

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ÇEVİRİMİÇİ VE SINIF ORTAMLARINDA GRUP ÇALIŞMASINA
DAYALI PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ

Salih BİRİŞÇİ

**Trabzon
Şubat, 2013**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ÇEVİRİMİÇİ VE SINIF ORTAMLARINDA GRUP ÇALIŞMASINA
DAYALI PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

Salih BİRİŞÇİ

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora Unvanı
Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı
Doç. Dr. Hasan KARAL**

**TRABZON
Şubat, 2013**

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 15/02/2013

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hasan KARAL

Üye : Prof. Dr. Adnan BAKİ

Üye : Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

Üye : Doç. Dr. Bülent GÜVEN

Üye : Doç. Dr. Selahattin ARSLAN

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

**Doç. Dr. Haluk ÖZMEN
Enstitü Müdürü**

BİLDİRİM

Tezimin içerdığı yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum

Salih BİRİŞÇİ

15/02/2013

ÖNSÖZ

Eğitim ortamlarında bilgisayar aracılı iletişim kurmada yararlanılan çevrimiçi teknolojiler, uzaktan eğitim ortamında oluşan etkileşimleri şekillendirmesinin yanı sıra geleneksel yüz-yüze gerçekleşecek etkileşimler için alternatif bir ortam sunabilmektedir. Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde öğrenme ortamlarının önemli bir yeri olduğu göz önünde bulundurulduğunda, bu çalışmayla çevrimiçi öğrenme ortamlarının problem çözme becerileri üzerindeki etkililiği incelenmiştir.

Doktora tez danışmanlığımı üstlenen, çalışmam boyunca yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren değerli hocam sayın Doç. Dr. Hasan KARAL'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmam boyunca görüş ve önerileri ile tezimin zenginleşmesini sağlayan, değerli yorumları ve önerileriyle çalışmama yön veren saygıdeğer hocam Prof. Dr. Adnan Baki'ye ve çalışmalarımda görüş ve önerilerinden faydalandığım değerli hocam sayın Doç. Dr. Selahattin ARSLAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmam boyunca materyallerin hazırlanması ve uygulanmasında gönüllü olarak katılan ve uygulamaların yürütülmesinde her türlü kolaylığı sağlayan Öğr.Gör. Fahriye Zehra BABACAN'a ve öğrenci arkadaşlara teşekkür ederim. Tezimin incelenmesinde görüş ve önerilerinden yararlandığım Doç. Dr. Mustafa SÖZBİLİR, Yrd. Doç. Dr. Nedim ALEV, Yrd. Doç. Dr. Ünal ÇAKIROĞLU, Yrd. Doç. Dr. Esra KELEŞ, Yrd. Doç. Dr. Selcen ÇALIK UZUN'a teşekkür ederim. Tez çalışmam süresince desteklerini yanımda bildiğim Doç.Dr. Mustafa METİN, Öğr.Gör. Musa ÖKSÜZ ve Arş.Gör. Gökçe DEMİRYÜREK başta olmak üzere bütün mesai arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca bünyesinde yer alan olanaklardan faydalanmamdaki desteklerinden dolayı KTÜ UZEM birimi çalışanlarından Arş. Gör. Lokman ŞILBİR ve Arş. Gör. Muhammet BERİGEL'e teşekkür ederim.

Hayatım boyunca her zaman yanımda olup desteklerini esirgemeyen annem ve babama, değerli kardeşime ve yine desteklerini esirgemeyen kayınvalidem ve kayınpederime teşekkürlerimi bir borç bilirim. Son olarak bu zorlu süreçte gösterdiği fedakârlık, desteği ve sevgisiyle bana güç veren eşim Esmâ BİRİŞÇİ'ye çok teşekkür ederim.

Salih BİRİŞÇİ

Şubat, 2013

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
TABLolar DİZİNİ.....	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xii
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xix
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	3
1.2. Araştırmanın Gerekçesi.....	4
1.4. Araştırmanın Önemi	9
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları	12
1.6. Araştırmanın Varsayımları.....	13
1.7. Tanımlar	13
2. LİTERATÜR TARAMASI.....	15
2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi	15
2.1.1. Problem Çözme Nedir?.....	15
2.1.2. Polya'nın Problem Çözme Adımları	16
2.1.3. Grup Çalışmasının Problem Çözme Sürecindeki Önemi	17
2.1.4. Çevrimiçi Öğrenme	20
2.1.5. Çevrimiçi Öğrenme Ortamlarında Grup Çalışması Süreci	21
2.1.6. Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar	23
2.1.6.1. Sınıf İçi Grupla Problem Çözme ile İlgili Yapılan Araştırmalar.....	23
2.1.6.2. Çevrimiçi Grupla Problem Çözmeyle İlgili Yapılan Araştırmalar.....	26
2.1.6.3. Çevrimiçi ile Sınıf İçi Grupla Problem Çözmenin Karşılaştırıldığı Araştırmalar.....	28
2.2. Literatür Taramasının Sonucu	30
3. YÖNTEM	32
3.1. Araştırmanın Modeli	32

3.2. Araştırmanın Tasarlanması	33
3.2.1. Uygulama Öncesi İşlemler	36
3.2.1.1. İhtiyaç Analizi	36
3.2.1.2. Tasarım	37
3.2.1.2.1. Problem Çözme Modeli	37
3.2.1.2.2. Grup Çalışması Modeli	38
3.2.1.2.3. Öğrenme Yönetim Sistemi	39
3.2.1.3. Geliştirme	40
3.2.1.3.1. Problem Çözme Etkinliklerinin Geliştirilmesi	40
3.2.1.3.1.1. Sepetteki Elmalar	42
3.2.1.3.1.2. Oto Galeri	42
3.2.1.3.1.3. Tarla	43
3.2.1.3.1.4. Örümcek	43
3.2.1.3.2. Grupla Çalışma Ortamlarının Geliştirilmesi	43
3.2.1.3.2.1. Çevrimiçi Grupla Çalışma Ortamı (ÇGÇO)	44
3.2.1.3.2.2. Sınıf İçi Grupla Çalışma Ortamı	48
3.2.1.3.3. Oryantasyon Çalışmaları	50
3.2.1.3.4. Pilot Uygulama	53
3.2.2. Uygulama Sürecindeki İşlemler	55
3.2.2.1. D1 Grubunda Gerçekleştirilen Uygulamalar	56
3.2.2.2. D2 Grubunda Gerçekleştirilen Uygulamalar	57
3.2.3. Uygulama Sonrası İşlemler	58
3.2.3.1. Değerlendirme	58
3.3. Araştırmanın Örnekleme	59
3.4. Veri Toplama Araçları	60
3.4.1. Test Tekniği	60
3.4.1.1. Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS)	60
3.4.2. Gözlem Tekniği	61
3.4.2.1. Gözlem Formunun Geliştirilmesi	62
3.4.3. Söylem Analizi Tekniği	63
3.4.3.1. Söylem Belirleme Formunun Geliştirilmesi	64
3.4.4. Doküman İncelemesi Tekniği	66
3.4.4.1. Problem Durumu Değerlendirme Formunun Geliştirilmesi	67
3.4.5. Klinik Mülakat Tekniği	68
3.4.5.1. Duraklar	69
3.4.5.2. Kira	69
3.5. Verilerin Analizi	69

3.5.1. Açık Uçlu Problem Çözme Sınavından Elde Edilen Verilerin Analizi	69
3.5.2. Gözlem Verilerinin Analizi	70
3.5.3. Doküman Verilerinin Analizi	70
3.5.4. Söylem Verilerinin Analizi.....	71
3.5.5. Klinik Mülakat Verilerinin Analizi.....	71
4. BULGULAR.....	73
4.1. D1 ve D2'deki Grup Çalışmasına Dayalı Problem Çözme Süreçlerinin Nasıl Farklılaştığının Betimlenmesinden Elde Edilen Bulgular	73
4.1.1. Bilişsel Faktörler Altında Yaşanan Farklılaşmalar.....	73
4.1.2. Duyuşsal Faktörler Altında Yaşanan Farklılaşmalar	202
4.1.3. Problem Çözümlerine Ayrılan Sürelerde Yaşanan Farklılaşmalar	212
4.2. D1 ve D2'deki Öğrenciler Arasında Polya'nın Problem Çözme Adımlarını Atmadaki Farklılıkların Betimlenmesinden Elde Edilen Bulgular	217
4.2.1. Problemi Anlama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	217
4.2.2. Plan Yapma Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	221
4.2.3. Uygulama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	224
4.2.4. Değerlendirme Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	229
4.3. Klinik Mülakattan Elde Edilen Bulgular	233
4.3.1. Problemi Anlama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	234
4.3.2. Plan Yapma Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	238
4.3.3. Uygulama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	242
4.3.4. Değerlendirme Adımında Yaşanan Farklılaşmalar	248
5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR	253
5.1. D1 ve D2'deki Grup Çalışmasına Dayalı Problem Çözme Süreçlerinin Nasıl Farklılaştığına İlişkin Bulguların Tartışılması.....	253
5.1.1. D1 ve D2'deki Grupla Problem Çözme Süreçlerinin Bilişsel Faktörler Açısından Nasıl Farklılaştığı ile İlgili Tartışma	253
5.1.2. D1 ve D2'deki Grupla Problem Çözme Süreçlerinin Duyuşsal Faktörler Açısından Nasıl Farklılaştığı ile İlgili Tartışma	256
5.1.3. D1 ve D2'deki Grupla Problem Çözme Süreçlerinin Problem Çözme Adımlarına Ayrılan Süre Açısından Nasıl Farklılaştığı ile İlgili Tartışma	258
5.2. D1 ve D2 Ortamlarında Problem Çözme Etkinliklerine Katılan Öğrenciler Arasında Polya'nın Problem Çözme Adımlarını Atma Bakımından Nasıl Farklılaştığıyla İlgili Bulguların Tartışılması.....	261
6. ÖNERİLER	267
6.1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler.....	267
6.2. Araştırmacının Kendi Deneyimleri ve Diğer Araştırmacılara Öneriler	268
7. KAYNAKLAR	270

8. EKLER	287
9. ÖZGEÇMİŞ ve İLETİŞİM BİLGİLERİ	310

ÖZET

Çevrimiçi ve Sınıf Ortamlarında Grup Çalışmasına Dayalı Problem Çözme Süreçlerinin İncelenmesi

Bu çalışmada, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda tasarlanan grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda grupla problem çözme ortamları oluşturulmuş ve öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı bu araştırmada deney1 (D1, N=12) ve deney2 (D2, N=15) olmak üzere iki grup halinde problem çözme oturumları gerçekleştirilmiştir. Grupla problem çözme oturumları D1’de çevrimiçi D2’de ise sınıf içi olacak şekilde yürütülmüştür. Çalışmanın verileri; Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS), araştırmacının gözlem notları, grup çalışmalarına ait video ve ses kayıtları ve klinik mülakatlar ile toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde nitel yaklaşım benimsenmiş olup; doküman analizi, söylem analizi ve betimsel analiz tekniklerinden faydalanılmıştır. Söylem verilerinin analizinde MAXQDA 10 yazılımı kullanılmıştır.

Araştırmanın sonucunda, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda tasarlanan grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçleri arasında bir takım farklılıklar yaşandığı tespit edilmiştir. D1’deki grup çalışmalarında meydana gelen söylemlerin daha yoğun ve daha görev odaklı olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin sahip oldukları fikirleri ve düşünceleri yansıtmasını sağlayarak eleştirel boyutta düşüncelerin ortaya çıkmasında çevrimiçi sosyal etkileşim ortamı daha etkili olmuştur. Sosyal anlamda grup çalışmalarına katkı sağlama ve ortak hareket etme bilincinin oluşmasında D1 ortamı D2’ye göre daha etkili olmuştur. D1’de yürütülen grup çalışmaların D2’dekilere göre daha zaman alıcı olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Problem çözme adımlarını atarak problem çözme sürecinin yaşanmasında D1’de gerçekleştirilen grupla problem çözme faaliyetleri daha etkili olmuştur. Çalışmanın sonunda ortaya çıkan sonuçlara bağlı olarak bu alanda çalışacak araştırmacılara ve eğitimcilere bazı önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Problem Çözme, Polya’nın Problem Çözme Adımları, Grup Çalışması, Çevrimiçi Öğrenme, Söylem Analizi

ABSTRACT

Investigation of Problem Solving Processes on Group Study Based Online and In-Class Settings

In this study, it is aimed to investigate how differ on the group study based problem solving processes designed in online and in-class settings. For this purpose, group based problem solving environments were designed and implemented to pre-service teachers. A case study method was used in this research. There were 27 pre-service teachers participated in the study and these students were divided in two groups as experimental1 (E1, N=12) and experimental2 (E2, N=15). In E1 online and in E2 in-class problem solving activities were carried out. Data of the study is gathered by; Open Ended Problem Solving Test (OEPST), researcher observation notes, transcripts of group works' video and audio recordings and clinical interviews. Qualitative approach is internalized in the analysis of the obtained data; document analysis, discourse analysis and descriptive statistical analysis techniques were used. MAXQDA 10 software was used for discourse analysis of data.

As a result of this study, some differences were revealed between problem solving processes on group study based online and in-class settings. It was revealed that the quantity of discourses in E1 was more frequent and more task oriented than E2. The emergence of critical thoughts was more effective in online social interaction environment by enabling students to reflect their ideas and thoughts. Also students in E1 was found more effective than E2 by acting collaboratively and contributing to the group work socially. In addition to this, completion time of problem solving sessions in E1 revealed a longer time than E2. Also, experiencing the problem solving process by following problem solving steps was more effective than D2. Some suggestions were made to researchers and educators considering the results of the study.

Keywords: Problem Solving, Polya's Problem Solving Steps, Group Study, Online Learning, Discourse Analysis

TABLolar DİZİNİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Çalışma yapraklarının konulara göre dağılımı	42
2.	D1'deki öğrencilerinin gruplara atanması	47
3.	D1 ortamındaki öğrencilerinin gruplara yerleştirilmesi	47
4.	D2'deki öğrencilerinin gruplara atanması	49
5.	D2 ortamındaki öğrencilerin gruplara yerleşmesi.....	50
6.	Problem çözme etkinliklerinin uygulanma tarihleri	56
7.	D1 ve D2 ortamlarındaki öğrencilerinin demografik özellikleri.....	59
8.	D1 ve D2 ortamlarındaki öğrencilerinin matematik notlarının karşılaştırılması	59
9.	Problem çözme oturumları esnasında ortaya çıkarılan söylemlere ait açıklama ve örnek cümleler	65
10.	D1 ve D2 ortamlarındaki grupla problem çözme sürecinde bilişsel faktörler altında belirlenen söylemlerden örnekler	74
11.	D1 ve D2 ortamlarındaki grupla problem çözme sürecinde duyuşsal faktörler altında belirlenen söylemlerden örnekler	203
12.	D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemleri anlamada kullanılan stratejilerin karşılaştırılması	218
13.	D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemlerde plan yapmada kullanılan stratejilerin karşılaştırılması	221
14.	D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemlerde uygulama adımıında kullanılan stratejilerin karşılaştırılması	225
15.	D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemlerde değerlendirme adımıında kullanılan stratejilerin karşılaştırılması	229
16.	KM'deki problemlerde problemi anlama adımıında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları	234
17.	KM'deki problemlerde plan yapma adımıında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları	238
18.	KM'deki problemlerde uygulama adımıında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları	243
19.	KM'deki problemlerde değerlendirme adımıında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları.....	248

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Tez çalışması kapsamında yapılan çalışmaların şematik gösterimi	35
2.	Grup çalışmalarında PDÖ oturumlarının akışı (Açıkgöz, 2009).....	39
3.	Sistemin ana sayfa ekran görüntüsü.....	44
4.	Misafir olarak sisteme giriş ekran görüntüsü.....	45
5.	Çevrimiçi ortamda gerçekleştirilen etkinliklere ait ekran görüntüsü	45
6.	D2'deki gruplara ait oturma düzeni	48
7.	Oryantasyon çalışması ve boyutları.....	51
8.	Üçgenleme amaçlı kullanılan veri toplama araçları.....	72
9.	D1-A grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları.....	79
10.	D1-B grubunun birinci problemin anlama adımında yaptıkları.....	79
11.	D1-C grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları	80
12.	D1-D grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları	81
13.	D2-A grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları.....	82
14.	D2-B grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları.....	82
15.	D2-C grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları	83
16.	D2-D grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları	84
17.	D2-E grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları.....	85
18.	D1-A grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	86
19.	D1-B grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	88
20.	D1-C grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	89
21.	D1-D grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	90
22.	D1-D grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	90
23.	D2-A grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	91
24.	D2-B grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	92
25.	D2-C grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	93
26.	D2-D grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	94
27.	D2-E grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	95
28.	D1-A grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları	96
29.	D1-B grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	97
30.	D1-C grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	98
31.	D1-D grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	98
32.	D1-D grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	99

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
33.	D2-A grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	99
34.	D2-B grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	100
35.	D2-C grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	101
36.	D2-D grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	102
37.	D2-E grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	103
38.	D1-A grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	104
39.	D1-B grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	104
40.	D1-C grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	105
41.	D1-D grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	105
42.	D2-A grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	106
43.	D2-B grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	107
44.	D2-C grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	107
45.	D2-D grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	107
46.	D2-E grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	108
47.	D1-A grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	109
48.	D1-B grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	110
49.	D1-C grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	111
50.	D1-D grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	112
51.	D2-A grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	113
52.	D2-B grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	114
53.	D2-C grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	114
54.	D2-D grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	115
55.	D2-E grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları.....	116
56.	D1-A grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	117
57.	D1-B grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	118
58.	D1-C grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	119
59.	D1-D grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	120
60.	D1-D grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	121
61.	D2-A grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	122
62.	D2-B grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	123
63.	D2-C grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	124
64.	D2-D grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	125
65.	D2-E grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları.....	126
66.	D1-A grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	127
67.	D1-B grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları.....	128

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
68.	D1-C grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	129
69.	D1-D grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	130
70.	D2-A grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	131
71.	D2-C grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	133
73.	D2-D grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	134
74.	D2-E grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	134
75.	D1-A grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	136
76.	D1-B grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	136
77.	D1-C grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	137
78.	D1-D grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	137
79.	D2-A grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	138
80.	D2-B grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	139
81.	D2-C grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	140
82.	D2-D grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	140
83.	D2-E grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	141
84.	D1-A grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	142
85.	D1-B grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	143
86.	D1-C grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	144
87.	D1-D grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	145
88.	D2-A grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	145
89.	D2-B grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	146
90.	D2-C grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	147
91.	D2-D grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	147
92.	D2-E grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	148
93.	D1-A grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	149
94.	D1-B grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	150
95.	D1-B grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	151
96.	D1-C grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	153
97.	D1-D grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	154
98.	D2-A grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	155
99.	D2-B grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	156
100.	D2-C grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	157
101.	D2-D grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	158
102.	D2-E grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	159
103.	D1-A grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	160

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
104.	D1-B grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	160
105.	D1-C grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	161
106.	D1-D grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	162
107.	D2-A grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	163
108.	D2-B grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	164
109.	D2-C grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	165
110.	D2-D grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	166
111.	D2-E grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	167
112.	D1-A grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	168
113.	D1-B grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	169
114.	D1-C grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	169
115.	D2-A grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	170
116.	D2-B grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	170
117.	D2-C grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	170
118.	D2-E grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	171
119.	D1-A grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları	172
120.	D1-B grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları	173
121.	D1-C grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları.....	174
122.	D1-D grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları.....	174
123.	D2-A grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları	176
124.	D2-B grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları	176
125.	D2-C grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları.....	176
126.	D2-D grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları.....	177
127.	D2-E grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları	178
128.	D1-A grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	180
129.	D1-B grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	181
130.	D1-C grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	182
131.	D1-D grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	183
132.	D2-A grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	185
133.	D2-B grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	186

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
134.	D2-C grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	187
135.	D2-D grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	188
136.	D2-E grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	189
137.	D1-A grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	190
138.	D1-B grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	191
139.	D1-C grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	192
140.	D1-D grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	193
141.	D2-A grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	194
142.	D2-B grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	195
143.	D2-C grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	196
144.	D2-D grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	196
145.	D2-E grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	197
146.	D1-A grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	198
147.	D1-B grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	199
148.	D1-C grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	200
149.	D1-D grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	200
150.	D2-A grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	201
151.	D2-B grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	201
152.	D2-C grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	201
153.	D2-E grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	202
154.	D1 ve D2'deki grupların birinci problemdeki PÇA'larda harcadıkları ortalama süreler	213
155.	D1 ve D2'deki grupların ikinci problemdeki PÇA'larda harcadıkları ortalama süreler	214
156.	D1 ve D2'deki grupların üçüncü problemdeki PÇA'larda harcadıkları ortalama süreler	215
157.	D1 ve D2'deki grupların dördüncü problemdeki PÇA'larda harcadıkları ortalama süreler	216
158.	D1-C-3'ün birinci problemde anlama adımında yaptıkları	219
159.	D2-B-3'ün ikinci problemde anlama adımında yaptıkları	219
160.	D2-D-1'in üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları	220

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
161.	D1-C-3'ün dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları	220
162.	D2-A-2'nin üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları.....	221
163.	D1-C-2'nin ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	222
164.	D2-A-1'in ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	223
165.	D1-B-3'ün üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	223
166.	D2-C-3'ün dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları	224
167.	D2-D-1'in birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları	224
168.	D2-B-3'ün birinci problemde uygulama adımında yaptıkları	226
169.	D1-A-3'ün ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları	226
170.	D2-E-1'in dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	227
171.	D2-D-1'in üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	227
172.	D1-C-1'in birinci problemde uygulama adımında yaptıkları	227
173.	D2-A-3'ün üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	228
174.	D2-E-1'in dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları.....	228
175.	D1-D-1'in dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları	229
176.	D1-C-2'nin ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	230
177.	D1-C-2'nin üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	231
178.	D2-C-1'in birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	231
179.	D1-C-2'nin birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları.....	232
180.	D2-D-3'ün dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları	232
181.	D1-C-3'ün birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları	233
182.	D1-C-3'ün Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları.....	235
183.	D1-C-2'nin Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları	235
184.	D2-B-3'ün Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları	236
185.	D2-A-1'in Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları	236
186.	D1-B-2'nin Kira probleminde anlama adımında yaptıkları	236
187.	D1-C-3'ün Kira probleminde anlama adımında yaptıkları.....	237
188.	D2-E-2'nin Kira probleminde anlama adımında yaptıkları	237
189.	D2-C-2'nin Kira probleminde anlama adımında yaptıkları	238
190.	D1-D-2'nin Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları	239
191.	D1-C-3'ün Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları	239
192.	D2-C-1'in Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları	240
193.	D2-E-2'nin Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları	240
194.	D1-C-2'nin Kira probleminde plan yapma adımında yaptıkları	241
195.	D1-D-2'nin Kira probleminde plan yapma adımında yaptıkları	241

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
196.	D2-B-3'ün Kira probleminde plan yapma adımımda yaptıkları	242
197.	D2-A-1'in Kira probleminde plan yapma adımımda yaptıkları	242
198.	D1-C-2'nin Duraklar probleminde uygulama adımımda yaptıkları	243
199.	D1-B-2'nin Duraklar probleminde uygulama adımımda yaptıkları	244
200.	D2-B-3'ün Duraklar probleminde uygulama adımımda yaptıkları	245
201.	D2-E-2'nin Duraklar probleminde uygulama adımımda yaptıkları	246
202.	D1-C-2'nin Kira probleminde uygulama adımımda yaptıkları	246
203.	D1-B-2'nin Kira probleminde uygulama adımımda yaptıkları	247
204.	D2-E-2'nin Kira probleminde uygulama adımımda yaptıkları	247
205.	D2-C-1'in Kira probleminde uygulama adımımda yaptıkları	247
206.	D1-D-2'nin Duraklar probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	248
207.	D1-C-2'nin Duraklar probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	249
208.	D2-B-3'ün Duraklar probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	249
209.	D2-C-1'in Duraklar probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	250
210.	D1-C-2'nin Kira probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	250
211.	D1-D-2'nin Kira probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	251
212.	D2-B-3'ün Kira probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	251
213.	D2-C-1'in Kira probleminde değerlendirme adımımda yaptıkları	252

KISALTMALAR LİSTESİ

- AUPÇS** : Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı
BAİ : Bilgisayar Aracılı İletişim
ÇGÇO : Çevrimiçi Grupla Çalışma Ortamı
D1 : Çevrimiçi
D2 : Sınıf içi
KM : Klinik Mülakat
PÇ : Problem Çözme
PÇA : Problem Çözme Adımları
PÇO : Problem Çözme Ortamı
PDDF : Problem Durumu Değerlendirme Formu
SBF : Söylem Belirleme Formu

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Günümüzde bireylerin yaşamlarını etkili ve verimli sürdürmelerine bağlı olarak gereksinim duydukları ihtiyaçlar da farklılık göstermektedir. İçinde bulunduğumuz zaman gereği, yaşam koşullarına ayak uydurma ve çağın gereksinimlerine cevap verebilme becerilerini kazanmak bireyler açısından kaçınılmaz bir ihtiyaçken, bu doğrultuda bireylerin yetiştirilmesi önem kazanan bir durum haline gelmiştir. Bu amaçla günümüzde, bilgiye ulaşan, öğrendiği bilgilerden amacı doğrultusunda faydalanabilen, bu doğrultuda isabetli kararlar veren, yaratıcı düşünme becerisine sahip bireylere ihtiyaç duyulmaktadır (Umay, 2003). Bireyleri hayata hazırlama noktasında eğitim temel rol üstlenmektedir.

Eğitim aşamaları sürecinde bireylerin gerekli bilgileri öğrenmelerinin yanında, bu bilgilerden faydalanarak günlük hayatta karşılaşmış oldukları problemleri doğru algılayan ve bunlara çözüm üretebilen niteliklere sahip olmaları gerekmektedir. Tüm bunların yanı sıra, eğitim süresi sonundaki genel beklenti, öğrencilerin hızla değişen dünyada hızlıca artan bilgi birikimine erişebilmek ve onu özümseyebilmek için karşılaşılan çeşitli türden problem çözme becerilerine sahip olmasıdır (Ersoy ve Gür, 2004).

Analitik ve yaratıcı düşünme becerilerine sahip, problem çözme becerisi gelişmiş bireyleri yetiştirmede matematik önemli bir yer edinmektedir. Matematik öğretimi, bilimsel ve akılcı düşünme becerisine sahip, araştırmacı, sorgulayıcı, bilgiyi ezberleyen değil ona ulaşabilen, bu bilgiyi kullanıp paylaşabilen iletişim becerilerine sahip, yaratıcı, keşfedici, üretken ve takım çalışmasına yatkın bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır (Kaptan ve Kuşakçı, 2002). Matematik dersleri bireylere, çeşitli deneyimlerini analiz edebilecekleri, açıklayabilecekleri, tahminde bulunacakları ve problem çözebilecekleri, yaratıcı düşünerek farklı durumlara ilişkin akıl yürütebilecekleri ortamlar oluşturmada büyük öneme sahiptir (Baki, 2006). Matematik öğretimi ile bireylerin, günlük hayatta karşılaşılabilecekleri bazı olaylara problem çözme atmosferi içerisinde çözüm üretmesi sağlanabilir (Alkan ve Altun, 1998). Bu açıardan bakıldığında, öğrencilerde problem çözme becerisini geliştirmek matematik eğitiminin önemli amaçlarından biri haline gelmiştir (Baki, 2006). Ülkemizdeki ilköğretim matematik dersi öğretim programı; öğrencinin problemi nasıl çözdüğü, problemdeki hangi bilgilerin bu çözüme katkıda bulunduğu, problemi nasıl temsil ettiği, seçtiği stratejinin ve temsil biçiminin çözümünü nasıl kolaylaştırdığı üzerinde durulması gerektiğini vurgulamaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009).

Matematik öğretim programı, öğrencilere problem çözme sürecindeki becerilerin kazandırılması için uygulanması gereken öğretim yöntemleri hakkında da önerilerde

bulunmaktadır. Öğretimde problem çözme yönteminin kapsamlı bir şekilde ele alınması ve öğrencilerin problemleri farklı yollardan çözebileceği ve problem çözme ile ilgili düşüncelerini akran ve öğretmenleriyle rahatlıkla paylaşabileceği sınıf ortamları oluşturulması gerektiği ifade edilmektedir (MEB, 2009).

Öğrenme ve öğretme alanlarında benimsenen davranışçı yaklaşımdan yapılandırmacı yaklaşıma doğru bir değişim sürecinin yaşandığı görülmektedir. Yapılandırmacı yaklaşım, öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif katılımcı olmalarını ve yeni fikirleri kendi anlamlarına göre yapılandırmalarını vurgulamaktadır (Cunningham, 1991; Duffy ve Jonassen, 1991). Bu amaçla, öğretmenlerin neyi, nasıl öğreteceklerinden çok, öğrencilerin hangi koşullarda daha iyi öğrenebilecekleri önem kazanmaktadır. Bu nedenle öğrencilere, bilgiyi yapılandırma sürecinde gereksinim duyacakları, bilgilerini yapılandırmaları için birlikte yer aldıkları arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle karşılıklı etkileşim halinde çalışabilecekleri öğrenme ortamları tasarlanmalıdır.

Günümüzde öğrencilerin, öğrenme ortamlarında aktif olmaları gerektiği üzerinde özellikle durulmaktadır. Öğrencileri öğrenme ortamında aktif hale getirerek sınıfta başarı düzeyinin artmasına yardımcı olan yollardan bir tanesi de yapısalcı görüşün önerilerinden biri olan işbirliğine dayanan grup çalışmalarıdır (Aktaş, Baki ve Aktaş, 2007; Açıkgoz, 2009). Baki (1994), grup çalışmaları esnasında oluşan sosyal etkileşim ortamının, öğrencilerin düşüncelerini, fikirlerini yansıtmaya teşvik etmesinin yanı sıra, önceden sahip olunan bilgilerin yeniden düzenlenmesinde fırsat oluşturduğunu belirtmektedir. Dolayısıyla, dersler esnasında yürütülen etkinlikler kapsamında grup çalışmalarına yer verildiği ortamlar düzenlenmelidir. Veermann ve Veldhuis-Diermanse (2001) grup çalışması şeklinde gerçekleştirilen öğrenmenin, öğrencilerin problemleri çözme ve bilgilerini yeniden oluşturmaları için uygun bir ortam yarattığını vurgulamaktadırlar. Problem çözme ortamlarında yer verilen işbirlikli grup çalışmalarında, problem çözme becerilerinin yanı sıra öğrencilerin öğrenme süreçlerinde olumlu bilişsel ve motive edici etkileri de bulunmaktadır (Dolmans ve diğerleri, 2001; Pear ve Crone-Tood, 2002; Kolawole ve Ilugbusi, 2007).

İçinde bulunduğumuz zaman içerisinde bilgiye erişme ve bu bilgilerden faydalanma sürecini hızlandırabilme amacıyla bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılması kaçınılmazdır. İnternet ve WWW (World Wide Web)'nun giderek yaygınlaşmasıyla beraber bu teknolojilerin sağlamış olduğu çok yönlü iletişim olanakları, eğitsel faaliyetlerin internet tabanlı olarak gerçekleştirilmesinde imkân sunmaktadır. Günümüzde bilgisayar ve internet teknolojilerinde yaşanan hızlı gelişmelerin paralelinde, Çevrimiçi Öğrenme (Online Learning) adında yeni bir kavramla karşılaşmıştır. Geleneksel ortamlarda sunulan derslerin internet olanaklarından yararlanarak zenginleştirilmesi esasına dayanan

çevrimiçi öğrenme ortamları (Kaya, 2002), eş zamanlı görüntü, ses, ekran ve dosya paylaşımının yanı sıra eş zamansız yazılı iletişim olanaklarına sahiptir. Bu durumda, bünyesinde barındırmış olduğu çeşitli iletişim kanalları vasıtasıyla, öğrencilerin etkileşim halinde birlikte çalışabilecekleri öğrenme ortamlarını çevrimiçi olacak şekilde genişletmek mümkündür. Çevrimiçi ortamlar öğretmen ve öğrencilerin farklı mekânlarda olmalarına karşın diledikleri zaman dilimi içerisinde bir arada bulunmalarını mümkün kılabilirdiği gibi (Cheong, 2002; Stefansson, 2004), katılımcılar arasında gruplar oluşturabilme, gruplardaki bireyler arasında bilgi akışını gerçekleştirebilme ve yaşanan etkileşim sürecini kayıt altına alabilmeyi mümkün kılmaktadır (Grabe ve Grabe, 2000). Çevrimiçi ortamda, kendilerine verilen problem etrafında gruplar halinde çalışan öğrenciler, problem çözme, iletişim, bilimsel merak ve eleştirel düşünme gibi üst seviye beceriler kazanabilmektedir (Reeves ve diğerleri, 2004'den aktaran: Özdemir, 2005).

Bilgisayar ve internet teknolojilerinin sunmuş olduğu iletişim olanakları (e-mail, chat, video konferans), çevrimiçi tartışma ve problem çözme etkinliklerinin gerçekleştirilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır (Hakkarinen ve Palonen, 2003). Bu sayede, çevrimiçi ortamda meydana gelen iletişim süreci katılımcılar arasındaki fikirlerin paylaşımına imkan sunabilmektedir. Grup çalışmaları esnasında grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşim neticesinde ortaya çıkan söylemler, grup performansını belirlemede faydalanacak göstergelerden biri olarak düşünülmektedir (Jonassen ve Kwon, 2001; Herring, 2004). Bu noktadan hareketle, çevrimiçi öğrenmenin eğitim sürecine kattığı yenilikler göz önüne alındığında, çevrimiçi grup içerisindeki öğrenciler arasında gerçekleşen tartışmalar ve sosyal etkileşimlerin, öğrenme çıktıları üzerinde anlamlı etkisi olacağı düşünülmektedir. Bu durum karşısında, çeşitli konular üzerinde gerçekleştirilecek çevrimiçi grup çalışmaları sonrası, ortaya çıkacak öğrenme çıktıları ile gruplardaki üyeler arasında oluşan etkileşimlerin bu çıktılar üzerinde nasıl farklılaştığı araştırılması gereken bir durum olarak görülmektedir. Gerçekleştirilecek olan bu çalışmayla, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda uygulanan grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığının tespit edilmesi amaçlanmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Ülkelerin matematik öğretim programlarında problem çözme becerisini kazandırmanın ana amaçlar arasında yer aldığı bilinmektedir. Altun (2000) problemin, zor ve sonucu belirsiz bir soru olduğunu ve çözümünün de araştırma veya tartışma dayalı süreç gerektirdiğini belirtmiştir. Bu becerilerin kazandırılmasında öğrencilerin aktif olarak süreç içerisine dahil edilmesi önemli bir aşamadır. Grupla gerçekleştirilen problem çözme

sürecinde, öğrencilerin diğer üyelerle arasında geçen sosyal etkileşimlerden nasıl etkilendiği, bu etkileşimin problem çözümlerine ne derece katkıda bulunduğunu betimlemek problem çözme sürecinin niteliği açısından önem teşkil etmektedir. Bilgi ve iletişim teknolojilerinin öğrenme ve öğretmen ortamlarında artan bir ivmeyle yer edinmesi, çevrimiçi öğrenme ortamlarında öğrenciler arasında yaşanan sosyal etkileşimlere farklı bir boyut kazandırmıştır.

Bu araştırmanın temel amacı, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda uygulanan grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığını ortaya koymaktır. Bu bağlamda, grupla problem çözme oturumlarındaki grup içi sosyal etkileşim sürecinde yaşananların, problem çözme adımlarından faydalanarak çözümde bulunmaya ne şekilde yansıdığı detaylı bir şekilde irdelenmiştir. Öte yandan bu çalışmada, çevrimiçi ve sınıf içi grup çalışmasına dayalı problem çözme etkinliklerine katılan öğrenciler arasında Polya'nın heuristik problem çözme adımlarını atma bakımından farklılıkların tespit edilmesine çalışılmıştır. Bu durumda, çevrimiçi ve sınıf içi ortamda tasarlanan grupla problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığı resmedilmiş olacaktır.

1.2. Araştırmanın Gerekçesi

Son yıllarda artan teknolojik gelişmeler, bireylerin matematik eğitime olan bakış açısında önemli değişimlerin yaşanmasında etkili olmaktadır. Artık matematik eğitimi, yalnızca matematik bilen değil, sahip olduğu matematiksel bilgiyi uygulayan, karşılaşılan problemlerdeki ilişkileri yakalayarak çözüm üreten bireyleri ön plana çıkarır hale gelmiştir (Umay, 2004). Bu sebeple değişen dünyada matematiği anlayan ve kullananlar, geleceklerini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Meydana gelen bu değişim, matematiksel problemlerin çözümüne yönelik bir takım becerilerin sahip olunmasını gerekli kılmıştır.

Öğrencilerin problem çözme başarısının o ülkenin uluslararası başarı sıralamasını doğrudan etkilediği yapılan başarı belirleme sınavlarıyla ortaya çıkmaktadır. Bu amaçla öğrencilerin başarı düzeyleri, Uluslararası Öğrenci Başarı Belirleme Programı (Program for International Student Assessment-PISA), 15 yaş çocuklarının kazandığı bilgi ve beceriler üzerinde üç yıllık aralarla yapılan bir tarama çalışmasıyla değerlendirilmektedir. Bu değerlendirme sisteminde amaç; öğrencilerin okulda müfredat kapsamında yer alan konuları ne seviyede öğrendikleri değil, gerçek hayatta karşılaşılabilecekleri durumlarda bilgi ve becerileri kullanabilme yeteneği, düşüncelerini analiz edebilme, akıl yürütme ve okulda öğrendikleri fen ve matematik kavramlarını kullanarak etkin bir iletişim kurma becerisine sahip olup olmadıklarıdır (MEB, 2005b). Aralarında Türkiye'nin de bulunduğu 41 ülkenin katılımıyla gerçekleşen PISA II.Dönem projesi 2000-2003 yıllarını

kapsamaktadır. Bu dönemde, ağırlıklı olarak matematik olmak üzere fen bilimleri, okuma ve problem çözme alanlarında öğrencilerin bilgi ve becerileri ölçülmeye çalışılmıştır. PISA 2003'e katılan ülkeler arasında Matematik alanında en yüksek başarı puanına sahip ülke 550 puanla Hong Kong ve Çin olurken Türkiye'nin matematikteki ortalaması 423 puandır. Problem Çözme alanında Kore en üst sırada yer almakta, Hong Kong-Çin, Finlandiya, Japonya, Yeni Zelanda sıralamada bu ülkeyi takip etmektedir. Türkiye ise Sırbistan ve Uruguay'dan farklı olmayan bir performans sergileyerek 34. sırada yer almıştır (MEB, 2005). PISA 2003 raporundaki verilere dayanarak, ülkemizin problem çözme başarısı açısından istenilen düzeyde olduğu söylenemez.

Matematik dersleri esnasında yapılan problem çözme işlemleri sonrasındaki değerlendirmelerde, öğrencilerin yaşamış olduğu süreçlerin aksine yapılan hesaplamalara, elde edilen sonuçlara ve öğrenci başarısı üzerindeki etkiye bakılmaktadır (Toluk ve Olkun, 2002). Problem çözme becerilerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğretim programlarının daha çok etkililiğinin incelendiği belirlenerek, problem çözme sürecindeki yaşananların da değerlendirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Altun, 2002; Baki, Karataş ve Güven, 2002; Karataş, 2008; Gök, 2010). Türkiye'de 2005 yılında yürürlüğe konulan ilköğretim matematik öğretim programı (MEB, 2005), öğrencilere inceleme yapabilecekleri, keşfedebilecekleri, problem çözebilecekleri ve çözümlerini arkadaşları ile paylaşarak tartışabilecekleri ortamlar oluşturma hedefini benimsemiştir. Nitekim, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council Teachers of Mathematics [NCTM]) (1989: 209) problem çözme becerilerinin değerlendirilmesiyle ilgili; "Öğrencilerin problem çözümede matematiği kullanma becerisini değerlendirmek, öğrencilerin problemleri matematiksel denklemlere dönüştürmesi, problemleri çözümede farklı stratejileri kullanması, problemleri çözmesi, sonuçları doğrulaması, açıklaması ve genellemesi ile olabilir" ifadesine yer vererek, problem çözümlerinde süreç esnasına yaşananların değerlendirilmesi gerektiğinin önemine işaret etmektedir. Dolayısıyla problem çözme becerilerinin öğretiminde problem çözme sürecinin nasıl işlediği önemli bir aşamadır (Soylu ve Soylu, 2006). Bu noktada, problem çözme etkinliklerinin çeşitli adımlar dahilinde sistematik olarak gerçekleştirilmesi gereklidir.

Verschaffel ve diğerleri (1999), problem çözümlerinde yaşanan olumsuzlukların sebebi olarak, problemin türü ve uygulanan strateji unsurlarının yanı sıra problem çözümlerinin gerçekleştirildiği ortamın önemine değinmektedir. Geleneksel ortamlarda problem çözümleri hemen hemen bireysel olarak yapılmaktadır. Hmelo-Silver (2004), problem çözme ortamlarının öğrencilerin iletişim becerilerinin geliştirilmesine katkı sağlama ve birlikte çalışma özelliklerine sahip olması gerektiğini önermektedir. Bu

bağlamda, problem çözme sürecinde öğrencilerin diğer arkadaşlarıyla paylaşma ve tartışmalarına imkan tanınmasıyla sürece daha aktif katılımları sağlanmalıdır.

Matematik eğitimcileri, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi ve bunun eğitimin öncelikli amacı olması gerektiği konusunda hemfikirdirler (Baykul, 2004; Baki, 2006; Altun, 2009). Problem çözme etkinlikleri öğrencilerin süreç içerisinde yer almaları, onları karşılaştıkları problemleri çözerken daha aktif hale getirmekte ve gerçek yaşam problemleriyle baş edebilen bireylere dönüştürmektedir. Bu durum aynı zamanda öğrencilerin öz yeterlilik inançları, problem çözme, eleştirel ve üst bilişsel düşünme becerilerinin gelişiminde olumlu etkileri bulunmaktadır (Cooke ve Moyle, 2002; Dunlap ve Grabinger, 2003; Hmelo-Silver, 2004). Bu süreç içerisinde problem çözme ve grup çalışması şeklinde çeşitli stratejilerden faydalanılması, öğrencilerde birçok anlamlı matematiksel yapının gelişimine olanak sağlamaktadır (NCTM, 2000; Baki, 2006).

Grup çalışmaları şeklinde gerçekleştirilen problem çözme ortamlarında öğrenciler; soru sorma, bilgi edinme, birbirleriyle tartışma, çözümler üretme, sonuçları birbirleriyle paylaşma şeklinde pek çok iletişim imkanına sahip olabilmektedir. Bunun yanı sıra yapılan araştırmalarda, problem çözümlerini grup çalışmalarıyla gerçekleştirilen öğrencilerin bireysel problem çözenlere nazaran daha başarılı performans gösterdikleri belirlenmiştir (Yann, 2000; Koç ve Bulut, 2002; Saritaş, 2002; Kramarski ve Mavarech, 2003; Omoşehin, 2003; Uribe, Klein ve Sullivan, 2003; Ge ve Land, 2003; Carlan, Rubin ve Morgan, 2005; Pınar, 2007; Nebesniak, 2007; Adeyemi, 2008). Bu çalışmalar neticesinde görülmektedir ki, birlikte çalışma esasına dayanan grup çalışmalarının, problem çözme becerilerinin saptanması ve bunların geliştirilmesinde önemli etkileri olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla gerçekleştirilmesi planlanan problem çözme süreçlerinin, öğrencilerin arkadaşlarıyla karşılıklı fikir alışverişinde bulunup bilgilerini yapılandırmalarına imkan verecek şekilde düzenlenmesi gerekmektedir.

Bilgisayar ve internetin eğitim-öğretim faaliyetlerinde kullanılması bir takım imkanları beraberinde getirmekle birlikte öğrenme ortamlarının sınırlarını genişletmektedir (Baki, 2001; Türel, 2008; Özkök, 2009; Gürbüz, 2011). Öğretim teknolojilerinde yaşanan yeni gelişmelere paralel olarak okullarda öğretilen matematik konuları, bilgisayar ve internet teknolojilerinin sunmuş olduğu olanaklar dahilinde öğrencilere aktarılabilir (Baki, 2002). Bu nedenle, teknoloji tabanlı ortamlar üzerinden gerçekleştirilecek öğretim faaliyetlerinin öğrenciler üzerinde uygulanmasının, öğretim açısından alternatif ortam oluşturabileceği düşünülmektedir. Del Marie Rysavy ve Sales (1991), bilgisayarla grup çalışmasını konu alan son on yıldaki araştırmaları incelemiştir. İncelenen bu araştırmalarda, bilgisayarla öğrenirken işbirliğine dayalı gruplarda çalışan öğrencilerin yapılan işe karşı daha iyi güdüledikleri ve olumlu tutum sergiledikleri belirlenmiştir.

Bilgi ve iletişim teknolojilerindeki gelişmeler ışığında, eğitim kurumlarının eğitim öğretim faaliyetlerini internet ortamında erişime sunması, web teknolojilerinin önem kazanmasında önemli rol oynamaktadır. Sage (2000a), web temelli teknolojilerin bilginin düzenlenmesi, dağıtılması ve sunulmasında oldukça güçlü araçlar olduğunun altını çizmektedir. Bu bağlamda, eğitim ve öğretim faaliyetlerinin internet ortamında gerçekleştirilmesi esasına dayanan çevrimiçi öğrenmede (Berge ve Collins, 1995; Khan, 1997), bilgi ve becerilerin eşzamanlı ve eşzamansız iletişim imkanları vasıtasıyla aktarımı sağlanabilir (Hines ve Pearl, 2004; Hranstinski, 2008). Uzak mesafelerde bulunan öğrencilerin söz konusu iletişim imkanları aracılığıyla bir araya getirilmesi, çevrimiçi öğrenmeyi eğitim alanında önemli bir aşamaya getirmiştir (Henri, 1992; Curtis ve Lawson, 2001; Çalışkan, 2002). Bu durumda, öğrenci-öğretmen-içerik arasında yaşanan etkileşim süreci, geleneksel sınıf ortamlarının yanında çevrimiçi ortam üzerinden gerçekleştirilmesi sağlanabilir. Bu gerekçelerden hareketle, geleneksel sınıf içi grupla problem çözme uygulamalarına alternatif olarak problem çözme etkinliklerinin çevrimiçi grup çalışmalarıyla gerçekleştirilmesi sağlanarak meydana gelebilecek olası farklılıkların ortaya çıkarılması gerekmektedir.

Öğrencilerin öğrenmenin merkezinde yer alıp gruplar halinde bilgi, anlam ve yorumlarını oluşturabilecekleri çalışma ortamları sağlamak amacıyla yeni teknolojilerin sunmuş olduğu imkanlardan yararlanılmasının gerekli olduğu vurgulanmaktadır (Kuzu, 2005). Bunun yanı sıra, teknoloji destekli öğretimi yönetmenin en iyi yolunun işbirlikli grup çalışmaları süreciyle mümkün olabileceği çalışmalar dahilinde belirtilmektedir (Johnson ve Johnson, 1996; Gunawardena, Lowe, ve Anderson, 1997; Hiltz, 1998; Kearsley, 2000; Atıcı ve Gürol, 2000; Dirx ve Smith, 2004; Khan, 2007). Bu gerekçeyle, uzak mesafelerde bulunan öğrencilerin internet ortamında bir araya getirilerek grup çalışması faaliyetlerinde yer almalarının sağlanması eğitimcilerin dikkatini çekmeye başlamıştır.

Son yıllarda yapılan araştırmalarda, çevrimiçi teknolojilerin küçük grupların öğrenmeleri kapsayacak şekilde kullanımı geleneksel yüz-yüze etkileşimin sınırlarını genişletmiştir (Stacey, 1999; Fåhraeus, 2003; Kosiak, 2004; Hoppe, 2007). Mutlu ve Öztürk (2003), internetin grup çalışmalarına ilişkin olanaklar sunduğunu, grup üyelerinin görevlerini yerine getirmeleri esnasındaki sosyal etkileşimleri neticesinde bilgilerini yapılandırdıklarını, yaşanan tartışmalarla birlikte eleştirel değerlendirmeye başvurduklarını ve böylece içerikle ilgili bilgilerinin gelişiminin sağlandığını belirtmişlerdir. Dolayısıyla çeşitli dersler kapsamında yürütülen grup çalışmalarının sınıf ortamlarından kurtarıp çağın teknolojisine dayalı internet olanakları ile daha geniş kitlelere sunulması gerekmektedir. Bu durum sahip olduğu çeşitli iletişim imkanlarıyla çevrimiçi öğrenmenin önemini bir kez daha ortaya koymaktadır. Bu açıdan değerlendirildiğinde, birçok öğretim faaliyetlerinde

kullanılabilir özelliğine sahip olan çevrimiçi öğrenmenin matematik öğretiminde uygulanabilir olması, öğrencilerin etkileşimli olarak öğrenme süreci içerisinde yer almalarını ve öğrenmelerin aktif olarak gerçekleştirmelerini imkan sağlayacağı düşünülmektedir.

Gerek yurt içinde gerekse yurt dışındaki eğitim kurumların, eğitim öğretim faaliyetlerini eş zamanlı ve eş zamansız iletişim imkanlarına sahip çevrimiçi ortamlar üzerinden gerçekleştirdiğini görmekteyiz. Çevrimiçi ortamlarda gerçekleştirilen iletişim imkanları zaman ve mesafe sınırlarını ortadan kaldırarak eğitimcilere uygun fırsatlar sunmaktadır (Henri, 1992; Curtis ve Lawson, 2001; Garrison, Anderson, ve Archer, 2001). Eğitim ortamlarında bilgisayar aracılı iletişim kurmada yararlanılan çevrimiçi teknolojiler, uzaktan eğitim ortamında oluşan etkileşimleri şekillendirmesinin yanı sıra geleneksel yüz-yüze gerçekleşecek etkileşimler için ek bir ortam sağlayabilmektedir (Kosiak, 2004). Yapılan araştırmalarda, geleneksel öğrenme ortamlarında yüz yüze gerçekleştirilen grup çalışmalarının matematiksel problem çözme kazanımları üzerindeki etkisinin belirlenmeye çalışıldığı pek çok çalışmayla karşılaştırılmasına karşın çevrimiçi eş zamanlı grup çalışmalarında matematiksel problem çözme deneyimlerinin ortaya çıkarılmaya çalışıldığı çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Bu gerekçeyle grupla matematiksel problem çözme süreci sonunda oluşan çıktılar değerlendirildiği araştırmalar yerine süreç içerisinde yaşanan problem çözme aşamalarının doğası ve grup üyeleri arasındaki sosyal etkileşimin ortaya konulduğu çalışmalara gereksinim duyulmaktadır.

Little (1999), dünyada elektronik iletişimin yaygınlaşması ile problem çözümlerinde iletişim ve işbirliğinin vazgeçilmez hale geleceğini ifade etmektedir. Bu bağlamda eğitim teknolojilerindeki gelişmelere bağlı olarak yapılan araştırmalarda, matematiksel problem çözme uygulamalarının teknoloji ile bütünleştirilerek çevrimiçi olarak gerçekleştirilebilir (Oliver ve Omari, 1999; Sage, 2000b; Crumpacker, 2001; Gooding, 2002; Naidu, 2003; McLinden ve diğerleri, 2006; Ortiz, 2006; Gürsul, 2008; Zhou, Zemel ve Stahl, 2008; Starling, 2011). Dolayısıyla, her iki ortamın yapısal özellikleri göz önüne alındığında, problem çözme ve grup çalışması etkinliklerinin bir arada kullanımının çevrimiçi olacak şekilde desteklenen öğrenme ortamları üzerinden yürütülmesi sağlanabilir.

Özetle, teknolojinin öğrenme ortamlarında ortaya koymuş olduğu gelişmeler bağlamında, öğrenme ortamlarında çevrimiçi tartışmalara bağlı eğitsel uygulamalar gerçekleştirilmelidir. Bu noktadan hareketle matematiksel problem çözme faaliyetlerine yönelik geleneksel sınıf içi ortamda düzenlenen grup çalışmalarının çevrimiçi eş zamanlı ortamlar üzerinde düzenlenmesi sağlanabilir. Bu bağlamda, her iki ortamda tasarlanacak grupla çalışma süreçlerinin nasıl farklılaştığının belirlenmesini ortaya koyacak çalışmaların gerekliliği göz önünde bulundurularak böyle bir araştırma yapma gereksinimi duyulmuştur.

Problem çözüme deneyimlerinin ortaya çıkarılmasında sanal ortamlarda nasıl bir grup çalışması tasarlayalım sorusundan hareketle yola çıkılan bu araştırmanın problemi “Çevrimiçi ve sınıf içi grup çalışmaları, Polya’nın problem çözüme adımlarını gerçekleştirme sürecinde nasıl farklılaşmaktadır?” olarak belirlenmiştir. Araştırmanın probleminin ayrıntılı olarak incelenmesi amacıyla aşağıdaki alt problemler araştırılmıştır:

1. Çevrimiçi ve sınıf içi grup çalışmasına dayalı problem çözüme süreçleri nasıl farklılaşmaktadır?
2. Çevrimiçi ve sınıf içi grup çalışmasına dayalı problem çözüme etkinliklerine katılan öğrenciler arasında Polya’nın problem çözüme adımlarını atma bakımından farklılıklar var mıdır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Değişen dünyanın yaşam koşullarına bağlı olarak günümüzde pek çok ülke, sayısal becerilere olan ihtiyacın artması nedeniyle matematik programlarını yenilemekte ve geliştirmektedir. Ülkemizde ise bu durumun yansımaları, 2005–2006 öğretim yılında ülke genelinde uygulamaya konulan ilköğretim matematik programında görmek mümkündür (MEB, 2005). Bu programda, akıl yürütme, problem çözüme, ilişkilendirme gibi üst düzey zihinsel becerilerin kazanılmasının önemi vurgulanmakta ve problem çözüme ayrı bir yer verilmektedir (Baykul ve Sulak, 2006).

Johnson ve Johnson (1990), öğrencilere matematik problem çözüme becerileri kazandırılması amacıyla, matematiksel iletişim kurma, akıl yürütme fırsatı tanınarak öz güvenlerinin geliştirilmesinin gerekli olduğunun önemi vurgulamaktadır. Bu sebeple matematik derslerinde yürütülen problem çözüme etkinliklerinin, kazandırılması hedeflenen amaçlara ulaştırılmasının sağlanabilmesi için, öğrencilerin aktif olarak kendi çabaları ile öğrenmelerini sağlayabileceği yapılandırmacı öğrenme kuramının prensiplerini içeren öğretim yöntemlerinin problem çözüme ortamlarında işe koşulması gerekmektedir.

NCTM (2000), grup çalışmasının öğrencilerin soru sordukları, fikirlerini paylaştıkları, hata yaptıkları, dinlemeyi öğrendikleri, yapıcı ve eleştirel fikirleriyle matematiksel bilgilerini oluşturdukları bir ortam sağlaması nedeniyle matematik öğrenmedeki önemine dikkat çekmektedir. Ayrıca bu raporda, öğretmenlerin dersler esnasında işbirliğine dayalı grup çalışmasına yer vermelerini önermektedir. Sınıf ortamında farklı yetenek, bilgi, kültür ve iletişim becerilerine sahip öğrencilerin bulunması göz önünde bulundurulursa sınıflardaki bu durum, grup çalışmaları için iyi bir zemin teşkil etmektedir. Bu ortamlarda öğrenciler, problemi çözmek için birbirleriyle tartışır, çözüm yolları oluştururlar, daha önceden öğrenmiş oldukları bilgilerden yararlanarak probleme ilişkin çözümler üreterek birbirlerine yardımcı olurlar. Nitekim Gökhale (1995), grup içindeki bireylerin farklı seviyedeki bilgi

seviyeleri ve tecrübeleri bu sürece olumlu katkı sağlayacağından dolayı, işbirlikli grup çalışmaları sırasında, grup üyelerinin birbirlerine olan destekleri öğrenmeyi daha etkili kılabileceğini belirtmektedir.

Geleneksel yaklaşımda öğrencilerin problem çözme davranışları genellikle bireysel olarak gerçekleştirmektedir. Buna karşın, öğrencilerin bilgilerini paylaştıkları, çözüm üzerinde tartışabildikleri işbirliğine dayalı grup çalışmasıyla yürütülen problem çözme ortamlarının daha etkili olduğu bilinmektedir (Yann, 2000). Veerman ve Veldhuis-Diermanse (2001) grupla çalışma sürecinde gerçekleştirilen etkinliklerde, öğrencilerin bilgilerini yeniden yapılandırma fırsatı bulabileceklerine bağlı olarak, problemleri çözme süreçleri için uygun bir ortamın yaratılabilineceğini belirtmektedir. Carlan, Rubin ve Morgan (2005), 5.sınıf öğrencileriyle matematik problemlerini çözmeye işbirlikli grup çalışması etkinlikleri yürütmüşlerdir. Çalışma sonunda öğrencilerin matematik problemlerini çözmeye daha istekli hale geldikleri, öğrencilerin sınıf içindeki yarışmacı durumlarından birbirlerinin öğrenmelerini destekler konuma geldikleri ve probleme ait birden fazla çözüm yönteminin olduğunu keşfettikleri görülmüştür. Belirtilen sebepler dahilinde bu araştırmanın omurgası, işbirliğine dayalı grup çalışması ile problem çözme yaklaşımına dayanmaktadır. Bu açıdan bakıldığında yapılan çalışmanın öğrencilere ait problem çözme performanslarını ortaya çıkaracak çalışma ortamlarını tayin etmede bundan sonra yapılacak araştırmalara kaynak teşkil edeceği umulmaktadır.

Günümüzde teknoloji alanında yaşanan gelişmelere paralel eğitimdeki etkilerini farklı alanlarda görmek mümkündür. Özellikle Web 2.0 teknolojisinde yaşanan gelişmeler, geleneksel sınıf ortamında yürütülen etkinliklerin internet ortamına taşınması ve daha geniş kitlelere ulaştırılması imkanı sunmaktadır (Wang, 2004). Bu durumun sonucu olarak, eğitim olanaklarının teknoloji ile bütünleştirilmesi uzaktan eğitim kavramını yaşamımıza girdiği söylenebilir. Atıcı ve Gürol (2000), günümüzde ortaya çıkan bilgisayar tabanlı öğrenme çevrelerinin, iletişim ve işbirliği anlamında temel ve vazgeçilmez kavramlar olarak yerini almakta olduğunu belirtmektedir. Son yıllardaki matematik eğitimi alanında gerek ulusal gerekse uluslar arası alanda yapılan çalışmalar incelendiğinde, hızla gelişmekte olan bilgisayar ve internet tabanlı öğretim ortamlarının matematik öğretiminde pek çok konu alanında kullanımıyla önemli atılımlar içerisine girmiş olduğu görülmektedir. Gelişen teknolojilere bağlı olarak öğrencilerin işbirliği içinde problem çözme etkinliklerini çevrimiçi olarak gerçekleştirebileceklerini göstermektedir (Oliver ve Omari, 1999; Naidu, 2003). Çevrimiçi ortamlarda öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirecek araştırmaların dünya genelinde yaygın olmasına karşın ülkemizdeki bu tür çalışmalar kısıtlı sayıdadır. Bu bağlamda gerçekleştirilen bu araştırmada, matematiksel problem çözme etkinliklerinin gerek çevrimiçi gerekse sınıf ortamında grup çalışmaları

şeklinde gerçekleştirilmesi ve bu ortamlarda meydana gelecek problem çözme süreçlerindeki farklılıkların ortaya konulacak olması bakımından ayrı bir öneme sahiptir.

Meydana gelecek öğrenme çıktılarının etkililiğini artırma amacı ile çevrimiçi öğrenme ortamlarında gerçekleştirilecek öğretme sürecinin öğrenme kuramlarıyla bütünleştirilmesi önemli bir aşamadır (Anderson ve Elloumi, 2004). Bu çalışmada, işbirliğine dayalı grup çalışması ve probleme dayalı öğrenme yaklaşımlarının internet teknolojisinin sunmuş olduğu olanaklar dahilinde bütünleştirilerek uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Uygulama neticesinde elde edilen sonuçların, öğrenme süreçlerinin etkililiğini arttırmak amacıyla çevrimiçi öğrenme amaçlı geliştirilen sistemler üzerinde yapılacak çalışmalara kaynak teşkil etmesi açısından önemlidir.

Problem çözmenin anlama, plan yapma, uygulama ve değerlendirme şeklinde bir süreç olduğu düşünülürse, bu süreç içerisinde problem çözücülere ait davranışların takip edilmesi ve konuşmalar esnasındaki diyalogların değerlendirilmesi gerekmektedir. Yapılan bu çalışmada, çevrimiçi ortamın sunmuş olduğu kayıt altına alma özelliğiyle çevrimiçi grup üyelerine yöneltilen problemlerin çözümü sırasında verilen cevaplar ve grup üyeleri arasında geçen diyaloglar kayıt altına alınarak öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımlarını atma yönünden gelişimleri değerlendirilmiştir. Öğrencilere ait konuşmalar deşifre edilip ilgili örüntüler dahilinde kodlanarak, problem çözümüne ne şekilde dahil olduğuyula ilgili bulgular ortaya çıkarılmıştır. Bu yönüyle yapılan çalışma, çevrimiçi problem çözme çalışmalarının değerlendirilmesinde farklı bir bakış açısı kazandıracığı düşünülmektedir.

Çevrimiçi öğrenme ortamlarında iletişim önem arz eden bir aşamadır (Moore, 1993; Harasim ve diğerleri, 1995). Moore ve Kearsley (1996) çevrimiçi öğrenme ortamlarında; öğrenen-içerik, öğrenen-öğrenen ve öğrenen-öğretici şeklinde iletişim olanaklarının mevcut olduğunu belirtmektedir. Bu iletişim düzeylerinin sağlanabilmesi için eş zamanlı ve eş zamansız teknolojik bileşenlerin etkin ve yeterli düzeyde kullanılması gerekmektedir. İlgili literatürde, çevrimiçi öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen problem çözme etkinliklerinin eş zamansız iletişim araçları kullanılarak gerçekleştirildiği araştırmalara rastlamak mümkündür (Şendağ, 2004; Francescato ve diğerleri, 2006; Gürsul, 2008; Jacob ve Sam, 2008). Ancak eş zamansız iletişim araçlarıyla gerçekleştirilen çevrimiçi öğrenmede, öğrenen-öğrenen ve öğrenen-öğretici arasında birebir iletişim ve etkileşim eksikliğinden kaynaklanan birtakım sınırlılıklar yaşanabilmektedir (Kaya, 2002; Uşun, 2006). Zereyak (2006) araştırmasında, işbirlikli öğrenme teknikleri konusunda öğrenci deneyimleri ile internete dayalı işbirlikli öğrenme uygulamalarında grup üyelerinin, gerektiğinde yüz yüze ve eşzamanlı iletişim olanaklarından yararlanmasının akademik başarıyı daha da artıracığı sonucuna varmıştır. Bu bağlamda yapılan araştırmadaki

çevrimiçi işbirliğine dayalı grup çalışmalarındaki iletişim olanakları; anlık görüntü, ses ve beyaz tahta paylaşımına imkan sağlamaktadır. Bu özelliğiyle, araştırma kapsamında çevrimiçi ortamdaki grup çalışmalarının eşzamanlı iletişim olanakları dahilinde gerçekleştirilecek olması çalışmanın önemini ortaya koymaktadır.

İşbirliğine dayalı grup çalışması etkinlikleri kapsamında ulusal alanda yapılan literatür taraması sonucu, çevrimiçi grup çalışması konularındaki araştırmaların yeterli sayıda ve kuramsal çerçeveyi genişletecek düzeyde olmadığı belirlenmiştir (Şendağ, 2004; Zereyak, 2006; Gürsul, 2008; Sarsar, 2008). Özellikle Amerika'da bu yönde yoğun çalışma ve araştırmalar sürdürülmekte olup, alanla ilgili pek çok web sitesi, forum ya da mail grubu oluşturulmakta, hatta ülke çapında teknoloji destekli işbirlikli öğrenme grupları kurulmaktadır (URL-1). Bu kapsamda yapılan araştırmanın, ülkemizde yürütülen çevrimiçi grup çalışması uygulamalarına farklı bir bakış açısı kazandıracığına inanılmaktadır.

Günümüzde eğitim kademelerinde, derslerin uzaktan eğitimle verilmesi düşüncesinin giderek yaygınlaştığını görmekteyiz. Bu durum gelecek yıllar kapsamında düşünülecek olursa, farklı seviyelerde birçok program ve dersin eş zamanlı ve eş zamansız teknolojiler aracılığıyla uzaktan eğitimle gerçekleştirileceği düşünülmektedir. Gerçekleştirilecek olan bu çalışmayla, öğrenciler açısından aktif katılımlı öğrenme faaliyetlerinin çevrimiçi ve geleneksel sınıf içi ortamlarda gerçekleştirilmesi sonucu ortaya çıkacak avantajlı ve dezavantajlı durumların tespiti, öğrenme ortamlarının öğrenme ürünleri üzerindeki etkisinin tespit edilmesi noktasında, gerçekleştirilecek eğitim programlarına ışık tutacağı düşünülmektedir.

Matematik eğitiminde eş zamanlı veya eş zamansız iletişim imkanlarından faydalanarak çevrimiçi problem çözme ortamlarıyla ilgili uygulamalara yurt dışında sıklıkla karşılaşmamıza karşın ülkemiz literatürü kapsamında pek sık yer almaması bu çalışmanın önemini arttırmaktadır. Gerçekleştirilmesi planlanan çalışma sonrası, çevrimiçi grup çalışmasına dayalı problem çözme ortamlarının öğrencilerin problem çözme becerisine olan etkisi hakkında ortaya konacak sonuçların, grupla çalışma ortamlarının sınıf ortamında yürütülmesinin yanı sıra çevrimiçi ortamda da geliştirilmesi ve düzenlenmesi sürecine katkı getireceği umulmaktadır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu çalışmanın sınırlılıkları maddeler halinde aşağıdaki biçimde ifade edilebilir:

1. Çalışma 2010-2011 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim bölümü Sınıf Öğretmenliği programı 1. sınıfta öğrenim gören 27 öğretmen adayıyla sınırlıdır.

2. Temel Matematik-II müfredatında yer alan; Denklemler, Fonksiyonlar, Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri ve Katı Cisimler ve Uzay Geometrisi konularının kazanımlarıyla sınırlıdır.
3. Uygulama süresi 6 hafta ile sınırlıdır.
4. Betimsel durum çalışması ve problem çözme ortamlarından elde edilen verilerin betimsel analiziyle sınırlıdır.
5. Çevrimiçi ortamda grupta problem çözme etkinliklerinde yer alan öğrencilerin daha önce grafik tablet cihazıyla ilgili deneyimlerinin olmamasıyla sınırlıdır.

1.6. Araştırmanın Varsayımları

Bu çalışmanın varsayımları maddeler halinde aşağıdaki biçimde ifade edilebilir:

1. Çevrimiçi ve sınıf ortamdaki grupta problem çözme oturumlarında yürütülen çalışmalar grup çalışması şeklinde olduğu için, grup üyelerinin görevlerini yeterli düzeyde yapmıştır.
2. Araştırmada kullanılan çalışma yaprakların geliştirilmesinde uzman görüşlerinden yararlanılması çalışma yapraklarının geçerlik ve güvenilirliğini arttırmıştır.

1.7. Tanımlar

Bilgisayar Aracılı İletişim: birbirleri ile etkileşim halinde olan iki veya daha fazla kişi arasında, bilgisayar destekli medya yoluyla iletişimin her şekli olarak tanımlanmaktadır (Wilson ve Whitelock, 1998).

Çevrimiçi Öğrenme: İnternet teknolojilerinin, eğitim etkinliklerinde, iletişim kurma ve işbirliği sağlama amacıyla kullanılmasına dayanan öğrenme ve öğretme yaklaşımı şeklinde tanımlanabilir (Pallof ve Pratt, 2001).

Etkileşim: İki unsurun birbirini karşılıklı olarak etkilemesi (Türk Dil Kurumu, 2005).

Öğrenci-öğrenci etkileşimi: Öğrencilerin birbirleri arasında, öğreticinin gözetiminde veya öğreticinin olmadığı durumda, etkileşimde bulunurken gerçekleşen etkileşim türü (Moore, 1989).

Öğrenci-öğretici etkileşimi: Öğreticinin öğrencilerle bireysel ve grup biçiminde etkileşimde bulunması sürecinde gerçekleşen etkileşim türü (Sabry ve Baldwin, 2003).

Öğrenci-içerik etkileşimi: Öğrencilerin kavrayışlarının, bakış açılarının, zihinlerindeki bilişsel yapıların değişmesi için İnternet, kitap, video veya veri tabanlarındaki bilgi ile etkileşimde bulunmaları sürecinde gerçekleşen etkileşim türü (Moore, 1989).

Problem: İnsan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey olarak tanımlanır (Baykul, 2004).

Problem Çözme: Basit sözel problemleri ve rutin olmayan problemleri çözmeyi, matematiği gerçek durumlara uygulamayı ve yeni alanların oluşmasına neden olabilecek yorumları oluşturmayı ve test etmeyi içermektedir (Silver ve diğerleri,1980).

Söylem Analizi: Söylenen cümlelerin anlamını, gerçek değerini ve anlatılmak isteneni ortaya çıkarmaktır (Hearthfield, 1996).

Uzaktan Eğitim: Uzaktan eğitim; öğretmen ve öğrencinin farklı yerlerde, farklı zamanlarda öğrenme-öğretme ilişkilerini iletişim teknolojileri veya posta ile gerçekleştirdikleri bir eğitim sistemidir (İşman, 1998).

2. LİTERATÜR TARAMASI

2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu bölümde, araştırmanın problemi kapsamında geçen kavramlara ilişkin açıklamalara yer verilmiş olup, söz konusu kavramların literatürdeki açıklamaları ve matematik eğitimindeki yeri özetlenmiştir.

2.1.1. Problem Çözme Nedir?

Problemin ne olduğu konusunda değişik kaynaklarda farklı tanımlara rastlamaktayız. Schoenfeld (1992), problemi iki şekilde tanımlamaktadır; “Matematikte herhangi bir şeyin yapılması gerektiği durum”, “Kafa karıştırıcı veya zor olan bir soru”. Tanıma göre bir problem, matematik kitaplarında yer alan hesaplama yapmak kadar basit olabilir. Charles ve Lester (1982), problemi, karşılaşılan bireyin çözme ihtiyacı duyduğu veya çözmek istediği, çözümü için birey tarafından hazır bir yolu bilinmeyen ve bireyin çözmeye kalktığı bir iş olarak görmektedir. Bu tanıma göre bir işin problem olması için öncelikle bireyin çözme ihtiyacı duyması ve çözmeye kalkması gerekmektedir.

Matematik eğitiminde öğrencilere gerekli becerileri kazandırmak problem çözme ile mümkün olmaktadır. Çünkü problem çözme matematik programlarının en önemli parçasıdır. Matematikte problem çözme; karşılaştığı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış problemleri çözmeyi, matematiği gerçek hayta karşılaşılabilecek durumlara uygulamayı ve yeni alanların oluşmasına neden olabilecek durumları ortaya koymayı ve bunları test etmeyi içermektedir (Silver, Branca ve Adams, 1980’den aktaran: Karataş, 2008). Problem çözme yöntemiyle öğrencilerin matematik bilgisi sorgulanabilmekte ve öğrencilerin becerileri hakkında yorum yapılabilir. Problem çözme aynı zamanda bilimsel bir yöntem olduğundan, eleştirel, yaratıcı ve yansıtıcı düşünmeyi, analiz ve sentezleme becerilerinin kullanımını gerektirmektedir (Çakmak, 2003). Bu açılarından değerlendirildiğinde problem çözme matematik eğitimi için önemli bir süreçtir.

Charles, Lester ve O’Daffer (1998) problem çözme amaçlarını yedi ana başlık altında özetlemektedir. Bu amaçlar;

1. Öğrencilerin düşünme becerisini geliştirmek,
2. Öğrencilerin problem çözme stratejilerini seçme ve kullanma becerilerini geliştirmek,
3. Öğrencilerin problem çözme hakkında inanç ve tutumlarını geliştirmek,
4. Öğrencilerin ilişkili bilgilerini kullanma becerilerini geliştirmek,

5. Öğrencilerin problem çözme sırasında kendi düşüncesini ifade etme ve değerlendirme becerisini geliştirmek,
6. İşbirlikli öğrenme ortamlarında problem çözme becerilerini geliştirmek,
7. Farklı problem türlerine doğru cevap bulma becerisi geliştirmek

şeklinde. Bu amaçlar göz önüne alındığında, matematikte başarılı olmanın yolu iyi problem çözmeye doğrudan ilgilidir. Bu anlamda matematik dersinin öğretiminde ve öğrenilmesinde problem çözme sürecinin nasıl işlediği ve bu süreç esnasında kazanılacak beceriler oldukça önemlidir.

Problem çözme becerileri; problemi anlamayı, problemin çözümü için önceki bilgilerini gözden geçirmeyi, uygun stratejiye karar vererek plan yapmayı, seçilen stratejiye göre çözümün gerçekleştirilmesini, yapılan çözümün değerlendirilmesini, gerektiği durumlarda plan yapma aşamasında belirlenen stratejiyi değiştirerek alternatif yollarla çözüme ulaşmayı içermektedir.

2.1.2. Polya'nın Problem Çözme Adımları

Öğrenciler karşılarına çıkan bir problem durumunun çözümü amacıyla, uygulayacakları bir kural veya formül hatırlamaya çalışırlar. Bu durum, problemi çözme aşamasına geçen bir öğrenci için olumlu bir başlangıç değildir. Çünkü problem çözenin kuralları yok, ancak sistematığı vardır. Yani çözüme, belirli adımlar atıldığında kesin olarak ulaşılamamaktadır. Dolayısıyla öğretmenin temel görevi, öğrencilere problem çözme mantığını kavratmanın yanı sıra bu sürecin gerçekleştirilmesinde başvurulacak stratejileri, problem çözmeye ilgili temel becerileri öğretmektir (Altun, 1998).

Problem çözme ayrıca öğrencilerin problemlere kendi yaklaşımlarını geliştirdikleri, kendi araçlarını seçtikleri ve planlarının ilerlemesini izledikleri sıradan olmayan bir etkinlik olarak tanımlanmaktadır. Rutin olmayan problemlerle başa çıkmanın kritik bir ögesi potansiyel olarak uygulanabilir stratejilerden oluşan birikimlerin arasından seçim yapabilme ve bu stratejileri gerektiğinde verilen bir problem durumuna adapte etme yeteneğini geliştirmektir (Sezgin ve diğerleri, 2001).

Charles (1985), bir problem durumunun, bireyin problem cümlesini anlaması, çözüm için gerekli verileri seçmesi, problemi cevaplama ve çözümün mantıklı olup olmadığına karar vermesi gibi bir süreçten geçmesi gerektiğini söylemektedir. Problem çözme aşamalarıyla ilgili çeşitli sıralamalar mevcut olup bunlar genel olarak birbirinin aynısı gibidir. Literatürde temelde aynı fakat aşama sayısı bakımından farklı problem çözme süreçleri yer almaktadır (Charles, Lester ve O'Daffer; 1994; Mayer, 2002; Lester ve Kroll, 1990). Bu konuyla ilgili yapılan değerlendirmelerin en bilineni Polya'nın dört aşamalı sürecidir. Bunlar; problemin anlaşılması, çözüme ilgili stratejinin seçilmesi, seçilen

stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarıdır (Polya, 1957). Polya'nın tanımladığı heuristik problem çözme adımları aşağıda ayrıntılı olarak ele alınmıştır:

Problemi anlama: Öğrenci bu aşamada problemi kendine göre anlamlaştırmaya çalışır. Probleme ilgili anladıklarını kendi ifadeleri ile, kendi kelime ve şekilleri ile yeniden açıklar. Problem çözme etkinliği grup çalışması şeklinde ise öğrenci bu aşamada sorulan problemi başkasının anlayacağı şekilde yeniden ifade eder, yazar, çizer veya anlatır. Problemi ifade eden tablo, grafik, şekil oluşturmaya çalışır. Problemdeki verileri düzenler ve eksik veya fazla bilgileri belirlemeye çalışır. Çözüm için kullanacağı bilgileri düzenler (Bennett ve Nelson, 2004; Polya, 1957).

Plan hazırlama: Öğrenci bu aşamada problemde verilenleri ve istenenleri belirlemeye çalışır. Bu belirlemeden sonra verilenleri kullanarak nasıl çözüme gidilebileceğini araştırır. Bu süreçte şekil, tablo, grafik ve denklemlerden yararlanır (Bennett ve Nelson, 2004; Polya, 1957).

Planı uygulama: Çözüm için kullanılacaklar arasında tablolar var ise onlar oluşturulur. Grafikler kullanılacaksa verilerden ve formüllerden yararlanarak grafikler çizilir. Bunlardan yararlanılarak çözüm için deneysel gözlemler, doğrulamalar veya genellemeler yapılmaya veya formüller kullanılıp kurulan denklemler çözülerek problemin çözümüne ulaşılmaya çalışılır. Kısaca, tabloların, grafiklerin veya seçilen formüllerin, denklemlerin çözüme yardım edip etmediğine bakılır (Bennett ve Nelson, 2004; Polya, 1957).

Değerlendirme: Bu aşamada öğrenci çözüm boyunca yaptıkları üzerinde düşünür. Geriye dönerek çözüm için hazırlanan planını ve çözüm yolunu değerlendirir. Çözüm yolu sonuca ulaştırmışsa başka çözüm yollarının olup olmadığına veya problemin koşulları değiştiğinde aynı çözüm yolunun kullanılıp kullanılmayacağına bakar. Eğer hazırlanan plan veya çözüm yolu sonuca ulaştırmamışsa öğrenci başa döner problemi doğru anlayıp anlamadığına bakar ve planında gerekli düzenlemeleri yaparak yeniden çözüme ulaşmaya çalışır (Bennett ve Nelson, 2004; Polya, 1957).

Geleneksel yaklaşımda genellikle problemlerin çözümü bireysel olarak yapılmaktadır. Bu çalışmada Temel Matematik-II dersi müfredat konularına ilişkin problem senaryolarının kullanıldığı problem çözme etkinlikleri; çevrimiçi ve sınıf içi ortamda grup çalışması şeklinde uygulanmıştır.

2.1.3. Grup Çalışmasının Problem Çözme Sürecindeki Önemi

Matematik eğitiminin temel amaçlarından biri, öğrencileri etkili bir problem çözücü olarak yetiştirmektedir (Baki, 2006). Temel amacı, bireyleri hayata ve üst düzey öğrenime hazırlamak olan matematik öğretiminin, problem çözme becerilerinin geliştirilmesini

sağlayacak etkililikte gerçekleştirilmesi önemlidir (Baykul, 2006). Bu sebeple, yaşamımızın her anında karşımıza çıkabilecek problemlerin çözümü amacıyla gerekli düşünme yollarının öğretilmesini sağlayacak öğretim yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yöntemlerden biri olarak grup çalışmalarının, öğrencilerin etkileşim içinde bulunmalarını sağlayarak, öğrenmelerinde yardımcı olacak bir yöntem olduğu düşünülmektedir.

Öğrenme kuramları açısından irdelendiğinde problem çözme sosyal yapısalcı öğrenmeyle doğrudan ilişkilidir. Vygotsky'nin (1998) savunduğu sosyal öğrenme kuramına göre sosyal etkileşimlerin, öğrencilerin bilişsel gelişimleri üzerindeki önemi açıkça vurgulanmaktadır. Bu durum matematiğin genel amaçlarından biri olan öğrencinin matematiği iletişim aracı olarak kullanması gerektiği (MEB, 2005) ifadesi göz önünde bulundurulursa, problem çözme ortamlarında öğrenciler, problemlerle ilgili fikirlerini, düşüncelerini ve çözüm yollarını diğer grup üyeleriyle paylaşabilmelidir. Gökale (1995), grup içindeki bireylerin farklı seviyedeki bilgi ve tecrübeleri sayesinde grup üyelerinin birbirlerine olan destekleri, öğrenmeyi daha etkili kıldığı ve sürece olumlu katkılar sağladığını belirtmektedir.

Geleneksel öğretmen merkezli sınıf ortamlarında öğrencilere yaptıkları ve öğrendikleri hakkında konuşma ve arkadaşlarıyla tartışma fırsatı yeterince verilmemektedir. Bunun aksine grup çalışmalarında öğrenciler yapmış oldukları çalışmalarla ilgili düşünceleri, önerileri, ilişkileri, genellemeler, diğer grup üyeleriyle tartışma ve bilgilerini yeniden oluşturma fırsatı bulabilmektedirler. Şahin (2007), 8. sınıf matematik dersi kapsamında, işbirlikli öğrenme ve geleneksel öğretim yöntemlerinin öğrencilere problem çözümede kullanacakları stratejiyi belirlemede hangi oranda yol gösterici olduğunu ortaya koymak amacıyla gerçekleştirdiği çalışmada, işbirlikli grup çalışmalarına katılan öğrencilerin uygun problem çözme stratejisini kullanmaları konusunda daha etkili olduğunu ortaya koymuştur. Bir diğer araştırmada Ubuz ve Haser (2002), 5. sınıf kesirler konusunun öğretiminde işbirliğine dayalı çalışma gruplarını içeren öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi sonuçlarını öğretmen ve öğrenciye ait roller açısından incelediği araştırmasında, grup çalışması şeklinde yapılan öğretimde öğrencilerin geleneksel sınıftan daha farklı bir rol ortaya koyduğu ve bu rollerin bilgi oluşumu sürecinde kendilerine olumlu katkılar sağladığını ortaya koymuştur.

Her insanın olaylara bakış açısı, zeka düzeyleri ve tecrübeleri farklılaşacağı gibi karşılaşılan problem durumlarında sonuca gitme yolları da çeşitlilik gösterebilmektedir. Bu gerekçeyle farklı yetenekteki öğrencilerle beraber oluşturulan grup çalışmaları sürecinde, öğrenciler yeteneklerini sunma ve mevcut fikirlerini tartışma imkanı bulabilmektedir. Birlikte öğrenme amacıyla oluşturulan heterojen gruplarda farklı öğrenme seviyelerinde yer alan öğrenciler, farklı bakış açılarından hareketle problemin sonucuna gidecek değişik

çözüm yolları üretmek sonuca ulaşabilmektedir. Cobo ve Fortuny (2000), yaşları 16-17 arasında değişen öğrencilerin grupla problem çözme sürecindeki etkileşimlerinin bilişsel gelişimleri üzerindeki etkisini incelediği çalışmasında, öğrenciler arasında yaşanan etkileşimin öğrencilerin bilişsel ve heuristic problem çözme adımlarına uygun çözüm gerçekleştirmeleri üzerinde anlamlı etkileri olduğu sonucuna varmıştır. Öğrencilerin grup içerisindeki tartışmaları, araştırdıkları bilgileri öğretmene ihtiyaç duymadan ulaşımlarını sağladığı gibi ulaşılan bu bilgilerin kendi aralarında tartışılması sonucu doğru bilgiye kendileri ulaşmaya çalışırlar (İşman, Baytekin, Balkan, Horzum ve Kıyıcı. 2002). Nitekim Ge ve Land (2003), problem çözümleri esnasında gruplar halinde çalışan öğrencilerin bireysel çalışan öğrencilere kıyasla problemdeki faktör ve kısıtlamaları daha geniş bir açıdan bakma fırsatına sahip olduklarını ve bu durumun problem çözme becerilerine olumlu olarak yansıdığını belirtmektedir.

Gruplar halinde çalışan öğrencilerin karşılaştıkları problem durumunda çözüme giden aşamaları şu şekilde ifade edilebilir: İlk olarak öğrenciler kendi cümleleriyle problemi ifade ederek konu ile ilgili bilgi almak için çabalarlar. Bu problem ile daha önceden karşılaştıklarını kıyaslayarak uygun materyalleri, stratejileri karşılaştırarak yorum yaparlar. Çözüme ulaşabilecekleri uygun stratejileri düşünürler. Grup üyeleri çözüme gidecek cevapları sıraya koyarak tartışırlar. Bir hata ya da yanlış cevap durumunda bu hatadan ders çıkarmaya çalışır ve sorunu çözmeye uğraşırlar. Tüm bunları yaparken birbirlerini bu işi yapacakları konusunda motive ederler. Daha sonra grup üyeleri esas olan stratejileri, yöntemleri ve cevapları sorarak kesin sonuca grupça ortak karar verirler. Hataları varsa öğretmenin açıklamalarını dinleyerek hatalarını düzeltirler (Johnson ve Johnson, 1991'ten aktaran: Altınsoy, 2007).

Problem çözme becerisinin işbirlikli grup çalışması yöntemi ile kazandırılması gerektiğini savunan Mcglinn (1991), grup çalışmaları esnasındaki süre zarfında öğrencilerin problemi anlatma, tartışma ve çözüm yolları üretme becerilerini birbirleri arasındaki tartışmalar neticesinde kazandığını belirtmektedir. Grupla problem çözme şeklinde elde edilen veriler, öğrencilerin başarılı, kendine güvenen bir problem çözücü olabilmesi ve matematiksel düşünebilme becerisi kazanabilmesi için grupla çalışma etkinliklerine katılmayı işaret etmektedir. Günümüz teknoloji alanında yaşanan gelişmelerden, öğrencilerin fikirlerini sunma, birbirleri arasında iletişim kurma noktasında faydalanılmakta olup söz konusu sosyal etkileşim sürecinin çevrimiçi olacak şekilde gerçekleştirilmesine imkan tanımaktadır.

2.1.4. Çevrimiçi Öğrenme

İnternet, farklı ortamlardaki birey ve grupların bilgisayarlar yoluyla birbirlerine bağlanmaları neticesinde çeşitli türden veri iletimine imkan tanıyan elektronik ortamı kapsamaktadır (Akpınar, 2005). İnternetin, bireyler ve eğitim kurumları tarafından kullanılmaya başlanmasıyla, uzaktan eğitim aracılığıyla öğrenci-öğretmen arasındaki iletişimde pek çok yeni imkanlar ortaya çıkmıştır. Günümüzde internet ve bilgisayar teknolojilerinin gelişmesi ile çevrimiçi öğrenme adından yeni bir kavramla karşılaşılmıştır. Çevrimiçi öğrenme, öğretim etkinliklerinin elektronik ortamlarda yürütülmesi veya bilgi ve becerilerin elektronik teknolojiler aracılığıyla aktarılması şeklinde tanımlanabilir (Gülbahar, 2009). Bir başka tanımda Ally (2004) çevrimiçi öğrenmeyi, öğrenme materyallerine erişmek; içerik, öğretici ve diğer öğrenenlerle etkileşime girebilmek, öğrenme süreci boyunca anlamlı bilgiyi kazanmak, kendi kişisel anlamını yapılandırmak, öğrenme deneyimlerini geliştirmek amacıyla destek almak için İnternet'in kullanılması olarak tanımlamaktadır.

İlgili literatür incelendiğinde çevrimiçi öğrenme ile ilgili farklı kavramlarla karşılaşılmaktadır. Web tabanlı öğretim, Web destekli öğretim, İnternet'e dayalı öğretim, İnternet destekli öğretim, eş zamanlı öğretim, eş zamansız öğretim, sanal eğitim, bilgisayar destekli iletişim, e-öğrenme bunlardan sadece birkaçıdır (Aydın, 2002). Günümüzde çevrimiçi öğrenme ve e-öğrenme kavramları sık kullanılmakla birlikte aslında bu iki kavram aynıdır. Bu çalışmada ise, çevrimiçi öğrenme kavramı tercih edilmiştir.

Çevrimiçi öğrenme, öğrenene ve öğretmene geleneksel öğretime nazaran bazı avantajlar sağlamaktadır (Horton, 2000; Owston,1997'den aktaran: Kuzu, 2005):

1. Çevrimiçi destekli öğrenme ortamı için düzenlenen materyal anında güncellenir.
2. Zaman ve mekandan bağımsız olarak öğrenenlerin öğretmene, bilgi kaynaklarına ve diğer öğrenenlere ulaşmaları sağlanır.
3. Farklı öğrenme stillerine sahip öğretmenlere daha esnek öğrenme ortamı sağlar.
4. Kaynaklara erişimde maliyeti azaltır.
5. Sosyal etkileşimi ve işbirliğini artırır.
6. Sınıfta yapılan öğretimi pekiştirir.
7. Öğrenenlerin etkin olmalarını sağlar.
8. Gerçek verilere ulaşma imkanı tanır.
9. Derin öğrenme deneyimleri sağlar.
10. Öğrenenlerin düşünme becerilerini artırarak düşünceleri ve karar vermeleri için zaman tanır.
11. Bilgi kaynaklarını ayırt etme becerisini kazandırır.

Çevrimiçi ortamın yukarıda sıralanan artılarına karşın gerekli özen gösterilmediğinde öğrenme sürecinde çeşitli zorlukların yaşanabilmektedir. Kaya (2002) bu zorlukları;

1. Çevrim-içi eğitim alabilmek için asgarî bir bilgisayar kullanma bilgi ve becerisine sahip olunmasının gerekmesi,
2. Öğrencinin kendi kendisini disipline ederek motive olması ve düzenli olarak çalışmasının gerekmesi,
3. Etkili bir öğrenci-öğretmen ilişkisinin kurulmasının geleneksel ortama göre daha uzun sürebilmesi, şeklinde sıralamaktadır.

Çevrimiçi öğrenmeyle ilgili gerek yapılan tanımlar gerekse sunmuş olduğu avantajlar ve dezavantajlar göz önüne alındığında çevrimiçi öğrenmeyle; öğrenmenin zaman ve mekandan bağımsız gerçekleştiği, öğrenme ortamında yer alan bireyler arasında etkileşimin söz konusu olduğu, öğrencilerin bireysel hızda öğrenmesine imkan sağlandığını söylemek mümkündür.

Çevrimiçi öğrenme ortamları öğrencilere, farklı zaman ve mekanlarda ders materyallerine erişebilme imkanı sağladığı gibi diğer öğrencilerle eş zamanlı ve eş zamansız iletişim kurabilme imkânı da sağlamaktadır (Aase, 2000). Ally (2004), çevrimiçi öğrenme ortamlarının taşıması gereken özellikler arasında, ders içeriklerinin bir internet ortamında yer almasının yanı sıra öğrencilerin; içerikle, diğer öğrencilerle ve ortam yöneticisiyle etkileşime girmelerine imkan tanıyacak etkileşim olanaklarına sahip olması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu özellikler dikkate alındığında, öğrencilerin desteklenmesi noktasında çevrimiçi ortamın sunmuş olduğu iletişim ve etkileşim olanaklarının etkinliği, öğrenme etkinlikleri sonrası olumlu sonuçların alınabilmesi noktasında önem teşkil eden unsurlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Mevcut iletişim olanakları dahilinde çevrimiçi tartışmalarda, öğrencilerin olayları açıkladıkları, bakış açısı geliştirdikleri, bunları eleştirel olarak tartışmaları sonucu yansıtıcı düşünüp yeniden değerlendirdiklerinde bilginin yapılandırılması sağlanabilmektedir (Jonassen ve diğerleri, 1995). Bu açıdan değerlendirildiğinde, çevrimiçi öğrenme ortamlarının grup çalışmalarının gerçekleştirilmesinde sunmuş olduğu imkanların incelenmesi gerekmektedir

2.1.5. Çevrimiçi Öğrenme Ortamlarında Grup Çalışması Süreci

Günümüzde internet ve iletişim teknolojilerinde yaşanan gelişmeler, geleneksel sınıf ortamlarının yapısına farklı bir boyut kazandırarak, öğrenme topluluklarının uzaktan eğitim aracılığıyla elektronik ortamlar üzerinde bir araya gelmelerine imkan sunmaktadır (Wang, 2008). İnternet ortamında yer alan iletişim teknolojileri, geleneksel sınıf ortamındaki öğrenme topluluklarının çevrimiçi ortama taşınmasını sağlayarak, öğrencilerin farklı zaman ve mekanlarda, çeşitli öğrenme faaliyetlerinde bulunabileceği, tartışarak görüşlerini

paylaşabileceği daha esnek ve uygun bir ortam sunmaktadır (Garrison, Anderson ve Archer, 2000; Rovai, 2002; Lord ve Lomicka, 2008). Ortaya çıkan bu durum, geleneksel sınıf ortamındaki öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen arasındaki iletişimin sağlanmasında farklı bir boyut kazandırmış olup “Bilgisayar Aracılı İletişim (BAİ)” kavramını eğitimin bir parçası haline getirmiştir (Herring, 1999; Conole ve Oliver, 2007).

BAİ, birbirleri ile etkileşim halinde olan iki veya daha fazla kişi arasında, bilgisayar destekli medya yoluyla iletişimin her şekli olarak tanımlanmaktadır (Wilson ve Whitelock, 1998). BAİ, öğrenci ve öğretmen arasında iletişimi kurulması noktasında düşük maliyetli alternatif bir kaynak oluşturmasının yanı sıra bireysel ve grupla gerçekleştirilecek öğrenmelerin desteklenmesinde imkan sunmaktadır (Thorsteinsson ve Page, 2007). Bu bağlamda bilgisayar destekli iletişim olanakları, çevrimiçi eğitimde önemli bir rol üstlenmekte olup, öğrenci ve öğretmen arasında etkileşim imkanı tanımada vazgeçilmez bir unsur durumundadır.

BAİ ile gerek eş zamanlı (senkron) gerekse eş zamansız (asenkron) iletişim araçlarının kullanılmasıyla, öğrenci ve öğretmenler çevrimiçi ortamlarda bir araya gelerek, birbirleri arasında metin, resim, ses ve video paylaşımında bulunarak etkileşim kurma ve tartışma imkanına sahip olabilmektedir (Romizowski ve Mason, 2004; Thorsteinsson ve Page, 2007; Wang, 2008). Eş zamanlı iletişim, zaman bağımlılığı üzerinde kuruludur yani gönderen ve alıcı aynı anda iletişim kurabildikleri gibi eş zamansız iletişimde alıcı ile gönderici arasındaki iletişim farklı zamanlarda meydana gelmektedir (Simonson, 2008). Elektronik posta, sohbet odaları, tartışma grupları, görüntülü ve sesli konuşma şeklinde öğrenci gruplarının bir arada çalışabilmesi için hazırlanmış araçlar, öğrenciler arasındaki fikir alışverişini ve öğrenmeyi kolaylaştırmaktadır (Tradi, Tradi, Radic ve Pokrajac, 2005). Eş zamansız iletişim amaçlı e-posta ve tartışma forumları imkanlarının yanı sıra eş zamanlı iletişim amaçlı kullanılan beyaz tahta, sesli ve görüntülü iletişim gibi çeşitli araçlarla, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretici arasında internet aracılığı ile bire bir iletişim kurulmasında ortam sunarak eğitim etkinlikleri sürdürülebilir. Bu açıdan düşünüldüğünde, bilgisayar aracılı iletişim araçlarının sunmuş olduğu olanaklar dahilinde öğrencilerin grupça çalışabilecekleri çevrimiçi öğrenme ortamları tasarlanabilmektedir.

Öğrenme ortamlarında çeşitli şekillerde iletişim kurmalarına imkan tanıyan bilgisayar aracılı iletişim imkanları, öğrenci ve öğretmenlerin karşılıklı yazma, konuşma ve yüz yüze görüşmeleri sağlayabilmektedir. Bu ortamlar, zaman ve mekan farkı gözetmeksizin, öğrencilerin birbirleriyle uzaktan çalışabilmelerine, birbirleri ve öğretmenleri arasına etkileşim ve işbirliği sağlanmasına imkan sunmaktadır (Kaya, 2002). Böylece öğrencilerin yanı sıra öğretmenlerinde bu ortamlara katılmalarıyla gerçekleştirilecek grup çalışmalarının çevrimiçi ortamlar üzerinden yürütülmesi sağlanabilir.

Grup çalışmalarında, grup üyelerinin işbirliği yapmalarını sağlayacak biçimde yüz yüze iletişim ve etkileşimin sağlanması önemli bir unsurdur (Yıldız, 1999). Öğrencilerin birbirleri arasında görüşlerini paylaşmalarına imkan tanıyan etkileşim süreci, bilgi paylaşımını canlı tutarak grup içi bağlılığa imkan tanımaktadır (Öztürk, 2009). Çalışkan (2002) öğrenciler arası etkileşimi, çevrimiçi öğrenme topluluklarının en önemli özelliği olarak nitelendirmektedir. Bu sebeple çevrimiçi öğrenme topluluklarındaki etkileşim, öğrencilerin etkin bir biçimde işbirliğine dayalı etkinliklere katılmasını sağlayacak şekilde tasarlanmalıdır. Yüz yüze ortamlarda öğrenci ve öğretmenler arasında oluşturulan etkileşim düzeyine alternatif olarak, eş zamanlı iletişimin sunmuş olduğu anlık ses ve görüntülü iletişim imkanlarıyla çevrimiçi grup çalışması ortamlarında oluşturmak mümkündür.

Çevrimiçi öğrenmede, öğrenmenin etkililiğini artırmak amacıyla öğrenme kuramlarının etkin kullanılması önemlidir. Bu bağlamda, yapılacak araştırmanın amacı paralelinde, öğrencilerin sosyal etkileşimler neticesinde öğrenmelerine imkan tanıyan grupla öğrenmenin çevrimiçi öğrenme ortamlarında nasıl meydana geldiğinin araştırılması önemli görülmektedir.

2.1.6. Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Araştırmanın bu bölümünde, grup çalışması şeklinde gerçekleştirilen problem çözme ortamlarıyla ilgili farklı branşlarda ulusal ve uluslararası düzeyde yapılan araştırmalar incelenmiştir. İncelenen araştırmalar kapsamına göre; “Sınıf İçi Grupla Problem Çözme İle İlgili Yapılan Araştırmalar”, “Çevrimiçi Grupla Problem Çözme ile İlgili Yapılan Araştırmalar”, “Çevrimiçi ile Sınıf İçi Grupla Problem Çözmenin Karşılaştırıldığı Araştırmalar” başlıkları altında aşağıdaki bölümlerde sunulmuştur.

2.1.6.1. Sınıf İçi Grupla Problem Çözme ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Ibuki (1996), işbirlikli grup ve bireysel performanslarının matematiksel problem çözmeye yönelik tutum üzerindeki etkisini araştırmıştır. Bu amaçla 28 altıncı sınıf öğrencisi on bir oturumdan oluşan matematiksel problem çözme etkinliklerini gerçekleştirmek üzere deney ve kontrol olmak üzere iki grup halinde deneysel çalışmaya tabi tutulmuştur. Problem çözme etkinlikleri, deney grubunda gruplar halinde kontrol grubunda ise bireysel şekilde gerçekleştirilmiştir. Deneysel işlem sonucunda gruplar arasında problem çözmeye yönelik tutum üzerinde fark bulunamazken yöneltilen problemlere verilen cevaplar bazında deney grubu lehine anlamlı farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Koç (1998), araştırmasında işbirliğine dayalı problem çözme yöntemi (İPY), bireysel problem çözme yöntemi (BPY) ve geleneksel yöntem (GY) ile öğretim yapan yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme performanslarına etkisini incelemiştir. Çalışmanın sonuçları şu şekildedir: (1) İPY ve BPY grupları anlamlı düzeyde GY grubundan matematiksel problem çözme performansı açısından daha yüksek ortalamaya sahiptir. Buna karşın, İPY ve BPY ile öğretim alan öğrencilerin matematiksel problem çözme performansları arasında anlamlı bir fark yoktur; (2) İPY, BPY ve GY ile öğretim alan öğrencilerin “anlama” performansları arasında anlamlı bir fark yoktur; (3) İPY ve BPY grupları anlamlı düzeyde GY grubundan “plan kurma” ve “planı uygulama” performansı açısından daha yüksek ortalamaya sahiptir. Buna karşın, İPY ve BPY ile öğretim alan öğrencilerin “plan kurma” ve “planı uygulama” performansı arasında anlamlı bir fark yoktur; (4) BPY grubu anlamlı düzeyde GY ve İPY gruplarından “geriye dönme ve genişletme” performansı açısından daha yüksek ortalamaya sahiptir. Buna karşın, İPY ve GY ile öğretim alan öğrencilerin “geriye dönme ve genişletme” performansı arasında anlamlı bir fark yoktur.

Koç ve Bulut (2002) yapmış oldukları çalışmada, işbirliğine dayalı grupla ve bireysel problem çözme yöntemlerinin etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. Yarı deneysel yöntemden yararlanılarak gerçekleştirilen bu çalışmada, işbirlikli problem çözme grubunda 25, bireysel problem çözme grubunda 24 ve geleneksel öğretimin gerçekleştirildiği grupta 30 yedinci sınıf öğrencisi bulunmaktadır. Yedinci sınıf "Yüzdeler" ünitesini kapsayan bu çalışmada, matematiksel problem çözme performansları açısından işbirliğine dayalı ve bireysel problem çözme yöntemleri gruplarının ortalamaları, geleneksel yöntem grubunun ortalamasından istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde daha yüksek bulunmuştur. Bununla beraber, problem çözme yöntemi kullanılan grupların ortalamaları arasında matematiksel problem çözme performansları açısından anlamlı bir farklılık bulunmamıştır.

Morgan (2005), yaşları 10-12 arasında değişen Latin Amerika'lı beşinci sınıf öğrencilerinin, işbirlikli öğrenme ortamında matematiksel problemleri çözme sürecindeki görüşlerine başvurmuştur. Yazılı ve sözlü olarak elde edilen öğrenci görüşlerinin analizi neticesinde öğrencilerin çeşitli davranış değişikliği içinde buldukları belirlenmiştir. Öğrencilerde bu görülen bu değişiklikler; problem çözme sürecinde daha fazla süre meşgul oldukları, yarışmacı duruştan işbirliği yapmak isteyen duruşa geçiş gösterdikleri, problemin çözümünde birçok yöntem keşfettikleri ve gruptaki herkesin anladığından emin olmak için farklı dillerde konuşmalarını ifade edebildikleri şeklindedir.

Ünsal (2006), işbirliğine dayalı öğrenme ve problem çözme felsefesinin bir sentezine dayanan bir öğretim modeli geliştirilme amacıyla gerçekleştirmiş olduğu çalışmada, “İşbirliğine Dayalı Öğrenme Takımlarıyla Sürdürülen Problem Çözme Seansları (İDPÇS)”

olarak adlandırılan öğretim tekniğinin etkililiğini incelemiştir. Örneklemine, 2002-2003 eğitim-öğretim yılında Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Fizik Eğitimi Anabilim Dalı 1. sınıfında okuyan öğrencilerin tamamı olan, 39 lisans öğrencisi oluşturduğu çalışmada, ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen benimsenmiştir. Deney grubunda “İşbirliğine Dayalı Öğrenme Takımlarıyla Sürdürülen Problem Çözme Seansları”, kontrol grubuna geleneksel öğretim yöntemi uygulanmıştır. Gerçekleştirilen uygulama elde edilen verilerin analizinde, işbirlikli takımlar halinde gerçekleştirilen problem çözme seanslarının öğretmen adaylarının akademik başarısını arttırdığı, problem çözmeye yönelik tutumlarını geliştirdiği ve problem çözme yöntemine yönelik olumlu değerlendirmelerde bulunmalarını sağladığı sonuçları elde edilmiştir.

Genç (2007), öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirerek, kendilerine güvenlerini sağlamada işbirlikli öğrenme yönteminin etkisini incelemiştir. Araştırmanın çalışma grubunu, İlköğretim 2 kademe 8. sınıfa devam eden 74 öğrenci oluşturmaktadır. Kontrol ve deney grubu olarak seçilen öğrencilere araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler yaptırılmış ve anketler uygulanmıştır. Araştırma kapsamındaki konular kontrol grubundaki öğrencilere geleneksel yöntemle, deney grubuna ise aynı konular yine araştırmacı tarafından hazırlanan işbirlikli öğrenme yöntemi ile anlatılmıştır. Bu sonuçlara göre deney grubunda başarı kontrol grubuna göre istatistiksel olarak anlamlı miktarda artmıştır. Problem çözme becerileri açısından ise; deney grubu öğrencilerinin becerileri artarken kontrol grubunda ise herhangi bir değişim görülmemiştir.

Özsarı (2009) çalışmasında, öğrenci merkezli öğrenme yaklaşımları içerisinde yer alan “Probleme Dayalı Öğrenme (PDÖ) ve Öğrenci Takım Başarı Bölümleri (ÖTBB)” yöntemini İlköğretim 4.sınıf öğrencilerine matematik dersinde uygulamak ve öğrencilerin bu derse olan tutumları ve akademik başarıları açısından anlamlı bir farklılığın olup olmadığını saptamayı amaçlamıştır. Araştırmanın konusu olarak, Öğrencilerin günlük yaşamlarında edinmeleri gereken davranışları içselleştirirken zorlandıkları ‘Doğal Sayılar ve Ölçme’ seçilmiştir. Bu çalışmada ön test-son test gruplu yarı deneysel bir desen kullanılmıştır. araştırmada konu edilen yöntemler 2008-2009 eğitim öğretim yılı birinci yarıyılında İzmir Özel Bornova İlköğretim Okulu’nda okuyan 72 dördüncü sınıf öğrencisi üzerinde uygulanmıştır. Araştırma iki deney ve bir kontrol grubu olmak üzere toplam üç sınıfın öğrencileriyle sınırlı tutulmuştur. Uygulama sonrasında elde edilen veriler ışığında öğrenci merkezli öğretim yöntemlerinden olan probleme dayalı öğrenme yöntemi ve öğrenci takım başarı bölümleri tekniği, geleneksel yöntemle göre öğrencilerin akademik başarıları ve tutumları üzerinde oldukça olumlu etkiler bıraktığı yapılan analizlerle ortaya konmuştur. Ayrıca öğrencilerin hem akademik başarı açısından hem de derse olan

tutumları açısından olumlu yöndeki en büyük değişimin, Probleme Dayalı Öğrenme yönteminin uygulandığı Deney grubu 1 de yaşandığı sonucuna ulaşılmıştır.

Adeoye (2010), problem çözme ve işbirlikçi öğrenme stratejilerinin ilköğretim ikinci kademe son sınıf öğrencilerinin Fizik'teki başarısına etkilerini araştırmaktadır. 78 erkek ve 63 bayandan oluşan 141 Fizik öğrencisinin katıldığı araştırmada, Deney-1 grubunda problem çözme ve Deney-II grubunda işbirlikli öğrenme stratejisi uygulanırken, kontrol grubunda geleneksel öğretim stratejisi kullanılmıştır. Beş haftalık bir araştırma sonucunda elde edilen sonuçlara göre; başarı sıralamasında Problem çözme Stratejisinin uygulandığı öğrencilerin takip ettiği işbirlikçi öğrenme stratejisinin uygulandığı öğrencilerde daha yüksek başarının görülmesi ilköğretim ikinci kademe son sınıf öğrencileri arasında Fizik başarısı açısından önemli bir etkisinin olduğu ortaya konulmuştur.

Geleneksel sınıf ortamında uygulanan grupla problem çözmeye yukarıda özetlenen gerek yurt içinde gerekse yurt dışında yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde; problem çözme becerilerinin gelişimi üzerinde olumlu etkilerinin olduğu görülürken, öğrenme çıktıları açısından bireysel çalışmalara göre daha etkili olduğu anlaşılmaktadır.

2.1.6.2. Çevrimiçi Grupla Problem Çözmeyle İlgili Yapılan Araştırmalar

Son yıllarda bilgi ve iletişim teknolojilerinde yaşanan gelişmeler doğrultusunda ilgili literatürde, çevrimiçi öğrenme ile problem çözme etkinliklerinin bir arada kullanılarak öğrenme çıktıları üzerinde etkililiğinin araştırıldığı araştırmalar görülmekte olup, bu çalışmalardan bazı örnekler aşağıda sunulmuştur.

Kosiak (2004), araştırmasında çevrimiçi grupla cebirsel problem çözme ve bunun matematik başarısı üzerindeki etkisini incelemiştir. Deneysel araştırma modelinin benimsendiği bu çalışmada, çevrimiçi grup çalışmalarının gerçekleştirildiği deney grubu 26, bireysel çalışmaların gerçekleştirildiği kontrol grubunda ise 30 öğrenci yer almıştır. Altı grubun yer aldığı deney grubundaki öğrenciler kendilerine verilen problem çözme etkinliklerini asenkron tartışma ortamında gerçekleştirirken kontrol grubundaki öğrenciler aynı etkinlikleri bireysel çalışmalar halinde tamamlamışlardır. Deneysel işlem sonucunda uygulanan final sınavında, deney grubu öğrencilerinin matematik becerilerinin kontrol grubundaki öğrencilere oranla daha başarılı olduğu belirlenmiştir.

Hwang, Chen ve Hsu (2004), öğrencilerin eleştirel düşünme becerisinin gelişimi ve işbirlikli öğrenmeye teşvik edilmesi amacıyla, öğrencilerin matematik problemlerini çözerken web-tabanlı beyaz tahta sistemi üzerindeki çözümleri ile sesli düşüncelerini kaydeden online matematik öğrenme programı geliştirmişlerdir. Değerlendirme için, altıncı sınıf ilköğretim öğrencileri seçilmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin multimedya beyaz tahta sisteminden memnun kaldıkları ve işbirlikli öğrenmeye karşı olumlu tutum

sergiledikleri ortaya çıkmıştır. Araştırma sürecinde öğrencilere ait konuşma kayıtları incelendiğinde, iletişim kurma ve matematiksel problem çözmede kız öğrencilerin performanslarının erkek öğrencilere oranla daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, daha başarılı olan öğrencilerin; eleştiri, tartışma ve iletişim kurmada daha iyi matematiksel becerileri sergiledikleri görülmüştür.

Tradi, Tradi, Radic ve Pokrajac (2005'den aktaran: Üstündağ, 2007), web temelli öğrenme, probleme dayalı öğrenme ve işbirlikçi öğrenme yöntemlerini birlikte kullandıkları araştırmalarında, söz konusu üç modelin birleştirilmesi ile oluşturulan öğretimin öğrencilerin öğrenme çıktıları üzerindeki etkisini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Probleme dayalı öğrenmeyi destekleyen web ortamının hazırlanmasında WCT (Web Course Tools) ders yazılımı kullanılmıştır. Araştırmada deney grubunu temsil eden öğrenciler küçük gruplar halinde işbirlikçi olarak problem çözme etkinliklerine katılmışlardır. Kontrol grubuna ise geleneksel sınıf ortamında probleme dayalı öğrenme modeli uygulanmıştır. Araştırma sonucu elde edilen bulgulara göre, yeni yöntemin uygulandığı öğrencilerin uygulamaya karşı tutumları kontrol grubu ile karşılaştırıldığında daha olumlu çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin sınav puanları karşılaştırıldığında yeni yöntemin öğrencilerin akademik başarıları üzerinde olumlu bir etkisinin olduğu ortaya çıkmıştır.

Sam, Wah ve Leong (2007), çevrimiçi ortamında gerçekleştirilen matematiksel problem çözme kursunun etkililiğini incelemiştir. Bu amaçla gerçekleştirilen araştırmada, ortaöğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 37 öğretmen adayı yer almıştır. Çevrimiçi olarak yürütülen bu kursta, yüz yüze sınıf ortamının dışında çevrimiçi asenkron tartışma ortamlarında oluşturulan 4-5 kişilik gruplarda Polya'nın problem çözme modeline bağlı gerçekçi matematik problemlerini çözmeleri sağlanmıştır. Çeşitli ölçek ve mülakatlarla çevrimiçi ortamın etkisi hakkında değerlendirme yapılmıştır. Elde edilen bulgularda, katılımcıların büyük bir çoğunluğu çevrimiçi kursun sunuluş şekli ve yapısından memnun oldukları, öğrenme deneyimleri ve problem çözme becerileri üzerinde olumlu etkisinin olduğu belirlenmiştir.

Üstündağ (2007), araştırmasında eşzamanlı ve eşzamansız çevrimiçi öğrenme araçlarının kullanıldığı bireysel ve işbirlikçi problem temelli öğrenme ortamlarının öğrencilerin doyum, öğrenme ve proje geliştirme düzeylerine etkilerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmaya, Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Öğretmenliği Bölümü'nde 2006–2007 Güz döneminde Eğitimde Bilgi Teknolojileri-I dersini alan 41 öğrenci katılmıştır. Bireysel problem temelli öğrenen gruba 18, işbirlikçi problem temelli öğrenen gruba 23 öğrenci atanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin buldukları öğrenme grubundaki öğrenme ortamına ilişkin genel doyum ve

akademik başarı puanları öğrenme grubuna göre anlamlı bir farklılık göstermemiştir. Ancak işbirlikçi öğrenme ortamında bulunan deneklerin proje geliştirme başarılarının bireysel öğrenme ortamında bulunan deneklere göre anlamlı farklılık gösterdiği bulunmuş olup bu farklılığın işbirlikçi problem temelli öğrenme ortamı lehine olduğu ortaya çıkmıştır.

Şendağ (2008), araştırmasında çevrimiçi olarak geliştirilen öğrenme ortamında işe koşulan Probleme Dayalı Öğrenme (PDÖ) yaklaşımının öğrencilerin Eleştirel Düşünme Becerileri (EDB) ve Akademik Başarılarına (AB) etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Araştırma ön test - son test kontrol gruplu deneme modeli kullanılmış olup Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Bilgisayar II dersini alan İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada deney grubu olan çevrimiçi PDÖ grubunda 20 öğrenci, Çevrimiçi Öğretici Merkezli Öğrenme grubunda 20 olmak üzere toplam 40 öğrenci yer almıştır. Deney grubunda çevrimiçi PDÖ etkinlikleri, kontrol grubunda çevrimiçi öğretici merkezli öğrenme etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, çevrimiçi PDÖ ve çevrimiçi öğretici merkezli öğrenme gruplarının akademik başarı son test puanları arasında çevrimiçi PDÖ grubu lehine anlamlı bir fark bulunmakla birlikte çevrimiçi PDÖ grubunda eğitim almanın anlamlı bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çevrimiçi PDÖ ve çevrimiçi öğretici merkezli öğrenme gruplarının açık uçlu sınav sorusundan aldıkları puanlar arasında yapılan çevrimiçi PDÖ grubu lehine anlamlı bir fark bulunmuştur.

2.1.6.3. Çevrimiçi ile Sınıf İçi Grupla Problem Çözmenin Karşılaştırıldığı Araştırmalar

Luck ve Norton (2004), Okul Öncesi Eğitim ve Bakım Yöneticileri Yönetim Eğitimi Bölümünde okuyan öğrencilerin çevrimiçi ve yüz yüze problem tabanlı öğrenme yaklaşımlarına yönelik bakış açılarını ve bu ortamlardaki problem çözme etkinliklerinde yaşadıkları deneyimleri araştırıp karşılaştırmıştır. Bu amaçla çevrimiçi problem tabanlı grupta 9, yüz yüze problem tabanlı öğrenme grubunda ise 17 öğrenciden oluşan örneklem grubunda araştırma gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar sürecinde uygulanan ölçek, gruplardaki öğrenci tartışmaları ve ders notlarının analizi çerçevesinde elde edilen bulgulara göre; işbirlikli öğrenme yüz yüze öğrenenlerden ziyade çevrimiçi öğrenenler tarafından daha olumlu bulunmuştur. Ayrıca çevrimiçi problem tabanlı öğrenen öğrencilerin akademik okuma yazma becerileri daha hızlı bir gelişme göstermiştir.

Zereyak (2006), oluşturulan işbirlikli öğrenme gruplarında, öğrencilerin öğrenme stili ile grup yapılarının akademik başarı ve etkileşim düzeyine etkisini belirlemeyi amaçlamaktadır. Deney grubu Ankara ve Marmara üniversiteleri Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi bölümlerinden toplam 40 öğrenciden oluşmuştur. Uygulama iki

aşamalı olarak gerçekleştirilmiş, ilk aşamada öğrenciler kendi sınıflarında oluşturulan işbirlikli öğrenme gruplarında, ikinci aşamada ise internetin sağladığı iletişim olanaklarını kullanarak, her iki üniversiteden oluşturulan karma işbirlikli öğrenme gruplarında çalışmıştır. Grup araştırması tekniğinde deneyim kazanmış olan grubun sınıf ve internet ortamındaki başarıları arasında manidar farka rastlanmamıştır. Ancak iki farklı tekniği kullanan grubunun başarı puanları arasında manidar fark bulunmuştur.

Gürsul (2008), çevrimiçi ve yüz yüze problem tabanlı öğrenme yaklaşımlarının öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına etkisi belirlemeye yönelik yapmış olduğu çalışma, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Bölümü birinci sınıfa devam eden toplam 42 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak matematiğe yönelik tutum ölçeği ve araştırmacı tarafından geliştirilen ve öğrencilerin uygulama aşamasında kullandıkları materyaller kullanılmıştır. Araştırma sonrası matematiğe yönelik tutumlarının gelişim düzeyi açısından, öğrencilerin çevrimiçi, yüz yüze problem tabanlı öğrenme ortamlarına göre ön test ve son test tutum ölçeği puanları arasındaki artış çevrimiçi gruplar lehine bulunmuştur ancak bu fark istatistiksel olarak anlam teşkil etmemektedir.

Kılıç (2007), araştırmasında Webquest destekli kubaşık öğrenme yönteminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeyleri ve matematik tutumları üzerinde etkisinin olup olmadığını sınımıştır. Araştırma, bir ilköğretim okulunun beşinci sınıflarında okumakta olan 67 öğrenci üzerinde yapılmıştır. İki deney, bir kontrol grubu tesadüfi olarak oluşturulmuştur. Birinci deney grubunda Webquest destekli kubaşık öğrenme yöntemi, ikinci deney grubunda kubaşık öğrenme yöntemi, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi kullanılmıştır. Öğrenciler üzerinde gerçekleştirilen uygulamalar sonrası elde edilen verilerin analiz sonuçları incelendiğinde, Webquest destekli kubaşık öğrenme yönteminin kullanıldığı birinci deney grubu öğrencilerinin matematik başarı testi puan ortalamaları ile kubaşık öğrenme yönteminin kullanıldığı ikinci deney grubu ve geleneksel yöntemin kullanıldığı kontrol grubu puan ortalamaları arasında birinci deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu belirlenmiştir. Tutum puanları incelendiğinde gruplar arasında birinci deney grubu lehine anlamlı fark bulunmuştur. Araştırma bulguları doğrultusunda Webquest destekli kubaşık öğrenme yönteminin öğrencilerin matematik dersindeki başarı düzeyleri ve derse ilişkin tutumları üzerinde olumlu etkisi olduğu görülmüştür.

Gürsul ve Keser (2009), Matematik-I dersi kapsamında "Türev" konusunun öğretimine yönelik çevrimiçi ve yüz yüze şeklinde grup çalışmalarında problem tabanlı öğrenme ortamlarında yürütülen problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarıları üzerinde etkisini incelemiştir. Örneklemini, 2006 – 2007 öğretim yılı güz

döneminde, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Bölümü birinci sınıfa devam eden toplam 42 öğrencinin oluşturduğu araştırmada, öğrenciler 21'er kişilik iki guruba (çevrimiçi ve yüz yüze olarak) yerleştirilmiştir. Problem çözme becerilerinin rubrik yardımıyla değerlendirildiği araştırma sonunda, çevrimiçi grupta çalışan öğrencilerin akademik başarı düzeylerinin yüz yüze ortamda çalışan öğrencilere oranla daha yüksek olduğu bulunmuştur.

James (2011), ilköğretim matematik yöntemleri dersi konularındaki problemler kapsamındaki öğretmen adaylarının, matematiksel düşünme ve uygulanacak pedagojik tekniklere yönelik çevrimiçi ve yüz yüze tartışmalardaki cevapların kalitesindeki etkililiği ortaya çıkarmaya amaçlamıştır. 36 öğrencinin çevrimiçi asenkron, diğer 36 öğrencinin yüz yüze ortamdaki tartışmalara katılımıyla geçen araştırmada, öğrencilere ait diyaloglar kayıt altına alınıp nitel olarak analiz edilmiştir. Çevrimiçi ve yüz yüze ortamdaki öğrencilere ait tartışmalar neticesinde elde edilen verilerin analizinde, asenkron ortamın eleştirel düşünmeye ortaya çıkarmada yüz yüze tartışma ortamına göre daha etkin rol oynadığını ortaya çıkarılmıştır.

Starling (2011), Teknoloji ile Matematik Öğretimi dersi kapsamında ele alınan çevrimiçi eş zamanlı ve yüz yüze tartışma ortamlarında, öğretmen adaylarının istatistiksel bilgileri anlamalarındaki değişkenliği ve gruplar arasındaki söylemlerin rolünü araştırmıştır. Nitel araştırma yaklaşımının benimsendiği bu araştırma 42 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Beş hafta süresince gerçekleştirilen araştırmada, grup çalışmalarındaki öğrenci etkinlikleri video ile kaydedilerek öğrencilere ait söylemler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Grup çalışmalarındaki video kayıtlarının transkripti sonucu ortaya çıkan öğrenci söylemlerinin analizinde, gruptaki öğrencilerin gerek birbirleri arasında gerekse öğretmenle birlikte etkileşim halinde oldukları, çevrimiçi ve yüz yüze gruplar arasında istatistiksel kavramlarla ilgili tartışmalarda benzerlikler yaşanmasının yanı sıra ciddi anlamda farklılaşmalar tespit edilmiştir. Her iki ortamda kullanılan dilin yaygın ve karşılaştırılabilir olduğu çalışmada, çevrimiçi ortamdaki öğrencilerin farklı iletişim kanallarını kullanarak etkileşimde bulunma, grup çalışmalarına daha az zaman ayrılması neticesinde oluşan bağımsız çalışma isteği şeklindeki etkenler, çevrimiçi ortadaki öğrencilerin daha az üretken olmalarına sebebiyet verdiği ortaya çıkarılmıştır.

2.2. Literatür Taramasının Sonucu

Literatür kapsamında yapılan çalışmalar incelendiğinde, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda grupta problem çözme etkinliklerinin gerçekleştirildiği araştırmalar yer alırken her iki ortamda yürütülen etkinliklerinin birbiriyle kıyaslandığı çalışmalar sunulmuştur. Bu çalışmaların büyük çoğunluğu, matematik eğitimi alanında gerçekleştirilmiş olup farklı

bilim dalları altındaki çalışmalara da yer verilmiştir. Yapılan çalışmalarda daha çok, grupla problem çözme yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre istatistiksel olarak karşılaştırıldığı deneysel çalışmalarla karşılaşılmaktadır. Bu karşılaştırmaların daha çok, akademik başarı ve tutum değişkenleri üzerine yoğunlaştığı görülmektedir. Öğrencilerin başarı ve tutum sonuçlarına ilişkin yapılan değerlendirmelerde, grup çalışmaları şeklinde gerçekleştirilen ortam lehine olumlu sonuçlar tespit edilmiştir. Yapılan çalışmalar genel olarak değerlendirildiğinde; grupla problem çözme sürecini açıklayan, grup içerisindeki üyeler arasında yaşananların problem çözme ürünleri üzerindeki etkilerinin nitel yaklaşımla incelendiği çalışmaların yer almadığı tespit edilmiştir. Bu bakımdan, çevrimiçi ve sınıf içi grupla problem çözme sürecindeki farklılaşmalarını, grup çalışmalarının yapılması sürecinde grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşimin grup çıktılarına yansımalarını derinlemesine irdeleyen çalışmalara gereksinim olduğu görülmektedir.

Öte yandan, incelenen araştırmalar kapsamında, çevrimiçi grupla problem çözme etkinliklerinin büyük bir bölümünün eşzamansız iletişim imkanları dahilinde gerçekleştiği görülmektedir. Dolayısıyla çevrimiçi grup çalışması etkinliklerinin anlık etkileşime imkan tanıyan eşzamanlı iletişim olanaklarından faydalanılarak gerçekleştirilecek olması, çevrimiçi ortam üzerinden yürütülecek eğitsel faaliyetler kapsamındaki çalışmalara katkı getireceğine inanılmaktadır.

3. YÖNTEM

Bu çalışmada, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda tasarlanan grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bölümde; araştırmanın yöntemi, tasarlanması, yürütülmesi, örneklem seçimi, veri toplama araçlarının hazırlanması ve toplanan verilerin analizi sürecinde yapılan işlemler hakkında bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, grup çalışmaları sürecinde ele alınan problem çözme oturumlarında öğrencilerin birbirileri arasında yaşadıkları sosyal etkileşimler ve öğrencilerin problem çözümleri esnasında Polya'nın problem çözme adımlarını tercih etmedeki yeterlilik düzeyleri derinlemesine incelendiği için özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem araştırmacıya, özel bir durum veya olay üzerinde yoğunlaşmış birey, ortam ve gruplar üzerine odaklanarak farklı türden faktörleri tanımlayabilme ve derinlemesine inceleme fırsatı vermesi sebebiyle (Merriam, 1998; Denzin ve Lincoln, 2000; Creswell, 2003; Yin, 2003; Çepni, 2005; McMillan ve Schumacher, 2010) bu çalışmada tercih edilmiştir. Ayrıca yurt içi ve yurt dışında, grupla problem çözme sürecinde grup üyeleri arasındaki etkileşim sonucu oluşan çıktıların incelenmesi üzerine yapılan araştırmalarda (Jonassen ve Kwon, 2001; Ling, 2006; Özdem, 2009; Hou, 2011; Starling, 2011) bu yöntemin tercih edildiği görülmüştür.

Araştırma kapsamında kullanılan yöntemden hareketle elde edilen veriler, araştırmacının çok ince ayrıntıları, sebep-sonuç ve değişkenlerin karşılıklı ilişkiler cinsinden açıklanması, öğretmen adaylarının anlayışları doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulmaya çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Böylelikle araştırma sürecinde gerçekleştirilen uygulamaların çözümlenmesi neticesinde elde edilen betimlemeler ve yorumlar doğrultusunda belli bir karara, yargıya varılarak anlamlı bir yapı oluşturulmaya çalışılmıştır. Bu bakımdan yapılan çalışma doğası gereği nitel bir çalışmadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu bağlamda bu araştırma, gruplar halinde çalışan öğrencilerle gerçekleştirildiği için çalışma kapsamında elde edilen sonuçların nesnelliğinden ve genellenebilirliğinden söz etmek mümkün değildir. Ancak resmin bütününe nasıl olabileceğine ilişkin bazı ipuçları vereceğinden genele ışık tutma açısından elde edilen sonuçlar önem arz etmektedir.

Nitel durum çalışmaları, güncel bir olguyu kendi yaşam çerçevesinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden

fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, görgül bir çalışma yöntemidir (Yin, 1984'den aktran: Yıldırım ve Şimşek, 2008). Merriam (1998, s. 29) nitel durum çalışmalarını üç başlık altında sınıflandırmıştır. Bunlar; bağımsız (particularistic), betimleyici (descriptive) ve deneyimsel (heuristic)'dir. Bağımsız (particularistic) ifadesi durum çalışmalarında belirli bir durum, olay, program veya olguya odaklanıldığı anlamına gelir. Olgu hakkındakileri ortaya çıkartmasından ve bunun durumdan ne şekilde gözlemlenebileceğinden ötürü durumun kendisi oldukça önemlidir. Betimleyici (descriptive) durum çalışmaları, eğitim çalışmalarında çalışılan olgu ya da olaya ilişkin detaylı betimlemeler sunar. Çalışma sonunda çok farklı veri kaynaklarındaki nitel verilere ait örnek alıntılar, literatür kaynakları ve bulgular gibi yoğun bir rapor sunulmaktadır. Deneyimsel (heuristic) durum çalışmaları çalışmadaki olgunun anlaşılması ve süreç içerisinde yaşanan deneyimler hakkında bilgi sahibi olunması noktasında okuyucunun aydınlatıldığı bulguları beraberinde getirmektedir (Merriam, 1998, s.29).

Bu çalışmada Merriam (1998) tarafından yapılan sınıflandırma içerisinde yer alan deneyimsel (heuristic) durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çünkü bu çalışmada temel amaç çevrimiçi ve sınıf içi grupla problem çözme oturumları esnasında öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımlarına yönelik problem çözme deneyimlerinin ayrıntılı olarak irdelendiği ve bu durumun problem çözme adımlarını atma yoluyla problem çözme sürecindeki tercihlerine nasıl yansıdığıyla ilgili elde edilen verilere dayalı olarak değerlendirme yapmaktır.

3.2. Araştırmanın Tasarlanması

Bu çalışmanın tasarımı beş aşamada gerçekleştirilmiştir:

Birinci aşama olan ihtiyaç analizi aşamasında, araştırma kapsamında ele alınacak problem durumunun ortaya konulması amacıyla ilgili alan uzmanlarıyla yapılandırılmış görüşmeler yürütülmüştür. Yapılan görüşmelere bağlı olarak yapılan literatür taraması neticesinde, grup çalışmaları sürecinde gerçekleştirilecek problem çözme etkinliklerinde öğrencilerin problem çözme adımlarını tercih etme düzeylerini tespit etmeye yönelik bir araştırmanın yapılmasına karar verilmiştir.

İkinci aşama olan tasarım aşamasında; araştırmacı ve ders sorumlusuyla birlikte, araştırmanın gerçekleştirilmesi planlanan haftalarda ele alınacak ders müfredatındaki konular tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra bu aşamada, problem çözme etkinliklerinin gerçekleştirileceği problem çözme modeli ve bu modele uygun çalışma ortamları belirlenmiştir.

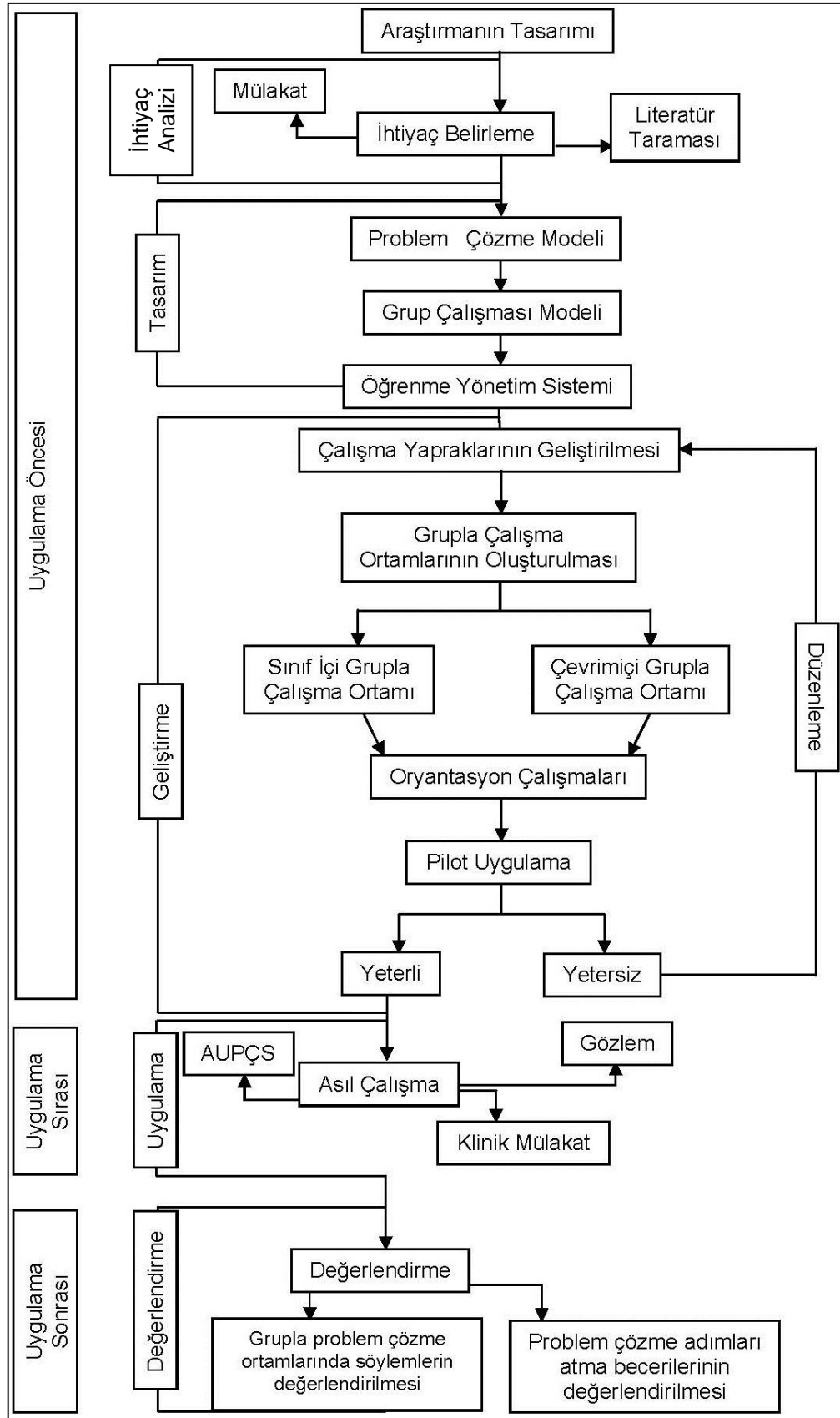
Üçüncü olarak geliştirme aşamasında; uygulanmasına karar verilen problem çözme modeline bağlı olarak grupla problem çözme ortamları oluşturularak, bu ortamlarda ele

alınması planlanan müfredat konularına uygun problem durumlarının yer aldığı problem çözme etkinlikleri geliştirilmiştir. Geliştirilen problem çözme ortamları, problem çözme etkinlikleri ve veri toplama araçlarındaki eksikliklerin tespit edilmesi ve düzeltilmesi amacıyla pilot çalışmasının yapılması gereklidir. Bu amaçla ilk olarak, örneklem grubunda yer alan öğretmen adayları ve ders sorumlusu öğretim elemanının da katılımıyla, çalışmanın amacının açıklanması ve uygulamaların gerçekleştirileceği problem çözme ortamları hakkında bilgi vermek amacıyla oryantasyon toplantıları gerçekleştirilmiştir. Bu toplantıların ardından, araştırma kapsamındaki öğrencilerin, tasarlanan problem çözme ortamlarına ve birbirlerine uyum sağlamaları, bu esnada oluşabilecek olası sorunlara çözüm önerileri getirmek amacıyla pilot uygulama gerçekleştirilmiştir.

Dördüncü aşama olan uygulama aşamasında; altı haftalık süreçte araştırma kapsamında ele alınan ders konularıyla ilgili problem çözme etkinliklerinin, tasarlanan problem çözme ortamlarında uygulamasını gerçekleştirilmek amacıyla asıl uygulama çalışması yapılmıştır.

Son aşama olan değerlendirme aşamasında; problem çözme ortamlarında yer alan grupların problem çözümlerinde Polya'nın heuristik adımlarını tercih etmelerindeki yeterlik düzeyleri ve grupla problem çözümlerinde öğrenciler arasında yaşanan sosyal etkileşim neticesinde ortaya çıkan söylemlerinin analizi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, D1 ve D2'deki gruplardan dörder öğrenci belirlenerek, araştırma kapsamındaki konulara yönelik geliştirilen iki problem durumu üzerinde klinik mülakatlar yürütülerek, problem çözme süreçleri ve problem çözme adımlarını atmadaki tercih düzeyleri derinlemesine incelenmiştir. Bu şekilde, geliştirilen grupla problem çözme ortamlarının, öğrencilerin problem çözme adımlarını atma becerileri üzerinde nasıl bir etkisinin olduğu irdelenmeye çalışılmıştır.

Tez kapsamında yapılan çalışmaların şematik gösterimi Şekil 1'de verilmiştir:



Şekil 1. Tez çalışması kapsamında yapılan çalışmaların şematik gösterimi

Şekil 1'e göre; uygulama öncesi, uygulama sırası ve uygulama sonrası şeklinde gerçekleştirilen araştırmanın aşamaları detaylı olarak aşağıdaki bölümlerde açıklanmıştır.

3.2.1. Uygulama Öncesi İşlemler

Araştırma önerisinin hazırlanmasından asıl uygulamanın başlangıcına kadarki sürede yapılan işlemler olan analiz, tasarım ve geliştirme aşamaları, uygulama öncesi süreçler başlığı altında incelenmiştir. Bu aşamalarda yapılan işlemler ayrıntılı olarak aşağıdaki bölümlerde açıklanmıştır.

3.2.1.1. İhtiyaç Analizi

Çalışma kapsamında geliştirilen öğrenme ortamlarında ele alınması gereken konunun belirlenebilmesi için öncelikle mevcut durumun tespit edilmesi gerekmektedir. "İhtiyaç analizi" veya "ihtiyaç değerlendirilmesi" olarak adlandırılan bu süreç, gelişime gereksinim duyulan alanların belirlenmesi ve bireylerin hazır bulunuşluk düzeylerinin tespitinde önemli bir aşamadır (Young, 1994; Demirel, 1997). İhtiyaç belirleme çalışmaları için genelde öğretmenlerin, üniversitede görevli uzmanların, okul yöneticilerinin, öğrenci velilerinin ve öğrencilerin görüşlerine başvurulmalıdır (Demirel, 2000).

Bu çalışmada uygulama aşamasına geçilmeden önce ihtiyaç analizi çalışması yapılmıştır. Bu bağlamda ilk olarak, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi'nde matematik ve bilgisayar eğitimi alanındaki öğretim elemanlarıyla, araştırma kapsamında kullanılacak yöntem ve araştırmanın uygulanacağı hedef kitle konularında görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yapılan görüşmelerde, çevrimiçi işbirliğine dayalı grup çalışması ortamında öğretmen adaylarının problem çözme becerilerini ortaya çıkaracak bir araştırmanın yürütülmesine karar verilmiştir. Araştırmada yer alacak örneklem grubu, araştırmacının da aynı kurumda görev yapması sebebiyle Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Programında öğrenim gören 1.sınıf öğrencileri olarak belirlenmiştir. Bu program bünyesinde okutulmakta olan Temel Matematik-II dersi, çalışmadaki uygulamaların yürütüleceği ders olarak kararlaştırılmıştır.

İkinci aşama olarak, araştırmanın problemi ve amacını belirlemek amacıyla konuyla ilgili literatür taraması yapılmıştır. İlgili literatür taramasında, problem çözme becerilerinin kazandırılmasına yönelik mevcut ulusal ve uluslar arası çalışmalar incelenmiştir.

Bu aşamada son olarak, araştırmanın yürütüleceği fakülte'deki ilgili bölüm başkanıyla görüşülerek, araştırmanın amacının ne olduğuyla ilgili bilgi verilmiş ve uygulamalar esnasında nelerin yapılacağı anlatılmıştır. Bölüm başkanı, araştırmanın

yürütülebilmesinde yönetim olarak kendilerine bir engel teşkil etmediğini, dersi yürüten öğretim elemanı ile görüşüldükten sonra üniversite yönetiminden gerekli izin alınması şartıyla çalışmanın yapılabileceğini belirtmiştir. Artvin Çoruh Üniversitesi yönetiminden araştırmayla ilgili gerekli iznin alınmasının ardından Matematik-II dersini yürütecek sorumlu öğretim elemanı ile toplantı yapılmıştır. Yapılan toplantıda öğretim elemanına, çalışmanın amacı hakkında bilgi verilmiş ve uygulama esnasında neler yapılacağı anlatılmıştır. Kendisinin bu araştırmanın yürütülmesinde yardımcı olup olamayacağı sorulmuştur. Ders sorumlusu, üniversite ve bölüm yönetimi tarafından sorun olmadığı sürece kendisi açısından bir sorun olmadığını, uygulamalar konusunda yardımcı olabileceğini belirtmiştir. Ders sorumlusunun uygulamaya gönüllü olarak katılması uygulamanın başarılı olarak yürütülmesi bakımından olumlu bir durum olarak görülmüştür. Yapılan görüşmede Temel Matematik-II ders müfredatında yer alan konuların amaç ve kazanımları gözden geçirilmiştir. Araştırmanın uygulama zamanına bağlı olarak araştırmanın amacına uygun müfredat konuları belirlenmiştir.

Çeşitli aşamalarla gerçekleştirilen ihtiyaç analizi aşaması neticesinde, Temel Matematik-II ders müfredatındaki; “Denklemler”, “Fonksiyonlar”, “Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri” ve “Katı Cisimler ve Uzay Geometrisi” konularını kapsayan toplam dört problem çözme etkinliğinin geliştirilmesine karar verilmiştir.

3.2.1.2. Tasarım

Tasarım aşamasında, öğrenim kazanımlarının belirlenmesi, içeriğin konu başlıkları ve etkinlikler açısından detaylandırılması, hangi öğretim yöntem ve tekniklerin seçileceğine ilişkin kararların verildiği aşamadır. Bu basamak, araştırmanın en ince detayına kadar yapılandırıldığı aşamadır. Bu aşamada yapılan, problem çözme, işbirliğine dayalı grup çalışması modeli ve öğrenme yönetim sistemi ile ilgili bilgiler başlıklar halinde aşağıdaki bölümlerde açıklanmıştır.

3.2.1.2.1. Problem Çözme Modeli

Problem çözme ortamlarındaki amaç, sadece öğrencilerin belirlenen problemi çözerek hedefe ulaştırması değil, problem aracılığıyla gündeme gelen yeni öğrenme hedeflerini ortaya çıkarması ve problem çözme çabası ile sorgulama, araştırma, tartışma, değerlendirme becerilerinin kazandırıldığı öğrenme eylemine dönüşmesidir (Yaman, 2003).

Öğrenme ve öğretme ortamlarında problem yaklaşımının doğru bir şekilde uygulanabilmesi için işlem basamaklarına dikkat edilerek problem çözümlerinin

gerçekleştirilmesi gerekir. Araştırmada öğrencilerin problem çözümlerinde sistematik adımları atma düzeylerini belirlemeye yönelik, ele alınan konulara bağımlı problemler kullanılmıştır. Ders sorumlusuyla tartışılarak hazırlanan bu problemler, öğrencilere Polya'nın heuristik problem çözme adımlarına göre düzenlenmiş yönergeleri içeren çalışma yaprakları şeklinde sunulmuştur. Öğrencilere verilen yönergeler problem çözme adımlarını atma becerisine katkı sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Çalışmada kullanılan problemler, öğrencilerin problem çözme adımlarını atmasına ve birbirleriyle etkileşim içine girmesine imkan verecek şekilde olmasına dikkat edilmiştir. Araştırma kapsamında hazırlanan problemler;

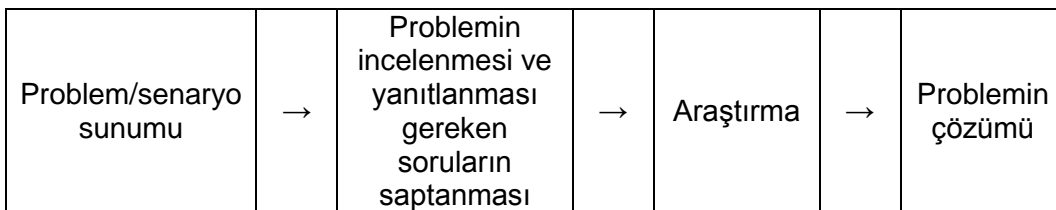
1. Farklı çözüm yöntemleri uygulanabilecek özellikte olması
2. Farklı çözüm ve sonuçları içermesi
3. Öğrencileri tartışmaya yönlendirmesi
4. Problem çözme becerilerini içermesi
5. Kavram öğretimine uygun olması

şeklindeki özellikler göz önüne alınarak hazırlanmıştır.

3.2.1.2.2. Grup Çalışması Modeli

Öğrenme ortamlarında farklı şekillerde tasarlanabilen probleme dayalı öğrenme, “öğrencinin aktif olarak bilgiyi kurması veya uygulaması sürecidir” temel önerisine dayanmaktadır (Gijsselaers, 1996'den aktaran: Sezgin Selçuk ve Şahin, 2008). Bu tanımdan hareketle araştırma kapsamında gerçekleştirilen problem çözme etkinlikleri grupla çalışma ortamlarında uygulanmıştır. Öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencinin derse etkin katılımını sağlayan yöntem ve tekniklere yer verildiğinde öğrenciler daha iyi ve hızlı öğrenebilmektedir. Öğrencilerin aktif olarak öğrenme etkinliklerine katıldığı işbirlikli grup çalışmaları, öğrencinin derse etkin katılımına olanak veren bu tekniklerden biridir (Johnson ve Johnson, 1989; Açıkgöz, 1992).

Açıkgöz (2003) işbirlikli grup çalışmaları şeklinde gerçekleştirilen probleme dayalı öğrenme ortamlarını; küçük grup tartışmalarıyla problemin sunumu, tanımı, araştırılacak soruların saptanması, öğrencilerin bağımsız öğrenme yoluyla topladıkları bilgilerin ve önerilerin, dolayısıyla problemin çözümünün ele alındığı ve değerlendirmelerin yapıldığı bir süreç olarak ifade etmiş ve bu süreç şematik olarak Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Grup çalışmalarında PDÖ oturumlarının akışı (Açıkgöz, 2009)

3.2.1.2.3. Öğrenme Yönetim Sistemi

Araştırma kapsamında D1 ortamında yürütülecek problem çözme etkinliklerinin, internet ve web teknolojilerindeki gelişmelerin paralelinde çevrimiçi olacak şekilde gerçekleştirilmesi planlanmıştır. Bu noktadan hareketle, çalışma kapsamında ele alınacak problem çözme etkinliklerinin çevrimiçi ortamda çalışacak D1 grubu öğrencilerinin erişimine sunulması çalışmalarına girilmiştir.

Geliştirilmesi planlanan çevrimiçi öğrenme ortamına ait sistemin; öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-içerik arasındaki iletişim bu sistem aracılığıyla gerçekleştirilebilir özelliklerine sahip olması gerekmektedir. Bu ihtiyaçtan hareketle D1’de gerçekleştirilmesi planlanan grupla problem çözme etkinliklerinin öğrencilere aktarılmasında Öğrenme Yönetim Sistemlerine (ÖYS) başvurulmuştur.

ÖYS, çevrimiçi içeriğin ve iletişim sürecinin, yani eğitim-öğretim sürecinin yönetimi olarak tanımlanmaktadır (Gülbahar, 2009). Öğrenciler için ÖYS’ler, öğrenim gelişimlerini planlamak, arkadaşlarıyla iletişim kurmak ve birlikte çalışmayı sağlamada yardımcı olmaktadır. Öğretmenler için ÖYS’ler ise kurumsal olarak hedeflenen öğrenime ulaşma, müfredat ve ders programlarını sağlama, plan, etkinlik gibi ders materyalini öğrencilere ulaştırma, öğrenci katılımını izleme, analiz etme ve raporlamada yardımcı olmaktadır (Aslantürk, 2002; Bayram ve diğerleri, 2009).

ÖYS özelliklerine sahip bir sistem kurmak için iki seçenek bulunmaktadır. Bunlardan birincisi lisans ücretini ödeyerek satın alınacak bir ÖYS sistemidir. Bu tarz sistemlerde tüm gereksinimler üretici firma tarafından karşılanmakta olup kullanıcı sadece sistemi kendi amaçları doğrultusunda kullanmaktadır. İkinci yol ise açık kaynak kodlu ÖYS programlarını kullanmaktır. Bu programlar internetten ücretsiz olarak temin edilmekte olup sunmuş oldukları hizmet ticari yazılımlarla hemen hemen aynıdır (Arslan, 2010).

Bu araştırma kapsamında D1’de yer alan öğrencilerin çevrimiçi problem çözme etkinliklerine katılabilmesi için, Karadeniz Teknik Üniversitesi Uzaktan Eğitim Merkezi sunucularında çalışan Adobe Connect Pro 8 yazılımı kullanılmıştır. Adobe Connect yazılımı, öğrenme içeriklerini depolayıp internet ortamında yayınlama, sanal sınıf ve toplantılara dahil olan katılımcıları yönetme, katılımcılara çeşitli testler uygulayıp bu

testlerin sonuçlarını duyurma imkanı sunan bir öğretim yönetim sistemidir. Bunların yanı sıra eş zamanlı veya eş zamansız iletişim olanakları dahilinde Adobe Connect sistemi; internet ortamındaki derslerde yer alma, ders notları ve sunulara erişebilme, çevrimiçi olarak hazırlanan sınavlara katılabilme, diğer öğrenci ve ders öğretim elemanı ile iletişim kurma imkanı sunabilmektedir. Bu yazılımda anlık sunu, masaüstü, dosya, web adresi paylaşımı ile beyaz tahta uygulaması, görüntülü ve sesli sohbet etkinlikleri ile örgün eğitimin tüm özellikleri web tabanlı olacak şekilde gerçekleştirilmektedir (Işık, 2009). Çevrimiçi ortamdaki grup üyeleri arasında görüntü, ses ve beyaz tahta paylaşımının eşzamanlı olarak gerçekleşmesinde sunmuş olduğu olanaklar sebebiyle, Adobe Connect sisteminin bu çalışmada kullanılması tercih edilmiştir.

Araştırma sürecinde asıl uygulama çalışmalarına başlamadan önce, D1’de grupla problem çözme etkinliklerinin gerçekleştirileceği çalışma ortamı, Adobe Connect Pro 8 üzerinde “eğitimeri” adında sınıf açılarak kullanıma hazır hale getirilmiştir.

3.2.1.3. Geliştirme

Bu aşamada, grupla problem çözme ortamları ve bu ortamlarda kullanılacak çalışma yapıları geliştirilmiştir. Bunların yanı sıra bu aşamada, araştırma kapsamında yer alan D1 ve D2’deki öğrencilerle ayrı ayrı olmak üzere oryantasyon toplantıları düzenlenmiştir. Ardından araştırmanın pilot çalışması yapılmıştır. Bu aşamada gerçekleştirilen işlemler başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

3.2.1.3.1. Problem Çözme Etkinliklerinin Geliştirilmesi

Çalışma yapıları, herhangi bir konunun öğretimi aşamasında öğrencilerin yapacağı etkinliklerle ilgili yol gösterici açıklamaları içeren yazılı dokümanlardır (Şahin ve Yıldırım, 1999). Dersler esnasında kullanılan yöntem veya tekniğe uygun etkinliklerin yürütülmesinde, öğrencilerin kontrolünün sağlanabilmesi ve etkinliklerde yer alan sorulara ilişkin kişisel görüşlerinin tespit edilebilmesinde çalışma yapılarının önemli rolü bulunmaktadır (Baki, 2002; Şahin ve Ayvaci, 2006; Demircioğlu ve Atasoy, 2006).

Araştırma kapsamındaki problem çözme oturumlarında yürütülecek etkinliklerin istenilen düzeyde uygulanabilmesi ve sonuçların değerlendirilmesi amacıyla, araştırmacı ve ders sorumlusunun ortaklaşa çalışmasıyla, araştırma kapsamında ele alınan müfredat konularının her birine yönelik problem çözme etkinliklerinin yer aldığı çalışma yapıları hazırlanmıştır. Çalışma yapılarında yer alan problemler, Polya’nın problem çözme adımlarına uygun çözüm gerçekleştirmeye yardımcı olacak şekilde hazırlanmıştır. Problem çözme etkinliklerinde, Polya’nın problem çözme adımlarını atma becerisini

kazandıracak şekilde düzenleme yapıp etkili bir biçimde uygulanabilmesi için gerekli yönergeler verilmiştir. Bu yönergeler yardımıyla öğrencilerin problemleri çözerken, problem çözme adımlarını atma süreçlerini yapılandırmaları sağlanmıştır.

Hazırlanan çalışma yapraklarında; dil açısından öğrenci seviyesine uygunluğu (Şahin ve Yıldırım, 1999; Sands ve Özçelik, 1997; Kurt, 2002), önemli kavram veya sözcüklerin vurgulanması (Şahin ve Yıldırım, 1999; Sands ve Özçelik, 1997; Kurt, 2002; Yiğit ve diğerleri, 2001), yönerge ve sorularla ilgili cevap ve yorumların yazılabileceği uygun miktardaki boşluğun çalışma yaprağının üzerinde bırakılması (Kurt, 2002; Yiğit ve diğerleri, 2001), çalışma yapraklarını ilginç ve dikkat çekici hale getirmek için, resim, şekil, karikatür, güncel ve ilgi uyandırıcı soruların kullanılması (Kurt, 2002; Yiğit ve diğerleri, 2001) hususları göz önünde bulundurulmuştur.

Hazırlanan çalışma yaprakları, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi'ndeki matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim elemanı tarafından değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmelerde genel olarak geliştirilen çalışma yaprakları, içerik ve şekil yönünden uygun bulunmuş ancak problem çözme adımlarındaki öğrenciyi yönlendirme ifadelerinin net olarak vurgulanması gerektiği ifade edilmiştir. Bu durumda bir öğretim elemanı, düzgün çokgenlerde alan ölçümlerine ait çalışma yaprağındaki problem durumunun basit düzeyde kalabileceğini ve bunun düzeltilmesi gerektiğini belirtmiştir. Alan uzmanlarınca verilen geri dönütler neticesinde, araştırmacı ile ders sorumlusu tekrar bir araya gelerek tespit edilen eksiklikler üzerinde iyileştirme çalışmasına gitmiştir. Çalışma yapraklarında yapılan en son değişiklikler, alan uzmanlarınca tekrar incelenmesi sonucunda araştırma kapsamında kullanılması uygun bulunmuştur.

İşbirlikli grup çalışmasına dayalı öğrencilerin problem çözme becerilerindeki gelişimi değerlendirmek amacıyla Temel Matematik-II dersi müfredatı kapsamında; Denklemler, Fonksiyonlar, Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri ile Uzay Geometrisi ve Katı Cisimler konularında etkinliklerin yer aldığı çalışma yaprakları geliştirilmiştir. Araştırmacı ve ders sorumlusuyla birlikte çalışma yaprakları biçiminde hazırlanan problem çözme etkinlikleri, öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımlarını atma becerilerini kazandıracak şekilde yönergeler halinde sunulmuştur. İlgili konunun ders öğretmeni tarafından işlenmesinin ardından o konuya ait değerlendirme problemi D1 ve D2'deki gruplarda uygulanmıştır. Problem çözme oturumlarında kullanılan problemler Ek 1'de verilmiştir. Problem durumlarını içeren çalışma yapraklarının konulara göre dağılımı Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Çalışma yapraklarının konulara göre dağılımı

Konular	Uygulanan Çalışma Yaprakları
Denklemler	Sepetteki Elmalar
Fonksiyonlar	Oto Galeri
Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri	Tarla
Uzay Geometrisi ve Katı Cisimler	Örümcek

Tablo 1’de yer alan her bir çalışma yaprağıyla ilgili ayrıntılı açıklamalar aşağıda verilmiştir:

3.2.1.3.1.1. Sepetteki Elmalar

“Sepetteki Elmalar” isimli çalışma yaprağı denklemler konusuna yönelik hazırlanmıştır. Bu çalışma yaprağında Ali, Bekir ve Cengiz adlı üç arkadaşın bir araya getirmiş oldukları elmaları kendi aralarında nasıl paylaştıklarına ait bilgiler verilmiştir. Bu paylaşımda; Ali toplam elmaların yarısından bir fazla, Bekir kalan elmaların yarısından bir fazla, Cengiz ise geriye kalan elmaların yarısından bir fazla elma almaktadır. Cengiz’in payına düşen elmaları almasından sonra sepette hiç elma kalmadığına göre paylaşmadan önce sepette kaç elma bulunduğu öğrencilere sorulmuştur. Verilen problem durumu içerisinde yer alan bilgilerden hareketle öğrencilerin bu etkinlikte denklem kurma ve oluşturulan denklemi çözerek sonuca ulaşma stratejilerini nasıl kullandıkları ölçülmek istenmiştir.

3.2.1.3.1.2. Oto Galeri

“Oto Galeri” isimli çalışma yaprağı fonksiyonlar konusuna yönelik hazırlanmıştır. Bu çalışma yaprağında, bir otomobil galerisinde çalışan satış görevlisinin aylık ücreti ile sattığı araba başına maaşından hariç kazanacağı prim miktarını belirten bilgiler verilmektedir. Satış elemanının maaşına yapılan prim, sattığı araba sayısının beşin altında veya üstünde olma durumuna göre değişim göstererek bu durum problem içerisinde sunulmuştur. Bu noktadan hareketle satış yapılan araba sayısına bağlı olarak öğrencilerden parçalı fonksiyon oluşturmaları beklenmektedir. Geliştirilen çalışma yaprağında yer alan etkinlik ile öğrencilerin, herhangi bir problem durumuna yönelik fonksiyon oluşturma, verilen bir değeri fonksiyon içerisinde kullanarak sonucu hesaplama stratejilerini nasıl kullandıkları ölçülmek istenmiştir.

3.2.1.3.1.3. Tarla

“Tarla” isimli çalışma yaprağı, Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri konusuna yönelik hazırlanmıştır. Bu çalışma yaprağında yer alan şekle göre Ali Bey’in, ABCD sınırlarıyla çizilen dikdörtgen şeklindeki tarla ile TDC sınırlarıyla belirlenen üçgen şeklindeki tarlanın birleşiminden oluşan alanı satın almak istediği belirtilmektedir. Tarlaların şekillerine bağlı alanlar hakkında bilgi veren tarla sahibi İhsan Bey, tarlanın şekline göre TDA ve TCB sınırlarıyla çizili olan alanla satabileceğini belirtmektedir. İhsan Bey’in vermiş olduğu bilgiler doğrultusunda öğrencilerden Ali Bey’in satın alabileceği tarlaların alanları toplamını bulmaları istenmektedir. Bütünden hareketle parçalara ulaşma becerisinin vurgulandığı bu çalışma yaprağı ile öğrencilerden kendilerine verilen düzgün çokgenin alanını hesaplama stratejisini nasıl kullandıkları ölçülmek amaçlanmıştır.

3.2.1.3.1.4. Örümcek

“Örümcek” isimli çalışma yaprağı, Olkun ve Uçar (2006) tarafından geliştirilen bir etkinlik olup Katı Cisimler ve Temel Uzaysal Geometri konusuna yönelik hazırlanmıştır. Bu çalışma yaprağındaki şekle göre, bir kenar 4m. uzunluğundaki küp şeklindeki bir odanın A tavanının orta noktasında bulunan örümceğin B tabanının orta noktasındaki yemine ulaşabilmesi için duvardan ve ağ atarak ilerleyebileceği bilgisi verilmektedir. Bu bilgilere göre öğrencilerden, örümceğin her iki seçeneği kullanarak yemine ulaşması durumunda alması gereken mesafenin kaç metre olacağı sorulmaktadır. Bu çalışma yaprağında öğrencilerden küp modelinin yüzü, köşeleri ve ayrıtları ile küpte dik izdüşüm uzunluğunu şekil üzerinde gösterebilme, şekil üzerinde belirtilen bir açının trigonometrik değerini hesaplama stratejilerini nasıl kullandıkları ölçülmek istenmiştir.

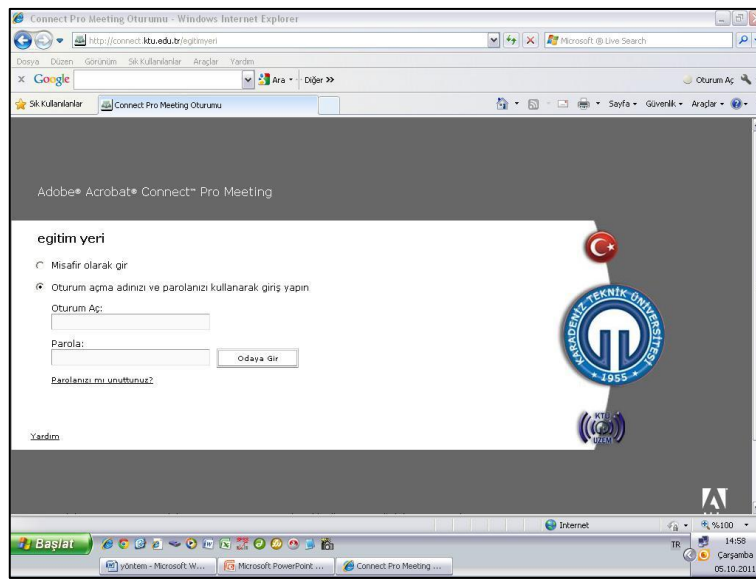
3.2.1.3.2. Grupla Çalışma Ortamlarının Geliştirilmesi

Bu araştırmada, D1 ve D2 ortamlarında grup çalışması gerektiren etkinlikler yürütülmüştür. Dolayısıyla gruplarda yer alan öğrencilerin bir araya getirilerek çalışabilecekleri ortamların oluşturulması gerekmektedir. Bu çalışmada çevrimiçi ve sınıf içi olmak üzere iki farklı grupla çalışma ortamı geliştirilmiştir. Geliştirilen bu ortamların sahip olduğu özellikler ve uygulanma biçimleri ayrıntılı olarak aşağıdaki bölümlerde açıklanmıştır.

3.2.1.3.2.1. Çevrimiçi Grupla Çalışma Ortamı (ÇGÇO)

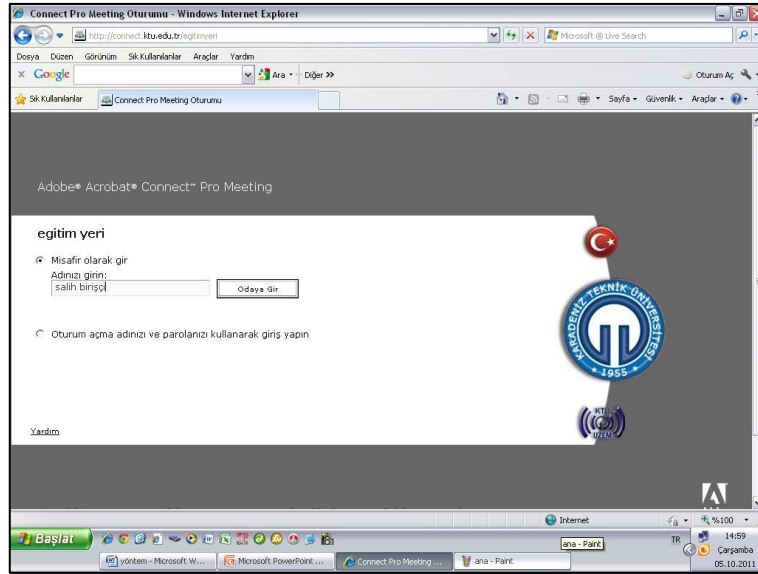
D1 grubu öğrencileriyle yürütülen grupla problem çözme etkinlikleri, çevrimiçi ortamda eşzamanlı olarak gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen ÇGÇO'nun tasarım süreci, "Öğrenme Yönetim Sistemi" başlığı altında açıklanmıştır (bkz. s.39). Bu bölümde geliştirilen ÇGÇO'nun nasıl kullanılması gerektiği anlatılacaktır.

D1'de yer alan öğrencilerin çevrimiçi grupla çalışma etkinliklerine katılabilmeleri için, uygulamaya ait web sayfasına bağlanmaları gerekmektedir. Bu amaçla, web gezgininin adres satırına <http://connect.ktu.edu.tr/egitimyeri> adresi yazıldığında Şekil 3'de görülen sistemin ana sayfası ekrana gelmektedir.



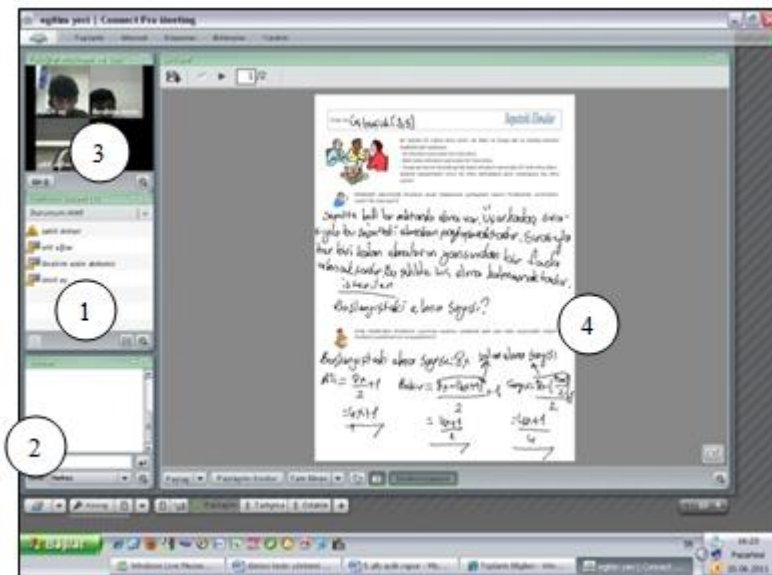
Şekil 3. Sistemin ana sayfa ekran görüntüsü

Öğrencilerin sistemin ana sayfasına giriş yapmalarının ardından sistemde kendi adlarına ait oturum açabilmeleri için iki seçeneği bulunmaktadır. Bunlardan birincisi misafir olarak, ikincisi ise kullanıcı adı ve parola ile giriş yapma şeklindedir. Bu ekranda araştırmacı tarafından öğrencilere "Misafir olarak gir" seçeneğini tercih etmeleri gerektiği belirtilmiştir. Öğrencilerin misafir olarak giriş yap seçeneğini tercih etmelerinin ardından öğrenciler, Şekil 4'de açılan yeni sayfada ad bilgisini yazıp "Odaya Gir" butonuna basmasıyla kendilerine ait oturum bilgisiyle sisteme girebilecektir.



Şekil 4. Misafir olarak sisteme giriş ekran görüntüsü

Öğrencilerin kendilerine ait bilgilerle sisteme dahil olmalarının ardından, grup çalışmalarının birden fazla iletişim modülüyle yürütüleceği arayüz karşlarına gelecektir. Bu modüller sırasıyla; 1- Katılımcı listesi, 2- Sohbet, 3- Ses ve görüntü paylaşma, 4- Ekran paylaşma şeklinde olup Şekil 5'de gösterilmiştir.



Şekil 5. Çevrimiçi ortamda gerçekleştirilen etkinliklere ait ekran görüntüsü

Şekil 5'de gösterilen 1 numaralı blok, sistemde çevrimiçi konumda bulunan kullanıcıların sıralandığı "Katılımcı Listesi" modülüdür. Bu modül sayesinde öğrenciler, kurs için oturum açan grup arkadaşlarını görebilmekte ve onlarla sistem üzerinden iletişim

kurma şansına sahip olabilmektedir. 2 numaralı blokta yer alan “Sohbet” modülü, grup üyeleri arasında anlık yazılı iletişime imkân sağlamaktadır. Bu modül üzerinden aktarılan mesajlar kayıt altına alınmakta ve o an eşzamanlı olarak sisteme bağlı olanların yazılı mesajları takip edebilmesine olanak sağlamaktadır. 3 numaralı blokta yer alan “Ses ve görüntü paylaşımı” modülü, grup üyelerine ait ses ve anlık görüntünün çift yönlü olacak şekilde eşzamanlı aktarımını sağlamaktadır. Bu modül aracılığı ile grup içerisinde öğrenciler kendilerine verilen problem durumu hakkında; ne anladıkları, nasıl bir çözüm yolu izleyecekleri, nasıl bir çözümde bulunacakları ve yapılan çözümün doğruluğunu ne şekilde doğrulayacakları hakkında karşılıklı fikir alışverişinde bulunma şansına sahiptir. 4 numaralı blokta yer alan “Ekran paylaşımı” modülü, öğrenen-öğrenen arasındaki uygulamaların birbirine yansıtılmasına imkân vermektedir. Öğrenciler bu modülü kullanarak erişime sunulan çalışma yaprağını görebilmektedir. Grup üyeleri, kendilerine verilen grafik tablet cihazını kullanarak, paylaşımda bulunan çalışma yaprağındaki yönergelere uygun boş bırakılan kısımlar üzerinde eşzamanlı olarak yazı yazma, şekil çizme ve gerektiğinde bunları silerek üzerinde düzeltme yapabilme imkanına sahiptir.

D1 grubunda yer alan öğrencilerin grup çalışmaları esnasında yukarıdaki belirtilen modülleri kullanarak yapmış oldukları tüm iletişim ve uygulama paylaşımları, araştırmanın verileri olarak kayıt altına alınmıştır.

Çevrimiçi Çalışma Gruplarının Oluşturulması:

Grup çalışmalarının çevrimiçi ortamda yürütüleceği D1 ortamında 12 öğrenci yer almaktadır. Bu grupta yürütülecek olan grup çalışması etkinlikleri çevrimiçi olarak gerçekleştirileceğinden, bu ortamda çalışacak öğrencilerin temel bilgisayar becerilerine sahip olmalarına önem verilmiştir. Bu nedenle uygulamaya katılan çevrimiçi ortamdaki öğrencilerin, MS Windows, Word, Excel, Powerpoint ve İnternet konularının anlatıldığı temel bilgisayar dersini başarı ile tamamlamış olmaları göz önünde bulundurulmuştur.

Grupla çalışma modelinin ilk aşaması olarak, öğrencilerin sınıfı temsil edecek biçimde ilgili gruplara ayrılmaları gerekmektedir. D1 ortamındaki grupların üçer öğrenciden oluşmasına karar verilmiştir. Bu amaçla D1’deki öğrenci sayısının üçe bölünmesiyle dört tane grubun oluşması sağlanmıştır.

İkinci aşama olarak öğrencilerin belirlenen gruplara atama işlemlerinin gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Bu amaçla öğrencilerin 2010-2011 eğitim-öğretim yılı güz dönemindeki Temel Matematik-I dersi dönem sonu notları dikkate alınarak öğrenciler en yüksekten en düşüğe doğru başarı sırasına konmuştur. Tablo 2’de gösterildiği gibi başarı durumlarına göre sıraya konulan öğrenci listesi üçe bölünmüş ve listede ilk dört içerisinde yer alan öğrenciler “yüksek başarılı öğrenciler”, sonraki dört içerisindeki öğrenciler “orta

başarılı öğrenciler” ve en sondaki dört öğrenci ise “düşük başarılı öğrenciler” olarak adlandırılmıştır.

Tablo 2. D1'deki öğrencilerinin gruplara atanması

	Sıra	Takım Adı
Yüksek Başarılı Öğrenciler	1	A
	2	B
	3	C
	4	D
Orta Başarılı Öğrenciler	5	D
	6	C
	7	B
	8	A
Düşük Başarılı Öğrenciler	9	A
	10	B
	11	C
	12	D

Listenin en başından başlanarak öğrencilere sırayla A, B, C, D harfleri bir düz bir ters dizilimde verilmiştir. Bu harfler grup isimlerini ifade etmektedir. Böylece aynı harfle isimlendirilen gruba atanmış olan öğrencilerle üçer kişilik dört grup oluşturulmuştur. Daha sonraki aşamalarda her bir gruptan, grubu temsil edecek grup adı bulmaları istenmiştir. Gruplarda yer alan öğrencilerin ortaklaşa kararı sonucu çalışma süresince; A grubu “Üç Buçuk”, B grubu “Atabarı 08”, C grubu “Ayrı Telden” ve D grubu “Virüsler” şeklindeki grup adlarıyla temsil edilmiştir. Tüm bunların yanı sıra gruplardaki kız ve erkek öğrenci sayıları dengeli dağılmamışsa başarı seviyeleri birbirine yakın kız ve erkek öğrencilerin gruplar arasındaki yerleri değiştirilmiştir. Böylelikle D1'deki gruplara yerleştirilen öğrenci sıralamaları Tablo 3'de verilmiştir:

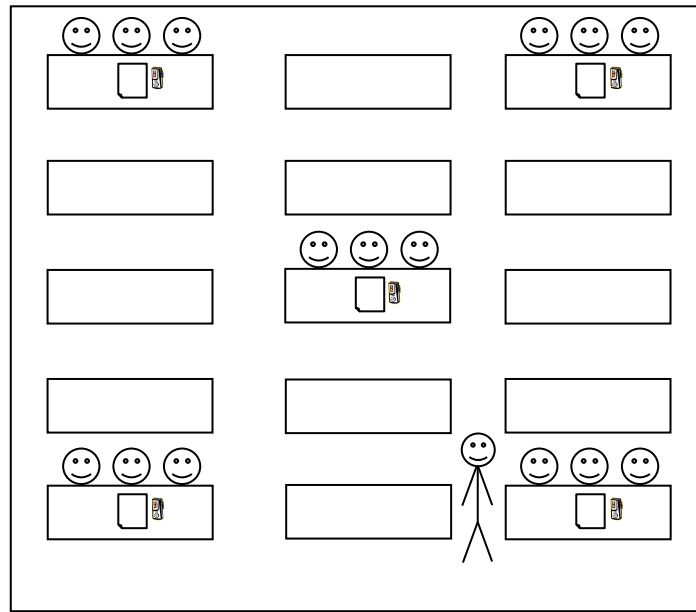
Tablo 3. D1 ortamındaki öğrencilerinin gruplara yerleştirilmesi

Öğrenci Grubu	Öğrencinin Başarı sırası
1. D1-A (Üç Buçuk)	1, 8, 9
2. D1-B (Atabarı 08)	2, 7, 10
3. D1-C (Ayrı Telden)	3, 6, 11
4. D1-D (Virüsler)	4, 5, 12

Tablo 3'e göre D1 ortamında üçer kişiden oluşmak üzere toplam dört heterojen grup oluşturulmuştur.

3.2.1.3.2.2. Sınıf İçi Grupla Çalışma Ortamı

D2 ortamında yürütülen grupla problem çözme etkinlikleri sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir. Çalışma kapsamında ele alınan problem durumlarına ait problem çözme etkinliklerinin uygulanması amacıyla D2 grubunda yer alan öğrencilerden oluşturulan gruplar, daha önceden kendilerine bildirilen uygulama sınıfı ve saatinde hazır bulunmaları istenmiştir. D2 grubu öğrencilerinden oluşturulan beş grup, sınıf içerisinde ayrı ayrı konumlandırılarak etkinliklerin yürütülmesi sağlanmıştır. Grupların sınıf içinde oturma düzeni planı Şekil 6'da gösterilmiştir.



Şekil 6. D2'deki gruplara ait oturma düzeni

Grup çalışmalarındaki etkinliklerin yürütülmesi esnasında her bir grup masasına bir tane çalışma yaprağı bırakılarak öğrencilerin problem durumunun çözümünde birlikte çalışabilmelerine imkan sağlanmıştır. Ayrıca her grup masasına bir adet ses kayıt cihazı bırakılarak etkinliklerin başından sonuna kadar geçen sürede öğrenciler arasında yaşanan diyaloglar kayıt altına alınmıştır. Grup çalışmaları esnasında ses kayıt cihazlarına kaydedilen tüm diyaloglar araştırmanın verileri olarak kullanılmıştır.

Sınıf İçi Çalışma Gruplarının Oluşturulması:

Grup çalışmalarının sınıf içi ortamda yürütüleceği D2'de 15 öğrenci yer almaktadır. Grupla çalışma modelinin ilk aşaması olarak öğrencilerin sınıfı temsil edecek biçimde ilgili gruplara ayrılması gerekmektedir. D2'deki çalışma gruplarının üçer öğrenciden oluşmasına karar verilmiştir. Bu amaçla D2'deki öğrenci sayısının üçe bölünmesiyle beş tane grubun oluşması sağlanmıştır.

İkinci aşama olarak öğrencilerin belirlenen gruplara atama işlemleri gerçekleştirilmelidir. Bu amaçla öğrencilerin 2010-2011 eğitim-öğretim yılı güz dönemindeki Temel Matematik-I dersi dönem sonu notları dikkate alınarak öğrenciler en yüksekten en düşüğe doğru başarı sırasına konmuştur. Tablo 4’de gösterildiği gibi başarı durumlarına göre sıraya konulan öğrenci listesi üçe bölünmüş ve listede ilk beş içerisinde yer alan öğrenciler “yüksek başarılı öğrenciler”, sonraki beş içerisindeki öğrenciler “orta başarılı öğrenciler” ve en sondaki beş öğrenci ise “düşük başarılı öğrenciler” olarak adlandırılmıştır.

Tablo 4. D2’deki öğrencilerinin gruplara atanması

	Sıra	Takım Adı
Yüksek Başarılı Öğrenciler	1	A
	2	B
	3	C
	4	D
	5	E
Orta Başarılı Öğrenciler	6	E
	7	D
	8	C
	9	B
	10	A
Düşük Başarılı Öğrenciler	11	A
	12	B
	13	C
	14	D
	15	E

Listenin en başından başlanarak öğrencilere sırayla A, B, C, D, E harfleri bir düz bir ters dizilimde verilmiştir. Bu harfler grup isimlerini ifade etmektedir. Böylece aynı harfle isimlendirilen öğrencilerle üçer kişilik beş grup oluşturulmuştur. Daha sonraki aşamalarda her bir gruptan, grubu temsil edecek grup adı bulmaları istenmiştir. Gruplarda yer alan öğrencilerin ortaklaşa kararı sonucu çalışma süresince; A grubu “Doğa”, B grubu “Kartezyen”, C grubu “Bilinmeyen”, D grubu “Delta” ve E grubu “Matrix” şeklindeki grup adlarıyla temsil edilmiştir. Tüm bunların yanı sıra gruplardaki kız ve erkek öğrenci sayıları dengeli dağılmamışsa başarı seviyeleri birbirine yakın kız ve erkek öğrencilerin yerleri değiştirilmiştir. Böylelikle D2’de oluşturulan gruplara yerleştirilen öğrenci sıralamaları Tablo 5’de verilmiştir:

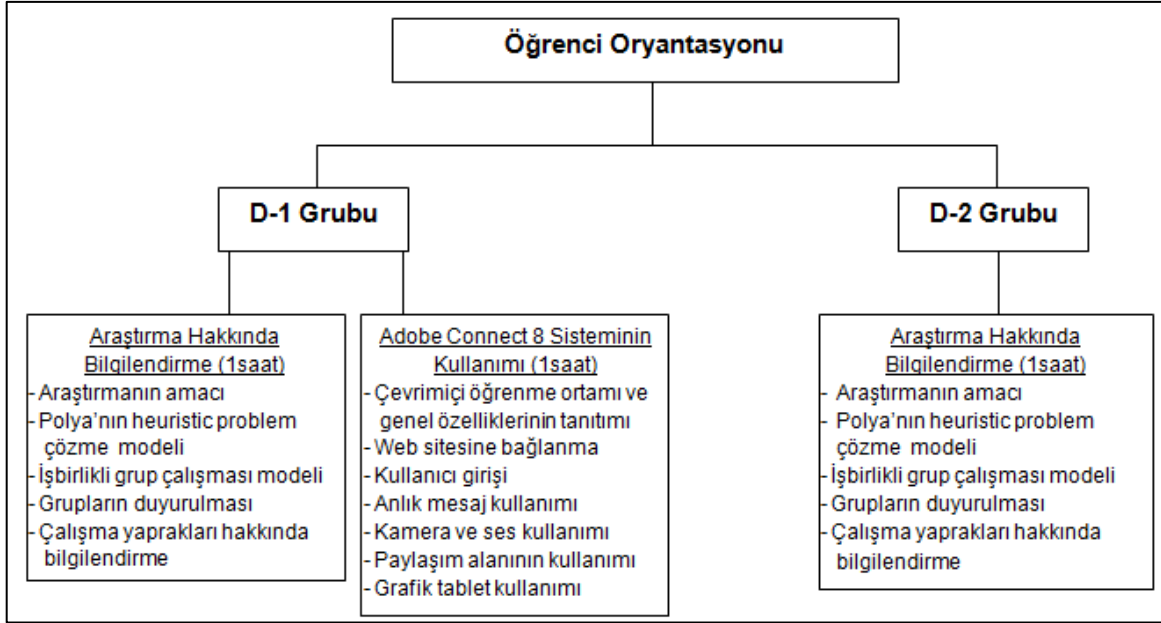
Tablo 5. D2 ortamındaki öğrencilerin gruplara yerleşmesi

Öğrenci Grubu	Öğrencinin Başarı sırası
1. D2-A (Doğa)	1, 10, 11
2. D2-B (Kartezyen)	2, 9, 12
3. D2-C (Bilinmeyen)	3, 8, 13
4. D2-D (Delta)	4, 7, 14
4. D2-E (Matrix)	5, 6, 15

Tablo 5'e göre araştırmadaki D2 grubu için üçer kişiden oluşmak üzere toplam beş heterojen grup oluşturulmuştur.

3.2.1.3.3. Oryantasyon Çalışmaları

Araştırmanın en önemli unsurlarından birisi, uygulamayı yürüten ders sorumlusu ve araştırma kapsamındaki örneklem grubunun, yapılacak olan çalışmanın amacını ve kendilerine düşen görevleri tam olarak kavramalarının gerektiğidir. Araştırmanın pilot ve asıl uygulama çalışmaları başlamadan önce oryantasyon çalışmasının gerçekleştirilmesi planlanmıştır. Bu amaçla 01.04.2011 tarihinde Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde yer alan dersliklerin birinde, önceden belirlenen öğrenci grupları ve ders öğretmeninin katılımıyla iki farklı günde toplam üç saatlik bir oryantasyon çalışması düzenlenmiştir. Bu dört saatin ikisi D1 ve diğer bir saati D2 grubunda olacak şekilde düzenlenmiş olup iki farklı boyutta tasarlanmıştır. Bu boyutlar ve alt özellikleri içerisinde yapılan çalışmalar Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 7. Oryantasyon çalışması ve boyutları

D1 ve D2 gruplarında gerçekleştirilen oryantasyon çalışması ayrıntılı olarak başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

D1'de Yapılan Çalışmalar:

01.04.2011 tarihinde öğleden önce yapılan oryantasyon toplantısı D1 grubu öğrencilerine yönelik olup ders sorumlusunun da katılımıyla iki saatlik zaman dilimi içerisinde gerçekleştirilmiştir. Toplantının ilk saatinde, işbirliğine dayalı grup çalışması ve problem çözme modelinin özellikleriyle ilgili bilgilendirme yapılmıştır. Bu gruptaki oryantasyon çalışmasında yapılanlar maddeler halinde aşağıda verilmiştir:

1. İlk toplantı saatinde, yürütülecek olan çalışmanın amacından bahsedilmiştir.
2. Araştırma kapsamında benimsenecek Polya'nın problem çözme modeli ile ilgili bilgiler aktarılmıştır. Bu süreçte öğrencilere, PDÖ'nün amacı ve Polya'nın problem çözme adımları hakkında bilgiler verilerek örnek bir problem durumunun problem çözme adımlarına göre nasıl çözülmesi gerektiğiyle ilgili bilgilendirme yapılmıştır.
3. İşbirlikli grup çalışması modeli hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Bu amaçla grupların nasıl kurulacağı, çevrimiçi ortamda işbirliği içerisinde nitelikli ve etkin bir grup çalışmasının unsurları, gruptan ve grup üyelerinden çalışma boyunca beklentiler hakkında bilgiler verilmiştir.
4. D1 grubunda yer alan öğrencilerin Temel Matematik-I dersi dönem sonu notları baz alınarak cinsiyet ve başarı seviyesi açısından heterojen olma özelliğine sahip çalışma grupları öğrencilere duyurulmuştur.

5. Asıl çalışma sürecindeki problem çözme oturumlarında Temel Matematik-II dersi kapsamında ele alınan konulara ilişkin problem çözme etkinliklerinin yer aldığı çalışma yapraklarının hazırlandığı bildirilmiştir. Hazırlanan bu etkinliklerin ne amaçla kullanılacağı, özelliklerinin ne olduğu, yönergelerine uygun boş bırakılan kısımların ne şekilde tamamlanması gerektiğiyle ilgili bilgiler aktararak ikinci toplantı saatine başlamadan önce teneffüs arası verilmiştir.

D1 grubuyla yürütülecek olan problem çözme etkinliklerinin çevrimiçi ortamda nasıl uygulanacağını ve bu ortamın teknik özelliklerini anlatmak amacıyla araştırmanın yürütüleceği bilgisayar laboratuvarların birinde ikinci toplantı düzenlenmiştir. Bu toplantı saatinde yapılanlar maddeler halinde aşağıda açıklanmıştır:

1. İlk olarak her bir öğrenciye, uygulamanın gerçekleştirileceği Adobe Connect 8 sisteminde oluşturulan sınıf ortamının özelliklerinin anlatıldığı kullanma kılavuzu dağıtılmıştır (Ek 2).
2. Örnek bir uygulamanın yapılması amacıyla, toplantının gerçekleştirildiği laboratuvardaki bilgisayardan ÇGÇO'ya bağlanılarak bilgisayar ekranındaki görüntü projeksiyon cihazıyla öğrencilere yansıtılmıştır. Açılan sayfada sisteme giriş yapmak için ad ve soyad bilgilerini kullanarak misafir girişi yapmaları gerektiği öğrencilere aktarılmıştır.
3. Gruplar içerisinde gönüllü olarak seçilen bir öğrencinin giriş bilgileri kullanılarak, sisteme giriş yapılmıştır. İlgili öğrenci bilgileriyle sisteme girilmesinin ardından, öğrencilere sistemdeki görüntü ve ses aktarımı, anlık mesajlaşma ve ekran paylaşımı etkinlikleri genel hatlarıyla tanıtılmış ve bunlardan ne şekilde yararlanılacağı hakkında bilgiler verilmiştir. Bu ortamda, görüntü aktarımı için çalışmaların gerçekleştirileceği bilgisayarlarda bir adet kameranın bulunduğu, sohbet ortamındaki ses iletimi için her bir grup üyesine kulaklıklılı mikrofon verileceği belirtilmiştir. İlgili konuya yönelik hazırlanan çalışma yapraklarına sistemden nasıl ulaşılabileceği ve bunların içerdiği yönergelerin nasıl doldurulması gerektiği anlatılmıştır.
4. Çalışma yapraklarındaki yönergelerine verilecek olan cevaplar esnasındaki her öğrenciye bir adet grafik tablet verileceği belirtilerek, bunların yazı ve çizim vb. işlemlerinin gerçekleştirilmesinde kendilerine yardımcı olacağı uygulamalı olarak gösterilmiştir.
5. Gerçekleştirilen toplantıda son olarak grup üyelerine, etkinliklerin tamamlanmasında sürekli iletişim ve tartışma ortamı içerisinde bulunarak grup ruhunu canlı tutmaları gerektiği hatırlatılarak toplantı sonlandırılmıştır.

D2'de Yapılan Çalışmalar:

01.04.2011 tarihinde öğleden sonra yapılan oryantasyon toplantısının birinci bölümü, D2 grubu öğrencilerine yönelik olup ders sorumlusunun da katılımıyla bir saatlik zaman içerisinde gerçekleştirilmiştir.

Bu gruptaki oryantasyon çalışmasında yapılanlar, öğleden önce D1'deki öğrencilerle yapılan toplantının birinci saatinde gerçekleştirilen işlemler ile hemen hemen benzer özellikler taşımaktadır. D2'deki öğrencilere, çalışma kapsamında uygulanacak olan sınıf içi grup çalışması ve problem çözme modeli hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Ayrıca bu aşamada grupların nasıl kurulacağı, sınıf içi ortamda nitelikli ve etkin bir grup çalışmasının unsurları, problem çözme etkinliklerinde grup ve grup üyelerinden çalışma boyunca beklentiler hakkında bilgiler verilmiştir.

3.2.1.3.4. Pilot Uygulama

Yapılacak olan bir araştırmadaki asıl çalışma öncesinde bir ön çalışmanın yapılması; uygulanacak olan etkinlik ve veri toplama araçlarına son şeklinin verilmesi, kullanılacak olan araçların geçerlilik ve güvenilirliğinin kontrol edilmesi ve araştırmacının deneyim kazanması açısından oldukça önemlidir.

Yapılan oryantasyon çalışmalarının ardından, 07.04.2011 tarihinde D1, 08.04.2011 tarihinde D2'deki öğrencilerle olmak üzere ayrı ayrı pilot uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen oryantasyon çalışmalarında, öğrencilerin grup çalışması deneyimini çok sık yaşamadıkları, çevrimiçi ortamda gerçekleştirilecek etkinliklerine karşı tedirgin oldukları gözlemlenmiştir. Bu sebeple, grup çalışmalarına ve gerçekleştirmeleri gereken görevlere alışmalarını sağlamak amacıyla pilot çalışmanın aynı örneklem grubundaki öğrencilerle yürütülmesine karar verilmiştir. Özellikle D1'deki öğrencilerin, grup çalışmalarının gerçekleştirileceği öğrenme yönetim sistemine adapte olmaları ve problem çözümleri esnasında kullanacakları grafik tablet cihazına uyum sağlamaları bu kararın verilmesinde önemli etkenlerden biri olmuştur.

Araştırmanın pilot çalışması, örnek bir problem çözme etkinliği (Ek 3) üzerinde D1'de çevrimiçi, D2'de ise sınıf içi grup çalışması ortamında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, 12'si D1 ve 15'i D2'de olmak üzere toplam 27 öğrenci yer almıştır. D1 ve D2 ortamlarında gerçekleştirilen çalışmalar, araştırmacının ortamlardaki aksaklıkları tespiti amacıyla farklı zaman dilimlerinde başlatılmış olup süreç içerisinde gerçekleştirilen işlemler başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır:

D1'de Yapılan Çalışmalar:

D1'de yürütülen pilot çalışma, 07.04.2011 tarihinde Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde bulunan bilgisayar laboratuvarlarında gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu

çalışmada, her bir grupta yer alan üçer öğrenci, üniversite bünyesinde birbirinden ayrı mesafelerde bulunan bilgisayar laboratuvarlarına konumlandırılmıştır. Bilgisayarlardaki kamera ve ses donanımlarının kontrolünün ardından, gruptaki öğrencilerin her birine grafik tablet cihazı dağıtılmıştır. Gruplara yer alan öğrenciler, kendilerine belirtilen internet adresine bağlanarak isim ve soyad bilgileriyle misafir olarak giriş yapmışlardır. Öğrencilerin sisteme ilk bağlanmalarının ardından, çevrimiçi sistemin kendilerine tanıdığı ses, kamera ve grafik tablet aygıtlarının sorunsuz çalışıp çalışmadığını test ettikleri görülmüştür. Gruptaki tüm üyelerin hazır olduklarından emin olunmasından sonra, ilgili çalışma yaprağı araştırmacı tarafından grup üyelerinin erişimine sunulmuştur. Öğrencilerin problem durumu üzerinde grupça tartışarak problem çözme adımlarına uygun problemi çözmeye başladıkları görülmüştür. Bu esnada gruptaki öğrencilerin yönergeleri doldururken kendilerine verilen grafik tablet cihazını kullanmakta zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Yaşanan bu zorluk karşısında gruptaki bazı öğrencilerin, grafik tabletle yazma becerisi en iyi olan arkadaşına yazma görevini devrettikleri gözlenmiştir. Bu durumda araştırmacı tarafından öğrencilere, grupta yer alan tüm bireylerin grafik tabletle yazma sürecinde ortak katkısının olması gerektiği konusunda uyarılmıştır. Problem durumundaki yönergelerin doldurulması esnasında, grup üyelerinin birbirleri ile iletişim halinde olmaları, yönergelere ait cevabın grupça hemfikir olduktan sonra yazılması gerektiği hatırlatılmıştır.

D2'de Yapılan Çalışmalar:

D2 grubuyla gerçekleştirilen araştırmanın pilot uygulaması, 08.04.2011 tarihinde sınıf ortamında yapılmıştır. Bu grupta yapılan pilot çalışmaya araştırmacı ile birlikte ders sorumlusu da katılmıştır. Grup çalışmaları başlamadan önce grupların, çalışmalarını rahatlıkla yürütebilmesi için sınıf içerisinde farklı mekanlarda bulunmaları sağlanarak her bir grup masasına bir adet ses kayıt cihazı bırakılmıştır. Öğrencilerin, çalışma sürecinde grup içerisinde geçen konuşmaların kaydedileceğini öğrenmeleri üzerine biraz çekinti yaşadıkları gözlenmiştir. Bu durumda araştırmacı, grupta yer alan öğrencilerin problem çözümüne ne oranda katkı sağladığını belirleyebilmek amacıyla bu cihazların bulundurulması gerektiğini, kayıtların sadece araştırmanın verileri olarak kullanılacağı konusunda açıklamada bulunmuştur. Her bir gruba bir tane olmak üzere problem çözme etkinliklerinin yer aldığı çalışma yaprakları gruplara dağıtılarak çalışma başlatılmıştır. Bu esnada ders sorumlusu ve araştırmacı gruplar arasında gezinerek grup çalışmaları esnasında yaşananları gözlemlene fırsatına sahip olmuştur. İlk olarak bu şekilde bir çalışmaya katıldıkları gözlemlenen öğrencilerin, grupça tartışmaktan çekindikleri gözlenmiştir. Bu durumda araştırmacı grup üyelerine, grup çalışmasının doğası gereği verilen görevin grup üyelerince tartışılarak tamamlanması gerektiği hatırlatılıp, problem

durumundaki yönergelerin tamamlanması esnasında grupça tartışıp ortak karar verilmesinin ardından ilgili boşlukların tamamlanması gerektiği bildirilmiştir. Bu hatırlatmadan sonra grup üyeleri çalışmalarını daha bilinçli halde yürüttükleri görülmüştür.

D1 ve D2'de gerçekleştirilen pilot çalışma sonrası elde edilen gözlem verilerinden hareketle, araştırmacı, ders sorumlusu ve alan uzmanlarının katkılarıyla birtakım düzenlemeler yapılmıştır. Yapılan bu düzenlemeler maddeler halinde aşağıda açıklanmıştır:

1. Ders sorumlusu ve gruplarda yer alan öğrencilere, ilgili haftalardaki problem çözme oturumlarının düzenleneceği sınıf ve saatle ilgili hatırlatma yapılması ihtiyacı duyulmuştur.
2. Her iki gruptaki problem çözme etkinliklerinin aynı anda başlatılması gerekliliğinden hareketle; D1'e araştırmacı, D2'ye ise ders sorumlusu grup çalışmalarından sorumlu gözlemci olarak atanmıştır.
3. Konulara yönelik hazırlanan grup çalışması etkinliklerinin tamamlanmasında ön görülen ders saatinin yeterli olacağı düşünülmüştü. Ancak pilot uygulama sonrası, ders öğretmenin görüşlerine danışılarak gerekli konulara yönelik haftalık uygulama saatlerinde düzenlemeler yapıldı.
4. Çevrimiçi grup çalışmasına katılan öğrencilerden gelen dönütler doğrultusunda, öğrencilerin problem durumlarında yazılanları daha net görebilmelerini sağlamak ve öğrenciler arasındaki etkileşimi arttırmak amacıyla, çevrimiçi sistemdeki paylaşım modülünde düzenlemeler yapıldı.
5. Problem durumlarının yer aldığı çalışma yapraklarında, problem cümleleri ve öğrencinin problem çözme adımlarını atmasını sağlayacak yönergeler daha anlaşılır bir yapı verilip, çalışma yapraklarının görünümü sadeleştirildi. Çalışma yapraklarındaki problem durumlarına ait yönergelerde, öğrencilerin kullanması gereken boş alanlar genişletildi. Etkinlik içerisinde bulunan yazı ve resimlere ait biçimlemelerde gerekli düzenlemeler yapıldı.

3.2.2. Uygulama Sürecindeki İşlemler

Pilot uygulama sürecinde gruplarda yapılan çalışmalarda tespit edilen eksiklik ve yanlış anlamaların düzeltilmesinin ardından yapılacak çalışmaya son şekli vererek asıl çalışma sürecine başlanmıştır.

Araştırmanın asıl uygulaması, 2010–2011 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, 18.04.2011–27.05.2011 tarihleri arasında Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi SİNÖ102 kodlu Temel Matematik-II dersini alan Sınıf Öğretmenliği Bölümü 1.sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Ders anlatımlarının gerçekleştirildiği Temel Matematik-II

dersi, Salı günleri iki saat olmak üzere işlenmektedir. Bu ders kapsamında yer alan öğrenciler, D1 ve D2 olmak üzere iki gruba ayrılarak etkinlikler gerçekleştirilmiştir. D1 ortamında çevrimiçi grup çalışması yürütülürken, D2’de sınıf içi grup çalışması yürütülmüştür. Araştırma kapsamında D1’de dört, D2’de ise beş grup ve her bir grupta üçer öğrenci olmak üzere toplam 27 öğrenci yer almıştır.

Araştırmanın asıl uygulama sürecinde ele alınan konulara uygun problem çözme etkinlikleri, ilgili haftalarda her üç gruba aynı tarih ve saatte uygulanmaya başlanmış ancak grup çalışmalarında yürütülen işlemlere göre farklı zaman dilimlerinde sonlandırılmıştır. Problem çözme oturumlarında ele alınan müfredat konularına uygun etkinliklerinin hangi tarihlerde uygulandığıyla ilgili bilgiler Tablo 6’da yer almaktadır.

Tablo 6. Problem çözme etkinliklerinin uygulanma tarihleri

Grup	Konu	Etkinlik Adı	Uygulama Tarihi
D1, D2	Denklemler	Sepetteki elmalar	22.04.2011
	Fonksiyonlar	Galeri	06.05.2011
	Düzgün çokgenlerde alan ölçümleri	Tarla	20.05.2011
	Katı Cisimler ve temel uzaysal geometri	Örümcek	26.05.2011

Gruplardaki asıl çalışma etkinliklerinin tamamlanmasının ardından 27.05.2011 tarihinde, D1 ve D2’deki öğrencilerinin tamamının katılım gösterdiği 80 dk’lık bir zaman diliminde AUPÇS bireysel olarak uygulanmıştır. Asıl çalışma sürecinde D1 ve D2 grubunda ayrı ayrı yürütülen çalışmalar alt başlıklar halinde ayrıntılı olarak aşağıda açıklanmıştır.

3.2.2.1. D1 Grubunda Gerçekleştirilen Uygulamalar

Asıl uygulama sürecinde D1’de yürütülen çalışmalar, 2010-2011 öğretim yılı bahar döneminde Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Bölümü 1.sınıfta öğrenim görmekte olan toplam 12 öğrenciyle yürütülmüştür. D1’de gerçekleştirilen uygulamalar ayrıntılı olarak aşağıda verilmiştir.

D1’de yürütülen etkinlikler, üniversite bünyesinde farklı mesafelerde yer alan üç ayrı bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Bu ortamdaki etkinliklerinin yürütülmesinde görevli olarak araştırmacı yer almıştır. Etkinlikler sırasında gruptaki öğrencilerin her birine, birbirleriyle sesli iletişim kurmaları için kulaklıkları ve problem çözme adımlarını tamamlayabilmeleri için de grafik tablet cihazı dağıtılmıştır. Öğrenciler, oryantasyon çalışmalarında kendilerine belirtilen internet adresine bağlanmalarının ardından, grup

çalışmalarının gerçekleştirileceği çevrimiçi ortama katılmak için ad ve soyad bilgileriyle giriş yapmıştır. Çevrimiçi ortamda bir araya gelen öğrencilerden ilk olarak kendilerine verilen kulaklıklılı mikrofon ve grafik tablet cihazlarının bilgisayara uygun şekilde bağladığından emin olmaları ve bunların düzgün şekilde çalıştığını test etmeleri istenmiştir. Gruptaki tüm üyelerin hazır olduklarının emin olunmasından sonra problem çözme etkinliğinin yer aldığı problem çözme yaprağı araştırmacı tarafından grup üyelerinin erişimine sunularak çalışmalar başlatılmıştır. Bu esnada, Adobe Connect 8 sisteminin sunmuş olduğu kaydetme özelliğinden faydalanılarak, gruptaki çalışmaların başladığı andan bitime kadarki süreçte yaşananlar video şeklinde kayıt altına alınmıştır. Böylece araştırmacı, gruba ait çalışmalar bitse bile video kayıtlarından süreçte yaşananları daha sonradan takip etme ve gözleme şansına sahip olmuştur. Bazı problem durumlarında öğrencilerin, problem çözme adımlarında çeşitli çizim yapma gayreti içerisinde olduğu görülürken, sistemin özelliklerini kullanarak daha görsel ifadeler kullanmayı tercih ettikleri tespit edilmiştir. Ancak çalışmalar esnasında bazı anlarda, öğrencilerin çalıştığı bilgisayar ortamındaki kameranın çalışmaması sebebiyle diğer grup elemanlarına görüntü aktarımı gerçekleşmemiştir. Grup çalışmaları sonrası ilgili bilgisayarda yaşanan bu sorun araştırmacı tarafından düzeltilerek, bir sonraki grup çalışmasında sorunsuz olarak çalışması sağlanmıştır. D1 ortamında yer alan grupların, problem çözme oturumlarına ait etkinlikleri ortalama 45-55 dakikalık bir süre zarfında tamamladıkları tespit edilmiştir.

3.2.2.2. D2 Grubunda Gerçekleştirilen Uygulamalar

Asıl uygulama sürecinde D2 grubunda yürütülen çalışmalar, 2010-2011 öğretim yılı bahar döneminde Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Bölümü 1.sınıfta öğrenim görmekte olan 15 öğrenciyle yürütülmüştür. D2'de gerçekleştirilen uygulamalar ayrıntılı olarak aşağıda verilmiştir.

D2'deki gruplarda yürütülen grupla problem çözme oturumları sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir. Bu gruptaki etkinliklerinin yürütülmesinde görevli olarak ders sorumlusu yer almıştır. Ders sorumlusu, gerçekleştirilecek olan etkinlikle ilgili dokümanları ve ses kayıt cihazlarını araştırmacıdan alarak önceden belirlenen sınıf ortamında grup çalışmalarının yürütülmesi sağlanmıştır. Grup çalışmaları başlamadan önce, grupların çalışmalarını rahatlıkla yürütebilmesi için sınıf içerisinde birbirlerinden belli mesafe uzaklıkta farklı sıralara yerleşmeleri sağlanmıştır. Sınıf içerisindeki öğrenci yerleşimlerine ve her bir öğrencinin problem çözümlerinde kullanacakları kalem, silgi vb. materyalleri yanlarında bulduklarına dair kontroller yapılmıştır. Yapılan son kontrollerden sonra ders sorumlusu, her bir grup sırasına birer tane problem çözme etkinliğinin yer aldığı çalışma yaprağı ve ses kayıt cihazını bırakmasının ardından çalışmanın başladığını

duyurmuştur. Çalışmaların başladığı andan itibaren ders sorumlusu, gruplar arasında gezinerek grup çalışmalarındaki yaşananları gözleme fırsatına sahip olmuştur. Bu esnada grup içerisinde yer alan kimi öğrenciler tartışmalara katılmakta pasif ve çekimser kaldıkları tespit edilmiş ve bu öğrencilerin grup içerisinde düşüncelerini rahatlıkla dile getirmeleri amacıyla teşvik edilmiştir. Böylelikle etkinlikler sırasında yapılan tartışmalarda pasif ve çekingen duran kimi öğrencilerin, grup arkadaşlarının teşvikiyle bir süre sonra tartışmalara katıldıkları ve bu öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla belirtmeleri dikkat çekici nokta olmuştur. Bazı problemlere ait problem çözme adımlarının nasıl tamamlanması gerektiği yönünde ders sorumlusuna sorulan sorularda, direkt cevap verilmemiş ancak kendilerinden o adımda ne beklediğiyle ilgili özet bilgiler aktarmıştır. Bu şekilde D2'deki grupların çalışmalarını ortalama 30-35 dakikalık bir süre zarfında tamamladıkları tespit edilmiştir.

3.2.3. Uygulama Sonrası İşlemler

Araştırma sürecinin son basamağı değerlendirme aşamasıdır. Değerlendirme aşamasında, araştırma kapsamında gerçekleştirilen öğretimin istenilen hedefe ulaşip ulaşmadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Bu aşamada yapılan işlemler değerlendirme başlığı altında aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.2.3.1. Değerlendirme

Araştırmaya ait uygulamaların gerçekleştirilmesi sonrası ilk olarak, D1 ve D2'deki grup çalışmaları esnasında kayıt altına alınan diyalogların deşifre edilmesi neticesinde ortaya çıkan konuşma metinleri, söylem analizi tekniği ile analiz edilmiştir. Böylelikle, problem çözme oturumlarındaki grup çalışmaları sürecinde, problem çözme adımlarına ait çözüm sürecinde grup üyeleri arasındaki sosyal etkileşim sonucu ortaya çıkan söylemler tespit edilmiştir. İkinci olarak, asıl uygulama kapsamında gerçekleştirilen problem çözme oturumları sonrası D1 ve D2 ortamlarında yer alan öğrencilerin tamamına bireysel olarak AUPÇS uygulanmıştır. Öğrencilere ait AUPÇS belgeleri doküman analizi tekniğiyle incelenmiştir. Bu yolla, öğrencilere ait problem çözümlerinde Polya'nın problem çözme adımları boyunca ortaya koydukları davranışlar ortaya konulmuştur. Bu aşamada son olarak D1 ve D2'deki grupları temsil edeceği düşünülen dörder öğrenciyle iki problem üzerinde klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Doküman analizi tekniğiyle analiz edilen klinik mülakat verileriyle, D1 ve D2 ortamlarında yürütülen grupla problem çözme oturumları sonrası problem çözme sürecindeki davranışlarının değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

Verilerin analizi sonucu ortaya çıkan bulgular yorumlanarak araştırmanın alt problemleri dahilinde fikir elde edilmeye çalışılmıştır.

3.3. Araştırmanın Örnekleme

Bu araştırmaya 2010-2011 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği programı birinci sınıfta öğrenim gören 27 öğrenci katılmıştır. Gerek akademik başarı gerekse cinsiyet değişkenleri bakımından heterojenlik koşulu dikkate alınarak belirlenen örneklem grubu; çevrimiçi grup çalışmalarının gerçekleştiği D1 (N=12) ve sınıf içi grup çalışmalarının gerçekleştiği D2 (N=15) olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Araştırmadaki D1 ve D2'deki öğrenci sayıları ve cinsiyete göre dağılımı Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. D1 ve D2 ortamlarındaki öğrencilerinin demografik özellikleri

Gruplar	D1		D2		Toplam
	N	%	N	%	
Cinsiyet					
Kız	7	58	8	53	15
Erkek	5	42	7	47	12
Toplam	12	100	15	100	27

Tablo 7 incelendiğinde, D1 grubunun %58'ini kız ve %42'sini erkek öğrencilerin oluşturduğu 12 ve D2 grubunun %53'ünü kız, %47'sini erkek öğrencilerin oluşturduğu 15 olmak üzere toplam 27 öğrenci araştırmanın asıl uygulamasına katılmıştır.

Araştırmada belirlenen grupların denkliliğini ortaya koymak amacıyla çalışma öncesi, öğrencilerin 2010-2011 eğitim-öğretim yılı güz dönemi Temel Matematik-I dersi dönem sonu notlarının karşılaştırılması Mann-Whitney U testiyle yapılmış ve sonuçlar Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8. D1 ve D2 ortamlarındaki öğrencilerinin matematik notlarının karşılaştırılması

Gruplar	N	\bar{x}	ss	sd	X^2	p
D1	12	71,08	6,41	26	,148	,863
D2	15	69,67	10,28			

Tablo 8'deki verilere göre, D1 ve D2 grubundaki öğrencilerinin Temel Matematik-I dersi dönem sonu notları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olmadığı belirlenmiştir ($F_{(26)}=,148$; $p>0,05$). Bu sonuca göre, çalışma öncesinde grupların matematik dersi başarı durumlarının birbirine yakın olduğunu söylemek mümkündür.

3.4. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın problemi kapsamında iki alt problem değerlendirilmektedir. Bu alt problemlerden birincisi D1 ve D2'deki grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığını betimlemek, ikincisi ise D1 ve D2 ortamlarında problem çözme etkinliklerine katılan öğrenciler arasında Polya'nın problem çözme adımlarını atma bakımından farklılıkları ortaya koymaktır.

D1 ve D2'deki problem çözme oturumları esnasında gruptaki öğrencilerin problem çözme adımlarına uygun çözüm süreçlerinin takibi ve grup üyeleri arasındaki etkileşim düzeylerinin belirlenmesinde gözlem ve söylem analizi tekniklerinden faydalanılmıştır. Problem çözme oturumları sonrası uygulanan problemlerde öğrencilerin problem çözme süreçleri hakkında değerlendirmede bulunmak amacıyla test ve doküman inceleme tekniklerinden yararlanılmıştır. Bunun yanı sıra klinik mülakat tekniğinden faydalanılarak, uygulamalar sonrası D1 ve D2'deki öğrencilerin problem çözme davranışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bölümde, çalışmada kullanılan veri toplama araçları ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.4.1. Test Tekniği

Test, bir kimsenin, bir topluluğun doğal veya sonradan kazanılmış yeteneklerini, bilgi ve becerilerini ölçmeye ve anlamaya yarayan sınama ya da sınavlar olarak tanımlanmaktadır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2005). Testler; açık uçlu testler, çoktan seçmeli testler, sınıflama testleri, kısa cevap gerektiren testler ve iki aşamalı testler olmak üzere beş alt başlıkta toplanabilirler (Palmer, 1988). Yapılan çalışmada öğrencilerin sistematik problem çözme becerisini ne düzeyde kazandıklarını belirlemek amacıyla Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS) geliştirmiştir. AUPÇS ile ilgili ayrıntılı bilgiler aşağıdaki alt başlık dahilinde verilmiştir.

3.4.1.1. Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS)

Asıl uygulama kapsamında D1 ve D2'de gerçekleştirilen problem çözme oturumlarında gruplara yöneltilen çalışma yapraklarında, öğrencilerin problem çözme adımlarına uygun cevaplar verebilmeleri ve bu sistematığı kazandırma adına ilgili

yönergelere yer verilmiştir. Araştırma kapsamındaki öğrencilerin, asıl uygulamadaki çalışmalar kapsamında problem çözme adımlardan faydalanarak problem çözme yeterliliğinin ne düzeyde kazanıldığını ortaya koymak amacıyla, grupla problem çözme oturumları sonrası öğrencilere problem çözme adımlarıyla ilgili yönergelerin yer almadığı açık uçlu problemlerden oluşan sınav uygulanmıştır. Böylelikle, AUPÇS'deki problemlere D1 ve D2'deki öğrencilerin ortaya koyduğu çözümlerde, problem çözme adımlarına hangi düzeyde yer verildiğiyle ilgili bulguların elde edilmesi amaçlanmıştır.

AUPÇS, asıl uygulama kapsamındaki problem çözme oturumlarında ele alınan; Denklemler, Fonksiyonlar, Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri ve Katı Cisimler ve Uzay Geometrisi konularından birer tane olmak üzere toplam 4 problemden oluşmaktadır. AUPÇS'de yer alan problemler araştırmacı ve ders sorumlusu birlikte hazırlamıştır. Problemler hazırlanırken öğrencilerin seviyeleri, konular ve çalışmanın amacı ölçüt olarak alınmıştır. Ele alınan konulara yönelik geliştirilen bu sınav, açık uçlu sorulardan oluştuğu için güvenilirlik katsayısı hesabı yapılmamış, uzman görüşlerine başvurularak kapsam geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Bu amaçla matematik eğitimi alanında görevli KTÜ Fatih Eğitim Fakültesi'nde iki, AÇÜ Eğitim Fakültesi'nde bir öğretim elemanı tarafından problemler incelenmiş ve görüşleri alınmıştır. Yapılan incelemeler sonucu, problem yapılarındaki eksiklik ve yanlış anlamaya sebep olabilecek ifadelerin düzeltilmesi gerektiği ortaya çıkarılmıştır. Verilen dönütler doğrultusunda problem ifadelerinde gerekli düzenlemeler yapılarak nihai AUPÇS formu oluşturulmuştur (Ek 4).

3.4.2. Gözlem Tekniği

Gözlem, herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Araştırmacı gözlem tekniğiyle doğal ortamlarında olayların nasıl gerçekleştiği ve insan davranışları hakkında bilgi edinebilmektedir (Çepni, 2005; Karasar, 2005; Yıldırım ve Şimşek, 2006). Gözlemin önemli bir katkısı da verilerin güvenilirliğinin artırılmasıdır (Çepni, 2005).

Gözlem türleri, gözlemin gerçekleştiği ortam ya da çevrenin özelliği dikkate alınarak katılımlı ve katılımsız gözlemler şeklindedir (Çepni, 2005; Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Katılımlı gözlemlerde araştırmacı, araştırılan toplum ya da bireylerin yaşamlarına girerek birinci elden veri toplar ve veri kaynaklarına katkı sağlamaya çalışır (Çepni, 2005). Katılımsız gözlemde, araştırmacının sadece gözlemci olduğu, gözlem yapmış olduğu ortamda kimliğini ve araştırmanın konusunu gizlemeden yapmaya çalışır (Çepni, 2005). Bu çalışmada araştırmacı, gruplardaki problem çözme oturumlarında gerçekleşen durum ya da olaylara müdahalede bulunmadan gözlemde bulunmuştur. Bu bakımdan D1 ve D2'deki grup çalışmalarında öğrencilerin; problem çözme süreçlerini nasıl yaşadıkları,

grupla problem çözüme esnasında neler yaptıklarını ve grup üyeleri arasında hangi etkileşim düzeylerinin yaşandığını belirlemek amacıyla araştırmacı katılımsız gözlemci rolüyle süreci resmetmeyi amaçlamıştır.

Gözlemede önemli olan, gözlenecek ortam ve olayların değişmemesi ve birebir kaydedilmesidir. Bu noktadan hareketle ses ve video kayıtları aracılığıyla gerçekleştirilen gözlemler, süreçte yaşanan olayların ayrıntılı bir biçimde tasvir edilmesine imkan sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005; Cohen, Manion ve Morrison, 2005). Yıldırım ve Şimşek (2005:189) film ve video dokümanlarının araştırmacılara sunduğu avantajlardan birinin; sözel olmayan davranışları, orijinal formunda ve belirli bir süreklilik içinde sunması, ikincisinin de değişik aralıklarla aynı davranışları izleme olanağı vermesi olduğunu vurgulamaktadır. Çevrimiçi gruplardaki etkinliklerin yürütülmesinde yaşanan problem çözüme süreçleri, Adobe Connect programının sunmuş olduğu ses ve görüntü kaydetme özelliği sayesinde flv video formatında kayıt altına alınmıştır. D2 grubunda yürütülen sınıf içi grup çalışmalarında gruplardaki öğrenciler arasında yaşanan konuşmalar ise her bir grup masasına bırakılan ses kayıt cihazı ile mp3 ses formatında kaydedilmiştir. Böylelikle gruplardaki problem çözüme oturumlarında yaşanan problem çözüme aşamaları tekrar tekrar takip edilmiş, öğrencilerin problem çözüme süreçleri üzerine odaklanılmış ve ilgili notların alınması sağlanmıştır.

Araştırma kapsamında yapılan gözlemler yarı yapılandırılmış gözlem formu kullanılarak yürütülmüştür. Gözlemler esnasında kullanılan bu araçlar ile ilgili ayrıntılı bilgiler aşağıdaki alt başlık dahilinde verilmiştir.

3.4.2.1. Gözlem Formunun Geliştirilmesi

Problem çözüme gruplarında neler yaşandığı, gruplara ait problem çözümlerinde sistematik adımlara ne düzeyde yer verdikleri ve gruplardaki öğrencilerin nasıl tepkide buldukları betimlemek amacıyla gözlem formu kullanılmıştır. Gruplara ait problem çözüme oturum kayıtlarından takip edilerek elde edilen gözlem notları, araştırmacı tarafından geliştirilen yarı yapılandırılmış gözlem formuna işlenmiştir. Gözlem formu oluşturulurken konu ile ilgili literatür taraması yapılmış ve problem çözüme ortamlarında kullanılan gözlem formlarının kullanıldığı araştırmalar incelenmiştir (Baki, 2006; Karataş, 2008, Tekedere, 2009). Nihai olarak geliştirilen gözlem formu, Polya'nın problem çözüme sürecine ait; problemi anlama, plan hazırlama, uygulama ve değerlendirme kısımlarından oluşmakta olup her bir aşamada öğrencilerin ortaya koyabileceği yeterli düzeyleriyle ilgili seçenekler yer almaktadır (Ek 5). Öğrencilerin çalışmalar esnasındaki davranışlarını gerçekleştirme düzeylerine ilişkin ayrıntılar, formda yer alan açıklama sütunu altında nitel olarak işlenmiş ve bu gözlemler kullanılan gözlem formu ile desteklenmiştir.

Hazırlanan gözlem formu, öncelikle araştırmanın yürütülmesi esnasındaki geliştirme aşamasında öğrenci gruplarında yaşanan problem çözme ortamlarını gözlemlemek amacıyla pilot uygulama esnasında kullanılmıştır. Asıl çalışma sürecinde, öğrencilerin problemleri çözerken problem çözme aşamalarını nasıl yaşadıklarını, problem çözme adımlarında hangi stratejileri kullanmayı tercih ettiklerini belirlemede yardımcı olmuştur.

3.4.3. Söylem Analizi Tekniği

Sosyolojik bakış açısı temelinde söylem, herhangi bir olguyu belli bir şekilde temsil etme ve diğer olgular arasında olan ilişkileri betimleme biçimidir (Baş ve Akturan, 2008). Söylemler, belirli bir zaman dilimi içerisinde, topluluk ortamında yer alan bireyler arasında ortaya çıkan ve diğer insan grupları arasındaki ilişkiler sonucu gelişen fikirleri, bilgileri ve ifadeleri içermektedir (Punch, 2005'den aktaran: Çelik ve Ekşi, 2008). Söylemler, bireylerin sosyal bağlamda anlam oluşturmak için dilsel malzeme setleri olarak kabul edilebilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2005). Bu bağlamda kişiler arasında yaşanan diyalog, söylem ya da cümlelerde anlatılmak istenileni ortaya koymak amacıyla bu ifadelerin analiz edilmesi gerekmektedir.

Söylem analizi, söylenen cümlelerin anlamını, gerçek değerini ve anlatılmak isteneni ortaya çıkarmaktır (Hearthfield, 1996). Söylem analizi "Kim ne söylüyor?" sorusunun araştırılmasından ziyade, söylemlerdeki farklı bakış açılarını ortaya çıkarmada önemli çıkarımlar sunmaktır (Baş ve Akturan, 2008). Bu açıdan bakıldığında gerçekleştirilmesi planlanan söylem analizi yönteminde, söylemin formundan ziyade o ifadenin altında yatan anlamların incelenmesi gerekmektedir. Söylem analizinde bireysel ve bireyler arasında geçen farklı tür ve düzeydeki söylemler analiz edilir, anlam alış-verişlerinin ayrıntıları üzerinde durulur. Böylelikle söylem analizi, ele alınan problemlere yönelik kesin çözümler sunmayı değil probleme yukarıdan bakan, daha kavrayıcı bir bakışla probleme ilişkin derin algılamaya imkân sağlar (Baş ve Akturan, 2008).

Bu çalışma kapsamında da söylem analizi tekniğinden, D1 ve D2'de yer alan gruplardaki öğrencilerin problem çözme sürecine yönelik grup içi sosyal etkileşim durumlarının incelenmesi amacıyla faydalanılmıştır. Grup içindeki öğrenciler arasında ortaya çıkan söylemler, işlevsel özelliklerine bağlı olarak kullanılan dil ve bunların meydana getirdiği çıktılar açısından incelenmiştir. Bu amaçla gerek çevrimiçi gerekse sınıf içi ortamlarındaki problem çözme oturumları esnasında gruplardaki öğrencilerin birbirleri arasındaki söylemlerini işlevlerine göre sınıflamak amacıyla Söylem Belirleme Formu geliştirilmiştir. Bu formun geliştirilme aşamaları aşağıdaki başlık altında açıklanmıştır.

3.4.3.1. Söylem Belirleme Formunun Geliştirilmesi

Grup çalışmaları sürecinin etkililiğini değerlendirmek amacıyla grup üyelerinin ortaya koymuş olduğu davranışlar ile birbirleri arasındaki söylemlerinin değerlendirilmesi gerekmektedir. Söylem incelemesi yapılırken bazı aşamalar takip edilmelidir. Uğurel (2010) bu aşamaları; örneklem seçimi, kayıt ve belgelerin toplanması, yazıya dökme, kodlama, analiz ve raporlaştırma şeklinde ifade etmiştir.

Bu amaçla ilk olarak, D1 ve D2 ortamlarında yürütülen problem çözme oturumlarına ait grup çalışması kayıtları ele alınmıştır. Söylem analizine tabi tutulacak grup çalışması verileri çevrimiçi ortamda video, sınıf içi ortamda ise ses olarak kayıt altına alınmıştır.

İkinci aşamada, grup çalışmaları sürecinde grup üyeleri arasında geçen konuşmaların yazıya dökülmesi işlemleri gerçekleştirilmiştir.

Üçüncü aşamada, grup üyeleri arasındaki konuşmaların yazılı hale dönüştürülmesiyle elde edilen verilerin çözümlenmesi amacıyla kodlama ve analiz işlemleri bir arada yürütülmüştür. Bu durumda öğrencilerin birbirleri arasındaki diyalogları esnasında ortaya koydukları söylemler belirli başlıklar altında incelenmelidir. Edwards ve Lampert (1993'den aktaran: Uğurel, 2010), söyleme yönelik araştırmalarda kodlama için temelde iki aşamadan bahsetmektedir. Belli bir araştırmada söylemlerin analizine yönelik kodlama(lar) araştırmacının kendisi tarafından çalışmasına özgü geliştirilebileceği gibi belli bir teorik çerçeveye dayanan ya da başka bir araştırmada kullanılan yararlanma biçiminde de olabilmektedir (Uğurel, 2010). Bu amaçla ilk olarak, yazılı haldeki öğrenci konuşmaları analiz edilerek söylemlerin özelliklerini yansıtan ilgili kategoriler oluşturulmuştur. Ardından, literatürde gerek çevrimiçi (Garrison, Anderson ve Archer, 2000; Jonassen ve Kwon, 2001; Soller, 2001; Cho ve Jonassen, 2002; Herring, Das ve Penumathy, 2005; Haşlamam ve diğerleri, 2008; Liu ve Tsai, 2008; Kalelioğlu ve Gülbahar, 2010) gerekse sınıf içi (Sucuoğlu, 2003) grup çalışmalarında öğrenci etkileşimlerini belirlemede söylem analizi metodunu benimseyen araştırmacıların ortaya koymuş olduğu çalışmalar incelenmiştir. Her iki aşamada elde edilen verilere dayalı olarak öğrenci tartışmalarında geçen söylemlerin "Bilişsel Faktörler" ve "Duyuşsal Faktörler" şeklinde iki boyut altında ele alınmasına karar verilmiştir (Van de Wella, 1989). Öğrencilerin ortaya koymuş olduğu söylemlerden; problem çözümünde grup üyelerinin birbirlerine katkı sağlama, danışma, destek sunma ile ilgili 6 söylem Bilişsel Faktörler, grupla çalışma becerileri ile ilgili 6 söylem ise Duyuşsal Faktörler başlığı altında toplanmıştır. Gruplara ait problem çözme oturumlarındaki öğrenci etkileşimlerinin analizi sonucu ilgili başlık altında ortaya çıkan söylemler, açıklamaları ve örnek cümleler Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Problem çözme oturumları esnasında ortaya çıkarılan söylemlere ait açıklama ve örnek cümleler

Boyut	Söylem	Açıklama	Örnek
Bilişsel Faktörler	Gruba danışma (GD)	Problemle ilgili grup üyelerine soru sorma	- ... ne şekilde açıklamamız gerekir? - ... sen nasıl düşünüyorsun?
	Açıklama yapma (AY)	Grup üyelerinin problemle ilgili fikirlerini söylemesi	- ... yani Ali Bey eğer İhsan Bey'in satmak istediği kısımları alırsa ne kadarlık bir alan almış olacak. - ... bu soruda TCB ve TDA 'nın alanlarının toplamını soruyor.
	Öneri sunma (ÖS)	Grup üyelerinin problem hakkında fikirlerini söylemesi	- ... bence üçünün payına düşen elmaları toplayıp toplam elmadan çıkartalım. - ... en kısa mesafeden gitmesi için küpü açmalıyız.
	Karşıt fikir sunma (KFS)	Grup üyesinin problem hakkında alternatif önermesi	- ... bilinmeyenli ifadeleri bu aşamada değil de plan hazırlama kısmında yer versek. - ... bence toplam maaşa x deseydik daha kolay ifade edebilirdik.
	Grup arkadaşlarına karşı gelme (GAKG)	Grup içinde ortaya atılan fikirlere karşı gelinmesi	- ... Ali'nin payına düşeni bulduktan sonra 8x'den çıkarmadık mı? Bir daha çıkarmamıza gerek yok ki. - ... hayır, bunu yazmamıza gerek yok arkadaşlar.
	Grup arkadaşlarını onaylama (GAO)	Grup üyesinin yaptıkları veya söylediklerinin diğer üyelerce onaylanması	- ... evet aynen öyle. - ... tamam anladım doğru diyorsun.
Duyuşsal Faktörler	Grubu organize etme (GOE)	Grup üyelerinin grubu yönetmeye çalışması	- ... herkesin bir dakikalık süreyle düşünmesini istiyorum. - ... problemi doğru olarak anladığımızdan hem fikir miyiz arkadaşlar?.
	Kaygılanma (K)	Grup çalışmaları esnasında üyelerce yaşanan kaygı	- ... oranın uzunluğunu nasıl bulacağız ki? Benzerlik kuralını uygulasak da çıkmaz. - ... Formülü yazarken arka sayfaya dönmem gerekiyor, onun için hızlı yazamıyorum.

Tablo 9'un devamı

Grup çalışmasına teşvik etme (GÇTE)	Grup üyelerinin birbirlerini çalışmaya katılması yönünde teşvik etmesi	- ... herkesin bir dakikalık süreyle düşünmesini istiyorum. - ... arkadaşlar problemi okudunuz mu? Ne anladık peki?
Eyleme geçilmesini isteme (EGİ)	Problem çözümüne ilişkin grup üyelerinin çalışmaya zorlanması	- ... a şikkına yönelik hazırladık şimdi de b şikkı için plan hazırlayalım. - ... hazırladığımız plana uygun çözelim o zaman soruyu.
Ortak karar verme (OKV)	Grup üyelerinin çalışmaları süresince birlikte karar vermeleri	- ... böylelikle bulduğumuz sonucu sağlamış olduk. - ... planın bu şekilde hazırlanmasında benim açımdan da problem yok, sonuçta grup olarak karar verdik.
Birbirini takdir etme (BTE)	Grup üyelerinin yaptıkları veya söylediklerinden ötürü birbirlerinin övmesi	- ... bence gayet güzel bir iş çıkarttık arkadaşlar. - ... oradaki eksiki iyi yakaladın, helal sana.

Son olarak hazırlanan taslak form Türkçe eğitimi alanında uzman bir kişiye inceltirilerek formun kapsam geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Gerekli düzenlemelerin yapılmasının ardından nihai Söylem Belirleme Formu (Ek 6) oluşturulmuştur.

3.4.4. Doküman İncelemesi Tekniği

Doküman incelemesi, araştırılan probleme ilişkin bilgi içeren yazılı ve görsel materyallerin analizini kapsar (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu özelliği dikkate alınarak doküman inceleme metodu, resmi ya da özel kayıtların toplanması, sistematik olarak incelenmesi ve değerlendirilmesinde yararlanılan bir metot olarak tanımlanmaktadır (Ekiz, 2003). Ayrıca bu metot, nitel araştırmalarda gözlem ve mülakatla birlikte kullanılarak verilerin çeşitlendirilmesi ve araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğinin artırılması için kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Baş ve Akturan, 2008).

Bu çalışma kapsamında da doküman inceleme metodundan, D1 ve D2 ortamlarında problem çözme etkinliklerine katılan öğrenciler arasında Polya'nın problem çözme adımlarını atma bakımından farklılıkları ortaya koymak amacıyla kullanılmıştır. Böylelikle gruplara ait problem çözümlerinin geçerlilik ve güvenilirliği sağlanmıştır. Bu amaçla öğrencilerin problem çözümleri sürecinde problem çözme adımlarına verdikleri cevapları

değerlendirmek amacıyla Problem Durumu Değerlendirme Formu (PDDF) geliştirilmiştir. Problem Durumu Değerlendirme Formu'nun geliştirilme aşamaları aşağıda açıklanmıştır.

3.4.4.1. Problem Durumu Değerlendirme Formunun Geliştirilmesi

Doküman incelemesi yapılırken bazı aşamaların izlenmesi gerekir. Bu aşamaları Foster (1995), dokümana ulaşma, orijinalliğini kontrol etme, dokümanları anlama, veriyi analiz etme ve veriyi kullanma şeklinde ifade etmiştir. Doküman incelemenin dokümana ulaşma, orijinalliğini kontrol etme, dokümanları anlama aşamaları daha çok tarihi belgeleri incelemede kullanıldığı için bu araştırmada dikkate alınmamıştır. Bu çalışmada daha çok doküman incelemenin problem çözümlerini analiz etme ve problem çözme adımlarını kullanmadaki yeterlilik düzeyleri dikkat edilmeye çalışılmıştır.

Çalışmada ilk olarak AUPÇS'ye ait dokümanlardaki problem çözümlerinde inceleme yapılmasına karar verilmiştir. İkinci aşamada, Polya'nın problem çözme adımlarında yer alması gereken özellikler çeşitli literatür taraması çalışmaları sonucu belirlenmiştir. Üçüncü aşamada, belirlenen özellikler listelenmiş ve aynı özelliği ifade eden maddeler çıkarılmıştır. Dördüncü aşamada, belirlenen özelliklerin karşısına; Yeterli, Kısmen Yeterli, Yetersiz ve Boş kategorileri yerleştirilmiştir. Bu kategorilerin oluşturulması aşamasında aşağıda belirtilen kriterler baz alınmıştır:

1. Problemi anlama aşamasında öğrenci, problemi tam olarak anladı ise yeterli, problemin bir parçasını anladı ise kısmen yeterli, problemi anlamamış ise yetersiz, problemi anlama kısmını tamamlamadı ise boş,
2. Plan hazırlama aşamasında öğrenci, çözüme ulaştıracak uygun bir strateji belirlemiş ise yeterli, çözüme yardımcı olacak stratejinin tamamının değil de sadece bir kısmını belirlemiş ise kısmen yeterli, uygun olmayan bir strateji belirlemiş ise yetersiz ve çözüme yönelik herhangi bir hazırlık yapmamış ise boş,
3. Planı uygulama aşamasında öğrenci, doğru çözüme ulaşmış ise yeterli, bir kısmı doğru olan çözüm yapmış ise kısmen yeterli, yanlış bir çözüm yapmış ise yetersiz, herhangi bir çözümde bulunmamış ise boş,
4. Değerlendirme aşamasında öğrenci, bulmuş olduğu sonucu mantıksal olarak doğrulamış ise yeterli, sonucu kısmen doğrulamış ise kısmen yeterli, sonucu yanlış doğrulamış ise yetersiz, herhangi bir doğrulama girişiminde bulunmamış ise boş

olarak nitelendirilmiştir. Beşinci aşamada hazırlanan taslak ölçek matematik ve Türkçe eğitimi alanında uzman birer kişiye inceletirilmiş ve geliştirilen ölçeğin kapsam geçerliliği

sağlanmaya çalışılmıştır. Gerekli değişikliklerin yapılması sonrası nihai Problem Durumu Değerlendirme Formu (Ek 7) hazırlanmıştır.

3.4.5. Klinik Mülakat Tekniği

Öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla öğrenciyle karşılıklı yapılan görüşmeler, klinik mülakat olarak tanımlanmaktadır. Clement (2000) klinik görüşme ile bireylerin fikir ve anlamadaki zihinsel süreçler hakkında veriler toplanabileceğini, analiz edilebileceğini, bireyin düşüncesindeki saklı bulunan yapı ve yöntemleri ortaya çıkarılabileceğini iddia etmektedir. Matematik eğitimindeki araştırmalarda, öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözleme ve bu gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel süreçlerini ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikleri belirlemede klinik mülakatlar kullanıldığı belirtilmiştir (Goldin, 1998).

Problem çözme sürecinde yararlanılan klinik mülakatlarda, öğrencilerin stratejileri gözlemlenebilir ve öğrencinin problem çözme stratejileri tanımlanabilir veya diğer öğrenciler ile karşılaştırılabilir (Karataş ve Güven, 2003). Klinik mülakatlar öğrencilerin ne yaptığının yanında daha çok nasıl yaptıkları ve niçin yaptıkları ile ilgilenir. Klinik mülakatta yer alan sorulara verilen yanıtlarla öğrencilerden cevabı nasıl bulduklarını ve çözüm süreçlerini niçin seçtikleri ile nasıl karar verdikleri konularında derinlemesine veriler elde etmek mümkündür.

Bu çalışmada yürütülen problem çözme oturumları sonrası, öğrencilerin problem çözme adımlarını ne derece gerçekleştirdiklerini belirlemek için D1 ve D2 ortamındaki gruplardan o grubu temsil edebilecek şekilde rastgele dörder öğrenci seçilerek klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Seçilen öğrencilerin problemin çözümünde ne yaptığını açıklayabilecek yeterlikte olmasına dikkat edilmiştir. Gerçekleştirilen klinik mülakat için iki problem hazırlanmıştır (Ek 8). Bu problemlerin seçiminde öğrencilerin seviyelerine ve problem çözme becerilerinin belirlenmesine fırsat tanınmasına dikkat edilmiştir. AUPÇS'de olduğu gibi, problem çözme adımlardan faydalanarak çözüm gerçekleştirmenin ne düzeyde kazanıldığını ortaya koymak amacıyla hazırlanan klinik mülakat sürecindeki problemlerde, problem çözme adımlarıyla ilgili yönergelere yer verilmemiştir. Klinik mülakatta, öğrencilerin verdikleri cevaplarla araştırmacı arasında geçen diyaloglar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve araştırmacının verileri olarak kullanılmıştır. Klinik mülakat kapsamında öğrencilere yöneltilen problemlerle ilgili ayrıntılı açıklamalar aşağıda verilmiştir.

3.4.5.1. Duraklar

“Duraklar” isimli çalışma yaprağında hız problemlerine yönelik bir soruya yer verilmiştir. Bu problemde, Hamdi adındaki bir çalışanın sabahları işine gitmek için servis aracını kullandığı ve evinin iki tarafında servis aracının çalışanları almak için durakladığı duraklara olan uzaklığının oranları ve servis aracının hız bilgileri verilmektedir. Hamdi Bey evinden çıktığında hangi durağa yürürse yürüsün servis aracıyla aynı anda duraklarda bulunmasına bağlı olarak öğrencilerden Hamdi Bey’in yürüme hızını bulmaları istenmektedir. Verilen problem durumu içerisinde yer alan bilgilerden hareketle öğrencilerin bu etkinlikte, denklem kurma ve oluşturulan denklemi çözerek sonuca ulaşma stratejilerini nasıl kullandıkları ölçülmek istenmiştir. Hız probleminden hareketle denklem oluşturma kazanımının vurgulandığı bu problemde öğrencilerden, sistematik adımlarına uygun problem çözme becerilerinin belirlenmesine çalışılmıştır.

3.4.5.2. Kira

“Kira” isimli çalışma yaprağında yüzde problemlerine yönelik bir soruya yer verilmiştir. Bu problemde belli sayıdaki arkadaş grubunun, kiraladıkları evin sahibinin yapmış olduğu kira artışına bağlı olarak ay sonunda ödemeleri gereken kira bedeliyle ilgili bir takım bilgiler verilmektedir. Ev sahibi evini kiralayacak kişi sayısına göre yapmış olduğu kira ücreti değişikliklerine bağlı olarak öğrencilerden, beş kişilik arkadaş grubunun ay sonunda ödemeleri gereken kira bedelinin ne kadar olduğunu bulmaları istenmektedir. Yüzde kavramından hareketle problem çözebilme kazanımının vurgulandığı bu problemde öğrencilerden, sistematik adımlarına uygun problem çözme becerilerinin belirlenmesine çalışılmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Bu başlıkta çalışmada kullanılan veri toplama araçlarının nasıl analiz edileceği sunulmuştur. Çalışmanın verileri; “Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS)”, “Doküman İncelemesi”, “Söylem İncelemesi”, “Gözlem” ve “Klinik Mülakat” teknikleri kullanılarak toplanmıştır. Çalışma kapsamında kullanılan her bir veri toplama aracının analizi başlıklar halinde ayrıntılı olarak aşağıda verilmiştir.

3.5.1. Açık Uçlu Problem Çözme Sınavından Elde Edilen Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında D1 ve D2’deki gruplarda ele alınan problem çözme oturumları sonrası, gruplardaki öğrencilerin problem çözme süreçlerini incelemek amacıyla AUPÇS uygulanmıştır. Gruplardaki problem çözme oturumlarında ele alınan

problemlere ait müfredat konularından benzer problemlerin yer aldığı bu sınavda, öğrencilerin problem çözme adımlarına uygun verdikleri cevaplarda tercih ettikleri stratejiler ve bunların yeterlik düzeyi belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla öğrencilere ait AUPÇS kâğıtları doküman analizi kapsamında incelenmiştir. Buna göre ilk olarak, öğrencilerin problem çözme adımını cevaplama sürecinde tercih ettikleri stratejiler tespit edilmiştir. Bu stratejilerin belirlenmesinde Altun (2005) ve Emre (2008)'in çalışmaları göz önünde bulundurulmuştur. İlgili adımların çözümünde faydalanılan stratejilerin tespitinin ardından bunlar sınıflandırılıp gerçekleştiren öğrenci sayıları tablolar halinde sunulmuştur. Bu işlemler sonrası ikinci olarak, öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerde Polya'nın problem çözme adımlarına uygun gerçekleştirdikleri çözümler PDDF'de yer alan kriterler doğrultusunda yorumlanmış ve çözüm sürecine ait örnek kesitler sunulmuştur.

3.5.2. Gözlem Verilerinin Analizi

D1 ve D2'deki yer alan gruptaki problem çözme oturumlarında hangi süreçlerin yaşandığını belirlemek amacıyla grupların problem çözümlerini gerçekleştirmeleri sürecindeki video ve ses kayıtlarının takibiyle gözlemler yapılmıştır. Grup çalışmalarının D1'de video ve D2'de ise ses kaydı şeklinde kayıt altına alınmasıyla, problem çözme oturumları sürecinde gerçekleştirilen etkinliklerin araştırmacı tarafından tekrar tekrar gözlemlene fırsatı yakalanmıştır. Yapılan gözlemlerde, gruptaki öğrencilerin ele alınan problemleri çözerken hangi bilişsel ve duyuşsal becerileri gerçekleştirdikleri, grup içerisindeki sosyal etkileşim sürecinde nasıl iletişim kurdukları, problem çözme adımlarını ne tür tartışmalar neticesinde attıkları tespit edilmeye çalışılmış ve gözlem formu üzerinde gerekli notlar alınmıştır. Gruptaki her bir problem çözme oturumundan elde edilen gözlem verileri içerik analizine tabi tutularak çalışma yapraklarından gerekli alıntılarla örneklendirilip nitel olarak sunulmuştur. Bu aşamada ayrıca, ilgili problem çözme adımını atma esnasında grup üyeleri arasında geçen diyaloglar grup üyelerine verilen kodlar dahilinde sunulmuştur. Örneğin D1-B-2 şeklindeki kodlama; D1'de yer alan B grubuna ait 2. sıradaki grup üyesini temsil etmektedir.

3.5.3. Doküman Verilerinin Analizi

Araştırmanın asıl uygulama aşamasında, D1 ve D2'deki gruba ait problem çözme oturumlarında yöneltilen problem çözme etkinliklerinde, çalışma yapraklarına verilen cevaplar doküman analizi tekniği ile analiz edilmiştir. Öğrencilere ait her bir problem çözme etkinliğini analiz etmek için literatürde var olan kaynaklardan yararlanarak Polya'nın problem çözme adımlarına uygun gerçekleştirilecek çözümlerin yeterlik

düzelelerine ait kriterler belirlenmiş ve problem çözümleri bu kriterlere göre değerlendirilmiştir. Ayrıca bu analiz kapsamında, öğrencilerin problem çözme adımlarını cevaplamada tercih ettikleri stratejiler belirlenerek ilgili stratejiden faydalanan öğrenci sayıları frekansaştırılarak tablolar halinde sunulmuştur.

3.5.4. Söylem Verilerinin Analizi

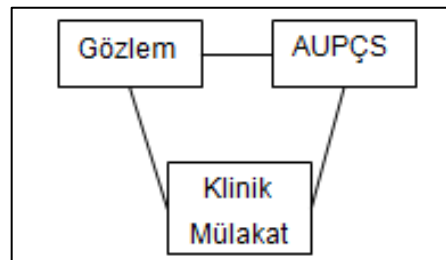
Bu araştırmada, D1 ve D2 ortamında grup çalışması şeklinde gerçekleştirilen problem çözme oturumlarında öğrencilerin birbirleriyle etkileşimi söylem analizi tekniğiyle çözümlenmiştir. Söylem analizinde toplanan verilerin analizi; okuma/sınıflama, yorumlama ve yapılandırma aşamalarını içermektedir (Baş ve Aktuman, 2008). Verilerin çözümlenmesi amacıyla, gruptaki öğrencilerin problem çözme oturumlarına ait elektronik ortamda kayıt altında tutulan söylemleri yazılı hale dönüştürülmüştür. Yazılı halde elde edilen verilerin çözümlenmesiyle gruptaki öğrencilerin problem üzerinde birlikte nasıl çalıştıklarını ve problem çözme adımlarına uygun çözüm gerçekleştirmede birbirleri arasındaki etkileşim durumlarını ortaya çıkartmak amaçlanmıştır. Bu amaçla ilk olarak, grupta problem çözme oturumlarına ait elektronik kayıtlar dinlenerek grup içerisindeki öğrenci diyalogları yazılı hale dönüştürülmüştür. Ardından, geliştirilen SBF'den yararlanarak grup içerisindeki diyaloglarda, bilişsel (gruba danışma, açıklama yapma, öneri sunma, karşıt fikir sunma, grup arkadaşlarını onaylama, grup arkadaşlarına karşı gelme) ve duyuşsal (grubu organize etme, kaygılanma, grup çalışmasına teşvik etme, eyleme geçilmesini isteme, ortak karar verme ve birbirini takdir etme) faktörler altında ortaya konulan söylemler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda, yazılı haldeki verilerde öğrencilere ait söylemler kodlanmış ve bunlar SBF'deki kategoriler altında işaretlenmiştir (Ek 9). Bu kodlama esnasında bir söylemin birden fazla işleve sahip olacağı göz önünde bulundurularak ilgili söyleme ait farklı kategoriler belirlenebilmiştir. Söylemlerin kodlanmasında MAXQDA 10 nitel veri analizi programı kullanılmıştır. Problemlere verilen cevaplar esnasında grup üyeleri arasında ortaya çıkan söylemler örnek öğrenci ifadeleriyle birlikte açıklanmıştır.

3.5.5. Klinik Mülakat Verilerinin Analizi

Çalışma sonunda D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin problem çözme sürecine ait davranışlarını değerlendirmek amacıyla, her iki gruptan belirlenen dörder öğrenciyle iki problem üzerinde klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ve öğrencilerle karşılıklı yürütülen klinik mülakatlarda, problem çözümü esnasında geçen konuşmalar ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Bu esnada öğrencilere, verilen problem durumunda ne

yaptığının yanında daha çok nasıl yaptıkları ve niçin yaptıkları ile ilgili sorular yöneltilmiştir. Ayrıca öğrencilerden, problemi ne şekilde anladıkları, hazırlık sürecinde neler planladıkları, hazırlığa bağlı olarak nasıl bir çözüm gerçekleştirecekleri ve bulmuş olduğu sonucu ne şekilde değerlendireceğini açıklamaları istenmiştir. Problem çözümlerinin tamamlanmasının ardından, ilgili ses kayıtları dinlenerek öğrencilerin mülakat sorularına verdiği yanıtlar sürecinde araştırmacıyla arasında geçen diyaloglar yazılı hale dönüştürülmüştür. Mülakatlar esnasında öğrencilerin problemlere uygun yaptıkları çözümlerde tercih ettikleri stratejiler ve bunların yeterlik düzeyi belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla klinik mülakat kapsamında öğrencilerin cevaplandığı problemler doküman analizi kapsamında incelenmiştir. Buna göre ilk olarak, öğrencilerin problem çözme adımını cevaplaması sürecinde tercih ettikleri stratejiler tespit edilmiştir. Bunların belirlenmesinde. AUPÇS'deki problemlerin analizi amacıyla tercih edilen stratejiler göz önünde bulundurulmuştur. Öğrencilerin problem çözümlerinde faydalandıkları stratejilerin tespitinin ardından bunlar sınıflandırılıp gerçekleştiren öğrenci sayıları tablolar halinde sunulmuştur. Bu işlemler sonrası ikinci olarak, öğrencilerin problemlere ait gerçekleştirdikleri çözümler PDDF'ye göre analiz edilmiştir. Analiz sonucu her bir öğrenciye ait çözümler sınıflandırılıp örneklendirilerek nitel olarak sunulmuştur.

Üçgenleme (çeşitleme) nitel araştırmalarda geçerliliğin ve güvenilirliğin sağlanmasında kullanılan önemli ölçütlerden biridir. Çeşitleme ile toplanan veriler farklı yöntemlerle elde edilir ve bu şekilde de elde edilmiş bulguların inandırıcılığı test edilmiş olur (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Schostak (2002) da nitel araştırmalarda birden çok yöntem kullanmanın, araştırmanın genellenebilirliğini ve nesnelliğini artırmanın önemli bir yolu olduğunu vurgulamaktadır. Bu çalışmada gözlemlerin yanı sıra farklı olarak AUPÇS ve klinik mülakat ile elde edilen veriler incelenmiştir. gözlem, AUPÇS ve klinik mülakat şeklindeki veri toplama araçlarının birlikte kullanımıyla daha zengin veriler elde edilmeye çalışılmıştır. Böylelikle, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlardaki öğrencilerin problem çözme davranışlarının betimlenmesi ve buna bağlı yorumlanmasında farklı bakış açıları sunulmuştur.



Şekil 8. Üçgenleme amaçlı kullanılan veri toplama araçları

4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırma kapsamında elde edilen bulgular araştırma kapsamındaki alt problemler doğrultusunda ele alınmıştır. Bu kapsamda ilk olarak, çevrimiçi (D1) ve sınıf içi (D2) ortamda grup çalışmaları şeklinde gerçekleştirilen problem çözme oturumlarının ne yönde farklılaştığı ele alınmıştır. Daha sonra, D1 ve D2 ortamlarında grupla problem çözme etkinliklerine katılan öğrenciler arasında Polya'nın problem çözme adımlarını atma bakımından yaşanan farklılaşmalar alt başlıklar halinde aşağıda sunulmuştur.

4.1. D1 ve D2'deki Grup Çalışmasına Dayalı Problem Çözme Süreçlerinin Nasıl Farklılaştığının Betimlenmesinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, D1 ve D2'de grupla problem çözme sürecinin ne yönde farklılaştığına dair elde edilen bulgular sunulmuştur. Bu amaçla, D1 ve D2'deki gruplara yöneltilen problem çözme oturumlarında ele alınan problemlere ait problem çözme adımlarına uygun cevaplara yansımalarındaki farklılaşmalar bilişsel ve duyuşsal faktörler altında yapılandırılarak ortaya konulmuştur. Ardından, D1 ve D2'de grupla problem çözme oturumlarında problem çözme adımlarını tamamlama süreleri tespit edilerek bunlar arasında yaşanan farklılaşmalar sunulmuştur.

4.1.1. Bilişsel Faktörler Altında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'deki grupla problem çözme oturumları esnasında yaşanan sosyal etkileşim sürecinde bilişsel faktörler altında meydana gelen etkileşimlerin problem çözümlerine yansımaları sonucu ortaya çıkan farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Bu noktadan hareketle, D1 ve D2'deki grup çalışmalarında ele alınan problemlerin problem çözme adımlarına uygun cevaplanması sürecinde grup üyeleri arasında yaşanan diyaloglar söylem analizine tabi tutulmuştur. Yapılan analiz sonrası D1 ve D2'deki grup üyelerinin SBF'ye göre bilişsel faktörler altında tespit edilen söylemler sınıflandırılarak Tablo 10'da sunulmuştur.

Tablo 10'un devamı

- 5 arabaya kadar 50, 5 araba ve sonrasında araba başına 45 TL alıyor.	- ... Satış sonrası sattığı beş arabaya göre araba başına 50 tl alıyor.	- ... fx şeklinde bir denklem düşün, x yerine herhangi bir değer yazdığında ona bağlı bir sonuç çıkmaması gerekir.	- ... her bir kişi yarısını aldığı için toplam elmaya 8x dememin sebebi 8x, 4x, 2x gelsin diye.	- Evet toplam maaşı 1000+45*x'ti ya, bu ifadenin %5'ini alıp ekleyeceğiz.	-...Ali elmaların yarısından bir fazla alırsa 4x artı bir kalır.	- Problemden yola çıkarak 10 araba satıldığında katsayıyla çarpıtık %'de 5 ini aldık	- ...cevapta da bulduğumuz gibi $8+4+2=14$ elma paylaştırılmıştır ve sepette elma kalmamıştır
- ...A ile B noktalarının farkı A'nın tavan B'nin ise orta nokta olması.	- 10 araba varsa 5 tanesini elli liradan satıyor diğer beşini 95 liradan.	kadar x yerine 50 TL yazmalıyız bu şekilde kişinin maaşı ortaya çıkacak.	- Kalan 6x. Hani 14x toplam elma yarısından 8'ini çıkaracağız.	- Zaten çok fazla bir şey kalmadı. 8x eşittir 14 dedikten sonra soru çözüyor.	üzerinden gidiyoruz ya sonuçta burada ne yapacağız bir şekilde bölümleri vermemiz lazım.	1000'de sabit maaşı vardı, bence doğru yaptık sağıyor.	-...Toplam tarlamızın alanı 68 br^2 dir. Bize verilen TBA üçgeninin alanını çıkartırsak tüm alandan çıkartırsak doğru cevabı buluruz.
- ...başlangıçta sepette kaç tane elma var o isteniyor.	6,7,8,9,10'nu 95 liradan.	- 5 araba ve fazlasını sattığı durumda araba başına 45 TL ve toplam maaşının %5'i kadar ek ücret alıyor yani oradaki ifade "ve", "veya" ile karıştırma.	- ...gideceği yol derken şunu kastediyor. Bu daha kısa.	- Zaten önceki cümlelerde yer belirtmemize gerek yoktu sonuçta alan verildiği için sadece bunu yazsak yeterli olur diye düşünüyorum.	%'de 5 ini aldık	1000'de sabit maaşı vardı, bence doğru yaptık sağıyor.	-...Toplam tarlamızın alanı 68 br^2 dir. Bize verilen TBA üçgeninin alanını çıkartırsak tüm alandan çıkartırsak doğru cevabı buluruz.
- ...A ile B noktalarının farkı A'nın tavan B'nin ise orta nokta olması.	6,7,8,9,10'nu 95 liradan.	- 5 araba ve fazlasını sattığı durumda araba başına 45 TL ve toplam maaşının %5'i kadar ek ücret alıyor yani oradaki ifade "ve", "veya" ile karıştırma.	- ...gideceği yol derken şunu kastediyor. Bu daha kısa.	- Zaten önceki cümlelerde yer belirtmemize gerek yoktu sonuçta alan verildiği için sadece bunu yazsak yeterli olur diye düşünüyorum.	%'de 5 ini aldık	1000'de sabit maaşı vardı, bence doğru yaptık sağıyor.	-...Toplam tarlamızın alanı 68 br^2 dir. Bize verilen TBA üçgeninin alanını çıkartırsak tüm alandan çıkartırsak doğru cevabı buluruz.

Tablo 10'un devamı

- ... alan ABT yazsak daha mantıklı.	- ... o zaman verilenler ve istenenle şeklindeki iki ayrı başlık oluşturulmuş. -...bence elmalara 8x diyerek başlayalım.	- ...valla köşeleri harflendirerek çözmeliyiz, başka yapacak bir şey yok. - ...plan hazırlamada sözeli ifadelere başvuramayalım, denkleme dökelim anladıklarımızı. - ...başlangıçta 8xelma var diyelim.	- ... plan hazırlama aşamasındaki formülü bu aşamada tekrardan yazalım isterseniz. - ...buna direk olarak 3x eksisi yazsak. - ...Şimdi uygulamaya istenilen alan 28 dedik ama bu çok havada kaldı. Alan TDA artı alan TCB eşittir diye yazalım diyorum.	- ... neler yaptığımızı açıklayalım bence geçende de öyle yapmıştık. -...değerlendirmeyi yapıyoruz. -... ki alan yani TAB ve TDC 'yi çıkardığımızda istenilen alanı buluruz desek.	- ... şöyle yazalım. A(ABCD)'yi 56 bulduk diyelim. Ondan sonra... ikisini topladık 68 oldu. Tüm atandan da verilen 40'ı çıkarırız 28 kalır öyle diyelim -... Diyelim ki bak, ağ kullanmamak koşuluyla en kısa mesafenin bu şekilde olduğu görülür diyelim.
- ... en kısa mesafe istendiği için küpün açılması gerekir. -Bence soru oradan çıkıyor fx değerinde bir şey yazacağız biz oraya. -... satış elemanının bu ay alabileceği maaşı hesaplayabileceğim formül isteniyor şeklinde yazalım -... Hani çözüme yardımcı olan kısım var ya, şekli açma kısmını bence orada değinelim.	- ... bu dikin DC doğrusundan geçtiği noktaya K, AB doğrusundan geçtiği noktaya ise M diyelim. - Buna kalırsa, verilen alanlar birbirinden çıkarıldığında istenilen alan bulunur yazalım. - Buna göre bir fonksiyon oluşturulmuş diyorum hem fikir miyiz?	- ...evet bende 2 kök 6 buldum. -...evet evet çok güzel o şekilde kalabilir. -...aaa doğru burdan da o şekilde çözmemiz gerekir. -...tamam doğru ABCD artı TDC.	- ...evet evet o şekilde değerlendirebiliriz. -...tamamdır sağlamsa.	-...bence de doğru. -...evet bende 56 buldum. -...doğru diyorsun 16x olması gerekirdi.	-...tamam madem, başka yoldan da değerlendirebiliriz ama olsun. -...dediğiniz gibi sağlıyor.
- ...doğru diyorsun aslında, A noktasında köşelerden gitmeli. - ...tamam tamam doğru haklisiniz, 1000TL 'nin değil. - ...tamam öyle de diyebiliriz.	- ...bence gayet doğru oldu hazırladığımız. -... bu soruya yönelik planda şekil kullanmamız daha doğru oldu. -...soruyu görselleştirdik, bir şekilde işimize yaradı.	- ...tamam yapmayalım onları o zaman gerek yok. -bence de plan hazırlamada yazalım bu açma işini.	-...evet evet o şekilde değerlendirebiliriz. -...tamamdır sağlamsa.	-...bence de doğru. -...evet bende 56 buldum. -...doğru diyorsun 16x olması gerekirdi.	-...tamam madem, başka yoldan da değerlendirebiliriz ama olsun. -...dediğiniz gibi sağlıyor.

ÖS

GAO

Tablo 10'un devamı

<p>- ... bunları anlama aşamasında yapmamız gerekir. -... her ne kadar birbirine benzese de bence seçenekler aynı anlamda değil. -... ama sadece belirtilen tarhları satıyor diğerleri bizi ilgilendirmiyor.</p>	<p>- ... hayır ama şekli üç boyutlu olarak algılamayın. - Ama buraya ikisinin de maaşını ayrı ayrı koymayacağız ki.</p>	<p>- ... hayır hayır, karışıklık olmasın y değişkenini işe karıştırmayın. -... elmaları bu şekilde paylaştıramayız, çok saçma olur. -... b şıkkı için küpü açmamıza gerek yok. -...küp şeklini açtığımızda böyle bir şekil çıkmaz ki.</p>	<p>- ... arkadaşlar bu denklemden bir yerde yanlışlık yok mu? - ...tüm alandan nereyi çıkardık ki biz,burayı çıkarmadık mı?</p>	<p>- ... öyle her birini değer vererek hesaplamaya kalksak bu işin sonu olmaz. - ... yok yok hayır işlem yanlış oldu. - ...şuranın hepsinin uzunluğu 2 değil ama.</p>	<p>- ... bitmedi henüz çözüm, diğerleri içinde bulmamız lazım. - ...ama bu tam kenar değil, orta noktası burası değil ki.</p>	<p>- ... hayır en kısa yolu istemiyor. -...bence gerek yok, açıklama yapararak değerlendirilebiliriz. -...ağ kullanma koşulu vardı ya o değil, direk duvardan gidiyor.</p>	<p>- ... Ama yüzde beşini de almamız gerekiyor. -...yanlış oldu iki araba satarsa gibi oldu.</p>
<p>-1250'nin de değil hatta 5 araba ve fazlası için. -... problemin anlaşılmasında daha çok sözel ifadeler kullanalım. -Şimdi problemi anlayalım kısmı, daha çok yorumsal yani yazı olsa iyi olur. -...İhsan Bey sadece buralarını değil ki, diğerlerini de satmak istiyor.</p>	<p>- ... ancak örümcek şu yolu takip ederse avına en kısa yoldan ulaşmaz mı? -...ya ikisinin toplamı değil, bundan da geriye kalanları istemiş ya.</p>	<p>- ... arabaların satış durumlarını ayrı ayrı almamız gerekir çünkü 5 araba ve fazlasını sattığı durumda diyor orada "ve" bağlacı var dikkat edin. - O zaman şöyle yapalım bak dur şunu söyleyim. Paya düşmüş halini Bekir'in yanına yazalım şöyle yapayım çekeyim Cengiz'i de buradan alalım. - ...bence toplam elma sayısına x deseydik daha kolay ifade edebiliriz planı.</p>	<p>- Hayır buraya ek ücret, ücret toplam maaşının %5i kadar. Böyle yaparız başka şekilde açıklayamayız. - Bakın benim dediğim gibi yarısından hep bir fazlasını alınıyor. - ...küpün diğer ayrıtlarını açmaya gerek yok, sadece bizden istenilenler yeterli.</p>	<p>- ... eşitleyip karesini almalyız. - 5 arabayı cepte bulundurman lazım senin. O zaman 1250+45* x olması lazım. - Bize sorulan soruda, maaşın hesaplanmasına yardımcı olacak formül denmiş, bizden bir değer istemiyor ki.</p>	<p>- Sattığı araba kadar değil. Beş araba, sonuçta burada bir şart var ya hani beş ve beş araba sonrası. -...o değil işte. Ona (8x+1)/2 kalıyor.</p>	<p>- ... öyle her birini değer vererek hesaplamaya kalksak bu işin sonu olmaz. - Sen soruyu nasıl çözdüğümüzü anlattıyorsun, bence bu doğru olmadı. Burada ispat yapmamız gerekiyor.</p>	<p>- ... ağ kullanma koşulu değilde duvardan gicilirse diye doğrulayalım. -...şöyle şöyle, burası dik olmuyor.</p>
<p>KFS</p>	<p>GD: Gruba Danışma, AY: Açıklama Yapma, ÖS: Öneri Sunma, GAO: Grup Arkadaşlarını Onaylama, GAKG: Grup Arkadaşlarına Karşı Gelme, KFS: Karşıt Fikir Sunma</p>						

Tablo 10'da, D1 ve D2 ortamlarında grupla problem çözme oturumları esnasında yapılan çözüm sürecinde, grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşim sonucu bilişsel faktörler altında ortaya çıkan söylemler sunulmuştur. Bu söylemlerin, D1 ve D2'deki grup çalışmalarında yöneltilen problemlere ait problem çözme adımlarında farklı amaçlarla daha belirgin ortaya çıkmış olabileceği göz önünde bulundurulduğunda, ilgili söylemin ortaya çıkma süreci ve çözüm aşamasına yansımaları incelenmiştir.

4.1.1.1. Sepetteki Elmalar Probleminde Yaşanan Farklılaşmalar

“Denklemler” konusuna yönelik problem çözme sürecinde yaşananları betimlemek amacıyla hazırlanan ikinci problemde “Sepetteki Elmalar” adlı problem çözme etkinliği D1 ve D2 ortamındaki gruplara uygulanmıştır. Bu etkinlik esnasında grupların problem çözme adımlarına uygun yapmış oldukları çözümler başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

Problemi Anlama Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Sepetteki elmalar adlı problemin çözümü için bir araya gelen D1-A grubu üyelerinin erişime sunulan problem durumunu anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Problem cümlesinin grup üyelerince okunmasının ardından, grup üyelerinden D1-A-3'ün elma sayısını x bilinmeyeni ile ifade etmek istemesi D1-A-2'nin tepkisini çekmiştir:

D1-A-3 : Elma sayısı bilinmiyor burada onun için x diyerek açıklamaya başlayalım.

D1-A-2 : Anlama aşamasında x şeklinde bilinmeyeni işin içine karıştırmayalım bence, o ifadeyi hazırlık yaparken kullanmalıyız.

D1-A-3 : Tamam doğru söylüyorsun, o zaman açıklayalım anladıklarımızı.

D1-A-1 : Bence x yerine bir miktar elma vardır diyerek verilen ve istenenleri açıklayalım.

D1-A-2 (D1-A-3'le birlikte): Tamam.

D1-A grubu üyeleri arasında problemi anlama adına geçen konuşmalarda, grup üyelerinden gelen öneriler karşısında karşıt fikirlerin olduğu görülmektedir. Grup üyelerince ortaya konan öneriler karşısında problemi anlama adına nasıl bir strateji izlemeleri gerektiği konusunda ortak karara varan grup üyelerinin, problemde verilen ve istenenleri belirleme yoluyla problemi anlamaya çalıştıkları Şekil 9'da görülmektedir.

Sepette belli bir miktarda elma var. Üç arkadaş sıra-
sıyla bu sepetteki elmaları paylaşıyor. Sıra-
sıyla her biri kalan elmaların yarısından bir fazlası
almaktadır. Bu şekilde hiç elma kalmamaktadır.
İstenilen
Başlangıçtaki elma sayısı?

Şekil 9. D1-A grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

Kendilerince problemi anlamaya çalışan D1-B grubu üyeleri, bir müddet sonra problemden anladıkları ifadeleri birbirlerine aktarmaya başladıkları görülmüştür:

- D1-B-3 : Bu aşamada bence problemdeki verilenleri sözel ifadelerle açıklayarak anlamaya çalışalım.
D1-B-1 : Tamam, anladıklarımızı birbirimize açıklayalım o zaman.
D1-B-2 : Üç kişi olduğundan, elmalara 8x diyelim ki katlanarak gitsin. Yarıya bölme işlemlerinde küsuratlarla uğraşmayız.
D1-B-1 : Senin dediğini plan yapma aşamasında yapmamız gerekmez mi?
D1-B-2 : Doğru diyorsun aslında.
D1-B-3 : Bence de x'li terimleri plan yaparken kullansak iyi olur. Anladıklarımızı özetleyelim yeter.

Grup üyeleri arasında geçen bu diyalogdan, problemi anladıklarını ne şekilde ifade etmeleri gerektiği konusunda fikirlerini paylaştıkları görülmektedir. Bu durumda D1-B-3'ün anlama aşamasıyla ilgili ortaya attığı özetleme fikrine diğer grup üyeleri de katılarak, ortaklaşa karar verilen ifadelerle anlama aşamasının aşağıdaki şekildeki gibi tamamlandığı belirlenmiştir.

3 arkadaş bir miktar elma paylaşıyor
Ali'nin aldığı = toplam elmanın yarısından
Bekir " " kalanın yarısından
Cengiz " " = " " " "
Toplam elma = ?

Şekil 10. D1-B grubunun birinci problemin anlama adımında yaptıkları

Şekil 10 incelendiğinde, toplam elma sayısının üç arkadaş arasında paylaşımının doğru olarak ifade edilmesine karşın, son paylaşımından sonra geriye hiç elma

kalmadığının belirtilmemiş olması, eksik bir anlamanın oluştuğu sonucunu ortaya koymaktadır.

D1-C grubu üyelerinin Sepetteki elmalar problemi anladıklarını ne şekilde ifade etmeleri gerektiği konusunda fikir birliğine varmaya çalıştıkları grup içerisinde yaşanan diyaloglardan anlaşılmaktadır.

D1-C-1 : Bu aşamada anladıklarımızı yazmalıyız zaten, sayısal işlem yapmamıza gerek yok. Tamamen sözel olmasında bir sakınca var mı?

D1-C-3 : Hayır yok, bence de sözel ifadelerle anladıklarımızı açıklayarak yazalım.

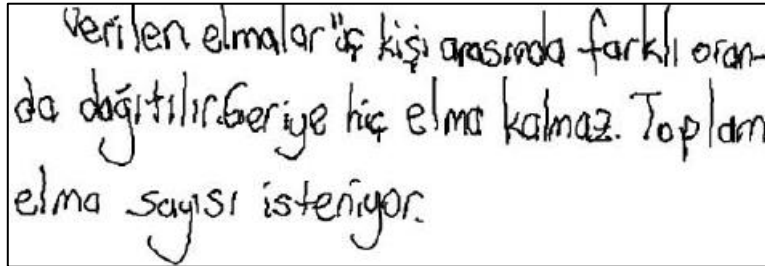
D1-C-2 : Tamam ne anladığımıza ortak karar verip yazalım o zaman.

D1-C-3 : Üç arkadaş toplam elmayı kendi aralarında paylaşıyor. Ama bu paylaşım bir kurala göre yapılıyor.

D1-C-2 : Tamam işte sonrasında da geriye elma kalmıyormuş. Bu şekilde sözel ifadelerle açıklayalım.

D1-C-1 : Biraz basit oldu ama sonuçta anladık.

Yukarıda geçen diyalogda üyelerin, problemi anlama aşamasını ne şekilde oluşturmaları gerektiğini karar vermeye çalıştıkları gözlenmiştir. Daha sonra problemde ne anladıklarını teker teker birbirlerine aktaran üyeler, verilen ve istenilenlere ait hemfikir oldukları ifadeleri kullanarak aşağıdaki şekildeki gibi anlama aşamasını tamamlamışlardır.



Verilen elmalar üç kişi arasında farklı oran da dağıtılır. Geriye hiç elma kalmaz. Toplam elma sayısı isteniyor.

Şekil 11. D1-C grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

Problemin anlaşıldığının emin olunması amacıyla, grup üyelerinden D1-C-1'in "Ekleme ya da çıkarma yapığımız başka ifade var mı?" şeklindeki sorusuna, diğer üyelerden "Hayır" cevabının gelmesi üzerine problemin anlaşıldığına dair üyeler birbirlerinden emin olmuşlardır.

Problem durumundan anladıklarını açıklama yapma yoluyla ortaya koymaya çalışan D1-D grubu üyeleri, problem cümlesini okumalarının ardından anladıklarını ne şekilde ifade etmeleri gerektiğine karar vermeye çalıştıkları görülmüştür:

D1-D-1 : Sepetteki elmalar üç arkadaş arasında paylaşılıyor şeklinde açıklayarak mı yazalım anladığımızı?

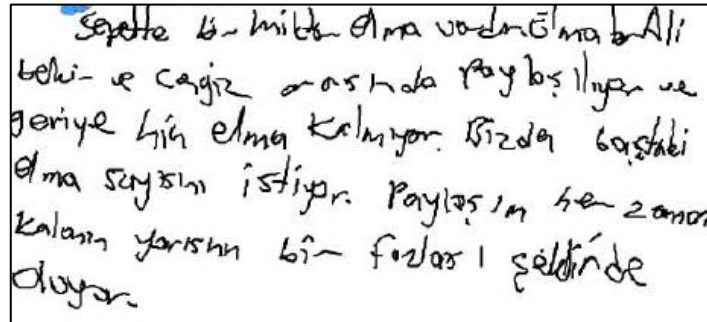
D1-D-3 : Evet olabilir.

D1-D-2 : İstenenin de ne olduğunu sonunda belirtelim o zaman.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, açıklama yapma yoluyla problemi anlama aşamasının tamamlanmaya çalışıldığı görülmektedir. Bu esnada, yapılan açıklamalarda yazılan ifadeleri kontrol eden D1-D-2, problemdeki elma sayısının hangi kurala göre paylaşılması gerektiğinin unutulduğu konusunda arkadaşlarını uyarmıştır:

- D1-D-2 : Arkadaşlar, sepetteki elmalar bu üç arkadaş arasında neye göre paylaşılıyor, onu belirtsek iyi olur.
 D1-D-1 : Doğru diyorsun, o kuralı belirtmemiz gerekirdi, önemli çünkü. Alanımızda doldu ama onu nereye ekleyelim?
 D1-D-3 : Biraz küçük yazarak son satırın altındaki boşluğa sığdırabiliriz.

Yukarıdaki diyaloga göre, öğrencilerin problemi anlama aşamasını ne şekilde ifade etmeleri gerektiğini tartıştıkları görülmektedir. Bu esnada ifadelerinde eksiklik olduğunu fark eden üyeler birbirlerini uyararak, bu eksikliği ne şekilde giderebilecekleri yönünde çözüm önerisinde bulunduğu tespit edilmiştir. Problemden verilen ve istenenleri sözel ifadelerle açıklama stratejisini tercih eden öğrencilerin anlama aşamasında ortaya koymuş olduğu ifadeler Şekil 12'de verilmiştir.



Sepette bir miktar elma vardı. Elma b. Ali belki ve çağır arastırda paylaşılıyor ve geriye hiç elma kalmıyor. Bizde baştaki elma sayısını istiyor. Paylaşım her zaman kalamı yarısını bir fozlası şeklinde oluyor.

Şekil 12. D1-D grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Sepetteki elmalar adlı etkinliğin çözümü için bir araya gelen D2'deki gruplar ilk iş olarak problemi anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Problemi anlama aşamasını ne şekilde tamamlamaları gerektiği konusunda D2-A grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar aşağıda verilmiştir.

- D2-A-3 : Aslında burada elmaların tamamından yola çıkmamız gerekmez mi? Böylece problemi bir nevi tümünden gelme yöntemiyle çözmüş olacağız.
 D2-A-2 : Problemden verilen ve istenenleri belirterek anladıklarımızı belirtsek.
 D2-A-3 : Tamam işte, elmaların kişilere ne şekilde paylaştırıldığı verilmiş bize zaten.
 D2-A-1 : En son bizden istenilen paylaşımın önceki sepetteki elma sayısı.
 D2-A-2 : O zaman istenilenin, sepetteki elma sayısının kaç olduğu şeklinde yazmamız gerekir.
 D2-A-3 : Tamam işte kendi ifadelerimizle açıklamış olduk.

Problemi anlama adımını tamamlamadan önce problemi çözmeye çalıştığı gözlenen D2-A grubu üyeleri, başlangıçta sepetteki elma sayısını doğru elde etmelerinin ardından anlama adımını tamamlamaya çalıştığı gözlenmiştir. Yapmış oldukları çözümden hareketle problemi anlama aşamasını tamamlamaya çalıştığı görülen grup üyelerinin, problemi kendi ifadeleriyle özetlemeye çalışmışlardır. Öğrencilerin problemi anlama aşamasıyla ilgili belirtmiş olduğu ifadeler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

nedir? Ne isteniyor?)
 Dengeleme yöntemini kullandık. Burada elmaların tamamını
 yola alarak sonuca ulaştık. Bilinmeyen elma sayısına
 12x dedik. Bu problemde kaslıya ne kadar elma
 postasının bilgisi verilmiş. İşlenen kası elmanın sepette olduğunu
 sonucu listelere.

Şekil 13. D2-A grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

Problem cümlesini okumasının ardından problemi anladıklarını ne şekilde ifade edebilecekleri tartışan D2-B grubu üyeleri arasında yaşanan diyalog aşağıdaki şekildedir:

D2-B-1 : Tüm elmaların sayısına 12x diyelim mi?

D2-B-3 : Tamam da ama bu türden ifadeleri plan hazırlarken kullansak daha doğru olmaz mı?

D2-B-1 : Doğru aslında, o zaman verilen ve istenenleri belirleyerek başlayalım.

D2-B-2 : Bende aynısını düşünüyorum, problem zaten anlaşılıyor. Her birey kalan elmaların yarısından bir fazla alıyor sürekli. Bu şekilde başlangıçtaki elma sayısına ulaşacağız.

D2-B-3 : Evet, bence de. Dediğin gibi denklemlerle çözeceğiz bu problemi ama önce neler anladık onları belirleyelim.

Problemi anlama aşamasını ne şekilde ifade edebilecekleri hakkında hem fikir olmaya çalışan grup üyeleri, problemdeki verilen ve istenen ifadeleri açıklayarak anlama aşamasını tamamlama noktasında karar kıldıkları aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Verilenler
 Bir miktar elma ve 3 arkadaş (Ali, Bekir, Cançiz) var
 Ali elmaların yarısından bir fazla elma,
 Bekir kalan elmaların yarısından bir fazla elma,
 Cançiz kalan elmaların yarısından bir fazla elma alıyor

İstenen
 Başlangıçtaki elma sayısı?

Şekil 14. D2-B grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

Problemden anladıklarını nasıl ifade etmeleri gerektiği konusunda D2-C grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar aşağıdaki şekildedir:

- D2-C-1 : Verilen ve istenenleri belirleyerek başlayalım mı problemi anlamaya?
 D2-C-2 : Tamam o şekilde yapalım ama paylaşırma işlemlerinin nasıl olması gerektiğini gösterelim bu aşamada. Toplam elma sayısına $8x$ diyerek başlayabiliriz.
 D2-C-3 (D2-C-1'e birlikte): Tamam.

Toplam elma sayısına $8x$ şeklinde belirten grup üyeleri, bu elmaları üç arkadaş arasında verilen kural dahilinde paylaşırma işlemlerini gerçekleştirmeye çalışan grup üyeleri, x bilinmeyenine ait ifadenin değerini problemi anlama aşamasında bulma çabası içerisine girdikleri görülmüştür. Bu noktada, problemi anlamaya çalışmaktan ziyade problemin çözümüne yönelik işlemlerde bulunmayı tercih eden grup üyeleri, çözüm sonucu elde etmeleri gereken toplam elma sayısına ulaşamayınca kaygılanmaya başladıkları gözlenmiştir. Deneme yanılma yoluyla sepetteki toplam elma sayısına farklı değerler vererek sonuca ulaşmaya çalışan grup üyeleri arasında geçen diyalog şu şekildedir:

- D2-C-1 : Acaba baştaki $8x$ 'i doğru mu verdik?
 D2-C-2 : Fark eder mi ki? O zaman ilk başta $16x$ diyelim.
 D2-C-1 : Üçün katı olan bir sayı bulsak, mesela $18x$ 'i deneyelim.
 D2-C-3 : Bakın arkadaşlar $14x$ alınca çıkıyor.
 D2-C-1 : O zaman Ali, $7x$ artı bir tane elma alır. Gene aynı sonuca varacağız nasıl olacak?
 D2-C-3 : Ama bir tane fazlasını x diye düşünürsek, Ali $8x$ almış oluyor.
 D2-C-2 : Kişilere düşen elma sayısında x 'e bir dedik ama nereden biliyoruz bir olduğunu?

Problemin ne şekilde çözülmesi gerektiği konusunda hem fikir olmayıp vermiş oldukları değerlere göre çözülebileceğini düşünen grup üyeleri, bu yöntemden emin olmamakla birlikte anlama aşamasını tamamlamaya çalıştıkları aşağıdaki şekilde görülmektedir.

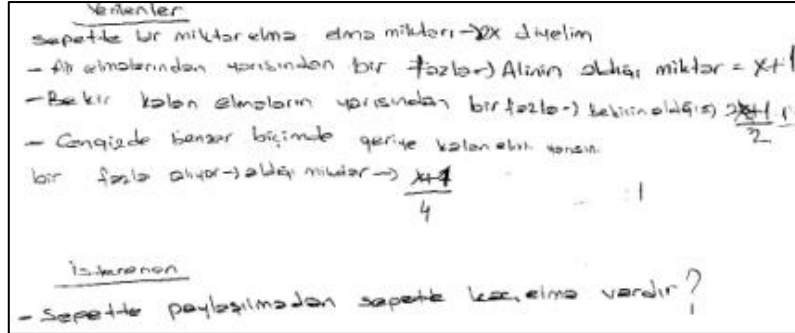
Verilenler	İstenilenler
Sepette $14x$ elma olsun.	$14x =$ Başlangıçtaki elma sayısı.
Ali $\rightarrow \frac{14x}{2} + x = 8x$	
Sepette kabın elma $6x$	
Bezir $\rightarrow \frac{6x}{2} + x = 4x$	
Sepette kulan elma $2x$	
Cengiz $\rightarrow \frac{2x}{2} + x = 2x$	

Şekil 15. D2-C grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

Problem durumunu anlamak üzere problem cümlesini okumaya başladığı görülen D2-D grubu üyeleri arasında, problemin anlaşılmasıyla ilgili geçen konuşmalar aşağıdaki şekildedir:

- D2-D-2 : Arkadaşlar kendi ifadelerimizle problemdeki verilen ve istenenleri açıklayalım.
 D2-D-1 : Tamam o zaman. Neler ifade edilmiş problemde?
 D2-D-2 : Ali, Bekir ve Cengiz adında üç arkadaş elmaları aralarında paylaşıyorlar.
 D2-D-3 : Bir birlerinin yarısından bir fazla almış olduğunu da belirtelim.
 D2-D-1 : Ama aldıktan sonra geriye kalanın yarısından bir fazla alıyor demi?
 D2-D-2 : Evet, bu şekilde paylaşmayla geriye hiç elma kalmıyormuş. Bizden de paylaşma işleminden önceki elma sayısını istiyor zaten.

Yukarıda geçen konuşmalara göre grup üyelerinin, problemdeki verilen ve istenenleri belirtme yoluyla problemi anlamaya çalıştıkları anlaşılmaktadır. Bu amaçla, problemi beraberce anlamaya çalışan öğrenciler, biryandan da verilen ve istenen başlıkları altında ne yazmaları gerektiğine karar vermeye çalıştıkları gözlenmiştir. Sonuç olarak, grubun ortaya koymuş olduğu ifadeler Şekil 16'da verilmiştir.



Şekil 16. D2-D grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

D2-D grubu üyelerini problemi anlama amaçlı ortaya koyduğu ifadeler incelendiğinde, problem durumuna ait verilen ve istenen ifadeleri belirlemelerinin yanı sıra sepetteki toplam elma ve paylaşımından sonra kişilerin payına düşen elma sayılarını bilinmeyen ifadelerle belirlemeye çalıştıkları görülmektedir. Problemi anlama adına ne şekilde bir ifade ortaya koymaları gerektiğini tartışan D2-E grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir.

- D2-E-3 : Soru basit gibi gözüküyor ama önce anladıklarımızı yazalım.
 D2-E-1 : Hepsi paylaşımından sonra kalan elmaların yarısından bir fazla alıyor.
 D2-E-2 : Verilenler istenenler şeklinde ayıralım mı bu aşamada?
 D2-E-3 : Gerek yok ya, anladıklarımıza göre problemi özetleyelim yeter.
 D2-E-2 : Tamam o zaman.

Problemin anlama aşamasını ne şekilde ifade edeceklerini kararlaştırmaya çalıştığı gözlenen D2-E grubu üyeleri, problem cümlesinden anladıklarını özetleme yolunu tercih ederek bu aşamayı tamamlamaya çalıştıkları aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Ali ve iki arkadaşının bir sepet elması vardır. Ali bu sepetteki elmaların yarısından bir fazla elma aldığı; arkadaşın olan Bekir ise geriye kalan elmaların yarısından bir fazla elma alır. Ceyiz ise en son kalan elmaların yarısından bir fazla elma aldığı için sepette hiç elma kalmıyor. Bizden istenen başlangıçtaki sepette bulunan elma sayısı.

Şekil 17. D2-E grubunun birinci problemi anlama adımında yaptıkları

Sepetteki elmalar probleminin çözümü amacıyla bir araya gelen D1 ve D2'deki gruplar, problemi anlamaya çalıştıkları görülmektedir. D1 ve D2'deki grupların problemi anlamaya yönelik tercih ettikleri stratejiler karşılaştırıldığında genel olarak her iki ortamdaki öğrencilerin problem durumuna ait verilen ve istenen ifadeleri ortaya koymalarının yanı sıra problem durumunu özetlemeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu durumda, gruplardaki öğrencilerin daha çok problemi anladıklarını ne şekilde ifade edebilecekleri yönünde birbirlerine danışmalarının ardından bu doğrultuda öneriler sunulduğu görülmüştür. Problemi anlama adına bilinmeyenli ifadeler yer verilmek istenmesi D1'e nazaran D2'deki gruplarda daha sık karşılaşılmıştır. Bu durum karşısında, D2'deki gruplarının problemi anlamadan önce doğrudan çözüme yönelmek istemiş olmaları dikkat çekicidir. Bu durumda özellikle D2-B grubu üyeleri, problemin çözümünü gerçekleştirmelerinin ardından anlama adımına yönelik ifadeler yer verdikleri tespit edilmiştir.

Plan Yapma Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Problemin ne anlatmak istediğiyle ilgili sorun yaşamayan grup üyeleri, plan hazırlama aşamasında denklem kurma stratejisinden faydalanarak çözüm için hazırlıklara başladıkları gözlenmiştir:

D1-A-2 : Kolaylık olması açısından başlangıçtaki elma sayısına $8x$ desek nasıl olur? Sadece x kullansak olur da, sürekli yarıya böleceğimiz için $8x$ daha kolay olur bence.

D1-A-3 : Evet doğru dedin, o zaman başlangıçtaki $8x$ elmaya göre kişilerin karşılıklarına paylarına düşen elma miktarlarını yazalım.

D1-A-2 : Tamam o zaman.

Başlangıçtaki elma sayısının $8x$ olarak kararlaştırılmasının ardından, Ali'nin payına düşen elma sayısının $4x+1$ şeklinde olduğunu belirten D1-A-3, Bekir'in payına düşmesi gereken elma sayısını $\frac{4x+1}{2} + 1$ şeklinde belirtmesine D1-A-2 karşı gelmiştir:

D1-A-2 : Hayır ama kalan elmaların diyor dikkat et D1-A-3. Ali'ye düşen payı $8x$ 'den çıkarmalıyız.

D1-A-3 : Doğru diyorsun D1-A-2 unuttum kalan elma kısmını.

D1-A-2'nin uyarısıyla Bekir'e ait kalan elma sayısını hesaplamada hatasını fark eden D1-A-3, aynı hatayı Cengiz'e ait kalan elma sayısını hesaplamada da göstermiştir. Bu duruma karşılık D1-A-2, Cengiz'e ait kalan elma sayısının nasıl hesaplanması gerektiği konusunda açıklamalarda bulunmuştur:

D1-A-2 : Cengiz'e ait kalan elmayı bulmada, Ali ve Bekir'den kalan elmaları toplayıp $8x$ 'den çıkarmamız gerekmez mi?.

D1-A-3 : Bence Bekir'den kalan elma sayısını toplam elma sayısı olan $8x$ 'den çıkartmalıyız.

D1-A-2 : Yok yok. Eğer $8x$ 'den Bekir'in aldığı elma sayısını çıkartırsak yanlış bulmuş oluruz. Mantıken düşündüğünde, toplam elma sayısından iki kişinin aldığı elma sayısını çıkarttığında üçüncü kişiye kalanı bulmaz mısın?

D1-A-3 (Bir süre düşündükten sonra): Doğru diyorsun, fark edemedim onu.

Grup içinde yukarıda geçen konuşmalarda, yapılan hataların fark edilip nasıl olması gerektiği konusunda açıklamaların yapılması grup üyelerinin birbirlerinin öğrenmelerine destek olduğunu göstermektedir. Elma paylaşımında kişi başına düşen elma sayılarına ait denklemleri benzer şekilde oluşturan grup üyeleri, yapılacak olası bir hatadan sonra geri dönüşün zor olacağı kaygısıyla, gerçekleştirilen hazırlık işlemlerini tekrardan kontrol ederek plan yapma aşamasını aşağıdaki şekildeki gibi tamamladıkları belirlenmiştir.

Başlangıçtaki elma sayısı = $8x$ kalan elma sayısı

Ali = $\frac{8x+1}{2}$ Bekir = $\frac{8x - (4x+1)}{2} + 1$ Cengiz = $8x - \left(\frac{8x+1}{2}\right)$

= $4x+1$ = $\frac{4x+1}{2}$ = $\frac{4x+1}{2}$

Şekil 18. D1-A grubunun birinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

Anlama aşamasındaki ifade edilenlerden emin olmalarının ardından, plan yapma aşamasında hangi stratejiden faydalanmaları gerektiğini tartışan D1-B grubu üyeleri, elma

sayısındaki bilinmeyeninden hareketle denklem oluşturulmasını gerektiğine karar vermişlerdir:

- D1-B-2 : Bence toplam elma sayısına $8x$ diyerek denklemi kurmaya başlayalım.*
D1-B-1 : Niye $8x$ diyorsun, açıklar mısın bunu bize.
D1-B-2 : Hani toplam elmalar üç kişi arasında paylaşılacak ya onun için x bölü 2'li işlemlerle uğraşmayalım diye dedim.
D1-B-3 : Evet doğru düşünüyorsun bence de o şekilde başlayalım.
D1-B-1 : Bence toplam elma sayısına x diyelim. Çünkü paylaşmadan sonra kalan elma sayılarını hesaplarken problem yaşarız diye düşünüyorum.

Bu esnada öğrencilerin, boş kağıt üzerinde probleme ait denklemi kendilerince oluşturmaya çalıştıkları gözlenmiştir:

- D1-B-2 : D1-B-1 doğru söylüyorsun x diyerek işe başlasak daha iyi olacak sanırım, ben bu artı bir olayını işin içine katmadan söylemişim.*
D1-B-3 : Fark etmez aslında o şekilde denersek de olabilir, hadi o zaman bireylere düşen elma sayılarını hesaplayalım.

Plan yapma aşamasında toplam elma sayısının $8x$ yerine x şeklinde ifade edilmesinin, bireylere düşen elma sayısına ait hesaplama işlemlerini daha kolaylaştıracağını ortaklaşa kararlaştıran grup üyeleri, bu doğrultuda hazırlıklarına devam ettiği görülmüştür. Bu aşamada grup üyelerinin, her bir bireye düşen elma sayısına ait denklemi önce kendileri oluşturup birbirlerine “*Sen ne şekilde denklem kurdun?*” şeklinde sorular sorarak buldukları ifadeleri doğrulamaya çalıştıkları tespit edilmiştir.

Probleme ait plan yapma aşamasının tamamlanmasının ardından uygulama aşamasına geçen D1-B grubu öğrencileri, çözüm için ne şekilde bir strateji yapmaları gerektiği konusunda düşüncelerini birbirleriyle paylaştıkları görülmüştür.

- D1-B-2 : Hepsinin elmasını toplayıp baştaki elma sayısı x 'e eşitlersek olur mu?*
D1-B-3 : Sonuç anca öyle bulunur zaten, hepsini toplayıp x 'e eşitlememiz gerekir.
D1-B-1 : Tamam, plan yapma aşamasında yaptığımız gibi herkes önünde bulunan kağıtlara denklemi çözüp üzerinde tartışalım.

Plan yapma aşamasında, sepetteki elmaların paylaşımı sonucu her bir arkadaşına düşen elma sayısı ifade eden denklemi toplayıp baştaki elma sayısına eşitlemeye çalışan grup üyelerinin, sepetteki elma sayısı ile paylaşımından sonraki elma sayısını denk bulmaları, plan yapma aşamasında hatalı bir hazırlık yaptıklarını fark etmelerine sebep olmuştur:

- D1-B-3 : Biz burada x değerini bulmamız lazım ki değerlendirme aşamasında yerine koyarak ispat yapalım.
- D1-B-1 : Evet bende onu fark ettim eşitliğin her iki tarafı eşit çıkıyor değerlendirme aşamasını yapıyor gibiyiz sanki.
- D1-B-3 : Plan hazırlama aşamasında, Cengiz ait kalan elmaların bölü ikisi olmayacak mı?
- D1-B-2 (D1-B-1'la birlikte): Aaa evet doğru diyorsun D1-B-3, unutmuşuz onu.

Uygulama adımındaki çözüm esnasında yapmış oldukları hatayı fark eden grup üyeleri, plan yapma aşamasına geri dönüp Cengiz'e ait denklemde gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra plan yapma aşamasının son halini aşağıdaki şekilde ortaya koymuşlardır.

Şekil 19. D1-B grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Plan yapma aşamasında nasıl bir strateji izlemeleri gerektiğine kararlaştırmaya çalışan D1-C grubu üyeleri arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

- D1-C-1 : Arkadaşlar hazırlığımızı şekil veya tablo üzerinde de gösterebiliriz. Bölmesi kolay olması açısından toplam elma sayısını $12x$ diyerek, alt alta satırlarda her bir arkadaşın elma sayısını gösteren ifadeleri verebiliriz.
- D1-C-2 : Doğru diyorsun D1-C-1, toplam elmaya $12x$ diyerek üç arkadaşta bölüştürelim.
- D1-C-3 : Tamam haklısınız bence de.

Plan hazırlama aşamasında tablo oluşturma stratejisinden faydalanmayı kararlaştıran grup üyeleri, üç satır iki sütundan oluşan tablo oluşturarak, ilgili hücreleri üç arkadaş arasında paylaştırılan elma sayısına göre tamamlamayı karar vermiştir. Toplam elmanın üç arkadaş arasında paylaşımı esnasında, her bir arkadaşın payına düşen elma sayısı ile ilgili grup üyeleri bazı konularda hemfikir olurken bazı noktalarda fikir ayrılıklarının yaşandığı gözlenmiştir:

- D1-C-3 : Cengiz'in payına düşen elmayı kaç buldunuz arkadaşlar?
- D1-C-1 : Geriye altı x eksi üç bölü iki elma kalıyor.
- D1-C-2 : Birde artı bir var ama.
- D1-C-3 : Kalan elmaların yarısının alınması gerektiğini unutuyorsunuz, altı x eksi üç bölü iki bölü iki artı bir en son.

- D1-C-2 : Doğru diyorsun D1-C-3, kalanın yarısını da alıyordu demi unuttuk onu. D1-C-1 senin de yaparak hemfikir olmanı istiyorum.
- D1-C-1 : Cengiz'e düşen elma sayısını doğru bulduğunuzdan emin misiniz? İkinizde aynı ifadeyi bulmuşsunuz.

Yukarıda geçen konuşmalardan bir müddet sonra D1-C-1, boş kağıt üzerinde probleme ait denklemi kurmaya çalışıp "Evet arkadaşlar haklısınız" söyleminde bulunarak, grup arkadaşlarını onaylamıştır. Öğrenciler arasında yaşanan bu diyalog grup üyelerin, nedenlerini belirterek yapılan önerilere karşı geldikleri ve bu doğrultuda karşı fikirler sunabildiklerini göstermektedir. Bu durum, gruptaki üyeler arasında olumlu bağımlılık duygusunu oluştuğunu göstermektedir. D1-C grubunda, probleme ait plan yapma aşamasında ortaya konan ifadeler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Toplam elma sayısı $18x$	
Ali	$\frac{12x}{2} + 1$ (T.E. yarısından bir fazla)
Bekir	$\frac{6x-1}{2} + 1$ (K.E.'nin yarısının bir fazlası)
Cengiz	$\frac{6x-3}{4} + 1$ (K.E.'nin yarısından bir fazlası)

Şekil 20. D1-C grubunun birinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

Gruba ait Şekil 20'de yer alan plan yapma aşaması incelendiğinde, üç arkadaşın payına düşen elma sayısını ifade eden denklemin doğru olarak oluşturulduğu tespit edilmiştir

Probleme ait anlama aşamasını tamamlamalarının ardından plan yapma aşamasına geçmeye karar veren D1-D grubu öğrencileri, bu aşamada nasıl bir hazırlık yapmaları gerektiği konusunda aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

- D1-D-2 : Sürekli olarak ikiye böleceğiz ya bu sebeple toplam elma sayısına ikiye bölünebilen sayı verelim.
- D1-D-1 : Nasıl mesela?
- D1-D-2 : Mesela $18x$ olabilir. Buna göre Ali, Bekir ve Cengiz'in payına düşenleri hesaplayabiliriz.
- D1-D-3 : Tamam dediğiniz gibi başlayalım o zaman.

Grup üyeleri toplam elma sayısına $18x$ şeklinde değer vererek, problemdeki kural doğrultusunda bu değeri üç arkadaş arasında paylaştıkları Şekil 21'de görülmektedir.

Top. Elma = 18x

Ali	Bekir	Cemal
$\frac{18x}{2} + 1$	$\frac{18x}{2} - 1 + 1$	$\left(\frac{18x}{2} + 1\right) + 1$

Şekil 21. D1-D grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Yapmış oldukları plandan hareketle uygulama adımında çözüme giden D1-D grubu öğrencileri, elde ettikleri sonucun yanlış olduğunu fark etmeleri üzerine asıl hatalarının plan hazırlama aşamasındaki denklemi oluşturma esnasında yapıldığının farkına varmışlardır. Bu noktada, değer verme yöntemiyle problemi çözmeye çalışan üyeler, yapılan hatanın paylaşımlardan sonra kalan elmaları dahil etmelerinden kaynaklandığını tespit etmişlerdir. Toplam elma sayısında 18x gibi büyük ifadelerle uğraşmamak yerine 6x ifadesini kullanmakta karar kılan öğrenciler, Şekil 22'de gösterildiği gibi yeni bir plan oluşturma çabası içerisine girdikleri gözlenmiştir.

Toplam elma = 6x

Ali	Bekir	Cemal
$\frac{x}{2} + 1$	$\frac{3x - 1}{2} + 1$	$\left(\frac{3x - 1}{2} - \frac{3x - 1}{2} + 1\right) + 1$

Şekil 22. D1-D grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Problemden anladıklarından hareketle çözüm için plan yapma aşamasına geçtiği görülen D2-A grubu üyeleri, çözüm amacıyla oluşturacakları planı nasıl ifade edebilecekleri konusunda fikir birliğine varmaya çalıştıkları görülmüştür:

- D2-A-3 : Esasında biz burada, toplam elma sayısı olan 12x ifadesindeki x değerini bulmamız gerekir.
- D2-A-2 : Evet bulduğumuz x değeriyle 12'yi çarptığımızda toplam elma sayısı çıkacak zaten.
- D2-A-1 : O zaman kimin ne aldığını, aldıktan sonra diğerine ne kaldığını bulmamız lazım.
- D2-A-3 : Tablo çizerek gösterebilir miyiz bunları?
- D2-A-2 : Olabilir aslında. Kim ne kadar aldı, geriye ne kadar kaldığını belirtelim.

Plan yapma aşamasını ne şekilde ifade edebilecekleri konusunda önerilerde bulunduğu gözlenen grup üyeleri son olarak, tablo oluşturma yoluyla plan hazırlamada karar kıldıkları anlaşılmaktadır. Toplam elma sayısı olarak belirledikleri $12x$ değerini, problemde verilen kural dahilinde üç arkadaş arasında paylaştıran grup üyeleri, paylaşımından sonra geriye hiç elma kalmadığını düşünerek, çözümde kullanacakları denklemi ortaklaşa kararlaştırmışlardır.

D2-A-3 : Paylaşmadan sonra geriye hiç elma kalmıyorsa, Cengiz'in almasından sonra geriye kalan elma sayısı sıfır olmalı.

D2-A-1 : O zaman Cengiz'den kalanı sıfıra eşitleyerek x değerinin buluruz.

D2-A-2 : Tamam, çözüm için planı hazırladık sayılır.

Çözümüne yönelik plan hazırlama gayreti içerisinde olan D2-A grubu üyeleri, toplam elma sayısı ile paydaşlara düşen elma sayısını gösteren bilinmeyenli ifadeleri oluşturdukları tablonun hücrelerine yerleştirerek, problemin kendilerinden bulunmasını istenilen sonuçla ilgili ifadeyi oluşturmuşlardır.

Toplamı	Ali'nin Aldığı	Ali'nin aldıktan kalan	Bekir'in Aldığı	Bekir'in Ali'ye kalan	Cengiz'in Aldığı	Cengiz'in Ali'ye kalan
$12x$ dedik	$\frac{12x}{2} + 1$ $= 6x + 1$	$12x - (6x + 1)$ $= 6x - 1$	$\frac{6x - 1}{2} + 1$ $= \frac{6x + 1}{2}$	$6x - 1 - \frac{6x + 1}{2}$ $= \frac{6x - 3}{2}$	$\frac{6x - 3}{2} + 1$ $= \frac{6x + 1}{2}$	$\frac{6x - 3}{2} - \frac{6x + 1}{2}$ $= \frac{6x - 7}{2}$
SONLUĞU = $\frac{6x - 7}{2} = 0$						

Şekil 23. D2-A grubunun birinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

Probleme ait verilen ve istenenleri oluşturma yoluyla anlama aşamasını tamamlayan D2-B grubundaki öğrenciler, sepetteki toplam elma sayısı ile ilgili bilinmeyenli ifadeyi belirleme noktasında karşıt düşünce içerisinde oldukları gözlenmiştir:

D2-B-1 : Arkadaşlar bence toplam elmaya $12x$ değerini verelim.

D2-B-3 : Sürekli yarıya bölüneceğinden, toplam elma sayısına $8x$ demeliyiz bence. $12x$ dersek, $6x$ 'ten sonra $3x$ sorun oluşturabilir.

D2-B-1 : $8x$ artı sekiz desek doğru olur mu?

D2-B-3 : O zaman, üç kişi aralarında paylaşacağı için, $8x$ artı üç diyelim.

D2-B-2 : O zamanda üç yarıya bölünecek, virgüllü ifadeler gelecek yine.

D2-B-1 : Doğru diyorsun, küsuratlı sayılar işlemleri karıştırabilir.

D2-B-2 : $8x$ mantıklıydı bence. Tüm elma sayısına $8x$ diyelim.

D2-B-3 : Tamam o zaman, toplam elma sayısına göre elmaları paylaşalım.

Grup üyeleri arasında yukarıda geçen diyalogda, paylaşım işlemlerini gerçekleştirmeden önce toplam elma sayısını ne şekilde ifade etmeleri gerektiği konusunda hemfikir olunmaya çalışıldığı görülmektedir. Buna göre, paylaşım esnasındaki yarıya bölmelerden kaynaklanabilecek küsuratlı işlemlerden kurtulmak amacıyla toplam elma sayısının $8x$ olması gerektiği grupça kararlaştırılmıştır. Toplam elma sayısı $8x$ değerinin üç arkadaş arasında paylaşım işleminin gerçekleştirilmesinin ardından, problemdeki istenene nasıl ulaşabilecekleri konusunda grup üyeleri arasında aşağıdaki tartışmalar yaşanmıştır:

- D2-B-3 : Geriye hiçbir elma kalmadığına göre, üç arkadaşın aldıkları elmaların toplamı $8x$ yapmalı.
 D2-B-2 : Öyle ama, Cengiz'in almasından sonra geriye hiç elma kalmıyormuş. Onun için Cengiz'den sonra kalanları sıfıra eşitlememiz lazım. Yoksa senin dediğinden x ' değerini nasıl bulmayı düşünüyorsun?
 D2-B-1 : Doğru aslında haklısın.
 D2-B-3 : Tamam o zaman bir deneyelim. O zaman bu söylediklerimizi çözüm kısmında yapalım.
 D2-B-1 (D2-B-2'le birlikte): Tamam.

Grup üyeleri arasında yukarıda geçen konuşmalara göre, sepetteki elma sayısına nasıl ulaşabileceklerini karar vermede grup içerisinde farklı fikirlerin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu fikirler arasında öğrenciler, D2-B-2'nin savunduğu fikirden yola çıkarak toplam elma sayısına ulaşma noktasında ortak karar alınmıştır. Grubun, plan yapma aşamasında belirtmiş olduğu ifadeler aşağıdaki şekilde verilmiş olup, istenilene ulaşmada grupça kararlaştırılan ifadenin bu aşamaya yansıtılmadığı görülmüştür.

Toplam elma sayısı = $8x$		
Ali $\frac{3x+1}{2}$ $4x+1$	Bekir $\frac{6x-1+1}{2}$ $2x+\frac{1}{2}$	Cengiz $\frac{6x-3}{2}+1$ $\frac{6x-3+2}{2} = \frac{6x-1}{2} = 3x-\frac{1}{2}$
Toplam elma sayısı = $8x$		
Ali $\frac{3x+1}{2}$ $4x+1$	Bekir $\frac{6x-1+1}{2}$ $\frac{6x+1}{2}$	Cengiz $\frac{6x-3}{2}+1$ $\frac{6x+1}{2}$
		Ali aldıktan sonra kalan $8x - (4x+1) = 4x-1$
		Bekir aldıktan sonra kalan $8x - (4x+1 + \frac{6x+1}{2}) = \frac{6x-3}{2}$

Şekil 24. D2-B grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Bilinmeyenli ifadelerden yararlanarak problemi anlamaya çalışan D2-C grubu öğrencilerinin faydalandığı bu stratejinin plan yapma adımına da yansıdığı belirlenmiştir.

- D2-C-2 : Paylaşım sonucu hiç elma kalmayacak geriye. Zaten elmaların nasıl paylaşılması gerektiğini problemi anlamamız esnasında göstermiştik.
- D2-C-1 : Başlangıçta 14x elma vardı, paylaşım sonucu 8x, 4x ve 2x şeklinde gitti. Öyle ama, dikkat edersen yarısından bir fazla diyordu soruda.
- D2-C-3 : Evet onu bende fark ettim, aslında biz problemi eksik anladık.
- D2-C-2 : Nasıl yapabiliriz ki başka.

Problemi anlama aşamasında yapılanların doğru olmadığını ama yapabilecekleri başka bir yöntem düşünemediklerini ifade eden grup üyeleri, problemin çözümüne uygun planı kendi aralarında kararlaştırarak aşağıdaki şekilde ifade etmişlerdir.

	Aldıkları elma miktarı	Ali, Betir ve Cengiz'in aldıkları elmaların toplamı 14x olmalı.
Ali	8x	$8x + 4x + 2x = 14x$
Betir	4x	
Cengiz	2x	
Toplam	14x	

Şekil 25. D2-C grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Yukarıdaki şekle göre grup üyelerinin ortaya koyduğu plan aşaması incelendiğinde, elmaların arkadaşlar arasında ne şekilde paylaşılacağıyla ilgili kurala uymamaları hatalı bir plan oluşturmalarına neden olmuştur.

Problemi anlama aşamasında yapılanlardan hareketle, çözümde kullanacakları planı hazırlama sürecine başladığı gözlenen D2-D grubu üyelerinin, ne şekilde plan hazırlamaları gerektiği konusunda aralarında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-D-1 : Bence anlama aşamasında ifade ettiklerimizi tablolaştıralım.
- D2-D-3 : Evet, sütunlara kişilerin adlarını yazarak altlarına düşen elma sayılarını yazalım.
- D2-D-2 : Tablonun en başına da toplam elma sayısını belirten ifadeyi yazalım.
- D2-D-1 : O zaman sepette kaç elma olsun? Yarıya bölünecek ya, sürekli 2x elma olsun elimizde bence.
- D2-D-3 : Elimizde 2x elma vardı. Onun yarısından bir fazlası da x artı bir etmez mi? Şimdi ne kadar elimiz kaldı elimizde?
- D2-D-2 : Geriye x artı bir elma kalır. Ne kadar karışık bir soru.
- D2-D-3 : Hayır, 2x'ten x artı bir çıkarsa x eksi bir kalır. İşte işin püf noktası burada.
- D2-D-1 : Şimdilik Ali'nin altına almış olduğu elma sayısını gösteren ifadeyi yazalım, diğerlerini hesaplarız.
- D2-D-2 : Tamam anladım gibi.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalara göre, sepetteki toplam elma sayısını ne şekilde ifade edilmesi gerektiği noktasında hem fikir olmaya çalışırken, elmaları üç arkadaş arasında nasıl pay edecekleri konusunda tartışma içerisine girdikleri

görülmektedir. Bu esnada D2-D-2'nin, paylaşım sonucu kalan elma sayısının hesaplanmasının karışık olduğu şeklinde kaygılı düşünce içerisine girdiği göze çarpmaktadır. Bu durum karşısında D2-D-3, kalan elma sayısını nasıl hesaplanması gerektiğini kağıt üzerinde göstererek, grup arkadaşı D2-D-2'nin anlamasına yardımcı olduğu gözlenmiştir. Böylelikle grup üyeleri, üç arkadaşın payına düşen elma sayısını belirlemiş ancak bu değerlere nasıl ulaştıklarını göstermeyip, oluşturmuş oldukları tablonun ilgili hücrelerine karşılık gelen ifadeleri yazarak plan yapma aşamasını tamamlamışlardır.

Toplam elma sayısı	Ali'nin	Bekir	Cemal
$2x$	$x+1$	$\frac{x+1}{2}$	$\frac{x+1}{4}$

Şekil 26. D2-D grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

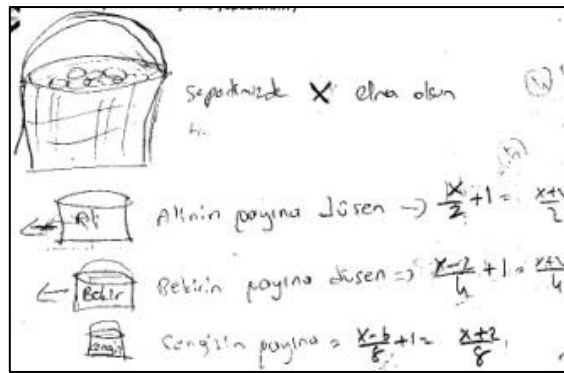
Problemin anlaşıldığına dair grupça emin olunmasının ardından, çözümde kullanacakları planı hazırlama aşamasına geçen öğrenciler, üç arkadaşın payına düşen elmayı nasıl ifade edebilecekleri konusunda hemfikir olmaya çalışmışlardır:

- D2-E-3 : İstersen oraya temsili bir sepet resmi çizelim, içi de elmalarla dolu olsun.
D2-E-2 : Toplam elma sayısını D2-C'e ifade edip ona göre paylaştıralım.
D2-E-3 : Tamam, ikiye bölmesi kolay bir şey olsun, mesela $16x$ gibi.
D2-E-1 : Ama neye göre $16x$ ifadesini veriyorsunuz?
D2-E-2 : Başlangıçtaki elma sayısını belirtmemiz lazım, kurala göre bunu arkadaşlar arasında paylaştıracamız. Yarısını alacağımız için ikiye bölünmesi kolay olsun dedik.
D2-E-1 : Hımm, tamam o zaman.
D2-E-3 : O zaman her bir arkadaşına küçük küçük sepetler yapıp paylarına düşen elmaları karşılıklarına yazalım.

Bu aşamada grup üyelerinin, toplam elma sayısına karşılık $16x$ şeklindeki bilinmeyen değeri oluşturarak, problem cümlesindeki kural dahilinde bu elmaları üç arkadaş arasında paylaştırmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu duruma karşın öğrenciler, hesaplamalar sonucu ortaya çıkacak büyük rakamlı ifadelerle işlem yapacak olmanın zor olacağı kaygısı içinde oldukları görülmüştür.

- D2-E-1 : Arkadaşlar, bence $16x$ yerine x vererek daha basite indirgeyebiliriz. Böyle çok karıştıracamız gibi gözüküyor.
D2-E-2 : D2-E-3, D2-E-1 haklı aslında, birde o şekilde deneyelim.
D2-E-3 : Tamam, x ifadesine göre işlemleri yapalım.

Grup üyelerinden D2-E-1'in önerisi doğrultusunda toplam elma sayısı olarak x bilinmeyişi vererek, bu değeri üç arkadaş arasında paylaşırma yoluna başvurdukları görülmüştür. Paylaşırma işlemleri esnasında öğrenciler, her bir üyeye düşen elmayı ifade eden denklemi ortaklaşa bulmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Plan hazırlama aşamasında üç arkadaşın payına düşen elma sayısını ilgili sepetlerin karşısına belirten grup üyeleri, bu değerlere ne şekilde ulaştıklarını göstermemiş olmaları dikkat çekicidir. Bunun yanı sıra, başlangıçta sepette bulunan elma sayısına ne şekilde ulaşmaları gerektiğini belirtmeyen öğrencilerin, paylaşırma işlemleri sonucunda her bir arkadaşına düşen elma sayısını gösteren plan süreci aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 27. D2-E grubunun birinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

D1 ve D2'deki grupların tamamının sepetteki elmalar adlı problemin çözümünde plan hazırlama girişimi içerisinde olduğu görülmektedir. Plan yapma amacıyla faydalanılan stratejiler karşılaştırıldığında grupların tamamının, üç arkadaşın payına düşen elma ile sepetteki toplam elma sayısını belirlemede denklem oluşturma stratejisinden faydalandığı tespit edilmiştir. Bu durumda öğrenciler, sepetteki toplam elma sayısı ile bu elmaların üyeler arasında nasıl paylaşırılması gerektiği konusunda ÖS ve KFS şeklinde söylemlerde bulunup karşılıklı fikir alışverişi içerisinde oldukları gözlenmiştir. Özellikle bu durum sepetteki toplam elma sayısını belirten bilinmeyenli ifadenin ortaya konması esnasında yaşanmıştır. Ancak bu aşamada her iki ortamdaki gruplardaki öğrencilerin plan hazırlama sürecindeki yaptıkları incelendiğinde, üç arkadaşın payına düşen elma sayısı ile ilgili denklem oluşturmalarına karşın istenilene yönelik plan oluşturmamaları dikkat çekicidir. Bu durum sadece D2-A grubuna ait plan yapma adımında yaşanmıştır. Dolayısıyla diğer gruplar bu ifadeyi uygulama adımında oluşturmak zorunda kalmışlardır. D2-C grubu öğrencilerinin problemi anladıklarına dair ifadeleri ortaya koymalarına karşın plan hazırlama adımında yapılanlar problemin yanlış anlaşıldığını göstermektedir. Bu durum D2-D grubu öğrencileri arasında K adına söylemlerin oluşmasına neden olmuştur.

Bunun yanı sıra D1-D grubu öğrencileri, ilk oluşturdukları plana bağlı çözüm gerçekleştirmelerini ardından yanlış sonuca ulaştıklarını fark etmeleri, yeni bir plan hazırlama sürecine girmelerine sebep olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Uygulama Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Uygulama adımında D1-A grubunda yapılanlar incelendiğinde, problemde kendilerinden istenilene yönelik herhangi bir planın yapılmamış olması, gruptaki üyelerin birbirlerine "Çözüm için ne yapabiliriz?" sorusunu sormalarına sebebiyet vermiştir. Bu noktadan hareketle grup üyelerinden D1-A-2 aşağıdaki şekilde açıklamada bulunmuştur:

D1-A-2 : Sepette hiç elma kalmadığına göre, Ali'nin aldığı elma sayısı artı, Bekir'in aldığı elma sayısı artı, Cengiz'in aldığı elma sayısı $8x$ değerine eşit olmalı.

D1-A-3 : Evet $8x$ olmalı. Bu şekilde yazarsak istenilen daha belirgin hale gelmiş olur.

Birbirleri arasında problemi nasıl çözecekleri konusunda hemfikir olan grup üyeleri, sözel olarak ifade ettikleri çözüm aşamasına ait denklemi yazıya döktükleri görülmüştür. Uygulama aşamasında, istenilene ait denklemi ortaya koyan üyelerinin, başlangıç aşamasında sepette ne kadar elma bulunmasıyla ilgili çözümü aşağıdaki şekilde görülmektedir.

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c} \text{Ali} \\ \frac{4x+1}{4} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Bekir} \\ \frac{4x+1}{2} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Cengiz} \\ \frac{4x+1}{4} \end{array} = 8x \\
 \frac{16x+4}{4} + \frac{8x+2}{2} + \frac{4x+1}{4} = 8x \\
 \frac{16x+4+8x+2+4x+1}{4} = 8x \\
 \frac{28x+7}{4} = 8x \Rightarrow 28x+7=32x \\
 7=4x \\
 x=\frac{7}{4} \Rightarrow 8x=8 \cdot \frac{7}{4}=14
 \end{array}$$

Şekil 28. D1-A grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Oluşturmuş oldukları plan doğrultusunda ortaklaşa olarak denklemi çözmeye çalışan D1-B grubu üyeleri, D1-A grubunda yaşandığı gibi arkadaşların payına düşen elmaların toplamının sepetteki toplam elma sayısına eşit olması gerektiği düşüncesinden hareketle yapmış oldukları çözüm Şekil 29'da görülmektedir.

$$\frac{x+2}{8} + \frac{x+2}{4} + \frac{x+2}{2} = \frac{x+2 + 2x+4 + 4x+8}{8} = \frac{7x+14}{8} = x$$

$$\Rightarrow 7x+14 = 8x$$

$$14 = x$$

Şekil 29. D1-B grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Plan yapma adımındaki ifadelerle ilgili olarak uygulama adımına geçtiği gözlenen D1-C grubu üyeleri, problemi nasıl çözecekleri konusunda hemfikir olmaya çalıştıkları görülmüştür.

D1-C-1 : Cengiz'in aldığı elma sayısı kalan elma sayısına eşit değil mi?

D1-C-3 (D1-C-2'le birlikte): Hayır.

D1-C-2 : Sepette paylaşmadan sonra hiç elma kalmadığına göre diyor, bu önemli bir nokta. Bu durumda Bekir'in aldığı elmadan Cengiz'in aldığı elmayı çıkardığımızda geriye elma kalmayacak.

D1-C-3 : Mantıken doğru düşünüyorsun aslında. Dikkat et bak, Cengiz'in aldığı elma sayısı Bekir'den kalan elma sayısına eşit olduğu için sepette elma kalmıyor.

D1-C-2 : D1-C-1 biraz sessiz kaldın ama sen ne düşünüyorsun?

D1-C-1 : Doğru ya ondan kalanı alıyor, haklısınız.

Yukarıda geçen konuşmalara göre D1-C grubu üyelerinin, problemin nasıl çözülmesi gerektiğini mantıksal olarak doğrulanmaya çalıştıkları görülmektedir. Bekir'in almış olduğu elmadan sonra geriye kalan elmaları Cengiz'in alması gerektiğinden yola çıkarak, planladıkları düşüncelerini cebirsel ifadelerle döken grup üyeleri, Şekil 30'da görüldüğü gibi doğru sonuca ulaşmışlardır.

$$\begin{array}{l} \frac{6x-3}{2} - \frac{6x+1}{4} = 0 \\ (2) \\ \frac{12x-6-6x-1}{4} = 0 \\ 6x-7=0 \\ 6x=7 \\ x=\frac{7}{6} \\ 12x=12 \cdot \frac{7}{6} = 14 \text{ (Toplam elma sayısı)} \end{array}$$

Atı ve Bekir'e verildikten sonra kalan elma sayısı, Cengiz'e düşen elma sayısından çıkarıldıktan sonra sonucu sıfıra eşitlerir.

Şekil 30. D1-C grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D1-C grubuna ait uygulama aşamasında yapılan çözüm incelendiğinde, paylaşımdan sonra sepette elma kalmadığını göz önünde bulunduran öğrenciler Bekir ile Cengiz'in payına düşen elma sayılarının farkının sıfır olması gerektiğini göz önünde bulundurarak çözümü gerçekleştirmelerin yanı sıra gerekçelerini sözel ifadelerle açıklamışlardır.

Problemin çözümü uygulama adımına geçen D1-D grubu üyeleri, ulaşmaları gereken toplam elma sayısı ile ilgili ifadeye yer vermediklerini fark etmişlerdir. Bu amaçla öğrenciler, her bir paydaşa ait denklemleri toplayıp toplam elma sayısı olarak kararlaştırdıkları $18x$ 'e eşitlemeye çalıştıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin gerekli işlemleri ortaklaşa karar verip paylaşım yapılmadan önceki sepetteki elma sayısını ifade eden denklem çözümü Şekil 31'de verilmiştir.

PLANI UYGULAMA (Çözümü açıklarak yapmalıyım)

$18x = \text{elma sayısı}$

$$\left(\frac{72x}{2} + 1\right) + \left(\frac{18x}{2} + 1\right) + \left(\frac{18x}{2} + 1\right) + 1 = 18x$$

$$72x + 7 = 72x \quad \text{Toplam elma: } 18 \cdot \frac{17}{9} = 34$$

$$x = \frac{17}{9}$$

Şekil 31. D1-D grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Uygulama aşamasında bulunan toplam elmayı üç arkadaş arasında verilen kurala göre paylaştırılmasıyla sonucun doğruluğunu görebileceklerini düşünen grup üyeleri değerlendirme aşamasına geçmiştir. Yerine koyma stratejisini tercih ederek, uygulama aşamasında bulunan değer doğruluğunu sağlama çalışan grup üyeleri, elde ettikleri sonucun oluşturdukları denklemi sağlamadığını fark etmişlerdir. Bu amaçla yeni bir plan hazırlayan (Şekil 22, s.90) D1-D grubu öğrencileri, oluşturdukları plandan hareketle gerçekleştirdikleri çözüm Şekil 32'de verilmiştir.

$$3x+1 + \frac{3x-1}{2} + 1 + \left(\frac{3x-1}{2} - \frac{(3x-1)}{2} \right) + 1 = 12x$$

$$\frac{3x+3}{2} + \frac{3x+1}{4} = 6x$$

$$x = \frac{7}{3}$$

Elma = 14

Şekil 32. D1-D grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Sepetteki toplam elma sayısına, hangi sebeple $12x$ dediklerini açıklayarak uygulama aşamasına geçtiği görülen D2-A grubu üyeleri, toplam elma sayısını üç arkadaş arasında verilen kural dahilinde paylaştıklarını belirtmişlerdir. Paylaşımlardan sonra, kalan elma sayısına ait ifadeyi sıfıra eşitleyen öğrencilerin, toplam elma sayısına doğru olarak ulaştığı Şekil 33'de verilmiştir.

PLANI UYGULAMA (Çözümü açıklayarak yapmalıyım)

Sepetteki elmaların tamamına 3 kişi arasında paylaştırdım. Şundan dolayı 3'ün katı den 12x dedik. (Aynı zamanda işlem kolaylaşsın diye)

I. adım $\frac{12x}{2} = 6x+1$ Alinin aldığı Kalan = $12x - 6x - 1 = 6x - 1$

II. adım $\frac{6x-1}{2} + 1 = \frac{6x+1}{2}$ Betir'in aldığı Kalan = $6x - 1 - \frac{6x+1}{2} = \frac{6x-3}{2}$

III. adım $\frac{6x-3}{2} + 1 = \frac{6x+1}{4}$ Cengiz'in aldığı Kalan = $\frac{6x-3}{2} - \frac{6x+1}{4} = \frac{6x-7}{4}$

Geride hiç elma kalmadığına göre kalanı "0" a eşitlemeliyiz.

$$\frac{6x-7}{4} = 0 \quad x = \frac{7}{6}$$

Elma sayısına 12x denedik

0 kalır $12 \cdot \frac{7}{6} = 14$ adet elmamız vardır

Şekil 33. D2-A grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Plan hazırlama aşamasında ortaya konan ifadelerden hareketle çözüm için uygulama aşamasına geçen grup üyeleri, problemdeki istenilene yönelik nasıl bir ifade ortaya koymaları gerektiği konusunda hemfikir olmaya çalıştıkları görülmüştür.

- D2-B-1 : Tamam, üç arkadaşın payına düşen elmalara ait değerleri bulduk. Nasıl ulaşacağız toplam elma sayısına. Cengiz'den sonra elma kalmıyormuş.
 D2-B-2 : Aslında, arkadaşların payına düşen elmaları toplayıp $8x$ 'e eşitlesek de olur fark etmez.
 D2-B-3 : Yani, bence de direk dediğim gibi yapalım yoksa Cengiz'den sonra kalan elmaları da hesaplamamız gerekecek.
 D2-B-2 : Doğru aslında, Cengiz'in almasından sonra ne kadar elmanın kaldığını göstermemiştik az önceki aşamada.
 D2-B-3 : Yani, ikisi de aynı şey ama benim dediğim daha mantıklı geliyor.
 D2-B-1 : Tamam D2-B-3, senin dediğin yöntemden çözmeye çalışalım o zaman.

Grup üyeleri arasında yukarıda geçen konuşmalar incelendiğinde, toplam elma sayısına ulaşma noktasında plan yapma aşamasındaki kararsızlığın devam ettiği göze çarpmaktadır. Son olarak D2-B-3'ün savunmuş olduğu fikri haklı bulan grup üyeleri, paylaşım sonucu her bir arkadaşına düşen elma sayısını toplayarak toplam elma sayısına ulaşılması gerektiğine karar vermişlerdir. Plan yapma aşamasında gerçekleştirilen paylaşım işlemleri sonucu, üç arkadaşın payına düşen bilinmeyenli ifadeleri toplayıp baştaki elma sayısı $8x$ 'e eşitleyen öğrencilerin çözümü aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Ali, Bekir ve Cengiz'in aldığı cevizlerin toplamı. Başlangıçtaki ceviz sayısına $(8x)$ eşit. Buna göre;

$$4x+1 + \frac{6x+1}{2} + \frac{6x+1}{4} = 8x$$

$$(4) \quad (2) \quad (1) \quad (4)$$

$$\frac{16x+4 + 8x+2 + 6x+1}{4} = \frac{32x}{4}$$

$$23x+7 = 32x$$

$$7 = 9x$$

$$\frac{7}{9} = x$$

Toplam ceviz = $8x$

$$28 \cdot \frac{7}{9} = 14$$

Şekil 34. D2-B grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Yapmış oldukları hazırlıktan yararlanarak probleme ait çözümü gerçekleştirmek isteyen D2-C grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-C-2 : Denklemdaki x 'e niçin bir değerini verdiğimizi belirtirsek problemi çözmüş oluruz.
- D2-C-1 : Eğer toplam elma sayısından paylaştırılan elma sayısını çıkartırsak sıfır değerini vermeli. Buradan x değerini bulabiliriz.
- D2-C-2 : Doğru olacağını düşünmüyorum ama yapalım hadi.

Grup üyeleri arasında yukarı geçen konuşmalarda, plan yapma adımında ortaya konan ifadeler hakkında kaygı yaşamaları dikkat çekicidir. Bu durumun sebebinin, problemin yanlış anlaşılmasına bağlı olarak çözüme yönelik planı tam olarak belirleyememelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin hatalı bir şekilde oluşturdukları plan neticesinde ortaya konan hatalı çözüm aşağıda şekilde verilmiştir.

Ali, Bekir, Cengiz'in aldıkları elmaların toplamı $14x$
 $14x - (x + 4x + 2x) = 0 \rightarrow$ Sepette en sonunda hiç elma kalmadığına göre
 $x=1$ olur.
 $14x = 14 \cdot 1 = 14$

Şekil 35. D2-C grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Plan yapma adımında oluşturdukları tablodaki ifadelerden hareketle istenilene ulaşma noktasında kararlaşdırmaları gereken planı, uygulama aşamasının başlangıcında belirlemeye çalışan D2-D grubu öğrencileri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-D-1 : Sonuçta toplam elma sayısı, paylaştırılan elma sayısına eşit olmayacak mı?
- D2-D-3 (D2-D-2'la birlikte): Evet.
- D2-D-2 : Madem ki son paylaşımdan sonra geriye hiç elma kalmıyor, o zaman Cengiz'den kalanı sıfıra eşitleyip de sonucu buluruz.

D2-D-2'nin alternatif çözüm önerisine karşın grup üyelerinin bir müddet düşündüğü gözlenmiştir. Bu esnada grup üyelerinden D2-D-3:

- D2-D-3 : Cengiz'in almasında sonra kalanları bulmak için ekstra bir işlem daha yapmamız gerekecek. Onun için hazır bulmuşken hepsini toplam elma sayısına eşitleyelim.
- D2-D-2 : Tamam, fark etmez.

Yukarıda geçen konuşmalara göre, plan hazırlama aşamasında çözüme yönelik herhangi bir girişimin yapılmaması, öğrenciler arasında kaygılanmalara sebebiyet verdiği anlaşılmaktadır. Öğrencilerin kendilerince belirledikleri farklı çözüm yöntemleri karşısında, kendilerince en makulünü tercih ederek, paylaşım sonucu her bir arkadaşın payına düşen

elma sayısının toplamını ilk anda sepette bulunan elma sayısına eşitlemeye çalıştıkları gözlenmiştir. Oluşturulan denklemin çözümü sonrası elde edilen sonuç Şekil 36'da verilmiştir.

Tüm elma sayısı = $2x$
 Ali $\Rightarrow x+1$
 Bekir $\Rightarrow \frac{x}{2}$
 Caner $\Rightarrow \frac{x}{4}$
 Çözüm
 $2x = x+1 + \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4}$
 $2x = x+1 + \frac{2x+2+x+1}{4}$
 $2x = \frac{4x+4+2x+2+x+1}{4}$
 $2x = \frac{7x+7}{4}$
 $8x = 7x+7$
 $x = 7$
 Tüm elma sayısı = 14 'dür

Şekil 36. D2-D grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Yapılan hazırlığa bağlı olarak uygulama aşamasına geçen D2-E grubu üyeleri, problemi nasıl çözebileceklerine dair ortaklaşa karar vermeye çalıştıkları görülmüştür:

- D2-E-2 : Bu aşamada, toplam elma sayısını nasıl ulaşmalıyız onu bulalım.
 D2-E-1 : Zaten, kişilere düşen elma sayısını bulduk, sonra geriye hiç elma kalmadığı verilmiş bize.
 D2-E-3 : Hepsinin toplamını x 'e eşitleyelim o zaman.
 D2-E-2 : Geriye hiç elma kalmıyorsa, en baştaki elmadan paylaşılanları çıkartalım bence.
 D2-E-1 : O zaman hepsini düşen elmaları toplayalım.
 D2-E-2 (D2-E-3'la birlikte): Tamam.

Hemen hemen diğer gruplarda olduğu gibi, nasıl bir çözüm yönteminin uygulanması gerektiğini plan yapma aşamasında oluşturmayıp, uygulama adımının başlangıcında oluşturulmak istenmesi D2-E grubunda da yaşandığı gözlenmiştir. Grup üyeleri arasında yaşanan fikir alışverişi neticesinde, toplam elmayı ifade eden bilinmeyenden paylaşım sonucu oluşan değerleri çıkartma yoluyla sepette ilk anda bulunan elma sayısına ulaşılacağı kararlaştırılmıştır. Bu ifadeleri uygulama adımına yansıtılmalarının ardından öğrenciler Şekil 37'de gösterildiği gibi çözümde bulunmuştur.

$$\begin{aligned}
 & X = \text{elma sayı.} \\
 & X - \left(\frac{x+2}{2} + \frac{x+2}{4} + \frac{x+2}{8} \right) = 0 \\
 & X - \left(\frac{4x+8}{4} + \frac{2x+4}{4} + \frac{x+2}{4} \right) = 0 \\
 & \frac{8x - (7x+14)}{4} = 0 \\
 & 8x - 7x - 14 = 0 \\
 & x = 14 //
 \end{aligned}$$

Şekil 37. D2-E grubunun birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D1 ve D2'deki grupların tamamının sepetteki elmalar adlı problemin çözümünde, plan hazırlama adımında ortaya konan stratejiye bağlı denklem çözümlerinin gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Plan yapma aşamasında belirtildiği gibi D2-A grubu haricinde D1 ve D2'deki diğer tüm grupların, toplam elmanın paylaşımını gerçekleştirmelerine rağmen kendilerini sonuca götürecek hazırlığı yapmamış olmaları, uygulama adımının başlangıcında yeni bir hazırlık süreci içerisine girmelerine neden olmuştur. Bu durum karşısında grup üyeleri arasında ÖS şeklindeki söylemlerde bulunmalarına sebebiyet vermiş olup bunun yanı sıra KFS yönünde söylemler gözlenmiştir. Bu durum, D1'deki gruplar lehine daha sık yaşanmış olup AY adına oluşan söylemlerin D2'deki gruplar lehine daha fazla meydana geldiği belirlenmiştir. D2-C grubu üyelerinin problemi anlama ve plan yapma adımlarında yaşadıkları sıkıntı uygulama adımındaki çözümlerine de yansımış olup gerçekleştirdikleri çözüme yönelik kaygıların uygulama adımında da devam ettiği belirlenmiştir.

Değerlendirme Adımında Yaşanalar

D1'de Yaşananlar

Uygulama aşamasında elde ettikleri çözüm sürecini doğrulamak isteyen D1-A grubu üyeleri, ne şekilde bir değerlendirme bulunmaları gerektiği konusunda fikir alışverişinde buldukları görülmüştür.

D1-A-2 : *Bence, sözel ifadelerle yaptığımız işlemlere ait açıklamalarda bulunabiliriz.*

D1-A-3 : *Olabilir ancak, çözüm sonucu sepetteki elma sayısının 14 olduğunu bulduk. Bu değer üzerinden acaba çözümün doğruluğunu görebilir miyiz?*

D1-A-1 : *Evet olabilir, bakalım paylaştırmadan sonra sepette elma kalacak mı? Eğer kalmazsa doğrudur demektir.*

D1-A-2 : *Evet haklısın. Yerine koyarak bir nevi ispat yapmış olacağız doğru diyorsun.*

Yukarıdaki konuşmalara göre D1-A grubu öğrencileri, nasıl değerlendirmede bulunabilecekleri konusunda karşılıklı açıklama ve önerilerde bulunarak, uygulama adımıyla elde ettikleri sonucu hazırladıkları denklemde yerine koyarak doğrulamaya çalıştıkları Şekil 38'de görülmektedir.

Sepetteki elma sayısı = 14

$$\text{Ali} = \frac{14}{2} + 1 = 8$$

$$\text{Bekir} = \frac{14 - 8}{2} + 1 = 4$$

$$\text{Cengiz} = \frac{14 - (8 + 4)}{2} + 1 = 2$$

$14 - (8 + 4 + 2) = 0 \Rightarrow$ Hiç elma kalmadığına göre denklemin sağlanmıştır.

Şekil 38. D1-A grubunun birinci problemde değerlendirme adımıyla yaptıkları

Uygulama aşamasında elde ettikleri sonuçtan hareketle değerlendirme aşamasına geçtiği görülen D1-B grubu üyeleri, ne şekilde bir değerlendirmede bulunmaları gerektiğini grupça tartıştıkları görülmüştür:

- D1-B-2 : Bence bulmuş olduğumuz sonucun sağlanmasını yaparak değerlendirmede bulunabiliriz.
- D1-B-3 (D1-B-1'le birlikte): Tamam ama nasıl yapmalıyız?
- D1-B-1 : Bulduğumuz toplam elma sayısını denklemde yerine koyalım.
- D1-B-2 : Evet aynen o şekilde, katılıyorum.

Karşılıklı fikir alışverişi doğrultusunda, yerine koyma stratejisinden faydalanarak sağlama yapmayı kararlaştıran D1-B grubu üyeleri, elde ettikleri toplam elma sayısını, problem durumundaki verilenler doğrultusunda arkadaşlar arasında paylaşarak doğrulamaya çalıştıkları aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Toplam elma = 14

$$\text{Ali} \rightarrow \frac{14}{2} + 1 = 8$$

$$\text{Bekir} \rightarrow \frac{6}{2} + 1 = 4$$

$$\text{Cengiz} \rightarrow \frac{2}{2} + 1 = 2$$

$8 + 4 + 2 = 14$

Şekil 39. D1-B grubunun birinci problemde değerlendirme adımıyla yaptıkları

Grupça alınan ortaklaşa karar doğrultusunda, yerine koyma stratejisinden faydalanarak değerlendirmede bulunmayı amaçlayan D1-C grubu üyelerinin değerlendirme adımında yaptıkları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{array}{l}
 \text{Ali} \rightarrow \frac{14}{2} + 1 = 8 \quad \text{Kalan elma} = 14 - 8 = 6 \\
 \text{Bekir} \rightarrow \frac{6}{2} + 1 = 4 \quad \text{Kalan elma} = 6 - 4 = 2 \\
 \text{Cengiz} \rightarrow \frac{2}{2} + 1 = 2 \quad \text{Kalan elma} = 2 - 2 = 0 \\
 \text{Sağlama yapıp sonucun doğruluğu kanıtlandı.}
 \end{array}$$

Şekil 40. D1-C grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Problemin çözümüyle ilgili değerlendirme aşamasında ne tür bir strateji izlemeleri gerektiğini kararlaştırmaya çalışan grup üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D1-D-2 : Arkadaşlar bence bu sefer doğru bulduk. Yerine koyalım hemen bulduğumuz değeri.
 D1-D-1 : Bence de.
 D1-B-3 : Aynen, öncekini iyi fark ettik valla.

D1-D grubu öğrencileri, uygulama adımında bulmuş oldukları toplam elma sayısına ait değeri denkleme yerine koyarak sonucun doğrulayabileceklerini düşünmüşlerdir. Bu doğrultuda toplam elma sayısına göre; Ali, Bekir ve Cengiz'in payına düşen elma sayısını hesaplayan öğrenciler, paylaşılan elma sayısının baştaki elma sayısına eşit olduğunu göstererek işlemlerin doğruluğunu ispatlamışlardır.

$$\begin{array}{l}
 \frac{\text{Ali}}{\frac{14}{2} + 1} \quad \frac{\text{Bekir}}{\frac{6}{2} + 1} = \frac{\text{Cengiz}}{\frac{2}{2} + 1} \\
 \frac{8}{8} \quad \frac{4}{4} = \frac{2}{2} = 1 \\
 \text{Doğru !!!}
 \end{array}$$

Şekil 41. D1-D grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Bulmuş oldukları toplam elma sayısının doğruluğunu göstermek amacıyla yerine koyma stratejisinden faydalanmayı tercih eden D2-A grubu öğrencileri arasında yaşanan diyalog şu şekildedir:

D2-A-1 : Sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabiliriz? Denklemden x gördüğümüz yere 14 yazalım.

D2-A-3 : Evet evet. Yerine koyalım bakalım sonucu sağlıyor muyuz?

D2-A-2 : Bence bu sefere doğrudur arkadaşlar, sepette elma kalmamıştır.

Grup üyeleri arasında yukarıda geçen konuşmalarda, uygulama adımındaki çözüm sonucu elde ettikleri 14 değerini arkadaşlar arasında paylaştıran öğrenciler, paylaşım sonucu geriye hiç elmanın kalmadığını doğruladıkları Şekil 42'de görülmektedir.

Seöpmasını yapacak dural:

→ 14 elmanın yarısının 1 fazlası $\frac{14}{2} + 1 = 8$ eder (Bu Ali'nin)
 Geriye 6 elma kalır. ($14 - 8 = 6$)

→ 6 elmanın yarısının 1 fazlası $\frac{6}{2} + 1 = 4$ eder (Betül'in aldığı)
 Geriye 2 elmamız kaldı. ($6 - 4 = 2$)

→ 2 elmanın yarısının 1 fazlası $\frac{2}{2} + 1 = 2$ eder (Cengiz'in aldığı)
 Geriye 0 elma kalır. ($2 - 2 = 0$)

Sonuç olarak Ali'ye 8, Betül'e 4, Cengiz'e 2 yani cevapta da bulduğumuz gibi $8 + 4 + 2 = 14$ elma paylaştırılmıştır ve sepette elma kalmamıştır.

Şekil 42. D2-A grubunun birinci problemde değerlendirme adımındaki yaptıkları

Elde ettiklerin sonucun sağlanmasını yapabilmek amacıyla D2-B grubu öğrencileri, toplam elma sayısına ait sonuç değerini çözüm amacıyla oluşturdukları denklemden yerine koymak istemişlerdir. Bu yolla, üç arkadaşın payına düşen elmaların toplamını baştaki elma sayısına eşitleyen öğrenciler, elde ettikleri sonucun doğruluğunu Şekil 43'de görüldüğü gibi belirtmişlerdir.

Toplam ceviz 14

Ali	Bekir	Cemal
8	4	2
Kalan=6		Kalan=2

$8+6+2=14$ hiç ceviz kalmıyor.

Şekil 43. D2-B grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Arkadaşlar arasında yapılan paylaşımın toplam elma sayısına eşit olacağı düşüncesiyle elde edilen sonucu doğrulamaya çalışan grup üyeleri, aşağıda verilen şekilde değerlendirmede bulunmuştur.

Paylaşmadan sonra sepette hiç elma kalmadığına göre

$$14x - (2x + 4x + 8x) = 0 \quad \text{olduğu için } x=1 \text{ olur. } x=1 \text{ iken}$$

Cemal Bekir Ali

işlem $14 \cdot 1 = 14$ sonucu çıkar.

Şekil 44. D2-C grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Bulmuş oldukları toplam elma sayısının doğru olduğunu sağlama yapma yoluyla göstermeye çalışan D2-D grubu üyeleri arasında yaşanan diyalog şu şekildedir:

D2-D-3 : Bence gruptaki elemanların isimlerini yazalım. Bulduğumuz toplam elma değerine göre hepsine ne kadar düşüyor gösterelim.

D2-D-1 : Mesela Ali'nin aldığı x artı bir ise x yerine yedi mi koyalım?

D2-D-3 : Evet o şekilde düşündüm ben. Böylece kimin ne kadar aldığı belli olur.

D2-D-2 : Bence D2-D-3 haklı. Yaptığımız işlemlerin sağlaması olacak, hem kim ne kadar alıyor göstermiş olacağız.

D2-D grubu üyeleri arasında yaşanan diyalogda, ne şekilde değerlendirmede bulunabilecekleri yönünde birbirlerine öneri sunma ve açıklamada buldukları gözlenmiştir. Bunun sonucu yapılacakların doğru olduğu yönünde birbirlerini onaylayan öğrencilerin değerlendirme amaçlı yaptıkları Şekil 45'de sunulmuştur.

2. Sağlamasını yapalım

Tüm elma	Ali	Bekir	Cemal
$2x=14$	$x=8$	$\frac{x}{2}=4$	$\frac{x+1}{4}=2$

Şekil 45. D2-D grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama adımında elde ettikleri x ifadesine karşılık gelen 14 değerini, oluşturdukları denklemde yerine koyarak sonucun doğruluğunu göstermeye çalışan D2-E grubu üyelerinin değerlendirme aşamasıyla ilgili çözümü Şekil 46'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 & x \text{ yerine } 14 \text{ yazarsak} \\
 & 14 - \left(\frac{14+1}{2} + \frac{14+2}{4} + \frac{14+1}{8} \right) = 0 \\
 & 14 - (14 + 1/2 + 2 + 1/8) = 0 \\
 & 14 - 14 = 0 \\
 & 14 = 14
 \end{aligned}$$

Şekil 46. D2-E grubunun birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D1 ve D2'deki grupların, uygulama adımında yapılan işlemler sonucu elde ettikleri sonucun doğruluğunu göstermeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu esnada bilişsel faktörler altındaki söylemlerin ön plana çıktığı görülürken, daha çok değerlendirme amaçlı ne tür bir stratejiye başvurabilecekleri yönünde ÖS söyleminin yoğunluk kazandığı belirlenmiştir. D1'deki gruplar arasında daha yoğun bir şekilde yaşanan bu durum karşısında öğrenciler, tercih edilecek stratejinin ne şekilde uygulanması gerektiği konusunda AY söylemine başvurarak birbirlerine destek oldukları gözlenmiştir. D1 ve D2'deki gruplarca yapılan değerlendirmelerin tamamında yerine koyma stratejisinden faydalandığı belirlenmiştir. Özellikle D1'deki gruplar içerisinde daha sık rastlanan bu durum, ulaştıkları sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi yönünde çevrimiçi grup çalışmalarındaki öğrencilerin daha bilinçli davrandıklarını ortaya koymaktadır. Bu duruma örnek olarak D1-D grubunda yaşanan durum örnek olarak verilebilir. D2-D grubundaki öğrenciler uygulama aşamasında elde ettikleri sonucun doğruluğunu sağlamaya çalıştıklarında doğru olmadığını fark etmeleri, hatalarının hazırlamış oldukları plandan kaynaklandığının farkına varmalarına sebep olmuştur.

4.1.1.2. Oto Galeri Probleminde Yaşanan Farklılaşmalar

"Fonksiyonlar" konusuna yönelik problem çözme sürecinde yaşananları betimlemek amacıyla hazırlanan ikinci problemde "Oto Galeri" adlı problem çözme etkinliği D1 ve D2 ortamındaki gruplara uygulanmıştır. Bu etkinlik esnasında grupların problem çözme adımlarına uygun yapmış oldukları çözümler başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

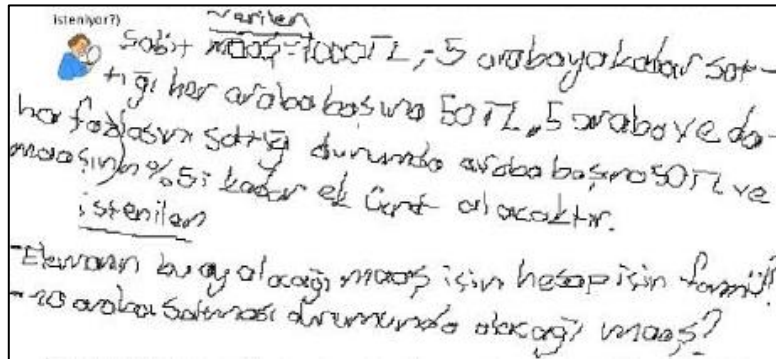
Problemi Anlama Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Oto Galeri adlı probleme çözümden bulunmak amacıyla problemi anlamaya çalıştıkları görülen D1-A grubu üyeleri, grup üyeleri arasında karşılıklı fikir alışverişinde buldukları gözlenmiştir:

- D1-A-1 : Beş arabaya kadar bu kişi 1250 TL para alıyor değil mi?
 D1-A-2 : Evet, 1000TL sabit geliri var birde araba başına 50 TL ek ücret alıyor.
 D1-A-1 : Peki, beş arabadan sonra 1250TL'nin mi %5'ini almamız yoksa toplam maaşı ayrı mı hesaplamamız gerek? Çünkü dikkat ederseniz beş arabadan sonrası için farklı bir durumdan bahsediyor.
 D1-A-3 : Evet orayı bende tam olarak anlayamadım?
 D1-A-2 : Bence ikinci durumda maaşı baştan hesaplayıp 1000TL'nin %5'ini hesaplamamız gerek.
 D1-A-3 : 1000 TL üzerinden hesaplayacağımıza emin misin?
 D1-A-2 : Tamam tamam. D1-A-1 haklısın, sonraki halinin beş arabadan sonraki toplam maaşını diyor 1250TL yani hatta ikinci durumda araba başına 45TL alıyor. Doğru valla problemi çözmeye çözeriz de problemi anlayabilmek meseleymiş. Peki ne yazalım bu aşamada?
 D1-A-1 : Sadece araba başına 45TL değil "ve" bağlacı var orada dikkat edin buna ilave bir de %5 ek ücret alacak. Problemin can alıcı yeri burası, beş arabadan önceki ve sonraki durumları iyi ortaya koyarsak tam puan alırız bence bu aşamada.
 D1-A-2 : Evet, problemdeki a ve b şıklarına göre farklı formüller kullanmamız gerek ama o diğer aşamada yapılacak.

Problemi anlama aşamasıyla ilgili grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki diyaloglar incelendiğinde, problemin grup üyelerince farklı şekillerde algılandığı söylenebilir. Grup üyeleri, "1000 TL'nin üzerinden hesaplayacağımıza emin misiniz?", "problem durumlarına ait alınması gereken maaşları ayrı mı hesaplamamız gerekir?" şeklinde sorularla, problemin anlaşılmasında cevap bulmak istedikleri sorular hakkında birbirlerine danıştıkları tespit edilmiştir. Bu sorular neticesinde, gruptaki diğer üyelerin düşüncelerini birbirlerine açıklayarak problemi anlama adına ortak karar verme gayreti içerisinde olmaları göze çarpmaktadır. Grup üyeleri arasında yaşanan diyaloglar sonrası verilen ve istenen ifadeleri belirterek problemi anlamaya çalıştıkları Şekil 47'de görülmektedir.

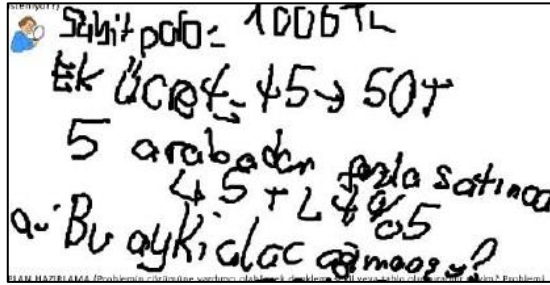


Şekil 47. D1-A grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

İkinci problemin çözümü için bir araya gelen D1-B grubu üyelerinden D1-B-2, problemde ne anlatılmak istendiği sorusunu yöneltmesiyle diğer üyeleri teşvik etmeye çalıştığı görülmüştür. Bu esnada grubun diğer üyelerinden D1-B-1, probleme ait verilenleri sırasıyla arkadaşlarına aktarmaya başlamıştır:

- D1-B-1 : Beş arabaya kadar araba başına 50TL alabiliyormuş. 5 arabadan fazla olunca nasıl ifade etmemiz gerekir?
 D1-B-2 : Tamam onu bende anladım da beş arabadan fazla olan kısmını anlamadım.
 D1-B-1 : Araba sayısı beşi geçerse maaşını %5'ile birlikte 45 TL sattığı araba başına para alıyor demi?
 D1-B-3 : Evet ben de bu şekilde düşündüm.
 D1-B-2 : Evet D1-B-1 sözel olarak senin dediğin gibi ifade edebiliriz. İstenen ise satış elemanının bu ayki maaşı ne kadar olmalı.

Yukarıdaki diyaloga göre geçen konuşmalara göre, problemde ne anlatılmak istendiği konusunda birbirlerinin düşüncelerine başvurdukları görülmektedir. Bu esnada öğrenciler probleme ait anladıklarını birbirlerine sorarak doğrulamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu durumda verilen ve istenen ifadeleri kararlaştıran öğrenciler anlama aşamasıyla ilgili kararlaştırdıkları ifadeler aşağıdaki şekilde yer almaktadır.



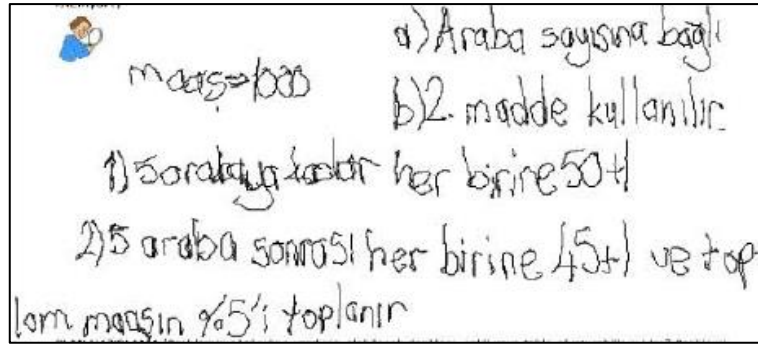
Şekil 48. D1-B grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

Probleme ait verilen ifadeleri birbirlerine aktarmaya çalıştıkları görülen D1-C grubu üyeleri arasında yaşanan diyalog şu şekildedir:

- D1-C-1 : Kişinin sabit maaşı 1000TL.
 D1-C-2 : Evet birde 5 arabaya kadar her araba başı 50TL alıyor.
 D1-C-1 : 6 arabadan sonra ise araba başına 45TL alıyor.
 D1-C-3 : Bence D1-C-1 beş arabadan sonra değişiyor senin dediğin durum, dikkat edersen problemde beş araba ve fazlası diyor.
 D1-C-1 : Hııı tamam doğru diyorsun.
 D1-C-2 : İkinci durumda a şıkkı için yazmış olduğumuz ifadeyi kullanabiliriz, farklı olarak sadece %5 ek maaş alacak onu eklememiz yeterli olur bence.
 D1-C-3 : Bence de o şekilde olmalı fakat burada yazabileceğimiz alan kısa, yazılarda büyük oluyor, sığdırma konusunda problem yaşayabiliriz onun için özetleyelim bence.

- D1-C-1 : O zaman bana göre 5 araba sonrası araba başına 45 TL ile toplam maaşın %5'i toplanmalı.
 D1-C-2 : Tamam D1-C-1 doğru söylüyorsun bence yeterli böyle.

Problemi anlama aşamasında grup üyeleri birlikte hareket ederek, her birinin problemi ne şekilde anladıklarına dair fikirlerini paylaştıkları göze çarpmaktadır. Bu aşamada öğrenciler, grup halinde problemi anlama adına ÖS ve AY şeklinde söylemlerde bulunarak gerekli durumlarda karşıt fikirler sunarak birbirlerinin anlamalarına yardımcı oldukları görülmüştür. Ancak, grup üyelerinin birbirlerini ikna edebilme sürecinde bir hayli zaman kaybettiği gözlenmiştir. Grupça hem fikir olunan söylemler doğrultusunda problemden anladıklarını verilen ve istenilenleri özetleme yolunu tercih eden üyelerin anlama aşamasına yönelik oluşturdukları ifadeler Şekil 49'da görülmektedir.



Şekil 49. D1-C grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

Problemdeki verilen ve istenen ifadeleri oluşturma yoluyla anladıkları özetlemeye çalışan D1-D grubu öğrencileri, kendilerine ait fikirleri birbirlerine aktardıkları gözlenmiştir:

- D1-D-2 : Arkadaşlar neler anladık problem durumundan?
 D1-D-1 : Şuan bilgilerimi toparlamaya çalışıyorum da siz okudunuz mu?
 D1-D-2 : Kişinin aylık sabit maaşı 1000TL, 5 arabaya kadar 50TL ekstradan alıyor. 10 arabadan sonra 45TL ve toplam maaşın %5'i alıyor.
 D1-D-1 : Evet toplam maaşın %5'i, oda 50 lira yapıyor.
 D1-D-3 : Burada iki tane durum var, ikisi de birbirinden farklı. İkincisi karışık geldi bana siz anlayabildiniz mi?
 D1-D-2 : İkincisinde iki farklı durum var. İki durumda da farklı maaşlar alıyor satıcı.
 D1-D-3 : Evet anladım sanırım. Sattığı araba sayısına göre aldığı ek ücret değişiyor. Buna göre verilenleri gruplayabiliriz.

İlk etapta problemin kendilerinden ne istediğiyle ilgili herhangi bir yorumda bulunmakta zorluk çeken grup üyelerinin, birbirlerine yapmış oldukları teşviklerle probleme ait birtakım verilenleri oluşturdukları gözlenmiştir. Bu esnada öğrenciler birbirlerine sorular yönelterek anlamadıkları durumlar hakkında cevap bulmak istemişlerdir. Ancak gruptaki öğrencilerin, anlama aşaması üzerinde çok fazla durmayıp, bir an önce plan yapma

aşamasına geçme eğiliminde oldukları göze çarpmıştır. Nitekim aşağıdaki şekilde görüldüğü üzere, gruba ait anlama aşamasında yapılanlar incelendiğinde, öğrencilerin sadece verilenleri özetledikleri ancak problemin kendilerinden ne istediğine dair herhangi bir açıklamada bulunmadıkları görülmektedir.

Handwritten mathematical work showing calculations for a problem. The text includes: "LayfiK = 1000 TL", "112 TL = 50", "5x = 45", and a division "10005 / 100 = 50".

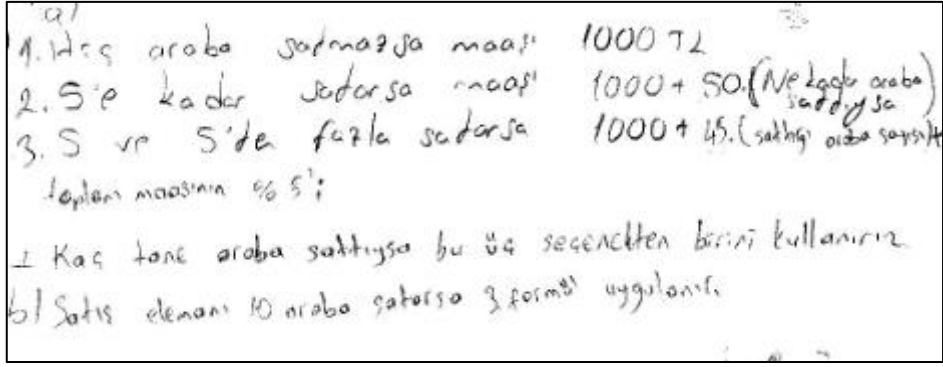
Şekil 50. D1-D grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Kendilerine verilen problem durumunu okuyarak anlamaya çalıştıkları gözlenen D2-A grubu üyeleri, problemdeki verilenleri özetleyerek ne anladıklarını birbirlerine ifade etmeye çalıştıkları gözlenmiştir.

- D2-A-1 : 50 ve 45TL'ler araba başına hesaplanacak değerler değil mi?
D2-A-2 : Evet, beş arabadan az ise 50TL, beş ve beş arabadan fazla ise 45TL'den hesaplanacak.
D2-A-1 : O zaman ilk durumda 1000TL artı 50 çarpı ne kadar araba sattıysa onu hesaplayacağız.
D2-A-3 : Hiç araba satılmazsa bu adam o zaman bin TL almalı.
D2-A-1 : Evet o kesin zaten. Beş'e kadar derken beş yok demi?
D2-A-2 : Beş yok. İlk durumda bin TL'nin üzerine beşe kadar kaç araba satıldıysa ona göre ek ücreti eklemeliyiz.
D2-A-1 : Tamam. Beşin üzerinde araba satılırsa, bin TL'nin üzerine araba başına kırk beş TL ekleyeceğiz o zaman.
D2-A-2 : Evet, bir de toplam maaşının yüzde beşi kadar daha ek ücret alıyor, bunu da eklemeliyiz.
D2-A-3 : Doğru diyorsun o da vardı. O zaman anladıklarımızı yazalım.
D2-A-2 : Tamam.

Problemi anlama aşamasıyla ilgili D2-A grubu üyeleri arasında geçen yukarıdaki diyaloglar incelendiğinde, probleme ait anlamadıkları kısımları birbirlerine danıştıkları görülmektedir. Grup çalışması sürecinde yaşanan bu durum neticesinde öğrencilerin, anlaşılmayan durumlar hakkında açıklamalar yaparak problemi anlamaya çalışmışlardır. Problemi anlama aşamasında a şıkkına yönelik, satış elemanın ay sonunda alacağı üç farklı maaş seçeneği belirlenirken, b şıkkında ise problem durumuna göre bu üç seçenektan birinin tercih edileceği Şekil 51'de gösterildiği gibi ifade edilmiştir.

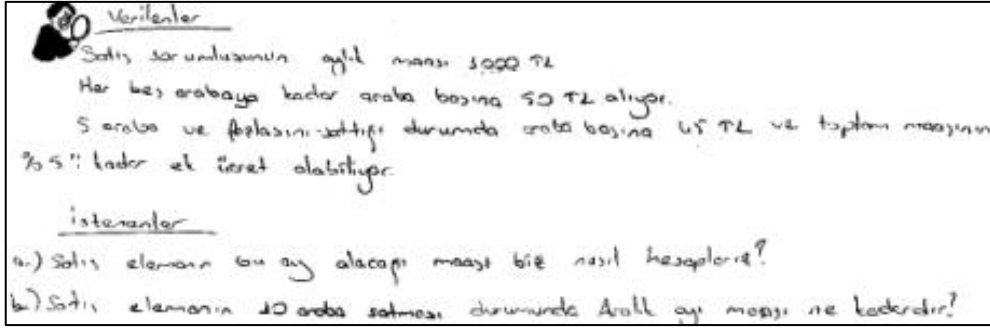


Şekil 51. D2-A grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

Problem durumunu anlamak üzere problem cümlesini okumaya başladığı gözlenen grup üyeleri arasında, problemin anlaşılmasıyla ilgili geçen konuşmalar aşağıdaki şekildedir:

- D2-B-1 : Anladıklarımızdan verilen ve istenenler neler oluşturalım mı?
 D2-B-2 : Tamam, satış sorumlusunun aylık maaşı bin TL.
 D2-B-1 : Dikkat ederseniz burada bir şart var. Araba başına elli TL alıyor.
 D2-B-3 : Her beş araba satışından elli TL alıyor demi?
 D2-B-2 : Araba başına ama. O zaman iki yüz elli TL oluyor.
 D2-B-1 : Hayır her beş arabada elli TL alıyor.
 D2-B-3 : Beş araba satıyor elli TL alıyor, araba başına on TL düşmüş oluyor o zaman.
 D2-B-1 : Yok, öyle değil. Beş arabaya kadar elli TL her araba başına düşüyor, iyi yorumlamak lazım.
 D2-B-3 : Hıımm, tamam. O zaman beş ve fazlasını sattığı durumda kırk beş TL alıyor.
 D2-B-1 : Hayır, beşten sonra altıdan itibaren olmalı.
 D2-B-3 : Hayır ama, beş ve beşten fazlasını sattığı durumda diyor soruda.
 D2-B-1 : O zaman yukarıdaki durumda ilk dört arabada araba başına elli TL alıyor. Doğru beşi dahil etmiyoruz.
 D2-B-2 : Tamam şimdi oldu. Birinci durumda ilk dört, ikinci durumda beş ve fazlası.
 D2-B-1 : İstenenler kısmında bize göre a ve b şıklarını kendimize göre yorumlayıp yazalım.
 D2-B-2 : Aynısını yazmayalım da kendimize göre değiştirelim.

Yukarıdaki konuşmalara göre grup üyelerinin, problemde ne anlatılmak istendiğiyle ilgili farklı görüşlere sahip oldukları ancak gerekli açıklamalarda bulunarak hemfikir olmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu esnada gruptaki öğrencilerin, problemle ilgili yanlış anlaşılımların olduğu durumları fark etmeleriyle birlikte, doğrusunun ne şekilde olması gerektiği konusunda açıklamalarda buldukları gözlenmiştir. Gruptaki öğrencilerin, problem durumunu ne şekilde anladıklarıyla ilgili ortaya koymuş oldukları ifadeler Şekil 52'de verilmiştir.

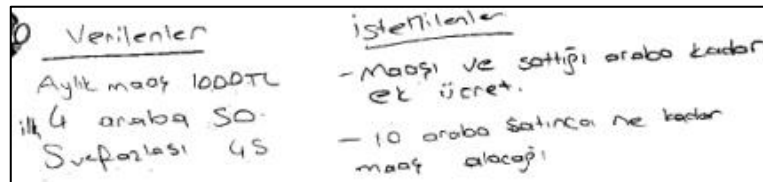


Şekil 52. D2-B grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

Problem cümlesinin okunmasının ardından problemde anladıklarını birbirlerine aktarmaya çalışan D2-C grubu üyeleri arasında yaşanan diyalog aşağıdaki şekildedir:

- D2-C-2 : Problemden bize verilenleri belirlemeye çalışalım. Aylık maaştan başlayalım mesela.
- D2-C-1 : Beş arabaya kadar elli, beş arabadan sonra ise araba başına kırk beş TL alıyor.
- D2-C-3 : On araba satması durumunda ilk beşi için iki yüz elli TL almalı demi?
- D2-C-1 : Elli TL'yi araba başına satarsa mı yoksa beş araba birden satması durumunda mı alıyor?
- D2-C-3 (D2-C-2'le birlikte): Hayır, araba başına alıyor elli TL'yi.
- D2-C-1 : Tamam o zaman, satış durumuna göre araba başına alacağı parayı da yazalım.
- D2-C-2 : İstenenlere de, a ve b şıklarında bizden ne isteniyor onları yazalım.
- D2-C-3 (D2-C-1'le birlikte): Tamam.

Yukarıdaki konuşmalara göre grup üyelerinin, problemde ne anlatılmak istendiğiyle ilgili hemfikir olmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu esnada grup üyelerinin, anlamadıkları kısımlarda arkadaşlarının görüşlerine başvurma yoluyla birbirlerine danıştıkları tespit edilmiştir. Bu durum karşısında D2-C grubunda AY söyleminin yoğun olarak yaşandığı ortaya çıkmaktadır. Problem durumunda anladıklarından hareketle verilen ve istenen ifadelerde ortaklaşa karar kılan D2-C grubu öğrencileri, problemi anlama aşamasıyla ilgili ortaya koymuş olduğu ifadeler aşağıda verilmiştir.



Şekil 53. D2-C grubunun ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

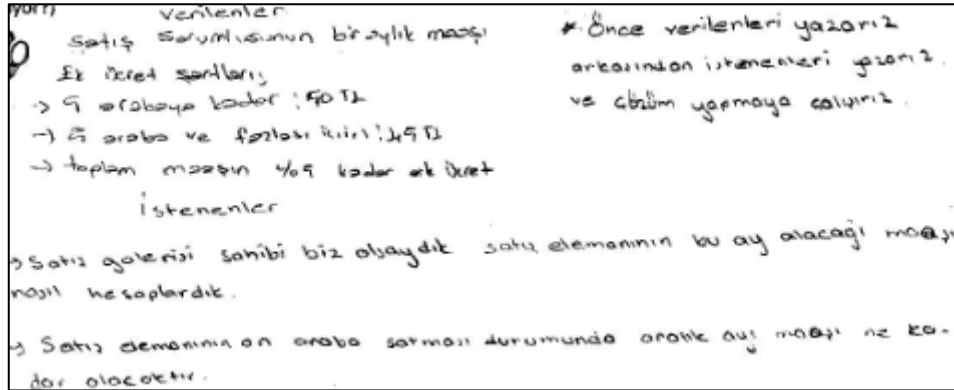
Problem durumunu anlamak üzere nasıl bir strateji belirlemeleri gerektiğini tartışan D2-D grubu öğrencileri, bu yöntemin problemi anlamalarında işlerini kolaylaştırdığını düşündükleri tespit edilmiştir:

- D2-D-2 : *Problemi anlama adına, sepetteki elmalar probleminde yaptığımız gibi verilen ve istenenler ifadeleri sözel olarak ayrıntılı yazalım, güzel olmuştu.*
 D2-D-3 : *Evet, bize neler verilmiş neyi bulmamız isteniyor, bunları belirtelim.*

Anlama adımıyla çözüm amaçlı girişimde bulunduğu gözlenen D2-D-1'ye D2-D-2'nin, aşağıdaki şekilde müdahalede bulunduğu gözlenmiştir.

- D2-D-2 : *Bizden matematiksel işlem yapmamız istenmiyor bu aşamada, problemi yorumlamamız gerekir.*
 D2-D-1 : *Aklıma bir çözüm yolu gelmişti onu denedim sadece. Dediğiniz gibi verilen ve istenenleri belirleyelim.*
 D2-D-3 : *Kişini aylık aldığı sabit maaşı var ve satmış olduğu araba sayısına göre ek gelir elde ediyor. Buna göre ortaya koyalım isterseniz.*
 D2-D-1 : *Olabilir. Şıklarda bize sorulara göre istenenleri de oluşturabiliriz.*

Problemin anlaşılmasıyla ilgili grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalara göre, probleme ait verilen ve istenenlerin belirtilmesiyle bu aşamanın tamamlanabileceği kararlaştırılmıştır. Grup üyelerinin problemi anlama aşamasına yönelik ifadeleri aşağıdaki şekilde verilmiştir:

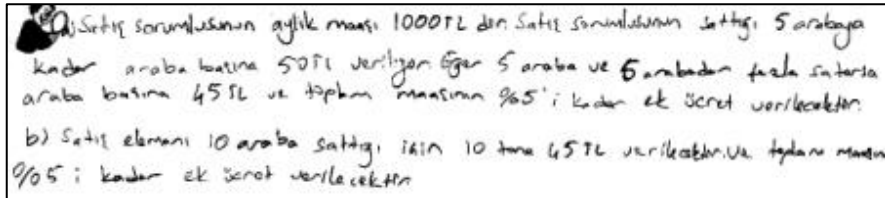


Şekil 54. D2-D grubunun ikinci problemde anlama adımıyla yaptıkları

D2-E grubu üyelerinin problem durumunu okumalarının ardından anladıklarını birbirleriyle paylaştıkları gözlenmiştir. Bu esnada anladıklarını ne şekilde ifade etmeleri gerektiği konusunda ortak karara varmaya çalıştığı gözlenen üyelerin, tercihte bulunacakları strateji konusunda birbirlerinin görüşlerine başvurduğu gözlenmiştir:

- D2-E-1 : Bence bu aşamada, a ve b şıklarına ait anladıklarımızı ayrı ayrı yazalım.
 D2-E-2 : Tamam, bir nevi de özetlemiş oluruz.
 D2-E-1 : Aylık sabit maaşı bin TL'ymiş. Sattığı araba sayısına göre ek ücrete alıyor, tabi buna göre maaşı da artacak. Ne kadar çok araba satarsa o kadar çok maaş alıyor.
 D2-E-3 : B şıkında, beş arabaya kadar derken, beşinci araba dahil mi oluyor sizce?
 D2-E-2 : Yok hayır, ikinci duruma bak beş araba ve fazlasını diyor. Dörde kadar almalyız.
 D2-E-1 : B şıkında on araba derken dört ve altı diye ayrı mı hesaplamalıyız?
 D2-E-2 : Bu kişi on araba satıyor ama beşten fazla olmuş olmuyor mu?
 D2-E-1 : O zaman on tane arabayı kırk beş TL'den sattığı durumda toplam maaşının yüzde beşini alır.
 D2-E-1 : Hımm, tamam o zaman. D2-E-3 var mı sorun anladık mı?
 D2-E-3 : Hıhı anladım evet. Bende b şikkını tam olarak anlayamamıştım, ama oldu gibi sanırım.
 D2-E-2 : Tamam o zaman anladıklarımızı yazalım.

Grup üyeleri arasında yaşanan konuşmalara göre, probleme ait şıklarda sorulan soruların ayrı ayrı anlaşılmaya çalışıldığı görülmektedir. Bu esnada grup üyelerinin, problemdeki anlaşılmayan kısımlara ait bazı noktaları birbirlerine sorma yoluyla anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu durumda öğrenciler ÖS ve AY söylemlerine ağırlık verdikleri görülürken birbirlerini teşvik ederek problemin anlaşılmasına yardımcı oldukları gözlenmiştir. Grup üyelerinin probleme ait a ve b şıklarının anlaşılmasında hemfikir olarak oluşturdukları ifadeler Şekil 55'de verilmiştir.



Şekil 55. D2-E grubunun ikinci problemde anlama adımı yaptıkları

D1 ve D2'deki gruptaki öğrencilerin oto galeri adlı problemin çözümü amacıyla ilk olarak problem durumun anladıkları yönünde ifadeleri ortaya koymaya çalıştıkları görülmektedir. Bu amaçla her iki ortamdaki grupların tamamına yakını, daha çok problem durumundaki verilen ve istenen ifadeleri ortaya koyarak problemi anlamaya çalışmaları dikkat çekicidir. Bu durum karşısında problemi anlama amacıyla D1 ve D2 gruplarındaki öğrenciler arasında, birbirine soru sorma ve sorulan dahilinde açıklamada bulunma davranışlarının yoğun olarak yaşandığı tespit edilmiştir. Buna göre gruptaki öğrenciler daha çok anlamadıkları noktaları birbirlerine danışarak problem durumunu anlamaya çalıştıkları söylenebilir. Böylelikle öğrencilerin birbirlerinin görüşlerine başvurarak karşılıklı fikir alış verişi içerisinde bulunarak anlamalarını gerçekleştirdiği ortaya çıkarılmıştır.

Plan Yapma Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Problemi anlama adımında gerekli işlemlerin yapılmasının ardından çözüm amacıyla plan hazırlama işlemlerinde geçen D1-A grubu üyeleri, çözüm aşamasında kullanacakları stratejileri belirlemeye çalışmalarının yanı sıra problemi anlama konusunda tartışmaya başladıkları gözlenmiştir.

- D1-A-2 : Sabit maaşa x , satılan araba sayısına a dersem beş arabadan az satarsa alınan maaş $x+a.50$ şeklinde olmalı, araba sayısını 4, 3, 2, 1 olması fark etmez öyle değil mi? Birde araba sayısını beşten büyük olma durumu var.
- D1-A-1 : D1-A-2 şurayı anlayalım, beşten fazla araba satması durumunda araba başına 45TL alması 1., 2., 3. arabalar içinde geçerli mi?
- D1-A-3 : Hayır, beş arabadan sonrakiler için geçerli olacak onlar ayrı.
- D1-A-2 : 7 araba satılsa $x+4.50+x+3.45$ mi olacak?
- D1-A-1 : Evet aynen öyle. Bende bunu öğrenmeye çalışıyordum ve bu amaçla parçalı fonksiyon yazmamız gerekecek.
- D1-A-2 (D1-A-3 ile birlikte): Tamam başlayalım o zaman.

Grup üyeleri arasında geçen bu tartışmalardan, bazı üyelerce problemin anlaşılmasıyla ilgili fark edilen eksikliklerin plan hazırlama aşamasında giderilmeye çalışıldığını söylemek mümkündür. Bu noktadan sonra grup üyelerinin problemin çözümüne ilgili a ve b şıklarına ait planı birbirlerine açıkladıkları görülmüştür. Yanlarında buldukları grafik tablet aracılığıyla parçalı fonksiyonu ne şekilde gösterecekleri konusunda açıklamalarda bulunan grup üyeleri, yaptıkları çizimlerle birbirlerinin anlamalarına yardımcı oldukları gözlenmiştir. Böylelikle grup üyelerinin, çözüm için ne şekilde hazırlık yapılması gerektiğini birbirlerine anlatarak problemdeki a şıkkına yönelik ortak bir plan hazırladıkları görülmüştür. Problemdeki a şıkkına ait plan hazırladıktan sonra uygulama aşamasına geçebileceklerine belirten D1-A-1'e karşılık D1-A-2, problemdeki b şıkkı içinde bir plan yapmaları gerektiği konusunda uyarıda bulunmuştur. D1-A-2'e karşılık D1-A-1, yaptıkları bu planın b şıkkı içinde geçerli olacağını savunarak, ayrı bir plan hazırlamaya gerek olmadığı konusunda D1-A-2'i ikna etmeye çalıştığı görülmüştür. Grup üyelerinin aşağıdaki şekilde görülen hazırlık aşaması üzerinde hemfikir olmalarının ardından, problem çözümüne ilgili uygulama aşamasına geçilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} x \times 5, & 50x + 1000 \\ x \times 5, & 45x + 1000 + 5(45x + 1000) \cdot 1/100 \end{cases}$$

Şekil 56. D1-A grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemi anlama adımının tamamlanmasının ardından plan yapma adımına geçen D1-B grubu üyeleri, çözüm amacıyla hazırlayacakları planda ne şekilde bir strateji izlemeleri gerektiği konusunda fikir alışverişinde buldukları görülmüştür.

- D1-B-3 : Burada iki durum söz konusu onun için iki ayrı denklem kurmalıyız.
 D1-B-2 : Araba sayısına x dersek, bu ifade beşten küçükse $50.x+1000$ olur.
 D1-B-1 : Bunu x küçük beş iken mi kurmamız gerekir yoksa eşit olduğunda mı? Ben küçük ya da büyük olma durumlarında ne yapmamız gerekecek anlamadım.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, D1-B-3'ün D1-B-2'nin fikrine katıldığını belirtmesinin ardından D1-B-1'in iki arkadaşından da açıklamada bulunmalarını istediği gözlenmiştir. Bu durum karşısında D1-B-2'nin kendi savunduğu fikri arkadaşını açıklamaya çalıştığı aşağıdaki diyalogdan anlaşılabilir.

- D1-B-2 : Burada iki durum söz konusu, beşten küçük ve büyük olma durumu. İlk durum için satılan araba x ise maaşına $50x$ daha katılacak.
 D1-B-3 : Bende D1-B-2'ye katılıyorum, beşten küçükse araba sayısı $50x$ artı maaş olmalı.
 D1-B-1 : Tamam arkadaşlar şimdi anladım. Beşten büyükse araba başına 50 TL değil de 45TL olmalı değil mi?
 D1-B-2 : Evet. Hemfikirse yazmaya başlayabiliriz.

Problem durumunda iki farklı durumun söz konusu olduğu konusunda birbirlerini açıklamada bulunan grup üyeleri, araba sayısının beşten az veya fazla satılması durumlarına göre iki farklı denklem oluşturması gerektiği konusunda ortaklaşa karar vermişlerdir. Problemin çözümü amacıyla grup üyelerinin yapmış olduğu hazırlıklar incelendiğinde, araba sayısının beş ve beşten büyük olma durumda bazı eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Öğrenciler toplam maaşının %5'ini almak yerine sabit maaş olan 1000TL'nin %5'ini alarak hatalı duruma düştükleri belirlenmiştir. Bu durumu aşağıdaki şekilde görmek mümkündür.

Handwritten mathematical equations showing two cases for the number of cars sold (x):

$$x < 5 \Rightarrow x \cdot 50 + 1000$$

$$x > 5 \Rightarrow 45x + 50 \cdot 5 + 1000$$

Şekil 57. D1-B grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemin çözümü amacıyla plan yapma adımında nasıl bir strateji tercih etmeleri gerektiği konusunda fikirlerini paylaştığı gözlenen D1-C grubu öğrencileri arasında yaşanan diyalog şu şekildedir:

- D1-C-3 : Bu aşamada bir denklem oluşturmamız gerekir fakat bunu burada çözmeliyiz. İstersek tablo benzeri diğer ifadelerle hazırlığımızı yapabiliriz sanırım. Hemfikiriz miyiz bu konuda?
- D1-C-1 : Tamam, elimizdeki kağıtlara kendimize göre denklem kuralım daha sonra bunları tartışarak ortak bir sonuç çıkaralım.
- D1-C-2 : Tamam biraz uğraşalım arkadaşlar sonra tartışırız.

Grup üyeleri arasında geçen bu diyalogda, öğrencilerin bireysellikten ziyade grup olma bilincini kazandıkları ve bu doğrultuda hareket etme çabası içinde oldukları anlaşılmaktadır.

- D1-C-2 : Araba sayısına x dersek, bunun beşten küçük eşit ve beşten büyük olması şeklinde iki durum söz konusu.
- D1-C-3 : Eşitlik bence ikinci durumda olmamalı D1-C-2 dikkat et beş ve fazlası diyor soruda.
- D1-C-2 : Doğru diyorsun D1-C-3 ona dikkat etmemiştim.
- D1-C-1 : Beşten küçük için $50x+1000$, beşten büyük ise $45.x+y$ dersek y bilinmeyenini hesaplarız.
- D1-C-2 : D1-C-1 yanlış düşünüyorsun, y değişkenini karıştırma. Araba sayısı x 'e göre maaş belli olacak. Bence araba sayısına x diyerekten başlamalıyız. İkinci durumda $45.x+1000$ kişinin maaşı olmalı.
- D1-C-3 : Bence D1-C-1'ye göre senin dediğin daha doğru D1-C-2.

Yaşanan bu diyaloglar esnasında, D1-C-1'in problemin çözümü için hazırlık için iki ayrı fonksiyon oluşturmaları gerektiğini anlamakta güçlük çektiği, grubun diğer üyelerinin ise onu ikna etmek için yaptıkları planın nedenlerini ısrarla anlatmaya çalıştıkları görülmüştür. Grup üyelerinin yapmış oldukları açıklamalar karşısında, problemin çözülebilmesi için iki ayrı fonksiyonun oluşturulmasının sebebini anladığını belirten D1-C-1'in, hatasının kaynağını arkadaşlarına açıkladığı gözlenmiştir. Problemdaki b şıkkı içinse, "plan yapılması gerekli mi?" şeklinde soru yönelten D1-C-3'e karşılık D1-C-2 buna gerek olmadığını, kurmuş oldukları denklemin b şıkkı içinde geçerli olduğunu belirtmiştir. Bu konuşmalardan grup içerisinde olumlu bağımlılık duygusunun kazanıldığını göstermektedir. Gruba ait plan yapma aşamasına ait ekran görüntüsü aşağıda verilmiştir.

araba sayısı = x

1) $x < 5 \Rightarrow 1000 + 50x$

2) $x \geq 5 \Rightarrow 1000 + 45x + \frac{(1000 + 5x) \cdot 5}{100}$

Şekil 58. D1-C grubunun ikinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemi anlamalarından hareketle plan yapma aşamasına geçmekte karar kılan D1-D grubu üyeleri, problem durumunun hangi konuya yönelik olarak hazırlanmış olabileceğini konusunda fikirlerini paylaştıkları görülmüştür.

- D1-D-1 : Arkadaşlar önce bu problem hangi konuya yönelik hazırlanmış olabilir ona göre yapalım hazırlığımızı. Bana denklemler konusuymuş gibi geliyor.
 D1-D-2 : Denklem kurarak sattığı araba üzerinden maaşı hesaplayabiliriz.
 D1-D-3 : Evet dediğiniz gibi bence de denklem kurarak çözebiliriz.
 D1-D-1 : Tablo oluşturarak hazırlığımızı yapabiliriz ne dersiniz.
 D1-D-2 : Tablodan ziyade denklem kuralım.

Çözüm amacıyla yapacakları plan hazırlama aşamasında, denklem oluşturmada karar kılan grup üyelerinin, problemdeki verilenlerden hareketle ortaya koymuş oldukları denklem aşağıda verilmiştir.

$$4.50 + \left[5 + \text{araba sayısı} \cdot 25 \right] \text{ aylık}$$

Şekil 59. D1-D grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Grup üyeleri, oluşturmuş oldukları bu denklemi kaç arabanın satışı neticesinde uygulayacaklarını tartışmaları esnasında hatalı bir hazırlık içerisinde olduklarının farkına varmışlardır. Problemde iki durumun yer aldığını ve buna uygun iki ayrı fonksiyonun yazılması gerektiğini belirten D1-D-2, problemin fonksiyonlar konusuna yönelik hazırlandığının farkına varmış ve bu doğrultuda hazırlık yapılması gerektiği konusunda grup arkadaşlarını uyarıda bulunmuştur.

- D1-D-2 : Dikkat edin arkadaşlar bakın, beş arabadan az satılması durumunda farklı, sonrasında farklı maaş alıyor. İki durum söz konusu burada.
 D1-D-1 : Haklısın D1-D-2 iyi fark ettin. Bu duruma göre parçalı fonksiyon hazırlayarak denklem oluşturmamız.

Gruptaki üyelerin, D1-D-2'nin önerisini onaylayarak satılan araba sayısını beşten küçük veya büyük olma durumuna göre parçalı fonksiyon hazırlama yoluyla plan hazırladıkları Şekil 60'da görülmektedir.

çözülmek için ne yapabiliriz?)

$x = \text{araba sayisi}$

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot 15, & x < 5, \\ (x \cdot 15) + \frac{1000 \cdot 5}{100}, & x \geq 5 \end{cases}$$

İkinci soru

a) $50 \cdot 15 + \left((x - 45) + \frac{1000 \cdot 5}{100} \right) + 1000$

Şekil 60. D1-D grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

D2-A grubu üyelerinin problemi anlama adımında, problemle ilgili verilen ve istenenleri açık bir şekilde ortaya koymalarına bağlı olarak, problemdeki a ve b şıklarına yönelik plan hazırlamakta zorluk yaşamadığı gözlenmiştir.

D2-A-1 : Burada denklemi kurup diğer tarafta çözmeliyiz demi?

D2-A-2 : Evet.

D2-A-1 : O zaman satılan araba sayısına x diyelim.

D2-A-3 : Tamam. A şıklarına ait plan yaparken yukarıda belirttiğimiz ifadelerin aynı yazmamız gerekecek.

D2-A-1 : Evet anlama aşamasında açıkladık zaten yapacaklarımızı.

Beş ve üzeri miktarda arabanın satılması durumunda maaşın nasıl hesaplanması gerektiğiyle ilgili belirsizlik yaşayan grup üyelerinin, bu duruma kendi aralarında ortaya koydukları çözüme yönelik konuşmalar aşağıda verilmiştir.

D2-A-3 : Beşten fazla araba satarsa satış elemanının maaşı 1000 çarpı 45x artı binin yüzde beşi.

D2-A-2 : Ama orada toplam maaşı diyor, bu kişinin toplam maaşı bin TL'mi oluyor?

D2-A-3 : Doğru diyorsun, bin TL satsada satmasada alacağı maaş. Beş arabadan fazla sattığı durumda alacağı parayı toplam maaş olarak mı saymalıyız acaba?

D2-A-1 : Bana da öyle olacak gibi geliyor. Bin artı kırk beş x'in yüzde beşi.

D2-A-2 : Tamam o zaman öyle yapalım.

Nasıl bir plan hazırlanması gerektiği konusunda birbirlerine yardımcı oldukları gözlenen grup üyelerinin, plan yapma adımına yönelik ortaya konulan ifadeler Şekil 61'de verilmiştir.

Sattığı araba sayısı x olsun.

a) 1. Hiç araba satmazsa maaşı 1000 TL
 2. 5'e kadar satarsa maaşı $1000 + 50x$
 3. 5 ve 5'ler fazla satarsa maaşı $1000 + 45x + (1000 + 45 \cdot 5) \cdot \frac{x-5}{100}$

→ x 'i ne verirse 3 formülden uygun olanın yerine konular ve denklem çözülür.

b) $x = 10$ veriliyor. $x = 10 > 5$ old. için 3. formül kullanılır.
 $1000 + 45 \cdot 10 + (1000 + 45 \cdot 10) \cdot \frac{5}{100} \rightarrow$

Şekil 61. D2-A grubunun ikinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

D2-B grubu üyelerinin problemin anlaşıldığından emin olmalarının ardından, problemdeki istenenlerle ilgili ne şekilde hazırlık yapabilecekleri konusunda aralarında geçen konuşmalar aşağıda verilmiştir:

- D2-B-3 : Tablo oluşturup verilenleri içerisine yerleştirelim mi?
 D2-B-1 : Bence tabloya gerek var mı burada? Arabanın satılması durumlarını yazarak da verebiliriz, bir şey fark etmeyecek aynı şey.
 D2-B-2 : Evet bence de. Üç durum var zaten burada. Bir kere satış elemanı hiç araba satmazsa bile bin TL'si garanti. İkinci olarak dörde kadar araba satması, son olarak beş ve beşten fazla araba satması söz konusu.
 D2-B-1 : Satılan araba sayısına x diyelim.
 D2-B-3 : O zaman ilk durum için galeride hiç araba satılmıyor, ama kişi bin TL alıyor yazalım.
 D2-B-2 : Tamam, ikinci durum için bin TL maaşının üzerinde elli çarpı x diyelim.
 D2-B-1 : Araba sayısının x olduğunu en üste belirtelim o zaman.
 D2-B-3 : Üçüncü durumda, bin artı kırk beş x artı binin yüzde beşi.
 D2-B-1 : Niye bin dedin ki oraya.
 D2-B-3 : Toplam maaşı bin çünkü.
 D2-B-1 : Olur mu? $45x$ eklendikten sonraki toplam maaşı diyor sana dikkat edin bakın. Eğer öyle olsaydı maaşı derdi toplam maaşı demezdi.
 D2-B-3 : Ama ek ücret maaşının yüzde beşi değil mi zaten?
 D2-B-2 : Olabilir ama emin değilim.
 D2-B-1 : Bakın arkadaşlar ek ücreti düşünmeyin. Beş arabadan fazla satması durumunda bu kişinin toplam maaşı bin artı kırk beş x değil mi?
 D2-B-3 (D2-B-2'le birlikte): Evet.
 D2-B-1 : Tamam işte, toplam maaşı bu ise bunun yüzde beşini almamız gerekir.
 D2-B-3 : Anladım sanırım.
 D2-B-2 : Tamam, şimdi niye öyle olması gerektiğini anladım bende.

Yukarıda geçen konuşmalara göre öğrencilerin, satılabilecek araba sayısını x bilinmeyeniyle ifade etmelerinin ardından, satış elemanının alabileceği aylık maaş durumunu belirten üç durumu oluşturmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu durumlardan ilk ikisinde alınabilecek aylık maaşı belirten denklemde grubun hemfikir olduğu ancak üçüncü durumda ise D2-B-2 ve D2-B-3 aynı fikri savunurken, D2-B-1'in arkadaşlarından farklı şekilde ısrarla kendi görüşünü savunduğu görülmüştür. D2-B-1, kağıt üzerinde kendince

kurduğu denklemi arkadaşlarına göstererek, toplam maaşın niçin kendi savunduğu şekilde olması gerektiğini açıkladığı gözlenmiştir. D2-B-1'in yapmış olduğu açıklamalar karşısında hatalı düşündüklerini anlayan grup üyelerinin, üçüncü durumla ilgili denklemi oluşturmalarının ardından, plan yapma aşamasını tamamladıkları gözlenmiştir.

$x = \text{Araba sayısı için:}$
 I. Durum = 1000 TL (hic araba satmadigi durumda)
 II. Durum = $x \leq 5 \Rightarrow 1000 + 50 \cdot x$
 III. Durum = $x \geq 5 \Rightarrow 1000 + 45 \cdot x + (1000 + 45x) \cdot 0,05$

Şekil 62. D2-B grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemi anlama adımında, gerekli açıklamaların yapılmasının ardından problem çözümüyle ilgili plan yapma adımına geçen grup üyeleri, ne tür bir hazırlık yapabilecekleri konusunda fikir alışverişinde buldukları gözlenmiştir:

- D2-C-1 : Beş araba satarsa elli, beş arabadan fazla satarsa kırk beş de oradan gelecek doksan beş TL araba başına alacak.
- D2-C-3 : Evet bence de, beş arabaya kadar elli TL, altı, yedi, sekiz diye giderse doksan beş TL'den hesaplamalıyız.
- D2-C-1 : O zaman tabloyla gösterelim mi satılan arabayla alınacak ücreti.
- D2-C-3 (D2-C-2'le birlikte): Tamam.
- D2-C-1 : Sonrasında tablodan hareketle denklem kurarız.
- D2-C-2 : İlk dört araba için x , beş ve fazlası için y diyebiliriz.
- D2-C-3 : O zaman genel denklemi, elli x artı doksan beş y artı bin TL şeklinde olur mu?
- D2-C-2 : Ama bir dakika. On arabayı zaten satıyor, bu durumda dördü ayrı geri kalan altı arabayı ayrı mı hesaplamamız gerekir?
- D2-C-1 : Öyle mi yapalım?
- D2-C-3 : Bence öyle olacak sanırım. Beşten az arabada satabilir.
- D2-C-2 : Beşten az satarsa elli TL araba başına alacak, peki biz bunu niye beşten sonraki araba satımlarına ekledik ki? Beş ve beşten sonra araba satımlarında araba başına doksan beş değil de kırk beş olmalı.
- D2-C-1 : Ben aslında en başta öyle düşünmüştüm o ayrı olacak diye, bence de senin dediğin gibi olmalı.
- D2-C-3 : Asıl şimdi oldu. O zaman maaşı elli x artı kırk beş y olacak.
- D2-C-1 : Tamam, buna birde bin TL sabit maaşı eklersek toplam maaşı buluruz. A şikkında böyle bir genel denklem oluşturmuş olduk.
- D2-C-2 : B şikkında ise, toplam maaşını bulduk, birde bunun yüzde beşini eklersek Aralık ayı maaşının bulabiliriz.
- D2-C-1 : Yapalım o zaman.

Problemin çözümüne yönelik plan yapma hazırlığı içinde olan D2-C grubu üyelerinin aralarında geçen konuşmalarına göre, problemi anlama aşamasında belirtilen ifadelerle bağlı kalmayıp problemi tekrardan anlama sürecine girdikleri gözlenmiştir. Problemin net olarak anlaşılmasından kaynaklanan bu durum, plan yapma sürecine yansımış ve grup üyeleri arasında bir takım belirsizliklerin yaşanmasına sebep olmuştur. Öğrencilerin bu

aşamada yapmış oldukları en büyük hata, farklı durumlar için satılabilecek araba sayısına bağlı denklemleri oluşturamamalarıdır. Sürekli olarak on arabanın satılabileceğini göz önünde bulundurarak, ilk beş araba satışı için x , beş ve on araba satılması durumundaki araba sayısına y değişkenleri verme yoluyla denklem oluşturma gayreti içinde buldukları gözlenen öğrencilerin, plan hazırlama aşamasıyla ilgili belirtilen hataları ortaya koyan hazırlık süreci aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Satış, Aldığı ek ücret	İlk 4 araba	5 ve sonrası için
1. 50	x	y
2. 50	$50 \cdot x$	$45 \cdot y$
3. 50		
4. 50		
5. 45		
6. 45		

$(1000 + 50 \cdot x + 45 \cdot y) + A \cdot \frac{5}{100}$
 A

Şekil 63. D2-C grubunun ikinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemin anlaşılması esnasında yapılanlardan emin olunmasıyla birlikte plan hazırlama aşamasına geçtiği gözlenen grup üyelerinin, ne şekilde bir plan oluşturarak çözüme gidebilecekleri konusunda hem fikir olmaya çalıştıkları gözlenmiştir.

D2-D-3 : Satır ve sütunlar şeklinde tablo oluşturularak alınan ücret ve maaşları yazsak nasıl olur?

D2-D-2 : Tablo şeklinde mi yapalım diyorsun?

D2-D-3 : Evet. Araba sayısı, alınan ücret ve maaşlar ayrı ayrı belli olur.

Tablo oluşturma yoluyla plan yapmada karar kılan grup üyelerinin, hücrelerin ne şekilde doldurulması gerektiğiyle ilgili aralarında tartışmaların yaşandığı görülmüştür.

D2-D-3 : Toplam maaşla ilgili hücreleri doldururken, satılan araba sayılarını farklı düşünmemiz gerekecek sanırım.

D2-D-2 : Bence ek ücret farklı durumlardaki arabaların satılması durumunda geçerli. Ayrı hücrelere yerleştirmeye gerek yok.

D2-D-1 : D2-D-3 haklı aslında, ek ücretin verilmesi gereken durumlar ayrı. Beş arabaya kadar olan bir hücreye, beş araba ve üstü durumunda ayrı hücreye yazılmalı.

D2-D-2 : Bana göre ek ücret her iki durum için geçerli olan bir olay. Ayrı yerlerde vermemize gerek yok.

D2-D-1 (D2-D-3'la birlikte): Tamam madem öyle olsun.

D2-D-2 : Umarım doğrudur.

Plan yapma adımı tablo oluşturmaya karar veren grup üyelerinin, oluşturmuş oldukları tablonun hücrelerini ne şekilde doldurmaları gerektiği konusunda, farklı düşüncelere sahip oldukları görülmektedir. Grup üyelerinden D2-D-1 ve D2-D-3, beş

arabaya kadar olan kısmı farklı, beş araba ve üzerinin satılması durumundaki kısmın farklı düşünülerek toplam maaşın hesaplanması gerektiği fikrini savunmuşlardır. Diğer grup üyelerinden D2-D-2 ise, iki farklı durumun düşünülmesinin gerekli olmadığı, bu durumların bir tutulup bunun üzerinden toplam maaşın hesaplanması gerektiğini konusunda arkadaşlarıyla farklı görüş içerisinde olduğu gözlenmiştir. Öğrenciler arasında yaşanan bu tartışmalar sonrası D2-D-2, belirtmiş olduğu duruma uygun tablonun hazırlanması gerektiği konusunda her iki arkadaşını da ikna ettiği görülmüştür. Grup üyeleri arasında yaşanan bu durum olumlu bağımlılık duygusunun yaşandığını göstermektedir. D2-D-2'nin ifadelerinden sonra, problemdeki verilen ve istenilenlere yönelik ortaklaşa bir tablo oluşturulmuştur. Bu durumda tablonun oluşturulmasına rağmen, satılan araba sayına bağlı olarak toplam maaşa ulaşmada kullanılacak herhangi bir ifadenin oluşturulmadığı gözlenmiş olup bu tablo aşağıdaki şekilde verilmiştir.

S arabaya kadar	S araba ve + Ek ücret	Aylık maaş
araba başına	Ek araba sayısı	1000 TL
50 TL	başına 45 TL	
	Toplam maaş	
	min %5 ; kadar	

Şekil 64. D2-D grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemin anlaşılmasıyla ilgili bir sorun olmadığı noktasında grup olarak hemfikir olunmasının ardından, çözüm için plan yapma aşamasına geçtiği görülen D2-E grubu üyeleri, planı ne şekilde oluşturmaları gerektiği konusunda aralarında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir:

- D2-E-3 : Şekil veya tablodan birini kullanarak planı oluşturalım.
 D2-E-2 : Araba sayılarını belirtmek için küçük küçük araba resimleri çizebiliriz.
 D2-E-1 : Nasıl yapacağız ki?
 D2-E-2 : İlk durumda beşten küçük araba demiyor muydu? Beşten büyük araba satması durumunda ayrı çizelim.
 D2-E-1 : Deneyelim o zaman.

Bu esnada D2-E-2, arabaları temsil edecek biçimde dikdörtgen şeklinde kutucukları arabaya benzetmeye çalışmıştır.

- D2-E-1 : Onların beşten küçük olduğunu belirtelim.
 D2-E-2 : Şöyle dersek nasıl olur? Y değişkenine araba sayısı diyelim. Y küçük beş olması durumunda ...?
 D2-E-1 : Bin artı y çarpı elli.
 D2-E-3 : Aynı durumu ikinci durum içinde uygulayalım o zaman.
 D2-E-1 : O zaman y büyük eşit beş diyerek işlem yapmalıyız.

- D2-E-2 : Önceki gibi bin artı y çarpı kırk beş diyeceğiz bu sefer ama burada neyin yüzde beşini almalıyız?
 D2-E-3 : On araba sattığı durumda bulunan toplam maaşın yüzdesi.

Çizmiş oldukları şekil üzerinde problemi özetleyip buna uygun plan oluşturma çabası içinde olduğu görülen D2-E grubu üyeleri, ortaklaşa olarak aldıkları karara göre hareket etmeleri dikkat çekmiştir. Ayrıca grup üyelerinin, çizime uygun planın nasıl olması gerektiğini, önce kağıt üzerinde tartışıp sonrasında bunları silerek asıl çalışma yaprağı üzerinde çalıştıkları gözlenmiştir. Yapılan işlemlerin ardından, her iki durumda satılacak araba miktarlarına uygun olarak alınabilecek toplam maaşı ifade eden grup üyelerinin, bu durumlara uygun denklemleri doğru şekilde oluşturdukları Şekil 65’de görülmektedir.

The diagram shows a handwritten mathematical plan. At the top, it says "Araba + Araba + Araba ... => y < 5 = 1000 + y.50". Below this, it says "y tane arab" with an arrow pointing to the equation. In the middle, it says "Araba + Araba ... => y > 5". Below this, it says "y tane araba" with an arrow pointing to the equation. At the bottom, it shows a calculation:
$$\frac{(1000 + y.45) \cdot 5}{100} + 1000 + y.45$$

Şekil 65. D2-E grubunun ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

D1 ve D2’deki grupların tamamının oto galeri adlı problemin çözümünde plan hazırlama girişimi içerisinde olduğu görülmektedir. Grupların hemen hemen tamamının problem durumuna uygun parçalı fonksiyon oluşturma yoluyla plan hazırlama süreci içerisinde oldukları tespit edilmiştir. Plan yapma adına grupların tercih etmiş oldukları stratejiler incelendiğinde, D2’deki grupların tablo ve şekil oluşturma yoluyla hazırlık yapıldığı ortaya çıkarılmıştır. Grupların hazırlamış oldukları planlarda daha çok ÖS ve AY söylemlerinde yoğunlaşmaların yaşandığı belirlenmiş olup öğrencilerin oluşturacakları plan konusunda birbirlerini destekledikleri tespit edilmiştir. Plan hazırlama sürecinde problemin tam olarak anlaşılmasına bağlı olarak GD söyleminin yoğunluk kazandığı gözlenmiştir. Özellikle D2’deki gruplar lehine yoğun olarak yaşanan bu durum, problemin anlaşılmadan plan yapma sürecine geçildiğini göstermektedir. Bu durum karşısında çözüme yönelik hazırlanan planlarda bazı eksikliklerin yaşanmasına sebebiyet verdiği gözlenmiştir.

Uygulama Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

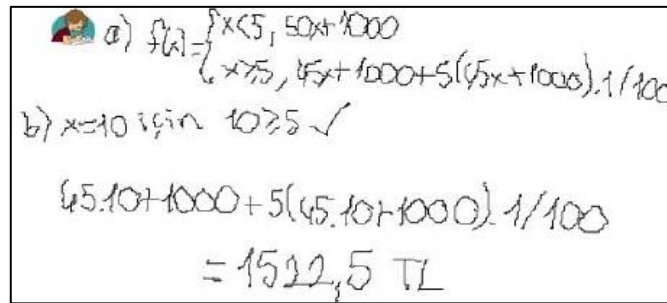
Uygulama adımında, problemdeki a ve b şıklarına ait ayrı çözümlerin yapılması gerektiğini belirten D1-A grubu üyeleri, hazırlık aşamasındaki ifadeyi göz önünde bulundurarak istenenleri yönelik belirttikleri ifadeleri çözmeye başlamışlardır. Plan yapma adımında belirttiği gibi, yazdıkları parçalı fonksiyonu her iki şığka uygulayabileceklerini ifade eden D1-A-1, problemdeki a şıkkı adına hazırlık aşamasında yaptıkları fonksiyonun aynısını yazmalarının doğru olup olmayacağını gruptaki diğer üyelere danışmıştır:

- D1-A-1 : Arkadaşlar, a şıkkı için ekstradan bir şey yapmamıza gerek yok, bence fonksiyonun aynısını yazalım derim.
 D1-A-2 : Evet, aynısı yazmamız doğru olacak.
 D1-A-3 : Bence de, b şıkkında alttaki fonksiyonu kullanmamız gerekecek değil mi?
 D1-A-1 : Evet önce bir a şıkkını bitirelim.

Grup üyeleri arasında geçen bu diyalogda, problemdeki a şıkkına ait çözümün görüş birliğine varılarak tamamlandığı görülmüştür. Problemdeki b şıkkına ait çözüme geçen grup üyeleri arasında yaşanan diyalog şu şekildedir.

- D1-A-1 : B şıkkında direk alttaki fonksiyonu kullanmamız gerekecek.
 D1-A-3 : Fonksiyonda x gördüğümüz yere 10 yazmalıyız o zaman.
 D1-A-2 : Evet, uzun bir şey çıkacağı benziyor ben işlemleri hesaplayayım bir yandan.

Bunun ardından grup üyeleri, b şıkkına ait çözümde elde edilen sonucu birbirlerine söyleyerek doğrulamaya çalıştıkları görülmüştür. Gruptaki üyelerin sonucunun 1522,5 şeklinde doğrulamasının ardından, işlemleri gerçekleştirip planı uygulama aşamasının tamamlandığı görülmüştür.



a) $f(x) = \begin{cases} x \cdot 5, & 50 \leq x < 1000 \\ x \cdot 75, & 45 \leq x < 1000 + 5(45x + 1000) \cdot 1/100 \end{cases}$

b) $x=10$ için $10 \cdot 75 \checkmark$

$45 \cdot 10 + 1000 + 5(45 \cdot 10 + 1000) \cdot 1/100$
 $= 1522,5 \text{ TL}$

Şekil 66. D1-A grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Problemin çözümüne ait yapmış oldukları hazırlık aşamasından hareketle uygulama aşamasında iki ayrı çözümde bulunmaları gerektiğine karar veren D1-B grubu üyeleri, problemin çözümüne a şıkkından başladıkları görülmüştür.

- D1-B-2 : Bence a şıkında, bizim derste gördüğümüz parçalı fonksiyona ait bir simge vardı büyük parantez onu kullanmalıyız.
 D1-B-1 : Evet, olabilir aslında.

Bu esnada D1-B-2'nin, yazma işlemine kendisinin devam edebileceğini grup üyelerine bildirdiği gözlenmiştir. Gruptaki diğer üyelerin D1-B-2'ye olur vermelerinin ardından D1-B-2, yazma görevini devralmıştır.

- D1-B-2 : Araba sayısının beşten büyük olduğu durumda, 50TL artı 1000 TL yerine direk 1050TL yazıyorum ne dersiniz.
 D1-B-3 : Olabilir. Denklemden x yerine 10 koyarak sonuca ulaşabiliriz.
 D1-B-2 : Ben 1500 buldum sizler.
 D1-B-1 : Bende öyle buldum, katılıyorum.
 D1-B-3 : Bence de kişinin maaşı 1500TL olmalı.

Grup üyelerin b şıkına ait sonucun 1500TL olduğunu doğrulamasının ardından bu değeri b şıkının sonucu olarak yazarak, planı uygulama aşamasını tamamladıkları aşağıdaki şekilde görülmektedir.

The image shows a whiteboard with handwritten mathematical work. At the top, a piecewise function is defined as $f(x) = \begin{cases} 50x + 1000 & \text{for } x > 5 \\ 45x + 1050 & \text{for } x \leq 5 \end{cases}$. Below this, the student substitutes $x = 10$ into the second part of the function: $x = 10 \Rightarrow f(x) = 45x + 1050$. Then, the function is evaluated at $x = 10$: $f(10) = 45 \cdot 10 + 1050$, resulting in $f(10) = 1500$.

Şekil 67. D1-B grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Yapılan plan sonrası uygulama aşamasına geçtiği gözlenen D1-C grubu üyeleri, a ve b şıkları için ayrı çözümler yapıp yapılmayacağını tartışmaya başladıkları görülmüştür.

- D1-C-1 : Problemden a şıkında herhangi bir şey hesaplamamız istenmiyor ki bizden.
 D1-C-2 : Bence plan aşamasındaki aynısını yazalım sonuna açıklama ekleriz.
 D1-C-3 : Tamam öyle daha iyi olur.
 D1-C-2 : Zaten her şeyimiz hazır b şıkında araba sayısı yani x değeri 10 olacak.
 D1-C-3 (D1-C-1 ile birlikte): Evet aynen öyle.

Plan yapma aşamasında oluşturulan parçalı fonksiyonun doğruluğundan hareketle, a ve b şıklarına ait çözümleri gerçekleştirilmede zorluk yaşamadıkları gözlenen grup üyeleri, sonuç üzerinde hemfikir olmalarıyla beraber probleme ait çözümü doğru olarak tamamladıkları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$a) \text{ araba sayısı } = x$
 $x < 5 \Rightarrow 1000 + 50 \cdot x$
 $x \geq 5 \Rightarrow 1000 + 45 \cdot x + (1000 + 45 \cdot x) \cdot \frac{5}{100}$
 araba sayısı dikkate alınır.
 $b) x \geq 5$ olduğundan 2. formül kullanılır.
 $x = 10 \Rightarrow 1000 + 45 \cdot 10 + (1000 + 45 \cdot 10) \cdot \frac{5}{100}$
 $= 1522,5 \text{ TL}$

Şekil 68. D1-C grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Problemin çözümü için yapılan hazırlıktan hareketle uygulama aşamasına geçen D1-D grubu üyeleri, hangi şikka ait çözümden başlamaları gerektiği konusunda görüşlerini birbirleriyle paylaştıkları görülmüştür. Bu esnada problem çözümüne ait düşüncesini arkadaşlarına yazılı olarak anlatmak isteyen D1-D-1, a şikkına ait beş arabadan az satılırsa y, fazla satılırsa x değişkenlerinin bir arada kullanılacağı denklemini arkadaşlarıyla paylaştığı görülmüştür. D1-D-1'in ifade etmiş olduğu denklemde eksiklik gören diğer grup üyeleri, D1-D-1'e niçin bu şekilde düşündüğünü belirten sorular yöneltmeye başlamışlardır.

- D1-D-1 : Satılan araba sayısı beş arabadan az ise y, fazla ise x şeklinde ifade ettim.
 D1-D-3 : Denklemdeki y değişkeni yerine x yazman gerekmez miydi?
 D1-D-2 : Tamamda ayrı yapmaya ne gerek var. Bir tane değişken kullanalım.
 D1-D-1 : Satıcı 6 araba sattıysa, ilk 4 arabayı ilk denklemde geri kalan 2 arabayı ikinci denklemde yerine koyarak çözebiliriz. Problemdaki b şikkına geçtiğimizde durumu daha net göreceğiz.
 D1-D-2 : O zaman denklemlerde beşten küçük beşten büyük olduğu zamanlarda kullanılacak diye belirtmeliyiz.
 D1-D-3 : O zaman tamam.

Uygulama adımında D1-D grubu üyelerinin, plan yapma aşamasında yaptıkları işlemlere bağlı kalmayıp tekrardan hazırlık süreci içerisine girdikleri görülmüştür. Bu esnada düşüncesi üzerinde ısrarla duran D1-D-1, diğer arkadaşlarının da görüşlerini

olarak ortaklaşa oluşturdukları çözüm yöntemine ulaştıkları görülmüştür. Hazırlanan denkleme göre yapılan b şikkına ait çözümde, satılan on araba sayısı beşten küçük ve beşten büyük olma durumuna göre iki parçaya bölünerek, grubun hatalı bir çözüm süreci içerisinde yer aldığı Şekil 69'da görülmektedir.

PLANI UYGULAMA (çözümü açıklarak yapmalıyım)

11k 4 arabası = 975125

5 + araba = x

50.9 + 1000 =>

50.9 + [(18.45) + (1000.5) / 20] + 1000

50.4 [(6.45) + (1000.5) / 10] + 1000

200 + [270 + 50] + 1000

x = 1580

Şekil 69. D1-D grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Hazırlamış oldukları plandan hareketle uygulama aşamasına geçen D2-A grubu üyeleri, nasıl bir çözümde bulunmaları gerektiğiyle ilgili aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

- D2-A-1 : A şikkında bu ay alacak maaşı nasıl hesaplardınız diyor. Burada soruyu nasıl çözmeliyiz ki?
- D2-A-2 : Araba sayısı x yerine değerler versek nasıl olur? Neyse a şikkı şimdilik dursun b şikkını çözelim.
- D2-A-3 : Tamam. B şikkında x yerine 10 koyup direk denklemini çözeceğiz.

Plan yapma aşamasında b şikkına yönelik oluşturmuş oldukları denklemini çözüm aşamasında kullandıkları gözlenen grup üyelerinin, formüldeki x yerine 10 değerini koyup doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. B şikkını çözmelerinin ardından, sonradan yapmayı kararlaştırdıkları a şikkına ait uygulama aşamasına geri dönen öğrenciler, nasıl bir işlemde bulunmaları gerektiğini tartışmışlardır.

- D2-A-2 : Ne düşündünüz son olarak?
- D2-A-3 : Bilemedim ki. Sanki plan aşamasındaki a şikkında yaptıklarımıza benziyor.

- D2-A-2 : *Aslında doğru diyorsun. Burada bize şu kadar araba satılsa ne kadar maaş alması gerektiğini sormuyor.*
- D2-A-1 : *O zaman satılacak araba durumuna göre alınacak maaşa ait denklemi yazalım.*
- D2-A-2 : *Yani, dediğin gibi burada yapacağımız başka bir şey yok.*

Problemdeki şıklara ait soru çözümlerini gerçekleştiren grup üyelerinin, plan yapma aşamasında problem cümlelerine uygun olacak şekilde oluşturdukları denklemleri, uygulama aşamasında kullandıkları görülmüştür. Bu esnada uygun hazırlığı yapmalarına rağmen çözümü nasıl gerçekleştirecekleri konusunda belirsizlik yaşayan grup üyelerinin, ders sorumlusuna danıştıkları göze çarpmıştır. Ders sorumlusunun, grup üyelerinden gelen soru üzerine, çözümün nasıl yapılacağını belirtmeyip, çözüm esnasında nasıl fikir yürütebilecekleri konusunda yardımcı olduğu gözlenmiştir. Bu fikirleri kendi aralarında değerlendiren grup üyeleri, nasıl bir çözümde bulunmaları gerektiği konusunda ortak karara varmışlardır. Problemdeki a ve b şıklarına ait çözümleri doğru olarak yapan grup üyelerinin uygulama aşamasında yapmış olduğu çözümler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 & a) \quad x=0 \Rightarrow 1000 \text{ TL} \\
 & \quad 1 \leq x \leq 4 \Rightarrow 1000 + 50x \\
 & \quad x \geq 5 \Rightarrow 1000 + 45x + (1000 + 65x) \cdot \frac{5}{100} \\
 \\
 & b) \quad 1000 + 45 \cdot 10 + (1000 + 65 \cdot 10) \cdot \frac{5}{100} \\
 & \quad = 1450 + 1450 \cdot \frac{5}{100} \\
 & \quad = 1450 + 72.5 \\
 & \quad = 1522 \text{ TL } 50 \text{ Kr.}
 \end{aligned}$$

Şekil 70. D2-A grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Satılacak araba sayısına göre yapmış oldukları plandan hareketle uygulama aşamasına geçtiği gözlenen D2-B grubu üyeleri, a ve b şıklarında yapılacak çözümler için aralarında tartışmaya başladıkları gözlenmiştir.

- D2-B-3 : *Bence problemdeki a şikkının çözümüne yönelik, hazırlık aşamasında oluşturduğumuz yapıyı kullanmamız yeterli.*
- D2-B-2 : *Üç duruma göre alınabilecek maaş var burada. Eğer fonksiyonlara göre yapacak olursak, parçalı fonksiyon şeklinde bir ifade kullanalım.*

Problemdeki a şıkkına ait çözümü parçalı fonksiyon şeklinde yazdıkları görülen grup üyeleri, buradan hareketle b şıkkına ait çözüme geçmişlerdir.

D2-B-2 : Satıcı on araba sattığına göre, fonksiyondaki üçüncü durum kullanılır.

D2-B-1 : Evet x yerine on koyarak denklemini çözeriz.

Grup içerisinde geçen yukarıdaki konuşmalara göre D2-B grubu üyeleri, problem cümlesine ait istenenleri parçalı fonksiyonlar konusuyla bağdaştırarak, satış elemanının maaşını hesaplamada işleyecek uygun bir yapı oluşturdukları tespit edilmiştir. Bu yapıya bağlı kalarak, b şıkkına ait çözümü gerçekleştiren grup üyelerinin uygulama aşamasına yönelik ifadeleri aşağıdaki şekilde verilmiştir.

a-) $f(x) = \begin{cases} x=0, & 1000 \text{ TL} \\ 0 < x < 5, & (1000 + 50x) \text{ TL} \\ x \geq 5, & [1000 + 65x + (1000 + 65x) \cdot \frac{5}{100}] \text{ TL} \end{cases}$

b-) $x=10$ satıcı 10 araba sattığına göre 10,5'inci 3. durum kullanılır.

$$1000 + 65 \cdot 10 + (1000 + 65 \cdot 10) \cdot \frac{5}{100}$$

$$1000 + 650 + 1650 \cdot \frac{5}{100}$$

$$1650 + \frac{165 \cdot 5}{2} = \frac{3300 + 825}{2} = 1732,5 \text{ TL dir.}$$

Şekil 71. D2-B grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Plan yapma aşamasındaki toplam maaşı ifade eden denklemden hareketle, probleme ait istenenlere cevap bulmaya çalışan D2-C grubu üyeleri arasında aşağıdaki konuşmalar yaşanmıştır:

D2-C-1 : B şıkkında oluşturduğumuz denkleme göre toplam maaşı bulalım.

D2-C-3 : Tamam ama ondan önce dört ve beş arabanın satılması durumunda, araba başına alınabilecek ücretleri bulalım.

D2-C-1 : Yüzde beşi alınacak toplam maaş mıydı?

D2-C-2 : Evet, araba başına alınabilecek ücrete sabit maaşı eklenmesine A dersek, bunun yüzde beşini de eklemeliyiz.

D2-C-1 (Gerekli işlemleri yapmasının ardından): Toplam maaşı 1470 TL çıkıyor.

D2-C-3 : Bunun da yüzde beşi ne eder? Yetmiş üç virgül beş. Toplam maaşta 1543,5.

D2-C-2 : A şıkkında da zaten plandaki denklemin aynısını yazalım.

Yukarıdaki konuşmalara göre grup üyelerinin, probleme ait sonucun bulunmasında ortaklaşa hareket ettikleri görülmektedir. Problemdeki b şıkkına yönelik, plan yapma

aşamasında ortaya koymuş oldukları denklemlerle hareketle, öğrencilerin çözüme rahatlıkla ulaştıkları gözlenmiştir. Ancak grubun elde etmiş olduğu sonuç incelendiğinde, on arabanın satılması durumunda araba başına alınması gereken ücrete ait tek bir denklem oluşturmayıp, dört ve altı araba satılması durumunun iki ayrı denklem şeklinde düşünmeleri, öğrencileri yanlış sonuca götürdüğü tespit edilmiştir.

b. İlt 4 araba için $50 \cdot 4 = 200$
 5 den 10'a kadar için $45 \cdot 6 = 270$
 Aylık maaşı = 1000

$$(1000 + 200 + 270) \cdot \frac{5}{100} = 1470 \cdot \frac{8}{100} = \frac{147}{2} = 73,5$$

$$1470 + 73,5 = 1543,5$$

d. $1000 + 50 \cdot x + 45 \cdot y + A \cdot \frac{5}{100} = 800$ aylık maaşı

İlt 4 arabaya kadar S ve sonrası için

$50 \cdot x$	$45 \cdot y$
--------------	--------------

Şekil 72. D2-C grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Probleme ait yapılan hazırlıktan hareketle uygulama aşamasına geçen D2-D grubu üyeleri, bireysel olarak problemi çözüp elde ettikleri sonuçlar üzerinden ortaklaşa sonuç elde etme kararı almışlardır.

D2-D-1 : Bence hepimiz ayrı ayrı uğraşalım sonra kararlaştırırız.

D2-D-2 : Bence de o şekilde yapalım.

(Bir süre sonra)

D2-D-1 : Problemin a şikkini çözdük sayılır demi arkadaşlar?

D2-D-3 : Evet a şikkini yaptık, ona göre b şikkini çözmemiz isteniyor.

D2-D-1 : Toplam maaş derken, araba satışlarıyla elde edilen paraya bin TL'nin ilave edilmesiyle oluşan paranın yüzde beşi mi, yoksa sadece bin TL'nin yüzde beşi mi ?

D2-D-2 : Yok hayır, bin TL'nin yüzde beşi alınmalı.

D2-D-3 : Doğru diyorsun onu göremedim, ben yanlış hesapladım sanırım.

D2-D-2 : On araba diyor ya, dört arabayı elli TL'den, geri kalan altı arabayı da 45 TL'den hesaplamalı. Yüzde beş olan elli TL üzerine eklenmeli.

D2-D-1 : İkinci durumdaki yüzdeleri kısımda kafam karıştı arkadaşlar. Yüzde beş kısmını düşünmesek, toplam maaş ne olur?

D2-D-2 : Beş arabanın üzerinde satılması durumunda araba başına kırk beş TL alacak.

D2-D-1 : Birde bin TL sabit maaşı var o eklenecek. Bu bizim toplam maaş olmalı, bunun yüzde beşi alınmalı bence.

D2-D-2 : Haklısın aslında, o zaman biz yanlış düşündük hep.

D2-D-1 : Tamam o zaman, bu duruma göre çözümümüzü yeniden yapalım.

Uygulama aşamasında ortaklaşa aldıkları kararlar doğrultusunda problemi çözmeye çalışan grup üyelerinin, plan yapma aşamasında problemin çözümüne yönelik herhangi

bir hazırlık yapmamış olmalarından kaynaklanan bir kararsızlık içine girdikleri görülmüştür. Plan hazırlama adımında yapılanlardan farklı olarak farklı çözüm stratejilerinin geliştirilmesine sebep olan bu durum, öğrencileri ortak sonuçta birleşememeleri sebebiyet vermiştir. Bu aşamada grup üyelerinden D2-D-1, ifade edilenlerden farklı olarak kendi çözüm yöntemini açıklayarak savunması, diğer üyelerin de onun fikirlerine katılmalarına ve ortak karara varmalarına sebep olmuştur. D2-D-1, her ne kadar toplam maaşı elde etme noktasında olumlu fikirler üretse de, on arabayı dört ve altı olacak şekilde iki durumda ele alarak, toplam maaşa ait grupça hatalı sonuca ulaşmalarına sebebiyet vermiştir. Grubun uygulama şamasında gerçekleştirmiş olduğu işlemler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Aylık maaş: 1000 TL.

* 4 arabaya kadar aldığı ücret: $4 \cdot 450 = 1800$ TL dir.

* kalan 6 araba için: $6 \cdot 250 = 1500$ TL dir.

* Toplam araba satışında aldığı ücret: $1800 + 1500 = 3300$ TL

* Ek ücret = $(1000 \text{ TL (aylık maaş)} + 450 \text{ TL}) \cdot \frac{5}{100}$

$= 1450 \cdot \frac{5}{100}$

Ek ücret = 72,5 TL

Aylık ayı Toplam maaş = $1000 \text{ TL} + 72,5 \text{ TL}$

$= 1072,5 \text{ TL}$

Şekil 73. D2-D grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D2-E grubu üyelerinin plan yapma aşamasında oluşturdukları denklemin doğru olduğundan emin bir şekilde uygulama aşamasına geçtikleri gözlenmiştir. Grup üyeleri probleme ait b şikkındaki, on arabanın satılması durumunda alınabilecek toplam maaşı belirlemek için, ikinci durum adına oluşturdukları denklemi kullanmayı tercih etmişlerdir. Bu denklemde, y bilinmeyen yerine 10 değerini koyma yoluyla sonuca ulaşmaya çalışan grup üyeleri, aşağıda verilen şekildeki gibi doğru sonuca ulaşmaya çalışmışlardır.

$(1000 \text{ TL} + 10 \cdot 45 \text{ TL}) \cdot \frac{5}{100} + 1000 \text{ TL} + 10 \cdot 45 \text{ TL}$

$\frac{1450 \cdot 5}{100} + 1450$

$\frac{1450}{2} + 1450$

$725 + 1450$

$= 1522,5 \text{ TL}$

Şekil 74. D2-E grubunun ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

İkinci problem yönelik uygulama adımında ortaya konan çözümler genel olarak değerlendirildiğinde, her iki ortamdaki grupların plan yapma adımında ortaya koymuş oldukları stratejiye bağlı çözüm gerçekleştirmelerine karşın özellikle D2 grubunda yeni bir hazırlık yapıldığı gözlenmiştir. D2’de bu durumun meydana gelmesindeki sebeplerden biri olarak problemin tam olarak anlaşılmadan plan yapma ve uygulama süreçlerine geçilmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu durumun yaşandığı gruplardaki öğrencilerin bazıları “Yüzde beşi alınacak olan toplam maaş mıydı?” ve “İkinci durumdaki yüzdeleri kısımda kafam karıştı arkadaşlar.” şeklinde ifadelerde bulunarak, çözüm sürecinde problemi anlama gayreti içerisinde oldukları anlaşılmaktadır. Bu durumda AY söyleminin D2’deki gruplar lehine daha yoğun yaşandığı tespit edilerek, gruplardaki öğrencilerin birbirlerinin anlamalarına yardımcı oldukları gözlenmiştir.

Değerlendirme Adımında Yapılanlar

D1’de Yaşananlar

Planı uygulama aşamasında yapılan çözümle ilgili değerlendirme adımına geçen D1-A grubu üyeleri arasında, nasıl bir değerlendirmede bulunmaları gerektiği konusunda tartışmalar yaşanmıştır. Değerlendirmede ne şekilde bir strateji tercih etmeleri gerektiği konusunda zorluk yaşadığı gözlenen grupta, D1-A-3’ün aşağıdaki ifadesi diğer üyelerin bu aşamaya motive olmalarını sağlamıştır.

D1-A-3 : Burada bir ispat veya açıklamayla doğruluğunu belirtmemiz gerek. Mesela bulduğumuz sonucu sözel ifadelerle açıklasak nasıl olur sizce?

D1-A-2 : Olur ama nasıl açıklamamız gerekir?

D1-A-3 : Bence problemdeki a şıkında 5 arabadan küçük veya büyük olma durumuna göre ayrı ayrı fonksiyonlar oluşturduk şeklinde ifadeler kullanmalıyız.

D1-A-1 : Evet D1-A-3 senin dediğin gibi yaparsak güzel olur bence de.

D1-A-2 : Olabilir b şıkkı için ise 10 araba için parçalı fonksiyondaki kategoriye uygun denklemde yerine koyarak alınacak maaşı bulduk diyerek açıklamada bulunabiliriz.

Değerlendirme aşamasında grup üyeleri arasında geçen diyalogda, planı uygulama aşamasında bulmuş oldukları sonucun doğruluğunu ne şekilde değerlendirmeleri gerektiği konusunda fikir alışverişinde buldukları görülmektedir. Bu aşamada kararsız kaldıkları görülen grup üyelerinin, çözüme ne şekilde ulaştıklarına dair gerekçelerini açıklama yoluyla değerlendirmede buldukları Şekil 75’de görülmektedir.

Şekil 75. D1-A grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama adımında elde ettikleri çözümü değerlendirmeleri gerektiğini belirten D1-B grubu üyeleri, nasıl bir değerlendirme stratejisi izlemeleri gerektiği konusunda kararsız oldukları gözlenmiştir. Bu esnada b şikkındaki sonuçtan hareketle değerlendirme girişiminde bulunan D1-B-3'ün, kendine ait düşüncelerini arkadaşlarıyla paylaştığı gözlenmiştir.

D1-B-3 : 10arabanın satılması 5 arabadan fazla sattığı duruma karşılık geldiği için, sabit maaşının yanında 450TL ücret almalı şeklinde bir ifadeyle açıklamada bulunabiliriz.

D1-B-1 : Birde %5 ek ücreti vardı değil mi? Ben bir yazmayı deneyeyim, doğrumu kontrol ederiz sonra.

D1-B-2 (D1-B-3'la birlikte): Tamam.

Bu durumda D1-B-3'ün açıklamalarından hareketle, çözüm sürecine ait açıklamalarda bulunma yoluyla genel bir değerlendirme ifadesinin belirtilmesini kararlaştıran öğrenciler problem çözümünün tamamlamıştır.

Şekil 76. D1-B grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D1-C grubu üyelerinin probleme ait çözümde bulunmalarının ardından, sonucun doğruluğunu değerlendirme amacıyla ne tür bir strateji izlemeleri gerektiğini tartışmaya başladıkları görülmüştür. Bu aşamada ispat yapılmasının daha doğru olacağını belirten üyeler, bu stratejiyi ne şekilde gerçekleştirmeleri gerektiği konusunda belirsizlik yaşamışlardır. Araba sayısının 5'ten küçük veya büyük olma durumuna göre yapmış oldukları çözümü sözel ifadelerle açıklama yoluyla değerlendirmede karar kılan grup üyeleri, aşağıda verilen şekildeki gibi bu bölümü tamamlayarak problemin çözümünü sonlandırmışlardır.

a) Satılan arabaların sayısının 5'den küçük yada büyük olmasına göre değişir.
b) Araba sayısı 5'den büyük olduğu için ikinci madde uygulandığından çözüm doğru.

Şekil 77. D1-C grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Problemi çözmelerinin ardından herhangi bir araba sayısına bağlı olarak değerlendirmede bulunabileceklerini ifade eden D1-D-2'nin bu fikri arkadaşları tarafından uygun görülmüştür. Buna göre 3 ve 7 şeklindeki araba sayılarına göre ayrı olarak oluşturulan denklemin yeniden çözüldüğü görülmüştür. Çözüm aşamasında bulunan sonucun doğruluğunu göstermek yerine farklı araba sayılarına göre yeniden çözüm yapma eğiliminde bulunan D1-D grubu üyeleri, değerlendirme aşamasına yönelik herhangi bir strateji belirlemeyerek problem çözümünü sonlandırmışlardır.

6 araba satılır
 $50 \cdot 3 + 1000 = 1950$
 7 araba satılmış olsa
 $50 \cdot 4 + [(3 \cdot 45) + 50] + 1000$
 $200 + 125 + 1000 = 1325$

Şekil 78. D1-D grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Uygulama aşamasında yapmış oldukları çözümlerin doğruluğunu ortaya koymak amacıyla D2-A grubu üyelerinin değerlendirme aşamasına geçtiği gözlenmiştir. Bu esnada grup üyeleri arasında aşağıdaki konuşmalar yaşanmıştır:

- D2-A-1 : Her bir durumu kişinin alacağı maaşa eşitleyerek sağlayabiliriz.
 D2-A-2 : Evet o şekilde sağlama yoluna gidelim.
 D2-A-1 : İlk durumda bin TL alıyordu bu alacağa maaşa eşit değil kesinlikle.
 D2-A-3 : İkinci durumda, $1000+50x=1522,5$ formülünde x , on değerine eşit çıkmaz.
 D2-A-1 : Evet. O zaman üçüncü denkleme bakalım.
 D2-A-2 : Orada zaten on değerine eşit olduğunu yukarıda göstermiştik.

Öğrenciler arasında geçen yukarı konuşmalarda, yerine koyma stratejisinden faydalanarak değerlendirmede bulunmak istenmiştir. Bu amaçla 10 adet arabanın satılması durumunu, satış elemanın alacağı maaşı belirten üç duruma uygulayarak sağlama yoluna başvurduğu gözlenmiştir. Satılan 10 araba sonrası satış elemanının alması gereken maaş uygulama aşamasıyla elde ettikleri sonuçla karşılaştıran öğrencilerin değerlendirme aşamasında ortaya koydukları işlemler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

1500 TL maaş
 1) $1000 \neq 1500$
 2) $1000 + 50x = 1522,5$
 $x = 10$
 3) $1000 + 5x + (1000 + 45x) \cdot \frac{5}{100} = 1522,5$
 $x = 10$

Şekil 79. D2-A grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D2-B grubu üyelerinin problem çözümünü gerçekleştirmesinin ardından sonucun doğruluğunu kontrol etmek amacıyla değerlendirme adımına geçtikleri görülmüştür.

- D2-B-3 : On arabanın satılması durumunda toplam maaşı hesaplarken, ilk dört araba için ikinci duruma, dördten sonrası için üçüncü duruma mı uygun maaşı hesaplamalıyız?
 D2-B-2 : Hayır ya doğru yaptık, satılan araba sayısı fonksiyondaki hangi aralığa düşüyorsa onu kullanmalıyız.
 D2-B-1 : Korkutma bizi D2-B-3 o kadar uğraştık.
 D2-B-3 : Tamam tamam, o zaman sadece b için sağlama yapmalıyız demi?
 D2-B-1 : Yani, sadece b şikkinin sonucunu bulduk.

İlk olarak D2-B grubu üyeleri, satılabilecek araba sayısına uygun maaş durumlarını problem cümlesindeki verilenlerle karşılaştırarak, denklemleri doğru şekilde kurduklarından emin olmuşlardır. Daha sonra, b şıkında elde ettikleri sonuca ne şekilde ulaştıklarını, aşağıda verilen şekildeki gibi çözümlerinin gerekçelerini açıklama yoluyla değerlendirmede bulunan öğrenciler bu yolla problem çözümünü sonlandırmışlardır.

maaş 1000 TL
 30 araba satışı durumunda maaşı:
 4'ten fazla araba sattığı için araba başına 45 TL'ye dayanan maaşının
 3/5 ek ücret alıyor.
 * $45 \cdot 10 = 450$ araba için ek ücret.
 * maaş + ek araba ücreti:
 $(1000 + 450) \cdot \frac{5}{100} = \text{ek ücret}$
 * Maaş + ek araba ücreti + (ek ücret) = Arelle'nin aylık maaşı
 $1000 + 450 + (1000 + 450) \cdot \frac{5}{100} = 1522,5 \text{ TL}$

Şekil 80. D2-B grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Problemin b şıkında elde etmiş oldukları sonucu doğrulamak isteyen grup üyeleri, ne şekilde değerlendirmede bulunabilecekleri konusunda aralarında yaşanan konuşmalar aşağıda belirtilmiştir:

- D2-C-2 : *Biraz acemice geldik buraya kadar ama sağlamasını yapalım bence.*
 D2-C-1 : *Bulduğumuz sonuçtan geriye dönme yoluyla sağlamayı yapabiliriz.*
 D2-C-3 : *Olabilir. Bulduğumuz sonuçtan geriye gidip kişinin sabit ücretine ulaşırsak doğru yapmış sayılırız.*
 D2-C-2 : *Tamam da, işlemleri yanlış yapmış olsak dahi, geriye giderek gene aynı sonucu buluruz ki bu şekilde.*
 D2-C-1 : *Neyse yapalım o zaman.*

Yukarı geçen konuşmalara göre, D2-C grubu üyelerinin ne şekilde değerlendirmede bulunabilecekleri konusunda belirsizlik yaşandıkları gözlenmektedir. Bu aşamada, bazı grup üyeleri arasında tersten giderek değerlendirmede bulunma şeklinde öneriler ortaya çıkmıştır. Bu düşünce karşısında D2-C-2, her ne sonuç bulunursa bulunsun bu şekilde değerlendirmede bulunmanın yanlış olacağını savunduğu görülmüştür. Farklı bir strateji kullanmayı seçtikleri için değerlendirmede bulunma konusunda güçlük yaşadıkları gözlenen üyelerin, sonuçtan hareketle tersten gitme yoluyla satış elemanın sabit ücretine ulaşma konusunda hem fikir olarak değerlendirmede buldukları Şekil 81'de verilmiştir.

- Sağlamasını yaparız. Denklemi testler çözeriz.
 En son bulduğum sonuştan ilk 4 araba (200)
 ve S ile 10 arasındaki araba fiyatlarını (270)
 ve maaş toplamının % S'ini çıkarırım. (1470)
 Çıkan sonuştan ilk 4 araba ve S ile 10 arasındaki
 araba fiyatlarını çıkarırım. $(1470 - 200 - 270 = 1000)$
 Sonuştan ilk maaş 1000 TL bulmuşsak sonuç
 doğru demektir.

Şekil 81. D2-C grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Probleme yönelik yapılan çözümün doğruluğunu göstermek amacıyla değerlendirmede bulunmak isteyen D2-D grubu öğrencileri arasında aşağıdaki konuşmaların geçtiği gözlenmiştir:

- D2-D-1 : *Probleme ait hazırlığımızı bilinmeyenlerle ifade etmiş olsaydık, bu aşamada sağlama yaparak o aradığımız ifadeye ulaşmaya çalışabilirdik.*
 D2-D-3 : *Evet haklısın, bu çözüme yönelik nasıl bir değerlendirmede bulunulur ki?*
 D2-D-2 : *O zaman, yaptığımız işlemleri sözel olarak açıklayalım.*

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalardan hareketle, gerçek anlamda hazırlık yapamamalarının sonucunda, çözüme gitmekte zorlandıklarını kabul ettikleri anlaşılmaktadır. Doğal olarak bu durum grup üyelerini, bulmuş oldukları sonuç karşısında mantıklı bir değerlendirme yapmalarına engel olmuştur. Son olarak, açıklama yapma yoluyla değerlendirmede bulunabileceklerini düşünen grup üyelerinin, bu aşamada sözel ifadelerle yapmış olduğu işlemleri açıklama yolunu tercih ettikleri aşağıdaki şekilde görülmektedir.

* Sağlamasını yaparak ulaştığımız sonucunu.
 * Aşlık ayındaki toplam maaşın fiyatından satılan araba
 sayısını ve normalde alınan maaşı (1000 TL) ekliyerek sonucu çözeriz.

Şekil 82. D2-D grubunun ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama aşamasında bulunan sonucun doğruluğunu kontrol etmek amacıyla değerlendirme aşamasına geçen D2-E grubu öğrencileri, ne şekilde değerlendirmede bulunabilecekleri konusunda hemfikir olmaya çalıştıkları gözlenmiştir:

- D2-E-1 : *Bu aşamada bulduğumuz sonucun doğru olduğunu göstermeliyiz.*
 D2-E-3 : *Nasıl göstereceğiz ki onu?*

- D2-E-1 : Bizim çözüm yöntemimizin sağlamasını yapamayız ki.
 D2-E-2 : Bulduğumuz toplam maaştan kişinin sabit maaşına ulaşmaya çalışsak?
 D2-E-1 : Geriye doğru mu gidelim?
 D2-E-2 : Başka bir şey aklıma gelmiyor.
 D2-E-1 (D2-E-2'le birlikte): Tamam o zaman.

Grup üyeleri arasında varılan ortak karara göre, buldukları sonuçtan hareketle tersten gitme yoluyla satış elemanının sabit maaşına ulaşmaya çalışarak değerlendirmede bulunma çabasına girmişlerdir. Yapmış oldukları işlemleri açıklamalarla destekleyerek değerlendirmede bulunmaya çalışan grup üyelerinin bu aşamada ortaya koymuş olduğu ifadeler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

22,5 = 10 * 2,25 = 10 * (Araç maaşının 1/5'i) Bu parayı aldığı maaş ve satışı
 10 arabanın aldığı ücrettir çıkarınız

$$1522,5 - 22,5 = 1500 \text{ (Toplam maaş + Araç fiyatı } \times 45 \text{)}$$

Bu paradanda satışı, 10 arabada aldığı parayı çıkararak maaşını bulunuz

$$1500 - 450 = 1050 \text{ TL} \Rightarrow \text{Aylık maaşı}$$

Yaptığımız işlem sonucunda verilen satışın maaşını belirlediği için doğru yolu izlediğimizi gösterir...

Şekil 83. D2-E grubunun ikinci problemde değerlendirme adımı yaptıkları

Oto Galeri adlı problemde yapılan çözümler sonrası D1 ve D2'deki grupların geneli, elde ettikleri sonucun doğruluğunu gösterme çabası içerisinde oldukları söylenebilir. Uygulanan probleme ait elde edilen sonuç karşısında yapılacak değerlendirmede ne tür bir stratejiden faydalanmaları gerektiği konusunda grup üyelerinin kararsız oldukları gözlenmiştir. Yapılacak olan değerlendirmeler esnasında gruptaki üyeler arasında daha çok ne tür bir stratejiden faydalanılması gerektiği konusunda fikir alışverişlerinin yaşandığı gözlenmiştir. Bu durumda her iki ortamdaki grup üyelerinin ÖS ve AY söylemlerinde yoğunlaşma göstererek birbirlerini destekledikleri tespit edilmiştir. Sepetteki elmalar adlı problemde elde ettikleri sonucun değerlendirilmesinde faydalandıkları stratejiyi bu problemde uygulayamayan D2-D grubundaki öğrenciler, bu durum karşısında kaygı yaşadıkları gözlenmiştir. Bu amaçla her iki gruptaki öğrencilerin daha çok uygulama adımı elde ettikleri sonuca nasıl ulaştıklarının gerekçelerini açıklama yoluyla doğrulamaya çalıştıkları tespit edilmiştir.

4.1.1.3. Tarla Probleminde Yaşanan Farklılaşmalar

“Düzgün Çokgenlerde Alan Ölçümleri” konusuna yönelik problem çözme sürecinde yaşananları betimlemek amacıyla hazırlanan üçüncü problemde “Tarla” adlı problem çözme etkinliği D1 ve D2 ortamındaki gruplara uygulanmıştır. Bu etkinlik esnasında grupların problem çözme adımlarına uygun yapmış oldukları çözümler başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

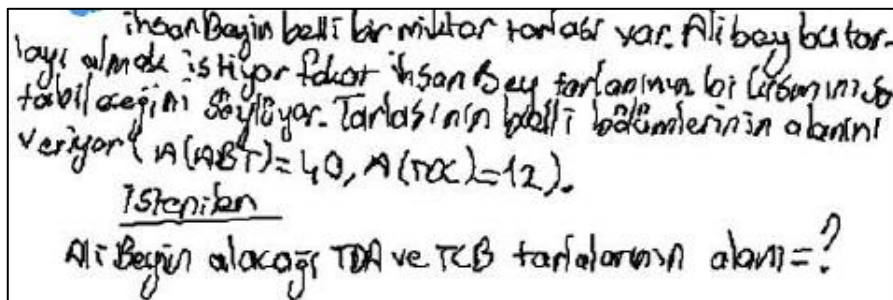
Problemi Anlama Adımında Yaşananlar

D1’de Yaşananlar

D1-A grubundaki üyelerin bireysel olarak problemi anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Problemi okuma işleminin tamamlanmasının ardından öğrencilerin problemde anladıklarını birbirlerine aktarmaya başladıkları görülmüştür.

- D1-A-2 : Sınırları ve alanları belirtilmiş iki tarlanın birleşiminden oluşmuş büyük bir tarla var. Bunların içerisinde TDA ve TCB tarlalarının alanlarını istiyor bizden. Özetle ben bunları anladım.
- D1-A-3 : Tamam D1-A-2 diğer problemlerin anlama aşamasında yaptığımız gibi anladıklarımızı özetleyen ifadeleri yazalım buraya.
- D1-A-1 : Bence de, tarlaların sahibi İhsan Bey alıcı konumundaki Ali Bey’in istediği tarlaların bir kısmını verebileceğini söyleyerek başlayalım bu aşamaya.

Yukarıdaki geçen konuşmalara göre öğrencilerin, problemdeki verilen ve istenenleri özetleyerek anlama aşamasını tamamlamak istedikleri görülmektedir. Bu aşamayı hazırlama aşamasında, öğrencilerin birbirlerine “Hadi yardım edin” şeklindeki ifadeleri, grup çalışmalarında yardımlaşma düşüncesini özümstedikleri ve bunu uygulamalara yansıtma çabası içinde olduklarını göstermektedir. Grup üyeleri arasındaki fikir alışverişinden yararlanarak hazırlanan anlama aşaması Şekil 84’de verilmiştir.



Şekil 84. D1-A grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Gruptaki üyelerin, problemi okuyup anlamaları için kendilerine tanıdıkları süre sonrasında, arkadaşlarından anladığını belirten ifadelerin gelmemesi üzerine grup üyelerinden D1-B-1, “Arkadaşlar problemde bize nelerin verildiğini anlayabildik mi?”

şeklinde soru yöneltmek arkadaşlarını teşvik etmeye çalıştığı görülmüştür. D1-B-1'in yapmış olduğu bu teşvik etme girişimden sonra gruptaki diğer üyelerin problemi anlama aşamasıyla ilgili düşünceleri aşağıda verilmiştir:

D1-B-2 : ABT tarlası ile TDC tarlalarının alanlarını verilmiş.

D1-B-1 : Evet bunlarda 40 ve 12 birim kare olarak verilmiş. Bunları verilenler şeklinde yazarak başlayalım mı bu aşamaya?

D1-B-3 (D1-B-2'yla birlikte): Tamam başlayabiliriz.

D1-B-1 : Peki problemde ne isteniyor bizden?

D1-B-3 : TDA ve TCB sınırlarıyla belirtilen tarlaların alanları istenmiş.

D1-B-1 : Hemfikir miyiz D1-B-2 sen ne düşünüyorsun?

D1-B-2: Evet bence de taralı alanların sınırlarıyla çizilmiş tarlaların alanları isteniyor.

Grup üyeleri arasında yaşanan yukarıdaki konuşmalara göre, grupça alınan kararlar doğrultusunda probleme ait verilen ve istenenlerin özetlenmesiyle anlama adımının tamamlandığı aşağıdaki şekilde görülmektedir.

$$A(ABT) = 40 \text{ birim}^2$$

$$\text{Verilenler} = A(TDC) = 12 \text{ birim}^2$$

$$\text{İstenilenler} = A(TDA) + A(TCB)$$

Şekil 85. D1-B grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

D1-C grubundaki üyelerin, problem cümlesini okumalarının ardından, problemi anladıklarını ne şekilde ifade etmeleri gerektiğine karar vermeye çalıştıkları görülmüştür:

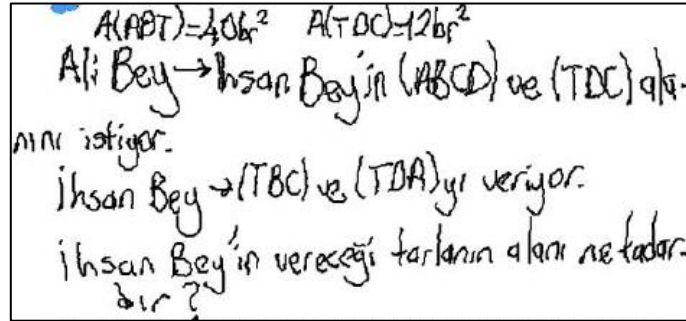
D1-C-3 : Ali Bey'in tarlaların hangi kısımlarını almak istiyor şeklinde sözlü olarak mı ifade edelim anlama aşamasını?

D1-C-2 : Evet, Ali Bey İhsan Bey'in sahip olduğu tarlalarından almak istediğini belirtelim.

Bu durumda D1-C-3, problemi anlama aşamasıyla ilgili D1-C-1'in hiçbir katkıda bulunmadığını tespit etmiştir. Buna karşılık D1-C-3'ün, problemdeki verilen ve istenenler doğrultusunda neyin anlatılmak istendiğini D1-C-1'e açıklamaya çalıştığı görülmüştür. Bu durum karşısında, grup üyelerinin konu hakkında birbirlerinin öğrenmelerine destek verdiğini söylemek mümkündür. Problemin anlaşılmasından hareketle çözüm için plan yapma aşamasına geçmeye karar veren grup üyeleri, hazırlık için problemdeki verilenleri kullanma çalıştıkları görülmüştür.

- D1-C-3 : *Problemde bize tarlaların alanları kaç olarak verilmiş.*
 D1-C-1 : *Ama D1-C-3 problemdeki verilenleri burada ifade etmektense anlama aşamasında vermemiz gerekmez miydi?*
 D1-C-2 : *Evet D1-C-1 doğru söylüyorsun problemdeki verilenleri yazmayı unuttuk.*

Bu konuşmalardan hareketle D1-C-1, probleme ait verilenleri plan yapma aşamasında kullanma girişiminde bulunan D1-C-3'e itirazda bulunarak, verilenlerin hazırlık aşamasında verilmesi gerektiği konusunda hatırlatmada bulunmuştur. D1-C-1'in uyarısı karşısında D1-C-3 hatasını fark etmiştir. Bu durumda grup üyelerinin problemdeki verilenleri ortaklaşa olarak kararlaştırıp, anlama aşamasında daha önceden belirttikleri ifadelerin üst kısmına yazdıkları gözlenmiş olup aşağıdaki şekli oluşturmuşlardır.



Şekil 86. D1-C grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problemdeki verilen ve istenenleri açıklama yoluyla anlama aşamasına başlamak isteyen D1-D grubu üyeleri, kendilerine ait fikirleri birbirlerine aktarma yoluyla problemi anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir.

- D1-D-1 : *Şuan bilgilerimi toparlamaya çalışıyorum da siz anladınız mı?*
 D1-D-2 : *Evet D1-D-1, problemdeki verilen ve istenenler gayet açık. Verilen alanlardan hareketle taralı bölgelerin alanları isteniyor bizden.*
 D1-D-3 : *Evet bende katılıyorum. Problemdeki verilen ve istenenleri açıklayarak anlama aşamasını tamamlayalım bence.*

Problemi anlama konusunda hemfikir oldukları görülen grup üyeleri, probleme ait verilen ve istenen ifadeleri başlıklar halinde açıklayarak bu aşamayı tamamladıkları Şekil 87'de verilmiştir.

Verilenler	İstenen
$A(ABT)=40$	$A(TOA)+A(TOB)=?$
$A(TOC)=12$	
Verilenler için tarla	
İstenen Ali için Alınak istediği Tarla	

Şekil 87. D1-D grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

Problem durumunu anlamak üzere problem cümlesini okumaya başladığı görülen D2-A grubu üyeleri arasında, problemin anlaşılmasıyla ilgili geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-A-1 : Önce anladıklarımızı açıklayalım sonra bunları düzenleriz.
D2-A-3 : Toplam alandan taralı alanı satın almak istiyor demi?
D2-A-2 : Bize verilen, büyük üçgenin alanıyla TDC üçgeninin alanı.
D2-A-1 : Aslında şeklin tamamının alanından ABT tarlasının alanını çıkardığımızda, sorulan alanı bulabiliriz aslında.
D2-A-3 : ABT ve TDC tarlalarının alanlarını 40 ve 12 olarak yazalım önce.
D2-A-2 : Açıklama olarak da, toplam alandan ABT tarlasının alanını çıkardığımızda istediğimiz sonuca ulaşabiliriz şeklinde yazalım.
D2-A-1 : Ama toplam alanın değeri verilmemiş ki soruda bize.
D2-A-3 : D2-A-2 doğru diyor, toplam alanı bilmiyoruz ama ilerleyen aşamalarda bulabiliriz. Bence de o şekilde yazalım.
D2-A-1 : Tamam o zaman, problemi anladık sayılır.

Öğrenciler arasında yukarıda geçen konuşmalarda, problemi anlama noktasında gruptaki üyelerin katılım sağlamaya çalıştığı görülmektedir. Bu duruma karşılık, problem cümlesindeki verilenleri belirten grup üyeleri, kendilerinden ne istenildiğini açıklama yapma yoluyla belirttikleri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

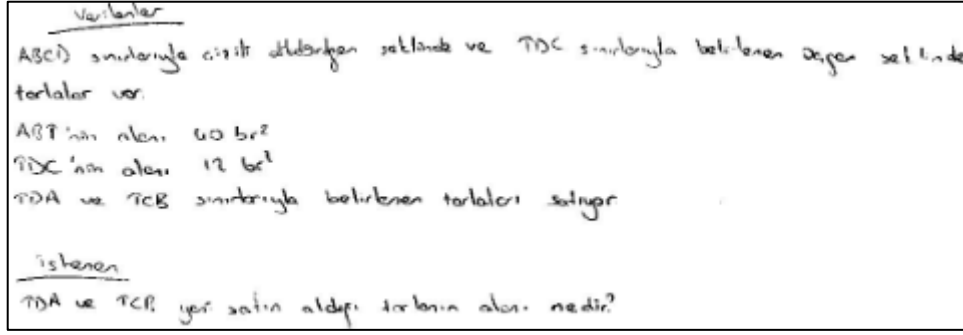
$S(ABT) = 40 \text{ br}^2$ $S(TDC) = 12 \text{ br}^2$	Tarlanın toplam alanından bize verilen 40 br ² alanı çıkardığımızda İhsan Bey'in satın alacağı tarla alanı. Yukarıdaki üçgenin alanı verilmiştir.
--	--

Şekil 88. D2-A grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

D2-B grubunda problemi anlama amaçlı öğrencilerin problemi okumalarının ardından anladıklarını ne şekilde ifade edebilecekleri yönünde aralarında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-B-1 : Üçgenlerde alan özellikleriyle ilgili bir soru bu ama nasıl çözmeliyiz bunu. Benzerlik mi var acaba burada.
- D2-B-3 : Toplam alan içerisindeki bazı kısımların alanları verilmiş bizlere.
- D2-B-1 : Bir saniye 40 neresi 12 neresi ben anlamadım.
- D2-B-3 (Şekil üzerinde göstererek): ABT üçgeni 40, TDC üçgeninin alanı ise 12 birim.
- D2-B-2 : Taralı alanlar hariç iç kısımdaki alanı mı almak istiyor Ali bey?
- D2-B-1 : Yok hayır, tam tersi. İçerideki üçgen hariç taralı alanların tümünü almak istiyor.
- D2-B-2 : Tamam fark ettim. TDA ile TCB'nin alanlarını istiyor.
- D2-B-3 : Verilen ve istenenleri belirtelim o zaman.

Yukarıda geçen konuşmalara göre D2-B grubu öğrencileri, verilenleri ve istenenleri özetleme stratejisini tercih ederek problemde anladıklarını aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi ortaya koymuşlardır.



Şekil 89. D2-B grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problemde anladıkları ne şekilde ifade edebileceklerini tartışan D2-C grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-C-1 : Sorudaki verilenler belli ama ben soruyu tam olarak anlayamadım.
- D2-C-3 (Şekil üzerinde göstererek): Bize TDC ile ABT üçgeninin alanları verilmiş gördün mü? Bizden de taralı alanların toplamı isteniyor.
- D2-C-2 : Yani, TDA ile TCB üçgenlerinin alanlarının toplamı isteniyor bizden.
- D2-C-1 : Tamam, yazalım o zaman verilen ve istenenleri, sonra plan aşamasına geçelim.

Grup üyeleri arasında yukarıda geçen konuşmalar incelendiğinde, problemi anlama konusunda yapmış oldukları açıklamalarla birbirlerine yardımcı oldukları görülmektedir. Problemin anlaşılmasıyla birlikte, Şekil 90'da görüldüğü gibi probleme ait verilen ve istenenleri belirten grup üyeleri, anlama aşamasını tamamlayarak plan hazırlama aşamasına geçtikleri görülmüştür.

<u>Verilenler</u>	<u>İstenilenler</u>
$A(ABT) = 40 \text{ br}^2$	$A(TDA) + A(TCB) = ?$
$A(TDC) = 12 \text{ br}^2$	

Şekil 90. D2-C grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problemdeki verilen ve istenenleri özetleyerek anlama basamağını tamamlama konusunda hemfikir olan öğrencilerin anlama aşamasıyla ilgili ifadeleri aşağıdaki şekilde görülmektedir.

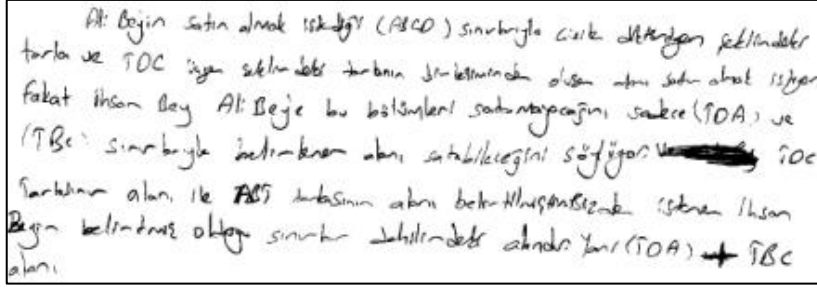
<u>VERİLENLER</u>
(ABT) tarlası 40 br^2
(TDC) tarlası 12 br^2
Ali bey TDC sınırlarıyla belirlenen üsken şekli tarlayı almak istiyor.
İhsan bey TDA ve TCB sınırlarıyla belirlenen tarlaları satabileceğini ifade etmiştir.
<u>İSTENEN</u>
→ Ali bey, İhsan Beyin belirlediği olduğu sınırlar dahilinde kaç br^2 tarla sahibi olur?

Şekil 91. D2-D grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problem durumunu anlamak üzere problem cümlesini okumaya başladığı görülen D2-E grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar aşağıdaki şekildedir:

- D2-E-3 : Ali bey, ABCD ile TDC sınırlarıyla çizili tarlaların birleşimini satın almak istiyor demi?
- D2-E-2 : Evet ama, tarlaların sahibi İhsan bey hepsini satamayacağını belirtiyor baksana.
- D2-E-3 : Evet, bunların içerisinde TDA ile TCB tarlasını satıyor ancak.
- D2-E-2 : Zaten soruda, bu alanların toplamını istiyor bizden.
- D2-E-3 : Anlama aşamasını tamamladıysak plan hazırlama aşamasına geçebiliriz.

Öğrenciler arasında yaşanan konuşmalara göre, problemin anlaşılması noktasında birbirlerinin görüşlerine başvurma ihtiyacı hisseden öğrenciler, gerekli açıklamaları yaparak problemi birbirlerine anlatmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Probleme ait verilen ve istenenleri özetleme yoluyla anladıklarını belirtebileceklerini kararlaştıran öğrenciler, Şekil 92'de görüldüğü gibi anlama aşamasını tamamlayarak plan yapma aşamasına geçtikleri görülmüştür.



Şekil 92. D2-E grubunun üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Tarla probleminin çözümü amacıyla bir araya gelen D1 ve D2'deki gruplar, problemi anlamaya çalıştıkları görülmektedir. D1 ve D2'deki gruplardaki öğrencilerin tamamına yakını problem durumuna ait verilen ve istenenleri ortaya koyma yoluyla problemi anlamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu durumda gruplardaki öğrenciler çoğunlukla problemin ne anlatmak ve kendilerinden neyin bulunmasının istediğine yönelik GD ve AY söylemlerinde yoğunlaşmaların yaşandığı tespit edilmiştir. Problemin anlaşılmasında birbirlerinin düşüncelerinden faydalanmak isteyen öğrenciler, grup tartışmalarına birbirlerini dahil etmeye çalıştıkları gözlenmiştir. Özellikle D1-C-3 grup içerisinde pasif kaldığını düşündüğü D1-C-1'in problemi anlamasında yardımcı olduğu tespit edilmiştir.

Plan Yapma Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Plan yapma amacıyla düşüncelerini birbirlerine açıklamaya çalıştıkları gözlenen D1-A grubu üyeleri arasında geçen diyalog şu şekildedir:

- D1-A-2 : Şekle uygun soru olduğu için hazırlık aşamasındaki planımızı şekil üzerinde mi yoksa yazıyla mı belirtelim? Çünkü T'den AB'e bir dik atmamız gerekecek.
- D1-A-1 : Evet D1-A-2 bende aynı fikirdeyim seninle. Tabanlar aynı nasıl olsa, T noktasından AB kenar çizgisine dik indirerek alanlar üzerinden gitmeliyiz.
- D1-A-3 : Bence de. Tabanlar aynı dikme indirip alanlardan yüksekliği bulacağız, bende aynı fikirdeyim sizlerle. Bence o ifadeyi yazıyla yazalım. Çünkü şekil sığmaz buraya, şimdi burada şekli nasıl çizeceğiz.

Bu esnada tarla ve alanlarını göstermek amacıyla şekil çizmeyi deneyen D1-A-3, kendi çabasıyla çizmiş olduğu şekil sonrası arkadaşlarının tepkisini çektiği görülmüştür. Yazma işlemini D1-A-3'ten devralan D1-A-1, arkadaşlarının yardımıyla grafik tablet aracılığıyla şekli çizebildiği görülmüştür. Şekil üzerinde sonradan kendilerinin eklediği çizim ve yazıları gösterebilmek amacıyla, grafik tablet cihazının renkli kalem özelliğinden faydalandığı gözlenen D1-A-1, bu şekilde T noktasından AB ve DC kenarlarına indirilen diklikleri gösterebilmiş ve bu dikliklerin kenarlarla kesiştiği noktaları isimlendirebilmiştir. Bu esnada grup üyelerinden D1-A-2'in D1-A-1'e bir uyarıda bulunduğu görülmüştür. D1-A-

2'nin çizilen şekille ilgili uyarılarından sonra D1-A-1, DTC üçgeninin yüksekliğini a , ATB üçgeninin yüksekliğini h olarak belirttiği görülmüştür. Bu aşamadan sonra, şekil üzerinde belirtilenleri matematiksel ifadelere dökerek hazırlık yapma işlemlerine devam etmeye karar kılan öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

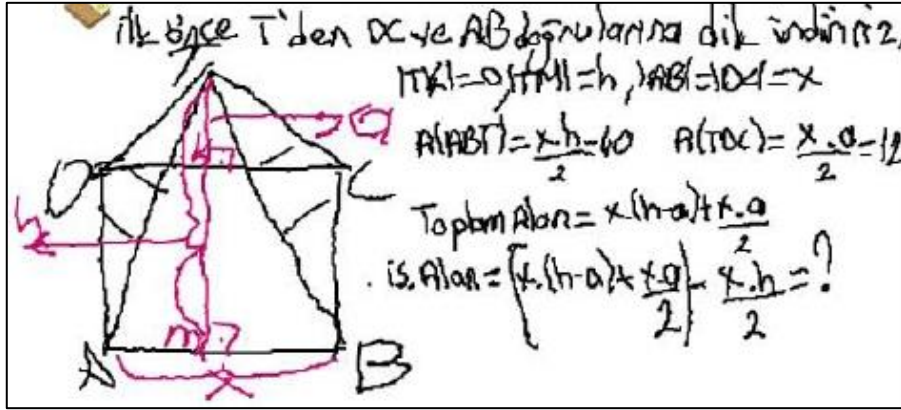
D1-A-2 : Arkadaşlar, şekil üzerinde belirttiklerimizi sağ taraftaki boşluğa yazılı olarak açıklayalım bence.

D1-A-1 : Evet evet, probleme ait şekil üzerindeki verilenleri yazalım.

D1-A-2 : Son olarak bizden ne isteniyor şekilden hareketle onu da formülleştirelim bence.

D1-A-3 : Doğru diyorsun D1-A-2 onu da yazmamız gerekecek.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki diyalog sonucu, tamamlamış oldukları plan yapma aşamasında yaptıkları Şekil 93'de verilmiştir.



Şekil 93. D1-A grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Anlama aşamasında yapılanlardan emin olunduktan sonra çözüm için plan yapma aşamasına geçmeye kararlaştıran D2-B grubu üyeleri, ne şekilde hazırlık yapmaları gerektiği konusunda tartışmaya başladıkları görülmüştür:

D1-B-2 : Ben bu şekli anlamadım üç boyutlu bir şekil mi bu?

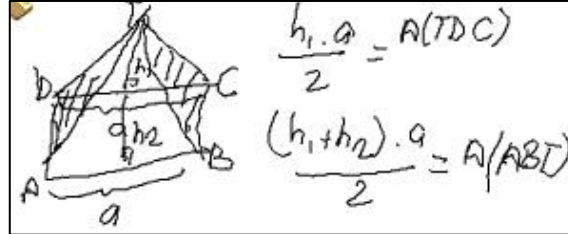
D1-B-1 : Bence değil, ayrı üçgenlerin birleşiminden oluşan bir şekil, bazı kısımların alanları isteniyor bizden.

D1-B-2 : Acaba iki üçgenin alanları arasında benzerlikten sonuca ulaşabilir miyiz?

D1-B-1 : Benzerlikten ziyade bence, alan hesaplamaları üzerinden sonuca gitmeye çalışsak nasıl olur? Mesela T noktasından DC ve AB kenarlarına dikmeler indirip bunlara h_1 ve h_2 dersek tabanlar eşit zaten böylece alanlardan bir şeyler çıkabiliriz gibime geliyor.

D1-B-2 : Tamam deneyelim o zaman.

Bu aşamada D1-B-1, problemin çözümü için tasarlamış olduğu planı arkadaşlarına somut olarak gösterme adına, çalışma yaprağının plan yapma aşaması için ayrılan alanı aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi müsvette olarak kullandığı gözlenmiştir. Bu yolla D1-B-1'in, düşüncelerini arkadaşlarına daha rahat ifade edebildiği fark edilmiştir.



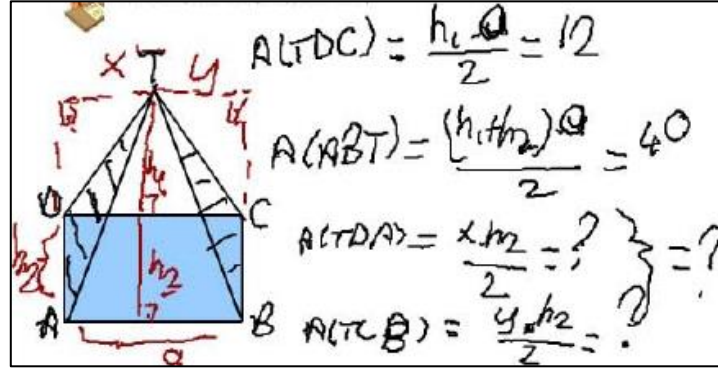
Şekil 94. D1-B grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemde anladıklarından hareketle şekil üzerinden nasıl bir çözüme gidebileceklerini gruptaki arkadaşlarına anlatan D1-B-1 bu esnada, sonuca nasıl ulaşabilecekleri konusunda arkadaşlarının fikirlerine başvurduğu görülmüştür:

- D1-B-1 : Arkadaşlar bu şekilden hareketle TDA ve TCB üçgenlerinin alanlarını elde edebilir miyiz? Sizlerinde fikirlerini almak istiyorum.
 D1-B-2 : TDC üçgeninin yüksekliği olan h_1 aynı zamanda TDA üçgeninin de yüksekliği sayılmaz mı?
 D1-B-1 : O zaman TDA'nın tabanı ne olmalı?

Bu esnada D1-B-1, TDA üçgeninde taban kenarı olan DA uzunluğuyla ilgili aklına gelen fikri arkadaşlarıyla paylaşmaya çalıştığı görülmüştür. D1-B-1, müsvette olarak kullandığı şekil üzerinde arkadaşlarına, DA kenarının dikey izdüşümü ile T noktasının yatay izdüşümünü belirten kesik kesik çizgilerin birleşmesiyle, TDA üçgenini yüksekliğini anlatmaya çalıştığı gözlenmiştir. D1-B-1'in anlattığı şekilde problemi çözebileceklerinden emin olan grup üyeleri, oluşturulan yeni bir şekil üzerinde hazırlıklarını gösterebileceklerine karar vermişlerdir. Bu amaçla Adobe Connect yazılımında bulunan çizim araç çubuğu üzerindeki otomatik şekilleri fark eden D1-B-1, bunların içerisinde dikdörtgen ve çizgi özelliklerini kullanmaya çalıştığı görülmüştür. Öncekine nazaran daha düzgün bir şekil çizbildiğini belirten D1-B-1, arkadaşlarının da katkılarıyla köşegen noktaları ve uzunlukları belirten ifadeleri şekil üzerinde göstermeye çalıştığı gözlenmiştir. Aynı zamanda öğrenciler, çizim araç çubuğundaki renkli kalem özelliğini kullanarak, şekle sonradan kendilerinin dahil ettikleri ifadeleri rahatlıkla ifade edebilmişlerdir. Bu uygulamayla birlikte öğrencilerin, ihtiyaçları doğrultusunda Adobe Connect yazılımının var olan çeşitli özelliklerini keşfetmeleriyle sistemle daha uyumlu kullanıcılar haline geldikleri

söylenbilir. Böylelikle öğrenciler, problemi çözebilmek adına yatay ve dikey izdüşümleri şekil üzerinde göstererek, gerekli açıklamaları oluşturdukları aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 95. D1-B grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemin anlaşılmasında hemfikir olan D1-C grubu üyeleri, problemin çözümü için plan hazırlama aşamasına geçtikleri görülmüştür. Bu aşamada nasıl bir hazırlık stratejisi izlemeleri gerektiği konusunda grup içerisinde yaşanan diyalog aşağıda verilmiştir:

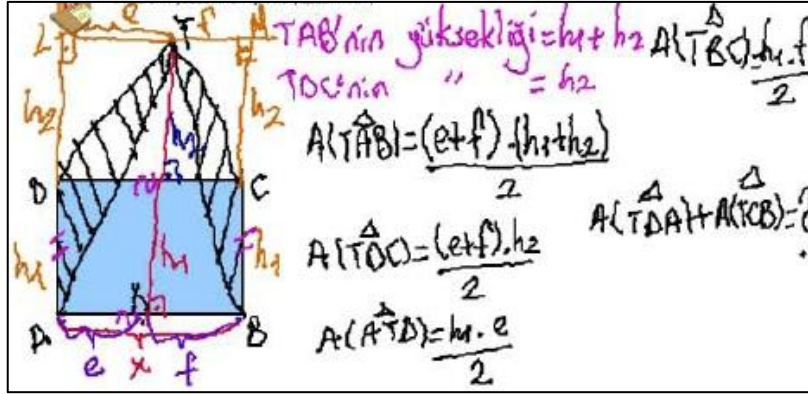
- D1-C-1 : Şekil veya tablo oluşturabilir miyiz burada?
D1-C-2 : Bence D1-C-1 elimizdekiler neler biz nereye varmak istiyoruz bunları değerlendirip ona göre şekil mi tablo mu yapacağız karar vermeliyiz.
D1-C-1 : Ama onları yukarıdaki anlama aşamasında verdik bir daha burada vermenin anlamı yok. Bence o ifadeleri burada şekle döküp o doğrultuda hazırlık yapmak önemli.
D1-C-2 : Şekildeki taralı üçgenlerin alanlarını nasıl bulabiliriz önce onu tartışmalıyız.
D1-C-1 : D1-C-2 bende diyorum ki şunu şöyle bunu böyle yapabiliriz den ziyade onları şekle döküp onun üzerinden nasıl yapacağımızı tartışmalıyız.
D1-C-2 : Tamam o zaman bize verilen şekli parçalayalım kalan kısımların alanları üzerinden istenilen alana ulaşabiliriz.
D1-C-1 : Ama bunu parçalayamayız D1-C-2. Bunu üç boyutlu üçgen prizma gibi düşün.
D1-C-2 : Hayır hayır D1-C-1 üç boyutlu düşünme sakın. Sanki masaüstüne çizilmiş düzlemsel bir şekil bu.
D1-C-3 : Arkadaşlar benim fikrim şöyle. Taralı kısımların taban uzunlukları aynı. Eğer TAB ve TDC üçgenlerine ait alan bilgilerinden biz bunların yüksekliklerini bulursak soruyu çözebiliriz ne dersiniz.
D1-C-1 : Evet D1-C-3 haklısın. D1-C-2, D1-C-3'in dediği daha doğru sanki.
D1-C-2 : Bence de, yüksekliklerini bulursak soruyu çözebiliriz. Şekli çizelim o zaman.

Yukarıda grup üyeleri arasında geçen konuşmalarda, problemin çözümü için nasıl bir plan yapılması gerektiği konusunda her bir üyenin fikirlerini birbirlerine açıkladığı görülmektedir. Bu konuşmalarda, D1-C-2'nin kabullenmemesine karşın D1-C-1 ısrarla, şekilden hareketle plan yapılması gerektiğini savunduğu görülmektedir. Bu esnada ikisi arasında geçen konuşmalarda, problemdeki şekli üç boyutlu olarak algıladığını fark eden

D1-C-2 D1-C-1'i uyararak, bunun düzlemsel şekil olduğunu söyleyerek örneğiyle birlikte açıklamaya çalıştığı görülmüştür. Bu esnada arkadaşlarından farklı olarak D1-C-3, kendine ait planı arkadaşlarına anlattığı görülmüştür. D1-C-3'ün savunmuş olduğu fikri haklı bulan diğer grup üyeleri, şekilden faydalanma yoluyla plan yapma aşamasına devam etme kararı aldıkları tespit edilmiştir. Grup içerisinde geçen bu diyaloga göre öğrencilerin, bireysellikten uzaklaşıp grup olma bilinci içerisinde, birbirlerinin görüşlerine saygı duyma, bunları benimseme ve destekleme gibi birtakım işbirlikli becerileri kazandıklarını söylemek mümkündür.

- D1-C-2 : Buradaki şekillerin yüksekliklerini belirterek hazırlığımızı yapabiliriz. Mesela dikdörtgenimsi tarlanın yüksekliği h_1 , TDC tarlasının h_2 olsun. Bu durumda TAB üçgeninin yüksekliği h_1 artı h_2 olur.*
- D1-C-3 : Yükseklikleri nasıl kullanmayı düşünüyorsun D1-C-2.*
- D1-C-2 : TDA ve TCB üçgeninin alanlarını bulurken bu yüksekliklerden faydalanacağız. Bunun için TDA'nın tabanını biliyoruz h_1 , yüksekliğini bulurken de AB kenarının dikliğinin olduğu yerden iki kısma ayırmalıyız.*
- D1-C-1 : Tabanları farklı mı isimlendirelim diyorsun D1-C-2?*
- D1-C-2 : Evet aynen öyle. Y noktasından AB kenarına inen dikmenin sağ tarafında kalan kısım f sol tarafından kalan kısım e olsun.*
- D1-C-3 : Hııı anladım şimdi, AD ve BC kenarlarının yukarıya doğru iz düşümlerini oluşturup T noktasıyla birleştirdince az önce yazdığımız diklikler oluşacak. Bende en başta bu şekilde çözebiliriz diye düşünüyordum, haklısın D1-C-2.*
- D1-C-2 : TDA üçgeninin yüksekliğini e ve TCB'nin yüksekliğini f olarak vererek alanlardan gideceğiz.*
- D1-C-3 : Evet h_1 ve h_2 'nin oranlarından alanlara ulaşabiliriz.*
- D1-C-1 : Evet böyle kullanabiliriz bende şekli kafamda canlandırdım şuan. Yani dediğime vardınız ben hep şekil üzerinde açıklamak işimizi kolaylaştıracak demiştim.*

Çizmiş olduğu şekilden hareketle plan yapmakta karar kılan öğrenciler, çözüm aşamasında işlerini kolaylaştıracağını düşüncesiyle şekil üzerinde sonradan yapılan eklemeleri farklı renklerde belirttikleri gözlenmiştir. Oluşturdukları şekilden hareketle, plan yapma aşamasında farklı görüşlerini belirten grup üyeleri, kimi zaman bunların yanlış kimi zaman ise doğru olabileceğini birbirlerine rahatlıkla dile getirebildikleri görülmüştür. Şekil üzerindeki alan ölçümlerinin nasıl hesaplanması gerektiğine yönelik oluşturulan plan yapma aşaması Şekil 96'da verilmiştir.



Şekil 96. D1-C grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemi anlama aşamasında, yapılanlar hakkında hemfikir olunmasının ardından plan yapma aşamasına geçen D1-D grubu üyeleri, nasıl bir yöntem izlemeleri gerektiği konusundaki fikirlerini birbirlerine açıkladıkları gözlenmiştir.

D1-D-2 : Aslında çizilen şekil üzerinde hazırlık yapılması gerekir. Çünkü sonradan yükseklikler eklenecek olanları göstermek gerek.

D1-D-1 : Tamam D1-D-2 sen bir çizmeye çalış şekli sonrasında üzerinde tartışalım.

Bilgisayarındaki grafik tablet yardımıyla verilen şekli birkaç kez çizme girişiminde bulunan D1-D-2, istediği çizimi elde edememesi neticesinde bu görevi diğer grup arkadaşlarına devretmek istemiştir. Bu aşamada çizim işlemini D1-D-2'den devralan D1-D-3, grupla ortaklaşa verdikleri kararlar doğrultusunda şekli çizemediği gözlenmiştir. Grup üyelerinin, şekil üzerinde yapmak istediği eklemelere ait konuşmalar şu şekildedir:

D1-D-2 : Öncelikle T noktasından AB kenarına diklik indirmeliyiz. Tabi dikliğin DC kenarını kestiği noktaya kadar olan uzaklığa x, bu noktadan AB kenarına kadar olan uzaklığa y diyelim.

D1-D-1 (Şekil üzerinde çizimde bulunarak): Şu şekilde, çizilen şekli üstten tamamlama yolunu düşündünüz mü arkadaşlar?

D1-D-2 : Evet ben onu düşündüm de, taralı alanların tabanlarına nasıl ulaşmalıyız onu göremedim. Acaba burada x y'ye eşit mi olur?

D1-D-3 : Tamam da onu nasıl diyebiliriz ki?

D1-D-2 : Çünkü DC ile AB birbirine eşit. Birde TA ve TB çizgisinin DC kenarını kestiği noktalar da eşittir bence. O kestiği noktaları K ve L şeklinde adlandıralım.

D1-D-1 : O zaman ikiye ayrılan taralı bölgelerin alanlarına eşit mi diyeceksin?

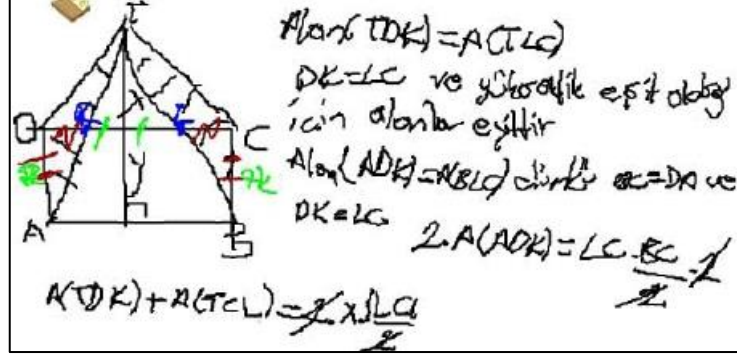
D1-D-2 : Evet. Oluşan şekle göre; TDK, TLC, ADK ve BCL alanları birbirine eşit.

D1-D-3 : Bence dördü birden eşit değil. Tabanları aynı ama yükseklikleri farklı o üçgenlerin.

D1-D-2 : Öyle mi sence D1-D-3? O zaman DK ve LC uzunlukları eşit olduğu için ADK ve BCL üçgenlerinin alanları kesin eşit.

D1-D-3 : Tamam, buna göre şeklin yanına hazırlığımızı yapalım o zaman.

Yukarıdaki diyalogda geçen konuşmalara göre grup üyelerinin, problemin çözümüne yönelik çizmiş olduğu şekilden hareketle ortak bir hazırlık yapma girişimi içerisinde oldukları anlaşılmaktadır. Şekil üzerindeki bir takım alanların eşitliğinden hareketle grupça alınan kararlar doğrultusunda oluşturulan şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 97. D1-D grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

D1-D grubunda plan yapma aşamasına ait oluşturulan şekil incelendiğinde, şekil çizme ve bunun üzerinde belirli kısımları sonradan ekleme yoluyla, taralı alanların toplamına ulaşılmaya çalışıldığı anlaşılmaktadır. Bu duruma bağlı olarak şekil üzerinde bazı noktaların sonradan eklendiği görülmektedir. Ancak gerek grup üyeleri arasındaki konuşmalarda gerekse şekle ait açıklamalarda, DK ve LC uzunluklarının eşit olmasının sebebi belirtilmemiştir. Bu belirsizliğin tüm plan yapma sürecinde devam etmesi, uygulama aşaması için net bir planın oluşturulamamasına sebep vermiştir.

D2'de Yaşananlar

Problemin anlaşıldığından grupça emin olunmasının ardından, problemdeki istenenle ilgili ne şekilde hazırlık yapabilecekleri konusunda D2-A grubu üyeleri arasında yaşanan konuşmalar aşağıda verilmiştir:

- D2-A-2 : Verilenleri şekil üzerinde gösterip ona uygun hazırlık yapalım mı?
D2-A-1 : Zaten şekil var soruda bir daha şekil çizmeye gerek var mı? Yukarıdaki soru üzerinde gösteririz.
D2-A-2 : Ama bu bize ait bir hazırlık olmalı, plan hazırlama aşamasında da çizmemiz gerekir bence.
D2-A-3 : Bence de D2-A-2 haklı. Şekil çizip üçgenlere ait taban ve yükseklik ölçülerini üzerinde gösterelim.
D2-A-1 : Tamam o zaman, önce bütün şekli çizelim, ardından bizden istenen taralı alanı oradan çıkartıp yan tarafa kesitini verelim.
D2-A-2 : Tamam öyle yapalım o zaman.
D2-A-1 : Ondan sonra nasıl bulacağımıza ait formülü yazarız.

Problemi çözebilmek adına nasıl bir plan oluşturmaları gerektiğine karar vermeye çalıştıkları görülen öğrenciler, şekil çizme stratejisinden faydalanarak plan oluşturmaya karar verdikleri tespit edilmiştir. Şekil üzerinde oluşan alanlardan hareketle öğrencilerin, ilgili formülleri nasıl oluşturmaları gerektiğiyle ilgili tartıştıkları gözlenmiştir:

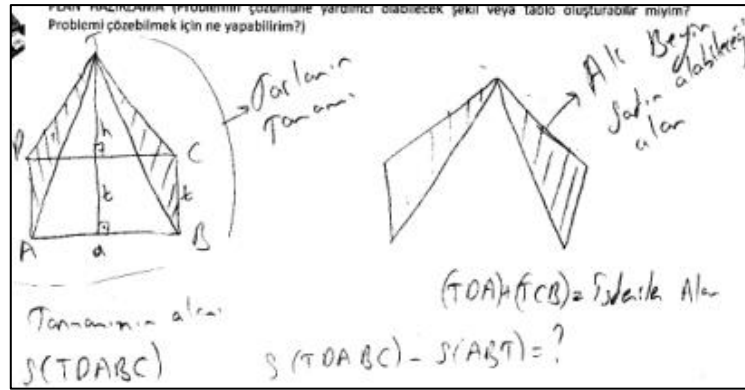
D2-A-3 : Toplam alan, TDABC'nin kapsadığı alan değil mi?

D2-A-1 (D2-A-2'yle birlikte): Evet.

D2-A-3 : O zaman, TDABC'nin alanından ABT'nin alanını çıkardığımızda bizden istenen sonucu bulmuş oluruz. Bunlara ait denklemleri gösterelim bence.

D2-A-1 : Aynı zamanda TDA ile TCB'nin alanlarının toplamı da aynı şeyi ifade ediyor.

Oluşturulan şekilden hareketle, problemin kendilerinden ne istediğini açıklayan denklemleri ortaklaşa karar veren öğrenciler, çözüme ait planı hazırlama işlemini tamamladıkları gözlenmiş olup aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 98. D2-A grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemin anlaşılmasından hareketle D2-B grubu üyelerinin, uygulama aşamasında yararlanacakları planı oluşturma çabası içerisine girdikleri görülmüştür.

D2-B-1 : Bence tarlaya ait şekli bir daha çizelim burada. Dikdörtgenin kısa kenarlarına a, uzun kenarlarına b dersek denklemleri kurabiliriz.

D2-B-2 : T noktasından DC kenarına bir dikme çizersek, h çarpı b bölü 2 on iki eder.

D2-B-3 : Buradan taban çarpı yükseklik yirmi dört geliyor.

D2-B-2 : Birde T noktasından AB kenarına diklik indirdiğimizi farz edelim.

D2-B-1 : Zaten dikdörtgenin kısa kenarına a demiştik. O zaman büyük üçgene ait yükseklik h artı a olacak.

D2-B-2 : Doğru diyorsun evet. O zaman h artı a çarpı b bölü iki kırk ediyor.

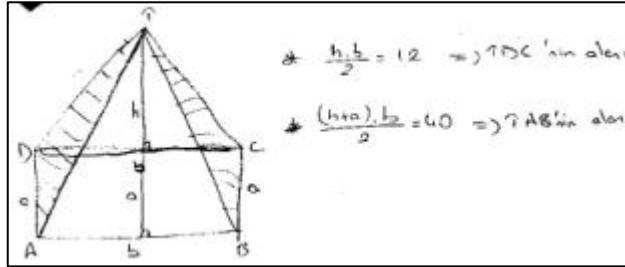
D2-B-3 : TDC üçgeninin alanından h çarpı b belliydi zaten yirmi dört, onu burada yerine koyarsak a çarpı b elli artı çıkar.

D2-B-1 : Tamam zaten buradan sonucu buluruz. Toplam alandan TAB üçgeninin alanını çıkartırsak sonuç çıkar.

D2-B-3 : Tamam ama bunu çözümde yapalım. Öncelikle plan aşamasında şekil üzerinde belirttiğimiz ifadeleri baştan yazalım.

D2-B-2 (D2-B-1'le birlikte): Tamam.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalara göre, plan yapma aşamasına geçmeden önce problem durumundaki şekil üzerinde, nasıl bir çözümde bulunmaları gerektiği konusunda açıklamalarda buldukları görülmektedir. Bu esnada öğrencilerin, şekil üzerindeki köşeler üzerinde harflendirme yolunu tercih ettikleri gözlenmiştir. Harflendirme işlemleri sonucu, TAB ve TDC üçgenlerinin alan ölçümlerinden faydalanan öğrenciler, ABCD dikdörtgeninin alan ölçümünü belirlemiştir. Bu noktada, TDA ve TCB taralı üçgenlerinin alanlarına rahatlıkla ulaşabileceklerini düşünen grup üyeleri, bu işlemleri uygulama aşamasında yer vermeleri gerektiğini düşünerek plan hazırlama işlemine devam ettikleri gözlenmiştir. Tarlaları ifade eden şekli tekrardan çizip gerekli harflendirmeleri şekil üzerinde belirten öğrenciler, alan ölçümlerini ifade eden denklemleri oluşturarak plan hazırlama sürecini sonlandırmışlardır.



Şekil 99. D2-B grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemi anlamalarından hareketle, çözüm için plan yapma aşamasına geçen D2-C grubu üyeleri, problemi nasıl çözebileceklerine yönelik aralarında fikir alışverişinde buldukları gözlenmiştir.

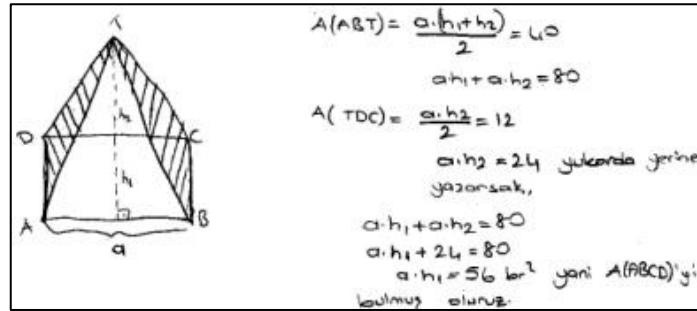
- D2-C-1 : Şekli açsak nasıl olur?
- D2-C-2 : Bence şekli bir daha çizip üzerinde oymalar yapalım.
- D2-C-3 : Parçalasak şekli, kısım kısım alanları o şekilde buluruz.
- D2-C-2 : Aslında bakın, iki üçgenin taban uzunlukları eşit. Bunlara ait yüksekliklerini biz çizmeyi denesek.
- D2-C-1 : Tamam oda olur. Taban uzunluklarına a diyelim, yükseklikleri ise h1 ve h2 diye ayıralım.
- D2-C-3 : O zaman, alanları verilen üçgenlerin denklemlerini oluşturalım.

D2-C-3'ün ortaya atmış olduğu fikirden hareketle grup üyeleri, şekil üzerinde harflendirmiş oldukları köşe noktalarını baz alarak, TAB ve TDC üçgenlerinin alan ölçümlerine ait denklemleri oluşturmuştur. Her iki alan ölçümüne ait denklemin açılımı sonrası oluşan ifadelerde, birbirine benzeyen kavramların yerine yazılmasıyla ABCD dikdörtgeninin alanına ulaşıldığı görülmüştür. Bu aşamadan sonra problemdeki istenilene

biraz daha yaklaştıklarını düşünen grup üyeleri, taralı üçgenlerin alanlarına ne şekilde ulaşabilecekleri konusunda fikir alışverişi yaptıkları gözlenmiştir.

- D2-C-1 : Dikdörtgenin alanını elli altı bulduk, üstteki üçgenin alanı da on iki verilmiş zaten bize.
 D2-C-2 : Yani o zaman toplam tarlanın alanı atmış sekiz olmuş olmuyor mu?
 D2-C-3 : Orta alan zaten kırk verilmiş bize. Çıkardığımızda taralı alanların toplamını buluyoruz direk.
 D2-C-1 : Tamam o zaman çözdük sayılır problemi. Ama bunu burada değil de uygulama aşamasında gösterelim.

Plan yapma amacıyla öğrenciler arasında yaşanan yukarıdaki diyaloglara göre, problem cümlesine uygun şekil çizilmesi gerektiğini düşünen grup üyeleri, sonradan ilave ettikleri kenar uzunluklarını şekil üzerinde göstermeye çalıştıkları belirlenmiştir. Bu yolla, problemde verilen alan ölçümlerine ait denklemleri oluşturmaya çalışan öğrenciler, tüm tarla içerisindeki bazı alanların değerlerini ulaştıklarını fark etmişlerdir. Belirlemiş oldukları yöntemi kullanarak, taralı alanların toplamına nasıl ulaşmaları gerektiğini kararlaştıran öğrenciler, planladıkları çözümü uygulama aşamasında yapmayı uygun görmüşlerdir. Grup olarak ortaklaşa hazırlanan plan hazırlama aşamasıyla ilgili ekran görüntüsü aşağıda verilmiştir.



Şekil 100. D2-C grubunun üçüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemin anlaşıldığından emin olunmasının ardından, plan hazırlama aşamasına geçmeye karar veren D2-D grubu üyeleri, nasıl bir plan hazırlamaları gerektiği konusunda fikir birliğine varmaya çalıştıkları görülmüştür.

- D2-D-3 : Arkadaşlar çözüm biraz karışık olacak gibi gözüküyor. Bunun için plan hazırlamaya ait yapacaklarımızı belirtip uygulamaya geçelim bence.
 D2-D-2 : Bence de, alınacak ve satılacak alanlarla ilgili bir tablo oluşturalım.
 D2-D-1 : Tamam, şimdilik oluşturalım gerekirse sonra döneriz.

Grup üyelerinin soruya ait çözümün uzun işlemler gerektireceği düşüncesiyle, plan hazırlama aşamasına ait işlemleri biran önce bitirmek istedikleri görülmektedir. Bu amaçla problemi anlama aşamasındaki yapılanlardan hareketle, alınmak istenen ve satılacak alanları belirten tablo oluşturma yolunun tercih eden öğrenciler plan hazırlama aşamasını tamamladıkları belirlenmiştir.

Alınmak istenen alan	Satılacak olan alan
$(ABCO) + (TOZ)$	$(TOA) + (TCB)$

Şekil 101. D2-D grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemi çözme amaçlı nasıl bir yöntem izlemeleri gerektiğini belirlemek amacıyla plan aşamasına geçen D2-E grubu üyeleri, uygulayacakları plan konusunda aralarında aşağıdaki diyaloglar yaşanmıştır:

D2-E-3 : Şekli açarak işlem yapalım mı?

D2-E-2 : Açmaya gerek var mı? Önce şekle ait bize verilenleri bir not edelim.

Bu esnada D2-E-2, şekli açma girişiminde bulunan D2-E-3'e yardımcı olmaya çalıştığı gözlenmiştir. Açılmış haldeki şekli birlikte inceleyen öğrenciler, bu şekilden hareketle sonuca ulaşamayacaklarını anlayınca, asıl şekil üzerinden plan yapmayı tercih etmişlerdir.

D2-E-2 : TDA'nın alanına S1 diyelim.

D2-E-3 : TCB'de S1 olur o zaman.

D2-E-2 : TDA'ya S1 dedik ama, TCB'nin de S1 olduğunu tam bilemeyiz. Soruda bize eşkenarlık falan verilmemiş ki.

D2-E-1 : Dikdörtgenin kısa kenarına a, uzun kenarına b birim diyelim. O zaman dikdörtgenin alanı a çarpı b değil mi?

D2-E-3 : Evet.

D2-E-1 : O zaman tüm tarlanın alanı dikdörtgenin alanı artı TDC üçgeninin alanıdır. Düşünsene burada iki tane tarla var aslında. Birincisi, alttaki dikdörtgen, diğeri ise üst taraftaki üçgen şeklindeki tarla.

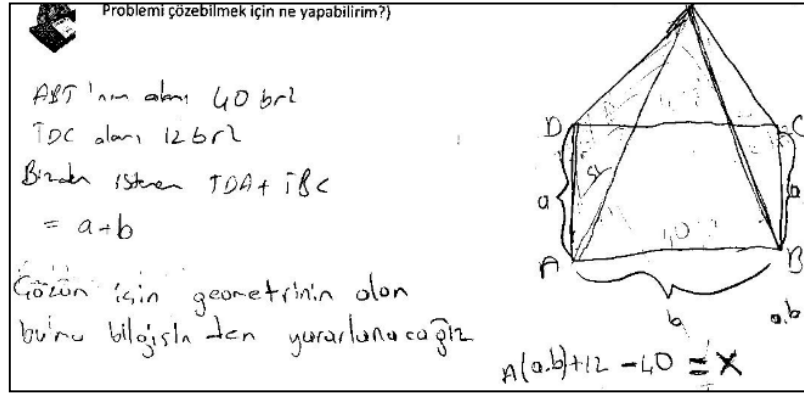
D2-E-2 : Tamam, şekil olarak doğru.

D2-E-3 : O halde, tüm tarlanın alanından TAB tarlasının alanını çıkarırsak bize sorulan tarlaların alanlarını buluruz.

D2-E-2 : Doğru diyorsun, zaten bizden de istenende buydu.

D2-E-3 : Öyleyse şimdi çözüme gidelim.

D2-E grubu üyelerinin, plan hazırlama aşamasında ortaya koymuş olduğu ifadeler Şekil 102'de verilmiştir.



Şekil 102. D2-E grubunun üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

D1 ve D2'deki grupların tamamının tarla adlı problemin çözümüne yönelik plan hazırlama girişimi içerisinde olduğu görülmektedir. Problem durumunun içeriğinden hareketle D1 ve D2'deki grupların geneline yakını şekil çizme yoluyla plan hazırladıkları tespit edilmiştir. Bu durumun meydana gelmesinde problem durumunun yapısının etkili olduğu düşünülmektedir. Plan hazırlama sürecinde D1 ve D2'deki gruplar içerisinde meydana gelen diyaloglarda bilişsel faktörler altında yoğun söylemde bulunduğu tespit edilmiştir. Bu aşamada stratejilerinde yer vermeyi düşündükleri ifadeler hakkında birbirlerinin görüşlerine başvuran grup üyeleri, karşılıklı ÖS, AY ve KFS şeklinde söylemlere ağırlık verdikleri gözlenmiştir. Özellikle D1'de problem durumunda şeklin düzlemsel mi yoksa üç boyutlu mu şeklinde düşünen öğrencilerle karşılaşılırken, grup içerisindeki diğer üyelerin ortaya çıkan bu yanılğı hakkında açıklamada buldukları gözlenmiştir. Hazırlamış oldukları planın içeriği gereği, şekil üzerinde sonradan eklenen çizgileri farklı renkte göstermek isteyen D1 grubu öğrencileri, Adobe Connect yazılımının renkli kalem özelliğinden faydalandıkları tespit edilmiştir. Bu durumda D1 grubunda yer alan öğrencilerin, gerekli görülen yerlerde grup arkadaşlarına yardım etme ve destek sağlama gibi sosyal becerileri gösterdikleri gözlenmiştir. Bunun yanı sıra problemi eksik anlamaya bağlı olarak, plan hazırlama aşamasında bir takım tartışmaların yaşandığı belirlenmiştir. Özellikle D2-D grubunda yaşanan bu durum, eksik plan hazırlanmasına sebebiyet vermiştir.

Uygulama Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Plan yapma adımında hazırlamış oldukları plandan hareketle uygulama adımına geçen D1-A grubu üyeleri, oluşturdukları denklem üzerinde yapılan payda eşitleme işlemleri sonrası çözüme yönelik geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D1-A-3 : Zaten geriye kalan, $x.h$ bölü iki ve $x.a$ bölü iki ifadelerini hazırlık aşamasında göstermiştik.
- D1-A-2 : Evet işte işimiz daha kolay hale geldi kolay şimdi, onların değerleri de belli kırk ve yirmi sekiz.
- D1-A-1 : Bence de işimiz kolay artık problemi çözdük sayılır.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, plan yapma aşamasında oluşturdukları denklemden hareketle çözüme gitme çabası içinde oldukları gözlenmiş olup uygulama adımında gerçekleştirilen çözüm aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
 \text{İs. A.} &= \left(\frac{x \cdot (h-a)}{2} + \frac{x \cdot a}{2} \right) - \frac{x \cdot h}{2} && \frac{xh=40, \frac{xa=12}{2}} \\
 &= \frac{2xh - 2xa + xa - xh}{2} \\
 &= \frac{xh - xa}{2} \Rightarrow \frac{xh}{2} - \frac{xa}{2} = 40 - 12 = 28 // \\
 &A(TDA) + A(TCB) = 28
 \end{aligned}$$

Şekil 103. D1-A grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

TDA ve TCB üçgenleri için plan yapma aşamasında oluşturulmuş oldukları denklemleri kullanarak işlemlerine devam eden D1-B grubu üyeleri, elde ettikleri $(x+y)$ ifadesinin AB kenar uzunluğu olan a 'ya karşılık geldiğini düşünerek gerçekleştirmiş oldukları problem çözümü Şekil 104'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 h_2 \cdot a &= 2b \\
 ah_1 + ah_2 &= 80 \Rightarrow ah_2 = 56 \\
 A(TDA) + A(TCB) &= \frac{x \cdot h_2}{2} + \frac{y \cdot h_2}{2} \\
 &= \frac{h_2(x+y)}{2} = ? \\
 \boxed{x+y=a} & \\
 &= \frac{h_2 \cdot a}{2} = \frac{56}{2} = 28 \text{ br}^2
 \end{aligned}$$

Şekil 104. D1-B grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Problemde verilen üçgen şeklindeki tarlaların alanlarından hareketle taralı kısımların alanlarına ulaşmayı hedefleyen D1-C grubu üyeleri, alan formüllerini uygulama aşamasına aktardığı görülmüştür. Bu yolla, plan yapma aşamasında oluşturulan formüllere ait değerleri uygulama aşamasında yerine koyan D1-C grubu öğrencilerinin sonuca gitme çabası içinde oldukları görülmüştür. Formüllerin açılımları esnasında bazı değerlerin birbirini götürmesi neticesinde, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi istenilen taralı alanların değerine doğru olarak ulaşıldığı tespit edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 A(\hat{TAB}) &= \frac{(e+f) \cdot (h_1+h_2)}{2} = 40 & A(\hat{TDC}) &= \frac{(e+f) \cdot h_2}{2} = 12 \\
 A(\hat{TAB}) - A(\hat{TDC}) &= 40 - 12 = \frac{(e+f) \cdot (h_1+h_2 - h_2)}{2} \\
 &= \frac{(e+f) \cdot h_1}{2} = 28 \\
 A(\hat{TAD}) + A(\hat{TDC}) &= \frac{(e+f) \cdot h_1}{2} = 28 \rightarrow \text{istenilen alan} \\
 A(\hat{TAB}) \text{ den } A(\hat{TDC}) \text{ yi çıkarıldığında iste-} \\
 \text{nilen alanın formülüne eşit olur.}
 \end{aligned}$$

Şekil 105. D1-C grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Plan yapma aşamasındaki çözümden hareketle uygulama aşamasına geçen D1-D grubu üyeleri, ne şekilde bir çözümde bulunacaklarıyla ilgili tartışmaya başladıkları görülmüştür:

- D1-D-2 : Arkadaşlar burada bize verilen alanlara ait denklemleri ve bunların sonuçlarını oranlayalım.
- D1-D-3 : Bende onu yapmaya çalıştım ama bir sonuca varamadım.
- D1-D-2 : İşte onu bende bulamayınca size danışmak istedim. TAB ve TDC üçgenlerine ait yüksekliklerin birbirine oranı on bölü üç çıkıyor. Bundan sonrasını getiremedim. D1-D-1 sen ne düşünüyorsun?
- D1-D-1 : Bende bir sonuca varamadım.
- D1-D-2 : DK ve LC'yi kesin bulmamız lazım yoksa çözmeyiz bu soruyu. Biraz daha uğraşmayı düşünüyorum.

Grup üyeleri arasında yukarıda geçen konuşmalara göre, çözüm adına yapılması gereken işlemler konusunda ortak karara varılamaması, öğrenciler arasında problemi çözemeyeceklerine dair bazı kaygıların yaşanmasına sebebiyet verdiği gözlenmiştir. Buna rağmen öğrenciler, kesin sonuç elde edemedikleri halde doğru olacağını düşündükleri çözüm işlemlerini Şekil 106'da görüldüğü gibi uygulama aşamasında belirtmişlerdir.

$$\begin{aligned}
 A(TAB) &= \frac{(x+y) \cdot AB}{2} = 40 \quad (\text{oldu} \cdot AB = 30) \quad 10 \\
 A(TDC) &= \frac{x \cdot AB}{2} = 12 \quad x \cdot AB = 24 \quad 3 \\
 \Rightarrow \frac{x+y}{x} &= \frac{10}{3} \Rightarrow 7x = 3y \quad x = 3k \quad y = 7k \\
 A(TAB) &= \frac{10k \cdot AB}{2} = 40 \Rightarrow k \cdot |AB| = 8 \\
 A(TDC) &= \frac{3k \cdot AB}{2} = 12
 \end{aligned}$$

Şekil 106. D1-D grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Uygulama aşamasına ait D1-D grubunun çözümü incelendiğinde grup üyelerinin, TAB ve TDC üçgenlerine ait alan denklemleri ile bunların değerlerini oranlayarak sonuca gitme çabası içinde oldukları görülmektedir. Bu durum, plan yapma aşamasında yapmış oldukları işlemlerle kıyaslandığında, yapılan hazırlıklara bağlı herhangi bir uygulamanın gerçekleştirilmediği sonucunu ortaya koymaktadır. Yani öğrenciler, plan yapma aşamasında yapılanlara bağlı kalmayıp uygulama aşamasında farklı bir plan hazırlama süreci içerisinde bulunduğu tespit edilmiştir. Bu durum karşısında öğrenciler sonuca ulaşamayarak problem çözümünü sonlandırmıştır.

D2'de Yaşananlar

Problemi gerek sözel gerekse şekilsel olarak anladıklarını belirten öğrenciler, hazırladıkları planı uygulama amacıyla bir sonraki aşamaya geçtikleri gözlenmiştir. Oluşturdukları şekilden hareketle, problemi çözmeye çalışan öğrencilerin aralarında geçen konuşmalar aşağıda verilmiştir:

- D2-A-2 : Şimdi bize verilen üçgenlerin alanları belli.
D2-A-3 : Evet üstteki üçgen 12, büyük üçgen 40 birim. Eee bu değerlerle nasıl çözeceğiz bunu?
D2-A-1 : Aslında bir şey söyleyeyim mi? Plan hazırlama kısmını eksik yaptık, denklemi falan kurmadık biz.
D2-A-3 : Şekli bir daha çizelim arkadaşlar biz. Üçgenlerin alanlarını nasıl bulacağımızı üzerinde gösterelim.

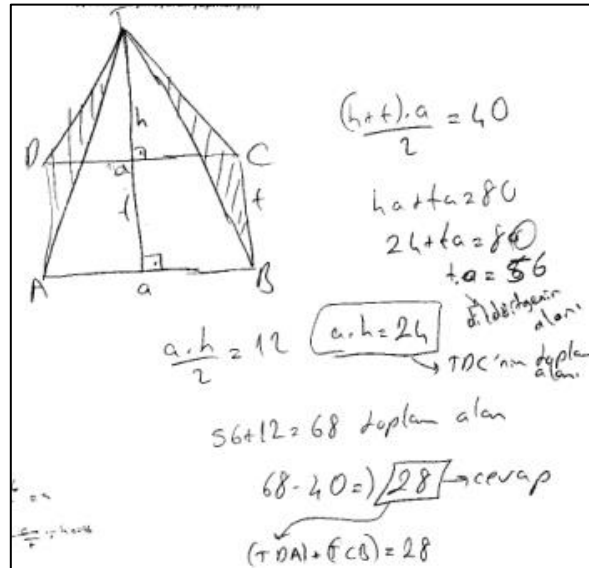
Yukarıda geçen konuşmalara göre grup üyeleri, problemin çözümünde faydalanacakları denklemi oluşturmak amacıyla tekrardan şekil çizmeye karar vermişlerdir. Bu durum karşısında öğrenciler, plan yapma aşamasını eksik oluşturduklarını fark edip tekrardan plan hazırlama çabası içerisine girmelerine sebebiyet vermiştir.

- D2-A-1 : Tamam, AB tabanına a dersek haliyle DC kenarının uzunluğu da a olur. CB kenarına da t diyelim.
- D2-A-3 : Şimdi T noktasından bir dikme indirirsek, dikdörtgenin yüksekliği de t olur, diğerine de h diyelim.
- D2-A-2 : TDC üçgenin yüksekliği de t olmaz mı o zaman?
- D2-A-1 : Aynı olmaz ki. İkisinin yüksekliğinin eşit olduğu veriliyor ki bize.
- D2-A-2 : Doğru aslında.
- D2-A-3 : Şimdi TAB ve TDC üçgenlerinin alanlarının kırk ve on iki değerlerine eşit olduğunu gösterelim. Burada oluşan değerlerden taralı alanlara ulaşabiliriz.

Üçgenlerin alan ölçümlerine ait değerlerin şekil üzerinde belirtilmesi neticesinde, TDABC tarlası ile ABCD dikdörtgeninin alanını hesaplayan öğrenciler, bu değerleri birbirinden çıkararak asıl sonuca ulaşacaklarını karar vermişlerdir.

- D2-A-3 : İşte 68'den 40'ı çıkardığımızda 28 cevabına ulaştık.
- D2-A-2 : Evet aslında hiçte zor değilmiş, plan hazırlama aşamasında denklemi oluşturduktan sonra çözüldü her şey.

Plan yapma aşamasında problemin çözümüne yönelik herhangi bir hazırlıkta bulunmadıkları yönünde hatalarını fark eden öğrenciler, problem durumunda verilen uzunluk değerlerini şekil üzerinde belirtme yoluyla tekrardan plan yapma sürecine içerisine girdikleri gözlenmiştir. Plan yapma aşamasında çözüm adına hazırlamaları gereken ifadeleri geçte olsa fark eden grup üyeleri, alan ölçümlerinden hareketle elde etmiş oldukları değerleri birbirinden çıkararak doğru sonuca ulaştıkları aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 107. D2-A grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

D2-B grubu öğrencilerinin, plan hazırlama aşamasında çözüme yönelik oluşturulan denklemden hareketle çözüm amacıyla aralarında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-B-3 : Şimdi çözüm amacıyla ne yapmalıyız? Aslında biliyoruz ama belirtmedik plan yapmada.
 D2-B-2 : Evet, ne yapacak olduğumuzu biliyoruz. Toplam alanı elde ettikten sonra TAB üçgeninin alanında çıkartacağız.
 D2-B-1 : Dikdörtgenin alanını büyük üçgenin alan değerinden ulaşıyorduk değil mi? Yanlış hatırlamıyorum.
 D2-B-2 : Evet aynen öyle.

Plan yapma adımıyla çözüme yönelik oluşturmuş oldukları planın eksik olduğunu fark eden D2-B grubu öğrencileri, plan yapma adımıyla kararlaştırmış oldukları işlemleri uygulama aşamasına yansıtarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları Şekil 108'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{h_1}{2} = 12 \\ &h_1 b = 24 b r^2 \\ &\frac{(h_1 + h_2)b}{2} = 80 \\ &(h_1 + h_2)b = 160 b r^2 \\ &\frac{h_1}{2} + a b = 80 \\ &a b = 56 b r^2 \text{ dikdörtgenin alanı} \\ &\text{Toplam alan} = ABCD + TDC \\ &= 56 + 12 \\ &= 68 b r^2 \\ &\text{Çıkartılan alan} (DTA + TCB) = \text{Toplam alan} - TAB \\ &= 68 - 40 \\ &= 28 b r^2 \end{aligned}$$

Şekil 108. D2-B grubunun üçüncü problemde uygulama adımıyla yaptıkları

Problemi nasıl çözeceklerinin büyük bir kısmını plan yapma aşamasında kararlaştıran D2-C grubu öğrencileri, elde etmiş oldukları denklemler sonucu $a \cdot h_2$ ifadesinin 24'e eşit olduğunu göstermişlerdir. Bunun yanı sıra, TAB üçgeninin alan ölçümü sonucu oluşan $a \cdot h_1 + a \cdot h_2$ ifadesinin 80'e eşit olduğunu gösteren öğrenciler, $a \cdot h_2$ ifadesinin değerini yerine koyarak $a \cdot h_1$ 'in 56 olduğunu bulmuşlardır. Bu aşamadan sonra, ABCD dikdörtgeni ile TDC üçgeninin alanlarının toplayıp tüm tarlanın alanına ulaşan grup üyeleri, tüm alandan ABT üçgeninin alanını çıkartarak taralı alanların toplamını doğru olarak elde ettikleri Şekil 109'da görülmektedir.

$$\begin{aligned}
 A(TDC) &= \frac{a \cdot h_2}{2} = 12 \\
 a \cdot h_2 &= 24 \\
 A(ABT) &= \frac{a \cdot (h_1 + h_2)}{2} = 40 \\
 a \cdot h_1 + a \cdot h_2 &= 80 \\
 a \cdot h_1 + 24 &= 80 \\
 a \cdot h_1 &= 56 \quad b r^2 = A(ABCD) \text{ olur.} \\
 \text{Tüm alan,} \\
 A(ABCD) + A(TDC) &= 56 + 12 = 68 \text{ br}^2 \text{ olur.} \\
 \text{Tüm alandan } A(ABT) \text{ 'yi çıkarırsak } \textit{taralı alanları toplamını} \\
 \text{buluruz.} \\
 68 - 40 &= 28 \text{ br}^2 \\
 A(TDA) + A(TCB) &= 28 \text{ br}^2 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Şekil 109. D2-C grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Plan hazırlama aşamasında problemi nasıl çözmeleri gerektiğiyle ilgili herhangi bir hazırlıkta bulunmadığı gözlenen D2-D grubu üyelerinin, nasıl bir çözüm gerçekleştirebileceklerine yönelik grup içinde tartışmaya girdikleri görülmüştür:

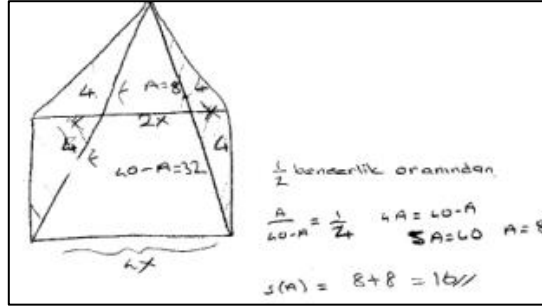
- D2-D-1 : *Aslında alanlar arasında oran olsaydı bir şeyler yapabirdik gibi geliyor. Sanki bir eksiklik var problemde.*
- D2-D-3 : *Benzerlikten çözebiliriz bence soruyu. T noktasından aşağıya doğru bir dikme çizelim. Bire iki oranından faydalanarak bir şeyler elde edebiliriz.*
- D2-D-1 : *Evet başka türlü çözülemez zaten bu problem bir deneyelim.*

Bu aşamada öğrenciler grupları gözlemleyen ders sorumlusuna, soruyu benzerlikten yararlanarak nasıl çözebilecekleriyle ilgili soru yönelttikleri gözlenmiştir.

- D2-D-3 : *Hocam, T noktasını baz alarak şekil üzerindeki alanlara bire iki kuralını uyguladık. TDC üçgeninde x, x, 2x alanlarını paylaştırdık.*
- D.S. : *Böyle bir yöntem için, T noktasının orta nokta olduğunu nasıl buldunuz?*
- D2-D-3 : *Tam şeklin orta noktasında gözüküyor.*
- D.S. : *Geometri sorularını çözerken şekle bakarak aldanmayın sakın. T burada tam orta noktaymış gibi duruyor ama olmayabilir. Soruda belirtilmedikçe siz bir şey diyemezsiniz.*
- D2-D-1 : *Demek ki bu yolla çözemeyeceğiz soruyu.*
- D2-D-3 : *Dikdörtgenin alanını bulsak soruyu çözeceğiz de bulamıyoruz.*
- D2-D-1 : *Basit bir çözüm var gibi duruyor ama göremiyoruz arkadaşlar bir türlü.*
- D2-D-3 : *Zamanımız doluyor arkadaşlar çözemeyeceğiz sanırım. Hiç yapamamaktansa ilk düşündüğümüzü yapalım hadi. Benzerlik kuralını uygulayalım.*
- D2-D-2 : *Tamam başka yapacağımız bir şey yok.*

Uygulama aşamasında grup içerisinde yaşanan yukarıdaki konuşmalara göre öğrencilerin, problemi hangi yöntemle göre çözmeleri gerektiğini tam olarak kararlaştıramadıkları anlaşılmaktadır. Grup içindeki hemen hemen her bireyin, kendine ait

bir çözüm yöntemi belirterek bunu uygulamak istemeleri, öğrencileri belirsizlik içerisine sürüklediği gözlenmiştir. Grup içerisinde yaşanan bu durumun, problemi tam olarak anlamayıp, ne şekilde çözülebileceği konusunda açık bir planının oluşturulamamasından kaynaklandığı düşünülebilir. Bu noktada uygulama aşamasını boş bırakmaktansa, hatalı olduğunu bile bile çözümü gerçekleştirmek isteyen öğrencilerin uygulama adımında ortaya koymuş olduğu ifadeler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



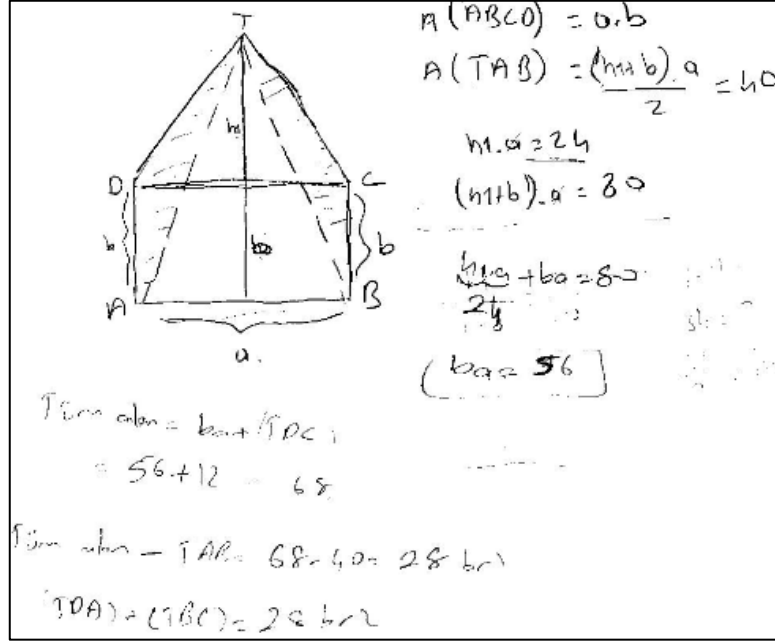
Şekil 110. D2-D grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Problemin nasıl çözülmesi gerektiğine yönelik, plan hazırlama aşamasındaki çözüm yönteminden hareketle uygulama aşamasına geçmeyi kararlaştıran grup üyeleri, gerçekleştirecekleri çözüm konusunda aralarında geçen konuşmalar şöyledir:

- D2-E-2 : Şeklin aynısını güzelce tekrar çizelim. Dikdörtgenin uzun kenarına a , kısa kenarına b diyelim.
- D2-E-3 (Şeklin yeniden çizilmesinin ardından): TDC üçgeninin yüksekliğine h_1 dersek dikdörtgenin yüksekliği de b olur zaten.
- D2-E-2 : TDC'nin alanı 12 idi. O zaman üçgenin alan formülünden, h_1 çarpı a yirmi dört eder.
- D2-E-3 : Aynı şekilde TAB'nin alanı da 40 idi. O zaman h_1 çarpı a artı $a.b$ seksene eşit olur. Önceki denklemden h_1 çarpı a 'yı biliyorduk zaten.
- D2-E-2 : Soruyu çözdük sanırım. Dikdörtgenin alanı a çarpı b elli altı çıkar.
- D2-E-3 : Dediğin gibi TDC 'nin alanı da belliydi zaten. O zaman tüm tarlanın alanı atmış sekiz çıkar. Bunu da TAB'nin alanında çıkarırsak taralı alanların toplamı yirmi sekiz kalır.
- D2-E-2 : Tamam çözdük soruyu.

Öğrenciler arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, plan hazırlama aşamasında planlanan işlemleri uygulama aşamasına yansıtmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu amaçla problem cümlesine ait şekli tekrardan çizen öğrenciler, gerekli işlemleri yapabilmeleri için şekle ait kenar uzunluklarına belirtmelerinin yanı sıra ek çizimler gerçekleştirmiştir. Bu yolla, şekil üzerinde oluşan üçgenlere ait alan ölçüm formüllerinden yararlanarak dikdörtgenin alanına ulaşan öğrenciler, tüm tarlanın alan değerine ulaşmışlardır. Plan hazırlama aşamasında istenenle ilgili oluşturulan bu yapıyı kullanan öğrenciler, tüm

alandan TAB üçgenini alanını çıkartarak taralı alanların toplam değerine doğru olarak ulaştıkları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 111. D2-E grubunun üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

D1 ve D2'deki grupların büyük çoğunluğunun tarla adlı problemin çözümünde, plan hazırlama adımında ortaya koymuş oldukları stratejiye bağlı kalarak çözümde bulunmalarına karşın özellikle D2'deki gruplarda hatalı oluşturulan plana bağlı olarak yeni bir plan hazırlama sürecine girildiği tespit edilmiştir. D2-A ve D2-B gruplarında söz konusu durumla karşılaşılmıştır. Plan yapma adımında çözüm amacıyla hazırlanan planın eksik olduğunu fark eden öğrenciler, yaşamış oldukları tedirginlik esnasında AY, GD, ÖS ve KFS şeklindeki söylemlere başvurdukları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra D1-D ve D2-D grubu öğrencilerinin çözüm gerçekleştiremedikleri tespit edilmiştir. Her iki gruptaki öğrencilerin plan yapma adımında çözümde kullanacakları planı tam net ortaya koyamamaları bu durumun yaşanmasında en büyük etkenlerden bir olarak görülmektedir. Diğer taraftan D1 ve D2 grupların uygulama adımında ortaya koydukları çözümlerde çoğunlukla, plan yapma adımında oluşturulan şeklin tekrar çizildiği gözlenmiştir. Özellikle çözümde yaralanacakları ek çizgileri şekil üzerinde gösteren öğrenciler, bu yolla hedefledikleri çözüme ulaştıkları tespit edilmiştir.

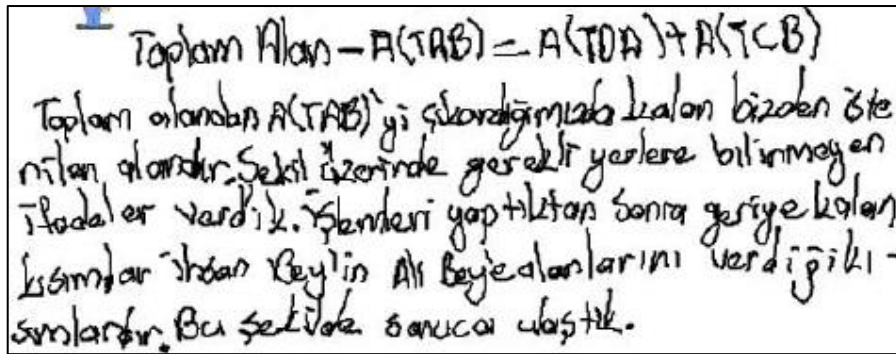
Değerlendirme Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Problemi çözmelerinin ardından, elde edilen sonucun ne şekilde değerlendirilmesi gerektiği konusunda D1-A grubu üyeleri aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

- D1-A-2 : Problemi doğru çözdüğümüzden eminiz ama bunu nasıl gösterebiliriz.
 D1-A-3 : Bence burada şimdiye kadar yaptığımız sözel ifadelerle açıklama yolu değerlendirme yapmaktan başka daha değişik ne şekilde bir strateji izleyebiliriz buna karar verelim.
 D1-A-1 : Doğru söylüyorsun da, başkada bir şey bulamıyoruz ki.
 D1-A-3 : O zaman sonuca ulaştığımız denklemi neye göre oluşturduğumuzu matematiksel olarak ifade ettikten sonra açıklamamızı yapalım.
 D1-A-2 (D1-A-1'le birlikte): Tamam öyle de olur.

Yukarıdaki tartışmalarda uygulama aşamasında elde ettikleri sonucu ne şekilde değerlendirmeleri gerektiğini tartıştıkları görülmektedir. Bu esnada grup üyelerinden D1-A-3, uygulama adımında elde ettikleri sonuca ne şekilde ulaştıklarını açıklayarak değerlendirmede bulunabilecekleri yönünde öneride bulunduğu tespit edilmiştir. Bu öneriyi diğer grup üyelerini onaylamasını ardından, elde ettikleri sonuca ne şekilde ulaştıklarının gerekçelerini açıklayan öğrencilerin değerlendirme adımında yaptıkları aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 112. D1-A grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama aşamasında elde ettikleri sonuçtan hareketle nasıl bir değerlendirmede bulunacaklarını tartışan grup üyeleri arasında geçen diyalog şu şekildedir:

- D1-B-2 : Bulmuş olduğumuz sonuçta, taralı alanların toplamı dikdörtgenin alanının yarısına eşit olduğu görülüyor. Bu ifadeden hareketle değerlendirmede bulunabiliriz.
 D1-B-1 : Doğru diyorsun D1-B-2 o şekilde düşünmemiştim.

Uygulama aşamasında elde edilen sonuç değerlerine göre, taralı alanların toplamı dikdörtgenin alanının yarısına eşit olacağı düşüncesiyle değerlendirmede bulunan grup üyelerinin ifadeleri aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$TA = \frac{\text{dikdörtgen alan}}{2}$$

$$= \frac{56}{2} = 28 \text{ br}^2$$

Şekil 113. D1-B grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Değerlendirme aşamasında, bulmuş oldukları sonucun doğruluğunu ne şekilde gösterebilecekleri konusunda belirsizlik yaşadığı gözlenen grup üyeleri, aşağıdaki konuşmalar çerçevesinde yapılabileceklerini kararlaştırdıkları görülmüştür:

- D1-C-3 : Bence sonuca nasıl ulaştığımızı sözel olarak ifade edelim.
 D1-C-1 : Tamamda bence sonuca nasıl ulaştığımızı açıklamaktansa ispat yapmamız gerektiğini düşünüyorum burada ama benimde aklıma bir şey gelmiyor.
 D1-C-2 : D1-C-1 bende senin gibi düşünüyorum ama bunu nasıl ispat yapabiliriz ki. Anca bulduğumuz sonucu açıklayabiliriz.
 D1-C-3 (D1-C-1'yle birlikte): Tamam sözel olarak değerlendirelim bulduğumuz sonucu.

Bu konuşmalardan sonra değerlendirme aşamasında, sonuca nasıl gidildiğinin yanı sıra sonucun hangi aşamalarla elde edildiğini sözel ifadelerle açıklama yapma kararı veren grup üyeleri, aşağıdaki şekilde görülen değerlendirmede bulunmuştur.

Verilen değerler simgesel ifade edilerek istenen alanlar aynı simgelerle ifade edilir. İstenen alanla, $A(TDC)$ 'yi topladığımızda $A(CTAB)$ 'ye eşit olduğu görülür.

Şekil 114. D1-C grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D1-D grubu üyeleri uygulama adımında elde ettikleri sonuca bağlı olarak değerlendirmede bulunmayarak problem çözümünü sonlandırmışlardır.

D2'de Yaşananlar

D2-A grubu üyeleri, oluşturdukları şekil üzerindeki bölmelerin alan değerlerini toplayıp TDABC tarlasının alanına ulaşmayı çalışarak sonucun doğruluğunu gösterebileceklerini düşünmüşlerdir. Bu duruma göre öğrencilerin değerlendirme aşamasında ifade etmiş olduğu işlemler Şekil 115'de verilmiştir.

Cevap 28 olsun.
 ABT 'nin alanı = 40, e hâlde toplam alan = 68 br²

$$s(ABT) = \frac{a \cdot (t+h)}{2} = 40$$

$$a \cdot t + a \cdot h = 80$$

$$s(ABCD) + s(TDC) = 68$$

$$\frac{a \cdot t}{2} + \frac{a \cdot h}{2} = 68$$

$$2a \cdot t + 2a \cdot h = 136 \rightarrow a \cdot t + a \cdot h = 68$$

$$a \cdot t = 56 \Rightarrow$$

$$56 + a \cdot h = 80$$

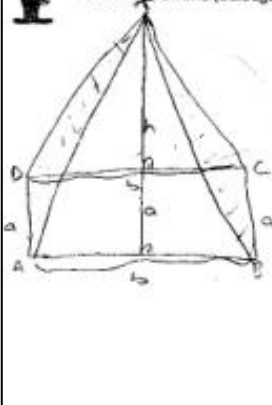
$$a \cdot h = 24$$

$$s(TDC) = \frac{24}{2} = 12$$

= 12 verildiğine göre sonuç doğrudur.

Şekil 115. D2-A grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama aşaması sonucu elde edilen değer doğruluğunu göstermek isteyen D2-B grubu üyeleri, bu amaçla değerlendirme adımında tekrardan bir şekil çizip ilgili harflendirmeleri üzerinde yaptıkları gözlenmiştir. Bir nevi, uygulama aşamasında yapmış oldukları işlemlerin benzerlerini gerçekleştiren grup üyeleri, taralı üçgenlerin alanlarının toplamına ulaşma yoluyla değerlendirmede buldukları aşağıdaki şekilde görülmektedir.



$$\frac{h \cdot b}{2} = 12$$

$$h \cdot b = 24 \text{ br}^2 \text{ TDC'nin alanı}$$

$$\frac{(h+h/2) \cdot b}{2} = 68$$

$$\frac{3h}{4} \cdot b = 136$$

$$3hb = 544 \text{ br}^2 = \text{trapezoidin alanı}$$

$$\text{Toplam alan} = 56 + 12 = 68 \text{ br}^2$$

$$\text{Trapezoid alan} = 68 - 40 = 28 \text{ br}^2$$

Şekil 116. D2-B grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

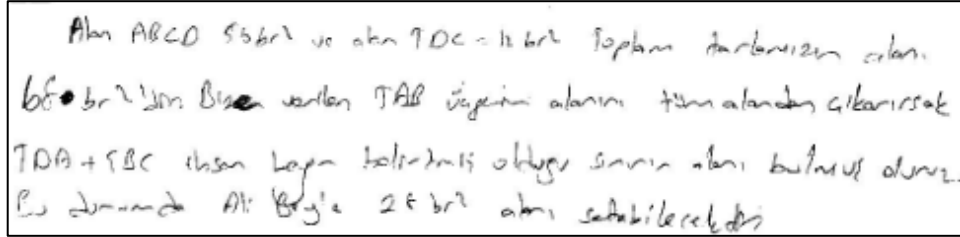
Uygulama aşamasında yapmış oldukları işlemlerin açıklamasını yapma yoluyla, buldukları sonucun doğruluğunu göstermeye çalışan D2-C grubu üyeleri, değerlendirme adımına yönelik grupça karar vermiş oldukları ifadeler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

$A(ABCD)$ 'yi 56 br² bulmuştuk.
 $A(ABCD)$ ve $A(TDC)$ 'yi topladık ($56+12=68$). Tüm alan 68 br² bulundu.
 Tüm alandan $A(ABT)$ 'yi çıkarınca,
 SONUÇ
 $68-40=28$ br² olduğu değerlendirilmiştir.

Şekil 117. D2-C grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D2-D grubu üyeleri uygulama adımında elde ettikleri sonuca bağlı olarak değerlendirmede bulunmayarak problem çözümünü sonlandırmışlardır.

Uygulama aşamasının sonunda elde edilen değer doğruluğunu değerlendirmek isteyen D2-E grubu üyeleri, problemdeki verilenlerden hareketle istenen alanlara nasıl ulaştıklarını sözel ifadelerle açıklama yolunu tercih ettikleri aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 118. D2-E grubunun üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

“Tarla” adlı probleme ait yapılan çözümler sonrası D1 ve D2’deki grupların elde ettikleri sonucu doğrulamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu amaçla grup içindeki öğrenciler arasında daha çok, ne şekilde değerlendirme bulunmaları gerektiği tartışıldığı gözlenmiştir. D1 ve D2’de yaşanan tartışmalar neticesinde daha çok, uygulama adımında yapılan çözüm sürecinin açıklanması yönünde değerlendirmede bulunabileceklerini kararlaştırıldığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra D2-D grubu öğrencileri değerlendirmede bulunmamışlardır. Bu durumun sebebi olarak, uygulama adımında kesin sonuç elde edememiş olmalarından kaynaklanmıştır.

4.1.1.4. Örümcek Probleminde Yaşanan Farklılaşmalar

“Katı Cisimler ve Uzay Geometrisi” konusuna yönelik problem çözme sürecinde yaşananları betimlemek amacıyla hazırlanan üçüncü problemde “Örümcek” adlı problem çözme etkinliği D1 ve D2 ortamındaki gruplara uygulanmıştır. Bu etkinlik esnasında grupların problem çözme adımlarına uygun yapmış oldukları çözümler başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

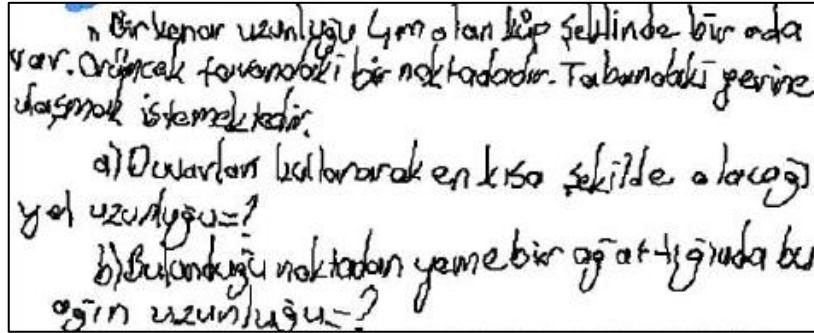
Problemi Anlama Adımında Yaşananlar

D1’de Yaşananlar

Erişime sunulan problem durumunun okunmasının ardından, problemin ne anlatmak istediğiyle ilgili D1-A grubu öğrencileri arasında geçen konuşmalar aşağıdaki şekildedir:

- D1-A-2 : Arkadaşlar problemdeki a ve b maddeleri arasındaki farkı anladınız mı?
- D1-A-1 : A şıkında yemine ulaşması için örümceğin kesinlikle duvarlardan ilerlemesi gerekecek. B şıkında ise yeme ulaşmak için atılan ağ direk ulaşmasını sağlıyor, üç boyutlu düşünmelisin.
- D1-A-2 : Hıı anladım. B şıkında atılan ağ odanın içerisinden geçebilir, yani. Tamam şimdi anladım sorunun ne anlatmak istediğini.
- D1-A-3 : Bence de arkadaşlar bende sizler gibi düşünüyorum. Eğer problemi anladığımızdan eminsek diğer problemlerde olduğu gibi sözel ifadelerle açıklayalım anladıklarımızı.
- D1-A-2 : Olabilir.
- D1-A-1 : Evet evet o şekilde yapabiliriz.

D1-A grubu üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, tavanda bulunan örümceğin tabandaki yeme ne şekilde ulaşabileceğiyle ilgili alternatif yolları birbirlerine açıkladıkları görülmektedir. Problemin anlaşılmasında herhangi bir belirsizlik yaşanmadığından emin olmalarının ardından, grup üyeleri problem cümlelerinden anladıklarını ne şekilde ifade edebilecekleri noktasında ortaklaşa karar vermeye çalışmışlardır. Problemde yanıt bulunması beklenen a ve b şıklarında neyin anlatılmak istendiğini sözel ifadelerle açıklamayı uygun bulan grup üyeleri, problemi anlama aşamasında verilen ve istenenleri aşağıda verilen şekildeki gibi ifade etmiştir.

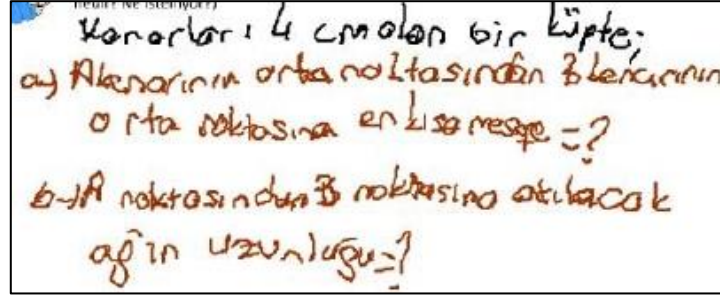


Şekil 119. D1-A grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problemin okunmasının ardından neyin anlatılmak istenildiğinden çok, çözüm için nasıl bir yöntem izlenilmesi gerektiğini tartışan D1-B grubu üyeleri arasında geçen diyalog şu şekildedir:

- D1-B-3 : En kısa mesafeyi bulmak için küpü açmamız gerekir.
- D1-B-1 : Açmadan çözemez miyiz problemi? Oda içerisinde noktalar arası üçgen çizerek çözebiliriz bence. Bence sen b seçeneğine ait çözümden bahsediyorsun.
- D1-B-3 : Esas senin dediğin b seçeneğine ait çözüm yöntemi. Çünkü odanın içinden geçecek örümcek ağı var. Bana kalırsa, problemi anlama aşamasını tamamladıktan sonra bunları hazırlık aşamasında tartışsak nasıl olur?
- D1-B-1 : Tamam o zaman.

Öğrenciler arasında yukarıda geçen konuşmalara göre, grup üyelerinin problemi net olarak anlamadan plan hazırlama çabası içerisine girmeleri, probleme ait seçeneklerdeki verilen ve istenenler konusunda belirsizlik yaşamalarına sebebiyet verdiği tespit edilmiştir. Bu esnada grup üyeleri, küpün bir kenar uzunluğunu belirtmelerinin ardından, a ve b şıklarında sorulan soruları özetleyip, bunları yazılı olarak ifade ederek, problem durumundan anladıklarını Şekil 120'deki gibi ifade etmişlerdir.



Şekil 120. D1-B grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Çevrimiçi ortamda erişime sunulan problemi bireysel olarak anlamaya çalıştıkları gözlenen D1-C grubu üyeleri, problemde ne anlatılmak istenildiğini birbirlerine aktarmaya çalıştıkları gözlenmiştir.

- D1-C-2 : Problemde iki tane madde olduğu için her birine ait anladıklarımızı yazalım.
D1-C-1 : Evet bende o şekilde düşünüyorum.
D1-C-2 : En kısa mesafe istendiğine göre şeklin açılması gerekir.
D1-C-1 : Evet D1-C-2 bence de açılması gerekir ama bunu bence hazırlığımızı yaparken ifade etsek daha doğru olacak.
D1-C-3 : Evet D1-C-1 haklısın, bence de açılımın yapılması gerek onda hemfikiriz ama burada o sorudan ne anladıklarımızı açıklayalım yeter.

Yukarıdaki konuşmalarda D1-C grubu üyelerinin, problemi anlamadan önce çözüm için nasıl bir hazırlık yapılması gerektiği konusunda fikirlerini birbirlerine aktardığı gözlenmiştir. Ancak bu açıklamaların, anlama aşamasında yapılmaması gerektiğinin bilincinde oldukları anlaşılan grup üyeleri, bu aşamada problemde ne anladıklarıyla ilgili ifadelerin ortaya konulması gerektiğini kararlaştırmışlardır. Bu noktadan hareketle, problemdeki şıklara ait verilen ve istenenleri özetleme yoluyla anlama aşamasını tamamlamaya çalıştıkları gözlenen grup üyelerinin bu aşamayla ilgili ifadeleri Şekil 121'de verilmiştir.

a) Örümcek duvarda ilerleyerek A noktasından B noktasına en kısa mesafe isteniyor.
 b) Örümcek ağının duvardan ilerlemesin A noktasından B noktasına en kısa mesafesi isteniyor. Sda küp halindedir. Bütün kenarları 4 m'dir.

Şekil 121. D1-C grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

D1-D grubundaki üyelerin, problem cümlesini okumalarının ardından, problemi anladıklarını ne şekilde ifade etmeleri gerektiğine karar vermeye çalıştıkları gözlenmiştir:

- D1-D-1 : Buradaki A ve B noktaları buldukları kenarların orta noktaları demi arkadaşlar?
 D1-D-3 (D1-D-2'le birlikte): Evet.
 D1-D-1 : O zaman bunları verilenler olarak belirtebiliriz.
 D1-D-2 : Tamam. İstenenleri de şıklara göre yorumlayalım.

küpün her kenarı 4 m vermiş
 A noktası Tavamın orta noktası
 B noktası Tabam // //
 a) örümceğin A-B en kısa yolu isteniyor
 b) A-B arasındaki uzunluk = ?

Şekil 122. D1-D grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Yukarıdaki şekle göre, probleme ait verilen ve istenenlerin ayrı ayrı belirtildiği gözlenen grupta, a ve b şıklarına ait istenen ifadelerdeki AB uzunlukları arasında nasıl bir fark olduğunu kendi içlerinde tartıştıkları görülmüştür.

- D1-D-2 : Arkadaşlar iki şık arasındaki AB uzunluklarının farkını anladınız mı? Böyle bakınca aynı gibi görünüyor.
 D1-D-1 : Biri olabilecek en kısa uzaklık, diğeri ise direk uzaklık.
 D1-D-3 : Doğru aslında, a şıkta alacağı en kısa yol diyor ama b şıkta direk uzunluk soruluyor.
 D1-D-2 : A şıkta örümcek yemin bulunduğu yere, küp etrafını dolaşarak gelebilir ama en kısa nereden geliyor o önemli. Bunu anlama aşamasında tam ifade edemedik ama plan yapma aşamasında şekil üzerinde daha net gösterebiliriz.
 D1-D-3 : Doğru diyorsun orada daha somut gösterebiliriz.

Problemin anlaşılmasıyla ilgili D1-D grubu üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, her iki şıkta istenen AB uzunluğu konusunda bazı belirsizliklerin yaşandığı

gözlenmiştir. Bu belirsizlik konusunda grup içerisindeki bazı üyelerin açıklamalarda bulunduğu görülmüştür. Bu belirsizliğin daha net anlaşılabilmesinde, plan yapma aşamasında yapılacak çizimlerde gerekli uzunlukları somut olarak gösterebileceklerini belirten grup üyeleri, anlama aşamasında yapılan işlemleri tamamlayarak bir sonraki aşamaya geçtiği görülmüştür.

D2'de Yaşananlar

Problem durumunu anlamak üzere problem cümlesini okumaya başladığı görülen D2-A grubu üyeleri arasında problemin anlaşılmasıyla ilgili geçen konuşmalar aşağıdaki şekildedir:

- D2-A-1 : Aslında iki şıkta da sorulan soru aynı değil mi?*
D2-A-3 : A şıkında birden fazla yerden B noktasına varılabilir ama bize bunlar içinden en kısa olanını soruyor. B şıkında ise en uzununu istiyor fark burada.
D2-A-2 : Aslında uzun olan değil. Örümcek, ağın havadan atamayacağına göre odanın içinden geçmesi gerekecek.
D2-A-3 : Tamam anladım şimdi. Birinden duvardan yürümek zorunda, diğerinde ise mecbur odanın içinden geçecek.
D2-A-1 : Tamam, öyle zaten.

Bu esnada gruptaki öğrencilerin problem durumunda verilen şekil üzerinde, kenarlara ait uzunluk değerlerini yazma, atılacak ağın şeklini çizme türünden girişimlerde buldukları gözlenmiştir.

- D2-A-3 : Şekli açarak yapabiliriz bunu.*
D2-A-1 : Şekli burada niye açalım ki? Önce problemi anladığımızı ifade edelim.
D2-A-3 : Tamam o zaman, şıklara ait anladıklarımızı açıklayalım.

Problemin anlaşılmasına yönelik öğrenciler arasında geçen konuşmalara göre, a ve b şıklarında örümceğin alması gereken mesafenin uzunluğunun karıştırıldığı anlaşılmaktadır. Bu durum karşısında grup üyelerinden D2-A-2, iki şık arasındaki farkı açıklayarak arkadaşlarına açıklamalarda bulunduğu gözlenmiştir. D2-A-2'nin açıklamalarından hareketle gruptaki diğer üyeler, şıklardaki istenenler arasındaki farkı daha iyi anladıklarını belirtmişlerdir. Bunun üzerine grup üyelerinden D2-A-3, problemi anlamakla kalmayıp şekli açabilecekleri fikrini ortaya atarak çözüm için öneri sunduğu gözlenmiştir. Bu esnada D2-A-1, anlama aşamasında probleme ait anladıklarını ifade eden açıklamaları yapmalarının gerektiğini belirterek arkadaşlarını uyardığı gözlenmiştir. D2-A-1'in uyarısı karşısında grup üyeleri, probleme ait anladıklarını sözel ifadelerle açıklayarak yazıya dökmeye çalıştığı gözlenmiştir. Grubun anlama aşamasında ortaya koymuş olduğu ifadeler Şekil 123'de görülmektedir.

a) a sorusunda örümceğin duvarları kullanarak ulaşacağı en kısa mesafe istenirken
 b) b sorusunda ilerlemesi gerekmeden ulaşacağı en kısa uzunluğu istenmektedir. Bu durumda örümceğin ulaşacağı mesafe a) seçeneğinde daha uzundur.

Şekil 123. D2-A grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problemi okumalarının ardından problem durumunda anlaşılmayan kısımların olmadığını belirten D2-B grubu öğrencileri, problemdeki her iki şıkka ait verilen ve istenenleri özetleme yoluyla anlama aşamasını tamamlamaya çalıştıkları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Verilenler
 Bir kenarı 4 cm olan küp şeklindeki oda var. Duvarın A kenarında orta noktasında bulunan örümcek, tabanın B kenarının orta noktasına gidecek.
İstenilenler
 a) Örümceğin duvardan ilerlemesi durumunda yol alması gereken en kısa mesafe kaç m?
 b) Örümcek A noktasından B noktasına bir nef atarak ulaşabileceği en kısa uzunluğu kaç m?

Şekil 124. D2-B grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problem durumunu anlamak üzere problem cümlesini okumaya başladığı görülen D2-C grubu üyelerinin bu aşamada, problemde anlamadıkları herhangi bir kısmın olmadığını belirtmelerıyla, şıklardaki problem durumlarında verilen ve istenenleri yazarak anlama aşamasını tamamlamaya çalıştıkları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

<u>Verilenler</u>	<u>İstenilenler</u>
Bir 4 m olan küp şeklindeki oda	Örümceğin duvardan ilerleyerek ulaşacağı en kısa mesafe?
A kenarının orta noktasında bir örümcek	A ile B arasındaki mesafe nedir?
B " " " " " yem	

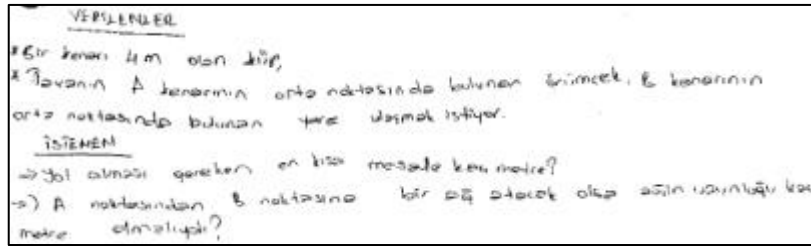
Şekil 125. D2-C grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problem durumundan anladıklarını birbirleri arasında tartıştıkları görülen D2-D grubu üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-D-1 : Örümcek duvardan ilerleyerek en kısa mesafeden yemine nasıl ulaşır?
 D2-D-2 : Karşı duvara geçip oradan aşağı iner şeklinde düşünüyorum.
 D2-D-3 : Benim aklımdan da öyle geçti gibi ama bu iki şıkta aynı soruyu sormuyor mu sizce?

- D2-D-1 : Şıkların ikisinde de farklı sorular soruluyor.
 D2-D-2 : Evet bence de ayrı sorular. Birinci şıkta örümcek, odadaki duvarlardan hareket ederek, diğerinde ise bulunduğu yerden direkt ağ atarak ulaşmak istiyor yemine.
 D2-D-3 : Hımmm, tamam şimdi oldu.
 D2-D-1 : Tamam o zaman probleme uygun verilen ve istenenleri yazmaya başlayalım.

Öğrenciler arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, problemde verilen iki şık arasındaki farkı ortaya koymaya çalıştıkları görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin, problemin anlaşılması noktasında birbirlerine yardımcı olmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Grup olarak problemin anlaşıldığından emin olunmasının ardından, problemdeki verilen ve istenilenlerin özetlemeye çalışıldığı aşağıdaki şekilde görülmektedir.



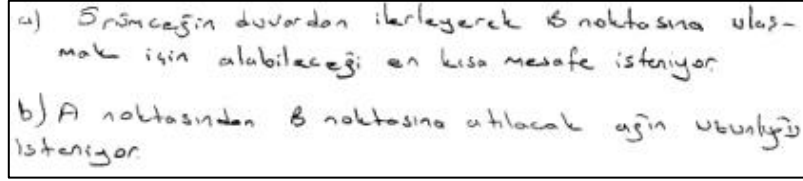
Şekil 126. D2-D grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Problem durumunu grupça anlamaya çalıştıkları gözlenen D2-E grubu öğrencileri arasında yaşanan konuşmalar şu şekildedir:

- D2-E-3 : Anladık mı problemi arkadaşlar? İlk şıkta A'dan B'ye duvardan gidilecek, diğer şıkta ise A noktasında B'ye direkt ağ atılacak, bunların uzunlukları isteniyor.
 D2-E-2 : En kısa mesafe dendiği için küpün açılması gerekir bence.
 D2-E-1 : Açınca en kısa mesafeyi mi bulmuş oluruz?
 D2-E-3 : Tabi, belki de duvar üstünde bir dik üçgen çıkabilir. En kısa mesafe soruları genelde bu şekilde çözülür, liseden hatırlasanıza.
 D2-E-2 (İçinde buldukları sınıfta problem durumunu canlandırarak): İkincisinde ise atılan ağ odanın içinden geçmeli, şuradan şuraya.
 D2-E-1 : Tamam o zaman anladıklarımızı açıklamaya çalışalım.

Problemin anlaşılmasıyla ilgili D2-E grubu üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, şekil üzerindeki iki nokta arasındaki en kısa mesafenin nasıl bulunacağıyla ilgili birbirlerine açıklayıcı bilgiler vererek birbirlerine yardımcı oldukları görülmektedir. Bu esnada grup üyelerinden D2-E-3'ün "En kısa mesafeyi bulma soruları genelde böyle çözülür" söylemi, daha önceden bu tür soruların çözümü noktasında tecrübesinin olduğunu göstermektedir. Grup üyeleri, şıklara ait sorulan soruları aşağıdaki şekildeki gibi

kendi ifadelerince açıklamaya çalışarak problemi anlama aşamasını tamamlamaya çalışmışlardır.



Şekil 127. D2-E grubunun dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

D1 ve D2'deki grupla problem çözme oturumlarında yöneltilen dördüncü problemde, gruplardaki öğrencilerin genelinin problem durumunu anlamaya çalıştıkları yönünde ifadeler ortaya koydukları gözlenmiştir. Bu amaçla grup üyeleri arasında yaşanan tartışmalar incelendiğinde daha çok örümceğin yemine ulaşmasında alması gereken mesafelerin ne şekilde olması gerektiği şeklinde olduğu tespit edilmiştir. Bu aşamada gruplardaki öğrenciler daha çok, problem durumundaki verilen ve istenen ifadeleri belirleme yoluyla problemi anlamaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bu amaçla anlaşılabilir ifadeler doğrultusunda öğrenciler birbirlerine açıklamada buldukları gibi, anlaşılmayan noktalarda birbirlerine danıştıkları tespit edilmiştir. Özellikle problem durumunda yer alan iki şık arasındaki farkın anlaşılması noktasında AY söylemine sıklıkla başvurduğu tespit edilmiştir. Ayrıca bu adımda, D1-B, D1-C ve D2-A gruplarındaki öğrencilerin anlama adımında çözümde bulunmak istemeleri dikkat çekicidir. Bu duruma karşı gelen gruplardaki diğer üyelerin, problemi anlamının gerçekleştirilmesi sonrası gerekli çözümlerin yapılabileceği konusunda uyarıda bulunmuşlardır.

Plan Yapma Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Problemin anlaşılmasına dair birbirlerinden emin oldukları gözlenen D1-A grubu üyelerinin çözüme hazırlık amacıyla plan yapma adımına geçtiği gözlenmiştir.

D1-A-2 : Bir önceki problemde olduğu gibi bu aşamada yine şekil çizmeliyiz.

D1-A-1 : Evet bende aynı fikirdeyim. Ben bir çizmeye çalışayım.

D1-A-2 : Yalnız şöyle bir durum var. Sorudaki şekilde küpün köşe noktaları verilmemiş o noktalara biz kendimize göre isimlendirmeliyiz.

D1-A-1 : Tamam.

Adobe Connect programının sahip olduğu çizim araç çubuğundaki düz çizgi çizme özelliğini kullanarak daha rahat çizim yapabileceğini düşünen D1-A-1, problemde verilen şekli temsil eden bir küp çizmiş ve grup arkadaşı D1-A-2'nin uyarısını dikkate alarak çizmiş olduğu şeklin köşelerini isimlendirmeye başlamıştır.

- D1-A-3 : Çizdiğimiz küpte A ve B noktalarının nerde bulunduğunu belirtelim.
 D1-A-2 : Güzel, şimdi odanın içerisini daha net görebilmemiz için yan tarafa sanki bunun açılmış halini çizmeliyiz. Ancak hepsini açmamıza gerek yok bence. R,Y köşelerinden Z,M köşelerine kadar olan kısmı açalım.
 D1-A-1 : Demek istediğini anladım D1-A-2, dikdörtgen yapıp ikiye bölelim ve köşelerini isimlendirelim.

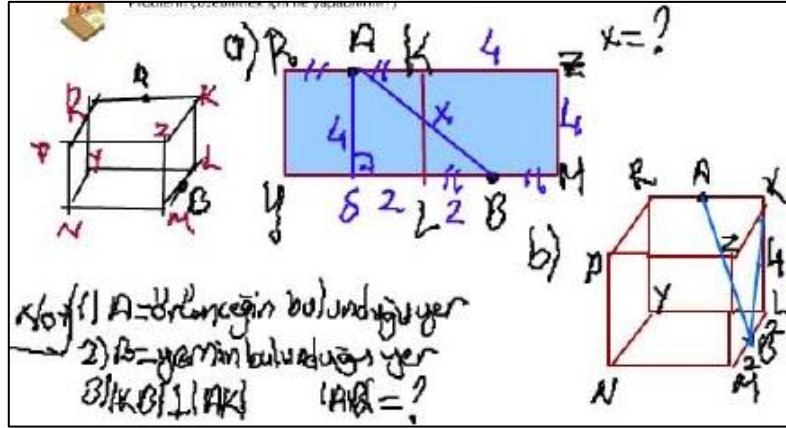
Bu esnada köşegenlerin yanlış isimlendirildiğini fark eden D1-A-2 D1-A-3'e aşağıdaki konuşmalarda geçen bazı uyarılarda bulunduğu gözlenmiştir:

- D1-A-2 : M,Z yerine Z üstte M altta olmalı.
 D1-A-3 : Gördüm D1-A-2 doğru diyorsun.
 D1-A-1 : Helal sana D1-A-2, iyi fark ettin.
 D1-A-2 : Problemdaki A ile B noktaları arasında uzaklığı hesaplasak yeter.
 D1-A-3 : A ve B noktaları orta noktalar olduğu için kenarlara olan uzaklıkları eşit olmalı.
 D1-A-1 : Bence üçgen oluşturup diklikten bulabiliriz AB uzunluğunu?
 D1-A-3 : Evet doğru diyorsun D1-A-1. Kenar uzunlukları belli dolayısıyla dik üçgenin özelliğinden AB uzunluğunu bulabiliriz.

Problemdaki a şıkkına ait plan konusunda hemfikir olduğu görülen grup üyeleri, b şıkkının çözümü amacıyla şekil çizme yoluyla plan hazırlayabileceklerine karar vermişlerdir. B şıkkına uygun şekil çizilmesinin ardından problemi çözebileceklerini düşünen grup üyelerine D1-A-1'in, plan hazırlama aşamasındaki eksikliği fark edip, bu eksikliği düzeltmeye yönelik öneride bulunduğu gözlenmiştir:

- D1-A-1 : Şekil üzerinde sadece, örümceğin A dan B'ye attığı ağı gösterdik. Bunun uzunluğunun nasıl hesaplanacağına ait bir plan hazırlamadık ki?
 D1-A-2 : Doğru söylüyorsun D1-A-1. O zaman A ile B noktasını birleştiririm.
 D1-A-1 : Evet, orada bir dik üçgen oluşuyor, oradan bulabiliriz ağın uzunluğunu.
 D1-A-3 : Evet haklısınız. Dik üçgenden yararlanarak ağın uzunluğunu bulmak daha kolay olacak.

B şıkkında yöneltilen problem ifadesine uygun şekil çizen grup üyeleri, çizmiş oldukları şekle ait açıklama yapma yoluyla plan yapma adımını tamamladıkları aşağıdaki Şekil 128'de verilmiştir.



Şekil 128. D1-A grubunun dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemi anlama aşamasını tamamladıklarından emin olan D1-B grubu üyelerinin plan hazırlama aşamasına geçtikleri görülmüştür.

D1-B-1 : Bu aşamada şekli çizerek başlayalım, hatta senin dediğin gibi a şıkkında küpün açılmış halini çizelim.

D1-B-3 : Evet ama küpün tamamını açmamıza gerek yok. A ve B noktalarının bulunduğu tarafları açmamız yeterli.

Probleme ait a şıkkındaki istenene uygun çizim yapıldı, verilen ve istenenlerin belirtilmesinin ardından öğrencilerin, b şıkkına ait plan aşamasına geçtiği gözlenmiştir.

D1-B-1 : B şıkkı içinde tekrardan çizim yapalım mı?

D1-B-3 : Evet. Ancak b şıkkında açmaya gerek yok orada ise küp şeklindeki odanın tamamını çizmemiz gerekecek.

D1-B-1 : Doğru ağı içeriden atıyor. Tamam o zaman çizimi ben yapabilirim.

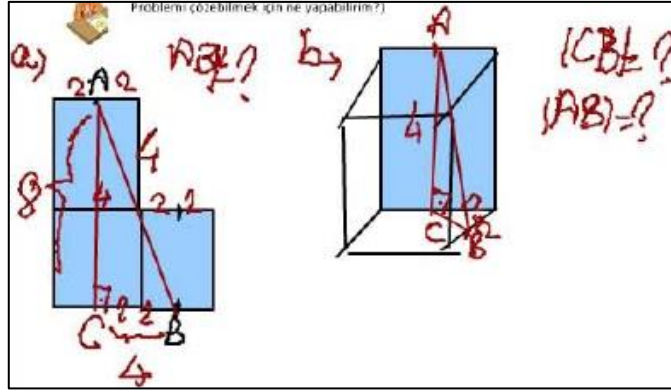
D1-B-3 : Şimdi A'dan B'ye atacak olduğu ağın uzunluğu istiyor. Bu sebeple A'da B'ye düz bir çizgi çizelim.

D1-B-1 : Orada bir diklik oluşturmamız lazım. Onun için köşe noktalarını belirtmemiz gerekecek.

D1-B-3 : Evet. Küpün içine baktığımızda oluşacak diklikten Pisagor bağıntısını kullanarak AB uzunluğunu rahatlıkla bulabiliriz.

D1-B-1 : Ama önce küp içerisindeki köşede oluşana küçük üçgende CB uzunluğunu bulmamız lazım ki AB uzunluğunu bulalım.

Yukarıda geçen konuşmalardan hareketle, grup üyelerinin şekil çizme stratejisinden faydalanarak a ve b şıkları için ortaya koymuş olduğu hazırlık süreci Şekil 129'da verilmiştir.



Şekil 129. D1-B grubunun dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemi grup olarak anladıklarından emin olan D1-C grubu öğrencileri, a ve b şıklarına ait nasıl plan hazırlamaları gerektiği konusunda tartışma içerisine girdikleri gözlenmiştir.

- D1-C-1 : Arkadaşlar her iki şık içinde küpü açacak mıyız?
 D1-C-3 : Bence a şıkında açmalı fakat b şıkında açmamalıyız.
 D1-C-2 : Evet D1-C-3 bende senin gibi düşünüyorum. Bu sebeple plan hazırlama aşamasını bir çizgiyle ikiye ayıralım. Bence a şıkında küpün tamamını, b şıkında ise bizden istenilen kısmı açsak yeterli.
 D1-C-3 : Küpün alt ve üst yanlarını çizmeye gerek var mı?
 D1-C-2 : Hayır gerek yok.

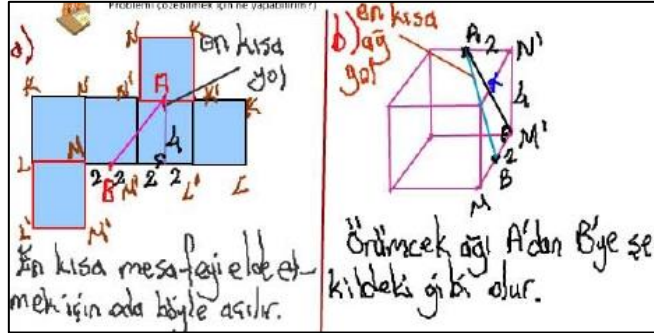
Çizmiş olduğu şekil üzerinde, örümceğin bulunduğu A noktası ile yemin bulunduğu B noktasını göstermeye çalışan D1-C-2, hatalı bir gösterimde bulunduğu gerekçesiyle diğer arkadaşlarının tepkisiyle karşılaşmıştır.

- D1-C-3 : D1-C-2, bence A ve B noktalarının yerini yanlış gösterdik.
 D1-C-1 : Bence de, B noktası A noktasının bulunduğu karenin sağ tarafında yer almalı.
 D1-C-2 : Hayır ben kesinlikle eminim bu şekilde olacak. En kısa mesafeyi istediğinden bu şekilde açmamız gerekir. Bakın köşeleri harflendirelim daha net göreceksiniz.
 D1-C-1 : Hıı, en kısa mesafeyi istediğini unutmuştum.
 D1-C-2 : Oradaki dik üçgenin elde etmek için A noktasından M üssü ve N üssü arasına dik indir, sonrada kenar noktalara olan uzaklıklarına iki iki diye paylaşır.
 D1-C-3 : Haklısın D1-C-2. Harflendirdikten sonra daha net canlandı kafamda.

Bu konuşmalardan hareketle D1-C-2'nin, küpün açılması gerektiğini savunduğu gözlenmiştir. Küpün açılımının gerçekleştirilmesiyle, A ve B noktalarının bulunmuş olduğu yerler konusunda gerekli açıklamalarda bulunan D1-C-2, arkadaşlarının ikna olmalarını sağlamıştır. Problemdaki a şıkına ait planı ortaklaşa hazırlayan grup üyelerinin b şıkına ait hazırlığa geçtikleri görülmüştür.

- D1-C-1 : Atılan örümcek ağı odanın içerisinde geçeceği için, küpün tamamını çizip oluşacak şekli iç kısımda belirtelim, bence daha açıklayıcı olacak
- D1-C-3 : Tamam ben çizmeye çalışayım.
- D1-C-1 : Çizdiğimiz şekil üzerinde A ve B noktalarını gösterdikten sonra örümceğin attığı ağı gösterelim.
- D1-C-2 : Tamam arkadaşlar güzel söylüyorsunuz da, çözüm için gerekli ek çizgileri şekil üzerinde göstermemiz gerekecek. Mesela A noktasından M üssü noktasına diklik çizmeliyiz.
- D1-C-3 : Evet haklısın D1-C-2, yoksa AB uzunluğunu bulamayız.
- D1-C-1 : Şeklin açıklamasını yaptıktan sonra geçelim artık uygulamaya.
- D1-C-3 (D1-C-2'la birlikte): Tamam.

Plan yapma aşamasının genelinde, çizmiş oldukları şekilden hareketle hazırlık yapma girişiminde bulunan grup üyeleri, problemdeki a ve b şıklarındaki ifadelere uygun şekiller oluşturdukları görülmüştür. Ayrıca öğrenciler, probleme uygun farklı renkleri kullanarak ek çizgiler çizip bunlar üzerindeki noktaları farklı yollarla isimlendirmiştir. Öğrencilerin problemdeki a şıkkında küpü açarak plan yapma çabası içine girdiği gözlenirken, b şıkkında küpe ait herhangi bir açılıma gerek duymayarak tamamını çizdikleri gözlenmiştir.



Şekil 130. D1-C grubunun dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

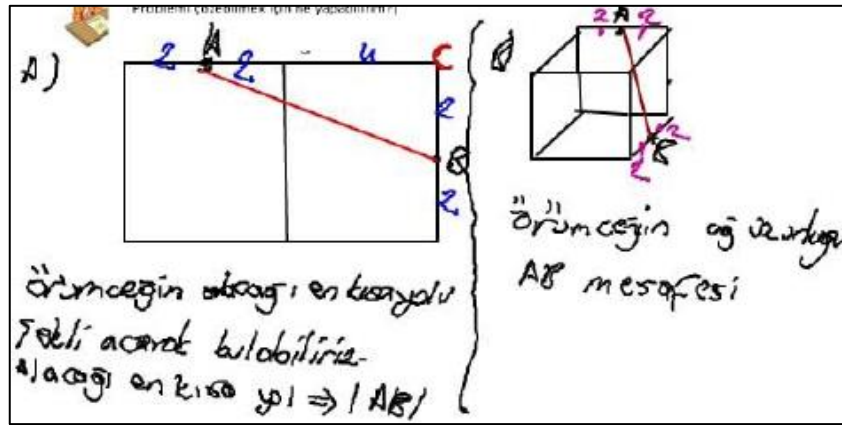
Plan yapma aşamasında, problemde verilen her iki şıkta ait istenen durumu şekil üzerinde belirtmeyi kararlaştıran D1-D grubu üyeleri, çizimleri nasıl gerçekleştirebilecekleri konusunda aralarında aşağıdaki konuşmalar yaşanmıştır.

- D1-D-1 : Soruyu çözmemiz için şekli açmamız gerekiyor.
- D1-D-2 : Evet, en kısa yolu anca o şekilde bulabiliriz.
- D1-D-2 : Tamamen değil, işlem yapmak istediğimiz yeri çizsek yeter bence.
- D1-D-3 : Haklısın aslında D1-D-2. O zaman örümcek sol taraftaki karenin üst kenarının ortasında olmalı demi?
- D1-D-2 : Evet ulaşılabilecek yerde, sağ taraftaki karenin sağ kenarının ortasında bulunmalı.
- D1-D-1 : Bence de hepsini çizmektense bizden istenilen kısımları belirtelim. Bu duruma göre köşelere olan uzaklıkları daha rahat açıklayabiliriz.

Problemdeki a şıkkına uygun şekli doğru olarak çizdiklerinden emin olan öğrenciler b şıkkına ait plan yapmaya başlamışlardır.

- D1-D-1 : Bu kısımda küpü açmadan çizmeliyiz.
 D1-D-2 : Evet D1-D-1. Oradaki A ve B noktalarını belirtip arasındaki uzaklığı farklı bir kalem rengiyle belirtelim. Birde biz çözüm için gerekli çizimi burada gösterelim mi yoksa onu uygulama aşamasında mı verelim?
 D1-D-3 : Bence gösterelim burada, oraya geçtiğimizde direk işlem yaparız.
 D1-D-1 : Bence de, bunu çözümde yapsak daha iyi olmaz mı?
 D1-D-2 : D1-D-1 sonuçta burası plan hazırlama yeri, oluşacak olan diklik ve köşelere olan uzaklıkları burada belirtsek yeter.
 D1-D-1 : Tamamda arkadaşlar çizdiğimiz şekil küçük, dediklerinizin hepsini sığdıramayız buraya. Bu şekli çözüm aşamasında çizelim bence.
 D1-D-2 (D1-D-3'le birlikte): Tamam o zaman bir deneyelim.

Plan yapma aşamasındaki b şıkkında, çizilmiş olan küp şeklinin küçüklüğünden dolayı iç kısımda ifade edilmek istenen uzunluğun net olarak gösterilemediği görülmüştür. Bu sebeple grup üyeleri, küp içerisinde oluşturmak istedikleri şekli uygulama aşamasında çizme konusunda ortaklaşa karar vermişlerdir. Öğrencilerin plan yapma aşamasında gerçekleştirdiği hazırlık süreci aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 131. D1-D grubunun dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemdeki a ve b şıklarına ait plan yapma aşamasında yapılanlar incelendiğinde, çözüm amacıyla faydalanılabilecek şekillerin tasarlandığı görülmektedir. Grup üyelerinin, a şıkkına yönelik oluşturmuş oldukları şekil incelendiğinde, küpün tamamını çizmekten ziyade, A ve B noktalarının bulunduğu yüzeyi çizmeyi tercih ettikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin çizmiş oldukları şekil üzerinde, örümceğin bulunduğu A noktasının yerini doğru olarak gösterilmesine karşın, yemin bulunduğu B noktasını yanlış kenar üzerinde belirttikleri tespit edilmiştir. Diğer şıktaki AB uzunluk değerini şekil üzerinde doğru olarak gösterdikleri

görülen öğrencilerin, bu uzunluk değerine ne şekilde ulaşacakları konusunda herhangi bir plana yer vermeleri eksiklik olarak görülebilir.

D2'de Yaşananlar

D2-A Grubunda Yaşananlar

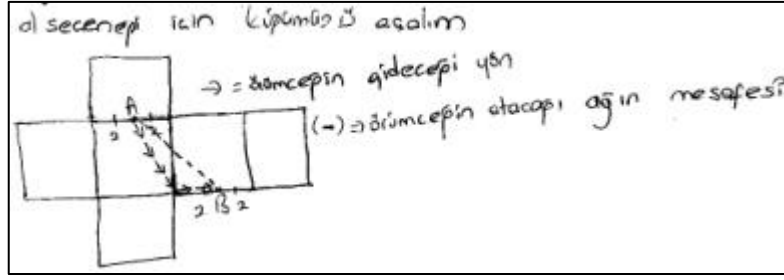
Küp şeklindeki odanın açılmış halini ilk etapta, problemi anlama aşamasında belirtmek isteyen D2-A grubundaki öğrenciler, bu işlemde vazgeçip bu işlemin, plan hazırlama aşamasında çizilmesi gerektiğini uygun görmüşlerdir. Bu esnada, grup üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

- D2-A-2 : Sorudaki küpte ön ve arka yüzlerin neresi olduğu verilmemiş ki neye göre açacağız küpü.*
D2-A-1 : O fark etmez ki. Küpün yanal yüzlerine göre doğru açılım yeter. Tavandaki yüzü üste, tabandaki yüzü alta, diğer yüzleri yana doğru açsak olur.
D2-A-3 (Şekli çizmelerinin ardından): A ve B noktalarını belirtelim şimdi şekil üzerinde.
D2-A-2 : B noktasını, sağdaki kereye mi soldakine mi koymak lazım.
D2-A-3 : Küpü sağa doğru açtığımız için sağdaki kare daha uygun gibi.

A ve B noktalarını, çizmiş oldukları şekil üzerinde doğru noktalarda belirtilmesinin ardından D2-A-2, noktaların konumlarından hareketle kenar uzunluklarını 2 m. olarak göstermiştir. Bu esnada öğrenciler, en kısa yoldan örümceğin duvardan hangi yönde ilerlemesi gerektiği konusunda aralarında tartışma yaşadığı gözlenmiştir.

- D2-A-1 : Bence örümcek, bulunduğu yerden köşelere uğrayarak B'ye ulaşır.*
D2-A-3 : Senin dediğine göre, 2m. sağa, 4m. aşağıya ve 2m. sağa giderek 8m. en kısa yolu almalı. Emin miyiz?
D2-A-2 : Köşelerden hariç daha kısa bir yol bulabiliriz sanki.
D2-A-1 : Üstteki köşeye uğramadan duvardan sağ alt köşeye gidip oradan B'ye ulaşır.
D2-A-3 : Evet bu daha kısa olur bence.
D2-A-2 : Bence de. Daha başka kısa yol göremiyorum.
D2-A-1 : Tamam o zaman, gidilmesi gereken her iki yolu ayrı ayrı belirtelim.

Yukarıda geçen konuşmalarda, örümceğin yemine ulaşmasında alması gereken mesafenin ne yönde olması gerektiğini ortaklaşa olarak karar verdikleri gözlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin, örümceğin bulunduğu yerden yemine ulaşmasında alması gereken mesafeleri çizgi stilleri şeklinde göstermeye çalıştıkları gözlenmiştir. Plan hazırlama aşamasıyla ilgili grubun ortaklaşa olarak ortaya koymuş olduğu ifadeler Şekil 132'de verilmiştir.



Şekil 132. D2-A grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

D2-A grubuna ait plan hazırlama incelendiğinde, örümceğin yemine ulaşmasında alınması gereken mesafeleri şekil üzerinde belirtilmesine karşın, bunlara ait uzunluk değerlerine hangi işlemler sonucu ulaşılması gerektiği yönünde herhangi bir hazırlığın yapılmadığı gözlenmiştir.

Problemi anlama noktasında herhangi bir sorunun olmadığından emin olunmasının ardından çözüme yönelik plan hazırlama aşamasına geçen D2-B grubu üyeleri, problemdeki şıklara yönelik nasıl bir plan hazırlamaları gerektiği konusunda aralarında tartışmaya başlamıştır:

- D2-B-2 : Öncelikle problem durumuna uygun şekli çizmemiz gerekecek.
 D2-B-3 : Haklısın, ben çizerim şekli.
 D2-B-2 : Şimdi, a şikkında küpü açmamız gerekir. Bence açılımı yapmadan önce, çizdiğimiz küpün köşelerini harflendirelim. Açılımdan sonra hangi yüzeyi nasıl açtık belli olur.
 D2-B-3 : Doğru diyorsun. Bu şekilde A ve B noktalarının yerini rahatlıkla belirleyebiliriz.

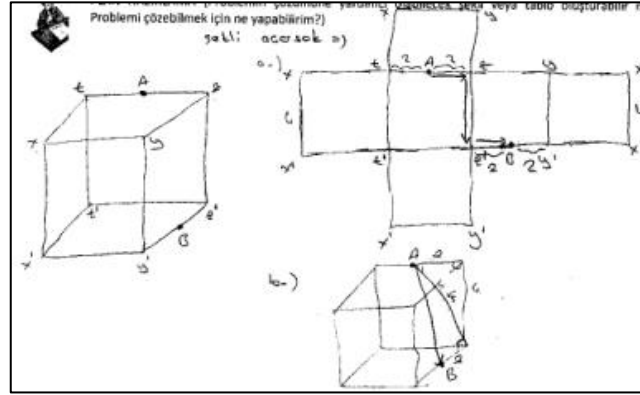
Yukarıda geçen konuşmalara göre, küpün açılmış hali üzerinde A ve B noktalarını belirleyen öğrenciler, bu noktalara uygun kenar uzunluklarını şekil üzerinde göstererek en kısa yolu bulmaya çalıştıkları görülmüştür.

- D2-B-3 : Örümcek A noktasından başlayıp duvardan giderek Z, oradan Z üssü ve B noktalarını takip etmeli.
 D2-B-2 : Ama örümcek en kısa yoldan ulaşmalı B noktasına.
 D2-B-3 : Tamam da, duvardan gitmeli diyor soruda. Mecburen köşelerden gitmeli bu durumda, başka nasıl gidebilir ki.
 D2-B-2 : Tamam tamam haklısın.
 D2-B-3 (A şikkına ait hazırlıktan sonra): O zaman b şikkına geçebiliriz.

B şikkına ait plan oluşturmaya geçmeden önce öğrenciler, örümceğin A noktasında B noktasına atmış olduğu ağı canlandırabilmek için, bulunmuş oldukları sınıftaki tavan ve taban uzunluklarından faydalandıkları gözlenmiştir.

- D2-B-2 : B şıkında ağ atıyor sonuçta, mecburen odanın içinden geçmesi gerekiyor, şekli açmaya gerek yok. Cisim köşegenini belirtmeliyiz burada.
 D2-B-3 : Evet, köşeleri birleştirerek yardımcı uzunluklar oluşturmalıyız içeride.
 D2-B-2 : Zaten uzunluklarda belli.

Yapılacak olan hazırlık işlemleri için, şıklardaki problem durumlarına ait şeklin çizilmesini kararlaştırdıkları gözlenmiştir. Bu esnada küpün açılımına ait şekli oluşturan öğrenciler, çözüme yardımcı olma noktasında köşegenleri harflendirdikleri tespit edilmiştir. Küpün açılımı sonucu oluşturulan şekilden faydalanan D2-B-3, örümceğin yemine ulaşmasında alabileceği en kısa yolu $AZ+ZZ'+Z'B$ şeklinde belirtmiştir. A şıkına ait hazırlık işlemlerinin tamamlanmasının ardından B şıkına geçen öğrenciler, sorunun çözümü için küpün açılımına gerek olmadığını düşünmüşlerdir. A noktasından atılacak ağın uzunluğunu çizilecek cisim köşegeni sayesinde bulunabileceğini savunan D2-B-2, gerekli şekli çizip ilgili uzunlukları şekil üzerinde göstermiştir. Ancak burada D2-B-2'nin, prizmalar içerisindeki cisim köşegeninin hangi uzunluklar arasında olduğuyla ilgili bir kavram yanlışlığına sahip olduğu gözlenmiştir. Grupta yer alan öğrencilerin ortaklaşa olarak ortaya koydukları plan hazırlamayla ilgili ekran görüntüsü aşağıdaki şekilde verilmiştir.



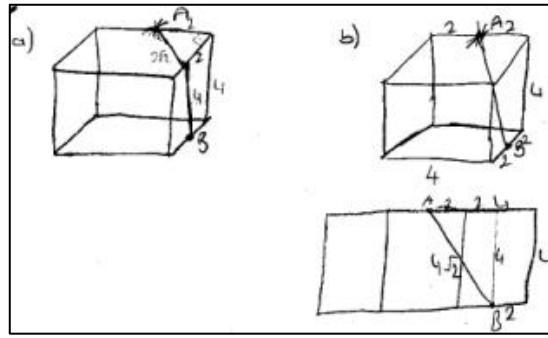
Şekil 133. D2-B grubunun dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemi anlama kısmının tamamlandığından hareketle çözüme yönelik plan hazırlama aşamasına geçen D2-C grubu öğrencileri, problemdeki şıklara yönelik nasıl bir plan hazırlayacaklarını aralarında tartışmıştır:

- D2-C-1 : A ve B şıkındaki durumlara ait ayrı şekiller çizelim bence.
 D2-C-2 : A şıkında duvardan ilerleyeceği için, B noktasının üzerindeki kenara çapraz geçip aşağı iner.
 D2-C-3 : Yada direk tabana inip, oradan çapraz B noktasına ulaşır.
 D2-C-1 : Şuan için başka da bir yol gelmiyor aklıma. O zaman dediklerimizi şekil üzerinde göstermeye çalışalım.
 D2-C-2 : B şıkında örümceğin atacağı ağ direk odanın içerisinden geçmeli.

- D2-C-3 : A ile B noktasını direk birleştiresek olur.
 D2-C-1 : Bu kadar mı bu aşamada yapacaklarımız?
 D2-C-3 : Açıklama yapmamıza gerek yok bence. B şikkında çizdiğimiz şekle uygun açılmış halini yapabiliriz.
 D2-C-2 (D2-C-1'la birlikte): Tamam.

Grup üyelerinin, problemdeki a ve b şıklarına ait kendilerinden istenilenleri şekil üzerinde göstermeye çalıştıkları belirlenmiştir. En kısa mesafeyi bulmayla ilgili a şikkına ait soruda, küpü açma girişiminde bulunmamaları, öğrencileri hatalı bir hazırlık sürecine sürüklemiştir. B şikkında yapılan hazırlık aşaması incelendiğinde, küpü açarak A ve B noktalarını birleştirmek isteyen öğrenciler, atılan ağın duvarlar üzerinden geçecek olduğunun farkına varmayarak hatalı bir planın hazırlandığı ortaya çıkarılmıştır. Problemi tam olarak anlamadan çözümlerle ilgili işlemlere başlanması, her iki şikka ait bu türden hatalı durumların oluşmasında önemli etkenlerin başında geldiği düşünülmektedir.

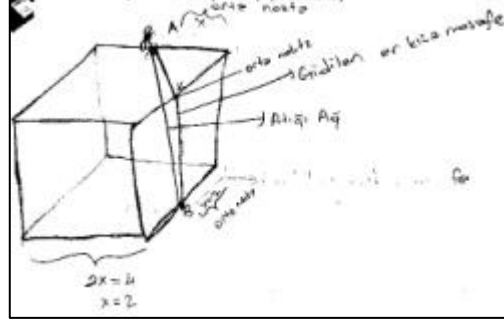


Şekil 134. D2-C grubunun dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

Problemin anlaşılmasının ardından plan hazırlama amacıyla, problem durumuna ait şekli çizmeye karar veren D2-D grubu üyeleri, şekli nasıl tasarlamaları gerektiği konusunda fikir alışverişinde buldukları gözlenmiştir:

- D2-D-3 : İsterseniz şekli çizerek üzerinde gösterelim.
 D2-D-1 : Aslında şekli açarak çizsek olur ama şekil üzerinde alınabilecek yolları gösterelim.
 D2-D-2 (Şeklin çizilmesinin ardından): K noktasının orta nokta olduğunu nereden biliyorsunuz?
 D2-D-1 : Yem B kenarının orta noktasındaymış. O zaman yukarı doğru bir diklik çıkarırsam K noktası da orta noktada olur.
 D2-D-2 : Hımmm anladım. Ağın uzunluğunu bulmak biraz uğraştırıcı olabilir ama duvardan gidilebilecek en kısa mesafe basit gibi duruyor?
 D2-D-3 : Son olarak, şekil üzerinde belirttiğimiz çizgilerin neye ait olduğunu belirtelim.
 D2-D-1 : Evet doğru diyorsun D2-D-3, daha açıklayıcı olur.

Öğrencilerin plan hazırlama aşamasıyla ilgili ortaklaşa düşüncelerle oluşturmuş oldukları şekil aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 135. D2-D grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Problemi anlamalarından hareketle çözüm için plan hazırlama sürecine başlayan grup üyeleri, şıklara ait ne tür bir plan oluşturacakları konusunda aralarında tartışmaya başladıkları gözlenmiştir. Küpe ait yüzeylerin açılımı noktasında grup üyeleri arasında geçen konuşmalarda birtakım anlaşmazlıkların yaşandığı gözlenmiştir. Bu esnada D2-E-1, sunmuş olduğu öneriyle gruba yardımcı olduğu görülmüştür.

D2-E-1 : *Bence küpün yüzeylerini harflendirelim.*

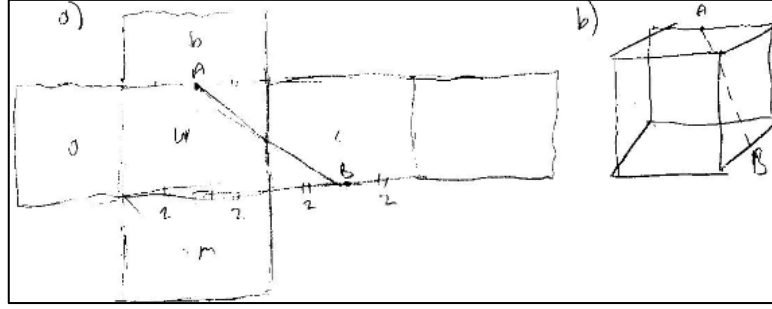
D2-E-2 (Esprili bir ifadeyle): *Baştan söylesene böyle yapmamız gerektiğini.*

D2-E-3 : *Bu durumda en kısa mesafe, A noktasında B noktasına çapraz giderek oluşur.*

D2-E-2 : *B şıkkı içinde bir tane küp çizerek atılacak oku üzerinde gösteririz.*

D2-E-3 : *Tamam.*

Yukarıda geçen konuşmalara göre öğrenciler, a şıkkının çözümü amacıyla küpün açılımını gerçekleştirmeye çalıştıkları anlaşılmaktadır. Küpün yüzeylerini doğru açma noktasında, D2-E-1'in sunmuş olduğu harflendirme önerisini onaylayan diğer grup üyeleri, bu sayede şeklin açılımını ve yüzey üzerindeki noktaları rahatlıkla belirttikleri gözlenmiştir. A noktasından B noktasına alınabilecek en kısa yolu çizimle gösteren öğrenciler, bu uzunluğun nasıl bulunacağıyla ilgili herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Söz konusu durum B şıkkı içinde geçerli olup, şekle ait çözümleri uygulama aşamasında gerçekleştirmeye kararlaştırdıktan sonra plan hazırlama aşamasını sonlandırmışlardır. Grubun plan hazırlama aşamasıyla ilgili ortaya koyduğu şekiller Şekil 136'da gösterilmiştir.



Şekil 136. D2-E grubunun dördüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Grupların dördüncü problemde plan yapma adımına yönelik yaptıkları değerlendirildiğinde, D1 ve D2'deki tüm grupların çözüm sürecine yönelik planlarını hazırlamış oldukları tespit edilmiştir. Bu esnada grupların hemen hemen tamamının şekil oluşturma stratejisinden faydalanmış olmaları dikkat çekicidir. Kendilerini çözüme götürecek şeklin nasıl çizilmesi gerektiği konusunda karşılıklı fikir alışverişinin her iki grupta da yoğun olarak yaşandığı tespit edilmiştir. Bu durum D1'deki grup çalışmalarında daha belirgin ortaya çıktığı belirlenmiş olup grup üyelerinin birbirlerini yönlendirmesi esnasında ÖS, GAO ve KFS şeklinde söylemlerde yoğunlaşmalar yaşanmıştır. Bu durumlar daha çok; küpün ne şekilde açılması, duvardan gidilecek en kısa mesafenin nereden olması, örümceğin atacak olduğu ağın uzunluğun hangi noktalar arasında olması gerektiği sırasında yaşanmıştır. Oluşturdukları şekil üzerinde sonradan eklenen çizgileri farklı renklerle gösterilmiş olması, D1'deki öğrencilerin planlarını hazırlama esnasında yapmaları gereken işlemlerde işlerini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir. Öğrenciler arasında yaşanan "...atılacak ağı renkli çizelim ki nereden nereye olduğu belli olsun." ve "...burada sadece kırmızı çizgilerle çizdiğimiz kısımları alsak bizim için yeterli." şeklindeki söylemler bu durumu ortaya koymaktadır. Öte yandan, problem durumundaki a ve b şıklarında bulunması istenen mesafe uzunluklarının nereleri olması gerektiği şekil üzerinde gösterilmesine rağmen bu uzunlukların ne şekilde hesaplanacağı ile ilgili hazırlığın yapılmamış olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla her iki grupta da yaşanan bu durum, uygulama adımında yeni bir hazırlık sürecinin yaşanmasına gerekli kılmıştır.

Uygulama Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

D1-A grubu üyelerinin, problemdeki a ve b seçeneklerine yönelik hazırlık aşamasındaki yapılanlardan hemfikir olmalarının ardından, çözüm amacıyla uygulama aşamasına geçmeyi kararlaştırmıştır. Plan yapma aşamasında çizilen şekilleri uygulama aşamasında tekrar çizip çizmeleri gerektiğini tartışan grup üyeleri, plan yapma aşamasında yapılan eksikliğin farkına vardıkları gözlenmiştir:

- D1-A-1 : Şekilleri bir daha burada çizelim mi? Çünkü b şıkında yapılacak bir sürü işlem var, bunları belirtmeden geçtik diğer aşamada.
- D1-A-2 : Kenar uzunluklarını yazma yoluyla uygulama aşamasında gösterebiliriz.
- D1-A-1 : Olur ama, plan yapma aşamasında da gösterilmesi gerekir. Hiç olmadı iç kısımda oluşan üçgeni gösterelim.
- D1-A-2 : Bence bir daha çizmeyelim.
- D1-A-3 : Her ikisi de olur fakat bence de çizmeye gerek yok. D1-A-2'in dediği gibi yazarak ifade edebiliriz.
- D1-A-1 : Tamam o zaman böyle devam edelim.

Uygulama aşamasının tamamlanması esnasında grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalar esnasında, plan yapma aşamasındaki eksikliği fark eden D1-A-1, bu durumu arkadaşlarıyla paylaştığı gözlenmiştir. Şekli doğru olarak çizdiklerini belirten D1-A-1, şekildeki kenar uzunlukları ve kendilerinden istenileni nasıl bulacaklarını anlatan ifadeyi göstermedikleri konusunda arkadaşlarını uyardığı görülmüştür. D1-A-1'in haklı olduğunu düşünen D1-A-2 bu durumun; problemin çözümünde engel oluşturmayacağını, şekle ait kenar uzunluklarını sözel ifadeler olarak gösterimde bulunabileceklerini belirtmiştir. Bu durum karşısında diğer grup üyelerinin D1-A-2'yi onaylayarak çözüme başladıkları gözlenmiştir.

Problem durumundaki a ve b şıklarında, örümceğin bulunduğu nokta ile yem arasındaki mesafeyi hesaplamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu amaçla, küp içerisinde noktaların birleştirilmesiyle ortaya çıkan diklikten yararlanarak, pisagor bağıntısının uygulanması gerektiğine karar veren öğrencilerin yapmış oldukları çözüm aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{array}{l}
 a) |AS|^2 + |SB|^2 = |AB|^2 = x^2 \\
 4^2 + 4^2 = x^2 \\
 16 + 16 = x^2 \\
 32 = x^2 \\
 x = 4\sqrt{2} //
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 b) |BL|^2 + |KL|^2 = |KB|^2 \\
 2^2 + 4^2 = |KB|^2 \\
 4 + 16 = |KB|^2 \\
 20 = |KB|^2 \quad 2\sqrt{5} = |KB| \\
 |AB|^2 = |AK|^2 + |KB|^2 \\
 |AB|^2 = 2^2 + (2\sqrt{5})^2 \\
 |AB|^2 = 4 + 20 \\
 |AB|^2 = 24 \quad |AB| = 2\sqrt{6}
 \end{array}$$

Şekil 137. D1-A grubunun dördüncü problemde uygulama adımı yaptıkları

Yapmış oldukları hazırlıklar konusunda hemfikir şekilde uygulama aşamasına geçmeye karar kılan grup üyeleri, a şıkındaki planlarına uygun çözüme başladıkları görülmüştür.

D1-B-3 : İstersen D1-B-1, a şıkında sadece oluşan üçgeni çizip istenene uygun çözüm yapalım.

D1-B-1 : Tamam D1-B-3 doğru söylüyorsun. Pisagor bağıntısından AB uzunluğunu bulacağız demi burada.

D1-B-3 : Evet aynen öyle.

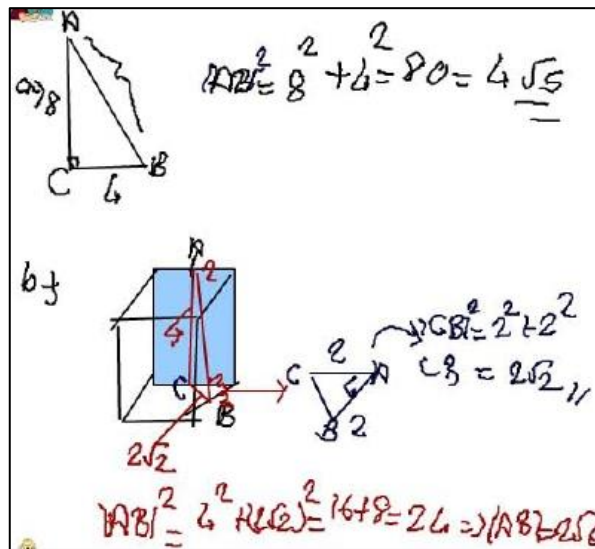
D1-B-1 : Bence b şıkında plan yapma aşamasında oluşturduğumuz çizimi aynen taşıyalım buraya.

D1-B-3 : Tamam fark etmez.

D1-B-1 : Hatta iç kısımda oluşan küçük üçgenin temsili çizimini yan tarafa çizebiliriz.

D1-B-3 : Tamam, CB uzunluğu lazım olacak bize zaten. Köşeleri doğru belirtelim ama.

Grup üyeleri arasında geçen yukarıdaki konuşmalarda, plan yapma aşamasında oluşturmuş oldukları çizimlerden hareketle, a ve b şıklarına ait çözümlerde nelerin yapılması gerektiğini tartıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin a şıkına ait yaptıkları çözüm incelendiğinde, plan yapma aşamasında yapılan hatanın çözüme yansıdığı ortaya çıkmıştır. Bu durumun ortaya çıkmasında, küpün açılımı esnasında fazladan oluşturan yanal yüzeye ait uzunluğun hesaba katılması, AB uzunluğunun yanlış olarak hesaplanmasına sebebiyet vermiştir. B şıkındaki örümcek ağını simgeleyen AB uzunluğunun hesaplanmasında, ihtiyaç duyulan CB kenarının bulunmak istendiği görülmektedir. Bu durumda Pisagor bağıntısından faydalanan öğrenciler, b şıkına ait çözüm gerçekleştirildiği aşağıdaki şekilde görülmektedir.

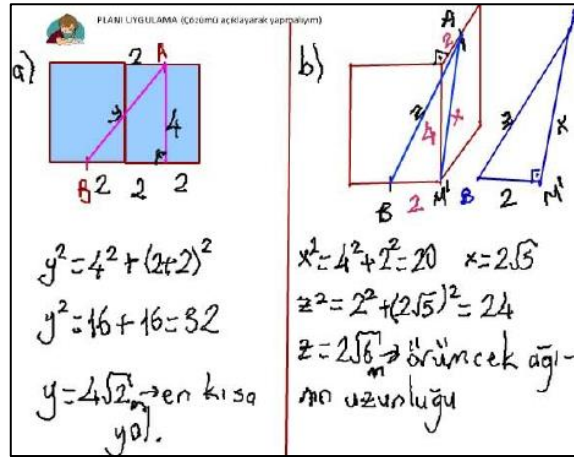


Şekil 138. D1-B grubunun dördüncü problemde uygulama adımı yaptıkları

Problemdaki a ve b şıklarına ait yapılan hazırlıklardan hareketle uygulama aşamasına geçmeyi kararlaştıran grup üyeleri arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

- D1-C-2 : A şıkında küp açılımının tamamını çizmektense bizden istenen kısmı çizelim yeter.
 D1-C-3 : Olabilir D1-C-2. AB uzunluğunu y diye belirtirsek bizden istenileni ifade etmiş oluruz.
 D1-C-2 : A şıkında olduğu gibi burada da küpte bizden istenen yanal yüzleri çizelim. Ne dersiniz?
 D1-C-1 : Tamam, bir daha küpü çizmeye gerek yok.
 D1-C-2 : Karışık olmanın önüne geçmek için, mavi çizgilerle çizdiğimiz şekli oradan alıyormuş gibi yan tarafına aktaralım.
 D1-C-3 : Tamam D1-C-2 anladım ne demek istediğini, bir kesitini orada oluşturmak istiyorsun.
 D1-C-2 : Evet aynen öyle D1-C-3.

Grup üyeleri arasında nasıl çözümden bulunmaları gerektiği konusunda yaşanan tartışmaların ardından a ve b şıklarına yönelik ortaya konan çözümler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 139. D1-C grubunun dördüncü problemde uygulama adımı yaptıkları

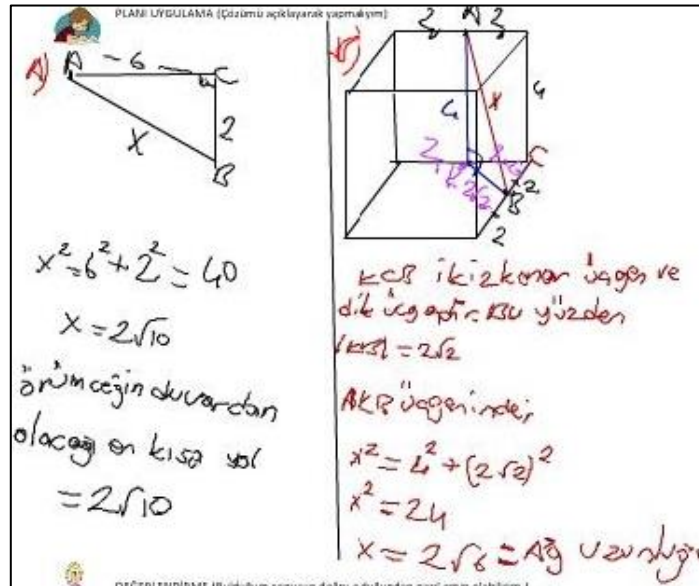
Yukarıdaki şekillere göre grup üyelerinin, plan yapma aşamasında a ve b şıklarında çizilen şekillerin bire bir aynısı olmasa da, onlara ait kesitlerin çizimleri üzerinden problemi çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Şekiller üzerinde farklı renkte yapılan sonradan çizimlerle, diklik oluşturma çabası içinde olduğu gözlenen grup üyeleri, bu diklikten faydalanarak AB kenarına ait uzunluğu bulma arayışı içine girdikleri gözlenmiştir. Her iki şıkta ait çözümde, AB kenarına ait dikliği bulmada Pisagor teoremini uygulayan grup üyelerinin doğru sonuca ulaştığı belirlenmiştir.

Uygulama aşamasında ilk olarak, a şıklarına ait çözümü gerçekleştirme çabası içinde olduğu gözlenen D2-D grubu üyeleri, plan yapma aşamasında oluşturdukları şekilden

hareketle çözüme gitmek istemişlerdir. Oluşturulan şekle göre doğru sonuca varılmasına rağmen, yapı itibarıyla şeklin yanlış olması, öğrencileri mantıksal bir hata yapmalarına sebebiyet vermiştir. Öğrenciler, a şikkına ait çözümü gerçekleştirmelerinin ardından b şikkına ait çözümü nasıl yapabilecekleri konusunda kendi aralarında tartışmaya başladıkları gözlenmiştir. Bu durumda şekli kendisinin çizebileceğini belirten D1-D-1, çizime başlamıştır.

- D1-D-3 : A noktasından aşağıya doğru dikme indirip onu B noktasıyla birleştirelim.
 D1-D-1 : Dikliğın indiği noktayı K diyip, B ile birleştirdiğimizde noktalar orta nokta olduğu için aradaki doksan dereceden uzunluğu iki kök iki buluruz.
 D1-D-2 : Bu uzunluğuın niye iki kök iki çıktığını açıklayama şeklinde altta belirtelim mi? Karışıklık oluyor çünkü ileride.
 D1-D-1 : Tamam olur.
 D1-D-3 : Bir öncekinde olduğu gibi, AKB üçgenindeki AB uzunluğunu Pisagor dan hesaplayabiliriz.
 D1-D-1 (D1-D-2'le birlikte): Tamam.

Öğrencilerin B şıkında yapmış olduğu çözüm incelendiğinde, örümcek ağını simgeleyen AB uzunluğunu hesaplamak için şekil üzerinde ek çizimlere gereksinim duydukları tespit edilmiştir. Bu çizimler sonucu küpün iç kısmında ortaya çıkan BCK üçgeninde BK uzunluğuunun hesaplanmasının ardından, Pisagor teoremine göre, örümceğin A noktasından B noktasına atmış olduğu ağın uzunluğuunu doğru olarak hesapladıkları aşığıdaki şekilde görölmektedir.



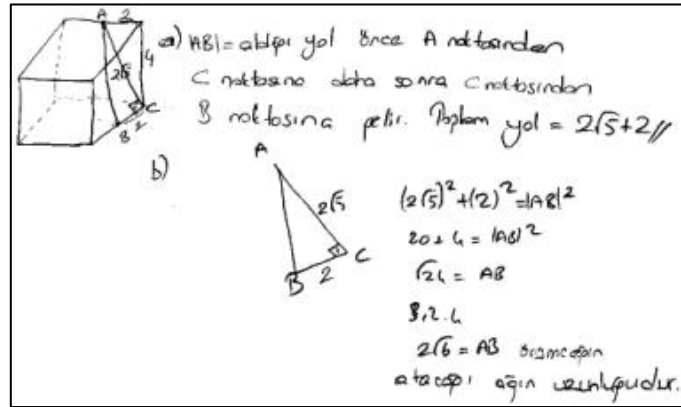
Şekil 140. D1-D grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

D2-A grubu üyeleri, plan hazırlama adımıyla oluşturmuş oldukları şekilden hareketle, a şıkında örümceğin duvardan ilerlemesi, b şıkında ise ağın atılması durumunda, alınacak mesafelere ait değerleri bulmak üzere uygulama aşamasına geçtikleri görülmüştür.

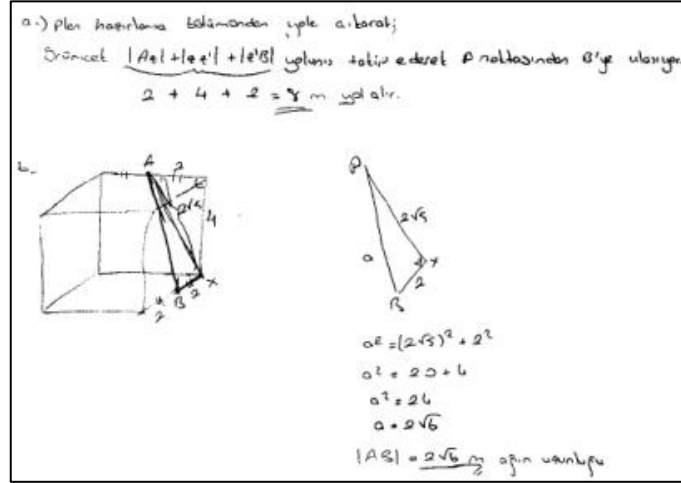
- D2-A-3 : Küpü tekrar çizip, kenar uzunluklarını ve gidilecek yolları üzerinde gösterelim.
 D2-A-2 : B kenarına ait köşeye de C diyelim, çünkü onu kullanacağız.
 D2-A-1 : O halde AC uzunluğu 2 kök 5 çıkar.
 D2-A-3 : O zaman a şıkında örümcek, A noktasından başlayıp C'ye, oradan B noktasına gidecek. Gidilecek uzunluk iki kök beş artı iki mi olur?
 D2-A-1 : Evet, açıklayarak nasıl olduğunu da yazalım yanına.
 D2-A-3 : B şıkında içeride oluşan şekli dışarı çıkaralım.
 D2-A-2 : AC'nin kare köküyle, BC'nin kare kökünü toplayı AB'nin kareköküne ulaşabiliriz.
 D2-A-1 : Aradaki açının niye doksan derece olduğunu hala anlamadım.
 D2-A-3 : Üç dikme kuralından aradaki açı doksan derecedir, derste görmüştük ya.
 D2-A-2 : O zaman atılan ağın uzunluğu iki kök altı çıkıyor.

Grup üyelerinin, problemdeki a şıkına yönelik ortaya koyduğu çözümler incelendiğinde, A noktasından başlanıp B kenarına ait C köşesine gidilmesinin ardından, B noktasına kadarki mesafeyi en kısa yol olarak alındığı görülmektedir. Bu şıkta yapılan matematiksel sonuç doğru olmasına karşın öğrenciler, karşılıklı kenarların orta noktaları üzerinden gidilebileceği düşüncesiyle daha kısa bir yolun olduğunu görememişlerdir. B şıkında yapılan çözümde, A'dan B'ye atılacak ağın uzunluğunu bulmak için doğru bir plan hazırlandığı görülmüşken, uygulama aşamasında bu hazırlığa uyulmadığı gözlenmiştir. B şıkına cevap bulabilmek için, her ne kadar farklı bir yöntem denense de doğru sonuca ulaşılamadığı aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 141. D2-A grubunun dördüncü problemde uygulama adımıyla yaptıkları

Problem durumundaki a ve b şıklara ait oluşturdukları plandan hareketle çözüm aşamasına geçen D2-B grubu üyelerinin ilgili şıklara ait çözümleri aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 142. D2-B grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Yukarıdaki şekle göre a şıkında yapılan çözüm incelendiğinde, hatalı olarak yapılan hazırlığa bağlı olarak, A ve B noktaları arasında duvardan gidilebilecek en kısa uzunluğa ait değer yanlış bulunduğu belirlenmiştir.

Yapılan planları baz alarak uygulama aşamasına geçen öğrenciler, b şıkından başlayarak çözümleri gerçekleştirdikleri gözlenmiştir.

D2-C-2 : A şıkında küpü açmamıza gerek yok fakat b şıkında açmamız gerekecek.

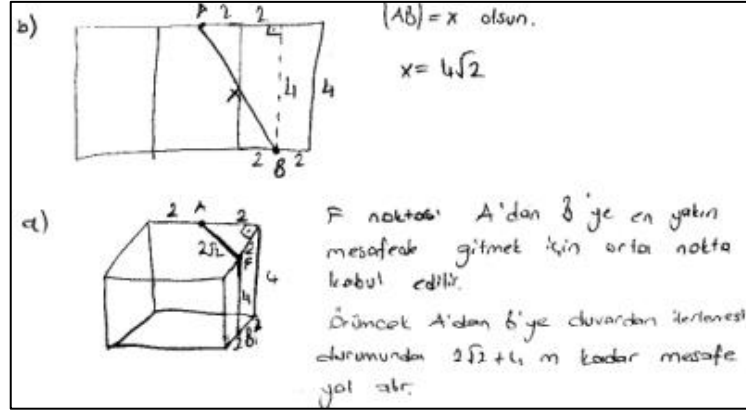
D2-C-3 : İsterseniz b şıkından başlayalım çözüme.

D2-C-1 : Bütün açılımı yapmaktansa A ve B noktalarını bulunduğu yüzleri açalım, bir şey fark eder mi?

D2-C-2 : Fark etmez.

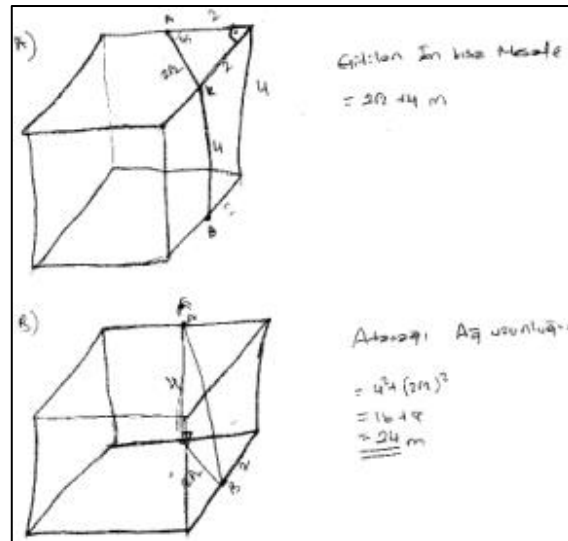
B şıkına ait problemin çözümünde öğrenciler, küpün tamamını açmaktansa A ve B noktalarının bulunduğu yüzleri açmayı tercih etmişlerdir. Bu aşamada öğrencilerin, plan yapma aşamasında oluşturmuş oldukları hatalı kurguyu çözüm aşamasına yansıtmaları, yanlış sonuç elde etmelerine sebep olmuştur.

Grubun uygulama aşamasında ortaya koyduğu çözüm süreçleri incelendiğinde, hatalı olarak oluşturdukları plan hazırlama süreci sonucu hatalı çözümlerin ortaya çıktığı belirlenmiştir. Yapılan işlemler neticesinde öğrencilerin hatalı sonuca ulaşmalarındaki nedenin, probleme tam olarak hakim olmadıklarını göstermektedir. Grubun çözüm aşamasıyla ilgili ortaya koymuş olduğu ifadeler Şekil 143'de verilmiştir.



Şekil 143. D2-C grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Probleme ait şıkların çözümüne yönelik öğrenciler, hazırlık aşamasında ortaya koymuş oldukları şekilden hareketle, şıklara ait çözümleri gerçekleştirmeye başladıkları gözlenmiştir. Problemdaki a şikkında, A noktasından başlayarak en kısa mesafede B noktasına varılabilmesi için öğrenciler, K ile belirtilen orta noktaya uğranılması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu amaçla, Pisagor teoreminden AK uzunluğunu bulan öğrenciler, AK ve KB uzunluk değerlerinin toplamını en kısa mesafe olarak kabul ettikleri görülmektedir. Ancak bu şikka ait soruda öğrenciler, küpün açılımını yapmayarak oluşabilecek daha kısa mesafeleri görememişlerdir. B şikkında yapılan çözüm incelendiğinde, atılacak ağın uzunluğunu bulmada ek çizimlere ihtiyaç duyulduğu gözlenmiştir. Oluşturulan ek çizimlerle ilgili uzunluklarının hesaplanmasıyla, Pisagor teoreminden yararlanarak AB uzunluğu bulunmuştur. Planı uygulama aşamasında, a ve b şıklarına ait öğrenci çözümleri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 144. D2-D grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Probleme ait a ve b şıklarının çözümü amacıyla oluşturulan plandan sonra, çözümleri gerçekleştirmek üzere uygulama aşamasına geçen grup üyeleri, çizdikleri şekillerden hareketle çözüm yapmaya karar vermişlerdir.

D2-E-1 : Şekillerin aynılarını burada da çizelim, kenarlarına çözümlerini yaparız.

D2-E-2 (D2-E-3'la birlikte): Tamam.

D2-E-3 : En kısa yol, A'dan kırk beş derecelik açıyla B noktasına çizilen çizgidir.

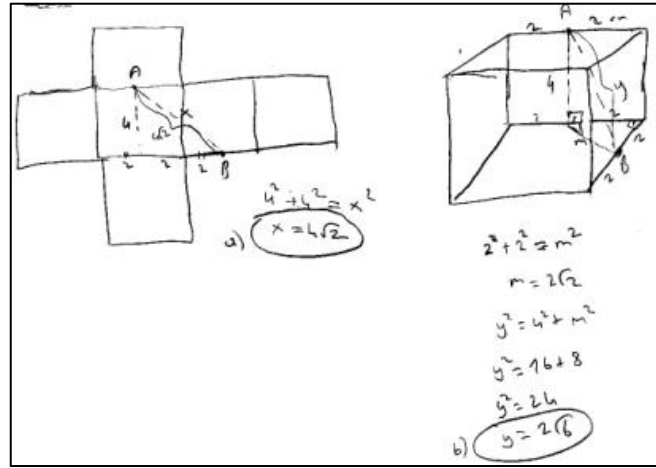
D2-E-2 : Dik kenarları 4'er metre olur. O zaman en kısa yol dört kök iki çıkar.

D2-E-1 : B şikkında küpü baştan bir daha çizmeyip de açılımı versek.

D2-E-3 : Ama bunu açarsak ağın uzunluğunu bulamayız, en kısa mesafe ayrı içeriden geçen ağın uzunluğu ayrı. İçeriden ek çizgilerle ulaşacağız ağın uzunluğuna.

D2-E-1 : Ama içeride oluşan çizgiler nasıl dik oluyor birbirine?

Bu esnada D2-E-3, çizilen şekli içinde buldukları sınıfa benzeterek, örümcek ile yemin bulunduğu noktaları canlandırdığı gözlenmiştir. D2-E-3'ün bu açıklamalarından sonra, küp içerisindeki kesitin nasıl ortaya çıktığını daha iyi anlayan D2-E-1, AB arası atılan ağın uzunluğunu Pisagor bağıntısını kullanarak hesaplanmıştır. Problem durumundaki her iki şıkka ait sonucu doğru olarak bulan grup üyeleri, gerçekleştirdikleri çözüm aşaması aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 145. D2-E grubunun dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Dördüncü probleme yönelik uygulama adımında gerçekleştirilen çözümlerde D1 ve D2'deki grupların büyük çoğunluğu plan yapma adımında oluşturdukları şekli tekrardan çizme gereksinimi duydukları belirlenmiştir. Özellikle b şikkının çözümünde D1 ve D2'den bazı grupların, örümceğin atmış olduğu ağ sonucu iç kısımda oluşan üçgensel bölmeği tekrardan oluşturup çözümlerini gerçekleştirdiği gözlenmiştir. Her iki şıkta, A'dan B'ye giderken alınması gereken mesafenin doğru şekilde gösterilmesine karşın, bu uzunluğun

nasıl hesaplanması gerektiğine yönelik hazırlığın plan yapma adımıyla yer verilmemesi, uygulama adımının başlangıcında grup üyelerini yeni bir hazırlık süreci yaşamalarına sebep olmuştur. Bu durumda bilişsel anlamda ÖS ve AY söylemlerinde buldukları gözlenen öğrencilerin, istenen uzunluklara ait denklemleri oluşturdukları gözlenmiştir. Bu aşamada D2-A grubunu plan yapma adımıyla oluşturduğu plana bağlı kalmayıp uygulama adımında çözüme yönelik yeni bir plan oluşturduğu gözlenmiştir. Bunun yanı sıra D2-C grubunun hatalı oluşturduğu planı uygulama adımına yansıtması yanlış sonuç elde etmelerine sebep olmuştur. Problemin tam olarak anlaşılmadan bir an önce çözüme yönelmek istenilmesi bu durumun ortaya çıkmasının nedeni olduğu düşünülmektedir.

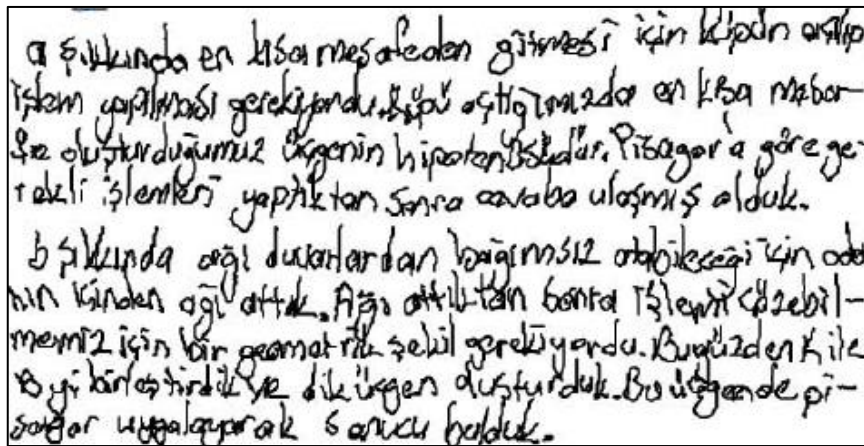
Değerlendirme Adımında Yaşananlar

D1'de Yaşananlar

Uygulama aşamasında bulmuş oldukları sonucun doğruluğundan emin olmak adına, değerlendirme aşamasında ne yapmalarını gerektiğini tartışan D1-A grubu üyeleri arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

- D1-A-1 : Uygulama aşamasında yaptıklarımızı açıklamayacağız bu aşamada. Bulduğumuz sonucun bir nevi sağlamasını yapmalıyız.
 D1-A-3 : Peki sağlamayı nasıl yapacağız, tekrar şekil mi çizelim?
 D1-A-2 : Bir daha şekil çizmeye gerek yok bence, sözel olarak açıklayalım.
 D1-A-3 : Hep aynı oluyor ama yapalım o zaman.
 D1-A-1 : Bence de D1-A-2 haklı sözel ifadelerle ne yaptığımızı anlatarak değerlendirmede bulunabiliriz.

Yaşanan diyalog sonrası sözel ifadelerle değerlendirme yapmada karar kılan grup üyeleri, a ve b şıklarında yaptıkları çözümlerin mantığını ve bu mantığı nasıl uygulamaya geçirdiklerini sözel ifadelerle açıklamaya çalıştığı gözlenmiştir.



Şekil 146. D1-A grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımıyla yaptıkları

Problemdeki a ve b şıklarına ait çözümleri doğru yaptıklarından emin olan grup üyeleri, yapılan çözümleri nasıl değerlendirmeleri gerektiği konusunda aralarında tartıştıkları gözlenmiştir.

D1-B-1 : Yaptığımız çözüme karşılık nasıl bir değerlendirmede bulunabiliriz.

D1-B-3 : Bize verilen problem ifadesine uygun şekil çizmemizin ardından gerekli uzunlukları belirleyip Pisagor bağıntısını kullanarak sonuca ulaştık.

D1-B-1 : O zaman, yaptığımız işlemleri yazıya döküp, nasıl bir yöntem izlediğimizi açıklayarak mı değerlendirmede bulunalım?

D1-B-3 : Tamam bu şekilde yapabiliriz.

Değerlendirme aşamasında, izlenmeleri gereken stratejiyi tartıştıkları gözlenen D1-B grubu öğrencileri, yapmış oldukları çözümleri sözel ifadelerle açıklama yoluyla değerlendirmede bulunmayı kararlaştırdıkları görülmektedir. Öğrencilerin değerlendirme adımıyla kararlaştırdıkları ifadeler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

a) Açıma olduğumuz köşkte ABC üçgenini belirledik. AB uzunluğunu x bulduk

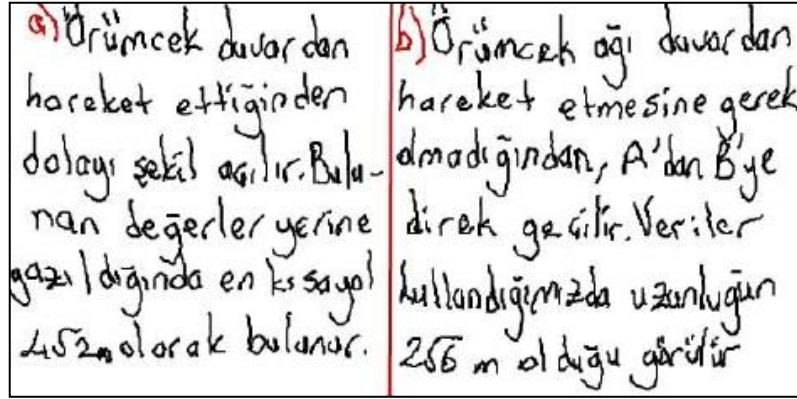
b) Köşkte şekli belirledik, bilinmeyen 2 uzunluk vardı, CB'yi ardından AB uzunluğunu bulmuş olduk.

Şekil 147. D1-B grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımıyla yaptıkları

Yukarıdaki şekillere göre grup üyelerinin, plan yapma aşamasında a ve b şıklarında çizilen şekillerin bire bir aynısı olmasa da, onlara ait kesitlerin çizimleri üzerinden problemi çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Şekiller üzerinde farklı renkte yapılan sonradan çizimlerle, diklik oluşturma çabası içinde olduğu gözlenen grup üyeleri, bu diklikten faydalanarak AB kenarına ait uzunluğu bulma arayışı içine girdikleri gözlenmiştir. Her iki şıkta ait çözümde, AB kenarına ait dikliği bulmada Pisagor teoremini uygulayan grup üyelerinin doğru sonuca ulaştığı belirlenmiştir.

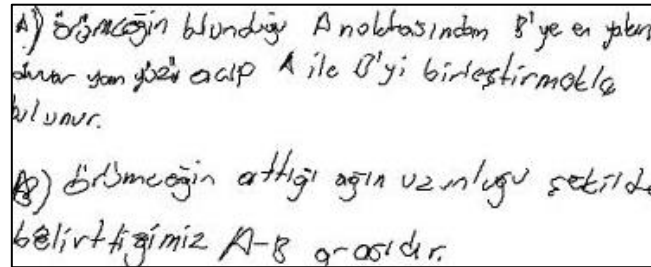
Uygulama aşamasında bulmuş olduğu sonucun doğruluğunu ortaya koymak için değerlendirme aşamasına geçtiği gözlenen D1-C grubu üyeleri, ne şekilde değerlendirmede bulunabilecekleri konusunda karar vermeye çalıştıkları gözlenmiştir. Değerlendirme aşamasını, ifade etmekte en çok zorlandıkları kısım olarak gören D1-C-2, bu aşamada ispat veya açıklama yollarının hangisini tercih edilmesi gerektiği konusunda kararsızlık yaşadığı gözlenmiştir. Gruptaki diğer öğrencilerden D1-C-1 ve D1-C-3'ün de,

farklı bir strateji düşünemediklerini belirtmeleri üzerine, değerlendirme aşamasını sözel ifadelerle aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi tamamlanmaya çalışıldığı tespit edilmiştir.



Şekil 148. D1-C grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Problemi doğru olarak çözdüklerinden emin olan D1-D grubu öğrencileri, bunu ne şekilde değerlendirebilecekleri konusunda karar vermeye çalıştıkları görülmüştür. Sözel ifadelerle açıklama yoluyla değerlendirme aşamasını tamamlayabileceklerini kararlaştıran grup üyeleri, problemdeki şıklara uygun yapmış oldukları çözümleri, aşağıda verilen şekildeki gibi açıklayarak değerlendirmede bulunmuştur.



Şekil 149. D1-D grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D2'de Yaşananlar

D2-A grubu üyeleri, problemdeki her iki şıkka yönelik yapılan çözümlerin doğruluğunu göstermek adına, değerlendirme bulunmak istemişlerdir. Bu amaçla, her iki şıkka ait AB arasındaki mesafeye, nasıl ulaşılması gerektiğiyle ilgili çözüm aşamasında yapmış oldukları işlemleri sözel ifadelerle açıklama yoluna giden öğrenciler, aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi bu aşamayı tamamladıkları Şekil 150'de görülmektedir.

a) sürecinde tipik olarak B noktasını A noktasına yakın olarak şekilde arıyorum ki mesafem kızsın. Bunu yaptık.

b) sürecinde AB aracında için kısalmasını istiyorsam en yakın noktadan (A'dan B'ye) çizip çekerim. Bunu yaptık.

Şekil 150. D2-A grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Yapmış oldukları çözümden hareketle değerlendirme aşamasına geçen D2-B grubundaki öğrenciler, şıklarda elde ettikleri sonuca nasıl ulaştıklarını, sözel ifadelerle açıklama yolunu tercih ederek değerlendirme aşamasını tamamlamışlardır.


a.) Örnecek duvardan ayrılmadan A'dan B'ye ulaşacağı için en kısa mesafe $|A_2B_1| + |A_1B_1| + |A_1B_2|$ 'dir. $|A_2B_1| = 2$ m, $|A_1B_1| = 4$ m, $|A_1B_2| = 2$ m 'dir. Toplam mesafe = $2 + 4 + 2 = 8$ m 'dir.

b.) A'dan B'ye ap atıldığında en kısa mesafe $2\sqrt{6}$ m bulunulmaktadır.

Şekil 151. D2-B grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama aşamasında a ve b şıkları için oluşturmuş oldukları şekilleri tekrar çizen D2-C grubu öğrencileri, bu şekiller aracılığıyla sonuca nasıl ulaştıklarını açıklama yoluyla aşağıdaki değerlendirmede bulunmuşlardır.

b)




AB arasındaki uzunluğu bulmak için Pisagor yöntemini uyguladık.

$$x^2 = 4^2 + (2+2)^2$$

$$x^2 = 16 + 16 \quad x = 32 \quad x = 4\sqrt{2} \text{ bulduk.}$$

a)



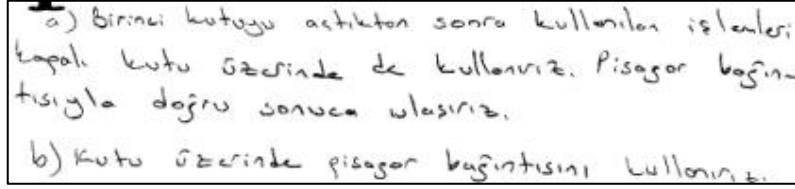
Örneğin A'dan B'ye duvardan en kısa yoldan ilerlemesi için F orta noktasından B'ye çizme indirdik. Sonra $|AF|$ ve $|FB|$ uzunlukları topladık.

Şekil 152. D2-C grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama adımında elde ettikleri sonuçlara ait herhangi bir değerlendirme girişiminde bulunmayan D2-D grubu öğrencileri, değerlendirme aşamasını tamamlamayıp problem çözümünü sonlandırmışlardır.

Her iki şıkta elde edilen sonucu değerlendirmek amacıyla, yapmış oldukları çözüm aşamalarını açıklama yolunu tercih eden D2-E grubu öğrencileri, çözüm aşamalarında

hangi işlemleri yaptıklarını aşağıda verilen şekildeki gibi sözel ifadelerle açıklama yoluyla değerlendirme adımını tamamlamışlardır.



Şekil 153. D2-E grubunun dördüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Gruplardaki problem çözme oturumlarının sonuncusu olarak uygulanan Örümcek adlı probleme yönelik yapılan çözümler sonrası D1 ve D2'deki grupların geneli, elde ettikleri sonucun doğruluğunu göstermeye çabası içerisinde oldukları söylenebilir. Bu adımda değerlendirme amaçlı ne tür bir stratejiden faydalanmaları gerektiği konusunda fikir alış verişinde oldukları belirlenen öğrenciler, ÖS ve AY şeklinde söylemlerde bulunma yoluyla tercih etmeleri gereken stratejiyi kararlaştırdıkları belirlenmiştir. Bu amaçla her iki gruptaki öğrencilerin daha çok uygulama adımında elde ettikleri sonuca nasıl ulaştıklarının gerekçelerini açıklamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu durum karşısında D2-C'nin uygulama adımında b şıkkına yönelik elde etmiş olduğu çözüm her ne kadar yanlış olsa da hatasını fark etmesinde etken olamamıştır. Bunun yanı sıra D2-D grubu öğrencilerinin değerlendirmede bulunmayarak problem çözümünü sonlandırmış olmaları dikkat çekicidir.

4.1.2. Duyuşsal Faktörler Altında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2 ortamlarında gerçekleştirilen problem çözme etkinliklerinde yaşanan sosyal etkileşim sürecinin duyuşsal faktörler altındaki yansımaları sonucu ortaya çıkan farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Bu amaçla ilk olarak, D1 ve D2'deki grup çalışmalarında ele alınan problemlerin problem çözme adımlarına uygun cevaplanması sürecinde, grup üyelerince ortaya konan söylemler duyuşsal faktörler altında sınıflandırılarak Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11. D1 ve D2 ortamlarındaki grupla problem çözme sürecinde duyuşsal faktörler altında belirlenen söylemlerden örnekler

PÇA	Anlama		Plan Yapma		Uygulama		Değerlendirme		
	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	
Söylemler									
GOE	<ul style="list-style-type: none"> - ... herkesin probleminden ne anladığını söylemesinin istiyorum. - ... problemi anladığımızdan hem fikir olamaya çalışalım. - ... artık yazıcılarımız sen oldun. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... biz neler yapacak olduklarımızı planlayalım. - ... herkesin bir dakikalık sürede düşünmesini istiyorum. - ... herkes kendi çözümünü önünde bulunan müsvetelere yapсын. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... hadi arkadaşlar neler düşündünüz, düşündüklerimizi yazmaya çalışalım. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... şimdi ne yapalım biliyor musunuz? Herkes kendi çözümünü önündeki müsvetelere yapсын. - ... yazma işini bitirdiyse sende biraz tartışmaya katıl. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... tamam siz onu çözmeye çalışırken ben farklı bir şey uyguluyorum. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... herkesin bir dakikalık süreyle düşünmesini istiyorum. 			
GÇTE	<ul style="list-style-type: none"> - " ... anlama aşamasını cümleye dökmek önemli arkadaşlar. ... problemin bu şekilde anlaşılmasında herkes hemfikir mi?" - " ... kendi ifadeleriyle kim anlatmak ister." 	<ul style="list-style-type: none"> - Hadi arkadaşlar, bu aşamada ne yapmamız gerekir?" - Herkesin kendisince düşünmesini istiyorum - " ... diğer aşamalara geçmeden önce soruyu güzelece anlamamız gerekir." 	<ul style="list-style-type: none"> - ... aynı kararda mısın?" - ... parçaları fonksiyon kullanacağız burada tamam mı? Bir ... x xi 2x mi? Bir karar vereyim. 	<ul style="list-style-type: none"> - Bu hazırlık aşamasında yaptığımız işlem bizi TDA ve TCB'yi bulmaya götürür mü? Doğru mu gidiyoruz onu anlamaya çalışıyorum?" - ... gerekli dikmeleri gösterelim bence soruda işimize yarayacak. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... 56'yi nasıl bulduğumuzu açıklayalım. - bence şu, biz harflendirdik ya o harflendirmede devam edelim belki bir şeyler daha çıkabilir oradan. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... şimdide sağlamlasını yapalım değerlendirme kısmına. - ... sağlamlasını yapalım bence arkadaşlar doğru çıkıyor mu. 	<ul style="list-style-type: none"> - ... tamam x=14 için sağlamlasını yapalım. - ... düşünmemiz lazım nasıl emin olabiliriz?" 		

Tablo 11'in devamı

<p>- ... neyin sorulduğunu tam olarak anlayamadım.</p> <p>- ... problemden ne anladığımı problemi anlama kısmında belirtebilsek</p> <p>- ...ayy ne biçim soru bu ya</p>	<p>- ... sen problemi anladin mı? Ben bir şey anlamadım da.</p> <p>- "...kaç tane arabaya sattığı verilmemiş ki bize, nasıl bir problem bu</p> <p>- "...açıkçası burada fonksiyon oluşturulabilecek durum görmedim.</p> <p>- "...b ile a şikkını karşıtlık gibi.</p> <p>- "...başka şuan aklınıza bir şey geliyor mu, bence atladık gibi.</p> <p>- "...y değişkeni giriyor için içine karıştırıyoruz bana kalırsa.</p>	<p>- ...ayy, problemi bir daha okuyalım bence</p> <p>- formüllerini doğru mu oluşturduk sizce, bana yanlış yaptık gibi geliyor</p> <p>- ...farkında mısınız arkadaşlar 15 dakika geçti daha hala soruyu çözemedik</p> <p>- ...kaç araba sattığını bilmiyoruz ki neyi hesaplayalım.</p>	<p>- Yanlış yaptık sanki.</p> <p>- Bence biz problemi yanlış anladık, o nedenle yanlış kurduk denklemini.</p> <p>- Bakın burada satış sorumusunun ikinci durumunda alması gereken maaşıyla ilgili denkleme eksiklik var.</p>	<p>- ...ama böyle yaparsak yanlış da olsa aynı sonuca dönerdik.</p> <p>- ...burası olmadı ya bence işlemlerimiz var.</p> <p>- ...fonksiyonu diyor, adamın kaç tane araba sattığını bilmiyorum ki.</p> <p>- ...yanlış mı yaptık ne?</p>	<p>- Off ya, bunun doğru olduğunu nasıl bulacağız</p> <p>- Hep de bu aşamaya geldikmişiz sorunu yaşıyoruz kadar.</p> <p>- ...fonksiyonu doğru oluşturduk eminiz, fonksiyonun sağlanması nasıl yapılabilir ki çok saçma olur.</p>	<p>- ...şimdi ben değerlendirmeyi düşünüyorum da orada ne yapacağız.</p> <p>- ...çok acemice geldik buraya kadar.</p> <p>- ...yanlış mı yaptık ne?</p>
<p>- ...tamam aynen dedüğünüz gibi yazalım hadi.</p> <p>- ...5 arabadan sonra diye başlayalım bence.</p> <p>- ...başlangıçtaki elma sayısına x diyerek başlayalım.</p> <p>- ...anladıklarımızı aktarmaya çalışalım arkadaşlar.</p>	<p>- Ortaya koyduklarımızı tekrardan toplamaya çalışalım.</p> <p>- arkadaşlar problemi bir daha bakalım yanlış çıkarsa diğerleri de yanlış çözeriz.</p> <p>- şimdi Cengiz'in aldığından kalanı tekrar inceleyelim isterseniz.</p> <p>- ...hazırlığımızı f(x) küçüktür 5 ile başlayalım.</p>	<p>- ...uygulamaya a şikkından başlayalım bence.</p> <p>- ...Şimdi yan yana iki tane yaptığın dikdörtgeni ikiye böl.</p> <p>- ...bunların 8x'e eşit olması gerekiyor.</p>	<p>- Yeni denklem oluşturulmuş.</p> <p>- ...tarla içerisinde istenen alanın nereleri olduğunu tekrardan söyler misiniz bana.</p> <p>- ...sonradan eklediğimiz çizgileri belirterek çözüme gitmeye çalışalım.</p>	<p>- ...Değerlendir me kısmında bulduğumuz sonucun sağlanmasını yapalım. X'i yerine koyduğumuzda sağlıyor mu?</p> <p>- ...sonucun doğru olup olmadığını bakmanızı istiyorum.</p>	<p>- ...14 elma olduğunu biliyoruz bunu arkadaşlar arasında dağıtarak başlayalım.</p> <p>- ...şimdi şu şeklin sağlanmasını yapalım.</p>	
<p>EGI</p>						

Tablo 11'in devamı

OKV	<p>- ...tamam herkes anladı problemi. - ... evet geçebiliyorsunuz hazırlık aşamasına. - ...herkes anladı mı problemi? Anlaşılmadan geçilmesin.</p>	<p>- ...dediğiniz gibi verilenleri ve istenenleri gruplandırabiliriz. - ...bende o şekilde anladım, 5 ve sonraki araba için geçerli b şikketi.</p>	<p>- ...bence de başlangıçtaki elma sayısına 8x diyelim. - ...bence de problem yok planımızdan, kalabilir bu şekilde sonuçta grubuz.</p>	<p>- ...şimdi planı anlamayan var mı? - ...ben en başta demiştim zaten denklem kuralım diye.</p>	<p>- ...evet aynen o şekilde uygulayalım. - ...tamam o zaman yazalım sonucu 1522,5TL diye. - ...tamam olabilir şekli yeniden çizelim bu aşamada da.</p>	<p>- ...katılıyorum bence çözümü doğru yaptık. - ...aynı fikirdeyim, şekiller üzerinden gidersek çözüm daha net olur.</p>	<p>- ...bu şekilde bulduğumuz sonucu sağlamış olduk. - ...bence çok ayrıntılı olarak tüm adımları tamamladık</p>	<p>- ...problemi tamamlamış olduk böylece. - ...arkadaşlar sonuç doru eminiz değil mi?</p>
BTE	<p>- ...bugün başarılı bir iş çıkarttık. - ...bravo, gayet güzel. - ...helal sana zamanında fark ettin.</p>	<p>- ...anladığımızı cümleye dökmek önemli. - ...arkadaşlar soruyu okudunuz mi, kim anlatmak ister.</p>	<p>- ... kafana takılan herhangi bir problem var mı? - ... ifade edilenlere sende katılıyor musun? - ...son olarak formülümüz budur. bir sorun görüyor musunuz? - ...şeklin açılmış halini tasvir edin ben çizebilirim.</p>	<p>- ...bu noktada hem fikir miyiz? - ...Bekir'in payına düşen elma hakkında fikriniz ne?</p>	<p>- ...yaptığımız işlemler baştan bir kontrol edelim. - ...doğru mu gidiyoruz sence varır mıyiz sonuca? - ...şimdi 56'nın nereden geldiğini açıklayalım.</p>	<p>- ...problemi iyi çözüp iyi yorumlamamız lazım. - ...sonradan ekledik diye gösterirsek daha iyi olur.</p>	<p>- ...öncelikle denemeler koyup sağlama yapmamız lazım. - ...değerlendirme amacıyla herkesin bir dakikalık düşünmesini istiyorum. - ...düşünelim biraz nasıl emin olabiliriz.</p>	<p>- ...arkadaşlar son olarak sağlamlasını yapmamız gerek. - ...başka fikri olanda söyleyebilir.</p>

GOE: Grubu Organize Etme, GÇTE: Grup Çalışmasına Teşvik Etme, K: Kaygılanma, EGI: Eyleme Geçilmesini İsteme, OKV: Ortak Karar Verme, BTE: Birbirini Teşvik Etme

Tablo 11’de, D1 ve D2’deki grupla problem çözme oturumları esnasında yöneltilen problemlerde, grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşim sonucu ortaya çıkan söylemler duyuşsal faktörler altında sunulmuştur. D1 ve D2’de gruplara yöneltilen problemlere verilen cevaplarda duyuşsal faktörler altında daha çok, kaygılanma (K), grup çalışmasına teşvik etme (GÇTE) ve eyleme geçilmesini isteme (EGİ) yönündeki söylemlerin ön plana çıktığı tespit edilmiştir. Bu söylemlerin, ele alınan problem çözme adımlarının tümünde en sık yaşanan söylem olarak tespit edilmesi dikkat çekicidir. Buna göre, söz konusu söylemlerde yaşanan yoğunluk, grup üyelerinin ortak hareket etme bilinci kazandıklarını göstermekte olup, grup çalışmalarına birbirlerini dahil etmedeki gayreti ortaya koymaktadır. Söz konusu söylemlerin, problem çözme adımlarına uygun verilen cevaplarda ortaya çıkma süreci detaylı olarak aşağıdaki paragraflarda incelenmiştir.

D1 ve D2’de duyuşsal faktörler altında yaşanan K, GÇTE ve EGİ söylemlerinde yaşanan yoğunlaşmalar problem çözme adımlarına göre incelenmiştir. Bu söylemlerdeki yoğunlaşmanın, problem çözümlerinin temelini oluşturan problemi anlama adımında yaşanmış olması dikkat çekicidir. Bu adımda, problemde ne anlatılmak istendiğini ve cevap bulunması gereken soruların ne olduğunu ortaya koyma gerekliliği, öğrencilerin kaygılanmasına sebebiyet veren durumlar olarak tespit edilmiştir. Örneğin, problem durumlarında ne anlatılmak istendiğini ortaya koyma adına D1’deki öğrenciler arasında ortaya çıkan;

“...ayy, ne biçim soru bu ya.”

“... neyin sorulduğunu tam olarak anlayamadım.”,

“... problemi çözmesi basit de problemden ne anladığımızı belirtebilsek”

şeklindeki söylemler, problem durumunu anlama adına öğrencilerin yaşadığı kaygıyı ortaya koymaktadır. Benzer durumu D2’deki grup çalışmalarında da görmek mümkündür. Bu duruma örnek olarak öğrenciler arasında yaşanan;

“...sen problemi anladın mı?”

“...kaç tane araba sattığı verilmemiş ki bize, nasıl bir problem bu?”

şeklindeki söylemler verilebilir. Problemi anlama adına her iki grupta gerçekleştirilen çözüm sürecinde söz konusu söylemlerin meydana gelme sıklığı karşılaştırıldığında, D2’ye nazaran D1 ortamında daha sık yer verilmiş olması dikkat çekicidir.

Problemi anlama adımında yaşanan kaygı durumuna bağlı olarak, D1 ve D2’deki grup çalışmalarında öğrencilerin birbirini teşvik edici söylemde buldukları tespit edilmiştir. Bu bağlamda, kaygı niteliği taşıyan söylemlerin ardından grup üyelerinin GÇTE ve EGİ yönündeki söylemlere başvurdukları görülmüştür. Problemi anlamada yaşanan

kaygı durumuna bağlı olarak, GÇTE adına yapılan söylemlere D1'deki grup çalışmalarında daha sık karşılaşılmıştır. D1'deki gruplarda yer alan öğrencilerin;

“... *anlama aşamasını cümleye dökmek önemli arkadaşlar.*”
 “... *problemin bu şekilde anlaşılmasında herkes hemfikir mi?*”
 “... *problemin anlaşılmasında farklı görüşleriniz varsa bildirin lütfen.*”

Ortaya çıkan bu söylemlerin daha çok, problemi anlama adına grup üyelerini cesaret verme ve onları teşvik eden davranışlar şeklinde olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra D1-D-2 öğrencisinin D1-D-3'e “... *kafana takılan herhangi bir problem var mı?*” benzer şekilde D1-B-1'in D1-B-2'ye “... *ifade edilenlere sende katılıyor musun?*” şeklindeki sorular, D1'deki öğrencilerin problemdeki anlaşılmayan kısımlarla ilgili birbirlerini uzlaştırma adına gösterdikleri gayreti ortaya koymaktadır.

Problemi anlama adımı GÇTE adına yaşanan benzer durumları D2'de de görmek mümkündür. GÇTE adına D2'deki grup çalışmalarında yaşanan söylemlerin ortaya çıkma süreci incelendiğinde, problemi anlama adına birbirlerini teşvik edici söylemlere başvurdukları göze çarpmaktadır. Bu gruptaki öğrenciler arasında yaşanan;

“... *hadi arkadaşlar, bu aşamada ne yapmamız gerekir?*”
 “... *herkesin kendince düşünmesini istiyorum?*”
 “... *diğer aşamalara geçmeden önce soruyu güzelce anlamamız gerekir*”
 “... *biriniz bana problemde ne istenildiğini anlatabilir mi?*”

şeklindeki söylemler bu durumu ortaya koymaktadır. D1 ve D2'de uygulanan problemlere ait plan yapma adımı yaşanan K, GÇTE ve EGİ söylemlerinin ortaya çıkma süreçleri incelenmiştir. Bu adımı, çözümde bulunmadan önce gerçekleştirilecek kritik aşamalardan biri olarak nitelendiren öğrenciler, bu adımda hazırlanacak planın çözüme doğrudan etkileyeceği kanısını taşıdıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu durum karşısında etkili bir plan ortaya konulması gerekliliği, öğrenciler arasında birtakım kaygılanmaların yaşanmasına sebebiyet verdiği belirlenmiştir. Plan yapma sürecinde, kaygılanma adına ortaya çıkan söylemlerin meydana gelme durumları karşılaştırıldığında, D2'e nazaran D1'de daha yoğun yaşandığı tespit edilmiştir. Plan yapma adına D1'de meydana gelen söylemlerden bazıları incelendiğinde;

“...*ikinci formüle yönelik oluşturulan denklemi anlayamadım*”
 “... *Cengiz'e düşen elma sayısını doğru hesapladığınızdan emin misiniz? Çünkü bir daha başa dönmesi zor olacak.*”
 “... *bence 5 ve fazla arabanın satılması durumunda oluşturduğumuz denklem bu şekilde olmayacak.*”

şeklinde oldukları görülmektedir. D1’de ortaya çıkan kaygı durumlarının yapısal özellikleri incelendiğinde, öğrencilerin plan yapmaya yönelik kaygılarını belirtmelerinin yanı sıra diğer grup elemanlarını teşvik edici nitelik taşıdığı anlaşılmaktadır.

D1’deki gruplarda kaygılanma adına meydana gelen söylemlerin teşvik edici özellik taşımasının yanı sıra çevrimiçi ortamın yapısal özelliklerinden kaynaklanan kaygılanmaların yoğunlukta olduğu dikkat çekicidir. Öğrenciler arasında meydana gelen bu söylemler incelendiğinde,

“... ne dediğini net olarak duyamıyorum”
“... arkadaşlar yazdıklarını görebiliyor musunuz?”
“... aslına bakarsanız şekli çizme yoluyla daha iyi plan oluşturabilirdik ama burada nasıl çizeceğiz ki?”
“... denklem baya uzun oldu, diğer ifadeleri bu alana sığdıramayacağız sanki, biraz kısa tutalım”
“... yazma işi kolay değil biliyorsunuz acele ettirmeyin.”

şeklinde örnekler verilebilir. Bu durum göz önüne alındığında, plan yapma adına gerçekleşen çözümler esnasında yaşanan kaygılanmaların D2 ortamındaki gruplarda daha sık meydana geldiğini söylemek doğru olacaktır.

Plan yapma adına yararlanacakları stratejinin ne şekilde olması gerektiğini tartışan D2’deki öğrenciler;

“... planı bu şekilde hazırladık ama soruyu nasıl çözeriz düşünemiyorum”
“... bir saniye arkadaşlar denklemi yanlış kurduk sanırım, bakın sürekli olarak kalan elmaların yarısından bir fazlası alınması gerekiyordu.”
“... önemli olan bu elmaları neye göre bölüştüreceğimiz, onun için problemi bir daha okuyalım”
“...aslında biz küpü yanlış açtık fark ettiniz mi? Bakın soruya, örümcek ve yemin bulunduğu noktalar farklı yerlerde”

şeklinde plan hazırlama sürecinde yaşadıkları kaygıları arkadaşlarıyla paylaştıkları görülmüştür. D2’deki öğrencilerce kaygı belirten söylemlerin yapısal özellikleri incelendiğinde, problemin yeniden gözden geçirilmesi yönünde arkadaşlarının dikkatini çekmeye çalıştıkları söylenebilir. Buna göre, D2’de plan yapmaya yönelik söylemlerin birçoğunun çıkış noktasının, problem durumlarının tam olarak anlaşılmasına bağlı meydana geldiği söylenebilir.

Plan yapma adına yaşanan kaygı durumuna bağlı olarak, D2’deki öğrencilerin kendilerini çözüme götürecek doğru planı ortaya koyabilme adına, eyleme geçmeye yönelik söylemlerde yoğunluk göstermeleri dikkat çekicidir. Bu noktada D2’deki öğrenciler arasında EGİ amaçlı ortaya çıkan söylemlerden bazılarının;

"...en azından hatamızın nerede olduğunu görmek için ortaya koyduklarımızı tekrardan toplamaya çalışalım."

"...arkadaşlar planımız yanlış olursa sonraki aşamaları da etkileyecektir, onun için problemi tekrar anlamaya çalışalım."

"...şimdi Cengiz'in aldığından kalanı tekrar inceleyelim isterseniz."

"...küp şeklindeki odanın önce yan yüzeylerini açarak şekli yeniden çizmeye çalışalım."

şeklinde olduğu tespit edilmiştir. Doğru planı ortaya koyma adına D2'deki grup üyeleri arasında ortaya çıkan bu söylemlerin, problemi tekrardan anlamaya çalışma veya plan amaçlı gerçekleştirilen işlemleri tekrar gözden geçirmeye yönelik olduğu anlaşılmaktadır.

D1 ve D2'deki grupla problem çözme oturumlarında, uygulama adımında gerçekleşen çözümler esnasında grup üyeleri arasındaki sosyal etkileşim neticesinde, duyuşsal faktörler altında K, GÇTE ve EGİ söylemlerinde yoğunlaşmanın yaşandığı tespit edilmiştir. Uygulama adımında gerçekleştirilen çözümlerde bazı grupların doğru sonuca ulaştıkları gözlenirken, çözümü sonlandırmakta güçlük çeken veya doğru çözümde bulduklarından emin olmayan gruplar tespit edilmiştir. Bu bağlamda, gerçekleştirilen işlemler neticesinde herhangi bir sonuç elde edemeyen öğrencilerin, hatalarının nerede olduğuna dair çözüm arayışı içerisinde oldukları gözlenmiştir. Yaşanan bu durum, öğrencileri çözümlerini yeniden kontrol etmeye sevk ettiği gibi herhangi bir gereke gösteremeyen öğrencilerin kaygı yaşamalarına sebebiyet verdiği ortaya çıkarılmıştır.

D1 ve D2'deki problem çözme oturumlarında uygulama adımına yönelik yaşanan bu durum kıyaslandığında, kaygılanma adına ortaya çıkan söylemlerin D2'de daha yoğun yaşandığı tespit edilmiştir. Uygulama adımında elde ettiği çözümün hatalı olduğunu fark eden D2'deki öğrencilerin;

"...formülleri doğru mu yaptık ya. Yanlış yaptık sanki, bir önceki adımda oluşturduğumuz denklemi kontrol edelim."

"... valla ben sorunun nerede olduğunu göremedim, çünkü gidişatımız doğru. Bence biz problemi yanlış anladık, o nedenle yanlış kurduk denklemi."

"Bakın satış sorumlusunun ikinci durumda alması gereken maaşıyla ilgili denklemde eksiklik var. 5 ve sonrası araba için dikkat edin, tekrar düzenlememiz gerek o kısmı."

"...10.5, 24.5 gibi buçuklu ifadeler çıkmaması gerekir. Buçuklu elma olur mu?"

şeklinde söylemlerde bulunmaları kaygı hali içerisinde olduklarını göstermektedir. Ortaya konulan bu söylemlerin yapısal özellikleri incelendiğinde, plan yapma adımında hatalı oluşturdukları stratejiye bağlı olarak hatalı çözümde bulunmalarından kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Bu durum karşısında öğrencilerin yapmaları gereken ilk iş olarak, oluşturdukları çözüm amacıyla kullandıkları stratejiyi yeniden kontrol etmeleri gerektiği konusunda birbirlerini uyardıkları belirlenmiştir.

Uygulama adımımda oluşan hatalı çözümü düzeltme çabası içine girdiği görülen D2 grubu öğrencileri, yapılmasını planladıkları eyleme yönelik birbirlerini teşvik etmeye çalıştıkları görülmüştür. Nitekim, D2'deki grup çalışmaları esnasında üyelerin eyleme geçmeye yönelik yoğun çaba göstermeleri bu durumu açıkça ortaya koymaktadır. EGİ adına D2'deki öğrencilerce ortaya konan söylemler bazıları incelendiğinde;

"...o zaman b seçeneğindeki satış sorumlusunun alacağı maaşı ifade eden denklemi yeni baştan oluşturalım."
"... tarla içerisinde istenen alanın nereleri olduğunu tekrardan söyler misiniz bana."
"...şekil üzerinde sonradan eklediğimiz çizgileri belirterek çözüme gitmeye çalışalım."
"...oluşturduğumuz denklemde bir hata göremedik o zaman problemi yeniden anlamaya çalışmayı deneyelim, sanırım yanlış yorumluyoruz."

şeklinde. D2'deki öğrencilerce ortaya konan bu söylemler, uygulama adımımda gerçekleştirilecek çözümde nelerin yapılabileceğine yönelik, öneri sunma yoluyla birbirlerini teşvik etme çabası içerisinde olduklarını göstermektedir.

D1 ve D2'deki grupların değerlendirme adımımda gerçekleştirdiği çözüm sürecinde meydana gelen söylemlerdeki farklılaşmalar incelendiğinde, duyuşsal faktörler altındaki tüm söylemlere D2'ye nazaran D1'deki gruplarda daha sık karşılaşıldığı tespit edilmiş olup, bunlar arasında K, GÇTE ve EGİ şeklindeki söylemlerin ön plana çıktığı belirlenmiştir. Bu anlamda düşünüldüğünde, uygulama aşamasında gerçekleştirilen çözümün doğruluğunu ortaya koyma adına D1'deki öğrencilerce daha yoğun çaba gösterildiğini söylenebilir. D1'de K adına ortaya konan söylemlerden bazıları;

"...fonksiyonu doğru oluşturduk eminiz aslında, fonksiyonun sağlanması nasıl yapılabilir ki çok saçma olur."
"...formülü kendimiz oluşturduğumuz için, bu probleme uygun sağlama pek olmaz gibi."
"...valla dondum kaldım. Nasıl bir değerlendirmede bulunabiliriz ki bu soruda?"

şeklinde belirtilmiştir. Değerlendirme adına kaygılanmaya neden olan bu söylemlerin yapısal özellikleri incelendiğinde, çözüme yönelik ne tür bir değerlendirme ortaya koymaları gerektiğini karar verememiş oldukları söylenebilir. Yaşanan bu durum karşısında bazı öğrencilerin;

"... tıkkandık gene, halbuki ne güzel gidiyorduk."
"...dikkat ederseniz hep bu değerlendirme adımımda problem yaşıyoruz."

şeklinde söylemde bulunmaları, değerlendirme aşamasının tamamlanması sürecinde strateji belirleyememe bağlamında yaşanan kaygıları ortaya koymaktadır.

Öte yandan, değerlendirme adımımda yaşanan kaygılanmaların nedenlerinden birinin, tercih edilen stratejilerin yanlış kullanımına bağlı olarak ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu noktada D1'de bazı öğrencilerin, uygulama adımımda gerçekleştirilen

işlemlerin gerekçelerini açıklayarak değerlendirmede bulunmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu duruma örnek olarak D1-A-1:

“...biz burada sonuçtan nasıl emin olabilirim değil de sonuca nasıl ulaştığımızı anlattık sanki. Bence burada soruyu nasıl yaptığımızı anlatıyoruz, sorunun doğru olduğunu ispatlamıyoruz ki.”

söyleminde bulunarak yapmış oldukları çözümün doğru olmadığına dair kaygısını ifade etmiştir. Bir başka D1-A grubu öğrencisi D1-A-2 ise “... keşke yaptığınızı açıklayın diye bir bölüm olsaydı” şeklinde kaygısını ifade ettiği tespit edilmiştir. Yaşanan bu durum, değerlendirme aşamasının tamamlanması sürecinde strateji belirleyememe bağlamında yaşanan kaygıları göstermektedir

Uygulama adımında gerçekleştirilen çözümlerin değerlendirmesi esnasında hatalı olduklarının ortaya çıkarılması, öğrencilerin değerlendirme adımında yaşadıkları kaygı nedenlerinden biri olarak tespit edilmiştir. Daha çok D2'deki gruplarda yaşanan bu durum karşısında öğrencilerin;

“... kafam karıştı off ya.”
“... biz bir yerlerde yanlış yapmadık değil mi?”
“...yaptığımızın doğru olup olmadığından emin değilim.”

şeklinde kaygılarını paylaştıkları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra, değerlendirme adımında hatalarını fark eden öğrenciler arasında D2-C-2:

“... soru kolay da biz zoruz.”

D2-C-3:

“...evet biz biraz karıştırdık kafamızı, bir kere var ya sakın kafayla okusaydık daha faydalı olurdu emin olun.”

şeklinde belirttiği söylemler, öğrencilerin kendilerince öz eleştiride bulunup hatanın kaynağını kendilerinde aradıklarını ortaya koymaktadır.

Gruplardaki değerlendirme adına yaşanan kaygılanma sürecinin ortaya çıkma nedenlerinden bir diğeri ise, hatalı çözümde bulunulduğu tespiti sonrası çözüm adımlarını tekrardan kontrol etme gerekliliğinden kaynaklanmış olmasıdır. D2-D-1 öğrencisinin “Sepetteki Elmalar” problemine ait çözüm sürecini değerlendirmesinde, doğru çözümde bulunmadığını fark etmesi sonrası“... o kadar işlemler boşa gitti, bu resmen baştan başlamak demek” şeklindeki söylemi, çözümü baştan bir kez daha yapması gerektiğinden kaynaklı kaygıyı ortaya koymaktadır.

D1 ve D2'deki grupla problem çözme oturumlarında her ne kadar K, GÇTE ve EGİ söylemlerinde yoğunluk yaşanmış olsa da, GOE, OKV ve BTE söylemlerinin de D1 lehine daha fazla yaşandığı ortaya çıkarılmıştır. Bu söylemelere D2 ortamında çok sık yer verilmediğinin belirlenmiş olması dikkat çekici bir durumdur. Örneğin;

"... sen kararlaştırdıklarımızı yazma işlemine başla istersen, biz neler yapacak olduklarımızı planlayalım."

"... herkesin bir dakikalık sürede düşünmesini istiyorum."

"... isterseniz şöyle bir şey yapabiliriz, herkes kendi çözümünü önünde bulunan müsvetelere yapsın ardından tartışalım."

şeklindeki söylemler, D1'deki grup çalışmalarında grubu organize etme adına üyeler arasındaki dayanışmayı ortaya koymaktadır. Bu durum karşısında D1'de meydana gelen;

"...bugün başarılı bir iş çıkarttık arkadaşlar"

"... bravo, gayet güzel"

"... helal sana zamanında fark ettin"

şeklindeki söylemler, grup üyelerinin birbirini karşı takdir edici davranış sergilediklerini göstermektedir. OKV davranışlarının ortaya çıkması daha çok problem çözme adımlarını tamamlama sonrasında görülmesi dikkat çekicidir. Bu duruma örnek olarak;

"... bence ayrıntılı olarak tüm adımları tamamladık"

"... benim açımdan sıkıntı yok bu şekilde kalabilir arkadaşlar, sonuçta hepimizin onayladığı bir durum."

"... evet geçebiliriz hazırlık aşamasına"

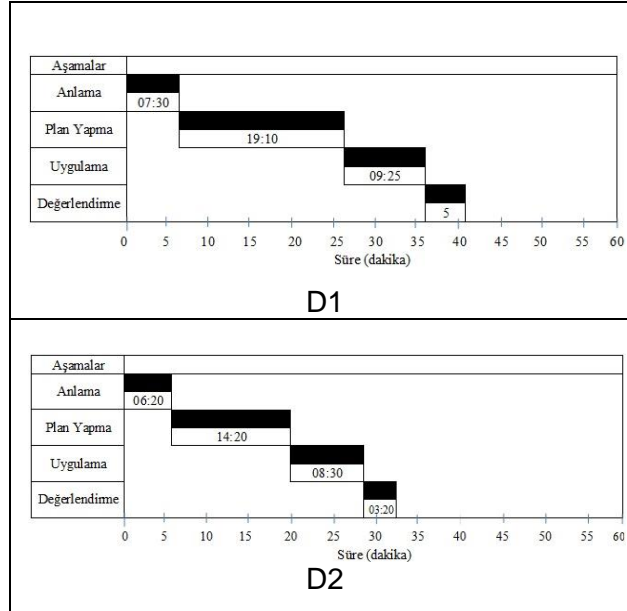
şeklindeki söylemler verilebilir. D1'de gerçekleştirilen problem çözme oturumlarında grup üyeleri arasında yaşanan bu söylemler karşısında, öğrencilerin grupça organize oldukları, problem çözümlerini tamamlama adına gösterdikleri çabaya karşın birbirlerini takdir edici davranış sergiledikleri, kendilerini çalışmalara karşı daha fazla teşvik ettikleri söylenebilir.

4.1.3. Problem Çözümlerine Ayrılan Sürelerde Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'deki grupla problem çözme oturumlarında uygulanan problem çözme etkinliklerinde yapılan gözlemlerde, grupların PÇA'yı tamamlama süreleri ayrı ayrı tespit edilmiştir. Bu noktadan hareketle, tespit edilen sürelerin ortalama değerleri belirlenerek, D1 ve D2'de uygulanan problemlere ait PÇA'nın tamamlanması adına harcanan süreler ortaya çıkarılmıştır.

D1 ve D2'de uygulanan birinci problem kapsamında "Sepetteki Elmalar" problemine ait PÇA'nın tamamlanması adına harcanan süreler belirlenmiş olup, bu adımların

cevaplanması sürecinde geçen ortalama süreleri karşılaştırmak amacıyla oluşturulan çizgi-zaman grafikleri Şekil 154'de verilmiştir.

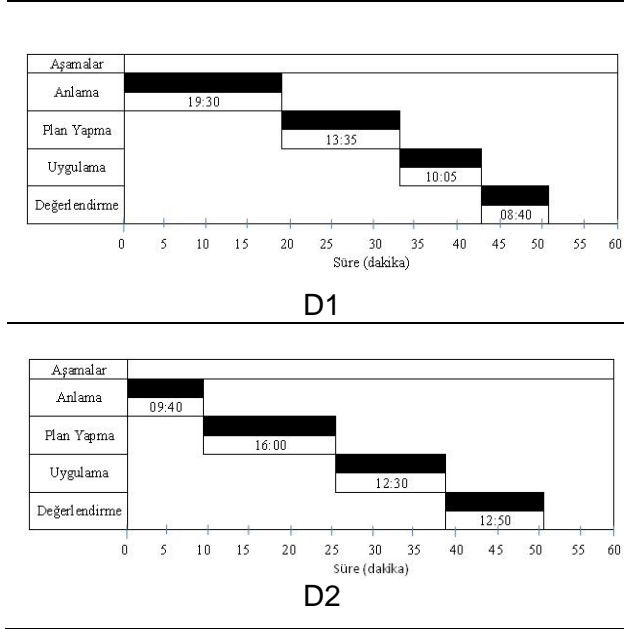


Şekil 154. D1 ve D2'deki grupların birinci problemdeki PÇA'larda harcadıkları ortalama süreler

Şekil 154'de, D1 ve D2'de yer alan grupların birinci probleme ait PÇA'ları tamamlama adına harcadıkları ortalama süreleri gösteren çizgi-zaman grafiği yer almaktadır. D1'deki grupların kendilerine ayrılan sürenin büyük bir kısmını çözüme yönelik plan hazırlama amacıyla geçirdiği görülmektedir. Bu durumun nedeninin, D1-B ve D1-D gruplarında uygulama adımında elde edilen sonucun değerlendirme adımında doğrulanamaması neticesinde, hatalı planı düzeltme adına plan hazırlama sürecine tekrardan başlanması neticesinde kaynaklanmaktadır. Çözüm adına doğru plan hazırlama gayreti içerisinde olan grup üyeleri, giderek azalan zaman dilimi içerisinde diğer adımlara ait çözümleri gerçekleştirmiş olup birinci probleme ait çözümü ortalama 41:05 dakikada tamamlamışlardır.

D2'deki grupların birinci problemi tamamlama süresini gösteren çizgi-zaman grafiği incelendiğinde, en fazla zamanın plan hazırlamada en az zaman ise değerlendirme adına harcadığı görülmektedir. Aşamalar esnasında harcanan süreler bakıldığında, D1'de olduğu gibi benzer durum D2'de de yaşandığı gözlenerek, plan hazırlama aşamasında geçirilen zaman, D2-E grubunun oluşturmuş olduğu hatalı planı düzenlemeden kaynaklandığı tespit edilmiştir. D2 gruplarınca ikinci probleme ait çözümün ortalama 32:30 dakikada tamamlandığı belirlenmiştir.

D1 ve D2’de uygulanan ikinci problem kapsamında “Oto Galeri” problemine ait PÇA’nın tamamlanması adına harcanan süreler belirlenmiş olup, bu adımların cevaplanması sürecinde geçen ortalama süreleri karşılaştırmak amacıyla oluşturulan çizgi-zaman grafikleri Şekil 155’de verilmiştir.



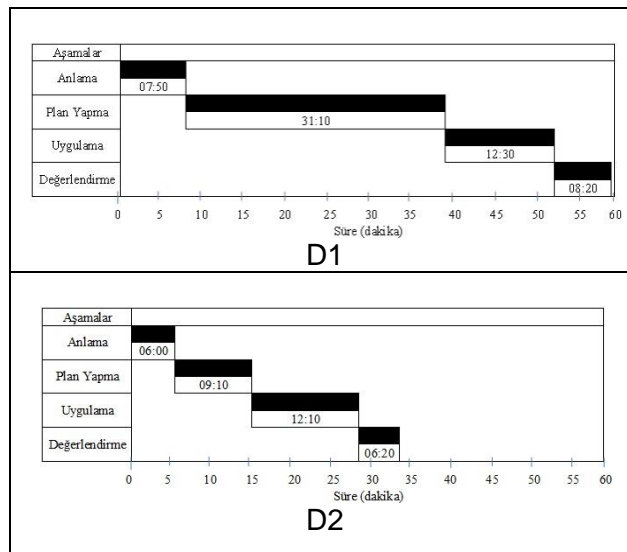
Şekil 155. D1 ve D2’deki grupların ikinci problemdeki PÇA’larda harcadıkları ortalama süreler

Şekil 155’de, D1 ve D2’de yer alan grupların ikinci probleme ait PÇA’ları tamamlama adına harcadıkları ortalama süreleri gösteren çizgi-zaman grafiği yer almaktadır. D1’deki grupların, kendilerine ayrılan sürenin çoğunluğunu problemi okuma ve anlama amacıyla zaman geçirdikleri görülmektedir. Bu durum, D1’deki öğrencilerin problemin anlaşılması adına aralarında geçen tartışmalara bağlı olarak harcadıkları süreyi göstermektedir. Problemin doğru olarak anlaşılmasında gösterilen çabadan hareketle çözüme ait bir sonraki aşamalara geçen öğrencilerin, bu aşamalarda giderek azalan zaman dilimi içerisinde çözümlerini gerçekleştirdikleri göze çarpmaktadır. Bu aşamalar içerisinde en az zamanın değerlendirme aşamasında harcadığı ortaya çıkarılmış olup öğrencilerin birinci probleme ait çözümünü ortalama 51:50 dakikada tamamladığı tespit edilmiştir.

D2’deki grupların, ikinci problemdeki problem çözme aşamalarını tamamlama sürelerini gösteren Şekil 155’deki grafik incelendiğinde, en fazla zamanın plan hazırlama, en az zamanın ise problemi anlama adına harcadığı görülmektedir. Bu durum D2’de yer alan öğrencilerin problemin anlaşılmasından çok çözüm sürecine yönelik işlemlere daha fazla zaman ayırdıklarını göstermektedir. D2’de yer alan gruplardaki öğrencilerin ikinci

probleme ait çözümleri esnasında edinilen gözlem sonuçları da ortaya çıkan bu durumu doğrulamakta olup, problemi anlama adına fazla uğraş verilmediğini, daha çok yüzeysel ifadelerle anlama aşamasının tamamlanmaya çalışıldığı ortaya çıkarılmıştır. D2'deki öğrencilerin birinci probleme ait çözümü ortalama 51:00 dakikada tamamladığı belirlenmiştir.

D1 ve D2'de uygulanan üçüncü problem kapsamında "Tarla" problemine ait PÇA'nın tamamlanması adına harcanan süreler belirlenmiş olup, bu adımların cevaplanması sürecinde geçen ortalama süreleri karşılaştırmak amacıyla oluşturulan çizgi-zaman grafikleri Şekil 156'da verilmiştir.



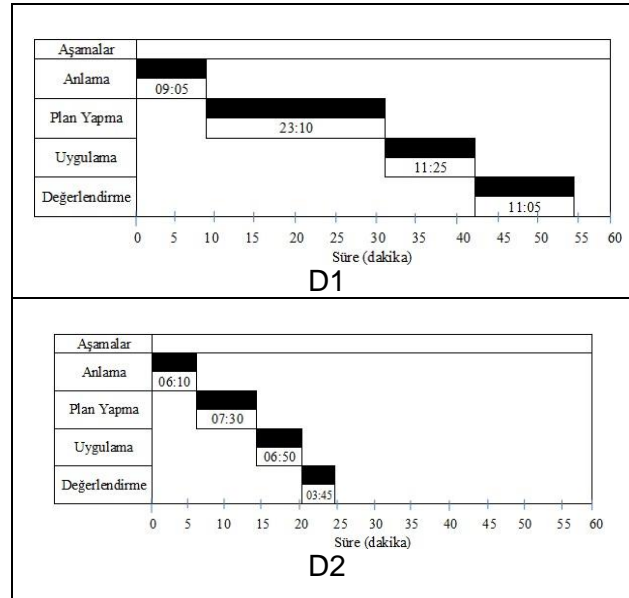
Şekil 156. D1 ve D2'deki grupların üçüncü problemdeki PÇA'larda harcadıkları ortalama süreler

Şekil 156'da, D1 ve D2'de yer alan grupların üçüncü problemi tamamlama adına harcadıkları ortalama süreleri gösteren çizgi-zaman grafiği yer almaktadır. D1'deki grupların, kendilerine ayrılan sürenin çoğunluğunu çözüme yönelik plan hazırlama en az zamanı ise problemi anlama adına harcadıkları belirlenmiştir. Nitekim, D1'de yer alan gruplarda üçüncü probleme ait çözümler esnasında yaşanan söylem analizinde en sık yoğunlaşmanın plan hazırlama aşamasında yaşanmış olması, çözüme yönelik yapılacak planı ortaya koyma adına daha fazla çaba sarf edildiğini göstermektedir. D1'deki grupların üçüncü probleme ait çözümü ortalama 59:50 dakikada tamamladıkları belirlenmiştir.

D2'deki grupların üçüncü problemin cevaplanması sürecinde en fazla zaman planı uygulama adımında harcadığı görülmektedir. Yapılan gözlemler esnasında bu durumun meydana gelmesinde daha çok, eksik ya da hatalı şekilde oluşturulan plan hazırlama sürecinin sonrası, mevcut planın düzeltilmeye yada uygulama adımında yeni bir plan

oluşturmaya çalışılmasından kaynaklanmaktadır. D2 gruplarındaki öğrenciler arasında yaşanan “...biz sanırım plan hazırlama kısmını eksik yaptık...” ve “... o zaman denklemi yeniden oluşturmaya çalışalım” şeklindeki söylemler, D2’de uygulama aşamasında harcanan zamanın nedenlerini ortaya koymaktadır. Bunun yanı sıra, D2’de problem çözme adımlarının tamamlanması en az zamanın problemi anlama adına ayrılması, sonraki adımlarda yaşanan olumsuzlukların en temel sebebi olduğu düşünülmektedir. D2’deki grupların üçüncü probleme ait çözümü ortalama 33:40 dakikada tamamladığı belirlenmiştir.

D1 ve D2’de uygulanan dördüncü problem kapsamında “Örümcek” problemine ait PÇA’nın tamamlanması adına harcanan süreler belirlenmiş olup, bu adımların cevaplanması sürecinde geçen ortalama süreleri karşılaştırmak amacıyla oluşturulan çizgi-zaman grafikleri Şekil 157’de verilmiştir.



Şekil 157. D1 ve D2’deki grupların dördüncü problemdeki PÇA’larda harcadıkları ortalama süreler

Şekil 157’de, D1 ve D2’de yer alan grupların dördüncü problemi tamamlama adına harcadıkları ortalama süreleri gösteren çizgi-zaman grafiği yer almaktadır. D1’deki öğrencilerin kendilerine ayrılan sürenin çoğunluğunu çözüme yönelik plan hazırlama amacıyla geçirdiği açıkça görülmektedir. Bu durum, D1’deki öğrencilerin, problemin anlaşılması sonrası çözüme yönelik oluşturulacak plan hazırlama sürecindeki çabalarına bağlı olarak geçen süreyi göstermektedir. Nitekim dördüncü problemde D1 grubuna ait söylem analizinde en fazla yoğunlaşmanın plan yapma sürecinde yaşanması bu durumu bir kere daha doğrulamaktadır. Bunun yanı sıra gruplardaki öğrencilerin uygulama

aşamasında harcadıkları sürenin hemen hemen aynısını değerlendirme aşaması için kullandıkları tespit edilmiştir. Bu durum karşısında, D1'deki öğrencilerin dördüncü probleme ait çözümü ortalama 54:45 dakikada tamamladıkları belirlenmiştir.

D2'de yer alan grupların dördüncü problemin çözümüne yönelik PÇA'larda harcadıkları süreler incelendiğinde, en fazla zaman plan hazırlama en az zaman ise değerlendirme adımı olarak belirlenmiştir. Bunu yanı sıra D2'de yer alan öğrencilerin, plan yapma adımında harcadıkları süre kadarını uygulama aşamasında da kullandıkları tespit edilmiştir. Bu süreç sonunda D2'deki öğrencilerin dördüncü probleme ait çözümü ortalama 24:15 dakikada tamamladığı belirlenmiştir

Problem çözme oturumlarında öğrencilerin problem çözme adımlarına uygun gerçekleştirdikleri çözümler esnasında harcadıkları toplam süreler karşılaştırıldığında, D1'de gerçekleştirilen problem çözme etkinlikleri D2'ye nazaran daha fazla sürede tamamlandığı belirlenmiştir. Bu durum, çevrimiçi ortamda gerçekleştirilen grupla problem çözme etkinliklerinin sınıf içi ortama nazaran daha fazla sürede tamamlandığını göstermektedir. Problem çözme adımlarının tamamlanma süresinin gruplara göre dağılım durumu incelendiğinde, her iki grupta en fazla sürenin plan yapma adımında yaşandığı görülürken, en az sürenin ise değerlendirme adımında yaşandığı tespit edilmiştir.

4.2. D1 ve D2'deki Öğrenciler Arasında Polya'nın Problem Çözme Adımlarını Atmadaki Farklılıkların Betimlenmesinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, D1 ve D2'de gerçekleştirilen grupla problem çözme oturumları sonrası uygulanan Açık Uçlu Problem Çözme Sınavında (AUPÇS) Polya'nın problem çözme adımlarını atmadaki farklılıklar başlıklar halinde aşağıda sunulmuştur. Bu amaçla, D1 (n=12) ve D2'deki (n=15) öğrencilerin AUPÇS'ye vermiş olduğu cevaplar Polya'nın problem çözme adımları doğrultusunda sınıflandırılarak, kullanılan stratejilere bağlı olarak yaşanan farklılıklar karşılaştırmalı şekilde nitel olarak analiz edilerek aşağıda sunulmuştur.

4.2.1. Problemi Anlama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerin çözümüne yönelik problemi anlama adımında gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Bu amaçla, problemi anlama amaçlı yapılan çözümlerde tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayıları sınıflandırılarak Tablo 12'de sunulmuştur.

Tablo 12. D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemleri anlamada kullanılan stratejilerin karşılaştırılması

Gruplar	D1				D2			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Stratejiler	Ö (6)	Ö (4)	Ö (3)	Ö (3)	Ö (4)	Ö (3)	V-İ (10)	Ö (3)
	V-İ (4)	V-İ (7)	V-İ (7)	V-İ (6)	V-İ (9)	V-İ (10)	Ş (2)	V-İ (7)
	B (2)	B (1)	Ş (1)	Ş (2)	B (2)	B (2)	B (3)	Ş (1)
			B (1)	B (1)				B (4)

Ö: Özetleme, V-İ: Verilenler-İstenenleri belirleme, Ş: Şekil çizme, B: Boş

Tablo 12 incelendiğinde, gruptaki öğrencilerin geneline yakınının birinci probleme ait anlama adımını tamamlamaya yönelik davranış sergiledikleri görülmektedir. Buna göre, AUPÇS'de yer alan birinci problemdeki anlama adımına yönelik verilen cevaplarda, her iki gruptaki öğrencilerin Ö ve V-İ stratejilerine başvurduğu belirlenirken, D1 ve D2'de 2 öğrencinin bu adımı boş bıraktığı tespit edilmiştir. İkinci probleme ait anlama adımında her iki gruptaki öğrencilerin Ö ve V-İ stratejisinden yararlandığı belirlenirken, D1'de 1 ve D2'de 2 öğrenci bu adımı boş bırakmıştır. Üçüncü probleme ait anlama adımında her iki gruptaki öğrencilerin Ö ve V-İ stratejilerinden yararlanmalarının yanı sıra D1'deki öğrencilerin Ş stratejisini tercih ettiği, D1'de 1 ve D2'de 3 öğrenci bu aşamayı tamamlamayı boş bırakmıştır. Son olarak dördüncü problemde her iki gruptaki öğrencilerin problemi anlamada Ö, V-İ ve Ş stratejilerinden yararlandıkları görülürken, D1'de 1 ve D2'de 4 öğrencinin bu adımı tamamlamayı boş bıraktığı belirlenmiştir. Problem durumlarında yaşanan bu duruma göre, özetleme ve verilen-istenenleri belirleme türündeki stratejilerin her iki gruptaki öğrencilerce daha fazla tercih edildiği tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra, her iki gruptan üçer öğrencinin problemi anlamada farklı olarak şekil oluşturma stratejisine başvurmuştur. Ayrıca, gruptaki öğrencilerden bazılarının anlama adımına yönelik eylemde bulunmadıkları tespit edilmiştir. Her iki gruptan AUPÇS'ye katılan öğrenci sayısı göz önüne alındığında, D2'de eylemde bulunmayan öğrenci sayısı D1'dekilerden daha fazla olduğu belirlenmiştir. D1 ve D2'deki grupta yer alan öğrencilerden bazılarının problemi anlama adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

D1 grubu öğrencilerinden D1-C-3, problemi anlama adımına yönelik ifadeleri Şekil 158'de verilmiştir.

Bir firma günde 100 ayakkabı üretiyor.
 Günlük 165 TL dükkanın sabit giderleridir.
 Günlük 2365 TL toplam harcamalarıdır.
 Firmanın üretimi ile ayakkabı maliyeti arasında doğrusal bir fonksiyon var.
 Günde 78 ayakkabı üretirse günde ne kadar harcama yapar?

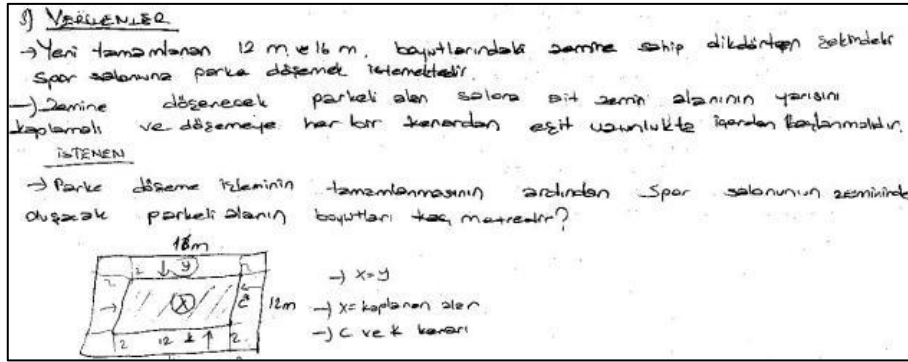
Şekil 158. D1-C-3'ün birinci problemde anlama adımında yaptıkları

D1-C-3, problemi anlama adımında verilen ve istenenleri ayrı ayrı sınıflamayıp bir bütün halinde özetlemeye çalıştığı görülmektedir. D1-C-3'ün kullanmış olduğu bu ifadeler, problemi anlama adına yeterli düzeyde girişimde bulunulduğunu göstermektedir. D2 grubu öğrencilerinden D2-B-3, problemi anlama adına verilenler ve istenenleri belirleme stratejisine başvurduğu belirlenirken, problemin çözümünde başvurulacak verilenleri ve bu doğrultuda istenen ifadeleri ayrı ayrı sınıflandırma yoluyla problemi anlamaya çalıştığı Şekil 159'da görülmektedir.

2. Verilenler
 Soruda bahsedilen alacak olan Ayşe Hanım, bu iş için teorik ve uygulamalı olacak kursa katılacaktır. A ve B kursları vardır ve bunların fiyatları aşağıdaki gibidir.
 "A" soruda kursu 56 TL'ye 72 saat teorik, 20 saat uygulamalı ders veriyen.
 "B" soruda kursu 575 TL'ye 60 saat teorik, 15 saat uygulamalı ders veriyen.
 İki kursunda uygulamalı dersin saat ücreti, teorik dersin saat ücretinin $\frac{3}{2}$ 'si kadardır.
 Ayşe Hanım teorik dersle ilgili toplam ücretin daha az olduğu kursu tercih edecektir.
İstenecekler
 Buna göre Ayşe Hanım'a en uygun kurs hangisidir?

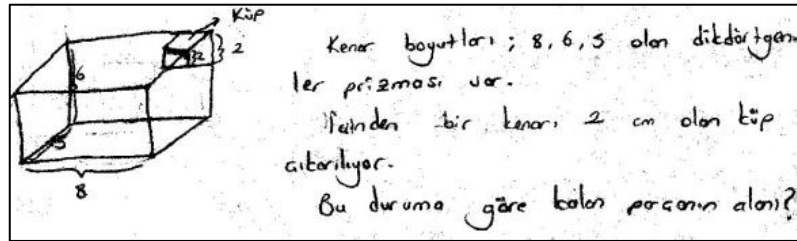
Şekil 159. D2-B-3'ün ikinci problemde anlama adımında yaptıkları

Problemi anlamada şekil oluşturma stratejisinden faydalanan bir başka D2 grubu öğrencisi D2-D-1, anlama adımında probleme ait verilen ve istenenleri kendi ifadesiyle açıklamasının yanı sıra bu açıklamalarına paralel şekil oluşturarak problemle ilgili anladıklarını Şekil 160'da gösterildiği gibi ifade etmeye çalışmıştır.



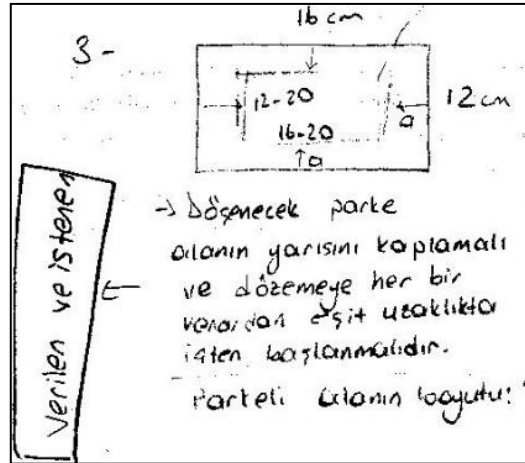
Şekil 160. D2-D-1'in üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Şekil çizme yoluyla problemi anlamaya çalışan D1 grubu öğrencilerinden D1-C-3'ün ifadeleri Şekil 161'de verilmiştir.



Şekil 161. D1-C-3'ün dördüncü problemde anlama adımında yaptıkları

Şekil 161'e göre D1-C-3, problem durumuna uygun dikdörtgenler prizması şeklinde çizmiş olduğu şekle bağlı olarak problemdeki verilen ve istenen ifadeleri özetleyerek problemi anladığını ortaya koymuştur. Benzer durum D2 grubu öğrencilerinden D2-A-2'de de görülmüş olup, problem durumunda ifade edilenlere uygun şekli oluşturulduğu belirlenirken, şekle uygun verilen ve istenen ifadelerin yazılı olarak açıklandığı Şekil 162'de verilmiştir.



Şekil 162. D2-A-2'nin üçüncü problemde anlama adımında yaptıkları

4.2.2. Plan Yapma Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerin çözümüne yönelik plan yapma adımında gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Bu amaçla, plan yapma amaçlı yapılan çözümlerde tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayıları sınıflandırılarak Tablo 13'de sunulmuştur.

Tablo 13. D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemlerde plan yapmada kullanılan stratejilerin karşılaştırılması

Gruplar	D1				D2			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Problemler	DK (4)	DK (6)	DK (3)	DK (1)	DK (6)	DK (5)	DK (4)	YİA (2)
Stratejiler	YİA (4)	Ş (1)	Ş (8)	Ş (8)	YİA (4)	YİA (5)	YİA (2)	Ş (3)
	B (4)	YİA (1)	B (1)	YİA (3)	T (1)	B (5)	Ş (2)	B (10)
		B (4)		B (-)	B (5)		B (7)	

DK: Denklem kurma, Ş: Şekil çizme, T: Tablo çizme, YİA: Yapılacak işlemleri açıklama, B: Boş

Tablo 13 incelendiğinde, AUPÇS'de yer alan birinci problemdeki plan hazırlama adımına yönelik verilen cevaplarda, her iki gruptaki öğrencilerin çoğunlukla DK ve YİA stratejilerine başvurduğu, D2'den ise bir öğrencinin T stratejisinden faydalandığı belirlenmiştir. Ayrıca D1'den 4 ve D2'den 5 öğrencinin birinci probleme ait plan hazırlama adımını boş bıraktığı tespit edilmiştir. İkinci probleme ait plan hazırlama adımında her iki gruptaki öğrencilerin DK ve YİA stratejisinden yararlandığı belirlenirken, D1'de farklı olarak bir öğrencinin şekil çizme yoluyla plan hazırladığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra, D1'de 4 ve D2'de 5 öğrencinin ikinci probleme ait plan yapma adımını boş bıraktığı ortaya çıkarılmıştır. Üçüncü problemde D1'den 3 ve D2'den 4 öğrencinin DK yoluyla plan hazırladığı ortaya çıkarılmıştır. Bununla birlikte D1'de 1, D2'de ise 7 öğrencinin üçüncü

probleme ait plan hazırlama adımını tamamlamadığı belirlenmiştir. Son olarak her iki gruptaki öğrencilerin dördüncü probleme yönelik plan hazırlamada Ş stratejisinden yararlandıkları görülürken, D1'deki öğrencilerin tamamının dördüncü probleme ait plan hazırlama aşamasını tamamladığı, D2'den 10 öğrencinin bu adıma yönelik eylemde bulunmamış olması dikkat çekicidir.

AUPÇS'deki problemlere yönelik plan hazırlama adımında, denklem kurma ve çözüme yönelik yapılacak işlemleri açıklama şeklindeki stratejilerin her iki gruptaki öğrencilerce tercih edildiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, şekil çizme stratejisinin çoğunlukla D1'deki öğrenciler tarafından tercih edildiği belirlenirken, tablo çizme yoluyla plan hazırlamanın sadece D2'deki öğrencilerce tercih edilmiş olması dikkat çekicidir. Buna göre, her iki gruptaki öğrencilerin AUPÇS'deki plan hazırlamaya yönelik başvurduğu strateji türü benzerlik gösterse de problem durumları açısından başvurulan stratejilerin farklılaştığı söylenebilir. Ayrıca, her iki gruptan AUPÇS'deki problemlerde plan hazırlama adımına yer vermeyen öğrenci sayısındaki fazlalık dikkat çekicidir. Özellikle bu durum D1'e kıyasla D2 grubu öğrencileri arasında yaşanmış olup, plan yapma adımını tamamlama yönünde eylemde bulunmadıkları ortaya çıkarılmıştır. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan öğrencilerden bazılarının plan hazırlama adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2'nin, iki kurstaki teorik ve uygulama ders saatlerini x ve x_2 şeklindeki değişkenlerle ifade ederek plan hazırlama adımına yönelik denklem oluşturma hazırlığı içerisinde olduğu belirlenmiştir. Yapmış olduğu işlemlerin ardından D1-C-2, problem durumundaki verilenler doğrultusunda oluşturduğu değişkenlerin birbirleri arasındaki oranları dikkate alarak A ve B kurslarına yönelik ödenecek ücreti temsil eden denklemleri ayrı ayrı oluşturma yoluyla çözüme yönelik hazırlamış olduğu plan Şekil 163'de görülmektedir.

A Kursu	B Kursu
561 H nin ne kadarı teorik ve ne kadarı uygulamaya gidiyor bulmak için, teorik ve uygulama fiyatının oranlarından yararlanacağı?	A kursu için yapılan işlem buraya yapılır
$561 = 72 \cdot 2x + 20 \cdot 3x$ (teorik) (uygulama)	$588 = 60 \cdot 2x_2 + 25 \cdot 3x_2$

Şekil 163. D1-C-2'nin ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

D2 grubu öğrencilerinden D2-A-1'in problemin çözümü için yapmış olduğu hazırlıklar Şekil 164'de verilmiştir.

2) teorik dersin saat ücretine x diyelim.
uygulanalı " " " " y "

A sürücü kursu $\rightarrow 561 = 72x + 20y$
B sürücü kursu $\rightarrow 535 = 60x + 25y$

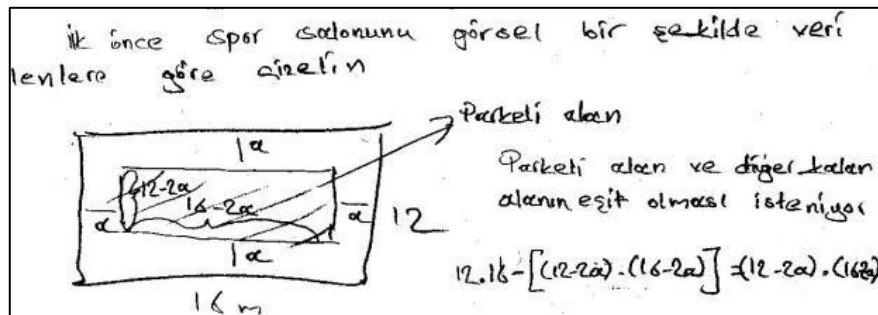
Uygulanalı dersin saat ücreti teorikten fazla. ($\frac{3}{2}$ 'si kadar) $\Rightarrow y = \frac{3}{2}x \Rightarrow 2y = 3x$

2 saatlik uygulanalı ders 3 saatlik teorik derse denktir. $(x = \frac{2y}{3})$

Şekil 164. D2-A-1'in ikinci problemde plan yapma adımında yaptıkları

D2-A-1, problemdeki A ve B kurslarındaki teorik ve uygulama ders saatlerini x ve y şeklindeki değişkenlerle nitelendirerek, plan hazırlama sürecine yönelik denklem oluşturma stratejisinden faydalanmaya çalıştığı ortaya çıkarılmıştır. Problem durumundaki teorik ve uygulama ders saatleri arasındaki orantıyı dikkate alan D2-A-1, A ve B sürücü kurslarına ödenmesi gereken ücretlere dair ayrı denklem oluşturma yoluna başvurduğu Şekil 164'de görülmüştür.

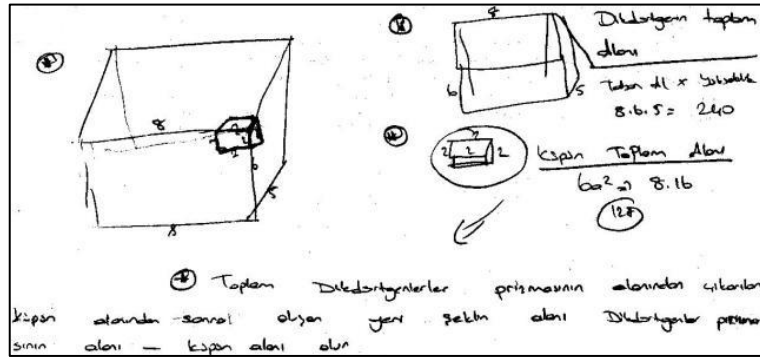
Plan hazırlamaya yönelik denklem oluşturma stratejisinden farklı olarak D1'deki öğrencilerin daha çok şekil çizme stratejisinden faydalandıkları belirlenmiştir. Bu duruma örnek olarak D1 grubu öğrencilerinden D1-B-3'ün plan hazırlama adımındaki ifadeleri Şekil 165'de verilmiştir.



Şekil 165. D1-B-3'ün üçüncü problemde plan yapma adımında yaptıkları

Spor salonunun tamamı ile içerisine dönecek parkeli alanı çizmiş olduğu şekilde gösteren D1-B-3, parkeli alanın kenar uzunluklarının spor salonunun kenarlarından a kadar mesafede içeriden başlaması gerektiğini ifade etmiştir. Bu yolla D1-B-3'ün, parkeli alanın dikdörtgen şeklindeki toplam alanın yarısını kaplaması gerektiğiyle ilgili denklem oluşturma stratejisine başvurarak hazırlık yapma girişiminde olduğu gözlenmiştir.

D2 grubu öğrencilerinden D2-C-3, gerek şekil çizme gerekse açıklama yapma yoluyla oluşturduğu plan hazırlama sürecinde, dikdörtgenler prizmasının alanından küp şeklindeki parçanın alanının çıkartılmasıyla oluşacak yeni şeklin alan değerini bulunabileceğini belirterek, hatalı bir hazırlık süreci içinde olduğu Şekil 166'da görülmektedir.



Şekil 166. D2-C-3'ün dördüncü problemde plan yapma adımı yaptıkları

D2 grubu öğrencilerinden D2-C-3, gerek şekil çizme gerekse açıklama yapma yoluyla oluşturduğu plan hazırlama sürecinde, dikdörtgenler prizmasının alanından küp şeklindeki parçanın alanının çıkartılmasıyla oluşacak yeni şeklin alan değerini bulunabileceğini belirterek, hatalı bir hazırlık süreci içinde olduğu Şekil 197'de görülmektedir. Denklem kurma ve şekil çizme stratejilerinden farklı olarak problem durumunda verilen ve istenen ifadeleri tablo çizme yoluyla belirten D2-D-1, tablodan hareketle çözüme nasıl ulaşacağını açıklama yapma yoluyla Şekil 167'de görüldüğü gibi belirtmiştir:

Hazırlık		
Açıklanan Miktar	Harcanan Para	Sabit Gider
100	2200	165
78	X	165

$2200 - 165 = 2035 \rightarrow$ Toplam giderden sabit gider çıkarılarak tutaruz.

Soruya tablo haline getirdiğim zaman çözüme ulaşmakta kolay olacaktır. Size verilenler ve bizzat istenenler tabloya gösterilmiştir. Buna göre soruyu çözerim.

Şekil 167. D2-D-1'in birinci problemde plan yapma adımı yaptıkları

4.2.3. Uygulama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerin çözümüne yönelik uygulama adımıyla gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar ortaya

konulmuştur. Bu amaçla, uygulama amaçlı yapılan çözümlerde tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayıları sınıflandırılarak Tablo 14'de sunulmuştur.

Tablo 14. D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemlerde uygulama adımıyla kullanılan stratejilerin karşılaştırılması

Gruplar	D1				D2			
Problemler	1	2	3	4	1	2	3	4
Stratejiler	DÇ (3) Aİ (8) B (1)	DÇ (10) B (2)	DÇ (6) Ş (2) Aİ (4) B (-)	Ş (2) Aİ (10) B (-)	DÇ (5) Aİ (7) B (3)	DÇ (8) Aİ (1) Ş (1) B (5)	DV (2) Aİ (6) DÇ (3) Ş (4) B (-)	Aİ (11) Ş (2) B (2)

DÇ: Denklem çözme, Aİ: Aritmetik işlemler, Ş: Şekil çizme, DV: Değer verme, B: Boş

Tablo 14 incelendiğinde, her iki gruptaki öğrencilerin AUPÇS'de yer alan birinci problemde uygulama adımıyla yönelik vermiş oldukları cevaplarda daha çok DÇ ve Aİ stratejilerine başvurduğu belirlenmiştir. Ayrıca D1'den 1 ve D2'den 3 öğrencinin birinci probleme ait uygulama adımıyla boş bıraktığı tespit edilmiştir. D1'deki öğrencilerin ikinci problemde uygulama adımıyla gerçekleştirdikleri cevapların tamamında DÇ stratejisine başvurduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde D2'deki öğrenciler arasında ikinci probleme ait uygulama adımıyla verilen cevaplarda DÇ stratejisinden yararlandığı belirlenirken, birer öğrencinin Aİ ve Ş stratejilerine başvurduğu ortaya çıkarılmıştır. Bunun yanı sıra, D1'de 2 ve D2'de 5 öğrencinin ikinci probleme ait uygulama adımıyla boş bıraktığı ortaya çıkarılmıştır. Üçüncü probleme yönelik uygulama adımıyla faydalanan stratejilerin çeşitlilik gösterdiği belirlenmiş olup gruptaki tüm öğrencilerin bu adımı tamamladığı tespit edilmiştir. Buna göre; Aİ, Ş ve DÇ stratejilerinin her iki grup öğrencilerince tercih edildiği belirlenmesinin yanı sıra D2'de farklı olarak DV stratejisine başvurulduğu ortaya çıkarılmıştır. Son olarak her iki gruptaki öğrencilerin dördüncü probleme yönelik uygulama adımıyla yararlandığı tespit edilirken, D1'deki öğrencilerin tamamının dördüncü probleme ait uygulama adımıyla tamamladığı, D2'den ise iki öğrencinin bu adımı boş bıraktığı belirlenmiştir.

AUPÇS'deki problemlere yönelik uygulama adımıyla, denklem çözme ve aritmetik işlemler yapma şeklindeki stratejilerin her iki gruptaki öğrencilerce tercih edildiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, problem çözümleri esnasında her iki grup öğrencilerince şekil çizme stratejisinden yararlandığı belirlenirken, değer verme yoluyla çözüm gerçekleştirmenin sadece D2'deki öğrencilerce tercih edilmiş olması dikkat çekicidir. Ayrıca, D1'deki öğrencilerin hemen hemen tüm problemlerde uygulama adımıyla yönelik çözümde bulunma gayreti içerisinde oldukları tespit edilmiş olup, D2'den bazı öğrencilerin

problemlere ait uygulama adımında çözümde bulunmadığı görülmüştür. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan öğrencilerden bazılarının uygulama adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

D2 grubu öğrencilerinden D2-B-3'ün uygulama aşamasında gerçekleştirdiği çözüm Şekil 168'de verilmiştir.

$$100x + 165 = 2365$$

$$100x = 2200$$

$$x = 22,2 \text{ bir ayakkabı için yapılan masraf}$$

$$78x + 165 = 1881$$

$$78 \cdot 22 + 165 = 1881$$

78 ayakkabı üretmesi durumunda günlük toplam masraf.

Şekil 168. D2-B-3'ün birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D2-B-3, plan yapma aşamasında oluşturduğu doğrusal fonksiyondan hareketle 100 ayakkabının üretimi amacıyla gerekli bir ayakkabının maliyetini elde etmiştir. Elde ettiği bu değeri 78 ayakkabı üretimi amacıyla oluşturduğu denklemde yerine koyan D2-B-3, firmanın 78 ayakkabı üretmesi durumunda yapacağı günlük toplam masrafı elde etmiştir.

D1 grubu öğrencilerinden D1-A-3, AUPÇBS'deki ikinci problemde A ve B kurslarına ait teorik ders saatlerindeki orandan hareketle plan yapma adımında oluşturmuş olduğu denklemlerden yararlanarak, her iki kurstaki bir saatlik teorik ders ücretini hesaplamada denklem çözme stratejisinden faydalandığı tespit edilmiştir. Buna göre elde ettiği bilinmeyen değerini kurslardaki teorik ders saatleriyle çarpan D1-A-3, en ucuz teorik ders ücretinin B kursunda olduğunu elde ederek sonuca ulaştığı Şekil 169'da verilmiştir.

$$A = \frac{60x + 92x}{2} = 564$$

$$60x + 144x = 1128$$

$$204x = 1128$$

$$x = 5,5$$

$$72x = 72 \cdot 5,5 = 396,5$$

$$B = \frac{75x + 60x}{2} = 585$$

$$25x + 120x = 1170$$

$$145x = 1170$$

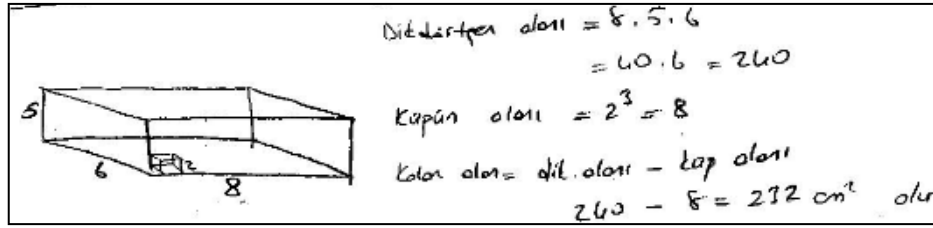
$$x = 6$$

$$60x = 60 \cdot 6 = 360$$

=> B'yi tercih etmeli

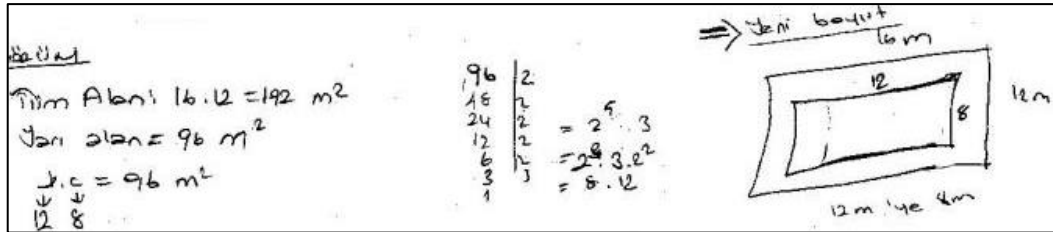
Şekil 169. D1-A-3'ün ikinci problemde uygulama adımında yaptıkları

Öğrencilerin, uygulama aşamasında ortaya koymuş olduğu çözümlerde benimsedikleri DÇ stratejisinin yanı sıra Aİ stratejisinden faydalanarak gerçekleştirdikleri çözümler tespit edilmiştir. Bu stratejiyi benimseyerek dördüncü probleme ait çözümde bulunan D2 grubu öğrencilerinden D2-E-1, dikdörtgenler prizması şeklindeki tahta parçasının köşesinden küp şeklindeki parçanın çıkarılması sonucu oluşacak yeni alanı, geometrik şekillerin alan formüllerinden hareketle elde ettiği Şekil 170'de görülmektedir.



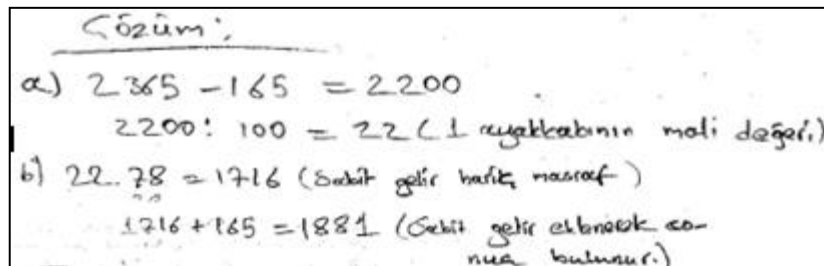
Şekil 170. D2-E-1'in dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Diğer bir D2 grubu öğrencisi D2-D-1, salon içerisine dönecek parkeli sahanın alan bilgilerinden hareketle, bu değerın ortak bölenlerini bulma yoluyla kenar uzunluklarını elde etmeye çalıştığı aşağıdaki Şekil 171'de görülmektedir.



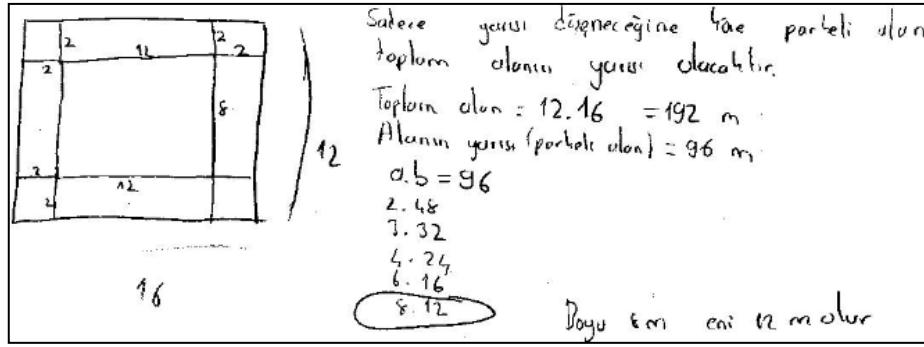
Şekil 171. D2-D-1'in üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Benzer şekilde D1 grubu öğrencilerinden D1-C-1'in birinci probleme ait uygulama aşamasında ortaya koymuş olduğu çözüm Şekil 172'de verilmiştir.



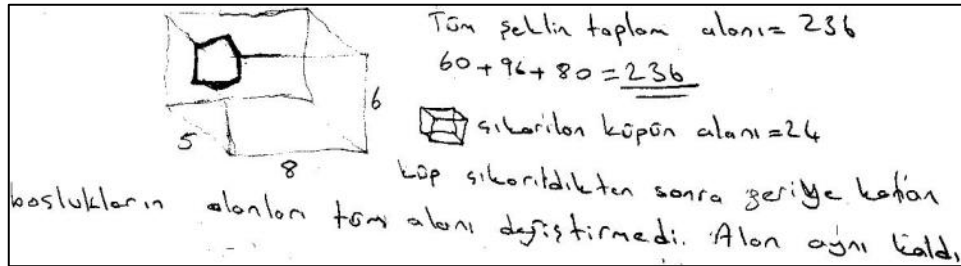
Şekil 172. D1-C-1'in birinci problemde uygulama adımında yaptıkları

D1-C-1'in birinci probleme ait uygulama aşamasında ortaya koymuş olduğu çözüm süreci incelendiğinde, öğrencinin A1 stratejisinden faydalanarak problem durumundaki a ve b şıklarına yönelik çözüm ortaya koyduğu görülmektedir. DÇ ve A1 stratejilerinden farklı olarak DV stratejine başvurma yoluyla çözümde bulunduğu belirlenen D2-A-3, toplam alan içerisine dönecek parkeli alanın alan ölçümünü dikkate alarak kenar uzunluklarını değer verme yoluyla elde ettiği Şekil 173'de görülmektedir.



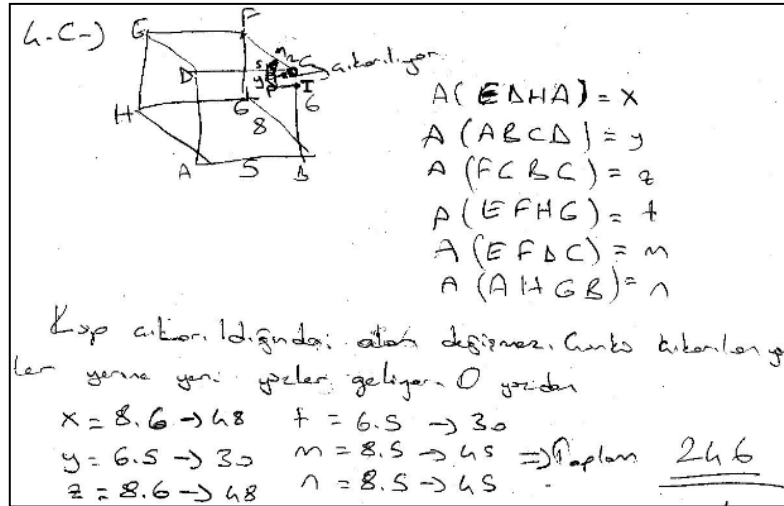
Şekil 173. D2-A-3'ün üçüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

AUPÇS'de ele alınan dördüncü problemde, dikdörtgenler prizması şeklindeki tahta parça üzerinden küpün çıkartılması sonucu geriye kalan boş alanın tüm alan değerini değiştirmeyeceğini düşünen D2 grubu öğrencilerinden D2-E-1, problem ifadesine uygun çizmiş olduğu şekilden yararlanarak çözümde bulunduğu Şekil 174'de verilmiştir.



Şekil 174. D2-E-1'in dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

Benzer şekilde Ş stratejisinden faydalanarak uygulama adımında çözümde bulunduğu tespit edilen D1-A-2, prizma üzerindeki küpün çıkarılmasıyla oluşacak yeni şeklin alanlarını ayrı ayrı harflendirdiği görülmüştür. Buradan hareketle, küpün çıkarılmasıyla prizmada yeni yüzlerin oluşacağını, bu sebeple prizmaya ait alanda herhangi bir değişimin görülmeyeceğini yazılı olarak açıklayan D1-A-2'nin ifadeleri Şekil 175'de verilmiştir.



Şekil 175. D1-D-1'in dördüncü problemde uygulama adımında yaptıkları

4.2.4. Değerlendirme Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerin çözümüne yönelik değerlendirme adımında gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Bu amaçla, değerlendirme amaçlı yapılan çözümlerde tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayıları sınıflandırılarak Tablo 15'de sunulmuştur.

Tablo 15. D1 ve D2'deki öğrenciler arasında AUPÇS'deki problemlerde değerlendirme adımında kullanılan stratejilerin karşılaştırılması

Gruplar	D1				D2			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Problemler	YK (3)				YK (2)			
Stratejiler	A (2)	YK (2)	YK (4)	A (2)	YK (2)	YK (1)	A (3)	YK (1)
	TG (1)	B (10)	A (2)	B (10)	A (1)	B (14)	B (12)	A (3)
	B (6)		B (6)		B (12)			B (11)

YK: Yerine koyma, TG: Tersten gitme, A: Açıklama, B: Boş

Tablo 15 incelendiğinde, her iki gruptaki öğrencilerin AUPÇS'de yer alan birinci problemde değerlendirme adımına yönelik vermiş oldukları cevaplarda daha çok YK ve A stratejilerine başvurduğu belirlenmiş olup D1'de bir öğrencinin farklı olarak TG stratejisine başvurmuştur. Ayrıca D1'den 6 ve D2'den 12 öğrencinin birinci probleme ait değerlendirme adımını boş bıraktığı tespit edilmiştir. İkinci probleme ait değerlendirme adımında her iki gruptaki öğrencilerin YK stratejisinden faydalandığı belirlenirken, D1'den 10 ve D2'den 14 öğrencinin bu adımı tamamlamaya yönelik eylemde bulunmayarak boş bıraktığı ortaya

çıkarılmıştır. D1'deki öğrencilerin üçüncü probleme ait değerlendirme adımında gerçekleştirdikleri cevaplarda YK ve A stratejisine başvurulduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde D2'deki öğrencilerin üçüncü problemdeki değerlendirme adımında A stratejisinden yararlandıkları ortaya çıkarılmıştır. Bunun yanı sıra, D1'de 6 ve D2'de 12 öğrencinin üçüncü probleme ait değerlendirme adımını boş bıraktığı belirlenmiştir. Son olarak, her iki gruptaki öğrencilerin dördüncü probleme yönelik değerlendirme adımında A stratejisine başvurduğu tespit edilirken, D2 grubu öğrencileri farklı olarak bu adımı tamamlamada YK stratejisinden yararlandığı belirlenmiştir. Bu problemde D1'den 10 ve D2'den 11 öğrencinin değerlendirme adımını tamamlamayıp problem çözümünü sonlandırdıkları tespit edilmiştir.

AUPÇS'deki problemlere yönelik değerlendirme adımında verilen cevaplarda kullanılan stratejiler değerlendirildiğinde, yerine koyma ve gerçekleştirilen çözümü açıklama şeklindeki stratejilerin her iki gruptaki öğrencilerce tercih edildiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, uygulama aşamasında elde edilen çözümü değerlendirmede farklı olarak, D1'de bir öğrencinin tersten gitme stratejisinden yararlanmış olması dikkat çekicidir. Öğrencilerin bu adımı tamamlama yönündeki davranışları genel olarak incelendiğinde, uygulama adımında elde edilen çözümün doğruluğunu değerlendirmeyerek boş bırakma eğilimi her iki grupta da görülmüştür. Bu gruplar arasında D1'de, birinci ve üçüncü problemde öğrencilerin yarısı değerlendirme adımını boş bıraktığı belirlenmiştir. Bu durumu D2'de yer alan öğrenciler için söylemek mümkün değildir. D2'deki öğrencilerin büyük bir kısmı, değerlendirme adımını tamamlamayıp problem çözümünü sonlandırmış olmaları dikkat çekicidir. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan öğrencilerden bazılarının değerlendirme adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2'nin çözümlü olduğu birinci problemi değerlendirmesi Şekil 176'da verilmiştir.

A Kursu	B Kursu
Teorik ve uygulamanın saat başı fiyatları yerine yazılan sonuç doğrudur çözüm doğrudur.	Aynı A kursu için yapılan işlem buraya uygulanır.
$561 = 72 \cdot 2 \cdot \frac{561}{204} + 20 \cdot 8 \cdot \frac{561}{204}$ $561 = 561 \text{ sonuç doğru}$	$585 = 60 \cdot 2 \cdot \frac{585}{185} + 25 \cdot 3 \cdot \frac{585}{185}$ $585 = (120 + 75) \cdot \frac{585}{185} = 585$ <p>Sonuç doğru</p>

Şekil 176. D1-C-2'nin ikinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

D1-C-2, uygulama aşamasında elde ettiği teorik ve uygulama derslerin bir saat karşılığındaki değerleri, problem durumunda ifade edilen A ve B kurslarına ait fiyat tariflerinde yerine koyarak elde ettiği sonucun doğruluğunu ortaya koymaya çalışmıştır. Yaptığı işlemler neticesinde, problem durumunda her iki kursa ait ödenmesi gereken toplam ücret ile uygulama adımıyla elde ettiği değerler doğrultusundaki ücreti eşleştiren D1-C-2 doğru sonuç elde ettiğinden emin olmuştur.

Üçüncü probleme ait değerlendirme adımında D1-C-1'in de YK stratejisinden faydalandığı tespit edilmiştir. Bu göre, uygulama aşamasında elde ettiği değerleri toplam alan içerisine dönecek parkeli sahanın kenar uzunluklarını belirlemede kullanan D1-C-1, ortaya çıkacak alan değerleri neticesinde elde ettiği sonucu doğrulamaya çalıştığı Şekil 177'de görülmektedir.

Değerlendirme

$$12 - 4 = 8 \rightarrow \text{parkeli alanın kısa kenarı}$$

$$16 - 4 = 12 \rightarrow \text{parkeli alanın uzun kenarı}$$

$$\text{Parkeli kısmın alanı} = 8 \cdot 12 = 96$$

$$\frac{\text{Tüm Alan}}{2} = \frac{\text{Parkeli kısmın alanı}}{2} \Rightarrow \frac{192}{2} = 96 \text{ olduğun alan sonucu}$$

doğru.

Şekil 177. D1-C-2'nin üçüncü problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Değerlendirme adımında YK stratejisinden faydalanmanın D2 grubu öğrencileri arasında da görülmüş olup, uygulama aşamasında elde edilen sonucun doğrulanmaya çalışıldığı belirlenmiştir. Bu durum D2 grubu öğrencilerinden D2-C-1'in birinci problemde değerlendirme adımına yönelik cevabında görülmüştür. Birinci problemde elde ettiği toplam masraf değerinin kaç ayakkabı için olduğunu değer verme yöntemine göre doğrulayan D2-C-1'in ifadeleri Şekil 178'de gösterilmiştir.

Bulduğum cevabın doğru olup olmadığını doğrulamak için sağlama yapmak gerekir. Sağlama yapmak için bulduğum cevabın soru içinde kullanılan ve yine aynı cevaba ulaştıracak soru çözümü bitmiş olacaktır.

$$2365 - 165 = 2200$$

$$2200 : 100 = 22$$

↓ ayakkabı için 22 TL harcayır.

78 ayakkabı

$$22 \cdot x = 1881 - 165 \rightarrow \text{Bulduğum cevap}$$

$$22 \cdot x = 1716$$

$$x = 78 \checkmark$$

100 x 78 çıkararak soruyu doğru çözmüştük. Ve sağlama böylece bitmiş olur.

Şekil 178. D2-C-1'in birinci problemde değerlendirme adımında yaptıkları

Değerlendirme adımıında TG stratejisine başvuran D1-C-2'nin değerlendirme adımıında ortaya koyduğu ifadeler Şekil 179'da verilmiştir.

Son bulduğum sonuçtan 1 tane ayakkabıya düşen masrafı bulup ilk işlem koyduğumuzda doğru sonucu verip vermediğine bakalım.

$$1881 - 165 = 1716, \quad 1716 : 78 = 22$$

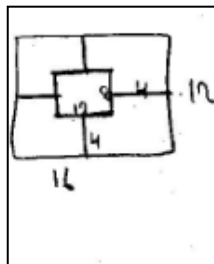
$$22 \cdot 100 = 2200, \quad 2200 + 165 = 2365$$

Bu yüzden sonuç doğru.

Şekil 179. D1-C-2'nin birinci problemde değerlendirme adımıında yaptıkları

Şekil 179'a göre değerlendirme amaçlı TG stratejisini benimseyen D1-C-2, uygulama adımıında elde etmiş olduğu sonuçtan hareketle, problemde verilen 100 ayakkabı için yapılacak toplam masraf değerine ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Bu yolla D1-C-2'nin, uygulama adımıında elde ettiği değeri doğruladığı görülmektedir.

Gruplardaki öğrencilerin değerlendirme amaçlı yararlandığı YK ve TG stratejilerinden farklı olarak açıklama (A) stratejisinin uygulandığı tespit edilmiştir. Değerlendirme amaçlı A stratejisini tercih eden D2 grubu öğrencilerinden D2-D-3, dördüncü probleme ait uygulama adımıında parkeli alanın toplam sahanın yarısını kapladığını açıklamada bulunma yoluyla Şekil 180'de doğrulamıştır.



4'er santim kenar girildikten sonra ortada oluşan alan toplam alanın yarısı olacaktır. 0 halde bir kenar 8 bir kenar 12 ise ortadaki alan, $12 \cdot 8 = 96 \text{ m}^2$ olur. Birim toplam alanımız bunun iki katı yani 192 olduğundan yaptığımız işlemler doğrudur. ✓

Şekil 180. D2-D-3'ün dördüncü problemde değerlendirme adımıında yaptıkları

D1-C-3, YK ve TG stratejilerinden farklı olarak A stratejine başvurma yoluyla değerlendirmede bulunduğu belirlenmiştir. Bu durumda, uygulama adımıında 78 ayakkabı üretiminin maliyet değerini hangi aşamalar sonucu elde ettiğini açıklamada bulunma yoluyla değerlendiren D1-C-3'ün ifadeleri Şekil 181'de görülmektedir.

Değerlendirme
 Dükkanın günlük tüm harcamasından sabit gideri çıkardığımızda 100 ayakkabı için günlük tüm harcamalar bulunur. Bu 100'e bölüldüğünde tek ayakkabı için maliyet bulunur. 78 ile çarpılınca 78 ayakkabı maliyeti bulunur. Bu bulunan maliyet dükkanın sabit gideriyle toplarsak 78 ayakkabının günlük maliyeti 1881 TL olur.

Şekil 181. D1-C-3'ün birinci problemde değerlendirme adımı yaptıkları

D1 ve D2 ortamlarında yer alan öğrencilerin AUPÇS kapsamında yer alan problemlerdeki çözümleri sürecinde Polya'nın problem çözme adımları boyunca kullandıkları stratejilere ait yaşanan farklılaşmalar ortaya konulmuştur. D1 ve D2 gruplarında yer alan öğrencilerin problemi anlama adına verilen ve istenen ifadeleri açıklama stratejisini tercih etmelerinin yanı sıra özetleme ve şekil oluşturma yönünde eylemde bulunma çabası içerisinde oldukları tespit edilmiştir. Genel olarak her iki gruptaki öğrencilerin, problemi anlama yönünde ifadeleri ortaya koymalarına karşın D2 grubu öğrencileri arasında boş bırakma eğiliminin daha sık yaşanmış olması dikkat çekicidir. Gruplardaki öğrencilerin problem çözümünde faydalanacakları plan hazırlama sürecinde daha çok problem durumuna uygun şekil çizme ve denklem kurma stratejisinden faydalandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin plan yapma adına ortaya koyduğu ifadeler karşılaştırıldığında, D2'deki öğrenciler arasında daha fazla boş bırakma eylemi yaşanmasına karşın bu gruptaki öğrencilerce oluşturulan planların yeterli düzeyde olması daha sık görülmüştür. Genel olarak her iki gruptaki öğrencilerin, plan yapma aşamasında ortaya koydukları ifadeden hareketle uygulama aşamasını tamamlamaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bu adımda daha çok, plan yapma adımıyla oluşturulan denklemlerin çözümü ve aritmetik işlemler gerçekleştirilmiştir. Problem çözme adımlarının sonuncusu olarak değerlendirme adımıyla faydalanılan stratejiler karşılaştırıldığında, her iki gruptaki öğrenciler yerine koyma ve uygulama adımıyla ortaya koydukları çözüm sürecinin gerekçelerini açıklama yoluyla değerlendirmede bulunmuşlardır. Öğrencilerin bu adımı tamamlama durumu gruplara göre karşılaştırıldığında, çözümün doğruluğunu değerlendirmeyerek boş bırakma eğilimi her iki grupta da görülmesine karşın D2'deki öğrencilerin elde ettikleri çözümün doğruluğunu göstermeme davranışında bulunmaları daha sık yaşanmıştır.

4.3. Klinik Mülakattan Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, D1 ve D2'de gerçekleştirilen grupla problem çözme oturumları sonrası öğrencilerin problem çözme süreçlerinde yaşadıkları farklılaşmaların ne düzeyde

geliştiğini ortaya koymak amacıyla, D1 ve D2'deki gruplardan rasgele seçilen dorder ogrenciyle iki problem üzerinde klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. ogrencilerin ozmleri, problem ozme adımlarına göre karşılaştırmalı şekilde nitel olarak analiz edilerek aşağıda sunulmuştur.

4.3.1. Problemi Anlama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan ogrencilerin klinik mülakat (KM) sürecindeki problemlerde, problemi anlama adımında gerçekleştirdikleri ozmler arasındaki farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Klinik mülakat sürecinde yürütülen problemlerde, problemi anlama amaçlı yapılan ozmler sonucu tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan ogrenci sayılarındaki farklılaşmalar sınıflandırılarak Tablo 16'da sunulmuştur.

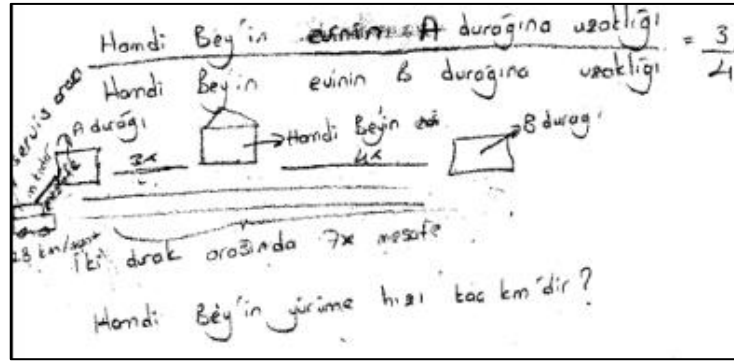
Tablo 16. KM'deki problemlerde problemi anlama adımında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden ogrenci sayıları

Gruplar	D1		D2	
	1	2	1	2
Problemler				
Stratejiler	ř (4)	Vİ (2)	ř (2)	Vİ (1)
	DK (1)	DK (1)	 (1)	 (2)
	B (-)	B (1)	Vİ (1)	T (1)
			B (-)	B (-)

: zetleme, Vİ: Verilenler-İstenenleri belirleme, ř: şekil izme, DK: Denklem kurma, T: Tablo izme, B: Boş

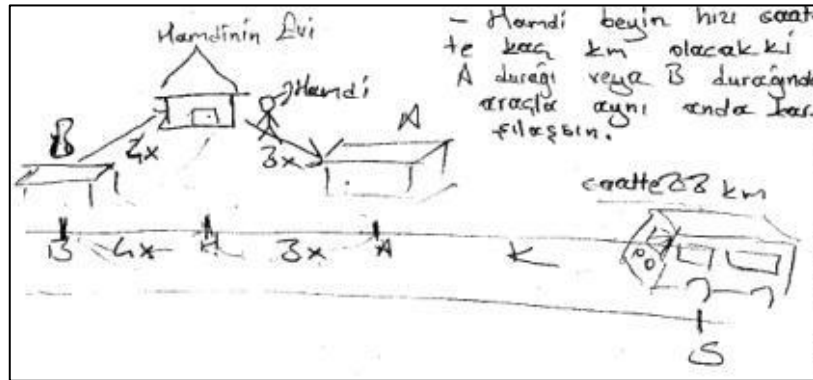
Tablo 16 incelendiğinde, KM'de uygulanan birinci problemde problemi anlama adımına yönelik verilen cevaplarda, her iki gruptaki ogrencilerin çoğunlukla ř stratejisine başvurduğu, D2'den ise birer ogrencinin  ve Vİ stratejisinden faydalandığı belirlenmiştir. Ayrıca, gerek D1 gerekse D2'den hiçbir ogrencinin birinci probleme ait problemi anlama adımını boş bırakmadığı belirlenmiştir. İkinci probleme ait problemi anlama adımında her iki gruptaki ogrencilerin Vİ stratejisinden yararlandığı belirlenirken, D1'de farklı olarak DK, D2'de ise O ve T stratejilerinin tercih edildiği tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra, ikinci probleme ait problemi anlama adımını D1'den bir ogrenci cevaplamazken, D2'den bu adımı cevapsız bırakan ogrencinin bulunmadığı belirlenmiştir. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan ogrencilerden bazılarının anlama adımıyla ilgili ozmleri aşağıda örneklendirilmiştir.

Klinik mülakat sürecinde uygulanan birinci problemde, D1 ve D2 grubu ogrencilerinin çoğunluğu, problem durumunu şekil çizme yoluyla zetleyebileceklerini belirtmiştir. Bu nedenler, şekli oluşturma yoluyla problemi anlamaya alışan D1 grubu ogrencilerinden D1-C-3'n anlama adımına yönelik ifadeleri şekil 182'de verilmiştir.



Şekil 182. D1-C-3'ün Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları

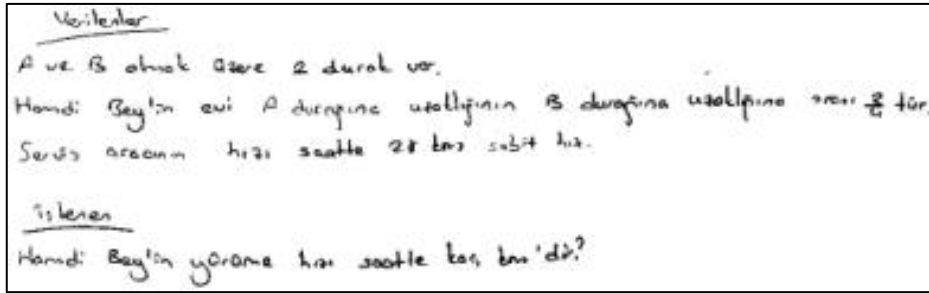
Servis aracının A durağı tarafından geldiğini düşünerek şekil üzerinde problemi anlama çabası içerisinde giren D1-C-3, durakların birbirlerine olan uzaklıklarına x , servis aracının A durağına uzaklığına ise m cinsinden ifade etmesiyle probleme ait verilen ve istenenleri şekil üzerinde belirtmiştir. Benzer şekilde D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2'de şekil çizme stratejisinden faydalanarak problemi anlamaya çalıştığı Şekil 183'de görülmektedir.



Şekil 183. D1-C-2'nin Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları

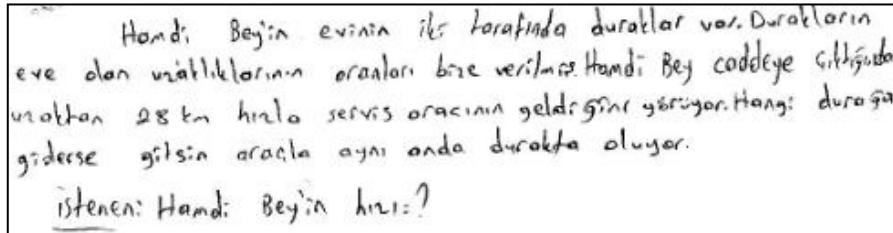
İlk etapta problemde anladıklarını araştırmacıyla paylaştığı gözlenen D1-C-2, sözel ifadelerle açıklama yapmak yerine şekil çizme yoluyla anladıklarını daha rahat ifade edebileceğini belirtmiştir. Durakların birbirlerine oranlarından hareketle, Hamdi Bey'in bulunduğu yerden A durağına olan uzaklığına $3x$, B durağına olan uzaklığına $4x$ cinsinden ifade eden D1-C-2, servis aracının A durağına olan uzaklığına da k şeklinde belirleme yoluyla problemde anladıklarını Şekil 183'de gösterildiği gibi ortaya koymuştur.

Bunun yanı sıra D2 grubu öğrencilerinden D2-B-3, problem çözme oturumlarında kazandığı alışkanlıktan hareketle problemle ilgili verilen ve istenenleri özetleme yoluyla problemi anlama aşamasını tamamlamak istemiş ve Şekil 184'deki ifadeleri ortaya koymuştur.



Şekil 184. D2-B-3'ün Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları

Bir diğer D2 grubu öğrencilerinden D2-A-1, problem cümlesinin okumasının ardından problem anladıklarını ifade etmek istemiş ve probleme ait verilen ve istenenleri Şekil 185'de gösterildiği gibi oluşturmuştur.



Şekil 185. D2-A-1'in Duraklar probleminde anlama adımında yaptıkları

KM'de uygulanan Kira probleminde, D1 ve D2 grubu öğrencilerinin hemen hemen tamamına yakını, problem durumunu verilen ve istenenler şeklinde sınıflayarak anlamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. D1 grubu öğrencilerinden D1-B-2, problemi anlama aşamasını Şekil 186'da görüldüğü gibi oluşturmuştur.

Anlama:	
<u>Verilenler</u>	<u>İstenilen</u>
* 2 durum arasındaki kira miktar farkı: 20TL	* 2. durumdaki kira bedeli
* 2 durumdaki kira miktarının 1. durumdaki kira miktarına oranı: %5 fazla	
* 1. durumdaki kişi sayısı: 4	
* 2. durumdaki kişi sayısı: 5	

Şekil 186. D1-B-2'nin Kira probleminde anlama adımında yaptıkları

Problemi okuyup bir müddet düşünmesinin ardından, ay sonunda ev sahibine verilecek kira miktarıyla ilgili iki farklı durumun olduğunu belirten D1-B-2, bu duruma karşılık problem durumundaki verilen ve istenen ifadeleri ortaya koyma stratejisini tercih ederek problemi anladığını ifade etmiştir.

Diğer bir D1 grubu öğrencilerinden D1-C-3, her iki duruma ait kira miktarını temsil eden bilinmeyenli ifadelerden yararlanarak problemi anladığını göstermek istemiştir. Bu noktadan hareketle, dört ve beş kişilik gruptaki öğrencilerin verecek oldukları toplam kira ile bu gruplarda kişi başına düşen kira miktarlarını simgeleyen bilinmeyenli ifadelerle ait verilenleri belirleyen D1-C-3, problemin kendisinden ne istediğiyle ilgili denklemi kurarak problemi doğru şekilde anladığını Şekil 187'de görüldüğü gibi ortaya koymuştur.

4 kişinin ödediği kira $4x$
 1 kişinin ödediği kira x
 5 kişinin ödediği kira $4x - \frac{5}{100} + 4x$
 kişi başına kira $x - 20$
 $(4x \cdot \frac{5}{100}) + 4x = ?$
 \Rightarrow Kira miktarı!

Şekil 187. D1-C-3'ün Kira probleminde anlama adımında yaptıkları

Problem cümlesinden anladığını ortaya koymak adına anladıklarını özetleme yolunu tercih eden D2 grubu öğrencilerinden D2-E-2, verilen ve istenenleri özetleme stratejisinden faydalanmayı tercih ederek anlama adımını tamamladığı Şekil 188'de verilmiştir.

Sinan Anlatıyor: Eskişehir Üniversitesi'nde okuyan ve Ankara'da bulunan bir öğrenci. Bu sorunun çözümü için verilen ve istenenleri özetledi. Kira bedeli öğrencilere fazla gelince arabaların yanlarına bir kişiye düşen kiralara üniversiteler mevcut arabaları grubu dahil edildikten sonra ev sahibi kiraya %5 zam yapmasına rağmen kişi başına düşen aylık kira miktarı 20 TL azaldı. Bunun istenen 5 kişilik arabalar grubunun ay sonunda ödemesi gereken kira bedelidir.

Şekil 188. D2-E-2'nin Kira probleminde anlama adımında yaptıkları

Tablo oluşturma stratejisinden faydalanarak probleme daha rahat hakim olabildiğini ifade eden bir diğer D2 grubu öğrencisi D2-C-1, problemdeki verilen ve istenenleri tablonun ilgili hücrelerinde belirtmenin problemi anlamada kendisine yardımcı olduğunu belirtmiştir. Bu amaçla kişi başına düşen kira ile bu kişilerin ay sonunda vereceği toplam kiraya uygun denklemleri oluşturup bunları tablonun ilgili hücrelerine yazan D2-C-1, problemi doğru olarak anladığını Şekil 189'da gösterildiği gibi ortaya koymuştur.

Anlama		
Kişi Sı	Kira	Kişi B.
4	X	$\frac{X}{4}$
5	$X + X \cdot \frac{5}{100}$	$X + \frac{5X}{100}$
		5

5 kişi olduklarında
bu kadar toplam ne
kadar kira ödekte?
 $X + \frac{5X}{100} = ?$

Şekil 189. D2-C-2'nin Kira probleminde anlama adımında yaptıkları

4.3.2. Plan Yapma Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin klinik mülakat (KM) sürecindeki problemlerde, plan yapma adımında gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Plan yapma amaçlı yapılan çözümler sonucu tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayılarındaki farklılaşmalar sınıflandırılarak Tablo 17'de sunulmuştur.

Tablo 17. KM'deki problemlerde plan yapma adımında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları

Gruplar	D1		D2	
Problemler	1	2	1	2
Stratejiler	DK (4) B (-)	DK (4) B (-)	DK (3) Ş (1) B (-)	DK (4) B (-)

Ş: Şekil çizme, DK: Denklem kurma, B: Boş

Tablo 17 incelendiğinde, KM'de uygulanan birinci problemde plan yapma adımına yönelik verilen cevaplarda, D1'deki öğrencilerin tamamı ve D2'de ise üç öğrenci DK stratejisine başvurduğu, D2'de farklı olarak bir öğrencinin Ş stratejisinden faydalandığı belirlenmiştir. Ayrıca, gerek D1 gerekse D2'den hiçbir öğrencinin birinci probleme ait plan yapma adımını boş bırakmadığı belirlenmiştir. İkinci probleme ait plan yapma adımında her iki gruptaki öğrencilerin tamamı DK stratejisinden yararlandığı belirlenmesinin yanı sıra bu adımı cevapsız bırakan öğrencinin bulunmadığı belirlenmiştir. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan öğrencilerden bazılarının plan hazırlama adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

Plan yapma adımı için gruplarda bulunan öğrencilerin tamamı problemin hız problemleriyle alakalı olduğunu belirterek, çözüm adına DK stratejisinden faydalanarak sonuca varabileceklerini ifade etmiştir. D1 grubu öğrencilerinden D1-D-2 plan yapma adımına yönelik Şekil 190'da görülen ifadeleri ortaya koymuştur.

Yol = Hız · Zaman		
B durağı için	Hamdi Bey için	$4x = V \cdot t$
Hamdi Bey için	Servis için	$A + 7x = 28 \cdot t$
A durağı için		
Hamdi Bey için	Servis için	$3x = V \cdot t$
		$A = 28 \cdot t$
istenen $V = ?$		

Şekil 190. D1-D-2'nin Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları

Problemdaki verilenlerden hareketle D1-D-2, Hamdi Bey ve servis aracının her iki durağa varma sürelerinin eşit olması gerektiğini söylemiştir. Hamdi Bey ve servis aracının A ve B duraklarına ulaşmalarında gerekli bilinmeyen ifadeleri $\text{Yol} = \text{Hız} \cdot \text{Zaman}$ denklemi üzerine kurguladığı Şekil 190'da görülmektedir. Diğer bir D1 grubu öğrencisi D1-C-3, $\text{Yol} = \text{Hız} \cdot \text{Zaman}$ denkleminde yararlanarak plan yapma adımına yönelik oluşturduğu ifadeler Şekil 191'de verilmiştir.

Yol = hız · zaman		
Araçın B durağına uzaklığı	$7x + m = 28 \cdot t$	→ Araçın B durağına gelme süresinin formülle ifadesi
Hamdi Bey'in B durağına uzaklığı	$4x = V \cdot t$	→ Hamdi Bey'in B durağına gelme süresinin formülle ifadesi
Hamdi Bey'in hızı	$3x = V \cdot t$	→ Hamdi Bey'in A durağına uzaklığı
	$m = 28 \cdot t$	→ Servis'in A durağına uzaklığı
$t = \text{Araçın ve Hamdi Bey'in B durağına gitme süresi}$		
çeyrek dir.		

Şekil 191. D1-C-3'ün Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları

Hamdi Bey ve servis aracının A ve B duraklarına varma sürelerini formüllerle rahatlıkla gösterebileceğini belirten D1-C-3, servis aracının A durağına olan uzaklığına m şeklinde isimlendirerek B durağına kadar toplam alması gereken yolu $7x+m$ olarak ifade etmiştir. Ancak D1-C-3'ün oluşturduğu formüller incelendiğinde, Hamdi Bey'in her iki durağa yürüme hızını eşit kabul etmesi, hatalı bir hazırlık süreci içerisinde olduğunu ortaya koymaktadır. Problemi anlama aşamasında çizdiği şekilden yararlanarak plan yapmayı kararlaştıran D2 grubu öğrencilerinden D2-C-1'in ifadeleri Şekil 192'de verilmiştir.

$$\begin{array}{l}
 \text{A durağı için} \\
 \text{Hamdi Bey, } \Rightarrow 3k = v \cdot t \\
 \text{Servis } \Rightarrow m = 2t \\
 \\
 \text{B durağı için} \\
 \text{Hamdi Bey } \Rightarrow 4k = v \cdot t \\
 \text{Servis } \Rightarrow m + 7k = 2t
 \end{array}$$

Şekil 192. D2-C-1'in Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları

Problemdaki verilenlerden hareketle, A ve B duraklarının birbirlerine oranını $3k$ ve $4k$ şeklinde ifade eden D2-C-1, servis aracının A durağına olan uzaklığını ise m olarak belirtmiştir. Böylelikle her iki durak için Hamdi Bey ve servis aracının alması gereken mesafeleri ortaya koyarak gerekli denklemleri oluşturan D2-C-1, bu ifadeleri oranlamasının neticesinde sonuca rahatlıkla varabileceğini ifade etmiştir.

A ve B duraklarına Hamdi Bey ve servis aracının eşit süreler içerisinde varması gerektiğini savunan D2 grubu öğrencilerinden D2-E-2, problemi anlama aşamasında çizdiği şekil üzerindeki değerlerden yararlanarak t_1 ve t_2 şeklinde zamanları ifade edip, bunların birbirine oranlanması sonucu uygulama aşamasında problemi çözebileceğini belirterek Şekil 193'de görülen planı oluşturmuştur.

$$\begin{array}{l}
 \text{A durağı için} \\
 3x = v \cdot t_1 \\
 \boxed{t_1 = \frac{3x}{v}} \\
 2x + a = v \cdot t_1 \\
 2x + a = 2t_1 \\
 \boxed{t_1 = \frac{2x+a}{2v}} \\
 \frac{3x}{v} = \frac{2x+a}{2v} \\
 (2x = a)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{B durağı için} \\
 4x = v \cdot t_2 \\
 t_2 = \frac{4x}{v} \\
 a = v \cdot t_2 \\
 a = 2t_2 \\
 \boxed{t_2 = \frac{a}{2v}}
 \end{array}$$

Şekil 193. D2-E-2'nin Duraklar probleminde plan yapma adımında yaptıkları

KM'de uygulanan Kira probleminde, öğrencilerin tamamı anlama aşamasındaki ifadelerinden hareketle çözüme adına denklem oluşturma stratejisinden faydalanarak

sonuca varabileceklerini ifade etmiştir. D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2, dört kişinin ödemesi gereken aylık kiraya x değişkenini vererek, yapılan %5 zamla beş kişinin aylık kirasını ifade eden denkleme ulaşabileceğini söylemiştir. Böylelikle gruptaki kişi başına düşen kira miktarını hesaplayabileceğini açıklayan D1-C-2, kira miktarları arasındaki 20TL farktan hareketle x değerine rahatlıkla ulaşabileceğini belirterek çözüme yönelik planını Şekil 194'de gösterildiği gibi oluşturmuştur.

PLANLAMA

4 kişinin ödeyeceği kira X kişi başı $\frac{X}{4}$

5 kişininki. $X + \frac{X \cdot 5}{100}$ kişi başı $\frac{X + \frac{5X}{100}}{5}$

$\frac{X}{4} = 20 = \frac{X + \frac{5X}{100}}{5}$ eşit olmalı.

x değerini eşitlikten bulup, 5 kişinin ödeyeceği kiraya

Şekil 194. D1-C-2'nin Kira probleminde plan yapma adımında yaptıkları

Dört ve beş kişilik gruptaki toplam kira miktarlarına bağlı olarak kişi başına düşen kira miktarı arasındaki farkın 20TL'ye eşit olması gerektiğini planlayan bir diğer D1 grubu öğrencilerinden D1-D-2, planını Şekil 195'de görüldüğü gibi ortaya koymuştur.

Verilenler	Toplam kira bedeli	Kişi başına düşen miktar
4 kişi	X	$\frac{X}{4}$
5 kişi	$\frac{X \cdot 5}{100} + X$	$\frac{\frac{X \cdot 5}{100} + X}{5} = 20$

Şekil 195. D1-D-2'nin Kira probleminde plan yapma adımında yaptıkları

Şekil 195'e göre D1-D-2, dört kişilik grubun aylık kira miktarı olan x değerine bağlı olarak beş kişilik grubun toplam kirasını ifade eden denkleme oluşturmuştur. Bu denklemlerden hareketle, grupta kişi başına düşen kira miktarlarını belirleyen D1-D-2, planını yapılan zam sonrası kira miktarlarındaki 20TL'lik azalmanın beş kişilik gruptan kaynaklanacağını düşünerek hazırlamıştır. Halbuki 20TL'lik fark, dört kişilik grubun kirasına gelen %5'lik zamdan kaynaklanmaktadır. D1-D-2, grupların toplam kirasını oluştururken izlediği plan stratejisindeki bu hatanın kaynağının, problemi anlama

aşamasını tamamlamayı tercih etmemesine bağlı olarak problemi tam olarak anlamamasına bağlanabilir.

D2 grubu öğrencilerinden D2-B-3, dört kişilik grupta kişi başına düşen kira miktarı ile beş kişilik grupta kişi başına düşen kira miktarı arasındaki farkın 20TL olması gerektiğinden yola çıkarak plan yapma çabası içerisine girdiği gözlenmiştir. Bu durumda, dört kişinin vereceği toplam kiraya $100x$ şeklinde değer veren D2-B-3, bu miktara %5 zam yapılması halinde beş kişilik grubun kirasını $105x$ olarak elde etmiştir. Toplam kiralardan hareketle kişi başına düşen kira miktarlarını elde eden D2-B-3, bunlar arasındaki farkı 20TL'ye eşitleyerek x değerine ulaşmaya çalıştığı Şekil 196'da görülmektedir.

Handwritten work for Şekil 196:

Notlar:

4 kişilik grup için kişi başına düşen kira = $\frac{100x}{4}$

5 kişilik grup için kişi başına düşen kira = $\frac{105x}{5}$

%5 zam = $100x \cdot \frac{5}{100} = 5x$ zam girilince

4 kişilik grup için kişi başına düşen kira = $100x$

5 kişilik grup için kişi başına düşen kira = $105x$

1. yol $\frac{100x}{4} - 20 = \frac{105x}{5}$

2. yol $\frac{100x}{4} = \frac{105x}{5} + 20$

Şekil 196. D2-B-3'ün Kira probleminde plan yapma adımında yaptıkları

D2 grubu öğrencilerinden D2-A-1, gruplarda kişi başına düşen kira miktarı arasındaki 20TL'lik farktan hareketle plan hazırlayabileceğini ifade etmiştir. Bu amaçla beş kişilik grupta kişi başına düşen kira miktarının kişi sayısı ile çarpımını toplam kiraya eşit olması gerektiğini belirten D2-A-1, dört kişilik grubun toplam kirasını $100x$, beş kişilik grubun toplam kirasını $105x$ şeklinde belirleyerek oluşturduğu plan yapma aşaması Şekil 197'de verilmiştir.

Handwritten work for Şekil 197:

Notlar:

4 kişi için kira $100x$ olsun \rightarrow 1 kişi $25x$

5 kişi için $100x + 100x \cdot \frac{5}{100} = 105x \rightarrow$ 1 kişi $\frac{105x}{5} = 21x$

$5 \cdot (25x - 20) = 105x$

Şekil 197. D2-A-1'in Kira probleminde plan yapma adımında yaptıkları

4.3.3. Uygulama Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin klinik mülakat (KM) sürecindeki problemlerde, uygulama adımında gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar

ortaya konulmuştur. Uygulama amaçlı yapılan çözümler sonucu tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayılarındaki farklılaşmalar sınıflandırılarak Tablo 18'de sunulmuştur.

Tablo 18. KM'deki problemlerde uygulama adımında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları

Gruplar	D1		D2	
	1	2	1	2
Problemler				
Stratejiler	DÇ (4) YK (1) B (-)	DÇ (4) B (-)	DÇ (4) YK (2) B (-)	DÇ (4) B (-)

DÇ: Denklem çözme, YK: Yerine koyma, B: Boş

Tablo 18 incelendiğinde, D1 ve D2 grubunda yer alan öğrencilerin tamamı KM'de uygulanan problemlerde uygulama adımında DÇ stratejisinden faydalanmış olmakla birlikte birinci problemde DÇ ve YK stratejilerinin bir arada kullanıldığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra gruplardaki öğrencilerin tamamının, her iki problemde uygulama adımını cevapsız bırakmadıkları ortaya çıkarılmıştır. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan öğrencilerden bazılarının uygulama adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

KM'de uygulanan Duraklar probleminde, öğrencilerin plan yapma adımında oluşturdukları denklemlerle çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu yöntemle çözüme ulaşmaya çalışan D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2'nin uygulama aşamasında yapmış olduğu işlemler Şekil 198'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{3x}{a} &= \frac{k}{28 \text{ km/saat}} \\ \frac{4x}{a} &= \frac{7x+k}{28 \text{ km/saat}} \\ \frac{4x-3x}{a} &= \frac{7x+k-k}{28 \text{ km}} \\ \frac{x}{a} &= \frac{7x}{28 \text{ km}} \quad a = \frac{28 \text{ km}}{7} \quad a = 4 \text{ km} \end{aligned}$$

Şekil 198. D1-C-2'nin Duraklar probleminde uygulama adımında yaptıkları

Hamdi Bey ve servis aracının A ve B duraklarına aynı anda ulaşması gerektiği düşüncesiyle hazırlık aşamasında oluşturduğu denklemleri uygulama adımına taşıyan D1-C-2, bu ifadeleri birbirinden çıkararak Hamdi Bey'e ait hız değerine ulaşabileceğini

düşünmüştür. Oluşturduğu denklemlerdeki eşitliğin her iki tarafını birbirinden çıkarmasının ardından DÇ stratejisini uygulayıp Hamdi Bey'in hızını doğru olarak elde etmiştir. Bir başka D1 grubu öğrencilerinden D1-B-2, A ve B duraklarına göre servis aracının geliş mesafesini göz önünde bulundurmasıyla Hamdi Bey'in yürüme hızını elde etmeye çalıştığı gözlenmiştir. Plan yapma adımında ortaya koyduğu ifadelerden hareketle, servis aracın A durağına olan uzaklığına b , B durağına olan uzaklığına ise $b+7x$ şeklinde nitelendiren D1-B-2, benzer ifadeleri birbiri cinsinden yazması neticesinde ortaya çıkan denklemi çözerek Hamdi Bey'in yürüme hızına ulaştığı Şekil 199'da görülmektedir.

$s = t_1$ $t_1 = 3y$
 $u = t_2$ $t_2 = 4y$

$3x = t_1 \cdot v_1$ $t_1 \cdot v_2 = b$
 $4x = t_2 \cdot v_1$ $t_2 \cdot v_2 = b + 7x$

$t_1 = 3y$ $y \cdot \frac{2b}{4} = \frac{1}{4}x$
 $t_2 = 4y$ $4y = x$

$t_1 = \frac{3x}{4}$ $3x = \frac{3x}{4} \cdot v_1$
 $t_2 = x$ $v_1 = 4$

Hamdi beyin hızı 4km dir

Şekil 199. D1-B-2'nin Duraklar probleminde uygulama adımında yaptıkları

Hamdi Bey ve servis aracının duraklara varış zamanlarının eşit olması gerektiğine yönelik plan hazırlayan D2 grubu öğrencilerinden D2-B-3, bu planını uygulama aşamasına yansıtarak problemi çözebileceğini söylemiştir. Hamdi Bey ve servis aracının A ve B duraklarına varma süreleri olan T_1 ve T_2 değişkenlerine ait denklemleri birbirine eşitleyen D2-B-3'ün Hamdi Bey'in hızını belirten V değerine ulaşmaya çalıştığı gözlenmiştir. Plan aşamasında çizmiş olduğu şekilde, servis aracının B durağına uzaklığına olan a ifadesinin değerini x cinsinden elde eden D2-B-3, bu değeri varış zamanlarına ait denklemlerde yerine yazarak, her iki durak için Hamdi Bey'in hızını elde ettiğini gösteren çözümü Şekil 200'de vermiştir.

The image shows handwritten mathematical work for a physics problem. It is organized into two columns, A and B, representing two different stops.

Column A:

- $T_1 = \frac{4x}{V}$
- $T = \frac{7x+a}{28}$
- $\frac{4x}{V} \times \frac{7x+a}{28}$
- $4x \cdot 28 = V(7x+a)$
- $\frac{28}{V} = \frac{7x+a}{4x}$

Column B:

- $T_2 = \frac{3x}{V}$
- $T_2 = \frac{a}{28}$
- $\frac{3x}{V} = \frac{a}{28}$
- $3x \cdot 28 = Va$
- $\frac{28}{V} = \frac{a}{3x}$

Equating the two columns:

- $\frac{28}{4x} = \frac{a}{3x}$
- $28x + 3a = 4a$
- $28x = a$

Final steps and results:

- From $T_1 = \frac{7x+a}{28}$ and $a = 28x$, it follows that $T_1 = \frac{7x+28x}{28} = \frac{35x}{28} = \frac{5x}{4}$.
- From $T_2 = \frac{3x}{V}$ and $a = 28x$, it follows that $T_2 = \frac{3x}{V} = \frac{3x}{28}$.
- The final result is $V = 4$.
- A note at the bottom right says "Hamdi Bey'in saatteki hızı" (Hamdi Bey's speed per hour).

Şekil 200. D2-B-3"ün Duraklar probleminde uygulama adımında yaptıkları

Plan yapma aşamasında Hamdi Bey ve servis aracının A ve B duraklarına varma sürelerine ait ifadeleri elde eden D2-E-2, bu ifadeleri birbirlerine oranlayarak sonuca ulaşabileceğini belirtmiştir. Yapmış olduğu planı uygulama aşamasına yansıttığı görülen D2-E-2, duraklara varış sürelerini ifade eden denklemleri birbirine oranlayarak, A ve B durakları için Hamdi Bey'in hızını belirten V_h değeri elde etmeye çalıştığı gözlenmiştir. Elde ettiği V_h değerlerinin birbirine oranı neticesinde, $3a=28x+4a$ ifadesini $a=28x$ ifadesine eşitlediği görülmüştür. Bu noktada lisedeki matematik öğretmenin, hız problemlerinde negatif bir ifadenin çıkması durumunda bunu pozitif olarak düşünmeleri gerektiği şeklinde öğrettiğini ileri süren D2-E-2, $28x$ ifadesini $-a$ 'ya eşitlediği görülmüştür. Daha sonra elde ettiği a ifadesini oluşturmuş olduğu denklemlerde yerine koyarak Hamdi Bey'in hızıyla ilgili sonuca ulaştığı Şekil 201'de görülmektedir.

$$\begin{array}{l}
 \text{Görünüm} \quad \frac{3x}{Vh} = \frac{2x+a}{2f} \\
 3x \cdot 2f = (2x+a) \cdot Vh \\
 \frac{3x \cdot 2f}{(2x+a)} = Vh \\
 \frac{3x \cdot 2f}{2x+a} = \frac{2f \cdot 4x}{a} \\
 3a = 2fx + 4a \\
 \text{Or } 2fx
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{B}{Vh} = \frac{a}{2f} \\
 Vh \cdot a = 2f \cdot 4x \\
 Vh = \frac{2f \cdot 4x}{a} \\
 Vh \cdot 2fx = 2f \cdot 4x \\
 Vh = 4x \text{ km/h}
 \end{array}$$

Şekil 201. D2-E-2'nin Duraklar probleminde uygulama adımında yaptıkları

KM'de uygulanan Kira probleminde, plan hazırlama aşamasında oluşturdukları denklemden hareketle istenilen sonuca ulaşmaya çalışan D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2'nin plan yapma aşamasına uygun çözümü Şekil 202'de verilmiştir.

$$\begin{array}{l}
 \frac{x}{4} = 20 = \frac{5x + x}{5} \\
 \frac{x + 80}{4} = \frac{105x}{100 \cdot 5} \\
 500x + 80 \cdot 500 = 420x \\
 80x = 80 \cdot 500 \\
 4 \text{ kişilik} = x = 500 \text{ TL}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 5 \text{ kişilik} = \\
 x + \frac{5x}{100} \\
 500 + \frac{5 \cdot 500}{100} \\
 \underline{525 \text{ TL}}
 \end{array}$$

Şekil 202. D1-C-2'nin Kira probleminde uygulama adımında yaptıkları

Dört kişilik grupta kişi başına düşen kira miktarının 20TL farkı beş kişilik gruptaki birey başına düşen kiraya eşit olacağını savunarak planını hazırlayan D1-C-2, planından hareketle ortaya koyduğu denklemi çözmesiyle beş kişilik grubun ödemesi gereken toplam kira miktarına ulaşmıştır. Diğer bir D1 grubu öğrencisi D1-B-2, dört ve beş kişilik arkadaş grubunda kişi başına düşen kira miktarlarından hareketle grupların ödemesi gereken toplam kiraya ulaşmaya çalıştığı Şekil 203'de verilmiştir.

4.3.4. Değerlendirme Adımında Yaşanan Farklılaşmalar

Bu bölümde, D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin klinik mülakat (KM) sürecindeki problemlerde, değerlendirme adımında gerçekleştirdikleri çözümler arasındaki farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Değerlendirme amaçlı yapılan çözümler sonucu tercih edilen stratejiler ve bunlardan faydalanan öğrenci sayılarındaki farklılaşmalar sınıflandırılarak Tablo 19'da sunulmuştur.

Tablo 19. KM'deki problemlerde değerlendirme adımında kullanılan stratejiler ve bunları tercih eden öğrenci sayıları

Gruplar Problemler	D1		D2	
	1	2	1	2
Stratejiler	YK (4) B (-)	A (3) B (1)	YK (3) B (1)	YK (3) T (1) B (-)

YK: Yerine koyma, T: Tablo çizme, A: Açıklama yapma, B: Boş

Tablo 19 incelendiğinde, KM'de uygulanan birinci problemlerde değerlendirme adımına yönelik verilen cevaplarda YK stratejisinin benimsendiği görülmekle birlikte D2 grubundan bir öğrencinin bu adımı boş bıraktığı belirlenmiştir. D1 ve D2 grubundaki öğrencilerin KM'deki ikinci probleme ait değerlendirme adımını cevaplama sürecinde faydalandıkları stratejilerin farklılaştığı tespit edilmiştir. D2'de ise değerlendirme amaçlı YK ve T stratejiden faydalandığı ortaya çıkarılmıştır. D1 ve D2'deki gruplarda yer alan öğrencilerden bazılarının değerlendirme adımıyla ilgili çözümleri aşağıda örneklendirilmiştir.

Uygulama aşamasında Hamdi Bey'in yürüme hızıyla ilgili elde etmiş olduğu değeri, A ve B duraklarına varmayla ilgili oluşturduğu denklemlerde yerine koyan D1 grubu öğrencilerinden D1-D-2, eşitliği sağlamasının ardından elde ettiği sonucun doğru olduğunu Şekil 206'da göstermiştir.

$$\begin{aligned}
 4x &= 4t \\
 x &= t \\
 3x &= 4t \\
 t &= \frac{3x}{4} \\
 t &= \frac{3t}{4} \\
 4t &= 3t \\
 3t &= 3t \\
 28 \cdot 3k + 28k &= 28 \cdot 4k \\
 4 \cdot 28k &= 4 \cdot 28k
 \end{aligned}$$

Şekil 206. D1-D-2'nin Duraklar probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

Benzer şekilde YK stratejisinden yararlanan D1-C-2, uygulama aşamasında elde ettiği sonucu doğrulama gayreti içerisine girdiği görülmektedir. Bu durumda, Hamdi Bey'in A ve B duraklarına varma süresi ile servis aracının duraklara varma sürelerindeki ifadeleri birbiri cinsinden yazan D1-C-2, bilinmeyen değerlerinin birbirine eşit olduğunu göstermesiyle sonucun doğru olduğunu Şekil 207'de göstermiştir.

Handwritten mathematical work for Şekil 207:

From A: $\frac{3x}{a} = \frac{k}{28}$

From B: $\frac{4x}{a} = \frac{7x+k}{28}$

From A: $k = \frac{28 \cdot 3x}{a}$

(Burada a yerine 4 yazarsanız) $\leftarrow a$

From B: $4x \cdot 28 - 7x = k$

$k = \frac{4x \cdot 28 - a \cdot 7x}{a}$

Esitlik \leftarrow

$k = \frac{112x - 28x \cdot 7}{a}$

Çıkan sonuçta k'nin değerleri eşit olduğundan sonuç doğrudur.

Şekil 207. D1-C-2'nin Duraklar probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

D2-B-3, uygulama aşamasında Hamdi Bey'in A ve B duraklarına varış sürelerine yönelik gösterdiği T_1 ve T_2 bilinmeyen değerlerini değerlendirme aşamasındaki denklemlerde yerine koyduğu belirlenmiştir. Bu yolla oluşturduğu denklemlerin eşitliğini gösteren D2-B-3, ulaşılmış olduğu sonucun doğruluğunu Şekil 208'de gösterildiği gibi ortaya koymuştur.

Handwritten mathematical work for Şekil 208:

From A: $T_1 = \frac{7x+a}{28}$

From B: $T_2 = \frac{a}{28}$

From A: $T_1 = 4x$

From B: $T_2 = \frac{3x}{4}$

Handwritten note: Hamdi Bey'in saatteki hızı $V=4$

From A: $Yol = Hız \times Zaman$

$4x = 4 \times x$

$4x = 4x$

From B: $Yol = Hız \times Zaman$

$3x = 4 \times \frac{3x}{4}$

$3x = 3x$

Şekil 208. D2-B-3'ün Duraklar probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

Benzer şekilde, YK stratejisine başvurma yoluyla elde ettiği sonucun doğruluğunu göstermeye çalışan D2-C-1, Hamdi Bey ev servis aracının A ve B duraklarına aynı zamanda varacağı düşüncesiyle oluşturduğu denklemde değerleri birbiri cinsinden

yazması sonucu, uygulama aşamasında Hamdi Bey'in yürüme hızıyla ilgili elde ettiği değer in doğru olduğunu Şekil 209'daki gibi göstermiştir.

A durağının
H. $3k = 4 \cdot t$
S. $21k = 28 \cdot t \Rightarrow 28t \cdot 3k = 4t \cdot 21k$

B durağının
H. $4k = 4 \cdot t$
S. $28k = 28 \cdot t \Rightarrow k = t$

$28k \cdot 3k = 4k \cdot 21k$
 $84 = 84$
Demek ki sonuç DOĞRU!!!

Şekil 209. D2-C-1'in Duraklar probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

KM'de uygulanan Kira probleminde, Uygulama şamasında elde ettikleri sonucun doğruluğunu göstermek adına öğrencilerden bir kısmı denklem kurarak ispat etme stratejisini tercih ederken bazıları sözel ifadelerle yapmış olduğu işlemleri açıklama yoluyla değerlendirmede bulunmak istemiştir. D1 grubu öğrencilerinden D1-C-2, uygulama adımında gerçekleştirdiği işlemler dahilinde dört ve beş kişilik gruplardaki öğrencilerin verecek oldukları kira farkının 20TL olması gerektiğine dair açıklamada bulunup, yaptığı işlemlerle bunları göstererek bulmuş olduğu sonucun doğruluğunu Şekil 210'da göstermiştir.

Soruda 5. kişinin eklenmesiyle kişi başı 20 TL daha az ödeme yapıldığı söylenmiştir. Bulduğumuz sonuçlardan hem 4 kişilik, hemde 5 kişilik kiraların bireysel miktarı bulunur. ve farkın 20 TL çıkıp çıkmadığı kontrol edilir.

4 kişilik 500 TL 1 kişi $\frac{500}{4} = 125$

5 kişi 525 TL 1 kişi $\frac{525}{5} = 105$

$125 - 105 = 20 \text{ TL}$
sonuç doğru!

Şekil 210. D1-C-2'nin Kira probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

Uygulama aşamasında dört ve beş kişilik gruba ait elde edilen toplam kira miktarından hareketle kişi başına düşen kira arasındaki farkın 20TL elde ettiğine dair gerekçeli açıklamada bulunan D1-D-2, elde etmiş olduğu sonucun doğruluğunu Şekil 211'de gösterildiği gibi ortaya koymuştur.

4 kişi 500 TL kira verir.
 $500 \text{ TL'nin } 0,05' i = 500 \cdot \frac{5}{100} = 25$
 5 kişinin ödediği kira $\Rightarrow 500 + 25 = 525$
 4 kişi kalıyorken kişi başı 125 TL ödüyorlardı.
 $5 \cdot (125 - 20) = 5 \cdot 105 = 525 \text{ TL öderler.}$
 \downarrow
 5 kişi kalırsa
 kira kişi başı 20 TL azalacak.
 $525 = 525$

Şekil 211. D1-D-2'nin Kira probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

Denklem kurma yoluyla bulmuş olduğu sonucun doğruluğunu göstermeye çalışan D2 grubu öğrencilerinden D2-B-3'ün ifadeleri Şekil 212'de verilmiştir.

$x + \frac{5x}{100} = 525$
 $\frac{100x + 5x}{100} = 525$
 $105x = 525 \cdot 100$
 $x = \frac{525 \cdot 100}{105}$
 $x = 25 \cdot 20$
 $x = 500$
 ilk kira.
 ilk kira 4 kişi öder = son kirayı 5 kişi öder. = 20
 $\frac{500}{4} = \frac{525}{5}$
 $125 - 105 = 20$

Şekil 212. D2-B-3'ün Kira probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

Elde etmiş olduğu beş kişinin toplam kirasına baz alarak dört kişinin toplam kirasına ulaşan D2-B-3, böylelikle kişi başına düşen kiralardan arasındaki farkın 20TL'ye eşit olduğunu göstererek sonucunu doğrulamıştır. Problemi anlama aşamasında oluşturmuş olduğu tablodan hareketle, elde ettiği onucun doğruluğunu da tablo üzerinden göstermeye çalışan

D2 grubu öğrencilerinden D2-C-1, gruplardaki kişi başına düşen kira miktarları arasındaki farkın 20TL'ye eşit olduğunu doğrulamaya çalıştığı Şekil 213'de görülmektedir.

Kişi S.	Verilen Kira	Kişi B. D. K.
4	500	$\frac{500}{4} = 125$
5	525	$\frac{525}{5} = 105$

$125 - 105 = 20$

Demek ki sonuç DOĞRU!

Şekil 213. D2-C-1'in Kira probleminde değerlendirme adımında yaptıkları

D1 ve D2 ortamlarında gerçekleştirilen grupla problem çözme oturumları sonrası, öğrencilerin problem çözme sürecindeki davranışlarını ortaya koyma amacıyla problem çözme etkinliklerinin yer aldığı AUPÇS ve klinik mülakatlar uygulanmıştır. Her iki veri toplama aracı kapsamında gerçekleştirilen problem çözümlerinde, öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımları boyunca tercih ettikleri stratejiler belirlenmiş ve gerçekleştirilen çözüm PDDF'ye göre değerlendirilmiştir. AUPÇS ve klinik mülakattaki problemlerin çözümü neticesinde yapılan değerlendirmelerde, problemi anlama ve plan yapma adımında her iki ortamdaki öğrencilerin problem durumuna uygun verilen ve istenenleri belirlemelerinin yanı sıra şekil çizerek problemi anlamaya çalışmışlardır. Denklem kurma yoluyla plan hazırlandığının tespit edilmesine bağlı olarak denklem çözme yoluyla uygulama adımının tamamlandığı belirlenmiştir. Buna göre D1 ve D2'deki öğrencilerin her iki veri toplama aracındaki problem çözümlerinde, problem çözme adımlarının cevaplanması sürecinde başvurdukları stratejilerin benzerlik gösterdiği ortaya çıkarılmıştır. Ancak, klinik mülakat sürecinde öğrencilerin problem çözme adımlarını eksiksiz tamamlama yönündeki eğilimleri AUPÇS'de verilen cevaplara göre farklılık göstermektedir. Bu farklılık, D2'deki öğrencilerin değerlendirme adımında eylemde bulunma davranışlarından kaynaklanmış olup, klinik mülakattaki problem çözümlerinde sonucun doğruluğunu değerlendirmeye çalıştıkları tespit edilmiştir.

Bu durumun ortaya çıkmasında öğrenciler yöneltilen problem durumlarının problem çözme adımlarını atarak çözüm gerçekleştirmeye yönlendirdiği düşünülmektedir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Çevrimiçi (D1) ve sınıf içi (D2) ortamlarında grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığının incelenmesine yönelik yapılan çalışmanın bu bölümünde, araştırmanın alt problemleri doğrultusunda elde edilen bulgular literatür bağlamında karşılaştırmalı olarak yorumlanmıştır. Bu kapsamda, D1 ve D2'deki grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin nasıl farklılaştığı ile D1 ve D2 ortamlarında problem çözme etkinliklerine katılan öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımlarını atma bakımından yaşadıkları farklılaşmalara yönelik tartışmalar alt başlıklar halinde sunulmaktadır.

5.1. D1 ve D2'deki Grup Çalışmasına Dayalı Problem Çözme Süreçlerinin Nasıl Farklılaştığına İlişkin Bulguların Tartışılması

Birinci problem ışığında D1 ve D2 ortamlarındaki grup çalışmasına dayalı problem çözme süreçlerinin bilişsel ve duyuşsal faktörler ile problem çözümlerine ayrılan süre açısından nasıl farklılaştığına ilişkin tartışmalar yürütülmüştür. Ele alınan bu tartışmalar başlıklar halinde aşağıda sunulmuştur.

5.1.1. D1 ve D2'deki Grupla Problem Çözme Süreçlerinin Bilişsel Faktörler Açısından Nasıl Farklılaştığı ile İlgili Tartışma

Bu bölümde, D1 ve D2 ortamlarında yürütülen grupla problem çözme sürecinin bilişsel faktörler altındaki yansımalarının ne yönde farklılaştığına ilişkin tartışmalar yürütülmüştür. Yapılan araştırma kapsamında D1 ve D2'deki gruplarda yürütülen problem çözme oturumlarında, grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşim sürecinde bilişsel faktörler altında GD, AY, ÖS, GAO, GAKG ve KFS amaçlı söylemler belirlenmiştir. Ortaya çıkan bu söylemler genel olarak değerlendirildiğinde; ÖS, GAO, GAKG ve KFS yönündeki söylemlerinin meydana gelme sıklığının D2'ye nazaran D1'de daha sık yaşandığı belirlenmiştir. Bu durum, grupla problem çözme etkinliklerindeki tartışmalar esnasında bilişsel faktörler altındaki söylemlere çevrimiçi ortamdaki öğrencilerce daha fazla yer verildiğini göstermektedir. Grup üyelerince ortaya konan söylemlerin sahip olunan düşüncelerin açıklanması, önerilerin sunulması, bunların kabul edilmesi veya eleştirel boyutta karşı gelinerek alternatifler sunulması amaçlı söylenmiş olmaları dikkat çekicidir. Söz konusu söylemlerin yapısal özellikleri göz önünde bulundurulduğunda, grup çalışmalarına bilişsel katkı sağlamada çevrimiçi ortamdaki grup çalışmalarının daha etkin rol oynadığını söylemek mümkündür. Araştırmamız kapsamında tespit edilen bu durum

literatürdeki pek çok çalışmanın sonucuyla benzerlik göstermektedir (Moore ve Kearsley, 1996; Jonassen ve Kwon, 2001; Heckman ve Annabi, 2005; Wang ve Woo, 2007).

Araştırma kapsamında elde edilen sonucu destekleyen bir çok çalışmada, ele alınan konular dahilinde çevrimiçi ortamda tasarlanan öğrenci tartışmaları, farklı bireylerin katılımının sağlanmasıyla birlikte ortak bilgi geliştirmelerine imkan tanıdığını belirtilmektedir (Olaniran, Savage ve Sorenson, 1996; Marjanovic, 1999; McAlister, Ravenscroft ve Scanlon, 2004; Watson, 2004; Balaji ve Chakrabarti, 2010). Benzer sonuç Özdemir ve Yalın (2007) tarafından da ortaya konulmuş olup, asenkron işbirlikli grupla problem çözme ortamında yer alan öğrencilerin bireysel ortamda çalışan öğrencilere oranla eleştirel düşünme becerileri boyutunda daha fazla çaba gösterdiklerini tespit etmişlerdir. Bir diğer çalışmada Marra, Moore ve Klimczak (2004), yeni fikirler ortaya koyma, mevcut düşünceleri açıklığa kavuşturma şeklindeki eleştirel düşünmenin çevrimiçi tartışma ortamlarında daha sık yaşandığını ortaya koymuştur. Benzer sonuç James (2011)'in çalışmasında da görülmüş olup, problem çözümlerinde uygulanacak tekniklere kapsamında matematiksel düşünmeye yönelik gerçekleşen tartışmalarda çevrimiçi eş zamansız ortamın eleştirel düşünmeyi ortaya çıkarmada yüz yüze tartışma ortamına göre daha etkili olduğu görülmüştür. Ortaya çıkan bu durumlar, çevrimiçi tartışma ortamında yer alan öğrencilerin, daha eleştirel ve yansıtıcı olma eğiliminde olduklarını göstermekte olup araştırmamız kapsamında elde edilen sonucu desteklemektedir.

Sınıf içi grup çalışmalarında yürütülen etkinlikler bağlamında kıyaslandığında, çevrimiçi ortamın daha sorgulayıcı ve üretken olma yönünde fırsatlar sunması grup çalışmalarına aktif katılımı teşvik ettiği düşünülmektedir. Bu açıdan değerlendirildiğinde, çalışmalara motive olma hususunda çevrimiçi ortamın yapısına bağlı etkenlerin, öğrencilerin grup çalışmalarına daha aktif katılım göstermelerinde etkili olduğu düşünülmektedir. Köktürk ve diğerleri (2000), belirli durumlarda bireyleri birtakım davranışları yapmaya yöneltmede motivasyonun önemli bir etken olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda, yapılan çalışma kapsamında çevrimiçi ortamdaki öğrencilerin grupla problem çözme etkinliklerinde bilişsel anlamda daha aktif konumda bulunmalarının nedenlerinden biri olarak, gerçekleştirilen oldukları görevlere daha motive olmalarına bağlanabilir. Nitekim, Ruberg, Taylor ve Moore (1996) tarafından belirtilen toplumsal uzlaşma görüşüne göre, bazı belirsizliklerin üstesinden gelme ve öğrenen-öğretici-içerik arasındaki etkileşimi yüksek tutmada çevrimiçi ortamların öğrencileri pozitif yönde teşvik etmede rolü bulunduğunu belirtilmektedir. Literatürde, çevrimiçi öğrenenler ile yüz yüze öğrenenler arasındaki motivasyon düzeylerini belirlemeye yönelik yapılan araştırmalarda (Rovai, Ponton, Wighting, ve Baker, 2007; Shroff ve Vogel, 2009), çevrimiçi öğrenenlerin

çalışmalarına daha motive oldukları bu bağlamda daha etkin çalışmalar ortaya koydukları belirlenmiş olması araştırmamız neticesinde elede edilen bulguları destekler niteliktedir.

Yapılan araştırmayla birlikte, çevrimiçi ortamdaki grup çalışmalarında yer alan öğrencilerin bilişsel anlamda daha etkin katılım göstermelerinin nedeni olarak, birbirinden uzak mesafelerde bulunan öğrencilerin çevrimiçi ortam aracılığıyla bir araya gelmelerine bağlanabilir. Bu çalışmada, çevrimiçi ortamdaki grup çalışmaları esnasında öğrenci-öğrenci ve öğrenci-içerik arasındaki iletişim eşzamanlı olacak şekilde bilgisayar ve internet olanakları dahilinde gerçekleşmiştir. Böylece grup çalışmaları esnasında çevrimiçi ortamda çalışan öğrencilerin odaklandıkları noktaların, grup üyelerinden gelen sesli yanıtlar ile bilgisayar ekranındaki problem çözme etkinliğine yansıyanlar şeklinde olmuştur. Yaşanan bu durum karşısında çevrimiçi ortamdaki öğrencilerin, kendilerine verilen göreve daha çok motive olmalarını sağladığı, gerçekleştirecekleri görevlerine odaklanmada daha pozitif oldukları söylenebilir. Bu duruma literatürde de rastlanmaktadır. Çevrimiçi öğrenenler arasında yalnız halde bulunmanın arkasındaki umutsuz olma hissi, hızlı ve sıkı arkadaşlıkların kurulmasında rol oynadığı ifade edilmektedir (Harmon ve Jones, 2000). Orey, Koenecke, ve Crozier (2003) öğrenme ortamlarının çevrimiçi olacak şekilde geliştirilmemesi, öğrencilerin aile bireyleri ve arkadaşları olmak üzere çevrimdışı bir topluluktan rahatlıkla destek alabileceklerini belirtmektedir. Yapılan çalışmayla birlikte, çevrimiçi ortamda tartışmaya katılan bireylerin yüz yüze tartışma ortamındakilere göre daha görev odaklı buldukları (Jonassen ve Kwon, 2001; Strømsø, Grøttum ve Lycke, 2007; Liu ve Tsai, 2008; Liu, Chung, Chen ve Liu, 2009), konu dışı tartışmalara çevrimiçi ortamda daha az yer verildiği (Huang ve Wei, 2000; James, 2011), yüz yüze tartışmalara nazaran çevrimiçi ortamda eleştirel boyuttaki tartışmalarla daha sık karşılaşıldığı (Meyer, 2003; Wang ve Woo, 2006; Wickersham ve Dooley, 2006) ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla bu çalışmada elde edilen bulgular çeşitli araştırmacılar tarafından elde edilen bulgularla uyuşmaktadır.

D1 ve D2'deki problem çözme adımlarında yaşanan etkileşimler esnasında, bilişsel faktörler altında tespit edilen AY ve GD söylemlerinin sınıf içi grup çalışmalarında daha belirgin ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Tespit edilen bu durumun nedeni olarak, sınıf içi grup çalışmalarındaki öğrencilerin yüz yüze halde bulunmalarının yanı sıra birbirleri ile daha rahat ve doğal halde iletişim kurabilme imkanına sahip olmalarına bağlanabilir. Wang ve Woo (2007) araştırmasında, yüz yüze kurulan temas sırasında jest ve mimiklerin karşı tarafa yansıtılabilme özelliği, çevrimiçi tartışmalara göre yüz yüze tartışmalardaki iletişimi daha kolay ve daha doğal bir süreç haline getirdiğini belirtmektedir. D1'deki öğrenciler her ne kadar kamera ve mikrofon aracılığıyla birbirleriyle sesli ve görüntülü iletişimde bulunma imkanına sahip olsalar da, bu imkanlar aracılığıyla kurulan iletişimde

bazı sınırlılıklar yaşandığı tespit edilmiştir. Dikkatinin farklı noktalarda olmasına bağlı olarak fark edememe, ses ve görüntü iletiminde kesintiler yaşama şeklindeki sebeplerle D1'deki öğrencilerin iletişim kurmada yaşadıkları problemler örnek gösterilebilir.

5.1.2. D1 ve D2'deki Grupla Problem Çözme Süreçlerinin Duyuşsal Faktörler Açısından Nasıl Farklılaştığı ile İlgili Tartışma

Bu bölümde, D1 ve D2 ortamlarında yürütülen grupla problem çözme sürecinin duyuşsal faktörler altındaki yansımalarının nasıl farklılaştığına ilişkin tartışmalar yürütülmüştür. Yapılan araştırma kapsamında D1 ve D2'deki gruplarda yürütülen problem çözme oturumlarında, grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşim sürecinde duyuşsal faktörler altında GOE, GÇTE, K, OKV, EGİ ve BTE amaçlı söylemler ortaya çıkarılmıştır. Bu söylemlerin gruplar arasında meydana gelme sıklığı karşılaştırıldığında, söylemlerin tümünün D2'ye nazaran D1'de daha yoğun yaşandığı tespit edilmiştir. Bu durum karşısında, duyuşsal faktörler altındaki söylemlere çevrimiçi ortamdaki öğrencilerce daha fazla yer verildiği söylenebilir. Grup üyelerince ortaya konan söylemlerin; yürütülen çalışmalara dahil olmaları yönünde grup üyelerini teşvik etme, yapılan çözümler doğrultusunda kaygı duyma, eylemde bulunmada ortak hareket etme amaçlı söylenmiş olmaları dikkat çekicidir. Bu açıdan değerlendirildiğinde, söz konusu söylemlerin ortaya çıkma amaçları göz önünde bulundurulduğunda, çevrimiçi ortamda yürütülen grup çalışmalarına sosyal katkı sağlamada daha aktif katılım gerçekleştiğini söylemek mümkündür. Ortaya çıkan bu durum literatürdeki araştırma sonuçlarını destekler niteliktedir (Wang, 2005; Schaber ve diğerleri, 2010; Nam ve Zellner, 2011).

Lang (1998'den aktaran: Gömleksiz ve Kan, 2012), daha iyi öğrenen bireylerin, etkili iletişim kuran öğrenci gruplarının ve daha iyi öğrenme ortamının oluşmasında duyuşsal faktörlerin önemli olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda, yapılan araştırma kapsamında ele alınan duyuşsal faktörler altındaki söylemlerin, problem çözme adımlarında ortaya konan çözümler üzerindeki etkisi göz ardı edilmemelidir. Bu gerekçeyle D1 ve D2'deki öğrencilerin, problem çözme adımlarını cevaplamaları sürecinde grup içindeki konuşmalarda, duyuşsal faktörler altında beliren söylemlerin sıklık değerleri tespit edilmiştir. Elde edilen bu değerler karşılaştırıldığında, farklı nitelikteki söylemlerde değişen sıklıkta yoğunlaşmalar görülmüş olup genel olarak yoğunlaşmanın D1'deki gruplar lehine yaşanmış olması dikkat çekicidir. Grup çalışmaları sürecinde, duyuşsal faktörler altındaki GÇTE, EGİ, OKV, BTE şeklindeki söylemlerin niteliksel özellikleri ve sosyal amaçlı ortaya konabilecek olması göz önüne alındığında, D1'de yer alan öğrencilerin grup çalışmalarına sosyal katkı sağlamada daha üstün olduklarını göstermektedir. Bu duruma örnek olarak grup olarak karar verme noktasında D1-C-1; *“Arkadaşlar ne düşünüyorsunuz?”*, *“Hemfikir*

miyiz?” şeklinde grup arkadaşlarını teşvik etmeye yönelik sorular sormaya çalıştığı gösterilebilir. Bu durum, grup içerisinde ortak hareket etme bilincinin kazanıldığını da göstermektedir. Nitekim Ng (2007), çevrimiçi öğrenme ortamlarının sosyal yönünü, grup içerisindeki öğrencilerin birbirleriyle iletişim kurmasında önemli bir etken olarak göstermektedir.

Gerek D1 gerekse D2 ortamında, duyuşsal faktörler altında en fazla ortaya çıkan söylem kaygılanma (K) adına yaşanmış olup, bu söylemin problem çözme adımlarına göre meydana gelme sıklığının farklılaştığı tespit edilmiştir. Bu farklılaşmalar, problemi anlama ve değerlendirme adımlarında D1 ortamında daha sık belirlenirken, plan yapma ve uygulama adımlarında D2 ortamında daha sık yaşanmıştır. D1 ortamında yaşanan kaygılanmaların nedenleri arasında problem çözümünün gerçekleştirildiği ortamın yapısal özelliklerinin etkileyici olduğu düşünülmektedir. D1’deki öğrenci-içerik etkileşimi esnasında yaşanan öğrenci diyalogları bu durumu açıkça ortaya koymaktadır. Örneğin grafik tablet cihazını kullanmada sorun yaşayan öğrencilerden bir kaçı; *“...yazılar çok büyük oldu, eğer böyle yazarsak bu alan bize yetmeyecek, bira daha küçük yazmayı dene”*, *“...kalemi ben seçtiğim halde bir türlü silemiyorum yazdıklarımı”* ve *“...bu kalem niye yazmıyor anlamadım”* şeklindeki söylemlerin yanı sıra bazı öğrencilerin *“...Ümit beni duyabiliyor musun?”*, *“...mikrofonu ağızına biraz daha yaklaştırarak konuşur musun”* ve *“Doğukan sesin tam net gelmiyor”* şeklindeki söylemleri, sesli iletişim kurmada yaşadıkları sorunları birbirlerine aktardıkları görülmüştür. Yapılan çalışma kapsamında ortaya çıkan bu durum, literatüdeki araştırma sonuçlarıyla örtüştüğü tespit edilmiştir. Tiene (2000), bünyesinde bilgisayar, internet bağlantısı ve tartışma forumlarını barındırması sebebiyle, çevrimiçi tartışmalarda bireyler arasında bir takım erişim sorunlarının yaşanabileceğini belirtmektedir. Schultz (2003), üniversite öğrencileriyle gerçekleştirmiş olduğu çevrimiçi tartışma ortamında yaşanan birtakım teknik aksaklıkların, sınıf içi tartışma ortamında göre elde edilen başarıda düşüş yaşanmasına neden olduğunu ortaya koymuştur. Park ve Jonk (2007), çevrimiçi senkron öğrenme etkinlikleri sonucu öğrenci deneyimlerini incelediği çalışmada, internet bağlantı hızına bağlı olarak öğrenciler arasında ses iletiminde yaşanan problemlerin önemine dikkat çekmiştir.

Çevrimiçi ortamda kaygılanmaya sebep olabilecek teknik problemlere farklı bir açıdan yaklaşan Shroff ve Vogel (2009), çevrimiçi tartışma ortamlarındaki etkileşim imkanlarından faydalanmada yaşanan zorluğun bireysel merak ve ilgi uyandırdığını, bu durumun birlikte çalışmaya teşvik edici hal almasında etkili olduğunu ifade etmektedir. Araştırmamızda çevrimiçi grup çalışmalarında gerek öğrenci-öğrenci gerekse öğrenci-içerik etkileşimi esnasında teknik problemler karşısında beliren kaygılanmaların her ne kadar grup çalışmalarına olumsuz yansımaları görülse de, bu durumun öğrencilerin

görevlerine daha iyi yoğunlaşmasında etken teşkil edebileceği düşünülmektedir. Benzer sonuç Liu, Chung, Chen ve Liu (2009)'nun çalışmasında da yer verilmiş olup, çevrimiçi ortamda problem çözme sürecinde paylaşımlı ekran kullanımı ve avuç içi cihazlardan faydalanmanın, öğrencilerin görevlerine daha odaklı hale gelmelerine ve grupla çalışmaya yönelik farkındalık düzeylerinin artmasına sebep olan etkenlerden biri olarak belirlemiştir.

5.1.3. D1 ve D2'deki Grupla Problem Çözme Süreçlerinin Problem Çözme Adımlarına Ayrılan Süre Açısından Nasıl Farklılaştığı ile İlgili Tartışma

D1 ve D2'deki gruplarda yürütülen problem çözme oturumlarının tamamlanma süreleri karşılaştırıldığında, D1'deki grupların D2'dekilere göre problem çözümlerinin daha uzun sürede tamamlandığı ortaya çıkarılmıştır. Benzer sonuca Jonassen ve Kwon (2001)'un çalışmasında da rastlanılmış olup, çevrimiçi ortamdaki matematiksel problem çözme çalışmalarının daha zaman alıcı olduğu ifade edilmiştir. Bu durumun nedenlerinden biri olarak, D1'deki öğrenciler arasında problem çözme adımlarını cevaplama sosyal etkileşim sürecinin daha yoğun yaşanması olarak gösterilebilir. Hrastinski (2008), gerçekleştirmiş olduğu çalışmasında, çevrimiçi senkron tartışma sürecinde yer alan öğrencilerin daha fazla zaman harcamalarını farklı bir açıdan yorumlayarak, çevrimiçi tartışmalara katılan öğrencilerin diğer öğrencilere destek vermedeki bağlılık derecelerinin daha yüksek olduğunu belirtmektedir. Nitekim yapılan çalışma kapsamında D1'deki öğrencilerin, problem çözme adımlarında D2'deki öğrencilere göre birbirlerine destek için daha fazla söylem ortaya koymaları ve buna bağlı olarak daha fazla zaman harcamaları, araştırmacıların ortaya koyduğu sonucu destekler niteliktedir.

Çevrimiçi grup çalışmalarının daha uzun sürede gerçekleşmesinin bir diğer nedeni olarak grup çalışmalarında senkron iletişim imkanlarından yararlanmada yaşanan zorluklar gösterilebilir. Yapılan araştırma kapsamında; ekrana yansıyan problem cümlelerini okuma, düşüncelerini grup içerisindeki diğer üyelerle paylaşma ve çözümde bulunma adına grafik tablet cihazından faydalanarak yazı yazma gibi faktörler, çevrimiçi ortamdaki grup çalışmalarının uzun zaman almasına neden olmuştur. Benzer sonucu Meyer (2003), Wang ve Woo (2007), Park ve Bond (2007) çalışmalarında da karşılaşılmış olup, iletişim imkanlarının çevrimiçi grup çalışmalarının uzun zaman dilimi içerisinde gerçekleştirilmesine sebebiyet verdiği ifade edilmiştir. Dennis (2003'den aktaran: Şendağ, 2008), California Üniversitesinde tıp eğitimi alan 34 (17 deney, 17 kontrol) ikinci sınıf öğrencisi ile yaptığı çalışmada, çevrimiçi probleme dayalı öğrenme grubu ile yüz yüze probleme dayalı öğrenme grubunun öğrenme çıktıklarını ve öğrenme sürecini karşılaştırmıştır. Araştırma sonucunda, öğrenme çıktıları açısından gruplar arasında

anlamli farklılıklar bulunmamış fakat çevrimiçi öğrenme grubunun öğrenme konusuyla ilgili olarak geleneksel gruba göre daha çok zaman harcadığı ortaya çıkmıştır.

Zhang ve Ge (2005), problem çözümleri esnasındaki bilgilerin yapılandırılması sürecinde ayrılan zamanın, takım dinamiği ve performansı üzerinde önemli etkilerinin olduğunu vurgulamaktadır. Araştırmamızda, problem çözme oturumları esnasında D1 ve D2'deki öğrencilerinin problem çözümlerini tamamlama süreleri incelendiğinde, D1 ortamındaki grup çalışmalarında daha fazla süre harcadığı göze çarpmaktadır. Bu açıdan bakıldığında problem çözme başarısında puanlarında D1 grubu öğrencilerinin daha yüksek ortalamaya sahip olmalarının bir nedeni olarak problem çözümleri esnasında geçirilen zaman ve çaba faktörüne bağlanabilir. Çevrimiçi ortamda gerçekleştirilen problem çözümleri esnasındaki problem çözme adımlarına verilecek cevaplardan emin olunmak istenmesi, ister istemez grup üyelerinin problem üzerinde fazla vakit harcamalarına neden olmuştur. Hatta çevrimiçi grup çalışmalarında yapılan gözlemler esnasında gruptaki bazı öğrencilerin, yapılması gereken işlemlerin doğru olduğunu önlerindeki müsvette üzerinde gerçekleştirmelerinin ardından birbirlerine söyledikleri gözlenmiştir. Bu amaçla çevrimiçi gruptaki bir öğrencinin “...arkadaşlar yaptığımız işlemlerin doğru olduğundan emin olup öyle geçelim diğer aşamaları” şeklindeki söylemi bu hareketlerin oluşmasında önemli pay sahibi olduğu düşünülmektedir. D1 grubunda geçen problem çözme oturumları esnasında yapılan gözlemlerde, öğrenci-içerik etkileşimine paralel öğrenci-öğrenci etkileşiminde görülen birbirlerini ikna etme çabası bu durumun bir göstergesidir. Araştırmamız kapsamında elde edilen bu sonuç, Zhan ve Ge (2005)'in görüşünü destekler niteliktedir.

D1 ve D2'de gerçekleştirilen grupla problem çözme oturumlarında ne yönde farklılaştığıyla ilgili bulgular genel olarak değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmede D1'deki öğrencilerin D2'dekilere kıyasla bilişsel ve duyuşsal faktörler altında daha yoğun sosyal etkileşim yaşadıkları görülmektedir. Araştırmamız kapsamında ortaya çıkan bu sonucu destekleyen pek çok çalışmaya literatürde karşılaşmak mümkündür. Wang (2005'den aktaran: Şendağ, 2008) yaptığı çalışmada, eş zamanlı tartışma çevrelerinin öğrencilerin üst düzey bilişsel alan becerilerini arttırmada olumlu bir etkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır. ChanLin ve Chan, (2007), Stewart, MacIntyre, Galea, ve Steel (2007), problem çözme ortamlarında öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal becerilerinin gelişiminin yanı sıra kendi düşüncelerini yansıtmayı teşvik etme amacıyla uygun teknolojilerin tasarlanabileceğini belirtmişlerdir. Henri (1992), bilgisayar tabanlı iletişimin öğrencileri grup çalışmasına teşvik etmesinin yanı sıra anlamlı ölçüde öğrenmenin doğasını olumlu yönde etkilediği ve kalitesini arttırdığını ortaya koymuştur. Öğrencilerin problem çözme etkinliklerinde tartışmalara katılımını sağlamak ve bu tartışmalar

esnasında çevrimiçi ortam desteğini incelemek isteyen Cho ve Jonassen (2002), grupla yapılan problem çözümlerinde faydalanılan tartışma ortamlarının öğrenciler arasındaki etkileşimi arttırmasının yanı sıra çevrimiçi gruplardaki tartışmaların problem çözme sürecine katkısının daha fazla olduğu sonucuna varmıştır. Elde edilen bu sonuçlar çalışmamızın sonuçlarını destekler niteliktedir.

Gürsul (2008), çevrimiçi (n=21) ve yüz yüze (n=21) grup çalışması ortamlarında yürütülen problem tabanlı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematik başarıları üzerindeki etkisini karşılaştırmak amacıyla yapmış olduğu çalışma sonucunda, çevrimiçi ortamdaki grupların başarı puanlarındaki artış miktarının yüz yüze ortamdaki öğrencilerin başarı puanlarına göre daha yüksek olduğu sonucu elde etmiştir. Jacob ve Sam (2008), online forum ortamındaki deneysel (n=45) ile bireysel ortamdaki kontrol grubu (n=45) öğrencilerinin matematiksel problem çözme ve eleştirel düşünme becerilerini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Araştırmacıların 14 haftalık süreçte yapmış olduğu deneysel çalışma sonrası öğrencilere uygulanan sınavdan elde edilen puanlar karşılaştırıldığında, deney grubu lehine anlamlı farklılığın olduğu tespit edilmiş ve bu farklılığın nedeni olarak, çevrimiçi ortamda yapılan tartışmaların Polya'nın problem çözme adımlarını atma becerilerinin gelişimde daha olumlu etkisi olabileceği gösterilmiştir. Öte yandan Amerika Birleşik Devletleri Eğitim Dairesinin 1996-2009 yılları arasında online öğrenme alanında yapılan araştırmaları kapsayan meta-analiz raporunda, online öğrenme koşullarında öğrenim gören öğrencilerin yüz-yüze ortamdaki öğrencilere göre daha iyi performans gösterdiği sonucuna yer verilmiştir (URL-2).

Çevrimiçi ve yüz yüze gruplarla yürütülen etkinlikler sonrası öğrenme çıktıları açısından anlamlı farklılıkların yaşanmadığı çalışmalara da rastlamak mümkündür. Wegner, Hooloway ve Garton (1999), deney (e-öğreme) ve kontrol (sınıf tabanlı) gruplarında öğrenim gören öğrencilerin başarı testi puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmadığını belirtmiştir. Ancak araştırmacılar, her ne kadar iki grubun başarı testi puanları arasında anlamlı farklılık tespit edilmemesine rağmen, deney grubu öğrencilerinin daha olumlu deneyim duygusuna sahip oldukları belirtilmiştir. Benzer şekilde Ryan (2000), online ortamda öğrenim gören öğrenciler ile geleneksel öğrenci gruplarının başarıları arasında anlamlı bir fark bulunmadığını, online öğrenmenin geleneksel öğrenme ortamlarıyla birleşik kullanılması öğrenme yeterliliklerin arttırabileceğini belirtmektedir.

D1 ve D2 ortamlarındaki grupla problem çözme etkinliklerinde yer alan öğrenciler arasında problem çözme süreçlerinde yaşanan farklılaşmalar değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda, grup üyeleri arasında yaşanan sosyal etkileşim sürecinde bilişsel ve duyuşsal faktörler altında söylemler tespit edilmiş olup bunların problem çözümleri üzerinde etkili olduğu ortaya çıkmıştır. Bilişsel faktörler altında; ÖS, GAO,

GAKG ve KFS söylemlerinin meydana gelme sıklığının D1'deki grupla problem çözme oturumlarında daha fazla yaşandığı belirlenmiştir. Yaşanan söylemlere bağlı olarak D1'deki öğrenciler arasında; öneri sunma, sunulan önerilere karşı gelerek alternatifler ortaya koyma ve birbirlerinin düşüncelerinin onaylama davranışlarının daha yoğun yaşandığı tespit edilmiştir. Buna göre, öğrencilerin sahip oldukları fikirleri ve düşünceleri yansıtma ve paylaşarak eleştirel boyutta düşüncelerin ortaya çıkmasında çevrimiçi sosyal etkileşim ortamı etkili olmuştur.

D1 ve D2'deki problem çözümleri sürecinde grup üyeleri arasında duyuşsal faktörler altında söylemler meydana gelmiş olup bunların problem çözme süreci üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Özellikle; GÇTE, EĞİ, OKV ve BTE söylemlerinin D1'deki grup çalışmalarında daha sık meydana geldiği belirlenmiştir. Yaşanan söylemlere bağlı olarak meydana gelen davranışlar göz önüne alındığında, sosyal anlamda grup çalışmalarına katkı sağlama ve ortak hareket etme bilincin oluşmasında çevrimiçi ortamın sınıf içi ortama göre daha etkili olmuştur.

D1 ve D2'deki grupla problem çözme oturumlarında duyuşsal faktörler altında kaygılanmaların yaşandığı tespit edilmiştir. D2'de yaşanan kaygılanmaların daha çok problemi yanlış anlamaya bağlı olarak hatalı çözüm sürecinde bulunmalarından kaynaklanmıştır. Buna göre, çalışmaların görev odaklı halde yürütülmesinde çevrimiçi ortam daha etkili olmuştur.

Problem çözümünün gerçekleştirildiği ortamın yapısal özelliklerinin D1'deki grup çalışmalarında yer alan öğrencilerin problem çözümleri üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Grup çalışmalarında öğrenci-öğrenci ve öğrenci-içerik etkileşimi esnasındaki iletişim imkanlarından kaynaklanan teknik problemler, D1'deki öğrenciler arasında bir takım kaygıların yaşanmasında etken olmuştur. Grup çalışmalarında senkron iletişim imkanlarından yararlanmada yaşanan zorluklar çevrimiçi grup çalışmalarının daha uzun sürede gerçekleşmesine nedeni olmuştur. D1 ve D2'deki gruplara ait öğrencilerin problem çözme oturumlarını tamamlama süreleri karşılaştırıldığında, çevrimiçi ortamda yürütülen çalışmaların sınıf içi ortama göre daha zaman alıcı olduğu sonucu ortaya çıkarılmıştır.

5.2. D1 ve D2 Ortamlarında Problem Çözme Etkinliklerine Katılan Öğrenciler Arasında Polya'nın Problem Çözme Adımlarını Atma Bakımından Nasıl Farklılaştığıyla İlgili Bulguların Tartışılması

D1 ve D2 ortamlarındaki grupla problem çözme oturumları sonrası, öğrenciler arasında Polya'nın problem çözme adımlarını atma bakımından nasıl farklılaştığını ortaya koymak amacıyla, bu ortamlarda bulunan öğrencilerin her birine Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS) uygulanmıştır. Öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımları

doğrultusunda gerçekleştirmeye çalıştıkları çözümlerde, her bir adımın cevaplanması tercih edilen stratejiler bazında değerlendirilerek, D1 ve D2'deki öğrenciler arasında farklılaşmalar ortaya konulmuştur. Elde edilen bulgular ışığında D1 ve D2'de problem çözme etkinliklerine katılan öğrenciler arasındaki problem çözümlerinin nasıl farklılaştığı tartışılacaktır.

Öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerde anlama adımına yönelik çözümlerde tercih edilen stratejiler karşılaştırıldığında, problemlerin tümünde özetleme (Ö) ve verilen-istenenleri belirleme (V-İ) stratejileri her iki gruptaki öğrencilerce tercih edilmiştir (Tablo 16, s.234). Bu durum her iki gruptaki öğrenciler açısından değerlendirildiğinde, öğrenciler kavramsal olarak problemi anlamadıklarında problem durumunu özetlemişler yada verilen ve istenen ifadeleri tekrardan yazmışlardır. Ayrıca, AUPÇS'deki üçüncü ve dördüncü problemleri anlamada, tercih edilen stratejilerden farklı olarak şekil oluşturma stratejisinden faydalandığı kısmen de olsa her iki grupta görülmüştür. Buna göre, her iki gruptaki öğrencilerin AUPÇS'deki problemleri anlamaya yönelik başvurduğu strateji türü benzerlik gösterse de problem durumları açısından başvurulan stratejiler farklılaşmıştır. Problemi anlamaya adımına verilen cevaplarda her iki gruba ait bazı öğrencilerin anlama adına eylemde bulunmadıkları belirlenmiştir. Gruplar arasında bu durumun ortaya çıkma süreci kıyaslandığında, genel olarak her iki grubun problemi anladıkları yönünde ifadeleri ortaya koymalarına karşın D2 grubu öğrencileri arasında boş bırakma eğiliminin daha sık yaşanmış olması dikkat çekicidir. Bu durum, problem çözümlerinde problemi anlama adımının öneminin çevrimiçi gruptaki öğrencilerce daha fazla benimsendiğini göstermektedir. Bu durum, çevrimiçi ortamda gerçekleştirilen grup çalışmalarında, problemlerin anlaşılmasının önemine yönelik grup üyeleri arasındaki sosyal etkileşim neticesinde gösterilen çabanın önemli etken oluşturduğu düşünülmektedir.

Çalışmamız kapsamında ortaya çıkan bu durumu destekleyen araştırmalara literatürde karşılaşmak mümkündür. Bir problemle karşılaşıldığı zaman onun anlaşılmasını önemli aşamalardan biri olarak niteleyen Altun (2000), problemin anlaşılmadığı durumlarda bireylerin herhangi bir strateji belirleyip buna bağlı çözüm ortaya koymakta zorluklar yaşayabileceklerini belirtmektedir. Nitekim, D2 grubu öğrencilerinin AUPÇS'de ele alınan problemlerde anladıklarını net olarak ortaya koyamamaları, anlama adımını takip eden ilerleyen aşamalarda eksik veya hatalı çözüm gerçekleştirmelerine sebep olmuştur. Bir diğer araştırmada Lee (2001), birinci sınıftaki üniversite öğrencileriyle gerçekleştirdiği rutin ve rutin olmayan problem çözümlerinde yaşanan zorluklardan birini, problemi anlamada problem durumuyla ilgili bilgilerin eksik tanımlanmasına bağlamaktadır. Benzer şekilde Yeo ve Yeap (2009), yaşları 12-13 arasında değişen öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözüm sürecini incelemek amacıyla

gerçekleştirdiği çalışmasında, öğrencilerin başarılı sonuç elde edememesinin nedenlerinden biri olarak, problem durumunun net olarak anlaşılmasına bağlamaktadır. Şahin (2007) ve Karataş (2008) tarafından çalışmalarda problemi anlamaya adımının önemiyle ilgili elde edilen sonuçların araştırmamızın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Buna karşın, klinik mülakat sürecinde yer alan D2 grubu öğrencilerinin, problemi anlama adına AUPÇS'de sergiledikleri çözümlerden, anlama adımını boş bırakmayıp farklı stratejilerden faydalanarak problemi anlamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla bu durum, uygulanan problem durumuna bağlı olarak farklı stratejilerden yararlanarak anlamının gerçekleştirilebileceğini göstermektedir.

D1 ve D2'deki öğrencilerin plan yapma adımına yönelik gerçekleştirdikleri çözümlerde tercih edilen stratejiler karşılaştırıldığında, çoğunlukla denklem kurma (DK) stratejisinden her iki gruptaki öğrenciler faydalanırken, uygulama adımında yapılacak işlemleri açıklama (YİA) yoluyla plan yapma D2'deki öğrencilerce daha fazla tercih edilmiştir. (Tablo 17, s.238). Buna göre, genel olarak her iki gruptaki öğrenciler çözüme yönelik plan oluşturma gayreti içinde olduğu görülmektedir. Uygulama adında gerçekleştirilecek çözüme yönelik somut plan ortaya koyamayan öğrenciler, problemin çözümünde gerçekleştirilmesi düşünülen işlem adımlarının yazılı ifade edilmesi D2'deki öğrenciler arasında daha sık rastlanılmıştır. Bu adımda tercih edilen stratejilerden farklı olarak, şekil çizme yoluyla plan hazırlama D1'deki öğrencilerce daha fazla tercih edilmiştir. Buna karşın, tablo oluşturma stratejisinden faydalanarak plan yapma sadece D2'de görülmüştür. D1 ve D2'deki öğrencilerin plan yapma adımına yönelik strateji belirleme davranışları genel olarak değerlendirildiğinde, benzer stratejilerden faydalanıldığının tespit edilmesinin yanı sıra D2 grubunda plan yapma adına girişimde bulunmayan öğrenciler çoğunluktadır. Bu durumdaki öğrenciler plan yapma adımını tamamlamayıp problemin çözümüne odaklanmıştır. Yaşanılan bu duruma göre, grupla problem çözme oturumları sonrası plan yaparak çözümde bulunma alışkanlığının kazanılması D1'deki öğrencilerce daha fazla geliştiğinin söylemek mümkündür.

Yapılan araştırmada öğrencilerin problem anlama aşamasında ortaya koydukları verilen ve istenen ifadelerden hareketle plan yapma adımını tamamlamaya çalıştıkları görülmüştür. D1 ve D2'de yer alan öğrencilerin problemi anlama adımında ortaya koyduğu ifadelerden hareketle çözüme yönelik planlarını ortaya koymuşlardır. Bu durum karşısında plan yapma adımının, problemi anlama adımında ifade edilenlerle ilişki kurularak belirlemeye çalışıldığı gözlenmiştir. D1 ve D2 gruplarındaki öğrenciler arasında yaşanan bu durum değerlendirildiğinde, problemi anlama adımında ifade edilenlere bağımlı kalarak plan oluşturma D1'deki öğrenciler arasında daha sık yaşanmıştır. Dolayısıyla bu durum, uygulanan problem durumuna bağlı olarak farklı stratejilerden yararlanarak

anlamanın gerçekleştirilebileceğini göstermektedir. Altun, Memnun ve Yazgan (2007) yaptığı araştırmada, problem çözme başarısı etkileyen faktörler arasında diyagram (şekil) çizme ve liste yapma stratejilerinin etkili olduğunu ortaya koymuşlardır. Yapılan çalışmada D1 ve D2'deki öğrencilerin plan yapma amacıyla tercih ettikleri stratejiler arasında daha çok şekil çizme stratejisinin yer aldığı belirlenmesi Altun, Memnun ve Yazgan (2007)'in çalışma sonuçlarını destekler niteliktedir. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakat sürecinde plan yapma adımına verilen cevaplarda, öğrencilerin tamamı farklı stratejiler tercih etmek yerine çözüme yönelik denklem oluşturma yoluyla plan yapma adımını tamamlamıştır.

D2'deki öğrencilerin AUPÇS'de plan yapma adına yapılan çözümlerde boş bırakmalarının ardından doğrudan uygulama adımına geçerek çözümünü gerçekleştirmeye çalışmaları dikkat çekicidir. Diezmann ve diğerleri (2001), öğrencilerin problem çözmede en sık karşılaştıkları zorlukların, uygun çözüm yöntemini belirleyememe, problemin yapısını kavramaya çalışmak yerine bir an önce sonuca ulaşmak için verileri işleme koyma ve anlamlı olmayan yüzeysel bilgi sahibi olma şeklinde sıralanabileceğini belirtmişlerdir. Bu bakımdan Diezmann ve diğerleri (2001)'nin çalışmasının sonuçlarıyla araştırmamız kapsamındaki sonuçlar benzer olduğu söylenebilir.

D1 ve D2'deki öğrencilerin uygulama adımında, denklem çözme (DÇ) ve aritmetik işlemler (Aİ) stratejilerine başvurulduğu her iki grupta da karşılaşılmış olup D2'de üçüncü probleme ait çözüm esnasında farklı olarak değer verme (DV) stratejisi kullanılmıştır (Tablo 18, s.243). D1'de bu adımda gerçekleştirilen çözümlerde daha çok bir önceki adımda ortaya konulan plan doğrultusunda çözümde bulunulmuştur. Bu durum D2'deki öğrencilerin genelinde görülmüş olup gruptaki bazı öğrenciler çözüm amacıyla yeni bir plan yapma eyleminde bulunmuştur. Genellikle bir önceki aşamada ortaya koydukları plandan hareketle çözümde bulunmayı tercih eden öğrenciler, hatalı plan sürecine bağlı kalma veya işlem hatası yapma gibi nedenlerle yanlış çözümde bulunmuşlardır. D1 ve D2'deki öğrencilerin plan yapma adımına yönelik strateji belirleme davranışları karşılaştırıldığında, her iki grupta benzer stratejilerden faydalanılmasına karşın D2'de uygulama adımında çözüm gerçekleştirmeyen öğrenci sayısı kısmen de olsa fazladır. Bu durum karşısında, uygulama adımında gerçekleştirilen çözüm sürecinde, plan yapma adımında ortaya konan stratejiye bağlı kalarak çözümde bulunma davranışı D1'deki öğrencilerce daha fazla benimsenmiştir. Her iki grupta uygulama adımındaki çözüm süreci incelendiğinde, doğru çözümde bulunan öğrenci sayısı hemen hemen her iki grupta eşit iken hatalı çözümde bulunanların sayısı D2'de fazladır. Bu durum gerçekleştirilen çözüm sürecindeki işlemlerde dikkatli olmaları, doğru plan hazırlandığından emin olunarak

gerçekleştirilen çözümde bu plana bağlı kalınması ve uygulama adımında gerçekleştirilen işlemlerin doğruluğunu değerlendirme alışkanlığı kazanmalarından kaynaklandığı söylenebilir.

AUPÇS'deki problem çözümlerinde son olarak, D1 ve D2'deki öğrencilerin değerlendirme adımında, yerine koyma (YK) ve gerçekleştirilen çözümün gerekçelerini açıklama (A) şeklindeki stratejilerin her iki gruptaki öğrencilerce tercih edildiği belirlenmiştir. (Tablo 19, s.248). Sonucu kontrol etme davranışları problemler bazında değerlendirildiğinde, özellikle uygulama aşamasındaki çözümlerinde denklem çözme stratejisine bağlı kalarak sonuca ulaşana öğrencilerin elde ettikleri sonuç değerini denklemde yerine koyarak sonucu kontrol ettikleri görülmüştür. Özellikle bu durum D1'deki öğrencilerce daha fazla tercih edildiği belirlenmiştir. Ayrıca bu gruptaki öğrencilerin farklı olarak tersten gitme (TG) stratejisinden faydalanarak çözümün değerlendirildiği belirlenmiştir. Önceki problem çözme adımlarından farklı olarak değerlendirme adımında gerçekleştirilen çözüm sürecini boş bırakan öğrenciler her iki grupta yer aldığı görülmüştür. Bu durum gruplar arasında karşılaştırıldığında, D1'e kıyasla D2'deki öğrencilerin çoğunluğu değerlendirme adımını tamamlama yönünde eylemde bulunmayıp bu adımı boş bırakmıştır. D1'deki öğrencilerin AUPÇS'deki problemlerde, değerlendirme aşamasında uygun strateji kullanarak işlem hatası yaptığının farkına vararak sonucu tekrar düzenleme yoluyla çözümü doğru olacak şekilde düzenlemiştir. Buna karşın D2'deki öğrenciler değerlendirme aşamasında uygun strateji ve beceri kullanmadıklarından hatalarının farkına varmalarına sebep olmuştur. Bu durum karşısında, değerlendirme aşamasında yapılan çözümün doğruluğunu kontrol etme davranışı grupla problem çözme oturumları sürecinde D1'de yer alan gruplardaki öğrencilerce daha fazla kazanıldığı söylenebilir. Ortaya çıkarılan bu sonuca literatürdeki araştırmalarda da karşılaşılmıştır. Karataş ve Güven (2004)'in sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerini belirlemek üzere yaptıkları çalışmada ise, öğrencilerin daha çok, problemi anlama ve çözüm için plan yapma aşamalarında güçlük çektikleri, bu iki aşamayı gerçekleştirebilen öğrencilerin uygulama aşamasında hata yapsalar bile, değerlendirme aşamasında bunu fark ederek hatalarını düzeltebildikleri ifade edilmektedir.

Ancak, D2'deki öğrencilerin AUPÇS kapsamındaki problem çözümleri esnasında yaşadıkları durumu klinik mülakat kapsamındaki problemlerin değerlendirme adımına yönelik verdikleri cevaplar için söylemek mümkün değildir. D2'deki öğrencilerin tamamı, klinik mülakat sürecindeki problemlerde uygulama adımında elde ettikleri sonucu değerlendirme yönünde eylemde bulunmuştur.

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında, D1 ve D2 ortamlarında gerçekleştirilen grupla problem çözme oturumları sonrası öğrencilerin Polya'nın problem çözme adımlarını atarak çözümde bulunmada ne yönde farklılaşmaların yaşandığı incelenmiştir. Buna göre, her iki ortamdaki gruplarda yer alan öğrencilere AUPÇS ve klinik mülakatlar uygulanarak, Polya'nın problem çözme adımlarını atma yoluyla gerçekleştirdikleri problem çözümlerinde farklılaşmalar değerlendirilmiştir. Sonuç olarak, her iki ortamdaki öğrencilerin, AUPÇS ve klinik mülakat esnasındaki problemleri çözme sürecinde ilgili problem çözme adımının cevaplanmasında benzer stratejilerden faydalandıkları tespit edilmiştir. Buna karşın AUPÇS kapsamındaki problemlerde, D2'deki öğrencilerin D1'deki öğrencilere kıyasla problem çözme adımlarını boş bırakma yönünde eylemde daha çok bulunmuşlardır. Plan yapma adımında yaşanan bu durum sonucu D2 grubu öğrencileri uygulama aşamasına yönelerek bir an önce çözümü gerçekleştirme çabası içine girmişlerdir. Bu durum karşısında, öğrencilerin kendilerini çözüme götürecek planı ortaya koyma noktasında D1'deki öğrencilerin daha fazla çaba gösterdikleri ortaya çıkmıştır. D1'deki öğrencilerin geneli olmasa da yarısından fazlası elde ettikleri sonucun doğruluğunu değerlendirmelerine karşın D2'deki öğrencilerin büyük çoğunluğu bu adımı boş bırakmıştır. D2'deki öğrencilerce problem çözme adımlarını boş bırakma eğilimi değerlendirme adımında daha belirgin hal almış olup, öğrencilerin problem çözümlerinin gerçekleştirmeleri sonrası çözümlerinin doğruluğunu ortaya koymamışlardır. Her iki gruptaki öğrencilerin değerlendirme adımına yönelik eylem düzeyleri kıyaslandığında, D1'deki öğrencilerin uygulama adımında ortaya koydukları çözümün doğru olup olmadığı noktasında değerlendirmede bulunmayı daha fazla önemsemiştir. Buna göre, problem çözme adımlarını atarak problem çözme sürecinin yaşanmasında, D1'de gerçekleştirilen grupla problem çözme faaliyetleri daha etkili olduğu sonucu söylenebilir.

6. ÖNERİLER

Bu bölümde yapılan öneriler, çalışmanın sonuçlarına dayalı olarak yapılan öneriler ile araştırmacının kendi deneyimleri ve diğer araştırmacılara öneriler başlıkları altında gruplandırılarak verilmiştir.

6.1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler

Grup çalışmalarında yürütülen problem çözme süreçlerindeki farklılaşmaları ortaya koymayı amaçlayan bu çalışmada, çevrimiçi ve sınıf içi ortamlarda grupla problem çözme oturumları gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak önerilere yer verilmiştir:

1. Yapılan çalışma sonrası, öğrencilerin sahip oldukları fikirleri ve düşünceleri yansıtmasını sağlayarak eleştirel boyutta düşüncelerin ortaya çıkmasında D2'ye nazaran D1'deki grup çalışmaları daha etkili olmuştur. Buna göre, eleştirel ve yansıtıcı düşünceleriyle öğrencilerin aktif katılımının sağlanacağı öğrenme ortamlarında çevrimiçi eğitsel faaliyetlere yer verilmelidir.
2. Sosyal anlamda grup çalışmalarına katkı sağlama ve ortak hareket etme bilincinin oluşmasında çevrimiçi grup çalışmalarının daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun nedeni olarak, çevrimiçi ortamın yapısal özelliği gereği, bu ortamda yer alan öğrencilerin, çalışmalarına daha görev odaklı halde bulunmalarından kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin derse ve birbirlerine karşı motive olmalarını sağlama etkiliği göz önünde bulundurulduğunda, çevrimiçi ortamlar üzerinden yürütülecek eğitsel faaliyetlere dersler esnasında yer verilmelidir.
3. Problem çözme adımlarının tamamlanmasında, D2'ye nazaran D1'de daha fazla zaman harcandığı tespit edilmiştir. Zamanı daha etkin ve verimli kullanma konusunda yapılacak uyarıların, çevrimiçi ortamda gerçekleştirilen eğitsel faaliyetler esnasında öğrencilerin daha etkin katılımını sağlayacaktır.
4. Bu çalışmada, asıl uygulamaya başlamadan önce D1'de yer alan öğrencilere, çevrimiçi ortamda grup çalışmalarının gerçekleştirileceği Adobe Connect sistemini nasıl kullanacakları, bu ortamda yer alan iletişim birimlerinden nasıl faydalanacaklarına dair toplam iki saatlik bir oryantasyon toplantısı düzenlenmiştir. Daha uzun sürede gerçekleştirilecek bir toplantının, öğrencilerin uygulama ortamını daha iyi tanınmasına, iletişim araçlarının kullanımında pratiklik kazanmasına ve tedirginlik duygularını azaltmaya yardımcı olacaktır.

5. Bu çalışmada, problem çözme oturumlarında öğrencilere yöneltilen problem senaryolarının içeriğinin öğrenci katılımında önemli bir rolü olduğu ortaya çıkarılmıştır. Bu açıdan bakıldığında, problem senaryoları hazırlanırken öğrencilerin ilgi ve merakını arttıracak gerçek yaşamla ilgili konuların tercih edilmesine özen gösterilmelidir. Ayrıca, problem çözme oturumlarında farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilerin olabileceği göz önünde bulundurularak hazırlanan içeriğe uygun formattaki yazı ve görsellere yer verilmelidir.

6.2. Araştırmacının Kendi Deneyimleri ve Diğer Araştırmacılara Öneriler

Bu bölümde çalışma süresince araştırmacının kazandığı deneyimler dikkate alınarak ileride bu alana yönelik çalışma yapacak olan araştırmacılara yönelik önerilere yer verilmiştir.

1. Problem çözümlerin matematik müfredatının en önemli özellikleri arasında yer alması göz önünde bulundurulduğunda, ilk ve orta öğretim düzeyindeki öğrencilerin, sistematik adımlara uygun problem çözme sürecini yaşamalarını sağlamada, eş zamanlı ve eş zamansız iletişim olanaklarının yer aldığı çevrimiçi öğrenme ortamları işe koşulmalıdır. Bu noktada, ülke genelinde yaygınlaştırılması planlanan Fatih Projesi kapsamındaki sistemlerin, uygun bir ortam olabileceği düşünülmektedir.
2. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen çevrimiçi grupla problem çözme süreci sınıf öğretmeni adaylarıyla yürütülmüştür. Örneklem grubunu farklı bilim dalları altındaki öğrencilerin oluşturduğu benzer araştırmalar gerçekleştirilebilir.
3. Çevrimiçi grup çalışmasına dayalı ortamda gerçekleştirilen problem çözme sürecinin; akademik başarı, yaratıcı ve eleştirel düşünme şeklinde üst düzey düşünme becerilerine etkisini araştıran deneysel çalışmalar yapılabilir.
4. Çevrimiçi grup çalışmasına dayalı problem çözme oturumlarındaki uygulamalar sonucu, öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarını ortaya çıkaracak deneysel çalışmalar gerçekleştirilmelidir.
5. Problem çözümleri esnasında bilişsel ve duyuşsal faktörler altında ortaya çıkan söylemlerin, D2'ye göre D1 ortamında daha tutarlı olduğu ortaya çıkmıştır. Bu durum göz önüne alındığında, ortaya çıkan söylemlerin problem çözme adımları altında yapılanlar üzerindeki etkisi incelenmelidir.
6. Toplumsal buradalık algısı, çevrimiçi öğrenme ortamlarındaki etkileşim sürecinin gelişiminde önem teşkil eden faktörlerden biri olduğu çeşitli araştırmalarla ortaya konmuştur. Çevrimiçi ortamda gerçekleştirilecek çalışmalarda, toplumsal buradalık algısının yüksek tutulması, öğrenciler arası etkileşim düzeyine bağlı

etkili öğrenmelerin oluşmasını sağlayacaktır. Bu bağlamda çevrimiçi ortamda gerçekleştirilecek araştırmalarda, öğrencilerin toplumsal buradalık algısının yüksek tutulması ve bu durumun oluşmasında yaşanabilecek olumsuzlukların oradan kaldırılması üzerinde durulmalıdır.

7. Öğrencilerin eğitsel sürece etkin katılımı, kalıcı öğrenmelerin gerçekleşmesi açısından önem teşkil eden unsurlardan biridir. Dolayısıyla, gerçekleştirilmesi planlanan çevrimiçi öğrenme ortamına katılacak öğrencilerin, internet ve bilgisayar kullanmadaki hazır bulunuşluk düzeyleri tespit edilerek etkinliklerde yer almalarının sağlanması önemlidir.
8. Bu araştırmaya; D1’de 12 ve D2’de 15 olmak üzere toplam 27 öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular, sınırlı sayıda öğrenciyle yapılan çalışma sonucu ortaya konulmuştur. Dolayısıyla daha fazla sayıda deneğin katıldığı benzer çalışmaların yürütülmesi, bulguların genellenebilmesi açısından daha faydalı olacaktır.

7. KAYNAKLAR

- Aase, S. (2000). Online learning goes the distance. Retrieved October 7, 2012, from http://www.itdl.org/journal/Jan_04/article02.htm.
- Açıkgöz, K. Ü. (1992). *İşbirlikli öğrenme: Kuram, araştırma ve uygulama*. Malatya: Uğurel Matbaası.
- Açıkgöz, K.Ü. (2003). *Aktif öğrenme*. İzmir: Kanyılmaz Matbaası.
- Açıkgöz, K. Ü. (2009). *Aktif öğrenme* (11. Baskı). İzmir: Kanyılmaz Matbaası.
- Adeoye, F. A. (2010). Effects of problem-solving and cooperative learning strategies on senior secondary school students' achievement in physics. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 6(1), 235-266.
- Adeyemi, B. A. (2008). Effects of cooperative learning and problem-solving strategies on junior secondary school students' achievement in social studies. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 3, 16 (6), 691-708.
- Akpınar, Y. (2005). *Bilgisayar destekli eğitimde uygulamalar* (2.Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Alkan, H. ve Altun, M. (1998). *Matematik öğretimi*. Eskişehir: Açıköğretim Fakültesi Yayınları.
- Ally, M. (2004). Foundations of educational theory for online learning. In T. Anderson and F. Elloumi (Eds.). *Theory and practice of online learning*. Athabasca: Creative Commons.
- Altun, M. (2000). İlköğretimde problem çözme öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, s: 147.
- Altun, M. (2002). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Yayıncılık.
- Altun, M. (2009). *Liselerde Matematik Öğretimi*. İstanbul: Aktüel Yayınları.
- Altun, M., Memnun, D.S. ve Yazgan, Y. (2007). Primary school teacher trainees' skills and opinions on solving non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online*, 6 (1), 127-143.
- Altınsoy, B. (2007). Takım-oyun turnuvaları tekniğinin ilköğretim dördüncü sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarısı, kalıcılık ve matematiğe ilişkin tutumları üzerindeki etkisi. Yayılanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Anderson, T. and Elloumi, F. (2004). *Theory and practice of online learning*. Athabasca: Creative Commons.
- Arslan, T. (2010). Açık kaynak kodlu LMS krogramlarının yerel ağ üzerinde uygulanması. <http://www.doyalog.com/2010/09/infiial/8409/ogrenme-yonetim-sistemi-learning-management-system-lms> adresinden 17 Mart 2012 tarihinde edinilmiştir.

- Aslantürk, O. (2002). Bir web tabanlı uzaktan eğitim sisteminin tasarlanması ve gerçekleştirilmesi, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Atıcı, B. ve Gürol, M. (2000). Bilişim toplumunda öğrenme topluluklarının oluşturulması ve öğrenci vizyonunun geliştirilmesi. bilişim teknolojileri ışığında eğitim (BTIE), ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi: Ankara, s. 131-138.
- Aydın, C. H. (2002). Çevrimiçi (online) öğrenme toplulukları. http://aof20.anadolu.edu.tr/bildiriler/Hakan_Aydin1.doc adresinden 07 Ekim 2012 tarihinde erişilmiştir.
- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: Ceren Yayın-Dağıtım.
- Baki, A., Karataş, İ. ve Güven, B. (2002). Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek matematik öğrenme. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ortadaoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Balaji, M.S. and Chakrabarti, D. (2010). Student interactions in online discussion forum: Empirical research from 'Media Richness Theory' perspective. *Journal of Interactive Online Learning*, 9(1), <http://www.ncolr.org/jiol/issues/pdf/9.1.1.pdf> adresinden 24.02.2013 tarihinde erişilmiştir.
- Baş, T. ve Akturan, U. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri, NVivo 7.0 ile nitel veri analizi*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. Sınıflar İçin*, Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimi 1.-5. sınıflar için* (9. Baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Baykul, Y. ve Sulak, S. (2006). Problem çözme stratejilerinin ilköğretimde problem çözme başarısına etkisi. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Kongresi, C. 1, Ankara: Gazi Üniversitesi.
- Bayram, F., İbili E., Hakkari F., Kantar M., Doğan M. (2009). E-üniversite: scorm uyumlu modüler öğrenim yönetim sistemlerinin yükseköğretimde kullanımı, Akademik Bilişim'09 - XI. Akademik Bilişim Konferansı Bildirileri 11-13 Şubat, Harran Üniversitesi, Şanlıurfa.
- Berge, Z.L. and Collins, M. (1995). (Eds.) Computer-mediated communication and the online classroom. Cresskill, NJ: Hampton Press.
- Bennett, A. B., Jr., and Nelson, L. T. (2004). *Mathematics for elementary teachers: A conceptual approach* (6th ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Carlan, V., Rubin, R., and Morgan, B. (2005). Cooperative learning, mathematical problem-solving, and Latinos. *International Journal for Mathematics Teaching and*

Learning, <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm> adresinden 17.05.2012 tarihinde edinilmiştir.

ChanLin, L. and Chan, K., (2007). Integrating interdisciplinary experts for supporting PBL, *Innovations in Education and Teaching International*, 44 (2), 211-224.

Charles R. and Lester, F. (1982). *Teaching problem solving; What, Why ve How*. CA: Dale Seymour Publications.

Charles, R.T. (1985). The role of problem solving. *Arithmetic Teacher*, 32, 48-50.

Charles, R., Lester, F.K. and O'Daffer, P. (1988). How to evaluate progress in problem solving, National Council of Teachers of Mathematics, Reston.

Charles. R., Lester, F. and O'Daffer, D. (1994). *How to evaluate progress in problem solving*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Cheong, S. C. (2002). E-learning-a providers prospective. *Internet and Higher Education*, 4, 337-352.

Cho K.L. and Jonassen D.H. (2002). The effects of argumentation scaffolds on argumentation and problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 50, 5–22.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In A. E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp.547-590). London: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobo, P. and Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 115-140.

Cohen, L., Manion, L., and Morrison, K. (2005). *Research methods in education* (5th ed.), London: RoutledgeFalmer.

Conole, G. and Oliver, M. (2007), Contemporary perspectives in e-learning research: Themes, methods and impact on practice. <http://oro.open.ac.uk/12148> adresinden 10 Temmuz 2012 tarihinde edinilmiştir.

Crumpacker, N. (2001). Faculty pedagogical approach, skill, and motivation in today's distance education milieu. *Online Journal of Distance Learning Administration*, 4(4), <http://www.westga.edu/~distance/ojdla/winter44/crumpacker44.html> adresinden 01 Temmuz 2012 tarihinde edinilmiştir.

Curtis, D. D. and Lawson, M. J. (2001). Exploring collaborative online learning. *Journal of Asynchronous Learning Network*, 5(1), 21-34.

Çakmak, M. (2003). Matematik derslerinde problem çözme yaklaşımının değerlendirilmesi. Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi. www.matder.org.tr.

Çalışkan, H. (2002). Çevrimiçi (online) eğitimde öğrenci etkileşimi. http://aof20.anadolu.edu.tr/bildiriler/Hasan_Caliskan.doc adresinden 20 Haziran 2012 tarihinde edinilmiştir.

- Çelik, H. ve Ekşi, H. (2008). Söylem analizi. Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 27, 99-117.
- Çepni, S. (2005). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (2.Baskı). Trabzon: Derya Kitapevi.
- Del Marie Rysavy, S. and Sales, G. C. (1991). Cooperative learning in computer-based instruction. *Educational Technology Research and Development*, 39(2), 70-79.
- Demircioğlu, H. ve Atasoy, Ş., (2006). Çalışma yapraklarının geliştirilmesine yönelik bir model önerisi, *DEÜ Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19, 71-79.
- Demirel, Ö. (1997). *Kuramdan uygulamaya eğitimde program geliştirme*. Ankara: Usem Yayınları.
- Demirel, Ö. (2000). *Planlamadan Uygulamaya Öğretme Sanatı*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Denzin, N. K., and Lincoln, Y. S. (2000). *Handbook of qualitative research (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Diezmann, C. M., Watters, J. J., & English, L. D. (2001). Investigations as the basis for mathematical inquiry. Ninth International Conference on Thinking, Auckland, New Zealand.
- Dirkx, J. M., ana Smith, R. O. (2004). *Thinking out of a bowl of spaghetti: Learning to learn in online collaborative groups*. In T. S. Roberts (Ed.), *Online collaborative learning: Theory and practice* (pp. 132–159). Hershey, PA: Information Science Publishing.
- Dolmans, D. H., Wolfhagen, I. H., Scherpbier, A. J. and Vieuten, C. P. (2001). Relationship of tutors' group dynamics skills to their performance ratings in problem-based learning. *Academic Medicine*, 76, 473–6.
- Dunlap, J. C. and Grabinger, R. S. (2003). Preparing students for lifelong learning: A review of instructional methodologies. *Performance Improvement Quarterly*, 16 (2), 6-25.
- Edens, K. M. (2000). Preparing problem solvers for the 21th century through problem-based learning. *College Teaching*, 48 (2), 55-60.
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metotlarına Giriş*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Ersoy, Y. ve Gür, H. (2004). Problem kurma ve çözme yaklaşımlı matematik öğretimi-I: Öğretmen eğitimi denemeleri ve bazı sorunlar. Ankara: *Matematik Sempozyumu Bildiriler Kitabı*.
- Fähræus, E. R. (2003). Distance education students moving towards collaborative learning: a field study of Australian distance education students and systems, *Educational Technology & Society*, 7(2), 129–140.
- Francescato, D., Porcelli, R., Mebane, M., Cuddetta, M., Klobas, J. and Renzi, P. (2006). Evaluation of the efficacy of collaborative learning in face-to-face and computer-supported university contexts. *Computers in Human Behavior*, 22, 163-176.

- Garrison, D. R., Anderson, T., and Archer, W. (2000). Critical inquiry in a text-based environment. *The Internet and Higher Education*, 2, (2-3), 87-105.
- Garrison, D. R., Anderson, T., and Archer W. (2001). Critical thinking, cognitive presence, and computer conferencing in distance education. *American Journal of Distance Education*, 15(1), 7- 23.
- Ge, X. and Land, S. M., (2003). Scaffolding students' problem-solving processes in an ill-structured task using question prompts and peer interactions. *Educational Technology Research and Development*, 51(1), 21-38.
- Genç, M. (2007). İşbirlikli öğrenmenin problem çözme ve başarıya etkisi Yayınlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Gooding, K. (2002). Problem based learning online. In S. McNamara and E. Stacey (Eds), *Untangling the Web: Establishing Learning Links*. ASET Conference, Retrieved October 23, 2012 from <http://www.aset.org.au/confs/2002/gooding.html>.
- Goldin, G. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Gök, T. (2010). The general assessment of problem solving processes and metacognition in physics education. *Eurasian Journal of Physics and Chemistry Education*, 2(2), 110-122.
- Gökhale, A. A. (1995). Collaborative learning enhances critical thinking, *Journal of Technology Education*, 7(1), 22–30.
- Gömleksiz, M.N. ve Kan, A.Ü. (2012). Eğitimde duyuşsal boyut ve duyuşsal öğrenme. *Türkish Studies*, 7(1), 1159-1177.
- Grabe, M. and Grabe, C. (2000). *Integrating internet for meaningful learning*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Gunawardena, C., N., Lowe, C., A., and Anderson, T. (1997). Analysis of a global online debate and the development of an interaction analysis model for examining social construction of knowledge in computer conferencing. *Journal of Educational Computing Research*, 17(4), 397-431.
- Gülbahar, Y. (2009). *E-öğrenme*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Gürbüz, T. (2011). Eğitimde değişim: Bilgi yönetimi ve e-öğrenme. XVI. Türkiye'de İnternet Konferansı, Ege Üniversitesi, İzmir.
- Gürsul, F. (2008). Çevrimiçi ve yüz yüze problem tabanlı öğrenme yaklaşımlarının öğrencilerin başarılarına ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Gürsul, F. ve Keser, H. (2009). The effects of online and face to face problem based learning environments in mathematics education on student's academic achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 2817-2824.

- Hakkarainen, K., and Palonen, T. (2003). Patterns of female and male students' participation in peer interaction in computer-supported learning, *Computers & Education*, 40(4), 327-342.
- Harasim, L., Hiltz, S., Teles, L and Turoff, M. (1995). *Learning networks: A field guide to teaching and learning online*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Harmon, S., and Jones, M. (2000). A qualitative analysis of situated Web-based instruction. Paper presented at conference of American Education Research Association, New Orleans, LA.
- Haşlaman, T., Demiraslan, Y., Kuşkaya-Mumcu, F., Dönmez, O., Aşkar, P. (2008). Çevrimiçi ortamda yapılan grup tartışmasındaki iletişim örüntülerinin söylem çözümlemesi yoluyla incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 162-174.
- Heartfield, M. (1996). Nursing documentation and nursing practise: A discourse analysis. *Journal of Advanced Nursing*, 24, 98-103.
- Heckman, R., and Annabi, H. (2005). A content analytic comparison of learning process in online and face-to-face case study discussions. *Journal of Computer Mediated Communication*, 10(2), Retrieved October 23, 2012 from <http://jcmc.indiana.edu/vol10/issue2/heckman.html>.
- Henri, F. (1992). *Computer conferencing and content analysis*. In A. R. Kaye (Eds.), *Collaborative learning through computer conferencing: The Najaden papers* (pp. 115-136). New York: Springer.
- Herring, S. (1999). Interactional coherence in CMC. *Journal of Computer-Mediated Communication*, 4(4).
- Herring, S. C. (2004). Computer-mediated discourse analysis: An approach to researching online behavior. In S. A. Barab, R. Kling, & J. H. Gray (Eds.), *Designing for virtual communities in the service of learning* (pp. 338–376). New York: Cambridge University Press.
- Herring, S. C., Das, A., and Penumarthy, S. (2005). Adult-child discourse in a multi-user virtual environment: Scaffolding complexity. *Internet Research* 6.0, Chicago, IL.
- Hiltz, S. R. (1998). Collaborative learning in asynchronous learning networks: Building learning communities. http://eies.njit.edu/~hiltz/collaborative_learning_in_asynch.htm adresinden 21.02.2013 tarihinde erişilmiştir.
- Hines, R. A. and Pearl, C. E. (2004). Increasing interaction in web-based instruction: Using synchronous chats and asynchronous discussions. *Rural Special Education Quarterly*, 23, 33-36.
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, 16, 235–266.
- Hoppe, H.U. (2007). *The role of technology in cscl-educational information technologies and collaborative learning*. (Editors : Hoppe, H.U., Ogata, H., Soller A.). Springer Science + Business Media, LLC. New York.

- Horton, W. K. (2000). *Designing web-based training*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Hou, H. T. (2011). A case study of online instructional collaborative discussion activities for problem-solving using situated scenarios: An examination of content and behavior cluster analysis. *Computers & Education*, 56, 712-719.
- Hrastinski, S. (2008). The potential of synchronous communication to enhance participation in online discussions: A case study of two e-learning courses, *Information & Management*, 45, 499-506.
- Huang, W. W. and Wei, K. K. (2000). An empirical investigation of the effects of group support systems (GSS) and task type on group interactions from an influence perspective. *Journal of Management Information Systems*, 17(2), 181-206.
- Hwang, W. Y., Chen, N. S. and Hsu, R. L. (2006). Development and evaluation of multimedia whiteboard system for improving mathematical problem solving. *Computers & Education*, 46, 105-121.
- Ibuki, B. N. (1996). The effects of peer collaboration on student performance in solving process problems in mathematics. Unpublished master dissertation, The University of British Columbia, Canada.
- Işık, A. H. (2009). Solution Offers Directed Towards Encountered Problems In Distance Learning Vocational High Schools, *1st International 5th National Vocational Schools Of Higher Education Symposium*, (pp. 3546- 3551), Konya, Türkiye.
- İşman, A. (1998). *Uzaktan Eğitim*, Sakarya: Değişim Yayınları.
- İsman, A., Baytekin, C., Balkan, F., Horzum, B., Kiyici, M. (2002). Fen bilgisi eğitimi ve yapısalcı yaklaşım. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET*, 1(1), 7.
- Jacob, S. M. and Sam H. K. (2008). Effect of online discussion forums to improve mathematics problem solving and critical thinking - A comparative study. Proceedings of the 5th IEEE International Conference on Innovations in Information Technology, United Arab Emirates, (pp. 366-370), Retrieved November 4, 2012 from <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=04781746>.
- James, J. S. (2011). A comparison of online and face-to-face discussions in an elementary mathematics methods course, Unpublished Doctoral Thesis, University of Missipi, Oxford.
- Johnson, D. W. and Johnson, R. T. (1989). *Cooperation and competition: Theory and reseach*. Minnesota: Interaction Book Company.
- Johnson, D.W. and Johnson, R.T. (1989). *Leading the cooperative school*. Minnesota: Interaction Book Company.
- Johnson, D.W. and Johnson, R.T. (1990). Social skills for successful group work. *Educational Leadership*, 47(4), 29-33.
- Johnson, D. W. and Johnson, R. T. (1996). Cooperation and the use of technology. In D. H. Jonassen (Ed.), *Handbook of research for educational communications and technology*, (pp.1017-1044), New York: Macmillan.

- Jonassen, D. H. (1991). Evaluating constructivistic learning. *Educational Technology*, 31, 28-33.
- Jonassen, D.H. and Kwon, H.I. (2001). Communication patterns in computer-mediated vs. face-to-face group problem solving. *Educational Technology: Research and Development*, 49 (1), 35-51.
- Julyan, C. and Duckworth, E. (1996). A constructivist perspective on teaching and learning science. In C. T. Fosnot (Ed.). *Constructivism: Theory, perspectives, and practice* (pp. 55-72). New York: Macmillan.
- Kalelioglu, F. ve Gülbahar, Y. (2010). Çevrimiçi Tartışmaların Değerlendirilmesi için Ölçütlerin Belirlenmesi. *Eğitim Teknolojileri Araştırma Dergisi*. 1(3).
- Kaptan, F. ve Kuşakçı, F. (2002). Fen öğretiminde beyin fırtınası tekniğinin öğrenci yaratıcılığına etkisi. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, http://www.fedu.metu.edu.tr/ufbmek-5/b_kitabi/b_kitabi.htm adresinden 8 Mayıs 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Karasar, N., (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2(2), 2-9.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 163.
- Karataş, İ. (2008). Problem çözmeye dayalı öğrenme ortamının bilişsel ve duyuşsal öğrenmeye etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Kaya, Z. (2002). *Uzaktan Eğitim*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Kearsley, G. (2000). *Online education: Learning and teaching in cyberspace*. Belmont, CA: Wadsworth.
- Khan, B. H. (1997). *Web-Based Instruction*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- Khan, B. H. (2007). *Flexible Learning in an Information Society*. Information Science Publications.
- Kılıç, R. (2007). Webquest destekli işbirlikli öğrenme ortamının matematik dersindeki tutum ve erişime etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Koç, Y. (1998). The effect of different teaching methods on mathematical problem solving performance. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Koç, Y. ve Bulut, S. (2002). Effects of cooperative and individualistic problem solving methods on mathematical problem solving performance. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22, 82-90.

- Kolawole E. B. and Ilugbusi A. A. (2007). Cognitive entry grade as predictors of students academic performance in mathematics in Nigeria universities. *Medwell Journal*, 2(3), 322-326.
- Kosiak, J. J. (2004). Using asynchronous discussions to facilitate collaborative problem solving in college algebra. Unpublished doctoral dissertation, Montana State University, Montana.
- Köktürk, T., Gürdal, A., Köktürk M. ve Uzgören, C. (2000). The Importance of the Comparison of Teachers and Students Perceptions of Motivational Factors. 7 th Workshop on Achievement and Task and Motivation and Earlisig: Motivation and Emotion, University of Leuven, Belgium.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R. and Liberman, A. (2001). The effects of multilevel-versus unilevel-metacognitive training on mathematical reasoning. *Journal for Educational Research*, 94(5) 292-300
- Kramarski, B. and Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310.
- Kurt, Ş., (2002). Fizik öğretiminde bütünleştirici öğrenme kuramına uygun çalışma yapraklarının geliştirilmesi, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Kuzu, A. (2005). Oluşturmacılığa dayalı çevrimiçi destekli öğretim: Bir eylem araştırması. Yayınlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Lee, T. Y. (2001). Problem solving in calculus. Unpublished Postgraduate Diploma Dissertation, Nanyang Technological University, Singapore.
- Lester, F.K. and Kroll, D.L. (1990). Assessing student growth in mathematical problem solving. In G. Kulm (Ed.) *Assessing higher order thinking in mathematics* (pp 53-70). American Association for the Advancement of Science.
- Ling, L. H. (2006). Constructing learning conversations: A study of the discourse and learner experiences of online synchronous discussions. Unpublished doctoral dissertation, Murdoch University, Australia.
- Liu, C. C. and Tsai, C. C. (2008). An analysis of peer interaction patterns as discoursed by on-line small group problem solving activity. *Computers & Education*, 50, 628-639.
- Liu, C. C., Chung, C. W., Chen, N. S. and Liu, B. J. (2009). Analysis of peer interaction in learning activities with personal handhelds and shared displays, *Educational Technology & Society*, 12 (3), 127-142.
- Lord, G., and Lomicka, L. (2008). Blended learning in teacher education: An investigation of classroom community across media. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(2).
- Luck, P. and Norton, B. (2004). Problem based management learning-better online?, *European Journal of Open, Distance and E-Learning*, 14. Retrieved 27, August, 2012 from http://www.eurodl.org/materials/contrib/2004/Luck_Norton.htm.

- Marjanovic, O. (1999). Learning and teaching in synchronous collaborative environments, *Journal of Computer Assisted Learning*, 15,(2), 129-138.
- Marra, R. M., Moore, J. L. and Klimczak, A. K. (2004). Content analysis of online discussion forums: A comparative analysis of protocols. *Educational Technology Research and Development*, 52, 2, 23–40.
- Mayer, R., E. (2002). Invited reaction: Cultivating problem solving skills through problem based approaches to professional development, *Human Resource Development Quarterly*. 13, 3, 243-261.
- McMillan, J. H., and Schumacher, S. (2010). *Research in Education: Evidence-Based Inquiry (7th ed.)*. Boston, MA: Pearson.
- Merriam, S.B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Meyer, K. A. (2003). Face-to-face versus threaded discussions: the role of time and higher-order thinking. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 7(3), 55–65.
- McAlister, S., Ravenscroft, A. and Scanlon, E. (2004). Combining interaction and context design to support collaborative argumentation using a tool for synchronous CMC. *Journal of Computer Assisted Learning (Special Issue: Developing Dialogue for Learning)*, 20(3), 194-204.
- McGlinn, J. E. (1991). Cooperative problem solving in mathematics: Beginning the process. *The Clearing House*, 65(1), 14-15.
- McLinden, M., McCall, S., Hinton, D. and Weston, A. (2006). Participation in online problem based learning: Insights from postgraduate teachers studying through open and distance education. *Distance Education*, 27 (3), 331-353.
- Mcmillan, H. J. & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education (second edition)*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2005a). Milli Eğitim Bakanlığı Pisa 2003 Projesi Ulusal Nihai Raporu, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2005b). Pisa 2003 Projesi Ulusal Nihai Raporu, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2006). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2009). İlköğretim Matematik Dersi (6–8 Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Moore, M. G. (1993). *Theory of transactional distance*. In D. Keegan (Ed.) *Theoretical principles of distance education*, 22–38. New York: Routledge.
- Moore, M.G. and Kearsley, G. (1996). *Distance education: a systems view* Wadsworth, Belmont, CA.

- Mutlu, M. E. ve Öztürk, C. (2003). İnternet ortamında takım çalışmasına dayalı eğitim, International Education Technologies Symposium and Fair, 28-30 Mayıs 2003, Doğu Akdeniz Üniversitesi, KKTC.
- Naidu, S. (2003). Designing instruction for e-learning environments. In M. G. Moore & W. G. Anderson (Eds.), *Handbook of distance education* (pp. 349-365). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Nam, C. W. and Zellner, R. D. (2011). The relative effects of positive interdependence and group processing on student achievement and attitude in online cooperative learning. *Computers & Education*, 56(3), 680-688.
- National Council Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, VA: Reston.
- National Council Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, VA: Reston.
- Nebesniak, A. (2007). Using cooperative learning to promote a problem-solving classroom. Unpublished master thesis, University of Nebraska, Lincoln.
- Ng, K. C. (2007). Replacing face-to-face tutorials by synchronous online technologies: Challenges and pedagogical implications. *The International Review of Research in Open and Distance Learning*, 8(1).
- Olaniran, B., Savage, G. and Sorenson, R. (1996). Experimental and experiential approaches to teaching face-to-face and computer-mediated group discussion. *Communication Education*, 45(3).
- Oliver, R. and Omari, A. (1999). Using on-line technologies to support problem-based learning: Learners' responses and perceptions, *Australian Journal of Educational Technology*, 15(1), 58-79.
- Olkun, S. ve Uçar, Z.T. (2006). *Sınıf Öğretmeni Adayları için Temel Matematik II*. Ankara: Tekağaç Eylül Yayıncılık: Ankara.
- Omosehin, F. M. (2003). Effects of a training programme in cooperative learning on Pre-service teachers' classroom practice and pupils' learning outcomes in social studies, A post-field seminar paper presented at the Joint Staff/Higher Degree Students' seminar services, Department of Teacher Education, University of Ibadan, Ibadan.
- Orey, M., Koenecke, L., and Crozier, J. (2003). Learning communities via the Internet a la Epic learning: You can lead the horses to water, but you cannot get them to drink. *Innovations in Education and Teaching International*, 40(3), 260-269.
- Ortiz, B. L. (2006). Online collaborative problem-based learning of educational technology. *Creative College Teaching Journal*, 3(1), 82-93.
- Özdem, Y. (2009). In partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science in the department of elementary science and mathematics education. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

- Özdemir, S. (2005). WEB ortamında bireysel ve işbirliğine dayalı problem temelli öğrenmenin eleştirel düşünme becerisi, akademik başarı ve internet kullanımına yönelik tutuma etkileri. Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Özdemir, S. ve Yalın H. İ. (2007). web tabanlı asenkron öğrenme ortamında bireysel ve işbirlikli problem temelli öğrenmenin eleştirel düşünme becerilerine etkileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(1), 79-94.
- Özkök, A. (2009). Çevrim-içi öğrenme ortamlarında disiplinlerarası yaklaşım, Akademik Bilişim 2009, Harran Üniversitesi, Şanlıurfa.
- Özsarı, T. (2009). İlköğretim 4. sınıf öğrencileri üzerinde işbirlikli öğrenmenin matematik başarıları üzerine etkisi: Probleme dayalı öğrenme (pdö) ve öğrenci takımları – başarı bölümleri (ötbb). Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ege Üniversitesi, İzmir.
- Öztürk, E. (2009). Çevrimiçi öğrenme topluluklarında iletişim aracı türünün ve sanal konukların bilişsel ve toplumsal buradalılık üzerindeki etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Palloff, R. M. and Pratt, K. (2005). *Collaborating online: Learning together in community*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Palmer, D. H. (1998). Measuring contextual error in the diagnosis of alternative conceptions in science. *Issues in Educational Research*, 8(1), 65-76.
- Park, Y. J. and Jonk, C. J. (2007). Synchronous learning experiences: Distance and residential learners' perspectives in a blended graduate course. *Journal of Interactive Online Learning*, 6(3), 245-264.
- Pear, J. J., and Crone-Todd, D. E. (2002). A social constructivist approach to computer-mediated instruction. *Computers & Education*, 38, 221 – 231.
- Pınar, S. (2007). "Ölçüler" konusunun eğitim teknolojileri ve işbirlikli öğrenme yöntemleriyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarılarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Polya, G. (1957). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Garde City, NY: Doubleday.
- Romiszowski, A., and Mason, R. (2004). Computer-mediated communication. In D. H. Jonassen. (Ed.), *Handbook of research for educational communications and technology* (pp. 397-431). (2nd ed.). New York: Simon & Schuster Macmillan.
- Rovai, A. P. (2002) Building a sense of community at a distance. *International Review of Research in Open and Distance Learning*, 3(1), 1-16.
- Rovai, A. P., Ponton, M., Wighting, M., and Baker, J. (2007). A comparative analysis of student motivation in traditional classroom and e-learning courses. *International Journal on E-Learning*, 6(3), 413-432.
- Ruberg, L. F, Taylor, C.D., and Moore, D. M. (1996). Student participation and interaction online: A case study of two college classes- freshman writing and a plant science lab. *International Journal of Educational Telecommunications*, 21, 69-92.

- Ryan, R. (2000). Lecture and online construction equipment and methods classes. *THE Journal*, 27(3), 78-83.
- Sabry, K. ve Baldwin, L. (2003). Web-based learning interaction and learning styles. *British Journal of Educational Technology*, 34(4), 443-454.
- Sage, S. M. (2000a). A natural fit: Problem based learning and technology standards. *Learning and Learning with Technology*, 28(1), 6-12.
- Sage, S. M. (2000b). The learning and teaching experiences in an online problem - based learning course. Annual Meeting of the American Education Research Association (AERA), New Orleans, LA.
- Sam, H. K., Wah, T. K. and Leong, L. K. (2007). Pre-service teachers' perceptions of an online mathematical problem solving course: A constructivist approach. Australasian Society for Computers in Tertiary Education 2007, Nanyang Technological University, Singapore.
- Sands, M. ve Özçelik, D. A. (1997). Okullarda Uygulama Çalışmaları, Öğretmen Eğitimi Dizisi, YÖK/Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi, Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi, Ankara.
- Sarıtaş, E. (2002). İşbirlikli ve geleneksel sınıflardaki başarılı ve başarısız problem çözümlerinin kullandıkları öğrenme stratejileri, tutumları ve edim düzeyleri. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Sarsar, F. (2008). Çevrimiçi öğrenme ortamlarında işbirlikli öğrenmenin öğretmen adaylarının sosyal becerilerine etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ege Üniversitesi, İzmir.
- Schaber, P., Wilcox, K.J., Whiteside, A., Marsh, L and Brooks, D.C. (2010). Designing learning environments to foster affective learning: Comparison of classroom to blended learning. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 4(2).
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learn to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. In D.A. Grouws(Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370. New York:Macmillan.
- Schultz, R. A. (2003). The Effectiveness of Online Synchronous Discussion, Information Science + Information Technology Education Conference, Pori, Finlandiya, <http://proceedings.informingscience.org/IS2003Proceedings/docs/077Schul.pdf> adresinden 17 Kasım, 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Shroff, R. H., and Vogel, D. R. (2009). Assessing the factors deemed to support individual student intrinsic motivation in technology supported online and face-to-face discussions. *Journal of Information Technology Education*, 8, 59-85.
- Scott, B. (2001). Conversation theory: A dialogic, constructivist approach to educational technology. *Cybernetics and Human Knowing*, 8(4) 25-46.
- Sezgin, G., Çalışkan, S., Çallica, H., Ellez, M. ve Kavcar, N. (2000). Fen öğretiminde problem çözme stratejilerinin kullanımına yönelik bir çalışma. IV. Fen Bilimleri Eğitim Kongresi, Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

- Sezgin Selçuk G. ve Şahin M. (2008). Probleme dayalı öğrenme ve öğretmen eğitimi (Problem-based learning and teacher education). *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24: 12-19
- Shroff, R. H., and Vogel, D. R. (2009). Assessing the factors deemed to support individual student intrinsic motivation in technology supported online and face-to-face discussions. *Journal of Information Technology Education*, 8, 59-85.
- Silver, E. A., Branca, N., and Adams, V. (1980). Metacognition: The missing link in problem solving? In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the IV International Congress on Mathematical Education*, 429-433. Boston: Birkhäuser.
- Simonson, M. (2008). *Distance learning: Key terms you might want to know*, United States Distance Learning Association (USDLA).
- Soller, A.L. (2001). Supporting social interaction in an intelligent collaborative learning system. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 12(1), 40-62.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Stacey, E. (1999). Collaborative learning in an online environment. *Journal of Distance Education*, 14(2).
- Starling, T. T. (2011). Comparing discourse in face-to-face and synchronous online mathematics teacher education: Effects on prospective teachers' development of knowledge for teaching statistics with technology. Unpublished doctoral dissertation, North Carolina State University Raleigh, North Carolina.
- Stefansson, G. (2004). The tutor-web: An educational system for classroom presentation, evaluation and self-study. *Computers and Education*, 43, 315–343.
- Stewart, T. M., MacIntyre, W. R., Galea, V. J. and Steel, C. H. (2007). Enhancing problem-based learning designs with a single e-learning scaffolding tool: Two case studies using challenge FRAP. *Interactive Learning Environments*, 15 1: 77-91.
- Strømsø, H.I., Grøttum, P. and Lycke, K. H. (2007). Content and processes in problem-based learning. A comparison of computermediated and face-to-face communication. *Journal of Computer Science*, 23, 271-282.
- Sucuoğlu, H. (2003). İşbirlikli öğrenmenin öğrencilerin yükleme, edim ve strateji kullanmaları üzerindeki etkileri ve işbirlikli öğrenme gruplarındaki etkileşim örüntüleri, Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Şahin, A.A. (2007). 13-14 yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Şahin, Ç. ve Ayvacı, H. Ş. (2006). Fen teknoloji derslerinde çoklu zeka kuramına yönelik geliştirilen örnek çalışma yapıları, 7. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Şahin, T. Y. ve Yıldırım, S. (1999). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*, Ankara: Anı Yayıncılık.

- Şendağ, S. (2004). Hizmet öncesi öğretmenlerin web tabanlı öğrenme materyalinin kullanılabilirliği ve etkililiği hakkındaki görüşleri. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta.
- Şendağ, S. (2008). Çevrimiçi probleme dayalı öğrenmenin öğretmen adaylarının eleştirel düşünme becerilerine ve akademik başarılarına etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Tekedere, H. (2009). Web dayalı probleme dayalı öğrenmede denetim odağının öğrencilerin başarısına, problem çözme becerisi algısına ve öğrenmeye yönelik tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Thorsteinsson, T. and Page, T. (2007). Computer mediated communication as a collaborative learning environment for in-service teachers' education, *Ict in Education: Reflections and Perspectives*, Retrieved 21 October 2012 from http://bscw.ssai.valahia.ro/pub/bscw.cgi/d257195/Paper16_G_Thorsteinsson_129_135.pdf.
- Tiene, D. (2000). Online discussions: A survey of advantages and disadvantages compared to faceto-face discussions. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, 9, 4, 371-384.
- Toluk, Z.T. ve Olkun, S. (2002). Problem solving in Turkish mathematics education: Primary school mathematics textbooks. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 2(2), 579-582.
- Tradi, S. K., Tradi, M., Radic, K. and Pokrajac, N. (2005). Blending pbl with web technology positively impacts student learning outcomes in acid-base physiology, *Advances in Physiology Education*, 29, Retrieved 03 August, 2012 from <http://advan.physiology.org/cgi/reprint/29/1/35.pdf>.
- Türel, Y. K. (2008). Öğrenme nesnelere ile zenginleştirilmiş öğretim ortamlarının öğrenci başarıları, tutumları ve motivasyonları üzerindeki etkileri. Yayınlanmamış doktora tezi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- Türk Dil Kurumu (2005). *Türkçe Sözlük (2005)*. Ankara: TDK Yayınları.
- Ubuz, B. ve Haser, Ç. (2002). Matematik öğretiminde rol yapılarının değişimi, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, http://www.fedu.metu.edu.tr/ufbmek-5/b_kitabi/b_kitabi.htm adresinden 21 Ağustos 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Uğurel, I. (2010). Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Umay, A. (2004). İlköğretim matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının öğretimde bilişim teknolojilerinin kullanımına ilişkin görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 176-181.

- Uribe, D., Klein, J.D. and Sullivan. H. (2003). The effect of computer-mediated collaborative learning on solving ill-defined problems. *Educational Technology, Research and Development*, 51(1), 5-19.
- URL-1, <http://coral.wcupa.edu/> Collaborative Online Research And Learning.
- URL-2, <http://www.ed.gov/about/offices/list/opepd/ppss/reports.html> Evaluation, and Policy Development, Evaluation of Evidence-Based Practices in Online Learning: A Meta-Analysis and Review of Online Learning Studies, Washington, D.C., 12 Şubat 2012.
- Uşun, S. (2006). *Uzaktan Eğitim*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Ünsal, Y. (2006). Fizik eğitiminde bir öğretim tekniği olarak işbirliğine dayalı öğrenme takımlarıyla sürdürülen problem çözme seansları. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Üstündağ, M. T. (2007). İşbirlikçi internet temelli öğrenme ortamının kirkpatrick değerlendirme modeline göre değerlendirilmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Van de Wella, J. E. (1989). Elementary School Mathematics. Commonwealth University, No:253, Virjinya.
- Veerman, A. and Veldhuis-Diermanse, E. (2001). Collaborative learning through computer mediated communication in academic education. <http://www.ll.unimaas.nl/eurocscl/presentations.htm> adresinden 19 Ağustos, 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Vaerenbergh, G.V., Bogaerts, H. ve Ratinckx, E., (1999). Learning to solve mathematical application problems: a design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 3, 195-229.
- Vygotsky, L.S. (1998). *Düşünce ve Dil*, (Çev. S. Koray), İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.
- Wang, H. (2005). A qualitative exploration of the social interaction in an online learning community. *International Journal of Technology in Teaching and Learning*, 1(2), 79-88.
- Wang, Q. Y. (2004). Online learning communities where east meet west - a cross cultural encounter. In R. Ferdig et al. (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference*, 3078-3082.
- Wang, Q. Y. and Woo, H. L. (2007). Comparing asynchronous online discussions and face-to-face discussions in a classroom setting. *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 272-286.
- Wang, Q. Y. (2008). Student-facilitators' roles of moderating online discussions. *British Journal of Educational Technology*, 39(5), 859-874.
- Watson, C. A. (2004). Exploring student collaboration: A comparison of online and face-to-face groups. Unpublished doctoral dissertation, Indiana University, Indiana.

- Wegner, S., B., Holloway, K. C., ve Garton, E. M. (1999). The effects of internet-based instruction on student learning. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 3(2).
- Wickersham, L. E., and Dooley, K. E. (2006). A content analysis of critical thinking skills as an indicator of quality of online discussion in virtual learning communities. *The Quarterly Review of Distance Education*, 7(2), 185-193.
- Wilson, T. and Whitelock, D. (1998). What are the perceived benefits of participating in a computer-mediated communication (CMC) environment for distance learning computer science students?. *Computers and Education*, 30(3/4), 259-269.
- Yann, S. W. (2000). The effects of collaborative problem solving on individual problem-solving ability. Annual Proceedings of Selected Research and Development Papers Presented at the National Convention of the Association for Educational Communications and Technology, Denver, CO.
- Yaman, S. (2003). Fen Bilgisi Eğitiminde Probleme Dayalı Öğrenmenin Öğrenme Ürünlerine Etkisi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yeo, K.K.J. and Yeap, B.H. (2009). Students' difficulties in solving non-routine problems. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 105.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, V. (1999). İşbirlikçi öğrenme ile geleneksel öğrenme grupları arasındaki farklar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17:155-163.
- Yiğit, N., Akdeniz, A. R. ve Kurt, Ş. (2001). Fizik eğitiminde çalışma yapraklarının geliştirilmesi. Makale, Yeni Bin Yılın Başında Türkiye'de Fen Bilimleri Sempozyumu, Maltepe Üniversitesi, İstanbul.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research, design and methods* (3rd ed.). Newbury Park: Sage Publications.
- Young, G. L. (1994). Needs assessment in program planning. *College Quarterly*, 2(2). <http://www.senecac.on.ca/quarterly/1994-vol02-num02-winter/young.html> adresinden 28 Mart 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Zereyak, E. (2006). İnternet tabanlı işbirlikli öğretimde grup yapısı ile öğrenme stilinin öğrencilerin etkileşim düzeyleri ve akademik başarılarına etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Zhang, K. and Ge, X. (2005). Dynamic contexts of online collaborative learning. In A. D. de Figueiredo & A. P. Afonso (Eds.), *Managing Learning in Virtual Settings: The Role of the Context* (pp. 97-115). Calgary, AB, Canada: Idea Group, Inc.
- Zhou, N., Zemel, A., and Stahl, G. (2008). Questioning and responding in online small groups engaged in collaborative math problem solving. International Conference of the Learning Sciences (ICLS 2008), <http://www.cis.drexel.edu/faculty/gerry/pub/icls2008nan.pdf> adresinden 04 Mayıs 2012 tarihinde edinilmiştir.

EKLER

Ek 1. Problem Çözme Oturumlarında Uygulanan Problem Çözme Etkinlikleri

1. Problem

Grup adı: *Sepetteki Elmalar*



Bir sepette bir miktar elma vardır. Ali, Bekir ve Cengiz adlı üç arkadaş elmaları aşağıdaki gibi paylaşıyor.

- Ali elmaların yarısından bir fazla elma,
 - Bekir kalan elmaların yarısından bir fazla elma,
 - Cengiz de benzer biçimde geriye kalan elmaların yarısından bir fazla elma alıyor.
- Sepette paylaşmadan sonra hiç elma kalmadığına göre, başlangıçta kaç elma vardır?



PROBLEMI ANLAYALIM (Problemi kendi ifadelerimle açıklayabilir miyim? Problemden verilen(ler) nedir? Ne isteniyor?)



PLAN HAZIRLAMA (Problemin çözümüne yardımcı olabilecek şekil veya tablo oluşturabilir miyim? Problemi çözebilmek için ne yapabilirim?)

Ek 1'in devamı



PLANI UYGULAMA (Çözümü açıklayarak yapmalıyım)



DEĞERLENDİRME (Bulduğum sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabilirim.)

Ek 1'in devamı

2. Problem

Grup adı: *Oto Galeri*



Bir otomobil galerisinde çalışan satış sorumlusunun bir aylık maaşı 1000 TL olup bu kişiye satış yaptığı araba sayısına bağlı olarak belli miktarlarda ek ücret ödenmektedir. Ek ücret alma konusunda oto galeri sahibinin şart koymuş olduğu kural şu şekildedir: Satış sorumlusu sattığı 5 arabaya kadar araba başına 50 TL, 5 araba ve fazlasını sattığı durumda ise araba başına 45 TL ve toplam maaşının %5'i kadar ek ücret alabilecektir. Bu duruma göre galeri sahibine aşağıdaki soruların çözümünde yardımcı olur musunuz?

- Galeri sahibi yerinde siz olsaydınız satış elemanının bu ay alacağı maaşı nasıl hesapladınız?
- Satış elemanının 10 araba satması durumunda Aralık ayı maaşı ne kadar olacaktır?



PROBLEMI ANLAYALIM (Problemi kendi ifadelerimle açıklayabilir miyim? Problemde verilen(ler) nedir? Ne isteniyor?)



PLAN HAZIRLAMA (Problemin çözümüne yardımcı olabilecek şekil veya tablo oluşturabilir miyim? Problemi çözebilmek için ne yapabilirim?)

Ek 1'in devamı



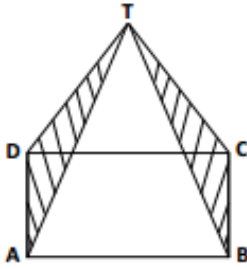
PLANI UYGULAMA (Çözümü açıklayarak yapmalıyım)



DEĞERLENDİRME (Bulduğum sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabilirim.)

Ek 1'in devamı

3. Problem

Grup adı: *Tarla*

Ali Bey, (ABCD) sınırlarıyla çizilen dikdörtgen şeklindeki tarla ile (TDC) sınırlarıyla belirlenen üçgen şeklindeki tarlanın birleşiminden oluşan alanı satın almak istemektedir. Bu amaçla Ali Bey, tarlaların sahibi İhsan Bey ile görüşmek için yanına gitmiştir. Tarlaların alanları hakkında açıklamalarda bulunan İhsan Bey, (ABT) tarlasının alanının 40 br^2 ve (TDC) tarlasının ise 12 br^2 alana sahip olduğunu söyleyerek şuanda sadece (TDA) ve (TCB) sınırlarıyla belirlenen tarlaları satabileceğini ifade etmiştir. Bu durumda Ali Bey, İhsan Bey'in belirttiği olduğu sınırlar dahilindeki tarlaları satın almak istese toplam kaç br^2 'lik alan sahibi olacaktır?



PROBLEMI ANLAYALIM (Problemi kendi ifadelerimle açıklayabilir miyim? Problemde verilen(ler) nedir? Ne isteniyor?)



PLAN HAZIRLAMA (Problemin çözümüne yardımcı olabilecek şekil veya tablo oluşturabilir miyim? Problemi çözebilmek için ne yapabilirim?)

Ek 1'in devamı



PLANI UYGULAMA (Çözümü açıklayarak yapmalıyım)



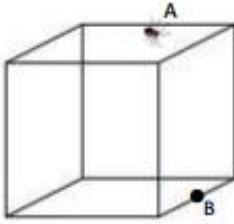
DEĞERLENDİRME (Bulduğum sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabilirim.)

Ek1'in devamı

4. Problem

Grup adı:

Örümcek



Yandaki şekilde bir kenarı 4m olan küp şeklindeki bir evin odası görülmektedir. Tavanın A kenarının orta noktasında bulunan örümcek, tabanın B kenarının orta noktasında bulunan yemine ulaşmak istemektedir. Bu duruma göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

- Örümceğin duvardan ilerlemesi durumunda yol alması gereken en kısa mesafe kaç metredir?
- Örümcek bulunmuş olduğu A noktasından B noktasına bir ağ atacak olsaydı bu ağın uzunluğu kaç metre olmalıydı?



PROBLEMİ ANLAYALIM (Problemi kendi ifadelerimle açıklayabilir miyim? Problemden verilen(ler) nedir? Ne isteniyor?)



PLAN HAZIRLAMA (Problemin çözümüne yardımcı olabilecek şekil veya tablo oluşturabilir miyim? Problemi çözebilmek için ne yapabilirim?)

Ek 1'in devamı



PLANI UYGULAMA (Çözümü açıklayarak yapmalıyım)



DEĞERLENDİRME (Bulduğum sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabilirim.)

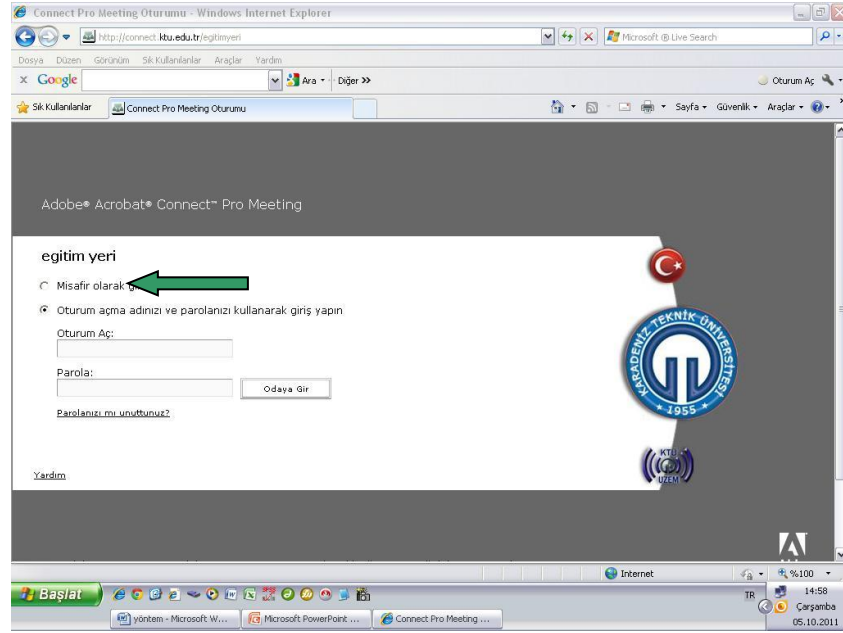
Ek 2. Çevrimiçi Ortamın Kullanımına Yönelik Hazırlanan Rehber

Adobe Connect Kullanma Kılavuzu

Bu kılavuz, öğrencilere yönelik hazırlanmış olup çevrimiçi problem çözme oturumlarının yürütülebilmesi için gereken “sisteme giriş, sohbet kullanıcı listesi, görüntü ve ses paylaşım ile beyaz tahta” modüllerinin kullanımı aşama aşama açıklanmıştır.

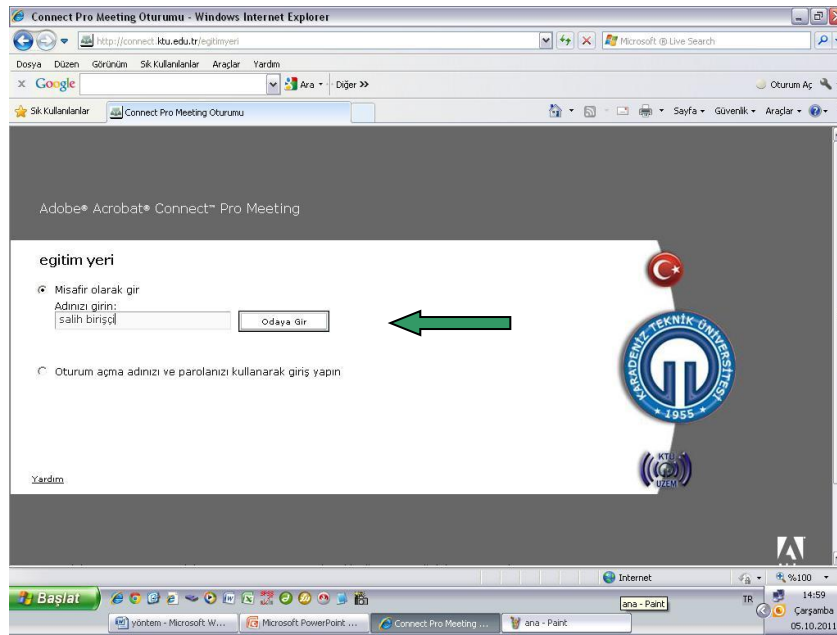
1. Siteye Erişim ve Giriş

- Adobe Connect sistemine erişmek için web gezgininin adres çubuğuna <http://connect.ktu.edu.tr/egitimyeri> adresine girilir.
- Sistemin ana sayfasına giriş yapılmasının ardından sistemde kendi adınıza oturum açabilmek için iki seçenek bulunmaktadır. Bunlardan birincisi misafir olarak, ikincisi ise kullanıcı adı ve parola ile giriş yapma şeklindedir. Bu ekranda “Misafir olarak gir” seçeneğini tercih etmeniz gerekmektedir.



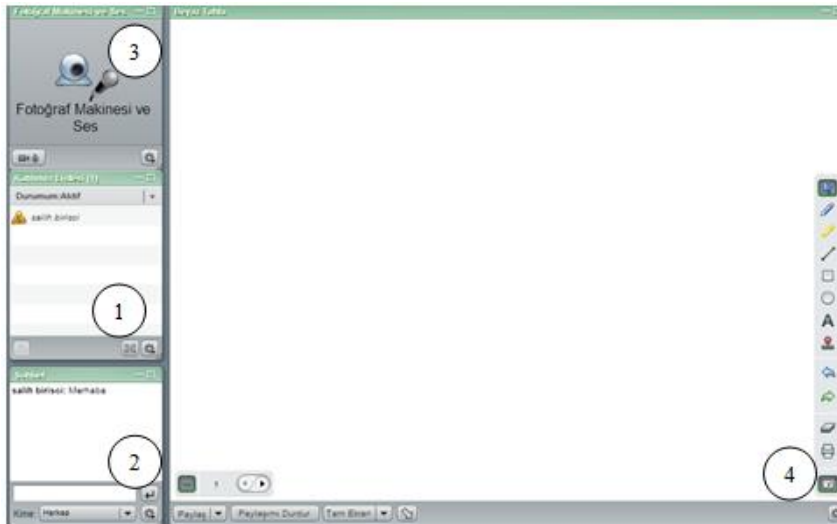
- Misafir olarak giriş yap seçeneğini tercih etmeniz ardından açılan yeni sayfada ad bilgisini yazıp “Odaya Gir” butonuna basılmasıyla kendinize ait oturum bilgilerinizle sisteme giriş yapabileceksiniz.

Ek 2'nin devamı



2. Sistem Arayüzünün Kullanımı

- a. Problem çözme oturumları esnasında grup üyeleri arasında iletişim kurulabilmesi için; "Katılımcı Listesi", "Sohbet", "Görüntü ve Ses Paylaşımı" ve "Beyaz Tahta" modülleri etkin hale getirilmiştir.



- b. Sistemde çevrimiçi konumda bulunan kullanıcıların sıralandığı 1 numaralı blok "Katılımcı Listesi" modülüdür. Bu modül sayesinde öğrenciler, oturum açan grup arkadaşlarını görebilmekte ve onlarla sistem üzerinden iletişim kurma şansına sahip olabilmektedir.
- c. 2 numaralı blokta yer alan "Sohbet" modülü, grup üyeleri arasında anlık yazılı iletişime imkân sağlamaktadır. Bu modül üzerinden aktarılan mesajlar kayıt altına alınmakta ve o an eşzamanlı olarak sisteme bağlı olanların yazılı mesajları takip edebilmesine olanak sağlamaktadır.

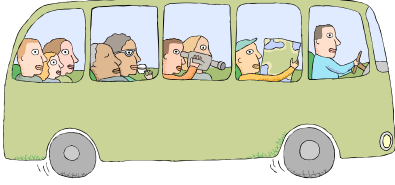
Ek 2'nin devamı

- d. 3 numaralı blokta yer alan "Ses ve görüntü paylaşımı" modülü, grup üyeleri ait ses ve anlık görüntünün çift yönlü olacak şekilde eşzamanlı aktarımını sağlamaktadır. Bu modül aracılığı ile grup içerisinde öğrenciler kendilerine verilen problem durumu hakkında; ne anladıkları, nasıl bir çözüm yolu izleyecekleri, nasıl bir çözümde bulunacakları ve yapılan çözümün doğruluğunu ne şekilde doğrulayacakları hakkında karşılıklı fikir alışverişinde bulunma sansına sahiptir.
- e. 4 numaralı blokta yer alan "Beyaz Tahta" modülü, öğrenen-öğrenen arasındaki uygulamaların birbirine yansıtılmasına imkân vermektedir. Öğrenciler bu modülü kullanarak erişime sunulan çalışma yaprağını görebilmektedir. Size verilen grafik tablet cihazı ve çizim araç çubuğundaki simgelerden faydalanarak, paylaşımında bulunan çalışma yaprağındaki yönergelere uygun boş bırakılan kısımlar üzerinde eşzamanlı olarak yazı yazma, şekil çizme ve gerektiğinde bunları silerek üzerinde düzeltme yapabilme imkanına sahiptir.

Ek 3. Pilot Çalışmada Kullanılan Problem Çözme Etkinliği

Ad:
Soyad:
Grubun adı:

Otobüs



Bir otobüsteki bayan yolcu sayısı toplam yolcu sayısının $\frac{1}{5}$ 'i kadardır. Bu otobüse 5 bayan, 5 erkek yolcu daha binince bayan yolcu sayısı erkek yolcu sayısının $\frac{1}{3}$ 'ü olmuştur. Buna göre, başlangıçta otobüsteki toplam yolcu sayısı kaçtır?

PROBLEMİ ANLAYALIM



- Problemde verilen(ler) nedir? Ne isteniyor?
- Problemi yeniden kendi ifadelerinizle açıklayınız.
- Bu problemde neyin bulunması isteniyor?
- Çözüme yardımcı olabilecek bir diyagram veya şekil çizebilir misiniz?

PLAN HAZIRLAMA



- Problemin çözümüne yardımcı olabilecek şekil veya tablo oluşturabilir miyim?
- Verilenlerden yararlanarak nasıl bir çözüm yöntemi geliştirebiliriz?
- Problemi çözebilmek için ne yapabilirim?
- Denklem oluştururken, problemde verilen bütün ifadeleri kullandınız mı?

Ek 3'ün devamı

PLANI UYGULAMA



- Çözümü açıklayarak yapmalıyım
- Kurduğunuz denklemleri nasıl çözebilirsiniz? Çözümünüzü açıklayın.

DEĞERLENDİRME



- Bulduğum sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabilirim.
- Çözümünüzün doğru olduğundan nasıl emin olabilirsiniz.
- Grup olarak size verilen problemden yararlanarak yeni bir problem oluşturabilir misiniz?

Ek 4. Açık Uçlu Problem Çözme Sınavı (AUPÇS)

- 1.) Ayakkabı üreten bir firma günde 100 ayakkabı üretmekte ve günlük 165 TL dükkanın sabit giderleri (ayakkabı yapımı için gerekli maliyete haricindeki giderler) dahil toplam 2365 TL harcama yapmaktadır. Firmanın üretimi (ürettiği ayakkabı sayısı) ile ayakkabı yapımını için gerekli olan maliyeti arasında doğrusal bir fonksiyon olduğunu kabul edelim. Buna göre firmanın günde 78 ayakkabı üretmesi durumunda yapacak olduğu günlük toplam masraf ne kadar olacaktır?
- 2.) Sürücü belgesi almakta kararlı olan Ayşe Hanım, bu iş için teorik ve uygulamalı derslerin verildiği bir kursa katılmak istemektedir. Bu amaçla ikamet ettiği şehirde yer alan "A" ve "B" özel sürücü kurslarının, adaylara sunmuş olduğu fiyat tarifelerini incelemektedir. Bu iki özel sürücü kursunun tarifeleri şu şekildedir:
 - "A" sürücü kursu 561 TL'ye 72 saat teorik, 20 saat uygulamalı ders veriyor.
 - "B" sürücü kursu 585 TL'ye 60 saat teorik, 25 saat uygulamalı ders veriyor.
 Her iki kursta da uygulamalı dersin saat ücreti, teorik dersin saat ücretinin $\frac{3}{2}$ 'si kadardır. Ancak Ayşe Hanım, teorik derse ödeyeceği toplam ücretin daha az olduğu kursu tercih etmek istemektedir. Bu duruma göre, Ayşe Hanım'a en uygun kurs sizce hangisidir?
- 3.) Okul müdürü Erol Bey, yapımı yeni tamamlanan 12 m. ve 16 m. boyutlarında zemine sahip dikdörtgen şeklindeki spor salonuna parke döşetmek istemektedir. Bu konuda Erol Bey, okulun Beden Eğitimi öğretmeni Fikri Beyi ile yaptığı görüşmede, parkenin sportif faaliyetlere uygun belirli kurallar çerçevesinde döşenmesi gerektiği bilgisine sahip olmuştur. Fikri Bey'in belirtmiş olduğu kurallara göre, zemine döşenecek olan parkeli alan salona ait zemin alanının yarısını kaplamalı ve döşenmeye her bir kenardan eşit uzunlukta içeriden başlanmalıdır. Bu duruma göre, parke döşeme işleminin tamamlanmasının ardından spor salonunun zemininde oluşacak parkeli alanın boyutları kaç metre olmalıdır?
- 4.) Boyutları 8 cm, 6 cm ve 5 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir tahta parçasının bir köşesinden bir kenarının uzunluğu 2 cm olan küp şeklindeki bir parça çıkarılarak atılıyor. Bu duruma göre kalan parçanın alanı kaç cm^2 dir?

Ek 6. Gözlem Formu

Grup Adı:	
Etkinlik Adı:	
Etkinlik Tarihi:	

Kriterler		Yapıldı	Kısmen Yapıldı	Yapılmadı	Açıklama
ANLAMA	Problem durumunda verilen ve istenilenleri doğru şekilde özetlemiş, problemi kendi ifadesi ile doğru şekilde açıklamış.				
HAZIRLIK	Problemin çözümü için gerekli bilgi ve işlemleri ifade etmiş ve çözüm için uygun bir strateji belirlemiş.				
UYGULAMA	Problem eksiksiz ve doğru çözülmüş.				
DEĞERLENDİRME	Bulunan sonucun doğruluğu farklı stratejiler den yararlanarak farklı yönlerden göstermiş.				

Ek 7. Problem Durumu Değerlendirme Formu (PDDF)

			Notlar
ANLAMA	Problem durumunda verilen ve istenilenleri doğru şekilde özetlemiş, problemi kendi ifadesi ile doğru şekilde açıklamış.	Y	
	Problem durumunda verilen ve istenilenleri kısmen özetlemiş, problemi kendi ifadesi ile kısmen açıklamış.	KY	
	Problem durumunda verilen ve istenilenleri yanlış özetlemiş, problemi kendi ifadesi ile yanlış açıklamış.	YZ	
	Problem durumunda verilen ve istenilenleri özetlememiş, herhangi bir açıklamada bulunmamış.	B	
HAZIRLIK	Problemin çözümü için gerekli bilgi ve işlemleri ifade etmiş ve çözüm için uygun bir strateji belirlemiş.	Y	
	Problemin çözümü için gerekli bilgi ve işlemleri kısmen ifade etmiş ve çözüm için kısmen uygun bir strateji belirlemiş.	KY	
	Problemin çözümü için gerekli bilgi ve işlemleri yanlış ifade etmiş ve çözüm için yanlış bir strateji belirlemiş.	YZ	
	Problemin çözümü için gerekli bilgi ve işlemleri ifade etmemiş ve çözüm için uygun bir strateji belirlememiş.	B	
UYGULAMA	Problemi eksiksiz ve doğru çözmüş.	Y	
	Problemi kısmen doğru fakat eksik çözmüş.	KY	
	Problemi yanlış çözmüş.	YZ	
	Problemin çözümü için herhangi bir işlem yapılmamış.	B	
DEĞERLENDİRME	Bulduğu sonucun doğruluğunu değişik çözüm yöntemleri kullanarak farklı yönlerden göstermiş.	Y	
	Bulduğu sonucun doğruluğunu kısmen göstermiş.	KY	
	Bulduğu sonucun doğruluğunu yanlış göstermiş.	YZ	
	Bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmemiş.	B	

Y: Yeterli, KY: Kısmen Yeterli, YZ: Yetersiz, B: Boş

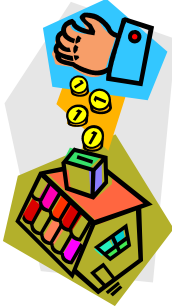
Ek 8. Klinik Mülakatta Uygulanan Problem Çözme Etkinlikleri

Duraklar



Hamdi Bey, işine gitmek için cadde üzerindeki evinin sol tarafındaki A veya sağ tarafındaki B durağının birinde bekleyip, çalıştığı şirkete ait hizmet veren servis araçlarını kullanmaktadır. Bu durumda Hamdi Bey'in oturmuş olduğu evin bulunduğu yerden A durağına uzaklığının B durağına uzaklığına oranı $3/4$ 'tür. Günlerden bir gün işe gitmek için evinden ayrılıp caddeye çıktığında servis aracının uzaktan geldiğini gören Hamdi Bey, duraklardan hangisine yürürse yürüsün, saatte 28 km. sabit hızla gelen servis aracıyla aynı anda o durakta bulunduğuna göre Hamdi Bey'in yürüme hızı saatte kaç km.'dir?

Kira



Üniversitede öğrenim gören 4 kişilik bir arkadaş grubu ev kiralamayı planlamaktadır. Bu amaçla kiralamayı düşündükleri ev sahibi bu öğrencilere olabilecek aylık kira bedelini söylemiştir. Ev sahibini belirtmiş olduğu kirayı fazla bulan öğrenciler, gruba bir arkadaş daha dahil olursa kişi başına düşen aylık kira ücretinin düşeceğinden hareketle Murat isimdeki arkadaşlarını gruba dahil etmişlerdir. Bu duruma karşılık ev sahibi kiraya %5 zam yapmış ancak kişi başına düşen kira miktarı 20 TL azalmıştır. Bu şartlarda evi kiralamada karar kılan beş kişilik arkadaş grubunun ay sonunda ödemesi gereken kira bedeli kaç TL dir?

Ek 9. Söylem Analizi Kodlama Örneği

D1 Ortamından Bir Örnek

Öneri sunma	1	Zelal: Arkadaşlar odanın uzunluklarını göstersek şekil üzerinde.
Açıklama yapma	2	Mehmet: Kenarlar 4.
Açıklama yapma	3	Zelal: A ve B noktaları orta noktalar olduğu için 2, 2.
Açıklama yapma	4	Hilal: Onu yazalım mı hani her şey açık olsun.
Gruba danışma	5	Zelal: Yazalım bir dakika. Şimdi küpün her kenarını 4 vermiş bunu yazalım bence.
Öneri sunma	6	Hilal: Tamam yaz.
Onaylama	7	Zelal: Küpün her bir kenarını 4m. olarak vermiş. A noktası tavanın orta noktası oluyor.
Açıklama yapma	8	Hilal: B'de diğer kenar.
Açıklama yapma	9	Zelal: B noktası oda tabanının demi?
Gruba danışma	10	Hilal: Evet.
Onaylama	11	Zelal: Orta noktasıdır.
Açıklama yapma	12	Hilal: A'da bizden istenen en kısa mesafe.
Açıklama yapma	13	Zelal: O zaman A şıkkı yapalım burada. Örümceğin en kısa yolunu istiyor yani, örümceğin A noktasından B noktasına gidebileceği en kısa mesafeyi istiyor, yazalım mı?
Öneri sunma	14	Mehmet: Yazalım.
Onaylama	15	Zelal: A'dan B'ye en kısa yol diyelim.
Açıklama yapma	16	Hilal: İsteniyor. Tamam b yap.
Açıklama yapma	17	Zelal: B şıkkında da örümcek bulunmuş olduğu A noktasından B noktasına bir ağ atacak olsaydı bu ağın uzunluğu kaç metre olacaktır onu soruyor. Şöyle yazalım örümceğin
Açıklama yapma	18	Mehmet: A-B yolunu istiyor bence, değil mi?
Gruba danışma	19	Hilal: Tamam mutlak değer AB de sen eşittir soru işareti yap yani.
Açıklama yapma	20	Zelal: Tamam o zaman şöyle şu şekilde mi?
Onaylama	21	Hilal: Evet.
Gruba danışma	22	Mehmet: İkisi aynı şey.
Onaylama	23	Hilal: Hayır.
Açıklama yapma	24	Zelal: Bence aynı şey değil.
Karşı gelme	25	Hilal: Aynı şey değil de? Bir dakika.
Karşı gelme	26	Mehmet: A şıkkında en kısa yol diyor, b şıkkında ise alacağı yolu istiyor. A'dan B'ye gideceği yol de, mutlak değeri sil bence.
Açıklama yapma	27	Hilal: O zaman sil.
Öneri sunma	28	Mehmet: A'dan B'ye alacağı yol yazabilirsin.
Onaylama	29	Zelal: Ağ atarken diye yazsak. Örümceğin ağ atarken A'dan B'ye atacağı ağın uzunluğu yazsak.
Açıklama yapma	30	Hilal: AB arası uzunluk desen. İsteniyor da yaz bari, böyle tamam.

Ek 9'un devamı

Açıklama yapma	31	Zelal: Problemi anlama kısmı bitmiş gözüküyor. Biri alabileceği en kısa uzaklık, diğeri ise normal uzaklığı.
Gruba danışma	32	Hilal: Arasında fark var mı sizce?
Açıklama yapma	33	Zelal: Var gibi.
Öneri sunma	34	Mehmet: Arkadaşlar düz çizgi çizsek o yoldan da gelebilir hani açacağız ya.
Açıklama yapma	35	Zelal: Birincisinde örümceğin duvardan alması gereken en kısa mesafe kaç metredir diyor. Duvarı hani dolanıp da gelebilir, bir de direk oradan da gelebilir.
Açıklama yapma	36	Hilal: Düz gelirse en kısa yol olur. Bunu burada değil de, hazırlık aşamasında düz bir şekil çizerek belli edeceğiz de. Şuanda tam ifade edemedik. Böyle bakınca hakikaten aynı görünüyor.
Kaygılanma	37	Zelal: Plan hazırlamaya geçelim mi?
Gruba danışma	38	Hilal: Geçelim.
Onaylama		

Ek 9'un devamı

D2 Ortamından Bir Örnek

Açıklama yapma	23	K1- Şunu açmış olsak. Buraya ne yapabiliriz, şekil veya tablo oluşturarak. satıldığı yerler şuralar. Nasıl yapabiliriz?
Öneri sunma	24	K2- Alandan yüksekliği falan çıkartarak yapabiliriz, şekille oynayalım.
Gruba danışma	25	K1- Tamam. Aynısını çizelim mi?
Öneri sunma	26	E- Parça parça mı çizeceğiz?
Gruba danışma	27	K2- Sıra sıra alanlarını bulalım.
Onaylama	28	K1- Şuraya 40 br yazıyoruz, 40 br. Neresi 12'ydi TDC?
Gruba danışma	29	K2- Direk tabana çizsene taban uzunlukları eşit ya, yükseklikten aşağı indir.
Onaylama	30	K1- Tamam. Şuranın uzunluğunu a desek. Şeyleri aynı zaten buraları bölsem olur mu? buraya h1 buraya da h2 dsem olur mu?
Gruba danışma	31	K2- Hıhı.
Onaylama	32	K1- O zaman bunu nasıl bulduk, bunun alanını vermedi mi?
Gruba danışma	33	K2- Şurdan çıkan dikdörtgen
Açıklama yapma	34	K1- Bana dikdörtgen lazım değil şey lazım iki üçgen
Açıklama yapma	35	K2- Ama onu ordan çıkarabiliriz de, yada şnu bir bulsak
Teşvik etme	36	K1- a.h1 bölü 2 12 imiş. Şimdi bu üçgen a.(h1+h2)/2 60'miş ne eder?
Açıklama yapma	37	K2- Bunu niye yazmadın?
Gruba danışma	38	K1- Nereyi? a.(h1+h2) 24 değil mi?
Gruba danışma	39	K2- 60 nereden geldi?
Gruba danışma	40	K1- Ayy 40 mı ya? Kaç oluyor o zaman?
Açıklama yapma	41	K2- O zaman alan 56 olur
Gruba danışma	42	K1- 56 mı?
Onaylama	43	K2- Hıhı.
Gruba danışma	44	K1- Tamam. Şuranın alanı 56. burası çarpı yükseklik bölü iki değil mi buranın alanı?
Onaylama	45	K2- Hı hı
Gruba danışma	46	K1- Burası dört eşit parça olmaz değil mi? Bu ile bu birbirine eşit mi ki?
Öneri sunma	47	K2- Şurda da oynama yapalım
Açıklama yapma	48	K1- Onun tabanını nasıl bulacağız ki? Dikdörtgenin alanı a.h1 yani 56, üstündeki üçgenin alanı da 40, 12
Açıklama yapma	49	K2- 56 artı... 68' den şurayı çıkaracağız işte
Açıklama yapma	50	K1- Orası zaten 40. 40 burda, 18 değil mi? Neresi şunların ikisinin toplamı
Onaylama	51	K2- Tamam
Açıklama yapma	52	K1- Yani herbiri 9, eşittir heralde.

Ek 9'un devamı

Açıklama yapma	53	E- Eşittir. Yükseklikle taban eşit zaten
Onaylama	54	K1- O zaman 18.
Açıklama yapma	55	K2- 28.
Karşı gelme	56	K1- Himm 28 tamam.
Onaylama	57	K1- Ne yapıyoruz şimdi?
Eyleme geçilmesini	58	K2- Ama tabloyu nasıl yapacağız?
Gruba danışma	59	K1- Şu formülü şu arkaya yazalım o zaman,
Öneri sunma	60	K2- yaptığımız işlemi buraya yazalım.
Açıklama yapma	61	K1- Şimdi şurdan bir yükseklik çıkarıyorum. Aynı ortadaki gibi düşünüyoruz
Öneri sunma	62	K2- hıhı. Şuraları kullandık mı?
Gruba danışma	63	K1- Hayır
Onaylama	64	K2- Direk işleme sonuca gitmeyelim o zaman.
Açıklama yapma	65	K1- Şimdi o zaman nasıl yapalım, şunu mu yapalım?
Gruba danışma	66	K2- Alan mesela, şunu alanını ne buldun? Alan ABT de. formülü yaz
Eyleme geçilmesini	67	K1- Kaçmış?
Gruba danışma	68	K2- $a \cdot (h_1 + h_2) / 2 = 40$. Açarak yaz h ları belirt.
Gruba danışma	69	K1- İlk önce şunu yapalım yerine koyalım.
Açıklama yapma	70	K2- Şimdi şunu yaz
Açıklama yapma	71	K1- Neydi o?
Gruba danışma	72	K2- BDC
Açıklama yapma	73	K1- Buraninki nasıl?
Gruba danışma	74	K2- $a \cdot h_2 / 2$. Ama şuratlara birlikte.
Açıklama yapma	75	K1- dur yazalım onuda. h_2 bölü 2 mi?
Gruba danışma	76	K2- Hıhı.
Onaylama	77	E- Eşittri 12.
Açıklama yapma	78	K1- Buradan a çarpı h_2 bölü 2 eşittir 24. Yukarıda yerine yazarız.
Açıklama yapma	79	K2- Kafam karıştı. Şunu al yerine yaz. Bunu ilk önce yaz açık açık
Açıklama yapma	80	K1- Ayy bunu arkada yapacaktık, sadece buraya yazayım kaç 56 mi?
Kayılanma	81	E- 56
Gruba danışma	82	K1- alan ABCD mi? Tamam, şimdi buranın en sonunda da bi sonuç bulduk ya onuda ekleyerek yapalım. Bidaha çizmeye gerek yok yani
Kayılanma	83	E- Yok, gerek yok
Onaylama		

9. ÖZGEÇMİŞ ve İLETİŞİM BİLGİLERİ

28.01.1982 tarihinde İzmir iline bağlı Ödemiş ilçesinde doğdu. İlköğretimini Beydağ Atatürk İlköğretim Okulu'nda, orta öğretimini Ödemiş Hulusi Uçaçelik Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2000 yılında başladığı KTÜ Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü'nden 2004 yılında mezun oldu. Aynı yıl KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Anabilim Dalı tezsiz yüksek lisans programına başlayıp 2006 yılında mezun oldu. 2005-2006 akademik bahar döneminde KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi doktora programına başladı. 2006 yılında KTÜ Artvin Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği programında Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Halen bu görevde çalışmakta olan araştırmacı iyi düzeyde İngilizce bilmektedir.

İLETİŞİM BİLGİLERİ:

Adres : Salih BİRİŞÇİ, Çayağzı Mah. Eser Sok. Çayağzı Apt. No.2 D.7
08000 ARTVİN

E-mail : birisci@gmail.com

Telefon : 0 543 654 87 91