz aşağıdaki sonuçlara ulaşacaktır.
- Uzayda bir doğru ile bir düzlem bir noktada kesişebilir.
 - Uzayda bir doğru düzlemi kesmez, düzleme paralel olabilir.
 - Uzayda bir doğru düzlemle sonsuz sayıda noktada kesişir. Doğru düzlemin üzerindedir.
7. Öğrencilerinize bilgisayarlarından “Ortak Doğru” dosyasını açmalarını ve ekranda gördükleri A noktasını hareket ettirmelerini söyleyiniz. Öğrencilerinizi A noktasının hareketi boyunca düzlemlerin arakesitlerinin ne olduğu üzerine tartıştıran iki düzlemin bir ortak noktası varsa bir ortak doğrusu olacağı sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.
8. Öğrencilerinizden geometri setindeki cisim köşegenli küp modelinin taban yüzeyi (düzlemi) üzerinde paralel iki doğru çizmelerini isteyiniz. Cisim köşegenini temsil eden düzlemin çizdikleri paralel iki doğru ile arasındaki ilişkiyi sorgulattırınız. Paralel iki doğrudan birini kesen düzlem ile diğer doğru arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartıştıran ulaştıkları sonucu diğer gruplarla paylaşmalarını sağlayınız. Öğrenciler bu tartışmalar sonunda aşağıdaki sonuca ulaşacaklardır.
- Paralel iki doğrudan birini kesen bir düzlem diğer doğruyu da keser.
9. Öğrencilerinize Cabri 3D' de yeni bir çalışma sayfası açarak ekranda bir doğru çizmelerini söyleyiniz. Daha sonra çizdikleri doğruya paralel olan k ve l şeklinde iki farklı doğru oluşturmalarını isteyiniz. k ve l doğrularının birbirine göre konumlarının nasıl olduklarını grup arkadaşlarıyla tartıştıranız.

Ek 5'in devamı

Öğrenciler bu tartışmalar sonunda “Aynı doğruya paralel olan iki doğru birbirine paraleldir” sonucuna ulaşacaklardır.

10. Öğrencilerinize bilgisayarlarından “Paralel Doğrular 2” dosyasını açmalarını söyleyiniz. Öğrencileriniz ekranda E düzlemi üzerindeki d doğrusu ile bu düzlemin dışında d doğrusuna paralel k doğrusunu göreceklerdir. k doğrusunun E düzlemine göre durumunun ne olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonunda varılan sonuçları öğrencilerinizle birlikte değerlendiriniz. Bu değerlendirmeler sonucunda öğrenciler k doğrusunun E düzlemine paralele olduğu sonucuna ulaşacaklardır.

Öğrencilerinizden E düzlemi üzerinde bir A noktası belirlemelerini isteyiniz. Daha sonra k doğrusu ile A noktasından geçen düzlemi oluşturmalarını söyleyiniz. Öğrencilerinize yeni oluşturulan düzlem ile E düzleminin arakesiti olan doğru ve k doğrusunun birbirlerine göre konumunun ne olduğunu tartıştırınız. Tartışmalar sonucunda öğrencilerin arakesit doğrusu ile k doğrusunun paralel olduğu sonucuna varmalarını sağlayınız.

11. Öğrencilerinize bilgisayarlarından Kesişen Düzlemler dosyasını açmalarını söyleyiniz. Ekranda gördükleri kesişen iki düzlem ve bu düzlemlerin her ikisine de paralel olan bir d doğrusu göreceklerdir. Düzlemlerin arakesiti olan doğruyu belirlemelerini ve ekrandaki görüntüye farklı açılardan bakarak d doğrusu ile düzlemlerin arakesit doğrusu arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Daha sonra d doğrusu üzerindeki herhangi bir noktadan arakesit doğrusuna paralel bir doğru çizmelerini isteyiniz. Çizdikleri doğru ile d doğrusunun birbirine göre konumunun ne olduğunu sorunuz. Yapılan etkinlik sonunda öğrenciler kesişen iki düzlemin her ikisine de paralel olan doğrunun bu iki düzlemin arakesit doğrusuna da paralel olduğu sonucuna ulaşacaklardır.

12. Öğrencilerinizden geometri setindeki küp modelinin herhangi bir yüzeyi üzerinde kesişen iki doğru çizmelerini isteyiniz. Bu kesişen iki doğrunun bulunduğu düzlemin karşısında bulunan yüzeyin kesişen düzlemlerin belirttiği yüzeye göre konumunun nasıl olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını sağlayınız. Küpün karşılıklı yüzeylerinin birbirine paralel olmasından dolayı, öğrenciler bir düzleme

Ek 5'in devamı

paralel olan, kesişen iki doğrunun belirttiği düzlemin doğruların paralel olduğu düzleme paralel olduğu sonucuna varacaklardır.

13. Öğrencilerinize küpün herhangi bir yüzeyinin düzlemi temsil etmesini göz önünde bulundurmalarını söyleyerek bir yüzeyini belirlemelerini isteyiniz. Belirledikleri düzlemin dışında bir noktadan istenilen düzleme paralel olan kaç tane düzlem çizebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını sağlayınız. Bir önceki adımda yapılan etkinlikte doğruların kesim noktasından karşı yüzeyle paralel çizilen düzlemi göz önünde canlandırmalarını isteyiniz. Bu çalışmalar sonunda öğrencileriniz düzlemin dışında olan herhangi bir noktayı o düzleme paralel sadece bir düzlem çizilebileceğini kavrayacaklardır.
14. Öğrencilerinize bilgisayarlarından yeni bir Cabri 3D sayfası açmalarını ve ekranda gördükleri zemin düzleme paralel iki farklı düzlem oluşturmalarını söyleyiniz. Oluşturdukları düzlemlerin birbirine göre konumlarının nasıl olduğunu, ekrana farklı açılardan bakıp gözlemler yaparak ve grup arkadaşlarıyla tartıştırmakla sonuca ulaşmalarını sağlayınız. Bu çalışmalar sonunda öğrencileriniz aynı düzleme paralel olan düzlemlerin birbirlerine paralel olduğu sonucuna varacaklardır.
15. Öğrencilerinizden “Paralel Düzlemler” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda birbirine paralel olan iki düzlem göreceklerdir. Bu düzlemlerden birini tek bir noktada kesen bir doğru oluşturmalarını isteyiniz. Oluşturdukları doğrunun diğer düzlemlerle arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorunuz. Farklı denemeler yaptırınız. Öğrencileriniz bu denemeler sonunda paralel olan düzlemlerden birini kesen bir doğrunun diğerini de keseceği sonucuna ulaşacaklardır. Benzer etkinlikte bu sefer doğru değil de düzlemlerden birini kesen bir düzlem oluşturarak bu düzlemin paralel olan diğer düzleme göre konumunu sorgulattırınız. Farklı denemeler yaptırarak öğrencilerinizin paralel iki düzlemden birini kesen düzlemin diğer düzlemi de keseceği sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.

3. Doğru ile Düzlemin Birbirine Dikliği (Çalışma Yaprağı 3)

Kazanımlar

1. Bir doğrunun bir düzleme dikliğini tanımlama.

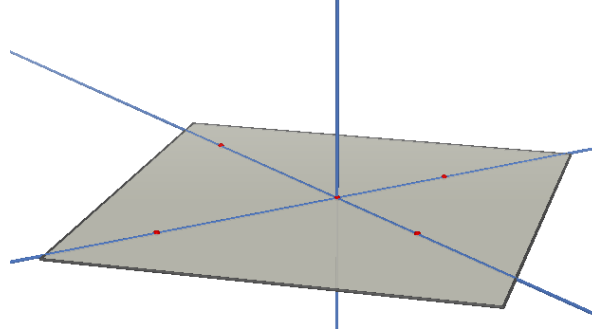
Ek 5'in devamı

2. Bir düzlemin kesişen iki doğrusuna kesim noktasında dik olan doğrunun bu düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.
3. Paralel iki düzlemden birine dik olan doğrunun, diğer düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.
4. Paralel iki doğrudan birine dik olan düzlemin diğer doğruya göre konumunu söyleme ve gösterme.
5. Bir noktadan geçen ve bir doğruya dik olan düzlemi şekil çizerek belirleme ve sayısını gösterme.
6. Aynı doğruya dik olan iki düzlemin birbirine göre konumlarını söyleme ve gösterme.
7. Bir noktadan geçen ve bir doğruya dik olan doğruyu şekil çizerek belirleme ve sayısını söyleme.
8. Bir noktadan geçen ve bir düzleme dik olan doğruyu şekil çizerek belirleme ve sayısını gösterme.
9. Aynı düzleme dik olan iki doğrunun, birbirine göre konumlarını söyleme ve gösterme.
10. Uzaklık kavramını açıklama.
11. Bir noktanın bir düzleme uzaklığını tanımlama.
12. Üç dikme teoremini söyleme ve gösterme.


Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinizden Cabri 3D yazılımını açarak ekranda gördükleri zemin düzleme dik bir doğru oluşturmalarını isteyiniz. Daha sonra bir doğrunun düzleme dikliğinin nasıl tanımlanabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışınız. Öğrencilerinizin tartışmalar sonucunda ileri sürdüğü fikirleri sınıfça değerlendirerek bir doğrunun düzleme dikliğini tanımlayınız.
2. Öğrencilerinize yeni bir çalışma sayfası açarak ekrandaki zemin düzlem üzerinde bir noktada kesişen iki doğru oluşturmalarını söyleyiniz. Daha sonra bu doğrulara kesim noktasında dik olacak şekilde bir doğru oluşturmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz bilgisayarında aşağıdaki gibi ekran görüntüsüne sahip olacaktır.

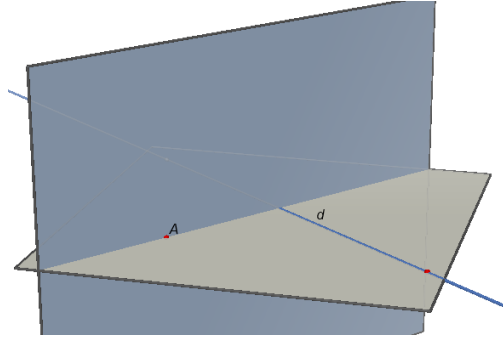
Ek 5'in devamı





Öğrencilerinizden kesişen iki doğruya kesim noktalarında dik olacak şekilde çizilen doğru ile kesişen doğruların belirttiği düzlem arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Bir önceki maddede doğrunun düzleme dikliği etkinliğine de dikkati çekerek öğrencilerinizin kesişen iki doğruya kesim noktasında dik olan doğrunun kesişen doğruların belirttiği düzleme dik olduğu sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.

3. Öğrencilerinize geometri setindeki şeffaf küp modelini göz önüne almalarını söyleyiniz. Küpün karşılıklı yüzlerinin birbirine göre konumunu hatırlatarak bu yüzlerden (düzlemlerden) birine dik olacak olan doğrunun diğer paralel yüz (düzlem) ile arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorunuz. Bu derste yapılan diğer etkinliklerden de öğrencileriniz birbirine paralel olan iki düzlemden birine dik olan doğrunun diğerine de dik olacağı sonucuna varacaklardır.
4. Yine küp modelinin bir yüzeyi (düzlemi) üzerinde birbirine paralel olan iki doğru belirlemelerini isteyiniz. Bu paralel doğrulardan birine dik olacak şekilde belirlenecek bir düzlemle diğer doğru arasında nasıl bir ilişki olacağını grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Grupların ulaştıkları sonuçları sınıfta paylaşmalarını sağlayınız. Öğrenciler önceki etkinliklerden de kazandıkları sezgiler, grup ve sınıf tartışmaları sayesinde paralel iki doğrudan birine dik olan düzlemin diğerine de dik olacağı sonucuna ulaşacaklardır.
5. Öğrencilerinizden bilgisayarlarında yeni bir çalışma sayfası açarak ekranda gördükleri düzlem üzerinde bir A noktası belirlemelerini ve bu noktadan geçmeyen bir d doğrusu çizmelerini isteyiniz. Daha sonra menülerden  ikonu ile d doğrusuna A noktasından dik düzlem çizmelerini isteyiniz. Bu yönergeler sonunda öğrencileriniz aşağıdaki gibi bir ekran görüntüsüne sahip olacaklardır.

Ek 5'in devamı



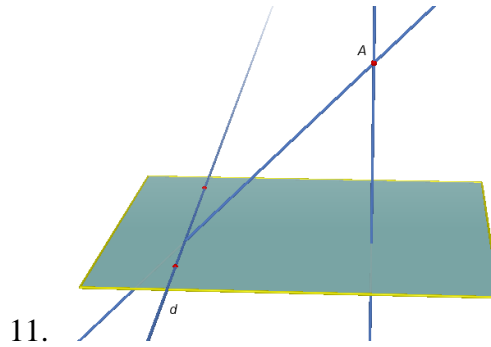
Öğrencileriniz yaptıkları işlemler sonunda bir doğruya dışındaki bir noktadan sadece bir tane dik düzlem çizilebileceği sonucuna ulaşacaklardır. Aynı ekranda A noktasından farklı bir B noktası belirleyerek B noktasından benzer şekilde d doğrusuna dik çizmelerini söyleyiniz. Daha sonra d doğrusuna A noktasından çizdikleri dik düzlem ile B noktasından çizdikleri dik düzlem arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Tartışmalar sonunda ulaştıkları sonuçları test etmek için d doğrusuna A noktasından çizilen dik doğruya  ikonunu kullanarak B noktasından paralel bir düzlem çizmelerini isteyiniz. Bu işlemler sonunda öğrencileriniz d doğrusuna dik olan düzlemlerin birbirine paralel olduğu sonucuna kolayca ulaşacaklardır.

6. Öğrencilerinizden yeni bir Cabri 3D çalışma sayfasında zemin düzlem üzerinde bir d doğrusu ve bu doğru üzerinde olmayan A noktası belirlemelerini isteyiniz. Menülerden  ikonunu seçerek klavyedeki Ctrl tuşu yardımıyla A noktasından d doğrusuna dik bir doğru çizmelerini söyleyiniz. Öğrencilerinize yaptıkları işlemler sonunda d doğrusu üzerinde olmayan bir A noktasından doğruya kaç dik doğru çizebildiklerini sorarak grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrenciler etkinlikte yaptıkları işlemler sonunda bir doğruya dışındaki bir noktadan sadece tek bir dik doğru çizebilecekleri sonucuna ulaşacaklardır.
7. Öğrencilerinize “Düzlem Dışındaki Noktalar” dosyasını açmalarını söyleyiniz. Ekranda E düzlemi ve bu düzlem üzerinde olmayan noktalar görecektir. E düzlemi dışındaki noktalardan düzleme dik doğrular çizmelerini ve düzlem dışındaki bir noktadan düzleme kaç dik doğru çizebileceklerini grup arkadaşlarıyla yaptıkları işlemleri göz önünde bulundurarak tartışmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz

Ek 5'in devamı

grup arkadaşlarıyla yaptıkları tartışmalar sonunda düzlem dışındaki bir noktadan düzleme sadece bir dik doğru çizilebileceği sonucuna ulaşacaklardır.

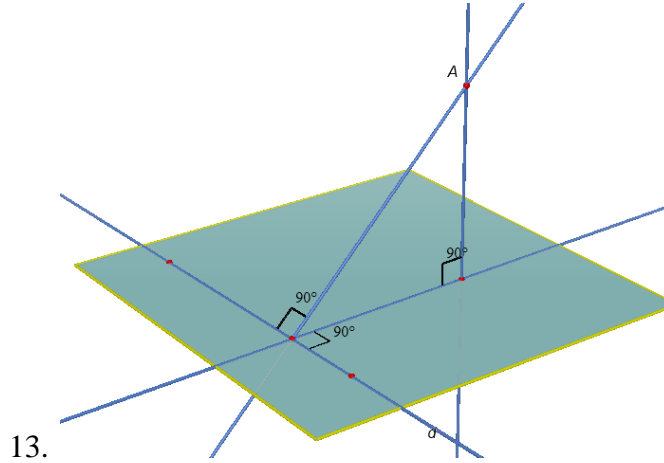
8. Öğrencilerinize yeni bir Cabri 3D çalışma sayfası açarak ekranda gördükleri zemin düzleme dik olacak şekilde iki farklı doğru oluşturmalarını söyleyiniz. Onlardan düzleme dik olacak şekilde oluşturdukları doğruların birbirine göre konumlarının ne olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonunda vardıkları sonucu test etmeleri için oluşturdukları doğrulardan birine paralel olacak şekilde diğer doğru üzerinde seçecekleri bir noktadan bir belirledikleri doğruya paralel bir doğru oluşturmalarını söyleyiniz. Öğrenciler yeni oluşan doğrunun noktanın üzerinde olan doğru ile çakışmasının, düzleme dik olan iki doğrunun birbirine paralel olduğu sonucunu doğruladığını göreceklerdir.
9. Bir önceki basamakta düzleme dik çizdikleri doğrular üzerinde noktalar belirleyerek bu noktaların düzleme uzaklıklarını ölçmelerini söyleyiniz. Daha sonra uzayda alacakları noktalar için benzer ölçümleri yaparak uzaya bir noktanın düzleme uzaklığını nasıl tanımlayabileceklerini tartışmalarını isteyiniz. Ekranda yaptıkları uzaklık ölçümlerindeki uzaklığın gösterimi, öğrencilerinize uzaydaki bir noktanın bir düzleme uzaklığının düzleme olan dik mesafe olduğu tanımına ulaştıracaktır.
10. Öğrencilerinizden “Üç Dikme” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda düzlem üzerinde bir d doğrusu ve düzlem üzerinde olmayan bir A noktası göreceklerdir. Öğrencilerinize A noktasından düzleme ve düzlem üzerindeki d doğrusuna dik birer doğru çizmelerini söyleyiniz. Bu işlemler sonrasında öğrenciler aşağıdaki gibi görünüm elde edeceklerdir.



12. Yukarıdaki adımların tamamlanmasından sonra öğrencilerinize A noktasından düzleme ve düzlem üzerindeki doğruya çizdikleri dikmelerin dikme ayaklarını

Ek 5'in devamı

birleştiren doğruyu çizmelerini söyleyiniz. Daha sonra öğrencilerinizden yeni oluşturdukları doğru ile düzlem üzerindeki doğru arasındaki açığı, A noktasından düzleme ve düzlem üzerindeki doğruya çizdikleri dikleri açı hesaplama menüsü yardımıyla hesaplamalarını isteyiniz. Bu adımları tamamlayan öğrencilerin bilgisayarlarında aşağıdaki ekran görüntüsü gibi bir görüntü olacaktır.



14. Ekranı sağ tuş yardımıyla çevirip ekrandaki diklere farklı açılardan bakarak üç dikme teoremini nasıl ifade edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Yapılan grup tartışmaları neticesinde öğrencileriniz üç dikme teoremini; “Uzaydaki bir noktadan düzleme ve düzlem üzerindeki bir doğruya çizilen diklerin dikme ayaklarını birleştiren doğru düzlemdeki doğruya diktir.” biçiminde ifade edeceklerdir.

4. Düzlemlerin Dikliği (Çalışma Yaprağı 4)

Kazanımlar

1. Kesişen iki düzlemin ölçek açısını tanımlama.
2. İki düzlemin dikliğini tanımlama.
3. Bir düzlemin; kendisine dik olan bir doğrudan geçen düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.
4. Paralel iki düzlemden birine dik olan düzlemin, diğer düzleme göre konumunu söyleme ve gösterme.
5. Bir doğru iki düzlemden birine paralel, diğerine dik ise, bu düzlemlerin birbirine göre konumunu söyleme ve gösterme.

Ek 5'in devamı

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinize bilgisayarlarından “Kesişen Düzlemler” isimli dosyayı açmalarını söyleyiniz. Ekranda gördükleri kesişen iki düzlem arasındaki açıyı yazılımın açı bulma özelliğini kullanarak hesaplamalarını isteyiniz. Kesişen düzlemlerin ölçek açısını değiştirerek gözlemler yapmalarını ve gözlemler sonucunda iki düzlem arasındaki açıyı nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Öğrencilerin gözlemlerden ve arkadaşlarıyla yaptıkları tartışmalardan ortaya çıkardığı tanımları sınıf ortamında paylaşmalarını ve ölçek açısı için ortak bir tanım yapmalarını sağlayınız.
2. Bir önceki adımda da ölçek açısının değişmesi durumunda düzlemlerin nasıl konumlarda olduklarını öğrenciler gözlemlene fırsatı bulmuşlardır. Ölçek açısını değiştirmek için T noktasını yay üzerinde hareket ettirerek V noktası üzerine getirmelerini isteyiniz. Bu durumda iki düzlem arasındaki açı 90^0 olacaktır. Öğrencilerinize iki düzlem arasındaki açının 90^0 olması durumunda iki düzlemin birbirine göre konumlarının nasıl olacağını sorunuz. Öğrencileriniz yapılan işlemler sonrasında iki düzlemin birbirine dik olduğu sonucuna varacaklardır.
3. Öğrencilerinize yeni bir Cabri 3D çalışma sayfası açarak ekranda gördükleri zemin düzleme dik bir doğru oluşturmalarını isteyiniz. Daha sonra menüden düzlem ikonu yardımıyla oluşturdukları doğru ve zemin düzlem üzerinde belirleyecekleri noktaları içine alan düzlemler oluşturmalarını söyleyiniz. Bu şekilde kaç tane düzlem oluşturabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını sağlayınız. Öğrenciler yaptıkları denemeler sayesinde bu şekilde sonsuz tane düzlem oluşturulabileceği sonucuna varacaklardır. Bu düzlemler ile zemin düzlem arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorgulattırınız. Bir önceki adımdan da yararlanarak öğrencileriniz bu şekilde oluşturacakları düzlemlerin hepsinin zemin düzleme dik olacağı sonucuna varacaklardır.
4. Bilgisayardan Paralel Düzlemler dosyasını açarak ekranda gördükleri paralel düzlemlerden E düzlemine dik bir düzlem oluşturmalarını isteyiniz. E düzlemine dik olan düzlem ile F düzlemi arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Bir önceki derste yaptığınız paralel düzlemlerden birine dik olan doğrunun diğerine de dik olacağı sonucundan öğrenciler paralel düzlemlerden birine dik olan düzlemin diğerine de dik olacağı sonucuna varacaklardır.

Ek 5'in devamı

5. Öğrencilerinize geometri setindeki dikdörtgenler prizması modelinin alt taban yüzeyi üzerinde herhangi bir yan yüzeye dik olacak şekilde bir doğru oluşturmalarını söyleyiniz. Bu durumda oluşturdukları bu doğrunun üst tabana göre konumunun ne olduğunu sorunuz. Çizdikleri doğrunun üst yüzeye paralel ve yan yüzeye dik olduğunu fark etmelerinden sonra üst yüzey ile yan yüzeyin birbirine göre konumunun nasıl olduğu ve bu durumu nasıl ifade edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonunda öğrencilerinizin bir doğrunun iki düzlemden birine paralel, diğerine dik olması durumunda, düzlemlerin birbirine göre dik olduğu sonucuna varmalarını sağlayınız.

5. Düzlemde Bir Noktanın ve Bir Şeklin Bir Doğru Üzerindeki Dik İzdüşümü (Çalışma Yaprağı 5)

Kazanımlar

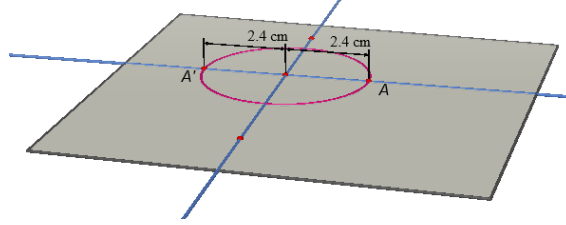
1. Bir noktanın bir doğru üzerindeki dik izdüşümünü tanımlama.
2. Bir noktanın bir doğruya uzaklığını tanımlama.
3. Bir şeklin bir doğruya göre simetriğini açıklama.
4. Uzunlukları eşit olan paralel iki doğru parçasının bir doğru üzerindeki dik izdüşümleri arasındaki ilişkiyi söyleme ve gösterme.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

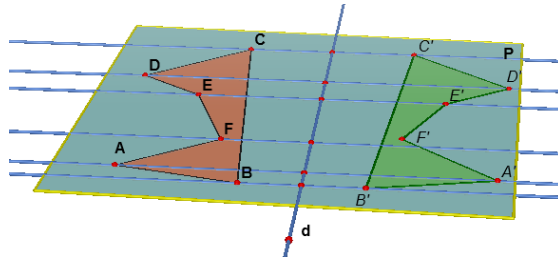
1. Öğrencilerinizden Cabri 3D yazılımını arak ekranda gördükleri düzlem üzerinde bir A noktası ve bu noktadan geçemeyen bir doğru belirlemelerini isteyiniz. Daha önceki geometri bilgilerini kullanarak A noktasının doğru üzerindeki izdüşümünü nasıl bulabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını ve A noktasının izdüşümünü bulmalarını isteyiniz. A noktasının izdüşümü noktanın doğruya dik uzaklığının doğrudan eşit uzaklıktaki noktadır. A noktasının doğruya göre izdüşümünü bulmak için ilk önce noktadan doğruya dik bir doğru çizerek kesim noktasından A noktasına kadar uzunlukta bir çember çizmek gerekmektedir. Çemberin dik çizilen doğrunun diğer kesim noktası A noktasının doğruya göre

Ek 5'in devamı

izdüşümü noktasıdır. Bu işlemlerin yapılması sonucunda öğrencileriniz aşağıdaki gibi ekran görüntüsü elde edeceklerdir.



- Öğrencilerinize bir önceki adımda yaptıkları işlemlerde A noktasının doğruya olan uzaklığının nasıl ifade edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartıştırınız. Öğrencileriniz noktanın izdüşümü tanımında söyledikleri gibi bir noktanın doğruya olan uzaklığı tanımlarken noktanın doğruya olan dik uzaklığı şeklinde ifade edeceklerdir.
- Öğrencilerinize bilgisayarlarından “Şekil Simetrisi” dosyasını açarak ekranda gördükleri şeklin doğruya göre simetrisini bulmalarını söyleyiniz. Şeklin doğruya göre simetrisini bulurken noktanın doğruya göre simetrisinden faydalanabileceklerini hatırlatınız. Öğrencileriniz bu aşamada ekrandaki her bir noktanın simetrisini bularak bu noktaları birleştirip şeklin simetrisini ortaya çıkartacaklardır. Bu işlemler sonrasında bilgisayar ekranında aşağıdaki gibi bir görüntü oluşacaktır.



Öğrencilerinizden şeklin simetrisini göz önünde bulundurarak bir şeklin bir doğruya göre simetriğini nasıl açıklayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz.

- Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Paralel Doğru Parçaları” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri doğru parçalarının paralel olduklarını söyleyiniz. Daha sonra bu doğru parçalarının uzunluklarını ölçerek karşılaştırmalarını isteyiniz. Öğrenciler yapacakları ölçüm sonunda doğru parçalarının eş uzunlukta olduklarını göreceklerdir. Birbirine paralel ve eş

Ek 5'in devamı

uzunlukta olan AB ve CD doğru parçalarının d doğrusu üzerindeki dik izdüşümlerini bularak doğru parçalarının izdüşümlerini karşılaştırmalarını söyleyiniz. Noktanın doğru üzerindeki izdüşümünü bulma yönteminden faydalanarak eş ve paralel doğru parçalarının dik izdüşümlerini bulan öğrencileriniz, doğru parçalarının izdüşümlerinin de eş uzunlukta olduğu sonucuna varacaklardır.

6. Uzayda Bir Noktanın ve Bir Şeklin Bir Düzlem Üzerindeki Dik İzdüşümü (Çalışma Yaprağı 6)

Kazanımlar

1. Bir noktanın bir düzlem üzerindeki dik izdüşümünü tanımlama.
2. Bir şeklin bir düzlem üzerindeki dik izdüşümünü açıklama.
3. Bir doğrunun ve bir doğru parçasının bir düzlem üzerindeki dik izdüşümünü açıklama.
4. Paralel iki doğrunun dik izdüşümleri arasındaki ilişkiyi söyleme ve gösterme.
5. Paralel ve eş doğru parçalarının dik izdüşümleri arasındaki ilişkiyi söyleme ve gösterme.
6. Bir şeklin paralel iki düzlem üzerindeki dik izdüşümleri arasındaki ilişkiyi söyleme ve gösterme.
7. Bir doğrunun bir düzlemle oluşturduğu açığı tanımlama.
8. Bir çokgensel bölgenin alanı ile dik izdüşümünün alanı arasındaki bağıntıyı söyleme ve gösterme.

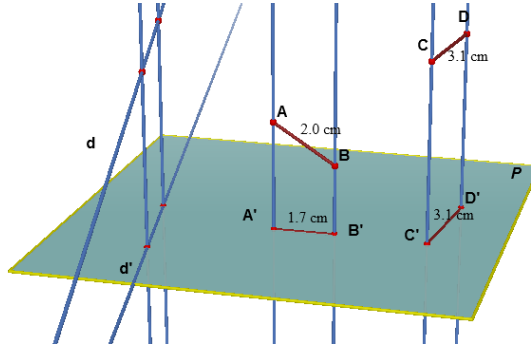
Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinizden Cabri 3D programını çalıştırarak “Nokta İzdüşümü” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri A, B, C ve D noktalarının düzlem üzerindeki dik izdüşümlerini bulmalarını söyleyiniz. Uzayda kendi belirledikleri noktalar için de denemeler yaparak uzayda bir noktanın bir düzlem üzerindeki dik izdüşümünü nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencilerinizin uzaydaki bir noktanın bir düzleme dik izdüşümünün;

Ek 5'in devamı

noktadan düzleme çizilen dikin düzlemi kestiği nokta olduğunu fark etmelerini sağlayınız.

2. Öğrencilerinizden “Şekil İzdüşümü” dosyasını açarak ekranda gördükleri dörtgenin düzlem üzerindeki izdüşümünü bulmalarını isteyiniz. Şeklin izdüşümünü bulmak için noktanın düzlem üzerindeki izdüşümünden faydalanabileceklerini hatırlatınız. Dörtgenin izdüşümünü bulmalarının ardından bu işlemi nasıl yaptıklarını diğer arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz noktanın izdüşümündeki bilgilerinden, bir şeklin bir düzlem üzerine dik izdüşümünü bulurlarken belirli noktaların izdüşümünü alarak izdüşümü noktalarını birleştirip şeklin izdüşümünü bulma stratejisini kullanacaklardır.
3. Öğrencilerinize bilgisayarlarından “Doğru-Doğru Parçası İzdüşümü” dosyasını açmalarını ve ekranda gördükleri doğru ve doğru parçalarının düzlem üzerindeki izdüşümlerini bulmalarını söyleyiniz. Daha sonra doğru parçalarıyla izdüşümleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu uzunluklarını karşılaştırarak incelemelerini ve gözlemlerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Dik izdüşümleri doğru bir şekilde bulan öğrencilerin ekranlarında aşağıdaki gibi bir ekran görüntüsü olacaktır.

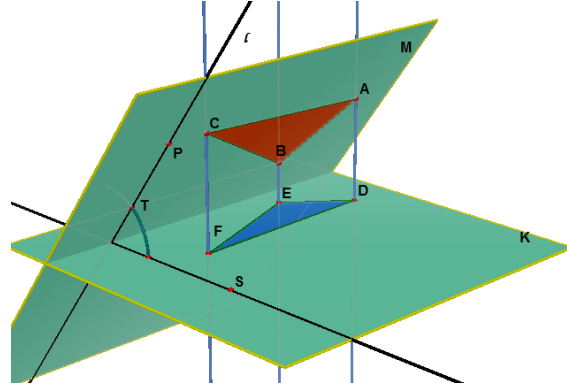


Öğrencilerinizle bir doğru parçasının iz düşümünün uzunluğunun kendi uzunluğuna eşit olması için nasıl bir konumda olması gerektiği tartışınız. Bu tartışmalardan düzleme paralel doğru parçalarının uzunluklarının izdüşümlerinin uzunluklarının da doğru parçasının uzunluğu kadar olacağı sonucuna varmalarını sağlayınız. Öğrencileriniz önceki izdüşümü bulma deneyimlerinden; bir doğrunun izdüşümünü belirlerken doğru üzerindeki rastgele iki noktanın düzlem üzerindeki izdüşümlerinin bulunarak bu noktaların birleştirilmesi sonucunda doğrunun izdüşümünün bulunabileceği sonucuna varacaklardır.

Ek 5'in devamı

4. Öğrencilerinizden “Paralel – Eş Doğru Parçaları” isimli dosyayı açarak ekranda gördükleri paralel ve eş uzunluktaki doğru parçalarının M düzlemi üzerindeki dik izdüşümlerini bulmalarını isteyiniz. Daha sonra doğru parçalarının uzunluklarını izdüşümlerinin uzunluklarıyla karşılaştırarak grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Ulaştıkları sonucu sınıfla paylaşmalarını isteyiniz. Öğrenciler bu işlemlerden sonra paralel ve eş uzunluktaki doğru parçalarının izdüşümlerinin de paralel ve eş uzunlukta olduğu sonucuna varacaklardır.
5. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Paralel Düzlemler” isimli dosyayı açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri ABCDE beşgeninin paralel olan M ve N düzlemlerindeki izdüşümlerini bulmalarını isteyiniz. Beşgenin paralel olan düzlemlerdeki izdüşümleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Öğrencileriniz beşgenin paralel olan M ve N düzlemlerindeki izdüşümlerini bulmalarıyla bu izdüşümlerin aynı olduğunu göreceklerdir. Grup tartışmalarıyla öğrencileriniz uzayda bir şeklin paralel olan düzlemlerdeki izdüşümlerinin aynı olduğu sonucuna ulaşacaklardır.
6. Öğrencilerden yeni bir Cabri 3D çalışma sayfası açarak ekranda gördükleri düzlemi bir noktada kesen bir doğru oluşturmalarını isteyiniz. Daha sonra doğrunun düzlemle yaptığı açıyı hesaplamalarını ve düzlemi bir noktada kesen doğrunun düzlemle yaptığı açıyı nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. İpucu olarak öğrencilerinize bu derste daha önce yaptıkları, doğrunun düzleme izdüşümü etkinliğindeki doğrunun izdüşümünü nasıl bulduklarını hatırlatabilirsiniz. Öğrencilerin doğru ile düzlem arasındaki açıyı hesaplamalarında doğrunun izdüşümünü almalarını sağlayınız. Etkinlik sonunda öğrencileriniz doğrunun düzlemle arasındaki açıyı izdüşümü ile yaptığı açı olarak tanımlayacaklardır.
7. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “İzdüşümü” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri kesişen düzlemlerden M düzlemi üzerindeki ABC üçgeninin K düzlemi üzerindeki izdüşümü olan DEF üçgenini bulmalarını söyleyiniz. Bu işlemi başarıyla tamamlayan öğrencilerinizin bilgisayarlarında aşağıdaki gibi bir ekran görüntüsü olacaktır.

Ek 5'in devamı



Bu işlemi tamamladıktan sonra öğrencilerinizden iki düzlem arasındaki açıyı, ABC ve DEF üçgenlerinin alanlarını hesaplamalarını isteyiniz. İki düzlem arasındaki açının farklı değerleri için yazılımın hesap makinesi özelliğini de kullanarak gerekli işlemleri yapıp tabloyu doldurmalarını isteyiniz. Tabloyu göz önünde bulundurarak grup arkadaşlarıyla birlikte iki düzlem arasındaki açı ile üçgenlerin alanları oranı arasında nasıl bir ilişki olduğu tartışmalarını söyleyiniz. Öğrencileriniz bu tartışmalar sonunda iki düzlem arasındaki açının kosinüs değerinin üçgenlerin alanları oranına eşit olduğu sonucuna ulaşacaklardır. Öğrencilerinize ulaştıkları bağıntının düzlem üzerindeki şeklin üçgen değil de üçgenden farklı bir çokgen olması durumunda geçerli olup olmayacağını farklı çokgenler için denemeler yaparak bulmalarını isteyiniz. Ayrıca iki düzlem arasındaki açının 0 ve 90^0 olmaları durumunda çokgenler ve alanları için buldukları bağıntıyı nasıl yorumlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyebilirsiniz.

7. Prizma, Özellikleri ve Çeşitleri (Çalışma Yaprağı 7)

Kazanımlar

1. Prizmayı tanımlama.
2. Prizmanın tabanlarını tanımlama.
3. Prizmanın taban ayrıtlarını tanımlama.
4. Prizmanın yan yüzlerini tanımlama.
5. Prizmanın yan ayrıtlarını tanımlama.
6. Prizmanın yüksekliğini tanımlama.
7. Prizmanın tabanına paralel kesitlerini tanımlama.
8. Prizmanın dik kesitlerini tanımlama.

Ek 5'in devamı

9. Prizmanın tabanına paralel kesitleri arasındaki ilişkiyi gösterme.
10. Prizmanın yan yüzlerinin birer paralelkenar olduğunu gösterme.
11. Dik prizmayı tanımlama.
12. Eğik prizmayı tanımlama.
13. Düzgün prizmayı tanımlama.
14. Paralelyüzü tanımlama.
15. Dikdörtgenler prizmasını tanımlama.
16. Küpü tanımlama.
17. Tabanlarına göre prizmaları adlandırma.
18. Dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeni ile bir köşeden çıkan ayrıtlar arasındaki bağıntıyı söyleme ve gösterme.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerin geometri setindeki tüm prizma modellerini çıkartarak bu modelleri incelemelerini sağlayınız. İnceleme işlemleri sonunda grup arkadaşlarıyla prizmaları, prizmaların tabanlarını, taban ayrıtlarını, yan yüzlerini, yan ayrıtlarını ve prizmaların yüksekliklerini nasıl tanımlayabileceklerini tartışmalarını ve ulaştıkları tanımları diğer arkadaşlarıyla paylaşmalarını isteyiniz. Bu etkinlik sonunda her bir tanım için gruplara yaptıkları tanımları sorarak doğru olan tanımları sesli bir şekilde tekrar ettirip çalışma yaprağındaki çizelgeye kendi cümleleriyle yazmalarını sağlayınız.
2. Bir önceki adımda öğrencilerinizden aldığınız yan yüz tanımlarını tekrar edip prizma modellerini göz önünde bulundurarak prizmaların yan yüzlerinin şeklinin ne olabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Gruplara ellerindeki prizma modellerinin yan yüzlerinin şekillerinin neler olduğunu sorarak aldığınız cevaplar doğrultusunda dikdörtgenin de bir paralelkenar olduğunu hatırlatınız. Bu çalışma sonunda öğrencileriniz prizmaların yan yüzlerinin paralelkenar olduğu sonucuna ulaşacaklardır.
3. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Eğik Prizma” isimli dosyayı açmalarını isteyiniz. Prizmaların bir düzlemlerle arakesitinin o prizmanın bir kesiti olarak ifade edildiğini söyleyerek ekranda gördükleri eğik prizmalara ve kesitlerine farklı bakış

Ek 5'in devamı

- açılarından bakarak incelemelerini isteyiniz. Daha sonra grup arkadaşlarıyla paralel kesit ve dik kesiti nasıl tanımlayabileceklerini tartışmalarını ve ulaştıkları tanımları çalışma yaprağına yazmalarını söyleyiniz. Gruplardan yaptıkları tanımları sınıf içinde paylaştırarak öğrencilerin gözlemlerinden paralel ve dik kesit tanımlarına ulaşmalarını sağlayınız.
4. Öğrencilerinize paralel kesitler ile prizmanın tabanları arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorunuz. Önceki adımda öğrencileriniz paralel kesitleri tanımlarken prizmanın tabanı ile ilişkisini vurgulamamışlarsa bu adımda prizmanın paralel kesitlerinin taban yüzeylerine paralel olduğu bilgisine ekranda gördükleri eğik düzleme ve paralel kesitlerine farklı açılardan bakarak ulaşmalarını sağlayınız.
 5. Öğrencilerinizden geometri setindeki prizma modellerini inceleyerek dik ve eğik prizma modellerini nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonrasında grupların ulaştıkları tanımları sınıf içindeki diğer gruplarla karşılaştırmalarını isteyiniz. Sınıf içi tartışmalar sonunda öğrencilere dik ve eğik prizmaların yükseklikleri, yan yüzeylerin şekliyle ilgili sorular sorarak öğrencilerin dik ve eğik prizmaların doğru tanımlarına ulaşmalarını sağlayınız.
 6. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından Düzgün Prizma dosyasını açarak ekranda gördükleri şekilleri incelemelerini isteyiniz. Daha sonra düzgün prizmaların tabanları, yan yüzleri, yükseklikleriyle ilgili sorular sorarak öğrencilerinizin düzgün prizmaların özelliklerini belirlemelerini isteyiniz. Bu işlemler sonrasında öğrencilerinizden düzgün prizmalarını nasıl tanımlayabileceklerini çalışma yapraklarına yazmalarını isteyiniz.
 7. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından Paralelyüz dosyasını açarak paralelyüz modellerini incelemelerini isteyiniz. Bir önceki adımda öğrencilerinize yönelttiğiniz soruları tekrar sorarak öğrencilerinizin paralelyüzün özelliklerini belirlemelerini isteyiniz. Daha sonra grup arkadaşlarıyla belirledikleri özellikleri göz önünde bulundurarak paralelyüzü nasıl tanımlayabileceklerini tartışmalarını ve tartışma sonunda ulaştıkları tanımları çalışma yaprağına yazmalarını söyleyiniz.
 8. Öğrencilerinizden geometri setindeki dikdörtgenler prizması ve küp modellerini incelemelerini ve bu cisimlerin özelliklerini grup arkadaşlarıyla belirlemelerini isteyiniz. Bu aşamada düzlem geometrideki bilgilerini kullanarak kare-dikdörtgen

Ek 5'in devamı

karşılaştırmasını yapmalarını ve hangi şeklin daha özel bir şekil olduğunu bulmalarını isteyiniz. Kare-dikdörtgen karşılaştırmasında öğrencilerinize bu cisimlerin özellikleriyle ilgili sorular sorarak her karenin bir dikdörtgen olduğu sonucuna varmalarını sağlayınız. Benzer bir şekilde küp-dikdörtgenler prizması karşılaştırmasını yaparak bu cisimleri nasıl tanımlayabileceklerini ve düzlem geometrideki genellemenin uzay geometride nasıl olacağını grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Bu tartışmalar neticesinde öğrencileriniz küpün özel bir dikdörtgenler prizması olduğu sonucuna ulaşacaklardır.

9. Öğrencilerinizden çalışma yaprağındaki 9. maddede yer alan cisimlerin isimlerini alt kısımlarındaki belirtilen yerlere yazmalarını söyleyiniz. Daha sonra cisimleri isimlendirirken neye dikkat ettiklerini sınıftaki diğer arkadaşlarıyla paylaşmalarını isteyiniz.
10. Öğrencilerinizden geometri setindeki dikdörtgenler prizması modelini göz önüne alarak bu cisim üzerindeki birbirine en uzak olacak şekilde belirledikleri noktaları birleştiren doğru parçasının cisim köşegeni olarak isimlendirildiğini söyleyiniz. Dikdörtgenler prizmasının kaç tane cisim köşegeni olduğunu dikdörtgenler prizması modelini göz önünde bulundurarak grup arkadaşlarıyla tartışmalarını ve ulaştıkları sonucu diğer gruplarla paylaşmalarını isteyiniz. Daha sonra ayrıtları a , b ve c olan dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeninin uzunluğunun nasıl hesaplanabileceğini, çalışma yaprağındaki dikdörtgenler prizması modelindeki yardımcı çizgileri ve oluşan üçgenleri görmelerini sağlayarak cisim köşegeninin uzunluğunu veren bağıntıya ulaşmalarını sağlayınız.

8. Prizmaların Alan ve Hacimleri (Çalışma Yaprağı 8)

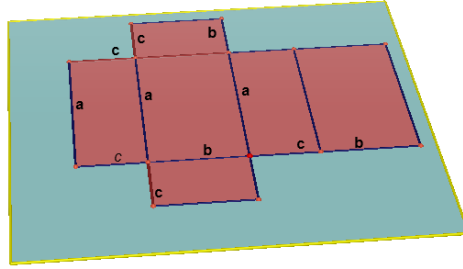
Kazanımlar

1. Dik prizmanın yanal alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
2. Eğik prizmanın yanal alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
3. Prizmanın toplam alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
4. Dik prizmanın hacmini veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
5. Eğik prizmanın hacmini veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
6. Cavalier ilkesini prizmalar için açıklama.

Ek 5'in devamı

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinize bilgisayarlarından “Dik Prizma” dosyasını açarak ekranda gördükleri dik prizmayı bir yüzeyinden tutup zemin düzlem üzerine açmalarını söyleyiniz. Bu işlem sonunda öğrenciler bilgisayarlarında aşağıdaki gibi bir ekran görüntüsü elde edeceklerdir.



Öğrencilerinizden dikdörtgenler prizmasının açık görünümündeki yüzeylerin alanlarının ne olduklarını sorarak tüm prizmanın yüzey alanını açık görünümü göz önünde bulundurarak hesaplamalarını isteyiniz. Öğrencileriniz bu işlemler sonrasında dikdörtgenler prizmasının tüm yüzeyinin alanının $2(a.b+b.c+a.c)$ olduğu sonucuna ulaşacaklardır.

2. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Eğik Prizma” dosyasını açarak ekranda gördükleri dik kesiti belirtilmiş eğik prizma modelini incelemelerini ve ardından prizmanın üst tabanından tutarak zemin düzlem üzerine açmalarını isteyiniz. Daha sonra eğik prizmanın yan yüzlerinin alanlarını ayrı ayrı hesaplatırıp eğik prizmanın toplam yanal alanını bulmalarını söyleyiniz. Bu işlem sonrasında prizmanın yan ayrıt uzunluğunu ve prizmanın dik kesit çevre uzunluğunu hesaplatarak çalışma yaprağındaki tabloyu yüzeylerin farklı büyüklükleri için doldurmalarını isteyiniz. Farklı denemeler sonrasında eğik prizmanın yanal alanını veren bağıntıyı prizmanın dik kesitini de işe koşarak nasıl ifade edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz bu etkinlik sonrasında eğik prizmanın yüzey alanlarının farklı değerleri için doldurdukları tabloyu yorumlayarak eğik prizmanın yanal alanlarını veren bağıntıya kolay bir şekilde ulaşacaklardır.
3. Öğrencilerinize bir prizmanın tüm alanını taban alanları ve yanal alanları göz önüne alarak nasıl hesaplayabileceklerini sorunuz. Daha önce yaptıkları etkinliklerden yan yüz alanlarını ve taban alanlarını nasıl hesaplayacaklarını kazanan öğrenciler bu aşamada bir prizmanın toplam alanının yan yüz alanları ile taban alanları toplamına eşit olacağı sonucuna ulaşacaklardır. Prizmaların genel alan bağıntısını göz önünde

Ek 5'in devamı

bulundurarak küp, dikdörtgenler prizması ve kare dik prizma cisimlerinin alanlarını veren bağıntıları çıkartmalarını isteyebilirsiniz.

4. Öğrencilerinizden “Dik Prizma Hacim” isimli dosyayı açarak ekranda gördükleri prizmaların hacimlerini, taban alanlarını ve yüksekliklerini yazılımın ölçüm menüsü altındaki menüleri kullanarak hesaplamalarını ve tabloyu doldurmalarını isteyiniz. Bu işlemlerin tamamlanmasının ardından doldurdıkları tabloyu göz önünde bulundurarak dik prizmaların hacimlerinin nasıl hesaplanabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrenciler yaptıkları etkinlik sonunda bir dik prizmanın hacminin taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşit olduğu sonucuna kolay bir şekilde erişeceklerdir.
5. Öğrencilerden bir önceki adımda dik prizmaların hacimleri için buldukları bağıntıyı kullanarak özel olarak ayırt uzunlukları verilen küp, kare dik prizma ve dikdörtgenler prizmalarının hacimlerini veren bağıntıları oluşturmalarını isteyiniz.
6. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Eğik Prizma Hacim” dosyasını açarak eğik prizmanın hacmini, taban alanını, yüksekliğini, dik kesit alanını ve yan ayırt uzunluğunu yazılımın ölçüm menüsü altındaki menüleri kullanarak bulmalarını isteyiniz. Bu işlemler sonrasında yazılımın hesap makinesi yardımıyla eğik prizmanın farklı büyüklükleri için çalışma yaprağındaki tabloyu doldurarak eğik prizmanın hacmini veren bağıntının ne olacağı üzerine grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Eğik prizmanın hacmini, taban alanı X yükseklik ya da dik kesit alanı X yan ayırt uzunluğu değerleriyle karşılaştırmalarını söyleyerek öğrencilerin eğik prizmanın hacim bağıntısına ulaşmalarını sağlayınız.
7. Prizmaların hacim bağıntısını göz önünde bulundurarak taban alanları ve yükseklikleri aynı olan farklı prizmaların hacimleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışarak bir sonuca varmalarını isteyiniz. Öğrencilere taban alanları ve yükseklikleri aynı olan farklı prizma örnekleri söyleyerek hacimlerinin ne olduklarını sorabilirsiniz. Bu etkinlik sonunda öğrencilerinize taban alanları ve yükseklikleri aynı olan farklı prizmaların hacimlerinin aynı olmasının Cavalier ilkesi olarak isimlendirildiğini söyleyiniz.

Ek 5'in devamı

9. Piramitler, Alan ve Hacimleri (Çalışma Yaprağı 9)

Kazanımlar

1. Piramidi tanımlama.
2. Piramidin tepe noktasını, tabanını, yan ayrıtlarını, yüksekliğini, yan yüz yüksekliğini tanımlama.
3. Düzgün piramidi tanımlama.
4. Düzgün dörtyüzlüyü tanımlama.
5. Bir piramidin tabanına paralel kesiti ile tabanı arasındaki ilişkiyi söyleme ve gösterme.
6. Cavalier ilkesini piramitler için söyleme ve yazma.
7. Bir piramidin hacmini veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
8. Düzgün piramidin yanal alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
9. Kesik piramidi tanımlama.
10. Kesik piramidin tabanlarını ve yüksekliğini tanımlama.
11. Düzgün kesik piramidi tanımlama.
12. Düzgün kesik piramidin yanal alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
13. Kesik piramidin hacmini söyleme ve gösterme.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinize geometri setindeki üçgen, kare ve dikdörtgen piramit modellerini göstererek bu cisimlerin piramitlere örnek cisimler olduğunu söyleyiniz. Daha sonra öğrencilerden bilgisayarlarındaki “Piramitler” adlı dosyayı açarak ekranda gördükleri piramit modellerini incelemelerini ve piramidi nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını ulaştıkları tanımlama çalışması yaprağına yazmalarını isteyiniz. Daha sonra geometri setinden alacağınız bir piramit modeli üzerinde piramidin tepe noktasını, piramidin tabanını, piramidin yan ayrıtlarını, piramidin yüksekliğini ve piramidin yan yüz yüksekliklerini göstererek piramidin bu elemanlarını nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışarak ulaştıkları tanımları çalışması yaprağına yazmalarını söyleyiniz.

Ek 5'in devamı

2. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Düzgün Piramitler” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri piramitlere farklı açılardan bakarak piramitlerin yüzey şekillerini ve yüzey şekillerinin özelliklerini incelemelerini söyleyiniz. Ekranda gördükleri piramitlerin hepsinin düzgün piramit olduğunu söyleyerek düzgün piramitleri nasıl tanımlayabileceklerini, düzgün piramitlerin hangi özelliklere sahip olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışıp ulaştıkları sonuçları maddeler halinde yazmalarını isteyiniz.
3. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Düzgün Dörtüzlü” dosyasını açarak ekranda gördükleri düzgün dörtüzlüyü incelemelerini isteyiniz. Daha sonra yazılımdaki düzgün dörtüzlü şablonunu kullanarak farklı büyüklüklerde düzgün dörtüzlüler oluşturarak bu cisimleri ve açık görünümelerini inceleyerek düzgün dörtüzlünün nasıl tanımlanabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Ayrıca bir düzgün dörtüzlünün hangi özelliklere sahip olabileceğini ekranda oluşturdukları dörtüzlüler üzerinde incelemeler yaparak ulaştıkları özellikleri maddeler halinde yazmalarını söyleyiniz.
4. Öğrencilerinizden geometri setindeki kare piramit modelini inceleyerek taban ayırıtı a ve yan yüz yüksekliği h birim olan kare piramidin yanal alanını veren bağıntının ne olabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını ve ulaştıkları sonucu diğer gruplarla paylaşmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz düzlem geometri bilgilerini kullanarak kare piramidin yanal alanını veren bağıntıya kolay bir şekilde ulaşacaklardır. Öğrencilerinizin kare piramidin yanal alanı için ulaştıkları bağıntının tabanın altıgen ve sekizgen olması durumunda nasıl olacağını, bu bağıntıyı tabanı (n) gen olan düzgün bir piramit için nasıl genelleyebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını ve ulaştıkları sonucu sınıf içinde diğer arkadaşlarıyla paylaşmalarını isteyiniz.
5. Öğrencilerinizden geometri setindeki 4 Parçalı Üçgen Prizma modelinde prizmayı oluşturan piramitleri incelemelerini isteyiniz. 4 Parçalı Üçgen Prizma modeli aşağıda gösterilen modeldir.

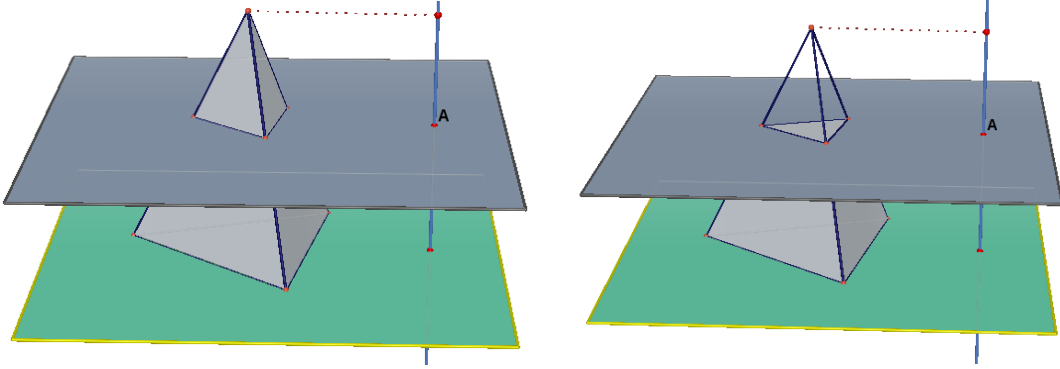
Ek 5'in devamı



Üçgen prizmayı oluşturan piramitlerin biçimlerini ve büyüklüklerini karşılaştırmalarını söyleyiniz. Daha sonra bilgisayarlardan “Piramitler Hacim” dosyasını açarak ekranda gördükleri piramitlerin hacimlerini, taban alanlarını ve yüksekliklerini ölçüm menüsünü kullanarak bulmalarını ve yazılımın hesap makinesi yardımıyla çalışma yaprağındaki tabloyu doldurmalarını isteyiniz. Doldurdukları tabloyu göz önünde bulundurarak bir piramidin hacminin nasıl bulunabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Tartışmalar sonunda öğrencilerinizin bir piramidin hacminin taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının üçte biri olduğu sonucuna ulaşmalarını sağlayınız. Bu aşamada 4 Parçalı Üçgen Prizma modelindeki piramitlerin hacimlerinin birbirine eş olduklarını fark ettiriniz. Daha sonra taban alanları ile yükseklikleri eşit olan farklı piramitlerin hacimleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorgulattırarak bu durumun prizmalarda da geçerli olan Cavalier ilkesi olduğunu açıklayınız.

6. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Piramit Kesme” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri piramide d doğrusu üzerindeki A noktasından zemin düzleme paralel olacak şekilde bir düzlem oluşturmalarını ve piramidin üstte kalan kısmını kesmelerini söyleyiniz. Piramidin düzlemlle kesilmeden önceki ve kesildikten sonraki ekran görüntüleri aşağıdaki gibi olacaktır.

Ek 5'in devamı



Bu aşamadan sonra öğrencilerden piramidin taban alanını ve kesit alanını yazılımın ölçüm menüsü yardımıyla hesaplamalarını ve kesit alanı ile piramidin taban alanı arasında nasıl bir ilişki olduğunu araştırmalarını isteyiniz. Bu aşamada düzlem geometrideki benzerlik bilgilerinden yararlanmaları için ipuçları verebilirsiniz. Piramidin kesit alanı ile taban alanı arasındaki ilişkiyi keşfetmelerini sağlayıcı yönlendirmeler yapabilirsiniz.

7. Öğrencilerinizden geometri setindeki kesik piramit modelini incelemelerini ve bilgisayarlarından “Kesik Piramitler” isimli dosyayı açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri kesik piramitleri farklı açılardan bakarak incelemelerini ve kesik piramidi, düzgün kesik piramidi, kesik piramidin tabanlarını ve yüksekliğini nasıl tanımlanabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını ve ulaştıkları tanımları sınıfla paylaşmalarını isteyiniz. Bu çalışmalardan sonra öğrencilerden kesik piramit, düzgün kesik piramit, kesik piramidin tabanı ve yüksekliğine ait tanımları kendi cümleleriyle yazmalarını isteyiniz.
8. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Kesik Piramit Yanal Alanı” dosyasını açarak ekranda gördükleri kesik piramidi üst yüzeyinden tutarak zemin düzlem üzerine açmalarını söyleyiniz. Cismin açık görünümünde kesik piramidin yan yüzlerinin alanları toplamını hesaplamalarını ve toplam yanal alanı veren bağıntının ne olabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Bu aşamada kesik piramidin yanal yüzlerinin birer yamuk olduğuna dikkati çekebilirsiniz. Öğrencilerinizin tartışmalar sonunda ulaştıkları bağıntıyı kesik piramidin farklı büyüklükleri için test ederek genel bir bağıntıya ulaşmalarını ve ulaştıkları bağıntıyı sınıf arkadaşlarıyla paylaşmalarını isteyiniz.

Ek 5'in devamı

10. Dairesel Silindir, Alanı ve Hacmi (Çalışma Yaprağı 10)

Kazanımlar

1. Silindiri tanımlama.
2. Dik dairesel silindiri tanımlama.
3. Eğik dairesel silindiri tanımlama.
4. Dairesel silindirin yüksekliğini tanımlama.
5. Dairesel silindirin tabanına paralel kesitleri arasındaki ilişkiyi açıklama.
6. Dairesel silindirin yanal alanını veren bağıntıyı gösterme.
7. Dairesel silindirin hacmini veren bağıntıyı söyleme ve yazma.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinize geometri setindeki silindir modellerini çıkartarak bu modelleri grup arkadaşlarıyla incelemelerini söyleyiniz. Ayrıca bilgisayarlarından “Silindir” isimli dosyayı açarak ekranda gördükleri silindir modellerine farklı açılardan bakma, ölçüm yapma gibi yazılımın özelliklerini kullanarak inceleme işlemini yapabileceklerini söyleyiniz. Öğrencilerinize yaptıkları incelemeler sonrasında silindiri, dik dairesel silindiri, eğik dairesel silindiri ve dairesel silindirin yüksekliğini nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Tartışmalar sonunda ulaştıkları tanımları sınıfta diğer arkadaşlarıyla paylaşmalarını sağlayınız.
2. Öğrencilerinizden bir silindirin tabanına paralel bir düzlemlle kesilmesi sonucu oluşan kesit ile tabanı arasında nasıl bir ilişki olacağını grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz prizmalar konusunda yaptıkları etkinlikteki deneyimlerinden kesitin taban ile eş olacağı sonucuna kolay bir şekilde ulaşacaklardır.
3. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Silindir Açık Görünüm” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda bir silindir ve silindirin açık şeklini göreceklerdir. Silindirin kapalı formunda, alt taban çemberi üzerindeki noktadan tutarak noktayı hareket ettirmeleri ve noktanın hareketiyle silindirin ve açık görünümün bu durumdan nasıl etkilendiğini gözlemlemelerini isteyiniz. Daha sonra silindirin yanal alanını nasıl

Ek 5'in devamı

hesaplayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Tartışmalar sonunda öğrencilerinizin silindirin yanal alanı için ulaştıkları bağıntıyı paylaşmalarını sağlayınız. Öğrenciler düzlem geometri bilgilerini de işe koşarak silindirin yanal yüzünün bir dikdörtgen olduğu ve alanının $2\pi r.h$ bağıntısıyla hesaplanabileceği bilgisine kolay bir şekilde ulaşacaklardır. Bu etkinlik sonunda öğrencilerinize silindirin toplam alanının ne olduğu sorusunu yönelterek silindirin toplam alanı için bir bağıntı bulmalarını isteyiniz.

4. Bu adımda öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Eğik Silindir” dosyasını açarak bir önceki adımda dik dairesel silindir için buldukları yanal alan bağıntısını bu sefer eğik dairesel silindir için nasıl formülize edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Bu aşamada eğik dairesel silindirin yanal alanının bir paralelkenar olduğuna dikkatleri çekebilirsiniz. Öğrencileriniz düzlem geometriye ait bilgileriyle eğik dairesel silindirin yanal alanını veren bağıntının paralelkenarın alan bağıntısı olduğu sonucuna ulaşacaklardır. Silindirin yanal alanını bulmak için paralelkenarın alan bağıntısında tabanın silindirin ana doğrusu olması durumunda yüksekliğin silindirin dik kesitinin çevresi olduğuna dikkati çekiniz. Silindirin yanal alan bağıntısının bulunmasından sonra toplam alanı nasıl ifade edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışarak ulaştıkları bağıntıyı çalışma yaprağına yazmalarını isteyiniz.
5. Öğrencilerinizden bilgisayardan “Silindir Hacim” dosyasını açarak ekranda gördükleri dik ve eğik silindirlerin hacimlerini, taban alanlarını ve yüksekliklerini yazılımın ölçüm menüsü altındaki menüleri kullanarak hesaplamalarını isteyiniz. Daha sonra buldukları değerlerle yazılımın hesap makinesi de kullanarak çalışma yaprağındaki tabloyu doldurmalarını söyleyiniz. Tablodaki verileri göz önünde bulundurarak silindirlerin hacmini veren bağıntının ne olabileceğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencileriniz önceki deneyimlerinden ve bu etkinlikte kazandıkları sezgilerden silindirin hacim bağıntısını keşfedeceklerdir. Öğrencilerinizin silindirin hacim formülünü araştırmaları aşamada silindirin tabanının sonsuz kenarlı bir çokgen prizmaya benzetilip benzetilemeyeceğini sorarak onları hacim formülünü bulmada yönlendirebilirsiniz.

Ek 5'in devamı

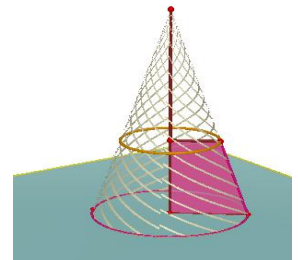
11. Dairesel Koni, Alanı ve Hacmi (Çalışma Yaprağı 11)

Kazanımlar

1. Koni tanımlama.
2. Dik dairesel koniyi tanımlama.
3. Eğik dairesel koniyi tanımlama.
4. Dairesel koninin yüksekliğini tanımlama.
5. Dik dairesel koninin ana doğrusunu tanımlama.
6. Dairesel koninin tabana paralel kesiti ile tabanı arasındaki ilişkiyi gösterme.
7. Dairesel koninin hacmini veren bağıntıyı yazma.
8. Dairesel kesik koniyi tanımlama.
9. Dairesel kesik koninin hacmini veren bağıntıyı yazma.
10. Dik dairesel koninin yanal alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.
11. Dik dairesel koninin toplam alanını veren bağıntıyı söyleme ve gösterme.

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

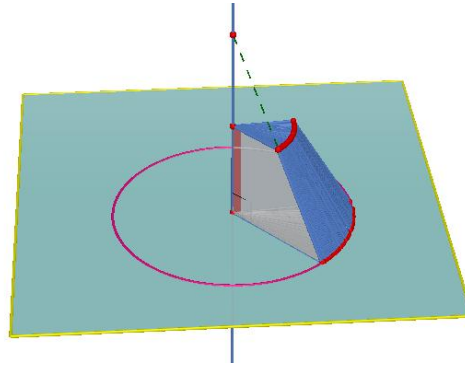
1. Öğrencilerinize geometri setindeki Dik ve Eğik Koni modellerini göstererek bu cisimlerin konilere örnek cisimler olduğunu söyleyiniz. Daha sonra öğrencilerinizden bilgisayarlarındaki “Koni” dosyasını açarak ekranda gördükleri koni modellerini incelemelerini ve koniyi, eğik dairesel koni, dik dairesel koni ve dairesel koninin yüksekliği nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışarak ulaştıkları tanımları sınıfla diğer gruptaki arkadaşlarıyla paylaşmalarını isteyiniz. Bu çalışma sonunda öğrencilerinize tanımlarını çalışma yapraklarına yazmalarını söyleyiniz.
2. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Kesik Koni” dosyasını açmalarını isteyiniz. Ekranda gördükleri koninin tabanına paralel bir düzlemle kesilmesi sonucunda paralel kesiti ile taban arasında nasıl bir ilişki olacağını grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Tartışmalar sonucunda öğrenciler koninin kesiti ile taban dairesinin birbirine paralel olduğu sonucuna ulaşacaklardır.



Ek 5'in devamı

Bilgisayar ekranında koninin dik kesitinin belirlediği üçgen üzerinde benzerlik bağıntısını nasıl oluşturabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencilerinizin bu tartışmalarda kesik koninin yarıçapları oranının küçük koni ile büyük koninin yarıçapları oranına eşit olduğu bilgisine ulaşmalarını sağlayınız.

3. Öğrencilerinizden Koni Hacim dosyasını açıp yazılımın ölçüm menüsünü kullanarak ekranda gördükleri dik ve eğik konilerin hacimleri, taban alanları ve yüksekliklerini hesaplamalarını söyleyiniz. Bu işlemlerden sonra yazılımın hesap makinesi yardımıyla çalışma yaprağındaki tabloyu doldurmalarını isteyiniz. Tablonun doldurulması sonucunda öğrencilerinizin konilerin yarıçap ve yüksekliklerini değiştirerek bir koninin hacminin taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının üçte birine eşit olduğu sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.
4. Geometri setlerindeki kesik koni modelini incelemelerini söyleyiniz. Grup arkadaşlarıyla kesik koniyi nasıl tanımlayabileceklerini tartışarak ulaştıkları sonucu sınıfla paylaşmalarını isteyiniz. Bu paylaşımlarda öğrencilerinizin doğru tanıma ulaşmasını sağlayınız.
5. Öğrencilerinizden bilgisayarlarından “Kesik Koni Oluşturma” dosyasını açarak klavyedeki F10 tuşuna basmalarını kesik koninin oluşumunu izlemelerini isteyiniz. Öğrencileriniz ekranlarında dik bir üçgenin tabanına paralel bir doğruyla kesilmesi sonucu oluşan bir dik yamuğun dik kenarı etrafında 360^0 döndürülmesi sonucu kesik koninin oluşumunu göreceklerdir.



6. Öğrencilerinden kesik koninin hacminin dik üçgenlerin oluşturdukları (üstteki dik üçgen ve dik üçgenin tamamı) koniler yardımıyla nasıl bulunacağını grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Koninin hacmini daha önceki adımlarda

Ek 5'in devamı

7. öğrenen öğrencileriniz kesik koninin hacmini veren bağıntıya kolay bir şekilde ulaşacaklardır.
8. Öğrencilerinizden bilgisayardan Koni Yanal Alan isimli dosyayı açarak koniyi ve konini açık görünümünü incelemelerini, koninin yarıçapını değiştirerek açık görünümünün aldığı şeklin nasıl değiştiğini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Bu aşamada öğrencilerinize koninin taban çevresi ile açık görünümde oluşan daire diliminin yay uzunluğu arasında nasıl ilişki olduğunu sorunuz. Öğrencilerinizin düzlem geometrideki bilgilerinden koninin taban çevresinin yanal alanındaki daire diliminin yay uzunluğuna eşit olduğunu keşfetmelerini sağlayınız. Bu sayede öğrencileriniz düzlem geometri bilgilerini de kullanarak koninin yanal alan bağıntısına ulaşacaklardır. Bu aşamadan sonra öğrencilerinizden koninin toplam alanını nasıl ifade edebileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Öğrencilerinize silindirin toplam alanını nasıl bulduklarını hatırlatarak aynı stratejiyi koninin toplam alan bağıntısında uygulayabileceklerini söyleyebilirsiniz.


12. Küre, Alanı ve Hacmi (Çalışma Yaprağı 12)

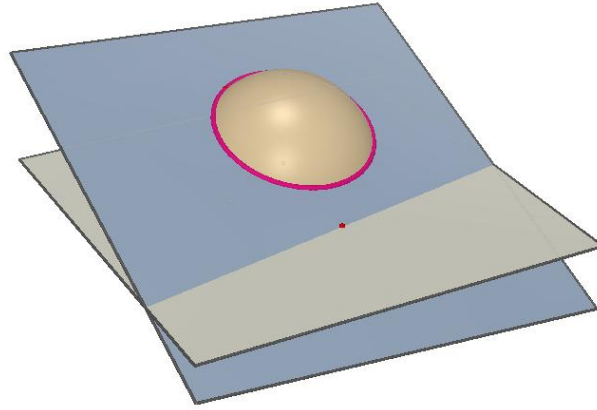
Kazanımlar

1. Küreyi tanımlama.
2. Küre ile düzlemin arakesitini açıklama.
3. Küre ile düzlemin birbirine göre konumlarını açıklama.
4. Kürenin bir büyük çemberini tanımlama.
5. Düzlemsel olmayan dört noktanın bir küre belirttiğini açıklama.
6. Uzayda bir doğru parçasını dik açı altında gören noktaların geometrik yerini söyleme ve gösterme.
7. Kürenin alanını veren bağıntıyı söyleme ve yazma.
8. Kürenin hacmini veren bağıntıyı söyleme ve yazma.

Ek 5'in devamı

Öğretme – Öğrenme Etkinlikleri

1. Öğrencilerinizden Cabri 3D programını açarak menüdeki  ikonunu kullanıp ekranda farklı büyüklüklerde küreler oluşturmalarını isteyiniz. Oluşturdukları kürelerin yüzey özelliklerini değiştirerek gözlemler yapmalarını ve küreyi nasıl tanımlayabileceklerini grup arkadaşlarıyla tartışmalarını söyleyiniz. Öğrencilerinizin bu tartışmalar sonunda kürenin uzayda bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların kümesi olduğunu görmelerini sağlayınız.
2. Öğrencilerinizden ilk adımda oluşturdukları kürelerden en az birini kesecek şekilde bir düzlem oluşturmalarını söyleyiniz. Daha sonra menüdeki kesişim eğrisi ikonunu kullanarak küre ile düzlemin arakesitini buldurunuz. Öğrencilerinizden düzlemi hareket ettirerek kürenin düzlemlerle arakesitinin ne olduğunu gözlemlemelerini ve gözlemler sonunda ulaştıkları sonucu grup arkadaşlarıyla birlikte tartışmalarını söyleyiniz. Öğrencilerinizin aşağıdaki gibi ekran görüntülerine ulaşacaklardır.



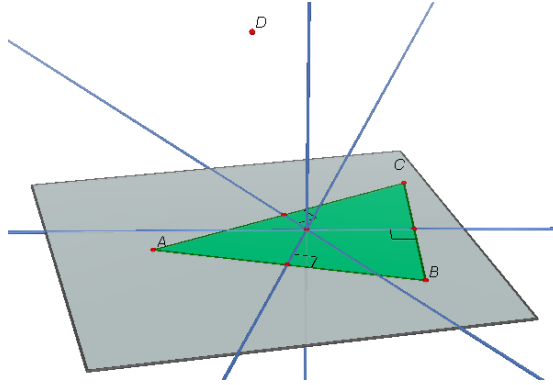
Bu etkinlik sonunda öğrencileriniz kürenin bir düzlemlerle arakesitinin bir çember oluşturduğu sonucuna ulaşacaklardır.

3. Öğrencilerinizden grup arkadaşlarıyla birlikte bir önceki adımda oluşturdukları küreyi kesen düzlemin hareket ettirilmesi sonucunda küre ile düzlemin birbirine göre nasıl konumlar aldıklarını tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sırasında öğrencilerinizden ekrandaki düzlemi hareket ettirmelerini ve oluşan durumları gözlemlemelerini isteyiniz. Bu etkinlik sonunda öğrencilerinize uzayda küre ile

Ek 5'in devamı

düzlemin birbirine göre konumlarının ne olabileceklerini maddeler halinde yazmalarını söyleyiniz.

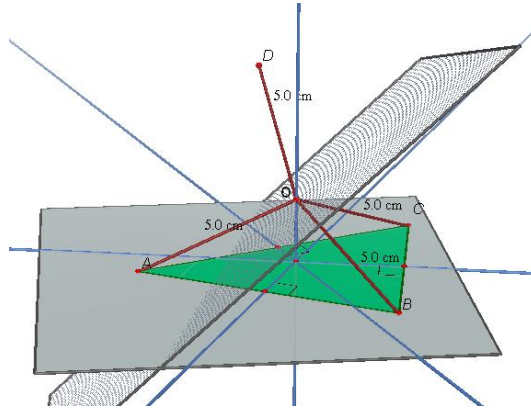
4. Öğrencilerinize bir önceki etkinlikte düzlemin küreyi kesmesi sonucu oluşan çemberlerden hangisinin en büyük olabileceğini sorunuz. Öğrencilerinizden düzlem ile kürenin kesişimi sonucu oluşan çemberin çevresini, yazılımın uzunluk menüsünü kullanarak hesaplatıp bu çemberin hangi durumda en büyük olacağını, düzlemi hareket ettirerek varsayımlarda bulunmalarını isteyiniz. Öğrencilerinizin küre üzerindeki denemelerle kürenin en büyük çemberinin kürenin merkezinden geçen düzlemlerle kürenin arakesiti olan çember olduğu sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.
5. Öğrencilerinizden yeni bir çalışma sayfası açıp ekranda düzlemsel olmayan dört nokta belirlemelerini ve bunları A, B, C ve D olarak adlandırmalarını isteyiniz. Daha sonra düzlemsel olmayan A, B ve C noktalarından geçen düzlemi belirleyerek ABC üçgenini oluşturmalarını söyleyiniz. Daha sonra ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasından ABC üçgeninin üzerinde olduğu düzleme dik bir doğru çizmelerini isteyiniz. Bu işlemleri yapan öğrenciler ekranlarında aşağıdaki şekildeki gibi bir görünüm elde edeceklerdir.



Bu basamaktan sonra öğrencilerinizden grup arkadaşlarıyla ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasından ABC üçgeninin üzerinde olduğu düzleme dik çizdikleri doğru üzerinde alacakları bir noktanın A, B ve C noktalarına olan uzaklıklarını hakkında ne söyleyebilecekleri hakkında tartışmalarını isteyiniz. Doğru üzerinde noktalar belirleyerek bu noktanın A, B ve C noktalarına olan uzaklıklarını ölçerek bir sonuç çıkartmalarını söyleyiniz. Daha sonra

Ek 5'in devamı

öğrencilerinizden C ve D noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin ne olabileceğini sorarak onların bu noktaların geometrik yerinin CD doğru parçasının orta dikme düzlemi olduğu sonucuna varmalarını sağlayınız. Bu aşamada öğrencilerinizden CD orta dikme düzlemini oluşturarak bu düzlemin ABC üçgeninin bulunduğu düzleme dik çizilen doğru ile kesişim noktasının A, B, C ve D noktalarına olan uzaklıklarını ölçtürünüz. Bu işlemleri doğru bir şekilde tamamlayan öğrenciler ekranlarında aşağıdaki gibi bir görünüm elde edeceklerdir.



Bu işlemler sonucunda öğrencilerinize oluşturulan yapıda A, B, C ve D noktalarının yerlerinin değiştirilmesi durumunda O noktasının bu noktalara olan uzaklığının ne olduğunu tartışınız. A, B, C ve D noktalarının hareketi sonucunda O noktasının bu noktalara olan uzaklığının korunmasının nasıl bir sonuç doğurduğunu sınıf ortamında tartışınız. Etkinlik sonunda O noktasını merkez kabul eden ve A, B, C ve D noktalarından geçen bir küre çizilip çizilemeyeceğini sorgulayınız. Yapılan bu etkinlik sonucunda öğrencilerinizin uzayda düzlemsel olmayan dört noktanın bir küre belirttiği sonucuna ulaşmalarını sağlayınız.

- Öğrencilerinizden yeni bir sayfa açarak ekranda bir doğru parçası oluşturmalarını ve bu doğru parçasının kenarlarından doğru parçasını dik açı altında görecektir şekilde bir nokta belirlemelerini isteyiniz. Daha sonra yazılımın İz Bırak özelliği yardımıyla bu noktayı hareket ettirmelerini ve ortaya çıkan desenin ne olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Bu etkinlik sonunda öğrencilerinizin uzayda bir doğru parçasını dik açı altında gören noktaların geometrik yerinin bu doğru parçasını çap kabul eden bir küre yüzeyi olduğu sonucuna ulaşacaklardır.

Ek 5'in devamı

7. Öğrencilerinize yeni bir çalışma sayfası açarak bu sayfada bir küre oluşturmalarını söyleyiniz. Öğrencilerinize ekrandaki zemin düzlemin küreyle arakesitinin ne olduğunu sorunuz. Öğrencileriniz daha önceki yaptıkları etkinlikten zemin düzlemin küreyle olan arakesitinin kürenin büyük dairesi olduğunu tespit edebileceklerdir. Daha sonra kürenin büyük dairesinin ve kürenin alanını yazılımın alan hesaplama menüsü yardımıyla hesaplayarak kürenin farklı değerleri için çalışma yaprağındaki tabloyu doldurmalarını söyleyiniz. Çalışma yaprağındaki tabloyu doldururken yazılımın kendi içinde var olan hesap makinesini kullanabileceklerini hatırlatınız. Öğrencilerinize doldurdukları tabloyu göz önünde bulundurduklarında kürenin alanı ile büyük dairesinin alanı arasında nasıl bir ilişki bulduklarını sorunuz. Etkinliği hatasız yapan öğrencileriniz kürenin alanının büyük dairesinin alanının 4 katı olduğu sonucuna ulaşacaklardır.
8. Öğrencilerinizden yine yeni bir çalışma sayfası açarak bir küre oluşturmalarını, daha sonra oluşturdukları kürenin yarıçap, alan ve hacim değerlerini Cabri 3D nin ölçüm menüsünü kullanarak hesaplamalarını isteyiniz. Daha sonra buldukları değerlerle çalışma yaprağındaki tabloyu doldurmalarını söyleyiniz. Kürenin farklı büyüklükleri için tabloyu doldurtunuz. Öğrencilerinizden doldurdukları tabloyu göz önünde bulundurarak kürenin hacminin alanına oranı ile kürenin yarıçapı arasında nasıl bir ilişki olduğunu grup arkadaşlarıyla tartışmalarını isteyiniz. Tartışmalar sonunda kürenin hacmini veren formülün ne olabileceğini sınıf ortamında tartıştıran çalışmaları yazdırınız.

Ek 6. İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Uygulama İçin Alman İzin

T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.61.00.04-01.040/ 29534

08 EYLÜL 2008


Konu : Araştırma İzni.

VALİLİK MAKAMINA

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı doktora öğrencisi Temel KÖSA' nın "Ortaöğretim Öğrencilerinin Uzamsal Görselleştirme Becerileri ve Üç Boyutlu Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi " konulu 36 sorudan oluşan PSVT testi araştırmasını İl merkezi, Akçaabat, Çarşıbaşı ve Yora İlçelerindeki Fen Lisesi, Anadolu Lisesi ve Çok Programlı Liselerde uygulama yapmak isteği Müdürlüğümüzce incelenmiştir.

Adı geçen kişinin, Karadeniz Teknik Üniversitesi tarafından kabul çalışmalarını Müdürlüğümüze bağlı yukarıda isimleri verilen okullarımızda uygulama isteği okul müdürünün inisiyatifinde olmak kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.


Hüseyin ÖZTÜRK
Müdür V.


OLUR
08/09/2008
Mahmud HALAL
Vali a.
Vali Yardımcısı



Trabzon Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü
Ayrıntılı bilgi: M.EYÜPOĞLU İl Milli Eğitim Md. Yrd.
Tlf: 462 230 20 94 (323) – 230 39 95
Faks : 230 20 96
e-posta : trabzonmem@meh.gov.tr
bilgivedirmem61@meh.gov.tr



444 0 632
112



www.meb.gov.tr

www.bilgiyolunortadurumu.gov.tr

ÖZGEÇMİŞ

Temel KÖSA, 1979 yılında Artvin'in Borçka ilçesinde üç çocuklu bir ailenin ikinci çocuğu olarak dünyaya geldi. İlköğrenimine Kayseri'nin Develi ilçesi Çomaklı Köyü İlkokulu'nda başladıktan sonra babasının tayini dolayısıyla Trabzon'da tamamladı. 1993 yılında Trabzon Atatürk İlköğretim Okulu'ndan, 1997'de Trabzon Fatih Süper Lisesi'nden mezun oldu. 2001 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Matematik Öğretmenliği bölümünü bitirdi. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi bölümünde yüksek lisansa başladı. 2001-2004 yılları arasında Çarşıbaşı Şahinli İlköğretim Okulu'nda, 2004-2005 eğitim öğretim yılında ise Trabzon Milli Egemenlik İlköğretim Okulu'nda matematik öğretmeni olarak görev yaptı. 2004 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları, Matematik Eğitimi Anabilim Dalında "8. Sınıf Öğrencilerinin Sözel Problemlerin Çözümünde Denklemlerden Yararlanabilme Becerileri" isimli yüksek lisans tezini tamamladıktan sonra 2005 yılında aynı bölümde doktora eğitimine başladı. 2005 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi'nde başladığı doktora programını bırakarak ÖYP ile matematik eğitimi alanında doktora yapmak üzere Ortadoğu Teknik Üniversitesi'ne gitti. Kısa bir süre buradaki programa devam eden araştırmacı, 2006 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak göreve başladı. Halen aynı üniversitede çalışmakta olan araştırmacı, evli olup yabancı dili İngilizcedir.