KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MATEMATİK TARİHİ ETKİNLİKLERİYLE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ SINIF ORTAMLARINDAN YANSIMALAR: BİR AKSİYON ARAŞTIRMASI

DOKTORA TEZİ

Suphi Önder BÜTÜNER

TRABZON
Temmuz, 2014

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MATEMATİK TARİHİ ETKİNLİKLERİYLE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ SINIF ORTAMLARINDAN YANSIMALAR: BİR AKSİYON ARAŞTIRMASI

Suphi Önder BÜTÜNER

Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktor Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Danışmanı
Prof. Dr. Adnan BAKİ

TRABZON
Temmuz, 2014

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 11 / 07 / 2014

Tez Danışmanı	**: Prof. Dr. Adnan BAKİ**	**……………….**
Üye	**: Prof. Dr. Ahmet KAÇAR**	**……………….**
Üye	**: Doç. Dr. Bülent GÜVEN**	**……………….**
Üye	**: Doç. Dr. Selahattin ARSLAN**	**……………….**
Üye	**: Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK**	**……………….**

Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Nevzat YİĞİT

Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Suphi Önder BÜTÜNER
11 / 07 / 2014

ÖN SÖZ

Ülkemizin sayılı ve değerli matematik eğitimcilerinden sayın hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ'ye yoğun iş yükü olmasına karşın çok kıymetli zamanlarını ayırıp benimle ilgilendiği ve yol gösterici olduğu için en içten teşekkürlerimi sunuyorum.

Doktora tez konumun oluşmasını "Matematiksel Kavramların Tarihsel Gelişimi" dersine borçluyum. Bu dersi veren, değerli bilgilerini paylaşan, tezime katkılarda bulunan Sayın hocam Doç. Dr. Selahattin ARSLAN'a,

Sayın Prof Dr. Ahmet KAÇAR'a, Sayın Hocam Doç Dr. Bülent GÜVEN ve Doç Dr. Tuba GÖKÇEK'e tezime yapmış olduğu katkılardan ve yapıcı eleştirilerinden dolayı teşekkürlerimi sunuyorum.

Kapısı bana daima açık olan, engin tecrübe ve deneyimlerini benimle paylaşan değerli Hocam Sayın Doç. Dr. Nevzat YİĞİT'e,

Tezimin hazırlanması sürecinde fikir alışverişi yaptığım ve değerli fikirlerini benimle paylaşan arkadaşım Yard. Doç. Dr Salih UZUN'a,

Doktora eğitimim sırasında dersini aldığım tüm hocalarıma teşekkür ediyorum.

Eğitim sürecimde desteklerini esirgemeyen ailem ve özellikle beni hiç yalnız bırakmayan daima yanımda olan canım annem, En büyük teşekkür size…

Suphi Önder BÜTÜNER

Trabzon 2014

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Matematik Tarihi Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Sınıf Ortamlarından Yansımalar: Bir Aksiyon Araştırması

Duyuşsal alanı oluşturan inançlar, tutumlar, duygusal durumlar ve değerler karşılıklı ve döngüsel olarak etkileşim halindedir. Öğrencilerin matematiğe yönelik inançları erken yaşta oluşmaya başlar ve öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançları, gelecek yıllardaki matematik eğitimlerinde kilit role sahip olur. Bunun yanında öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarının doğrudan veya dolaylı yoldan öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını etkilediği ve matematik başarıları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu bilinmektedir.

Öğrencilerimi matematiğin doğasına yönelik sahip olduğu yanlış inançlardan kurtarmak ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamak çalışmanın çıkış noktasını oluşturmaktadır. Çalışma kapsamında; matematik tarihi etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının, öğrencilerimin matematiğin doğasına yönelik inançlarında ve matematiğe yönelik tutumlarında meydana getirdiğini değişimleri ve uygulamaların mesleki gelişimime sağladığı katkıları yansıtmaya çalıştım. Araştırma, nitel yöntemle yürütülen bir aksiyon (eylem) araştırmasıdır. Bu yöntemi seçmemde, eğitim-öğretim sürecini "araştırmacı öğretmen" olarak gözlemci bir bakış açısıyla incelemek ve uygulamamı geliştirmek istemem, uygulamaların profesyonel gelişimime katkı sağlayacağını düşünmem, sonuçları genellemek gibi bir amaç gütmemem etkili olmuştur. Araştırmanın ikinci uygulaması Trabzon ili Akçaabat ilçesindeki bir okulun 8-B sınıfında öğrenim gören 24 öğrenci ile yürütülmüştür. Veriler, gözlemlerim sırasında tuttuğum alan notları, çalışma yaprakları, yarı yapılandırılmış mülakatlar, yazılı görüş formları, matematiğe yönelik tutum ölçeği, matematiğin doğasına yönelik inanç ölçeği ile toplanmıştır. Matematik tarihi etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamları, öğrencilerimin matematiğin doğasına yönelik mutlakçı inançlarının yarı deneyselciliğe doğru yönelim göstermesine ve bazı etkinlikler açısından öğrencilerimin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarına neden olmuştur. Yapılan uygulamalar mesleki gelişimime katkı sağlamıştır. Araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar ışığında matematik tarihinin öğrenme ortamında nasıl kullanılabileceğine ve ileride yapılabilecek araştırmalara ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematik Tarihi, Tutum, Matematiğin Doğası, Mutlakçılık, Yarı deneyselcilik, Etkinlik, Aksiyon Araştırması

ABSTRACT

Reflections from Classroom Environments Enriched with the Mathematics Historical Activities: An Action Research

Beliefs, attitudes, emotional states and values which comprise the affective domain interact mutually and cyclically. The beliefs of students in mathematics begin at an early stage and the beliefs of the students towards to the mathematics have a key role in their future mathematics education. In addition, it is known that the beliefs of the students directly or indirectly affect the students' attitudes to the mathematics and have a significant effect on their mathematics success.

Saving my students from the beliefs they have about the nature of the mathematics and ensuring that they have a positive attitude about the mathematics comprise the starting point of the research. In the context of the research, I tried to reflect the changes in the beliefs of my students about the nature of the mathematics and their attitudes to the mathematics created by the learning environments enriched with historical math activities and to reflect the contributions of the applications in my professional development. The research is an action research carried out with the qualitative method. My wish to examine the teaching process with an observer point of view as a “researcher teacher” and to develop my practices, my thoughts that the applications will contribute to my professional development, not pursuing a goal as generalizing the results have an influence on choosing this method. The second application of the research has been carried out with 24 students studying in class 8-B of a school in Akcaabat, Trabzon. The data has been collected with the area notes, worksheets, semi-structured interviews, written feedback forms, attitude scale towards mathematics and belief scale towards the nature of the mathematics. The learning environment enriched with the mathematics historical activities has caused the absolutist beliefs of my students about the nature of the mathematics to incline to semi-experimentalism and to gain my students a positive attitude to the mathematics in terms of some activities. The applications have contributed to my professional development. Based on the results suggestions about how to use the mathematics history in the learning environment and upon future researches have been made.

Keywords: History of Mathematics, Attitude, Nature of Math, Absolutism, Semi Experimentalism, Activity, Action Research

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

MT	: Matematik Tarihi
UÖ	: Uygulamalar Öncesi
US	: Uygulamalar Sonrası
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Amerikan Matematik Öğretmenler Konseyi

1. GİRİŞ

> *"Tarihsel deneyimime dayanarak 25. yüzyıl matematiğinin 20. yüzyıl matematiği nasıl 16. yüzyılınkinden farklı olmuşsa, bugününkinden farklı olacağına kesinlikle inanıyorum".*
>
> *George SARTON*

Çok küçük yaşlarda öğrencilerde şekillenen matematik inancı öğrencilerin gelecekteki matematik eğitimlerinde önemli bir role sahiptir (Schoenfeld, 1989). Yapılan araştırmalar, bireylerin öğrenmeleri arasındaki farklılıkların yaklaşık dörtte birinin kaynağının duyuşsal özelliklerden ileri geldiğini göstermektedir (Bloom, 1979). NCTM, Amerikan Matematik Öğretmenler Birliği (1989), inançların öğrencilerin kendi yeteneklerini değerlendirebilmeleri, matematik etkinliklerine katılım konusunda gayretli ve istekli oluşları ve matematik öğrenmeye yönelik tutumları üzerinde etkili olduğunu ifade etmiştir.

Nitekim öğrencilerin öğrenme sonuçları, matematiğe yönelik inançları ve tutumları ile sıkı sıkıya ilişkilidir (Eynde, Corte ve Verschaffel, 2002; Furinghetti ve Pehkonen, 2000; Önen, 2011; Schoenfeld, 1992; Thompson, 1992). İnanç, tutum ve matematik başarısı arasında döngüsel ve karşılıklı bir etkileşim vardır (DeBellis ve Goldin, 2006; House, 2006; Ma, 1997; Masal ve Takunyacı, 2012; Spangler, 1992; van Eck, 2006). Öğrencilerin matematik hakkındaki inançlarının matematiğe yönelik tutumlarını (Damme, Mills ve Jih, 1993; İnan, 2011; Kwiatkowski, Miji ve Glencross, 1999), öğrenme yaklaşımlarını (Kızılgüneş, Tekkaya ve Sungur, 2009; Miji ve Glencross, 1999; Muis, 2004; Schreiber ve Shinn, 2003; Zhou ve Wang, 2007) ve başarılarını etkilediği çalışmalarda (Cano ve Cardella-Elawar, 2004; Duell ve Hutter, 2005; Qian ve Alvermann, 2000; Rector, 1993; Schommer-Aikins, Lodewyk, 2007; Stage ve Kloosterman, 1995; Zhou ve Wang, 2007) rapor edilmektedir.

Bir öğretmen olarak öğrenme öğretme sürecinde yaptığım gözlemler ve öğrencilerimle yaptığım informal görüşmeler sonucunda öğrencilerimin matematiğin doğasına yönelik inançlarının ve tutumlarının geliştirilmesi gerektiğini tespit ettim. Gözlemlerim ve öğrencilerle yaptığım görüşmeler sonucu tespit ettiğim bu problemi inanç ve tutum ölçeklerinden elde ettiğim bulgular doğrulamaktaydı. Öğrencilerim matematiği kurallar, formüller, işlemler ve sembollerden oluşan bir ders olarak algılamaktaydılar. Matematik problemlerinin kurallar ve formüller olmadan asla çözülemeyeceğine inanmaktaydılar. Matematiğin bitirilmiş bir bilim olduğuna ve matematiğin 100 yıl kadar önce ortaya çıktığına inanmaktaydılar. Bildikleri matematik bilginlerinin sayısı ise bir veya iki kişiyle sınırlıydı. Matematiğin toplumdaki rolünü ve nasıl ortaya çıktığını bilmemekteydiler. Öğrencilerim için otorite öğretmendi ve öğrencilerim için ideal öğretmen kural ve formülleri öğrencilere veren, tahtada rutin problemler çözen ve benzer problemleri öğrencilere soran kişiydi. Bu durum muhtemelen öğrencilerimin geçmiş yıllarda derslerine giren öğretmenlerin matematiğin doğasına yönelik felsefi eğilimlerinden kaynaklanmaktaydı. Öğretmenlerin felsefi eğilimlerinde etkili olan en önemli faktörlerden biri de öğrencilerin girecekleri çoktan seçmeli test formatındaki merkezi sınavlar, yoğun okul müfredatı, okul müdürünün öğretmenlerle yaptığı toplantılarda öğrencilerin yüksek netler yapması gerektiğini vurgulaması ve bunun okulun ilçedeki itibarını arttıracağı yönündeki kaygılarından ortaya çıkan öğretmenler üzerindeki etkileriydi. Tüm bu faktörler birleştiğinde öğretmenlerin felsefi eğilimlerine ve çevresel faktörlere dayalı yaptıkları öğretim şekli öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik yanlış inançlara sahip olmalarını sağlamış olabilir. Öğrencilerim uygulama sürecine kadar çalışma yaprakları ile tanıştırılmamışlardı ve matematiğe yönelik tutumları ise istenilen düzeyde değildi. Öğrencilerimin matematiğin doğasına yönelik inançlarını olgunlaştırmak ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamak amacıyla öğrenme öğretme ortamlarında MT'yi kullanmaya karar verdim.

Çoğu araştırmacı, MT'nin öğrenme ortamlarında kullanılması gerektiği görüşünde birleşmektedir (Arcavi, 1991; Baki, 2008; Barwell, 1913; Bidwell, 1993; Ernest, 1998; Fauvel, 1991; Fried, 2001; Groza, 1968; Gulikers ve Blom, 2001; Jankvist, 2009a, 2009b, 2010; Liu, 2003; Tzanakis ve Arcavi, 2002; Wilson ve Chauvot, 2000).

Fried (2001), MT'nin kullanımını gerekli kılan nedenleri üç tema altında toplamıştır. Fried'e göre MT, matematiğin insan aktivitesi ve ürünü olduğunu ortaya koymada yardımcı olacak, matematiği anlaşılabilir, ilginç ve daha fazla yaklaşılabilir kılacak ve matematiksel kavramların, problemlerin ve çözümlerinin iç yüzünün anlaşılmasını sağlayacaktır. Birinci tema ile öğrenciler, matematiğin çok kültürlü bir yapıya sahip olduğunun farkına varacaklardır. İkinci tema, öğrencilerin matematiğe karşı korkularını azaltarak, sosyal yaşamda matematiğin yeri hakkında farkındalıklarını geliştirecektir. Üçüncü tema ise öğrencilerin problemlerin alternatif çözümlerinin de olabileceğini görmelerini, fikirler, tanımlar ve uygulamalar arasındaki ilişkileri anlamalarını sağlayacaktır.

Gulikers ve Blom (2001), MT'nin kullanılmasının gerekli olduğunu ortaya koyan nedenleri üç kategori altında tartışmıştır. Bu kategorileri; kavramsal tartışmalar, çok kültürlü tartışmalar ve motivasyonla ilgili tartışmalar olarak gruplandırmışlardır. Yazarlar, motivasyonla ilgili tartışmalar altında, öğrencilerin tarihten alınmış problemler üzerine çalışmalarının, farklı çözüm yollarının olabileceğini görmelerini sağlayacağını ve bu durumun öğrencilerin motivasyonlarını arttıracağını ve matematik korkularını azaltarak, dersi eğlenceli hale getireceğini ifade etmişlerdir. MT'nin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ve motivasyonlarını arttırabileceği farklı araştırmacılar tarafından da dile getirilmiştir (Fauvel, 1991; Liu, 2003; Swetz, 1997; Tzanakis ve Arcavi, 2002). Çok kültürlü tartışmalar altında ise matematiğin insan etkinliği olduğunu, matematiğin sosyal ve kültürel faktörlerden etkinlenen dinamik bir bilim olduğunu (Dennis, 2000; Esteve, 2008; Furinghetti, 1997; Horng, 2000; Lingard, 2001; Liu, 2009; Liu ve Niess, 2006; Radford, 1997; Tzanakis ve Arcavi, 2002; Tzanakis ve Thomaidis, 2011) vurgulamışlardır.

Tzanakis ve Arcavi (2002), MT'nin derslerde kullanımının önemini beş madde ile açıklamışlardır. MT'nin kullanımının öğrencilerin ilgili konuyu öğrenmelerini sağlayacağını, matematiğin ve matematiksel aktivitelerin doğasına olan bakış açısını geliştireceğini, öğretmenlerin didaktiksel geçmişini ve öğretim repertuarını zenginleştireceğini, matematiğe yönelik duyuşsal eğilimleri olumlu yönde etkileyeceğini ve matematiğin kültürel ve insan ürünü olarak değerlendirilmesini sağlayacağını ifade etmişlerdir.

Liu (2003), MT'nin kullanımının gerekli olduğunu beş madde ile ifade etmiştir. Liu (2003)'e göre;

❖ MT, öğrencilerin motivasyonunun artmasına yardım etmekte ve öğrenmeye karşı olumlu tutum gelişmesini yardımcı olmaktadır (Swetz, 1997; Ernest, 1998; Furinghetti ve Somaglia, 1998; Marshall ve Rich, 2000, Liu, 2003; NCTM, 2006; Esteve, 2008)

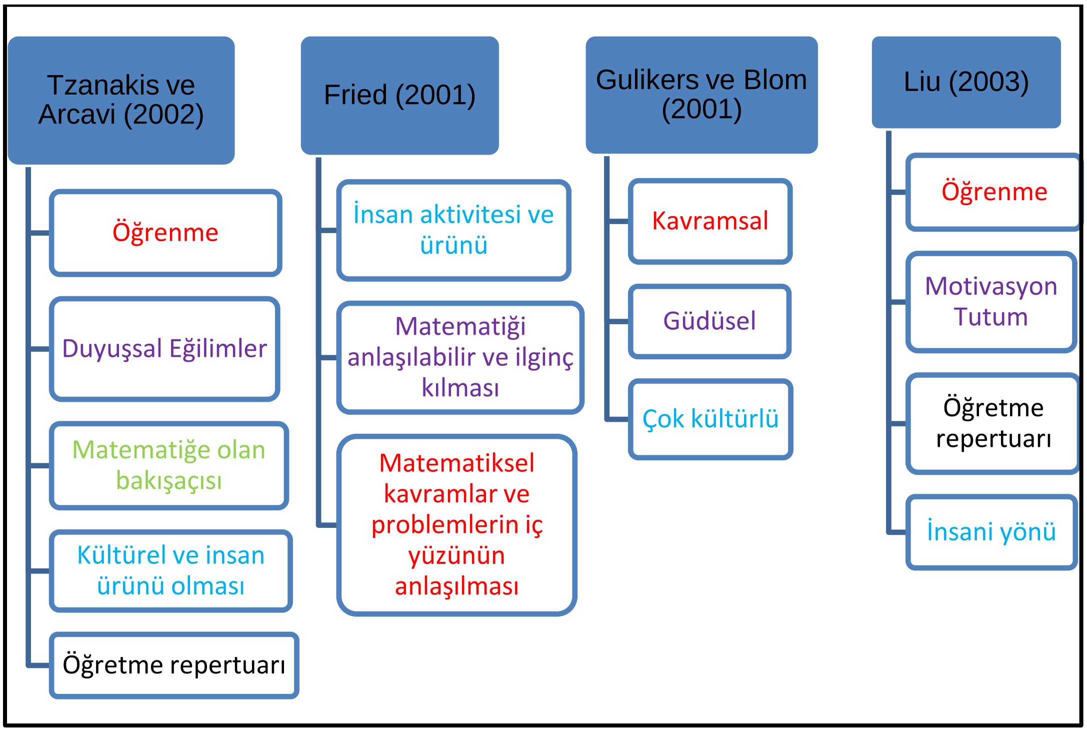
❖ Geçmişte matematikçilerin bir konu veya kavram üzerinde yaşadıkları zorluklar, günümüz öğrencilerinin yaşadıkları zorlukların açıklanmasında ve önlenmesinde yardımcı olmaktadır (Bishop, Lamb, Philipp, Whitacre, Schappelle ve Lewis, 2014; Mosvold, Jakobsen ve Jankvist, 2014).

❖ Tarihsel problemler öğrencilerin matematiksel düşünmelerine gelişmesine yardım etmektedir.

❖ MT, matematiğin insani yönünü ortaya koymaktadır (Liu, 2003; Esteve, 2008)

❖ MT, öğretmenlere öğretimleri için rehber olmaktadır (Mosvold, Jakobsen ve Jankvist, 2014).

Fried (2001), Gulikers ve Blom (2001), Liu (2003) ve Tzanakis ve Arcavi (2002) tarafından ifade edilen MT'nin kullanımına ilişkin gerekçeler kategorilendirilmiştir.



Şekil 1. MT'nin kullanım nedenleri

Tüm araştırmacıların görüşleri değerlendirildiğinde, MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmelerine yardımcı olacağı, matematiğe yönelik inançlarını derinleştireceği, öğrenmelerine katkı sağlayacağı ortak görüşler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yüzden öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını olgunlaştırmak ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamak amacıyla öğrenme öğretme ortamları MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiştir.

Araştırmanın çıkış noktası öğrencilerde tespit edilen bir probleme çözüm bulma arayışı olsa da, aksiyon araştırmasının doğası gereği, araştırmacı öğretmenin sınıf ortamında tespit ettiği probleme çözüm bulmak amacıyla yürüttüğü uygulamaların öğretmenin mesleki gelişimi üzerinde bir takım yansımalarının olacağı bilinen bir gerçektir. Öğretmenler kendi sınıfları ve okulları hakkında karar vermek amacıyla kendi verilerini topladıklarında yetkinleşmektedirler. Yetkinleşen öğretmenler, kendi yeteneklerini, deneyimlerini ve yaratıcı fikirlerini sınıflarına getirebilirler. Öğrencilerin ihtiyaçlarını en iyi karşılayacak programları ve stratejileri uygulayabilirler. Yetkinleşen öğretmenler, kendilerinin belli öğretim stilleri ve felsefelerini tamamlayan yöntemleri de kullanabilirler. Öğretmenlerin risk almalarına ve öğretim öğrenmede değişiklik yapmalarına izin verildiğinde, öğrenci başarısı artmaktadır (Johnson, 2005).

Shulman (1986), öğretim için gerekli bilgiyi "alan bilgisi", "müfredat bilgisi" ve "alanı öğretme bilgisi" olarak üç kategoride ele almıştır. Alan bilgisi öğretmenin öğreteceği konu ile ilgili bilgisidir. Örneğin; $x.(x+3)=x^2+3x$ eşitliğinin bir özdeşlik olduğunu bilmesi veya 1,25 ondalık sayısının 1,8 ondalık sayısından küçük olduğunu bilmesi gibi. Ancak bu tek başına yeterli değildir. İyi bir alan bilgisine sahip olan öğretmenin $x.(x+3)=x^2+3x$ eşitliğinin neden özdeşlik olduğunu, 1,25 ondalık sayısının neden 1,8 ondalık sayısından küçük olduğunu veya iki negatif sayının çarpımının neden pozitif sayı olduğunu bilmesi ve öğrencilerine kavramların altında yatan anlamı açıklayabilmesi gerekmektedir. MT kullanımı ile araştırmacı öğretmen, farklı çözüm yolları ve ispat biçimleri öğrenmesinin yanında, matematik öğretim programında yer almayan öğrenme nesnelerinin nasıl kullanılabileceğini öğrenebilir. Kural, formül ve kavramların altında yatan anlamları, öğrencilerine kavramsal olarak öğretmek adına farklı ispat biçimleri ve çözüm yollarını tecrübe edebilir.

Alanı öğretme bilgisi, alan bilgisini içinde barındırmasına rağmen daha üst düzey beceri gerektirmektedir. Öğretmenin öğrencilerden gelen sorulara kavramların altında yatan anlamları gösterici cevaplar vermesi tek başına öğretmenin alanı öğretme bilgisine sahip olduğunun göstergesi değildir. Alanı öğretme bilgisi öğretmenin; öğrencilerin nasıl daha kolay öğrenebilecekleri, öğrenirken zorlanacakları veya kavram yanılgısı yaşayacakları durumlar hakkındaki anlamaları, öğrenme sürecinin öğrencinin öğrenmesini kolaylaştırıcı şekilde düzenlenmesi, tasarlanması ve yönetilmesidir. Bu yüzden öğretmenin en kullanışlı sunuş şekillerini, öğrenme nesnelerini, en güçlü analojileri, gösterimleri, örnekleri, açıklamaları bilmesi gerekmektedir (Huang, 2010; Sherin, 2002; Shulman, 2004). Alanı öğretme bilgisi öğrencilerin matematik öğrenmeye yönelik güdülenmelerini sağlama yollarını bilmeyi de içermektedir (Huntley ve Flores, 2010). Dolayısıyla alanı öğretme bilgisi, öğretmenin sahip olduğu alan bilgisinin öğrencinin konu veya kavramı daha kolay öğrenebileceği şekle getirilmesidir. Araştırmacı öğretmenin uygulamalar sırasında yaptığı gözlemler ve öğrencilerden elde ettiği bulgular, etkinliklerin amaç ve araç olarak kullanılabilirliğini değerlendirmesini sağlayabilir. Bu sayede öğrencileri öğrenme yönelik güdüleyen, öğrencilere öğretici ve eğlenceli gelen etkinlikler tespit edilerek veya hazırlanarak öğretmenin alan bilgisinin gelişimine zemin hazırlanabilir. Bunun yanında araştırmacı öğretmen MT'nin kullanımına yönelik engelleri belirleyerek bu engellerin üstesinden gelmek için yapılabilecekler konusunda deneyime sahip olabilir. İleride yapılacak çalışmalar için etkinlikler üzerinde gerekli gördüğü iyileştirmeleri yaparak öğrenme öğretme sürecin daha sağlıklı işlemesini sağlayabilir.

Müfredat bilgisi ise öğretmenin öğretim programından, kazanımlardan haberdar olması, bir konuyu veya kavramı öğretmek için uygun görsel materyalleri ve yazılımları amacına uygun şekilde kullanmayı gerektirmektedir. Hangi konu için hangi etkinliğin, hangi materyal ve kaynağın hangi düzeyde ve hangi stratejiyle kullanılacağının bilinmesi müfredat bilgisi içerisinde değerlendirilebilir. Uygulamalar sayesinde araştırmacı öğretmen MT'nin müfredata nasıl ve neden eklenebileceği konusunda deneyim kazanabilir. Tarihsel içeriğin öğretim programına ne ölçüde dâhil edilmesi gerektiği ile ilgili fikir sahibi olabilir.

Öğretmenlerin sahip oldukları bilgi ile öğrencilerin başarıları arasında olumlu yönde bir ilişkinin olduğu ifade edilmektedir (Evans, 2011; Hill, Rowan ve Ball, 2005). Bu açıdan bakıldığında, yapılan araştırmanın öğretmenin MT'nin öğrenme öğretme sürecinde kullanımı konusunda deneyim kazanmasına, etkinliklerin kullanım amacına uygunluğunu değerlendirerek öğrenciler için kolay ve eğlenceli gelen etkinlikleri belirlemesine, MT'nin kullanımında karşılaşılan engelleri tespit ederek ileride yapacağı çalışmaları sağlıklı şekilde planlamasına ve yürütmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Benzer şekilde, Barbin (2000), Liu (2003) ve Tzanakis ve Arcavi (2002), MT'nin kullanımının öğretmenlerin öğretme repertuarlarını zenginleştireceğini ifade etmişlerdir.

Yukarıda ifade edilenler ışığında, araştırmanın problemi *"Matematik derslerinde kullanılan MT etkinlikleri öğrenme-öğretme ortamlarını nasıl değiştirmektedir?"* şeklinde ifade edilebilir. Araştırmanın alt problemleri ise;

1. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamları öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını nasıl etkilemektedir?

2. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamları öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını nasıl etkilemektedir?

3. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme-öğretme ortamları öğretmenin mesleki gelişimini nasıl etkilemektedir? şeklinde belirlenmiştir.

Öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançları mutlakçı ve yarı deneyselci görüş kategorileri altında değerlendirilmiştir. Matematiğe yönelik inanç ve tutum arasındaki ilişki ve matematik eğitimindeki yeri, öğrencilerin matematiğe yönelik inançları üzerine oluşturulan kategoriler, öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını belirlemeye ve değiştirmeye yönelik çalışmalar, MT'nin kullanım yolları ve kullanımını engelleyici faktörler ile MT üzerine yapılmış çalışmalara ikinci bölümde yer verilecektir.

1. 1. Araştırmanın Amacı

Yeni bir öğretim yönteminin, stratejinin veya bir uygulamanın etkililiğinin araştırılması, sınıf ortamında yaşanan bir problem veya araştırmacı öğretmenin merak ettiği ve ilgi alanına giren, eğitimle ilgili dikkat çekici bir konu, aksiyon araştırmasının başlangıç noktasıdır (Johnson, 2005). Bu araştırmanın çıkış noktası sınıf ortamında yaşanan bir problemdir. Araştırmacı öğretmen tespit ettiği probleme çözüm bulmak amacıyla öğrenme öğretme sürecinde MT'yi kullanmıştır. Bu çalışma öncesinde MT'nin kullanımı konusunda herhangi bir deneyimi yoktur. Yapılan aksiyon araştırması ile eylemlerin ve öğretimin niteliği anlaşılmaya ve iyileştirilmeye çalışılmıştır. Buradan hareketle bu çalışmanın amacı, matematik derslerinde kullanılan MT etkinliklerinin öğrenme-öğretme ortamlarını nasıl değiştirdiğini belirlemektir. Bu bağlamda çalışmanın alt amaçları aşağıda sıralanmıştır.

1. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını nasıl etkilediğini belirlemek
2. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını nasıl etkilediğini belirlemek
3. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme-öğretme ortamlarının öğretmenin mesleki gelişimini nasıl etkilediğini belirlemek

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Matematik nereden gelmiştir? Aritmetik her zaman bizim okulda öğrendiğimiz şekilde mi yapılmaktaydı? Cebirsel problemlerin çözümleri ve cebirsel gösterimler her zaman aynı mıydı? Matematik; edebiyat, fizik, sanat, ekonomi ve müzik gibi sürekli gelişen bir insan etkinliğidir. Matematiğin bugünü olduğu gibi, geçmişide vardır ve geleceğide olacaktır. Bugün öğrendiğimiz ve kullandığımız matematik 1000 yıl, 500 yıl hatta 100 yıl önceki matematikten çok farklıdır. 21. yüzyıl matematiği içinde de şüphesiz, 20. yüzyıl matematiğine göre bir takım gelişmeler yaşanacaktır (Berlinghoff ve Gouvea, 2004). Yukarıda ifade edilenin tersine, çoğu öğrenci ve öğretmen, matematiğin eski ve zengin bir tarihe sahip olduğunun farkında değillerdir (Swetz, 1989; Tzanakis ve Arcavi, 2002; Zaslavsky, 1996). Bu duruma paralel olarak, matematiğin sürekli gelişim gösterdiğini, insan emeğinin ürünü olduğunu ve farklı zamanlarda farklı kültürlerin yaptıkları matematiğin farklı olduğunu değerlendirmede başarısız olmaktadırlar (Tzanakis ve Arcavi, 2002). Matematiksel bilgiyi kurallardan oluşan, bitirilmiş, cansız, mükemmel bir bilgi topluluğu olarak algılamaktadırlar (Avital, 1994; Bidwell, 1993; Tzanakis ve Arcavi, 2002).

Öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarını olgunlaştırmak ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamak için öğrenme öğretme ortamlarında MT'nin kullanılabileceği ifade edilmektedir (Arcavi, 2002; Bidwell, 1993; Ernest, 1998; Fauvel,1991; Fried, 2001; Gulikers ve Blom, 2001; Jankvist, 2009a, 2009b, 2010; Tzanakis ve; Liu, 2003; Wilson ve Chauvot, 2000). Tarihsel içeriğin kullanıldığı çalışmalarda (Charalambous vd, 2009; Haverhals ve Roscoe, 2010; Kaye, 2008; Krusell, 2000; Liu ve Niess, 2006; Marshall, 2000; Percival, 1999) öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının olgunlaştığı, öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında olumlu yönde bir gelişim olduğu (Awosanya, 2001; Dittrich, 1973; Haverhals ve Roscoe, 2010; Ho, 2008; Lim, 2011; Lit vd,, 2001; Marshall, 2000; McBride ve Rollins, 1977; Nataraj ve Thomas, 2009; Percival, 1999; Ponza, 1998) rapor edilmiştir.

Ülkemizde, MT'nin kullanımı ile ilgili olarak yapılan çalışmalar; ilköğretim, lise öğrencileri ve öğretmen adayları üzerinde yürütülmüştür. İlköğretim öğrencileri üzerinde yürütülen çalışmaların genelinde deneysel yöntem kullanılmıştır. Yapılan çalışmalarda (Albayrak, 2008; Başıbüyük, 2012; Bayam, 2012; İdikut, 2007; Tözluyurt, 2008), MT'nin öğretim ortamında kullanımının bağımsız değişken olarak, öz-yeterlik, başarı, tutum değişkenlerinin ise bağımlı değişken olarak alındığı anlaşılmaktadır. Çalışmalarda MT'ye dayalı hazırlanan etkinliklerin MT'nin kullanım yolları açısından sınırlı olduğu, uygulama süresinin kısa olduğu ve bazı çalışmalarda kullanılan etkinliklerin sınıf düzeyiyle ve kazanımlarla uyumlu olmadığı anlaşılmaktadır. Bunun yanında çalışmalarda, tarihsel içeriğin derslerde nasıl ve niçin kullanılabileceği, uygulanan etkinliklerden hangilerinin kullanım amacını (olumlu tutum geliştirme, öğrenmeyi sağlama vb.) karşılayıp karşılamadığı ve nedenleri, bu doğrultuda tarihsel içeriğe öğrenme ortamında neden yer verilebileceği ve tarihsel içeriğin kullanımında karşılaşılan engeller ve engellerden kurtulma yolları tartışılmamıştır.

Yukarıda belirtilen eksiklikler doğrultusunda, bu çalışmada MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında neler olup bittiği, etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları ve inançları üzerinde nasıl bir değişim meydana getirdiği yansıtılmaya çalışılmıştır. Etkinliklerin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımına uygun olup olmadığı, tarihsel içeriğin öğrenme ortamında nasıl daha etkili bir şekilde kullanılabileceği, hangi yollarla ve neden kullanılabileceği araştırmacı öğretmenin uygulamalardan elde ettiği deneyimleri doğrultusunda tartışılmıştır. Özetle araştırmacı öğretmenin doğal ortamda yaptığı gözlemler ve deneyimlerine dayalı olarak sunduğu yansımaların "Tarihsel içeriğin matematik sınıflarında ne amaçla ve nasıl etkili şekilde kullanılabileceğine?" ilişkin gerçekçi yansımalar sunacağı düşünülmektedir. Uygulanan etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmelerine ve matematiğe yönelik inançlarının gelişmesine katkısı olup olmadığı, hangi etkinliklerin bu amacı gerçekleştirmede etkili olduğu veya olmadığı nedenleriyle ortaya konulmaya çalışılmıştır. Literatürde MT'nin kullanımında bir takım engellerin olduğu ifade edilmektedir (Fraser ve Koop, 1978; Gönülateş, 2004; Horton, 2011; Siu, 2007; Tzanakis ve Arcavi, 2002). Uygulamalar sırasında karşılaşılan engeller, engellerden kurtulma yolları ve tarihsel içeriğin nasıl daha etkili şekilde kullanılabileceği araştırmacı öğretmen tarafından yansıtılmaya çalışılmıştır. Uygulamalar sırasında karşılaşılan engellerin ve zorlukların vurgulanması, belirtilen engellerden kurtulmak için önerilerin sunulması, ileride yapılacak benzer çalışmalar için yol gösterici olabilir. Bunun yanında araştırmacı öğretmenin uygulamalar boyunca kazandığı deneyimlerin, hem öğretmenlik hayatında hem de akademik hayatında, öğretmenlere, öğretmen adaylarına gerçekçi yansımalar sunacağına ve mesleki gelişimine katkı sağlayacağına inanılmaktadır. Nitekim öğretmenlere yönelik tarihsel içerikli kursların etkililiğinin araştırıldığı çalışmalarda (Hickman ve Kapadia, 1983; Huntley ve Flores, 2010; Mayfield, 2001; Yıldız, 2013) öğretmenlerin sahip olduğu bilgilerin geliştiği saptanmıştır.

Matematik öğretim programı içerisinde MT'nin derslerde kullanımının gerekli olduğu vurgulanmasına rağmen, MEB Yayınları İlköğretim 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitapları içerisinde MT'ye sadece tarihsel ufak parçalar (matematikçilerin hayat hikâyeleri, resimleri, eski sayıların gösterimi, kitap tanıtımı vb.) yoluyla yer verildiği anlaşılmaktadır. Bunun yanında öğretmen kılavuz kitaplarında matematik derslerinde tarihsel içeriğin nasıl kullanılacağına yönelik öğretmenlere rehber olacak açıklamaların ve yönlendirmelerin yapılmadığı anlaşılmaktadır (Baki ve Bütüner, 2013a). Bu yüzden öğretmen ve öğretmen adaylarının tarihsel içeriğin kullanımı konusunda yeterli bilgiye ve tecrübeye sahip olmadıkları düşünülebilir. Bu araştırmada, etkinlikler MT'nin "*araç ve amaç*" olarak kullanımı (Jankvist, 2009a; 2009b, 2010) dikkate alınarak, farklı kullanım yollarına dayalı olarak hazırlanmış ve her bir etkinlikle ilgili öğretmen kılavuzları hazırlanmıştır. Dolayısıyla araştırmanın, ilköğretim matematik programına tarihsel içeriğin entegre edilme sürecine katkı sağlayacağı, hazırlanan etkinliklerin ve öğretmen kılavuzlarının öğretmen adayları ve öğretmenler için MT'nin kullanımı konusunda yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu araştırmanın örneklemi, 2010-2011 eğitim öğretim yılı Trabzon ili Akçaabat ilçesinde bulunan MEB'e bağlı bir ilköğretim okulunun 8. sınıfında öğrenim gören 11'i kız ve 13'ü erkek olmak üzere 24 öğrenci ile sınırlıdır.

2. Uygulama süresi pilot uygulama 1 yıl asıl uygulama 1 yıl olmak üzere 2 yıl ile sınırlıdır.

3. Çalışmanın veri toplama araçları; öğrencilerin yazılı görüşleri, 7 öğrenci ile yapılan mülakatlar, öğrencilerin ekinliklerdeki ürünleri, ölçeklerden elde edilen veriler, öğretmenin alan notları ile sınırlıdır.

4. Uygulamalar kullanılan etkinlikler ve içerikleri ile sınırlıdır.

5. Öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançları ve matematiğe yönelik tutumları; sosyal çevre, aile, okul yönetiminin beklentileriyle şekillenebileceğinden, araştırma kapsamında bu değişkenler incelenmemiştir.

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

1. Öğrencilerin mülakattaki görüşlerinin, anketteki cevaplarının ve yazılı görüşlerinin gerçeği yansıttığı,

2. Mülakata öğrenci seçiminde öğrencilerin yılsonu matematik notları ve öğretmenin sınıf içi gözlemleri dikkate alınmıştır. Mülakat için seçilen 7 öğrenciden, 3'ü başarı düzeyi yüksek, 2'si orta düzey, 2'si düşük düzey olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin görüşlerinin tüm sınıfın görüşlerini yansıttığı,

3. Yürütülen çalışmalar grup çalışması olduğundan dolayı, grup elemanlarının görev dağılımlarının eşit olduğu ve herkesin aktif olarak grup çalışmasına katıldığı varsayılmıştır.

1. 5. Tanımlar

Öğrenme Ortamlarını MT ile zenginleştirme: Tarihsel ufak parçalar, tarihsel metinler üzerine dayalı araştırma projeleri, birincil kaynaklar, çalışma yaprakları, tarihsel paketler, hatalar, alternatif kavramlar, tarihsel problemler, mekanik araçlar, deneysel matematik etkinlikleri, oyunlar, filmler ve diğer görsel öğeler, tarihi yerlere geziler, internet'in öğretim sürecine dolaylı veya doğrudan, belli stratejiler çerçevesinde dâhil edilmesidir (Tzanakis ve Arcavi, 2002).

MT'nin Araç Olarak Kullanımı: MT'nin eğitim öğretim ortamında öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını, motivasyonlarını ve akademik başarıyı arttırmak için kullanımıdır (Jankvist, 2009)

MT'nin Amaç Olarak Kullamı: MT'nin, matematiğin zamana, yere ve kültüre göre değişim ve gelişim gösterdiğini ve matematiğin, tarih boyunca farklı kültürlerin katkısıyla geliştiğini ve şekillendiğini, bu gelişimde insan faktörünün önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermek için kullanımıdır (Jankvist, 2009b).

İnanç: Kişinin, matematiği anlama ve çalışma biçimleri üzerinde etkisi olan matematik hakkındaki bireysel anlayışları ve hisleridir (Schoenfeld, 1992)

Tutum: Kararlı ve etkisi uzun süreli olan, bir olaya, duruma, nesneye, kişiye vb. tepki geliştirme boyutuna gelmiş, öğrenilmiş eğilim olarak tanımlanmaktadır (Leder ve Forgasız, 2002).

2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu bölümde inanç ve tutum arasındaki ilişki ve matematik eğitimindeki yeri, öğrencilerin matematiğe yönelik inanç kategorileri, öğrencilerin inançlarını belirlemeye yönelik çalışmalar, öğrencilerin yanlış inançlarını değiştirmeye yönelik çalışmalar, MT'nin öğrenme ortamlarında kullanım yolları ve MT'nin kullanımını engelleyen faktörlerin neler olduğu sunulacaktır.

2. 1. 1. İnanç, Tutum Arasındaki İlişki ve Matematik Eğitimindeki Yeri

İnanç kavramı literatürde değer, bilgi, tutum, anlayış, ideoloji, algı, eğilim, bakış açısı gibi kavramlarla eş anlamlı olarak görülmektedir. Yapılmış olan çalışmalar inanç kavramının tanımına yönelik bir birliğin olmadığını ortaya koymaktadır. McLeod ve McLeod (2002), inancın tanımının okuyucu kitlesi dikkate alınarak yapılmasının daha sağlıklı olduğunu ifade etmişlerdir. Okuyucu kitlesinin çeşidine göre inancın informal, formal ve genişletilmiş tanımlarının kullanılabileceğini vurgulamışlardır. Literatürde inanç sistemleri ile ilgili ilk informal tanımı 1985 yılında Schoenfeld yapmıştır. Ona göre inanç sistemi, kişinin matematik ile ilgili dünya görüşüdür. Daha sonra bu tanımı genişletmiş ve inancı; kişinin matematiği anlama ve çalışma biçimleri üzerinde etkili olan matematik hakkındaki bireysel anlayışları ve hisleri olarak tarif etmiştir. Lester, Garofalo ve Croll (1989) inancı, kişinin problem çözme, matematik ve kendisi hakkındaki öznel yargıları olarak tanımlamışlardır. Törner ve Grigutsch (1994) inancı, kişinin matematik hakkındaki dünya görüşü şeklinde ifade ederek Schoenfeld'in yaptığı tanımı kullanmışlardır (Törner ve Grigutsch'den aktaran; Furinghetti, Pehkonen, 2002: 40). Eynde vd. (2002) öğrencilerin matematikle ilgili inançlarını, öğrencilerin öğrenmeleri ve problem çözmeleri üzerinde etkisi olan, doğru olarak zihinlerinde yer etmiş öznel fikirleri, anlayışları olarak tanımlamışlardır. Lester vd, (1989), objektif ve öznel olmak üzere iki tip bilginin olduğunu, inançların kişinin öznel bilgisi olduğunu ifade etmiştir.

Furinghetti ve Pehkonen (2002), dokuz farklı araştırmayı dikkate alarak, bu araştırmaların yazarları tarafından yapılan inanç tanımlarının doğruluklarıyla ilgili 18 alan uzmanın görüşlerini almışlardır. Uzmanların verdikleri cevapları kesinlikle katılma, olumlu bir yönelimle kısmen katılma, kısmen katılma, olumsuz bir yönelimle kısmen katılma, tamamiyle katılmama şeklinde kodlamışlardır. Uzmanlardan 15'i Ponte'nin çalışmasında yaptığı inanç tanımının uygun olmadığını bildirmişlerdir. Ponte çalışmasında inanç için şu tanımı yapmıştır. "İnançlar ve anlayışlar bilginin bir parçası olarak kabul edilir. İnançlar, duyuşsal bileşene sahip, kişilerin deneyimlerden ortaya çıkan tartışılamaz olan kişisel doğrulardır”. Uzmanların on tanesi tanımda tartışılamaz kavramını kabul etmediklerini belirtmişlerdir. Bunun yanında uzmanlardan dördü inançların kişisel doğrular olarak değerlendirilmesi gerektiğini, bilgi kavramının doğru olmadığını ifade etmişlerdir. İki uzman bilginin inanç kavramıyla özdeşleştirilemeyeceğini belirtmişlerdir. Uzmanların 11 tanesi Schoenfeld (1992) ve Thompson (1992) tarafından yapılan tanımları doğru bulduklarını vurgulamışlardır. Thompson (1992)’nun tanımı şu şekildedir. “Bir öğretmenin matematiğin doğasına yönelik anlayışları (conception), matematik disiplini ile ilgili tercihleri, zihinsel şekilleri, kuralları, kavramları ve inançları olarak düşünülebilir. Schoenfeld (1992) ise inançları “kişinin, matematiği anlama ve çalışma biçimleri üzerinde etkisi olan matematik hakkındaki bireysel anlayışları ve hisleri” olarak tarif etmiştir. Özetle inançların “matematik, sınıf normları, bireyin karakteri, vs” farklı alanlarla ilişkisi vardır. Örneğin öğrenci matematikte kurallar üzerine çalışmayı sıkıcı buluyorsa, matematikle uğraşmaktan zevk almayacak ve matematiği anlamada sıkıntılar yaşayacaktır (Schoenfeld’den aktaran, Furinghetti ve Pehkonen, 2002: 46-52).

80’li yıllardan bu yana, bazı çalışmalarda, matematiğe yönelik tutum, inanç sisteminin bir parçası olarak (Kloosterman ve Cougan, 1994; Kloosterman ve Stage, 1992), bazı çalışmalarda ise birbirinden ayrı olarak (Fennema ve Sherman, 1976; Kwiatowski vd, 1993) ele alınmıştır. Tutum “belirli bir duruma yönelik kişideki genel duygusal eğilimdir” (McLeod, 1992).

McLeod (1992) literatürü ayrıntılı şekilde incelemesi sonucunda, tutumlar üzerine yapılan çalışmaları, inançlar üzerine yapılan çalışmalardan ayrı tutmanın zor olduğu sonucuna varmıştır. İnancın farklı kavramlarla örtüştüğünü belirtmiş ve inancın tanımını ortaya koymak için Psikoloji literatüründen faydalanılabileceğini ifade etmiştir. Aşağıdaki tablonun inanç ve tutum arasındaki ilişkiyi daha belirgin şekilde ortaya koyacağını savunmuştur (McLeod, 1992’den aktaran; Leder ve Forgasız, 2002: 96-97).

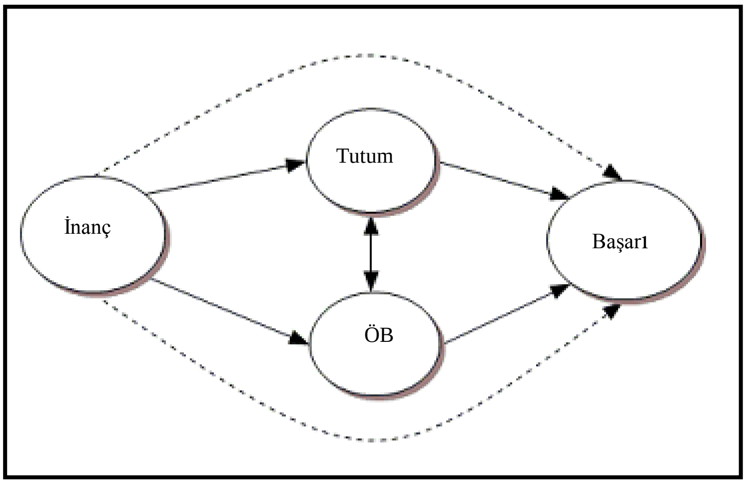
Tablo 1. İnanç ve Tutum Arasındaki İlişkiyi Ortaya Koyan Tanımlar

Yazarlar	İnançla İlgili Tanımlar
Bem(1970)	İnançlar, tutumlar ve değerler mantıksal olarak birbiri ile ilişkilidir.
Sloman(1987)	Tutum, odaklanılan bir birey, nesne veya fikir üzerindeki niyetler ve inançların toplamıdır.
Cooper ve McGaugh(1970)	İnanç, bilişsel yeniden yapılandırmanın büyük bir miktarını kapsayan tutumdur.
Aiken(1980)	Tutumlar, kavramlara nesnelere kişilere durumlara yönelik kazanılmış olumlu ve olumsuz tepkisel cevaplar olarak düşünülebilir. Dolayısıyla Tutumlar; bilişsel (inançlar ve bilgi), duyuşsal (duygu ve motivasyon) ve performans (davranış veya aksiyon eğilimleri) bileşenlerinden oluşur.
Rokeach(1972)	Tutum basit bir şekilde ortak bir nesne etrafında birbiriyle ilişkili inançların düzeni olarak tanımlanabilir. Tutum içerisindeki her bir inanç üç bileşenden oluşur. Bilişsel bileşen (kişinin bilgisidir), duyuşsal bileşen (inanç etkiye neden olabilir), davranışsal bileşen (uygun bir şekilde harekete geçirildiğinde bazı eylemlere öncülük eder)
Fishbein ve Ajzen (1975)	Tutum, kişinin bir duruma karşı olumlu yada olumsuz değerlendirmelerini ifade ederken, inançlar kişinin durum hakkındaki sahip olduğu bilgiyi ifade eder.
Cook ve Selltiz (1970/1964)	Tutumlar, bir nesneye karşı inanç ifadeleri, his ifadelerini içerir.

Tabloda inançla ilgili yapılan tanımlar, tutum ve inancın birbiriyle ilişkisini göstermektedir. Psikoloji literatüründe tutum; kararlı ve etkisi uzun süreli olan, bir olaya, duruma, nesneye, kişiye vb. tepki geliştirme boyutuna gelmiş, öğrenilmiş eğilim olarak tanımlanmaktadır. Tutum; bilişsel (inanç), duyuşsal (his) ve teşvik edici (eylem) boyutlarından oluşmaktadır (Ajzen, 1988; Eagly ve Chaiken, 1998; Furinghetti ve Pehkonen, 2002; Ruffel, Mason ve Allen, 1998). Bilişsel yapı, belli bir tutuma sahip olunan nesne hakkındaki inançları, duyuşsal yapı belli bir tutuma sahip olunan nesne hakkındaki hisleri, davranışsal yapı ise belli bir tutuma sahip olunan nesne hakkındaki davranışsal niyeti ifade etmektedir (Ajzen, 1988; Ruffel vd, 1998). Kısaca, inançlar tutumun bilişsel bileşeninin bir parçasıdır. Buna karşın tutumlar daha spesifiktir ve belirli bir nesne, kişi veya duruma karşı kişinin verdiği tepki eğilimidir (Ruffel vd, 1998).

McLeod (1992), inanç, tutum ve duygusal eğilimleri duyuşsal alan kategorileri içerisinde değerlendirmiştir. Goldin (2002)'e göre inançlar ve tutumlar bu alanın büyük bölümünü oluşturmaktadır. Yapılan araştırmalar, bireylerin öğrenmeleri arasındaki farklılıkların yaklaşık dörtte birinin kaynağının duyuşsal özelliklerden ileri geldiğini göstermektedir (Bloom, 1979).

Kim (2007), inanç, tutum, öğrenme biçimleri ve başarı arasındaki ilişkiyi aşağıdaki şekilde göstermiştir.



Şekil 2. İnanç, tutum, öğrenme biçimi ve başarı arasındaki ilişki

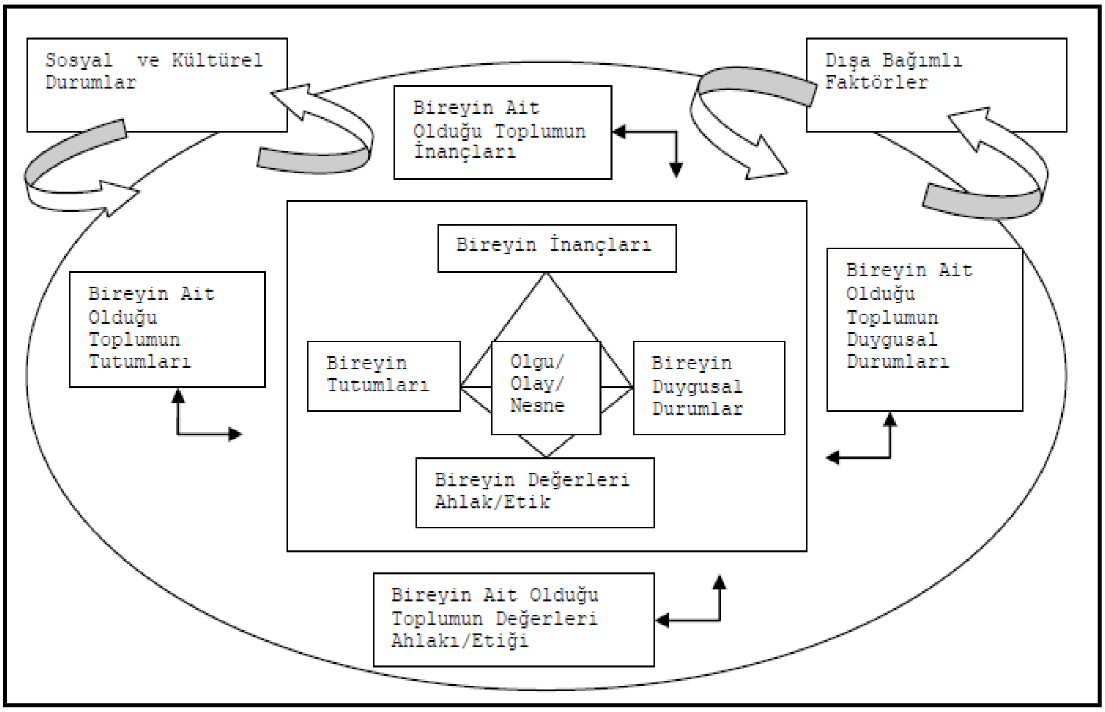
Kim (2007) tarafından ortaya koyulan modelde öğrencilerin inançları doğrudan başarıyı etkileyebildiği gibi, tutum ve öğrenme biçimi aracılığıyla da başarıyı dolaylı yoldan etkileyebilmektedir. Estevez (2005), benzer şekilde inançlar, tutumlar ve başarı arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmıştır. Ortaya koyduğu modele çalışma biçimini almamıştır. Modelde öğrencilerin sahip olduğu inançların tutumlarını, tutumların ise akademik başarıyı etkilediğini belirtmiştir. Kim (2007) tarafından ortaya koyulan modelden farklı olarak inançların doğrudan başarıyı etkilemediğini, tutumlar üzerinden başarıyı etkilediğini ileri sürmüştür.

Literatürde öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarının, matematiği öğrenme biçimleri ve matematiği kullanma biçimleri üzerinde güçlü bir etkiye sahip olduğu birçok araştırmacı tarafından vurgulanmaktadır (Kloosterman, 2002; Leder ve Forgasz, 2002; Pehkonen, 1995; Schoenfeld, 1985). Öğretmen ve öğrenciler matematiğin sadece sayılar ve hesaplamalardan ibaret olduğunu, matematik öğrenmenin problemlerin doğru sonucuna ulaşmak ve problemleri çözmek için gerekli kural ve formülleri ezberlemek olduğunu düşünmektedirler (Garafola, 1989; Raymond, 1997; Rock ve Shaw, 2000; Schoenfeld, 1989).

Garafola (1989), matematikte kuralları, algoritmaları ve yöntemleri bilmenin başarı için yeterli olmadığını ifade etmiştir. Problemlerin öğretmen tarafından verilen kurallarla çözülebileceğini düşünen öğrencilerin, kuralları ezberleyerek çalıştıklarını gözlemlemiştir. Ayrıca matematik alıştırmalarının kitapta verilen yöntemle çözülebileceğini düşünen öğrencilerin muhakeme yaparak çözüme ulaşmaya çalışmak yerine kitapta verilen kural ve yöntemi hatırlamaya çalıştıklarını tespit etmiştir.

Özetle, yukarıda ifade edilenler inancın ve tutumun matematik öğrenme ve öğretmede önemli değişkenler olduğunu göstermektedir. Bu yüzden çalışmada MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme öğretme ortamlarının öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançları ve matematiğe yönelik tutumları üzerinde nasıl bir değişime yol açtığı yansıtılmaya çalışılmıştır.

Ancak öğrencilerin inançlarının ve tutumlarının şekillenmesinde bazı faktörlerin etkili olduğu bilinmektedir. Buerk (1994) öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının sosyal çevre, aile, okul yönetiminin beklentileriyle şekillenebildiğini ifade etmiştir. Nitekim öğrencilerin girecekleri test sınavlarında onlardan beklenen yüksek netler ve bu doğrultuda öğretmenden beklenen öğretim biçiminin, öğrencilerin pasif öğrenenler olarak davranmasına neden olacağını ileri sürmüştür. Debellis ve Goldin (2006), bireyin inançları, tutumları, duygusal durumları ve bireyin değerleri/ahlak/etik arasındaki ilişkiyi aşağıdaki şekilde göstermiştir.



Şekil 3. İnanç, tutum, duygusal durum ve değer arasındaki etkileşim

Şekle göre bireyin inançları, tutumları, duygusal durumları ve bireyin değerleri/ahlak/etik arasında döngüsel ve karşılıklı bir ilişki vardır. Bunun yanında kişinin inançları, tutumları, duygusal durumları ve değerleri, içinde yaşadığı toplumun inançları, tutumları, duygusal durumları ve değerlerinden etkilenmektedir. Dış faktörler ve sosyal kültürel durumlarda kişinin inançları, tutumları, duygusal durumları ve değerleri üzerinde etkiye sahiptir. Kısaca Debellis ve Goldin (2006)'nin ortaya koyduğu model Buerk (1994)'ün görüşlerini doğrular niteliktedir.

Yapılan aksiyon araştırmasında öğrencilerin inançları ve tutumları üzerinde etkisi olabilecek "*sosyal çevre*", "*aile*", "*okul yönetiminin beklentileri*" gibi değişkenler incelenmemiştir. Bu açıdan bu tip değişkenlerin incelenmemiş olması çalışmanın sınırlılığı olarak düşünülebilir.

2. 1. 2. Matematiğe Yönelik İnanç Kategorileri

İnanç ve inanç sistemleri üzerine yapılan çalışmalar 1960'lı yıllarda psikologlar ve öğretmen eğitimcileri (Abelson, 1979; Bem, 1970; Green, 1971; Rokeach, 1960, 1968) ile başlamış, William Perry, Baxter Magolda, King ve Kitchener ile devam etmiştir. Araştırmacılar, elde ettikleri bulgulara dayalı olarak epistemolojik gelişim modelleri ortaya koymuşlardır. Modellerde inançları; tek boyutlu yani, yalnızca bilgi ile ilgili inançları kapsayacak biçimde ele almışlardır (Buehl ve Alexander, 2001).

William Perry, Baxter Magolda, King ve Kitchener tarafından ortaya konulan gelişim modelleri aşağıdaki tabloda özetlenmiştir (Chai, Khine ve Teo, 2006).

Tablo 2. Epistemolojik Gelişim Modelleri ve Kategorileri

Gelişim Modeli	Kategoriler
Entelektüel, Ahlaki Gelişim (Perry)	*Dualizm *Çoğulculuk *Rölativizm *Bağlılık
Epistemolojik Yansıtma (Magolda)	*Mutlak *Geçiş *Bağımsız *Bağlamsal
Yansıtıcı Yargı (King&Kitchener)	*Önyansıtıcı düşünme *Yarıyansıtıcı düşünme *Yansıtıcı düşünme

1990 yılında Schommer inançların karmaşık bir yapıya sahip olmasına rağmen araştırmacıların tek bir boyuta odaklandıklarını örneğin, bilginin kesinliği (Chandler vd, 1990; Perry, 1968), öğrenme hızı (Schoenfeld, 1989) vurgulamıştır. Schommer (1992), bilgi ile ilgili inançlar için "bilginin yapısı", "bilginin katılığı (değişir mi, değişmez mi)", "bilginin kaynağı", "öğrenme hızı", "öğrenme yeteneği" şeklinde beş boyut ortaya koymuştur.

Matematiğin doğasına yönelik inançlar üzerine yapılan çalışmaların ise 1980'li yıllarda başladığını söyleyebiliriz. Araştırmacılar, matematiğe yönelik inançları (DeCorte, Eynde ve Verschaffel, 2002; Ernest, 1988, 1989a; Kloosterman, 1996; Lerman, 1983, 1990; McLeod, 1992; Pehkonen, 1995; Underhill, 1988) belli kategoriler altında sınıflandırmışlardır.

Underhill (1988) öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını U1) bir disiplin olarak matematik hakkındaki inançlar, U2) matematik öğrenme hakkındaki inançlar, U3) matematik öğretme hakkındaki inançlar, U4) sosyal bağlam içindeki inançlar olarak sıralamıştır. Bir disiplin olarak matematik hakkındaki inançlar öğrencinin matematiğin doğası ile ilgili inançlarıdır. Kısaca öğrencinin matematiği nasıl algıladığı ile ilişkilidir. Örneğin, matematiği toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerinin yapıldığı veya rutin problemlerin çözümünün yapıldığı bir ders olarak görmesi gibi. Matematik öğrenmeye yönelik inançlar ise öğrencinin matematik öğrenmenin ezberlenerek yapılacağını düşünmesi gibi matematiğin nasıl öğrenilmesi gerektiğine yönelik zihninde yerleşmiş düşünceleridir. Matematik öğretimi ile ilgili inançlar ise öğrencinin matematik konularının nasıl daha etkili öğretilebileceği, hangi stratejinin öğretimde daha etkili olabileceği ile ilgili yargılarıdır. Sosyal bağlam hakkındaki inançlar, öğrenci davranışını ve inançların sosyal doğasını dikkate alır. Bir öğrencinin öğrenmesi sınıfın grup davranış normlarından ve daha da önemlisi sınıf içindeki uygun davranışların ne olduğu ile ilgili algılamalarından etkilenmektedir (Underhill, 1988'den aktaran: Eynde vd, 2002: 17-18)

McLeod (1992) öğrencilerin inançlarını, M1) Matematik hakkındaki inançları, M2) Kendisi ile ilgili inançları, M3) Matematik öğretmeyle ilgili inançları, M4) Sosyal bağlam hakkındaki inançları olarak sıralamıştır. McLeod'un ortaya koyduğu modeldeki ilk kategori olan matematik hakkındaki inançlar, Underhill modelinde ilk iki kategoriye karşılık gelmektedir. Ek olarak matematiğin kullanışlılığı üzerine öğrenenlerin algısı da matematik hakkındaki inançlar olarak ifade edilebilir. Öğrencilerin kendisiyle ilgili inançları matematikte kendilerini yeterli görüp görmedikleri ile ilgili algılarıdır. Sosyal bağlam hakkındaki inançlar ise Underhill modelindeki dördüncü kategoriye karşılık gelmektedir. McLeod öğrencilerin inançları üzerinde ev ortamının ve okulun sosyal bağlamının etkili olduğunu vurgulamaktadır (McLeod 1992'den aktaran: Eynde vd, 2002: 18).

Kloosterman (1996) öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını K1) Matematik hakkındaki inançları K2) Matematik öğrenme hakkındaki inançları olmak üzere iki kategori altında ele almıştır. İkinci kategoride ise üç alt kategoriye yer vermiştir. Bu alt kategorileri K21) Öğrencinin kendisi ile ilgili inançları K22) Öğretmenin rolü hakkındaki inançları K23) Matematik öğrenme hakkındaki inançları şeklinde sıralamıştır. Modeldeki ilk kategori matematiğin doğası hakkındaki inançları içermektedir. Ayrıca McLeod modelinin tersine, Kloosterman modelinin ilk kategorisi öğrencilerin matematik öğrenme hakkındaki inançlarını yansıtmaktadır. Matematik öğrenme hakkındaki inançlar ikinci kategori ve alt kategorilerinde yer almaktadır. Matematik hakkındaki diğer inançlar alt kategorisine "ezber yapmak matematikte önemlidir", "hata yapmak öğrenme sürecinin bir parçasıdır" şeklinde örnekler verilebilir.

Pehkonen (1995), öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını dört ana kategori altında ele almıştır. Kategorileri P1) Matematik hakkındaki inançları P2) Öğrenenin kendisi ile ilgili inançları P3) Matematik öğretme hakkındaki inançları P4) Matematik öğrenme hakkındaki inançları şeklinde sıralamıştır.

Hofer and Pintrich (1997), öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını H-P 1) bilgi ve H-P 2) bilmenin doğasını dikkate alarak dört kategoride ele almışlardır. Bilginin doğasını, bilginin kesinliği ve bilginin basitliği (bilgi birbiriyle ilişkisiz gerçekler yığınıdır veya bilgi birbiriyle ilişki kavramlar ve gerçeklerden oluşur) olarak iki kategoride değerlendirmişlerdir. Bilmenin doğasını ise bilgi kaynağı (bilgi kaynağı otorite olan öğretmendir veya bilgiyi öğrenci yapılandırır) ve bilginin doğrulanması şeklinde iki kategoride ele almışlardır. Hofer ve Pintrich tarafından yapılan sınıflandırmayı Kittleson (2011) aşağıdaki şekilde özetlemiştir.

Tablo 3. Hofer ve Pintrich'ın Ortaya Koyduğu İnanç Kategorileri

Epistemolojik İnanç Boyutları	Boyutların Tanımları
Bilginin kesinliği Bilginin Basitliği	Bilginin Doğası *Bilginin mutlak oluşuna karşın gelişen yapısı *ilişkisiz kural ve formüller yerine ilişkili kural ve formüller
Bilginin Kaynağı Bilginin Doğruluğu	Bilmenin Doğası *Otorite tarafından hazır sunulan bilgi yerine öğrenci tarafından yapılandırılan bilgi *Otoritenin rolünü kabul etme veya bilgi iddialarının doğrulamak için delil sunma

DeCorte vd, (2002), öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını D1) matematik eğitimi hakkındaki inançları, D2) kendisi ile ilgili inançları, D3) sosyal bağlam hakkındaki inançları olacak şekilde üç kategoride ele almışlardır. Matematik eğitimi hakkındaki inançları öğrencinin matematiğin doğası, öğrenme ve problem çözme süreci ve matematik öğretimi hakkındaki inançlarını içermektedir. Öğrencinin kendisi ile ilgili inançları kategorisinde motivasyon bileşeni ön plana çıkmaktadır. Sosyal bağlam hakkındaki inançları ise öğrencinin sınıf normları, öğretmenin rolleri, öğrencilerin rolleri ile ilgili inançlarından oluşmaktadır.

Ernest (1988, 1989a, 1989b), matematiğin doğasına yönelik inançları üç kategoride ele almıştır. Kategorileri; Enstrümentalist, Platonist ve Problem çözme olarak isimlendirmiştir. Enstrümentalist görüşe göre matematik birbiriyle ilişkisiz kurallar ve yöntemler yığınıdır. Enstrümentalist görüşe göre matematik öğretimi, kuralların ve yöntemlerin doğru şekilde uygulanarak doğru cevabın bulunmasına dayalı olarak yapılır.

Doğru cevap tektir ve öğretmenin görevi öğrencilere uygun kural ve yöntemleri göstermektir. Platonist görüşe göre matematiksel bilgi sabit ve durağandır. Bireyden bağımsız olarak keşfedilmeyi beklemektedir. Matematik öğretiminde amaç öğrencinin matematiksel bilgiyi keşfetmesine yardımcı olmaktır. Öğretmen açıklayıcı rolündedir. Problem çözme kategorisinde matematik sosyal ve kültürel bağlam içerisinde dinamik ve insan ürünü bir disiplin olarak görülür. Matematik sabit değildir. Gelişime açıktır.

Lerman (1990), matematiğin doğasına yönelik inançları mutlakçı ve yanlışlanabilir (yarı-deneyselci) olarak iki kategoride ele almıştır. Lerman (1990)'a göre mutlakçı inanç, matematiğin sabit, durağan, gelişime kapalı, insandan bağımsız ve tutarlı bilgi topluluğu olduğunu savunmaktadır. Öğretmenin rolü matematikçiler tarafından keşfedilmiş algoritmaların ve bilgilerin öğrencilerle paylaşılmasıdır. Aksine matematiğin tarihsel boyutu; matematiğin canlı, gelişim gösteren, dinamik, çok kültürlü, insan ürünü olan ve sosyal yolla yapılandırılmış bir disiplin olma fikrini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla bir öğretmen matematiğin doğasına yönelik mutlakçı inanışa sahipse derslerinde matematiğin tarihsel boyutuna yer vermeyi reddedecektir (Horton, 2011). Yarı deneyselci inanç matematiksel bilginin yere ve zamana bağlı olarak sosyal yolla oluşturulduğunu ve değişebileceğini savunur. Matematiksel bilgi keşfedilmeyi beklememektedir, matematiksel bilgi insan icadıdır. Matematiksel bilginin gelişebileceğine ve değişebileceğine dair en güzel örnek, Euclid'in 5. postulatı üzerinde Saccheri, Gauss, Lobachevski ve Bolyai'nin yaptığı çalışmalardır. Matematik insan emeğinin ürünü olduğu için matematiksel bilgi yanlışlanabilir. Yarı deneyselci bir öğretmen, bilginin insan ürünü olduğunu, gelişim gösterebileceğini, yere ve zamana bağlı olarak yapılandırıldığını düşünerek öğretiminde matematiğin tarihsel boyutunu dikkate alacaktır (Horton, 2011). Öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarını belirlemeye yönelik sınırlı sayıda çalışmada (Amirali, 2010; Charalambous, Panaoura ve Philippou, 2009; Grouws, Howald ve Colangelo, 1996; Horton ve Panasuk, 2011) mutlakçı ve yanlışlanabilir (yarı deneyselci) inanç kategorileri kullanılmıştır.

Horton ve Panasuk (2011)'da çalışmalarında matematiğin doğasına yönelik mutlakçı ve yanlışlanabilir görüşe dayalı hazırladıkları ölçeği kullanmışlardır. Mutlakçı kategorisinde "Matematik sabit tanımların ve yapılandırılmış yöntemlerin yer aldığı bir bilgi sistemidir", "Matematiksel kurallar/özellikler/kanunlar daima doğrudur", "Matematik hiyerarşik bir sıra izler", "Matematiksel bilgi kesin ve değiştirilemez doğrulardan oluşur", "Matematik kesin sonuçlar ve mükemmel yöntemlerden oluşan bir sistemdir", "Matematiksel fikirler geleneksel şekilde kaydedilir" maddeleri bulunmaktadır. Yanlışlanabilir kategorisinde ise "Matematik daima revizyona açıktır", "Matematik insan ihtiyaçlarına hizmet eder", "Matematik insan ihtiyaçlarına ve problemlerine cevap bulabilmek için ortaya çıkmıştır", “Matematik kültürün ayrılmaz bir parçasıdır”, “Matematik günlük ihtiyaçlar için gerekli ve gelişen bir sistemdir” maddeleri yer almaktadır.

Charalambous vd (2009), öğretmen adaylarının matematiğin doğasına yönelik inançlarını ölçek kullanarak belirlemişlerdir. Charalambous vd (2009)’un matematiğin doğasına yönelik ortaya koyduğu formalist kategorisinde “Matematik algoritmalar ve yöntemler kümesidir”, “Matematik kurallar ve teoremler kümesidir”, “Matematiksel fikirler tipik şekilde yazılır” maddeleri bulunmaktadır. Platonist kategorisinde “Matematiksel bilgi daima doğrudur”, “Matematik günlük hayattaki kavramları sunan bir sistemdir”, “Matematik kesin sonuçlar ve yanlışlanamaz yöntemler üzerine kurulur”, “Matematikte tanımlar kesin ve yöntemler yapılandırılmıştır” maddeleri bulunmaktadır. Deneysel kategorisinde ise “Matematik insan ihtiyaçlarına hizmet eder”, “Matematik insanlar için kullanışlı olduğu için önemlidir”, “Matematik insan ihtiyaçlarına ve problemlerine cevap bulabilmek için ortaya çıkmıştır”, “Matematik gelişen bir yapıya sahiptir” maddeleri vardır. Horton (2011), ölçek maddelerinin Ernest’in matematik eğitim felsefesi isimli kitabında vurguladığı, matematiğin doğasına yönelik inançlar ve felsefi görüşler dikkate alınarak hazırlandığını ve platonist, formalist görüş maddelerinin mutlakçı, deneyselciliğe ait maddelerin ise yanlışlanabilir görüşü yansıttığını ifade etmiştir.

Amirali (2010), sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiğin doğasına yönelik inançlarını belirlemek için 15 maddeden oluşan, mutlakçı ve yanlışlanabilir inanç kategorilerine sahip bir ölçek kullanmışlardır. Amirali ve Halai (2010), çalışmalarında öğretmen adaylarına yönelik olarak geliştirdikleri ölçeğin matematiğin doğasına yönelik algı kategorisinin alt boyutlarını mutlakçı, platonist, enstrümentalist, problem çözme ve yanlışlanabilir olarak isimlendirmişlerdir.

Grouws vd (1996) lise öğrencilerinin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarını; matematiksel bilginin niteliği, matematiksel bilginin yapısı ve matematiksel bilginin statüsü olarak üç alt kategoride ele almışlardır. Matematik etkinliklerinin niteliği kategorisini ise matematik yapmak ve matematikte fikirleri doğrulama şeklinde iki alt kategoride incelemişlerdir. Araştırmacılar üçüncü kategori altında alt kategori almamışlardır. Diğer çalışmalara dayalı olarak ölçeğe matematiğin kullanışlılığı ile ilgili bir madde eklemişlerdir. Çalışmada kullandıkları kategoriler “Matematiksel bilginin doğası”, “matematik etkinliklerinin doğası”, “matematik öğrenme” ve “matematiğin kullanışlılığı” şeklindedir.

Özetle, yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiğe yönelik inançları; matematiksel bilginin doğasına yönelik inançları, öğrenme ve öğretmeye yönelik inançları, sosyal bağlam hakkındaki inançları kategorilerinde ele alınmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin inançları mutlakçı ve yarı deneyselci inanç kategorileri altında değerlendirilmiştir.

2. 1. 3. Öğrencilerin İnançlarını Belirlemeye Yönelik Çalışmalar

Literatür incelendiğinde ilköğretim öğrencileri üzerinde yapılan inanç temalı çalışma sayısının lise öğrencileri, üniversite öğrencileri, öğretmen ve öğretmen adayları üzerinde yapılan çalışma sayısına göre bir hayli az olduğu görülmüştür. İlköğretim öğrencileri üzerinde yapılan çalışmalarda literatürde öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını belirlemeye yönelik çalışmalar (Amirali, 2010; Cruz ve Alvarado, 2003; Fleener, 1996; Frank, 1988; Garofalo, 1989; Grouws vd, 1996; Hall, 2002; Koch ve Smith, 1993; Loveridge, Taylor, Sharma ve Hawera, 2006; Obando, Kouba ve McDonald, 1991; Spangler, 1992) olduğu gibi, inançların etkilerini inceleyen çalışmalar da (Hofer, 1999; Kloosterman, 1991; Koller, 2001; Schommer vd, 2005) karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarını öğrenme ortamlarını MT ekinlikleriyle zenginleştirerek derinleştirmeye yönelik çalışma (Liu ve Niess, 2006; Liu, 2009) sayısı ise çok azdır.

İlköğretim öğrencileri üzerinde yapılan çalışmalarda veriler iki yolla toplanmıştır. Bazı çalışmalarda veriler mülakatlar (Frank, 1988; Koch ve Smith, 1993; Loveridge vd, 2006; Stodolsky, Salk ve Glaessner, 1991) yoluyla toplanmışken, bazı çalışmalarda veriler anketler (Amirali, 2010; Grouws vd 1996; Hall, 2002; Kouba ve McDonald, 1991; Odafe, 1994; Schoenfeld, 1989) kullanılarak toplanmıştır.

Ulusal Eğitim Sürecini Değerlendirme Kurumu (NAEP), ilk geniş kapsamlı çalışmasında 4. 8. ve 12. sınıf öğrencilerinin matematiğin doğasına yönelik inançlarını tespit etmiştir. Öğrenciler genel olarak “Matematik öğrenmenin temelinde kuralların ezberlenmesi vardır”, “Matematik problemlerini çözmek için tek bir doğru yol vardır”, “Matematik problem çözmek için kullanışlıdır”, Öğrenciler denerlerse matematikte iyi olabilirler” ifadelerinde birleşmişlerdir (Lubienski, McGraw ve Strutchens, 2004).

Schoenfeld (1985, 1989), öğrencilerin matematiğe yönelik başarı ve başarısızlık algılarını belirlemek amacıyla 81 maddelik bir anketle lise öğrencilerinden veriler toplamıştır. Elde edilen bulgulara göre öğrenciler matematiğin birbirinden ayrık gerçeklerden oluştuğunu, matematiksel kavramları ve yöntemleri anlamanın zor olduğunu ve matematik problemlerinin ancak gerekli kurallar ezberlenerek çözülebileceğini ifade etmişlerdir.

Brown, Carpenter, Kouba, Lindquist, Silver ve Swafford (1988), 7. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik inançlarını belirlemeye çalışmışlardır. Öğrencilerin çoğunluğu matematiğin kurallar yığını olduğunu, matematik problemlerinin çözülebilmesi için bir kuralın takip edilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin neredeyse yarısı da matematik öğrenmenin kuralları ezberlemeye bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin %36'sı matematikçilerin fikirlerden ziyade sembollerle çalıştığını, %20'si matematiğin ilişkisiz konulardan oluştuğunu, %30'u ise matematikte yeni keşiflerin nadiren olabileceğini ifade etmişlerdir.

Frank (1988), matematik başarısı yüksek ortaokul öğrencilerinin matematiğe yönelik inançlarının ne olduğunu araştırmıştır. On beş öğrenci üzerinde gözlemler, on beş öğrenciden dördü ile görüşmeler yapmıştır. Anket, gözlem ve mülakat verilerinin analizi sonucu öğrencilerde matematiğe yönelik beş inancın varlığını saptamıştır. Öğrenciler matematiği hesaplama, matematik öğrenmeyi ise kuralların ve algoritmaların ezberlenmesi olarak görmüşlerdir. Öğrenciler matematik problemlerinin birkaç adımda çözülebileceğini, eğer problem 5-10 dk içerisinde çözülemiyorsa ya soruda ya da kendilerinde bir yanlışın olduğunu düşünmüşlerdir. Matematik yapmanın amacının en hızlı şekilde problemin doğru cevabına ulaşmak olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenciler, öğrencinin rolünü gerekli bilgileri hazır olarak alan kişi, öğretmenin rolünü ise bilgiyi öğrenciye veren kişi olarak belirtmişlerdir. Öğrenciler, öğretmenler açıklamalarını iyi bir şekilde yaptığı takdirde her öğrencinin hızlı bir şekilde problemlerin doğru cevabını bulması gerektiğini vurgulamışlardır.

Garofalo (1989) lise öğrencilerinin matematiğe yönelik inançlarını belirlemeye çalışmıştır. Öğretmen olarak kendi sınıfında yaptığı gözlemler, öğrencilerle yaptığı tartışmalar sonucu öğrencilerde matematiğe yönelik olgunlaşmamış inançlar olduğunu saptamıştır. Öğrenciler, matematik problemlerinin öğretmenin gösterdiği kural ve formüllerle çözüldüğünü, matematik öğrenmede kural ve formüllerin ezberlenmesinin en iyi yol olarak gördüklerini, ders kitaplarını ve öğretmenleri bilginin kaynağı olarak gördüklerini ve ders kitabındaki bilgileri sorgusuz sualsiz hemen kabul ettiklerini ifade etmişlerdir.

Kouba ve McDonald (1991), 1200 ilköğretim öğrencisinin matematiğe yönelik inançlarını belirlemeye çalışmışlardır. Örneğin; "Bir gün gazete aldınız ve gazetenin ön sayfasındaki kelime sayısını tahmin ettiniz. Sizce bu şekilde davranmak matematik yapmak mıdır?" türünden farazi durumlarla öğrencileri karşılaştırarak, bu durumların matematik olup olmadığını araştırmışlardır. Çalışma bulguları öğrencilerin matematiği sayılar ve işlemler olarak dar bir çerçevede değerlendirdiklerini, matematiğin okul dışında işe yaramayacağını düşündüklerini ortaya koymuştur.

Stodolsky vd, (1991) çalışmasında öğrencilerin matematiğe ve sosyal bilgilere yönelik tutumları, algıları ve eğilimlerini belirlemeye çalışmışlardır. Veriler altmış, 5. sınıf öğrencisinden mülakat yoluyla toplanmıştır. Öğrencilerden matematiğin ne olduğu ve matematik öğrenmenin nasıl gerçekleşmesi gerektiği ile ilgili düşünceleri alınmıştır. Sizce matematik nedir sorusuna öğrenciler aritmetik işlemler (toplama, çıkarma), sayılar, kesirler, ondalık kesirler, problemler çözme ve ölçme cevaplarını vermişlerdir. Matematik öğrenmenin nasıl gerçekleşmesi gerektiği ile ilgili olarak öğrencilerin cevapları dinleme, ezberleme kategorilerinde toplanmıştır. Öğrenciler, öğretmenlerini ve ders kitaplarını bilgi kaynağı olarak düşünmektedirler.

Spangler (1992), ilköğretim, lise ve üniversite öğrencilerinin matematiğe yönelik inançlarını belirlemek için açık uçlu sorular kullanmıştır. Tüm eğitim seviyelerindeki öğrencilerin inançları şaşırtıcı şekilde benzer bulunmuştur. Araştırmadan elde edilen bulgular sonucu, öğrencilerin problemlerin yalnızca bir doğru cevabı olacağına, bir problemde iki farklı cevapla karşılaştıklarında doğru cevabın daha akıllı olarak düşündükleri öğrenciye ait olacağına, nadiren iki cevabında doğru olabileceğine inandıları ortaya çıkmıştır. Matematik öğrenmenin ezberleme ile mümkün olduğunu vurgulamışlardır. Öğrenciler problem çözümlerinde sadece bir yolu tercih ettiklerini belirtmişlerdir. Çünkü bu durum onlara göre ezberleme ve akılda tutma ihtimalini güçlendiren bir durumdur. Sonuç olarak ilköğretim seviyesindeki çoğu öğrenci matematik problemlerinin hızlı şekilde yapılması gerektiğine ve matematik yeteneği daha iyi olan kişilerin bunu başarabileceğine inandıklarını vurgulamışlardır.

Koch ve Smith (1993), öğrencilerin matematiğe yönelik yaklaşımlarını 6 görüş başlığı altında vermiştir. Bunlar “kuralları ezberleme”, “her zaman unutulur”, “sinir bozucu”, “gelecek için kullanışlı”, “sezgiye ihtiyaç duyar”, “uğraştırıcı” kategorileriyle değerlendirmiştir.

Bock (1994), öğrencilerin zihinlerindeki matematik imajını 5 başlık altında toplamıştır. Bunlar, “Matematik kurallar, yöntemler, formüller ve teoremler kümesidir”, “ Matematik cevabı ya doğru ya da yanlış olan hesaplamaları ve denklemleri içerir”, “Matematiğin gerçek dünyada sadece birkaç uygulaması vardır”, “Bütün matematik problemlerinin cevabı vardır ve sadece bir tanedir”, “Problemler ancak öğrencinin öğretmenden öğrendiği kurallar ve formüllerle çözülebilir”.

Fleener (1996), başarı düzeyi yüksek olan 20 lise öğrencisinin inançlarını belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilerin inançları 46 maddelik ölçekle belirlenmiştir. Ölçek bulgularını desteklemek için alan notları ve sınıf tartışmalarından da yararlanılmıştır. Ölçekteki matematik değişir, bir matematik probleminin çok sayıda doğru çözümleri vardır maddelerine katılımcıların sadece yarısı katılma yönünde cevap vermişlerdir. 2+2 daima 4 eder maddesine öğrencilerin geneli katılma yönünde görüş bildirmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin çoğunluğu yanlışlığı hiçbir zaman ispatlanamayacak bazı matematiksel doğruların olduğuna inanmaktadırlar. Sadece dahi insanlar başarılı bir matematikçi olur maddesine ise öğrenciler katılmamışlardır. Öğrenciler “matematik ve fen yaratıcılık gerektirir” maddesine kesinlikle katılıyorum cevabını vermişlerdir.

Grouws vd, (1996) öğrencilerin matematiğin doğası ile ilgili inançlarının görmezden gelindiğini vurgulayarak, öğrencilerin matematiksel bilgiden ne anladıklarının öğrenilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Çalışmalarında iki gruba ayırdıkları lise öğrencilerinin matematiksel bilginin doğası ile ilgili inançlarını, matematik etkinliklerinin ve matematik öğrenmenin niteliği hakkındaki inançlarını, matematiğin doğasına yönelik inanç ölçeği kullanarak belirlemeye çalışmışlardır. Öğrenci gruplarından birinin matematik zekâsı diğer gruba göre daha iyidir. Matematiksel bilginin doğasına yönelik inançları matematiksel bilginin niteliği, matematiksel bilginin yapısı ve matematiksel bilginin statüsü olarak üç alt kategoride araştırmışlardır. Matematik etkinliklerinin niteliği kategorisini ise matematik yapmak ve matematikte fikirleri doğrulama şeklinde iki alt kategoride incelemişlerdir. Araştırmacılar üçüncü kategori altında alt kategori almamışlardır. Diğer çalışmalara dayalı olarak ölçeğe matematiğin kullanışlılığı ile ilgili bir madde eklemişlerdir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre matematik zekâsı iyi olan grup matematiği birbiriyle ilişkili bilgilerden oluşan dinamik yapıya sahip bir sistem olarak görmüşlerdir. Ayrıca matematikte anlamlandırmanın önemli olduğunu belirtmişlerdir. Diğer grup öğrencilerde matematiği dinamik bir sistem olarak değerlendirmelerine karşın, matematiği gerçeklere, ilkelere ve kuralların ezberlenmesine dayalı soyut bir sistem olarak görmüşlerdir. Matematik yapmanın ise öğretmen tarafından verilmiş kural ve formüllerin aynen soru üzerinde uygulanması olduğunu vurgulamışlardır.

Obando vd, (2003) çalışmalarında Kevin ve Sam isimli sırasıyla on beş ve on yedi yaşlarında olan iki lise öğrencisinin matematik hakkındaki inançlarını belirlemeye çalışmışlardır. Veriler alan notlarıyla ve öğrencilerle yapılan mülakatlarla toplanmıştır. Elde edilen bulgulara göre Kevin isimli öğrenci matematik öğrenmeyi toplama, çıkarma, çarpma, karekök alma işlemlerinin nasıl yapılacağını öğrenmek olarak ifade etmiştir. Ayrıca matematiğin belli kuralların ve ilkelerin ezberlenmesine dayalı olarak yapılabileceğini vurgulamıştır. Sam isimli öğrenci ise öğretmenin gösterdiği yolla matematikle ilişkili görevleri yapmanın önemine işaret etmiştir. Nitekim Sam isimli öğrencinin öğretmeni problemlerin nasıl çözüleceğini öğrencilerine anlatmaktadır. Öğrenci matematiğin sadece ezberlenmesi gerekli kurallara dayalı yapılmadığını, okulda öğretmenin gösterdiği yollar kullanılarak evde alıştırmaların yapılması gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacılar elde ettikleri bulgulara dayalı olarak öğrencilerin kural ve ezberleme odaklı ve öğretmene bağımlı bir şekilde öğrenmeyi benimsediklerini ifade etmişlerdir.

Loveridge vd, (2006) altı ile on üç yaş arası 400 öğrencinin matematiğin doğasına yönelik inançlarını belirlemeye çalışmışlardır. Her bir öğrenciyle mülakatlar yapılarak öğrencilerin matematik dendiğinde ne anladıkları ile ilgili, matematik öğrenmenin nasıl gerçekleşmesi gerektiği ile ilgili görüşlerini almışlardır. Öğrencilerle yapılan görüşme verilerinden temalar oluşturulmuştur. Çalışmadan elde edilen bulgular, öğrencilerin çoğunun matematiği sayı ve işlemler olarak algıladığını göstermiştir.

Amirali (2010), seksen iki sekizinci sınıf öğrencisinin matematik öğrenmeye yönelik tutumları ve matematiğin doğasına yönelik anlayışlarını belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik anlayışlarını 15 maddeden oluşan ve güvenirlik düzeyi 0.497 olan ölçekle ortaya koymaya çalışmıştır. Ölçekteki maddeler Ernest'in matematiğin doğasını tanımlarken ifade ettiği mutlakçı ve yarı deneyselci anlayış kategorilerine girmektedir. Öğrenciler, matematiğin değişemeyeceği ve matematiğin revizyona ve değişime açık olduğu maddesine katılmışlardır. Benzer şekilde öğrencilerin çoğunluğu bir formülü ezberlemektense arkasında yatan anlamak daha önemlidir maddesi ile matematik kuralları ve formülleri ezberleyerek daha iyi öğrenilir maddesine de katılma yönünde görüş bildirmişlerdir. Bulgular araştırmacı tarafından öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik her iki anlayışa da sahip olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Öğrencilerin matematiğe yönelik inançları üzerine yapılan çalışmalarda ortaya çıkan sonuçlar aşağıda maddeler halinde özetlenmiştir.

- Matematik kurallar ve formüllerin ezberlenmesini içerir (Amirali, 2010; Bock, 1994; Brown vd, 1988; Garofalo, 1989; Grouws vd, 1996; Obando vd, 2003; Schoenfeld, 1989; Spangler, 1992;)
- Matematikteki amaç problemin doğru sonucuna ulaşmaktır (Frank, 1988).
- Matematikte her şeyden önemli olan hesaplamadır (Frank, 1988; Kouba ve McDonald, 1991; Loveridge vd, 2006).
- Matematik problemleri hızlı bir şekilde birkaç adımda çözülebilir (Frank, 1988; Schoenfeld, 1989; Spangler, 1992).
- Öğrenciler öğretmenlerinden bilgiyi almalılar ve öğretmenin gösterdiği şekilde kullanmalıdırlar (Frank, 1988; Grouws vd, 1996; Obando vd, 2003; Schoenfeld, 1989).
- Herkesin matematik zekâsı aynı değildir. Matematik zekâsı iyi olanlar matematiği başarabilirler (Fleener, 1996; Odafe, 1994; Schoenfeld, 1989).
- Matematik değişime açık değildir (Amirali, 2010).

2. 1. 4. MT'nin Matematik Öğretiminde Kullanılması

Uzun yıllardan beri, matematik eğitiminde MT'nin kullanımı desteklenmektedir (Barwell, 1913; Groza, 1968). Son on yıl içerisinde ise MT'nin öğretim ortamında kullanımına yönelik çalışmaların giderek arttığı görülmektedir. Yurt dışında, MT'nin eğitim üzerindeki rolü, kullanımı ve yansımalarını ortaya koyan kongreler ve konferanslar düzenlenmektedir. Uluslar arası bilimsel süreli dergilerde MT'yi konu alan özel sayılar çıkarılmaktadır (Jankvist, 2009b). Ülkemiz açısından bakıldığında ise MT, 2005 yılında uygulanmaya başlayan ilköğretim matematik öğretim programıyla ders kitaplarına girmiştir. Aşağıda MT'nin öğrenme ortamında nasıl kullanılabileceği açıklanmaya çalışılmıştır.

2. 1. 4. 1. MT'nin Öğrenme Ortamında Kullanılma Yolları

Literatürde MT'nin öğretim ortamında nasıl kullanılabileceğine dayalı olarak çeşitli görüşler ortaya atılmıştır (Fried, 2001; Gulikers ve Blom, 2001; Jankvist, 2009b; Jankvist, 2010; Tzanakis ve Arcavi, 2002).

Fried (2001), MT'nin derslerde kullanımına yönelik iki strateji ortaya koymuştur. Ekleme stratejisi, derslerde tarihsel anekdotların, matematikçilerin kısa hayat hikâyelerinin, tarihsel problemlerin veya matematikçilerin resimlerinin gösterilmesi gibi etkinliklerin kullanımını içermektedir. Bu yaklaşım ile mevcut müfredat değiştirilmemekte sadece kapsamı genişletilmektedir. Diğer yaklaşım ise uyarlama stratejisidir. Bu strateji ile Katz'ın Napier'in logaritmasını bugünün sınıflarına uyarlaması gibi, konunun öğretimi, tarihsel bir şemaya uyarlanarak gerçekleştirilmektedir. Fried iki stratejinin de uygulanmasının, zaman ve tarihi yanlış şekilde yansıtarak tarihi değersizleştirme (whig approach) gibi problemler yaratabileceğinden zor olduğunu belirtmiştir. Bu engellerden kurtulmak için radical uyarlama ve radical ayrım stratejilerinin kullanılabileceğini vurgulamıştır. Radical uyarlama stratejisinde öğrenciler hem matematik hem de doğru bir matematik tarihi içeren birincil kaynaklar üzerine çalışarak matematiği öğreneceklerdir (URL-1).

Barnett, Lodder ve Pengelley (2014) çalışmalarında orijinal tarihsel kaynakların okunması yoluyla matematik tarihinin kullanmışlardır. Tarihsel içeriğe bu şekilde yer vermelerinin tarihi değersizleştirme tehlikesinin (whig approach) önüne geçeceğini ifade etmişlerdir. Yaptıkları uygulamanın Fried tarafından ifade edilen radical uyarlama (radical accommodation) stratejisine uygun olduğunu belirtmişlerdir. Radical ekleme veya radical ayrım stratejisinde ise öğrenciler standart matematik ders içeriklerine paralel ve uyumlu olan matematik tarihi içeriğini takip edeceklerdir (Nooney, 2002). Fried (2001) radical ayrım stratejisinin Arcavi, Bruckheimer ve Ben-Zvi's (1982)'nin çalışmalarında kullanıldığını vurgulamıştır. Arcavi vd, öğretmenlere negatif sayıların tarihsel gelişim sürecinde geçtiği aşamaları tanıtmayı amaçlamışlardır. Öğretmenler negatif sayılarla ilgili hazırlanan çalışma yapraklarını okumuşlar ve tartışmışlardır. Ayrıca Euler'in iki negatif tamsayının çarpımının pozitif sayı olduğu ile ilgili ispatı (tartışması) çalışma kapsamında kullanılmıştır (Jankvist, Mosvold, Fauskanger ve Jakobsen, 2012).

Özetle, Fried bir matematik eğitimcisinin iki şekilde tarihsel içeriğe yer verme durumunda olduğunu vurgulamıştır. İlki modern teknikleri ve modern matematiği öğretme adına tarihin değerini azaltarak tarihsel içeriğe yer vermek diğeri ise gerçeği yansıtan tarihsel içeriğe yer vermek ve matematikle ilgisiz şeyler üzerinde durarak zaman kaybı rishini almaktır. Fried (2001), matematik eğitimcilerinin modern matematiği ve modern matematiksel teknikleri öğretirken matematik tarihinden yararlanma biçimlerinin matematik tarihçilerinden farklı olduğunu "geometrik cebiri" örnek vererek açıklamaya çalışmıştır. $x^2 + 6x$ ifadesinin milattan önce dördüncü yüzyılda kenar uzunluğu x olan karenin alanı ile kenar uzunluğu 6 ve x olan bir dikdörtgenin alanının toplamına eşit olduğu örneğiyle açıklamıştır. Girolamo Cardano cebirsel tekniklerini doğrulamak için Ars Magna isimli kitabında bu tip geometrik tartışmalara yer vermiştir. Bunlardan bahsetmek iyi bir tarih için kaçınılmazdır. Ancak burada amaç iyi bir tarihin ötesinde öğrencilere bir konuyu öğretmek için kareye tamamlama tekniğinden yararlanmaktır.

Uluslar arası Matematik Öğretim Konseyi (ICMI), MT'nin derslerde kullanımına yönelik üç yol önermişlerdir. Bu yollar sırasıyla;

- Doğrudan tarihsel içeriği sunma yoluyla tarihi öğrenme
- Matematikteki bir konuyu veya kavramı öğretmek/öğrenmek için tarihsel içerikten yararlanma; Bu yola genetik yaklaşım diyoruz. Bu yaklaşımda MT'ye dayalı içerik üstü kapalı yolla, dolaylı yolla sunulur.
- Matematiğe yönelik derin farkındalık geliştirme, matematik kavramların gelişiminin sosyal ve kültürel bağlamlardan etkilendiğinin farkına varma

Yollardan ilki doğrudan tarihsel bilginin öğrenme ortamına getirilerek tarihin öğrenilmesidir. Bu yolda matematiksel kavramları öğrenmekten ziyade tarihsel kaynaklara dikkat çekilmektedir. Doğrudan tarihsel bilgi, ünlü matematikçilerin doğum ölüm tarihleri, hayat hikâyeleri, dikkat çekici özellikleri, çalışmaları kullanılarak veya MT ile ilgili kitaplara ve sadece tarihsel içerikli derslere yer verilerek sağlanmaktadır (Tzanakis ve Arcavi, 2002). Haile (2008) tez çalışmasında doğrudan MT'nin kullanılacağına dayalı örnekler sunmuştur. Ders kitaplarında pi sayısının farklı kültürlerdeki değerlerine, ondalık sayıların farklı matematik bilginleri tarafından nasıl gösterildiğine, Pisagorun hayatı ve Pisagor okulu ile ilgili bilgilere yer verilmesi MT'nin "*doğrudan kullanım*" yollarındandır. Matematikte bir konuyu veya kavramı öğretmek amacıyla da tarihsel içeriğe yer verilebilir. Literatürde, genetik yaklaşım olarak bilinen bu yolun farklı biçimlerinden bahsedilmektedir. Genetik yaklaşım, ilk defa Felix Klein tarafından ifade edilmiş, ardından Otto Toeplitz 1963 yılında yazdığı genetik yaklaşım kitabıyla Klein'in düşüncelerini benimsemiştir. Toeplitz kitabında tarihten alınan her şeyin günümüz matematiği için uygun olduğunu savunmuştur. Genetik yaklaşıma göre kişinin matematiksel yeteneklerinin gelişimi, matematiğin gelişim aşamalarıyla uyumlu olmalıdır.

Niels Jahnke ise Toeplitz'den farklı olarak eski ve modern matematiğin benzerlikler gösterdiğini ancak geçmişten günümüze geliş biçiminin yığılmalı olmadığını yani artan bir sıraya sahip olmadığını belirtmiştir. Konuların tarihsel bir gelişime sahip olduğunu ancak bu gelişimin tutarlı bir sıra izlemediğini ifade etmiştir. Bu yüzden hermeneutic approach (yorumlayıcı yaklaşım) olarak bilinen yaklaşımı ortaya atmıştır. Yorumlayıcı yaklaşımın genetik yaklaşıma göre belirgin farklılıkları bulunmaktadır. Genetik yaklaşım bir kavramla veya konuyla ilgili tüm tarihsel gelişmelerin yeniden yapılandırılmasına dayalı iken, yorumlayıcı yaklaşım Harizminin ikinci dereceden eşitlikleri çözmek için kullandığı geometrik yol gibi sınırlı bir tarihsel konuyla ilgili gelişmeye odaklanır. Genetik yaklaşımda orijinal metinlerin okunması ve analizi öğretmen tarafından yapılmakta ve öğretimin bir parçası olarak görülmemektedir. Aksine yorumlayıcı yaklaşımda orijinal metinlerin öğrenciler tarafından okunması ve analizi öğretimin bir parçasıdır. Genetik yaklaşımda bağlam önemli görülmezken, yorumlayıcı yaklaşımda bağlam önemlidir. Genetik yaklaşımda tarihsel kavramların kökenine inilerek anlaşılması sağlanmaya çalışılmaktadır. Yorumlayıcı yaklaşımda ise modern kavram ve konuları, tarihteki matematik bilginlerinin ispat biçimleri üzerine orijinal metinleri analiz ederek derinlemesine anlama ve yansıtma ön koşuldur. Genetik yaklaşımda düz anlatım, yorumlayıcı yaklaşımda ise öğrencilerin bağımsız etkinlikler geliştirmesi esasdır (Glaubitz, 2007).

Genetik yaklaşımın diğer biçimi ise öğrencilerin sahip olduğu epistemolojik engellerin, matematiksel kavramların tarihsel gelişim süreci içerisinde bulunabileceğidir. Dolayısıyla araç olarak tarihi kullanmanın diğer yolu, epistemolojik engellerle ilgili araştırmalar içerisinde bulunabilir. Buna verilebilecek örneklerden biri Grandi serileridir. 1-1+1-1+1-1+1-1…şeklinde devam eden serinin toplamı tarihte farklı matematikçiler tarafından 1, 0 ve ½ olarak bulunmuştur. Benzer hatalı sonuçlar günümüz öğrencileri tarafından da yapılmaktadır (Bagni, 2002; Glaubitz, 2007; Jankvist vd, 2012).

Haile (2008), matematikteki bir konuyu veya kavramı öğretmek/öğrenmek için dolaylı /üstü kapalı biçimde tarihsel içerikten yararlanma yoluna örnekler sunmuştur. Haile, (+1)+(-1) işleminde, (-1) sayısını bir siyah çubukla, (+1) sayısını ise bir kırmızı çubukla gösterip sonuca ulaşılmasını üstü kapalı yoldan MT'nin kullanımı olarak örneklendirmiştir. Tamsayılarda toplama işleminde kırmızı ve siyah çubukları kullanma, Eski Çin'de kullanılan bir yoldur (Lumpkin, 1997) ancak tamsayılarda toplama işlemi verilirken sadece yol üzerine odaklanılmış hangi tarihte kimler tarafından bulunduğu belirtilmemiştir. Benzer durum Pisagor bağıntısının ispatı için de geçerlidir. Haile tez çalışmasında pisagor bağıntısının ispatının dolaylı yoldan kullanılabileceğini ifade etmiştir. Pisagor bağıntısı Euclid'in Elementler kitabında yer almaktadır. Haile, ispatın kim tarafından yapıldığı ve tarihsel kökeni ile ilgili bilgi verilmeyip, sadece ispatın içeriğine odaklanılarak kullanımını MT'nin dolaylı yoldan kullanımı olarak belirtmiştir.

MT'nin matematiğe yönelik farkındalık geliştirme amacıyla kullanılması ise matematiğin dinamik, gelişen doğasını öğrencilere göstermek amacını taşımaktadır. Matematik farklı kültürlerin katkıları ile şekillenmiş kültürel bir mirastır. Matematiğin ortaya çıkışı sosyolojik ve kültürel faktörlerle açıklanabilmektedir (Tzanakis ve Arcavi, 2002).

Uluslar arası Matematik Öğretim Konseyi (ICMI), MT'nin kullanımına ilişkin genel yaklaşımlar sunmanın yanında özel yollar ve örneklerde ortaya koymuştur. Tarihsel ufak parçalar, tarihsel metinler üzerine dayalı araştırma projeleri, birincil kaynaklar, çalışma yaprakları, tarihsel paketler, hatalar, alternatif kavramlar, tarihsel problemler, mekanik araçlar, deneysel matematik etkinlikleri, oyunlar, filmler ve diğer görsel öğeler, tarihi yerlere geziler, internet MT'nin kullanım yolları olarak verilmiştir (Tzanakis ve Arcavi, 2002).

Swetz (1994; 2001), MT'nin kullanımına yönelik beş yol önermiştir.

- Tarihsel problemler ve keşiflere dayalı etkinlikler yürütme
- Kavramların, yöntemlerin ve matematiksel terimlerin tarihsel kökenini sunma
- Matematik bilginlerinin çalışmaları ve hayatları ile ilgili anekdotlar sunma
- Tarihsel içeriğe sahip video, posterler ve filmleri kullanma
- Tarih zaman çizelgesi oluşturma
- Matematikçiler veya kazandıkları başarılar üzerine kısa araştırma projelerine yer verme

Gulikers ve Blom (2001), MT'nin öğrenme ortamında kullanımını "genel entegrasyon" başlığı altında açıklamışlardır. Genel entegrasyon başlığı altında ilk kullanım şekli, tarihsel bir dönem veya konu hakkında tarihsel bilgi sunarak veya bir kavramı, yöntemi tanıtmak için tarihten esinlenerek öğretimin gerçekleştirilmesidir. Gulikers ve Blom, matematikteki bir konu veya kavram hakkında bilgi vermek için ikincil kaynakların kullanılabileceğine işaret etmişlerdir. Kavramları tanıtmak için ikincil kaynak olarak tarihsel öyküler veya alıntıların kullanılabileceğini vurgulamışlardır. İkinci kullanım şeklinin tarihten esinlenerek bir kavramın veya yöntemin öğretimini gerçekleştirmek olduğunu ifade etmişlerdir. Bu kullanım şeklinin orijinal matematik kaynaklarındaki pasajlardan alınan problemler aracılığıyla sağlanabileceğini vurgulamışlardır. Onlara göre, birincil kaynaklar üzerinde çalışmak öğrencilere alternatif çözüm yöntemleri hakkında tartışma imkânı sunacaktır.

MT'nin nasıl kullanılacağına yönelik olarak Jankvist (2009b), MT'nin "*araç*" ve "*amaç*" olarak iki farklı şekilde kullanılabileceğini ifade etmiştir. Jankvist (2009b)'in MT'nin araç ve amaç olarak kullanımı ile ilgili görüşleri Tablo 4'de özetlenmiştir.

Tablo 4. MT'nin Kullanım Gerekçelerinin MT'nin Araç ve Amaç Olarak Kullanımı Kapsamında Değerlendirilmesi (Jankvist, 2009b)

Yol / Gerek	MT'nin "*Araç*" Olarak Kullanımı	MT'nin "*Amaç*" Olarak Kullanımı
I	Matematikte bir konunun öğretilmesi amacıyla kullanılıyorsa	Matematik ve diğer disiplinler (fizik, müzik vb.) arasındaki ilişkiyi gösteriyorsa
II	Matematikçilerin de yanlışlar yapabileceğini, matematik içersinde de belirsizlikler olduğunu göstermek için kullanılıyorsa	Matematiğin gelişen yapısını ve insan ürünü olduğunu göstermek için kullanılıyorsa
III	Modern çözüm yollarının, tarihsel yollarla karşılaştırılarak olumlu ve olumsuz yönlerinin anlaşılması amacıyla kullanılıyorsa (motive etme)	Matematiksel tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini göstermek için kullanılıyorsa
IV	Farklı kültürler tarafından kullanılan çözüm yollarını öğrencilerin kullanmalarını sağlayarak öğrencilerin matematik kavramlarını daha iyi anlamalarını sağlamak için MT'ye başvuruluyorsa	Matematiğin katı doğrulardan oluşan bir sistem olmaktan ziyade insan emeğinin ürünü gelişen bir yapıya sahip olduğunu ve farklı kültürler tarafından kullanılan farklı çözüm ve ispat yaklaşımlarını öğrenci ve öğretmenlere göstermek için kullanılıyorsa
V	Öğretmen, matematik konularını daha iyi öğretmek ve öğrencilerinin motivasyonlarını arttırmak için MT'ye ihtiyaç duyuyorsa	Öğretmen, tarihsel, sosyolojik ve epistemolojik konuları öğrencilerine etkili bir şekilde öğretmek için MT'ye ihtiyaç duyuyorsa

Tablo 4'den anlaşılacağı gibi, MT'nin araç olarak kullanımı öğrencilerin matematiği nasıl öğrenecekleriyle ilgili konulara odaklanmaktadır. Jankvist (2009b, 2010), MT'nin öğrenme öğretme ortamında öğrencilerin matematiğe yönelik akademik başarılarını arttırmak için, öğrenmeye yönelik güdülenmelerini sağlamak için kullanımını, MT'nin araç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir. MT'nin, matematiğin zamana, yere ve kültüre göre değişim ve gelişim gösterdiğini ve matematiğin, tarih boyunca farklı kültürlerin katkısıyla geliştiğini ve şekillendiğini, bu gelişimde insan faktörünün önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermek için kullanımını ise, MT'nin amaç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir.

Jankvist (2009b), MT’nin sınıf ortamında kullanımında “*aydınlatma*”, “*modül*” ve “*tarih tabanlı*” olmak üzere üç farklı yaklaşım ortaya koymuştur.

2. 1. 4. 1. 1. Aydınlatma yaklaşımı

Bu yaklaşımda, mevcut matematik müfredatı değiştirilmeden tarihsel bilgi müfredat içine eklenmektedir. Ancak bu ekleme değişik ölçü ve kapsamda yapılabilmektedir. Düşük ölçü ve kapsamda ekleme biçimi Tzanakis ve Arcavi (2002) tarafından tarihsel ufak parçalar olarak ifade edilmiştir. Matematikçilerin isimleri, yaşadıkları zaman, çalışmaları, tarih şeridi, hayat hikâyeleri, ünlü problemler, anekdotlar, tarihsel çalışmaların kopyaları birer tarihsel ufak parça olarak düşünülebilir. Aydınlatma yaklaşımının diğer kullanım yolu ise Lindstrom (1995) tarafından ortaya koyulan tarihsel girişler veya son deyişlerdir. Lindstrom, yazmış olduğu analiz kitabının her bölümünün sonunda matematikçilerin isimlerine, yaşadıkları yıla, motive edici problemlere, anekdotlara, konu veya kavramın gelişim sürecine yer vermiştir (Jankvist, 2009b). Fried tarafından ifade edilen ekleme stratejisini ise aydınlatma modülü ile eşleştirmiş ancak bu stratejinin kullanım süresine bağlı olarak modül yaklaşımı içine de alınabileceğini vurgulamıştır (Jankvist, 2009b).

2. 1. 4. 1. 2. Modül Yaklaşımı

Jankvist (2009b), modül yaklaşımını tarihsel içeriğin yer verildiği üniteler olarak ifade etmiştir. Modül kavramı, Katz ve Michalowicz (2004)’den adını almaktadır. Modül yaklaşımının kullanımı değişik ölçü ve kapsamda yapılabilmektedir. En düşük ölçekli modül, Tzanakis ve Arcavi (2002) tarafından ifade edilen Tarihsel paketlerdir. Tarihsel paketler, öğretimi bir iki ders saati sürecek bir konuya dayalı, öğretmenlerin kullanımına hazır materyaller yığınıdır. Müfredat dışına hiçbir şekilde çıkılmamaktadır.

Orta ölçekli modül, 10-20 ders saati sürecini kapsamaktadır. Bu modülde, müfredatta geçen matematik konuları üzerine sıkı sıkıya bağlı kalınmasına gerek yoktur. Aksine, genellikle müfredatın bir parçası olmayan matematiğin dalları üzerine çalışma fırsatı sağlamaktadır. Bu modül içinde orijinal kaynaklar, öğrenci projeleri, tarihsel oyunlar, internet, çalışma yaprakları, tarihsel problemler, mekanik araçlar kullanılabilmektedir.

Yüksek ölçekli modülde, matematik programı MT’ye odaklıdır. Yüksek ölçekli modülde, MT içerikli kitaplardan yararlanılmaktadır. Dersler içerisinde tarihsel içeriğin seviyesine göre birincil veya ikincil kaynaklar kullanılabilmektedir. Bu modülde genişletilmiş öğrenci araştırma projeleri de kullanılabilir (Jankvist, 2009b).

2. 1. 4. 1. 3. Tarih Tabanlı Yaklaşım

Bu yaklaşım, doğrudan matematiğin tarihi ve gelişimi üzerine dayalıdır. Tarih tabanlı yaklaşım, modül yaklaşımının aksine doğrudan MT üzerine odaklanmamaktadır. Tarihsel gelişim açık bir şekilde tartışılmamaktadır. Sayı kümelerinin gelişimi verilirken, öncelikle doğal sayılar olmak üzere gelişim sırası takip edilmektedir (Jankvist, 2009b).

Jankvist (2009b), "*aydınlatma*", "*modül*" ve "*tarih tabanlı*" yaklaşımlarının her birinin MT'nin hem araç, hem de amaç olarak kullanımına uygun olduğunu ifade etmiştir. Jankvist (2009b), Fried tarafından ifade edilen uyarlama stratejisinde tarihsel içeriğin konuya ek bir bilgi yükü getirmeden dersin sunumunu değiştireceğini ifade ederek bu stratejiyi tarih tabanlı yaklaşım ile eşleştirmiştir.

2. 1. 4. 2. MT'nin Kullanımının Önündeki Engeller

MT'nin öğrenme ortamında kullanımı konusunda literatürde yaygın şekilde olumlu görüşlerin ve uygulamaların yer aldığı çalışmalar olsa da, tersi görüşlere de yer verildiği çalışmalara rastlanmaktadır. Siu (2007), öğrenme ortamında tarihin kullanımı konusunda bir takım engellerin olduğunu vurgulamıştır. Siu (2007), engelleri şu şekilde sıralamıştır.

- Yeterli zamanım yok.
- Tarih matematik değildir.
- Bir sınava MT ile ilgili nasıl bir soru koyabilirsin?
- Öğrencilerin notlarını yükseltmez.
- Öğrenciler sevmez.
- Öğrenci MT'yi, tarih dersi gibi değerlendirir ve öğrenciler tarih dersinden nefret ederler.
- Öğrencilere MT ile uğraşmak matematikte bir konu ile uğraşmak kadar sıkıcı gelir.
- MT'yi kullanmak için materyal sıkıntısı vardır.
- Profesyonel bir matematik tarihçisi değilim. O halde yaptığım uygulamaların doğruluğundan ve güvenirliğinden nasıl emin olabilirim?
- Öğretmenlerin MT'yi etkili bir şekilde kullanma konusunda eğitim eksikleri var.
- Öğrenciler yapılan uygulamaları değerlendirmek için kültürler üzerinde yeterli bilgiye sahip değiller.
- Matematikte amaç zor rutin problemleri çözmektir. O halde neden geriye dönelim ki?
- Matematiksel kavramları aydınlatmaktan ziyade daha karmaşık hale getirerek öğrencilerin kafalarının karışmasına neden olabilir.

- ❖ Zor bir görev olan orijinal metinleri okumanın faydası olur mu?
- ❖ Kültürel bir şovenizme yol açabilir mi?
- ❖ MT'nin kullanımının öğrencilerin öğrenmelerini arttırdığına dayalı hiçbir çalışma var mı?

Siu tarafından ortaya koyulan engeller ilerleyen yıllarda çeşitli araştırmacılar tarafından tartışılmıştır. Tzanakis ve Arcavi (2002) MT'nin kullanımına yönelik engelleri felsefi boyutta yaşanan engeller ve uygulama boyutunda yaşanan engeller olarak iki kategori altında toplamıştır. Felsefi boyutta yaşanan engelleri "Tarih, matematik değildir", "Tarih, matematiksel kavramları aydınlatmaktan ziyade kafa karıştırabilir", "Çoğu öğrenci tarihi sevmez dolayısıyla MT'yi de sevmeyecektir", "Matematik dersinin amacı öğrencilerin zor rutin problemleri çözebilmesidir. O halde tarihi kullanmaya ne gerek var", "Tarih kullanımının kültürel bir şovenizme neden olma ihtimali yüksektir" başlıkları altında ele almıştır. Uygulama boyutunda yaşanan engelleri ise "zaman yetersizliği", "kaynak yetersizliği", "Öğrencilerin nasıl değerlendirileceği konusundaki bilgi, tecrübe eksikliği", "MT'nin nasıl kullanılabileceği konusunda öğretmenlerin bilgi ve tecrübe eksikliği" başlıkları altında toplamıştır.

Fried (2001) matematik tarihinin ekleme ve uyarlama stratejileriyle kullanılabileceğini ancak bu stratejilerin kullanımının çelişkilere yol açabileceğini ifade etmiştir. Ekleme stratejisinde tarihsel anekdotlar, kısa hayat hikâyeleri, problemler müfredat içerisine eklenmektedir. Fried, ekleme stratejisinin uygulanmasının yoğun okul müfredatı nedeniyle zaman sıkıntısına neden olacağını ve bu yüzden uygulanmasının başarısız olacağını ifade etmiştir. Uyarlama stratejisinde ise okul müfredatı tarihsel gelişmelere ve olaylara dayalı olarak yapılandırmalıdır. Bu stratejinin, ilgisiz ve tarihsel içeriği saptırılmış okuma parçaları ve tarihin değerini azaltacak düzenlemeler nedeniyle başarısız olacağını, tarihi değersizleştireceğini (whig approach) ifade etmiştir.

Gönülateş (2004)'ün tez çalışmasına katılan öğretmen adayları, yeterli zamanın olmayışını, öğrencilere verilen materyal ve alıştırmaların öğrenci seviyesine uygun olmadığında öğrencilerde kafa karışıklığına neden olabileceğini, öğrencilerin matematik ve tarih arasında bir ikilem yaşabileceklerini vurgulayarak MT'nin kullanımındaki olası engellere vurgu yapmışlardır.

Haverhals ve Roscoe (2010), sekantın entegralinin öğretiminde tarihsel yaklaşıma dayalı bir ders organize etmişlerdir. Çalışmalarından elde ettikleri bulguları ise Siu (2007) tarafından ortaya koyulan, öğretim ortamında MT'nin kullanımını engelleyici on altı faktör çerçevesinde tartışmışlardır. Araştırmacılar, on altı engeli "matematiğin doğası ve matematik öğretimi", "öğrencilerin görüşlerine dayalı öğretmen inançları", "biçim", "materyal hazırlama" olmak üzere dört kategori altında değerlendirmişlerdir.

Araştırmacılar, felsefi engeller kategorisine, “Tarihi kullanmaya zamanım yok”, “Tarih, matematik değildir”, “Matematikte önemli olan zor rutin problemleri yapmaktır o halde neden matematiğin geçmişine bakma gereği duyalım ki” maddelerini almışlardır. Öğrencilerin görüşlerine dayanarak öğretmende gelişen inançlar kategorisine “Öğrenciler MT’yi sevmez”, “Öğrenciler tarih dersinden nefret eder”, “Öğrenciler MT’yi matematik kadar sıkıcı bulur”, “Öğrenciler yapılan uygulamaları değerlendirmek için kültürler üzerinde yeterli bilgiye sahip değiller” maddelerini almışlardır. Biçim kategorisine “MT ile ilgili içeriği bir testte veya yazılı sınavda nasıl değerlendirebilirim?”, “Öğrencilerin notlarını yükseltmez”, “konu ve kavramları aydınlatmaktan ziyade kafa karıştırıcı olabilir”, “Çok zor bir görev olan orijinal metinleri okumanın faydası olur mu?” maddelerini almışlardır. Materyal hazırlama kategorisine ise “Materyal sıkıntısı”, “Öğretmen bilgi ve becerisinin yetersizliği”, “Profesyonel bir matematik tarihçisi değilim. O halde yaptığım uygulamaların doğruluğundan ve güvenirliğinden nasıl emin olabilirim?” maddelerini almışlardır.

Horton (2011) çalışmasında 367 öğretmenin derslerinde MT’ye yer verip vermediklerini ve öncelikli sebeplerini açıklamalarını istemiştir. Öğretmenlerden 133’ü MT ile ilgili içeriğe derslerinde yer vermediklerini ifade etmişlerdir. MT’ye derslerinde yer vermemelerini “yeterli zamanın olmayışı”, “öğrencilerin girecekleri çoktan seçmeli sınavlar”, “yeterli kaynağın olmayışı” ve “MT’yi kullanma konusunda bilgi, beceri ve tecrübeye sahip olmamaları” şeklinde dört nedene dayandırmışlardır.

Panasuk ve Horton (2012), matematik öğretmenlerinin derslerinde MT’yi kullanıp kullanmadıklarını ve bunun nedenlerini araştırmışlardır. MT’ye derslerinde yer vermeyen öğretmenler öncelikli nedenlerini, MT’nin kullanımı konusunda yeterli bilgi ve beceriye sahip olmamaları, kaynak sıkıntısının olması, yeterli zamanın olmaması, öğrencilerin girecekleri sınavlarla ilişkisinin olmaması şeklinde sıralamışlardır.

Sonuç olarak, MT’nin kullanımının olumlu etkilerinden yansımalar sunmanın yanında yukarıda belirtilen engellere dayalı öğretim ortamında ne olup bittiğini ortaya koymak, MT’nin öğretim ortamında nasıl daha etkili şekilde kullanılabileceği sorusunun cevabına bizi bir adım daha yaklaştırabilir.

2. 1. 4. 3. MT’nin Kullanımı Üzerine Yapılmış Çalışmalar

MT üzerine yapılmış çalışmalar verilirken araştırma problemi dikkate alınmıştır. Bu yüzden öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını ve tutumlarını MT yoluyla değiştirmeye yönelik çalışmalara ağırlık verilmiştir. Ayrıca araştırmanın yöntemi dikkate alındığında MT içerikli kursların öğretmenlerin alan bilgilerine ve alanı öğretme bilgilerine etkilerini ve öğretmenlerin öğrenme öğretme ortamında MT’yi kullanıp kullanmadıklarını ve nedenlerini ele alan çalışmalara da yer verilmiştir.

McBride ve Rollins (1977), çalışmalarında MT'nin kullanımının üniversite öğrencilerinin matematiğe karşı tutumlarına etkisini araştırmışlardır. Çalışmada ön test-uygulama-son test yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. İlk öğretmenin ders verdiği deney grubunda 21, kontrol grubunda 17 öğrenci, ikinci öğretmenin ders verdiği deney grubunda 14, kontrol grubunda ise 15 öğrenci bulunmaktadır. Öğretmenlerin seçiminde yaş ve kıdem değişkenleri dikkate alınmıştır. MTnin kullanımı, kitabın başında konuya giriş yapılırken verilen kısa hikâyeler aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Materyal olarak; uzaklık formülünün ortaya çıkışını anlatmak için Pisagorcularla ilgili anekdotlar, dik koordinat sistemini tartışmak için Descartes'in çalışması, konik kesitlerini açıklamak için Kepler'in çalışmaları kullanılmıştır. Uygulamalar 12 hafta sürmüştür. Öğrenci tutumları 1972 yılında Aiken tarafından geliştirilen test-tekrar test güvenirlik düzeyi $r = 0.94$ olan ölçekle belirlenmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgular, deney grubu öğrencilerinin tutumlarında yükselmenin, kontrol grubu öğrencilerinin tutumlarında ise düşmenin olduğunu göstermiştir. Araştırmacılar, deney grubu öğrencilerin tutumlarının artmış olmasına rağmen, MTnin öğretim ortamında kullanımında, tarihsel yaklaşımın kullanılacağı konunun seçimine, tarihsel yaklaşımın kullanım şekline ve örneklem özelliklerine dikkat edilmesi gerektiğini vurgulamışlardır.

Fraser ve Koop (1978), MT ile ilgili bazı öğretim materyalleri hakkında matematik öğretmenlerinin görüşlerini ortaya koymaya çalışmışlardır. Materyaller, Thales'in hayatı ile ilgili bir piyes ve konik tarihi ile ilgili bir makaledir. Çalışmada betimsel yönteme başvurulmuştur. Çalışma grubunu, sosyo-kültürel açıdan heterojen 17 farklı özel ve devlet okullarında görev yapan toplam 39 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak görüş anketi kullanılmıştır. Veri toplama aracı iki bölümden oluşmaktadır. Her iki bölümde de sekizer soru bulunmaktadır. İlk on üç madde hem piyes hem de makale ile ilgili sorulardan, diğer üç maddeden ikisi piyes, diğeri makale ilgili maddelerden oluşmaktadır. İlk sekiz madde Thales'le ilgili piyes ve konik tarihi ile makalenin matematik derslerde kullanımının kullanışlı olup olmadığını ölçerken, diğer maddeler piyes ve makalenin sınıfta uygulanabilir olmasına yönelik öğretmenlerin fikirlerini ölçmektedir. Birinci bölümdeki maddeler, "çok kullanışlı", "kullanışlı" ve "kullanışlı değil" şeklinde, ikinci bölümdeki maddeler "kesinlikle katılıyorum", "katılıyorum", "katılmıyorum" ve "kesinlikle katılmıyorum" şeklinde derecelendirilmişlerdir. Anket uygulanmadan önce her bir öğretmene piyesin ve makalenin birer örneği gönderilmiş, materyalleri inceledikten sonra, isimlerini belirtmeden anketteki her bir soruyu doldurmaları istenmiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmenlerin, Thales'le ilgili piyesin makaleye göre derslerde daha kullanışlığı olduğunu düşündüklerini, onuncu ve on birinci maddeler ise makalenin, piyese göre sınıflarda daha rahat uygulanabilir olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmenlerin 14'ü piyeslerin zaman alıcı, 6'sı ise makale'nin zaman alıcı olduğunu ifade etmişlerdir. 13 öğretmen, öğretmenlerin piyesleri kullanabilecek bilgi ve beceriye sahip olmadığı yönünde görüş belirtirken, 10 öğretmen makale için benzer görüş belirtmişlerdir. Dikkat çekici diğer bir durum ise, bu tip materyaller çevremizde hazır olarak bulunmamaktadır maddesine piyes için 36 öğretmen, makale için ise 32 öğretmen katılma yönünde cevap vermişlerdir. Piyesi sınıfımda kullanmam diyen öğretmen sayısı 11 iken, makale için ise bu durum 17'dir. Öğretmenlerin geneli materyaller ile ilgili olumlu görüşlere sahip olmalarına rağmen, kendi öğretimlerinde bu tip materyalleri kullanmayacaklarını ifade etmişlerdir.

Hickman ve Kapadia (1983), öğretmenler için MT kursu düzenlemişlerdir. Kursu, öğretmenlerin matematiğin önemli dallarının kronolojik ve kavramsal gelişiminin ilişkisini kurmaları, toplum içerisinde matematiğin rolünü değerlendirebilmeleri, büyük matematikçilerin çalışmaları aracılığıyla keşif sürecini tartışabilmeleri ve matematiksel düşüncedeki radikal değişimleri ve değişimin sebeplerini değerlendirmeleri amacıyla düzenlemişlerdir. Kursun içeriği, matematik ve toplum, matematikteki köklü değişim ve büyük matematikçiler şeklinde üç aşamadan oluşturulmuştur. Matematik ve toplum kategorisinin içeriğinde; Mısır, Babil ve Yunan kültürlerinin matematiğin gelişimindeki rolü, karanlık çağ ve Rönesansta matematik, bilimsel ve endüstriyel gelişim üzerinde matematiğin etkisi, 20. Yüzyılda matematik konularına yer verilmiştir. Matematikteki köklü değişim kategorisinde Platondan Newtona evrenin doğası, hesabın kavramsal gelişimi, Euclid dışı geometri ve aritmetik dışı cebir ve göreceli kavramlar konuları üzerinde durulmuştur. Büyük matematikçiler kategorisinin içeriğinde ise matematikçilerin yaptıkları çalışmalar, matematikçilerin hayat hikâyeleri kullanılmıştır. İlk iki içerik anlatım ve sınıf tartışmaları şeklinde geçmiştir. Üçüncü içerik ise öğretmenlerin yaptıkları sunularla devam etmiştir. Öğretmenler yapılan uygulamaların matematik sınıflarını ve öğretimlerini zenginleştireceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretmenler yapılan uygulamaları zevkli ve anlamlı bulduklarını belirtmişlerdir.

Ransom (1991), çalışmasında MT'nin öğrencilerin genel bilgilerini arttırmak, problemlere alternatif çözümler sağlamak, ilginç problemlerle öğrencileri karşı karşıya getirmek amacıyla kullanmıştır. Öğrencilerin genel bilgilerini arttırmak amacıyla 10-11 yaşlarındaki öğrenciler için anlaşılır ve merak uyandırıcı olduğunu düşündüğü 'Mathematical Pie' isimli dergideki makaleler kullanılmıştır. Minimum-maksimum alan problemlerinin çözümünde öğrencilere Fermat'ın yöntemi gösterilmiş ve bu yöntem farklı durumlarla ilişkilendirilmiştir. Pisagor teoremi konusu işlenirken farklı teoremlerin ispatları için Euclid'in 1747 yılındaki kitabı, alıştırmalar için ise John Bonnycastle'ın yazdığı 'Mensuration and Practical Geometry' isimli kitabı kullanılmıştır. Araştırmacı materyallerin uygulanmasından sonra öğrencilerin yazılı görüşlerini almıştır. Öğrencilerin yazılı görüşleri kullanılan materyallerin öğrencilerin motivasyonlarını arttırdığını ortaya koymuştur. Öğrencilerden biri ‘materyallerin çok ilginç ve sadece bir teoriden çok daha fazlasını öğretmesine rağmen, kendilerine yabancı geldiğini, biraz matematik biraz tarih içeren bu materyallerle çalışmanın zevkli ve eğitici olduğunu ifade etmiştir.

Bell (1992), tez çalışmasında ortaokul öğretmenlerine yönelik MTnin öğretim ortamında kullanımına dayalı hazırladığı bir kursun etkililiğini değerlendirmiştir. Çalışma iki ortaokul öğretmeni ile yürütülmüştür. Öğretmenlerden biri üç yıllık, diğeri 1 yıllık öğretmenlik deneyimine sahiptir. Kurs için geliştirilen materyal 13 bölümden oluşan bir çalışma kitabıdır. Çalışma kitabı; sayı sistemleri, aritmetik işlemleri, sayı teorisi, cebir, geometri, olasılık ve istatistikle ilgili tarihsel içeriğe sahiptir. Kurs sonunda öğretmenlerle yapılan mülakat ve anket verilerine göre yapılan uygulamalar öğretmelere matematiğin gelişiminin ve bugün bile matematiksel bilgilerin değişiyor olduğunu görmenin ilginç geldiğini göstermiştir. Öğretmenler kursu faydalı bulduklarını belirtmişlerdir. Öğretmenler matematiğin yaratıcılığa dayalı bir insan etkinliği olduğunu anlamışlardır. Matematiğin hayatın tüm alanlarında kullanıldığının farkına varmışlardır. Öğretmenler, kursun problem çözme ve muhakeme becerilerini geliştirdiğini, matematiğin diğer disiplinlerle olan ilişkisinin görülmesine, matematiğin nasıl ve niçin geliştiğini ve nerden geldiğini anlamalarına yardım ettiğini, geçmişten günümüze kullanılan birçok yöntem öğrendiklerini ifade etmişlerdir.

Jardine (1997), üniversite öğrencileri ile yürüttüğü çalışmasında bir dönemdeki derslerinin üçte birini MTne dayalı olarak işlemiştir. Öğrencilere bir liste halinde tarihsel yaklaşım kullanılarak işlenecek konular verilmiştir. Öğrenciler ilgili derste, üç-beş dakikayı geçmeyen sözlü sunum yapmışlar ve tarihsel kavram veya karakterle ilgili bir sayfalık araştırma yazısı yazmışlardır. Tarihsel yaklaşıma dayalı yapılan etkinliklerle ilgili seksen dört öğrencinin görüşleri anketle toplanmıştır. Sınıfta tarihsel yaklaşıma dayalı ders yapmaya devam etmeli miyim? maddesine öğrencilerin %77’sı olumlu yönde, tarihsel yaklaşım öğrenmende katkı sağladı mı? maddesine ise öğrencilerin %75’i olumlu yönde cevap vermişlerdir. Sınıf arkadaşların tarafından yapılan sunumlar eğitimsel açıdan değerli miydi? sorusuna ise öğrencilerin %59’u olumlu %23’ü olumsuz yönde cevap vermişlerdir. Elde edilen bulgular, yapılan öğretimin öğrencilerin öğrenme motivasyonlarını arttırdığını ortaya koymuştur. Jardine (1997) öneriler bölümünde MTnin öğrencilerin girecekleri sınavlarda başarılarını arttıracağını iddia etmediğini, ancak matematiğin doğasını anlamada işe yarayabileceğini vurgulamıştır.

Philippou ve Christou (1998), çalışmalarında Kıbrıs Üniversitesinde düzenlenen bir hazırlık programı aracılığıyla öğretmen adaylarının matematiksel kavramları ve yöntemleri kazanmalarına ve yorumlamalarına yardımcı olmayı, matematikle uğraşmada kendilerine olan güvenlerini arttırmayı, matematiğin kullanışlılığı ve doğası üzerine düşünmelerini sağlamayı amaçlamışlardır. Programın tasarlanması, çoğu ilköğretim matematik konusunun tarihsel bir kökene sahip olmasına ve tarihsel yaklaşımın motive edici özelliğine dayandırılmıştır. Hazırlık programı, içeriği MT olan iki adet ders, biri matematik öğretimi ile ilgili olmak üzere üç dersten oluşmuştur. İçeriği MT olan derslerin içerisindeki konulardan bazıları; Eski Mısır ve Babil sayıları, Thales'in ilk ispatı, Pisagor sayıları, Pisagor teoremi, matematikteki ilk kriz, tarihten alınmış üç problem, Euclid; tanımları, postülatları, aksiyomları, Arşimet'in pi sayısı ispatı, Eratosthenes ve dünyanın çevresi şeklinde sıralanmıştır. Her ders bir yıl sürmüştür. Araştırmada ön test-uygulama-son test yarı deneysel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Veriler, uygulama öncesinde, ilk dersin sonunda ve uygulama sonunda, Dutton'ın tutum ölçeği, kendi kendini değerlendirme ölçeği ve gerekçelendirme ölçeği ile toplanmıştır. Ölçek verileri Ki-kare testi kullanılarak analiz edilmiştir. Programın tamamlanmasından birkaç ay sonra, öğretmen adaylarının program öncesi ve sonrasındaki tutumlarını ve görüşlerini ortaya çıkarmak, derin ve kapsamlı bilgilere ulaşmak için farklı başarı düzeylerinden rastgele seçilen öğretmen adayları ile kırk beş dakikalık on adet yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. İlk uygulama, 1992 yılında ilk ders verilmeden önce tüm öğretmen adayları üzerinde, ikinci uygulama 1993 yılında içeriği MT olan ilk dersi tamamlayan ve programın uygulanması başlamadan ölçeği dolduran 137 öğretmen adayı üzerinde yapılmıştır. Son uygulama, 1995yılında program öncesinde ve ilk ders sonunda ölçekleri dolduran ve iki dersi de tamamlayan 128 öğretmen adayı üzerinde yapılmıştır. Ki-kare analizinden elde edilen bulgular, programın öğretmen adaylarının tutumlarında olumlu yönde bir gelişme yarattığını ortaya koymuştur. Bu artış on sekiz maddelik tutum ölçeğinin dört maddesi dışında kalan maddeler için anlamlı bulunmuştur. Program öncesinde matematikten nefret eden öğretmen adaylarının sayısında anlamlı ölçüde azalma görülmüştür. Bu durum kendi kendini değerlendirme ölçeği bulgularıyla doğrulanmıştır. Öğretmen adayları ile yapılan mülakat verileri, öğretmen adaylarının lise yıllarında matematiğe yönelik olumsuz tutuma sahip olduklarını ortaya koymuştur. Öğretmen adayları, matematiği; kural formül ezberlenen, yanlışın kabul edilmediği, doğru cevabın bulunmasının zorunlu olduğu bir ders olarak düşündüklerini ifade etmişlerdir. Program sonrasında ise öğretmen adayları, matematiğin kullanışlı, ilginç ve insan ürünü olduğunu öğrendiklerini, artık ünlü matematikçilerinde hata yapabileceklerine inandıklarını belirtmişlerdir.

Percival (1999), verdiği dersler sırasında öğrencilerinin eski sayı sistemlerinin öğretim ortamında kullanımından zevk almalarına ve eski sayı sistemlerini sosyal bilgiler dersi ile ilgili olduğunu düşünmelerine dayalı olarak, eski sayı sistemlerini disiplinler arası bir yolla öğretim ortamında kullanmış ve öğretim ortamındaki yansımalarının ne olduğunu araştırmıştır. Özel durum yönteminin kullanıldığı çalışmada hazırlanan etkinliklerin pilot uygulaması dokuz 7. sınıf öğrencisi üzerinde, asıl uygulaması ise dört 7. sınıf öğrencisi üzerinde yürütülmüştür. Asıl uygulama üç ay sürmüştür. Etkinlikler kapsamında, Eski Mısır sayıları ve sayı sistemi, Eski Mısırda Çarpma ve Bölme işlemleri, Eski Mısırda Kesirler, Rhind Papirüsünden 28 ve 79. problemler kullanılmıştır. Çoklu veri toplama araçları kullanılarak üçgenleme yoluna gidilmiştir. Veri toplama araçları olarak, anket, mülakat ve alan notları kullanılmıştır. Araştırmacı etkinliklerin uygulanmasından ötürü öğrencilere açık uçlu soruları cevaplamaları için yeterli zaman verilmediğinden, açık uçlu sorular içeren anketten sağlıklı veriler elde edilemediğini ifade etmiştir. Likert tipindeki anketten elde edilen bulgulara göre, bir öğrenci dışındaki tüm öğrenciler yapılan uygulamaları ilginç bulmuşlar, grup çalışması yapmaktan ve yeni şeyler keşfetmekten hoşlanmışlardır. Yapılan uygulamaları ilginç bulmayan ve uygulamalara katılmakta isteksiz olan öğrenci, grup çalışmalarını ve keşifle öğrenmeyi sevmemiş, geleneksel yolla öğrenmeyi tercih etmiştir. Başlangıçta uygulanan etkinlikler öğrencilerin tümü için ilginç gelmiştir. Ancak Eski Mısırda kesirler, çarpma ve bölme işlemleri bazı öğrencilere zor gelmiştir. Çoğu öğrenci, modern yollarla Eski Mısırda kullanılan yolların karşılaştırılmasının, modern yollarla aritmetik işlemler yapmayı daha anlaşılır kıldığını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin tümü bazı etkinliklerin müfredata eklenmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Öğrencilerin yarısı, matematik dersine, diğer yarısı ise sosyal bilgiler dersine eklenmeli yönünde görüş bildirmişlerdir. Öğrenciler eski kültürlerin zekâsını ve matematiğe katkılarını değerlendirebilmiş, matematiğin insan emeğinin ürünü olan bir bilim olduğunu anlayabilmişlerdir.

Bagni (2000), grup kavramının öğretiminde tarihsel yaklaşımın kullanıldığı deneysel bir çalışma yürütmüştür. Deney grubunda 68 öğrenci, kontrol grubunda ise 71 öğrenci bulunmaktadır. Deney grubunda, Bombelli'nin 1572 yılında yazdığı Cebir isimli kitabı, kontrol grubunda ise Cayley tablosu kullanılarak grup kavramının öğretimi gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilere $1,-1,i,-i$'nin birbirleriyle çarpımlarının sonuçlarının Bombelli tarafından ve Cayley tablosunda nasıl yapıldığını gösteren kartlar verilmiştir. Kartlardan yararlanarak öğrencilerin $G=\{+1,-1,+i,-i\}$ kümesinin grup özelliklerini taşıyıp taşımadığını, kapalılık, birleşme, etkisiz eleman ve ters eleman özelliklerine bakarak incelemeleri istenmiştir. Öğrencilerin cevapları her bir özellik için doğru, yanlış, cevap yok şeklinde derecelendirilmiştir. Çalışmanın bulguları ilk üç özelliği öğrencilerin tanıdığını, ters eleman özelliğini tanımada ise sıkıntı yaşadıklarını ortaya koymuştur. İlk iki özellik için Bombelli kuralı ve Cayley tablosu kullanımları arasında küçük farklar oluşmuşken, üçüncü özellik için Cayley tablosu öğrencilere daha çok yardımcı olmuştur. Elde edilen bulgular çerçevesinde araştırmacı MT'nin konulara etkili bir giriş yapmak için yardımcı olabileceğini ifade etmiştir.

Krussel (2000), çalışmasında öğrencilerinin öğrenmelerinde zorluk çektikleri kavramların tarihsel gelişim süreci ile ilgili araştırmalar yapmalarını ve yaptıkları araştırmaları raporlaştırmalarını istemiştir. Öğrenciler, öğrenmekte en çok zorlandıkları konuları, logaritma, lopital kuralı, yakınsaklık, türev, integral, gruplar, limit, matris, seriler olarak ifade etmişlerdir. Araştırmacının öğrencilerine böyle bir ödev vermesinin amacı, öğrencilerin ilgili kavramın tarihsel gelişim sürecinde yaşanılan zorlukları değerlendirmesi ve kendi yaşadıkları zorluklarla ilişkisini kurmalarıdır. Araştırmacı bu sayede öğrencilerin kavramla ilgili zorlukların üstesinden gelme konusunda ilerleme gösterebileceklerini düşünmektedir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğrenciler, bu ödevin zor olduğunu ifade etmelerine rağmen, ödevin yaşadıkları zorlukların nedenlerini anlamalarında kendilerine yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerden biri "Matematikte kavramlarla ilgili çok zorluklar yaşanmış, sadece ben yaşamamışım demek ki", Diğer bir öğrenci "Limit kavramının sistematik hale gelmesinin bu kadar zaman alacağını hiç düşünmemiştim. Matematikçiler en iyi tanıma ulaşmak için yıllarca tartışmışlar" ifadelerini kullanmışlardır. Sonuç olarak, Gauss, Cauchy, Fermat, Newton gibi birçok tanınan matematikçinin kendilerine zorluk çıkaran kavramla uğraştıklarını görmek, öğrencileri cesaretlendirmiştir. Matematikteki birçok kavramın yüz yıllar öncesinden keşfedilmiş olmaları öğrencileri şaşırtmıştır. Öğrenciler matematiğin doğasını daha iyi anlamaya başladıklarını, matematiğin dinamik ve sürekli gelişme açık bir bilim olduğunu ifade etmişlerdir.

Marshall (2000), tez çalışmasında onuncu ve on birinci sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik olumsuz tutumlarının, MT'nin öğretim ortamında kullanımı ile ne yönde değiştiğini belirlemeye çalışmıştır. Çalışmasına 26'sı erkek 6'sı bayan toplam 32 öğrenci katılmıştır. Araştırmacı, matematiğin tarihsel gelişim sürecinden seçmiş olduğu 55 problemi öğretim sürecine dâhil etmiştir. Araştırmacı, öğrenci tutumlarının belirlenmesinin zor ve karmaşık bir süreç olduğunu ifade ederek, araştırmada karma araştırma metodolojisinin kullanımının uygun olduğunu düşünmüştür. Nicel verilerin elde edilmesinde, öğrencilerin alan bilgilerini ölçmek için bir ön test ve Sandman'ın matematik tutum envanteri kullanılmıştır. Envanter sırasıyla; matematik öğretmeni algısı, matematiğe yönelik kaygı, toplum içindeki matematiğin değeri, matematiğe karşı kendini yeterli görme, matematikten zevk alma ve matematik öğrenmeye karşı motivasyon olarak altı alt boyuttan oluşmaktadır. Uygulamalar sonunda öğrencilerin tutumlarındaki değişim, envanterin her bir boyutuna göre değerlendirilmiştir. Nitel veriler ise, uygulamalar esnasında yapılan gözlemler sonucu tutulan alan notları, açık uçlu sorular, öğrenci günlükleri ve klinik mülakatlarla toplanmıştır. Kullanılan tutum ölçeğinin sonunda, öğrencilerden daha kapsamlı veriler alabilmek için “Matematik nedir?”, “Matematik öğrenmek deyince ne anlıyorsun?”, “MT’ye çalışmanın amacı nedir?” şeklinde açık uçlu sorular eklenmiştir. Başarı testi ve tutum ölçeğinin matematiğe yönelik kaygı boyutunda sırasıyla; yüksek-yüksek, yüksek-düşük, düşük-yüksek, düşük-düşük puan alan dört öğrenci seçilerek, öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır. Katılımcı tüm öğrencilerin envanter verilerinden elde edilen bulgular, envanterin tüm boyutları için, öğrencilerin tutumlarında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığını ortaya koymuştur. Matematik nedir? sorusuna katılımcı öğrencilerin çoğu kural, formül, sembol, matematik öğrenmek deyince ne anlıyorsunuz sorusuna ise kural ve formülleri ezberleme ve problemleri çözme şeklinde cevaplar vermişlerdir. Matematik dersinde başarılı olup olmadığınızı nasıl değerlendirirsiniz sorusuna ise genellikle sınav sonuçlarım ile cevabı verilmiştir. Uygulamalar sonunda, öğrencilerin genelinin matematiğe işlemsel olarak baktığı ortaya çıkmıştır. Öğrenci cevaplarına bakıldığında, bir öğrenci, MT’nin matematiğin nerden geldiğini anlamasına yardımcı olduğunu, başka bir öğrenci, MT’nin modern matematiğin anlaşılmasına yardımcı olabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca yapılan uygulamaları eğlenceli ve heyecan verici olduğunu ifade eden öğrenciler olmuştur. Seçilen öğrencilerden üçünün matematik korku puanlarında belirgin bir düşüş, matematikten zevk alma ve öğretmen algıları puanlarında yükselme olmuştur. Motivasyon boyutuna bakıldığında ise, iki öğrencinin motivasyonunda anlamlı ölçüde düşüş yaşanmış, bir öğrencinin motivasyonunda değişme olmamış, bir öğrencinin motivasyonu ise anlamlı ölçüde artmıştır. Öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilen bulgulara göre, öğrenciler matematikte de yanlış yapılabileceğini, hala bulunmamış teorilerin olabileceğini ve günümüz matematiğinin büyük bir kısmının, günlük ihtiyaçlara çözüm bulmak için yıllar önce yaşamış insanlar tarafından ortaya koyulduğunu, matematiğin yaşayan, gelişen bir bilim olduğunu ve medeniyetlerin ilerlemesini sağladığını ifade etmişlerdir.

Awosanya (2001), tez çalışmasında, Cebir II dersinde MT’nin kullanımının öğrencilerin başarıları üzerindeki etkisini belirlemeye yönelik yarı deneysel yönteme dayalı bir çalışma yürütmüştür. Çalışmada nicel verileri desteklemek için nitel veriler toplanmıştır. Nitel verilerin elde edilmesinde kullanılan mülakat soruları, öğrencilerin matematiğe yönelik algı, tutum, korku ve motivasyon değişkenleri ile ilgilidir. Çalışma Florida State Üniversitesinde öğrenim gören, deney grubunda 18, kontrol grubunda 18 öğrenci, toplam 36 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Deney grubu öğrencileri dört hafta boyunca, Lewis Carroll, Archimedes, Pythagoras ve Sophie Germain’nın ortaya koydukları cebirsel kavramlar, denklemler ve problem durumları üzerinde eğitim görürken, kontrol grubunun derslerinde tarihsel bir yaklaşım kullanılmamıştır. Pilot uygulama, araştırma planındaki aksaklıkların belirlenmesi amacıyla, üç 12. sınıf öğrencisi üzerinde yürütülmüştür.

Gruplara, ön test olarak matematik bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla Florida kapsamlı değerlendirme testi uygulanmıştır. Son test olarak, uygulamada kullanılan her bir matematikçi (Lewis Carroll, Archimedes, Pythagoras ve Sophie Germain) ile ilgili soruları içeren birer test olmak üzere dört test uygulanmıştır. Mülakatlar, deney grubunda, son testten yüksek puan alan 2, son testten düşük puan alan 2 öğrenci olmak üzere 4 öğrenci üzerinde, kontrol grubunda ise yüksek ve düşük puan alan birer öğrenci olmak üzere, 2 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Çalışma bulguları, grupların ön test puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark olmadığını, son test ortalama puanları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farkın olduğunu ortaya koymuştur. Mülakatlardan elde edilen bulgular ise MT'nin kullanımının cebirsel/matematiksel kavramların anlaşılmasını ve öğrenilmesini arttırdığını ortaya koymuştur. Öğrenciler, yapılan uygulamaların tutumlarının, öğrenme motivasyonlarının ve matematik algılarının gelişmesine yardım ettiğini ifade etmişlerdir.

Dickey (2001), tez çalışmasında öğretim ortamında MT'nin kullanımının ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin öğrenmeleri ve tutumları üzerindeki yansımalarını aksiyon araştırması yöntemi ile araştırmıştır. Uygulamalar her birinde 22 öğrenci bulunan iki sınıf üzerinde yürütülmüştür. Sayılar ünitesinde, Eski Mısır, Babil ve İslam Kültüründe sayı sistemleri, Eski Mısırda çarpma, bölme işlemleri, kesirler ve Hint kültüründe çarpma ve bölme işlemleri konuları yer almaktadır. İkinci ünitede ise Eski Yunan sayıları, Asal sayılar ve çarpanlar, En küçük ortak kat, Arşimet ve üs kuralı, karekök alma, dünyanın çevresi konuları yer almaktadır. Ders uygulamalar çerçevesinde planlanırken, öncelikle matematikçilerin hayatlarından bahsedilmiş, yaptıkları keşifler ve eserleri tanıtılmış, son olarak öğrenciler tarihsel problemlerle karşı karşıya bırakılmışlardır. Veriler, öğrenci günlükleri, video kayıtları, anket ve mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilerin tutumlarının belirlenmesinde, öğrencilerin günlükleri incelenmiş ve öğrencilerin yorumları "olumlu" ve "olumsuz" şeklinde kodlanmıştır. Öğrenci günlüklerinin analizi sonucu, öğrenci günlüklerinde ortaya çıkan iki yüz yetmiş beş yorumun, yüz yetmiş yedisi olumlu, yüzü olumsuz olarak kodlanmıştır. Anketin analizi sonucu, "matematikten çok şey öğrendim" maddesine verilen cevaplara göre puan ortalaması 3.3 olarak, "kurstan çok şey öğrendim" maddesine verilen cevaplara göre puan ortalaması 3.4 olarak, "tarihten çok şey öğrendim" maddesine verilen cevaplara göre puan ortalaması 4.0 olarak bulunmuştur. "Matematiği daha iyi öğrenmemi ve anlamamı sağladı" maddesi ile "eski sayı sistemlerini öğrenmek modern sayı sistemimi öğrenmemi sağladı" maddesi için öğrencilerin puan ortalamaları 3.0 olup, öğrenciler uygulamaların öğrenmelerine belirgin bir katkısının olmadığı yönünde görüş bildirmişlerdir. İki sınıftan rastgele seçilen dörder öğrenci ile mülakatlar yapılmıştır. Öğrencilerden beşi uygulamaların matematiği daha ilginç kıldığını, 2'si ilginç kılmadığını belirtmişlerdir. 1 öğrenci ise kısmen cevabını vermiştir. Dört öğrenci uygulamaların matematiği daha iyi anlamalarına yardım ettiği görüşünde birleşmişlerdir. Matematiğe olan sevginizde eskiye göre nasıl bir değişim meydana geldi sorusuna ise 3 öğrenci önceden sıkıcı geliyordu, şu an daha iyi cevabını vermişlerdir. 2 öğrenci ise zaten matematiği sevdiklerini, eskiye göre bir değişim olmadığını ifade etmişlerdir. Anketteki, tarihsel yaklaşıma dayalı uygulamalar yapmak matematik derslerini daha iyi hale getirdi? maddesine öğrencilerin %34'ü daha kötü, %23'ü daha iyi, %42'si ise aynı, değişmedi cevabını vermişlerdir. Öğrencilerle yapılan mülakatlarda bazı öğrenciler, yapılan uygulamaların matematik notlarının düşmesine neden olabileceği, matematik müfredatının gerisinde kalabilecekleri ve uygulama boyunca edindikleri bilgilerin işe yarayıp yaramayacağı konusunda endişelerini belirtmişlerdir.

Lit, Siu ve Wong (2001), matematik öğretiminde MT'nin kullanıldığı deneysel bir çalışma yürütmüşlerdir. Hong Kong'ta bulunan bir okuldan, başarı düzeyleri birbirine yakın olan iki sınıf, deney ve kontrol grupları olarak seçilmiştir. Deney grubuna MT'nin öğretim ortamında kullanımına dayalı olarak hazırlanan, Pisagor teoremi modülü on dört ders saati süresince, kontrol grubu üzerinde ise aynı konu, müfredata bağlı kalınarak dokuz ders saati sürecinde aynı öğretmen tarafından uygulanmıştır. Pisagor teoremi modülü oluşturulmadan, mevcut müfredattaki eksiklikler belirlenmiştir. Matematiğin kültürel yönünü ortaya koyan materyallerin eksikliği, cebirsel çözümlere aşırı vurgu yapılması, Pisagor teoremi ile irrasyonel sayılar arasında ilişkinin kurulmaması, kolayca bulunabilen, yapılabilen etkinliklerin ve el becerisi gerektirecek etkinliklerin eksikliği dikkate alınarak ilgili modül hazırlanmıştır. Modül içerisinde, Eski Çin'den ve Hint kültüründen alınmış problemlere, düğümlenmiş ip etkinliğine, Pilimpton 322 tabletine, Eski Çinde Pisagor teoreminin ispatına, Parçalara ayırma yoluyla Pisagor teoreminin ispatına, matematikteki ilk krize yer verilmiştir. Sürecin başında ve sonunda öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumları, matematik öğrenmeden zevk alma düzeyleri, öğrenme motivasyonları ve matematik öğrenmede kendilerine olan güven düzeyleri belirlenmiştir. Çalışmanın nicel verileri ölçeklerle, nitel verileri ise öğretmen ve deney grubundaki 6 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlarla toplanmıştır. Elde edilen bulgular, deney grubu öğrencilerinin, matematik öğrenmeden zevk alma ve kendine olan güvenlerinde yükseliş olduğunu, tutumlarının aynı kaldığını, motivasyonlarının ise düştüğünü ortaya koymaktadır. Kontrol grubu öğrencilerinde ise sadece matematik öğrenmede kendine olan güven düzeylerinde bir yükselişin olduğu görülmüştür. Test puanlarına bakıldığında ise hem uygulama öncesi hem de uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre düşük bir başarı gösterdiği saptanmıştır. Açık uçlu sorulardan elde edilen bulgular, 38 öğrenciden 26'sının tarihsel yaklaşıma dayalı matematik öğretiminden hoşlandıklarını göstermiştir. 6 öğrenci ile yapılan görüşmelerden elde edilen bulgular, matematik öğretiminde MT kullanımının öğretimi ilginç, eğlenceli hale getirdiğini, MT'nin kullanımının anlaşılmasının kolay olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilerden biri tarihi metinlerin uzun olduğunu bu yüzden sıkıldığını ifade etmiştir. Öğretmenle yapılan görüşmeden ise öğrencilerin bu etkinlikleri ilginç buldukları, ancak bazı öğrencilerin ispatları anlamada zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Özetle duyuşsal boyut açısından bakıldığında deney grubu öğrencilerinin, öğrenme sürecinden daha fazla zevk aldıkları, bilişsel boyut açısından ise deney grubu öğrencilerinin başarılarında kontrol grubu öğrencilerine göre düşüş olduğu saptanmıştır. Araştırmacılar bu durumun, neyin öğretildiği ve neyin, nasıl değerlendirildiği sorularına verilen cevaplar arasındaki ilişki araştırılarak açıklanabileceğini ifade etmişlerdir. Araştırmacılar, bir işlemi çözme hızının, kural ve formülü doğru olarak bilmenin, soru üzerinde doğru şekilde uygulamanın, test puanlarını etkileyeceğini, bu paralelde akademik performansın MT'nin başarı üzerinde etkililiğini belirlemede yeterli olmadığını vurgulamışlardır.

Mayfield (2001), çalışmasında MT ile ilgili olarak verdiği dersle ilgili öğrenci görüşlerini almıştır. Öğrenciler, okudukları tarihsel bir matematik kitabı ile ilgili yazdıkları raporlar, bu raporla ilgili sözlü sunumları, farklı bir kitabın raporu veya bir matematikçinin hayatını içeren final projesi ile değerlendirilmişlerdir. Öğrencilerin değerlendirilmesinde, sunumlarındaki doğruluk, görsel materyallerin niteliği, etkinliklere ve tartışmalara katılım ve öğrencinin devam durumu dikkate alınmıştır. Öğrencilerin notlarına, sınıf liderliği ve katılım %30, ev ödevi %20, final projesi %20, poster %10, kitap raporu %10, defter %10 oranında etki etmiştir. Dersin sonunda öğrenciler matematik ve tarihi hakkında çok şey öğrendiklerini ve önceki matematik derslerine göre bu şekilde ders işlenişinden daha fazla zevk aldıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmacı, bu tip bir etkinliğin öğrencilerin matematik bilgilerini güçlendirecek, öğrencilerin sunum yapma, yazma ve matematiksel becerilerini arttırabilecek bir yol olduğunu ifade etmiştir.

Percival (2004) tez çalışmasında tarihsel (kültürel) yaklaşımın derslerde uygulanabilirliğini araştırmıştır. Çalışmanın ekler kısmında, Eski mısır çarpması, Sihirli kareler, Kafes yolu ile çarpma, Eski Çin sayıları ve Aritmetik işlemleri uygulama örnekleri olarak verilmiştir. Çalışmada altı ilköğretim matematik öğretmeninin tarihsel yaklaşımı kullanmaya yönelik değer yargıları ve uygulamayı nasıl gerçekleştirdikleri kullanılarak incelenmiştir. İlköğretim düzeyinde tarihsel yaklaşımın uygulanabilirliğini belirlemek için alanyazında belirtilen sorunlar dikkate alınarak, zaman, müfredat ile tarihsel yaklaşıma dayalı verilen etkinliklerin uyumu, tarihsel yaklaşıma dayalı materyallerin kullanımı, öğretmenlerin materyallerin kullanımı konusundaki yeterliği ve tarihsel yaklaşıma dayalı uygulamaların öğretmenler üzerindeki etkileri dikkate alınmıştır. Çalışmada özel durum yöntemi kullanılmıştır. Başlangıçta on öğretmenle çalışılmış, bu öğretmenlerin içinden altı öğretmen seçilmiştir. Bu öğretmenlerin ikisi bireysel olarak birer durum (case), dört tanesi ise grup olarak bir durum (case) olmak üzere çalışmada 3 durum kullanılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak öğrenciler, öğretmenler ve velilerle yapılan mülakatlar, anketler, gözlem notları, öğrenciler, öğretmenler ve araştırmacının tuttuğu günlükler, video kayıtları, teyp kayıtları, fotoğraflar ve öğrenci çalışmaları kullanılmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, öğretmenlerin matematiğin kültürel yönünü vurgulayan materyallerin kullanımı ile ilgili belirttikleri olumlu görüşler literatür ile paralellik göstermiştir. Öğretmenler, yapılan uygulamaların öğrencilerin tutumlarını olumlu yönde arttırmış olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenler, tarihsel yaklaşımın öğrenciler üzerindeki yararlarını öğrencilerin motivasyonlarını arttırması, matematiğin doğasına yönelik inançlarını olumlu yönde değiştirmesi ve disiplinler arası ilişkilerin görülmesi şeklinde ifade etmişlerdir.

Lawrence (2006), matematik öğretiminde, 'matematik senin için iyidir' isimli" bir proje çalışması kapsamında, tarihsel etkinliklerle zenginleştirilmiş bir internet sitesini www.mathisgoodforyou.com kullanarak, bu tip bir uygulamanın öğrencilerin motivasyonları ve öğrenmeleri üzerindeki yansımalarını tespit etmeye çalışmıştır. Çalışma içerisinde yöntem ve örneklem özellikleri ile ilgili bilgilere yer verilmemiştir. MT'nin kullanımında, çalışma yapraklarından, ünlü matematikçilerin hayat hikâyelerinden, araştırmaya dayalı etkinliklerden ve tematik ev ödevlerinden yararlanılmıştır. Görüşme ve anketlerden elde edilen bulgular, öğrencilerin matematik başarılarının ve matematik öğrenmeye yönelik motivasyonlarının arttığını göstermiştir. Öğrencilere ev ödevlerini yapmak ilginç, zevkli ve daha kolay gelmiştir. Çalışmada, ev ödevleri yapmanın öğrencilerin bağımsız öğrenmelerine yardımcı olduğu ve öğrencilere daha fazla sorumluluk yüklediği ifade edilmiştir. Öğrenciler ortaya koydukları ürünleri birbirlerine göstererek, konu üzerinde tartışmışlardır. Bu sayede, öğrencilerin iletişim becerilerinde de gelişim gözlenmiştir. Makalede üç öğrencinin uygulama ile ilgili yazılı görüşlerine yer verilmiştir. Öğrencilerden birinin yazılı görüşü "*Mısır sayılarını seveceğimi tahmin edemezdim, şaşırdım. Bu sayede matematiği sevdim*" şeklinde olmuştur. Diğer öğrenci "*En eğlenceli dersler, Mısır matematiği ile ilgili olan derslerdi*" şeklinde yazılı bir görüş ortaya koymuştur. Çalışma sonunda, bu tip bir uygulamanın öğretmen ve öğrenciler için eğlenceli olduğu, uygulamaların öğretmenin profesyonel gelişimine katkı sağladığı vurgulanmıştır.

Leng (2006), çalışmasında eski Çin matematiğiyle zenginleştirilmiş matematik programının, ilköğretim 8.sınıf öğrencilerinin matematik başarıları üzerindeki etkisini, yürüttüğü deneysel çalışmayla araştırmıştır. Deney ve kontrol gruplarının oluşturulmasında, 414 öğrenciye Eski Çin Matematiği ve Dokuz bölüm isimli kitapla ilgili eğitim verilmiştir. Eğitimin ardından, 177 öğrenci bu programa katılmayı kabul etmiş, diğer öğrenciler ise problem çözmeye dayalı olan ancak eski Çin tarihinin kullanılmadığı başka bir programa katılmışlardır. Program kapsamında öğrencilerden, dokuz bölüm isimli kitaptan seçilmiş ve modern dile çevrilmiş problemleri çözmeleri, eski çözüm yollarını analiz ederek, yaptıkları çözüm yolları ile karşılaştırmaları istenmiştir. Ancak zaman yetersizliği ve öğretmenlerin programı uygulamadaki bilgi eksikliği, öğrencilerin problemlerin orijinal çözümlerini analiz edememelerine neden olmuştur. Bu bakımdan araştırmacı programın tam anlamıyla amacına ulaşamadığını ifade etmiştir. Deney grubundaki 177 öğrenci 4 gruba, kontrol grubundaki 237 öğrenci ise 6 gruba ayrılmışlardır. Program 2003'ün mart ayında başlamış eylül ayında tamamlanmıştır. Deney grubu öğrencileri Dokuz Bölüm isimli kitabın üçüncü bölümündeki dokuz, dördüncü bölümündeki beş problemle karşı karşıya bırakılmışlardır. Veri toplama aracı olarak başarı sınavları kullanılmıştır. Uygulama başında deney ve kontrol grubunun başarı düzeyleri arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı, ilköğretim bitirme sınavı puanları ile ocak ve mart aylarında yapılan test puanları ile incelenmiştir. Uygulama sırasında, üç adet test, yarıyıl sınavı ve final sınavı ile grupların test ortalamaları karşılaştırılmıştır. Program sonunda ise her iki gruba genel başarı sınavı uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ilköğretim bitirme sınavı puan ortalamaları arasında kontrol grubu lehine anlamlı bir farklılık ortaya çıkmıştır. Ancak örneklem sayısının farklı oluşundan dolayı (deney grubu:160; kontrol grubu: 218) ilköğretim bitirme sınavı puanları değişkeni ortak değişken olarak alınmamıştır. Uygulama sırasında yapılan sınavlar içerisinde sadece final sınav puan ortalamaları arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Grupların genel matematik başarı düzeyleri karşılaştırılırken, final sınav puanları değişkeni ortak değişken alınarak, bu değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisi kontrol altına alınmıştır. Uygulama sonunda yapılan kovaryans analizi bulguları, %5 anlamlılık seviyesinde deney grubu öğrencilerin kontrol grubu öğrencilerine göre anlamlı ölçüde ($F= 7,329$; $p=0,007$) başarılı olduklarını ortaya koymuştur. Program öğrencilerin matematiksel düşünme süreci ve problem çözme stratejilerinde farkındalıklarını geliştirmiştir. Çalışmanın öneriler kısmında araştırmacı, deney ve kontrol gruplarına öğrencilerin rastgele atanabileceğini, bu sayede öğrencilerden nitel veriler alınabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca çalışmada final sınav puanları kontrol altına alınmış olsa da, öğretmenlerin öğretme stillerinin de dikkate alınması gerektiği vurgulanmıştır.

Liu ve Niess (2006), çalışmalarında tarihsel yaklaşıma dayalı yürütülen Analiz dersinin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerindeki gelişimine etkisini incelemişlerdir. Çalışma, elektrik mühendisliği birinci sınıf öğrencisi 44 kişi üzerinde yürütülmüştür. Dersin yürütücüsü, bu çalışmayı yapan ilk yazar olarak hem araştırmacı hem de öğretmen rolüne sahiptir. Araştırmacılar, tarihteki matematikçilerin kullandıkları yöntemlerin ve stratejilerin, matematik yapmada ve öğrenmede değerli olduğunu ve eski matematikçilerin problem çözme yöntemlerinin analiz edilmesinin, matematiksel düşünmenin doğasının anlaşılmasında yardımcı olduğunu vurgulayarak analiz dersinde tarihsel içerikten yararlanma nedenlerini açıklamışlardır. Araştırma, üç aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada, araştırmacılar bir kavramla ilgili doğrudan bilgiyi vermek yerine, kavramla ilgisi olan başka bir kavramla ilgili sorular sorarak öğrencilerin merak ve ilgisini derse çekmeye çalışmışlardır. Ardından tarih içerisinde kavramın kökeni ve önemi öğrencilere gösterilmiştir. İkinci aşamada, öğrencilere evlerinde yapmaları için on iki problem durumu verilmiştir. Hemen çözülemeyecek türden problemler seçilmiştir. Örneğin, integral kavramını öğrenmeden önce, öğrencilerden dairenin alanını kural ve formül kullanmadan bulmaları ve kendilerine özgü stratejiler geliştirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin ortaya koyduğu stratejiler bir araya getirilerek, sınıfça tartışılmış ve akran değerlendirilmesi yapılmıştır. Sınıf tartışmasının ardından, araştırmacı, Arşimet, Liu Hui ve Saki Kowa'nın stratejilerini öğrencilere göstererek, öğrencilerden stratejileri karşılaştırmalarını istemiştir. Üçüncü aşamada ise, araştırmacılar öğrencilerin problemler ve çözümleri üzerine düşünmelerini sağlamak amacıyla bir sınıf ortamı tasarlamışlardır. Veri toplama sürecinde, kırk dört öğrencinin matematiksel düşünme ile ilgili görüşleri altı adet açık uçlu soruyla belirlenmeye çalışılmış, ardından rastgele seçilen dokuz öğrenci ile mülakatlar yapılmıştır. Öğrencilere sorulan altı açık uçlu soru sırasıyla; "Matematiksel düşünme nedir?. Örneklerle cevabınızı açıklayınız". "Aşina olmadığınız bir matematik problemi ile karşılaştığınızda tepkiniz ne oluyor". "Bir problemi çözerken, matematikçi nasıl düşünür, matematikçinin düşünme yoluyla matematikçi olmayan birinin düşünme yolu arasında fark var mıdır?", "Bazı insanlar, matematikte problem çözmenin bireysel yaratıcılığa dayalı olduğunu, bazıları da formül ve kuralların adım adım uygulanmasına dayalı olduğunu düşünür. Sizin bu konudaki düşünceniz nedir. Cevabınızı örneklerle destekleyiniz?", "Size göre matematik nedir? Matematiği diğer disiplinlerden ayıran fark nedir?", "Size göre matematiksel bilgi nasıl gelişir, cevabınızı örneklerle açıklayınız" şeklindedir. Uygulama aşamasında öğrenciler on sekiz hafta süresince analiz derslerini tarihsel yaklaşıma dayalı olarak işlemişlerdir. Uygulama sonunda ise öğrenciler ilk aşamada uygulanan açık uçlu soruları cevaplandırmışlar ve ilk aşamada mülakat yapılan öğrencilerle tekrar mülakat yapılmıştır. Matematiksel düşünme nedir sorusuna 20 öğrenci (%45) problemleri çözme süreci ve cevaplara ulaşma, 12 öğrenci (%27) ise mantıksal düşünme ve muhakeme, 4 öğrenci hesaplama ve işlem, 4 öğrenci formülleri hatırlama, cevaplarını vermiş, bu soruya 4 öğrenci cevap verememiştir. Uygulamalar sonunda ise matematiksel düşünmeyi hesaplama ve işlem olarak gören öğrenci olmamıştır. Formülleri hatırlama cevabını ise sadece 1 öğrenci vermiştir. Başlangıçta soruya cevap veremeyen 4 öğrenci uygulamalar sonunda soruyu cevaplayabilmiştir. Aşina olmadığınız bir matematik problemi ile karşılaştığınızda tepkiniz ne oluyor sorusuna veriler cevaplar öğrencilerin genelinin pasif bir yaklaşım gösterdiğini ortaya koymuştur. 11 öğrenci dış kaynaklardan (bilen birine sorma, formülleri hatırlama, benzer problemlere bakma vb.) yardım alacaklarını, 2 öğrenci soruyu çözmeden geçeceklerini, 8 öğrenci yardım almadan bir süre problemi çözmek için uğraşacaklarını belirtmişlerdir. Uygulamalar sonunda öğrenciler üzerinde anlamlı bir değişim meydana gelmemiştir. Matematikçiler nasıl düşünür sorusundan elde edilen veriler analiz edildiğinde, başlangıçta yaratıcı olur diyen kişi sayısı 4 iken, uygulamalar sonunda bu sayı 10'a çıkmıştır. Başlangıçta 8 kişi, en hızlı yollarla problemlerin doğru cevabını bulur derken, uygulamalar sonunda bu sayı 1'e düşmüştür. Matematik nedir sorusuna öğrencilerin verdikleri cevaplar analiz edildiğinde, matematiksel bilgi yanlışlanamaz diyen öğrenci sayısında önemli bir düşüş yaşanmıştır. Araştırmacılar, Eulerin hatası ve sonsuz ıraksak serilerin toplamı etkinliklerinin öğrencilerin düşüncelerini değiştirdiğini ifade etmişlerdir. Matematiği mantık, muhakeme ve zihinsel düşünme olarak ifade eden öğrenci sayısı da 1'den 9'a çıkmıştır. Bunun yanında uygulama sonunda, matematiği günlük hayatta kullanılan bir araç olarak düşünen öğrenci sayısında azalma yaşanmıştır. Sonuç olarak MT'nin kullanımı öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını olumlu yönde değiştirmiştir. Öğrencilerin matematiksel bilgiye yönelik mutlakçı inançlarında yarı deneyselciliğe doğru bir değişim meydana gelmiştir.

Glaubitz (2007), tarihsel yorumlayıcı yaklaşımı kullanarak on okuldaki toplam 260 dokuzuncu sınıf öğrencisi ile deneysel bir çalışma yürütmüştür. Deney grubunda 172 öğrenci, kontrol grubunda 88 öğrenci bulunmaktadır. Çalışma kapsamında ikinci dereceden denklemler konusunun öğretimi gerçekleştirilmiştir. Çalışmada nicel ve nitel veriler toplanmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında, her iki grupta bulunan öğrencilere, üç ders saati ikinci dereceden denklemlerin çözümleri kareye tamamlama yoluyla ve formül kullanma yoluyla öğretilmiştir. Bu aşamanın bitiminde öğrencilere, öz-değerlendirme ve matematiğe yönelik inanç boyutlarından oluşan anket uygulanmıştır. Öğrencilerde ki değişimi belirleyebilmek için, aynı anket çalışmanın ikinci aşamasının bitiminde tekrar kullanılmıştır. Çalışmanın ikinci aşamasında ise altı ders saatlik süreçte, deney grubu öğrencileri, Harizmi'nin "*Al Kitab Fi Hisab Al Cabr wal Muqabalah*" kitabı üzerinde çalışmışlardır. Harizmi'nin yaptığı sözel çözüm ve geometrik çözümü incelemişler, küçük gruplar halinde Harizmi'nin yaptığı çözümü tartışmışlardır. Ardından ikinci dereceden denklemleri Harizmi'nin uyguladığı yolla çözmeye çalışmışlar, modern çözüm yolu ile Harizmi yolunun avantaj ve dezavantajlarını karşılaştırmışlardır. Çalışma aynı zamanda negatif sayılar için de bir tartışma ortamı yaratmıştır. Kontrol grubu öğrencileri ise, altı ders saati süresince ikinci dereceden denklemlerle ilgili rutin alıştırmalar yapmışlardır. İkinci aşamanın bitiminde gruplara başarı testi uygulanmıştır. Yapılan öğretimin kalıcılığa etkisini belirlemek için sekiz hafta sonra başarı testi tekrar uygulanmıştır. Deney grubu öğrencileri, tarihe dayalı yürütülen dersleri çok fazla sevmemelerine rağmen, sınav puan ortalamaları, kontrol grubunun sınav puan ortalamalarına göre anlamlı ölçüde yüksek bulunmuştur. Deney grubu öğrencileri, uygulama sonrasında hesaplama, işlem yapma gibi rutin görevlerin matematik içerisinde daha az önemli olduğunu belirterek, matematik metinlerini okuma, muhakeme, başkalarıyla tartışma gibi etkinliklere vurgu yapmışlardır. Kontrol grubunun inançlarında ise bir değişim olmamıştır.

Goodwin (2007) tez çalışmasında lise matematik öğretmenlerinin zihinlerindeki matematik imajı ile MT bilgi düzeyleri arasındaki ilişkiyi karşılaştırmıştır. Veriler okullara gönderilen anketler aracılığıyla toplanmış, 900 öğretmenden 193'ü anketleri doldurmuştur. Öğretmenlerin zihinlerindeki matematik imajı 6 kategoriden oluşan 6'lı likert tipi ölçekle belirlenmiştir. Öğretmenlerin MT bilgi düzeyleri ise matematikçilerin isimleri ve dönemleri arasında doğru eşleştirmeleri yapma, verilen duruma uygun düşen matematikçiyi tanıma, tarihsel olayları kronolojik olarak sıralama, verilen durum için doğru tarihsel dönemi seçme tipindeki sorularla ölçülmeye çalışılmıştır. MT bilgi düzeyi testinden yüksek puan alan öğretmenler, matematiğin sosyo-kültürel ve gelişen yapısına vurgu yapmışlardır. Matematiğin kural ve formüllerden ibaret olmadığını ifade etmişlerdir. MT bilgi düzeyi testinden düşük puan alan öğretmenler ise matematiğin birbiriyle ilişkisiz kurallar ve formüller olduğuna daha fazla katılma yönünde görüş bildirmişlerdir.

Siu (2007), Hong Kong'taki 41 okulda görev yapan toplam 360 öğretmenle pilot bir çalışma yürütmüştür. Çalışmada öğretmenlerin, MT'ye değer verme düzeyleri ve MT'nin öğretim ortamında kullanışlı olup olmadığıyla ilgili görüşleri belirlenmeye çalışılmıştır. Betimsel yöntemin kullanıldığı çalışmada, veri toplama aracı olarak anket kullanılmıştır. Anket formunda, MT'nin öğretim ortamında kullanımı değerlidir maddesi, "1 değerli değildir", "5 çok değerlidir" şeklinde 1-5 aralığında derecelendirilmiştir. MT kullanışlıdır maddesi ise, "1 hiç kullanışlı değildir", "5 çok kullanışlıdır" şeklinde 1-5 aralığında derecelendirilmiştir. Diğer sorularda benzer şekilde derecelendirilmişlerdir. Bulgular, MT dersi alan ve almayan öğretmenlerin genelinin MT'ye yüksek düzeyde değer verdiklerini (3.00; 3.78), ancak derslerinde kullanmadıklarını ortaya koymuştur (1.64; 1.44). MT ile ilgili kitap, dergi vb. okuyan ve okumayan öğretmenler, MT'yi değerli bulurken (3.98; 3.61), derslerde MT'nin kullanımı konusunda tersi görüş belirtmişlerdir (1.62; 1.29). Benzer şekilde, MT'nin öğretim ortamında kullanımı ile ilgili kitap, dergi okuyan öğretmenler ve bu tip kaynakları okumayan öğretmenlerin geneli MT'yi değerli bulurken (4.07; 3.73), MT'nin derslerde kullanımı konusunda genellikle olumsuz görüş bildirmişlerdir (1.78; 1.37). Pilot çalışmanın ikinci aşaması, sekizinci sınıf düzeyindeki öğrenciler üzerinde yürütülmüştür.

Sınıflar 42'şer öğrenciden oluşmaktadırlar. Pisagor teoreminin öğretimine yönelik hazırlanan materyal matematik bilgi beceri düzeyi iyi olan, diğeri ise matematik bilgi ve beceri düzeyi düşük olan iki sınıfta uygulanmıştır. Çalışmadan elde edilen en önemli bulgu, matematik bilgi beceri düzeyi iyi olan sınıftaki öğrencilerin, MT'ye dayalı yürütülen dersleri, kullanışsız ve zaman kaybı olarak değerlendirmiş olmalarıdır. Öğrenciler, tüm dikkatlerini işlem yapma ve basit hesaplamalar üzerine yoğunlaştırmışlardır. Yapılan pilot çalışmalar sonucu, MT'nin öğretim ortamında kullanımını engelleyici on beş nedene ulaşılmıştır. Ulaşılan on beş nedene dayalı olarak oluşturulan anket, matematik öğretmeni ve matematik öğretmen adayı olan toplam 608 kişiye uygulanmıştır. Öğretmenlerin MT'nin kullanımındaki en büyük engeli, öğretmen eğitiminin eksikliğine dayandırmışlardır. Öğretmenlerin %78'i bu yönde cevap vermişlerdir. Öğretmenlerin, %53'ü MT'nin öğretim ortamında kullanılmasında yeterli zamanın olmadığını, %50'si materyal sıkıntısının olduğunu, %50'si birincil metinlerle çalışmanın zorluğunu, %36'sı ise öğrencilerin MT'nin kullanımını anlamak ve değerlendirmek konusunda, yeterli kültürel olgunluğa sahip olmadığını, MT'nin kullanımında yaşanan engeller olarak belirtmişlerdir. Yapılan uygulamalar sonunda Siu (2004), matematik öğretiminde MT'nin öğrencilerin başarıları üzerinde yarattığı etkiyi ölçmenin zor olduğunu, testlerde alınan yüksek puanların, MT'nin etkililiğini ölçmek için gerekli ancak yeterli olmadığını ifade etmiştir. Ayrıca öğretim ortamında MT'nin kullanımı çerçevesinde, ne öğrenildiği ve öğretildiği ile neyin değerlendirildiğinin tartışma yaratacak bir konu olduğunu vurgulamıştır. Özetle çalışmasının son bölümünde MT'nin öğrencilerin duyuşsal boyutunu geliştirebileceğini ve MT'nin bu doğrultuda kullanılması gerektiğine vurgu yapmıştır. Öğrencilerin aldıkları yüksek puanların ise tek başına MT'nin etkililiğini değerlendirmek için yeterli olmadığını, kısaca MT'nin etkililiğinin değerlendirilmesinin zor olduğunu ifade etmiştir. Siu (2007), çalışmasını kendisinin MT'yi sınıfında kullanmayacağını ancak MT'nin sınıfına nüfus etmesine izin vereceğini ifade ederek bitirmiştir.

İdikut (2007), tez çalışmasında, ilköğretim matematik öğretiminde MT'den yararlanmanın öğrencilerin derse karsı tutumları ve matematik başarıları üzerinde bir etkisinin olup olmadığını belirlemeye çalışmıştır. Yedinci sınıf öğrencileri üzerinde yapılan araştırmada, ön test-son test kontrol gruplu deneysel modelden yararlanılmıştır. Araştırma, deney grubunda 40, kontrol grubunda 45 öğrenci olmak üzere 85 öğrenci üzerinde uygulanmıştır. Kontrol grubunda dersler öğretmen kılavuz kitabı kullanılarak yürütülürken, deney grubunda dersler öğretmen klavuz kitabı ve MT etkinlikleri ile yürütülmüştür. Deney grubu üzerinde uygulanan etkinlikler incelendiğinde genel olarak matematikçilerin hayat hikâyelerine odaklanıldığı anlaşılmaktadır. Çalışma kağıtlarında, Diophantus, Ebu Abdullah Muhammed bin Musa el- Ebu Abdullah Muhammed bin Musa el-Harezmi, Omer Khayyam, Gıyasseddin Cemşid, Descartes, Fermat, Pascal, Cahit Arf ve Gauss'un hayat hikayeleri ayrıntılı şekilde verilmiştir. Ayrıca deney grubu öğrencilerine, Matematiğin Aydınlık Dünyası adlı belgesel film dört bölüm halinde izlettirilmiştir. Araştırmada MT'nin ders başarısına ve kalıcılık düzeylerine etkisini ölçmek amacıyla cebirsel ifadeler ve denklemler ünitesinin kazanımları dikkate alınarak kırk iki sorudan oluşan çoktan seçmeli bir test kullanılmıştır. Öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumları ise Sulak (2002) tarafından geliştirilmiş olan tutum ölçeği ile ölçülmüştür. Çalışmadan elde edilen bulgular, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin tutum ve kalıcılık puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığını ancak başarı yönünden deney grubu lehine anlamlı bir farklılığın olduğunu ortaya koymuştur.

Yevdokimov (2007), çalışmasında üstün zekâlı öğrencilere yönelik tarihsel yaklaşımın kullanıldığı altı ay sürecek olan bir öğretme öğrenme modeli tasarlamıştır. Çalışmaya, öğrenim gördükleri okullardaki öğretmenleri tarafından seçilen on beş 11. sınıf öğrencisi katılmıştır. Seçilen öğrenciler matematik dersinde üstün zekâlı veya çok iyi olan öğrencilerdir. MT problem çözme etkinlikleri içine dahil edilmiştir. Çalışma, araştırmacı ile öğretmenler ve araştırmacı ile öğrenciler arasında geçen bir etkileşim sürecine dayanmaktadır. Bu etkileşim, öğretmenlerle yapılan mülakatları ve öğrencilerle birlikte yürütülen öğretim faaliyetlerini içermektedir. Öğretme faaliyeti, gözlem bölümü, mülakat bölümü, öğretim bölümü ve analiz bölümü olmak üzere dört bölümden oluşmaktadır. Lisede görev yapan yedi matematik öğretmeni, on beş öğrenci ile yürütülen on iki öğretim faaliyetini gözlemlemiştir. Seçilen öğrencilerden en az iki tanesi, aynı öğretmen tarafından çalışmaya dahil edilmiştir. Öğretmenlerden programın, öğretmen ve öğrenci için güçlükleri, öğrencinin kavramsal yapısının gelişimi ve tarihsel içeriğin önemi hakkında belli ölçütlere dayalı olarak notlar tutmaları istenmiştir. Programın bitmesine iki ay kala ise öğretmenlerle, öğrencilerinin kavramsal yapılarının ve problem çözme stratejilerinin gelişimi hakkında otuz dakikalık mülakatlar yapılmıştır. Tüm mülakatlar ve öğretim faaliyetleri öğretmenlerin yorumları ve her bir ölçüt için verdikleri puanlar dikkate alınarak yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, tüm öğretmenler programın uygulanmasının olumlu olduğunu ve ilgilerini çektiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca tarihsel yaklaşımın üstün zekâlı öğrencilerle çalışmalarında kendilerine yardımcı olduğunu belirtmişlerdir.

Ho (2008), çalışmasında öğretmenlerin MT'yi derslerinde kullanıp kullanmadıklarını, kullanıyorlarsa ne şekilde kullandıklarını ve MT'nin kullanımındaki engelleri belirlemeye amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda 2007 yılı kasım-aralık ayı arasında 1000 öğretmenden anket yoluyla veriler elde etmiştir. Elde edilen bulgulara göre, öğretmenlerin %90'ından fazlasının derslerinde MT'yi kullanmadıkları ortaya çıkmıştır. Matematik derslerinde tarihsel yaklaşıma başvuran öğretmenlerin %9'unun tarihsel ufak parçalardan,

%6'sının mekanik araçlardan, %4'ünün tarihsel problemlerden, %3'ünün birincil kaynaklardan, %3'ünün internetten, %1'inin çalışma yapraklarından, %1'inin deneysel matematik etkinliklerinden, %1'inin yapılan hata ve alternatif kavramlardan faydalandıkları görülmüştür. Anketten elde edilen bulgulara göre öğretmenler MT'nin kullanımındaki engelleri, öğretmenin tarihsel yaklaşımı kullanmadaki eğitim eksikliği (%16,9), Zamanın yetersiz oluşu (%16,9), Tarihsel yaklaşımın kafa karışıklığına yol açması (%16,9), Tarihin matematik olmayışı (%16,9) olarak ifade etmişlerdir. En fazla yüzdeye sahip diğer engeller ise uygun değerlendirme ölçeklerinin eksikliği (%13,2), kaynakların eksikliği (%9,4), tarihsel yaklaşımın değerlendirmeye alınmamasının öğrencilerin tarihsel yaklaşıma dayalı etkinlikleri dikkate almamalarına yol açması (%9,4) ve öğrenciler tarafından tarihin sevilmemesi (%7,5) olarak bulunmuştur.

Ho (2008), Singapur'daki bir teknik lisede 2007-2008 eğitim öğretim yılı ikinci dönemini kapsayan aksiyon araştırmasına dayalı küçük ölçekli bir özel durum çalışması yürütmüştür. Çalışmada, Lineer Cebir derslerine tarihsel yaklaşıma dayalı materyallerin dahil edilmesinin, öğrencilerin tutumları üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Çalışma 102 öğrenci ile on iki hafta boyunca yürütülmüştür. Gauss eleme metoduna eski Çin sayıları, Matrisler konusuna unutkan Sylvester'ın hayatı, Öz değer ve Öz vektörler konusuna değişmez alt uzay problemi ve çalışma yaprakları, Vektörler konusuna ise Descartes'in gizli defteri tarihsel materyaller olarak eklenmiştir. İlk altı haftada tarihsel parçalar derslerde dolaylı yoldan, son altı haftada ise doğrudan kullanılmıştır. Veriler, öğrenci günlükleri ve anketle toplanmıştır. Öğrenci günlükleri tarihsel yaklaşımın öğrencilerin tutumları üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğunu ortaya koymuştur. Öğretimde tarihsel yaklaşımın kullanılmadığı başka bir sınıf kontrol grubu seçilerek, iki grup üzerinde yapılan anket sonuçları ise uygulama grubunun inanç ve ilgi puan ortalamalarının kontrol grubuna göre yüksek olduğunu ortaya koymuştur.

Kaye (2008), örnek olay yönteminin kullanıldığı çalışmasında dört okuldan öğretmen ve on yaşlarındaki öğrencilere Babil matematiği ile ilgili görüntülü bir konferans vermiştir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin matematiği insan emeğinin bir ürünü olduğunu, matematiğin yaratıcılığa dayalı bilimsel bir süreç olduğunu, farklı toplumlar ve kültürlerin farklı yollarla matematik yaptıklarını, öğrencilerin kendilerinin de matematik yapabileceklerini anlayabilmeleri olarak ifade edilmiştir. Birinci video gösterisinde öğrenciler ve öğretmenlere Babilin tarihsel, çoğrafik ve arkeolojik geçmişi ile Babillerin 60'lık sayı sistemleri ve geometrik şekilleri ile ilgili bilgi verilmiştir. İkinci video gösterisinde ise öğrenciler çalışmalarını sunmuşlardır. Öğrencilerin tümü, Babil sayılarını yazmakta zorlanmışlardır. Yapılan mülakatlara göre, görüntülü konferans öğrenciler için farklı bir deneyim olmuştur. Bir öğrenci, "çok ilginçti ve öğrenme isteğimi arttırdı" şeklinde görüş bildirmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu, matematiğin yıllar öncesine dayandığını, kültürel olarak farklılık gösterdiğini, insan emeğinin bir ürünü olduğunu, yaratıcılık gerektirdiğini ve her insanın kendi matematiğini yapabileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca bu tip bir uygulama, öğrencilerin sayı sistemlerini anlamalarına ve sayı sistemlerini karşılaştırmalarına fırsat sağlamıştır.

Smestad (2008) öğretmenlerin MT'ye yönelik zihinsel imajlarını belirlemeye çalışmıştır. Çalışma küçük bir özel durum çalışması olarak ifade edilmiştir. Veriler farklı yaşlardaki ve farklı eğitim seviyelerindeki ikisi ortaokul ve ikisi lisede çalışan (üniversite ve öğretmen koleji) dört öğretmenden toplanmıştır. İlk öğretmen (Ö1) ortaokulda 10 yıldır çalışmaktadır. Bu öğretmen, öğrencilerin girecekleri sınavları düşündüğünü ve MT'nin sınavların bir parçası olmadığını ve öğrencilerin daha büyük yaşlarda MT'yi anlayabileceğini ifade etmiştir. Bu yüzden MT'ye derslerinde yer vermemektedir. 40 yıldır lisede görev yapan bir başka öğretmen (Ö2) MT'yi dersin başında konuya giriş yapmak amacıyla kullandığını ifade etmiştir. Anekdotlar ve matematikçilerin hayat hikâyelerini kullandığını ve MT'yi kullanma süresinin beş dakikayı geçmediğini belirtmiştir. 40 yıldır lisede çalışan üçüncü öğretmende (Ö3) derslerinde MT'ye zaman ayırmadığını belirtmiştir. 10 yıldır ortaokulda çalışan dördüncü öğretmen (Ö4), öğretmenler arasında en fazla MT'ye yer veren öğretmendir. Ö1, MT'yi sınıflarda nasıl kullandığına dair örnekler verememiştir. Ö2 öğrencilerin motivasyonunu arttırmak için konuya girişte anekdotlar ve hayat hikâyelerini kullandığını ifade etmiştir. Ö3'de Ö2'ye benzer şekilde MT'yi konuya başlarken kullandığını vurgulamıştır. Ö4 MT'yi 1-2 ay sürecek küçük projelerde kullandığını belirtmiştir. Öğretmenlere MT'nin ne amaçla kullanılabileceği sorulmuştur. Ö1 ortaokul öğrencilerinin MT'yi anlayamayacaklarını lise yıllarında MT'nin kullanımının doğru olacağını ifade etmiştir. Ö2 MT'nin matematiğin önemi ve yerini açıklayabileceğini, Ö3 öğrencileri daha derin anlamalar için motive edebileceğini, Ö4 kültürel farkındalık kazandıracağını ve motive edebileceğini belirtmişlerdir.

Tözluyurt (2008), fenomenografik yöntemi kullandığı, tez çalışmasında, sayılar öğrenme alanı ile ilgili MT'den seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşlerini almıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, bir devlet lisesinin süper lise kısmında fen bilimleri bölümünde öğrenim gören 14 on ikinci sınıf öğrenci arasından, araştırmaya katılmaya istekli olanlar arasından tesadüfî yöntemle belirlenmiş 8 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada, veri toplama aracı olarak görüşme formu kullanılmıştır. Verilerin analizinde öğrencilerin görüşleri karşılaştırılmış, kategorilere ayrılmış ve yorumlanmıştır. Sayılar öğrenme alanı ile ilgili olarak sekiz etkinlik hazırlanmıştır. Her bir etkinliğin uygulanması, yirmi ile kırk dakika arasında sürmüştür. Her ders planı, sayıları en az üç, en çok beş arasında değişen çalışma sayfalarını içermektedir. Dersler öğrenci sayısı kadar çoğaltılan bu çalışma sayfaları ile birlikte yürütülmüştür. Uygulamaların başında öğretmen tarafından sözlü olarak eski uygarlıklar hakkında bilgi verilmiş, ardından çalışma yaprakları üzerinde öğrenciler uygulamalarını yaparak, öğretmenlerine teslim etmişlerdir. Öğrenci görüşleri incelendiğinde matematikteki bir konunun veya kavramın tarihini merak ettiklerini ancak meraklarını gidermeye yönelik araştırma yapmadıkları, ayrıca matematik ile tarihi bağdaştıramadıkları ortaya çıkmıştır. Öğrenciler mısırlılarda çarpma işlemi etkinliğinin alt sınıflarda kullanılması gerektiğini belirterek, çarpma işlemini modern yolla yapmayı tercih etmişlerdir. Mısırlılarda kesirler etkinliğini öğrencilerin tamamı zor bulmuşlardır. Sadece bir öğrenci etkinlik sorularına cevap verebilmiştir. Mısırlıların kullandıkları hiyeroglifler etkinliğinde ÖSS kaygısı nedeniyle ilgilenmeyen öğrenciler olduğu gibi, öğrencilerin geneli hiyeroglif çizimleri yapmayı zor bulmuşlardır. Etkinlikler içerisinde öğrencilerin en çok sevdiği etkinlik Treviso aritmetiği-çarpması olmuştur. Öğrencilerin verdikleri cevaplar, çoğu öğrencinin MT'yi matematik olarak görmediklerini ortaya koymuştur. Ancak bu durumun tersine, öğrencilerin birkaç tanesi hariç, MT'nin öğretim ortamına dâhil edilmesi konusunda olumlu görüşler bildirmişlerdir. Birkaç öğrenci dışında, öğrencilerin, MT'nin kullanımından hoşlandıkları ve ilgilerini çektiği görülmüştür. "MT dersin neresinde kullanılmalı?" sorusuna öğrencilerin cevapları farklılık göstermiştir. Dersin sonunda, başında kullanılmalı diyenlerin yanı sıra yeri geldikçe kullanılmalı ve ikinci yol olarak gösterilmesi gerektiğini düşünen öğrenciler olmuştur. Matematik öğretiminde MT'nin kullanılmasını ister misiniz sorusuna, öğrenciler son sınıf oldukları için geç kalınmış olduğunu, ilkokulda böyle bir yaklaşımla tanışıp sistematik bir şekilde öğretim ortamında MT'ye yer verilmesinin daha anlamlı olacağını belirtmişlerdir. Araştırmada öğrencilerin ortak görüşü, MT'nin matematik derslerine katılımının matematikteki problemlerin, teoremlerin daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacağı ve mantığını kavratabileceği yönünde olmuştur. Öğrenciler, Matematiğin bir anda bugüne gelmediğini, hangi aşamalardan geçtiğini ve gelişim aşamalarını göstermesi bakımından MT'nin matematik derslerine büyük anlam kattığını düşünmüşlerdir.

Baki ve Güven (2009), MT aracılığıyla, matematiğin sosyo-kültürel yönünü ortaya koyarak, öğretmen adaylarının matematikle ilgili dünya görüşlerini değiştirmeyi ve öğretmen adaylarına MT'nin matematik öğretiminde nasıl kullanılabileceğini göstermeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda, Omer Khayyam'ın kübik denklemlerin çözümünde kullandığı yolları, dinamik geometri yazılımı Cabri'yi kullanarak öğretmen adaylarına tanıtmışlar ve öğretmen adaylarının tepkilerini gözlemlemişlerdir. Çalışma grubunu, ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 41 öğretmen adayı oluşturmuştur. Uygulamalar, Özel Öğretim Yöntemleri dersinde, İslam Matematiği konusunun içerisinde gerçekleştirilmiştir. Orta Doğuda 700-1200 yıllarında matematik adına yapılanlar tanıtıldıktan sonra, Omer Khayyam'ın $x^3 + ax = b$ tipindeki kübik denklemlerle ilgili yaptığı çözümleri içeren uygulama, beş adımda gerçekleştirilmiştir. Uygulamada sırasıyla; Omer Khayyam'ın hayatı, matematiğe yaptığı katkılar ve kübik eşitliklerin çözümünde kullandığı yöntemle ilgili öğretmen adaylarına bilgi verilmiştir. Khayyam'ın çözümünün dinamik geometri yazılımı kullanılarak modellenmesi yapılmıştır. Ardından Khayyam'ın çözümünün doğruluğu kontrol edilmiş, bu yöntemin matematiksel olarak neden doğru olduğunun açıklaması yapılmış ve öğretmen adaylarına, kendi çözüm yollarıyla farklı tipteki kübik eşitlikleri çözebilmeleri için fırsatlar verilmiştir. Uygulamalar sonunda öğretmen adayları, kübik denklemleri çözerken kullandıkları yolun, Omer Khayyam'ın kullandığı yola benzemediğini fark etmişlerdir. Khayyam'ın kübik eşitlikleri çözerken cebirsel eşitlikler kullanmaması, çözüme çember, parabol ve hiperbolden yararlanarak ulaşması öğretmen adaylarını şaşırtmıştır. Sonuç olarak üzerinde çalıştıkları örnek durumlarla birlikte öğretmen adayları, matematiğin tarihsel gelişim sürecinde farklı düşüncelerin, yaklaşımların ve çözümlerin matematiğin gelişiminde nasıl rol oynadığını fark etmişlerdir. Araştırmacılar bu durumun öğretmen adaylarının matematiğin doğasına yönelik inançları üzerinde de etkisinin olduğunu ifade etmişlerdir.

Charalambous vd (2009), MT içerikli hazırlanan bir programın, öğretmen adaylarının matematiğe yönelik inançlarında ve tutumlarında nasıl bir değişime yol açtığını araştırmışlardır. Çalışma kapsamında yürütülen hazırlık programı, Kıbrıs Üniversitesinde on yıldan fazla süredir uygulanmaktadır. İlköğretim matematik konularının çoğu tarihsel bir kökene sahip olduğundan, bu programın temel amacının; matematiğin gelişim sürecini öğretmek, öğretmen adaylarının ilgilerini, motivasyonlarını arttırmak ve matematiğin insan ürünü, gelişen ve değişen bir yapıya sahip olduğunu göstermek olduğu vurgulanmıştır. İki adet dönemlik dersi içeren bu program, öğretmenlerin bilişsel yönden gelişimlerine değil, öğretmeye, öğrenmeye ve matematiğe yönelik tutumlarındaki ve inançlarındaki gelişimlere odaklanmaktadır. Her bir ders on üç hafta sürmekte ve beşer üniteden oluşmaktadır. İlk ünite, Eski Yunan öncesi döneme odaklanmış, öğretmenlerin sayı sisteminin gelişimini ve yapısını anlamalarına yardımcı olmak amacıyla hazırlanmıştır. İkinci ünite, matematikteki ispat anlayışı üzerine odaklanmıştır. Üçüncü ünite, tarihten alınmış üç problem üzerine odaklanmış, öğretmenlerin problem çözmeye yönelik inançlarını değiştirmek amacıyla hazırlanmıştır. Dördüncü ünite, Euclid geometrisini içermekte ve matematiğin üst üste yığılmalı bir bilim olduğunu göstermeyi, son ünite ise matematiğin günlük hayat problemlerine nasıl çözüm bulabilmek için kullanıldığını göstermeyi amaçlamaktadır. İkinci dersin ilk ünitesi limit ve analiz kavramlarının kökenleri üzerine, ikinci ünite Euclid dışı geometri üzerine odaklanmıştır. İkinci ünitenin amacı matematiğin sadece yığılmalı, var olan bilgiler üzerine kurulan bir bilim olmadığını, matematikteki bazı bilgilerin çürütülebileceğini göstermektir. Kalan üç ünitenin amacı ilk dersin ünitelerinin amaçları ile örtüşmektedir. Çalışmaya 94 öğrenci alınmış, üniversite giriş sınavında matematik testine katılmış olan 52 öğrenci birinci gruba, matematik testine katılmamış olan 42 öğrenci ikinci gruba atanmıştır. Katılımcıların, inançlarındaki değişimi değerlendirmek için Ernest'ın epistemolojik inanç modeline giren kategoriler dikkate alınarak hazırlanan 11 maddelik ölçek, her dersin başında ve sonunda kullanılmıştır. Katılımcıların, tutum ve öz-yeterlik inançlarını değerlendirmek için 21 maddelik ölçek, benzer şekilde her dersin başında ve sonunda uygulanmıştır. Ayrıca, çalışmada deney ve kontrol gruplarından üçer öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılarak nicel veriler, nitel verilerle desteklenmeye çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının inançlarındaki değişimi belirlemek için yapılan tekrarlı ölçümler için Manova testinden elde edilen bulgulara göre, matematiğe yönelik formalist inançta bir artış olurken, 2. grup için bu artış anlamlı bulunmuştur. Matematiğe yönelik platonist inançta ise belirgin bir düşüş görülmüştür. Bu düşüş her iki grup içinde anlamlı bulunmuştur. Deneyselci inançta da benzer şekilde ilk duruma göre her iki grup için de anlamlı bir düşüşün olduğu tespit edilmiştir. Birinci grupta bulunan öğrencilerin deneysel inanç puan ortalamaları, ikinci gruptaki öğrencilerin ortalamalarına göre daha yüksek bulunmuştur. Matematiğe yönelik tutum açısından bakıldığında ise her iki grubunda tutumlarında bir düşüş olduğu ancak bu düşüşün 2. grup için anlamlı bir farklılığa yol açtığı ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının kişisel öz yeterlik inançlarının eğitim öncesi ve sonrasında anlamlı şekilde değişmediği görülmüştür. Mülakatlara katılan Nicole ve Dina isimli öğrenciler, önceden matematiği kurallara dayalı ve sadece formüller yoluyla problemlerin çözülebileceği bir ders olarak gördüklerini ancak uygulanan program sayesinde bu düşüncelerinin değiştiğini ifade etmişlerdir. Nicole, önceden 1+1 sonucunun 2 olduğunu düşündüğünü, yine sonucun aynı olduğunu düşündüğünü ancak, sonuca ulaşmada farklı yolların olabileceğini bu program sayesinde öğrendiğini ifade etmiştir. Barbara, Euclid dışı geometri konusunun, farklı matematiksel fikirlerin kullanımının, farklı devirler boyunca çeşitlilik gösterdiğini anlamalarında yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Ellen ise programın matematiğin gelişen yapısını görmelerinde kendilerine yardımcı olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarının nasıl değiştiğine yönelik toplanan nitel veriler nicel verileri doğrulamıştır. Öğrenciler program içerisinde uygulanan konulara yönelik olumsuz tutum geliştirmişlerdir. Araştırmacılar, öğrencilerin olumsuz tutum geliştirmelerinin nedenlerini, kurs içeriğinin zor olması, sınav kaygısı ve öğrendikleri konuların ilköğretim kademesinde uygulanabilir olarak görmemeleri nedenleri ile açıklamışlardır.

Jankvist (2009a) tez çalışmasında tarihin amaç olarak kullanımına yönelik bir araştırma yürütmüştür. Danimarka'da Eğitim Bakanlığının atadığı bir komite tarafından yayımlanan “Matematik öğrenme ve yeterlikleri” isimli proje raporunda tarihin araç olarak kullanımından ziyade, amaç olarak kullanımına odaklanılmıştır. Raporda, matematiğin tarihsel gelişim sürecini anlamak için, çoklu keşifler veya icatların, matematiğin gelişimi üzerinde etkisi olan iç ve dış güçlerin (iner and outer driving forces), araştırma aşamasındaki nesnelerin (epistemic object) ve bu nesnelerin araştırmasında kullanılan matematiksel araçların (epistemic techniques) öğrenciler tarafından anlaşılmasına vurgu yapılmaktadır. Araştırmacı tarafından yukarıda belirtilenler dikkate alınarak, hata düzeltme kodlarının tarihi ve RSA açık anahtarlı şifrelemenin tarihi isimli iki öğretim modülü hazırlanmıştır. Hata düzeltme kodları modülünde, birbirlerine cep telefonundan mesaj atan iki kişi konuya giriş alıştırması olarak öğrencilere verilmiştir. Ardından öğrencilere ikili sayılar ve gösterimleri tanıtılmış, hata düzeltme kodları teorisi; modern gösterimler kullanılarak hata düzeltme kodlarının doğuşu, tarihi ve matematiksel kavramlar ile birlikte öğrencilere açıklanmıştır. Bu esnada hata düzeltme kodlarının pratik uygulamaları öğrenme ortamında öğrenciler arasında tartışılmıştır. RSA açık anahtarlı şifreleme modülünde, öğrencilere ilk şifreleme algoritmalarından kabul edilen Sezar şifreleme algoritması, Diffie ve Hellman’ın 1976 yılında ortaya koydukları iki farklı anahtara dayalı şifreleme sistemi ve bunların matematik ile ilişkisi tanıtılarak, tartışma ortamı yaratılmaya çalışılmıştır. Ardından sayı teorisine (Asal sayılar, Euclid algoritması, Temel aritmetik teoremi) ve asimetrik (RSA) algoritmanın doğruluğunu ispatlamak için kullanılan tarihsel teoremlere giriş yapılmıştır. Uygulama, 23 kişilik üniversite öğrencileri üzerinde, sınıf öğretmeni ile işbirliği yapılarak yürütülmüştür. Veriler, öğrencilere verilen ödevler, odak grup görüşmesi, öğrencilerin matematik alıştırmalarına verdikleri cevaplar, öğretmenin uygulama yaptığı sırada alınan video kayıtları, uygulama öncesinde, uygulama sırasında ve uygulama sonunda öğrencilere verilen anketlerle toplanmıştır. Anket soruları, tarihsel, sosyolojik ve epistemolojik konuları içermektedir. Uygulanan ikinci anket içerisindeki “Hamming ve Golay kodları keşif midir? Yoksa icat mıdır?” sorusu epistemolojik odaklı, birinci ve dördüncü ankette sorulan “Matematiksel bilgiler ders kitaplarına ne zaman girdi” sorusu ise matematiğin gelişimine ve tarihine odaklı bir sorudur. Yazılı ödevler, temel ödev ve üçer adet destekleyici ödev olarak verilmiştir. Temel ödev, verilen tarihi durumun iki temasına odaklanmıştır. Odaklanılan ilk şey, “ne zaman ne oldu”, “kim ne yaptı” soruları üzerinedir. İkinci şey ise, “Niçin ve Nasıl böyle bir gelişme meydana geldi” sorusu üzerinedir. Destekleyici ödevler ise matematiğin meta konularıyla ilgilidir. Destekleyici ödevlerin içeriği, orijinal metinlerin okunması, matematiğin gelişimi üzerinde etkisi olan iç ve dış güçler, araştırma aşamasındaki nesneler, bu nesnelerin araştırmasında kullanılan matematiksel araçlar, çoklu keşifler veya icatlar üzerine odaklanmaktadır. Çalışma sonunda öğrenciler matematiğe yönelik sahip oldukları inançlarını derin ve kapsamlı örneklerle destekleyebilmişlerdir.

Liu (2009), tarihsel yaklaşımla yapılan ve bir yıl boyunca devam eden cebir dersinde Tayvanlı lise öğrencilerinin epistemolojik inançlarındaki değişimi incelemiştir. Araştırmada, araştırmacı aynı zamanda öğretimi gerçekleştiren kişi rolüne sahiptir. Araştırmacı, geçerlik ve güvenirliğin sağlanmasında, öğretim ortamında vuku bulan dikkate değer öğrenci davranışlarını ve öğretim sürecini günlüğüne yazmıştır. Ders içeriğini, tarihsel problemler ve eski matematikçilerin problem çözme yaklaşımları oluşturmaktadır. Başlangıçta, limit kavramına giriş yapılmak yerine, öğrencilerden geçmiş bilgilerini kullanarak "πr^2" dairenin alan kuralını açıklamaları ve ispatlamaları istenmiştir. Ardından Arşimet, Seki Kowa ve Liu Hui'nin dairenin alanını bulmak için kullandıkları yollar öğrencilere tanıtılmıştır. Matematikçilerinde hata yapabileceklerini öğrencilere göstermek amacıyla, 17. ve 18. yüzyıllarda matematikçilerin üzerinde düşündüğü ve yanlış sonuçlara ulaştıkları "1-1+1-1+1-1+1-1+…" ıraksak serisinin toplamı sorusu sınıf ortamına getirilmiştir. Üç farklı matematikçi tarafından farklı düşünce biçimleriyle yapılan yanlış çözümler öğrencilere gösterilerek, öğrencilerin doğru olan çözümü seçmeleri istenmiştir. Ayrıca öğrencilerin üst düzey düşünme ve iletişim becerilerini arttırmak için, Napier logaritması ve Leibniz'in çekme eğrisi problemi kullanılmıştır. Veri toplama araçları olarak, öğrencilerin matematik özgeçmişleri, açık uçlu sorular, mülakatlar ve öğrencilerin sınıf içi raporları kullanılmıştır. Öğrencilerin matematik özgeçmişleri, matematikle ilgili geçmiş öğrenme alt yapıları hakkında bilgi sağlamak için kullanılmıştır. On iki açık uçlu soru, birinci dönemin başında, birinci dönemin sonunda ve ikinci dönemin sonunda olmak üzere üç kez uygulanarak, öğrencilerin epistemolojik inançlarındaki değişim belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin yazılı cevaplarının geçerliğini kontrol etmek ve öğrencilerden daha kapsamlı veriler almak için açık uçlu soru formunun uygulanmasının ardından öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır. Çalışma grubunun seçiminde öncelikle kırk iki öğrenci, açık uçlu sorulara yanıtlar vermiş ve matematik ile ilgili düşüncelerini yazmışlardır. Yazılı cevapların analizi sonucu seçilen yedi öğrenci ile mülakatlar yapılarak, matematiği mantık tabanlı olarak, matematiksel düşünmeyi diyalektik bir süreç olarak gören üç öğrenci A grubu olarak belirlenmiştir. Matematiği sayılar ve hesaplamalardan ve matematiksel düşünmeyi, kural ve formüllerin kullanıldığı bir süreç olarak gören dört öğrenci ise B grubu olarak alınmıştır. A ve B grubundaki öğrencilerin inançlarındaki değişimi daha açık bir şekilde belirleyebilmek için derslerin tümdengelimci bir tarzda yürütüldüğü başka bir cebir sınıfından rastgele dört öğrenci seçilerek, C grubu oluşturulmuştur. Tarihsel yaklaşıma dayalı olarak derslerin yürütüldüğü gruplardaki öğrencilerin, matematiğe yönelik epistemolojik inançlarında anlamlı değişimler meydana gelmiştir. Tarihsel yaklaşıma dayalı yapılan dersler sonunda, A ve B grubundaki yedi öğrenciden toplanan verilerin analiz edilmesi sonucu, matematiksel bilgi ile ilgili görüşleri, enstrümentalist, dinamik, yaratıcı ve kesinlik temaları başlığı altında toplanmıştır. Başlangıçta tüm öğrenciler matematiğin pratik ihtiyaçlardan doğduğunu, sayılar, hesaplamalar ve semboller içerdiğini düşünmektedirler. Öğrencilerin bu düşüncesinin uygulama sonunda değişmediği görülmüştür. Uygulamalardan önce matematiği kural, formül ve sembol olarak gören B grubu öğrencilerinden, Pei ve Shuan isimli öğrencilerin inançları uygulama sonunda değişmezken, Wen ve Yang isimli öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrenciler, ev ödevi olarak verilen tarihsel problemlerin çözümünde sezgisel ve yaratıcı düşünmenin gerekli olduğunu ifade etmişlerdir. Kural ve formüllere ise gerek olmadığını belirtmişlerdir. Yaratıcılık teması ile ilgili olarak B grubu öğrencilerinde uygulama sonunda olumlu gelişmeler olmuş, ancak bu gelişmeler yüzeysel kalmıştır. B grubu öğrencileri düşüncelerini destekleyici örnekler ortaya koyamamışlardır. Shun, yaratıcılığı, bir problemi “kısa yoldan çözme” ve “problem çözümlerinde alternatif, farklı yollara başvurma” olarak ifade etmiştir. Yang ve Wen ise kendilerine verilen problemlerin çözümlerini yapmak için yaratıcılığın gerekli olduğunu, kurallara ve formüllere gerek olmadığını ifade etmişlerdir. A grubu öğrencileri ise B grubu öğrencilerinden farklı olarak düşüncelerini örneklerle açıklamışlardır. Doğu ve Batı kültürü matematikçilerinin kürenin hacmini bulurken yaratıcılıklarını kullandıklarını vurgulamışlardır. Kesinlik teması altında ise A grubundaki Chung ve Wei isimli iki öğrenci, uygulamalar öncesi matematiksel bilginin keşfedilmiş ve kesin olduğunu, Tung isimli öğrenci ise bilimsel teoriler gibi matematiğinde deneysel yolla icat edildiğini savunmaktadır. Uygulamalar sonunda Tung isimli öğrenci matematiğin yanlışlanabilir olduğu yönündeki inancını korumuştur. Chung ve Wei isimli öğrencilerin inançları, keşif ve icat yönünde karma bir nitelik kazanmıştır. Yapılan uygulamalar öğrencilerin problem çözme stratejilerini geliştirmesinin yanında, matematiksel düşünmenin ne olduğu ile ilgili düşüncelerini de olgunlaştırmıştır.

Nataraj ve Thomas (2009), basamaklı sayı sisteminin yapısının ve büyük sayıların, sayı sistemlerinin ve büyük sayıların tarihsel gelişim sürecine dayalı olarak somut modellerle öğretilmesinin öğrenciler üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Öğrencilerin basamaklı sayı sisteminin yapısı hakkında yaşadığı zorlukları yaptıkları ön-test ile belirleyerek, bu durumun öğrencilerdeki sayı hissinin gelişiminde, aritmetik ve cebirsel işlemleri yapmada sıkıntılara yol açtığını ifade etmişlerdir. Her bir öğrencinin matematiksel gelişiminin, matematiksel bir kavramın gelişimi ile paralellik taşıdığı dikkate alınarak etkinlikler hazırlanmıştır. Özel durum çalışması yedinci sınıfta okuyan 27 öğrenci ile yürütülmüştür. Etkinlik temelinde yürütülen çalışmanın ilk aşamasında öğrencilerden kendilerinin bir sayı sistemi yaratmaları istenmiştir. Ardından öğrencilerin basamaklı sayı sisteminin yapısı ile ilgili ön bilgilerini belirlemek için bir ön-test uygulanmıştır. Yazılı cevap gerektiren ön testin uygulanmasından sonra, altmış dakikalık beş ders sürecinde ilkel insanlarda, Eski Mısırda, Babillilerde, Romalılarda, Eski Yunanda, Mayalılarda ve Hint kültüründeki sayı sistemlerinin özellikleri üzerine çalışmışlar ve modern sayı sistemlerine çevirmişlerdir. Son olarak, öğrenciler büyük sayıları; sayı sistemlerinin gelişim aşamalarına dayalı olarak, çubuklarla ve destelerle göstermişlerdir. Uygulamalar sonunda son test yapılarak öğrencilerin ön test puanlarına göre gelişim düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Uygulamalar sonunda bir öğrenci dışında tüm öğrencilerin onluk sayı sisteminin ve basamaklı sayı sisteminin genel yapısını genelleyebildikleri ve kavradıkları ortaya çıkmıştır. Bir öğrenci dışındaki tüm öğrenciler büyük sayılara değişik biçimlerde örnekler yazabilmişlerdir. Ayrıca iki öğrenci dışında, tüm öğrenciler çubuklarla sayıları göstermeyi eğlenceli ve kolay bulmuşlardır.

Bellomo ve Wertheimer (2010), MT'nin kullanımının öğrencilerin başarıları üzerindeki etkisini belirlemek için deneysel bir çalışma yürütmüşlerdir. Benzer demografik özelliklere sahip iki Cebir sınıfı deney ve kontrol grubu olarak seçilmiştir. Uygulamalar yirmi yedi hafta sürmüştür. Deney grubu üzerinde yapılan öğretim, MT ile desteklenerek, kontrol grubu üzerinde ise müfredata bağlı kalınarak yürütülmüştür. Etkinliklerin hazırlanmasında, müfredattaki kazanımlar ve müfredattaki konuların tarih destekli verilip verilemeyeceği dikkate alınmıştır. Uygulama başında, dönem sonunda ve uygulama sonunda yapılan test puanlarına göre, MT'nin kullanıldığı deney grubu öğrencilerinin başarıları ile kontrol grubu öğrencilerinin başarıları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Araştırmacı, öğretime MT'nin dâhil edilmesinin önemli bir öğretim uygulaması olduğunu ifade etmiştir. Bunun nedenlerini, öğrencilerin tarihsel konulara ilgi duymalarıyla ve öğretmenin ise bu stratejiyi kullanırken ilgisinin daha fazla olmasıyla açıklamıştır.

Haverhals ve Roscoe (2010), sekantın integralinin öğretiminde tarihsel yaklaşıma dayalı bir ders organize etmişlerdir. Sekantın integrali, merkator dünya haritasının gelişiminde önemli bir role sahiptir. Çalışmada tarihsel yaklaşıma dayalı yürütülen ders etkinliklerinin öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimleri üzerindeki yansımaları ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Bunun yanında Siu (2007) tarafından ortaya koyulan, öğretim ortamında MT'nin kullanımını engelleyici faktörler, çalışmadan elde edilen bulgular ve literatüre dayalı olarak tartışılmıştır. Araştırmacılar, Siu (2007) tarafından ifade edilen on altı engeli, "*felsefi konular*", "öğrenciler", "*biçim*", , "*materyal hazırlama*" kategorileri altında değerlendirmişlerdir. Araştırmacılar, felsefi engeller içerisine, "*Tarihi kullanmaya zamanım yok*", "*Bu, matematik değildir*", "*Matematikte önemli olan zor rutin problemleri yapmaktır*" ve "*Neden matematiğin geçmişine bakma gereği duyalım ki*" maddelerini almışlardır. Araştırmacılar bu görüşlere sahip olan öğretmenlerin, Ernest'ın inanç modeline göre "*enstrümentalist*" görüşe sahip olduklarını ifade etmişlerdir. Araştımacılar, tarihsel yaklaşıma dayalı olarak yürüttükleri derslerin, Ernest'in inanç modelinde "*problem çözme*" görüşünü yansıttığını ifade etmişlerdir. Bu felsefi görüş, matematiğin dinamik, sürekli gelişen, insan emeğinin bir ürünü ve kültürel bir özellik taşıdığını savunmaktadır. Bu görüşe göre, matematik kesin ve değişmez değildir, değişime ve gelişime açıktır. Nitekim araştırmacılar, başlangıçta Mercatorun Haritasını integrali kullanmadan, geometrik inşalarla oluşturduğunu, ilerleyen yıllarda farklı matematikçilerin uğraşıları sonucu sekantın integralinin günümüzde kullanılan şeklini aldığını ifade etmişlerdir. Araştırmacılar sekantın integralinin öğretiminde iki çalışma yaprağı geliştirmişlerdir. Çalışma yapraklarından ilkini öğrencilerin evde yapmaları istenmiştir. İlk çalışma yaprağında, bu tip bir dünya haritasına o dönemde duyulan ihtiyaç ve denizciliğe getirdiği kolaylıklar ifade edilmiştir. İkinci çalışma yaprağı ise sınıf ortamında grupça yapılmış ve sekantın integralinin öğretimi tarihsel bir içerik kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya 9 erkek, 7 bayan toplam 16 üniversite öğrencisi katılmıştır. Uygulamalar sonunda öğrencilerin dördü seçilerek, duyuşsal eğilimlerini ortaya çıkarmak için mülakatlar yapılmıştır. Mülakatlarda öğrencilere, yapılan etkinliğin matematik öğrenmeye yönelik düşüncelerini nasıl değiştirdiği, etkinliklerin geleneksel yapmış oldukları etkinliklere göre nasıl olduğu, tarihsel yaklaşımın matematiği daha anlamlı yapıp yapmadığı tipinde sorular yöneltilmiştir. Öğrenciler, tarihsel yaklaşımın kullanımının zevkli, ilginç ve kullanışlı olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler, integralin kullanımı henüz sistematikleştirilmeden bu şekilde bir haritanın oluşturulmasında, integrale başvurulmasının inanılmaz olduğunu, başvuran insanların ise çok zeki olduklarını ve o dönemdeki insanların integrali günlük hayat durumlarında kullanmalarının büyüleyici ve anlamlı olduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacılar, Siu (2007)'nun, "MT'nin Kullanımının Öğrencilerin öğrenmelerini sağladığını gösteren hiçbir deneysel çalışma yok" şeklindeki ifadesini eleştirmişlerdir. Öğrencilerin konuya karşı ilgisi ve istekli oluşlarının anlamlı ve derin bir öğrenme için ön koşul olduğunu ifade ederek tarihsel yaklaşımın öğrencilerin ilgi ve isteklerini arttırabileceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretimde MT'nin kullanımının daha zengin ve anlamlı bir öğrenme sağlayarak, öğrencilerin notlarının yükselmesinde yardımcı olacağını iddia etmişlerdir.

Huntley ve Flores (2010), ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının, konu alan bilgilerini ve pedagojik alan bilgilerini arttırarak, ileride iyi bir öğretmen olabilmelerini sağlamak amacıyla, öğretmenlere yönelik MT'nin kullanımına dayalı bir kurs tasarlamış ve kursun etkililiğini değerlendirmişlerdir. Kurs üç dönem sürmüştür. İlk dönem, öğretmen adaylarından öğretim ortamına MT'nin neden entegre edilmesi gerektiği ve MT'nin hangi yollarla kullanabileceği konusunda araştırma yapmaları ve MT zaman çizelgesi hazırlamaları istenmiştir. Dönem sonunda öğretmen adaylarının yaptıkları araştırma raporları ve zaman çizelgeleri birleştirilmiş ve öğretmen adayları yaptıkları çalışmalar üzerinde tartışmışlardır. Bir sonraki dönem yapılan uygulamalarda kaynak olarak, tarihsel modülleri (dersler) ve MT'ye dayalı yirmi beş skeçten oluşan bir kitap kullanılmıştır. Skeçler farklı konuları (Pi sayısı, Euclid dışı geometri, İkinci dereceden denklemlerin çözümleri vb.) içermektedir. Öğrenciler öncelikle kendilerine verilen skeçi okumuşlar ve farklı kaynakları kullanarak ilgili konuya geçmişte nasıl yaklaşıldığını, ilgili konunun gelişiminde tarihsel ve kültürel etkilerin neler olduğunu araştırmışlardır. Yaptıkları araştırma ile ilgili olarak üç ile dört sayfalık rapor hazırlayarak, sınıfta yirmi dakikalık sunu yapmışlardır. Ödevin ikinci aşamasında öğrenciler aldıkları konuya katkıda bulunmuş olan bir bilim adamının, hayatı ve yaptığı katkılar üzerine araştırma yapmış, üç dört sayfalık bir skeç hazırlamışlardır. Ödevin son aşamasında öğrenciler aldıkları konuyu okul müfredatıyla ilişkilendirerek bir ders planı hazırlamışlar, sınıfta hazırladıkları planı sunmuşlardır. Uygulamalar sonunda öğrencilerin konu alan bilgilerinin geliştiği ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayları, önceden pi sayısının değerini ezbere biliyorken, uygulamalar sonunda pi sayısının kökenini ve nasıl bulunduğunu Eski Mısır, Babil ve Archimedes'in kullandıkları yöntemler üzerine çalışarak kavramışlardır. Bunun yanında ikinci dereceden denklemlerin çözümü için kullanılan kuralı Ebu Abdullah Muhammed bin Musa el-Harezmi'nin yaptığı çözümde görebilmişler, cebir ve geometri arasındaki alan dönüşümünü kavramışlardır. Öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini gösteren bulgularda ortaya çıkmıştır. Öğretmenler kesirlerde bölme işleminin Dokuz bölüm isimli Eski Çin kitabındaki yolla öğretilmesinin öğrencilerin kesirlerde bölme işlemini daha iyi anlamalarını sağlayacağını belirtmişlerdir. Ayrıca problem çözümlerinde "*yanlışı deneme yolu*", "*tersten gitme yolu*" gibi farklı tekniklerin kullanılmasının öğrencilerin anlamalarını kolaylaştıracağını ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları, kursun matematik öğretmeni olarak gelişmelerinde yararlı olduğunu vurgulamışlardır. Yapılan uygulamalar öğretmen adaylarının alanı öğretme bilgilerinin gelişmesine neden olmuştur.

Karaduman (2010), MT'nin ilköğretim öğrencilerinin matematik başarısı üzerindeki etkisini incelemiştir. Deneysel yöntemin kullanıldığı çalışmada, deney grubu ve kontrol grubu kırk beş öğrenciden oluşmaktadır. Veriler matematik başarı testi ve demografik bilgi formu kullanılarak toplanmıştır. Verilerin analizinde bağımlı t testi ve ki-kare testi kullanılmıştır. Deney ve kontrol grupları üzerinde yapılan uygulamalar sonucu, MT etkinliklerinin kullanıldığı deney grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanları arasında, deney grubu öğrencilerinin başarılarında anlamlı bir artış olurken, kontrol grubu öğrencilerinin son test puan ortalamaları, ön test puan ortalamalarına göre düşmüştür. Yapılan öğretim, deney grubu öğrencilerinin problem çözme yeteneklerini geliştirmiş, öğrencilerin daha iyi anlamaları için zemin hazırlamış, matematiksel ilişkileri kurmalarında öğrencilere yardımcı olmuş ve matematiğin günlük hayat uygulamalarını ortaya koymuştur.

Albayrak (2011), tez çalışmasında MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğe yönelik öz-yeterlik düzeylerindeki ve başarıları üzerindeki etkisini incelemiştir. Çalışmada "ön test-uygulama-son test yarı deneysel yöntem" kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini iki farklı ilköğretim okulunda öğrenim gören toplam 131 öğrenci oluşturmaktadır. Deney grubunda 33 ve 35 öğrenci olmak üzere toplam 68 öğrenci, kontrol grubunda ise 30 ve 33 olmak üzere 63 öğrenci bulunmaktadır. Çalışmada nicel ve nitel veriler toplanmıştır. Nicel veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen başarı testi ve Umay (2001) tarafından geliştirilen öz-yeterlik ölçeği kullanılarak toplanmış, bağımlı ve bağımsız t testi ile elde edilen bulgular yorumlanmıştır. Elde edilen bulgular, uygulama yapılan okullardan birinde deney ve kontrol gruplarının son test sonuçları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farkın olduğunu göstermiştir. Matematik öz yeterlik algısı açısından bakıldığında ise, MT kullanılarak yapılan öğretimin deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir farklılık yaratmadığı görülmüştür. Öğrencilerin genelinin MT ile ilgili hatırladıkları konular deney grubunda Atatürk'ün Geometri isimli çalışması (%36-%42,85) ve Pisagor (%51,51-%31,42), kontrol grubunda ise benzer şekilde Atatürk'ün Geometri isimli çalışması (%43,33-%33,33) ve Pisagor (%26,66-%30,30) olmuştur. Deney grubundaki (%30,30-%42,85) öğrenci ile kontrol grubundaki (%36,66-%36,36) öğrenci bu soruya cevap verememişlerdir. Deney grubundaki öğrencilerin (%41,21-%45,7)'si MT ile yapılan öğretimi ilginç, (%69,3-%64,2)'si ise eğlenceli bulmuşlardır. Öğrencilerin (%37,2-%52,8)'si ise MT ile yapılan öğretimin konunun daha iyi anlaşılmasını sağladığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin MT kullanılarak yapılan öğretim ile ilgili hoşlarına gitmen yönler ve nedenleri nelerdir sorusuna verdikleri cevaplardan çıkarılan kategoriler, uzun sorular (%18,18-%14,2), sevmedim (%21,21-%14,2), çok fazla formül olması (%9,09-%8,5) ve sıkıcı olması (%9,09-%11,4) şeklindedir. Bundan sonraki öğretime MT ilave edilmeli mi sorusuna verilen cevaplardan ortaya çıkan kategoriler, (%12,12-%14,2)'si evet, (%33,3-%42,8)'i zevkliydi, (%41,21-%48,5)'i konuyu daha iyi anlamamı sağladı, (%24,24-%25,7) konunun tarihi ve kökenini öğrenmemi sağladı şeklinde olmuştur. MT kullanılarak işlenen derslerin şimdiye kadar işlediğiniz derslerden farklı yönleri nelerdi sorusundan; etkinlik yapma (%50-%66,6), konuyu tarih ile öğrenme (%83,3-%76,6), zevkliydi (%66,6-%50), görsellik (%66,6-%50), konuyu daha iyi anlaşılabilir kılma (%16,6-%33,3), öğretmen etkisi (%33,3-%30,3) kategorileri elde edilmiştir. Bu tip bir dersin matematik öğrenmeniz ve matematik hakkındaki düşünceleriniz üzerinde nasıl bir etkisi oldu sorusundan; kalıcı bilgi (%50-%33,3), zevkli (%50-%83,3), daha iyi anlama (%50-%50) ve zor, sıkıcı (%16,6-

%16,6) kategorileri elde edilmiştir. Nitel veri sonuçları, deney grubu öğrencilerinin MT'nin kullanıldığı dersler hakkında genellikle olumlu bildirimlerde bulunduklarını göstermiştir.

Horton (2011) ve Horton ve Panasuk (2011), lise matematik öğretmenlerinin matematiğin doğasına yönelik inançları ile derslerinde MT'ye yer verip vermemeleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Veriler 337 öğretmenden ölçek kullanılarak toplanmıştır. Öğretmenlerin matematiğin doğasına yönelik inançları mutlakçı ve yarı deneyselci olarak gruplandırılmıştır. Elde edilen bulgulara göre 133 öğretmen derslerinde MT'yi kullanmadıklarını belirtmişlerdir. MT'ye öğretimlerinde yer vermeyen öğretmenlerin yarı deneyselci kategorisindeki ortalamaları 3.95, MT'yi öğretimlerinde kullanan öğretmenlerin ise yarı deneyselci kategorisindeki ortalamaları 4.19 olarak bulunmuştur. MT'ye öğretimlerinde yer vermeyen öğretmenlerin mutlakçı kategorisindeki ortalamaları 3.13, MT'yi öğretimlerinde kullanan öğretmenlerin mutlakçı kategorisindeki ortalamaları 2.99 olarak bulunmuştur. Araştırmadan elde edilen bulgular, öğretmenin matematiğin doğasına yönelik inancının MT'ye derslerinde yer verip vermeyeceklerini etkilediğini ortaya koymuştur. Matematiğin doğasına yönelik inancı mutlakçı olan öğretmenlerin, yarı deneyselci inanışa sahip öğretmenlere göre MT'ye derslerinde daha az yer verdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Lim (2011), MT'nin kullanımının lise öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ve başarılarına etkisini araştırmıştır. Çalışmasında deneysel yöntem kullanılmıştır. Deney gurubunu 51, kontrol grubunu ise 52 on birinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrenci tutumları zevk alma, motivasyon, öz-yeterlilik ve değer verme boyutlarından oluşan tutum ölçeği ile ölçülmüştür. Öğrencilerin başarıları ise zorluk düzeyi eşit üç testle belirlenmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre deney grubu öğrencilerinin tutumlarının belirgin şekilde kontrol grubu öğrencilerine göre arttığı ortaya çıkmıştır. Başarı açısından değerlendirildiğinde ise üç başarı testinde de deney grubu öğrencilerinin ortalamaları kontrol grubu öğrencilerine göre yüksek bulunmuştur. Bulunan sonuç istatistiksel açıdan anlamlı çıkmıştır. Araştırmacılar, bulunan sonuçlara göre MT'nin öğrenme ortamında kullanımını önermişlerdir. Ponza (1998), yedinci sınıf öğrencileri üzerinde yürüttüğü nitel çalışmada, öğrencilerin Fransız matematikçilerin hayatları hakkında projeler hazırlamalarının, matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde arttırdığını tespit etmiştir. Diğer nitel çalışmada Dittrich (1973), matematikçilerin hayat hikâyelerinin ve tarihsel kaynakların derslere dâhil edilmesinin 11. ve 12. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik ilgilerini arttırdığını ortaya koymuştur. Bu iki nitel çalışma tarihsel içeriğin derslerde kullanımı ile öğrenci tutumları arasında pozitif yönde bir ilişkinin olduğunu göstermiştir.

Özdemir, Göktepe ve Kepçeoğlu (2012), çalışmalarında 11. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat yeteneklerini güçlendirmek için MT'yi kullanmışlardır. Çalışmada Eski

Mısırdaki, Eski Çindeki ve Babildeki insanların piramitlerin hacmini bulmak için kullandıkları “kesip parçalara ayırma yolunu” lise öğrencilerinin uygulamaları amaçlanmıştır. Uygulamalar sonunda öğrencilere yedi adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Uygulamaları sevdiniz mi sorusuna tüm öğrenciler faydalıydı yanıtını vermişlerdir. Öğrenciler günlük hayatta matematiğin kullanıldığını gördüklerini, eski medeniyetler hakkında bilgi sahibi olduklarını, matematiksel muhakeme yeteneği kazandıklarını ifade etmişlerdir.

Bayam (2012; 2013) çalışmasında MT içerikli etkinliklerle ilgili uygulamalara katılan 24 altıncı sınıf öğrencisinden 13’ünün görüşlerini almıştır. Öğrencilere MT içerikli performans görevleri verilmiş ve öğrencilerin çalışmaları araştırmacı tarafından geliştirilmiş rubricle değerlendirilmiştir. Performans görevi olarak öğrencilerden, ünlü bir matematikçiyi şarkı veya şiirle anlatması, matematiksel bir icat veya keşifle ilgili drama hazırlamaları, bir konunun tarihsel gelişimi veya matematikçi hakkında poster hazırlamaları istenmiştir. Uygulamalar kapsamında araştırılan matematik bilginlendirinden bazıları Khayyam, Ali Kuşçu, Uluğ Bey, Pascal, Cauchy, Fermat, Euclid, Thales, Biruni, Pythagoras, Descartes’tir. Uygulamalar 4 hafta sürmüştür. Uygumalar kapsamında öğrenciler matematik bilginlerinin hayatlarını araştırmışlar, şarkılar ve şiirler yazmışlar, sunu yapmışlar ve drama gösterisi sunmuşlardır. Uygulamalar sonunda öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar öğrencilerin duyuşsal ve bilişsel yönden gelişim gösterdiklerini ortaya koymuştur. Duyuşsal boyut açısından bakıldığından öğrencilerden 84 cevabın 80’i olumlu, 4’ü olumsuz bulunmuştur. “Matematik bilginlerinin hayat hikâyelerini öğrenmekten hoşlandım (11)” ve “Şiir, şarkı ve drama kullanmak hoşuma gitti (25)” en sık verilen cevaplar olmuştur. Bilişsel boyut açısından bakıldığında toplam 50 cevaptan 49’u olumlu 1’i olumsuz bulunmuştur. “Daha iyi öğrenmemi sağladı (19)” ve “dersi daha kolay hale getirdi (16)” en sık verilen cevaplardır. Uygulamalar sonunda sadece 1 öğrencinin öğrenmeme etki etmedi cevabını verdiği görülmüştür.

Başıbüyük (2012) tez çalışmasında kareköklü sayıların yaklaşık değerlerini bulmak için kullanılan, İbrahim Hakkı’nın kullanmış olduğu yöntemi, Babil yöntemini ve MEB ders kitaplarında yer alan yöntemin öğrenci başarısına etkilerini karşılaştırmıştır. Ayrıca Matematik tarihinden faydalanılarak öğretim yapılan gruplardaki öğrencilerin matematik derslerinde matematik tarihinin kullanılmasına yönelik tutumlarını belirlemeye çalışmıştır. Uygulamalar 4 hafta sürecinde 77 meslek yüksekokulu öğrencisi üzerinde yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak bilgi testi kullanılmıştır. Bilgi testi uygulamalar öncesinde ve sonrasında kullanılmıştır. Öğrencilerin MT’nin kullanımına yönelik tutumlarını belirlemek için Bütüner ve Baki (2011) tarafından geliştirilmiş tutum ölçeği kullanılmıştır. Uygulamanın ikinci kısmında İbrahim Hakkının kullandığı yöntemin uygulandığı grup ile

Babil yönteminin uygulandığı grup deney grubu olarak belirlenmiştir. Uygulama sonrasında elde edilen verilerin analizi yapıldığında, İbrahim Hakkının kullanmış olduğu yöntemin uygulandığı gruptaki başarı ile MEB ders kitabında bulunan yöntemin uygulandığı grup arasında anlamlı bir fark oluşmuştur. Babil yönteminin uygulandığı grup ile MEB grubu arasında bir fark olmasına rağmen bu fark anlamlı bulunmamıştır. Uygulamanın ikinci kısmında birleştirilen ve deney grubu olarak değerlendirilen Babil grubu ile İbrahim Hakkı grubunun tutum puanlarının kontrol grubundaki MEB grubuna göre daha yüksek olduğu belirlenmiş ve grupların tutum puanları arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır.

Panasuk ve Horton (2012), matematik öğretmenlerinin derslerinde MT'yi kullanıp kullanmadıklarını ve bunun nedenlerini araştırmışlardır. Veriler 367 matematik öğretmeninden anket yoluyla toplanmıştır. Ankete katılan 133 öğretmen derslerinde MT'ye yer vermediklerini, 204 öğretmen ise yer verdiklerini belirtmişlerdir. MT'yi derslerinde kullanan öğretmenler, kullanma nedenlerini; öğrencilerin ilgisini ve matematiğe yönelik tutumunu arttıracağı, öğrencilerin matematiksel kavramların tarihi ile ilgili gerçekleri öğrenmekten zevk alacakları, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin gelişimini görmelerini sağlayacağı şeklinde ifade etmişlerdir. Kendilerinin de MT ile yapılan öğretimden zevk aldıkları ve MT'yi önemli gördüklerini vurgulamışlardır. MT'ye derslerinde yer vermeyen öğretmenler ise öncelikli nedenlerini, MT'nin kullanımı konusunda yeterli bilgi ve beceriye sahip olmamaları, kaynak sıkıntısının olması, yeterli zamanın olmaması, öğrencilerin girecekleri sınavlarla ilişkisinin olmaması şeklinde sıralamışlardır. Çalışmada, MT'yi öğrenme ortamında kullanan öğretmenlerin 111'inin MT'nin öğrenme ortamında kullanımı ile ilgili en az bir kez eğitim gördüğü, MT'yi öğrenme ortamından kullanmayan öğretmenlerden ise sadece 50'sinin en az bir defa MT ile ilgili eğitim gördüğü ortaya çıkmıştır.

Gazit (2013), matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının MT ile ilgili bilgi düzeylerini belirlemeye yönelik bir çalışma yürütmüştür. Çalışmaya 29 matematik öğretmeni ve 71 matematik öğretmen adayı katılmıştır. Veriler 10 soruluk çoktan seçmeli bir test ile toplanmıştır. Testin ilk sekiz sorusu matematiğin farklı alanlarında adından söz ettiren bilim adamları ile ilgili sorulardan oluşmuştur. İki soru ise kültürlerin matematiğe olan katkıları ile ilgilidir. Testten elde edilen bulgulara göre testin genelinden ortaya çıkan ortalama başarı %40,1 olmuştur. Gazit, test sonuçlarına göre öğretmen başarısını üç kategoride değerlendirmiştir. İlk kategoriye testin 5. sorusunu almıştır. Düzlem geometrinin temelleri isimli kitabın yazarı kimdir sorusunun başarı oranı %83'tür. İkinci kategoride yer alan testin 1, 2, 3, 4 ve 8. sorularındaki doğru cevap yüzdesi %40-%44 arasında değişmiştir. Katılımcıların neredeyse yarısı sayı sistemimizin kökenini, fibonacci dizisinin ortaya çıkışına neyin sebep olduğunu, kartezyen koordinat sisteminin isminin nerden geldiğini, pisagorun yaşadığı dönemi, basit kesirleri ilk defa kimin kullandığını bilememişlerdir. Üçüncü kategoriye giren 6, 7, 9 ve 10. soruların ise doğru cevap yüzdesi %22-%28 arasında değişmiştir. Katılımcıların, olasılık ilkesinin kimin zamanında ortaya atıldığı, pi sayısının ilk defa hangi matematikçi tarafından hesaplandığı, algoritma sözcüğünün nereden geldiği, doğal sayıları kimin bulduğu konularında bilgi eksikliklerinin olduğu ortaya çıkmıştır.

Yıldız (2013) tez çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerinde ve MT'yi derslerinde kullanımlarında nasıl bir değişim olduğunu belirlemeye çalışmıştır. Hizmetiçi eğitim programı Trabzon merkez ortaokullarında görev yapan 20 ortaokul matematik öğretmenine 2 haftalık bir süreçte uygulanmıştır. Veri toplama araçları olarak 17 maddeden oluşan "matematik öğretiminde MT'nin kullanımına yönelik görüş ölçeği" ile mülakat ve gözlemler kullanılmıştır. Bulgular incelendiğinde, öğretmenlerin matematik öğretiminde MT'nin kullanımına ilişkin ortalama puanlarında hizmetiçi eğitim programından sonra artış olduğu ve öğretim uygulamalarını MT etkinlikleriyle zenginleştirme gayreti içine girdikleri gözlenmiştir.

Yapılan çalışmalarla ilgili daha net bir görüntü sunmak için çalışmaların çalışma grubu, yöntemi ve veri toplama araçları ile ilgili bir tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 5. MT Üzerine Yapılmış Çalışmaların Genel Özeti

Yazar-Yılı	Çalışma Grubu	Yöntem-Veri Toplama Araçları
Fraser; Koop (1978)	Mat.öğrt.	Nicel-(Anket)
Hickman; Kapadia(1983)	Mat.öğrt.	Belirtilmemiş
Bell (1992)	Mat öğrt.	Nicel-(Anket)
Philippou; Christou(1998)	Öğrt.aday	Karma-(Ölçek, Mülakat)
Percival (2004)	Mat.öğrt.	Nitel-(Üçgenleme)
Goodwin(2007)	Öğrt.	Nicel-(Ölçek,Test)
Siu (2007)	Mat.öğrt.	Nicel-(Anket)
Smestad(2008)	Öğrt.	Nitel-Mülahat
Baki; Güven (2009)	Öğrt.aday.	Belirtilmemiş
Charalambous vd. (2009)	Öğrt.aday.	Karma-(Ölçek, Mülakat)
Ho (2008)	Mat.öğrt.	Nicel-(Anket)
Huntley; Flores(2010)	Öğrt.aday	Belirtilmemiş
Horton(2011)	Öğrt.	Nicel-(Anket)
Horton; Panasuk(2011)	Mat öğrt.	Nicel-(Ölçek)
Gazit (2012)	Öğrt –Öğrtaday	Nicel-(Test)
Panasuk, Horton(2012)	Mat.öğrt.	Nicel-(Ölçek)
Yıldız (2013)	Mat.öğrt	Karma-(Ölçek, Mülakat, Gözlem)
Dittrich(1973)	Lise öğrc.	Nitel
Ransom(1991)	Ortaokul öğrc.	Nitel
Ponza(1998)	Ortaokul öğrc.	Nitel
Percival(1999)	Ortaokul öğrc.	Nitel-(Anket, Mülakat, Alan Notu)
Marshall(2000)	Lise öğrc.	Nicel
Dickey (2001)	Ortaokul öğrc.	Nitel-(Üçgenleme)
Lit vd. (2001)	Ortaokul öğrc.	Karma-(Ölçek, Mülakat)
Lawrence (2006)	Ort-lise öğrc.	Nitel-(Alan Notları, Görüş Yazısı)
Leng(2006)	Ortaokul öğrc.	Nicel-(Başarı Testi)
Glaubitz(2007)	Lise öğrc.	Nicel-(Başarı Testi)
İdikut(2007)	Ortaokul öğrc.	Nicel-(Başarı Testi, Ölçek)
Yevdokimov(2007)	Lise öğrc.	Nitel-(Mülakat)
Haile(2008)	Ortaokul öğrc.	Belirtilmemiş
Kaye(2008)	İlkokul öğrc.	Nitel-(Mülakat)
Tözluyurt(2008)	Lise öğrc.	Nitel-(Görüşme Formu)
Liu(2009)	Lise öğrc.	Nitel-(Üçgenleme)
Nataraj; Thomas(2009)	Ortaokul öğrc.	Nicel-(Başarı Testi)
Belloma;Wertheimer(2010)	Lise öğrc.	Nicel-(Başarı Testi-Anket)
Karaduman(2010)	Ortaokul öğrc.	Nicel-(Başarı Testi)
Albayrak(2011)	Ortaokul öğrc.	Nicel-(Ölçekler)
Lim(2011)	Lise öğrc.	Açık uçlu görüş formu
Bayam (2012)	Ortaokul	Nicel-(Başarı testi, tutum ölçeği)
Özdemir vd(2012)	Lise öğrc.	Nitel-Mülakat
Bayam(2013)	Ortaokul öğrc.	Nitel-Mülakat
Jardine(1997)	Lisans öğrc.	Karma-(Anket, Görüş Yazısı)
Mcride,Rollins(1977)	Lisans öğrc.	Nicel-(Ölçek)
Krussel(2000)	Mat lisans öğrc.	Nitel-(Görüş Yazısı)
Awosanya(2001)	Lisans öğrc.	Nicel-(Başarı Testi)
Mayfield(2001)	Lisans öğrc.	Belirtilmemiş
Liu,Niess(2006)	Lisans öğrc.	Nitel-(Açık uçlu soru formu-mülakat)
Ho(2008)	Lisans öğrc.	Nicel-(Anket)
Haverhals,Roscoe(2010)	Lisans öğrc.	Nitel-(Mülakat)
Jankvist(2010)	Lisans öğrc.	Karma-(görüşme,video,anket,ödev)
Başıbüyük (2012)	Lisans öğrc.	Nicel-(Başarı testi, tutum ölçeği)

MT ile ilgili yapılan çalışmalar kapsamında 51 uygulamalı çalışma incelenmiştir. 51 çalışmanın 17 tanesi öğretmenler üzerinde, 34 tanesi ise ilkokul/ortaokul/lise/üniversite öğrencileri üzerinde yürütülmüştür. İncelenen çalışmalarda öğretmenler üzerinde yürütülen çalışmaların 5 tanesi doktora tez çalışmasıdır (Bell, 1992; Percival, 2004; Goodwin, 2007; Horton, 2011; Yıldız, 2013). Öğrenciler üzerine yürütülen çalışmalarda ise 6 adet yüksek lisans çalışması (Percival, 1999; Dickey, 2001; Tözluyurt, 2008; Albayrak, 2011; Bayam, 2012; Başıbüyük, 2012), 2 adet doktora çalışması (Marshall, 2000; Awosanya, 2001) yer almaktadır.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Duyuşsal alanı oluşturan inançlar, tutumlar, duygusal durumlar ve değerler karşılıklı ve döngüsel olarak etkileşim halindedir. Öğrencilerin matematiğe yönelik inançları erken yaşta oluşmaya başlar. Öğrencilerde oluşan matematiğe yönelik derin veya derin olmayan inançlar öğrencilerin gelecek yıllardaki matematik eğitimlerinde kilit role sahip olur. Bunun yanında öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarının doğrudan veya dolaylı yoldan öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını etkilediği ve matematik başarıları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu ortaya koyulmaktadır.

Literatürde MT'nin öğrencilerin tutumları ve öğrenmeye yönelik motivasyonları üzerindeki etkisini (Haverhals ve Roscoe, 2010; Ho, 2008; Jardine, 1997; Lawrence, 2006; Lim, 2011; McBride ve Rollins, 1977; Ransom, 1991), inançları üzerindeki etkisini (Ho, 2008; Kaye, 2008; Krussel, 2000; Liu ve Niess, 2006; Marshall, 2000; Liu, 2009; Percival, 1999) ortaya koyan çalışmalara rastlanmaktadır. Belirtilen çalışmalarda MT'nin öğrencilerin tutumları ve inançları üzerinde olumlu değişimler meydana getirdiği belirlenmiştir.

Ülkemizde yapılan çalışmalarda (Albayrak, 2008; Başıbüyük, 2012; Bayam, 2012; İdikut, 2007; Tözluyurt, 2008), öğrenme öğretme sürecinde MT kullanımının öğrencilerin tutumları ve başarıları üzerindeki etkisini deneysel yöntem kullanarak belirlemeye çalışmışlardır. Kullandıkları etkinliklerin matematikçilerin hayat hikâyelerinin araştırılması, sayı sistemleri arasındaki dönüşümler, farklı kültürlerin kullandıkları aritmetik işlemler veya sadece özel bir konu ile ilgili tarihsel içerik (karekök alma) ile ilgili olduğu anlaşılmaktadır. Çin, Norveç ve Polonya gibi ülkelerde matematik eğitiminin genel amaçları, matematik tarihine yer verme düzeyleri ve biçimleri dikkate alındığında (Fasanelli, 2000; Lakoma, 2000; Smestad, 2000), konu başlangıcında verilen tarihsel kısa notların bu amacı karşılamada yeterli olmadığı söylenebilir. Literatürde sadece matematikçilerin hayat hikâyelerine, resimlerine, yaptıkları çalışmalara yer vermenin yeterli olmadığını savunan araştırmacılar da vardır (Fried, 2001; Swetz, 1997). Fried (2001), matematik tarihinin ekleme stratejisi ile kullanımında, matematik müfredatının içeriğinin değiştirilmediğini, matematikçilerin hayat hikâyeleri, tarihten alınan anekdotlar, problemler vb. aracılığıyla müfredatın kapsamının genişletildiğini vurgulamış, öğrencilere, matematikçilerin resimlerinin, hayat hikâyelerinin gösterilmesinin öğrencileri pasif kıldığını ifade etmiştir. Swetz (1997), matematikçilerin hayatlarını ve yaptıkları çalışmaları ders kitaplarına koymanın içeriğe tarihsel bir bakış açısı kazandırabileceğini ancak bu durumun öğrenmeyi ve kavramların iç yüzünün ortaya çıkarılmasını sağlamayabileceğini vurgulamıştır. Bu yüzden ülkemizde yapılan çalışmalarda MT'nin alternatif kullanım yollarına yer verilmediği görülmektedir.

Yurt içinde yapılan çalışmalarda etkinliklerin hazırlanmasında literatürde MT'nin kullanımına dayalı olarak belirtilen engellerin dikkate alınmadığı da anlaşılmaktadır. Özellikle tarihsel içeriğin konularla uyumlu olması ve etkinlikler hazırlanırken sınava hazırlık yapan öğrencilerin sınav kaygılarının dikkate alınması gerekmektedir. Belirtilen eksikliklere dayalı olarak bu çalışmada etkinlikler MT'nin amaç ve araç olarak kullanımı ve MT'nin kullanımındaki engeller dikkate alınarak hazırlanmaya çalışılmıştır. Ülkemizde MT'nin kullanımı ile ilgili olarak yapılan çalışmaların (Albayrak, 2011; Başıbüyük, 2012; Bayam, 2012; İdikut, 2007; Karaduman, 2010; Tözluyurt, 2008) nicel ağırlıklı olduğu ve çalışmalarda deneysel yöntemin kullanıldığı anlaşılmaktadır. Benzer durum yurt dışında yapılan çalışmalarda da göze çarpmaktadır. Yurt dışında aksiyon araştırmasının kullanıldığı, öğrencilerin tutumlarının ve görüşlerinin alındığı iki çalışmaya (Dickey, 2001; Ho, 2008) rastlanmıştır. Dickey (2001)'in çalışmasında kullandığı etkinlikler, İdikut (2007)'nin kullandığı etkinliklerle benzerlik göstermektedir. Dickey (2001) çalışmasında tarihsel içerik olarak Mısır sayıları, Mısırda çarpma, bölme işlemleri, Babil sayıları ve çarpma işleminde kafes yolunu kullanmıştır. Dikkat edilirse kullanılan tarihsel içeriğin 8. sınıf matematik konularıyla örtüşmediği, öğrencilerin yoğun ve modern matematikten kopuk bir tarihsel içerikle karşı karşıya bırakıldıkları anlaşılmaktadır. Nitekim çalışma sonucunda öğrencilerin kafes yolu dışında kalan etkinlikleri sıkıcı buldukları tespit edilmiştir.

Öğretmenler üzerinde yapılan çalışmalar ise yapılma amacına göre üç kategoride değerlendirilebilir; MT'nin kullanımı ile ilgili öğretmenlere verilen kursların etkililiğini belirlemeye dönük çalışmalar (Bell, 1992; Hickman ve Kapadia, 1983; Huntley ve Flores, 2010; Yıldız, 2013), öğretmenlerin sınıflarında MT'ye yer verip vermeme nedenlerini belirlemeye yönelik çalışmalar (Ho, 2008; Horton, 2011; Horton ve Panasuk, 2011; Panasuk ve Horton, 2012; Siu, 2007;), öğretmenlerin matematik tarihi ile ilgili bilgi düzeylerini belirlemeye dönük çalışmalar (Gazit, 2013; Goodwin, 2007).

Yapılan çalışmalarda MT'ye dayalı hazırlanan kursların öğretmenlerin alan bilgilerinde ve alanı öğretme bilgilerinin gelişmesine neden olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Bell, 1992; Hickman ve Kapadia, 1983; Huntley ve Flores, 2010). Öğretmenlerin MT'ye yer verip vermediklerini ve nedenlerini belirlemek amacıyla yapılan çalışmalar da ise öğretmenlerin MT'yi öğrenme öğretme ortamında kullanmama gerekçeleri, zaman yetersizliği, bilgi beceri eksikliği, kaynak yetersizliği, uygun değerlendirme araçlarının eksikliği olarak ortaya çıkmıştır (Ho, 2008; Siu, 2007). Diğer bir engel ise öğretmenlerin matematiğin doğasına yönelik inançlarıdır. Matematiğin doğasına yönelik mutlakçı inanca sahip öğretmenlerin derslerinde MT'yi kullanmayı tercih etmediği sonucuna ulaşılmıştır (Horton, 2011; Horton ve Panasuk, 2011). Öğretmenlerin MT'ye yönelik bilgi düzeylerini belirlemeye yönelik çalışmalarda ise mutlakçı görüşe sahip olan öğretmenlerin MT bilgi düzeylerinin daha düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Goodwin, 2007). Özetle, öğretmenlerin öğrenme öğretme ortamlarında MT'nin kullanımına, felsefi eğilimleri veya belirttikleri bir takım engeller sebebiyle sıcak bakmadıkları anlaşılmaktadır.

Bu araştırmada aksiyon araştırması yöntemi kullanılmıştır. Etkinlikler 8. sınıf matematik konuları, ilköğretim matematik öğretim programının genel amaçları dikkate alınarak hazırlanmıştır. Etkinliklerin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir. Araştırmacı öğretmen, öğrenme öğretme ortamlarında gözlemler yapmış, öğrenme öğretme ortamlarında neler olup bittiğini, öğrencilerdeki değişimi, öğrencilerin etkinliklere verdikleri tepkileri sürecin başından sonuna kadar gözlemleme şansı bulmuştur. Etkinliklerin uygulama zamanının geniş olması ve süreç içerisinde yapılan gözlemler öğrencilerdeki değişimin sağlıklı şekilde belirlenmesini sağlayan faktörler olarak düşünülmektedir. Uygulamalar sonunda MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme öğretme ortamlarının öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını, matematiğe yönelik tutumlarını nasıl etkilediği ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Uygulanan etkinliklerin MT'nin araç ve amaç olarak kullanımına uygun olup olmadığı, MT'nin kullanımına ilişkin ifade edilen engellerle karşılaşıp karşılaşılmadığı ve engellerden kurtulma yolları tartışılmıştır. Uygulamalar sonucu araştırmacı öğretmenin mesleki gelişiminde meydana gelen değişimler yansıtılmıştır. Özetle bu çalışmanın, ülkemizde MT'nin öğrenme öğretme ortamında öğretmenler tarafından kullanımının yaygınlaşmasına vesile olacağı ve MT'nin öğrenme öğretme ortamında kullanımının daha sağlıklı şekilde yürütülmesinde yardımcı olacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

3. 1. Araştırma Modeli

Araştırmacının aynı zamanda matematik öğretmeni olarak rol aldığı çalışma kapsamında, araştırmacı öğretmen yönteminin kullanılmasının uygun olduğu düşünülmüştür. Aksiyon araştırması, öğretmenlerin kendi sınıflarında yürütebilecekleri sistematik bir araştırma türüdür. Öğretmenler, aksiyon araştırmasını kullanarak, öğretim uygulamalarının niteliğini ve etkililiğini arttırabilirler. İyi organize edilmiş bir aksiyon araştırması, araştırmacının mesleki gelişimine ve öğretmen olarak rolünü daha iyi icra etmesine katkı sağlayabilir (McNiff, Lomax ve Whitehead, 1996).

Mertler (2006), aksiyon araştırmasının oldukça kolay ve açık bir süreç olmasına rağmen bazı eğitim araştırmacıları tarafından yanlış anlaşılabildiğini belirterek, ilgili literatürden ulaştığı sonuçları aşağıdaki şekilde özetlemektedir.

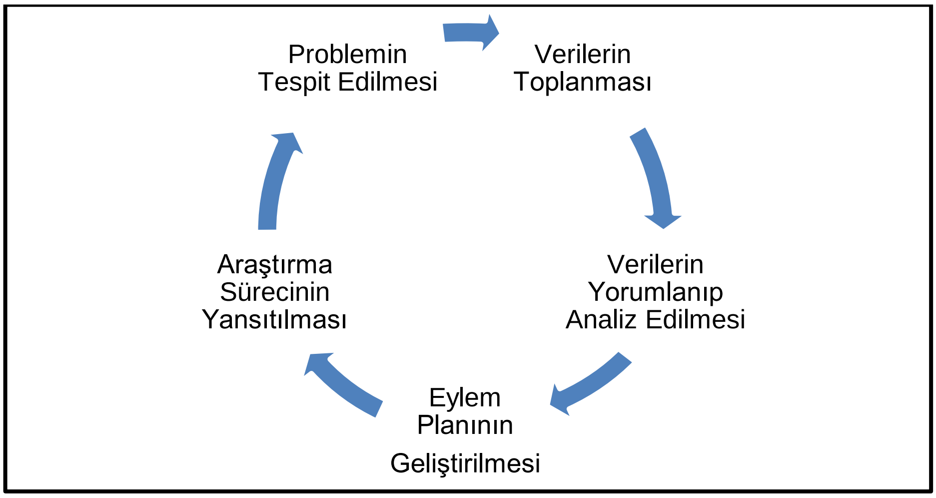
- Aksiyon araştırması, basit bir problem çözme süreci değildir. Problemin belirlenmesi, problemin çözümüne yönelik orijinal fikirlerin ortaya koyularak uygulanması ve uygulamaların eleştirel bir bakış açısıyla yansıtılması sürecini içermektedir. Kısaca aksiyon araştırması, sistemli ve planlı yürütülen bir araştırma sürecidir.
- Aksiyon araştırması, inandırıcı ve güçlü bir araştırma yöntemidir. Çünkü problemi tespit eden ve problemi yaşayan öğretmenler tarafından yürütülür ve birinci elden veriler sunar.
- Aksiyon araştırması, eğitimcilerin birlikte bir problem üzerine tartışarak, birlikte çözüm yolları geliştirip, birlikte uygulamalar yürütmelerine imkân tanıyan katılımcı ve işbirlikçi bir araştırma yöntemidir.
- Aksiyon araştırması, eğitim ortamında problemi tespit eden ve problemi bire bir yaşayan öğretmenlerin yaptığı araştırma türüdür.
- Aksiyon araştırması, eğitimle ilgili problemlere yaratıcı çözümler bulmak için çalışmalar, yeni ürünler ortaya koymaktır. Daha önceden cevabı bulunmuş sorunlar üzerine çalışmak değildir.
- Doğru, yanlış, etkili, etkisiz türünden kesin sonuçlar ortaya koymak, aksiyon araştırmasının birincil amacı değildir. Aksiyon araştırmalarında, problemlerin çözümüne yönelik yapılan uygulamaların etkililiği, uygulamaların nasıl daha iyi bir şekilde yapılabileceği, uygulamalardaki aksaklıklar ve ileride yapılacak uygulamalar için öneriler sunulur. Kısacası, araştırmacı öğretmen uygulama sürecini yansıtır.

- Aksiyon araştırması döngüsel bir yapıya sahiptir. Yapılan bir aksiyon araştırmasında, uygulama sürecindeki aksaklıklar, olumlu ve olumsuz yönler yansıtılarak, ikinci kez yapılabilir.

Yeni bir öğretim yönteminin, stratejinin veya bir uygulamanın etkililiğinin araştırılması, sınıf ortamında yaşanan bir problem veya araştırmacı öğretmenin merak ettiği ve ilgi alanına giren, eğitimle ilgili dikkat çekici bir konu, aksiyon araştırmasının başlangıç noktasıdır (Johnson, 2005). Literatürdeki aksiyon araştırması yönteminin kullanıldığı çalışmaların çıkış noktası bu durumu destekler niteliktedir. Flessner (2009), Gade (2012); Harris ve Peck (2001), Mead ve Maxwell (2010), Watson ve Geest (2005), öğretim ortamında tespit ettikleri bir problem üzerine çalışmışlardır. Edwards (2008); Nixon ve Akerson (2004) ve Raymond ve Leinenbach (2000), yeni bir öğretim yönteminin, stratejinin veya uygulamanın etkililiğini araştırmışlardır. Adams ve Nias (2003) ve Lamaster ve Knop (2004) ise ilgi alanlarına giren ve eğitimle ilgili dikkat çekici bir konu üzerinde çalışmalarını yürütmüşlerdir.

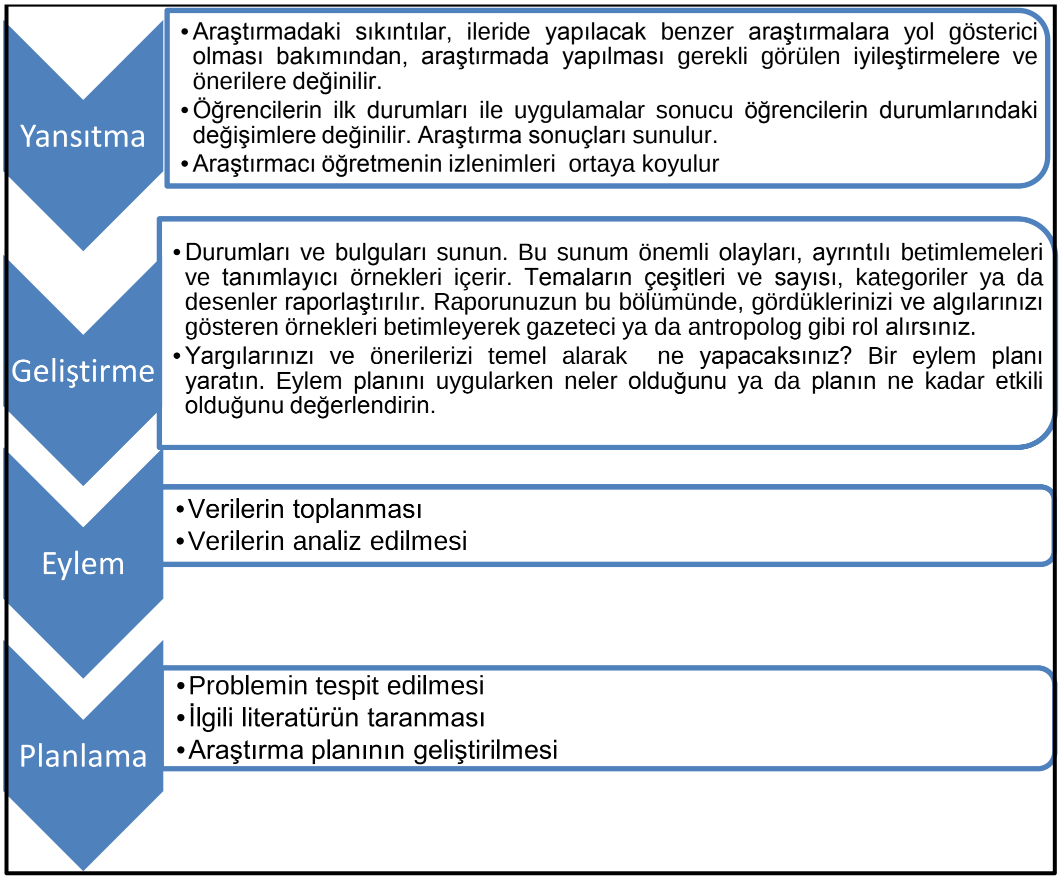
Bu çalışmanın ortaya çıkışının temel sebebi araştırmacı öğretmenin sınıf ortamında tespit ettiği bir problemdir. Araştırmacı öğretmen öğrencilerinin matematiğin doğasına yönelik yanlış inançlara sahip olduklarını ve matematiğe yönelik tutumlarının istenilen düzeyde olmadığını tespit etmiştir. Tespit ettiği bu problemi çözmek için öğrenme öğretme ortamlarında MT'yi kullanmaya karar vermiştir. Araştırmacı öğretmen MT ile doktora eğitimi sırasında aldığı "Matematiksel Kavramların Tarihsel Gelişimi" dersi ile tanışmıştır. MT'yi daha önce derslerinde kullanmamıştır. Dolayısıyla araştırmacı öğretmen MT'nin öğrenme öğretme ortamlarında öğrenciler üzerinde ne tür değişimler meydana getireceğini merak etmektedir. Dolayısıyla çalışmanın ortaya çıkış sebebi yukarıda ifade edilen üç durumuda yansıtmaktadır.

Mills (2003), aksiyon araştırmalarının aşamalarının; "problemin tespit edilmesi", "verilerin toplanması", "verilerin yorumlanıp analiz edilmesi", "eylem planının geliştirilmesi" ve "araştırma sürecinin yansıtılması" olarak beş aşamadan oluştuğunu ifade etmiştir.



Şekil 4. Aksiyon araştırmasının döngüsel yapısı (Mills, 2003)

Mertler (2006) ise "Planlama", "Eylem", "Geliştirme" ve "Yansıtma" olarak dört aşamadan oluştuğunu ifade etmiştir.



Şekil 5. Aksiyon araştırmasının aşamaları (Mertler, 2006)

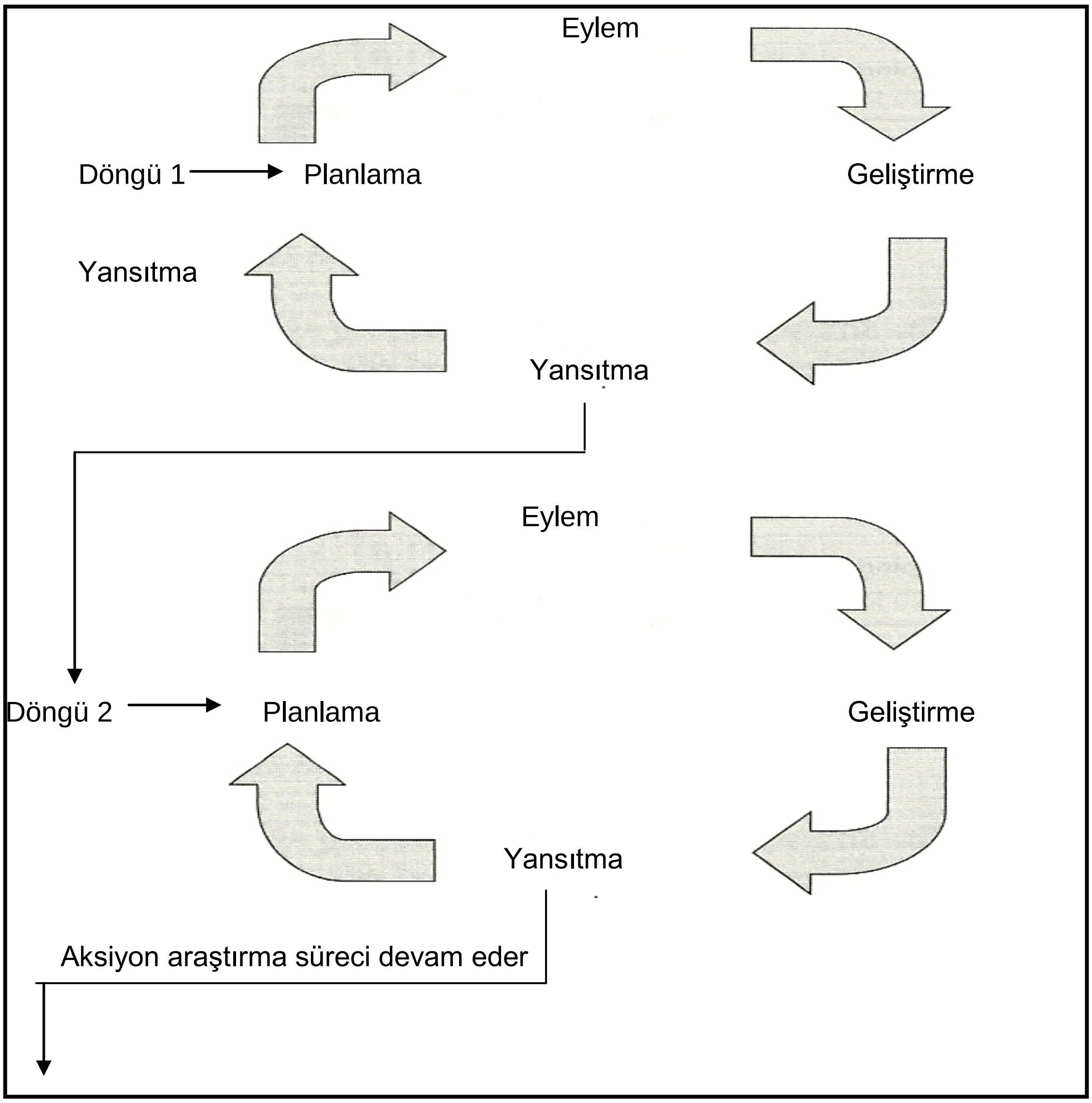
Aksiyon araştırmasının planlama aşaması; problemin tespit edilmesi, ilgili literatürün taranması ve araştırma planının geliştirilmesi adımlarını içermektedir. Problemin tespit edilmesinin ardından problemin çözümü için öğrenme öğretme ortamlarının MT etkinlikleriyle zenginleştirilmesine karar verilmiştir. MT'nin öğrenme öğretme ortamlarına nasıl ve ne amaçla kullanılabileceği ile ilgili teorik makaleler ve kitaplar okunmuştur. MT'nin kullanımının öğrenciler ve öğretmenler üzerinde ne tür değişimler meydana getirdiğini ortaya koyan, genellikle 2000'li yıllardan sonra yayımlanmış olan 50'den fazla çalışmadan faydalanılmıştır. Mertler (2006), kullanılan kaynakların, araştırılan konunun yapısına bağlı olmakla birlikte, son beş yıl içerisinde yayımlanmış çalışmalar olması gerektiğini belirtmiştir. Johnson (2005), yüksek lisans araştırmaları için literatür taramasında en az yirmi beş kaynağın, doktora araştırmalarında ise en az 50 kaynağın kullanımını önermiştir. Literatür taramasında MT'nin kullanımı ile ilgili olumlu görüş bildiren çalışmaların yanında olumsuz görüş rapor eden çalışmalarda dikkate alınmıştır. Schwalbach (2003), literatür taramalarında, eğitim araştırmacısının görüşünü destekleyici görüşleri sunan çalışmaların yanında, zıt görüşleri sunan çalışmaların da bulunup okunması ve araştırma içerisinde kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Araştırma planının geliştirilmesi aşaması; etkinliklerin nasıl hazırlandığı, etkinliklerin hazırlanma amacı, her bir etkinliğin uygulanma süresi, verilerin nasıl ve ne zaman toplandığı, veri analizinin nasıl yapıldığı türünden konuların açıklandığı aşamadır. İlerleyen kısımlarda araştırmanın tasarımı, veri toplama araçları ve veri analizi üzerinde durulmuştur.

Eylem aşaması; araştırmacı tarafından ortaya koyulan planın sınıf ortamında uygulanması, verilerin toplanarak analiz edilmesi sürecidir. Sagor (2000), aksiyon araştırmasının veri toplama sürecinde, araştırmacıların tek bir veri kaynağına güvenerek çalışma yapmamaları gerektiğini belirtmiş, verilerin geçerliği ve güvenirliğini sağlamada çoklu veri kaynaklarının kullanımını önermiştir. Ferrance (2000), çoklu veri toplama kaynaklarının, sınıf içerisinde yaşananların daha iyi anlaşılmasını sağlayacağını ve en az üç veri toplama tekniğine başvurulması gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca, Brighton ve Moon (2007), Çepni (2007), aksiyon araştırması yönteminde, nicel ve nitel veri toplama kaynaklarının kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Yukarıda belirtilenlere dayalı olarak, yapılan çalışmada veri toplama araçları olarak gözlem, mülakat, yazılı görüş formları ve ölçek kullanılarak, çoklu veri toplama araçlarıyla geçerlik ve güvenirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

Geliştirme aşaması ise bulguların sunulduğu aşamadır. Sunumda önemli olaylara, ayrıntılı betimlemelere ve tanımlayıcı örneklere yer verilir. Temaların çeşitleri ve sayısı, kategoriler ya da desenler raporlaştırılır. Raporun bu bölümünde, araştırmacı öğretmen tarafından tespit edilen durumlar betimlenir. Araştırmacı öğretmen yargılarını ve önerilerini temel alarak ne yapılacak? sorusuna yanıtlar arar. Bir eylem planı yaratılır. Eylem planı uygulanırken neler olduğu ya da planın ne kadar etkili olduğu değerlendirilir. Çalışmanın pilot uygulamasında hazırlanan etkinliklerin hazırlanma amaçlarını karşılayıp karşılamadığı araştırmacı öğretmenin alan notları, öğrencilerle yapılan informal görüşmeler ve öğrencilerin yazılı görüşleri ile belirlenmeye çalışılmıştır. Bu sayede etkinlikler üzerinde gerekli görülen iyileştirmeler yapılmıştır. Bazı etkinliklerin ise çıkarılmasına karar verilmiştir. Bu aşamada veriler toplanıp analiz edildikçe araştırmacı öğretmenin yeni bir problemin varlığını tespit edebilir. Veri toplama ve analiz sürecinde etkili olan/olmayan veya daha etkili olabilecek iyileştirmelerden söz edebilir. Örneğin, yeni eylem planı hazırlanırken, MT kullanımının öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançları üzerindeki etkisini incelemekle birlikte, MT'nin öğrencilerin öğrenme ve öğretmenin doğasına yönelik inançları üzerindeki etkisi de araştırılabilir türünden görüşler sunulabilir. Veri toplama sürecinde uygulamalar kamera ile kayıt altına alınarak öğrencilerin etkinlikler sürecindeki tepkileri takip edilebilir.

Yansıtma aşaması ise, araştırma sonuçlarının sunulduğu, tüm araştırma sürecinin yansıtıldığı süreçtir. Aksiyon araştırmalarının bu aşamasında, araştırma sürecinde karşılaşılan sıkıntılar, ileride yapılacak benzer araştırmalara yol gösterici olması bakımından, araştırmada yapılması gerekli görülen iyileştirmeler, öğrencilerin uygulamalar sonucu durumlarındaki değişimler, araştırmacı öğretmenin izlenimleri bu aşamada değinilmesi gereken konulardır (Mertler, 2006).

Yukarıda açıklanan aksiyon araştırmasının döngüsel sürecinin şekil olarak gösterimi aşağıda verilmiştir.



Şekil 6. Aksiyon araştırmasının döngüsel dinamik süreci (Mertler, 2006)

3. 2. Araştırma Grubu

İlk uygulama Trabzon ilinin bir ilçesinde öğrenim gören sekizinci sınıf düzeyindeki 29 öğrenci ile bir eğitim öğretim yılı boyunca yürütülmüştür. İkinci uygulamanın çalışma grubunu ise aynı okulda öğrenim gören sekizinci sınıf düzeyindeki 24 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin 13'ü erkek, 11'i kızdır. Araştırma içerisinde, öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3, Ö4,………,Ö21, Ö22, Ö23, Ö24 olarak kodlanmışlardır. Araştırmacı öğretmen, asıl uygulamanın yapıldığı sınıfın aynı zamanda rehber öğretmenidir. Çalışma grubundaki öğrencileri betimleyebilmek için öğrencilere, öğrenci tanıma formu dağıtılmıştır. Sınıftaki öğrencilerin velileri içerisinde üniversite mezunu olan kimse yoktur. Anneler genel olarak ev hanımı, babalar ise fabrika, fırın, lokanta gibi işyerlerinde işçi olarak çalışmaktadırlar. Öğrencilerin geneli matematikten korkmakta, matematiği kurallar ve formüllerin kullanıldığı, rutin problemlerin bir veya iki dakika içerisinde çözülmesinin gerekli olduğu, işlemsel ağırlıklı bir ders olarak algılamaktadırlar. Öğrencilerle yapılan informal görüşmelerde, öğrencilerin tamamı, önceki yıllarda yapılan matematik derslerinin öğretmenin kural ve formülleri verip, ders anlatması ve sorular çözüp ardından kendilerine benzer sorular sorması şeklinde yürütüldüğünü belirtmişlerdir. Onlar için matematik dersinde başarılı olmak için öğretmenin gösterdiği kuralları ve formülleri uygulayarak test sorularını en kısa sürede çözmek gerekmektedir. Öğrencilerin geneli matematiksel kavramların ve kuralların altında yatan anlamları bilmemektedirler. MT ile daha önce hiç karşılaşmamışlardır. Bildikleri matematik bilginlerinin sayısı ise bir veya iki kişi ile sınırlıdır. Bunun yanında öğrencilerin genelinin içe kapanık oluşları, kız ve erkek öğrencilerin birlikte çalışmaktan uzak durmaları, sınıf içerisindeki öğrenciler arasında küslük ve kavgaların yoğun yaşanıyor olması gözlemlenen durumlardır.

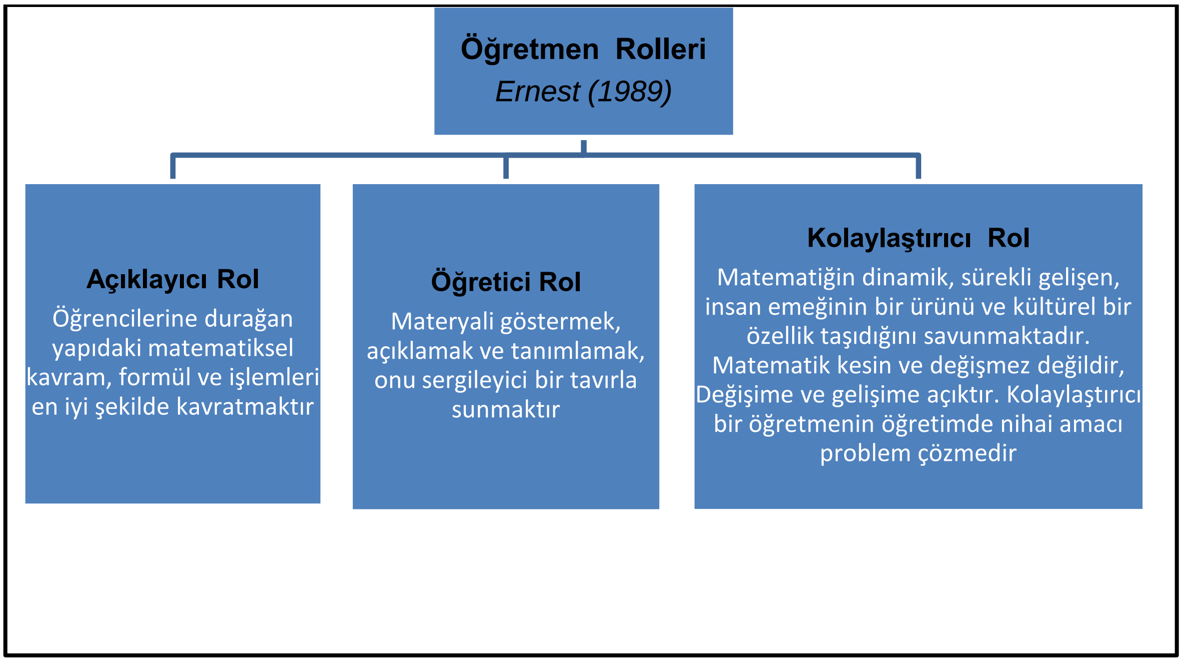
3. 3. Araştırmacının Rolü

Sosyal bilimlerde en çok tartışılan sorunlardan biri de nesnellik sorunudur. Nitel araştırmaya temel oluşturan ilkelerden birisi, gerçeklerin bireylere ve ortama göre sürekli bir değişim içinde olduğu, bu yüzden de araştırmanın benzer gruplarda, ortamlarda tekrarlanmasının aynı sonuçlara ulaşmayı mümkün kılmadığını en başta kabul etmektir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Yine de, araştırmanın güven vermesi ve sonuçların inandırıcılığının artması için alınabilecek önlemler vardır. Bu önlemlerin başında araştırmacının araştırma sürecindeki konumunu (katılımcı gözlemci, çalışılan durumla ilgili ön deneyimler gibi) açık hale getirmesi gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu şekilde araştırmalar yapan başka araştırmacıların, benzer bir rol üstlenerek karşılaştırılabilir sonuçlara ulaşmaları mümkün olabilmektedir. Bu araştırmanın aynen tekrar edilmesi ve aynı sonuçlara ulaşılması anlamına gelmemektedir. Ancak araştırmacının kendi konumu ile ilgili yapacağı açıklamalar, aynı konuda çalışacak diğer araştırmacılara ne tür roller üstlenmeleri gerektiği konusunda fikir verebilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırmacının ön deneyimleri şu şekilde özetlenebilir. Araştırmacı İstanbul Kadırga İlköğretim Okulunda 2 yıl, Balıkesir Kabakdere Köyü İlköğretim Okulunda 3 yıl, Trabzon Düzköy Çayırbağı İlköğretim Okulunda 2 yıl, Trabzon Akçaabat Atatürk İlköğretim Okulunda 3 yıl, Trabzon Çukurçayır İmam Hatip Ortaokulunda 1 yıl olmak üzere toplam 11 yıllık öğretmenlik deneyimine sahiptir. Öğretmenlik mesleğinde tayin olarak gittiği okullarda öğrencilerin kavramların altında yatan anlamlardan bihaber olduklarını gözlemlemiştir. Araştırmacı öğretmen 0,60 ile 0,6 arasındaki ilişkiyi öğencilere sorduğunda öğrencilerin genel olarak bu soruya cevap veremediklerine veya çoğu öğrencinin 0.6'nın sağ tarafına sıfır atarız böylece 0,60=0,6 olur şeklinde cevaplar verdiğine sıkça tanık olmuştur. Hâlbuki yüzlük taban bloğunda öğrencilerin sıfır tam onda altıyı, bütünü altı eşit parçaya bölerek, eş parçalardan altısını alarak 0,60'a ulaşmaları mümkündür. Araştırmacı öğretmen, özellikle kesirler, ondalık kesirler ve yüzdeler konusunda denk kesir kavramının öğrencilere kavramsal olarak öğretilmediğini tespit etmiş, öğrencilerin yukarıdaki örnekte olduğu gibi tanımın, kuralın, formülün altında yatan anlamı sorgulamadan, akılda tutma yolunu seçtiklerini gözlemlemiştir. Bu örnek araştırmacı öğretmenin öğrencilere matematiği doğru şekilde öğretmek adına mücadesine bir örnek olarak düşünülebilir. Ancak bu hiçte kolay bir durum değildir. Çünkü 5 yıl boyunca rutin problemlerle karşılaşmış, işlemsel ağırlıklı bir öğretime maruz bırakılmış bir çocuğun zihnindeki matematik imajını değiştirmek uzun ve yorucu bir mücade ve zaman gerektirmektedir. Araştırmacı öğretmen, öğrenme öğretme ortamlarında cevabı açık ve tek olan problemlerin yanı sıra, kullanılacak algoritmanın belirgin olmadığı, çoklu cevap içeren rutin olmayan problemleride kullanmaktadır. Örneğin; "kısa kenarı 10cm, uzun kenarı 15cm olan bir dikdörtgenin çevresini bulunuz" şeklinde bir durumla öğrencileri karşı karşıya bırakmak yerine "çevresi 25cm olan kaç tane dikdörtgen çizebilirsiniz" şeklindeki cevabı açık olmayan soruları kullanmayı tercih etmiştir. Araştırmacı öğretmenin, öğrencilerin karşılaştığı sorulara işlemsel olarak yaklaştıklarını gösteren diğer bir durum, 256+193=190+? sorusuna yönelik öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileridir. Araştırmacı öğretmen bu sorunun çözümü için öğrencilerin tamamının 256 ile 193'ü toplarım daha sonra 190'dan çıkarırım şeklinde bir düşünce geliştirdiklerini tespit etmiştir. Bu durumun öğrencilerdeki eşitlik kavramıyla ilgili eksiklerine bağlamak olasıdır. Nitekim terazi modeli ile öğretim ve sayıların belli formlarda yazılması konusunda öğrencilerin deneyim kazanmış olmaları öğrencilerin çözüm için sadece işlemsel ağırlı düşünmelerinin önüne geçebilirdi. Bu örneklerin dışında, önceki yıllarda öğrencilerin sayı hissini geliştirmek adına tahmin becerisini ölçen uygulamaların yapılmadığı da düşünülebilir. Çünkü öğrencilerin $\frac{15}{16}, \frac{4}{9}, \frac{2}{7}$ kesirlerini sıralarken doğrudan kesirlerde payda eşitleme yolunu tercih ettikleri gözlemlenmiştir.

Araştırmacı öğretmen öğrenme öğretme ortamlarında daha pek çok durumla karşılaşmıştır. Özetle, araştırmacı öğretmenin öğretim şekli öğrenciyi merkeze alan, öğrencilerin kavramların altında yatan anlamları öğrenmelerine, kavramlar ve konular arasında ilişki kurmalarına, matematiği günlük hayatla ilişkilendirmelerine dayalı olarak yürütülmektedir. Araştırmacı öğretmen, yüksek lisans eğitimini İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi alanında tamamlamıştır. Doktora eğitimi sırasında aldığı "*Matematik Kavramlarının Tarihsel Gelişimi*" dersi ilgisini çekmiş, matematik tarihini öğrenme öğretme sürecinde kullanmaya karar vermiştir. Matematik tarihinin öğrenme öğretme ortamında nasıl kullanılabileceğini öğrenmek ve kendini geliştirmek adına yurt dışından çok sayıda kitap satın almış, çok sayıda makale okumuştur. Edindiği bilgilerle yetinmeyip MT üzerine makaleler yazmış, kongre ve sempozyumlara katılmıştır (Baki ve Bütüner, 2010a; Baki ve Bütüner, 2010b; Baki ve Bütüner, 2011; Baki ve Bütüner, 2012a; Baki ve Bütüner, 2012b; Baki ve Bütüner, 2013a; Baki ve Bütüner, 2013b; Bütüner, 2008; Bütüner, 2011; Bütüner ve Baki, 2011)

Araştımacı öğretmenin rolü Ernest'in inanç modelinde "problem çözme" görüşüne karşılık gelmektedir. Ernest (1989) bir öğretmenin rollerini matematiğe yönelik felsefi eğilimlerine göre açıklamaya çalışmıştır. Öğretmenin rollerini açıklayıcı, öğretici ve kolaylaştırıcı olmak üzere üç kategoriye ayırmıştır. Ernest (1989) tarafından ortaya koyulan öğretmen rolleri Şekil 7'de özetlenmiştir.



Şekil 7. Öğretmen rolleri (Ernest, 1989)

Öğretmenin açıklayıcı olarak görüldüğü anlayışta, öğretimde nihai amaç bağlantılı bir yapıya sahip olan matematiksel bilgide öğrencilerin kavramsal anlayışa sahip olmalarını sağlamaktır. Böyle bir görüşün sahip olan öğretmen, öğretim faaliyetlerinde matematiksel içeriğe odaklanmaktadır. Öğretmenin rolü, öğrencilerine durağan yapıdaki matematiksel kavram, formül ve işlemleri en iyi şekilde kavratmaktır. Öğretici rolündeki bir öğretmenin nihai amacı, doğru işlem yollarını uygulamaya dayalı becerilerde öğrencilerin ustalaşmasını sağlamaktır. Bu öğretmenin rolü, "materyali göstermek, açıklamak ve tanımlamak, onu sergileyici bir tavırla sunmaktır" Kolaylaştırıcı role sahip öğretmen ise, matematiğin dinamik, sürekli gelişen, insan emeğinin bir ürünü ve kültürel bir özellik taşıdığını savunmaktadır. Matematik kesin ve değişmez değildir, değişime ve gelişime açıktır. Kolaylaştırıcı bir öğretmenin öğretimde nihai amacı problem çözmedir. Öğretim, öğrencilerin fikirlerine ve ilgilerine dayalıdır. Horton (2011) Ernest tarafından ortaya koyulan açıklayıcı ve öğretici rollerindeki öğretmenleri mutlakçı inanç kategorisi altında, kolaylaştırıcı role sahip öğretmenleri ise yarı deneyselci inanç kategorisinde değerlendirmiştir. Bu çalışmada araştırmacı öğretmen kolaylaştırıcı-yarı deneyselci bir rol üstlenmiştir. Öğrencilerin öğrenme sürecine fiziksel ve zihinsel yönden aktif şekilde katılım göstermeleri sağlanmıştır. Öğrenciler somut öğrenme nesnelerini (birim küpler, şekiller, tahta parçaları) kullanarak problemlerin çözümüne işbirlikçi bir ortam içerisinde ulaşmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin matematiğin insan ürünü olan, gelişime açık, çok kültürlü yapısını öğrenmeleri, toplum için matematiğin önemini anlamaları amacıyla öğrenme öğretme ortamları uygun etkinliklerle yapılandırılmıştır. Doğal ortamda öğretmen öğrencilerin tepkilerini katılımcı gözlemci olarak izleyerek, öğrencilere çalışmalarında rehber olmaya çalışmıştır.

3. 4. Araştırmanın Tasarımı

Yeni bir öğretim yönteminin, stratejinin veya bir uygulamanın etkililiğinin araştırılması, sınıf ortamında yaşanan bir problem veya araştırmacı öğretmenin merak ettiği ve ilgi alanına giren, eğitimle ilgili dikkat çekici bir konu, aksiyon araştırmasının başlangıç noktasıdır (Johnson, 2005). Araştırmanın başlangıç noktası bu üç durumu da yansıtmaktadır. Araştırmacı öğretmen doktora öğrenimi sırasında almış olduğu “*matematiksel kavramların tarihsel gelişimi*” dersi sırasında MT’nin öğretim ortamında niçin kullanılması gerektiği ve nasıl kullanılabileceği konusunda araştırmalar yapmıştır. Etkinliklerin hazırlanmasında literatürdeki çalışmaların içeriğinden (Abdullah, ve Embi, 2013; Babb, 2005; Debnath, 2011; Horn ve Zakeri, 1998; Karpinsky, 1914; Kar ve İpek, 2009; Karakuş, 2009; Katz, 2007; Kvask, 2006; Meavilla ve Flores, 2007; Miller, 2002; Oaks, 2009; Ofir ve Arcavi, 1992; Oliver, 2007; Savizi, 2007; Siu, 1993; Straffin, 1998; Stallings, 2000; Veljan, 2000; Wang, 2009; Yadegari, 1980) yararlanılmıştır. Bu çalışmaların yanında yurt dışından satın alınan kitaplar (Berlinghoff ve Gouvea, 2004; Brezina, 2006; Bunt, Jones ve Bedient, 1988; Cajori, 2007; Groza, 1968; Levey, 1966; Lumpkin, 1997; Lumpkin, 1998; Mitchell, 1995; NCTM, 2006; Reimer ve Reimer, 1992; Swetz, 1994), MT’nin öğrenme öğretme ortamında nasıl ve ne amaçla kullanılabileceği konusunda araştırmacıya yardımcı olmuştur. MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş bir öğrenme öğretme ortamının oluşturulması amacıyla önce gerçek sınıf ortamlarında pilot çalışmalar yapılmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında, ilköğretim matematik öğretim programının genel amaçları, matematik sekizinci sınıf öğretim programı içerisindeki konular ve kazanımlar incelenmiştir. Bu incelemeler esas alınarak MT etkinlikleri hazırlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın ikinci aşamasında MT içerisinden sekizinci sınıf öğretim programına uygun olan konuların seçimi yapılmıştır. Çalışmanın üçüncü aşamasında ise İlköğretim matematik öğretim programının genel amaçları, ders kitabındaki konular ve kazanımları ile MT'nin içeriği eş zamanlı olarak incelenerek ve uygun olan konuların seçimi yapılarak çalışma yaprakları geliştirilmiştir. Etkinlikler "*aydınlatma*" ve "*modül*" yaklaşımlarına dayalı olarak MT'nin "*araç*" veya "*amaç*" olarak kullanımına uygun olarak hazırlanmaya çalışılmıştır.

Geleneksel eğitim-öğretim faaliyetlerinde genellikle öğretmenler aktif, öğrenciler ise pasif kılınmaktadır. Son yıllarda ülkemiz eğitim kurumlarında uygulanmaya çalışılan yapılandırmacı yaklaşım öğrencilerin derslerde aktif rol alması gerektiğini savunmaktadır. Öğrencilerin aktif rol alması öğretmenleri pasif rol almaya ve sürece rehberlik etmeye sürüklemektedir. Burada konu edilmesi gereken önemli hususlardan biri de eğitim ortamının bahsedilen ilkelere göre tasarlanmasıdır. Öğretmen, öğrencileri yönetmekten kaçınmalıdır. Bunun tersine istenilen davranışları kazanmalarına yardımcı olacak yönergelerle öğrencileri yönlendirmelidir. Etkinlikler öğrencilerin konu ve kavramları keşfederek öğrenmesi amacıyla hazırlanmıştır.

Etkinlikler için uygun olan konular "Karekök Alma", "Pisagor Bağıntısı", "Rasyonel Cebirsel İfadeler", "Özel Sayı Örüntüleri", "Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler", "Koninin Alanı", "Doğrusal Denklem Sistemlerinin Çözümü", "Üslü Sayılarda Çarpma İşlemi", "Gerçek Sayılar" olarak belirlenmiştir. Çalışma yapraklarının içinde "anekdotlar", "tarihsel problemler", "eski matematikçilerin kullandıkları modeller" ve "ispat biçimleri", "tarihteki ünlü matematikçilerin hayat hikâyeleri" ve "resimleri" yer almaktadır. Bunun yanında farklı kültürlerdeki sayılar ve sayı sistemimizin gelişimini gösterir poster, matematik tarih şeridi kullanılan diğer araçlardır. Araştırmacı öğretmenin deneyim kazanması, çalışma kâğıtlarının yapısı, etkinliklerde anlaşılmayan yerlerin ve öğrencilerin zorlandıkları yerlerin belirlenmesi, etkinliklerin kullanım amacına hizmet edip etmediğinin anlaşılması, veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirliklerinin belirlenmesi amacıyla 2009–2010 eğitim öğretim yılında birinci uygulama (pilot çalışma) gerçekleştirilmiştir. Birinci uygulama toplam 30 ders saati sürmüştür. Uygulamada öğretmen tarafından yapılan gözlemler, öğrencilerin etkinliklerle ilgili yazılı cevapları ve mülakatlar, etkinliklere son şeklini vererek ikinci uygulamaya hazır hale getirmek amacıyla yapılmıştır. İlk uygulama kapsamında kullanılan etkinliklerin isimleri, hangi ünite ve konu içerisinde yer aldığı ile ilgili tablo ile uygulama sonunda yapılan iyileştirmelerden aşağıda bahsedilmiştir:

Tablo 6. İlk Uygulama Kapsamındaki Etkinlikler

Etkinlik Adı-No	Konu	Ünite-Bölüm	Süre
Farklı Kültürlerde Çarpma İşlemi-Etk1	Gerçek Sayılar ve Üslü Sayılarda Çarpma	2-1	2
Babillerde Karekök alma-Etk 2	Kareköklü sayılar	2-1	2
Pisagor Bağıntısı Modülü- Etk 3,4,5	Pisagor bağıntısını oluşturma ve ilgili problemler çözme	3-2	5
Fibonacci ve Tavşan Problemi-Etk 6	Özel sayı örüntüleri	4-1	2
Gausla, Hang Hui ve Ardışık Tam sayıların Toplamı- Etk 7,8	Özel sayı örüntüleri	4-1	2
Üçgensel-Karesel Sayıların Toplanması-Etk9	Özel Sayı Örüntüleri	4-1	2
Cebirsel İfadelerin Gösterimleri- Etk 10	Cebirsel ifadeler	4-1	1
Abu Kamil ve Özdeşliklerin Modellenmesi-Etk 11	Özdeşlik	4-1	2
Harizmi ve İkinci Dereceden Eşitliklerin Çözümü- Etk 12	Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırma	4-1	2
Orantısal Akıl Yürütme-Etk 13	Rasyonel cebirsel ifadeleri çözme	4-2	2
Rasyonel Cebirsel İfadelerin Çözümü- Etk 14	Rasyonel cebirsel ifadeleri çözme	4-2	2
Doğrusal Denklem Sistemlerinin Çözümü- Etk 15	Doğrusal denklem sistemleri	4-2	2
Pi Sayısının Hikâyesi- Etk 16	Koninin yüzey alanı	6-1	2
Kesik Kare Prizmanın Hacmi-Etk17	Piramidin hacmi	6-2	2
17 Etkinlik, 30 Ders saati			

Tablo 6'da görüldüğü gibi çalışma grubunda 17 adet etkinliğin uygulanması 2 dönem toplam 30 ders saati sürmüştür. Aşağıda, etkinlikler sürecinde neler yapıldığına ilişkin bilgiler yer almaktadır. Ekte verilen çalışma yapraklarında etkinliklerin hangi kazanımlar için hazırlandığı ve etkinlikle ilgili öğretmenlere yönelik açıklayıcı bilgiler ayrıntılı şekilde verilmiştir. Aşağıda araştırma kapsamında hazırlanan etkinliklerin hazırlanma amacı ve içeriği ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3. 5. Etkinliklerin Amacı ve İçeriği

Aşağıda hazırlanan etkinliklerin amacı, içeriği ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3. 5. 1. Etkinlik 1: Farklı Kültürlerde Çarpma İşlemi

Amaç:

Geçmişten günümüze aritmetik işlemlerin bir gelişim süreci vardır. Öğrenciler bu gelişim sürecini bilmemekle birlikte, çarpma işlemi yapmanın sadece bir yolu olduğunu, matematiksel işlemlerin bir anda ortaya çıktığını düşünmektedirler. Matematiksel bilginin farklı toplumların çalışmaları sonucu, değişerek ve gelişerek ortaya çıktığını görmeleri, öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarını, öğrenmeye karşı ilgi ve isteklerini olumlu yönde etkileyebilir. Öğrenciler, çarpma işleminin tarihsel süreçte kullanılan yollarla yapılmasının kullanışlı ve ilginç olabileceğini düşünebilirler. Yukarıda belirtilenler dikkate alındığında kafes yöntemi ile çarpma işlemi etkinliğinin, MT'nin "*hem amaç hem de araç"* olarak kullanımı için uygun olduğu düşünülmektedir. Geçmişten günümüze çarpma işlemi farklı toplumlar tarafından farklı yollar kullanılarak yapılmıştır. Eski Mısırda kullanılan "Katlama yolu", "Rus çiftçi yolu", "Kafes yolu", "Üstünü çizme yolu", "Ascalon Yolu" bu yollardan bazılarıdır. Bu etkinlikte öğrencilere çarpma işleminin tarihsel gelişim süreci verilerek, geçmişten günümüze çarpma işleminin nasıl yapıldığı hikâyelendirilmiş ve çarpma işleminde kafes yolunun nasıl işlediğini öğrencilerin keşfetmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilere çarpma işlemi ile ilgili sorular sorularak, bu soruları kafes yolu ve modern yolla yapmaları ve sonuçları karşılaştırmaları istenmiştir.

Uygulama:

Çarpma işleminde kafes yolu etkinliği üslü sayılarda çarpma işleminden önce yapılmıştır. Uygulamanın bir ders saati sürmesi planlanmıştır. Öğrenciler sayı sisteminin gelişimi ile ilgili olarak panoya asılı posterlerden ön bilgi edinmişler, Hint-Arap sayı sisteminin gelişimi ve Ortaçağ Avrupa'sında Abaküs üzerinde nasıl işlem yapıldığını incelemişlerdir. Çalışma yaprağının başındaki kısa açıklamayı tüm öğrenciler okumuşlardır. Çalışma yaprağında, Ortaçağ Avrupa'sında İtalyan matematikçiler tarafından kullanılan Kafes yolu ile ilgili bilgiler yer almaktadır. Öğrencilerden, okumalarını bitirdikten sonra, yönergeleri izleyerek, yönergede istenilenleri yapmaları söylenmiştir. Kafes yolu ile çarpma işlemini yapmalarının ardından, modern yolla da çarpma işlemini yaparak sonuçlarını ve çözüm yollarını karşılaştırmaları istenmiştir.

3. 5. 2. Etkinlik 2: Babilde Karekök Alma

Amaç:

Bu etkinlik, öğrencilere karekök alma işleminde modern yoldan farklı yolların olduğunu, tarihsel süreçte binlerce yıl önce karekök alma işlemi ile insanların uğraştıklarını göstermek amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliğin bir diğer amacı, Babil yolu ile modern yolu karşılaştırarak öğrencilerin modern yola yönelik ilgi ve isteklerini arttırmak, zamanla matematiğin değişip gelişerek kolay ve uygulanabilir yolların oluştuğunu fark etmelerini sağlamaktır. Etkinliğin MT'nin "*hem araç hem de amaç"* olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Babil yoluyla Karekök alma etkinliği, modern yolla bir sayının karekökünün alınmasının hemen ardından uygulanmıştır. Etkinliğin uygulamasının bir ders saati sürmesi planlanmıştır. Çalışma yaprağında, öğrencilere $\frac{1}{2}\left(x_0 + \frac{x}{x_0}\right)$ algoritması verilerek x'in karekökü alınacak sayı olduğu, x_0'ın ise başlangıç sayısı olduğu vurgulanmıştır. Öğrencilere öncelikle sıfırdan büyük bir başlangıç sayısı tahmin etmeleri, algoritmada yerine yazmaları istenmiş, elde ettikleri sonucun yeni başlangıç sayısı olduğu ve aynı işlemleri tekrarlamaları vurgulanmıştır. Yanlış işlem yapan veya sayıları uygun yerlere yazamayan öğrencilere yardımcı olunmuştur. Öğrencilere tekrarlama sayısı ve oluşan başlangıç sayılarını içeren bir tablo hazırlamaları ve tabloyu doldurmaları gerektiği söylenmiştir. Son aşama da ise oluşan başlangıç sayılarının sabit bir sayıya yaklaşıp yaklaşmadıklarına bakmaları söylenerek, sınıf tartışması başlatılmıştır.

3. 5. 3. Etkinlik 3: Eski Çin'de Pisagor Bağıntısı

Amaç:

Etkinlik, öğrencilerin Pisagor'dan binlerce yıl önce farklı kültürler tarafından Pisagor bağıntısının farklı yollarla ispat edildiğini fark etmeleri, matematiğin durağan olmadığını, gelişime açık bir bilim olduğunu, matematiğin gelişimi üzerinde farklı kültürlerin etkisinin olduğunu anlamaları ve Pisagor bağıntısını kesme yapıştırma boyama yaparak keşfetmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "*hem araç hem de amaç*" olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik Pisagor bağıntısı konusuna başlangıç aşamasında uygulanmıştır. Uygulamanın iki ders saati sürmesi planlanmıştır. Etkinliğin başında öğrencilere, Pisagor teoreminin, En eski Çin kitaplarından Chou-Pei isimli kitapta, Hsuan-Thu olarak bilinen Çin diyagramı içinde gösterildiği ve ispatın bu diyagrama dayandığı söylenmiştir. Öğrencilerden kareli kâğıtta kenar uzunluğu 7cm olan bir kare kesmeleri istenmiş ve kestikleri karenin Hsuan-Thu diyagramında büyük kare olduğu öğretmen tarafından vurgulanmıştır. Araştırmacı öğretmen, Hsuan-Thu diyagramına baktığınızda içteki karenin, dört tane dik üçgenden ve bir tane kareden oluştuğunu göreceksiniz şeklinde uyarı yaptıktan sonra öğrencilere kareli kâğıtta, kenar uzunlukları 3cm-4cm olan dört tane üçgen ile kenar uzunluğu 1cm olan bir kare kesmelerini söylenmiştir. Kesmiş oldukları üçgenleri ve kareyi, 7cm kenar uzunluklu karenin içerisine diyagrama dikkat ederek uygun yerlere yapıştırmaları istenmiştir. Araştırmacı öğretmen, "Büyük karenin alanını birim kareleri sayarak bulunuz. Karenin alanını bulmak için kullandığımız formülü kullanarak bulduğunuz sonucun doğru olup olmadığını kontrol ediniz" şeklinde talimatta bulunarak, öğrencilere içteki karenin alanını bulmak için büyük karenin alanını, içteki karenin dışında yer alan dört tane eş üçgenin alanları toplamından çıkarmalarını söylemiştir. Daha sonra öğrencilerden içteki karenin alanını kullanarak, kenar uzunluğunu bulmaları istenmiştir. Son adımda ise 3cm ve 4cm olarak kesmiş oldukları üçgenlerin diğer kenar uzunluklarını kaç cm olarak buldukları sorularak, buldukları kenar uzunluğunu kullanıp, verilen eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını incelemeleri istenmiştir.

3. 5. 4. Etkinlik 4: Babillerde Pisagor Üçlüleri

Amaç:

Eski Çin'de Pisagor bağıntısı etkinliğinin yapılmasının ardından öğrencilere Pisagor'un yaptığı ispatla ilgili çalışma yaprağı performans görevi olarak verilmiştir. Ardından bir sonraki derste Babilde Pisagor üçlüleri etkinliği yapılmıştır. Uygulamanın 20dakika sürmesi planlanmıştır. Etkinlik, öğrencilerin matematiğin gelişimi üzerinde farklı kültürlerin etkisinin olduğunu, matematiğin durağan olmadığını, gelişime açık bir bilim olduğunu anlamaları ve Pisagor'dan binlerce yıl önce Pisagor bağıntısının kullanıldığını fark etmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Etkinlik, matematik müfredatı içerisindeki herhangi bir konunun öğrenilmesine veya öğrencilerin öğrenme motivasyonlarını arttırmak amacıyla geliştirilmediğinden, etkinliğin MT'nin "*amaç*" olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlikte öğrencilere Plimpton 322 tableti gösterilerek, bu tabletteki üçlülerin Pisagor üçlüsü olup olmadıklarını incelemeleri istenmiştir. İlk uygulamada öğrencilere Babil tabletinde a=30, $a\sqrt{2} = 42;25,35$ ve $\sqrt{2} = 1,24,51,10$ değerleri verilmiş, öğrencilerden $a\sqrt{2} = 42;25,35$ sonucunun doğru olup olmadığını belirlemeleri istenmiştir. Özellikle öğrenciler için Babil sayılarının modern sayılara çevrilmesi zor ve zaman alıcı geldiğinden ikinci uygulamadan bu kısım çıkarılmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin Pisagor bağıntısının gelişiminde farklı kültürlerin etkisinin olduğunu, matematiğin bir anda gelişmediğini, bu gelişimde birçok kültürün etkisinin olduğunu görmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Etkinliğin başında öğrencilere Plimpton 322 isimli tabletin İngilizce bir kitaptan alınan örneği gösterilmiştir. Ardından çalışma yaprağı dağıtılarak öğrencilerin Plimpton 322 tabletindeki Pisagor üçlüleri ile tabletteki sayıları kullanarak $a^2 + b^2 = c^2$ eşitliğinin sağlanıp sağlanmadığını bulmaları istenmiştir.

3. 5. 5. Etkinlik 5: Bhaskara ve Pisagor Bağıntısı

Amaç:

Etkinlik matematiğin durağan olmadığını, bulunan bir teoremin ilerleyen yıllarda farklı matematikçiler tarafından düşünülerek, farklı şekillerde ispatlandığını göstermek amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliğin diğer amacı öğrencilerin kesme, boyama, yapıştırma çalışmalarıyla pisagor bağıntısını keşfederek matematiğe yönelik öğrenme isteklerini arttırmaktır. Etkinlik ile öğrencilerin matematiğin sadece sayı, sembol ve kurallardan ibaret olmadığını, akıl yürütme ve yaratıcı düşünmenin matematik yapmada önemli beceriler olduğunu, matematiğin gelişen ve dinamik yapısını anlamaları beklenmektedir. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "*hem araç, hem de amaç*" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik süreç içerisinde Pisagor teoremi ile ilgili Eski Çin'de yapılan ispat, Babillilerde Pisagor üçlüleri, Pisagor'un ispatıyla ilgili performans görevi, Pisagor bağıntısını içeren problemlerin verilmesinin ardından uygulanmıştır. Etkinliğin bir veya iki ders sürmesi planlanmıştır. Etkinliğin başında Bhaskara hakkında kısa bir bilgi ve Bhaskara'nın resmi yer almaktadır. Öğrencilerden çalışma yaprağındaki kısa açıklamaları okumaları istenmiş ve ardından etkinliğe geçilmiştir. Etkinliğin ilk adımında öğrencilerden kareli kağıt üzerinden, dik kenarları 6cm ve 8cm olan dört tane eş üçgen kesmeleri istenmiştir. Öğrencilere oluşturdukları karenin alanını ifade etmeleri ve çalışma kağıdının üzerinde bir yere not etmeleri söylenmiştir. Çünkü buldukları bu alan ileriki adımlarda kullanılacaktır. Ardından oluşturdukları kare modelinin parçalarını kullanarak, Bhaskara tarafından oluşturulan modeli elde etmeleri ve oluşturulan modelde öğrencilerin iki farklı kare elde etmeleri ve karenin alanları toplamının başlangıçtaki karenin alanına eşit olduğunu keşfetmeleri beklenmiştir.

3. 5. 6. Etkinlik 6: Fibonacci ve Tavşan Problemi

Amaç:

Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin Fibonacci dizisinin nasıl ortaya çıktığını anlayabilmeleri ve Fibonaccinin ortaya koyduğu Tavşan Problemi ile uğraşarak dizinin terimlerine ve kuralına yaparak yaşayarak ulaşabilmeleridir. Etkinlik, matematikteki bir kuralın, günlük hayattaki durumlar, insan zekâsı ve yaratıcılığa bağlı olduğunu göstermeyi de hedeflemektedir. Öğrencilerden Fibonacci'nin ortaya attığı problemle uğraşarak, tavşan çifti sayılarını çalışma kağıdı üzerine çizmeleri, tabloda tavşan çifti sayısını yazmaları ve sonuçta dizinin kuralını bulmaları beklenmektedir. Etkinliğin, öğrencilere matematiğin günlük hayatımızdaki önemi ve rolünü göstermesi, matematiğin insan ürünü olduğunu göstermesi ve diziyi kavrayabilmesi açısından MT'nin "*hem amaç hem de araç*" olarak kullanıma uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik 8. Sınıf özel sayı örüntüleri konusu içerisinde uygulanmıştır. Etkinliğin bir iki ders sürecinde yapılması beklenmektedir. Kitapta Fibonacci dizisi verilmiş ancak Fibonacci ve dizinin oluşmasına neden olan problem yer almamaktadır. Çalışma yaprağında Fibonacci'nin kısaca kim olduğundan bahsedilmiş ve öğrencilerin Fibonacci dizisine kendilerinin ulaşabilmesi için Fibonacci'nin kitabındaki Tavşan problemi öğrencilere sorulmuştur.

3. 5. 7. Etkinlik 7: Gauss ve Ardışık Pozitif Tamsayıların Toplamı

Amaç:

16. yüzyıl Batılı matematikçilerinden olan Gauss, ardışık pozitif tamsayıların toplamına kendine has bir yolla ulaşmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerin Gauss'un kullandığı yolu kullanarak ardışık pozitif tamsayıların toplamı kuralını kendilerinin keşfetmeleri, matematiğin sadece kâğıt ve kalemle, formüller kullanılarak yapılmadığını anlamaları hedeflenmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde yaratıcı

düşünme ve akıl yürütmenin önemli bileşenler olduğunu, matematikteki bir problem durumuna farklı matematikçilerin farklı yollar ile ulaştıklarını anlamaları amaçlanmıştır. Ardışık tamsayıların toplamı, 13. yüzyılda Çinli matematikçi Yang Hui tarafından farklı bir şekilde yapılmıştır. Öncelikle Gauss yolu ile öğrencileri karşı karşıya bırakmak ardından geçmişe dönüp öğrencilerin geçmişte de aynı konu ile ancak farklı yollarla uğraşıldığını fark etmelerinin daha etkili olacağı düşünülmüştür. Bu etkinlikte öğrencilerin ardışık tamsayıları modellemeleri ve toplamlarını keşfetmeleri beklenmektedir. Ardışık sayıların toplamının bulunmasında MT'den kesitler alınarak, öğrencilerden tarihteki matematikçilerin kullandıkları modelleri kullanmaları ve bu şekilde kuralı keşfetmeleri beklenmektedir. Etkinliğin MT'nin "*hem amaç hem de araç*" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Gauss ve ardışık pozitif tamsayıların toplamı etkinliği, sayı örüntüleri konusunun içerisinde, üçgensel ve karesel sayılar kavramına geçilmeden önce uygulanmıştır. Uygulamanın bir ders süreceği planlanmıştır. Gauss'un ardışık sayıları toplamak için geliştirdiği yolda benzer şekilde birim küpler kullanılarak öğrencilere keşfettirilmeye çalışılmıştır. Öğrencilere, başlangıçta 1'den 6'ya kadar olan sayıları birim küplerle modellemeleri söylenmiştir. Ardından aynı modelden bir tane daha yapmaları istenmiştir. Daha sonra öğrencilere elinizdeki bu modellerden nasıl bir dikdörtgen yaparsınız şeklinde bir soru sorulmuştur? Bu aşamada zorlanan gruplara ipucu verilmiştir. Gruplara toplam birim küp sayısını nasıl bulursunuz şeklinde bir soru sorularak, ardından her bir modeldeki birim küp sayısını nasıl bulabilecekleri hissettirilmeye çalışılmıştır.

3. 5. 8. Etkinlik 8: Yang Hui ve Ardışık Pozitif Tamsayıların Toplamı

Amaç:

Bu etkinlikte öğrencilerin ardışık tamsayıları modellemeleri ve toplamlarını keşfetmeleri beklenmektedir. Ardışık sayıların toplamının bulunmasında MT'den kesitler alınarak, öğrencilerden tarihteki matematikçilerin kullandıkları modelleri kullanmaları, kullandıkları modellerle 1'den 6'ya kadar olan sayıların toplamını modelleyerek oluşturdukları modeli kareye tamamlayıp, karenin alanından yola çıkarak $\frac{n.(n+1)}{2}$ kuralına ulaşmaları beklenmektedir. Bu uygulamanın öğrencilerin öğrenme güdülerini arttıracağı umulmaktadır. Bunun yanında öğrencilere farklı matematikçilerin kullandıkları farklı çözüm yaklaşımları gösterilerek matematiğin dinamik yapısını fark edebilmeleri, matematik yapmada yaratıcı zekâ ve mantığın önemli olduğunu anlamaları amaçlanmıştır. Bu bakımdan etkinliğin, MT'nin "*araç ve amaç*" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Yang Hui ve ardışık pozitif tamsayıların toplamı etkinliği, sayı örüntüleri konusunun içerisinde, üçgensel ve karesel sayılar kavramına geçilmeden önce uygulanmıştır. Uygulamanın bir ders süreceği planlanmıştır.13. yüzyılda Çinli matematikçi Yang Hui ardışık pozitif tamsayıların toplamını brim küpleri kullanarak Gauss'un yoluna göre farklı bir şekilde yapmıştır. Çalışma yaprağı içinde Yang Hui'nin kim olduğu, yaptığı çalışmalar ve öğrencilerin Yang Hui'nin yolunu uygulayarak ardışık pozitif tamsayıların toplamına kendilerinin ulaşmasını sağlayıcı uygulama adımları yer almaktadır. Ardışık sayma sayılarının toplamını keşfederek bulmaları için tarihten Gauss ve Yang Hui'nin kullandıkları yol ve modeller alınarak etkinlikler hazırlanmıştır. Etkinlik boyunca öğrenciler grup olarak çalışmışlardır. Etkinliğin başında öğrencilere çalışma yaprakları ve renkli birim küpler verilmiştir. Öğrencilere, 1+2+3+4+5+6 toplamını çalışma yaprağında gösterilen şekilde birim küplerle modellemeleri söylenmiş, modeldeki birim küp sayısına S diyelim açıklaması yapıldıktan sonra, ellerindeki modeli dikdörtgene tamamlamaları istenmiştir. Daha sonra her bir gruptan modellerini dikdörtgene tamamlamak için kaç adet birim küp kullandıklarını S cinsinden yazmaları istenmiştir. Oluşturdukları geometrik şeklin alanının kullandıkları birim küp sayısına eşit olduğunu bulmalarına yönelik keşfetmelerini sağlayıcı kritik sorular sorularak S'nin sayısal değerini bulmalarında yardımcı olunmuştur. Gauss'un ardışık sayıları toplamak için geliştirdiği yolda benzer şekilde birim küpler kullanılarak öğrencilere keşfettirilmeye çalışılmıştır. Öğrencilere, başlangıçta 1'den 6'ya kadar olan sayıları birim küplerle modellemeleri söylenmiş, ardından aynı modelden bir tane daha yapmaları beklenmiştir. Daha sonra öğrencilere elinizdeki bu modellerden nasıl bir dikdörtgen yaparsınız şeklinde bir soru sorulup? Bu aşamada zorlanan gruplara ipucu verilmiştir. Gruplara toplam birim küp sayısını nasıl bulursunuz şeklinde bir soru sorularak, ardından her bir modeldeki birim küp sayısını nasıl bulabilecekleri hissettirilmeye çalışılmıştır.

Etkinlik 3. 5. 9. Etkinlik 9: Üçgensel ve Karesel Sayıların Toplamı

Amaç:

Bu etkinlikte öğrencilerin üçgensel ve karesel sayıları modellemeleri ve toplam kurallarını keşfetmeleri beklenmektedir. Üçgensel ve karesel sayıların toplamları kurallarının keşfedilmesinde MT'den kesitler alınarak, öğrencilerden tarihteki matematikçilerin kullandıkları modelleri kullanmaları ve örüntülerden genellemelere ulaşmaları beklenmektedir. Etkinliklerin öğrencilerin öğrenmelerini sağlayacağı ve öğrencileri motive edeceği düşünüldüğünden etkinliğin MT'nin "*araç*" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Uygulama:

Öğrencilerden 1+3+6+10+15 üçgensel sayıların toplamı modelini birim küpler kullanarak oluşturmaları ve n sayısının kaç olduğunu söylemeleri istenir. Öğrencilerden yukarıdaki toplam modelinden altı adet oluşturmaları istenir ve oluşturma işlemleri tamamlandıktan sonra ellerindeki modelleri uygun şekilde birleştirerek dikdörtgenler prizması elde etmeleri istenir. Prizmanın oluşturulması için kullandığınız üçgensel sayı modellerinin sayısı dikkate alınarak, şekildeki toplam küp sayısının nasıl bulunması gerektiği öğrencilere sorulur. Bu soru öğrencilerin hacim kavramını kavrayıp kavramadığının da bir göstergesidir. Modelin hacmi toplam küp sayısını vereceğinden, öğrencilerden V=a.b.c eşitliğini n cinsinden yazmaları ve kullandıkları üçgensel sayı modellerinin sayısını dikkate alarak 1+3+6+10+15 (n=5) toplamına ulaşmaları istenir. Ardından öğrencilerden 1+4+9+25 karesel sayılar toplamını modellemeleri ve n sayısının kaça eşit olduğunu söylemeleri istenir. Üç adet eş karesel sayı modelini birleştirerek prizma elde etmeleri ve prizmadaki toplam küp sayısını dikkate alarak karesel sayıların toplam kuralını keşfetmeleri sağlanır.

3. 5. 10. Etkinlik 10: Cebirsel İfadelerin Gösterimleri

Amaç:

Bu etkinlik öğrencilerin herhangi bir uygulama yapmalarını gerektirmeyecek şekilde, kısa okuma metni formunda hazırlanmıştır. Etkinliğin amacı, öğrencilerin cebirsel ifadelerin yazılışlarının nasıl bir tarihsel süreçten geçerek günümüze kadar geldiğini, matematiğin gelişerek ve değişerek şekillendiğini, matematiğin gelişiminde farklı toplumların birbirlerinden faydalandıklarını öğrenmeleridir. Yukarıda belirtilenler dikkate alındığında etkinliğin MT'nin "*amaç*" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Cebirsel gösterimlerin tarihsel gelişim süreci etkinliği özdeşlikler konusunun hemen başında uygulanmıştır. Uygulamanın 25 dakika süreceği planlanmıştır. Öğrencilere verilen çalışma yaprağında farklı matematikçilerin ve kültürlerin cebirsel ifadeleri nasıl gösterdikleri tarihsel gelişim sürecine dayalı olarak açıklanmıştır. Cebirsel ifadelerin yazılışlarındaki gelişim dönemleri olarak, her şeyin düz yazı formunda yazıldığı dönem, kısaltmaların kullanıldığı dönem ve sembollerin kullanıldığı dönem olarak üç farklı dönem, örneklerle öğrencilere sunulmuş ve öğrencilerin sınıf içi tartışmalarına imkân tanınmıştır. Öğrencilere sembollerin yazılışındaki değişimin nedenleri sorulmuş, sembollerin farklı zamanlarda farklı şekilde gösterilmesi ile ilgili ne düşündükleri sorulmuştur.

3. 5. 11. Etkinlik 11: Abu-Kamil ve Özdeşliklerin Modellenmesi

Amaç:

İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitaplarında özdeşlikler modellenerek gösterilmesine rağmen, bu modelleme düşüncesinin çıkış noktası, hangi matematikçiler tarafından kullanıldığı türünden bilgilere rastlanmamaktadır. Modelleme düşüncesi, Eski Yunan'ın Euclid'inde olduğu gibi, İslam dünyasının büyük matematikçilerinden Harizmi ve Abu Kamil'de de görülmektedir. Öğrenciler Abu-Kamil'in kitabında gösterdiği şekilde geometrik modellemelerle özdeşlikleri öğrenmeleri beklenmektedir. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "*araç*" olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik 8. Sınıf kitabındaki özdeşlikleri modellerle açıklayacağız konusunun girişinde özdeşlik kavramını öğretmek amacıyla yapılmıştır. Etkinliğin bir ders saati sürmesi planlanmıştır. Özdeşliklerin Modellenmesi etkinliğinde öğrenciler, Euclid'in elementler isimli kitabında yaptığı özdeşlikler üzerinde uğraşmışlardır. Ardından öğrencilere Abu Kamil'in *Kitab fi al-jabr wa'l-muqabala* isimli kitabında yer alan özdeşlikler verilerek, yönergeler yardımıyla, eşitliğin özdeşlik olup olmadığını keşfetmeleri beklenmiştir.

3. 5. 12. Etkinlik 12: Harizmi ve İkinci Dereceden Eşitliklerin Çözümü

Amaç:

İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitaplarında modellemelere yer verilmesine rağmen, bu modelleme düşüncesinin çıkış noktası, hangi matematikçiler tarafından kullanıldığı türünden bilgilere rastlanmamaktadır. Euclid'in elementler isimli kitabında çeşitli modellemelere rastlanmaktadır. İslam dünyasının önemli matematik bilginlerinden Harizmi ikinci dereceden eşitlikleri modelleme düşüncesine göre çözmüştür. Etkinlik öğrencilerin ikinci dereceden eşitlikleri çözümünü Harizminin kullandığı yöntemi kullanarak keşfetmeleri ve öğrenme güdülerini arttırmak amacıyla hazırlandığından MT'nin "*araç*" olarak kullanımına hizmet etmektedir.

Uygulama:

Etkinlik cebirsel ifadeleri çarpanlara ayıralım konusu içerisinde uygulanmıştır. Uygulamanın iki ders sürmesi planlanmıştır. Öğrencilere $x^2 + 16x = 36$ eşitliği verilerek, bu eşitliği modelleyeceğiz denilmiş ve ellerindeki kağıttan bir kare kesmeleri söylenmiştir. Karenin kenar uzunluğunu kendilerinin seçmeleri ancak x br olarak ifade etmeleri gerektiği hatırlatılmıştır. Ardından 16x cebirsel ifadesini göstermek için kısa kenar uzunluğu 1 br uzun kenar uzunluğu x br olan on altı adet dikdörtgen keserek, bunları dörderli olacak şekilde karenin kenarlarına eklemeleri söylenmiştir. Bu işlemin ardından sizce elinizde bulunan şekli kareye tamamlamak için neye ihtiyacımız var şeklinde düşündürücü bir soru yöneltilmiştir. Cevap alınamayan grupların yanlarına gidilerek araştırmacı tarafından öğrencilere ipucu verilmiş, son adımda ise karenin alanını bulmak için gerekli ifadeyi yazmaları istenmiştir. Araştırmacı, bu ifade kareyi oluşturan her bir parçanın alanları toplamına eşit olduğuna göre, karenin alanını bulmak için yazdığınız ifadeyi, her bir parçanın alanları toplamına eşitleyiniz şeklinde uyarı yaparak öğrencilerin yaptıkları işlemleri kontrol etmiştir.

3. 5. 13. Etkinlik 13: Orantısal Akıl Yürütme

Amaç:

Orantısal düşünme etkinliğinde öğrencilerin orantısal düşünmenin çıkış noktasını ve orantısal düşünmeye neden ihtiyaç duyulduğunu anlamaları, orantısal düşünme ile ilgili problemlerin nasıl çözüldüğünün farkına varmaları, farklı medeniyetlerin günlük ihtiyaçlarına çözüm bulabilmek için orantısal düşünmeye yöneldiklerini anlamaları amaçlanmıştır. Bu sayede öğrencilerin matematiğin günlük hayattaki önemini ve rolünü anlayacakları düşünülmektedir. Eski Mısır, Çin ve Hint kaynaklarından öğrencilere problemler verilerek, bu tip soruların çıkış noktalarının farkına varmaları ve o dönemlerdeki çözüm yolları ile kendilerinin yaptığı çözüm yollarını karşılaştırarak olumlu ve olumsuz yönlerini görmeleri amaçlanmıştır. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik rasyonel cebirsel ifadelerle işlemler yapma konusunun başında uygulanmıştır. Uygulamanın bir ders saati sürmesi planlanmıştır. Öğrencilere milattan önce Eski Mısır ve Çin'de insanların uğraştıkları problemler verilerek problemlerin ne ile ilgili olduğu, nasıl ortaya çıktığı, insanların problemleri çözmeye neden ihtiyaç duydukları hissettirilmeye çalışılmıştır. Ardından öğrencilerin problemleri çözmeleri istenmiştir.

3. 5. 14. Etkinlik 14: Rasyonel Cebirsel İfadelerin Çözümü

Amaç:

Etkinlik, öğrencilerin bir bilinmeyenli rasyonel cebirsel ifadelerin çözümlerini yanlışı deneme yoluyla ve modern yolla yaparak çözüm yollarını karşılaştırmaları, matematiğin zamana ve yere göre şekillenebileceğini, değişim ve gelişim gösterebileceğini fark etmeleri, farklı kültürlerin matematiğin gelişimi üzerindeki etkilerini anlamaları amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliğin MT'nin "*araç ve amaç*" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik cebir öğrenme alanının denklemler alt öğrenme alanı içerisinde, rasyonel cebirsel ifadeleri çözelim konusunun içinde modern yol gösterildikten sonra yapılmıştır. Uygulamanın bir ile iki ders arası süreceği planlanmıştır. Etkinlikte öğrencilerin rasyonel formdaki cebirsel ifadelerin çözümünün M.Ö 3000'lerde yanlışı deneme yolu ile yapıldığını, çalışma yaprağındaki adımları takip ederek anlayabilmeleri için tasarlanmıştır. Yanlışı deneme yolu, çalışma yaprağı üzerinde tanıtıldıktan sonra, yanlışı deneme yolunun çeşitli bilim adamları tarafından kullanıldığı çeşitli soru örneklerine yer verilmiştir. Öğrencilerden bu soruları grupça çözmeleri istenmiştir. Etkinlik sonunda, yanlışı deneme yolu ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınmış, kullanışlı bir yol olup olmadığı konusunda sınıf tartışması yapılarak etkinlik bitirilmiştir.

3. 5. 15. Etkinlik 15: Doğrusal Denklem Sistemlerinin Çözümü

Amaç:

Bu etkinlik, öğrencilere doğrusal denklem sistemlerinin çözümlerinde modern yoldan farklı yolların kullanıldığını, tarihsel süreçte binlerce yıl önce doğrusal denklem sistemleriyle ve çözümleriyle insanların uğraştıklarını göstermek amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliğin bir diğer amacı, Babil yolu ile modern yolu karşılaştırarak öğrencilerin modern yola yönelik ilgi ve isteklerini arttırmak, zamanla matematiğin değişip gelişerek kolay ve uygulanabilir yolların oluştuğunu fark etmelerini sağlamaktır. Etkinliğin MT'nin "*hem araç hem de amaç"* olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Başlangıçta çalışma yaprağı üzerinde bu yolun nasıl kullanıldığını açıklayıcı bir problem durumu verilerek öğrencilerin tahmin etme ve düzenleme yolunu anlamaları sağlanmaya çalışılır. Ardından öğrencilerden modern yol ve tahmin etme düzenleme yolu kullanarak verilen bir denklem sistemini çözmeleri istenir. Öğrencilerden tahmin etme düzenleme yolunu modern çözüm yolu ile karşılaştırmaları ve düşüncelerini açıklamaları istenir. Antik Çin'de doğrusal denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan eksiklik ve fazlalık yöntemi ile ilgili hazırlanan çalışma yaprağı öğrencilerin evde incelemeleri ve yapmaları için öğrencilere ev ödevi olarak verilir.

3. 5. 16. Etkinlik 16: Pi Sayısının Hikâyesi

Amaç:

Mısırda dairenin alanı ve pi sayısı etkinliği, öğrencilerin zaman ve farklı kültürler içinde kullanılan pi sayısının değerini görmeleri, matematiğin durağan bir bilim olmadığını ve farklı kültürlerin matematiğin gelişimine katkı sağladığını anlamaları için hazırlanmıştır. Bunun yanında öğrencilerden modern matematiksel ifadelerden de yararlanmaları istenmiştir. Dolayısıyla etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama:

Etkinlik koninin alanı verildikten sonra yapılmıştır. Uygulamanın bir ile iki ders arası sürmesi planlanmıştır. Etkinlikte öğrencilerden 9x9'luk kareli kâğıt almaları ve içerisine çapı 9cm olan bir daire çizmeleri istenmiştir. Ardından karenin her bir kenarını üç eşit parçaya ayıran noktaları birleştirin denmiştir. Öğretmen tarafından, "elde edilen geometrik şeklin alanının neredeyse sekizgenin alanına eşit olduğunu gözlemleyin" şeklinde bir uyarı yapılmıştır. Öğrencilere sekizgeni oluşturan birim kareleri sayarak, sekizgenin alanını bulmaları söylenmiştir. $63cm^2$ olan bu değerin eski mısırda $64cm^2$ kare alındığı öğrencilere söylenerek, dairenin alan formülünü kullanmaları ve yarıçap yerine 9/2, alan yerine 64 yazarak, pi için kullandıkları değeri bulmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Eski mısırda kullanılan pi sayısının sayısal değerinin bulunmasının ardından, diğer kültürlerdeki matematikçilerin de farklı tarihlerde pi sayısı için kullandıkları değerleri öğrencilerin araştırmaları istenmiş, bir daha ki derste öğrencilerin elde ettikleri bilgiler sınıf ortamında tartışılmıştır.

3. 5. 17. Kesik Kare Piramidin Hacmi

Amaç:

Bu etkinlikte matematiğin sadece kural ve formüllere bağlı bir ders olmadığı, günlük ihtiyaçlardan ortaya çıktığı, geçmişte de matematikle ilgilenildiği ve farklı yollarla matematik yapıldığının öğrenciler tarafından anlaşılması amaçlanmıştır. Bunun yanında öğrenciler tahta parçalarını kullanarak kesik piramidin hacmine ulaşmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin somut modeller üzerine çalışmalar yapmaları öğrenme isteklerini arttıracağından etkinliğin MT'nin "*araç* ve amaç" olarak kullanımına hizmet ettiği düşünülmektedir.

Uygulama:

Çalışma yaprağının başına öğrencilerin ilgisini çekmesi için Eski Mısırda matematikle ilgilenildiğini gösteren açıklayıcı bilgiler konulmuştur. Bu etkinlikte öğrenciler kesik piramidi oluşturan parçaları kullanarak, eski mısırda yapıldığı gibi kuralı keşfetmeye çalışacaklardır. Etkinlik için kullanılacak olan materyal araştırmacı öğretmen tarafından hazırlanarak her bir gruba birer tane olmak üzere dağıtılmıştır. Öğrencilere bu piramit modelinde karşılıklı parçaları birleştirdiğinizde hangi geometrik şekilleri elde ediyorsunuz şeklinde bir soru yöneltilerek, öğrencilerin düşünmeleri, akıl yürütmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrenciler karşılıklı parçaları alarak birleştirmeye çalışmışlar ve hangi geometrik şekillerin oluşabileceğini düşünmüşlerdir. Bu aşama yap-boz oyununa benzemektedir. Bu yüzden, öğrencilerin psikomotor becerilerini gelişimine katkı sağlaması açısından önemli bir aşamadır. Öğretmen her bir grubu dolaşarak öğrencilerin hangi geometrik şekilleri oluşturduğunu, zorlanıp zorlanmadıklarını kontrol etmiştir. Zorlanan gruplara yardımcı olunmuştur. Tüm grupların birleştirme işlemleri sonucunda, ilk durumdaki kesik piramidin hacmiyle, kesik piramit parçalarıyla oluşturulan geometrik şekillerin hacimleri arasında nasıl bir ilişki var sorusu öğrencilere yöneltilerek, öğrencilerin bilgi ile iletişim kurması, geçmiş bilgisi ile şu anki bilgisini ilişkilendirmesi sağlanamaya çalışılmıştır. Bu durum öğrencilerin öğrenmesine katkı sağlaması açısından önemlidir. Aşağıda tüm etkinlikler Jankvist (2009)'un MT'nin amaç ve araç olarak kullanımına yönelik ortaya koyduğu görüşler doğrultusunda değerlendirilerek tabloda gösterilmiştir.

Tablo 7. Etkinliklerin Amaç ve Araç Olarak Planlanması

Etkinlik 1:Farklı Kültürlerde Çarpma İşlemi *Matematiğin gelişen yapısını göstermek *Matematiksel tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini göstermek **Farklı kültürler tarafından kullanılan farklı çözüm yaklaşımlarını kullanarak çarpma işlemini öğrenme ve öğrenmeye yönelik güdülemek
Etkinlik 2: Babilde Karekök Alma *Matematiksel tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini göstermek **Modern çözüm yollarının tarihsel yollarla karşılaştırılarak olumlu ve olumsuz yönlerinin anlaşılması amacıyla kullanmak
Etkinlik 3,4,5: Pisagor Bağıntısı Modülü *Matematiğin gelişen yapısını ve insan ürünü olduğunu göstermek *Farklı kültürler tarafından kullanılan farklı çözüm ve ispat yaklaşımlarını öğrencilere ve öğretmenlere gösterme **Matematikte bir konunun öğretilmesi amacıyla kullanmak, **Öğrencileri öğrenmeye yönelik güdüleme
Etkinlik 6: Fibonacci ve Tavşan Problemi *Matematiğin sosyolojik konularını öğretmek (günlük hayatta matematiğin rolü ve önemi) **Matematikte bir konunun öğretilmesi
Etkinlik 7,8: Gauss ve Yang Hui Ardışık Tamsayıların Toplamı *Matematiğin gelişen yapısı ve insan ürünü olduğunu göstermek, *Matematiğin tarihsel ve epistemolojik konularını öğrencilere öğretmek (farklı çözüm yollarının olduğu vs.) **Matematikte bir konunun öğretimi **Öğrencileri öğrenmeye yönelik güdüleme
Etkinlik 9: Üçgensel ve Karesel Sayıların Toplamı **Matematikte bir konunun öğretimi **Öğrencileri öğrenmeye yönelik güdüleme
Etkinlik 10: Cebirsel İfadelerin Gösterimleri *Matematiğin gelişen yapısı ve insan ürünü olduğunu göstermek *Matematiksel tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini göstermek
Etkinlik 11: Abu Kamil ve Özdeşliklerin Modellenmesi ** Matematikte bir konunun öğretilmesi **Öğrencileri öğrenmeye yönelik güdüleme
Etkinlik 12: Harizmi ve İkinci Dereceden Eşitsizliklerin Çözümü **Matematikte bir konunun öğretilmesi **Öğrencileri öğrenmeye yönelik güdüleme
Etkinlik 13: Orantısal Akıl Yürütme *Sosyolojik konuları öğrencilere öğretmek **Orantısal akıl yürütme gerektiren problemler çözer
Etkinlik 14: Rasyonel Cebirsel İfadelerin Çözümü **Modern çözüm yollarının tarihsel yollarla karşılaştırılarak olumlu ve olumsuz yönlerinin anlaşılması amacıyla kullanmak *Matematiğin epistemolojik konularını öğretmek
Etkinlik 15: Doğrusal Denklem Sistemlerinin Çözümü *Matematiksel tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini göstermek **Modern çözüm yollarının tarihsel yollarla karşılaştırılarak olumlu ve olumsuz yönlerinin anlaşılması amacıyla kullanmak
Etkinlik 16: Pi Sayısının Hikâyesi *Matematiğin dinamik yapısını göstermek *Matematiğin tarihsel, sosyolojik ve epistemolojik konularını öğretmek **Modern matematiksel ifadelerden yararlanarak dairenin alanını bulma
Etkinlik 17: Kesik Kare Piramidin Hacmi *Matematiğin tarihsel, sosyolojik ve epistemolojik konularını öğretmek **Öğrencileri öğrenmeye yönelik güdülemek

*Amaç Olarak **Araç Olarak

Tablodan da anlaşılacağı gibi 1,2,3,4,5,6,7,8,13,14,15,16,17 nolu etkinliklerin MT'nin araç ve amaç olarak kullanımına uygun olduğu, 10 nolu etkinliğin amaç olarak kullanımına uygun olduğu, 9, 11 ve 12 nolu etkinliklerin ise araç olarak kullanımına uygun olduğu düşünülmektedir. Aşağıda araştırma kapsamında kullanılan veri toplama araçları tanıtılmıştır. Pilot uygulama sonucu, etkinlikler üzerinde ne tür iyileştirmeler yapıldığının görülmesi için öğrencilerin çalışma yapraklarında anlayamadıkları ve zorlandıkları yerler ve yapılan düzeltmeler açıklanmaktadır.

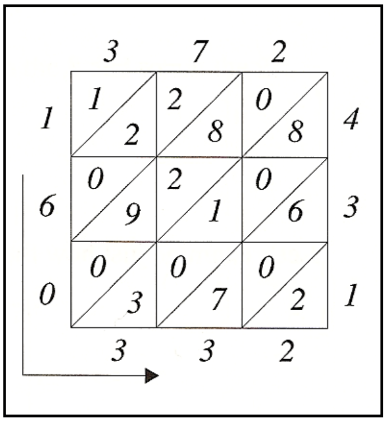
3. 6. Etkinliklerin İlk Uygulamasından Yansımalar

Aksiyon araştırması döngüsel ve dinamik bir araştırma yöntemidir. Aksiyon araştırmasının en önemli özelliği araştırmacının uygulamalarıyla deneyim kazanması, öğretme repertuarını zenginleştirmesi ve ilerleyen uygulamaları etkili şekilde yapılandırmaya çalışmasıdır. Deneyimlerinden ve mesleki gelişiminden sunduğu yansımalar aynı konu üzerine çalışmalar yapacak olan araştırmacılara yol gösterici olacaktır. Etkinliklerin pilot uygulamasına döngü 1 de denebilir. Etkinliklerin pilot çalışmasından yansımalar başlığı altında, etkinliklerin hazırlanma amacına ne ölçüde uygun olup olmadığından, öğrencilerin etkinliklerde zorlandıkları ve etkinliklerde düzeltmelerin yapıldığı kısımlardan yansımalar sunulacaktır. Yansımaları verirken, etkinlikler sürecinde yaptığım gözlemlere dayalı tuttuğum alan notlarımdan, öğrencilerin yazılı görüşlerinden ve etkinliklerin uygulama sürecinde öğrencilerle yaptığım informal görüşmelerden faydalandım.

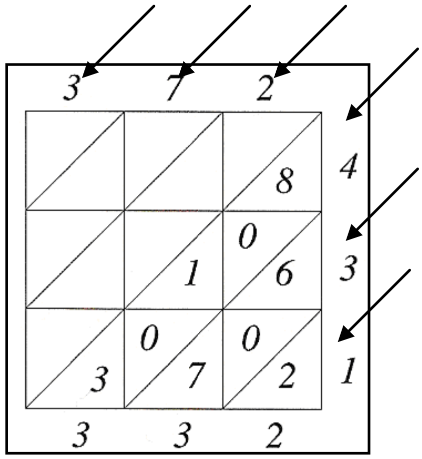
Çarpma işlemini kafes yolu ile yapmak öğrencilerin tamamı tarafından eğlenceli ve kolay bir yol olarak değerlendirildi. Öğrenciler çarpma işleminde sadece bir yol bildiklerini belirttiler. Çarpma işleminde eski yıllarda bu tip bir yolun olabileceğini tahmin etmediklerini ifade ettiler ve böyle bir yolu görünce şaşırdıklarını ifade ettiler. Yaptığım gözlemler, öğrencilerin yazılı görüşleri ve etkinliğin uygulanması sırasında öğrencilerle yaptığım informal görüşmeler sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim. Öğrenciler kafes yolunu zevkli, eğlenceli ve kolay bir yol olarak değerlendirmiş, matematiğin çok eskiye dayandığını öğrenmiş ve farklı yollar kullanılarak matematik yapılabileceğini görmüşlerdir. Öğrencilerin yazılı cevapları ve informal görüşmeler sonucu etkinlikle ilgili "farklı yollar", "tarihe dayalı", "eğlenceli" kodlarına ulaşılmıştır.

Kafes yöntemi ile çarpma işlemi etkinliği boyunca öğrenciler sadece yönergeler kısmının 4. adımında aynı hizadaki rakamlar toplanır ifadesini anlamadıklarını ifade ettiler. Araştırmacı tarafından bu ifade silinerek, "aynı hizadaki rakamlar oklarla gösterilir, kutucuk içinde olan ok hizasındaki rakamlar toplanır" şeklinde düzeltildi. Bu ifadenin anlaşılıp anlaşılmadığı öğrencilere soruldu. Öğrenciler dördüncü adımın bu haliyle anlaşılır olduğunu ifade ettiler.

Aynı hizada olan rakamlar toplanır. Kutucuk içerisinde olan ok yönündeki rakamlar toplanır.



Şekil 8. Pilot uygulamadaki hali



Şekil 9. Pilot uygulamaya göre düzeltilen şekli

Babilde karekök alma etkinliği öğrenciler için zor ve sıkıcı gelmiş olsa da, etkinliğin amacı öğrencilerin modern çözüm yolunun kullanışlılığını göstererek öğrencileri modern çözüm yolunun kullanımına motive etmektir. Etkinlikle ilgili öğrencilerle yaptığım informal görüşmeler ve öğrencilerin yazılı görüş formlarına verdikleri cevaplar sonucu "uzun ve zor", "ilginç", "tarihsel kökeni olan ders", "farklı yollar" kodlarına ulaşılmıştır. Bu anlamda etkinlik öğrenciler için zor bulunmuş olsa da amacı karşıladığı için ikinci uygulamaya dâhil edilmiştir.

Eski Çin de Pisagor bağıntısı etkinliğinin pilot uygulamasında İkinci adımda bazı öğrencilerin 3cm'lik dört tane üçgen mi, 4cm'lik dört tane üçgen mi keseceklerine karar veremedikleri görülmüştür. Dolayısıyla ikinci adıma daha açıklayıcı ifadeler yazmaya karar verilmiştir. Bazı öğrenciler, "3cm ve 4cm'lik üçgenleri, birinci adımda kestiğimiz karenin içinden mi keseceğiz" sorusunu sormuşlardır. Bu ifade araştırmacı tarafından yönergelerde daha açık şekilde ifade edilmiştir. Bir öğrenci, "küçük kareyi de kesecek miyiz" şeklinde bir soru yöneltmiştir. Bu durumda yönergeler içinde açık bir şekilde belirtilmiştir. Ceren 3cm ve 4cm olarak kestiği üçgenleri dış tarafa yapıştırmış, Ufuk, "içteki kare derken, 1cm uzunluklu olan küçük kare mi olacak" şeklinde bir soru yöneltmiştir. Beşinci adımda hangi kareden bahsedildiğini anlamayan öğrenciler olmuştur. Öğrencilerin yaşadıkları ve anlamakta zorlandıkları yerler yönergelerde daha açık şekilde ifade edilmiştir. Eski Çinde Pisagor bağıntısı etkinliği öğrenciler tarafından eğlenceli bir etkinlik olarak değerlendirilmiştir. Bunun yanında öğrenciler matematiğin yıllar öncesine dayandığını anlamış, farklı kültürlerin farklı yollarla matematikle uğraştıklarının farkına varmış, matematiğin dinamik ve gelişen yapısını anlamışlardır. Bazı öğrenciler matematiğin mantığa dayandığını, pratik yöntemleri olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin yazılı görüşleri ve informal görüşmeler sonucu etkinlikle ilgili “pratik yollar”, “mantığa dayalı”, “eğlenceli”, “farklı yollar”, “insan emeği”, “gelişim gösteren dinamik yapısı” kodlarına ulaşılmıştır. Etkinliğin kullanım amacını karşıladığı tespit edilerek ikinci uygulamaya dâhil edilmesine karar verilmiştir.

Babil sayıları ve Babilde Pisagor üçlüleri etkinliğinin, öğrencilere zor geldiğini gözlemledim. Nitekim etkinliğin başında öğrencilere Babil sayılarını onluk sisteme çevirmeleri ve Babil gösterimlerini yazmalarını istemiştim. Ardından Plimpton 322 adlı tableti öğrencilere gösterip, tabletteki sayıların Pisagor üçlüsü olup olmadıklarını keşfetmelerini, daha sonra $30\sqrt{2} = 42;25,35$ eşitliğinin doğrulanıp doğrulanmadığını göstermelerini bekledim. Bu etkinliğin iki ders saati sürecinde bitirilmesini umuyordum. Ancak bu süre etkinlik için yeterli olmamıştı. Öğrenciler 60’lık sistemde verilen bir sayıyı, 10’luk sisteme çevirirken zorlanmışlardır. Bazı öğrenciler etkinliğin konuyla alakası olmadığını ve soru çözmelerinin daha iyi olacağını ifade etmişlerdir. Etkinlikte $30\sqrt{2} = 42;25,35$ eşitliğinin doğrulanıp doğrulanmadığına yönelik içerik etkinlikten çıkarılmıştır. Çünkü öğrenciler için özellikle sınav kaygısına sahip öğrenciler için Eski sayıları modern sayılara dönüştürmek zaman alıcı ve matematik konularıyla ilişkisiz olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerimi yoğun bir tarihsel içerikle karşı karşıya bırakmamı, tarihsel kökenli kavramların çokluğunu ve modern matematikten uzaklaşmamı tarihsel içeriğin kullanımı konusunda deneyimsiz olmama bağlıyorum. Uygulamalar sürecinde yaptığım gözlemler öğrencilerin yazılı görüş formlarına verdikleri cevaplara yansımıştır. Bu yüzden öğrencilerin Plimpton 322 tableti üzerinde modern şekle çevrilmiş Babil sayılarının Pisagor üçlüsü olup olmadıklarını keşfetmelerinin etkinliğin amacını karşılaması adına yeterli olacağını düşünüyorum. Öğrenciler bu sayede Pisagor teoremine Pisagor’dan binlerce yıl önce farklı toplumların ulaştıklarını görebilecek ve matematiğin gelişim gösteren ve dinamik yapısının farkına varabileceklerdir. Öğrencilerle yaptığım informal görüşmeler ve öğrencilerin yazılı görüş formlarına verdikleri cevaplardan “şaşırtıcı”, “farklı kültürler”, “tarihi olan bir ders”, “uzun ve zor” kodlarına ulaşılmıştır. Etkinlik yapılma amacını karşıladığı için ikinci uygulamaya dâhil edilmiştir.

Fibonacci ve Tavşan Problemi etkinliğinin başlangıcında bazı öğrencilerin problemi anlamakta zorladıklarını tespit etmiş olsam da öğrenciler problemi dikkatli okuduklarında ve grup arkadaşlarından yardım aldıklarında uygulamaya geçtiklerini gördüm. Öğrencilerin geneli etkinliğin öğretici yönüne ve matematiğin günlük hayattan ortaya çıkmasına dikkat çekmişlerdir. Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden "yaratıcı ve zeki kişilik", "eğlenceli", "günlük hayattan ortaya çıkma", "uzun ve zor" kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Gauss ve Yang Hui Ardışık tam sayıların toplamı etkinlikleri öğrencilerin genelinin beğendikleri etkinlikler olmuştur. Öğrenciler Gauss'un yolunu ilginç bir yol olarak, Gauss'u ise yaratıcı, çok zeki bir kişi olarak değerlendirmişlerdir. Yang Hui'inin birim küpler kullanarak ardışık pozitif tamsayıların toplamına ulaşmasının yaratıcılık gerektirdiğini ifade etmişlerdir. İki etkinlik sonunda öğrencilerin yazılı görüşleri alınmıştır. Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden "farklı yollar", "yaratıcı ve zeki kişilikler", "eğlenceli", "pratik çözüm", "insan emeği", "matematiğin dinamik yapısı" kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Özel Sayı Örüntüleri etkinliği, Yang Hui'nin ardışık tamsayıların, üçgensel ve karesel sayıların toplamını yaparken kullandığı yol ile Gauss'un ardışık tamsayıların toplamı için kullandığı yolu içermektedir. Uygulamalar sırasında gözlemlediğim en önemli sıkıntı etkinliğin iki ders saati süresi için oldukça uzun olmasıydı. Bu yüzden ikinci uygulama için etkinliği kısaltmaya karar verdim. Özellikle öğrenciler için üçgensel ve karesel sayıların birim küplerle modellenmesi ve üç boyutlu geometrik şekiller üzerinde toplamlarının bulunması şaşırtıcı ve ilginç gelmiştir. Ancak öğrenciler bu durumu anlamakta zorlanmışlardır. Üçgensel ve karesel sayıların modellenmesi ve toplanması etkinliğini asıl uygulamaya dâhil etmedim. Ancak alternatif bir kullanım yolu olarak çalışma yaprağı öğrencilere evlerinde uğraşmaları için ödev olarak verilebilir.

Cebirsel gösterimlerin tarihsel gelişim süreci adlı etkinlik kullanım amacını karşılamıştır. Ancak etkinliğin uygulanması sürecinde bazı öğrencilerin metni okurken sıkıldıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler okuma metinlerini sevmediklerini ifade etmişlerdir. Etkinlik sonunda öğrencilerin yazılı görüşleri ve öğrencilerle yaptığım informal görüşmelerden "farklı gösterimler", "farklı matematikçiler", "gelişen yapı", "eskiye dayanan" kodlarına ulaşılmıştır. Bazı öğrencile etkinlikle ilgili olumsuz görüş bildirmiş olmasına karşın uygulamalar sırasındaki gözlemlerim ve öğrencilerin genelinden elde edilen bulgulara göre etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Abu-Kamil ve Özdeşliklerin modellenmesi etkinliği öğrencilerin geneli için öğretici bir etkinlik olarak değerlendirilmiştir. Öğrenciler daha önceden Abu-Kamil'i tanımadıklarını ifade etmişlerdir. Abu-Kamil'in kitabı öğrencilere gösterildiğinde öğrencilerin şaşkınlığı daha da artmıştır. Öğrenciler matematiğin gelişmesinde insan emeğinin öneminin farkına varmışlardır. Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden “öğretici”, “eğlenceli”, “insan emeği” kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Harizmi ve İkinci dereceden denklemlerin çözümü etkinliği öğrencilerin geneli için öğretici bir etkinlik olarak değerlendirilmiştir. Öğrenciler daha önceden Harizminin adını duymadıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden “öğretici”, “eğlenceli”, “insan emeği” kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Orantısal akıl yürütme adlı etkinlik kullanım amacını karşılamıştır. Öğrencilerin yazılı görüşleri ve öğrencilerle yapılan informal görüşmeler sonucu “günlük hayat uygulamaları”, “farklı kültürler”, “tarihi kökene sahip ders”, “farklı çözüm yolu” kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Rasyonel cebirsel ifadelerin yanlışı deneme yoluyla çözümü etkinliğinde öğrenciler matematiğin çok eski yıllarda ortaya çıktığını bir kez daha görme fırsatı bulmuş, farklı kültürlerin farklı çözüm yolları ile problemlerin çözümlerini yaptıklarını anlayabilmişlerdir. Ayrıca modern yolun daha pratik ve kullanışlı olduğunu ancak milattan önceki yıllarda bu tip bir yolun kullanılmasının şaşırtıcı ve önemli bir gelişme olduğunu vurgulamışlardır. Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden “farklı bir yol”, “şaşırtıcı”, “uzun bir yol”, “çok eski yıllara dayalı bir ders” kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Öğrenciler Babillilerde tahmin etme ve düzenleme yolu ile doğrusal denklemlerin çözümünü bulmayı uzun ve zor bir yol olarak değerlendirmişlerdir. Etkinlik öğrencileri modern yolun kullanımına güdülemek amacıyla kullanılabilir. Ancak uygulamalar kapsamında bu amaca hizmet eden bir etkinlik olduğundan ve zaman sıkıntısı düşünüldüğünde etkinliğin asıl uygulamaya dâhil etmemeye karar verdim. Ancak çalışma yaprağı öğrencilere evlerinde yapmaları için ödev olarak verilebilir. Babilde, Eski Çinde ve diğer kültürlerde doğrusal denklem sistemlerinin çözüm yolları öğrencilere ödev olarak verilebilir. Bu sayede matematiğin tarihinin amaç ve araç olarak kullanımı gerçekleştirilmiş olabilir.

Pi sayısının hikâyesi adlı etkinlik kullanım amacını karşılamıştır. Etkinlik öğrencilerin geneli tarafından beğenilmiştir. Öğrenciler matematiğin günlük hayat ihtiyaçlarına çözüm bulmak amacıyla kullanıldığını ifade etmişlerdir. Eski yıllarda insanların pi sayısının değerine alanlar yardımıyla yaklaşmış olmaları öğrencilere ilginç ve şaşırtıcı gelmiştir.

Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden “pi sayısının değerindeki değişim”, “farklı kültürlerin katkıları”, “günlük hayattaki ihtiyaçlar”, “ilginç-şaşırtıcı” kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Kesik kare piramidin hacmi etkinliği öğrencilerin geneli tarafından beğenilen ve öğrencilere çok farklı gelen bir etkinlik olmuştur. Öğrencilerin geneli informal görüşmelerim sırasında daha önce buna benzer güzel bir etkinlik yapmadıklarını dile getirmişlerdir. Tahta parçalarını birleştirerek dikdörtgenler prizmasının, kare piramidin ve kare prizmanın hacimlerinin toplamından kare piramidin hacmine ulaşmak öğrencilerin hoşlarına gitmiştir. Öğrencilerin yazılı görüş formları ve öğrencilerle yapılan informal görüşmelerden “farklı bir yol”, “ilginç-şaşırtıcı”, “eğlenceli”, “öğretici”, “yaratıcı ve zeki insanlar”, “çok eski yıllara dayalı bir ders” kodlarına ulaşılmıştır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler ve öğrencilerden elde edilen bulgular sonucu etkinliği ikinci uygulamaya dâhil etmeye karar verdim.

Pilot uygulama sonucunda 9 ve 15 nolu etkinlikler asıl uygulamaya dâhil edilmemiş, bazı etkinlikler üzerinde de iyileştirmeler yapılmıştır. İkinci uygulama 15 etkinlikten oluşmaktadır. Etkinliklerin 26 ders saati sürecinde bitirilmesi planlanmıştır.

3. 7. Veri Toplama Araçları

Bu başlık altında çalışmada kullanılan veri toplama araçlarının hazırlanması, pilot çalışmaları ve uygulamaları ile ilgili bilgiler verilmiştir. Çalışmanın verileri; Matematik Bilginin Doğasına Yönelik İnanç Ölçeği, Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği, Yazılı Görüş Formu, Mülakat ve Gözlem yoluyla toplanmıştır.

3. 7. 1. İnanç Ölçeği

Baki ve Bütüner (2010) tarafından geliştirilen matematiksel bilginin doğasına yönelik inanç ölçeği 11 maddeden oluşmaktadır. Ölçek maddelerinin hazırlanmasında literatür okunmuş, ilgili çalışmalarda (Charalambous vd, 2009) kullanılan ölçek maddeleri dikkate alınmıştır. İlerleyen süreçlerde literatür de benzer ölçeklerle karşılaşılmış (Amirali, 2010; Horton ve Panasuk, 2011) ve ölçek maddelerinin Baki ve Bütüner (2010) tarafından geliştirilen ölçek maddeleriyle örtüştüğü saptanmıştır.

Ölçek maddelerinin yazım sürecinden sonra ölçeğin faktör yapısını belirlemek amacıyla açımlayıcı faktör analizi yapılmış, ardından bulunan faktör yapılarının doğruluğunu test etmek için ise doğrulayıcı faktör analizine geçilmiştir. Yapılan açımlayıcı faktör analizi sonucu ölçeğin 2 boyuttan oluştuğu tespit edilmiştir. Ölçekteki 5 madde mutlakçı, 6 soru ise yarı deneyselci inanca yönelik maddelerdir. 11 maddeden oluşan modelin doğruluğunu test etmek için yapılan doğrulayıcı faktör analizi sonucu elde edilen uyum iyiliği indeksleri GFI: 0.88; AGFI: 0.82; CFI: 0.88; SRMR: 0.072; RMSEA: 0.090 olarak kabul edilebilir düzeyde bulunmuştur. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı ise 0.885'dir. Ölçek "Kesinlikle katılmıyorum", "Katılmıyorum", "Kısmen katılıyorum", "Katılıyorum" ve "Kesinlikle Katılıyorum" şeklinde 5'li likert tipindedir. Ölçekten alınabilecek minimum puan 11, maksimum puan 55'tir.

3. 7. 2. Tutum Ölçeği

Öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını belirlemek amacıyla, Aşkar (1986) tarafından geliştirilmiş tutum ölçeği kullanılmıştır. Tutum ölçeği 20 sorudan oluşmakta ve "Her zaman (2 puan)", "Ara sıra (1 puan)" ve "Hiçbir zaman (0 puan)" şeklinde üçlü likert tipindedir. Ölçekteki 9 madde olumsuz, 11 madde olumludur.

3. 7. 3. Yazılı Görüş Formu

Yazılı görüş formu öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarındaki ve matematiğe yönelik tutumlarındaki değişimi ortaya koymak amacıyla kullanılmıştır. Yazılı görüş formu, uygulama öncesi ve sonrasında olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Uygulamalar öncesinde öğrencilerden **"**Matematik deyince aklınıza ne geliyor? açıklayınız, "Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri ne olmalıdır?", "Matematik gelişime açık mıdır? Yoksa matematik içerisindeki bilgiler sabit midir?" Cevabınızı örneklerle açıklayınız, "Matematiğin ortaya çıkmasına neler sebep olmuştur? örneklerle açıklayınız" şeklindeki dört soruya ilişkin yazılı görüşleri alınmıştır. Uygulamalar sonunda ise yukarıdaki sorulara ek olarak "etkinliklerin size olumlu yönlerini size kazandırdıklarını açıklayınız?", "etkinliklerin size olumsuz gelen yönlerini açıklayınız", "etkinlikler matematiğe yönelik ilginizi ve öğrenme isteğinizi etkiledi mi? açıklayınız", "Matematiğe yönelik ilginizde ve sevginizde eskiye göre nasıl bir değişim meydana geldi?" şeklinde dört adet soru yöneltilmiştir.

3. 7. 4. Mülakat

Görüşme, insanların zihinlerinde oluşanları ortaya çıkarmak için kullanılan ya da kavramsal yapılarına girerek duygu, düşünce, eğilim, inanç ve değer yargılarını tespit etmeyi sağlayan veri toplama araçlarının en etkililerinden biridir. Kendi sınıfında bir araştırma yürütmek isteyen bir öğretmen, öğrencileriyle ilişkili olarak araştırma yaptığında onlarla bizzat sınıf ortamında informal olarak sohbet havası içerisinde yapılandırılmamış görüşme (soruların önceden hazırlanmaması) gerçekleştirebileceği gibi, sınıf dışında da formal olarak yarı yapılandırılmış bir görüşme (soruların önceden hazırlanması ancak sorularda esneklik oluşturulması) gerçekleştirebilir. Görüşme yapan bir öğretmenin, öğrencilere kendi düşüncelerini ortaya koyan ya da destekleyen tarzda yönlendirici sorular sormaması gerekmektedir (Ekiz, 2003). Araştırmacı tarafından etkinlikler sırasında yapılan doğal gözlemler, öğrencilerin inanç ölçeğinden aldıkları puanlar ve öğrencilerle yapılan informal görüşmeler sonucu, Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö20, Ö22, Ö23 nolu öğrenciler mülakat için seçilmiştir. Öğrenciler matematik başarısı anlamında heterojen dağılım göstermektedir. Öğrencilerin seçiminde yedinci sınıf matematik yılsonu notları da dikkate alınmıştır. Seçilen üç öğrencinin matematik yılsonu notu 4 veya 5, iki öğrencinin 3, iki öğrencinin ise 1 ve 2'dir. Bazı öğrencilerlerle de uygulamalar sırasında informal görüşmeler yapılmıştır. Mülakatlarda öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarındaki ve tutumlarındaki değişimi ortaya koymaya yönelik sorular yöneltilmiştir.

3. 7. 5. Gözlem

Gözlem kendiliğinden oluşan ya da bilinçli olarak hazırlanan olayları, sistematik ve amaçlı bir şekilde incelemektir. Gözlem doğal ve sistematik olarak ikiye ayrılmaktadır. Doğal gözlemde olaylar, kendi tabii şartları içinde herhangi bir müdahalede bulunulmadan gözlemlenmektedir. Aksiyon araştırmalarında araştırmacı öğretmen katılımcı gözlemler yapar. Doğal ortamda öğrencilerin tepkileri gözlemlenerek kritik durumlar kayıt altına alınır. Çalışma kapsamında araştırmacı öğretmen uygulamalar sürecinde öğrencileri gözlemleyerek öğrencilerin etkinliklere verdikleri tepkileri tespit etmeye çalışmıştır.

3. 8. Verilerin Analizi

Bu başlık altında çalışmada kullanılan veri toplama araçlarının analizlerinin nasıl yapılacağı sunulmuştur. Sagor (2000) veri analizinin veriyi sistematik biçimde düzenleme ve benzer kategorilerde toplama işi olduğunu ifade etmektedir. Çalışmanın verileri; Matematik Bilginin Doğasına Yönelik İnanç Ölçeği, Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği, Açık Uçlu Görüş Formu, Mülakatlar ve Alan Notları ile toplanmıştır. Çalışma grubundaki öğrenci sayısı 30'dan az olduğundan Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeğinden elde edilen verilerin normal dağılıma sahip olup olmadığına Shapiro Wilkis testi kullanılarak bakılmış ve çıkan sonuca göre parametrik istatistiksel test tekniğinin kullanılmasına karar verilmiştir. Toplanan nitel veriler araştırma sorularına göre ortak temalar altında özetlenmiş, nicel verilerin analizinden elde edilen bulgular ile birlikte yorumlanmıştır. Çalışmada nicel verinin analizinde aritmetik ortalama, standart sapma ve bağımlı t-testi kullanılmıştır. Nitel verilerin analizinde ise içerik analizi ve betimsel analizler gerçekleştirilmiştir.

Aksiyon araştırmasının amacı öğrenme öğretme ortamlarında neler olduğunu anlamak (Johnson, 2005) olduğundan öğrencilerde nasıl değişimlerin meydana geldiği ve uygulamalara nasıl tepkiler verdikleri anlaşılmaya çalışılmaktadır (Stringer, 2008). Bu yüzden çalışmada öğrencilerde meydana gelen değişimleri anlamak için toplanan verilerin betimsel analiz ile açık biçimde betimlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Yıldırım ve Şimşek'e (2008) göre betimsel analizi sürecinde veriler, daha önceden belirlenen temalara göre özetlenmekte ve yorumlanmaktadır ardından veriler bu çerçeveye göre işlenmektedir. Ardından temalar altındaki kodlar tanımlanmaktadır.

3. 8. 1. İnanç Ölçeği Verilerinin Analizi

Matematik Bilginin Doğasına Yönelik İnanç ölçeği çalışma grubundaki öğrenciler üzerinde dönem başı ve yılsonu olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Ölçeğin değerlendirilmesinde mutlakçı maddeler tersten puanlanmış ve bir öğrencinin ölçekten aldığı toplam puan 11-25 aralığı mutlakçı inancının baskın olduğu aralık, 41-55 puan aralığı yarı deneyselci inancının baskın olduğu aralık, 26-40 puan aralığı iki görüşün kesişim aralığı olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Lee (2011) tez çalışmasında öğretmenlerin matematiğe yönelik inançlarını, maksimum 90 puanın alınabileceği inanç ölçeğinde 18-42 düşük, 43-66 orta, 67-90 yüksek olarak ayırmıştır. Yapılan mülakatlardan ve yazılı görüş formlarından elde edilen verilerin ölçek verileri ile karşılaştırılması yapılarak, çoklu veri toplama kaynaklarının kullanımı ile bulgular desteklenmeye çalışılmıştır.

3. 8. 2. Tutum Ölçeği Verilerinin Analizi

Aşkar (1986) tarafından geliştirilen "Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği" etkinlikler uygulanmadan önce ve uygulandıktan sonra iki kez çalışma grubu üzerinde uygulanmıştır. Çalışma grubu sayısı 30'dan az olduğundan verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığının değerlendirilmesi için yapılan Shapiro-Wilks testi sonucuna göre anlamlılık değeri 0.05'ten büyük bulunduğundan verilerin normal dağılım gösterdiği belirlenmiştir. Bağımlı t testi kullanılarak etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ne yönde etkilediği ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

3. 8. 3. Yazılı Görüşlerin Analizi

Öğrencilerin uygulamalar öncesinde ve sonrasında yazılı görüş formundaki sorulara verdikleri yazılı cevapları üç kez üst üste okunarak “matematik algısı”, “başarılı kişi algısı”, “gelişen veya statik”, “matematiğin ortaya çıkışı” ve “matematiğe yönelik sevgi ve öğrenme isteği” temaların altındaki kodlar araştırılmıştır. Kodlar frekans tablosu şeklinde gösterilerek nicelleştirilmiştir. Bunun yanında frekans tablosu altında öğrencilerin görüşlerinden alıntılara yer verilmiştir. Öğrencilerin etkinliklerle ilgili yazılı görüşleri verilirken, etkinlik değerlendirme formları okunmuş sınıfın genelini yansıtan yazılı görüşlerden alıntılara yer verilmiştir.

3. 8. 4. Mülakatların Analizi

Uygulamalar sürecinde yapılan gözlemler ve öğrencilerin başarı durumları dikkate alınarak mülakat yapılacak öğrenciler seçilmiştir. Mülakat yapılacak öğrencilere matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarında meydana gelen değişimi belirleyebilmek için, “Matematik deyince aklına ne geliyor?”, “Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri nasıl olmalıdır?”, “Matematik gelişime açıkmıdır? Yoksa matematik statik yani durağan mıdır?”, “Matematiğin ortaya çıkmasına neler sebep olmuştur? Örneklerle açıklayınız” şeklinde dört soru yöneltmiştir. Öğrencilerin matematiğe yönelik ilgilerinde ve sevgilerinde meydana gelen değişimi belirleyebilmek için mülakatlarda öğrencilere “yaptığınız etkinliklerin sana olumlu gelen yönleri varmıydı? Açıklarmısın?”, “yaptığınız etkinliklerin olumsuz yönleri varmıydı? Açıklar mısın?”, “yaptığınız etkinlikler matematiğe yönelik ilginizi ve öğrenme isteğini etkiledi mi? Neden, “Etkinlikler matematiğe olan sevgini etkiledi mi? Matematiğe yönelik ilginde ve sevginde eskiye göre nasıl bir değişim meydana geldi?” şeklinde dört adet soru sorulmuştur. Mülakat kayıtları birçok defa not alınmadan dinlenerek ve böylece mülakat yapılan öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar hakkında genel bir izlenim edinilmiştir. Daha sonra ses kayıtları dinlenerek dökümleri yazılmıştır. Ardından ses kayıtları; birkaç kere dinlenerek yazılanların doğrulukları kontrol edilmiş, bu notlardan yola çıkılarak kodlamalar yapılmıştır. Ölçek ve yazılı görüş formlarından elde edilen bulguları desteklemek amacıyla öğrenci ve araştırmacı öğretmen arasında geçen diyaloglardan kesitler sunulmuştur. Kodlamanın güvenirliliği için rasgele seçilen örnekler üzerinde araştırmacılar ve bir alan uzmanı ayrı ayrı kodlama yaparak ve sonuçlar karşılaştırılarak kodlamanın ön yargı ve yanlış anlamadan uzak, ortak bir anlayışa göre yapılması sağlanmaya çalışılmıştır.

3. 8. 5. Gözlemlerin Analizi

Etkinlik sürecinde araştırmacı tarafından yapılan gözlemler sonucu alan notları oluşturulmuştur. Yapılan gözlemler, etkinlikler sırasında öğrencilerin zorlandıkları yerleri, etkinliğe yoğunlaşmayan, sıkılan, etkinlikleri eğlenceli bulan, öğrenmeye ilgili ve istekli olan veya olmayan öğrencileri belirlemek için kullanılarak, mülakata seçilecek öğrencilerin belirlenmesini kolaylaştırmıştır. Ayrıca etkinlikler sırasında ortaya çıkan kritik durumlar araştırmacı tarafından betimlenerek bulgular kısmında verilmiştir.

3. 9. Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmada elde edilen bulgu ve sonuçların doğruluğu araştırmanın iç geçerliğiyle ilgiliyken; araştırma sonuçlarının benzer ortamlara ve durumlara genellenebilirliği dış geçerlikle ilgilidir. Araştırmacının; verilerin toplanması, analizi ve yorumlanması süreçlerinin birbiriyle tutarlı olması için ne gibi önlemler aldığını, elde ettiği bulguların ve sonuçların gerçeği yansıtıp yansıtmadığını denetleme amacıyla neler yaptığını, okuyucuyu tatmin edecek şekilde açık ve anlaşılır bir biçimde açıklaması, araştırmanın iç geçerliğini arttıracaktır. Dış geçerlik için ise araştırmacının, araştırmanın tüm aşamaları (örneklem seçiminden sonuçlara kadar) hakkında ayrıntılı açıklamalar ve tanımlamalar yaparak okuyucuyu bilgilendirmesini içermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu bağlamda bu çalışmanın geçerliğini sağlamak için yapılan çalışmalar aşağıda sunulmuştur:

- Çalışmada elde edilen bulgular, çalışılan durum ve verilerin elde edildiği ortam dikkate alınarak belirtilmiş, doğrudan alıntılara sıklıkla yer verilerek tanımlanmış ve sonra yorumlanmıştır.
- Bulgular farklı veri kaynakları ve veri toplama yöntemleri kullanılarak teyit edilmiştir.
- Çalışmanın yöntem bölümünde, araştırmanın modeli, çalışma grubu, araştırmacının rolü, ortam, veri toplama araçlarının özellikleri ve nasıl geliştirildikleri, veri toplama sürecindeki aşamalar, verilerin analizi ve yorumlanma süreçlerinin nasıl gerçekleştirildiği ayrıntılı olarak tanımlanmıştır.
- Çalışmada, çeşitli veri toplama araçları kullanılarak alt problemlere ilişkin derinlemesine ve zengin veriler elde edilmiştir.

Araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgili olan güvenirlik de iç güvenirlik ve dış güvenirlik olarak ayrılmaktadır. Dış güvenirlik, araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceğine, iç güvenirlik ise başka araştırmacıların aynı veriyi kullanarak aynı sonuçlara ulaşıp ulaşamayacağına ilişkindir

(Yıldırım ve Şimşek, 2008). Fakat dış geçerlikle ilgili, nitel araştırmaya temel oluşturan ilkelerden birisi, gerçeklerin bireylere ve ortama göre sürekli bir değişim içinde olduğu, bu yüzden de araştırmanın benzer gruplarda, ortamlarda tekrarlanmasının aynı sonuçlara ulaşmayı mümkün kılmadığını en başta kabul etmektir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). İç güvenirlikle ilgili olarak ise nitel verilerin yorumlanmasında farklı araştırmacıların olayları farklı algılaması ve farklı yorumlaması olağandır. Fakat tüm bunlar nitel araştırmaların güvenilir olmadığı anlamına gelmemektedir. Nitel araştırmalarda da hem iç güvenirlik hem de dış güvenirliği sağlama adına çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. İç güvenirliğin sağlanmasında, verilerin yorum katılmadan, betimsel bir yaklaşımla sunulması, ulaşılan verilerin çeşitli yöntemlerle test edilmesi, araştırma sürecinde araştırmacının üstlendiği rolü ve bakış açısını açık bir şekilde belirtmesi, araştırma sorularına uygun yöntemlerle veriler toplanması, veri setinden önyargıların, gerçekdışı verilerin ve yanlış anlaşılan durumların çıkarılması, sonuçların verilerle uygunluk göstermesi gibi koşulların sağlanması önemli olarak belirtilmiştir. Dış güvenirliği sağlamak için, araştırmacının araştırma sürecindeki konumunu açık hale getirmesi, araştırmanın veri kaynağını oluşturan katılımcıların açık bir şekilde tanımlanması, araştırma sürecinde oluşan sosyal ortamların ve süreçlerin betimlenmesi, verilerin toplanması, analizi ve bulguların yorumlanması süreçleri ile sonuçlara nasıl ulaşıldığının ayrıntılı olarak açıklanması, ham verilerin başka araştırmacılar tarafından incelenebilmesi için saklanması gerektiği belirtilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu bağlamda bu çalışmanın güvenirliğini sağlamak için yapılanlar aşağıda sunulmuştur:

- Araştırma soruları açık, genel ve derin veriler elde edilmesini kolaylaştıracak şekilde yazılmıştır.
- Veri kaynaklarından elde edilen bulgular öncelikle betimsel bir yaklaşımla, yorum yapılmadan sunulmuştur.
- Çalışmada, farklı veri toplama yöntemleri kullanılarak çeşitleme yapılmıştır.
- Çalışmanın yöntem bölümünde, araştırmacının rolleri ayrıntılı olarak belirtilmiştir. Veriler araştırmacı yargılarından bağımsız ve nesnel olarak yazılmıştır.
- Çalışma süreci, verilerin toplanması, analizi ve bulguların yorumlanma süreçleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Araştırmanın modeli, uygulama süreci, etkinlik planı, veri toplama araçlarının hangi amaçlarla kullanıldığı, nasıl geliştirildiği, nasıl uygulandığı ve verilerin nasıl toplanıp birleştirildiği, verilerin analizinde yorumlanmasında nelerin yapıldığı, yöntemin ilgili bölümlerinde aşamalı olarak açıklanmıştır.

- Elde edilen bulguların kanıtı olarak doğrudan alıntılara yer verilmiş; bulgular, sonuç ve tartışma bölümünde önceki araştırmalarla desteklenmiştir. Böylece nesnel sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır.
- Her veri kaynağından sağlanan ham veriler (anket verileri, çalışma yaprakları, yazılı görüş formaları, ses kayıtları, ses kayıtları yazılı hali) arşivlenerek saklanmıştır.

4. BULGULAR

4. 1. Öğrencilerin İnançlarına İlişkin Bulgular

Baki ve Bütüner (2010) tarafından geliştirilen ölçek etkinlikler uygulanmaya başlanmadan öğrencilere uygulanmıştır. Uygulamalar öncesi öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inanç ölçeğinden aldıkları toplam puanlar Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8. UÖ Öğrencilerin İnanç Ölçeğinden Aldıkları Toplam Puanlar

Ö1	24	Ö13	19
Ö2	15	Ö14	19
Ö3	23	Ö15	19
Ö4	19	Ö16	21
Ö5	22	Ö17	24
Ö6	17	Ö18	22
Ö7	25	Ö19	23
Ö8	19	Ö20	27
Ö9	20	Ö21	22
Ö10	25	Ö22	23
Ö11	24	Ö23	24
Ö12	25	Ö24	34

Tablo 8 incelendiğinde uygulamalar öncesinde Ö24 nolu öğrencilerin mutlakçı-yarı deneyselci inancın kesişim aralığında yer aldığı, diğer öğrencilerin ise mutlakçı inanca sahip oldukları görülmektedir. Uygulamalar öncesinde matematiksel bilginin doğasına yönelik inanç aralıklarındaki öğrenci sayıları Tablo 9'da gösterimiştir.

Tablo 9. UÖ Matematiksel Bilginin Doğasına Yönelik İnanç Aralıklarındaki Öğrenci Sayısı

Mutlakçı Aralık	Kesişim Aralığı	Yarı Deneyselci Aralığı
23	1	0

Uygulamalar öncesinde 23 öğrencinin mutlakçı inanca sahip olduğunu, 1 öğrencinin iki inancın kesişim aralığında olduğunu göstermektedir. Öğrenciler arasında yarı deneyselci inanca sahip öğrenci bulunmamaktadır. Öğrencilerden alınan yazılı cevaplar ve yapılan mülakatlar ölçekten elde edilen bulguları destekler niteliktedir. Uygulamalar öncesinde çalışma grubundaki tüm öğrencilere "*matematik deyince aklınıza ne geliyor*" sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları alınmıştır. Tablo 10'da öğrencilerin matematik algısı teması altında ortaya çıkan kodlar verilmiştir.

Tablo 10. UÖ Öğrencilerin Matematik Algısı

Matematik Algısı	Öğrenci Sayısı
Sayılar	12
İşlemler	16
Geometrik Şekiller	4
Sembol ve Formüller	3
Öğretmen	1
Ders araç ve gereçleri	2
Problemler	4
Bilim adamları	1
Günlük Hayat Durumları	1

Tablo 10 incelendiğinde uygulamalar öncesinde öğrencilerin yarısının (%50) matematiği sayılar olarak algıladığı, öğrencilerin (%66.6)'sının ise matematiği işlemler olarak algıladığı ortaya çıkmıştır. Bu durum uygulama öncesi ölçekten elde edilen bulguları desteklemektedir. Matematiği günlük hayattaki olaylar olarak algılayan öğrenci sayısı ise uygulama öncesinde sadece bir kişidir. Bu durumu yansıtmak amacıyla Ö24, Ö4, Ö17, Ö23, Ö6 ve Ö12 nolu öğrencilerin görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö24**: Sayılar, geometrik cisimler, tamsayılar, toplama ve çıkarma işlemleri geliyor. Çünkü tamsayılar hariç diğerlerini 1. sınıftan beri görüyoruz.*

***Ö4**: Çarpma, bölme, toplama, çıkarma, tamsayılarda işlemler*

***Ö17**: Matematik deyince aklıma problemler ve sayılar geliyor.*

***Ö23**: Sayılar sorular ve işlemler geliyor. Matematikte bunlar vardır.*

***Ö12**: Günlük hayattaki olaylar, toplama, çıkarma, çarpma, bölme*

Öğrencilerin geneli matematiği sayı, kural, formül, öğretmeni dinleme, öğretmenin gösterdiği yolla problemleri çözme olarak algıladığı ortaya çıkmıştır. Bu durum mutlakçı inancın bir yansımasıdır. Öğrenciler farklı düşünme ve farklı çözümler üretme anlayışına sahip olmadığı görülmektedir. Uygulama grubundaki Ö6 nolu öğrenci matematiğin günlük hayattaki olaylarla ilişki olduğunu söylemiş olmasına rağmen bu durumu açıklayamamıştır.

Uygulamalar öncesinde öğrencilere "matematikte başarılı bir kişiyi nasıl tanımlarsınız" sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları alınmıştır. Öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasında, "*Matematikte başarılı bir kişiyi nasıl tanımlarsınız?*" sorusu yöneltilmiştir. Tablo 11'de öğrencilerin matematikte başarılı kişi algısı teması altında ortaya çıkan kodlar verilmiştir.

Tablo 11. UÖ Öğrencilerin Matematikte Başarılı Kişi Algısı

Matematikte Başarılı Kişi Algısı	Öğrenci Sayısı
Bütün sorulara doğru cevap veren	3
Matematik konularının çoğunu bilen	1
Test çözen	3
Ödevlerini yapan	4
Öğretmenini dinleyen ve dediklerini yapan	4
İşlemleri akıldan yapan	2
Dersine çalışan	8
İşlem yapmayı seven, işlemleri rahat çözebilen	1

Tablo 11 incelendiğinde uygulamalar öncesinde öğrenciler, derslerine çalışan (8), öğretmenini dinleyen ve dediklerini yapan (4), öğretmen tarafından verilen ödevleri yapan (4), bütün sorulara doğru cevap veren (3), test çözen (3) ve işlemleri akıldan yapan (2) öğrencileri, matematikte başarılı olan kişiler olarak algılamaktadırlar. Bu durum uygulamalar öncesinde öğrencilerde mutlakçı inancın baskın olduğunu ortaya koymaktadır. Sırasıyla Ö23, Ö2, Ö4, Ö22, Ö10, Ö6, Ö24 nolu öğrenci görüşleri aşağıda verilmiştir.

Ö23*: İşlem yapmayı seven, işlemleri rahat çözebilen*

Ö2*: Matematiği seven ona önem veren sorularını zevkle yapan kişiye denir.*

Ö4*: Matematiği iyi tanımlayan verilen işlemleri aklından yapan, derslerine çalışan dersi dinleyen bütün soruları çözmeye çalışan*

Ö22*: Matematik dersinde başarılı biri önce o dersi sevmeli sonra matematik için çalışmalar yapmalı*

Ö10*: Matematik hakkında bilgili, çalışkan*

Ö6*: Başarılı kişi derslerine çalışır, ödevlerini yapar. Sorumluluk sahibi olur. Verilen görevi zamanında yerine getirir. Öğretmenlerin sözünü dinler.*

Derste yanlış yapsada parmak kaldırır. Bol bol kitap okur. Test çözer, tekrar yapar ve düzenli olur.

Ö24*: Matematiğe çok çalışan, matematik dersini çok seven kişi*

Öğrencilerin yazılı görüşleri incelendiğinde, Ö2 ve Ö23 nolu öğrenciler matematikte başarılı kişiyi, işlem yapmayı seven ve işlemleri rahat çözebilen kişi olarak, Ö4 nolu öğrenci işlemleri akıldan yapan kişi olarak, Ö6 ve Ö22 nolu öğrenciler dersine çalışan kişi olarak algılamaktadırlar.

Uygulamalar öncesinde öğrencilere "*matematik gelişime açık mıdır? Yoksa matematik içerisindeki bilgiler yıllar sonra da değişmeden kalır mı? Neden Açıklayınız*" sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları alınmıştır. Öğrencilerin uygulama öncesinde bu soruya verdikleri yazılı cevaplar üzerinde yapılan analiz sonucu ortaya çıkan kodlar Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12. UÖ Matematiğin Gelişimine Yönelik Öğrenci İnançları

Öğrenci Görüşü	Öğrenci Sayısı
Gelişime açıktır, değişebilir.	3
Bilmiyorum	5
Sabittir, değişmeden gelir	14
Bazı bilgiler değişebilir	2

Tablo 12 incelendiğinde uygulamalar öncesinde sadece üç öğrencinin matematiğin gelişime açık olduğunu düşündüğü görülmektedir. 14 öğrenci ise matematiğin sabit olduğunu ve değişemeyeceğini ifade etmişlerdir. 5 öğrenci ise cevap verememiştir. Bu durum uygulama öncesinde matematiksel bilginin doğasına yönelik inanç ölçeğinden elde edilen bulgularla benzerlik göstermektedir. Uygulamalar öncesinde öğrencilerin yazılı görüşlerini yansıtmak amacıyla Ö20, Ö22, Ö15, Ö1 ve Ö4 nolu öğrencilerin görüşleri aşağıda verilmiştir.

Ö20*: Değişmez çünkü matematik en büyük derslerden biridir.*

Ö22*: Değişemez bir sorunun bir cevabı vardır, iki veya üç tane yoktur.*

Ö15*: Değişemez çünkü matematik formüller ile ortaya çıktığı için formüller değişmediği için*

***Ö1**: Değişmez çünkü matematik dersi her sınıf kademesinde aynıdır. Her yerde aynıdır değişmez.*

***Ö4**: Değişmez, bazı bilgiler değiştiremeyeceğimiz kadar kesin ve kararlıdır. Bu bilgiler kanıtlanmıştır.*

Ö1-Ö4-Ö15-Ö20 ve Ö22 nolu öğrenciler, matematiğin gelişime açık olmayan bir bilim olduğunu savunmakta, dolayısıyla matematik içerisindeki bilgilerin yıllar boyunca aynı şekilde kalacağını düşünmektedirler. Matematiğin gelişime açık olduğunu düşünen Ö11, Ö19 ve Ö24 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö11**: Matematik kitabının içindeki bilgiler her kademede değişiyor. Çünkü geliştiğimiz için büyüdüğümüz için her sene değişiyor.*

***Ö19**: Değişebilir. Çünkü kitabı basarken yanlış kelimeler bulunur.*

***Ö24**: Değişebilir çünkü günlük yaşantıdan belki daha değişik şeyler bulurlar. Örnek mesela ileriki zamanlarda sayılar belki kelimelerle değişik cisimlerle, bekli de el ya da parmaklarımızı değişik şekillere sokarak ifade edilir.*

Ö11 ve Ö19 nolu öğrencilerin matematiksel bilginin değişebileceği konusunda yanlış düşünceye sahip oldukları anlaşılmaktadır. Ö11 nolu öğrenci bilgilerin sınıflara göre değiştiğini, Ö19 nolu öğrenci ise yanlış basımdan kaynaklı olarak değiştirilebileceğini düşünmüşlerdir. Öğrenciler arasında sadece Ö24 nolu öğrenci matematiksel bilginin değişebileceğine yönelik düşüncesini örneklerle desteklemiştir. Nitekim ölçekten elde edilen bulgulara göre Ö24 nolu öğrenci yarı deneyselci-mutlakçı inanışın kesişim aralığında olan tek öğrencidir.

Uygulamalar öncesinde öğrencilere "matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve neden ortaya çıktığını örneklerle açıklayınız? Sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları incelendiğinde tüm öğrencilerin görüşlerini yansıtmak amacıyla sırasıyla Ö4, Ö24, Ö23, Ö10 ve Ö5 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö4**: Meyve almaya gidiyorsun diyelim aldığın meyvelerin toplamı kaç olur bilemezsin ve pazarcı para kazanamaz. Kırtasiye ye gidince aldığımız eşyaların toplamı ne kadar tutar bilemeyiz. Kırtasiyeci para kazanamaz.*

***Ö24**: Herkes bilgiler öğrensin diye ortaya çıkmıştır.*

***Ö23**: Sayıların hayatın her yönünde yararlı olması içindir.*

***Ö10**: Bence matematik ortaya çıkmamıştır. Kendiliğinden oluşmuştur. Bence bilim adamlarının bir şeyler yapmaya başlamasıyla oluşmuştur.*

***Ö5**: Matematik çoğunlukla manavlarda bir şey alırken önemlidir. Çünkü manavlar matematik bilmeyen kişilerden fazla para alıyorlar.*

Öğrencilerin yazılı cevapları incelendiğinde matematiğin ortaya çıkış nedenlerini bilmedikleri veya kısmen bilmiş olsalar da örneklerle açıklayamadıkları görülmüştür. Öğrenciler genel itibariyle insanların bilgi sahibi olmaları için matematiğin ortaya çıktığını düşünmektedirler ve günlük hayatta para alışverişlerinde fayda sağladığını ifade etmişlerdir. Özetle, uygulamalar öncesi elde edilen bulgular öğrencilerin matematiği kurallar ve işlemlerden ibaret olarak düşündüklerini göstermektedir. Öğrenciler matematikteki başarılı kişiyi soruları hızlı şekilde çözen, öğretmenini dinleyen ve dediklerini yapan kişiler olarak düşünmektedirler. Matematiğin durağan sabit bir bilim olduğunu düşünmelerinin yanında, matematiğin neden ve nasıl ortaya çıktığı konusunda derin bir bilgiye sahip değillerdir.

Aşağıda uygulamalar sonunda uygulanan ölçek, mülakat ve yazılı görüş formundan elde edilen bulgular sunulmaya çalışılacaktır. Tablo 13'de öğrencilerin uygulamalar sonrasında matematiksel bilginin doğasına yönelik inanç ölçeğinden aldıkları toplam puanlar verilmiştir.

Tablo 13. US İnanç Ölçeğinden Alınan Toplam Puanlar

Ö1	45	Ö13	37
Ö2	45	Ö14	40
Ö3	47	Ö15	49
Ö4	51	Ö16	47
Ö5	49	Ö17	49
Ö6	48	Ö18	46
Ö7	41	Ö19	49
Ö8	39	Ö20	50
Ö9	41	Ö21	35
Ö10	47	Ö22	49
Ö11	46	Ö23	50
Ö12	39	Ö24	50

Tablo 13 incelendiğinde uygulamalar sonrasında Ö8, Ö12, Ö13, Ö14, Ö21 nolu öğrencilerin mutlakçı-yarı deneyselci inancın kesişim aralığında yer aldığı, diğer öğrencilerin ise yarı deneyselci inanca sahip oldukları görülmektedir. Uygulamalar öncesinde tüm öğrencilerin toplam puanlarında bir artışın olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarında iyiye doğru bir değişime işaret etmektedir. Uygulamalar sonrasında matematiksel bilginin doğasına yönelik inanç aralıklarındaki öğrenci sayıları Tablo 14'de verilmiştir.

Tablo 14. US İnanç Aralıklarındaki Öğrenci Sayısı

Mutlakçı Aralık	Kesişim Aralığı	Yarı Deneyselci Aralığı
0	5	19

Tablo 14, uygulamalar sonrasında 19 öğrencinin yarı deneyselci inanca sahip olduğunu, 5 öğrencinin iki inancın kesişim aralığında olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla uygulama sonrasında öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarında belirgin bir değişim meydana gelmiştir. Uygulama öncesinde 1 öğrenci dışında tüm öğrenciler mutlakçı inanca sahipken, uygulamalar sonrasında mutlakçı inanca sahip hiçbir öğrenci yoktur. Öğrenciler arasında yarı deneyselci inanca sahip öğrenci bulunmamaktadır.

Uygulamalar sonrasında çalışma grubundaki tüm öğrencilere "*matematik deyince aklınıza ne geliyor*" sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları alınmıştır. Tablo 15'de uygulamalar sonrasında matematik algısı teması altında ortaya çıkan kodlar verilmiştir.

Tablo15. US Öğrencilerin Matematik Algıları

Matematik Algısı	Öğrenci Sayısı
Sayılar	5
İşlemler	4
Geometrik Şekiller	3
Sembol ve Formüller	5
Ders araç ve gereçleri	2
Günlük Hayat Durumları	6
Mantığa Dayalı Olması	3
Beceriye Dayalı Olması	1
Yaratıcılık Gerektirmesi	3
Farklı düşünme Yolları	4
Tarihi olan bir ders	5

Tablo 15'de görüldüğü gibi, uygulamalar sonrasında matematiği sayılar (%20.8) ve işlemlerden (%16.6) ibaret olarak algılayan öğrenci sayısında düşüş meydana gelmiştir. Bunun yanında öğrencilerin matematik algısı teması altında uygulamalar öncesinde ortaya çıkmayan "*mantığa dayalı olması*", "*yaratıcılık gerektirmesi*", "*farklı düşünme yolları*", "*tarihi olan bir ders*" kodlarına ulaşılmıştır. Matematiği günlük hayat durumları olarak algılayan öğrenci sayısında da belirgin bir yükselişin (%25) olduğu görülmüştür. Aşağıda mülakata seçilen öğrencilerden Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö20, Ö22 ve Ö23 nolu öğrencinin yazılı görüşleri ve yazılı görüşlerinin hemen altında mülakatta kullandıkları ifadeler verilmiştir. Bu öğrenciler dışında Ö2, Ö11, Ö12 ve Ö24 nolu öğrencilerin yazılı görüşlerine de yer verilerek, bulguların sınıfın tümünün görüşlerini yansıtması sağlanmaya çalışılmıştır. Aşağıda Ö23 nolu öğrencinin yazılı görüşü verilmiştir.

> ***Ö23**: Matematik deyince aklıma önceden sayılar ve formüller geliyordu. Şimdi ise matematik deyince aklıma yaratıcı zekâ, sayılar ve formüller geliyor. Şimdiki düşünceme neden olan etkinlikler, Fibonacci, kesik piramit, Bhaskara ve Eski Çin'de Pisagor bağıntısı. Bu etkinliklerin fikrimi değiştirme nedeni güzel olmaları kesik piramit hariç yaratıcı zekâ kullanılarak yapılması*

Ö23 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematiği sayılar ve problemler olarak algılarken, uygulamalar sonrasında matematiğin yaratıcı zekâ gerektiren bir bilim olduğunu ifade etmiştir. Ö23 nolu öğrenci ile yapılan mülakatta öğretmen ve öğrenci arasında geçen bir diyalog şu şekildedir.

> ***Öğretmen**: Matematik deyince aklına ne geliyor?*
> ***Ö23**: Sayılarla oynayabilmek, Yaratıcılık, İşlem çözmek, Yanlış deneme yoluyla işlemleri farklı farklı yollarla yapmak. Bir yöntem verildiğinde birkaç yöntem kullanarak yapmak.*
> ***Öğretmen**: Bu soruyu sana önceden sorsaydım, önceki düşüncelerinle şimdiki düşüncelerin arasında nasıl bir değişim oldu? Onu merak ediyorum.*
> ***Ö23**: Eskiden sadece sayılarla irtibatın olduğunu sayılarla oynayabilenlerin daha iyi işlem çözeceğini, ama şimdi matematikte yaratıcılığın kullanılması değişik değişik yöntemlerin kullanılması sadece sayılarla oynamak değil de farklı yöntemler kullanarak işlem yapabilmemiz.*

Ö23 nolu öğrencinin verdiği cevap ölçek bulgularını ve yazılı görüş formundan elde edilen bulguları desteklemektedir. Ö24 nolu öğrenci, uygulamalar öncesinde matematiği sayılar, geometrik cisimler ve işlemler olarak algılarken, uygulamalar sonrasında daha derin bir algıya sahip olduğu anlaşılmaktadır. Matematiğin mantık, zekâ, beceri ve yaratıcılık gerektiren bir bilim olduğunu belirterek, bu görüşünü Gauss'un yaptığı toplamayı örnek göstererek desteklemiştir. Ö24 nolu öğrencinin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

Ö24: *Matematik deyince aklıma eskiden işlemler, formüller, kurallar, açılar, işlemler, vb şeyler geliyordu. Şimdi ise matematik mantığa dayalı, beceriye dayalı, yaratıcılığa dayalı olduğunu anladım. Bunları da Gauss ve ardışık tamsayıların toplamı, Ynag Hui ve ardışık tamsayıların toplamı, Harizmi, Fibonacci dizisi, Pisagor bağıntısı ve daha birçok etkinlikte gördüm. Mesela Gauss'ta 1'den 100'e kadar olan sayıları bir kez doğru yazıp, sonra tersten yazdık Gauss bunu zihninden yaptığı için matematiğin mantığa ve zekâya dayalı olduğunu öğrendim. Yang Hui'de birim küplerle etkinliği yaptığımız için matematikte görsel materyallerin bulunduğunu görmüş oldum. Ama Yang Hui'nin Gauss'tan etkilenmiş olabileceğini düşünüyorum. Matematikte matematikçilerin birbirinden etkilenip o çözüme benzer çözümler ama yöntemlerinin farklı olduklarını gördüm. Harizmi etkinliğinde kesme boyama yapıştırma yaptık, aynı teknoloji tasarım dersinde yaptığımız gibi. Fibonacci dizisi de günlük yaşamdan örnekler olduğu için matematiğin günlük yaşantıda birçok örneğinin olduğunu gördüm. Pisagor bağıntısı da mantığa, zekâya, beceriye dayalı olduğunu gördüm.*

Ö24 nolu öğrenci ile yapılan mülakatta geçen diyaloglar şu şekildedir.

Öğretmen: *Matematik deyince aklına ne geliyor şu anda?*
Ö24: *Matematik deyince aklıma akıl, düşünce, formüller aklıma geliyor.*
Öğretmen: *Peki 1 yıl önceki düşüncelerinle şimdiki düşüncelerin arasında nasıl bir fark var?*
Ö24: *1 yıl önce toplama, çıkarma, bölme, çarpmadan ibaret biliyordum. Şimdi akıl, formül, kurallar diyorum.*
Öğretmen: *Hangi etkinlikler sana bunu kazandırdı?*
Ö24: *Bir tane etkinlik vardı. Öğretmen öğrenciye sormuştu. Birden yüze kadar toplama yap diye. Oda hemen aklından yapıp vermişti. Bunda akıllı olduğunu düşündüm.*
Öğretmen: *Peki matematikçiler sence bir matematik problemini çözerken neye ihtiyaç duyarlar?*
Ö24: *Tartışma, düşünce, akıl*
Öğretmen: *Peki etkinlikler öncesinde cevabın ne olurdu?*

***Ö24**: Kitaplar, kitaplara bakarak pratik yapma, onları çözme onlardan yararlanırlardı. Şimdi ise akıllar, problemler olması lazım.*

Ö24 nolu öğrenci ile yapılan mülakatta öğrenci uygulamalar öncesinden farklı olarak matematiğin tartışma, akıl ve düşünce gerektirdiğini ifade etmiş ancak bunların yanında formül ve kuralında gerekli olduğunu belirtmiştir. Öğrenciyle yapılan mülakatta, yazılı görüş formundan farklı olarak matematiğin yaratıcılık gerektiren bir bilim olduğunu ifade etmediği görülmüştür. Ayrıca Ö24 nolu öğrenci, uygulamalar öncesinde problemlerin kitaplara bakarak, kitapta yazılan kurallardan yararlanarak çözülebileceğini ifade etmişken, uygulamalar sonrasında tartışma, düşünce ve akıl kavramlarını kullandığı görülmektedir. Öğrencinin bu düşüncesi çalışma biçiminde de değişiklikler olabileceğini ortaya koymaktadır.

Ö4 nolu öğrencinin Ö24 nolu öğrenciye benzer şekilde uygulamalar sonunda matematik algısında belirgin değişimler yaşanmıştır. Öğrencinin yazılı görüş formundaki ifadeleri aşağıda verilmiştir.

***Ö24**: Matematik deyince aklıma toplama, çıkarma, çarpma, bölme, formüller vb. şeyler geliyordu. Ama şimdi bunların yanında da akıl ve düşünebilme yöntemi aklıma geliyor. Bunları şu etkinliklerle anladım. Gauss ve Ardışık tamsayıların toplam kuralında öğrendim. Çünkü o etkinlikte öğretmen Gauss'u oyalamak için 1'den 100'e kadar olan sayıları toplamasını istedi. Gauss hemen işlemi yaparak öğretmenine verdi. O yaşta o işlemi çözebilmek zeka işi. Aklını kullanabilmen gerekir. Bizde bu etkinlikte 1'den 100'e kadar olan sayıları yan yana yazdık daha sonra altına tersten yazdık ve sonuca ulaştık.*

Ö4 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematiği sayılar ve işlemler olarak değerlendirirken, uygulamalar sonrasında akıl ve düşünebilme yöntemi cevabını vermiştir. Düşüncelerini örneklerle desteklemiştir. Öğrenci ile yapılan mülakattaki öğrencinin ifadeleri, ölçek ve yazılı görüşteki cevaplarıyla örtüşmektedir.

***Öğretmen**: Matematik deyince aklına ne geliyor şu anda?*
***Ö4**: Matematik deyince aklıma akıl, düşünce, formüller falan aklıma geliyor.*
***Öğretmen**: Peki, 1 yıl önce düşünce biçiminle şimdiki düşünce biçimin arasında nasıl bir fark var?*
***Ö4**: 1 yıl önce toplama, çıkarma, bölme, çarpma falan diyordum; şimdi akıllar, akıl, formül kurallar diyorum çünkü etkinlik yaptık etkinlerde bunlar ortaya çıktı.*

***Öğretmen**: Örneğin hangi etkinlikte akıl olduğunu anladın? Başka bir şey aklına geliyor mu? Başka nedir matematik bu etkinliklere baktığın zaman? Neler yaptığını anlat?*
***Ö4**: Bir tane etkinlikte öğretmen öğrenciye sormuştu; birden yüze kadar toplama yap diye oda hemen aklında yapıp vermişti bunda akıllı olduğunu düşündüm.*
***Öğretmen**: Peki, matematikçiler sence bir matematik problemini çözerken nelere ihtiyaç duyarlar?*
***Ö4**: düşünme, akıl*
***Öğretmen**: düşünce ve akıl dedin etkinliklerden önceden cevabın ne olurdu?*
***Ö4**: Kitaplar, kitaplara bakarak pratik yapma, onları çözme onlardan yaralanırlardı. Şimdi ise akıllar, problemler olması lazım.*
***Öğretmen**: Evet. Önceden dediğin şey kurallar, formüller diyorsun şu anda farkı ne düşünce biçiminin?*
***Ö4**: Aklı olması lazım, düşünmesi lazım.*

Öğrencinin cevabını açıklaması için üst üste benzer sorular öğrenciye sorulmasına karşın öğrenci cevabını derinlemesine açıklamamıştır. Ancak öğrencide uygulamalar sonrasında var olan matematik algısının sadece kural ve formül odaklı olmadığı akıl, tartışma, düşünme kavramlarını sık sık vurguladığı görülmektedir. Ö6 nolu öğrencinin ifadeleri uygulamalar öncesinde matematiği günlük hayattaki olaylar olarak algılarken, uygulama sonrasında da benzer düşünceye sahip olduğunu ortaya koymuştur. Ancak uygulama sonrasında öğrenci düşüncesini örnekler vererek desteklemiştir.

***Ö6**: Matematik deyince aklıma günlük hayat geliyor. Bunu şu etkinliğe bağlarım. Mesela Mısır'da kesik piramidin hacmini bulma etkinliği, insanlar orda piramit yaparken tamamen bitmemiş halinin hacmini bulmaya çalışmış olabilirler. Bu soruya verilebilecek en iyi örnek bu. Bir diğer örneğim ise Fibonacci dizisi, tavşanlar yavrulayarak çoğalırken onların sayısını bulma olabilir. Buda günlük hayattan bir örnek olabilir.*

Ö6 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: Ö6, yapılan etkinlikler sana neler kazandırdı? Açıklar mısın?*
***Ö6**: Matematiğin sadece kural ve formüllerden oluşmadığını, matematiğin tarihte ne şekilde kullanıldığını, matematikçilerin kimler olduğunu yani onları*

öğrendim. Matematiğin günlük hayatta ne kadar önemli yeri olduğunu öğrendim.

***Öğretmen**: Bunu sana hangi etkinlikler kazandırdı? Örnek verir misin?*

***Ö6**: Kesik piramidin hacmi etkinliği, çünkü mısırda insanlar piramit yapıyorlar ve piramit yaparken, piramidin hacmini hesaplamaya ihtiyaç duymuşlar.*

***Öğretmen**: Peki, başka var mı, etkinlikleri düşündüğün zaman.*

***Ö6**: Örneğin orantısal düşünme etkinliği var, Mısırda vergi veriyorlar, vergiyi de ürettikleri ile orantılı veriyorlar.*

Ö6 nolu öğrenci yazılı görüş formunda da ifade ettiği görüşlere benzer olarak, mülakatta da matematiği sadece sayılar ve kurallardan oluşan bir bilim olarak düşündüğünü ifade etmiş, uygulamalar sonunda matematiğin günlük hayatta kullanıldığını, günlük hayattaki ihtiyaçlara ve problemlere çözüm olmak için ortaya çıktığını ve kullanıldığını örneklerle desteklemiştir. Bunun yanında matematiğin tarihsel boyutuna da temas etmiştir. Ö2 ve Ö20 nolu öğrencilerde uygulama öncesindeki ifadelerinden farklı olarak, uygulamalar sonrasında "*matematik bilginlerinin farklı düşünme yollarına sahip olabileceklerini*" ifade etmiştir. Ö2 ve Ö20 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö2**: Önceden matematik deyince aklıma çıkarma, toplama, çarpma, bölme işlemi, formüller semboller geliyordu. Fakat şimdi bakarsak bu fikrime katılmıyorum. Şimdi matematik deyince aklıma farklı matematikçilerin ortaya koyduğu düşünceler geliyor. Gauss ve Yang Hui ardışık tam sayıların toplamı, toplam kuralı etkinliği sayesinde matematik hakkında farklı bilgiler öğrendim. Bir çalışma yaparken formül kullanmıyorlardı. Bu tabi matematik adına güzel bir şeydi.*

***Ö20**: Matematik deyince aklıma, insanların temel ihtiyaçlarından yola çıkarak, matematikçilerinde farklı yollarla geliştirerek bugune getirdikleri sayıların işlemlerin ve çeşitli materyallerin bulunduğu bir çeşit ana derstir.*

Ö20 nolu öğrencinin uygulamalar sonrasında matematikte farklı matematik bilginleri ve farklı düşünme yolları ikilisine vurgu yaptığı anlaşılmaktadır. Bununla birlikte matematiğin günlük ihtiyaçlardan ortaya çıktığını ifade etmiş ancak yazılı görüşünde bunu örneklendirmemiştir. Ö20 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: Tüm etkinlikleri düşündüğünde ne kazandırdığı konusunda ne söyleyebilirsin? Açıklar mısın?*
***Ö20**: Bilim insanlarının bir takım şeyleri değiştirerek, farklı yolları kullanarak günümüze getirdiği şeyleri düşünüyorum. Günümüze getirdikleri bu şeylerin de zamanla değişebileceğini düşünüyorum. Mesela bugünkü çarpma ile kafes yolu çok farklı. Kafes yönteminde kutucuklar içerisine yazılıyordu. Şimdi ise alt alta yazarak çarpıyoruz. Bence şimdi daha kolay, daha da kolaylaşacağını düşünüyorum.*

Ö20 nolu öğrenci başlangıçta matematik deyince aklınıza ne geliyor sorusuna en fazla bilinmesi ve düşünülmesi gereken derstir cevabını vermişken, uygulamalar sonrasında görüşlerinde belirgin değişimler yaşanmıştır. Ö20 nolu öğrenci yazılı görüşüne paralel olarak matematik içerisinde farklı düşünme yollarının olabileceğini ve matematiğin ilerleyen yıllarda gelişim gösterebileceğini ilerleyen yıllarda daha pratik ve kolay yolların olabileceğini düşündüğünü ortaya koymaktadır. Bu durum ölçekten elde edilen ve yazılı görüş formundan elde edilen bulguları desteklemektedir. Ö22 nolu öğrencinin matematik deyince aklına ne geliyor sorusuna verdiği yazılı cevap, uygulamalar sonrası matematiğin çok eski yıllara dayandığını öğrendiğini ortaya koymaktadır. Ö22 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö22**: Matematik deyince aklıma ilk başta sayılar toplama çıkarma çarpma falan geliyordu. Bize 7. sınıfa kadar böyle etkinlikler yaptırılmamıştı. Onun için öyle düşünüyorum. Ben matematiğin çok eskiye dayanmadığını düşünüyordum. Ama bunları yaptığımızda çok çok eskiye dayandığını düşünüyorum. Bu etkinlikler herkesin yararına olacağını düşünüyorum.*

Ö22 nolu öğrencinin yazılı cevabını biraz daha belirginleştirebilmek için öğrenciyle yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: Matematik deyince aklına ne geliyor?*
***Ö22**: Matematiğin çok eski yıllara dayandığı aklıma geliyor. Matematiğin tek toplama çıkarmadan oluşmadığını formülle düşünceyle akılla beraber olduğu aklıma geliyor. Bir tek formüller değil aklımızı kullanarak da sonuçları bulabiliyoruz.*

Ö22 nolu öğrenci yazılı görüşünde ifade etmediği düşüncelerini mülakatta dile getirmiştir. Ö22 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematiğin eski bir tarihe sahip olmadığını düşündüğünü, önceden bu tip etkinlikler yapılmadığını ifade etmiş, etkinliklerin yararlı olduğuna işaret etmiş ve matematikte aklın düşüncenin önemine vurgu yapmıştır. Ö8 nolu öğrenci yazılı görüş formuna "*matematik deyince aklıma bir şey gelmiyor*" şeklinde görüşünü bildirmiş olmasına karşın, öğrenci ile yapılan mülakatta görüşlerini kısa da olsa ifade etmiştir.

Öğretmen*: Biliyorsun on altı etkinlik yaptık ve senin görüşlerini almak istiyorum. Matematik deyince aklına ne geliyor? İlk yılı düşününce ne düşünüyordun şimdi ne düşünüyorsun?*

Ö8*: Sayılar, rakam falan geliyordu. Şimdi etkinlikler, eski tarihler, matematiğin günlük hayatta kullanımı, eski insanların nelerle uğraştığı aklıma geliyor.*

Öğretmen*: Eski tarihler, matematiğin günlük hayatta kullanımı, eski insanların uğraşıları dedin? Bunları biraz daha açıklar mısın?*

Ö8*: Yani matematik eskiye dayanıyor. Çok eskiden beri varmış. İnsanlar piramit yaparken kullanmışlar. Problemlerin içinde de günlük hayattan şeyler var. Bir de vergi alımı ile ilgili etkinlik vardı. Orada da günlük hayat var.*

Öğretmen*: Peki eski insanların uğraşılarını düşündüğünde onlarla ilgili ne düşünüyorsun?*

Ö8*: Akıllı insanlarmış, orijinal fikirler üretmişler.*

Ö8 nolu ile yapılan mülakat öğrencinin matematiğin eski bir tarihe sahip olduğuna, günlük hayattaki kullanımlarına ve eski insanların çabalarına işaret ettiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca öğrenci eski yıllarda yaşamış insanların orijinal fikirler ürettiklerini söyleyerek eski insanların yaratıcı olduklarını ima etmiştir. Ö10 nolu öğrenciden formların dağıtıldığı gün okula gelmemesi nedeniyle yazılı görüş alınmamıştır. Öğrenciyle öğretmen arasında geçen diyalog şu şekildedir.

Öğretmen*: Matematik deyince aklına ne geliyor?*

Ö10*: Bu etkinliklerden sonra matematik deyince aklıma farklılıklar geliyor. Değişik değişik insanlar geliyor, buldukları farklı yollar geliyor. Tabi matematiğin vazgeçilmezi formülleri farklı kuralları sembolleri geliyor.*

Ö10 nolu öğrencinin matematiğe bakışında kural ve formülün yanında insan emeğinin önemine ve farklı düşünme biçimlerine vurgu yaptığı anlaşılmaktadır.

Uygulamalar sırasında etkinliklere ilgi göstermeyen, sınıfta kalmanın olmaması sebebiyle rahat tavırlar sergileyen Ö12 nolu öğrenci uygulamalar sonrasında matematik deyince aklınıza ne geliyor sorusuna verdiği yazılı cevap aşağıda verilmiştir.

> ***Ö12:*** *Matematik deyince aklıma formüller, sayılar, semboller geliyor. Geometrik şekiller geliyorç Şekillerin farklı farklı sembollerde kullanıldığı geliyor aklıma. Matematikte eskiden kullanılan şekiller, farklı formüller ve geometrik şekillerin kullanımı ve gösterimi*

Ö12 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematiği sayı ve işlemlerden ibaret olan bir ders olarak görürken, uygulamalar sonrasındaki yazılı görüşünde gelişmeler olduğu görülmektedir. Öğrenci matematikte geçmişten günümüze farklı sembollerin kullanıldığını ifade etmesi bunu göstermektedir. Ö12'ye benzer şekilde matematik hazırbulunuşluk düzeyi düşük olan ve aritmetik işlemlerde zorlandığı gözlemlenen Ö11 nolu öğrenci başlangıçta matematiği toplama, çıkarma, bölme, çarpma işlemleri olarak düşünürken, öğrencinin uygulamalar sonrasındaki yazılı görüşü şu şekildedir.

> ***Ö11****: Matematiğin farklı yollarla yapılması. Farklı konuların olması. Günlük hayattaki matematik yolları değişik şekilde yapılabiliyor. Ayrıca konu olarak Pisagor, Fibonacci, Eski Çin, bunlar.*

Ö11 nolu öğrenci uygulamalar sonrasında matematik deyince aklınıza ne geliyor sorusuna, matematiğin farklı yollarla yapılması, günlük hayat cevabını vererek başlangıçtaki görüşlerine göre olumlu bir değişimin yaşandığı görülmektedir.

Özet olarak, matematik algısı teması uygulamalar öncesinde öğrenciler matematiği sayılar (12), işlemler (16), geometrik şekiller (4), sembol ve formüller (3), öğretmen (1), ders araç gereçleri (2), problemler (4), bilim adamları (1) ve günlük hayat durumları (1) kodlarına ulaşılmıştır. Bu durum öğrencilerin mutlakçı inançlara sahip olduklarını göstermektedir. Sınıf içi yaptığım gözlemlerde bu durumu doğrulamaktadır. Öğrenciler matematiği kurallardan ve formüllerden oluşan bir ders, öğretmeni ise otorite olarak görme eğilimindeydi. Onlar için öğretmen problem çözümleri için gerekli kuralları ve formülleri veren, birkaç alıştırmanın nasıl yapılacağını gösterdikten sonra benzerlerini öğrencilere tahtada yaptıran kişiydi. Uygulamalar sonrasında matematiği sadece sayılar işlemler olarak algılayan öğrenci sayısında bir düşüş yaşanmıştır. Uygulamalar sonrasında başlangıçta ortaya çıkmayan kodlara ulaşılmıştır. Günlük hayat durumları (6), mantığa dayalı olması (3), beceriye dayalı olması (1), yaratıcılık gerektirmesi (3), farklı düşünme yolları (4), tarihi olan bir ders (5) kodları uygulamalar sonrası ortaya çıkan kodlardır.

Uygulamalar sonrasında öğrencilere "*matematikte başarılı bir kişiyi nasıl tanımlarsınız*" sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları alınmıştır. Öğrencilerin uygulama sonrasında, "*matematikte başarılı bir kişiyi nasıl tanımlarsınız*" sorusuna verdikleri yazılı cevaplar üzerinde içerik analizi yapılmıştır. Tablo 16'da matematikte başarılı kişi algısı teması altında ortaya çıkan kodlar verilmiştir.

Tablo 16. US Öğrencilerin Matematikte Başarılı Kişi Algısı

Matematikte Başarılı Kişi Algısı	Öğrenci Sayısı
Bütün sorulara doğru cevap veren	1
Matematik konularının çoğunu bilen	0
Test çözen	4
Ödevlerini yapan	0
Öğretmenini dinleyen ve dediklerini yapan	1
İşlemleri akıldan yapan	0
Dersine çalışan	3
Mantığa dayalı düşünebilme	2
Yaptığı çalışmaları toplumda kullanılmalı	1
Yaratıcı olmalı	5
Matematiğin tarihini ve nasıl ortaya çıktığını bilmeli	3
Akıllı, hırslı ve kararlı olmalı	3
Derste anlatılanları kaçırmayan	1
Farklı yollar bulup, uygulayabilen	3
Toplumda sözü edilen kişi	1
İşlem yapmayı seven, işlemleri rahat çözebilen	0

Tablo 16'da görüldüğü gibi, uygulamalar sonrasında, öğrencilerin başarılı kişi algısı teması altında uygulamalar öncesinde ortaya çıkmayan kodlara ulaşılmıştır. "*Mantığa dayalı düşünebilmeli*", "*yaptığı çalışmaları toplumda kullanılabilmeli*", "*yaratıcı olmalı*", "*matematiğin tarihini ve nasıl ortaya çıktığını bilmeli*", "*akıllı, hırslı ve kararlı olmalı*", "*farklı yollar bulup uygulayabilmeli*", "*toplumda sözü edilmeli*". Aşağıda mülakata seçilen öğrencilerden Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö22 ve Ö23 nolu öğrencinin yazılı görüşleri ve yazılı görüşlerinin hemen altında mülakatta kullandıkları ifadeler verilmiştir. Bu öğrenciler dışında Ö2, Ö12, Ö13, Ö17 ve Ö24 nolu öğrencilerin yazılı görüşlerine de yer verilerek, bulguların sınıfın tümünün görüşlerini yansıttığı düşünülmüştür. Aşağıda Ö23 nolu öğrencinin görüşü aşağıda verilmiştir.

> ***Ö23**: Matematikte başarılı bir kişi yaratıcı zekâlı sayılarla oynayabilen. Matematikte başarılı bir kişi şekilleri kullanıp değişik materyallerle başarılı bir kişi olabilir.*

Ö23 nolu öğrenci uygulamalar sonrasında matematikte başarılı bir kişinin, yaratıcı zekâya sahip olması gerektiği yönünde değişmiştir. Öğrenci ile yapılan mülakatta bu durum benzer şekilde ortaya çıkmıştır.

> ***Öğretmen**: Matematikte başarılı bir kişi ne gibi özelliklere sahiptir?*
> ***Ö23**: Yaratıcı olması, zeki olması, işlemlerle oynayabilmesi, bir problemi farklı farklı yollarla yapması, fazla kitap okuması matematikle alakalı, matematiğin tarihini iyi bilmesi.*
> ***Öğretmen**: Bu soruya önceden vereceğin cevap ne olurdu?*
> ***Ö23**: Öğretmenin gösterdiği kuralları kullanarak işlemleri hemen yapabilmesi.*

Uygulamalar öncesinde Ö23 nolu öğrencide ki, başarılı bir öğrencinin öğretmenin gösterdiği kurallara bağlı kalarak problemleri yapması düşüncesi mutlakçı bir inancın varlığını ortaya koymaktadır. Ancak bu düşünce uygulamalar sonrasında "*yaratıcı olması*" ve "*farklı yollar kullanarak problemi çözebilmesi gerekir*" şeklinde değişmiştir. Ö2 nolu öğrencide uygulamalar öncesinde, Ö23 nolu öğrenciye benzer olarak matematikte başarılı bir kişiyi işlem yapmayı seven ve işlemleri rahat çözebilen biri olarak ifade etmiştir. Uygulamalar sonrasında Ö2 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

> ***Ö2**: Matematikte başarılı bir kişi akıllı, hırslı, kararlı bir kişiliğe sahip olması gerekir. Öncelikle matematikte başarılı bir kişi çalışmasıve kararlı olması gerekir. Eğer çalışmassa bu fikirler ortaya çıkmazdı. Aynı fikir üzerinde farklı matematikçilerin çalışması ve o fikir üzerinde durmaları kararların vazgeçmediğinin göstergesidir. Buna etkinlik üzerinden bakarsak örnek verirsem Yang Hui ve Gauss'tur.*

Uygulamalar sonunda, Ö2 nolu öğrenci matematikte başarılı kişilerin akıllı, hırslı, kararlı bir yapıya sahip olduklarını ifade etmiştir. Ö4 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematikte başarılı kişiyi test çözen, öğretmenini dinleyen kişi olarak nitelendirirken uygulamalar sonrasında öğrencinin düşüncesi, düşünen ve düşüncelere açık olan kişi olarak değişmiştir.

***Ö4**: İlk olarak birçok kitap okuyan, test çözen, dersi aşırı dinleyen kişi olarak zannediyordum. Ama öyle değil. Bunları şu etkinlikte öğrendim. Harizmi'nin geometrik modellemesinden öğrendim. Orada $x^2+16x-36=0$ işte matematikte başarılı olmak böyle etkiliklerde böyle soruları çözmektir. Çünkü matematikte düşünebilmek önemlidir. O yüzden düşünebilirsen bu etkinlikleri de yaparsın. Başarılı kişi düşüncelere açık olandır.*

Ö4 nolu ile öğretmen arasında geçen diyalog öğrencinin yazılı görüşünü desteklemektedir.

***Öğretmen**: Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri ne olması gerekiyor?*
***Ö4**: Soruyu düşünmesi lazım, aklından yapması lazım, ezbere gitmemesi lazım.*
***Öğretmen**: Yaptığımız etkinlikleri düşündüğün zaman matematikte başarılı bir kişiyi nasıl tarif edebilirsin?*
***Ö4**: Soruları kendince çözüm bularak, tartışarak ortaya koyuyorlar. Düşünerek aklından çözerek yaptılar.*
***Öğretmen**: Nasıl yapmışlar? Sadece kuralları formülleri mi uygulamışlar yoksa farklı şeyler mi ortaya koymuşlar?*
***Ö4**: Biraz formülleri kullandılar, biraz da akıl, düşünce.*
***Öğretmen**: Peki, bunu böyle olduğunu nasıl anladın?*
***Ö4**: Öğretmen soruyor öğrenciye 1'den 100'e kadar olan sayıları topla diye. O ise aklından yaptı, kitaptan bakmadı ya da çözmedi hemen cevap verdi.*
***Öğretmen**: Peki, sana daha önceden bunu sana sorsaydım, bana ne cevap verirdin?*
***Ö4**: Çok soru çözen, kitap okuyan, derslerini aşırı dinleyen, konu anlatımına çalışan, test çözen kişiler.*
***Öğretmen**: Peki, bu etkinliklerden sonra ne düşünüyorsun?*
***Ö4**: Akıllı kişi, düşünmeli, tartışmalı fikrini açık olarak ortaya koyan birisi olması lazım.*
***Öğretmen**: Başka?*
***Ö4**: Aklından geçenleri söylemesi lazım, kaçmaması lazım.*

***Öğretmen**: Peki, bildiğin ünlü matematikçilerin isimleri ne?*
***Ö4**: Abu kamil, Bhaskara, Yang Hui, Gauss*

Ö4 nolu öğrenci ile geçen mülakatta öğrenci başarılı kişiyi düşünen, tartışan, fikrini açık olarak ortaya koyan kişi olarak değerlendirmiştir. Öğrencinin görüşleri yazılı görüş formu ve ölçekten elde edilen bulguları doğrulamaktadır. Ö10 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematikte başarılı bir kişiyi, matematiği sevmeli ve çalışmalar yapmalı şeklinde ifade etmiştir. Ö10 nolu öğrencinin uygulamalar sonundaki yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö10**: Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri şu şekilde olması gerekir. İlk önce matematiği sevmeye çalışması gerekir. Gösterilen yolu değilde başka çözüm yolları bulmalı ve kullanmalıdır. Ama gösterilen yolu kullanan da bence başarılı olmanın yolunda ilerliyordur. Çünkü onu uygulamayanlar bile var. Gauss zihinden yapmış olduğu işlemle adını matematik tarihine yazdırmıştır.*

Ö10 nolu öğrencinin yazılı görüşü, başarılı bir kişiyi karşısına çıkan problemi gösterilen yol dışında bulduğu kendi özgü yollarla çözebilen bir kişi algıladığını göstermektedir. Ö10 nolu öğrenci ile yapılan mülakatta şu görüşünü ifade etmiştir.

***Öğretmen**: "Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri nasıl olmalı sence"*
***Ö10**: "Matematikte başarılı insan zihnini kullanan insandır. Bazı sorular zihinden yapılır bazı sorular kuralla. Eskiden bir bilim insanı vardı. 100'e kadar olan sayıları topluyordu. Kural formül kullanmamıştı. Yaratıcılığını kullanmıştı. Bence bu bir başarıdır"*

Ö10 nolu öğrencinin ölçekten aldığı puan, yazılı görüşü ve mülakattaki görüşleri birbirini destekler niteliktedir. Ö10, uygulamalar öncesinde öğretmenin gösterdiği yollarla soruları doğru olarak çözen kişiyi başarılı olarak değerlendirirken, uygulamalar sonunda kendine özgü çözümler üretebilen kişinin başarılı olacağını düşünmektedir. Ö6 nolu öğrencinin de düşüncelerinde, Ö10 nolu öğrenci gibi belirgin değişimler meydana gelmiştir. Ö6 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematik hakkında bilgili, çalışkan kişiyi başarılı olarak ifade etmiştir. Uygulamalar sonunda Ö6 nolu öğrencinin görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö10**: Matematikte bir kişinin düşüncesi kesinlikle yaratıcı olmalıdır. Çünkü bir kişi yaratıcı olursa fikir yürütürse başarılı olur.*

Ö6 nolu öğrenci uygulamalar sonrasında matematikte başarılı bir kişinin yaratıcı olması ve fikir üretmesi gerektiğine vurgu yapmıştır. Ö6 nolu öğrenci ile yapılan mülakatta geçen diyalog şu şekildedir

***Öğretmen**: "Matematikte bir kişiye hangi durumda başarılı dersin?"*
***Ö6**: " Eski matematikçiler diyelim problemleri ne yoldan yapmışlarsa oda onlara bakabilir"*
***Öğretmen**: "Aynı yolu mu kullanması gerekir"*
***Ö6**: "Aynı yolu kullanınca olmaz, bilgiyi ondan almış olur. Yani kendi bir şey bulmuş olmaz"*
***Öğretmen**: "Buna örnek verir misin, açıklar mısınız biraz da"*
***Ö6**: " Örneğin kesik piramidin hacmi o zamanın şartları zor. Bunu başarmışlar ama. Mantıkları varmış veya yaratıcılıklarını kullanmışlar. Bir de şu vardı o Gauss'sun yaptığı şey mesela 1'den 100'e kadar yazıyor sonra tersten yazıp topluyor"*
***Öğretmen**: "Peki bu nasıl bir düşünce biçimidir"*
***Ö6**: "Tamamen kendi aklından çıkarmışlar. Yani hiçbir yerden bakmamış. Hep kendi düşüncesini yapmış"*

Ö6 nolu öğrencinin mülakat bulguları, ölçek ve yazılı görüş bulgularını desteklemektedir. Ö6 nolu öğrenci kesik piramidin hacminin bulunmasının o zamanın şartlarına göre oldukça zor ve yaratıcılık gerektiren bir uğraş olarak değerlendirmiştir. Ö24 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematik başarılı bir kişiyi ödevlerini yapan, öğretmenin dinleyen, test çözen kişi olarak nitelendirmiştir. Uygulamalar sonrasında öğrencinin görüşü şu şekildedir.

***Ö24**: Başarılı bir kişinin önce iyi bir zekâsı olmalıdır. Buna Gauss'u örnek verebilirim. Mantığa dayalı düşünmeli iyi bir örnek olmalı biraz da becerisi olmalı herkese örnek olacak bir kişi olmalı. Yaptığı çalışmaları insanların matematikte hayatta kullanmalarını sağlamalı. Toplumda sözü edilmeli.*

Uygulamalar sonrasında Ö24 nolu öğrenci matematikte başarılı bir kişinin yaptığı çalışmaları ile topluma örnek olması gereken ve toplumda sözü edilen bir kişi olduğunu düşünmektedir. Ö22 nolu öğrenci Ö24 nolu öğrenciye benzer şekilde görüş belirtmiştir. Öğrenci matematikte başarılı kişinin matematiğe yararı olması gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö22**: Matematikte başarılı bir insanın matematiğe yararı olmalıdır. Bilgileri doğru bir şekilde gelecek nesillere yansıtmalıdır. Mesela Gauss ona sorulan soruyu birkaç dakika içerisinde nasıl bulduğunu. Gauss aklını çok iyi bir şekilde kullanıyor.*

Ö22 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog şu şekildedir.

***Öğretmen**: Bu etkinlikleri düşündüğün zaman matematik dersinde başarılı bir kişinin özellikleri sence ne olmalı?*
***Ö22**: Matematiğin bütün tarihini gelişimini baştan bilmesi lazım. Mesela matematikle ilgili çalışan kişilerin isimlerini bilmelidir. Pisagor'un neyle ilgili bir şey yaptığını bilmesi lazım. Bence başarılı bir matematikçi böyle olmalıdır.*

Ö22 nolu öğrenci diğer öğrencilerden farklı olarak matematikte başarılı kişinin matematiğin tarihini bilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ö17 nolu öğrenci uygulamalar öncesindeki matematikte başarılı bir kişinin dersini seven ve çalışkan kişi olduğunu ifade etmiştir. Uygulamalar sonrasında öğrencinin yazılı görüşü şu şekildedir.

***Ö17**: Çalışkan olmalıdır. Her gün test çözmelidir. Dersaneye gitmelidir. Öğretmene sormalıdır. Sadece öğretmenin çözümünü kullanmamalıdır. Başka yollar aramalıdır. Kendi düşüncelerini de ortaya koymalıdır.*

Uygulamalar sonrasında Ö17 nolu öğrenci başarılı bir kişiyi test çözen bir kişi olarak değerlendirmesinin yanında, öğretmenin çözümünü kullanmayan başka yollarda bulmaya çalışan ve kendi düşüncesini ortaya koyan kişi olarak değerlendirmiştir. Kısaca öğrencinin mutlakçı ve yarı deneyselci inançların her ikisine de sahip olduğu söylenebilir. Etkinliklere katılmakta sıkıntı yaşayan Ö12 ve Ö13 nolu öğrencilerin başarılı kişi algısındaki değişimi yansıtmak için yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö12**: Matematikte başarılı bir kişi test çözerek eskiden kullanılan şekiller hakkında bilgi toplamalıdır. Sayıları, şekilleri, formülleri tam bilmesi gerekir*

***Ö13**: Eski matematiğin ne olduğunu, bize kimden kaldığını bilmelidir.*

Ö12 ve Ö13 nolu öğrenciler matematikte başarılı bir kişinin matematiğin tarihini bilmesi gerektiğini düşünmektedirler. Genel anlamda bakıldığında öğrencilerin uygulama sonrasında matematikte başarılı kişi ile ilgili düşüncelerinin daha derinleştiği söylenebilir.

Ö8 nolu öğrenci etkinliklerle ilgili olumsuz düşünceye sahip olmakla birlikte inançlarında birtakım değişimler meydana gelmiştir. Ö8 nolu öğrenci etkinlikler süresince SBS odaklı değerlendirmeler yapmıştır. Bu durumu yansıtan diyalog aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: “ Yaptığın etkinliklerin önceki yıllarda yaptığın etkinliklere göre farkı neydi?”*
***Ö8**: “Önceki yıllarda öğretmenler böyle etkinlikler vermezdi, derste anlatıp geçerdi hemen. Bir anda siz girdiniz dersimize böyle etkinlikler verdiniz. Hiçbir faydası yok bence”*
***Öğretmen**: “ Ne anlamda faydası yok”*
***Ö8**: “Sınavda bunu bana sormayacaklar. Etkinlik nasıl yapılır, sırası nasıl olur”*
***Öğretmen**: “Peki bu etkinliklerin içeriğinde SBS’ye yönelik konular yok muydu?”*
***Ö8**: “ SBS’ye yönelik ama zaman kaybı oluyor. Bence hiç gerek yok”*
***Öğretmen**: “ Zaman kaybı dedin. Ne demek istedin”*
***Ö8**: “Şunları bunları okuyacaksın. Öğretmen tahtada anlatsın. İki üç soru çözsün yetiyor. Böyle okuyacaksın, fotokopi çekeceksin. Araştıracaksın. Çok zor”*
***Öğretmen**: “Peki öğretmenin yapması gereken şey ne olmalı Derya”*
***Ö8**: “Öğretmen derse girip, dersini anlatmalı. Sorular çözmeli. Etkinlik gibi şeyleri önemsemeyecek”*

Öğrencinin SBS’ye yönelik kaygısı da düşüncelerinde etkili olmuştur. Ö8 nolu öğrencinin, öğretmenin kuralları ve formülleri hemen verip, tahtada sorular çözmesi, ardından benzer soruları öğrencilere sorarak öğrencilerin tahtada soruyu çözmesi odaklı bir matematik dersi işlenişine sıcak baktığı anlaşılmaktadır. Öğrencilik yıllarındaki matematik öğretmenlerinin matematiğin doğasına yönelik inançları ve bunun yansıması olarak öğretim şekilleri Ö8 nolu öğrencinin zihninde matematiğe yönelik böyle bir imaj oluşturabilir. Ancak bu duruma rağmen Ö8 nolu öğrencinin matematikte başarılı kişi algısının değiştiğini ortaya koyan görüşleri etkinliklerin öğrenci üzerinde olumlu yansımalarının olduğunu ortaya koymaktadır.

***Öğretmen**: “Matematikte başarılı bir kişinin ne gibi özellikleri olmalıdır”*
***Ö8**: “Matematiği ezberlememelidir. Çözerek bulmalıdır. Soruyu çözmelidir. Farklı çözüm yollarını düşünmeli. Kendine göre çözüm yolları bulmaya çalışmalıdır.”*

Öğretmen: *"Bunu biraz açar mısın?"*

Ö8*: "Yani yaratıcı olmalıdır. Hep öğretmenin gösterdiklerine bağlı kalmamalıdır. Kendi bilgilerine güvenmelidir".*

Öğretmen*: "Eski insanlar için ne düşünüyorsun?"*

Ö8*: "Eski insanlar yaratıcıydı. Yaratıcı olmasalardı bunlar ortaya çıkmazdı".*

Öğretmen*: " Neler yapmışlar da yaratıcılıklarını kullanmışlar?"*

Ö8*: "Kesik piramidin hacmi mesela"*

Öğretmen*: " Burada nasıl bir yaratıcılık var sence"*

Ö8*: "Kendilerine özgü yapmışlar. O zamanın şartları zor. Parçaları ayırıp, parçaları birleştirmişler. Sonra hacimleri hesaplayıp, toplam hacme ulaşmışlar. Bu yaratıcılıktır bence".*

Ö8 nolu öğrenci ile araştırmacı öğretmen arasında geçen diyalog etkinliklerin Ö8 nolu öğrencinin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarında olumlu yönde bir değişime neden olduğunu ortaya koymaktadır. Bununla birlikte Ö8 nolu öğrencinin zihninde halen gireceği SBS olduğundan etkinliklerin kullanışlı olmadığına yönelik bir düşünce oluşmuş olabilir.

Özetle matematikte başarılı kişi algısı teması altında uygulamalar öncesinde bütün sorulara doğru cevap veren (3), ödevlerini yapan (4), test çözen (3), öğretmenini dinleyen ve dediklerini yapan (4), dersine çalışan (8), işlemleri akıldan yapan (2), matematik konularının çoğunu bilen (1) ve işlem yapmayı seven, işlemleri rahat çözen (1) kodları ortaya çıkmıştır. Bu durum öğrencilerin mutlakçı inançlara sahip olduklarını göstermektedir. Sınıf içi yaptığım gözlemlerde bu durumu doğrulamaktadır. Uygulamalar sonrasında başlangıçta ortaya çıkan kod sayısında belirgin bir düşüş yaşanmış olup başlangıçta ortaya çıkmayan kodlara ulaşılmıştır. Yaratıcı olmalı (5), farklı yollar bulup uygulayabilen (3), akıllı, hırslı ve kararlı olmalı (3), mantığa dayalı düşünülebilmeli (2), toplumda sözü edilmeli (1), yaptığı çalışmaları toplumda kullanılmalı (1), kodları uygulamalar sonrası ortaya çıkan kodlardır.

Uygulamalar sonrasında öğrencilere "*Matematik gelişime açık mıdır? Yoksa matematik içerisindeki bilgiler yıllar sonra da değişmeden kalır mı? Neden Açıklayınız*" sorusu yöneltilmiş, öğrencilerin yazılı cevapları alınmıştır. Öğrencilerin uygulama sonrasında soruya verdikleri cevaplar üzerinde yapılan analiz sonucu elde edilen bulgular Tablo 17'de sunulmuştur.

Tablo 17. US Matematiğin Gelişimine Yönelik Öğrenci İnançları

Öğrenci Görüşleri	Öğrenci Sayısı
Gelişime açıktır, değişebilir.	20
Bilmiyorum	1
Sabittir, değişmeden gelir	3
Bazı bilgiler değişebilir	0

Tablo 17 incelendiğinde uygulamalar sonrasında sadece üç öğrencinin matematiğin sabit ve değişmeden kalacağını düşündüğü anlaşılmaktadır. 20 öğrenci ise matematiğin gelişime açık bir bilim olduğunu ifade etmiştir. bir öğrenci ise bilmiyorum cevabını vermiştir. Ö20 ve Ö22 nolu öğrenciler matematik gelişime açık mıdır? Matematik içerisindeki bilgiler sabit midir? sorusuna başlangıçta sabittir değişmez cevabını vermişlerdir. Aşağıda mülakata seçilen öğrencilerden Ö4, Ö6, Ö8, Ö20, Ö22 ve Ö23 nolu öğrencinin yazılı görüşleri ve yazılı görüşlerinin hemen altında mülakatta kullandıkları ifadeler verilmiştir. Bu öğrenciler dışında Ö1, Ö2, Ö12, Ö13, Ö14, Ö21 ve Ö24 nolu öğrencilerin yazılı görüşlerine de yer verilerek, bulguların sınıfın tümünün görüşlerini yansıttığı düşünülmektedir. Uygulamalar sonunda Ö20 ve Ö22 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

***Ö20**: Bence matematik gelişime açıktır. Çünkü eski zamanlarda bilim insanları şimdiye kadar nasıl bu yolları geliştirmişse şimdide gelişeceğine inanıyorum. Kafes yoluyla çarpma işlemi, Pisagor bağıntısı örnek olarak verilebilir.*

***Ö22**: Matematik gelişime açıktır. Şu andaki formüller bu zamana kadar değişe değişe gelerek yapılmıştır. Mesela şu anda kafes yolu kullanılmıyor. Alt alta yazarak çarpma işlemi yapıyoruz. Kesik kare piramidin hacmini Mısırda yapılandan farklı şekilde buluyoruz.*

Ö20 ve Ö22 nolu öğrenciler uygulamalar sonunda geçmişte kullanılan yöntemlerin günümüz yöntemlerine göre farklılaştığını belirterek, ileride de yeni yol ve yöntemlerin ortaya çıkabileceğini vurgulamışlardır. Bu durum öğrencilerin matematiksel bilgininin doğasına yönelik mutlakçı inançlarında değişimin yaşandığını göstermektedir. Ö20 ve Ö22 nolu öğrencilerin mülakatta ifade ettikleri görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: Peki Ö20, matematik deyince aklına ne geliyor?*

***Ö20**: İnsanların birçok yollarla, birçok çözümlerle ilerleterek ve geliştirerek, katkılarda bulunarak, değiştirerek günümüze getirmesidir.*
***Öğretmen**: Bu düşünceni örnekle açıklar mısın?*
***Ö20**: Örneğin, geçmişten günümüze çarpma yaparken birçok yol kullanılmış, ama bugün çarpmayı eskiye göre farklı şekilde yapıyoruz. Demek ki zaman geçtikçe yeni ve değişik yollar çıkmış.*

Ö20 nolu öğrenci yazılı olarak ifade ettiği düşüncelerini, mülakatta da benzer şekilde belirtmiştir. Eskiden kullanılan yolların günümüzde kullanılmadığını, örneğin tarihte kullanılan yolların yerlerini bugün yeni yolların aldığını ifade etmiştir.

***Öğretmen**: Matematik gelişime açık mı yoksa matematik içindeki bilgiler sabit ve durağan mı? Ne düşünüyorsun bu konu da?*
***Ö22**: Durağan değil, geçmişte cebirsel semboller farklıydı, yıllar boyunca farklı oldu. Bugün, eskisi gibi değil.*
***Öğretmen**: Peki ilerde farklı semboller kullanılabilir mi?*
***Ö22**: Yeni şeyler bulunabilir tabi, nasıl eskiden olanlar bugün kullanılmıyorsa, yarında farklı şekiller, simgeler olabilir.*

Ö22 nolu öğrenci matematiğin durağan olmadığını, yeni buluşların eskilerinin yerlerine geçebileceğini ima etmiştir. Bu durum öğrencideki baskın olan mutlakçı inanışın azaldığı şeklinde yorumlanabilir. Uygulamalar öncesinde Ö1, Ö2 nolu öğrencilerin görüşleri matematiğin gelişmeyeceği yönünde olmuştur. Öğrencilerin uygulamalar sonrasındaki görüşleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

***Ö1**: Matematik gelişime açıktır. Matematik sabit değildir. Matematik bugüne kadar tartışıla tartışıla gelmiştir.*

***Ö2**: Matematik gelişime açıktır. Matematik içerisindeki bilgiler sabit değildir. Bu fikre kesinlikle katılıyorum. Matematiği istersek geliştirebiliriz. Bu istek ve kararlılık gerektirir.*

Ö1 ve Ö2 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematiğin asla gelişmeyeceğini değişmeyeceğini, matematik içindeki bilgilerin daima aynı kalacağını düşünmekteydiler. Uygulamalar sonrasında ise matematik içindeki bilgilerin gelişebileceğini düşünmüşlerdir. Ö4 nolu öğrenci ise Ö1 ve Ö2 nolu öğrenciden farklı olarak düşüncesi örnekler vererek desteklemiştir.

***Ö4**: Matematik gelişime açıktır. Bunu da şu etkinliklerle anladım. Gauss ve Yang Hui ile ardışık pozitif tamsayıların toplamı. Şöyle her iki etkinlik aynı ama değişik yaptılar. Eğer matematik sabit kalsaydı. 1 kişi işlemleri yapardı işlemleri. Aynı işlemi farklı kişiler farklı yollarla yapmazlardı.*

Ö4 nolu öğrenci ile yapılan mülakat yazılı görüşlerini destekler niteliktedir.

***Öğretmen**: "Matematikte bulunan bir yol günümüze kadar değişmeden gelir mi? Yoksa ilerleyen yıllarda gelişim göstererek yeni yolların çıkmasına neden olur mu?*
***Ö4**: "Değişip gelişebilir"*
***Öğretmen**: "Neden peki?"*
***Ö4**: "Bir etkinlik yapmıştık pi sayısı ile ilgili, orada mısırda alan kullanarak pi sayısını 3,16 bulmuşlardı. Başkaları başka yollarla daha yakın değerler buldu. Yani gelişim gösterdi"*
***Öğretmen**: "Peki başka etkinliklerde bunu gördün mü?"*
***Ö4**: "Önceden kafes yolu kullanılıyormuş, bir adam daha vardı şimdi hatırlayamadım onun da çarpması vardı. Ama şimdi alt alta yan yana çarpılıyor"*

Ö4 nolu öğrenci geçmişteki yolların yerini bugün yeni yolların aldığını vurgulayarak ileride de matematik içerisinde farklı yolların ilerlemelerin olabileceğini ifade etmiş ve matematiğin gelişebileceğine işaret etmiştir. Ö6 ve Ö24 nolu öğrencide uygulamalar öncesindeki cevaplarından farklı olarak matematiğin gelişebileceğini ifade etmiş ve düşüncelerini örnekle desteklemişlerdir. Öğrencilerin yazılı görüşleri sırayla aşağıda verilmiştir.

***Ö6**: Matematik bence gelişir. Çünkü nasıl günümüze kadar gelişe gelişe geldiyse şimdiden sonrada gelişerek gidebilir. Mesela nasıl pisagpr teoremi hakkında çok matematikçi çalışmış ama bir tanesi genellemiştir. Örneğin, eski çin de buldular fakat Pisagor genelledi yani geliştirdi ve ortaya sürdü. Buda gelişerek değişik geldiğini gösterir.*

***Ö24**: Açıktır. Birçok matematkçi yine birçok şeyi keşfedebilirler. Mesela Gauss bir çalışma yapmıştı. Yang Hui'de ondan etkilenerek o etkinliğe benzer ama daha farklı bir çalışma yapması. Matematik asla sabit değildir. Matematik* *değer değişe ve gelişe geşile büyür. Bence hala matematikte oluşacak yeni çalışmaların olduğunu düşünüyorum.*

Ö6 nolu öğrencinin yazılı görüş formundaki ifadelerinden farklı bir düşünceye sahip olup olmadığını belirlemek için öğrenci ile yapılan mülakattan kesit aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: Sence matematik gelişime açık mıdır yoksa içindeki bilgiler sabit ve durağan mıdır?*

***Ö6**: Matematik eskiden de günümüze nasıl gelişe gelişe geldiyse değişebilir gelişebilir bundan sonra.*

***Öğretmen**: Sence 50 yıl 100 yıl sonra ne olur Matematik de?*

***Ö6**: Teknoloji de ne kadar gelişecekse matematik de o kadar gelişebilir. Çünkü teknoloji çıktıkça yeni bir şeyler buluyorlar. Herkes yeni bir şey buluyor. Matematik de böyle olabilir.*

***Öğretmen**: Bunu sana dönemin başında sorsaydım ne cevap verirdin? Bilinçli bir cevap verir miydin acaba?*

***Ö6**: Veremezdim çünkü matematiğin eski tarihden günümüze gelişini bilmiyordum. Matematiğin nasıl günümüze geldiğini ne yollarla geldiğini bilmiyordum. Örneğin pi sayısı bize soruyordunuz nasıl olduğunu. Yani pi sayısının değerini söylüyordum sadece. Eskiden günümüze nasıl geldiğini bilmiyordum.*

***Öğretmen**: O dönemlerde matematik için ne derdin? Gelişir dersen bunun nedenini bilir miydin? Sabit mi derdin?*

***Ö6**: Sabit derdim çünkü o zaman bir şey bilmiyordum. Tarihsel gelişimini bilmiyordum matematiğin. Pi sayısının nasıl geldiğini bilmiyordum. Ama pi sayısını sorsaydınız ben derdim ki sabittir çünkü sabit biliyordum. Sadece değerini biliyordum.*

***Öğretmen**: Sabit derken ne kastediyorsun yani kastın ne?*

***Ö6**: Değişemez biliyorum. Bana ilk sorsaydınız geçmişte bulundu günümüze kadar aynı geldi. Hiç değişmedi.*

***Öğretmen**: Peki, kafandaki matematik yapısı bu muydu?*

***Ö6**: Daha etkinlikleri yapmadan önce böyleydi.*

Ö23 nolu öğrenci de Ö6 nolu öğrenciye benzer şekilde matematiğin gelişme açık olduğunu ifade ederek pi sayısı örneğini vermiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö23**: Matematik gelişmeye açıktır. Bilgiler kesindir ama sembolleri kesin değildir. Çünkü eski zamanlarda semboller farklıydı. Mesela pi sayısı tüm zamanlarda farklı değerleri bulunmuştur.*

Ö23 nolu öğrencinin mülakatta ifade ettiği görüşler yazılı görüşlerini desteklemektedir. Aşağıda öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog verilmiştir.

***Öğretmen**: Sence matematik gelişime açık mıdır yoksa matematik içindeki etkinlikler sabit ve durağan mıdır?*

***Ö23**: Matematik gelişime açıktır. Sabit ve durağan değildir. Eskiden de gelişime açık olduğu belli. Birşeyler buluyorlar. Geliştirerek günümüze kadar getiriyorlar. Başka başka kişiler uğraşıyor değişik tarihlerde.*

***Öğretmen**: Peki etkinliklerden örnek verebilir misin? Gelişime açık olduğuna dair örnek verebilir misin bana?*

***Ö23**: Pisagor teoremi, Pi sayısı, Karekök alma, Cebirsel Simgeler. Eskiden daha değişikti harfler. Daha kısaltıldı şimdi. Belki ileride de daha değişik gösterimler olur.*

***Öğretmen**: Bunlar matematiğin neyini gösteriyor?*

***Ö23**: Matematiğin gelişime açık olduğu her zaman gelişebileceğini.*

***Öğretmen**: İlerde sence neler olabilir matematikte? Ders kitaplarında olsun veya ilerde neler yapılabilir?*

***Ö23**: Yeni şeyler keşfedilebilir. Daha değişik sayılar bulunabilir.*

Ö21 nolu öğrenci uygulamalar sonrasında matematik gelişime açık mıdır? Sorusuna “bilmiyorum” şeklinde bir cevap vermiştir. Öğrencinin ailevi sorunları, anne ve babasının ayrı olması ve zihninin etkinliklerde olmaması gözlemlenmiştir. Bu sebeplerden ötürü öğrenciden geçerli ve güvenilir bilgiler alınamamıştır. Ö8 nolu öğrenci ise sadece “gelişir” cevabını vermiş, herhangi bir açıklama yapmamıştır. Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrenciler ise matematiğin gelişime açık olmadığını söyleyen öğrenciler olmuşlardır. Öğrencilerin rahat, gayri ciddi tavırları etkinliklerin uygulanmasında da gözlemlenmiştir. Öğrencilerin yazılı cevapları bu durumu desteklemektedir.

***Ö12**: Matematik gelişime fazla açık değil. Daha fazla bilgi olması gerekir. Şekiller, semboller daha fazla ve şaşırtıcı olması gerekiyor.*

***Ö13**: Matematik bence sabittir. Önceden bize matematikte ne kaldıysa onları kullanırız.*

***Ö14**: Açık değil. Ivır zıvır gereksiz bazı işlemlerde gerekli fakat bu etkinlikler çok saçma bana bir faydası yok*

Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilerin kişisel ve ailevi sorunları hal ve hareketlerine yansımıştır. Etkinlikler sürecinde yapılan doğal gözlemler Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilerden geçerli ve güvenilir bilgi alınmayacağı düşüncesini ortaya çıkarmaktadır. Öğrencilerin yazılı görüşleri matematiğin gelişime açık bir ders olmadığı şeklinde açıklanmış olsa da, öğrencilerin etkinliklere katılmamaları ve dersi önemsememiş olmaları bu durumun nedenleri olabilir.

Uygulamalar sonrasında öğrencilere "*Matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve neden ortaya çıktığını örneklerle açıklayınız?*" Sorusu yöneltilmiştir. Aşağıda mülakata seçilen öğrencilerden Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö20, Ö22 ve Ö23 nolu öğrencinin yazılı görüşleri ve yazılı görüşlerinin hemen altında mülakatta kullandıkları ifadeler verilmiştir. Bu öğrenciler dışında Ö24 nolu öğrencinin de yazılı görüşlerine yer verilerek, bulguların sınıfın tümünün görüşlerini yansıttığı düşünülmüştür.Ö4 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıdaki gibidir.

***Ö4**: Günlük hayattaki problemlerden öğrendim. Bu etkinlikte orantısal düşünme. Günlük hayattaki vergi sorunlarından yola çıkmış. Fibonacci dizisi günlük hayattaki tavşan probleminden, Pisagor bağıntısı da günlük hayattaki ağaç problemi. Bunların hepsi günlük hayattaki sorunların çözümleri*

Ö4 nolu öğrenci ile yapılan mülakatta geçen diyalog şu şekildedir.

***Öğretmen**: "Matematiğin nasıl ve neden ortaya çıktığı ile ilgili düşüncen nedir" açıklar mısın?*
***Ö4**: "Günlük hayattaki sorunlardan ortaya çıkmıştır. Bu sorunları çözebilmek için matematiği kullanmışlardır"*
***Öğretmen**: "Sorundan kastettiğin şey nedir? biraz daha açıklar mısın?"*
***Ö4**: "Yani tavşanlarla ilgili bir problem vardı. Günlük hayatla ilgili işte. O soruyu çözerken adam ortaya bir sayı dizisi çıkarmış"*

Ö4 nolu öğrencinin yazılı cevabı ve mülakatta geçen diyalog öğrencinin matematiğin günlük hayattaki sorunlara cevap verebilmek için ortaya çıktığını göstermektedir. Ö24 nolu öğrencinin "matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve neden ortaya çıktığını örneklerle açıklayınız? Sorusuna verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir.

***Ö24**: Bence insanlar hayatlarında matematiğe ihtiyaç duydukları için çıkmıştır. Mesela eski mısırda bir soru düşünü ki 450 hekatlık arpaya sahipsiniz ve her 10 hekatın 1 hekatını vergi olarak vermek zorunda olduğunuza göre bu üründen kaç hekat'lık vergi verirsiniz? sorusundan o dönemlerdeki insanların matematiğe ihtiyaç duydukları anlaşılıyor.*

Ö24 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog ise şu şekildedir.

***Öğretmen**: " Sana biri matematik neden ve nasıl ortaya çıktı deseydi, cevabın ne olurdu"*
***Ö24**: "Matematik insanlar için ihtiyaçları için çıktı derdim"*
***Öğretmen**: "İhtiyaçtan kastettiğin şey nedir?"*
***Ö24**:"Verecekleri vergiyi hesaplamak için matematikte işlemlere başvuruyorlardı. Bir etkinlikte öyle yapmıştık"*
***Öğretmen**: "Peki aklına gelen başka şeyler var mı?"*
***Ö24**: "Bir de Mısırda tarlalarının alanlarını hesaplarken 3,16 bulmuşlardı"*
***Öğretmen**: "Peki o sayıyı hatırlayabildin mi?" Neyi ifade ediyordu o sayı."*
***Ö24**: "Hatırlayamadım şimdi."*

Ö24 nolu öğrencinin hem yazılı cevabı hem de mülakatta verdiği cevaplar öğrencinin matematiğin insanların günlük ihtiyaçlarına sorunlarına çözüm bulabilmek amacıyla ortaya çıktığına inandığını göstermiştir. Ö23 nolu öğrencide Ö4 ve Ö24 nolu öğrencilere benzer cevaplar vermiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö23**: Günlük hayattan ortaya çıkmıştır. Mısırda tarlaların alanını bulmak için, piramit yapımı için veya vergi alımlarında matematiğe başvurmuşlardır.*

Öğrenci ile yapılan mülakat öğrencinin yazılı görüşlerini desteklemektedir. Öğrenci ile yapılan mülakattan kesit aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen**: Bu etkinlikleri düşünerek matematiğin ortaya çıkmasına neler sebep olmuştur?*
***Ö23**: Günlük yaşantımızda kullandığımız şeyler. Mesela bir bina yaparken yarısını yapmak, takas işlemi gerçekleşecek ona göre işlem yapmak. Matematik günlük hayattan ortaya çıkmıştır.*
***Öğretmen**: Peki bunu etkinliklerde gördün mü?*

***Ö23**: Çoğunda gördüm. Orantısal düşünme fibonacci, kesik piramidin hacminde de vardı.*

Ö10 nolu öğrencinin “matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve neden ortaya çıktığını örneklerle açıklayınız? Sorusuna verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir.

***Ö10**: Günlük hayattan ortaya çıkmıştır. Bunlara örnek kesik piramidin hacmi mısır piramitlerini yaparken ihtiyaç duyulmuştur. Tavşan problemi vardı. Pi sayısı tarlaların alanlarının hesabından yola çıkılarak bulunmuş. Orantısal düşünmeden hekatlardan ortaya çıkmıştır.*

Ö10 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog ise şu şekildedir.

***Öğretmen**: “Sence matematik neden ortaya çıkmış olabilir”*
***Ö10**: “Günlük hayattaki problemler sebep olmuştur. Mesela mısırda kesik piramit yaparken hacimlerini bulmaya ihtiyaçları vardı. Pi sayısı etkinliği vardı. Orada Pi sayısının ortaya çıkışı tarlalarının alanlarını hesaplarken ortaya çıkmıştır”.*

Ö10 nolu öğrencinin hem yazılı cevabı hem de mülakatta verdiği cevaplar öğrencinin matematiğin insanların günlük ihtiyaçlarına sorunlarına çözüm bulabilmek amacıyla ortaya çıktığına inandığını göstermiştir. Ö22 nolu öğrenci benzer şekilde matematiğin günlük hayattan ortaya çıktığını düşünmektedir. Bu düşüncesi hem yazılı görüşüne hem de mülakattaki ifadelerine yansımıştır.

***Ö22**: Matematik normal hayatta lazım olduğu için ortaya çıkmıştır. Pi sayısını bulurgen tarların alanı nası bulduğunu lazım olmuşdur. Kesik piramidin mısırlıların hacminin lazım olduğu için bulmuşlardır. Matematik normal hayattan ortaya çıkmıştır.*

***Öğretmen**: Matematik deyince aklına ne geliyor?*
***Ö22**: matematiğin çok eski yıllara dayandığı aklıma geliyor. Matematiğin tek toplama çıkarmadan oluşmadığını formülle düşünceyle akılla beraber olduğu aklıma geliyor. Bir tek formüller değil aklımızı kullanarak da sonuçları bulabiliyoruz.*
***Öğretmen**: Nasıl bulmuşlar?*

***Ö22**: Çoğu doğal yaşamdan bulunmuş. Kesik piramit mesela Mısırda, Pisagor, Tavşan problemi, Fibonacci dizisi normalde tavşanlar yavruluyor. Bu bir inek için de geçerli olabilir. Gerçek yaşantılardan bulunmuş.*

***Öğretmen**: Orantısal düşünme etkinliğini hatırlarsan o nasıl bulunmuştu?*

***Ö22**: O da yaşantıdan bulunmuş. Mesela ben sultan olayım. Senin 30 dönüm arazin var 20'sini bana vereceksin.*

***Öğretmen**: O zaman genel adlarıyla matematiğe vereceğin cevap ne olur?*

***Ö22**: Matematiğin çok eskiye dayandığını ve matematikte çoğu şey gerçek yaşantıda bulunduğunu. Gerçek yaşantının göz önüne alınarak yapıldığı olurdu.*

Ö22 nolu öğrenci uygulamalar öncesinde matematiğin ortaya çıkış nedeni için "hayatta kullanılması için, toplama çıkarmayı bilmeyen insan ne kadar alıp vereceğini bilemez" cevabını vermişken uygulamalar sonrasında bu düşüncesinde belirgin değişimler yaşanmıştır. Düşüncelerini örneklerle açıklayabilmiştir. Ö8, Ö6 ve Ö20 nolu öğrencilerde matematiğin ihtiyaçlardan ortaya çıktığını ifade etmişlerdir. Ancak Ö8 nolu öğrenci görüş formuna sadece "ihtiyaç duyulması" şeklinde görüş bildirirken öğrenci ile yapılan mülakatta öğrenciden bu soruyla ilgili düşünceleri alınabilmiştir. Öğrenci ile yapılan mülakattan kesit aşağıda sunulmuştur.

***Öğretmen**: Matematiğin ortaya çıkmasına neler sebep oldu sence?*

***Ö8**: Geçmişteki insanların çaresiz kalması bence. Piramidin hacmi mesela. Eski mısırda piramitleri yaparken hacimlerini bulmaya ihtiyaç duymuşlar.*

Ö6 ve Ö20 nolu öğrenciler Ö8 nolu öğrenciden farklı olarak yazılı görüş formunda düşüncelerini örneklendirmiştir. Ö6 ve Ö20 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö6**: Kesik piramidin hacmini bulma olabilir. Fibonacci problemi olabilir. Pi sayısında tarlaların alanlarını bulmak olabilir. Mısırda 10 hekata 1 hekat vergi yani orantısal düşünme olabilir.*

***Ö20**: İnsanların çeşitli ihtiyaçlarından dolayı ve sorunlarından dolayı ortaya çıkmıştır. Mesela fibonacci dizisi vb şeylerdir.*

Özetle; uygulamalar öncesinde 14 öğrenci matematiğin sabit olduğunu ifade etmiş, 5 öğrenci bilmiyorum cevabını vermişlerdir. 3 öğrenci gelişime açıktır, 2 öğrencide bazı bilgilerin değişebileceğini söylemiş olsa da öğrencilerin ifadelerinin matematiksel bilginin doğasıyla ilgili olmadığı görülmüştür. Bunun yanında uygulamalar öncesinde öğrenciler matematiğin nasıl ortaya çıktığı ve matematiğe neden ihtiyaç duyulduğu ile ilgili tatmin edici açıklamalar yapamamışlardır. Öğrencilerin geneli matematiğin insanların alışverişlerde kazıklanmaması için ortaya çıktığını, insanların cahil kalmaması için ortaya çıktığını belirtmişlerdir. Uygulamalar sonrasında 20 öğrenci matematiğin gelişime açık olduğunu belirtmiş, 1 öğrenci bilmiyorum cevabını vermiş, 3 öğrenci ise sabit olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin geneli matematiğin günlük ihtiyaçlara çözüm bulmak amacıyla ortaya çıktığını ifade etmişlerdir. Kısaca öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançlarının yarı-deneyselciliğe doğru eğilim gösterdiği tespit edilmiştir. Bütün olarak elde edilen bulgulara bakıldığında genel olarak tüm etkinliklerin öğrencilerin matematik algılarının değişmesinde yardımcı olduğu söylenebilir. “Fibonacci Dizisi”, “Orantısal Akıl Yürütme”, “Kesik Piramidin Hacmi” etkinlikleri öğrencilerin matematiğin ortaya çıkışının kaynağını ve günlük hayat uygulamalarını anlamalarını sağlamıştır. “Farklı Kültürlerde Çarpma İşlemi”, “Cebirsel Sembollerin Yazılışları”, “Pisagor Bağıntısı Modülü”, “Pi sayısının hikâyesi” etkinlikleri öğrencilere matematikte farklı çözüm yolları ve ispat biçimleri olduğunu öğrenmelerinde, matematiğin gelişeme açık bir bilim olarak görmelerinde yardımcı olmuştur. “Ardışık pozitif tamsayıların toplamı”, “Kesik piramidin hacmi” etkinliklerinin ise öğrencilerin matematikte başarılı kişinin nasıl olması gerektiğine yönelik zihinlerindeki imajı değiştirmede etkili olduğu görülmüştür.

4. 2. Matematiğe Yönelik Tutuma İlişkin Bulgular

Matematik tutum ölçeği uygulamalar öncesinde ve sonrasında uygulanmıştır. Bunun yanında araştırmacı öğretmenin alan notları, öğrencilerle etkinlikleri değerlendirmeleri amacıyla yapılan mülakatlar ve öğrencilerin yazılı görüşleri ölçekten elde edilen bulguları desteklemek amacıyla kullanılmıştır. Matematik tutum ölçeğinden elde edilen bulgular Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 18. Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeğinden Elde Edilen Bulgular

Ölçüm	N	Ortalama	S	sd	t	p	Cohen d
Uygulama Öncesi	24	13.92	7.575	23	-2.570	.017	0.525
Uygulama Sonrası	24	15.42	9.422				

Tablo 18'e göre; matematiğe karşı tutum ölçeğinde uygulama öncesinde uygulama grubunun puan ortalamaları 13.92 iken, uygulama sonrası puan ortalamaları 15.42'ye yükselmiştir. Dolayısıyla uygulama sonrasında uygulama grubunun matematiğe yönelik tutum puanlarında 1.5 puanlık bir yükseliş meydana gelmiştir. MT içerikli etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında anlamlı bir farklılığa yol açıp açmadığına anlamlılık değerine bakılarak karar verilmiştir. Uygulama öncesi ve uygulama sonrası tutum puanları arasında 0.05 anlamlılık düzeyinde uygulama sonrası elde edilen tutum puanları lehine fark olduğu ($t=-2.57$, $p<0.05$,) ortaya çıkmıştır. Hesaplanan Cohen d etki büyülüğüne göre yapılan uygulamaların öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları üzerinde orta düzeyde olumlu bir etkiye neden olduğu saptanmıştır (df:23, Cohen d: 0.525).

Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarındaki bu değişimi daha net bir şekilde ortaya koyabilmek için öğrencilerden yansımalar başlığı altında öğrencilerin her bir etkinlikle ilgili yazılı görüşleri, anket bulguları ve mülakat bulguları aşağıda verilecektir. Ardından, uygulamalar sonunda öğrencilere etkinliklerin matematiğe olan sevgilerini nasıl etkilediğini, matematiğe yönelik sevgilerinde ve ilgilerinde eskiye göre nasıl bir değişim yarattığını ve etkinliklerin olumsuz yönlerinin neler olduğunu açıklamaları istenmiştir.

Öğrencilerden 15'i matematik sevgilerinde ve ilgilerinde uygulamalar öncesine göre artış olduğunu ifade ederken, 4 öğrenci matematiği sevmediklerini ifade etmişlerdir. 3 öğrenci ise kararsızlık belirten, açık olmayan cümleler kullanmışlardır. Aşağıda mülakat için seçilen öğrencilerin yazılı görüşlerine ve mülakattaki ifadelerinden kesitlere yer verilmesinin yanında mülakat yapılmayan öğrencilerinde görüşlerine yer verilerek tüm sınıfın tutumlarının değişiminin nedeni ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Ö5 ve Ö6 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri sırasıyla şu şekildedir.

***Ö5**: Etkinlikler matematiğe olan sevgimi çok etkiledi çünkü etkinlikler çok eğlenceliydi ve matematiğin sadece sayılardan ibaret olduğunu biliyordum ve günlük hayattanda oluyormuş.*

***Ö6**: Matematiği önceden sevmezdim. Şimdi ise etkinlikler yaptıkça dersler eğlenceli geçmeye başladı. Sevgim ve ilgim arttı.*

Ö5 ve Ö6 nolu öğrenciler benzer şekilde etkinliklerin eğlenceli olduğunu belirterek etkinliklerin matematiği daha çok sevmelerine neden olduğunu ifade etmişlerdir. Ö6 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog öğrencinin yazılı görüşünü desteklemektedir.

***Öğretmen**: “Peki bu etkinlikler matematiğe yönelik ilgini ve öğrenme isteğini etkiledi mi?”*
***Ö6**: “İyi anlamda etkiledi. Çünkü etkinlikler olmadan önce matematikte sadece kurallar formüller olduğunu biliyorduk. Etkinlikler yapıldıktan sonra MT’yi öğrenmeye başladıktan sonra matematikçilere daha çok ilgim arttı. Dersler daha güzel oldu. Daha mutlu geçiyor dersler. Dersler yani sıkıcı geçmiyor.”*

Ö13 nolu öğrenci derslere ve etkinliklere katılmayan bir öğrenci olmasına rağmen, etkinliklerden bazılarının hoşuna gittiğini ifade etmiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

Ö13: Matematik dersini sevmiyordum ama etkinliklerin bazıları hoşuma gitti.

Ö13 nolu öğrenci ile yapılan informal görüşmelerde öğrencinin en çok kafes yolu ile çarpma işlemini ve Gauss etkinliğini sevdiği ortaya çıkmıştır. Ö24 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö24**: Eskiden matematiği seviyordum ama bugünkü kadar değil. Ama şimdi öğretmenimiz bize bu etkinlikleri dağıttıktan sonra matematiğe ilgim ve sevgim daha çok arttı. Bunu sağlayan etkinlikler ise Kafes yolu, Pisagor bağıntısı, Pisagor üçlüleri, Fibonacci dizisi, Yang Hui, Abu Kamil, Harizmi, Pi sayısı ve en son yaptığımız etkinlikler oldu.*

Ö24 nolu öğrenci daha önce etkinlik yapmadıklarını belirtmiş, matematik derslerinin konu anlatımı ve test çözümü şeklinde geçtiğini ifade etmiştir. Ö24 nolu öğrenci etkinliklerin matematiğe yönelik ilgi ve isteğini arttırdığını belirtmiştir. Ö24 nolu öğrencinin yazılı görüşünün yanında öğretmen ve Ö24 nolu öğrenci arasında geçen informal görüşme şu şekildedir.

***Öğretmen**: Öğrenme isteğinde, matematiğe karşı ilginde eskiye göre neler değişti?*
***Ö24**: Eskiden daha şey buluyordum. Şimdi daha eğlenceli buluyorum. Bu yıl bu etkinlikte gördüm bunu. O da kafes yöntemi. Mesela ben çarpma işleminde bir yol olduğunu biliyordum ama üç dört yolu daha varmış.*
***Öğretmen**: Başka ne gibi şeyler değiştirdi sende?*
***Ö24**: Matematiğe daha çok ilgim ve isteğim arttı.*
***Öğretmen**: Matematiğe yönelik ilgim ve isteğim arttı diyorsun. Niye arttı?*

***Ö24**: Etkinliklerin eğlendirici olması. Eğitici olması. Sonra mantığa dayalı olması, bilgiye dayalı olması.*
***Öğretmen**: Neyi eğlenceliydi bu etkinliklerin?*
***Ö24**: Kesme yapıştırması eğlenceliydi. Sonucu bulmak eğlenceliydi. Matematik adına bir şey bulmak eğlenceliydi.*

Ö24 nolu öğrenci kesme, boyama. yapıştırma yaparak kuralları ve kavramları kendilerinin keşfetmelerine yönelik etlinliklerin hoşlarına gittiğini ifade etmiştir. Nitekim kesme boyama yapıştırma gerektiren Pisagor bağıntısı ile ilgili etkinlikler sınıfın geneli tarafından beğenilmiş ve zevkle yapılmıştır. Öğrencilerin yazılı görüşleri verilirken, öğrencilerin etkinlik değerlendirme formundaki cevapları okunmuş ve tüm cevapları yansıtacak şekilde sırasıyla Ö15, Ö4, Ö23, Ö16 nolu öğrencilerin yazılı görüşler seçilmiştir.

***Ö15**: Hoşuma gitti çünkü böyle yöntemlerin kullanıldığını bilmiyordum.*

***Ö4**: İlkten gitmemişti, karışık gelmişti ama sonradan kolay geldi.*

***Ö23**: Etkinlik hoşuma gitti çünkü çok eğlenceli ve kolaydı. Bence her dersin etkinliklerle geçmesi daha eğlenceli ve kolay olur.*

***Ö16**: Etkinlik hoşuma gitti çünkü boyama kesme yapıştırma işlemleri var ve ben boyamayı kesmeyi yapıştırmayı çok seviyorum.*

Öğrencilerin yazılı görüşleri okunduğunda öğrencilerin kesme boyama yapıştırma gerektiren ve keşif gerektiren etkinlikleri beğendikleri anlaşılmaktadır. Öğretmen Ö24 nolu öğrenci ile yaptığı mülakatın ilerleyen süreçlerinde soruyu şu şekilde değiştirerek sormuş ve öğrenciden daha açık derinlemesine cevaplar almaya çalışmıştır.

***Öğretmen**: "Bu tip etkinliklerin yapılması matematiği sevmeni sağladı mı?"*
***Ö24**: "Evet. Matematiği diyelim eskiden sıkıcı bir ders olarak görürdüm. Şimdi etkinliklerle kesme yapıştırma türü etkinlikler yaptık. Farklı düşünceler öğrendik. Matematikçilerin hayatlarını, buluşlarını, matematiğin günümüze kadar nasıl geldiğini, onların bulduğunu bulunca dersler daha güzel verimli geçmeye başladı. Böylece matematiği sevmeye başladım."*

Ö24 nolu öğrenci ile yapılan mülakat öğrencinin yazılı görüşlerini desteklemektedir. Ö10 nolu öğrencide Ö24 nolu öğrenciye benzer şekilde daha önceki matematik derslerinin formül ve kuralları kullanarak soru çözümü üzerine dayalı olarak yürütüldüğünü, etkinliklerin matematiği zevkli hale getirdiğini ifade etmiştir.

> ***Ö10****: Bu etkinlikler yapılmadan önce sevgi anlamında biraz gerideydim. Çünkü matematiğin zevksiz olduğunu düşünüyordum. Sadece sayılar kullanıp semboller kullanıp formülleri uyguladığımız için matematiğin zevksiz renksiz bir ders olduğunu düşünüyordum. Hoşuma giden etkinlikler yani kesik piramidin hacmini bulma etkinliği benim çok hoşuma gitti. Matematiği bir adım daha sevmeme yardımcı oldu.*

Ö10 nolu öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog öğrencinin yazılı görüşlerini desteklemektedir.

> ***Öğretmen****: "Bu etkinlikler matematik sevgini ve öğrenme isteğini nasıl etkiledi? Açıklar mısın?"*
> ***Ö10****: "Matematiğin farklı bir yönünü gördüm, bu da sevgimi arttırdı?"*
> ***Öğretmen****: "Sevdiğin etkinlikleri neden sevdin?"*
> ***Ö10****: "Şaşırtıcıydı, ilginçti."*
> ***Öğretmen****: "Hangi yönleri şaşırtıcı ve ilginç geldi? Ne tip özellikleri vardı da ilginç ve şaşırtıcı geldi?"*
> ***Ö10****: "Mesela Harizmi onun etkinliği hoşuma gitti, her karenin dikdörtgenin alanları hesaplanıyordu ve bu sonuçlardan ayrı bir sonuç ortaya çıkıyordu. Kafes yöntemi de güzeldi. Bizim bugün yaptığımız gibi değil de, farklı bir yolla yapıyorduk. Mesela şu etkinlikler benim hoşuma gitti. Boyamalı kesmeli etkinlikler hoşuma gitti, insanı uğraştırıyordu, zekâyı zorluyordu. Diğerlerinde kağıt üzerinde, zaten kağıt normalde de kullanıyoruz. Rasyonel cebirsel ifadelerin çözümleri de hoşuma gitti. Yanlışı deneyerek biz doğruya ulaşıyorduk."*
> ***Öğretmen****: "Peki hangi etkinliklerin gerekli olduğunu ve ilerde de kullanılmasını isterdin?"*
> ***Ö10****: " Kafes yöntemi güzeldi. Hem kolaydı hem de ilginçti. Günümüzde alt alta yazıyoruz. Bu yolda ise kutular içine yazıp çaprazlama topluyoruz. Akılda kalıcı bir yöntem. Kesik piramidin hacmi öğretim amaçlı kullanılabilir. O etkinlikte tahta vardı. Ölçülmesi gereken yerler farklıydı. Sınavda bu konu ile ilgili bir soru gelse hemen aklıma gelir. Tahtayı kullanmıştım, kendim yaptığım içinde hemen aklıma gelir"*

***Öğretmen**: “Tekrar özetlemeni istiyorum, Matematiğe karşı ilgin ve öğrenme isteğinde ne gibi değişimler meydana geldi?*

***Ö10**: “Gereksiz olduğunu düşündüğüm etkinlikleri söyledim, bence onlar biraz beni matematikten soğuttu, ilgimi azalttı, matematikte farklı kuralların yolların olabileceğini gördüm, önceden sadece kâğıt ve kalemle matematiğin yapılabileceğini düşünüyordum. Birçok insan bir şeyler katmış matematiğe. Güzel yollar üretmişler. Ama hoşuma giden etkinlikler beni matematiğe bağladı, zevk alarak yaptım, çok ilgimi çekti, kafes yöntemi olsun, Kesik piramidin hacmi, Fibonacci dizisi, Pisagor bağıntısı gibi etkinlikler bana farklı geldi, dikkatimi çekti. Ne beni çok ileri götürdü ne de geri çekti bu etkinlikler. Biraz ilerdeyim ama çok ta değil”*

Ö10 nolu öğrenci kesik piramidin hacmi etkinliğinden zevk aldığını ve etkinliğin öğretim amaçlı kullanılabileceğine vurgu yapmıştır. Etkinliğin kalıcı öğrenmesini sağlayacağını belirtmiştir. Yapılan etkinlikler içerisinde en beğenilen etkinliklerden biri kesik piramidin hacmi etkinliği olmuştur. Matematik dersine katılımı az olan ve matematiği sevmeyen bazı öğrenciler kesik piramidin hacmi etkinliğinden zevk aldıklarını ifade etmişlerdir. Tüm öğrencilerin etkinlik değerlendirme formları okunmuş ve sınıfın genelinin görüşlerini yansıtan Ö3, Ö9 ve Ö11 nolu öğrencilerin etkinlikle ilgili yazılı görüşleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

***Ö3**: Bu etkinlik 3 boyutlu olduğu için çok eğlenceliydi. Öğreticiydi. Mısırlılar iyi bir yol bulmuşlar. Piramid yapmayı kolaylaştırdı.*

***Ö9**: Bir dörtgen şekil ortaya çıktı ve karede bulduk. Benim çok hoşuma gitti. Bir yolu bulmaya çalıştık.*

***Ö11**: Etkinlik çok güzeldi. Farklı bir etkinlikti diğer yaptığımız etkinliklerden daha zevkli bir etkinlikti.*

Ö3, Ö9 ve Ö11 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri etkinliği öğretici ve eğlenceli bulduklarını göstermektedir. Ö10 nolu öğrencinin belirttiği diğer etkinlikler Harizminin yöntemiyle ikinci dereceden denklemlerin çözümü etkinliğidir. Uygulamalar sırasında yapılan gözlemlerde öğrencilerin Harizmi ve Abu Kamil tarafından geliştirilen yöntemler üzerine çalışmaktan zevk aldıklarını, öğrenmye karşı ilgi ve istekli olduklarını göstermiştir. Öğrencilerin Harizmi ve Abu Kamil etkinlikleriyle ilgili yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir. Abu Kamil ve özdeşikler etkinliği ile ilgili öğrencilerin yazılı görüşleri verilirken, öğrencilerin tüm cevapları okunmuş ve tüm sınıfın cevaplarını yansıtacak şekilde Ö8 ve Ö5 nolu öğrencilerin görüşleri aşağıda sunulmuştur.

> ***Ö8**: Güzel ve zevkli bir etkinlikti. Matematiği ait bir bilgi daha öğrendim. bana zevkli geliyor. Hafızamda kalıcı oluyor. Anladığım etkinlikleri daha zevkle heyecanla yapmaya çalışıyorum. Kısacası güzel etkinlikti.*
>
> ***Ö5**: İkinci ders bana birinci derse göre daha zevkli ve keyifli geçti. İnşallah bütün dersler bugünkü 2. ders gibi geçer. Matematik alanında yeni önemli bir insanı öğrenmiş oldum. Özdeşlik alanında önemli bir yeri varmış. Abu-Kamil'in o kadar eski yıllarda matematik alanında yaptığı bu kolaylık pratiklik bence bugünki ders kitaplarında kullanılabilir. Arkadan gelen öğrenciler için de ilginç ve faydalı, bilgi verici bir çalışmadır.*

Ö5 ve Ö8 nolu öğrencilerin Abu Kamil'in kitabında yaptığı modellemeler yoluyla özdeşlikleri öğrenmenin daha kalıcı olduğunu ifade etmiştir. Ö5 nolu öğrencide benzer şekilde yapılan modellerin ilginç ve öğretici olduğunu vurgulamış, matematiğin insan emeğinin ürünü olduğunu fark etmeye başlamıştır. Harizmi ve ikinci dereceden denklemlerin çözümleri etkili ile ilgili öğrenci cevapları verilirken tüm sınıfın cevaplarını yansıtacak şekilde Ö6 ve Ö4 nolu öğrencilerin görüşleri aşağıda sunulmuştur.

> ***Ö6**: Ben etkinlikleri çok sevdim. Eğlenceli ve öğretici bir etkinlikti. X'i bulmak, uğraşmak çok eğlenceli ve güzel. İnsan çözerken heyecanlanıyorve sonuca ulaşınca mutlu oluyor.*
>
> ***Ö4**: Harizmi yöntemi çok kolaydı. Takıldığım yer küçük karelerin alanı ile o dikdörtgenin alanını bulurken ama sonradan anladım.*

Öğrencilerin yazılı görüşleri etkinliği beğendiklerini, zevkle yaptıklarını göstermektedir. Öğrencilerin takıldıkları yerler olsa da etkinliğin uğraştırıcı olması, keşif yoluyla öğrenmelerine vesile olması, öğrencilerin el becerilerini harekete geçirmesi ve alışık olmadıkları bir öğrenme öğretme ortamı oluşturması öğrencilerin etkinlikleri beğenmiş olmalarının nedenleri olarak düşünülebilir. Ö17 nolu öğrenci ise matematiğe olan sevgisinin artmasını etkinliklerin konuları öğrenmesine yardımcı olmasına bağlamıştır. Ö17 nolu öğrencinin görüşü aşağıda verilmiştir.

> ***Ö17**: Çok etkiledi. Matematiği daha iyi anlamaya başladım. Eskiden matematiğe fazla önem vermiyordum. Şimdi daha çok önem veriyorum. Çünkü*

etkinlikler yapmaya başladık. Milattan önceki matematiği öğrenmeye başladık. Eskiden soruları nasıl yaptıklarını öğrendim.

Ö23 nolu öğrenci de etkinliklerin uygulamalar öncesine göre matematiğe yönelik ilgi ve sevgisini arttırdığını ifade etmiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö23**: Etkinlikler matematiğe olan sevgimi biraz etkiledi sevmeye yönelik ama en son yaptığımız kesik piramit etkinliği beni matematikten soğuttu. Çok saçma bir etkinlikti. Eski matematiğe ilgim artmıştı ama son etkinlik ilgimin azalmasına neden oldu.*

Öğrenci ile yapılan mülakatta öğrencinin ifadeleri yazılı görüşlerini destekler niteliktedir.

***Öğretmen**: Peki bu yaptığımız etkinlikler matematiğe yönelik ilgini, öğrenme isteğini nasıl etkiledi?*
***Ö23**: En son yaptığımız kesik piramidin hacmi matematikten soğumama neden oldu. Böyle bir şey gereksizdi. Onu başka yöntemle yapsalar, daha iyiydi. Diğer etkinlikler üzerinde matematiğe bakış açımı değiştirdi. Eskiden matematiği sevmezdim şimdi seviyorum.*
***Öğretmen**: Peki ne neden oldu bu sevgine? Etkinliklerin yapısı nasıldı da etkinliklerin hangi yönü sana daha cazip geldi de matematiğe olan ilgin arttı?*
***Ö23**: Etkinliklerin güzel olması olaylarla ilişkili olması, tarihin farklı farklı dönemlerinde bulunması geliştirilmesi.*

Ö23 nolu öğrenciyle yapılan mülakattın bir başka kesitinde öğrenciden derinlemesine bilgiler alınmıştır. Öğrenci etkinlikleri genel anlamda sevmiş olmasına rağmen olumsuz gördüğü kısımları da belirtmiştir.

***Öğretmen**: Etkinliklerle ilgili genel düşüncelerin neler?*
***Ö23**: Eski insanların günümüz insanlarına göre daha zeki olduklarını*
***Öğretmen**: Bu yaptığımız etkinlikleri önceki yıllardaki matematik derslerinde yaptığınız etkinliklerle farklı yönleri var mıydı?*
***Ö23**: Önceki yıllarda etkinlik yapmazdık. Daha çok, yazı yazardık. Deftere yazmayla giderdik. Şimdi işlemler yaparak modeller yaparak çizerek keserek.*

Eskiden öğretmen bize verirdi konuyu anlatırdı nasıl yapacağını gösterirdi. Ezbere giderdik.

***Öğretmen**: Peki hangisi sana cazip gelirdi? Düşündüğün zaman hangisi daha güzel?*

***Ö23**: Modelleme yaparak, yazarak, çizerek, nasıl yapacağımızı birisi bize anlatarak yani kısa bir yerini anlatıp kalanı bizim kendimiz bulmamız.*

***Öğretmen**: O halde hangisini tercih edersin? Açıklar mısın?*

***Ö23**: Modelleme yaparak çizerek, keserek. Çünkü biz buluyoruz kendimiz yapıyoruz*

***Öğretmen**: Peki burada bazı etkinlikleri sevdiğini söyledin. Bir iki etkinlik dışında diğerlerinin hoşuna gittiğini söyledin. Bu tip etkinliklerin kullanılmasını yapılmasını ister misin ileri ki yıllarda?*

***Ö23**: İsterim ama her öğrencinin kendi seviyesine göre veya okuma seviyesine göre yapılmasını isterim. Ortaokulda ilk derecede, lisede ikinci derecede üniversite de hepsinin bir kerede verilmesini isterim.*

***Öğretmen**: Burada seni zorlayan seviyenin üstünde bir şey var mıydı etkinliklerin arasında?*

***Ö23**: Yoktu.*

***Öğretmen**: Hepsi senin seviyene uygun muydu?*

***Ö23**: Uygundu.*

***Öğretmen**: Bu etkinliklerle ilgili olumsuz görüşlerin var mı?*

***Ö23**: Var. Mesela diyelim Abu Kâmille ilgili bir işlem veriyorsunuz. Onun hayatını da ekliyorsunuz. İşlemle ne alakası olduğu, hayatını işlemle ilişkilendiriyorsunuz Ama hayatının işlemle hiçbir alakası yok. Ne zaman doğdu ne zaman öldü o ayrı da. Matematik hakkında neler yaptığı. Diyelim orantısal düşünme onu yapan kişinin başka yaptığı işleri orantısal düşünmeyle alakası olan konuları eklemesi…*

***Öğretmen**: Tam olarak şunu mu demek istiyorsun? Abu Kamilin hayatına gerek yok mu diyorsun? Ölüm ve doğum yılına gerek yok mu diyorsun? Tam anlamadım.*

***Ö23**: Ölümle doğum yılı verilebilir ama hayatıyla ilgili hiçbir şey verilmemeli. Mesela orantısal düşünmeyle bir etkinlik, Abu Kamille bir etkinlik ölüm ve doğum tarihini vermişsiniz. Bir daha uğraşı başka konulara veriyorsunuz. Diyelim orantısal düşünmeyle şey olacağına öteki konuları da araya katıyorsunuz. Öğrencinin kafası karışıyor.*

***Öğretmen**: O zaman bir yere odaklanması gerekiyor sadece orantısal düşünme olsun diyorsun. Onu yaptı bunu yaptı, şu burada doğdu, şu yılda öldü, şu farklı farklı kitaplar yazdı demeye gerek yok diyorsun.*
***Ö23**: Onu vereceksiniz ayrı bir zamanda o etkinlikten sonra veya daha önce vermeniz gerekiyor.*
***Öğretmen**: Başka ne gibi olumsuzluklar gördün? Güzel şeyler çıkıyor gerçekten.*
***Ö23**: Başka olumsuzluk görmedim. Geri kalan etkinliklerin yanları olumluydu.*

Ö23 nolu ile yapılan mülakatta öğrencinin belirttiği noktalar dikkate değerdir. Öğrenci birkaç etkinlik dışında etkinliklerin genelini sevmiş ve faydalı bulmuş olmasına karşın özellikle tarihsel içeriğin kullanımında aşırıya kaçılmaması gerektiğini vurgulamaktadır. Özellikle matematiksel terimlerin yanında matematikçilerin hayat hikâyeleri, eski kültürlere ait kavramlar (papirüs, kübit vs.) öğrencilerin kafalarının karışmasına neden olabilmektedir. Nitekim bu durum uygulamalar sırasında da gözlemlenmiştir. Ancak Ö4 nolu öğrenci kesme, boyama, yapıştırma ve modelleme kullanılarak kendilerinin kuralları ve formülleri keşfetmelerini gerektiren etkinlikleri beğendiğini ifade etmiştir. Gauss ve Yang Hui ve Ardışık pozitif tamsayılar etkinlikleri modellemelerin yapılmasını gerektiren etkinliklerdir. Sınıfın genelinin yazılı görüşleri incelendiğinde öğrencilerin bu tip etkinlikleri beğendikleri, öğrenme ilgi ve isteklerinin arttığı anlaşılmaktadır. Gauss ve Yang Hui ve ardışık pozitif tamsayıların toplamı etkinlikleri ile ilgili sınıfın genelinin görüşlerini yansıtan yazılı görüşler aşağıda verilmiştir.

***Ö4**: Bu etkinlik bence ders kitabına girmelidir. Hem öğretici hem de eğlenceli bir etkinlikti.*

***Ö15**: Hoşuma gitti çünkü günlük hayatta da kullanılabilir ve çok kolaydı, kullanışlıydı, eğlenceliydi.*

***Ö18**: Bu etkinlik hoşuma gitti. Çünkü çok zevkliydi. Bence bu problem matematikte kullanılmaz. Bana göre kullanışlı değil. İşlem kullanmadan yapması bana ilginç geldi. Bence çok zeki bir adammış.*

Ö4 nolu öğrenci de etkinliklerin matematiğe yönelik ilgisini ve öğrenme isteğini arttırdığını ifade etmiş, ancak bazı etkinliklerle ilgili olumsuz görüş bildirmiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö4**: 14 etkinlik sayesinde matematiğe yönelik ilgim arttı. Matematiğin sadece formüller kurallar olmadığını öğrendim. İlgi çekici çünkü şu an dışarıdan birine sorsak matematik nedir diye toplama çıkarma der. Ama öyle olmadığını öğrendim. Onların yanında akıl ve düşünebilme yeteneği olması olduğunu öğrendim. Böylelikle matematikte çok problem çözmek gerekmiyor. Düşünerek yapabilirim. Ama yukarıdaki iki etkinlik matematiği sevmeme yardımcı olmadı. Çünkü çok zaman kaybı onları çözerken canım sıkılıyor.*

***Öğretmen**: Peki şunu merak ediyorum ben. Bu yapılan etkinlikler matematiğe yönelik ilgin ve sevginle nasıl bir değişime yol açtı?*

***Ö4**: Sevgimde değişiklik oldu. Mesela önceden formüller kurallar olduğu için işlem yapmamız gerekiyordu. Çok işlem oluyordu. Şimdi ise akıl ve düşünce olduğu için düşünerek cevap veriyoruz. Çok işlem yapmıyoruz.*

***Öğretmen**: İşlemler seni sıkıyor mu?*

***Ö4**: Evet.*

***Öğretmen**: Neden?*

***Ö4**: Mesela bir sürü pay vardı. Onların üssü vardı. Diyelim onun sekiz üssü, bir daha yan yana yazıp çarpıyorsun. Sıkılıyordum yan yana yazmaktan.*

***Öğretmen**: Şimdi ne oldu peki?*

***Ö4**: Şimdi düşünerek yaptığımız için fazla sıkılmıyorum zaten.*

***Öğretmen**: Peki, bu etkinliklerin genel yapısı ne sence? Farklı yönleri ne sence? Önceki derslere göre yani 6. sınıfı düşünürsen ordaki etkinliklerden farkı ne sence?*

***Ö4**: Matematiği fazla bıktırmıyor bazı etkinlikler. Severek yapıyorsun. Kesip yapıştırma etkinlikleri mesela Anaokuluna gidermiş gibi kesip yapıştırıyorsun eğlenceli oluyordu. Bazıları ise formülleri yazıp yapma olduğu için zaman kaybıydı uzundu.*

***Öğretmen**: Hangi etkinlikten bahsediyorsun?*

***Ö4**: Karekök alma etkinliği uzun ve karmaşıktı. Zaman kaybıydı.*

Ö4 nolu öğrencinin yazılı görüşü ve mülakattaki ifadeleri karekök alma etkinliğini ve orantısal akıl yürütme etkinliğini sevmediğini göstermektedir. Öğrenci özellikle kesme boyama yapıştırma türünden etkinlikleri beğenmiş, matematiğin farklı bir yönü olduğunu görmek öğrenciyi mutlu etmiştir. Karekök alma etkinliği ile ilgili olarak Ö4 nolu öğrencinin görüşü sınıfın genelinin görüşünü yansıtmaktadır. Karekök alma etkinliği ile ilgili değerlendirme formları okunmuş ve öğrencilerin yazılı görüşleri verilirken, tüm cevapları yansıtan Ö24, Ö1, Ö3 ve Ö5 nolu öğrencilerin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir.

> ***Ö24****: Çok tuaf, çok saçma bir yol kullanmışlar. Ben öyle çok bişey anlamadım. Aklım karışıyor.*
>
> ***Ö1****: Adamlar böyle bir yol buldukları için şanslılar ama bugünkü yolla çok farklılık var. Bugünkü yol çok daha kolay onların yolu çok zor.*
>
> ***Ö3****: modern yola göre uzun bir yol. Ama farklı toplumlar farklı şekilde uğraşmış matematikle.*
>
> ***Ö5****: Ben eskilerde böyle bir şeyin olduğunu bilmiyordum. Ama şimdi öğrenmiş oldum.*

Öğrencilerin görüşleri karekök alma etkinliğinin sınıfın geneli tarafından uzun ve zor olarak değerlendirildiğini göstermektedir. Uygulamalar sonunda etkinlikler matematiğe olan sevginizde ve ilginizde eskiye göre nasıl bir değişim meydana getirdi sorusuna 4 öğrenci olumsuz cevap vermiştir. Ö11 ve Ö8 nolu öğrencinin yazılı görüşleri aşağıda verilmiştir. Ö11 nolu öğrenci sekizci sınıf olmasına rağmen aritmetik işlemleri yapma konusunda sıkıntı yaşayan bir öğrenci olarak etkinliklere katılım noktasında çaba sarf etmiş olsa da çoğu kez arkadaşlarından yardım almıştır. Ö11 nolu öğrencinin yazılı görüşü etkinliklerin matematik başarısına olumlu bir katkısının olmadığını ima ederek değişim meydana gelmediğini vurgulamıştır. Nitekim öğrencinin dönem sonu matematik dersi 1 gelmiştir.

> ***Ö11****: Fazla değişim meydana gelmedi. Önceden görmediğim konuları 7. Sınıfta öğrenmiş oldum. Belki ileride işime yarayabilir.*

Ö8 nolu öğrencide not bazlı düşünerek soruya olumsuz cevap vermiştir. Öğrencinin cevabı şu şekildedir.

> ***Ö8****: Etkinlikler sayesinde matematik dersinden soğudum. Eskiden matematiği çok severdim. Hep 4 ya da 5 gelirdi. Ama şimdi 3 en fazla 4 geliyor. Matematik dersini hiç sevmiyorum. Tarihini merakta etmiyorum. Çok sıkıcı.*

Ö7, Ö16 ve Ö21 nolu öğrenciler ise açık ifadeler kullanmayan ve açıklama yapmayan öğrencilerdir. Ö21 öğrencinin anne babasının ayrı oluşu ailevi sorunları derste sürekli dalıp gitmesine neden olmuştur. Öğrenci zihnini derse ve etkinliklere yoğunlaştırmakta zorlanmıştır. Ö16 nolu öğrenci kaynaştırma öğrencisidir. Ö7 nolu öğrenci ise matematik alt yapısı düşük, çarpma işleminin bölme işleminin hangi durumlarda yapılacağını bilememesinin yanında alt alta çarpma işlemi yapmakta zorlanan bir öğrencidir. Sırasıyla Ö7, Ö16 ve Ö21 nolu öğrencilerin görüşleri aşağıda verilmiştir.

> ***Ö7**: Biraz zorda olsa güzel etkiledi. Değişik yönler meydana geldi. Matematik bana göre zorlandı.*
>
> ***Ö16**: Etkinlikte matematiğe sevgim bazen ben matematikten sıkıldığım oluyor mesela matematiği dersini nasıl sevdim kesip yapıştırma ve çizme matematiğe karşı düşüncelerim çok vardır. Matematiğe yönelik sevgimiz eskiye göre eskiden matematiği seviyordum ama büyüdüğümüz zaman matematik gelişiyor ve zorlaşıyor. Bazen etkinlikleri anlamıyorum.*
>
> ***Ö21**: Hiç etkilemedi.*

Ö21 nolu öğrenci etkinliklerin matematiğe yönelik ilgisini ve sevgisini hiç etkilemediğini belirtmiştir. Ö7 ve Ö16 nolu öğrencinin cevapları açık olmamakla birlikte öğrencilerin etkinliklere karşı olumsuz bir düşünceye sahip olmadıkları anlaşılmaktadır. Etkinliklerle ilgili olumsuz görüş bildiren 4 öğrencinin dışında etkinliklerin matematiğe yönelik sevgilerinin ve ilgilerinin artmasına neden olduğunu ifade eden öğrenciler de bazı etkinliklerle ilgili olumsuz görüş bildirmişlerdir. Özet olarak öğrencilerin genelinin 15 etkinlik içerisinde zor buldukları veya yönergeleri uygulamakta yaşadıkları zorluklar sebebiyle hoşlarına gitmeyen etkinlikler olsa da etkinliklerin genelini faydalı bulmuşlar ve zevk alarak yapmışlardır. Kesme yapıştırma gerektiren etkinlikler, tahta parçaları kullanıldığı kesik piramidin hacmi etkinliği, çarpma işleminde kafes yolu etkinliği, birim küplerin kullanıldığı etkinlik öğrencilerin en çok hoşlarına giden etkinlikler olmuştur. Öğrencilerin geneli karekök alma etkinliğinde zorlanmışlardır. Fibonacci ve Tavşan problemi etkinliğinde ise problemi anlamayıp kafaları karışan öğrenciler olduğu görülmüştür. Öğrencilerin etkinliklerle ilgili olumsuz görüşlerini belirlemek için öğrencilere “yaptığınız etkinliklerin size olumsuz gelen yönlerini detaylı şekilde açıklayınız” sorusu yöneltilmiş ve öğrencilerin yazılı görüşleri alınmıştır. Tüm öğrencilerin yazılı cevapları incelendiğinde Ö4, Ö8 ve Ö10 nolu öğrenciler derinlemesine açıklamalar getirmelerine rağmen diğer öğrencilerin sevmedikleri etkinlikleri sevmemelerinin gerekçesi olarak etkinliğin karmaşık ve sıkıcı olması olarak ifade ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin yazılı cevapları incelenerek öğrencilerin sevmedikleri etkinlikler, sevmeme gerekçeleri Tablo 19’da gösterilmiştir.

Tablo 19. Öğrencilerin Etkinliklerle İlgili Olumsuz Görüşleri

Öğrenci	Etkinlik Adı	Olumsuz Bulma Sebebi
Ö1	Pisagor Üçlüleri	Zor ve eğlenceli değil.
Ö2	Orantısal Akıl Yürütme	8. sınıf düzeyine uygun değil
Ö3	Karekök Alma, Cebirsel Gösterimler	Karmaşık olması
Ö4	Karekök Alma, Orantısal Akıl Yürütme	Karmaşık olması
Ö5	Pisagor ile ilgili yazılı açıklamalar	Günlük hayatla ilişkisiz oluşu
Ö6	Karekök alma, Cebirsel Gösterimler	Sıkıcı, Gereksiz oluşu
Ö7	İsim belirtmemiş	Açıklama yetersiz
Ö8	İsim belirtmemiş	SBS için katkısı yok
Ö9	Hepsi güzeldi	Açıklama yok
Ö10	Hepsi güzeldi	Ek öneri getirmiş
Ö11	Karekök Alma	Açıklama yok
Ö12	Fibonacci ve Tavşan Problemi	Açıklama yok
Ö13	İsim belirtmemiş	Faydası yok
Ö14	İsim belirtmemiş	Faydası yok
Ö15	Harizmi, Fibonacci, Bhaskara	Sıkıcı, zor
Ö16	Karekök alma, Fibonacci	Zor
Ö17	Fibocacci	Anlamadım
Ö18	Harizmi, Orantısal Düşünme	Zor
Ö19	Orantısal Düşünme	Açıklama yok
Ö20	-	-
Ö21	İsim belirtmemiş	Hepsi olumsuz
Ö22	Kayıt yok	Kayıt yok
Ö23	Kesik Piramidin Hacmi	Zor
Ö24	Karekök alma, Orantısal Akıl Yürütme	Zor, Karışık

Tablo 19’a göre öğrencilerinin genelinin Babillilerde karekök alma etkinliğini zor ve karmaşık buldukları ortaya çıkmaktadır. Öğrenciler etkinlik sürecinde zorlanmışlardır. Cebirsel sembollerin tarihsel gelişimi etkinliği için Ö6 nolu öğrenci sıkıcı olduğu için sevmedim cevabını vermişken, Ö3 nolu öğrenci de sembollerin karmaşık olduğunu ileri sürmüştür. Orantısal akıl yürütme etkinliği ile ilgili olumsuz görüş bildiren öğrenciler ise etkinliğin 8. sınıf düzeyine uygun olmadığını gerekçe olarak sunmuşlardır. Öğrenciler Fibonacci ve Tavşan problemi etkinliğini sevmemelerinin gerekçesini sıkıcı ve zor olması olarak ifade etmişlerdir. Ö4 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

> ***Ö4***: *Yaptığımız etkinliklerden orantısal düşünmeyi sevmedim. Çünkü bu etkinlik bana çok karmaşık geldi. Sekizinci sınıf düzeyine uygun değil. Ama öğreticiydi. Bu etkinlik normalde bilgili, öğretici, günlük hayattan alınan bir etkinlikti. Ama bence karışıktı. 8. Sınıf düzeyine uygun değil. Bu yüzden sevmedim.*

Ö4 nolu öğrenci için Babillilerde karekök alma etkinliği zor ve karmaşık gelmiştir. Bu durum bulguların son bölümünde araştırmacı öğretmenin alan notları, etkinlikle ilgili değerlendirme anketi bulgularıyla da örtüşmektedir. Ancak öğrenci etkinliğin öğretici olduğuna da vurgu yapmaktadır. Orantısal düşünme etkinliği için ise sınıf düzeyine uygun olmadığını ifade etmesi öğrencinin yanlış bir düşünce geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Öğrenci ile öğretmen arasındaki diyalog öğrencinin yazılı görüşlerini doğrulamaktadır.

***Öğretmen**: Peki, bu etkinliklerin genel yapısı ne sence? Farklı yönleri ne sence? Önceki derslere göre yani 6. sınıfı düşünürsen orda ki etkinliklerden farkı ne sence?*

***Ö4**: Matematiği fazla bıktırmıyor bazı etkinlikler. Severek yapıyorsun. Kesip yapıştırma etkinlikleri mesela Anaokuluna gidermiş gibi kesip yapıştırıyorsun eğlenceli oluyordu. Bazıları ise formülleri yazıp yapma olduğu için zaman kaybıydı uzundu.*

***Öğretmen**: Hangi etkinlikten bahsediyorsun?*

***Ö4**: Karekök alma etkinliği uzun ve karmaşıktı. Zaman kaybıydı.*

Ö23 nolu öğrenci ise kesik piramidin hacmi etkinliğini beğenmediğini ifade etmiştir. Öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö23**: Etkinlikler matematiğe olan sevgimi biraz etkiledi sevmeye yönelik ama en son yaptığımız kesik piramit etkinliği beni matematikten soğuttu. Çok saçma bir etkinlikti. Eski matematiğe ilgim artmıştı ama son etkinlik ilgimin azalmasına neden oldu.*

Öğrenci ile yapılan mülakatta öğrencinin ifadeleri yazılı görüşlerini destekler niteliktedir. Öğrenci yapılan mülakatta da kesik piramidin hacmi etkinliğini sevmediğini ifade etmiştir.

***Öğretmen**: Peki bu yaptığımız etkinlikler matematiğe yönelik ilgini, öğrenme isteğini nasıl etkiledi?*

***Ö23**: En son yaptığımız kesik piramidin hacmi matematikten soğumama neden oldu. Böyle bir şey gereksizdi. Onu başka yöntemle yapsalar, daha iyiydi. Diğer etkinlikler üzerinde matematiğe bakış açımı değiştirdi. Eskiden matematiği sevmezdim şimdi seviyorum.*

Ö18 nolu öğrencinin yazılı görüşü ise Harizminin modellemeleri ve Orantısal akıl yürütme etkinliğini zor bulduğundan dolayı anlamadığını bu yüzden de etkinliklere soğuk durduğunu ortaya koymaktadır.

***Ö18**: Anlamadığım etkinlik harizmi çünkü anlaması zor ve ben o işin mantığını anlamadım. İkinci olarakda orantısal düşünmeyi anlamadım. Beni etkilemedi. Çünkü ben inanıyorum ki bu etkinliğin anlanması zor. Benim bu etkinlikleri zor bulmamın nedeni benim kafam yani o kadar toplama çıkarma x'lere almıyor çünkü benim yapım bu.*

Ö17 nolu öğrenci Fibonacci ve Tavşan probleminin kendisi için olumsuz olduğunu ifade etmiştir. Ö17 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö17**: Bazı etkinlikler olumsuz. Tavşan problemi olumsuz çünkü anlamadım. Her tavşan yavruluyor. Bazıları yavrulamıyor. Zaman kaybıydı. Ben tavşanın yavrulamasını ne yapacağım. Benim işime yaramaz. Matematikte de olmasını istemiyorum. Çünkü bunu çok kişi anlayamaz benim gibi.*

Ö17 nolu öğrenci etkinliği anlamamasını gerekçe göstererek ve problemi anlamsız bulduğunu ifade ederek etkinliği sevmediğini belirtmiştir. Tüm öğrenciler arasında en dikkat çekici açıklamaları Ö8 ve Ö10 nolu öğrenciler yapmışlardır. Ö8 nolu öğrencinin yazılı görüşü aşağıda verilmiştir.

***Ö8**: SBS'de bana katkısı yokturç sınavda bana etkinlik nasıl yapılır eskiden matematik nasıldı diye sormayacaklar. Sıfır sayısının geçmişten bugüne nasıl geldiğini, pi sayısının aynı şekilde geçmişten bugüne nasıl geldiğini sormayacaklar. Matematikle kimlerin uğraştığını sormayacaklar. Zaman kaybı boş yere zamanımız gidiyor.*

Ö8 nolu öğrencinin yazılı görüşlerini desteklemek amacıyla öğretmenle yaptığı diyolog aşağıda verilmiştir.

***Öğretmen:** "Yaptığın etkinliklerin önceki yıllarda yaptığın etkinliklere göre farkı neydi?"*

***Ö8**: “Önceki yıllarda öğretmenler böyle etkinlikler vermezdi, derste anlatıp geçerdi hemen. bir anda siz girdiniz dersimize böyle etkinlikler verdiniz. Hiçbir faydası yok bence”*

***Öğretmen**: “ Ne anlamda faydası yok”*

***Ö8**: “Sınavda bunu bana sormayacaklar. Etkinlik nasıl yapılır, sırası nasıl olur”*

***Öğretmen**: “Peki bu etkinliklerin içeriğinde SBS’ye yönelik konular yok muydu?”*

***Ö8**: “ SBS’ye yönelik ama zaman kaybı oluyor. Bence hiç gerek yok”*

***Öğretmen**: “ Zaman kaybı dedin. Ne demek istedin”*

***Ö8**: “Şunları bunları okuyacaksın. Öğretmen tahtada anlatsın. İki üç soru çözsün yetiyor. Böyle okuyacaksın, fotokopi çekeceksin. Araştıracaksın. Çok zor”*

***Öğretmen**: “Peki öğretmenin yapması gereken şey ne olmalı Derya”*

***Ö8**: “Öğretmen derse girip, dersini anlatmalı. Sorular çözmeli. Etkinlik gibi şeyleri önemsemeyecek”*

***Öğretmen**: “SBS dedin. SBS için uygun etkinlikler yok muydu?”*

***Ö8**: “Özdeşlikler, Fibonacci Dizisi, Pisagorla ilgili etkinlikler” gerisi kullanılmaz.*

***Öğretmen**: “Gerisi neler kazandırdı? Matematik adına bir anlayış geliştirmedi mi?”*

***Ö8**: “Geliştirdi ama ben SBS olarak bakıyorum. SBS’de bana bir kazancı olmayacak. SBS dışındaki etkinliklerin bana bir faydası olmayacak ki”*

***Öğretmen**: “Peki hangi etkinliklerin SBS ile ilişkisi yok”*

***Ö8**: “Piramidin hacmi, sınavda modelle yapmayacağız ki. Kağıt kalem kullanacağız o kadar. Harizmi modellemesi var o da çıkartılmalı. Sınavda kesip yapıştırmayacağız ki. Eski Çinde Pisagor bağıntısı o da aynı”*

Ö8 nolu öğrenci etkinliklerin kendinde bir değişime neden olduğunu ifade etmiş olsa da etkinlikleri değerlendirirken geçmiş öğrenme deneyimlerini ve bu bağlamda SBS’yi dikkate alarak öğretmen ve bol soru çözümü odaklı bir matematik dersine bağlılığını ortaya koymuştur. Ö10 nolu öğrenci genel anlamda etkinlikleri sevmiş olmasına rağmen öneri niteliğinde görüşler ifade etmiştir. Öğrencinin yazılı görüşü ve öğrenci ile yapılan mülakattan ilgili kısım aşağıda verilmiştir.

***Ö10**: Bence olumsuz gelen etkinlikler yoktu. Ama böyle birbirini tekrarlamayan etkinlikler olumsuz değildi. Mesela okuma metinleri ve materyalin olmadığı sadece bilgi ağırlıklı olan etkinlikler yapılmamalıdır. Çünkü bence bunlar* *zaman kaybıydı. Okumaya dayalı kâğıttaki bilgiler ders arasında, söz arasında veya sohbet ederken söylenebilir.*

***Öğretmen**: "Etkinliklerle ilgili olumsuz bir düşüncen var mı?"*
***Ö10**: "Etkinlikler güzeldi. Mesela Gauss vardı. Kafes yolu vardı. İlginç etkinliklerimiz çok vardı. Ama bazı etkinliklerde birbirlerini tekrarlayan etkinliklerdi. Onlar biraz sıkıcı geliyordu. Tekrarlandıkları için farklı etkinlikler yapmak istiyorduk"*
***Öğretmen**: "Tekrarlanan etkinlikler dedin hangileri onlar"*
***Ö10**: "Pisagorla ilgili çok etkinlik yaptık mesela"*
***Öğretmen**: "Kaç tane yapsak iyi olurdu"*
***Ö10**: "En fazla iki tane yapsak yeterdi bence"*
***Öğretmen**: "Sana sıkıcı gelen etkinlikler hangileriydi"*
***Ö10**: "Öyle etkinlikler vardı ki nasıl söyleyeyim şaşırtıcı ve ilginçti. Onları düşününce sıkıcı olanları unutuyor insan"*
***Öğretmen**: "Hangileriydi bunlar?"*
***Ö10**: "Özdeşliklerin modellenmesi güzeldi, Harizmi güzeldi, Kafes yolu güzeldi, orantısal düşünmeyi ben sevmedim"*
***Öğretmen**: "Neden sevmedin?"*
***Ö10**: "Hep birbirini tekrarlıyor. Günlük hayattan gidiyorlar ve hemen hemen aynı örnekleri veriyorlar. O yüzden bence başka örnekler verilseymiş daha da güzel olurdu"*
***Öğretmen**: "Peki başka hangi etkinlikler sıkıcıydı?"*
***Ö10**: "Bence okuma parçalarının fazla verilmemesi gerekiyor Çünkü öğrenciler bir şey yaparsa ve ilginç olacağını düşündüğü şeyler, insanın aklında daha fazla kalır. Okuma parçaları biraz sıkıcı geliyor bana. Fibonacci güzeldi ama biraz uzundu. Ama çıkan sayılara kendimiz ulaşıyorduk. Bu bakımdan kendimiz keşfediyorduk. Bu problemi o yıllarda bulması çok ilginç geldi bana. Bhaskara değişik bir etkinlikti. Mesela Pisagor'la ilgili çok etkinlik vermiştiniz. Onların biri eve ödev olarak verilebilirdi. Onların çok yapılması bence iyi bir şey değildi. Aynı konu üzerinde birkaç etkinlik yapılması bence iyi değil"*

Ö10 nolu öğrenci dikkat çekici noktalara temas etmiştir. Öğrenci tarihsel içeriğe sahip okuma parçalarının ders arasında sözel şekilde ifade edilerek geçilebileceğini vurgulamıştır. Bu bağlamda mülakatta okuma parçalarının fazla verilmemesini söylemiştir. Ayrıca tekrarlanan etkinliklerden kaçınılması gerektiğini vurgulamıştır.

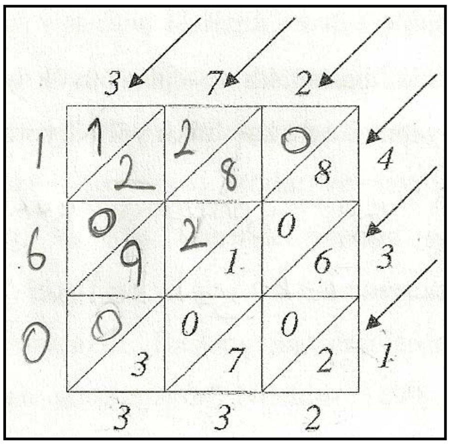
Özet olarak; etkinliklerin öğrencilerin genelinin matematiğe yönelik tutumlarında ve öğrenme isteklerinde olumlu yönde bir değişime neden olduğunu tespit edilmiştir. Uygulamalar sırasında yapılan gözlemler, öğrencilerle yapılan mülakatlar ve öğrencilerin yazılı görüşleri bu durumun etkinliklerden kaynaklanabileceğini göstermektedir. Çünkü etkinliklerin geneli öğrenciler tarafından beğenilmiş, öğrenmeye yönelik ilgi ve isteklerinin artmasına neden olmuştur. Özellikle uygulamalar sırasında yapılan gözlemler, kafes yolu ile çarpma işlemi etkinliği, kesme, boyama, yapıştırma yolu ile öğrencilerin kural, kavramı keşfetmelerine dayalı etkinlikler, modellemelerin kullanıldığı etkinlikler üzerinde öğrencilerin zevkle ve istekli şekilde çalıştıklarını göstermiştir. Bazı etkinlikler öğrenciler tarafından sıkıcı, uzun ve karmaşık olarak bulunmasına rağmen, etkinliklerin geneli öğrencilere eğlenceli, zevkli ve öğretici gelmiştir. Bu yüzden öğrencilerin tutumlarındaki olumlu değişimler, öğrencilerin etkinlikleri beğenmelerine, zevkle yapmalarına, etkinliklerle uğraşırken keşif süreci içerisine girmelerine ve öğrenme ilgi ve isteklerinin artmış olmasına bağlanabilir.

4. 3. MT ile Zenginleştirilmiş Öğrenme Öğretme Sürecinde Yaşananlar

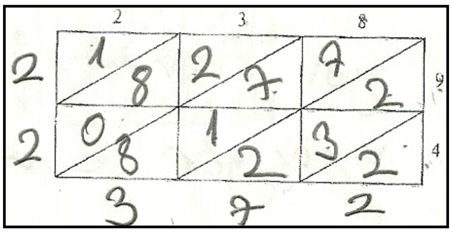
Bu kısımda etkinliklerin uygulanması sürecinde yaşananlara, öğrencilerin etkinliklerle ilgili ürünlerine yer verilmiştir. Bunun yanında gözlemlerim, alan notlarım, öğrencilerin yazılı görüşlerinden elde ettiğim verilere dayalı olarak öğrenme öğretme sürecinde yaşananları ve uygulamaların mesleki gelişimini nasıl etkilerini yansıtmaya çalıştım.

4.3.1. Etkinlik 1

Pilot uygulamada öğrencilerin geneli yoğun bir tarihsel içeriğe uzak durmuş ve soğuk yaklaşmışlardı. Öğrencilerle yaptığım görüşmelerde ders kitabından aşırı uzaklaşılmış olması ve girecekleri sınavları bunun nedenleri olarak görmekteydiler. Bu anlamda tarihsel uzun hikâyelerden olabildiğince uzak durmaya çalıştım ve bunun olumlu etkilerini gördüm. Eski Mısır sayılarının modern sayılara çevrilmesi veya modern sayıların Eski mısır sayılarına çevrilmesi türünden etkinlikler öğrencilere uzun ve yorucu gelmekteydi. Bu anlamda MT kitaplarından alınan her tarihsel içeriğin kullanımının etkili olmadığının farkına vardım. Pilot uygulamada yaptığımın aksine kafes yolu ile çarpma işlemi için yönergeler vermeden önce, verdiğim bilgi metnini kısalttım. Kafes yolu ile çarpma işlemini yapmadan önce çalışma yaprağının başında verdiğim aritmetik işlemlerin gelişimi ile ilgili hikâyenin kısa olması öğrencileri memnun etti. Çarpma işleminde modern yolla birlikte kafes yoluna başvurulması öğrencileri çarpma işleminin sağlaması yapıyorum düşüncesine itti. Öğrenciler, çarpma işleminin farklı kültürler tarafından farklı yollarla yapıldığını gördüler. Kafes yolu sınıftaki öğrencilerin geneli tarafından ilginç ve hata yapma riski az olan bir yol olarak değerlendirildi. Diğer taraftan bu sene aynı etkinliği 5. sınıflar üzerinde, çalışma yaprağının başında kafes yolunun kimler tarafından hangi tarihte kullanıldığını belirtmeden uyguladım. Bu yaklaşımın olumlu sonuçlar verebileceğini fark ettim. Çünkü bazı öğrencilerde tarihsel içeriğe karşı bir soğukluk, geçmişteki tekniklerin kullanımının gereksizliğine karşı bir ön yargı oluşabilmekteydi. Bu yüzden 5. sınıflara öncelikle kafes yolu ile çarpma işlemini modern yolla birlikte uygulamalarını söyledim. Ardından uygulamalar bittiğinde kafes yolunun kimler tarafından hangi tarihte kullanıldığını söylediğimde öğrencilerin şaşırdığını ve çok eskiden bu tip yolların olabileceğine hayretle baktıklarını gördüm. Kafes yoluyla çarpma işlemi etkinliği özellikle ilkokul 3. sınıf kademesinden itibaren modern yolla birlikte öğrencilere gösterilebileceğini uygulamalar sonunda düşünmeye başladım. Kafes yolu ile çarpma işlemi öğrencilerin geneli için kolay olmasının yanında çarpma işlemini yapmanın değişik yollarını görmek öğrencilere ilginç ve eğlenceli gelmiştir. Bu sayede öğrenciler, matematiğin gelişiminde farklı kültürlerin katkılarını görme imkânına sahip olmuş ve farklı çözüm yollarının olabileceğinin farkına varmışlardır. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri tartışma ve öneriler kısmında sunulmuştur. Öğrenci çalışmalarından kesitler aşağıda verilmiştir.



Şekil 10. Ö8 nolu öğrenci çalışması



Şekil 11. Ö4 nolu öğrenci çalışması

Etkinlik genel anlamda öğrenciler için eğlenceli ve kolay olmasına karşın, Ö7, Ö9, Ö11 nolu öğrenciler çarpma işlemini bilmediklerinden etkinlikte zorlanmışlardır. Ayrıca Ö8 nolu öğrenci için çarpma işleminin farklı yollarını görmek, matematiğe farklı kültürlerin katkıları olduğunu anlamasına yardımcı olsa da çarpma işleminde bu yolun gereksiz olduğunu düşünmüştür. Ayrıca öğrencilerimin geçmişten günümüze farklı kültürlerin farklı şekillerde çarpma işlemi yaptıklarını görmeleri matematiğin gelişen ve dinamik yapısını görmelerinde yardımcı olmuştur. Bunun yanında öğrencilerin geneli kafes yolunu kolay ve yapılışı kolay bir yol olarak değerlendirmiş, uygulamalar sürecinde kafes yolunun öğrencilerin öğrenme ilgilerini arttırmıştır. Elde ettiğim bulgulara göre etkinliğin MT'nin "*araç ve amaç*" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilirim.

Bir öğretmen olarak bu tip bir uygulamanın mesleki gelişimim açısından da faydalı olduğunu düşünüyorum. Çarpma işleminin farklı kültürler tarafından farklı şekillerde yapıldığını görmek alan bilgimin gelişmesine neden oldu. Çarpma işleminde Eski Mısırda kullanılan katlama yolu, Ascalon çarpması, Rus çiftçi çarpması, Napier çubuklarıyla çarpma, kafes yolu gibi çok değişik yollar öğrendim. Kafes yolunun öğrenciler için kolay ve eğlenceli bir yol olduğunu ve derslerde kullanılabileceğini tespit ettim. Kafes yolu öğrencilerin öğrenme motivasyonlarını artmasına neden oldu. Öğrenciler kafes yolunu modern yolun sağlamasını yapmak için kullanabileceklerini ifade ettiler.

4.3.2. Etkinlik 2

Öğrencilere, etkinlik yapılmadan üç gün önce yapılacak bu etkinlik için hesap makineleri getirmeleri söylemiş olsam da, öğrencilerin çoğunluğunun hesap makinelerini getirmediklerini gözlemledim. Öğrencilerin genelindeki sorumluluk alma bilincinin oluşmamış olması etkinliğin hesap makinesi olmadan yapılmasına neden oldu. Başlangıç sayısı olarak x yerine 3 yazan bazı öğrenciler, $\frac{1}{2}\left(x+\frac{12}{x}\right)$ algoritmasını doğru olarak bulamadılar. Ö23, 7 buldum dedi. Öğrenciyi "bunu neden ½ ile çarpmadın?" diyerek uyardım. Ö8 ve Ö15 kodlu öğrenciler, 4/2 sonucuna ulaştılar. Öğrencilere baştaki x yerine 3 yazdınız mı şeklinde bir uyarıda bulundum. Bu arada tarafımdan diğer sınıflardan hesap makinesi bulması için görevlendirilen nöbetçi öğrenci getirdiği hesap makinelerini gruplara dağıttı. Öğrencilere, hesap makinesini bulduğunuz sonuçların doğruluğunu kontrol etmek amacıyla kullanabilirsiniz açıklamasını yaptım. Özellikle Ö2, Ö4 ve Ö10 nolu öğrenciler adımları yapmakta hızlı davrandılar. Ö4 ve Ö10 nolu öğrenciler dördüncü adım sonunda bana dönerek, yine aynı sayı değeri çıkıyor dedi. Diğer öğrencilerin de bunu görmeleri için öğrencilerin bu tepkisine sessiz kaldım. Çalışma yaprağının yedinci adımında, bulduğunuz bu değerin karesini alınız ne gibi bir sonuçla karşılaştınız sorusuna, Ö1, Ö5 ve Ö19 nolu öğrenciler yaklaştıkları sayının karekökünü almaya çalıştılar. Öğrencilere gerekli uyarıları yapmamın ardından öğrenciler 11,97 sonucuna ulaştılar. Çalışma yapraklarını incelediğimde on sekiz öğrencinin 11,97 sonucuna ulaştığını, Ö21, Ö19, Ö16, Ö8 ve Ö6 nolu öğrencilerin ise çalışma yapraklarında eksiklerinin olduğunu gördüm. Etkinlik sırasında, gruplar arasında dolaşarak Ö22, Ö17, Ö10 nolu öğrencilere etkinlikle ilgili neler düşündüklerini sordum. Öğrenciler o yıllarda, karekök almada böyle bir yöntemin kullanılmasına şaşırdıklarını belirttiler. Ancak yaptıkları işlemlerin çok uzun olduğunu modern yola göre zaman alıcı olduğunu ifade ettiler. Bu durum amaç cümlesine ulaşıldığını göstermektedir. Nitekim öğrenciler modern yolun daha kullanışlı olduğu konusunda hem fikir olmuşlardır. Diğer taraftan Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilerin nasıl olsa sınıfta kalmak yok, her şekilde geçeceğim düşüncesi, etkinliğe gereken önemi vermemelerine, Ö21 nolu öğrencinin ailevi sorunları derste sürekli dalıp gitmesine, Ö16 nolu öğrencinin kaynaştırma öğrencisi olması da etkinlikte zorlanmasına neden olmuştur. Genel itibariyle öğrenciler, Babil yoluyla bir sayının karekökünü bulurken zorlandılar. Ancak farklı kültürlerin matematiğe olan katkılarını görmek bakımından ve modern yolun kullanışlılığını göstermesi bakımından etkinliğin kullanışlı olduğunu söyleyebilirim. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceğini, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceğini tartışma ve öneriler kısmında sunmaya çalıştım. Ö2 nolu öğrencinin 12 sayısının karekökünü bulmak için yaptığı çalışma aşağıda verilmiştir.

$$\frac{1}{2}\cdot\left(3+\frac{12}{3}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{1}=\frac{7}{2}=3.5$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(3.5\ \frac{12^{3.42}}{3.5}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{6.92}{1}=\frac{6.92}{2}=3.46$$

$$\frac{1}{2}\cdot 3.46+\frac{12^{3.42}}{3.46}=\frac{1}{2}\cdot\frac{6.92}{1}=\frac{6.92}{2}=3.46$$

yaklaşıyor. Yani her biri kendi sayısı ya da diğeriyle aynı
3.45 3.46 ya yaklaşıyor.

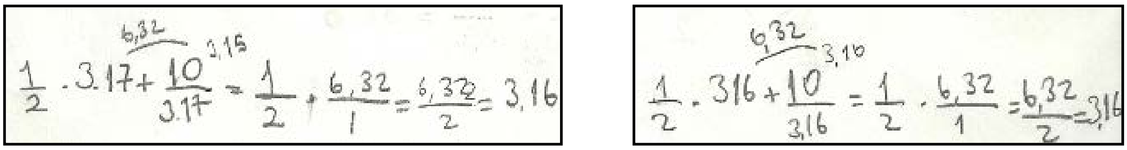
$$3.46^2=11.97$$

Şekil 12. Ö2 nolu öğrencinin çalışması

Ö4 nolu öğrencinin 10 sayısının karekökünü bulmak için yaptığı çalışma aşağıdaki gibidir.

$$\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{10^{5}}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{1}=\frac{7}{2}=3,50$$

$$\frac{1}{2}\cdot 3.50+\frac{10}{3.50}=\frac{1}{2}\cdot\frac{6.35}{1}=\frac{6.35}{2}=31$$



Şekil 13. Ö4 nolu öğrencinin çalışması

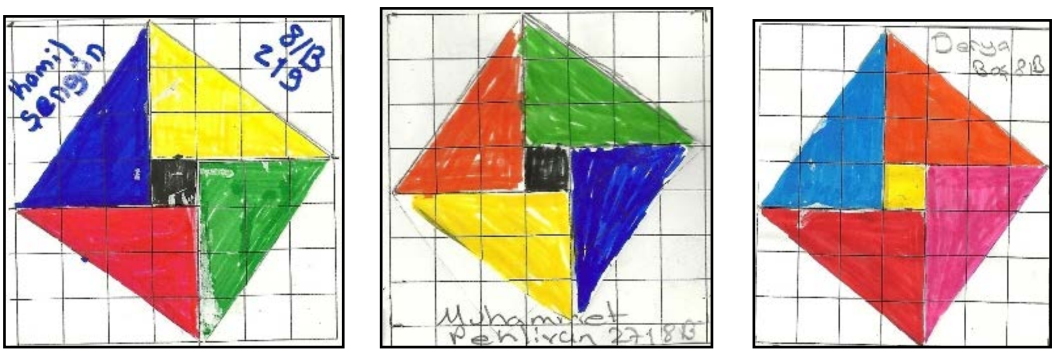
Uygulamalar sürecinde yaptığım gözlemlerime ve tuttuğum alan notlarıma göre, öğrencilerim çok eski yıllarda bir sayının karekökünün alınmasında böyle bir yolun kullanılmış olması karşısında şaşırmışlar ve farklı kültürlerin matematiğin gelişimi üzerindeki etkilerini öğrenmişlerdir. Ancak öğrencilerin geneli karekök alma işlemini modern yola göre zor ve kullanışsız olarak değerlendirmişlerdir. Öğrencilerim modern yolun çok daha pratik ve kullanışlı olduğunu belirtmişlerdir. Elde edilen bulgular açısından bakıldığında etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanılabileceği söylenebilirim.

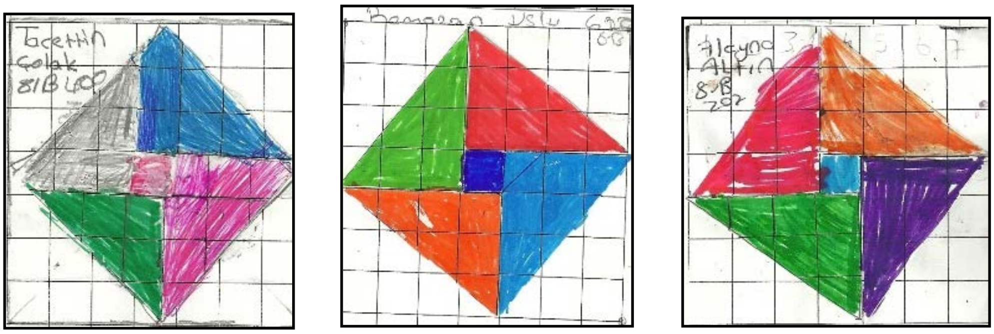
Uygulama sayesinde tarihsel içeriğe sahip her etkinliğin öğrenciler tarafından sevilmeyeceğini, bazı uygulamaların öğrencilere karmaşık ve zor gelebileceğini öğrendim. Babil-Heron yoluyla Karekök alma öğrencilerin geneli tarafından karmaşık ve zor bir yöntem olarak değerlendirildi. Öğrenciler karekök almada Modern yol ile Babil-Heron yolunu karşılaştırdılar. Modern yolun kullanışlı ve pratik olduğunu gördüler. Öğrenciler karekök alma işlemi ile milattan önce farklı kültürler tarafından uğraşıldığını anlayabildiler.

4.3.3. Etkinlik 3

Etkinliğin başında, öğrencilerin genelinin dıştaki, kenar uzunluğu yedi birim olan kareyi ve içteki karenin parçalarını görmekte zorlandığını gözlemledim. Öğrencileri birinci adımda çizdikleri karenin en dıştaki kare olduğu konusunda uyardım. Öğrencilere içteki kare ve oluştuğu parçalar konusunda yönlendirmeler yaptım. Öğrenciler şekli belli bir süre incelemelerinin ardından, şeklin yapısını anlayabilmişlerdir. Ancak Ö4, içteki kareyi oluşturan dört dik üçgenin ve karenin, birinci adımda kesmiş oldukları yedi birimlik kareden mi kesileceğini sormuştur. Benzer şekilde Ö10 nolu öğrenci, içteki kareyi ve parçalarını, 7x7'lik karenin içine çizecek miyiz yoksa kesip yapıştıracak mıyız şeklinde bir soru sormuştur. Öğrencilere 7x7'lik karenin içinden kesilmeyeceğini, kareli kâğıttan içteki karenin parçalarının kesilerek, Şekil 1'deki gibi uygun yerlere yapıştırılacağını söyledim. Kesme yapıştırma işlemleri sırasında özellikle Ö4, Ö8, Ö19 ve Ö22 nolu öğrencilerin zorlandıkları gördüm. Ö22 nolu öğrenci ise üçgenleri sıraya koymada sıkıntı yaşamıştır. Kesme, yapıştırma ve boyama işlemlerini yaparak Şekil 1'i oluşturan ilk öğrenci Ö5 nolu öğrenci olmuştur. Diğer gruplarında Şekil 1'i oluşturmaları için belli bir süre bekledim, bu arada grupları gezerek yapılanları kontrol ettim. Ö9, Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilerin kesme, boyama ve yapıştırma işlemlerini zevkle yaptıkları ancak yapılanların iç yüzünü kavrayamadıkları sorduğum sorularla tespit ettim. Tüm gruplar, Hsuan-Thu diyagramını oluşturduktan sonra, tüm gruplara içteki karenin alanının nasıl bulunabileceğini sordum. Ö15 nolu öğrenci, içteki kareyi oluşturan parçaların alanlarını toplarsak sonuca ulaşırız dedi. Verilen cevabı tahtaya yazdım, doğru veya yanlış demedim. Peki, başka düşüncesi olan var mı diyerek, öğrencilere düşünmeleri için süre verdim. Ö8 nolu öğrenci, 25 diyerek bağırdı. Öğrenciye nasıl buldun diyerek sorduğumda, öğrenci kenarı cetvelle ölçtüğünü, kenarın 5cm olduğunu dolayısıyla karenin alanının 5x5=25cm olduğunu söyledi. Bu cevabı da tahtaya yazdım. 7x7'lik karenin alanından, içteki karenin dışında kalan dört eş dik üçgenin alanlarını çıkararak cevabı öğrenciler tarafından düşünülmediğini farkettim. Bu yüzden, Ö8 nolu öğrencinin verdiği cevaba odaklanarak, peki içteki kareyi oluşturan parçaların alanlarını nasıl bulabiliriz sorusunu tüm sınıfa yönelttim. Ö4 nolu öğrenci kenar uzunluğunu buluruz dedi. Peki şu anda biz karenin kenar uzunluğunu biliyor muyuz diyerek, öğrenciyi etkinlikte ulaşmak istediğimiz hedef doğrultusunda yönlendirmeye çalıştım. Öğrencilere yönlendirme yaparak çocuklar birim kareleri sayın bakalım, nasıl bir sonuca ulaşacaksınız şeklinde bir soru yönelttim. Öğrencilerden belli bir kısmı, sonucun tam sayı çıkmadığını söylediler. Ö17 ve Ö23 nolu öğrenciler 24 cevabını verdiler. Bu durum birim karelerin eşit olmayacak şekilde bölünmesinden kaynaklanmaktadır. Bu noktada devreye girerek, çocuklar şekil içinde 4 tane eş dik üçgen yok mu? Bunları dikdörtgen olacak şekilde birleştirin bakalım dedim. Bu şekilde birleştirip birim kareleri saydığınız da sonuç ne olacak sorusunu yönelttim. Öğrenciler belli bir süre düşündüler. Dikdörtgenleri oluşturarak ve birim kareleri sayarak doğru sonuca ulaşan ilk öğrenci Ö10 nolu öğrenci oldu. Ardından Ö5, Ö17, Ö23, Ö24 nolu öğrencilerde 25 sonucuna ulaştılar. Verilen cevapların ardından peki içteki karenin alanı 25 ise, kenar uzunluğu nedir diyerek öğrencilerin kestikleri dik üçgenlerdeki diğer kenarın uzunluğunu bulmaları için onları yönlendirdim. Sınıftaki belli öğrenciler bu soruya 5 cevabını verdiler. Verilen cevabın ardından, etkinliğin en başına giderek öğrencilere kestikleri dik üçgenlerin kenarlarının kaçar birim olduklarını hatırlamalarını istedim. Peki, şimdi biz neyi bulduk şeklinde sorduğumda öğrencilerden diğer kenar cevabını aldım. Bu şekilde öğrencilerin çalışma yaprağındaki 6. adıma dönerek, $A^2 + B^2 = C^2$ eşitliğinde buldukları 5'in neyi ifade ettiğini görmeleri konusunda öğrencileri yönlendirdim. Eşitlikte A, B ve C yerine gerekli değerleri koyarak eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını bulmalarını söyledim. Kalemleri kullanarak A ve B'nin dik üçgenin dik kenarları olduğunu ifade ettim ve bu bağıntının Pisagor bağıntısı olduğunu, ancak sadece 3-4-5 dik üçgeni için Eski Çin'de bu şekilde gösterildiğini, diğer dik üçgenler için genellenemediğini ifade ederek etkinliği bitirdim. Etkinlik 67dk sürdü. Etkinlik sürecinde etkinlikle bilinçli şekilde uğraşan sonuca bilinçli şekilde ulaşan öğrenciler olduğu gibi, bilinçsizce kesme yapıştırma işlemlerini yapan öğrencilerinde olduğunu gözlemledim. Ö12, Ö13, Ö14, Ö11, Ö19, Ö16, Ö9, Ö18 Ö21 nolu öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik kavramsal anlama göstermemiş olmaları etkinliklerde zorlanmalarına neden oldu. Sınıfa girdiğim ilk gün öğrencilere 159+241=240+? Sorusunu sorduğumda Ö3, Ö12, Ö13, Ö14, Ö11, Ö19, Ö16, Ö9, Ö18 Ö21 öğrencilerin tümü 159 ile 241’i toplayarak başlamış ve ardından çıkan sonucu 240’dan çıkarma yoluna gittiler. Çözümü yaparken denge durumundaki değişimi düşünen hiçbir öğrenci olmadı. 29x15 işleminde benzer şekilde tüm öğrenciler alt alta çarpma yoluyla sonuca ulaşmaya çalıştılar. Bu çarpma işlemi ile ilgili bir problem kurabilen öğrenci ise hiç olmadı. Öğrenciler arasında $2\frac{1}{2}x\frac{1}{4}$ sonucunun 1’den büyük mü küçük mü olduğunu muhakeme yoluyla, modellerle düşünebilen öğrenci olmadı. Sınıf içinde yaşadığım durumları anlatmamın sebebi öğrencilerdeki bu durumun etkinliklerde zorlanmalarının sebebi olarak düşünülebilir. Etkinlikte Ö12, Ö13, Ö14, Ö11, Ö19, Ö16, Ö9, Ö18 Ö21 nolu öğrenciler, içteki karenin alanını bulmak için, büyük karenin alanından içteki karenin dışında kalan dik üçgenlerin alanları toplamını çıkaracaklarını söyleyememişlerdir. Ö10, Ö5, Ö17, Ö23, Ö24 nolu öğrenciler dik üçgende kenarlar arasındaki bağıntıyı keşfeden öğrenciler oldular. Etkinlik adımlarında zorlanan öğrencilerde dâhil olmak üzere öğrencilerin genelinin etkinlikle uğraştıklarını, öğrencilerin genelinin kesme boyama yapıştırma türünden etkinliklere ilgi duydukları gözlemledim. Etkinlik sonunda, yönergeleri uygulamakta sıkıntı yaşayan öğrenciler olsa da sınıfın genelinin matematiğin gelişime açık olduğunu, kültürel bir ürün olduğunun farkına vardıklarını, tarihte ilginç yolların olduğunu düşündüklerini söylenebilirim. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonlar yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili uygulamalardan elde ettiğim deneyimlerime dayalı görüşleri tartışma ve öneriler kısmında sunmaya çalıştım.

Etkinlikle ilgili öğrencilerin çalışmaları aşağıda verilmiştir.





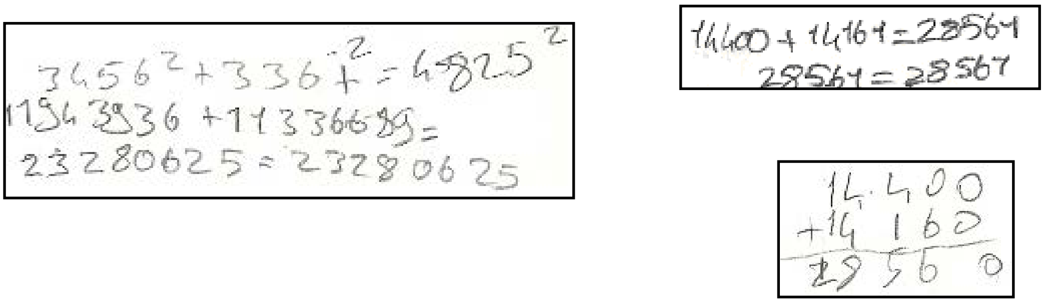
Şekil 14. Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö9 ve Ö15 nolu öğrencilerin çalışmaları

Öğrencilerin genelinin etkinliğe yönelik olumlu bir tutum içerisinde olduğunu gözlemledim. Ö8, Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrenciler etkinliğin kullanışlı olmadığını düşünmekteydi. Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilerin sınıfta kalmanın olmadığını düşünerek etkinliklere ciddiyet göstermediklerini, süreç içerisinde gözlemledim. Ö12 ve Ö14 nolu öğrenciler ise etkinliği zor ve gereksiz bulmaktaydı. Ö8 nolu öğrenci ise öğretmenin anlatıp, soru çözmesi ve ardından öğrencilere sorması odaklı bir ders işleme biçimine vurgu yaparak etkinliğin kullanışlı olmadığını iddia etti. Ö8 nolu öğrencinin etkinliklere olan tutumunun, matematik dersinin nasıl öğretilmesi gerektiği ile ilgili inancına bağlı olarak şekillendiğini söyleyebilirim. Öğrencinin SBS'ye yönelik kaygısı paralelinde, öğretmenin kuralları ve formülleri hemen verip, tahtada sorular çözmesi, ardından benzer soruları öğrencilere sorarak öğrencilerin tahtada soruyu çözmesi odaklı bir matematik dersi işlenişine sıcak baktığını düşünüyorum.

Yukarıda gözlemlediğim durumlar dışında öğrencilerin geneli etkinliğe ilgi göstermiş, etkinliği zevk alarak yapmışlardır. Öğrenciler matematik dersinin kural-soru çözümü odaklı şeklinde işlenmesine alışkın olduklarından, pisagor bağıntısını işbirlikçi bir ortam içerisinde keşfetmeye çalışmaları öğrencilere farklı bir deneyim kazandırmıştır. Etkinlik sürecinde öğrenciler kesme-boyama-yapıştırma yaparak bağıntıya ulaşmaya çalışmışlardır. Farklı kültürlerin matematiğe olan katkılarını değerlendirmişler ve matematiğin gelişen, dinamik yapısının ve insan ürünü olduğunun farkına varmışlardır. Elde ettiğim bulgulara göre etkinliğin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımına uygun olduğunu söyleyebilirim.

4.3.4. Etkinlik 4

Çalışma yaprağında, öğrencilere tabletin ilk satırında bulunan sayıların Pisagor bağıntısını doğrulayıp doğrulamadığını sordum. Öğrenciler $120^2 + 119^2 = 169^2$ eşitliğinin sağlanıp sağlanmadığını hesap makinesi kullanarak bulmaya çalıştılar. Ö12, Ö13, Ö14, Ö16 dışındaki tüm öğrenciler eşitliğin sağlandığını bulabildiler. Öğrenciler için Pisagor'dan binlerce yıl önce Pisagor bağıntısının bulunmuş olması şaşırtıcı ve ilginç geldi. Öğrenciler, eski yıllardaki insanların yaratıcı zekâya sahip olduğunu düşündükleri ve o zamanlardaki teknoloji ile bu başarının çok daha önemsenmesi gerektiğine inandıkları öğrencilerle yaptığım informal görüşmeler sonucu ortaya çıktı. Ancak okuma parçası etkinliğini sevmeyen öğrencilerinde olduğu gözlemledim. Özellikle Ö8, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14 nolu öğrenciler uyarılarım sonucu etkinlikle ilgili okuma metnini okumaya başladılar. İlerleyen çalışmalar için etkinliğin üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceğini, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceğini tartışma ve öneriler kısmında sundum. Ö5, Ö17 ve Ö24 nolu öğrencilerin yaptıkları çalışmalar aşağıdaki gibidir.



Şekil 15. Ö5, Ö17,Ö24 nolu öğrencilerin çalışmaları

Gözlemlerim ve diğer veri toplama araçlarından elde ettiğim verilere dayalı olarak, etkinliği öğrencilerin ilginç ve öğretici bulduklarını söyleyebilirim. Bu durum Ö10 ve Ö23 nolu öğrencilerin yazılı görüşlerine yansımıştır. Pilot uygulama ile karşılaştırıldığında etkinliği zaman kaybı ve zor olarak gören öğrenci sayısında belirgin bir düşüşün olduğu görülmüştür. Çünkü pilot uygulamada öğrencilere a=30, $a\sqrt{2} = 42;25,35$ ve $\sqrt{2} = 1,24,51,10$ değerleri verilmiş, öğrencilerden $a\sqrt{2} = 42;25,35$ sonucunun doğru olup olmadığını belirlemeleri istenmiştir. Öğrenciler Babil sayılarını modern sayılara çevirme konusunda zorlanmışlar ve zaman kaybına neden olduğunu ifade etmişlerdir. İkinci uygulamada tarihsel içeriği gereğinden fazla vermemiş olmam, sadece Plimpton 322 tabletindeki üçlülere odaklanarak, öğrencilerden bu üçlülerin Pisagor üçlüsü olup olmadıklarını incelemelerini istemem öğrencileri zaman kaybı yaşıyoruz endişesinden ve modern matematik-tarih ikileminden kurtarmıştır. Etkinlik sayesinde öğrenciler hesap makineleri kullanarak milattan önce 2000'li yıllarda pisagordan yıllar önce Pisagor bağıntısının bilindiğini öğrenmişlerdir. Bunun yanında etkinlik öğrencilerin matematiğin gelişen ve dinamik yapısını fark etmelerine yardımcı olmuştur. Elde ettiğim bulgulara göre etkinliğin MT'nin amaç olarak kullanımı için uygun olduğunu söyleyebilirim.

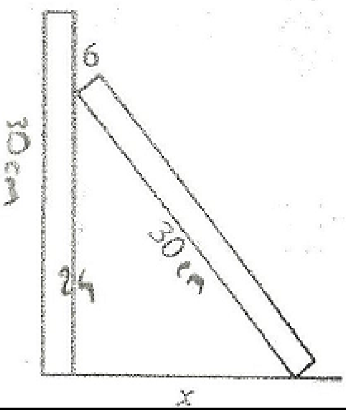
Babillilerde Pisagor Teoremi İle İlgili Bir Problem

Amaç:

Etkinliğin amacı öğrencilerin Pisagor'dan önce yaşamış toplumların kendine özgü yollarla Pisagor bağıntısının kullanımını gerektiren problemlerin çözebildiklerini anlamaları ve çözüm yollarını karşılaştırmalarıdır.

Uygulama:

Problem durumu öğrencilere, eski Çin'de Pisagor bağıntısı ve Babillilerde Pisagor üçlüleri etkinliğinin ardından verilmiştir. Problemle ilgili açıklamaların ardından Babillilerin çözüm yolu öğrencilere gösterilmiş ve modern yolu kullanarak aynı problemi öğrencilerin çözmesi istenmiştir. Etkinliğin son kısmında ise öğrencilerin çözüm yollarını karşılaştırmaları istenmiştir. Ö19 nolu öğrencinin çalışması aşağıda verilmiştir.



30cm uzunluğundaki bir cetvel dikey şekilde duran bir kitaba dayalı olarak durmakta iken, 6cm aşağı doğru kaymıştır. Buna göre cetvelin uç noktasının kitabın alt köşesine olan uzaklığını (x) bulunuz?

$x^2 = 18$

Babil Çözümü	Modern Çözüm
$30-6=24$	$30-6=24$
$30^2=900$	$24^2+x^2=30^2$
$24^2=576$	$576+x^2=900$
$30^2-24^2=324$	$x^2+\cancel{576}-\cancel{576}=900-576$
$x=\sqrt{324}=18$	$x^2=324$
	$x=\sqrt{324}=18$

Şekil 16. Ö19 nolu öğrenci çalışması

Etkinlik sonunda öğrencilere Babil ve Çin kültürlerinden Pisagor bağıntısı ile ilgili problemler verilmiştir. “Babillilerde Pisagor Bağıntısı Problemi” etkinliği ile ilgili öğrencilerin yazılı görüşleri alınmıştır. Öğrencilerin yazılı görüşleri verilirken, öğrencilerin tüm cevapları okunmuş ve tüm cevapları yansıtacak şekilde sırasıyla Ö24, Ö14, Ö7, Ö23 ve Ö11 nolu öğrencilerin yazılı görüşler seçilmiştir. Ö24 ve Ö14 nolu öğrencilerin görüşleri aşağıda verilmiştir.

***Ö24**: Geçmişte kullanılan çözüm yolları onların o dönemlerde fazla araç ve gereç eksikliklerinin olması, şartların elverişli olmaması*

***Ö14**: Geçmişte fazla alet yoktu. Şimdi daha çok var. O yüzden farklı olabilir.*

Ö24 ve Ö14 nolu öğrenciler geçmişteki çözüm yollarının farklılığını o zamanın teknolojisinin gelişmemiş olmasına bağlamışlardır. Ö7 ve Ö23 nolu öğrencinin görüşleri ise şu şekildedir.

***Ö7**: Eski zamandaki böyle bir soru olduğu için daha değişik çözmüşlerdir.*

***Ö23**: Babilliler karekök almayı bildiklerinden işlemi zorda olsa yaptıla, günümüzdeki yöntemler daha kolay, rahat çözülüyor.*

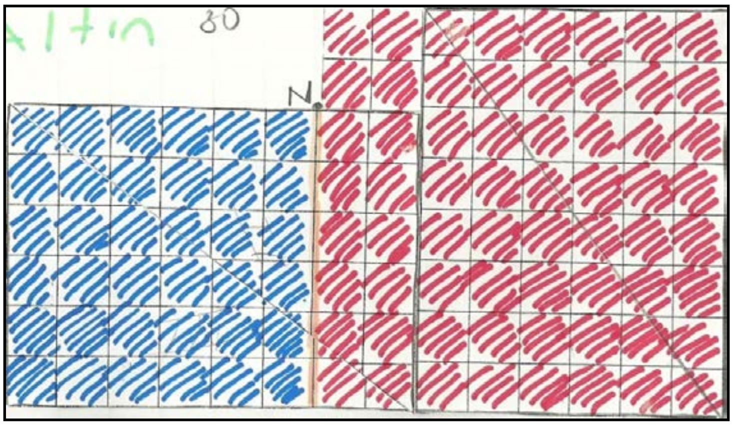
Ö7 nolu öğrenci eski yıllarda çözüldüğü için değişik bir çözüm olduğunu, Ö23 nolu öğrenci ise modern yolun eski yola göre daha kullanışlı olduğunu düşünmektedir. Ö11 nolu öğrenci ise Babillilerden sonra kullanılan yolun geliştiğini ifade etmiştir. Ö11 nolu öğrencinin görüşü aşağıda verilmiştir.

Ö11: Babillilerden sonra gelişerek günümüze geldi ve günümüzdeki yerini aldı.

Öğrencilerin yazılı görüşleri incelendiğinde, “*zor”, “farklı çözüm yolları”, “teknolojinin gelişmemiş olması”, “çözüm yollarındaki gelişim”* kodlarına ulaşılmıştır.

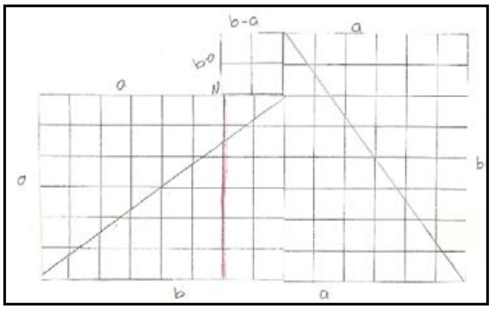
4.3.5. Etkinlik 5

Bhaskara ve Pisagor bağıntısı etkinliğinin birinci adımında öğrencilerden dik kenar uzunlukları 6 ve 8br olan dört adet dik üçgen kesmelerini istedim. Öğrenciler önceki etkinlikte Pisagor bağıntısını öğrenmiş olduklarından Ö8, Ö10 ve Ö24 nolu öğrenciler diğer kenarın uzunluğu 10 olacak dediler. Sınıfa bu kenarın uzunluğunu etkinlik boyunca c olarak düşüneceğiz şeklinde genel bir açıklama yaptım. Ardından öğrenciler kestikleri parçaları uygun şekilde birleştirerek Adım 2'de gösterilen şekli elde etmeye çalıştılar. Ancak Şekil 2'yi elde etmede bazı öğrenciler zorlandılar. Başlangıçta çoğu öğrenci doğru birleştirmeleri yapamadılar. Ö18, Ö22 birleştirme yapmada zorlandılar. Birleştirmeler sırasında grupları gezerek öğrencilere rehberlik yaptım. Belli bir süre sonra öğrenciler doğru birleştirmeleri yapabildiler. Öğrencilere elde ettikleri geometrik şeklin ne olduğunu sordum. Sınıfın çoğunluğu şeklin kare olduğunu ifade edebildi. Ardından peki bu karenin kenar uzunluğunu biliyoruz öyle değil mi? şeklinde bir soru yönelttiğimde Ö17 nolu öğrenci evet öğretmenim 10 şeklinde cevap verdi. Başlangıçta ne söylemiştim, ne diyecektik o kenarın uzunluğuna dediğim anda, Ö23, c diyerek cevap verdi. Kenarı c olan bir karenin kenar uzunluğu ne olur sorusunu tüm sınıfa sordum. Öğrenciler bu soruyu bir hayli düşündüler. Kenarın harfle ifade edilmesi öğrencilerin kafalarını karıştırdı. c ile c'yi çarparsak c^2 olur öyle değil mi diyerek cevabı vermek zorunda kaldım. Öğrencilere yaptıkları bu şeklin alanını akıllarında tutmalarını, ileride karşılarına çıkacağını tekrar hatırlattım. Ö5 nolu öğrencinin karenin parçalarını yapıştırdığını gözlemledim. Öğrenciyi uyararak Adım 2'yi tekrar dikkatli şekilde okumasını söyledim. Tüm öğrencilerin kareyi elde etmelerinin ardından Adım 4'e geçildi. Bu adımda da öğrencilerin istenen şekli oluşturmakta başlangıçta zorluk çektikleri gözlemledim. Ancak belli bir uğraşı ve parçaları teker teker denedikten sonra öğrenciler istenen yapıya ulaştılar. Özellikle gruptan bir öğrencinin doğru sonuca ulaşması, diğer grup üyelerinin şekli oluşturan arkadaşından yardım alarak şekli oluşturmasını kolaylaştırdı. Ancak Ö18 nolu öğrencinin sınıfta şekli yanlış oluşturan tek öğrenci olduğunu fark ettim. Beşinci adımda öğrencilerden N köşesinden aşağıya dikme indirerek oluşan geometrik şekillerin alanları toplamını matematiksel olarak ifade etmelerini istedim. Öğrencilerin N köşesinden aşağıya dikme indirmekte sıkıntı yaşamamalarına rağmen, kenar uzunlukları a ve b olan iki karenin oluştuğunu görmekte zorlandıklarını gördüm. Kenarların harflerle ifade edilmesi öğrencilerin karelerin kenar uzunluklarını bulmalarını zorlaştırdı. Bu yüzden ileriki çalışmalarda Eski Çin'de ve Pisagor'un ortaya koyduğu bağıntı verildikten sonra, Bhaskara'nın ortaya koyduğu ispat, üçgenin diğer kenarının öğrenciler tarafından 10 olarak alınmasıyla daha da kolaylaştırılabilir. Sınıfın genel anlamda yaşadığı bu zorluğu aşmak için öğrencilerden birinin yapmış olduğu modeli alarak, öğrencinin oluşturduğu modelde kareleri farklı renkte boyayarak öğrencileri yönlendirmeye çalıştım.



Şekil 17. Ö1 nolu öğrencinin çalışması

Öğrencilerin bağıntıyı görebilmeleri için, Ö1 nolu öğrencinin yapmış olduğu modelde oluşan kareleri mavi ve kırmızı renklere boyayarak öğrencilere mavi renkli karenin kenar uzunluğu ile kırmızı renkli karenin kenar uzunluğunun nasıl ifade edileceğini sordum. Ö8 nolu öğrenci söz alarak, 6 ve 8br olduklarını söyledi. Herkes böyle olduğunu görebildi mi diyerek öğrencilerin tepkilerini gözlemledim. Ö20 nolu öğrenciyi çağırarak mavi ve kırmızı renkli karelerin kenar uzunluklarını birim kareleri sayarak sınıfa göstermesini söyledim. Ö20 birim kareleri sayarak şekil üzerinde karelerin kenar uzunluklarını sınıftaki arkadaşlarına gösterdi. Bunun ardından peki biz 6 ve 8br uzunlukları harf cinsinden nasıl ifade edebiliriz sorusunu sınıfa yönelttim. Bu sorunun cevabını almak için belli bir süre bekledim. Ancak öğrencilerden cevap alamadım. Ardından öğrencilere Adım 1'e tekrar döner misiniz diyerek, öğrencilerin hatırlamasını sağlamaya çalıştım. Ö19 nolu öğrenci a=6 b=8 olduğunu söyledi. Tekrar sınıfa dönerek çocuklar, başlangıçtaki karenin alanına hatırlarsanız c^2 demiştik. Peki, sizce oluşturduğunuz bu şekil ile başlangıçtaki şeklin alanları arasında nasıl bir ilişki var sorusunu sınıfa yönelttim. Ö5 nolu öğrenci aynıdır cevabını verdi. Peki, neden aynıdır sorusunu yönelttiğimde Ö5 çünkü aynı parçalarla yapıyoruz cevabını verdi. Öğrencinin verdiği cevabı sınıfa dönerek iki modelin parçalarını kullanarak açıkladım. Tekrar sınıfa dönerek, o halde bana söyler misiniz, kırmızı ve maviye boyalı karelerin alanları toplamı nedir? sorusunu yönelttim. Öğrencilerin genelinin çalışma yaprakları üzerine 36+64 yazdığını gördüm. Öğrenciler alanları harflerle ifade etmekten kaçınarak sayıları kullanmayı tercih ettiler. Bunun üzerine, öğrencilerden karenin alanını sayılarla değil, harflerle göstermelerini ve çalışma yaprağının ilgili kısmına yazmalarını söyledim. Kimi öğrenciler karelerin alanları toplamına ulaşmakta zorluk çektiler. Ö9, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö18 nolu öğrencilerin yanlarında oturan arkadaşlarından bakarak alanları harflerle gösterdiklerini gözlemledim. Ö10 nolu öğrenciyi tahtaya kaldırarak alanlar toplamını tahtaya yazmasını söyledim. Öğrenci $a^2 + b^2$ olarak doğru şekilde yazdı. Öğrencinin cevabının ardından sınıfa dönerek, kırmızı ve mavi renkli alanlar toplamı neye eşittir şeklinde bir soru sorarak öğrencileri daha önceden elde ettikleri Pisagor bağıntısını bulmaları için yönlendirdim. Sınıftan yedi sekiz öğrencinin c^2 cevabını verdiğini, kiminin ise 100 dediğini gözlemledim. Tahtaya kenar uzunlukları a, b ve c olan dik üçgende a, b ve c kenarları arasında öğrencilerin bulduğu eşitliği yazarak, öğrencilere daha önceden bu eşitliğin karşılarına çıkıp çıkmadığını sordum. Ö8, Ö17, Ö22 nolu öğrenciler Pisagor bağıntısı olduğunu söylediler. Ardından tahtaya bir dik üçgen çizerek, bağıntıyı tahtaya yazdım ve bu bağıntıyla ilgili öğrencilere sorular sorarak etkinliği bitirdim. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili görüşlerimi tartışma ve öneriler kısmında sundum. Öğrencilerin etkinlikle ilgili yapmış oldukları çalışma örneklerini aşağıda verdim.



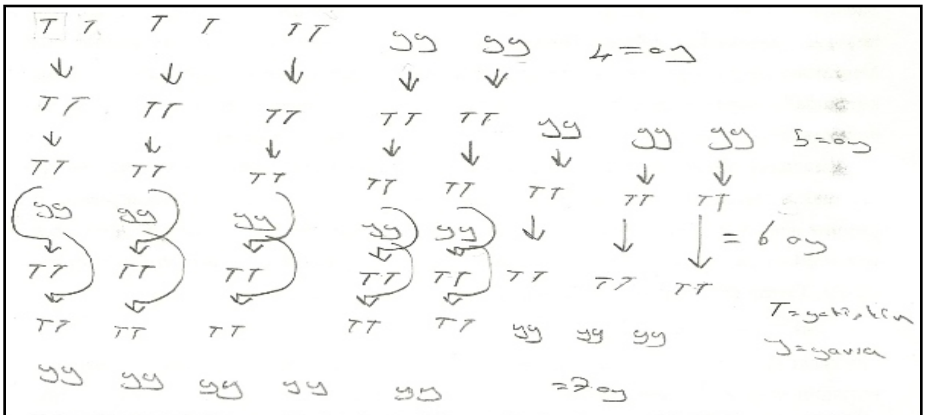
Şekil 18. Ö5 nolu öğrencinin çalışması

Pisagor teoremi modülündeki etkinliklerin öğrencilerin matematik üzerine farklı kültürlerin farklı düşünme biçimleriyle çalıştıklarını ve matematiğin gelişen ve dinamik yapısını görmelerine yardımcı olduğunu tespit ettim. Öğrencilerin kesme-boyama-yapıştırma yaparak bağıntının keşfetmelerini amaçlayan etkinlikler öğrencilerin derse olan motivasyonlarını arttırmıştır. Uygulamalar süresince, öğrencilerin genelinin etkinliğe katıldıklarını ve ilgi gösterdiklerini gözlemledim. Bu bakımdan modül içerisindeki etkinliklerin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğunu söylenebilirim.

Yaptığım uygulamaların mesleki gelişimime de katkısı olmuştur. Pisagor teoremini ne zaman ve nasıl ortaya çıktığını öğrenmiş oldum. Pisagor teoreminin tarihsel gelişim süreci ile ilgili çok sayıda makale okudum. Bağıntının 2500 yıllık bir geçmişi olduğunu öğrendim. Bağıntının Eski Çin, Hint Kültürü, Euclid, Garfield gibi birçok kültür ve kişi tarafından farklı yollarla ispatının yapıldığını öğrendim. Alan bilgimin gelişmesinin yanında alanı öğretme bilgimde de gelişmeler meydana geldiğini düşünüyorum. Eski Çin'deki ispatın, Bhaskara tarafından yapılan ispatın öğrenme-öğretme ortamında öğrencilerin Pisagor bağıntısını keşfetmeleri için kullanılmasının, öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştırdığını ve öğrenmeye yönelik ilgi ve isteklerini arttırdığını söyleyebilirim. Tarihsel problemlerin günlük hayatla ilişkili olmaları ve farklı kültürlerin problemlere farklı çözüm yollarıyla yaklaşmaları, öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik bakış açılarını derinleştirdi.

4.3.6. Etkinlik 6

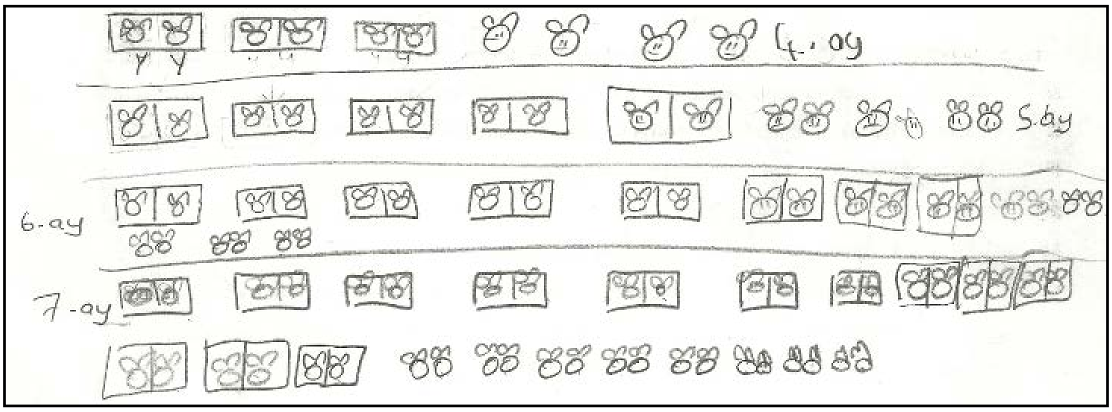
Öğrenciler çalışma yaprağı üzerindeki problemle uğraşırlarken, öğrenciler arasında dolaşarak notlar tuttum. Ö1 nolu öğrencinin, yavru tavşan çiftlerinin bir ay içerisinde yetişkin hale gelip, daha sonraki ay içerisinde bir çift yavru yaptıklarını anlamadığını gördüm. Benzer şekilde başlangıçta Ö5 nolu öğrenci yavru tavşan çiftlerinin yetişkin olmadan yavruladığını düşündü. Ancak bu öğrenci, çalışma yaprağındaki problemde 7. ayın sonunda kaç tavşan çifti olduğunun sorulmasına rağmen, öğretmen açıklamalarını dikkate alarak 8. ay sonunda kaç tavşan çiftinin olduğunu bulan ilk öğrenci oldu. Ö24 nolu öğrencinin de başlangıçta 4.ayda dört tavşan çifti olacağını düşündü. Ö6 nolu öğrencinin de yavru tavşan çiftlerini bir ay içerisinde yetişkin tavşan çifti olarak düşünmediğini, Ö22 nolu öğrencinin ise yavru tavşanlarla yetişkin tavşanları birbirinden ayırmadığından yanlış sonuca ulaştığını gözlemledim. Ö10 nolu öğrenci ise dördüncü ayda sekiz çift tavşana ulaştı. Ö23 nolu öğrenci ile problem hakkında sınıf içerisinde yaptığım informal görüşmelerde, öğrenci; başlangıçta kafasının karıştığını, problemi dikkatli şekilde okuyunca problemi anladığını, yetişkin tavşanlara T harfini verdiğini, yavru tavşanlara ise Y harfini vererek problemi daha kolay yaptığını ifade etti. Öğrenci, ilk üç aylık zaman diliminde tavşan çiftlerinin gösterilmesinin problemi çözmesini kolaylaştırdığını, eğer bu süreç şekille verilmeseydi, çözümü yapamayacağını ifade etti. Ö20 nolu öğrenci, problemi başlangıçta anlamadığını, ancak arkadaşlarına danışarak çözümün nasıl yapıldığını anladığını belirtti. Ö15 nolu öğrenci, yetişkin ve yavru tavşan çiftlerinin sıralamalarını, yavru tavşan çiftlerinin yetişkin olduktan sonra bir ay içerisinde yavrulamalarının ardından her ay içerisinde tekrar yavru yapmalarını başlangıçta anlamadığını ifade etti. Öğrenciler problemle uğraşırlarken yukarıda belirtilen zorlukları etkinliğin uygulanması sürecinde tespit ettim ve öğrencilere, yavru tavşan çiftleri  şeklinde gösterilmek şartıyla, her yavru tavşan çifti bir ay sonunda yetişkin olmaktadır. Yetişkin çiftler  şeklinde gösterilmek şartıyla, bir ay sonunda bir yavru tavşan çift yavrulamaktadır. Tavşanların ölmediğini unutmayınız şeklinde açıklama yapmak zorunda kaldım. Yetişkin tavşan çiftlerini Ye ile yavru tavşan çiftlerini ise Ya ile kısaltmalarının çözüm açısından kolaylık sağlayacağını belirttim. Açıklamaların ardından ilk sonuca ulaşan Ö23 nolu öğrenci oldu. Öğrenciye her ay oluşan tavşan çifti sayısını bularak tabloyu doldurmasını söyledim. Ö23 nolu öğrenci tavşan çiftlerinin sayısını yanımda söyleyerek, tabloya yazdı. Ardından Ö5 nolu öğrenci, sekizinci ayda otuz dört adet tavşan çifti olduğunu buldu. Problemde yedinci aya kadar olan tavşan çifti sayısı sorulmasına rağmen bu öğrencinin sekizinci aydaki tavşan çifti sayısını da bulmuş olması, problem durumunu iyi bir şekilde anladığını göstermektedir. Çalışma yapraklarında yapılan çözümler ve etkinlik boyunca yapılan gözlemler Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö10, Ö15, Ö19, Ö20, Ö22, Ö23 ve Ö24 nolu öğrencilerin problemin mantığını anladıklarını ve çözüme bilinçli şekilde ulaştıklarını göstermiştir. Öğretmen öğrencilere her ay kaç tavşan çifti olduğunu bularak, aylar-tavşan sayısı tablosunu doldurmalarını istemiştir. Özellikle yukarıdaki öğrenciler bilinçli olarak problemi çözüp tabloyu doldururlarken, diğer öğrencilerin arkadaşlarının yaptıklarını aynen geçirdikleri veya arkadaşlarına danışarak öğrenmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrenciler arkadaşlarına bakarak çalışma yaprağını doldurma yolunu seçerken, Ö2 nolu öğrenci, grup arkadaşlarına danışarak, problemin çözüm mantığını öğrenmeye çalışmıştır. Öğrencilerin geneli çözüme ulaşmakta zorluk yaşamış olmalarına karşın, çözüm sürecinde matematiğin günlük hayatla ilişkisini görme fırsatı bulmuşladır. Ayrıca Fibonacci'nin böyle bir problemle kendi adından bir dizi oluşturmuş olması öğrencilerin, matematiği insan emeğinin bir ürünü olarak görmelerine yardımcı olmuştur. Özetle yukarıda yaşanan durumlar, Polyanın problem çözme adımlarından birinci adımı akla getirmektedir. Öğrenciler problemi anlamadıklarında, uygun şekilde parçalara ayıramayacaklar ve kendi cümleleri ile ifade edemeyeceklerdir. Sınıfta yaşanan durum bunu yansıtmaktadır. Etkinliğin öğrencilerin geneli için zorlayıcı olduğu gözlemlenmiştir. Ancak bazı öğrenciler matematiğin günlük hayat durumlarından ortaya çıktığını matematiğin günlük hayatta kullanım alanları olduğunu anlayabilmişlerdir. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur. Aşağıda öğrencilerin yaptıkları çalışmalardan örnekler verilmiştir.



Yukarıda tamamladığınız şekle dayalı olarak her ay için kaç tavşan çifti olduğunu aşağıdaki tabloyu doldurarak gösteriniz.

Aylar	0.ay	1. ay	2. ay	3. ay	4. ay	5. ay	6. ay	7. ay
Tavşan çifti sayısı	1	1	2	3	5	8	13	21

Şekil 19. Ö23 nolu öğrencinin çalışması



Aylar	0.ay	1. ay	2. ay	3. ay	4. ay	5. ay	6. ay	7. ay
Tavşan çifti sayısı	1	1	2	3	5	8	13	21

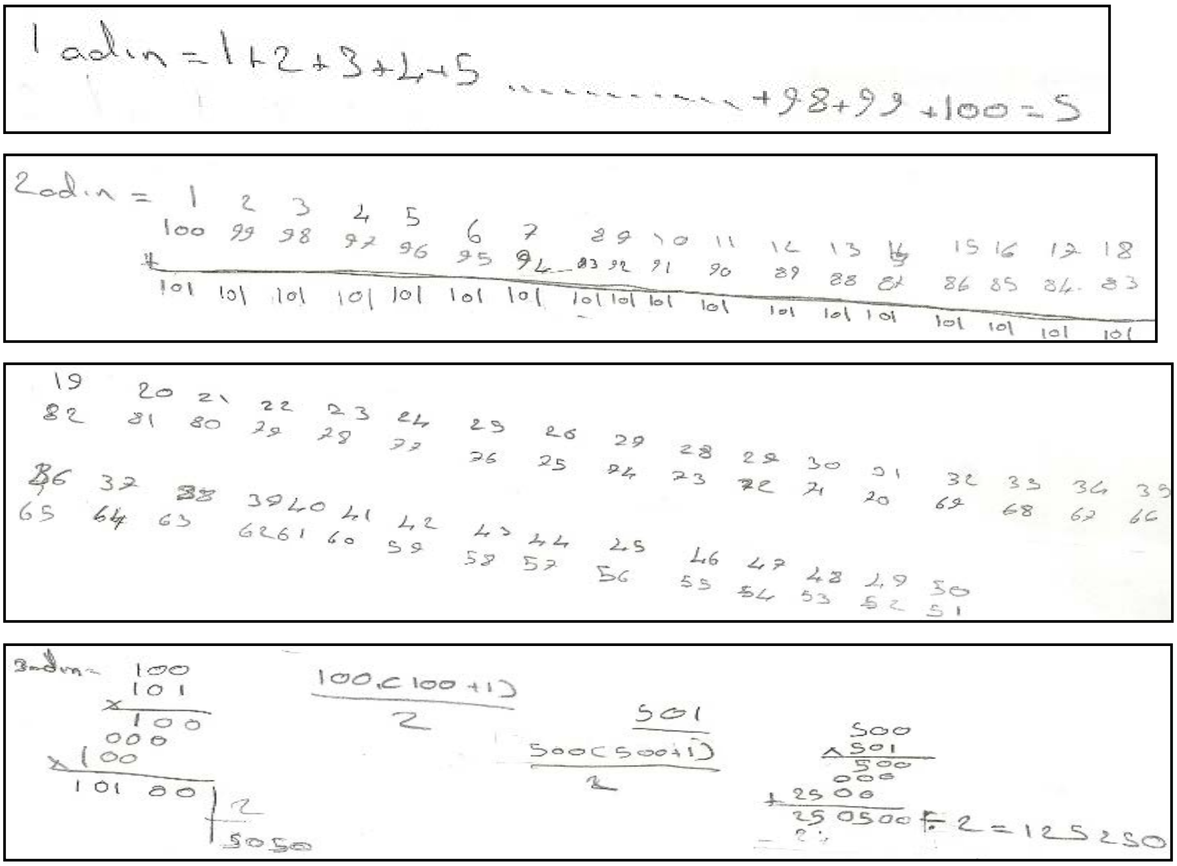
Şekil 20. Ö4 nolu öğrencinin çalışması

İlköğretim matematik 8. sınıf ders kitabında Fibonacci dizisinden bahsedilmesine rağmen dizinin nasıl ortaya çıktığı ile ilgili herhangi bir bilgi verilmediğini gördüm. Dolayısıyla Fibonacci'nin kitabında ifade ettiği tavşan problemini derslerimde kullanmaya karar verdim. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler sonucu, öğrencilerin problem çözümünde zorlandıklarını tespit ettim. Problemi anlamayan bazı öğrenciler oldu. Ancak süreç sonunda öğrenciler tabloyu doldurup dizinin terimleri arasındaki ilişkiyi bulduklarında şaşırdılar. Öğrencilerin geneli matematiğin günlük hayatla ilişkili olduğunu görmüş oldular. Kuralların altında yatan anlamları ve nasıl ortaya çıktığını öğrenmiş oldular. Elde edilen bulgulara göre etkinliğin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımı için uygun olduğunu düşünüyorum.

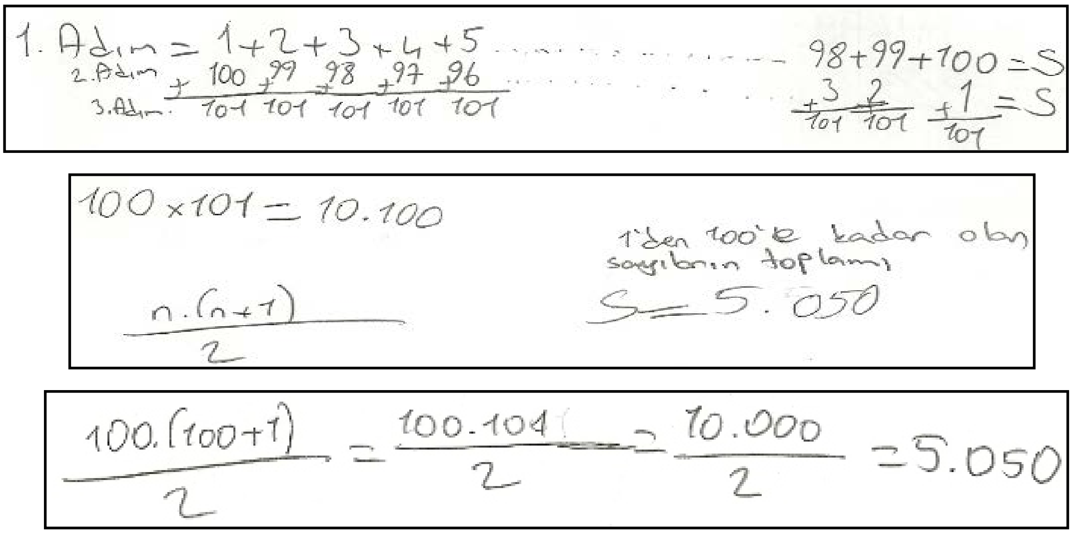
4.3.7. Etkinlik 7

Çalışma yaprağı içerisinde Gauss'un hayatı, resmi ve öğrencilerin Gauss'un yolunu uygulayarak ardışık pozitif tamsayıların toplamına kendilerinin ulaşmasını sağlayıcı uygulama adımları yer almaktadır. Öğrenciler çalışma yaprağındaki birinci ve ikinci adımları rahat bir şekilde yapabildikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen, öğrencilere alt alta gelen sayıları topladığınızda dikkatinizi ne çekti sorusunu yönelttiğinde Ö17 ve Ö8 nolu öğrenciler, 101 olmuyor mu şeklinde bir tepkide bulunmuşlardır. Bu arada araya giren Ö7 ve Ö10 nolu öğrenciler peki 50'nin altına 50 gelmiyor mu diyerek her seferinde 101 olmadığını ifade etmişlerdir. Öğretmen, öğrencilere düşünmeleri için süre vermiştir. Bu arada Ö23, Ö10 ve Ö22 nolu öğrenciler, heyecanlı bir şekilde hayır 50'nin altına 51 gelir demiştir. Ö23 nolu öğrenci 1'den 50'ye kadar olan sayıları yan yana yazarak, 1'in altına 100 yazarak geriye doğru gitmiş ve bu şekilde doğru sonuca ulaşmıştır. Öğretmen, Ö23 nolu öğrencinin çalışma yaprağı üzerinde yaptığını tüm arkadaşlarına göstermesini istemiştir. Bu aşamadan öğrenciler genel toplamı bulmaya çalışmışlardır. Ancak öğretmen bazı öğrencilerin genel toplamı bulmada zorluklar yaşadığını gözlemlemiştir. Yapılan gözlemler sırasında, Ö1, Ö5 ve Ö7 nolu öğrencilerin dördüncü adımda sıkıntılar yaşadığı gözlemlenmiştir. Öğretmen sınıfa dönerek, 101'lerin toplamını bulmak için ne yapabiliriz şeklinde bir soru yöneltmiştir. Ö24 nolu öğrenci 101'lerin kaç tane olduğunu bulmamız gerekli demiştir. Öğretmen peki kaç tane 101 var şeklinde bir soru yönelttiğinde, Ö1 nolu öğrenci 91 tane, Ö5 nolu öğrenci 99 tane ve Ö7 nolu öğrenci 98 tane cevabını vermişlerdir. Bu arada Ö23, Ö22 ve Ö17 nolu öğrenciler 100 tane 101 var şeklinde bağırmışlardır. Öğretmen nasıl buldunuz açıklar mısınız dediğinde, Ö22 nolu öğrenci 1 ile 100 arasında onları da dahil edersek 100 sayı var, bu yüzden 100 tane 101 olur demiştir. Öğretmen sınıf seviyesinden dolayı herkesin anlaması için 1 ile 10 arasında kaç tane sayı olduğunu öğrencilerin saymalarını istemiştir. Sınıfın tamamı 10 şeklinde cevap vermişlerdir. Öğretmen, son sayıdan ilk sayıyı çıkarın ne oldu? Sınıfın tamamı 9 demiştir. Öğretmen, 1 ekleyin, sınıf, 10 olur demiştir. Öğretmen aynı şeyi burada yaptığınızda nasıl bir sonuçla karşılaşıyorsunuz diyerek, öğrencileri sonuca daha kolay ulaşmaları konusunda yönlendirmiştir. Öğretmen bu yönlendirmelerinin ardından öğrenciler arasında dolaşarak öğrencilerin genel toplam için ne yaptıklarını gözlemlemeye devam etmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun 100 ile 101'i çarpmaya çalıştıkları görülmüştür. Ancak bazı öğrencilerin çalışma yaprağı üzerinde çarpma işlemini yanlış yaptıkları gözlenmiştir. Ö8 nolu öğrencinin çarpımın sonucunu 5100, Ö1 ve Ö4 nolu öğrencilerin ise 5500 olarak buldukları görülmüştür. Belli bir süre sonra Ö17 nolu öğrenciden başlayarak öğrencilerin tamamı 10100 sonucuna ulaşmışlardır. Çalışma yaprağının beşinci adımında öğrencilerin genelinin Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 nolu öğrenciler dışında 10100'ü ikiye bölerek 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamına ulaştıkları görülmüştür. Ardından öğrencilere 1'den 500'e kadar olan sayıların toplamını yapmaları söylenerek, benzer bir uygulama yapmaları sağlanmıştır. Etkinlik 1 ders saati içerisinde tamamlanmıştır. Öğrenciler Gauss'un çok küçük yaşta kalem kağıt kullanmadan zihinden sonuca ulaşmasına şaşırmışlar, çok zeki ve yaratıcı bir kişilik olduğunu etkinlik yapılırken araştırmacı öğretmene ifade etmişlerdir. Öğrencilerin genelinin etkinlikten zevk aldıkları, etkinliğin kullanışlı olduğunu düşündükleri araştırmacı öğretmenin gözlemlerine dayalı olarak söylenebilir. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur.

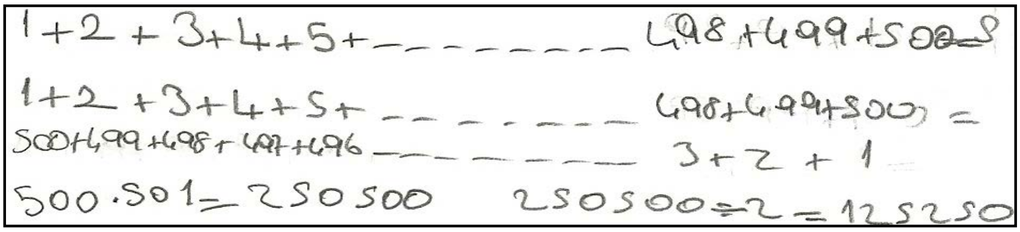
Aşağıda öğrencilerin yaptıkları çalışmalardan örnekler verilmiştir.



Şekil 21. Ö23 nolu öğrenci çalışması



Şekil 22. Ö10 nolu öğrencinin çalışması



Şekil 23. Ö4 nolu öğrencinin çalışması

Etkinlikle ilgili yaptığım gözlemler sonucu öğrencilerin etkinliği ilginç, eğlenceli ve öğretici bulduğunu tespit ettim. Gauss'un kullandığı yolun kullanışlı olmadığını düşünen iki öğrenci oldu. Zor olduğunu düşünen öğrenciler ise Ö7, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 nolu öğrenciler olmuştur. Nitekim etkinliğin beşinci adımında Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 nolu öğrenciler dışında kalan öğrencilerin 10100'ü ikiye bölerek 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamına ulaştıklarını gördüm. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemlere dayalı olarak öğrencilerin genelinin etkinlikten zevk aldıklarını ve ilgilendiklerini söyleyebilirim. Öğrenciler kuralların doğrudan öğretmen tarafından verilmesine alışkın olduklarından n.(n+1)/2 kuralını birim küpleri kullanarak geometrik modellerle keşfetmiş olmaları öğrenciler için farklı bir deneyim olmuştur. Öğrenciler Gauss'un zekâsı karşısında şaşırmışlar ve matematiğin yaratıcılık gerektirdiği, akıl ve mantığa dayalı olduğunu düşünmeye başlamışlardır. Etkinlik öğrencilerin öğrenmelerine ve matematiğin doğasına yönelik farkındalıklarının geliştmesine yardımcı olduğu için etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç"* olarak kullanımına uygun olduğunu söyleyebilirim.

4.3.8. Etkinlik 8

Öğrencilerin tümü 1'den 6'ya kadar olan sayıların toplamını birim küplerle modellemişlerdir. İkinci adımda ise öğrenciler oluşturdukları modeli doğru şekilde kareye tamamlayabilmişlerdir. Bu etkinlik aynı zamanda öğrencilerin karenin alanı ve çarpma işlemi konularındaki ön bilgilerini ve bu konularda kavramsal öğrenme gösterip göstermediklerini sorgular niteliktedir. Öğrenciler modeli kareye tamamlamak için ekledikleri parçada kaç tane birim küp olduğunu S cinsinden yazmakta zorlanmışlardır. Ö15 ve Ö1 nolu öğrenciler bir küp eksik olduğunu söylemişlerdir. Hâlbuki çalışma yaprağı üzerinde, birinci adımda n sayısının 6 olduğu belirtilmiştir. Bu durum öğrencilerin çalışma yaprağı üzerindeki bilgileri dikkatli şekilde okumadıkları izlenimini ortaya koymaktadır. Öğrenciler kareye tamamlama işlemini gerçekleştirdikten sonra öğretmen öğrencilere, çocuklar birinci oluşturduğunuz modelde S tane birim küp varsa, bu modeli kareye tamamlamak için kullandığınız parça kaç tane birim küpten oluşmuştur sorusunu yöneltmiştir. Öğretmen öğrencilere n sayısının 6 olduğunu hatırlatarak, öğrencilerin yaptıkları modelleri eline alıp öğrencilere model üzerinde gösterme yoluna gitmiştir. Bu şekilde çalışma yaprağına dönmelerini ve adımları devam ettirmelerini söylemiştir. Ö5 ve Ö22 nolu öğrenciler, öğretmeni yanlarına çağırarak S–6 cevabını vermişlerdir. Diğer grup üyeleri de bu duruma katılmışlardır. Öğretmen, biz n sayısa 6 demedik mi, o halde 6 yerine n yazın şeklinde bir uyarıda bulunmuştur. Uyarıdan sonra öğrenciler, kareye tamamlamak için oluşturdukları modeldeki küp sayısını S-n şeklinde ifade etmişlerdir. Ancak özellikle bir sonraki adımda öğretmen tarafından yapılan gözlemler, öğrencilerin oluşan karedeki toplam birim küp sayısını veren $S+S-n=n.n$ eşitliğini oluşturmada zorluk yaşamamalarına rağmen, eşitliğini düzenlemelerinde sıkıntı yaşadıklarını ortaya koymuştur. Öğrenciler karedeki modelde önceki adımdakine benzer şekilde karedeki birim küp sayısını çalışma yaprağına rakamlarla ifade etmişlerdir. Ö2, Ö6 ve Ö15 nolu öğrenciler oluşturdukları karelerdeki birim küp sayısını 36 olarak ifade etmişlerdir. Özellikle etkinlikte harflerin olması öğrencilerin eşitliği düzenlemesinde zorlanmalarına yol açmıştır. Bu bakımdan öğretmen öğrencilere bu konuda yardımcı olmuştur. Sonuç olarak $\frac{n.n+n}{2}$ sonucuna çok eski yıllarda, birim küpler kullanılarak modellemelerle ulaşılmış olması öğrencilerin şaşırmalarına neden olmuştur. Etkinlik sürecinde araştırmacı öğretmenin öğrencilerle girdiği diyaloglar öğrencilerin zorlanmasına rağmen birim küplerle modellemeler yapılarak sonuca ulaşılmış olmasını eğlenceli ve öğretici bulduklarını göstermiştir. Etkinlik bir ders sürecinde tamamlanmıştır. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur.

Etkinlikle ilgili gözlemlerime dayalı tuttuğum alan notlarıma dayalı olarak, öğrencilerin etkinliği ilginç, eğlenceli, öğretici, kullanışlı bulduklarını gördüm. Ancak özellikle öğrencilerin birim küpler kullanılarak dikdörtgen modeli elde edildiğinde modeldeki birim küp sayısını ifade etmede yaşadıkları zorluk, 8 öğrencinin etkinliği zor olarak görmesine neden oldu. Etkinlik Gauss ve ardışık pozitif tamsayıların toplamı etkinliğinin hemen ardından yapılmıştır. Bu sayede öğrencilerin geneli matematikte aynı konu üzerinde farklı düşünme yollarının olabileceğini görebilmişlerdir. İki etkinlik öğrencilerin matematiğin yaratıcılık gerektirdiğini, akıl ve mantığa dayalı olduğunu, farklı düşünme biçimlerine açık olduğunu, dinamik yapısını anlamalarında yardımcı olmuştur. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin *"amaç ve araç"* olarak kullanımına uygun olduğunu söyleyebilirim.

Yaptığım iki etkinlik mesleki gelişimime de katkı sağlamıştır. Ardışık pozitif tamsayıların toplamı ile ilgili Gauss'un kullandığı yolu uygulamalar öncesinde biliyordum. Ancak Yang Hui'nin de aynı konu üzerinde çalıştığını ve farklı bir yaklaşımla n.(n+1)/2 kuralına ulaştığını öğrenmiş oldum. Öğrenme öğretme ortamında birim küpleri kullanarak dikdörtgenin ve karenin alan modelleri ile yapılan öğretimin öğrencilerin öğrenme motivasyonlarının artmasına ve daha kolay öğrenmelerini sağladığını tespit ettim. Özetle yapmış olduğum uygulamalar alanı öğretme bilgimin gelişimine yardımcı oldu diyebilirim.

4.3.9. Etkinlik 9

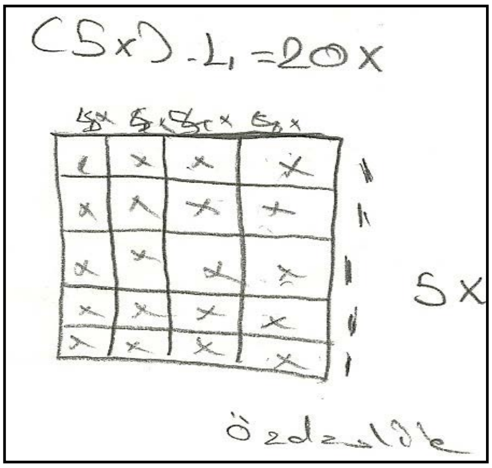
Etkinliğin okuma metni şeklinde olması ve bazı öğrencilerin okumaya karşı isteklerinin olmaması öğrencileri çalışma kağıdından uzaklaştırmıştır. Ö9, Ö11, Ö13 ve Ö14 nolu öğrenciler okuma metni ile ilgilenmemişlerdir. Bu yüzden ilerde yapılacak aksiyon araştırmaları için cebirsel sembollerin tarihsel geçmişi bir video gösterisi ile öğrencilere sunulabilir ve bu sunumun 20 dakika civarında olmasına dikkat edilebilir. Diğer taraftan elde edilen kazanımlar açısından bakıldığında öğrenciler cebirsel sembollerin farklı kültürler tarafından farklı şekilde gösterildiğini, eskiden günümüze kadar sembollerin gösterimlerinde bir gelişimin olduğunu fark etmişlerdir. Aynı uygulamayı yedinci sınıflar üzerinde yaptım ve öğrencilere, sembollerin farklı kültürler tarafından nasıl gösterildiğini içeren bir tablo verdim. Tablo üzerinde sözel olarak bazı açıklamalarda bulundum. Bu hem zaman kaybının hem de bazı öğrencilerdeki sınav yaklaşıyor, soru çözelim endişesini azaltmıştır. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur.

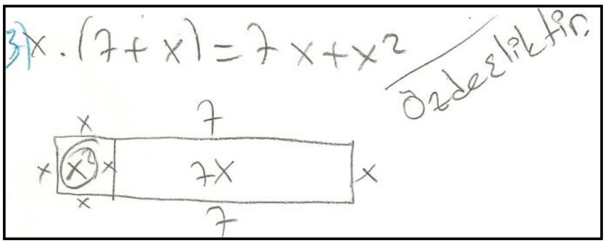
Etkinlikle ilgili tuttuğum alan notları, öğrencilerin genelinin etkinliği ilginç, öğretici, kullanışlı bulduklarını ortaya koymuştur. Ancak etkinlikle ilgili öğrencilerin neredeyse yarısı eğlenceli olmadığı görüşünde birleşmişlerdir. Üç öğrenci, etkinliğin okuma metni şeklinde düzenlenmiş olduğunu belirterek etkinliğin kullanışlı olmadığını vurgulamışlardır. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemlere ve öğrencilerden elde ettiğim verilere dayalı olarak etkinliğin MT'nin "*amaç*" olarak kullanımına uygun olduğunu söyleyebilirim.

Cebirsel gösterimlerin farklı kültürler ve matematikçiler tarafından nasıl gösterildiğini öğrenmiş oldum. Uygulamalar sayesinde matematiğin dinamik ve gelişen yapısını öğrencilere nasıl gösterebileceğim konusunda deneyim kazanmış oldum. Böyle bir uygulama matematik tarihini amaç olarak nasıl kullanılabileceğim konusunda bilgi ve becerimin artmasına yardımcı oldu.

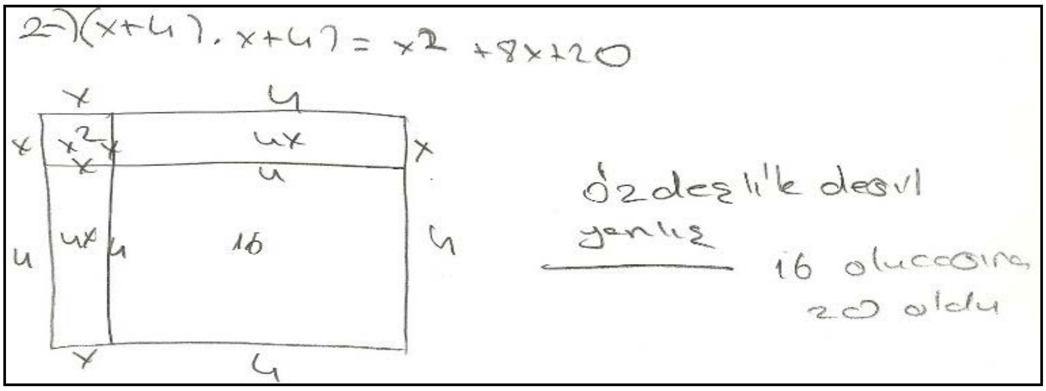
4.3.10. Etkinlik 10

Etkinliğin başlangıcında bazı öğrencilerin parçaların alanları toplamının şeklin tüm alanına eşit olduğunun farkına varamadıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca Ö10 nolu öğrenci karenin kenar uzunluğunu x+10 olarak ifade etmesi gerekirken, 10x olarak yanlış bir şekilde ifade etmiştir. Ö4 nolu öğrencinin ise x ile bir tamsayıyı çarpmakta zorlandığı görülmüştür. Etkinlik sırasında araştırmacı öğretmen şekli oluşturan parçaları, öğrencilerin fark etmesini sağlamış ve her bir parçanın alanları toplamının şeklin alanına eşit olduğunu öğrencilere hissettirmiştir. Üçüncü modellemede Ö6, Ö9, Ö11, Ö12, Ö14 nolu öğrencilerin x ile x'in çarpımını yapamadıkları gözlenmiştir. Araştırmacı öğretmen, öğrencilere 3^2'nin neyi ifade ettiğini sorarak öğrencilerin x ile x'in çarpımının sonucuna ulaşmalarını sağlamaya çalışmıştır. Genel olarak yapılan gözlemler sonucu öğrencilerin kare ve dikdörtgenin alanları üzerinde uğraşarak özdeşlikleri tanımlamaya çalışmaktan zevk aldıklarını göstermiştir. Ancak bazı öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemleri yapmada yaşadıkları zorlukların etkinliğe yansıdığı görülmüştür. Bu bakımdan etkinliğe başlamadan önce öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemleri ile ilgili bilgilerini yoklayıcı soruların sorulması ve uygulamalar yapılması etkinliğin daha etkili bir şekilde yürütülmesine katkı sağlayabilir. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur. Aşağıda Ö23, Ö10 ve Ö8 nolu öğrencilerin yaptıkları çalışmalardan örnekler verilmiştir.





Şekil 24. Ö23 nolu öğrenci çalışması   Şekil 25. Ö10 nolu öğrenci çalışması



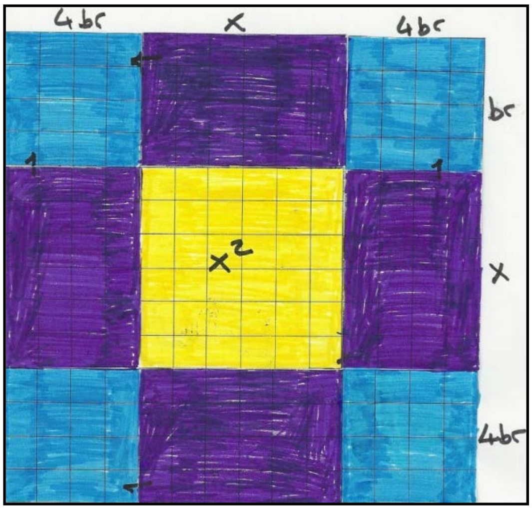
Şekil 26. Ö8 nolu öğrenci çalışması

Uygulamalar sırasındaki gözlemlerime dayalı olarak öğrencilerin etkinliği öğretici, bulduklarını söyleyebilirim. Öğrencilerin etkinliğe katılımları gayet iyiydi. Öğrenciler Abu-Kamil'in yazmış olduğu kitabı gördüklerinde şaşırmışlardır. Etkinlik matematiğin insan ürünü olan bir bilim olduğunu gösterme konusunda öğrencilere yardımcı olmuştur. Etkinliğin öğrencilerin geneli tarafından öğretici bulunması, öğrenmeye yönelik ilgi ve isteklerini arttırması etkinliğin MT'nin araç olarak kullanımına daha uygun olduğunu ortaya koymuştur.

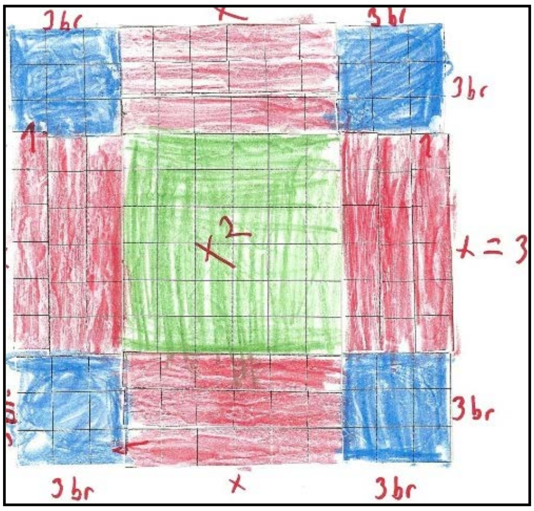
Uygulamaların tasarlanması aşamasında özdeşlikler konusunda yapılan çalışmaları öğrenmiş oldum. Bu konuda Euclid ve Abu Kamil'in yaptığı çalışmalarla karşılaştım. Abu Kamil'in yazmış olduğu kitabı temin ederek özdeşlikler için yaptığı modellemeleri görmüş oldum. İlköğretim matematik 8. sınıf öğretim programında özdeşlikler konusu olmasına karşın Abu Kamil'in üzerine çalıştığı özdeşlik modellerinden bahsedilmemiş olduğunu tespit ettim. Abu Kamil'in kitabını öğrencilerime göstermiş olmam öğrencilerin matematiğin insan ürünü olan bir bilim olduğunu fark etmelerini sağladı. Müslüman bir matematikçinin yaptığı çalışmalar karşısında öğrencilerin şaşırdığını gözlemledim.

4.3.11. Etkinlik 11

Harizmi ve ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması etkinliğinin uygulanması sırasında yapılan sınıf içi gözlemler ve uygulama sırasında öğrencilerle yapılan informal görüşmeler, öğrencilerin genelinin etkinlikle uğraştığını ve etkinlikten hoşlandıklarını ortaya koymuştur. Özdeşlikler etkinliğinde bazı öğrencilerin kareyi oluşturan parçaların alanları toplamının karenin toplam alanına eşit olduğunu anlamakta ve ifade etmekte yaşadıkları sıkıntıların bu etkinlikte azaldığı gözlemlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin özdeşlikler konusunda deneyim kazanmış olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Araştırmacı tarafından etkinlikler yapılırken gözlemlenen en önemli sıkıntı bazı öğrencilerin yaptıkları şeyi anlamlandıramamış olmalarıdır. Özellikle bazı öğrenciler adım 1 ve adım 2'yi tamamladıktan sonra, elde ettikleri şeklin alanını söyleyememişlerdir. Hâlbuki etkinliğin başında $x^2 + 16x'in$ 36'ya eşit olduğu verilmektedir. Dolayısıyla öğrenciler yönergelerde verilen adımlarda ilerlerken önceki adımlarla sonraki adımları ilişkilendirmekte zorluk yaşamışlardır. Bu anlamda araştırmacı öğretmen devreye girerek öğrencilere yönlendirici sorular sormak zorunda kalmıştır. Oluşturduğunuz modeldeki karenin alanını bana söyler misiniz?, Modelde her bir dikdörtgenin alanı nedir? Tüm dikdörtgenlerin alanı nedir? Modelin tüm alanını ifade ediniz şeklinde sorularla öğrencilerin yaptıkları şeyi anlamaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bu tip etkinliklerin etkili şekilde yürütülebilmesi için öğrencilerin yedinci sınıf konularından cebirsel ifadelerde işlemler konusunda yeterli bilgi ve beceriye sahip olmaları gerekmektedir. Nitekim karenin ve dikdörtgenin alanlarının bulunmasında özdeşlikler etkinliğinde yaşanan sıkıntılara benzer olarak bazı öğrencilerin her bir dikdörtgenin alanını ve toplam alanı ifade edemedikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilere kenarı 3cm olan karenin alanı nasıl bulunur dendiğinde öğrencilerin geneli bu soruya cevap verebilirken, kenar uzunluğu 4br, 4br ve xbr'lik parçalardan oluşan karenin alanını ifade etmekte zorlanmışlardır. Bu durum öğrencilerin bilinen ve bilinmeyen kavramları üzerine yeteri kadar kavramsal anlamaya sahip olmamalarından kaynaklanabilir. Öğretmen sınıfa dönerek, yapmış olduğunuz modelde içteki karenin kenar uzunluğu nedir? sorusunu yönlendirmiştir. Ö10, Ö2 ve Ö4 nolu öğrenciler bilmiyoruz ki cevabını vermişlerdir. Öğretmen bilmediğimiz için içteki karenin kenar uzunluğunu nasıl ifade ettik sorusuna ise sınıfın geneli x demişlerdir. Ardından öğretmen gruplara dönerek etkinliğe devam etmelerini söylemiştir. Süreç sonunda araştırmacı öğretmenin yol gösterici sorularıyla gruplar $(x+8)^2 = 100$ eşitliğine ulaşmışlar ve içteki karenin kenar uzunluğunu 2 olarak bulmuşlardır. Ancak bazı öğrencilerin yapılan etkinliği sadece kesme, boyama ve yapıştırma faaliyetinden ibaret olduğunu düşündükleri gözlemler sonucu söylenebilir. Nitekim Ö7, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 nolu öğrenciler kesme, yapıştırma ve boyama ile modele ulaşmalarının ardından yaptıkları modelleri öğretmene göstererek etkinliği bitirdiklerini düşünmektedirler. Öğrencilerin daha önce çalışma yaprağı üzerinde uzun süre çalışmamış olmaları, sosyal yönden yetersiz oluşları ve bunun yansıması olarak grup üyeleri ile iletişim kurmada yaşadıkları sorunlar bu durumun bir sonucu olarak düşünülebilir. Ancak bu öğrencilerde etkinlikler sırasında yapılan görüşmeler sonucu ortaya çıkan en büyük değişim, matematiğin de eğlenceli bir yönü olduğunu düşünmeleri, matematiğin insan emeğinin bir ürünü olduğunu anlamaları olmuştur. Bunun yanında etkinlik sürecinde yapılan gözlemlere dayalı olarak zorlanan öğrenciler olmuş olsa da öğrencilerin genelinin kesme yapıştırma boyama türünden etkinlikleri sevdikleri ve eğlenceli buldukları söylenebilir. Ö3 ve Ö6 nolu öğrencilerin etkinlik sürecinde yaptığı çalışmalar aşağıda verilmiştir. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur.



Şekil 27. Ö3 nolu öğrencinin çalışması

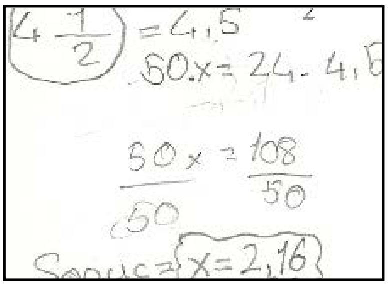


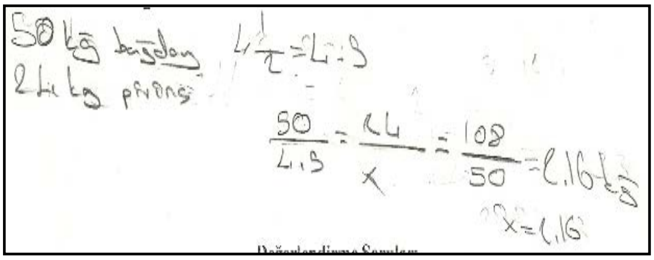
Şekil 28. Ö6 nolu öğrencinin çalışması

Uygulamalar sırasında tuttuğum alan notlarıma göre öğrencilerin etkinliği ilginç, eğlenceli, öğretici ve kullanışlı bulduklarını gördüm. Öğrenciler alışık olmadıkları bir tarzda dersin yürütüldüğünü ifade etmişlerdir. Kağıt kesme, boyama, yapıştırma yoluyla kuralı keşfetmek öğrencilerin etkinliğe ilgi ve isteklerini arttırmıştır. Öğrencilerin öğrenme güdülerinin artmış olduğunu ve geometrik modellemeler yaparak konuyu daha kolay şekilde öğrenmiş olduklarını tespit ettim. Bu yüzden uygulamanın alanı öğretme bilgimin gelişmesine katkı sağladığını söyleyebilirim. Etkinliğin öğrencilerin geneli tarafından öğretici bulunması ve öğrenmeye yönelik ilgilerini ve isteklerini arttırması etkinliğin MT'nin araç olarak kullanımına daha uygun olduğunu ortaya koymuştur.

4.3.12. Etkinlik 12

Çalışma yaprağının öğrencilere dağıtılmasının ardından etkinlik süresince yapılan gözlemler ve öğrencilerle yapılan informal görüşmeler öğrencilerin genelinin M.Ö 3000'lerde matematikle bu şekilde ilgilenilmiş olmasına şaşırdıklarını ve matematiğin günlük ihtiyaçlardan ortaya çıktığını fark ettiklerini göstermiştir. Öğrenciler Eski Mısırda hükümdarların aldıkları vergilerde ve Eski Çin'de ürünlerin değiş tokuş edilmesi sırasında orantısal akıl yürütmeye başvurulduğunu, orantısal akıl yürütmenin çok eski bir tarihi olduğunu ve farklı kültürlerin orantısal akıl yürütmeyi kullandıklarını öğrenmişlerdir. Etkinlikte bazı öğrenciler, Eski Mısır ve Çin'de orantısal akıl yürütme ile ilgili problemlerin çözümü sırasında işlem hataları yapmış olsalar da matematiğin nasıl ortaya çıktığına dair düşüncelerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrenciler eski yıllarda günlük hayatla ilgili problemlerle uğraşılmasını ilginç bulmuşlardır. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur. Ö20 ve Ö23 nolu öğrencilerin etkinlik sürecinde yaptıkları çalışmalardan kesitler aşağıda verilmiştir.



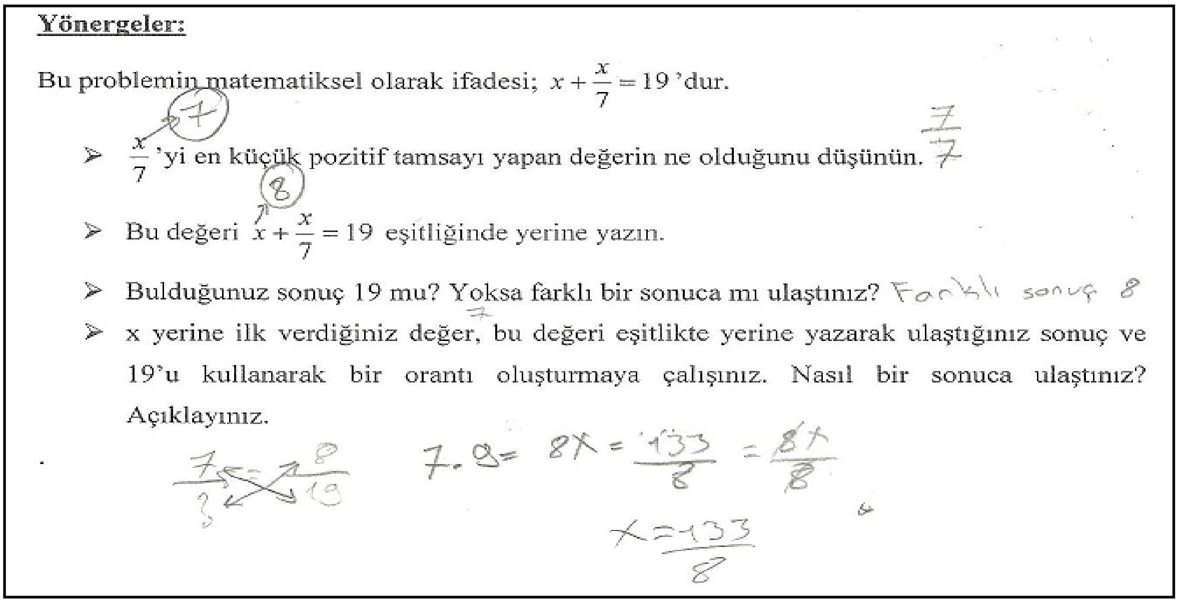


Şekil 29. Orantısal akıl yürütme etkinliği Ö20 ve Ö23 nolu öğrencilerin çalışması

Yapılan uygulama, öğrencilerin matematiğin nasıl ortaya çıktığını, matematiğin toplumdaki rolünü ve önemini öğrenmelerinde yardımcı olmuştur. Öğrenciler Antik Çağlar'da çözülen orantı problemlerinin üzerine düşünmüşlerdir. Etkinlik öğrenciler için öğretici olarak değerlendirilmiştir. Uygulamalar sayesinde MT'nin matematiğin toplumdaki rolünü, önemini ve nasıl ortaya çıktığını öğrencilere nasıl öğretileceğim konusunda deneyim kazandığımı düşünüyorum. Öğrencilerin farklı kültürlerin uğraştıkları orantısal akıl yürütme problemleri ile karşılaşmaları, öğrencilerin matematiğin toplumdaki kullanım alanları hakkında bilgi sahibi olmalarına ve matematiğe daha fazla değer vermelerine katkı sağlamıştır. Yukarıda söylenenler ışığında etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

4.3.13. Etkinlik 13

Etkinlik sürecinde araştırmacı öğretmenin alan notları, öğrencilerle yaptığı informal görüşmeler etkinliğin amacına ulaştığını göstermiştir. Öğrenciler bugün bile kendilerinin zorlanarak çözdükleri soruların eski yıllarda böyle bir yolla kullanılmasına şaşırmışlardır. Matematikte farklı yolların olduğunu görmüşlerdir. Milattan önce yaşamış insanların yeterli teknoloji araç gereç olmadan bu tip yollarla çözüme ulaşmalarında dolayı zeki olduklarını düşünmüşlerdir. Ancak öğrencilerin çoğu yanlışı deneme yolunun uzun, karmaşık ve kullanışsız olduğunu düşünmüşlerdir. Etkinlik sürecinde araştırmacı öğretmen Ö7, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilere x/7'yi en küçük pozitif tamsayı yapan değeri bana söyler misiniz? sorusunu yöneltmiştir. Öğrenciler soruya doğru cevabı verememişlerdir. Benzer şekilde yanlışı deneme yolunun bir sonraki adımındaki orantısal akıl yürütme sürecinde öğrencilerin zorlandıkları gözlemlenmiştir. Sonuca ilk ulaşan öğrenciler Ö10, Ö23, Ö24 nolu öğrenciler olmuşlardır. Ö5 ve Ö24 nolu öğrencilerin çalışmaları aşağıda verilmiştir. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur.


Yönergeler:

Bu problemin matematiksel olarak ifadesi; $x+\frac{x}{7}=19$'dur.

- $\frac{x}{7}$'yi en küçük pozitif tamsayı yapan değerin ne olduğunu düşünün. $\frac{7}{7}$
- Bu değeri $x+\frac{x}{7}=19$ eşitliğinde yerine yazın.
- Bulduğunuz sonuç 19 mu? Yoksa farklı bir sonuca mı ulaştınız? Farklı sonuç 8
- x yerine ilk verdiğiniz değer, bu değeri eşitlikte yerine yazarak ulaştığınız sonuç ve 19'u kullanarak bir orantı oluşturmaya çalışınız. Nasıl bir sonuca ulaştınız? Açıklayınız.

$7 \cdot 19 = 8x = \frac{133}{8} = \frac{8x}{8}$

$x = \frac{133}{8}$

Şekil 30. Rasyonel cebirsel eşitliklerin çözümü etkinliği Ö5 nolu öğrencinin çözümü

Yönergeler:

Bu problemin matematiksel olarak ifadesi; $x+\frac{x}{7}=19$ 'dur.

- $\frac{x}{7}$ 'yi en küçük pozitif tamsayı yapan değerin ne olduğunu düşünün. 7
- Bu değeri $x+\frac{x}{7}=19$ eşitliğinde yerine yazın.
- Bulduğunuz sonuç 19 mu? Yoksa farklı bir sonuca mı ulaştınız? Farklı bir sonuca ulaştık.
- x yerine ilk verdiğiniz değer, bu değeri eşitlikte yerine yazarak ulaştığınız sonuç ve 19'u kullanarak bir orantı oluşturmaya çalışınız. Nasıl bir sonuca ulaştınız? Açıklayınız.

$$\frac{7}{?} = \frac{8}{19} = 8x = \frac{133}{8} = \frac{\cancel{8}x}{\cancel{8}}$$

$$x = \frac{133}{8}$$

Şekil 31. Rasyonel cebirsel eşitliklerin çözümü etkinliği Ö24 nolu öğrencinin çözümü

Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemlere göre öğrencilerin genelinin etkinlikte zorlandıklarını gördüm. Bunun dışında öğrencilerin tamamı milattan önce bu tip bir yolun kullanılmasını ilginç ve öğretici bulmuşlardır. Öğrencilerin geneli cebirsel rasyonel eşitliklerin çözümlerinde modern yol ve yanlışı deneme yolunu karşılaştırarak modern yolun pratik olduğunu ifade etmişlerdir. Matematikte farklı kültürlerin farklı çözüm yolları ve düşünme biçimleriyle soruları çözdüklerini anlamışlardır. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "amaç ve araç" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Yaptığım uygulamanın mesleki gelişimime de katkısı olduğunu düşünüyorum. Nitekim rasyonel cebirsel ifadelerin çözümlerinde farklı bir yol öğrenmiş oldum. Öğrencilere farklı kültürlerin çözüm biçimlerini gösterebilmek ve bu sayede matematiğin dinamik yapısını anlamalarını sağlayabilmek adına ne tür etkinlikler tasarlayabileceğim konusunda deneyim kazanmış oldum.

4.3.14. Etkinlik 14

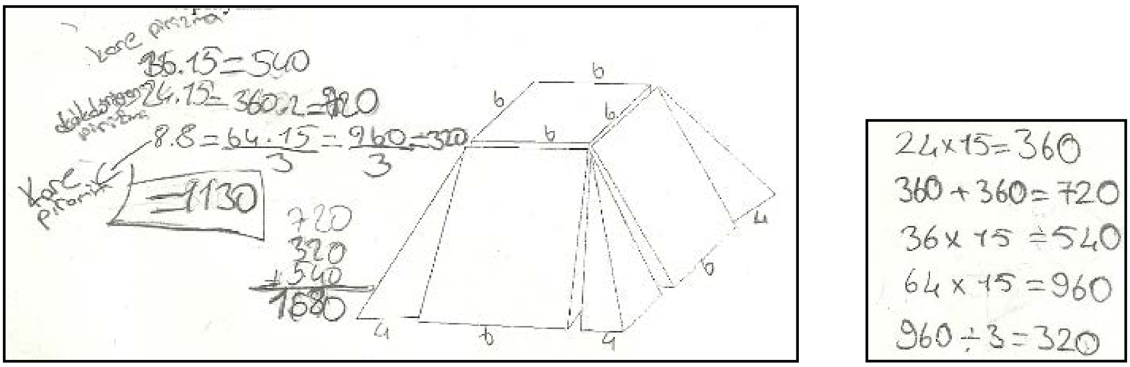
Etkinlik sırasında öğrencileri en çok şaşırtan şey, pi sayısının değerini farklı matematikçilerin farklı bulmaları olmuştur. Öğrencilere diğer şaşırtıcı gelen şey, M.Ö 3000'li yıllarda pi sayısının değerinin günümüz değerinden farklı olmasına rağmen, oldukça yakın bir değerin kullanılmış olmasıdır. Etkinlik öğrenciler için matematiğin geçmişten günümüze kadar gelişerek geldiğini, farklı matematik bilginlerinin pi sayısı için farklı değerler bularak pi sayısının değerine yaklaşmaya çalıştıklarını anlamalarında yardımcı olmuştur. İlerleyen çalışmalarda etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği araştırmacı öğretmenin deneyimleri paralelinde, öneriler kısmında sunulmuştur. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemlere göre öğrencilerin etkinliği ilginç, eğlenceli, öğretici bulduklarını söyleyebilirim. Etkinlikte zorlanan öğrenciler Ö12 ve Ö13 nolu öğrenciler olmuşlardır. Bu öğrencilerin etkinlik süresince farklı şeylerle uğraştıkları, etkiliğe yoğunlaşmadıkları gözlemlenmiştir. Etkinlikle ilgili olumsuz görüş bildiren bazı öğrenciler olmasına karşın sınıfın genelinin etkinliği beğendikleri, etkinliğin öğrencilere matematiğin dinamik ve gelişen yapısını görmelerinde yardım ettiği söylenebilir. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğunu düşünüyorum.

Uygulamaların mesleki gelişimime katkılarının olduğunu da söyleyebilirim. Etkinliklerin tasarlanması sürecinde farklı kültürlerin pi sayısının değerini nasıl bulduklarını öğrenmiş oldum. Uygulamalar öncesinde bunlarla ilgili bilgim yoktu. Pi sayısının doğru değerine ilk defa Arschimed'in tüketme yolunu kullanarak ulaştığını öğrenmiş oldum. Yaptığım uygulamalar sayesinde matematiğin dinamik yapısını öğrencilere öğretmek için MT'den nasıl faydalanabileceğimi öğrendim. Öğrencilerin tarihsel içeriğin içerisinde modern matematiksel kavramlar ve çözüm şekillerinden faydalanmalarının onları memnun ettiğini gördüm.

4.3.15. Etkinlik 15

Öğrencilerden kesik piramidi oluşturan modelde karşılıklı parçaları birleştirmeleri ve elde ettikleri şekli tanımaları istenmiştir. Bazı gruplar başlangıçta parçaları birleştirmede zorluk yaşamışlardır. Ö7 ve Ö16 nolu öğrencilerin parçaları uygun şekilde birleştirmede zorlandıkları gözlemlenmiştir. Ö13 ve Ö14 nolu öğrencilerin ise etkinlik sırasında sürekli birbirlerine bakarak güldükleri, akıllarının başka şeylerde olduğu tespit edilmiştir. Bu aşama tüm gruplar tarafından farklı süreler de başarıyla tamamlanmıştır ancak benzer şekilde bazı öğrencilerin elde ettikleri geometrik şekillerin isimlerini yazmakta zorlandıkları görülmüştür. Ö9 nolu öğrencinin yazılı görüşleri etkinlikten zevk aldığını ortaya koymuş olsa da, bu zevk alma durumunun bilinçli bir tepki olmadığı, matematiğin farklı bir şekilde işlenmesinin öğrencide bu tip bir tepki yaratabileceği düşünülebilir. Nitekim Ö9 nolu öğrenci karşılıklı parçaların birleştirilmesi sonucu, kare, üçgen ve dikdörtgenin oluştuğunu yazılı olarak ifade etmiştir. Yani oluşturulan geometrik şekilleri üç boyutlu olarak düşünmemiştir. Bu durum etkinlik öncesi, tüm öğrencilerin, dikdörtgenler prizmasını, kare prizmayı ve kare piramidi tanımaları, özelliklerini bilmeleri ve çevrelerinden bu üç boyutlu geometrik cisimlere örnekler verebilmelerini gerekli kılmaktadır. Bu sayede etkinlik daha etkili şekilde yürütülebilir. Öğrenciler tahta modellerini uygun olarak birleştirdikten sonra elde ettikleri geometrik şekillerin hacimlerini hesaplamışlardır. Bazı öğrencilerdeki, oluşturma aşamasında yaşanan sıkıntılar, hacim hesaplarken de yaşanmıştır. Ayrıtların tespit edilmesinde ve işlemlerin doğru olarak yapılmasında sıkıntılar yaşanmıştır. Araştırmacı öğretmen bu noktada devreye girerek geometrik şekillerin ayrıtlarını modeller üzerinde göstermiş ve öğrencilere ayrıtların uzunluklarını sormuştur. Bazı öğrencilerin zorlanmalarına rağmen etkinlikle uğraştıkları ve zevk aldıkları gözlemlenmiştir. Tahta parçalarını birleştirmeye çalışıp kesik piramidin hacmine ulaşmaya çalışmak öğrencilere farklı ve eğlenceli bir etkinlik olarak gelmiş olabilir. Bunun yanında etkinlik yapılırken öğrencilerle yapılan informal görüşmelerde öğrenciler, çok eski yıllarda kesik piramidin hacminin bu tip bir yolla bulunmasına şaşırmışlardır. Eski insanların o günün şartlarında böyle bir yol buldukları için zeki olduklarını ve günlük hayat ihtiyaçlarına çözüm bulabilmek için matematiği kullandıklarını düşünmüşlerdir. İlerleyen çalışmalar için etkinlik üzerinde ne tür revizyonların yapılabileceği, etkinliğin nasıl daha etkili şekilde uygulanabileceği ile ilgili araştırmacı öğretmenin deneyimlerine dayalı görüşleri öneriler kısmında sunulmuştur.

Ö10 ve Ö24 nolu öğrencilerin yaptıkları çalışmalardan kesitler aşağıda sunulmuştur.



Şekil 32. Kesik piramidin etkinliği Ö10 ve Ö24 nolu öğrencilerin çalışmaları

Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemlere göre öğrencilerin etkinliği ilginç, eğlenceli ve öğretici bulduklarını söyleyebilirim. Ö8 ve Ö23 nolu öğrenciler dışındaki tüm öğrenciler kesik piramidin hacminin bulunmasına dayalı kullanılan tekniğin kullanışlı ve gerekli olduğunu düşünmektedirler. Ancak 6 öğrenci etkinlik için zor cevabını vermiştir. Nitekim etkinlik sırasında yönerge adımlarında zorlanan (Ö7-Ö16) ve etkinlik sırasında birbirlerine bakarak gülen ve etkinliğe katılmayan (Ö13-Ö14) öğrenciler olmuştur. Ö9 nolu öğrencide elde ettiği şekilleri üç boyutlu düşünemeyip, kare ve dikdörtgen elde ettiğini düşünmüştür. Ancak genel anlamda öğrencilerin etkinliği yaparken ilgi ve isteklerinin yüksek düzeyde olduğunu gözlemledim. Bunun yanında öğrenciler etkinliğin matematiğin günlük hayattaki önemi ve rolünü anlamalarında katkı sağlamıştır. Öğrencilerin geneli Eski

Mısırdaki insanların ihtiyaçlarını karşılamak adına matematiğe ihtiyaç duyduklarını ifade etmişlerdir. Bu yüzden etkinliğin MT'nin "*amaç* ve *araç*" olarak kullanımına uygun olduğunu düşünüyorum

Yaptığım uygulamanın mesleki gelişimime katkılarının olduğunu söyleyebilirim. Kesik kare piramidin hacminin bulunmasında yeni bir yol öğrenmiş olmam, bu yolun öğrencileri keşif süreci içerisine itmiş olması ve öğrencilerin öğrenme güdülerini arttırmış olması alanı öğretme bilgimin de geliştiğinin göstergesi olarak düşünülebilir.

Özet olarak yaptığım uygulamaların mesleki gelişimime katkılarını aşağıda maddeler halinde sıralayabilirim.

- Öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının ve matematiğe yönelik tutumlarının uygulamalar sürecinde nasıl değişim gösterdiğini tespit etmeye çalıştım. Bu durum öğrenme öğretme ortamında MT'nin amaç ve araç olarak kullanımı konusunda deneyim kazanmama yardımcı oldu.
- Çalışma boyunca okuduğum makaleler, kitaplar, yazmış olduğum makaleler alan bilgimin gelişmesine katkı sağlamıştır. Bu sayede, öğrenme öğretme sürecinde kullanabileceğim farklı çözüm yolları, farklı problemler ve farklı ispat şekilleri öğrenmiş oldum.
- MT'nin kullanımına yönelik öğrenme öğretme sürecinde ortaya çıkabilecek engelleri tespit etmek ve engellerden kurtulmak için neler yapılabileceğini konusunda deneyim kazanmış oldum.
- Öğrencilerin ne tip etkinliklerde zorlandıklarını, ne tip etkinliklerde öğrenme ilgilerinin ve isteklerinin arttığını, bu sayede konu ve kavramları daha kolay şekilde öğrendiklerini tespit etmiş olmam alanı öğretme bilgimin gelişmesine katkı sağladı.
- MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançları, matematiğe yönelik tutumları üzerinde olumlu değişimler meydana getirdiğini tespit ettim.
- Uygulamalar yapılmadan önce öğrencilerin matematiğe sadece işlemsel olarak baktıklarının, kavramların altında yatan anlamları ve kavramlar arası ilişkileri bilmediklerinin farkındaydım. Yapılan uygumalar öğrencilere matematiğin farklı bir yönü olduğunu göstermiş oldu. Öğrencilerin geçmiş öğrenme deneyimleri dikkate alındığında etkinlikler sürecinde zorlanan öğrenciler ve öğretmenin konuyu anlatmasını talep eden öğrenciler olsa da öğrencilerin genelinin matematik algılarında ve matematiğe yönelik tutumlarında olumlu değişimler meydana geldi. Bu durum öğrenme öğretme ortamlarında MT'nin kullanımının gerekli olduğu yönündeki inancımı arttırdı.

5. TARTIŞMA

Bu bölümde öğrencilerle yapılan çalışma sonucunda elde edilen bulgular çalışmanın problemine ve amaçlarına bağlı olarak tartışılacaktır. Bu kapsamda öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarındaki değişime, öğrencilerin tutumlarındaki değişime ve araştırmacı öğretmenin mesleki gelişimine yönelik tartışmalara yer verilecektir. Araştırmacı öğretmenin mesleki gelişimine yönelik tartışmalar, MT'nin amaç ve araç olarak kullanılabilirliği ve uygulama sürecinde karşılaşılan engeller ve engellerden kurtulma yolları başlıkları altında sunulmuştur.

5. 1. Öğrencilerin Matematiğin Doğasına Yönelik İnançları

Etkinlikler uygulanmadan önce öğrencilere Baki ve Bütüner (2010) tarafından geliştirilen matematiğin doğasına yönelik inanç ölçeği uygulanmıştır. Ölçekten elde edilen bulgular sınıftaki öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının ağırlıklı olarak mutlakçı görüşü yansıttığını göstermektedir. Ölçeğin uygulanmasının ardından ölçek bulgularını doğrulamak amacıyla öğrencilere yazılı görüş formları verilmiştir. Yazılı görüş formundan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin %50'sinin matematiği sayılar olarak, %66,6'sının ise matematiği işlemler olarak algıladığı ortaya çıkmıştır. Öğrencilerde var olan bu algı Kouba ve McDonald (1991), Loveridge vd. (2006) ve Stodolsky vd. (1991), tarafından da ifade edilmektedir. Uygulamalar öncesinde çoğu öğrenci matematik dersinde kendileri için önemli olan şeyin kural ve formülleri kullanarak problemin doğru sonucuna en hızlı şekilde ulaşmak olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin görüşleri yazılı görüş formuna verdikleri cevaplarla da örtüşmektedir. Öğrencilerin cevapları bir bütün olarak değerlendirildiğinde öğrenciler için matematiğin, öğretmenin derste gösterdiği kural ve formülleri kullanarak işlem yapmak ve doğru sonuca ulaşmak olduğu anlaşılmaktadır. Benzer şekilde, Frank (1988), Kouba ve McDonald (1991), Loveride vd, (2006) öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını belirlemek amacıyla yürüttükleri çalışmalarında öğrencilerin matematikte en önemli şeyin hesaplama olduğunu düşündüklerini ortaya koymuşlardır. Frank (1988), Schoenfeld (1989) ve Spangler (1992) öğrencilerin matematik problemlerinin hızlı şekilde birkaç adımda çözülmesi gerektiğini düşündüklerini vurgulamışlardır. Amirali (2010), Bock (1994), Brown vd (1988), Garofalo (1989), Grouws vd (1996), Obando vd, (2003), Schoenfeld (1989), Spangler (1992), öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarını belirlemek için yürüttükleri çalışmalarında öğrencilerin matematikte en önemli şeyin kural ve formüllerin ezberlenmesi olduğunu ifade etmişlerdir. Literatürdeki çalışmalardan elde edilen bulgular çalışma bulgularıyla örtüşmektedir. Uygulamalar öncesinde öğrencilere matematiğin gelişime açık olduğunu düşünüyor musunuz? sorusuna ise 14 öğrenci sabittir değişmeden kalır, 3'ü gelişime açıktır değişebilir, 5'i bilmiyorum, 2'si bazı bilgiler değişebilir cevabını vermişlerdir. Matematiğin gelişime açık olduğunu ifade eden öğrencilerin ise matematik kitabındaki konuların sınıf seviyesine bağlı değiştiğini veya basım hatasından dolayı değişebileceğini ifade etmiş olmaları matematiğin doğasıyla ilişkili değildir. Amirali (2010) tarafından yapılan çalışmada elde edilen bulgular öğrencilerin matematiğin değişemeyeceğini düşündüklerini ortaya koymaktadır. Uygulama öncesinde öğrencilerden matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve ortaya çıkışının nedenlerini açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin tamamının matematiğin ortaya çıkışı ile ilgili bilgilerinin olmadığı görülmüştür. Öğrenciler bakkaldan alışveriş yapıldığında insanların kazıklanmamaları için matematiğin ortaya çıkmış olabileceğini ifade etmişlerdir. Elde edilen bulgu, öğrencilerin tamamının matematiğin tarihsel gelişim sürecinden haberdar olmadıklarını göstermektedir.

Uygulamalar sonunda matematiğin doğasına yönelik inanç ölçeği öğrenciler üzerinde tekrar uygulanmıştır. Ölçekten elde edilen bulgular öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarında belirgin bir iyileşmenin olduğunu göstermektedir. Uygulamalar öncesinde öğrencilerden hiçbiri yarı deneyselci görüşe sahip değilken, uygulamalar sonunda öğrencilerin inançlarının yarı deneyselciliğe doğru yönelim gösterdiği anlaşılmaktadır. Öğrencilerin yazılı görüşleri ve yapılan mülakatlar ölçekten elde edilen bulguları destekler niteliktedir. Uygulamalar sonrasında matematiği sayılar ve işlemlerden ibaret olarak algılayan öğrenci sayısında belirgin bir düşüşün olduğu görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin matematik algısı teması altında uygulamalar öncesi ortaya çıkmayan kodlara ulaşılmıştır. Öğrenciler, Gauss'un ve Yang Hui'nin ardışık tamsayıların toplamını bulmak için kullandığı çözüm yolunun yaratıcılık gerektirdiği, mantık ve zekâ ürünü olduğunu görmüşlerdir ve Gauss ve Yang Hui'nin yaratıcılığı sayesinde böyle bir çözüm yapabileceğini anlamışlardır. Bunun yanında insanların kesik piramidin hacmini milattan önceki yıllarda kesme parçalama ve birleştirme yolunu kullanarak bulmalarıda öğrencilerin matematikte yaratıcılık gerektiğini anlamalarına katkı sağlamıştır. Liu ve Niess (2006), çalışmalarında tarihsel yaklaşıma dayalı bir Analiz dersinin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerindeki gelişimine etkisini incelemişlerdir. Matematiği mantık, muhakeme ve zihinsel düşünme olarak ifade eden öğrenci sayısı da uygulamalar sonrasında 1'den 9'a çıkmıştır. Uygulama sonunda öğrenciler matematiği tanımlarken yaratıcılık, kullanışlılık kavramlarını kullanmışlardır. Çalışmadan elde edilen bulgular Liu ve Niess (2006) çalışmasından elde edilen bulgularla örtüşmektedir.

Kafes yolu ile çarpma işlemi, Babilde karekök alma, rasyonel cebirsel ifadelerin yanlışı deneme yoluyla çözümü, Pisagor bağıntısı etkinlikleri ise öğrencilerin farklı kültürlerden matematik bilginlerinin farklı düşünme biçimleriyle ve farklı yollarla matematikle uğraştıklarını anlamalarını ve farklı kültürlerin matematiğe katkılarını görmelerini sağlamıştır. Nitekim bu etkinliklerde öğrenciler Pisagor bağıntısının ispatının Babilde, Eski Çinde, Hindistanda nasıl yapıldığını kesme boyama yapıştırma etkinlikleriyle keşfetmişlerdir. Rasyonel cebirsel ifadelerin çözümlerini modern yolun yanında yanlışı deneme yoluyla yapmışlardır. Tam kare olmayan bir sayının karekökünü modern yol ve babil-heron yolunu kullanarak almışlardır. Çarpma işlemini modern yolun yanında Kafes yolu, Napier yolu, Ascalon yollarıyla yapmışlardır. Tüm bu etkinliklerin öğrencilerin matematiğin gelişiminde farklı kültürlerin etkisini değerlendirmiş olmalarına, öğrencilerin farklı kültürlerin farklı yollarla matematik yaptıklarını anlamalarına yardımcı olduğu düşünülebilir. Charalambous vd (1999) çalışmasının sonucunda öğrenciler bir problemin çözümünün farklı yollarla yapılabileceğini, matematiğin gelişim gösteren bir yapıya sahip olduğunu, farklı matematiksel fikirlerin kullanımının, farklı devirler boyunca çeşitlilik gösterdiğini anlamalarını sağlamıştır. Percival (1999)'ın çalışmasından elde edilen bulgular, öğrencilerin eski kültürlerin zekâsını ve matematiğe katkılarını değerlendirdiklerini, matematiğin insan emeğinin ürünü olan bir bilim olduğunu anlayabildiklerini göstermiştir. Kaye (2008) yaptığı çalışmasının sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun, matematiğin yıllar öncesine dayandığını, kültürel olarak farklılık gösterdiğini, insan emeğinin bir ürünü olduğunu, yaratıcılık gerektirdiğini ve her insanın kendi matematiğini yapabileceğini öğrendiklerini belirtmiştir. Dolayısıyla çalışmadan elde edilen bulgular Charalambous vd (1999), Kaye (2008) ve Percival (1999)'ın çalışmalarının bulgularıyla paralellik göstermektedir.

Matematiği günlük hayat durumları olarak algılayan öğrenci sayısında da belirgin bir yükselişin olduğu ortaya çıkmıştır. Kesik piramidin hacmi etkinliği, orantısal akıl yürütme etkinliği ve Fibonacci ve Tavşan problemi etkinlikleri öğrencilerin matematiği günlük hayat durumları olarak değerlendirmelerini sağlayan etkinlikler olarak düşünülebilir. Öğrenciler Eski Mısırda piramitlerin olduğundan yola çıkarak, piramit yapımında insanların hacim hesaplamaya ihtiyaç duyduklarını düşünmüşlerdir. İnsanların vergilerini ürün miktarlarıyla orantılı olarak vermeleri, öğrencilerin matematiğin günlük hayattaki ihtiyaçlardan ortaya çıktığını anlamalarında yardımcı olmuştur. Öğrenciler bu sayede matematiğin toplumdaki rolünü ve önemini anlamaya başlamışlardır. Fibonacci ve Tavşan problemi etkinliği öğrencilere matematiğin doğada var olan, günlük hayatta karşımıza çıkan bir bilim olduğunu görmelerinde yardımcı olmuştur. Pi sayısı etkinliğinde öğrenciler insanların tarlalarının alanlarını hesaplamaya ihtiyaç duyduklarını düşünerek matematiğin günlük hayatta kullanıldığını anlayabilmişlerdir.

Uygulamalar sonrasında başarılı kişi teması altında uygulamalar öncesi çıkmayan kodlara ulaşılmıştır. Öğrenciler uygulamalar sırasında birçok matematik bilgininin çalışmalarını görme fırsatı yakalamışlar, kendilerine özgü yollarla bir problemin çözümüne ulaşmaya çalıştıklarını görmüşlerdir. Bir problem üzerinde farklı matematik bilginlerinin kafa yorduklarını, farklı yollar ve düşünme biçimleriyle probleme yaklaştıklarının farkına varmışlardır. Öğrenciler matematik bilginlerinin hayat hikâyelerini okuduklarında toplum için kalıcı eserler bıraktıklarına tanık olmuşlardır. Tüm ifade edilenler öğrencilerin matematikte başarılı kişi algılarının değişmesini sağlamış olabilir. Benzer şekilde Liu ve Niess (2006), çalışmalarında matematikçiler nasıl düşünür sorusundan elde edilen veriler analiz edildiğinde, başlangıçta yaratıcı olur diyen kişi sayısı 4 iken, uygulamalar sonunda bu sayı 10'a çıkmıştır. Bu bulgu çalışmadan elde edilen bulgularla örtüşmektedir.

Uygulamalar sonrasında matematik gelişime açık mıdır? açıklayınız sorusuna 20 öğrenci gelişime açıktır cevabını vermiştir. Öğrenciler, cevaplarını örneklerle desteklemişlerdir. Öğrencilerle yapılan mülakatlar ve ölçek bulguları da benzerlik göstermektedir. Aslında değişme çok farklı anlaşılabilmektedir. İlki, matematiğin doğrularının değişmemesi yani matematiğin her yerde aynı olması ve değişemeyecek olmasıdır. Yani matematikte mevcut ne varsa ilerleyen zamanlarda da öyle kalacaktır. Matematik statiktir. Matematikçiler yeni şeyler bulamazlar. Diğeri ise, matematiğin kendisinin büyüyerek, gelişerek değişmesidir. Bu açıdan bakıldığında, öğrencilerin geneli cebirsel gösterimlerin geçmişten bugüne nasıl yapıldığını gördüklerinde matematiğin statik olmadığını, farklı dönemlerde yaşamış matematikçilerin matematiğe yeni şeyler kattıklarını anlamışlardır. Farklı zamanlarda yaşamış olan matematikçilerin pi sayısı için çalışmış olmaları matematiğin dinamik bir yapıya sahip olduğunu öğrencilere göstermiştir. Bunun yanında geçmişten günümüze kullanılan farklı çözüm yolları, öğrencilerin geçmişte ve günümüzde matematiğin üzerine yeni şeyler koyulduğunu ve matematiğin gelişen bir yapıya sahip olduğunu anlamalarına yardımcı olmuştur. Öğrenciler uygulamalar sonunda matematikte ileride de yeni gelişmeler yaşanabileceğinin farkına varmışlardır. Krussel (2000) yaptığı çalışmasının sonucu olarak öğrencilerin matematiğin doğasını daha iyi anlamaya başladıklarını, matematiğin dinamik ve sürekli gelişme açık bir bilim olduğunu farkettiklerini ifade etmiştir. Bu yönüyle çalışmadan elde edilen bulgular Krussel (2000)'in çalışmasının bulgularıyla benzerlik göstermektedir.

Uygulamalar öncesinde öğrencilerden matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve neden ortaya çıktığını açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin tamamının matematiğin ortaya çıkışı ile ilgili bilgilerinin olmadığı tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencilerin matematiğin tarihsel gelişim sürecini bilmemelerine bağlanabilir. Uygulamalar sonrasında ise öğrencilerin geneli, matematiğin günlük hayat ihtiyaçlarına ve günlük hayat problemlerine çözüm olabilmek için ortaya çıktığı ve kullanıldığı görüşünde birleşmişlerdir. Marshall (2000)'ın çalışmasından elde edilen bulgulara göre öğrenciler matematikte de yanlış yapılabileceğini, hala bulunmamış teorilerin olabileceğini ve günümüz matematiğinin büyük bir kısmının, günlük ihtiyaçlara çözüm bulmak için yıllar önce yaşamış insanlar tarafından ortaya koyulduğunu, matematiğin yaşayan, gelişen bir bilim olduğunu ve medeniyetlerin ilerlemesini sağladığını ifade etmişlerdir. Haverhals ve Roscoe (2010)'in çalışmalarında öğrenciler, tarihsel yaklaşımın kullanımının zevkli, ilginç ve kullanışlı olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler, integralin kullanımı henüz sistematik hale gelmeden bu şekilde bir haritanın oluşturulmasında integrale başvurulmasının inanılmaz olduğunu, başvuran insanların ise çok zeki olduklarını ve o dönemdeki insanların integrali günlük hayat durumlarında kullanmalarının büyüleyici ve anlamlı olduğunu ifade etmişlerdir. Dolayısıyla çalışmadan elde edilen bulgular, Haverhals ve Roscoe (2010), Marshall (2000)'ın çalışmalarından elde ettikleri bulgularla örtüşmektedir.

Uygulamalar öncesinde hiçbir öğrenci farklı kültürlerin matematiğe olan katkılarını ve matematiğin insan emeğinin ürünü olduğunu ifade edemezken uygulamalar sonrasında bazı öğrencilerin bu düşüncelerinin değiştiği görülmüştür. Percival (1999)'ın çalışmasından elde edilen bulgular, öğrencilerin eski kültürlerin zekâsını ve matematiğe katkılarını değerlendirdiklerini, matematiğin insan emeğinin ürünü olan bir bilim olduğunu anlayabildiklerini göstermiştir. Kaye (2008) yaptığı çalışmasının sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun, matematiğin yıllar öncesine dayandığını, kültürel olarak farklılık gösterdiğini, insan emeğinin bir ürünü olduğunu, yaratıcılık gerektirdiğini ve her insanın kendi matematiğini yapabileceğini öğrendiklerini belirtmiştir. Dolayısıyla çalışmadan elde edilen bulgular Kaye (2008) ve Percival (1999)'ın çalışmalarının bulgularıyla paralellik göstermektedir.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik mutlakçı inançlarında bir azalmanın olduğu söylenebilir. Nitekim Jardine (1997), MT'nin öğrencilerin girecekleri sınavlarda başarılarını arttıracağını iddia etmediğini, ancak matematiğin doğasını anlamada işe yarayabileceğini vurgulamıştır. Percival (2004)'in çalışmasının sonucunda, tarihsel yaklaşımın öğrenciler üzerindeki yararları, öğrencileri öğrenmeye karşı güdülemesi, matematiğin doğasına yönelik inançlarını olumlu yönde değiştirmesi ve disiplinler arası ilişkilerin görülmesi olarak ortaya çıkmıştır. Ho (2008), MT'nin öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını ve öğrenmeye yönelik ilgilerini arttırdığı sonucuna ulaşmıştır. İfade edilen çalışmalarda MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını olumlu yönde değiştirebileceği vurgulanmaktadır. Bu açıdan bakıldığında yukarıda verilen sonuçlar, çalışmanın bulgularıyla benzerlik göstermektedir.

Ancak araştırmada bazı öğrencilerin geçmiş öğrenme deneyimlerine bağlı kaldıkları, geleneksel öğretim anlayışının kendileri için daha cazip olduğunu ifade ettikleri ortaya çıkmıştır. Örneğin Ö8 nolu öğrenci, öğretmen odaklı bir derse sıcak bakmaktadır. Ö8 nolu öğrenci somut öğrenme nesnelerinin SBS'de kullanılmayacağını, soru çözmek için sadece kalem ve kâğıda ihtiyaç duyduğunu ifade etmiştir. Öğrenci, kural ve kavramı keşfederek öğrenmeye uzak durmuş, öğretmenin kuralları ve formülleri vermesinin ve tahtada çok sayıda soru çözmesinin kendisi için uygun olduğunu vurgulamıştır. Matematik öğretmenlerinin matematiğin doğasına yönelik inançları ve bunun yansıması olarak şekillenen öğretim biçimleri Ö8 nolu öğrencinin zihninde matematiğe yönelik böyle bir imaj oluşturmuş olabilir. Öğrencinin bu düşüncesinin okul, çevre, aile odaklı olabileceği de muhtemeldir. Nitekim Buerk (1994) öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının sosyal çevre, aile, okul yönetiminin beklentileriyle de şekillenebildiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin girecekleri test sınavlarında onlardan beklenen yüksek netler ve bu doğrultuda öğretmenden beklenen öğretim biçiminin, öğrencilerin pasif öğrenenler olarak davranmasına neden olacağını ileri sürmüştür. Bunun yanında kişinin inançları, tutumları, duygusal durumları ve değerleri, içinde yaşadığı toplumun inançları, tutumları, duygusal durumları ve değerlerinden etkilenmektedir. Dış faktörler ve sosyal kültürel durumlarda kişinin inançları, tutumları, duygusal durumları ve değerleri üzerinde etkiye sahiptir (Debellis ve Goldin, 2006).

5. 2. Öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutumları

Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını belirlemek amacıyla uygulamalar öncesinde ve sonrasında tutum ölçeği uygulanmıştır. Matematiğe yönelik tutum ölçeğinde uygulama öncesinde uygulama grubunun puan ortalamaları 13.92 iken, uygulama sonrası puan ortalamaları 15.42'ye yükselmiştir. Dolayısıyla uygulama sonrasında uygulama grubunun matematiğe yönelik tutum puanlarında 1.5 puanlık bir yükseliş meydana gelmiştir. MT içerikli etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında anlamlı bir farklılığa yol açıp açmadığına anlamlılık değerine bakılarak karar verilmiştir. Uygulama öncesi ve uygulama sonrası tutum puanları arasında 0.05 anlamlılık düzeyinde uygulama sonrası elde edilen tutum puanları lehine fark olduğu ($t=-2.57$, $p<0.05$) ortaya çıkmıştır. Hesaplanan Cohen d etki büyülüğüne göre yapılan uygulamaların öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları üzerinde orta düzeyde olumlu bir etkiye neden olduğu saptanmıştır (df:23, Cohen d: 0.525). Etki büyüklüğünün hesaplanmasına uygun istatistiksel değerler içeren çalışmaların (Başıbüyük, 2012; Bayam, 2012; İdikut, 2007; Lim, 2011), ikisinde MT'nin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları üzerinde düşük bir etkiye sahip olduğu, birinde orta düzeyde, birinde yüksek düzeyde etkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. İdikut (2007) ve Bayam (2012)'nin çalışmalarında verilen istatistiksel değerler kullanıldığında etki büyüklüklerinin sırasıyla (Cohen d: 0,182 ve 0,0020) olarak düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Lim (2011)'in çalışmasında orta düzey bir etki büyüklüğüne (Cohen f: 0,26), Başıbüyük (2012) tarafından yapılan çalışmanın verileri kullanılarak hesaplanan etki büyüklüğünün ise (Cohend: 2,640) olarak yüksek düzeyde bir etki büyüklüğüne sahip olduğu belirlenmişti. Dolayısıyla yapılan çalışmanın öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları üzerinde orta düzeyde olumlu bir etkiye neden olması yüzünden, etki büyüklükleri rapor edilen dört çalışmadan sadece Lim (2011)'in çalışmasıyla örtüştüğü söylenebilir. Etki büyüklüklerinin farklılaşması; "çalışmalarda kullanılan etkinliklerin yapısı", "MT'nin nasıl kullanıldığı", "uygulama süresi", "uygulayıcıların MT bilgi ve beceri düzeyleri", "öğrenci beklentileri", "öğretim programında yer alan kazanımlar" türünden değişkenlerle açıklanabilir.

Tutum ölçeğinden elde edilen bulgular dışında öğrencilere matematiğe yönelik sevgilerinde ilgilerinde eskiye göre nasıl bir değişim olduğu sorulmuştur. Öğrencilerin genel olarak etkinlikleri beğendikleri, eğlenceli ve öğretici buldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bazı öğrenciler, bazı etkinliklerle ilgili olumsuz görüşler ifade etmiş olsalar da öğrencilerin genelinin etkinliklerle ilgili olumlu bir tutuma sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Sınıfın geneli kesme boyama yapıştırma içerikli etkinlikleri, somut modellerin kullanıldığı etkinlikleri, kafes yolu ile çarpma işlemi etkinliğini beğenmişler ve eğlenceli bulmuşlardır. Öğrenciler etkinlikler sayesinde matematiğin sadece kâğıt ve kalem kullanılarak rutin problemlerin çözümüne dayalı olan bir ders olmadığının farkına varmışlardır. Matematiğin eğlenceli ve farklı bir yönü olduğunu görmüşlerdir. Matematiğin sadece kural ve işlemlere dayalı olmadığını görmek öğrencileri mutlu etmiştir.

Albayrak (2011), Dittrich (1973), Haverhals ve Roscoe (2010), Ho (2008), Lawrence (2006), Lim (2011), Lit vd, (2001), McBride ve Rollins (1977), Nataraj ve Thomas (2009), Percival (1999), Percival (2004)'ün çalışmaları öğrenme öğretme ortamlarında MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağladığını ve öğrenmeye yönelik ilgilerini ve isteklerini arttırdığını ortaya koymuştur. Dolayısıyla yapılan çalışmadan elde edilen bulgular Albayrak (2011), Dittrich (1973), Haverhals ve Roscoe (2010); Ho (2008); Lawrence (2006); Lim (2011); Lit vd, (2001); McBride ve Rollins (1977), Nataraj ve Thomas (2009); Percival (1999), Percival (2004)'ün çalışmalarının sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Literatürde, yapılan çalışmanın sonuçları ile örtüşmeyen çalışmalara da rastlanmıştır. İdikut (2007), tez çalışmasında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin tutum ve kalıcılık puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığını ortaya koymuştur. Dickey (2001) yürüttüğü aksiyon araştırmasında, öğrencilerin kafes yolu dışında kullanılan tarihsel içeriği; gereksiz, zaman kaybı ve sıkıcı olarak gördüklerini tespit etmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgular İdikut (2007) ve Dickey (2001)'in çalışmasının sonuçlarıyla zıtlık göstermektedir. Bu durum, İdikut ve Dickey'in çalışmalarında kullandıkları tarihsel içeriğin modern matematikten kopuk, öğretim programındaki kazanımlarla uyumsuz oluşuyla değerlendirilebilir. Nitekim deney grubu üzerinde uygulanan etkinlikler incelendiğinde genel olarak matematikçilerin hayat hikâyelerine, Eski kültürler tarafından kullanılan sayı sistemlerine ve aritmetik işlemlere odaklanıldığı anlaşılmaktadır.

Öğrenciler etkinliklerle ilgili genel anlamda olumlu görüş bildirmiş olmalarına rağmen Ö8, Ö10 ve Ö23 nolu öğrenciler etkinliklerin uygulanmasına yönelik dikkat çekici eleştiriler sunmuşlardır. Ö8 nolu öğrenci SBS'yi düşünerek derslerin öğretmen odaklı bol soru çözümüne dayalı yürütülmesini tercih etmiştir. Öğrenci özdeşlikler, Fibonacci dizisi ve Pisagor bağıntısı ile ilgili etkinliklerin SBS için uygun olduğunu ifade etmiş, diğer etkinliklerin SBS'de işine yaramayacağını belirtmiştir. Ancak bunun yanında tüm etkinliklerin matematik adına farkındalık yarattığını da vurgulamıştır. Percival (1999), verdiği dersler sırasında öğrencilerinin eski sayı sistemlerinin öğretim ortamında kullanımından zevk almalarına ve eski sayı sistemlerini sosyal bilgiler dersi ile ilgili olduğunu düşünmelerine dayalı olarak, eski sayı sistemlerini disiplinler arası bir yolla öğretim ortamında kullanmış ve öğretim ortamındaki yansımalarının ne olduğunu araştırmıştır. Benzer şekilde Likert tipindeki anketten elde edilen bulgulara göre, bir öğrenci dışındaki tüm öğrenciler yapılan uygulamaları ilginç bulmuşlar, grup çalışması yapmaktan ve yeni şeyler keşfetmekten hoşlanmışlardır. Yapılan uygulamaları ilginç bulmayan ve uygulamalara katılmakta isteksiz olan öğrenci, grup çalışmalarını ve keşifle öğrenmeyi sevmemiş, geleneksel yolla öğrenmeyi tercih etmiştir. Ö8 nolu öğrencide ortaya çıkan durum Percival (1999)'un çalışmasında grup çalışmasına katılmak istemeyen ve keşif yoluyla öğrenmeyi reddeden öğrencinin durumuyla benzerdir. Nitekim Ö8 nolu öğrenci kesik piramidin hacmi etkinliğinde tahta parçalarının kullanılmasının anlamsız olduğunu SBS'de soruların çözümlerini tahta parçalarıyla yapmayacaklarını belirtmiştir.

Öğrenciler MT ve matematik arasında ikilem yaşadıklarına dair vurgu Ö23 nolu öğrenci tarafından ifade edilmiştir. Öğrencinin "Abu Kamil'le ilgili bir işlem veriyorsunuz. Onun hayatını da ekliyorsunuz. İşlemle ne alakası olduğunu, hayatını işlemle ilişkilendiriyorsunuz ama hayatının işlemle hiçbir ilgisi yok" şeklindeki ifadesi MT ve matematik arasında bir ikilem yaşadığını ortaya koymaktadır. Öğrencilerle yapılan mülakatlarda vurgulanmayan ancak öğretmenin etkinlikler sırasındaki doğal gözlemleri ile ortaya çıkan diğer önemli bir durum "*kübit, papirüs vb.*" kavramların öğrencilerin akıllarını karıştırması ve bu kavramlara takılıp kalmalarıdır. Diğer bir durumda pilot uygulamada öğrencilerin Mısır ve Babil sayılarını modern sayılara, modern sayıların ise Mısır ve Babil sayılarına çevirmeyi zaman kaybı ve zor olarak değerlendirmeleri olmuştur. Kaye (2008), örnek olay yönteminin kullanıldığı çalışmasında dört okuldan öğretmen ve on yaşlarındaki öğrencilere Babil matematiği ile ilgili görüntülü bir konferans vermiştir. Öğrencilerin tümü, Babil sayılarını yazmakta zorlanmışlardır. Ortaya çıkan bu durumlar Tzanakis ve Arcavi (2002)'nin vurguladığı felsefi engeller kategorisinde değerlendirilebilir. Tzanakis ve Arcavi (2002), tarihin matematiksel kavramları aydınlatmaktan ziyade kafa karışıklığına yol açabileceğini ve matematik dersinin amacının rutin problemlerin çözümü olarak düşünüldüğünde tarihin işe yaramayacağının düşünülebileceğini dile getirmişlerdir. Tözluyurt (2008), fenomenografik yöntemi kullandığı, yüksek lisans çalışmasında, sayılar öğrenme alanı ile ilgili MT'den seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşlerini almıştır. Mısırlıların kullandıkları hiyeroglifler etkinliğinde ÖSS kaygısı nedeniyle ilgilenmeyen öğrenciler olduğu gibi, öğrencilerin geneli hiyeroglif çizimleri yapmayı zor bulmuşlardır. Charalambous vd (2009) çalışmasında, öğrencilerin program içerisinde uygulanan konulara karşı olumsuz tutum geliştirdikleri tespit edilmiştir. Araştırmacılar, öğrencilerin olumsuz tutum geliştirmelerinin nedenlerini, kurs içeriğinin zor olması, sınav kaygısı ve öğrendikleri konuların ilköğretim kademesinde uygulanabilir olarak görmemeleri nedenleri ile açıklamışlardır. Dolayısıyla uygulamalarda ortaya çıkan engeller ve zorluklar yukarıda ifade edilen çalışmaların bulgularıyla benzerlik göstermektedir.

5. 3. Uygulanan Etkinliklerin Araç ve Amaç Olarak Kullanılabilirliği

Yapılan uygulamalar sayesinde araştırmacı öğretmen etkinliklerin öğrencilerin tutumlarında, öğrenmeye karşı ilgili ve istekli oluşlarında ve matematiğin doğasına yönelik inançlarında nasıl bir değişim meydana getirdiğini tespit etmiştir. Öğrencilerin ne tür etkinliklerde öğrenmeye karşı istekli olduklarını, sıkıldıklarını ve kafalarının karıştığını belirleme fırsatı bulmuştur. Dolayısıyla MT'nin öğrenme öğretme sürecinde amaç ve araç olarak kullanımı konusunda deneyim kazanmıştır.

Çalışma kapsamında uygulanan etkinlikler, araştırmacı öğretmenin uygulamalar sürecinde öğrencilerden ve gözlemlerinden elde ettiği bulgular ışığında amaç ve araç olarak kullanıma uygunluğu açısından değerlendirilmiştir. Bu kısımda, elde edilen bulgulara dayalı olarak etkinliklerin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımını ne ölçüde karşıladığı tartışılmıştır.

Kafes yolu ile çarpma işlemi etkinliği öğrencilerin genelinin eğlenceli ve kullanışlı bulduğu bir yol olmuştur. Bu yüzden öğrencilerin öğrenmeye yönelik güdülerinin arttığı görülmüştür. Öğrencilerin geneli farklı kültürler tarafından kullanılan çözüm yaklaşımlarını görmüşler, matematiğin gelişebileceğini ileride yeni yolların ortaya çıkabileceğinin farkına varmışlardır. Bu yüzden etkinliğin MT'nin araç ve amaç olarak kullanımını karşıladığı söylenebilir. Nitekim Jankvist (2009) matematiğin gelişen yapısını göstermek için MT'nin kullanımını amaç olarak kullanımı, öğrencilerin öğrenmeye yönelik ilgi ve isteklerini arttırmak için MT'nin kullanımını ise MT'nin araç olarak kullanımı kategorisine almıştır.

Babillerde karekök alma etkinliği öğrencilerin geneli tarafından zor ve karmaşık bulunan bir yol olmuştur. Modern yolun daha kullanışlı ve pratik olduğu sınıfın geneli tarafından ifade edilmiştir. Bu yüzden etkinliğin MT'nin araç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. Öğrencilerin geneli farklı kültürlerin matematikte farklı çözüm yollarıyla matematik yaptıklarını matematiğin tarihi kökene sahip olan bir bilim olduğunu anlamışlardır. Bu durum etkinliğin MT'nin amaç olarak kullanımına uygun olduğunu göstermektedir. Etkinliğe Babil kültürü dışında karekök alma işlemi ile kimlerin uğraştıkları eklenerek, etkinlik MT'nin amaç olarak kullanımı için daha uygun hale getirilebilir. Ekler kısmında etkinlik revizyondan geçirilerek Eski Mısırda, Hindistan'da, Çin'de ve Yunanda karekök almanın nasıl gerçekleştirildiği sunulmuştur. Karekök alma işleminin gelişiminin ortaya koyulması öğrencilere matematiksel tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini belirgin bir şekilde göstereceğinden MT'nin amaç olarak kullanımını karşılamada daha etkili olacaktır. Özetle etkinliğin MT'nin araç ve amaç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. Nitekim Jankvist (2009), modern çözüm yollarının tarihsel yollarla karşılaştırılarak olumlu ve olumsuz yönlerinin anlaşılması amacıyla kullanımını MT'nin araç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir Çünkü bu durumda MT öğrencileri modern yolu kullanmaya motive edici bir araç olarak kullanılmaktadır. Farklı kültürler tarafından kullanılan farklı çözüm ve ispat yaklaşımlarını öğrencilere göstermek için MT'nin kullanımını ise MT'nin amaç olarak kullanımı kategorisinde ele almıştır.

Pisagor bağıntısı modülü öğrencilerin geneli tarafından eğlenceli gelmiştir. Öğrencilerin kesme boyama yapıştırma becerisi gerektiren etkinliklerden hoşlandıkları öğrenme ilgi ve isteklerinin arttığı gözlemlenmiştir. Öğrenciler Babil, Eski Çin ve Hindistan da yapılan farklı ispat biçimlerini görerek matematiğin gelişen, dinamik yapısını ve insan ürünü olduğunun farkına varmışlardır. Pisagor bağıntısı ile ilgili problemlerin farklı kültürler tarafından farklı yollarla çözüldüğünü anlamışlardır. Kesme boyama yapıştırma becerisi gerektiren etkinliklerin öğretici ve eğlenceli olduğunu ifade etmişlerdir. Elde edilen bulgular Pisagor bağıntısı modülünün MT'nin amaç ve araç olarak kullanımını karşıladığını göstermektedir. Nitekim Jankvist (2009), matematikte bir konunun öğretimi amacıyla, öğrencilerin öğrenmeye yönelik güdülenmelerini sağlamak için MT'nin kullanımını MT'nin araç olarak kullanımı, matematiğin gelişen ve insan ürünü olduğunu göstermek amacıyla MT'nin kullanımını ise MT'nin amaç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir.

Fibonacci ve Tavşan problemi etkinliği öğrenciler tarafından öğretici bulunmasının yanında matematiğin toplumdaki yerini ve önemini anlamalarını sağladığından MT'nin amaç ve araç olarak kullanımını karşılamaktadır. Nitekim öğretim programı içerisinde fibonacci dizisi yer almakta ancak öğrenci ders kitaplarında öğrencilerin diziyi kendilerinin keşfetmesini sağlayıcı çalışmalara yer verilmemektedir. Öğrenciler etkinlikte dizinin terimlerini yönergeleri izleyerek bulmaya çalışmışlardır. Bu bakımdan öğrencilerin geneli etkinliği öğretici olarak değerlendirmişlerdir. Ancak etkinliğe dizinin 13. teriminden sonraki her ardışık iki terimin oranının sabit bir sayı olduğu ve bu sayının günlük hayatta karşımıza çıkan bir sayı olduğu eklenebilir. Bu sayede öğrenciler matematiğin toplumdaki rolünü ve önemini daha iyi anlayabilirler. Jankvist (2009), MT'nin matematiğin sosyolojik konularını öğretmek için kullanımını amaç olarak kullanım kategorisi içerisinde, MT'nin öğrencilerin öğrenmesi ve öğrenmeye yönelik ilgisini ve isteğini arttırmak için kullanımını ise araç olarak kullanım kategorisinde değerlendirmiştir.

Gauss ve Yang Hui Ardışık tamsayıların toplamı etkinlikleri sınıfın geneli tarafından beğenilmiş ve ilginç bulunmuştur. Uygulamalar sırasında öğrencilerin öğrenmeye yönelik ilgili ve istekli oldukları gözlemlenmiştir. Bunun yanında etkinlikler öğrencilerin matematik algılarının değişmesine sebep olmuştur. Öğrencilerin geneli matematiğin yaratıcılık gerektirdiği, akıl ve mantığa dayalı olduğunu, farklı düşünme biçimlerine açık olduğunu, dinamik yapısını etkinlik sayesinde ifade edebilmişlerdir. Jankvist (2009), bir konuya karşı öğrenme isteği ve güdüsü geliştirmek için MT'nin kullanımını araç olarak kullanım, matematiğin doğasına yönelik öğrencilerin doğru inançlar kazanmasını sağlamak, matematiğin dinamik yapısını göstermek için MT'nin kullanımını amaç olarak kullanım olarak değerlendirmiştir. Bu bakımdan etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Cebirsel gösterimlerin tarihsel gelişim süreci etkinliği öğrencilerin matematiğin gelişen, dinamik yapısını görmesini sağlamıştır. Öğrenciler bu etkinlikte farklı kültürden matematik bilginlerinin cebirsel ifadeleri farklı farklı gösterdiklerini ve matematiğin gelişimine katkı sağladıklarını anlayabilmişlerdir. Jankvist (2009), matematiğin gelişen ve dinamik yapısını öğrencilere göstermek için MT'nin kullanımını amaç olarak kullanım kategorisinde değerlendirmiştir. Bu yüzden elde edilen bulgular ışığında etkinliğin MT'nin amaç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Abu Kamil ve Özdeşliklerin modellenmesi etkinliğinde elde edilen bulgular öğrencilerin genelinin etkinliği beğendiklerini, öğretici bulduklarını ve uygulamaları zevkle yaptıklarını ortaya koymaktadır. Elde edilen bulgular bilişsel ve duyuşsal alana yöneliktir. Jankvist (2009), MT'nin bir konunun öğretimi veya konuya yönelik öğrencilerde öğrenme isteği oluşturmak için kullanımını MT'nin araç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir. Bu açıdan bakıldığında etkinliğin MT'nin araç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. Etkinlik üzerinde revizyonlar yapılarak etkinlik MT'nin amaç olarak kullanımı için uygun hale getirilebilir.

İkinci dereceden denklemlerin çözümü etkinliğinden edilen bulgular öğrencilerin genelinin etkinliği beğendiklerini, öğretici bulduklarını ve uygulamaları zevkle yaptıklarını ortaya koymaktadır. Elde edilen bulgular bilişsel ve duyuşsal alana yöneliktir. Jankvist (2009), MT'nin bir konunun öğretimi veya konuya yönelik öğrencilerde öğrenme isteği oluşturmak için kullanımını MT'nin araç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir. Bu açıdan bakıldığında etkinliğin MT'nin araç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. Etkinlik üzerinde revizyonlar yapılarak etkinliğin amaç olarak kullanıma uygun olması sağlanabilir.

Orantısal Akıl yürütme etkinliği ile ilgili elde edilen bulgular öğrencilerin matematiğin nasıl ve neden ortaya çıktığını anlamalarını sağlayan bir etkinlik olduğunu göstermektedir. İnsanların vergilerini ürettikleri ürün miktarı ile orantılı şekilde vermeleri, ürünlerin değiş tokuş edilmesinde orantısal akıl yürütmeyi kullanmaları orantısal akıl yürütmenin milattan önce insanlar tarafından kullanıldığını göstermektedir. Eski yıllardan alınmış Vergi-ürün, değiş-tokuş problemleri ile öğrencilerin karşılaşmış olmaları öğrencilerin matematiğin sosyolojik konularını öğrenmesine yardımcı olmuştur. Bunun yanında öğrencilerin geneli etkinliği öğretici bulmuşlardır. Jankvist (2009), matematiğin sosyolojik konularının öğretimini MT'nin amaç olarak kullanım kategorisine almıştır. Etkinliğin, öğretici olması bakımından MT'nin araç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. O halde elde edilen bulgular ışığında etkinliğin MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Rasyonel cebirsel ifadeler etkinliğinden elde edilen bulgular öğrenciler farklı kültürlerin soruların çözümlerini farklı yollarla yapabileceklerini görmüşler ve öğrencilerin geneli modern çözüm yolunun daha pratik olduğunu belirtmiştir. Modern çözüm yolu payda eşitlemeye dayalı olduğundan sorunun çözümü bu yolla daha hızlı yapılabilmektedir. Yanlışı deneme yolundan ise $x+x/7=19$ eşitliğinde öncelikle x yerine 7 yazılarak sonuç 8 elde edilmekte ardından orantısal düşünme yoluyla x bulunmaktadır. Bu açıdan bakıldığında öğrenciler yanlışı deneme yolunu uzun bir yol olarak düşünmüş olabilirler. Ancak etkinlikte modern matematiksel ifadelerden yararlanılmış olması, öğrencilerin çözümlerde deneme-yanılma yolunu ve bir önceki etkinlikte öğrendikleri orantısal düşünmeyi kullanmış olmaları etkinliğin araç olarak kullanımına uygun olduğu şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca öğrenciler farklı kültürlerin çözüm biçimlerinin farklı olduğunu ve farklı kültürlerin matematiğe yaptıkları katkıları öğrenmiş olmaları, matematiğin doğasına yönelik algılarını derinleştirdiğinden etkinliğin MT'nin amaç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. Nitekim Jankvist (2009), modern çözüm yollarının tarihsel yollarla karşılaştırılarak olumlu ve olumsuz yönlerinin anlaşılması amacıyla kullanımını araç olarak kullanım, farklı kültürlerin çözüm biçimlerinin farklı olduğunu ve farklı kültürlerin matematiğe yaptıkları katkıları öğrencilere göstermek için MT'nin kullanımını ise amaç olarak kullanım olarak değerlendirmiştir.

Eski Mısırda Pi sayısı etkinliğinden elde edilen bulgulara göre öğrenciler matematiğin gelişen dinamik yapısını görebilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin etkinlikte pi sayısı üzerine farklı kültürlerin çalışmış olduklarını ve pi sayısının ondalıklı değeri için farklı değerlere ulaşmış olduklarını görmelerine bağlanabilir. Ayrıca öğrenciler etkinliği eğlenceli ve öğretici olarak değerlendirmişlerdir. Bu durum öğrencilerin modern matematiksel ifadeleri kullanmalarıyla açıklanabilir. Jankvist (2009) MT'nin matematiğin gelişim gösteren ve dinamik yapısını öğrencilere göstermek için kullanımını amaç olarak kullanım kategorisine, MT'nin bir konunun öğretimi veya öğrenmeye yönelik güdülerini arttırmak için kullanımını ise araç olarak kullanım kategorisine almıştır. Bu açıdan bakıldığında etkinliğin MT'nin "amaç ve araç" olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Kesik piramidin hacmi etkinliğinden elde edilen bulgulara göre öğrenciler matematiğin nasıl ve neden ortaya çıktığına mantıklı cevaplar verebilmişler, yaratıcılık ve mantığın matematik için önemli olduğunu anlamışlardır. Öğrenciler, Eski Mısırda insanların piramitleri inşa ederken hacimlerini hesaplamak zorunda olduklarını bu yüzden böyle bir yola başvurduklarını düşünmüş olabilirler. Eski Mısırda insanların piramidin hacmini hesaplarken kullandıkları yol öğrenciler için aşina olmadıkları, sıra dışı bir yol olarak değerlendirilmiş olabilir. Jankvist (2009) MT'nin matematiğin sosyolojik ve epistemolojik konularını öğrencilere öğretmek amacıyla kullanımını MT'nin amaç olarak kullanımı olarak değerlendirmiştir. Bu açıdan bakıldığında etkinliğin MT'nin amaç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrenciler tahta parçalarını kullanarak kesik piramidin hacmine ulaşmayı eğlenceli bir yol olarak değerlendirmiş ve zevkle uğraşmışlardır. Jankvist (2009) MT'nin öğrencilerin öğrenme isteklerini arttırarak, öğrenmelerini sağlamak amacıyla kullanımını MT'nin araç olarak kullanımı olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla etkinliğin MT'nin araç olarak kullanımına uygun olduğu söylenebilir.

Jankvist'in yaptığı çalışmalar dışında literatürde matematik tarihinin amaç ve araç olarak değerlendirildiği bir çalışma yer almaktadır. Barnett vd, (2014) çalışmalarında orijinal tarihsel kaynakların okunması yoluyla matematik tarihinin kullanımını sağlamışlardır. Çalışmaları "oku, yansıt ve cevapla" aşamaları izlenerek, matematiksel kavramlar, teoriler ve yöntemlerin öğretilmesi amacını taşıdığından, çalışmalarının birincil amacının matematik tarihinin araç olarak kullanımı kategorisinde değerlendirilebileceğini belirtmişlerdir. Ancak "matematiğin insan ürünü olduğu göstermesi", "matematiğin dinamik ve gelişim gösteren yapısını göstermesi", "matematiğin tarihsel kökenlerinin anlaşılması" amaçları düşünüldüğünde uygulamaların matematik tarihinin amaç olarak kullanım kategorisi içerisinde değerlendirilebileceğini belirtmişlerdir. Çalışma kapsamında uygulanan etkinliklerin matematik tarihinin amaç ve araç olarak değerlendirilme biçimi Barnett vd (2014)'in çalışmalarıyla örtüşmektedir.

Öğrencilerin geneli uygulamalar sırasında bazı etkinliklerin eğlenceli ve zevkli olduğunu ifade etmişlerdir. Çarpma işleminde kafes yolu, ardışık pozitif tamsayıların toplamı etkinlikleri, kesik piramidin hacmi etkinliği, Abu Kamil ve özdeşliklerin modellenmesi etkinliği, Harizmi ve ikinci dereceden denklemlerin çözümü etkinliği, Eski Mısır'da pi sayısı etkinliği, Pisagor bağıntısı etkinlikleri öğrencilerin geneli tarafından eğlenceli ve zevkli olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin yazılı görüşleri, öğrencilerle yapılan mülakatlar ve uygulamalar sırasında yaptığım gözlemler dikkate alındığında, öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmaları, etkinliklerin içeriğine bağlı olarak açıklanabilir. Uygulamalar sırasında yaptığım gözlemlere dayalı olarak öğrencilerin eğlenceli ve zevkli buldukları etkinliklere daha fazla yoğunlaştıklarını, öğrenme çabası içerisine girdiklerini, öğrenmeye yönelik ilgilerinin ve isteklerinin daha canlı olduğunu söyleyebilirim. Bu yüzden yukarıda ifade ettiğim etkinlikler MT'nin araç olarak kullanımına hizmet etmektedir.

5. 4. MT'nin Kullanımına Yönelik Engeller

Bu kısımda MT'nin kullanımına yönelik engeller çalışmadan elde edilen bulgular çerçevesinde tartışılacaktır. Literatürde MT'nin kullanımına yönelik çeşitli engeller ortaya koyulmuştur (Fraser ve Koop, 1978; Gönülateş, 2004; Horton, 2011; Siu, 2007; Tzanakis ve Arcavi, 2002). Bu çalışma da, MT'nin kullanımındaki öğrenci kaynaklı engeller, çalışma kapsamında öğrencilerden elde edilen bulgular çerçevesinde, öğretmen kaynaklı, biçimle ve materyal hazırlama ile ilgili engeller ise uygulamalar sonucu kazandığım deneyimlerime dayalı olarak tartışılmıştır.

MT'nin kullanımına yönelik öğrenci kaynaklı engeller içerisinde öğrencilerin MT'yi sevmeyecekleri, sıkıcı bulacakları vb. türünden duyuşsal alan içerisine giren engeller yer almaktadır. Araştırma kapsamında öğrencilerin uygulama öncesinde ve uygulama sonrasındaki tutum puanları incelendiğinde (Tablo 18) uygulamalar öncesinde öğrencilerin tutum puan ortalamaları 13.92 iken uygulamalar sonrasında 15.42 olmuştur. Öğrencilerin tutumlarındaki değişimin nedenlerini ortaya koymak için öğrencilerle mülakatlar yapılmış, öğrencilerin yazılı görüşleri alınmıştır. Öğrencilerin yazılı görüşleri ve mülakata verdikleri cevaplar, öğrencilerin genelinin kesme yapıştırma boyama etkinliklerini, birim küplerin kullanıldığı etkinlikleri, tahta parçalarının kullanıldığı kesik piramidin hacmi etkinliğini, Fibonacci ve tavşan problemi etkinliğini beğendiklerini göstermiştir. Öğrencilerin bu etkinlikleri beğenmeleri ve zevkle uğraşmış olmaları, keşif yoluyla bir öğrenme ortamı yaratılmış olması, tahta, tebeşir, öğretmen odaklı öğrenme ortamlarına aşina olan öğrencilerin farklı bir öğrenme ortamı ile tanıştırılmış olmaları, etkinliklerin öğrencilerin el becerilerini harekete geçirmeleri ve grup olarak çalışmalarına fırsat tanıması ile açıklanabilir. Dolayısıyla Siu (2007)'nun öğrenciler MT'yi sevmez biçiminde ifadesi araştırmadan elde edilen bulgularla bazı etkinlikler açısından örtüşmemektedir. Benzer şekilde Haverhals ve Roscoe (2010), sekantın integralinin öğretiminde tarihsel yaklaşıma dayalı bir ders organize etmişlerdir. Araştırmacılar, Siu (2007)'nun, "MT'nin Kullanımının öğrencilerin öğrenmelerini sağladığını gösteren hiçbir deneysel çalışma yok" şeklindeki ifadesini eleştirmişlerdir. Öğrencilerin konuya karşı ilgisi ve istekli oluşlarının anlamlı ve derin bir öğrenme için ön koşul olduğunu, tarihsel yaklaşımın öğrencilerin ilgi ve isteklerini arttırabileceğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde, Dittrich (1973); Lawrence (2006), Lim (2011); McBride ve Rollins (1977), Ponza (1998), çalışmalarında MT'nin kullanımı öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde arttırmıştır.

Uygulamalar kapsamındaki bazı etkinlikleri öğrencilerin eğlenceli bulmadıkları tespit edilmiştir. Matematikçilerin uzun hayat hikâyeleri, eski kültürlerin kullandıkları sayıların yazımı ve modern sayılara dönüştürülmesi, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapış biçimleri, öğrencilere yabancı gelebilecek kübit, plimpton 322, papirüs gibi kavramlar öğrencilerin MT'nin kullanımına karşı bir önyargı geliştirmelerine neden olabilir. Özellikle sınava hazırlık aşamasında olan öğrencileri modern matematikten uzaklaştırmak öğrencilerin dersten soğumasına ve şikâyet etmelerine yol açabilir. Öğretmenlerin MT'nin kullanımı konusunda bilgi ve beceriye sahip olmaları ve MT'yi öğrenme öğretme kullanarak deneyim kazanmaları yukarıda belirtilen olumsuzlukların ortaya çıkmasını önleyebilir. Öğrencilerin bazı etkinlikleri uzun, sıkıcı ve zor bulmaları etkinliklerin kullanım amaçları dikkate alınarak yorumlanabilir. Örneğin, Babilde karekök alma etkinliği öğrencilerin geneli tarafından uzun ve zor olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde cebirsel gösterimlerdeki tarihsel gelişim etkinliğini bazı öğrenciler okuma parçası olduğu için sıkıcı bulmuşlardır. Bu durumu Siu (2007)'nin dediği gibi öğrenciler MT'yi sevmez şeklinde açıklamak doğru değildir. Çünkü Babilde karekök alma etkinliği, öğrencilerin matematiğin gelişiminde farklı kültürlerin etkisini, farklı kültürlerin farklı yollarla matematik yaptıklarını görmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin modern yola karşı motivasyonlarını arttırmak etkinliğin diğer kullanım amacıdır. Cebirsel gösterimlerdeki tarihsel gelişim etkinliği ise matematiğin dinamik ve gelişime açık bir bilim olduğunu göstermek amacıyla hazırlanmıştır. Kısaca öğrenciler MT'yi sevmez gibi kesin bir yargıda bulunmadan önce, tarihsel yaklaşımı nerede, ne zaman ve ne amaçla kullanılacağız, nasıl kullanacağız sorularının cevaplarını araştırmak yerinde olacaktır. Benzer şekilde McBride ve Rollins (1977), MT'nin kullanıldığı deney grubu öğrencilerinin tutumlarında artmış olmasına rağmen, MT'nin öğretim ortamında kullanımında, tarihsel yaklaşımın kullanılacağı konunun seçiminin, tarihsel yaklaşımın kullanım şeklinin ve örneklem özelliklerinin dikkate alınması gerektiğini vurgulamışlardır.

Öğretmenlerin MT'nin, matematikle ilişkisiz olduğunu düşünmeleri, MT'yi kullanmaya zamanlarının olmaması, matematikte önemli olan şeyin rutin problemlerin çözümü olduğunu düşünmeleri, MT'nin kullanımındaki öğretmen kaynaklı engeller olarak ifade edilmektedir. Özellikle birinci uygulama sırasında bazı etkinliklerde tarihsel içeriğe gereğinden fazla vurgu yaptığım için sınav kaygısına sahip öğrencilerin eleştirilerini aldım. Örneğin Eski sayı sistemleri arasındaki dönüşümler, tahmin etme ve düzenleme yoluyla doğrusal denklem sistemlerinin çözümü etkinlikleri öğrenciler için zaman alıcı ve uzun yollar olarak değerlendirildi. Bu eleştiriler derslerimde ilk defa MT'yi kullanmama ve tecrübesiz oluşuma bağlanabilir. Ancak ikinci uygulamalar sonunda, MT'nin sınıflarda etkili ve doğru şekilde kullanıldığı takdirde öğretimin ayrılmaz bir parçası olacağına yönelik inancım arttı. Öğrencilerin, Eski Çin bilginlerinden Yang-Hui'nin ispat biçimini kullanarak, üçgensel ve karesel sayıların toplamını keşfetmeleri, kesik piramidin hacmini bulurken Eski mısırda kullanılan kesme, parçalama, birleştirme yolunu kullanmaları, Pisagor bağıntısının ispatına kâğıt kesme, boyama ve yapıştırma yaparak ulaşmaları öğrencileri modern matematikten uzaklaştırmadı. Çünkü öğrenciler bu etkinliklerde modern matematiksel ifadelerden yararlandılar, birim küpleri kullanarak örüntülerden genellemelere ulaşmaya, parça bütün arasındaki ilişkileri keşfetmeye çalıştılar. Öğrencilerin geneli yukarıda saydığım etkinlikleri öğretici ve eğlenceli olarak değerlendirmişlerdir. Matematiğin doğasına yönelik yarı deneyselci inanca sahip olan bir öğretmen olarak, öğrecilerimin matematiğin doğasını doğru olarak algılamaları, kuralların ve formüllerin altında yatan anlamları kavramsal olarak öğrenebilmeleri ve matematiği sonuç temelli değil, süreç temelli olarak değerlendirebilmeleri benim için son derece önemlidir. Bu yüzden MT'nin matematik öğretiminin ayrılmaz bir parçası olması gerektiğini düşünüyorum. Tüm söylenenler ışığında, MT'yi matematikle ilişkisiz olarak görmek, MT'yi kullanmak için zaman bulamamak ve matematiği sadece rutin problemlerin çözümüne dayalı olarak görmek öğretmenlerin felsefi eğilimlerine ve MT'yi kullanma konusunda tecrübesiz oluşlarına bağlı olarak açıklanabilir. Horton (2011) ve Horton ve Panasuk (2011), öğretmenlerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının MT'ye derslerinde yer verip vermeyeceklerini etkilediğini ortaya koymuştur. Matematiğin doğasına yönelik inancı mutlakçı olan öğretmenlerin, yarı deneyselci inanışa sahip öğretmenlere göre MT'ye derslerinde daha az yer verdikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Biçim ile ilgili engeller kategorisinde “MT ile ilgili içeriği bir testte veya yazılı sınavda nasıl değerlendirebilirim?”, “Öğrencilerin notlarını yükseltmez”, “konu ve kavramları aydınlatmaktan ziyade kafa karıştırıcı olabilir”, “Çok zor bir görev olan orijinal metinleri okumanın faydası olur mu?” maddeleri yer almaktadır. Maddeler incelendiğinde genel olarak MT’nin kullanımının öğrencilerin öğrenmelerini sağlamayacağı ve MT ile ilgili içeriğin testlerle değerlendirilemeyeceği iddia edilmektedir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin geneli kesme boyama yapıştırma etkinlikleri, birim küplerin kullanıldığı etkinlikleri, tahta parçalarının kullanıldığı etkinlikleri, fibonacci dizisini keşfetme etkinliğini beğenmişler ve zevkle yapmışlardır. Öğrenciler bu tip etkinlikleri öğretici olarak değerlendirmişlerdir. Tutum ve ilginin öğrencilerin öğrenmelerinde ön koşul oldukları düşünüldüğünde Siu (2007)’nun, “MT’nin kullanımının öğrencilerin öğrenmelerini sağladığını gösteren hiçbir deneysel çalışma yok” şeklindeki ifadesi araştırmadan elde edilen bulgular çerçevesinde eleştirilebilir. Haverhals ve Roscoe (2010)’da benzer şekilde Siu (2007)’nun, “MT’nin Kullanımının Öğrencilerin öğrenmelerini sağladığını gösteren hiçbir deneysel çalışma yok” şeklindeki ifadesini kabul etmemişlerdir. Çalışmalarında MT kullanımının öğrencilerinin öğrenme isteklerini ve konuya karşı ilgilerini arttırdığını tespit etmiştir. Ayrıca öğretimde MT’nin kullanımının daha zengin ve anlamlı bir öğrenme sağlayarak, öğrencilerin notlarının yükselmesinde yardımcı olacağını iddia etmişlerdir. Siu (2007), MT’nin kullanımının öğrencilerin öğrenmesine katkı sağladığına yönelik yapılmış çalışma olmadığını belirtmiş olsa da, literatür incelendiğinde Albayrak (2011), Awosanya (2001), Glaubitz (2007), İdikut (2007), Karaduman (2010), Leng (2006), Lim (2011), Nataraj ve Thomas (2009)’ın yaptıkları çalışmalar MT’nin kullanımının öğrencilerin öğrenmelerini sağladığı ve başarılarını arttırdığını ortaya koymaktadır. Literatürde MT’nin kullanımının öğrencilerin başarılarına olumlu etkisi olmadığını ortaya koyan çalışmalara da rastlanmaktadır. Lit vd, (2001), matematik öğretiminde MT’nin kullanıldığı deneysel bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre deney grubu öğrencilerinin başarılarında kontrol grubu öğrencilerine göre düşüş olduğu saptanmıştır. Araştırmacılar bu durumun, neyin öğretildiği ve neyin, nasıl değerlendirildiği sorularına verilen cevaplar arasındaki ilişki araştırılarak açıklanabileceğini ifade etmişlerdir. Araştırmacılar, bir işlemi çözme hızının, kural ve formülü doğru olarak bilmenin, soru üzerinde doğru şekilde uygulamanın, test puanlarını etkileyeceğini, bu paralelde akademik performansın MT’nin başarı üzerinde etkililiğini belirlemede yeterli olmadığını vurgulamışlardır. Bellomo ve Wertheimer (2010), MT’nin kullanımının öğrencilerin başarıları üzerindeki etkisini belirlemek için deneysel bir çalışma yürütmüşlerdir. Uygulama başında, dönem sonunda ve uygulama sonunda yapılan test puanlarına göre, MT’nin kullanıldığı deney grubu öğrencilerinin başarıları ile kontrol grubu öğrencilerinin başarıları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Araştırmacı, öğretime MT'nin dâhil edilmesinin önemli bir öğretim uygulaması olduğunu ifade etmiştir. Bunun nedenlerini, öğrencilerin tarihsel konulara ilgi duymalarıyla ve öğretmenin ise bu stratejiyi kullanırken ilgisinin daha fazla olmasıyla açıklamıştır.

"MT ile ilgili içeriği bir testte veya yazılı sınavda nasıl değerlendirebilirim?" şeklinde ifade edilen engel düşündüldüğünde, uygulamalar dâhilinde kullanılan etkinliklerin hangi amaca hizmet ettiğinin değerlendirilmesi gerekmektedir. Kısım 5.3'de etkinliklerin hangi amaca hizmet ettikleri araştırmadan elde edilen bulgular dâhilinde tartışılmıştı. Örneğin kesik piramidin hacmi etkinliğinde öğrenciler somut modeller kullanarak kesik kare piramidin hacmine keşif yoluyla ulaştıklarından öğrencilerin geneli için etkinlik öğretici gelmiştir. O halde testte kesik kare piramidin hacmi ile ilgili bir soruya uygulamayı yapan öğrencilerin verdikleri cevaplar ile MT'nin öğrencilerin başarıları üzerindeki etkisi değerlendirilebilir. Benzer şekilde Pisagor teoremi, kafes yolu ile çarpma, fibonacci dizisi, ardışık pozitif tamsayılar, üçgensel ve karesel sayılarla ilgili sorular içinde aynı şey geçerlidir. Ancak cebirsel gösterimlerin tarihsel gelişim süreci etkinliği, öğrencilerin matematiğin gelişen ve dinamik yapısını görebilmeleri, farklı kültürlerin matematiğin gelişimine katkı sağladıklarını anlayabilmeleri amacıyla hazırlanmıştır. O halde bu etkinliğin etkililiğinin test içerisindeki bir soru ile değerlendirilmesi mümkün görülmemektedir. Etkinliklerle ilgili öğrencilerden elde ettiğim bulgulara ve deneyimlerden elde ettiğim tespitlere dayalı olarak, etkinliğin hazırlanma amacı ve kullanım amacına bağlı olarak MT'nin kullanımının etkililiği testlerdeki sorularla değerlendirilebilmektedir.

Materyal hazırlama kategorisinde ise "Materyal sıkıntısı", "Öğretmen bilgi ve becerisinin yetersizliği", "Profesyonel bir matematik tarihçisi değilim. O halde yaptığım uygulamaların doğruluğundan ve güvenirliğinden nasıl emin olabilirim?" maddeleri yer almaktadır. Kısım 5.3'de ifade ettiğim gibi hazırladığım etkinliklerin amacı karşılıyor olması materyal sıkıntısının aslında olmadığını göstermektedir. MT'nin nasıl kullanılabileceği, neden kullanılması gerektiği konusunda öğretmenlerin yeterli bilgi ve beceriye sahip oldukları takdirde bu tür engellerin azalacağını söyleyebilirim. Panasuk ve Horton (2012), matematik öğretmenlerinin derslerinde MT'yi kullanıp kullanmadıklarını ve bunun nedenlerini araştırmışlardır. Çalışmada, MT'yi öğrenme ortamında kullanan öğretmenlerin 111'inin MT'nin öğrenme ortamında kullanımı ile ilgili en az bir kez eğitim gördüğü, MT'yi öğrenme ortamında kullanmayan öğretmenlerden ise sadece 50'sinin en az bir defa MT ile ilgili eğitim gördüğü ortaya çıkmıştır. Gazit (2013), matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının MT ile ilgili bilgi düzeylerini belirlemeye yönelik bir çalışma yürütmüştür. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, öğretmenlerin olasılık ilkesinin kimin zamanında ortaya atıldığı, pi sayısının ilk defa hangi matematikçi tarafından hesaplandığı, algoritma sözcüğünün nereden geldiği, doğal sayıları kimin bulduğu konularında bilgi eksikliklerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bir öğretmen olarak hazırladığım etkinliklerin amaca hizmet etmesi, materyal hazırlamak ve hazırlanan etkinliklerin doğruluğunu değerlendirmek için profesyonel bir matematik tarihçisi olmanın şart olmadığını göstermektedir. MT üzerine kitaplar ve makaleler okumak, MT'nin nasıl ve niçin kullanılabileceğini araştırmak ve tarihsel içeriğe sahip etkinlikler hazırlarken konu içeriğini, öğrenci özelliklerini, sınav sistemini dikkate almak gerekmektedir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6. 1. Sonuçlar

Araştırma kapsamında öğrenme ortamları MT'ye dayalı etkinliklerle zenginleştirilerek öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarındaki ve matematiğe yönelik tutumlarındaki değişim ve araştırmacı öğretmenin mesleki gelişimi ile ilgili yansımaları ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Öğretmenin mesleki gelişimi ile ilgili yansımalar, uygulanan etkinliklerin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımına uygun olup olmadığı ve MT'nin kullanımında ortaya çıkan engeller ve çözüm yolları başlığı altında verilmiştir. Bulguların araştırmanın alt problemleri çerçevesinde yorumlanmasından sonra ulaşılan sonuçlar aşağıda sunulmuştur:

- MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme öğretme ortamları, öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik mutlakçı inançlarında azalmaya neden olmuştur.

Uygulamalar sonucunda matematik algısı, matematikteki başarılı kişi algısı, matematiğin statik ve dinamik yapısı, matematiğin nasıl ve neden ortaya çıktığı temaları altında uygulamalar öncesinde ortaya çıkmayan kodlara ulaşılmıştır. Ölçek, yazılı görüş formaları ve mülakat bulguları birbirini destekler niteliktedir.

Sonuç olarak öğrenme ortamlarının MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş olması öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik mutlakçı inançlarında bir azalmaya neden olmuştur. Çalışmada elde edilen bulgular ve literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlar birbirlerini desteklemektedir. Tarihsel içeriğin kullanıldığı çalışmalarda (Charalambous vd, 2009; Haverhals ve Roscoe, 2010; Kaye, 2008; Krusell, 2000; Liu ve Niess, 2006; Marshall, 2000; Percival, 1999) öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının yarı deneyselciliğe doğru gelişim gösterdiği belirlenmiştir. Bu nedenle çalışmadan elde edilen bulgular literatürdeki çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Dolayısıyla MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamları öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının gelişmesine neden oldu sonucu anlamlı olmaktadır.

- MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme öğretme ortamları bazı etkinlikler açısından öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarına neden olmuştur.

Uygulamalar sonrasında öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında uygulamalar öncesine göre olumlu bir gelişimin olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç etkinliklerin hazırlanma amacına uygunluğu ile açıklanabilir. Öğrencilerin, etkinliklerin genelini beğenmiş olmaları; etkinliklerin somut öğrenme nesnelerinin kullanımını gerektirmesiyle, kâğıt kesme, boyama ve yapıştırma eylemlerini içermesiyle, modern matematikten kopuk olmamasıyla, matematik öğretim programının genel amaçları ve kazanımlarla uyumlu oluşuyla ve öğrencilerin grup olarak çalışmalarına imkân tanımasıyla açıklanabilir. Sonuç olarak öğrenme ortamlarının MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş olması öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarında yardımcı olmuştur. Elde edilen bulgular ve literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlar birbirlerini desteklemektedir. Tarihsel içeriğin kullanıldığı çalışmalarda (Awosanya, 2001; Dittrich, 1973; Haverhals ve Roscoe, 2010; Ho, 2008; Lim, 2011; Lit vd, 2001; Marshall, 2000; McBride ve Rollins, 1977; Nataraj ve Thomas, 2009; Ponza, 1998; Percival, 1999) öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında olumlu yönde bir gelişim olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle çalışmadan elde edilen bulgular literatürdeki çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Dolayısıyla MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamları öğrencilerin matematiğin yönelik tutumlarının gelişmesine neden oldu sonucu anlamlı olmaktadır.

Öğrencilerin geneli etkinliklerle ilgili olumlu görüş bildirmiş olmalarına karşın her öğrencinin hoşlarına gitmeyen, zor ve karmaşık gelen, seviye belirleme sınavını düşünerek gereksiz ve zaman kaybı olduğunu düşündükleri etkinliklerde olmuştur. Etkinlik sırasında yapılan doğal gözlemler bu durumu doğrulamaktadır. Babillerde karekök alma etkinliği öğrencilere zor ve karmaşık gelen bir etkinlik olmuştur. Öğrenciler modern yolun daha pratik ve kullanışlı olduğunu ifade etmişlerdir. Benzer şekilde öğrenciler, eski sayı sistemleri, modern sayı sistemi arasındaki dönüşümleri gereksiz ve zaman kaybı olarak değerlendirmişlerdir. Sonuç olarak etkinliklerin geneli öğrenciler tarafından beğenilmiş ve eğlenceli bulunmuş olsa da bazı etkinliklerin öğrenciler tarafından eğlenceli ve kullanışlı bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum etkinliklerin hazırlanma amacıyla ve modern matematikten kopuk olup olmayışıyla açıklanabilir. Nitekim cebirsel ifadelerin gösterimlerinin tarihsel gelişimi etkinliği öğrencilerin matematiğin gelişim gösteren ve dinamik yapısını öğrencilere kazandırmayı amaçlamaktadır. Bir kavramın veya kavramın öğretimine ve bu paralelde öğrencilerin testlerde yüksek netler yapması amacını taşımamaktadır. Aksine kesik piramidin hacmi etkinliği öğrencilerin somut öğrenme nesneleri kullanarak kesik pramidin hacmini keşfetmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Dolayısıyla etkinlik, öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarına ve konuyu öğremelerine hizmet etmektedir. Sonuç olarak tarihten alınmış her içeriğin öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlayacağı beklenmemelidir. Yapılan bazı etkinliklerden elde edilen bulgular ve literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlar birbirlerini desteklemektedir. Tarihsel içeriğin kullanıldığı çalışmalarda (Dickey, 2001; Glaubitz, 2007; İdikut, 2007; Kaye, 2008; Miller, 2002; Tözluyurt, 2008) öğrencilerin bazı etkinlikleri sıkıcı, kafa karıştırıcı ve zor buldukları ortaya çıkmıştır. Bu nedenle çalışmadan elde edilen bulgular literatürdeki çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Dolayısıyla MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamları her zaman öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarının gelişmesine neden olmayabilir.

- Uygulamalar araştırmacı öğretmenin mesleki gelişimine katkı sağlamıştır.

Uygulamalar öncesinde MT'nin kullanımı konusunda sadece teorik olarak kitaplardan okuduğum bilgilerle sınırlıydım ve MT etkinliklerine derslerimde hiç yer vermemiştim. Yaptığım uygulamalar tarihsel içeriği derslerde nasıl, neden ve ne ölçüde kullanmam gerektiği konusunda deneyim kazanmamı sağladı. Matematik tarihi üzerine yaptığım araştırmalar ve uygulamalar sayesinde bir konunun veya kavramın öğretimini gerçekleştirirken kullanabileceğim farklı yollar, yöntemler ve ispat biçimleri öğrenmiş oldum. Matematik tarihinin öğrenme öğretme ortamında nasıl daha etkili şekilde kullanılabileceği konusunda farkındalık kazandım. Etkinliklerin öğrenciler üzerinde ne tür değişimler meydana getirdiğini gözleme fırsatı buldum. Öğrencilerin genellikle ne tür etkinlikleri beğendikleri ve eğlenceli bulduklarını, ne tür etkinliklerde zorlandıklarını ve sıkıldıklarını tespit ettim.

Uygulamalar sonucunda tarihsel içeriğin, matematiğin doğasına yönelik inançlarını derinleştirmek, öğrencileri derse motive etmek, tutumlarını arttırmak, konu ve kavramı öğrenmelerini sağlamak için kullanılabileceğini öğrendim. Öğrenciler, cebirsel ifadelerin yazılışlarındaki gelişim sürecini, pi sayısı üzerine yapılan çalışmaları gördüklerinde, çapma işleminin yapılışındaki farklı yollar üzerine çalıştıklarında matematiğin gelişim gösteren, dinamik, çok kültürlü bir yapıya sahip olduğunu öğrenmiş oldular. Öğrencilerim kesme yapıştırma boyama parçalara ayırma etkinlikleriyle, somut öğrenme nesnelerinin kullanıldığı etkinliklerle matematiğin sadece kural ve formüllerle yapılmadığını öğrenerek matematiğin eğlenceli bir yönü olduğunu fark ettiler. Sonuç olarak; bazı etkinlikler öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının gelişmesine yardımcı oldu. Bazı etkinlikler ise öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarına katkı sağladı. Kısaca yaptığım uygulamalarla etkinliklerin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımına uygun olup olmadığını öğrenmiş oldum.

Çarpma işleminde kafes yolu, Babilde karekök alma, Farklı kültürlerde Pisagor bağıntısı, Fibonacci ve Tavşan problemi, ardışık pozitif tamsayıların toplamı, orantısal akıl yürütme, rasyonel cebirsel ifadelerin çözümü, Eski Mısırda pi sayısı ve kesik piramidin hacmi etkinliklerinin MT'nin amaç ve araç olarak kullanımı için uygun olduğunu tespit ettim. Cebirsel ifadelerin yazılışlarındaki tarihsel gelişim etkinliğinin MT'nin amaç olarak kullanımına, Abu-Kamil ve Özdeşliklerin modellenmesi ve İkinci dereceden denklemlerin çözümü ve Harizmi etkinliklerinin ise MT'nin araç olarak kullanımına uygun olduğunu tespit ettim.

Literatürde MT'nin kullanımının gerekli olmadığı ve MT'nin kullanımında bir takım engellerle karşılaşıldığı ifade edilmektedir. Yaptığım uygulamalar sonucunda; ifade edilen engellerin, tarihsel içeriğin nasıl ve niçin kullanıldığı, tarihsel içeriğin modern matematikten kopuk olup olmayışı ve tarihsel içeriğe yer verme düzeyi ile ilişkili olduğunu tespit ettim. Öğrenme ortamında yoğun bir tarihsel içeriğe yer vermek merkezi sınavlara hazırlık yapan öğrencilerde huzursuzluğa yol açabilir. Kesik piramidin hacmine öğrenciler somut öğrenme nesnelerini kullanarak parçalama birleştirme işlemleriyle ulaşabilirler. Kafes yolu, Ascalon yolu ve daha birçok yol kullanarak çarpma işlemleri yapabilirler. Garfield'ın Pisagor teoremine ulaşmak için yamukları kullanarak yaptığı ispatı öğrenciler keşfedebilirler. Üçgensel karesel sayıların toplam kuralına, somut öğrenme nesneleri ile örüntülerden genellemeler yaparak ulaşabilirler. Öğrenciler bu tip etkinlikleri yaparken modern matematik yapıyoruz düşüncesine kapılacaklardır. Dolaylı yoldan tarihsel içeriğe yer vermek öğrencileri tarihin derste ne işi var gibi önyargılardan kurtarmaya yardım edecektir. Sonuç olarak; tarihsel içeriğin kullanımının öğrenmeye ve öğrencilerin tutumlarına hiçbir katkı sağlamayacağı yönündeki eleştirilere katılmıyorum. Yaptığım çalışmada MT'nin kullanımının öğrencilerin matematik başarıları üzerindeki etkisini araştırmamış olmama rağmen, derse karşı ilgili olmanın ve olumlu tutuma sahip olmanın öğrenme için ön koşul olduğu düşünüldüğünde MT'nin öğrencilerin öğrenmeleri ve başarıları üzerinde etkisinin olabileceğine inanıyorum.

Yukarıda verdiğim etkinlik örnekleri dışında bazı etkinlikler öğrencilere sıkıcı ve uzun gelmiştir. Bu durum MT'nin kullanılma amacıyla açıklanabilir. Öğrencilerimin geneli karekök alma yolunu uzun ve karmaşık bir yol olarak değerlendirdiler. Ancak bu etkinliğin amacı, öğrencilerin farklı kültürler tarafından kullanılan karekök alma yollarını karşılaştırmaları ve öğrencilerin modern yola yönelik motivasyonlarını arttırmaktı. Orantısal akıl yürütme etkinliğinin amacı ise matematiğin nasıl ortaya çıktığını ve günlük hayattaki uygulamalarını göstermekti. Eğer bir öğretmen olarak öğrencilerinize modern yolun daha etkili olduğunu, matematikte farklı kültürlerin farklı yollar ve düşünce biçimleriyle matematik yaptıklarını göstermek istiyorsanız, Eski Çin'de, Babil'de ve günümüzde bir sayının karekökünün nasıl alındığına dair etkinliklerle öğrencilerinizi karşı karşıya getirebilirsiniz. Milattan önce kullanılmış olan yollar öğrencilere karmaşık ve zor gelebilir. Bir öğretmen olarak ilk bakışta bu uygulama size anlamsız ve zaman kaybı gibi görünebilir. Ancak öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik farkındalık kazanmalarını, öğrenmek olarak değerlendirmemiz yanlış mıdır? Bu yüzden tarihsel içerik öğrencilerin öğrenmesinde ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarında işe yaramaz eleştirisine katılmıyorum. Bu eleştiriye, kullanılan etkinliklerin doğası ile açıklama getirmenin daha doğru olduğunu düşünüyorum.

Yaptığım pilot ve asıl uygulamalar sonucu tarihsel içeriğin kullanımı konusunda belli sıkıntıların nasıl önüne geçebileceğimi öğrendim. Pilot uygulamada öğrencilerimi yoğun bir tarihsel içerikle karşı karşıya getirdim. Bazı öğrencilerin tarihsel içeriğe soğuk durabileceklerini, sınav odaklı düşünebileceklerini, modern matematik ve tarih arasında bir ikilem yaşayabileceklerini hesaba katmamış olabilirim. Kübit, papirüs gibi yeni kavram ve sözcükler öğrencilere yabancı gelebilir. Bu tür kavramların kullanımında dikkat etmem gerektiğini öğrendim. Çalışma yaprağı üzerinde bu kavramlar zamanında ve anlaşılır şekilde açıklanmalı aksi takdirde öğrenciler için anlamsız gelebilmektedir. Tarihsel içeriği kullanmak adına öğrencilerimi matematikten soğutabileceğimin de farkına vardım. Örneğin, eski sayıların modern sayılara çevrilmesi türünden etkinliklere gereğinden fazla zaman harcanması, matematik bilginlerinin uzun hayat hikâyelerine yer verilmesi, tarihsel içeriğe sahip kavramların uygun zamanda açıklamalarının yapılmamış olması, modern matematikten kopuk etkinliklerin sıklıkla kullanılması öğrencileri huzursuz etmektedir. Sonuç olarak kullanılan tarihsel içeriğin modern matematikle uyumlu olması önemlidir. Tarihsel içeriğe gereğinden fazla yer verilmesi öğrencilerde matematiğe yönelik olumsuz tutum gelişmesini sağlayabilir. Yapılan bazı etkinliklerden elde edilen bulgular ve literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlar birbirlerini desteklemektedir. Tarihsel içeriğin kullanıldığı çalışmalarda (Dickey, 2001) öğrenciler matematik müfredatının gerisinde kalabileceklerini ve uygulamalar boyunca edindikleri bilgilerin işe yarayıp yaramayacağı konusunda endişelerini bildirmiştir. Ayrıca çalışmada öğrenciler kafes yolu dışındaki tüm etkinlikleri sıkıcı ve zaman kaybı olarak değerlendirmişlerdir. Tözluyurt (2008) tarafından yapılan çalışmada ise etkinlikler öğrenciler tarafından zor bulunmuş ve öğrenciler etkinliklere ilgi göstermemişlerdir. Öğrenciler sadece çarpma işleminde kafes yolu etkinliğini beğendiklerini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla iki çalışmada elde edilen benzer sonuçlar, MT içeriğinin sınıf seviyesi ve kazanımlarla uyumlu olmadığı şeklinde yorumlanabilir.

Müfredat bilgisi ise öğretmenin öğretimini gerçekleştireceği müfredatı bilmesi, bir konunun kazanımlarına uygun araç, gereç ve materyali kullanmasını içermektedir. Yaptığım araştırma sayesinde uygulamalar öncesinde, MT'ye müfretta nasıl ve ne düzeyde yer verildiğini tespit ettim. Uygulamalar sonrasında ise müfradata MT'nin hangi yollarla ve ne amaçla dâhil edilebileceği konusunda deneyim kazandım. Özetle yaptığım uygulamaların matematik öğretme bilgimin gelişmesine katkı sağladığını düşünüyorum.

Literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlar birbirlerini desteklemektedir. Öğretmenlere yönelik tarihsel içerikli kursların etkililiğinin araştırıldığı çalışmalarda (Hickman ve Kapadia, 1983; Huntley ve Flores, 2010; Mayfield, 2001; Yıldız, 2013) öğretmenlerin matematik öğretme bilgilerinin geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle çalışmadan elde edilen bulgular literatürdeki çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Dolayısıyla yaptığım uygulamalar mesleki gelişimime katkı sağlamıştır sonucu anlamlı olmaktadır.

6. 2. Öneriler

Aksiyon araştırması döngüsel bir süreç olduğundan aşağıda araştırma sonuçlarına dayalı önerilerimi sundum. Bunun yanında ileride benzer çalışmalar planlayacak araştırmacılara yol gösterici olması açısından MT'nin öğrenme ortamında kullanımına ve uyguladığım etkinlikler üzerinde yaptığım revizyonlara ilişkin önerilerime yer verdim.

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Literatürde MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarını derinleştireceği ve matematiğe yönelik olumlu tutum kazandıracağı vurgulanmaktadır. Çalışmada öğrenme öğretme ortamları MT etkinlikleriyle zenginleştirilmiştir. Yapılan araştırmanın sonucunda öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarında olumlu gelişmeler meydana geldiği tespit edilmiştir. Araştırma kapsamındaki etkinliklerin amaçları dikkate alındığında cebirsel ifadelerin gösterimlerindeki tarihsel gelişim isimli etkinlik öğrencilere matematiğin gelişen ve dinamik yapısını göstermek amacıyla hazırlanmıştır. Orantısal akıl yürütme etkinliği, kesik piramidin hacmi etkinliği öğrencilere matematiğin nasıl ve neden ortaya çıktığını anlamaları için tasarlanmıştır. Kafes yolu, rasyonel cebirsel ifadelerin çözümleri etkinlikleri ise farklı kültürlerin farklı yollar ve düşünce biçimleri ile matematik yaptıklarını görmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Yapılan uygulamalar sonucu etkinliklerin hazırlanma amaçlarını karşıladığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik sahip oldukları inançlarının; öğrenme biçimleri, matematiğe yönelik tutumları ve matematik başarıları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu literatürde belirtilmektedir. Öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik doğru inançlara sahip olmaları için öğrenme ortamları MT etkinlikleriyle zenginleştirilebilir.

Araştırmanın sonuçlarından bir diğeri bazı etkinliklerin öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamasıdır. MT, öğretim ortamında kullanılabilirlik açısından, zengin bir içeriğe sahiptir. Eski matematik bilginlerinin ispat biçimleri incelendiğinde birim küpleri kullanarak örüntülerden genellemelere ulaştıkları, kesme parçalama birleştirme işlemlerine başvurdukları, deneme yanılma yolunu kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin işbirlikçi bir öğrenme öğretme ortamı içerisinde, psikomotor becerilerini harekete geçirerek ve tarihteki matematik bilginlerinin kullandıkları ispat biçimlerine başvurarak, kural, formül ve kavramları keşfetmeleri öğrencilerde matematiğe yönelik olumlu tutum gelişmesini sağlayabilir. Bu yüzden öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmeleri için öğrenme ortamları MT etkinlikleriyle zenginleştirilebilir.

6. 2. 2 İleride Yapılabilecek Araştırmalara Öneriler

6. 2. 2. 1. MT'nin Kullanımına İlişkin Öneriler

Aksiyon araştırması döngüsel ve dinamik bir süreç olduğundan araştırmacı öğretmenin kazandığı deneyimler yeni yapacağı aksiyon araştırmalarının daha sağlıklı şekilde yürütülmesine katkı sağlayabilir. Bu bağlamda araştırmacı öğretmenin uygulamalar sırasında kazandığı deneyimlerine dayalı olarak sunduğu öneriler şu şekildedir;

- Etkinlikleri hazırlamadan önce MT'yi niçin ve nasıl kullanacaksınız sorusunu kendinize sorunuz.

Başlangıçta tarihsel içeriği öğrenme ortamında bir öğrenme aracı olarak mı, öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmasını sağlamak amacıyla mı, öğrencilerinizin matematiğin doğasına yönelik inançlarını derinleştirmek amacıyla mı kullanacağınıza karar vermeniz etkinliklerin amacına uygun olarak hazırlanmasında ön koşul olarak düşünülebilir. Babil-Heron yolu ile bir sayının karekökünü almak öğrenciler için zor ve karmaşık gelmesinin yanında öğrencilere modern yolun kullanışlı olduğunu anlamalarında yardımcı olabilir. Öğrenciler farklı kültürlerin farklı yollarla matematik yaptıklarını öğrenebilirler. Dolayısıyla bu tip bir etkinlik, öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarının derinleşmesine katkı sağlayabilir. Farklı kültürlerde çarpma işlemi etkinliği sayesinde öğrenciler matematiğin farklı kültürlerin katkılarıyla geliştiğini anlayabilir, çarpma işleminde farklı ve kolay yolların olduğunu görebilirler. Dolayısıyla MT'yi kullanma amacınız etkinliklerin içeriğinin belirlenmesinde önemli faktörlerden biri olarak düşünülebilir. Tarihsel içeriği nasıl kullanacağınız aslında tarihsel içeriği neden kullanacağınız sorusunun cevabına dayalı olarak şekillenebilmektedir. Tarihsel içeriği eğer bir konuyu veya kavramı öğretmek veya matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamak için kullanacaksanız dolaylı yolla tarihsel içeriğe yer vermeniz daha etkili olabilir. Ancak öğrencilerinizin matematiğin doğasına yönelik inançlarını derinleştirmek istiyorsanız doğrudan tarihsel içeriği kullanabilirsiniz. Örneğin, cebirsel ifadelerin tarihsel gelişim sürecini öğrencilerileriniz “*birincil kaynaklar*” üzerine çalışarak öğrenebilirler. Bu sayede öğrencileriniz matematiğin gelişen ve değişen yapısını görme şansına sahip olabilir ve farklı kültürlerin matematik üzerindeki etkilerini değerlendirebilirler. Benzer şekilde öğrencilerinize matematiğin dinamik yapısını göstermek için pi sayısının tarihsel gelişim sürecini tarihsel içeriği doğrudan vererek sağlayabilirsiniz. Verdiğim iki örnek öğrencilerinizde matematiğin doğasına yönelik inançlarını derinleştirme amacını taşımaktadır. Özdeşlikler konusunu öğretirken doğrudan tarihsel içeriği kullanmanıza gerek olmayabilir. Öğrencilerinize Abu Kamil’in kitabından ünlü bilginin uğraştığı bazı özdeşlikleri vererek yönergeleri takip etmelerini ve özdeşliğin tanımını keşfetmelerini sağlayabilirsiniz. Süreç sonunda Abu Kamil’i ve kitabını tanıtıcı bilgilerle öğrencilerinizi yüzleştirmeniz öğrencilerinize daha ilginç gelebilir.

- Tarihsel içeriğin sınıf düzeyi ve ders kitabının içeriği ile örtüşmesine dikkat ediniz.

Tarihsel içeriği matematik derslerinde kullandım demek tarihsel içeriğin etkili ve verimli şekilde kullanıldığını göstermeyebilir. Ortaokul veya lise düzeyindeki öğrencilere eski sayı sistemlerini tanıtmak, sayılar arasında dönüşümler yapmalarını istemek, eski mısırda aritmetik işlemlerin nasıl yapıldığını öğretmek, yoğun bir şekilde matematik bilginlerinin hayat hikâyelerine odaklanmak, öğrencilerin modern matematikten uzaklaşmalarına neden olabilir. Dolayısıyla bu şekilde MT’nin kullanımına ilişkin olarak literatürde belirtilen engellerden birinin oluşmasına zemin hazırlamış olabilirsiniz. Nitekim verilen tarihsel içeriğin öğretim müfredatıyla uyuşmaması ve içeriğin modern matematikten uzak oluşu öğrencileri yapılanların zaman kaybı olduğu düşüncesine sevkedebilir.

- Tarihsel içeriği doğrudan kullanıyorsanız kübit, papirüs, hiyeroglif vb. öğrencilere yabancı gelebilecek kavramların açıklamalarını zamanında ve doğru biçimde yapınız. Aksi halde bu tip kavramlar öğrencilerin kafalarının karışmasına sebep olabilir.

Öğrencilerinize yabancı gelebilecek tarihsel kökene sahip kavramların (Kübit, Papirüs, Bambu, Hiyeroglif, Plimpton 322 vb.) açıklamalarını zamanında ve doğru biçimde yapmanız öğrencilerinizin kafalarının karışmasını engelleyebilir. Bu kavramları çalışma yaprağı üzerinde öğrencilere göstermek yerine bir sunu hazırlayarak göstermek veya video gösterisi yapmak daha etkili olabilir. Bunun yanında öğrenciler için tarihsel kavramların açıklamalarının yer aldığı bir sözlük hazırlanabilir. Bu şekilde öğrenciler modern matematik ve tarih ikilemini yaşamayabilirler. Hazırladığınız bir poster üzerinde de öğrencilere sözel açıklamalarda da bulunabilirsiniz.

- Matematik tarihi araç olarak kullanıyorsanız dolaylı yoldan tarihsel içeriğe derslerinizde yer verebilirsiniz.

Çalışma yaprağı kullanarak tarihsel içeriğe başvuruyorsanız dolaylı yoldan tarihsel içeriği kullanmanız daha etkili olabilir. Örneğin Fibonacci dizisini tanıtmak için ilgili problem üzerinde öğrencilerin çalışmalarını sağlanabilir. Kesik piramidin hacmini öğrenciler somut modeller kullanarak bulabilirler. Pisagor bağıntısı ile ilgili Babilden ve farklı toplumlardan problemlerle öğrenciler uğraşabilir. Orantısal akıl yürütme ile ilgili farklı kültürlerin uğraştıkları problemler öğrencilere verilebilir. Etkinliklerin bu düzenle takip edilmesi öğrencilerin olumlu tutum kazanmaları ve kavramları, kuralları öğrenmelerini sağlayabilir. Ardından tarihsel içerikle ilgili öğrenciler bilgilendirilebilir. Bu sayede bazı öğrencilerde başlangıçta oluşabilecek MT'ye ne gerek var, kübit, papirüs gibi kavramların dersle ne ilgisi var türünden ikilem yaşamalarının önüne geçilebilir. Bu tip bir öğretim biçimi dolaylı yoldan MT'nin kullanımını gerektirmektedir.

- Eğitim öğretim sistemimizin sınav odaklı olduğu düşünüldüğünde ileride yapılacak aksiyon araştırmalarında MT'nin araç olarak kullanımı üzerine daha fazla yoğunlaşılarak MT'nin öğrencilerin başarıları üzerindeki etkisi incelenebilir.

Etki büyüklüğünün hesaplanmasına uygun istatistiksel değerler içeren çalışmalarda (Başıbüyük, 2012; İdikut, 2007; Karaduman, 2010; Kaygın, Balçın, Yıldız ve Arslan, 2011; Leng, 2006; Lim, 2011; Nataraj ve Thomas, 2009) farklı etki büyüklükleri tespit edilmiştir. Başıbüyük (2012) ve Leng (2006)'in çalışmalarında verilen istatistiksel değerler kullanıldığında etki büyüklüklerinin sırasıyla 0.26 ve 0.089 olarak düşük düzeyde olduğu görülmektedir. İdikut (2007) ve Kaygın vd (2011) çalışmalarında etki büyüklükleri sırasıyla 0.69 ve 0.66 olarak orta düzeyde bulunmuştur. Karaduman (2010), Lim (2011) ve Nataraj ve Thomas (2009)'ın çalışmalarında ise etki büyükleri 1.197; 1.341 ve 0.39 olarak geniş düzeyde bulunmuştur. Görüldüğü gibi etki büyüklükleri başarı bağımlı değişkeni açısından çalışmadan çalışmaya farklılaşmaktadır. İleride yapılacak çalışmalarda MT'nin öğrencilerin öğrenmeleri ve başarıları üzerindeki etkisi, çeşitli değişkenler (MT'nin hangi yollarla kullanıldığı, hangi amaçla kullanıldığı, nasıl kullanıldığı, uygulama süresi, uygulayıcının MT'yi kullanma konusunda bilgi ve beceri düzeyi, etkinliklerin öğretim programındaki kazanımlarla uygunluğu, öğrenci beklentileri) dikkate alınarak araştırılabilir.

- MT kullanımının öğrencilerin matematiksel bilginin doğasına yönelik inançları üzerindeki etkisini incelemekle birlikte ileride yapılacak çalışmalarda MT'nin öğrencilerin öğrenme ve öğretmenin doğasına yönelik inançları üzerindeki etkisi de araştırılabilir.

Literatürde öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançları; bilginin doğasına yönelik inanç, öğrenmenin doğasına yönelik inanç ve öğretmenin doğasına yönelik inanç şeklinde kategorilendirilmiştir. Dolayısıyla ileride yapılacak çalışmalarda MT'nin kullanımının öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançları üzerindeki etkisi daha kapsamlı şekilde incelenebilir.

- İleride yapılacak çalışmalarda öğrencilerin uygulamalar sürecindeki tepkilerini kaçırmamak adına video kaydı alınabilir

Çalışmada video kaydı yapılmak ve öğrencilerin tüm tepkileri kayıt altına alınmak istensede birinci etkinliğin sonunda bazı kız öğrencilerin şikayetci olmaları, velilerin okul idaresine bu konuda telefonla şikâyetlerini bildirmeleri üzerine uygulamalar görsel olarak kayıt altına alınamamıştır. İleride farklı sosyo kültürel ortamlarda yetişmiş olan öğrenciler üzerinde çalışmaların planlanabileceği düşünüldüğünde uygulamalar kamera kullanılarak kayıt altına alınabilir. Bu sayede daha güvenilir veriler elde edilebilir. Farklı çalışma grupları üzerinde MT'nin kullanımının yansımaları sunulabilir.

- Öğrenme öğretme ortamlarında MT'nin farklı kullanım yollarına başvurularak bulgulardaki, sonuçlardaki ve araştırmacı öğretmenin deneyimlerimdeki değişim yansıtılabilir.

Bu çalışmada tarihsel ufak parçalar, tarihsel problemler, matematik bilginlerinin kullandıkları ispat biçimleri, tarihsel paketler kullanılmıştır. İlerde yapılacak çalışmalarda MT farklı şekillerde öğrenme öğretme ortamlarına dâhil edilebilir. Tarihsel metinler üzerine dayalı araştırma projeleri, birincil kaynaklar, hatalar, alternatif kavramlar, mekanik araçlar, deneysel matematik etkinlikleri, oyunlar, filmler ve diğer görsel öğeler, tarihi yerlere geziler, internet öğrenme öğretim ortamlarına matematik tarihinin kullanım amacı dikkate alınarak dâhil edilebilir. MT'nin farklı kullanım şekillerinin öğrenciler ve araştırmacı öğretmen üzerindeki yansımaları sunulabilir.

- İleride yapılacak çalışmalarda, hazırlanan etkinliklerin uygulama sürecinde ne tür engellerle karşılaşıldığı ve bu engellerin önceki uygulamalarda ortaya çıkıp çıkmamasının nedenleri etkinliğin yapısı ve çeşitli değişkenler açısından dikkate alınarak tartışılabilir.

MT'nin kullanım amacı ve kullanım yolları değiştiğinde ne tip engellerle karşılaşıldığı, bu engellerin önceki çalışmalarda ortaya çıkan engellerle benzerlik ve farklılıkları ortaya koyulabilir.

- Gerçekçi matematik eğitimi'ne göre matematik öğretimi gerçek hayat problemleri ile başlamakta, gerçek modelden matematik kavrama ulaşılmaya çalışılmaktadır.

Milattan önceki yıllarda yapılan matematik günlük ihtiyaçlardan doğduğuna göre ilerleyen çalışmalarda, gerçekçi matematik eğitimi ile matematik tarihi ilişkisi düşünülerek etkinlikler tasarlanabilir.

- Yapılandırmacı kuramın 5E modeli içerisinde MT kullanılabilir.

Matematik tarihi öğrencilerin matematik korkularını azaltarak, öğrenmeye yönelik güdülenmelerini sağladığına göre yapılandırmacı kuramın 5E modelinin girme basamağında tarihsel içerikten yararlanılabilir. Bunun yanında öğrencilerin somut öğrenme nesnelerini kullanarak matematik bilginlerinin kullandıkları ispat biçimleri ile kural ve kavramların altında yatan anlamları keşfederek öğrenmesi sağlanabilir. Bu bakımdan tarihsel içeriğe 5E modelinin keşfetme basamağında da yer verilebilir.

6. 2. 2. 2. Araştırma Kapsamında Kullanılan Etkinliklere İlişkin Öneriler

MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olduğu düşünülen farklı kültürlerde çarpma işlemi etkinliği ile ilgili çalışma yaprağın başında tarihsel içeriğe yer verilmektense çarpma işleminin kafes yolu ile nasıl yapıldığı öğrencilere keşfettirilebilir. Kafes yolu ile çarpma işleminde basamak kavramının kullanılıp kullanılmadığı ile ilgili sınıf tartışması yapılabilir. Ascalon çarpmasında ve Napier çarpmasında da benzer yol takip edilebilir. Öğrenciler çarpma işlemlerinin bu yollarla nasıl yapıldığını keşfettikten sonra işlemlerin tarihsel kökeni ile ilgili bilgi öğretmen tarafından öğrencilere söylenebilir veya video gösterisi ile öğrencilere izlettirilebilir. Tarihsel içerik dolaylı yoldan kullanılarak öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmaları ve farklı kültürlerin farklı yollarla matematik yaptıklarını anlamaları, matematiğin gelişen kültürel bir bilim olduğunu görmeleri sağlanabilir.

Babillerde karekök alma etkinliği MT'nin "*amaç ve araç*" olarak kullanımına uygun olarak tasarlanmıştır. Etkinliğin temel amacı öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmaları değil, matematiğin doğasına yönelik inançlarını derinleştirmekdir. Bunun yanında etkinlik karekök almada modern yolun kullanışlı olduğunu öğrencilere göstermeyi amaçlamaktadır. İleriki araştırmalar için Eski Mısırda, Hindistan da, Eski Çin'de, Yunanda karekök alma işleminin nasıl yapıldığı çalışma yaprağının başında verilebilir. Bu sayede öğrenciler matematiğin kültürel bir ürün olduğunu, gelişen ve dinamik yapısını, farklı kültürlerin farklı yollarla matematik yaptıklarını daha iyi anlayabilirler. Ayrıca babillerin kullandıkları karekök alma algoritmasının 6 sayısının karekökü alınırken neden $\frac{1}{2}\left(x+\frac{6}{x}\right)$ algoritmasının kullanıldığı ile ilgili sınıf tartışması yapılabilir. $\sqrt{6}.\sqrt{6}=6$ olduğu bilinmektedir. Eğer x sayısı 2 olarak alınır çünkü $\sqrt{6}$'ya en yakın ve $\sqrt{6}$'dan küçük olan sayı 2’dir. 2’yi almamızın sebebi 6 sayısının karekökünün değerine olabildiğince yaklaşmaktır. O halde 3 sayısının $\sqrt{6}$’dan büyük ve $\sqrt{6}$’ya en yakın sayı olduğu söylenebilir. O halde bu iki sayının aritmetik ortalaması bizi $\sqrt{6}$’ya yakın bir değere götürür. Bu işlem ard arda devam ettirildiğinde çıkan sonuçların birbirini tekrarladığı görülecektir. Sonuç olarak etkinliğin amacı, matematiğin doğasına yönelik inançları derinleştirmek olduğunda MT’ye doğrudan başvurulabilir.

Pisagor bağıntısı modülü MT’nin “amaç ve araç” olarak kullanımına uygun olarak hazırlanmıştır. Pisagor Bağıntısı modülüne giriş yapılırken öğrenciler Eski Çin’de yapılan ispatı keşfetmeye çalışabilirler. Ardından Babillilerde Pisagor üçlülerini içeren Plimpton 322 isimli tabletin, başlangıçta tabletin ismi söylenmeden, modern şekli gösterilerek öğrencilerin üçlülerin Pisagor bağıntısını sağlayıp sağlamadığını test etmeleri sağlanabilir. Öğrenciler Pisagor bağıntısı ile ilgili kavramsal anlama gerçekleştirmelerinin ardından öğrencilere, Eski Çin’de yapılan ispatın tarihsel içeriği, Plimpton 322 tableti ve Babil toplumu ile ilgili kısa bilgiler verilebilir. Farklı kültürlerin bağıntıyla uğraştıklarını gösterir çizelge öğrencilere gösterilebilir. Öğrenciler Pisagor bağıntısını anladıktan sonra öğrencilere tarihsel problemler verilerek Babil ve Çin toplumlarının problemleri nasıl çözdükleri gösterilebilir ardından öğrencilerden modern çözümü yapmaları ve farklı kültürlerin çözümlerini karşılaştırmaları istenebilir. Derste Pisagor bağıntısı ile ilgili fazla sayıda etkinliğin öğrencileri sıkacağı ve zaman kaybına sebep olduğunu düşünülerek “Bhaskara ve Pisagor Bağıntısı” etkinliğini öğrencilere performans görevi olarak vermeniz önerilir.

Fibonacci ve Tavşan problemi etkinliği, öğrencilere matematiğin günlük hayatla iç içe olan bir bilim olduğunu ve fibonacci dizisini öğretmek amacıyla kullanılabilir. Bu anlamda MT’nin “amaç ve araç” olarak kullanımına uygundur. Ancak çalışma yaprağının yönergeler kısmına dizideki 13. terimden sonraki her ardışık iki terimin birbirine oranının sabit bir sayı olduğunu öğrencilere hissettirmeye yönelik maddeler eklenebilir. Sayıya ilişkin örneklerin (sınıfa bir ayçiçeği veya salyangoz kabuğu getirilebilir) doğada bulunduğu örneklerle öğrencilere sunulabilir.

Gauss ve Yang Hui Ardışık pozitif tamsayıların toplamı etkinlikleri MT’nin “amaç ve araç” olarak kullanımına uygundur. İlerde yapılacak çalışmalarda, çalışma yapraklarında dolaylı yoldan öğrencilerin Gauss ve Yang Hui’nin kullandıkları modellemeleri oluşturarak sonucu keşfetmeleri sağlanabilir. Ardından matematik bilginlerinin hayat hikâyelerine ve resimlerine yer verilebilir. Bu sayede öğrenciler öncelikle modern matematikle uğraşmaktan ve modellemelerin güzelliğinden etkilenip matematiğe yönelik olumlu bir tutum içerisine girebilirler.

Cebirsel gösterimlerin tarihsel gelişim süreci etkinliği okuma parçası şeklinde yürütülen bir etkinliktir. Bu anlamda sınıfınızda bazı öğrencilerin okuma metinlerinden sıkılacağını düşünerek bir video gösterisi hazırlayabilirsiniz. Etkinlik matematiğin gelişen yapısını, tekniklerin ve gösterimlerin gelişim sürecini göstermeyi amaçlaması bakımından MT'nin amaç olarak kullanımına hizmet etmektedir.

MT'yi dolaylı yoldan kullanarak öğrencilerin daha fazla ilgisini çekebileceğiniz diğer etkinlikler ise Kesik piramidin hacmi, Abu Kamil ve Özdeşliklerin Modellenmesi, Harizmi ve İkinci Dereceden Denklemler ve Rasyonel Cebirsel İfadelerin çözümü etkinlikleridir. Öğrencilerinize çalışma yaprağı üzerinde sanki modern matematiğe çalışıyorlar hissi uyandırmanız bazı öğrencilerin eski matematiği neden öğrenelim, hayat hikâyeleri, kübit, papirüs gibi kavramlar ne işimize yarayacak türünden önyargılarla etkinliğe başlamalarının önüne geçebilir. Dolayısıyla öğrencileriniz tahta parçalarını kullanarak kesik piramidin hacmine ulaşabilirler, kesme boyama yapıştırma yaparak ikinci dereceden denklemlerin çözümünü keşfedebilirler. Ardından tarihsel içerikle onları yüzleştirmeniz öğrencilerinize daha ilginç gelebilir. Öğrencileriniz milattan önceki yıllarda bu tip yolların kullanılması karşısında daha fazla şaşırabilir ve matematiğin toplum için önemini anlayabilirler. Bu sayede MT öğrencileriniz için daha anlamlı ve öğrenme ortamında olması gereken matematiğin ayrılmaz bir parçası olarak görülebilir.

Orantısal akıl yürütme etkinliğinde hekat, firavun gibi öğrenciler tarafından bilinmedik ve öğrencilerinizin kafalarını karıştıracak bazı kavramlar yer almaktadır. Etkinliğin amacı gereği tarihsel içerik doğrudan kullanılabilir. Bu yüzden etkinliğe başlamadan önce bu kavramların açıklanmaları önemlidir. Bazı kavramlar doğrudan MT'nin kullanımını gerekli kılmaktadır. Yukarıda ifade ettiğimiz gibi cebirsel ifadelerin gösteriliş biçimlerinin tarihsel gelişimi etkinliği de bu tür bir etkinliktir. Öğrencilerinize o yıllarda insanların günlük hayat ihtiyaçlarına çözüm bulabilmek için bazı problemleri orantısal akıl yürütmeyle çözmeye çalıştıklarını göstermeniz, öğrencilerinizin matematiğin önemini, nasıl ve neden ortaya çıktığını anlamalarında yardımcı olabilir.

Pi sayısının hikâyesi etkinliği öğrencilere matematiğin gelişen yapısını göstermek, matematiğin sosyolojik, tarihsel ve epistemolojik konularını öğretmek için kullanılabilir. Etkinliği, doğrudan MT'yi kullanabileceğiniz bir etkinlik olarak düşünebilirsiniz. Nitekim etkinlik matematiğin doğasına yönelik inançları derinleştirmeyi amaç edinmektedir. Eski Mısırda pi sayısına nasıl ulaştıklarını, Babilde pi sayısı için hangi değeri kullandıklarını etkinliklerle öğrencilerinize keşfettirebilirsiniz. Bunun yanında Arshimed tarafından yapılan ispatı dinamik geometri yazılımlarından “Geogebra” programını kullanarak öğrencileriniz kendileri keşfedebilirler.

7. KAYNAKLAR

Adbullahi, Y. and Embi, B. R. M. (2013). Evolution of Islamic geometric patterns. *Frontiers of Architectural Research*, 2, 243-251.

Abelson, R. P. (1979). Differences between belief and knowledge systems. *Cognitive Science*. 3, 355-366.

Adams, S. W. and Nias, J. (2003). Using action research as a methodological tool: understanding teachers' understanding of science. *Educational Action Research,* 11(2), 283-300.

Ajzen, I. (1988). *Attitudes, personality, and behavior*. Chicago: Dorsey.

Albayrak, Ö. (2008). MT'yle işlenmiş olan derslerin matematik özyeterlik algısına ve matematik başarısına etkisi*.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.

Amirali, M. (2010). Students' conceptions of the nature of mathematics and attitudes towards mathematics learning. *Journal of Research and Reflections in Education*, 4(1), 27-41.

Amirali, M. and Halai, A. (2010). Teachers' knowledge about the nature of mathematics: a survey of secondary school teachers in Karachi, Pakistan. *Bulletin of Education and Research*, 32(2), 45-61.

Arcavi, A. (1991). Two benefits of using history. *For the learning of mathematics*, 11(2), 11.

Aşkar, P. (1986). Matematik dersine yönelik tutumu ölçen likert tipi bir ölçeğin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, 11(62), 31 - 36.

Avital, S. (1994). History of mathematics can help improve instruction and learning. In Swetz, F., Fauvel, J., Bekken, O., Johansson, B. & Katz, V. (Eds.), Learn from the masters, (pp.3-12), Washington, Mathematical Association of America.

Awosanya, A. (2001). Using history in the teaching mathematics. Unpublished doctoral dissertation, Florida State University, America.

Babb, J. (2005). Mathematical concept and proofs form Nicole Oresme: using the history of calculus to teach mathematics. *Science & Education*, 14, 443-456.

Bagni, G. T. (2000). The role of the history of mathematics in mathematics education: reflections and examples, Proceedings of CERME-1, Schwank.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Baki, A. and Güven, B. (2009). Khayyam with Cabri: experiences of pre-service mathematics teachers with Khayyam's solution of cubic equations in dynamic geometry environment. *Teaching mathematics and Its Applications*, 28, 1-9.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2010a). Matematiksel bilginin doğasına yönelik bir inanç ölçeği geliştirme çalışması. *E-Journal of New World Science Academy*, 5(4), 1993-2005.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2010b, Eylül). Matematik tarihi etkinlileriyle zenginleştirilmiş sınıf ortamlarından yansımalar. 9. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitim Kongresi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İzmir.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2011). Cebirin tarihsel gelişimi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(3), 198-231.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2012a, Eylül). Matematik tarihinin alternatif kullanım yolları üzerine örnek uygulamalar. 11. Matematik Sempozyumu, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2012b, Haziran). İlköğretim matematik ders kitaplarının matematik tarihinin kullanım yolları açısından değerlendirilmesi. 10. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitim Kongresi, Niğde Üniversitesi, Niğde.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2013a). İlköğretim matematik 6, 7 ve 8. sınıf ders kitaplarında MT'nin kullanım şekilleri. *İlköğretim Online,* 12(3), 849-872. http://ilkogretim-online.org.tr/ adresinden 08.11.2013 tarihinde edinilmiştir.

Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2013b). MT sınıflarda nasıl kullanılabilir?: etkinlik örnekleri. *Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(1-2), 7-19. http://egitim.bayar.edu.tr/efdergi/ adresinden 03.05.2014 tarihinde edinilmiştir.

Barbin, E. (2002). Integrating history: research perspective. In Fauvel, J. and Van Manen, J. (Eds.), History in mathematics education, (pp.63-70), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Barnett, J. H., Lodder, J. and Pengelley, D. (2014). The pedagogy of primary historical sources in mathematics: classroom practice meets theoretical frameworks. *Science & Education,* 23, 7-27.

Barwell, M. (1913). The advisability of including some instruction in the school course on history of mathematics. *The Mathematical Gazette*, 7, 72-79.

Başıbüyük, K. (2012). Matematik tarihinin matematik derslerinin öğretiminde kullanılması: İbrahim Hakkı perspektifi ve Babil yöntemi örneği. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi.

Bayam, S. B. (2012). İlköğretim matematik eğitiminde öğrencilerin matematik tarihi bilmelerinin matematiğe yönelik başarı ve tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi.

Bayam, S. B. (2013, February). The views of students aged 12 about activities for history of mathematics included in mathematics curriculum. CERME8, Antalya, Turkey.

Bell, J. G. (1992). A history of mathematics class for middle school teachers. Unpublished Doctoral Thesis, Illinois State University.

Bellomo, C. and Wertheimer, C. (2010). A discussion and experiment on incorporating history into the mathematics classroom. *Journal of College Teaching & Learning*, 7(4), 19-24.

Berlinghoff, W. P. and Gouvea, F. Q. (2004). *Math through the ages*. A Joint Publication of Oxton House Publishers and The Mathematical Association of America.

Bem, D. J. (1970). *Beliefs, attitudes, and human affairs*. Belmont, CA: Brooks/Cole.

Bidwell, J. (1993). Humanize your classroom with the history of mathematics. *The Mathematics Teacher*, 86(6), 461-464.

Bishop, J. P., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Whitacre, I., Schappelle, B. P. and Lewis, M. L. (2014). Obstacles and affordances for integer reasoning: an analysis of children's thinking and the history of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 19-61.

Bloom, B. (1979). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (Çev. D.Ali Özçelik). Ankara: MEB.

Bock, D. (1994). Cooperative learning in the secondary school mathematics classroom. In D. Buerk (Ed.), Empowering students by promoting active learning in mathematics: Teachers speak to teachers, Reston, Va: National Council for Teachers of Mathematics.

Brezina, C. (2006). *Al-Khwarizmi: the inventor of algebra*. New York: The Rosen Publishing Group.

Brown, C. A., Carpenter, T. P., Kouba, V. L., Lindquist, M. M., Silver, E. A. and Swafford, J. O. (1988). Secondary school results fo the fourth NAEP mathematics assessment: algebra, geometry, mathematical methods and attitudes. *Mathematics Teacher*, 81, 337-347.

Brighton, C. M. and Moon, T. R. (2007). Action research step by step: a tool for educators to change their worlds. *Gifted Child Today,* 30(2), 23-27.

Buehl, M. M. and Alexander, P. A. (2001). Beliefs about academic knowledge. *Educational Psychological Review*, 13 (4), 385-418.

Buerk, D. (1994). Students' conceptions of mathematics and the challenge of the standards. In D. Buerk (Ed.), Empowering students by promotion active learning in mathematics: Teachers speak to teachers, Reston, Va: National Council for Teachers of Mathematics.

Bunt, L. N. H., Jones, P. S. and Bedient, J. D. (1988). *The historical roots of elementary mathematics*. New York: Dover Publications.

Bütüner, S. Ö. (2008). Sekizinci sınıf denklemler konusunun MT kullanılarak öğretimi. *İlköğretim Online*, 7(3), 6-10. http://ilkogretim-online.org.tr/ adresinden 08.11.2011 tarihinde edinilmiştir.

Bütüner, S. Ö. ve Baki, A. (2011). MT'nin kullanımına yönelik bir tutum ölçeğinin geliştirilmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2), 278-311. http://www.nef.balikesir.edu.tr/~dergi/index.php?lang=tr adresinden 07.03.2012 tarihinde edinilmiştir.

Bütüner, S. Ö. (2011). Örüntü ve İlişkiler: Eski Çin Matematiğinden Alınmış Birim Küp Modelleri. *İlköğretim Online*, 10(3), 1-8. http://ilkogretim-online.org.tr/ adresinden 08.11.2011 tarihinde edinilmiştir.

Cajori, F. (2007). *A history of elementary mathematics*. New York:Cosimo Classics.

Cano, F. and Cardelle-Elawar, M. (2004). An integrated analysis of secondary school students'conceptions and beliefs about learning. *European Journal of Psychology of Education*, 19(2), 167-187.

Chai, C. S., Khine, M. S. and Teo, T. (2006). Epistemological belief on teaching and learning: a survey among pre-service teachers in Singapore. *Educational Media International*, 43(4), 285-298.

Charalambous, C. Y., Panaoura, A. and Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 161-180.

Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Debellis, V. and Goldin, G. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics,* 63(2), 131-147.

Debnath, L. (2011). A brief historical development of classic mathematics before the renaissance. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(5), 625-647.

DeCorte, E., Eynde, P. O. and Verschaffel, L. (2002). "Knowing what to believe": The relevance of students' mathematical beliefs for mathematics education. In B. K. Hofer and P. R. Pintrich (Eds.), Personal epistemology: the psychology beliefs about knowledge and knowing (pp. 297-320), Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Dennis, D. (2000). The role of historical studies in mathematics and science educational research. In D. Lesh and A. Kelly (Eds.), Research design in mathematics and science education. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Obando, E., Plasencia-Cruz, I. and Solandro-Alvarado, A. (2003). The impact of beliefs in student's learning: An investigation with students of two different contexts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34* (2), 161-173.

Dickey, G. (2001). A historical approach to teaching the british columbia mathematics eight course. Unpublished master dissertation, Simon Fraser University.

Dittrich, A. B. (1973). An experiment in teaching the history of mathematics. *Mathematics Teacher, 66*(1), 35–37.

Duell, O. K. and Schommer, M. (2001). Measures of people's beliefs about knowledge and learning. *Educational Psychology Review*, 13(4), 419-448.

Eagly, A. H. and Chaiken, S. (1998). Attitude structure and function. In D. T. Gilbert., S. T. Fiske and G. Lindzey (Eds.), The handbook of social psychology (pp. 269–322), Boston, MA: McGraw-Hill.

Edwards, K. (2008). Examining the impact of phonics intervention on secondary students' reading improvement. *Educational Action Research,* 16(4), 545-555.

Ernest, P. (1998). The history of mathematics in the classroom. *Mathematics in School*, 27(4). 25-31.

Ernest, P. (1988). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*. Retrieved May 5, 2008 from http://www.ex.ac.uk/~PErnest/impact.htm.

Ernest, P. (1989a). Philosophy, mathematics and education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 20*(4), 555-559.

Ernest, P. (1989b). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), Mathematics teaching: the state of the art (pp. 249-254). New York: Falmer.

Evans, B. (2011). Content knowledge, attitudes and self efficacy in math New York City teaching fellows program. *School Science and Mathematics*, 111, 225-235.

Eynde, P. O., Corte, E. D. and Verschaffel, A. L. (2002). Framing students' mathematics related beliefs. In Leder, G. C., Pehkonen, E. and Torner, G. (Eds.), Beliefs: a hidden variable in mathematics education (pp.13-36). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Esteve, R. M. (2008). Understanding mathematics through its history. Third ICESHS, Austrian Academy of Sciences, Vienna.

Estevez, E. (2005). Student beliefs in the mathematics classroom: a study of how african american and hispanic ninth and twelfth graders perceive mathematics and the mathematics classroom. Unpublished doctoral dissertation, Columbia University.

Fasanelli, F. (2000). The political context, İçinde, (Ed: Favuel, J. and Van Manen, J.). History in mathematics education, (pp.201-240), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 3-6.

Fleener, M.J. (1996). Scientific world building on the edge of chaos: high school students' beliefs about mathematics and science. *School Science and Mathematics, 96*, 312-320.

Fennema, E. and Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitudes scales; instruments desinged to measure attitudes towards the learning of mathematics by females and males. *Catalog of Selected Documents in Psychology, 6*(1), 31.

Ferrance, E. (2000). *Action research.* Retrieved May 5, 2008 from http://www.brown.edu/academics/educationalliance/sites/brown.edu.academics.educationalliance/files/publications/act_research.pdf.

Flessner, R. (2009). Working toward a third space in the teaching of elementary mathematics. *Educational Action Research*, 17(3), 425-446.

Frank, M. L. (1988). Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher*. 35(5), 32-34.

Fraser, J. B. and Koop, J. A. (1978). Teachers' opinions about some teaching material involving history of mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *9*(2), 147-151.

Fried, N. M. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist?. *Scince and Education*, 10*,* 391-408.

Furinghetti, F. (1997). History of mathematics, mathematics education, school practice: case studies linking different domains. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 55-61.

Furinghetti, F. and Somaglia, A. M. (1998). History of mathematics in school across disciplines. *Mathematics in school,* 27(4), 48-51.

Furinghetti, F. and Pehkonen, E. (2000). A comparative study of students' beliefs concerning their autonomy of doing mathematics. *Nordisk Matematikkdidaktikk, 8*(4), 7-26.

Furinghetti, F. and Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizzations of beliefs. In Leder, G. C., Pehkonen, E. and Torner, G. (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education (pp. 39-58). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gade, S. (2012). Teacher-researcher collaboration in a grade four mathematics classroom: restoring equality to students' usage of the "=" sign. *Educational Action Research,* 20(4), 553-570.

Garofalo, J. (1989). Beliefs and their influence on mathematical performance. *Mathematics Teacher, 82*, 502-505.

Gazit, A. (2013). What do mathematics teachers and teacher trainees know about the history of mathematics?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(4), 501-512.

Glaubitz, M. R. (2007, July). The use of original sources in the classroom. Proceedings of the 5th European Summer University, Prague.

Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect and mathematical belief structures. In Leder, G. C., Pehkonen, E. and Törner, G (Eds.), Belief: a hidden variables in mathematics education? (pp. 59-72). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Goodwin, D. M. (2007). Exploring the relationship between high school teachers' mathematics history knowledge and their images of mathematics. Unpublished doctoral dissertation, University of Massachusetts Lowell.

Gönülateş, F. O. (2004). Prospective teachers' views on the integration of history of mathematics in mathematics courses. Unpublished master dissertation, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.

Green, T.F. (1971). *The activities of teaching.* New York: McGraw Hill.

Grouws, D. Howald, C. and Colangelo, N. (1996). Student conceptions of mathematics: A Comparison of mathematically talented students and typical high school algebra students. Retrieved May 5, 2008 from http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED395783.pdf.

Groza, S. V. (1968). *A survey of mathematics: elementary concepts and their historical development*, USA: Holt Rinehart and Winston.

Gulikers, I. and Blom, K. (2001). A historical angle, a survey of recent literature on the use and value of history in geometrical education. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 223-258.

Haile, T. K. (2008). A Study on the use of history in middle school mathematics: The Case of Connected Mathematics Curriculum. Unpublished doctoral dissertation, The University of Texas at Austin.

Hall, R. D. G. (2002). An analysis of views of the nature of mathematics by gender. *Philosohy of Mathematics Education Journal*, 16, 1-7.

Harris, R. and Peck, L. F. (2001). Learning to teach history writing: discovering what works. *Educational Action Research,* 9(1), 97-109.

Haverhals, N. and Roscoe, M. (2010). The history of mathematics as a pedagogical tool: teaching the integral of the secant via Mercator's projection. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(2-3), 339-360.

Hickman, F. and Kapadia, R. (1983). A history of mathematics course for teachers. *International Journal of Mathematical Education Science and Technology*, 14(6), 753-761.

Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects od teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.

Ho, W. K. (2008). Using history of mathematics in the teaching and learning of mathematics in Singapore. Paper presented at the 1st RICE, Singapore: Raffles Junior College.

Hofer, B. K. and Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research, 67(1),* 88-140.

Hofer, B. K. (1999). Instructional context in the college mathematics classroom: Epistemological beliefs and student motivation. *Journal of Staff Program, and Organizational Development, 16*, 73-82.

Horn, W. and Zakeri, G. A. (1998). The pythagorean theorem and related topics a resource for geometry teachers. *Primus*, 8(4), 365-383.

Horng, W. S. (2000). Euclid versus Liu Hui: a pedagogical reflection. In V. Katz (Ed.), Using history of mathematics in teaching mathematics (pp. 37–47), Washington, DC: Mathematical Association of America.

Horton, L. B. and Panasuk, R. M. (2011). Raising awareness the history of mathematics in high school curciculum. *International Journal of Humanities and Social Science*, 1(16), 37-46.

Horton, L. B. (2011). High school teachers' perception of the inclusion of history of mathematics in the classroom. Unpublished doctoral dissertation, University of Massachusetts lowel.

House, J. D. (2006). Cognitive-motivational characteristics and geometry knowledge of adolescent students in Japan: Results from the TIMSS 1999 assessment. *International Journal of Instructional Media, 33*(1), 95-111.

Huang, R. (2010). Prospective mathematics teachers' knowledge for teaching algebra in China and the US. Unpublished doctoral dissertation, Texas University, America.

Huntley, M. A. and Flores, A. (2010). A history of mathematics course to develop prospective secondary mathematics teachers' knowledge for teaching. *Primus*, 20(7), 603-616.

İdikut, N. (2007). Matematik öğretiminde tarihten yararlanmanın öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına ve matematik başarılarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

İnan, A. S. (2011). Investigation of students' epistemological beliefs and attitudes towards studying. *Hacettepe University Journal of Education*, 40, 300-309.

Jankvist, T. U. (2009a). Using history as a goal in mathematics education. Unpublished doctoral dissertation, Roskilde University.

Jankvist, T. U. (2009b). A categorization of the whys and hows of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics Education*, 71(3), 235-261.

Jankvist, T. U. (2010). An emprical study of using history as a 'goal'. *Educational Studies in Mathematics Education,* 74(1), 53-74.

Jankvist, T. U., Mosvold, R., Fauskanger, J. and Jakobsen, A. (2012). Mathematical knowledge for teaching in relation to history in mathematics education. International Congress on Mathematical Education, 8-15 July, Seoul-Korea.

Jardine, R. (1997). Active learning mathematics history. *Primus*, 7(2). 115-122.

Johnson, A. (2005). *A short guide to action research*. İkinci Basım. USA: Pearson Education, Inc.

Karaduman, G. B. (2010). A sample study for classroom teachers addressing the importance of utilizing history of math in math education. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, *2* (2), 2689-2693.

Kar, T. ve İpek, A. S. (2009). Matematik tarihinde sözel problemlerin çözümünde görsel temsillerin kullanılması. *Journal of Qafqaz University*, 28, 138-147

Karakuş, F. (2009). Matematik tarihi'nin Matematik Öğretiminde Kullanılması: Karekök Hesaplamada Babil Metodu. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitim Dergisi*, 3(1), 195-206. http://www.nef.balikesir.edu.tr/~dergi/index.php?lang=tr adresinden 07.03.2010 tarihinde edinilmiştir.

Karpinski, L. C. (1914). The algebra of Abu-Kamil. *The American Mathematical Monthly*, 21(2), 37-48.

Katz, V. J. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 185-201.

Kaye, E. (2008). The aims of and responses to a history of mathematics videoconferencing project for schools, Retrieved May 5, 2008 from http://bsrlm.org.uk/IPs/ip28-3/BSRLM-IP-28-3-12.pdf.

Kaygın, B., Balçın, B., Yıldız, C. and Arslan, S. (2011). The effects of teaching the subject of Fibonacci numbers and golden ratio through the history of mathematics. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 961-965.

Kerlinger, F.N. (1986). *Foundations of behavioral research* (3rd. ed.). Fort Worth, TX: Holt, Rinehart, and Winston.

Kızılgüneş, B., Tekkaya, C. and Sungur, S. (2009). Modeling the relationships among students' epistemological beliefs, motivation, learning approach and achievement. *Journal of Educational Research*, 102, 243-256.

Kim, C. (2007). Effects of motivation, volition, and belief change strategies on attitudes, study habits, and achievement in mathematics education. Unpublished doctoral dissertation, Florida State University.

Kittleson, J. M. (2011). Epistemological beliefs of third-grade students in an investigation rich classroom. *Science Education*, 1027-1048.

Kloosterman, P. (1991). Beliefs and achievement in seventh grade mathematics. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 13,* 3-15.

Kloosterman, P. and Stage, F. K. (1992). Measuring Beliefs about Mathematical problem Solving. *School Science and Mathematics*, 92, 109-115.

Kloosterman, P. and Cougan, M. C. (1994). Students' beliefs about learning school mathematics. *Elementary School Journal, 94*, 375-388.

Kloosterman, P. (1996). Students' beliefs about knowing and learning mathematics: Implications for motivation. In M. Carr (Ed.), Motivation in mathematics (pp. 131-156), Creskill, NJ: Hampton Press.

Kloosterman, P. (2002). Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: measurement and implications for motivation. In Leder, G. C., Pehkonen, E. and Torner, G. (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education (pp.247-265), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Koch, L. C. and Smith, L. L. (1993). Minority students' beliefs about mathematics. In Becker, J. R. and Pence, B. J. (Eds.). Proceedings of the fifteenth annual meeting of the north american chapter of the international group for the psychology of mathematics education (pp.94-100).

Koller, O. (2001). Mathematical world views and achievement in advanced mathematics in Germany: Findings from TIMSS population 3. *Studies in Educational Evaluation, 27,* 65-78.

Kouba, V. L. and McDonald, J. L. (1991). What is mathematics to children?. *Journal of Mathematical Behavior, 10,* 105-113.

Krussel, L. (2000). Using history to further the understanding of mathematical concepts. *Primus*, 10(3), 273-276.

Kvask, L. (2006). The history of algebra and the development of the form of its language. *Philosophia Mathematica*, 14(3), 287-317.

Kwiatkowski, E., Dammer, R., Mills, J. K. and Jih, C. S. (1993). Gender Differences in Attitudes toward Mathematics among Undergraduate College Students: The role of Environmental Variables. *Perceptual and Motor Skills*, 77, 79-82.

Lakoma, E. (2000). History of mathematics in curricula and schoolbooks: a case study of Poland, İçinde, (Ed: Favuel, J.,& Van Manen, J.), History in mathematics education, (pp.19-29), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Lamaster, K. J. and Knop, N. (2004). Improving web-based instruction: using action research to enhance distance learning instruction. *Educational Action Research,* 12(3), 387-411.

Lawrence, S. (2006). Maths is good fot you: web-based history of mathematics resources for young mathematicians and their teachers. *Journal of the British Society for the History of Mathematics*, 21, 90-96.

Leder, G. C. and Forgasız, H. J. (2002). Measuring mathematical beliefs and their impact on the learning of mathematics: a new approach. In Leder, G. C., Pehkonen, E. and Torner, G. (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education. (pp. 95-113). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lee, V. R. (2011). The Relationship between special education teachers' mathematical knowledge, instructional choices, and beliefs about teaching and learning. Unpublished doctoral dissertation, State University of New York at Albany.

Leng, N. W. (2006). Effects of an ancient chinese mathematics enrichment programme on secondary school students' achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 485-511.

Lerman, S. (1983). Problem solving or knowledge centred: The influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of mathematical Education in Science and Technology, 14*(1), 59-66.

Lerman, S. (1990). Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics. *British Educational Research Journal, 16*(1), 53-61.

Levey, M. (1966). *The algebra of Abu Kamil*. Madison, Milwaukee and London: The University of Wisconsin Press.

Lim, S. Y. (2011, July). Effects of using history of mathematics on junior college students' attitudes and achievement, Retrieved July 15, 2012 from http://www.merga.net.au/documents/RP_SIEW.YEE.LIM_MERGA34-AAMT.pdf.

Lingard, D. (2001). The history of mathematics: An essential component of the mathematics curriculum at all levels. *Australian Mathematics Teacher, 56*(1), 40-44.

Lit, C. K., Siu, M. K. and Wong, N. Y. (2001). The use of history in the teaching of mathematics: theory, practice, and evaluation of effectiveness. *Educational Journal*, 29(1), 17-31.

Liu, P. (2003). Do teachers' need to incorporate the history of mathematics in their teaching?. *Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.

Liu, P. and Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 373-406.

Liu, P. H. (2009). History as a platform for developing college students' epistemological beliefs on mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(3), 473-499.

Lodewyk, K. R. (2007). Relations among epistemological beliefs, academic achievement, and task performance in secondary school students. *Educational Psychology*, 27(3), 307-327.

Loveridge, J., Taylor, M., Sharma, S. and Hawera, N. (2006). Students' perspectives on the nature of mathematics finding from the New Zealand numeracy development project 2005 (pp. 55–64). Wellington: Learning Media.

Lubienski, S. T., McGraw, R. and Strutchens, M. E. (2004). NAEP Findings Regarding Gender: Mathematics Achievement, student Affect, and Learning Practices. In P. Kloosterman and F. K. Lester, Jr. (Eds.), Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessments of the national assessment of educational progress (pp. 306-336). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Lumpkin, B. (1997). *Algebra activites from many cultures*. J. Weston Walch Publisher.

Lumpkin, B. (1998). *Geometry activites from many cultures*. J Weston Walch Publisher.

Ma, X. (1997). Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *The Journal of Educational Research, 90*(4), 221-229.

Marshall, G. L. (2000). Using history of mathematics to improve secondary students' attitudes toward mathematics. Unpublished doctoral dissertation, Illinois State University.

Marshall, G. L. and Rich, B. S. (2000). The role of history in a mathematics class. *Mathematics Teacher*, 93(8), 704-706.

Masal, E. and Takunyacı, M. (2012). The turkish adaptation of mathematics belief scale: the validity and reliability study. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 64, 123-132.

Mason, L. and Scrivani, L. (2004). Enhancing students' mathematical beliefs: an intervention study. *Learning and Instruction*, 14, 153-176.

Mayfield, B. (2001). A history of mathematics course as a senior seminar. *Primus*, 11(3), 245-257.

McBride, C. C. and Rollins, H. J. (1977). The effects of history of mathematics on attitudes toward mathematics of college algebra students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(1), 57-61.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In Douglas A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 575-598). New York: Macmillan.

McLeod, D. B. and McLeod, S. H. (2002). Synthesis-Beliefs and Mathematics Education: Implicaitons dor Learning, Teaching and Research. In Leder, G. C., Pehkonen, E. and Torner, G. (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education. (pp.115-126). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

McNiff, J., Lomax, P. and Whitehead, J. (1996). *You and your action research project*. London, GBR: RoutledgeFalmer.

Mead, K. and Maxwell, T. W. (2010). Using couting on mathematics strategies: an action research case study. *APMC,* 15(3), 10-15.

Meavilla, V. and Flores, A. (2007). History of mathematics and problem solving: a teaching suggestion. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(2), 253-259.

Mertler, C. A. (2006). *Action research: teachers as researchers in the classroom*. London, Sage Publications.

Miller, C. C. (2002). Teaching the history of mathematics. *Primus*, 12(4), 334-346.

Mills, G. E. (2003*). Action research: A guide for the teachers researcher.* Upper Saddle River, NJ: Merrill/Prentice Hall.

Miji, A. and Glencross, A. J. (1999). An examination of first year university students' attitudes toward and approaches to learning mathematics. *Psychological Reports*, 85(3), 809-816.

Mitchell, M. (1995). *Mathematical history, activities, puzzles, stories and games*. Virginia: National Council of Mathematics Teacher.

Mosvold, R., Jakobsen, A., & Jankvist, U. T. (2014). How mathematical knowledge for teaching may profit from the study of history of mathematics. *Science & Education, 23*(1), 47–60*.*

Muis, K. R. (2004). Personal epistemology and mathematics: a critical review and synthesis of research. *Review of Educational Research*, 3, 317-380.

Nataraj, M. S. and Thomas, M. O. J. (2009). Developing understanding of number system structure from the history of mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 96-115.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standarts for school mathematics*. Reston, VA: Author.

NCTM (2006). *Historical topics for the mathematics classroom*. Reston, VA: Author.

Nixon, D. and Akerson, V. L. (2004). Buildings bridges: using science as a tool to teach reading and writing. *Educational Action Research,* 12(2), 197-218.

Nooney, K. (2002). A Critical question: why can't mathematics education and history of mathematics coexist?, Article Review. *The Mathematics Educator*, 12(1), 1-5.

Oaks, J. A. (2009). Polynomials and equations in arabic algebra. *Archive for History of Exact Sciences,* 63, 169-203.

Odafe, V. U. (1994). Students' perceptions of myths about mathematics. *AMATYC Review*. 15 *(2).* 60-67.

Ofir, R. and Arcavi, A. (1992). Word problems and equations: a historical activity for the algebra classroom. *The Mathematical Gazette*, 76(475), 69-84.

Oliver, J. (2007). How our methods of writing algebra have evolved: a thread through history. *Australian Senior Mathematics Journal, 21(2), 12-17.*

Önen, S. A. (2011). Investigation of students' epistemological beliefs and attitudes towards studying. *Hacettepe University Journal of Education*, 40, 300-309.

Özdemir, A. Ş., Göktepe, S. and Kepçeoğlu, İ. (2012). Using mathematics history to strengthen geometric proof skills. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 46, 1177-1181.

Panasuk, R. M. and Horton, L. B. (2012). Integrating history of mathematics into curriculum: what are the chances and constraints?. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 7(1), 3-20.

Pehkonen, E (1995). Pupils' view of mathematics: Initial report for an international comparison project**.** Retrieved May 5, 2008 from http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED419712.pdf.

Percival, I. (1999). Mathematics in history: integrating the mathematics of ancient civilizations with the grade 7 social studies curriculum. Unpublished master dissertation, Simon Fraser University.

Percival, I. (2004). The use of cultureş perspectives in the elementary school mathematics classroom. Unpublished doctoral dissertation, Simon Fraser University.

Philippou, G. and Christou, C. (1998). The effects of a preparatory mathematics program in changing prospective teachers' attitudes towards mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 189-206.

Ponza, M. V. (1998). A role for the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: An Argentinean experience. *Mathematics in School, 27*(4), 10–13.

Qian, G. and Alvermann, D. E. (2000). Relationship between epistemological beliefs and conceptual change learning. *Reading & Writing Quarterly*, 16 (1), 59-74.

Radford, L. (1997). On psychology, historical epistemology, and the teaching of mathematics: towards a socio-cultural history of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 26–33.

Ransom, P. (1991). The experience of history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 7-9.

Raymond, A. M. and Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: a story of one mathematics teacher's development. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 283-307.

Rector, J. (1993). Beliefs, autonomy and mathematical knowledge. Retrieved May 5, 2008 from http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED364410.pdf.

Reimer, W. and Reimer, L. (1992). *Historical connections in mathematics Volume I*. California: AIMS Educational Foundation.

Rock, D. and Shaw, J. M. (2000). Exploring children's thinking about mathematicians and their work. *Teaching Children Education*, 6(9), 550-555.

Rokeach. M. (1960). *The open and closed mind.* New York: Basic.

Rokeach, M. (1968). *Beliefs, attitudes, and values: A theory of organization and change.* San Francisco: Jossey-Bass.

Ruffel, M., Mason, J. and Allen, B. (1998). Studying attitude to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 1-18.

Sagor, R. (2000). *Guiding school improvement with action research*. Alexandria, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development.

Savizi, B. (2007). Applicable problems in the history of mathematics: practical examples for the classroom. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 26(1), 45-50.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(4), 338-355.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 334-369). New York: Macmillan.

Schommer, M., Crouse, A. & Rhodes, N. (1992). Epistemological beliefs and mathematical text comprehension: believing it is simple does not make it so. *Journal Educational Psychol*, 84, 435-433.

Schommer, M., Duell, O. P. and Hutter, R. (2005). Epistemological beliefs, mathematical problem solving beliefs, and academic performanca of middle school students. *The Elementary School Journal*, 105(3), 289-304.

Schreiber, J. B. and Shinn, D. (2003). Epistemological beliefs of community college students and their learning processes. *Journal of Research and Practice*, 27, 699-709.

Schwalbach, E. M. (2003). *Value and validity in action research: A guide book for reflective practitioners.* Lanham, MD: Scarecrow Press.

Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, 20(2), 119-150.

Shulman, L., S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15,* 4-14.

Shulman, L., S. (2004). *The wisdom of practice: essays on teaching, learning and learning to teach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Siu, M. K. (1993). Proof and pedagogy in ancient China: examples from Liu Hui's commentary on Jiu Zhang Suan Shu. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 345-357.

Siu, M. K. (2007). No, I don't use history of mathematics in my class. why? In F. Furinghetti, S. Kaijser, and C. Tzanakis (Eds.), Proceedings HPM2004 & ESU4 (revised edition, pp. 268–277). Uppsala: Uppsala Universitet.

Smestad, B. (2000). History of mathematics in norwegian textbooks. WGA 13: History and culture in mathematics education. Retrieved March 12, 2012 from http://home.hio.no/~bjorsme/tokyo.pdf.

Smestad, B. (2008). Teachers' conceptions of history of mathematics. Retrieved March 12, 2012 from http://home.hio.no/~bjorsme/HPM2008paper.pdf.

Spangler, D. A. (1992). Assessing students' beliefs about mathematics. *Arithmetic Teacher, 39*(3), 109-113.

Stage, F. K. and Kloosterman, P. (1995). Gender, belief, and achievement in remedial college-level mathematics. *Journal of Higher Education*, 66(3), 294-311.

Stallings, L. (2000). A brief history of algebraic notation. *Science School in Mathematics*, 100(5), 230-235.

Stodolsky, S., Salk, S. and Glaessner, B. (1991). Student views about learning math and social studies. *American Educational Research Journal* 28: 89–116.

Straffin, P. D. (1998). Liu Hui and the first golden age of Chinese mathematics. *Mathematics Magazine*, 71(3), 163-181.

Stringer, E. (2008). *Action research in education*. İkinci Basım. New Jersey: Pearson Education, Inc.

Swetz, J. W. (1989). Using problems from the history of mathematics in classroom instruction. *Mathematics Teacher*, 82(5), 370-377.

Swetz, F. J. (1994). *Learning activities from the history of mathematics*. Portland: Walch Publishing.

Swetz, J. W. (1997). Using problems from the history of mathematics in classroom instruction, In Swetz, F., Fauval, J., Bekken, O., Johansson, B. and Katz, V. (Eds.) Learn from the masters. The Mathematical Association of America.

Swetz, F. J. (2001). History of mathematics, overview. In L. S. Grinstein and S. I. Lipsey (Eds.), Encyclopedia of mathematics education (pp. 316-323), New York: RoutledgeFalmer.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 127-146), New York: Macmillan.

Tözluyurt, E. (2008). Sayılar öğrenme alanı ile ilgili MT'den seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşleri. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ankara.

Tzanakis, C. and Arcavi, A. (2002). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey, In Favuel, J. and Van Manen, J. (Eds.), History in mathematics education (pp. 201-240), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Tzanakis, C. and Thomaidis, Y. (2011, February). Classifying the arguments and methods to integrate history in mathematics education: an example. Cerme 7, Poland.

Underhill, R. G. (1988). Mathematics learners’ beliefs: a review. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 10 (1), 55–69.

URL-1, http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20%20History%20Chapter.pdf Mathematicians, historians of mathematics, mathematics teachers, and mathematics education researchers: The tense but ineluctable relations of four communities. 26 April 2014.

van Eck, R. (2006). The effect of contextual pedagogical advisement and competition on middleschool students' attitude toward mathematics and mathematics instruction using a computer-based simulation game. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 25*(2), 165-195.

Veljan, D. (2000). The 2500 year old Pythagorean Theorem. *Mathematics Magazine*, 73(4), 259-272.

Wang, Y. (2009). Hands on mathematics: two cases from ancient Chinese mathematics. *Science & Education*, 18, 631-640.

Watson, A. and Geest, E. D. (2005). Principled teaching for deep progress: improving mathematical learning beyond methods and materials. *Educational Studies in Mathematics,* 58, 209-234.

Windschitl, M. and Andre, T. (1998). Using computer simulations to enhance conceptual change: the roles of constructivist instruction and student epistemological beliefs. *Journal of Research in Science Teaching*, 35(2), 145-160.

Wilson, P. S. and Chauvot, J. B. (2000). Who? How? What? A strategy for using history to teach mathematics. *Mathematics Teacher*, 93(8), 642-645.

Yadegari, M. (1980). The Binomial theorem: a widespread concept in medieval islamic mathematics. *Historia Mathematica*, 7, 401-406.

Yevdokimov, O. (2007, July) Using the history of mathematics for mentoring gifted students: Notes for teachers. In: The 21st Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers Inc, Australia.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, C. (2013). Ortaokul matematik öğretmenlerinin MT'yi derslerinde kullanma durumlarının incelenmesi: HİE'den yansımalar. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Zaslavsky, C. (1996). *The multicultural classroom: Bringing in the world*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Zhou, Y. and Wang, X. (2007). A study of the relationship between the pupils' views on math, their learning strategy and their learning result. Journal of Inner Mongolia Normal University. *Educational Science*, 6, 109-112.

8. EKLER

Ek 1. Matematiksel Bilginin Doğasına Yönelik İnanç Ölçeği (Baki ve Bütüner, 2010)

1	Matematiksel bilgi değişerek ve gelişerek bugünkü şeklini almıştır					
2	Matematik dersinde önemli olan kural ve formülleri kullanarak en kısa sürede soruyu çözebilmektir					
3	Matematikte bulunan her şey sabittir, değişmez					
4	Matematikte bir teoremin ispatı bir yolla yapılır					
5	Matematikte en önemli şey, kâğıt ve kalem kullanarak problemin doğru sonucuna ulaşmaktır					
6	Matematikte tanımlar ve formüller matematikçiler arasında tartışıla tartışıla netleşir.					
7	Matematik kitaplarında yazılanların doğruluğuna şüpheyle baktığım zamanlar olmuştur					
8	Matematikte kullanılan ‘pi’ sayısının geçmişten günümüze bulunan farklı değerleri vardır					
9	Matematikçilerin problemlerde doğru sonuca ulaşmamalarını doğal karşılarım					
10	Benim için önemli olan ‘pi’ sayısının nasıl bulunduğu değil, ‘pi’ sayısının soru içinde kullanarak soruyu çözebilmemdir					
11	Matematikte hala keşfedilecek yeni şeyler vardır					

Ek 2. Matematik Tutum Ölçeği (Aşkar, 1986)

1	Matematik dersi beni huzursuz eder			
2	Matematik dersi benim için angaryadır			
3	Matematik beni ürkütür			
4	Matematikten hoşlanırım			
5	Matematik bütün dersler içinde en korktuğum derstir			
6	Matematik benim için ilgi çekicidir			
7	Matematik sevdiğim bir derstir			
8	Matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım			
9	Matematik dersi olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olur			
10	Derslerim içinde en sevimsizi matematiktir			
11	Matematik dersi sınavından çekinirim			
12	Matematik dersinde zaman geçmek bilmez			
13	Arkadaşlarımla matematik tartışmaktan zevk alırım			
14	Matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını isterim			
15	Matematik dersine çalışırken canım sıkılır			
16	Yıllarca matematik okusam bıkmam			
17	Diğer derslere göre matematiğe daha çok severek çalışırım			
18	Matematik dersinde neşe duyarım			
19	Matematik dersi eğlenceli bir derstir			
20	Çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim			

Ek 3. Yazılı Görüş Formu Soruları

- Matematik deyince aklınıza ne geliyor açıklayınız?
- Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri ne olmalıdır?
- Matematik gelişime açık mıdır? Yoksa matematik içerisindeki bilgiler sabit midir? Cevabınızı örneklerle açıklayınız.
- Matematiğin ortaya çıkmasına neler sebep olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
- Matematikte bulunan bir yol değişmeden günümüze kadar gelir mi? yoksa bu yol ilerleyen zamanlarda yeni yol ve yöntemlerin ortaya çıkmasına neden olur mu?
- Yaptığınız etkinliklerin size olumlu yönlerini size kazandırdıklarını açıklayınız
- Yaptığınız etkinliklerin size olumsuz gelen yönlerini açıklayınız.
- Yaptığınız etkinlikler matematiğe yönelik ilginizi ve öğrenme isteğinizi etkiledi mi? Açıklayınız.
- Etkinlikler matematiğe olan sevginizi etkiledi mi? Matematiğe yönelik ilginizde ve sevginizde eskiye göre nasıl bir değişim meydana geldi?
- Yaptığınız etkinlikler içerisinde en çok ve en az sevdiğiniz etkinlikler hangileridir? Nedenlerini açıklayınız.
- Bildiğiniz ünlü matematikçilerin isimlerini yazınız.

Ek 4. Mülakat Soruları

- Matematik deyince aklına ne geliyor?
- Matematikte başarılı bir kişinin özellikleri nasıl olmalıdır? Kime matematikte başarılı dersin?
- Matematik gelişime açıkmıdır? Yoksa matematik statik yani durağan mıdır?
- Matematiğin ortaya çıkmasına neler sebep olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
- Matematikte bulunan bir yol değişmeden günümüze kadar gelir mi? yoksa bu yol ilerleyen zamanlarda yeni yol ve yöntemlerin ortaya çıkmasına neden olur mu?
- Yaptığınız etkinliklerin sana olumlu gelen yönleri varmıydı? Açıklarmısın?
- Yaptığınız etkinliklerin olumsuz yönleri varmıydı? Açıklar mısın?
- Yaptığınız etkinlikler matematiğe yönelik ilginizi ve öğrenme isteğini etkiledi mi? Neden.
- Etkinlikler matematiğe olan sevgini etkiledi mi? Matematiğe yönelik ilginde ve sevginde eskiye göre nasıl bir değişim meydana geldi?

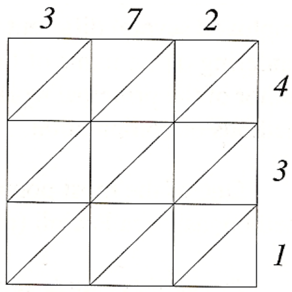
Ek 5. Çalışma Yaprakları ve Öğretmen Klavuzu

Çalışma Yaprağı 1

Çarpma işlemini farklı bir yöntem kullanarak yapacağız. 372 ile 431 sayılarını aşağıdaki yönergeleri takip ederek çarpınız.

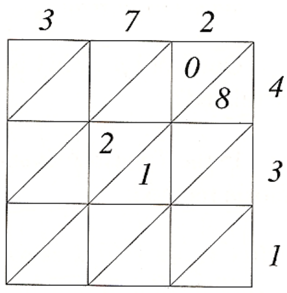
<u>Yönergeler</u>:

Adım 1: Öncelikle yanda verildiği gibi bir tablo çizilir. İlk çarpan olan 372 sayısı üç basamaklı olduğundan tablo ***üç sütunlu***, ikinci çarpan olan 431 sayısı da üç basamaklı olduğundan tablo ***üç satırdan*** oluşmaktadır. Tablo çizimi yapıldıktan sonra her kutucuk yanda verilen tabloda olduğu gibi eşit iki parçaya ayrılır.

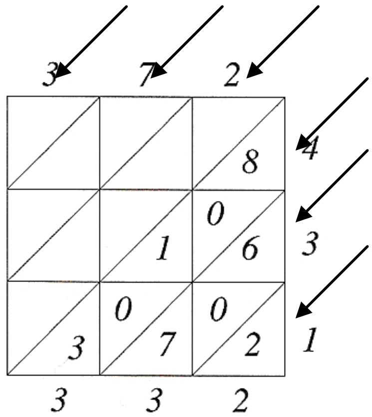


Adım 2: Aşağıda görüldüğü gibi, 372 sayısı tablonun üstüne, 431 sayısı ise tablonun sağ tarafında ve üstten alta olacak şekilde yazılır.

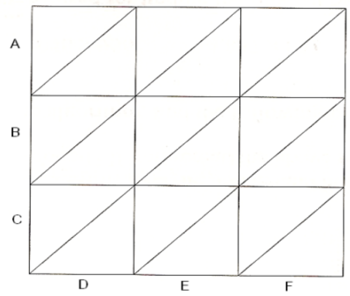
Adım 3: Rakamların bulunduğu satır ve sütunların yerleri dikkate alınarak sırasıyla çarpılıp, uygun şekilde yazılır. Örneğin; ikinci sütuna karşılık gelen 7 ile ikinci satıra karşılık gelen 3 çarpılarak 21 sayısı 7 ile 3'ün kesiştikleri kutucuğa yazılır. Üçüncü sütuna karşılık gelen 2 ile birinci satıra karşılık gelen 4 çarpılarak, çarpımın sonucu 2 ile 4'ün kesiştikleri kutucuğa 08 olarak yazılır. Diğer kutucukları siz doldurunuz.



Adım 4: Kutucuk içerisinde olan ok yönündeki rakamlar toplanır. Örneğin; 2 aynen yazılır, 6, 0 ve 7 rakamları ok yönünde olduklarından toplanırlar. Toplamın sonucu olan 13 sayısının 3'ü ok hizasında ilgili kutucuğun altına yazılıp, elde kalan 1 rakamı bir sonraki toplamdan elde edilen sayıya eklenir. Bir sonraki adımda 8, 0, 1, 0, 3 ok yönündeki rakamlar olduklarından toplanırlar, toplamın sonucu olan 12 sayısına, bir önceki adımda elde kalan 1 rakamı eklenir. Toplamın sonucu olan 13 sayısının 3'ü ilgili yere yazılarak, işlem benzer şekilde devam ettirilir. Benzer şekilde kalan işlemleri de siz yaparak, boş kalan yerleri doldurunuz.



Adım 5: Çarpımın sonucu ABCDEF altı basamaklı sayısı olacaktır. Bu sayıyı yazınız



Adım 6: 372x 431 işlemini modern yolla yapınız ve kafes yöntemini kullanarak bulduğunuz sonuçla karşılaştırınız.

Değerlendirme Soruları

Aşağıdaki sayıların çarpımını Kafes (The Gelosia) yöntemini kullanarak yapınız. Modern yolla elde ettiğiniz sonuçla, bu yöntemle elde ettiğiniz sonuç aynı mıdır? Hangi yol sizin için daha kolay, hangi yolla hata yapma riski daha azdır? Açıklayınız.

a) 75x46 b) 238x94

Yunanlı matematik bilgini Ascalon tarafından yapılan çarpma işlemini araştırınız.

Çarpma İşlemi (Öğretmen için)

Ders: Matematik **Sınıf**: 8

Öğrenme Alanı:Üslü Sayılar **Alt Öğrenme Alanı**: Üslü Sayılarda Çarpma İşlemi

Kazanımlar:

*Çarpma işleminin farklı yollarla yapıldığı anlar

*Çarpma işleminin farklı kültürler tarafından farklı şekilde yapıldığını anlar.

*Matematiğin durağan bir bilim olmadığını anlar

öğretme ve öğrenme Süreci:

a) Motivasyon: (1. ders-5dk)

Öğrencilere çarpma işlemini nasıl yaptıkları sorulur. Acaba çarpma işleminin farklı yollarla yapılabileceğini hiç düşündünüz mü sorusu yöneltilerek öğrencilerin dikkati derse çekilir.

b) Uygulama (35dk)

Öğrencilere çalışma kâğıdını dağıtıp yönergeleri takip etmelerini isteyin. Ancak çarpma işleminin tarihsel içeriği ile ilgili bilgi vermeyiniz. SBS türü sınavlara hazırlanan bazı öğrencilerde tarihsel içeriğe karşı önyargı olabilir. Tarihin matematik olmadığını savunup, derse karşı olumsuz tutum sergileyebilirler. Etkinliğin bitiminde çarpma işleminin hangi matematik bilginine dayandığını ve hangi kitapta yer aldığı ile ilgili bilgi verebilirsiniz. Bilgiyi sözel olarak siz açıklarsanız çok daha faydalı olacaktır. Daha sonra öğrencilerinizden kafes yolu ve modern yolu karşılaştırmalarını isteyiniz. Hangi yolun daha kullanışlı olduğunu sorunuz.

c) ölçme ve değerlendirme

1) 63x49 ve 368x96 sayılarını modern yolla ve kafes yoluyla çarpınız. Sonuçlarınızı karşılaştırınız.

2) 59x87 ve 658x76 sayılarını Napier yoluyla çarpınız sonuçlarınızı karşılaştırınız.

Çalışma Yaprağı 2

Karekök Alma İşleminin Kısa Tarihi
Eski Mısır (M.Ö2000-3000): Karekök hesaplamalarının çok eski tarihi vardır. Milattan önce 2000-3000 yılları arasında Eski Mısırda alanı 63/81 kenar uzunlukları 7/9 ve 9/9 olan dikdörtgensel bölgeyi kenar uzunluğu 8/9 olan bir kareye dönüştürmüşlerdir ve 1/81'lik miktarı ihmal ederek karenin kenar uzunluğunu 8/9 olarak bulmuşlardır. Yaptıkları çözüm Eski Mısırda karekök alma işleminin yapıldığını düşündürmektedir.
Hindistan (M.Ö 800): Milattan önce 800'lü yıllarda *Sulbasutras* isimli Hint kaynağında $\sqrt{2} = \frac{17}{12} - \frac{1}{12x34}$ olarak bulunmuştur.
Eski Çin (M.Ö 0-300): Milattan önce 0-300 arasında Çin kaynaklarında $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ eşitliği düşünülerek kareköklü sayılarla uğraşıldığı düşünülmektedir. Nitekim bu eşitlik kitabın 4. bölümünde sözel olarak açıklanmaktadır. *Jiuzhang* isimli Çin kaynağının 12. probleminde 55225 sayısının karekökü sorulmaktadır. Yapılan çözüm geometrik bir düşünce anlayışını ortaya koymaktadır. 55225 sayısının karekökü 235 olarak bulunmuştur. Bulunan sonuç doğrudur.
Yunan: Yunanlı matematikçi *Ptolemy (M.S 90-168)*, 3 sayısının karekökünü $3\sqrt{3} = 1 + \frac{43}{60} + \frac{55}{60^2} + \frac{23}{60^3} = 1.7320509$ olarak bulmuştur. Bulduğu sonuçta sadece 9 rakamı hatalı olup 9 yerine 8 gelmesi gerekmekteydi. *Theon (M.S 390)* karekök hesaplamada bugün bizim kullandığımız yönteme yakın bir yöntem kullanarak 4500 sayısının karekökünü bulabilmiştir. Kullandığı yöntem $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ yani iki sayının toplamının parantez karesinin alınması mantığına dayanmakta idi. Bu düşünceyle 4500'ün karekökünü $\sqrt{4500} = \sqrt{67^2 + 11} = 67 + \frac{x}{60} + \frac{y}{60^2}$ şeklinde düşünerek, *deneme yanılma yoluyla* $x = 4$ ve $y = 55$ bulmuştur. Buradan 4500'ün karekökünü 67.0819 olarak elde etmiştir. Bulduğu sonucun kesir kısmı 20 olması gerekirken 19 olarak bulmuştur. Karekök almada en iyi yöntemlerden biri yunanlı matematikçi Heron tarafından ortaya koyulan yöntem olsa da bu yöntemin M. Ö 2000'li yıllarda Babilliler tarafından kullanıldığı bilinmektedir. Buna rağmen Batıda halen yöntem *Heron yöntemi* olarak dile getirilmektedir.

Babilliler kareköklü sayıları hesaplamak için milattan önce 2000'li yıllarda bir algoritma geliştirmişlerdir. Bu algoritmanın bir benzerini bugün kullandığımız hesap makineleri de karekök hesaplama işlemlerinde kullanmaktadırlar.

$\sqrt{6}$ sayısının kare kökünü aşağıda verilen algoritmayı kullanarak hesaplayın $\frac{1}{2}\left(x+\frac{6}{x}\right)$

Yönergeler:

*Aşağıdaki adımları izleyerek sonuca ulaşmaya çalışınız.

Adım 1: Öncelikle sıfırdan büyük bir başlangıç sayısı tahmin ediniz.

Adım 2: Tahmin ettiğiniz sayıyı algoritmada yerine yazarak işlemi yapınız.

Adım 3: Bulduğunuz değer sizin yeni başlangıç değeriniz olsun. Bu değeri yukarıdaki algoritmada yerine yazınız.

Adım 4: Elde ettiğiniz değer sizin yeni başlangıç noktanız olsun. Bu değeri algoritmada yazarak işlemi yapınız.

Adım 5: Bu işlemi birkaç defa daha tekrarlayınız. Elde ettiğiniz sonuçları aşağıdaki tabloda yerine yazınız.

Tekrarlama sayısı	Oluşan başlangıç değerleri
1	
2	
3	

Adım 6: Her bir tekrarlama sonucu oluşan yeni başlangıç değerleri sabit bir sayıya yaklaşıyor mu? Bu sayı nedir? Yazınız.

Adım 7: Bulduğunuz bu değerin karesini alınız. Ne gibi bir sonuçla karşılaştınız?

Adım 8: Sıfırdan büyük farklı başlangıç değerleri seçerek yaptığınız işlemleri tekrarlayınız. Ne tür sonuçlar elde ettiniz? Yaptığınız işlemleri aşağıya yapıp, sonuçları tartışınız.

Karekök Alma (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Sayılar **Alt Öğrenme Alanı**: Kareköklü Sayılar **Kavramlar**: Karekök, Tam Kare Sayı **Kazanımlar**: *Karekök alma işleminin farklı yollarla yapılabildiğini görür. *Matematiğin durağan bir bilim olmadığını, farklı kültürlerin karekök alma ile uğraştıklarını anlar *Modern yol ile Babil yolunu karşılaştırır ve değerlendirir
a) Motivasyon: (1. ders-5dk) Öğrencilere karekök almanın tarihiyle ilgili ne bildikleri, sayıların kareköklerini almada modern yoldan farklı bir yolun kullanılıp kullanılmayacağı ile ilgili sorular yöneltilir. Karekök almada farklı bir yol ile tanışmaya ne dersiniz diyerek öğrencilerin derse ilgileri çekilmeye çalışılır.
b) Uygulama (35dk) Öğrencilerinize öncelikle modern yol kullanılarak tam kare olan ve olmayan sayıların kareköklerinin nasıl alınacağını öğretiniz. Ardından tarihsel içerikten yararlanınız. Etkinlikte öğrencilerinize öncelikle karekök alma işlemiyle uğraşan kültürler ve matematik bilginleri tanıtınız. Ardından öğrencilerinizden Babillerin kullandıkları algoritmayı kullanarak tam kare olmayan sayıların kareköklerini bulmalarını ve kullandıkları algoritmayla modern yolu karşılaştırmalarını isteyiniz. Neden bu yolun halen Avrupa'da Heron yolu olarak anıldığı öğrencilere sorunuz. Bu arada öğrencilerinizin Pascal üçgeni-Ömer Hayyam üçgeni ve Yang Hui üçgeni arasında ilişki kurmasını sağlayabilirsiniz.
c) ölçme ve değerlendirme **1)** Milattan önce 3000'li yıllarda mısırda yaşıyor olsaydınız 80/121 sayısının karekökünü nasıl alırdınız? **2)** kök 63 sayısının neye eşit olduğunu modern yolla ve *Babil-Heron* yoluyla yaparak sonuçlarınızı karşılaştırınız. Hangi yolu beğendiniz, neden?

Pisagor Teoremi Modülü (Çalışma Yaprağı 3-4-5)

a) Motivasyon (1 ders-10dk):

*Matematikte bulunan bir kural veya teorem, bulan kişiden önce bulunmuş olabilir mi?

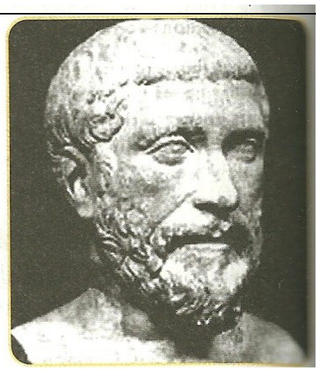
*Biri size, Matematikte bir teoremin ispatı 400’e yakın yolla yapılabilir deseydi, tepkiniz ne olurdu?

*Sayısız yolla ispatı yapılabilen bir teorem duydunuz mu? Soruları öğrencilere sorulur.

Öğrencilerin cevapları alındıktan sonra Pisagor Teoreminin kısa hayatı öğrencilere okutulur ve Pisagor’un resmi öğrencilere gösterilir.

“Sayıların babası” olarak bilinen Pythagoras (Pisagor), M.Ö. 580-M.Ö. 500 tarihleri arasında yaşamıştır. En iyi bilinen teoremi, adıyla anılan Pisagor Teoremi’dir. Doğum yeri olan Sisam Adası’ndan Güney İtalya’ya göç ederek burada bir okul kurmuştur. Pisagor müzik ile de uğraşmış, telin kısalmasıyla çıkardığı sesin inceldiğini keşfetmiştir.

Yaklaşık 2500 yıl önce yaşamasına rağmen çalışmaları günümüzde hâlâ kullanılan Pisagor gibi bildiğiniz başka matematikçiler var mı?



b) Uygulama (1.ders 10dk)

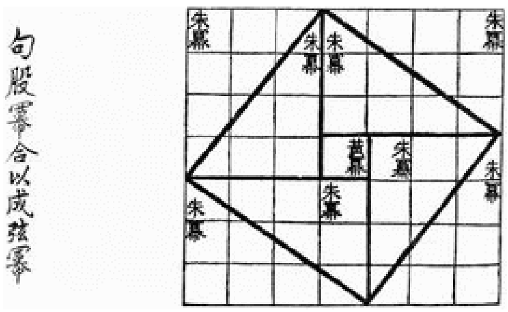
* Öğrencilere aşağıdaki diyagram gösterilerek, Pisagor bağıntısının Pisagor’dan yıllar önce var olduğu ve birçok kültürün bu teoremle uğraştıkları sezdirilmeye çalışılır. Öğrenci düşünceleri alınır. Öğrencilerin Pisagor bağıntısının Pisagor’dan önce ortaya koyulduğunu ve farklı kültürlerinde bu bağıntı üzerinde çalıştığını anlayabilmeleri için aşağıdaki çalışma yaprağı öğrencilere verilerek çalışma yapmaları sağlanır.

ESKİ ÇİNDE PİSAGOR TEOREMİ

PİSAGOR BAĞINTISINI AÇIKLAYALIM	
Öğrenme Alanı	Geometri
Alt Öğrenme Alanı	Üçgenler
Kazanımlar	*Pisagor'dan binlerce yıl önce Pisagor bağıntısının kullanıldığını fark eder. *Matematiğin durağan olmadığını, gelişime açık bir bilim olduğunu anlar. *Matematiğin gelişimi üzerinde farklı kültürlerin etkisinin olduğunu anlar. *Pisagor bağıntısının oluşturur ve Pisagor Bağıntısı ile İlgili Problemler çözer.
Materyaller	Çalışma yaprağı
Çalışma Türü	Grupça
Beceriler	Akıl yürütme, İlişkilendirme
Süre	1. ders (20dk)-2. Ders

ÖĞRENCİ ÇALIŞMA YAPRAĞI

Pisagor teoremi, ünlü yunan felsefeci ve matematikçi olan Pisagor'un adıyla anılmaktadır. Pisagor, kendi adıyla anılan teoreminin ispatını M.Ö 570-500 arasında yapmıştır. Bu teoremin ispatı M.Ö 1000'li yıllarda Eski Çin'de farklı bir şekilde yapılmıştır. En eski Çin kitaplarından ***Chou-Pei Suan Ching*** isimli kitapta Pisagor teoreminin ispatı Hsuan-Thu olarak bilinen Çin diyagramı içinde gösterilmiştir. Eski Çinde yapılan ispat Şekil 1'e dayanmaktadır.



Şekil'deki Hsuan-Thu olarak bilinen Çin diyagramını ve ***<u>aşağıdaki talimatları</u>*** kullanarak aşağıda kenar uzunlukları A, B ve C olarak verilen üçgende **Pisagor bağıntısı** adıyla anılan eşitliğini elde etmeye çalışınız

Yönergeler

Adım 1: Kareli kağıtta kenar uzunluğu 7cm olan bir kare kesiniz. Kestiğiniz karenin Hsuan-Thu diyagramında büyük kare olduğuna dikkat ediniz.

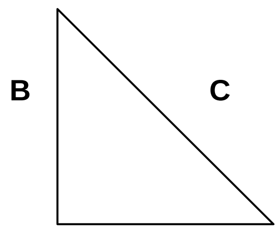
Adım 2*:* Şekil 1 ve 2'ye baktığınızda içteki karenin, dört tane dik üçgenden ve bir tane kareden oluştuğunu göreceksiniz. Kareli kâğıtta, kenar uzunlukları 3cm-4cm olan dört tane üçgen ile kenar uzunluğu 1cm olan bir kare kesiniz. Üçgenlerin iki kenarının uzunluğunu biliyoruz. Bu kesim işlemini yapmamız için yeterli olacaktır.

Adım 3: Kesmiş olduğunuz üçgenleri ve kareyi, 7cm kenar uzunluklu karenin içerisine Şekil 2'yi inceleyerek uygun yerlere yapıştırınız.

Adım 4*:* Büyük karenin alanını birim kareleri sayarak bulunuz. Karenin alanını bulmak için kullandığımız formülü kullanarak bulduğunuz sonucun doğru olup olmadığını kontrol ediniz.

Adım 5*:* İçteki karenin alanını bulmak için büyük karenin alanını, içteki karenin dışında yer alan dört tane eş üçgenin alanları toplamından çıkarınız. İçteki karenin alanını kullanarak, kenar uzunluğunu bulunuz.

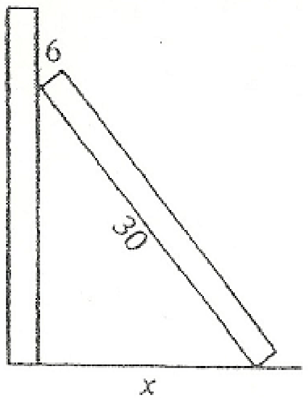
Adım 6*:* 3cm ve 4cm olarak kesmiş olduğunuz üçgenlerin diğer kenar uzunluğunu kaç cm olarak elde ettiniz? Şekil 1'e bakarak A, B ve C yerlerine hangi sayıların geleceğine dikkat ediniz. Üçgenlerin kenar uzunlukları aşağıda verilen eşitlikte yerlerine yazdığınızda eşitlik sağlanmakta mıdır? Tartışınız.



$$A^2 + B^2 = C^2$$

* Eski Çinde Pisagor Bağıntısı Etkinliğinin ardından öğretmen Pisagor'un bağıntıyı nasıl ispatladığını derste açıkladıktan sonra **(3. ders-25dk)** Babillilerin uğraştığı aşağıdaki problem durumunu öğrencilere çalışma yaprağı formatında öğrencilere vererek öğrenci çalışmalarını gözlemler.

Problem (Babil- M. Ö 2000) – 3. ders (15dk)



30cm uzunluğundaki bir cetvel duvara dayalı olarak dikey şekilde durmakta iken, 6cm aşağı doğru kaymıştır. Buna göre cetvelin uç noktasının duvarın alt köşesine olan uzaklığını (x) bulunuz?

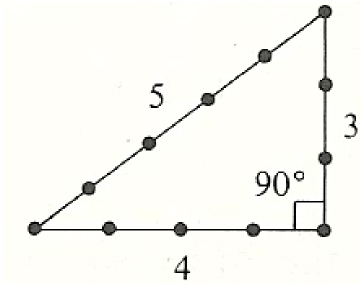
Açıklama: Babilliler, Pisagor teoreminin formülünü kullanmamışlar ve Pisagor bağıntısı ile ilgili problemleri bugün bizim yaptığımız şekilde çözmemişlerdir. Babillilerin problemleri, uzunluk ve alan hesabı ile sınırlıdır. Yukarıda verilen problemi Babillilerin nasıl çözdükleri sayıların günümüz gösterimleri kullanılarak aşağıda verilmiştir. Babillilerin çözüm yolunu inceleyiniz. Sizde problemin çözümünü günümüz şekliyle yapınız. Babillilerin çözüm yolu ile günümüzde kullanılan çözüm yolunu karşılaştırınız.

Babil Çözümü	**Modern Çözüm**
$30-6=24$ $30^2=900$ $24^2=576$ $30^2-24^2=324$ $x=\sqrt{324}=18$	

4. ders (20dk) Pisagor Bağıntısının Eski Mısır (M.Ö 3000) ve Babil (M. Ö 2000) kültürleri tarafından da bilindiğini öğrencilere göstermek için aşağıdaki açıklamalara ve çalışmalara yer verilir.

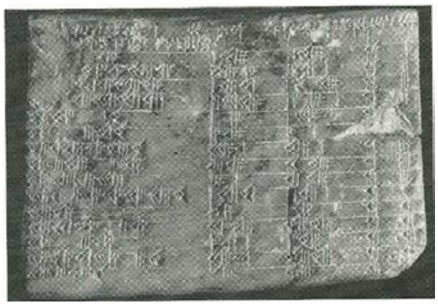
Eski Mısırda Pisagor Bağıntısı

Eski Mısırda, birbirlerine eşit uzaklıkta bulunan 12 düğüm ile 3–4–5 dik üçgenini oluşturulduğu iddia edilmektedir. Ancak bunu destekleyici belgeler yoktur. Aşağıdaki şekli inceleyerek düşüncelerinizi yazınız



Babillilerde Pisagor Üçlüleri

Babillilerin Pisagor üçlülerini bildikleri "*Plimpton 322"* isimli tabletten anlaşılmaktadır. Plimpton 322 isimli tabletin orijinal yazım şekli ve günümüz diline çevrilmiş hali aşağıda verilmiştir. Bu tablette Pisagor bağıntısının sağlanıp sağlanmadığını, sağdaki tabloda verilenleri kullanarak deneyiniz.



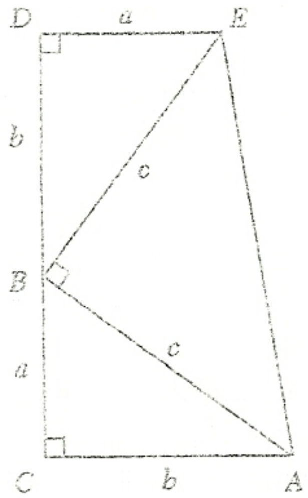
B	C	A
119	169	120
3367	4825	3456
4601	6649	4800
12709	18541	13500
65	97	72
319	481	360
2291	3541	2700

4. ders (10dk)- Bu zamana kadar yapılanları kısaca özetleyiniz. Yapılan etkinliklerden öğrencilerin ne anladıkları sorgulayınız. Pisagor bağıntısının Pisagor'dan önce bilinmesi ile ilgili olarak öğrencilerin düşüncelerini alınız. Öğrencilere Eski Çin'den Pisagor bağıntısını içeren bir problem durumu veriniz.

Problem: 10 metre boyundaki bir ağaç belli bir noktasından kırılarak kökünden 3 metre uzağa düşmüştür. Ağacın kırılan kısmının boyunu bulunuz? **Yang-Hui (1261)**

<u>c) Ölçme ve Değerlendirme</u>:

Amerikan Başkanı Garfield 1881 yılında yamuğu oluşturan parçaların alanlarını kullanarak Pisagor bağıntısının ispatını yapmıştır. Garfield’ın kullandığı yamuk modeli aşağıda verilmiştir. ACDE yamuğunun alanını, ABC, DEB ve ABE dik üçgenlerinin alanları toplamınaeşitleyiniz.



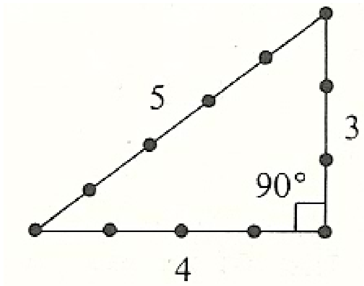
Farklı kültürlerin Pisagor bağıntısı ile uğraşmış olması ile ilgili ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

Pisagor Bağıntısının kullanılabileceği bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız.

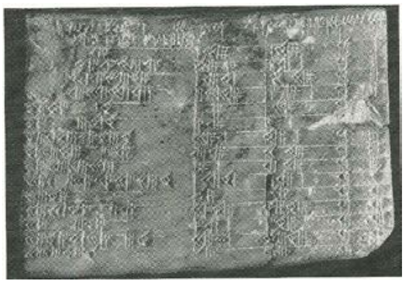
Pisagor Teoremi Modülü (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Geometri **Alt Öğrenme Alanı**: Üçgenler **Kavramlar**: Dik üçgenler, karekök alma, Pisagor bağıntısı **Kazanımlar**: * Pisagor'dan binlerce yıl önce Pisagor bağıntısının kullanıldığını fark eder. *Matematiğin durağan olmadığını, gelişime açık bir bilim olduğunu anlar. *Matematiğin gelişimi üzerinde farklı kültürlerin etkisinin olduğunu anlar. *Pisagor bağıntısının oluşturur ve Pisagor Bağıntısı ile İlgili Problemler çözer. **Araç ve Gereçler:** Kareli kâğıt, cetvel, makas, yapıştırıcı ve renkli keçeli kalemler
<u>**Öğretme ve Öğrenme Süreci**</u>**:** <u>**a) Motivasyon: (1. ders-10dk)**</u> Aşağıdaki sorularla etkinliğe başlayabilirsiniz: *Matematikte bulunan bir kural veya teorem, bulan kişiden önce bulunmuş olabilir mi? *Biri size, Matematikte bir teoremin ispatı 400'e yakın yolla yapılabilir deseydi, tepkiniz ne olurdu? *Sayısız yolla ispatı yapılabilen bir teorem duydunuz mu? *Öğrencilerden cevaplarını aldıktan sonra öğrencileri Pisagor, hayatı ve çalışmaları hakkında bilgilendiriniz.
<u>**b) Uygulama**</u>**:** **1. ders- (10dk)** Öğrencileri Pisagor, hayatı ve çalışmaları hakkında bilgilendirdikten sonra, öğrencilerinize Pisagor teoreminin farklı kültürlerdeki ispat biçimlerini gösteren diyagramı gösterip, incelemelerini isteyiniz. Öğrencilerinizin Pisagor'un öncesinde bağıntının var olduğunu görmelerine yönelik sorular yöneltin. Ardından yapacağınız etkinliklere geçiniz. Etkinlikler öncesinde tüm öğrencilerin etkinliklerde kullanılacak araç ve gereçlere sahip olup olmadığını kontrol ediniz. Gerekli görüyorsanız öğrencileri heterojen gruplara ayırarak grup çalışması yapmalarını sağlayabilirsiniz. **1. ders (30dk)- 2. ders** Dersin başında Çalışma yaprağı 1 (Eski Çinde Pisagor Bağıntısı-Hsuan Thu)'i öğrencilere dağıtınız, tüm öğrencilerin gerekli araç ve gereçlere sahip olduğundan emin olunuz. Öğrencilerin kesme ve yapıştırma işlemlerini doğru yapıp yapmadıklarını kontrol ederek, bu konuda öğrencilere rehberlik ediniz. **3. ders (25dk)-** Öğrenciler Çalışma yaprağı 1 üzerinde çalışma yaparak bağıntıyı keşfetmelerinin ardından Pisagor'un bağıntıyı nasıl ispatladığı açıklanır. **3. ders (15dk)-** Eski Çin ve Pisagor'un yaptığı ispat biçimleri üzerine çalışılmasının ardından öğrencilere Pisagor bağıntısı ile ilgili Babilliler'den alınmış ve modern dile çevrilmiş problem durumu veriniz. Babillilerin yapmış olduğu çözümü öğrencilere

göstererek, kendi yapmış oldukları çözümlerle Babillilerin yapmış olduğu çözümü karşılaştırmalarını söyleyiniz.

4. ders (20dk)- M.Ö 3000'lerde Eski Mısırda, birbirlerine eşit uzaklıkta bulunan 12 düğüm ile 3–4–5 dik üçgeninin oluşturulduğu öğrencilere söyleyerek, aşağıdaki şekli öğrencilere gösteriniz.



Eski Mısırdan sonra Babillilerin Pisagor üçlülerini bildiklerini söyleyiniz, öğrencilere Babillilerin nerede yaşadıkları, hangi zaman diliminde yaşadıkları ile ilgili bilgi veriniz. Plimpton 322 isimli tabletin orijinal yazım şeklini ve günümüz diline çevrilmiş halini öğrencilere göstererek, Bu tablette Pisagor bağıntısının sağlanıp sağlanmadığını öğrencilere buldurmaya çalışınız. Tablet in orijinal yazım şekli ve çevirisi aşağıda verilmiştir.



b	c	a
119	169	120
3367	4825	3456
4601	6649	4800
12709	18541	13500
65	97	72
319	481	360
2291	3541	2700

4. ders (5dk)- Bu zamana kadar yapılanları kısaca özetleyiniz. Yapılan etkinliklerden öğrencilerin ne anladıkları sorgulayınız. Pisagor bağıntısının Pisagor'dan önce bilinmesi ile ilgili olarak öğrencilerin düşüncelerini alınız.

4. ders (10dk)- Öğrencilerinize Eski Çin'de üzerinde çalışılmış olan kırık ağaç problemini veriniz. Çözmelerini isteyiniz.

5. ders (40dk)- Ölçme değerlendirme sürecinde Amerikan Başkanı Garfield'ın yamuğun alanından yola çıkarak yaptığı ispatı öğrencilerin yapmasını sağlayınız. Ayrıca Öğrencilere farklı kültürlerin Pisagor bağıntısı ile uğraşmış olmaları, Pisagor'dan yıllar önce bu bağıntının farklı kültürlerce bilinmesinin ancak bağıntının Pisagor'un adıyla anılması ile ilgili düşüncelerini ve yorumlarını alınız.

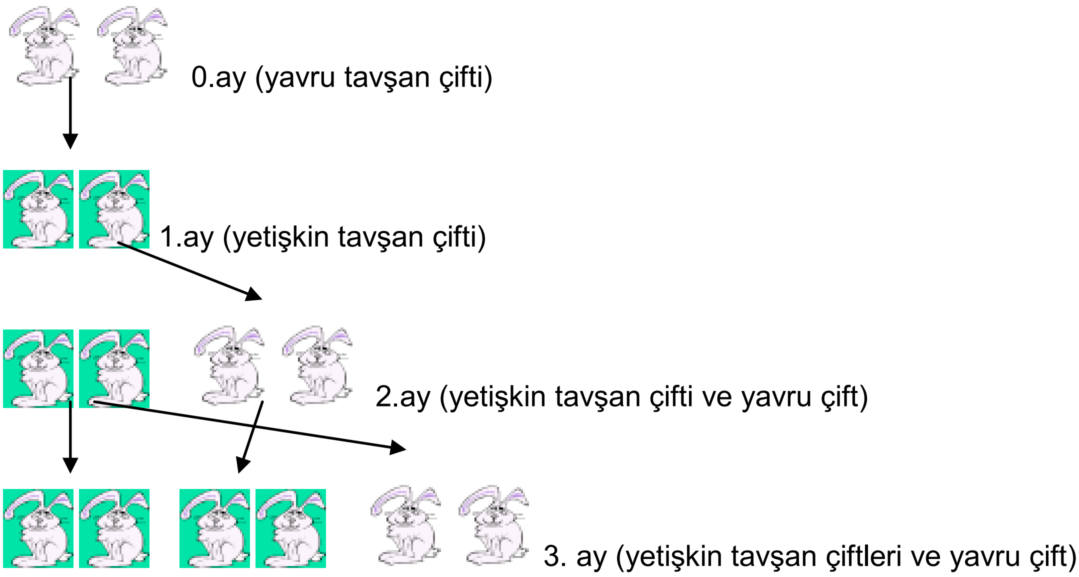
Çalışma Yaprağı 6

*Aşağıdaki problem durumunu okuyup çözmeye çalışınız.

<u>Problem Durumu</u>

"Adamın biri, dört bir yanı duvarla çevrili yere bir çift tavşan koymuş. Her çift tavşanın bir ay içinde yeni bir çift tavşan yavruladığı, her yeni çiftin de erginleşmesi için bir ay gerektiği ve tavşanların ölmediği var sayılırsa, 8 ay sonunda dört duvarın arasında kaç çift tavşan olur?"

Tavşan çiftlerinin ilk üç ay içindeki durumu aşağıda verilmiştir. 4, 5, 6 ve 7. aylar sonunda Tavşan çiftlerinin sayısını aşağıda verilen şekli tamamlayarak gösteriniz.



Yukarıda tamamladığınız şekle dayalı olarak her ay için kaç tavşan çifti olduğunu aşağıdaki tabloyu doldurarak gösteriniz.

Aylar	0.ay	1. ay	2. ay	3. ay	4. ay	5. ay	6. ay	7. ay
Tavşan çifti sayısı								

Tavşan çiftlerinin sayıları kullanılarak elde edilen dizinin kuralını bulmaya çalışınız. Bu dizinin sizce adı ne olabilir? Dizi adını nerden almış olabilir?

- Uygulama sonunda Fibonacci'nin hayatı ile ilgili bir drama yapılabilir.

Fibonacci ve Tavşan Problemi (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**: Cebir **Alt Öğrenme Alanı**: Örüntüler ve İlişkiler **Kavramlar**: Fibonacci Sayıları, Örüntü **Kazanımlar**: *Matematiğin günlük hayat uygulamalarını görür. *Fibonacci dizisini keşfeder
öğretme ve öğrenme Süreci: **a) Motivasyon: (1. ders-5dk)** Öğrencilere tavşanları sevip sevmedikleri sorulur. Şimdiki etkinliğimiz tavşanlar ve yavrulaması üzerine şeklinde bir açıklama yapılır.
b) Uygulama (35dk) Markete pazara gittiğimizde matematiğin kullanıldığını neredeyse tüm öğrenciler söyler. Ancak matematiğin günlük hayat problemlerinden türediği, günlük hayatın içerisinde var olduğu (ayçiçeği yapraklarının dizilişi, salyangoz, Leonardo da vincinin eseri vb) birçok öğrenci tarafından bilinmez. Fibonacci dizisinin günlük hayata dair bir problemden ortaya çıktığını öğrencilerinize yaşatınız. Tavşan problemiyle öğrencileriniz uğraşsın ve diziyi kendileri keşfetsin. Dizideki 13. Terimden her ardışık iki terimin birbirine oranının sabit bir sayıyı verdiğini öğrencilerinize keşfettiriniz. Öğrencileriniz ayçiçeğinin yaprakları üzerinde bu oranı kendileri keşfetsinler. Kenar uzunlukları Fibonacci dizisinin terimleri olan dikdörtgenleri ve kareleri kullanarak oluşturulan şekilde çizilen logaritmik yayın salyangozun sarmal kabuğuna benzediğini öğrencilerinize hissettirin. Matematiğin nasıl doğada saklı olduğunu görsünler. Bu sayede matematiğe daha fazla değer verebilir. Matematiğin günlük hayatta karşımıza çıktığını derinlemesine düşünebilir ve yaşayabilirler.
c) ölçme ve değerlendirme **1)** Ayçiçeği, salyangoz, deniz kabuğu ile Fibonacci dizisi arasındaki bağlantıyı araştırınız. **2)** Altın oran nedir? Fibonacci dizisi ile ilişkisi nedir?

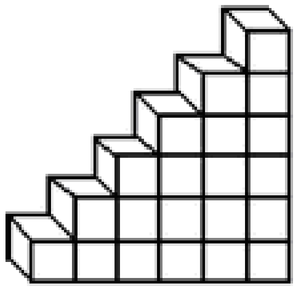
Çalışma Yaprağı 7

Acaba bu kim? Tanıyabildiniz mi?

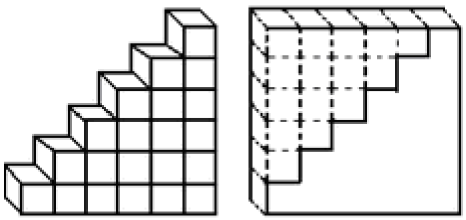
Problem Durumu: 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamını yönergeleri izleyerek bulmaya çalışınız.

Yönergeler

Adım 1: 1'den 6'e kadar olan sayıları modellemek için birim küpler kullanılmıştır. 1+2+3+4+5+6=? Bu işlemde n=6 olduğuna dikkat ediniz. Aşağıdaki şekilde gördüğünüz gibi 1 sayısını ifade etmek için sol tarafa 1 adet birim küp, 2 sayısını ifade etmek için hemen yanına üst üste olacak şekilde 2 adet birim küp koyulmuştur.



Adım 2: Modeldeki küp sayısı bize 1'den 6'ya kadar olan sayıların toplamını verecektir. Şekil 1'i elde etmek için kullandığımız küp sayısına 'S' diyelim. Şekil 2'yi elde edebilmemiz için kaç tane birim küpe ihtiyacımız olduğunu S cinsinden yazınız.



Adım 3: Şekil 2'de elde etmiş olduğunuz geometrik şekil nedir? Şekil 2'yi elde etmek için kullandığınız toplam birim küp sayısını S cinsinden yazınız. Bulmuş olduğunuz değer,

Şekil 2'de her bir satırda ve sütundaki birim küp sayısının çarpımına eşittir. Bu eşitliği aşağıya yazınız.

Adım 4: Eşitlikte n=6 olmak şartıyla S=$\frac{n.(n+1)}{2}=\frac{n.n+n}{2}$ eşitliğini elde edebildiniz mi? 1'den 6'ya kadar olan sayıların toplamını elde etmiş olduğunuz eşitlikte yerine yazarak sonuca ulaşınız. Bulmuş olduğunuz sonuç gerçekten 1'den 6'ya kadar olan sayıların toplamına eşit oluyor mu?

Yang Hui Kimdir?

13. yüzyıl Çin matematiğinin en önemli matematikçilerinden biri Yang-Hui (1238-1298)'dir. Eski Çin matematiğinin en önemli kitabı olan '*dokuz bölüm*' adlı eserin detaylı analizini yapmış, bu kitaptaki 246 problemden 80'ini seçmiş ve çözerek tartışmıştır. Yang Hui'nin diğer çalışması ise 1275'te yazdığı Yang Hui'nin Hesaplama Yöntemleri adlı kitabıdır. Bu kitap; çarpma ve bölme işlemleri, kök bulma, ikinci dereceden ve doğrusal denklem sistemleri, seriler, dikdörtgen, yamuk, daire ve diğer geometrik şekillerin alanları konularını içermektedir. Yang-Hui'nin en önemli çalışması ardışık tam sayıların, üçgensel sayıların ve karesel sayıların toplamını bulmak için geliştirdiği yöntemdir. Ardışık tamsayıların, üçgensel ve karesel sayıların M.Ö 570-500'lerde Pisagor okulunun bir buluşu olduğunu da bilmemiz de yarar vardır. Geliştirdiği bu yöntemle aşağıdaki sayı örüntülerini modelleyerek toplamını bulmuştur.

1'den n'e kadar sayıların modellenmesi ve toplamı; 1+2+3+4+……..+n

Üçgensel sayıların modellenmesi ve toplamı; 1+3+6+10+…….+ $\frac{n(n+1)}{2}$

Karesel sayıların modellenmesi ve toplamı; 1+4+9+16+……….+ n^2

Çalışma Yaprağı 8

Acaba bu kim? Tanıyabildiniz mi?

Problem Durumu: 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamını yönergeleri izleyerek bulmaya çalışınız.

Yönergeler

Adım 1. 1'den 100'e kadar olan sayıları yan yana toplam şeklinde yazınız. Toplamın sonucuna S diyelim.

Adım 2. 1'in altına 100, 2'nin altına 99 olacak şekilde sayıları 100'den 1'e doğru geriye doğru yazınız. Bu toplamın sonucu da S'dir.

Adım 3. Alt alta gelen sayıları toplayınız. Dikkatinizi ne çekti?

Adım 4. Genel toplamı bulmak için gerekli işlemi yapınız.

Adım 5. Genel toplamdan yola çıkarak 1'den 100'ye kadar olan sayıların toplamını yani S'yi bulunuz.

Gauss Kimdir?

Carl Friedrich Gauss (1777–1855) tüm zamanların en büyük matematikçilerinden biridir. Almanya'da doğmuştur. Yoksul ve eğitimsiz bir aileden gelmektedir. "Matematikçilerin prensi" ve "antik çağlardan beri yaşamış en büyük matematikçi" olarak da bilinen Gauss, matematiğin ve bilimin pek çok alanına etkisini bırakmıştır. Yeteneğini çok küçük yaşlarda göstermeye başlamıştır. Gauss'un babasının bir dükkânı vardır ve sürekli dükkânın gelir gider durumunun hesabını tutmak zorundaydı. Yine bir gün babası hesapları kontrol ederken, 3 yaşındaki Carl babasının omzuna dokunarak hesabın yanlış olduğunu söylemiştir. Babası hesabı tekrar incelediğinde oğlunun gerçekten haklı olduğunu fark etmiştir. Şaşırtıcı bir başka olay Gauss ile öğretmeni arasında yaşanmıştır. Gauss çok haylaz bir öğrenci olduğu ve sürekli ders esnasında konuştuğu için öğretmeni Gauss'un oyalanması için 1'den 100'e kadar olan sayıları toplamasını söyler. Gauss toplamı saniyeler içinde yapar ve öğretmenini hayretler içerisinde bırakır.

Ardışık Pozitif Tamsayıların Toplamı (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Cebir **Alt Öğrenme Alanı**: Örüntüler ve İlişkiler **Kavramlar**: Örüntü **Kazanımlar** * Özel sayı örüntülerinde sayılar arasındaki ilişkileri açıklar * $\frac{n.(n+1)}{2}$ kuralına farklı matematikçilerin hangi yollarla ve nasıl ulaştıklarını anlar *Günümüz matematiğinin gelişiminde, geçmişteki matematikçilerin yaptıkları uygulamaların önemli bir etkisinin olduğunu fark eder. **Araç ve Gereçler**: Birim Küpler, Çalışma Yaprağı
<u>Öğretme ve öğrenme Süreci</u>: **<u>a) Motivasyon: (1. ders-5dk)</u>** Öğrencilere tarihsel içerik verilmeden acaba ardışık tamsayıların toplamlarını nasıl bulabiliriz. Birden fazla çözüm yolu kullanarak sonuca ulaşabilir miyiz? Acaba kâğıt kalem kullanmadan 1'den 100'e kadar olan sayılar toplanabilir mi? Türünden sorularla öğrencilerin dikkatleri derse çekilmeye çalışılır.
<u>b) Uygulama (35dk)</u> Etkinliğin başında öğrencilerinize tarihsel içeriği vermeyiniz. Öğrenciler uygulama adımlarını takip ederek ardışık pozitif tamsayıların toplamına ulaştıktan sonra çözüm yollarının hangi matematik bilginine ait olduğu ve matematik bilginin kısa hayat hikâyesi öğrencilere sözel olarak anlatılabilir. Çalışma kâğıdı üzerinde matematik bilginlerinin hayat hikâyelerini yazmaya gerek duymayınız. Çalışma yaprağında verilen hayat hikâyelerini sözel olarak okuyabilir veya sunu yaparak öğrencilere gösterebilirsiniz.
<u>c) ölçme ve değerlendirme</u> **1)** 1'den 200'e kadar olan sayıların toplamını bulunuz. **2)** 1'den 15'e kadar olan sayıların toplamını birim küpleri kullanarak bulunuz.

Çalışma Yaprağı 9

Yang-Hui Kimdir?

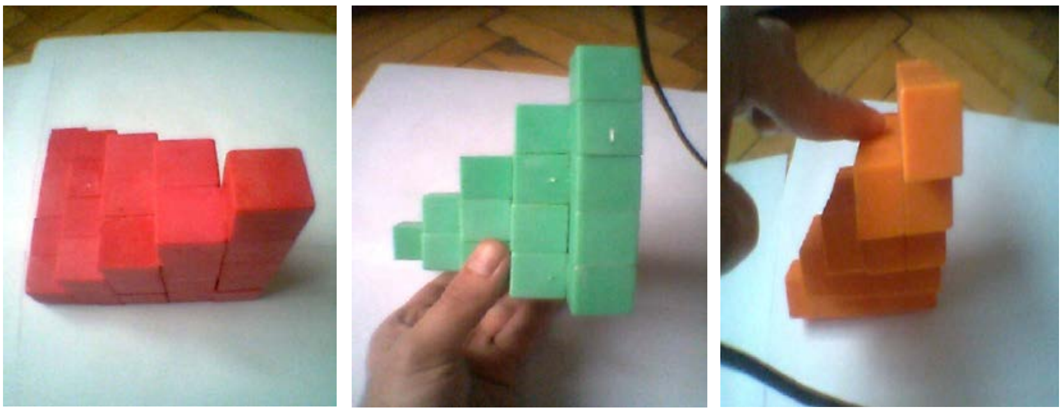
Yang-Hui (1238-1298), 13. yüzyıl Çin matematiğinin en önemli matematikçilerinden biridir. E ünlü eseri "*Xiang Jie Jiu Zhang Suan Fa*" (*Dokuz bölümdeki matematik kuralların detaylı analizi ve yeniden sınıflandırılması*) isimli çalışmasıdır. Yang-Hui, bu çalışmasında, Eski Çin matematiğinin en önemli kitabı olan "*Dokuz bölüm*" adlı eserin detaylı analizini yapmıştır. Yang Hui'nin diğer çalışması ise 1275'te yazdığı Yang Hui'nin "*Hesaplama Yöntemleri*" adlı kitabıdır. Yang-Hui'nin en önemli çalışması ardışık pozitif tam sayıların, üçgensel sayıların ve karesel sayıların toplamını bulmak için yapmış olduğu modellemelerdir. Yang Hui, geliştirdiği yöntemle aşağıdaki sayı örüntülerini modelleyerek toplamını bulmuştur.

- ❖ 1'den n'e kadar olan sayıların modellenmesi ve toplamı; 1+2+3+4+……..+n
- ❖ Üçgensel sayıların modellenmesi ve toplamı; 1+3+6+10+…….+ $\frac{n(n+1)}{2}$
- ❖ Karesel sayıların modellenmesi ve toplamı; 1+4+9+16+……….+ n^2

Yang Hui'nin üçgensel sayıların toplamını; 1+3+6+10+…….+ $\frac{n(n+1)}{2}$ nasıl modellendiğini ve üçgensel sayıların toplamı için nasıl bir kurala ulaştığını aşağıdaki adımları kullanarak anlamaya çalışınız.

Yönergeler

Adım 1. Birim küplerle oluşturulmuş aşağıdaki parçalar, 1+3+6+10+15 üçgensel sayılarının toplamındaki her bir terimi göstermektedir. Dikkat ederseniz her bir şekilde 1+3+6+10+15 toplamı modellenmiştir. Üçgensel sayıların genel terimi $\frac{n.(n+1)}{2}$ olduğuna göre n yerine kaç geleceğini bulunuz.



Adım 2. Yukarıda verilen üçgensel sayı modellerini aşağıdaki gibi birleştiriniz?

Adım 3. Elde edilen şekli Adım 1'de gösterilen parçaları tekrar oluşturarak dikdörtgenler prizmasına tamamlayınız. Öğrencilere, gerekli tamamlama işlemini yapması için zaman verilir.

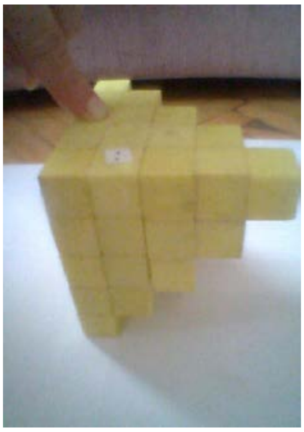
Adım 4. Tamamlama işleminin yapılmasının ardından, prizmayı oluşturan altı adet modelin her birinin 1+3+6+10+15 (n=5) üçgensel sayılarının toplamını gösterdiğini öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Prizmanın oluşturulması için kullandığınız üçgensel sayı modellerinin sayısı dikkate alınarak, şekildeki toplam küp sayısının nasıl bulunması gerektiği öğrencilere sorulur. Bu soru öğrencilerin hacim kavramını kavrayıp kavramadığının da bir göstergesidir. Modelin hacmi toplam küp sayısını vereceğinden, öğrencilerden V=a.b.c eşitliğini n cinsinden yazmaları ve kullandıkları üçgensel sayı modellerinin sayısını dikkate alarak 1+3+6+10+15 (n=5) toplamına ulaşmaları istenir.

Çalışma Yaprağı 10

Yang Hui'nin karesel sayıların toplamını; 1+4+9+16+……….+n^2 nasıl modellendiğini ve karesel sayıların toplamı için nasıl bir kurala ulaştığını aşağıdaki adımları kullanarak anlamaya çalışınız.

<u>Yönergeler</u>

Adım 1. Aşağıda 1+4+9+25 karesel sayılarına ait modeller görülmektedir. Bu modellerde n sayısının kaça eşit olduğunu ifade ediniz?


Adım 2. Yukarıda verilen karesel sayı modellerini aşağıdaki gibi birleştiriniz?

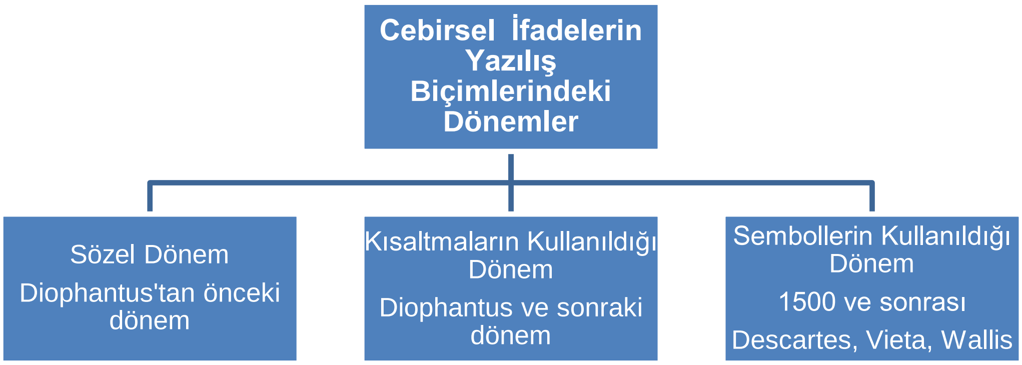

Adım 3. Şeklin üstünde kalan sarı renkli küpleri kullanarak, şekli prizma yapabilir misiniz? (Burada şeklin üstünde kalan ve fazlalık olan sarı renkli küplerin yataydan ikiye bölünerek, boş kısma koyulması gerekmektedir).

Adım 4. Prizmanın kenarlarını n cinsinden yazınız ve toplam küp sayısını bulunuz?

Adım 5. Prizmanın oluşturulması için kullandığınız karesel sayı modellerinin sayısına dikkat ederek, 1+4+9+16+……….+ *n*2 toplamını n cinsinden ifade ediniz

Çalışma Yaprağı 11

Cebir kelimesi ilk defa Müslüman matematikçi Al-Khowarizmi (Harizmi)'nin 825 yılında yazdığı 'Hisab al-jabr wal-muqabala' isimli eserinde görülmüştür. Bu kitapta cebir kelimesinin anlamı 'yerine koyma' ve 'dengeleme' yani denklemin her iki tarafına aynı niceliğin ilave edilmesidir. Avrupa bu kelimeye "büyük sanat" manasını vermiştir. Matematiğin geniş bir dalına ad olan "cebir" kelimesi bu eserden dilimize geçmiştir.




Diophantus


Vieta


Descartes


Wallis

Aşağıdaki tabloda $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ ifadesinin sözel dönemde ve kısaltmaların kullanıldığı dönemde nasıl yazıldığını inceleyiniz.

Modern Gösterimi	**Düz Yazı Şeklinde Yazım (Sözel Dönem)**
$2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$	İlk sayı, ikinci sayının küpünün 2 katı ve ikinci sayının dört katından, ikinci sayının karesinin üç katı ve beşten çıkarılarak oluşturulur'
Modern Gösterim	**Kısaltmalarla Yazım (Diophantus Kısaltmaları)**
$2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$	$K^{\gamma}\ \beta\ \varsigma\ \delta\ \wedge\ \Delta^{\gamma}\ \gamma\ \overset{o}{M}\ \varepsilon$

• Sözel dönem ve kısaltmaların kullanıldığı dönemdeki yazım şekilleri ile ilgili ne düşünüyorsunuz?

Not: Milattan sonra 250'li yıllarda yaşamış olan Yunanlı matematikçi Diophantus ile cebirsel ifadelerin gösterilişinde kısaltmaların kullanımına geçilmiştir. Diophantustan önceki dönemde cebirsel ifadeler düz yazı biçiminde yazılmakta idi. Yunanlı matematikçi Diophantus, kısaltmalarda rakamlar için küçük yunan harflerini, işlemler için ise büyük yunan harflerini kullanmıştır.

Yunanlı Matematik Bilgini Diophantus Kısaltmaları

Büyük Yunan Harfleri		Küçük Yunan Harfleri	
$\overset{o}{M}$	Sabit Terim		
ς	Bilinmeyen (x)	β	2
Δ^{γ}	Bilinmeyenin Karesi	γ	3
K^{γ}	Bilinmeyenin Küpü	δ	4
$\wedge$	Eksi sembolü	ε	5

$K^{\gamma}\ \beta$	$2x^3$
$\varsigma\ \delta$	$4x$
$\wedge$	Eksi
$\Delta^{\gamma}\ \gamma$	$3x^2$
$\overset{o}{M}\ \varepsilon$	5

Diophantus'tan sonraki süreçte de hem Hintli hem de Müslüman Matematikçiler cebirsel ifadelerin gösterilişlerinde kısaltmaları kullanmışlardır. Hintli Matematikçi Brahmagupta 700'lü yıllarda aşağıdaki kısaltmalara başvurmuştur. Aşağıda Hintli matematik bilgini Brahmaguptanın cebirsel ifadeleri nasıl gösterdiği verilmişti. İnceleyiniz.

Brahmagupta Kısaltmaları

Sembol	Bha	$y\bar{a}$	$k\bar{a}$	Ka	$r\bar{u}$	$y\bar{a}\ k\bar{a}$ 6 bha	ka $5 r\bar{u}$ 2
Modern Gösterim	Çarpım	X	Y	$\sqrt{\ }$	Tamsayı	6xy	$\sqrt{5}-2$

Modern İfade	Brahmagupta'nın İfadesi
$x+8$	$y\bar{a}$ $r\bar{u}$ 8
$5xy$	$y\bar{a}$ $k\bar{a}$ 5 bha
$\sqrt{4xy}$	ka $y\bar{a}$ 4 bha
$x-7$	$y\bar{a}$ $r\bar{u}$ 7

Cebirsel ifadelerin yazılışlarında sembollerin kullanımına, 16. Yüzyıl matematik bilginlerinden Fransız matematikçi Viete ile geçilmiştir.

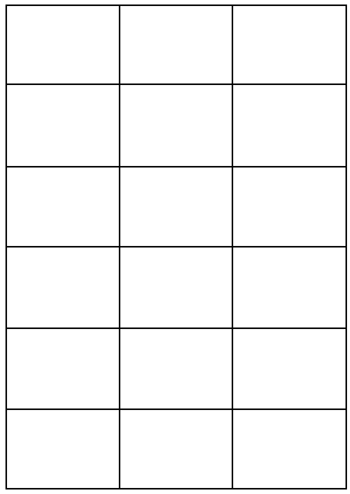
Eski Sembolik İfadelere Bazı Örnekler

Yazar ve yılı	**Eski Gösterim**	**Modern Gösterim**
Cardano (1545)	cubus p 6 rebus aequalis 20	$x^3+6x=20$
Bombelli (1572)	$\overset{\underset{\smile}{6}}{1}$. p. $\overset{\underset{\smile}{3}}{8}$. Eguale à 20.	$x^6+8x^3=20$
Viète (1591)	I QC – 15 QQ + 85 C – 225 Q + 274 N aequatur 120	$x^6-15x^4+85x^3-225x^2+274x=120$
Harriot (1631)	aaa—3bba===+2.ccc	$x^3-3b^2x=2c^3$
Descartes (1637)	x^3-6xx+13x-10 $\propto$ 0	$x^3-6x^2+13x-10=0$
Wallis (1693)	$x^4+bx^3+cxx+dx+e=0$	$x^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$

Çalışma Yaprağı 12

Uygulama Adımları

Modelleme 1:



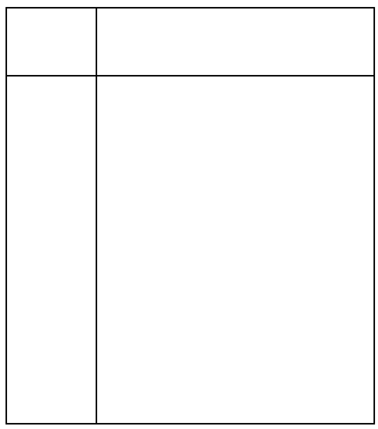
Adım 1: Yandaki şekil 18 adet eş dikdörtgenden oluşmaktadır
Her bir küçük dikdörtgenin uzun kenarı x, kısa kenarı 1 birimdir. Her bir küçük dikdörtgenin alanı nedir?

Adım 2: Büyük dikdörtgenin alanını matematiksel olarak yazınız.

Adım 3: Büyük dikdörtgenin alanı ile küçük dikdörtgenlerin alanları arasındaki ilişkiyi açıklayarak, aralarındaki ilişkiyi matematiksel olarak yazınız.

Modelleme 2:

Adım 1: Yandaki şekil biri büyük, diğeri küçük olan İki kare ile iki eş dikdörtgenden oluşmaktadır. Sırasıyla Büyük karenin kenar uzunluğu 10, küçük karenin kenar uzunluğu x olduğuna göre, yandaki şeklin tamamını oluşturan her bir parçanın alanlarını bulunuz ve aşağıya sırasıyla yazınız.



Adım 2: Yandaki geometrik şeklin ne olduğunu ve alanını matematiksel olarak yazınız.

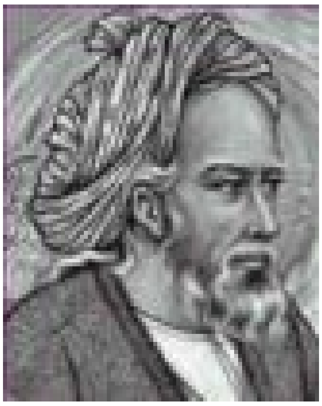
Adım 3: Şeklin tamamının alanı ile şekli oluşturan parçaların alanları arasındaki ilişkiyi açıklayarak, aralarındaki ilişkiyi matematiksel olarak yazınız.

Modelleme 3:

Adım 1: Yandaki şekil bir kare ve bir dikdörtgenden oluşmaktadır. Karenin kenar uzunluğu x, dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu 10'dur. Kare ve dikdörtgenin alanlarını matematiksel olarak yazınız.

Adım 2: Şeklin tamamının hangi geometrik şekil olduğunu yazarak, alanını matematiksel olarak ifade ediniz.

Adım 3: Şeklin tamamının alanı ile şekli oluşturan parçaların alanları arasındaki ilişkiyi açıklayarak, matematiksel olarak ifade ediniz.



Abu Kamil (850-930), Harizmi'den sonra gelen en büyük Müslüman matematikçilerden biridir. Mısırlı olduğu bilinen bu matematikçiyi daha çok '*Kitab al taraif fil hisab*' adlı meşhur kitabından tanımaktayız. Abu Kamil, kitabında bazı eşitliklerin özdeşlik olup olmadıklarını modellerle göstermiştir.

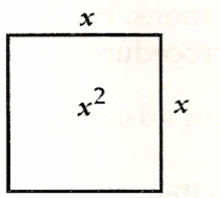
Özdeşlikleri Modellerle Açıklayalım (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Cebir **Alt Öğrenme Alanı**: Cebirsel İfadeler **Kavramlar**: Özdeşlikler **Kazanımlar**: *Euclid ve Abu Kamilin matematiğin gelişimine yaptığı katkıları fark eder. *Farklı kültürlerin matematiğin gelişimine katkı sağladığını anlar. *Özdeşlikleri modellerle gösterir **Araç ve Gereçler:** Kareli kâğıt, cetvel, makas, yapıştırıcı ve renkli keçeli kalemler
öğretme ve öğrenme Süreci: **a) Motivasyon: (1. ders-5dk)** Öğrencilere cebir öğretiminde geometriden yararlanıp yararlanamayacağımızı hiç düşündünüz mü? Denilerek öğrencilerin merakları derse çekilmeye çalışılır. Dersin başlangıcında öğrencilere Euclid ve Abu Kamil'le ilgili bilgi verilmeyip, tarihsel içerikten faydalanıldığı dersin sonunda öğrencilere hissettirilir.
b) Uygulama (35dk) Biliyorsunuz ki, ders kitaplarında özdeşliklerin modellemelerine yer verilmesine rağmen, modellemelerin dayanağı, kimler tarafından geçmişte uygulandığı ile ilgili bir içerik verilmemiştir. Bu yüzden, öğrencilerinize çalışma yaprakları dağıtarak Abu Kamilin üzerinde çalıştığı özdeşlikler üzerine çalışmalarını sağlayınız. Ancak tekrar hatırlatmak gerekirse başlangıçta öğrencilere tarihsel içerikten yararlandığınızı hissettirmeyiniz. Çünkü etkinlik sonunda tarihsel içeriği vermeniz ve Abu-Kamilin '*Kitab al taraif fil hisab*' adlı meşhur kitabının İngilizceye çevrilmiş halini göstermeniz öğrencileri daha çok şaşırtacaktır. Abu Kamil'in kitabını internet üzerinden sipariş vererek yurt dışındaki kitap bayilerinden temin edebilirsiniz. Ben öyle yaptım. Etkinlik sonunda öğrencilere evlerinde yapmaları için Yunanlı matematik bilgini Euclid'in önermelerinden iki tanesi verip öğrencilerinizin çalışmalarını bir sonraki ders değerlendirebilirsiniz. Etkinlik sonunda öğrencilerinize Abu Kamil ve Euclid hakkında bilgi veriniz, '*Kitab al taraif fil hisab*' isimli kitabın İngilizce çevirisini öğrencilerinize göstererek öğrenci görüşlerini alınız.
c) ölçme ve değerlendirme **1)** p(a+b+c)=pa+pb+pc eşitliğinin özdeşlik olup olmadığını, modelle göstererek açıklayınız. **2)** Euclid'in elementler isimli kitabındaki Önerme II-4'ü internetten bularak eşitliğin özdeşlik olup olmadığını alanlar yardımıyla araştırınız. **3).** $(5x).4 = 20x \quad (x+4).(x+4) = x^2 + 8x + 20 \quad x.(7+x) = 7x + x^2$ Özdeşlik olup olmadıklarını araştırınız.

Çalışma Yaprağı 13

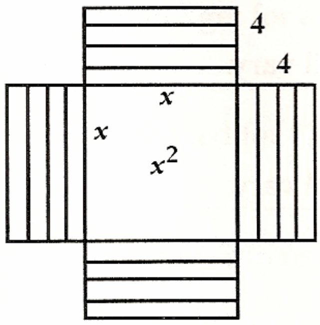
$x^2 + 16x = 36$ eşitliğinin modellenmesi aşamaları aşağıdaki gibidir. Yönergede verilen adımları uygulayınız.

Yönergeler:

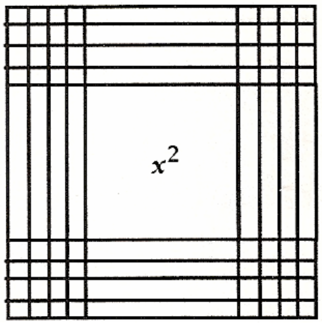
Adım 1. Yandaki şekilde gördüğünüz gibi kenar uzunluğu x birim olan bir kare kesiniz. Bu karenin alanı x^2'dir.



Adım 2. Kısa kenarının uzunluğu 1 birim, uzun kenarının uzunluğu $x birim$ olan 16 adet dikdörtgen kesiniz. Bu dikdörtgenleri yandaki şekilde gördüğünüz gibi karenin kenarlarına yapıştırınız. Dikdörtgenlerin alanlar toplamını matematiksel olarak ifade ediniz.



Adım 3. İkinci adımdaki şekli, yandaki şekilde gördüğünüz gibi kareye tamamlayınız. Karenin alanını bulmak için gerekli ifadeyi yazınız. Bu ifade kareyi oluşturan her bir parçanın alanları toplamına eşit olduğuna göre, karenin alanını bulmak için yazdığınız ifadeyi,her bir parçanın alanları toplamına eşitleyiniz.



Adım 4. $x^2 + 16x$'in 32’ye eşit olduğunu düşünerek, eşitlikte x’in değerini bulunuz.

Aşağıdaki eşitliği Al-Khwarizmi’nin kullandığı geometrik modelleme yoluyla yukarıda verilen adımları dikkate alarak çözünüz. Aşağıdaki kısma yaptığınız modeli çizimini yapınız.

- $x^2 + 12x = 45$
- Uygulama sonunda ünlü matematik bilgini Harizminin hayatı ile ilgili bir drama yapılabilir

Cebirsel İfadeleri Çarpanlarına Ayırma (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Cebir **Alt Öğrenme Alanı**: Cebirsel İfadeleri Çarpanlarına Ayırır **Kavramlar**: Özdeşlikler, Cebirsel İfade, Çarpanlara Ayırma **Kazanımlar**: Cebirsel ifadeleri geometrik modelleme yoluyla çarpanlara ayırır. Harizminin matematiğin gelişimine yaptığı katkıları fark eder. **Araç ve Gereçler:** Kareli kâğıt, cetvel, makas, yapıştırıcı ve renkli keçeli kalemler
öğretme ve öğrenme Süreci: **a) Motivasyon: (1. ders-5dk)** Öğrencilere cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırırken geometriden yararlanıp yararlanamayacağımızı hiç düşündünüz mü? Denilerek öğrencilerin merakları derse çekilmeye çalışılır. Dersin başlangıcında öğrencilere bugün matematik dersi işlerken kağıt kalem kullanmayacağız, soru çözmeyeceğiz, çok farklı bir uygulama yapacağız denilir.
b) Uygulama (75dk) Öğrencilere çalışma yaprakları dağıtılarak Harizminin üzerinde çalıştığı cebirsel ifadeler üzerine çalışmalarını sağlayınız. Ancak tekrar hatırlatmak gerekirse başlangıçta öğrencilere tarihsel içerikten yararlandığınızı hissettirmeyiniz. Çünkü etkinlik sonunda tarihsel içeriği vermeniz, Harizmi ve çalışmalarından bahsetmeniz öğrencileri daha çok şaşırtacaktır. Harizmi ile ilgili bilgiyi çalışma kağıdın da vermeyip sözel olarak söyleyebilir veya bununla ilgili kısa bir sunu hazırlayabilirsiniz. Etkinlik sonunda öğrencilere evlerinde yapmaları için farklı bir cebirsel ifade verip hep modern yolla hem de Harizminin yoluyla çarpanlara ayırmalarını isteyiniz.
c) ölçme ve değerlendirme **1)** Aşağıdaki eşitliği Al-Khwarizmi'nin kullandığı geometrik modelleme yoluyla yukarıda verilen adımları dikkate alarak çözünüz. Aşağıdaki kısma yaptığınız modeli çizimini yapınız. • $x^2 + 12x = 45$

Çalışma Yaprağı 14

Eski Mısırda Firavunların (Eski Mısırda M.Ö 2000-1800 hükümdarlara verilen isim) hükümdarlığı sürecinde, orantısal düşünme matematiğin merkezinde yer almaktaydı. Nil nehrindeki su miktarı arttıkça daha fazla tarım alanı sulanabiliyordu. Vergiler, ürün miktarı ile orantılı şekilde alınmaktaydı. Binalar inşa edilirken orantısal şekilde yapılırdı. Ayrıca mısırlılar eşitlikleri orantısal düşünme ile çözerlerdi. Şimdi sizlere çok eski yıllarda insanların orantı ile neden ve nasıl uğraştıklarını gösteren iki problem vereceğim.

Eski Mısır M.Ö 3000	Düşünün ki 450 hekatlık arpaya sahipsiniz ve her 10 hekatın 1 hekatını vergi olarak vermek zorunda olduğunuza göre, bu üründen kaç hekat'lık vergi verirsiniz? (hekatı yerine kg kullanabilirsiniz)
Eski Çin M.Ö 1000	50kg buğday, 24 kg pirinçle değiş tokuş edilebiliyorsa, $4\frac{1}{2}$ kg buğday, kaç kg pirinçle değiş tokuş edilebilir?

☼ Hekat eski mısırdaki ölçü birimidir. Bugün bizim için kilogram ne ise onlar için de hekat odur.

Orantısal düşünme, Mezopotamya, Hindistan ve Çin matematiğinin de bir parçasıydı. Ortaçağda İslam kültürü matematikçileri Avrupa'ya orantısal düşünme yöntemini tanıtmışlardır.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b.c}{a}$$ (Orantısal Akıl Yürütme)

Orantısal Akıl Yürütme (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Sayılar **Alt Öğrenme Alanı**: Kareköklü Sayılar **Kavramlar**: Karekök, Tam Kare Sayı **Kazanımlar**: *Matematiğin günlük ihtiyaçlardan ortaya çıktığını ve insanların matematiği problemlerine çözüm bulmak için kullandığını anlarlar. *Orantı problemlerini çözerler.
öğretme ve öğrenme Süreci: **a) Motivasyon: (1. ders-5dk)** Çocuklar matematiğin nasıl ortaya çıktığını bilen var mı aranızda? Hiç merak ettiniz mi matematiğin ne işe yaradığını, nasıl ortaya çıktığını ve insanlar arasında neden kullanıldığını? Şimdi bunu öğreneceksiniz.
b) Uygulama (35dk) Sekizinci sınıf öğrencileri orantı konusunu yedinci sınıfta görmüş olmalarına rağmen orantının nasıl ortaya çıktığı, neden kullanıldığını bilmemektedir. Çünkü ders kitaplarında bunu vurgulayan bir içerik yoktur. Etkinlik milattan önce öğrencilerinizin orantıya neden başvurulduğunu, matematiğin günlük hayattaki problemlere ve ihtiyaçlara cevap verebilmek amacıyla kullanıldığını görebilmelerini sağlayacaktır. Öğrencilerinize çalışma yaprağını vererek, milattan önce 3000'lerde eski mısırda orantının neden kullanıldığını açıklayıcı metni okumalarını sağlayınız ve eski yıllarda ortaya koyulan orantı problemleri ile öğrencilerinizin çalışmasını sağlayınız. Biliyoruz ki Eski Mısırda rasyonel cebirsel ifadelerin çözümü yapılırken de orantısal akıl yürütmeye başvurulmakta idi.
c) ölçme ve değerlendirme **1)** Matematiğin nasıl ortaya çıktığı ile ilgili ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

Çalışma Yaprağı 15

Aşağıda verilen problemi yönergeleri takip ederek çözünüz.

Problem: Bir miktar ve bu miktarın yedide birinin toplamı 19 olduğuna göre, bu miktarın büyüklüğü nedir? Eski Mısırda bu problemin çözümü aşağıdaki şekilde yapılmıştır.

Yönergeler: Bu problemin matematiksel olarak ifadesi; $x+\frac{x}{7}=19$ 'dur.

- x/7'yi en küçük pozitif tamsayı yapan değerin ne olduğunu düşünün.
- Bu değeri $x+x/7=19$ eşitliğinde yerine yazın.
- Bulduğunuz sonuç 19 mu? Yoksa farklı bir sonuca mı ulaştınız?
- x yerine ilk verdiğiniz değeri, eşitlikte yerine yazarak ulaştığınız sonuç ve 19'u kullanarak bir orantı oluşturmaya çalışınız. Nasıl bir sonuca ulaştınız? Açıklayınız.
- Bu eşitliği modern şekilde çözünüz. Eski Mısırda yapılan çözüm yolu ile modern çözüm yolunu karşılaştırarak, olumlu, olumsuz yönlerini açıklayınız.

Yanlışı deneme yolu Eski Mısır dışında İslam dünyasında, Hindistan da kullanıldı. Bunun dışında 16. yüzyılda yaşamış İtalyan matematik bilgini Tartaglia, başka bir İtalyan matematikçi Philipo Calandri, İspanyol matematik bilgini Tosca ve İtalyan matematikçi Fibonacci yanlışı deneme yolunu kullanan matematik bilginleri arasındadır. Bu matematik bilginlerinin uğraştıkları problemlerden bazıları aşağıda verilmiştir. İnceleyiniz.

Yazar	Problem
Tartaglia İtalyan 16.yüzyıl	Üç ortak bir fabrika kuracaklardır. Fabrika kurmaları için 100.000tl ceplerinden çıkacaktır. Fabrikanın kurulması için ikinci ortak birinci ortağın verdiği paranın iki katını verecek, üçüncü ortakta ikinci ortağın üç katı kadar para verecektir.
Calandri İtalyan	Bir balığın baş kısmı tüm boyunun 1/3'ü, kuyruğunun boyunun 1/4 'üdür. Balığın gövdesinin boyu 30cm olduğuna göre tüm balığın boyu kaç cm'dir?
Tosca İspanyol	Üç sayımız olsun. Birinci sayı ikinci sayının iki katı, ikici sayıda üçüncü sayının üç katıdır. Bu sayıların toplamı 100'dür. Buna göre bu sayıları bulunuz? **Çözüm**: Üçüncü sayıya 2 dersek, ikinci sayı 6, birinci sayı 12 olur. Toplamları ise 20 olur. Halbuki biz sayıların toplamlarının 100 olmasını istiyoruz. O halde en küçük sayı 2 olduğunda toplam 20 oluyorsa, en küçük sayı 10 olduğunda toplam 100 olacaktır. Bu durumda diğer sayılar, 30 ve 60 olur.

c) Ölçme Değerlendirme:

Rhind Papirüsü Problem 24: Bir miktar ve bu miktarın dörtte birinin toplamı 15 olduğuna göre, bu miktarın büyüklüğü nedir? Problemini de Eski mısırda kullanılan yol ve modern yolla yapınız.	
Yanlışı Deneme Yoluyla Çözüm	**Modern Çözüm**
Rhind Papirüsü: Bir miktar ile bu miktarın yarısının ve üçte birinin toplamı 10'dur. Bu miktarı bulunuz.	
Yanlışı Deneme Yoluyla Çözüm	**Modern Çözüm**

* Öğrencilerinize Rhind papirüsü ile ilgili bilgi kısa bir bilgi verebilirsiniz.

Rasyonel Cebirsel İfadeler (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Cebir **Alt Öğrenme Alanı**: Denklemler **Kavramlar**: Rasyonel ifade **Kazanımlar:** Bir bilinmeyenli rasyonel denklemleri çözer Rasyonel cebirsel ifadelerin çözümlerinde modern yolla, eski mısırda kullanılan yolu karşılaştırır. Farklı kültürlerin matematik üzerinde etkileri olduğunu öğrenir. Zamana ve yere göre matematiğin şekillenebileceğini, değişim ve gelişim gösterebileceğini fark eder. * **Araç ve Gereçler**: Çalışma Yaprağı
Öğretme ve öğrenme Süreci: **a) Motivasyon: (1. ders-5dk)** Öğrencilerinize rasyonel cebirsel ifadelerin çözümlerinde yeni bir yol göreceğiz denilerek öğrencilerin dikkatleri derse çekilmeye çalışılır.
b) Uygulama (35dk) Etkinliğin başında öğrencilerinize tarihsel içeriği vermeyiniz. Öğrenciler uygulama adımlarını takip ederek rasyonel cebirsel ifadelerin çözümlerini yaptıktan sonra çözüm yollarının kısa bir tarihini öğrencilerinize sözel olarak açıklayabilirsiniz. Çalışma kâğıdı üzerinde tarihsel içeriği yazmaya gerek duymayınız. Yukarıda çalışma yaprağında verdiğim tarihsel içeriği sözel olarak okuyabilir veya sunu yaparak öğrencilere gösterebilirsiniz. Şunu söylemekte yarar görüyorum öğrencilerinize Rhind papirüsünün ne olduğunu kısaca açıklayınız. Çünkü bu tip kelimeler öğrencilerin kafalarını karıştırabiliyor. Örneğin Rhind Papirüsü için milattan önce 3000'li yıllarda eski mısırda kullanılan ders kitabı niteliği taşıyan matematikle ilgili metinler diyebilirsiniz. Ayrıca problemlerde kullanılan birimlerin modern dile çevrildiğini o dönemlerde cm, kg, km kullanılmadığını kesinlikle belirtiniz.
c) ölçme ve değerlendirme **1)** Bir miktar ve bu miktarın dörtte birinin toplamı 15 olduğuna göre, bu miktarın büyüklüğü nedir? Problemini de Eski mısırda kullanılan yol ve modern yolla yapınız. **2)** Bir miktar ile bu miktarın yarısının ve üçte birinin toplamı 10'dur. Bu miktarı bulunuz. **3)** Bir miktar ile bu miktarın ikide birinin toplamı 16'dır. Bu miktarı bulunuz?

Çalışma Yaprağı 16

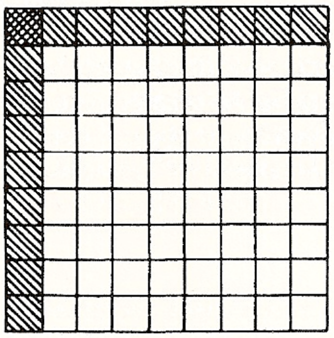
Eski Mısırda Nil nehri etrafındaki bazı mısır tarlaları yarım daire şeklindeydi. Çiftçilerin bu tarlaların alanlarını bilmeye gereksinimleri vardı. 4000 yıl önce bunu yapabilmek, matematikçiler için büyük bir buluştu.

- ✓ Peki, bunu nasıl başarmış olabilirler?
- ✓ Dairenin alanını bulabilmeleri için neye ihtiyaçları vardı?

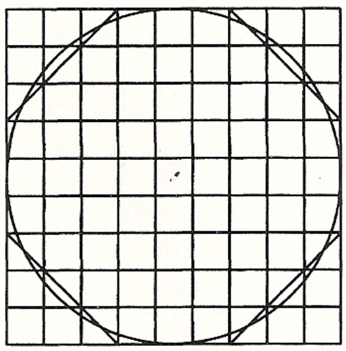
Aşağıda yönergelerde verilen adımları izleyerek yukarıdaki sorulara cevap bulmaya çalışınız.

<u>Yönergeler</u>

Yandaki şekilde 9x9'luk kareli kağıt alınarak, içerisine çapı 9kübit olan bir daire çizilmiştir. Karenin her bir kenarını üç eşit parçaya ayıran noktalar birleştirilerek bir sekizgen elde edilmiştir.

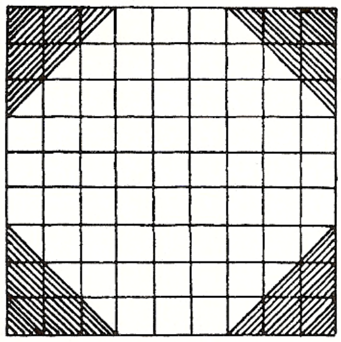


Adım 1: Yandaki şekilde 9x9'luk kareli kağıt alınarak, içerisine çapı 9kübit olan bir daire çizilmiştir. Karenin her bir kenarını üç eşit parçaya ayıran noktalar birleştirilerek bir sekizgen elde edilmiştir.



Adım 2: Elde edilen sekizgenin alanının neredeyse dairenin alanına eşit olduğunu gözlemleyin.

Adım 3: Sekizgenin alanı bulmak için dış bölgesinde oluşan kısmın tarandığını görüyorsunuz. Sekizgenin alanını birim kareleri sayarak bulunuz.



Adım 4: Eski Mısırda bu taranan kısım yandaki şekilde olduğu gibi düzenlenmiştir. Yandaki şekilde beyaz renkli kareleri sayarak eski Mısırda sekizgenin alanını kaç olarak aldıklarını bulunuz. Bu sonuç aynı zamanda çapı 9kübit olan dairenin alanıdır. Önceki adımdaki sonuç ile bu sonucun farklı çıkmasını nasıl açıklarsınız. Mısırlıların ne kadarlık bir hata ile dairenin alanını doğru olarak hesapladıklarını bulunuz.

Mısırlıların π sayısı için neyi kullandıklarını bulmak için aşağıdaki eşitliği çözünüz.

$$\pi.r^2 = 64 \quad \left(r = \frac{9}{2} \right)$$

Farklı zamanlarda farklı matematikçilerde π değerini farklı bulmuşlardır. Aşağıdaki tablo bu durumu göstermektedir.

Matematikçi	***Yıl***	π ***'nin değeri***	Kesir kısmında doğru bulunan rakam sayısı
Archimedes, Yunan	M.Ö 240	3,1408451	
Claudius Ptolemy, Yunan	M.S 150	3,14167	
Liu Hui, Çin	M.S 260	3,1416	
Tsu Ch'ung-chih, Çin	M.S 480	3,1415929	
Aryabhata I, Hindistan	M.S 530	3,1416	
Bha shara II, Hindistan	M.S 1150	3,1416	
Fibonacci, İtalyan	M.S 1202	3,1454545	
Mahdava, Hindistan	M.S 1400	3,141592	
Al-Kashi, Orta Asya	M.S 1429	3,141592	
William Shanks , İngiliz	M.S 1873		527 rakam
John von Neumann	M.S 1949		2035 rakam
Profesör Yasumasa	M.S 1987		134217000 rakam
Gregory ve David Chudnovsky	M.S 1991		2260321336 rakam
Profesör Kanadanın ekibi	M.S 1999		206158430000 rakam

*****1706 yılında İngiliz William Jones pi sayısı için π sebolünü ilk kullanan matematikçidir.

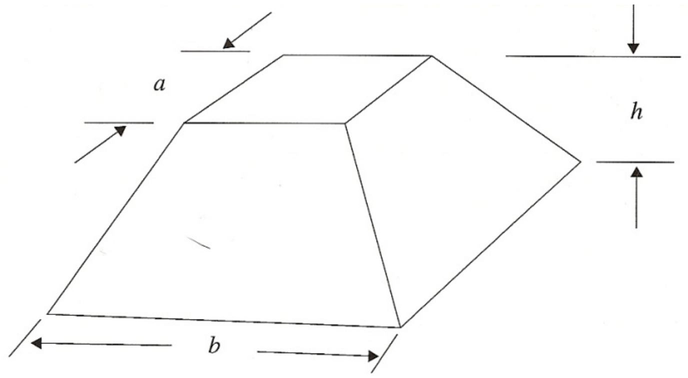
*İşviçreli matematikçi Leonard Euler 1730'lu yıllarda İngiliz matematikçi Jones'un gösterimini kitabında kullanmıştır.

***Bu sonuçlardan hiçbiri** π **sayısının tam değeri değildir**.

*1765 yılında alman matematikçi ***Johann Lambert*** π sayısının irrasyonel bir sayı olduğunu ve tamsayıların oranı olarak yazılamayacağını göstermiştir.

π 'nin Hikayesi (Öğretmen ve Öğretmen Adayı için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 7 **Konu**: Çember ve Daire **Öğrenme Alanı**: Ölçme **Alt Öğrenme Alanı**: Geometrik Cisimler **Kazanımlar**: *Farklı zamanlarda ve farklı kültürler tarafından π (pi) irrasyonel sayısının ondalıklı değerindeki gelişimi görür. *Matematiğin durağan bir bilim olmadığını, sosyo- kültürel, tarihsel bir bilim olduğunu anlar. *Farklı kültürlerin matematiğin gelişimine katkı sağladığını anlar. *Dairenin ve Daire Diliminin Alanı ile İlgili Problemleri çözer. **Araç ve Gereçler:** Kareli kâğıt, Cetvel, Makas, Yapıştırıcı ve Renkli keçeli kalemler
<u>Öğretme ve Öğrenme Süreci</u>: **<u>a) Motivasyon: (1. ders-5dk)</u>** Eski Mısırda Nil nehri etrafındaki bazı mısır tarlaları yarım daire şeklindeydi. Çiftçilerin bu tarlaların alanlarını bilmeye gereksinimleri vardı. 4000 yıl önce bunu yapabilmek, matematikçiler için büyük bir buluştu. ***Peki, bunu nasıl başarmış olabilirler? ***Dairenin alanını bulabilmeleri için neye ihtiyaçları vardı? Aşağıda yönergelerde verilen adımları izleyerek sorulara cevap bulmaya çalışınız.
<u>b) Uygulama (75dk)</u> Etkinlik öncesinde öğrencilerinizin modern matematik ve tarih ikilemi yaşamamaları için tarihsel kavramları zamanında açıklamanız önemlidir. Bu yüzden etkinlik öncesinde "*kübit*" kavramını öğrencilerinize açıklayınız. Harita üzerinde Mısırlıların ve Babillilerin milattan önce 2000'lerde nerede yaşadıkları hakkında ve bu iki kültür hakkında sözel olarak 5 dakikayı geçmeyecek şekilde bilgi veriniz. Etkinlik öncesinde öğrencilerinizin Babillilerin kullandıkları 60'lık sayı sistemi ve 60'lık sayı sisteminde ifade edilen sayıların günümüz şeklinde nasıl yazılacağı konusunda bilgi sahibi olmaları gerekmektedir. Nitekim 60'lık sistemde yazılan 6,15 sayısının modern biçimde yazılışı 375'tir. Gerekli açıklamaların ardından çalışma yapraklarını dağıtabilirsiniz. Her iki etkinlikte de öğrencilerin modern matematikten kopmayacakları, bu anlamda öğrencilerinizde SBS, merkezi sınav ve zaman türü kaygıların oluşmayacağı düşünülmektedir.
<u>c) Ölçme ve Değerlendirme</u> *****Çapı $15kübit$ olan bir dairenin alanını Mısırlıların kullandığı yöntemle evinizde bulmaya çalışınız. * Modern yolla işlemi yaptığınızda bulduğunuz sonuç ile Mısırlıların kullandıkları yöntemle bulduğunuz sonuç arasında nasıl bir fark oluştu? Bunu neye bağlıyorsunuz? Açıklayınız.

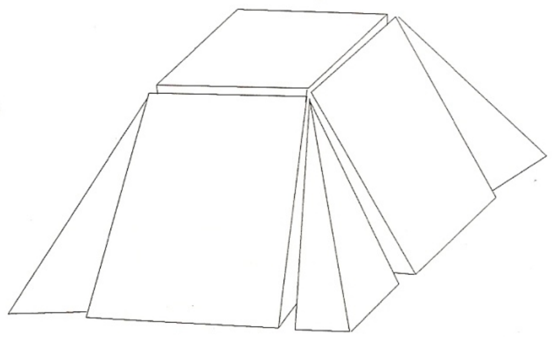
Çalışma Yaprağı 17



Kesik kare piramidin hacmini yönergelerde verilen adımları uygulayarak bulmaya çalışınız.

Yönergeler:

- ❖ Karşılıklı parçaları birleştirerek iki eş dikdörtgenler prizması elde ediniz.
- ❖ Köşelerdeki dört parçayı birleştirerek bir kare piramidin oluştuğunu gözlemleyiniz.
- ❖ Merkezde ise bir kare prizmanın oluştuğunu görmeye çalışınız.
- ❖ Bu şekillerin her birinin ayrıtlarını ölçerek hacimlerini bulup, bulduğunuz hacimleri toplayınız.



Elde etmiş olduğunuz sonuç, aşağıdaki ifade midir? İnceleyiniz.

$$V = \frac{h}{3}\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

Moskova Papirüsü Problem 14: Bir kesik kare piramidin alt tabanı 4cm, üst tabanı 2cm ve yüksekliği 6cm olduğuna göre bu kesik piramidin hacmini bulunuz?

Kesik Piramidin Hacmi (Öğretmen için)
Ders: Matematik **Sınıf**: 8 **Öğrenme Alanı**:Geometri **Alt Öğrenme Alanı**: Geometrik Cisimlerin Hacimleri **Kavramlar**: Kesik Piramit **Kazanımlar**: *Matematiğin günlük hayat ihtiyaçlarına çözüm bulabilmek için doğduğunu anlar. *Modeller yardımıyla kesik piramidin hacmini bulur. **Araç ve Gereçler:** Tahtadan kesik piramit modelleri
öğretme ve öğrenme Süreci: **a) Motivasyon: (1. ders-5dk)** Kesik piramidin hacmini öncelikle modern yolla veriniz. Öğrencilerinizin benzerlik kullanarak kesik piramidin hacmini bulmalarını sağlayabilirsiniz. Ardından öğrencilerinize farklı bir yolla kağıt kalem kullanmadan kesik piramidin hacmine ulaşabilir miyiz? Veya milattan önce yaşamış bir matematik bilgini olduğunuzu düşünün, kesik piramidin hacmini nasıl bulabilirdiniz? türünden sorularla öğrencilerinizi meraklandırmaya çalışın.
b) Uygulama (75dk) Öğrencilerinize çalışma kâğıtları ile birlikte tahtadan marangozda yaptırdığınız kesik piramit modellerini verin ve yönergedeki adımları uygulamalarını söyleyiniz. Öğrencilerinizin dikdörtgenler prizmasının ve kare piramidin özelliklerini ve hacim bağıntılarını bilmeleri gerektiğini unutmayınız. Uygun parçaları birleştirmek birçok öğrenci için kolaydır. Ancak öğrenciler sonuca ulaşmak için oluşturdukları geometrik şeklin ismini, özelliklerini ve hacmini nasıl bulunduğunu bilmek zorundadırlar. Etkinliğin sonunda öğrencilere tarihsel içeriğe başvurunuz. Çünkü öğrencileri başlangıçta tarihsel içerikle değil de matematiksel içerikle karşı karşıya getirmek sınav kaygısına sahip öğrencileri ve MT'nin derse ne işi olabilir ki türünden ön yargıya sahip öğrenciler için daha olumlu gelebilir. Ayrıca bu tip yöntemlere eski yıllarda başvurulduğunu etkinlik sonunda görmeleri öğrenciler için bu durum daha şaşırtıcı gelecektir. Ancak şu da çok önemlidir ki, öğrencilerinize papirüs, hiyeroglif gibi kavramların kısa bir açıklamasını yapmalısınız. Çünkü bazı öğrencilerin bu kavramlara takılıp kafaları karışabilir. Etkinlik sonunda öğrencilere modern yolu ve mısırda kullanılan yolu karşılaştırmalarını isteyiniz. Matematiğin neden ortaya çıktığını ve ne işe yaradığını düşünmelerini sağlayınız. Bu sayede öğrencilerinizin matematiğe daha fazla değer vermelerini sağlamış olabilirsiniz.
c) ölçme ve değerlendirme **Moskova Papirüsü Problem 14:** Bir kesik kare piramidin alt tabanı 4cm, üst tabanı 2cm ve yüksekliği 6cm olduğuna göre bu kesik piramidin hacmini bulunuz?

Ek 6. MT Zaman Çizelgesi

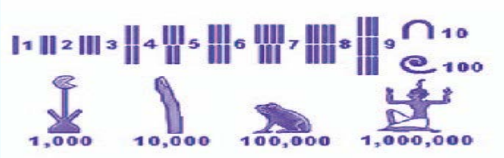
<u>Millattan Önce 3000-2000</u> *Mısır* : Sayıların Hiyeroglif Formunda Yazılması; Giza'da Piramidlerin İnşa Edilmesi *Irak* : Mezopotamya'da Sayıların Çivi Yazısı Formunda Yazılmaya Başlanması **<u>Millattan Önce 2000-1000</u>** *Mısır* : Yazılı Rhind ve Moskova Papirüsleri; Lineer Eşitlikler; Hacimler; Alanlar *Irak* : Plimpton 322 Tableti Üzerine Yazılı Pisagor Üçlüleri; İkinci Dereceden Eşitlikler; Doğrusal Denklem Sistemleri **<u>Millattan Önce 1000-500</u>** *Hindistan* : Karekök Hesaplamaları; Pisagor Teoremi *Çin* : Çubuk Sayıları; Pisagor Teoremi *Yunan* : Teorik Geometrinin Başlangıcı **<u>Millattan Önce 500-300</u>** *Yunan* : Plato; Aristotle ve Aksiyomatik Matematik *Mısır* : Öklit ve Elementler **<u>Millattan Önce 300-0</u>** *Çin* : Karekök ve Küp Kökler; Doğrusal Denklem Sistemleri	**<u>Milattan Sonra 0-200</u>** *Mısır* : Heron ve Uygulamalı Matematik; Ptolemy ve Astronomi *Ürdün* : Nicomachus ve Sayı Teorisi *İsrail* : Nenemiah ve Uygulamalı Geometri **<u>Milattan Sonra 200-400</u>** *Mısır* : Diophantus ve Sayı Teorisi; Hypatia ve Yorumları *Çin* : Liu Hui ve Matematiksel Araştırma Teknikleri **<u>Milattan Sonra 400-800</u>** *İtalya* : Boethius ve İlköğretim Matematik *Meksika* : Maya Sayılarının Gelişimi ve Astronomi *Hindistan* : Aryabhata ve Trigonometri; Bramagupta ve Belirsiz Analiz; Ondalık Basamaklı Hint-Arap Sayı Sisteminin Gelişmesi *Çin* : İlk Tanjant Tablosu **<u>Millattan Sonra 800-1000</u>** *Hindistan* : Cebirsel Tekniklerin Gelişmesi *Irak* : Al-Khwarizmi (Harizmi) ve İlk Cebir	**<u>Millattan Sonra 1000-1200</u>** *Irak* : Al-Karaji, Tümevarım; Paskal Üçgeni *Mısır* : Ibn al-Haytham *İran* : Ömer Hayyam ve Kübik Eşitliklerin Geometrik Çözümleri *Hindistan* : Al- Birüni ve Küresel Trigonometri; Bhaskara ve Pell Eşitlikleri *Çin* : Eşitliklerin Çözümü için Paskal Üçgeni Kullanıldı *İtalya* : Fibonacci ve İslam Matematiğine Giriş *Zimbabwe* : Büyük Zimbabwe Yapılarının İnşası **<u>Millattan Sonra 1200-1400</u>** *İran* : Nasir al-Din al-lusi ve Trigonometri *Fransa* : Jordanus ve İleri Cebir; Levi ben Gerson ve Tümevarım; Oresme ve Kinematik *İngiltere* : Hız, İvme ve Ortalama Hız Teorisi *Çin* : Çin Kalan Teoremi; Polinom Tipindeki Eşitliklerin Çözümü *Peru* : Nesnelerin ya da tarihi olayların kayıtlarını tutmak için kullanılan değişik renklerde ve düğümlerde ipler **<u>Millattan Sonra 1400-1600</u>** *Hindistan* : Sinüs, Cosinüs ve Artanjant için Kuvvet Serilerinin Keşfedilmesi	**<u>Millattan Sonra 1600-1700</u>** Kepler, Newton ve Gökyüzü Fiziği Descartes, Fermat ve Analitik Geometri Napier, Briggs ve Logaritma Girard, Descartes ve Eşitlikler Teorisi Pascal, Fermat ve İlköğretim Olasılığı Pascal, Desargues ve Projektif Geometri Newton, Leibniz ve Diferansiyel ve İntegral Hesabın İcadı **<u>Millattan Sonra 1700-1800</u>** Basit ve Kısmi Diferansiyel Denklemleri Çözmek için Tekniklerin Gelişmesi Çok Değişkenli Fonksiyonlara İlişkin Analiz Kavramlarının Gelişimi Analize Mantıksal Sağlam Temeller Verme Girişimi Langrange ve Çok Terimli Eşitliklerin Çözümünün Analizi **<u>Milattan Sonra 1800-1900</u>** Cebirsel Sayı Teorisi Galois Teorisi Gruplar Kuatemiyon (dörtlü grup) ve Sırabağımsız Cebrin Keşfi Matrisler Teorisi Analizin Aritmetikleştirilmesi Kompleks Analizin Gelişimi

Ek 7. Geçmişten Günümüze Sayı Sistemleri

GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE SAYILAR

ESKİ MISIR SAYILARI (M .Ö 3000-2000)

Eski mısırda 1'den 9'a kadar olan sayıları göstermek için çubuklar kullanılmıştır. Diğer kullanılan sayılar ise 10 ve 10'un kuvvetleri olan sayılardır. Eski mısırda 0'ı göstermek için bir sembol kullanılmamıştır. O halde 305 sayısını sizce nasıl göstermişlerdir?



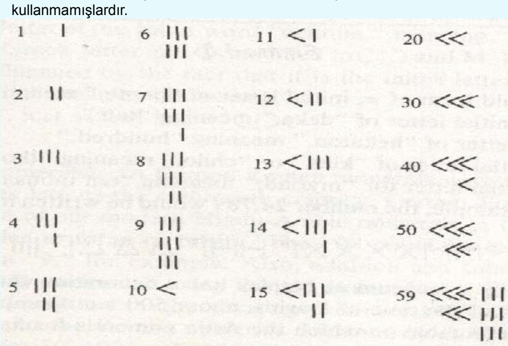
Eski mısırda 70 sayısını göstermek için; ∩ sembolü yedi kez kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılır.

70= 

ÖRNEKLER:

BABİL SAYILARI (M . Ö 3000-2000)

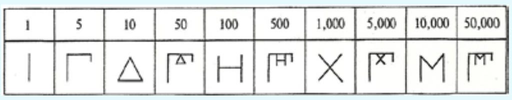
Babilliler sayıları göstermek için | ve < sembolleri kullanılmıştır. Babilliler sayılarını yazarken, 60'lık sayı sistemini kullanmışlardır. Babillilerde, Eski Mısırda olduğu gibi sıfırı göstermek için herhangi bir sembol kullanmamışlardır.



❖ Sizce Babilliler 1, 60, 12 ve 602 sayılarını nasıl göstermiş olabilirler?

ESKİ YUNANDA SAYI SİSTEMİ (M . Ö 600-200)

Milattan Önce 600'lerde Yunanlılar sayıları aşağıdaki şekilde göstermişlerdir.



Milattan önce 200' lerde Yunanlılar sayıları aşağıdaki şekilde göstermişlerdir. Sayıları göstermek için Yunan alfabesinin 27 harfini kullanmışlardır.

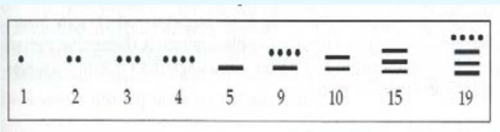
α = 1	κ = 20	σ = 200	/α = 1000
β = 2	λ = 30	Γ = 300	/β = 2000
γ = 3	μ = 40	ν = 400	/Γ = 3000
δ = 4	Υ = 50	φ = 500	μδ = 44
ε = 5	ℑ = 60	ℵ = 600	$ℑ_M$= 300x10
ς = 6	O = 70	Ψ = 700	M = 10
η = 7	Π = 80	Ω = 80	
m = 8	P = 90	λ = 900	
θ = 9	ϑ = 100		
< = 10			

597 =Φ P η

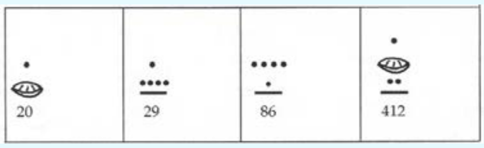
3472= /Γ V O β

MAYA SAYILARI (M .Ö 400-300)

Maya uygarlığı, Kolomb öncesi Amerika uygarlıklarından biridir. Bir orta Amerika uygarlığı olan Maya uygarlığı, binlerce yıl Meksika'nın güneydoğusundan, Honduras, El Salvador ve Guatema'laya kadar uzanan bir bölgede hüküm sürmüştür. Mayalar 1'den 19'a kadar olan sayıları göstermek için iki gösterim şekli kullanmışlardır.



Mayalar sıfır için şeklini kullanmışlardır. 1'den 4'e kadar sayıları ifade etmek için nokta, her 5 birim için ise çizgiyi kullanmışlardır. 20 ve katı olan sayılar için ise birler basamağındaki sayıyı ifade ettikten sonra, her 20 sayısı kadar nokta kullanmışlardır.



ESKİ ÇİN SAYILARI (M.Ö 300- 200)

Milattan önce 300'lerde Çin'de kullanılan geleneksel Çin sayıları aşağıdaki gibidir.

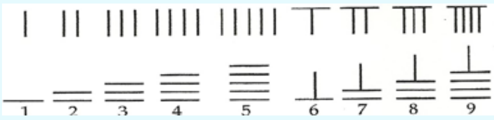
1	2	3	4	5	6	7	8	9
一	二	三	四	五	六	七	八	九

10	100	1000	10,000	100,000
十	百	千	萬	億

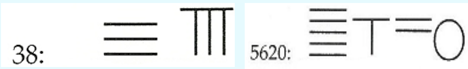
3456

三千四百五十六

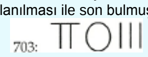
Milattan önce 200'lerde Çin'de sayıları göstermede çubuklar kullanılmıştır. Birler basamağındaki rakam için dikey, onlar basamağındaki rakam için yatay, yüzler basamağındaki rakam için tekrar dikey olmak üzere aşağıdaki çubuk biçimlerinden uygun olanı kullanılır.



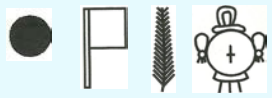
ÖRNEKLER



Eski Çinde 1200'lere kadar 0 için bir şekil kullanılmaması, 0 yerine aralık kullanılması karışıklıklara yol açmaktaydı. Nitekim 18, 1008 ve 100008 sayılarının gösterimindeki aralık sayısının kaç tane 0'ı ifade ettiğinin anlaşılmasında sorun oluyordu. Bu bunalım, 1200'lü yıllarda 0 için çember şeklinin kullanılması ile son bulmuştur.

ÖRNEK: 

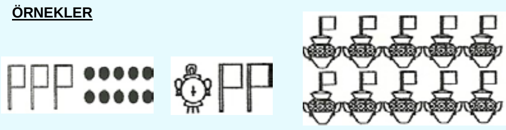
AZTEK SAYILARI (M . S 1300-1500)



1'lik 20'lik 400'lük 8000'lik

Aztekler bugünkü orta Meksika bölgesinde 1300-1500 arasında yaşamış olan bir Orta Amerika halkıdır. Aztekler 20'lik sayı sistemini kullanmışlardır. Sıfır için herhangi bir şekil kullanmamışlardır.

ÖRNEKLER



70 8040 200 çanak

9. ÖZGEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

1980 yılında İstanbul'da doğdu. İlkokul, ortaokul ve lise eğitimini İstanbulda tamamladı. 1998 yılında Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünü kazandı. 2002 yılında lisans eğitimini tamamladı. Yüksek Lisans eğitimini Balıkesir Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında 2006 yılında, Doktora eğitimini ise Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında 2014 yılında tamamladı. Yabancı dili İngilizce olup, ÜDS puanı 70'dir. Matematik eğitimi alanında bilimsel yayınları bulunmaktadır. Matematik Eğitimi Derneği üyesidir.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres **:** Çukurçayır İmam Hatip Ortaokulu Ortahisar/Trabzon

E-posta : onderbutuner@mynet.com

Tel : 05065336721