

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ**  
**ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**12. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN 3 BOYUTLU CİSİMLERİN 2 BOYUTLU  
GÖSTERİMLERİNE YÖNELİK ALGILARININ İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Bahar YILMAZ**

**TRABZON**  
**Haziran, 2014**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ**  
**ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**12. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN 3 BOYUTLU CİSİMLERİN 2 BOYUTLU**  
**GÖSTERİMLERİNE YÖNELİK ALGILARININ İNCELENMESİ**

**Bahar YILMAZ**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Yüksek**  
**Lisans Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

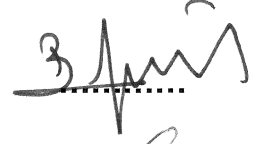
**Tezin Danışmanı**  
**Doç. Dr. Bülent GÜVEN**

**TRABZON**  
**Haziran, 2014**

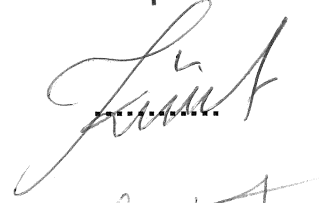
**KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne**

**Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir. 02/06/2014**

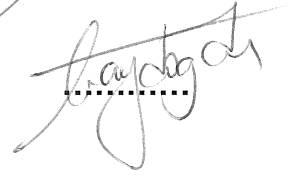
**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Bülent GÜVEN**



**Üye : Yrd. Doç. Dr. Temel KÖSA**



**Üye : Yrd. Doç. Dr. Tuba İSKENDEROĞLU**



**Onay**

**Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.**

**Doç. Dr. Nevzat YİĞİT**  
**Enstitü Müdürü**

## **BİLDİRİM**

**Tezimin içerdđi yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadđımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldđını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.**

**Bahar YILMAZ**

**02 / 06 / 2014**

## ÖN SÖZ

3 boyutlu geometrik cisimlerin 2 boyutlu gösterimlerinin öğrenciler tarafından doğru bir şekilde algılanması büyük önem taşımaktadır. Ancak yapılan birçok çalışmada öğrencilerin bu gösterimleri yorumlarken güçlük çektikleri belirtilmiştir. Bu çalışmada, 3 boyutlu geometrik cisimlerin 2 boyutlu gösterimlerinin öğrenciler tarafından nasıl algılandığını, öğrencilerin bu algılarının problem çözme süreçlerine nasıl yansıdığını ve uzamsal görselleştirme becerilerinin, algıları ve problem çözme süreçleri ile ilişkisini ortaya koymak amaçlanmıştır.

Yüksek lisans tez çalışmam boyunca danışmanlığımı üstlenerek çalışmamın her aşamasında bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan, bana yol gösteren, daima beni motive eden, birlikte çalışmaktan mutluluk duyduğum saygıdeğer hocam Doç. Dr. Bülent GÜVEN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Lisansüstü eğitimime başlamamda bana destek olan, kendilerinden çok şey öğrendiğim sayın hocalarım Prof. Dr. Adnan BAKÍ ve Prof. Dr. Haluk ÖZMEN'e, tez çalışmam boyunca desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Temel KÖSA'ya ve lisans ve yüksek lisans öğrenimimde derslerini aldığım akademik gelişimime katkı sağlayan tüm değerli hocalarıma teşekkürlerimi borç bilirim.

Yüksek lisans çalışmalarım esnasında Yurt İçi Yüksek Lisans Burs Programıyla bana destek veren TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Dairesi Başkanlığı'na teşekkürlerimi sunarım.

Uygulamayı yapmış olduğum okulun idarecilerine ve öğretmenlerine sağladıkları imkânlardan ötürü teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yardımını esirgemeyen arkadaşım Simge GÜVEN'e ve her zaman yanımda olan tüm diğer dostlarıma çok teşekkür ederim.

Son olarak beni destekleyen, sevgileri ve ilgileri ile her zaman yanımda olan, bugünlere gelmemde büyük emekleri olan canım annem Şerife YILMAZ'a, canım babam İsmail YILMAZ'a ve her zaman yanımda olan biricik kardeşim Gonca YILMAZ'a çok teşekkür ederim.

Haziran, 2014  
Bahar YILMAZ

## İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÖZET .....	ix
ABSTRACT .....	x
TABLolar LİSTESİ .....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	xiii
KISALTMALAR LİSTESİ .....	xix
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
1. 1. Araştırmanın Amacı .....	3
1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi .....	4
1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	7
1. 4. Araştırmanın Varsayımları .....	7
1. 5. Tanımlar .....	7
<b>2. LİTERATÜR TARAMASI .....</b>	<b>8</b>
2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi .....	8
2. 1. 1. 3B Geometrik Cisimlerin 2B Gösterimleri ve Öğrenci Algıları .....	8
2. 1. 2. Geometri Öğrenmede Kavram ve Şekil Bilgisi .....	12
2. 1. 3. Uzamsal Beceri ve Matematik Öğrenme.....	13
2. 2. Literatür Taramasının Sonucu.....	17
<b>3. YÖNTEM .....</b>	<b>19</b>
3. 1. Araştırma Modeli .....	19
3. 2. Pilot Çalışma .....	20
3. 2. 1. Ders Kitaplarının İncelenmesi .....	21
3. 2. 2. Pilot Çalışma Sonrasında Algı Testinde Yapılan Değişiklikler .....	23
3. 2. 3. Pilot Çalışma Sonrasında Problem Testinde Yapılan Değişiklikler .....	27
3. 3. Araştırma Grubu .....	30
3. 4. Verilerin Toplanması .....	31
3. 4. 1. Veri Toplama Araçları .....	31
3. 4. 1. 1. Algı testi ve Problem testi .....	31
3. 4. 1. 2. Uzamsal Görselleştirme Becerisi Testi (PSVT) .....	37

3. 4. 1. 3. Yarı Yapılandırılmış Mülakat .....	39
3. 4. 2. Veri Toplama Süreci.....	39
3. 5. Verilerin Analizi .....	40
3. 5. 1. Öğrenci Algılarının Belirlenmesine Yönelik Veri Analizi .....	40
3. 5. 2. Öğrencilerin Algıları ile Problem Çözme Süreçleri Arasındaki İlişkilerin Belirlenmesine Yönelik Veri Analizi .....	41
3. 5. 3. Öğrencilerin Uzamsal Becerilerinin Algıları ve Problem Çözme Süreçleri ile İlişkisine Yönelik Veri Analizi .....	42
<b>4. BULGULAR.....</b>	<b>43</b>
4. 1. Öğrencilerin 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algıları ve Problem Çözme Süreçleri .....	43
4. 1. 1. 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerinin Neden Olduğu Uzunluk Kaybına Yönelik Öğrenci Algıları .....	43
4. 1. 1. 1. Algı Testinin Birinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	43
4. 1. 1. 2. Problem Testinin Birinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	53
4. 1. 1. 3. Algı Testinin Sekizinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	56
4. 1. 1. 4. Problem Testinin Sekizinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	61
4. 1. 2. 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerinin Neden Olduğu Açık Kaybına Yönelik Öğrenci Algıları .....	66
4. 1. 2. 1. Algı Testinin İkinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	66
4. 1. 2. 2. Problem Testinin İkinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	72
4. 1. 2. 3. Algı Testinin Üçüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	75
4. 1. 2. 4. Problem Testinin Üçüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	83
4. 1. 2. 5. Algı Testinin Altıncı Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	85
4. 1. 2. 6. Problem Testinin Altıncı Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	91
4. 1. 2. 7. Algı Testinin Yedinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	94
4. 1. 2. 8. Problem Testinin Yedinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	101
4. 1. 2. 9. Algı Testinin Dokuzuncu Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	103
4. 1. 2. 10. Problem Testinin Dokuzuncu Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	108

4. 1. 3. 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerinin Neden Olduğu Kesişme Durumuna Yönelik Öğrenci Algıları .....	113
4. 1. 3. 1. Algı Testinin Dördüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular ..	113
4. 1. 3. 2. Problem Testinin Dördüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	117
4. 1. 3. 3. Algı Testinin Beşinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	120
4. 1. 3. 4. Problem Testinin Beşinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular .....	124
4. 2. Uzamsal Görselleştirme Testinden Elde Edilen Bulgular .....	130
4. 3. Uzamsal Görselleştirme Testinin Algı ve Problem Testleri ile İlişkisine Yönelik Bulgular .....	132
<b>5. TARTIŞMA .....</b>	<b>134</b>
5. 1. Öğrencilerin 3B Cisimlerin Gösterimlerini Algılamalarına Yönelik Tartışma ..	134
5. 2. Öğrencilerin Algılarının Problem Çözme Süreçlerine Yansımaları Üzerine Tartışma .....	138
5. 3. Uzamsal Becerilerin Algı ve Problem Çözme Süreçleri ile İlişkisi Üzerine Tartışma .....	140
<b>6. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	<b>142</b>
6. 1. Sonuçlar .....	142
6. 1. 1. Öğrencilerin 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algıları .....	142
6. 1. 1. 1. Öğrencilerin Önemli Bir Kısımının Açıklamalarında Kavramsal Öğeleri Kullanmadıkları, Sorulara Sadece Görsel Algılarıyla Cevap Verdikleri Görülmüştür. ....	142
6. 1. 1. 2. Bazı Öğrencilerin Kavramsal Bilgi ve Görsel Algı Dengesini Kuramadıkları veya Kavram Hakkında Hatalı Bilgilere Sahip Oldukları Görülmüştür. ....	142
6. 1. 1. 3. Bazı Öğrencilerin 2B Geometri İçin Sahip Oldukları Bilgileri 3B Geometriye Genellemeye Çalıştıkları veya Sorularda Verilmeyen Bilgileri Kullandıkları Görülmüştür....	143
6. 1. 1. 4. Öğrencilerin Bazı Cisimlerin Gösterimleri Üzerinde Yaptıkları Hataları Diğer Cisimlerde Yapmadıkları Görülmüştür.....	143
6. 1. 2. Öğrencilerin 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algılarının Problem Çözme Süreçlerine Etkisi .....	143



6. 1. 2. 1. Öğrencilerin Algı ve Problem Test Puanları Arasında Yüksek Düzeyde İlişki Görülmüştür.....	144
6. 1. 2. 2. Öğrencilerin Hatalı Algıları Problem Çözme Süreçlerine de Yansımıştır. ....	144
6. 1. 2. 3. Açıklamalarında Kavramsal Ögelere Yer Veren Öğrencilerin Genellikle Doğru Algılarını Problem Çözme Süreçlerine Yansıttıkları Görülmüştür. ....	144
6. 1. 3. Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerinin, Algıları ve Problem Çözme Süreçleri ile İlişkisi .....	144
6. 2. Öneriler .....	145
6. 2. 1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Yapılan Öneriler.....	145
6. 2. 2. Benzer Araştırmalara Yönelik Yapılan Öneriler .....	146
<b>7. KAYNAKLAR .....</b>	<b>147</b>
<b>8. EKLER.....</b>	<b>152</b>
<b>9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ.....</b>	<b>177</b>

## ÖZET

### 12. Sınıf Öğrencilerinin 3 Boyutlu Cisimlerin 2 Boyutlu Gösterimlerine Yönelik Algılarının İncelenmesi

3 boyutlu cisimlerin 2 boyutlu gösterimlerinin öğrenciler tarafından hatasız şekilde algılanabilmesi, 3 boyutlu geometrik cisimlerin özelliklerinin anlaşılması ve problem çözümleri için oldukça önemlidir. Ancak öğrencilerin 3 boyutlu cisimlerin 2 boyutlu gösterimlerini doğru şekilde anlayabilmeleri her zaman mümkün olmamaktadır. Öğrencileri hatalı algılara yönlendiren gösterimlerin belirlenmesi, 3 boyutlu geometri öğretiminin niteliğinin artırılmasına katkı sağlayacaktır. Bu nedenle çalışmada, 3 boyutlu geometri öğretiminde yararlanılan geometrik gösterimlerin öğrenciler tarafından nasıl algılandığının, öğrencilerin bu algılarının problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğinin ve uzamsal görselleştirme becerilerinin algıları ve problem çözme süreçleri ile ilişkisinin ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu araştırma, dört farklı lisenin on ikinci sınıfında öğrenim gören 72 öğrenci ile yürütülen betimsel bir çalışmadır. Çalışmada veri toplama araçları olarak “3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algı Testi”, “3B Cisimlere Yönelik Problem Testi” ve “Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi” kullanılmıştır. Ayrıca seçilen altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır.

Elde edilen veriler hem nitel hem de nicel yaklaşımlar kullanılarak analiz edilmiştir. Nitel analizde betimsel bir yaklaşım tercih edilirken, nicel analizde korelasyon katsayılarından yararlanılmıştır. Araştırma sonunda, öğrencilerin 3 boyutlu cisimlerin 2 boyutlu gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumları için çeşitli hatalı algılarının olduğu görülmüştür. Hatalı algıları bulunan öğrencilerin önemli bir kısmının geometrik cisimlerin kavramsal boyutu yerine görsel algılarının etkisi ile sorulara cevap verdikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin algıları ile problem çözme süreçleri arasında yüksek düzeyde ilişki olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri ile algıları ve problem çözme süreçleri arasında ise orta düzeyde ilişkilerin olduğu tespit edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** 3 Boyutlu Geometri, Geometrik Gösterimler, Öğrenci Algıları, Uzamsal Görselleştirme Becerisi.

## **ABSTRACT**

### **Investigation of 12th Grade Students' Conceptions on 2D Representations of 3D Objects**

Perfect conception of 2D representation of 3D objects by students is very important to understand 3D geometric objects' properties and to solve problem. But, it isn't always possible that the students understand correctly 2D representation of 3D objects. Determining of representations which leads to incorrect conception contributes to increase the quality of teaching 3D geometry. Therefore; it was aimed to release how to be perceived geometric representation used 3D geometry teaching, how to the students' conceptions affect process of solving problem and relationship of spatial visualization skills between conception and problem solving process. This investigation is a descriptive study conducted with 72 students studying 12th grades in four different high schools. In this investigation, "Conception Test for 2D Representation of 3D Objects", "Problem Test for 3D objects", "Purdue Spatial Visualization Test" are used as data collection tools. Also, the selected six students are conducted with semi-structured interviews.

The obtained data were analyzed by using both qualitative and quantitative approaches. While being preferred a descriptive approach in qualitative analysis, it was used correlations coefficients in quantitative analysis. In research result, various incorrect conceptions have been observed that students' 2D representations of 3D objects lead in length of loss, angle of loss and intersection situation. It has been determined that an important part of students with incorrect conceptions answered the questions by the effects of the visual conceptions. It has been observed that there is a high level of relationship between students' conception and the processes of solving the problem. Also, It has been determined that there is a middle level of the relations between the students' spatial visualization skills with conceptions and the processes of solving problem.

**Key Words:** 3D geometry, Geometric Representation, Students' Conceptions, Spatial Visualization Skills.

## TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Algı testinde Yapılan Değişiklikler .....	24
2.	Problem Testinde Yapılan Değişiklikler .....	27
3.	Örneklem Dağılımı.....	31
4.	Algı ve Problem Testi Soruları ve Amaçları .....	32
5.	Algı Testi 1-A Sorusu.....	44
6.	Algı Testi 1-B Sorusu.....	49
7.	Problem Testi 1. Soru.....	54
8.	Algı Testi 8. Soru .....	57
9.	Problem Testi 8. Soru.....	62
10.	Uzunluk Kaybına Yönelik Algı Testi (A.T.) ve Problem Testi (P.T.) Sorularına ait Puanlar .....	64
11.	Öğrencilerin Uzunluk Kaybına Yönelik Sorulardan Aldıkları Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı.....	66
12.	Algı Testi 2. Soru .....	67
13.	Problem Testi 2. Soru.....	72
14.	Algı Testi 3. Soru .....	76
15.	Problem Testi 3. Soru.....	83
16.	Algı Testi 6. Soru .....	86
17.	Problem Testi 6. Soru.....	92
18.	Algı Testi 7. Soru .....	95
19.	Problem Testi 7. Soru.....	101
20.	Algı Testi 9. Soru .....	104
21.	Problem Testi 9. Soru.....	108
22.	Açı Kaybına Yönelik Algı Testi (A.T.) ve Problem Testi (P.T.) Sorularına ait Puanlar.....	111

23.	Öğrencilerin Açık Kaybına Yönelik Sorulardan Aldıkları Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı .....	112
24.	Algı Testi 4. Soru .....	113
25.	Problem Testi 4. Soru.....	117
26.	Algı Testi 5. Soru .....	120
27.	Problem Testi 5. Soru.....	124
28.	Kesişme Durumuna Yönelik Algı Testi (A.T.) ve Problem Testi (P.T.) Sorularına ait Puanlar .....	126
29.	Öğrencilerin Kesişme Durumuna Yönelik Sorulardan Aldıkları Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı.....	128
30.	Algı ve Problem Testi Soru Ortalamaları .....	129
31.	Algı ve Problem Testi Genel Ortalamaları .....	129
32.	Öğrencilerin Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı.....	129
33.	Uzamsal Görselleştirme Testi Puanlamaları .....	130
34.	Uzamsal Görselleştirme Testi Puan Ortalamaları .....	132
35.	Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme testinin Oluşturma, Döndürme, Bakış Bölümlerine Ait Puanları ile Algı ve Problem testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayıları .....	132

## ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Dairesel tabanların kitaplardaki temsili .....	8
2.	3B cisimlere ait gösterimler .....	9
3.	Öğrencilerin düzlem gösterimleri .....	10
4.	Araştırma sürecinin şematik gösterimi.....	19
5.	Düzgün altıgen dik piramide ait gösterim .....	21
6.	Kare dik piramide ait gösterim .....	21
7.	Dikdörtgenler prizmasına ait gösterim .....	22
8.	Üçgen dik prizmaya ait gösterim .....	22
9.	Küpe ait gösterim.....	22
10.	Kare dik piramide ait gösterim .....	23
11.	Üç dikme teoremine ait gösterim .....	23
12.	Üçgen piramide ait gösterim.....	23
13.	PSV testinin oluşturma bölümüne örnek soru .....	38
14.	PSV testinin döndürme bölümüne örnek soru .....	38
15.	PSV testinin bakış bölümüne örnek soru.....	39
16.	Algı testi 1-A sorusu .....	43
17.	Ö1 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	44
18.	Ö2 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	45
19.	Ö3 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	45
20.	Ö4 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	46
21.	Ö5 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	47
22.	Ö6 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	47
23.	Ö7 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap.....	48
24.	Algı testi 1-B sorusu .....	49

25.	Ö8 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap.....	49
26.	Ö9 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap.....	50
27.	Ö10 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap.....	50
28.	Ö1 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap.....	51
29.	Ö3 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap.....	52
30.	Ö5 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap.....	53
31.	Problem testi 1. soru.....	54
32.	Ö1 öğrencisinin algı ve problem testinin 1. sorusuna verdiği cevaplar .....	54
33.	Ö3 öğrencisinin algı ve problem testinin 1. sorusuna verdiği cevaplar .....	55
34.	Ö4 öğrencisinin algı ve problem testinin 1. sorusuna verdiği cevaplar .....	56
35.	Algı testi 8. soru.....	57
36.	Ö6 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	57
37.	Ö9 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	58
38.	Ö41 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	58
39.	Ö18 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	58
40.	Ö5 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	59
41.	Ö26 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	60
42.	Ö42 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	60
43.	Ö43 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap .....	61
44.	Problem Testi 8. Soru.....	61
45.	Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 8. sorusuna verdiği cevaplar .....	62
46.	Ö41 öğrencisinin algı ve problem testinin 8. sorusuna verdiği cevaplar .....	63
47.	Ö26 öğrencisinin algı ve problem testinin 8. sorusuna verdiği cevaplar .....	63
48.	Algı testi 2. soru.....	66
49.	Ö11 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	67

50.	Ö10 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	67
51.	Ö12 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	68
52.	Ö13 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	68
53.	Ö14 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	69
54.	Ö15 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	69
55.	Ö16 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	70
56.	Ö17 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	70
57.	Ö8 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap .....	71
58.	Problem testi 2. soru.....	72
59.	Ö12 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar .....	73
60.	Ö13 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar .....	73
61.	Ö14 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar .....	74
62.	Ö8 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar .....	75
63.	Algı testi 3. Soru .....	75
64.	Ö18 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	76
65.	Ö2 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	77
66.	Ö19 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	77
67.	Ö20 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	78
68.	Ö4 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	79
69.	Ö21 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	79
70.	Ö22 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	80
71.	Ö23 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	80
72.	Ö13 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	81
73.	Ö24 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	82
74.	Ö25 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap .....	82
75.	Problem testi 3. soru.....	83



76.	Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 3. sorusuna verdiği cevaplar .....	84
77.	Ö13 öğrencisinin algı ve problem testinin 3. sorusuna verdiği cevaplar .....	84
78.	Ö24 öğrencisinin algı ve problem testinin 3. sorusuna verdiği cevaplar .....	85
79.	Algı testi 6. soru.....	86
80.	Ö26 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	87
81.	Ö18 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	87
82.	Ö3 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	87
83.	Ö21 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	88
84.	Ö27 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	89
85.	Ö28 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	89
86.	Ö29 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	89
87.	Ö30 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	90
88.	Ö6 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	91
89.	Ö31 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap .....	91
90.	Problem testi 6. soru.....	92
91.	Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 6. sorusuna verdiği cevaplar .....	92
92.	Ö3 öğrencisinin algı ve problem testinin 6. sorusuna verdiği cevaplar .....	93
93.	Ö6 öğrencisinin algı ve problem testinin 6. sorusuna verdiği cevaplar .....	93
94.	Algı testi 7. soru.....	94
95.	Ö35 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar .....	95
96.	Ö36 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	95
97.	Ö37 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	96
98.	Ö32 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	96
99.	Ö26 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	97
100.	Ö19 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	97

101.	Ö38 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	98
102.	Ö23 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	98
103.	Ö1 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	99
104.	Ö6 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	99
105.	Ö39 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap .....	100
106.	Problem testi 7. soru.....	101
107.	Ö23 öğrencisinin algı ve problem testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar .....	102
108.	Ö26 öğrencisinin algı ve problem testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar .....	102
109.	Ö6 öğrencisinin algı ve problem testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar .....	103
110.	Algı testi 9. soru.....	104
111.	Ö3 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	104
112.	Ö40 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	105
113.	Ö18 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	105
114.	Ö32 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	106
115.	Ö19 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	106
116.	Ö9 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	106
117.	Ö1 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	107
118.	Ö8 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	107
119.	Ö39 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap .....	107
120.	Problem testi 9. soru.....	108
121.	Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 9. sorusuna verdiği cevaplar .....	109
122.	Ö33 öğrencisinin algı ve problem testinin 9. sorusuna verdiği cevaplar .....	109
123.	Ö25 öğrencisinin algı ve problem testinin 9. sorusuna verdiği cevaplar .....	110
124.	Algı testi 4. soru.....	113
125.	Ö1 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap .....	114

126.	Ö3 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap .....	114
127.	Ö32 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap .....	115
128.	Ö12 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap .....	116
129.	Ö33 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap .....	116
130.	Ö34 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap .....	116
131.	Problem testi 4. soru.....	117
132.	Ö3 öğrencisinin algı ve problem testinin 4. sorusuna verdiği cevaplar .....	118
133.	Ö12 öğrencisinin algı ve problem testinin 4. sorusuna verdiği cevaplar .....	118
134.	Ö4 öğrencisinin algı ve problem testinin 4. sorusuna verdiği cevaplar .....	119
135.	Algı testi 5. soru.....	120
136.	Ö14 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	121
137.	Ö1 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	121
138.	Ö7 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	122
139.	Ö13 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	122
140.	Ö15 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	122
141.	Ö11 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	123
142.	Ö32 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap .....	123
143.	Problem testi 5. soru.....	124
144.	Ö1 öğrencisinin algı ve problem testinin 5. sorusuna verdiği cevaplar .....	125
145.	Ö11 öğrencisinin algı ve problem testinin 5. sorusuna verdiği cevaplar .....	125
146.	Ö24 öğrencisinin algı ve problem testinin 5. sorusuna verdiği cevaplar .....	126

## KISALTMALAR LİSTESİ

<b>MEB</b>	: Milli Eğitim Bakanlığı
<b>NCTM</b>	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi
<b>2B</b>	: 2 Boyutlu
<b>3B</b>	: 3 Boyutlu
<b>PSVT</b>	: Uzamsal Görselleştirme Becerisi Testi
<b>TÜBİTAK</b>	: Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu

## 1. GİRİŞ

Matematiğin önemli alanlarından biri olan geometri, yaşadığımız dünyayı anlamamıza ve bu dünyanın bizim için bir anlam ifade etmesine yardımcı olmaktadır. Bu nedenle geometri öğrenme alanı, matematik öğretim programlarında önemli bir yer tutmaktadır. Baki (2008), geometri eğitiminin genel amacını; öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evreni açıklamada ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesi olarak belirtmiştir. Yaşadığımız dünyanın üç boyutlu (3B) olduğu düşünüldüğünde, 3B cisimlerin sahip olduğu özelliklerin ve bu cisimlerin birbirleriyle olan ilişkilerinin anlaşılabilmesi, öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini ve evreni daha iyi kavrayabilmesi için önemli bir zorunluluk olarak karşımıza çıkmaktadır.

Geometri, matematiğin içinde özel bir yer tutmakla birlikte fiziksel dünyanın modellemesi olarak görülmekte ve matematiğin diğer birçok alanından farklı olarak nokta, doğru, uzay gibi uğraştığı nesnelere duyularımızla algılanabilmektedir (Parzysz, 1991). Geometrinin uğraştığı nesnelere duyularımızla algılanması nedeniyle gösterimler, geometri öğretiminde önemli bir yer tutmaktadır. Fiziksel gerçekle teorik model arasındaki ilişki, kavram ile gösterim arasında da bulunabilir (Parzysz, 1991). Bu nedenle geometrik gösterimler geometri öğretiminin ayrılmaz bir parçasıdır. Parzysz (1991)'e göre geometrik gösterimler aracılığıyla;

1. Soyut kavramların (paralelkenar, piramit vb.) veya teoremlerin fiziksel temsilleri oluşturulur,
2. Kelimelerle anlatılması güç olan geometrik ilişkiler özetlenir,
3. Geometrik şekillerin elemanları arasındaki ilişkilere yönelik varsayımda bulunulmasına yardımcı olunur,
4. İspatlama etkinliklerine yardımcı olunur.

Bununla birlikte gösterimlerin bazı sınırlılıklarının olduğu ve bu nedenle öğrencilerde çeşitli yanlış algılara sebep olabileceği de söylenebilir. Matematik sınıflarındaki geometrik gösterimler hakkında fikir sahibi olmak ve gösterimlerin yukarıda belirtilen amaçları yerine getirmede ne kadar yeterli olduğunu anlayabilmek için ders kitaplarına göz atmak yeterli olacaktır. Kitaplar incelendiğinde 3B nesnelere iki boyutlu (2B) gösterimlerinin, yukarıdaki amaçları karşılamada önemli eksiklikleri olduğu görülmektedir (Parzysz, 1991). Çünkü ders kitaplarındaki uzay geometri gösterimlerinin birçok örtük kural (görsel algımızın etkisiyle kesiştiğini düşündüğümüz doğru parçalarının gerçekte aykırı olabileceği vb.) içerdikleri görülmektedir ve bu yüzden bu gösterimlerde gerçek durumlardan farklı algılar oluşabilmektedir. Özellikle de gösterimlerin amaçlarından biri olan geometrik şekillerin

elemanları arasındaki ilişkilere yönelik varsayımda bulunmamıza yardımcı olması, 3B nesnelerin geometrik gösterimleriyle pek karşılanamamaktadır. Örneğin, aslında dik olan bir açının gösterimde dik görünmemesi, aslında aynı uzunlukta olan kenarların farklı uzunlukta görünmesi ya da aslında kesişmeyen doğruların çizimlerde kesişiyor görünmesi gibi pek çok yanıltıcı durumla karşılaşmaktadır. Bu durum, 3B cisimlerin gösterimlerinde, cisimlerin elemanları arasındaki ilişkileri tahmin etmemizi zorlaştırmaktadır.

3B bir cismin 2B gösterimi ve bu gösterimin öğrenciler tarafından doğru bir şekilde algılanabilmesi, uzay geometri öğretimi için oldukça önemlidir. Öğrencilerin gösterimleri doğru bir şekilde yorumlamaları; 3B cisimleri anlamaları, bu cisimler arasında ilişki kurabilmeleri ve problemleri çözebilmeleri açısından büyük bir öneme sahiptir. Parzys (1991)'e göre, eğer öğrenciler 3B cisimler hakkında yeterli kavramsal bilgiye sahip değilse cismin gösterimindeki bazı örtük kurallar onları geometrik nesnelere hakkında yanılgılara sürüklemektedir. Yukarıda da bahsedildiği gibi 3B cisimlerin 2B gösterimleri, cisimlerin özelliklerinin ya da bileşenlerinin 2B düzlemde görünmesindeki zorluktan dolayı yanlış algılara yol açabilmektedir. Kösa (2011), 3B bir cismin 2B düz bir kâğıt üzerindeki çizimlerinin ya eksik olup göz yanılgılarına ve farklı algılamalara sebep olduğunu ya da çizimler kusursuz dahi olsalar ortamın statikliğinden dolayı şekillerin farklı cephelerden görünüşlerini tek bir çizimde görmenin imkânsız olduğunu belirtmektedir. Ayrıca birçok çalışmada, öğrencilerin 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimlerini yorumlarken güçlük çektiği belirtilmiştir (Ben-Chaim, Lappan ve Houang, 1988; Bako, 2003; Accascina ve Rogora, 2006). Geometrik gösterimlerin doğru bir şekilde yorumlanmasında, uzamsal becerilerin de önemli bir rolü olduğu bilinmektedir (Kösa,2011).

Uzamsal beceri, MEB (2011) tarafından, "Bireyin konumuna bağlı olarak veya olmadan düzlemde ve uzayda şekilleri/nesneleri ve bunların parçalarını zihinde canlandırma (şekli/nesneyi canlandırma, şekillerin/nesnelerin ilişkisel olarak konumundaki değişikliği canlandırma, bunların farklı açılardan nasıl görüneceğini canlandırma vb.), hareket ettirme (döndürme, katlama, bütünleme, açma, öteleme, modelde değişiklik yapma, yeniden düzenleme, ters çevirme vb.) ve uzamsal ilişkileri belirleyebilme (şekillerin/nesnelerin farklı konumlarda tanınabilmesi vb.)" olarak tanımlanmaktadır. Birçok alanda başarılı olmak için gerekli olan uzamsal becerilerin geometri alanında da başarılı olabilmek için önemi büyüktür. Çünkü uzamsal beceriler, 3B dünyamızı anlayabilmemiz için gerekli olan temel becerilerden biridir.

Literatürde uzamsal becerilerle ilgili araştırmalar incelendiğinde, uzamsal becerinin bileşenleri konusunda ortak bir fikir birliği olmadığı görülmektedir. Bununla birlikte McGee (1979), Linn ve Petersen (1985), Lohman (1988), Carroll (1993), Maier (1998), Sorby (1999) ve Olkun ve Altun (2003)'ün sınıflandırmalarında uzamsal görselleştirme ortak bir

bileşen olarak karşımıza çıkmaktadır. Geometrik şekilleri anlamak, bu şekillerin parçaları arasındaki ilişkileri kavramak ve şekiller üzerindeki bazı dönüşümleri zihinde yapabilmek için uzamsal görselleştirme becerisi önem kazanmaktadır. Ayrıca 3B nesnelerin 2B gösterimleri, uzamsal görselleştirmenin bir örneği olarak karşımıza çıkmaktadır (Ben-Chaim, Lappan ve Houang, 1985; Olkun ve Sinoplu, 2008). O hâlde, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini anlamada ve yorumlamada yaşadıkları zorlukların uzamsal görselleştirme becerileri ile ilişkili olduğu söylenebilir. Fennema ve Tartre (1985), uzamsal görselleştirme becerisinin geometrik düşünmeyle yakından ilgili olduğunu belirtmişlerdir. Uzamsal görselleştirme becerisinin özellikle 3B geometri öğreniminde önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Baki vd. (2008), uzamsal becerileri kullanmanın 2B geometriden daha çok 3B geometriyle ilişkili olduğunu ifade etmiştir. NCTM (2000)'de de aynı şekilde, öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmek için 3B geometriye daha çok vurgu yapılması gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca Ben-Chaim vd. (1988)'ne göre, uzamsal becerilerin geliştirilmesinin arka planında 3B uzay geometri olmasına rağmen 2B düzlem geometrisi üzerine vurgu yapılmaktadır. Uzamsal becerilerin geometrik düşünmeyle ve özellikle 3B geometri ile ilişkisi, geometri öğretiminde bu becerilerin gelişimine verilmesi gereken önemi ortaya çıkarmıştır.

Öğrencilerin geometri eğitiminin genel amaçlarına ulaşabilmeleri için, ders kitaplarında yer alan 3B cisimlerin 2B gösterimlerini nasıl algıladıklarını belirlemek önemli olmakla birlikte bu algıların problem çözme süreçlerine yansımalarının ve öğrenci algıları ile problem çözme süreçlerinde uzamsal becerilerinin katkısının ne olduğunun bilinmesi de önem taşımaktadır. Bu nedenle bu çalışma, 3B geometri öğretim sürecinde en önemli faktörlerden biri olarak karşımıza çıkan geometrik gösterimlerin öğrenciler tarafından nasıl algılandığı, bu algıların problem çözme süreçlerini nasıl yönlendirdiği ve uzamsal becerilerin öğrenci algıları ile problem çözme süreçlerini nasıl etkilediği üzerine odaklanmıştır.

## 1. 1. Araştırmanın Amacı

Öğrencilerin 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimlerinden ne algıladıklarının belirlenmesi, bu algıların problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğinin tespiti ve bunların uzamsal beceriler ile ilişkisi oldukça önemlidir. Yapılan araştırmalarda (Ben-Chaim, Lappan ve Houang, 1988; Parzysz, 1991; Bako, 2003; Accascina ve Rogora, 2006; Kösa, 2011) 3B geometride gösterimlerin yorumlanmasında zorluk yaşandığı ve hatalı algıların olduğu belirtilmiştir. Öğrencilerin geometri konularını öğrenirken gösterimleri doğru bir şekilde yorumlamaları gerektiğinden bu çalışmada, 3B geometri öğretiminde yararlanılan geometrik gösterimlerin öğrenciler tarafından nasıl algılandığını, öğrencilerin bu algıların

3B cisimlere yönelik problem çözme süreçlerine nasıl yansıdığını ortaya koymak amaçlanmıştır.

NCTM (2000) raporunda, uzamsal düşünmenin geometrik düşünmenin önemli bir parçası olduğu vurgulanmaktadır. Ayrıca yapılan çalışmalar, uzamsal becerilerin cebirden daha çok geometri ile ilişkili olduğunu, özellikle uzamsal görselleştirme becerisinin geometrik düşünmeyle yakından ilgili olduğunu göstermektedir (Bishop, 1980; Fennema ve Tarte, 1985). Bu nedenle öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin, 3B geometri gösterimlerini algılamalarında ve problem çözme süreçlerinde nasıl bir rol oynadığının belirlenmesi de çalışmanın amaçları arasında yer almaktadır.

Bu çalışma, yukarıda da bahsedildiği gibi öğrencilerin 3B geometrik gösterimleri nasıl algıladıklarını, bu algılarının problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini ve gösterimler hakkındaki algıları ile problem çözme süreçlerinin uzamsal görselleştirme becerilerine göre nasıl değiştiğini incelemektedir. Bu bağlamda aşağıdaki problemlere cevap aranmaya çalışılmıştır:

1. Öğrenciler 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimlerini nasıl algılıyorlar?
2. Öğrencilerin algıları problem çözme süreçlerini nasıl etkiliyor?
3. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin, 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algılarında ve problem çözme süreçlerindeki rolü nedir?

## 1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

3B geometri, yaşadığımız dünyayı anlamamıza önemli katkılar sağlamaktadır. NCTM (2000) raporunda, geometri öğretiminde 3B geometri çalışmalarına daha çok yer verilmesi önerilmektedir. Bu öneme rağmen Kösa (2011), kapsamının çok geniş olmamakla birlikte birçok öğretim programında uzay geometri öğretiminin istenilen amaçlara varılmadan sonlandığını belirtmektedir. Bu açıdan, 3B geometri öğretimi ile ilgili çalışma yapılması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Böylece, bu alandaki başarısızlığın nedenleri hakkında fikir sahibi olunarak öğretimde gerekli düzenlemeler yapılabilir.

3B geometri öğretimi, genellikle ders kitaplarındaki 2B gösterimler ile sağlanmaktadır. Uzay ile ilgili bilgi edinmede önemli bir unsur olan gösterimlerin öğrenciler tarafından doğru bir şekilde algılanması, 3B geometri öğretiminde büyük önem taşımaktadır. Bununla beraber literatür incelendiğinde, öğrencilerin bu gösterimleri yorumlarken güçlük çektiği ortaya çıkmaktadır (Ben Chaim, Lappan ve Houang, 1988; Bako, 2003; Accascina ve Rogora, 2006). Accascina ve Rogara (2006), 3B geometrik cisimlerin kâğıt üstündeki görünümüleri ne kadar kusursuz olsa da, çizimlerdeki 2B görünümün statik olmasından dolayı birçok öğrencinin bu çizimleri yorumlarken güçlük çektiğini belirtmiştir. Ben-Chaim, Lappan ve Houang (1988) ise yine benzer şekilde,



öğrencilerin 3B şekillerin 2B gösterimlerinde muhakeme yaparken sık sık güçlük çektiklerini açıklamışlardır. Bako (2003), uzay geometri öğretimindeki yaşanan güçlüğü, öğrencilerin üç boyutta görememesinden kaynaklandığını ortaya koymuştur. Bu nedenle, öğrencilerin gösterimleri algılamada yaşadıkları güçlüklerin neler olduğunu ve bu güçlüklerin nelerden kaynaklandığını bilmek önemli görülmüştür. Böylece bu çalışma öğretmenlere yapılan öğretimde hangi noktalar üzerinde daha dikkatli olmaları gerektiği konusunda fikir verebilecektir.

2005 yılındaki öğretim programı değişikliği öncesinde, 3B geometri öğretiminde sadece 3B nesnelerin elemanlarını tanımak ve onların alan ve hacimlerini hesaplamak gibi cebirsel ve sayısal yönler üzerinde durulmaktadır. Ancak 2005 yılındaki program değişikliğiyle birlikte 3B dünyamızı anlamamız için gerekli olan uzamsal becerilerin önem kazanmaya başladığı ve uzamsal düşünme ile ilgili kazanımların öğretim programlarına eklendiği görülmektedir. Böylece öğrencilerin 3B geometrik şekilleri anlamaları, bu şekillerin parçaları arasındaki ilişkileri kavramaları ve şekiller üzerindeki bazı dönüşümleri zihinde yapabilmeleri gibi amaçlar ortaya çıkmıştır. Bu nedenle, gösterimler üzerinde cebirsel işlemlerden daha çok öğrenci algıları önem kazanmıştır. Ancak ders kitaplarındaki 3B cisimlerin gösterimlerinin birçok örtük kural (dik açıların gösterimde dik görünmemesi, eşit uzunlukların gösterimde farklı görünmesi vb.) içermesi, öğrencilerin bu konuda zorluk yaşamasına neden olmaktadır. Çünkü 3B cisimlerin kâğıt üzerindeki gösterimleri, bu cisimleri temsil etmede yetersiz olmaktadır. Çizimlerde nesnenin özelliklerinin korunması, nesnelere doğru yorumlayabilmek için önemli iken 3B cisimler için bu durum mümkün olmamaktadır. Bu çizimlerde açılar, kenarların ve kenarlar arasındaki ilişkilerin olduğundan farklı görünmesi gibi durumlar öğrencilerin yanlış algılamalarına sebep olabilmektedir. Parzys (1991)'e göre, uzay geometrideki çizim yetersizliği durumu öğrenciler arasında hatalı algılar oluşturmaktadır. Uzay geometri öğretimindeki başarısızlığın nedenlerinden birinin öğrencilerin gösterimler hakkındaki hatalı algıları olduğu düşünülürse, bu konu üzerinde bir çalışma yapmanın önemli olduğu görülmektedir. Böylece öğrencilerin hatalı algıları hakkında fikir sahibi olunarak 3B geometri öğretiminde gerekli tedbirlerin alınması sağlanabilir. Öğrencilerin bu gösterimleri nasıl algıladıklarının incelenmesi ve yanlış algılarının ortaya çıkarılması yapılacak öğretimin etkili olması açısından oldukça önem taşımaktadır.

Dünyayı anlamak, yorumlamak ve ayırt etmek için uzamsal beceriler gereklidir (NTCM, 1989, s.48). Clements (1998)'e göre dünyamızı anlayabilmenin ve yorumlayabilmenin önemi, öğrencilerin uzamsal düşüncelerini geliştirmesinin temel nedenidir. Geometride başarılı olabilmek için, gösterimlerin doğru bir şekilde yorumlanması gerekli olmakla birlikte uzamsal beceriler de önem taşımaktadır. Karaman

(2000), 25 matematik öğretmenin görüşlerini aldığı çalışmasında öğrencilerinin; “iki ve üç boyutlu şekillerin özelliklerini tanıyamadıklarını”, “tahtadaki şekilleri defterlerine geçirirken zorlandıklarını”, “nesneleri beceriyle kullanamadıklarını ve onların farklı yönlerden görünümünü gözlerinde canlandıramadıklarını”, “soyut düzlem geometrisi konularıyla ilgili sorular yerine, sayısal örnekleri tercih ettiklerini” belirtmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorluklar geometri öğretiminde uzamsal becerilerin önemini göstermektedir. Çünkü uzamsal beceriler, cisimlerin görünümünü yorumlayabilme ve üç boyutlu düşünebilme gibi durumlar ile ilgilidir. Battista (2007), uzamsal muhakemenin, geometrik düşünmede önemli olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte Liedtke (1995), geometri hesaplamalarında uzamsal becerinin gerekli ve önemli bir yere sahip olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin 3B cisimlerin yüzey alanlarını doğru hesaplayabilmeleri için 3B şekillerin 2B hâllerini zihinlerinde canlandırabilmeleri gerekmektedir. Olkun ve Sinoplu (2008)’ya göre 3B nesnelerin 2B gösterimleri uzamsal görselleştirmenin bir örneğidir. Bishop (1980), uzamsal görselleştirme becerisinin geometrik düşünmeyle yakından ilgili olduğunu belirtmektedir. Bu durumda öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimleri hakkındaki algılarının ve problem çözme süreçlerinin, geometrik düşünmede önemli olan uzamsal becerileri (daha özel olarak uzamsal görselleştirme becerileri) açısından incelenmesi büyük önem taşımaktadır.

Birbiriyle ilişkili birçok çalışma, uzamsal becerinin kesin olarak matematik başarısı ile ilgili olduğunu göstermiştir (Fennema ve Sherman, 1977; McKee, 1983; Battista, Wheatley ve Talsma, 1989; Keller ve Hart’tan, 2002; Battista, 1990; Guay ve McDaniel, 1977). Battista (1990), uzamsal düşünmenin matematiksel düşünme ile güçlü ve olumlu ilişki içinde olduğunu iddia etmektedir. Aynı şekilde Battista, Wheatley ve Talsma (1989), uzamsal beceriyle problem çözme performansı arasında istatistiksel olarak anlamlı pozitif bir ilişki olduğunu belirtmiştir (Bulut ve Koroğlu, 2000). Bununla birlikte yapılan araştırmalar, uzamsal düşünmenin matematikten daha çok geometri ile ilgili olduğunu ortaya koymaktadır (Battista, 1990; Grande, 1990; Karaman, 2000). Bu bağlamda daha önce belirtildiği gibi, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algılarını ve bu algılarının problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini belirlemeyi amaçlayan bu çalışma, öğrencilerin uzamsal becerileri ile 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimleri hakkındaki algıları ve problem çözme süreçleri arasındaki ilişkiyi incelemesi yönüyle diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir.

Bu durumlar göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini ne şekilde algıladıklarının, bu algılarının problem çözme süreçlerine nasıl yansıtıklarının ve öğrencilerin gösterimler hakkındaki algılarının ve problem çözme

süreçlerinin uzamsal görselleştirme becerilerine göre nasıl değişiklik gösterdiğinin incelenmesi gerekmektedir.

### **1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları**

1. Bu araştırma 2012-2013 öğretim yılının ikinci döneminde Trabzon ilindeki dört lisede öğrenim gören 72 on ikinci sınıf öğrenci ile sınırlıdır.
2. Araştırmada kullanılan öğrenci algıları ve problem çözme süreçleri ile ilgili veri toplama araçları, ders kitaplarındaki bazı gösterimler ile sınırlıdır.

### **1. 4. Araştırmanın Varsayımları**

1. Örneklemdaki öğrencilerin “3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algı Testi” ve “3B Cisimlere Yönelik Problem Testi” testlerinde sorulan soruları ciddi bir şekilde cevapladıkları,
2. Yapılan mülakatlarda sorulara cevap veren öğrencilerin samimi oldukları varsayılmıştır.

### **1. 5. Tanımlar**

Uzamsal Beceri: Bireyin konumuna bağlı olarak veya olmadan düzlemde ve uzayda şekilleri/nesneleri ve bunların parçalarını zihinde canlandırma (şekli/nesneyi canlandırma, şekillerin/nesnelerin ilişkisel olarak konumundaki değişikliği canlandırma, bunların farklı açılardan nasıl görüneceğini canlandırma vb.), hareket ettirme (döndürme, katlama, bütünleme, açma, öteleme, modelde değişiklik yapma, yeniden düzenleme, ters çevirme vb.) ve uzamsal ilişkileri belirleyebilme (şekillerin/nesnelerin farklı konumlarda tanınabilmesi vb.) becerileridir (MEB, 2011).

Uzamsal Görselleştirme: Hareketli parçalardan oluşan karmaşık şekiller ve/veya zihinde katlama ya da zihinsel bütünleme yoluyla 2 boyuttan 3 boyutluya dönüştürme gibi zihinsel eylemlerdir (Olkun ve Altun, 2003).

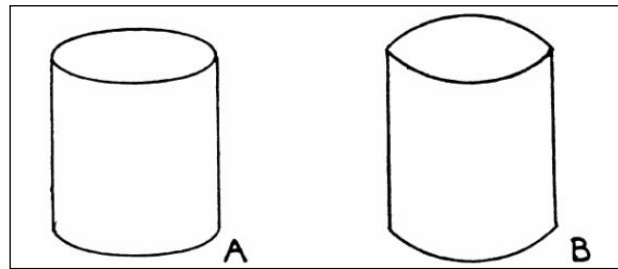
## 2. LİTERATÜR TARAMASI

### 2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu araştırmada, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerinden ne algıladıklarını belirlemek, bu algılarının problem çözme süreçlerine yansımalarını ortaya koymak ve öğrencilerin uzamsal becerilerinin algılarındaki ve problem çözme süreçlerindeki rolünü belirlemek amaçlandığından, araştırmanın kuramsal çerçevesi; 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimleri ve öğrenci algıları, geometri öğrenmede kavram ve şekil bilgisi, uzamsal beceri ve matematik öğrenme başlıkları altında toplanmıştır.

#### 2. 1. 1. 3B Geometrik Cisimlerin 2B Gösterimleri ve Öğrenci Algıları

Parzysz (1991)'e göre 3B cisimlerin çizimleri nesnelere yalnızca anımsatabilir ve bu çizimlerde tahminler zordur. Bununla birlikte, bu gösterimlerin tek işlevinin örneklendirme olduğunu, çizimlerin (prizmalar, piramitler, küreler, uzaylar) son derece kalıplaşmış olduğunu ve gerçek matematik durumlarını yansıtmadığını belirtmiştir. Ancak bu gösterimlerin, problem çözümlerinde etkili bir araç olarak kullanılabileceğini de ifade etmiştir. Çalışmada, uzay geometri çizimlerinin merkezi perspektifin (ressamların çizimleri) aksine paralel perspektif (paralel doğrular paralel olarak çizilir) alanına ait oldukları belirtilmiştir. Paralelliğin kullanılmasının nedenini ise gösterimin daha iyi anlaşılabilmesi ve çizimde nesnenin özelliğinin tasvir edilebilmesi olarak belirtilmiştir. Çalışmada 19. yüzyılın ortalarında dairesel tabanların kitaplarda iki farklı şekilde temsil edildiği gösterilmiştir: eliptik ve merceksi (Şekil 1) (Parzysz, 1991).

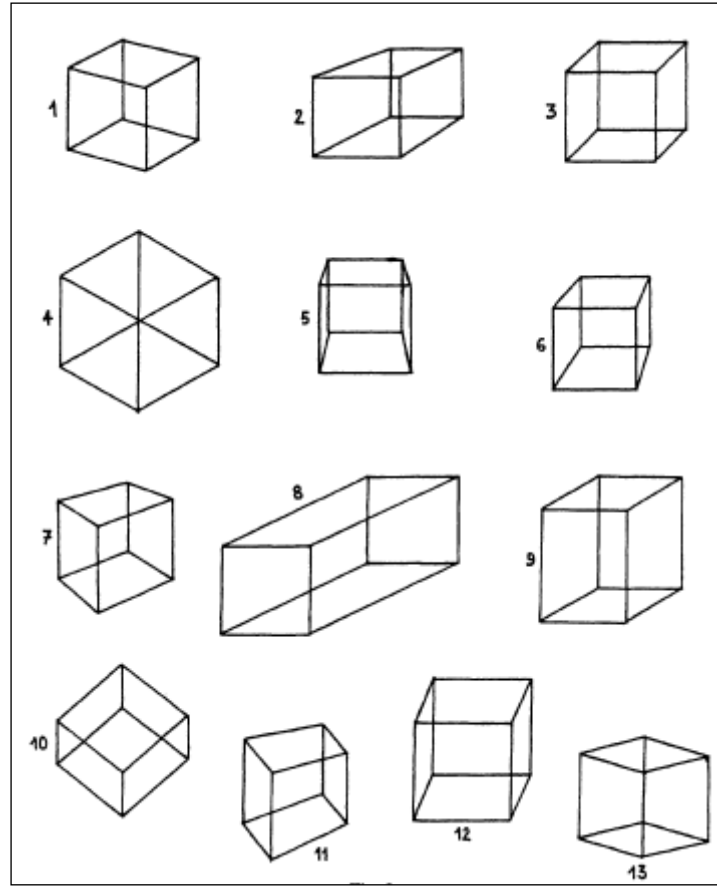


Şekil 1. Dairesel tabanların kitaplardaki temsili

19. yy kitaplarına ait bu çizimlerin de paralel perspektife ait oldukları belirtilmiştir. Parzysz (1991), öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini algılamalarını araştırmıştır. Bu gösterimlerin birçok örtük kural içerdiklerini belirtmiştir. Öğrenciler konu ile ilgili yeterli bilgiye sahip değilse bu gösterimlerin onları hatalı algılara yönlendireceğini ifade etmiştir.

Çalışmasında geometride kullanılan gösterimlerin, 3B cisimlerin temsilinde yeterli olmadığını belirtmiştir. Bu duruma örnek olarak, 3B cisimlerin 2B gösterimlerinde iki dik doğrunun genellikle dik olarak görünmediğini göstermiştir. Bu bakımdan, 3B cisimlerin çizimlerinin öğrencileri kolaylıkla yanıltabileceğini ifade etmiştir.

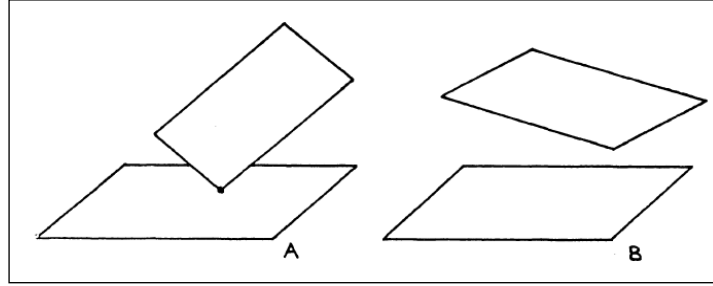
Parzysz (1991), öğrencilerin iyi bildiği bir geometrik cisim olan küpün gösterimleri üzerinde durmuştur. Öğrencilere Şekil 2'deki cisim gösterimlerini sunarak bu cisimlerin küp olup olmadıklarını belirlemelerini istemiştir.



Şekil 2. 3B cisimlere ait gösterimler

Öğrencilerin küp olarak belirlediği çizimlerin paralel perspektife (paralel doğruların paralel olarak çizildiği) ait olduğu görülmüştür. Öğrencilerin küp olmadığını düşündükleri gösterimler için belirttikleri nedenler ise; kenarlarının aynı uzunlukta olmaması, kenarların paralel olmaması, küpün bükülü görünmesi gibi nedenlerdir. Öğrenciler, çizimlerde paralelliğin korunması ve kenarların aynı uzunlukta olması özelliklerini aradıkları için 5, 6, 7. çizimler gibi merkez perspektifine ait olan çizimleri küp olarak algılamamışlardır. Öğrenci algıları için çizimlerde nesnenin özelliklerinin korunmasının önemli olduğu ifade edilmiştir. Araştırma sonunda paralel perspektifin, nesnelerin özelliklerini koruması

nedeniyle öğrenci algıları için daha uygun olduğu ve teknik çizimlerin problem çözümlerinde etkili bir araç olduğu da belirtilmiştir. Ayrıca çalışmada öğrencilerden tek bir ortak noktası olan ve hiç bir ortak noktası olmayıp aynı zamanda paralel olmayan düzlemler çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çizimlerinin Şekil 3'teki gibi olduğu görülmüştür.



Şekil 3. Öğrencilerin düzlem gösterimleri

Bu çizimler sonucunda, öğrencilerin düzlemlerin uzatılabilir olduklarını belirtmelerine rağmen sınırlı bir düzlem anlayışlarının olduğu ve bilgilerini uygulamada kullanamadıkları belirlenmiştir. Gösterimlerin içerdiği birçok örtük kuralın, konuya hâkim olmayan öğrencileri geometrik nesnelere hakkında yanılgılara sürüklediği belirtilmiştir.

Ben Chaim, Lappan ve Houang (1988), öğrencilerin 3B şekillerin 2B gösterimlerinde muhakeme yaparken güçlük çektiklerini belirtmişlerdir. Benzer şekilde Bako (2003), uzay geometri öğretiminde yaşanan güçlüğü öğrencilerin üç boyutlu görememesinden kaynaklandığını ifade etmiştir.

Accascina ve Rogara (2006), 3B geometrik cisimlerin kâğıt üstündeki görünümünü ne kadar kusursuz olsa da çizimlerdeki 2B görünümün statik olmasından dolayı birçok öğrencinin bu çizimleri yorumlarken güçlük çektiğini belirterek, bu güçlüğü sebebinin 2B görünümdeki statiklik olarak ifade etmişlerdir. Yaptıkları çalışmada 3B geometrinin öğretiminde Cabri 3D diyagramlarının kullanımını incelemişlerdir. Çalışmada daha önce DGY Cabri 2D'yi kullanmayı bilen 8 hizmet öncesi öğretmen ile 6 saatlik bir program takip edilmiştir. Araştırmanın ilk aşamasında öğrencilere Cabri 3D programının kullanımı gösterilmiştir. Çalışmanın verilerini ise öğrencilerin çalışma yapraklarına verdikleri cevaplar oluşturmaktadır. Araştırmacılar, Cabri 3D'nin geometri öğretim sürecinde faydalı olduğunu ve bu yazılımla üretilen diyagramların dinamik olması nedeniyle geometrik kavramların şekillerinin daha iyi bir şekilde geliştirilmesinde etkili olduğunu ifade etmişlerdir. Bununla birlikte, Cabri 3D'nin kullanımının bazı yanılgılara yol açabileceği, bu yanılgılar için bir takım önlemler alınması gerektiği ve bunların sağlam matematik alt yapısıyla giderilebileceği ifade edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin Cabri 3D kullanımına

yönelik olumlu tutum sergiledikleri belirtilerek bu tür bir yazılımın uzay geometri öğretiminde kullanılmasının öğrencilere dinamik diyagramlarla çalışma fırsatı sağlayacağından, geometrik yapılar üzerinde yapılan oynamalarla kurdukları hipotezleri test etme ve genelleme yapma fırsatı sağladığı sonucuna varılmıştır.

Kösa (2011), 3B bir cismin iki boyutlu (2B) düz bir kâğıt üzerindeki çizimlerinin ya eksik olup göz yanılmalarına ve farklı algılamalara sebep olduğunu ya da çizimler kusursuz dahi olsa ortamın statikliğinden, şekillerin farklı cephelerden görünümünü tek bir çizimde görmenin imkânsız olduğunu belirtmiştir. Çalışmada uzay geometri öğretiminde 3B dinamik geometri yazılımı ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, 3B düşünme düzeyleri ve 3B çizim yapabilme becerileri üzerindeki etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışma, 36 deney ve 38 kontrol grubu öğrencisiyle birlikte 12 hafta boyunca yürütülmüştür. Deney grubu uzay geometriye yönelik dersleri bilgisayar laboratuvarında dinamik geometri yazılımı Cabri 3D ve 3B şeffaf geometrik cisimleri kullanarak almışken, kontrol grubu geometri derslerini sınıf ortamında geleneksel yolla almıştır. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere uzamsal görselleştirme becerisi testi, uzay geometri anlama sınavı ve çizim etkinliği sınavı uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarından belirlenen 6'şar öğrenciyle klinik mülakatlar yapılmıştır. Mülakat analizleri deney grubundaki öğrencilerin uzay geometri problemlerini çözerken daha çok dinamik zihinsel şemalar kullandıklarını göstermiştir. Deney grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı bir artış meydana gelmiştir.

Konu ile ilgili diğer çalışmalardan biri ise Roger (1986) tarafından yapılmıştır. Üçüncü sınıf seviyesindeki 11 kız ve 23 erkek öğrenci ile yürüttüğü çalışmada kapalı şekilleri verilen 3B cisimlerin açık şekillerini buldurmayı amaçlamıştır. Öğrencilere açık ve kapalı hâli verilen şekillerden hangisini daha önce hiç görmedikleri sorulduğunda, %95'i düzgün sekiz yüzlüyü görmediklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin şekillerin açık hâllerini görmeleri, 3B cisimleri birbirinden ayırmada onlara kolaylık sağlamıştır. Öğrenciler içinde üçgen bulunan cisimlerin açık hâllerini daha kolay bulabilmişlerdir. Cismin açık hâlinde cismin tabanı ortada verildiğinde öğrenciler daha kolay eşleştirme yapabilişlerdir.

Eryaman (2009), 3B nesnelerin 2B gösterimlerine ilişkin olarak uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim etkinliklerinin, 6. sınıf öğrencilerinin uzamsal muhakemelerine katkısı üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışmada, öğrencilerin uzamsal etkinliklerdeki performanslarını gözlemlemeyi ve etkinlikler hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmacının aynı zamanda öğretmen olduğu çalışmasını Ankara'da bir özel okuldaki 24 altıncı sınıf öğrencisi ile yürütmüştür. Öğrencilere 5 ders saati boyunca uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim etkinlikleri

uygulanmıştır. Bu etkinliklerin öncesinde ve sonrasında öğrencilere uzamsal yönelim testi ve 3B nesnelerin 2B gösterimleri ve izometrik çizim soruları içeren bir başarı testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin uzamsal muhakemelerinde ön test ve son test arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunduğu ve öğrencilerin uzamsal görselleştirme ve yönelimde kendilerini geliştirdikleri belirtilmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin görsel muhakeme gerektiren etkinliklerde gelişme kaydettikleri belirtilmiştir. Çalışmada öğretmenlerin, öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmek için, amaca uygun materyallerle desteklenen görsel etkinliklerle birlikte dersi işlemesi ve etkinliklere öğrencilerin etkin katılımının sağlanması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Guillen (1996), uzay geometri için anlama düzeyleri oluşturduğu çalışmasında, van Hiele'in düzlem geometri için ileri sürdüğü teoriyi temel almıştır. Çalışmada, 3B düşünmeyi dört düzeyde karakterize etmiştir. Bu düzeyler aşağıdaki gibidir:

Düzyey 1 (Tanıma): Öğrenciler sadece görsel uyarıcılarla ilgilenirler.

Düzyey 2 (Analiz): Öğrencilerin düşünceleri hâla görsel algılara dayalı olmasına rağmen öğrenciler cisimlerin matematiksel özelliklere sahip olduğunu algılamaya başlarlar.

Düzyey 3 (İnformal Çıkarımlar): Öğrenciler üst düzey mantık yürütme becerilerini geliştirmeye başlarlar.

Düzyey 4 (Formal Sonuç Çıkarma): Öğrenciler şekillerin özelliklerinden ötesine, tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini başarabilirler ve bu sistem içinde kendileri ispat yapabilirler (Kösa, 2011).

## 2. 1. 2. Geometri Öğrenmede Kavram ve Şekil Bilgisi

Fischbein (1993), şekilsel kavram teorisinde geometrik bir şeklin kendi özünde sahip olduğu kavramsal özelliklerle tanımlanmasına rağmen yalnızca bir kavram olmadığını, bunun yanı sıra bir imaj olduğunu belirtmektedir. Ayrıca geometriyi, imaj ve kavramlar arasında etkileşimin gerekli olduğu bir alan olarak ifade etmektedir. Çalışmasında, öğrencilerin sahip olduğu bazı zorlukları, imaj ve kavramları birleştirmedeki eksiklikler olarak yorumlamaktadır.

Duval (1995), bir geometrik şeklin neyi temsil ettiği ile şeklin ne gösterdiği arasında farklılık olduğunu, yalnız başına şeklin gösterdiği şeyin bilinçsiz bir analize sebep olabileceğini, şeklin temsil ettiği bilginin ise tanımlarla, sınıflamalarla kontrol altına alınması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca şekil ile ilgili bazı sözel bilgilerin (şeklin sınıfı ve hipotezler gibi) verilmesi, bazılarının da bu bilgilerden çıkarılması (tanımlar ve teoremler yardımıyla) gerektiğini ifade etmektedir.



### 2. 1. 3. Uzamsal Beceri ve Matematik Öğrenme

Literatür incelendiğinde, uzamsal beceri ile aynı anlamda kullanılan birçok terim göze çarpmaktadır. Örneğin; uzamsal yetenek, uzamsal algı, uzamsal düşünme ve uzamsal his benzer anlamda kullanılan terimlerdir (Bishop, 1983; Wheatley, 1990; NCTM, 2000). Aynı beceriyi ifade etmek için kullanılan farklı terimler, yapılan uzamsal beceri tanımlarının çeşitliliğini artırmış, araştırmacıların ortak bir tanım üzerinde buluşmasını zorlaştırmış ve bu becerinin ölçülmesinde kullanılan testlerin farklılaşmasına neden olmuştur (Yurt, 2011).

Uzamsal beceri ile ilgili yapılan çalışmalarda; görselleştirme, zihinde döndürme, uzamsal yönelim, uzamsal ilişkiler gibi farklı zihinsel becerilerin varlığı incelenmiştir (Carroll, 1993; Linn ve Petersen, 1985; Lohman, 1988; Maier, 1998; Sorby, 1999). Uzamsal beceri ise, birçok araştırmacı tarafından bu zihinsel becerilerin tümünü kapsayan genel bir beceri olarak ele alınmıştır (Linn ve Petersen, 1985; Maier, 1998; Sutton ve Williams, 2007). Uzamsal beceri, birçok araştırmacı tarafından farklı şekilde sınıflandırılmasına rağmen; McGee (1979), Linn ve Petersen (1985), Lohman (1988), Carroll (1993), Maier (1998), Sorby (1999) ve Olkun ve Altun (2003)'un sınıflandırmalarında uzamsal görselleştirme, uzamsal becerinin ortak bir bileşeni olarak karşımıza çıkmaktadır.

McGee (1979:3)'e göre uzamsal görselleştirme 2 ve 3 boyutlu nesnelerin imgelerini oluşturma, imgeleri zihinsel olarak döndürme ve değişimleme yeteneklerini içermektedir (McGee, 1979'dan aktaran: Kurt, 2002:121). Lohman (1988) ve Smith (1998)'e göre uzamsal görselleştirme, uzaydaki bir görüntünün dönmesini veya hareket etmesini içermektedir. Linn ve Petersen (1985), uzamsal görselleştirmeyi bir nesnenin birçok adımlı tamamlanmış hareketleriyle ilgili uzamsal beceri etkinlikleri olarak tanımlamışlardır. Carroll (1993) ise uzamsal görselleştirme ile aynı anlamda görselleştirme ifadesini kullanmıştır. Maier (1998)' e göre görselleştirme, içinde belli hareketlerin gerçekleştiği ve parçalarının yer değiştiği yapıları zihinde canlandırma becerilerini içermektedir. Sorby (1999) uzamsal görselleştirmeyi bir nesneyi zihinde hareket ettirebilme becerisi olarak ifade etmiştir. Olkun ve Altun (2003) ise uzamsal görselleştirmeyi, bir ya da birden çok parçadan oluşan 2 ve 3 boyutlu nesnelerin uzayda hareket ettirilmeleri sonucu oluşacak yeni durumlarını zihinde canlandırma becerisi olarak açıklamışlardır.

Uzamsal becerinin öğrencilerin sahip olması gereken temel beceriler arasında olması gerektiği uluslararası çalışmalara yansımıştır. NCTM'nin 1989 yılı raporları uzamsal becerinin geometriyi anlamada ve yorumlamada gerekli olması sebebiyle geometri öğretiminde öğrencilerin uzamsal zekâlarının geliştirilmesine ihtiyaç olduğunu belirtirken; 2000 yılı raporları da uzamsal görselleştirmenin geometrinin öğrenilmesinde

önemli bir araç olduğu ve okulun ilk yıllarından itibaren geometri öğretiminde somut nesnelere ve teknoloji kullanılarak öğrencilerin görselleştirme becerilerinin geliştirilmesinin gerektiğini ifade etmektedir. NCTM 2000 ilkeler ve standartlar belgesi, anaokulundan 12. sınıfa kadar bütün öğrenciler için problem çözümlerinde görselleştirme, uzamsal muhakeme ve geometrik modellerin kullanılmasını öneren güvenilir bir geometri standardı içermekte olup, görselleştirme ve uzamsal muhakemenin önemini vurgulamaktadır (s41). NCTM (2000)'e göre 3-5. sınıf öğrencileri nesnenin 2B gösteriminden 3B nesneyi oluşturabilmelidir.

Uzamsal beceriler, birçok araştırmacının üzerinde durduğu bir konudur. Yapılan çalışmalar uzamsal becerilerin birçok alan ile ilişkili olduğunu ve birçok becerinin gelişimini etkilediğini göstermektedir. Bununla birlikte uzamsal becerinin, matematik ve geometri başarısı üzerinde önemli etkileri olduğu da görülmektedir.

Mitchelmore (1976; akt. Capraro, 2001), uzamsal görselleştirme testinden yüksek puan alan öğrencilerin geometri başarılarının da yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca 3B cisimleri görselleştirme yeteneğinin geometrik problemleri çözebilme becerisiyle doğrudan ilişkili olduğunu belirtmiştir.

Guay ve McDaniels (1977), 2. sınıftan 7. sınıfa kadar farklı düzeylerdeki öğrencilerin matematik başarısı ile uzamsal becerileri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Araştırma sonucunda korelasyon değerleri 2, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencileri için sırasıyla 0.74, 0.86, 0.63 ve 0.47 olarak bulunurken 3. ve 4. sınıf öğrencileri için 0.41 ve 0.43 olarak bulunmuştur. Araştırma sonucunda uzamsal beceriler ile matematik başarıları arasındaki ilişkinin, 3. ve 4. sınıf öğrencileri için istatistiksel olarak anlamlı değil iken diğer öğrenciler için anlamlı olduğu belirtilmiştir.

Mosses (1977), uzamsal beceri ile problem çözme becerisi arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Uzamsal becerinin problem çözme becerisinin iyi bir belirleyicisi olduğunu ve yüksek uzamsal becerilere sahip olan bireyin, bir matematik problemi çözerken görsel çözüm yollarını kullanmadığını belirtmiştir (Seng ve Chan, 2000).

Sherman (1979; akt. Shieh, 1985), 9. sınıfta okuyan 430 öğrencinin uzamsal görselleştirme becerilerini ve matematik başarılarını 1975'te ve 1978'de iki defa test etmiştir. Uzamsal görselleştirme becerisi ile matematik başarısı arasında yüksek bir ilişki olduğunu belirlemiştir. Ayrıca uzamsal görselleştirmenin, bayan öğrencilerin problem çözme puanlarında sözlü becerilerden daha fazla etkili olduğunu ortaya koymuştur.

Battista ve diğerleri (1989; akt. Turğut, 2010), öğretmen adaylarının geometrik problem çözme becerileri ile uzamsal görselleştirme ve biçimsel muhakeme yetenekleri arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Ayrıca görselleştirme yeteneği ile geometrik problemler çözümlenirken izlenen çözüm yollarını incelemişlerdir. Derinlemesine inceleme yapabilmek

için 8 problem geliştirilmiş ve öğretmen adaylarının bu problemleri çözerken şekil çizmelerine izin verilmiştir. Sonuç olarak, uzamsal görselleştirme, biçimsel muhakeme ve problem çözme performanslarının geometri başarısı ile ilişkili olduğu belirlenmiştir. Ayrıca uzamsal görselleştirme ile biçimsel muhakemenin geometrik problem çözme ile ilişkili olduğu ortaya koyulmuştur.

Battista (1990), 75 erkek ve 53 kız lise öğrencisinden oluşan araştırmasında; uzamsal görselleştirme, mantıksal muhakeme, geometri başarısı ve cinsiyet arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışma sonucunda, uzamsal görselleştirme yeteneği ve mantıksal muhakemenin geometri başarısıyla pozitif ilişkili olduğu ortaya koyulmuştur. Ayrıca erkeklerin, uzamsal görselleştirme yeteneği ve geometri testlerinde kızlara göre istatistiksel olarak daha başarılı oldukları tespit edilirken, mantıksal muhakeme de anlamlı bir ilişkiye rastlanmamıştır.

Fennema ve Tartre (1985), 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinden uzamsal görselleştirme ve sözel yetenekleri yüksek olan öğrencilerin, matematik problemlerinin çözümünde ne tür stratejiler izlediklerini incelemiştir. Çalışmada her öğrenciden, öncelikle problemleri okumaları, sonrasında çözüme ilişkin şekiller çizmeleri ve bu şekilleri nasıl kullanacaklarını açıklamaları istenmiştir. Araştırma sonucunda, uzamsal görselleştirme becerileri daha fazla olan öğrencilerin, görselliğe dayalı problemlerde daha yüksek puanlar elde ederken, sözel boyuttaki problemlerde daha düşük puanlar elde ettikleri ortaya çıkmıştır.

Fennema ve Sherman (1977), 9 ve 12. sınıf öğrencileri üzerinde yaptıkları araştırmada uzamsal görselleştirme becerisi ile matematik başarısı arasında güçlü bir ilişki olduğunu ortaya koymuşlardır.

Karaman (2000), altıncı sınıf öğrencilerinin cinsiyetleri, uzay ilişkilerine yönelik becerilerin üç alt boyutu olan uzamsal görme, uzamsal yönelme ve bütünleştirme hız ve esnekliği becerileri ile uzay geometri konusundaki performansları arasındaki ilişkileri incelemiştir. 120 kişilik bir öğrenci grubunun oluşturduğu örnekleme, cinsiyet dışındaki değişkenler arasında korelasyon katsayılarında anlamlı seviyede ilişkiler tespit edilmiştir. Birden fazla değişken arasındaki ilişkilerde ise üç değişkenin, uzay geometri başarısındaki değişkenliğin %35'ini açıklayabildiği belirtilmiştir. Bununla birlikte, değişkenlerin katkı derecelerinde farklılıklar olduğu görülerek uzamsal yönelmenin en fazla katkıya sahip olduğu, bunu uzamsal görme ile bütünleştirme hız ve esnekliğinin takip ettiği belirlenmiştir.

Karaman ve Toğrol (2000), altıncı sınıfta okuyan 120 öğrenci ile yürüttükleri araştırmada; öğrencilerin uzamsal görselleştirme, uzamsal yönelim, bütünleştirme hız ve esnekliği yetenekleri ile düzlem geometri konularındaki başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırma sonucunda uzamsal yönelimin, matematik puanları üzerindeki en

etkili bileşen olduğu, bunu uzamsal görselleştirmenin, son olarak da bütünleştirme hız ve esnekliğinin izlediği belirtilmiştir. Uzamsal görselleştirme ile uzamsal yönelimin, düzlem geometriye yönelik başarı puanları üzerinde anlamlı düzeyde etkili oldukları ortaya koyulmuştur. Diğer taraftan, bütünleştirme hız ve esnekliğinin düzlem geometri başarısı üzerindeki etkisinin anlamlı olmadığı belirlenmiştir.

Olkun (2003), ortaöğretim öğrencilerinin okul geometri derslerindeki uzamsal becerilerini mühendislik çizim yaklaşımları ile geliştirmek için etkinlikler oluşturmuştur. Araştırma sonucunda, uzamsal becerinin önemli olduğu ve uygun etkinliklerle geliştirilebileceği ortaya koyulmuştur. Bu becerinin, nesnelere resim formunda temsil etmede ve nesnelere görselleştirmede gerekli olduğu belirtilmiştir. Ayrıca geometrik nesnelere yapılan somut tecrübelerin ve nesnelere 2B uzayda temsilinin, öğrencilerin uzamsal görme performanslarının gelişiminde faydalı olduğu görülmüştür.

Kayhan (2005), genel, anadolu, yabancı dil ağırlıklı, ticaret meslek ve endüstri meslek liselerinde öğrenim gören 251 dokuzuncu sınıf öğrencisiyle, okul türünün uzamsal beceri üzerindeki etkisini, matematik başarısı ve mantıksal düşünme becerisi ile uzamsal beceri arasındaki ilişkiyi ve teknik resim dersinin uzamsal becerinin gelişimi üzerindeki etkisini araştırmıştır. Araştırmada ölçme aracı olarak Uzamsal Yetenek testi ve Mantıksal Düşünme Grup testini kullanmıştır. Çalışma sonucunda okul türünün, öğrencilerin uzamsal becerilerine anlamlı bir etkisi olmadığı bulunmuştur. Diğer taraftan, uzamsal beceri ile matematik başarısı, mantıksal düşünme yeteneği ve teknik resim başarısı arasında anlamlı ve pozitif ilişkiler tespit edilmiştir. Ayrıca teknik resim dersiyle birlikte öğrencilerin uzamsal becerilerinde anlamlı bir gelişme olduğu görülmüştür.

Pittalis ve diğerleri (2007), 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim becerilerinin, geometri dersindeki başarıları ile ilişkisini incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin uzamsal beceri düzeylerinin, geometri başarılarının tahmininde güçlü bir etkisinin olduğu belirlenmiştir. Ayrıca uzamsal becerilerde meydana gelen artışın geometri başarılarının da artışına yol açabileceği öne sürülmüştür.

Tekin, Şahin ve Delice (2008), zihinde döndürme ve uzamsal görselleştirme becerilerinin, geometri sorularını çözme sürecine etkisini incelemişlerdir. Araştırmada kart döndürme, küp karşılaştırma, kâğıt katlama ve yüzey oluşturma testleri uygulanmıştır. Testlerin uygulanmasından sonra geometri sorularından oluşan klasik bir sınav ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmada, öğrencilerin uzamsal becerilerini geometri performanslarına yansıtamadıkları sonucuna varılmıştır.

Kakmacı (2009), ilköğretim altıncı sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada uzamsal görselleştirme değişkenini; cinsiyet, matematik başarısı ve geometriye olan ilgi açısından incelemiştir. Çalışmanın sonucunda erkek öğrencilerin uzamsal görselleştirme

becerilerinin kız öğrencilerden daha yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin diğerlerine göre uzamsal görselleştirme düzeylerinin daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan, geometriye ilgisi yüksek olan öğrencilerin de uzamsal görselleştirme başarılarının daha yüksek olduğu sonucuna varılmıştır.

## 2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

3B cisimlerin 2B gösterimlerinin öğrenciler tarafından hatasız şekilde algılanması, 3B geometri öğretiminde oldukça önemlidir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin bu gösterimleri algılamakta güçlük çektiklerini ortaya koymaktadır. Yapılan çalışmalarda, 3B geometrideki çizim yetersizliği durumunun öğrencilerde hatalı algılar oluşturduğu belirtilmiştir. Ancak bu çalışmaların önemli bir kısmı, öğrencilerin 3B bir cismin 2B gösterimini nasıl algıladıkları konusunda detaylı analizler sunmamaktadır. Bununla birlikte Parzys (1991), 3B geometrideki çizimlerin yetersizliğinden ve öğrenci algılarından bahsettiği çalışmada, 3B geometride iki dik doğrunun çizimlerde genellikle dik görünmeyeceği gibi oluşabilecek bazı yanlış algı durumlarını belirtmiştir. Bu açıdan, çalışmada daha çok öğrencilerin 3B bir cismin 2B gösterimine bakınca neler gördükleri ve bunların sebeplerinin araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik olarak mevcut ders kitapları incelenerek öğrencilerde hatalı algılar oluşmasına neden olabilecek bazı gösterimler belirlenmiştir. İnceleme sonucunda, öğrencilerde oluşabilecek hatalı algıların, 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumu olmak üzere üç boyutta ele alınmasına karar verilmiştir. Ders kitaplarındaki 3B cisimlerin 2B gösterimleri, veri toplama araçlarının oluşturulmasına katkıda bulunmuştur.

Literatür incelendiğinde, geometrik düşünme süreçleri ile ilgili çalışmalardan biri olan Fischbein (1993)'in çalışmada, öğrencilerin gösterimler ile ilgili sahip oldukları bazı zorlukların sebebinin, görsel imgeler ve kavramları birleştirmedeki eksiklikler olarak yorumlandığı görülmektedir. Bununla birlikte, Fishbein (1993)'in teorisinde, genellikle 2B geometrik şekiller ile ilgili kavram ve görsel imgeler üzerinde durulmaktadır. Diğer taraftan Duval (1995)'in çalışmada ise, şeklin neyi temsil ettiği ile şeklin ne gösterdiği arasında farklılık olduğu, şeklin temsil ettiği bilginin tanımlarla, sınıflamalarla kontrol altına alınması gerektiği belirtilmektedir. Bu çalışmalar araştırma konusunun, farklı olarak 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik öğrenci algıları ve problem çözme süreçlerinin incelenmesi olarak şekillenmesinde etkili olmuştur. Ayrıca çalışmada, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik hem algılarını hem de problem çözme süreçlerini incelemeye yönelik testler oluşturulmasına karar verilmiştir. Söz konusu çalışmalar, elde edilen verilerin yorumlanmasında kullanılmıştır. Ayrıca Guillen (1996)'in uzay geometri için

belirlediği anlama düzeyleri, her ne kadar çalışmanın amacı ile ilgili olmasa da çalışma sonucunda elde edilen verilerin yorumlanmasında kullanılmıştır.

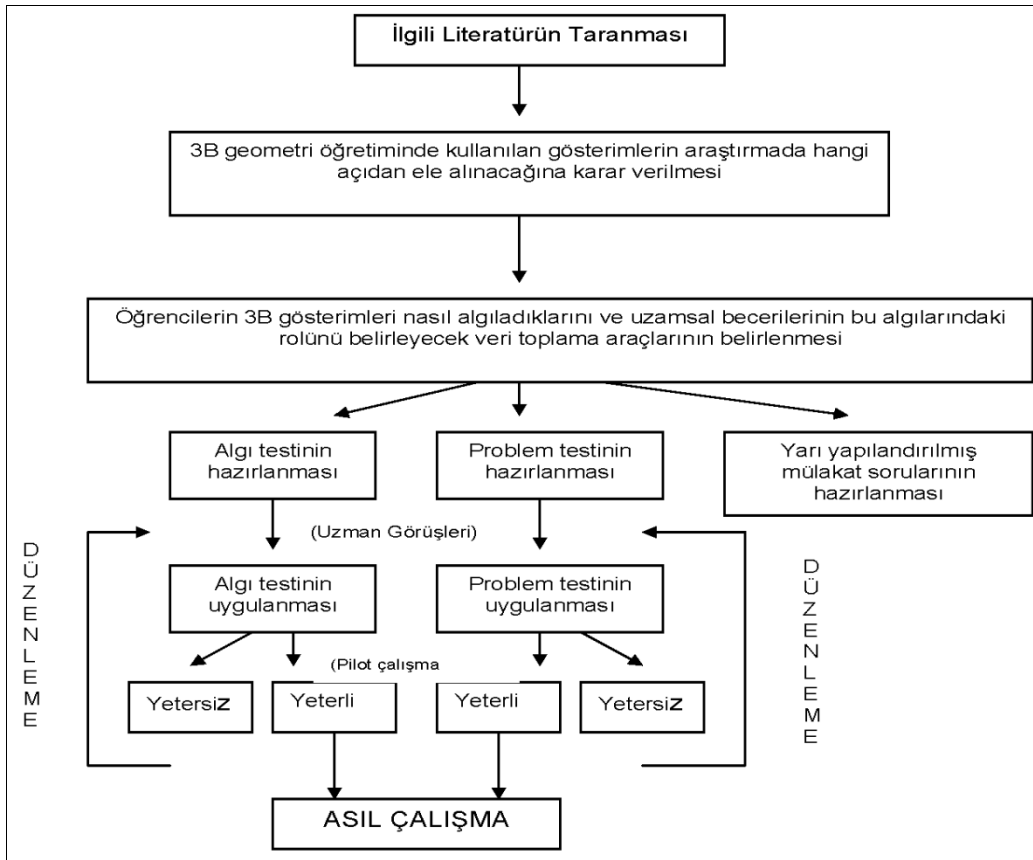
Uzamsal beceriler ile ilgili yapılan çalışmalarda, uzamsal becerilerin genellikle matematik başarı, geometri başarı, matematiksel düşünme ve problem çözme performansları ile ilişkisinin incelendiğini görülmektedir. Bu çalışmalardan farklı olarak, 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik đrenci algılarının ve problem çözme süreçlerinin, öğrencilerin uzamsal becerileri ile ilişkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde; araştırma modeline, yapılan pilot çalışmaya, araştırma grubuna, verilerin toplanmasına ve veri analizinde takip edilen işlemlere yer verilmiştir.

#### 3. 1. Araştırma Modeli

Bu araştırma; 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin öğrenciler tarafından nasıl algılandığını, bu algıların problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini ve öğrencilerin uzamsal becerilerinin gösterimleri algılamalarında, problem çözmelerinde nasıl bir rol oynadığını belirlemeye yönelik betimsel bir çalışmadır. Betimsel çalışmalar genelde verilen bir durumu aydınlatmak, standartlar doğrultusunda değerlendirmeler yapmak ve olaylar arasında olası ilişkileri ortaya çıkarmak için yürütülen ve ortamda herhangi bir değişim yapılmadan mevcut durumun araştırıldığı çalışmalardır (Çepni, 2010). Bu çalışma yapılırken takip edilen adımlar ve araştırma sürecinin şematik yapısı Şekil 4'te verilmektedir:



Şekil 4. Araştırma sürecinin şematik gösterimi

Bu betimsel çalışma yürütülürken literatür taraması sonucunda, öğrencilerin 3B geometri öğretiminde kullanılan gösterimleri nasıl algıladıkları problemi üzerine odaklanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca bu algılarının problem çözme süreçleri ile ilişkisi de araştırmanın diğer bir problemi olmuştur. Diğer taraftan yine literatür taraması sonucunda uzamsal becerilerin geometri ile ilişkisi göz önünde bulundurularak daha özel olarak öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin, algılarında ve problem çözme süreçlerindeki rolünün araştırılması da alt problemlerden bir diğeri olarak belirlenmiştir. Araştırmanın alt problemlerinin geliştirilmesinin ardından, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini nasıl algıladıklarını inceleyebilmek için araştırmacı tarafından "3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algı Testi" (Algı Testi) ve "3B Cisimlere Yönelik Problem Testi" (Problem Testi) geliştirilmiştir. Bu testler geliştirilirken mevcut ders kitaplarındaki (Çelen, Deviren ve Gümüsel, 2012; Harmancı, Özdemir ve Sipahi, tarihsiz; Tozman, Oral, Oruçlar ve Kaçar, 2012) gösterimlerden yararlanılmıştır. Okullarda kullanılan bu ortaöğretim 9. ve 12. sınıf geometri ders kitaplarında yer alan 3B cisimlerin 2B gösterimlerinden yararlanılarak araştırmacı tarafından bu gösterimlere yönelik algı testi ve problem testi için ayrı ayrı sorular oluşturulmuştur. Algı testi ve problem testindeki sorular aracılığıyla öğrencilerde oluşabilecek yanlış algıların ortaya çıkarılması ve bu algıların problem çözme süreçlerine yansımalarının görülmesi amaçlanmıştır. Oluşabilecek yanlış algılar, araştırmacı tarafından sınıflandırılmış ve her sınıflandırmaya ait gösterimlere bu testlerde yer verilmiştir. Ardından öğrencilerin bu testlere verdikleri cevapları daha detaylı olarak açıklamalarına olanak sağlamak için teste cevap veren altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmasına karar verilmiştir. Araştırmanın diğer alt problemi için ise "Purdue Uzamsal Görselleştirme Becerisi" testinin kullanılması uygun görülmüştür. Uygulama sonrasında, elde edilen verilerin analizi yapılarak mevcut durum ortaya konmuştur.

### **3. 2. Pilot Çalışma**

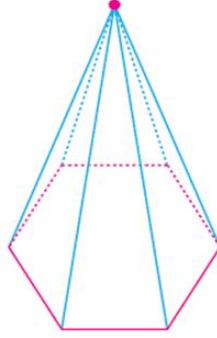
2012-2013 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde, Bayburt ilinde bulunan üç farklı lisede öğrenim gören on ikinci sınıf öğrencileri ile yapılan pilot çalışmayla esas çalışmada ortaya çıkabilecek eksikliklerin giderilmesi ve veri toplama araçlarının geçerlilik ve güvenilirliğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Pilot çalışma sonrasında, yapılan madde analizleri ile uygulanan algı ve problem testlerinde birtakım değişiklikler yapılmasına karar verilmiştir. Bu aşamada, üniversitede geometri derslerini yürüten bir uzmanın görüşlerinden yararlanılmıştır. Bu bölümde, pilot çalışma öncesinde mevcut ders kitaplarının incelenmesi ile pilot çalışma sonrasında algı ve problem testlerinde yapılan değişiklikler sunulmuştur.



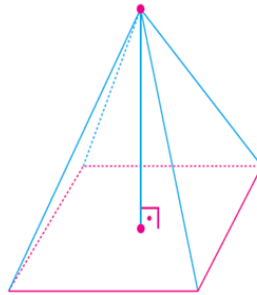
### 3. 2. 1. Ders Kitaplarının İncelenmesi

Pilot çalışma öncesinde mevcut 9. ve 12. sınıf geometri ders kitapları (Çelen ve diğ., 2012; Harmancı ve diğ., tarihsiz; Tozman ve diğ., 2012) incelenmiştir. Kitapların incelenmesi sonucunda, 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimlerinde yaşanan çizim yetersizliği durumunun, bu çalışmada uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumu olmak üzere üç boyutta ele alınmasına karar verilmiştir. Söz konusu durumlarla ilgili olarak, okullarda kullanılan 9. ve 12. sınıf geometri ders kitaplarında (Çelen ve diğ., 2012; Harmancı ve diğ., tarihsiz; Tozman ve diğ., 2012) yer alan 3B cisimlerin 2B gösterimlerine ilişkin bazı örnekler aşağıda sunulmuştur.

3B geometrik cisimlerin kitaplardaki 2B gösterimlerinde uzunluk kaybı durumu yaşanmaktadır. Gerçekte eşit uzunlukta olan doğru parçaları çizimlerde farklı uzunlukta görülebilmektedir.



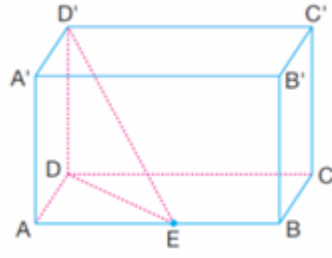
Şekil 5. Düzgün altıgen dik piramide ait gösterim



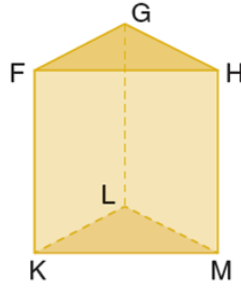
Şekil 6. Kare dik piramide ait gösterim

Ders kitaplarında yer alan düzgün altıgen dik piramide ait Şekil 5'te ve kare dik piramide ait Şekil 6'da yanal ayırıt uzunlukları birbirinden farklı görünmektedir.

3B cisimlerin ders kitaplarındaki 2B gösterimlerinde yaşanan bir diğer durum, açı kaybıdır. Gerçekte dik olan açılar, çizimlerde geniş açı veya dar açı gibi görülebilmektedir.

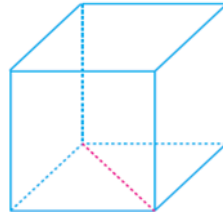


Şekil 7. Dikdörtgenler prizmasına ait gösterim



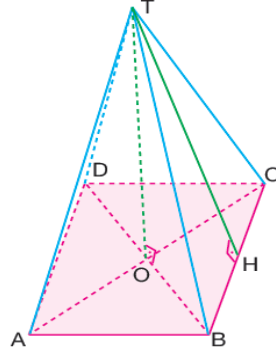
Şekil 8. Üçgen dik prizmaya ait gösterim

Şekil 7'de dikdörtgenler prizmasına ait gösterimde dik olan  $D'DE$  açısı geniş açı gibi görünmektedir. Aynı şekilde, Şekil 8'de üçgen dik prizma gösteriminde de dik olan  $KLG$  ve  $MLG$  açıları çizimde geniş açı gibi görünmektedir.

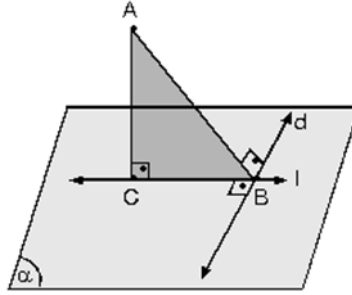


Şekil 9. Küpe ait gösterim

Şekil 9'da verilen küpe gösteriminde küpenin tabanına ait dik açılar gösterimde dar açı veya geniş açı gibi görünmektedir.



Şekil 10. Kare dik piramide ait gösterim

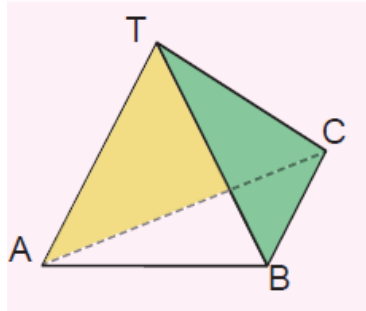


Şekil 11. Üç dikme teoremine ait gösterim

Şekil 10 ve Şekil 11'de üç dikme teoremi ile ilgili açı kaybı durumları yaşanmaktadır.

3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu diğer durum ise kesişme durumudur.

Bazı gösterimlerde aykırı doğru parçaları kesişiyor gibi görünebilmektedir.



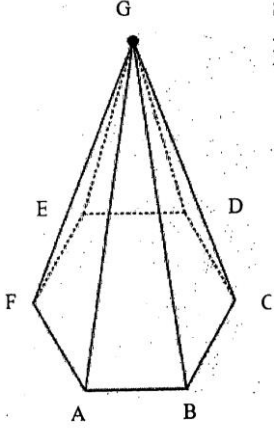
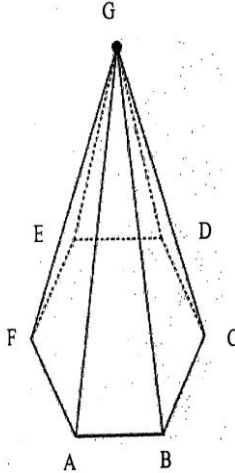
Şekil 12. Üçgen piramide ait gösterim

Şekil 12'de verilen üçgen piramit gösteriminde, AC ve TB doğru parçaları aykırı doğru parçaları olmalarına rağmen kesişiyor gibi görünmektedirler.

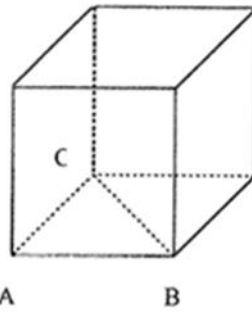
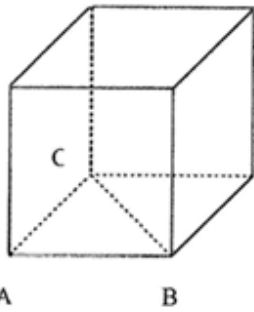
### 3. 2. 2. Pilot Çalışma Sonrasında Algı Testinde Yapılan Değişiklikler

Pilot çalışma sonrasında algı testinde yapılan değişiklikler Tablo 1'de nedenleriyle birlikte verilmiştir.

Tablo 1. Algı testinde Yapılan Değişiklikler

Pilot çalışma	Asıl çalışma	Değişikliğin nedeni
		<p>Yapılan madde analizleri sonucunda maddenin ayırt ediciliği orta düzeyde (<math>d=0,33</math>) olduğundan uzman görüşleri alınarak bu maddede değişiklik yapılmıştır. Düzgün altıgen piramidin yanı sıra düzgün olmayan altıgen piramidin yanıl ayrıtl uzunlukları da sorgulanmıştır. Böylece düzgün ve düzgün olmayan altıgen piramidin özelliklerinin birlikte düşünülmesi amaçlanmıştır.</p>
<p>1 Şekilde düzgün altıgen dik piramit görölmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?</p> <p>a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.</p> <p>b) EG ve DG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşit; AG ve BG doğru parçalarının uzunlukları da birbirine eşittir. Ancak EG ve DG doğru parçaları, AG ve BG doğru parçalarından daha kısadır.</p> <p>c) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.</p>	<p>Şekilde <u>düzgün olmayan</u> altıgen piramit görölmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?</p> <p>a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.</p> <p>b) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.</p>	

Tablo 1'in devamı



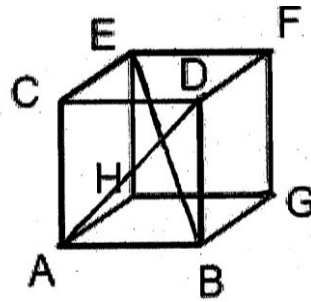
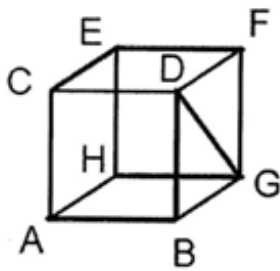
Bu maddenin ayırt ediciliği yüksek olmasına ( $d=0,61$ ) rağmen uzman görüşü ile sadece seçeneklerde bir değişiklik yapılarak dik ve ikizkenar üçgen olma durumunun birlikte düşünülmesi amaçlanmıştır.

- 3 Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.  
b) ABC üçgeni bir dik üçgendir.  
c) ABC üçgeni bir ikizkenar üçgendir.  
d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

- Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.  
b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.  
c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.  
d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.



- 5 Şekildeki küp üzerindeki doğru parçaları ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

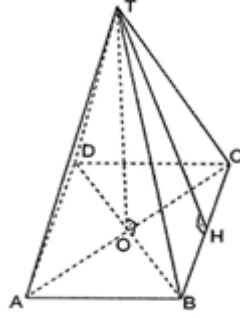
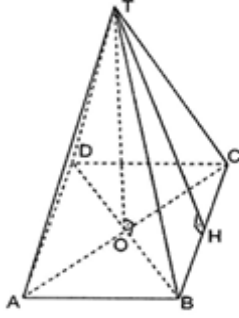
- a) Yalnız AB ve HG doğru parçaları birbirine paraleldir.  
b) AB, HG, EF doğru parçalarının üçü de birbirine paraleldir.  
c) CE ve DG doğru parçaları kesişirler.

- Şekildeki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir. Bu doğru parçaları ile ilgili hangisi doğrudur?

- a) EB ve AD doğru parçaları kesişirler.  
b) EB ve AD doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.  
c) EB ve AD doğru parçaları kesişmezler.

Yapılan madde analizleri sonucunda bu maddenin düzeltilmesi ( $d=0,28$ ) gerekli görüldüğünden, uzman görüşleri alınarak gösterimde değişiklik yapılmıştır. Böylece, yüzey köşegeni ve cisim köşegeninin kesişme durumları sorgulanmıştır.

Tablo 1'in devamı



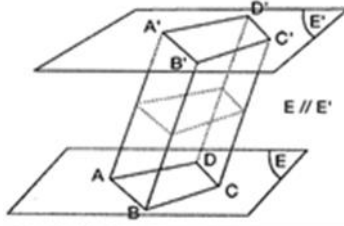
Yapılan madde analizleri sonucunda bu maddenin düzeltilmesi ( $d=0,22$ ) gerekli görüldüğünden, uzman görüşleri alınarak TO ve TH doğru parçalarının uzunlukları arasındaki ilişki de seçeneklere eklenmiştir.

- 7 Verilen kare dik piramitte [TO] ve [TH] doğru parçaları ile ilgili olarak aşağıdaki seçeneklerden uygun olanını işaretleyiniz ve nedenini yazınız.

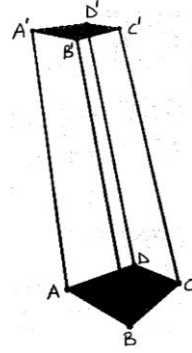
- a) TO ve TH şeklinde iki farklı yükseklik çizilebilir; çünkü...  
b) TO ve TH şeklinde iki farklı yükseklik çizilemez; çünkü...

- Verilen kare dik piramitte, [TO] ve [TH] doğru parçaları ile ilgili olarak aşağıdaki seçeneklerden uygun olanını işaretleyiniz ve nedenini yazınız.

- a) TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO|=|TH|$ ; çünkü...  
b) TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO|<|TH|$ ; çünkü...  
c) TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO|>|TH|$ ; çünkü...  
d) Yapılan çizim yanlıştır; çünkü...



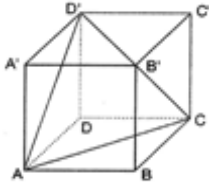
- 8 Şekildeki E ve E' düzlemleri birbirine paralel iki düzlemdir. AA', BB', CC' ve DD' doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur. Aşağıdaki seçeneklerden doğru olanı işaretleyiniz ve açıklamasını yapınız.
- a) Şekildeki ABCD dörtgeni ile A'B'C'D' dörtgeni eş dörtgenlerdir; çünkü...  
b) Şekildeki A'B'C'D' dörtgeni ABCD dörtgenine benzerdir; çünkü...



- Şekildeki ABCD ve A'B'C'D' dörtgenleri birbirine paraleldir. AA', BB', CC' ve DD' doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur. Aşağıdaki seçeneklerden doğru olanı işaretleyiniz ve açıklamasını yapınız.
- a) Şekildeki ABCD dörtgeni ile A'B'C'D' dörtgeni eş dörtgenlerdir; çünkü...  
b) Şekildeki A'B'C'D' dörtgeni ABCD dörtgenine benzerdir; çünkü...

Yapılan madde analizleri sonucunda bu maddenin düzeltilmesi ( $d=0,28$ ) gerekli görüldüğünden, uzman görüşleri alınarak gösterimde değişiklik yapılmıştır. Böylece öğrencinin değiştirilen bu gösterimi nasıl algılayacağı belirlenmeye çalışılmıştır.

Tablo 1'in devamı



Yapılan analizler sonucunda maddenin düzeltilmesi gerektiği ( $d=0,28$ ) tespit edilmiştir. Uzman görüşleri alınarak bu madde testten çıkarılmıştır.

- 9 Şekildeki küpün A, C ve D' köşeleri birleştirilerek D'AC üçgeni oluşturulmuştur.

Bu üçgen ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) Eşkenar üçgendir.  
b) İkizkenar üçgendir.  
c) Dik açılı üçgendir.

### 3. 2. 3. Pilot Çalışma Sonrasında Problem Testinde Yapılan Değişiklikler

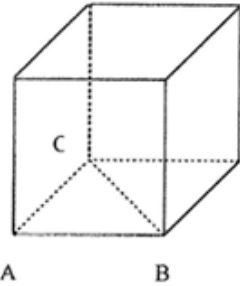
Pilot çalışma sonrasında problem testinde yapılan değişiklikler Tablo 2'de nedenleriyle birlikte verilmiştir.

Tablo 2. Problem Testinde Yapılan Değişiklikler

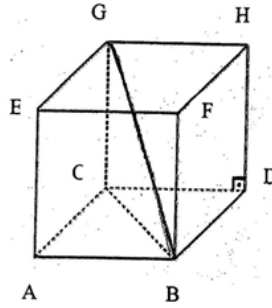
Madde	Pilot çalışma	Asıl Çalışma	Değişikliğin Nedeni
2	<p>Şekilde verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası, [AB] üzerindedir. <math> D'D =15</math> cm ve <math> D'E =17</math> cm olduğuna göre <math> DE </math> kaç cm'dir?</p>	<p>Şekilde verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası, [AB] üzerindedir. CDE açısının ölçüsü <math>30^0</math>'dir. <math> D'D =15</math> cm ve <math> DE =10</math> cm olduğuna göre <math> D'E </math> kaç cm'dir?</p>	<p>Bu maddede uzman görüşleri alınarak yapılan değişiklik ile verilen açının öğrencilerin problem çözümünü nasıl etkileyeceğinin belirlenmesi amaçlanmıştır.</p>

Tablo 2'nin devamı

3



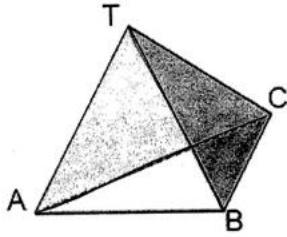
Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Küpün bir ayrıntının uzunluğu 4 cm olduğuna göre  $|CB|$  kaç cm'dir?



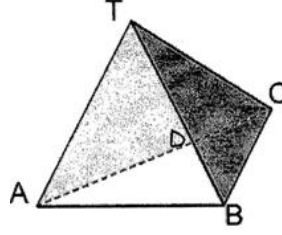
Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Küpün bir ayrıntının uzunluğu 5 cm olduğuna göre  $|BG|$  kaç cm'dir?

Uzman görüşleri alınarak yapılan değişiklik ile sadece yüzey köşegenini değil cisim köşegeninin de bulunması amaçlanmıştır. Böylece öğrencinin iki dik açığı birlikte kullanması gerekmektedir.

4



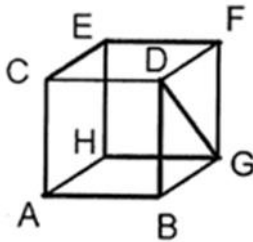
Şekildeki üçgen piramitte (TAC) ve (TCB) düzlemlerinin ara kesit doğrusunu belirtiniz.



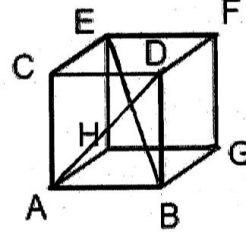
Şekildeki düzgün dörtyüzlüde  $|AD|=4$  cm,  $|DC|=2$  cm'dir. Düzgün dörtyüzlünün hacmini bulunuz.

Uzman görüşleri alınarak yapılan değişiklik ile öğrencilerin hacim hesaplamaları için gerekli cebirsel işlemleri ve elemanlar arasındaki ilişkiyi kullanmaları amaçlanmıştır.

5



Şekildeki küp üzerindeki  $[DG]$  ve  $[CE]$  doğru parçalarının kesim noktasını belirtiniz.



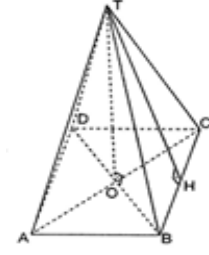
Şekildeki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir.  $|DA|=6$  cm ise  $|BE|$  kaç cm'dir?

Uzman görüşleri alınarak yapılan değişiklik ile öğrencinin dik açıları ve Pisagor teoremini kullanması amaçlanmıştır.

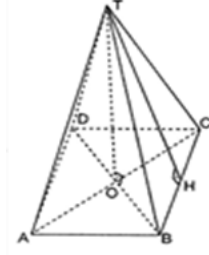


Tablo 2'nin devamı

7

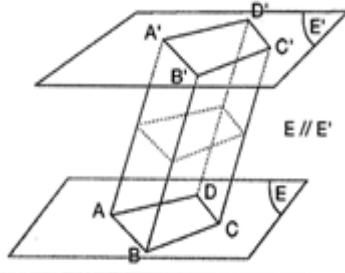


Şekilde verilen kare dik piramitte  $|TO|=12$  cm,  $|TH|=15$  cm'dir. Buna göre ABCD karesinin çevresi kaç cm'dir?

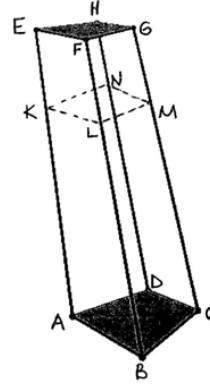


Şekilde verilen kare dik piramitte  $|AB|=8$  cm ve  $|TH|=4\sqrt{5}$ 'dir. Buna göre  $|TO|$  kaç cm'dir?

Uzman görüşleri alınarak yapılan değişiklik ile OH doğru parçasının uzunluğunun bulunması, TO ve TH doğru parçalarının uzunlukları arasındaki ilişkinin problemin çözümüne nasıl yansıdığıının belirlenmesi amaçlanmıştır.



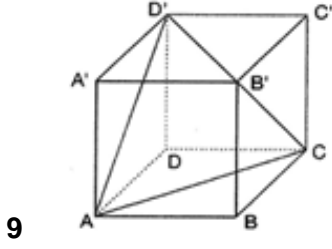
8 Şekildeki E ve E' düzlemleri birbirine paralel iki düzlemdir. AA', BB', CC' ve DD' doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur. ABCD dörtgeninin alanı  $32$  cm<sup>2</sup> olduğuna göre A'B'C'D' dörtgeninin alanı kaç cm<sup>2</sup>'dir?



Şekildeki ABCD, EFGH, KLMN dörtgenleri birbirine paralel düzlemlerdir. AE, BF, DH ve CG doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur. 3.  $|EK|=|AK|$  ve EFGH dörtgeninin alanı  $8$  cm<sup>2</sup> olduğuna göre ABCD dörtgeninin alanı kaç cm<sup>2</sup>'dir?

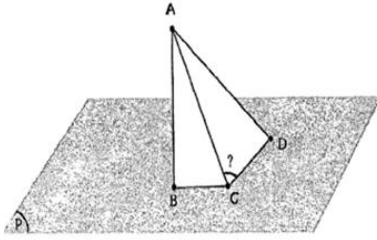
Uzman görüşleri alınarak algı testinde gösterimde yapılan değişiklik problem testine de yansıtılmıştır. Böylece öğrencilerin dörtgenler hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Tablo 2'nin devamı

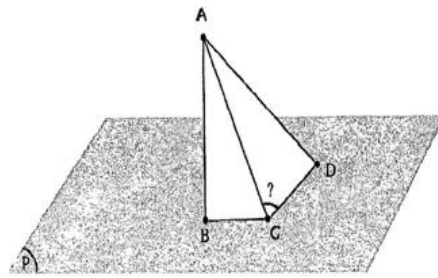


Şekildeki küpün A, C ve D' köşeleri birleştirilerek D'AC üçgeni oluşturulmuştur. Küpün bir ayrıtı  $4\sqrt{2}$  cm olduğuna göre ACD' üçgeninin çevresi kaç cm'dir?

Yapılan madde analizleri sonucunda algı testinde olduğu gibi problem testinden de bu madde çıkarılmıştır.



[AB]  $\perp$  P ve [BC]  $\perp$  [CD]'dir. [BC] ve [CD], P düzlemi üzerinde olduğuna göre ACD açısının ölçüsü kaç derecedir?



Şekilde P bir düzlemdir. A noktası ise bu düzlemin dışındaki bir noktadır. [AB]  $\perp$  P ve [BC]  $\perp$  [CD] olup |BC|= 2 cm, |AC|= 4 cm ve |CD|=  $3\sqrt{3}$  cm'dir. [BC] ve [CD], P düzlemi üzerinde olduğuna göre, ACD açısının ölçüsü kaç derecedir?

Uzman görüşleri alınarak yapılan değişiklik ile soruda sayısal değerler verilerek öğrencilerin problem çözme süreçlerinin görülmesi amaçlanmıştır.

### 3. 3. Araştırma Grubu

Araştırmanın örneklemini, 2012-2013 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde Trabzon il merkezindeki dört farklı lisede öğrenim gören 72 on ikinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Örnekleme öğrenciler, bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmak amacıyla maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olacak şekilde seçilmiştir. Böylece farklı liselerdeki, akademik başarısı düşük, orta, yüksek olan öğrencilerle çalışılarak daha zengin bir bakış açısı sağlanması amaçlanmıştır. Farklı liselerden çalışmaya katılan öğrenci sayıları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Örneklem Dağılımı

Çalışmanın Yürütüldüğü Liseler	Çalışmaya Katılan Öğrenci Sayısı
A Lisesi	19
B Lisesi	21
C Lisesi	20
D Lisesi	12

Çalışmanın 12. sınıf öğrencileriyle ve bahar döneminde yapılmasının nedeni 3B geometri ile ilgili konuların 12. sınıf düzeyinde yer almasıdır.

Çalışmada örneklem grubuna uygulanan algı testi sonucunda öğrencilerin testten aldıkları puanlar incelenerek hatalı algıları olduğu belirlenen öğrenciler arasından rastgele seçilen altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yürütülmüştür.

### 3. 4. Verilerin Toplanması

Bu bölüm, veri toplama araçları ve veri toplama süreci başlıkları altında toplanmıştır.

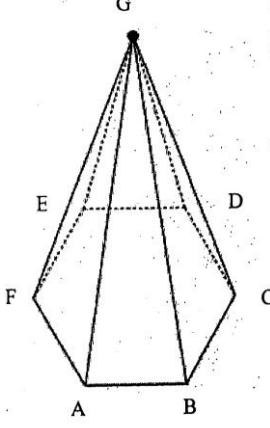
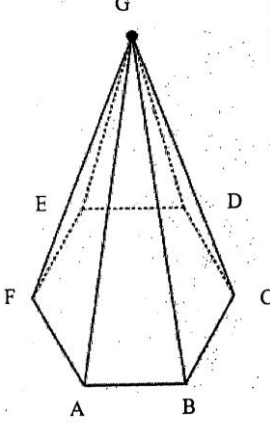
#### 3. 4. 1. Veri Toplama Araçları

Araştırmada öğrencilerin 3B geometri ile ilgili gösterimleri nasıl algıladıklarını ve algılarının problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini ortaya koymak için araştırmacı tarafından geliştirilen "Algı testi" ve "Problem testi" kullanılmıştır. Öğrencilerin algı testine verdikleri cevapların nedenlerini daha detaylı sorgulayabilmek için seçilen altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin uzamsal becerilerinin, algılarındaki ve problem çözme süreçlerindeki rolünü belirlemek için "Purdue Uzamsal Görselleştirme Becerisi (PSV) testi" veri toplama aracı olarak kullanılmıştır (Bkz. Ek 1).

#### 3. 4. 1. 1. Algı testi ve Problem testi

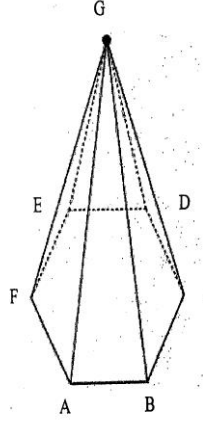
Mevcut geometri ders kitaplarında (Çelen ve diğ., 2012; Harmancı ve diğ., tarihsiz; Tozman ve diğ., 2012) yer alan 3B cisimlerin 2B gösterimleri, bu gösterimlerin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumlarına yönelik olarak incelenmiştir. Ders kitaplarının incelenmesi sonucunda, belirtilen durumların görüldüğü bazı gösterimlerden yararlanılarak araştırmacı tarafından bu gösterimlere yönelik olarak algı ve problem testleri için ayrı ayrı sorular oluşturulmuştur. Oluşturulan bu sorular Tablo 4'te amaçlarıyla birlikte verilmiştir.

Tablo 4. Algı ve Problem Testi Soruları ve Amaçları

Madde No	Algı testi	Problem testi	Açıklama
1	<p>A)</p>  <p>Şekilde düzgün altıgen dik piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?</p> <p>a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.</p> <p>b) EG ve DG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşit; AG ve BG doğru parçalarının uzunlukları da birbirine eşittir; ancak EG ve DG doğru parçaları, AG ve BG doğru parçalarından daha kısadır.</p> <p>c) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.</p>	 <p>Şekilde düzgün altıgen dik piramit görülmektedir. <math> EG = 8</math> cm ve <math> AB = 5</math> cm olduğuna göre <math> AG </math> kaç cm'dir?</p>	<p>Bu sorular ile öğrencilerin, aslında eşit uzunlukta olan yanal ayrıtların farklı uzunlukta görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve bu algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.</p>

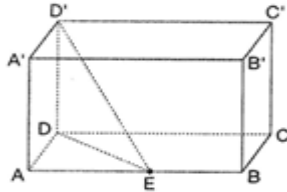
Tablo 4'ün devamı

B)



Şekilde düzgün olmayan altıgen piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

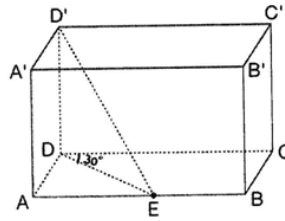
- a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.  
b) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.



Şekildeki cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası  $[AB]$  üzerindedir. Oluşturulan  $D'DE$  üçgeni için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

2

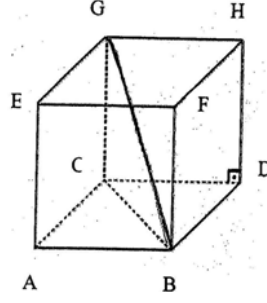
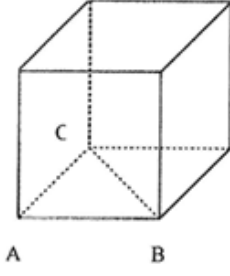
- a)  $D'DE$  üçgeni eşkenar üçgendir.  
b)  $D'DE$  üçgeni dik üçgendir.  
c)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar üçgendir.  
d)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar dik üçgendir.



Şekildeki cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası,  $[AB]$  üzerindedir.  $CDE$  açısının ölçüsü  $30^\circ$ 'dir.  $|D'D|=15$  cm ve  $|DE|=10$  cm olduğuna göre  $|D'E|$  kaç cm'dir?

Bu sorular ile öğrencilerin, aslında dik açı olan  $D'DE$  açısının geniş açı olarak görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve bu algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.

Tablo 4'ün devamı



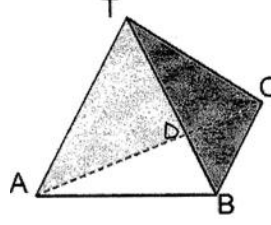
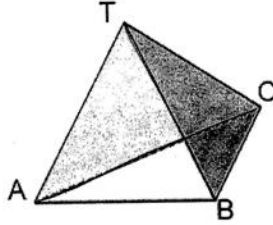
3

Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir?

- ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.
- ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.
- ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.
- ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Küpün bir ayrıntının uzunluğu 5 cm olduğuna göre  $|BG|$  kaç cm'dir?

Bu sorular ile öğrencilerin, aslında dik açı olan CAB açısının dar açı gibi görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve bu algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.



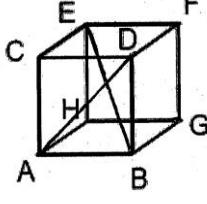
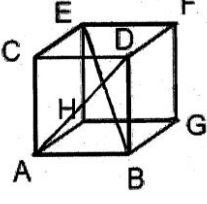
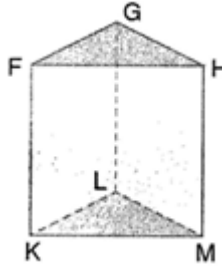
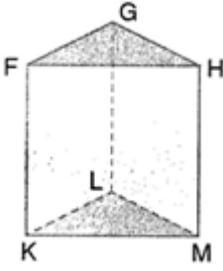
4

Şekildeki üçgen piramitteki AC ve TB doğru parçaları hakkında ne söyleyebilirsiniz?  
a) AC ve TB doğru parçaları paraleldir.  
b) AC ve TB doğru parçaları kesişir.  
c) AC ve TB doğru parçaları aykırıdır.

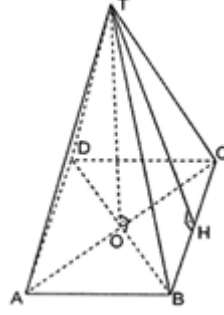
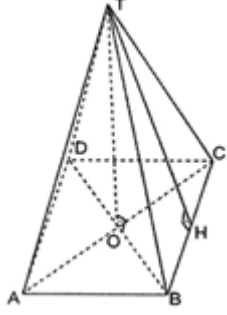
Şekildeki düzgün dört yüzlüde  $|AD|=4$  cm,  $|DC|=2$  cm'dir. Düzgün dört yüzlünün hacmini bulunuz.

Bu sorular ile öğrencilerin, aslında aykırı olan AC ve TB doğru parçalarının kesişiyor gibi görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.

Tablo 4'ün devamı

5	 <p>Şekildeki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir. Bu doğru parçaları ile ilgili hangisi doğrudur?</p> <p>a) EB ve AD doğru parçaları kesişirler.  b) EB ve AD doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.  c) EB ve AD doğru parçaları kesişmezler.</p>	 <p>Küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir. <math> DA =6</math> cm ise <math> BE </math> kaç cm'dir?</p>	<p>Bu sorular ile öğrencilerin, aslında aykırı olan EB ve AD doğru parçalarının kesişiyor gibi görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve algılarının problem çözme sürecine yansımalarını görebilmek amaçlanmıştır.</p>
6	 <p>Şekildeki üçgen dik prizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?</p> <p>a) KLG ve MLG açıları geniş açı olup KLM açısı ile toplamı <math>360^0</math>'dir.  b) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı ise toplamı <math>360^0</math> derecedir.  c) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı bilinmemektedir.  d) KLG, MLG ve KLM açılarının üçü de <math>90^0</math>'dir.</p>	 <p>Şekildeki üçgen dik prizmada <math> FK =8</math> cm ve <math> LM =4</math> cm olarak verilmiştir. Buna göre LMHG dörtgeninin alanı kaç <math>cm^2</math>'dir?</p>	<p>Bu sorular ile öğrencilerin, aslında dik açı olan KLG ve MLG açılarının geniş açı gibi görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve algılarının problem çözme sürecine yansımalarını görebilmek amaçlanmıştır.</p>

Tablo 4'ün devamı



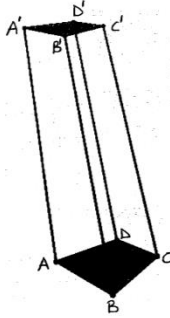
7

Şekildeki kare dik piramitte,  $[TO]$  ve  $[TH]$  doğru parçaları ile ilgili olarak aşağıdaki seçeneklerden uygun olanını işaretleyiniz ve nedenini yazınız.

- a)  $TO$  ve  $TH$  şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO|=|TH|$ ; çünkü...
- b)  $TO$  ve  $TH$  şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO|<|TH|$ ; çünkü...
- c)  $TO$  ve  $TH$  şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO|>|TH|$ ; çünkü...
- d) Yapılan çizim yanlıştır; çünkü...

Şekildeki kare dik piramitte  $|AB|=8$  cm ve  $|TH|=4\sqrt{5}$ 'dir. Buna göre  $|TO|$  kaç cm'dir?

Bu sorular ile öğrencilerin,  $TO$  ve  $TH$  doğru parçaları arasında ilişki kurabilmelerine yönelik algılarını belirleyebilmek ve bu algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.

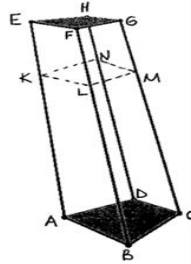


Şekildeki  $ABCD$  ve  $A'B'C'D'$  dörtgenleri birbirine paraleldir.  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  ve  $DD'$  doğruları birbirine

paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur.

Aşağıdaki seçeneklerden doğru olanı işaretleyiniz ve açıklamasını yapınız.

- a) Şekildeki  $ABCD$  dörtgeni ile  $A'B'C'D'$  dörtgeni eş dörtgenlerdir; çünkü...
- b) Şekildeki  $A'B'C'D'$  dörtgeni  $ABCD$  dörtgenine benzerdir; çünkü...



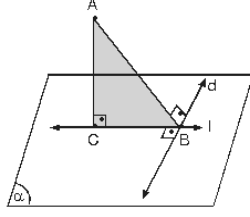
Şekildeki  $ABCD$ ,  $EFGH$ ,  $KLMN$  dörtgenleri birbirine paralel düzlemlerdir.  $AE$ ,  $BF$ ,  $DH$  ve  $CG$  doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur.  $3|EK|=|AK|$  ve  $EFGH$  dörtgeninin alanı  $8$  cm<sup>2</sup> ise  $ABCD$  dörtgeninin alanı kaç cm<sup>2</sup>'dir?

Bu sorular ile öğrencilerin, aslında birbirine eş olan dörtgenlerin birbirinden farklı gibi görünmesi durumuna yönelik algılarını belirleyebilmek ve bu algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.

8



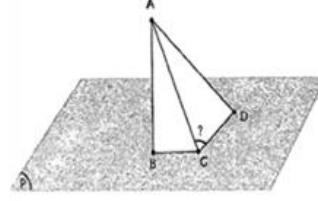
Tablo 4'ün devamı



9

$\alpha$  bir düzlemdir. A noktası ise bu düzlemin dışında bir nokta olmak üzere, yandaki şekli inceleyen Aylin, hem AB doğrusunun hem de CB doğrusunun d doğrusuna dik çizildiğini görüyor. Ancak böyle bir çizimin mümkün olmadığını düşünüyor. Siz bu konuda ne düşünüyorsunuz?

- a) Aylin' e katılıyorum, böyle bir çizim yapılamaz; çünkü...  
b) Aylin' e katılmıyorum böyle bir çizim yapılabilir; çünkü...



Şekilde P bir düzlemdir. A noktası ise bu düzlemin dışındaki bir noktadır.  $[AB] \perp P$  ve  $[BC] \perp [CD]$  olup  $|BC|=2$  cm,  $|AC|=4$  cm ve  $|CD|=3\sqrt{3}$  cm'dir.  $[BC]$  ve  $[CD]$ , P düzlemi üzerinde olduğuna göre ACD açısının ölçüsü kaç derecedir?

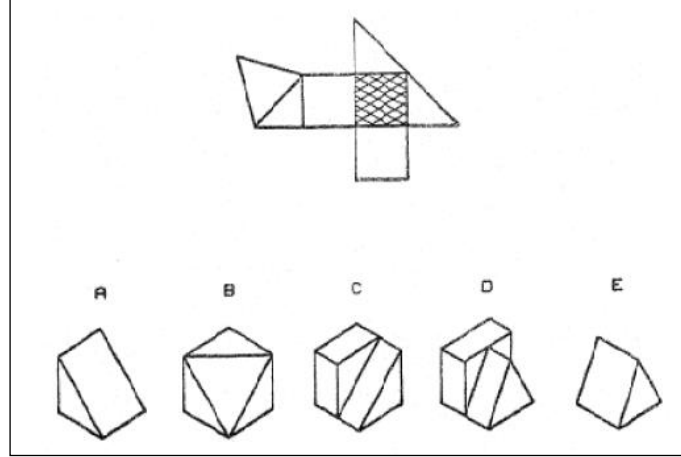
Bu sorular ile öğrencilerin, üç dikme teoremindeki diklik durumlarına yönelik algılarını belirleyebilmek ve bu algılarının problem çözme sürecine yansımaları görebilmek amaçlanmıştır.

Algı testi ve problem testindeki 1-A ve 1-B soruları ile 8. soru, 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybı durumu ile ilgili öğrenci algılarını belirlemek amacıyla testlere konulmuştur. 3B cisimlerin 2B gösterimlerinde meydana gelen açı kaybı durumu ile ilgili öğrenci algılarını belirlemek amacıyla testlerde 2, 3, 6, 7 ve 9. sorular yer almaktadır. 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu kesişme durumu ile ilgili öğrenci algılarını belirlemek amacıyla testlerde 4. ve 5. sorular yer almaktadır.

### 3. 4. 1. 2. Uzamsal Görselleştirme Becerisi Testi (PSVT)

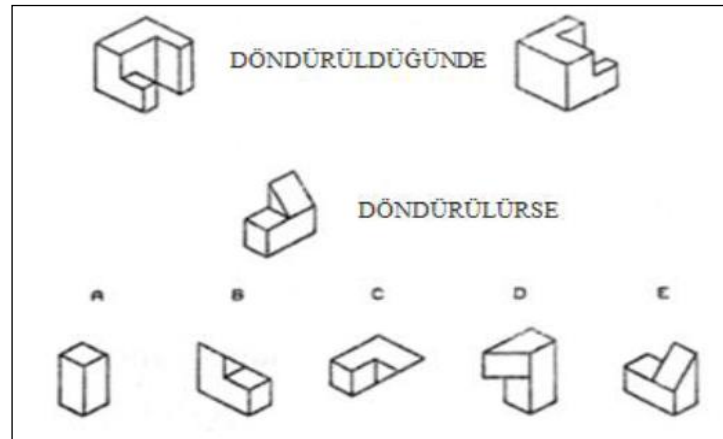
Araştırmanın problemlerinden biri olan öğrencilerin uzamsal becerilerinin, 3B cisimlerin 2B gösterimlerini algılamaları ve problem çözme süreçlerindeki rolünü belirlemek için araştırmalarda yaygın olarak kullanılan Purdue Uzamsal Görselleştirme (PSV) testi kullanılmıştır. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için kullanılan bu test, 3B bir nesneyi zihinde açma veya açık hâli verilen bir nesnenin kapalı görünümünün ne olduğunu tahmin etme, 3B bir nesneyi zihinde döndürme ve 3B bir nesnenin farklı bakış açılarından nasıl bir görünüme sahip olacağını tahmin etme becerilerini içeren üç bölümden oluşmakta ve her bölümünde 12 soru bulunmaktadır.

Uzamsal görselleştirme becerilerinin ölçülmesinde güvenilir bir araç olan PSV testinin "oluşturma" bölümünde açık hâli verilen cisimlerin kapatıldığında nasıl bir şekil olacağına yönelik sorular bulunmaktadır. Bu bölümdeki sorulara örnek bir soru Şekil 13'te verilmiştir.



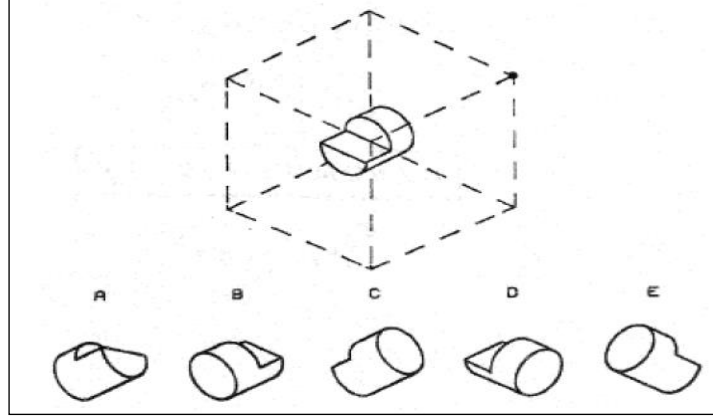
Şekil 13. PSV testinin oluşturma bölümüne örnek soru

PSV testinin "döndürme" bölümünde ise 3B nesnelerin döndürülmesini göz önünde canlandırabilmeye yönelik sorular sorulmuştur. Bu bölümdeki sorulara örnek bir soru Şekil 14'te verilmiştir.



Şekil 14. PSV testinin döndürme bölümüne örnek soru

PSV testinin "bakış" bölümünde ise 3B cisimlerin farklı bakış açılarından görünümüne yönelik sorular sorulmuştur. Bu bölümdeki sorulara örnek bir soru Şekil 15'te verilmiştir.



Şekil 15. PSV testinin bakış bölümüne örnek soru

Araştırmada bu test kullanılarak öğrencilerin her bir bölüm için aldıkları puanlar belirlenmiştir.

### 3. 4. 1. 3. Yarı Yapılandırılmış Mülakat

Bu çalışmada öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimleri hakkındaki algılarını ortaya çıkarmak için yarı yapılandırılmış mülakat kullanılmıştır. Bu metotta araştırmacı mülakat sorularını mülakat öncesinde hazırlar; ancak koşullara bağlı olarak bazı esneklikler sağlayabilir. Yarı yapılandırılmış mülakatta soruların sırasını değiştirebilme ve soruları daha ayrıntılı olarak açıklayabilme olanakları vardır (Çepni, 2010).

Çalışmada öncelikle araştırmanın amaçlarına uygun şekilde mülakat soruları belirlenmiş ve yarı yapılandırılmış mülakat türü uygun görülmüştür. Mülakatlar, diğer veri toplama araçları olan algı testi, problem testi ve PSV testinin uygulanmasından sonra gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar öğrencilerle birebir olacak şekilde gerçekleştirilmiştir.

Mülakat esnasında öğrencilerin cevapları doğrultusunda araştırmacı öğrencilere farklı sorular yönelmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerin her biri, öğrencilerin izinleri alınarak dijital ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Ardından kaydedilen veriler bilgisayar ortamına aktarılarak metin hâline dönüştürülmüş ve analiz edilmiştir.

### 3. 4. 2. Veri Toplama Süreci

2012-2013 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde dört farklı lisede yürütülen çalışmada öncelikle öğrencilere araştırmacı tarafından geliştirilen algı testi uygulanmıştır. Bu testin uygulanmasından bir hafta sonra, öğrencilere araştırmacı tarafından geliştirilen problem testi uygulanmıştır. Bu süreçte öğrencilerin algı testlerine verdikleri cevaplardan elde ettikleri puan ortalamaları incelenerek yanlış algıları olduğu tespit edilen öğrenciler arasından rastgele altı öğrenci yarı yapılandırılmış mülakat için seçilmiştir. Öğrencilere

son olarak uzamsal görselleştirme testi uygulanarak ardından seçilen altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yürütülmüştür.

### 3. 5. Verilerin Analizi

12. sınıf öğrencilerinin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini algılamaları ve bu algılarının problem çözme süreçlerine etkisi ile öğrencilerin uzamsal becerilerinin, algılarına ve problem çözme süreçlerine etkisinin incelendiği bu araştırmada veri analizi alt problemlere yönelik olarak başlıklar hâlinde sunulmuştur.

#### 3. 5. 1. Öğrenci Algılarının Belirlenmesine Yönelik Veri Analizi

Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algılarını belirlemek için algı testi uygulanmıştır. Öğrencilerin algı testine verdikleri cevapları analiz etmek için öğrencilerin cevapları ve cevaplarına yönelik açıklamaları incelenerek puanlanmış ve nicel veri hâline dönüştürülmüştür. Öğrencilerin algılamaları değerlendirilirken aşağıdaki puanlama kriterleri kullanılmış ve öğrencilerin cevapları puanlanarak her bir öğrenciye testteki her bir soru için puan verilmiştir.

0 Puan : Yanlış cevap seçeneği işaretlenmiş

1 Puan : Doğru seçenek işaretlenmiş, ancak açıklama yapılmamış veya yanlış açıklama yapılmış

2 Puan : Doğru seçenek işaretlenmiş, ancak eksik açıklama yapılmış

3 Puan : Doğru seçenek işaretlenmiş ve doğru açıklama yapılmış

Öğrencilerin algı testindeki cevapları yukarıdaki ölçek kullanılarak puanlanmış ve her bir öğrenci 30 puan üzerinden bir algı puanı almıştır. Ayrıca araştırmada öğrenci algıları 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumlarına ilişkin olarak incelendiğinden bu durumlara yönelik ayrı ayrı ortalamalar hesaplanmıştır. Birinci sorunun A ve B seçenekleri ile sekizinci soru olmak üzere üç sorudan elde edilen uzunluk kaybına yönelik veriler 9 puan; ikinci, üçüncü, altıncı, yedinci ve dokuzuncu soru olmak üzere beş sorudan elde edilen açı kaybına yönelik veriler 15 puan; dördüncü ve beşinci soru olmak üzere iki sorudan elde edilen kesişme durumuna yönelik veriler ise 6 puan üzerinden puanlanmıştır.

Araştırmada öğrenci algılarını belirlemek için kullanılan veri toplama araçlarından bir diğeri de yarı yapılandırılmış mülakatlardır. Algı testine cevap veren 72 öğrencinin bu testten aldıkları puan ortalamaları incelenerek hatalı algıları olduğu tespit edilen öğrencilerden rastgele altı öğrenci yarı yapılandırılmış mülakatlar için seçilmiştir. Bu öğrencilerle yürütülen yarı yapılandırılmış mülakatlar dijital ses kayıt cihazı ile kaydedilip

sonrasında bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplardan hatalı algılarının belirlendiği bazı kesitler alınmış ve öğrencilerin bu hatalı algıları ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

### 3. 5. 2. Öğrencilerin Algıları ile Problem Çözme Süreçleri Arasındaki İlişkilerin Belirlenmesine Yönelik Veri Analizi

Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik problem çözme süreçlerinin incelenmesi için problem testi uygulanmıştır. Öğrencilerin problem testine verdikleri cevapları analiz etmek için öğrencilerin cevapları incelenerek puanlanmış ve nicel veri hâline dönüştürülmüştür. Öğrencilerin problem çözme süreçleri değerlendirilirken aşağıdaki puanlama kriterleri kullanılmış ve öğrencilerin problem çözme süreçleri puanlanarak her bir öğrenciye testteki her bir soru için puan verilmiştir.

0 Puan : Problem çözülememiş veya yanlış çözülmüş,

1 Puan : Problem belli bir aşamaya kadar doğru olarak çözülmüş; ancak sonuca ulaşılamamış,

2 Puan : Problem doğru bir şekilde çözülmüş.

Öğrencilerin problem testindeki cevapları yukarıdaki ölçek kullanılarak puanlanmış ve her bir öğrenci problem testinden 18 puan üzerinden puan almıştır. Ayrıca araştırmada öğrencilerin problem çözme süreçleri, araştırmada 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumlarına ilişkin olarak incelendiğinden bu durumlara yönelik ayrı ayrı ortalamalar hesaplanmıştır. Birinci ve sekizinci soru olmak üzere iki sorudan elde edilen uzunluk kaybına yönelik veriler 4 puan; ikinci, üçüncü, altıncı, yedinci ve dokuzuncu soru olmak üzere beş sorudan elde edilen açı kaybına yönelik veriler 10 puan; dördüncü ve beşinci soru olmak üzere iki sorudan elde edilen kesişme durumuna yönelik veriler ise 4 puan üzerinden puanlanmıştır.

Öğrencilerin algı testi puanları ile problem testi puanları arasındaki ilişkiyi belirlemek için Pearson korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Korelasyon katsayısının büyüklüğünün yorumlanması için Büyüköztürk (2006), aşağıdaki aralıklarla yorumlama yapılabileceğini belirtmiştir:

0,00 – 0,30: düşük düzeyde ilişkili

0,30 – 0,70: orta düzeyde bir ilişki

0,70 – 1,00: yüksek düzeyde ilişkili

Algı ve problem testleri arasındaki ilişkiler yukarıdaki aralıklara göre yorumlanmıştır. Ayrıca testlerin uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumları için ayrı ayrı korelasyon hesabı yapılmış ve bölümler için algı ve problem testlerinin ilişkileri incelenmiştir. Algı ve

problem testlerinden elde edilen verilerin analizinde nicel yaklaşımın yanında nitel yaklaşım da kullanılmıştır. Nitel analizde ise betimsel bir yaklaşım tercih edilmiştir.

### **3. 5. 3. Öğrencilerin Uzamsal Becerilerinin Algıları ve Problem Çözme Süreçleri ile İlişisine Yönelik Veri Analizi**

Araştırmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerini ölçmek için PSV testi kullanılmıştır. PSV testinde öğrencilerin doğru cevapladıkları sorulara 1 puan, yanlış cevapladıkları ya da boş bıraktıkları sorulara 0 puan verilerek 36 puan üzerinden puanlama yapılmıştır. Ayrıca öğrenci puanları, PSV testinin üç bölümü için ayrı ayrı 12 puan üzerinden hesaplanmıştır.

Öğrencilerin PSV testi ile algı testi ve problem testi puanları arasındaki ilişkiyi belirlemek için Pearson korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Ayrıca PSV testinin her bir bölümü ile algı ve problem testleri arasındaki ilişkiler için de ayrı ayrı korelasyon hesabı yapılmıştır.

## 4. BULGULAR

Bu bölümde araştırma alt problemlerine uygun olarak öğrencilerin 3B geometrik cisimlerin 2B gösterimlerini algılamaları, algılarının problem çözme süreçlerine etkisi ve öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin, algılarına ve problem çözme süreçlerine etkisine yönelik elde edilen bulgular sunulmuştur.

### 4. 1. Öğrencilerin 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algıları ve Problem Çözme Süreçleri

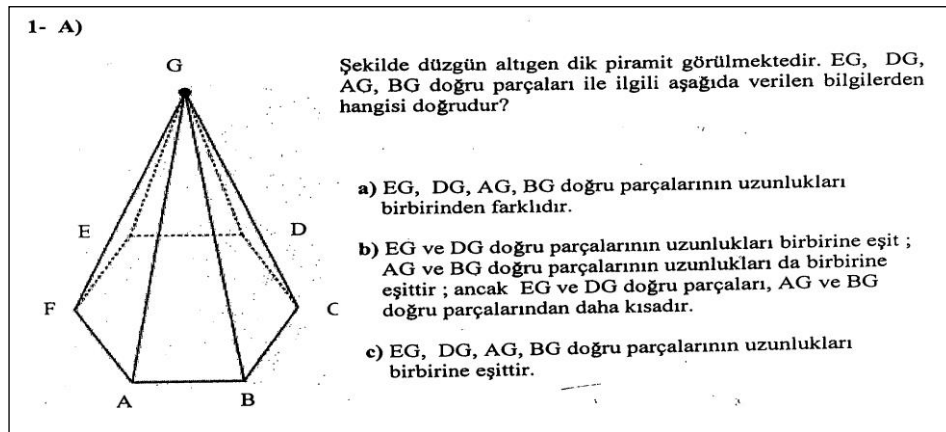
Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algıları ve problem çözme süreçleri bu gösterimlerin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumuna yönelik başlıklar altında sunulmuştur.

#### 4. 1. 1. 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerinin Neden Olduğu Uzunluk Kaybına Yönelik Öğrenci Algıları

Bu bölümde 3B cisimlerin 2B gösterimlerinde yaşanan uzunluk kaybının, öğrencilerin verilen gösterimi algılamaları ve bu algının problem çözmeleri üzerine etkisine yönelik elde edilen bulgular birinci ve sekizinci sorular bağlamında sunulmuştur.

##### 4. 1. 1. 1. Algı Testinin Birinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan birinci soru verilen düzgün altıgen dik piramidin yanal ayrıt uzunluklarının karşılaştırılmasına yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin 1-A sorusu Şekil 16'da gösterilmiştir.



Şekil 16. Algı testi 1-A sorusu

Sorunun cevabı ile ilgili öğrencilere üç seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 5'te sunulmuştur.

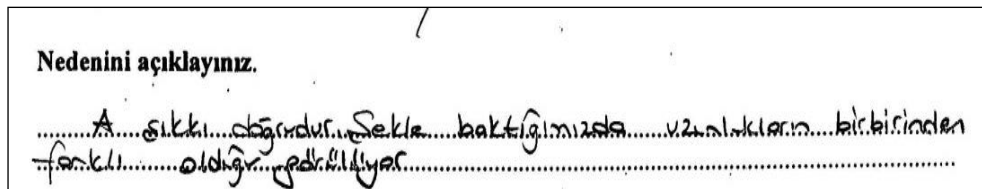
Tablo 5. Algı Testi 1-A Sorusu

Algı Testi	Boş		a		b		c*							
	n	%	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
1-A Sorusu	1	1,39	2	2,78	11	15,28	1	1,39	36	50	21	29,17	58	%80,56

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 5 incelendiğinde yanlış cevap seçenekleri olan a ve b seçeneklerini toplamda 13 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %18,06'lık bir orana karşılık gelmektedir. Diğer 58 öğrenci ise doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 21'i doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup, bu sayı tüm öğrencilerin %29,17'sine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir. Bununla birlikte yanlış seçeneği işaretleyen öğrencilerin çoğu "b seçeneğini" işaretlemiştir.

EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunluklarının birbirinden farklı olduğunu belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö1 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



Şekil 17. Ö1 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap

Ö1 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde öğrencinin soruda verilen sözel bilgiyi kullanmadığı, diğer bir ifade ile soruda verilen kavramsal öğeleri kullanmadığı bunun yerine sadece gösterime odaklandığı anlaşılmaktadır. Verilen gösterimde yanal ayrıtlar aynı uzunlukta görünmediği için bu seçeneği işaretlediğini belirtmiştir. Öğrencinin cevabında kavramsal bilgisi değil, görsel algısı etkili olmuştur.

Şeklin AG ve BG yanal ayrıtlarının, DG ve EG yanal ayrıtlarından daha uzun olduğunu belirten "b seçeneğini" işaretleyen Ö2 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



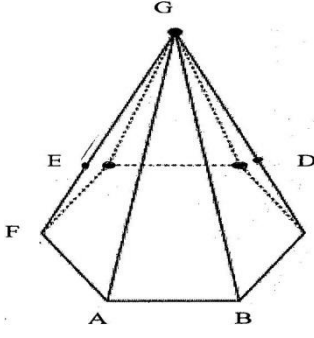
Nedenini açıklayınız.

Nedeni şekle dikkatlice bakınca sertten anlaşılıyor ve sorunun cevabı anlaşılıyor. i)

Şekil 18. Ö2 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap

Ö2 öğrencisi “b seçeneğini” işaretlemesinin nedenini açıklarken gösterime baktığını belirtmiştir. Şekle baktığında gördüğü durumu cevabına yansıtmıştır. Bu nedenle öğrencinin cevabında görsel algısının etkili olduğu söylenebilir. Piramidin düzgün ve dik olduğu bilgisini sorunun çözümünde kullanmamıştır. Ö2 öğrencisi ile benzer şekilde görsel algısının ön planda olduğu görülen diğer bir öğrenci ise Ö3 öğrencisidir.

I- A)



Şekilde düzgün altıgen dik piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.

b) EG ve DG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşit ; AG ve BG doğru parçalarının uzunlukları da birbirine eşittir ; ancak EG ve DG doğru parçaları, AG ve BG doğru parçalarından daha kısadır.

c) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

Nedenini açıklayınız.

Çünkü sekilde gördüğüm gibi bir bide piramit özelliğinden dolayı b seçeneği doğrudur.

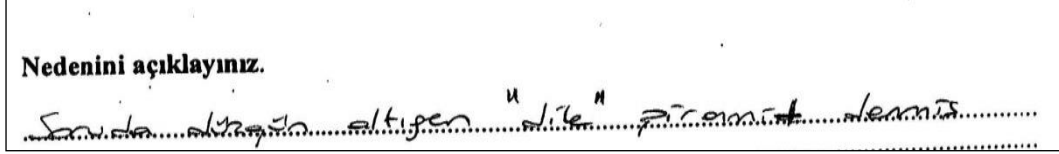
Şekil 19. Ö3 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap

Ö3 öğrencisinin test üzerindeki çizimi incelendiğinde FG ve CG doğru parçaları üzerinde birer nokta işaretlediği görülmektedir. Öğrencinin işaretlediği bu noktalar DG ve EG yanıl ayrılıklarının piramidin tabanını kestiği noktalarla aynı hizadadır. Öğrenci belirttiği noktalara kadar olan kısımların tepe noktasından itibaren eşit olduğunu düşünmüş olabilir. Ö3 öğrencisi Ö2 öğrencisinden farklı olarak açıklamasında piramitten bahsetmiş olsa da sorunun çözümünde görsel algısı ön plana çıkmıştır. Ö2 ve Ö3 öğrencilerine benzer olarak Ö44 öğrencisi de “b seçeneğini” işaretlemiştir. Bu öğrenci ile yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : “b seçeneğini” işaretlemiştir. Niçin bu seçeneği işaretlediğini açıklar mısın?
- Ö44 Öğrencisi : Ne düşündüm soruda. Biraz mantık yürütmeye çalıştım. Yani eşit gibi geldi bana bilmiyorum.
- Araştırmacı : Şekle bakarak mı bu cevabı verdin?
- Ö44 Öğrencisi : Tamamen şekle bakarak yani bir fikrim yok.

Araştırmacı : Peki düzgün altıgen olması, dik piramit olması bunlar önemli mi?  
 Ö44 Öğrencisi : [düşünür] Yani yok tamamıyla şekle bakarak cevap verdim...

Ö44 ile yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin sorunun çözümü hakkında bir fikri olmadığı ve sadece gösterime bakarak cevap verdiği anlaşılmaktadır. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö4 öğrencisi yaptığı açıklamada piramidin dik olduğunu vurgulamış olsa da yine “b seçeneğini” işaretlemiştir.



Şekil 20. Ö4 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap

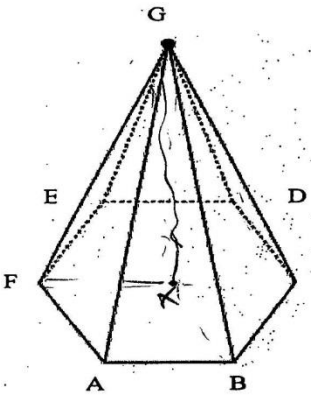
Ö4 öğrencisi “b seçeneğini” işaretlemesinin nedeni olarak şeklin dik piramit olmasını göstermiştir. İşaretlediği seçeneğe bakıldığında dik piramidin bazı yanal yüzlerin dik olduğunu düşündüğü anlaşılabilir. Bu algısından dolayı dik olan yanal yüzün ayrıtlarının daha kısa olacağını düşünmüş olabilir. Ö4 öğrencisi, Ö2 ve Ö3 öğrencilerinden farklı olarak sorunun çözümünü açıklarken kavramsal bilgi kullanmış olsa da dik piramit hakkında yanlış bir algısının olduğu anlaşılmaktadır. Ö4 öğrencisiyle yapılan mülakatta bu algısı daha iyi anlaşılmaktadır.

Araştırmacı : Bu soruda “b seçeneğini” işaretlemiştir. Niçin bu seçeneği işaretlediğini açıklar mısın?  
 Ö4 Öğrencisi : Şimdi düzgün altıgen dik piramit deyince ben bir yüzün dik olduğunu düşündüm. Yani arkadaki yüzeyin dik olduğunu düşündüm.  
 Araştırmacı : Dik piramit için öyle bir şekil mi aklına geldi yani?  
 Ö4 Öğrencisi : Evet...

Ö4 öğrencisi ile yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin dik piramidi bir yüzü dik olarak algıladığı görülmektedir. Öğrencinin kavram hakkında yanlış algısının olduğu söylenebilir.

Doğru parçalarının uzunluklarının birbirine eşit olduğunu belirten “c seçeneğini” işaretleyen öğrencilerin açıklamaları genel olarak piramidin tepe noktasından çizilen dikmenin altıgenin ağırlık merkezinde olduğu şeklindedir. Bu seçeneği işaretleyen Ö5, Ö6 ve Ö7 öğrencileri aşağıdaki gibi açıklamalar yapmışlardır.





Şekilde düzgün altıgen dik piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.

b) EG ve DG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşit ; AG ve BG doğru parçalarının uzunlukları da birbirine eşittir ; ancak EG ve DG doğru parçaları, AG ve BG doğru parçalarından daha kısadır.

c) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

**Nedenini açıklayınız.**

G noktasından düzgün altıgenin merkezine bir dik indirilir. Bu noktadan tüm köşelere bir doğru parçası çeker. Pisagor'dan yararlanılarak buluculuk. Çokgenin tüm köşeler merkez eş uzaklıkta olduğundan eşit olur.

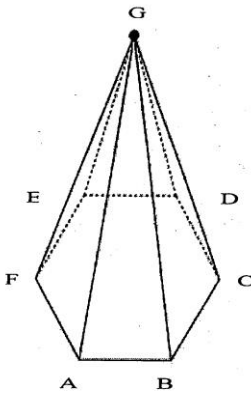
Şekil 23. Ö7 öğrencisinin algı testinin 1-A sorusuna verdiği cevap

Ö5, Ö6 ve Ö7 öğrencilerinin açıklamalarının birbirine benzerlik gösterdiği görülmektedir. Ö5 ve Ö7 öğrencileri şeklin tepe noktasından inen dikmenin taban düzgün altıgen olduğu için tabanın tam ortasında olacağını belirtmişlerdir. Orta noktadan köşelere doğru parçaları çizildiğinde ise Pisagor teoreminin kullanılabileceğini düşünmüşlerdir. Ö6 öğrencisi yanal yüzlerde 6 tane ikizkenar üçgen oluştuğunu da belirtmiştir. "a ve b seçeneklerini" işaretleyen öğrenciler gibi gösterime odaklanmamışlardır. Piramidin dik olmasına ve tabanının düzgün olmasına dikkat ederek bu bilgilerini kullanarak soruyu yorumlamışlardır.

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan 1-A sorusuna verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerden bazılarının sadece görsel algılarına göre cevap verdikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin açıklamalarında kavramsal bilgiler kullanmalarına rağmen kavram hakkında yanlış bilgiye sahip oldukları belirlenmiştir. Doğru seçeneği işaretleyen öğrencilerin çoğunun ise eksik açıklama yaptıkları tespit edilmiştir.

Algı testindeki 1-A sorusuyla ilişkili olarak düzgün olmayan altıgen piramit ile ilgili 1-B sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan 1-B sorusu düzgün olmayan altıgen piramidin yanal ayrıt uzunluklarının karşılaştırılmasına yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin 1-B sorusu Şekil 24'te gösterilmiştir.

1- B)



Şekilde düzensiz olmayan altıgen piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

b) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.

Şekil 24. Algı testi 1-B sorusu

Sorunun cevabı ile ilgili öğrencilere iki seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Algı Testi 1-B Sorusu

Algı Testi	Boş		a		b*							
	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
1-B Sorusu	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
	0	0	4	5,56	9	12,5	41	56,94	18	25	68	94,44

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 6 incelendiğinde yanlış cevap seçeneği olan "a seçeneğini" 4 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %5,56'lık bir orana karşılık gelmektedir. Diğer 68 öğrenci ise doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 18'i doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %25'ine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunluklarının birbirine eşit olduğunu belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö8 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

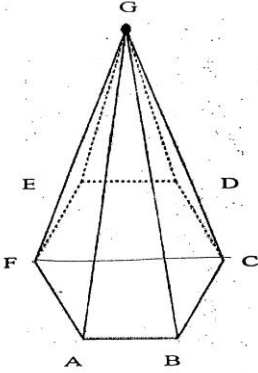
Nedenini açıklayınız.

Bu uzunluklar ED ve AB kenarları olduğundan eşit olduğu için eşit olur.

Şekil 25. Ö8 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap

Ö8 öğrencisi yaptığı açıklamada ED ve AB doğru parçalarından piramidin tepe noktasına çizilen doğru parçalarının eşit olacağından bahsetmektedir. Öğrencinin bu algısında ED ve AB doğru parçalarının karşılıklı olmasının etkili olduğu düşünülebilir. Öğrenci doğru parçaları karşılıklı olduğu için bu doğru parçalarından tepe noktasına çizilen doğru parçalarının da eşit olacağını düşünmüş olabilir. Öğrenci sorudaki sözel bilgiye dikkat etmemiştir. Gösterimde altıgenin FC doğrusuna göre simetrik görünmesi veya karşılıklı kenar uzunluklarının eşit görünmesi öğrencinin bu cevabı vermesinde etkili olmuş olabilir. Ö8 öğrencisine benzer şekilde yine “a seçeneğini” işaretleyen ve görsel algısı ön planda olan diğer bir öğrenci ise Ö9 öğrencisidir.

1- B)



Şekilde düzgün olmayan altıgen piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

b) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.

Nedenini açıklayınız.

*Tam parçalar FC için doğru parçaların orta noktasına tepe noktasına birleştirildi. İki bu noktaların eşit olma parçaları.*

Şekil 26. Ö9 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap

Ö9 öğrencisi piramidin tepe noktasının FC doğru parçasının orta noktası ile aynı hizada olduğunu belirtmektedir. Öğrencinin bu algısında gösterimin etkili olduğu söylenebilir. Öğrencinin cevabında soruda verilen sözel bilgiler etkili olmamıştır. Öğrenci piramidin tabanının düzgün olmayan altıgen olduğundan hiç bahsetmemiştir. Yine “a seçeneğini” işaretleyen Ö10 öğrencisi de benzer şekilde açıklamasında düzgün olmayan altıgenden bahsetmemiştir.

Nedenini açıklayınız.

*Şekli açıktır. 17 kenar görürsün.*

Şekil 27. Ö10 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap

Ö10 öğrencisi yaptığı açıklamada şekli açınca doğru parçalarının eşit olduğunun anlaşılacağından bahsetmektedir. Bu öğrencinin cevabında da Ö8 ve Ö9 öğrencileri gibi soruda verilen sözel bilgi etkili olmamıştır. Bu öğrencilere benzer şekilde Ö14 öğrencisi de “a seçeneğini” işaretlemiştir. Bu öğrenci ile yapılan mülakat şu şekildedir:

Ö14 Öğrencisi : Ben hepsini eşit yapmışım ama şimdi yorumlamak gerekirse diğer soruda düzgün diyordu burada düzgün olmayan diyor.

Araştırmacı : Evet.

Ö14 Öğrencisi : Net bir karar veremedim.

Araştırmacı : Sence düzgün olmaması ne demek?

Ö14 Öğrencisi : Yani dik değil mesela.

Araştırmacı : Dik değil diyorsun. Düzgün çokgen ne demek?

Ö14 Öğrencisi : Yani düzgün olunca bütün parçaları birbirine eşit oluyor, düzgün olmayınca da hepsi eşit olmuyor.

Araştırmacı : Yani bu altıgen düzgün değilse kenarları birbirinden farklı mıdır?

Ö14 Öğrencisi : Karşılıklı kenarları birbirine eşittir.

Araştırmacı : Hangileri mesela?

Ö14 Öğrencisi : Yani AB ile DE.

Araştırmacı : Nerden anladın?

Ö14 Öğrencisi : Şekilden.

...

Ö14 öğrencisinin bu seçeneği işaretlemesinde diğer öğrenciler gibi görsel algısı etkili olmuştur. Öğrenci düzgün olmayan altıgeninin kenarlarının farklı olacağını bilmesine rağmen gösterimden dolayı karşılıklı kenarlar olan ED ve AB kenarlarının eşit olduğunu düşünmektedir.

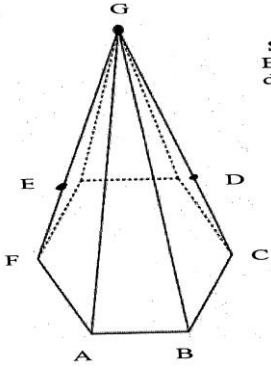
ED, DG, AG ve BG doğru parçalarının birbirinden farklı olduğunu belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö1 öğrencisi bunun nedenini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

**Nedenini açıklayınız.**

b sıklıdır. Şekli baktığımızda A.G. ve B.G. daha  
 var. görülüyor. B. y. z. kenarlıklarını birbirinden farklıdır.

Şekil 28. Ö1 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap

Ö1 öğrencisi 1-A sorusunda yanlış cevap vererek yaptığı açıklamada gösterime bakarak cevap verdiğini belirtmiştir. Bu soruda yaptığı açıklama incelendiğinde yine gösterime bakarak doğru parçalarının uzunluklarının birbirinden farklı olduğunu düşündüğü görülmektedir. Öğrenci bu soruyu cevaplarken de görsel algısı etkili olmuştur. Ö1 öğrencisi açıklamasında düzgün olmayan piramit ifadesinden hiç bahsetmemiştir. Bu soruda doğru seçeneği işaretlemesine rağmen yaptığı açıklamaların yanlış olduğu görülmektedir. Ö1 öğrencisinden farklı olarak Ö3 öğrencisi soruda verilen sözel bilgiyi cevabında kullanmıştır.



Şekilde düzgün olmayan altıgen piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

**b) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.**

Nedenini açıklayınız.

Gsow# düzgün altıgen olmadı. b seçeneğidir.

Şekil 29. Ö3 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap

Ö3 öğrencisi yaptığı açıklamada düzgün olmayan altıgen ifadesinden bahsetmektedir. Öğrenci 1-A sorusunda gösterime dikkat ederek yanlış cevap vermesine rağmen bu soruda sözel bilgiyi kullanarak açıklaması yetersiz de olsa doğru cevap vermiştir. Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakatta öğrencinin yanlış algıları daha iyi anlaşılmaktadır.

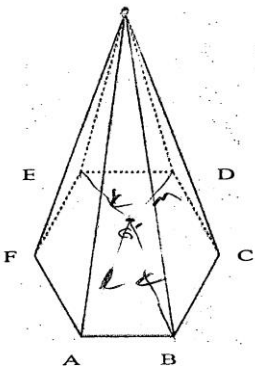
- Ö3 Öğrencisi : Düzgün olmadığı için dedim ki hepsi farklıdır mantık olarak.  
 Araştırmacı : Düzgün olmayan altıgen piramidi nasıl düşündün?  
 Ö3 Öğrencisi : Bütün kenarları eşit değil diye düşündüm.  
 Araştırmacı : Hangi kenarlar?  
 Ö3 Öğrencisi : Yukarı doğru çıkanlar. Altıgenin hepsi birbirine eşittir.  
 Araştırmacı : Yani AB, BC, CD kenarları eşittir diyorsun.  
 Ö3 Öğrencisi : Evet.  
 Araştırmacı : Peki dik piramit dediği zaman tepe noktası nerededir?  
 Ö3 Öğrencisi : Altıgenin kenarında olur bence.  
 Araştırmacı : Burada tepe noktası nerededir sence?  
 Ö3 Öğrencisi : Ortadadır o zaman.

Ö3 öğrencisi doğru seçeneği işaretlemesine rağmen yapılan mülakat sonucunda düzgün olmayan altıgen piramit hakkında yanlış bilgilere sahip olduğu görülmektedir. Ö3 öğrencisine benzer şekilde Ö44 öğrencisi de düzgün olmayan altıgen piramit hakkında yanlış algıya sahiptir. Bu öğrenciyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Bu soruda farklıdır demişsin.  
 Ö44 Öğrencisi : Burada düzgün olmadığı için öyle dedim. Yani düzgün olsaydı a diyebilirdim ama düzgün olmadığı için uzunlukların farklı olduğunu düşündüm.  
 Araştırmacı : Peki düzgün olmayan altıgen piramit nasıl bir şekildedir?  
 Ö44 Öğrencisi : Kenarları eşit olmayan.  
 Araştırmacı : Hangileri?  
 Ö44 Öğrencisi : Yukarı doğru çıkanlar.  
 Araştırmacı : Peki altıgenin kenarları?  
 Ö44 Öğrencisi : Onlar eşittir diye düşünüyorum. Yani bu soruda şekil düzgün değilse eşit olmaz diye düşündüm.



Ö44 öğrencisi de Ö3 öğrencisi gibi soruya doğru cevap vermesine rağmen düzgün olmayan altıgen piramit ifadesini altıgenin kenar uzunluklarının farklılığı olarak düşünmemiştir. Öğrenciler şeklin genel olarak düzgün olmadığını düşünmüşlerdir. Bu nedenle de yanal ayrıtların eşit olmayacağını belirtmişlerdir. Ö5 öğrencisi ise farklı olarak soruyu açıklarken piramidin yüksekliğinden bahsetmiştir.



Şekilde düzgün olmayan altıgen piramit görülmektedir. EG, DG, AG, BG doğru parçaları ile ilgili aşağıda verilen bilgilerden hangisi doğrudur?

a) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.

b) EG, DG, AG, BG doğru parçalarının uzunlukları birbirinden farklıdır.

**Nedenini açıklayınız.**

*G noktasının iz düşümü tam yükseklik merkezine düşmediğinden A, B, C, D, E, F noktalarına uzaklıkların eşit olmadığı için aynı uzaklık yoktur. Hepsinde aynı olduğunda G noktasına göre E, D, A, B, C, F noktaları aynı uzaklıktadır.*

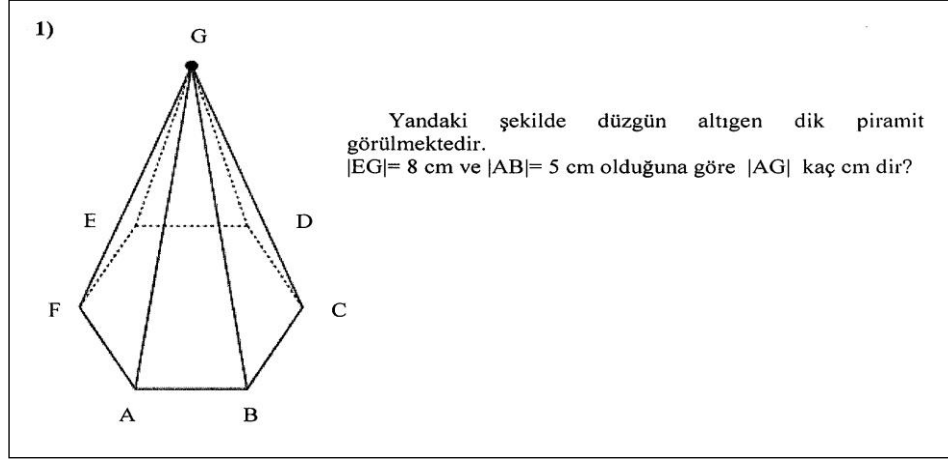
Şekil 30. Ö5 öğrencisinin algı testinin 1-B sorusuna verdiği cevap

Öğrenci açıklamasında hem piramidin yüksekliğinden hem de yüksekliğin indiği noktanın altıgenin köşe noktalarına olan uzaklığından bahsetmektedir. 3 boyutlu düşünerek oluşan üçgenlerdeki Pisagor bağıntısından yanal ayrıtların farklı olacağını belirtmiştir. Ö5 öğrencisi soruyu cevaplarken kavramsal bilgisini kullanmıştır, sadece gösterime odaklanarak soruyu cevaplamamıştır.

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan 1-B sorusuna verdikleri cevaplar incelendiğinde, yanlış seçeneği işaretleyen öğrencilerin cevaplarında genellikle görsel algılarının etkili olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin kavramsal bilgileri ile görsel algılarının dengesini kuramadıkları belirlenmiştir. Ayrıca geometrik kavramlar hakkında yanlış bilgilere sahip öğrencilere rastlanmıştır.

#### 4. 1. 1. 2. Problem Testinin Birinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorularına yönelik problem testindeki bu soru, öğrencilerin düzgün altıgen dik piramidin yanal ayrıtlarının uzunlukları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığına belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin birinci sorusu Şekil 31'de gösterilmiştir.



Şekil 31. Problem testi 1. soru

Öğrencilerin soru çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Problem Testi 1. Soru

Problem T.	0		1		2	
1. Soru	n	%	n	%	n	%
	14	19,44	0	0	58	80,56

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 14 öğrenci bulunmaktadır. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen öğrenci bulunmamaktadır. Geri kalan 58 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

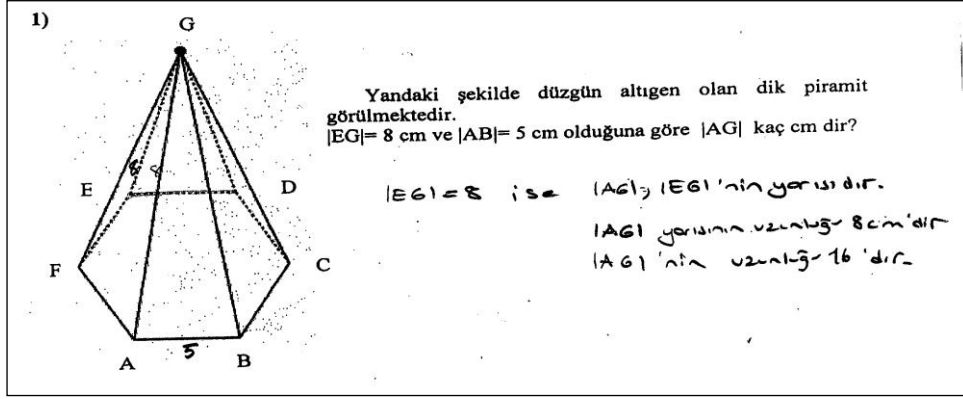
Hem algı testinde hem de problem testinde yanlış cevap veren öğrencilerden biri olan Ö1 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**

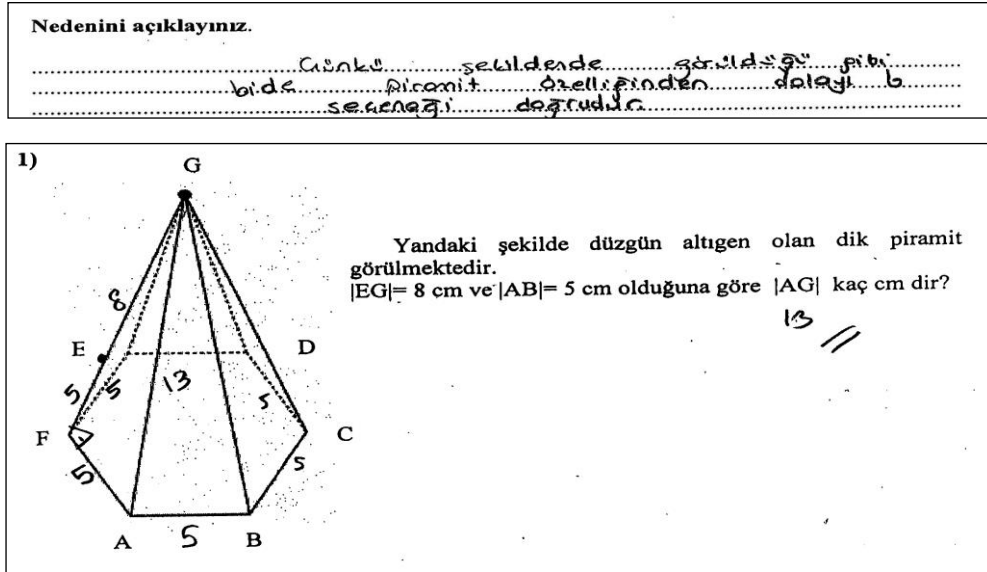
A sıklı abıdır. Sekle baktığımızda v2n1klerin birbirinden farklı olduğı görülüyor.

Şekil 32. Ö1 öğrencisinin algı ve problem testinin 1. sorusuna verdiği cevaplar

Şekil 32'nin devamı



Ö1 öğrencisi algı testinde yanlış seçeneği işaretleyerek uzunlukların birbirinden farklı olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin bu algısı problem testinde de yanlış cevap vermesine neden olmuştur. Öğrenci EG doğru parçasının uzunluğunun AG doğru parçasının yarısı kadar olduğunu belirtmiştir. Ancak soruda böyle bir bilgi yoktur. Öğrencinin probleme verdiği cevapta da görsel algısı etkili olmuştur. Aynı şekilde Ö3 öğrencisi de her iki teste yanlış cevap veren bir öğrenci olup cevapları aşağıdaki gibidir.

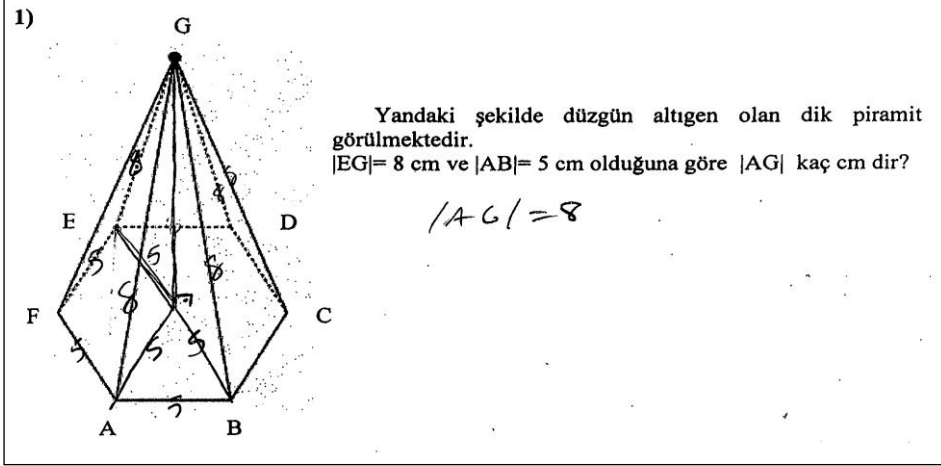


Şekil 33. Ö3 öğrencisinin algı ve problem testinin 1. sorusuna verdiği cevaplar

Öğrencinin algı testinde verdiği cevapta görsel algısı etkili olmuştur. Öğrenci bu algısı problem testinde de etkili olmuş ve soruda verilen sayıları toplamıştır. Böylece daha büyük bir uzunluk elde etmeye çalışmıştır. Ö4 öğrencisi ise farklı olarak algı testinde yanlış cevap vermesine rağmen problem testinde doğru cevap vermiştir. Öğrencinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.

Soruda verilen altıgen düzgün piramit denmiştir.



Şekil 34. Ö4 öğrencisinin algı ve problem testinin 1. sorusuna verdiği cevaplar

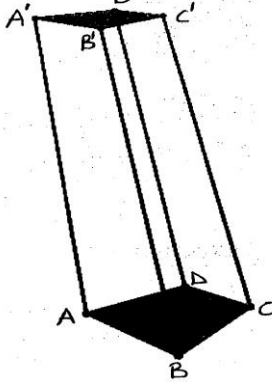
Ö4 öğrencisi algı testinde "b seçeneğini" işaretleyerek yanlış cevap vermiştir. Öğrenciyle yapılan mülakatta da dik piramit hakkında yanlış algısının olduğu anlaşılmaktadır. Ancak problem testinde bu algısı etkili olmamıştır ve soruya doğru cevap vermiştir.

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan birinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin hatalı algılarına göre işlemler yaptıkları belirlenmiştir.

#### 4. 1. 1. 3. Algı Testinin Sekizinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan sekizinci soru eğik dörtgen prizmada ABCD ve A'B'C'D' dörtgenlerinin kenar uzunluklarının karşılaştırılmasına yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin sekizinci sorusu Şekil 35'te gösterilmiştir.

8)



Yandaki ABCD ve A'B'C'D' dörtgenleri birbirine paralel düzlemlerdedir. AA', BB', CC' ve DD' doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur. Aşağıdaki seçeneklerden doğru olanı işaretleyiniz ve açıklamasını yapınız.

a) Şekildeki ABCD dörtgeni ile A'B'C'D' dörtgeni eş dörtgenlerdir çünkü.....  
.....  
.....

b) Şekildeki A'B'C'D' dörtgeni ABCD dörtgeni benzer dörtgenlerdir çünkü.....  
.....

Şekil 35. Algı testi 8. soru

Sorunun cevabı ile ilgili öğrencilere iki seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8. Algı Testi 8. Soru

Algı Testi	Boş		b		a*				toplam			
	n	%	n	%	0	1	2	n	%			
8. Soru	3	4,17	26	36,11	6	8,33	26	36,11	11	15,28	43	59,72

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

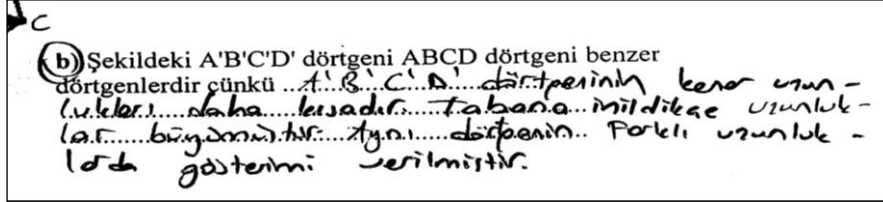
Tablo 8 incelendiğinde yanlış cevap seçeneği olan “b seçeneğini” toplam 26 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %36,11'lik bir orana karşılık gelmektedir. Geri kalan 43 öğrenci doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 11'i doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %15,28'ine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

ABCD ve A'B'C'D' dörtgenlerinin benzer dörtgenler olduğunu belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö6 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

b) Şekildeki A'B'C'D' dörtgeni ABCD dörtgeni benzer dörtgenlerdir çünkü.....  
~~şekilleri eş değildir.~~ *bu bir seçi*  
~~şekilleri eş değildir.~~ *şekilleri eş değildir.*  
 .....  
 .....

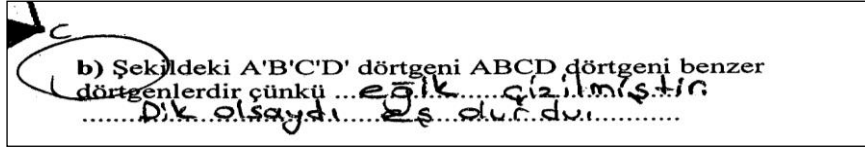
Şekil 36. Ö6 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö6 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde şeklin düzgün olmadığını ve bu nedenle eşitliği hakkında bir şey söyleyemediğini belirttiği görülmektedir. Buradan öğrencinin cevabında görsel algısının etkili olduğu anlaşılmaktadır. Öğrenci soruda verilen paralellik bilgilerini kullanmamıştır. Ö6 öğrencisine benzer şekilde “b seçeneğini” işaretleyen ve görsel algısının ön planda olduğu görülen Ö9 öğrencisinin açıklaması ise şu şekildedir.



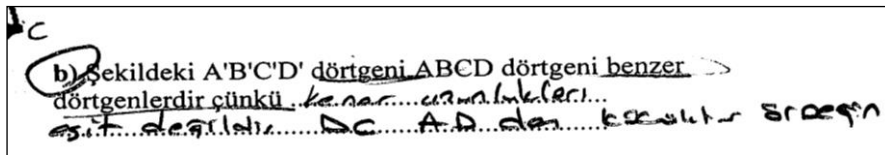
Şekil 37. Ö9 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö9 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde tamamıyla verilen gösterime dayalı olarak açıklama yaptığı görülmektedir. Tabana inildikçe dörtgenin uzunluklarının büyüdüğünden bahsetmektedir. Ö6 öğrencisi gibi soruda verilen paralellikleri kullanmamıştır. Yine açıklamasında paralelliği kullanmayan Ö41 öğrencisinin açıklaması ise şu şekildedir.



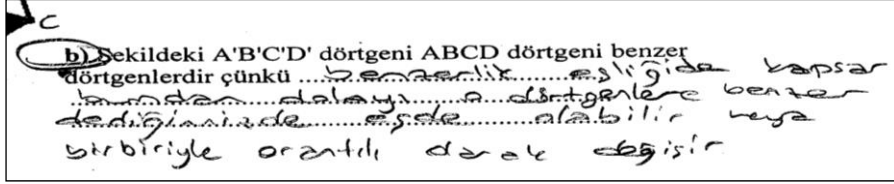
Şekil 38. Ö41 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö41 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde doğru parçalarının ve dörtgenlerin paralelliği bilgisini kullanmadığı ve prizmanın eğik oluşunu vurguladığı görülmektedir. Öğrenci eğik prizma olduğu için eş olamayacağını düşünmektedir. Eşlik kavramını farklı algılayan başka bir öğrenci ise Ö18 öğrencisidir. Ö18 öğrencisinin açıklaması şu şekildedir.



Şekil 39. Ö18 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö18 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde eşlik ve benzerlik kavramını yanlış algıladığı görülmektedir. Öğrenci ABCD dörtgeninin kenar uzunluklarının farklı olduğunu belirterek eş olmadığını düşünmüştür. Öğrencinin cevabında görsel algısının etkili olduğu ve kavramsal bilgisinin eksik olduğu görülmektedir. Ö18 öğrencisine benzer olarak yine eşlik ve benzerlikle ilgili kavramsal bilgi eksikliği görülen diğer bir öğrenci ise Ö5 öğrencisidir. Ö5 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 40. Ö5 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö5 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde benzerliğin eşliği kapsadığı ifadesini kullandığı görülmektedir. Öğrenci daha genel olduğu için benzer oldukları seçeneğini tercih etmiştir. Bu öğrenci eşlik ve benzerlikten bahsetmesine rağmen paralellikten bahsetmemiştir. Soruda verilen sözel bilgiyi kullanmamıştır.

Bu öğrenciler gibi “b seçeneği” işaretleyen Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Bu soruda dörtgenlerin benzer olduğunu belirtmişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö3 Öğrencisi : Evet benzerdir; çünkü eş olamaz ki. Eş olsa zaten eşit görünür.  
 Araştırmacı : Şekilden bakarak mı karar verdin?  
 Ö3 Öğrencisi : Yani. Birbirinin aynısı değiller.  
 Araştırmacı : Tamam. Peki paralellikler hakkında bir şey düşündün mü?  
 Ö3 Öğrencisi : Onlarında uzunlukları eş değildir.  
 Araştırmacı : Yani AA' ve BB' uzunlukları birbirine eşit değildir diyorsun. Peki nasıl karar verdin?  
 Ö3 Öğrencisi : Aklıma öyle geldi.

Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakattan elde edilen bulgular incelendiğinde öğrencinin cevabında görsel algısının etkili olduğu anlaşılmaktadır. Ö3 öğrencisine benzer olarak Ö40 öğrencisiyle yapılan mülakat sonucunda da öğrencinin cevabında görsel algısının etkili olduğu görülmüştür. Ö40 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Soruyu boş bırakmışsın. Niçin boş bıraktığını söyler misin?  
 Ö40 : Evet; çünkü eş ve benzer arasındaki fark ne bilmiyorum.  
 Araştırmacı : [açıklıyor]  
 Ö40 : O zaman şekle bakıldığında eş dörtgenlerdir diye söyleyemeyiz. Çünkü şekle bakıldığında bu dörtgenlerin benzer olduğunu görebiliriz. Yani şekil üzerinden düşününce birbirine benzerdir.  
 Araştırmacı : Peki bu doğru parçalarının paralel olması ya da bu düzlemlerin paralel olması sana ne düşündürüyor?  
 Ö40 : Doğru parçalarının her birinin uzunluğu farklıdır... Paralel olarak gidince bu kenar uzunlukları yukarı doğru gidildikçe daralır. Çünkü

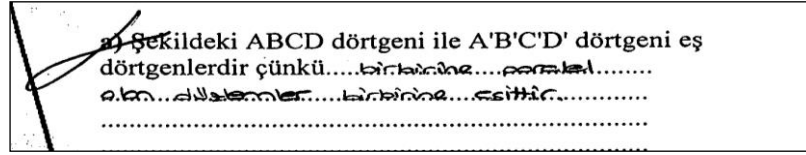
şekle bakıldığında yukarı gidildikçe daraldığını görüyorum. Daraldığı için eğik dörtgen prizma olduğunu düşünüyorum...

Ö40 öğrencisinin cevapları incelendiğinde öğrencinin eşlik ve benzerlik kavramlarını bilmediği görülmektedir. Açıklandığında ise öğrenci Ö3 öğrencisi gibi görsel algısına göre cevap vermiştir. Ö40 öğrencisi gibi soruyu boş bırakan diğer bir öğrenci ise Ö14 öğrencisidir. Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

Araştırmacı : Soruyu boş bırakmışsın. Soruyla ilgili ne düşünebilirsin?  
 Ö14 : Şimdi bu şekli masanın üstünde yapsaydık tabanda bir dörtgen, üstte de bir dörtgen eşit olması lazım çünkü paralel diyor. O yüzden eşit olması lazım çünkü paralel diyor. Ama eğik diyor [düşünür]. Dik deseydi eşit olurdu ama dik olmadığı için benzer olabilir...  
 Araştırmacı : Yani eğik prizma olduğu için benzer olduğunu düşündün öyle mi?  
 Ö14 : Evet şuan öyle düşündüm...

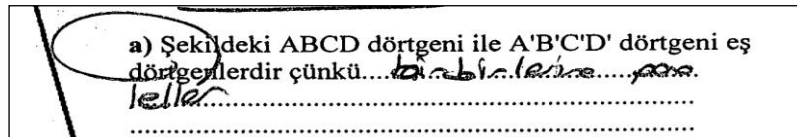
Ö14 öğrencisi görsel algısına göre değil, kavramsal bilgilere göre cevap vermeye çalışmıştır. Paralelliklerden bahsederken eş olması gerektiğini düşünmesine rağmen eğik prizma ifadesi öğrencide yanlış bir algı oluşturmuştur.

ABCD ve A'B'C'D' dörtgenlerinin eş dörtgenler olduğunu belirten “a seçeneğini” işaretleyen Ö26 öğrencisi bunun nedenini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



Şekil 41. Ö26 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö26 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde birbirine paralel olan düzlemlerin birbirine eşit olduğu şeklinde bir ifade kullandığı görülmektedir. Öğrenci doğru seçeneği işaretlemesine rağmen yaptığı açıklamanın yanlış olduğu görülmektedir. Öğrenci yanal ayırtların paralelliklerinden hiç bahsetmemektedir. Ö26 öğrencisi gibi doğru seçeneği işaretlemesine rağmen doğru bir açıklama yapamayan diğer bir öğrenci ise Ö42 öğrencisidir. Ö42 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

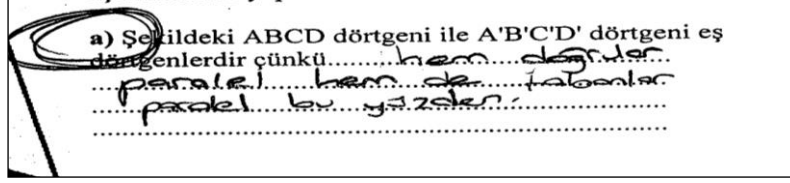


Şekil 42. Ö42 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö42 öğrencisi açıklamasında dörtgenlerin birbirine paralel olduğunu belirterek eksik bir açıklama yapmıştır. Ö26 öğrencisi gibi yanal ayırtların paralelliklerinden bahsetmemiştir.



Ö26 ve Ö42 öğrencilerinden farklı olarak hem yanal ayrıtların hem de dörtgenlerin paralellüğünden bahseden öğrencilerden biri ise Ö43 öğrencisidir. Ö43 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



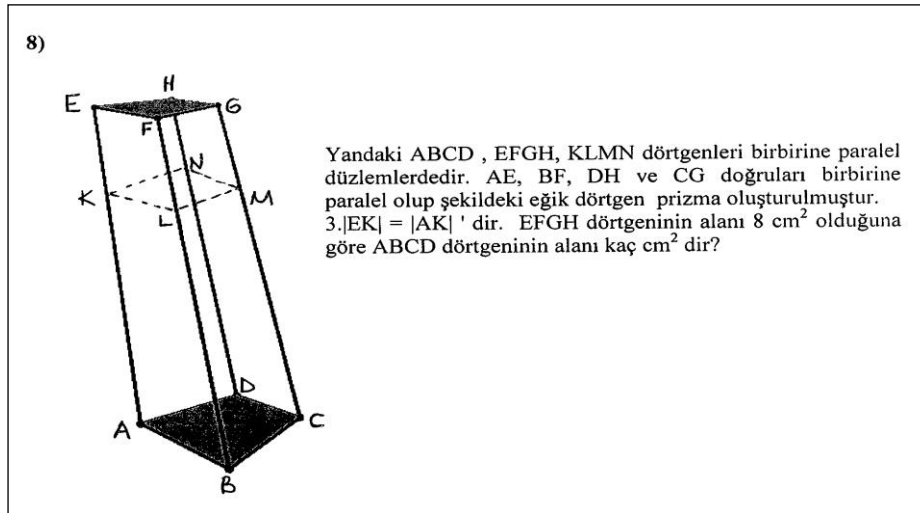
Şekil 43. Ö43 öğrencisinin algı testinin 8. sorusuna verdiği cevap

Ö43 öğrencisi açıklamasında dörtgenlerin eşliği için hem dörtgenlerin hem de yanal ayrıtların paralel olduğundan bahsederek doğru bir açıklama yapabirmiştir. Bu öğrencinin cevabında kavramsal bilgisinin etkili olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan sekizinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, birçok öğrencinin soruda verilen sözel bilgiyi kullanmayarak görsel algılarına göre cevap verdikleri belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin eğik prizma hakkında yanlış bilgilere sahip oldukları görülmüştür. Doğru seçeneği işaretleyen öğrencilerin önemli bir kısmının eksik açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir.

#### 4. 1. 1. 4. Problem Testinin Sekizinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin eğik dörtgen prizma şeklinin alt ve üst tabanlarının kenar uzunlukları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığına belirlenmesine yöneliktir.



Şekil 44. Problem Testi 8. Soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. Problem Testi 8. Soru

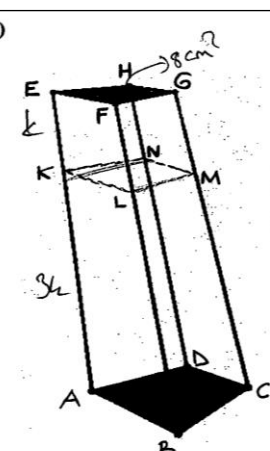
Problem T.	0		1		2	
8. Soru	n	%	n	%	n	%
	33	45,83	0	0	39	54,17

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 33 öğrenci bulunmaktadır. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen öğrenci bulunmamaktadır. Geri kalan 39 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

Hem algı testine hem de problem testine yanlış cevap veren öğrencilerden biri olan Ö18 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

b) Şekildeki A'B'C'D' dörtgeni ABCD dörtgeni benzer dörtgenlerdir çünkü kenar uzunlukları eşit değildir. DC = AD den eşitler değil.

d)



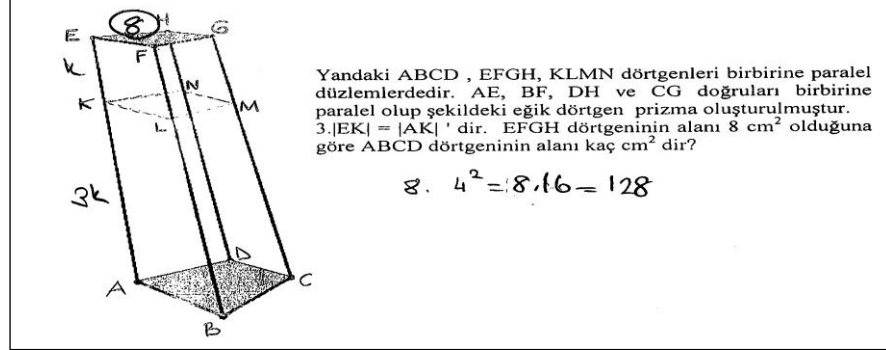
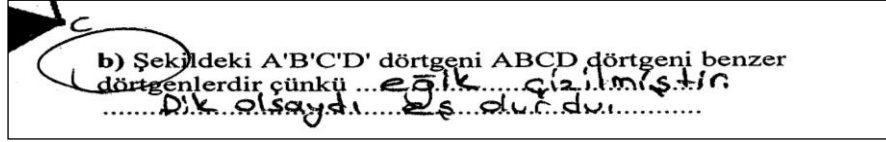
Yandaki ABCD , EFGH, KLMN dörtgenleri birbirine paralel düzlemlerdir. AE, BF, DH ve CG doğruları birbirine paralel olup şekildeki eğik dörtgen prizma oluşturulmuştur.  $3 \cdot |EK| = |AK|$  dir. EFGH dörtgeninin alanı  $8 \text{ cm}^2$  olduğuna göre ABCD dörtgeninin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

$8 \times 3 = 24$  dir.

3 katı = 24 için alan 24 km

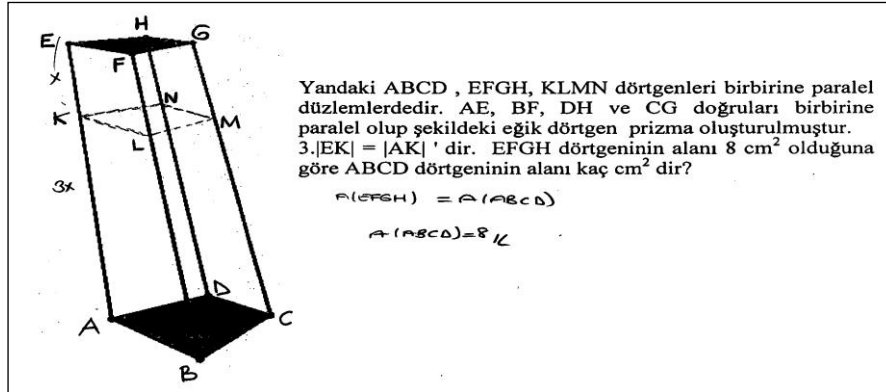
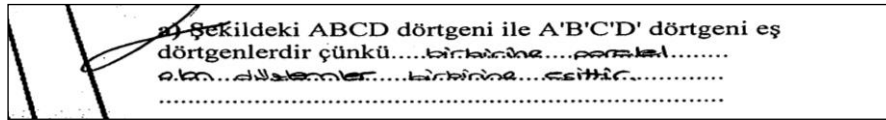
Şekil 45. Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 8. sorusuna verdiği cevaplar

Ö18 öğrencisinin algı testinde eşlik kavramını yanlış kullanarak soruyu yanlış cevapladığı görülmektedir. Öğrenci problem testinde ise kenarlar arasındaki oranı kullanarak alan hesabı yapmıştır. Öğrenci algı testindeki benzerlik algısını problem testine yansıtmıştır. Ö18 öğrencisine benzer olarak Ö41 öğrencisi de her iki teste yanlış cevap vermiştir. Ö41 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.



Şekil 46. Ö41 öğrencisinin algı ve problem testinin 8. sorusuna verdiği cevaplar

Ö41 öğrencisi algı testinde şeklin eğik olmasını neden olarak belirterek yanlış cevap vermiştir. Öğrenci algı testindeki bu algısını problem testine de yansıtmış ve alan hesabında benzerlik oranının karesi kuralını kullanmaya çalışmıştır. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö26 öğrencisi her iki teste de doğru cevap vermiştir. Ö26 öğrencisinin cevapları şu şekildedir.



Şekil 47. Ö26 öğrencisinin algı ve problem testinin 8. sorusuna verdiği cevaplar

Ö26 öğrencisi algı testinde doğru seçeneği işaretlemesine rağmen açıklamasında hata vardır. Öğrenci algı testine verdiği doğru cevabı problem testine de yansıtabilmiştir.

Öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan sekizinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin genellikle hatalı algılarına göre işlemler yaptıkları görülmüştür.

Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybına yönelik olarak sorulan sorulardan aldıkları puanlar Tablo 10'da sunulmuştur.

Tablo 10. Uzunluk Kaybına Yönelik Algı Testi (A.T.) ve Problem Testi (P.T.) Sorularına ait Puanlar

	1. Soru			8. Soru		Toplam Puan	
	(1A) A.T.	(1B) A.T.	P.T.	A.T.	P.T.	A.T.	P.T.
Ö1	0	1	0	0	0	1	0
Ö2	0	1	0	0	0	1	0
Ö3	0	2	0	0	0	2	0
Ö4	0	2	2	0	2	2	4
Ö5	3	3	2	0	2	6	4
Ö6	3	2	2	0	2	5	4
Ö7	3	2	2	2	2	7	4
Ö8	2	0	2	2	2	4	4
Ö9	2	0	2	0	0	2	2
Ö10	2	0	2	0	0	2	2
Ö11	2	2	2	0	0	4	2
Ö12	2	2	2	0	0	4	2
Ö13	3	3	2	2	0	8	2
Ö14	2	0	2	0	0	2	2
Ö15	0	1	2	0	0	1	2
Ö16	2	2	0	2	0	6	0
Ö17	3	3	2	2	2	8	4
Ö18	2	3	0	0	0	5	0
Ö19	2	2	0	0	0	4	0
Ö20	2	2	2	0	0	4	2
Ö21	0	1	0	1	0	2	0
Ö22	2	2	0	0	0	4	0
Ö23	2	1	2	0	0	3	2
Ö24	2	2	2	3	2	7	4
Ö25	3	3	2	2	2	8	4
Ö26	3	2	2	1	2	6	4
Ö27	0	2	2	2	0	4	2
Ö28	2	2	2	2	2	6	4
Ö29	2	2	2	1	2	5	4
Ö30	3	2	2	2	2	7	4
Ö31	2	3	2	3	2	8	4
Ö32	3	2	2	3	2	8	4
Ö33	3	2	2	0	0	5	2
Ö34	3	3	2	2	2	8	4
Ö35	2	2	2	0	0	4	2
Ö36	0	2	0	2	0	4	0
Ö37	2	2	0	1	0	5	0
Ö38	2	2	2	0	0	4	2

Tablo 10'un devamı

Ö39	3	3	2	2	2	8	4
Ö40	2	1	2	0	0	3	2
Ö41	3	3	2	0	0	6	2
Ö42	3	3	2	2	2	8	4
Ö43	0	2	2	3	2	5	4
Ö44	0	2	0	0	0	2	0
Ö45	0	2	2	3	0	5	2
Ö46	2	2	2	0	0	4	2
Ö47	2	3	0	0	0	5	0
Ö48	2	2	2	0	0	4	2
Ö49	2	2	2	1	2	5	4
Ö50	2	2	2	0	0	4	2
Ö51	3	3	2	3	2	9	4
Ö52	3	2	2	3	2	8	4
Ö53	3	1	2	2	2	6	4
Ö54	3	3	2	2	2	8	4
Ö55	2	2	2	0	2	4	4
Ö56	2	2	2	1	0	5	2
Ö57	2	2	2	2	2	6	4
Ö58	2	1	2	2	2	5	4
Ö59	2	2	2	3	2	7	4
Ö60	2	2	2	3	2	7	4
Ö61	2	3	2	3	2	8	4
Ö62	2	3	2	3	2	8	4
Ö63	3	3	2	2	2	8	4
Ö64	0	2	0	2	2	4	2
Ö65	0	1	2	2	2	3	4
Ö66	2	2	2	2	2	6	4
Ö67	2	2	2	2	0	6	2
Ö68	1	2	2	2	2	5	4
Ö69	2	2	2	2	2	6	4
Ö70	3	3	2	0	2	6	4
Ö71	0	2	0	2	2	4	2
Ö72	3	3	2	2	2	8	4
ORT.	1,89	2,01	1,61	1,26	1,08	5,17	2,69

Uzunluk kaybına yönelik sorulara ait ortalamalar incelendiğinde, algı ve problem testlerinde en düşük ortalamaların sekizinci sorulara ait olduğu görülmektedir. Tablo 11'de öğrencilerin uzunluk kaybına yönelik sorulardan aldıkları algı testi puanları ve problem testi puanları arasındaki ilişki verilmiştir.

Tablo 11. Öğrencilerin Uzunluk Kaybına Yönelik Sorulardan Aldıkları Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı

		Algı Testi	Problem Testi
Algı Testi	r	1	,616**
	p	.	,000
	N	72	72
Problem Testi	r	,616**	1
	p	,000	.
	N	72	72

\*\* Korelasyon Katsayısı 0,01 seviyesinde anlamlıdır.

Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin uzunluk kaybı ile ilgili sorulardan aldıkları algı testi ile problem testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir [ $r=0.616$ ;  $p<.01$ ]. Buna göre uzunluk kaybı ile ilgili sorularda algı testi puanı yüksek olan öğrencilerin problem testi puanının da yüksek olduğu söylenebilir.

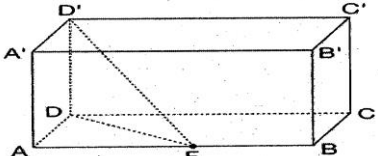
#### 4. 1. 2. 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerinin Neden Olduğu Açık Kaybına Yönelik Öğrenci Algıları

Bu bölümde 3B cisimlerin 2B gösterimlerinde yaşanan açık kaybının, öğrencilerin verilen gösterimi algılamaları ve bu algılarının problem çözme üzerindeki etkisine yönelik elde edilen bulgular ikinci, üçüncü, altıncı, yedinci ve dokuzuncu sorular bağlamında sunulmuştur.

##### 4. 1. 2. 1. Algı Testinin İkinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin açık kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan ikinci soru, dikdörtgenler prizmasının içinde oluşturulan bir üçgenin çeşidini belirlemeye yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin ikinci sorusu Şekil 48'de gösterilmiştir.

2)



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan D'DE üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) D'DE üçgeni eşkenar üçgendir.  
b) D'DE üçgeni dik üçgendir.  
c) D'DE üçgeni ikizkenar üçgendir.  
d) D'DE üçgeni ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.

Şekil 48. Algı testi 2. soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere dört seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 12'de verilmiştir.

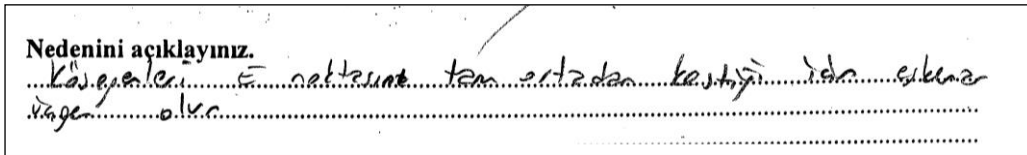
Tablo 12. Algı Testi 2. Soru

Algı testi	Boş		a		c		d		b*							
	n	%	n	%	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
2. Soru	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
	0	0	2	2,78	4	5,55	3	4,17	10	13,89	13	18,06	40	55,55	63	87,5

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 12 incelendiğinde yanlış cevap seçenekleri olan a, c ve d seçeneklerini toplam 9 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %12,5'lik bir orana karşılık gelmektedir. Geri kalan 63 öğrenci doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 40'ı doğru açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %55,55'ine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

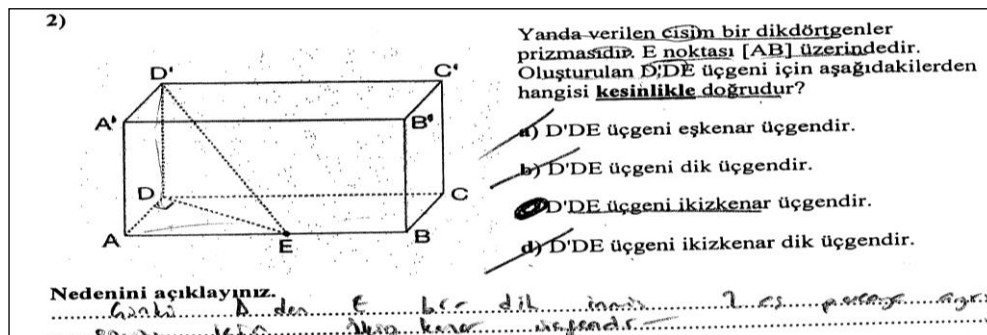
Oluşturulan üçgenin eşkenar üçgen olduğunu belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö11 öğrencisi bunun sebebini şu şekilde açıklamıştır.



Şekil 49. Ö11 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Ö11 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde E noktasını tam ortada kestiğini belirttiği görülmektedir. Ancak soruda E noktasının tam ortada olduğu hakkında bir açıklama yoktur. Öğrencinin bu düşüncesinde görsel algısı etkili olmuştur. Ancak yine de böyle bir bilginin sorunun çözümü ile ilgisi yoktur.

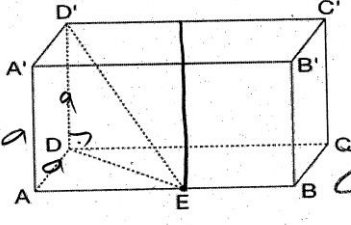
Oluşturulan üçgenin ikizkenar üçgen olduğunu belirten "c seçeneğini" işaretleyen Ö10 öğrencisi bunun nedenini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



Şekil 50. Ö10 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Ö10 öğrencisinin kağıdı incelendiğinde ADE açısını  $90^{\circ}$  olarak çizdiği görülmektedir. Bu düşüncede öğrencinin görsel algısı etkili olmuştur. Öğrenci dikdörtgenler prizmasının tabanının dikdörtgen olduğu bilgisini kullanmamıştır. Dikdörtgenin D açısı  $90^{\circ}$ 'den büyük görüldüğü için ADE açısının  $90^{\circ}$  olacağını düşünmüştür. Aynı zamanda Ö11 öğrencisi gibi E noktasının doğru parçasını iki eş parçaya ayırdığını belirtmiştir. Bu kısımda da yine öğrencinin gösterime dikkat ettiği görülmektedir, çünkü soruda böyle bir bilgi verilmemiştir. Öğrenci dik açıdan inen doğru parçasının kenarı iki eş parçaya ayırdığı zaman ikizkenar üçgenin oluştuğunu belirtmiştir. Bu bilgiyi de yine başka bir kuralla karıştırmış ve yanlış bir biçimde soruya yansıtmıştır. Ö10 öğrencisi gibi açığı görsel algısına göre belirleyen diğer bir öğrenci Ö12 öğrencisidir. Ö12 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

4)



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan D'DE üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) D'DE üçgeni eşkenar üçgendir. → D'den kenar birisine eşit değil

b) D'DE üçgeni dik üçgendir. → D'den kenar birisine eşit değil

c) D'DE üçgeni ikizkenar üçgendir. → D'den kenar birisine eşit değil

d) D'DE üçgeni ikizkenar dik üçgendir. → D'den kenar birisine eşit değil

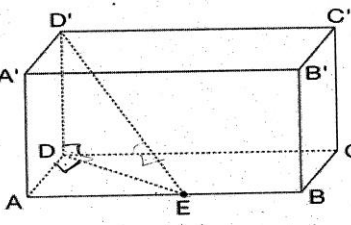
Nedenini açıklayınız.

Sadece C kalıyor

Şekil 51. Ö12 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Ö12 öğrencisinin kağıdı incelendiğinde D'DE açısının  $90^{\circ}$ 'den büyük olduğunu düşündüğü görülmektedir. Öğrenci D'DC açısının dik olduğunu göstermiştir. Öğrencinin şekli hayal edemediği görülmektedir. Gerçekte dik olan açının gösterimden dolayı öğrenci tarafından geniş açı gibi algılandığı görülmektedir. Ö13 öğrencisi de benzer olarak dik açıları görsel algısına göre belirlemiştir. Ö13 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

2)



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan D'DE üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) D'DE üçgeni eşkenar üçgendir.

b) D'DE üçgeni dik üçgendir.

c) D'DE üçgeni ikizkenar üçgendir.

d) D'DE üçgeni ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.

Çünkü oluşan D'DE üçgeninde uygun açılar kaydedilen zaman bunlar ikizkenar üçgen aldığı için doğru olur.

Şekil 52. Ö13 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap



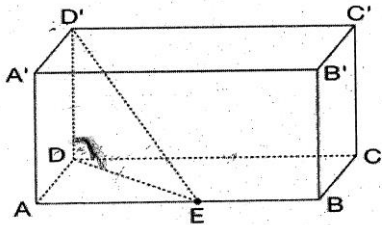
Ö13 öğrencisinin şekil üzerindeki çizimleri incelendiğinde ADE ve D'DC açılarını  $90^0$  olarak çizdiği görülmektedir. Öğrencinin bu şekilde düşünmesinin nedeni gösterimden kaynaklanmaktadır. Öğrencinin şeklin dikdörtgen prizma olduğunun belirtilmesine rağmen ADC açısını değil de ADE açısını dik açı olarak çizmesi gösterime göre düşündüğünü ortaya koymaktadır. Ayrıca öğrencinin hangi açılara göre ikizkenar olduğunu düşündüğü anlaşılamamaktadır. Ö13 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : İkizkenar üçgendir demişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö13 : Başta ikizkenar dik üçgen olarak düşündüm. Aslında dik var mı diye çok düşündüm.
- Araştırmacı : Hangi kenarlar eşit sence burada?  
 Ö13 : D'D ile D'E.
- Araştırmacı : Neden eşit olduğunu düşünüyorsun? Hangi açılar diktir?  
 Ö13 : Öyle düşündüm. Açı olarak AD, DE ye dik. Bir de D'D ile DC dik.
- Araştırmacı : Bu üçgen dik değildir diyorsun.  
 Ö13 : Evet.

Ö13 öğrencisiyle yapılan mülakattan alınan kesit incelendiğinde öğrencinin yine aynı açıları dik olarak belirttiği ve üçgenin dik olmadığını düşündüğü görülmektedir.

Oluşturulan üçgenin ikizkenar dik üçgen olduğunu belirten "d seçeneğini" işaretleyen Ö14, Ö15 ve Ö16 öğrencilerin açıklamaları aşağıdaki gibidir.

2)



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan D'DE üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) D'DE üçgeni eşkenar üçgendir.  
 b) D'DE üçgeni dik üçgendir.  
 c) D'DE üçgeni ikizkenar üçgendir.  
~~d) D'DE üçgeni ikizkenar dik üçgendir.~~

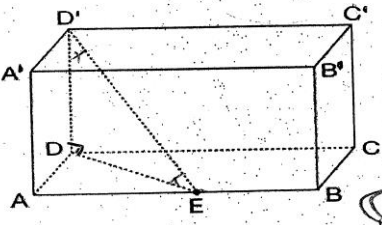
Nedenini açıklayınız.  
 a, b, c, d. *Sıklıkla yanlış*

Şekil 53. Ö14 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Nedenini açıklayınız.  
*Evet. Çünkü dik üçgen olduğu için*

Şekil 54. Ö15 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

2)



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan D'DE üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

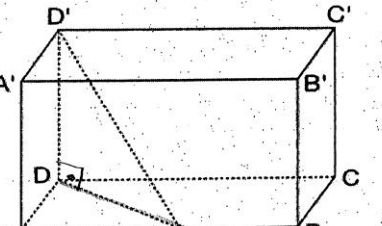
a) D'DE üçgeni eşkenar üçgendir.  
 b) D'DE üçgeni dik üçgendir.  
 c) D'DE üçgeni ikizkenar üçgendir.  
 d) D'DE üçgeni ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.  
 (D'D) = (D'E) ya da D'E noktasına inince (D'D) = (D'E) ise dik olur.

Şekil 55. Ö16 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Ö14, Ö15 ve Ö16 öğrencilerinin D'DE açısının dik açı olduğunu görebildikleri anlaşılmaktadır. Ancak üçgenin ikizkenar üçgen olarak görülmesinde D'D ve DE doğru parçalarının gösterimde eşit gibi görülmesi neden olabilir. Ö14 ve Ö15 öğrencilerinin uzunluk kaybı ile ilgili sorularda da yanlış cevap verdikleri görülmektedir.

Oluşturulan üçgenin dik üçgen olduğunu belirten "b seçeneğini" işaretleyerek doğru cevap veren Ö17 öğrencisi aşağıdaki gibi açıklama yapmıştır.



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan D'DE üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) D'DE üçgeni eşkenar üçgendir.  
 b) D'DE üçgeni dik üçgendir.  
 c) D'DE üçgeni ikizkenar üçgendir.  
 d) D'DE üçgeni ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.  
 3. boyutu düşünürse D'D = D'E'ye dik olur. uzunluklar hakkında bir bilgi verilmemiş üçgen hakkında yorum yapma sınırlıdır.

Şekil 56. Ö17 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Ö17 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde D'DE açısının dik açı olduğunu anlayabildiği görülmektedir. Aynı şekilde uzunluklar hakkında bilgi verilmediğinden bahsederek gösterimden ziyade sözel bilgi kısmına dikkat ederek cevap verdiği anlaşılmaktadır. Ö17 öğrencisi gibi "b seçeneğini" işaretleyen Ö8 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası  $[AB]$  üzerindedir. Oluşturulan  $D'DE$  üçgeni için aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a)  $D'DE$  üçgeni eşkenar üçgendir.  
 b)  $D'DE$  üçgeni dik üçgendir.  
 c)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar üçgendir.  
 d)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.  
 Soru istediği her şeyde bir açıya baktım.  $C'D'$  içinde  $CE$  olduğunu ve  $C$  siki olduğunu düşündüm.

Şekil 57. Ö8 öğrencisinin algı testinin 2. sorusuna verdiği cevap

Ö8 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde geometrik gösterimi hayal ederek soruyu cevapladığı görülmektedir. Öğrenci  $D'DE$  açısının dik açı olduğunu anlayabilmiştir. Kenarlar hakkında ise bir açıklamada bulunmamıştır.

Bu öğrencilere benzer olarak doğru seçeneği işaretleyen Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

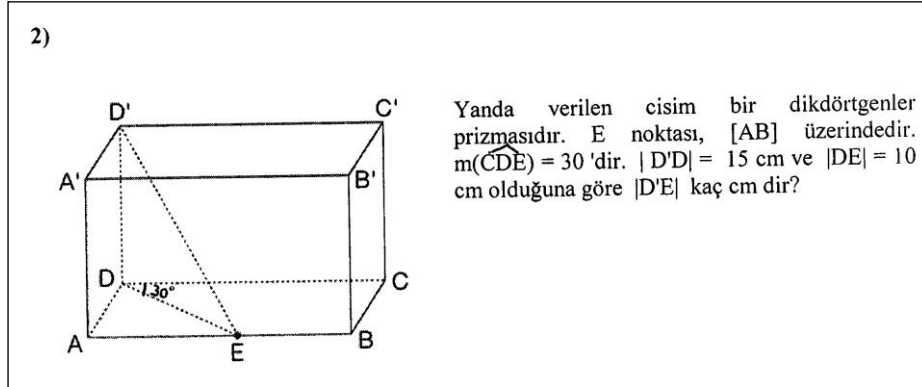
- Araştırmacı : Soruda "b seçeneğini" işaretlemiştin.  
 Ö3 : Ben burada b ile d seçenekleri arasında kaldım ama b'yi işaretledim. Çünkü kenarların dik olduğunu biliyorum.
- Araştırmacı : Hangi kenarların dik olduğunu biliyorsun?  
 Ö3 : D açısı.  
 Araştırmacı : D açısı derken?  
 Ö3 :  $CDD'$  açısı dik.  
 Araştırmacı :  $EDD'$  açısı nasıldır?  
 Ö3 : O da diktir. Ama öyle de mantıksız oluyor o dikse burası nasıl dik oluyor. İkisinden biri ama hangisi bilmiyorum. Ama bence üçgenin tamamı dik ama.
- Araştırmacı : Kenarlar hakkında bir yorum yapabildin mi?  
 Ö3 : Yapamadım.  
 Araştırmacı : Sonuç olarak?  
 Ö3 : Sadece  $EDD'$  açısı diktir diyorum.  $CDD'$  açısı dik değildir diyorum. Çünkü mantıksız oluyor o zaman.

Ö3 öğrencisi doğru seçeneği işaretlemesine rağmen aslında 3B şekillerdeki açılar hakkında yanlış algıya sahip olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan ikinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerden bazılarının soruda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler sadece görsel algılarına göre cevap vermişlerdir. Bazılarının ise kavramsal bilgi kullanmalarına rağmen görsel algılarına göre cevap verdikleri belirlenmiştir.

#### 4. 1. 2. 2. Problem Testinin İkinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin dikdörtgenler prizması içinde oluşturulan üçgenin açıları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığıın belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin ikinci sorusu Şekil 58'de gösterilmiştir.



Şekil 58. Problem testi 2. soru

Öğrencilerin soru çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 13'te sunulmuştur.

Tablo 13. Problem Testi 2. Soru

Problem T.	0		1		2	
	n	%	n	%	n	%
2. Soru	17	23,61	2	2,78	53	73,61

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 17 öğrenci bulunmaktadır. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen 2 öğrenci bulunmaktadır. Geri kalan 53 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

Her iki teste de yanlış cevap veren Ö12 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

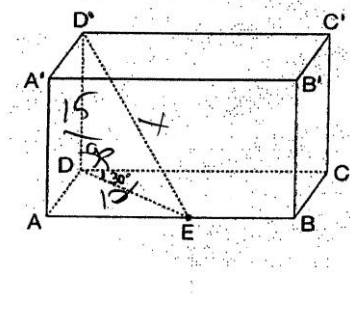
Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası [AB] üzerindedir. Oluşturulan  $D'DE$  üçgeni için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

a)  $D'DE$  üçgeni eşkenar üçgendir.  $\rightarrow D'DE < 90^\circ$

b)  $D'DE$  üçgeni dik üçgendir.  $\rightarrow D'DE > 90^\circ$

c)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar üçgendir.  $\rightarrow D'DE > 90^\circ$

d)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar dik üçgendir.  $\rightarrow D'DE > 90^\circ$



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası, [AB] üzerindedir.  $m(\widehat{CDE}) = 30^\circ$ 'dir.  $|D'D| = 15$  cm ve  $|DE| = 10$  cm olduğuna göre  $|D'E|$  kaç cm'dir?

$x^2 = 15^2 + 10^2 \cdot \cos^2 120^\circ$

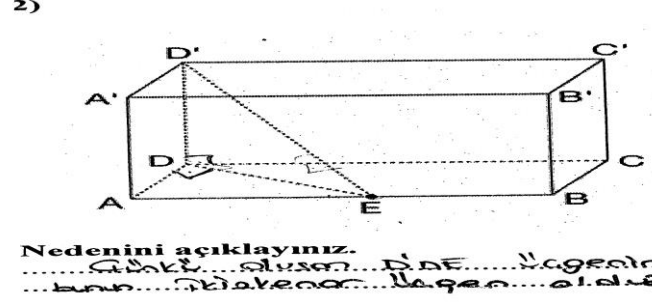
$x^2 = 75$   $\sqrt{75}$

$x = 5\sqrt{3}$

Şekil 59. Ö12 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar

Ö12 öğrencisi  $D'DE$  açısını  $90^\circ$ 'den büyük olarak algıladığı için algı testine yanlış cevap vermiştir. Bu algısını problem testine de yansıtarak  $D'DE$  açısını  $90^\circ$  ve  $30^\circ$  açılarının toplamı olarak  $120^\circ$  şeklinde belirtmiştir. Öğrenci açıyı yanlış belirlemekle birlikte işlemlerinde de yanlış yol izlemiştir. Benzer şekilde Ö13 öğrencisi de her iki teste yanlış cevap vermiştir. Ö13 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

2)



Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası, [AB] üzerindedir. Oluşturulan  $D'DE$  üçgeni için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

a)  $D'DE$  üçgeni eşkenar üçgendir.

b)  $D'DE$  üçgeni dik üçgendir.

c)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar üçgendir.

d)  $D'DE$  üçgeni ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.

Çünkü  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  olduğundan  $D'DE$  üçgeninde  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  olduğundan  $D'DE$  üçgeni ikizkenar üçgendir.

Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası, [AB] üzerindedir.  $m(\widehat{CDE}) = 30^\circ$ 'dir.  $|D'D| = 15$  cm ve  $|DE| = 10$  cm olduğuna göre  $|D'E|$  kaç cm'dir?

$x^2 = 15^2 + 10^2$   $|D'E| = 15\sqrt{2}$

$= 225 + 100$

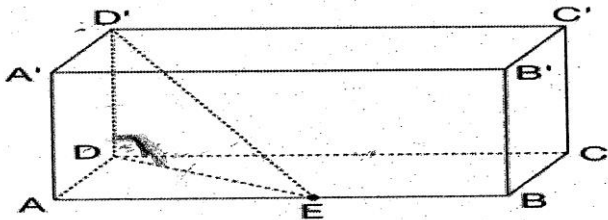
$x^2 = 325$

$x = 18,03$

Şekil 60. Ö13 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar

Ö13 öğrencisi algı testinde görsel algısının etkisiyle iki açıyı dik olarak belirtmiştir. Üçgenin açısını ise geniş açı olarak algıladığı için yanlış cevap vermiştir. Öğrenci bu algısını problem testine de yansıtmıştır. Soruyu çözerken  $90^{\circ}$  ve  $30^{\circ}$  açılarla ayrı ayrı işlemler yapıp bulduğu kenarları toplamıştır. Öğrenci Pisagor teoremi ve özel üçgenlerden yararlanmaya çalışmıştır; ancak soruyu yanlış çözmüştür. Ö13 öğrencisi gibi Ö14 öğrencisi de her iki teste yanlış cevap vermiştir. Ö14 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

2)



Yanda prizma oluşturulmuş hangisi

a)  $D'D'$   
b)  $D'D$   
c)  $D'D'$   
d)  $D'D$

Nedenini açıklayınız:  
a, b ve c. Sıfır yanlıs.

Yanda verilen cisim bir dikdörtgenler prizmasıdır. E noktası,  $[AB]$  üzerindedir.  $m(\widehat{CDE}) = 30^{\circ}$ 'dir.  $|D'D| = 15$  cm ve  $|DE| = 10$  cm olduğuna göre  $|D'E|$  kaç cm dir?

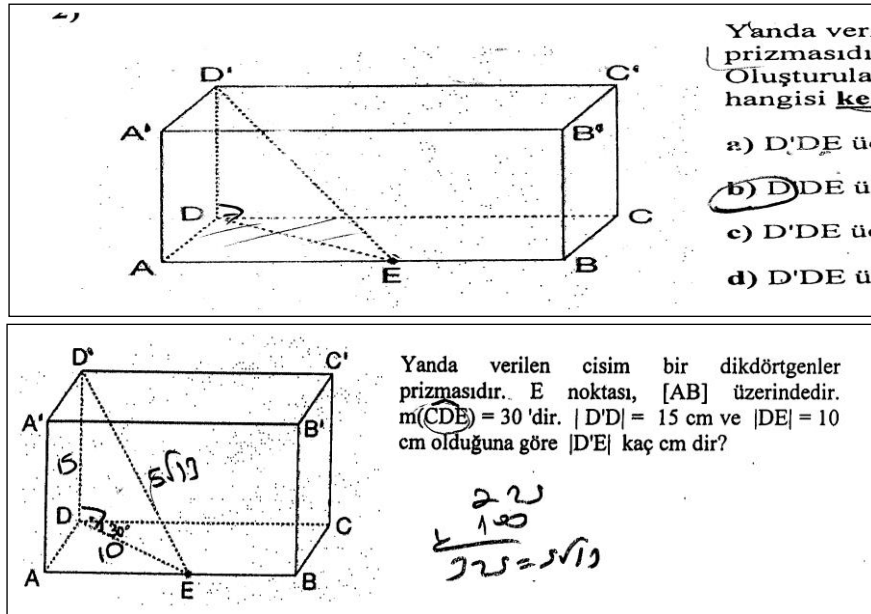
$\frac{1}{2} \sin 30 \cdot 15 \cdot 10$   
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 = 37.5$   
 $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 5$   
 $\frac{1}{2} \cdot 75 = 37.5$

15  
5

25

Şekil 61. Ö14 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar

Ö14 öğrencisi algı testinde üçgenin ikizkenar dik üçgen olduğunu belirtmiştir ancak herhangi bir açıklama yapmamıştır. Üçgenin açısıyla ilgili olarak doğru cevap vermesine rağmen problem testinde bu dik açıyı kullanmamıştır. Algı testindeki açı ile ilgili algısını problem testine yansıtamamıştır. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö8 öğrencisi her iki teste doğru cevap vermiştir. Ö8 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.



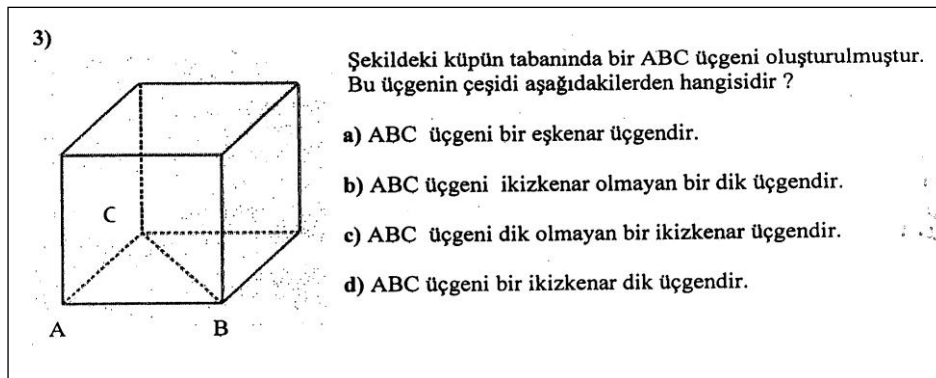
Şekil 62. Ö8 öğrencisinin algı ve problem testinin 2. sorusuna verdiği cevaplar

Ö8 öğrencisi algı testinde üçgenin dik üçgen olduğu cevabını vermiştir. Öğrenci üçgenin açısıyla ilgili bu doğru algısını problem testine de yansıtmıştır. Verilen kenar uzunluklarıyla Pisagor teoremini kullanarak doğru çözüm yolu izlemiştir.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan ikinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin genellikle yanlış algılarına göre işlemler yaptıkları görülmüştür.

#### 4. 1. 2. 3. Algı Testinin Üçüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan üçüncü soru küpün 2B gösteriminde oluşturulan üçgenin çeşidini belirlemeye yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin üçüncü sorusu Şekil 63'te gösterilmiştir.



Şekil 63. Algı testi 3. Soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere dört seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14. Algı Testi 3. Soru

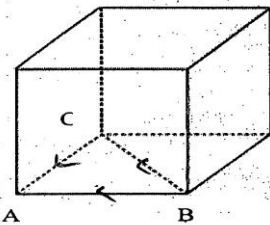
Algı testi	Boş		a		b		c		d*							
	n	%	n	%	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
3. Soru	0	0	15	20,83	3	4,17	7	9,72	n	%	n	%	n	%	n	%
									2	2,78	3	4,17	42	58,33	47	65,28

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 14 incelendiğinde yanlış cevap seçenekleri olan a, b ve c seçeneklerini toplamda 25 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %34,72'lik bir orana karşılık gelmektedir. Diğer 47 öğrenci ise doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 42'si doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin % 58,33'üne karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

ABC üçgeninin eşkenar üçgen olduğunu belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö18 öğrencisi bunun sebebini şu şekilde açıklamıştır.

3)



Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir ?

a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir. ✓

b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.

c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.

d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

**Nedenini açıklayınız.**

*Karenin her kenarı eşit olduğundan tabanında eşit kenarlar oluşmaktadır. 4 kenar eşit kenarlı üçgenlerdir.*

Şekil 64. Ö18 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö18 öğrencisi karenin kenarları eşit olduğu için eşkenar üçgen oluşur şeklinde bir genelleme yapmıştır. Şekil üzerinde de üçgenin bütün kenarlarını eşit olarak göstermiştir. Köşegen kavramından veya üçgenin açılarından hiç bahsetmemiştir. Ö18 öğrencisine benzer şekilde Ö2 öğrencisi de köşegen kavramından bahsetmeden aşağıdaki gibi açıklama yapmıştır.



**Nedenini açıklayınız.**

C noktasından B'ye dik çizgi gelmiştir  
bu yüzden kenarlar eşittir.

Şekil 65. Ö2 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö2 öğrencisi C noktasından B noktasına dik çizgi gelmiştir ifadesini kullanarak köşegen kavramından hiç bahsetmemiştir. Eşkenar üçgen oluşma sebebinin olarak Ö18 öğrencisinden farklı olarak karenin kenarlarının eşitliğine vurgu yapmamıştır. Öğrencinin soruyu çözerken görsel algısının etkili olduğu düşünülebilir; çünkü açıklamasında kavramsal bir bilgi görülmemektedir. Ö18 ve Ö2 öğrencilerinden farklı olarak açıklamasında köşegenden bahseden Ö19 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**

Küpün taban köşegeninden bölündüğünde köşegen  
üçgen çıkar.

Şekil 66. Ö19 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö19 öğrencisi küpün tabanının köşegenden bölündüğünü belirtmiştir. Ancak köşegenden bahsetmesine rağmen oluşan üçgenin eşkenar üçgen olduğunu düşünmüştür. Bu durumda öğrencinin görsel algısının etkili olduğu düşünülebilir. Öğrenci üçgende dik açıyı gösterimde anlayamadığı için üçgenin eşkenar olduğunu düşünmüş olabilir. Bu öğrencilere benzer olarak Ö14 öğrencisi de algı testinde üçgenin eşkenar üçgen olduğu cevabını vermiştir. Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Soruda üçgenin eşkenar olduğunu belirtmişsin. Nedenini açıklar mısın?
- Ö14 : Kenarları eşit diye gördüm. O yüzden eşkenar üçgen.
- Araştırmacı : Yani şu üç kenar birbirine eşittir diyorsun. Peki neden eşit olduğunu düşündün?
- Ö14 : Şekil üzerinden.
- Araştırmacı : Yani şekil üzerinden gördüğün kadarıyla bütün kenarlar birbirine eşittir dedin.
- Ö14 : Evet.
- Araştırmacı : Peki sence bu üçgende bir diklik var mıdır?
- Ö14 : Bu üçgende diklik yoktur. Şuradan çizilirse olur.[üçgenin içinden yükseklik çizer]
- ...
- Araştırmacı : Yani eşkenar olduğu için bütün açıları 60 mı?
- Ö14 : Evet...

Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin üçgenin eşkenar olduğunu düşünmesinde görsel algısının etkili olduğu görülmektedir. Öğrenci kavramsal bilgi kullanmamıştır. Karenin kenarları ve açıları hakkında bir bilgi kullanmadan şekle bakarak cevap vermiştir. Benzer şekilde Ö40 öğrencisi de yine üçgenin eşkenar olduğunu düşünmektedir. Ö40 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Üçgeni eşkenar olarak düşünmüşsün. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö40 : Aslında ben bunu başta eşkenar olarak düşünmüştüm. Çünkü daha sonra kenar uzunluklarını düşününce yani şuradan bir uzunluk çizince köşegenlerinin kenarlarıyla aynı olmadığını düşündüm yani kare olduğu için C den B' ye birleştirdiğimiz zaman eşit olmadığını düşündüm ama şu kenarla şu kenarın [AC ve AB kenarlarını gösterdi] kesin birbirine eşit olduğu ortada.
- Araştırmacı : Yani AC ve AB kenarlarının birbirine eşit ama köşegenin bunlara eşit olmadığını düşünüyorsun.  
 Ö40 : Yani eşit olabilir de olmayabilir de. İlk önce eşkenar üçgendir diye düşünmüştüm daha sonra ikizkenar dik üçgen diye düşündüm. Yani yanıtımlı sorular aslında.
- Araştırmacı : Şuan ne düşünüyorsun peki? İkizkenar dik üçgen mi?  
 Ö40 : Bence öyle.
- Araştırmacı : Peki dik üçgen ise neresi diktir?  
 Ö40 : Şu açı diktir diye düşündüm (C açısını gösterdi). Hayır ama bence eşkenar üçgen.
- Araştırmacı : Son kararın bu mu?  
 Ö40 : Evet.
- Araştırmacı : Peki tüm kenarların eşit olduğunu nasıl anladın?  
 Ö40 : Aslında şekilde de öyle ama kare olduğunu bildiğim için.

Ö40 öğrencisi üçgeni eşkenar üçgen olarak belirtmiştir ama sonradan köşegenin uzunluğunun farklı olduğunu düşünmüştür. Öğrenci cevabını değiştirip doğru cevabı vermesine rağmen yine açıklamasında yanlış cevap vermiştir. Öğrenci A açısını değil C açısını dik açı olarak düşünmüştür. Bu durumda öğrencinin cevabında küpün gösteriminin neden olduğu açı kaybı durumu etkili olmuştur. Çünkü öğrenci kenarlar hakkında doğru bir açıklama yapabirmiştir.

ABC üçgeninin ikizkenar olmayan bir dik üçgen olduğunu belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö20 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

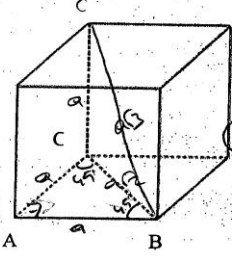
<p>Nedenini açıklayınız.</p> <p><i>BC ≠ AC ve karenin 1 açısı 90° dir        için</i></p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------

Şekil 67. Ö20 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö20 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde ikizkenar üçgen olmamasının nedeni olarak AC ve BC kenarlarının eşit uzunlukta olmadığını ileri sürmüştür. Bununla birlikte karenin açısının  $90^0$  olduğunu da belirtmiştir. Ancak öğrenci kareden bahsetmesine

rağmen AC ve AB kenarlarının uzunluklarını eşit olduğunu düşünememiştir. Öğrencinin hangi açının  $90^\circ$  olduğunu da belirtmemiştir. Ö20 öğrencisinden farklı olarak Ö4 öğrencisi yanlış seçeneği işaretleyerek doğru açıklamalar yapmıştır.

3)



Şekildeki küptün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir ?

a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.  
b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.  
c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.  
d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

**Nedenini açıklayınız.**  
(C, C') kenarına a br dersek |BC| uzunluğu a√2 br  
|BC'| a√2 br olur. bu nedenle sadece dik üçgen  
olduğunu söyleyebiliriz.

Şekil 68. Ö4 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö4 öğrencisi bütün kenar uzunluklarını ve açıları olması gerektiği gibi şekil üzerine yerleştirmesine rağmen yanlış seçeneği işaretlemiştir. Öğrenci CAB açısının dik açı olduğunu da belirtmiştir. Dolayısıyla öğrencinin açı kaybı ile ilgili bir sorunu olmadığı görülmektedir. Öğrencinin açıklaması incelendiğinde C'CB üçgeninin kenar uzunluklarını belirttiği görülmektedir. Öğrenci cevabını verirken bu üçgene dikkat etmiş olabilir.

ABC üçgeninin dik olmayan bir ikizkenar üçgen olduğunu belirten "c seçeneğini" işaretleyen Ö21 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

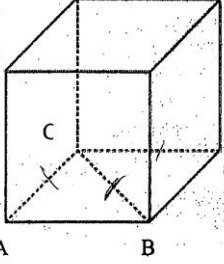
**Nedenini açıklayınız.**  
Bu kenarları dik olduğunu göstermem ama dik değil.

Şekil 69. Ö21 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö21 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde üçgenin dik olmadığını belirttiği görülüyor. Dolayısıyla öğrencinin CAB açısının dik açı olduğunu fark edemediği ve görsel algısına göre cevap verdiği anlaşılmaktadır. Bununla birlikte iki kenarın eşit olduğunu belirtmiştir ancak hangi kenarlar olduğunu belirtmemiştir. Öğrencinin açıklamasında kareden, küpten veya bunların kenarlarının eşitliğinden bahsetmediği de görülmektedir. Bu öğrencinin yaptığı açıklamalarında kavramsal bilgi kullanmadığı anlaşılmaktadır. Ö21

öğrencisine benzer şekilde “c seçeneğini” işaretleyen Ö22 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

3)



Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir ?

a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.

b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.

c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.

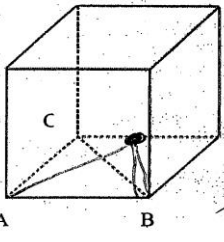
d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

Nedenini açıklayınız.  
ikiz kenar olduğu için

Şekil 70. Ö22 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö22 öğrencisinin algı testi incelendiğinde üçgenin ikizkenar üçgen olduğunu belirttiği görülmektedir. Ancak gösterim üzerinde işaretlediği kenarlar incelendiğinde öğrencinin tamamen görsel algısına dayalı olarak düşündüğü anlaşılmaktadır. Öğrencinin AC ve CB kenarlarını eşit olarak işaretlemesi öğrencinin çözümünde şeklin küp oluşunun hiçbir etkisinin olmadığını göstermektedir. Ö21 ve Ö22 öğrencilerinden farklı olarak açıklamasında şeklin küp olduğunu belirten Ö23 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

3)



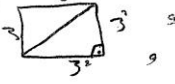
Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir ?

a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.

b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.

c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.

d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.



Nedenini açıklayınız.  
Şeklimiz küp olduğundan dolayı eşkenar olması gerekirdi ancak AC kenarını BC kenarından daha kısadır.

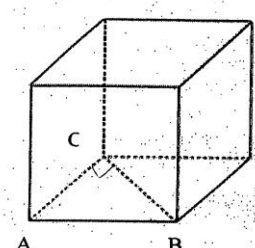
Şekil 71. Ö23 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö23 öğrencisi “a seçeneğini” işaretleyen bazı öğrenciler gibi şeklin küp olmasına üçgenin eşkenar olmasına bir sebep olarak düşünmüştür. Ancak bununla birlikte AC kenarının CB kenarlarından kısa olduğunu fark etmiştir. Ancak gösterim üzerindeki çizimi

incelendiğinde bu kenarların eşit olması için C köşesinin ortada olması gerektiğini düşündüğü anlaşılabilir. Yani öğrenci CAB açısının dik açı olduğunu düşünmemiş ve bu kenarları karşılaştırmamıştır. Bu nedenle de dik olmayan ikizkenar üçgen cevabını vermiştir. Öğrencinin karenin özelliklerini sorunun çözümünde kullanmadığı anlaşılmaktadır.

ABC üçgeninin ikizkenar dik üçgen olduğunu belirten “d seçeneğini” işaretleyen Ö13 öğrencisi bunun sebebini şu şekilde açıklamıştır.

3)



Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir ?

a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.  
 b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.  
 c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.  
 d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

**Nedenini açıklayınız.**  
 Çünkü C noktesi 90° olduğunda bu bir dik üçgen olur.  
 Aynı şekilde gerekli açıları yerleştirildiğinde sonuç aynı  
 olarak çıkarılabilir.

Şekil 72. Ö13 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö13 öğrencisinin doğru seçeneği işaretlemekle birlikte yanlış bir açıklama yaptığı görülmektedir. Öğrencinin CAB açısını değil de ACB açısını dik açı olarak kabul ettiği görülmektedir. Bu durumda öğrencinin görsel algısının etkili olduğu söylenebilir. Çünkü CAB açısında gösterimden kaynaklı açı kaybı durumu yaşanmaktadır. Öğrenci de görsel algısına dayanarak dik açı için daha uygun görünen ACB açısını tercih etmiştir. Öğrencinin çözümünde soruda verilen sözel bilginin etkili olmadığı görülmektedir. Ö13 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Ö13 : İkizkenar olarak düşündüm. Aslında ben şekle bakarak bunu yorumladım. C açısının dik olduğunu düşündüm. Dik olmayanları eledim orda. Şuradan da şu iki kenarın birbirine eşit olduğunu düşündüm[AC ve CB]. O şekilde ikizkenar.
- Araştırmacı : Peki C açısının dik olduğunu nasıl düşündün?
- Ö13 : Geometri bilgilerimden. Biraz da görsel olarak dik gibi görünüyor.
- Araştırmacı : Görsel olarak düşündün demek.
- Ö13 : Ya kareler oluşturuyor ya zaten kare hani bir açısı 90 olduğu için. Aslında şu an görsel olarak bakınca şunun tabanı kare ya acaba yanlış mı yaptım diye düşünüyorum.
- Araştırmacı : Tamamının 90 olacağını mı düşündün şu an?
- Ö13 : Kafam karıştı...

Ö13 öğrencisinin cevabında görsel algısının etkili olduğu yapılan mülakattan da anlaşılmaktadır. Bununla birlikte öğrenci mülakat esnasında karenin dik açılarını

düşününce kafası karışmıştır. Ö13 öğrencisinden farklı olarak Ö24 ve Ö25 öğrencilerinin açıklamalarında kavramsal bilgilerinin etkisi mevcuttur. Ö24 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

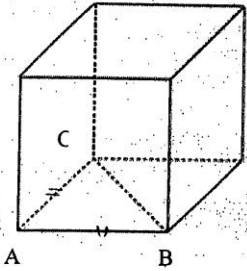
**Nedenini açıklayınız.**

..... Şekil küp olduğundan AC ve AB uzunlukları eşittir.....  
 ..... ABC uzunluğu bir dik kenarın ortodur. Bu nedenle şekil.....  
 ..... P.k.z. kenarın ortodur.....

Şekil 73. Ö24 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö24 öğrencisi şeklin küp olduğu bilgisini kullanarak AC ve AB kenarlarının eşit olduğunu belirtmiştir. Ancak açıklamasında üçgenin açılarından bahsetmediği için eksik bir açıklama yaptığı söylenebilir. Bu soruyla ilgili tam açıklama yapabilen Ö25 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

3)



Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Bu üçgenin çeşidi aşağıdakilerden hangisidir ?

a) ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir.  
 b) ABC üçgeni ikizkenar olmayan bir dik üçgendir.  
 c) ABC üçgeni dik olmayan bir ikizkenar üçgendir.  
 d) ABC üçgeni bir ikizkenar dik üçgendir.

**Nedenini açıklayınız.**

..... Küpün her yüzeyi kareli kenarları bütün kenarları eşittir.....  
 ..... köşegen uzunluğu ise bir kenarın 2 katıdır. Yani oluşan üçgen 90°'lik bir açıdır.  
 Ayrıca kenar bütün açıları 90° olduğu için şekil "iki kenar dik üçgen" dir.

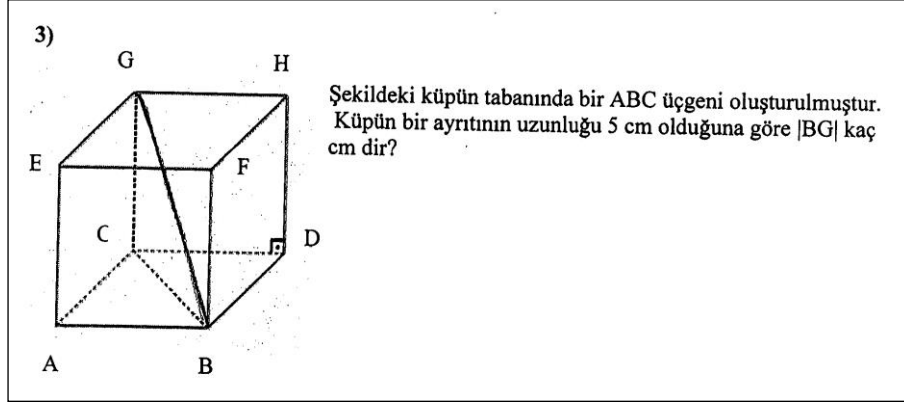
Şekil 74. Ö25 öğrencisinin algı testinin 3. sorusuna verdiği cevap

Ö25 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde, bütün kavramsal bilgileri kullandığı görülmektedir. Küpün ve karenin kenar ve açı özelliklerini, gösterimden kaynaklanan açı kaybı gibi durumlara dikkat etmeden cevabına yansıtmıştır.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan üçüncü soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerden bazılarının sadece görsel algılarına göre cevap verdikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise açıklamalarında kavramsal bilgi kullanmalarına rağmen yine görsel algılarına göre cevap verdikleri belirlenmiştir.

#### 4. 1. 2. 4. Problem Testinin Üçüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin küpün içinde oluşturulan üçgenlerin açıları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığına belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin üçüncü sorusu Şekil 75'te gösterilmiştir.



Şekil 75. Problem testi 3. soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 15'te sunulmuştur.

Tablo 15. Problem Testi 3. Soru

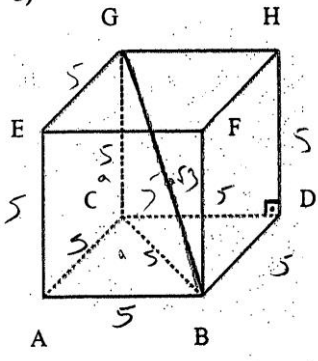
Problem T.	0		1		2	
	n	%	n	%	n	%
3. Soru	23	31,94	2	2,78	47	65,28

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 23 öğrenci bulunmaktadır. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen 2 öğrenci bulunmaktadır. Geri kalan 47 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

Her iki teste de yanlış cevaplar veren 18 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**  
 Karenin her kenarı eşit olduğundan tabandaki eşit kenarlar  
 olduğundan 45° eş kenar üçgenlerdir.

Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur.  
 Küpün bir ayrıntının uzunluğu 5 cm olduğuna göre  $|BG|$  kaç  
 cm dir?



$|GC|$  ile  $|CB|$  eşittir. bu nedenle  $(|a|) (a) (a\sqrt{3})$  olur,

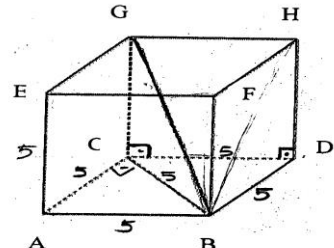
$|BG| = 5\sqrt{3}$  cm dir.

Şekil 76. Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 3. sorusuna verdiği cevaplar

Ö18 öğrencisi algı testinde karenin içinde çizilen üçgenin eşkenar olacağı şeklinde bir genelleme yaparak cevap vermiştir. Öğrenci bu algısını problem testine de yansıtmiş ve tabandaki ABC üçgenini eşkenar üçgen olarak düşünmüştür. Yani CAB açısını dar açı olarak düşünmüştür. Öğrenci aynı zamanda GCB açısını da dik açı olarak düşünmemiştir. Öğrenci açıyı yine görsel algısı etkisiyle geniş açı olarak düşünmüştür. Ö18 öğrencisinin 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu açı kaybı durumu ile ilgili yanlış algılarının olduğu görülmektedir. Öğrenci bu algılarını problem testine de yansıtmıştır. Ö18 öğrencisinden farklı olarak Ö13 öğrencisi algı testinde doğru cevabı işaretleyip problem testinde yanlış cevap vermiştir. Ö13 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**  
 Çünkü C noktası 90° olduğundan bu bir eşik üçgenidir.  
 Yine aynı şekilde gerekli açıları yerleştirildiği zaman bunun  
 İkikener üçgen olduğu anlaşılır.

Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur.  
 Küpün bir ayrıntının uzunluğu 5 cm olduğuna göre  $|BG|$  kaç  
 cm dir?  
 $|BG| = 5\sqrt{3}$



Şekil 77. Ö13 öğrencisinin algı ve problem testinin 3. sorusuna verdiği cevaplar

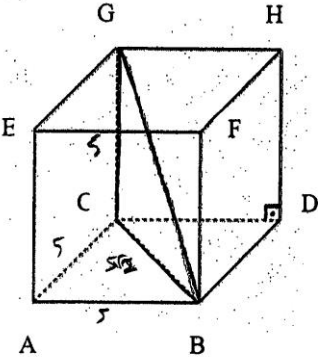


Ö13 öğrencisi algı testinde doğru cevabı işaretlemesine rağmen yanlış açıklama yapmıştır. Öğrenci üçgenin C açısını dik açı olarak belirtmiştir. Bu algısını problem testine de yansıtarak soruyu yanlış çözmüştür. Öğrenci ABC üçgenini dik üçgen olarak düşünmesine rağmen kenarlarına bakıldığında eşkenar üçgen olarak görülmektedir. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö24 öğrencisi her iki teste de doğru cevaplar vermiştir. Ö24 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**

.....  
 ..... Şekildeki küpün tabanında ABC üçgeni oluşturulmuştur. (A.C. ve A.B. uzunlukları eşittir.)  
 ..... |BC| uzunluğu bu küpün kenarından farklıdır. Bu nedenle |BC|  
 ..... |BC| kenar değildir.

3)



Şekildeki küpün tabanında bir ABC üçgeni oluşturulmuştur. Küpün bir ayrıntının uzunluğu 5 cm olduğuna göre  $|BG|$  kaç cm dir?

(50)

Şekil 78. Ö24 öğrencisinin algı ve problem testinin 3. sorusuna verdiği cevaplar

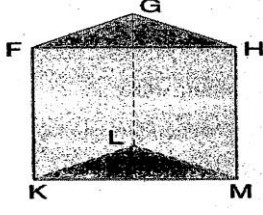
Ö24 öğrencisi algı testinde üçgenin kenarları ve açıları hakkında doğru açıklamalar yapmıştır. Öğrenci bu algısını problem testine de yansıtmış ve hem ABC hem de GCB üçgenlerinde dik açıları kullanmıştır.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan üçüncü soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin genellikle hatalı algılarına göre işlem yaptıkları görülmüştür.

#### 4. 1. 2. 5. Algı Testinin Altıncı Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan altıncı soru üçgen prizmanın 2B gösteriminde açıların belirlenmesine yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin altıncı sorusu Şekil 79'da gösterilmiştir.

6)



Yandaki üçgen prizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) KLG ve MLG açıları geniş açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

b) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı ise toplamı 360 derecedir.

c) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı bilinmemektedir.

d) KLG, MLG ve KLM açılarının üçü de 90 dir.

**Nedenini açıklayınız.**

.....

.....

.....

Şekil 79. Algı testi 6. soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere dört seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16. Algı Testi 6. Soru

Algı testi	Boş		a		b		d		c*							
	n	%	n	%	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
Soru	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
6.	4	5,55	17	23,61	4	5,55	10	13,89	7	9,72	3	4,17	27	37,5	37	51,39

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 16 incelendiğinde yanlış cevap seçenekleri olan a, b ve d seçeneklerini toplamda 31 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %43,06'lık bir orana karşılık gelmektedir. Diğer 37 öğrenci ise doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 27'si doğru açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %37,5'ine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik açıklamalı cevaplar vermişlerdir.

KLG ve MLG açılarının geniş açı ve toplam açının  $360^{\circ}$  olduğunu belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö26 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Yandaki üçgen prizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) KLG ve MLG açıları geniş açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

b) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

c) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı bilinmemektedir.

d) KLG, MLG ve KLM açılarının üçü de 90 dir.

Nedenini açıklayınız.  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Şekil 80. Ö26 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö26 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde bir tam açının  $360^{\circ}$  olduğunu belirttiği görülmektedir. Şekil üzerinde de bu şekilde bir çizim yapmıştır. Aynı zamanda öğrencinin KLG ve MLG açılarının geniş açı olduğunu düşünmesinde görsel algısı etkili olmuştur. Ö26 öğrencisine benzer şekilde Ö18 öğrencisinin cevabında da görsel algısı etkili olmuştur. Ö18 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Şekil 81. Ö18 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö18 öğrencisi açıların toplamının  $360^{\circ}$  olmak zorunda olduğunu belirtmiştir. Yaptığı çizimde de tam açı olduğunu göstermiştir. Öğrencinin görsel algısına dayalı olarak cevap verdiği görülmektedir. Ö18 ve Ö26 öğrencilerinden farklı olarak Ö3 öğrencisi açıklamasında üç açıyı ayrı ayrı düşünerek cevap vermiştir. Ö3 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Şekil 82. Ö3 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö3 öğrencisinin cevabı incelendiğinde KLG ve MLG açılarının dik olma durumunu düşündüğü ancak toplamda  $360^{\circ}$  olma durumuna uymadığını belirttiği görülmektedir. Bu

öğrenci de diğer öğrenciler gibi açıları iki boyutlu olarak düşünmüştür. Öğrencinin cevabında görsel algısı etkili olmuştur. Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir.

- Ö3 : Ben burada ne düşündüm. Burası 3600 olacak ya dik olursa burası da dik 2700 oluyor yani üçü de dik olursa 2700 oluyor o yüzden d'yi eledim. Sonra bunlar kesin eşittir dedim üçgen prizma olduğu için. [KL ve LM doğru parçalarını gösterir].
- Araştırmacı : Neden eşit olduğunu düşündün?
- Ö3 : Pardon, ben oralara eşit demedim. Ben şuranın kesin dik olduğunu biliyordum.
- Araştırmacı : Hangisinin?
- Ö3 : Şu KLM açısının.
- Araştırmacı : KLM açısının kesin dik olduğunu düşünüyorsun.
- Ö3 : Evet. Hepsi dik olmaz o kesin. İki açı bilinince diğeri bulunur. KLG ve MLG açılarını bilince KLM açısını da bulabilirsin zaten o yüzden "c"yi de eledim. "b"yi niye elediğimi söylersem burası da 1800 olmaz diye düşündüm. 900, 900 olunca oraya 1800 kalıyor. "a" dedim o yüzden.

Ö3 öğrencisinin verdiği cevaplar incelendiğinde öğrencinin seçenekleri eleyerek seçim yaptığı görülmektedir. Seçenekleri elerken öğrencide açıların toplamının  $360^0$  olması gerektiği düşüncesi mevcuttur. Ayrıca öğrenci KLM açısının kesin olarak  $90^0$  olacağını düşünmektedir. Bu düşüncelerinden dolayı en uygun seçenek olan "a seçeneğini" işaretlemiştir. Öğrencinin açılarla ilgili yanlış algılarını olduğu görülmektedir. Bu öğrencilere benzer olarak Ö14 öğrencisi de "a seçeneğini" işaretlemiştir. Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Açıların geniş ve toplamlarının 3600 olduğunu belirtmişsin.
- Ö14 : Ben "a" demişim. Kesinlikle demiş.
- Araştırmacı : Ne düşündün peki?
- Ö14 : Açıları ben geniş açı olarak gördüm.
- Araştırma : Nasıl yani?
- Ö14 : Yani tamamı geniş görünüyor.
- Araştırmacı : Peki üçgen prizma nasıl bir şekildir? Yani şu masanın üzerinde olsa nasıl olurdu?
- Ö14 : Tabanda üçgen olur üstte de üçgen olur yanlarda dik olur.
- Araştırmacı : Tamam. Şekildeki geniş açı mı?
- Ö14 : Evet...

Ö14 öğrencinin cevapları incelendiğinde aslında üçgen prizma şeklinin nasıl olduğunu bildiği; ancak soruya cevap verirken görsel algısının etkili olduğu anlaşılmaktadır.

KLG ve MLG açılarının dik açı ve toplam açının  $360^0$  olduğunu belirten "b seçeneğini" işaretleyen Ö21 ve Ö27 öğrencilerin açıklamaları aşağıdaki gibidir.

<p><b>Nedenini açıklayınız.</b></p> <p>..... Bu ile b'ye y'den y'den ..... ve ..... olmuştur.....</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------

Şekil 83. Ö21 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Yandaki üçgen prizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi **keskinlikle** doğrudur?

a) KLG ve MLG açıları geniş açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

b) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

c) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı bilinmemektedir.

d) KLG, MLG ve KLM açılarının üçü de 90'dir.

Nedenini açıklayınız.  
Prizma keskinlikte

Şekil 84. Ö27 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö21 ve Ö27 öğrencilerinin işaretledikleri seçeneklere göre KLG ve MLG açılarını dik açı olduğunu düşünebildikleri anlaşılmaktadır. Ancak öğrencilerin açıların toplamını düşünürken iki boyutlu olarak düşündükleri görülmektedir.

KLG, MLG ve KLM açılarının dik açı olduğunu belirten “d seçeneğini” işaretleyen Ö28 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  
Dik prizmadır.

Şekil 85. Ö28 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö28 öğrencisinin şeklin dik prizma olmasıyla açıların dik olması arasında bir ilişki kurarak cevap verdiği görülmektedir. Öğrenci dikdörtgen, kare prizmalar gibi bu prizmanın da tüm açılarının dik olacağını düşünerek genelleme yapmıştır. Öğrencinin cevabında kavramsal bilgisi etkili olmuştur. Ancak yanlış bir genelleme yaparak soruya yanlış cevap vermiştir. Ö28 öğrencisine benzer olarak Ö29 öğrencisi de KLM açısını dik açı olarak genellemiştir. Ö29 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Yandaki üçgen prizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi **keskinlikle** doğrudur?

a) KLG ve MLG açıları geniş açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

b) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

c) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı bilinmemektedir.

d) KLG, MLG ve KLM açılarının üçü de 90'dir.

Nedenini açıklayınız.  
hepsi dik keskinlikte

Şekil 86. Ö29 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö29 öğrencisi prizmanın yan yüzlerinin dikdörtgenlerden oluştuğu bilgisini kullanmıştır; ancak tabandaki üçgenin dik üçgen olması ile ilgili soruda bir bilgi verilmemesine rağmen öğrenci böyle bir genelleme yapmıştır. Ö28 ve Ö29 öğrencilerinden farklı olarak Ö30 öğrencisi gösterimi verilen şekli hayal ettiğini belirterek cevap vermiştir. Ö30 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

<p><b>Nedenini açıklayınız.</b></p> <p>3. bayatlı bir cisimdir. Duvanın kenarlarını düşünüyordum. 90° açıyı düşünüyordum. 90° açıyı düşünüyordum. kabul edilmez.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

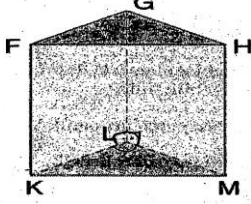
Şekil 87. Ö30 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö30 öğrencisinin cevabı incelendiğinde, cismi hayal etmeye çalıştığı görülmektedir. Ancak KLM açısının da dik açı olduğunu düşünmesi diğer öğrenciler gibi genelleme yaptığını göstermektedir. Bu öğrencilere benzer şekilde Ö40 öğrencisi de “d seçeneğini” işaretlemiştir. Ö40 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Soruyu boş bırakmışsın.  
 Ö40 : Onun hakkında yorum yürütemedim açıkçası yapamadım.  
 Araştırmacı : Üçgen prizma nasıl bir şekildir?  
 Ö40 : Tabanda bir üçgen var kenarlarda dikdörtgen veya kare. [seçenekleri okuyor]. Ben KLM açısını 900 olarak düşündüm.  
 Araştırmacı : Peki şu açılar için ne düşünüyorsun? [KLG ve MLG açılarını gösterir].  
 Ö40 : Yani düşününce oralarda dik.  
 Araştırmacı : O zaman üçünün de 900 olduğunu düşünüyorsun.  
 Ö40 : Evet.  
 Araştırmacı : Peki dik olarak düşünmenin nedeni ne?  
 Ö40 : Şimdi nerden düşündüm. Şekilden tamamen gittim. Aslında şekilden gitmek çok mantıklı olmayabilir ama verilen şekil üzerinden düşününce şu kenarlar birbirine eşit gibi gözüküyor [KL ve ML]. Bunun üzerine iki eşit parçanın kesiştiği yer 900'dir diye düşündüm ve şuralar kare gibi gözüküyor ya şu açılar da 900'dir [ KLG ve MLG]. Şu kenarları tahmin edemedim ama kesinlikle KLM açısı 900'dir.  
 Araştırmacı : Şekil üzerinden gördüğün kadarıyla 900'dir yani.  
 Ö40 : Evet.

Ö40 öğrencisinin verdiği cevaplar incelendiğinde KLM açısını dik açı olarak düşündüğü görülmektedir. Bu algısında ise KL ve LM doğru parçalarının eşit görünmesini neden olarak belirtmiştir. Yan yüzlerin ise dikdörtgen veya kare olacağını düşündüğü için dik olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin cevabında hem görsel algısını hem de kavramsal bilgisi etkili olmuştur. Ancak görsel algısı yanlış cevap vermesine neden olmuştur.

KLG ve MLG açılarının dik açı ve KLM açısının bilinmediğini belirten “c seçeneğini” işaretleyen Ö6 öğrencisi bunun sebebinin aşağıdaki gibi açıklamıştır.



Yandaki üçgen prizma ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

a) KLG ve MLG açıları geniş açı olup KLM açısı ile toplamı 360 derecedir.

b) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı ise toplamı 360 derecedir.

c) KLG ve MLG açıları dik açı olup KLM açısı bilinmemektedir.

d) KLG, MLG ve KLM açılarının üçü de 90 dir.

Nedenini açıklayınız.

*Üçgenin dik olduğundan dolayı KLG ve MLG 90°'dir.*

Şekil 88. Ö6 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö6 öğrencisi KLG ve MLG açılarının dik açı olduğunu belirtmesine ve şekil üzerinde çizmesine rağmen KLM açısının bilinmemesine ilişkin bir açıklama yapmadığı için eksik açıklama yaptığı söylenebilir. Ö31 öğrencisi Ö6 öğrencisinden farklı olarak KLM açısının bilinmemesine ilişkin açıklama yapmıştır. Ö31 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.

*Üçgen prizmanın yan yüzleri dikdörtgen olduğundan dolayı bu yüzlerden m(KLG) ve m(MLG) 90°'dir. Bu açıların m(KLM) ile toplamı 360 olacaktır. Çünkü KLM 180°'dir. Yani KLM üçgeni herhangi bir üçgen olabilir. Bu yüzden m(KLM) bilinmemektedir.*

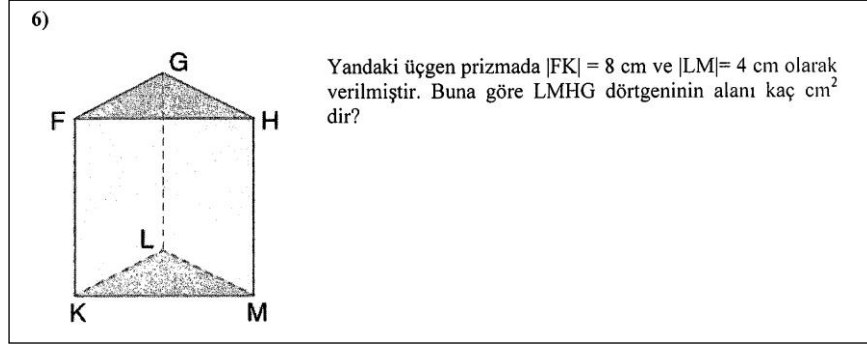
Şekil 89. Ö31 öğrencisinin algı testinin 6. sorusuna verdiği cevap

Ö31 öğrencisi yan yüzlerin dikdörtgen olduğunu ve KLM üçgeninin ise herhangi bir üçgen olabileceğini belirterek doğru bir açıklama yapmıştır. Öğrenci soruyu çözerken kavramsal bilgisini kullanmıştır.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan altıncı soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin bazılarının soruda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin açıklamalarında kavramsal bilgi kullanmalarına rağmen görsel algılarına göre cevap verdikleri ya da kavramlar hakkında yanlış bilgilere sahip oldukları belirlenmiştir.

#### 4. 1. 2. 6. Problem Testinin Altıncı Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin üçgen prizmanın açıları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığının belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin altıncı sorusu Şekil 90'da gösterilmiştir.



Şekil 90. Problem testi 6. soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 17'de sunulmuştur.

Tablo 17. Problem Testi 6. Soru

Problem T.	0		1		2	
6. Soru	n	%	n	%	n	%
	21	29,17	2	2,78	49	68,05

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 21 öğrenci olduğu görülmektedir. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen 2 öğrenci bulunmamaktadır. Geri kalan 49 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

Her iki teste de yanlış cevap veren Ö18 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**

KLG ile MGH esden genis. as. dir.  
ve LLM ile LMG. 360° almak zorunda.

Yandaki üçgen prizmada  $|FK| = 8$  cm ve  $|LM| = 4$  cm olarak verilmiştir. Buna göre LMHG dörtgeninin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

Alan  

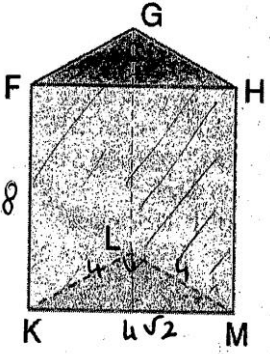
$$\frac{\text{taban} \times \text{yük.}}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ dir.}$$

Şekil 91. Ö18 öğrencisinin algı ve problem testinin 6. sorusuna verdiği cevaplar



Ö18 öğrencisinin algı testinde KLG ve MLG açılarının geniş açı ve toplamlarının  $360^\circ$  olduğunu belirterek yanlış cevap verdiği görülmektedir. Problem testindeki çözümü incelendiğinde ise dörtgenin alanı sorulmasına rağmen üçgen alan formülünü kullandığı görülmektedir. Ayrıca öğrencinin tabandaki üçgeni eşkenar üçgen olarak kabul ettiği gibi birçok yanlılığı görülmektedir. Algı testinde verdiği cevabın aksine yükseklik olarak LM uzunluğunu kabul etmesi de dikkat çekmektedir. Ö18 öğrencisine benzer olarak Ö3 öğrencisi de her iki teste yanlış cevap vermiştir. Ö3 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız. KLG MLG dik olursa KLM'ye  $180^\circ$  dır. Bu yüzden a seçeneğini olu.



Yandaki üçgen prizmada  $|FK| = 8$  cm ve  $|LM| = 4$  cm olarak verilmiştir. Buna göre LMHG dörtgeninin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

Toplam Üçgen Prizma - Dik Üçgen  
2  
formülü ile

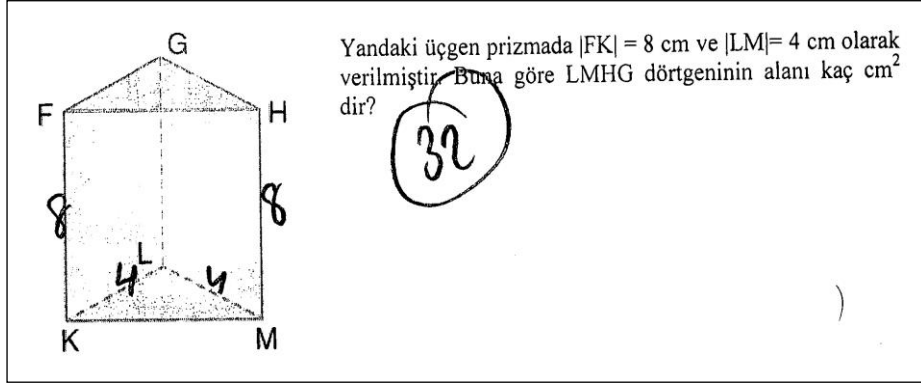
Şekil 92. Ö3 öğrencisinin algı ve problem testinin 6. sorusuna verdiği cevaplar

Ö3 öğrencisi algı testinde "a seçeneğini" işaretlemesinin nedenini açıklarken toplamlarının  $360^\circ$  olması gerektiğini belirtmiştir. Problem testindeki çözümü incelendiğinde öğrencinin KL ve LM uzunluklarını eşit ve KLM açısını dik açı olarak kabul ettiği görülmektedir. Ayrıca öğrencinin yazdığı formül incelendiğinde öğrencinin şekli 2B olarak düşündüğü anlaşılabilir. Öğrenci düzlemsel olarak düşündüğü şeklin alanından üçgenin alanını çıkarıp ikiye bölmeye çalışmış gibi görünmektedir. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö6 öğrencisi algı testinde doğru ama yetersiz açıklamalı cevap vererek problem testinde doğru cevabı bulmuştur. Ö6 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız. Tabandan dik indiyimden dolayı KLG ve MLG  $90^\circ$  dır.

Şekil 93. Ö6 öğrencisinin algı ve problem testinin 6. sorusuna verdiği cevaplar

Şekil 93'ün devamı

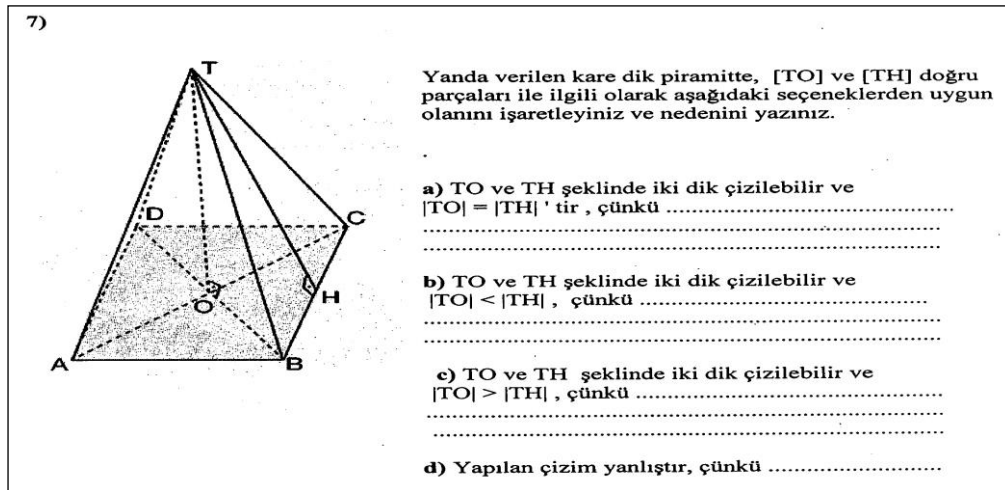


Ö6 öğrencisi algı testinde doğru cevap vermiştir; ancak KLM açısının bilinmemesini açıklamamıştır. Bununla birlikte problem testine verdiği cevap incelendiğinde KL ve LM kenarlarının uzunluklarını eşit kabul ederek hata yaptığı görülmektedir. Öğrenci alan hesabında ise doğru cevabı bulmuştur.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan altıncı soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Hatalı algıları olan öğrencilerin çoğunun yanlış işlemler yaptıkları veya cismi düzlemsel olarak düşündükleri belirlenmiştir.

#### 4. 1. 2. 7. Algı Testinin Yedinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan yedinci soru kare dik piramit üzerinde iki farklı dik doğru parçasının uzunluklarının karşılaştırılmasına yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin yedinci sorusu Şekil 94'te gösterilmiştir.



Şekil 94. Algı testi 7. soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere dört seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 18'de verilmiştir.

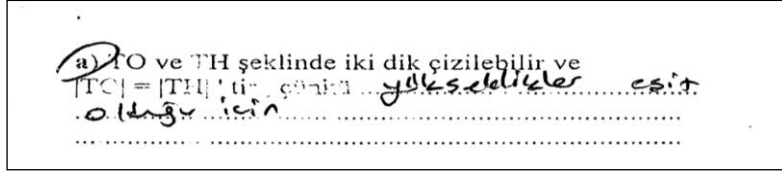
Tablo 18. Algı Testi 7. Soru

Algı testi	Boş		a		c		d		b*							
	n	%	n	%	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
7. Soru	2	2,78	6	8,33	3	4,17	8	11,11	8	11,11	10	13,89	35	48,61	53	73,61

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

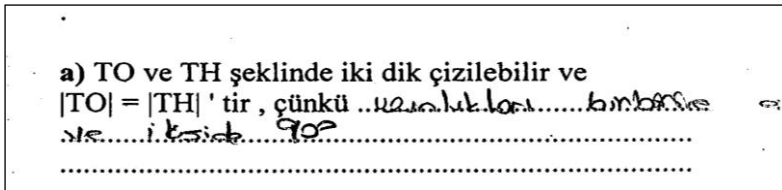
Tablo 18 incelendiğinde yanlış cevap seçenekleri olan a, c ve d seçeneklerini toplam 17 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %23,61'lik bir orana karşılık gelmektedir. Geri kalan 53 öğrenci doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 35'i doğru açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %48,61'ine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

TO ve TH diklerinin çizilebileceğini ve  $|TO|=|TH|$  olduğunu belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö35 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



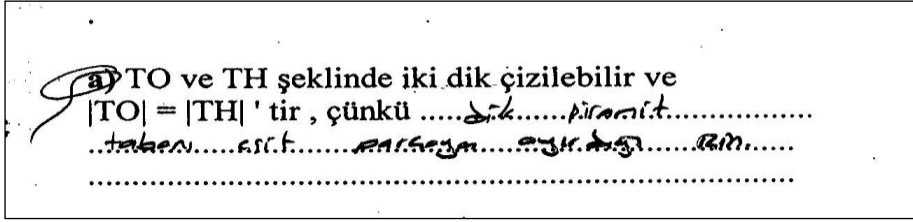
Şekil 95. Ö35 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar

Öğrencinin açıklaması incelendiğinde yüksekliklerin eşit olduğunu belirttiği görülmektedir. Yüksekliklerin eşit olacağı şeklinde bir genelleme yaparak soruya cevap vermiştir. Ö35 öğrencisine benzer olarak Ö36 öğrencisi de uzunlukların birbirine eşit olduğunu ifade etmiştir. Ö36 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 96. Ö36 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

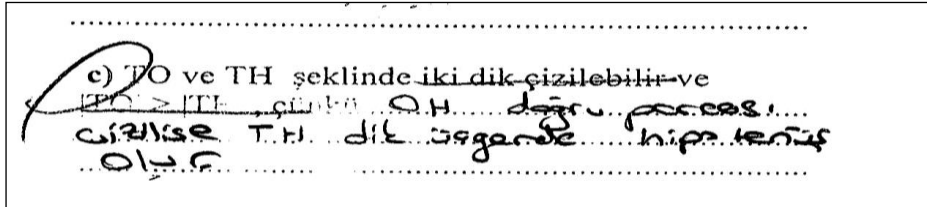
Ö36 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde iki açının dik olduğunu ve uzunlukların da eşit olduğunu belirttiği görülmektedir. Öğrencinin verdiği cevapta görsel algısı etkili olmuş olabilir. Öğrencinin açıklamasına göre açılar eşit olduğu için kenarların da eşit olacağını düşünmüş olabilir. Açıklamasında piramidin yüksekliği ve yanal yüz yüksekliği ifadeleri yer almamaktadır. Ö36 öğrencisine benzer şekilde Ö37 öğrencisinin açıklamasında da bu ifadelere rastlanmamaktadır. Ö37 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 97. Ö37 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

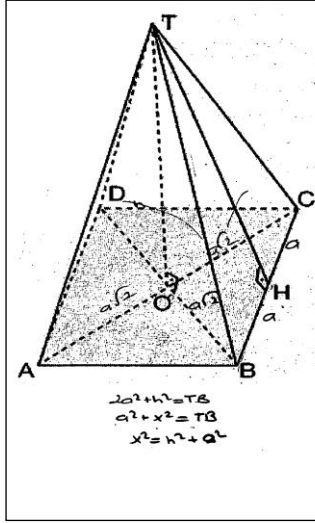
Ö37 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde dik piramidin tabanı eşit parçalara ayırdığı ifadesi görülmektedir. Öğrenci bu eşitlikten dolayı dik doğru parçalarının eşit uzunlukta olacağı şeklinde bir yorum yapmıştır.

TO ve TH diklerinin çizilebileceğini ve  $|TO| > |TH|$  olduğunu belirten “c seçeneğini” işaretleyen Ö32 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



Şekil 98. Ö32 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Ö32 öğrencisi O ve H noktalarını birleştirip dik üçgen oluşturmayı düşünmesine rağmen yanlış cevap seçeneğini işaretlemiştir. Öğrenci TH doğru parçasının hipotenüs olacağını da belirtmiştir. Ancak doğru açıklamalara rağmen yanlış seçeneği işaretlemiştir. Öğrencinin cevabında kavramsal bilgisinin etkili olduğu görülmektedir. Ö32 öğrencisine benzer şekilde Ö26 öğrencisi de “c seçeneğini” işaretlemiştir. Ö26 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Yanda verilen kare.dik piramitte, [TO] ve [TH] doğru parçaları ile ilgili olarak aşağıdaki seçeneklerden uygun olanını işaretleyiniz ve nedenini yazınız.

a) TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO| = |TH|$  'tir , çünkü .....

b) TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO| < |TH|$  , çünkü .....

c) TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO| > |TH|$  , çünkü .....

d) Yapılan çizim yanlıştır, çünkü .....

Şekil 99. Ö26 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Öğrenci TOB ve THB dik üçgenlerinde ayrı ayrı Pisagor bağıntısını kullanarak bir denklem elde etmiştir. Ancak denklemini doğru yazmasına rağmen yanlış seçeneği işaretlemiştir. Öğrenci OH doğru parçasını çizmeyi düşünememiştir. Bunun yerine iki farklı üçgende Pisagor teoremi uygulamıştır. Öğrenci gösterimden ziyade işlemsel bilgisini kullanarak soruya cevap vermiştir.

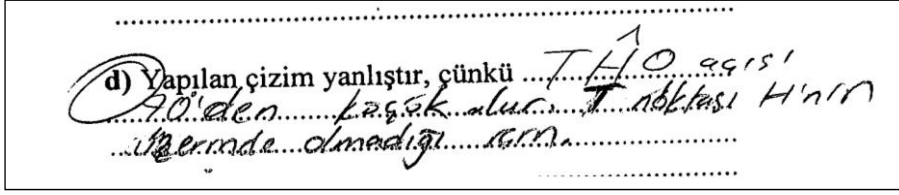
TO ve TH diklerinin çizilemeyeceğini belirten “d seçeneğini” işaretleyen Ö19 öğrencisi bunun sebebini şu şekilde açıklamıştır.

.....

d) Yapılan çizim yanlıştır, çünkü .....  
 b.i.c. kare dik piramit d. epil.

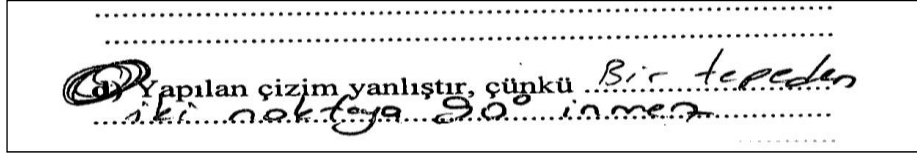
Şekil 100. Ö19 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Ö19 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde kare dik piramidin düzgün olmadığını belirttiği görülmektedir. Öğrencinin bu cevabında görsel algısının etkili olduğu anlaşılmaktadır. Soruda verilen sözel bilgileri kullanmadan soruya cevap vermiştir. Ö19 öğrencisine benzer olarak Ö38 öğrencisi de görsel algısına dayalı olarak açıklama yapmıştır. Ö38 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 101. Ö38 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Ö38 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde THO açısının dik açı olamayacağını belirttiği görülmektedir. Öğrenci TH doğru parçası eğik olduğu için diğer bir ifadeyle tepe noktası H noktasıyla aynı hizada olmadığı için dar açı olması gerektiğini düşünmektedir. Benzer şekilde Ö23 öğrencisi de “d seçeneğini” işaretlemiştir. Ö23 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 102. Ö23 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Ö23 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde bir noktadan iki farklı noktaya dik çizilemeyeceğini düşündüğü görülmektedir. Öğrencinin iki boyutlu olarak düşündüğü anlaşılmaktadır.

Bu öğrencilere benzer şekilde Ö3 öğrencisi de “d seçeneğini” işaretlemiştir. Ö3 öğrencisi ile yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Bu soruda çizilemez demişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö3 : Evet çizilemez dedim. Bana orası yanlış geldi dik kesişmezler diye düşündüm.  
 Araştırmacı : Hangisi dik kesişmez sence?  
 Ö3 : Bence şu TO dik inmez diye düşündüm.  
 Araştırmacı : Neden öyle düşündün peki?  
 Ö3 : Dik görünmüyor çünkü.  
 Araştırmacı : Peki TH dik midir?  
 Ö3 : O da dik değildir bence çünkü kenarlara dik geliyor mu bilmiyorum.

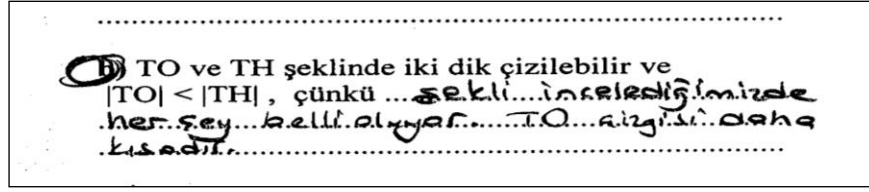
Ö3 öğrencisinin cevapları incelendiğinde görsel algısının etkili olduğu görülmektedir. Öğrenci iki doğru parçasının da dik olamayacağını düşünmektedir. Öğrencinin bu algısında gösterimde açılarının dik görünmemesi etkili olmuştur. Açıklamalarında kavramsal bir bilgi görülmemektedir. Ö3 öğrencisine benzer şekilde “d seçeneğini” işaretleyen Ö44 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Soruda çizilemez demişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö44 : Ben iki tane dik çizilemez diye düşünüyorum. Bir tane olabilir ama iki tane olmaz öyle olsa bile birbirlerine yakınlar. Olmaz yani bence iki tane.

- Araştırmacı : Birbirlerine yakın oldukları için mi?  
 Ö44 : Evet yakın iki dik olmaz.  
 Araştırmacı : Kare dik piramitte iki tane dik çizilemez diye düşünüyorsun o zaman.  
 Ö44 : Kare dik piramitte yani bence iki tane dik olmaz...

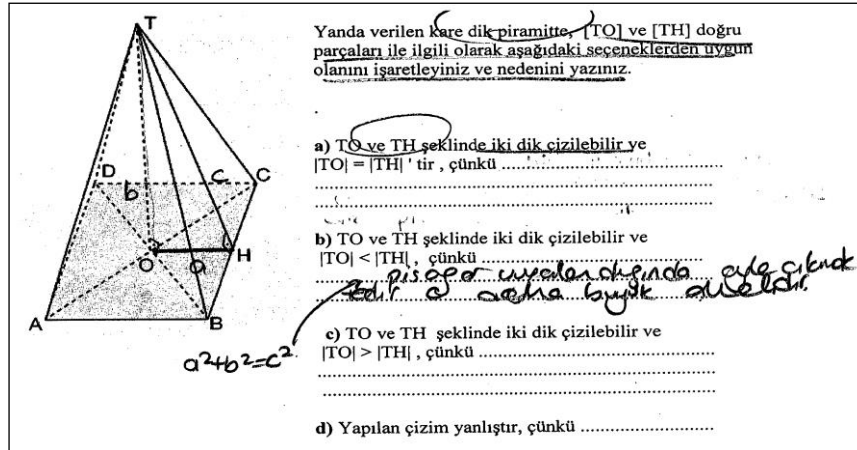
Ö44 öğrencisinin verdiği cevaplar incelendiğinde şekildeki gibi birbirine yakın iki dik olamayacağını düşündüğü görülmektedir. Öğrencinin bu cevabında görsel algısının etkili olduğu düşünülebilir.

TO ve TH diklerinin çizilebileceğini ve  $|TO| < |TH|$  olduğunu belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö1 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.



Şekil 103. Ö1 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

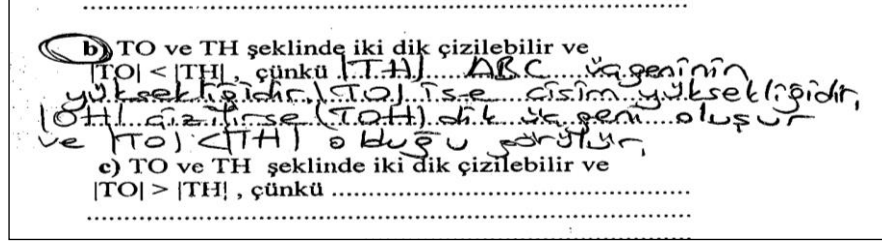
Ö1 öğrencisi TO doğru parçasının daha kısa olduğunun şekilden belli olduğunu ifade etmiştir. Öğrenci açıklamasında TOH dik üçgeninden veya Pisagor teoreminden bahsetmemiştir. Öğrencinin doğru cevap vermesine rağmen bu durumla ilgili yeterli açıklama yapmadığı söylenebilir. Ö1 öğrencisinden farklı olarak Ö6 ve Ö39 öğrencileri TOH dik üçgeninden bahsederek açıklama yapmışlardır. Ö6 öğrencisi aşağıdaki gibi açıklama yapmıştır.



Şekil 104. Ö6 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Ö6 öğrencisi TOH dik üçgenini oluşturarak Pisagor teoremini kullanarak soruya açıklama yapmıştır. Öğrenci sadece gösterime bakarak cevap vermemiştir. Ö39 öğrencisi

ise cisim yüksekliği ve üçgenin yüksekliği gibi ifadeler kullanarak açıklama yapmıştır. Ö39 öğrencisi aşağıdaki gibi açıklama yapmıştır.



Şekil 105. Ö39 öğrencisinin algı testinin 7. sorusuna verdiği cevap

Ö39 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde dik üçgenden bahsettiği görülmektedir. TO doğru parçasının cisim yüksekliği, TH doğru parçasının ise üçgenin yüksekliği olduğunu belirtmiştir. Öğrenci soruyu çözerken kavramsal bilgisini kullanmıştır. Soruya sadece gösterime dayalı olarak cevap vermemiştir.

Bu seçeneği işaretlemesine rağmen yanlış açıklamalar yapan Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : [TH]'nın daha büyük olduğunu söylemişsin. Açıklar mısın?  
 Ö14 : TH daha büyük niye daha büyük; çünkü dik gelmiyor şu tarafa yani düz gelmemiş. Yani bu açı [TOH açısını gösteriyor] bundan [THO açısını gösteriyor] daha büyük olacaktı. Bunu [TH doğru parçasını gösteriyor] bu tarafa getirdiğimizde daha aşağıda kalır. Yani doğru cevap "b" olması lazım.
- Araştırmacı : Şekilde olduğu gibi iki dik çizilmesi doğru mu?  
 Ö14 : Şurada [TOH açısını gösteriyor] diklik olabilir şu açıyla ama şurada [THO açısını gösteriyor] diklik zannetmiyorum. [TH] dik olmaz...

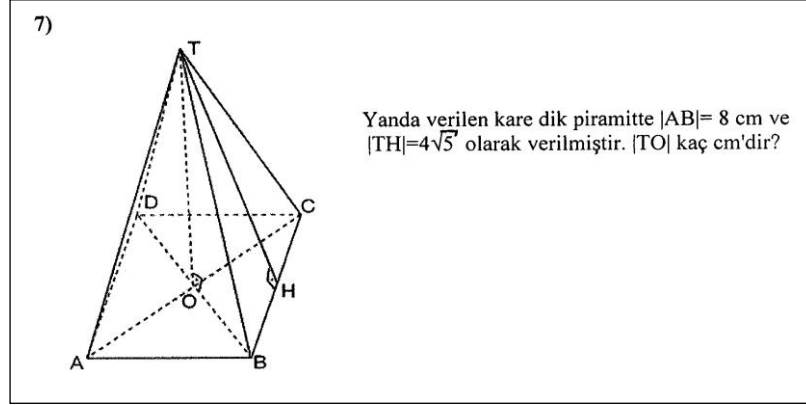
Ö14 öğrencisi TH doğru parçasının daha uzun olduğunu belirtmektedir. TH doğru parçasını TO doğru parçası tarafına getirdiğinde daha aşağıda kalacağını belirtmiştir. Bunun nedeni olarak [TH]'nın eğik olduğu açıklamasını yapmıştır. Ancak öğrenci [TH]'nın eğik olmasını dik olamayacağı şeklinde yorumlamıştır. Öğrencinin gösterimden dolayı yanlış bir algısının oluştuğu görülmektedir.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan yedinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı öğrencilerin 2B geometri için sahip oldukları bilgilerini 3B geometriye genellemeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazılarının sadece görsel algılarına göre cevap verdikleri belirlenmiştir. Doğru parçalarının uzunluklarını doğru olarak belirleyen öğrencilerden bazılarının açıları hakkında hatalı algıları olduğu tespit edilmiştir.



#### 4. 1. 2. 8. Problem Testinin Yedinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin kare dik piramidin 2B gösterimindeki dik doğru parçaları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığına belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin yedinci sorusu Şekil 106'da gösterilmiştir.



Şekil 106. Problem testi 7. soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 19'da sunulmuştur.

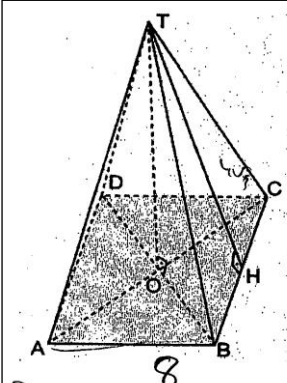
Tablo 19. Problem Testi 7. Soru

Problem T.	0		1		2	
	n	%	n	%	n	%
7. Soru	26	36,11	2	2,78	44	61,11

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 26 öğrenci olduğu görülmektedir. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen 2 öğrenci bulunmamaktadır. Geri kalan 44 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

Her iki teste de yanlış cevap veren Ö23 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Yapılan çizim yanlıştır, çünkü *Bir tepeden iki noktaya 90° inmez*



Yanda verilen kare dik piramitte  $|AB|=8$  cm ve  $|TH|=4\sqrt{5}$  olarak verilmiştir.  $|TO|$  kaç cm'dir?

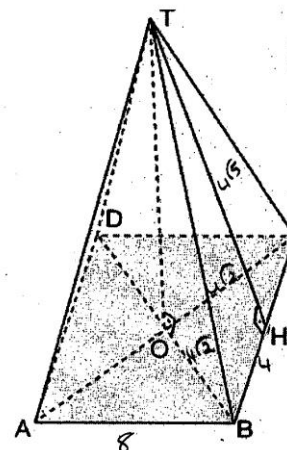
*$4\sqrt{5}$  olabilir diye düşünüyorum.*

Şekil 107. Ö23 öğrencisinin algı ve problem testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar

Ö23 öğrencisinin algı testinde bir tepeden iki noktaya dik inmeyeceğini belirterek yanlış cevap verdiği görülmektedir. Öğrenci problem testinde ise TO doğru parçası ile eşit olabileceği yorumunu yapmıştır. Öğrencinin problem testindeki cevabı algı testindeki cevabı ile çelişmektedir. Ö23 öğrencisinden farklı olarak Ö26 öğrencisi ise algı testinde yanlış cevap vermesine rağmen problem testinde doğru cevap vermiştir. Ö26 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

$a^2 + b^2 = c^2$   
 $a^2 + x^2 = TB^2$   
 $x^2 = TB^2 - a^2$

*TO ve TH şeklinde iki dik çizilebilir ve  $|TO| > |TH|$ , çünkü  $TO > TH$  olduğu için  $TO > TH$  olacaktır.*



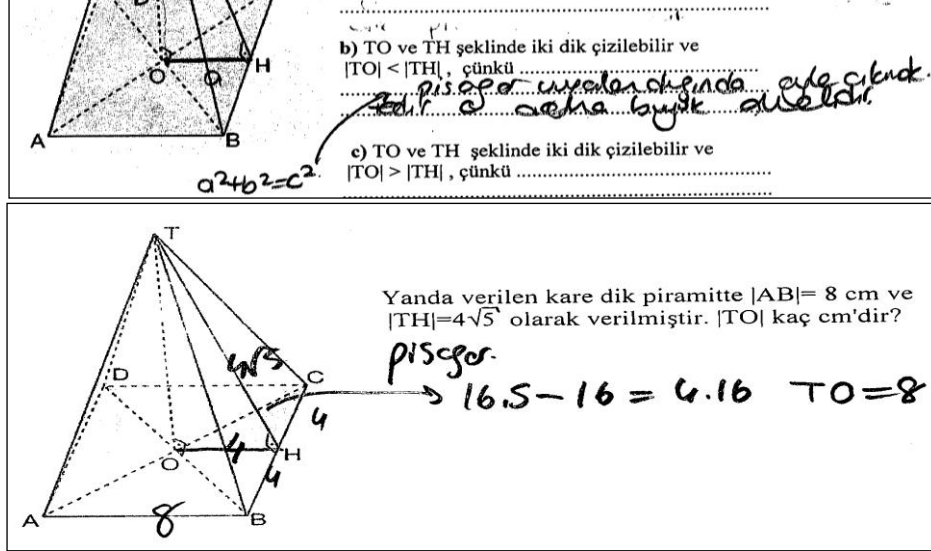
Yanda verilen kare dik piramitte  $|AB|=8$  cm ve  $|TH|=4\sqrt{5}$  olarak verilmiştir.  $|TO|$  kaç cm'dir?

$|TB|^2 = 80 + 16$   
 $|TB|^2 = 96$   
 $|TB|^2 = (4\sqrt{2})^2 + |TO|^2$   
 $\frac{96}{2} = \frac{16 \cdot 2}{2} + |TO|^2$   
 $|TO|^2 = 64$   
 $|TO| = 8$

Şekil 108. Ö26 öğrencisinin algı ve problem testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar

Ö26 öğrencisinin algı testindeki cevabı incelendiğinde iki farklı üçgende Pisagor teoremleri kullandığı görülmektedir. Teoremleri doğru bir şekilde kullanmasına rağmen

yanlış cevabı işaretlemiştir. Öğrenci algı testindeki cevabına benzer şekilde problem testinde de iki farklı Pisagor teoremi kullanmıştır. Bu testte sonucu doğru olarak bulabilmiştir. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö6 öğrencisi ise her iki teste de doğru cevaplar vermiştir. Ö6 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.



Şekil 109. Ö6 öğrencisinin algı ve problem testinin 7. sorusuna verdiği cevaplar

Ö6 öğrencisinin algı testindeki cevabı incelendiğinde TOH üçgeninde Pisagor teoremi kullanarak doğru cevabı verdiği görülmektedir. Öğrenci aynı şekilde problem testinde de Pisagor teoremi kullanmış ve doğru cevabı vermiştir.

Öğrencilerin açılı kaybına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine etkisini belirlemeyi amaçlayan yedinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı öğrencilerin algı testindeki cevaplarından farklı olarak problem testindeki sayısal verilere göre işlemler yaptıkları görülmüştür.

#### 4. 1. 2. 9. Algı Testinin Dokuzuncu Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin açılı kaybına yönelik algılarının belirlemeyi amaçlayan soru üç dikme teoremine ait bir gösterimdeki dik doğruların çizilebilme durumuna yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin dokuzuncu sorusu Şekil 110'da gösterilmiştir.

9)

$\alpha$  bir düzlemdir. A noktası ise bu düzlemin dışında bir nokta olmak üzere, yandaki şekli inceleyen Aylin, hem AB doğrusunun hem de CB doğrusunun d doğrusuna dik çizildiğini görüyor. Ancak böyle bir çizimin mümkün olmadığını düşünüyor.

Siz bu konuda ne düşünüyorsunuz?

a) Aylin'e katılıyorum, böyle bir çizim yapılamaz, çünkü.....

b) Aylin'e katılmıyorum böyle bir çizim yapılabilir, çünkü.....

Şekil 110. Algı testi 9. soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere iki seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 20'de verilmiştir.

Tablo 20. Algı Testi 9. Soru

Algı Testi	Boş		a		b*							
	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
9. Soru	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
	1	1,39	28	38,89	6	8,33	12	16,67	25	34,72	43	59,72

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 20 incelendiğinde yanlış cevap seçeneği olan "a seçeneğini" toplam 28 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %38,89'luk bir orana karşılık gelmektedir. Geri kalan 43 öğrenci doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 25'i doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %34,72'sine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

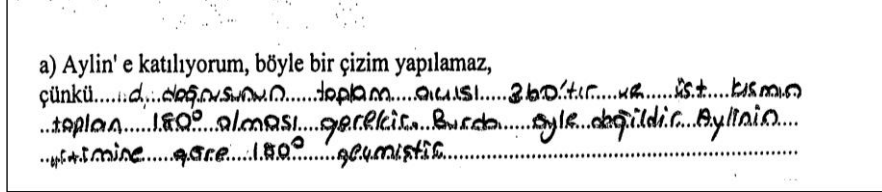
Dik doğruların şekildeki gibi çizilemeyeceğini belirten "a seçeneğini" işaretleyen ve birbirine benzer açıklamalar yapan Ö3 ve Ö40 öğrencilerinin açıklamaları ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdaki gibidir.

a) Aylin'e katılıyorum, böyle bir çizim yapılamaz, çünkü.....

Çünkü 90 yazarsa toplam 180 olur b. açısına bir şey dermez bu da geometriye aykındır.

Şekil 111. Ö3 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

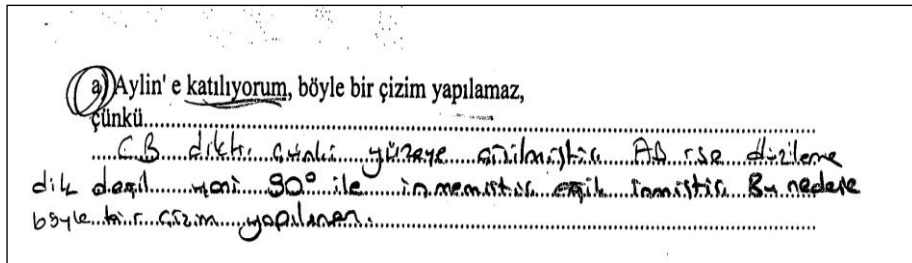
- Araştırmacı : Böyle bir çizim yapılamaz demişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö3 : Şimdi o doğrunun toplamı 3600 olması gerekmiyor mu?  
 Araştırmacı : Neresi?  
 Ö3 : d doğru olarak iniyor ya.  
 Araştırmacı : Tamam.  
 Araştırmacı : Toplamı 3600 olursa oraya ne kalacak? Mantık olarak öyle düşündüm yani olmaz diye düşündüm...



Şekil 112. Ö40 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

- Araştırmacı : Sen böyle bir çizim yapılamaz demişsin. Toplamları 3600 olmalı demişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö40 : AB doğru parçasının d doğrusuna dik gelme ihtimali var. CB doğrusunun da dik gelme ihtimali var. Ama düşündüğüm şey şekildeki açıların yerleştirilmesi oldu.  
 Araştırmacı : Olma ihtimali var derken ne demek istedin?  
 Ö40 : Üst taraftaki açıların 1800 olması gerektiği için olmaz dedim. Çünkü 1800'yi geçiyor. Ben o yönden düşündüm. Ama ikisi ayrı ayrı çizilirse dik olabilirler ama ikisi aynı noktaya geldiğinde iki açının da 900 olacağına inanmıyorum.

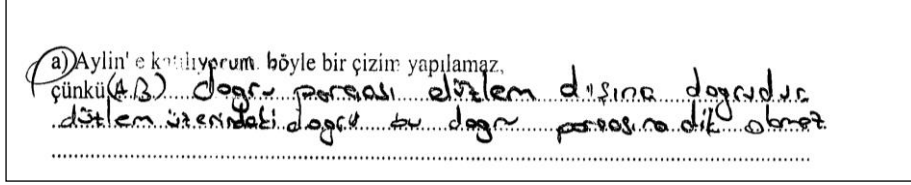
Ö3 ve Ö40 öğrencilerinin açıklamaları incelendiğinde tam açının  $360^{\circ}$  ve doğru açının  $180^{\circ}$  olması gerektiği düşüncesiyle cevap verdikleri görülmektedir. Ö3 öğrencisi gösterimde üçgene açı kalmadığını belirtmiştir. Ö40 öğrencisi ise açının  $180^{\circ}$ 'yi geçtiğini belirtmiştir. Her iki öğrenci de çizimin yanlış olduğunu düşünmüşlerdir. Öğrencilerin açılarla ilgili yanlış bir algılarının olduğu görülmektedir. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö18 öğrencisi ise AB doğru parçasının eğikliğine vurgu yapmıştır. Ö18 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 113. Ö18 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

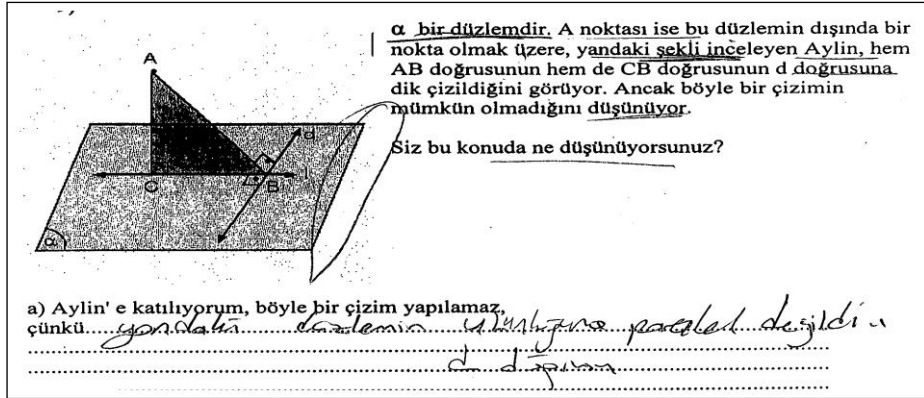
Ö18 öğrencisinin yaptığı açıklama incelendiğinde AB doğru parçasının düzleme eğik olduğunu belirttiği görülmektedir. Öğrenci bu nedenle doğru parçasının dik olamayacağını

düşünmektedir. Öğrencinin eğik inen doğru parçasının dik olamayacağı şeklinde yanlış bir algısının olduğu görülmektedir. Ö18 öğrencisine benzer şekilde yine yanlış algısının olduğu görülen Ö32 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

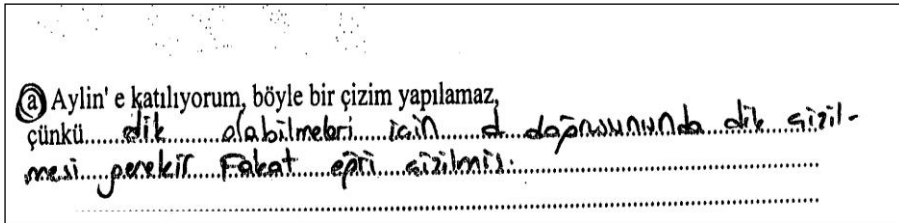


Şekil 114. Ö32 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

Ö32 öğrencisi düzlem üzerindeki bir doğrunun düzlem dışındaki bir doğru parçasına dik olamayacağını belirtmiştir. Bu öğrencinin de yine 3B uzayda dik açılar hakkında yanlış bir algısının olduğu görülmektedir. Bu öğrencilerden farklı bir şekilde tamamen görsel algılarının etkisiyle cevap veren Ö19 ve Ö9 öğrencilerinin açıklamaları aşağıdaki gibidir.



Şekil 115. Ö19 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap



Şekil 116. Ö9 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

Ö19 ve Ö9 öğrencilerinin cevapları incelendiğinde d doğrusunun çizimi ile ilgili açıklamalar yaptıkları görülmektedir. Ö19 öğrencisi d doğrusunun düzlemin uzunluğuna paralel olmadığı ifadesini kullandığı görülmektedir. Öğrenci paralellik görmediği için çizimin yanlış olduğunu düşünmüştür. Ayrıca Ö9 öğrencisi ise d doğrusunun eğik çizildiği

ve dik olması gerektiği açıklamasını yapmıştır. Her iki öğrencinin de cevaplarında görsel algılarının etkili olduğu görülmektedir.

Dik doğruların şekildeki gibi çizilebileceğini belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö1 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

b) Aylin' e katılmıyorum böyle bir çizim yapılabilir,  
çünkü ... bu boyutlu bir şekle benziyor. Böyle bir şekilde  
incelenebilir. a düzlemi dik bir şekildir ve dik  
üçgende çuvun üstüne konulmuş bir düzlemdir.

Şekil 117. Ö1 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

Ö1 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde düzlem üzerine konulmuş bir üçgen çiziminin olabileceği şekilde bir açıklama yaptığı görülmektedir. Ancak öğrenci açıklamasında dik açılardan bahsetmemiştir ve bu nedenle eksik bir açıklama yaptığı söylenebilir. Öğrencinin açıklamasında üç dikme teoremi ile ilgili bir ifade de yer almamaktadır. Ö1 öğrencisinden farklı olarak Ö8 öğrencisi açıklamasında üç dikme teoreminden bahsetmektedir. Ö8 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

b) Aylin' e katılmıyorum böyle bir çizim yapılabilir.  
çünkü U zoyda olduğu için üç bağıtlı düzlemel yaktır.  
Geometrik adıda 3 dikme teoremi.

Şekil 118. Ö8 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

Ö8 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde çizimin üç dikme teoremine ait olduğunu belirterek doğru bir açıklama yaptığı görülmektedir. Bu öğrencilere benzer şekilde doğru cevap veren Ö39 öğrencisi daha ayrıntılı açıklama yapmıştır.

b) Aylin' e katılmıyorum böyle bir çizim yapılabilir,  
çünkü ABC ve D doğruları a düzleminde birbirine  
diktir. ABC ve D doğrularının içinde bulunduğu bir  
düzlem çizilirse bu doğrularında a düzleminde birbirine  
dik olduğu gösterilir.

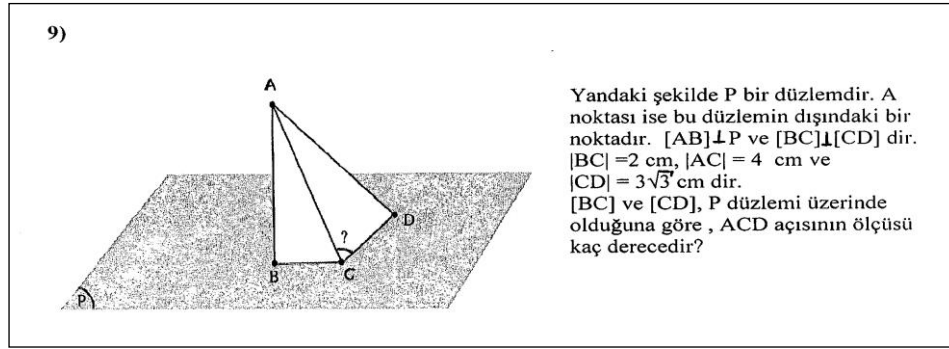
Şekil 119. Ö39 öğrencisinin algı testinin 9. sorusuna verdiği cevap

Ö39 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde CB ve d doğrularının aynı düzlemde dik olduklarını ve AB ve d doğrularının ise dik olduğu başka bir düzlemin çizilebileceğini belirttiği görülmektedir. Öğrencinin şekli hayal edebildiği anlaşılmaktadır.

Öğrencilerin açı kaybına yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan dokuzuncu soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı öğrencilerin 2B geometri için sahip oldukları bilgileri 3B geometriye genellemeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazılarının sadece görsel algılarına göre cevap verdikleri veya yanlış bilgilerinin olduğu tespit edilmiştir.

#### 4. 1. 2. 10. Problem Testinin Dokuzuncu Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin üç dikme teoremi hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığının belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin dokuzuncu sorusu Şekil 120'de gösterilmiştir.



Şekil 120. Problem testi 9. soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 21'de sunulmuştur.

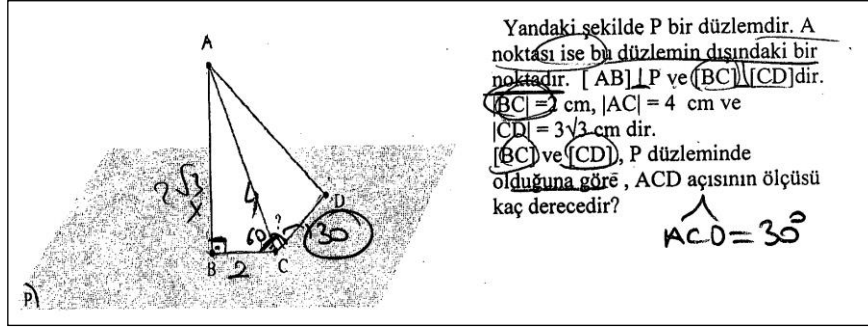
Tablo 21. Problem Testi 9. Soru

Problem T.	0		1		2	
	n	%	n	%	n	%
9. Soru	43	59,72	0	0	29	40,28

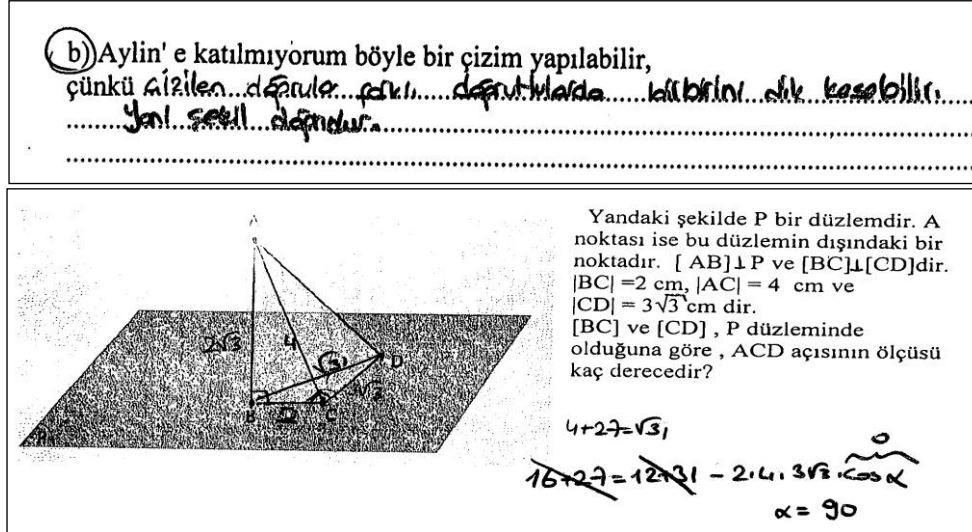




Şekil 122'nin devamı



Ö33 öğrencisinin algı testinde doğrunun açısının  $180^\circ$  olması gerektiği ifadesini kullandığı görülmektedir. Öğrencinin problem testindeki cevabı incelendiğinde BCD açısını  $90^\circ$  olarak düşündüğü için ACD açısını  $30^\circ$  olarak belirlemiştir. Böylece öğrenci  $30^\circ$  ve  $60^\circ$  açılarının toplamı olarak  $90^\circ$  elde etmiştir. Öğrencinin üç dikme teoremini kullanamadığı görülmektedir. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö25 öğrencisi ise her iki soruya doğru cevap vermiştir. Ö25 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.



Şekil 123. Ö25 öğrencisinin algı ve problem testinin 9. sorusuna verdiği cevaplar

Ö25 öğrencisinin algı testinde doğruların farklı doğrultularda dik olabileceklerini belirttiği görülmektedir. Öğrenci algı testinde üç dikme teoreminden bahsetmemiştir. Benzer şekilde problem testinde de üç dikme teoreminden bahsetmeden Pisagor ve kosinüs teoremlerini kullanarak soruyu çözmüştür. Öğrencinin cevaplarında görsel algısından ziyade kavramsal bilgilerinin etkili olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin açış kayıbına yönelik algılarının problem çözme süreçlerine etkisini belirlemeyi amaçlayan dokuzuncu soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı



Tablo 22'nin devamı

Ö45	3	2	3	2	0	2	2	0	3	0	11	6
Ö46	1	0	0	0	3	0	2	0	0	0	6	0
Ö47	3	2	0	0	0	0	2	0	0	0	5	2
Ö48	3	2	0	0	0	0	1	0	0	0	4	2
Ö49	0	0	0	2	3	2	1	0	0	0	4	4
Ö50	3	2	3	2	2	2	3	0	0	0	11	6
Ö51	3	2	3	2	3	2	3	2	3	0	15	8
Ö52	3	2	3	2	1	2	3	2	3	2	13	10
Ö53	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	15	10
Ö54	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	15	10
Ö55	2	2	2	2	0	2	0	2	0	0	4	8
Ö56	1	2	3	2	0	2	1	2	1	0	6	8
Ö57	3	2	3	2	1	2	1	2	2	0	10	8
Ö58	1	0	0	2	0	2	0	0	0	0	1	4
Ö59	2	2	3	0	3	2	3	2	1	2	12	8
Ö60	3	2	3	2	3	2	3	2	3	0	15	8
Ö61	3	2	3	2	0	2	3	2	3	2	12	10
Ö62	3	2	3	2	3	2	3	2	2	2	14	10
Ö63	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	15	10
Ö64	3	2	3	2	3	2	3	2	2	2	14	10
Ö65	3	2	3	2	0	2	3	2	2	2	11	10
Ö66	3	2	3	2	1	2	3	2	3	2	13	10
Ö67	2	2	3	2	3	2	3	2	3	2	13	10
Ö68	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	15	10
Ö69	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	15	10
Ö70	3	2	3	0	1	2	3	2	3	2	13	8
Ö71	1	2	3	2	3	2	3	2	1	2	11	10
Ö72	3	2	3	2	0	2	2	1	3	2	11	9
OR	2,17	1,5	1,86	1,33	1,29	1,39	1,85	1,25	1,46	0,81	8,63	6,28

Açı kaybına yönelik sorulara ait ortalamalar incelendiğinde algı testinde altıncı soru ile problem testinde yedinci sorunun en düşük ortalamalara sahip oldukları görülmektedir. Tablo 23'te öğrencilerin açı kaybına yönelik sorulardan aldıkları algı testi puanları ve problem testi puanları arasındaki ilişki verilmiştir.

Tablo 23. Öğrencilerin Açı Kaybına Yönelik Sorulardan Aldıkları Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı

		Algı Testi	Problem Testi
Algı Testi	r	1	,846**
	p	.	,000
	N	72	72
Problem Testi	r	,846**	1
	p	,000	.
	N	72	72

\*\* Korelasyon Katsayısı 0,01 seviyesinde anlamlıdır.

Tablo 23 incelendiğinde öğrencilerin açı kaybı ile ilgili sorulardan aldıkları algı testi ile problem testi puanları arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu

görülmektedir [ $r=0,846$ ;  $p<.01$ ]. Buna göre açığı kaybı ile ilgili sorularda algı testi puanı yüksek olan öğrencilerin problem testi puanının da yüksek olduğu söylenebilir.

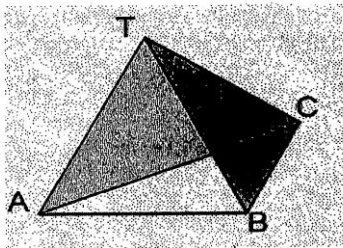
#### 4. 1. 3. 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerinin Neden Olduğu Kesişme Durumuna Yönelik Öğrenci Algıları

Bu bölümde 3B cisimlerdeki aykırı doğru parçalarının 2B gösterimlerinde yaşanan kesişme durumunun öğrencilerin verilen gösterimi algılamaları ve bu algının problem çözme üzerindeki etkisine yönelik elde edilen bulgular sorular dördüncü ve beşinci bağlamında sunulmuştur.

#### 4. 1. 3. 1. Algı Testinin Dördüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin kesişme durumuna yönelik algılarının belirlemeyi amaçlayan dördüncü soru üçgen piramidin 2B gösteriminde AC ve TB doğru parçalarının kesişme durumuna yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin dördüncü sorusu Şekil 124'te gösterilmiştir.

4)



Yandaki üçgen piramidteki AC ve TB doğru parçaları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

a) AC ve TB doğru parçaları paraleldir.  
b) AC ve TB doğru parçaları kesişir.  
c) AC ve TB doğru parçaları aykırıdır.

Nedenini açıklayınız.

.....

.....

Şekil 124. Algı testi 4. soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere üç seçenekli sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 24'te verilmiştir.

Tablo 24. Algı Testi 4. Soru

Algı Testi	Boş		a		b		c*				Toplam			
	n	%	n	%	n	%	0	1	2	n	%			
4. Soru	0	0	0	0	25	34,72	3	4,17	9	12,5	35	48,61	47	65,28

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 24 incelendiğinde yanlış cevap seçeneği olan “a seçeneğini” hiç bir öğrencinin işaretlemediği; diğer yanlış cevap seçeneği olan “b seçeneğini” ise 25 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde %34,72'lik bir orana karşılık gelmektedir. Geri kalan 47 öğrenci doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 35'i doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %48,61'ine karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

AC ve TB doğru parçalarının kesiştiğini belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö1 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Nedenini açıklayınız.

Bu piramitte doğru parçaları kesişir. Birbirinden geçiyor. Paralel olsaydı alt yüzünde olması gerekirdi. Doğru parçaların aykırı olması için ayrı ayrı çizilmemiş doğru parçaları.

Şekil 125. Ö1 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap

Ö1 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde öğrencinin cevabında görsel algısının etkili olduğu söylenebilir. AC ve TB doğru parçalarının birbiri içinden geçtiği ifadesini kullanmıştır. Ö1 öğrencisine benzer şekilde Ö3 öğrencisi soruya “b seçeneğini” işaretlemiştir. Ö3 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Yandaki üçgen piramitteki AC ve TB doğru parçaları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

a) AC ve TB doğru parçaları paraleldir.

b) AC ve TB doğru parçaları kesişir.

c) AC ve TB doğru parçaları aykırıdır.

Nedenini açıklayınız.

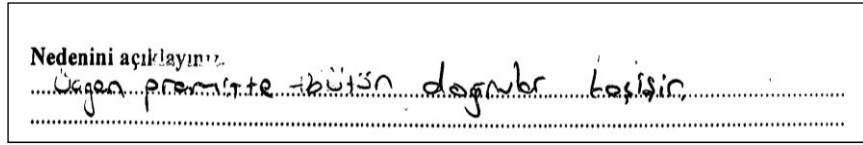
AB - TB O noktasında kesişir.

Şekil 126. Ö3 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap

Ö3 öğrencisi şekil üzerinde iki doğru parçasının kesiştiği yeri O noktası olarak belirtmiştir. İki doğru parçasının bu noktada kesiştiğini düşünmüştür. Bu öğrencinin de cevabında görsel algısının etkili olduğu görülmektedir. Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Kesişir cevabını vermişsin. Nedenini açıklar mısın?  
 Ö3 : Paralel olması için birbirini kesmemesi lazım. O yüzden "a" yı eledim. Aykırı olması için de birbirinden bağımsız olması lazım. Burada kesişiyor o yüzden.
- Araştırmacı : "O" noktası çizmişsin. Niçin çizdiğini söyler misin?  
 Ö3 : "O" noktasında bunlar birbirine değer...

Ö3 öğrencisiyle yapılan mülakatta verdiği cevaplar incelendiğinde düşüncelerinde görsel algısının etkili olduğu daha iyi anlaşılmaktadır. Ö32 öğrencisi ise Ö1 ve Ö3 öğrencilerinden farklı olarak açıklamasını şekil üzerinden yapmamıştır. Ö32 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.



Şekil 127. Ö32 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap

Ö32 öğrencisi üçgen piramitteki bütün doğru parçalarının kesiştiği ifadesini kullanarak açıklama yapmıştır. Öğrencinin bu açıklamasından üçgen piramit ile ilgili yanlış bir algısının olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin bu cevabında görsel algısının etkili olduğu düşünülebilir. Bu öğrencilere benzer şekilde Ö40 öğrencisi de doğru parçalarının kesiştiğini düşünmektedir. Ö40 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Bu soruda ne düşündün açıklar mısın?  
 Ö40 : Şimdi TB doğrusu AC doğrusunun üstünden geçtiği için hani birbirine çarptıkları için kesiştiğini düşündüm.
- Araştırmacı : Hangi noktada çarpıyor?  
 Ö40 : Tam şu ortadaki. O yüzden kesişir dedim. Aykırı olabilmesi ihtimalini de düşündüm aslında kararsız kaldım bunu çözerken mesela hani aykırı olması için ikisinin farklı yerlere gitmesi gerekir.
- Araştırmacı : Evet.  
 Ö40 : O yönden ama kesiştiklerini kesin olarak söyleyebilirim...

Ö40 öğrencisinin cevapları incelendiğinde aykırılık durumunu bildiği; ancak bunun şekil üzerinde görünmeyebileceğini düşünemediği anlaşılmaktadır. Ö40 öğrencisinden farklı olarak Ö13 öğrencisi aykırılık durumunu bilmemektedir. Ö40 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Sen kesişir demişsin. Açıklar mısın?  
 Ö13 : Ben direk şekle göre yorum yaptım açıkçası. Çok detay düşünmedim. Aslında açık hâlini düşünsem o şekilde yorumlasam dedim. Açık hâlini düşününce tabanında yamuk kenarlarında üçgenler oluşuyor.
- Araştırmacı : Tabanda ne vardır?  
 Ö13 : Aslında deltoide benziyor bu.
- Araştırmacı : Üçgen piramit diyor. Üçgen piramit nasıl bir şekil sence?

- Ö13 : Tabanında üçgen olan. Aslında bunun tabanı üçgen gibi görünmüyor sanki yamuk gibi bir şey var. Kenarları açınca üçgen oluşuyor. Ama taban sanki üçgen gibi görünmüyor.
- Araştırmacı : Kesişme düşünceni açıklar mısın?
- Ö13 : Şurada bir noktada kesişmişler. Bir de şu aykırılığı düşündüm aslında ama aykırınının ne demek olduğu anlayamadım...

Öğrencinin cevapları incelendiğinde görsel algısının etkili olduğu ve şekli tam olarak algılayamadığı görülmektedir. Ayrıca öğrenci aykırılığın ne anlama geldiğini de bilmemektedir.

AC ve TB doğru parçalarının aykırı olduklarını belirten "c seçeneğini" işaretleyen Ö12 öğrencisi bunun sebebinin aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Nedenini açıklayınız.

..... farklı doğrultulardadır.

Şekil 128. Ö12 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap

Ö12 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde doğru parçalarının farklı doğrultularda olduğundan bahsettiği görülmektedir. Öğrenci doğru parçalarının farklı düzlemlerde olması ile ilgili bir ifade kullanmamıştır. Ö12 öğrencisinin doğru seçeneği işaretlemesine rağmen yetersiz açıklama yaptığı görülmektedir. Ö12 öğrencisinden farklı olarak Ö33 ve Ö34 öğrencilerinin farklı düzlemlerden bahsederek açıklama yaptıkları görülmektedir. Ö33 ve Ö34 öğrencilerinin açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.

.....  
 $\triangle$  ABC piramidin tabanı  $\triangle$  TB üçgenin yan yüzü  
 AC tabana ait kenar TB yan yüzün ait bir kenar  
 ve birbirleri ile kesişmeler, paralel değilken 3 boyutlu  
 aykırıdır.

Şekil 129. Ö33 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap

Nedenini açıklayınız.

.....  
 ABC bir tabandır ve T tepenin noktası olacağı için AC  
 da aynı düzlemde. ABC düzleminde ve TB'nin ABC düz-  
 leminde bir noktadan geçtiği gözlemlenir. Bu noktada AC'de  
 a. olmadığına göre Bu doğrular bir birine aykırıdır.

Şekil 130. Ö34 öğrencisinin algı testinin 4. sorusuna verdiği cevap

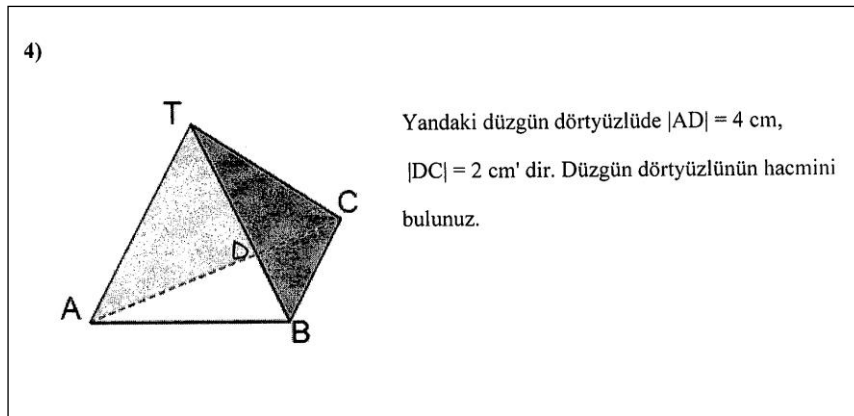


Ö33 ve Ö34 öğrencilerinin yaptıkları açıklamalar incelendiğinde doğru parçalarının farklı düzlemlerde oldukları için aykırı olduklarını belirttikleri görülmektedir. Bu öğrenciler kavramsal bilgilerini kullanarak soruya cevap vermişlerdir.

Öğrencilerin kesişme durumuna yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan dördüncü soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin büyük bir kısmının açıklamalarında kavramsal bilgilerden bahsetmelerine rağmen soruya görsel algılarına göre cevap verdikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin sadece görsel algılarına göre cevaplar verdikleri belirlenmiştir. Bazılarının ise kavramlarla ilgili yanlış bilgilerinin olduğu tespit edilmiştir.

#### 4. 1. 3. 2. Problem Testinin Dördüncü Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin düzgün dörtyüzlünün 2B gösterimi hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansdığına belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin dördüncü sorusu Şekil 131'de gösterilmiştir.



Şekil 131. Problem testi 4. soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 25'te sunulmuştur.

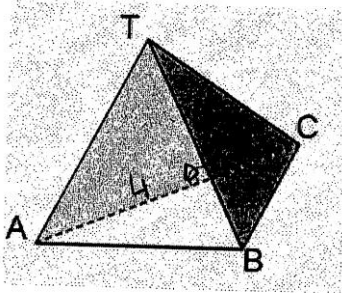
Tablo 25. Problem Testi 4. Soru

Problem T.	0		1		2	
4. Soru	n	%	n	%	n	%
	40	55,56	10	13,89	22	30,56

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 40 öğrenci olduğu görülmektedir. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen 10 öğrenci bulunmaktadır. Geri kalan 22 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.

Her iki teste de yanlış cevap veren Ö3 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  $AB = TB$  O noktada kesişir...



Yandaki düzgün dörtyüzlüde  $|AD| = 4$  cm,  
 $|DC| = 2$  cm' dir. Düzgün dörtyüzlünün hacmini bulunuz.

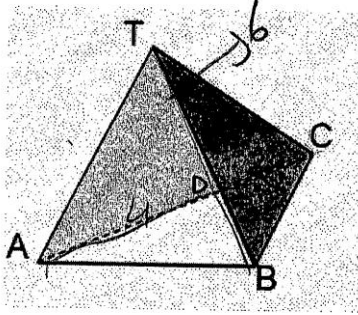
$AC = TB$

$$\frac{6 \cdot 6^3}{2} = 18$$

Şekil 132. Ö3 öğrencisinin algı ve problem testinin 4. sorusuna verdiği cevaplar

Ö3 öğrencisinin algı testinde iki doğru parçasının kesiştiğini belirttiği görülmektedir. Öğrencinin benzer şekilde problem testinde de yanlış cevap verdiği görülmektedir. Öğrenci hacim bulurken iki kenar uzunluğunu çarpıp ikiye bölmüştür. Ö12 öğrencisi ise farklı olarak algı testinde doğru cevap vermesine rağmen problem testinde yanlış vermiştir. Ö12 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız. iki farklı düzlemde dir.



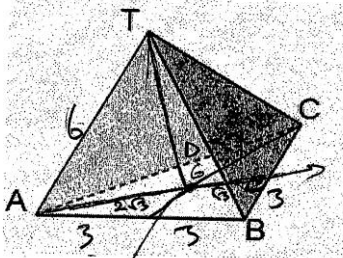
Yandaki düzgün dörtyüzlüde  $|AD| = 4$  cm,  
 $|DC| = 2$  cm' dir. Düzgün dörtyüzlünün hacmini bulunuz.

$$6 \cdot 6 = 36$$

Şekil 133. Ö12 öğrencisinin algı ve problem testinin 4. sorusuna verdiği cevaplar

Ö12 öğrencisi algı testinde doğru seçeneği işaretleyip eksik açıklama yapmıştır. Problem testi incelendiğinde ise şeklin hacmini bulamadığı görülmektedir. Ö4 öğrencisi ise bu öğrencilerden farklı olarak her iki teste de doğru cevaplar vermiştir. Ö4 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

**Nedenini açıklayınız.**  
 Soru ve kantar v. a. t. sek. 6. ve 3. şıklar farklı düzlemlerde old. için kesişmeler veya paralel kırımlar gelmezler.



Yandaki düzgün dörtyüzlüde  $|AD| = 4$  cm,  $|DC| = 2$  cm' dir. Düzgün dörtyüzlünün hacmini bulunuz.

$3\sqrt{3}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 3\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{6}$$

$$= 6\sqrt{18} = 18\sqrt{2}$$

6 girilür m. t. e.  $6^2 = (2\sqrt{3})^2 + |TG|^2$   
 $36 = 12 + |TG|^2$   
 $24 = |TG|^2$   
 $|TG| = 2\sqrt{6}$

Şekil 134. Ö4 öğrencisinin algı ve problem testinin 4. sorusuna verdiği cevaplar

Ö4 öğrencisi algı testinde doğru parçalarının farklı düzlemlerde olduğunu belirterek doğru bir açıklama yapmıştır. Bununla birlikte problem testinde yaptığı işlemlerin doğru olduğu da görülmektedir. Öğrenci tabandaki üçgenin eşkenar olduğu bilgisini kullanmıştır. Ayrıca piramidin yüksekliğini çizerek Pisagor teoremi uygulamıştır. Son olarak da piramidin hacim bağıntısını kullanmıştır. Öğrencinin cevaplarında kavramsal bilgisinin etkili olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin kesişme durumuna yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan dördüncü soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerden bazılarının algı testinde olduğu gibi cismi düzlemsel olarak düşünerek problemi çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Algı testinde soruyu doğru cevaplayarak eksik veya yanlış açıklama yapan öğrencilerden çoğunun problem testinde doğru sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir.

#### 4. 1. 3. 3. Algı Testinin Beşinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin kesişme durumuna yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan beşinci soru küpün yüzey ve cisim köşegenlerinin 2B gösterimde kesişme durumuna yönelik olarak sorulmuştur. Algı testinin beşinci sorusu Şekil 135'te gösterilmiştir.

5)

Yandaki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir. Bu doğru parçaları ile ilgili hangisi doğrudur?

a) EB ve AD doğru parçaları kesişirler.  
b) EB ve AD doğru parçalarının uzunlukları birbirine eşittir.  
c) EB ve AD doğru parçaları kesişmezler.

Nedenini açıklayınız.

Şekil 135. Algı testi 5. soru

Sorunun cevabı ile ilgili olarak öğrencilere üç seçenek sunulmuştur. Bu seçeneklerin işaretlenme sıklığına ilişkin veriler Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26. Algı Testi 5. Soru

Algı Testi	Boş		a		b		c*							
	n	%	n	%	n	%	0		1		2		Toplam	
5. Soru	0	0	6	8,33	1	1,39	5	6,94	9	12,5	51	70,83	65	90,28

\* sorunun doğru cevabı; 0 açıklama yok veya tamamen yanlış; 1 eksik açıklama; 2 doğru açıklama

Tablo 26 incelendiğinde yanlış cevap seçenekleri olan a ve b seçeneklerini 7 öğrencinin işaretlediği görülmektedir. Bu sayı tüm öğrenciler içerisinde % 9,72'lik bir orana karşılık gelmektedir. Geri kalan 65 öğrenci doğru seçeneği işaretlemiştir. Ancak doğru seçeneği işaretleyen bu öğrencilerin 51'i doğru bir açıklamada bulunabilmiş olup bu sayı tüm öğrencilerin %70,83'üne karşılık gelmektedir. Doğru seçeneği işaretleyen diğer öğrenciler ise açıklamasız, yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir.

EB ve AD doğru parçalarının kesiştiğini belirten "a seçeneğini" işaretleyen Ö14 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Nedenini açıklayınız.  
 Bir 2. Secere 4 yanlıs ve şeklide kesışığı belli dıyı

Şekil 136. Ö14 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö14 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde şekilden kesıştiğinin belli olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Öğrencinin bu açıklamasından verdiği cevapta görsel algısının etkili olduğu anlaşılmaktadır. Öğrenci açıklamasında küp veya köşegen gibi kavramlara yer vermemiştir. Dolayısıyla cevabında kavramsal bir bilgi kullanmamıştır. Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

Araştırmacı : Yine benzer bir soru.  
 Ö14 : Ben yine kesişir demişim.  
 Araştırmacı : Evet. Neden kesıştiğini düşündün peki?  
 Ö14 : Kesıştiği için. Şekilde öyle görünüyor. EB ve AD uzunluklarını şekil üzerinde eşit görmedim ben...  
 Araştırmacı : Uzunluklar nasıldır?  
 Ö14 : EB daha uzun sanki...

Ö14 öğrencisiyle yapılan mülakatta verdiği cevaplar incelendiğinde öğrencinin tamamen görsel algısına göre cevap verdiği anlaşılmaktadır. Ö14 öğrencisine benzer şekilde Ö1 öğrencisi de gösterim üzerinden soruya cevap vermiştir. Ö1 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  
 a. şekli dığlıdır. EB ve AD dığır parçaları kesışır. Yeni b. kılını dığında çaser.

Şekil 137. Ö1 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö1 öğrencinin EB ve AD doğru parçalarının birbiri üstünden geçtiğini belirttiği görülmektedir. Öğrenci gösterime dayalı olarak böyle bir açıklama yapmıştır. Bu öğrenci dördüncü soruda da aynı şekilde gösterime dayalı olarak yanlış cevap vermiştir. Öğrenci açıklamasında köşegen kavramından bahsetmemiştir. Ö7 öğrencisi ise farklı olarak açıklamasında köşegen kavramından bahsetmektedir. Ö7 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.

EB köşegenin doğru köşegeni CAD'ye göre köşegeni  
gösteriyor. Yani köşegeni eşit olan bir durum  
olarak gösteriyor. Değme noktası olduğunu gösteriyor.

Şekil 138. Ö7 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö7 öğrencisi doğru parçalarının uzunluklarını karşılaştırırken birinin cisim köşegeni diğerinin ise yüzey köşegeni olduğunu belirtmiştir. Ancak bununla birlikte doğru parçalarının kesiştikleri cevabını vermiştir. Öğrenci cevabında kavramsal bilgi kullanmasına rağmen görsel algısı yanlış cevap vermesine neden olmuştur. Bu nedenle doğru parçalarının değme noktasının olduğunu düşünmüştür.

EB ve AD doğru parçalarının uzunluklarının birbirine eşit olduğunu belirten “b seçeneğini” işaretleyen Ö13 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Nedenini açıklayınız.

Uygun ölçülerde yerleştirildiğinde aynı doğru parçaların bir-  
birine eşit olduğunu söyleyebilmektedir.

Şekil 139. Ö13 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö13 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde yetersiz bir açıklama yaptığı görülmektedir. Öğrencinin küp veya köşegenle ilgili kavramsal bir bilgi kullanmadığı görülmektedir. Bununla birlikte soru ile ilgisi olmayan açılardan bahsettiği görülmektedir.

EB ve AD doğru parçalarının kesiştiğini belirten “c seçeneğini” işaretleyen Ö15 öğrencisi bunun sebebini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Nedenini açıklayınız.

parçaları kesim noktası değil yanlıştır.

Şekil 140. Ö15 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö15 öğrencisi açıklamasında şeklin yanlış olduğunu ifade etmiştir. Öğrencinin şekle baktığında gördüğü durum bilgisiyle uyuşmadığı için şeklin yanlış olduğuna karar vermiştir. Yani öğrencinin doğru seçeneği işaretlemesine rağmen yanlış bir açıklama yaptığı söylenebilir. Öğrenci açıklamasında düzlemlerden veya köşegenlerden

bahsetmemiştir. Ö15 öğrencisinden farklı olarak Ö11 öğrencisi açıklamasında düzlemlerden bahsetmektedir. Ö11 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.

Kesimeler aynı EB doğru parçası aynı düzlem  
üzere değil aynı AD doğru parçası aynı düzlemdedir

Şekil 141. Ö11 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö11 öğrencisi açıklamasında AD doğru parçasının aynı düzlem üzerinde olduğunu fakat EB doğru parçasının farklı düzlemler üzerinde olduğunu ifade etmiştir. Öğrenci bu açıklamasında doğru parçalarının yüzey ve cisim köşegeni olduklarını belirlemediği için yetersiz bir açıklama yaptığı söylenebilir. Ö32 öğrencisi ise farklı olarak açıklamasında cisim ve yüzey köşegeni kavramlarından bahsetmektedir. Ö32 öğrencisinin açıklaması aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.

E köşegeni doğrudür çünkü AD yüzey köşegeni  
EB cisim köşegenidir.

Şekil 142. Ö32 öğrencisinin algı testinin 5. sorusuna verdiği cevap

Ö32 öğrencisinin açıklaması incelendiğinde doğru parçalarının cisim köşegeni ve yüzey köşegeni olduklarından bahsettiği görülmektedir. Öğrencinin açıklamasında kavramsal bilgisi ön planda olmuştur. Benzer şekilde bu seçeneği işaretleyen Ö44 öğrencisiyle yapılan mülakat şu şekildedir:

- Araştırmacı : Kesişmez demişsin.  
Ö44 : Çünkü ben [düşünür] küp sonuçta üç boyutlu içindekiler sonuçta üç boyutlu diye düşündüm. Mantık olarak kesişmez çünkü şuan açıklayamıyorum ama kesişmezler bence. Yani üst üste değil biri daha önde.
- Araştırmacı : Peki sence üçgen piramit şekli üç boyutlu değil mi?  
Ö44 : O da üç boyutlu.
- Araştırmacı : O soruda niye kesişir dedin o zaman?  
Ö44 : O görüntüden dolayı. Bana üç boyutlu gibi gelmedi. Bana düzleme çizilmiş bir şey gibi geldi.
- Araştırmacı : Burada üç boyutlu olduğu daha belirgin diye mi?  
Ö44 : Evet.

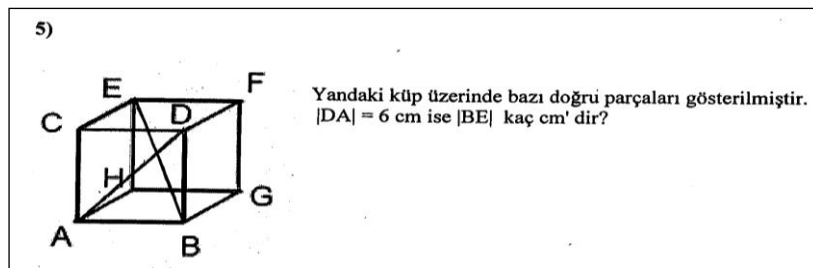
Ö44 öğrencisinin verdiği cevaplar incelendiğinde öğrencinin küpün doğru parçalarını hayal ettiği anlaşılmaktadır. Böylece öğrenci doğru parçalarının birinin daha önde

olduğunu anlayabildiği görülmektedir. Öğrenci bir önceki üçgen piramitle ilgili benzer soruda kesişirler cevabını vermiştir. Bu durum için şeklin 3B görünmediğini belirtmiştir.

Öğrencilerin kesişme durumuna yönelik algılarını belirlemeyi amaçlayan beşinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerden bazılarının sadece görsel algılarına göre cevap verdikleri belirlenmiştir. Bazı öğrenciler açıklamalarında kavramsal bilgilerini kullanmalarına rağmen görsel algılarına göre cevaplar vermişlerdir. Ayrıca dördüncü soruya yanlış cevap veren birçok öğrencinin beşinci soruya doğru cevaplar verdikleri görülmüştür.

#### 4. 1. 3. 4. Problem Testinin Beşinci Sorusundan Elde Edilen Bulgular

Yukarıdaki algı testi sorusuna yönelik problem testindeki bu soru öğrencilerin küpün 2B gösterimindeki doğru parçaları hakkındaki algılarının problem çözme sürecine nasıl yansıdığına belirlenmesine yöneliktir. Problem testinin beşinci sorusu Şekil 143'te gösterilmiştir.



Şekil 143. Problem testi 5. soru

Öğrencilerin problem çözümleri değerlendirilirken soruyu boş bırakmaları veya yanlış çözüm yolu izlemeleri hâlinde 0 puan, sonuca tam olarak ulaşamadıkları durumlarda 1 puan ve doğru sonucu buldukları durumlarda 2 puan şeklinde puanlama yapılmıştır. Alınan puanlara göre öğrenci sayıları Tablo 27'de sunulmuştur.

Tablo 27. Problem Testi 5. Soru

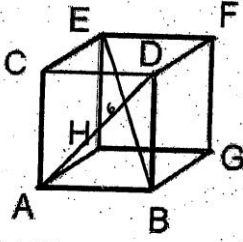
Problem T.	0		1		2	
	n	%	n	%	n	%
5. Soru	28	38,89	3	4,17	41	56,94

Elde edilen bulgular incelendiğinde soruyu boş bırakan veya yanlış çözen 28 öğrenci olduğu görülmektedir. Belli bir aşamaya kadar soruyu doğru olarak çözebilen 3 öğrenci bulunmaktadır. Geri kalan 41 öğrenci ise soruyu doğru olarak cevaplamıştır.



Her iki teste yanlış cevap veren Ö1 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  
 a. Etki olduğudur. EB ve AD diğer parçaları kesişir. Yani  
 birbirini ortadan geçer.



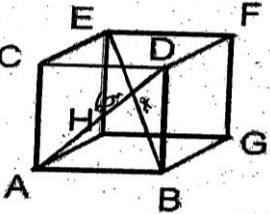
Yandaki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir.  
 $|DA| = 6$  cm ise  $|BE|$  kaç cm' dir?

$|DA| = 6$  cm ise  $|BE|$  onun yarısıdır.  
 $|BE| = 12$  cm dir.

Şekil 144. Ö1 öğrencisinin algı ve problem testinin 5. sorusuna verdiği cevaplar

Ö1 öğrencisinin algı testine verdiği cevap incelendiğinde doğru parçalarının kesiştiğini düşündüğü görülmektedir. Öğrenci problem testinde ise DA uzunluğunun BE uzunluğunun yarısı olduğunu belirtmiştir. Ö1 öğrencisinden farklı olarak Ö11 öğrencisi ise algı testine doğru cevap vermesine rağmen problem testinde doğru cevabı bulamamıştır. Ö11 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.

Nedenini açıklayınız.  
 Kesişmezler. Çünkü EB doğru parçası aynı düzlem  
 içinde değil. Aynı AD doğru parçası aynı düzlemde dir.

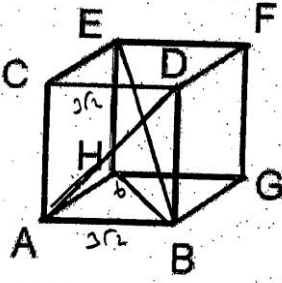


Yandaki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir.  
 $|DA| = 6$  cm ise  $|BE|$  kaç cm' dir?

$|BE| > |AD|$

Şekil 145. Ö11 öğrencisinin algı ve problem testinin 5. sorusuna verdiği cevaplar

Ö11 öğrencisi algı testinde doğru parçalarının farklı düzlemlerde olduğunu belirtmiştir; ancak cisim ve yüzey köşegenlerinden bahsetmemiştir. Dolayısıyla problem testinde de bu köşegenleri kullanarak soruyu çözememiştir. Sadece uzunluklarını karşılaştırabilmiştir. Bu öğrencilerden farklı olarak Ö24 öğrencisi ise her iki teste de doğru cevap verebilmiştir. Ö24 öğrencisinin cevapları aşağıdaki gibidir.



Yandaki küp üzerinde bazı doğru parçaları gösterilmiştir.  
 $|DA| = 6$  cm ise  $|BE|$  kaç cm' dir?

$36 + 18 = 54$   
 $= 36$

**Nedenini açıklayınız.**

.....  
 F.B. cisim köşegeni ve A.D. yüzey köşegeni olduğundan  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Şekil 146. Ö24 öğrencisinin algı ve problem testinin 5. sorusuna verdiği cevaplar

Ö24 öğrencisinin algı testindeki cevabı incelendiğinde cisim ve yüzey köşegenleri kavramlarını kullandığı görülmektedir. Öğrenci problem testine de bu bilgilerini yansıtarak doğru cevap verebilmiştir.

Öğrencilerin kesişme durumuna yönelik algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları belirlemeyi amaçlayan beşinci soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerden bazılarının problem testinde verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Algı testinde soruyu doğru cevaplayarak eksik veya yanlış açıklama yapan öğrencilerden çoğunun problem testinde doğru sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir.

Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerinde doğru parçalarının kesişme durumuna yönelik olarak sorulan sorulardan aldıkları puanlar Tablo 28'de sunulmuştur.

Tablo 28. Kesişme Durumuna Yönelik Algı Testi (A.T.) ve Problem Testi (P.T.) Sorularına ait Puanlar

	4. Soru		5. Soru		Toplam Puan	
	A.T.	P.T.	A.T.	P.T.	A.T.	P.T.
Ö1	0	0	0	0	0	0
Ö2	2	0	3	0	5	0
Ö3	0	0	2	0	2	0
Ö4	3	2	3	2	6	4
Ö5	3	1	3	2	6	3
Ö6	3	1	3	2	6	3
Ö7	3	2	0	2	3	4
Ö8	3	2	3	2	6	4
Ö9	0	0	3	0	3	0
Ö10	2	0	3	0	5	0
Ö11	0	0	2	0	2	0

Tablo 28'in devamı

Ö12	2	0	2	1	4	1
Ö13	0	0	0	0	0	0
Ö14	0	0	0	0	0	0
Ö15	0	0	1	0	1	0
Ö16	3	0	3	2	6	2
Ö17	3	2	3	2	6	4
Ö18	0	0	3	0	3	0
Ö19	3	0	2	0	5	0
Ö20	0	0	3	2	3	2
Ö21	0	0	0	0	0	0
Ö22	0	0	1	0	1	0
Ö23	0	0	2	0	2	0
Ö24	3	2	3	2	6	4
Ö25	3	2	3	2	6	4
Ö26	0	0	3	2	3	2
Ö27	0	0	3	0	3	0
Ö28	2	1	0	0	2	1
Ö29	3	0	3	0	6	0
Ö30	3	1	3	2	6	3
Ö31	3	1	3	2	6	3
Ö32	0	0	3	1	3	1
Ö33	3	0	3	2	6	2
Ö34	3	0	3	0	6	0
Ö35	2	0	3	2	5	2
Ö36	0	0	3	0	3	0
Ö37	0	0	3	1	3	1
Ö38	0	0	3	0	3	0
Ö39	3	2	3	2	6	4
Ö40	0	0	3	2	3	2
Ö41	0	2	3	2	3	4
Ö42	3	2	3	2	6	4
Ö43	3	2	3	2	6	4
Ö44	0	0	2	0	2	0
Ö45	3	0	3	2	6	2
Ö46	0	0	2	0	2	0
Ö47	3	0	3	0	6	0
Ö48	1	0	1	0	2	0
Ö49	0	0	3	0	3	0
Ö50	2	0	3	2	5	2
Ö51	3	1	3	0	6	1
Ö52	3	1	3	2	6	3
Ö53	2	2	3	2	5	4
Ö54	3	2	3	2	6	4
Ö55	1	0	1	2	2	2
Ö56	2	1	0	0	2	1
Ö57	3	0	3	2	6	2

Tablo 28'in devamı

Ö58	0	0	1	0	1	0
Ö59	3	2	3	2	6	4
Ö60	3	1	3	2	6	3
Ö61	3	2	3	2	6	4
Ö62	3	2	3	2	6	4
Ö63	3	2	3	2	6	4
Ö64	2	2	2	2	4	4
Ö65	3	1	3	2	6	3
Ö66	3	0	3	2	6	2
Ö67	3	2	3	2	6	4
Ö68	0	2	3	2	3	4
Ö69	3	2	3	2	6	4
Ö70	3	2	3	2	6	4
Ö71	1	2	3	2	4	4
Ö72	3	0	2	2	5	2
ORT.	1,75	0,75	2,44	1,18	4,19	1,93

Kesişme durumuna yönelik sorulara ait ortalamalar incelendiğinde algı ve problem testlerinde en düşük ortalamaların dördüncü sorulara ait olduğu görülmektedir. Tablo 29'da öğrencilerin doğru parçalarının kesişme durumuna yönelik olarak sorulan sorulardan aldıkları algı testi puanları ve problem testi puanları arasındaki ilişki verilmiştir.

Tablo 29. Öğrencilerin Kesişme Durumuna Yönelik Sorulardan Aldıkları Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı

		Algı Testi	Problem Testi
Algı Testi	r	1	,628**
	p	.	,000
	N	72	72
Problem Testi	r	,628**	1
	p	,000	.
	N	72	72

\*\* Korelasyon Katsayısı 0,01 seviyesinde anlamlıdır.

Tablo 29 incelendiğinde öğrencilerin kesişme durumu ile ilgili sorulardan aldıkları algı testi ile problem testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir [ $r=0,628$ ;  $p<.01$ ]. Buna göre kesişme durumu ile ilgili sorularda algı testi puanı yüksek olan öğrencilerin problem testi puanının da yüksek olduğu söylenebilir. Öğrencilerin algı ve problem testlerinden aldıkları puan ortalamaları Tablo 30'da soru soru sunulmuştur. Algı testindeki sorular 3 puan üzerinden, problem testindeki sorular ise 2 puan üzerinden değerlendirilmiştir.

Tablo 30. Algı ve Problem Testi Soru Ortalamaları

	Algı Testi Puanı (3 puan üzerinden)	Problem Testi Puanı (2 puan üzerinden)
1-A	1,89	
1-B	2,01	1,61
2	2,17	1,50
3	1,86	1,33
4	1,75	0,75
5	2,44	1,18
6	1,29	1,39
7	1,85	1,25
8	1,26	1,08
9	1,46	0,81
Toplam	17,99 (30 puan üzerinden)	10,90 (18 puan üzerinden)

Soru ortalamaları incelendiğinde algı testinde en düşük ortalamanın sekizinci soruya ait olduğu, problem testinde en düşük ortalamanın ise dördüncü soruya ait olduğu görülmektedir. 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin neden olduğu uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumlarına yönelik soru ortalamaları ve testlerin genel ortalamaları Tablo 31’de sunulmuştur. Algı testi 30 puan üzerinden, problem testi ise 18 puan üzerinden değerlendirilmiştir.

Tablo 31. Algı ve Problem Testi Genel Ortalamaları

	Uzunluk Kaybı	Açı Kaybı	Kesişme Durumu	Toplam
Algı Testi ortalaması (3 puan üzerinden)	1,72	1,73	2,10	17,99
Problem testi ortalaması (2 puan üzerinden)	1,35	1,26	0,97	10,90

Öğrencilerin ortalamaları incelendiğinde algı testinde uzunluk ve açı kaybı için birbirine yakın ortalamaları olduğu görülmektedir. Problem testinde ise en düşük ortalamanın kesişme durumunda olduğu görülmektedir. Genel olarak algı ve problem testleri arasındaki ilişki Tablo 32’de sunulmuştur.

Tablo 32. Öğrencilerin Algı Testi Puanları ile Problem Testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayısı

		Algı Testi	Problem Testi
Algı Testi	r	1	,859**
	p	.	,000
	N	72	72

Tablo 32'nin devamı

Problem Testi	r	,859**	1
	p	,000	.
	N	72	72

\*\* Korelasyon Katsayısı 0,01 seviyesinde anlamlıdır.

Tablo 32 incelendiğinde öğrencilerin algı ve problem test puanları arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki görülmektedir [ $r=0,859$ ;  $p<.01$ ]. Buna göre algı testi puanları yüksek olan öğrencilerin problem testi puanlarının da yüksek olduğu söylenebilir.

#### 4. 2. Uzamsal Görselleştirme Testinden Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme testinde yer alan üç bölümden aldıkları puanlar aşağıdaki Tablo 33'te sunulmuştur.

Tablo 33. Uzamsal Görselleştirme Testi Puanlamaları

	Oluşturma	Döndürme	Bakış	Toplam
Ö1	8	1	4	13
Ö2	3	4	2	3
Ö3	4	2	2	8
Ö4	12	10	8	30
Ö5	12	11	12	35
Ö6	10	8	7	25
Ö7	12	11	11	34
Ö8	11	10	3	24
Ö9	11	6	7	24
Ö10	9	3	2	14
Ö11	10	6	4	20
Ö12	4	5	3	12
Ö13	6	4	3	13
Ö14	2	5	2	9
Ö15	5	5	0	10
Ö16	7	4	4	15
Ö17	8	5	6	19
Ö18	9	3	5	17
Ö19	4	8	4	16
Ö20	2	6	2	10
Ö21	4	2	0	6
Ö22	6	7	4	17
Ö23	3	8	4	15
Ö24	12	10	6	28
Ö25	8	7	4	19
Ö26	6	3	8	17
Ö27	4	3	0	7
Ö28	5	5	4	14

Tablo 33'ün devamı

Ö29	6	7	5	18
Ö30	11	6	4	21
Ö31	8	7	6	21
Ö32	3	7	2	12
Ö33	12	9	10	31
Ö34	9	10	5	24
Ö35	6	1	3	10
Ö36	2	3	2	7
Ö37	5	5	3	13
Ö38	4	1	6	11
Ö39	10	7	5	22
Ö40	5	4	8	17
Ö41	8	7	5	20
Ö42	8	5	6	19
Ö43	12	10	11	33
Ö44	5	3	2	10
Ö45	6	5	2	13
Ö46	4	7	1	12
Ö47	5	5	0	10
Ö48	5	4	5	14
Ö49	4	1	2	7
Ö50	2	2	1	5
Ö51	8	9	2	19
Ö52	6	4	8	18
Ö53	10	10	5	25
Ö54	11	11	9	31
Ö55	6	4	4	14
Ö56	8	6	1	15
Ö57	6	5	4	15
Ö58	6	4	4	14
Ö59	6	3	4	13
Ö60	7	7	5	19
Ö61	8	7	6	21
Ö62	8	6	6	20
Ö63	8	6	6	20
Ö64	10	9	7	26
Ö65	8	11	12	31
Ö66	11	10	3	24
Ö67	10	8	5	23
Ö68	9	10	8	27
Ö69	5	8	4	17
Ö70	11	11	7	29
Ö71	12	11	6	29
Ö72	9	8	7	24
ORT.	7,22	6,19	4,69	18,03

Uzamsal görselleştirme testi her bir bölüm 12 puan olmak üzere toplam 36 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Tablo 33 incelendiğinde öğrencilerin oluşturma ve döndürme

bölümlerinden birbirine yakın ortalamalara; ancak bakış bölümünde daha düşük bir ortalamaya sahip oldukları görülmektedir. Genel ortalamaya bakıldığında ise öğrencilerin 36 puan üzerinden 18,03 puan ortalamasına sahip oldukları görülmektedir.

#### 4. 3. Uzamsal Görselleştirme Testinin Algı ve Problem Testleri ile İlişisine Yönelik Bulgular

Öğrencilerin her bir testten aldıkları puanların ortalamaları Tablo 34'te sunulmuştur.

Tablo 34. Uzamsal Görselleştirme Testi Puan Ortalamaları

Testler	Oluşturma	Döndürme	Bakış	Algı Testi	Problem Testi
Ortalamalar	7,22	6,19	4,69	17,96	10,90

Bu ortalamalar, uzamsal görselleştirme testine ait “Oluşturma, Döndürme ve Bakış” bölümleri için 12, algı testi için 30 ve problem testi için ise 18 puan üzerinden alınan puanları göstermektedir.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme testinin “Oluşturma, Döndürme, Bakış” bölümlerinden aldıkları puanlar ile algı ve problem testinden aldıkları puanlar arasındaki ilişki Tablo 35'te sunulmuştur.

Tablo 35. Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme testinin Oluşturma, Döndürme, Bakış Bölümlerine Ait Puanları ile Algı ve Problem testi Puanlarına İlişkin Korelasyon Katsayıları

	Algı		Problem	
Oluşturma	r	,565	r	,590
	p	,000	p	,000
	N	72	N	72
Döndürme	r	,563	r	,585
	p	,000	p	,000
	N	72	N	72
Bakış	r	,477	r	,581
	p	,000	p	,000
	N	72	N	72
Toplam	r	,624	r	,686
	p	,000	p	,000
	N	72	N	72

\*\* Korelasyon Katsayısı 0,01 seviyesinde anlamlıdır.

Tablo 35 incelendiğinde öğrencilerin uzamsal görselleştirme testi puanları ile algı testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir [ $r=0,624$ ;  $p<.01$ ]. Buna göre uzamsal görselleştirme testinden yüksek puan alan



öğrencilerin algı testinden de yüksek puan aldığı söylenebilir. Uzamsal görselleştirme testinin bölümleri ile algı testi puanları arasındaki ilişkiler incelendiğinde her bir bölümden alınan puan ile algı testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı ilişkiler bulunmakla birlikte en yüksek ilişkinin oluşturma bölümüyle olduğu ve bunu sırasıyla döndürme ve bakış bölümlerinin takip ettiği görülmektedir.

Öğrencilerin uzamsal görselleştirme testi puanları ile problem testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir [ $r=0,686$ ;  $p<.01$ ]. Buna göre uzamsal görselleştirme testinden yüksek puan alan öğrencilerin problem testinden de yüksek puan aldığı söylenebilir. Uzamsal görselleştirme testinin bölümleri ile problem testi puanları arasındaki ilişkiler incelendiğinde her bir bölümden alınan puan ile problem testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı ilişkiler bulunmakla birlikte en yüksek ilişkinin oluşturma bölümüyle olduğu ve bunu sırasıyla döndürme ve bakış bölümlerinin takip ettiği görülmektedir.

Korelasyon katsayıları incelendiğinde, uzamsal görselleştirme testi puanları ile problem testi puanları arasında, algı testi puanlarına göre daha yüksek ilişkilerin olduğu görülmektedir.

## 5. TARTIŞMA

### 5. 1. Öğrencilerin 3B Cisimlerin Gösterimlerini Algılamalarına Yönelik Tartışma

Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algıları incelendiğinde, çeşitli hatalı algılara sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini yorumlamada zorluk yaşadıkları ve hatalı algılara sahip oldukları daha önce yapılan çalışmalarda (Ben-Chaim, Lappan ve Houang, 1988; Parzys,1991; Bako, 2003; Accassina ve Rogora, 2006; Kösa, 2011) ortaya konmuştur. Bu anlamda 3B cisimlerin kitaplardaki 2B gösterimlerinin temsil gücünün düşük olduğu ve öğrencilerin şekildeki muhtemel ilişkileri görebilmelerine olanak sağlamadığı söylenebilir.

Hatalı algıya sahip olan öğrencilerin önemli bir kısmının açıklamalarında, soruda verilen kavramsal öğeleri kullanmadıkları, çözüm süreçlerini görsel algılarının yönlendirdiği görülmüştür. Bu durumun görüldüğü öğrenciler uzunluk kaybı ile ilgili sorularda uzunlukları şekilde gördükleri gibi kabul etmişlerdir. Bazı öğrencilerin eşik prizmadaki dörtgenlerin eşliği ile ilgili açıklamaları incelendiğinde "şekil düzgün değil eşitliğini bilemeyiz", "doğrular aşağıya indikçe uzunluklar büyüyor", "eş olsa eşit görünür" gibi kavramsal olmaktan çok görsel algılamalara rastlanmıştır. Benzer şekilde açı kaybı ile ilgili sorularda bazı öğrenciler soruda hiçbir veri olmamasına rağmen görünüşleri dik açıya benzeyen açıları dik açı olarak belirtmişlerdir. Öğrencilerin bazıları küpün bir parçası olan kareyle ilgili hiçbir kavramsal bilgi kullanmayıp karenin eşit uzunlukta olan kenarlarını değil eşit gibi gördükleri kenarların uzunlukların eşit olduğunu belirtmişlerdir. Bu öğrenciler hem açıları hem de uzunlukları belirlerken görsel algılarına göre cevap vermişlerdir. Bazıları ise yine görsel algılarına göre gösterimde dik açı bulamadıkları için farklı seçenekleri tercih etmişlerdir. Bu öğrencilerin soruda verilen dikdörtgenler prizması, üçgen prizma veya küpün parçaları olan dikdörtgen ve karelerle ilgili hiçbir kavramsal bilgi kullanmadıkları ve görsel algılarına göre açıları belirledikleri tespit edilmiştir. Yine açı kaybı için üç dikme teoremi ile ilgili sorularda öğrencilerin; "şekil düzgün olmadığı için iki dik çizilemez", "açılar  $90^0$  görünmüyor", "d doğrusu düzleme paralel değil, diklik olamaz", "d doğrusu dik çizilmemiş" gibi açıklamaları görülmüştür. Bu öğrenciler kesişme durumu ile ilgili sorularda da aynı şekilde görsel algılarına göre şekil üzerinde kesiştiğini gördükleri doğru parçalarını kesişiyor olarak düşünmektedirler. Bazı öğrenciler, şekil üzerinde kesişim noktası işaretlemişlerdir. Öğrenciler küp, köşegen, ayrit, düzlem gibi kavramsal ifadelerden bahsetmeden sadece şekil üzerinden yorum yapmışlardır. Bu öğrencilerin, "birbiri üstünden geçiyor", "birbirine değişiyor" gibi açıklamaları bulunmaktadır. Öğrencilerin

bu gibi açıklamaları cevaplarında sadece görsel algılarının etkili olduğunu göstermektedir. Guillen (1996), 3B düşünmeyi dört düzeyde karakterize ettiği çalışmasında öğrencilerin, Van Hiele teorisindeki gibi öğrencilerin 3B geometriyi öğrenirken bazı düzeylerden geçtiklerini belirtmiştir. Çalışmasında; Düzey 1 olarak belirttiği tanıma düzeyinde öğrencilerin sadece görsel uyarıcılarla ilgilendiklerini, Düzey 2 olarak belirttiği analiz düzeyinde ise öğrencilerin düşünmeleri hâlâ fiziksel algılara dayalı olmasına rağmen cisimlerin matematiksel özelliklere sahip olduğunu algılamaya başladıklarını belirtmiştir. Bu çalışmanın paralelinde, sadece görsel algılarıyla cevap verdikleri belirlenen bu öğrencilerin, Guillen (1996)'in 3B düşünme düzeylerinden tanıma düzeyinde oldukları ve analiz düzeyine çıkamadıkları söylenebilir. Öğrencilerin verdikleri cevaplarda soru ile ilgili hiçbir kavramsal bilgi kullanmamalarının, öğrencilerde yanlış algıların oluşmasına neden olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin daha önce girmiş oldukları okul ve merkezi sistem sınavlarında algılarını belirlemeye yönelik sorularla değil de sayısal değerlerin olduğu sorularla karşılaşmaları, sayısal değerlerin bulunmadığı algı testi sorularında gösterimlere odaklanmalarına neden olmuş olabilir.

Öğrencilerden bazıları cevaplarında kavramsal bilgi kullanmalarına rağmen görsel algıları daha etkili olmuştur. Bu durumla ilgili olarak uzunluk kaybı sorusunda bazı öğrencilerin düzgün olmayan çokgenin kenarlarının farklı uzunlukta olduğunu bildiği hâlde gösterime dikkat ederek karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu belirtmesi örnek verilebilir. Açık kaybı ile ilgili olarak bazı öğrencilerin köşegenden bahsettiği ancak karenin dik açısını görsel algısına göre belirlediği görülmüştür. Bazı öğrencilerin dik açıları belirttiği ancak gösterimde birbiri içinde gibi görünen açılardan ikisinin de dik olamayacağı şeklinde yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Öğrenciler, dikdörtgenin köşesindeki açının ve prizmanın içindeki üçgenin açısının dik olacağını bilmesine rağmen gösterim öğrencilerde yanlış algıların oluşmasına sebep olmuştur. Yapılan mülakatlarda bazı öğrencilerin üçgen dik prizmayı doğru şekilde tarif ettikleri ancak yine de görsel algılarına göre yanal yüzlerdeki dikdörtgenlerin açılarını geniş açı olarak belirttikleri tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden bazıları prizmanın yanal yüzlerinde dik açıların olacağını bilmesine rağmen toplamın  $360^{\circ}$  olacağı şeklindeki algıları nedeniyle yanlış cevaplar vermişlerdir. Kesişme durumu ile ilgili olarak bazı öğrencilerin, doğru parçalarının kesişmediklerini bildiği ve bu yüzden gösterimin yanlış olduğunu düşündüğü belirlenmiştir. Benzer şekilde, aykırı doğruların birbirinden bağımsız olacağını belirtmesine rağmen gösterim üzerinde kesişme noktası çizen öğrenciler vardır. Bazı öğrenciler cisim köşegeni, yüzey köşegeni gibi kavramsal bilgilerden bahsetmelerine rağmen ya da aykırılığını doğru şekilde tarif etmelerine rağmen "doğrular birbiri üstünden geçiyorlar" şeklindeki görsel algılarına göre cevap vermişlerdir. Parzys (1991), çalışmasında benzer şekilde öğrencilerin konuya

hâkim olmadıkları durumlarda gösterimlerin içerdikleri örtük kuralların öğrencileri geometrik nesnelere hakkında yanılgılara sürükleyeceğini, uzay geometrideki çizim yetersizliği durumunun öğrenciler arasında hatalı anlayışlar oluşturduğunu belirtmiştir. Çalışmada çizimlerde nesnelere özelliklerinin korunmasının önemli olduğu ve öğrencilerin nesnelere özellikleri hakkındaki bilgilerini uygulamada kullanamadıkları sonucuna varmıştır. Bu öğrenciler konu ile ilgili bazı kavramsal bilgilere sahip olsalar da bu bilgilerini görsel algılarıyla da onaylamak istemektedirler. Ancak 3B cisimlerin 2B gösterimlerinin cismin temsilinde yetersiz olmasından dolayı öğrencilerde yanlış algılar oluşmaktadır. Bu öğrencilerin kavramsal bilgileriyle görsel algıları arasında bazı çelişkiler olduğu için mülakatta sorulan sorularda karmaşa yaşadıkları görülmüştür. Fischbein (1993), bu bulgulara paralel olarak geometrik bir şeklin kendi özünde sahip olduğu kavramsal özelliklerle tanımlanmasına rağmen yalnızca bir kavram olmadığını bunun yanı sıra bir imaj olduğunu belirterek geometriyi, imaj ve kavramlar arasında etkileşimin gerekli olduğu bir alan olarak ifade etmektedir. Çalışmasında öğrencilerin sahip oldukları bazı zorlukları, imaj ve kavramları birleştirmedeki eksiklikler olarak yorumlamaktadır. Fishbein (1993)' in, "figural concept" olarak belirttiği teorisinde de bahsedildiği gibi, öğrencilerin bazı kavramsal bilgilerine rağmen bunu görsel algılarıyla birleştirememeleri, hatalı algılarının oluşmasının sebebi olduğu söylenebilir.

Bazı öğrenciler açıklamalarında soru ile ilgili bazı kavramsal bilgilerden bahsetseler de bilgilerinin hatalı veya eksik olduğu belirlenmiştir. Buna örnek olarak öğrencilerin "dik piramidin yanal yüzlerinden biri diktir", "düzgün olmayan altıgen piramitte altıgenin kenarları eşittir ancak yanal ayrıtlar farklıdır", "eğik prizma eğik olduğu için tabanlar benzer olur, dik olsaydı eş olurdu", "paralel düzlemlerdeki dörtgenler eş olur", "küpün tabanındaki karenin köşegen ile bölünmesi sonucunda eşkenar üçgenler oluşur", "dik prizmada bütün açılar dik olur, bu yüzden üçgen prizmadaki üçgen dik üçgendir", "üçgen piramitte bütün doğrular kesişir" gibi açıklamaları gösterilebilir. Öğrencilerde görülen bu düşüncelerin temelini, konu ile ilgili yanlış veya eksik kavramsal bilgiler oluşturmaktadır. Öğrencilerin sahip olduğu eksik ya da hatalı kavramsal bilgiler muhakeme süreçlerinin de hatalı olmasına sebep olmaktadır.

Öğrencilerin algıları incelendiğinde, bazı öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini doğrudan düzlemdeymiş gibi algıladıkları, bir diğer ifade ile 2B geometri için sahip oldukları bilgileri 3B geometriye (şekillere derinlik hissi katmadan) genellemeye çalıştıkları görülmüştür. Birçok öğrenci tam açının  $360^{\circ}$  ve doğru açının  $180^{\circ}$  olduğu bilgisini 3B cisimlerin gösterimlerinde kullanarak sorulara yanlış cevap vermişlerdir. Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde "üç tane dik açının birleştiği yerde  $360^{\circ}$  olması lazım,  $270^{\circ}$  olduğu için yanlış olur" ya da "iki tane dik açı  $180^{\circ}$  olduğu için üçüncünün de  $180^{\circ}$  olması

gerekir ama üçgenin açısı olduğu için olamaz" gibi yorumlar yaptıkları ve bu yorumlarına göre doğru seçeneği bulmaya çalıştıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin üç dikme teoremi ile ilgili sorularda da aynı hatayı yaptıkları ve " $90^0$  ile  $90^0$ 'nin toplamı  $180^0$  olur, üçgene bir şey kalmaz", "ayrı ayrı dik olabilir ama birlikte olmaz" gibi algılarının olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin üç dikme teoremi sorularında "yükseklikler eşit uzunlukta olur", "açılar eşit (dik) olduğu için yükseklikler de eşit olur", "bir noktadan yalnız bir dik çizilebilir" şeklinde algıları görülmüştür. Bu öğrencilerin 2B geometrideki bilgilerini bu sorularda da yanlış bir şekilde kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Battista ve Clement (1992), okul geometrisi teriminin genellikle Öklid geometrisi anlamına geldiğini belirtmiştir. Ülkemizde geometri öğretim programları incelendiğinde 2B düzlem geometri ağırlıklı olduğu görülmektedir. Ortaöğretim düzeyindeki geometri derslerinde de uzay geometriye yönelik dersler düzlem geometriye yönelik derslere göre daha az bir yere sahiptir. Öğrencilerin 3B geometriyle ilgili sorularda 2B düşünceleri ve 2B geometri kurallarını uygulamalarında, okullarda daha çok üzerinde durulan 2B geometri konularına daha çok hâkim olmaları neden olmuş olabilir.

Öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini algılamaları incelendiğinde bazı öğrencilerin soruda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Bu durumla ilgili olarak bazı öğrencilerin soruda bilgi verilmemesine rağmen noktanın kenarın ortasında olduğunu düşündükleri ya da üçgen hakkında bilgi verilmemesine rağmen üçgenin dik üçgen olduğunu düşündükleri görülmüştür. Duval (1995), şeklin neyi temsil ettiği ile şeklin ne gösterdiği arasında farklılık olduğunu, yalnız başına şeklin gösterdiği şeyin bilinçsiz bir analize sebep olabileceğini; şeklin temsil ettiği bilginin ise tanımlarla, sınıflamalarla kontrol altına alınması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca şekil ile ilgili bazı sözel bilgilerin (şeklin sınıfı ve hipotezler gibi) verilmesi, bazılarının da bu bilgilerden çıkarılması (tanımlar ve teoremler yardımıyla) gerektiğini ifade etmektedir. Bu açıdan, öğrencilerin sorularda verilen sözel bilgileri kullanmadıkları ve yalnızca şeklin görüntüsüne yönelik algılarıyla yorumlar yaptıkları söylenebilir. Başka bir ifade ile öğrencilerin soruda verilmeyen bilgileri kullanmalarında, görsel algılarının soruda verilen sözel bilgiler ile birleştirilmemesinin etkili olduğu düşünülebilir. Ayrıca bu durumun yaşanmasında öğrencilerin daha sık karşılarına çıkan durumlarda edindikleri alışkanlıkları farklı durumlara da uygulamalarının etkili olduğu görülmüştür. Örneğin, üçgen dik prizmanın tabanının dik üçgen olduğunu düşünen öğrencinin odanın köşesini hayal ettiği görülmüştür. Öğrenci daha sık karşılaştığı kare ve dikdörtgen prizma cisimlerindeki odanın köşesini hayal etme alışkanlığını üçgen prizma için de tekrarlamıştır.

Algı testinde uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumu ile ilgili olarak öğrencilerin her bir durum için aldıkları puan ortalamaları incelendiğinde, uzunluk kaybı ve açı kaybı

için puan ortalamalarının birbirine çok yakın olduğu, kesişme durumu ile ilgili sorulardan aldıkları puan ortalamalarının ise daha yüksek olduğu görülmektedir. 3B geometrik cisimlerin kâğıt üzerindeki çizimlerinin ortamın statikliğinden dolayı yorumlanmasının zorluğu yapılan çalışmalarda (Accassina ve Rogara, 2006; Kösa, 2011) belirtilmiştir. Öğrencilerin açı kaybı ve uzunluk kaybı durumlarında daha düşük puan ortalamalarına sahip olmaları, çizimlerdeki statikliğin öğrencilerin cisimlerin açı ve uzunluklarını algılamalarını daha çok etkilediğini düşündürülebilir.

Öğrencilerin uzunluk kaybı ile ilgili soru ortalamaları incelendiğinde en çok sekizinci soruda zorluk yaşadıkları görülmüştür. Parzys (1991), çalışmasında paralel perspektifin nesnelerin özelliklerini daha çok koruması dolayısıyla öğrenci algıları için daha uygun olduğunu belirtmiştir. Bu soruda öğrencilerin daha çok güçlük yaşamasının nedeni gösterimin paralel perspektife ait olmamasından ve bu nedenle paralelliklerin gösterimde korunmamasından kaynaklanmış olabilir. Öğrencilerin açı kaybı soruları ile ilgili ortalamaları incelendiğinde ise en çok altıncı soruda güçlük yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin bu soruda güçlük yaşamaları; tam açının  $360^{\circ}$  ve doğru açının  $180^{\circ}$  olması durumunu soruda uygulamaya çalışmaları, dikdörtgen ve kare dik prizmanın taban açıları gibi üçgen prizmanın da tabanındaki üçgenin dik açılı üçgen olduğunu düşünmeleri, görsel algılarının dik açıları bulmalarına engel olması gibi farklı hatalı algılarından kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin kesişme durumu ile ilgili ortalamaları incelendiğinde ise dördüncü soruda en düşük puanları aldıkları görülmektedir. Bu durumla ilgili beşinci sorunun ortalaması ise daha yüksektir. Kesişme durumu ile ilgili olarak sorulan dördüncü ve beşinci soruların birbirine benzemesine rağmen puan farkının oluşması dikkat çekmektedir. Bu durumda öğrencilerin bazı cisimlerin gösterimleri üzerinde yaptıkları hataları diğer cisimlerde yapmadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin daha düşük puanlar aldıkları sorunun üçgen piramide ve daha yüksek puanlar aldıkları sorunun küpe ait olduğu görülmüştür. Öğrencilerin küp cismini daha erken yaşlarda tanımaları, günlük hayatta daha çok karşılaştıkları ve daha iyi bildikleri bir cisim olması, bu durumun yaşanmasına neden olmuş olabilir.

## 5. 2. Öğrencilerin Algılarının Problem Çözme Süreçlerine Yansımaları Üzerine Tartışma

Öğrencilerin problem testinden aldıkları puanların ortalaması incelendiğinde, algı testinde en yüksek ortalamaya sahip oldukları kesişme durumu için problem testinde en düşük ortalamaya sahip oldukları görülmüştür. Daha sonra sırasıyla açı kaybı ve uzunluk kaybı ile ilgili problemler gelmektedir. Öğrencilerin algı testi puanları ile problem testi puanları arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin bulunduğu görülmüştür.

Öğrencilerin uzunluk kaybı ile ilgili algı testi puanları ile problem testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin bulunduğu belirtilmiştir. Öğrencilerin açı kaybı ile ilgili algı testi puanları ile problem testi puanları arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin bulunduğu belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin kesişme durumu ile ilgili olarak algı ve problem testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin bulunduğu tespit edilmiştir. Bu durumda algı ve problem testleri arasında bütün durumlar için pozitif ve anlamlı ilişkilerin bulunduğu görülmektedir. Genel olarak algı testi puanları yüksek olan öğrencilerin problem testi puanlarının da yüksek olduğu söylenebilir. Bununla birlikte en yüksek ilişkinin açı kaybı soruları için geçerli olduğu da görülmektedir. Öğrencilerin uzunluk ve kesişme durumları için testler arasındaki ilişkinin açı durumundaki ilişkiye göre daha düşük olması, bu durumlar için problem testlerindeki sorularda verilen sayısal değerlerin öğrencilerin algı testlerindeki düşüncelerine ters düşmesi durumunda bazı öğrencilerin verilen sayılara göre değişik çözüm yolu geliştirmeleriyle açıklanabilir. Açı kaybı durumu için ise problem çözümlerinde sayısal değerlerden ziyade açıların belirlenmesi önemli olduğundan öğrencilerin algı testi ve problem testindeki cevapları arasında daha yüksek ilişki bulunmuş olabilir.

Öğrencilerin algılarının problem çözme süreçlerine yansımaları incelendiğinde her iki teste de yanlış cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde bazılarının problem testindeki sorularda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Bu duruma örnek olarak bazı öğrencilerin soruda bilgi verilmemesine rağmen "bir kenar uzunluğunun diğerinin yarısı ya da iki katı olduğu", "cisim köşegeninin yüzey köşegeninin iki katı olduğu" gibi bilgiler kullandıkları gösterilebilir. Bazı öğrencilerin algı testlerindeki cevaplarına uygun olarak sonuç bulabilmek için verilen sayılarla toplama, çarpma gibi işlemler yaptıkları görülmüştür. Örneğin, bazı öğrencilerin daha uzun olarak düşündüğü kenarın uzunluğunu bulmak için verilen sayıları topladıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazıları görsel algılarını problem testine yansıtarak algılarına uygun ancak doğru olmayan çözüm yolları izlemişlerdir. Buna örnek olarak, dik açıyı geniş açı olarak algılayan öğrencilerden bazılarının problem testinde geniş açılı olarak algıladıkları üçgende kosinüs teoremi uygulayarak kenar uzunluğunu hesaplamaya çalışmaları gösterilebilir. Açı kaybı ile ilgili soruda şekle derinlik hissi katmadan tam açının  $360^{\circ}$  olması gerektiği algısına sahip öğrencilerden bazılarının, problem testinde alan hesabı yaparken de gösterimi prizma olarak düşünmedikleri, düzlemsel şekillerdeki gibi tüm alandan bazı alanları çıkararak alan hesabı yapmaya çalıştıkları, benzer şekilde kesişme durumunda doğru parçalarının kesiştiğini belirten öğrencilerden bazılarının, problem testindeki hacim hesabı sorusunda üçgen piramidi deltoid gibi düşündükleri belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise algı testindeki cevaplarını, problem testinde verilen sayısal değerlere göre değiştirerek algılarından farklı

olarak işlemler yaptıkları görülmüştür. Bu duruma, bazı öğrencilerin algı testinde yanlış olduğunu düşündükleri çizim için problem testindeki soruya cevap vermeleri, eğik doğrunun dik olamayacağını düşünen öğrencilerin sayıları görünce algılarına ters olarak eğik doğrular için dik açı kullanmaları örnek gösterilebilir. Öğrencilerin algı hataları, problem çözme süreçlerinde de farklı hatalar yapmalarına neden olmaktadır. Parsysz (1991), 3B bir cismin çiziminin nesneyi yalnızca anımsatabileceğini ve bu çizimlerde tahminlerin zor ve yanıltıcı olduğunu belirttiği çalışmasında, bu gösterimlerin problem çözümlerinde etkili bir araç olarak kullanılabileceğini de ifade etmiştir. Bununla birlikte yukarıdaki örneklerde algı hataları olan öğrencilerin önemli bir kısmının problem testlerinde de bu gösterimleri etkili bir şekilde kullanamadıkları ve algısal hatalarını problem çözme süreçlerinde de değişik şekillerde devam ettirdikleri ortadadır.

Algı testine doğru cevap vermesine rağmen problem testinde hatalı işlemler yapan öğrenciler olmuştur. Bazı öğrencilerin kesişme durumu ile ilgili olarak algı testinde doğru parçalarının aykırı olduğunu belirtmesine rağmen problem testinde hacim hesabı için verilen sayılarla yanlış işlemler yaptıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise kesişme durumu ile ilgili olarak algı testinde doğru cevap vermelerine rağmen problem testinde işlem yapamadıkları sadece doğru parçalarının uzunluklarını kıyaslayabildikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerin genellikle algı testlerinde doğru cevap vermelerine rağmen yetersiz açıklamalar yaptıkları ve kavramsal bilgilerden bahsetmedikleri görülmüştür. Ayrıca her iki teste de doğru cevap veren öğrencilerin büyük bir kısmının algı testinde kavramsal bilgileriyle cevap veren öğrenciler olduğu belirlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin problem çözme süreçlerinde doğru çözüm yolları izlemelerinde sadece doğru algılarının olmasının yeterli olmadığı aynı zamanda kavramsal bilgilerini kullanabilmelerinin de önemli olduğu düşünülebilir.

### **5. 3. Uzamsal Becerilerin Algı ve Problem Çözme Süreçleri ile İlişkisi Üzerine Tartışma**

Öğrencilerin oluşturma, döndürme ve bakış olmak üzere üç bölümden oluşan uzamsal görselleştirme testinden aldıkları puan ortalamaları incelendiğinde, en yüksek puanı “oluşturma” bölümünden aldıkları görülmektedir. Bu bölümü sırasıyla “döndürme” ve “bakış” bölümleri izlemektedir.

Uzamsal görselleştirme testinin ve her bir bölümünün, algı ve problem testleri ile ilişkisi incelendiğinde, her durumda problem testi ile daha yüksek ilişkilerin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin uzamsal görselleştirme testi puanları ile algı testi puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı ilişki olduğu görülmektedir. Uzamsal görselleştirme testi puanları ile problem testi puanları arasında yine orta düzeyde, pozitif



ve anlamlı ilişki olduğu görülmektedir. Uzamsal görselleştirme becerisinin geometrik düşünmeyle yakından ilgili olduğu yapılan çalışmalarda (Bishop, 1980; Fennema ve Tatre, 1985) belirtilmiştir. Bununla birlikte uzamsal beceri ile problem çözme performansının ilişkili olduğunu yapılan çalışmalarda (Mitchelmore 1976, akt: Capraro, 2001; Mosses, 1977 akt: Seng ve Chan, 2000; Battista, Wheatley ve Talsma, 1989, akt: Turğut, 2010) belirtilmiştir. Diğer taraftan Pittalis vd. (2007), öğrencilerin uzamsal beceri düzeylerinin geometri başarılarının tahmininde güçlü bir yordayıcı olduğunu belirtmişlerdir. Ancak yapılan çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada, uzamsal görselleştirme testinin öğrencilerin algıları ve problem çözme süreçleri ile ilişkisi karşılaştırmalı olarak sunulmuş olup problem çözme ile daha yüksek ilişkili olduğu bulunmuştur. Ayrıca çalışmada bu ilişkiler uzamsal görselleştirme testinin bölümleri bağlamında da incelenmiştir. Hem algı hem de problem testleri için en yüksek ilişkilerin uzamsal görselleştirme testinin oluşturma bölümüyle ve en düşük ilişkilerin ise bakış bölümü ile olduğu belirlenmiştir.

## **6. SONUÇ VE ÖNERİLER**

### **6. 1. Sonuçlar**

Çalışmadan elde edilen sonuçlar, araştırmanın problemlerine yönelik olarak ayrı başlıklarda sunulmuştur.

#### **6. 1. 1. Öğrencilerin 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algıları**

Bu bölümde, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algıları ile ilgili elde edilen bulgulardan varılan sonuçlara yer verilmiştir.

##### **6. 1. 1. 1. Öğrencilerin Önemli Bir Kısımının Açıklamalarında Kavramsal Öğeleri Kullanmadıkları, Sorulara Sadece Görsel Algılarıyla Cevap Verdikleri Görülmüştür.**

Bu öğrencilerin yaptıkları açıklamalarda sorularda verilen kavramsal bilgileri kullanmadıkları ve gösterimlerden gördükleri hâliyle sorulara cevap verdikleri görülmüştür. Uzunluk kaybı ile ilgili sorularda uzunlukları şekilde gördükleri gibi düşünmüşlerdir. Gerçekte eşit olan uzunlukları görsel algılarının etkisiyle farklı olarak algılamışlardır. Benzer şekilde açı kaybı ile ilgili sorularda da dik açıları değil görsel algılarına göre dik açı gibi gördükleri açıları dik açı olarak algılamışlardır. Gerçekte dik açı olan açıları görsel algılarının etkisiyle dar veya geniş açı olarak düşünmüşlerdir. Kesişme durumu ile ilgili sorularda da yine görsel algılarına göre şekil üzerinde kesiştiğini gördükleri doğru parçalarını kesişiyor olarak algılamışlardır. Bu öğrenciler açıklamalarında "kare, dikdörtgen, köşegen, düzlem" gibi kavramlardan bahsetmeden şekle bakarak yorum yapmışlardır.

##### **6. 1. 1. 2. Bazı Öğrencilerin Kavramsal Bilgi ve Görsel Algı Dengesini Kuramadıkları veya Kavram Hakkında Hatalı Bilgilere Sahip Oldukları Görülmüştür.**

Bazı öğrencilerin açıklamalarında kavramsal öğeleri kullanmalarına hatta bazılarının kavramlarla ilgili doğru açıklamalar yapmalarına rağmen yine görsel algılarının etkisiyle sorulara cevap verdikleri görülmüştür. Ayrıca 3B cisimlerin gösterimlerinin, cismin temsil ettiği özelliği ortaya koymada yetersiz oluşunun öğrencilerde çeşitli hatalı algılar oluşturduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin kavramsal bilgileri ile görsel algıları uyumadığı için sorulara yanlış cevaplar verdikleri belirlenmiştir. Çünkü bu öğrenciler bazı kavramsal bilgilere sahip olsalar da bu bilgilerini görsel algılarıyla destekleyememişlerdir.

Öğrencilerle yapılan mülakatlarda kavramsal bilgileri ile ilgili sorular sorulduğunda gösterime bakarak çelişkiye düştükleri görülmüştür.

Bazı öğrenciler kavramsal bilgilerden bahsetmelerine rağmen açıklamalarında bilgilerin eksik veya hatalı olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin genellikle kavramlar hakkında yanlış algılara sahip olduğu fark edilmiştir. Bazıları ise genellemeler yaparak veya bazı yanlış kurallar oluşturarak sorulara yanlış cevaplar vermişlerdir.

### **6. 1. 1. 3. Bazı Öğrencilerin 2B Geometri İçin Sahip Oldukları Bilgileri 3B Geometriye Genellemeye Çalıştıkları veya Sorularda Verilmeyen Bilgileri Kullandıkları Görülmüştür.**

Öğrencilerin 2B geometride öğrendikleri bazı kuralları 3B cisimlerin gösterimlerinde hatalı biçimde kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin hatalı algılarında gösterimleri düzlemsel düşünmelerinin etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin genellikle tam açı, doğru açı ve yükseklikler ile ilgili bilgilerini bu gösterimlerde de uygulamaya çalışarak hatalı cevaplar verdikleri görülmüştür.

Öğrencilerin açıklamalarında sorularda verilmeyen bilgilerden bahsettikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin bu açıklamalarında görsel algılarının etkili olduğu anlaşılmıştır. Bazı öğrencilerin ise daha sık karşılaştıkları durumlarda edindikleri alışkanlıklarını uyguladıkları görülmüştür.

### **6. 1. 1. 4. Öğrencilerin Bazı Cisimlerin Gösterimleri Üzerinde Yaptıkları Hataları Diğer Cisimlerde Yapmadıkları Görülmüştür.**

Öğrencilerin algı testinde uzunluk kaybı, açı kaybı, kesişme durumları ile ilgili sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde, bazı öğrencilerin bu durumlar için verilen farklı soruların bazılarında yaptıkları hataları diğerlerinde yapmadıkları görülmüştür. Öğrencilerin algı testinden aldıkları puan ortalamaları incelendiğinde genellikle erken yaşlarda tanıdıkları ve günlük hayatta daha çok karşılaştıkları küp, dikdörtgenler prizması gibi cisimler üzerinde daha az hata yaptıkları; altıgen prizma, üçgen prizma, üçgen piramit gibi cisimlerde ise bunlara nazaran daha çok hata yaptıkları ortaya çıkmıştır.

### **6. 1. 2. Öğrencilerin 3B Cisimlerin 2B Gösterimlerine Yönelik Algılarının Problem Çözme Süreçlerine Etkisi**

Bu bölümde, öğrencilerin 3B cisimlerin 2B gösterimlerine yönelik algılarının problem çözme süreçlerine etkisi ile ilgili elde edilen bulgulardan varılan sonuçlara yer verilmiştir.

### **6. 1. 2. 1. Öğrencilerin Algı ve Problem Test Puanları Arasında Yüksek Düzeyde İlişki Görülmüştür.**

Öğrencilerin algı testi puanları ile problem testi puanları arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Bu ilişkiler testlerdeki uzunluk kaybı, açığı kaybı, kesişme durumları bağlamında incelendiğinde ise uzunluk kaybı ve kesişme durumu ile ilgili test puanları arasında orta düzeyde, açığı kaybı ile ilgili test puanları arasında yüksek düzeyde pozitif ve anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Bu bağlamda algı testi puanları yüksek olan öğrencilerin problem testi puanlarının da yüksek olduğu sonucuna varılmıştır.

### **6. 1. 2. 2. Öğrencilerin Hatalı Algıları Problem Çözme Süreçlerine de Yansımıştır.**

Algı ve problem testlerine yanlış cevap veren öğrencilerin bazılarının problem testinde soruda verilmeyen bilgileri kullandıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin algı testindeki cevaplarına uygun sonuç bulabilmek için problem testinde verilen sayılarla yanlış işlemler yaptıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler görsel algılarını problem testine yansıtarak algılarına uygun ancak doğru olmayan çözüm yolları izlemişlerdir. Öğrencilerden bazıları ise algı testindeki cevaplarını problem testinde verilen sayısal değerlere göre değiştirerek algılarından farklı işlemler yapmışlardır.

### **6. 1. 2. 3. Açıklamalarında Kavramsal Ögelere Yer Veren Öğrencilerin Genellikle Doğru Algılarını Problem Çözme Süreçlerine Yansıttıkları Görülmüştür.**

Algı testinde doğru cevaplar vermelerine rağmen yetersiz açıklamalar yapan veya açıklamalarında kavramsal ögelere yer vermeyen öğrencilerin bazılarının problem testinde doğru sonuca ulaşamadıkları görülmüştür. Her iki teste de doğru cevaplar veren öğrencilerin ise algı testlerinde genellikle kavramsal bilgilerini kullanan öğrenciler olduğu görülmüştür.

### **6. 1. 3. Öğrencilerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerinin, Algıları ve Problem Çözme Süreçleri ile İlişkisi**

Uzamsal görselleştirme testi ile algı testi ve problem testi arasında orta düzeyde pozitif ve anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Uzamsal görselleştirme testinin ve her bir bölümünün problem testi ile daha yüksek ilişkili olduğu sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte uzamsal görselleştirme testinin bakış bölümü hem algı hem de problem testleriyle en düşük ilişkili bölüm olmuştur. Testin oluşturma bölümü ise her iki testle en yüksek ilişkili bölüm olmuştur.

## 6. 2. Öneriler

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen sonuçlara ve benzer araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

### 6. 2. 1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Yapılan Öneriler

Öğrencilerin 3B cisimlerin gösterimlerini yorumlamalarında uzunluk kaybı, açı kaybı ve kesişme durumları için çeşitli hatalı algılarının olduğu görülmüştür. Öğrencilerin gösterimleri yorumlamalarında yaşadıkları zorluklar genel olarak 3B cisimlerin gösterimlerinin cismin temsilinde yeterli olmaması ile açıklanmıştır. Bu sebeple, ders kitaplarında yer alan 3B cisimlerin 2B gösterimlerinde yaşanan çizim yetersizliği durumunun neden olduğu hatalı algıların azalması için cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri ders kitaplarına koyulmalıdır. Böylece öğrencilerin geometrik şekilleri anlamaları kolaylaştırılabilir.

Hatalı algıya sahip olduğu belirlenen öğrencilerin önemli bir kısmının, soruda verilen kavramsal öğeleri kullanmadıkları ve sadece görsel algıları ile sorulara cevap verdikleri görülmüştür. Bu durum, sadece görsel algılarıyla cevap verdikleri belirlenen bu öğrencilerin, Guillen (1996)'in çalışmasında belirttiği 3B düşünme düzeylerinden ilk düzey olan tanıma düzeyinde oldukları ile açıklanmıştır. Bu sebeple, yapılacak öğretim için öncelikle öğrencilerin düşünme düzeyleri belirlenmelidir. Öğrenciler uzay geometriyi öğrenirken düzeylerine göre bir öğretim faaliyeti yürütülmelidir. Böylece istenilen hedeflere ulaşılması daha kolay olacaktır. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin sadece sayısal işlemler yapacakları sorular hazırlamak yerine algılarını belirlemeye yönelik etkinlikler de planlamalıdır. Bu etkinliklerde öğrencilerin kavramsal bilgileri ön plana çıkarılmalıdır. Etkinliklerde bu kavramsal bilgilerin kullanılmasının önemi öğrencilere keşfettirilmelidir.

Bazı öğrencilerin kavramsal bilgilerden bahsetmelerine hatta kavramlarla ilgili doğru açıklamalar yapmalarına rağmen görsel algılarına göre cevap verdikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin kavramsal bilgileri ile görsel algıları arasında oluşan çelişki ve bunları birleştirememesi durumu ile açıklanmıştır. Bu sebeple, öğrenciler yapılan etkinliklerde kavramsal bilgileri ile görsel algılarının çelişki yaratacağı durumlarla (uzunluk kaybı, açı kaybı, kesişme kaybı) karşılaştırılmalıdır. Sadece gördükleri duruma göre değil, ilgili tanımlara göre yorum yapmalarına yardımcı olunmalıdır. Öğrencilerin görsel algıları ile kavramsal bilgilerinin etkileşimi için geometrik muhakeme yapabilecekleri öğrenme ortamları tasarlanmalıdır. Öğrencilere kavramsal bilgilerini kullanmalarına fırsat tanıyacak uygulamalar yaptırılmalıdır.

Öğrencilerin 2B geometri konularında öğrendikleri bazı kuralları, 3B geometrik cisimlerin gösterimlerinde de yanlış biçimde uygulamaya çalıştıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin bazı cisimlerin gösterimlerinde yaptıkları hataları, daha iyi tanıdıkları diğer cisimlerde yapmadıkları da görülmüştür. Bu iki durumla ilgili olarak hem öğrencilerin 3B düşünme alışkanlıkları kazanmaları için hem de cisimleri daha iyi kavrayabilmeleri için cisimlerle ilgili somut materyallerle destekli öğretim ortamları oluşturulmalıdır. Ayrıca matematik öğretim programlarında 3B geometri konularına daha çok yer verilmelidir.

Öğrencilerin genel olarak algıları ile problem çözme süreçleri arasında yüksek düzeyde bir ilişki olup hatalı algılarını farklı biçimlerde problem çözme süreçlerine yansıttıkları görülmüştür. Öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki hatalarının yanlış algılarından kaynaklandığı düşünüldüğünde öğrencilerin yanlış algılarının belirlenmesine yönelik etkinliklerin oluşturulması gerekmektedir.

Öğrencilerin uzamsal becerileri ile algıları ve problem çözme süreçleri arasında ilişki olduğu görülmüştür. Bu bakımdan öğrencilerin 3B geometrik gösterimler hakkındaki hatalı algılarının azalması ve bunun problem çözme süreçlerine de yansımaları için uzamsal görselleştirme becerilerinin geliştirilmesine yardımcı olacak etkinlikler düzenlenmelidir. Bu sebeple 3B geometri öğretimi sırasında, öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin gelişimini sağlaması açısından 3B dinamik geometri yazılımlarının ve somut materyallerin derslerde kullanılması önerilmektedir. Böylece öğrencilerin 3B düşünme düzeylerinde de gelişmeler meydana gelebilecektir.

### **6. 2. 2. Benzer Araştırmalara Yönelik Yapılan Öneriler**

Bu çalışmada, 12. sınıf öğrencilerinin 3B cisimlerin 2B gösterimlerini algılamaları, bu algılarının problem çözme süreçlerine etkisi ve uzamsal becerilerinin algıları ve problem çözme süreçleri ile ilişkisi incelenmiştir. Benzer bir çalışma farklı sınıf düzeyleri için uygun geometrik cisimlerle gerçekleştirilebilir. Farklı öğretim kademelerinde yer alan öğrencilerin algıları ve problem çözme süreçleri arasında karşılaştırmalar yapılabilir.

Çalışmada, öğrencilerin algıları ve bu algıların problem çözme süreçlerine yansımaları incelenmiştir. Benzer bir çalışma ile öğrencilerin hatalı algılarının oluşmasında öğrenme ortamlarının etkisi incelenebilir.

## 7. KAYNAKLAR

- Accascina, G. and Rogora, E. (2006). Using cabri 3D diagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1).
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Hârf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A., Kösa, T. ve Karakuş, F. (2008). Uzay geometri öğretiminde 3D dinamik geometri yazılımı kullanımı: Öğretmen görüşleri. In A. Kuzu (Ed.), 8th International Educational Technology Conference (s. 82–86). Eskişehir, Türkiye: Nobel Press.
- Bako, M. (2003). Different projecting methods in teaching spatial geometry. Web: [http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG7/TG7\\_Bako\\_cerme3.pdf](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG7/TG7_Bako_cerme3.pdf) adresinden 10.04.2007 tarihinde alınmıştır.
- Battista, M., Wheatley, G. and Talsma, G. (1989). Spatial visualization, formal reasoning, and geometric problem-solving strategies of preservice elementary teachers. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(4), 17-30.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 47-60.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Ben-Chaim, D., Lappan G. and Houang, R. T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389-409.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. and Houang, R. T. (1988). The Effects of instruction on spatial visualization of middle boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71.
- Bishop, J. E. (1980). Developing students' spatial ability. *The Science Teacher*, 45(8), 20-23.
- Bishop, A. J. (1983). Spatial abilities and mathematics education – A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.
- Bulut S. ve Köroğlu S. (2000). On birinci sınıf öğrencilerinin ve matematik öğretmen adaylarının uzaysal yeteneklerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18, 56-61.
- Büyüköztürk, Ş. (2006). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

- Capraro, R. M. (2001, February). Exploring the influences of geometric spatial visualization, gender and ethnicity on the acquisition of geometry content knowledge. Paper presented at the annual meeting Southwest Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. New York: Cambridge University Press.
- Clements D. H. and Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Gruws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: MacMilan.
- Clements, D. H. (1998). Geometric and spatial thinking in young children. (ERIC Servis No. ED436232).
- Çelen, Y., Deviren, M. E. ve Gümüşel İ. S. (2012). *Ortaöğretim geometri 9 ders kitabı*. Ankara: Tuna Matbaacılık A.Ş.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (5. Baskı)*. Trabzon.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp.142-156). Berlin: Springer.
- Eryaman, Z. (2009). A study on sixth grade students' spatial reasoning regarding 2D representation of 3D objects. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, ODTU, Ankara.
- Fennema, E. and Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. *American Education Research Journal*, 14(1), 51-71.
- Fennema, E. and Tartre, L. A. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 184-206.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Grande, J. D. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 15, 14–20.
- Guay, R. B. and McDaniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school. *Journal of Research on Mathematics Education*, 8, 211-215.
- Guillen, G. (1996). Identification of van hiele levels of reasoning in three-dimensional geometry. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (s. 43-50).
- Harmancı, Y., Özdemir M. F. ve Sipahi, İ. A. (Tarihsiz). *Ortaöğretim 12. Sınıf geometri ders kitabı*. İzmir: Kartopu Yayıncılık.



- Kakmacı, Ö. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme başarılarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Karaman, T. (2000). The relationship between gender, spatial visualization, spatial orientation, flexibility of closure abilities and the performances related to plane geometry subject of the sixth grade students. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Boğaziçi University, İstanbul.
- Karaman, T. ve Toğrol A.Y. (2000). Relationship between gender, spatial visualization, spatial orientation, flexibility of closure abilities and performance related to plane geometry subject among sixth grade students. *Bogaziçi University Journal of Education*, 26(1), 1-25.
- Kayhan, E. B. (2005). Investigation of high school students' spatial ability. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, ODTU, Ankara.
- Keller B. and Hart E. (2002). Improving students' spatial visualization skills and teachers' pedagogical content knowledge by using on-line curriculum-embedded applets, *Overview of a Research and Development Project*, June 21.
- Kösa, T. (2011). Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, KTU, Trabzon.
- Kurt, M. (2002). Görsel-uzamsal yeteneklerin bileşenleri. *Klinik Psikiyatri*, 5(2), 120-125.
- Liedtke, W. (1995). Developing spatial abilities in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 2, 12-18.
- Linn, M. C. and Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of gender differences in spatial abilities: A meta-analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1988). Spatial abilities as traits, processes and knowledge. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the Psychology of Human Intelligence* (pp. 181-248).
- Maier, P. H. (1998). Spatial geometry and spatial ability: How to make solid geometrysolid. In E. Cohors-Fresenborg, K. Reiss, G. Toener and H. G. Weigand (Eds.), *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics* (pp. 63-75). Osnabreck.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). Ortaöğretim geometri dersi 12. sınıf öğretim programı. Ankara.
- NCTM. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

- Olkun, S. (2003). Making connections: Improving spatial abilities with engineering drawing activities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 1-10.
- Olkun, S. ve Altun, A. (2003), İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Education Technology*, 2(4), Article 13.
- Olkun, S. ve Sinoplu, N. B. (2008). The effect of pre-engineering activities on 4th and 5th grade students' understanding of rectangular solids made of small cubes. *International Online Journal of Science and Mathematics Education*, 8, 1-9.
- Parzysz, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 2, 575-593.
- Pittalis, M., Mousoulides, N. and Christou, C., (2007). Spatial ability as a predictor of students' performance in geometry. Fifth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME5) (s. 1072-1081).
- Roger, D. B. (1986). Third graders' ability to associate foldout shapes with polyhedra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3), 222-230.
- Seng S. and Chan B. (2000). Spatial ability and mathematical performance: Gender differences in an elementary school. National Institute of Education. Nanyang Technological University, Singapore.
- Shieh, W. (1985). Spatial visualization, attitudes towards mathematics, and mathematics achievement among Chinese-American, Hispanic American, and Caucasian seventh and eighth grade students. Unpublished doctoral dissertation, The Pacific University.
- Smith, G. G. (1998). Computers, computer games, active control and spatial visualization strategy. Yayınlanmamış doktora tezi, Arizona State University.
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3-D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 63(2), 21-32.
- Sutton, K. J. and Williams, A. P. (2007). *Spatial cognition and its implications for design*. Hong Kong: International Association of Societies of Design Research.
- Tekin, A. T., Şahin, Z. ve Delice, A. (2008). Zihinde döndürme ve uzamsal görselleştirme yeteneklerinin geometri sorularını çözme sürecine etkisi, VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (Bildiriler Kitabı), Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Tozman, N. P., Oral, E., Oruçlar, S. ve Kaçar, Y. (2012). *Ortaöğretim geometri 12 ders kitabı* (1. Baskı). Ankara: Meb.
- Turğut, M. (2010). Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Wheatley, G. W. (1990). Spatial sense and mathematics learning. *Arithmetic Teacher*, 37(6), 10-11.

Yurt, E. (2011). Sanal ortam ve somut nesnelere kullanılarak gerçekleřtirilen modellemeye dayalı etkinliklerin uzamsal dűřűnme ve zihinsel çevirme becerilerine etkisi. Yayınlanmamıř yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.

## **8. EKLER**

## Ek 1. PSV Testi ve Cevap Anahtarı



PURDUE  
SPATIAL VISUALIZATION  
TEST

Roland Guay , PhD

Do NOT open this booklet until you are instructed to do so.



© Copyright, Purdue Research Foundation, 1976

Ek 1'in devamı

## BÖLÜM 1: OLUŞTURMA

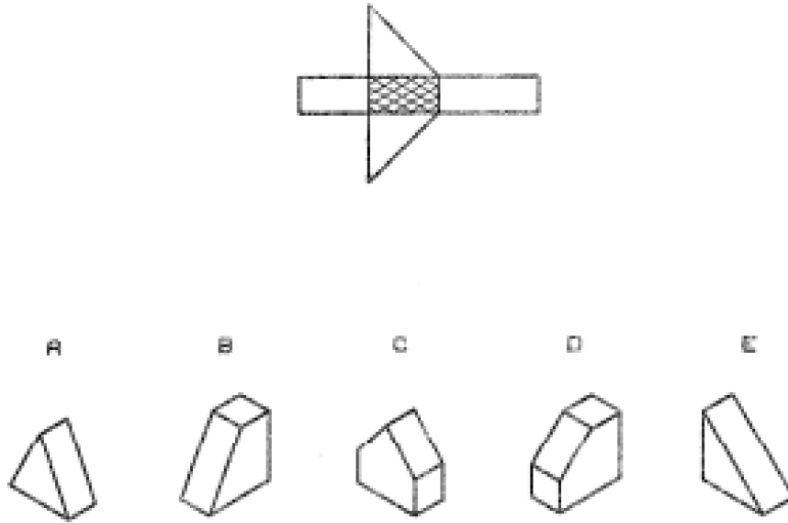
### Yönergeler

Bu testin ilk bölümü, açık hali verilen şekillerin üç boyutlu nesnelere dönüştürülmesini ne kadar iyi göz önünde canlandırabildiğinizi görmek için tasarlanmış 12 sorudan oluşmaktadır. Her bir soruda açık hali verilen bir şekil ve 5 adet üç boyutlu görünüm bulunmaktadır. Oluşturma üç boyutlu bir nesnenin yüzeylerinin durumunu göstermektedir. Açık hali verilen şekli oluştururken taralı yüzey, üç boyutlu şeklin tabanını gösterecek şekilde katlanmalıdır.

Bu yüzden;

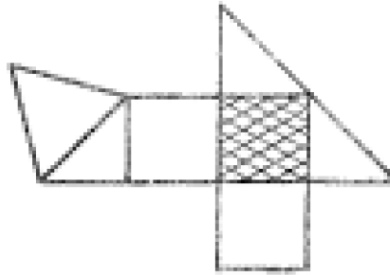
1. Açık şekli taralı yüzeyi tabana gelecek şekilde zihninizde katlayınız.
2. Seçeneklerde verilen 5 görünüm arasından zihninizde oluşturduğunuz şekle benzeyeni işaretleyiniz.

Aşağıda verilen, testin bu bölümündeki sorulara benzer bir örnektir



Yukarıdaki açık hali verilen şeklin taralı yüzeyi tabanda kalacak şekilde oluşturulduğunda üç boyutlu görünümü E seçeneğinde doğru verilmiştir.

Ek 1'in devamı

**1**

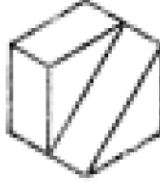
A



B



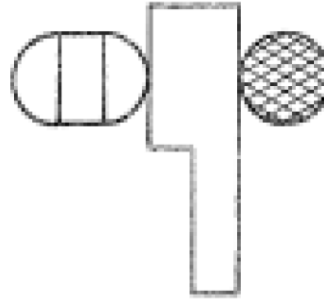
C



D



E

**2**

A



B



C



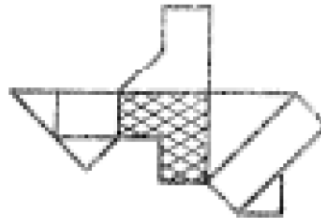
D



E



Ek 1'in devamı

**3**

A



B



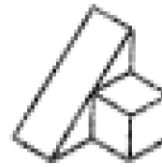
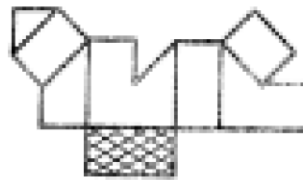
C



D



E

**4**

A



B



C



D

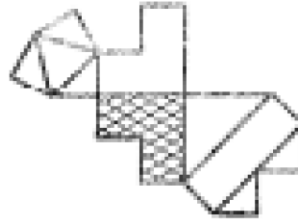


E





Ek 1'in devamı

**5**

A



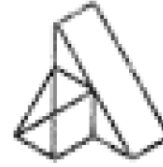
B



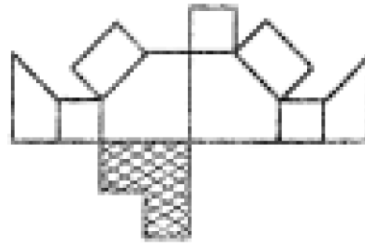
C



D



E

**6**

A



B



C



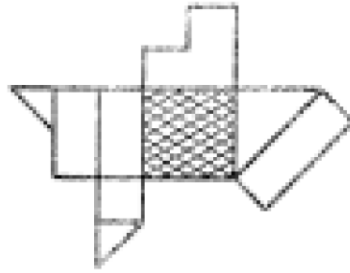
D



E



Ek 1'in devamı

**7**

A



B



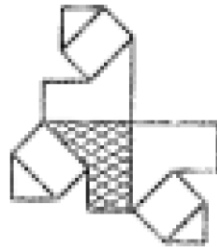
C



D



E

**8**

A



B



C



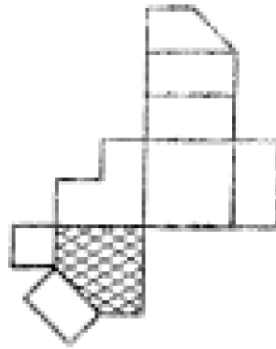
D



E



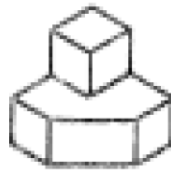
Ek 1'in devamı

**9**

A



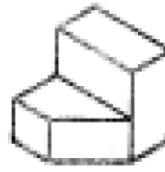
B



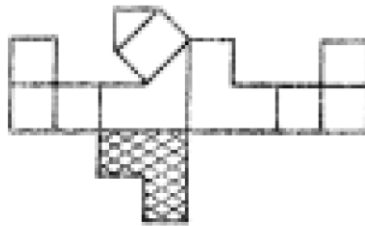
C



D



E

**10**

A



B



C



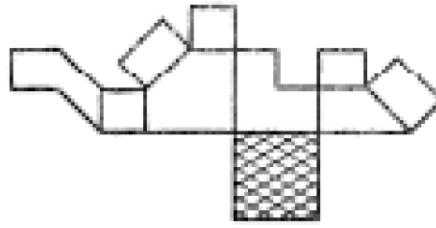
D



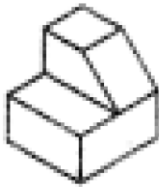
E



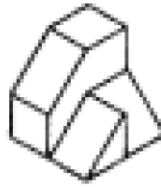
Ek 1'in devamı

**11**

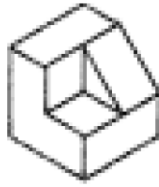
A



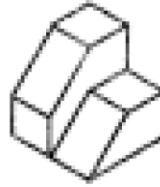
B



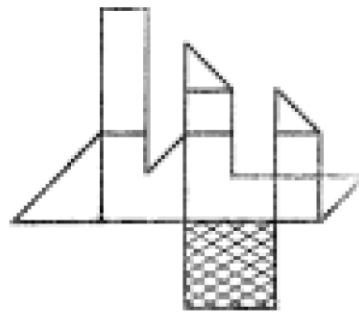
C



D



E

**12**

A



B



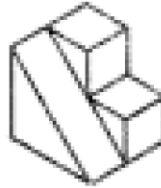
C



D



E



Ek 1'in devamı

## BÖLÜM 2: DÖNDÜRME

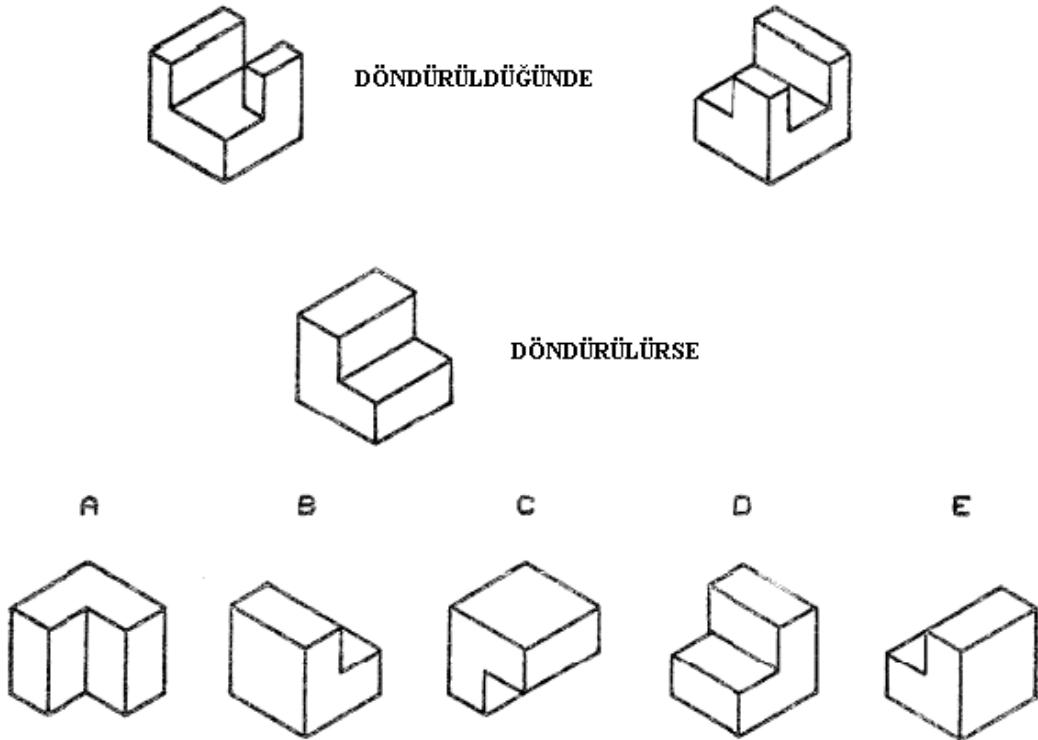
### Yönergeler

Bu testin ikinci bölümü, üç boyutlu nesnelerin döndürülmesini ne kadar iyi göz önünde canlandırabildiğinizi görmek için tasarlanmış 12 sorudan oluşmaktadır.

Bu yüzden

1. İlk verilen şeklin hangi yönde ne kadar döndürüldüğünü bulunuz.
2. İkinci verilen şeklin aynı dönme hareketini yaptığındaki görünümünü zihninizde canlandırınız.
3. Seçeneklerde verilen 5 görünüm arasından zihninizde oluşturduğunuz görünüme benzeyeni işaretleyiniz.

Aşağıda verilen, testin bu bölümündeki sorulara benzer bir örnektir.



A, B, C ve E seçeneklerindeki görünüm yanlış. D seçeneği verilen dönme hareketine göre döndürülmüş görünümdür. Doğru cevap D seçeneğidir.

Ek 1'in devamı

**13**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

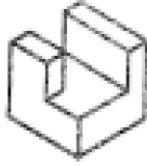
A

B

C

D

E

**14**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

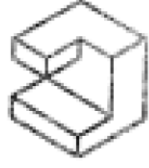
C

D

E



Ek 1'in devamı

**15**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E

**16**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E



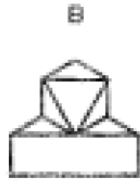
Ek 1'in devamı

**17**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

**18**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE





Ek 1'in devamı

**19**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E

**20**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A

B

C

D

E



Ek 1'in devamı

**21**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE

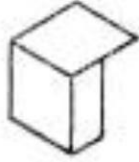


DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



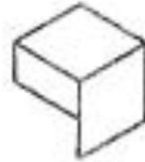
C



D



E

**22**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



C



D



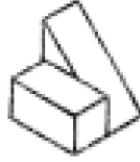
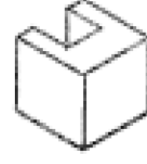
E



Ek 1'in devamı

**23**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



C



D



E

**24**

DÖNDÜRÜLDÜĞÜNDE



DÖNDÜRÜLÜRSE

A



B



C



D



E



Ek 1'in devamı

### BÖLÜM 3: BAKIŞ

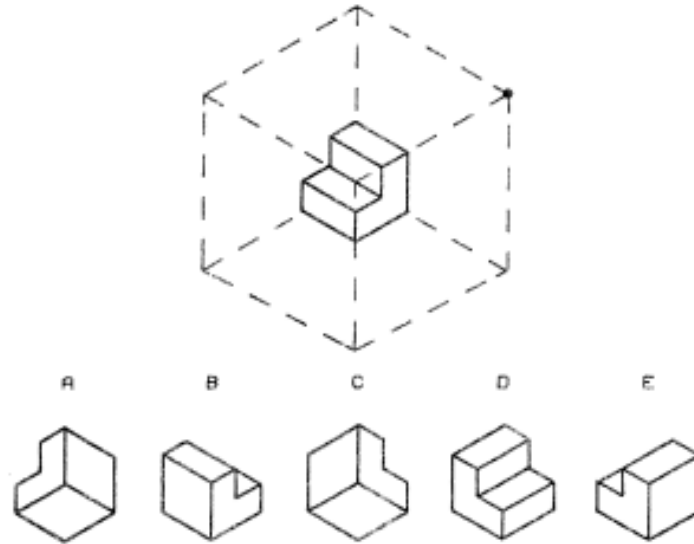
#### Yönergeler

Bu testin üçüncü bölümü, üç boyutlu nesnelerin farklı bakış pozisyonlarından nasıl görüldüğünü ne kadar iyi göz önünde canlandırabildiğinizi görmek için tasarlanmış 12 sorudan oluşmaktadır. Sorularda cam bir kutu içerisinde yerleştirilmiş bir cisim ve bu cisimlerin farklı bakış pozisyonlarından görüldüğünde aynı cismin neye berzediğini gösteren 5 çizim bulunmaktadır.

Bu yüzden;

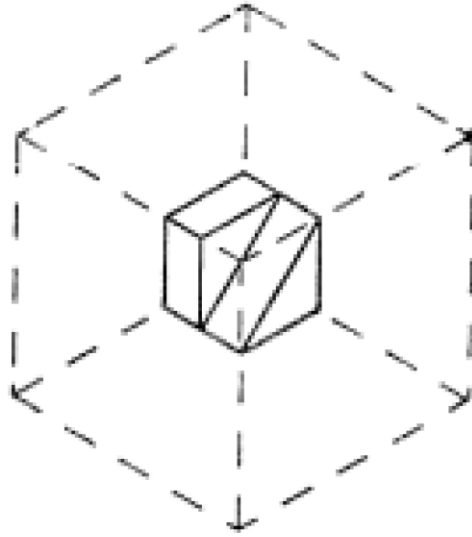
1. Kendinizi cam kutu etrafında siyah nokta direkt olarak siz ve nesnenin arasında yer alıncaya kadar hareket ederken hayal edin.
2. Cam kutu içindeki nesnenin nasıl görüldüğünü bu bakış pozisyonundan zihninizde canlandırın.
3. Seçeneklerde verilen 5 görünüm arasından zihninizde oluşturduğunuz görünüme berzeyeni işaretleyiniz.

Aşağıda verilen, testin bu bölümündeki sorulara berzer bir örnektir.



A, B, C ve D seçeneklerindeki görünüm ler yanlıştır. Sadece E seçeneğindeki çizim verilen bakış pozisyonundan görünümüdür. Doğru cevap E seçeneğidir.

Ek 1'in devamı

**25**

A



B



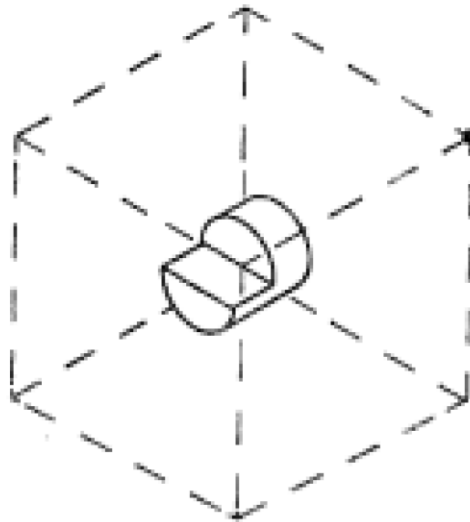
C



D



E

**26**

A



B



C



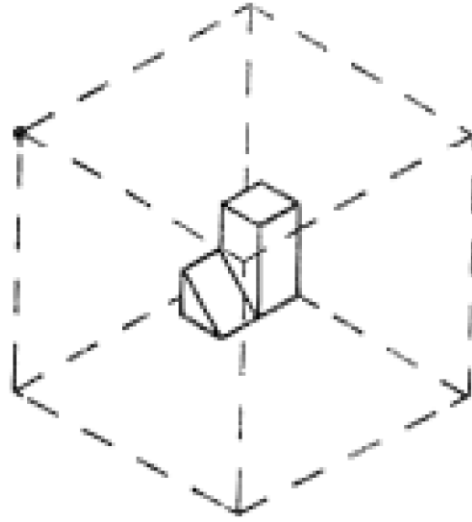
D



E



Ek 1'in devamı

**27**

A



B



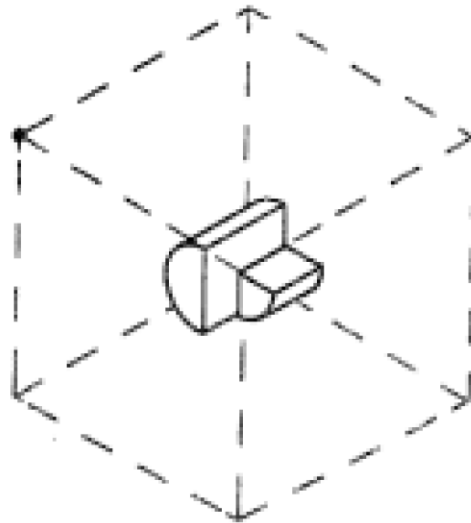
C



D



E

**28**

A



B



C



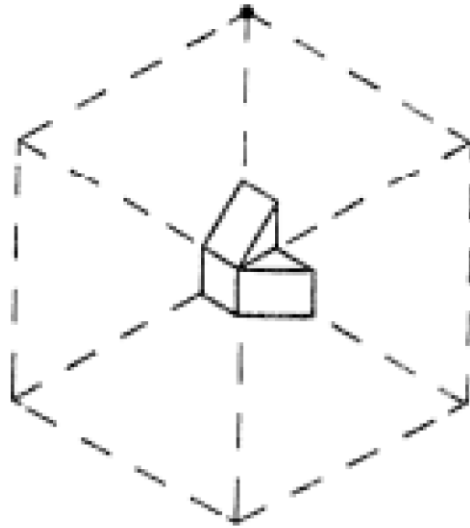
D



E



Ek 1'in devamı

**29**

A



B



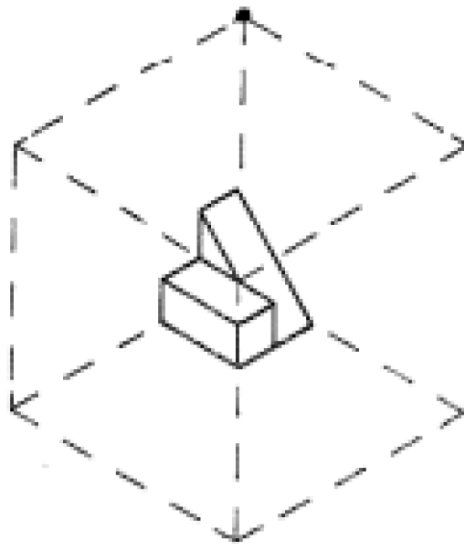
C



D



E

**30**

A



B



C



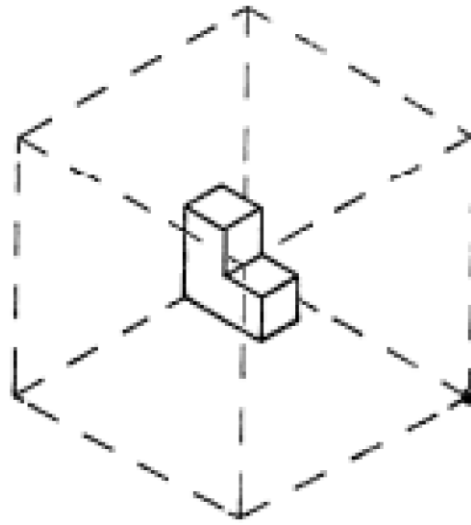
D



E



Ek 1'in devamı

**31**

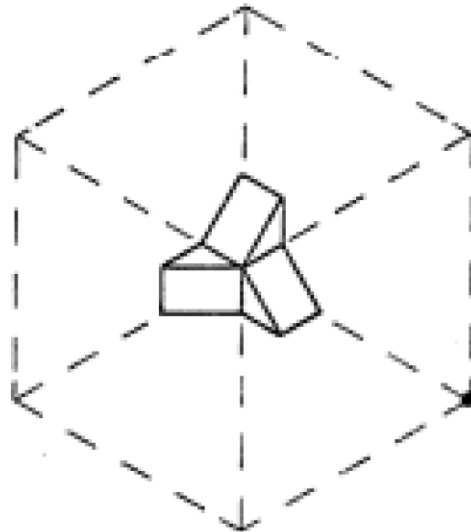
A

B

C

D

E

**32**

A

B

C

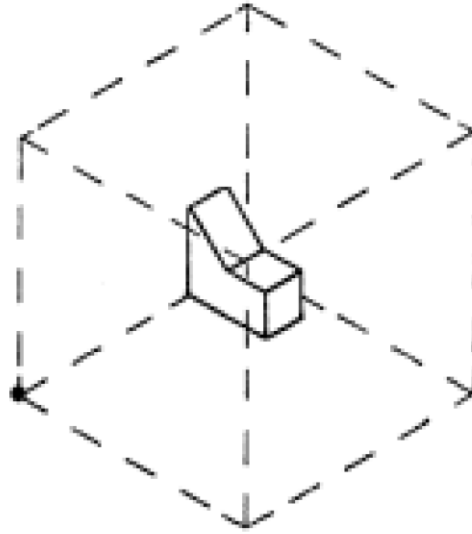
D

E





Ek 1'in devamı

**33**

A



B



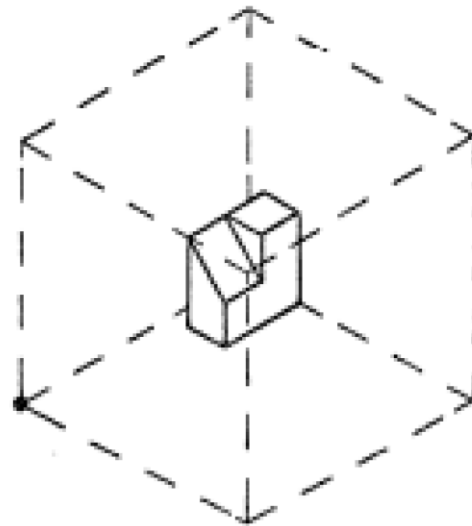
C



D



E

**34**

A



B



C



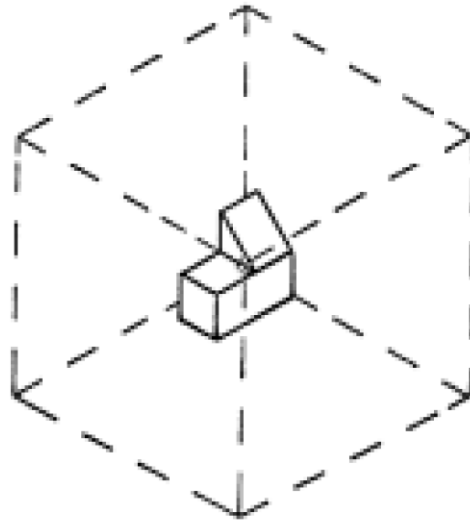
D



E



Ek 1'in devamı

**35**

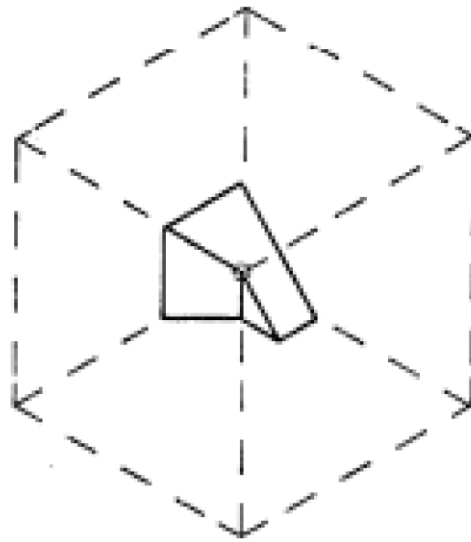
A

B

C

D

E

**36**

A

B

C

D

E



Ek 1'in devamı

**PSVT Cevap Anahtarı**

**OLUŞTURMA**

1. B
2. D
3. B
4. B
5. E
6. E
7. B
8. C
9. D
10. C
11. D
12. D

**DÖNDÜRME**

13. B
14. E
15. C
16. B
17. D
18. A
19. D
20. E
21. B
22. C
23. D
24. E

**BAKIS**

25. E
26. D
27. E
28. E
29. D
30. B
31. A
32. B
33. A
34. C
35. B
36. A

**Ek 2. Araştırma İzin Belgesi**

T.C.  
TRABZON VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 82438636

1604/641004

Konu : Araştırma İzni

17/04/2013


## VALİLİK MAKAMINA

Karadeniz Teknik Üniversitesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Bahar Yılmaz'ın. "3 Boyutlu Cisimlerin 2 Boyuta Resmedilmesinin Öğrenci Algılan Üzerine Etkisi" adlı çalışmasını Akçaabat Anadolu İmam Hatip Lisesi, Gazi Anadolu Lisesi, Fatih Sultan Mehmet Anadolu Lisesi ve Kanuni Anadolu Lisesi'nde uygulama isteği Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

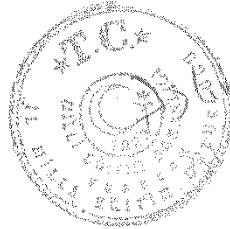
Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.



Süleyman ÇAKAR  
Müdür V



OLUR  
17.04.2013  
Hüseyin ECE  
Vali a.  
Vali Yardımcısı



Elden Aldın  
İsmail Yılmaz

## **9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ**

Bahar YILMAZ 1988 yılında Rize'de doğdu. İlköğrenimine Rize'de İyidere Merkez İlköğretim Okulu'nda başlayıp beşinci sınıf itibari ile Trabzon'a gelerek Mehmet Akif Ersoy İlköğretim Okulu'nda tamamladı. Ortaöğrenimini Trabzon Kanuni Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2007 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi'nde yükseköğretim hayatına başladı. 2011 yılında İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'ndan birincilik, Fatih Eğitim Fakültesi'nden ikincilik dereceleriyle mezun olmuştur. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi alanında yüksek lisans programını kazanmıştır. 2012 yılında Bayburt iline matematik öğretmeni olarak atanıp 2014 yılında Trabzon'a tayin olmuştur. Hâlen Trabzon Akçaabat Demirkapı Ortaokulu'nda görevini sürdürmektedir. Yabancı dili İngilizcedir.

### **İLETİŞİM BİLGİLERİ**

**E-Posta :** baharylmz\_88@hotmail.com