

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMININ GEOMETRİK YER KAVRAMININ
ÖĞRETİMİNDE KULLANILMASININ BAĞLAMSAL ÖĞRENME
BOYUTUNDAN İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ

Serdal BALTACI

**TRABZON
Aralık, 2014**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMININ GEOMETRİK YER
KAVRAMININ ÖĞRETİMİNDE KULLANILMASININ BAĞLAMSAL
ÖĞRENME BOYUTUNDAN İNCELENMESİ**

Serdal BALTACI

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı
Prof. Dr. Adnan BAKİ**

**TRABZON
Aralık, 2014**

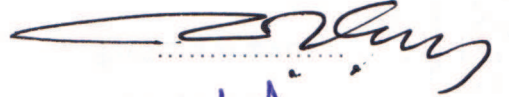
KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 12/ 12 / 2014

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Adnan BAKİ



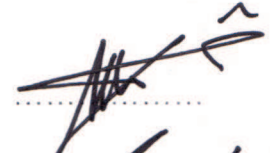
Üye : Prof. Dr. Ahmet IŞIK



Üye : Doç. Dr. Bülent GÜVEN



Üye : Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK



Üye : Yrd. Doç. Dr. Temel KÖSA



Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Nevzat YİĞİT
Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Serdal BALTAÇI

22 / 12 / 2014

ÖN SÖZ

Gelişmiş ülkelerin müfredatlarına bakıldığında birçoğunun geometrik yer kavramına gereken önemi vermeye başladığı fakat ülkemizde bu durumun az olduğu görülmektedir. Soyut bir kavram olması ve öğrencilerin canlandıramamaları gibi sorunlar yüzünden sadece geometrik yer tanımlarının verilip geçildiği ve üzerinde fazla durulmadığı bir gerçektir. Bu nedenle öğretmenlerin geometrik yer kavramını çeşitli bağlamlarla öğrencilere sunması gerekmektedir. Bunun için ise uygun bağlamların öğrencilerin karşısına çıkarılması gerekmektedir. Bundan dolayı araştırmada, geometrik yer kavramının öğretiminde ihtiyaç duyulan bu bağlamların oluşmasında GeoGebra yazılımının rolü incelenmeye çalışılmıştır.

Doktora tez danışmanlığımı üstlenerek çalışmalarımın yürütülmesi sırasında güvenini ve desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen, bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan, yol gösteren ve ufkumu genişleten sayın hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ' ye sonsuz teşekkür eder, saygı ve şükranlarımı sunarım.

Yoğun iş temposu içinde tezimi okumak için değerli vaktini ayıran ve yaptığı önerilerle tezimin zenginleşmesine katkı sağlayan sayın hocam Prof. Dr. Ahmet IŞIK' a teşekkür eder, saygı ve şükranlarımı sunarım. Çalışmam boyunca bana zaman ayırıp yapıcı görüş ve önerileriyle tezimin gelişmesine katkı sağlayan, beni sabırla dinleyen ve yardımlarını eksik etmeyen sayın hocalarım; Prof. Dr. Salih ÇEPNİ' ye, Doç. Dr. Bülent GÜVEN' e, Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK' e, Doç. Dr. Selahattin ARSLAN' a, Yrd. Doç. Dr. Hakan ÇATLIOĞLU' na, Yrd. Doç. Dr. Müjgân BAKİ' ye, Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK' e, Yrd. Doç. Dr. Temel KÖSA' ya ve Yrd. Doç. Dr. Erdem ÇEKMEZ' e teşekkür eder, saygı ve şükranlarımı sunarım.

Bu süreç içerisinde çalışma arkadaşlarım Arş. Gör. Duygu TAŞKIN, Arş. Gör. Zeynep Medine ÖZMEN, Arş. Gör. Elif AKŞAN ve Arş. Gör. Funda AYDIN GÜÇ' e teşekkür ederim.

Desteğine ihtiyaç duyduğum her anda hiç düşünmeden yanımda olan, çalışmalarım süresince de beni moral olarak destekleyen, bilgi ve deneyimlerini paylaşan kardeşim olarak gördüğüm değerli arkadaşım Yrd. Doç. Dr. Avni YILDIZ' a sonsuz teşekkür ederim.

Bu zamana gelmemde büyük katkısı olan dedem ve rahmetli babaanneme ve amcalarıma, her zaman çalışmalarımda desteği olan canım Annem, Babam ve kardeşlerime sonsuz teşekkür ediyorum. Son olarak bu yoğun süreçte bana sonsuz destek olan, beni sabır ve anlayışla karşılayan ve bana gereken morali veren değerli eşim Seda BALTACI' ya ve biricik oğlum Utku Kaan BALTACI' ya sonsuz teşekkür ederim.

Serdal BALTACI

Trabzon 2014

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÖZET.....	viii
ABSTRACT.....	ix
TABLolar LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
SEMBOLLER VE KISALTMALAR.....	xviii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Problemi ve Amacı.....	3
1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi	6
1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	11
1.4. Araştırmanın Varsayımları.....	11
1.5. Tanımlar.....	11
2. LİTERATÜR TARAMASI.....	13
2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi	13
2.1.1. Geometrik Yer Kavramı.....	13
2.1.2. Bağlam ve Bağlamsal Öğrenme Öğretme Stratejisi REACT	14
2.1.3. Dinamik Geometri Yazılımı Olarak GeoGebra	16
2.1.4. Dinamik Yazılımların Geometrik Yer Kavramının Öğretimindeki Rolü	19
2.1.5. Konu İle İlgili Yapılan Çalışmalar	20
2.1.5.1. Geometrik Yer Kavramı Üzerine Yapılan Çalışmalar	21
2.1.5.2. Diğer Analitik Geometri Kavramları Üzerine Yapılan Çalışmalar	24
2.1.5.3. Bağlamsal Öğrenme Öğretme ve REACT Üzerine Yapılan Çalışmalar..	29
2.2. Literatür Taramasının Sonucu	32
3. YÖNTEM	34
3.1. Araştırmanın Modeli	34
3.1.1. Araştırmanın Tasarımı.....	36
3.1.1.1. Hazırlık Evresi	39

3.1.1.1.1. Çalışılacak Alanın Belirlenmesi ve Analitik Geometri Programının İncelenmesi	39
3.1.1.1.2. Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi ve Ders Sürecine Dair Planlamalar	39
3.1.1.2. Pilot Uygulama	41
3.1.1.2.1. Pilot Uygulamanın 1. Kısmı	41
3.1.1.2.2. Pilot Uygulamanın 2. Kısmı	42
3.1.1.3. Asıl Uygulama.....	44
3.2. Araştırma Grubu.....	51
3.3. Verilerin Toplanması.....	51
3.3.1. Veri Toplama Araçları	51
3.3.2. Veri Toplama Süreci	52
3.3.2.1. Gözlem ve Karşılaştırmalı Alan Notları	53
3.3.2.2. Mülakat	53
3.4. Verilerin Analizi.....	54
4. BULGULAR.....	60
4.1. Birinci Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Öteleme ve Dönme Dönüşümleri.....	60
4.2. İkinci Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Geometrik Yerler ve Tanımları	73
4.3. Üçüncü Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Çemberin Özelliklerini Kavrayalım	96
4.4. Dördüncü Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Geometrik Yer Problemleri 1.....	112
4.5. Beşinci Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Elipsin Özelliklerini Kavrayalım	136
4.6. Altıncı Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Geometrik Yer Problemleri 2.....	153
4.7. Yedinci Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Hiperbolün Özelliklerini Kavrayalım	171
4.8. Sekizinci Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Hiperbolün Özelliklerini Kavrayalım	184
4.9. Dokuzuncu Hafta Yapılan Etkinlik ve Öğrenme Sürecinden Yansımalar: Hiperbolün Özelliklerini Kavrayalım	198
5. TARTIŞMA.....	226

5.1. İlişkilendirme İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması.....	229
5.2. Tecrübe Etme İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması	234
5.3. Uygulama İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması.....	238
5.4. İşbirliği İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması	241
5.5. Transfer Etme İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması	246
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	250
6.1. Sonuçlar	250
6.1.1. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının analitik geometri kavramları arasındaki ilişkilendirmelere katkı sağladığı fakat günlük hayat ya da disiplinler arasındaki ilişkilendirmelere katkısının olmadığı tespit edilmiştir	250
6.1.2. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında yaptıklarını karşılaştırmalarına, daha önceki ve tamamen yeni bir tecrübe süreci yaşamalarına katkısının olduğu tespit edilmiştir	251
6.1.3. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının ikonları ve çoklu gösterimleri sayesinde verilen geometrik yerlerin modellenmesine ve öğrenilen kavramların matematiksel olarak genelleştirilmesine olanak sağlayarak öğretmen adaylarının uygulama süreçlerini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir	253
6.1.4. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının sağladığı geri dönütleriyle grup arkadaşlarının birbirleri ile iletişime geçmelerine, fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmalarına katkı sağlayarak işbirliği sürecini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir.....	254
6.1.5. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının matematiğin konuları arasında ve öğrenilen kavramların transfer edilmesine imkân sağladığı fakat günlük hayattan matematiğe ya da matematikten günlük hayata olan bir transfer sürecine katkı sağlamadığı tespit edilmiştir.....	256
6.2. Öneriler	257
6.2.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler	257
6.2.2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler.....	258
7. KAYNAKLAR	260
8. EKLER	271
9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ.....	322

ÖZET

Dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde kullanılmasının bağlamsal öğrenme boyutundan incelenmesi

Bu araştırma ile geometrik yer kavramının öğretiminde GeoGebra yazılımının bağlam oluşturmadaki rolü incelenmesi amaçlanmıştır. Literatür incelendiğinde geometrik yer kavramının öğretiminde öğrencilerin başarılı olmasının ancak iyi düzenlenmiş bir öğrenme ortamı ile mümkün olacağı anlaşılmaktadır. Bu nedenle araştırmacı tarafından oluşturulan ortamda 9 haftalık bir süreçte çalışma yapılmıştır.

Araştırmanın katılımcılarını Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi 2013-2014 öğretim yılı ilköğretim matematik öğretmenliği 3. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Aksiyon araştırması yönteminin kullanıldığı araştırmanın veri toplama araçlarını araştırmacı tarafından geliştirilen çalışma yaprakları, karşılaştırmalı alan notları, gözlemler ve mülakatlar oluşturmaktadır. Çalışmadan elde edilen veriler ise nitel veri analiz yöntemleri kullanılarak bağlamsal öğrenme öğretme stratejisi olan REACT stratejisine göre analiz edilmiştir. Böylece yapılan çalışmalarla oluşturulan ortamda REACT bileşenlerinin göstergelerine göre GeoGebra yazılımının bağlam oluşturmadaki rolüne bakılarak araştırma problemine yanıt bulunmaya çalışılmıştır.

Oluşturulan ortamda GeoGebra yazılımının analitik geometri kavramları arasındaki ilişkilendirmelere katkı sağladığı fakat günlük hayat ya da disiplinler arasındaki ilişkilendirmelere katkısının olmadığı belirlenmiştir. Ayrıca yazılımın öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında yaptıklarını karşılaştırmalarına, daha önceki ve tamamen yeni bir tecrübe süreci yaşamalarına katkısının olduğu, ikonları ve çoklu gösterimleri sayesinde verilen geometrik yerlerin modellemesine ve öğrenilen kavramların matematiksel olarak genelleştirilmesine olanak sağlayarak öğretmen adaylarının uygulamalarını kolaylaştırdığı tespit edilmiştir. Diğer taraftan yazılımın geri dönütleri grup arkadaşlarının birbirleri ile iletişime geçmelerine, fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmalarına katkı sağlayarak işbirliği sürecini kolaylaştırdığı, matematiğin konuları arasında ve öğrenilen kavramların transfer edilmesine imkân sağladığı fakat günlük hayattan matematiğe ya da matematikten günlük hayata olan bir transfere katkısının olmadığı belirlenmiştir. Bütün bu süreçlerde GeoGebra yazılımının bağlam oluşturmada bir rol oynadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Geometrik Yer Kavramı, GeoGebra Dinamik Matematik Yazılımı, Öğretmen Eğitimi, Bağlamsal Öğrenme

ABSTRACT

An investigation of the use of dynamic mathematics software in teaching the concept of locus in terms of contextual learning

This research aims to investigate the role of the GeoGebra software as a tool to create a contextual learning for the concept of locus. In the related literature, it is revealed that students can comprehend the concept of locus within a well designed learning and teaching environment. Thus, researcher as a teacher of analytic geometry course nine-week study carried out with pre-service elementary mathematics teachers in a GeoGebra-based environment to teach the concept of locus.

Participants of the research are pre-service elementary mathematics teachers at third-grade in the undergraduate program of Kirşehir Ahi Evran University 2013-2014 academic year. Action research method was used in the research. Data were collected through student worksheets, observations, field notes and interviews. The data were analyzed with qualitative methods in accordance with the REACT, a contextual learning strategy. In the environment through action research we examined the role of GeoGebra in terms of providing a context for learning the concept of locus.

Finally, the GeoGebra software was found useful to provide students with making relationships among the concepts of analytic geometry but it did not contribute to make relations among other disciplines, daily life. GeoGebra was found helpful for pre-service elementary mathematics teachers to make comparisons what they did in a paper- pencil environment, to gain new experience based on their previous experiences. It was also found that GeoGebra as a tool provides an opportunity to pre-service teachers to be able to apply and generalize mathematics concepts. It was also observed that feedbacks provided by the software enabled a kind of communication among group members as they communicated, exchanged ideas and cooperated with each other. Although the software seemed to not helpful in transferring something from everyday life to mathematics or from mathematics to everyday life, the software helped transferring between mathematical subjects and concepts. From all these processes, it was concluded that the GeoGebra can be seen as a tool to create a context for learning the concept of the locus.

Keywords: Locus, GeoGebra Dynamic Mathematics Software, Teacher Education, Contextual Learning

TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Oluşturulan Öğrenme Ortamında Verilerin Analizinde Kullanılan REACT Bileşenlerinin Göstergeleri	58
2.	Oluşturulan Ortamda Birinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	71
3.	Oluşturulan Ortamda İkinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	94
4.	Oluşturulan Ortamda Üçüncü Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	110
5.	Oluşturulan Ortamda Dördüncü Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	134
6.	Oluşturulan Ortamda Beşinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	151
7.	Oluşturulan Ortamda Altıncı Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	169
8.	Oluşturulan Ortamda Yedinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	182
9.	Oluşturulan Ortamda Sekizinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	197
10.	Oluşturulan Ortamda Dokuzuncu Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar	213

ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Sekil No</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	GeoGebra yazılımının Giriş ekranı, Cebir penceresi, Grafik ve 3D Grafik pencerelerinin ekran görüntüsü.....	18
2.	Aksiyon araştırması modelinin diyalektik döngüsü	35
3.	Araştırmanın asıl çalışmaya kadar olan akış şeması	38
4.	Öğrenme sürecinde çalışma yaprakları, dinamik matematik yazılımı, öğretmen ve öğrenci aralarındaki ilişkisi.....	52
5.	Ö1 ve Ö2'nin noktanın ötelenmesini göstermesine ait çalışma yaprağından bir kesit.....	61
6.	Ö1 ve Ö2'nin noktanın ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.....	64
7.	Ö1 ve Ö2'nin eksenleri, $u=(3.36, 3.2)$ vektörü kadar ötelemesine ait ekranda oluşturmuş oldukları şekil	65
8.	Ö1 ve Ö2'nin ötelenen eksenleri tecrübe etmelerine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.....	65
9.	Ö3 ve Ö4'ün eksenlerin ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit	66
10.	Ö3 ve Ö4'ün bir noktanın orijin etrafında farklı açılarla döndürülmesine ait olan çalışma yaprağından bir kesit	67
11.	Ö1 ve Ö2'nin bir noktanın orijin etrafında dönmesi ile oluşan yeni noktayı genelleştirmesine ait çalışma yaprağından bir kesit	68
12.	Ö1 ve Ö2'nin verilen denklemlerin dönme dönüşümlerini ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit	70
13.	Öğretmen adaylarına hazır olarak verilen dosyadaki koniler ve düzlemlerin şekli.	74
14.	Ö5 ve Ö6'nın yazılımdan gözlemledikleri geometrik yerleri çalışma yaprağına yazması.....	75
15.	Ö7 ve Ö8'in çemberi ekranda modellemesine ait kesit.....	77
16.	Ö7 ve Ö8' in çemberin tanımını yapmalarına ait çalışma yaprağından bir kesit.....	77
17.	Ö5'in elipsin geometrik yer tanımını çember olarak ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.....	79

18. Ö6'nın elipsin geometrik yer tanımını bir doğru olarak ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit 80
19. Ö7'nin elips olacağını ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit 81
20. Ekranda modellenen elipse ait olan şekil..... 82
21. Ö5 ve Ö6'nın elipsin geometrik yer tanımını yapmasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 82
22. Ö20'nin duymuş olduğu bir ifadeyi örnek olarak çalışma yaprağına yazması 85
23. İki noktaya uzaklıkları farkının eşit olduğu noktalar kümesinin elips olduğunu söyleyen Ö7 ve Ö8'in çalışma yaprağından bir kesit.... 86
24. Öğretmen adaylarının ekranda noktaları değiştirerek hiperbolü elde etmesine ait şekil 88
25. Ö5 ve Ö6'nın ekranda gözlemledikleri hiperbol ile ilgili çalışma yaprağına yazdıklarından bir kesit..... 88
26. Ö7 ve Ö8'in bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıkta olan noktalara elips veya hiperbol olarak ifade etmelerine yönelik bir kesit..... 90
27. Ö5 ve Ö6'nın bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıkta olan noktaların parabol oluşturacağını ifade etmelerine yönelik bir kesit 90
28. Ö7 ve Ö8'in parabolü ekranında oluşturmasına ait şekil..... 92
29. Ö7 ve Ö8'in yazılımdaki tecrübeleri ile parabolü açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 92
30. Ö9 ve Ö10'un ekranda oluşturdukları çember denklemlerini çalışma yapraklarına yazmasına ait bir kesit 96
31. Ö11 ve Ö12'nin çemberin genel denklemini çalışma yaprağına yazmasına ait bir kesit..... 97
32. Ö9 ve Ö10'un çemberin genel denklemini daha önceki bilgiler kullanarak belirlenmesine ait bir kesit..... 97
33. Çemberlerin genel formülünden genel denklemi, merkezi ve yarıçapın yazılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 99
34. Ö9 ve Ö10'un çemberin genel formülünden yarıçapı genelleştirmesine ait çalışma yaprağından bir kesit..... 101
35. Yarıçapa göre oluşan şekli gözlemleyen Ö9 ve Ö10'a ait olan çalışma yaprağından bir kesit..... 103
36. Çemberler ile doğrularına birbirine göre durumlarının yazılımdan gözlemlenenler ile çalışma yaprağına yazılmasına ait bir kesit.. 104

37. Çember ve doğrunun birbirine göre durumlarının genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit..... 105
38. Bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının kâğıt kalem ortamında tecrübe edilmeye çalışılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit 106
39. Çemberlerin kesim noktalarından geçen doğru ile merkezlerinden geçen doğrunun her zaman dik olduğunun yazılımdan gözlemlenmesi 107
40. Ö9 ve Ö10'un iki çemberin kesişim noktalarından geçen doğru ile merkezlerinden geçen doğrunun birbirine göre durumlarını belirlemeleri..... 108
41. Vektörler ile yapılan işlemleri kullanarak çemberin genel denkleminin ifade edilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit. 109
42. Ö7 ve Ö8'in verilen geometrik yerde nokta tahmini açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 113
43. Ö5 ve Ö6'nın verilen geometrik yerde çember tahminini açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit 113
44. Ö13 ve Ö14'ün verilen geometrik yerde elips tahminini açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 114
45. Verilen geometrik yer için Ö15 ve Ö16'nın çalışma yapraklarına çizmiş olduğu şekil 114
46. Yazılımın modellemedeki avantajlarını kullanamayan öğretmen adaylarının oluşturduğu şekil..... 116
47. Ekranda tek bir doğru parçası alınarak istenilenin oluşturulması 117
48. Verilen geometrik yerde yapılan yanlış tahminlerin yazılım ile karşılaştırılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit 119
49. Verilen geometrik yerde doğru tahminlerin yazılım ile karşılaştırılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit 120
50. Verilen geometrik yerde tahminlerinin elips olduğunu kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan Ö13 ve Ö14'ün çalışma yaprağından bir kesit 122
51. Verilen geometrik yere Ö15 ve Ö16'nın tahminde bulunamadıklarını ifade eden çalışma yapraklarından bir kesit..... 122
52. Verilen geometrik yere Ö5 ve Ö6'nın çember veya elips tahminini yazmasına yönelik çalışma yaprağından bir kesit..... 123
53. Verilen geometrik yerde Ö13 ve Ö14'ün ekranda oluşturmuş olduğu şekil 124

54. Verilen geometrik yerde Ö13 ve Ö14'ün yanlış tahminlerin yazılım ile karşılaştırılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit 126
55. Verilen geometrik yerin tahmin edilmesinden sonra kâğıt kalem ortamında açıklanma sürecine ait bir kesit 127
56. Ö13 ve Ö14'ün tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamasına ait oluşturdukları şekil 128
57. Ö15 ve Ö16'nın verilen bir diğer geometrik yer problemini ekranda oluşturmasına ait şekil..... 129
58. Verilen problemin ekranda modellenmesine ait olan şekil 132
59. Ö15 ve Ö16'nın verilen problemi GeoGebra yazılımı ile ifade etmesine ait çalışma yaprağından bir kesit..... 132
60. Problemi ekranda gözlemleyen Ö15 ve Ö16'nın kâğıt kalem ortamında çözmeye çalışması..... 133
61. Elipsin özelliklerinin kavratılmasına ait öğretmen adaylarına hazır olarak verilen dosyadaki şekil..... 137
62. Ekranda elips üzerindeki noktaları değiştirerek tablonun doldurulmasına ait olan çalışma yaprağından bir kesit 138
63. Elips ile ilgili ekranda yapılan işlemlerin bir görüntüsü 139
64. Ekrandaki elips ile ilgili gözlemlerden tablonun doldurulmasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 140
65. Ö19 ve Ö20'nin elipsin geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmesine sebep olan tabloda yapmış olduklarından bir kesit 141
66. Ö19 ve Ö20'nin elipsin genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağında bir kesit 143
67. Ö17 ve Ö18'in odakları y ekseninde iken elipsin genel denklemini ifade etmeye çalışması 144
68. Ö19 ve Ö20'nin odak noktaları y ekseninde olan elipsin genel denklemini ifade etmesine ait bir kesit..... 145
69. Ekranda oluşturulan odakları y eksenindeki elipsin genel denkleminin ifade edilmesine yönelik bir kesit 146
70. Elipsler ile doğruların birbirine göre durumlarının ekranda gözlemlenerek çalışma yaprağına yazılmasına ait bir kesit 148
71. Çemberde öğrendikleri kavramlar ile ilişki kurularak elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının ifade edilmesine ait olan çalışma yaprağından bir kesit..... 149
72. Ö19 ve Ö20'nin elipsler ve doğruların birbirine göre durumlarını ifade ettikleri çalışma yapraklarından bir kesit 150

73. Ö21 ve Ö22'nin verilen geometrik yerin dikdörtgen olarak ifade edilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit 154
74. Tahminlerinde elips olacağını açıklamaya çalışan Ö23 ve Ö24'ün çalışma yapraklarından bir kesit..... 155
75. Altıncı çalışma yaprağındaki elips ile ilgili geometrik yerin ekranda modellenmesine ait şekil 156
76. Ö21 ve Ö22'nin verilen geometrik yerde tahminlerini karşılaştırmalarına ait çalışma yaprağından bir kesit 158
77. Ö23 ve Ö24'ün verilen geometrik yerde tahminlerini yazılımda karşılaştırmasına ait çalışma yaprağından bir kesit 159
78. Tahminlerini açıklamaya çalışan Ö21 ve Ö22'nin çalışma yapraklarından bir kesit 161
79. Tahminlerini açıklamaya çalışan Ö23 ve Ö24'ün çalışma yapraklarından bir kesit 162
80. Altıncı çalışma yaprağındaki elips ile ilgili verilen geometrik yerdeki hazır dosyadaki şekil..... 163
81. Ö23 ve Ö24'ün verilen geometrik yeri ekranda oluşturmasına ait olan şekil..... 163
82. Tahminleri yanlış olan Ö21 ve Ö22'nin çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler..... 165
83. Tahminleri doğru olan Ö23 ve Ö24'ün çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler..... 166
84. Ö21 ve Ö22'nin tahminlerini çalışma yaprağında açıklamaya çalışmaları 166
85. Ö21 ve Ö22'nin verilen geometrik yeri ekranda modellemesine ait olan şekil..... 168
86. Ö21 ve Ö22'nin tahminlerini yazılımda karşılaştırmalarına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 168
87. Öğretmen adaylarına yedinci çalışma yaprağında verilen hazır dosyadaki hiperbol şekli 171
88. Ekrandaki hiperbolden faydalanarak çalışma yaprağındaki boş bırakılan yerlerin doldurulması 172
89. Ö27 ve Ö28'in hiperbolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit 173
90. Yazılımdaki gözlemleri ile hiperbol hakkında yorumlar yapan Ö25 ve Ö26 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından kesit 174

91. Ö25 ve Ö26'nın odakları y ekseninde olan hiperbolün genel denklemini ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit 176
92. Ö27 ve Ö28'in odakları y ekseninde olan hiperbolün genel denklemini ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit 177
93. Hiperbolün asimptotlarını yazılımdan gözlemleyerek ilişkilendirme yapan Ö27 ve Ö28'in çalışma yaprağından bir kesit..... 179
94. Hiperbol ve doğru denklemlerinin birbirine göre durumlarının ekrandaki gözlemlerle çalışma yaprağına yazılması..... 180
95. Parabol ile ilgili öğretmen adaylarına hazır olarak verilen şekil .. 184
96. Ö31 ve Ö32'nin parabol üzerindeki herhangi bir noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıkların birbirine eşit olduğunu tecrübe etmesi..... 186
97. Parabolün genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit 187
98. Ö15 ve Ö16'nın parabol üzerindeki herhangi bir noktanın doğrultmana olan uzaklığının yanlış alınmasına ait çalışma yaprağından bir kesit..... 188
99. Ö15 ve Ö16'nın yanlışlıklarını fark ederek parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmesine ait olan bir kesit 188
100. Ö29 ve Ö30'un simetri merkezi y ekseninde olan parabollerin genel denklemini ifade etmelerine ait bir kesit..... 189
101. Ö31 ve Ö32'nin simetri eksenin y olduğu parabolü ekranda oluşturmasına ait şekil..... 190
102. Parabol ve doğru denklemlerinin birbirine göre durumlarının ekrandaki gözlemler ile çalışma yaprağına yazılmasına ait bir kesit 191
103. Parabol ile doğrunun birbirine göre durumlarının matematiksel olarak genelleştirilmesi..... 192
104. Verilen geometrik yerin kâğıt kalem kullanmadan tahmin edilmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit..... 193
105. Verilen geometrik yerin çokgen olacağını ifade eden Ö32'nin çalışma yaprağına çizmiş olduğu şekil 193
106. Ö31 ve Ö32'nin yanlışlıklarını fark ederek geometrik yeri bulmaya çalışmasına yönelik çalışma yaprağından bir kesit..... 194
107. Ö29 ve Ö30'un verilen geometrik yeri parabol olarak açıklamasına ait çalışma yapraklarından bir kesit 195

108. Ö31 ve Ö32'nin verilen geometrik yere ait ekranda oluşturdukları şekil 196
109. Ekranda gözlemlediklerinin parabol olduğunu ifade eden Ö31 ve Ö32'nin çalışma yaprağından bir kesit..... 196
110. Ö33 ve Ö34'ün ekranda oluşturmuş oldukları şekil..... 200
111. Ö33 ve Ö34'ün ekranda oluşturmuş oldukları elipsleri çalışma yaprağına yazmalarına ait şekil 200
112. Ö35 ve Ö36'nın ekranda hiperboller oluşturarak simetri merkezlerini belirlemelerine ait olan şekil 201
113. Ö33 ve Ö34'ün elipsin vektör kadar ötelenmesini yazılımda göstermesi 202
114. Ö33 ve Ö34'ün simetri merkezi (h,k) olan elipslerin genel denklemini genelleştirmelerine ait olan şekil..... 203
115. Ö35 ve Ö36'nın simetri merkezi (h,k) olan hiperbolün genel denklemini çalışma yapraklarına yazması 204
116. Ö35 ve Ö36'nın simetri merkezi (h,k) olan parabollerin genel denklemini çalışma yaprağına yazmasına ait bir kesit 204
117. Ö33 ve Ö34'ün ekranda verilen elipsi döndürmesine ait olan şekil 205
118. Ö33 ve Ö34'ün verilen konikleri orijin etrafında döndürmesine ait olan çalışma yaprağından bir kesit 206
119. Ö35 ve Ö36'nın daha önceki bilgilerini yazılım ile hatırlamasını ifade eden çalışma yapraklarından bir kesit 207
120. Ö5 ve Ö6'nın dönme sonucu oluşan koniklerin denklemlerini genelleştirmelerine ait olan çalışma yapraklarından bir kesit..... 208
121. Ö33 ve Ö34'ün elipsi önce ötelenmesi sonrada döndürmesine ait olan denklemi bulmasına yönelik bir kesit 209
122. Ö33 ve Ö34'ün hiperbol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi 210
123. Ö33 ve Ö34'ün parabol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi 210
124. Ö35 ve Ö36'nın yazılımı kullanarak elipsin önce ötelenmesi ve sonrasında dönmesine ait olan denklemini ifade etmesi..... 211
125. Ö35 ve Ö36'nın hiperbol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi 212
126. Ö35 ve Ö36'nın parabol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi 212

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

- 2B** : İki Boyutlu
3B : Üç Boyutlu
BDÖ : Bilgisayar Destekli Öğretim
NCTM : National Council of Teachers of Mathematics
MEB : Milli Eğitim Bakanlığı
REACT : İlişkilendirme (Relating), Tecrübe Etme(Experiencing), Uygulama (Applying), İşbirliği (Cooperating), Transfer Etme(Transferring) bileşenlerinin baş harfleri
AN1; Ç1; G1: Birinci grubun çalışma yaprağına ait alan notları

1. GİRİŞ

Geometri, şekillerin tanınması, yorumlanması ve özelliklerinin belirlenmesinde öğrencilere yardımcı olan matematiğin önemli bir dalıdır (Karakuş, 2008). Bu dalın yaşadığımız çevreyi açıklamada etkin bir araç olması, matematiğin genel amaçlarına ulaşmada geometriye önemli roller yüklemektedir (Güven, 2006). Fakat ülkemizdeki geometri öğretimi incelendiğinde bir takım sembol ve rakamların arka arkaya sıralandığı, öğrencilerin anlamlandıramadıkları bir yapının olduğu görülmektedir. Bu şekildeki bir geometri öğretimi öğrenciler için anlamsız ve hayattan kopuk kalmaktadır (Güven, 2002). Ayrıca geometri matematiğin önemli dallarından biri ve görsellik yanının çok olmasına rağmen öğrenciler tarafından anlaşılması güç, sıkıcı, sevilmeyen bir ders olarak nitelendirilir. Oysa geometri bize içinde yaşadığımız dünyayı tanımamızda yardımcı olmaktadır (NCTM, 1989). Geometrinin bir dalı olan analitik geometri ise öğrenciye görüş kazandırabilmede, düşüncelerini kolaylaştırmada ve çözüme ulaşmayı sağlamasında önemli katkılarda bulunur. Bir yönü ile geometri ve cebirin birlikte uygulanması olarak ifade edilen analitik geometri, geometri problemlerini cebirsel bir açıklama getirmek suretiyle çözmeyi hedefler (Altun, 2004). Fakat cebir ile geometrinin birleşimi olarak görülen analitik geometri derslerinde öğretmen adayları bazı problemleri kurgulamakta yani hayal etmede zorlanmaktadır (Schumann, 2003). Bu zorlukların çoğu hem günlük yaşam hem de lise yıllarındaki eksik tecrübelerden kaynaklanmaktadır (Özerdem, 2007).

Analitik geometri kavramlarından olan geometrik yer kavramı, ilk olarak 100 yıl önce başta Alman müfredatı olmak üzere gelişmiş ülkelerin müfredatlarında görülmüştür (Gülkılık, 2008). Fakat geometrik yer kavramı düşünme biçimi, farklı tahminlerin yapılması ve soyut bir kavram olması nedenlerinden dolayı okullarda hak ettiği değeri görememiş ve sembolik olarak müfredatlarda yer almaya başlamıştır (Botana ve Valcarce, 2003; Pekdemir, 2004). Bu nedenle soyut olan geometrik yer kavramı, zamanla öğrencilerin anlamakta ve geometrik yerlerini belirlemede zorlandıkları konuların başında gelmiştir (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009; Güven ve Karataş, 2009; Frank, 2010).

Geleneksel yaklaşımda geometrik yer tanımları yapılırken geometrik tanımlamaların yerine cebirsel ifadelerle tanımlama yapılmaktadır (Güven ve Karataş, 2009). Fakat bu şekilde yapılan tanımlamalar sonucunda öğrencilerin yapıdaki bağımsız nesnelere biri değiştiğinde diğerlerinin nasıl değişebileceğini ön görmelerini sağlayan dinamik görselleştirme becerilerinin gelişmesi engellemektedir (Güven ve Karataş, 2009). Diğer tüm matematiksel kavramların öğretiminde olduğu gibi bu kavrama ait zorlukların aşılması için bu dersteeki kavramlar oluşturulurken yalnızca geleneksel yöntemler kullanılmamalıdır.

Bu tür kavramlar, öğrencinin sürecin içerisine doğrudan katıldığı, anlam oluşturma çabası içerisine girdiği, bir diğer ifade ile kavramın bir bağlamın içerisinde yapılandırıldığı ortamlarda daha kalıcı olarak öğrenilebilmektedir (Pekdemir, 2004; Güven ve Karataş, 2009). Bu nedenle araştırmada, öğretmen adaylarının geometrik yer kavramını öğrenebilecekleri zengin öğrenme ortamları oluşturulmaya çalışılmıştır.

Belirli koşullara göre hareket eden bir noktanın yörünge yolu (Botana ve Valcarce, 2003; Cha ve Noss, 2001) veya matematiksel olarak özel şartlarla belirlenen ya da özel şartları sağlayan noktalar veya doğrular kümesi (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009) olarak tanımlanan geometrik yerin, dinamik yazılımlarla gösterilmesinde yazılımların önemli bir potansiyele sahip olduğu da ifade edilmiştir (Güven, 2002; Güven 2008; Güven ve Karataş, 2009; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006; Frank, 2010). Bu tür yazılımların özellikle “*Geometrik Yer*” ve “*İz Bırakma*” gibi özellikleri sayesinde geometrik yer daha da anlaşılır hale gelmektedir (Güven ve Karataş, 2009; Schumann ve Green, 2001; Cha ve Noss, 2004). Bu durum ise öğrencilerin doğrudan sürecin içerisine çekilmesi ve bir bağlam çerçevesinde çalışmalarına katkı sağlayabilir.

Geometrik yer kavramının öğrenilmesinde öğretmen adaylarının yaşamış oldukları sıkıntılar ve bu konuda dinamik yazılımların sunmuş olduğu fırsatlar göz önüne alındığında bu tür konuların öğretiminde bir bağlamın gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bağlam, bir göstergenin öteki öğelerle birlikte ve onlarla birleşerek, bütünleşerek onların da yardımıyla bir kavramı yansıması olarak tanımlanmaktadır. Diğer bir ifadeyle bağlam, göstergelerin bağlı bulunduğu tüm öğelerin oluşturduğu bütüne verilen addır (URL-1, 2011). Öğrencilerin öğrendikleri ile gerçek dünya arasındaki ilişkileri görmelerinde en etkili yolun, gerçekçi çevrede yer alan ve öğrenenlerin etkin olduğu “*bağlam*” içinde olan öğrenmelerdir (SCANS, 2000). Bağlamsal öğrenme ise öğrencilerin hangi yaşam bağamları ile öğrendiğini anlamak için yapılan öğrenme süreci olarak tanımlanmıştır (Bern ve Erickson, 2001). Glynn ve Koballa (2005) ise bağlamsal öğrenmeyi ders içeriklerinin aktarılmasında öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları çeşitli durumlardan yararlanılması olarak tanımlamaktadırlar. İhtiyaç duyulan bağlamın oluşturulmasında ise GeoGebra dinamik matematik yazılımının “*Yer tanımı*” ve “*İz Bırakma*” gibi diğer yazılımlarda bulunan özelliklerinin haricinde geometrik yerlere ait olan birçok özelliğinden faydalanılabilir. GeoGebra dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramlarının öğretiminde etkili bir araç olduğu ve bu tür problemlerin çözümünde yeni fırsatlar sunduğu bilinmektedir (Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Antohe, 2009). Bu nedenle araştırmada, geometrik yer kavramının öğrenilmesindeki zorluklar dikkate alındığında GeoGebra dinamik matematik yazılımının bu kavramların öğretiminde bir bağlam oluşturacağı ve oluşturulan bu süreci olumlu yönde etkilemesi beklenmektedir. Diğer

tarafından ilgili literatürde analitik geometri üzerine yapılan araştırmalar daha çok başarıya (Özerdem, 2007; Erüs, 2007; Yemen, 2009) ya da analitik geometri kavramlarının öğretiminde bilgisayar destekli yazılımların kullanılmasının diğer yöntemlerle karşılaştırılması ve öğrencilerin başarıları (Gallou-Durniel, 1989; Hoyles ve Healy, 1997; Işıksal ve Aşkar, 2005; Kösa ve Karakuş, 2010) boyutlarına odaklanılmıştır. Analitik geometri kavramlarından olan geometrik yer kavramları ile yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğrencilerin geometrik yer kavramını çeşitli modellerle nasıl kavradıklarına ve kavram imajlarına (Yazgan, 2006; Güllük, 2008) ya da bu tür problemlerin bilgisayar yazılımları ile çözüm süreçlerinin incelenmesi ve öğrencilerin başarılarına etkisi (Güven ve Karataş, 2009; Real ve Leung, 2006; Cha ve Noss, 2001; Açıkgül, 2012; Pekdemir, 2004; Botana ve Valcarce, 2003; Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Antohe, 2009; Frank, 2010) boyutlarına odaklanıldığı tespit edilmiştir. Fakat GeoGebra'nın geometrik yer kavramlarının öğretiminde ihtiyaç duyulan bağlamın oluşturulmasında nasıl bir rol üstlendiği konusunda herhangi bir araştırma verisi bulunmamaktadır. Oysa GeoGebra, yukarıda da ifade edildiği üzere geometrik yer kavramlarının öğrenilmesi için oluşturulacak bağlamda etkin bir rol üstlenebilir. Bu araştırmada bu rolün nasıl gerçekleşeceği sorularına yanıt aranmıştır.

Yapılan bu çalışmada öğretmen adaylarının geometrik yer kavramlarını yapılandırabilecekleri dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra'nda kullanıldığı bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Öğretmen adaylarının GeoGebra matematik yazılımının dinamikliği sayesinde matematiksel ilişkileri keşfetmeleri beklenmektedir. Bu nedenle geometrik yer kavramlarının öğretiminde GeoGebra dinamik matematik yazılımının kullanıldığı bir öğrenme tasarımı geliştirilerek yapılan bu tasarımın bağlam oluşturup oluşturmadığının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

1. 1. Araştırmanın Problemi ve Amacı

Son yıllarda öğretim programlarında yapılan değişikliklerle eğitimin amacı, sadece bilen bir insan değil, öğrenen, eleştirel düşünen, yaratıcı olan, sorgulayan, yenilik getiren ve yeniliklere ayak uyduran bireyler yetiştirmektir. Bu amaca rağmen matematik sınıflarında geleneksel yaklaşımın hâkim olduğu öğretmen merkezli sınıflarda tanım → formül → örnek → uygulama → alıştırma döngüsü gerçekleşmektedir. Bu döngü içerisinde ancak nasılların öğrenildiği işlemsel bilgi ortaya çıkmaktadır. Yeni matematik programı ise belirlenen amacın gerçekleşmesi için işlemsel öğrenmeyle birlikte kavramsal öğrenmeyi ön plana çıkararak matematik sınıflarında problem → varsayımda bulunma → doğrulama → ilişkilendirme → genelleme döngüsünün gerçekleştirilmesini önermektedir (Baki, 2008). Önerilen bu öğretme yaklaşımı çerçevesinde öğrenciler yinede geleneksel

yaklaşımın kullanıldığı bir ortamı tercih edebilmektedir. Matematiğin hangi dalında olursa olsun, bir konu anlatıldıktan sonra o konuya ait kavramların anlatılması istendiğinde öğrenciler daha çok kavramları öğrenmeden formül kullanmak istemektedirler (Erüs, 2007). Bu duruma analitik geometri dersinde de çok sık rastlanılmaktadır. Matematikte önemli bir yer tutmasına rağmen, öğrenciler analitik geometriyi öğrenmede büyük sıkıntılarla karşılaşmaktadır (Gözen, 2001). Analitik geometri derslerinde geometri, şeklin gözlenmesinden kurtularak nicelikler düzeni halini alırken cebire yaklaşmış, yani geometri cebirin egemenliği altına girerek daha da soyutlaşmıştır (Gözen, 2001). Çoğunlukla soyut kavramlardan oluşan analitik geometrinin temel kavramlarını ise çember, elips, hiperbol ve parabol kısaca konikler adını alan geometrik yer kavramları oluşturmaktadır (Açıkgül, 2012).

Geometrik yer, öğretmen adaylarının güçlük yaşadığı konuların başında gelmektedir (Güven ve Karataş, 2009; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006; Gülkılık, 2008; Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009). Bu konu hakkında eksik bilgilere sahip olan öğretmen adayları bu konu ile ilgili problemleri çözerlerken çeşitli sıkıntılarla karşılaşmaktadır (Gülkılık, 2008; Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009; Güven ve Karataş, 2009). Çünkü geometrik yer kavramı soyut düşünmeyi ve bazı cisimleri zihinde hareket ettirmeyi gerektirmektedir. Bu nedenle geometrik yer problemlerinin geleneksel ortamlarda görselleştirilmesi oldukça zordur (Güven ve Karataş, 2009). Frank (2010) ve Jares ve Pech (2013) öğrencilerin diğer konulara göre geometrik yer kavramında zorlandıklarını bunun sebebini ise kâğıt kalem ortamında görselleştirememelerine bağlamaktadır. Bu nedenlerden dolayı geometrik yer kavramının öğretimi üzerinde önemle durulması gerekmektedir. Yapılan çalışmalarda bu tür kavramların dinamik yazılımlarla öğretilmesinde önemli bir potansiyele sahip olduğu belirtilmektedir (Güven, 2002; Güven 2008; Güven ve Karataş, 2009; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006; Frank, 2010; Jares ve Pech, 2013; Ferrarello, Mammana ve Pennisi, 2014).

Geometrik yer ile ilgili kavramlar oluşturulurken öğretmen merkezli bir öğrenme ortamı yerine, öğrencinin aktif olduğu, sorumluluk üstlendiği ve teknolojinin öğretimde yardımcı rol oynadığı öğrenme ortamlarında öğrenciler geometrik yere yönelik bilgilerini kendileri yapılandırma fırsatı bulacaklardır. Fakat böyle bir ortamın oluşturulmasında teknoloji tek başına yeterli olmayabilir. Çünkü teknolojinin tek başına kullanılması öğrencilerin sürecin içerisine çekildiği, bir bağlam çerçevesinde çalıştıkları bir ortam için yeterli olmayabilir. Ancak bu yazılımların farklı özellikleri böyle bir ortamın oluşturulmasına katkıda bulunabilir. Çatlıoğlu (2010) yapmış olduğu çalışmasında bilgisayarların olasılık ile ilgili deney sayısını fazlalaştırarak bağlamsal öğrenme sürecinde bağlam oluşturmada önemli bir rolünün olduğunu belirtmiştir. Yine Yu, Fan ve Lin (2014) bilgisayarda yapılan

simülasyonların bağlamsal öğrenme sürecine katkı sağladığını ifade etmiştir. Yapılan çalışmalar bilgisayarlarında bağlamsal öğrenme sürecine katkı sağladığını göstermektedir (Özerbaş, 2003; Göçmençelebi, 2007; Çatlıoğlu, 2010; Yu, Fan ve Lin, 2014). Bağlamsal öğrenme ile ilgili yapılan diğer çalışmalara bakıldığında; bağlam oluşturmada güçlükler yaşandığı, günlük yaşam bağlamının çok fazla kullanıldığını ve uygun bir bağlam ile öğrencilerin verilenleri daha iyi anlamlandırdıkları görülmektedir (Kuhn ve Müller, 2014; Kurnaz, 2013; Çatlıoğlu, 2010; Coştu, 2009; Ingram, 2003). Hennessy (1993) ve Murphy (1994) bağlam oluşturulmasında güçlükler yaşandığını ve uygun bağlamların kullanılmasıyla öğrencilerde var olan ilgi potansiyellerinin ortaya çıkarılabileceğini ifade etmişlerdir. Görüldüğü gibi soyut bir yapıya sahip olan geometrik yer kavramları öğretmen merkezli ortamlarda işlenen derslerle yeterince anlaşılmadığı için bu kavramların öğretiminde daha görsel ve dinamik yapıların kullanıldığı bir bağlama da ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamın oluşup oluşmadığı ise bir bağlamsal öğrenme öğretme yaklaşımının uygulaması olan REACT stratejisi ile belirlenebilir. Crawford (2001) bu stratejinin bileşenlerini sırasıyla İlişkilendirme, Tecrübe Etme, Uygulama, İşbirliği ve Transfer Etme olarak adlandırmakta ve aşağıdaki gibi açıklamaktadır.

Relating (İlişkilendirme) - ön bilgi ve hayat tecrübelerinin oluşturduğu bağlam içerisinde öğrenme

Experiencing (Tecrübe Etme) - yaparak, keşfederek veya icat ederek öğrenme

Applying (Uygulama) - kullanılacak kavramları ortaya koyarak öğrenme

Cooperating (İşbirliği) – diğer öğrenenlerle paylaşma, iletişim kurarak bağlam içerisinde öğrenme

Transferring (Transfer Etme) - yeni bir içerikte veya alışılmamış durumda bilgiyi kullanma

Geometrik yer kavramının öğrenilmesinde öğretmen adaylarının yaşamış oldukları sıkıntılar göz önüne alındığında bu tür konuların kavramsal öğrenilmesi için bir bağlamın gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Soyut olan geometrik yer kavramı bağlam oluşturularak öğretilirse daha iyi anlamlandırılabilir. İhtiyaç duyulan bu bağlamın ise GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile gerçekleştirilebileceği ve bu yazılımın kullanıldığı öğrenme ortamının soyut olan bu kavramların öğrenilmesinde daha faydalı olacağı düşünülmektedir. Bu nedenlerle araştırmada, analitik geometri dersinde yer alan geometrik yer kavramlarının öğretiminde dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra kullanılarak öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Bu kapsamda araştırmamızın problemi

“Geometrik yer kavramının öğretiminde dinamik matematik yazılımının kullanılması bağlam temelli bir öğrenme ortamının oluşturulmasında nasıl rol oynamaktadır?” şeklinde belirlenmiştir. Dinamik matematik yazılımının bağlam oluşturmadaki rolünü araştırmak amacıyla bu ortamda REACT süreçlerinin gerçekleşip gerçekleşmediğine bakılmıştır. Böylece ana probleme bağlı olarak aşağıdaki alt problemler belirlenmiştir:

1. Dinamik matematik yazılımı ilişkilendirme sürecinin gerçekleşmesinde nasıl bir rol oynamıştır?
2. Dinamik matematik yazılımı tecrübe etme sürecinin gerçekleşmesinde nasıl bir rol oynamıştır?
3. Dinamik matematik yazılımı uygulama sürecinin gerçekleşmesinde nasıl bir rol oynamıştır?
4. Dinamik matematik yazılımı işbirliği sürecinin gerçekleşmesinde nasıl bir rol oynamıştır?
5. Dinamik matematik yazılımı transfer etme sürecinin gerçekleşmesinde nasıl bir rol oynamıştır?

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Baki (2008) okullarda okutulan eğitimin içeriğini geometrik nesnelerin özellikleri, aralarındaki ilişkiler, geometrik yer, dönüşümler ve geometrik önermelerin kanıtlanması olarak ifade etmektedir. Ayrıca Baki (2008) geometri eğitiminin genel amacını; öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evrenini açıklamada ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesi olarak vurgulamaktadır. Bu amaçlar doğrultusunda öğrencilerin kendi fiziksel çevrelerini anlamada düzlem geometrisi haricinde analitik geometriye de ihtiyaç duyacaklarından analitik geometriye de önem verilmelidir. Gerek müfredatların genişliği, gerekse öğrencilerin girmiş oldukları sınavlarda çıkan soru dağılımlarının düzlem geometri lehine olması düzlem geometrinin analitik geometriye göre daha ön planda tutulduğunu göstermektedir. Ülkemizdeki geometri öğretim programının çoğunluğunda yer alan geometrik yer kavramı ise geometrik yer tanımları verilerek ya da basit örnekler ile değiştirilmektedir (Güven ve Karataş, 2009).

Analitik geometrinin temel kavramlarından olan geometrik yer kavramı öğrencilerin anlamakta ve geometrik yerlerini belirlemede zorlandıkları konuların başında gelmektedir (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009; Güven ve Karataş, 2009; Jares ve Pech, 2013). Çünkü bu kavram zihinde hareket ettirilen noktalardan hareketle belirlenmeye çalışıldığından soyut ve öğrencilerin anlamada sıkıntı çektikleri kavramlardan bir tanesidir. Bundan dolayı geometrik yer problemlerini geleneksel kâğıt kalem ortamlarında

düşünerek çözüm getirmek oldukça zordur (Güven ve Karataş, 2009; Jares ve Pech, 2013). Geleneksel yollarla çözülürken istenilen şartlara uygun en az üç nokta olmak üzere özel noktalar bulunmalı ve daha sonra bu noktaları birleştirerek oluşturulan yörünge sezgisel olarak görülebilmelidir (Gülkılık, 2008; Açıkgül, 2012; Güven ve Karataş, 2009). Bu nedenle geometrik yer kavramının bu tür kâğıt, kalem, pergeli, cetvel gibi araçlarla somutlaştırılmaya ve çözülmeye çalışılması bu zorlukların aşılmasında gerekli bir yöntem değildir (Güven ve Karataş, 2009). Zaten geleneksel ortamda oluşan bu güçlükler nedeni ile geometrik yer kavramlarının öğretilmesine gereken önem verilmemeye başlanmıştır (Botana ve Valcarce, 2003; Pekdemir, 2004). Fakat geometrik yer kavramının öğretimi her düzeydeki öğrenciler için önemli bir kavram olduğundan üzerinde önemle durulması gerekmektedir. Schumann ve Green (2001) öğrencilerin fonksiyonel düşünebilmeleri için geometrik yer kavramı üzerinde önemle durulması gerektiğini söylemektedir. Bunun için öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştıracak çeşitli öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekmektedir.

Öğrencinin bilgisini somuttan soyuta doğru kurmasında bu dinamik ortamların önemli bir rolü vardır (Baki, 2002; Güven ve Karataş, 2009). Matematiksel ifadeler ve formüller çoğu zaman öğrenciler için anlaşılması güç ve tuhaf görünen kavramlardır. Bu kavramların görsel bir temsil ile ifade edilmesi öğrencilerin anlamasını daha da kolaylaştırır. Yaygınlaşan teknoloji ile görsel temsiller daha net bir şekilde oluşturulabilir (CalGeo, 2007). Yapılan çalışmalarda geometrik yer kavramının dinamik yazılım ile öğretilmesinin önemine vurgu yapılmaktadır (Güven, 2002; Güven 2008; Güven ve Karataş, 2009; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006). Bu tür dinamik yazılımlarda bulunan *iz bırakma* özelliğinin aranan geometrik yerin ne olduğu ile ilgili bilgi verirken, *Geometrik Yer* ikonunun ise elde edilen geometrik yerin özelliklerini belirlemeyi sağladığı ve bu ikonların geometrik yer konusunda oldukça etkili olduğunda belirtilmektedir (Jahn, 2002). Öğrenciler bu tür yazılımlar sayesinde anlık gösterimlerle tahminlerde bulunmaya çalışacaklar ve tahminlerinin doğruluklarını veya yanlışlıklarını gözlemleyerek zamanla karşılıklarına çıkan diğer geometrik yer kavramlarına doğru tahminlerde bulunabileceklerdir. Zaten verilen geometrik yer problemlerinde bu tür anlık gösterimleri geleneksel yollarla göstermek zordur (Güven ve Karataş, 2009). Sonuçta öğrenciler bu tür yazılımların anlık gösterimleri sayesinde geleneksel yollardaki soyut düşüncelerden biraz sıyrılarak bilgilerini somuttan soyuta doğru kuracaklardır. Cha ve Noss (2001) yapmış oldukları çalışmalarında bu tür yazılımların geleneksel ortamlarda ihmal edilen ve analitik geometride önemli bir yere sahip olan, verilen şartları sağlayan keyfi bir noktaya başlayıp bu noktanın cebirsel bir formda genellenmesini öngören nokta tabanlı düşünceyi geliştirdiğini ifade etmektedirler. Yine Güven ve Karataş (2009) geometrik yer problemlerinde yazılımların kullanılması

sonucunda öğretmen adaylarının tahmin edebilme ve buna bağlı olarak matematiksel açıklama yapabilme becerilerinin arttığını söylemişlerdir. Gorghiu, Puana ve Gorghiu (2009) da geometrik yer kavramının dinamik yazılımla arasındaki etkileşimini ön plana çıkararak çeşitli önerilerde bulunmuşlardır. Çalışmalarında öğretmenlerin hazırlamış oldukları etkinliklerden örnekler sunarak geometrik yer problemlerinin çözümünde dinamik yazılımların önemli bir rolü olduğunu ortaya koymuşlardır.

Araştırmacı daha önceki yıllarda vermiş olduğu analitik geometri derslerinde öğretmen adaylarının özellikle geometrik yer kavramının öğrenilmesinde zorluklar yaşadığını gözlemlemiştir. Bu zorlukları daha çok elips, hiperbol ve parabolün geometrik yer tanımları ve çeşitli geometrik yer problemlerinin öğretiminde yaşamıştır. Bu süreçte öğretmen adaylarının geometrik yer tanımlarından çemberi rahatlıkla tanımlamaya çalıştıklarını fakat elips, hiperbol ve parabol tanımlarını yapamadıkları yapmaya çalışsalar bile yanlış tanımladıklarını gözlemlemiştir. Araştırmacı yaşanan bu tür zorlukları öğretmen adaylarının ilişkilendirme yapamadıklarına, işbirliği içerisinde bir deneyim yaşayamadıklarına, öğrendiklerini uygulama imkânı bulamadıklarına ve öğrendiklerini transfer edememe eylemlerini gerçekleştirememelerine bağlamaktadır. Öğrenme sürecinde öğretmen adaylarının örneğin bu tanımlardan düzlemde bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri olan parabol tanımını ezberlemeye çalıştıklarını oluşan noktaları kafalarında tam olarak canlandıramayarak istenilen modeli oluşturamadıkları gözlemlemiştir. Geometrik yer problemlerinde istenilenleri oluşturmaya çalışan öğretmen adaylarının birkaç noktaya tahmin etmeye çalıştıklarını ve bu tahminlerinin doğru olup olmadıklarına tam olarak karar veremediklerini bir tecrübe süreci yaşayamadıklarını belirlemiştir. Ayrıca araştırmacı öğretmen adaylarının daha önce öğrenilen kavramlar ile ilişkilendirme yapamadıklarını ve bu kavramları ilerleyen konularda kullanmaya çalışmadıkları için bir transfer süreci yaşayamadıklarını gözlemlemiştir. Öğrenme sürecinde yaşanan bu zorluklar neticesinde araştırmacı bu problemlerin doğrudan bağlamsal öğrenmeyle aşılabileceğini düşünerek bağlam temelli öğrenme ortamı oluşturmaya karar vermiştir. Bu sebeplerden dolayı araştırmacı, geometrik yer kavramının öğretiminde düşünülen bağlam temelli öğrenme ortamına teknolojinin katkı sağlayabileceğini ve bu teknolojilerden dinamik yazılımların bağlam oluşturmada bir rolünün olabileceğini düşünerek araştırmasını yapmıştır. Geometrik yer kavramının öğrenilmesinde öğretmen adaylarının yaşamış oldukları sıkıntılar ve bu konuda dinamik yazılımların sunmuş olduğu fırsatlar göz önüne alındığında bu tür konuların öğretiminde yukarıda belirtildiği gibi bir bağlamın gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bunun için oluşturulan grafiklerden yola çıkarak geometrik yerler hakkında çeşitli yorumların yapılabileceği, geometrik yerlerin denklemleri ile grafikleri arasında nasıl bir bağıntının olduğu ve

geometrik yerler üzerinde alınan noktaların değişimi ile denklemleri arasında olan değişiklikleri birlikte gözlemlene gibi ifadelerin birlikte bulunacağı bir yazılımın bu süreç olumlu katkısının olacağı düşünülmüştür. GeoGebra yazılımının bütün bu düşünülen ifadeleri karşıladığı düşünülmektedir.

GeoGebra dinamik yazılımı, cebir ve grafik pencereleriyle grafik üzerinde olan değişimin cebirsel ve grafiksel ilişkilerini aynı anda görme imkânı sağlamaktadır. Bu şekilde cebir ile geometri arasındaki ilişkilerin oluşturulmasına yardımcı olmaktadır (Hohenwarter ve Jones, 2007). Baki, Çekmez ve Kösa (2009) ve Antohe (2009) GeoGebra dinamik matematik yazılımının geometrik yerin öğrenilmesinde etkili bir araç olduğunu ve geometrik yer kavramının eğitiminde yeni fırsatlar sunduğunu ifade etmektedirler. Ayrıca GeoGebra'nın hem araştırmayı hem de görselleştirmeyi sağlayarak geometrik yer kavramının öğretiminde önemli bir yerinin olduğu da vurgulanmaktadır (Antohe, 2009). Yine Rincon (2009) GeoGebra dinamik matematik yazılımının geometrik yerlerin öğretiminde önemli bir rol alacağını belirtmiştir. Görüldüğü gibi geometrik yer kavramının öğrenilmesinde GeoGebra yazılımı hem cebirsel ifadeleri hem de bu ifadelerin grafiklerini birlikte inceleme yapmaya imkân sağlamaktadır.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin bir bağlam dâhilinde konuları daha iyi anlamlandırdıklarını göstermektedir (Demircioğlu, Dinç ve Çalık, 2013; Coştu, 2009; Çatlıoğlu, 2010; Kuhn ve Müller, 2014; Kurnaz, 2013; Köse ve Torun, 2011; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2010; Pierce, 2013; Yu, Fan ve Lin, 2014; Ingram, 2003). Örneğin bu çalışmalardan Kuhn ve Müller (2014) bir gazete sayfası şeklinde günlük yaşam bağlamı verilerek kullanılan bir problemin öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşmıştır. Kurnaz (2013) da günlük yaşam problemlerinin öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırdığını ifade etmiştir. Yine Yu, Fan ve Lin (2014) bağlam temelli öğrenme ortamlarında öğrencilerin problem çözme becerilerinin arttığını belirtmiştir. Ingram (2003) da öğrencilerin bir bağlam dâhilinde konuları daha etkili öğrendiğini ifade etmiştir. Bağlam temelli öğrenme ortamlarının öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştırdığı ve etkili olduğu da vurgulanmaktadır (Satriani, Emilia ve Gunawan, 2010; Pierce, 2013; Birchinall, 2013). Dinamik yazılımlar ile yapılan çalışmalar incelendiğinde ise bu tür yazılımların geometri öğretiminde kullanımının öğrencilerin geometri anlama düzeylerine, geometri başarılarına, geometriye karşı tutumlarında ve geometri anlamalarına olumlu katkılar sağladığı ortaya konmuştur (Hazzan ve Goldenberg, 1997; Choi-Koh, 1999; Hannafin vd., 2001; July, 2001; Güven ve Karataş, 2003). Ayrıca teknolojinin öğretim sürecinde kullanımı ile daha derin öğrenmeler gerçekleştiği, öğretim sürecini güçlendirdiğini, öğrencilerin öğrenme sürecine daha çok katıldıklarını ve öğrendiklerini transfer etme konusunda zorlanmadıkları da ortaya konmuştur (Thomas, 2001). Yine bilgisayarların bağlamsal öğrenme sürecine

olan katkısının olduğuda yapılan çalışmalarla belirtilmiştir (Özerbaş, 2003; Çatlıoğlu, 2010; Yu, Fan ve Lin, 2014). Teknoloji destekli eğitimle birlikte hesaplamalar, çözümler, modellemeler, grafikler elektronik ortama döküldüğünde yeni sezgilere, görmelere, tahminlere, genellemelere ve keşiflere yol açmaktadır (Baki, 2001). Geometrik yer kavramı ile ilgili yapılan çalışmalarda ise dinamik yazılımların kullanılması ile öğrencilerin sezgisel olarak düşündüklerini gözlemleyebildikleri ve bu şekilde geleneksel ortamda ihmal edilen bu konunun öğretiminin önemi ortaya konulmuştur (Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Güven ve Karataş, 2009; Güven, 2002; Güven 2008; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006). Görüldüğü gibi ulusal ve uluslararası bağlam temelli öğrenme ortamlarına ait literatür incelendiğinde; bağlamın günlük yaşam veya problemler ile oluşturulduğu, bu bağlamlar oluşturulurken REACT stratejisine dayalı olarak çalışma yapraklarının geliştirildiği görülmüştür. Toplanan veriler analiz edilirken ise nitel-nicel veri analiz yöntemleri kullanılmış ya da REACT stratejisine göre oluşturulmuş bir ortam bu stratejiye göre yine bu yöntemlerle analizlerinin yapıldığı görülmektedir (Kuhn ve Müller, 2014; Kurnaz, 2013; Köse ve Torun, 2011; Yu, Fan ve Lin, 2014; Demircioğlu, Dinç ve Çalık, 2013; Ingram, 2003; Coştu, 2009; Çatlıoğlu, 2010; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2010). Bu araştırmada ise bağlam olarak GeoGebra yazılımı kullanılmış ve öğrenme ortamı bu yazılıma göre oluşturulmuştur. Bağlam temelli ortamlara bakıldığında bağlamın GeoGebra yazılımı olması ve analiz yönteminde REACT stratejisinin Tablo 1' deki gibi göstergelerinin kullanılması yöntem bakımından diğer araştırmalardan ayrıldığını göstermektedir.

Dinamik yazılımlar çoğu soyut olan matematik kavramlarının geleneksel kâğıt kalem ortamında öğrenilmesi ve öğretilmesindeki boşlukların doldurulmasında önem teşkil etmektedir. Nitekim analitik geometri derslerinin bu boşlukların fazlaca olduğu derslerin arasında olduğu söylenebilir. Çünkü analitik geometri derslerinde geometri, şeklin gözlenmesinden kurtularak nicelikler düzeni halini alırken cebire yaklaşmış, yani geometri cebirin egemenliği altına girmiştir. Dolayısıyla daha da soyutlaşmıştır (Gözen, 2001). Yazgan (2006) öğrencilerin geometrik yer kavramını iyi yapılandıramadıkları, yanlış kavramlara sahip olduklarını ve bu kavram yanlışlarını irdelemeksizin kullandıklarını belirtmiştir. Yine Gülkılık (2008) yapmış oldukları çalışmasının başında öğretmen adaylarının geometrik yer kavramının ne olduğunu ifade edemediklerini vurgulamıştır. Jares ve Pech (2013) öğrencilerin geometrik yer kavramını geleneksel kâğıt kalem ortamında anlamlandırmalarının zor olacağını ifade etmiştir. Bu nedenle gerek geometrik yer kavramlarının soyut olması gerekse öğrencilerin bu kavramları kâğıt kalem ortamında öğrenmesinde birkaç nokta ile yanlış tahmin etme veya bu noktaları oluşturamama gibi zorluklar göz önüne alındığında bu kavramların öğrencilere değişik yöntemlerle sunulması araştırılması gereken bir konu halini almıştır. Bütün bu sebeplerden dolayı geometrik yer

kavramlarının öğretiminde dinamik bir yazılımında kullanıldığı bir bağlamsal öğrenme ortamının oluşturulmasının ve oluşturulan ortamın gerçekten bir bağlam oluşturup oluşturmadığının incelenmesinin araştırılması gerekmektedir.

Bu çalışmada, araştırmacının kendi dersinde görmüş olduğu eksiklikler, bu süreçte öğretmen adaylarının geometrik yer konusunda yaşadıkları sıkıntılar ve bu konuda GeoGebra yazılımının sağladığı fırsatlar dikkate alınarak, onların geometrik yer kavramlarını öğrenmesinde oluşturulan öğrenme ortamının önemli olduğu düşünülmektedir. Çalışma esnasında öğretmen adaylarına verilen çalışma yapraklarında geometrik yerler ve bu geometrik yerlere ait olan problemler bulunmaktadır. Sonuçta oluşturulmuş olan bu ortamın bir bağlam oluşturup oluşturmadığı bir bağlamsal öğrenme öğretme stratejisi olan REACT ile belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışma ile birlikte oluşturulan ortamın geometrik yer kavramının öğretiminde ihtiyaç duyulan bağlamın oluşmasında GeoGebra yazılımının bir araç olarak kullanılabilmesi düşünülmektedir. Bu şekilde GeoGebra dinamik yazılımının bir araç olarak geometrik yer kavramının öğretiminde bir bağlamın oluşmasında rol oynamasının öğretmen adaylarının bu tür kavramları öğrenmesindeki sıkıntılar noktasında literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırma, araştırmacının gerçekleştirdiği 9 haftalık uygulama ile sınırlıdır.

Araştırma, ilköğretim matematik öğretmenliği programında okutulan analitik geometri dersinde ele alınan koniklerle ilgili geometrik yer kavramlarına yönelik uygulamalarla sınırlıdır.

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmanın varsayımları ise şu şekildedir:

Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının gerçek duygu ve düşüncelerini yansıttıkları ve bu şekilde etkinliklere katılarak dersleri tamamladıkları,

Uygulama süreci grup çalışmaları şeklinde yürütüldüğünden, grup elemanlarının görevleri yeterli düzeyde yaptıkları kabul edilmiştir.

1. 5. Tanımlar

Geometrik Yer: Matematiksel olarak özel şartlar tarafından belirlenen ya da özel şartları sağlayan noktalar kümesi olarak tanımlanır.

Bağlam: Bir göstergenin öteki öğelerle birlikte ve onlarla birleşerek, bütünleşerek onların da yardımıyla bir kavramı yansımasıdır. Göstergelerin bağlı bulunduğu tüm öğelerin oluşturduğu bütüne verilen addır.

Bağlamsal Öğrenme: Herhangi bir konunun veya kavramın öğrenilmesinde kullanılması düşünülen araçlarla birlikte öğrencilerin aktif bir şekilde öğrenme sürecine katılması, deneyimler yaşaması ve bu deneyimleri farklı durumlara transfer etmesidir.

REACT: Relating (İlişkilendirme) ön bilgi ve hayat tecrübeleriyle bağlam kurma, Experiencing (Tecrübe Etme) yaparak, keşfederek veya icat ederek öğrenme, Applying (Uygulama) kullanılacak kavramları ortaya koyarak öğrenme, Cooperating (İşbirliği) başkalarıyla paylaşma, iletişim kurarak bağlam kurma, Transferring (Transfer Etme) yeni bir içerikte veya alışılmamış durumda bilgiyi kullanma olarak tanımlanan bu beş sürecin baş harflerinin kullanılması ile oluşan bir bağlamsal öğrenme öğretme stratejisidir.

Bilgisayar Destekli Eğitim: Öğrencinin karşılıklı etkileşim yoluyla eksiklerinin ve performansını tanımasını, dönütler alarak kendi öğrenmesini kendi öğrenmesini kontrol altına almasını; grafik, ses, animasyon ve şekiller yardımıyla derse karşı daha ilgili olmasını sağlamak amacıyla eğitim öğretim sürecinde bilgisayardan yararlanma yöntemidir.

Dinamik Geometri Yazılımları: Geometrik şekil oluşturulan, oluşturulan şekillerin özelliklerini belirlemek için ölçümleri yapılan, ekranda sürüklenebilmesini sağlayan, çeşitli yapılar oluşturulup ve bu yapılar hakkında hipotezler kurulan, kurulan hipotezlerin test edilmesini sağlayan, genellemeler yapılan bilgisayar yazılımlarıdır.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesi ve literatür taramasının sonuçları tanıtılmıştır.

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu başlık altında tez konusu ile ilgili olan analitik geometri, geometrik yer kavramı, bağlam ve bağlamsal öğrenme öğretme stratejisi olan REACT, dinamik geometri yazılımlarında GeoGebra, Dinamik yazılımlarının geometrik yer kavramının öğretimindeki rolü ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

2. 1. 1. Geometrik Yer Kavramı

Geometri matematiğin önemli dallarından biri ve görsellik yanının çok olmasına rağmen öğrenciler tarafından anlaşılması güç, soyut, sıkıcı, seilmeyen bir ders olarak nitelendirilir. Oysa geometri bize içinde yaşadığımız dünyayı tanımamızda yardımcı olur (NCTM,1989). Analitik geometri ise öğrenciye görüş kazandırabilmede, düşüncelerini kolaylaştırmada ve çözüme ulaşmayı sağlamasında önemli katkılarda bulunur. Bir yönü ile analitik geometriyi geometri ve cebirin birlikte uygulanması olarak ifade edebiliriz. Altun (2004) analitik geometriyi geometri problemlerini cebirsel bir açıklama getirmek suretiyle çözmeyi hedeflediğini belirtmiştir. Geometrik yer kavramında analitik geometri kavramları arasında çok fazla soyut olması nedeni müfredatlarda çok fazla yer bulamamıştır (Pekdemir, 2004).

Analitik geometri kavramlarından olan geometrik yer kavramı ile ilgili literatürde farklı tanımlar bulunmaktadır. Örneğin geometrik yer, matematiksel olarak özel şartlar tarafından belirlenen ya da özel şartları sağlayan noktalar veya doğrular kümesi (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009) veya belirli koşullara göre hareket eden bir noktanın yörünge yolu (Botana ve Valcarce, 2003; Cha ve Noss, 2001) olarak tarif edilmiştir. Yazgan (2006), geometrik yeri verilen bir kurala göre hareket eden bir noktanın çizdiği yol ve belirli kurala uyan (x,y) noktalarının kümesi olarak tanımlamıştır. Sarıgül (2001), geometrik yeri aynı özellikleri taşıyan noktaların oluşturduğu küme olarak tarif etmiştir. Geometrik yer kavramı 100 yıl önce başta Alman müfredatı olmak üzere gelişmiş ülkelerin müfredatlarında görülmüştür (Gülkılık, 2008). Fakat düşünme biçimi, farklı tahminlerin yapılması ve soyut bir kavram olması gibi geleneksel ortamlarda öğretilmesinde karşılaşılan güçlükler nedeni ile okullarda hak ettiği değeri görememiş ve sembolik olarak müfredatlarda yer almaya

başlamıştır (Botana ve Valcarca, 2003; Pekdemir, 2004). Geometrik yer ile ilgili olarak genel bir çözüm yöntemi yoktur (Cha ve Noss, 2001; Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009). Bu tür geometrik yer problemleri geleneksel yollarla çözümlenirken istenilen şartlara uygun en az üç nokta olmak üzere özel noktalar bulunmalı ve daha sonra bu noktaları birleştirilerek oluşturulan yörünge sezgisel olarak görülebilmelidir (Gülkılık, 2008; Açıkgül, 2012). Zaten geometrik yer kavramının geleneksel ortamlarda görselleştirilmesi oldukça güçtür ve çözüm esnasında sezgiler ön plana çıkmaktadır (Güven ve Karataş, 2009).

Geometrik yer kavramı öğrencilerin anlamakta ve geometrik yerlerini belirlemede zorlandıkları konuların başında gelmektedir (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009; Güven ve Karataş, 2009). Gülkılık (2008) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada adayların geometrik yer kavramını “ *Herhangi bir yer; birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem; Geometrik çalışmanın yapıldığı yer*” gibi ifadelerle tanımladıklarını ve öğretmen adaylarının bu konuda eksik bilgilere sahip olduklarını ifade etmiştir. Diğer taraftan Yazgan (2006) öğrencilerin geometrik yer kavramlarını sezgisel olarak yapılandırdığını söylemiştir. Gülkılık (2008) öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerinde sadece geometri boyutlarını ele aldıklarını cebirsel boyutunu ise göz ardı ettiklerini ifade etmiştir. Geleneksel okul matematiğinde bu tür geometrik yer tanımları yapılırken geometrik tanımlamaların yerine cebirsel ifadelerle tanımlama yapılmaktadır. Bu şekilde yapılan tanımlamalar sonucunda öğrencilerin yapıdaki bağımsız nesnelere biri değiştiğinde diğerlerinin nasıl değişebileceğini ön görmelerini sağlayan dinamik görselleştirme becerilerinin gelişmesi engellenmektedir (Güven ve Karataş, 2009).

2. 1. 2. Bağlam ve Bağlamsal Öğrenme Öğretme Stratejisi Olan REACT

Bağlam Türk Dil Kurumu tarafından hazırlanan Türkçe Sözlükte “Herhangi bir olguda olaylar, durumlar, ilişkiler örgüsü veya bağlantısı”, “Bir dil birimini çevreleyen, ondan önce veya sonra gelen, birçok durumda söz konusu birimi etkileyen, onun anlamını, değerini belirleyen birim veya birimler bütünü” olarak tanımlanmıştır. Çatlıoğlu (2010) ise Webster’s II New Riverside sözlüğünde geçen Context ifadesinin karşılıklı konuşma sırasında özel bir kelimeyi ya da cümleyi çevreleyen açıklayıcı kelime ve fikirler diğer anlamı olarak ise bir olayın içinde gerçekleştiği şartlar manasına geldiğini ifade etmiştir.

Bağlamsal öğrenme ile ilgili ise birçok tanım yapılmıştır. Bu tanımlardan bir tanesi de öğretmenlerin konuyu gerçek dünya durumları ile öğretme ve öğrenme anlayışıdır (United States Department of Education Office of Vocational and Adult Education, 2005). Yine başka bir tanıma göre ise öğrenme sürecinde anlatılanların öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaşılabilecekleri çeşitli durumları yansıtmasıdır (Glynn ve Koballa, 2005).

Berns ve Erickson (2001) ise bağlamsal öğrenmeyi öğrencilerin hangi yaşam bağlamları ile öğrendiğini anlamak için yapılan bir öğrenme süreci olarak tanımlamaktadır. Acar ve Yaman (2011) bağlamsal öğrenmenin günlük hayattaki bir olay veya sorundan yola çıkılması gerektiğini ifade ederek buradan da öğrenilen bilgileri sorunların çözümünde kullanılmasının gerekliliğini belirtmiştir. Choi ve Johnson (2005) bireyin günlük yaşamdan örneklerle bağlamlar oluşturabileceğini ve deneyimler kazanarak öğrenme sürecine aktif bir şekilde devam edebileceğini belirtmiştir. USA Today internet sitesinde bağlamsal öğrenmenin faydalarını açıklarken öğrencilerin öğrendiklerini gerçek dünya durumlarında kullandıklarında daha duyarlı olabileceklerini, bu durumun gelecekteki iş hayatlarını doğrudan etkileyeceğini belirtmiştir. Schell (2001) bağlamsal öğrenme ile ilgili olarak; öğrencilerin öğrenme sürecine aktif bir şekilde katılacağını, konu ile ilgili uygulamalar yapabileceklerini, işbirliği içerisinde öğrenebileceklerini, sorumluluk alacaklarını, bakış açılarının değişeceğini ifade etmiştir. Yapılan bu çalışmada; herhangi bir konunun veya kavramın öğrenilmesinde kullanılması düşünülen araçlarla birlikte öğrencilerin aktif bir şekilde öğrenme sürecine katılması, deneyimler yaşaması ve bu deneyimleri farklı durumlara transfer etmesi bağlamsal öğrenme olarak ele alınmıştır.

Cena (1998) eğitim programlarının, grup tartışmaları ile yaşamdan olaylar etrafında düzenlenmiş bağlamsal öğrenmeyi içermesi gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin uygulama ve iletişim becerilerinin artırılması, transfer becerilerinin geliştirilmesi ve problemlerin çözümünde araştırma yapabilmeleri için şans tanınması gerektiğini vurgulamaktadır. Bağlamsal öğretme ve öğrenme stratejisi olan REACT stratejisinin bu bileşenlerin hepsine cevap verebileceği söylenebilir. REACT kavramı; beş adımdan oluşan bir sürecin baş harflerinin birleştirilmesiyle oluşmuştur.

REACT stratejisinin ilk basamağı olan ilişkilendirme; öğrencinin ön bilgileri ve kazandığı tecrübeler ile bağlam kurmaya çalışmasıdır (Crawford, 2001; Parnell, 2001; Çatlıoğlu, 2010). Bu basamakta öğrencinin ilgisini çekmek için günlük yaşamdan örnekler sunulur ve konu seçilen bağlam dâhilinde öğretilmeye çalışılır. Öğrencilerin ön bilgilerinin farkına varılması sağlanır, ön bilgilerinin ortaya çıkarılmasında deneyim, araştırma yöntemlerinden faydalanılabilir, öğrencilerin konu hakkında ön bilgileri yoksa soyut kavramları somut bir şekilde modelleyebilecekleri modeller veya bilgisayar programları kullanılabilir (Ültay ve Çalık, 2011). İkinci basamak olan tecrübe etme ise; öğrencinin araştırarak, yaparak ve yaşayarak öğrenip bilgiyi keşfettiği basamaktır (Crawford, 2001). Ültay ve Çalık (2011) bu basamakta öğrencilerin kendi bilgilerini deneme imkânı bulduğunu, gözlem yapabileceklerini ve deneyim kazanarak bilgiyi keşfedebileceklerini belirtmiştir. Uygulama basamağında ise öğrenciler tecrübe etmiş oldukları bilgileri bilgisayar desteği ile ya da problemler üzerinde uygulama imkânı bulurlar (Crawford,

2001; Çatlıoğlu, 2010). Bu basamakta öğrenciler öğrendikleri kavramları kullanabilecekleri projeler, problem çözme ve laboratuvar etkinlikleri kullanabilir (Ültay ve Çalık, 2011). İşbirliği basamağında öğrenciler konunun işlendiği bağlam dâhilinde araştırma yaparak bunu sınıftaki diğer arkadaşlarıyla paylaşırlar (Crawford, 2001). Son basamak olan transfer basamağında ise öğrenciler konu dışındaki yeni bir içerikte bilgiyi kullanabilirler (Crawford, 2001; Ültay ve Çalık, 2011).

2. 1. 3. Dinamik Geometri Yazılımı Olarak GeoGebra

Öğretim materyali olarak dinamik yazılımlar; diğer materyaller ile karşılaştırıldığında, öğretim ortamında öğrenci etkileşiminin en yüksek olduğu araçlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yazılımlar çoğu zaman öğrenciye istenildiği kadar içeriği tekrar etme ve alıştırmaya şansı tanıır. Öğrenciler; matematiği hesaplama ve sembolik ifadelerle soyut olarak algılamak yerine, bir bilim adamı gibi kendisi araştıran, matematiği bir oyun gibi görerek yaptıklarından zevk duyan, öğrenme rolünün büyük bir kısmının kendinde olduğunun farkında olan bir öğrenme gerçekleştirirler (Olive, 2002). Kokol-Voljc (2007) dinamik geometri yazılımlarının geometri öğretimine yeni bir boyut kazandırdığını ve bu yazılımlar sayesinde geometri kavramlarının daha kolay öğrenileceğini ifade etmektedir. Bununla birlikte bir kalem ve kâğıtla gösterilemeyecek, ifade edilemeyecek yapıların bu yazılımlar sayesinde daha rahat gösterilebileceğini belirtmektedir. Zaten bütün bu yazılımların en önemli özelliği olan dinamikliği sayesinde öğrenciler, yapılan her hareketi gözlemleyebilmekte, tahminlerini ve varsayımlarını değerlendirebilmektedirler.

Yazılım ve donanım teknolojisinin gelişmesiyle her gün yeni imkânlar kullanıcılara sunulmaktadır. GeoGebra programı da bu yazılımlar içerisinde ücretsiz, açık kaynak kodlu olan bir programdır. Hem bilgisayar cebiri sistemleri (BCS)'nin özelliklerini hem de dinamik geometri yazılımı (DGY) özelliklerini bir arada barındırması (Hohenwarter ve Jones, 2007), kullanım kolaylığı ve çeşitli dillere çevrilmesi yönleriyle de matematik öğretiminde önemli bir yer teşkil etmektedir (Kutluca ve Zengin, 2011). GeoGebra matematik yazılımı; noktalar, kesişimler, doğru parçaları, doğrular, çemberler, konik kesitleri ve benzeri matematiksel kavramları içerisine aldığı için bir yönüyle Dinamik Geometri Yazılımları (DGY) olarak ele alınabilir. Diğer yönüyle ise arka planında sayılar, vektörler ve noktalar için değişkenlerle uğraşan, fonksiyonların türev ve integrallerini bulabilen ve asimptot, istatistiksel hesaplamalar yapabilen, matris ve determinantları hesaplayabilen ve bunun gibi matematiksel komutlar içeren sade bir Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS) olarak da ele alınabilir. GeoGebra matematik yazılımı; cebir, çizim tahtası, hesap çizelgesi, istatistiksel hesaplamalar penceresi ve iki boyutlu penceresi görünümü ile matematiksel semboller, grafik ve bu değerlerin tabloya aktarımını dinamik bir süreçte gerçekleştirerek temsiller

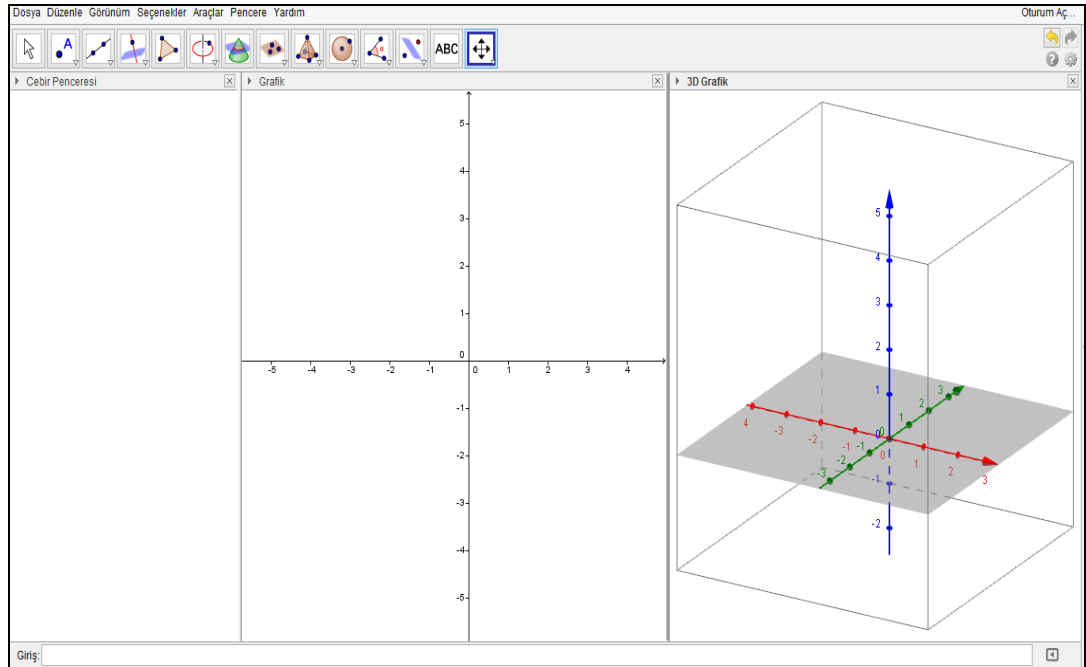
arasında hızlı geçişler sağlamakta bu özelliği ile diğer dinamik geometri yazılımları ve bilgisayar cebiri sistemlerinden ayrılmaktadır (Hohenwarter ve Jones, 2007; Dikovich, 2009).

Hohenwarter ve Fuchs (2004) GeoGebra matematik yazılımının okullarda öğrenciler tarafından kullanılabilir matematik eğitimi için çok yönlü bir araç olduğunu ifade ederek öğrencilerin bu tür yazılımlarla matematiği keşfedebileceklerini ve matematiksel akıl yürütmelerine yardımcı olacağını yanı sıra öğretim sürecinin hazırlanmasında da öğretmenleri teşvik edeceğini savunmuştur. Yine Dikovich (2009) bu yazılım ile öğrencilerin birçok temsiller aracılığı ile matematiksel yapılarla ilgili olarak bazı keşifler yapabileceğini ifade etmiştir. Bu yazılımın sayesinde öğrenciler kendi çizmek istediklerini çizer, matematiksel modeller oluşturup dinamik olarak araştırma yaparak daha iyi bir matematik okuyazarı olacaklardır (Hohenwarter, Preiner ve Tael, 2007). Rincon (2009) okuldaki herhangi bir matematik yazılımının veya programının öğretmenlerin olgunluk düzeylerini yükselten ve öğrencileri bir yol haritası gibi bilgi derinlikleri sağlayarak yönlendirmesi gerektiğini söylemiştir. Bu ifadeyle birlikte GeoGebra matematik yazılımının öneminden bahsederek birinci ve ikinci dereceden denklemlerin, elips, hiperbol, parabol gibi koniklerin ve benzeri grafiklerin çizimini çeşitli örnekler göstererek öğretimde GeoGebra matematik yazılımının önemli bir rol alacağını ifade etmiştir. GeoGebra yazılımının her yeni sürümü sayesinde değişiklikler ve yenilikler ortaya çıkmaktadır. Bunlardan bir tanesi GeoGebra 3D görünüm penceresidir. Bu pencere sayesinde çoğu 3 boyutlu cisimlerin görünümü sağlanarak analitik geometri kavramlarının görselleştirilmesi daha da kolaylaştırılmıştır.

Accascina ve Rogora (2006) üç boyutlu geometri öğretiminin istenen düzeyde olmadığını, bu yüzden de üç boyutlu geometri üzerinde fazla durulmadığını, önem verilmediğini ifade etmiştir. Bunun temel sebebini ise öğrencilerin üç boyutlu geometrik cisimlerin statik görünümlerinin yorumlanmasında zorluk çekmelerine bağlamaktadır. Gerek DGY'ler gerekse BCS'ler üç boyutlu geometri eğitimi için geliştirilen yazılımlar olmadıkları bu yazılımların genellikle mühendislik uygulamaları için geliştirilen yazılımlar veya düzlem geometri için geliştirilen yazılımlarla oluşturulan üç boyutlu şekillerin sınıf içi uygulamaları şeklinde oldukları görülmektedir (Bertoline ve Miller, 1990). Bako (2003) uzay geometri konularının öğretimindeki yaşanan güçlüğü asıl sebebini öğrencilerin üç boyutta görememesinden kaynaklandığını ifade etmiştir. Yine Baki, Kösa ve Karakuş (2008) ve Kösa (2011) uzaydaki herhangi bir şeklin düzlemde oluşturulmasının zor bir iş olduğunu ifade etmiş, üç boyutlu bir cismin iki boyutlu düz bir kâğıt üzerindeki çizimlerinin ya eksik olup göz yanılmalarına ya da kusursuz çizimler dahi olsalar şekillerin farklı cephelerden görünümlerini tek bir çizimde görmenin imkânsız olacağını vurgulamışlardır.

Bu konuda NCTM öğrencilere üç boyutlu şekillerle çalışma fırsatı vererek onların göz önünde canlandırmalarını önermektedir (NCTM, 2000).

GeoGebra matematik yazılımı öğrencilere üç boyutlu cisimlerle çalışma imkânı vererek bu ihtiyacı gidermeyi amaçlamaktadır. GeoGebra matematik yazılımının aşağıdaki şekil 1'deki gibi üç boyutlu cisimler için ayrı bir penceresi bulunmakta ve bu pencere diğer iki boyutlu pencereyle ortak kullanılabilir. GeoGebra matematik yazılımının giriş ekranına yazacağımız ifadelerin gösterimleri iki boyutta olduğunda başka bir pencerede, üç boyutlu olduğunda diğer bir pencerede görsel olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yönü ile diğer paket programların çoğunda gösterilmeyen giriş ekranına yazacağımız düzlem denklemleri, üç boyutlu uzayda vektörler, çizilen kürenin denkleminin ne olduğu gibi ifadeler ve analitik geometri kavramlarının birçoğu GeoGebra matematik yazılımı ile gösterilebilmektedir. Özellikle geometrik yer kavramına ait olan birçok ikonunun bulunması kolaylıklar sağlamaktadır. İz bırakma, geometrik yer, sürgü nesnesi gibi farklı farklı ikonlar sayesinde istenilen ifadelerin geometrik yerleri rahatlıkla gözlenebilmektedir. Elips, hiperbol, parabol, beş noktadan geçen konik, üç noktadan geçen çember seçenekleri geometrik yer kavramını göstermede kullanılacak seçenekler olarak karşımıza çıkmaktadır.



Şekil 1. GeoGebra yazılımının Giriş ekranı, Cebir penceresi, Grafik ve 3D Grafik pencerelerinin ekran görüntüsü

2. 1. 4. Dinamik Yazılımların Geometrik Yer Kavramının Öğretimindeki Rolü

Öğrenciler analitik geometri derslerindeki bazı problemleri kurgulamakta, hayal etmekte zorlanmaktadır. Bu durum bilgisayar yazılımlarının analitik geometrinin bazı kavramlarının öğretilmesinde etkili olacağı düşünülmektedir (Kösa ve Karakuş, 2010). Öğrencilerin el yapımı karatahta ve çizimler ile hiçbir dayanağı olmadan çizdiklerinin doğruluklarına şüpheyle bakacaklar ve analitik geometri kavramlarını geliştirmede zorlanacaklardır. Bilgisayar destekli ortamlarda ise yazılımlar sayesinde öğrenciler analitik geometri kavramlarını birebir çalışarak daha iyi öğrenebileceklerdir (Schumann, 2003). GeoGebra dinamik matematik yazılımının analitik geometri kavramlarının öğretiminde kullanılabileceği ifade edilmektedir (Iordan, Savıu, Pânoiu ve Pânoiu, 2008; Ural, 2014). Kösa ve Karakuş (2010) dinamik geometri yazılımlarının hem katı cisimlerin öğretiminde hem de analitik geometri kavramlarının öğretiminde faydalı olduğunu gösteren bulguları ortaya koymuştur. Buna rağmen öğretim programlarında yazılımların katı cisimler ve analitik geometri kavramlarının öğretilmesinde rolü ihmal edilmiştir. Bunun sebebinin ise iki boyutlu Öklid uzayının üç boyutlu uzaya göre daha popüler olmasından ve öğrencilerin üç boyutlu uzayda cisimleri hayal etmekte zorlanmalarından kaynaklanabileceği belirtilmektedir (Kösa, 2011). Yine Kösa ve Karakuş (2010) dinamik yazılımlar sayesinde öğrencilerin üç boyutlu ortamda bazı şeyleri daha çok hayal ettiklerini ve analitik geometri kavramlarının öğretiminde daha etkili olduğunu ortaya koymuşlardır.

Gorghiu, Puana ve Gorghiu (2009) geometrik yer kavramını geleneksel ortamlarda bir fikir edinilene kadar şartları sağlayan noktaların belirlenmesi ve bu noktaların hepsi hesaba katılarak tanımlama yapılması olarak ifade etmiştir. Fakat bu kadar noktanın bulunabilmesi ve bu noktaların karmaşık bir şekilde olması aranan geometrik yerin bulunmasında zorluklar oluşturabilir. Bu nedenlerden dolayı okullarda daha basit kâğıt kalem ortamında gözlemlenebilecek geometrik yerler sorulmaktadır. Biraz daha karışık ve öğrencilerin geleneksel yollarla anlamakta zorlanacakları geometrik yer kavramları ve problemleri öğrencilere gösterilmeyerek ihmal edilmektedir. Sonuçta ifade edilen geometrik yer kavramının geleneksel ortamlarda öğrenilmesinin zor olduğu ve bunun üstesinden gelmenin ancak bir materyalle gerçekleşebileceğini söylenebilir. Bu materyallerin dinamik yazılımlar olduğu ve bu dinamik yazılımlarında geometrik yer kavramının öğretiminde önemli olduğu birçok araştırmacı tarafından belirtilmiştir (Güven, 2002; Güven 2008; Güven ve Karataş, 2009; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006). Diğer taraftan Botana ve Valcarce (2003) dinamik yazılımların geometrik yer kavramlarında çok fazla farklılıkların olmadığını genelde benzer özelliklere sahip olduğunu ifade etmiştir. Bu tür yazılımların özellikle “*Geometrik Yer*” ve “*İz Bırakma*” gibi özellikleri sayesinde

geometrik yer daha da anlaşılır hale gelmektedir (Güven ve Karataş, 2009; Schumann ve Green, 2001; Cha ve Noss, 2004). Sonuçta yazılımlar sayesinde anlık olarak gösterimler oluşturulacaktır. Bu, anlık gösterim sayesinde öğrencilerin hayal etme gücü gelişerek verilen geometrik yerler için doğru tahminlerde bulunabileceklerdir (Güven ve Karataş, 2009).

Geometrik yer kavramının dinamik yazılımlar ile öğretilmesi ile öğrenciler keyfi bir nokta ile başlayan ve bu noktaların genellenmesini sağlayan noktaya bağlı olarak sonuçları yorumlayan bir düşünme tarzına sahip olurlar (Cha ve Noss, 2001). Pekdemir (2004) ile Güven ve Karataş (2009) geometrik yer problemlerinde dinamik yazılımların kullanılması sonucunda öğretmen adaylarının tahmin ve buna bağlı olarak matematiksel açıklama yapabildiklerini söylemişlerdir. Ayrıca Antohe (2009) ve Rincon (2009) geometrik yer kavramlarının öğretiminde yazılımların öneminden bahsederek öğrencilerin bu kavramları dinamik yazılımlar sayesinde daha iyi anlamlandırdıklarını ifade etmişlerdir. Yine Cha ve Noss (2001) da geometrik yer problemlerini dinamik yazılımlarla öğrenen öğrencilerin geometrik sezgilerinde ve bir geometrik yapıya bütüncül bakışlarında gelişme olduğu ve geometrik yapıları kurabildiklerini belirtmişlerdir. Kokol-Voljc (2007) de dinamik geometri yazılımlarının geometrik nesnelere hareket yollarını görselleştirme imkânı sunarak geometrik yerin belirlenmesini sağladığını ifade etmiştir. Geometrik yer problemlerinin çözümünde dinamik yazılımların önemli bir rolü olduğu yukarıdaki ifadelerden de görülmektedir. Bu dinamik yazılımlar içerisinde GeoGebra'nın geometrik yer kavramının öğretiminde etkili bir araç olduğu ve bu tür problemlerin eğitiminde yeni fırsatlar sunduğu da ifade edilmektedir (Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Rincon, 2009). Antohe (2009) dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra'nın hem araştırmayı hem de görselleştirmeyi sağlayarak geometrik yer problemlerinin öğrenilmesinde önemli bir yerinin olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca Hohenwarter ve Fuchs (2004) öğrencilerin GeoGebra dinamik matematik yazılımında fareyle çemberi sürükleyerek bir çember denkleminin parametrelerini tahmin edebileceklerini belirtmişlerdir. Yine Tatar, Kağızmanlı ve Akkaya (2014) yapmış oldukları çalışmalarında GeoGebra dinamik matematik yazılımının çemberin analitik incelenmesinde öğretmen adaylarının başarılarını olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşmışlardır.

2. 1. 5. Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu çalışmanın çatısını dinamik yazılımlar, analitik geometri kavramları, analitik geometri kavramlarından geometrik yer kavramı, bağlam ve REACT stratejisi oluşturmaktadır. Yapılan çalışmalar bu kavramlara yönelik olarak i) Geometrik yer kavramları üzerine yapılan çalışmalar ii) Diğer analitik geometri kavramları üzerine yapılan

çalışmalar iii) Bağlamsal öğrenme ve REACT stratejisi üzerine yapılan çalışmalar olmak üzere üç başlık altında incelenmiştir.

2. 1. 5. 1. Geometrik Yer Kavramı Üzerine Yapılan Çalışmalar

Yazgan (2006) 10. sınıflar öğrencileri ile yapmış olduğu araştırmasını ikişerli gruplar halinde toplam 12 öğrenci ile yürütmüştür. Araştırmasında Ckç modeli yardımıyla öğrencilerin geometrik yer kavramını nasıl yapılandırdıklarını ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Öğrencilere sorulan beş geometrik yer problemi sonucunda elde edilen cevapların Ckç modeline göre analizi yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin geometrik yer kavramını iyi yapılandıramadıkları, yanlış kavramlara sahip oldukları ve bu kavram yanılgılarını irdelemeksizin kullandıkları görülmüştür. Ayrıca bu kavramların sezgisel olarak yapılandırıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Yine bu süreçte sorulan geometrik yer problemlerini öğrencilerin cebirsel ve geometrik açıklamalardan tamamen uzak bir şekilde açıklamaya çalıştıkları belirlenmiştir. Diğer taraftan Ckç modelinin öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini kontrol etmek için kullanılabileceğini fakat bazı durumlarda ise açıklayamadığı olayların gerçekleştiğini ifade etmiştir.

Güven ve Karataş (2009) yapmış oldukları çalışmalarında dinamik geometri yazılımı olan Cabri'nin geometrik yer konusunda öğretmen adaylarının geometrik yer konusundaki başarısı üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Bu kapsamda dinamik geometri yazılımı Cabri ile geometrik yer problemlerini çalışan öğretmen adayları ile geleneksel ortamlarda bu problemleri çalışan öğrencilerin çözüm farklılıkları incelemeye çalışmışlardır. İlköğretim matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmalarında, 45 kişilik deney grubu ve 35 kişilik kontrol gruplarının rastgele örneklem yoluyla oluşturulmadığı, önceden oluşturulmuş gruplarla çalışılan yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. Geometrik yer konusu için geliştirilen etkinlikler 4 hafta boyunca deney grubuna bilgisayar donanımlı bir ortamda uygulanmış, kontrol grubu öğrencileri ise öğrenimlerine geleneksel ortamlarda devam etmişlerdir. Veri toplama aracı olarak uygulamalardan sonra 8 sorudan oluşan açık uçlu bir geometrik yer sınavı kullanılmıştır. Yapılan bu sınavda sorulan soruların çözümlerine tahminle başlamaları ve bu tahminlerini verilen bölüme tükenmez kalemle yazmaları istenmiştir. Başlangıçta yapılan analizler sonucunda oluşturulan iki grup arasında başarılarında anlamlı bir farklılığın olmadığı belirlenmiştir. Çalışmanın sonucunda ise deney grubu öğretmen adaylarının puanlarının kontrol grubu öğretmen adaylarından daha yüksek çıktığı sonucuna ulaşılmıştır. Yine bu süreçte Cabri'nin öğrencilerin verilen ifadeye uygun şekil çizebilme becerileri üzerinde etkili olmadığını, tahmin ve buna bağlı olarak matematiksel açıklama yapabilme becerilerini artırdığını ve genel anlamda ise Cabri'nin öğrenci başarısını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Yine dinamik geometri yazılımı olan Cabri'nin kullanıldığı Pekdemir (2004)'in araştırmasında geometrik yer konusunda 3. Sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarının başarıları incelenmiştir. Cabri yazılımı kullanılarak hazırlanan etkinlikler analitik geometri dersinde 7 ders saati boyunca öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Yarı deneysel desenin kullanıldığı çalışmada örgün öğretim öğretmen adayları kontrol grubu iken ikinci öğretim öğretmen adayları deney grubunu oluşturmuştur. Geometrik yer konusu ile hazırlanan etkinlikler deney grubuna uygulanırken kontrol grubuna hiçbir müdahalede bulunulmamıştır. Uygulamalar sonucunda 8 soruluk bir başarı testi her iki gruba da uygulanmış ve sonuçları t testi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda Cabri yazılımının öğrencilerin sözel olarak verilen geometrik yer için uygun şekil çizebilme becerileri üzerinde etkili olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin tahmin yapabilme becerisinin arttığı ve buna bağlı olarak da matematiksel açıklama yapabilme becerilerinin arttığı belirtilmiştir. Yine yazılımın öğrencilerin geometri başarılarını genel olarak olumlu yönde etkilediği belirtilmiştir.

Cha ve Noss (2001) araştırmalarında 15 yaşındaki öğrencilerin geometrik yer kavramına bakış açıları ve Cabri ile yapılan uygulamaların ardından bu kavramlar ile ilgili oluşan görüşlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Özel durum çalışmasının kullanıldığı araştırmada Cabri programının özellikle iz bırakma ve geometrik yer özellikleri kullanılarak verilen problemlerin çözme süreçleri incelenmiştir. Bu süreçte öğrencilere “*Verilen iki noktaya eşit uzaklıkta olan noktaların kümesi nedir? Ve Verilen bir noktaya uzaklığı diğer noktaya olan uzaklığın iki katı olan noktaların kümesi nedir?*” problemleri sorulmuştur. Verilen bu problemlerin ilk olarak pergel ve cetvel yardımıyla çözülmesi istenmiş ardından Cabri yazılımı kullanılarak çözmelerini istemişlerdir. Yapılan gözlemler sonucunda öğrencilerin sezgilerinde bir artışın olduğunu ifade etmişlerdir. Yine öğrencilerin verilen geometrik yapıya bütüncül bakışlarında gelişme olduğu ve verilen problemlerin geometrik yapılarını kurabildikleri belirlenmiştir.

Ortaöğretim matematik öğretmeni adayları ile yapılan Gülkılık (2008)'in çalışmasında bazı geometrik kavramlar ile ilgili kavram imajlarının belirlenmeye çalışmış ve bu kavram imajlarındaki gelişimin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Katılımcılarını 3. sınıf 5 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Nitel araştırma yöntemlerinden fenomenografik yöntemin kullanıldığı araştırmada görüşme, gözlem, yazılı dökümanlar yardımıyla veriler toplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda; çalışmanın başında öğretmen adaylarının geometrik yer kavramının ne olduğunu ifade edemedikleri gözlenmiştir. Geometrik yerleri ifade ederlerken tıpkı açı kavramında olduğu gibi farklı örnekler vermeye çalıştıkları görülmüştür. Yine bu süreçte öğretmen adaylarının geometrik yerle ilgili problemleri çözerken, sadece geometrik düşünerek belirli bir şekil oluşturma çabasına girdikleri

gözlemlenmiştir. Çalışmanın sonunda ise, geometrik yer kavram imajlarının oldukça yetersiz olduğunun söylenebileceği öğretmen adaylarının, kavramla ilgili farklı uygulamaların yapıldığı deneyimlerin sonucunda kavram imajlarını zenginleştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, öğretmen adayları uygulamanın ardından cebirsel düşünmeyi ön plana alarak geometrik yeri cebirsel işlemlerle elde etmiş ardından geometrik olarak göstermişlerdir.

Yapılan bir diğer çalışmada Jahn (2002) Cabri programının “*İz bırakma*” ve “*Geometrik Yer*” ikonlarının fonksiyonel ilişkilerin ve özelliklerin korunmasındaki öneminin geometrik dönüşüm kavramına getirdiği faydaları araştırmıştır. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı araştırma, grup çalışması şeklinde 6 hafta sürmüştür. Beş gruptan elde edilen veriler analiz edilirken öğrencilerin bu iki ikonlara ait görüşleri ön planda tutulmuştur. Çalışmanın sonunda bir geometrik dönüşümün gerçekleşmesi için nokta tabanlı yaklaşımın sağlanmasının gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca, *İz* ikonunun aranan geometrik yerin ne olduğu ile ilgili bilgi verirken *Geometrik Yer* ikonunun elde edilen geometrik yerin özelliklerini belirlemeyi sağladığı ve bu ikonların geometrik dönüşüm konusunda oldukça etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Diğer taraftan geometrik yer özelliğinin öğrencilere problem çözme sürecinde önemli katkılar yaptığını belirlemiştir.

Tatar, Kağızmanlı ve Akkaya (2014) GeoGebra dinamik matematik yazılımını kullanarak yürüttükleri çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının çemberin analitik incelenmesi konusundaki başarılarını incelemiştir. Karma araştırma yaklaşımlarından olan gömülü desenin kullanıldığı araştırma 29 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonunda gönüllü olarak seçilen 8 öğretmen adayı ile odak grup görüşmesi yapılmıştır. Verilerin toplanmasında ise ön test-son test şeklinde uygulanan çember başarı testi ve yarı yapılandırılmış odak grup görüşme formu kullanmışlardır. Çalışmanın sonucunda dinamik ortamda yapılan öğretimin çemberin analitik incelenmesi konusunda öğretmen adaylarının başarılarına olumlu yönde katkı sağladığını tespit etmişlerdir. Yine bu süreçte yazılımın dinamikliliği sayesinde öğretmen adaylarının çember üzerindeki noktaları ve kuvvet noktasını daha iyi anladıkları ve bu şekilde daha kısa sürede öğrendikleri sonucuna ulaşmışlardır. Yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının daha önceki öğrenim gördükleri yerlerde teknoloji kullanımının az olduğunu ifade ettikleri öğretmenlik hayatlarında kendilerinin bu teknolojiyi kullanacaklarını söyledikleri belirlenmiştir.

Geometrik yer problemlerinin çözüm süreçlerinin incelendiği Baki, Çekmez ve Kösa (2009)'nın çalışmasında araştırmacılar kendi deneyimlerini aktarmışlardır. Araştırmacılar lisans düzeyinde girdikleri “*Matematik Eğitiminde Bilgisayar Kullanımı*” dersi kapsamında öğretmen adaylarına 4 hafta boyunca Cabri programını kullanarak geometrik yerin nasıl

bulunacağını çeşitli etkinliklerle öğretmişlerdir. Bu süreçte öğretmen adaylarını gözlemleyen araştırmacılar adayların çeşitli sıkıntılarla karşılaştığını bu nedenle farklı bir yazılım kullanarak bu sıkıntıları aşmayı amaçladıklarını belirtmişlerdir. Araştırmacılar belirledikleri 2 geometrik yer probleminin GeoGebra yazılımını kullanarak çözüm sürecine ilişkin yaşadıkları deneyimleri yansıtmışlardır. Sonuçta GeoGebra'nın geometrik yer problemlerinin çözümünde etkili bir araç olduğunu ifade etmişlerdir. Ardından bu tür yazılımların aranan geometrik yerleri belirlemede kolaylık sağladığını ve geometrik yer kavramının öğreniminde ve öğretiminde yeni fırsatlar sunduğunu dile getirmişlerdir.

2. 1. 5. 2. Diğer Analitik Geometri Kavramları Üzerine Yapılan Çalışmalar

Özerdem (2007) lisans düzeyindeki öğrencilerin analitik geometri dersindeki kavram yanlışlarının tespitine ve giderilmesine yönelik bir araştırma yapmıştır. Bu çalışmada 78 matematik öğretmen adayı ile çalışmıştır. Öğretmen adaylarının analitik geometri ile ilgili bazı temel konularda kavram kargaşası yaşadıkları ve dolayısı ile zihinlerinde yanlış kavramlar oluşturduklarını tespit etmiştir. Ayrıca onların, bu tür yanlış kavramları bulundurmalarına neden olarak, gerek kendi günlük yaşantılarında edindikleri tecrübeler, gerekse lisede almış oldukları formal eğitimi farklı ve eksik algılamış olabilecekleri görüşünü sunmuştur. Öğretmen adaylarının analitik geometri dersindeki kavram yanlışları tespit edilerek işlenen dersin daha eğlenceli olacağı ve bu dersin öğretime katkı sağlayacağını ifade etmiştir. Ayrıca kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmesini sağlamak, analitik geometri eğitiminin amacı olması gerektiğinin sonucuna varmıştır.

Erüs (2007), araştırmasında 10. sınıf analitik geometri dersi doğrunun analitik incelenmesi ünitesinin işlenişinde uygulanan eleştirel düşünmeye dayalı öğretimin öğrenci erişimi ve kalıcılığa etkisi olup olmadığını saptamaya çalışmıştır. Araştırmasında deneysel yöntem kullanarak deney grubunda 11 kız ve 20 erkek olmak üzere 31 öğrenci, kontrol grubunda da 16 kız ve 15 erkek olmak üzere 31 öğrenci bulunmaktadır. Araştırmanın verilerini ise "Doğrunun analitik incelenmesi" ünitesi ile ilgili hazırlanan kavrama ve uygulama düzeyindeki sorulardan oluşan başarı testi oluşturmaktadır. Bu testte ÖSYM tarafından hazırlanan ve önceki yıllarda kullanılan ÖSS-ÖYS sınav soruları ile araştırmacı tarafından hazırlanan 35 adet soru bulunmaktadır. Araştırmasının sonucunda ise öğrencilerin 10. sınıf analitik geometri dersi doğrunun analitik incelenmesi ünitesinin eleştirel becerilerin kullanıldığı sınıfların, geleneksel öğretimin gerçekleştirildiği sınıflara göre daha iyi öğrenildiğini ortaya koymuştur.

Kösa ve Karakuş (2010) bir dönem boyunca yüksek lisans ve doktora öğrencileri ile yapmış oldukları araştırmalarında Cabri 2D ve Cabri 3D yazılımının analitik geometri

kavramlarının öğretilmesine etkisini incelemişlerdir. Bu yazılımın silindir, prizma, küre gibi üç boyutlu şekilleri çizebilmesi ve doğru vektör gibi ifadelerin de kullanılmasının analitik geometri derslerinde faydalı olabileceğini iddaa etmişlerdir. Araştırmacılar öğrencilerin daha önceki derslerdeki Cabri 2D yazılımını bildiği göz önüne alarak öncelikli olarak Cabri 3D yazılımının kullanımını anlatmışlardır. Araştırmalarında çalışma yaprağı hazırlayarak uzayda bir nokta ve bir vektör vererek vektörü içerisine alan doğrunun denklemini ifade etmeleri istenmiştir. Öğrenciler ise bilgisayarlarda iki kişilik grup halinde çalışmışlar ve araştırma sonucunda öğrencilerin analitik kavramları bu yazılım sayesinde daha iyi kavradıkları sonucuna varmışlardır. Öğrencilerin görüş ve fikirleri incelendiğinde ise öğrenciler analitik geometri kavramlarının öğretiminde dinamik yazılımların faydasının çok olacağını ifade etmişler ve bu yazılımların kullanımının zevkli olduğunu söylemişlerdir. Sonuçta Cabri 3D yazılımının analitik geometri dersi için yararlı bir yazılım olduğu, bu yazılım sayesinde öğrencilerin hayal ederek anlamayı kolaylaştırdığı ifade edilmiştir.

Yemen (2009), araştırmasında analitik geometri konularının öğretiminde teknoloji destekli öğretimin ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin başarısına ve tutumuna etkisini başarı ile tutumları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Kullanmış oldukları teknolojiler arasında Geometer's Sketchpad dinamik geometri yazılımının olduğunu ifade etmiştir. Araştırmasının örnekleme 8. sınıfa devam eden öğrencilerden oluşmaktadır. Bu öğrencilerin 25'ini deney grubunda, 25'ini de kontrol grubunda alınarak deneysel bir çalışma yapılmıştır. Araştırma nicel araştırma olarak yürütülmüştür. Öğrencilerin denklemler ve eşitsizlikler konusunda başarısını incelemek amacıyla "Analitik Geometri Başarı Testi" ve öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını incelemek amacıyla "Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği" kullanmıştır. Araştırmasının sonucunda teknoloji destekli öğretim yönteminin matematik dersinde analitik geometri konularının öğretiminde geleneksel öğretim yöntemlerine göre öğrencilerin başarılarını arttırmada önemli bir etkiye sahip olduğunu ifade etmiştir. Tutumlar arasında ise anlamlı bir fark olmadığını belirlemiştir.

Kösa (2011) uzay geometri öğretiminde üç boyutlu dinamik geometri yazılımı ve şeffaf geometrik cisim modelleriyle zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri, üç boyutlu düşünme becerileri ve üç boyutlu çizim yapabilme becerileri üzerindeki etkilerini belirlemeye çalışmıştır. Çalışmasının örneklemini Trabzon'daki bir lisenin 2 adet 12. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Nicel araştırma yöntemlerinden yarı deneysel yöntemin kullanıldığı bu araştırmasını 36 deney ve 38 kontrol grubu olmak üzere toplam 74 öğrenci ile birlikte yürütmüştür. Uzay geometri derslerinin 12. sınıfta okutulması sebebiyle birbirine denk sayılabilecek iki eşit ağırlık sınıfının deney ve kontrol grubu olarak atanmasını rastgele yöntemle yapmıştır. Deney

grubu uzay geometriye yönelik dersleri bilgisayar laboratuvarında dinamik geometri yazılımı Cabri 3D ve üç boyutlu şeffaf geometrik cisimleri kullanarak alırken, kontrol grubu geometri derslerini sınıf ortamında geleneksel yolla işlemişlerdir. Araştırmanın verilerini 12 hafta süren uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere uzamsal görselleştirme beceri testi (PSVT), uzay geometri anlama sınavı (UGAS), çizim etkinliği sınavı ve deney-kontrol gruplarından belirlenen 6'şar öğrenci ile yapılan klinik mülakatlarla elde edilmiştir. Araştırmasının sonucunda deney ve kontrol gruplarının üç boyutlu düşünme düzeyi ve 3B çizim yapma becerilerinde bir artış belirlenirken sadece deney grubu öğrencilerinin uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı bir artış meydana gelmiştir. Klinik mülakatlar ile yapılan analizler sonucunda deney grubundaki öğrencilerin uzay geometri problemlerini çözerlerken daha çok dinamik zihinsel şemalar kullandıkları ortaya çıkmıştır. 3 boyutlu DGY Cabri 3D ve şeffaf geometrik cisimlerle yürütülen derslerin öğrencilerin 3 boyutlu düşünme düzeylerini ve çizim yapma becerilerini geliştirmede fark oluşturmadığı da görülmüştür.

Hoyles ve Healy (1997), Logo tabanlı "Turtle Mirrors" isimli mikrodünya tasarlayarak simetri kavramını matematiksel olarak anlamlandırmışlardır. Bu amaçla öğrencilerin görsel ilişkilere ve sembolik temsillere odaklanmalarına yardımcı olmuşlardır. Araştırmalarında özel durum çalışmasını kullanarak öğrencilerin doğruya göre simetri kavramını anlamlandırmaya çalışmışlardır. Araştırma sonuçları öğrencilerin verilen şekillerin yatay ve dikey doğrulara göre simetriğini bulabildikleri fakat doğrunun eğik olması durumunda bu simetriyi belirleyemediklerini göstermiştir. Araştırmasında simetri kavramının öğrenilmesinde her bir öğrencinin diğer arkadaşları ile etkileşimlerinin önemli bir rol oynadığı gözlemlenmiştir. Ayrıca araştırmacılar öğrencilerin bu mikro dünya sayesinde simetri sezgisi kazandığını da ifade etmiştir.

Işıksal ve Aşkar (2005), "Düzlemde Bir Noktanın Koordinatları, Simetri ve Doğru Grafiği" adlı çalışmalarında bu konuların öğretiminde geleneksel öğretim ile bilgisayar destekli öğretimin birbirine göre durumlarını karşılaştırmışlar ve bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim öğrenci başarısına etkisini araştırmışlardır. Bilgisayar destekli öğretimde ise bir dinamik geometri yazılımı olan Autograph ve Excel yazılımı kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre dinamik geometri yazılımının kullanıldığı grubun başarısı, hem Excel yazılımının kullanıldığı grubun başarı ortalamasına hem de geleneksel öğretimin yapıldığı grubun başarı ortalamasından daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Excel yazılımı ile öğretimin gerçekleştirildiği grubun aleyhinde anlamlı bir fark olduğu fakat geleneksel öğretimle gerçekleştirilen öğretim arasında ise anlamlı bir fark olmadığı saptanmıştır.

Edwards (2005) araştırmacı öğretmen modelini kullanarak kendi sınıfında görmüş olduğu zorlukların çözümlünü bulmaya çalışmıştır. Lisede görev yaparken velilerle yapmış olduğu bir toplantıda velilerin matematiği sayısal formüllerin bir uygulaması olarak gördüğünü, araştırma-tartışma ve çözümlene süreci olarak görmediklerini ifade etmiştir. Bu toplantıdaki velilerin ve kendi öğrencilerinin de aynı şekilde düşündüklerini söyleyerek geometri öğretimine yenilikler getirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu amaçla teknoloji odaklı bir geometri dersi işlenmesinin daha farklı ve öğrenciler için daha faydalı olacağını düşünmüştür. Araştirmasında iki saat şeklini dinamik geometri yazılımı olan Cabri programında çizerek geometrik yer ifadesini bu saatlerin içerisine çizilen doğru parçalarının hareket etmeleri ile öğrencilerine kavratmaya çalışmıştır. Dinamik geometri yazılımının öğrencilerle hem grup halinde hem de bireysel olarak matematiksel konuşmaları teşvik edici bir araç olarak nasıl kullanılabileceğini göstermeye çalışmıştır. Dinamik geometri yazılımı ile öğretimden sonra öğrencilerinden birkaç tanesi ile mülakatlar gerçekleştirmiştir. Sonuçta dinamik geometri yazılımı kullanarak lise ve denđi okullarda okutulan geometri dersinin sıkıcılığı gibi sıkıntılardan kurtulduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin sorulan soruları önce kendilerinin oluşturmaya çalışmaları ve oluşturamasa bile grup olarak tartışmaları sonucu görmeleri başarılarının artmasına neden olmuştur. Son olarak da öğrencilerin sorunun sonucunu bulmalarından daha önemli şeyin dinamik geometri sayesinde fikirlerini izah etmede daha kolaylık sağladığını ve okul geometrisinde yanlış anlamaların aşamalı olarak yok olacağını vurgulamıştır.

Ruthven (2005) ise yapmış olduğu çalışmasında araştırmacı öğretmen modelini kullanarak mevcut olan bir uygulamanın genişletilmesinden bahsetmiştir. Çalışmasında dinamik geometri yazılımı kullanarak çokgende ve çemberde açđ özelliklerini öğrencilerine kavratmaya çalışmıştır. Çalışmasına lise öğretmenliği yaptığı yıllarda lise öğrencileri ile kendi sınıfında ortaya çıkan bir problemi tespit ederek başlamıştır. Önceki araştirmasından biraz bahsederek yeni araştirmasının eski araştirmasının devamı niteliğinde olduğunu ve geliştirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bunun için de öğretmenlere kurslar vermiştir. Çemberdeki ve çokgenlerdeki açılardan bahsetmeye ve bu açđların dinamik geometri yazılımları ile nasıl değiştiği gösterilmeye çalışılmıştır. Araştirmasında gözlem ve mülakat yöntemini kullanmıştır. Araştirmasının amacının öğrencilerinin daha geniş bir matematiksel düşünce ufkuna sahip olmalarına teşvik etmek ve özellikle görsel, mantıksal ve tümevarımsal yönlerini desteklemek olduğunu söylemiştir. Bunun içinde dinamik geometri yazılımlarının kullanımının daha faydalı olacağını ifade etmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerden almış olduğu dönütlere göre öğrencilerin dinamik geometri sayesinde bu kavramları daha iyi öğrenebilecekleri sonucuna ulaşmıştır. Sonuçta dinamik geometri yazılımları ve işbirlikli öğrenmenin önemini vurgulamıştır.

Öğretmenlere de kendi okullarında bu uygulamayı yapmalarını ve sonuçta nelerle karşılaşabileceklerini paylaşmalarını söylemiştir.

Yine Dikovich (2009) araştırmasını 2008-2009 akademik yılının yaz aylarında yürütmüş ve daha çok Matematik II konularının öğretimi üzerinde durmuştur. 19 bayan ve 12 erkek olmak üzere toplam 31 öğrenci arasından seçmiş oldukları öğrencilerle araştırmasını gerçekleştirmiştir. Deneysel araştırma yöntemi ile ön test sonrasında da son test yaparak istatistiksel analizler yapmıştır. Araştırmasında GeoGebra matematik yazılımı ile birlikte grup çalışması yöntemi kullanmıştır. Bu süreçte iki doğrunun birbirine göre konumlarından, verilen ikinci dereceden fonksiyondan hareketle türev kavramının öğretiminden, parçalı fonksiyonlardaki limit kavramlarından örnekler uygulamıştır. Araştırmasının sonucunda ise GeoGebra matematik yazılımı ile öğretimin öğrenciler üzerinde olumlu bir etkisinin olduğu anlaşılmıştır. Bu şekildeki bir öğretimle öğrencilerin anlamalarında önemli gelişmeler olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler ifadelerinde anlatılan konuların yazılım ile örnekler verilerek görselleştirilmesi sonucunda daha iyi kavradıklarını söylemiştir.

Kurtuluş ve Bulut (2014) analitik geometri kavramlarından olan koniklerin öğretiminde bir televizyon yarışma programı olan “büyük risk” oyunundan esinlenerek oyun tabanlı bir öğrenme ortamı tasarlamışlardır. Bunun için konikler ile ilgili olarak temel problemlerin olduğu bir oyun oluşturulmuş ve bu oyunda etkileşimli Power Point dosyası hazırlanarak her bir öğretmen adayına verilmiştir. Oyunun şablonunda ise öğretmen adaylarından çember, elips, hiperbol ve parabol geometrik yerlerine ait beşer soru hazırlamaları istenmiştir. Bu oyunda her bir öğretmen adayı bireysel olarak sınıf dışında sorular hazırlamışlar ve bu sorular 100-500 arasında puanlandırılmıştır. Öğretmen adaylarından birinin hazırlamış olduğu soru “ $M(4,3)$ noktasından geçen ve dış merkezliliği $e=3/4$ olan koniğin merkezci denklemini nedir?” 300 puan değerinde bir soru olarak belirlenmiştir. Bu oyunda beşer kişilik altı grup oluşturulmuş ve kura ile sıralar belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının hazırlamış olduğu 44 risk oyunundan biri rastgele seçilerek sınıf içerisinde uygulanmıştır. Doğru cevaplanan her bir sorunun cevabının tahtada yapılması istenmiştir. Bu şekilde çözümün diğer öğrenciler tarafından da görülmesi sağlanmıştır. Soruların yanlış cevaplandırılması halinde ise gruptan puan silinmiş ve diğer gruplara söz verilmiştir. Çalışmaya ilköğretim matematik öğretmenliği 3. sınıfta olan ve analitik geometri dersini alan 44 öğretmen adayı katılmıştır. Uygulama sonunda öğretmen adaylarına anket yapılmış ve elde edilen bulgulara göre uygulama aşamasında oluşturulan gruplar sayesinde öğretmen adaylarının fikir alışverişi içinde olmalarının birbirlerinin eksikliğini gidermede faydalı olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu şekilde konikler konusunun daha eğlenceli olduğu ve öğrenmelerinde etkili olduğunu

öğretmen adaylarının belirttikleri sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adayları bu şekilde oyunlar tasarlayarak ilerleyen yıllarda kendi derslerinde uygulayabileceklerini hatta diğer derslerde de yapabileceklerini belirtmişlerdir.

2. 1. 5. 3. Bağlamsal Öğrenme Öğretme ve REACT Üzerine Yapılan Çalışmalar

Coştu (2009) yapmış olduğu çalışmasında özel durum çalışmasını kullanarak öğretmenlerin bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımına uygun ortamlardaki deneyimlerini araştırmıştır. Çalışmasını bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımının uygulaması olan REACT stratejisine göre geliştirilen oran orantı kavramına ait öğretim materyalleri yardımı ile yürütmüştür. Araştırmasını Trabzon'daki bir ilköğretim okulunda 17 altıncı sınıf öğrencisi ve matematik öğretmeni ile yapmıştır. Verilerini ders öncesinde ve sonrasında yapılan mülakatlar, gözlemleri ve öğrenme ürünleri oluşturmaktadır. Toplamış olduğu verileri NVivo 8.0 nitel veri analizi programı yardımı ile analiz etmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğretim materyallerinin olumlu sonuçlar verdiğini, öğretmenlerin bazen geleneksel davranışlar sergilediğini ve zamandan yana sıkıntılar yaşadıklarını belirlemiştir. Yine devam ederek REACT stratejisinin yetersiz kaldığını ve açıklama-tartışma aşamalarının da öğretmenlerin ifadelerine bakılarak eklenebileceği sonucuna ulaşmıştır. Bağlamsal öğrenme ortamının bazı açılardan mevcut ortamlar ile benzeştiği, farklılaştığı, kendine has özellikler sergilediğini belirlemiştir. Öğretmenlerin ise oluşturulan ortamı geleneksel olarak değerlendirdiği ve bu yaklaşım ile ilgili bazı kaygılarının olduğunu ifade etmiştir.

Çatlıoğlu (2010) yapmış olduğu çalışmasında matematik öğretiminde bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme sürecindeki yansımaları, matematik bilginin yapılanması ve REACT stratejisine ilişkin süreçler bakımından öğrenen ve öğreten deneyimleri doğrultusunda inceleyerek, bu süreçlere ilişkin teori ve modeller ortaya koymuştur. Nitel yaklaşımın kullanılmış olduğu araştırmasını "Matematik ve Hayat" dersini alan iki farklı şubede toplam 64 matematik öğretmen adayı ile yürütmüştür. Verilerini katılımcı gözlem, öğrenci günlükleri, öğrenme sürecini yansıtan öğrenci-öğrenci ya da araştırmacı-öğrenci diyalogları ve çalışma yaprakları oluşturmaktadır. Nitel verilerinin analizini NVivo 8.0 programından faydalanarak gömülü teori stratejisi kullanarak yapmıştır. Çalışmasında REACT süreçlerinde öğretmen adaylarının yaşamış oldukları durumlar yansıtılmıştır. Her bir süreç ayrıntılı olarak incelenmiş, matematiksel bilginin yapılanması ve bu süreçlere etki eden faktörler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ulaşılan teori ve buna ilişkin modeller ortaya konulmuştur. Çalışmasının sonucunda araştırmacılara ve öğretmenlere çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Ültay ve Çalık (2011) Asitler ve Bazlar konusu ile ilgili bağlamın günlük yaşam olduğu örnekler üzerinden bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımının uygulaması olan REACT stratejisi ile yapılandırıcılığın 5E modelini karşılaştırmış arasındaki benzerlik ve farklılıklara dikkat çekmiştir. Bu çalışması ile REACT stratejisine göre uygun materyaller hazırlayıp uygulamak isteyen araştırmacılara ve yeni geliştirilen öğretim programlarını uygulayacak öğretmenlere yol göstermeye çalışılmıştır. 5E modelinin basamakları ile REACT stratejisinin basamaklarını karşılaştırdığında en önemli farklılığın üçüncü basamakta başladığını ifade etmiştir. Bu basamakta 5E modelinde öğretmen konu ile ilgili açıklama yaparken REACT sürecinde öğretmen konu ile açıklama yapacağı bir basamak bulunmadığını öğretmenin her zaman rehber görevini aldığını ifade etmişlerdir. Yine ilk basamakta REACT stratejisinde günlük yaşamdan bağlamlar sunulabileceğini fakat 5E modelinde böyle bir şeye gereksinim olmadığını ifade etmişlerdir. REACT stratejisinin son basamağında öğrenciler öğrendikleri bilgileri daha önceden karşılaşmamış oldukları durumlara transfer edebileceklerini fakat 5E de böyle bir ifadenin olmadığını vurgulamışlardır.

Baki ve Çatlıoğlu (2008) bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımını tanıtarak bu konuda iyi örnekler sunmak için bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmalarında yetişkin eğitimcilerine bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımının uygulaması olan REACT stratejisini bazı örnek uygulamalar ile göstermeye çalışmışlardır. Yetişkin eğitiminde bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımına dayalı bir öğrenme sürecinin gerçekleştirilebilmesi için öğrenenlerin ilgi ve ihtiyaçlarının göz önünde bulundurulması, ön bilgilerin tespit edilerek öğrenilecek kavramların, öğrenenlerin kendileri için ilgili ve yakın bulacakları anlamlı gerçek hayat bağlamları ile ilişkilendirilerek buralarda uygulanması ve bu alanlara transfer edilmesi önerilmiştir. İçerik ve bağlama uygun olacak biçimde iş tabanlı öğrenme (work-based learning), problem tabanlı öğrenme (problembased learning), proje tabanlı öğrenme (project-based learning) ve bilgisayar destekli öğrenme (computer-based learning) gibi zengin öğrenme deneyimlerinin işe koşulması gerekliliğini vurgulamışlardır. Ayrıca öğrenme süreç ve ürünlerinin performans görevleri ve projeler gibi ölçme değerlendirme araçları ile değerlendirilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Demircioğlu, Vural ve Demircioğlu (2012) araştırmacı öğretmen metodu ile yapmış oldukları çalışmalarında REACT stratejine göre hazırlanan materyallerin üstün yetenekli öğrencilerin başarıları üzerine etkilerini incelemişlerdir. Veri toplama aracı olarak kelime ilişkilendirme testi geliştiren araştırmacılar bilim sanat merkezinde yedinci ve sekizinci sınıfta öğrenim gören 9'ar toplam 18 öğrenci ile araştırmasını yürütmüştür. Örneklemelerin seçiminde uygun örnekleme tekniğini kullanan araştırmacılar verilerini hem kelime ilişkilendirme testi hem de anket ile toplamıştır. Verilerin analizini ise uygulama öncesi ve

sonrası yapılan test ile anketten elde edilen verileride olduğu gibi aktarmaya çalışarak nicel veri analiz yöntemleriyle analiz etmişlerdir. Araştırmalarının sonucunda bağlamın günlük hayat olduğu ve bu şekilde geliştirilen materyallerin öğrencilerin öğrenmesinde yararlı olduğu belirlenmiştir. Yine sekizinci sınıf öğrencilerinin daha başarılı olduğunu fakat yedinci sınıf öğrencilerinin bilgiyi daha anlamlı bir şekilde yapılandırdıkları ve ilişkilendirdikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Yine Yu, Fan ve Lin (2014) günlük yaşam bağlamını kullanarak öğrencilerin problem çözme becerilerinin artırılmasına yönelik araştırma yapmışlardır. 14 haftalık bir öğrenme sürecinde 52 erkek ve 51 kız sekizinci sınıf öğrencilerine geliştirmiş oldukları testleri uygulayarak verilerini toplamışlardır. Testleri geliştirirken iki teknoloji eğitimi uzmanı ile iki sekizinci sınıf öğretmeninden faydalanarak geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamıştır. Testlerle toplanan verilerin analizini nicel veri analiz yöntemleri analiz etmişlerdir. Günlük yaşamdan alınan örneklerin teknoloji kullanılarak çeşitli simülasyonlarla gösteriminin öğrencilerin problem çözme becerilerini artırdığı sonucuna ulaşmışlardır. Bu tür simülasyonların öğrencilerin yeteneklerini geliştirdiğide vurgulanmıştır.

Kuhn ve Müller (2014) yapmış oldukları çalışmalarında bir gazete sayfası şeklinde verilen bir problem ile günlük yaşam bağlamı kullanılarak bir öğrenme ortamı oluşturmuşlardır. Bu tür problemlerin öğrencilerin motivasyonlarını ve öğrenmelerindeki etkisinin incelenmeye çalışıldığı araştırmalarını 10. sınıf öğrencileri ile yapmışlardır. Araştırmalarında deneysel araştırma metodunu kullanmışlardır. Oluşturulan ortamda toplamış oldukları verilerin analizini cinsiyet, başarı gibi çeşitli değişkenler ile ön-son test kullanarak nicel veri analiz yöntemleri ile analiz etmişlerdir. Araştırmalarının sonucunda günlük yaşam bağlamında sunulan problemler ile öğrencilerin motivelediklerini arttığını ve daha iyi öğrendiklerini sonuçta başarılı olduklarını belirlemişlerdir.

Ingram (2003) araştırmasında bağlamsal öğrenmenin 10. sınıf öğrencilerinin fen dersindeki performanslarına, fen dersine yönelik tutumlarına ve fen öğrenmeye yönelik motivasyonlarına olan etkisini incelemiştir. 4 onuncu sınıf öğrencisi ile yapılan araştırmada fen başarı testi hem ön hem de son test olarak uygulanmış ve elde edilen veriler kovaryans analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Ayrıca tutum anketide yapılmıştır. Araştırmasının sonunda bağlamsal öğrenmenin fen başarıları üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğu fakat cinsiyetin etkisinin olmadığı görülmüştür. Yine cinsiyetin tutumlar üzerinde etkisinin olmadığıda belirlenmiştir. Yapılan anketlerde bağlamsal öğrenmenin gerçekleştiği sınıflarda fene yönelik tutumların daha olumlu olduğu ve tüm öğrencilerin öğrenme sürecine aktif bir biçimde katıldıkları görülmüştür. Motivasyona yönelik elde edilen veriler ise nitel bir yaklaşımla analiz edilmiş hem deney hem de kontrol grubunda yüksek bir ilgiyle karşılaşıldığı ifade edilmiştir. Sonuçta bağlama dayalı olarak yapılan

öğretimin ilişkilendirmeyi ve anlamlı öğrenmeyi öne çıkardığı ve bu şekilde öğrencilerin fen dersindeki başarı, motivasyon ve ilgilerini artırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Yapılan araştırmalara bakıldığında eğitim-öğretim faaliyetlerinde öğrencilerin bilgilerini yapılandırması, soyut olan bilgilerini somutlaştırabilmesi bilgisayar teknoloji sayesinde gerçekleşebilir. Öğretmen adayları bu bilgisayar teknolojisini çalışma yaprakları ile kullanmışlardır. Yapılan literatür taramasında çalışma yapraklarının nasıl hazırlanacağı ve yönergelerinde hangi etkinliklere yer verileceğine de karar verilmiştir. Bu süreçte analitik geometri derslerinde anlatılan konular dikkate alınarak öğretmen adaylarının keşfedecekleri etkinlikler analitik geometri derslerini yürüten öğretim üyelerinden gelen dönütlerde dikkate alınarak çalışma yapraklarına alınmaya çalışılmıştır. Yine bilgisayar destekli eğitimde öğrencilerin diğer arkadaşları ile etkileşimlerinin önemli rol oynadığı sonucundan yola çıkılarak bu çalışmanın grup çalışması şeklinde olacağına karar verilmiştir.

Çoğu ders veya bu derslerin içeriğindeki konuların öğretiminde bilgisayar destekli eğitim kullanılmaya çalışılmıştır. Fakat üniversite düzeyinde geometrik yer kavramlarının öğretiminde bilgisayar destekli yazılımların hem katkısı hem de bu süreçte ihtiyaç duyulan bağlamın oluşturulmasında nasıl bir rol üstlendiği üzerinde çok fazla durulmamıştır. İncelenmiş olan yukarıdaki literatürlere bakıldığında analitik geometri üzerine yapılan araştırmalar daha çok başarıya (Özerdem, 2007; Erüs, 2007; Yemen, 2009) ya da analitik geometri kavramlarının öğretiminde bilgisayar destekli yazılımların kullanılmasının diğer yöntemlerle karşılaştırılması ve öğrencilerin başarıları (Gallou-Durniel, 1989; Hoyles ve Healy, 1997; Işıksal ve Aşkar, 2005; Kösa ve Karakuş, 2010) boyutlarına odaklanılmıştır. Analitik geometri kavramlarından olan geometrik yer kavramları ile yapılan araştırmalar incelendiğinde de öğrencilerin geometrik yer kavramını çeşitli modellerle nasıl kavradıklarına ve kavram imajlarına (Yazgan, 2006; Gülkılık, 2008) ya da bu tür problemlerin bilgisayar yazılımları ile çözüm süreçlerinin incelenmesi ve öğrencilerin başarıları (Güven ve Karataş, 2009; Real ve Leung, 2006; Cha ve Noss, 2001; Açıkgül, 2012; Pekdemir, 2004; Botana ve Valcarce, 2003; Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Antohe, 2009) boyutlarına odaklanıldığı tespit edilmiştir. Bağlam ve REACT stratejisi üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde ise öğrencilerin bir bağlam dâhilinde konuları daha iyi anlamlandırdıkları ve bu bağlamlarında günlük yaşam ve problemlerin kullanıldığını görülmektedir (Demircioğlu, Dinç ve Çalık, 2013; Coştu, 2009; Çatlıoğlu, 2010; Kuhn ve Müller, 2014; Kurnaz, 2013; Köse ve Torun, 2011; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2010; Pierce, 2013; Yu, Fan ve Lin, 2014; Ingram, 2003). Fakat GeoGebra'nın geometrik yer

kavramlarının öğretiminde ihtiyaç duyulan bağlamın oluşturulmasında nasıl bir rol üstlendiği konusunda herhangi bir tespit bulunmamaktadır. Oysa GeoGebra, yukarıda da görüldüğü gibi geometrik yer kavramlarının öğrenilmesi için oluşturulacak bağlamda etkin bir rol üstlenebilir. Bu araştırmada da bu rolün nasıl gerçekleşeceği sorularına yanıt aranacaktır.

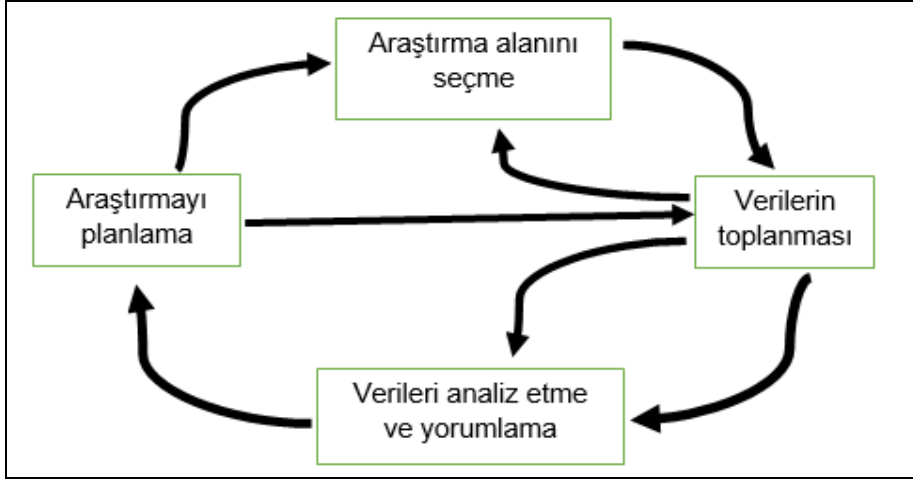
3. YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli ve tasarlanması, araştırma grubu, verilerin toplanması ve analizi hakkında bilgiler verilmiştir.

3. 1. Araştırma Modeli

Araştırmacı analitik geometri derslerini daha önceki yıllarda da yürüttüğünden bu birikimler neticesinde; öğretmen adaylarının vektörel çarpım, karma çarpım, üç boyuttaki vektörlerin birbirine göre durumları, üç boyuttaki doğrular, düzlem denklemleri, silindirik-küresel koordinatlar, geometrik yer kavramları gibi bazı konularda zorluklar yaşadıklarını görmüştür. Bu zorluklar arasında özellikle geometrik yer kavramı önemli bir yer tutmaktadır. Çünkü araştırmacı yaşamış olduğu deneyimleri sonucunda öğretmen adaylarının; örneğin geometrik yer tanımlarından çemberi rahatlıkla tanımlayabildiklerini ve kâğıt kalem ortamında gösterebildiklerini fakat diğer geometrik yer tanımlarını yaparlarken zorlandıklarını gözlemlemiştir. Aynı şekilde geometrik yerlere ait olan problemler sorulduğunda ya yanlış çizimler yapıldığını ya da birkaç nokta bulunarak bu noktalar üzerinden yanlış tahminlerde bulunulduğunu görmüştür. Araştırmacı geometrik yer kavramının öğretiminde yaşanan bu zorlukların GeoGebra yazılımı ile aşılabileceğini düşünmüş ve araştırmasını aksiyon araştırması yöntemiyle yürütmeye karar vermiştir.

Literatür incelendiğinde aksiyon araştırmasının uygulama süreci ile ilgili birden çok farklı yaklaşımlar mevcuttur (Mills, 2003; Kemmis and McTaggart, 2000; Cresswell, 2005; Johnson, 2002). Bu yaklaşımlarda araştırmanın planlanması, bu planın araştırmaya dönüşmesi, veri toplama ve analiz etme ile yansıtma süreci şeklinde gerçekleşen döngüsel bir uygulama ortak noktalarıdır. Bu ortak noktalar gerektiği yerde değiştirilebilir ve yahutta tekrarlanabilir (Kuzu, 2009). Yapılan bu araştırmada da araştırmacı kendi derslerinde görmüş olduğu zorluklardan yola çıkarak araştırmasını planlanmış, araştırma alanını seçmiş ve bu araştırma alanı ile ilgili olarak verilerini toplamıştır. Araştırmacı bu veriler neticesinde geometrik yer kavramının çalışılmasına karar vermiştir. Araştırma alanının seçilerek indirgenmesi sonucunda geometrik yer kavramına ait olan veriler toplanmış ve bu veriler analiz edilerek yorumlanmıştır. Tabii bu süreçte oluşan her durumda geriye dönülmüş ve diğer tüm süreçlerden faydalanılmıştır. Yapılan bu süreçler gözden geçirildiğinde Mills (2003)'ün aşağıdaki aksiyon araştırmasında kullanmış olduğu diyalektik döngüsünün bu araştırmada yapılanlar ile benzerliğinin bulunduğu görülmektedir. Bu süreç aşağıda görüldüğü gibi birbirini takip eden süreç içerisinde gerçekleşmektedir.



Şekil 2. Aksiyon araştırması modelinin diyalektik döngüsü (Mills, 2003).

Nitel araştırmalar, araştırma problemlerini kendi bağlamında ve derinlemesine inceleyen yönü ile nicel araştırmalardan ayrılan bir araştırma türüdür (Miles ve Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Nitel araştırmalar, yalıtılmış ve kontrollü ortamlarda bazı değişkenlerin manipülasyonu ile test edilen hipotezlerin yoklandığı nicel araştırmalardan farklı olarak araştırma problemlerini kendi bağlamında ve derinlemesine olarak incelemeye odaklanmışlardır (Yıldırım ve Şimşek, 2008; Çepni, 2009). Bu tür araştırmaların bilimsel araştırmalara en önemli katkısını; araştırılan konu hakkında, o konuyla ilgili bireylerin bakış açılarını anlamaya ve bunların meydana gelmesine katkı sağlayan sosyal yapı ve süreçlerin ortaya çıkmasına fırsat sağlaması olduğu ifade edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada öğrencilerin kendi öğrenmesi hakkında sorumluluk alması, aktif olması ve öğretmenin de bu ortamı yönlendiren rolü alması, bilinen bir veri grubunun derinlemesine inceleme fırsatı sunan ve kullanılan veri toplama araçlarından elde edilen verilerin genelleme kaygısı olmaksızın incelenmesi bakımından nitel araştırma yöntemlerinden aksiyon araştırması yönteminin kullanılmasının uygun olduğu görülmüştür. Ortaya konulmak istenen geometrik yer kavramlarının öğretiminde ihtiyaç duyulan bağlamın oluşturulmasında GeoGebra dinamik matematik yazılımından yararlanılıp yararlanılmayacağıdır. Bu yüzden öğrenme-öğretme sürecinde kendi doğal seyri içerisinde öğrencilerden alınan yansımalar ve sınıf içi gözlemlerle ayrıntılı olarak incelenmek istendiğinden bu yöntem kullanılmıştır.

Araştırmacı analitik geometri derslerini yürüttüğünden öğrencilerin dinamik matematik yazılımı ile desteklenmiş ortamın bağlam oluşturmadaki rolünü ortaya koymak için aksiyon araştırması yönteminin kullanılmasını uygun görmüştür. Aksiyon araştırması

uygulayıcının doğrudan kendisinin ya da bir araştırmacı ile birlikte gerçekleştirdiği ve uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da hali hazırda ortaya çıkmış bir sorunu anlama ve çözmeye yönelik veri toplama ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu yöntemin seçilmesindeki temel amaç bir öğretmenin sınıfındaki öğretimin kalitesini artırmayı hedefleyen bir felsefenin olmasıdır (Ekiz, 2003; Craig, 2009). Craig (2009) bu method ile araştırmacı öğretmenin kendi deneyim ve bilgilerini kullanacağını problem çözme ve sınıf içerisindeki öğrenme süreçlerini geliştirebileceğini belirtmiştir. Sonuçta aksiyon araştırması yapan öğretmenlere oldukça fazla görevler düşmektedir. Hizmet öncesi ve hizmet-içi eğitim programları, öğretmenlere temel bilgi ve becerileri kazandırmanın yanı sıra araştırmacı bir anlayış da kazandırmayı amaçlamaktadır (Küçük, 2002). Öğretmen aksiyon araştırması sayesinde kendi sınıfı ile ilgili problemi bulur ve o problem büyümeden çözüm yolları geliştirmeye çalışır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu yapılan çalışmada da sınıf ortamında ortaya çıkan bir problemin çözülmesi amaçlanmıştır. Aksiyon araştırmalarında araştırmacı çalışmaya zamanını veren, çalışma grubundakilerin deneyimlerini yaşamaya çalışan, onlarla görüşen ve bu kazanılan birikimleri analizlerinde kullanan kişi olduğundan veriler daha çok araştırmacının yorumlarına dayanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu nedenle araştırmanın nitel bir yaklaşım olan aksiyon araştırması ile yürütülmesi uygun görülmüştür. Araştırmacı öğrenme-öğretme sürecini planlayarak bizzat bu araştırma sürecine katılmış ve uygulamayı gerçekleştirmiştir.

3. 1. 1. Araştırmanın Tasarımı

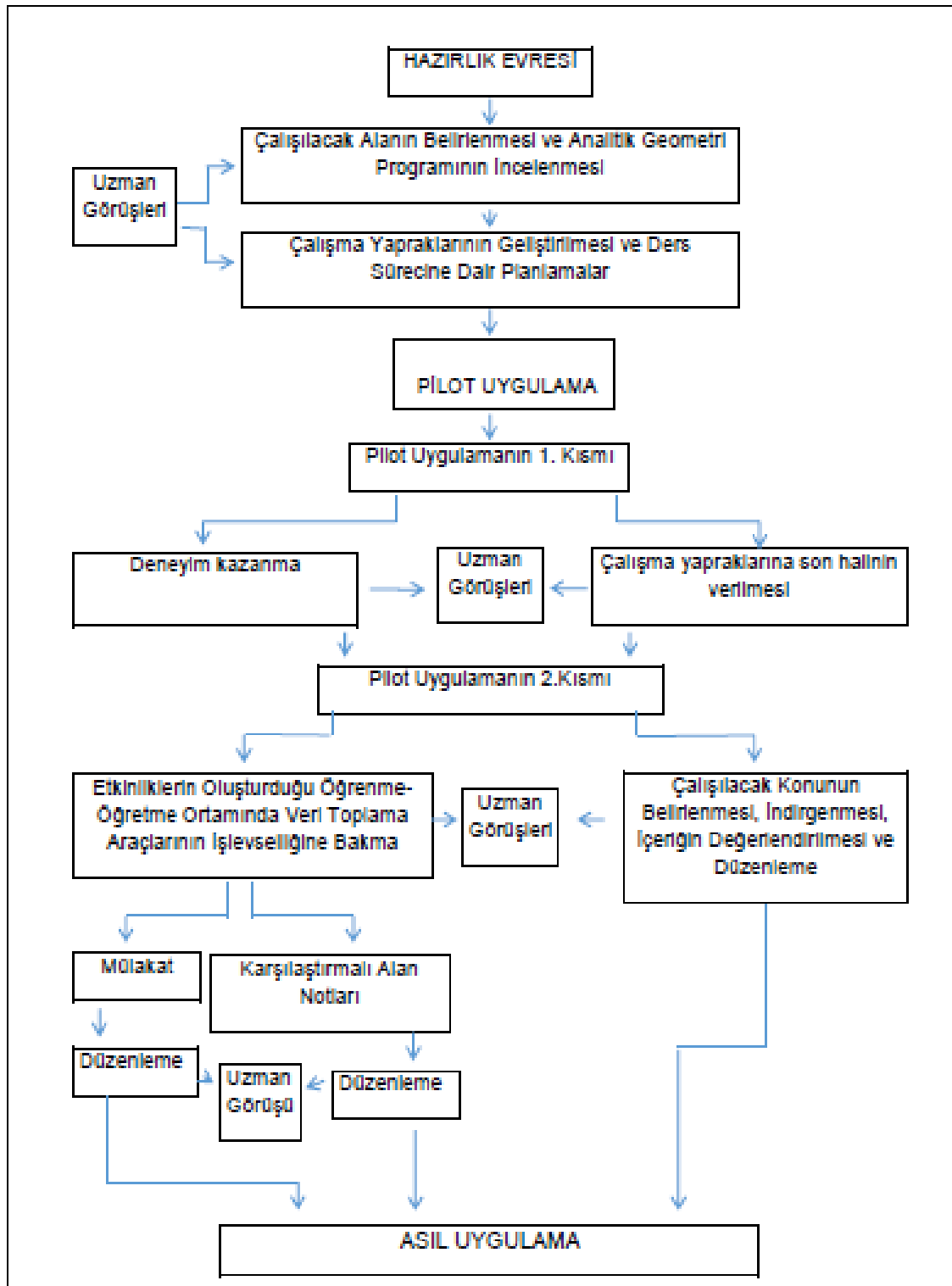
Bu araştırmada geometrik yer kavramının öğretilmesi amacıyla GeoGebra dinamik matematik yazılımı kullanılarak bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Bu öğrenme ortamını 5E modeli esas alınarak oluşturulan çalışma yaprakları desteklemiştir. Dinamik yazılımların kullanıldığı ortamlarda çalışma yaprakları geliştirilirken birçok model kullanılmıştır. Bunlar arasından 5E modeli ele alınarak çalışma yapraklarının geliştirilmesine karar verilmiştir. Analitik geometri konularından olan geometrik yerin öğretimi için oluşturulan ortamın bir bağlam oluşturup oluşturmadığı araştırılmaya çalışılmıştır. Bu öğrenme ortamı aşağıdaki gibi üç aşamadan geçerek oluşturulmuş ve araştırma problemine yanıt aranmıştır. Bu aşamalar hazırlık evresi, pilot uygulamanın yapılması ve asıl uygulama şeklindedir. Bu bağlamda araştırmanın tasarlanması ve yürütülmesinde aşağıdaki adımlar takip edilmiştir:

- ✓ Hazırlık evresinde öncelikli olarak çalışılacak alan olan analitik geometri belirlenerek bu alana ait program incelenmiştir. Analitik geometri kazanımlarına

göre hedef ve davranışlar dikkate alınarak bu kavramların her birine yönelik GeoGebra dinamik matematik yazılımının kullanılacağı etkinliklerin nasıl tasarlanacağı üzerinde literatür taranmış ve uzmanlarla fikir alışverişi yapılmıştır.

- ✓ Uygulanacak öğrenme ortamını tasarlama sürecinin ikinci aşaması olan pilot uygulama evresinde öğretmen adaylarının süreç içerisinde yaptıkları doğrultusunda araştırmanın analitik geometri kavramlarından hangileri ile sınırlı tutulacağı ve verilerin nasıl analiz edileceğinin belirlenmesi için öğretmen adayları ile çalışmalar yürütölmeye devam edilmiştir.
- ✓ Üçüncü aşama olan asıl uygulamada ise analitik geometri derslerinde oluşturulan çalışma yaprakları ilköğretim matematik öğretmen adaylarına iki dönem boyunca uygulanmıştır. Çalışma konusunun geometrik yer olması nedeni ile bu süreçte 9 haftalık bir süreç araştırma kapsamında ele alınarak sınırlandırılmıştır.

Asıl çalışmaya kadar izlenen süreci gösteren akış şeması aşağıdaki gibidir.



Şekil 3. Araştırmanın asıl çalışmaya kadar olan akış şeması

3. 1. 1. 1. Hazırlık Evresi

Öğrenme ortamları önceden yapılandırıldığı takdirde herhangi bir sorun olmaksızın öğrenciler, öğrenme hedefine kolaylıkla ulaşır (Yılmaz ve Akkoyunlu, 2006). Literatür incelendiğinde öğrencilerin analitik geometri kavramlarında başarılı olabilmelerinin ancak iyi düzenlenmiş bir öğrenme ortamı ile mümkün olacağı anlaşılmaktadır. Oluşturulan bu ortamda öncelikli olarak çalışılacak alan belirlenerek bu alana ait program incelenmiştir. Sonrasında ders sürecine ait olan planlamalar yapılarak çalışma yaprakları geliştirilmiştir.

3. 1. 1. 1. 1. Çalışılacak Alanın Belirlenmesi ve Analitik Geometri Programının İncelenmesi

Yapılan literatür çalışması sürecinde analitik geometri üzerine yapılan çalışmalar daha çok başarıya (Özerdem, 2007; Erüs, 2007; Yemen, 2009) ya da analitik geometri kavramlarının öğretiminde bilgisayar destekli yazılımların kullanılmasının diğer yöntemlerle karşılaştırılması ve öğrencilerin başarıları (Gallou-Durniel, 1989; Hoyles ve Healy, 1997; Işıksal ve Aşkar, 2005; Kösa ve Karakuş, 2010) boyutlarına odaklanıldığı tespit edilmiştir. Literatürdeki analitik geometri kavramları ile ilgili yapılan çalışmalarda ve araştırmacının kendi derslerinde gözlemlemiş olduğu zorluklardan yola çıkılarak GeoGebra yazılımının üç boyutlu penceresinin de bulunduğu sürümünün ortaya çıkması ile analitik geometri kavramlarının çalışılabileceği düşüncesi ortaya çıkmıştır. Araştırmada odaklanılacak alanın belirlenmesinin ardından konuya ilişkin alan yazın taraması yapılmış, analitik geometri dersi için hazırlanmış kitaplar taranarak analitik geometri programı incelenmiş ve hedef davranışlar belirlenerek bu davranışlara yönelik 5E modeline göre çalışma yaprakları hazırlanmıştır. Bütün bu süreçlerde analitik geometri alanında uzman olan öğretim üyelerinin görüşleri alınmıştır.

3. 1. 1. 1. 2. Çalışma Yapraklarının Geliştirilmesi ve Ders Sürecine Dair Planlamalar

Matematik eğitiminin niteliğini artırmak ve matematiksel kavramların öğrenilmesini kolaylaştırmak için matematiksel etkinlikler önemlidir (Simon ve Tzur, 2004). Zaten MEB (2011) da öğretmenin bilgisayar destekli bir ortamda öğrencinin kendi matematiksel bilgisini oluşturmasına olanak sağlamasını ve öğrenmeyi kolaylaştıracak etkinlikler hazırlaması gerektiğini belirtmiştir. Bu araştırmada da çalışma yaprakları hazırlanmadan önce yönergelerde neler bulunabileceği konusunda alanında uzman öğretim üyeleri ile görüşülmüştür. Ardından yürütülecek etkinliklerin dersin içeriği ile uyumlu olup olmadığına karar verilmiştir. Çalışma yaprakları tasarlanırken:

- Ön bilgilerini kullanabilecekleri,
- Hazır bilgi içermeyecek,
- Bilginin aktif bir biçimde öğrenen tarafından kurulabilmesine imkân sağlayacak,
- Keşfetmeye müsait olacak,
- Öğrenenler arasında işbirliğinin oluşmasına yol açacak,
- Öğrenenler açısından merak uyandıracak,
- Verileri görselleştirebilecekleri,
- Tahmine ve gözleme dayanan,
- Çeşitli modellemelerde bulunabilecekleri,
- Problem çözmeye dayalı, teknolojinin kullanıldığı,
- Matematiksel çıkarımlarda bulunabilecekleri (Baki, 2008; Çatlıoğlu, 2010) şekilde

oluşturulmasına özen gösterilmiştir. Diğer taraftan Çatlıoğlu (2010)'nun da ifade ettiği gibi çalışma yaprakları hazırlanırken yönergeler ile akıcılığın sağlanmasına, ifadelerin açık ve net olmasına, gerekli durumlarda tabloların bulunmasına, yönergeler arasında öğretmen adaylarının düşüncelerini yorumlarını yazabileceği yeterli miktarda boşluğun bırakılmasına önem verilmiştir.

Çalışma yaprakları geliştirilirken yerli ve yabancı çeşitli geometri ve analitik geometri kaynaklarından yararlanılmıştır. Bu süreçte derslerde kullanılacak olan etkinlikler için hazırlanan materyallerin öğretmen adaylarında yanlış öğrenmeler oluşturmaması ve kavram yanılgılarına düşmemeleri için geliştirilen materyaller analitik geometri dersi veren akademisyenler ile birlikte değerlendirilmiştir. Herbir derste kullanılacak etkinlikler 5E modeline göre tasarlanarak öğrenci merkezli öğrenme ortamları oluşturulmaya dikkat edilmiştir. 5E modeli her öğrencinin araştırma merakını artıran, konu ile ilgili beklentilere cevap veren, bilgi ve becerilerinin aktif kullanımını içeren etkinliklerden oluşmaktadır. Çalışma yapraklarında analitik geometri kavramlarına yönelik bütün bir seneyi kapsayacak şekilde analitik geometri dersini veren alan uzmanlarının görüşleri doğrultusunda 5E modeli dikkate alınarak geliştirilmiştir. Dinamik yazılımların kullanıldığı ortamlarda çalışma yaprakları geliştirilirken pek çok model kullanılmaktadır. Bu çalışmada ise bu modellerden 5E modeli esas alınmıştır. Öğrencilerin diğer arkadaşları ile etkileşimlerinin konuları öğrenmelerinde önemli bir rol oynadığı literatürde yapılan çalışmalarda görülmektedir (Hoyles ve Healy, 1997; Jahn, 2002; Dikovic, 2009). Bu sebepten dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra yazılımının kullanıldığı çalışma yaprakları grup çalışmasına uygun olarak hazırlanmıştır.

Çalışma yapraklarında GeoGebra dinamik matematik yazılımını kullanmayı gerektiren yönergelerle öğrencilerin yazılımı usta bir şekilde kullanmaları amaç edinilmemiştir. Burada amaç öğrencilerin hedeflenen bilgiye ulaşmada yazılımın bir araç

olarak kullanılmasıdır. Çalışma yapraklarında öğrencilerin oluşturmada zorluk çektikleri geometrik yapıların gerekli kısımları GeoGebra yazılımında şablon olarak hazırlanarak öğrencilerin bu güçlüğü çekmeleri engellenmiş olup öğrencilerin ilgili geometrik yapılara bilgisayarlarındaki şablonlardan erişmeleri sağlanmıştır. Geliştirilen bu çalışma yapraklarında hem pilot çalışmanın birinci kısmında hem de ikinci kısmında öğretmen adaylarının çalışma yaprakları hakkında görüşleri alınmıştır. Bu görüşler doğrultusunda anlaşılmayan ifadeler değiştirilerek çalışma yaprakları son halini almıştır. Bu şekilde hazırlanan çalışma yaprakları bir senelik pilot çalışmanın birinci ve ikinci kısmı sırasında değerlendirilerek üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Geometrik yer kavramı ile ilgili 9 çalışma yaprağı esas çalışmada kullanılmıştır.

3. 1. 1. 2. Pilot Uygulama

Asıl çalışma yapılmadan önce bir ön çalışmanın yapılması, öğrencilere uygulanacak olan materyallere en son şeklini vermek, kullanılacak bu materyallerin geçerliliğini kontrol etmek ve araştırmacının deneyim yaşamaları açısından önemlidir. Bu çalışmada da pilot çalışma 1. kısım ve 2. kısım olmak üzere iki aşamada gerçekleşmiştir.

3. 1. 1. 2. 1. Pilot Uygulamanın 1. Kısımı

Pilot çalışmanın 1. kısmı Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü 3. sınıf ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından oluşan iki şubeyle iki dönemlik bir süreçte yapılmıştır. Pilot çalışmanın bu kısmında dinamik matematik yazılımı ile hazırlanan analitik geometri konularına yönelik olan etkinliklere son şekilleri verilmeye çalışılmış ve bu süreçte araştırmacı deneyim kazanmaya çalışmıştır.

Araştırma kapsamında geometrik yer kavramı GeoGebra dinamik matematik yazılımının kullanıldığı çalışma yaprakları ile oluşturulan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarına sunularak bu yazılımın bağlam oluşturmadaki rolü ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu durumda araştırmacı dersi yürüten öğretmen konumundadır. Araştırmacı her ne kadar farklı kaynaklardan analitik geometri kavramları ile ilgili bilgiler edinerek dersi vermiş olsa da bilgisayar destekli olarak yeterli deneyime sahip değildi. Bu nedenle araştırmacının ders içerisinde hangi durumlara ağırlık vereceği veya öğrencilerin ne gibi sorular sorabilecekleri ile ilgili bir deneyimi olmamıştır. Bu açıdan araştırmacının bir öğretmen olarak deneyim kazanması için bu pilot çalışmanın hem birinci kısmı hem de ikinci kısmı oldukça yararlı olmuştur. Sonuçta araştırmacı öğrenme süreci hakkında yeterli gözlemler yaparak bu iki senelik süreç içerisinde çeşitli deneyimler kazanmıştır.

Bu süreç içerisinde iki sınıfa uygulanan çalışma yapraklarında ikinci grup bir hafta geç başlatılmış ilk gruba yapılan etkinlikler bir sonraki hafta ikinci gruba uygulanmıştır. Bu şekilde ilk gruba yapılan çalışma yaprakları öğrencilerden gelen dönütler ve alan uzmanlarının görüşleri doğrultusunda yeniden düzenlenmiş ve eksiklikler giderilerek ikinci gruba ikinci hafta tekrar uygulanmıştır. Yine bu süreçte her iki gruptan alınan veriler incelenmiş ve bu verilerin birbirleri ile uyumluluğu dikkate alınarak çalışma yaprakları üzerinde değişiklikler yapılmıştır. Bu sayede çalışma yaprakları son halini almıştır.

Hazırlanan çalışma yapraklarının örgün ve ikinci öğretim öğrencilerine uygulanmasında deneysel bir çalışma amacı güdülmemiş sadece daha fazla öğretmen adayına ulaşarak gelen dönütler sayesinde çalışma yaprakları düzeltilmeye çalışılması amaçlanmıştır. Bir sene boyunca analitik geometri dersi içeriğine göre hazırlanmış olan çalışma yaprakları her iki gruba da uygulanarak üzerinde bazı değişikliklerin yapılmasına alan uzmanları ile karar verilmiştir. Pilot uygulama sırasında GeoGebra dinamik matematik yazılımının kullanımına yönelik zaman zaman öğrencilerin çalışma yapraklarında yer alan etkinliklerde bazı geometrik yapıları teknik açıdan oluşturmada güçlük çektikleri tespit edilmiştir. Çalışma yapraklarında öğrencilerin oluşturmada zorluk çektikleri geometrik yapıların gerekli kısımları GeoGebra yazılımında şablon olarak hazırlanarak asıl uygulamada öğrencilerin bu güçlüğü çekmeleri engellenmiştir. Asıl çalışmada öğrencilerin ilgili geometrik yapılara bilgisayarlarındaki şablonlardan erişmeleri sağlanmıştır. Uygulamaların yürütülmesinde çalışma yapraklarının öğretmen adayları tarafından tamamlanması hususunda ortaya çıkan güçlükler (ifadelerin anlaşılabilirliği, tasarım, geometrik yapı oluşturma vb.) not alınarak gerekli görülen düzeltmeler yapılmıştır. Böylece çalışma yaprakları pilot çalışmanın ikinci kısmı için hazır hale gelmiştir. Öğretmen adayları öğrenme sürecinde grup çalışması şeklinde bu çalışma yapraklarındaki etkinlikleri tamamlamışlardır. Tüm etkinliklerin gerçekleştirilmesinde araştırmacı aktif rol alıp katılımcı gözlemci olarak yer almıştır.

3. 1. 1. 2. 2. Pilot Uygulamanın 2. Kısmı

Pilot çalışmanın ikinci kısmı ise Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında araştırmacının kendi öğrencileri olan 3. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte de analitik geometri kavramlarından öğretmen adaylarının öğrenmekte zorlandığı ve yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarına en çok yardımcı olduğu konu belirlenmeye çalışılmıştır. Yine araştırmacı bu süreçte toplanan verilerin nasıl analiz edilebileceği üzerinde çalışarak bir bağlamsal öğrenme öğretme stratejisi olan REACT süreçlerinin göstergelerini literatürdeki REACT stratejisinde kullanılan teorilere göre hazırlamıştır.

Etkinliklerin oluşturduğu öğrenme-öğretme ortamında çalışma yaprakları, araştırmacı öğretmenin karşılaştırmalı alan notları, mülakatlar, yapılandırılmamış gözlemler, grup üyelerinin birbiri ile konuşma kayıtları ve yazılımda oluşturulan şekiller veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Bu süreçte bütün bir sene boyunca pilot çalışmanın ilk kısmında olduğu gibi çalışma yaprakları GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile öğretmen adaylarına uygulanmış veri toplama araçları sayesinde her bir haftanın sonunda toplanan veriler REACT modeliyle analiz edilmiştir. Araştırmada öğrenme sürecini yansıtan çalışma yaprakları öğrenenlerin ürünü olması yönüyle zengin veri kaynakları olarak kabul edilerek incelenmiş ve yorumlanmıştır. Diğer veri kaynaklarından, gözlemler ve grup üyelerinin birbiriyle ve araştırmacı ile süreç içerisinde yaşadıkları kısa kısa not edilerek yazıya dökülmüştür. Ayrıca karşılaştırmalı alan notları ve yapılan mülakatlar analiz edilerek çalışılacak konunun indirgenmesine ve veri toplama araçlarının uygunluğuna uzman görüşleri doğrultusunda karar verilmiştir. Verilerin analizinde kullanılan bu stratejideki amaç GeoGebra ile oluşturulan ortamın bağlam oluşturmadaki rolüne bakmaktır.

Araştırmacı kendi dersinde öğretmen adaylarının diğer analitik geometri kavramlarına göre geometrik yer kavramında daha fazla zorluklar yaşadıklarını gözlemlemiştir. Araştırmacının bu sıkıntıları gözlemlemesi ve analitik geometri derslerini veren akademisyenlerin görüşleri doğrultusunda geometrik yer kavramının çalışılması uygun görülmüştür. Bütün analitik geometri kavramlarını çalışma yaprakları, grup arkadaşı ve dinamik matematik yazılımı ile öğrenmeye çalışan öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda ve yapılan analizler sonucunda geometrik yer kavramı ön plana çıkmıştır. Bu durumda daha da şekillenen araştırma sürecinde dinamik matematik yazılımının da bulunduğu bir ortamda oluşturulan öğrenme ortamının geometrik yer kavramı için bir bağlam oluşturup oluşturmadığı araştırma konusu olarak yerini almıştır.

Araştırmanın doğası gereği uzman görüşleri doğrultusunda çalışılacak konunun indirgenmesi ile ortaya çıkan geometrik yer kavramıyla hazırlanmış etkinlikler öğretmen adaylarının yaptıkları ile sınıf içerisinde bir daha gözden geçirilerek asıl çalışma için hazır hale getirilmiştir. Yine bu süreçte çalışma yapraklarının sonuna öğretmen adaylarının çalışma yapraklarındaki anlamadıkları ifadeleri yazmaları istenmiştir. Bu şekilde anlaşılmayan ifadeler varsa tekrar gözden geçirilerek düzenlenmiştir. Sonuçta tekrardan hem öğrencilerin düşünceleri hem de uzmanların görüşleri dikkate alınarak çalışma yaprakları asıl uygulamada kullanılacak şekle getirilmiştir.

3. 1. 1. 3. Asıl Uygulama

Uygulama 2013-2014 eğitim öğretim yılında araştırmacının yürüttüğü analitik geometri derslerinde yapılmıştır. Uygulama süreci 9 haftalık bir süreçte gerçekleşmiştir. Bu süreç içerisinde öğretmen adaylarından çalışma yapraklarını grup çalışması şeklinde tamamlamaları istenmiştir. Çalışma yaprakları, öğrencilerin ne yapması gerektiğini belirten işlem basamaklarıyla, kendi bilgilerini zihinlerinde kendilerinin kurmasını sağlayan ve aynı zamanda bütün sınıfın çalışma etkinliğine katılımını sağlayan araçlardır (Kurt, 2002). Çalışma yaprakları bir konunun işlenmesi aşamasında öğrencinin yapacağı etkinliklere yol gösterici açıklamaları kapsar. Yine bu çalışma yapraklarında bilgi doğrudan aktarılmayıp ipucu niteliğindeki sorularla öğrencinin keşfetmesini ve sonuca ulaşmasını sağlamalıdır (Kutluca ve Birgin, 2007).

Bu çalışmada analitik geometri kavramlarından olan geometrik yere ait etkinlikler kullanılmıştır. Bu etkinliklerle ilgili öğrencilerin düşüncelerini ve ürünlerini alabilmek, öğrencilerin analitik geometri bilgilerinin yapılanmasında kendilerine yardımcı olmak ve etkinliklerin sağlıklı bir şekilde yürütülmesi amacıyla çalışma yaprakları tasarlanmıştır. Araştırmada öğrenme sürecini yansıtan çalışma yaprakları öğrenenlerin ürünü olması yönüyle zengin veri toplama aracı olarak düşünülmüştür. Öğrencilerin etkinlikler sırasında bu deneyimleri yaşamalarına fırsat sağlayarak matematiği, soyut, sabit ve hazır olarak sunulan formülleri ezberlemek yerine, keşfederek, yaparak öğrenmelerini amaçlanmaktadır. Çalışma yaprakları kullanılarak öğretmen adaylarının kendi düşüncelerini rahatlıkla dile getirmeleri ve pasif olan öğretmen adaylarının daha aktif hale gelmeleri sağlanmıştır. Geliştirilen bu çalışma yapraklarında öğretmen adaylarının görüşleri de alınarak pilot çalışma sonrası düzenlemeler yapılmıştır.

Çalışma yapraklarındaki yönergeler eşliğinde öğretmen adaylarının BDÖ materyalini kullanmaları sağlanmıştır. Uygulama sürecinde öğretmen adaylarından iki rol üstlenmeleri istenmiştir. İlk etapda bir ilköğretim matematik öğretmen adayı gibi etkinlikleri yapmışlar, ikinci etapda bir öğretmen gibi materyalin işleyişini ve içeriğini değerlendirmişlerdir. Her bir çalışma yaprağı haftada 3 ders saati süresi içinde tamamlanmıştır. Çalışma yaprakları GeoGebra dinamik matematik yazılımının kullanımına uygun olarak hazırlanmıştır. Ve sonuçta GeoGebra' nın bağlam oluşturmadaki rolü REACT stratejisi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu çalışma yapraklarında sırasıyla öteleme dönme fonksiyonlarında oluşan şekillerin, geometrik yer tanımlarının, çember, elips, hiperbol, parabol, öteleme ve dönme sonrası oluşan bazı koniklerin geometrik yerleri tartışılmıştır. Her bir hafta öğretmen adayları ile yürütülen çalışmalar ise aşağıdaki gibi gerçekleşmiştir.

Öğretmen adaylarına uygulanan ilk çalışma yaprağında öteleme ve dönme fonksiyonları bulunmaktadır. Bu çalışma yaprağında öteleme ve dönme fonksiyonlarını

öğrenmeleri ve ileride geometrik yerlerin ötelenmesi ve döndürülmesinde kullanmaları amaçlanmıştır. İçeriğinde ise bir noktanın ötelenmesi, eksenlerin ötelenmesi, nokta, doğru ve eğrilerin döndürülmesine ait yönergeler bulunmaktadır. İlk yönergede öğretmen adaylarından bir noktanın ötelenmesi ile yeni oluşan noktanın koordinatlarını gözlemlemeleri için yazılımda bir nokta almaları ve bir vektör ile bu noktayı ötelemeleri istenmiştir. Bu süreçte öğretmen adaylarından vektör tanımını noktanın ötelenmesine transfer etmeleri, noktanın bir vektör kadar ötelenmesi ile oluşan noktaları belirleyerek tecrübe etmeleri bu noktaları matematiksel olarak genelleştirerek uygulama yapmaları beklenmiştir. Yine bu süreçte grup arkadaşlarının birlikte çalışarak yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak birbirleri ile işbirliği gerçekleştirmeleri beklenmiştir. İkinci yönergede ise eksenlerin vektör kadar ötelenmesi ile oluşan yeni eksenlerin vektörün koordinatlarına göre tecrübe etmeleri, matematiksel olarak genelleştirerek uygulama yapmaları ve işbirliği içerisinde yönergelerini tamamlamaları beklenmiştir. Diğer yönergede öğretmen adaylarının bir noktanın verilen bir açı kadar döndürüldüğünde oluşan noktanın koordinatlarını gözlemleyerek tecrübe etmeleri ve bu noktanın koordinatlarını uygulama yaparak matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenmiştir. Verilen son yönergede ise noktanın dönmesini bir önceki yönergede öğrenerek bazı denklemlerin döndürülmesine transfer etmeleri beklenmiştir. Bu süreçte öğretmen adaylarından bu denklemlerin grafiklerini yazılımda oluşturmaları ve hem yazılımın ikonlarını kullanarak grafikleri döndürmeleri hem de istenilen dönüşüm ile grafikleri döndürmeleri ile oluşan denklemleri tecrübe etmeleri ve bunu matematiksel olarak genelleştirerek uygulamaları istenmiştir. Aynı zamanda öğretmen adaylarından bu iki ifadenin grafiklerinin yazılımda çakıştıkları denklemlerle yazılımdan gözlemleyerek ilişkilendirmeleri beklenmiştir. Yukarıdaki bu süreç üç ders saati içerisinde tamamlanmıştır.

İkinci çalışma yaprağında ise iki koni ile bir düzlemin arakesitlerini belirlenmesi ve geometrik yerlerin tanımlarının kavranılmasına ait yönergeler bulunmaktadır. Bu çalışmanın amacı da iki koni ile bir düzlemin arakesitlerini belirleyerek bu arakesitlerden olan geometrik yerlerin tanımlarını yapmaları amaçlanmıştır. Çalışma yaprağında verilen ilk yönergede öğretmen adaylarının hazır dosyayı açmaları noktaları hareket ettirerek iki koni ile bir düzlemin arakesitlerini yazılımdan gözlemleyerek tecrübe etmeleri beklenmiştir. İkinci yönergede ise öğretmen adaylarının çemberin geometrik yer tanımını yapabilmeleri için öğretmen adaylarından yazılımda bir nokta ve bu noktadan belli bir uzunlukta doğru parçası almaları sonuçta doğru parçasının izini açarak oluşan şeklin geometrik yer tanımını yaparak tecrübe etmeleri ve bu şekli ekranda modelleyerek uygulamaları beklenmiştir. Bir diğer yönergede ise öğretmen adaylarından kendilerine yine hazır olarak verilen dosyayı açmaları ve bu dosyadan hareketle oluşturulan iz sonucunda elips ve

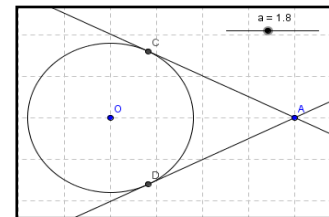
hiperbolün geometrik yer tanımlarını tecrübe etmeleri istenmiştir. Bu süreçte verilen noktaları yazılımda hareket ettiren öğretmen adaylarından iki noktaya uzaklıklar toplamını ve farklarını yazılımdan kontrol ederek tecrübe etmeleri ve ilişkilendirerek bu tanımları yapmaları beklenmiştir. Son olarak verilen yönergede hazır olarak verilen dosyayı açan öğretmen adaylarından bir noktaya ve bir doğruya olan uzaklıkların izlerinin bir parabol oluşturacağını tecrübe etmeleri beklenmiştir. Buradan hareketle öğretmen adaylarından öğrendiklerini uygulayarak parabolün geometrik yer tanımını yapmaları amaçlanmıştır. Bütün yönergeler grup çalışması olarak yürütüldüğünden yazılımdan alınan dönütlerin birbirleriyle yorumlanması bu şekilde bir işbirliği sürecinin gerçekleşmesi beklenmektedir. Yine bu süreç üç ders saati sürmüştür.

Üçüncü çalışma yaprağında çemberin özellikleri kavratılmaya çalışılmıştır. İçeriğinde ise çemberin genel denklemine, çemberin genel formülünden genel denkleminin, merkez ve yarıçapın bulunmasına, çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarına ve kesişen iki çember arasındaki ilişkilere ait yönergeler bulunmaktadır. Bu süreçte öğretmen adaylarından ilk olarak yazılımda bir çember almaları ve denklemini yazılımın cebir ekranında gözlemlenmeleri, noktaları değiştirerek denklemdaki değişimi tecrübe etmeleri beklenmiştir. Bu şekilde yarıçapı ve merkezi değişen çemberlerin genel denklemlerini matematiksel olarak genelleştirerek uygulamaları amaçlanmıştır. Yine bu süreçte daha önceki bilgileri olan geometrik yer tanımları, iki nokta arasındaki uzaklık kavramlarını kullanarak ilişkilendirme yapmaları ve bu kavramlarla transfer süreci yaşayarak çemberin genel denklemini belirlemeye çalışmaları beklenmiştir. Bir diğer yönergede de öğretmen adaylarının çemberin genel formülünü yazılımın giriş ekranına yazmaları ve sonuçta oluşan şekli ve denklemini grafik ve cebir ekranından gözlemleyerek tecrübe etmeleri ve çalışma yaprağındaki boş bırakılan yerleri doldurmaları beklenmiştir. Bu şekilde öğretmen adaylarının çemberin genel denklemini ile genel formülü arasında nasıl bir ilişki olduğunu matematiksel olarak genelleştirerek uygulama yapmaları amaçlanmıştır. Bir diğer yönergede de çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını yazılımdan gözlemlenmeleri için verilen tablodaki denklemleri yazılımda oluşturarak tecrübe etmeleri beklenmiştir. Bu şekilde öğretmen adaylarından bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmeleri istenerek uygulama yapmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bir diğer ifade de öğretmen adaylarının yazılımda kesişen iki çember oluşturmaları ve merkezlerinden geçen doğru ile kesişim noktalarından geçen doğru arasında nasıl bir ilişki olduğunu tecrübe etmeleri beklenmiştir. Son yönergede ise öğretmen adaylarından çemberin genel denklemini vektörleri kullanarak transfer etmeleri için yazılımda bir çember oluşturmaları ve bu çemberden yola çıkarak oluşturulan

vektörleri kullanmaları istenmiştir. Sonuçta çemberin genel denklemini vektörlerin özelliklerini kullanarak belirlemeleri öğrendiklerini transfer etmeleri beklenmiştir.

Yine öğretmen adaylarına uygulanan dördüncü çalışma yaprağı çember ile ilgili geometrik yer problemlerini içermektedir. Bu süreçte ilk olarak öğretmen adaylarına “Herhangi bir çember üzerinde alınan noktadan x eksenine çizilen dikmenin orta noktalarının geometrik yerini bulunuz?” problemi sorulmuş ve öğretmen adaylarından tahmin etmeleri ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları istenmiştir. Sonrasında öğretmen adaylarından yazılımda istenilenleri oluşturarak uygulama yapmaları ve bu yaptıklarını kâğıt kalem ortamındaki tahminleri ile karşılaştırarak tecrübe etmeleri beklenmiştir. Bir diğer problemde ise öğretmen adaylarından yazılımı kullanarak “ $x = -1$ ve $x = 3$ doğrularına teğet olan ve merkezi $3x + 2y - 1 = 0$ doğrusu üzerinde olan çemberin merkezinin koordinatlarını, yarıçapını belirleyerek denklemini grup arkadaşınızla birlikte bulunuz ve yorumlayınız?” problemi çözmelerini bu şekilde uygulama yapmaları beklenmiştir. Yine bir diğer geometrik yer problemi olan “Bir ABC üçgeninin çevrel çemberi üzerinde alınan herhangi bir P noktasından üçgenin AB ve BC kenarlarına inilen dikmelerin değme noktaları sırasıyla D ve E noktaları olsun. P noktası çember üzerinde hareket ettiğinde PDE üçgeninin çevrel çemberinin merkezi olan F noktasının geometrik yeri nedir bulunuz?” problemi öğretmen adaylarına sorulmuştur. Bu problemde de öğretmen adaylarından tahmin ederek bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları bu şekilde tecrübe süreci yaşamaları beklenmiştir. Buradan hareketle öğretmen adaylarının yazılımda istenilenleri uygulayarak oluşturmaları buradan da tahminlerini karşılaştırarak tecrübe etmeleri amaçlanmıştır. Son olarak öğretmen adaylarına aşağıdaki geometrik yer problemi sorulmuş tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklayarak bu tahminlerini yazılımdaki yaptıkları ile karşılaştırmaları bu şekilde bir tecrübe süreci yaşamaları beklenmiştir.

“Yandaki şekilde görüldüğü gibi düzlemde merkezi O noktası olan çemberlere dışındaki herhangi bir sabit A noktasından çizilen teğet değme noktaları olan C ve D noktalarının geometrik yerini bulunuz?”



Bütün bu süreçlerde daha önceki öğrenmiş oldukları bilgilerini yapılandırarak ilişkilendirme yapmaları amaçlanmış, verilen geometrik yerlerin hem kâğıt kalem ortamında hem de ekranda modellenerek uygulama yapmaları ve grup arkadaşlarının yazılımdan aldıkları dönütleri yorumlayarak bir işbirliği süreci geçirmeleri beklenmektedir.

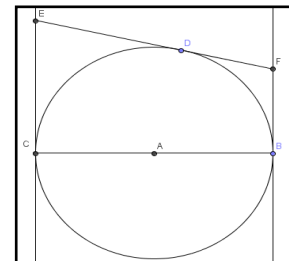
Beşinci çalışma yaprağında ise elipsin asal-yedek çemberlerinin yarıçapları ve odak noktasının koordinatları arasındaki ilişki, odakları x ve y eksenlerinde olan elipslerin genel

denklemleri, bir elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarına ait yönergeler bulunmaktadır. Bu yönergelerden birincisinde öğretmen adaylarından kendilerine verilen hazır dosyayı açmaları ve bu dosyadan hareketle odak noktası ile elipsin asal ve yedek çemberlerinin yarıçapları arasındaki bağıntıyı tecrübe etmeleri beklenmiştir. İkincisinde ise öğretmen adaylarının verilen dosyadaki elipsten hareketle odak noktalarını değiştirmeleri ve buradan elips üzerinde alınan noktadan elipsin odak noktalarına olan uzaklıklar toplamının elipsin asal çemberinin çapına eşit olduğunu tecrübe etmeleri amaçlanmıştır. Sonrasında öğretmen adaylarından odak noktaları x ekseninde olan elipslerin genel denklemlerini matematiksel olarak genelleştirerek uygulamaları buradan hareketle de odakları y ekseninde olan elipslerin genel denklemlerini bulmada transfer süreci yaşamaları beklenmektedir. Yine öğretmen adaylarından elipsler ve doğruların birbirine göre durumlarını tecrübe etmeleri ve tablodaki boş bırakılan yerleri yazılımdaki gözlemleri ile doldurmaları istenmiştir.

Altıncı çalışma yaprağında öğretmen adaylarına elips ile ilgili geometrik yer problemleri sorulmuş ve öğretmen adaylarının bu problemleri öncelikli olarak tahmin etmeleri ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları beklenmiştir. Buradaki amaç GeoGebra'nın ilişkilendirme sürecindeki rolünü gözlemleyebilmektir. Yazılımda istenilenleri oluşturan öğretmen adaylarından tahminlerini ve yazılımdaki gözlemlerini karşılaştırmaları istenmiştir. Bu ifadeleri öğretmen adaylarının çalışma yapraklarında açıklamaları beklenmiştir. Bu süreçte tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları ile ekrandaki gözlemleri sonucunda bilgilerini yapılandırarak ilişkilendirme yapmaları ve bunları karşılaştırarak tecrübe süreci yaşamaları beklenmektedir. Verilen geometrik yer problemlerini hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılım ekranında modellenmesi ve çözülmesi ile uygulama yapmaları amaçlanmıştır. Bu süreçte sorulan geometrik yer problemleri aşağıdaki gibidir.

“Herhangi bir elips üzerinde alınan noktadan asal eksene çizilen dikmelerin orta noktalarının geometrik yerini bulunuz?”

“A merkezli BC çaplı çemberin B, C ve D noktalarından çizilen teğetler yandaki şekilde gibidir. E ve F noktaları teğetlerin kesim noktası iken; CF ve BE doğru parçalarının kesim noktasının değişen FE teğetine göre geometrik yerini bulunuz?”



“A(4,0) noktasından geçen ve $(x + 4)^2 + y^2 = 100$ çemberine teğet olan daire merkezlerinin geometrik yerini bulunuz?”

Öğretmen adaylarına uygulanan yedinci çalışma yaprağı ise odakları x ve y eksenlerinde olan hiperbollerin genel denklemlerinin bulunması, hiperbolün asimptotları ve bir hiperbol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarına ait konuları içermektedir. Bu süreçte ilk olarak öğretmen adaylarından kendilerine verilen hazır dosyayı açmaları ve bu hazır dosyadan hareketle, odak noktalarını tablodaki verilere göre değiştirerek asal çemberinin çapının hiperbol üzerinde alınan noktadan hiperbolün odak noktalarına olan uzaklıklar farkına eşit olduğunu tecrübe etmeleri beklenmiştir. Yine bu süreçte öğretmen adaylarından odak noktaları x ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerini matematiksel olarak genelleştirerek uygulamaları ve buradan hareketle de odakları y ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerini belirleyerek transfer süreci yaşamaları istenmiştir. Çalışma yaprağının bir diğer yönergesinde ise öğretmen adaylarından tablodaki verilen hiperbol denklemlerini yazılıma girmeleri bu süreçte hiperbollerin asimptotlarını gözlemleyerek bu denklemleri tecrübe etmeleri beklenmiştir. Yine bir diğer yönergede de çember ve elipsteki yapılanlar gibi hiperbol ve doğru denklemlerinin birbirine göre durumlarını yazılımdan gözlemleyerek matematiksel olarak genelleştirmeleri bu şekilde uygulama süreci yaşamaları amaçlanmıştır.

Sekizinci çalışma yaprağının içeriğinde ise odak noktaları x ve y eksenlerinde ve doğrultmanı bilinen parabollerin denklemleri, parabolün özellikleri ve bir parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarına ait yönergeler bulunmaktadır. Bu süreçte ilk olarak öğretmen adaylarına verilen hazır dosyadaki noktaları hareket ettirmeleri bunun sonucunda ekrandaki tecrübeleri ile bir noktanın ve bir doğruya eşit uzaklıkta olan noktaların bir parabol oluşturduğunu hatırlamaları ve buradan ilişkilendirme yapmaları beklenmiştir. Yine parabol üzerinde alınan noktadan odak noktasına ve doğrultmana olan uzaklıkların her zaman eşit olduğunu tecrübe etmeleri ve buradan da parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirerek uygulama yapmaları amaçlanmıştır. Bir diğer yönergede ise öğretmen adaylarından odak noktası x ekseninde simetri eksenini x ekseninde olan parabolün genel denklemlerinden hareketle; odak noktası y ve simetri eksenini y ekseninde olan parabolün genel denklemlerini ifade etmeleri bu şekilde transfer süreci yaşamaları beklenmiştir. Yine bir diğer yönergede de öğretmen adaylarından daha önceki yapılanlardan hareketle bir parabol ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını yazılımdan gözlemlemeleri için verilen tablodaki denklemleri oluşturmaları ve bu şekilde daha önceki bilgilerini buraya transfer etmeleri istenmiştir. Kesişme durumlarını yazılımdan gözlemleyen öğretmen adaylarından sonuçlarını çalışma yaprağına yazmaları ve bu

durumu matematiksel olarak genelleştirerek uygulamaları beklenmiştir. Ardından öğretmen adaylarına *“Düzlemdaki bir a doğrusuna ve bu doğruyu kesmeyen bir C merkezli çembere teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yerini bulunuz?”* geometrik yer problemi sorulmuş ve bu süreçte öğretmen adaylarından tahmin etmeleri tahminlerini kâğıt kalem ortamında modelleyerek uygulamaları ve açıklamaları beklenmiştir. Sonrasında da öğretmen adaylarından yazılım ekranında istenilenleri modelleyerek uygulamaları ve buradan hareketle de tahminlerini karşılaştırarak tecrübe etmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Son çalışma yaprağı olan dokuzuncu çalışma yaprağında da öğretmen adaylarından ilk verilen çalışma yaprağındaki öteleme dönme fonksiyonlarını hatırlamaları ve buradan hareketle de öğretmen adaylarının öteleme ve dönme sonrası konikler hakkında yorumlar yapabilmeleri amaçlanmıştır. Bu çalışma yaprağının içeriğinde geometrik yerlerin ötelenmesi, dönmesi ve her ikisinde bulunduğu yönergeler bulunmaktadır. Bunun için verilen ilk yönergede ekranda simetri merkezi orijin olmayan elipsler ve hiperboller oluşturarak genel denklemlerini yazılımdaki gözlemleri ile tecrübe etmeleri ve buradan hareketle matematiksel olarak genelleştirerek uygulama süreci yaşamaları beklenmiştir. Sonrasında öğretmen adaylarından öğrenmiş oldukları ifadeleri kullanarak simetri merkezi orijin olmayan parabolün genel denklemlerini ifade etmeleri beklenecek öğrendiklerini bu geometrik yere transfer etmeleri istenmiştir. Bir diğer yönergede ise öğretmen adaylarının daha önceleri öğrenmiş oldukları dönme fonksiyonlarından hareketle, öğretmen adaylarından tabloda verilen konikleri hem yazılım ekranındaki ikonlar sayesinde hem de oluşturdukları denklemler ile döndürmeleri ve bu süreçte oluşan şekli ve denklemlerini yazılımdan tecrübe etmeleri istenmiştir. Sonrasında öğretmen adaylarından verilen koniklerin Q açısı kadar dönmesi ile oluşan denklemlerini uygulayarak matematiksel olarak genel ifadesini yazmaları istenmiştir. Diğer yönergelerde de öğretmen adaylarından öğrenmiş oldukları kavramları kullanarak önce ötelenmiş sonrada belli bir açı ile döndürülmüş olan koniklerin genel denklemini matematiksel olarak genel ifadesini çalışma yapraklarına yazmaları bu şekilde transfer ve uygulama süreci yaşamaları amaçlanmıştır.

Bütün bu süreçlerde öğretmen adayları grup arkadaşı ile istenilenleri yazılımda kullanarak yapmaya çalışmışlardır. Bunun için oluşturulan ortamda yazılımdan alınan dönütlerin yorumlanarak işbirliği içerisinde süreci tamamlamaları beklenmektedir. Bu sırada araştırmacı ise rehber rolünü üstlenerek yazılımda çeşitli sorunlarla karşılaşan öğretmen adaylarına yardımcı olmuştur.

3. 2. Araştırma Grubu

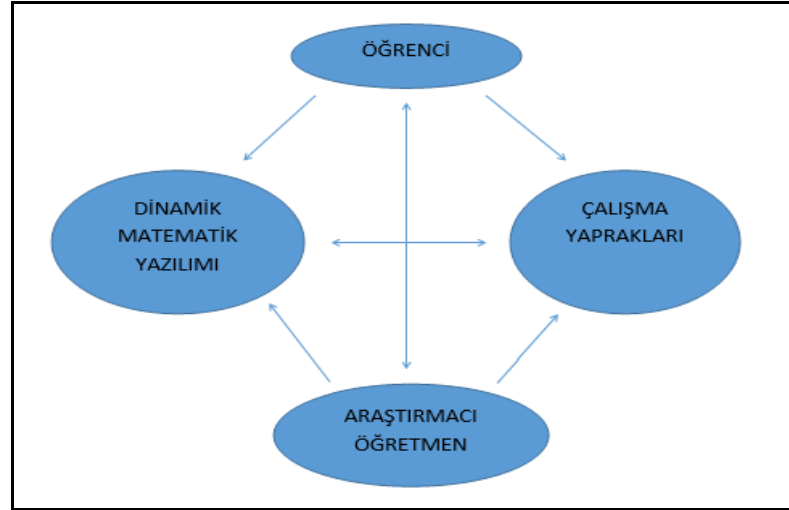
Araştırmanın katılımcılarını Kırşehir Ahi Evran Üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında, üçüncü sınıfa kayıtlı 40 matematik öğretmeni adayı ve çalışmayı yürüten araştırmacı oluşturmaktadır. Analitik geometri derslerinin üçüncü sınıfta olması nedeni ile çalışma üçüncü sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Öğretmen adaylarının 27'si kız ve 13'ü erkektir. Çalışma bu öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiş olup öğretmen adaylarının derse devam edemediği durumlarda bu sayı daha az olmuştur. Bu devamsızlık durumu günlere göre değişmekle birlikte genelde o gün için gelemeyen birkaç öğrenci dışında derse katılımın oldukça yüksek olduğu görülmüştür. Verilerin analizinde de bu duruma dikkat edilerek devamsızlığı çok olan 4 öğretmen adayı veri analizi sürecine alınmamış 36 öğrencinin ikişerli gruplandırılmış verileri bu süreçte kullanılmıştır.

3. 3. Verilerin Toplanması

Bu başlık altında veri toplama araçlarına ve veri toplama sürecine yönelik bilgiler verilecektir.

3. 3. 1. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada öğrencilerin çalışma yapraklarını bilgisayar destekli ortamda kullanarak analitik geometri kavramları ile yeni deneyimler elde etmesi ve bu deneyimler ile eski bilgilerini karşılaştırarak kendi bilgilerini oluşturmaları amaçlanmıştır. Bu şekilde öğrenciler geleneksel öğrenme ortamının monotonluğundan çıkıp aktif bir şekilde kendi bilgisini oluşturabilir. Bunun için bu şekildeki bir ortamda öğretmen öğrencileri sürekli kontrol eden rehber görevindedir. Şekil 4 öğrenme sürecindeki etkileşimleri göstermektedir.



Şekil 4. Öğrenme sürecinde çalışma yaprakları, dinamik matematik yazılımı, öğretmen ve öğrenci aralarındaki ilişkisi

Araştırmada öğrenme sürecini yansıtan çalışma yaprakları öğrenenlerin ürünü olması yönüyle zengin veri toplama aracı olarak düşünülmüştür. Araştırmacının her bir dersin yapılandırılmamış gözlemleri sonunda aldığı karşılaştırmalı alan notları ve mülakatlar diğer veri toplama araçlarıdır.

3. 3. 2. Veri Toplama Süreci

Analitik geometri dersleri iki dönem boyunca sürdürüldüğünden geometrik yer kavramının öğretimi ikinci döneme rastgelmiştir. Bu süreçte bilgisayar laboratuvarında toplanan öğretmen adayları her bilgisayarın başında iki kişi olacak şekilde sınıf düzenini almışlardır. Sınıf düzeninde iki bilgisayar başında ekranlarını ve aralarındaki konuşmaları kaydeden kamera bulunmaktadır. Bu süreçte bu iki kameranın görüntüleri ile bu bilgisayar karşısında bulunan öğretmen adaylarının aralarındaki diyaloglar her hafta için Ö1 ve Ö2 birinci grup, Ö3 ve Ö4 ikinci grup, Ö5 ve Ö6 üçüncü grup bu şekilde devam ederek Ö35 ve Ö36 ise on sekizinci grup olarak kodlanarak verilerin analizinde kullanılmıştır. Araştırmacıda bu ortamda aralarda dolaşan öğretmen adaylarına rehber görevi yapan kişi konumunda bulunmaktadır. Araştırmacı ikiyeşerli gruplar halinde bulunan öğretmen adaylarının çalışma yapraklarında bulunan ifadeleri eksiksiz bir şekilde doldurmalarını her dersin başında söylemiştir. Öğrenme sürecini yansıtan bu çalışma yaprakları öğrenenlerin ürünü olması yönüyle veri toplama sürecinde zengin veri toplama aracı olarak düşünülmüştür. Bu süreçte çalışma yaprakları öğretmen adayları tarafından tamamlandıktan sonra toplanarak veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırmacı süreç içerisinde gruplar arasında dolaşarak GeoGebra ekranındaki yapmış oldukları

ifadelerin nedenlerini sorgulamıştır. Herbir yönergede yapılanlara “*Neden bu şekilde yaptın? Bu ifadeleri yazılımda oluştururken aklında ne vardı ne düşünüyordun?*” gibi sorularla öğretmen adaylarının neler düşündüklerini ortaya koymaya çalışmıştır.

Araştırmacı her dersin sonunda öğretmen adaylarının yapmış oldukları çalışmalardan sonra karşılaştırmalı alan notları tutmuştur. Bogdan ve Biglen (2008) ve NCTM (2000) öğrenciler hakkında etkili kararlar verebilmek için sürecin sonunda bu alan notlarının tutulması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu alan notlarında ders sürecinde öğretmen adaylarının yaşadıkları sorunlar, yazılımda oluşturdukları ifadeler gibi süreçlerin hepsi yazılmıştır. Ayrıca ders sonrasında izlenen medya kayıtlarının alınan alan notlarını doğrulama bakımından önemli rolü olmuştur. Alandan tutulan bu notlar oluşturulurken bazen ders sonrasında ve farklı öğrenciler ile uzunca bir sohbet içerisinde informal olarak gerçekleştirilen mülakatların ve bazen ders aralarında gerçekleştirilen ayaküstü görüşmelerin sürece katkısı olmuştur. Sonuçta bu veri toplama araçlarının birbirlerini desteklemesi sağlanarak çeşitleme yapılmaya çalışılmıştır.

3. 3. 2. 1. Gözlem ve Karşılaştırmalı Alan Notları

Gözlem, herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı sistematik ve amaçlı bir şekilde inceleyerek ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu yöntem araştırmacının ilk elden veri toplamasına yardımcı olur (Çepni, 2009). Ortamına göre alan çalışması ve laboratuvar çalışması ya da katılımcı ve katılımcı olmayan gözlem çeşitleri olarak iki kısma ayrılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Katılımcı gözlemlerde araştırmacı gözlenen ortama aktif olarak katılmakta, başkalarının düşünce ve fikirlerini ortaya çıkarmaya çalışmaktadır. Sonuçta araştırmacı araştırmanın bir parçası gibi süreçte aktif olarak görev almakta onlarla beraber yaşama ve paylaşımında bulunarak araştırmasını yürütmektedir (Ekiz, 2003). Katılımcı olmayan gözlemlerde ise araştırmacı katılımcılar üzerinde bir etkisi olmadan sadece gözlemelemlerle yapmakla yetinmektedir. Bu çalışmada da çalışma süreci boyunca araştırmacı aktif olarak sürece katılmış sonuçta katılımcı gözlem tekniğini kullanmıştır. Derslerden elde edilen gözlemler ve bu gözlemlerden elde edilen yansımalar ile araştırmacı karşılaştırmalı alan notları tutarak bu notları bir veri kaynağı olarak veri analizine dâhil etmiştir.

3. 3. 2. 2. Mülakat

İlgili konu hakkında duygu, düşünce ve inançları ortaya koymak amacıyla yürütülen mülakatlar; bireylerin bir konu hakkında neyi niçin düşündüklerini belirleyebilmelerinin en uygun yollarından biridir (Çepni, 2009; Mason, 1997). Yapılan bu çalışmada çalışma

süreci boyunca araştırmacı aktif olarak sürece katılarak öğretmen adayları ile hem ders içerisinde hem de ders dışında mülakatlar yapmıştır. Oluşturulan ortamda öğretmen adaylarının geometrik yer kavramıyla ilgili öğrenmeleri derinleşirken neler düşündüklerini ortaya koymak amacı ile bu mülakatlar gerçekleştirilmiştir.

Bu süreçte araştırmacı, öğretmen adaylarının yazılımda oluşturmuş oldukları ifadelere “*Neden bu şekilde bir şey düşündün? Bunu düşünmendeki sebep nedir?*” gibi sorular yöneltmiştir. Bu şekilde çalışma yapraklarındaki soruları cevaplamaya çalışırlarken öğretmen adaylarının kendi düşünceleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Sonuçta araştırmacı, çalışma yapraklarını dolduran gruplar arasında dolaşarak her bir süreçte öğretmen adaylarına neler yaptıklarını, niçin bu şekilde bir yaklaşıma gereksinim duyduklarını, neden bu şekilde düşündüklerini ve yazılımda yaptıklarını da sorgulayarak hem mülakat için hem de alan notları için zengin bir veri kaynağı oluşturmaya çalışılmıştır.

Ders sürecinde ve ders sonrasında yapılan mülakatlar ile oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının bağlam oluşturmadaki rolü ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Ders sonunda yapılan mülakatlarda, öğretmen adaylarının bu sürecin sonunda kendilerinde ne gibi değişikliklerin meydana geldiği ortaya konulmaya çalışılmıştır. Derslerden elde edilen mülakatlardaki yansımalar bir veri kaynağı olarak veri analizine dâhil edilmiştir.

3. 4. Verilerin Analizi

Çalışmada elde edilen veriler nitel veri analiz yöntemleri ile analiz edilmiştir. Veri analizi sürecine öncelikle araştırmada toplanan verilerin kayıt altına alınması ile başlanmıştır. Öğretmen adaylarının bilgisayar ekranında çalışma yapraklarını doldururlarken yaşadıkları video kayıtları ile kayıt edilmiştir. Bu kayıtlar tekrar tekrar izlenerek süreç analiz edilmeye çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenci-öğrenci ve araştırmacı-öğrenci arasında geçen diyaloglar göz önüne alınmıştır. Öğrenci ürünleri olan çalışma yaprakları ise tamamı taranarak bir dosyada toplanmıştır. Alternatif ölçme ve değerlendirme araçlarıyla toplanan verilere yönelik yapılan analizler bu çalışma kapsamında incelenmediği için burada bunlara yönelik açıklama yer almamaktadır. Araştırmacının alan notları da video kayıtları tekrar tekrar incelenerek yazılanların, video kayıtları ile uygunluğu kontrol edilmiştir. Toplanan ve kayıt altına alınan bu veriler kendi başlarına ve birbirinden bağımsız olarak analiz edilmemiş sürekli karşılaştırma yoluyla araştırma problemine cevap oluşturacak biçimde analiz edilmiştir.

Bu süreçlerde toplanan veriler bir bağlamsal öğrenme öğretme yaklaşımı olan REACT (İlişkilendirme, Tecrübe Etme, Uygulama, İşbirliği ve Transfer) stratejisine göre analiz edilmiştir. Ulusal ve uluslararası bağlam temelli öğrenme ortamlarına ait literatür

incelendiğinde ya REACT stratejisine göre oluşturulan çalışma yaprakları ile ya da bağlama dayalı oluşturulan problemler ile öğrenme ortamlarının oluşturulduğu ve analizlerinde de nitel-nicel analiz yöntemlerinin kullanıldığı görülmektedir (Yu, Fan ve Lin, 2014; Kurnaz, 2013; Pierce, 2013; Demircioğlu, Dinç ve Çalık, 2013; Demircioğlu, Vural ve Demircioğlu, 2012; Köse ve Torun, 2011; Çatlıoğlu, 2010; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2010; Coştu, 2009; Ingram, 2003). Yapılan çalışmalara bakıldığında bu çalışma oluşturulan ortam ve toplanan verilerin analizi bakımından diğer araştırmalardan ayrılmaktadır.

Çalışmada oluşturulan ortamın bu stratejinin hangi bileşenlerinde işe yaradığı hangi bileşenlerinde etkisiz olduğu her bir bileşenin göstergelerine göre düşünülerek veriler analiz edilmiştir. Verilerin analizinde ise REACT stratejisinin göstergeleri Tablo 1'deki gibi belirlenerek verilerin analizinde kullanılmıştır. Öğrenci-öğrenci, öğrenci-araştırmacı aralarında geçen diyaloglar, alan notları, çalışma yaprakları ve ekran görüntüleri REACT ile ilgili belirlenen göstergeler sayesinde bir araya toplanmış ve bu bileşenler altında veriler analiz edilmiştir. Öncelikli olarak her haftadaki çalışma yapraklarında iki grup arasında ve araştırmacı ile öğretmen adayları arasında geçen diyaloglar tek tek yazıya dökülmüştür. Sonrasında bu yazıya dökülen ifadeler REACT stratejisinin her bir bileşeninin göstergelerine göre gruplandırılmış ve bu temaların belirtilen göstergelerine göre her bir haftadaki veriler ayrılmıştır. Her bir haftanın REACT bileşenlerine göre yapılan bu analizler birleştirilmiş ve 9 haftalık bir sürecin analizleri bir araya getirilerek bulgular oluşturulmuştur. Bu şekilde oluşturulan ortamın bağlam oluşturmadaki rolü ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bulguların sunumunda toplanan veriler REACT stratejisinin her bir bileşenine göre birbirini destekleyecek biçimde ve anlamlı bir bütün oluşturacak biçimde bir araya getirilmiştir.

REACT stratejisinin ilk bileşeni olan ilişkilendirme; öğrencinin ön bilgileri ve kazandığı tecrübeler ile bağlam kurmaya çalışmasıdır (Crawford, 2001; Parnell, 2001; Çatlıoğlu, 2010). Öğrencilerin öğrenme süreçlerinde yapılandırdıkları bilgilerin yine ders içerisinde bu kez farklı bir bağlamda yine karşılıklarına çıkması ders içi ilişkilendirme sürecini göstermektedir (Çatlıoğlu, 2010). Ayrıca öğrenme sürecinde öğrencilerin yapılandırılan matematik bilgilerinin bu öğrenme sürecinde olmayan farklı bir matematik konusuyla ilişki kurulmasını matematiğin konuları arasında ilişkilendirmeyi ifade etmektedir (Çatlıoğlu, 2010). Weinbaum ve Rogers (1995) de birbirinden soyutlanarak ayrı ayrı öğretilen konuların birbiriyle ilişkilendirilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Diğer taraftan Çatlıoğlu (2010) ve Coştu (2009) disiplinler arası ilişkilendirmeyi matematik dışında farklı bir disiplinle ilişki kurulma olarak tanımlamıştır. Bu süreçte oluşturulan ortamda; daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve

konu hakkında yorumlar yapılması, kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapılması, yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması, matematiğin dışında başka durumlar hakkında yorumlar yapılması, yazılımda gözlemlenen ifadelerden yola çıkarak günlük hayattan örnekler verilmesi ilişkilendirme sürecinin göstergeleri olarak alınmış ve verilerin analizinde kullanılmıştır. Öğrenme süreçlerinde her hafta çalışma yapraklarını GeoGebra yardımıyla dolduran öğretmen adayları arasında ve araştırmacı ile aralarında geçen diyaloglar bu tür göstergeler ile belirlenmiş ve bu göstergeler bulgular oluştururken kullanılmıştır. Örneğin öğretmen adaylarının verilen geometrik yerleri kâğıt kalem ortamında yaptıklarında emin olmadıklarını fakat ekranda gözlemlediklerinde bu emin olmadıkları bilgilerini yapılandırdıklarını ifade etmeleri bu duruma örnek olarak verilebilir. Yine çemberin genel denklemini daha önce öğrenmiş oldukları kavram olan geometrik yer tanımı ve iki nokta arası uzaklık kavramları ile belirlemeleri 3. haftanın ilişkilendirmeye ait bulgularında yer almıştır.

İkinci bileşen olan tecrübe etme ise; öğrencinin araştırarak, yaparak ve yaşayarak öğrenip bilgiyi keşfettiği basamaktır (Crawford, 2001; Ültay ve Çalık, 2011; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2012). Oluşturulan ortamda bu süreç ile ilgili bulgular oluşturulurken bilgisayar ekranında yaşamış oldukları tecrübeler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğretmen adaylarının daha önce farklı bir bağlamda yaşamış oldukları tecrübelerini yazılımda kullandıklarını ifade ettikleri zaman bir tecrübe süreci yaşadıkları ifade edilmiştir (Crawford, 2001). Oluşturulan ortamda veriler analiz edilirken çalışma yapraklarında verilen tablolardan hareketle yazılım kullanılarak çeşitli deneyimler yaşanması, tahmin süreci ve yapılan tahminlerin yazılımdaki gözlemleri ile karşılaştırılması gibi süreçler dikkate alınmıştır. Zaten öğrencilerin tahminlerde bulunması ve bu tahminlerini karşılaştırma ve doğruluklarını sınavarak gözlemesi tecrübe sürecinin göstergesi olarak ifade edilmektedir (Çatlıoğlu, 2010; Coştu, 2009). Örneğin oluşturulan ortamda öğretmen adaylarına sorulan “*herhangi bir elips üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?*” geometrik yerine öncelikli olarak tahminlerde bulunmaları ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları sonrasında da GeoGebra ekranında modelleyerek yaptıklarını karşılaştırarak açıklamaları bu süreç içerisinde ele alınmış ve tecrübe etme bileşenin bulgularında yer almıştır. Öğrenme süreçlerinde her hafta çalışma yapraklarını GeoGebra yardımıyla dolduran öğretmen adayları arasında geçen diyaloglar bu tür göstergeler ile belirlenmiş ve bu göstergeler her bir haftadaki tecrübe etme ile ilgili bulgular oluştururken kullanılmıştır.

Uygulama bileşeninde ise öğrenciler tecrübe etmiş oldukları bilgileri bilgisayar desteği ile ya da problemler üzerinde uygulama imkânı bulurlar (Crawford, 2001; Çatlıoğlu, 2010). Bu süreçte ise veriler analiz edilirken tecrübe edilen ifadelerden yola çıkarak matematiksel genelleştirme yapmaları, verilen problemlerin çözülmeye çalışması ve modellemeler dikkate alınmıştır. Yapılan çalışmalarda problem çözme etkinliklerinin, modelleme çalışmalarının, genelleştirme yapmaların öğrenilmiş ifadelerden yola çıkılarak yapıldığını göstermektedir (Coştu, 2009; Çatlıoğlu, 2010; Ültay ve Çalık, 2011). Örneğin öğretmen adaylarının GeoGebra ekranında oluşturdukları elipslerin genel denklemlerini cebir ekranından gözlemlenmeleri ve buradan yola çıkarak değişen elipslerin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmaları, yine verilen geometrik yer problemlerin yazılımda modellenmesi ve problemin çözülme süreci bu duruma örnek olarak verilebilir.

İşbirliği bileşeninde öğrenciler konunun işlendiği bağlam dâhilinde araştırma yaparak bunu sınıftaki diğer arkadaşlarıyla paylaşırlar (Crawford, 2001; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2012). Bu süreçte öğretmen adaylarının birbirleri ile yaşadıkları, yardımlaşmaları, fikir alışverişinde bulunmaları ve yazılımın dönütleri ile aralarındaki işbirliğinde ortaya çıkan ifadeler analiz edilmeye çalışılmıştır. Öğretmen adayları grup çalışması ortamında etkinlikleri tamamladıkları için işbirliği her süreçte gerçekleşmektedir. Fakat bu süreçte öğretmen adaylarının bilgisayar ekranındaki sıkıntılarına, bilgisayarın öğretmen adaylarına vermiş olduğu geri dönütlerde öğretmen adaylarının nasıl davrandıklarına bakılmıştır. İşbirliği aşamasında öğretmen adaylarının gruplar halinde çalışması ile yardımlaşmaları, fikir alışverişinde buldukları ve sonuçta kendilerinde bazı değişimlerin olduğu bilinmektedir (Çatlıoğlu, 2010; Ültay ve Çalık, 2011; Coştu, 2009). Örneğin öğretmen adaylarının yanlış yazdıkları denklemler için yazılımın “geçersiz girdi” dönütünü vermesiyle fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmaları ve bu şekilde yanlışlıkların düzeltilmeye çalışılması bu duruma örnek olarak verilebilir. Bu süreçte öğretmen adaylarının daha çok yazılımın dönütleri sonucunda oluşan bir işbirliğine bakılmış yine her hafta uygulanan çalışma yaprakları sayesinde öğretmen adayları arasında ve öğretmen adayları ile araştırmacı arasında geçen diyaloglar işbirliği bileşenine ait olan göstergelerle belirlenerek bulgular oluşturulmuştur.

REACT stratejisinin son bileşeni olan transferde ise öğrenciler öğrendiklerini konu dışındaki yeni bir durumun anlaşılmasında kullanabilirler (Crawford, 2001; Ültay ve Çalık, 2011). Daha önce öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma, ders içerisinde yeni kavramları yine ders içerisinde önceki yönergelerde öğrendikleri ile ifade etmeleri, yazılımda gözlemlenen ifadelerden yola çıkarak günlük hayattan örnekler verilmesi, öğrenilen bir kavramın veya yöntemin yeni bir

problemin çözümünde kullanılması transfer süreci ile ilgili verilerin analizinde kullanılmıştır. Transfer sürecinde öğrenciler sınıfta daha önceden karşılaşmamış oldukları durumlara öğrendikleri yeni bilgileri transfer eder (Ültay ve Çalık, 2011; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2012). Çatlıoğlu (2010) ve Coştu (2009) öğrencilerin daha önceden öğrenmiş oldukları bilgilerden yola çıkarak çalışma yaprağındaki verileri de kullanarak yeni bilgilere ulaşmaya çalışacaklarını belirtmişlerdir. Örneğin yazılımda ötelenen ve döndürülen konikleri öğrenen öğretmen adaylarının önce ötelenmiş sonra da döndürülmüş olan koniklerin genel denklemini ifade etmesi, geometrik yer tanımında elipsin genel denkleminin bulunmasında kullanılması bu duruma örnek olarak verilebilir.

Bu verilerin analizinde kullanılan aşağıdaki tablodaki REACT stratejisinin göstergeleri Çatlıoğlu (2010)'nun bu süreçlerle ilgili özetlediği göstergeler dikkate alınarak belirlenmiştir.

Tablo 1. Oluşturulan Öğrenme Ortamında Geometrik Yerle İlgili Verilerin Analizinde Kullanılan REACT Bileşenlerinin Göstergeleri

REACT	Kod	Göstergeler
R (İlişkilendirme)	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	R2	Kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapılması
	R3	Yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması
	R4	Matematiğin dışında başka durumlar hakkında yorumlar yapılması
	R5	Yazılımda gözlemlenen ifadelerden yola çıkarak günlük hayattan örnekler verilmesi
E (Tecrübe Etme)	E1	Başka bir ortamda yaşamış oldukları ya da kâğıt kalem ortamındaki tecrübelerini GeoGebra ekranında yaşamalarını belirtmeleri
	E2	Tahminleri ile modelleme sonucu oluşan geometrik yerlerin karşılaştırılması

Tablo 1'in devamı

REACT	Kod	Göstergeler
E (Tecrübe Etme)	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	E4	Çalışma yapraklarında verilen yönergeleri GeoGebra ortamında uygulayarak oluşan geometrik yeri gözleme fırsatı bulduklarını ifade etmeleri
	E5	Ekranında oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A (Uygulama)	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
	A2	Verilen ifadelerin kâğıt kalem ortamında veya yazılımda modellenenbilmesi
	A3	Verilen geometrik yerleri oluşturarak cebirsel ifadelerinin yazılması
C (İşbirliği)	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
T (Transfer Etme)	T1	Daha önce öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma
	T2	Ders içerisinde yeni kavramları yine ders içerisinde önceki yönergelerde öğrendikleri ile ifade etmeleri
	T3	Yazılımda gözlemlenen ifadelerden yola çıkarak günlük hayattan örnekler verilmesi
	T4	Öğrenilen bir kavramın veya yöntemin yeni bir problemin çözümünde kullanılması

4. BULGULAR

Bu başlık altında analitik geometri içerisinde ele alınan geometrik yer kavramının öğrenilmesinde GeoGebra dinamik matematik yazılımının bir araç olarak bağlam oluşturmadaki rolüne ait bulgular yer almaktadır. Bu amaçla ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülen bilgisayar destekli derslerde bu kavramın öğrenilmesi sürecinde bağlam oluşup oluşmadığı REACT'a göre incelenmiştir. Bu süreçte çalışma yapıları, öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımındaki ekran görüntüleri, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen arasında geçen diyaloglar ve araştırmacının alan notları hafta hafta yansıtılmaya çalışılmıştır. Ayrıca verilerin analizinde kullanılan göstergeler bulgular içerisinde REACT bileşenlerinin harfleri ile kodlanmıştır.

4. 1. Birinci hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Öteleme ve dönme dönüşümleri

Öğretmen adaylarının grup arkadaşı ile uygulamış olduğu ilk çalışma yaprağı öteleme ve dönme dönüşümlerine aittir. Bu etkinlikte verilen bir noktanın ötelenmesi, döndürülmesi, verilen herhangi bir doğru veya koniğin ötelenmesi veya döndürülmesi sonucu oluşan yeni durumların GeoGebra yazılımı yardımıyla gözlenerek yorumlanması ve böylece kavramsal öğrenmelerin sağlanması amaçlanmıştır. Birinci etkinliğe katılan gruplar ile yapılan görüşmelerde, öğretmen adaylarından bazıları noktanın ötelenme hareketini daha önce görmüş oldukları vektörün tanımını kullanarak ifade etmeye çalışmışlardır. Ö1 ve Ö2 öğretmen adaylarının daha önce öğrenmiş oldukları ön bilgilere bağlı olarak verdikleri ifadeler ve tamamladıkları çalışma yapraklarından kesitler aşağıda sunulmuştur.

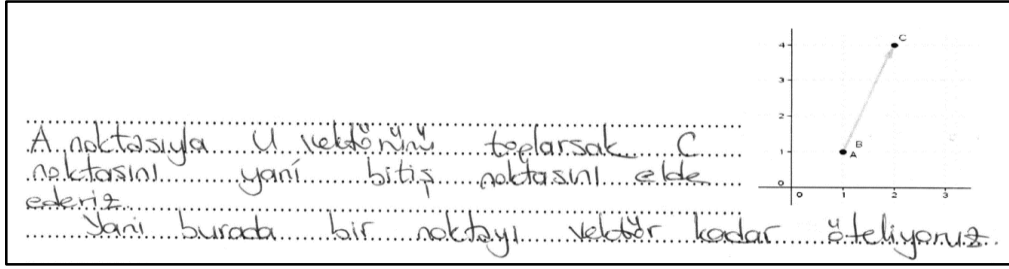
.....

A: *Şimdi ne yapıyorsunuz? Neden bu sonuca ulaştınız?*

Ö1: *Hocam burada A noktasını ve başlangıç noktası B, bitiş noktası C olan vektörü oluşturduk. Bu vektör kadar A noktası C ye gitmiş oldu istenilenlere göre. Sonuçta A noktasını C'ye kadar yürüttük gibi düşünebiliriz.*

Ö2: *Aslında vektör tanımı ile ilgili gibi yani bir noktayı bir vektör kadar hareket ettirdik. Vektör tanımı da bir noktanın hareketi idi onunla benzerlik kurabiliriz.*

Ö1: *Evet, vektör tanımında da biz bir noktadan yürüyerek başka bir noktaya gittiğimizde adım sayıları ile hareketimizi vektörlerle ifade etmiştik. Sonuçta bu durum aynı. Bu A noktasının hareketini ekranda gözlemliyoruz.*



Şekil 5. Ö1 ve Ö2'nin noktanın ötelenmesini göstermesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki ifadeler ve çalışma yaprağından kesitlerden görüldüğü gibi Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları öteleme fonksiyonunun bir vektör tanımı ile ifade edebileceğini söylemişlerdir. Bu süreçte ekran üzerinde alınan noktanın vektör ile ötelenmesinden yola çıkarak daha önceki bilgileri olan vektör tanımını hatırladıklarını vurgulamışlardır (R3). Bu nedenle Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları noktanın ötelenmesini daha önce öğrenmiş olduğu kavram olan vektör tanımı ile ifade ederek kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapmışlardır (R2; R3). Yine bu süreçte Ö1 ve Ö2'nin daha önce öğrenmiş oldukları vektör tanımını ilk olarak yürüyerek adım sayısı ile tanımlamaya çalıştıkları ve ekranda gözlemledikleri için düşündüklerinin daha net olduğunu ifade etmeleri, daha önceki yapılandırdıkları bilgilerin farklı bir bağlamda karşılıklarına çıktığını ve buna göre yorumlar yapabildiklerini göstermektedir (R1). Sonuçta bu şekilde vektör tanımını daha da iyi anlamlandırdığı görülmüştür. Ders içerisinde gerçekleşen ilişkilendirmenin bir göstergesi olan bu durum GeoGebra yazılımı sayesinde ortaya çıktığından yazılımın bu sürece katkı sağladığı görülmektedir. Diğer taraftan bu süreç içerisinde Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları daha önce öğrenmiş oldukları kavram olan vektör tanımını noktanın ötelenmesinde kullanarak çalışma yapraklarına yazmış oldukları gibi transfer sürecini de yaşamışlardır (T1). Vektörlerin ötelenmesini daha önce öğrenmiş oldukları bir kavram olan vektör tanımı ile açıklamaya çalışmaları daha önceki yapılandırdıkları bilgileri farklı bir bağlamda kullandıklarını da göstermektedir. Bu durum ise bir bağlamsal öğrenme ve öğretme stratejisi olan REACT'ın transfer etme bileşeninin göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Sonuçta daha önceki öğrenilen bir kavram olan vektör tanımı vektörlerin ötelenmesinde yani farklı bir matematik konusunda başka bir şekilde öğretmen adaylarının karşılıklarına çıkmıştır.

Araştırmacı, sürece ait alan notlarında bu durumu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Aslında ilk yönergedeki ifade biraz kolaydı fakat yine de iyi ki vermişim diyorum. Çünkü burada Ö1 ve Ö2 öğretmen adaylarının vektör tanımı ile bir

ilişkilendirme yaptıklarını gözlemlemiştım. Ö1 ve Ö2 yazılımın grafik ekranı üzerinde herhangi bir A noktası almışlardı. Sonrasında da başlangıç noktası A olan bir vektör oluşturmuşlardı. Oluşan vektörün bitiş noktası olan C noktasını A noktasının bir vektör kadar ötelenmesi olarak ifade etmişlerdi. İlk başta doğrudan sonucu söyleyeceklerini beklerken vektörün tanımı gibi diyen Ö2 ve Ö1'in A noktasını C ye kadar yürüttük açıklaması vektör tanımı ile ilişkilendirme yaptıklarını göstermektedir. Ben ilk başta vektörün koordinatları ile A noktasının koordinatlarını düşünerek sonuçta oluşan C noktası hakkında yorumlar yapacaklarını bekliyordum. Fakat öğretmen adaylarının bu şekilde vektör tanımını hatırlayabilmeleri daha önceki konular ile ilişkilendirmeler yapabilmeleri güzel bir örnekti. Yine bu süreçte daha önceleri vektör tanımını bir noktadan yürüyerek adım sayıları ile ifade edebildiklerini fakat yazılım ile farklı bir şekilde ifade ettiklerini gözlemledim. Bu şekilde yapılandırdıkları bilgileri GeoGebra bağlamında gözlemlmeleri ve bunu ifade etmeleri ilişkilendirme yaptıklarını göstermekte idi. Sınıf içerisinde gruplar arasında dolaşırken öğretmen adaylarından birkaç grupta da bu şekilde vektör tanımı ile ilişkilendirmeler yaptıklarını gözlemledim. Belki de kolay bir yönerge olduğundan bu şekilde bir durum ortaya çıkmıştı (AN1;Ç1;G1).

Araştırmacı alan notunda; çalışma yaprağındaki ilk yönergenin kolay olduğunu fakat bu etkinlik sürecinde Ö1 ve Ö2 öğretmen adaylarının daha önceki bilgilerini kullandıklarını ve bu bilgileri ile konu hakkında ilişkilendirmeler yaptıklarını yukarıdaki gibi ifade etmiştir (R2;R3). Ayrıca araştırmacı, öğretmen adaylarının ekrandaki gözlemledikleri ile noktanın ötelenmesi hakkında daha önceki bilgilerini farklı bir bağlam sayesinde yapılandırdıklarını belirtmiştir (R1). Bu süreçte Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları da ekranda farklı vektörler olarak noktanın koordinatlarını cebir ekranından kontrol etmişlerdir. Ekranda bir A noktası almışlar ve sonrasında herhangi bir vektörün başlangıç noktasını A noktasına birleştirdiklerinde bitiş noktasını kontrol etmişlerdir. Bu süreçte vektörleri değiştiren Ö3 ve Ö4 öğretmen adaylarının oluşturmuş olduğu grubun diyalogları aşağıdaki gibidir:

Ö3: Bu A noktası dursun bence. Vektörü değiştirelim.

Ö4: Tamam vektörü farklı farklı alıyoruz. Örneğin vektörün bitiş noktasını (5,6) yaptım.

A: Neden vektörü değiştiriyorsun burada. Yani aklınızda ne var niye değiştirme gereği duyuyorsunuz? Vektörü değiştirmeden sonuca ulaşamaz mısınız?

Ö3: Aslında kafamızda bir düşünce var ama vektörü değiştirdikçe düşünmüş olduğumuz A noktasının koordinatları ile vektörün koordinatları toplamı son oluşan noktayı her zaman veriyor mu diye kontrol ediyoruz. Genelleştirme

yapmamız için birkaç kere denememiz daha iyi olacak. Bakın hocam şimdi yine oldu yani vektörü değiştirsek bile sonuç da bu toplam olmakta. Birkaç tane daha alalım istersen arkadaşım.

Ö4: (3,7) yapalım evet bak burada da aynı.

Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları yukarıdaki ifadelerde de görüldüğü gibi GeoGebra yazılımıyla oluşturmuş oldukları vektörün bitiş noktasını değiştirmişler ve sonuçta oluşan noktaları ifade ederek tecrübe süreci yaşamışlardır (E5). Bu tecrübelerinde ise yazılımı başarılı bir şekilde kullanarak istenilenleri ekranda oluşturabilmişler ve sonuçları yorumlayabilmişlerdir. Yine bu süreçte Ö3 ekranda istenilenleri kendisinin oluşturacağını, Ö4 ise oluşan durumları çalışma yaprağına kendisinin yazacağını ifade ederek istenilenleri yapmadan kendi aralarında neler yapacaklarını fikir alışverişinde bulunarak aşağıda görüldüğü gibi birbirlerine söylemişlerdir. Sonrasında ise ekranda herhangi bir nokta ve bir vektör olarak noktayı vektöre göre öteleyebilmişlerdir. Bu süreçte yazılımdaki geri dönüt ile oluşan noktayı vektörün koordinatlarına göre belirleyebilmişlerdir.

Ö3: Ben yazılımda istenilenleri oluşturmaya çalışırken birlikte yorumlayalım ve çalışma yapraklarına yazar mısınız?

Ö4: Tamam, grafik ekranında bir A noktası alsana.

Ö3: Tamam, (2,3) noktasını aldım. Birde vektör olarak bir noktayı bir vektör kadar öteleyelim. Vektörümüz de cebir ekranında görüldüğü gibi (1,4).

Ö4: Evet, şimdi oluşan vektörün bitiş noktası (3,7) oldu. Buradaki noktaları değiştirelim bakalım.

Ö3: Değiştirdiğimizde oluşan noktayı şu şekilde yazsak.

Ö4: Nasıl?

Ö3: Yani verilen nokta ile vektörün koordinatları toplamı bize sonucu vermez mi?

Ö4: Evet. Buradan sonucumuz çıkar.

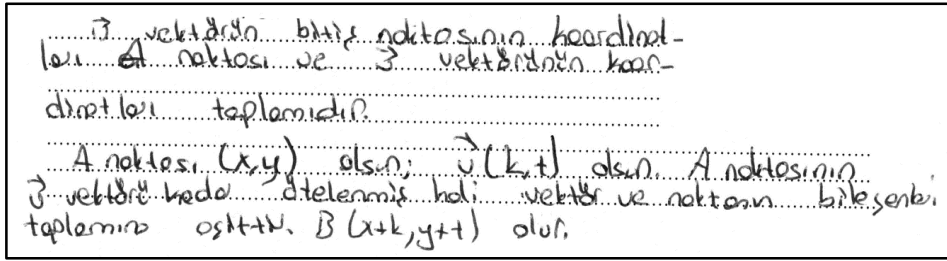
Yukarıdaki ifadelerden görüldüğü gibi Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları istenilenleri ekranda oluşturmadan önce bir işbölümü yapmışlardır (C1). Sonrasında ise birbirleri ile iletişime geçen öğretmen adayları yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak bir işbirliğine girmişlerdir (C2). Bu süreçte yazılım öğretmen adaylarının fikir alışverişinde bulunmalarını sağlayarak işbirliği sürecini kolaylaştırmıştır. Sonuçta yazılımın grafik ekranı üzerinde herhangi bir nokta ve bir vektör olarak bir noktayı vektör kadar öteleyebilmişlerdir. Ayrıca yazılım ile aralarında etkileşime giren öğretmen adayları arasında bir uyumun olduğu yukarıdaki ifadelerinde de görülmektedir.

GeoGebra ekranında vektörleri değiştirerek bir tecrübe süreci yaşayan öğretmen adayları ardından verilen noktanın bir vektör kadar ötelenmesini aşağıdaki gibi matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları arasındaki diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö1: A noktasının koordinatları ile u vektörünün koordinatları toplamı oluşan noktanın koordinatlarına eşit baksana.

Ö2: Evet son nokta, ilk nokta ile vektörün koordinatları toplamına eşit. Noktaları değiştirdikçe dediklerimiz değişmiyor.

Ö1: A noktası (x,y) ve u vektörünün koordinatları (k,t) iken, yeni oluşan nokta B ise $(x+k, y+t)$ olur.



Şekil 6. Ö1 ve Ö2'nin noktanın ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları ekranda çeşitli vektörler olarak noktanın ötelenmesi ile ilgili tecrübelerinin ardından genel bir A noktası ve bir vektör tarif ederek matematiksel olarak süreci genelleştirmişlerdir (A1). A noktasını herhangi bir (x,y) koordinatı ve vektörün koordinatlarını (k,t) alan öğretmen adayları yeni oluşan noktayı bu değerlere göre $B(x+k,y+t)$ olarak belirlemişlerdir. Bu süreç ise bağlamsal öğrenme öğretme stratejisinin uygulama bileşeninin bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Diğer taraftan eksenleri bir vektör kadar öteleyen öğretmen adayları; yazılımın grafik ekranı üzerinde çeşitli vektörler olarak yeni oluşan orijin noktasını kontrol etmişlerdir. Bu süreçte aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları gözlemlemiş oldukları ifadeleri çalışma yapraklarına yazmışlardır. Bu sürece ait olan Ö1 ve Ö2 arasındaki diyalog, ekran görüntüsü ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö1: A noktası alıyorum. $(0.84, 1.72)$ Birde B noktası $(4.2, 4.92)$

Ö2: Evet, bu noktalardan geçen bir vektör alalım.

Ö1: Bu vektör de $u=(3.36, 3.2)$ çıktı.

A: Evet, ne yapıyorsunuz arkadaşlar.

Ö2: Hocam vektörü oluşturduk herhangi bir vektör de şimdi eksenleri bir öteleyeceğiz.

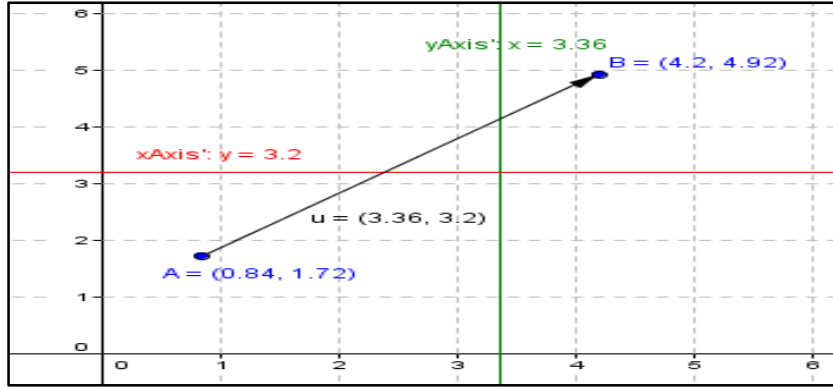
A: Devam edelim o zaman.

Ö1: Eksenleri öteleme nerde idi.

Ö2: Bak şuraya gelsene orada nesneyi vektör kadar ötele yazıyor.

Ö1: Tamam, şimdi önce x eksenini evet bak x ekseninin yeri değişti 3.36 noktasına gitti.

Ö2: Evet, bir de y eksenine o da 3.2 kadar gitti. Sonuçta u vektörünün bileşenleri kadar gitti. Vektörün bileşenlerini değiştirelim biraz daha ekranda.



Şekil 7. Ö1 ve Ö2'nin eksenleri, $u=(3.36, 3.2)$ vektörü kadar ötelemesine ait ekranda oluşturmuş oldukları şekil.



Şekil 8. Ö1 ve Ö2'nin ötelenen eksenleri tecrübe etmelerine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Yine yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi öğretmen adayları ekranda çeşitli vektörler alarak eksenleri öteleyebilmişlerdir. Yazılımdaki öteleme ikonunu kullanarak vektöre göre eksenleri ötelemeye çalışan öğretmen adayları yeni oluşan eksenleri ekrandan rahatlıkla gözlemleyebilmiş ve vektörü değiştirerek bu eksenlerin nasıl değiştiğini kendilerine göre anlamlandırmışlardır (E5). Yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarına bir tecrübe süreci yaşattığı, öğretmen adaylarının vektörü değiştirdikçe eksenlerin nasıl değiştiğini kontrol etmelerinden anlaşılmaktadır.

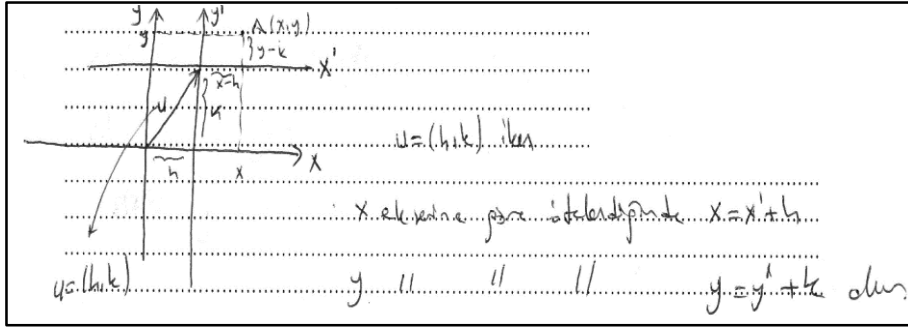
Eksenleri bir vektör kadar öteleyen Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları ise; yazılımda grafik ekranı üzerinde çeşitli vektörler olarak yeni oluşan orijin noktasını yazılımdan kontrol etmişlerdir. Sonuçta öğretmen adayları gözlemledikleri ifadeleri kullanarak eksenlerin bir vektör kadar ötelenmesi ile oluşan yeni eksenleri aşağıdaki gibi matematiksel olarak genelleştirmişlerdir. Bu süreçte Ö3 ve Ö4'ün aralarında geçen diyalog ise aşağıdaki gibidir:

Ö3: Vektörün koordinatlarını değiştirelim mi?

Ö4: (5,4) yaptım. Orijinde aynı oldu. O zaman orijin noktası (0,0) olan eksenleri herhangi bir vektör kadar öteleysek vektörün koordinatları yeni eksenin orijin noktası oluyor.

Ö3: O zaman bu ifadelere göre u vektörünün koordinatları (h,k) olsun. A noktasını (x,y) dersek Yeni oluşan eksenle x' ile h topladığında x noktasını verecektir.

Ö4: Evet y de y' ile k topladığımızda olacaktır.



Şekil 9. Ö3 ve Ö4'ün eksenlerin ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki ifadeler ve çalışma yaprağına yazılanlar incelendiğinde tecrübe süreci yaşayan Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları, herhangi bir vektör olarak eksenlerin vektör kadar ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir (A1). Sonuçta öğretmen adaylarının, ekrandaki tecrübelerinden faydalanarak ders içerisinde genellemelerde bulunmaları bir uygulama bileşeninin göstergesidir. Aynı zamanda Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları ekranda yaptıklarını yorumlamaya çalıştıkları ve bu süreç içerisinde de birbirlerinin söylediklerini dinledikleri görülmüştür.

Ö1: Yeni oluşan eksenler $x=3.36$ ve $y=3.2$ sence x' ve y' eksenlerini bunlara göre nasıl ifade edebiliriz.

Ö2: Bence $x' = x + 3.36$ diğeri de $y' = y + 3.2$ olmalı baksana buraya

Ö1: Ama orada oluşan x' ve y' eksenleri değil mi sanki orada senin dediklerinin tam tersi olmayacak mı? Yani x ve y eşittir olacak bence?

Ö2: Nasıl? Ama dur. Buradaki A noktasını alsak. Senin dediğin doğru burada.

Görüldüğü gibi Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları, birbirleri ile devamlı iletişim halinde olarak yazılımdaki olan ifadeleri yorumlarken birbirlerinin fikirlerini dinledikleri görülmüştür. Birbirleri ile yardımlaşarak fikir alışverişinde bulunan öğretmen adayları yanlışlıklarını veya doğru gördüklerini birbirlerine anlatabilmişlerdir (C1). Sürekli olarak birbirleri ile işbirliği içerisinde olan öğretmen adaylarının grup içerisindeki uyumun da istenilenleri oluştururken etkili olduğu görülmüştür. Sonrasında bir noktanın dönme dönüşümünü kavramaları için çalışma yaprağında verilen bir diğer yönergede öğretmen adayları tabloda boş bırakılan yerleri grup arkadaşı ile birlikte doldurmuşlardır. Bu süreçte öncelikle öğretmen adayları, noktaları değiştirerek verilen açıya göre yazılımın “nesneyi nokta etrafında açı ile döndür” ikonunu kullanmışlar ve sonrasında yine yazılımın giriş ekranına verilen denklemi yazarak oluşan noktaların aynı olduğunu kontrol etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte Ö3 ve Ö4 grubundaki öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

A: Şimdi ne yapıyorsunuz?

Ö3: Hocam kendimize bir nokta aldık işte (4,2) noktasını aldık bu noktayı tablodaki verilen bu açılara göre döndürüyoruz. Noktayı orijin etrafında açı ile döndür ikonunu kullanıyoruz şimdilik önce hepsini bir denedik yani tablodaki oluşan noktaları yazdık işte 20 derece döndüğünde oluşan nokta (3.07, 3.25) gibi..

Ö4: Şimdi de verilen formülü bir giriş ekranına yazalım

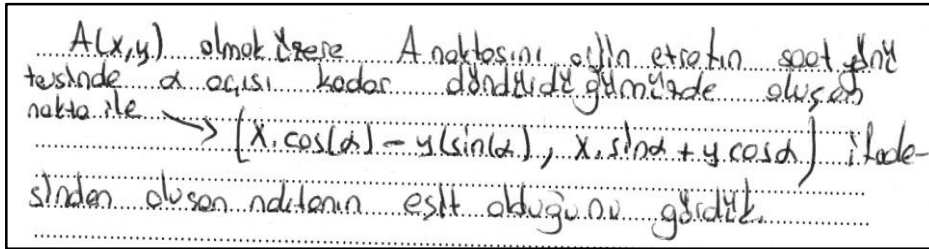
Ö3: Tamam yazıyorum. Şimdi derecesi 20 derece olduğunda yine (3.07, 3.25) noktası geldi cebir ekranına baksana.

Ö4: Evet diğerlerine de bakalım istersen. Evet, bak ikincisi de diğerleri de aynı.

A(x,y) noktası	Q açısı	Oluşan Nokta	$(x \cos(Q) - y \sin(Q), x \sin(Q) + y \cos(Q))$
(4,2)	20°	(3.07, 3.25)	(3.07, 3.25)
(4,2)	30°	(2.46, 3.73)	(2.46, 3.73)
(4,2)	45°	(1.41, 4.24)	(1.41, 4.24)
(4,2)	60°	(0.27, 4.46)	(0.27, 4.46)
(4,2)	90°	(-2, 4)	(-2, 4)

Şekil 10. Ö3 ve Ö4'ün bir noktanın orijin etrafında farklı açılarla döndürülmesine ait olan çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları ekranda almış oldukları herhangi bir noktayı verilen açı ile orijin etrafında döndürmüşler sonrasında da giriş ekranında oluşturulan denklemi de kullanarak tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır. Bu şekilde GeoGebra yazılımında tecrübe süreci yaşayan öğretmen adayları oluşan noktaların aynı olduğunu ifade etmişlerdir (E5). Bağlamsal öğrenme öğretme stratejisinin bir bileşeni olan tecrübe etme sürecinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkan bu durumda öğretmen adaylarının çoğunluğu istenilenleri yazılımda oluşturarak tecrübe etme imkânı bulabilmişlerdir. Bir noktanın orijin etrafında belli bir açı ile döndürülmesi ile oluşan noktayı hem ekranda hem de verilen denklem ile yine yazılımı kullanarak gözlemleyen Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları ise bu iki ifadenin birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 11. Ö1 ve Ö2'nin bir noktanın orijin etrafında dönmesi ile oluşan yeni noktayı genelleştirmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki çalışma yaprağında görüldüğü gibi bir noktanın yazılımın “nesneyi nokta etrafında açı ile döndür” ikonunu kullanarak oluşan nokta ile verilen denklem sonucunda oluşan noktanın sonuçlarını tecrübe eden öğretmen adayları bu noktaların her seferinde birbirine eşit olduğunu ifade etmişlerdir (E5). Buradan da bir noktanın orijin etrafında döndürülmesini matematiksel olarak genelleştirerek uygulama sürecini yaşamışlardır (A1).

Araştırmacı da bu süreçteki durumu aşağıdaki gibi özetlemeye çalışmıştır.

Öğretmen adaylarının ekranda yaşamış oldukları tecrübelerini kullanarak istenilenleri matematiksel olarak genelleştirmeye çalıştıkları görülüyordu. Bu süreçte ilk olarak Ö1 ve Ö2 öğretmen adaylarının herhangi bir nokta aldıkları ve bu noktayı herhangi bir vektör ile ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirdiklerini gözlemledim. Eksenleri bir vektör kadar öteleyen Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları ise yeni oluşan eksenleri ilk eksenlere göre ifade edebilmişlerdi. Öteleme dönüşümlerini ekranda yaşadıkları ile uygulayan öğretmen adayları yine dönme dönüşümlerini yazılımı kullanarak doldurmuş

oldukları tablodaki verileri genelleştirerek ifade etmeye çalışmışlardı. Bazı öğretmen adaylarının eksenleri ötelenirken x ve x' değerlerini karıştırdıklarını bu şekilde matematiksel olarak genelleştirdiklerinde yanlış yazdıklarını da gözlemledim. Neden bu şekilde ifade ettiklerini sorduğumda ise tekrar yaptıklarına bakarak yaptıkları hatanın farkına varabilmişlerdi (AN1; Ç1; G1 ve G2).

Öğretmen adayları istenilenleri yapmaya çalışarak tecrübe etmelerinden sonra çalışma yapraklarından da görüldüğü gibi matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Bu süreçte bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirilmesinde problem yaşamayan öğretmen adaylarından bazıları buna rağmen yukarıda bahsedildiği gibi eksenlerin ötelenmesi ile ilgili ifadeleri, matematiksel olarak genelleştirirlerken yanlış düşünebilmişlerdir (A1). Yine bu süreçte Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları verilen etkinlikte yazılımı kullanarak tablodaki verilen denklemleri; orijin etrafında yine verilen açılara göre döndürmüşlerdir. Ayrıca verilen $x' = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)$ ve $y' = -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha)$ dönme dönüşümlerini yazılımın giriş ekranına giren Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları tablodaki verilen açılarını kullanarak oluşan denklemi yazılımda gözlemleyebilmişlerdir (E5). Ö1 ve Ö2 dönme dönüşümlerini yazılımın giriş ekranına girerken trigonometrik ifadelerin yazımını ve açı değerlerinin yazımını yanlış yazdıkları görülmüştür. Yanlış yazılan bu ifadeler sonucunda yazılımdan geçersiz girdi geri dönütünü alan öğretmen adayları yapmış oldukları eksiklikleri düzelterek istenilen sonuca ulaşmışlardır. Bu şekilde verilen denklemleri yazılımda oluşturan Ö1 ve Ö2 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları denklemler aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

Ö1: Yazılımın giriş ekranına denklemleri yazdık ama geçersiz girdi diyor burada trigonometrik ifadelerde mi yanlış yazdık anlamadım?

Ö2: Sinüs değerini direk yazmışız baksana orda yazıldığı gibi yazsana yani sin yazsana.

Ö1: Evet, haklısın tamam değiştirdim sin (30) yazılı burada ama yine aynı oldu.

Ö2: Parantez içine bakalım evet burada sanki derece işaretini de koyuyorduk o olmasın problem.

Ö1: Deneyelim dereceleri koyayım hemen evet şimdi oldu bak. Aynı doğruyu bulduk üzerinde oluştu yani.

Verilen Denklem	Açı	Dönme Sonucu Oluşan Denklem	Uygulanan Dönüşüm Sonucu Oluşan Denklem
$y=x$	30°	$y=3,73x$	$-1,37x+0,37y=0$
$x-y=2$	45°	$x=1,41$	$x=1,41$
$2x+3y+12=0$	60°	$-1,6x+2,2y=-12$	$-1,6x+2,2y=-12$
$x^2+2y^2=1$	45°	$1,5x^2-x^2+1,5y^2=1$	$1,5x^2-x^2+1,5y^2=1$

Şekil 12. Ö1 ve Ö2'nin verilen denklemlerin dönme dönüşümlerini ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki çalışma yaprağında da görüldüğü gibi öğretmen adayları verilen denklemleri yazılımın “nesneyi nokta etrafında açıyla döndür” ikonunu kullanarak döndürmüşler ve bu oluşan denklemleri tablodaki boş bırakılan yerlere yazmışlardır. Görüldüğü gibi tamamen ekranda yaşamış oldukları tecrübeleri ile tablodaki boş bırakılan yerleri dolduran Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları istenilenleri yapmaya çalışmışlardır (E5). Bu süreç içerisinde bazı öğretmen adayları ise verilen denklemleri giriş ekranına girerken açının yazımı, trigonometrik ifadelerin yazımı gibi bazı sıkıntılar yaşadığı da görülmüştür.

Araştırmacı ise aşağıdaki alan notunda; öğretmen adaylarının bazılarının yazılımın giriş ekranına yazacakları komutları yazarlarken sıkıntı çektiklerini vurgulamıştır. Bu sıkıntıları ise birbirleri ile iletişime geçerek fikir alışverişinde bulunarak, yardımlaşarak sonuçta yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak bir işbirliği içerisinde istenilenleri yapmaya çalıştıklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Bu süreçte öğretmen adayları öncelikli olarak birbirleri ile iletişime geçerek istenilenleri anlamaya çalışmışlar ve sonrasında yardımlaşarak bilgisayar ekranında oluşturmuşlardı. Öğretmen adaylarının bazılarının dönme dönüşümlerini yazılımın giriş ekranına yazarken sıkıntı çektiklerini gözlemlerim. Giriş ekranında bazı komutların yazımında zorluklar yaşamakta idiler. Bu zorlukları ise yazılımın geri dönüt vermesi ile öğretmen adaylarının fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmalarını ve sonuçta bu yanlışlıklarını düzelttiklerini gözlemliyordum (AN1;Ç1;G1).

Görüldüğü gibi dönme dönüşümlerini giriş ekranına yazmaya çalışan Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları bu süreçte verilen denklemleri giriş ekranına yazarlarken bazı sıkıntılar yaşamışlardır. Giriş ekranına verilen denklemi yazan Ö1 yazılımdan geçersiz girdi geri dönütünü almıştır. Ö2 den yardım isteyen Ö1 nerede yanlış yaptığını Ö2'ye sormuştur.

Öncelikli olarak sinüs ifadesinin yanlış yazıldığını söyleyen Ö2 yine sıkıntının devam ettiğini gözlemleyince açı derecesinin de girilmediği Ö1'e söylemiştir. Sonrasında bu ifadeyi giriş ekranına yazan Ö1 sonuçta denklemin oluştuğunu gözlemleyebilmiştir. Bu süreç içerisinde yazılımın geri dönüt vermesi ile birbirleri ile fikir alışverişinde bulunan sonrasında yardımlaşan öğretmen adayları yazılım üzerinde yazdıklarını kontrol edebilmişlerdir. Sonrasında yine aynı şekilde sorunlar yaşayan öğretmen adayları açı derecelerini yanlış girdiklerini gözlemleyebilmişlerdir. GeoGebra yazılımı her geri dönütte bazı yorumlar yaparak yanlışlıklarını düzelteren Ö1 ve Ö2 öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçerek fikir alışverişinde bulunmalarına sonrasında da yardımlaşmalarına sebep olarak işbirliği sürecini kolaylaştırmıştır (C1;C2).

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre birinci haftada gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 2'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo 2. Oluşturulan Ortamda Birinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	R2	Kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapılması
	R3	Yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması
E Tecrübe Etme	E5	Ekranda oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
C İşbirliği	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması

Tablo 2'nin devamı

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
T Transfer Etme	T1	Daha önce öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma

Özetle, oluşturulan öğrenme ortamında yürütülen birinci etkinlik ilişkilendirme basamağına göre incelendiğinde; öğretmen adaylarının öteleme ve dönme dönüşümlerini hem noktayı hem de verilen doğru veya eğrileri kullanarak ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu süreç içerisinde birbirleri ile sürekli olarak iletişim içerisinde olan öğretmen adayları yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde verilenleri oluşturabilmişlerdir. Yazılım üzerinde alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini daha önceki öğrenmiş oldukları vektör tanımı ile ilişkilendirerek ifade ettikleri görülmüştür. Bu şekilde matematiğin konuları arasında bir ilişkilendirme süreci yaşayan öğretmen adayları, noktanın ötelenmesinde, ekrandaki gözlemleri ile daha önceki yaptıklarını farklı bir bağlamda gözlemleyerek istenilenleri oluşturmuşlardır. Sonuç olarak bu etkinlikte ekranda oluşturulan ifadelerden yola çıkarak daha önceki bilgilerini yapılandırma imkânı bulan öğretmen adaylarının ilişkilendirmeler yaptığı görülmüştür. Bu süreçte oluşturulan ortam ile öğretmen adayları, yukarıda da ifade edildiği gibi oluşturulan ortam sayesinde az da olsa ilişkilendirmeler yapabilmişlerdir. GeoGebra yazılımı bu süreçte öğretmen adaylarının ön bilgileri ile ilişkilendirmeler yapmasına ve bu ön bilgilerini verilen ifade ile yapılandırmasına yardımcı olarak sürece katkı sağlamıştır. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının ilişkilendirme sürecine sadece çalışma yaprağının birinci yönergelerinde katkı sağladığı diğer yönergeler olan eksenlerin ötelenmesi ve dönme fonksiyonlarında ise bu sürece katkısının olmadığı görülmüştür.

Tecrübe etme bileşenine göre ise; öteleme ve dönme dönüşümlerini hem noktayı hem de verilen doğru veya eğrileri kullanarak ifade etmeye çalışmışlardır. Oluşturulan ortamın öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine, ekran üzerinde alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini vektörün bitiş noktasını ekranda değiştirerek ifade edilmesi, eksenlerin bir vektör kadar ötelenmesi ile oluşan yeni eksenlerin vektörün koordinatlarına göre yorumlanması, hem noktayı hem de verilen doğru veya eğrilerin dönme dönüşümlerinin ifade edilmesi gibi süreçlerinde yardımcı olduğu görülmektedir. Sonuç olarak oluşturulan ortamda ekranda noktaları değiştirerek öteleme ve dönme

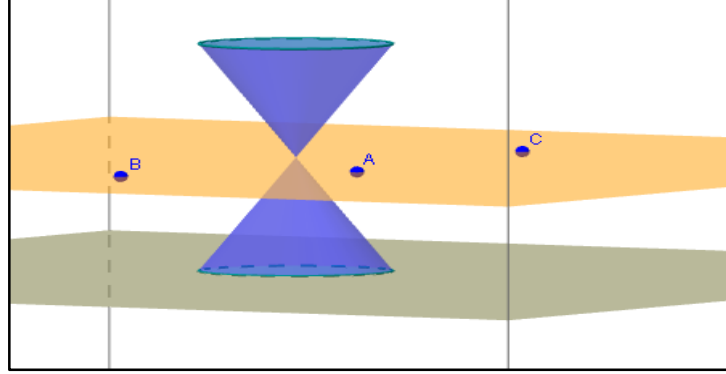
dönüşümleri hakkında çeşitli yorumlar yapabilmişlerdir. Sonuç olarak bu etkinlik sürecinde öğretmen adayları istenilenleri yazılımda oluşturarak çalışma yaprağına yazmışlar ve tecrübe sürecini bizzat kendileri yaşamışlardır.

Öğretmen adayları ile yapılan bu etkinlik REACT'ın uygulama basamağına göre incelendiğinde de genel itibari ile başarılı oldukları fakat bazı öğretmen adaylarının matematiksel genelleştirmelerinde bazı sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Sonuç olarak yukarıdaki bulgular ışığında bu etkinlikte GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının uygulama süreçlerine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Bütün bu süreçlerdeki bulgularda görüldüğü gibi öğretmen adayları ekranda istenilenleri oluşturmadan önce bir işbölümü yapmışlar ve sonrasında buna göre istenilenleri yazılım ile oluşturmaya çalışmışlardır. Öğretmen adaylarının ekranda eksenlerin ötelenmesi ile ilgili olarak yaşadıklarını birbirleri ile iletişime geçerek yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür. Yine bu süreç içerisinde dönme dönüşümlerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları trigonometrik ifadelerin ve açı derecelerinin yazımında bazı sorunlar ile karşılaşmışlardır. Bu sıkıntıları ise yazılımın geri dönüşü sayesinde aşabildikleri görülmüştür. Sonuç olarak öteleme ve dönme dönüşümlerini hem noktayı hem de verilen doğru veya eğrileri birbirleri ile sürekli olarak iletişim içerisinde ve yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içinde istenilenleri oluşturmaya çalışmışlardır. Ayrıca devamlı olarak yazılımın dönütleri ile birlikte birbirleri ile fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşan öğretmen adaylarının sonuçlarını kendilerine göre anlamlandırmaya çalıştıkları görülmüştür. Diğer taraftan yazılım ile aralarında etkileşim içerisinde grup içerisindeki uyum olduğu öğretmen adaylarının ifadelerinden görülmektedir. Yine transfer etme bileşenine göre; öğretmen adaylarının vektörlerin ötelenmesini daha önce öğrenmiş oldukları bir kavram olan vektör tanımı ile açıklamaya çalışmaları daha önceki yapılandıkları bilgileri farklı bir bağlamda kullandıklarını da göstermektedir. Bir bağlamsal öğrenme ve öğretme stratejisi olan REACT'ın transfer etme basamağın göstergesi olan bu durumda daha önceki öğrenilen bir kavram olan vektör tanımı vektörlerin ötelenmesinde yani farklı bir matematik konusunda kullanılmış bu şekilde vektör tanımını noktanın ötelenmesine transfer etmeye çalışmışlardır.

4. 2. İkinci hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Geometrik yerler ve tanımları

İkinci çalışma yaprağında ise öğretmen adaylarının tepe noktaları çakışık iki koni ile bir düzlemin arakesitlerini noktaları değiştirerek gözlemlenmeleri ve geometrik yer tanımlarını yapabilmeleri için yönergeler bulunmaktadır. Verilen etkinliğin ilk yönergelerinde öğretmen adayları kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açmışlar ve koniler ile düzlemin

arakesitini belirleyerek şekildeki düzlem üzerindeki noktaları değiştirmişlerdir. Ö7 ve Ö8 öğretmen adaylarına hazır olarak verilen dosyadaki şekil, aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 13. Öğretmen adaylarına hazır olarak verilen dosyadaki koniler ve düzlemlerin şekli.

Ö7: Düzlemi tabana paralel olarak iki koninin tam ortasına getirsek. Bak burada bir nokta oluştu.

Ö8: Evet. Paralel olacak şekilde düzlemi biraz yukarıya kaldırır mısın?

Ö7: Bu şekilde de çember değil mi? Evet çember bence.

Ö8: Evet, çember. Biraz noktaları ekranda gezdirelim bakalım.

Ö7: Değiştiriyorum. Evet, bak bu şekilde elips oldu.

Ö8: O zaman düzlem eğik olarak bir koniyi kesti. Diğer koniyi kesmeden bu şekilde elips.

Ö7: Tamam. Şimdi de biraz daha değiştirelim bakalım. Bak bu da hiperbol. Bu şekilde iki koniyi de kesti.

Ö8: Evet. Bu bir hiperbol. O zaman parabol de oluşabilir şu üsttekini görmezsek.

Ö7: Yok. O zaman noktaları değiştirerek tek bir koniyi kestirmeye çalışalım. Bak şimdi daha güzel oldu parabol (Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları yazılımdan noktaları değiştirdikçe iki koni ile bir düzlemin arakesitlerinin neler olduğunu belirlemeye çalışıyorlar).

Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları ise düzlem ile konilerin arakesitlerini ekranda noktaları değiştirmesi ile kesişimlerinin nokta, çember, elips, doğru, parabol ve hiperbolün nasıl oluştuğunu aşağıdaki diyalogdaki gibi açıklamaya çalışmışlar ve bu ifadeleri çalışma yapraklarına aşağıdaki gibi yazmışlardır.

Ö5: Hocam şimdi koni arasından geçen bir düzlem olursa ve bu düzlem xy düzlemine paralel ise bu durumda kesişimleri bir nokta.

A: Tamam peki daha başka bir şekil olabilir mi?

Ö5: Noktaları değiştireyim hocam. Evet, biraz düzlemi eğer isek yani tek koniyi kesecek şekilde bu sefer kesişimleri elips oldu.

Ö6: Bence bu bir elips değil. Baksana bu bir çembere benziyor.

Ö5: Bence bu kesinlikle elips.

Ö6: Ver bakayım fareyi. Baksana çevirelim ekranı. Üstten baktığımızda çembere benziyor. Elips olsa yanlar basık olacak ama burada sanki çember. Bence bu çember.

A: Birbirinizi nasıl ikna edeceksiniz?

Ö5: Bence kesinlikle elips. Dur biraz daha netleştiririm. Bence tam iyice eğelim düzlemi. Evet, bak bu sefer daha belirgin. Tek koniyi eğik şekilde bir düzlemle kestığımızda arakesit elips oluyor.

Ö6: Evet haklıymışsın. Elips çıktı. Ama az öncekinde ekranda çok belirgin değildi. Noktaları değiştirdikçe daha da belirginleşti.

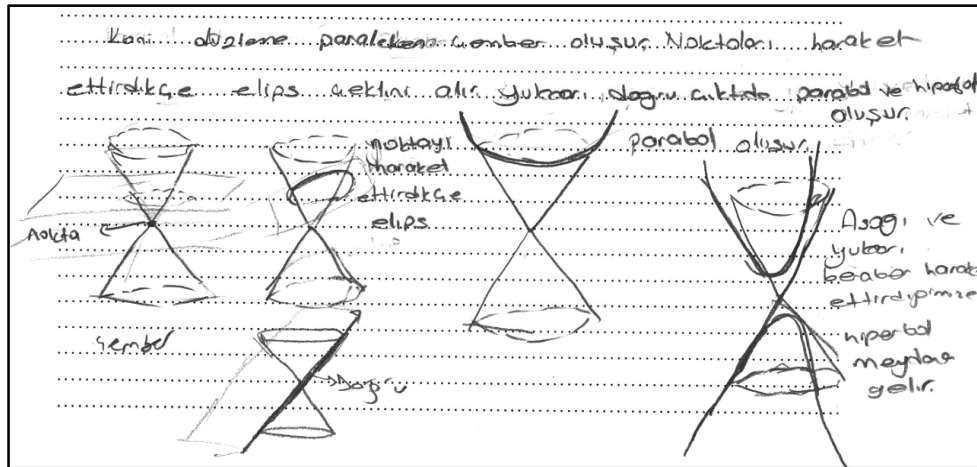
A: Sonuçta hangi şekillere ulaştınız?

Ö5: Hocam şimdi koniler arasından geçen bir düzlem olursa ve bu düzlem xy düzlemine paralel ise bu durumda kesişimleri bir nokta, biraz kaldırdığımızda yine xy düzlemine paralel olacak şekilde veya indirelim bu seferde çember olmuştur kesişimleri. Elips ve parabol oluştu.

A: Bu kadar mı acaba? Daha başka şekillerde olabilir mi?

Ö6: Olabilir. Biraz daha noktaları gezdirelim. Evet, burada iki tane parabol var. Bunun adı neydi ki hatırlayamadım. Hiperbol müydü ki acaba?

Ö5: Evet hiperbol.



Şekil 14. Ö5 ve Ö6'nın yazılımdan gözlemledikleri geometrik yerleri çalışma yaprağına yazması.

Görüldüğü gibi Ö5-Ö6 ve Ö7-Ö8 grubundaki öğretmen adayları kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açmışlar ve koniler ile düzlemin arakesitlerini ekranda oluşturmuşlardır. Düzlem üzerindeki noktaları hareket ettirerek kesişimlerinin nokta, çember, elips, hiperbol ve parabol olduğunu belirlemişlerdir (E5). Bu esnada öğretmen adayları, yazılım ile yaşadıklarını çalışma yapraklarına yukarıdaki gibi yazmışlardır. Ö5 ve Ö6 parabolün nasıl oluştuğunu çalışma yaprağına çizerken yanlışlıklar yaptığı yukarıdaki gibi görülmektedir. Sonuçta oluşturulan ortam ile ekranda noktaların değiştirilerek düzlem ve konilerin arakesitlerini belirlenmesi öğretmen adaylarının yazılımda bir tecrübe süreci yaşadıklarını göstermektedir (E5). Yine bu süreçte öğretmen adaylarının yazılım ile bir birliktelik sağlayarak etkileşime girdikleri sonuçta düzlem ile konilerin arakesitlerini gözlemledikçe yazılımın geri dönütleri sayesinde fikir alışverişinde bulunarak yorumlar yapabildikleri tespit edilmiştir (C2). Bu süreçte öğretmen adaylarının sonuçları değerlendirirken yardımlaşmaları ve fikir alışverişinde buldukları aralarındaki konuşmalarından görülmektedir (C1).

İkinci çalışma yaprağında geometrik yer tanımlarının yapıldığı diğer bir yönergede öğretmen adaylarından öncelikle daha önceden belki de çok sık karşılaşmış oldukları bir konik olan çember kavramının tanımını yapmaları istenmiştir. Bu tanıma fazla yabancı olmayan öğretmen adayları ekranda önce bir nokta ve bu noktaya eşit uzaklıkta olan noktalar kümesi olarak çemberi ekranda oluşturarak tanımlamışlardır. Öğretmen adaylarının çoğunun istenilenleri ekranda rahatlıkla oluşturdukları görülmüştür. Daha önceki tecrübelerini ekranda oluşturan Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları arasında geçen diyalog, ekranda oluşturdukları şekil ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö7: Çemberin tanımı. Bence bir merkez ve yarıçap vardı.

Ö8: İşte bir nokta ve eşit uzaklık demek. Yani bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesidir.

A: Neden bu şekilde tanım yaptınız? Niye bu şekilde düşündünüz?

Ö7: Çünkü bir nokta ve bu noktaya eşit uzaklıkta olan noktalar kümesi bir çember belirtecektir.

A: Peki her noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi çember mi belirtir?

Ö8: Bu düzlemde olacak tabii. Uzayda olursa o zaman bakın mesela bu kalemin ucunu düşünelim. Eğer bu kalem düzlemde olursa pergel gibi olacak. Fakat uzayda olursa bu sefer bence bir küre oluşturacaktır.

Ö7: O zaman ekranda bir A noktası alalım ve bu noktayı sabitleyelim.

Ö8: Tamam şimdi de bir doğru parçası oluşturalım.

Ö7: Oluşturdum 5 birim oldu. Diğer ucunda izini açtım. Gezdirelim bakalım. Ya da bu noktayı canlandırırım.

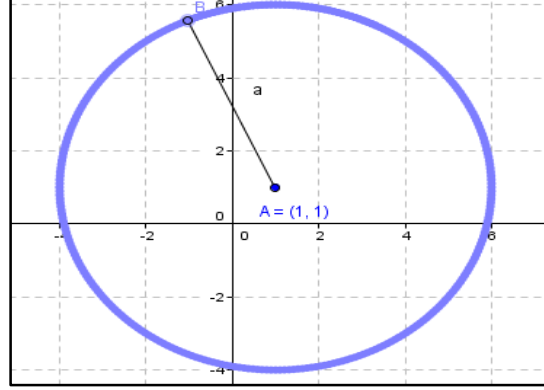
Ö8: Çember çıktı.

Ö7: Evet çember. Peki, o zaman yazar mısın?

A: Kâğıt kalem ortamında da tanımını yapmaya çalıştınız. Arasında ne fark var?

Ö7: Aslında kâğıt kalem ortamında da biz çember tanımını yapabildik. Fakat burada daha net gözlemledik.

Ö8: Evet, burada daha somutlaşmış şekilde gördük. Bu şekilde her şey daha net.



Şekil 15. Ö7 ve Ö8'in çemberi ekranda modellemesine ait kesit.

A noktasını sabitleyip A'ya 5 cm uzaklıkta
bir B noktası aldık.
B noktasını izini tutup sonlandırdığımızda
a noktasına eşit uzaklıktaki noktalar kümesi
oluşturdu. Bu noktalar kümesinin oluşturduğu şekil
çemberdir.
çember = Düzlemde bir noktaya eşit uzaklıktaki
noktaların kümesi.

Şekil 16. Ö7 ve Ö8'in çemberin tanımını yapmalarına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının çember tanımını daha önceleri de tecrübe ettiklerini fakat yazılım ile neler yaptıklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö7 ve Ö8 ekranda sabit bir nokta ve bu noktadan 5 cm uzaklıkta bir doğru parçası almışlardır. Bu doğru parçasının diğer ucunun izini açarak noktayı hareket ettirdiklerinde bir çember olduğunu gözlemlemişlerdir. Sonrasında da bu grup çalışma yapraklarına çember tanımını yazmaya çalışmışlardır. Aslında çok basit bir ifade olduğu için öğretmen adaylarının bu geometrik yer tanımını yapabilmeleri beklenen bir durumdu. İlk başta acaba bunu çalışma

yaprağında hiç vermeden diğer durumları gözlemleseydim daha mı iyi olurdu diye düşündüm. Fakat bu süreci yine yazılımda gözlemlenmeleri öğretmen adaylarının daha önceki bilgilerini farklı bir bağlamda görmelerine neden oldu. Diğer öğretmen adaylarının çoğunluğunun da bu şekilde yazılımı kullanmadan çember tanımını yapabildiklerini gözlemliyordum (AN2; Ç2; G4).

Gerek öğretmen adaylarının aralarındaki diyalogdan gerekse çalışma yapraklarından görüldüğü gibi çember tanımına yabancı olmayan Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları yazılımda tecrübe yaşamadan daha önceki tecrübelerini kullanarak çemberi tanımlamışlardır. Sonrasında öğretmen adayları ekranda bir nokta ve bu noktaya sabit uzaklıkta olan bir doğru parçası olarak daha önceki tecrübelerini yazılım ekranında yaşamışlardır (E3). Sonuç olarak kâğıt kalem ortamında da bu süreci rahatlıkla oluşturan öğretmen adayları önceki tecrübelerini farklı bir bağlamda oluşturmuşlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının daha önceki tecrübelerini farklı bir şekilde görmesini sağlayarak yeni bir tecrübe kazanmasını sağlayamamıştır. Yine bu süreçte Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları istenilenleri hem eski tecrübelerini düşünerek hem de yazılımdaki tecrübelerini kullanarak yazılımda rahatlıkla modelleyebilmişlerdir (A2). Bağlamsal öğrenme öğretme stratejisinin uygulama basamağının bir göstergesi olan modelleme sürecinde Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları istenilenleri rahatlıkla yazılımda oluşturdukları için başarılı olmuşlardır. Diğer taraftan çember tanımını kalem ve pergel örneği vererek belirten öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaşamış oldukları deneyimlerini farklı bir bağlamda farklı bir şekilde yaşadıklarını fakat bu öğrenme ortamının değişmesinin daha güzel olduğunu ifade etmişlerdir (E1). Sonuçta öğretmen adayları, istenilenleri somutlaştırabildiklerini ve bu şekilde daha net gözlemlediklerini ifade etmişlerdir.

İki noktaya uzaklıklar toplamının sabit olduğu noktaların geometrik yerinin sorulduğu ikinci çalışma yaprağının diğer bir yönergesinde Ö5 öğretmen adayı bu geometrik yerin bir çember oluşturabileceği tahmininde bulunarak bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmıştır. Ö5'in bu geometrik yerin bir çember olacağı tahminini kâğıt kalem ortamında açıklamasına yönelik çalışma yaprağından kesit ve Ö5 ile araştırmacı arasında geçen diyalog bu durumu aşağıdaki gibi özetlemektedir.

A: Peki iki noktaya uzaklıkları toplamı eşit olan noktaların kümesi ne olur?

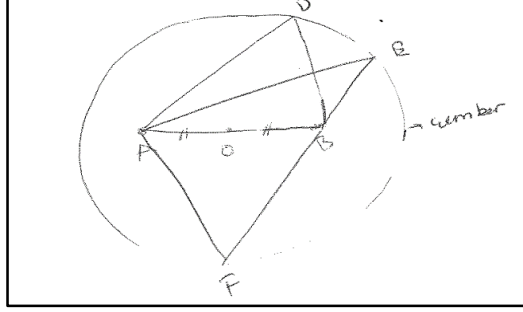
Ö5: Bence bir çember olur. Çünkü çember üzerinde alınan bir noktanın verilen bu iki noktaya uzaklıkları toplamı her zaman eşit olacaktır.

A: Neden bu şekilde düşündün de çember dedin?

Ö5: Bakın hocam mesela O noktası bu iki noktaya eşit uzaklıkta ama çember üzerinde alınan bir D noktasının bu noktalara olan uzaklıkları toplamı ile başka bir E noktasının noktalara uzaklıkları toplamı bence eşit olacaktır.

A: Bunu gösterebilir misin?

Ö5: Bence bu şekilde hocam. Daha başka nasıl göstereyim ki?



Şekil 17. Ö5'in elipsin geometrik yer tanımını çember olarak ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Ö6 öğretmen adayı ise bu tahminin de Ö5'e katılmadığını ifade ederek bu noktaların bir doğru oluşturacağını ve sınavlara hazırlanırken bu tür sorular çözdüğünü aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Ö6'nın araştırmacı ile aralarında geçen diyalog ve çalışma yaprağına çizmiş olduğu şekil aşağıda verilmiştir:

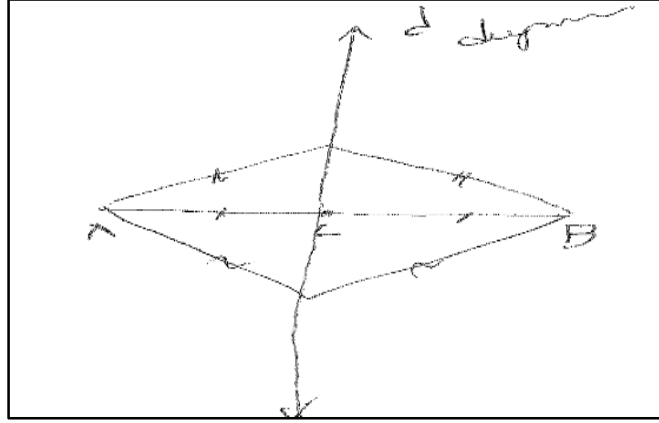
Ö6: Bence çember değil. Çünkü iki nokta var ve bu iki noktaya uzaklıklar toplamı eşit olacak.

A: Peki nedir o zaman?

Ö6: Bence bu bir doğrudur?

A: Neden bu şekilde düşündün yani neden bir doğrudur? Arkadaşın çember dedi sen ise bir doğru dedin. Senin dediklerin mi doğru yoksa arkadaşının ki mi doğru?

Ö6: Bence bu doğru hocam. Ben hatırlıyorum. Bunun ile ilgili bir sürü soru çözmüştüm sınavlara hazırlanırken. Bir doğru iki nokta var ve bu iki noktayı bakın A ve B noktaları alsam ve bu iki noktaya uzaklıklar toplamı eşit olacak şekilde bir sürü nokta olur ve bu uzaklıklar her seferinde aynı olur. Sonuçta bu noktalar bir doğru oluşturacaklardır.



Şekil 18. Ö6'nın elipsin geometrik yer tanımını bir doğru olarak ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki diyaloglardan ve çalışma yapraklarına çizilen şekillerden görüldüğü gibi çember tanımını rahatlıkla yapabilen öğretmen adaylarına iki noktaya uzaklıkları toplamı eşit olan noktaların geometrik yeri sorulduğunda Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları doğru bir cevap verememişlerdir. Ö5 iki noktaya uzaklıkları toplamı eşit olan noktaların kümesinin yine bir çember olacağını Ö6 da bunun bir doğru oluşturacağını ifade etmiştir. Ö6'nın geometrik yer için doğru oluşturacağını söylemesine neden olarak önceki yıllarında sınavlara hazırlanırken çözmüş oldukları sorulardan kaynaklandığını ifade etmesi ve Ö5'in yukarıdaki şekildeki gibi bir çember üzerinde olacağını söylemesi öğretmen adaylarının elipsin tanımını bilmediklerini göstermektedir. Bu süreçte daha önceki tecrübelerini kullanmaya çalışan Ö5 ve Ö6 elips tanımını yanlış ifade etmişlerdir. Ö5 öğretmen adayı bu uzunluklar toplamının sadece çember üzerinde olabileceğini Ö6 da bir doğru üzerinde olabileceğini düşünerek kâğıt kalem ortamında modellemeye çalışmışlar fakat yanlış modellemişlerdir (A2). Düşündüklerini modellemeye çalışırlar iken modellerinin doğruluklarını tam olarak söyleyememişler ve sonuçta yanlış çizimleri ile kâğıt kalem ortamında uygulama süreçlerinde başarısız olmuşlardır.

Öğretmen adaylarından Ö7 ise kâğıt kalem ortamında iki noktaya uzaklıklar toplamının her seferinde eşit olmasının sadece elips olduğunda mümkün olabileceğini ifade etmiştir. Bu ifadeyi daha önceden duyduğunu sonuçta iki noktaya sabitlenmiş bir ip ve kalem ile ipi gerginleştirerek bu ipin uzunluğunun hiç değişmeyeceğini aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Ö7 ile yapılan görüşme ve Ö7'nin çalışma yaprağına çizdiği şekil ise aşağıdaki gibidir.

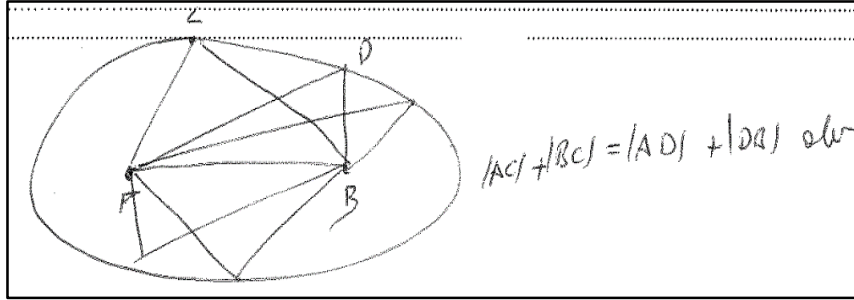
Ö7: *Bence bu bir elips olacak.*

A: *Neden bu şekilde düşündün?*

Ö7: Az önce koniler ile düzlemlerin arakesitlerin de de vardı ya elips. Yani şunu söyleyeyim bir ipin iki ucunu sabitlediğimizde ipi gergin tutacak şekilde bir kalemi gezdirir isek bu şekil bir elips olacak.

A: Başka bir şekil olmaz mı?

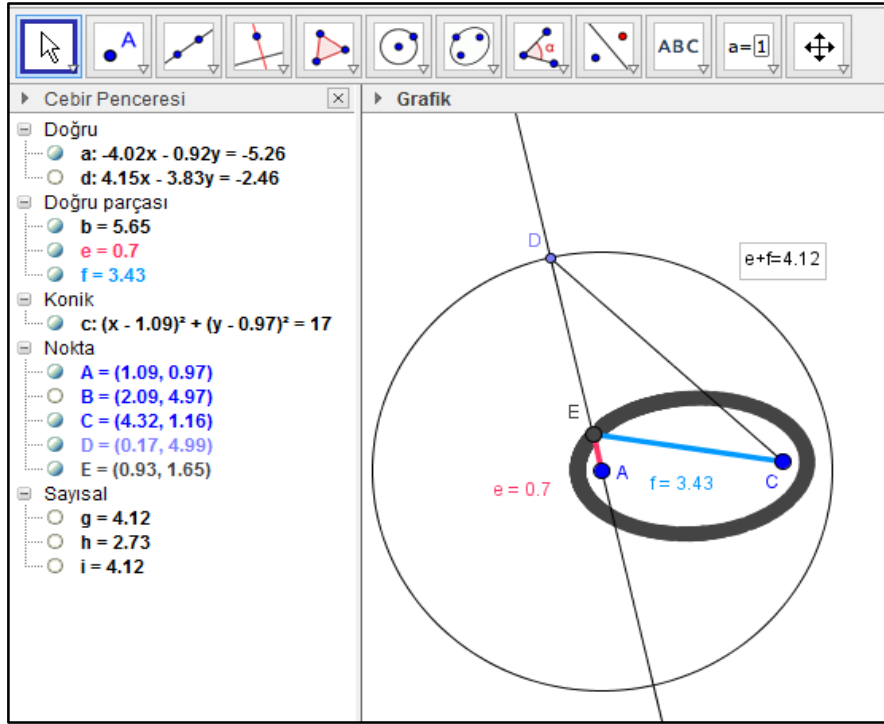
Ö7: Yok hocam buradaki ip sabit ya uzunluklar toplamı da sabit. Yani sonuçta kalemin ucu bize bir elips oluşturacaktır. Bakın buradaki gibi yani. Bu uzunlukların hepsinin toplamı birbirine eşit olacaktır bence.



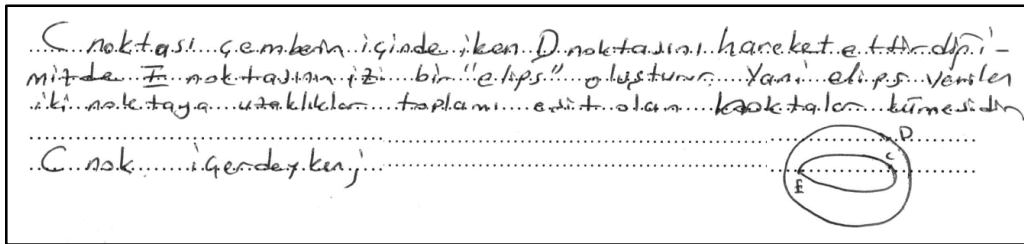
Şekil 19. Ö7'nin elips olacağını ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Gerek Ö7 öğretmen adayının çalışma yaprağına yazdıkları gerekse aralarındaki diyaloglardan görüldüğü gibi, dersin başlarında grup arkadaşıyla gözlemlemiş oldukları düzlem ile koniler arasındaki kesişimlerden, çalışma yaprağında kendilerine sorulan geometrik yerin elips ile ifade edilebileceğini söylemiştir. Bu süreçte öğretmen adayı, daha önce duymuş olduğu günlük hayattaki bir ifadeyi örnek vererek istenilen geometrik yerin bir elips oluşturacağını ifade etmiştir. Öğretmen adayının yazılımı kullanmadan ip örneği vererek günlük hayat ile bir ilişkilendirme yapmaya çalıştığı görülmektedir (R4). Bu süreçte Ö7 ilişkilendirme yapmak için GeoGebra yazılımına gerek duymamış ve daha önce duymuş olduğu bir ifadeyi hatırlayarak elipsi tanımlamaya çalışmıştır.

Bunun üzerine öğretmen adaylarından tahminlerini yazılımda gözlemlemeleri ve elipsin geometrik yer tanımlarını yapabilmeleri için hazırlanan "nokta hareketleri 1" dosyasını açmaları ve bu süreçte noktaları istenilen şekilde hareket ettirerek uzunluklar toplamını ekranda kontrol etmeleri istenmiştir. İki noktaya uzaklıkları toplamı eşit olan noktaların elips olduğunu yazılımdaki tecrübeleri ile ifade eden öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki çizdiklerinin yanlışlıklarını fark ederek çalışma yapraklarına aşağıdaki şekildeki gibi elipsin tanımını yazabilmişlerdir. Yine bu süreç içerisinde ekranda oluşturulan elips şekli ise aşağıdaki gibidir:



Şekil 20. Ekranda modellenen elipse ait olan şekil.



Şekil 21. Ö5 ve Ö6'nın elipsin geometrik yer tanımını yapmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları, kâğıt kalem ortamındaki yanlış modellemelerini ve uygulamalarını ekranda düzeltme imkânı bulmuşlardır (A2). Bu şekilde öğretmen adaylarının doğru bir şekilde kendilerinden istenen durumların geometrik yer tanımını yapabildikleri ve bu tanımları anlamış oldukları görülmektedir (A3).

Yine bu süreçte Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının yukarıda yapmış oldukları tahminleri ve kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalıştıklarını ekrandaki gözlemleri ile karşılaştırma imkânı buldukları görülmüştür (E2). İki noktaya uzaklıkları toplamının bir çember olabileceğini düşünüp bunu kâğıt kalem ortamında ifade etmeye çalışan Ö5 öğretmen adayı, yazılımdaki gözlemleri ile düşündükleri arasında farklılıklar olduğunu söylemiştir. Ö6 öğretmen adayı ise iki noktaya uzaklıklar toplamının birbirine eşit olduğunu

noktalar kümesini aslında yanlış anladığını kendisinin iki noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesini yapmaya çalıştığını vurgulamıştır. Sonrasında ekrandaki gözlemleri sonucunda verilen ifadeyi daha farklı bir şekilde düşündüğünü ifade etmeye çalışmışlardır. Ö5 ve Ö6'nın ekrandaki yaptıkları ile kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırmalarına ait aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Ö5: *Evet. Bu bir elips şekli. Noktayı canlandırdığımızda iz bir elipsi gösteriyor.*

Ö6: *O zaman elipste bu uzaklıklar toplamı her zaman sabit.*

A: *Neden bu uzaklıklar sabit. Hiç değişmiyor mu?*

Ö6: *Yok hocam ekranda nokta değişmekte ve her seferinde bir elips olmakta. Fakat bu toplamlar değişmiyor.*

Ö5: *O zaman iki noktaya olan bu uzaklıklar toplamı hiç değişmiyor. Bu iki noktada her zaman sabit.*

A: *Bu tanımı nasıl ifade edersiniz o zaman?*

Ö5: *Sabit iki noktaya uzaklıkları toplamı aynı olan noktalardır bence.*

A: *Kâğıt kalem ortamında yaptığınızda biriniz çember biriniz de doğru demiştiniz. Şimdi ne gözlemlediniz? Yoksa yazılımda yaptıklarınız mı yanlış?*

Ö5: *Hocam aslında ben ilk başta çember olabileceğini düşünerek bunu da ifade etmeye çalıştım. Fakat grafik ekranında elipsi gözlemleyince bir de oradaki uzunluklar toplamının değişmediğini gözlemleyince düşündüğümün yanlış olduğunu anladım.*

A: *Nasıl yani?*

Ö5: *Evet, ben bir çember olacağını düşünmüştüm ama buradaki gibi düşünememişim aslında. Yani burada yazılım benim düşüncelerimi tamamen değiştirdi iyi yönde. Çünkü iki nokta sabit ve ben bu noktalara uzaklıklar toplamının eşit olmasını istiyorum bunu da burada daha net gördüm. Bunu kâğıtta düşünmek zor hocam bence.*

Ö6: *Ben aslında yanlış anlamışım hocam. Çünkü burada eşit uzaklıktaki noktalar değil bu uzaklıklar toplamı eşit olacaktı. Yazılım ile bunu görmemiz daha iyi oldu.*

Yukarıda da görüldüğü gibi Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları ekranda verilen noktaları hareket ettirerek e ve f uzunluklarının toplamlarının değişmediğini ve izin oluşturmuş olduğu noktaların da bir elips oluşturduğunu gözlemleyebilmişlerdir (E5). İki noktaya uzaklıklar toplamını giriş ekranına giren öğretmen adayları cebir ekranından bu toplamları noktaları değiştirerek gözlemlemişlerdir (E5). Bu şekilde ekranda elips olduğunu tecrübe eden öğretmen adayları elipsin geometrik yer tanımını çalışma yaprağına yukarıdaki gibi tarif etmişlerdir (A3). Ayrıca ekranda istenilenleri oluşturan öğretmen adayları sonuçta gözlemledikleri ile kâğıt kalem ortamında yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir.

Bu şekilde tahminlerinin doğruluklarını ve yanlışlıklarını ekranda gözlemledikleri ile karşılaştıran öğretmen adayları bir tecrübe süreci yaşamışlardır (E2). Bu süreçte GeoGebra yazılımın, öğretmen adaylarına tahminlerini karşılaştırma imkânı vererek tecrübe etmelerine katkı sağladığı görülmektedir. Kâğıt kalem ortamında düşündüklerinin yanlış olduğunu ifade eden Ö5 öğretmen adayı, yazılım ile bu düşüncesinin değiştiğini vurgulamıştır. Yazılımın elips üzerindeki noktaları değiştirdikçe iki noktaya uzaklıkları toplamını her seferinde eşit olarak göstermesi Ö5'in düşüncelerini değiştirmesine neden olmuştur. Ayrıca Ö6, çalışma yaprağında verilen durumu iki noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi olarak algıladığını yazılım ile hatasının farkına vardığını ifade etmiştir (C2). Bu süreçte yazılımın işbirliği sürecine katkıda bulunarak öğretmen adaylarının hem düşüncelerinin hem de bakış açılarının değişmesine neden olduğu görülmüştür.

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının, iki koni ve düzlemin arakesitlerine ve özellikle koniklerin geometrik yer tanımlarını yazılımdan gözlemlemeleri ile düşüncelerinin değiştiğini ve bakış açılarında bir değişimin olduğunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Ayrıca araştırmacı, öğretmen adaylarının bu süreçte birbirleri ile iletişime geçerek yardımlaşmalarını, fikir alışverişinde bulduklarını sonuçta yazılımın dönütleri ile birlikte birbirleri bir işbirliği içerisine girerek istenilenleri oluşturabildiklerini vurgulamıştır.

Kendilerine hazır olarak vermiş olduğum dosyaları açan öğretmen adayları iki koni ve düzlemin arakesitlerini belirlerken noktaları değiştirmişler ve bu süreçte istenilenleri oluşturmuşlardı. Ekrandaki değiştirilen noktalarla arakesitlerin neler olabileceği geri dönütünü veren yazılım sayesinde iki koni ile düzlemin arakesitinin neler olabileceğini gözlemleyebilmişlerdi. Bu süreçte öğretmen adayları, sürekli birbirleri ile bir iletişim içerisinde idiler. Öğretmen adayları özellikle koniklerin geometrik yer tanımlarını yazılımdan ifade etmeleri ile düşüncelerinin değiştiğini ifade etmişlerdi. Ekranda yapılanlar sonucunda kâğıt kalem ortamında yapılanları karşılaştıran öğretmen adaylarının bakış açılarında değişikliğin de olması güzel bir süreçti (AN2; Ç2; G3; G4).

Diğer taraftan öğretmen adaylarından Ö20 ile yapılan ayaküstü mülakatta Ö20 daha önceden duymuş olduğu bir ifadeyi hatırlayarak bunu ekranda gözlemlediğini aşağıdaki gibi ifade etmiş ve çalışma yaprağına örnek olarak yazmıştır. Araştırmacının alan notunda da bu durum aşağıdaki gibi anlatılmaktadır. Ö20 ile araştırmacı arasında geçen diyalog ve Ö20'nin çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö20: İki kişiden birincisi gergin olmayan bir ipin uç kısımlarını tutsa diğeri de ipi gerginleştirirse yine bu şekilde elips olacaktır bence.

A: Burada başka aklına gelen bir ifade var mı?

Ö20: Dedim ya burada ya da ipin iki ucunu iki sabit çiviye bağlasak yine dediğimi elde ederiz hocam. Bunu da çalışma yaprağına yazalım o zaman.

A: Tamam. Niye bu şekilde düşündün? Burada nereden aklına geldi? Dediklerin ile yazılımda benzerlik kurabildin mi?

Ö20: Burada elipsi gözlemleyince aklıma bu örnek geldi. Aslında düşündüğümde aynı. Burada da iki sabit nokta var çünkü.

Örneğin: Bir ipin uçlarına iki çivi çakılır ve bu çiviler sabitlenir. Kalemle ipe gerilip gerdirilerek gerdirilerek "elips" şeklini elde ederiz.

Şekil 22. Ö20'nin duymuş olduğu bir ifadeyi örnek olarak çalışma yaprağına yazması.

Ö19 ve Ö20'nin oluşturdukları grup, iz komutunu kullanarak iki noktaya uzaklıkları toplamı eşit olan noktaların bir elips oluşturduğunu ifade etmeye çalışmışlardır. Hatta Ö20 bir örnek vermeye çalışarak iki noktaya bağlı bir ipi gergin tutacak şekilde gezdirdiğimizde de elips olacağını ifade etmiştir. Öğretmen adayı burada günlük hayatta duyduğu bir ifadeyi yazılımla tecrübe etme imkânı bulmuştur. Öğretmen adayları arasından bu şekilde ilginç bir benzetme çıkması beni de mutlu etmişti (AN2;Ç2;G10).

Görüldüğü gibi öğretmen adaylarından Ö20, iki noktaya uzaklıklar toplamının her seferinde eşit olmasının sadece elips olduğunda mümkün olabileceğini ekranda gözlemledikten sonra bunu daha önceden duyduğunu sonuçta iki noktaya sabitlenmiş bir ip ve kalem ile ipi gerginleştirerek bu ipin uzunluğunun hiç değişmeyeceğini söylemiştir (E1). Günlük hayatta duyduğu bir ifadeyi yazılımda tecrübe eden Ö20 ekrandaki gözlemleriyle birlikte bu örneği hatırlayarak aslında günlük hayata bir transfer süreci de yaşamıştır (T3).

Diğer taraftan bu süreçte başka bir yönerge de iki noktaya uzaklıkları farkının sabit olduğu noktaların kümesinin ne olacağı sorusuna Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları, iki noktaya uzaklıklar toplamında da ifade ettikleri gibi bir elips oluşabileceğini bunu sadece tahmin ettiklerini ifade etmişlerdir. Neden bir elips oluştuğunu öğretmen adaylarından açıklamaları

istendiğinde ise bunu elips ile açıklayabileceklerini ve bunu iki doğru parçası çizerek göstermeye çalıştıkları aşağıdaki çalışma yaprağı kesitinde görülmektedir. Bu süreç içerisinde öğretmen adaylarının çoğunluğu çok fazla tahminlerde bulunamamışlardır. Bu duruma yönelik olarak Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları arasında geçen diyalog, araştırmacının alan notu ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö7: Bence bir elips olur. Çünkü iki nokta bunlar odak noktalar ve bu doğru parçalarını oluşturduğumuzda hep farkları eşit çıkacak sanki. D noktası da elips üzerinde.

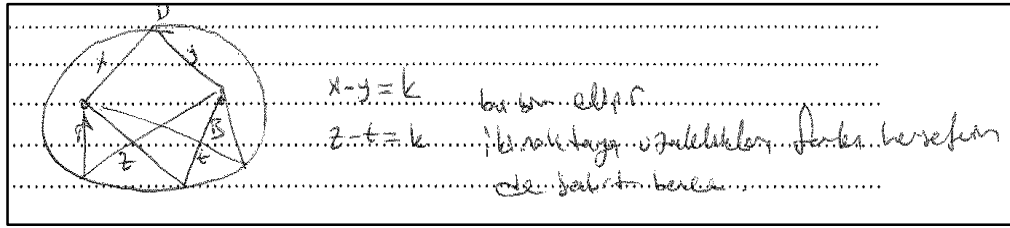
A: Neden bir elips. Başka bir çember ya da başka bir şekil olamaz mı? Daha önceden uzaklıklar toplamını da elips demiştiniz?

Ö8: Bence de bir elips gibi. Uzaklıklar farkı da elips belirtebilir belki.

Ö7: Aslında sadece tahminde bulunuyorum. Net bir açıklama yapamıyorum. Fakat buradaki doğru parçaları arasındaki uzaklık farkları her seferinde eşit olacak gibi.

A: Peki daha önce bu tür kavramlar ile karşılaştınız mı?

Ö7: Aslında karşılaşmış olduğumuzu da hatırlamıyorum.



Şekil 23. İki noktaya uzaklıkları farkının eşit olduğu noktalar kümesinin elips olduğunu söyleyen Ö7 ve Ö8'in çalışma yaprağından bir kesit.

Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları, iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktaların kümesinin bir elips olacağını ifade etmişlerdi. Bu süreçte Ö7 ve Ö8 öğretmen adaylarına neden bir elips olduğunu sorduğumda tam bir açıklama yapamadıklarını gördüm. Bunun sadece bir tahmin olduğunu ama bunu kâğıt kalem ortamında tam olarak tecrübe edemedikleri ve elips çizerek istenilenleri şekle uydurmaya çalışmışlardı. Aslında çember tanımını tam olarak hatırlayan öğretmen adaylarının çoğunluğu hiperbol ve elips kavramlarını açıklamada başarılı olamamışlardı. Belki de daha önceleri bu tür kavramları ezbere öğrendikleri için ya da bu tür kavramlar ile karşılaşmadıklarından bu tür cevaplar vermiş olabileceklerini düşünüyorum. Aslında öğretmen adaylarının yazılım ile bu tanımları nasıl yapacaklarını da merak ediyordum. Acaba orada bu ifadeleri modellerken ve tecrübe ederken neler düşüneceklerdi (AN2; Ç2; G4).

Tahminlerinde hiperbol oluşacağını ifade eden Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları ise bu tahminlerinin sadece bir düşünce olduğunu aşağıdaki gibi vurgulamışlardır. Bu süreçte Ö5 ve Ö6 ile gerçekleşen diyalog ise aşağıdaki gibidir:

Ö5: Bence bu bir hiperbol olacaktır.

Ö6: Bence de bir öncekinde elips demiştik zaten.

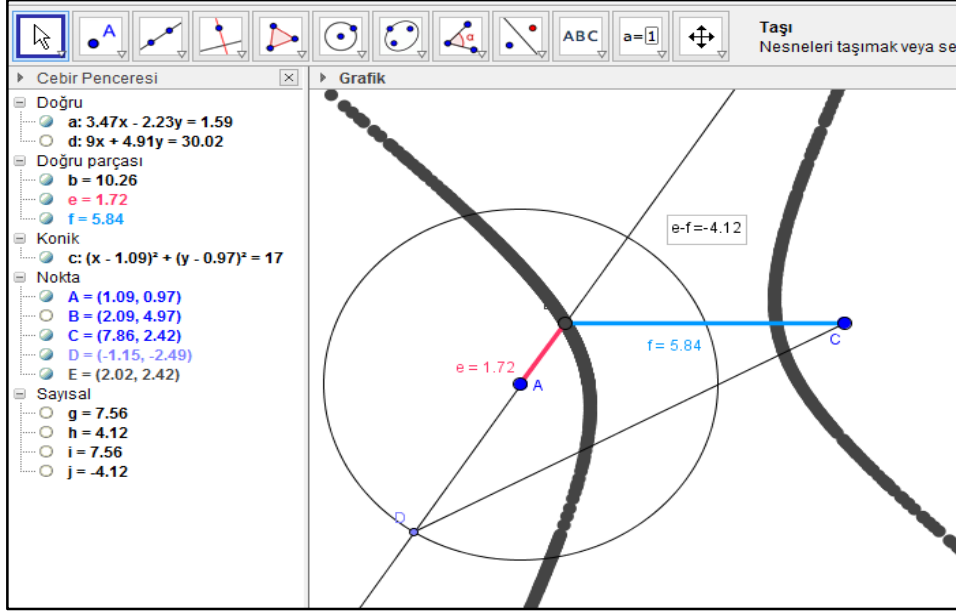
A: Neden bu şekilde düşündünüz? Bu da elips olamaz mı acaba? Ya da başka bir şekil.

Ö5: O şekil elips idi ama bence bu elips olmaz. Ya parabol ya da hiperbol. Ama bence hiperbol. Parabolde sanki bir doğru vardı.

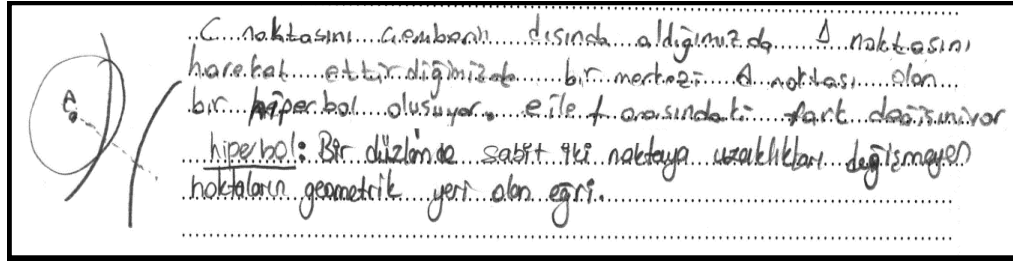
Ö6: Bence de hiperbol ama tam olarak açıklayamıyoruz. Biraz havada kalıyor söylediklerimiz.

Yukarıdaki süreçlerden görüldüğü gibi iki noktaya uzaklıkları farkının her seferinde eşit olma durumu sorulduğunda öğretmen adaylarından Ö7 ve Ö8 bunun yine bir elips olabileceğini yukarıdaki gibi ifade etmeye çalışmışlardır. Hiperbol tanımına daha fazla yabancı olan öğretmen adayları, hiperbol hakkında çok fazla yorum yapamamışlardır. Ö7 ve Ö8 bu uzunluklar farkının aynen uzunluklar toplamında olduğu gibi sadece elipste olabileceğini ifade etmiştir. İstenilen geometrik yerin hiperbol olabileceğini söyleyen Ö6 ise bunun bir tahmin olduğunu söyleyerek bu söylediklerinin havada kaldığını yukarıdaki gibi vurgulamıştır. Sonuçta öğretmen adaylarının bu tür geometrik yer tanımlarında sadece tahminde buldukları fakat bunu kâğıt kalem ortamında tam olarak anlamlandıramadıkları görülmüştür. Bu şekilde tahminlerini doğrulama imkânı bulamayan öğretmen adayları hem tam bir tecrübe süreci yaşayamamışlar hem de kâğıt kalem ortamında istenilenleri doğru modelleyip modellemediklerinden emin olamamışlardır (A2). Bu nedenle tecrübe ve uygulama basamağında öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında başarısız oldukları görülmüştür.

Bunun üzerine öğretmen adaylarından tahminlerini ekranda gözlemlemeleri ve hiperbolün geometrik yer tanımlarını yapabilmeleri için hazırlanan “nokta hareketleri 1” dosyasını açmaları ve bu süreçte noktaları istenilen şekilde hareket ettirerek uzunluklar farkını ekranda kontrol etmeleri istenmiştir. Sonuçta öğretmen adayları dosyada yer alan hiperboldeki noktaları değiştirerek uzunlukların nasıl değiştiğini gözlemleyebilmişlerdir. İki noktaya uzaklıklar farkının da hiperbol olduğunu yazılımdaki tecrübeleri ile ifade eden öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki çizdiklerinin yanlışlıklarını fark ederek çalışma yapraklarına aşağıdaki şekildeki gibi hiperbolün tanımını yazabilmişlerdir. GeoGebra ekranında hiperbole ait olan şekil, Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından bir kesit ve araştırmacının alan notu bu sürecin nasıl gerçekleştiğini göstermektedir.



Şekil 24. Öğretmen adaylarının ekranda noktaları değiştirerek hiperbolü elde etmesine ait şekil.



Şekil 25. Ö5 ve Ö6'nın ekranda gözlemledikleri hiperbol ile ilgili çalışma yaprağına yazdıklarından bir kesit.

Vermiş olduğum hazır dosyadan hareketle hiperbol oluştuğunu gözlemleyen öğretmen adayları iki noktaya olan uzaklıklar farkının yani e ile f farkının değişmediğini ifade etmişlerdir. Bu süreçte Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları ekranda tecrübe ederken cebir ekranından e ve f uzunluklarının farklarını kontrol etmişlerdir. Kâğıt kalem ortamında düşündüklerinin çok daha farklı olduğunu ifade eden Ö7, orada tam olarak canlandıramadıklarını fakat burada her şeyin biraz daha netleştiğini belirtmişti. Öğretmen adaylarının ekrandaki tecrübelerinin somut olması hiperbol tanımını daha iyi anlamlandırmalarına sebep olmuştu. Bu süreç içerisinde Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında yaptıklarının doğruluklarını sına ma imkânı bulduklarını ifade

etmişlerdir. Diğer gruplar arasında dolaşırken ise hepsinin bu tanımları yapmaya çalıştıkları fakat bazılarının ekrandaki gözlemlerine rağmen başarısız olduklarını elips ile hiperbol tanımlarını karıştırdıklarını gözlemliyordum (AN2; Ç2; G4).

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi öğretmen adaylarından Ö7 ve Ö8 çalışma yaprağındaki yeni yönergede hiperbol üzerinde alınan noktanın odaklara olan uzaklıklarını belirten e ve f uzunlukları farklarını yazılımda kontrol etmişler ve bu durumda da hiperbol oluştuğunu yazılımda yer alan şekil üzerindeki noktaları değiştirerek gözlemleyebilmişlerdir (E4; A3). Bu şekilde GeoGebra ile düşündüklerini tecrübe eden öğretmen adayları hiperbolün geometrik yer tanımını çalışma yaprağına yukarıdaki gibi tarif etmişlerdir. Bu süreçte ekranda istenilenleri oluşturan öğretmen adayları sonuçta gözlemledikleri ile kâğıt kalem ortamında yanlış modellemelerini ve uygulamalarını ekranda düzeltme imkânı bularak karşılaştırmışlardır (E2). Ö7 ve Ö8 öğretmen adaylarının doğru bir şekilde kendilerinden istenen durumların geometrik yer tanımını yapabildikleri ve bu tanımları anlaştırdıkları ve sonuçta GeoGebra yazılımı ile düşündüklerini tecrübe edebildikleri görülmüştür. Araştırmacıda öğretmen adaylarının bazılarının ekrandaki gözlemlerine rağmen bu tanımları tam olarak yapamadıklarını yukarıdaki gibi belirtmiştir.

İkinci çalışma yaprağının son yönergesinde ise öğretmen adaylarına bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yeri sorulduğunda bazı öğretmen adayları yine bir çember, elips veya hiperbol oluşabileceğini bazıları ise bir parabol oluşabileceğini ifade etmişlerdir. Bu süreçte Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları bir elips veya hiperbol oluşabileceğini aşağıdaki diyaloglardaki gibi ifade ederek çalışma yapraklarında modellemeye çalışmışlardır.

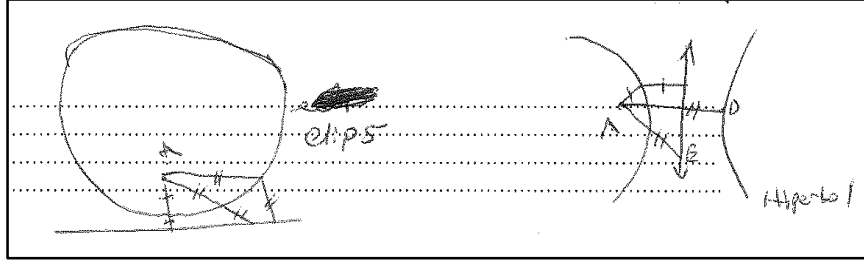
A: Bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıkta olan noktaların kümesi ne olur o zaman?

Ö7: Hocam yine bu bir elipse benziyor bence

A: Neden elips?

Ö7: Çünkü oval bir şekil olacaktır. Yani bakın şu şekilde bir doğru var ve bir nokta. Elips te bunlar eşitti. Yani buda bir elips olacak bence.

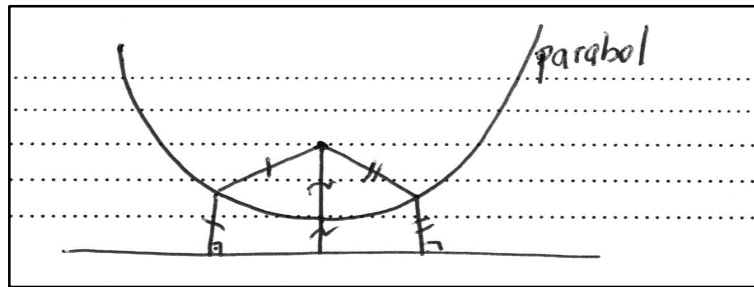
Ö8: Bence bir hiperbol. Çünkü baksanıza burada almış olduğumuz A noktası hem D hem de E noktasına eşit uzaklıkta. Bu noktaları genişletirsek sonuçta hiperbol olduğu görülür.



Şekil 26. Ö7 ve Ö8'in bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıkta olan noktalara elips veya hiperbol olarak ifade etmelerine yönelik bir kesit.

Gerek Ö7 ve Ö8 arasındaki diyalogdan gerekse çalışma yapraklarına çizilen şekillerden öğretmen adaylarının çok da yabancı olmadığı bir kavram olan parabol kavramını kâğıt kalem ortamında tanımlayamadıkları görülmüştür (A2). Sezgilerine dayanarak yukarıdaki gibi verilen durumları elips ya da hiperbol olarak ifade eden Ö7 ve Ö8 bir noktaya ve bir doğruya olan uzaklıkları tam olarak belirleyemedikleri görülmektedir. Neden bu şekilde düşündüklerini ise oval bir şekil oluşacağını bunun da elips veya hiperbole benzediğini söyleyerek açıklamaya çalışmışlardır. Özellikle Ö7 ve Ö8'in bu şekilde iki noktaya uzaklıklar toplamına, farkına ve bir noktaya ve bir doğruya olan uzaklıkların eşit olduğu noktalar kümesine elips veya hiperbol demeleri geometrik yer konusundaki eksikliklerini göstermektedir. Bu nedenle yine öğretmen adaylarının bir bağlamsal öğrenme ve öğretme stratejisi olan uygulama sürecinde kâğıt kalem ortamında modelleme yapamadıklarından başarısız olmuşlardır (A2).

Öğretmen adaylarından Ö5 ve Ö6 ise tahminlerinin bir parabol olacağını bir doğru ve bir nokta olarak açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu süreçte çalışma yaprağına çizilen şekil ve öğretmen adayları arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 27. Ö5 ve Ö6'nın bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıkta olan noktaların parabol oluşturacağını ifade etmelerine yönelik bir kesit.

Ö5: *Bence burada bir nokta ve bir doğruya olan uzaklıklar eşit. Baksana burası bir parabole benziyor. Bence bir parabol.*

Ö6: *Bence de bir parabol. Dediğin gibi haklısın.*

A: *Neden bir parabol? Niye parabol dediniz?*

Ö5: *Bu noktaya ve bu doğruya eşit olan uzaklıklar yani bu noktaları birleştirdiğimizde bir parabol olacaktır bence.*

A: *Hiperbol olamaz mı acaba?*

Ö6: *Aslında aşağıdan da düşünsek o zaman hiperbol olmaz mı?*

Ö5: *Nasıl yani aşağıdan? Buradan olmaz ki. Ama nokta sabit değil mi hocam? Bence olmaz ya. Çünkü bu nokta ve bu doğru sabit.*

Ö6: *Haklısın aslında yukarı gittikçe kollar açılıyor fakat sadece bu yukarıya doğru gidiyor aşağıdan olmaz.*

Görüldüğü gibi Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları istenilenin bir parabol olduğuna yönelik bir tecrübe süreci yaşamışlardır. Araştırmacının “*başka bir şekil olamaz mı?*” sorusuna ise biraz düşünerek Ö6 hiperbol de oluşabileceği yanıtını vermiştir. Fakat Ö5, o noktanın sabit olduğunu ve dolayısıyla parabol olduğunu ifade ederek grup arkadaşını çizmiş olduğu şekil ile ikna edebilmiştir. Sonuçta öğretmen adayları, parabolü GeoGebra yazılımını kullanmadan kâğıt ortamında doğru modellemeye çalışmışlardır (A2). Ayrıca Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında modellediklerine tam olarak ikna olamasalar bile istenilenin parabol olduğunu ifade etmişlerdir.

Ardından kendilerine aşağıdaki şekildeki gibi verilen hazır dosyayı açan öğretmen adaylarından verilenleri gözden geçirerek yazılımdaki ifadeleri oluşturmaları ve noktaları gezdirerek sonuçları yorumlamaları istenmiştir. Yazılım ile birlikte yorumlar yapmaya çalışan Ö7 ve Ö8 öğretmen adaylarının diyalogları, yazılımda oluşturmuş oldukları şeklin ekran görüntüsü ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö7: *Nokta hareketleri 2 dosyasını açtım. Verilenleri gözlemleyelim bakalım.*

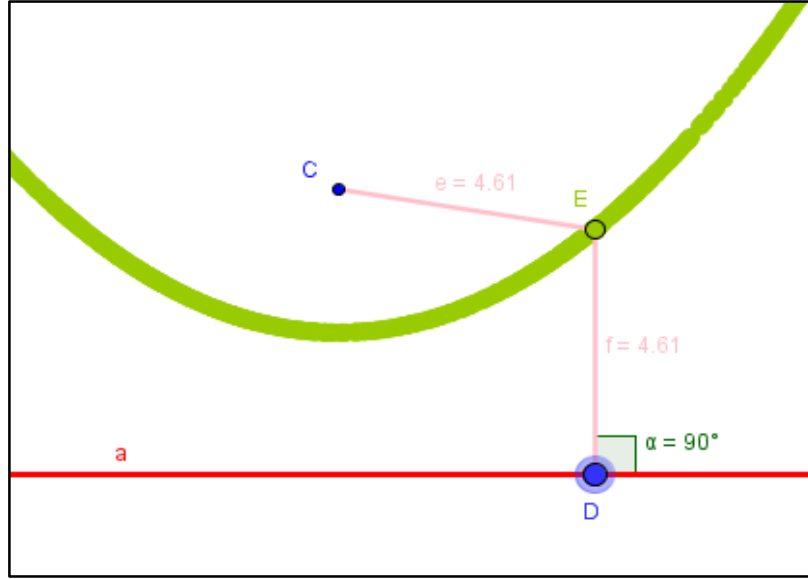
Ö8: *Aslında verilen dosyada ikizkenar üçgenin bir özelliği var sanki. Buralar eşit ya kenarortay gibi yani.*

Ö7: *Evet var. CE ile ED her zaman eşit olur. E noktasının izini açalım bakalım. D noktasını gezdirelim. Evet, bak bir parabol oluştu.*

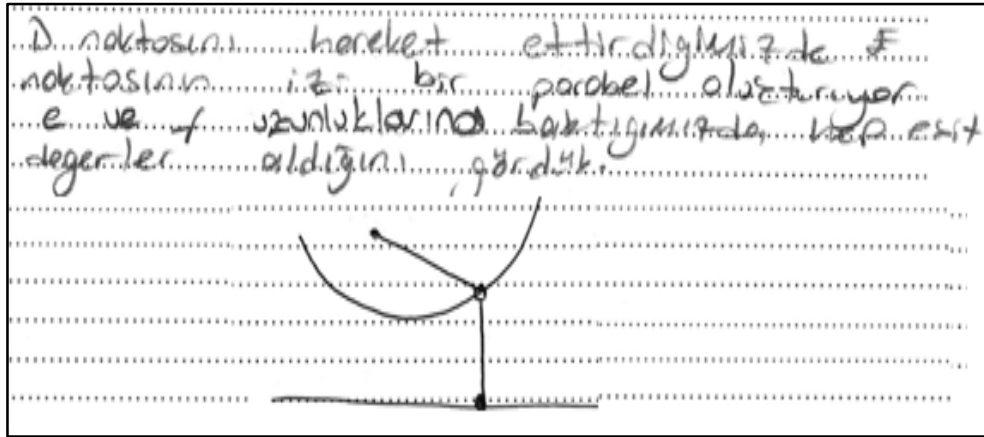
Ö8: *Evet bir parabol. Bir a doğrusu var. Diğer verilen uzunluklar da cebir ekranından gözlemlendiği gibi eşit. Yani e ve f uzunluklarına baksana 4.61. İkisini de değiştirdikçe aynı kalıyor zaten.*

Ö7: *Biz yanlış düşünmüştük. Hepsini elips gibi düşünüyoruz aslında. Aklımızda hep elips var.*

Ö8: *Kâğıda çizerken zor aslında fakat yazılımda oluşturduktan sonra görmek daha güzel. Sonuçta somutlaştırıyoruz.*



Şekil 28. Ö7 ve Ö8'in parabolü ekranında oluşturmasına ait şekil.



Şekil 29. Ö7 ve Ö8'in yazılımdaki tecrübeleri ile parabolü açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Yukardaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları GeoGebra yazılımı ile kâğıt kalem ortamındaki düşüncelerini tecrübe etmiş ve bu tecrübelerinde bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıkta olan noktaların parabol oluşturabileceğini doğru üzerinde alınan noktayı değiştirerek gözlemleyebilmişlerdir (E1). Bu süreçte çalışma yaprağına kendilerine sorulan geometrik yerlerin hep elips olduğunu ifade eden Ö7 ve Ö8'in eksikliklerini belirleyebildikleri görülmüştür. Öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki tecrübeleri ile ekrandaki tecrübeleri arasındaki farklılıkları ortaya koyarken yazılımın istenilenleri somutlaştırdığını bu yüzden daha iyi anladıklarını söylemişlerdir (E1). Sonuçta çalışma yaprağına görüldüğü gibi parabolün tanımını çalışma yapraklarına yazabilmişlerdir.

Daha önceki yıllarda parabolün özelliklerini ezbere öğrenen ve bu süreçte problemler çözmüş olan öğretmen adayları bu şekilde bir tecrübe ile parabolün tanımını daha iyi anlamlandırabildiklerini ifade etmişlerdir. Bu duruma yönelik Ö5 öğretmen adayı ile yapılan görüşme ve araştırmacının alan notu aşağıdaki gibidir:

A: Daha önce bu kavramla karşılaşmadınız mı?

Ö5: Karşılaşmaz olur muyuz hocam. Sınava hazırlanırken sorular çözüyorduk. Ama orada kalıpları bilerek problemler çözmeye çalışıyorduk. Unuttuk tabii ki.

A: Niye unuttunuz? Azda olsa aklınızda bir şeyler kalmıştır.

Ö5: Belki de ezberledik ondan bilmiyorum. Ama buraya kadar aklımda hiç bir şeyin kalmadığını düşünüyorum.

A: Peki burada parabolün geometrik yer tanımını yaptınız. Şimdi nasıl öğrendiniz?

Ö5: Burada daha kalıcı oldu aslında. Şimdi parabolün tanımını daha çok anlamlandırıyorum. Çünkü burada biraz gözlemleyerek bu tanımlı yapabildik.

Öğretmen adaylarından çalışma yaprağında yer alan bir diğer maddede ise bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıklardaki noktaların geometrik yerini gözlemlenmelerini istedim. Ö7 ve Ö8'in oluşturmuş olduğu grubun yanına gittiğimde kendilerine hazır olarak vermiş olduğum dosyayı açtıklarını ve istenilenleri yazılımda oluşturduklarını gördüm. Aslında ilk başta parabol kavramı ile daha önceleri çok sık karşılaştıklarını düşünerek çok zorlanmayacaklarını düşünüyordum. Fakat kâğıt kalem ortamında yapılanlar sonucunda öğretmen adaylarının zorlandıklarını gözlemledim. Bu süreçte öğretmen adaylarından bazıları elips ve hiperbol oluşabileceğini ifade etmişlerdi (AN2; Ç2; G4).

Öğretmen adaylarının parabol kavramına yabancı olmadıkları fakat daha önceleri bunları ezbere öğrendikleri görülmüştür. Sonuçta öğretmen adaylarının önceki bilgilerini yazılımdaki tecrübeleri ile karşılaştırma imkânı buldukları ve bu tecrübelerinden sonra parabol tanımını daha iyi anlamlandırdıkları öğretmen adayları ile yapılan mülakatlarda görülmektedir (E2).

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre ikinci haftada gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 3'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo 3. Oluşturulan Ortamda İkinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R4	Matematiğin dışında başka durumlar hakkında yorumlar yapılması
	E1	Başka bir ortamda yaşamış oldukları ya da kâğıt kalem ortamındaki tecrübelerini GeoGebra ekranında yaşamalarını belirtmeleri
E Tecrübe Etme	E2	Tahminleri ile modelleme sonucu oluşan geometrik yerlerin karşılaştırılması
	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	E4	Çalışma yapraklarında verilen yönergeleri GeoGebra ortamında uygulayarak oluşan geometrik yeri gözleme fırsatı bulduklarını ifade etmeleri
	E5	Ekranında oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A2	Verilen ifadelerin kâğıt kalem ortamında veya yazılımda modellenebilmesi
	A3	Verilen geometrik yerleri oluşturarak cebirsel ifadelerinin yazılması
C İşbirliği	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
T Transfer Etme	T3	Yazılımda gözlemlenen ifadelerden yola çıkarak günlük hayattan örnekler verilmesi

İkinci çalışma yaprağı ile yürütülen ders özetlendiğinde; ekrandaki gözlemleriyle gergin olmayan bir ip ile elips oluşturulabileceğini ifade etmeye çalışan Ö20 öğretmen

adayı günlük hayattan bir örnek vererek konu ile ilişkilendirme yapmaya çalışmıştır. Bu süreçte oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının ilişkilendirme sürecine katkısının olmadığı görülmüştür. Tecrübe etme bileşenine göre ise; koniler ile düzlemin arakesitini ve çember, elips, hiperbol ve parabolün geometrik yer tanımlarını yapabilmeleri için yazılımdaki süreçleri incelenmeye çalışılmıştır. Bu süreç içerisinde birbirleri ile sürekli olarak iletişim içerisinde olan öğretmen adayları yazılımdan aldıkları dönütleri birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde verilenleri oluşturabilmişlerdir. Oluşturulan ortamın öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine, kendilerine hazır olarak verilen dosyadaki noktaları değiştirerek koniler ile düzlemin arakesitlerinin ifade edilmesi sürecinde yararlı olduğu görülmüştür. Yine kâğıt kalem ortamında tecrübe edilmeye çalışılan fakat bu tecrübelerinde çoğunlukla başarısız olunan elips, hiperbol ve parabolün geometrik yer tanımlarını yazılımdaki tecrübeleri ile yapabildikleri tespit edilmiştir. Öğretmen adayları bu süreçte tahminlerini yazılım ile karşılaştırma imkânı bularak bir tecrübe süreci yaşadıkları görülmüştür. Sonuçta öğretmen adaylarının çemberin geometrik yerini hem kâğıt hem de yazılım ile tecrübe edebildikleri fakat diğer geometrik yerlerde sıkıntılar yaşadıkları, yazılım ile bir tecrübe sürecinin ardından ise bu sıkıntılardan kurtuldukları görülmüştür.

Bu süreç içerisinde öğretmen adayları çemberi hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılım ortamında rahatlıkla modelleyebilmişlerdir. Sonuçta çemberin geometrik yer tanımını rahatlıkla yapabilmişlerdir. Elips, hiperbol ve parabol tanımlarını ise öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında tam olarak anlamlandıramamışlardır. Bu süreçte iki noktaya uzaklıkları toplamı birbirine eşit olan noktaların çember ve bir doğru olabileceği, iki noktaya uzaklıklar farkının elips veya çember olabileceği yine bir noktaya ve bir doğruya olan uzaklıkların birbirine eşit olduğu noktaların hiperbol ve elips olabileceği gibi yanılgılara düşmüşlerdir. Bu ifadeleri de kâğıt kalem ortamında modellemeye çalıştıkları görülmüştür. Buradan hareketle kâğıt kalem ortamındaki bu yanlış modellemeleri ile uygulama süreçlerinde öğretmen adayları başarısız olmuşlardır. Öğretmen adayları yazılımda bu süreçleri noktaları değiştirerek gözlemlediklerinde ise kâğıt kalem ortamındaki bu yanlışlıklarının farkına varabilmişler ve sonuçta bu ifadeleri daha da iyi anlamlandırmışlardır. Sonuçta öğretmen adaylarının yazılım sayesinde kendilerinden istenen geometrik yer tanımlarını rahatlıkla yapabildikleri görülmüştür. Yukarıdaki bulgular ışığında bu etkinlikte GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamındaki modellemelerini yazılımdaki modellemeleri ile karşılaştırmalarına ve bu süreçte geometrik yer tanımlarını yapabilmelerine katkı sağladığı görülmüştür. Oluşturulan ortamda ikinci çalışma yaprağın da öğretmen adayları tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları ve

ekrandaki gözlemleri ile çember, elips, hiperbol ve parabolün geometrik yer tanımlarını yapmaya çalıştıklarından transfer ile ilgili göstergelere rastlanılmamıştır.

4. 3. Üçüncü hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Çemberin özelliklerini kavrayalım

Öğretmen adaylarına uygulanan üçüncü çalışma yaprağında ise öğretmen adayları çemberleri yazılımın grafik ekranında oluşturarak çemberlerin denklemlerini cebir ekranından gözlemlemişlerdir. GeoGebra ekranı üzerinde oluşturulan çemberi değiştirdikçe cebir ekranında oluşan denklemi gözlemleyen Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit bu sürecin nasıl gerçekleştiğini aşağıda göstermektedir.

Ö9: Merkezi (1,1) ve yarıçapı 2 olan bir çember oluşturdum.

Ö10: Tamam. Cebir ekranında denklemi ortaya çıktı.

Ö9: Evet merkezini tutup değiştireyim orijine getirelim. Bu durumda da x ve y yalnız kaldı. Yarıçapı aynı yine. Zaten değiştirmedik ya yarıçapını.

Ö10: Bu denklem zaten çember denklemi. Bunu önceden de biliyoruz.

Ö9: O zaman cebir ekranına baksana merkezi (1,1) iken yarıçapı da 2 olduğunda denklem $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

Ö10: Merkezini değiştirelim ve bir daha gezdireyim. Baksana şimdi merkezi (2, 3) aldığımda şimdi de $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ oldu.

M (2, 1.66) } Çemberin $(x-2)^2 + (y-1.66)^2 = 1.8$
A (2, 2) } denkleminin

M (3.26, -4.04) } Denk. $(x-3.26)^2 + (y+4.04)^2 = 16$
r=4

Şekil 30. Ö9 ve Ö10'un ekranda oluşturdukları çember denklemlerini çalışma yapraklarına yazmasına ait bir kesit.

Yukarıda da görüldüğü gibi Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının çember denklemini daha önceden bildikleri ve bunları ekranda oluşturabildikleri bu sayede daha da anlamlandırdıkları görülmüştür. Bu süreçte ekranda merkezi ve yarıçapı belli olan çember oluşturan öğretmen adayları merkezini ve yarıçapını değiştirerek cebir ekranında oluşan çemberin denklemini gözlemleyebilmişler ve bir tecrübe süreci yaşamışlardır (E3; E5). Yani öğretmen adayları daha önce öğrenmiş oldukları çemberin denklemini yazılım ile

Bazı öğretmen adaylarının geometrik yer tanımları ve iki nokta arasındaki uzaklık gibi ön bilgilerini kullanarak konu ile ilişkilendirme yapmaya çalışması dikkatimi çekmişti. Merkezi ve bir noktası bilinen çemberin genel denklemini yazılımı kullanarak ifade eden Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarına, “*bu durumu başka türlü bulabilir misiniz?*” diye sorduğumda grup üyelerinden Ö9, önceki derste ifade ettikleri geometrik yer tanımından yapabileceğini ifade etmişti. Nasıl diye sorduğumda ise “*çember bir düzlemde herhangi bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri diye tarif etmiştik. Bunun için iki nokta arası uzaklığı kullanarak da çember denklemine ulaşabiliriz.*” ifadesini kullandı. Burada iki nokta arasındaki uzaklığı ve geometrik yer tanımını kullanması güzel bir süreçti. Diğer öğretmen adayları arasında dolaştığımda da bu şekilde çemberin denklemini bazılarının oluşturduğunu gözlemlemekte idim. Öğretmen adaylarından bazıları ise sadece ekrandaki gözlemedikleri denklemler ve daha önceki bilgilerinden dolayı doğrudan denklemi yazabilmişlerdi (AN3;Ç3;G5).

Gerek öğretmen adaylarının çalışma yaprağında yer alan gerekse araştırmacının alan notlarındaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları geometrik yer kavramı ile ilişkilendirme yaparak çember denklemini ifade edebileceğini söylemişlerdir (R3). Bu süreçte öğretmen adaylarının, iki nokta arasındaki uzaklık formülünü kullandıkları ve geometrik yer tarifine göre çemberin genel denklemini oluşturdukları görülmüştür (R3). Sonuçta çemberin geometrik yer tanımını kullanarak çemberin genel denklemini ifade etmeye çalışan Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları daha önce görmüş oldukları ifadeler ile bir ilişkilendirme yapabilmişlerdir. Bu süreç içerisinde verilen çember denklemini ekrandan gözlemedikleri gibi oluşturan öğretmen adayları daha önceden görmüş oldukları geometrik yer tanımı ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramlarını çember denklemini genelleştirmede kullanmışlardır (A1). Bu süreçte öğretmen adaylarının ekrandaki gözlemleri ile daha önce öğrenmiş oldukları bir kavram olan hem geometrik yer tanımı hem de iki nokta arasındaki uzaklık kavramını hatırlamaları ve bunu kullanmaları matematiğin konuları arasında bir transfer sürecinin de gerçekleştiğini göstermektedir (T1). Sonuç olarak yazılımda çemberleri oluşturan öğretmen adayları gözlemediklerini transfer ederek çemberin genel denklemini farklı bir bağlamda oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür.

Üçüncü çalışma yaprağının diğer bir yönergesinde tabloda verilen çemberlerin genel formüllerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları çemberlerin genel denklemini, merkezini ve yarıçapını cebir ekranından gözlemleyerek tablodaki boş bırakılan yerleri

aşağıdaki gibi doldurmuşlardır. Bu süreçte Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö9: Ben okuyayım sen giriş ekranına denklemleri yazar mısın?

Ö10: Tamam söyle.

Ö9: Birinci denklem $x^2+y^2-4x-6y+4=0$

Ö10: Evet çemberin genel denklemi $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ çıktı. Merkezi (2,3) ve yarıçapı da 3.

Ö9: İkincisi $x^2+y^2-2x+4y+1=0$

Ö10: Genel denklem $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ merkezi (1,-2) ve yarıçapı 2.

.....

Çemberin Genel Formülü	Çemberin Genel Denklemi	Merkez	Yarıçap
$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$	M(2,3)	3
$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$	M(1,-2)	2
$x^2 + y^2 + 4x + 4y - 8 = 0$	$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$	M(-2,-2)	4
$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$	$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 0$	M(-2,1)	0
$x^2 + y^2 - 16 = 0$	$x^2 + y^2 = 16$	M(0,0)	4

Şekil 33. Çemberlerin genel formülünden genel denklemi, merkezi ve yarıçapın yazılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki gibi ekranda verilen genel formülden çemberlerin genel denklemini, merkezini ve yarıçapını bulmaya çalışan öğretmen adayları bu süreci kâğıt kalem ortamında da yapabileceklerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir.

A: Ne yapıyorsunuz şimdi?

Ö9: Hocam verilen denklemleri GeoGebra giriş ekranına yazıyoruz. Sonrasında oluşan çemberi ve denklemini hem grafik hem de cebir ekranından gözlemliyoruz. Burada çemberin genel formülünden yola çıkarak genel denklemi hakkında yorumlar yapıyoruz.

A: Bunu illaki GeoGebra ekranında mı yapabilirsiniz? Yoksa kâğıt kalem ortamında da bulabilir misiniz?

Ö10: Bence kâğıt kalem ortamında da bunu yapabiliriz.

A: Nasıl yaparsınız?

Ö10: Birinci denklemde örneğin oradaki ilk verilen denklemi ikinci dereceden denklem gibi düşünebiliriz. Yani x^2-4x+4 denklemi $(x-2)^2$ ifadesine eşittir. Orada diğerleri yani y^2-6y kalıyor. Ama bunu da tam kareye çevirebiliriz 9 ekleyip çıkartarak.

A: Buradan sonra ne yaptınız?

Ö10: Bu sonuçtan sonra zaten çemberin genel denklemini bildiğimiz için merkezi ve yarıçapını bulmuş oluruz.

A: Peki burada yazılımın size ne faydası oldu?

Ö10: Aslında dedim ya burada kâğıt kalem ile de yapabiliriz. Fakat yazılım ile hemen denklemini yazdık. Yazılım bize daha rahat tam kare ifadeyi verdi. Fakat bu şekilde olması hem görsel olarak işimizi kolaylaştırdı hem de zaman kazandırdı.

Diyalog ve çalışma yapraklarına yazılanlardan görüldüğü gibi öğretmen adayları birbirleri ile iletişime geçerek çemberlerin genel formüllerini yazılımın giriş ekranına yazmışlardır. Sonrasında ise oluşan çemberlerin genel denklemini, merkezini ve yarıçapını cebir ekranından gözlemleyerek tablodaki boş bırakılan yerleri yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde doldurmuşlardır (C2; E5). Çemberlerin genel formülü ve denkleminde yararlanarak yarıçapını genelleştirmeye çalışan Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları ekranda yaptıklarını düşünerek kâğıt kalem ortamında da istenilenleri yapabileceklerini ifade etmişlerdir. Bu süreçte giriş ekranına yazılan genel formüllerden yola çıkarak çemberlerin genel denklemi, merkezleri ve yarıçapları hakkında yorumlar yapılması öğretmen adaylarının tecrübe etmelerini göstermektedir (E5). Ayrıca öğretmen adayları yazılımın hem zaman kazandırması hem de görsellik sağlaması açısından da fayda sağladığını belirtmektedirler.

Bu süreçte Ö9 ve Ö10'un oluşturmuş olduğu grup tecrübelerinden yola çıkarak yarıçapın genel ifadesini aşağıdaki şekilde belirtmişlerdir. Araştırmacı ile Ö9 arasında geçen diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

A: Peki bu ifadeleri nasıl matematiksel olarak genelleştirdiniz?

Ö9: Burada çemberin genel formülündeki ifadelere baktığımızda genel denklemini yukarıdaki örneklerde nasıl yazdı isek aynı şekilde yazdık.

A: Nasıl?

Ö9: Yani genel formülünü yazılımda yazarak genel denklemi gözlemledik ya. Orada da merkezin koordinatları $(-A/2, -B/2)$ oldu.

A: Evet.

Ö9: Sonrasında merkezi ve yarıçapı belli olduğundan birbirine eşitledik. Yarıçapı A, B ve C cinsinden yazdık. Aslında burada yarıçapı formülleştirdik. Buda bence daha iyi oldu. Sonuçta ezberlemeden sonuca ulaştık.

$$x^2 + y^2 + Ax + Bx + C = 0 \quad \left| \left(x + \frac{A}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = r^2 \quad \left| \begin{matrix} M\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right) \\ \sqrt{\frac{A^2 + B^2 - 4C}{4}} \end{matrix} \right. \quad \sqrt{D}$$

$$\dots x^2 + Ax + \frac{A^2}{4} + y^2 + Bx + \frac{B^2}{4} = r^2 \dots$$

$$\dots \frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} - C = r^2 \dots \frac{A^2 + B^2 - 4C}{4} = r^2 \dots r = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 - 4C}{4}}$$

Şekil 34. Ö9 ve Ö10'un çemberin genel formülünden yarıçapı genelleştirmesine ait çalışma yapığında bir kesit.

Hem yazılımda hem de kâğıt kalem ortamında çemberin genel formülü ile çemberin genel denklemi arasındaki ilişkiyi bulan Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları verilenleri matematiksel olarak genelleştirerek yarıçapı ifade etmeye çalışmışlardır (A1). Bu süreçte çemberin genel formülü ile çemberin genel denklemini birbirine eşitlemişler ve yarıçapın genel ifadesini yazabilmişlerdir. Bu sayede öğretmen adaylarının sonuçları kendilerine göre anlamlaştırdıkları görülmüştür. Yukarıdaki süreçlerde de görüldüğü gibi tabloda verilen çemberin genel formüllerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları, çemberin genel denklemini merkezini ve yarıçapını cebir ekranından gözlemleyerek tablodaki boş bırakılan yerleri yukarıdaki gibi matematiksel olarak genelleştirmişlerdir (A1). Tabloda boş bırakılan yerleri birlikte dolduran Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları arasında geçen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

Ö9: Ben okuyayım sen giriş ekranına denklemleri yazar mısın?

Ö10: Tamam söyle?

Ö9: Birinci denklem $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$

Ö10: Evet çemberin genel denklemi $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ çıktı. Merkezi (2,3) yarıçapı da 3.

Ö9: İkincisi $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

Ö10: Genel denklem $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ merkezi (1,-2) yarıçapı 2.

.....

Ö9: En aşağıdaki çemberin genel formülüne baksana. Şimdi öncekiler gibi. Yani x'in katsayısının yarısının karesi, yine y'nin katsayısının karesi oluyor hep.

Ö10: O zaman $(x+A/2)^2 + (y+B/2)^2 = r^2$ gibi bir denklem olacaktır.

Ö9: Tamam da burada merkezler belli yani $(-A/2, -B/2)$ oldu. r yarıçapını nasıl bulacağız?

Ö10: Burayı açsak onu bulamaz mıyız? Yani çemberin genel denklemini açalım ve genel formülüne göre eşitleyerek bulabiliriz.

Ö9: Doğru o zaman buradan r'yi bulabiliriz.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları, tabloda verilen çemberlerin genel formüllerini öncelikli olarak bir iş bölümü yaparak yazılımın giriş ekranına girmişlerdir. Sonrasında ise yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır (C2). Ardından öğretmen adayları çemberin genel formülü ile genel denklemi arasındaki ilişkilerden faydalanarak çemberin merkezi ve yarıçapını matematiksel olarak ifade edebilmişlerdir (A1). Bu süreçte öğretmen adaylarının birbirleri ile yardımlaştıkları genel denklemden yarıçap ifadesini genelleştirirlerken birbirlerinin fikirlerini dinledikleri görülmüştür (C1).

Çemberin genel formüllerini yazılımın giriş ekranına yazmaya çalışan öğretmen adaylarından bazıları ise bu süreçte çalışma yaprağında kendilerine verilen denklemleri giriş ekranına yazarlarken bazı sıkıntılar yaşamışlardır. Bu süreçte Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Ö11: Çember denklemini girdim. Ama geçersiz girdi. x2 için sürgü oluştur diyor. Tekrar enter tuşuna bastım. Yine aynı.

Ö12: Bakalım bir daha yazalım o zaman. Ama burada x kare yerine x çarpı 2 olmuş. Ondan bence.

Ö11: Evet, burada x kare yazmamışım. Dur değiştiriyim. Evet, şimdi oldu.

Görüldüğü gibi giriş ekranına çemberlerin genel formülünü yazan Ö11 yazılımdan geçersiz girdi geri dönütünü almıştır. Ö12 ise giriş ekranına yazılan formülleri kontrol ederek x'in üzerinde 2 yazılmadığını Ö11'e söylemiştir. Sonrasında yapılan yanlışı düzelten Ö11, cebir ekranına çemberin genel formülünü yazdıktan sonra grafik ekranında oluşan çemberi gözlemlemiştir (C2). GeoGebra yazılımının bir diğer özelliğini kullanmaya çalışan Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları ise giriş ekranına yazdıkları bir önceki formülleri yazılımın geri çağırma özelliğini kullanarak giriş ekranında gözlemlemiştir. Sonrasında ise öğretmen adayları, sadece sayıları değiştirerek oluşan şekilleri grafik ekranında görmüşlerdir. Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının bu süreçteki diyalogları aşağıdaki gibidir:

Ö9: Birinci denklem $x^2+y^2-4x-6y+4=0$

Ö10: Evet çemberin genel denklemi $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ çıktı. Merkezi (2,3) yarıçapı da 3.

Ö9: Yön tuşlarını kullanarak ilk denklemi giriş ekranına çağırırım. Evet, şimdi burada sayıları değiştiriyorum. İkincisi $x^2+y^2-2x+4y+1=0$

Ö10: Genel denklem $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ merkezi (1,-2) ve yarıçapı 2.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları formülleri giriş ekranına yazarken yanlış yazmışlardır. Fakat yazılımın geri dönütleri sayesinde bu yanlışlıklarını birlikte düzeltmişlerdir (C2). Yine bu süreçte Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları istenilenleri yazılımın giriş ekranına tekrar tekrar yazmamak için giriş ekranında yön tuşlarını kullanarak daha önce yazılan çemberlerin genel formüllerini giriş ekranına geri çağırmışlardır. Bu süreçte daha önce cebir ekranına yazılan denklemlerdeki sayıları değiştiren öğretmen adaylarının, çemberin genel formüllerini tek tek giriş ekranına yazarken zorlanmadıkları görülmüştür. Her geri dönüşte bazı yorumlar yaparak yanlışlıklarını düzelterken öğretmen adayları bu şekilde işbirliği süreci geçirmişlerdir (C2).

Bir diğer yönergede ise çemberin genel formülü ile genel denklemi arasındaki ilişkileri belirleyerek yarıçapı matematiksel olarak genelleştiren öğretmen adaylarından tablodaki verilen genel formülleri yazılıma girmeleri istenmiştir. Bu süreçte yarıçapın denklemindeki karekök içerisindeki ifadenin durumuna göre oluşan şekilleri yazmaları ve nedenini kavramaları amaçlanmıştır. Yarıçap denklemindeki karekök içerisindeki ifade olan Δ 'nın durumunu kontrol eden öğretmen adayları, grafik ekranında oluşan şekli gözlemlemişler ve bu gözlemlerini çalışma yaprağına aşağıdaki gibi yazmışlardır. Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının tablodaki yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir.

Denklem	Δ 'nın durumu	Oluşan şekil
$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$	$\Delta < 0$ (); $\Delta = 0$ (); $\Delta > 0$ (✓)	Çember oluşur.
$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$	$\Delta < 0$ (); $\Delta = 0$ (✓); $\Delta > 0$ ()	Nokta oluşur.
$x^2 + y^2 - 2x + 3y + 4 = 0$	$\Delta < 0$ (✓); $\Delta = 0$ (); $\Delta > 0$ ()	Boş küme oluşur.
$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$	$\Delta < 0$ (); $\Delta = 0$ (✓); $\Delta > 0$ ()	Nokta oluşur.
$x^2 + y^2 + 3x - 7y + 28 = 0$	$\Delta < 0$ (✓); $\Delta = 0$ (); $\Delta > 0$ ()	Boş küme.

Şekil 35. Yarıçapa göre oluşan şekli gözlemleyen Ö9 ve Ö10'a ait olan çalışma yaprağından bir kesit.

Çemberin genel formülünden yarıçap ifadesini matematiksel olarak genelleştiren Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları, Δ 'nın durumuna göre oluşan şekli yukarıdaki tablodaki gibi ifade etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte öğretmen adaylarının bir önceki yönergede öğrenmiş oldukları yarıçap ifadesini yine burada uygulamaya çalıştıkları görülmüştür (A3). Çalışma yaprağındaki diğer bir yönergede ise tabloda verilen çember ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları denklemlerin kesişme durumlarını ekranda kontrol edebilmişlerdir. Tablodaki ifadeleri yazılım ekranından gözlemleyerek birlikte dolduran Ö11 ve Ö12 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve gözlemleri ile çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö11: Çember ve doğru denklemlerini giriş ekranına teker teker girelim. Kesişme seçeneği vardı ya onu kullanabilir miyiz?

Ö12: Evet ilk denklemi girdim. Birbirine teğet diyor.

Ö11: İkincisinin hepsini yazmayalım. Alt üst tuşuna bassana. Eskisinden hareket edelim.

Ö12: Tamam. İkinci de birbirini kesmemekte.

Ö11: Üçüncüsü iki noktada kesmekte $A(-1.85, 1.93)$ ve $B(3.45, -0.73)$. Diğerine geçelim.

Ö12: Dördüncüsü de iki noktada ve beşinci denklemler ise tek noktada. Yani birbirine teğet oldu.

Ö11: Tamam, bunları iyice yazalım tabloya.

Çember Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu	
$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$	$4x + 3y - 42 = 0$	Teğet. Bir noktada keser	$A(6,6)$ 'da
$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$	$2x - 3y + 6 = 0$	Kesişmezler	
$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$	$x + 2y - 2 = 0$	iki noktada kesişir	$A(-1.85, 1.93)$ $\rightarrow B(3.45, -0.73)$
$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$	$2x + 3y - 6 = 0$	iki noktada kesişirler	$A(1.09, 1.27)$ $B(4.45, -0.97)$
$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$	$3x + 4y - 24 = 0$	Teğet. Bir noktada keser	$A(4,2)$

Şekil 36. Çemberler ile doğrularına birbirine göre durumlarının yazılımdan gözlemlenenler ile çalışma yaprağına yazılmasına ait bir kesit.

Yukarıda görüldüğü gibi Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları tabloda verilen çemberin denklemi ile doğru denklemini ekranda oluşturarak kesişimlerini kontrol etmişlerdir. Bu süreçte kesişimlerinin iki noktada, tek noktada veya kesişmediğini gözlemleyerek bu ifadeleri tablodaki boş bırakılan yerlere yazmışlardır (E5). Bu şekilde bir tecrübe süreci yaşayan öğretmen adaylarının verilen çember ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına girdikleri ve sonrasında diğer denklemleri oluştururken en son oluşturdukları denklemleri yazılımdan tekrar giriş ekranına kopyaladıkları görülmüştür. Yazılımda bu süreçleri birkaç defa yapan öğretmen adayları çember ve doğru denklemlerinin birbirine göre durumlarını tecrübe etmeye çalışmışlardır.

Çember denklemi ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını hem yazılım ile hem de kâğıt kalem ortamında anlamlaştırmaya çalışan öğretmen adaylarının bu süreci matematiksel olarak genelleştirmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu duruma yönelik Ö11 ve Ö12 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö11: Şimdi bu doğru denklemi ile çemberin denklemini birlikte düşünelim. Acaba nasıl yapabiliriz.

Ö12: Burada $y = mx+n$ doğru denklemi. Bunları birbirine eşitlesek. Yani aslında y yi çember denkleminde yerine yazalım bakalım.

Ö11: Evet, yazdım bak.

Ö12: Tamam, ikinci dereceden denklem geldi. İşte buna göre yorumlayabiliriz sanki.

Ö11: O zaman ikinci dereceden denklemin köklerine göre düşünebiliriz.

Handwritten text in a box:

$y = mx+n$... çemberde yazalım

$x^2 + (mx+n)^2 + Ax + B(mx+n) + C = 0$

$(m^2+1)x^2 + (A+Bm+2ma)x + n^2+Bn+C = 0$

$\Delta > 0$ iki farklı nokta kesişir; $\Delta = 0$ tek nokta kesişir

$\Delta < 0$ ise kesişmez.

Şekil 37. Çember ve doğrunun birbirine göre durumlarının genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları verilen çember ve doğru denklemlerinden hareketle kesişme durumlarını matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır (A1). Bu süreçte doğru denklemdeki y ifadesini çember denkleminde yerine koyarak bir ikinci dereceden denklem bulan Ö11 ve Ö12 öğretmen adaylarının buradan hareketle istenilenleri genelleştirmeye çalıştıkları görülmüştür. Sonuçta hem ekranda hem de kâğıt kalem ortamında yaptıkları ifadeleri bu şekilde genelleştirerek uygulama imkânı bulabilmişlerdir (A1). Diğer taraftan Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları bu ifadeleri yazılım olmadan da yapabileceklerini fakat kesişme durumları için daha fazla zaman harcayacaklarını ifade etmişlerdir. Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog bu süreci göstermektedir.

A: Evet şimdi ne yapıyorsunuz?

Ö9: Şimdi burada verilen çember ve doğru denklemlerini giriş ekranına yazıyoruz. Sonrasında ise iki nesne arasındaki ilişkiden kesişme durumlarını kontrol ediyoruz.

A: Peki kesişip kesişmediklerini yazılım olmadan anlayabilir miydiniz?

Ö9: Bilmiyorum ki. Ama bu çember ile doğruyu birbirine eşitlesek olur mu ki?

A: Bilmem bir düşünün isterseniz.

Ö10: Bence olur. Neden dersiniz doğrudaki y'yi çekip çemberde yerine koyarsak baksana ikinci dereceden bir denklem ortaya çıkar.

Ö9: Evet haklısın. Ben aslında ilk başta direk birbirine eşitleyecektim. Burada ikinci dereceden denklem ortaya çıkar. Sonrası zaten kolay. İki kök varsa doğru çemberi iki noktada, tek kök olursa o zaman doğru çemberi tek noktada, kök yoksa o zaman doğru ile çember kesişmemekte olur.

A: O zaman bu dediklerinizi kâğıt kalem ortamında da oluşturabilirmişiz öylemi?

Ö9: Evet bu denklemleri yazsak deltaya bakarak sonuca ulaşabiliriz.

Denklemleri birbirine eşitleyelim

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 4x + 3y - 12 \quad \text{almadık}$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 9y + 9 = 0 \quad \text{acaba buna ha}$$

Doğrudaki y'yi çeki p yerine koyalım.

$$4x + 3y - 12 = 0$$

$$3y = 12 - 4x$$

$$y = 4 - \frac{4x}{3} \quad \text{yerine ya delim}$$

$$x^2 + \left(4 - \frac{4x}{3}\right)^2 - 4x - 6\left(4 - \frac{4x}{3}\right) - 12 = 0 \quad \text{bura dan}$$

Δ'ya bakınalysı z uzeri

Şekil 38. Bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının kâğıt kalem ortamında tecrübe edilmeye çalışılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi çember ve doğru denklemlerinin kesişim noktalarını bulurken Ö9 verilen iki denklemi ilk başta birbirine eşitleyeceklerini, Ö10 ise doğru denklemindeki y bilinmeyenini çekerek çemberde yerine konulması gerektiğini ifade etmiştir. Ö9 arkadaşının dediğinin doğru olacağını söyleyerek ikinci dereceden denklemin çözümüne göre istenilenlerin oluşturulabileceğini söylemiştir. Sonuçta bu grubun kâğıt kalem ortamındaki tecrübeleri ile bu süreci gerçekleştirdikleri görülmüştür. Fakat öğretmen adayları yazılım ile kesişim noktalarını daha net gördüklerini vurgulamışlardır (E1). Sonuç olarak hem yazılımda hem de kâğıt kalem ortamında tecrübe süreci yaşayan öğretmen adaylarının yazılımdaki tecrübelerinin zaman almadığı ve görsel olarak daha iyi gözlemledikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Diğer taraftan öğretmen adayları başka bir yönergede yazılımın grafik ekranı üzerinde iki çember oluşturmuşlar ve bu iki çemberin kesim noktalarından geçen bir doğrunun merkez noktalarından geçen doğrunun birbirlerine her zaman dik olacağını çemberleri değiştirerek ifade etmişlerdir. Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve GeoGebra ekranında oluşturmuş oldukları şekil aşağıdaki gibidir:

Ö9: Burada iki çember oluşturalım ve kesişim noktalarını belirleyelim.

Ö10: Tamam belirledik. Burada kesişim noktalarından geçen doğruyu oluşturalım.

Ö9: Tamam baksana oluşturduk. Sonrasında ise merkezlerini birleştirelim. Bu doğru ile diğer doğru sanki dik gibi baksana.

Ö10: Evet burada bu doğrular bence de dik açı. Bakalım evet bak 90 derece.

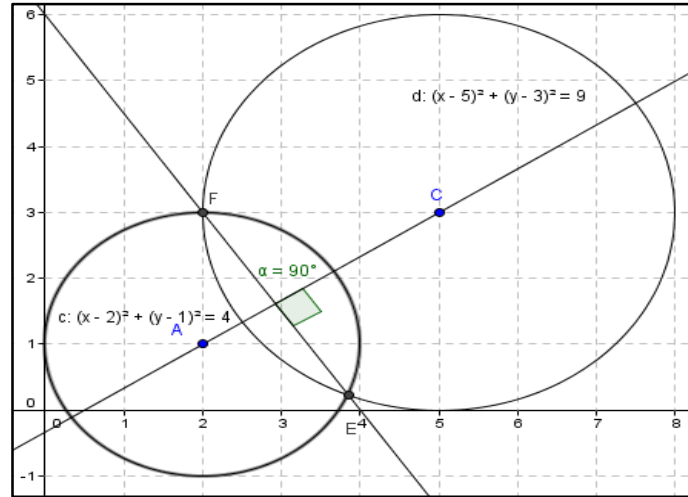
A: Ne yapıyorsunuz şimdi?

Ö9: Şimdi çemberlerin kesim noktalarından geçen doğru ile merkezlerinden geçen doğrular birbirine dik olmakta.

A: Her zaman bu doğru mudur? Yani her aldığınız çemberlerde bu şekilde bir genelleme yapabilir misiniz?

Ö10: Bence yaparız. Bakalım hocam mesela burada çemberleri değiştirelim. Bakın bu açı hep 90 derece. Hiç değişmiyor.

Ö9: Bence de. Baksanıza her seferinde 90 derece. Çemberleri değiştirsek de sonucumuz yani ifade ettiğimiz hep aynı.



Şekil 39. Çemberlerin kesim noktalarından geçen doğru ile merkezlerinden geçen doğruyunun her zaman dik olduğunun yazılımdan gözlemlenmesi.

Yukarıdan görüldüğü gibi Ö9 ve Ö10 yazılımın grafik ekranı üzerinde herhangi iki çember oluşturarak bu çemberlerin kesim noktalarını belirlemişlerdir. Sonrasında da merkezlerini birleştiren doğruyu oluşturarak bu doğruların kesim noktasını oluşturmuşlardır. Bu sürecin sonunda öğretmen adayları bu iki doğru arasındaki açının 90 derece olduğunu gözlemlenmişlerdir. Noktaları değiştirdikçe değişen çemberleri gözlemleyen öğretmen adayları bir tecrübe süreci yaşayarak çemberlerin kesim noktalarının oluşturmuş olduğu doğru ile merkezlerinin oluşturmuş olduğu doğruların her zaman birbirine dik olduğunu görmüşlerdir (E5).

Yazılımda yapılanlar sonucunda iki çemberin merkezlerini birleştiren doğru ile kesişim noktalarından geçen doğrunun birbirine dik olduğunu belirten Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları bu süreci kâğıt kalem ortamında da oluşturabileceklerini söylemişlerdir. Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında çalışırken aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö9: Ortak çözüm yapsak yani mesela çemberleri ortak çözsük sonuçta aynı kesişim noktalarına sahip olur mu?

A: Bilmem deneyin bakalım.

Ö10: Bence olabilir. Örneğin yarıçapı 3 olan denklem ve yine merkezleri farklı yarıçapı 3 olan denklemler şunlar olsa idi bunları ortak çözsük $x=7$ denklemi geldi. Peki, bu doğru acaba merkezleri birleştiren doğruya dik mi?

Ö9: Tamam merkezlerinden geçen doğruyu da çizelim. Ama bu doğruyu bilmiyoruz ki?

A: Bulabilir misiniz? Merkezlerden geçen denklemi.

Ö10: Bilemedim şimdi. GeoGebra'dan bu kolay da burada nasıl gösteririz ki acaba?

Ö9: Bence de yazılımda bu kolay ama benim de aklıma gelmedi.

A merkezli yarıçapı 3 olan çemberin genel denklemi $x^2 + y^2 - 12x - 8y = 43$
 C merkezli yarıçapı 3 olan çemberin genel denklemi $x^2 + y^2 - 16x - 8y = 7$
 Çemberlerin kesişim noktalarını birleştiren doğru ile A ve C merkez noktalarını birleştiren doğrunun birbirlerine dik olduğunu GeoGebra ekranında gördük.

$$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 43 = x^2 + y^2 - 16x - 8y + 7$$

$$4x - 28 = 0$$

$$x = 7$$

Şekil 40. Ö9 ve Ö10'un iki çemberin kesişim noktalarından geçen doğru ile merkezlerinden geçen doğrunun birbirine göre durumlarını belirlemeleri.

Aralarındaki diyaloglardan ve çalışma yapraklarına yazılanlardan da görüldüğü gibi kâğıt kalem ortamında iki çember denklemini birbirine eşitleyen Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları, oluşan denklemi iki çemberin ortak noktalarından geçen doğru olarak belirlemişlerdir. Bu süreçte öğretmen adaylarının merkezler arasındaki doğrunun denklemini ya da eğimini oluşturabilmek akıllarına gelmemiştir. Sonuçta yazılımdaki tecrübelerini kâğıt kalem ortamında kullanmaya çalışan öğretmen adayları bu uygulama sürecinde başarılı olamamışlardır (A3).

Diğer taraftan başka bir yönergede Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları, merkezi ve bir noktası bilinen çemberin genel denklemini vektörlerde öğrenmiş oldukları ifadelerden yararlanarak oluşturmaya çalışmışlardır. Ö11 ve Ö12 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö11: Burada vektörleri kullanıyoruz.

Ö12: Evet vektörleri hatırlarız işte.

Ö11: Burada u vektörünün başlangıcı orijin bitişi çemberin merkezidir. v vektörü de başlangıcı orijin bitişi noktası da çember üzerindeki nokta.

Ö12: w vektörü yarıçap uzunluğunda değil mi?

Ö11: Evet yarıçap uzunluğunda. Peki, w vektörünü u ve v vektörleri cinsinden ifade edelim. Bence farkları gibi.

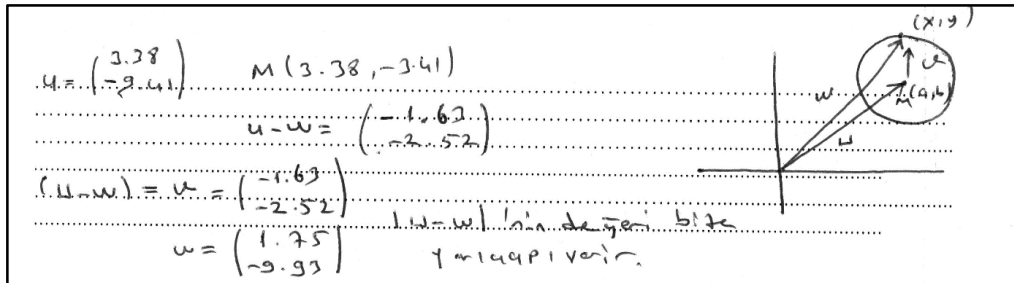
Ö12: Evet farkları $u-v$ bence w vektörüne eşit. İstersen giriş ekranına yaz.

Ö11: Tamam yazdım. Evet aynı. O zaman $u-v$ vektörünün boyu yarıçapı vermeli. Uzunluk mu yazıyorduk giriş ekranına?

Ö12: Evet uzunluk $u-v$ yaz.

Ö11: Tamam yarıçap ile aynı çıktı.

Ö12: O zaman çember üzerindeki nokta (x,y) olsa idi sonuca ulaşabiliriz. Evet, sonuçta çemberin genel denklemine ulaştık sanki.



Şekil 41. Vektörler ile yapılan işlemleri kullanarak çemberin genel denkleminin ifade edilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları, çemberin merkezine ve çember üzerinde almış oldukları noktalara ait olan yer vektörlerini oluşturmuşlardır. Bu vektörler arasındaki fark vektörünün yarıçap uzunluğunda olduğunu yazılımda vektörlerin uzunluk ifadesinden gözlemleyen öğretmen adayları daha önce öğrenmiş oldukları vektörler kavramını burada kullanmışlardır (T1). Çemberin genel denklemini vektörleri kullanarak ifade etmeye çalışan Ö11 ve Ö12 öğretmen adayları daha önce öğrenmiş oldukları kavramları buraya transfer ederek matematiğin konuları arasında bir transfer süreci

yaşamışlardır. Sonuçta fark vektörünü kullanan öğretmen adayları bu fark vektörünün normundan yola çıkarak çemberin genel denklemine ulaşmışlardır.

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre üçüncü hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 4'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo 4. Oluşturulan Ortamda Üçüncü Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R3	Yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması
	E1	Başka bir ortamda yaşamış oldukları ya da kâğıt kalem ortamındaki tecrübelerini GeoGebra ekranında yaşamalarını belirtmeleri
E Tecrübe Etme	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	E5	Ekranda oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
	A3	Verilen geometrik yerleri oluşturarak cebirsel ifadelerinin yazılması
C İşbirliği	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
T Transfer Etme	T1	Daha önce öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma

Özetle, oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adayları ile yürütülen üçüncü etkinlikte çemberin genel denkleminin ifadesi ve çemberin genel formülü ile genel denklemi arasındaki ilişkiden merkez ve yarıçapın belirlenmesinde yazılımdaki öğrenme süreçleri incelenmiştir. Yine bu süreçte bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumları ve iki çemberin kesim noktalarından geçen doğru ile merkezleri arasındaki doğru arasındaki ilişkiyi belirmeleri için ekranda yaşadıkları incelenmeye çalışılmıştır. Bu süreçte sürekli birbirleri ile iletişim içerisinde olan öğretmen adayları istenilenleri yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde oluşturmuşlardır. Oluşturulan öğrenme ortamındaki durum ilişkilendirme basamağı çerçevesinde incelendiğinde öğretmen adaylarının ekrandaki gözlemleriyle çemberin geometrik yer tanımını ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramını hatırladıkları ve bu ifadeler ile ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Böylece öğretmen adayları çemberin genel denklemini ifade edebilmişlerdir. Görüldüğü gibi oluşturulan ortam ile ekranda gözlemlenen ifadelerin yorumlanması esnasında daha önceki öğrenilmiş olan kavramların yazılım ile birlikte hatırlanarak kullanılması ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır.

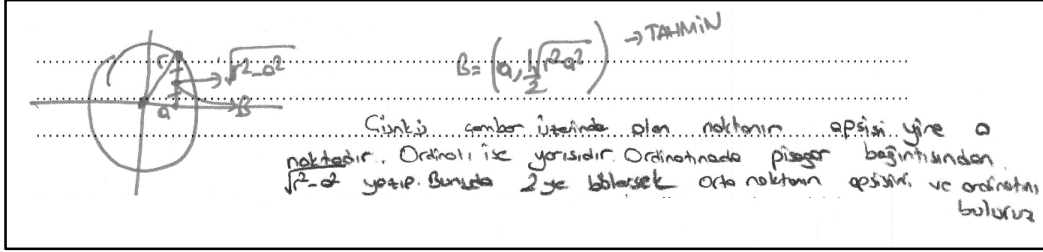
Tecrübe etme ile ilgili göstergeler neticesinde öncelikle oluşturulan bu ortam ile ekranda merkezi ve yarıçapı belli olan çemberler oluşturan öğretmen adayları merkezini ve yarıçapını değiştirerek cebir ekranında oluşan çemberlerin denklemini gözlemlemişlerdir. Yine bu süreçte çemberlerin genel formülünü ekrana giren öğretmen adayları çemberlerin genel denklemini, merkezini ve yarıçapını ekrandan gözlemleyerek belirlemişler bu şekilde bir tecrübe süreci yaşamışlardır. Bir diğer yönergede çember ve doğru denklemlerinin kesişimlerini yazılımdan gözlemleyen öğretmen adayları birbirine göre durumlarını tecrübe ettikleri görülmüştür. Bu süreçte öğretmen adaylarının yazılımda denklemleri oluştururken en son oluşturdukları denklemleri yazılımdan tekrar giriş ekranına kopyaladıkları buradan da diğer denklemleri yazarken zorlanmadıkları görülmüştür. Çember ve doğruların birbirine göre durumlarını ekrandan tecrübe eden Ö9 ve Ö10 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında da bu ifadeleri yapabileceklerini ifade etmişlerdir. Fakat bu öğretmen adayları yazılım ile kesişme noktalarını daha net gördüklerini vurgulamışlardır. Ayrıca çemberlerin kesişim noktalarından geçen doğru ile merkezleri birleştiren doğruların her zaman birbirine dik olduğunu çemberleri değiştirerek gözlemlemişlerdir. Sonuçta hem yazılımda hem de kâğıt kalem ortamında tecrübe süreci yaşayan öğretmen adaylarının yazılımdaki tecrübelerinin zaman almadığı ve görsel olarak daha iyi gözlemledikleri ile oluşturulan öğrenme ortamında yapılan tüm bu süreçler tecrübe etme sürecine katkı sağladığını göstermektedir. Bu süreçte çalışma yaprağının her bir yönergesinde tecrübenin yaşanmadığı durumlarda söz konusudur.

Üçüncü çalışma yaprağındaki bu süreçlerde öğretmen adayları yazılımdan aldıkları dönütler sayesinde birbirleri ile işbirliği içerisinde istenilenleri yapmaya çalışmışlardır. Bu süreçte öğretmen adaylarının ekranda çemberin genel formüllerini yazarlarken birbirleri ile yardımlaştıkları, çemberin genel denkleminde yarıçap ifadesini genelleştirirken de birbirlerinin fikirlerini dinledikleri görülmüştür. Yazılımın yanlış yazılan denklemlere geçersiz girdi gibi geri dönütler vermesi öğretmen adaylarının yanlışlıklarını düzeltmesini sağlamıştır. Yine bu süreçte yazılımın, giriş ekranına girilen denklemleri kaydetmesi ve öğretmen adaylarının bu denklemleri geri çağırması öğretmen adaylarının zamanlarını iyi kullanmalarına neden olmuş bu şekilde zorlandıkları geometrik yerler üzerinde daha fazla düşünebilme imkânı bulabilmişlerdir. Sonuç olarak oluşturulan bu ortamda yazılımın geri dönütleri sayesinde öğretmen adaylarının yanlışlarını düzeltmesi ve yazılan formüllerin geri çağırılması ile zamandan kazanılması yazılımın işbirliğine katkı sağladığı göstermektedir.

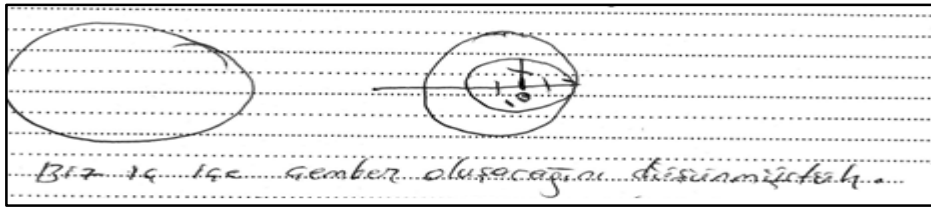
Hem geometrik yer ve iki nokta arası uzaklıkta hem de vektörler ile çemberin genel denkleminin ifade edilmesinde GeoGebra yazılımı ile oluşturulan öğrenme ortamının transfer sürecine katkısının olduğu görülmüştür. Öncelikli olarak çemberin genel denklemini yazılımdan gözlemleyen öğretmen adayları, bu denklemi daha önce öğrenmiş oldukları kavramlardan olan geometrik yer ve iki nokta arasındaki uzaklık ile belirleyebileceklerini göstermeye çalışmışlardır. Sonrasında ise yine aynı denklemin vektörler kullanılarak ifade edilmesi transfer sürecini göstermektedir. Sonuç olarak bu süreçte oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarının ekranda gözlemledikleri ile transfer süreci yaşayarak çemberin genel denklemini farklı bir bağlamda belirlemeye çalışmışlardır.

4. 4. Dördüncü hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Geometrik yer problemleri 1

Öğretmen adaylarına verilen dördüncü çalışma yaprağında ise geometrik yer problemleri ele alınmıştır. Öğretmen adaylarından bu geometrik yer problemlerini önce tahmin etmeleri ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları sonrasında da yazılımdan oluşturularak yapmış oldukları tahminlerini karşılaştırmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarına ilk olarak *“herhangi bir çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri”* sorulduğunda önce tahmin etmişler ve bu tahminlerinin nedenlerini açıklamaya çalışarak çalışma yaprağına aktarmışlardır. Bu süreçte nokta tahmini yapan Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları ile çember tahmini yapan Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir.



Şekil 42. Ö7 ve Ö8'in verilen geometrik yerde nokta tahmini açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit.



Şekil 43. Ö5 ve Ö6'nın verilen geometrik yerde çember tahminini açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Tahminlerinde elips olacağını ifade eden diğer bir grupta ise öğretmen adayları öncelikle bir fikir ayrılığına düşmüşler sonrasında grup elemanlarından biri diğerini söyledikleri ile ikna ederek tahminlerinin nedenlerini birlikte açıklamaya çalışmışlardır. Bu sürece ait olan Ö13 ve Ö14 arasındaki diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

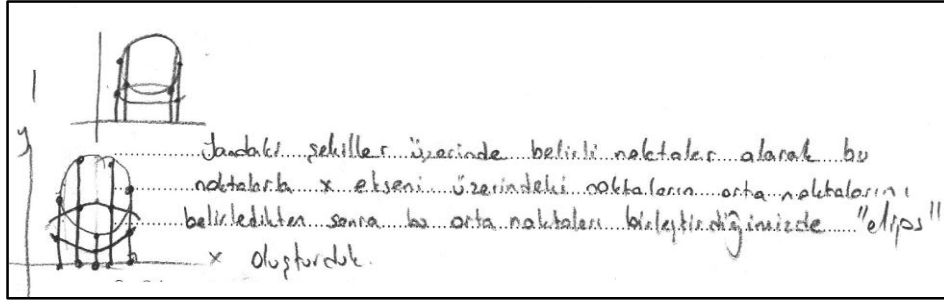
Ö13: *Bu geometrik yer bence çember olur.*

A: *Neden bir çember sence?*

Ö13: *Sonuçta baksana hep içerisinde noktalar oluşmakta.*

Ö14: *Bence çember değil bir elips. Baksana çember üzerinde alınan noktadan çizilen dikmelerin orta noktalarını birleştirdikçe oval bir şekil ortaya çıkar. Bak çizeyim gördün mü? Burası oval yani elipse benziyor.*

Ö13: *Evet ben ilk başta çember oluşacağını düşünüyordum. Haklısın senin dediğin daha mantıklı gibi.*



Şekil 44. Ö13 ve Ö14'ün verilen geometrik yerde elips tahminini açıklamasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

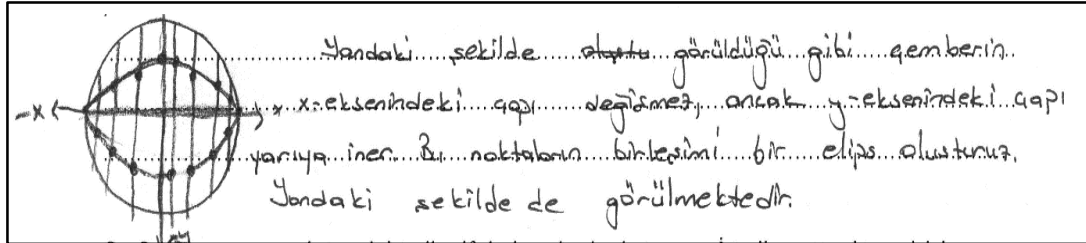
Yine bu süreçte elips olduğunu tahmin ederek açıklamaya çalışan Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının çizmiş oldukları şekil ile aralarında geçen diyalog ise aşağıdaki gibidir.

Ö15: Merkezi orijinde olan bir çember çizdik. Şimdi çember üzerinde noktalar alalım ve buralardan dikmeler indirelim.

Ö16: Evet, bu dikmelerin orta noktalarını işaretlesene.

Ö15: İşaretledim. Bence bu orta noktalar görüldüğü gibi çemberin x eksenindeki çapı değişmemekte y eksenine göre düşünürsek de yarıya iniyor gibi.

Ö16: Evet, dediğin doğru burada noktalar elips üzerinde geziyor sanki.



Şekil 45. Verilen geometrik yer için Ö15 ve Ö16'nın çalışma yapraklarına çizmiş olduğu şekil.

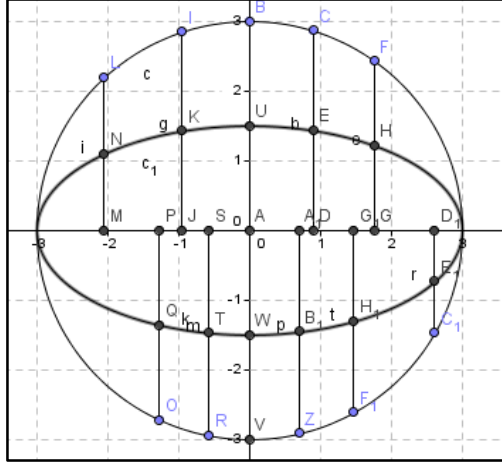
Araştırmacı da alan notunda çeşitli tahminlerin yapıldığını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Kendilerine verdiğim geometrik yere çeşitli tahminlerde bulunan öğretmen adayları bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışıyorlardı. Çember, nokta, parabol, doğru ve elips gibi farklı farklı tahminler ortaya atılması beni çok şaşırtmıştı. Tek bir cevap için bu kadar tahminin olması verilen geometrik yeri kafalarında canlandıramadıklarını göstermekte idi. Kâğıt

kalem ortamında elips şeklini çizen öğretmen adayları da doğruluklarını açıklamakta güçlük çekebiliyorlardı. Diğer öğretmen adayları ise yanlışlıklarını görmemekte kendi tahminlerinin doğru olduğunu ifade etmeye çalışmakta idi (AN4; Ç4).

Görüldüğü gibi öğretmen adayları sorulan geometrik yeri önce tahmin etmişler ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında nedenleri ile açıklamaya çalışmışlardır. Ö7 ve Ö8 öğretmen adayları oluşan şekli sadece bir nokta olarak belirtmiştir. Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları bu orta noktaların verilen çemberin içerisinde yine bir çember oluşturacağını ifade etmişlerdir. Oluşan dikmeler iki eşit parçadan oluştuğu için oluşan çemberin yarıçapları olacağını vurgulamışlardır. İki gruptaki öğretmen adayları geometrik yer olarak yanlış tahminde bulunup kâğıt kalem ortamında bu yanlış tahminlerini açıklamaya çalışmaları kâğıt kalem ortamındaki yanlışlıklarını göstermektedir (A2). Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları ise istenilenin bir elips oluşturacağı yönünde bir karar vermişlerdir. Önce Ö13 oluşacak şeklin çember olduğunu ifade etmiştir. Ardından Ö14 çember olmadığını elips olduğunu ifade ederek grup arkadaşını ikna edebilmiştir. Bu şekilde öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki tecrübeleri ile elips şeklinde doğru tahminlerin haricinde çember, doğru, nokta ve parabol gibi yanlış tahminlerde de bulunmuşlardır. Modelleme süreçleri dikkate alındığında ise doğru modelleme yapan öğretmen adayları elips, yanlış modelleme yapan öğretmen adayları ise çember, doğru, parabol ve nokta gibi şekiller çizmişlerdir (A2). Kâğıt kalem ortamında doğru modelleme yapan Ö15 ve Ö16 tam olarak yaptıklarını açıklayamamışlardır. Diğer öğretmen adayları ise modellediklerinin yanlışlıklarının farkına varamamışlar doğruluklarını da tam olarak açıklamakta güçlük çekmişlerdir.

Buna rağmen kâğıt kalem ortamında elips olduğunu ifade eden öğretmen adaylarından Ö13 ve Ö14 istenilenleri yazılımda modellerken aynen kâğıt kalem ortamında yaptıkları gibi düşünerek modellemeye çalıştıkları görülmüştür. Ö13 ve Ö14 öğretmen adaylarının yazılımda istenilenleri nasıl modelledikleri ve aralarındaki geçen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 46. Yazılımın modellemedeki avantajlarını kullanamayan öğretmen adaylarının oluşturduğu şekil.

Ö13: O zaman GeoGebra yazılımında istenilenleri oluşturalım.

Ö14: Tamam. Çemberi çizdim ve üzerinde bir nokta aldım x eksenine dik inelim orta noktası burası.

Ö13: Başka bir nokta daha alalım burada yaptığımız gibi.

Ö14: Tamam onu da aldım. Buradaki orta noktada şurası. O zaman biraz daha fazla doğru parçası alalım. Sonuçta bu orta noktaları birleştiren bir elips olacaktır bence.

Ö13: Evet bak buraları birleştirdiğimizde elipsi de çizersek o noktalar elips üzerinde. Burada beş noktadan geçen konik yazıyor. Bunu kullanalım mı bir deneyelim.

Ö14: Tamam oluşan orta noktalardan beş tanesine tıklayalım. Evet dediğimiz doğru elips o noktalardan geçti.

Görüldüğü gibi Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarının doğruluklarını ifade edebilmek için ekranda da benzer şeyler çizmeye çalışmışlardır. Çember üzerinde birden fazla nokta alarak dik doğru parçaları ve bu doğru parçalarının orta noktalarını işaretlemişlerdir. Sonrasında ise bu noktaların bir elips çizeceğini söylemişlerdir. Yazılımdaki beş noktadan geçen konik ikonunu gören Ö13 oluşturmuş oldukları noktalardan beş tanesini kullanarak elipsi oluşturabilmiştir. Ö13 ve Ö14 öğretmen adaylarının ilk başta kâğıt kalem ortamındaki gibi düşünerek çok fazla nokta almaları yazılımın modellemedeki avantajlarını kullanmadaki eksikliklerini göstermektedir. Sonuçta yazılımın sağladığı olanaklarla kolay olan modeli çizemedikleri görülmüştür. Bu da bir uygulama sürecinin göstergesi olan modellemede yazılımın avantajlarını kullanma eksikliği olması öğretmen adaylarının yazılımın ikonlarını tam olarak kullanamamasından kaynaklanmaktadır (A2). Sonuçta öğretmen adayları zor da olsa yazılımda modelleme

süreçlerini tamamlamışlardır. Fakat yazılımın iz komutunu kullanmış olsalar çok rahatlıkla başka doğru parçası oluşturmadan sonuca ulaşmış olacaktı. Ardından araştırmacı ile Ö13 ve Ö14'ün oluşturmuş olduğu grup arasında geçen diyalog ve grubun yazılımdaki modeli şu şekilde olmuştur:

A: *Bu yaptıklarınızın kâğıt kalem ortamından farkı nedir? Sonuçta aynı şeyleri yaptınız gibi geliyor bana.*

Ö13: *Aslında öyle ama sonuçta o noktaların bir elips oluşturduğunu bulduk bence.*

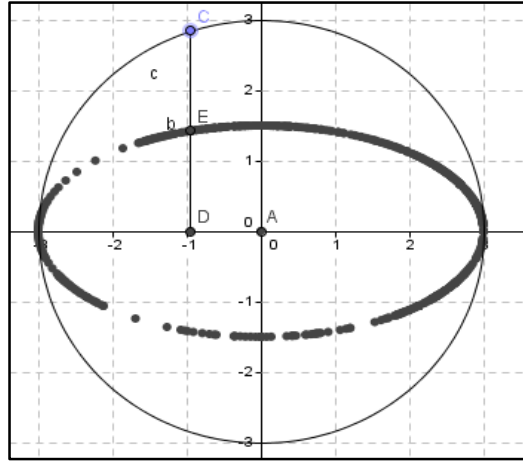
Ö14: *Peki burada tek bir dik doğru ile oluşan doğru parçasını da kullanabilir miyiz?*

A: *Nasıl yani?*

Ö14: *Yani burada tek bir doğru parçasının orta noktasını ve onun izini bu şekilde alsak. Sonrada onun izini açayım ve çember üzerindeki bu noktayı gezdireyim.*

Evet, bak burada daha kolay oldu. Bir sürü doğru parçası çizmeden kurtulduk.

Ö13: *Evet bu şekilde daha kolay oldu.*



Şekil 47. Ekranda tek bir doğru parçası alınarak istenilenin oluşturulması.

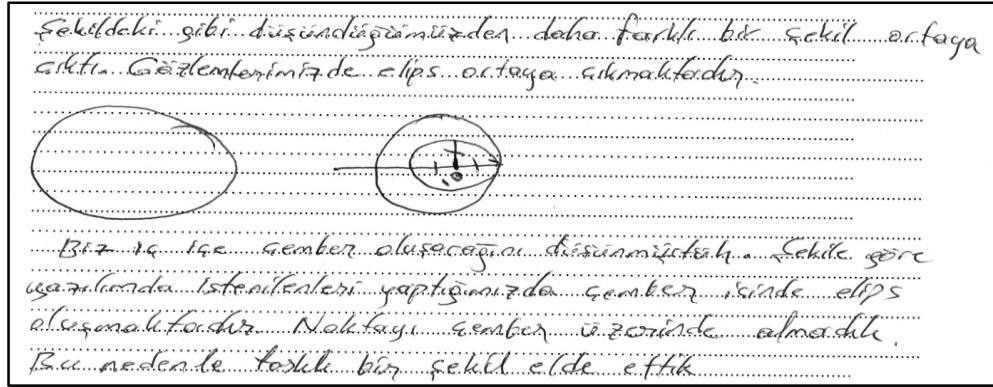
Görüldüğü gibi Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları istenilenleri yazılımda oluştururken ilk başta yukarıdaki gibi kâğıt kalem ortamında düşündükleri gibi oluşturmuşlardır. Bu süreçte araştırmacı “*bu yapmış olduklarınızın kâğıt kalem ortamından farkı nedir?*” gibi bir soru yöneltmesi ile öğretmen adayları farklarının olmadığını vurgulamışlar ve sonrasında da çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine bir dikme oluşturmuşlardır. Bu dikmenin orta noktasını işaretleyen öğretmen adayları orta noktasının izini açarak elipsi gözlemleyebilmişlerdir (A2). Bu modelleme uygulama sürecinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Araştırmacı da öğretmen adaylarının yazılımda oluşturmuş olduğu modellemeler sürecinde yaşamış oldukları durumları alan notunda aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Herhangi bir çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri sorulduğunda öğretmen adaylarından Ö5 ve Ö6'nın çember tahmini yaptığı, Ö7 ve Ö8'in nokta tahmini yaparak bu ifadeleri kendilerine göre açıkladıklarını gözlemledim. Sonrasında da yazılımda modeli oluşturduklarında ilk başta kâğıt kalem ortamında nasıl düşündüler ise o şekilde yazılımda da aynı yapılmışlardı. Ö5 ve Ö6 çember üzerinde çok nokta alarak o noktaların yine bir çember olacağını, Ö7 ve Ö8 ise çember üzerinde tek nokta alarak x eksenine inilen dikmenin oluşturmuş olduğu doğru parçasının orta noktasının geometrik yer olacağını ifade etmişti. Bu gruba kâğıt kalem ortamı ile bunun ne farkı var diye sorduğumda soruyu tekrar gözden geçirerek Ö5 ve Ö6 çember üzerinde tek bir nokta almış ve oluşan doğru parçasının orta noktasını işaretlemişti. Ardından grup elemanları noktayı gezdirirken orta noktanın izini açmış ve elips olduğunu gözlemlemişti. Ö7 ve Ö8 ise yanlış yaptıklarını anlayarak doğru parçasının orta noktasının izini açmış ve elips olduğunu onlarda görmüşlerdi. Doğru tahminde bulunan Ö13 ve Ö14 ise yazılımda modellerken yine diğer öğretmen adayları gibi çember üzerinde çok nokta almışlar oluşturdukları doğru parçalarının orta noktalarından hareketle elips olduğunu ifade etmişlerdi. İlk başta noktaları birleştirdiklerinde elips olacağını ifade eden bu öğretmen adayları sonrasında beş noktadan geçen konik ikonunu kullanabileceklerini söyleyerek bir elips oluşturmuşlardı. Sonrasında bu gruba da yukarıda yapılan benzer yönlendirmeler yapıldığında daha kolay olan çember üzerinde bir nokta ile oluşturulan doğru parçasının orta noktasının izini açarak bu izi elips oluşturduğunu gözlemleyebilmişlerdir (AN4;Ç4;G4;G5;G7).

Özetle, öğretmen adaylarına “*Herhangi bir çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?*” problemi sorulduğunda öncelikle kâğıt kalem ortamında modellemeye çalışmışlardır (A2). Bu modelleme süreçlerinde elips, çember, doğru, parabol ve nokta gibi şekiller çizen öğretmen adayları olmuştur. Kâğıt kalem ortamında doğru modelleme yapan öğretmen adaylarının ise yaptıklarını tam olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Bu esnada öğretmen adayları modellerinin yanlışlıklarının farkına varamamışlar ve doğruluklarını da tam olarak söyleyememişlerdir. Bazı öğretmen adayları ise kâğıt kalem ortamında yaptıklarının doğruluklarını ifade edebilmek için

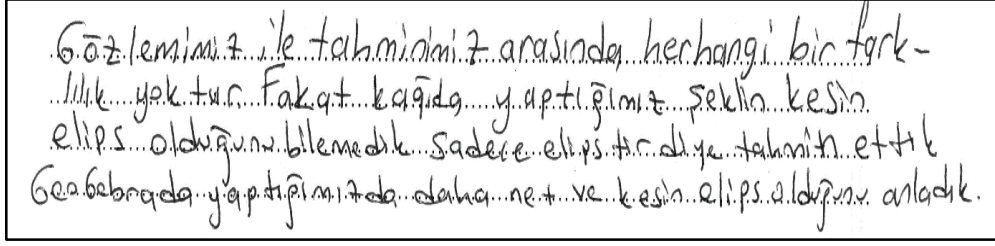
yazılımda da benzer şeyler çizmeye çalışmışlardır. Bunun için öğretmen adayları, çember üzerinde birden fazla nokta alarak dik doğru parçaları ve bu doğru parçalarının orta noktalarını işaretlemişlerdir. Sonrasında ise bu noktaların bir elips çizeceğini belirtmişlerdir. Bu süreçte araştırmacı öğretmen adaylarına “*bu yapmış olduklarınızın kâğıt kalem ortamından farkı nedir?*” gibi bir soru yöneltmesi ile öğretmen adayları, farkın olmadığını vurgulamış ve sonrasında da çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine bir dikme oluşturmuşlardır. Bu dikmenin orta noktasını işaretleyen öğretmen adayları, orta noktanın izini açarak elipsi gözlemleyebilmişlerdir. Sonuçta ilk başta öğretmen adayları yazılımın sağladığı olanaklarla kolay olan modeli çizemedikleri görülmektedir. Kolay olan bu modeli çizememeleri ise öğretmen adaylarının yazılımın ikonlarını tam olarak kullanamamasından kaynaklanmaktadır. Sonuç olarak öğretmen adayları zor da olsa yazılımın başka ikonları yardımıyla modelleme süreçlerini tamamlamışlardır (A2). Modelleme süreci ise uygulama sürecinin birbiri ile ilişkili olduğunu düşünüldüğünde yazılım bu sürece katkı sağlamıştır.

Sonrasında istenilenleri ekranda modelleyen öğretmen adayları düşündüklerini karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Tahminlerini yanlış yapan öğretmen adayları yazılımdaki gözlemlediklerini karşılaştırarak düşündüklerinden daha farklı bir şekil ortaya çıktığını ifade etmişlerdir (E2). Bu süreçte Ö5 ve Ö6'nın çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:



Şekil 48. Verilen geometrik yerde yapılan yanlış tahminlerin yazılım ile karşılaştırılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Ö5 ve Ö6 bu süreçte düşündüklerinin iç içe çember olduğunu fakat yazılımda ortaya çıkan şeklin bir elips olduğunu vurgulamışlardır. Tahminlerinin doğru olduğunu vurgulayan Ö13 ve Ö14 ise gözlemleri ile tahminlerinin arasında fark olmadığını fakat yazılımda düşündüklerini daha net ortaya koyduklarını ifade etmişlerdir. Ö13 ve Ö14'ün öğretmen adaylarının çalışma yapraklarına yazdıkları ifadeler aşağıdaki gibidir:



Şekil 49. Verilen geometrik yerde doğru tahminlerin yazılım ile karşılaştırılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının tahminlerini karşılaştırdıklarını sonuçta yanlış tahminde bulunan öğretmen adaylarının yanlışlıklarını anladıklarını ve doğru tahminde bulunanların ise tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklarken nerelerde yanlış düşündüklerini ifade ettiklerini gözlediğini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Öğretmen adaylarından Ö5 ve Ö6'nın çember tahmini yaptığını, Ö7 ve Ö8'in nokta tahmini yaparak bu ifadeleri kendilerine göre açıklamışlardı. Yazılımda oluşturulan ifadelerden yola çıkarak Ö7 ve Ö8 yanlışlığını anlayarak doğru oluşturmuş olduğu doğru parçasının orta noktasının izini açmışlar ve elips olduğunu onlar da görmüşlerdi. Bu süreçte görüldüğü gibi tahminleri çember olan Ö5 ve Ö6 ve nokta olan Ö7 ve Ö8 bu yanlış tahminlerini yazılımda yaptıkları ile karşılaştırma imkânı bulmuş ve nerelerde yanlış yaptıklarını fark edebilmişlerdi. Tahminlerinde elips olacağını ifade ederek doğru tahminde bulunan Ö13 ve Ö14 ise ekrandaki yaptıkları ile tahminlerinin doğru olduklarını gözlemlediklerini fakat kâğıt kalem ortamında bu durumu tam olarak anlamlandıramadıklarını vurgulamışlardı. Ekranda verilen geometrik yeri modelleyemeyen öğretmen adaylarının ise tahminlerine ve kâğıt kalem ortamında yaptıklarına bağlı kaldığı sonuçlarını bu şekilde sınırlandırdıklarını gözlemliyordum. Neden diye sorduğumda ise yine de tam olarak açıklama yapamadıklarını görmüştüm. (AN4; Ç4; G3; G4 ve G7).

Yukarıda da görüldüğü gibi öğretmen adayları verilen geometrik yeri öncelikle tahmin etmişler sonrasında ise bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamışlardır. İstenilenleri bir de GeoGebra ekranında modelleyen öğretmen adayları, ekranda gözlemledikleri ile tahminlerini karşılaştırma imkânı bulmuşlardır (E2). Bu süreçte doğru tahminde bulunan öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını kontrol ettikleri için, yanlış tahminlerde bulunanlar ise yanlış tahminlerinin doğruluklarını yazılım ile

gözlemlediklerinden geometrik yeri daha iyi anlamlandırmışlardır (E2). Ekranda bu süreci tamamlayamayan öğretmen adaylarının ise tahminlerine ve kâğıt kalem ortamında yaptıklarına bağlı kaldığı ve sonuçlarını bu şekilde yorumlamaya çalışmışlardır (E2). Bu durum tecrübe sürecinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Yine öğretmen adaylarının yazılım ile düşüncelerinin daha net ortaya konulmasını ifade etmeleri yazılımın bu süreçteki rolünün bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır (E3; C1).

Ayrıca verilen problemi ekranda şekil 46'daki gibi doğru olarak modelleyen Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları ekranda yaptıkları ile aşağıdaki gibi çeşitli yorumlarda bulunabilmişlerdir. Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö15: Evet, burada bu çember üzerinde bir nokta aldım ve bu noktadan x eksenine dikme oluşturdum.

Ö16: Oluşan orta nokta D. Evet izini açsana.

Ö15: Evet, izini açtık. Şimdi bu noktayı gezdiriyorum. İzin oluşturduğu şekil elips evet.

Ö16: Biz kâğıt kalem ortamında da aynı şekli düşünmüştük. Fakat noktaları gözlemleyerek tahmin ettik. Ama sonucun doğru olduğundan emin değildik sonuçta bunu görmemiz daha iyi oldu. Demek ki bu noktanın geometrik yeri bir elips belirtiyor bu kesin.

Görüldüğü gibi Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları verilen ilk geometrik yerde elips oluşabileceğini ifade ettiklerini bunu da kâğıt kalem ortamında söylediklerini fakat sonuçtan emin olmadıklarını belirtmişlerdir. Bu şekilde daha önceki yapılandırılmaya çalışılan bilgilerinin farklı bir bağlamda karşılına çıkması ve bu durumlar hakkında yorumlar yapılması ilişkilendirmeyi göstermektedir (R1). Gözlemledikleri ile ders içerisinde bu şekilde yorumlar yaparak ilişkilendirme yapan Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları yaptıklarını daha iyi anlamlandırabilmişlerdir. Sonuçta öğretmen adayları yazılım olmadan kâğıt kalem ortamında bu şekilde tam bir yorum yapamadıkları fakat farklı bir bağlamda karşılına çıkması ile daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür (R1).

Dördüncü çalışma yaprağında verilen bir diğer geometrik yerde ise öğretmen adaylarına “Bir ABC üçgeninin çevrel çemberi üzerinde alınan herhangi bir P noktasından üçgenin AB ve BC kenarlarına inilen dikmelerin değme noktaları sırasıyla D ve E noktaları olsun. Değişen P noktası için PDE üçgeninin çevrel çemberinin merkezi olan F noktasının geometrik yerini bulunuz?” sorulduğunda öğretmen adayları yine tahminlerde bulunarak bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında nedenleri ile birlikte çalışma yaprağına yazmışlardır. Ö13 ve Ö14 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö13: İstenilenleri şuraya çizelim.

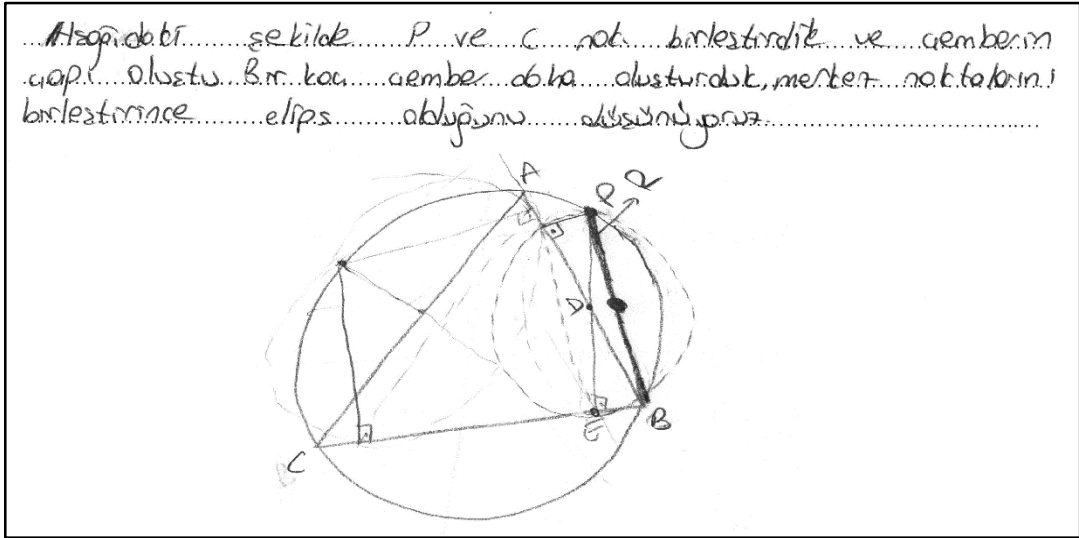
Ö14: Evet, çizelim. Tamam, bu şekilde.

Ö13: Bu noktalar bence bir elips. Baksana.

Ö14: Evet, elipse benziyor. Bence de o zaman tahminimiz elips.

A: Neden elips dediniz?

Ö13: Hocam burada noktaları birleştirdik. Sonrasında birkaç tane daha çember oluşturduğumuzda merkez noktaları bu elipsin üzerinde olacak diye düşündük.

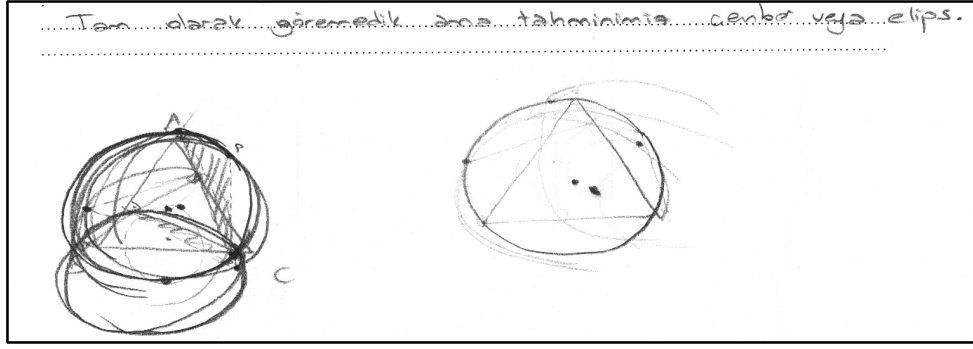


Şekil 50. Verilen geometrik yerde tahminlerinin elips olduğunu kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan Ö13 ve Ö14'ün çalışma yaprağından bir kesit.

Ö15 ve Ö16 ise verilen geometrik yere tam bir tahminde bulunamadıklarını Ö5 ve Ö6 da tam olarak düşünemediklerini fakat çember veya elips olabileceğini aşağıdaki gibi çalışma yapraklarına yazmışlardır.

Tahminde bulunamadık. Çünkü kâğıt üzerinde oluşan şekli göstermek zor ve karışık oldu.

Şekil 51. Verilen geometrik yere Ö15 ve Ö16'nın tahminde bulunamadıklarını ifade eden çalışma yapraklarından bir kesit.



Şekil 52. Verilen geometrik yere Ö5 ve Ö6'nın çember veya elips tahminini yazmasına yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Öğretmen adayları sorulan geometrik yeri önce tahmin etmişler ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında nedenleri ile açıklamaya çalışmışlardır. Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları oluşan şeklin bir elips oluşturacağını birkaç çember çizerek göstermeye çalışmıştır (A2). Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları ise bir tahminde bulunamadıklarını kâğıt kalem ortamında düşündükleri şekli gözlemlemenin zor olduğunu ifade etmişlerdir. Ö5 ve Ö6 da tahminlerinin çember veya elips olabileceğini fakat bunu tam olarak kâğıt kalem ortamında gösteremediklerini çalışma yapraklarına yazmışlardır (A2). Görüldüğü gibi öğretmen adayları verilen geometrik yerin sonucunu tam olarak tahminde bulunamayarak kâğıt kalem ortamında geometrik yeri göstermenin zor olacağını söylemişlerdir. Öğretmen adaylarının verilen geometrik yere tahminde bulunamaması ya da yanlış tahminlerde bulunmaları tam olarak kafalarında somutlaştıramadıklarını göstermektedir.

Ardından ekranda istenilenleri oluşturmaya çalışan Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları herhangi bir üçgen ve bu üçgenin çevrel çemberini rahatlıkla oluşturmuşlardır. Sonrasında ise çember üzerinde alınan herhangi bir noktadan kenarlara olan dikmeleri belirleyebilmişlerdir. İstenen üçgenin çevrel çemberini de oluşturan Ö13 ve Ö14 bu çemberin merkezini ekranda işaretlemişlerdir. Araştırmacının yönlendirmeleri sayesinde bu grup, çemberin merkezini belirleyerek bu merkezin izinin oluşturmuş olduğu şeklin çember olduğunu gözlemleyebilmişlerdir. Bu süreçte Ö13 ve Ö14 arasında geçen diyalog ve yazılımda oluşturulan şekil aşağıdaki gibidir:

Ö13: Bir ABC üçgeni ve bu üç noktadan geçen çemberi oluşturdum.

Ö14: Tamam. Burada çember üzerinde bir nokta alsana.

Ö13: Aldım D noktası. Dur bu noktanın ismini değiştirelim. P yaptık.

Ö14: Şimdi de buradan AB ve AC kenarlarına dikme indirelim.

Ö13: İndirdim. Oluşan dikme ayakları yani kesişimleri D ve E oldu. PDE üçgenini oluşturuyorum.

Ö14: Tamam. Şimdi de bu üçgenin çevrel çemberini aynı şekilde oluşturalım.

Ö13: Oluşturdum. Şimdi her şey tamam. Bize ne soruluyordu?

Ö14: Bu çemberin merkezinin geometrik yeri soruluyor.

Ö13: Tamam da bu çemberin merkezini nasıl bulacağız? Acaba DE üzerinde mi?

Ö14: Ama DE üzerinde olsa DPE açısı dik olurdu. Baksana o açı 88,6 gibi. O olmaz.

A: Ne yapıyorsunuz arkadaşlar?

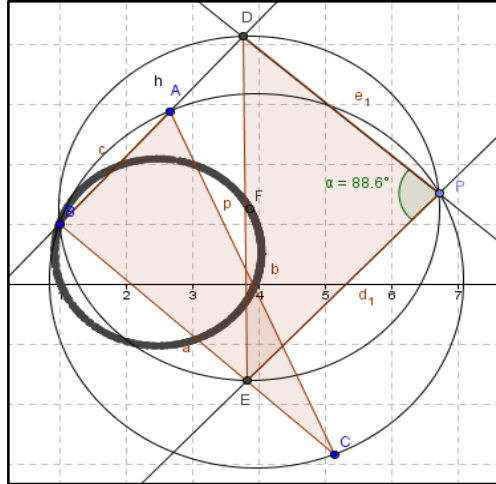
Ö13: Hocam biz istenilenleri oluşturduk ama sanki istenilen merkezin yerini bulamadık. Yazılımda da çemberin merkezini bul seçeneği yok.

A: Evet öyle bir ikonumuz yok. Ama dik olan açılar hangileri sizce?

Ö14: Dikmeler indirdiğimizden burası D ve E açıları dik.

Ö13: Tamam ben buldum. Acaba buralar dik ya burası kirişler dörtgeni değil mi? O zaman merkez B ile P noktasının orta noktasıdır. Bunu da belirlersem evet F oldu.

Ö14: Doğru şimdi bu noktanın izine bakacağız. Evet, bak çember oluştu. Biz yanlış düşünmüştük.



Şekil 53. Verilen geometrik yerde Ö13 ve Ö14'ün ekranda oluşturmuş olduğu şekil.

Çoğu öğretmen adayı gibi Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları da ekranda istenilenleri modelleme sürecinde Ö13 ve Ö14'ün göstermiş olduğu başarıyı gösterememişlerdir. Araştırmacı bu süreçte Ö15 ve Ö16'ya daha fazla yardımcı olarak modellemelerine katkıda bulunmuştur. Araştırmacının alan notu bu süreci aşağıdaki gibi özetlemektedir.

Öğretmen adaylarından Ö13 ve Ö14 istenilenleri kâğıt kalem ortamında da olduğu gibi ekranda da rahatlıkla modelleyebilmişlerdi. Kâğıt kalem ortamında yaptıklarının aynısını ekranda da yaparak modelleme sürecinde başarılı olan Ö13 ve Ö14 sadece son oluşturulan çemberin merkezini belirleyememişler

fakat yönlendirmelerim ile bu sıkıntıyı aşmışlardı. Aynı başarıyı Ö15 ve Ö16 gösterememişlerdi. Ö15 ve Ö16 üçgen ve bu üçgene ait olan çemberi oluşturmuşlar fakat bu çember üzerinde alınan noktadan kenarlara olan dikmeleri ve bu dikmelerin kesim noktalarını oluşturmada güçlük çekmişlerdi. Belki de çoğu öğretmen adayının zorlanması geometrik yerin modellenmesinin biraz zor olmasından kaynaklanmış olabilir. Bu nedenle oluşacak şekillerin ilk kısımlarını yazılımda hazır olarak vermiş olsa idim daha iyi olabilirdi (AN4;Ç4; G7;G8).

Görüldüğü gibi Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları verilen geometrik yeri kâğıt kalem ortamında modelledikleri gibi yazılımda da modelleme de başarılı olmuşlardır (A2). Araştırmacının ifade ettiği gibi diğer öğretmen adayları aynı başarıyı gösterememişlerdir. Sonuçta öğretmen adaylarının bazıları yazılımda modelleme sürecini araştırmacının yönlendirmeleri ile bazıları ise tam olarak modelleyemeden geçmişlerdir. Bağlamsal öğrenme ve öğretme stratejisi olan uygulama bileşeni ile ilişkili olan modelleme süreci ile verilen geometrik yeri anlamlandırdıkları görülmüştür. Sonuçta zorda olsa öğretmen adaylarının bazıının verilen geometrik yeri modelleme süreçlerini tamamlamışlardır. Yine bu süreçte ekrandaki dönütleri birlikte yorumlayan grup elemanları oluşan durumları kontrol ederek bir işbirliği süreci yaşamışlardır (C2).

Ardından verilen geometrik yeri yazılımda modelleyen öğretmen adayları yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Tahminleri yanlış olan Ö13 ve Ö14 ekranda gözlemlediklerini karşılaştırarak düşündüklerinden daha farklı bir şekil ortaya çıktığını aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir. Ö13 ve Ö14'ün aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

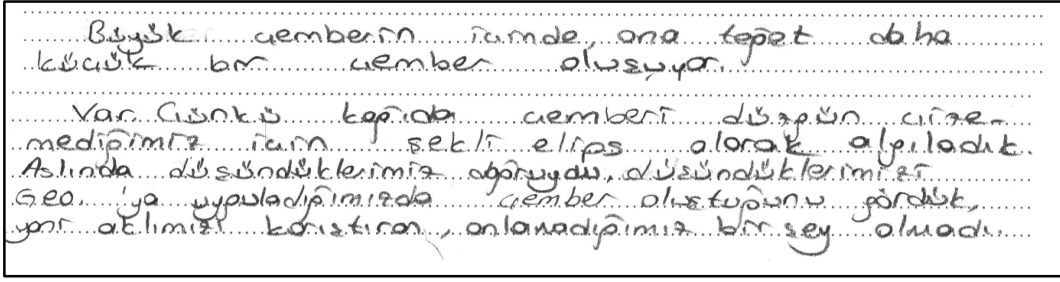
Ö13: Evet, verilen çemberin içinde ona da teğet olan bir çember oluştu.

Ö14: Biz iyi çizelememişiz bence.

Ö13: Bence de aslında. Biz de ekrandaki gibi yapmıştık. Fakat elips olarak düşündük oluşacak şekli

Ö14: Evet, ama bu şekilde gözlemleyemediğimiz şekli tam olarak gördük. Bu da daha iyi oldu bence.

Ö13: Şimdi daha net olarak gördük. Düşündüklerimizde nerelerde yanlış nerelerde doğru olduğunu gördük.



Şekil 54. Verilen geometrik yerde Ö13 ve Ö14'ün yanlış tahminlerin yazılım ile karşılaştırılmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının verilen geometrik yeri ekranda gözlemlemesi ile tahminlerini karşılaştırdığını ve kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarının yanlışlıklarını gözlemlediklerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Tahminlerinde çember oluşabileceğini ifade eden Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları ekranda geometrik yeri gözlemleyince nerelerde yanlış yaptıklarının farkına varabilmişlerdi. Bu gruptaki öğretmen adayları aslında kâğıt kalem ortamında bazı ifadeleri doğru düşünmüşlerdi. Fakat merkezlerin geometrik yeri olduğundan birkaç tane çizmekle sonuca ulaşabileceklerini düşünmüşler ve sonuçta elips olabileceğini söylemişlerdi. Önce yaptıklarının doğru olduğunu düşünen Ö13 ve Ö14 yazılımda çember olduğunu gözlemleyince düşündüklerinin doğru olduğunu fakat doğru bir şekilde çizemediklerini ifade etmişlerdi. Diğer öğretmen adaylarından ekranda modellemelerini yapanlar ise düşündüklerinin doğruluklarını ekrandaki gözlemleri ile sınavabilmişlerdi (AN4; Ç4; G7).

Görüldüğü gibi Ö13 ve Ö14 öğretmen adayları oluşan şeklin kendilerinin tahminlerinden farklı olduğunu fakat sonuçta yazılımda yapılanlar ile kâğıt kalem ortamında yaptıklarının aynı olduğunu ifade etmişlerdir (E2). Bu süreçte öğretmen adayları ilk başta elips olarak düşündüklerinin doğru olduğunu ifade etmişlerdir. Fakat ekranda çember şekli ortaya çıkınca elipsin yanlış olduğunu gördüklerini ve bu şekilde geometrik yeri daha iyi anlamlandırdıklarını vurgulamışlardır. Sonuçta bu süreçte verilen geometrik yeri ekranda oluşturan öğretmen adayları oluşturulan ortamda gözlemlediklerini tahminleri ile karşılaştırma imkânı bulmuşlardır (E2).

Verilen bir diğer geometrik yer probleminde ise öğretmen adaylarından düzlemde merkezi O noktası olan çemberlere herhangi bir sabit A noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları olan C ve D noktalarının geometrik yerinin bulunması istenmiştir. Bu

süreç içerisinde öğretmen adaylarından grup arkadaşı ile yine bir tahminde bulunmaları ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları istenmiştir. Tahminlerinde biraz kararsız olan Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapıklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

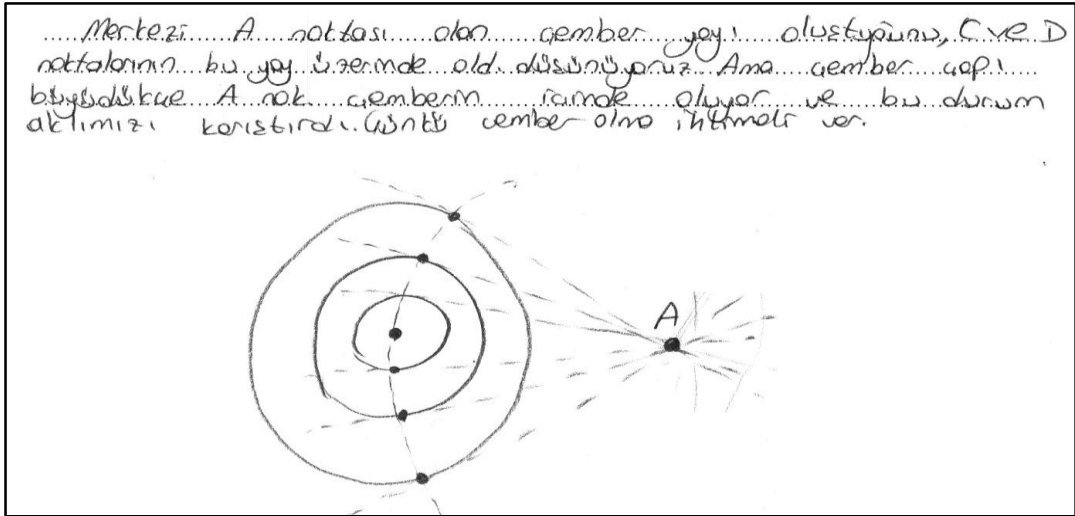
Ö15: *Problemde bir sabit nokta var ve bu sabit noktadan çembere teğet fakat bu çemberlerin yarıçapları farklı o zaman. Bu teğetlerin geometrik yeri bence çember yayı olur. Merkezi A noktası olan bir çember yayı ve C ve D noktaları da bu yay üzerinde.*

Ö16: *Bence de.*

A: *Neden çember dediniz? Ne düşündünüz de bu kararı verdiniz?*

Ö15: *Burada C ve D noktaları düşünmüş olduğumuz yay içerisinde kalacaktır. Sonuçta A merkezli olur. Çünkü A noktası çemberin içerisine düşüyor. Aslında A noktasının içeride olması kafamı da karıştırmıyor değil.*

Ö16: *Burada C ve D noktaları üzerinde çember yayı oluştuğunu düşündüğümüzde oluyor ama benim de kafam karıştı tam bir çemberde olabilir.*



Şekil 55. Verilen geometrik yerin tahmin edilmesinden sonra kâğıt kalem ortamında açıklanma sürecine ait bir kesit.

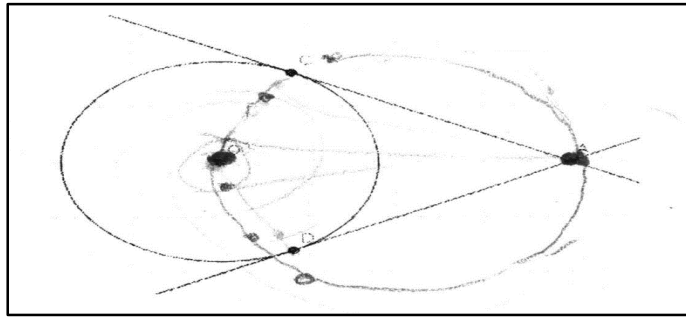
Görüldüğü gibi Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları verilen geometrik yeri tahmin etmişler ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışlardır (A2). Tahminlerinde bir çember yayı olabileceğini ve ardından bu yayın devam ederek belki de bir çember oluşturabileceğini ifade etmişlerdir. Sonuçta grubun, A noktasının çember yayı içerisinde veya çember içerisinde kalabileceğini belirttikleri ama bu iki ifade arasında tam bir karar veremedikleri görülmüştür. Diğer taraftan Ö13 ve Ö14 öğretmen adaylarının verilen

geometrik yer problemini kâğıt kalem ortamında modellerken aralarında geçen diyalog ve modelleri aşağıdaki gibidir.

Ö13: *Şimdi bu O merkezi aynen kalacak fakat yarıçaplar değişecek. Bak biraz küçük çizmiş olsak bu nokta.*

Ö14: *Biraz büyültsek şimdi de bu nokta. Sonuçta A noktasından da geçen bir çember oluyor gibi.*

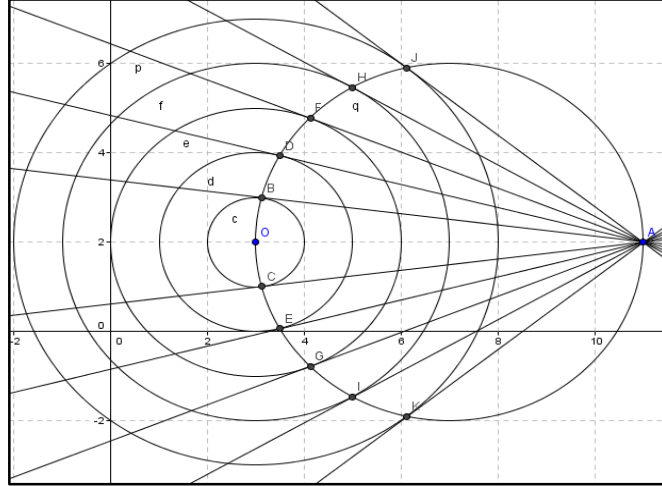
Ö13: *Evet A noktasını da içerisine alan bir çember. Ama yine de bunu tam olarak söyleyemeyiz. Tam olarak kafamızda canlandıramıyoruz.*



Şekil 56. Ö13 ve Ö14'ün tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamasına ait oluşturdukları şekil.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları sorulan geometrik yeri kâğıt kalem ortamında modellemeye çalışmışlardır. Bu modelleme süreçlerinde çember, çember yayı gibi modeller çizen öğretmen adayları olmuştur. Kâğıt kalem ortamında doğru modelleme yapan Ö13 ve Ö14 tam olarak yaptıklarını açıklayamamıştır. Diğer öğretmen adayları ise modelledikleri ile yanlışlıklarının farkına varamadıkları ve doğruluklarını da tam olarak açıklayamadıkları görülmüştür (A2).

Buna rağmen kâğıt kalem ortamında çember veya çember yayı olduğunu ifade eden öğretmen adaylarından Ö15 ve Ö16 yazılımda istenilenleri modellerken aynen kâğıt kalem ortamında yaptıkları gibi düşünerek modellemeye çalıştıkları görülmüştür. Bu süreçte Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının ekranda modelledikleri şekil ve aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 57. Ö15 ve Ö16'nın verilen bir diğer geometrik yer problemini ekranda oluşturmasına ait şekil.

Ö15: Merkezi O noktası ve yarıçapı 1 birim olan çember oluşturdum. A noktasından teğetleri oluşturan ikon hangisi idi?

Ö16: Dördüncü ikonun altında idi. Bak.

Ö15: Tamam. Şimdi de kesim noktalarını belirleyelim. B ve C oldu. Yarıçapı 2 olan çemberi düşünelim o da D ve E noktaları.

Ö16: O zaman yarıçapı 3, 4 ve 5 olan çemberler. Bu şekilde gitsin bakalım.

Ö15: Evet, bunların kesim noktaları da bu noktalar.

Ö16: Şimdi, üç noktadan geçen çemberi çizen ikonu kullanalım. Evet, bak A noktasını da içine aldı. Sonuçta A ve O'dan geçen bir çember oluşmakta.

Araştırmacı da öğretmen adaylarının yazılımda oluşturmuş olduğu modellemeler sürecinde yaşamış oldukları durumları alan notunda aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Merkezi O noktası olan çemberlere herhangi bir sabit A noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları olan C ve D noktalarının geometrik yeri sorulduğunda Ö13 ve Ö4'ün çember, Ö15 ve Ö16'nın çember yayı ya da çember olabileceği gibi tahminlerde buldukları ve bunları açıklamaya çalıştıklarını gözlemledim. Yazılımda modellemeye çalışan Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki düşündükleri gibi yarıçapları farklı olan çember olarak istenilen modeli oluşturmaya çalışmışlardı. Aslında sürgü nesnesi ve iz komutundan daha kolay bulunabileceği halde bu şekilde kâğıt kalem ortamındaki gibi düşünceleri öğretmen adaylarının yazılımı tam olarak kullanamamalarını göstermekte idi. Fakat bu şekilde de iki çember oluşturmuş

olsalar bile Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları istenilen şekli yazılımın üç noktadan geçen çember ikonunu kullanarak belirleyebilmişlerdi. Bu şekilde aslında öğretmen adaylarının yazılımın avantajlarını kullanamadıkları fakat öğretmen adaylarının yazılımın çeşitli ikonlarını araştırarak kullanabilmeleri güzel bir süreçti (AN4;Ç4; G7;G8).

Görüldüğü gibi Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarının doğruluklarına bakabilmek için ekranda da benzer şeyler çizmeye çalışmışlardır. Bu nedenle öğretmen adayları, merkezi O noktası olan çemberler ve bu çemberlere A noktasından teğetler çizerek oluşan kesim noktalarını belirlemişlerdir. Üç noktadan geçen çember ikonunu kullanan Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları oluşan çemberin A ve O noktalarından geçtiğini belirleyebilmişlerdir. Aslında öğretmen adaylarının, tek bir çember ve sürgü nesnesi özelliğini kullanarak istenilen çemberleri oluşturabilecekken bu şekilde daha fazla çember alarak aynen kâğıt kalem ortamında düşündükleri gibi düşünceleri yazılımın modellemedeki avantajlarını kullanmadaki eksikliklerini göstermektedir. Sonuç olarak daha kolay olan modeli yazılımın sağladığı olanaklarla çizemedikleri görülmüştür (A2). Öğretmen adayları yazılımın sürgü nesnesi özelliğini kullanmış olsalar sonuca daha kolay ulaşmış olacaktı. Bu durumda uygulama süreci ile ilişkili olan modellemede yazılımın avantajlarını kullanma eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Bu şekilde de olsa öğretmen adayları yazılımda yaptıklarıyla uzun sürede modelleme süreçlerini tamamlamışlardır (A2). Fakat öğretmen adayları, yazılımın sürgü nesnesi ve iz komutunu ya da daha az çember kullanarak kesim noktalarından hareket etmiş olsalardı çok rahatlıkla istenilen sonuca daha kısa bir zamanda ulaşmış olacaktı. Sonuç olarak yazılımın üç noktadan geçen çember seçeneği sayesinde çok fazla nokta oluşturmalarına gerek kalmamıştır. Görüldüğü gibi oluşturulan ortamdaki yazılımın çeşitli ikonları sayesinde öğretmen adayları geri dönütleri alabilmişler ve sonuca ulaşabilmişlerdir.

Sonrasında istenilenlerin yazılımda modellenmesi ile öğretmen adayları tahminlerini karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının yazılım ile tahminlerini karşılaştırmalarına ait olan araştırmacı ile aralarındaki diyalogları aşağıdaki gibidir:

Ö15: Biz çember yayı düşünmüştük fakat çember de olabileceğini söylemiştik.

Ö16: Evet, ikisi arasında kaldık ama çember olsa dahi merkezi A noktası gibi idi.

A: Peki tahmininiz ile yazılımda ortaya çıkan arasında ne gibi farklılıklar gözlemlediniz?

Ö15: Aslında düşünmüş olduğumuz çember yayı ve çember doğru gibi ama bunlar hep havada kalmakta. Yani şöyle olsa böyle olur falan diyoruz fakat yazılım ile bu havada kalan düşüncelerimiz netleşti bence.

Görüldüğü gibi istenilenleri bir de GeoGebra ekranında modelleyen öğretmen adayları ekranda gözlemedikleri ile tahminlerini karşılaştırma imkânı bulmuşlardır. Bu süreçte doğru tahminde bulunan öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını kontrol ettikleri için, yanlış tahminlerde bulunanlar ise yanlış tahminlerinin doğruluklarını yazılım ile gözlemediklerinden problemi daha iyi anlamlandırarak bir tecrübe süreci yaşamışlardır (E2).

Bu süreçte verilen geometrik yeri şekil 57'daki gibi modelleyen ve ekrandaki gözlemedikleri ile ders içerisinde yorumlar yapan Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının aralarında geçen bir diyalogda ise kâğıt kalem ortamında kararsız kaldıklarını aşağıdaki gibi açıklamışlardır.

Ö16: Şimdi, üç noktadan geçen çemberi çizen ikonu kullanalım. Evet, bak A noktasını da içine aldı. Sonuçta A ve O'dan geçen bir çember oluşmakta.

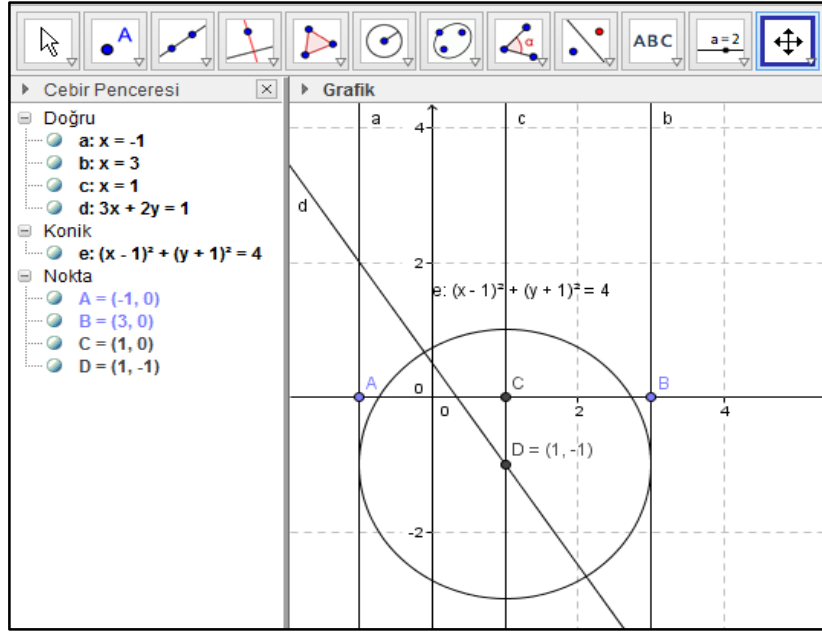
Ö15: Evet, o zaman merkezleri aynı olan çemberler ile dışardaki bir A noktasından bu çemberlere çizilen teğet değme noktalarının geometrik yeri O ve A'dan geçen bir çember olmaktadır.

Ö16: Kâğıt kalem ortamında yaptıklarımızın aynısını yaptık ama orada çember ya da elips oluşabileceğini düşünerek kararsız kalmıştık. Kâğıt kalem ortamında bunu yapmak zor gerçekten.

Görüldüğü gibi verilen geometrik yere kâğıt kalem ortamında çember veya çember yayı oluşabileceğini düşünen Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları ekranda aynen kâğıt kalem ortamındaki gibi bir modelleme yaparak sonuca uzunda olsa ulaşabilmişlerdir. Bu şekilde yine ekrandaki oluşturdukları ifadelerden yola çıkarak kâğıt kalem ortamındaki düşündükleri bilgilerini yazılım ile gözlemleyebilmişlerdir. Gözlemedikleri ile ders içerisinde bu şekilde yorumlar yaparak ilişkilendirme yapan Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları yaptıklarını daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür. Sonuçta öğretmen adayları yazılım olmadan kâğıt kalem ortamında bu şekilde tam bir yorum yapamadıkları fakat farklı bir bağlamda karşılıklarına çıkması ile daha iyi anlamlandırdıkları belirlenmiştir (R1).

Diğer taraftan yine dördüncü çalışma yaprağında öğretmen adaylarına öğrenmiş oldukları ifadeleri uygulamaları için “ $x=-1$ ve $x=3$ doğrularına teğet olan ve merkezi $3x + 2y - 1 = 0$ doğrusu üzerinde olan çemberin merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını belirleyiniz?” problemi sorulmuştur. Ö15 ve Ö16 bu problemi çözmek için verilenleri ilk

başta GeoGebra ekranında oluşturmuşlardır. Öğretmen adayları ekranda oluşturulan şekil ile ekranda yaptıklarını aşağıdaki gibi çalışma yapraklarına yazmışlardır.



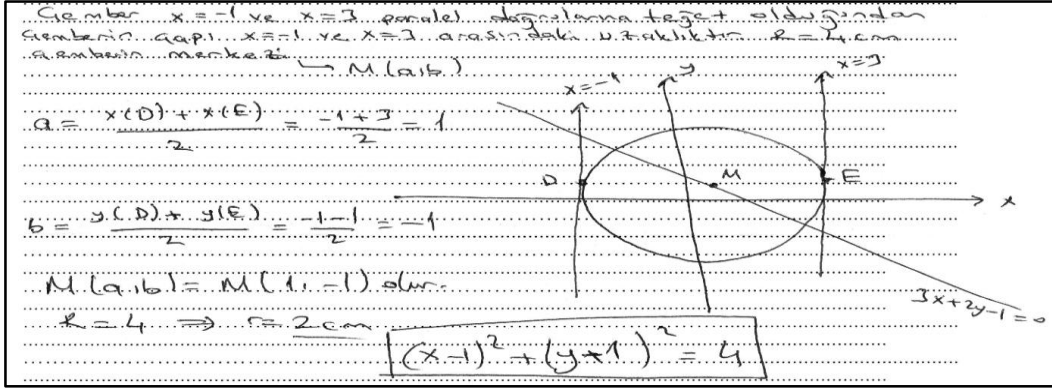
Şekil 58. Verilen problemin ekranda modellenmesine ait olan şekil.

GeoGebra ekranında $x = -1$ ve $x = 3$ doğrularını oluşturduk. Bu doğruların x eksenine kesişim noktalarını belirledik. Bu iki noktanın orta noktası $x = 1$ noktasını oluşturduğumuzda $x = 1$ noktasından dikey doğru oluşturduk. Bu doğru ile $3x + 2y = 1 = 0$ doğrusunun kesişimini bulduk. Bu kesişim noktasının $(1, -1)$ olduğunu gördük. $(1, -1)$ noktası çemberimizin merkezi olur.

Çember denklemini ise "merkez ve yarıçapla çember" ikonunu kullanarak çemberimizi oluşturduk. Çemberin denklemini cebir ekranında gördük.

Şekil 59. Ö15 ve Ö16'nın verilen problemi GeoGebra yazılımı ile ifade etmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö15 ve Ö16 kâğıt kalem ortamında da yapılabilecek bu problemi yazılımda yapmaya çalışmışlardır. Araştırmacının yazılım olmadan bu soruyu nasıl çözerdiniz sorusu karşısında öğretmen adayları istenilenleri bu sefer kâğıt kalem ortamında daha rahat çözmüşlerdir (A3). Bu süreç içerisinde yazılımda problemi gözlemleyen öğretmen adaylarının sonrasında çalışma yapraklarına yapmış oldukları çözüm aşağıdaki kesitte verilmiştir.



Şekil 60. Problemi ekranda gözlemleyen Ö15 ve Ö16'nın kâğıt kalem ortamında çözmeye çalışması.

Araştırmacı ise yukarıdaki bu durumu aşağıdaki gibi alan notunda ifade etmiştir.

Geometrik yer problemleri gibi bir soru sormamak için sadece sayısal verileri olan bir soru yönelttim. Bu süreçte öğretmen adayları artık yazılım ile çalıştıklarından hemen istenilenleri yazılımda oluşturmaya çalışmışlardı. Sonrasında da problemi yazılım ile anlamlaştırarak sonucunu çalışma yapraklarına yazmışlardı. Ö15 ve Ö16 grubunun yanında iken yazılımdan istenilen sonuca ulaştıklarını gördüm. Yazılımdaki bu gözlemlerinden yola çıkarak kâğıt kalem ortamında nasıl çözeceklerini merak ederek öğretmen adaylarına “kâğıt kalem ortamında bu soruyu çözebilir misiniz” diye bir soru sorduğumda rahatlıkla problemi çözdüklerini gördüm. Aslında keşke ilk başta kâğıt kalem ortamında bu problemi çözmelerini istese idim. Belki de bu durumda ilk başta zorlanacaklardı. Ama yazılımdan gözlemleyen öğretmen adayları kâğıt kalem ortamına rahatlıkla istediklerini yazabilmişlerdi. Hatta Ö9 bu durumu “Eğer ilk başta kâğıt ortamında bu problemi çözmeye kalkışsak belki de zorlanarak sonuca ulaşacaktık. Fakat şimdi yazılımdan sonra bunu yapmak daha kolay oldu.” gibi ifade etmişti (AN4; Ç4; G8).

Verilen bu problemde tecrübe edinilen ifadeler uygulanarak problem çözülmeye çalışılmıştır. Önce verilenleri yazılımda oluşturan Ö15 ve Ö16, çemberin denklemini cebir ekranından gözlemleyerek problemi çözmüşlerdir (A3). Sonrasında ise kâğıt kalem ortamında yazılımda yaptıklarını düşünerek rahatlıkla modelleyebilmişlerdir (A2). Öğretmen adaylarının istenilenleri modelleyerek problemi çözmeleri uygulama sürecini göstermektedir.

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre dördüncü hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 5'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo 5. Oluşturulan Ortamda Dördüncü Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	E2	Tahminleri ile modelleme sonucu oluşan geometrik yerlerin karşılaştırılması
E Tecrübe Etme	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	A2	Verilen ifadelerin kâğıt kalem ortamında veya yazılımda modellenmesi
A Uygulama	A3	Verilen geometrik yerleri oluşturarak cebirsel ifadelerinin yazılması
	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
C İşbirliği	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
	T Transfer Etme	

Dördüncü çalışma yaprağında yapılanlar ilişkilendirme bileşeninin göstergelerine göre incelendiğinde öğretmen adaylarından bazıları ekranda oluşturmuş oldukları noktaları hareket ettirdikçe kâğıt kalem ortamındaki doğru olan bilgilerini farklı bir bağlamda yapılandırmaya çalıştıkları görülmüştür. Oluşturulan ortam sayesinde ekrandaki gözlemledikleri ile ders içerisinde ilişkilendirme yapabilen öğretmen adayları bu şekilde geometrik yerleri daha iyi anlamlandırabilmişlerdir. Yazılımdan gözlemledikleri ile yine ders içerisinde konu hakkında yorumlar yapmaları ilişkilendirme sürecinin bir göstergesi

olarak karşımıza çıkmaktadır. Oluşturulan ortamda GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına verilen geometrik yerlerde düşündüklerinin farklı bir bağlamda karşlarına çıkmasını sağlayarak ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır.

Tecrübe etme bileşenine göre dördüncü etkinlikte yapılanlar incelendiğinde; oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adaylarına 3 tane geometrik yer sorulmuş ve öncelikle bu geometrik yerlerin tahmin edilmesi istenmiştir. Bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan öğretmen adaylarının çoğunluğu tahminlerinin doğruluklarını ya da yanlışlıklarını tam açıklayamadıkları görülmüştür. Verilen ilk probleme öğretmen adayları elips, doğru, nokta ve çember gibi farklı farklı tahminlerde buldukları görülmüştür. Bu şekilde tahminlerde bulunan öğretmen adayları istenilenleri tam olarak kafalarında canlandıramadıklarını söylemişlerdir. Öğretmen adayları doğru tahminlerini kâğıt kalem ortamında tam olarak açıklayamamışlardır. Sonrasında ise yazılımda istenilenleri oluşturan öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını ve tahminlerini karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Öğretmen adayları kendilerine verilen ikinci geometrik yere tahminde bulunamadıkları görülmüştür. Yazılımda sonucu gözlemleyen öğretmen adaylarının bazıları verilen geometrik yeri tahmin etmenin biraz zor olacağını vurgulamışlardır. Yazılımda geometrik yeri modelleyen öğretmen adaylarının ise düşündükleri ile ekranda oluşturulan geometrik yer arasındaki farklılıkları belirleyebildikleri görülmüştür. Böylece verilen geometrik yeri yine öğretmen adayları yazılımda modelledikten sonra tahminlerini karşılaştırabilmişlerdir. Sonuç olarak oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını veya yanlışlıklarını gözleme imkânı bulabilmişlerdir. Yazılımın görselliği ile birlikte öğretmen adaylarının düşüncelerinin netleştiği, yazılımda bir deneyim yaşadıkları ve bu deneyimleri ile sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Oluşturulan öğrenme ortamında yapılan tüm bu süreçler sonucunda GeoGebra yazılımının tecrübelerine katkı sağladığını göstermektedir.

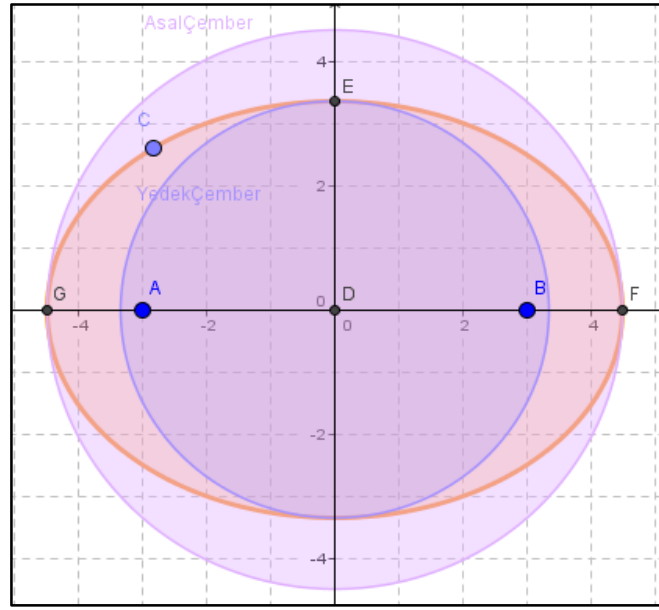
Uygulama sürecinin bileşenlerine göre ise; öğretmen adaylarının öğrenmiş oldukları ifadeleri uygulamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu süreçte kendilerine verilen geometrik yerleri hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modelleyerek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bu süreçte verilen geometrik yerlere öncelikli olarak çeşitli tahminlerde bulunmuşlar ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında modellemişlerdir. Birinci geometrik yere elips, çember, doğru, parabol ve nokta gibi şekiller çizen öğretmen adayları olmuştur. Kâğıt kalem ortamındaki modellemelerinde bu şekilleri ifade eden öğretmen adaylarının yaptıklarını tam olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Bu süreçte bazı öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarının doğruluklarını ifade edebilmek için yazılımda da benzer şeyler çizmeye çalışmışlardır. İstenilenleri yazılımda oluşturmaya çalışan öğretmen adayları bu şekilde önce kâğıt kalem ortamındaki gibi davranarak yazılımın

avantajlarını kullanamamışlardır. Bu durum ilk başta uygulama sürecindeki modellemelerindeki eksikliklerini göstermektedir. Yazılımın çeşitli ikonları sayesinde öğretmen adaylarının bu eksiklikten kurtuldukları ve sonuçta yazılımdaki modellemelerinde başarılı oldukları görülmüştür. Verilen ikinci geometrik yerde ise istenilenleri yazılımda rahatlıkla oluşturmuşlar ve istenilen sonuca ulaşmışlardır. Üçüncü geometrik yerde de öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında istenilenleri modellemeye çalışmışlar sonrasında da yazılımda istenilenleri oluşturmuşlardır. Fakat verilen bu geometrik yeri yazılımda modellerken öğretmen adaylarının biraz zorlandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarından bazılarının geometrik yerin yapısından dolayı biraz karışık gibi olan bu geometrik yer problemini modellemekte zorlandıkları görülmüştür. Bir diğer geometrik yerde verilen ilk problem gibi ilk başta kâğıt kalem ortamındaki gibi davranan öğretmen adayları uzun da olsa istenilenleri yazılımda modelleyebilmişlerdir. Yine bu süreçte öğretmen adaylarının yazılımın avantajlarını özellikle sürgü ve iz bırakma ikonlarını kullanamadıkları görülmüştür. Sonuçta öğretmen adaylarının oluşturulan bu ortamda öncelikli olarak kâğıt kalem ortamında istenilenleri modellemeye çalıştıkları, sonrasında yazılımda modellemeye çalıştıkları fakat ekranda modellerken kâğıt kalem ortamındaki gibi düşünerek yazılımın avantajlarını kullanamadıkları görülmüştür. Yazılımda istenilenleri modelleyen öğretmen adaylarının verilen geometrik yeri çözerek sonuca ulaştıkları gözlenmiştir. Kâğıt kalem ortamındaki eksikliklerin yazılımdaki modellemeler sonucunda ortadan kalkmış ve geometrik yer daha iyi anlaşılmuştur. Oluşturulan ortamda yazılımın iz bırakma, sürgü nesnelere gibi özelliklerini kullanamayan öğretmen adaylarına yazılım beş noktadan çizilen konik ve üç noktadan çizilen çember seçenekleri ile yardımcı olmuştur. Oluşturulan ortamda yukarıdaki ifadedeki gibi yazılım öğretmen adaylarının modellemelerine yardımcı olarak uygulama sürecine katkı sağlamıştır. Tecrübe ve uygulama süreçlerinin çok sık görüldüğü bu çalışma yapığında transfer ile ilgili bulgulara rastlanılmamıştır.

4. 5. Beşinci hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Elipsin özelliklerini kavrayalım

Öğretmen adaylarıyla yürütülen beşinci çalışma yapığında ise öğretmen adaylarına elipsin köşe noktaları ve odak noktalarının koordinatları arasındaki ilişki, elipsin genel denklemi, elips ile doğrunun birbirine göre durumları gibi özellikleri kavratılmaya çalışılmıştır. Bu özellikleri kavrayabilmeleri için öğretmen adaylarına aşağıdaki şekildeki hazır dosya verilmiştir. Kendilerinden öncelikli olarak verilen hazır dosyayı açmaları ve buradan hareketle elipsin odak noktalarını değiştirerek verilen yönergede tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmaları istenmiştir. Verilen hazır dosyada EB uzunluğunu oluşturan

öğretmen adayları aşağıdaki diyalogdaki gibi ekranda odak noktalarını hareket ettirerek elipsin asal ve yedek çemberlerinin yarıçaplarını ve odak noktasının asal çemberinin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığını ifade eden EB uzunluklarını ekrandan gözlemleyen Ö17 ve Ö18 öğretmen adayları tablodaki boş bırakılan yerleri aşağıdaki gibi doldurmuşlardır. Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit bu sürecin nasıl gerçekleştiğini göstermektedir.



Şekil 61. Elipsin özelliklerinin kavratılmasına ait öğretmen adaylarına hazır olarak verilen dosyadaki şekil.

Ö17: Odak noktalarını değiştirelim.

Ö18: Tamam. Cebir ekranından değiştiriyorum.

Ö17: Evet istersen fare ile de değiştirebiliriz. Fark etmez.

Ö18: Tamam $c=-2$ olduğunda b değeri 3.46; a değeri 4 ve EB uzunluğu da 4 çıktı.

Diğer satır da ise $c=-1$ için $b=3.56$; $a=3.7$ ve $EB=3.7$ çıktı. Diğerleri de $c=1$ ve $c=2$ değerleri içinde aynı çıktı.

Ö17: $c=-3$ içinde $b=3.35$; $a=4.5$ ve $EB=4.5$ çıktı. Demek ki a ve EB değerleri hep aynı

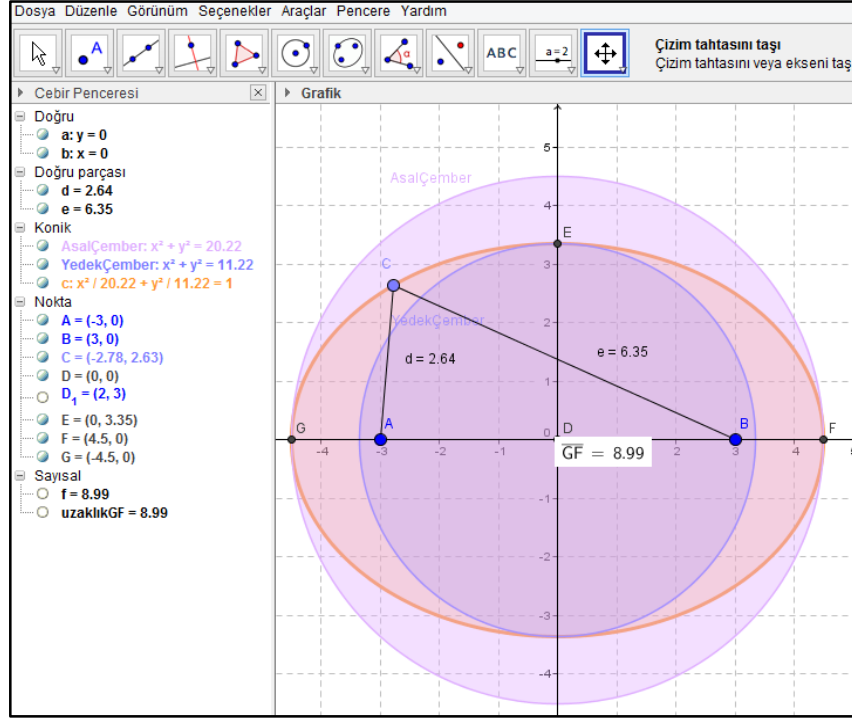
baksana değiştirdikçe aynı değerler geliyor.

c	b	a	IEBI
-2	3.46	..4	..4
-1	3.56	..3.7	..3.7
1	3.56	..3.7	..3.7
2	3.46	..4	..4
..3	3.35	..4.5	4.5

Şekil 62. Ekranda elips üzerindeki noktaları değiştirerek tablonun doldurulmasına ait olan çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları ekran üzerinde odak noktaları değiştirerek asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ile odak noktasının asal çemberinin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığını ifade eden EB uzunluklarını ekrandan gözlemlemişler ve sonuçlarını yukarıdaki gibi tablodaki boş bırakılan yerlere doldurmuşlardır (E5). Odak noktaları değiştirdikçe a ve EB değerlerinin aynı olduğunu gözlemleyen öğretmen adayları verilerini toplayarak boş bırakılan yerleri yukarıdaki gibi doldurmuşlardır (E5).

Beşinci çalışma yaprağının bir diğer yönergesinde ise öğretmen adaylarından yine kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açmaları istenmiştir. Sonrasında ise öğretmen adaylarından ekran üzerinde bulunan elipsin odak noktalarını değiştirerek asal çemberin çapı ile elips üzerindeki herhangi bir noktanın odaklara olan uzaklıklar toplamı arasında nasıl bir ilişki olduğunu keşfetmeleri beklenmiştir. Bu süreçte odak noktaları değiştirerek bu ifadeleri ekrandan gözlemleyen Ö19 ve Ö20 tablodaki boş bırakılan yerleri aşağıdaki gibi doldurmuşlardır. Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının odakları değiştirirken yazılımdaki oluşturdukları şekil, aralarındaki diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 63. Elips ile ilgili ekranda yapılan işlemlerin bir görüntüsü.

Ö19: Verilen tabloya baksana. AC ile BC uzunluklarını ekranda bir gösterelim.

Ö20: d ve e uzunlukları olarak cebir ekranında oluştu.

Ö19: Tamam. Bu uzunlukların toplamlarını giriş ekranına yazıyorum. d + e cebir ekranında f oldu.

Ö20: Evet, şimdi de odakları tablodaki gibi değiştirelim. 1'e getirsene.

Ö19: Evet odaklar (-1,0) ve (1,0) iken bu uzunluklar toplamı yani f = 7.4 oldu. Asal çemberin çapını da giriş ekranına yazalım bakalım. Yani GF uzunluğunu ölçüyorum. Evet oda 7.4 çıktı. Yazalım tabloya.

Ö20: Yazdım. Evet. Şimdi de istersen sadece odakları değiştirelim. Odakları değiştirmemiz yeterli zaten. Diğer uzunluklar ona göre değişecek. Cebir ekranından gözlemleyebiliriz.

Ö19: Tamam. Odaklar (-2,0) ve (2,0) olduğunda da bu değerler birbirine eşit ve 8 çıkıyor. Odakları 3'e getirdiğimizde de 8.9 ve 4'e getirdiğimizde 10.3 oldu. Yine bu değerler eşit birbirine. Demek ki bu değerler her zaman eşit.

Elipsin Odak Noktaları	C noktası	Asal Çemberin Çapı	IACI + IBCI	Elipsin Denklemi
A(-1,0) ve B(1,0)	(-2,3,2,7)	7,4	7,4	$x^2/13,7 + y^2/12,7 = 1$
A(-2,0) ve B(2,0)	(-2,5,2,6)	8	8	$x^2/16 + y^2/12 = 1$
A(-3,0) ve B(3,0)	(-2,8,2,6)	8,9	8,9	$x^2/20 + y^2/11 = 1$
A(-4,0) ve B(4,0)	(-3,2,2,5)	10,3	10,3	$x^2/26,6 + y^2/10,6 = 1$

Şekil 64. Ekrandaki elips ile ilgili gözlemlerden tablonun doldurulmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Araştırmacı da alan notunda Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının verilen hazır dosyayı açarak istenilenleri yazılımdan yararlanarak tablodaki boş bırakılan yerlere yazdıklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö17 ve Ö18 kendilerine hazır olarak verdiğim dosyayı açmışlardı. Elips üzerindeki herhangi bir C noktası için A ve B odak noktalarına olan uzaklıklarını bir doğru parçası çizerek belirlemişlerdi. Bu doğru parçalarının toplamlarını cebir ekranına yazan Ö17, C noktasını elips üzerinde hareket ettirdikçe toplamın değişmediğini ifade etmişti. Ö17 burada bu değişimin elipsin tanımını ifade ettiğini de vurgulamıştı. Sonuçta Ö17 ve Ö18 öğretmen adayları tablodaki değerleri yazdıktan bu toplamların asal çemberin çapına eşit olduğunu söylemişlerdir. Ardından grup ekran üzerindeki C noktasını değiştirerek bu toplamların her seferinde asal çemberin çapına eşit olduğunu söylemişlerdi. Bu şekilde yaşanan keşfetme süreci diğer öğretmen adayları arasında gezdiğimde de gözlenmekte idi (AN5; Ç5; G9).

Görüldüğü gibi Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açarak elipsin asal ve yedek çemberlerin çaplarını gözlemlemişlerdir. Yazılımda elips üzerindeki herhangi bir C noktası için, bu C noktasının odaklara olan uzaklıkları AC ve BC iken bu uzunlukları ve toplamlarını oluşturan öğretmen adayları tablodaki boş bırakılan yerleri noktaları değiştirerek doldurmuşlardır (E5). Bu süreçte ekran üzerinde bir tecrübe süreci yaşayan öğretmen adayları odak noktalarını değiştirerek asal çemberin çapı ile AC ve BC uzunluklar toplamının birbirine eşit olduğunu ifade edebildikleri görülmüştür. Bu şekilde yazılımın grafik ekranı üzerinde yer alan odak noktalarını değiştirerek ekran üzerinde yaşadıklarını tablodaki boş bırakılan yerleri doldurarak asal çemberin çapı ile AC ve BC uzunluklar toplamının birbirine eşit olduğunu ifade eden öğretmen adayları bir tecrübe süreci yaşamışlardır (E5).

Daha önceleri elipsin geometrik yer tanımını kavrayan öğretmen adayları bu süreçte yazılımdaki gözlemleri ile tablodaki değerleri doldurarak elips üzerinde herhangi bir noktadan elipsin odaklara olan uzaklıkları toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu ekrandan gözlemleyebilmişlerdir. Bu süreçte Ö19 ve Ö20 elipsin geometrik yer tanımını daha iyi anladıklarını aşağıdaki gibi belirtmişlerdir. Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir.

Ö20: Yazılımdaki elipsi görünce aslında lise yıllarında görmüş olduğum analitik geometrideki elipsi hatırlar gibi oldum.

A: Nasıl yani?

Ö20: Yani buradaki elipsi gözlemleyince odak noktalarını falan önceden gördüğümü hatırladım. Ama buradaki gibi değildi yani. Sadece elips diye bir şey vardı. Odak noktaları falan. Çok şey değil yani belki de isim olarak yani. Neyse odak noktalarını istenilen şekilde değiştirelim.

Ö19: Odaklar (-2,0) ve (2,0) olduğunda da bu değerler birbirine eşit ve 8 çıkıyor. Odakları 3'e getirdiğimizde de 8.9 ve 4'e getirdiğimizde 10.3 oldu. Şimdi burada AC ile BC uzunlukları toplamı asal çemberin çapına eşit oluyor. Genel olarak düşünersek 2a değerine eşit oldu.

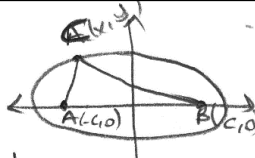
Ö20: Evet, yani buralar gördüğümüz gibi birbirine eşit.

Ö19: Geometrik yer tanımını daha güzel gördük buradan aslında.

Ö20: Evet, haklısın daha güzel artık elips iki noktaya uzaklıklar toplamı eşit olan noktaların geometrik yeri birde burada bu uzaklıklar toplamının her seferinde eşit olduğunu noktaları değiştirerek gözlemlememiz daha iyi oldu.

Ö19: Evet, kâğıda çizdiğimizde bu şekilde tanımından sadece eşit deyip geçerdik.

Elipsin Odak Noktaları	C noktası	Asal Çemberin Çapı	IACI + IBCI	Elipsin Denklemi
A(-1,0) ve B(1,0)	(-2,2,2)	2,4	2,4	$x^2/13,7 + y^2/12,7 = 1$
A(-2,0) ve B(2,0)	(-2,5,2,6)	8	8	$x^2/16 + y^2/12 = 1$
A(-3,0) ve B(3,0)	(-2,6,2,6)	8,9	8,9	$x^2/20 + y^2/11 = 1$
A(-4,0) ve B(4,0)	(-3,2,6,2,5)	10,3	10,3	$x^2/26,6 + y^2/10,6 = 1$
.....
A(-c,0) ve B(c,0)	C(x,y)	2a	2a	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



Şekil 65. Ö19 ve Ö20'nin elipsin geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmesine sebep olan tabloda yapmış olduklarından bir kesit.

Gerek öğretmen adayları arasındaki diyalogdan gerekse çalışma yapraklarından görüldüğü gibi Ö19 ve Ö20 elips üzerinde herhangi bir noktadan odaklara olan

uzaklıkların toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu elips üzerinde alınan noktalar sayesinde ifade edebilmişlerdir. Bu şekilde oluşturulan ifadeler ile asal çemberin çapının verilen uzaklıklar toplamına eşit olduğunu gözlemlediklerini belirtmişlerdir. Ekrandaki ifadeleri kullanarak ön bilgilerinden olan geometrik yer tanımı kullandıkları bunu da daha net ortaya koyabildiklerini ifade ederek bir ilişki kurabildikleri görülmüştür (R1;R3). Sonuçta daha önce öğrenilmiş olan elipsin geometrik yer tanımını bu şekilde daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür.

Sonrasında asal çemberin çapı ile elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar sırasıyla AC ve BC iken bu uzunluklar toplamının birbirine eşit olduğunu gözlemleyen Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları istenilenleri matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve bu süreçte çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö19: Şimdi burada AC ile BC uzunlukları toplamı asal çemberin çapına eşit oluyor.

Genel olarak düşünürsek $2a$ değerine eşit oldu.

Ö20: Evet, yani buralar gördüğümüz gibi birbirine eşit

A: Peki AC ve BC toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu söylediniz. Bunu nasıl ifade edersiniz?

Ö19: Tamam şurası yani C noktası herhangi bir nokta. Zaten (x,y) herhangi bir nokta bu noktanın $(c,0)$ ve $(-c,0)$ odaklarına olan uzaklıklarını iki nokta arası uzaklıktan bulalım bence.

Ö20: Evet. Sonuçta AC ile BC uzaklıklar toplamını ifade etmeliyiz. AC ve BC uzaklıkları toplamı $\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$ şeklinde olur.

Ö19: Evet. Bu da $2a$ 'ya eşit ya bence buradan sonuç çıkar. Yani elipsin şuradaki genel denklemi buradan çıkar herhalde.

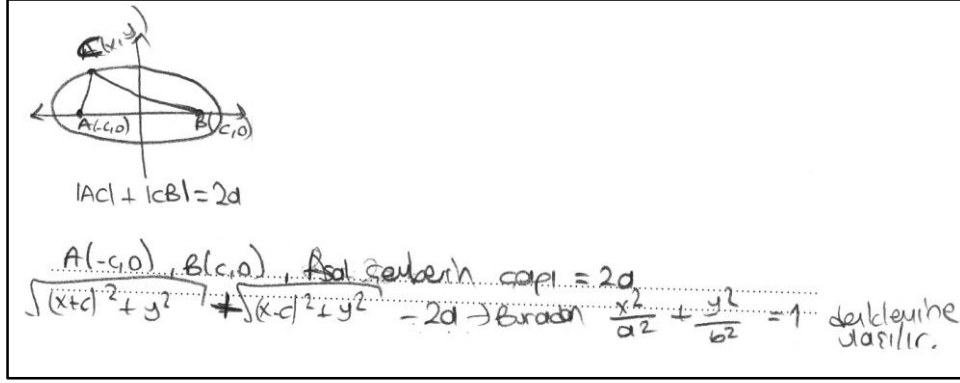
Ö20: Ama burada b değeri yok. Elipsin genel denkleminde b de vardı.

Ö19: Bakalım o zaman. Ama bunun çözümü uzun olmaz mı?

Ö20: Yapalım ne olacak. Ama buradan nasıl çıkacak? Çıkartamadık denklemi çözemedik. Ama bence buradan elipsin denklemi çıkacak işte.

A: Biraz daha deneyin isterseniz?

Ö19: Yapıyoruz ama bu elips denklemini çıkartamadık.



Şekil 66. Ö19 ve Ö20'nin elipsin genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağında bir kesit.

Araştırmacı da elipsin genel denkleminin ifade edilmeye çalışılması süreci ile ilgili olarak alan notunda aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır.

Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları istenilenleri oluşturarak tablodaki boş bırakılan yerleri doldürmüşlerdi. Sonrasında ise elipsin genel denklemini bulurken AC ve BC toplamı iki nokta arası uzaklıktan bulacaklarını ve bu toplamın da asal çemberin çapına eşit olacağını söylemişlerdi. Fakat işlemin sonrasında elips denkleminin oluşacağını tahmin eden öğretmen adayları istenilen sonuca ulaşamamışlardı. Sadece verilen tablodan hareketle elipsin genel denklemini, asal ve yedek çemberlerin yarıçapları cinsinden ifade edebilmişlerdi. Hatta istenilen elipsin genel denkleminin de bulmuş oldukları denklemden çıkacağını vurgulayarak işlemin sonunu getirememişlerdir. Sonuçta matematiksel genelleştirmeyi tam olarak yapamadıklarını bu durumda uygulamayı tamamlayamadıklarını göstermekte idi (AN5;Ç5;G10).

Görüldüğü gibi Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları, tablodaki verileri kullanarak elipsin genel denklemini asal ve yedek çemberlerin yarıçapları cinsinden belirleyebilmişlerdir. Sonrasında ise asal çemberinin çapı ile elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının birbirine eşit olduğunu ve bu ifadeleri de birbirine eşitleyerek elipsin genel denklemine ulaşabileceklerini söyledikleri görülmüştür (A1). Sonuçta öğretmen adaylarının öğrenilen kavramlardan yola çıkarak bu şekilde bir matematiksel denklem oluşturmaları öğrendiklerini uygulamaya çalıştıklarını göstermektedir. Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları istenilenleri tam olarak yazmışlar fakat istenilen elipsin genel denklemine ulaşamamışlardır. Bu durumda uygulama sürecini tamamlamadıklarını göstermektedir.

Diğer taraftan odakları x ekseninde olan elipslerin genel denklemini yazılım ile yaşadıkları gözlemler ile matematiksel olarak genelleştiren öğretmen adaylarına elipsin odakları y ekseninde olduğunda nasıl bir denklem oluşacağı sorulmuştur. Bu süreçte odak noktaları x ekseninde olan elipslerin genel denklemini ifade eden öğretmen adaylarından Ö17 ve Ö18, odakları y ekseninde olduğunda sadece elipsin genel denklemindeki paydadaki değerler yani elipsin asal ve yedek çemberlerin yarıçap ifadeleri olan a ve b değerlerinin yer değiştireceğini söylemişlerdir. Ö17 ve Ö18'nin aralarındaki diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibi bu süreci özetlemektedir.

Ö17: Odaklar y ekseninde olsa da bence burada a ve b değerleri yer değiştirecek.

Ö18: Bence de burada a ve b yer değiştirecek sadece

A: Neden bu şekilde düşünüyorsunuz? Buradaki a ve b değerleri demek?

Ö17: Odaklar x ekseninde bu şekilde ise yine burada da a ve b'nin yer değiştirmesi yeterli diye düşünüyoruz. Yani asal çember ile yedek çember yer değiştirecek.

Ö18: Yani hocam burada a, x ekseninde, b de y ekseninde idi ya şimdi elipsin genel denklemini $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ idi. Şimdi de genel denklem $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ olacaktır.

A: Peki neden yazılımda oluşturumuyorsunuz?

Ö18: Bence gerek yok hocam. Yine bu şekilde olacak bence.

Elipsin odak noktaları y ekseninde olursa asal çember ile yedek çember yer değiştirecek. Yani elipsin denklemini $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ olacaktır. Artık asal çemberin yarıçapı b, yedek çemberin de yarıçapı a oldu.

Şekil 67. Ö17 ve Ö18'in odaklar y ekseninde iken elipsin genel denklemini ifade etmeye çalışması.

Görüldüğü gibi Ö17 ve Ö18 öğretmen adayları odaklar y ekseninde olduğunda sadece asal ve yedek çemberlerin yarıçaplarının yerlerinin değişeceğini söylemişlerdir. Bu süreçte Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının yazılımı kullanmadan daha önce öğrenmiş oldukları bir kavramı sadece yer değiştirecek diyerek belirlemeye çalıştıkları görülmüştür (T2). Fakat öğretmen adaylarına bunun sebebi sorulduğunda hiçbir açıklama yapamamışlardır. Sadece elipsin asal ve yedek çemberlerinin yarıçapları olan a ve b

değerleri yer değiştirecek diyerek matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır (A1). Bu süreçte araştırmacı, Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarından yazılımda bu durumu oluşturmaları istendiğinde bunun gereksiz olduğunu çünkü yine aynı dediklerinin oluşacağını vurgulamışlardır. Oysa Ö17 ve Ö18 öğretmen adayları a ve b değerlerini elipsin şeklini ekranda çizerek yapmaya çalışmış olsalar belki de açıklamaları doğru olacaktı. Fakat bu grubun sadece a ve b yerleri değişecek demeleri x ekseninde öğrendiklerini tam olarak y eksenine transfer edemediklerini göstermektedir.

Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları ise odakları x ekseninde olan elipsin genel denkleminde hareketle, odaklar y ekseninde olduğunda oluşan denklemi belirleyebilmişlerdir. Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö19: Aslında x ekseninde olan bu denklemde altlar değişecek bence.

A: Şimdi ne düşünüyorsunuz?

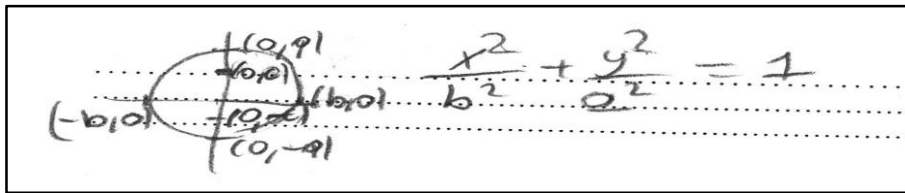
Ö20: Şimdi burada düşündüğümüz altların değişmesi yani a ve b değerlerinin yerlerini değiştirdiğimizde odaklar y ekseninde olur.

A: Nasıl yani?

Ö19: Burada şu şekilde olacak aslında. Odaklar x ekseninde iken asal çemberin yarıçapı a, yedek çemberin yarıçapı b idi ve denkleminiz $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ idi. Şimdi asal çemberimizin yarıçapı yine a. Fakat bu a değeri y ekseninde.

Ö20: Evet, yani elips (0,a) ve (0,-a) noktalarında y eksenini kesmekte.

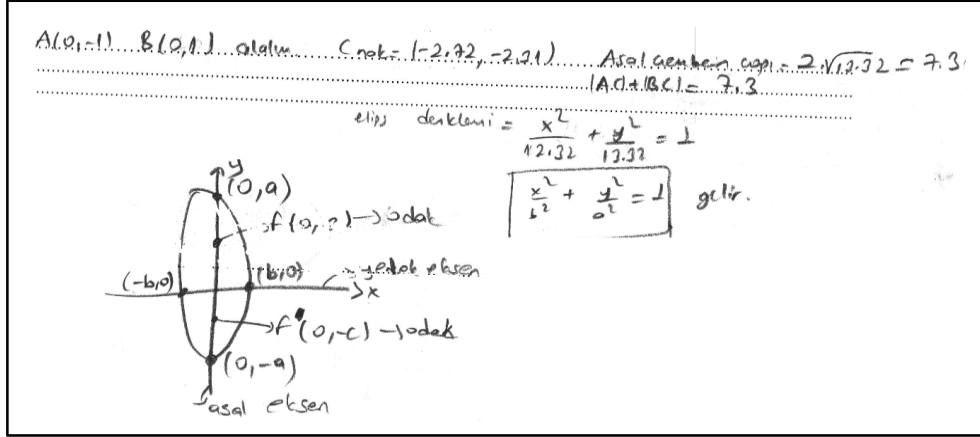
Ö19: Bundan dolayı şimdi elipsin genel denklemini $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ olur.



Şekil 68. Ö19 ve Ö20'nin odak noktaları y ekseninde olan elipsin genel denklemini ifade etmesine ait bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları odak noktaları x ekseninde olan elipslerin genel denkleminde öğrenmiş olduklarını y eksenine üzerine taşıyabilmişlerdir. Yazılımı kullanmadan odak noktaları y ekseninde olduğunda elipsin genel denklemini yukarıdaki gibi belirlemişlerdir. Sonuçta oluşturulan ortamda ders içerisinde öğrenmiş oldukları bir kavramı diğer bir kavrama transfer edebildikleri görülmüştür (T2).

Ayrıca bu süreçte Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları ise ekranda odak noktaları y ekseninde olan elipsler oluşturmuşlar ve genel denklemini belirlemeye çalışmışlardır. Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler ve araştırmacının alan notu bu sürecin nasıl gerçekleştiğini aşağıdaki gibi göstermektedir.



Şekil 69. Ekranda oluşturulan odakları y eksenindeki elipsin genel denkleminin ifade edilmesine yönelik bir kesit.

Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının yanına gittiğimde odak noktaları y ekseninde olan elipsler oluşturduklarını gözlemledim. Ö5 asal çemberin yarıçapı olan a değerinin artık y ekseninde olacağını söylemişti. Bunun için de grup, yazılımda bu düşündüklerini kanıtlamaya çalışırken ekranda odakları y ekseninde olan elipsler oluşturduklarını gözlemledim. Ö5 ve Ö6'nın x ekseninde yaşadıklarını y eksenine aktarmaya çalışması ve bu süreçte düşündüklerini yazılım ile ispat ederek göstermesi oluşturulan ortamda transfer sürecini göstermektedir (AN5; Ç5; G3).

Yazılımda odak noktaları y ekseninde olan elipsler oluşturan Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları x ekseninde öğrenmiş oldukları ifadeleri yazılımı kullanarak y eksenine transfer edebilmişlerdir (T2; T4). Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının odak noktaları $(0,c)$ ve $(0,-c)$ olan y eksenini $(0,a)$ ve $(0,-a)$ ve x eksenini de $(b,0)$, $(-b,0)$ noktalarında kesen bir elipsin genel denklemini çalışma yapraklarına yazdıkları görülmüştür. Araştırmacı da alan notunda Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının odakları y ekseninde olan elipsleri yazılımda oluşturarak elipsin genel denklemini doğru bir şekilde belirlediklerini vurgulamıştır. Sonuç olarak oluşturulan öğrenme ortamında Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının elipsin genel denklemini ile ilgili olarak x eksenindeki yaşamış olduklarını y eksenine aktarabildikleri sonucuna ulaşılmıştır (T2). Bu sürecin devamında öğretmen adaylarının odakları y ekseninde

olan elipslerin genel denklemini genelleştirdikleri görülmüştür (A1). Diğer taraftan yukarıdaki bulgularda görüldüğü gibi oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının yazılımın dönütlerini grup üyeleri birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde düşündüklerini yazılım ile ispatlamaya çalıştıkları görülmüştür (C2).

Beşinci çalışma yaprağının diğer bir yönergesinde ise tabloda verilen elips ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları, bu süreçte elipsler ve doğruların kesişme durumlarını kontrol edebilmişlerdir. Tablodaki ifadeleri yazılımdan gözlemleyerek birlikte dolduran Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve gözlemleri ile çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö17: Elips ve doğru denklemlerini sırası ile giriş ekranına yazılım bakalım.

Ö18: Tamam birinci satırdakilerini yazdım. Aralarındaki ilişki seçeneğine bakıyorum. İki noktada kesişirler diyor.

Ö17: İkincisinin hepsini yazmayalım. Daha önceleri de yapmıştık ya çemberde de aynı şeyler vardı. Alt üst tuşuna basalım yani.

Ö18: Evet yazdım. Onda da aynı iki noktada. Üçüncüsü ve dördüncüsü de kesişmiyor. Son satırda doğru denklemindeki ifade de karekökü nasıl yazıyorduk hatırlıyor musun?

Ö17: Herhalde sqrt idi. Bir denesene

Ö18: Tamam oldu yazdım. İki nesne arasındaki ilişki bir noktada kesişir çıktı. Yani teğetmiş.

Ö17: Bu şekilde yazılımdan gözlemleyince kesişim noktalarını daha net görüyoruz. Tamam, çemberdeki ifade ile aynı sonuçta iki denklemi çözümleyeceğiz. Fakat burada kesişim noktalarını daha net görüyoruz.

A: Ne yapıyorsunuz şimdi?

Ö17: Aslında çemberdekinden farklı bir şey yapmıyoruz.

A: Çemberde nasıldı. Şimdi nasıl?

Ö17: Orada da çember denklemlerini ve doğru denklemlerini yazılıma girmiştik. Burada da elips ve doğru denklemleri var. Bu denklemler arasındaki ilişkiyi yazılımdan gözlemliyoruz. Sonuçta bu denklemleri ortak çözümlene yapacağız.

Elips Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu
$x^2 + 2y^2 - 8 = 0$	$x - y - 2 = 0$	İki noktada kesişti. $(2.67, 0.67)$ ve $(0, -2)$
$5x^2 + y^2 + 20x - 6y + 24 = 0$	$x + y - 1 = 0$	İki noktada kesişti. $(-2.9, 3.9)$ ve $(-1.09, 2.09)$
$x^2 + 2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$	$x + 2y - 2 = 0$	Kesişmediler.
$x^2 + 2y^2 + 6x + 12y + 19 = 0$	$2x + 3y - 6 = 0$	Kesişmediler.
$x^2 + 4y^2 - 16 = 0$	$\frac{\sqrt{3}}{6}x - y - \frac{4\sqrt{3}}{3} = 0$	Tezget oldu.

Şekil 70. Elipsler ile doğruların birbirine göre durumlarının ekranda gözlemlenerek çalışma yaprağına yazılmasına ait bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö17 ve Ö18 öğretmen adayları tabloda verilen elipsin denklemi ile doğru denklemini yazılımda oluşturarak kesişimlerini kontrol etmişlerdir. Yazılım ile birliktelik sağlayarak elips ile doğru arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade edebilmişlerdir. Bu süreçte kesişimlerin iki noktada, tek noktada veya kesişmediğini gözlemleyerek bu ifadeleri boş bırakılan yerlere yazmışlardır (E5). Verilen elips ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına girdikleri ve sonrasında diğer denklemleri oluştururken çemberde yaptıkları gibi en son oluşturdukları denklemleri yazılımdan tekrar giriş ekranına kopyaladıkları buradan da diğer denklemleri yazarken zorlanmadıkları görülmüştür. Daha önce çember ile yapılan bu sürece yabancı olmayan öğretmen adayları önceki tecrübelerini tekrar farklı bir konu olan elipste yaşamışlardır (E3). Sonuçta istenilen denklemleri yazılıma girerek tabloda boş bırakılan yerleri yukarıdaki gibi dolduran öğretmen adayları çember ile doğru denklemlerinin ortak çözüm yapılacağını ifade ederek bir tecrübe yaşamışlardır (E3). Yine bu esnada öğretmen adayları iki nesne arasındaki ilişki ikonunun nasıl kullanılacağını ve yazılan denklemleri giriş ekranına kolayca kopyalayacaklarını daha önceden de gördüklerini söylemişlerdir. Sonuçta oluşturulan ortam sayesinde yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayan öğretmen adayları işbirliği içerisinde istenilen sonuca ulaşabilmişlerdir (C2).

Ekranda elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını gözlemleyen öğretmen adayları daha önce öğrendikleri kavramları kullanarak bu süreci matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır (A1). Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö17: Şimdi bu doğru denklemi ile elips denklemini birlikte çözümleyelim.

Ö18: Evet, dediğimiz gibi aslında bunu çemberde de yapmıştık. Bu da aynısı bence.

Sonuçta ikinci dereceden bir denklem elde edeceğiz.

Ö17: Sonuçta $y = mx + n$ doğru denklemini elips denkleminde y yerine yazalım.

Ö18: Tamam. İşte burada ikinci dereceden denklem geldi. Onu da çözümleneceğiz.

Ö17: Evet, ikinci dereceden denklem analizde vardı. Delta sıfırdan büyük çıkarsa iki noktada, sıfıra eşit ise tek noktada, sıfırdan küçükse kesişmezler o zaman.

Doğru denklemini... elips denk yerine yazıp $\Delta > 0$ ise 2 noktada
 $\Delta = 0$ ise teget
 $\Delta < 0$ kesişmez

Şekil 71. Çemberde öğrendikleri kavramlar ile ilişki kurularak elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının ifade edilmesine ait olan çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki diyalog ve çalışma yapraklarında görüldüğü gibi Ö17 ve Ö18 daha önceki öğrenilmiş kavram olan çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarından hareketle doğru ile elips denkleminin nasıl kullanılacağını yukarıdaki gibi ifade etmeye çalışmışlardır (R2). Bu şekilde kavramlar arasında ilişkilendirme yapan Ö17 ve Ö18 öğretmen adayları istenilenleri yapmaya çalışarak elipsler ve doğruların birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır (A1). Bu süreç uygulama basamağının bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Yine bu süreçte Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının da elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını daha önceki bilgilerini kullanarak belirledikleri görülmüştür. Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö19: Aslında biz bunu çemberde de görmüştük. Orada da çember denklemi ile doğru denklemlerini yazılımda gözlemledik.

Ö20: Evet, sonrasında da ikinci dereceden bir denklem elde ettik ve sonucu ona göre yorumlamıştık.

Ö19: İşte bu sefer elips denklemi olacak çemberin yerine.

Ö20: Elips ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına girelim ve kesişme durumlarına bakalım.

Elips Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu
$x^2 + 2y^2 - 8 = 0$	$x - y - 2 = 0$	iki noktada kesişirler
$5x^2 + y^2 + 20x - 6y + 24 = 0$	$x + y - 1 = 0$	iki noktada kesişirler
$x^2 + 2y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$	$x + 2y - 2 = 0$	Kesişmez
$x^2 + 2y^2 + 6x + 12y + 19 = 0$	$2x + 3y - 6 = 0$	Kesişmez
$x^2 + 4y^2 - 16 = 0$	$\frac{\sqrt{3}}{6}x - y - \frac{4\sqrt{3}}{3} = 0$	Teğet
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$y = mx + n$

Gemide de gördüğümüz gibi elipsin denklemi ile doğrunun ortak çözümünü yaptığımızda çıkan denklemin diskriminantı (Δ) sıfırdan küçükse elips ile doğru kesişmez. $\Delta = 0$ ise elips ile doğru teğet. $\Delta > 0$ ise elips ile doğru iki noktada kesişir.

Şekil 72. Ö19 ve Ö20'nin elipsler ve doğruların birbirine göre durumlarını ifade ettikleri çalışma yapraklarından bir kesit.

Araştırmacı da alan notunda Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının da daha önceden görmüş oldukları ifadeleri elipste kullandıklarını belirtmiştir.

Öğretmen adaylarından Ö17, geçen hafta da çember ile doğru arasında bu şekilde ifadeler oluşturduklarını burada da aynı şekilde yaptıklarını söylemişti. Ö17-Ö18 grubundaki öğretmen adayları, tabloda boş bırakılan yerleri doldurduktan sonra çemberde aynısını yaptıklarını, elips denklemindeki y yerine $mx+n$ ifadesini yazacaklarını ve buradan da diskriminant değerlerine bakacaklarını söylemişlerdir. Eğer bu ifade sıfırdan büyükse iki kök, sıfıra eşit ise tek kök ve sıfırdan küçükse kesişme olmayacağını belirtmiştir. Bunu neden söylediklerini öğretmen adaylarına sorduğumda ise ikinci dereceden denklemin köklerinin nasıl bulunduğunu söylediklerini gördüm. Sonuçta öğretmen adaylarının geçen haftalarda görmüş oldukları ifadeleri elips ile doğrunun birbirine göre durumlarını bulurken kullanmaları transfer ettiklerini göstermekte idi (AN5; Ç5; G9).

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre beşinci hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki Tablo 6'daki gibi özetlenmiştir.

Tablo 6. Oluşturulan Ortamda Beşinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	R2	Kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapılması
	R3	Yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması
E Tecrübe Etme	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	E5	Ekranda oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
C İşbirliği	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
T Transfer Etme	T2	Ders içerisinde yeni kavramları yine ders içerisinde önceki yönergelerde öğrendikleri ile ifade etmeleri
	T4	Öğrenilen bir kavramın veya yöntemin yeni bir problemin çözümünde kullanılması

Özetle, oluşturulan ortamda beşinci çalışma yaprağında Ö17 ve Ö18 öğretmen adaylarının ekranda gözlemledikleri ile daha önceden gördükleri ifadeleri hatırladıkları ve o ifadelerle ilişki kurdukları görülmüştür. Bu şekilde yazılımın ön bilgileri harekete geçirerek kavramlar arasında ilişkilendirme sürecine katkıda bulunduğu söylenebilir. Yine elips üzerindeki bir noktadan odak noktalarına olan uzaklıklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu ve bu şekilde geometrik yer tanımındaki bilgilerini hatırlayarak yapılandırmaya çalıştıkları görülmüştür. Sonuç olarak öğretmen adaylarının yazılımdaki ifadeleri kullanarak daha önceki bilgilerini farklı bir bağlamda gözlemledikleri ve bu şekilde

ders içerisinde çeşitli yorumlar yapabildikleri belirlenmiştir. Bu sonuçta oluşturulan ortamda ders içerisinde ekrandaki gözlemleri ile öğrenme süreçlerindeki yapılandırdıkları bilgilerinin farklı bir bağlamda karşılıklarına çıktığını ve bu şekilde yorumlar yapabildiklerini göstermektedir. Yine elips ile doğru denklemlerini ekranda gözlemleyen öğretmen adayları kesişimlerinin olup olmadığını kesişiyorlar ise hangi noktalarda kesiştiklerini yazılımda gözlemlemişlerdir. Bu süreçte daha önceki öğrenmiş oldukları kavramlar olan çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarından hareketle sonucu ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu şekilde kavramlar arasında ilişkilendirme yaptıklarını göstermektedir.

Tecrübe etme bileşeninin göstergelerine göre ise; beşinci etkinlikte öğretmen adayları ilk olarak ekranda odak noktalarını değiştirerek asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ve odak noktasının asal çemberinin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığını ifade eden EB uzunluklarının nasıl değiştiğini gözlemlemişlerdir. Sonuçta asal ve yedek çemberleri ile EB uzunluğu arasında nasıl bir değişim yaşandığını gözlemleyerek tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır. Bu şekilde verileri toplayarak asal çemberin yarıçapı ile EB uzunluklarının birbirine her zaman eşit olduğunu tecrübe edebilmişlerdir. Bir diğer yönergede ise öğretmen adayları, elips üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu noktaları değiştirerek gözlemlemişlerdir. Yine bu süreçte yazılımda odak noktalarını değiştirerek verileri toplayan öğretmen adayları bu verilerden yararlanarak çeşitli yorumlarda bulunmuşlardır. Sonrasında ise daha önceki tecrübelerinden olan çember ile doğrunun birbirine göre durumlarını elipste de kullandıkları görülmüştür. Bu süreçte öğretmen adayları yazılımın giriş ekranına girilen elips ve doğru denklemlerinden hareketle kesişme noktalarını yazılımdan kontrol edebilmişlerdir. Yazılımdaki bu kesişme noktalarını gözlemledikçe bunları tablodaki boş bırakılan yerlere doldurmuşlardır. Sonuçta oluşturulan ortamda öğretmen adayları veriler toplayarak bu verileri tabloya aktardıkları ve daha önceki tecrübelerini ekranda kullandıkları görülmüştür.

Diğer taraftan öğretmen adaylarının beşinci çalışma yaprağında öğrenmiş oldukları ifadeleri uygulamaya çalıştıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının elipsin asal ve yedek çemberleri ile odak noktaları arasındaki bağıntıyı toplamış oldukları verilerden yararlanarak belirlemişlerdir. Süreçte pisagor bağıntısını kullanarak elipsin asal ve yedek çemberlerinin yarıçapları ve odak noktasının koordinatları olan a, b ve c arasında bir bağıntı bulabilmişlerdir. Ayrıca asal çemberinin çapı ile elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının birbirine eşit olduğunu ve bu ifadeyi de birbirine eşitleyerek elipsin genel denklemine ulaşabileceklerinin farkına vardıkları sonucuna ulaşılmıştır. Fakat bu farkındalığın öğretmen adaylarına, elipsin genel denklemini oluşturmalarına yetmediği görülmüştür. Sonuçta öğretmen adayları yazılımdaki

oluşturmuş oldukları elipslerin denklemleri ile elipsin genel denklemini belirlemişlerdir. Oluşturmuş oldukları denklemden elipsin genel denklemine ulaşamadıkları görülmüştür. Yine elips ile doğru denklemlerinden yola çıkarak birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirebildikleri görülmüştür. Bu şekilde yazılımın bu sürece katkısı öğretmen adaylarının yazılımdan gözlemedikleri durumlar ile matematiksel genelleştirmeler yapabilmeleridir.

İşbirliği bileşenine göre ise; beşinci çalışma yaprağında öğretmen adaylarından bazılarının odakları x ekseninde olan elipslerin denklemlerini belirledikten sonra odaklar y ekseninde olduğundaki denklemi yazılımda oluşturarak ifade ettikleri görülmüştür. Bu şekilde yazılımdan düşündüklerini ispat ettikleri görülmüştür. Bu şekilde bilgisayar ekranındaki yapılanları yorumlayarak bir işbirliği içerisinde istenilenleri oluşturdukları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğretmen adayları daha önceden kullanmış oldukları komutları burada da kullandıklarını ifade etmişlerdir. Sonuç olarak beşinci çalışma yaprağında oluşturulan öğrenme ortamında bilgisayar ekranında yapılanlar sonucunda bir işbirliği süreci gerçekleşmiştir. Bilgisayar ekranı üzerindeki komutlarla aldığı dönütleri değerlendiren öğretmen adayları sonuçlarını anlamlandırdıkları görülmüştür. Sonuç olarak yazılım işbirliği sürecine katkı sağlamıştır.

Transfer etme bileşeninin göstergelerine göre; öğretmen adayları odak noktaları x ekseninde olan elipslerin genel denkleminde yola çıkarak odakları y ekseninde olan elipslerin genel denklemini bulmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Sonuçta bazı öğretmen adaylarının bu transfer sürecinde elipsin genel denklemindeki asal ve yedek çemberlerinin yarıçap ifadelerinin yerleri değişecek diyerek açıklama yapmamaları ile transfer edemedikleri, bazılarının ise öğrendiklerini tam olarak kullanarak transfer edebildikleri görülmüştür. Yine bu süreçte bazı öğretmen adayları ise söylediklerinin doğruluklarını görmek için yazılımı kullanmış ve transfer sürecini gerçekleştirmişlerdir.

4. 6. Altıncı hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Geometrik yer problemleri 2

Öğretmen adayları ile yürütülen altıncı çalışma yaprağında ise yine geometrik yerler öğretmen adaylarına sorulmuş ve sorulan bu geometrik yerleri önce tahmin etmeleri sonrasında da yazılımdan modelleyerek yapmış oldukları tahminleri karşılaştırmaları istenmiştir. Bu süreçte ilk olarak öğretmen adaylarına *“herhangi bir elips üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri”* sorulduğunda önce tahmin etmişler ve bu tahminlerini nedenleri ile birlikte çalışma yaprağına modelleyerek yazmışlardır. Bu süreçte farklı düşünceler sonrasında kâğıt kalem ortamında çizdiklerinde dikdörtgen oluşacağını ifade

eden Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına çizmiş oldukları şekil aşağıdaki gibidir:

Ö21: Bence bir çember olur hayal edersek.

Ö22: Bence de elips olur. Bir çizelim dur.

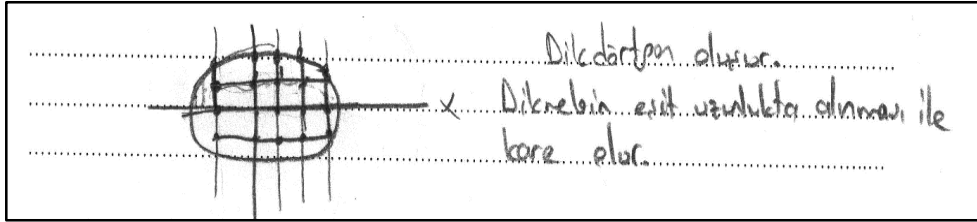
A: Peki neden bu şekilde bir tahminde buldunuz ikinizde farklı tahminde buldunuz acaba hanginizin doğru ya da birbirinizi nasıl ikna edeceksiniz.

Ö21: Kafamdan bir elips çizdim üzerindeki noktalardan çizdiğimde yuvarlak bir şekil oluşacaktır. Birde çember üzerinde aldığımız noktadan çizilen elips çıkmıştı burada da tam tersi çıkacaktır bence yani elips varken de çember olur diye düşündüm.

Ö22: Bence de burada da elips çıkacaktır yani elipsin yörüngesini takip edecektir bu geometrik yer.

Ö21: Bir çizelim bence bak şimdi buradaki orta noktaları birleştirirsek sonuca ulaşıyoruz sanki bu noktalar bir dikdörtgen oldu.

Ö22: Evet bunları birleştirirsek dikdörtgen olur ikimizde yanlış düşündük sanki hatta burada dikmeler birbirine eşit olursa kare olur.



Şekil 73. Ö21 ve Ö22'nin verilen geometrik yerin dikdörtgen olarak ifade edilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

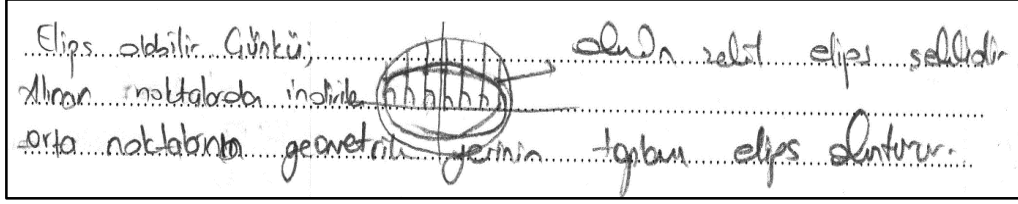
Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları ise elips oluşacağını aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına çizmiş oldukları şekil aşağıdaki gibidir:

Ö23: Bence elips aynen çemberde de yapmıştık ya.

Ö24: Fakat orada ilk başta nokta demiştik. Sonrasında yazılımda gözlemlediğimizde elips olmuştu.

Ö23: Evet dedim ya orada da aynı şeyler vardı.

Ö24: Bence de elips. Bak şimdi şu orta noktalar ve bunları birleştirdiğimizde elips olacaktır bence.



Şekil 74. Tahminlerinde elips olacağını açıklamaya çalışan Ö23 ve Ö24'ün çalışma yapraklarından bir kesit.

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının verilen geometrik yere tahminlerde bulunduğunu ve bu tahminleri kâğıt kalem ortamında modelleyerek açıkladıklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Elipsin özellikleri anlatıldıktan sonra kendilerine vermiş olduğum ilk geometrik yerde öğretmen adaylarının artık biraz daha mantıklı tahminlerde bulduklarını gözlemliyordum. Önceden ilk verilen çemberdeki geometrik yere bir sürü tahminlerde bulunan öğretmen adayları şimdi ise biraz daha mantıklı ve doğru cevap vermekte idiler. Bu süreçte özellikle Ö21 ve Ö22 dışındaki diğer öğretmen adaylarının elips olacağını tahmin etmeleri ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında göstermeye çalışmaları doğru sonuçlara ulaştıklarını göstermekte idi. Aynı problemin çember üzerinde alınması ile çok çeşitli tahminlerin çıkması fakat burada bu çeşitliliğin azalması güzel bir gelişme idi. Çember üzerinde alınan geçmişteki geometrik yerde yazılımdan gözlemledikleri aklına gelen öğretmen adayları bu geometrik yerde de kâğıt kalem ortamında modelleme süreçlerinde genellikle başarılı olmuşlardı (AN6; Ç6; G11).

Görüldüğü gibi öğretmen adayları sorulan geometrik yeri önce tahmin etmişler ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında nedenleri ile açıklamaya çalışmışlardır (A2). Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları ilk başta düşüncelerinin elips veya çember olacağını ifade etmişlerdir. Sonrasında ise kâğıt kalem ortamında yaptıklarında oluşan şeklin dikdörtgen olacağını ve hatta dikmelerin eşit uzunlukta alınması ile kare oluşacağını söylemişlerdir. Ö23 ve Ö24 ise daha önceden aynı soru ile karşılaştıklarını orada da çember üzerinde alınan bir nokta olduğunu ifade etmişlerdir. Sorulan o geometrik yerin elips olduğunu fakat kendilerinin nokta olarak tahminde bulunduğunu vurgulamışlardır. Ardından ise verilen bu geometrik yerin bir elips olduğunu ifade ederek çalışma yapraklarına açıklayarak yazmışlardır (A2). Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında

istenilenleri modellerken başarısız fakat Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları bu süreçte başarılı olmuşlardır (A2). Verilen geometrik yer probleminin daha önceki verilen geometrik yer problemine benzer olması öğretmen adaylarını oradaki yazılımdaki gözlemlerine götürerek kâğıt kalem ortamında modellemelerine katkı sağlamıştır. Sonuçta çoğu öğretmen adayı bu geometrik yer problemi için kâğıt kalem ortamında doğru modelleme yaptıkları görülmüştür (A2). Yine bu süreçte araştırmacı oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarının yavaş yavaş biraz daha mantıklı tahminlerde bulunduğunu ve bunları açıklamaya çalıştıklarını ifade etmiştir. Aynı geometrik yeri elipste de yaptıklarını ifade eden araştırmacı bu geometrik yerde çoğu öğretmen adayının doğru tahminde bulunarak kâğıt kalem ortamında bu tahminlerini açıklamalarında başarılı olduğunu vurgulamıştır. Bu şekilde öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki tecrübeleri ile çeşitli tahminlerde bulunmuşlardır.

Sonrasında istenilenleri yazılımda modellemeye çalışan öğretmen adaylarından Ö21 ve Ö22 daha önceleri yazılımda yaptıklarının aynısı olduğunu ifade ederek ekranda aşağıdaki şekildeki gibi oluşturmuştur. Bu süreçte Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Ö21: Şimdi bir elips alalım odak noktaları -2 ve 2 yaptık ve C noktasından geçsin. Bu C noktasını da gizliyorum.

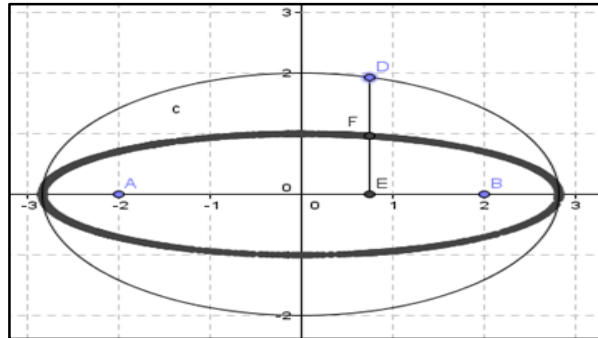
Ö22: Üzerinde bir nokta alalım.

Ö21: Evet D noktası oldu. Çemberde de yapmıştık ya aslında buradan dik doğru oluşturuyorum asal eksene.

Ö22: Evet bu da asal eksenini E noktasında kesiyor aslında tam bir doğru parçası oluştursana D ve E den geçen.

Ö21: Tamam. Onunda orta noktası F oldu. İzini açıyorum.

Ö2: Tamam. Evet, elips çıktı. Biz neden dikdörtgen dedik daha önceki çemberi düşünmeliydik.



Şekil 75. Altıncı çalışma yaprağındaki elips ile ilgili geometrik yerin ekranda modellenmesine ait şekil.

Görüldüğü gibi Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları istenilenleri yazılımda rahatlıkla modelleyebilmişlerdir (A2). Bu süreçte daha önceleri çember üzerindeki aynı geometrik yer problemini hatırlayan öğretmen adayları oradaki gibi yazılımda istenilenleri modellemeye çalışmışlardır. Sonuçta daha önceki tecrübelerini kullanan öğretmen adaylarının istenilenleri rahatlıkla modelleyebildikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının çemberdeki verilen geometrik yeri yazılımda modellerken kâğıt kalem ortamındaki gibi düşünmemeleri iyi yönde gelişen bir süreçti. Kâğıt kalem ortamındaki gibi elips üzerinde çok fazla nokta almamışlar ve buradan sonuca ulaşmamışlardı. Yazılımın iz bırakma ve tek bir noktayı elips üzerinde gezdirme özelliklerini kullanmaları bu modellemelerdeki yazılımın sağladığı avantajları artık kullanabildiklerini göstermektedir. Sonuçta bu şekilde modelleme yapan öğretmen adayları verilen geometrik yere doğru cevaplarda bulunabilmişlerdir (A3). Bu süreç ise uygulama sürecinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Diğer taraftan Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları da verilen geometrik yer problemini ekranda şekil 75 deki gibi modellemiş ve tahminlerinde doğru düşündüklerini fakat tam olarak canlandıramadıklarını ekrandaki gözlemleri ile bu sorunu aştıklarını aşağıdaki diyalogda belirtmişlerdir.

Ö23: Odak noktaları -1 ve 1 olan elips oluşturalım. Üzerinde de bir nokta alıyorum.

Ö24: Tamam. Bakalım elips çıkacak mı? Çünkü bu aynen çemberdeki gibi ve kâğıda çizdiğimiz de bir elips olduğu gözükmekte.

Ö23: Evet. Şimdi bu noktadan eksene dikme çizelim. Bu dikmeninde orta noktası bunun da izini açıyorum.

Ö24: Tamam. Bu iz daha güzel çemberde yaptığımızda izi sonradan hocam öğretmişti.

Ö23: Evet. Şimdi gezdirelim noktayı iz bir elips oluşturdu. Dediklerimiz doğru imiş. Fakat yine tam olarak canlandıramamışız bu şekilde daha iyi.

Ö23 ve Ö24 öğretmen adaylarının ifadeleri incelendiğinde verilen geometrik yerleri önceden kâğıt kalem ortamında oluşturabildikleri fakat sonuçtan emin olamadıkları görülmüştür. Bu süreçte yazılım ekranında istenilenleri oluşturan öğretmen adayları oluşan şekiller ile kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını farklı bir bağlamda gözleme imkânı bularak bilgilerini yapılandırabilmişlerdir (R1). Yine devam ederek verilen problemin aynısını çemberde de yaptıklarını ifade ederek ekranda yaptıkları hataları şimdi tekrarlamadıkları yazılımın iz ikonunu rahatlıkla kullanabildikleri belirlenmiştir (E3). Sonuçta kâğıt kalem ortamında yapılan geometrik yere doğru bir şekilde modelleme yapabilmişler ve yazılımda bu bilgilerini yapılandırarak ilişkilendirme süreci yaşamışlardır.

Oluşturulan ortam sayesinde ekrandaki gözlemedikleri ile ders içerisinde ilişkilendirme yapabilen bu öğretmen adayları geometrik yerleri daha iyi anlamlandırabilmişlerdir. Bu şekilde oluşturulan ortamda GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına verilen geometrik yerlerde düşündüklerinin farklı bir bağlamda karşılıklarına çıkmasını sağlayarak ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır (R1).

Sonrasında istenilenleri yazılımda modelleyen öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Tahminlerini yanlış yapan Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları yazılımdaki gözlemediklerini karşılaştırarak yanlışlıklarının farkına vardıklarını ifade etmişlerdir. Ö21 ve Ö22'nin aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö21: Biz ilk başta çember ve elips olabileceğini düşünmüştük fakat tam bir karar verememiştik.

Ö22: Evet sonrasında da çizerek dikdörtgen ve kare olabilir dedik. Ama yazılım bu süreci daha da netleştirdi bence yanlışlarımızı daha net gördük ve kontrol ettik.

Ö21: İnsan ilk başta tahmin edemiyor belki de düşünemiyoruz ikimizde tartıştık ama tam bir sonuca ulaşamadık sonrasında evet diyoruz ama gözlemedikten sonra belki de ilerleyen süreçlerde bu tahminlerimiz tutacak bilmiyorum.

Ö22: Birde yazılım bize kolaylıkla gösterdi bu geometrik yeri biz kâğıtta bir sürü şeyler çizmeye çalışıyoruz hem görsel olarak da gösteremiyoruz tam olarak. Burada aslında çemberde yaptıklarımız da işe yaradı. Oradan hatırladıklarımızı yazılımda tekrar oluşturduk.

Ö21: Evet. Haklısın oradaki de aynısı idi. Dikdörtgen olması imkânsız ki baksana bir de kare dedik şuna. Noktalar oval bir şekilde aşağıya iniyor. Neyse ki bunu yazılımda gözlemlememiz güzel oldu.

Şekil 76. Ö21 ve Ö22'nin verilen geometrik yerde tahminlerini karşılaştırmalarına ait çalışma yaprağından bir kesit.

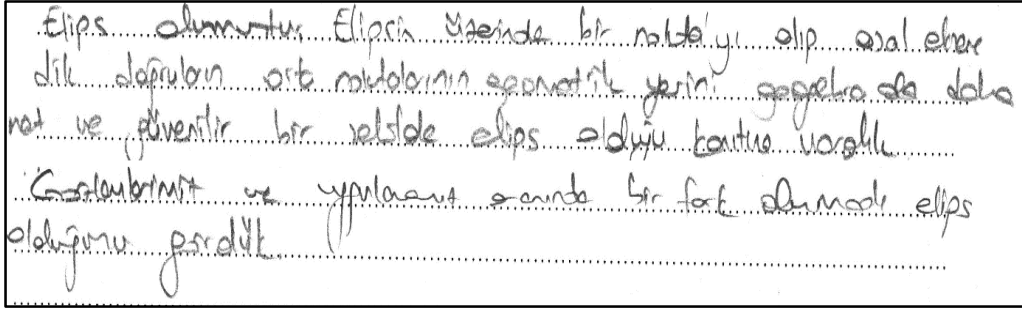
Yine bu süreçte tahminlerinin doğru olduğunu vurgulayan öğretmen adayları ise gözlemleri ile tahminlerinin arasında fark olmadığını fakat yazılımda her şeyi daha net ortaya koyabildiklerini ifade etmişlerdir. Ö23 ve Ö24 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yapraklarını yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö23: Evet, bak bizde elips diye düşünmüştük. Birakılan iz sonucunda burada da elips oluştu.

Ö24: Fakat burada daha güzel görünüyor. Her şey daha net ve anlaşılır biz kâğıt kalem ortamında belki de düşündüklerimizi tam olarak çizemiyoruz.

Ö23: Sonuçta düşündüklerimizin doğruluğunu görmemiz de güzel bence. İnsan daha çok derse motive oluyor.

Ö24: Evet. En azından doğruluğunu tam olarak göreceğimiz bir şekil oluşturabiliyoruz.



Elips olmaktadır. Elipsin yâerinde bir nokta'yı alıp oral eker dik ölçünün ort noktasının geometrik yerini çizerse de dola net ve belirgin bir şekilde elips elde ettiğini görüldü. Çiziminde ve uygulamasında bir fark olmaksızın elips oluşumu gördük.

Şekil 77. Ö23 ve Ö24'ün verilen geometrik yerde tahminlerini yazılımda karşılaştırmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıda da görüldüğü gibi öğretmen adayları verilen geometrik yeri öncelikli olarak tahmin etmişler ve bu tahminlerini açıklamışlardır. Sonrasında ise yapmış oldukları tahminlerini karşılaştırabilmeleri için GeoGebra ekranında modelleme imkânı bulabilmişlerdir. Bu süreçte yanlış tahminde bulunan Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları daha önceki tecrübelerini kullanarak istenilenleri rahatlıkla yazılımda modelleyebilmiş ve yanlışlıklarını yazılımda gözlemleyebilmişlerdir. Sonuçta düşündüklerinin imkânsız olduğunu ifade etmişlerdir. Ö23 ve Ö24 ise tahminlerinin doğruluklarını yazılım ile gözlemlediklerini bunun da kendilerini derse karşı daha çok motive ettiğini vurgulamışlardır. Sonuçta doğru tahminde bulunan öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını kontrol ettikleri için, yanlış tahminlerde bulunanlar ise yanlış tahminlerinin doğruluklarını yazılım ile gözlemlediklerinden problemi daha iyi anlamlandırarak bir tecrübe süreci yaşamışlardır (E2).

Araştırmacı ile Ö21 arasında gerçekleşen görüşme de ise Ö21 gün geçtikçe geometrik yerleri tahmin edebildiğini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö21: Biz mesela bu problemi daha öncede görmüştük

A: Nasıl?

Ö21: *İşte hocam orada çember üzerinde bir nokta alıyorduk burada da elips üzerinde aslında çok farklılık yok. Fakat artık şunu kendimde daha iyi hissediyorum. Bu tür problemlere yaklaşırken biraz daha düşünüyorum.*

A: *Neyi düşünüyordun biraz açıklar mısın?*

Ö21: *Yani yazılımda da gözlemleyince artık bakış açım farklılaştı. Önceden biraz farklı düşünüp bir sürü şekil olabileceğini düşünüyordum. Ama şimdi biraz tereddütlü yaklaşıyorum.*

A: *Peki yazılımda gözlemleyince ne hissediyorsun.*

Ö21: *Aslında yazılımda kendimiz oluşturmamız da güzel. Zor olduğunda biraz zorlanıyoruz ama olsun. Bu şekilde daha iyi gözlemliyoruz. İz komutunu kullanmamız güzel örneğin bu şekilde geometrik yeri noktanın hareketi güzel görünüyor.*

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının geometrik yerlerde yazılımın iz bırakma seçeneğini bir sonraki sorularda daha çok kullandıklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

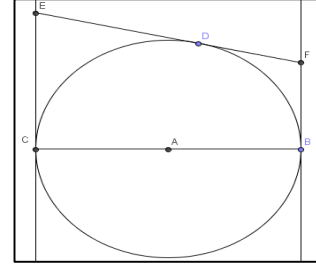
Öğretmen adaylarına sorulan geometrik yerlerde daha önce fazla kullanmadıkları iz bırakma ikonunu şimdi kullanabiliyorlardı. Bu süreçte ilk olarak verilen geometrik yeri daha önceki çalışma yapılarında verilen geometrik yere benziyordu. Fakat orada aynen kâğıt kalem ortamındaki gibi düşünerek yazılımda modelleyen öğretmen adayları burada iz bırakma ikonunu kullanarak yazılımın avantajlarını kullanabiliyorlardı. Bu süreçte Ö23 ve Ö24 elips oluşturarak üzerinde herhangi bir nokta almışlar ve sonrasında da oluşturdukları doğru parçasının orta noktasının geometrik yerini yazılımın iz bırakma seçeneğini kullanarak gözlemleyebilmişlerdir. Yine diğer geometrik yerlerde de aynı şekilde iz bırakma seçeneğini kullanmışlardı (AN6;Ç6;G11;G12).

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi öğretmen adayları istenilenleri yazılımın dönütlerini yorumlayarak bir işbirliği içerisinde oluşturmuşlardır (C2). Bu işbirliği sürecinde yardımlaştıkları da görülmektedir (C1). Yazılımın kendilerine verdiği dönütlere göre geometrik yeri ifade etmeye çalışan öğretmen adaylarının daha önceki çalışma yapılarında verilen geometrik yerlerdeki gibi yapmadıkları yazılımın avantajlarını kullanabildikleri görülmüştür. Yine Ö21 ile araştırmacı arasında geçen diyalogda ise öğretmen adayı yazılımda geometrik yeri gözlemledikçe bakış açısında değişiklik olduğunu ifade etmiştir. Sonuçta görüldüğü gibi oluşturulan ortamda öğretmen adayları

yazılımın çeşitli ikonlarını kullanarak sonuca ulaşabildikleri ve yazılımdaki gözlemleri ile artık bakış açılarında bir değişiklik olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Yine altıncı çalışma yaprağında verilen bir diğer geometrik yer ise aşağıdaki gibidir:

“A merkezli BC çaplı çemberin B, C ve D noktalarından çizilen teğetler yandaki şekilde gibidir. E ve F noktaları teğetlerin kesim noktası iken; CF ve BE doğru parçalarının kesim noktasının değişen FE teğetine göre geometrik yerini bulunuz?”



Verilen bu geometrik yer öğretmen adaylarına sorulduğunda yine çeşitli tahminlerde bulunmuşlardır. Ö21 ve Ö22 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

A: Ne düşünüyorsunuz?

Ö21: Ben bir üçgen olduğunu düşünüyorum çünkü bu üç noktanın birleşimi olan doğru parçalarından geçecektir.

Ö22: Bence üçgen değil elips gibi noktalar hareket ederse bir elips oluşur.

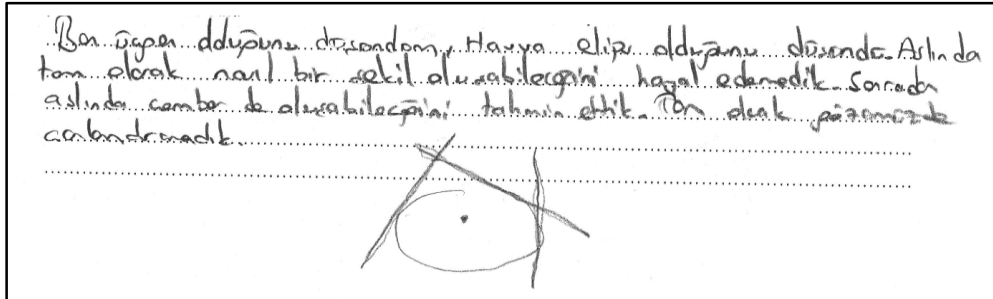
A: Bir çizin bakalım ne diyeceksiniz.

Ö21: Çizelim üçgen değil ya çember çıkacaktır.

Ö22: Bence de elips değil bu çember.

A: Niye bir çember dediniz ilk başta biriniz üçgen biriniz elips demiştiniz kararınızı neden değiştirdiniz?

Ö21: Aslında hayal edemedik belki çizdiğimizde yanlış ama çizince sanki bu noktalar bir çember oluşturuyor gibi ama tam olarak çemberde diyemiyorum gözümde canlandıramadım bilmiyorum.



Şekil 78. Tahminlerini açıklamaya çalışan Ö21 ve Ö22'nin çalışma yapraklarından bir kesit.

Görüldüğü gibi öğretmen adaylarından Ö21 üçgen Ö22 ise bir elips oluşabileceğini ilk başta ifade etmişlerdir. Sonrasında ise kâğıt kalem ortamında çizmeye çalışarak çember oluşacağını vurgulamışlardır (A2). Fakat bu süreci tam olarak kafalarında canlandırmadıklarını ifade etmişlerdir. Sonuçta yanlış tahminde bulunan Ö21 ve Ö22 kâğıt kalem ortamında düşündüklerini tam olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının verilen geometrik yere tahminde bulunamaması ya da yanlış tahminlerde bulunmaları tam olarak kafalarında somutlaştıramadıklarını göstermektedir.

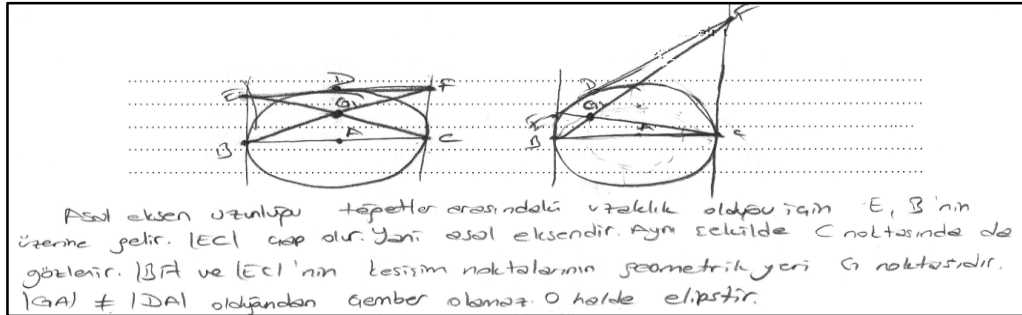
Diğer taraftan doğru tahminde bulunan Ö23 ve Ö24 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yapraklarına çizmiş olduğu model ve yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö23: Sanki biraz çember gibi.

Ö24: Baksana asal eksen uzunluğu E ve B noktalarının üzerinde olur. BF ve EC uzunluklarının kesişim noktası G noktasıdır. GA uzunluğu GD uzunluğuna eşit olmadığından çember olamaz bence.

Ö23: Haklısın aslında burası elips gibi.

Ö24: Bence kesin elips istersen bak şu teğeti biraz daha yukarıya kaldırdığımızda da bir elips çizecektir.

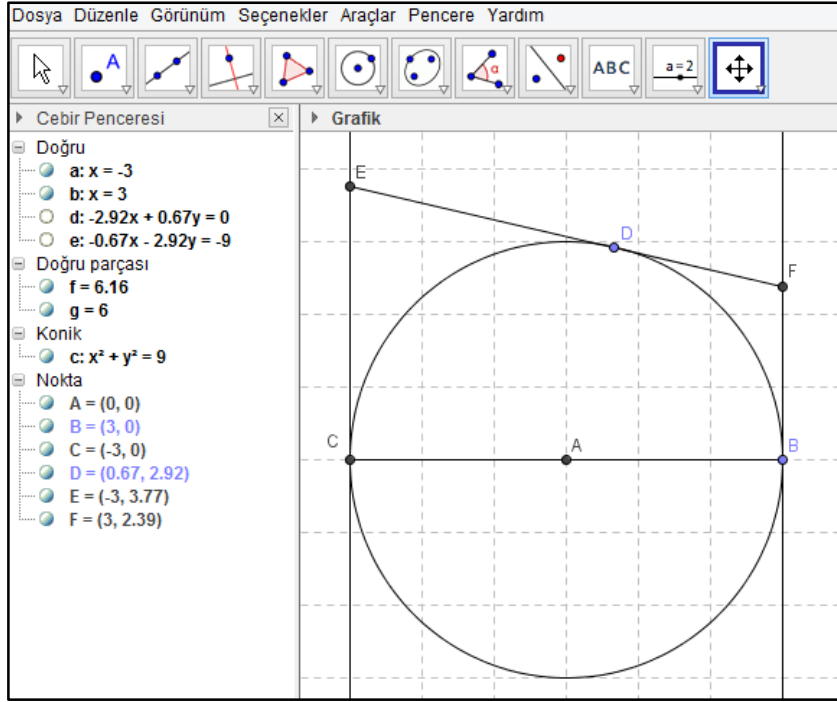


Şekil 79. Tahminlerini açıklamaya çalışan Ö23 ve Ö24'ün çalışma yapraklarından bir kesit.

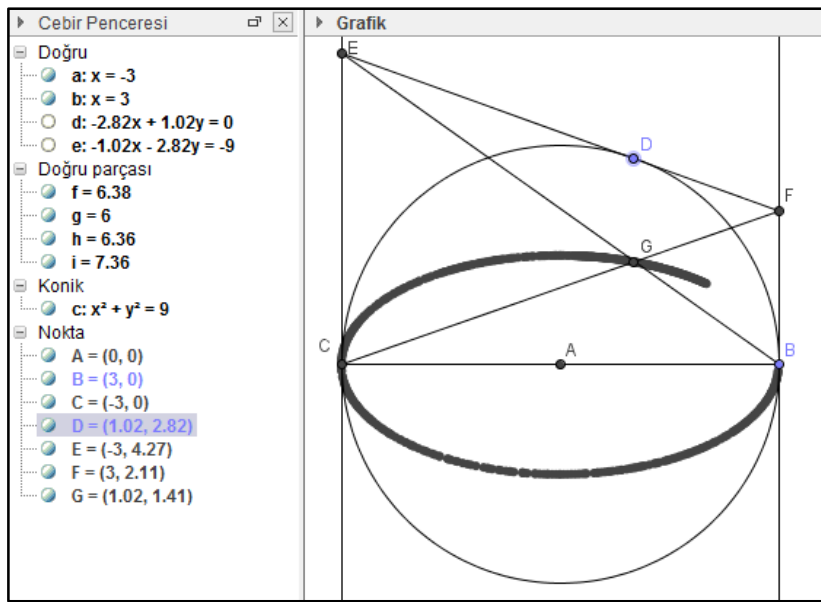
Yukarıdaki ifadelerden ve çalışma yapraklarına yazılanlardan da görüldüğü gibi Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları yapmış oldukları doğru olan elips tahminlerini tam olarak açıklayamamışlardır. Modelleme süreçlerinde ise çember üzerindeki D noktasını iki değişik şekilde alan öğretmen adayları oluşan köşegen noktalarının bir elips çizeceğini belirtmişlerdir. Sonuçta Ö23 ve Ö24 öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında uygulama süreçlerinde modellemede başarılı oldukları görülmüştür (A2).

Sonrasında yazılım ekranında istenilenleri oluşturmaya çalışan öğretmen adaylarından ilk olarak kendilerine aşağıdaki şekildeki gibi hazır dosya verilerek açmaları

istemmiştir. Bu süreçte BE ve CF doğru parçalarını oluşturan öğretmen adayları çember üzerindeki D noktasını gezdirerek oluşan geometrik yeri ifade etmeye çalışmışlardır. Hazır olarak verilen dosyadaki şekil, oluşturulan model ve öğretmen adayları arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 80. Altıncı çalışma yaprağındaki elips ile ilgili verilen geometrik yerdeki hazır dosyadaki şekil.



Şekil 81. Ö23 ve Ö24'ün verilen geometrik yeri ekranda oluşturmasına ait olan şekil.

Ö23: *Tamam aslında burada her şey var gibi.*

Ö24: *Evet, CF ve BE noktalarından geçen doğru parçalarını oluşturuyorum.*

Ö23: *Tamam oluştur kesişimlerini de belirleyelim.*

Ö24: *Kesişimleri G noktası oldu. Şimdi G noktasının izini açıyorum.*

Ö23: *Çember üzerindeki teğet noktası D ya onu çember üzerinde bir gezdirelim. Evet, bir elips oluştu.*

Ö24: *Doğru tahminde bulunmuşuz ama bunu gözlemlememiz daha iyi tabii.*

Görüldüğü gibi Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları istenilenleri yazılımda rahatlıkla modelleyebilmişlerdir (A2). Kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açan öğretmen adayları öncelikli olarak köşegenleri oluşturmuşlar ve oluşan köşegenlerin kesim noktasını belirlemişlerdir. Bu kesim noktasını ise çember üzerinde değişen noktaya göre izinin oluşturmuş olduğu şekli gözlemleyebilmişlerdir. Sonuçta bu şekilde modelleme yapan öğretmen adayları verilen geometrik yer problemine doğru cevaplarda bulunabilmişlerdir. Yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarının modellemelerine katkı sağlaması uygulama sürecini göstermektedir.

Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları ise modellemeleri sonucunda ekranda elipsi gözlemlediklerinde kâğıt kalem ortamında elips olabileceğini de düşündüklerini fakat tam olarak doğru olduğunu ifade edemediklerini aşağıdaki gibi söylemişlerdir. Araştırmacıda alan notunda aşağıdaki gibi bu durumu özetlemektedir.

Ö22: *Bu iz evet bir elips oluşturdu.*

Ö21: *Evet. Kâğıtta da biz elips olarak ilk başta düşünmüştük ama bu sonuç tam olarak doğrudur diyemiyorduk. Ama yine de elips dedik. Fakat burada daha iyi gözükmekte ve daha net.*

Öğretmen adaylarının arasında gezdiğimde Ö21 ve Ö22 grubundaki öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarının doğru olduğunu söyleyememişlerdi. Bu süreci ekranda gözlemlediklerinde ise daha iyi bir şekilde canlandırdıklarını belirtmişlerdi. Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları da doğru tahminde bulduklarını fakat doğruluğundan şüphe duyduklarını ifade etmişlerdi. Sonrasında ekranda gözlemlediklerinde sonucu daha iyi anlamlandırdıklarını gözlemledim. Diğer öğretmen adayları arasında da bu tür ilişkilendirmeler yaşandığını gözlemlemek güzel bir süreçti. Ekranda bu ifadeyi oluşturmak kolay bir süreçti aslında onun için neredeyse öğretmen adaylarının

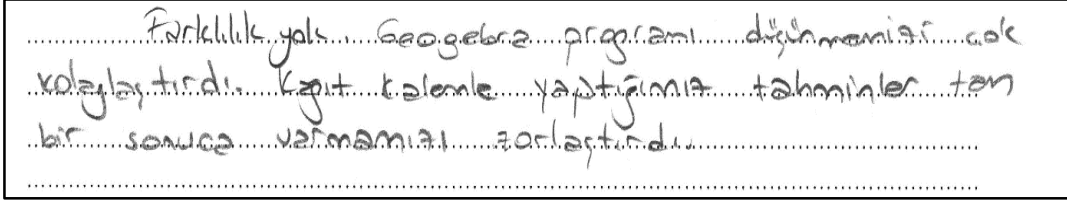
hepsi bu modellemeyi yapabilmişler ve sonuçlarını değerlendirebilme imkânı bulabilmişlerdi (AN6;Ç6;G8;G11).

Öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve araştırmacının alan notunda da görüldüğü gibi öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında oluşturdukları fakat emin olamadıkları bilgilerini farklı bir bağlamda gözleme imkânı bularak bilgilerini yapılandırabilmişlerdir (R1). Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları kendilerine verilen problemi kâğıt kalem ortamında doğru olarak ifade edebildikleri sonrasında da ekranda gözlemlenenler ile bilgilerini yapılandırdıkları görülmüştür (R1). Sonuçta kâğıt kalem ortamında yapılan geometrik yere öğretmen adayları doğru bir şekilde modelleme yapabilmişler fakat yazılımda bu bilgilerini yapılandırarak ilişkilendirme süreci yaşamışlardır. Oluşturulan ortam sayesinde ekrandaki gözlemledikleri ile ders içerisinde ilişkilendirme yapabilen öğretmen adayları bu şekilde geometrik yerleri daha iyi anlamlandırabilmişlerdir. Oluşturulan ortamda GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına verilen geometrik yerlerde düşündüklerinin farklı bir bağlamda karşılına çıkmasını sağlayarak ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır.

Verilen geometrik yeri yukarıdaki verilen şekillerdeki gibi ekranda modelleyen öğretmen adayları yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Tahminlerini yanlış yapan Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları ekrandaki gözlemlediklerini karşılaştırarak düşündüklerinden farklı bir şekil ortaya çıktığını aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir. Tahminlerini doğru yapan Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları ise yazılımın düşüncelerini daha da kolaylaştırdığını tahminlerin tam olarak açıklanabildiğini aşağıdaki gibi çalışma yapraklarına yazmışlardır. Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları ile Ö23 ve Ö24 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından birer kesit aşağıdaki gibidir:

Bizim tahminimiz doğru elips ve simbul olabileceğiydi. Ama biz elips çizebildik. Yazılım da bizim tahmin yapmakla ilgili zor kâğıt-kalem ortamında bize kolay veremedik ve çizebildik. Yazılım da komutları uygulayarak elips oluşturdu. Bizim tahminimiz doğru çizebildik.

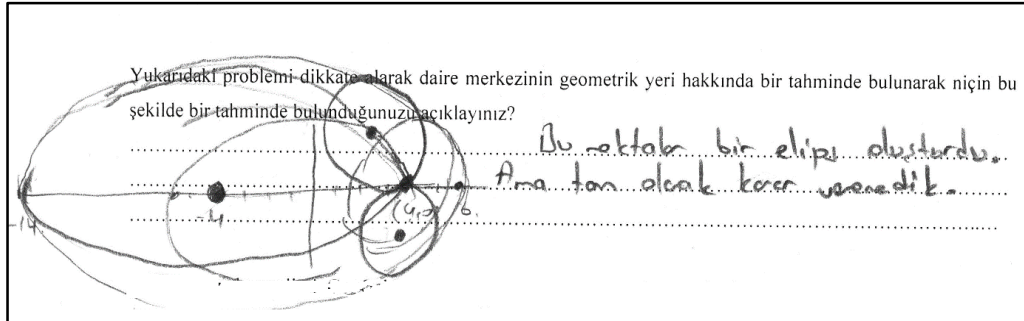
Şekil 82. Tahminleri yanlış olan Ö21 ve Ö22'nin çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler.



Şekil 83. Tahminleri doğru olan Ö23 ve Ö24'ün çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler.

Yukarıda görüldüğü gibi verilen geometrik yeri ekranda oluşturan öğretmen adayları oluşturulan ortamda gözlemediklerini tahminleri ile karşılaştırma imkânı bulmuşlardır (E2). Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları verilen geometrik yerin tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamalarının zor olacağını bunu yazılım ile gözlemedikten sonra daha iyi anladıklarını vurgulamışlardır. Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları ise düşündüklerinin elips olduğunu fakat yazılımda gözlemlenmeleri ile tam sonuca ulaştıklarını ifade etmişlerdir. Tahminlerinde çember oluşabileceğini ifade eden öğretmen adayları da oluşturulan ortam sayesinde yanlışlıklarının farkına varmışlardır. Sonuçta kâğıt kalem ortamında işlerinin zor olduğunu fakat ekranda net bir şekilde gözlemleyebildikleri görülmüştür. Doğru tahminde bulunup fakat net bir açıklama yapamayan öğretmen adayları ise tahminlerinin doğruluklarını yazılımda gözlemleyebilmişlerdir. Bu süreçte tahminlerini ekrandaki oluşan model ile karşılaştıran öğretmen adayları oluşturulan ortamda bir tecrübe süreci yaşamışlardır (E2).

Bir diğer geometrik yerde ise $A(4,0)$ noktasından geçen ve $(x + 4)^2 + y^2 = 100$ çemberine teğet olan daire merkezlerinin geometrik yerinin bulunması istenmiştir. İlk başta tahmin edemeyen Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları istenilenleri kâğıt kalem ortamında oluşturduklarında elips olabileceğini fakat tam olarak doğru olduğunu söyleyemediklerini ifade ederek bunu da aşağıdaki gibi çalışmaya yazmışlardır.

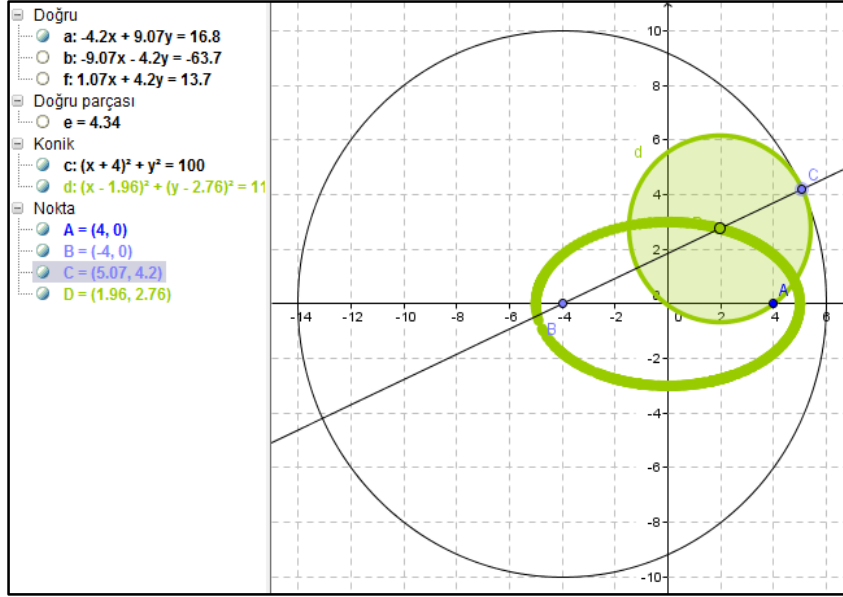


Şekil 84. Ö21 ve Ö22'nin tahminlerini çalışmaya yazmış oldukları ifadeleri.

Araştırmacı da alan notunda verilen bu geometrik yer için öğretmen adaylarının çoğunun doğru tahminde bulunduğunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Verilen bir diğer geometrik yerde öğretmen adaylarının çoğunluğunun doğru tahminlerde bulduklarını gözlemliyordum. Bu süreçte tahminlerinin elips olduğunu ifade etmeleri ve bu tahminlerini açıklamaya çalışmaları kâğıt kalem ortamındaki tecrübelerini göstermekte idi. Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları verilen çemberi ve istenilen çemberleri çizerek merkezlerinin geometrik yerinin elips olduğunu çalışma yapraklarına yazmışlardı. Bu süreçte Ö21 ve Ö22 elips olduğunu düşündüklerini fakat tam olarak karar veremediklerini belirtmişlerdi. Önceki ifadelerde olduğu gibi yazılım ile bu geometrik yerin tam olarak doğruluğuna karar verebileceklerini söylemişlerdi. Ö23 ve Ö24 öğretmen adayları ise yine elips tahmininde bulunmuşlar ve bu tahminlerini çizerek göstermeye çalışmışlardı. Aynen Ö21 ve Ö22 gibi çizmeye çalıştıkları fakat tam olarak açıklayamadıklarını gözlemledim. Aslında daha önceki geometrik yerlere baktığımda ya da ilk baştan geometrik yer tanımlarına baktığımda gün geçtikçe tahminlerinde biraz daha mantıklı kararlar verdiklerini gördüm (AN6; Ç6; G11; G12).

Araştırmacının da açıkladığı gibi öğretmen adaylarının çoğunluğu verilen geometrik yere doğru tahminlerde bulunmuşlar ve bu tahminlerini açıklamaya çalışmışlardır. Bu süreçte bu tahminlerini çalışma yapraklarında açıklamaya çalışmışlardır. Oluşturulan bu öğrenme ortamında öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında tahminlerini açıklamaya çalışmaları tecrübe sürecini göstermektedir. Süreç içerisinde yazılımda geometrik yeri aşağıdaki gibi modelleyen Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını gözlemlediklerini aşağıdaki gibi çalışma yapraklarına ifade etmişlerdir. Ö21 ile araştırmacı arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 85. Ö21 ve Ö22'nin verilen geometrik yeri ekranda modellemesine ait olan şekil.

Ö21: Gözlemimiz tahminimizdeki gibi bir elips çıktı.

A: Evet siz doğru tahminde bulunmuştunuz. Peki, bir farklılık gözlemlediniz mi?

Ö21: Aslında evet biz sadece tahmini bir cevap verdik şu olursa falan diye fakat yazılımda daha net gördük. Kâğıt ortamında bu kadar iyi gözlemleyemeyebirdik.

A: Yazılım size ne fayda sağladı.

Ö21: Bir nevi düşündüklerimizin ispatını sağladı yani benim düşündüklerim havada kalmadı.

Tahminimizdeki gibi bir elips çıkmıştı. Şekle bir kaç doğru parçası ekleyerek oluşan elipsin odaklarını da belirledik ve bu noktaların çemberin merkezi ile A noktası olduğunu gördük. Farklılık yok fakat gözlemimizde odak noktalarını belirleyebildik.

Şekil 86. Ö21 ve Ö22'nin tahminlerini yazılımda karşılaştırmalarına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi tahminlerini yazılımdaki gözlemleri ile karşılaştıran Ö21 ve Ö22 öğretmen adayları doğru tahminde bulduklarını fakat yazılım ile daha güzel gözlemlediklerini ya da gözlemlediklerini kâğıtta düşünemediklerini vurgulamışlardır (E2). Sonuçta ise oluşturulan ortam sayesinde bu süreci gördüklerinden düşündüklerinin doğruluklarını daha iyi ifade edebildikleri görülmüştür.

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre altıncı hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 7'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo 7. Oluşturulan Ortamda Altıncı Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	E2	Tahminleri ile modelleme sonucu oluşan geometrik yerlerin karşılaştırılması
E Tecrübe Etme	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	A2	Verilen ifadelerin kâğıt kalem ortamında veya yazılımda modellenebilmesi
A Uygulama	A3	Verilen geometrik yerleri oluşturarak cebirsel ifadelerinin yazılması
	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
C İşbirliği	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
	T Transfer Etme	

Özetle, oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adayları ile yürütülen altıncı etkinlikte 3 tane geometrik yer problemi sorulmuş ve öncelikli olarak bu geometrik yerler tahmin ettirilmiştir. Tahminlerde bulunan öğretmen adayları bu tahminlerinin doğruluklarını ya da yanlışlıklarını kâğıt kalem ortamında tam olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Verilen ilk geometrik yere elips ve çember gibi tahminlerde buldukları kâğıt kalem ortamında açıklarken dikdörtgen ve kare de olabileceğinin söylendiği görülmüştür. Bu

şekilde tahminlerde bulunan öğretmen adayları istenilenleri tam olarak kafalarında canlandırmadıklarını söylemişlerdir. Doğru tahminlerde bulunan öğretmen adayları da bu tahminlerinin doğruluklarını tam olarak kâğıt kalem ortamında gösterememişlerdir. Sonrasında ise yazılımda istenilenleri oluşturan öğretmen adayları tahminlerini karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Bu şekilde öğretmen adaylarının yanlış tahminde bulunmaları ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında göstermeye çalışmaları kâğıt kalem ortamındaki tecrübelerini göstermektedir. Öğretmen adaylarının verilen ilk geometrik yer ile daha önceden çember konusunda karşılaştıkları ve yazılımdaki yapılanların aynısını bu soruda düşündükleri ile elips tahmini yaptıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerini önce tahmin etmeleri sonrasında ekrandaki tecrübeleri ile karşılaştırmaları sayesinde zamanla sorulan geometrik yerlere mantıklı tahminlerde buldukları görülmüştür. Bu şekilde tahminlerde bulunan öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında başarılı oldukları ifade edilmiştir. Sonuç olarak oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını veya yanlışlıklarını gözleme imkânı bularak yazılımın görselliği ile birlikte düşüncelerinin netleştiği görülmüştür. Bu süreç içerisinde yazılımda bir deneyim yaşayarak bu deneyimleri ile sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Ayrıca oluşturulan öğrenme ortamında yapılan tüm bu süreçler tecrübe etme sürecine katkı sağladığını göstermektedir.

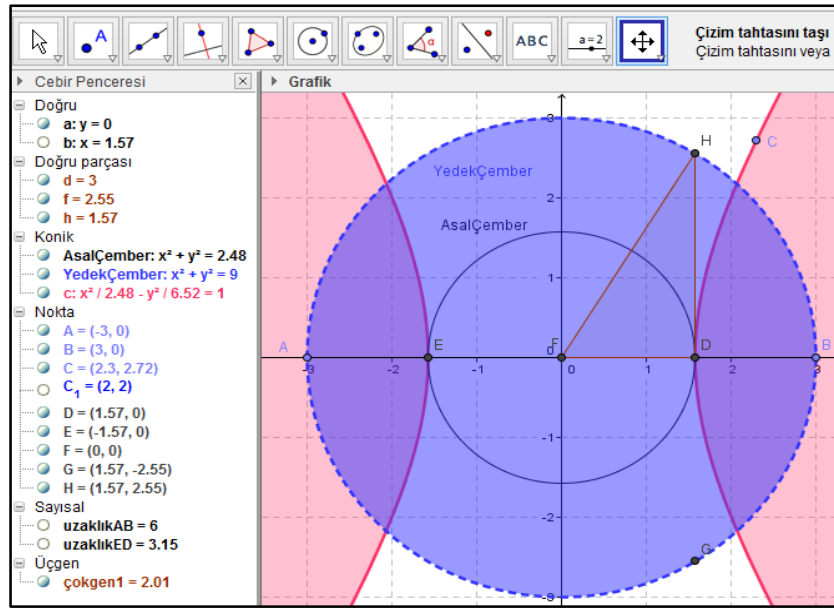
Oluşturulan ortam sayesinde ekrandaki gözlemledikleri ile ders içerisinde ilişkilendirme yapabilen öğretmen adaylarının bu şekilde geometrik yerleri daha iyi anlamlandırabildikleri görülmüştür. Bu şekilde oluşturulan ortamda GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına verilen geometrik yerlerde düşündüklerinin farklı bir bağlamda karşılıklarına çıkmasını sağlayarak ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır.

Diğer taraftan öğretmen adaylarının altıncı çalışma yaprağında öğrenmiş oldukları ifadeleri uygulamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu süreçte kendilerine verilen geometrik yerleri hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modelleyerek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Kâğıt kalem ortamında modellemelerinden önce daha önceki geometrik yerde gözlemlediklerine göre daha mantıklı tahminler ile modellemeler yaptıkları görülmüştür. Fakat yine de kâğıt kalem ortamında modellediklerinin doğruluklarını tam olarak açıklayamamışlardır. Verilen ilk geometrik yerde öğretmen adaylarının çoğunluğu kâğıt kalem ortamında doğru modelleme yapabilmişlerdir. Sonrasında ise daha önceki yapılan geometrik yerleri düşündükleri ile yazılımda istenilenleri rahatlıkla oluşturdukları gözlenmiştir. Bu süreçte daha önceki gibi kâğıt kalem ortamında yaptıklarını düşünerek yazılımda istenilenleri oluşturmaya çalışmadıkları görülmüştür. Yazılımın iz bırakma ve tek bir noktayı kullanarak gezdirme seçeneklerini kullandıkları yani yazılımın avantajlarını artık kullanmaya çalıştıkları görülmektedir. Bir diğer geometrik yerde ise öğretmen adaylarının

çoğu yine kâğıt kalem ortamında doğru modellemeler yapmışlardır. Bu süreçte yazılımda kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açan öğretmen adayları istenilenleri rahatlıkla oluşturarak sonucu gözlemleyebilmişlerdir. Sonuçta oluşturulan bu ortamda öğretmen adayları istenilenleri hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modelleyerek arasındaki farkları görmüşlerdir. Bunun neticesinde ise geometrik yeri çözebilmişlerdir. Aslında verilen geometrik yerin çözülmesi ile modelleme arasında iyi bir ilişki olduğu görülmüştür. Bu durumda uygulama bileşeninin bir göstergesidir.

4. 7. Yedinci hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Hiperbolün özelliklerini kavrayalım

Öğretmen adayları ile yürütülen yedinci çalışma yaprağında ise kendilerine aşağıdaki şekildeki gibi hazır olarak verilen dosyayı açmaları ve buradan hareketle ekrandan odak noktalarını değiştirerek tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmaları istenmiştir. Öğretmen adayları ilk başta hiperbol üzerindeki herhangi bir C noktası için bu noktanın odaklara olan uzaklıklarını ifade eden AC ve BC uzunluklarını oluşturmuşlardır. Sonrasında yazılımdaki odak noktalarını hareket ettirerek hiperbolün asal ve yedek çemberlerinin yarıçapları, DH uzunluğu ve AC ve BC uzunluklar farkını yazılımdan gözlemleyen öğretmen adayları tablodaki boş bırakılan yerleri aşağıdaki gibi doldurmuşlardır. Ö27 ve Ö28 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit bu sürecin nasıl gerçekleştiğini göstermektedir.



Şekil 87. Öğretmen adaylarına yedinci çalışma yaprağında verilen hazır dosyadaki hiperbol şekli.

Ö27: Ben okuyorum. İstenilen dosyayı açalım evet burada hiperbolün odak noktaları olan A ve B noktalarını değiştirelim. Önce A(-1,0) ve B(1,0) yapsana.

Ö28: Tamam yapıyorum. C noktası (1.2, 1.05) DH uzunluğu 0.73 asal çemberin çapı 1.37 AC ve BC uzunlukları farkı da 1.37 çıktı. Bunları bir yazsana. Dur hiperbolün denklemi de $\frac{x^2}{0.47} - \frac{y^2}{0.53} = 1$

Ö27: Şimdi sadece odak noktalarını değiştirelim bence.

A: Ne yapıyorsunuz arkadaşlar.

Ö28: Odak noktalarını değiştiriyoruz. Ve gözlemlediklerimizi de tabloya yazıyoruz. Şimdi odak noktalarını A(-2,0) ve B(2,0) evet uzunluklar burada sonuçta DH 1.57, asal çemberin çapı 2.47 ve farklarda cebir ekranından 2.47 çıkıyor. Odaklar 3 olunca ...

Ö27: Bu durumda hep bu uzunluklar farkı ile asal çemberin çapı eşit çıkıyor. Elipste de bu toplamlar eşit çıkmıştı.

Hiperbolün Odak Noktaları	C noktası	IDHI uzunluğu	Asal Çemberin Çapı	IACI ve IBCI uzunlukları farkı	Hiperbolün Denklemi
A(-1,0) ve B(1,0)	(1.2, 1.05)	0.73	1.37	1.37	$x^2/0.47 - y^2/0.53 = 1$
A(-2,0) ve B(2,0)	(2.16, 2.16)	1.57	2.47	2.47	$x^2/1.53 - y^2/2.14 = 1$
A(-3,0) ve B(3,0)	(2.35, 2.66)	2.55	3.15	3.15	$x^2/2.48 - y^2/6.52 = 1$
A(-4,0) ve B(4,0)	(3.06, 5.16)	3.76	3.5	3.5	$x^2/3.06 - y^2/12.94 = 1$

Şekil 88. Ekrandaki hiperbolden faydalanarak çalışma yaprağındaki boş bırakılan yerlerin doldurulması.

Görüldüğü gibi Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları ekran üzerindeki odak noktalarını değiştirerek asal çemberlerin yarıçapları, DH uzunlukları ve AC ile BC uzunluklar farkını yazılımdan gözlemlemişler ve sonuçlarını yukarıdaki gibi tablodaki boş bırakılan yerlere yazmışlardır. Bu şekilde ekran üzerinde odak noktalarını değiştirerek asal çemberin çapının AC ile BC uzunluklar farkına eşit olduğunu tecrübe eden öğretmen adayları verilerini toplayarak tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır (E4;E5). Bu süreçte odak noktasının koordinatlarını değiştirerek hiperbolün özelliklerini belirlemeye çalışan Ö27 ve Ö28 öğretmen adaylarının ekranda istenilenleri oluşturmadan önce birbirleri ile iletişime geçmiş ve birbirleri ile yardımlaşmışları da görülmektedir (C1).

Sonrasında hiperbol üzerindeki herhangi bir C noktasının A ve B odak noktalarına olan uzaklıkları olan AC ve BC farkının birbirine eşit olduğunu gözlemleyen Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları istenilenleri matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Ö27 ve

Diğer taraftan Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları ekrandaki gözlemleri ile hiperbolün geometrik yer tanımını daha iyi anlamlandırdıklarını aşağıdaki diyalogdaki gibi ifade etmişlerdir. Bu süreçte çalışma yapraklarına yapılanlar ise aşağıdaki kesitteki gibidir.

Ö25: Elipste de yapmıştık orada asal çemberin çapına eşit çıkmıştı. Şimdi burada da yazılımda gözlemlediğimiz gibi tablodaki değerlere de baksana. Asal çemberin çapı AC ve BC uzunluklar farkına eşit çıkmaktadır. Cebir ekranına bak.

Ö26: Evet, C noktasını hiperbol üzerinde gezdirdikçe bu eşitlik değişmemekte. Zaten bu hiperbolün geometrik yer tanımı idi.

Ö25: Evet, orada da iki noktaya uzaklıklar farkı eşit olacaktı. Asal ve yedek çemberlerin yarıçapları a , b ve odak noktasının koordinatları c olan hiperbolde burası dik üçgen.

Ö26: Evet, aynen elipsteki gibi a , b ve c arasındaki bağıntı belli. Dediğin gibi elipste uzaklıklar toplamı idi. Burada farklar asal çemberin çapına eşit çıktı.

Ö25: O zaman C noktası genel bir nokta ya ona göre hiperbolün genel denklemini bulabiliriz.

Hiperbolün Odak Noktaları	C noktası	IDHI uzunluğu	Asal Çemberin Çapı	IACI ve IBCI uzunlukları farkı	Hiperbolün Denklemi
A(-1,0) ve B(1,0)	(1,1,0,9)	0,23	1,37	1,37	$x^2/0,47 - y^2/0,53 = 1$
A(-2,0) ve B(2,0)	(1,5,1,5)	1,57	2,47	2,47	$(x^2/1,53) - y^2/2,47 = 1$
A(-3,0) ve B(3,0)	(2,5,3,2)	2,55	3,15	3,15	$x^2/2,48 - y^2/6,52 = 1$
A(-4,0) ve B(4,0)	(2,8,4,8)	3,6	3,5	3,5	$x^2/3,06 - y^2/12,94 = 1$
.....
A(-c,0) ve B(c,0)	C(x,y)	b	2a	2a	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Tablodaki değerleri göz önüne alarak hiperbolün denklemi ile odakları ve asal çemberinin çapı arasında nasıl bir ilişki keşfettiğinizi aşağıya yazınız?

Hiperbolün tanımı gereği iki noktaya uzaklıklar farkı sabit olan noktalar kümesidir. Tablodaki değerlere bakarak bu uzaklıklar farkı asal çember çapına eşittir.

Şekil 90. Yazılımdaki gözlemleri ile hiperbol hakkında yorumlar yapan Ö25 ve Ö26 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından kesit.

Yukarıda görüldüğü gibi Ö25 ve Ö26 ekranda odak noktaları değiştirerek asal çemberin çapının AC ve BC uzunlukları farkına eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Geometrik yer tanımındaki hiperbol tanımını hatırlayan Ö25 ve Ö26 bu şekilde farklı bir bağlamda karşılıklarına çıkan hiperbolü kullanarak bu tanımı tam olarak anlamlandırabilmişlerdir (R1). Yine bu süreçte oluşan dik üçgenden faydalanarak hiperbollerin asal ve yedek çemberlerinin yarıçapları a , b ve odak noktasının koordinatlarından olan c arasındaki ilişkiyi elipsteki bilgileri ile ilişkilendirerek belirleyebilmişlerdir. Bu şekilde ekranda yaşadıkları ile geometrik yer tanımını farklı bir bağlamda tekrar gözlemlenmeleri ve elipsteki denklemler ile ilişki kurarak hiperbollerin asal-yedek çemberleri ile odak noktası arasında

bağıntıları yorumlamaları kavramlar arasında bir ilişkilendirme yaptıklarını göstermektedir (R2; R3).

Öğretmen adayları ile yapılan mülakatlarda yazılımın ön bilgileri harekete geçirdiği öğretmen adaylarının ifadelerinde görülmüştür. Ö25 ile yapılan ayaküstü diyalog bu süreci göstermektedir.

Ö25: Aslında buradaki farkların ifadesi hiperbolün tanımı demek geometrik yer tanımında işlerken öğrenmiştik.

A: Nasıl yani

Ö25: Yani hocam orada hiperbolü iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktalardı. Burada da aynı şeyi görüyoruz aslında. Burada yazılıma bakarak C noktasının odaklara uzaklıklarının oluşturmuş olduğu doğru parçalarının arasındaki fark her seferinde sabit olmalı yazılımdan gözlemleyince geometrik yer tanımı aklıma geldi direk.

Görüldüğü gibi yazılım ekranında hiperbolün özelliklerini gözlemleyerek hiperbolün genel denklemini ifade eden öğretmen adaylarından bazıları daha önceki öğrenmiş oldukları hiperbol tanımını burada kullanmışlardır. Sonuçta buradaki ifadelerin öğretmen adaylarının ön bilgilerini harekete geçirdiği ve bu ön bilgilerinin de ilişkilendirme sürecine katkı sağladığı görülmüştür (R3).

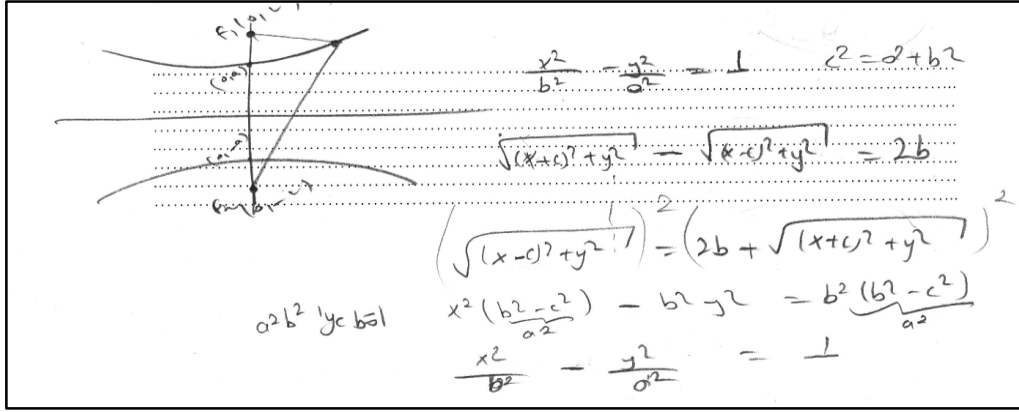
Hiperbolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştiren öğretmen adaylarına ardından odakları y ekseninde olduğunda nasıl bir denklem oluşacağı sorulmuştur. Bu süreçte odak noktaları x ekseninde olan hiperbollerin genel denklemini ifade eden öğretmen adaylarından Ö25 ve Ö26, odakları y ekseninde olduğunda hiperbol üzerinde herhangi bir nokta olarak hiperbolün genel denklemini belirlemeye çalışmışlardır. Ö25 ve Ö26 arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö25: Odaklar x ekseninde iken genel denklemi (x,y) olarak bulmuştuk.

Ö26: Evet, şimdi de yine (x,y) olarak mı bulalım. Uzun olmaz mı?

Ö25: Deneyelim istersen. Şimdi odaklar (0,c) ve (0,-c), köşe koordinatları da (0,a) ve (0,-a) olsun. $c^2 = a^2 + b^2$ idi.

Ö26: Tamam. O zaman denklem $\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2b$ buradan da $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ denklemi bulunur.



Şekil 91. Ö25 ve Ö26'nin odakları y ekseninde olan hiperbolün genel denklemini ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları odakları y ekseninde olan hiperbollerin genel denklemini oluştururken doğru bir şekil çizmişlerdir. Fakat sonrasında odak noktasındaki apsis değerlerini sıfır yerine c olarak almışlardır. Sonrasında da yanlış işlem yaparak yanlış sonuca ulaştıkları görülmüştür. Sonuçta doğru şekil çizerek odakları x eksenindeki hiperbollerin genel denklemindeki öğrenmiş oldukları ifadeleri yanlış işlem yaparak transfer etme sürecinde yanlışlıkların olduğu görülmüştür (T2). Transfer etme basamağında Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları başarısız olmuştur.

Öğretmen adaylarından Ö27 ve Ö28 ise öncelikli olarak odakların x ekseninde olduğunda hiperbolün genel denklemini yazmış ve sonrasında odakları y ekseninde alarak genel denklemini oluşturmaya çalışmıştır. Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö27: Odaklar x ekseninde iken köşe koordinatları $(a,0)$ ve $(-a,0)$ idi. Odaklar da $(c,0)$ ve $(-c,0)$.

Ö28: Evet, şeklimizde bu şekilde idi.

Ö27: Şimdi köşe koordinatları $(0,a)$ ve $(0,-a)$ olsun.

A: Evet, ne yapıyorsunuz arkadaşlar.

Ö27: Hocam şimdi köşe koordinatları $(0,a)$ ve $(0,-a)$, odaklar da $(c,0)$ ve $(-c,0)$ iken genel denklemini ifade etmeye çalışacağız.

A: Devam edelim o zaman.

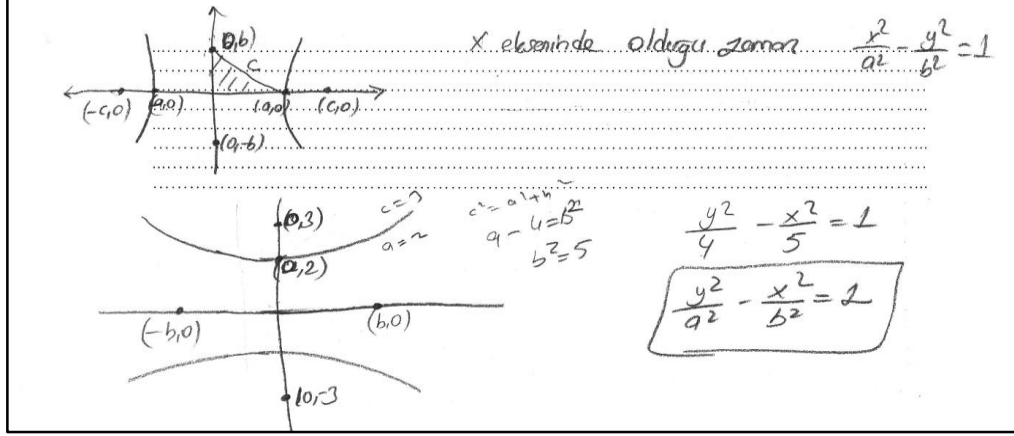
Ö28: İstersen bunlara değer verelim mesela $(0,2)$ ve $(0,-2)$ olsun. Odaklar da burada onlar da $(0,3)$ ve $(0,-3)$ iken b değeri Pisagor bağıntısından kök 5 çıkar.

Ö27: Evet, o zaman denkleminiz $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$

Ö28: Bu durumda genel denkleminiz $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ olur.

A: Sonuçta bir genelleme yapmış oldunuz o zaman.

Ö27: Evet hocam aslında bunu x ekseninde nasıl belirledik ise oradaki bilgileri kullanarak örnek de vererek sonucumuzu yazdık.



Şekil 92. Ö27 ve Ö28'in odakları y ekseninde olan hiperbolün genel denklemini ifade etmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Ö27 ve Ö28 öğretmen adaylarının yapmış oldukları incelendiğinde öncelikli olarak odak noktaları x ekseninde olduğunda nasıl bir hiperbol denklemi vardı onu göz önüne aldıkları görülmüştür. Sonrasında ise odakların y ekseninde olduğunda örnek noktalar olarak hiperbolün genel denklemini oluşturdukları görülmüştür. Bu süreçte Ö27'nin de ifade ettiği gibi öğretmen adayları odakları x ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerinden yola çıkarak odakları y ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerini belirledikleri görülmüştür. Bu süreç ise daha önceki ders içerisinde öğrenmiş oldukları bir ifadeyi yine ders içerisinde başka bir ifade de kullandıklarından transfer süreci yaşamışlardır (T2).

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının odakları y ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerinin nasıl oluşturduklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö25 ve Ö26 öğretmen adaylarının yanında iken odakların y ekseninde olduğu hiperbollerin genel denklemlerini oluştururken x ekseninde neler yaşadılar ise burada da aynısını yaptıklarını gözlemledim. Bu süreçte doğru bir genelleme yapmaya çalışan Ö25 ve Ö26 yanlış işlemler yaparak sonuca ulaşamamışlardı. Ö27 ve Ö28 ise x eksenindeki oluşturulan hiperbollerin denklemlerinden hareketle odakların y ekseninde olduğunda oluşan hiperbol denklemini genelleştirebilmişlerdir. Öğretmen adayları arasında gezerken Ö23 ve Ö24 öğretmen adaylarının yazılımda hiperboller oluşturduklarını ve buradan da odakların x ve y ekseninde olma durumlarına göre yorumlar

yapmaya çalıştıklarını gözlemledim. Bu süreçte aslında öğretmen adayları odakların x ekseninde olduğundaki öğrenmiş oldukları denklemleri burada da kullanmak istiyorlardı. Sonuçta öğretmen adaylarının odakları x ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerini odakların y ekseninde olduğunda nasıl kullanacaklarını gözlemlemiş oldum. Yanlış ya da doğru fakat öğretmen adaylarının çoğunluğunun x eksenindeki öğrendiklerini y eksenine aktarmaya çalışmaları öğrendiklerini transfer etmeye çalıştıklarını göstermekte idi (AN7;Ç7;G12;G13;G14).

Yine yedinci çalışma yaprağının bir diğer yönergesinde ise verilen hiperbol denklemini ekranda oluşturan Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları doğru denklemlerini de gözlemleyerek bu iki denklem hakkında yazılımın dönütleri ile birlikte yorumlar yapmaya çalışmışlardır. Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazdıkları notlar aşağıdaki gibidir:

Ö27: Verilen hiperboller yazılımın giriş ekranına girelim.

Ö28: Tamam ben giriş ekranına yazıyorum. Birinci denklemde doğru denklemi ne olur.

Ö27: $y = \frac{3}{4}x$ diğeri de eksilisi. Bu doğruları da yazılımda oluşturalım.

Ö28: Oluşturdum. Hiperbol ile doğrular kesişmiyor. Baksana kesişimlerine baktım çünkü tanımsız diyor. Bir de iki nesne arasındaki ilişkiye bakayım ne olur ne olmaz. Evet, burada da doğru hiperbolün asimptotu dedi.

Ö27: Diğer hiperboller ve doğru denklemlerini de girelim bakalım.

Ö28: İkincisi de aynı. Üçüncüsü de aynı. Bu doğrular ile hiperboller kesişmiyor. Bunları kâğıt kalem ortamında yapıyorduk sanki önceleri ama şimdi daha kolay bence. Sonuçta bu doğrular hiperbollerin asimptotlarıdır.

Ö27: Evet doğru hiperbollerin asimptotları bunlar.

A: Neden asimptot dediniz anlamadım.

Ö28: Aslında biz asimptotları analiz dersinde türevde eğrileri çizerken görmüştük. Sanki orada da eğrileri kesmiyordu asimptotlar. Ve bu asimptotlar eğik yani eğik asimptotlar bunlar. Burada da yazılım bu hiperboller ile doğruların kesişmediğini ve asimptotları olduğunu söyledi.

Hiperbol Denklemi	Birinci Doğru Denklemi	İkinci Doğru Denklemi	Hiperbol ve Doğruların Kesişme Durumları
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$y = \frac{b}{a}x$	$y = -\frac{b}{a}x$	Kesişmiyorlar.
$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	$y = \frac{3}{4}x$	$y = -\frac{3}{4}x$	Kesişmiyorlar.
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$	$y = \frac{2}{3}x$	$y = -\frac{2}{3}x$	Kesişmiyorlar.
$x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$	$y = 2x$	$y = -2x$	Kesişmiyorlar.

Bir hiperbolün asimptotları $y = \pm \frac{b}{a}x$ doğrularıdır.
ve bu doğrular hiperbolü kesmezler.

Şekil 93. Hiperbolün asimptotlarını yazılımdan gözlemleyerek ilişkilendirme yapan Ö27 ve Ö28'in çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları tabloda verilen hiperbol denklemlerini ve doğruları yazılım ekranında oluşturmuşlardır. Bu süreçte bir işbölümü oluşturmuşlar ve sonrasında ise ekrandaki gözlemleri ile kesişip kesişmediklerini yazılımın hem kesişme ikonu hem de iki nesne arasındaki ilişki ikonunu kullanarak belirlemişlerdir (C1). Bu süreç içerisinde Ö27 ve Ö28 öğretmen adayları yazılımın asimptot geri dönütünü vermesi ile işbirliği yaparak daha önceki öğrenilen kavramları hatırlamışlardır (C2;R3). Ekrandaki gözlemleri ve yazılımın dönütleri sayesinde daha önceleri öğrenilen eğrilerin grafiklerinin çizimindeki asimptotların kâğıt kalem ortamında daha zor olduğu vurgulanmıştır. Yazılım ile bu sürecin daha kolay olduğu ifade edilerek ilişkilendirme yapıldığı görülmüştür.

Araştırmacı da alan notunda öğretmen adaylarının yazılımın dönütleri sayesinde öğretmen adaylarının aralarındaki işbirliğinden bahsetmiştir.

Öğretmen adaylarının yanlarına gittiğimde Ö27 ve Ö28'in hiperbol ve doğru denklemlerini oluşturduklarını gözlemliyordum. Bu süreçte öncelikli olarak kesişme ikonunu kullanan Ö27 ve Ö28 yazılımdan tanımsız geri dönütünü almakta idiler. Cebir ekranında "tanımsız" geri dönütünü alan Ö27 ve Ö28 sonrasında ikna olmayarak yine yazılımda iki nesne arasındaki ilişki ikonunu kullandıklarını gözlemledim. Burada da "doğru hiperbolün asimptotudur" dönütünü almışlar ve kesişmediklerini ifade etmişlerdir. Sonuçta oluşturulan ortamda öğretmen adayları yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak bir işbirliği içerisinde konuyu anlamlandırabilmekte idiler (AN7;Ç7;G14).

Yine yedinci çalışma yaprağının diğer bir yönergesinde ise tabloda verilen hiperbol ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları kesişme durumlarını grafik ekranından kontrol edebilmişlerdir. Tablodaki hiperboller ve doğruları

ekrandan gözlemleyen Ö25 ve Ö26 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve gözlemleri ile çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö25: Artık bunları rahatlıkla yazılıma gireriz bence.

Ö26: Evet, bu öncekiler gibi yani çemberde, elipste de aynısı yaptık.

Ö25: Şimdi birinci denklemi yazılımın giriş ekranına yazıyorum. Elips ve doğruyu yazdım.

Ö26: Tamam. Kesişme durumlarına baksana.

Ö25: Teğet gibi gözüküyor. Evet, teğetmiş çünkü tek noktada kesişti. A(6.67,4) noktasında.

Ö26: Diğer denklemleri girelim. Daha önceleri giriş ekranında yapmıştık ya aynısını yapalım. Yani yukarı okuna tuşlasana bak giriş ekranında ilk yazdığımız denklemler ortaya çıkıyor bak.

Ö25: Tamam. 16 değerini 4 yapalım hiperbol oldu. Doğruyu da $y=(1.5)x$ yazdık. Kesişmesine bakalım. Yok kesişmedi.

Ö26: Evet, dediğimiz gibi burada da ortak çözüm yaparak sonuca ulaşacağız. Üçüncüsünü de girelim.

Ö25: Üçüncüsü evet. İki noktada kesişmekte. A(-8.7, 12.7) B(2.3, 1.7). Dördüncüsü de teğet çıkıyor.

Hiperbol Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu
$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	$15x - 16y - 36 = 0$	Tek noktada kesisir A(6.67, 4)
$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$	$y = (1.5)x$	Kesişmezler A = Tanımsız.
$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$	$x + y - 4 = 0$	iki noktada kesisirler A(-8.7, 12.7) B(2.3, 1.7)
$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$	$y + \sqrt{3}x - \sqrt{3} = 0$	Tek noktada kesisirler A(4, -5.2)

Şekil 94. Hiperbol ve doğru denklemlerinin birbirine göre durumlarının ekrandaki gözlemlerle çalışma yaprağına yazılması.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları daha önceki yaşamış oldukları tecrübelerini tekrar farklı bir konu olan hiperbol de yaşamışlardır (E3). Tablodaki verilen denklemleri yazılıma giren öğretmen adayları boş bırakılan yerleri yukarıdaki gibi doldurmuşlardır. Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları daha önceleri yaptıkları gibi hiperbol ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına girerek kesişimlerini yazılımın grafik ekranında kontrol etmişlerdir. Bu süreçte kesişimlerinin iki noktada, tek noktada veya kesişmediğini gözlemleyerek bu ifadeleri boş bırakılan yerlere yazmışlardır (E3). Sonuçta da verilen iki denklemin ortak

çözüm yapılacağını ifade eden Ö25 ve Ö26 daha önceki tecrübelerini tekrar yaşadıkları için zorlanmadıkları görülmüştür.

Sonrasında bu süreçte yapılanları yorumlayan Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları hiperbolün genel denklemini nasıl matematiksel olarak genelleştireceklerini aşağıdaki diyaloglarında belirtmeye çalışmışlardır.

Ö26: Şimdi burada daha önceleri elips ve çemberde yaptığımız gibi baksana $y = mx+n$ doğru denklemini hiperbol denkleminde yazalım.

Ö25: Evet, sonrasında da oluşan denklem zaten ikinci dereceden denklem. Köklerine bakarsak tamam. O zaman delta değeri sıfırdan büyükse iki kök yani iki noktada kesişmekte. Sıfıra eşitse teğet tek noktada. Sıfırdan küçükse kesişmezler.

Ö26: Matematiksel olarak genelleştirmiş olduk.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları verilen hiperbol ve doğru denklemlerinden hareketle kesişme durumlarını daha önceki çember ve elipste yaptıkları gibi matematiksel olarak genelleştireceklerini belirtmişlerdir (A1). Bu süreçte doğru denkleminde ki y değerini hiperbol denkleminde yerine koyarak ikinci dereceden denklem bulacaklarını ifade eden Ö25 ve Ö26 buradan hareketle istenilenleri matematiksel olarak genelleştireceklerini söylemişlerdir (A1). Bu süreçte daha önceki öğrenmiş oldukları çemberdeki ve elipsteki öğrenmiş oldukları bilgileri buraya taşımaya çalıştıkları öğretmen adaylarının ifadelerinde görülmektedir (T1). Sonuçta oluşturulan ortam ile çemberler ve elipslerdeki yapılanları hiperbollerde de yaparak farklı bir bağlamda transfer süreci yaşadıkları görülmüştür.

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşenin göstergelerine göre yedinci hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 8'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo 8. Oluşturulan Ortamda Yedinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	R2	Kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapılması
	R3	Yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması
E Tecrübe Etme	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	E4	Çalışma yapraklarında verilen yönergeleri GeoGebra ortamında uygulayarak oluşan geometrik yeri gözleme fırsatı bulduklarını ifade etmeleri
	E5	Ekranda oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
C İşbirliği	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
T Transfer Etme	T1	Daha önce öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma
	T2	Ders içerisinde yeni kavramları yine ders içerisinde önceki yönergelerde öğrendikleri ile ifade etmeleri

Özetle, oluşturulan ortamın yedinci çalışma yaprağında öğretmen adaylarına hiperbollerin özellikleri, hiperbolün genel denklemi, hiperbolün asimptotları ve hiperboller ve doğruların birbirine göre durumları öğretilmeye çalışılmıştır. Bu süreçte öğretmen

adaylarından bazılarının hiperboller üzerinde alınan asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ile odak noktasının koordinatları arasındaki bağıntıyı elipsteki öğrenmiş oldukları ifadeler ile ilişkilendirerek belirledikleri görülmüştür. Yine yazılımın öğretmen adaylarının ön bilgilerinin harekete geçirdiği ve sonuçta hiperbolün geometrik yer tanımı ile ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Bir diğer ifade de ise tabloda verilen hiperbol denklemlerini ve doğrularını yazılım ekranına girerek yazılımın hem kesişme hem de iki nesne arasındaki ilişki ikonlarından kesişip kesişmediklerini belirlemişlerdir. Yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarına asimptot geri dönütünü vermesi ile daha önceki kâğıt kalem ortamında öğrenilen fakat tam olarak anlamlandırılmayan bilgilerin yazılım ile anlamlandırıldığı ve bu şekilde de ilişkilendirme yapıldığı görülmektedir.

Oluşturulan ortamın tecrübe sürecinde ise öğretmen adayları kendilerine hazır olarak verilen dosyadan hareketle ekran üzerindeki odak noktalarını değiştirerek hiperbolün genel denklemi ile ilgili tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır. Bu şekilde hiperbol üzerindeki herhangi bir C noktası için bu noktanın odaklara olan uzaklıklarını ifade eden AC ve BC uzunlukları ile asal çemberin çapının birbirine eşit olduğunu tecrübe edebilmişlerdir. Sonuçta bu şekilde yazılım üzerinde bir deneyim yaşayan öğretmen adayları verilerini toplayarak boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır. Yine bir diğer ifade de ise öğretmen adayları hiperboller ve doğruların birbirine göre durumlarını yazılımdan oluşturarak daha önceki tecrübelerini yaşamışlardır. Bu süreçte öğretmen adaylarının daha önce çember ve elips konularında yaşadıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Sonuç olarak oluşturulan ortamda öğretmen adayları yazılımda istenilenleri kendileri oluşturduğundan bir tecrübe süreci yaşadıkları görülmüştür. Yine daha önceki tecrübelerini yaşadıkları da görülmektedir.

Oluşturulan ortamda uygulama sürecinde ise öğretmen adayları hiperbolün genel denklemini asal ve yedek çemberlerin yarıçapları cinsinden bulabilmişlerdir. Yine asal çemberinin çapı ile hiperbol üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar farkının birbirine eşit olduğunu ve bu ifadeyi de birbirine eşitleyerek hiperbolün genel denklemine ulaşabileceklerini belirlemişlerdir. Bu süreçte hiperbolün genel denklemini tam olarak bulamamışlar sadece buldukları denklemden sonuca ulaşacaklarını söylemekle yetinmişlerdir. Diğer taraftan hiperbol ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını daha önceki durumları da kullanarak matematiksel olarak genelleştirmişlerdir. Bu şekilde öğretmen adaylarının öğrenilen kavramlardan yola çıkarak matematiksel denklem oluşturmaları tecrübe etmiş oldukları ifadeleri uygulamaya çalıştıklarını göstermektedir.

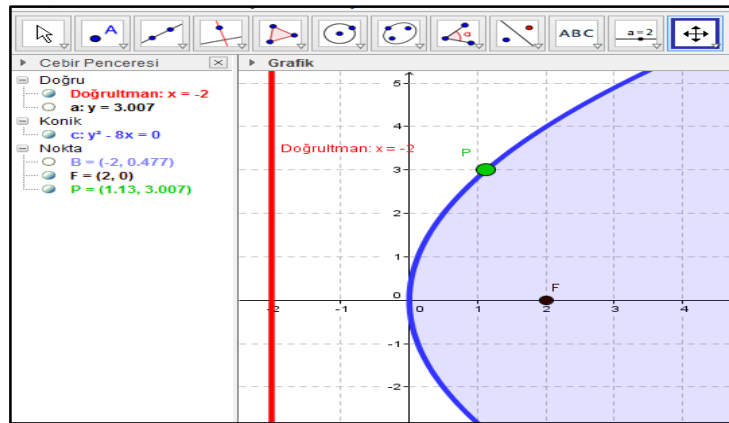
İşbirliği ile ilgili olarak ortaya çıkan bulgularda ise öğretmen adaylarının ekranda istenilenleri oluşturmadan önce birbirleri ile iletişime geçtikleri ve birbirleri ile yardımlaştıkları görülmektedir. Yine öğretmen adaylarının oluşturulan ortamda yazılımdaki

bilgileri girme, çalışma yaprağını doldurma gibi ifadelerde bir iş bölümü yaptıkları gözlenmiştir. Yazılımın hem kesişme durumu hem de iki nesne arasındaki ilişki ikonlarını kullanan öğretmen adaylarının asimptot geri dönütünü aldıkları ve bu şekilde daha önceki bilgilerini hatırlayarak işbirliği içinde istenilenleri oluşturdukları görülmüştür.

Transfer ile ilgili olarak ise; oluşturulan ortamda odakları x ekseninde olan hiperboller gözelemleyen öğretmen adayları odakları y ekseninde olan hiperbollerin denklemlerini belirleyebildikleri görülmüştür. Bu süreçte bazı öğretmen adaylarının hiperbolün genel denklemini nasıl ifade etti ise aynı şekilde odakların y ekseninde olduğu hiperbollerin genel denklemini de ifade etmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Bu süreçte işlem hataları olsa da sonuçta daha önceki öğrenmiş oldukları bilgileri burada kullanabilmişlerdir. Yine bir diğer ifade de ise öğretmen adayları daha önceleri çemberlerde ve elipslerde kullanmış oldukları bilgileri hiperbol ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını belirlerken öğrendiklerini aktardıkları görülmüştür. Bu şekilde bir transfer sürecini matematiğin konuları arasında yaşayarak daha önceki bilgilerini farklı bir bağlamda kullandıkları görülmektedir.

4. 8. Sekizinci hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Parabolün özelliklerini kavrayalım

Daha önceki yıllarında da çok sık karşılaşmış oldukları geometrik yerlerden olan parabolün özelliklerinin aktarılmaya çalışıldığı sekizinci çalışma yaprağında ise öğretmen adaylarından kendilerine hazır olarak verilen dosyayı açmaları istenmiştir. Bu hazır olarak verilen dosyadaki parabol üzerinde herhangi bir noktadan parabolün odağına ve doğrultmanına olan uzaklıkları oluşturan öğretmen adayları çeşitli yorumlarda bulunmuşlardır. Ö29 ve Ö30 öğretmen adaylarının yazılımdaki istenilen uzaklıkları oluşturması ile gözlemediklerini yorumlamalarına ait aralarındaki diyalog aşağıdaki gibidir.



Şekil 95. Parabol ile ilgili öğretmen adaylarına hazır olarak verilen şekil.

Ö29: *Evet P noktası burada şimdi bir dik çizelim doğrultmana ve bir doğru parçası oluşturuyorum.*

Ö30: *Tamam birde F noktasına doğru parçası çizelim burada cebir ekranında bunlar d ve e olarak gözükmekte.*

Ö29: *Bakalım bunlar eşit evet P noktasını değiştirdikçe bu uzunluklar hep aynı kalıyor.*

A: *Peki bu eşitlikleri daha önceden kullandınız mı?*

Ö30: *Aslında geometrik yer tanımını değil mi parabolün?*

A: *Nasıl yani?*

Ö29: *Yani parabolün geometrik yer tanımını yaparken bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıkların geometrik yeri demiştik aslında burada da aynı şekildedir.*

Ö30: *Evet bakın hocam grafik ekranında P noktası değiştikçe bu uzunluklar hep aynı kalmakta.*

Ö29: *Aslında parabolün tanımını uyguluyoruz burada. Biz bu konuyu çok gördük. Parabol ile çok soruda çözdük. Fakat bu ifadelerin birbirine eşit olduğunu yazılımdan gözlemlemek daha iyi oldu.*

Görüldüğü gibi Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları parabol üzerinde bir nokta alarak hem odak noktasına olan uzaklığına hem de doğrultmana olan uzaklığına bakmışlardır. Sonuçta noktayı gezdirerek bu uzaklıkların birbirine eşit olduğunu ve değişmediğini ifade etmişlerdir (E5). Bu eşitliği gözlemleyen Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları parabolün geometrik yer tanımı ile ilişki kurabilmişlerdir. Sonuçta parabolün bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yeri olduğunu hatırlayan öğretmen adayları daha önceki bilgilerini pekiştirme imkânı bulmuşlardır (R1). Yine bu süreçte gözlemlediklerini daha önceleri de öğrendiklerini fakat bu şekilde daha iyi anlamlandırdıklarını belirtmişlerdir. Oluşturulan ortamda ekrandaki gözlemler ile parabolün daha önce öğrenildiğini fakat yazılım ekranındaki gözlemler sonucunda daha çok anlamlandırdıklarını ifade eden Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları bu şekilde bir ilişkilendirme yapabilmişlerdir.

Araştırmacı tarafından tutulan alan notunda da; parabolün özellikleri ile ilgili öğretmen adaylarının ön bilgilerini kullandıklarını ve bu süreç içerisinde öğretmen adaylarının parabol üzerindeki noktaları değiştirdikçe yaşadıkları aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

Bu süreçte vermiş olduğum hazır dosyadaki parabol üzerinde nokta alan öğretmen adayları bu noktadan doğruya ve F noktasına olan uzaklık oluşturdu ve sonuçta noktayı değiştirerek bu uzunlukların aynı olduğunu gözlemlediler. Ö29 ve Ö30 grubundakiler parabolün geometrik yer tanımı ile

ilişkilendirme yaptıklarını gözlemledikleri ile uyduğunu ifade etmişlerdi. Bu şekilde ön bilgilerini kullanan öğretmen adayları ders içerisinde bu uzunlukların birbirine eşit çıktığını bunu da parabol üzerindeki noktayı değiştirdikçe gözlemlediklerini söylemişlerdi. Yine daha önceleri çok sık karşılaşmış oldukları bu geometrik yer ifadesini ekranda gözlemlediklerinde daha iyi anlamlandırdıklarını ifade etmişlerdi. Bu şekilde ifade etmeleri yazılımın sürece olan katkısını göstermekte idi. Diğer gruplar arasında dolaştığımda da öğretmen adaylarının bazılarının bu durumu ifade ettikleri fakat bazılarının ise doğrudan denklemi bulmaya yöneldiklerini fark ettim. Örneğin Ö19 ve Ö20 grubundaki öğretmen adaylarının yanına gittiğimde doğrudan denklemi bulmaya çalışmaktaydılar. Neden bu şekilde yaptıklarını sorduğumda yine ilişkilendirmeler yapabildiklerini gözlemliyordum (AN8;Ç8;G15).

Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları da bir parabol üzerinde herhangi bir nokta olarak bu noktadan odak noktasına ve doğrultmana olan uzaklıkların hiçbir zaman değişmediğini ifade etmişlerdir. Ö31 ve Ö32 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve yazılımdaki oluşturdukları uzaklıklar aşağıdaki gibidir:

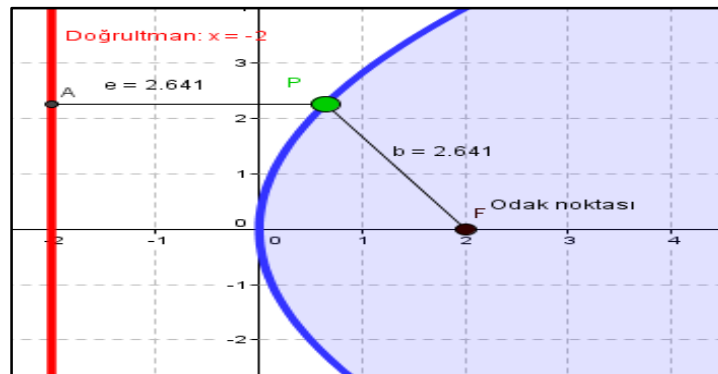
Ö31: *Parabol üzerindeki bu P noktasından doğrultmana bir dik çizeyim.*

Ö32: *Tamam. Sonrada kesişimlerini belirle ki doğru parçasını oluşturalım.*

Ö31: *Evet, kesişim noktası A noktası doğru parçasına olan uzaklığı da e olarak burada bak.*

Ö32: *F odak noktasına olan uzaklığı da b olarak gözükmekte.*

Ö31: *P noktasını gezdiriyorum. Evet, baksana burada uzaklıklar değişmiyor. Her seferinde sabit kalmakta.*



Şekil 96. Ö31 ve Ö32'nin parabol üzerindeki herhangi bir noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıkların birbirine eşit olduğunu tecrübe etmesi.

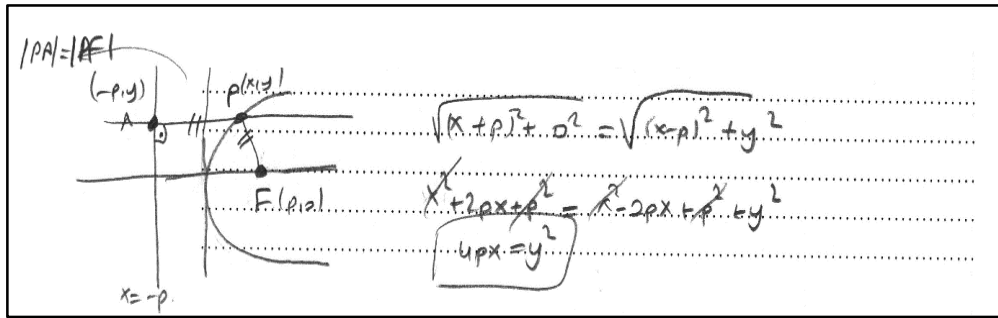
Görüldüğü gibi Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları parabol üzerinde herhangi bir nokta olarak bu noktadan odak noktasına ve doğrultmana olan uzaklıkları belirlemişlerdir. Sonrasında ise parabol üzerindeki noktayı değiştirerek uzaklıkların değişmediğini hem cebir ekranından hem de grafik ekranından gözlemleyebilmişlerdir (E4;E5). Sonuçta yazılım çoklu gösterimleri sayesinde öğretmen adaylarına bu uzunlukların birbirine eşit olduğunu göstermiştir. Bu şekilde yazılımdaki noktaları değiştirerek bir tecrübe süreci yaşadıkları ve yazılımdan gelen dönütleri birlikte yorumlayan öğretmen adaylarının aralarındaki işbirliği görülmektedir (C2).

Ardından parabol üzerindeki herhangi bir noktadan parabolün odak noktasına olan uzaklığı ile doğrultmanına olan uzaklıklarının değişmediğini yukarıdaki gibi tecrübe eden öğretmen adayları parabolün denklemini bu süreçten faydalanarak matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir (A1). Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit bu süreci yansıtmaktadır.

Ö31: Evet, P noktası herhangi bir (x,y) noktası odak noktası $(p,0)$ ve $x=-p$ de doğrultmanı iken parabolün genel denklemini ifade edelim.

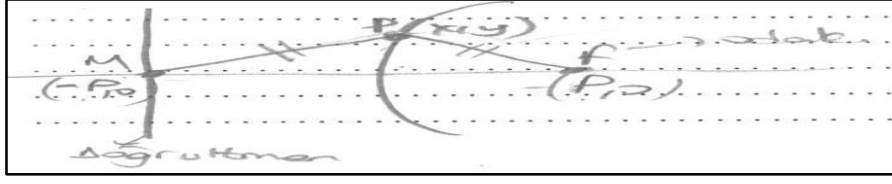
Ö32: Tamam. İşte burada bu noktaya olan uzaklık ile doğrultmana olan uzaklıklar değişmiyor demistik. O zaman odağa olan uzaklık ile doğrultmana olan uzaklıklar eşit yani $\sqrt{(x+p)^2 + 0^2} = \sqrt{(x-p)^2 + y^2}$ şeklinde olacak.

Ö31: Buradan da parabolün denklemini $y^2=4px$ olur.



Şekil 97. Parabolün genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmesine ait çalışma yaprağından bir kesit.

Öğretmen adaylarından Ö15 ve Ö16 ise yazılımdaki tecrübelerinden sonra parabol üzerindeki noktadan doğrultmana olan uzaklığı belirlerken doğrultman ile x ekseninin kesişme noktasına olan uzaklığı almışlardır. Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından bir kesit ve araştırmacının alan notu bu süreci özetlemektedir.



Şekil 98. Ö15 ve Ö16'nın parabol üzerindeki herhangi bir noktanın doğrultmana olan uzaklığının yanlış alınmasına ait çalışma yaprağından bir kesit.

Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının yanına gittiğimde parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalıştıklarını gözlemledim. Bu süreçte Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları parabol üzerindeki herhangi bir noktadan doğrultmana olan uzaklığı belirlerken ilk başta yanlış düşünmüşlerdi. İlk başta yazılımda doğru yaptıklarını gözlemlediğim bu grubun neden bu şekilde bir noktanın bir doğruya olan uzaklığını yanlış yaptıklarını anlayamamıştım. Sonrasında ise yanlışlıklarını ilk yönergede yazılımda yaptıklarını hatırlayarak düzelttiklerini gördüm. Yine de yazılımdaki hatırladıkları ile yanlışlarından dönmeleri ve parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri güzel bir süreçti (AN8; Ç8; G8).

Araştırmacının da belirttiği gibi yanlışlıklarından yazılımdaki gözlemlediklerini hatırlayarak dönen Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının çalışma yaprakların yazdıkları doğru ifadeleri aşağıdaki çalışma yaprağındaki gibidir.

$$|PM| = |PF|$$

$$\frac{|x+p|}{\sqrt{1^2}} = \sqrt{(x-p)^2 + (y-0)^2}$$

$$(x+p)^2 = (x-p)^2 + y^2$$

$$x^2 + 2px + p^2 = x^2 - 2px + p^2 + y^2$$

$$y^2 - 4px = 0$$

Şekil 99. Ö15 ve Ö16'nın yanlışlıklarını fark ederek parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmesine ait olan bir kesit.

Yukarıda da görüldüğü gibi Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları istenilenleri çizerek parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir (A1). Bu süreçte parabol üzerindeki herhangi bir (x,y) noktasının odak noktasına olan uzaklığı ile doğrultmana olan uzaklığını birbirine eşitleyen Ö31 ve Ö32 parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmişlerdir (A1). Yine bu süreçte araştırmacının da belirttiği gibi Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları yazılımdaki tecrübelerini ilk başta kâğıt kalem

ortamına aktaramadıkları ve bu şekilde bir noktanın bir doğruya olan uzaklıklarını ilk başta belirleyemediklerini ifade etmiştir (E4). Sonuçta uygulamadaki eksikliklerini yazılımdaki yaptıkları ile kapatan Ö15 ve Ö16 doğru sonuca ulaşabilmişlerdir.

Diğer taraftan öğretmen adaylarından odağı $F(0,p)$ ve doğrultmanı $y = -p$ simetri eksenini de y eksenini olan parabolün genel denklemini oluşturmaları istendiğinde x eksenindeki öğrenmiş olduklarını y eksenine taşımaya çalıştıkları görülmüştür. Bu süreçte Ö29 ve Ö30 grubundaki öğretmen adayları ve araştırmacı arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

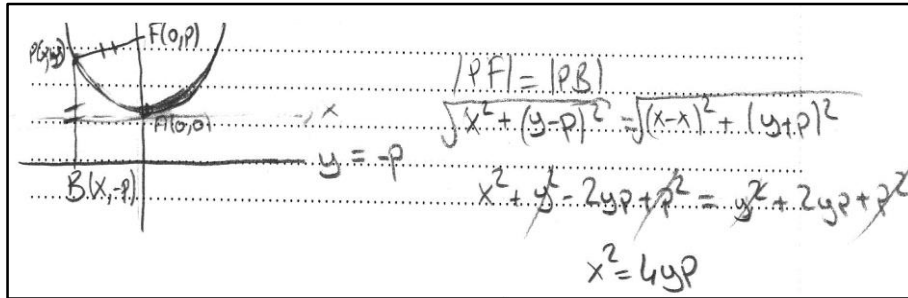
A: Ne yaptınız arkadaşlar burada.

Ö29: Hocam burada da aynen x eksenindeki gibi yani orada ne yaptı isek burada da aynısını yapacağız.

A: Nasıl yani?

Ö29: Yani bu sefer $P(x,y)$ noktası odak ve doğrultmana eşit olacak buradan önce iki nokta arası uzaklık ve bu noktanın doğruya olan uzaklığı.

Ö30: Buradan da $x^2=4py$ çıkıyor öncekine göre x ve y yer değiştirmiş oldu.



Şekil 100. Ö29 ve Ö30'un simetri merkezi y ekseninde olan parabolün genel denklemini ifade etmelerine ait bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları simetri merkezi x eksenini olan parabolün genel denkleminde öğrenmiş olduklarını simetri merkezi y eksenini üzerinde olan parabolün genel denklemini bulurken aktardıkları görülmüştür. Bu süreçte oluşturulan ortamda simetri merkezi x eksenini olan parabollerden yola çıkarak simetri merkezi y eksenini olan parabolün genel denklemlerinin oluşturulması transfer sürecinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır (T2). Öğretmen adaylarından Ö31 ve Ö32 ise ekranda simetri merkezi y eksenini olacak şekilde parabol olarak parabolün genel denklemini belirlemeye çalışmışlardır. Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve yazılımda oluşturdukları parabollerden biri aşağıdaki gibidir:

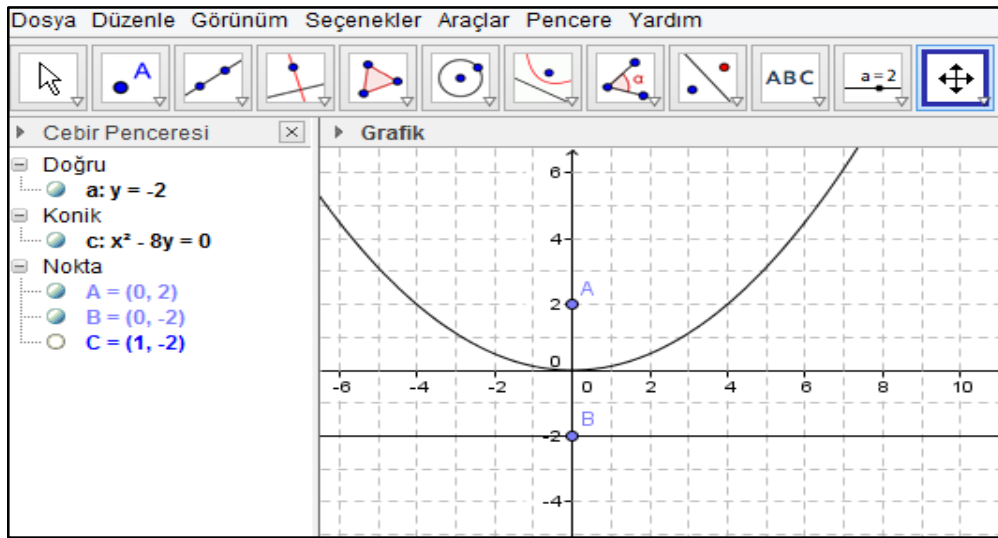
Ö32: Bence burada x ve y değerlerini yer değiştirsek sonuca ulaşırız. Yani genel denklem $x^2=4py$ olacaktır.

Ö31: Bence burada ezbere olmasın grafik ekranında odağı $(0,2)$ olan ve doğrultmanı da $y=-2$ olan bir parabol oluşturalım. Evet, $x^2=8y$ oldu denklem.

Ö32: Biraz değiştirelim o zaman şimdide $x^2=12y$; $x^2=16y$ o zaman aynen x ekseninde yaptığımız gibi yani $x^2=4py$ olacak genel denklemimiz.

A: Neden bu şekilde düşündünüz.

Ö31: Aslında ilk başta x ve y yer değiştirecek diye düşünüyorduk fakat yazılımda bir deneyelim dedik. Ve denediğimizde birkaç tane parabol aldık sonuçta parabolün genel denklemine ulaştık. Burada yazılım düşündüklerimizi bize kanıtladı.



Şekil 101. Ö31 ve Ö32'nin simetri eksenin y olduğu parabolü ekranda oluşturmasına ait şekil.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları simetri eksenini x , odak noktası $F(p,0)$ ve doğrultmanı $x=-p$ olan parabolün genel denkleminin $y^2 = 4px$ olduğunu bildiklerini aynı şekilde simetri eksenini y , odak noktası $F(0,p)$ ve doğrultmanı $y=-p$ olan parabolün genel denkleminde x ve y değerlerini yer değiştirmekle bulunabileceğini ifade etmişlerdir. Fakat bu düşüncülerinin tam olarak doğruluklarını göstermek için yazılımda farklı farklı parabol alan Ö31 ve Ö32 sonuçta istenilen parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirebildikleri görülmüştür (A1;T2). Sonuçta yine x eksenindeki öğrenmiş oldukları ifadeleri yazılımı da kullanarak y eksenine taşımışlardır. Bu şekilde transfer sürecini gerçekleştirdikleri görülmektedir.

Yine sekizinci çalışma yaprağının diğer bir yönergesinde ise tablodaki verilen parabol ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları kesişme durumlarını grafik ekranından kontrol edebilmişlerdir. Tablodaki parabol ve doğruları

ekranda gözlemleyen Ö29 ve Ö30 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve gözlemleri ile çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö29: Evet, yine daha öncekiler gibi. Çember, elips ve hiperbolde de aynısını yaptık.

Birinci denklemi yazılımın giriş ekranına yazıyorum.

Ö30: Tamam. Birincisi tek noktada yani teğet. Nokta da A(2,4).

Ö29: İkinci satırı giriyorum. Kesişme durumları. İki nokta. Bu zaten açık. Hatta kesişme noktaları A(1.97,2.59) ve B(6.83,5.41).

Ö30: Evet. Üçüncüsü.

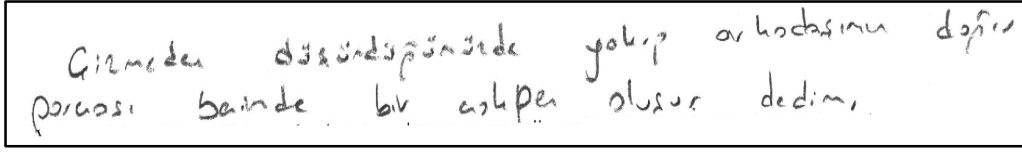
Ö29: O da tanımsız diyor. Buda gözüküyor zaten kesişmiyor. Dördüncüsü de iki noktada kesişmekte. Sonuçta iki denklemi birlikte çözeceğiz iste.

Parabol Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu
$y^2 = 8x$	$x-y+2=0$	Tek bir noktada kesişirler. A(2,4)
$y^2-4x-2=0$	$-x+2y-4=0$	İki noktada kesişirler. A(1.97, 2.59) B(6.83, 5.41)
$y^2-4x-2=0$	$-x+y-4=0$	Kesişmezler.
$-3x^2+y-1=0$	$-2x+y-4=0$	İki noktada kesişirler. A(0.67, 2.33) B(0,1)
.....

Şekil 102. Parabol ve doğru denklemlerinin birbirine göre durumlarının ekrandaki gözlemler ile çalışma yaprağına yazılmasına ait bir kesit.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları daha önceki yaşamış oldukları tecrübelerini tekrar farklı bir konu olan parabol de yaşamışlardır (E3). Tablodaki verilen denklemleri yazılıma giren öğretmen adayları boş bırakılan yerleri yukarıdaki gibi doldurmuşlardır. Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları daha önceleri yaptıkları gibi parabol ve doğru denklemlerini yazılımın giriş ekranına girerek kesişimlerini yazılımın grafik ekranında kontrol etmişlerdir (E3). Bu süreçte kesişimlerinin iki noktada, tek noktada veya kesişmediğini gözlemleyerek bu ifadeleri boş bırakılan yerlere yazmışlardır (E3;E5). Sonuçta daha önceleri yapılan ifadeleri tekrarlayan öğretmen adayları verilen denklemleri birlikte çözümlenerek daha önceki tecrübelerini yaşamışlardır. Bu süreçte Ö29 ve Ö30'un daha önceki tecrübelerini tekrar yaşadıkları için zorlanmadıkları görülmüştür.

Ektranda parabol ve doğruların birbirine göre durumlarını gözlemleyen öğretmen adayları bu süreci matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 104. Verilen geometrik yerin kâğıt kalem kullanmadan tahmin edilmesine yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Bu süreçte Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları düşündüklerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Ö31 öğretmen adayı bir doğru oluşturacağını çizmeye gerek olmadığını ifade etmiştir. Ö32 ise çokgen oluşturacağını aşağıdaki gibi çalışma yaprağına modelleyerek açıklamaya çalışmıştır. Ö31 ve Ö32 grubundaki öğretmen adayları ile araştırmacı arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö31: Bence bu istenilen çemberlerin merkezi doğru üzerinde dolanacaktır. Bunu çizmeye gerek yok.

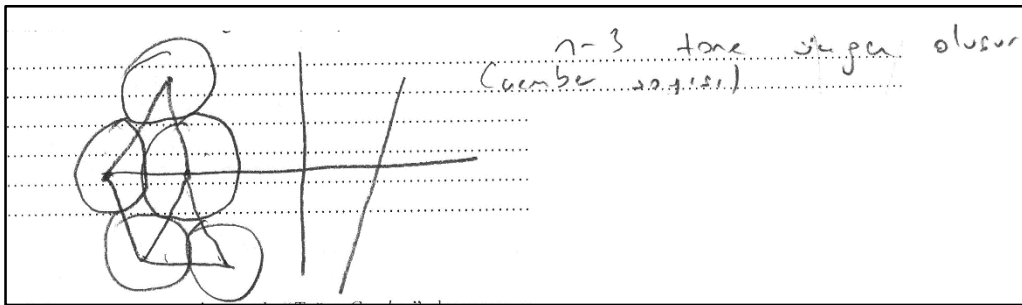
Ö32: Bence bu bir çokgen hatta burada $n-3$ tane çember oluşur bak.

A: Neden çokgen arkadaşında doğru parçası demişti.

Ö32: Şu çemberlere baktığımızda merkezleri çokgenin kenarları üzerinde gezmekte.

A: $n-3$ nerden geldi o zaman.

Ö32: $n-3$ diye bir şey vardı o kadar üçgen mi oluşuyordu ona göre söyledim ama.



Şekil 105. Verilen geometrik yerin çokgen olacağını ifade eden Ö32'nin çalışma yaprağına çizmiş olduğu şekil.

Bu süreçte verilen geometrik yeri tekrar okuyan Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları verilen problemi yanlış okuduklarını fark ederek geometrik yerin parabol olacağını ifade etmişlerdir. Ö31 ve Ö32 öğretmen adaylarının aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarında modellemeleri aşağıdaki gibidir:

Ö31: Ben doğru parçası demiştim ama bence soruyu tam olarak anlayamadık biz burada dikkat edersek hem doğruya hem de bir çembere teğet olacak biz sanki sadece belli bir aralıkta doğruya paralel aldık. Daha doğrusu ben öle düşündüm baksana.

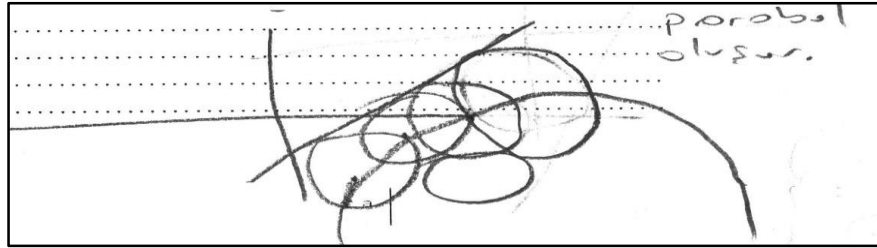
Ö32: Evet her ikisini de teğetti demi bende sadece çembere teğet aldım.

Ö31: O zaman baksana bence bir parabol oluşur.

Ö32: Evet bir parabol oluşuyor.

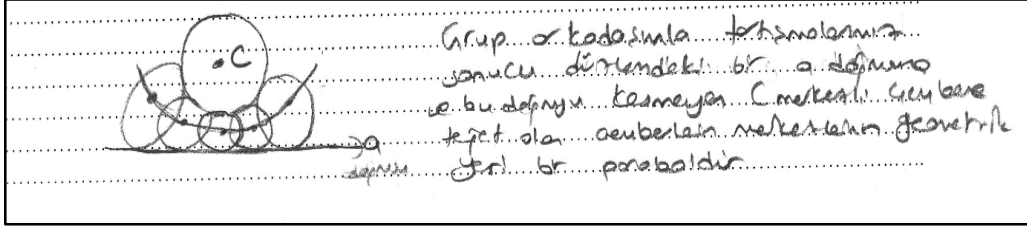
A: Daha önce farklı farklı şekiller oluşacağını ifade ettiniz şimdi değiştirdiniz şimdi ne değişti.

Ö31: Evet biz yanlış okumuşuz yanlış anlamışız. Baksanıza hocam burada merkezler bir parabol oluşturacaktır.



Şekil 106. Ö31 ve Ö32'nin yanlışlıklarını fark ederek geometrik yeri bulmaya çalışmasına yönelik çalışma yaprağından bir kesit.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları ilk başta doğru ve çokgen tahminlerinde bulunmuşlardır. Sonrasında ise bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında modelleyerek açıklamaya çalıştıkları görülmüştür (A2). Bu süreçte ilk başta Ö31 bir doğru oluşacağını bunun kesin olduğunu ifade ederken Ö32 ise bir çokgen oluşacağını n-3 tane çemberden dolayı düşündüğünü ifade etmiştir. Sonuçta ise Ö31'in geometrik yeri bir daha okuması ile yanlışlıklarının farkına vardıkları görülmüştür. Sonrasında ise geometrik yeri tam olarak anlayan Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları istenilen geometrik yerin parabol oluşturacağını modelleyerek ifade etmişlerdir (A2). Bu şekilde kâğıt kalem ortamında yanlışlıklarını düzelterek doğru sonuca ulaşmaları kâğıt kalem ortamındaki tecrübelerini göstermektedir. Süreç içerisinde çalışma yapraklarına çizilen modellemeler incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunluğu verilen geometrik yer problemini kâğıt kalem ortamında doğru modelleyebilmişlerdir. Örneğin Ö29 ve Ö30 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından bir kesit ve araştırmacının alan notu bu süreci özetlemektedir.

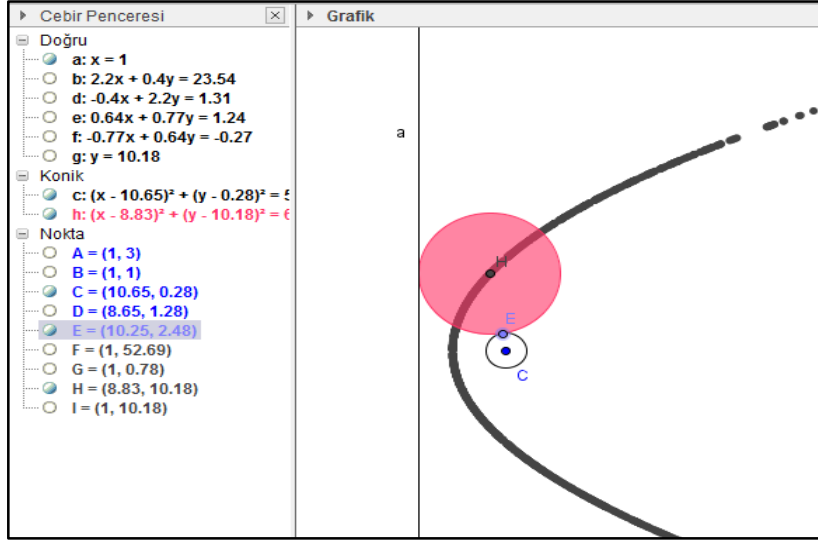


Şekil 107. Ö29 ve Ö30'un verilen geometrik yeri parabol olarak açıklamasına ait çalışma yapraklarından bir kesit.

Özellikle vermiş olduğum bu geometrik yer probleminde öğretmen adaylarının çoğunluğunun doğru tahminlerde bulunarak kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmaları beni sevindiriyordu. Ö31 ve Ö32 öğretmen adaylarının yanında iken verilen problemi yanlış okudukları ve sonuçta yanlış tahminlerde bulduklarını gördüm. Fakat sonrasında hatalarını anlayan Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları istenilenleri kâğıt kalem ortamında modelleyerek sonuca ulaşmışlardı. Ö29 ve Ö30 öğretmen adayları da verilen problemi kâğıt kalem ortamında doğru modellemişlerdi. Öğretmen adayları arasında dolaştığımda ise çoğunluğunun verilen problemi doğru olarak modelleyebildiklerini gözlemledim. Aslında her geçen hafta bu tür geometrik yer problemine biraz daha mantıklı tahminler vermeleri beni de mutlu ediyordu (AN8;Ç8;G15;G16).

Görüldüğü gibi öğretmen adayları parabol ile verilen geometrik yerlere doğru tahminlerde bulunarak kâğıt kalem ortamında modellemelerini doğru yaptıkları görülmüştür. Oluşturulan ortamda verilen geometrik yere zamanla daha mantıklı cevaplar vermeye çalışan öğretmen adaylarının bu cevaplarını da doğru bir şekilde modelleyebildikleri görülmektedir (A2).

Diğer taraftan yazılım ekranında hazır dosyayı açarak istenilenleri oluşturan Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları aşağıdaki şekildeki gibi sonuca ulaşmışlardır. Hazır dosyada ise öğretmen adayları sadece noktanın izini açarak noktayı çember üzerinde fare ile gezdirmişlerdir. Sonrasında tahminlerini ekrandaki gözlemleri ile karşılaştıran öğretmen adaylarından Ö31 ve Ö32 tahminlerinin doğruluklarını gözlemlediklerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir. Ö31 ve Ö32 grubundaki öğretmen adayları ile araştırmacı arasında geçen diyalog, ekranda oluşturdukları şekil ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 108. Ö31 ve Ö32'nin verilen geometrik yere ait ekranda oluşturdukları şekil.

A: Peki tam olarak dedikleriniz de haklı mısınız? Yani bu kesinlikle bir parabol mü?

Ö31: Bence bir parabol fakat yazılımda gözlemlersek kafamızda daha iyi canlanacaktır dediklerimiz.

Ö32: Bakın burada H noktalarının izini açalım. Evet, bakın bu iz bir parabol oluşturdu. Demek ki düşündüğümüz doğru canlandırdığımızda daha da net gözlemledik.

Sonuçta tam olarak dedikleriniz de haklı mısınız? Yani bu kesinlikle bir parabol mü? Peki tam olarak dedikleriniz de haklı mısınız? Yani bu kesinlikle bir parabol mü? Peki tam olarak dedikleriniz de haklı mısınız? Yani bu kesinlikle bir parabol mü?

Şekil 109. Ekranda gözlemlediklerinin parabol olduğunu ifade eden Ö31 ve Ö32'nin çalışma yaprağından bir kesit.

Görüldüğü gibi Ö31 ve Ö32 öğretmen adayları ekrandaki gözlemleri ile verilen geometrik yeri daha iyi gördüklerini ifade etmişlerdir. Çemberlerin merkezi olan H noktasının izini açan öğretmen adayları oluşan şeklin parabol olduğunu gözlemleyebilmişlerdir. Sonuçta bu şekilde yazılımdaki gözlemleri ile tahminlerinin yanlışlıklarını ve doğruluklarını sına imkânı bulan öğretmen adayları tecrübe süreci yaşamışlardır (E2).

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre sekizinci hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 9'daki gibi özetlenmiştir.

Tablo 9. Oluşturulan Ortamda Sekizinci Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R1	Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra ekranında karşılıklarına çıkması ve konu hakkında yorumlar yapılması, ilişkinin tanımlanması
	E2	Tahminleri ile modelleme sonucu oluşan geometrik yerlerin karşılaştırılması
E Tecrübe Etme	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
	E4	Çalışma yapraklarında verilen yönergeleri GeoGebra ortamında uygulayarak oluşan geometrik yeri gözleme fırsatı bulduklarını ifade etmeleri
	E5	Ekranda oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
	A2	Verilen ifadelerin kâğıt kalem ortamında veya yazılımda modellenmesi
C İşbirliği	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması
T Transfer Etme	T2	Ders içerisinde yeni kavramları yine ders içerisinde önceki yönergelerde öğrendikleri ile ifade etmeleri

Özetle, öğretmen adayları ile yürütülen sekizinci çalışma yaprağında ekranda verilen parabol üzerinde herhangi bir nokta alan öğretmen adayları bu noktayı gezdirerek bu noktadan odak noktasına ve doğrultmana olan uzaklıkların değişmediğini yazılımda tecrübe etmişlerdir. Yine bir diğer ifade de ise öğretmen adayları daha önceki yaşamış

oldukları tecrübeleri parabol ile yaşadıkları görülmüştür. Bu süreçte daha önceleri çember, elips ve hiperboller ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını ifade eden öğretmen adaylarının eski tecrübelerinden dolayı parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını yazılımda belirlerken iki denklemi birlikte çözeceklerini ifade ederek zorluk yaşamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarına sorulan geometrik yerde ise öncelikli olarak bir tahminde bulunmuşlardır. Kâğıt kalem ortamında tahminlerini açıklamaya çalışan öğretmen adaylarının çoğunluğunun başarılı oldukları görülmüştür. Tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan öğretmen adayları yazılımdaki gözlemleri ile yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulmuşlardır. Yanlışlıklarının veya doğruluklarını bu şekilde gözlemleyen öğretmen adayları oluşturulan ortamda bir tecrübe süreci yaşamışlardır.

Uygulama sürecinde ise öğretmen adayları yazılımda istenilenleri oluşturarak matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Bu süreçte bir gruptaki öğretmen adaylarının bir noktanın bir doğruya olan uzaklığını belirleyemediği sonradan yanlışlıklarını fark ederek parabolün genel denklemini buldukları görülmüştür. Yine öğretmen adayları daha önceleri çember, elips ve hiperbolde yaptıkları gibi parabol ve doğru denklemlerinden hareketle kesişme durumlarını matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Öğretmen adaylarına verilen geometrik yerde ise öğretmen adaylarının çoğunluğunun doğru tahminlerini kâğıt kalem ortamında doğru modelledikleri görülmüştür. Sonuçta oluşturulan bu ortamın öğretmen adaylarının uygulama süreçlerine matematiksel genelleştirmeleri ve modelleme süreçlerinde katkısının olduğu görülmektedir. Transfer sürecinde yapılanlar özetlendiğinde ise öğretmen adaylarının x eksenini üzerinde almış oldukları parabolün genel denkleminde y eksenine çıkarak y eksenindeki parabolü matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Bu şekilde ders içerisinde oluşturulan ortamda yazılımdan veya yazılımdaki yapılanları düşünerek simetri merkezi x eksenini olan parabolün genel denklemlerinden simetri merkezi y eksenini olan parabolün genel denklemlerinin bulunmaya çalışılması transfer sürecinin bir göstergesidir.

4. 9. Dokuzuncu hafta yapılan etkinlik ve öğrenme sürecinden yansımalar: Öteleme ve dönme sonrası konikler

Öğretmen adayları ile yürütülen dokuzuncu çalışma yaprağında ise ötelenme ve dönme sonrası koniklerin denklemleri kavratılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte ilk olarak ekranda simetri merkezi orijin olmayan elipsler ve hiperboller oluşturmaları ve buradan hareketle simetri merkezlerinin bulunması istenmiştir. Ö33 ve Ö34 yazılımın grafik ekranında istenilen şekilde elipsler oluşturmuşlar ve noktaları hareket ettirerek simetri

merkezinin koordinatlarını belirleyebilmişlerdir. Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları arasında geçen diyalog, yazılımda oluşturmuş oldukları şekillerden bir tanesine ait şekil ve çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö33: Odak noktaları $A(2,2)$ ve $B(6,2)$ olsun yani ordinatlar eşit işte. Buradan da bir elips oluşturalım.

Ö34: Tamam. Elipsin genel denklemi cebir ekranında görülmekte. $\frac{(x-4)^2}{8.53} + \frac{(y-2)^2}{4.53} = 1$

Ö33: Şimdi de simetri merkezini belirleyelim. Bak şimdi burada A ve B noktalarından geçen doğruyu oluşturuyorum. A ve B noktalarının orta noktaları ise $D(4,2)$ noktası oldu.

Ö34: D noktasından A ve B noktalarından geçen doğruya dik inelim. Sonuçta eksenlerini oluşturmuş oluruz elipsin.

Ö33: Tamam. Şimdi her şey belli.

Ö34: Şimdi odak noktalarını biraz değiştirelim bence.

Ö33: $A(-2,2)$ ve $B(8,2)$ yaptım.

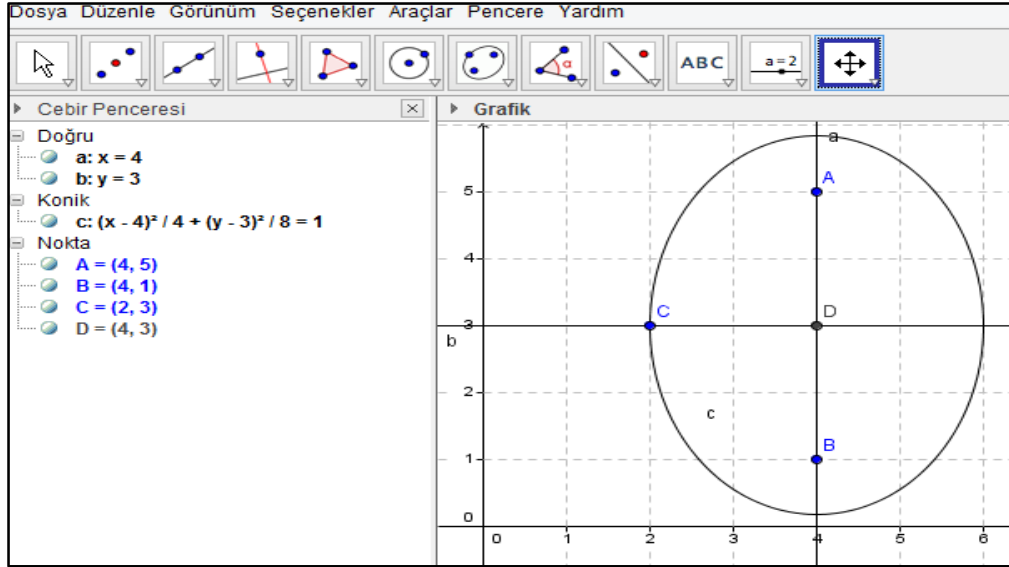
Ö34: Tamam. Bu sefer cebir ekranına baksana $D(3,2)$ ve elipsin denklemi de $\frac{(x-3)^2}{29.62} + \frac{(y-2)^2}{4.62} = 1$ olarak gözükte.

Ö33: Aslında burada elipsin genel denkleminde baktığımızda hep x ve y değerlerinden simetri merkezinin koordinatları çıkmakta.

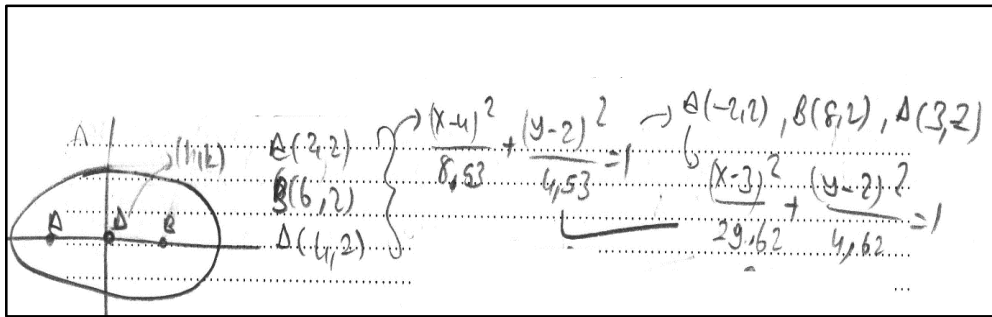
Ö34: Evet, iki denklemde de aynı çıktı. Elipsin genel denkleminde D noktası var x ve y değerlerinden D noktasının koordinatları çıkmış.

Ö33: Tamam. Şimdi de biraz daha değiştireyim apsileri eşit olan elips oluşturayım. Yani $A(4,5)$ ve $B(4,1)$ alıyorum.

Ö34: Bu sefer de D noktası $(4,3)$ elipsin denklemi de $\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{8} = 1$ O zaman elipsin genel denklemi (h,k) simetri merkezi ve a, b asal ve yedek çemberlerin yarıçapı iken; $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ olur.



Şekil 110. Ö33 ve Ö34'ün ekranda oluşturmuş oldukları şekil.



Şekil 111. Ö33 ve Ö34'ün ekranda oluşturmuş oldukları elipsleri çalışma yaprağına yazmalarına ait şekil.

Yine bu süreçte aynı şekilde hiperboller oluşturan Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları arasında geçen diyalog ve ekranda oluşturdukları şekil aşağıdaki gibidir:

Ö35: Yazılımın grafik ekranındaki hiperbol oluşturma ikonunu kullanıyorum. İki odak noktası ve bir noktadan geçen hiperbol oluşturmamız lazım.

Ö36: Tamam. Şimdi $A(1,1)$ ve $B(5,1)$ olsun. Odak noktaları A ve B üzerindeki noktada $C(5,3)$ de kalsın.

Ö35: Cebir ekranına baksana hiperbolün denklemini $\frac{(x-3)^2}{1.53} - \frac{(y-1)^2}{2.47} = 1$

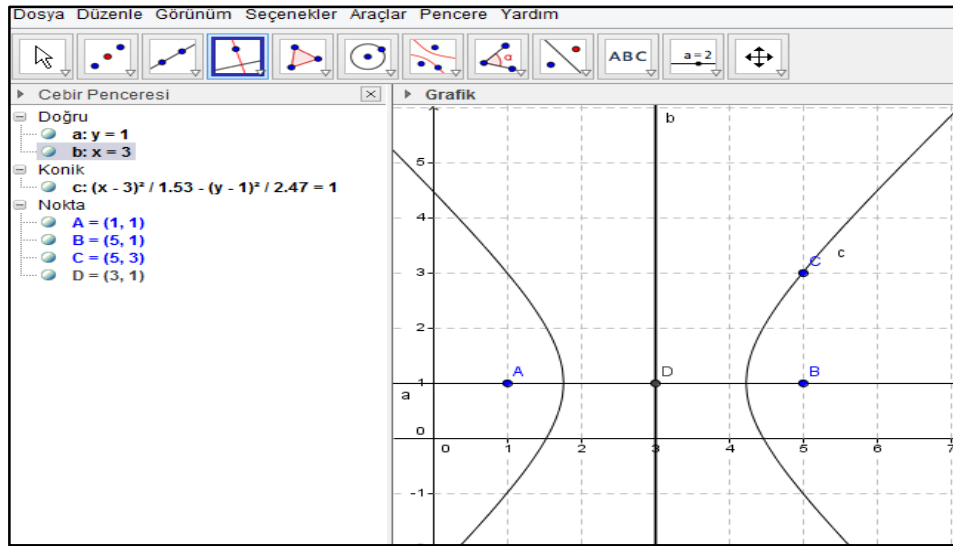
Ö36: Simetri merkezini belirleyelim. A ve B noktalarının orta noktası değil mi zaten?

Ö35: Evet. Çünkü biz hep önceleri hiperbollerini orijinde alarak yani simetri merkezleri orijinde yapıyorduk.

Ö36: Tamam o zaman. Elipste olduğu gibi A ve B noktalarının orta noktalarını belirleyelim önce. D noktası oldu. Bu nokta da $D(3,1)$. A ve B noktalarında geçen

doğruya dik inelim D noktasından. Tamam, işte eksenleri belirledik ve simetri merkezi de D noktası.

Ö35: Şimdi biraz odak noktalarını değiştirelim fakat ordinatları ya da apsisi birbirine eşit olacak ya. Mesela A(5,5), B(5,1) ve C(3,4) yaptım. D noktasının koordinatları (5,3) elipsin denklemi de $\frac{(y-3)^2}{0.47} - \frac{(x-5)^2}{3.53} = 1$ oldu. O zaman hiperbolün genel denklemi yine a ve b değerleri asal ve yedek çemberlerin yarıçapları iken $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ olur.



Şekil 112. Ö35 ve Ö36'nın ekranda hiperboller oluşturarak simetri merkezlerini belirlemelerine ait olan şekil.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları yazılımın grafik ekranında simetri merkezi orijin olmayan elipsler oluşturmuşlardır. Sonuçta oluşturulan elipslerden yola çıkarak ekrandaki gözlemleri ile hem simetri merkezlerini belirledikleri hem de denklemlerini ifade edebildikleri görülmüştür (E5;E3). Yine Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları da aynı şekilde hiperboller oluşturarak ekranda simetri merkezlerini gözlemleyebilmişlerdir. Yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarına bir tecrübe süreci yaşattığı öğretmen adaylarının elips ya da hiperbollerini değiştirdikçe simetri merkezlerinin ve elipsin denkleminin nasıl değiştiğini kontrol etmeleri ifadelerinden anlaşılmaktadır (E5).

Ardından yeni oluşan elipslerin simetri merkezini daha önceki görmüş oldukları eksenlerin ötelenmesi ile ifade etmeye çalışmışlardır. Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları ile araştırmacı arasında geçen diyalog ve yazılım ekranında oluşturmuş oldukları şekil aşağıdaki gibidir.

Ö34: O zaman elipsin genel denklemi (h,k) simetri merkezi ve a, b asal ve yedek çemberlerin yarıçapı iken; $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ olur.

A: Peki, bu size başka bir şey hatırlatıyor mu? (h,k) merkezli elips olması yani biz hep merkezi orijinde olan elipsler oluşturduk daha önceden? Şimdi ise merkezi değişti ne oldu da değişti acaba?

Ö33: Aslında benim aklımda bir şey var hocam. Biz ötelenme ve dönme diye bir çalışma yapmıştık ya aslında bu elips biraz ötelenmiş diyebiliriz.

A: Nasıl anlamadım?

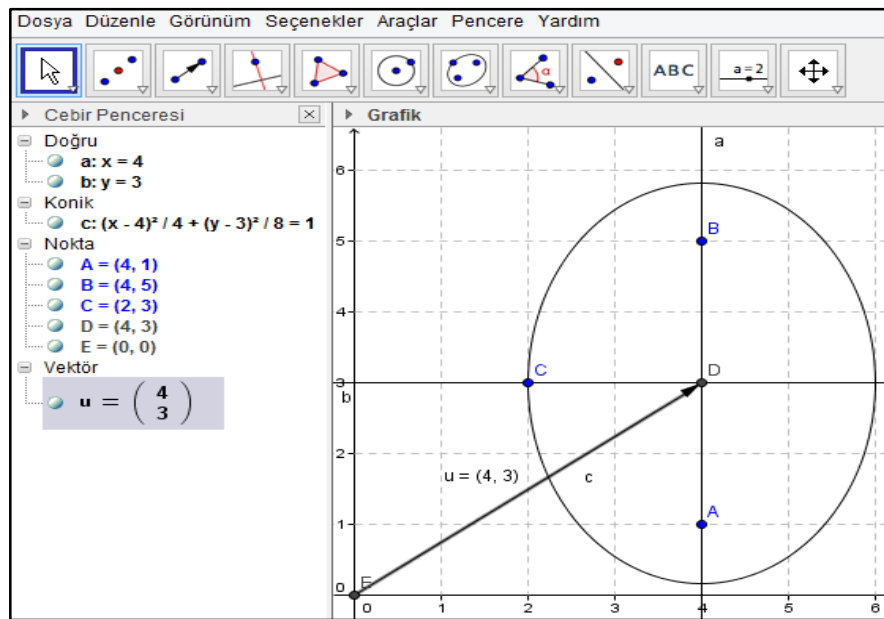
Ö33: Yani şu şekilde hocam mesela eksenleri ötelerken bir vektör kullanmıştık. Yani eksenleri bir vektör kadar ötelemiştik. Burada da elipsi bir vektör kadar ötelemiş olacağız bence. Bakın hocam mesela şu en son yaptığımız elips te vektörümüz $u=(4,3)$ olsa idi. Bunu giriş ekranına yazıyorum.

A: Tamam.

Ö33: Bakın burada vektörün ucu simetri merkezine geldi elipsin.

A: Sonuçta ne diyeceğiz o zaman.

Ö33: O zaman bu elips vektörle ötelenmiş elipstir diyeceğiz.



Şekil 113. Ö33 ve Ö34'ün elipsin vektör kadar ötelenmesini yazılımda göstermesi.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları ekran üzerinde oluşturulan elipslerden yola çıkarak elipsin hem simetri merkezi ile genel denklemini ifade etmeye çalışmış hem de daha önceki bilgileri olan öteleme dönme dönüşümleri ile kavramlar arasında ilişki kurmuşlardır. Oluşturulan öğrenme ortamında

yazılımın bu şekilde daha önceki kavramları hatırlatarak kullanması ilişkilendirme sürecine olan katkısını göstermektedir (R3). Diğer taraftan daha önceden öğrenilmiş olan öteleme ve dönme dönüşümlerini burada kullanmaları transfer sürecinin göstergelerindedir (T1).

Sonrasında öğretmen adaylarından simetri merkezi (h,k) olan elips ve hiperbollerin genel denklemini ifade etmeleri istendiğinde Ö33 ve Ö34 öğretmen adaylarının simetri merkezi (h,k) olan elipslerin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Bu süreçte aralarında geçen diyalog ve çalışma yaprağından bir kesit aşağıdaki gibidir:

Ö34: *Tamam. Bu sefer cebir ekranına baksana D(3,2) ve elipsin denklemi de*

$$\frac{(x-3)^2}{29.62} + \frac{(y-2)^2}{4.62} = 1 \text{ olarak gözüktü.}$$

Ö33: *Aslında burada elipsin genel denklemine baktığımızda hep x ve y değerlerinden simetri merkezinin koordinatları çıkmakta.*

Ö34: *Evet, iki denklemde de aynısı çıktı. Elipsin genel denkleminde D noktası var x ve y değerlerinden D noktasının koordinatları çıkmış.*

Ö33: *Tamam. Şimdi de biraz daha değiştireyim apsileri eşit olan elips oluşturayım. Yani A(4,5) ve B(4,1) alıyorum.*

Ö34: *Bu sefer de D noktası (4,3) elipsin denklemi de $\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{8} = 1$*

Ö33: *Evet bak dediğimiz gibi D noktasının koordinatları x ve y değerlerinden çıkmış. Paydadaki değerler zaten elipslerin köşe noktaları idi.*

Ö34: *O zaman elipsin genel denklemi (h,k) simetri merkezi ve a, b asal ve yedek çemberlerin yarıçapı iken; $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ olur.*

Handwritten mathematical derivation showing the general equation of an ellipse. It starts with D(h,k), |DF1|=a, |DF2|=b, and then derives the equation $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$.

Şekil 114. Ö33 ve Ö34'ün simetri merkezi (h,k) olan elipslerin genel denklemini genelleştirmelerine ait olan şekil.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları yazılımdaki oluşturmuş oldukları elips denklemlerinden yola çıkarak simetri merkezi (h,k) olan elipslerin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir (A1). Yine aynı şekilde Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları simetri merkezi (h,k) olan hiperbollerin genel denklemini aşağıdaki çalışma yaprağındaki gibi genelleştirmişlerdir. Bu süreçte yazılımda simetri merkezleri farklı olan hiperboller oluşturan öğretmen adayları simetri merkezinin

koordinatları ile hiperbollerin genel denklemindeki sayıları cebir ekranından gözlemleyerek sonuca ulaşmışlardır. Bu şekilde yazılımdaki tecrübelerini kullanarak istenilen denklemleri matematiksel olarak genelleştirmeleri uygulama sürecinin göstergelerindedir (A1).

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Şekil 115. Ö35 ve Ö36'nın simetri merkezi (h,k) olan hiperbolün genel denklemini çalışma yapraklarına yazması.

Öğretmen adaylarının simetri merkezi (h,k) olan elipslerin ve hiperbollerin genel denklemini ifade ettikten sonra oradaki bilgilerini kullanarak ders içerisinde simetri merkezi (h,k) olan parabollerin genel denklemini oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Ders içerisinde bir önceki kavramlardaki öğrendiklerini parabole taşımaya çalışan Ö35 ve Ö36 öğretmen adaylarının aralarındaki diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeler aşağıdaki gibidir:

Ö35: Simetri merkezi (h,k) olan elips ve hiperbollerin genel denklemini bulmuştuk az önce.

Ö36: Evet, oradakilere göre yapacağız. Mesela parabolümüz $y^2 = 4px$ olsun.

Ö35: Tamam. Aynen oradakilere gibi $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ olacaktır. Sonuçta simetri merkezi (h,k).

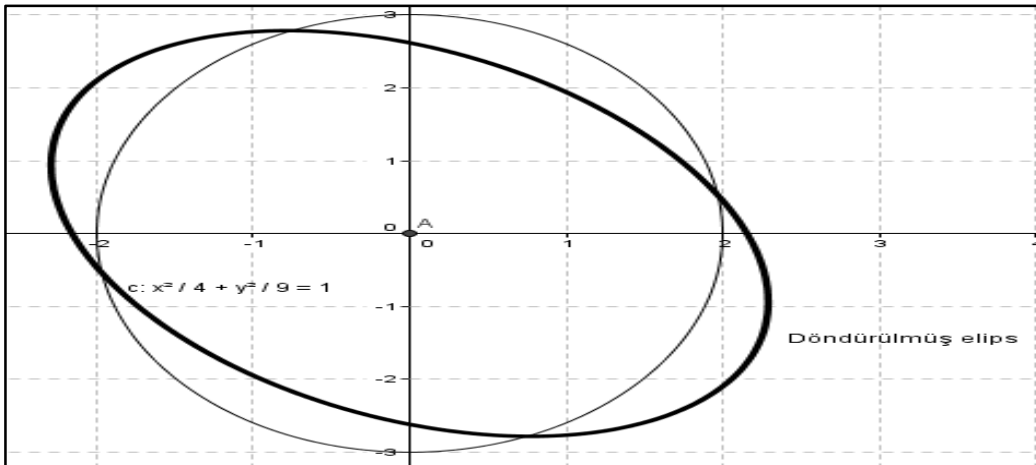
Handwritten notes and diagram illustrating the derivation of the general equation of a parabola. The diagram shows a coordinate system with a parabola opening to the right. The vertex is labeled (h,k). The general equation is given as $(y-k)^2 = 4p(x-h)$. The notes include: $y^2 = 4px$, "y noktası", "k.bandan", "ötelesek", and "x h", "k".

Şekil 116. Ö35 ve Ö36'nın simetri merkezi (h,k) olan parabollerin genel denklemini çalışma yaprağına yazmasına ait bir kesit.

Yukarıdaki ifadelerden de görüldüğü gibi Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları simetri merkezi (h,k) olan elipslerin ve hiperbollerin genel denklemlerini oluşturduklarını ve buradan hareketle parabolü rahatlıkla ifade edebildikleri görülmüştür. Sonuçta daha önceki ders içerisinde öğrenmiş oldukları ifadeleri parabolün genel denklemini bulurken kullanmışlardır (T1). Bu şekilde daha önceki yapılanları parabolün denklemini oluştururken kullanmaları oluşturulan ortamın transfer sürecine katkısını göstermektedir. Bu süreçte

GeoGebra yazılımı öğrenilen kavramların transfer edilmesini sağlayarak transfer sürecine katkı sağlamıştır.

Yine bu süreçte Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları verilen etkinlikte yazılımı kullanarak tablodaki verilen konik denklemlerini; orijin etrafında yine verilen açılara göre döndürmüşlerdir. Ayrıca verilen $x' = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)$ ve $y' = -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha)$ dönme dönüşümlerini yazılımın giriş ekranına giren öğretmen adayları tablodaki verilen açılarını kullanarak oluşan konik denklemlerini ekranda gözlemleyebilmişlerdir (E5). Bu süreç içerisinde Ö33 ve Ö34 dönme dönüşümlerini yazılımın giriş ekranına girerken açı derecelerin yazımı ve parantez yazımını yanlış yazdıkları görülmüştür. Yanlış yazılan bu ifadeler sonucunda yazılımdan geçersiz girdi geri dönütünü alan öğretmen adayları yapmış oldukları eksiklikleri düzelterek istenilen sonuca ulaşmışlardır (C2). Bu şekilde verilen konikleri yazılımda oluşturan öğretmen adaylarının ekranda oluşturdukları ilk şekil, aralarında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları konik denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.



Şekil 117. Ö33 ve Ö34'ün ekranda verilen elipsi döndürmesine ait olan şekil.

Ö33: Şimdi verilen denklemi önce giriş ekranına yazalım.

Ö34: Yazdım. Nesneyi nokta etrafında açı ile döndür seçeneğini kullanarak bir döndürelim bakalım. Evet, elips döndü denklemi de cebir ekranında var bak. $0.22x^2 + 0.12xy + 0.15y^2 = 1$ çıktı.

Ö33: Tamam, şimdi de burada dönüşümü uygulayalım. Hatırlarsan bu dönüşümü dönme dönüşümlerinde de yapmıştık. Buradaki aynısı x ve y yerlerine verilen dönüşümü yazarak giriş ekranına yazalım. Açı zaten belli $Q=30$ derece.

Ö34: Tamam. Yazıyorum. Enter dedim. Geçersiz girdi diyor neresini yanlış yazdık ki?

Ö33: Giriş ekranına bakalım bir dereceyi girmemişiz.

Ö34: Evet, dereceleri girmemişiz hemen girelim. Şimdi de geçersiz girdi diyor. Nerede yanlış yazdık ki. Doğru yazıyorum.

Ö33: Birde parantezlere bakalım. Bak bu parantez eksik gibi sanki. Zaten yazılım uyardı ya parantez diye. Birde buna bakalım.

Ö34. Evet. Şimdi oldu bak. Ama oluşan elips nerde. Göremiyoruz grafik ekranında fakat aynı denklemden cebir ekranında var.

Ö33: Baksana grafik ekranındaki elips kalınlaştı çakıştı yani tekrar enter yap bir daha denklem gelecek o da onun üzerinde oluyor bak.

Ö34: Evet, haklısın. O zaman uygulanan dönüşüm sonucu oluşan denklem ile dönme sonucu oluşan denklem aynı çıktı.

Ö33: Diğerlerini yazalım. Yine giriş ekranından rahatlıkla kopyalayabiliriz. Yukarı tuşuna bas da elipsteki sayıları değiştirelim.

Ö34: Evet, değiştirdik. Bu da aynısı çıktı. Diğerine bakıyorum parabol de aynısı geldi.

Verilen Denklem	Açı	Dönme Sonucu Oluşan Denklem	Uygulanan Dönüşüm Sonucu Oluşan Denklem
$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$	30°	$0,22x^2 + 0,12xy + 0,15y^2 = 1$	$0,22x^2 + 0,12xy + 0,15y^2 = 1$
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$	45°	$0,02x^2 + 0,17xy + 0,02y^2 = 1$	$0,02x^2 + 0,17xy + 0,02y^2 = 1$
$y^2 = 4x$	60°	$0,75x^2 - 0,87xy + 0,15y^2 - 2x - 3,46y = 0$	$0,75x^2 - 0,87xy + 0,15y^2 - 2x - 3,46y = 0$

Şekil 118. Ö33 ve Ö34'ün verilen konikleri orijin etrafında döndürmesine ait olan çalışma yaprağından bir kesit.

Öğretmen adaylarının aralarındaki diyalogları ve çalışma yapraklarına yazdıkları incelendiğinde ekranda almış oldukları konikleri orijin etrafında verilen açı kadar döndürdükleri sonrasında da giriş ekranında oluşturulan denklemi de kullanarak tablodaki boş bırakılan yerleri doldurdıkları görülmektedir (E4;E5). Tamamen ekranda yaşamış oldukları ile tablodaki boş bırakılan yerleri doldurarak dönme dönüşümlerini ifade eden öğretmen adayları istenilenleri yapmaya çalışmışlardır. Bu süreç içerisinde bazı öğretmen adayları ise verilen denklemleri giriş ekranına girerken açının yazımı, parantez yazımı gibi bazı sıkıntılar yaşadığı da görülmüştür. Bağlamsal öğrenme öğretme stratejisinin bir basamağı olan tecrübe etme sürecinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkan bu durumda öğretmen adaylarının çoğunluğu istenilenleri yazılımda oluşturarak belli bir açı ile döndürülmüş geometrik yerleri tecrübe etme imkânı bulabilmişlerdir.

Yine yukarıdaki ifadelerden ve şekillerden görüldüğü gibi yazılımın giriş ekranına verilen denklemi yazan Ö34 yazılımdan geçersiz girdi dönütünü almıştır. Ö33'de açı derecelerinin girilmediğini fark ederek açı değerlerinin girilmesi gerektiğini Ö34'e

söylemiştir. Ö34 açılı değerlerini girmeyi unuttuğunu ifade ederek bu değerleri giriş ekranında oluşturmuştur. Tekrar deneyen Ö34 yine yazılımdan geçersiz girdi dönütü ile karşılaşınca Ö33 bu sefer geçersiz girdi dönütünde parantez yazınca parantezleri bir kontrol edelim demiştir. Sonrasında ise yaptıklarından oluşan denklemi ve grafiğini yazılımdan gözlemleyebilmişlerdir. Bu süreçlerde görüldüğü gibi dönme sonrası oluşan konikleri yazılımda oluşturmaya çalışan öğretmen adayları, öncelikli olarak giriş ekranına açılıların derecelerini yazmamışlardır. Yazılımın geri dönüt vermesi ile birbirleri ile yardımlaşan öğretmen adayları yazılım üzerindeki yazdıklarını kontrol edebilmişlerdir (C1;C2). Sonrasında yine aynı şekilde sorunlar yaşayan öğretmen adayları parantezleri yanlış yazdıklarını fark etmişlerdir. Her geri dönütte bazı yorumlar yaparak yanlışlıklarını düzelten öğretmen adayları birbirleri ile işbirliği sürecini iyi geçirmişlerdir (C2). Yine yazılımın özelliklerini kullanarak giriş ekranına daha önceki yazdıklarını yön tuşları ile geri getirmeleri zamandan kazanmalarına sebep olmuştur.

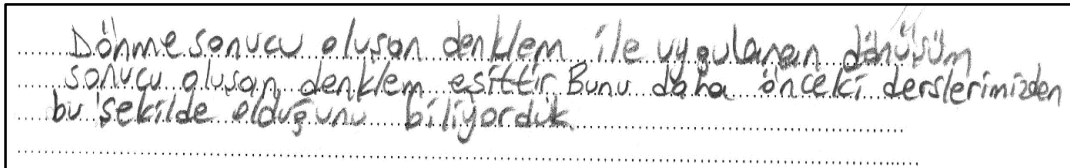
Yine tablodaki verilen koniklerin dönme sonucunda oluşan denklemi ile dönüşümün uygulanması ile oluşan denklemlerin aynı olduğunu ve yazılımda oluşan koniklerin şekillerinin de çakıştığını ifade eden Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları bu ifadeleri daha önceden gözlemlediklerini aşağıdaki diyaloglarındaki gibi söylemişlerdir.

Ö35: Burada dönme sonucu oluşan konik elips denklemi ile uygulanan dönüşüm sonucunda oluşan denklemin aynı olduğu gördük.

Ö36: Aynısını hiperbolde de, elips te de gözlemledik. Daha önceki çalışma yapraklarında da biz aynısını yapmıştık fakat orada bir noktayı döndürmüştük herhalde. Fakat orada da bu şekilde bir tablo doldurmuştuğum hatırlıyorum.

Ö35: Orada denklemleri de yapmıştık. Sadece burada konik denklemleri var değişen.

Ö36: Bunları kâğıt kalem ortamında da denedik ama orada biraz zorlanıyoruz. Özellikle açılı değerleri farklı olursa çok zor. Fakat yazılımda çakıştığını gözlemlemek daha iyi oldu.



Dönme sonucu oluşan denklem ile uygulanan dönüşüm sonucu oluşan denklem eşittir. Bunu daha önceki derslerimizden bu şekilde aldığımızı biliyorduk.

Şekil 119. Ö35 ve Ö36'nın daha önceki bilgilerini yazılım ile hatırlamasını ifade eden çalışma yapraklarından bir kesit.

Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları bu ifadeleri daha önceden de yaptıklarını ifade ederek oluşan koniklerin dönme dönüşümlerini anlamlandırmışlardır. Bu süreçte

oluşturulan ortam sayesinde yazılımın öğretmen adaylarının ön bilgilerini kullanmasına yardımcı olduğu görülmüştür (R3). Ö35 ve Ö36 öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında yapılandırılmaya çalıştıkları bilgileri yazılımda daha net bir şekilde anlamlandırmaları ilişkilendirme yaptıklarını göstermektedir.

Sonrasında dönme sonucu oluşan konik denklemi ile uygulanan dönüşüm sonucunda oluşan konik denkleminin birbirine eşit olduğunu tecrübe eden öğretmen adayları bu ifadeleri matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Ö5 ve Ö6 öğretmen adaylarının çalışma yapraklarından bir kesit aşağıdaki gibidir.

The image shows three handwritten equations on a grid background, each representing a different conic section after a rotation by an angle ϕ :

$$\frac{[x \cdot \cos(\phi) + y \cdot \sin(\phi)]^2}{a^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\phi) + y \cdot \cos(\phi)]^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{elips}$$

$$\frac{[x \cdot \cos(\phi) + y \cdot \sin(\phi)]^2}{a^2} - \frac{[-x \cdot \sin(\phi) + y \cdot \cos(\phi)]^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{hiperbol}$$

$$[-x \cdot \sin(\phi) + y \cdot \cos(\phi)]^2 = 4 \cdot [x \cdot \cos(\phi) + y \cdot \sin(\phi)] \rightarrow \text{parabol}$$

Şekil 120. Ö5 ve Ö6'nın dönme sonucu oluşan koniklerin denklemlerini genelleştirmelerine ait olan çalışma yapraklarından bir kesit.

Yukarıdaki çalışma yaprağında görüldüğü gibi verilen geometrik yerlerin yazılımın “nesneyi nokta etrafında açı ile döndür” ikonunu kullanarak oluşan denklem ile verilen dönüşüm sonucunda oluşan geometrik yerin sonuçlarını tecrübe eden öğretmen adayları bu denklemlerin her seferinde birbirine eşit olduğunu göstermişlerdir. Buradan da geometrik yerlerin orijin etrafında döndürülmesini matematiksel olarak genelleştirerek bir uygulama süreci yaşamışlardır (A1).

Araştırmacı da bu süreçteki durumu aşağıdaki gibi özetlemeye çalışmıştır.

Öğretmen adaylarının ekrandaki yaşamış oldukları tecrübelerini kullanarak istenilenleri matematiksel olarak genelleştirebildikleri görülüyordu. Bu süreçte ilk olarak Ö19 ve Ö20 öğretmen adaylarının tablodaki verilen elips, hiperbol ve parabol denklemlerini yazılımdan döndürmüşler ve sonrasında da uygulanan dönüşüm sonucu oluşan denklem ile aynı olduğunu ifade etmişlerdi. Bu süreçlerin sonrasında dönüşüm ifadelerini elipsin genel denkleminde yerine

koyan Ö19 ve Ö20 oluşturdukları denklemin elipsin Q açısı kadar orijin etrafında dönmesi ile oluşan denklemi olduğunu söylemişlerdir (AN9;Ç9;G10).

Çalışma yaprağının bir diğer ifadesinde ise öğretmen adaylarından önce (h,k) kadar ötelenmiş sonrasında da Q açısı kadar döndürülmüş elipsin genel denklemini ifade etmeleri istenmiştir. Bu süreçte Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları çalışma yaprağında öteleme ve dönme sürecindeki yapmış oldukları ifadeleri hatırlayarak genel denklemini aşağıdaki gibi ifade etmeye çalışmışlardır. Ö33 ve Ö34 arasında geçen diyalog ve çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadeleri aşağıdaki gibidir:

Ö33: Önce ötelenmiş sonra döndürülmüş bir elips denklemi istiyor. Öncelikli olarak

elipsimizin genel denklemi asal ve yedek çemberleri a ve b olan $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ dir.

Ö34: Önce ötelendiğinde yani (h,k) simetri merkezi iken denkleminizi

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ yazmıştık.}$$

Ö33: Tamam işte şimdi de dönme denklemlerimiz neydi.

Ö34: Dönme denklemlerimiz $x' = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)$ ve $y' = -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha)$ idi.

Ö33: O zaman bunları x ve y yerlerine yazarsak sonucumuzu genelleştirmiş oluruz.

The image shows a handwritten mathematical derivation on a piece of paper. At the top, the equation $\frac{(x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi - h)^2}{a^2} + \frac{(-x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi - k)^2}{b^2} = 1$ is written. Below this, there is a line of text: "Önce (h,k) kadar öteleyip sonra φ açısı kadar döndürülürse bu denklem elde edilir."

Şekil 121. Ö33 ve Ö34'ün elipsi önce ötelemesi sonrada döndürmesine ait olan denklemi bulmasına yönelik bir kesit.

Yukarıdaki ifadeler ve çalışma yapraklarına yazılanlardan görüldüğü gibi Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları önce simetri merkezi (h,k) olan elipsleri oluşturmuşlardır. Fakat sonrasında dönme dönüşümlerini yanlış yazarak sonucu yanlış bulmuşlardır. Öğretmen adaylarının bu şekilde yanlış yapmaları ders içerisindeki öğrenmiş olduklarını transfer etmede zorlandıklarını göstermektedir (T2).

Yine bu süreçte (h,k) kadar ötelenmiş ve Q açısı kadar döndürülmüş hiperbol ve parabol denklemlerini genelleştirmeye çalışan Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları elipste yapmış oldukları hatalara devam ederek öğrendiklerini yanlış aktarmışlardır. Ö33 ve Ö34 öğretmen adaylarının bu süreçte çalışma yapraklarına yazdıkları notlar aşağıdaki gibidir.

$$\frac{(x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi - h)^2}{a^2} - \frac{(-x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi - k)^2}{b^2} = 1$$

(h,k) kadar öteleyip φ açısı kadar döndürürsek bu denklem elde edilir.

Şekil 122. Ö33 ve Ö34'ün hiperbol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi.

$$(-x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi - k)^2 = 2p(x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi - h)^2$$

önce (h,k) kadar öteleyip sonra φ açısı kadar döndürürsek bu denklem elde edilir.

Şekil 123. Ö33 ve Ö34'ün parabol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi.

Ö33 ve Ö34 öğretmen adayları yukarıdaki çalışma yapraklarında da görüldüğü gibi önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş geometrik yerleri belirlerken elipsteki yapmış oldukları hatalarına devam ederek hem hiperbol de hem de parabolün genel denklemini yanlış belirlemişlerdir. Bu süreçte öğrenmiş oldukları kavramları transfer etmede yanlışlıklar yaptıkları tespit edilmiştir (T2). Öğretmen adaylarından Ö35 ve Ö36 ise aşağıdaki gibi öğrendiklerini elipsin önce ötelenmesi sonrada dönmesi sonucu oluşan denklemi bulmada yazılımı kullandıkları görülmüştür. Ö35 ve Ö36 öğretmen adaylarının bu süreçteki diyalogları ve çalışma yapraklarına yazdıkları notlar aşağıdaki gibidir:

Ö35: Şimdi elipsin genel denklemini $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ dir. Burada öncelikli olarak (h,k) kadar

ötelenmiş olan denklemini kolay. O da $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ bu.

Ö36: Tamam. Şimdi dönme formülleri vardı ya işte x ve y yerlerine $x' = x \cdot \cos(\alpha) + y \cdot \sin(\alpha)$ ve $y' = -x \cdot \sin(\alpha) + y \cdot \cos(\alpha)$ yazdığımız.

Ö35: Ama burada x ve y ilk başta değişti. Acaba x ve y yerine mi? Yoksa (x-h) ile (y-k) değerlerini mi kullanacağız.

Ö36: O zaman yazılımda bir deneyelim mi işimizi garantiye alalım.

Ö35: Tamam. Şimdi burada $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsini simetri merkezi (2,2) olan bir elipse çevirelim. Bu denklem zaten $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ olacaktır. Bunu bir giriş ekranına yazalım. Evet, elipsimiz grafik ekranında gözükmekte.

Ö36: Şimdi bu elipsi (2,2) etrafında 30 derece döndürüyorum. Evet, elips döndü. Önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş elips bu. Şimdi denklemden aynı sonuca ulaşacak mıyız bakalım. Şimdi x ve y yerlerine $x' = x \cos(30) + y \sin(30)$ (30) ve $y' = -x \sin(30) + y \cos(30)$ yazalım.

Ö35: Evet, yazalım bakalım. Derecelerini unutmayalım. Evet, farklı bir şekil ortaya çıktı.

Ö36: Birde x ve y değil de (x-2) ve (y-2) yazalım şimdi bakalım. Evet, şimdi üstünde çıktı. Daha kalın üst üste çünkü.

Ö35: O zaman burada yaptıklarımız doğru. Sonuç olarak önce ötelenmiş sonrada açı kadar döndürülmüş elipsin genel denklemini bulmuş olduk.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsi (h,k) kadar
 Ötelersek $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ olur. Bunun da θ kadar döndürürüz

$$\frac{[(x-h)\cos\theta + (y-k)\sin\theta]^2}{a^2} + \frac{[-(x-h)\sin\theta + (y-k)\cos\theta]^2}{b^2} = 1$$

 Geogebra'da $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ elipsini (2,2) kadar öteledik. Daha sonra 30° açı kadar dönme uyguladık ve sonucu genelleştirdik.

Şekil 124. Ö35 ve Ö36'nın yazılımı kullanarak elipsin önce ötelenmesi ve sonrasında dönmesine ait olan denklemini ifade etmesi.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları düşündüklerini kanıtlamak için yazılıma başvurmuş ve yazılımdan gelen dönütler neticesinde öğrenmiş oldukları kavramları transfer edebilmişlerdir (T2). Bu süreçte yazılımın vermiş olduğu dönütlerle Ö35 ve Ö36'nın transfer etme sürecine katkı sağladığı görülmüştür. Verilen diğer geometrik yerler olan hiperbol ve parabolün önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olan genel denklemlerini aynen elipste olduğu gibi Ö35 ve Ö36 doğru ifade ederek çalışma yapraklarına aşağıdaki gibi yazmışlardır.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ hiperbolü } (h,k) \text{ kadar öteleysek}$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ bunu da } \theta \text{ kadar döndürürsek}$$

$$\frac{[(x-h) \cdot \cos \theta + (y-k) \cdot \sin \theta]^2}{a^2} - \frac{[-(x-h) \cdot \sin \theta + (y-k) \cdot \cos \theta]^2}{b^2} = 1$$

Şekil 125. Ö35 ve Ö36'nın hiperbol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi.

$$y^2 = 2px \text{ parabolüne } (h,k) \text{ kadar ötelene uygularsak}$$

$$(y-k)^2 = 2p(x-h) \text{ olur } \theta \text{ kadar dönme uygularsa}$$

$$[-(x-h) \cdot \sin \theta + (y-k) \cdot \cos \theta]^2 = 2p[(x-h) \cdot \cos \theta + (y-k) \cdot \sin \theta]$$

Şekil 126. Ö35 ve Ö36'nın parabol denklemini önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olarak genelleştirmesi.

Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları elipteki düşmüş oldukları karmaşıklığı yazılım ile düzeltmişler ve sonrasında ayrı ayrı öteleme ve dönme fonksiyonlarındaki öğrendiklerini öteleme ve dönme sonucu oluşan elipsin denklemini oluşturmada kullanarak transfer sürecini iyi kullanmışlardır (T2). Çalışma yapraklarında da görüldüğü gibi diğer geometrik yerlerden olan hiperbol ve parabollerin önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş genel denklemlerini rahatlıkla belirleyebildikleri çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadelerden görülmektedir. Sonuç olarak Ö35 ve Ö36 öğretmen adaylarının öğrendiklerini oluşturulan ortam sayesinde transfer edebilmişlerdir.

Araştırmacı da oluşan bu durumu alan notunda aşağıdaki gibi özetlemektedir.

Öğretmen adaylarının aralarında dolaşırken Ö15 ve Ö16 öğretmen adaylarının önce ötelenmiş sonrasında da döndürülmüş elipslerin genel denklemini yazdıklarını gözlemledim. Ö15 verilen elipsin genel denkleminin (h,k) kadar ötelenmesi ile oluşan denklemi rahatlıkla ifade ettiklerini söylemişti. Sonrasında dönme dönüşümlerini yazarlarken sadece x ve y değerlerini kullandıklarını gözlemlemiştim. Aslında daha önceki öğrenmiş oldukları

kavramları buraya aktarırken özellikle dönme dönüşümünü aktarırken zorlandıklarını görüyordum. Sonuçta yanlış bir transfer süreci geçirmekte idiler. Yazılımı bu süreçte kullanmalarını söylediğimde ise ilk başta kullanamamışlar sonrasında benim yönlendirmelerim ile yazılımda yapılanlardan hareketle sonuca ulaşmışlardı. Ö15 ve Ö16 öğretmen adayları ilk başta düşmüş oldukları hatalardan yazılım sayesinde kurtularak öğrendiklerini aktarabilmişlerdi. Bu süreçte Ö35 ve Ö36 öğretmen adayları ise ekranda almış oldukları elips denklemleri ile sonuca ulaşmışlardı. Öğretmen adaylarından bazıları ise yanlış bir transfer süreci geçirerek istenilenleri yanlış genelleştirmişlerdir (AN9; Ç9; G8; G18).

Oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yerle ilgili REACT bileşeninin göstergelerine göre dokuzuncu hafta gerçekleşen yukarıdaki bulgular aşağıdaki tablo 10'daki gibi özetlenmiştir.

Tablo 10. Oluşturulan Ortamda Dokuzuncu Etkinlikte REACT Stratejisinin Bileşenlerine Göre Gözlenen Durumlar

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
R İlişkilendirme	R3	Yazılımda gözlemlenen ifadeler sonucunda daha önce öğrenilmiş ifadelerin hatırlanması ve kullanılması
	E3	Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri
E Tecrübe Etme	E4	Çalışma yapraklarında verilen yönergeleri GeoGebra ortamında uygulayarak oluşan geometrik yeri gözleme fırsatı bulduklarını ifade etmeleri
	E5	Ekranda oluşturulan noktaların, denklemlerin veya grafiklerin değiştirilerek çalışma yaprağına yazılması
A Uygulama	A1	Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları
C İşbirliği	C1	Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma
	C2	Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağına yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması

Tablo 10'un devamı

REACT	Kod	Gözlenen Durumlar
T Transfer Etme	T1	Daha önce öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma
	T2	Ders içerisinde yeni kavramları yine ders içerisinde önceki yönergelerde öğrendikleri ile ifade etmeleri

Dokuzuncu çalışma yaprağında oluşturulan öğrenme ortamında ilişkilendirme ile ilgili ortaya çıkan bulgular incelendiğinde, öğretmen adaylarının çoğunluğunun ilk olarak daha önceki ön bilgilerini yazılım ile hatırladıkları ve bu şekilde geometrik yerlerin öteleme ve dönme dönüşümlerini ifade edebildikleri görülmüştür. Oluşturulan öğrenme ortamında yazılımın daha önceki öğrenilmiş olan bilgileri öğretmen adaylarına hatırlatması ilişkilendirme sürecine olan katkısını göstermektedir. Tecrübe etme ile ilgili olarak ise öğretmen adayları ilk olarak yazılımın grafik ekranında simetri merkezi orijin olmayan geometrik yerler oluşturmuşlar ve sonuçta oluşan geometrik yerlerden yola çıkarak simetri merkezlerini belirledikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının elips ya da hiperbollerini değiştirdikçe simetri merkezlerinin ve elipsin denkleminin nasıl değiştiğini kontrol etmeleri yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarına bir tecrübe süreci yaşattığını göstermektedir. Yine bu süreçte öğretmen adayları ekrandaki geometrik yerleri orijin etrafında verilen açı kadar döndürmüşler sonrasında da giriş ekranında oluşturulan denklemi de kullanarak tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır. Bu şekilde öğretmen adayları tamamen ekranda bir tecrübe süreci yaşayarak tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmuşlardır. Tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmaya çalışan öğretmen adayları daha önceki yaşamış oldukları bazı sıkıntıları tekrar yaşadıkları fakat yazılımın geri dönütleri sayesinde bu tür sıkıntıları aştıkları görülmüştür.

Dokuzuncu çalışma yaprağında uygulama sürecinde ortaya çıkan ifadeler özetlendiğinde Ö19 ve Ö20 grubundaki öğretmen adayları gibi diğer öğretmen adayları da simetri merkezi (h,k) olan geometrik yerlerin genel denklemlerini matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Bu şekilde oluşturulan ortamda yazılımdaki tecrübelerini kullanarak istenilen denklemleri matematiksel olarak genelleştirmeleri öğretmen adaylarının uygulamalarını göstermektedir. Yine başka bir ifade de ise yazılımın “*nesneyi nokta etrafında açı ile döndür*” ikonunu kullanarak oluşan denklem ile verilen dönüşüm sonucunda oluşan geometrik yerin sonuçlarını tecrübe eden Ö19 ve Ö20 öğretmen

adaylarının geometrik yerlerin orijin etrafında döndürülmesini matematiksel olarak genelleştirebildikleri görülmüştür.

Transfer etme ile ilgili olarak süreç özetlendiğinde ise öğretmen adaylarının simetri merkezi (h,k) olan elipslerden yola çıkarak parabolün genel denklemini ifade ettikleri görülmüştür. Bu şekilde elips ve hiperbollerden yola çıkarak simetri merkezi (h,k) olan parabolün genel denklemini yazmışlardır. Öğrenme sürecinde bu şekilde daha önceki öğrendiklerini geometrik yer olan parabolde kullanmaları oluşturulan ortamın transfer sürecine olan katkısını göstermektedir. Bu süreçte GeoGebra yazılımının öğrenilen kavramların transfer edilmesini sağlayarak transfer sürecine katkı sağladığı görülmüştür. Yine bu süreçte bir diğer ifade de öğretmen adaylarına önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş geometrik yerlerin genel denklemleri sorulduğunda öğretmen adaylarından bazılarının öteleme ve dönme kavramlarını birleştirdiğinde zorlandıkları görülmüştür. Bu süreçte önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş olan elips, hiperbol ve parabolün genel denklemini oluştururken öteleme sonrası oluşan koniklere dönme sürecini tam olarak denklemlerde ifade edememişlerdir. Bu şekilde oluşturulan ortamda öğretmen adaylarının bazılarının önce öteleme ve sonrasında da dönme sonrası oluşan geometrik yerlerin genel denklemlerini ifade edemedikleri sonuçta daha önceki öğrenmiş oldukları kavramları transfer etmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarından bazılarının ise bu süreci yazılım kullanarak tamamladıkları görülmüştür. Yani yazılımda elipsi oluşturan öğretmen adayları önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş elipslerden yola çıkarak düşünmüş oldukları denklemlerin doğruluklarını yazılımdan kontrol edebilmişlerdir. Bu şekilde oluşturulan ortamda öğretmen adaylarından bazıları yazılımı kullanarak transfer sürecini başarı ile gerçekleştirmişlerdir.

İlişkilendirmeye yönelik her bir haftadaki çalışma yaprakları incelendiğinde; öteleme ve dönme dönüşümlerine ait olan ilk çalışma yaprağında ekrandaki gözlemler sonucunda noktanın ötelenmesini vektör tanımı ile ifade eden öğretmen adayları bu kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapmışlardır. Yine bu süreçte daha önceleri vektör tanımını yürüyerek adım sayılarıyla somutlaştırmaya çalıştıklarını ekranda daha net bu tanımı ifade edebildiklerini söyleyen öğretmen adayları daha önce yapılan bilgilerini farklı bir bağlam olan yazılımda gözlemleyerek yorumlarda bulunmuşlardır. Bütün bu ifadeler çalışma yaprağının sadece birinci yönergesinde görülmüş diğer yönergelerde ilişkilendirmeye ait bulgulara rastlanılmamıştır. Sonuçta yazılım sadece birinci yönergede ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır. Diğer yönergeler daha çok öğretmen adaylarının keşfetmelerini sağlayacak yönergeler olması nedeni ile ilişkilendirme yapmamalarına sebep olmuş olabilir. Geometrik yer tanımlarının yapılmaya çalışıldığı ikinci çalışma yaprağında ise öğretmen adaylarından bazıları yazılımdaki elips gözlemleri ile günlük hayattan ip örneği

vererek günlük hayat ile ilişkilendirme yapmaya çalışmışlardır. Sadece elips ile ilgili bu şekilde ilişkilendirmeler yapılması diğer geometrik yerlerin daha önceleri çok fazla önemsenmediğinden kaynaklanmış olabilir. Çemberin özelliklerinin kavratılmasına ait olan üçüncü çalışma yaprağında ise öğretmen adayları ekrandaki gözlemlerini kullanarak çemberin genel denklemini çemberin geometrik yer tanımı ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramı ile ilişkilendirerek ifade ettikleri görülmüştür. Bu süreçte diğer yönergeler daha çok keşfetmeye yönelik olduğundan yazılımın ilişkilendirmeye olan katkısı olmamıştır. Çember ile ilgili geometrik yerlerin sorulduğu dördüncü çalışma yaprağında ise; verilen geometrik yerlere çeşitli tahminlerde bulunan öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında yaptıklarından tam olarak emin olmadıklarını belirtmişlerdir. Sonrasında yazılımda oluşturulan ifadeleri kullanan öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki emin olmadıkları bilgilerini yapılandırabilmişlerdir. Bu şekilde ders içerisinde bir ilişkilendirme yapan öğretmen adayları çalışma yaprağının her bir geometrik yer ifadelerinde bilgilerini yapılandırma imkânı bulabilmişlerdir. Yine bir diğer çalışma yaprağı olan beşinci çalışma yaprağında ise elipsin özelliklerinin kavratılması amaçlanmıştır. Bu süreçte ekrandaki gözlemler sonucunda elipsin geometrik yer tanımı ile ilişkilendirme yapan öğretmen adayları; elips üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının elipsin asal çemberinin çapına eşit olduğunu ekranda gözlemleyerek tekrar elipsin geometrik yer tanımını anlamlandırabilmişlerdir. Yine bu süreçte elipsler ile doğruların birbirine göre durumlarını ekranda oluşturulan ifadelerden yola çıkarak daha önceki öğrenmiş oldukları kavram olan çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarından ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu şekilde daha önceki kavramlar arasında bir ilişkilendirme yapan öğretmen adayları istenilenleri ifade edebilmişlerdir. Elips ile ilgili olarak yine geometrik yerlerin sorulduğu altıncı çalışma yaprağında da çeşitli tahminlerde bulunan öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarından tam olarak emin olmadıkları fakat yazılımdaki ifadeleri kullanarak bu emin olmadıkları bilgilerini yapılandırdıkları görülmüştür. Diğer taraftan yedinci çalışma yaprağında da hiperbolün özellikleri kavratılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte hiperbolün geometrik yer tanımı ile ilişkilendirme yaptıkları bu şekilde hiperbol üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar farkının asal çemberin çapına eşit olduğunu ifade ederek bu şekilde daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür. Yine bir diğer yönergede öğretmen adayları ekrandaki gözlemler ve yazılımın asimptot geri dönütleri sayesinde hiperbolün asimptotlarını gözlemleyerek analiz dersindeki öğrendikleri ile ilişkilendirmeler yapmışlardır. Bu şekilde yazılımın ilişkilendirme sürecine olan katkısının olduğu görülmektedir. Yine hiperbol ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını ifade ederken daha önceki çember, elips ve bir doğrunun birbirine göre durumları ile ilişki kurdukları görülmüştür. Parabolün özelliklerinin kavratılmasına ait olan sekizinci çalışma

yaprağında ise; öğretmen adaylarının parabolün geometrik yer tanımı ile yazılımdaki gözlemleri arasında bir ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Bu süreçte parabol üzerinde alınan noktadan odak noktasına ve doğrultmanına olan uzaklıkların noktaların değiştirilmesi ile her seferinde sabit kaldığını gözlemlenmeleri öğretmen adaylarını bu ilişkilendirmeye doğru sürüklemiştir. Diğer yönergeler daha çok keşfetme sürecine yönelik olduğundan ilişkilendirmeye ait bulgulara rastlanılmamıştır. Dokuzuncu çalışma yaprağında ise öteleme ve dönme sonrası geometrik yerler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu süreçte daha önceki görülen öteleme ve dönme dönüşümleri ile ilişkilendirme yapılmaya çalışılmıştır. Diğer yönergelerde ise ilişkilendirmeye ait bulgulara rastlanılmamıştır.

Bütün bu ilişkilendirme ile ilgili ortaya çıkan bulgular sürecinde birbirleri ile sürekli olarak iletişim içerisinde olan öğretmen adayları yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak bir işbirliği içerisinde verilenleri yazılım ile oluşturabilmişlerdir. Öğreten rolündeki araştırmacı ise öğrenme ortamını düzenleyen, yönlendiren ve öğretmen adaylarının oluşturduğu grupların yanına giderek tartışmalarına katılan bir rehber rolü üstlenmiştir. Sonuçta yazılımın sağladığı ortamda yaptıkları gözlemlere dayanarak daha önceki konularda gördüklerini hatırlayan öğretmen adayları hatırlamış oldukları ifadeleri ders içerisinde kullandıkları görülmüştür. Yazılım bu süreçte öğretmen adaylarının ön bilgilerini harekete geçirerek kavramlar arasında ilişkilendirme yapmalarına katkı sağlamıştır. Yine öğretmen adayları ders içerisinde kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını yazılımda yapılandırarak ilişkilendirme yapabilmişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarından birinin ekrandaki gözlemediği elipsten yola çıkarak günlük hayattan örnekler vermeleri yazılımın ilişkilendirme sürecine olan katkısını göstermektedir. Özetle oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının ilk olarak akıl yürüttükleri ve birbirleri ile iletişime geçerek yazılımdaki dönütleri yorumladıkları bu şekilde de işbirliği içerisinde matematiksel düşünme yolu ile bilgilerini yapılandırdıkları ve bazı ilişkilendirmelerde buldukları görülmüştür.

Tecrübe etmeye yönelik her bir haftadaki çalışma yaprakları incelendiğinde; öteleme ve dönme dönüşümlerine ait olan çalışma yaprağında verilen ilk yönergede ekranda alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesi ile vektörün bitiş noktasını yazılımda değiştiren öğretmen adayları oluşan noktaya göre yorumlar yapabilmişlerdir. Diğer bir etkinlikte eksenleri bir vektör kadar öteleyen ve oluşan yeni eksenleri vektörün koordinatlarına göre yorumlayan öğretmen adayları yazılımın bu sürece katkısı ile tecrübe süreci yaşamışlardır. Ayrıca verilen nokta, doğru veya eğrilerin dönme dönüşümlerini yazılımı kullanarak belirtmişlerdir. Sonuçta yazılımın birinci çalışma yaprağının her yönergesinde öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine katkısının olduğu söylenebilir. İkinci çalışma yaprağında ise ilk olarak koniler ile düzlemin arakesitini düzlem üzerindeki

noktaları değiştirerek belirleyen öğretmen adayları yazılımda bir tecrübe süreci yaşayarak oluşan geometrik yerleri gözlemleyebilmişlerdir. Belirlenen geometrik yerlerin tanımlarını kâğıt kalem ortamında yapmaya çalışan öğretmen adayları çember tanımı hariç diğer geometrik yerlerde çoğunlukla başarısız olmuşlardır. Öğretmen adayları yazılımda istenilen durumlardan yola çıkarak bu geometrik yer tanımlarını yapabilmişler ve kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. Bir diğer çalışma yaprağı olan üçüncüsünde ise; çemberin özellikleri kavratılmaya çalışılmış ve bu süreçte ilk olarak ekran üzerinde alınan merkezi ve yarıçapı bilinen çemberlerin genel denklemleri cebir ekranından gözlemlenmiştir. Ekrandaki çemberleri değiştiren öğretmen adayları cebir ekranındaki değişen denklemlerden yola çıkarak çemberin genel denklemini belirlemişlerdir. Sonuçta yazılım öğretmen adaylarının bu şekilde bir tecrübe süreci yaşamasına sebep olmuştur. Yine bu süreçte çalışma yaprağında verilen çemberin genel formülünden yola çıkılarak genel denklemi belirlenmiş ve buradan çemberin yarıçap ve merkez noktası verilen genel formülden bulunmaya çalışılmıştır. Yine yazılım bu süreçte öğretmen adaylarının çemberin genel formülünü kullanarak genel denklemini, yarıçapını ve merkezini tecrübe etmesine katkı sağlamıştır. Diğer taraftan verilen çemberler ve doğruları ekranda oluşturan öğretmen adayları kesişme durumlarını kontrol ederek kâğıt kalem ortamındaki yaptıkları ile karşılaştırma imkânı bulmuşlardır. Sonuçta üçüncü çalışma yaprağının da hemen hemen her yönergesinde yazılımın tecrübe süreçlerine katkı sağladığı görülmektedir. Dördüncü çalışma yaprağında ise öğretmen adayları sorulan geometrik yerleri tahmin etmiş sonrasında da kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışlardır. Ardından tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklayamadıkları fakat yazılım ile bu süreci tamamlayan öğretmen adaylarının tahminlerini ve kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırmışlardır. Bu süreci tamamlayamayan öğretmen adaylarının ise tahminlerine ve kâğıt kalem ortamında yaptıklarına bağlı kaldıkları ve sonuçlarını bu şekilde açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Dördüncü çalışma yaprağında sorulan geometrik yerlerde yazılımın öğretmen adaylarının yaptıklarını karşılaştırmasına sebep olarak tecrübe etmelerine katkı sağladığı görülmüştür. Bir diğer çalışma yaprağı olan beşinci çalışma yaprağında ise ilk olarak ekranda odak noktalarını değiştiren öğretmen adayları asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ve odak noktasının asal çemberin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığının nasıl değiştiğini yazılımda tecrübe edebilmişlerdir. Yine bir diğer ifade de ekranda elips üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu ekrandaki noktaları değiştirerek belirlemişlerdir. Sonraki yönergede ise ekranda daha önceki haftalarda tecrübe etmiş oldukları çemberler ile doğruların birbirine göre durumlarından hareketle bu sefer elipsler ve doğruların birbirine göre durumları tecrübe edilmiştir.

Görüldüğü gibi yine yazılım beşinci çalışma yaprağında öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine bütün yönergelerde katkı sağlamıştır. Altıncı çalışma yaprağında da geometrik yerler sorulmuş bu geometrik yerleri tahmin eden öğretmen adayları tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışlardır. Sonrasında da yazılımda oluşturulan geometrik yerler sonucunda kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırabilmişlerdir. Yine yazılım bütün bu süreçlerde tahminlerini yazılım ile karşılaştırma imkânı vererek öğretmen adaylarının tecrübe etmelerini sağlamıştır. Hiperbolün özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı yedinci çalışma yaprağında ise ekrandaki hiperbol üzerinde alınan herhangi bir noktadan odaklara çizilen doğru parçalarının uzunlukları farkının asal çemberin çapına eşit olduğunu yazılımın pencereleri sayesinde belirleyebilmişlerdir. Yine bu süreçte yazılımda daha önceleri hem çember hem de elipste yaşamış oldukları hiperboller ile doğruların birbirine göre durumlarını tecrübe edebilmişlerdir. Bu çalışma yaprağında da yazılım öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine katkı sağlamıştır. Bir diğer çalışma yaprağı olan sekizinci çalışma yaprağında ise parabolün özellikleri kavratılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte de ekrandaki parabol üzerinde alınan noktadan odağa ve doğrultmana çizilen uzunlukların birbirine eşit olduğunu noktaları değiştirerek belirleyebilmişlerdir. Yine bu süreçte daha önceki tecrübeleri olan parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını yazılımda rahatlıkla tecrübe edebilmişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarına sorulan geometrik yerde ise tahmin edilen ve kâğıt kalem ortamındaki açıklamaları sonucunda yazılımdaki yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilen öğretmen adayları yazılımda bir tecrübe süreci yaşamışlardır. Son olarak dokuzuncu çalışma yaprağında ise geometrik yerlerin dönme ve öteleme dönüşümleri sonrasındaki durumlarını belirlemeye çalışmışlardır. İlk olarak simetri merkezi orijin olmayan geometrik yerler ekranda oluşturulmuş ve bu geometrik yerler ekranda değiştirilerek simetri merkezlerini belirlemişlerdir. Yine bu süreçte verilen geometrik yerleri yönergedeki tabloda verilen açılara göre döndürmüşler ve sonuçta dönme dönüşümlerini yazabilmişlerdir. Sonuçta yine yazılım bu çalışma yaprağındaki yukarıdaki yönergelerde öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine katkı sağlamıştır.

Oluşturulan öğrenme ortamında tecrübe etme ile ilgili ortaya çıkan bulgular özetlenecek olursa; öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine, kendilerine hazır olarak verilen dosyadaki noktaları değiştirerek koniler ile düzlemin arakesitlerinin ifade edilmesi sürecinde yararlı olduğu görülmüştür. Yine kâğıt kalem ortamında tecrübe edilmeye çalışılan fakat bu tecrübelerinde çoğunlukla başarısız olunan elips, hiperbol ve parabolün geometrik yer tanımlarını yazılımdaki tecrübeleri ile yapabildikleri tespit edilmiştir. Yine bu süreçte öğretmen adaylarına geometrik yerler sorulmuş ve öncelikle tahmin ettirilmiştir. Bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan öğretmen adayları tahminlerinin

doğruluklarını ya da yanlışlıklarını tam olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Öğretmen adayları bu süreçte tahminlerini yazılım ile karşılaştırma imkânı bularak bir tecrübe süreci yaşadıkları görülmüştür. Sonuçta öğretmen adaylarının çemberin geometrik yer tanımını hem kâğıt hem de yazılım ile tecrübe edebildikleri fakat diğer geometrik yer tanımlarında ve geometrik yerlerde geleneksel kâğıt ortamında sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Yazılım ile tecrübe sürecinin ardından ise bu zorlukları aşabilmişlerdir. Ayrıca hem yazılımda hem de kâğıt kalem ortamında tecrübe süreci yaşayan öğretmen adaylarının yazılımdaki tecrübelerinin zaman almadığı ve görsel olarak daha kolay gözlemledikleri için yazılımın tecrübe etme sürecine katkı sağladığı söylenebilir. Diğer taraftan öğretmen adaylarının geometrik yerleri öğrendikçe daha önceki yaşamış oldukları tecrübelerini gelen haftalarda tekrarlayabildikleri görülmüştür. Oluşturulan ortamda öğretmen adayları yazılım ile veriler toplayarak bu verileri tabloya aktarmışlar ve daha önceki tecrübelerini ekranda kullanmışlardır. Sonuçta öğretmen adayları bizzat etkinlik ve yazılım ile birliktelik içerisinde istenilenleri oluşturarak verilerini toplamışlardır. Bu süreç içerisinde öğretmen adayları yazılımdaki geri dönütler ile yanlış yaptıklarını fark ederek yaptıklarını tekrar gözden geçirme imkânı buldukları görülmüştür. Bu şekilde yazılım öğretmen adaylarının tecrübe sürecine katkı sağlamıştır. Özetle öğretmen adayları yazılım ile deneyimde bulunma yoluyla gözlemlerde bulunarak veriler elde etmiş ve bu verileri kullanmaya çalışmışlardır. Bu süreçte çalışma yapraklarında sık sık tablolardan ve ekrandaki şekillerden yararlanılmıştır. Öğretmen adayları tahminlerde bulunmuş ve tahminlerini karşılaştırma ve doğruluklarını sına ma imkânı bulabilmişlerdir. Yazılım ile devamlı bir birliktelik olduğundan yazılımdaki tecrübe sürecinin çok sık gerçekleştiği görülmektedir. Ayrıca oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının ilk olarak akıl yürüttükleri ve birbirleri ile iletişime geçerek bilgisayar ekranındaki yapılanlar yorumlanarak bir işbirliği içerisinde matematiksel düşünme yolu ile bilgilerini yapılandırdıkları görülmüştür. Araştırmacı da bu süreçte merkezde olup hep süreci yönlendiren rolü almıştır. GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının tecrübe etme sürecine katkı sağladığı yukarıdaki verilen bulgularda görülmektedir. Sonuç olarak yazılım bu öğrenme öğretme ortamında tecrübe edinme açısından bir araç rolü oynamıştır.

Uygulamaya yönelik her bir haftadaki çalışma yaprakları incelendiğinde; öteleme ve dönme dönüşümlerine ait olan çalışma yaprağında verilen ilk yönergede öğretmen adaylarının çoğunluğu ekranda alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini yazılımda verilen nokta ve vektörün koordinatlarına göre matematiksel olarak genelleştirmişlerdir. Yine bir diğer ifade de ekranda eksenleri bir vektör kadar öteleyen öğretmen adaylarının çoğunluğu eksenlerin ötelenmesini de matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Bir noktanın döndürülmesine ait olarak ekranda yapılan ifadelere

göre yine matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Görüldüğü gibi yazılım bu tür ifadelerin matematiksel olarak genelleştirilmesine yardımcı olduğundan uygulamalarına katkı sağlamıştır. İkinci çalışma yaprağında ise çemberi ekranda rahatlıkla modelleyerek geometrik yer tanımını rahatlıkla yapabilmışlerdir. Elips, hiperbol ve parabol tanımlarını kâğıt kalem ortamında tam olarak anlamlandıramayan öğretmen adayları yazılımda oluşturulan modeller ile yanlışlıklarının farkına vararak geometrik yer tanımlarını yapabilmışlerdir. Bu süreçte yazılım modellemeler ve sonuçta geometrik yer tanımlarını yapmalarını sağlayarak uygulama sürecine katkı sağlamıştır. Çemberin özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı üçüncü çalışma yaprağında ise yine yazılımın çemberin genel denklemi, çemberin genel formülünden genel denklemi, yarıçapı ve merkezi, çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının ve iki çemberin kesişme noktalarından geçen doğrunun denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmesine katkı sağladığı görülmüştür. Dördüncü çalışma yaprağında da öğretmen adaylarına sorulan geometrik yerler hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılım ekranında modellenmeye çalışılmış ve sonuçta bu geometrik yerler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu süreçte verilen geometrik yerleri kâğıt kalem ortamındaki gibi modellemeye çalışan öğretmen adayları yazılımın farklı ikonları sayesinde daha fazla uğraşmaktan kurtulmuşlardır. Yazılım bu süreçte bu şekilde öğretmen adaylarının uygulamalarına katkı sağlamıştır. Beşinci çalışma yaprağında da ekranda elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzunluklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu noktaların değişimine göre gözlemleyen öğretmen adayları elipsin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Yazılımdaki gözlemleri sonucunda elipsin genel denklemini bulan öğretmen adaylarının çoğunluğu bu genel denklemi kâğıt kalem ortamında bulmuş oldukları denklemi çözemeyerek sonuca ulaşamamışlardır. Yine bu süreçte elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını yazılımdaki tecrübeleri sonrasında matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Görüldüğü gibi beşinci çalışma yaprağında da yazılımın matematiksel genelleştirmeye katkı sağladığı sonuçta uygulamalarına yardımcı olduğu söylenebilir. Geometrik yerlerin sorulduğu altıncı çalışma yaprağında da öğretmen adaylarının çoğunluğu yazılım ekranında istenilenleri modellemeye çalışmış ve sonuçta geometrik yerleri gözlemlemeye çalışmışlardır. Bu süreçte daha önceki sorulan geometrik yerlere göre yazılımın özellikle iz bırakma ve sürgü nesnesi özelliklerini kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Bir diğer çalışma yaprağı olan yedinci çalışma yaprağında ise hiperbolün genel denklemini asal ve yedek çemberlerin yarıçapları cinsinden belirlemeleri, hiperbol üzerinde alınan noktadan hiperbolün odak noktalarına olan uzaklıklar farkının asal çemberin çapına eşit olduğunun belirlenmesi ile hiperbolün genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmeye çalışılması ve hiperbol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının matematiksel olarak genelleştirilmesi

süreçlerinde yazılımın katkı sağladığı söylenebilir. Bu şekilde tecrübe edinilen ifadelerin matematiksel olarak genelleştirilmesi yazılımın uygulamaya olan katkısını göstermektedir. Sekizinci çalışma yaprağında da parabolün özellikleri kavratılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte yazılım, parabol üzerinde alınan noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıklarının her seferinde eşit olduğunu öğretmen adaylarına göstermiştir. Yine yazılımda parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını kontrol ederek matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Bu şekilde yazılımın parabolün genel denklemini ve parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmelerine sonuçta uygulamalarına katkı sağladığı söylenebilir. Bir diğer yönergede ise öğretmen adaylarına sorulan geometrik yeri yazılımda modellemeye çalışmışlar ve bu geometrik yeri belirlemişlerdir. Yine yazılım bu süreçlerde modellemelerine ve problem çözmelerine yardımcı olduğundan uygulamalarına katkı sağlamıştır. Son olarak dokuzuncu çalışma yaprağında ise yazılım ile birlikte simetri merkezleri (h,k) olan geometrik yerleri ve belli bir açı ile döndürülmüş olan geometrik yerleri matematiksel olarak genelleştirebildikleri bu şekilde de uygulamaya katkısının olduğu görülmüştür.

Oluşturulan öğrenme ortamında uygulama ile ilgili ortaya çıkan bulgular özetlenecek olursa; öğretmen adaylarının yazılımda tecrübe etmiş oldukları ifadeleri matematiksel olarak genelleştirerek bir uygulama süreci yaşadıkları görülmüştür. Yani öğretmen adaylarının yazılımdaki yaşadıklarından yola çıkarak bu şekilde bir matematiksel denklem oluşturmaları tecrübe etmiş oldukları ifadeleri uygulamaya çalıştıklarını göstermektedir. Sonuçta yazılımın bu sürece katkısı öğretmen adaylarının yazılımdan gözlemledikleri durumlar ile matematiksel genelleştirmeler yapabilmeleridir. Diğer taraftan öğretmen adayları geometrik yerlerden olan çemberi rahatlıkla kâğıt kalem ortamında modelleyebildikleri görülmüştür. Fakat diğer geometrik yerleri öğretmen adaylarının çoğunluğunun kâğıt kalem ortamında modelleyemedikleri görülmüştür. Yazılımda bu geometrik yerleri gözlemlediklerinde ise rahatlıkla tanımlarını yapabildikleri gözlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları kendilerine verilen geometrik yere çeşitli tahminlerde bulunmuş ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında modellemeye çalışmışlardır. Tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklayamayan öğretmen adayları yazılımda düşündüklerini modellemeye çalışmışlardır. Bu süreçte öğretmen adaylarından bazılarının tahminlerini kâğıt kalem ortamındaki gibi davranarak yazılımda benzer şeyler çizmeye çalıştıkları görülmüştür. Sonuçta öğretmen adaylarının oluşturulan bu ortamda öncelikli olarak kâğıt kalem ortamında istenilenleri modellemeye çalıştıkları, sonrasında yazılımda modellerken kâğıt kalem ortamındaki gibi düşünerek yazılımın avantajlarını kullanamadıkları görülmüştür. Oluşturulan ortamda yazılımın iz bırakma, sürgü nesnesi gibi özelliklerini kullanamayan öğretmen adaylarına yazılım beş noktadan çizilen konik ve üç noktadan

çizilen çember seçenekleri ile yardımcı olmuştur. Bu seçenekler ile yazılımda istenilenleri modelleyen öğretmen adaylarının verilen geometrik yeri çözümlerine ulaştıkları gözlenmiştir. Kâğıt kalem ortamındaki eksikliklerin yazılımdaki modellemeler sonucunda ortadan kalktığı ve geometrik yerin daha iyi anlaşıldığı görülmüştür. Verilen geometrik yerlere öğretmen adayları zamanla yazılımın iz bırakma ve tek bir noktayı kullanarak gezdirme ve sürgü nesnesi gibi seçeneklerini kullandıkları yani yazılımın avantajlarını zamanla kullanabildikleri görülmüştür. Sonuç olarak öğretmen adaylarının yeni bilgi ve deneyimlerini uygulamakta zorlanmadıkları, bu süreçte çeşitli modellemeleri birlikte yaptıkları ve bu yapıların öğretmen adayları arasında tartışıldığı görülmüştür. Ayrıca çok çeşitli yaklaşımlarda bulunan öğretmen adaylarının öğrenme sürecinde, problemi anlama aşamasından model kurma basamaklarına kadar aralarında kurdukları işbirliği ve iletişimle, bilgisayar ekranında yapıların yorumlayarak işbirliği içerisinde bireysel akıl yürütme yoluyla ulaştıkları fikirleri matematiksel düşünmeye dönüştürerek istenilenleri yaptıkları gözlenmiştir. Bu süreci yoğun bir şekilde yaşayan öğretmen adaylarının çoğunluğu geometrik yerlere ilişkin bazı genellemelerde buldukları görülmüştür. Diğer yandan bu süreç içerisinde sorulan geometrik yerlerin önce tahmin edilmesi sonrasında yazılım ile modellenmesi; çözüm sürecinde öğretmen adaylarının ilgisini çektiği ve bundan dolayı sürece yoğun bir katılımın olduğu gözlenmiştir. Yine bu süreç içerisinde verilen geometrik yerlerin yazılımda modellenmesi ile bu tür problemlerin çözülmesi arasında iyi bir ilişkinin kurulduğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının uygulama sürecine katkı sağladığı yukarıdaki verilen bulgularda görülmektedir.

Oluşturulan öğrenme ortamında işbirliği ile ilgili ortaya çıkan bulgular özetlenecek olursa; öğretmen adaylarının ekrandaki istenilenleri oluşturmadan önce bir iş bölümü yaptıkları sonrasında istenilenleri oluşturmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Ekranda oluşturulan ifadelerden yola çıkılarak birbirleri ile iletişime geçen öğretmen adayları sonuçları yorumlamaya çalışmışlardır. Süreç içerisinde yazılımın giriş ekranına verilen denklemleri giren öğretmen adayları şekli oluşturamama, denklemleri yanlış girme gibi bazı sorunlarla karşılaşmışlardır. Bu sıkıntıları yazılımın yanlış girdi, geçersiz girdi gibi geri dönütleri sayesinde aşabildikleri görülmüştür. Yine bu süreçte yazılımın giriş ekranına yazılan denklemleri kaydetmesi ve yön tuşları ile geri çağırılabilmesi öğretmen adaylarının zamanlarını iyi kullanmalarına neden olmuş bu şekilde zorlandıkları geometrik yerler üzerinde daha fazla düşünebilme imkânı bulabilmişlerdir. Sonuç olarak oluşturulan bu ortamda yazılımın geri dönütleri sayesinde öğretmen adaylarının yanlışlarını düzeltmesi ve yazılan formüllerin geri çağırılması ile zamandan kazanılması yazılımın işbirliğine katkı sağladığını göstermektedir. Ayrıca kesişme noktalarını belirleme ve iki nesne arasındaki

ilişki ikonlarından hareketle asimptot gibi bazı matematiksel kavramları hatırlayabildikleri görülmüştür. Diğer taraftan sorulan geometrik yer problemlerini öğretmen adayları yazılımda modellerken kâğıt kalem ortamındaki gibi davrandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Buradan hareketle beş noktadan geçen konik ve üç noktadan geçen çember gibi alternatif ikonlar sayesinde yazılımda çok fazla nokta oluşturmaktan kurtulmuşlardır. Aslında iz bırakma, sürgü nesnesi ve noktaları hareket ettirme gibi yazılımın avantajlarını kullanmış olsalar yazılımın dönütleriyle birlikte işbirliği sürecini daha kolay bir şekilde gerçekleştireceklerdi. Fakat sorulan geometrik yer problemlerinde zamanla bu ikonların da kullanılmaya çalışıldığı görülmüştür. Ayrıca bu süreçte devamlı birbirleri ile yardımlaşan öğretmen adayları yazılımda oluşturdukları ile ilgili olarak fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinin fikirlerini dinledikleri gözlenmiştir. Diğer taraftan öğretmen adaylarının oluşturmuş olduğu grup içerisinde yazılım ile aralarında etkileşimin olduğu bu şekilde de grup içerisinde bir uyumun gerçekleştiği görülmüştür. Verilen geometrik yer problemlerini tahmin eden öğretmen adayları kâğıt kalem ortamında açıklamalarını yazılımdaki yaptıklarını gözlemleyerek yapmışlardır. Bu şekilde hem bakış açılarının değiştiği hem de düşüncelerinin değiştiği görülmüştür. Özetle öğretmen adayları grup içerisinde çalıştıklarından işbirliği her süreçte gerçekleşmektedir. Sonuçta öğretmen adaylarının bilgisayar destekli yazılım ile grup çalışması yapması, matematiksel bilgilerini yapılandırmalarında birbirlerine yardım etmelerinde ve öğrenmelerinin aktif bir biçimde ilgi ile gerçekleşmesinde yazılımın rolü olmuştur. Süreç içerisinde öğretmen adayları akıl yürütürlerken, matematiksel düşünürlerken ve modelleme yaparken sürekli işbirliği içerisinde hareket etmişlerdir. Bu görevler süreci içerisinde birbirleri ile iş bölümü yapan öğretmen adayları birbirleri ile iletişim sağlayarak fikir alışverişinde bulunmuşlardır. Sonuç olarak ise grup içerisinde birbiri ile yardımlaşan öğretmen adayları bilgilerinin yapılanmasına yardım etmişlerdir. Sonuç olarak GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının işbirliği sürecine katkı sağladığı yukarıdaki verilen bulgularda görülmektedir.

Oluşturulan öğrenme ortamında transfer etme ile ilgili ortaya çıkan bulgular özetlenecek olursa; öğretmen adayları yazılımdaki gözlemleri ile daha önceki öğrenmiş oldukları kavramları istenilen ifadeleri oluştururken kullanabilmişlerdir. Bu şekilde yazılımdaki gözlemler ile daha önceki öğrenilen bir kavram farklı bir matematik konusunda başka bir şekilde öğretmen adaylarının karşılıklarına çıkmıştır. Sonuç olarak oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adayları ekranda gözlemledikleri ile transfer süreci yaşayarak daha önceki yaşadıklarını farklı bir bağlamda ifade etmeye çalışmışlardır. Bu şekilde bir transfer sürecini matematiğin konuları arasında yaşayarak daha önceki bilgilerini farklı bir bağlamda kullandıkları görülmektedir. Yine oluşturulan ortam sayesinde öğretmen

adaylarından bir grup sadece bir kere yazılımdaki gözlemleri sonucunda günlük hayattan örnekler vererek öğrendiklerini günlük hayata transfer etmeye çalışmışlardır. Bu bulgu sadece elips ile ilgili olarak ortaya çıkmış fakat diğer geometrik yerlerde böyle bir durumla karşılaşılmamıştır. Bu durumda GeoGebra yazılımının günlük hayata olan transferdeki rolünün olmadığı anlamına gelebilir. Ayrıca öğretmen adayları ders içerisinde öğrenmiş oldukları kavramları yine ders içerisinde kullanarak başka kavramlara aktardıkları belirlenmiştir. Bu süreçte ise GeoGebra yazılımının öğrenilen kavramların transfer edilmesine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Bu şekilde ders içerisinde önceki öğrenmiş oldukları kavramları yine ders içerisinde başka kavramlara aktarmaya çalışmaları oluşturulan ortamın transfer sürecine katkısını göstermektedir. Diğer taraftan bazı öğretmen adaylarının kendilerine verilen ifadeleri kullanırlarken yazılımı kullanmadan ezbere hareket etmeleri sonucu transfer etmede başarısız oldukları, bazılarının ise yazılımı kullanarak transfer sürecinde başarı gösterdikleri görülmüştür. Sonuç olarak GeoGebra yazılımı çoğunlukla öğretmen adaylarının öğrendiklerini transfer etmesine katkı sağladığı yukarıdaki verilen bulgularda görülmektedir.

5. TARTIŞMA

Geometrik yer kavramının öğretiminde ihtiyaç duyulan bağlamın oluşmasında GeoGebra dinamik matematik yazılımının bir araç olarak kullanılabilmesinin amaçlandığı araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgular, araştırmanın alt problemlerine bağlı olarak literatürde yer alan çalışmalarla desteklenerek tartışılmıştır.

Matematiğin dallarından biri olan geometri, nokta, doğru, düzlem, düzlemsel şekil, uzay, uzaysal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle ilgilenen bir bilim dalıdır (Baykul, 2005). Bu dal çevremizde şekillerin açısı, uzunluk ve alan ölçümleri ile karşımıza çıkmaktadır. Bu varlıklardan etkili şekilde yararlanma, bunları tanıma, eşyanın şekli ile görevi arasındaki ilişkinin kavranması açısından geometri okul programlarında geniş yer tutmaktadır (Altun, 2004). Fakat geometrinin, matematik öğretmen adaylarının matematik içinde en az performans gösterdikleri ve öğretme konusunda en az güvene sahip oldukları bir alan olduğu da bilinmektedir (Jones, Mooney ve Harries, 2002). Analitik geometri ise cebir ve geometri arasında bir köprü oluşturan ve bu alanların birleşmesinden oluşan bir derstir (Riddle, 1996). Analitik geometrinin kuruluşu ile geometrideki eski sınırlı ve statik düşüncenin yerini, değişen niceliklerle uğraşmaya başlayan dinamik bir düşünce biçimi almıştır. Sonuçta analitik geometride, geometri, şeklin gözlenmesinden kurtularak cebire yaklaşmış dolayısıyla daha da soyutlaşmıştır (Gözen, 2001). Araştırmanın bulguları incelendiğinde de öğretmen adayları geometrik yerlerin soyut olduğunu ve kâğıt kalem ortamında bu yerleri ifade etmenin zor olduğunu belirtmişlerdir. Schumann (2003) da öğretmen adaylarının soyutlaşan bu analitik geometri derslerindeki bazı problemleri kurgulayamadığı yani hayal etmede zorlandıklarını belirtmektedir. Özerdem (2007) ise bu durumun hem günlük yaşam hem de lise yıllarındaki eksik tecrübelerden kaynaklandığını söylemiştir.

Analitik geometri kavramlarından olan geometrik yer kavramı ise öğrencilerin anlamakta zorlandıkları konuların başında geldiği de yapılan çalışmalarda belirtilmektedir (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009; Güven ve Karataş, 2009; Gülkılık, 2008; Açıkgül, 2012). Yapılan bu çalışmada da hem literatürdeki bu tür sıkıntılar hem de araştırmacının kendi dersindeki görmüş olduğu sorunlar sonucunda geometrik yer kavramının çalışılmasına karar verilmiştir. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında geometrik yer tanımlarından daha önce çok sık karşılaşmış olduğu çember kavramını tanımladıkları fakat diğer geometrik yerleri ise tam olarak tanımlayamadıkları belirlenmiştir. Zaten çoğu araştırmacı geometrik yer tanımının yanlış ifade edildiğini ve bu tür geometrik yerlerle ilgili olarak öğretmen adaylarının çeşitli yanlış bilgilere sahip

olduğunu belirlemişlerdir (Gülkılık, 2008; Güven ve Karataş, 2009; Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009). Diğer taraftan Gülkılık (2008) geometrik yerlerin çözümünde istenilen şartlara uygun en az üç tane olmak üzere özel noktalar bulunmasını ve bu noktaların birleştirilerek oluşturulan yörüngenin sezgisel olarak görülebileceğini ifade etmiştir. Yine Güven ve Karataş (2009) da yapmış oldukları çalışmalarında bu tür kavramların geleneksel ortamlarda görselleştirilmesinin zor olduğu ve çözümünde sezgilerin ön plana çıktığı sonucuna ulaşmışlardır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde de öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında birkaç nokta bularak sezgileri ile sonuçları yorumlamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Örneğin “*Herhangi bir çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?*” geometrik yerini kâğıt kalem ortamında belirlerken birkaç doğru parçası ve bu doğru parçalarının orta noktaları belirtilerek sonuçların yorumlanmaya çalışıldığı görülmüştür.

Alman müfredatında 100 yıl önce görülmeye başlayan geometrik yer kavramı (Gülkılık, 2008) düşünme biçimi, farklı tahminlerin yapılması ve soyut bir kavram olması (Botana ve Valcarce, 2003) gibi birçok nedenlerden dolayı ülkemizde hak ettiği değeri görememiştir (Gülkılık, 2008; Güven ve Karataş, 2009). Bu sebeplerden dolayı da geometrik yer tanımları sadece cebirsel olarak yapıldığı ve öğrenilmesi için dinamik görselleştirme becerilerine de ihtiyaç duyulduğu belirtilmektedir (Güven ve Karataş, 2009). Öğretmen adaylarının ifadeleri incelendiğinde de kâğıt kalem ortamında bazı geometrik yerleri belirlemelerinin zor olduğunu söyledikleri görülmüştür. Bu sebeplerden ve yaşanan zorluklar neticesinde bu tür kavramların öğrenilmesinde geleneksel yolların haricinde dinamik yazılımların kullanıldığı bir ortamın gerekliliği de araştırmacılar tarafından belirtilmiştir (Güven ve Karataş, 2009; Schumann ve Green, 2001; Cha ve Noss, 2004; Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Antohe, 2009; Botana ve Valcarce, 2003; Pekdemir, 2004; Real ve Leung, 2006; Açıkgül, 2012). Cha ve Noss (2001) yapmış olduğu çalışmalarında dinamik yazılımların geleneksel ortamlarda ihmal edilen ve analitik geometride önemli bir yere sahip olan, verilen şartları sağlayan keyfi bir noktayla başlayıp bu noktanın cebirsel bir formda genellenmesini öngören nokta tabanlı düşüncüyü geliştirdiğini ifade etmişlerdir. Araştırmanın bulgularında da kâğıt kalem ortamında geometrik yerleri belirlemeye çalışan öğretmen adaylarının bu tür ortamların aksine ekranda gözlemlediklerinin daha net olduğunu ifade ettikleri ve düşünmelerinin yazılım ile birlikte zamanla geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Yine araştırmanın bulguları incelendiğinde GeoGebra yazılımının bazı geometrik yer kavramlarının öğretiminde öğretmen adaylarına yardımcı olduğu görülmüştür. Zaten Baki, Çekmez ve Kösa (2009) ve Antohe (2009) GeoGebra dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde etkili bir araç olduğu ve bu

tür geometrik yerlerin çözümünde yeni fırsatlar sunduğunu ortaya koymuşlardır. Diğer taraftan Güven ve Karataş (2009) da yaptıkları çalışmada dinamik yazılımlar ile öğretmen adaylarının zamanla doğru tahminlerde bulduklarını belirtmişlerdir. Aynı şekilde yapılan bu araştırmanın bulgularında da geometrik yerlerin hem tanımlarının hem de bazı geometrik yerlerin çözümlerinde öğretmen adaylarının ekranda gözlemledikleri sonucunda zamanla daha doğru tahminler yapabildiği tespit edilmiştir.

Ayrıca yapılan bu çalışmada bağlam olarak GeoGebra yazılımı kullanılmış ve oluşturulan ortamın bağlam oluşturup oluşturmadığı REACT stratejisi ile analiz edilerek belirlenmeye çalışılmıştır. Bir bağlamsal öğrenme öğretme stratejisi olan REACT stratejisinin göstergeleri belirlenerek bu göstergelere göre elde edilen veriler analiz edilmiştir. Örneğin *“Daha önceki öğrenme süreçlerinde yapılandırılan bilgilerin GeoGebra dinamik yazılımı ekranında karşılına çıkması ve konu hakkında yorumların yapılması, ilişkinin tanımlanması”* REACT stratejisinin ilk bileşeni olan ilişkilendirme sürecinin göstergesi olarak ele alınmış ve bu şekilde analiz edilerek ilişkilendirme ile ilgili ortaya çıkan bulgular belirlenmiştir. Tecrübe etme ile ilgili olarak *“Tahminleri ile modelleme sonucu oluşan geometrik yerlerin karşılaştırılması”* *“Daha önce öğrendiklerini yazılım ile yeniden tecrübe ettiklerini ifade etmeleri”* gibi göstergeler ele alınmış ve yapılan analizler sonucunda bulgular belirlenmiştir. Uygulama ile ilgili olarak ise örneğin *“Yönergelerde GeoGebra ekranında gerçekleşen tecrübelerin sonrasında matematiksel genelleştirme yapmaları”* *“Verilen ifadelerin kâğıt kalem ortamında veya yazılımda modellenenbilmesi”* göstergeleri ile analiz edilerek bulgular oluşturulmuştur. İşbirliği sürecinde ise oluşturulan ortam grup çalışması olduğundan öğretmen adayları her süreçte bir işbirliği içerisinde istenilenleri ekranda oluşturmaya çalışmışlardır. Bulgular oluşturulurken daha çok yazılımın işbirliği sürecine olan katkısı ortaya çıkarılmaya çalışılmış ve bunun içinde *“Bilgisayar ekranındaki dönütlerle çalışma yaprağında yapılanların kontrol edilmesi ve karşılaştırılması”* *“Etkinliklerin tamamlanması sırasında; yardımlaşma, fikir alışverişinde bulunma ve işbölümü yapma”* gibi göstergeler kullanılarak işbirliği ile ilgili ortaya çıkan bulgular oluşturulmuştur. Transfer sürecinde ise *“Daha önceki öğrenmiş olunan kavramların yeni yönergelerde kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışma”* gibi göstergeler ele alınmış ve bu göstergelere göre verilerin analizi yapılmıştır. Ulusal ve uluslararası bağlam temelli öğrenme ortamlarına ait literatür incelendiğinde oluşturulan bağlam temelli ortamın daha çok nicel değerlendirmeler (Kuhn ve Müller, 2014; Yu, Fan ve Lin, 2014; Pierce, 2013; Demircioğlu, Dinç ve Çalık, 2013; Kurnaz, 2013; Köse ve Torun, 2011) ile yada REACT stratejisine göre oluşturulan ortamın nitel veya nicel analizinin yapıldığı görülmektedir (Ingram, 2003; Coştu, 2009; Çatlıoğlu, 2010; Demircioğlu, Vural ve Demircioğlu, 2012; Satriani, Emilia ve Gunawan, 2012). Bu çalışmaların çoğunda

bağlamın problemlere ve günlük yaşama dayalı olduğu bir bağlamsal öğrenme ortamı tasarlanmış ve bu ortamın etkililiği araştırılarak incelenmiştir. Kullanılan bağlamların ise öğrenme sürecinde başarılı olduğu sonuçlarına ulaştıkları görülmüştür. Bu çalışmada ise bağlamın GeoGebra olduğu bir bağlamsal öğrenme ortamında öğretmen adaylarının geometrik yer kavramının öğretimi konusundaki etkililiği REACT stratejisi boyutlarında incelenmiştir. Yapılan çalışmalara bakıldığında bu çalışma hem bağlamın GeoGebra yazılımı olması hem de analiz yöntemi bakımından diğerlerinden ayrılmaktadır.

Aşağıda oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının REACT stratejisinin her bir bileşenine göre bağlam oluşturmadaki rolüne ait olan bulgular literatür ile desteklenerek tartışılmıştır.

5. 1. İlişkilendirme İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması

Günümüz matematik eğitimi programlarında ilişkilendirme önemle vurgulanmaktadır (Chapman, 2012). Özellikle NCTM (2000) öğrencilerin matematiği günlük yaşamla, diğer disiplinlerle ve diğer konular ile ilişkilendirilmesinin önemini vurgulamaktadır. Bu çalışmada da oluşturulan ortamda ilişkilendirme ile ilgili olarak ortaya çıkan bulgular tartışılmıştır. Ötellenme ve dönme dönüşümlerine ait olan çalışma yaprağında noktanın ötelenmesini ekranda gözlemleyen öğretmen adayları daha önceki öğrenmiş oldukları vektör tanımını daha iyi anlamlandırdıklarını ifade etmişlerdir. GeoGebra ekranında bir nokta ve bu noktadan geçen bir vektör olarak oluşan noktaları hem cebir hem de grafik ekranından gözlemleyen öğretmen adayları bu gözlemleri sonucunda vektör tanımını hatırlamışlardır. Vektör tanımını daha önceleri bir noktanın hareketi yani bir başlangıç noktasından adımlarla yürüyerek belirlediklerini söylemişlerdir. Bu şekilde GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının daha önceki öğrenmiş oldukları bilgilerini farklı bir bağlamda yapılandırmalarını sağlayarak ilişkilendirme sürecini kolaylaştırmıştır. Çatlıoğlu (2010) yapmış olduğu araştırmada öğretmen adaylarının verilen olasılık problemine az sayıda deney yaparak tahminde bulduklarını fakat bilgisayarda bu az sayıdaki deneyi simülasyonlarla daha fazla yapabildiklerini ve bu şekilde bilgilerini yapılandırarak ilişkilendirme yapabildikleri sonucuna ulaşmıştır. Hiperbolün özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında öğretmen adayları tabloda verilen hiperbol denklemlerini ve doğrularını giriş ekranına girerek yazılımın hem kesişme hem de iki nesne arasındaki ilişki ikonlarından kesişip kesişmediklerini belirlemişlerdir. Yazılımın bu süreçte öğretmen adaylarına asimptot geri dönütünü vermesi ile daha önceleri analiz dersindeki kâğıt kalem ortamında öğrenilen fakat tam olarak anlamlandırılmayan bilgilerin yazılım ile anlamlandırıldığı ve bu şekilde de ilişkilendirme yapıldığı görülmüştür. Bu durumda GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına asimptot geri dönütü vermesi daha önceki

öğrenilen fakat anlamlandırılmayan bilgilerinin yapılandırmasına neden olarak ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır. Yine geometrik yerlere ait problemlerin sorulduğu çalışma yapraklarında; öğretmen adaylarının kendilerine sorulan geometrik yerlere kâğıt kalem ortamında vermiş oldukları cevaplardan emin olamadıkları fakat yazılımda modellediklerinde daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür. Bu süreçte verilen geometrik yerlere çeşitli tahminlerde bulunan öğretmen adayları bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışlar fakat bu açıklamalarının doğruluklarından emin olamadıklarını belirtmişlerdir. Sonrasında ise GeoGebra yazılımında modellenen geometrik yerler sayesinde bu emin olamadıkları sonuçların yanlışlıklarını veya doğruluklarını gözlemleyerek sonuca ulaşabilmişlerdir. GeoGebra yazılımı bu süreçte öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında emin olamadıkları cevaplarını yapılandırmalarına sebep olarak ilişkilendirme süreçlerini kolaylaştırmıştır. Coştu (2009) ve Çatlıoğlu (2010) yapmış olduğu çalışmalarında öğretmen adaylarının öğrenme süreçlerinde yapılandırdıkları bilgilerin yine ders içerisinde bu kez farklı bir bağlamda yine karşılıklarına çıkmasının ilişkilendirme sürecinin bir göstergesi olarak ifade edileceğini belirtmişlerdir. Bu şekilde geometrik yerlerin kâğıt kalem ortamında birkaç nokta ile tahmin edilmesi zor bir süreç olduğundan yazılımda gözlenmesi ile bilgiler rahatlıkla yapılandırılabilir. Öğretmen adaylarının emin olmadıkları ilişkileri ekranda gözleyerek kâğıt-kalem ile yapmaya çalışmaları ilişkilendirmeyi tamamladıklarını göstermektedir. Bu durumda GeoGebra yazılımının ilişkilendirmelerin tamamlanmasında rol oynayabileceğini göstermektedir. Sonuç olarak oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarına verilen geometrik yerlerde düşündüklerinin farklı bir bağlamda karşılıklarına çıkmasını sağlayarak ilişkilendirme sürecine katkı sağlamıştır.

Diğer taraftan elips üzerindeki bir noktadan odak noktalarına olan uzaklıklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu ve bu şekilde geometrik yer tanımındaki bilgilerini yapılandırmaya çalıştıkları görülmüştür. GeoGebra yazılımı bu süreçte ekran üzerinde yapılanları hem grafik ekranında hem de cebir ekranında öğretmen adaylarına sunduğundan bilgilerini yapılandırma imkânı bulabilmişlerdir. Yıldız, Baltacı ve Aktümen (2012) de yapmış oldukları çalışmalarında öğretmen adaylarının GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile bilgilerini yeniden yapılandırdıklarını ifade etmişlerdir. Kutluca ve Zengin (2011) ise GeoGebra dinamik matematik yazılımı yardımıyla geliştirmiş oldukları çalışma yaprakları sayesinde öğrencilere bilgilerini yapılandırma fırsatının verileceğini belirtmişlerdir. Yine Türkdoğan (2006) ve Laborde vd. (2006) de bilgisayar destekli eğitim sayesinde öğrencilerin bilgilerini yapılandırabileceklerini ifade etmişlerdir. GeoGebra yazılımının hem cebir hem de grafik ekranını bir arada sunarak çoklu gösterimleri sayesinde öğretmen adaylarının bilgilerini yapılandırmasına yardımcı olduğu söylenebilir.

Bu şekilde bağlamların öğrencilerin öğrenmelerinde aktif bir şekilde kullanılması onların başarılarını artırmasında önemli bir rol oynayacağı beklenen bir durumdur. Bu durumun değerlendirilmesi ve her süreçte öğretmenlerin sınıflarında kullanmaları bu başarıyı artırmada anahtar görevi üstlenebilir. Bu süreçte öğretmen adaylarının yazılımdaki ifadeleri kullanarak daha önceki bilgilerini farklı bir bağlamda yapılandırdıkları ve bu şekilde ders içerisinde çeşitli yorumlar yapabildikleri görülmüştür.

Öteleme ve dönme dönüşümlerine ait olan çalışma yaprağında ekranda alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini daha önceki öğrenmiş oldukları vektör tanımı ile ilişkilendirdikleri görülmüştür. Yine çemberin özelliklerinin anlatılmaya çalışıldığı çalışma yaprağı ile oluşturulan öğrenme ortamında da öğretmen adaylarının ekranda yapılanlar sonucunda çemberin geometrik yer tanımını ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramlarını hatırladıkları ve bu ifadeler ile ilişkilendirme yaptıkları sonuçta da çemberin genel denklemini oluşturdukları tespit edilmiştir. Ayrıca elips, hiperbol ve parabolün özelliklerinin anlatıldığı çalışma yapraklarında da yine ekranda yapılanlar sonucunda geometrik yer tanımının hatırlandığı ve bu bilgiler ile ilişkilendirme yapıldığı belirlenmiştir. Elipsin özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında elips ile doğru denklemlerini ekranda gözlemleyen öğretmen adayları kesişimlerinin olup olmadığını kesişiyorlar ise hangi noktalarda kesiştiklerini ekranda gözlemlemişlerdir. Bu süreçte daha önceki öğrenmiş oldukları kavramlar olan çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarından hareketle sonucu ifade etmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Diğer taraftan geometrik yerlerin ötelenmesi ve dönmesine ait olan çalışma yaprağında da öğretmen adaylarının ön bilgileri yazılımda yaptıkları ile ortaya çıkmış ve bu ön bilgiler ile ilişkilendirme yapılmıştır. Görüldüğü gibi GeoGebra yazılımı grafik ekranındaki noktaların hareket ettirme özelliği ile bu özellikte değişen denklemleri cebir ekranında göstermesi öğretmen adaylarının ilişkilendirme yapmasını sağlamıştır. Bu şekilde matematiğin konuları içerisinde kavramlar arasında bir ilişkilendirme süreci yaşayan öğretmen adayları ekrandaki gözlemleri ile daha önceki yaptıklarını hatırlayarak öğrenmiş oldukları bilgileri zenginleştirebilmişlerdir. Zaten matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilendirmelerin araştırılması, tartışılması gerekmektedir (MEB, 2005). Ancak bu şekilde yeni bilgilerle mevcut bilgi birikimleri arasında ilişki kurulduğunda öğrenme daha kalıcı hale gelir (Ayas vd., 2011). Dörr (1999) ve Ayvaci, Ültay ve Mert (2013) öğrenme ve öğretme de anlamlı ve uygun bağlamların kullanılması ile öğrenenlerin ön bilgileri ile yeni bilgilerini ilişkilendirmesine olanak vereceğini ifade etmişlerdir. Coştu vd. (2008) de öğrencilerin matematiğin yararlarını anlayabilmeleri için matematiksel kavram ve becerilerin birbiriyle ilişkilendirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Bu tür ifadelerde daha önceki konuların ortaya çıkarılmaya çalışılması öğretmen adaylarının başarılarının artmasına neden olabilir. Diğer

tarafından Crawford (2001) ve Parnell (2001) öğrencilerin ön bilgileri ile ilişkilendirmeler yapabileceğini ve bu ilişkilendirmeler ne kadar başarılı olursa konuyu kavramanın da daha kolay olacağını ifade etmişlerdir. Çatlıoğlu (2010) da yapmış olduğu çalışmasında öğretmen adaylarının ilişkilendirme sürecinde ön bilgilerini kullandıklarını ve bu şekilde matematiğin konuları arasında ilişkilendirmeler yaptığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca Ültay ve Çalık (2011) da ön bilgilerinin ortaya çıkmasında bilgisayar yazılımlarının kullanılabilirliğini bu şekilde de ilişkilendirme sürecine katkısının olabileceğini ifade etmişlerdir. Kutluca ve Baki (2013) de yapmış oldukları çalışmalarında çalışma yapraklarının ekrandaki görüntülerinin öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme yapmalarına yardımcı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Sonuçta yapılan araştırmalar uygun bağlamların kullanıldığında öğrencilerin var olan potansiyellerinin ortaya çıkarılabileceğini göstermektedir (Murphy, 1994; Hennessy, 1993). Bağlamın GeoGebra dinamik matematik yazılımı olduğu bu çalışmada matematiğin konuları arasında bu tür ilişkilendirmeler yapılması yazılım ekranlarından herhangi birinde yapılan değişikliği diğer ekranlarda da göstermesi yani yazılımın çoklu gösterim sağlaması sonucu ortaya çıkmış olabilir. Bu durumda yazılım sayesinde ön bilgilerin ortaya çıkarılarak ve kullanılabilirliğini göstermektedir. Sonuçta oluşturulan ortam ile yazılımdan gözlemlenen ifadelerin yorumlanması esnasında daha önceki öğrenilmiş olan kavramların yazılım ile birlikte hatırlanarak kullanılması yazılımın ilişkilendirme sürecini kolaylaştırdığının bir göstergesidir.

Yapılan çalışmada öğretmen adayları çalışma yapraklarını doldururlarken yönergelerin hemen hemen hepsinde günlük hayat ile ilişkilendirme yapamadıkları belirlenmiştir. Sadece geometrik yer tanımlarının yapılmasına dair çalışma yaprağının elips ile ilgili yönergesinde öğretmen adaylarından bazıları ekrandaki gözlemleriyle günlük hayattan örnekler vermeye çalışmışlardır. Bu şekilde oluşturulan ortam ile ekrandaki gözlemlerini günlük hayat ile ilişkilendiren öğretmen adaylarının elipsin tanımını daha iyi anlamış oldukları görülmüştür. Bu süreçte elips üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının değişmediğini cebir ekranından gözlemleyen öğretmen adaylarından bazıları bu süreci vermiş oldukları ip örneği ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Sadece bu süreçte GeoGebra yazılımı bu öğretmen adaylarına uzunluklar toplamının değişmediğini hem cebir hem de grafik ekranında göstererek günlük hayat ile ilişkilendirme yapmalarına katkı sağlamıştır. Bunun nedeni çalışma yapraklarının günlük hayatla ilgili örnekleri içermemesine ve bununla ilgili yönergelere yer verilmemesine bağlanabilir. Bu nedenden dolayı yapılan çalışmada bu şekilde günlük hayattaki bir ifadenin geometrik yer kavramları ile ilişkilendirilmesi gerçekleşmemiş olabilir. Bu süreçte yazılımdaki gözlemler ile günlük hayattan örnekler verilmesi sadece geometrik yerlerden

olan elipste rastlanılmıştır. Baki vd. (2009) lise öğrencileri ile yaptıkları araştırmada matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesinin öğrenilecek konu için bağlam oluşturmada önemli ve gerekli olduğunu vurgulamışlardır. Putter-Smits, Takonis ve Jochems (2013) ve Rose (2012) problemlerin günlük yaşam ile ilişkilendirilerek öğrencilere verilmesinin onların anlamalarında etkili olduğunu belirlemişlerdir. Diğer taraftan Price ve Stacey (2005) GeoGebra yazılımı sayesinde günlük hayattan esinlenen problemlerin modellenebileceği ve bu şekilde matematik ile ilişkilendirilebileceğini belirtmiştir. Görüldüğü gibi çalışma yaprakları günlük hayattan örnekler ile hazırlanmış olursa günlük hayata dair ilişkilendirmeler daha sık yaşanabilir.

Oluşturulan ortamda öğretmen adayları çalışma yapraklarını doldururlarken yönergelerin hiçbirinde farklı bir disiplinle ilişkilendirme yapamadıkları görülmüştür. Çalışma yapraklarındaki yönergelerde diğer disiplinleri ortaya çıkarabilecek durumlar olmuş olsa belkide bu şekilde bir ilişkilendirme ortaya çıkabilecekti. Fakat yapılan çalışmada disiplinler arasındaki ilişkilendirmenin ortaya çıkmasında GeoGebra yazılımının rolüne bakıldığından çalışma yaprakları farklı bir disipline ait yönergeleri içermemektedir. Nitekim Çatlıoğlu (2010) da yapmış olduğu çalışmasında öğretmen adayları ile çalışılacak konuyu seçerken farklı disiplinlerle ilişki kurulabilecek şekilde olan konuları seçmiştir. Bu şekilde bu konulardan hareketle farklı disiplinlerin ile ilişkilendirmeler yaptıklarını belirlemiştir. Yapılan çalışmalar matematiğin farklı disiplinlerin ile ilişkilendirmesi gerektiğini göstermekte ve bu şekilde öğrencilerin verilen konuları daha iyi anlamlandırdıklarını göstermektedir (Schwalbach ve Dosemagen, 2000; Bodner, 2006; MEB, 2005).

Özetle, oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının ilişkilendirmeye çalışma yapraklarının bütün yönergelerinde değil bazı yönergelerinde yardımcı olduğu görülmüştür. Bütün bu süreçler genel olarak incelendiğinde oluşturulan ortamda öğretmen adayları öncelikle birbirleriyle iletişime geçerek istenilenleri yazılım ile oluşturmaya çalışmışlardır. Yazılımdan gelen dönütler sayesinde matematiksel düşünen öğretmen adayları işbirliği içerisinde akıl yürüterek ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Bu ilişkilendirmelerinde özellikle ders içi ilişkilendirmelerinin ve matematiğin konuları arasında bir ilişkilendirmenin yaşandığı fakat disiplinler arası ve günlük hayatla bir ilişkilendirmenin yaşanmadığı gözlenmiştir. Nitekim Çatlıoğlu (2010) da yapmış olduğu çalışmasında ilişkilendirme sürecinin iletişim, matematiksel düşünme, işbirliği ve akıl yürütme döngüsü etrafında gerçekleştiğini ve sonuçta ders içi, matematiğin konuları arasında ve disiplinler arası bir ilişkilendirmelerin gözlemlendiğini teori ve modellerle ortaya koymuştur. Oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarının bu şekilde yazılımında yardımcı olduğu bir döngü içerisinde istenilenleri oluşturmaları ve sonuçta analitik geometri kavramları arasında azda

olsa bir ilişkilendirmenin ortaya çıkması geometrik yer kavramının öğrenilmesinde ilişkilendirme sürecinin gerçekleşmesinde GeoGebra yazılımının fazla bir rol oynamadığını göstermektedir.

5. 2. Tecrübe Etme İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması

Geometrik yer tanımlarının yapılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında bu tanımları kâğıt kalem ortamında yapmaya çalışan öğretmen adayları çember tanımı hariç diğer geometrik yerlerin tanımında çoğunlukla başarısız olmuşlardır. Güven ve Karataş (2009) da geleneksel yaklaşımın kullanıldığı öğrenme ortamlarında geometrik yer tanımlarının geometrik tanımlamalarının yerine cebirsel ifadelerle tanımlamalar yapıldığını ve bu şekilde sıkıntılar yaşandığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmen adayları sonrasında yazılımda istenilen durumlardan yola çıkarak bu geometrik yer tanımlarını yapmaya çalışmışlar ve kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırarak tecrübe süreci yaşamışlardır. Diğer taraftan çemberlerin özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında verilen çemberler ve doğruları ekranda oluşturan öğretmen adayları kesişme durumlarını kontrol ederek kâğıt kalem ortamındaki yaptıkları ile karşılaştırma imkânı bulmuşlardır. GeoGebra bu süreçte geometrik yer problemlerinde iz bırakma, yer tanımı gibi ikonları ile çemberlerin kesişme durumlarında ise kesişme durumlarının kontrol edilmesine ait ikonlar yardımıyla öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırmasına imkân sağlayarak tecrübe sürecini kolaylaştırmıştır. Dutton ve Dutton (1991) ve Scher (1999) öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutumlarının istenilenlerin sadece kâğıt kalem ortamında yapılmasına bağlamıştır. Teknoloji ile bu tür deneyimler geliştirilebilir (NCTM, 2000). Arcavi ve Hadas (2000) da kâğıt kalem ortamındaki yaşanan bu tür deneyimlerin yazılımdaki deneyimler ile karşılaştırılabileceğini ifade etmiştir. Zaten geometrik yer kavramı ile yapılan çalışmalarda kâğıt kalem ortamında yapılanlar ile dinamik yazılımlar ile yapılanların karşılaştırıldığını göstermektedir (Açıkgül, 2012; Pekdemir, 2004; Güven ve Karataş, 2009). Kâğıt kalem ortamında yapılmaya çalışılan bu durumların somut olarak ekranda karşılına çıkması öğretmen adaylarının karşılaştırma yapmalarına neden olmuş olabilir. Sonuçta soyut bir şekilde ifade edilmeye çalışılan geometrik yerler öğretmen adaylarının anlamlandıramadıkları kafalarında canlandırmadıkları bir yapı halinden kurtulmuştur.

Öğretmen adayları daha önceki haftalarda tecrübe etmiş oldukları çemberler ile doğruların birbirine göre durumlarından hareketle diğer geometrik yerler ve doğruların birbirine göre durumlarını yine ekranda oluşturmuş oldukları geometrik yerler ve doğruların kesişim noktalarının belirlenmesi ile tecrübe etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımı daha önce çember konusunda yapılanları tekrar ettirerek öğretmen

adaylarının diğ er geometrik yerler ve doğruları giriş ekranına girmelerini ve kesişme durumlarını kontrol etmelerini sağlamış ve bu şekilde daha önceki tecrübelerini yaşamalarına katkıda bulunmuştur. Nitekim Çatlıoğlu (2010) yapmış olduğu araştırmasında öğretmen adaylarının daha önceki tecrübelerini farklı bir bağlamda tecrübe edebildiklerini belirtmiştir. Bu süreçte GeoGebra yazılımının ön koşul olması öğretmen adaylarının daha önceki çemberlerdeki yaşamış oldukları bu tecrübelerini aynı bağlam ile diğ er geometrik yerlerde yaşamalarına sebep olmuştur.

Geometrik yerlerin sorulduğu çalışma yapraklarında ise öğretmen adayları sorulan geometrik yerleri tahmin etmiş sonrasında da kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışlardır. Ardından tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklayamadıkları fakat yazılım ile bu süreci tamamlayan öğretmen adaylarının tahminlerini ve kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırabildikleri görülmüştür. Ekranda bu süreci tamamlayamayan öğretmen adaylarının ise tahminlerine ve kâğıt kalem ortamında yapmış oldukları açıklamalarına doğru olarak baktıkları ve sonuçlarını bu şekilde sınırlandırdıkları belirlenmiştir. Bu süreçte birbirleri ile iletişime geçerek geometrik yerleri önce tahmin eden öğretmen adayları tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmış sonrasında da ekranda istenilen geometrik yeri oluşturarak yaptıklarını karşılaştırma imkânı bulabilmişlerdir. GeoGebra yazılımı bu süreçte öğretmen adaylarının tahminlerini ve kâğıt kalem ortamında yaptıklarını karşılaştırmalarına olanak sağlayarak tecrübe sürecini kolaylaştırmıştır. Çatlıoğlu (2010) ve Güven ve Karataş (2009) da yapmış olduğu çalışmalarında öğretmen adaylarının tahminlerini yazılım ile karşılaştırarak bir tecrübe süreci yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen adaylarının verilen geometrik yerleri önce tahmin etmeleri ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları sonrasında yazılımda modelledikleri ile karşılaştırmaları yönergelerde istendiğinden bu şekilde bir tecrübe sürecinin yaşanması beklenen bir durumdur. Bu süreçte oluşturulan ortam ile birlikte yazılımın öğretmen adaylarının yaptıklarını karşılaştırmasına sebep olarak tecrübe etmelerine katkı sağladığı görülmüştür.

Öteleme ve dönme dönüşümlerine ait olan çalışma yaprağında verilen ilk yönergede ekranda alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesi ile vektörün bitiş noktasını ekranda değiştiren öğretmen adayları oluşan noktaya göre yorumlar yapabilişlerdir. Diğ er bir yönergede eksenleri bir vektör kadar öteleyen ve oluşan yeni eksenleri vektörün koordinatlarına göre yorumlayan öğretmen adayları yazılımın bu sürece katkısı ile verilen bir noktanın yeni eksenlere göre koordinatlarını belirlemeye çalışmışlardır. Yine çemberin özellikleri ile ilgili olan çalışma yaprağında da ekrandaki çemberleri değiştiren öğretmen adayları cebir ekranındaki değişen denklemlerden yola çıkarak çemberin genel denklemini belirleyemeye çalışmış, çemberin genel denklemini,

yarıçapını ve merkez noktasını verilen genel formülden bulmaya çalışmışlardır. Sonuçta yazılım, öğretmen adaylarının hem çemberin genel denklemini hem de genel formülünü kullanarak genel denklemini, yarıçapını ve merkezini bulmaya bu şekilde de tecrübe etmelerine katkı sağlamıştır. Elipsin özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında ise ilk olarak ekranda odak noktalarını değiştiren öğretmen adayları asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ve odak noktasının asal çemberin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığının nasıl değiştiğini ekranda gözlemleyebilmişlerdir. Yine bir diğer ifade de ekranda elips üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu ekrandaki noktaları değiştirerek belirlemişlerdir. Ayrıca hiperbolün özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında da ekrandaki hiperbol üzerinde alınan herhangi bir noktadan odaklara çizilen doğru parçalarının uzunlukları farkının asal çemberin çapına eşit olduğunu ekranda yapılanlar sayesinde belirleyebilmişlerdir. Yine parabol ile ilgili olan çalışma yaprağında da ekranda parabol üzerinde alınan noktadan odağa ve doğrultmana çizilen uzunlukların birbirine eşit olduğu sonucuna ekrandaki noktaları değiştirerek ulaşmışlardır. Sonuncu çalışma yaprağında ise öğretmen adayları geometrik yerlerin öteleme ve dönme dönüşümleri sonrasındaki durumlarını belirlemeye çalıştıkları görülmüştür. İlk olarak simetri merkezi orijin olmayan geometrik yerler ekranda oluşturulmuş ve bu geometrik yerler ekranda değiştirilerek simetri merkezlerini belirlenmeye çalışılmıştır. Yine bu süreçte verilen geometrik yerleri yönergedeki tabloda verilen açılara göre döndürmüşler ve sonuçta dönme dönüşümlerini yazabilmişlerdir. Görüldüğü gibi GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının ekran üzerindeki noktaları değiştirdikçe cebir ekranında oluşan geometrik yer denklemlerinin nasıl değiştiğini gözlemlemelerine yine noktalarının değişimi ile uzunluklara bu uzunlukların toplamları ve farklarının nasıl değiştiğini göstererek istenilen sonuca ulaşmalarına yardımcı olmuştur. Bu şekilde öğretmen adaylarının tecrübe süreçlerini kolaylaştırdığı görülmüştür. Öğrencilerin kendi deneyimleri ile bilgileri öğrenileceği bilinmektedir (NRC, 2012). Gonzàlez ve Herbst (2009) ve Santos-Trigo ve Cristóbal-Escalante (2008) de yapmış oldukları çalışmalarında öğrencilerin dinamik yazılımlar sayesinde çeşitli ölçmeler ve keşifler yaşayarak çıkarımlarda bulunabildiklerini belirtmişlerdir. Anabousy vd. (2014) de öğrencilerin GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile tecrübe yaşayarak keşifler yapabileceklerini vurgulamışlardır. Arcavi ve Hadas (2000) ve Sheffield ve Cruikshank (2005) de araştırmalarının sonucunda dinamik yazılımların görselleştirmenin yanı sıra öğrencilerin deneyimler yaşayarak öğrenmelerine katkı sağladığını ve bu deneyimler ile öğrencilerin sadece gözlem yapmakla kalmayıp, aynı zamanda ölçüm yapabilme, karşılaştırma ve şekilleri değiştirebilme gibi etkinliklerde bulunabildiğini belirtmişlerdir. Yine Ültay ve Çalık (2011) tecrübe etme sürecinde

öğrencilerin kendi bilgilerini denediklerini, gözlem yaptıklarını, deneyim kazanarak bilgiyi keşfettiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca Karataş (2011) yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının dinamik yazılımlar sayesinde matematiksel ilişkileri keşfettiklerini bu şekilde de kavramları daha iyi öğrendiklerini söylemiştir. Zaten GeoGebra yazılımında değişen noktalar, eşitliklerle grafik üzerinde ve denklemlerinde oluşan değişimi gözlemlemek mümkündür (Hohenwarter ve Jones, 2007). Bu şekilde cebirsel ve geometrik gösterimler arasındaki ilişkiler bulunup karşılaştırılabilir (Hohenwarter ve Jones, 2007; Kabaca ve Aktümen, 2010). Tecrübe etme sürecinde öğrencilerin araştırma, keşif ve buluş yoluyla yaşayarak öğrenecekleri de belirtilmiştir (Crawford, 2001). Dikovich (2009) ve Lachmy ve Koichu (2014) da öğrencilerin GeoGebra dinamik matematik yazılımı sayesinde birçok temsiller aracılığı ile matematiksel yapılarla ilgili olarak çeşitli keşifler yapabileceğini söylemiştir. Ayrıca dinamik yazılımlarla öğrencilerin etkileşimli deneyimler yaşayacağı bu şekilde geometrik şekilleri ve bu şekiller arasındaki ilişkilerin kavranabileceği de belirtilmiştir (NCTM, 2000; Sheffield ve Cruikshank, 2005). Yine Güven (2002) de yapmış olduğu çalışmada dinamik yazılımların hareketli yapıları sayesinde öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfedebildiklerini belirlemiştir.

Bütün bu süreçlerde özellikle GeoGebra yazılımının iz bırakma özelliğinin öğretmen adaylarının geometrik yerleri gözlemlemelerinde tecrübe etmelerini kolaylaştırdığı gözlenmiştir. GeoGebra yazılımının iz bırakma özelliği sayesinde öğretmen adayları oluşabilecek geometrik yerleri rahatlıkla gözleme imkânı bulabildiklerinden bu tecrübelerinde onlara yardımcı olmuştur. Çalışma yapraklarının daha çok keşfetmeye yönelik yönergelerinin olması bütün bu durumların ortaya çıkmasına sebep olmuş olabilir. Görüldüğü gibi öğretmen adaylarına bu şekilde çalışma yapraklarında keşfedici yönergeler verildiğinde yazılımı kullanarak çeşitli sonuçlara ulaşabilirler ve bu sonuçları ekrandaki gözlemleri ile yorumlama imkânı bulabilirler. Sonuçta GeoGebra yazılımı çalışma yapraklarındaki hemen hemen bütün yönergelerinde öğretmen adaylarının tecrübe etmelerine katkı sağlamıştır.

Bütün bu süreçler genel olarak incelendiğinde ise oluşturulan ortamda öğretmen adayları istenilenleri yazılım ile oluşturmaya çalışmışlardır. İstenilenlerin oluşturulmasında GeoGebra yazılımının özellikle iz bırakma, çoklu gösterimleri gibi özellikleri öğretmen adaylarına yardımcı olmuştur. Yazılımdan gelen dönütler sayesinde matematiksel düşünen öğretmen adayları işbirliği içerisinde akıl yürüterek istenilenleri tecrübe edebilmişlerdir. Bu tecrübelerinde ise eski tecrübelerini, daha önce duyduğu tecrübeleri ve tamamen yeni bir tecrübe sürecini yazılım ile yaşadıkları gözlenmiştir. Çatlıoğlu (2010) ise yapmış olduğu çalışmada tecrübe sürecinin iletişim, matematiksel düşünme, işbirliği ve akıl yürütme döngüsü etrafında gerçekleştiğini ve sonuçta eski tecrübelerini tekrar

yaşama, daha önce duyduğunu tecrübe etme ve tamamen yeni bir tecrübe yaşama süreçlerinin ortaya çıktığını teori ve modellerle ortaya koymuştur. Oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarının bu şekilde yazılımında yardımcı olduğu bir döngü içerisinde istenilenleri oluşturmaları, GeoGebra yazılımının tecrübe etme sürecine olan katkısının göstergesi olabilir.

5. 3. Uygulama İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması

Geometrik yer tanımlarının yapılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında öğretmen adayları çemberi ekranda rahatlıkla modelleyerek geometrik yer tanımını kâğıt kalem ortamında olduğu gibi rahatlıkla yapabilmişlerdir. Diğer taraftan elips, hiperbol ve parabol tanımlarını kâğıt kalem ortamında tam olarak anlamlandıramayan öğretmen adayları yazılımda oluşturulan modeller ile yanlışlıklarının farkına varabilmişlerdir. Bu süreçte GeoGebra yazılımı modellemeler ve sonuçta geometrik yer tanımlarını yapmalarını sağlayarak uygulama sürecine katkı sağlamıştır. GeoGebra dinamik matematik yazılımı sayesinde öğrenciler kendi çizmek istediklerini çizebilir, matematiksel modeller oluşturup dinamik olarak araştırma yapabilirler (Hohenwarter, Preiner ve Tael, 2007). Gonzalez ve Herbst (2009) ve Freixas, Joan-Arinyo ve Soto-Riera (2010) dinamik yazılımlarının sahip oldukları araç çubukları sayesinde öğrencilerin çeşitli modeller ile derin araştırmalar yapabileceğini bu şekilde de kâğıt-kalem kullanılarak keşfedilemeyecek geometrik ilişkiler hakkında fikir sahibi olacaklarını ifade etmişlerdir. Köse ve Özdaş (2009) dinamik yazılımların matematiksel kavramların modellenmesinde önemli bir araç olduğunu ve bu şekilde matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin keşfedilebileceğini ifade etmişlerdir. Diğer taraftan geometrik yerlerin sadece dinamik yazılımlar ile oluşturulmaması bu şekilde öğrencilerin geometrik yerleri içselleştiremeyecekleri de belirtilmektedir (Schumann ve Green, 1997). Öğretmen adaylarının çember dışındaki diğer geometrik yerleri kâğıt kalem ortamında modelleyememesi daha önceki yıllarda bu tür konuları öğrenememesinden kaynaklanmış olabilir. Bu süreçte oluşturulan ortamda yazılımda yapılan modellemeler öğretmen adaylarının geometrik yer tanımlarını yapabilmelerine sebep olmuştur.

Bir diğer çalışma yaprağında da öğretmen adaylarına sorulan geometrik yerler hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılım ekranında modellenmeye çalışılmıştır. Bu süreçte verilen geometrik yerleri kâğıt kalem ortamındaki gibi modellemeye çalışan öğretmen adaylarının bazıları yazılımın farklı ikonları sayesinde daha fazla uğraşmaktan kurtulmuşlar bazıları ise bu şekilde modellemeye devam ederek çok fazla nokta oluşturmuşlardır. Sonuçta yazılım bu süreçte alternatif ikonları sayesinde öğretmen adaylarının modellemelerini kolaylaştırarak uygulamalarına katkı sağlamıştır. Molebash (2004) yapmış olduğu çalışmasında öğretmen adaylarının teknolojiyi kullanırlarken

geleneksel ortamlarda yaptıklarından etkilendikleri bu etkilerin teknoloji destekli eğitimde görüldüğü sonucuna ulaşmıştır. Molebash'ın işaret ettiği gibi öğretmen adaylarının bu şekilde kâğıt kalem ortamındaki gibi davranmaları verilen geometrik yerleri öncelikli olarak bu ortamda yapmalarından ya da yazılımdaki ikonları kullanamamalarından kaynaklanmış olabilir. Yine de burada olduğu gibi bu tür ifadeler ile öğretmen adayları yazılımdaki çeşitli ikonları araştırarak öğrenebildiği gözlenmiştir. Diğer taraftan başka geometrik yerlerin sorulduğu bir diğer çalışma yaprağında bu öğretmen adayları yazılım ekranında istenilenleri modellemeye çalışmış ve sonuçta geometrik yerleri gözlemlemişlerdir. Bu süreçte daha önce sorulan geometrik yerlere göre yazılımın özellikle iz bırakma ve sürgü nesnesi özelliklerini kullanabildikleri görülmüştür. GeoGebra yazılımındaki iz bırakma ve sürgü nesnesi ikonlarını zamanla kullanmayı öğrenen bu öğretmen adayları modelleme sürecinde kâğıt kalem ortamındaki gibi davranmaktan vazgeçtikleri görülmüştür. Bu durum GeoGebra yazılımı ikonları sayesinde öğretmen adaylarının modellemelerini kolaylaştırarak uygulama sürecinin gerçekleştiğini göstermektedir. Cha ve Noss (2004) yapmış oldukları çalışmalarında iz bırakma ve geometrik yer ikonlarını kullanan öğrencilerin istenilenleri rahatlıkla modelleyerek geometrik yapıları kurabildikleri sonucuna ulaşmışlardır. Yine Jahn (2002) iz bırakma ve geometrik yer ikonlarının modelleme ve problem çözümlerinde güçlü bir potansiyele sahip olduğuna işaret etmiştir. Zamanla yazılımdaki ikonları kullanmayı öğrenen öğretmen adaylarının bu şekilde iz bırakma ve sürgü nesnelerini kullanmaları beklenen bir durumdur.

Öteleme ve dönme dönüşümlerine ait olan çalışma yaprağında ekranda alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini yazılımda verilen nokta ve vektörün koordinatlarına göre, yine bir diğer ifade de ekranda eksenleri bir vektör kadar öteleyen öğretmen adayları eksenlerin ötelenmesini matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Diğer taraftan çemberin özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı çalışma yaprağında ise yine yazılımın çemberin genel denklemi, çemberin genel formülünden genel denklemi, yarıçapı ve merkezi, çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının ve iki çemberin kesişme noktalarından geçen doğrunun denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmesine katkı sağladığı görülmüştür. Ayrıca bir diğer çalışma yaprağında da ekranda elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzunluklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu noktaların değişimine göre gözlemleyen öğretmen adayları elipsin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmışlardır. Yine bu süreçte elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını yazılımdaki tecrübeleri sonrasında matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Bir diğer çalışma yaprağında ise hiperbolün genel denklemini asal ve yedek çemberlerin yarıçapları cinsinden belirlemeleri, hiperbol üzerinde alınan noktadan hiperbolün odak noktalarına olan uzaklıklar farkının asal çemberin çapına eşit

olduğunun belirlenmesi ile hiperbolün genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmeye çalışılması ve hiperbol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının matematiksel olarak genelleştirilmesi süreçlerinde yazılımın katkı sağladığı görülmüştür. Diğer taraftan bir diğer çalışma yaprağında da parabolün özellikleri kavratılmaya çalışılmış ve bu süreçte yazılım parabol üzerinde alınan noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıklarının her seferinde eşit olduğunu öğretmen adaylarına göstermiştir. Yine yazılımda parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını kontrol ederek matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Son olarak verilen çalışma yaprağında ise yazılım ile birlikte simetri merkezleri (h,k) olan geometrik yerleri ve belli bir açı ile döndürülmüş olan geometrik yerleri matematiksel olarak genelleştirebildikleri görülmüştür. Yazılım ders içerisinde bu tür öğrenilen kavramların matematiksel olarak genelleştirilmesine yardımcı olduğundan öğretmen adaylarının uygulamalarına katkı sağlamıştır. Geometrik modellemeler ile geometrik ilişkiler matematiksel olarak ifade edilebileceği belirtilmektedir (NCTM, 2000). Santos-Trigo ve Cristóbal-Escalante (2008) ve Kösa, Karakuş ve Çakıroğlu (2008) dinamik yazılımlar sayesinde öğrencilerin matematiksel genelleme yapabileceklerini belirtmiştir. Yine Güven ve Karataş (2005) dinamik yazılımlar sayesinde öğrencilerin araştırma ortamına rahatça gireceğini bu şekilde de istenilenlerin formülize edilebileceğini belirtmişlerdir. Diğer taraftan Cha ve Noss (2001) bu tür yazılımlar ile öğrencilerin verilen şartları sağlayan keyfi bir noktayla başlayıp bu noktanın cebirsel bir formda genellenmesini öngören nokta tabanlı düşünmeyi geliştirdiği sonucuna ulaşmıştır. Tatar, Kağızmanlı ve Akkaya (2014) yapmış oldukları çalışmalarında çember denklemleri ile ilgili olarak GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile hazırlanan çalışma yapraklarındaki yönergeleri takip eden öğretmen adaylarının matematiksel genellemeler yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca Baltacı ve Yıldız (2014) yapmış oldukları çalışmalarında öğretmen adaylarının çoğunun GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile oluşturdukları yapılardan hareketle, istenilen düzlem denklemini matematiksel olarak genelleştirebildiklerini belirlemişlerdir. GeoGebra yazılımında oluşturulan matematiksel ifadelerin cebir ekranından gözlemlenmesi, grafik ekranındaki değişimler ile cebir ekranındaki denklemlerin değişiminin gözlemlenmesi, öğretmen adaylarının bu tür genelleştirmeler yapabilmelerine sebep olmuş olabilir. Bu şekilde GeoGebra yazılımının bütün pencerelerinin kullanılmasını sağlayacak şekilde ifadeler belirlenerek öğrencilerin öğrenmiş oldukları kavramları kullanmaları ve matematiksel genelleştirme yapmaları sağlanabilir.

Bütün bu süreçler genel olarak incelendiğinde ise oluşturulan ortamda öğretmen adayları öncelikle birbirleriyle iletişime geçerek istenilenleri yazılım ile oluşturmaya çalışmışlardır. Yazılımdan gelen dönütler sayesinde matematiksel düşünen öğretmen

adayları işbirliği içerisinde akıl yürüterek tecrübe ettiklerini uygulamaya çalışmışlardır. Ekranla yapılan modellemeler ile problem çözme arasında bir ilişki olduğu da tespit edilmiştir. Çatlıoğlu (2010) ise yapmış olduğu çalışmada uygulama sürecinin iletişim, matematiksel düşünme, işbirliği ve akıl yürütme döngüsü etrafında gerçekleştiğini ve sonuçta modellemelerin problem çözme ile ilişkisinin olduğunu teori ve modellerle ortaya koymuştur. Oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarının bu şekilde yazılımın her süreçte yardımcı olduğu bir döngü içerisinde istenilenleri oluşturmaları, GeoGebra yazılımının uygulama sürecine olan katkısının göstergesi olabilir.

5. 4. İşbirliği İle ilgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması

Matematik eğitiminde öğrencilerin birbirleriyle işbirliği içerisinde istenilenleri yapmaya çalışması önemle vurgulanmaktadır (Crawford, 2001; Baki, 2008; Çatlıoğlu, 2010). Ültay ve Çalık (2011) bağlamsal öğrenme sürecinin işbirliği aşamasında öğrencilerin gruplar halinde problem çözme etkinlikleri veya günlük hayattan verilen gerçekçi senaryolar üzerinde çalışabileceklerini belirtmiştir. Bu süreçte öğrenciler konunun işlendiği bağlam dâhilinde araştırma yaparak bunu diğer arkadaşlarıyla paylaşırlar (Crawford, 2001). Yapılan bu çalışmada öğrenciler ikişerli gruplar halinde bilgisayar ekranı yardımıyla çalışma yapraklarındaki yönergeleri yapmaya çalışmışlardır. Bu öğrenme sürecinde yapılan çalışma grup çalışması olduğundan her süreçte bir işbirliği sözkonusudur. Fakat bu çalışmada bilgisayarın öğretmen adayları arasındaki işbirliği sürecine olan katkısına bakılmıştır. Bu amaçla, özellikle yazılımın geri dönütlerinin öğretmen adaylarına nasıl bir işbirliği süreci yaşattığı durumuna odaklanılmıştır. GeoGebra dinamik matematik yazılımının “geçersiz girdi”, “Asimptot”, “Paraleldir” gibi geri dönütleri öğretmen adaylarını düşünmeye ve geri dönütler üzerinde tartışmaya zorlayarak işbirliğine sürüklediği gözlenmiştir. Eğer GeoGebra yazılımının kullanılmadığı sadece grup çalışması yoluyla etkinlikler yapılmış olsa idi gözlenen söz konusu işbirliği süreci bu kadar verimli gerçekleşmiş olmayabilirdi.

Dönme dönüşümlerine ve geometrik yerlerin ötelenme ve dönmelerine ait olan çalışma yapraklarında verilen denklemleri giriş ekranına yazan öğretmen adaylarına yazılımın geçersiz girdi geri dönütünü vermesi ile öğretmen adaylarının yanlışlıklarını düzelttikleri görülmüştür. Yine verilen bir diğer çalışma yaprağında ise çemberin genel formüllerini yazılımın giriş ekranına yazmaya çalışan öğretmen adayları bazı sıkıntılarla karşılaşmış yazılımın geçersiz girdi geri dönütü ile bu yanlışlıklarını birlikte düzeltmişlerdir. Bu yanlışlıklarını düzeltirken GeoGebra yazılımının geçersiz girdi komutu öğretmen adaylarını fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmaya sürüklemiştir. Fikir alışverişisi sırasında öğretmen adayları giriş ekranına yazmış oldukları denklemin doğruluğunu

yazılımdan aldıkları dönütlerle de kontrol ederek bilgisayar ile etkileşim içerisinde doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu durum öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımı ile işbirliği sürecini kolaylaştırdığının güzel bir örneğidir. Yapılan çalışmalarda da öğrencilerin yanlış yaptıklarında, GeoGebra yazılımından aldıkları dönüt ile yaptıklarını düzeltme işlemine başvurdukları belirlenmiştir (Saha, Ayubb ve Tarmizi, 2010; Baki, Yıldız ve Baltacı, 2012; Ceylan, 2012). Aşkar (1991) da bir çalışmada en iyi öğrenmenin insanın kendi hatalarını fark etmesi olduğunu söylemiş ve bilgisayarların bu imkânı kolaylaştırdığının unutulmaması gerektiğini ifade etmiştir. Hiperbol ile ilgili verilen denklemleri GeoGebra yazılımının giriş ekranında oluşturan öğretmen adayları yazılımın asimptot ve kesişme geri dönütleri sayesinde hiperbolün asimptot denklemlerini belirleyebilmişlerdir. GeoGebra yazılımı ekranında verilen doğrular arasındaki ilişkiyi iki nesne arasındaki ilişki ve kesişme ikonları yardımıyla belirleyen öğretmen adayları yazılımın asimptot geri dönütü sayesinde birbirleri ile iletişime geçip fikir alışverişinde bulunmuşlar ve bu fikir alışverişi sonucunda analiz dersindeki eğik asimptot kavramı ile ilişkilendirmeler yapmışlardır. Sonuçta verilen denklemlerin hiperbolün asimptot denklemleri olduğunu belirleyerek doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Bu süreçte de GeoGebra yazılımı asimptot geri dönütü sayesinde çoğu öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçmelerini ve fikir alışverişinde bulunmalarını sağlayarak işbirliği süreçlerini kolaylaştırdığı görülmüştür. Diğer taraftan yine elipslerin özelliklerinin anlatıldığı çalışma yaprağının elips ile doğruların birbirine göre durumlarını içeren yönergesinde öğretmen adaylarının çoğu yazılımın iki nesne arasındaki ilişki ikonunu kullanmışlardır. Elipsler ile doğruların birbirine göre durumlarını belirlerken yazılım ile işbirliğine giren öğretmen adayları yazılımın geri dönütü sayesinde birbirleri ile iletişime girmişler yazılım ile etkileşimleri sonucunda fikir alışverişinde bulunarak bu durumları belirleyebilmişlerdir. Bu şekilde GeoGebra yazılımı hem ikonları hem de geri dönütleri sayesinde işbirliği sürecine katkı sağlamıştır. Rincon (2009) da dinamik yazılımların öğrencileri ilişkilendirme noktasında yönlendirdiğini vurgulayarak bilgisayar-kullanıcı, kullanıcı-kullanıcı arasındaki işbirliğini güçlendirdiğini belirtmektedir. Rincon'un işaret ettiklerine paralel olarak GeoGebra dinamik matematik yazılımının bu şekilde geri dönütler vermesi ve öğretmen adaylarının yaptıkları ifadeleri ekranda gözlemleyebilmeleri yazılımın işbirliği sürecine katkısını göstermektedir. Sonuçta GeoGebra yazılımının bu geri dönütleri sağlaması öğretmen adaylarının yazılımdaki yapmış oldukları hatalarını görmesine sebep olarak bir daha yapmamasını sağlayabilir. Bu nedenle yazılım, yapılan işlemleri değerlendirme amacıyla kullanıldığında muhakeme aracı olarak da öğrencilere yardımcı olabilir.

Geometrik yerlerin genel formüllerini giriş ekranına yazan öğretmen adayları yazılımın yön tuşlarını kullanarak daha önceki yazılan denklemleri geri çağırmış ve bu

şekilde zamanlarını iyi kullanarak sonuçlarını yorumlayabilmişlerdir. Bu süreçte verilen genel formülleri tek tek yazılımın giriş ekranında oluşturmak istemeyen öğretmen adayları birbirleri ile iletişime geçerek denklemleri giriş ekranına geri çağırabilmişlerdir. Sonrasında yardımlaşarak çalışma yaprağındaki tablodaki boş bırakılan yerleri birlikte doldurmuşlardır. Bu süreçte yazılım giriş ekranına yazılan denklemleri geri çağırması ile öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçmelerini sonrasında da yardımlaşarak istenilenleri oluşturmalarını sağlamış ve işbirliği sürecini kolaylaştırmıştır. Hohenwarter ve vd. (2008) öğrencilerin GeoGebra dinamik matematik yazılımı sayesinde kendi kendilerine uygulama yapabileceklerini yazılımın kullanım kolaylıklarını fark edeceklerini bu şekilde de öğrenmelerini geniş bir zamana yayabileceklerini belirtmişlerdir. Benzer şekilde öğretmen adaylarının zamanlarını iyi kullanmaları GeoGebra dinamik matematik yazılımının özelliğinden kaynaklanmış ve bu şekilde hem bilgisayar ile hem de birbirleri ile işbirliği süreçlerini kolaylaştırmıştır. Sonuçta GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına kolaylıklar sağlaması ile işbirliğine katkı sağlamıştır. Bu nedenle öğrencilere oluşturulacak ortamlarda GeoGebra dinamik matematik yazılımının bu tür özellikleri önceden öğrencilere aktarılırsa zamanlarını kendilerine zor gelen konularda kullanma imkânı bulabilirler ve işbirliği içerisinde istenilenleri rahatlıkla oluşturabilecekleri anlaşılmaktadır.

Diğer taraftan kâğıt kalem ortamında da modellenen çemberin yazılımda modellendiğini ifade eden öğretmen adayları yazılımın deneyimlerini değiştirdiğini söylemişlerdir. Kâğıt kalem ortamında iki noktaya uzaklıkları toplamının her seferinde eşit olması ile ilgili olarak bir çember veya bir doğru oluşturabileceğini tahmin eden öğretmen adaylarının ise yazılımın geri dönütleri sayesinde elips olduğunu gözlemledikleri görülmüştür. Bu süreçte de gruptaki öğretmen adayları ekranda yapılanlar sonucunda birbirleri ile iletişime geçerek fikir alışverişinde bulunmuşlardır. Sonuçta kâğıt kalem ortamında yaptıkları ifadeleri sorgulayarak GeoGebra dinamik matematik yazılımının daha önceki deneyimlerini değiştirdiğini belirtmişlerdir. Bu şekilde GeoGebra yazılımı ekranda yapılanların kâğıt kalem ortamındaki yapılanlar ile karşılaştırılmasına sebep olmuş ve bu şekilde öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçerek fikir alışverişinde bulunmalarını sağlamıştır. Sonuçta yazılım öğretmen adaylarının deneyimlerinin değişmesine neden olduğunun farkına varmalarını göstererek işbirliği sürecine katkıda bulunmuştur. Çatlıoğlu (2010) da yapmış olduğu çalışmasında istenilenlerin farklı bağlamlarda yapılması ile öğretmen adaylarının deneyimlerinin değiştiğini yeni tecrübeler edindiklerini belirlemiştir. Hohenwarter ve Funchs (2004) da matematik yazılımları sayesinde matematik öğretiminde yeni anlayışların ortaya çıktığını bu şekilde de farklı deneyimlerin olduğunu ifade etmişlerdir. Kâğıt kalem ortamından dinamik yazılımların kullanıldığı ortamlara

geçilmesi sonucunda öğretmen adaylarının deneyimlerinde bir değişikliğin olması beklenen bir durumdur.

Geometrik yerlerin sorulduğu çalışma yaprağında modellenmeye çalışılan geometrik yerlerin aynen kâğıt kalem ortamındaki gibi modellenmeye çalışıldığı fakat sonrasında yazılımın avantajlarını kullanarak farklı ikonlar sayesinde geometrik yeri belirleyebildikleri görülmüştür. Bu geometrik yerleri belirlerken aynen kâğıt kalem ortamındaki gibi modelleme yapılarak daha fazla nokta oluşturmamak için GeoGebra yazılımının ikonlarını araştıran öğretmen adaylarından bazıları beş noktadan geçen konik ve üç noktadan geçen çember ikonlarını görerek nokta oluşturma işlemine son vermişlerdir. Bu süreçte GeoGebra yazılımının farklı ikonları öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçmelerini fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmalarını sağlamış ve yazılımın farklı ikonları sayesinde istenilen geometrik yeri oluşturmaya çalışmışlardır. Kâğıt-kalem ortamında oluşturabilecekleri ve üzerinde çalışabilecekleri geometrik yerleri GeoGebra ortamında oluşturma eğilimi ve tercihi içerisinde oldukları gözlenmiştir. Bu tercihin iki nedeni olabilir: (1) GeoGebra yazılımında istenilen geometrik yerin daha kolay ve çabuk kurulması (2) Oluşturulan yapının aynı zamanda kâğıt-kalem ortamında oluşturulana göre dinamik olmasıdır. Sonuçta yazılım bu süreçte beş noktadan geçen konik ve üç noktadan geçen çember seçenekleri ile öğretmen adaylarına kolaylık ve işbirliği sürecine katkı sağlamıştır. Yıldız, Baltacı ve Aktümen (2012) de yapmış oldukları çalışmalarında GeoGebra dinamik matematik yazılımının çeşitli özellikleri ile öğrencilere yeni fırsatlar sunduğunu belirtmişlerdir. GeoGebra yazılımındaki farklı ikonları keşfeden öğretmen adaylarının istenilenleri rahatlıkla oluşturabilecekleri bu şekilde de öğrenmelerinin daha kolay olacağı söylenebilir.

Diğer taraftan öğretmen adayları kendilerine sorulan geometrik yerlere yazılımın vermiş olduğu dönütlere göre yorumlar yapabilmişlerdir. GeoGebra yazılımının vermiş olduğu her dönütte öğretmen adayları birbirleri ile iletişime geçerek fikir alışverişinde bulunmuşlar ve birbirleri ile yardımlaşarak bakış açılarının değiştiğini gözlemleyebilmişlerdir. Bu şekilde GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçmelerini, fikir alışverişinde bulunmalarını ve yardımlaşmalarını sağlayarak bakış açılarını değiştirmiştir. Çatlıoğlu (2010) ve Açıkgül (2012) de yapmış oldukları çalışmalarında farklı bağlamların öğretmen adaylarının öğrenmelerinde bakış açılarını değiştirdiği sonucuna ulaşmıştır. GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğrencileri pozitif yönde etkilediği ve bakış açılarını değiştirdiği birçok çalışmada ifade edilmiştir (Hacıömeroğlu, Bu, Schoen ve Hohenwarter, 2010). Bu şekilde önceleri daha çok kâğıt kalem ortamında çalışan öğretmen adaylarının farklı bağlam olan GeoGebra dinamik

matematik yazılımı da sürece katmaları ve bu şekilde bakış açılarını değiştirmesi beklenen bir durumdur.

Ayrıca geometrik yerlerin özelliklerinin kavratılmaya çalışıldığı bu ortamda öğretmen adayları odak noktaları x ekseninde olan elipslerin genel denklemi ile odakları y ekseninde olan elipslerin genel denklemini ifade etmeye çalışırken yazılım ile işbirliğine girerek düşündüklerini ispatlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte odakları x ekseninde olan elipslerin genel denklemini cebir ekranından gözlemleyen öğretmen adayları odakların y ekseninde olduğunda oluşabilecek denklemi tahmin ederek bilgisayar ile işbirliği sürecine girmişlerdir. Sonrasında GeoGebra ekranında alınan dönütlerle fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşan öğretmen adayları düşündüklerini ispatlamaya çalışmışlardır. Geogebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının bu şekilde düşündüklerini ispatlamak için birbirleriyle fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmasını sağlayarak işbirliği sürecini kolaylaştırmıştır. Scher (1999) geleneksel kâğıt kalem yöntemleriyle herhangi bir teoremin ispatlanmasındansa dinamik geometri yazılımlarının da bu ispat sürecine katılmasının önemli olduğunu bu şekilde öğrencilerin düşündüklerini daha rahat ifade edebileceklerini belirlemiştir. Ceylan (2012) da yapmış olduğu araştırmasında öğretmen adaylarının düşündüklerini GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile ispatlamaya çalıştıkları sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen adayları geleneksel kâğıt kalem ortamında yaptıklarından emin olamadıkları için bu şekilde yazılım ile işbirliğine girdikleri ve sonuçta oluşan denklemleri cebir ekranından gözlemleyerek oluşan sonuçları yorumlamaya çalıştıkları söylenebilir. Diğer taraftan hiperbolün özelliklerinin olduğu çalışma yaprağında hiperbol üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar farkının asal çemberin çapına eşit olduğunu noktaların değiştirilmesi ile cebir ekranında rahatlıkla gözlemleyebilmişlerdir. Yine GeoGebra yazılımı noktaların değiştirilmesi ile uzunluklar farkını öğretmen adaylarına göstermesi sonucunda öğretmen adaylarının fikir alışverişinde bulunmalarını sağlayarak işbirliği sürecine katkı sağlamış ve bu uzunluklar farkının değişmediğini asal çemberin çapına eşit olduğunu bu yapılan sonucunda belirlemeye çalıştıkları görülmüştür. Ayrıca bir diğer çalışma yaprağında da parabol üzerinde alınan noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıkların birbirine eşit olduğunu ekranda noktaların değiştirilmesi ile gözlemleyerek bilgisayar ile işbirliği süreci içerisinde istenilenleri ifade edebilmişlerdir. Yine bu süreçte de parabol üzerinde alınan noktayı gezdiren öğretmen adayları bu noktanın odak noktasına olan uzaklığı ile doğrultmana olan uzaklıkların nasıl değiştiğini cebir ekranından gözlemleyebilmişlerdir. Bu gözleme esnasında birbirleri ile iletişime geçen öğretmen adayları fikir alışverişinde bulunarak bu uzaklıkların birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Buradan da görüldüğü gibi GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının iletişime geçmelerini ve fikir

alışverişi yapmalarını sağlayarak işbirliği sürecini kolaylaştırmıştır. Hollebrands (2007) dinamik geometri ortamlarında öğrencilerin ekran üzerindeki gözlemleri sonucunda yapmış oldukları tartışmaları ile ulaştıkları fikirleri birbirlerine aktarabilecekleri sonucuna ulaşmıştır. Oluşturulan ortam grup çalışması şeklinde ve öğretmen adaylarının birbirlerini sorgulayabilecekleri bir ortam olduğundan bu durum ortaya çıkmış olabilir. Bu şekilde oluşturulan ortamlar sayesinde öğretmen adayları ortak paylaşılan bir ekran üzerinde tartışmalar yapabilir, gözlemlenen görüntülerle fikir alışverişinde bulunarak sonuçlarını yorumlayabilirler.

Bütün bu süreçler genel olarak incelendiğinde oluşturulan ortamda öğretmen adayları arasında bir işbölümü yapıldığı, birbirleri ile fikir alışverişinde buldukları ve bu süreçte bilgisayar ile bir etkileşim gerçekleştiği görülmüştür. Ayrıca yazılım ile birliktelik sağlayan öğretmen adayları bütün bu süreçlerde geometrik yerlerin özelliklerini belirlemeye çalışmışlar ve ekranda yapılanlar ile fikir alışverişinde bulunarak birbirleri ile yardımlaşmışlardır. Nitekim Çatlıoğlu (2010) da yapmış olduğu araştırmasında işbirliği sürecinin işbölümü, iletişim, fikir alışverişi ve yardımlaşma döngüsü etrafında gerçekleştiğini teori ve modellerle ortaya koymuştur. Oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarının bu şekilde yazılımında yardımcı olduğu bir döngü içerisinde istenilenleri oluşturmaya çalışması, yazılımın işbirliğinin gerçekleşme sürecine olan katkısının göstergesi olabilir.

5. 5. Transfer Etme İle İlgili Ortaya Çıkan Bulguların Tartışılması

Öteleme ve dönme dönüşümlerinin olduğu çalışma yaprağında öğretmen adayları yazılım ile birlikte vektör tanımındaki görmüş oldukları ifadeleri noktanın bir vektör kadar ötelenmesine hem cebir ekranındaki hem de grafik ekranındaki gözlemleri ile karar vermişlerdir. Bu süreçte GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarına bu ekranları bir arada sunarak vektör tanımını noktanın vektör kadar ötelenmesinde kullanmasına yardımcı olarak transfer sürecini kolaylaştırmıştır. Bir diğer çalışma yaprağında ise çemberin genel denklemini belirlemeye çalışan öğretmen adayları geometrik yer tanımları ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramlarını kullanarak bu denklemi belirlemeye çalışmışlardır. Yine ekrandaki çemberlerin gözlemlenmesi ile bu kavramların hatırlanması ve bu ifadelerin kullanılması GeoGebra yazılımının transfer sürecine olan katkısını göstermektedir. Bir diğer ifade de ise öğretmen adayları ekranda gözlemlenen çemberlerin genel denklemleri daha önceki öğrenmiş oldukları vektörleri kullanarak belirlemişlerdir. Bu süreçte merkez ve çember üzerinde alınan bir noktadan geçen vektörün boyundan çemberin genel denklemine ulaştıkları görülmüştür. Burada GeoGebra yazılımının grafik ekranı üzerinde oluşturulan vektörlerin kullanılması sonucunda vektörün boyunun çemberin yarıçapına eşit

olduğunu cebir ekranında gözlemleyen öğretmen adayları bu durumu çemberin genel denkleminin bulunmasında kullanmışlardır. Bu durumda GeoGebra yazılımının transfer sürecini kolaylaştırdığının göstergesidir. Ültay ve Çalık (2011) öğrencilerin sınıfta daha önceden karşılaşmamış oldukları durumlara öğrendikleri yeni bilgileri transfer edebileceklerini belirtmişlerdir. Çatlıoğlu (2010) ise yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının verilen etkinliklerde matematiğin konuları arasında bir transfer süreci gerçekleştirdiklerini belirlemiştir. Thomas (2001) ise teknolojinin kullanılması ile öğrencilerin öğrendiklerini transfer etme konusunda zorlanmadıklarını ifade etmiştir. Bu şekilde bir transferin gerçekleşmesi bağlamın GeoGebra yazılımı olmasından ve daha önceki bilgilerini yazılımda gözlemledikleri ile ilişkilendirmelerinden kaynaklanmış olabilir. Bu süreçte GeoGebra'nın cebir ekranı, grafik ekranı ve giriş alanının bir arada olması bu ekranların herhangi birinde yapılan değişikliğin diğerlerinde de gözlenmesi yani çoklu gösterimleri sonucu öğretmen adaylarının daha önceki bilgilerini yeni durumlarda kullanmasında yardımcı olduğunu söyleyebiliriz. Sonuçta yazılımdaki gözlemleri sonucunda bu şekilde bir transfer süreci gerçekleştiğinden GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğrenilen kavramları transfer etmesine imkân sağladığını söyleyebiliriz.

Yapılan çalışmada öğretmen adayları çalışma yapraklarını doldururlarken yönergelerin hemen hemen hepsinde günlük hayat ile bir transfer sürecinin gerçekleşmediği belirlenmiştir. Sadece geometrik yerlerden olan elips ile ilgili olarak elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının değişmediğini cebir ekranında gözlemleyen öğretmen adaylarından bazıları günlük hayattan bir ip örneği ile süreci anlamlandırmaya çalışmıştır. Oluşturulan ortamda sadece bir kere bu olayın gerçekleşmesi GeoGebra dinamik matematik yazılımının günlük hayata transfer sürecinde yetersiz kaldığını göstermektedir. Bunun nedeni çalışma yapraklarının günlük hayatla ilgili örnekleri içermemesine ve bununla ilgili yönergelere yer verilmemesine bağlanabilir. Bu nedenden dolayı yapılan araştırmada bu şekilde günlük hayatla ilgili bir transfer gerçekleşmemiş olabilir. Nitekim Erturan (2007) yapmış olduğu çalışmada günlük hayattan matematiğe bir transferin olabildiğini fakat matematikten günlük hayata bir transferin gerçekleşmediğini ifade etmiştir. Yine Renkl vd. (1994) ve Gräsel vd. (1993) öğretmen adaylarının öğrenmiş oldukları teorik bilgileri günlük hayata aktarma konusunda çok az başarılı olduklarını ifade etmişlerdir. Yapılan bu araştırmada da ekranda gözlemlenen geometrik yer kavramlarından hareketle günlük hayata transfer sürecine yazılımın katkısının olmadığı görülmüştür.

Elips ve hiperbollerin özelliklerinin anlatıldığı çalışma yapraklarında ekranda odak noktaları x ekseninde olan elips ve hiperbollerin genel denklemini matematiksel olarak genelleştiren öğretmen adaylarından bazıları odakların y ekseninde olduğunda

yazılımı kullanarak genelleştirmeye çalıştıkları görülmüştür. Yine öğretmen adayları bir diğer çalışma yaprağında da simetri eksenini x eksenini olan parabolü kullanarak simetri eksenini y eksenini olan parabolü genel denklemini yazılımı kullanarak belirlemeye çalışmışlardır. GeoGebra yazılımı bu süreçte öğretmen adaylarının odakları y ekseninde olan geometrik yerler oluşturmalarına ve bu geometrik yerlerin denklemlerini cebir ekranından gözlemlenmelerine yardımcı olarak transfer süreçlerini kolaylaştırmıştır. Sonuçta yazılımı kullanarak x eksenindeki öğrenmiş oldukları bilgilerini y ekseninde yapmaya çalıştıkları bu durumda transfer sürecini kolaylaştırdığı sonucunu göstermektedir. GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının düşündüklerini ekranda oluşturmalarını ve oluşan geometrik yerlerin denklemlerini genellemelerini sağlayarak transfer sürecine katkı sağlamıştır. Çatlıoğlu (2010) yapmış olduğu araştırmasında da öğretmen adaylarının çeşitli bağlamların kullanılmasıyla aynı konu içerisinde öğrendiklerini bir sonraki ifadelere transfer edebileceği sonucuna ulaşmıştır. Zaten öğrenilmiş bilgiler başka bir bilgiye uygulanabiliyorsa transfer sürecinin gerçekleştiği söylenebilir (Bransford, Brown ve Cocking, 1999). Öğretmen adaylarının ders içerisinde öğrendiklerini bu şekilde yazılım ile tekrar ifade ederek ders içerisinde başka bir yönergeye transfer etmeleri, düşündüklerini yazılım ile tekrar görmek istediklerinden kaynaklanmış olabilir. Diğer taraftan bir diğer çalışma yaprağında yazılım ekranında simetri merkezleri (h,k) olan elips ve hiperbollerin genel denklemini ifade eden öğretmen adayları parabolde de bu durumu yazılımı kullanmadan ifade edebilmişlerdir. Yine öteleme ve dönme dönüşümlerini kavrayan öğretmen adaylarına önce ötelenmiş sonrada döndürülmüş elips, hiperbol ve parabolü genel denklemini sorulmuştur. Bu durumda yine yazılımı kullanarak istenilenleri oluşturan öğretmen adayları daha önce öğrendiklerini buraya aktarmaya çalışmışlar ve öğretmen adaylarının çoğunluğu bu süreçte başarılı olmuşlardır. Bu durumda GeoGebra yazılımının öğrenilen kavramların transfer edilmesine imkân sağladığını göstermektedir.

Geometrik yer problemlerinin sorulduğu çalışma yapraklarında transfer etmeye yönelik bulgulara rastlanılmamıştır. Bu çalışma yapraklarında GeoGebra yazılımı transfer sürecine katkı sağlamamıştır. Çalışma yapraklarının içeriğinde öğretmen adaylarına geometrik yerler sorulduğundan belki de bu durum ortaya çıkmış olabilir. Diğer taraftan genel olarak her bir haftadaki çalışma yaprakları incelendiğinde GeoGebra yazılımının bir defasında yazılımdaki gözlemler ile matematikten günlük hayata ve daha fazla matematiğin kavramları arasında transfer sürecine katkısının olduğu görülmüştür. Elips üzerinde alınan noktanın odaklara olan uzaklıklar toplamının değişmediğini hem cebir hem de grafik ekranından gözlemlenmesi sonucunda günlük hayattan örnek verilmesi yazılımın bu transfer sürecini kolaylaştırmıştır. Diğer tüm süreçlerde öğretmen adaylarının günlük hayata transfer süreçlerine GeoGebra yazılımı katkı sağlayamamıştır. Coştu

(2009) yapmış olduğu araştırmasında en yetersiz aşamanın transfer etme aşaması olduğunu belirlemiştir. Hoffman (2003) de transfer becerisinin düşük olduğunu bunun nedeninin de bağlam kullanılmamasından kaynaklandığını ifade etmiştir. Diğer taraftan Klein (1998) ve Demirkan (2006) transfer becerilerinin gelişmesinde bağlam sayısının artması gerektiğini ifade etmişlerdir. Geometrik yer kavramının öğretiminde sadece GeoGebra bağlamının kullanılması bu şekilde transfer sürecinin az olmasına neden olmuş olabilir. Belki de GeoGebra dinamik matematik yazılımı haricinde diğer materyallerde kullanılabilirse transfer daha fazla gerçekleşebilir.

Sonuçta GeoGebra dinamik matematik yazılımının bu sürece olan katkısının fazla olmadığı görülmüştür. Katkısının olduğu durumlarda ise oluşturulan ortamda öğretmen adayları öncelikle birbirleriyle iletişime geçerek istenilenleri yazılım ile oluşturmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Yazılımdan gelen dönütler sayesinde matematiksel düşünen öğretmen adayları işbirliği içerisinde akıl yürüterek transfer edebilmeleri gerçekleşmiştir. Bu süreçlerin sonrasında yazılımın daha çok öğrenilen kavramların transfer edilmesine yardımcı olarak matematiğin konuları arasında bir transfer sürecine katkı sağladığı gözlenmiştir. Matematikten günlük hayata veya günlük hayattan matematiği bir transfer sürecine yazılım katkı sağlayamamıştır. Nitekim Çatlıoğlu (2010) ise yapmış olduğu çalışmada transfer sürecinin iletişim, matematiksel düşünme, işbirliği ve akıl yürütme döngüsü etrafında gerçekleştiğini teori ve modellerle ortaya koymuştur. Bu teori ve modelde günlük hayattan matematiğe, matematikten günlük hayata ve matematiğin konuları arasında bir transfer sürecinin yaşandığı sonucuna ulaşmıştır. Bu durum oluşturulan ortamda geometrik yer kavramının öğrenilmesinde GeoGebra yazılımının transfer sürecinin gerçekleşmesinde fazla etkili olmadığını göstermektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulguları yorumlanarak elde edilen sonuçlar ve bu sonuçlar doğrultusunda yapılan önerilere yer verilecektir.

6. 1. Sonuçlar

Geometrik yer kavramının öğretiminde kullanılan GeoGebra dinamik matematik yazılımının bağlam oluşturmadaki rolünün incelendiği bu araştırmanın sonuçları aşağıda verilmiştir.

1. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının analitik geometri kavramları arasındaki ilişkilendirmelere katkı sağladığı fakat günlük hayat ya da disiplinler arasındaki ilişkilendirmelere katkısının olmadığı tespit edilmiştir.

GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının daha önce öğrenmiş oldukları bilgilerini farklı bir bağlamda yapılandırmalarını yine kâğıt kalem ortamında doğru olan fakat emin olunamayan bilgilerin yapılandırılmasına imkân sağlayarak ilişkilendirme sürecini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin geometrik yer tanımları ve problemlerinin kâğıt kalem ortamında doğruluklarına ve yanlışlıklarına tam olarak karar verilemediği fakat GeoGebra ekranında gerçekleşen modellemeler sonucunda emin olunamayan bu bilgilerin ilişkilendirilerek anlamlandırıldığı görülmüştür. Bu süreçte GeoGebra yazılımının ilişkilendirmelerin tamamlanmasında rol oynadığı sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin bazı durumlarda emin olamadıkları ilişkileri ekranda gözleyen öğretmen adayları kâğıt-kalem ile yapmaya çalıştıkları ilişkilendirmeyi tamamlamaya çalıştıkları görülmüştür. Sonuçta GeoGebra yazılımının ilişkilendirmeleri tamamlamasına yardım etmesi öğretmen adaylarının tecrübe etme sürecini yaşamasına katkı sağladığını göstermektedir.

Ayrıca GeoGebra dinamik matematik yazılımının daha önceki öğrenilen kavramların ilişkilendirilmesine olanak sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin elips üzerinde alınan noktadan odak noktalarına olan uzaklıklar toplamının, hiperbol üzerindeki noktadan odaklara olan uzaklıklar farkının her seferinde birbirine eşit olduğunu GeoGebra ekranında gözlemleyen bazı öğretmen adaylarının daha önceki bilgileri olan geometrik yer tanımlarını daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür. Bazı öğretmen adaylarının ise ekranda oluşturulan bu kavramları geometrik yer tanımları ile ilişkilendirmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Yine ekranda yapılanlar ile çemberin genel denklemini çemberin

geometrik yer tanımı ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramı ile ilişkilendirerek belirledikleri görülmüştür. Öğretmen adayları ayrıca yazılımdaki gözlemler ve yazılımın asimptot geri dönütleri sayesinde hiperbolün asimptotlarını gözlemleyerek analiz dersindeki öğrendikleri ile ilişkilendirmeler yaptıkları tespit edilmiştir. GeoGebra dinamik matematik yazılımı yukarıdaki süreçlerde grafik ekranındaki noktaların hareket ettirilmesi ve değişen denklemlerin cebir ekranından gözlemlenmesi ile öğretmen adaylarının ön bilgilerini hatırlamasına neden olarak ilişkilendirme sürecini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir.

Diğer taraftan GeoGebra yazılımının, öğretmen adaylarının günlük hayatla ilişkilendirme ve disiplinler arası ilişkilendirme süreçlerine katkı sağlamadığı bu süreçte yetersiz kaldığı belirlenmiştir. Sadece GeoGebra ekranından gözlemleri sonucunda elips üzerinde alınan noktanın odaklara olan uzaklıklar toplamının her seferinde eşit olduğunu gözlemleyen öğretmen adaylarından bir grubun günlük hayattan bir ip örneği ile bu durumu açıklamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu süreçte GeoGebra yazılımı bu öğretmen adaylarına uzunluklar toplamının değişmediğini hem cebir hem de grafik ekranında göstererek günlük hayat ile ilişkilendirme yapmalarına katkı sağlamıştır. Diğer tüm süreçlerde bu şekilde bir durumun ortaya çıkmadığı ne günlük hayatla ne de disiplinler arasında bir ilişkilendirme yaşanmadığı tespit edilmiştir.

2. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında yaptıklarını karşılaştırmalarına, daha önceki ve tamamen yeni bir tecrübe süreci yaşamalarına katkısının olduğu tespit edilmiştir.

GeoGebra yazılımının iz bırakma, yer tanımı gibi ikonları ile çemberlerin kesişme durumlarında ise kesişme durumlarının kontrol edilmesine ait ikonlar yardımıyla öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırmasına imkân sağlayarak tecrübe sürecini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir. Örneğin geometrik yer tanımlarını ve problemlerini kâğıt kalem ortamında ve GeoGebra ekranında yapılanlar ile karşılaştıran öğretmen adaylarının bu ifadeleri anlamlandırmaya çalıştıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının sorulan geometrik yerler ile ilgili olarak tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklayamadıkları fakat yazılım ile bu süreci tamamlayan öğretmen adaylarının tahminlerini ve kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını karşılaştırdıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yazılımda bu süreci tamamlayamayan öğretmen adaylarının ise tahminlerine ve kâğıt kalem ortamında açıklamalarının doğru olduğunu düşündükleri ve sonuçlarını bu şekilde sınırlandırdıkları tespit edilmiştir. Bu süreçte öğretmen adaylarının tahminlerinin doğruluklarını veya yanlışlıklarını ekranda gözlemlenmeleri sonucunda derse karşı daha

çok motive oldukları bunun sonucunda da GeoGebra yazılımının tecrübe etmelerini kolaylaştırdığı görülmüştür. Ayrıca GeoGebra yazılımı ile yapılanlar sayesinde öğretmen adaylarının zamanla geometrik yerlere geleneksel kâğıt kalem ortamında doğru tahminler yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır.

GeoGebra yazılımı sayesinde öğretmen adaylarının ekranda tamamen yeni bir tecrübe süreci ile daha önceki tecrübelerini yaşamalarına neden olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır. Örneğin ekranda daha önceki haftalarda tecrübe etmiş oldukları çemberler ile doğruların birbirine göre durumlarından hareketle bu sefer elipsler ve doğruların birbirine göre durumları tecrübe edilmiştir. Ekranda çemberleri değiştiren öğretmen adaylarının çoğunun cebir ekranında değişen denklemlerden yola çıkarak çemberin genel denklemini belirleyebildikleri, öteleme ve dönme dönüşümlerinde ekranda alınan herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesi ile vektörün bitiş noktasını yazılımda değiştiren öğretmen adaylarının oluşan noktaya göre yorumlar yapabildikleri görülmüştür. Bir diğer ifade de ekranda elipsin odak noktalarını değiştiren öğretmen adayları asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ve odak noktasının asal çemberin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığının nasıl değiştiğini yazılım ile belirlemeye çalışmışlardır. Yine ekranda elips üzerinde alınan bir noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu ekrandaki noktaları değiştirerek belirledikleri görülmüştür. Bir diğer ifade ise ekranda hiperbol üzerinde alınan herhangi bir noktadan odaklara çizilen doğru parçalarının uzunlukları farkının asal çemberin çapına eşit olduğunu yazılımın pencereleri sayesinde belirleyebildikleri, parabol üzerinde alınan noktadan odağa ve doğrultmana çizilen uzunlukların birbirine eşit olduğunu noktaları değiştirerek belirleyebildikleri görülmüştür.

Bütün bu süreç içerisinde GeoGebra yazılımının geri dönütleri öğretmen adaylarının yanlış yaptıklarını fark ederek yaptıklarını tekrar gözden geçirmelerine ve öğretmen adaylarının düşüncelerini daha net bir şekilde açıklamasına yardımcı olarak onların tecrübe etmelerini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu şekilde yazılımın öğretmen adaylarının yanlış düşüncelerinden kurtulmasını sağlayarak tecrübe sürecine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Ayrıca GeoGebra yazılımı ekranları bir arada sunduğundan yani çoklu gösterimleri sayesinde öğretmen adaylarının düşüncelerini kolaylaştırmış ve bu şekilde düşüncelerinin daha da netleştiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bütün bu süreçlerde özellikle GeoGebra yazılımının iz bırakma özelliğinin öğretmen adaylarının tecrübe etmelerini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Özetle öğretmen adayları yazılım ile deneyimde bulunma yoluyla gözlemlerde bulunarak veriler elde etmiş ve bu verileri kullanmışlardır. Çalışma yapılarında sık sık tablolardan ve ekrandaki şekillerden yararlandıkları görülmüştür.

3. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının ikonları ve çoklu gösterimleri sayesinde verilen geometrik yerlerin modellenmesine ve öğrenilen kavramların matematiksel olarak genelleştirilmesine olanak sağlayarak öğretmen adaylarının uygulama süreçlerini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir.

GeoGebra yazılımının öğretmen adaylarına verilen geometrik yerleri modellemelerine yardımcı olarak uygulama süreçlerini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin çemberi ekranda rahatlıkla modelleyerek geometrik yer tanımını rahatlıkla yapabildikleri fakat elips, hiperbol ve parabol tanımlarını kâğıt kalem ortamında tam olarak anlamlandıramayan bazı öğretmen adaylarının yazılımda oluşturulan modeller ile yanlışlıklarının farkına vararak bu tanımları yapabildikleri görülmüştür. GeoGebra yazılımının bu süreçte modellemelere yardımcı olarak geometrik yer tanımlarını yapabilmelerine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Diğer taraftan öğretmen adaylarına sorulan geometrik yerler hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılım ekranında modellenerek geometrik yerler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu süreçte verilen geometrik yerleri kâğıt kalem ortamındaki gibi modellemeye çalışan öğretmen adaylarından bazılarının yazılımın farklı ikonları sayesinde daha fazla uğraşmaktan kurtuldukları tespit edilmiştir. GeoGebra yazılımı bu süreçte kâğıt kalem ortamındaki gibi noktalar oluşturarak oluşan bu noktaların geometrik yerini tahmin etmeye çalışan öğretmen adaylarına bu ikonlar sayesinde yardımcı olmuş bu şekilde de modellemelerini sağlayarak uygulama sürecini kolaylaştırmıştır. Öğretmen adaylarına her sorulan geometrik yer sonrasında GeoGebra yazılımın iz bırakma ve sürgü nesnesi gibi özelliklerini kullanabildikleri görülmüştür. Kâğıt kalem ortamındaki eksikliklerin yazılımdaki modellemeler sonucunda ortadan kalktığı ve geometrik yerin daha iyi anlaşıldığı tespit edilmiştir. GeoGebra yazılımında modellemelerinde başarısız olan öğretmen adaylarının ise kâğıt kalem ortamındaki yaptıklarını açıklamaları ile sınırlı kaldıkları ve bu ortamda yapılanları da tam olarak açıklayamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğrenilen kavramların matematiksel olarak genelleştirilmesine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Bu süreçte kâğıt kalem ortamında geometrik yerlerin genel denklemlerinin oluşturulamadığı fakat değiştirilen geometrik yer şekillerinin cebir ekrandaki denklemlerinin gözlemleri sonucunda genel denklemlerinin de belirlendiği sonucuna ulaşılmıştır. GeoGebra yazılımı geometrik yerlere ait değişen şekillere karşılık gelen denklemleri cebir ekranından göstermesi sonucunda bu durumun ortaya çıktığı bu durumda yazılımın uygulama sürecine olan katkısını gösterdiği belirlenmiştir. Örneğin öteleme ve dönme dönüşümlerinde ekranda alınan

herhangi bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini yazılımda verilen nokta ve vektörün koordinatlarına göre, çemberin genel denkleminin grafik ekranında oluşturulan çemberlerin cebir ekranındaki denklemlerine göre matematiksel olarak genelleştirebildikleri tespit edilmiştir. Yine çemberin genel formülünden genel denklemi, yarıçapı ve merkezi, çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarının ve iki çemberin kesişme noktalarından geçen doğrunun denkleminin matematiksel olarak genelleştirildiği görülmüştür. Ayrıca elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzunluklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu noktaların değişimine göre gözlemleyen öğretmen adayları elipsin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalıştıkları görülmüştür. Diğer taraftan hiperbolün genel denklemini asal ve yedek çemberlerin yarıçapları cinsinden belirlemeleri, hiperbol üzerinde alınan noktadan hiperbolün odak noktalarına olan uzaklıklar farkının asal çemberin çapına eşit olduğunun belirlenmesi ile hiperbolün genel denkleminin matematiksel olarak genelleştirilmeye çalışılması süreçlerinde GeoGebra yazılımının kolaylıklar sağladığı görülmüştür. Ayrıca GeoGebra yazılımı parabol üzerinde alınan noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıklarının her seferinde eşit olduğunu öğretmen adaylarına göstererek parabolün genel denklemini genelleştirmelerini sonuçta uygulama yapmalarını sağlamıştır. Yazılım bu tür ifadelerin matematiksel olarak genelleştirilmesine yardımcı olduğundan uygulamalarına katkı sağlamıştır.

Sonuç olarak oluşturulan ortamda öğretmen adaylarının yazılımda tecrübe etmiş oldukları ifadeleri matematiksel olarak genelleştirerek bir uygulama süreci yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca çok çeşitli yaklaşımlarda bulunan öğretmen adaylarının öğrenme sürecinde, problemi anlama aşamasından model kurma basamaklarına kadar aralarında kurdukları işbirliği ve iletişimle, bilgisayar ile işbirliği içerisinde bireysel akıl yürütme yoluyla ulaştıkları fikirleri matematiksel düşünmeye dönüştürerek istenilenleri yaptıkları gözlenmiştir. Bu süreci yoğun bir şekilde yaşayan öğretmen adaylarının geometrik yerlere ilişkin bazı genellemelerde buldukları görülmüştür. Yine bu süreç içerisinde verilen geometrik yerlerin yazılımda modellenmesi ile bu tür problemlerin çözülmesi arasında iyi bir ilişkinin kurulduğu tespit edilmiştir.

4. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının sağladığı geri dönütleriyle grup arkadaşlarının birbirleri ile iletişime geçmelerine, fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmalarına katkı sağlayarak işbirliği sürecini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir.

Çalışma yapraklarında verilen denklemleri giriş ekranına yazan öğretmen adaylarına GeoGebra yazılımının geçersiz girdi, yanlış girdi gibi geri dönütler vermesi sonucunda birbirleri ile iletişime geçen öğretmen adaylarının fikir alışverişinde bulunduğu sonrasında da yardımlaşarak yanlışlıklarını düzeltmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. GeoGebra yazılımı bu tür geri dönütlerle öğretmen adaylarını birbirleri ile iletişime geçmelerini ve fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmasına olanak sağlamış bu şekilde de işbirliği sürecini kolaylaştırmıştır. Fikir alışverişlerinde ise ekrana yazılan denklemlerin doğruluğunu yazılımdan aldıkları dönütlerle bilgisayar ile etkileşim içerisinde belirlemeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Örneğin hiperbol ile ilgili verilen denklemleri giriş ekranında oluşturan öğretmen adaylarının bu iki denklem arasındaki ilişkiyi GeoGebra yazılımındaki iki nesne arasındaki ilişki veya kesişme ikonları sayesinde belirlemeye çalıştıkları ve bu süreç içerisinde yazılımın asimptot geri dönütü vermesi ile birbirleri ile iletişime geçen öğretmen adaylarının bazılarının fikir alışverişinde bulunarak bu denklemlerin hiperbolün asimptot denklemleri olduğunu belirledikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Süreç içerisinde verilen denklemleri yazılımın giriş ekranına yazan öğretmen adayları şekli oluşturamama, denklemleri yanlış girme gibi bazı sorunlarla karşılaşmışlar ve bu sıkıntıları yazılımın yanlış girdi, geçersiz girdi gibi geri dönütleri sayesinde grup arkadaşları ile fikir alışverişinde bulunarak aşabildikleri tespit edilmiştir. Oluşturulan bu ortamda yazılımın geri dönütleri sayesinde öğretmen adaylarının yanlışlarını düzeltmesi ve yazılan formüllerin geri çağırılması sırasında fikir alışverişinde bulunarak yardımlaştıkları belirlenmiştir. Bu durumda GeoGebra yazılımının işbirliğine katkı sağladığı sonucunu göstermektedir. Bütün bu süreçlerde öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımı ile etkileşimlerinin işbirliği sürecini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca GeoGebra dinamik matematik yazılımı öğretmen adaylarının düşündüklerini ispatlamak için birbirleriyle fikir alışverişinde bulunarak yardımlaşmasını sağlayan bir araç olarak işbirliği sürecine katkıda bulunduğu tespit edilmiştir.

Diğer taraftan sorulan geometrik yer problemlerini ekranda modellemeye çalışan öğretmen adaylarından bazılarının kâğıt kalem ortamındaki gibi davrandıkları fakat yazılımın beş noktadan geçen konik ve üç noktadan geçen çember gibi alternatif ikonlar sayesinde yazılımda çok fazla nokta oluşturmaktan kurtuldukları tespit edilmiştir. Bu süreçte de oluşturulan noktaların fazlalığı öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçmelerine ve yardımlaşmalarına sebep olmuş sonuçta da yazılımın alternatif ikonlarını kullanarak sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının ilk sorulan geometrik yerlerde iz bırakma, sürgü nesnesi ve noktaları hareket ettirme gibi yazılımın avantajlarını kullanamadıkları fakat bilgisayar ile etkileşimleri sonucunda zamanla bu ikonları da kullandıkları belirlenmiştir. Bu alternatif ikonları kullanma sürecinde öğretmen adayları

yazılımda oluşturulanlar sonucunda fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinin fikirlerini dinledikleri ve yardımlaşarak bu süreçleri gerçekleştirdikleri gözlenmiştir.

Diğer taraftan öğretmen adaylarının oluşturmuş olduğu grup içerisinde yazılım ile bir etkileşimin olduğu bu şekilde de grup içerisinde bir uyumun gerçekleştiği görülmüştür. Ayrıca tahminlerini yazılımda gözlemledikleri ile karşılaştıran öğretmen adaylarının hem bakış açılarının değiştiği hem de düşüncelerinin değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. Sonuçta GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının bakış açılarını ve düşüncelerini değiştirerek işbirliği sürecini kolaylaştırdığı tespit edilmiştir. Özetle öğretmen adayları grup içerisinde çalıştılarından işbirliği her süreçte gerçekleşmektedir. Süreç içerisinde öğretmen adayları akıl yürütürlerken, matematiksel düşünürlerken ve modelleme yaparken sürekli işbirliği içerisinde hareket ettikleri belirlenmiştir. Bu görevler süreci içerisinde birbirleri ile iş bölümü yapan öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişim sağlayarak fikir alışverişinde buldukları görülmüştür.

5. Oluşturulan ortamda GeoGebra dinamik matematik yazılımının matematiğin konuları arasında ve öğrenilen kavramların transfer edilmesine imkân sağladığı fakat günlük hayattan matematiğe ya da matematikten günlük hayata olan bir transfer sürecine katkı sağlamadığı tespit edilmiştir.

Oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adayları yazılımdaki gözlemleri ile daha önceki öğrenmiş oldukları kavramları istenilen ifadeleri oluştururlarken kullanabildikleri görülmüştür. Yazılımdaki bu gözlemler sonucunda bu şekilde bir transfer gerçekleştiğinden GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğrenilen kavramları transfer etmesine imkân sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin öğretmen adayları yazılım ile birlikte vektör tanımındaki görmüş oldukları ifadeleri noktanın bir vektör kadar ötelenmesine hem cebir ekranındaki hem de grafik ekranındaki gözlemleri ile karar vermişlerdir. Bu süreçte GeoGebra yazılımının öğretmen adaylarına bu ekranları bir arada sunarak vektör tanımını noktanın vektör kadar ötelenmesinde kullanmasına yardımcı olarak transfer sürecine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Yine öğretmen adaylarının geometrik yer tanımları ve iki nokta arasındaki uzaklık kavramlarını kullanarak veya vektörlerden yararlanarak çemberin genel denklemini daha önce öğrenilen kavramları kullanarak belirlemeye çalıştıkları tespit edilmiştir.

Yine oluşturulan ortam sayesinde öğretmen adaylarından biri yazılımdaki elips ile yapılanlar sonucunda günlük hayattan örnekler verebildikleri görülmüştür. Diğer taraftan bazı öğretmen adaylarının kendilerine verilen ifadeleri kullanırlarken yazılımı kullanmadan ezberle hareket etmeleri sonucu transfer etmede başarısız oldukları, bazılarının ise

yazılımı kullanarak transfer sürecinde başarı gösterdikleri tespit edilmiştir. Örneğin odakları x ekseninde olan geometrik yerlerin genel denklemlerini ekrandan gözlemleyerek matematiksel olarak genelleştiren öğretmen adaylarının yazılımı kullanmadan odakların y ekseninde olduğunda bu sonuca ulaşamadıkları tespit edilmiştir. Bazı öğretmen adaylarının ise ekranda odakları y ekseninde olan geometrik yerler oluşturdukları ve sonuçlarını genelleştirebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Sonuç olarak GeoGebra dinamik matematik yazılımı yürütülen çalışma yapraklarının hepsinde transfer sürecinin görülmediği ve yazılımın bu sürece katkısının çok fazla olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bütün bu ifadeler değerlendirildiğinde oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adaylarına hazır bilgi vermek yerine GeoGebra dinamik matematik yazılımının onları aktif bir biçimde meşgul eden anlamlı bir bağlam oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır.

6. 2. Öneriler

Araştırmada oluşturulan öğrenme ortamında geometrik yer kavramının öğretiminde GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğretmen adaylarını aktif bir şekilde meşgul eden anlamlı bir bağlam oluşturduğu tespit edilmiştir. Fakat yazılımın bir bağlamsal öğrenme öğretme stratejisi olan REACT bileşenlerinde öğretmen adaylarının daha çok tecrübe etme, uygulama ve işbirliğine katkı sağladığı ilişkilendirme ve transfer etmelerine çok fazla bir katkısının olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bölümde bu sonuçlara göre bazı önerilerde bulunulacaktır.

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Geometrik yer kavramı başta Alman müfredatı olmak üzere gelişmiş ülkelerin müfredatlarında görülmektedir. Düşünme biçimi, farklı tahminlerin yapılması ve soyut bir kavram olması nedeni ile ülkemizde gerektiği yeri bulamamış sembolik olarak müfredatımızda yer almıştır. Fakat zamanla araştırmacılar sadece geometrik yer problemlerini farklı bilgisayar yazılımları ile nasıl öğretebilecekleri konusunda çalışmalar yapmışlardır. GeoGebra dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde bağlam oluşturmadaki rolünün incelendiği bu araştırmanın sonuçlarına göre öğretmenler öğrencilerinin öğrenmekte zorlandıkları analitik geometri kavramlarının çoğunda bir araç olarak bu yazılımı kullanabilir. Çünkü yapılan bu çalışmada GeoGebra dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde REACT stratejisi bileşenlerine göre bir bağlam oluşturabildiğini göstermektedir. Diğer taraftan bu araştırmada olduğu gibi öğretmen adayları ile yürütülecek çalışmalarda samimi bir ortam

oluşturulmasının ve öğretmen adaylarının bu ortamda kendilerini rahat hissetmeleri için tedbirler alınmasının çalışmaların amacına ulaşmasında etkili olacağı düşünülmektedir.

Araştırma süresince oluşturulan ortamda geometrik yer kavramının öğretiminde GeoGebra dinamik matematik yazılımının öğretmen adaylarının daha çok tecrübe etme, uygulamalarına ve işbirliğine katkısının olduğu fakat ilişkilendirme ve transfer etmelerine daha az bir katkısının olduğu tespit edilmiştir. Bu çalışmada araştırmacı kendi dersinde bütün öğretim yılında öğretmen adaylarının geometrik yer kavramlarında daha çok zorlandıklarını ve bunun çözümünün de GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile aşılabileceğini öngörerek bu çalışmayı yürütmüştür. Araştırmacı öğretmenlerde bu şekilde kendi analitik geometri derslerinde öğrencilerinin sıkıntı çekmiş oldukları konularda çeşitli yazılımlara başvurarak öğretimlerini şekillendirebilir. Yine çalışmada dinamik yazılımlardan sadece GeoGebra yazılımının bağlam oluşturmadaki rolüne bakıldığından diğer materyaller kullanılmamıştır. GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile birlikte diğer materyallerinde kullanıldığı ortamlar oluşturularak bu kavramların öğretimi yapıldığında bu ortamlar sayesinde ilişkilendirme ve transfer etmeleri daha fazla sağlanabilir. Yine oluşturulan öğrenme ortamında öğretmen adaylarına uygulanan çalışma yapraklarında günlük hayata ve farklı disiplinlere ait yönergeler bulunmadığından bu süreçte hem ilişkilendirme hem de transfer sürecine ait bulgulara az rastlanılmıştır. Araştırmacı öğretmenler geometrik yer kavramının öğretiminde çalışma yapraklarına bu tür yönergeler eklediğinde öğrencilerin ilişkilendirme ve transfer etmelerini sağlayabilir.

6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Bu araştırma tek bir sınıfta araştırmacının kendi dersinde görmüş olduğu zorluklardan yola çıkılarak koniklerin geometrik yer kavramı incelenmiştir. Bu nedenle araştırmacılar yine geometrik yer kavramını iki sınıfla birlikte GeoGebra dinamik matematik yazılımının da olduğu deneysel bir çalışma yaparak sonuçlarını karşılaştırabilirler.

Yine bu araştırma sadece analitik geometri dersinde yaşanan zorluklardan yola çıkarak yapıldığından diğer derslerde de yaşanan zorluklar ortaya çıkarılarak GeoGebra dinamik matematik yazılımının bağlam oluşturmadaki rolüne bakılabilir.

Bu çalışmada analitik geometri kavramlarından geometrik yer kavramının çalışılması araştırmacının kendi dersinde görmüş olduğu zorluklardan dolayı karar verilmiştir. Diğer araştırmacılar da yine kendi dersinde analitik geometri kavramlarından başka kavramların GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile aşılp aşılamayacağını araştırabilir.

Bu çalışma analitik geometri dersindeki geometrik yer kavramının öğretiminde çalışılmıştır. Aynı çalışma Euclid geometrisinin kavramlarının GeoGebra yazılımı ile öğretilmesi konusunda da çalışma yapılabilir. Bu şekilde GeoGebra yazılımının Euclid geometrisindeki konularında bağlam oluşturup oluşturmadığı araştırılabilir.

Bu çalışma öğretmen adayları ile yürütülmüştür. Diğer araştırmacılar da aynı tür bir araştırmayı üstün yetenekli öğrenciler ve üstün yetenekli olmayan öğrenciler üzerinde yapabilir. Hatta bu iki öğrenci grubu üzerinde GeoGebra dinamik matematik yazılımının bağlam oluşturmadaki rolleri bulunup karşılaştırılabilir.

Yapılan bu çalışmada çalışma yapraklarındaki yönergelerde günlük hayat ile ve farklı disiplinlerle bir ilişkilendirme yapılamadığı ve günlük hayat ile bir transfer sürecinin gerçekleşmediği tespit edilmiştir. Bunun nedeni çalışma yapraklarındaki yönergelerde bu tür ifadeler yer verilmediğine bağlanılmıştır. Aynı türden bir araştırma çalışma yapraklarındaki yönergelerin günlük hayata ve disiplinler arası ilişkilendirmelere yönelik hazırlanmasıyla yapılabilir. Bu şekilde ilişkilendirme ve transfer etme süreçleri daha detaylı bir şekilde incelenebilir.

7. KAYNAKLAR

- Acar, B. ve Yaman, M. (2011). Bağlam temelli öğrenmenin öğrencilerin ilgi ve bilgi düzeylerine etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40, 01-10.
- Accascina, G. and Rogora, E. (2006). Using Cabri 3D diyagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1), 11-22.
- Açıkgül, K. (2012). Öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin ve bu süreçlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.
- Altun, M. (2004). *İlköğretim ikinci kademedeki (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Yayıncılık.
- Anabousy, A., Daher, W., Baya'a N. and Abu-Naja, M. (2014). Conceiving function transformations in different representations: Middle school student working with technology. *Mathematics Education*, 9(2), 99-114.
- Antohe, G. S. (2009). Modeling a geometric locus with GeoGebra annals. *Computer Science Series*, 7(2), 105-112.
- Arcavi, A. and Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45.
- Aşkar, P. (1991, Nisan). Bilgisayar destekli öğretim programı, I. Eğitimde Arayışlar Kongresi: Eğitimde Nitelik Geliştirme Bildiri Özetleri, Kültür Koleji Genel Müdürlüğü, İstanbul.
- Çepni, S. (Ed.). (2011). *Kuramdan uygulamaya fen ve teknoloji öğretimi*. Trabzon: Pegem A Yayıncılık.
- Ayvacı, H.Ş., Ültay, E. ve Mert, Y. (2013). 9. Sınıf fizik kitabında yer alan bağlamların değerlendirilmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 242-263.
- Baki, A. (2001, Mart). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149.
- Baki, A. (2002). *Bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: Ceren Yayınları.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayınları.
- Baki, A., Çekmez, E. ve Kösa, T. (2009, July). Solving geometrical locus problems in Geogebra, GeoGebra Conference, RISC in Hagenberg.
- Baki, A., Çatlıoğlu, H., Coştu, S. ve Birgin, O. (2009). Conceptions of high school students about mathematical connections to the real-life. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 1402-1407.

- Baki, A., Yıldız, A. and Baltacı, S. (2012). Mathematical thinking skills shown by gifted students while solving problems in a computer-aided environment [SpecialIssue]. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, 993-995.
- Bako, M. (2003). Different projecting methods in teaching spatial geometry. *European research in Mathematics Education III*, Thematic Group 7.
- Baltacı, S. ve Yıldız, A. (2014, Eylül). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının düzlem denklemlerini GeoGebra dinamik yazılımı ile öğrenme süreçlerinin incelenmesi, XI. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi, Adana.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik öğretimi (1-5. Sınıflar)* (8. Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Berns, R. G. and Erickson, P. M. (2001). Contextual teaching and learning: Preparing students for the new economy. *The Highlight Zone Research*, 5, 1-8.
- Bertoline, G.R. and Miller, D.C. (1990). A visualization and orthographic drawing test using the macintosh computer. *Engineering Design Graphics Division Journal*, 54(1), 1-7.
- Birchinall, L. (2013). Case study of trainee teachers' responses to the impact on engagement and motivation in learning through a model of cross-curricular context-based learning: 'keeping fit and healthy'. *The Curriculum Journal*, 24(1), 27-49.
- Bodner, B. L. (2006). Bridges 2006: Mathematical connectins in art, music and science. conference Report. 4-9 August. London. *Nexus Network Journal*, 9(1), 145-149.
- Bogdan, R.C. and Biklen, S.K. (1998). *Oualitative research for education: An introduction to theory and methods* (4th ed.). New York: Pearson Education Group.
- Botana, F. and Valcarce, J. L. (2003). A software tool for the investigation of plane loci. *Mathematics and Computers in Simulation*, 61, 139-152.
- Bransford, J., D., Brown, A., L. and Cocking, R., R. (1999). How people learn: brain, mind, experience, and school. Washington: National Academy Press.
- CalGeo. (2007). (Teaching Calculus Using Dynamic Geometric Tools). <http://www.math.uoa.gr/calgeo/> adresinden 10 Ekim 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Cena, M. E. (1998). Anchored instruction: A model for integrating the language arts through content area study. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, 41(7), 559-561.
- Ceylan, T. (2012). GeoGebra yazılımı ortamında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerinin incelenmesi. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Cha, S. and Noss, R. (2001). Investigating students' understanding of locus with dynamic geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 21, 3, 84-89.

- Cha, S. and Noss, R. (2004). Investigating students understanding of locus with dynamic geometry, [Online] Retrieved 12, 2013, from <http://koreansociety.ioe.ac.uk/article/17.pdf>.
- Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(4), 263-270.
- Choi-Koh, S. S. (1999). A student's learning of geometry using the computer. *The Journal of Educational Research*, 92(5), 301-311.
- Choi, H. J. and Johnson, S. D. (2005). The effect of context-based video instruction on learning and motivation in on-line courses. *The American Journal of Distance Education*, 19(4), 215-227.
- Coştu, S. (2009). Matematik öğretiminde bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen deneyimleri. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Coştu, S., Arslan, S. ve Çatlıoğlu, H. (2008, Ağustos). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde ilişkilendirmenin kullanılması hakkındaki görüşleri, 8. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Özkan Matbaacılık, Bolu.
- Craig, D. V. (2009). *Action research essentials*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Crawford, L. M. (2001). Teaching contextually: research, rationale and techniques for improving student motivation and achievement in mathematics and science. *Leading Change in Education*, 4, 2-17.
- Creswell, J. W. (2005). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (2th ed.). New Jersey, Pearson Education, Inc, Upper Saddle River.
- Çatlıoğlu, H. (2010). Matematik öğretmeni adaylarıyla bağlamsal öğrenme ve öğretme deneyiminin değerlendirilmesi. Yayınlanmış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Çepni, S. (2009). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Erol Ofset.
- Demircioğlu, H., Dinç, M. and Çalık, M. (2013). The effect of storylines embedded within context-based learning approach on grade 6 students' understanding of 'physical and chemical change' concepts. *Journal of Baltic Science Education*, 12(5), 682-691.
- Demircioğlu, H., Vural, S ve Demircioğlu, G. (2012). "REACT" stratejisine uygun hazırlanan materyalin üstün yetenekli öğrencilerin başarısı üzerine etkisi. *On dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(2), 101-144.
- Demirkan, Ö. (2006). Bağlaşık öğrenme gruplarında bağlam çokluğu ve bilişsel stilin başarı, transfer ve bağımsızlaştırmaya etkisi. Yayınlanmış doktora tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Dikovich Lj. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. Retrieved April 15, 2013 from <http://www.doiserbia.nb.rs/img/doi/1820-0214/2009/1820-02140902191D.pdf>.

- Dörr, G. (1999). Didaktisches design multimedialer lernumgebungen in der betrieblichen weiterbildung. *Unterrichtswissenschaft*, 26 (1), 61-67.
- Dutton, W. H. and Dutton, A. (1991). *Mathematics children use and understand*. Mountain View, Mayfield, CA.
- Edwards, T. M. (2005). Collaborative circles casting school geometry in new light with dynamic geometry software. *ProQuest Education Journals*, 21(1), 32.
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metodlarına giriş: nitel, nicel ve eleştirel kuram metodolojileri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Ergin, İ. (2006). Fizik eğitiminde 5e modelinin öğrencilerin akademik başarısına, tutumuna ve hatırlama düzeyine etkisine bir örnek: "iki boyutta atış hareketi". Yayınlanmış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Erturan, D. (2007). 7.Sınıf öğrencilerinin sınıf içindeki matematik başarıları ile günlük hayatta matematiği fark edebilmeleri arasındaki ilişki. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Erüs, E. E. (2007). Analitik geometri dersinde eleştirel düşünme becerilerine dayalı öğretimin öğrenci erişimi düzeyi ve kalıcılığına etkisi, Hacettepe Üniversitesi, Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Ankara.
- Ferrarello, D., Mammana, F. M. and Pennisi, M. (2014). Geometric loci and homothetic transformations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(2), 282-316.
- Frank, B. A. (2010). Conjecturing in dynamic geometry: A model for conjecture-generation through maintaining dragging. Published doctoral dissertation, University of New Hampshire, Durham.
- Freixas, M., Joan-Arinyo, R. and Soto-Riera, A. (2010). A constraint-based dynamic geometry system. *Computer-Aided Design*, 42, 151-161.
- Gallou-Dumiel, E. (1989). Reflection, point symmetry and logo. In C. A. Maher, G. A. Goldin & R. B. Davis (Eds.), *Proceedings of the eleventh annual meeting* (pp. 149-157). New Brunswick: Rutgers University.
- Glynn, S. and Koballa, T. R. (2005). The contextual teaching and learning instructional approach. In R. E. Yager (Ed.), *Exemplary Science: Best Practices In Professional Development* (pp. 75–84). Arlington, Va: National Science Teachers Association Press.
- González, G. and Herbst P. G. (2009). Students' conceptions of congruency through the use of dynamic geometry software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14, 153-182.
- Gorghiu, G., Puana, N. and Gorghiu L. M. (2009). Solving geometrical locus problems using dynamic interactive geometry applications. Retrieved January 18, 2012, from <http://www.formatex.org/micte2009/book/814818.pdf>.

- Göçmençelebi, Ş. İ. (2007). İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin fen bilgisi dersinde verilen biyoloji bilgilerini kullanma ve günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyleri. Yayınlanmış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Gözen, Ş. (2001). *Matematik ve öğretimi*. Ankara: Evrim Yayınevi.
- Gräsel, C., Prenzel, M. and Mandl, H. (1993). Konstruktionsprozesse beim bearbeiten eines fallbasierten computerlernprogramms. In C. Tarnai (Hrsg.), Beiträge zur empirischen pädagogischen forschung (s. 55-66), Münster: Waxmann.
- Gülkılık, H. (2008). Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Güven, Y. (2006). Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Güven, B. (2002). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Güven, B. (2008). Using dynamic geometry software to gain insight into a proof. *International Journal Computer Mathematics Learning*, 13, 251–262.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile geometri öğrenme: öğrenci görüşleri. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(2), 67-78.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2005). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: Bir model. *İlköğretim-Online*, 4(1), 62-72.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2009). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerindeki başarılarına etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 42(1), 1-31.
- Haciomeroglu, E.S., Bu, L., Schoen,C.R. and Hohenwarter,M. (2010). Prospective teachers' experiences in developing lessons with dynamic mathematics software. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 18(2), 71-82.
- Hannafin, R. D., Burruss, J. D. and Little, C. (2001). Learning with dynamic geometry programs: Perspectives of teachers and learners. *The Journal of Educational Research*, 94 (3), 132-144.
- Hazzan O. and Goldenberg E.P. (1997). Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 263-291.
- Hennessy, S. (1993). Situated cognition and cognitive apprenticeship: implications for classroom learning. *Studies in Science Education*, 22(1), 1-41.
- Hoffman, (2003). Fresh Baked Fractions. Retrieved November 20, 2012 from <http://funbrain.com/fract/index.html>.

- Hohenwarter, M. and Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. Retrieved July 22, 2012 from <http://www.geogebra.org/publications/pecs>.
- Hohenwarter, M., Preiner, J., Yi and Tael. (2007, February). Incorporating GeoGebra into teaching mathematics at the college level. Proceedings of the International Conference for Technology in Collegiate Mathematics, Boston.
- Hohenwarter, M. and Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y. and Lavicza, Z. (2008, July). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. 11th International Congress on Mathematical Education, Monterrey, Nuevo Leon, Mexico.
- Hollebrands, K. F. (2007). The role of a dynamic software program for geometry in the strategies high school mathematics students employ. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38 (2), 164-192.
- Hoyles, C. and Healy, L. (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2, 27-59.
- Ingram, S. J. (2003). The effects of contextual learning instruction on science achievement of male and female tenth grade students. Unpublished doctoral dissertation, University of South Alabama, ABD.
- Iordan, A., Savii, G., Pănoiu, M., Pănoiu, G. (2008, July). Development of dynamical software for teaching plane analytical geometry. International Conference on Engineering Education, Heraklion, Crete Island, Greece.
- Işıksal, M. and Aşkar, P. (2005). The effect of spreadsheet and dynamic geometry software on achievement and self-efficacy of 7th-grade students. *Educational Research*, 47(3), 333-350.
- Jahn, A. P. (2002). Locus" and "Trace" in Cabri géomètre: relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations. *ZDM*, 34(3), 78-84.
- Jares, J. and Pech, P. (2013). Exploring loci of points by DGS and CAS in teaching geometry. *Electronic Journal of Mathematics & Technology*, 7(2), 143-154.
- Johnson, A. P. (2002). *A short guide to action research*. Boston. Allyn & Bacon.
- Jones, K., Mooney, C. and Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 22(2), 95-100.
- July, R. A. (2001). Thinking in three dimensions: Exploring students' geometric thinking and spatial ability with the geometer's sketchpad. Unpublished doctoral dissertation. Florida International University, ABD.
- Kabaca, T. ve Aktümen, M. (2010). Using GeoGebra as an expressive modeling tool: discovering the anatomy of the cycloid's parametric equation. *GeoGebra The New Language For The Third Millennium*, 1(1), 63-82.

- Karakuş, Ö. (2008). Bilgisayar destekli dönüşüm geometrisi öğretiminin öğrenci erişime etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Karataş, İ. (2011). Experiences of student mathematics-teachers in computerbased mathematics learning environment. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, Retrieved October 10, 2012 from <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/karatas.pdf>.
- Kemmis, S. and McTaggart, R. (2000). Participatory action research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 567-605). Thousand Oaks, California: Sage Publications.
- Klein, D. (1998). I've seen this before? The effects of self-monitoring and multiple context instruction on knowledge representation and transfer among middle school students. (CSE Technical Report 466), University of California, Los Angeles.
- Kokol-Voljc, V. (2007). Use of mathematical software in pre-service teacher training: the case of DGS. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 55-60.
- Kösa, T. (2011). Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Yayınlanmamış doktora tezi, Trabzon.
- Kösa, T. ve Karakuş, F. (2010). Using dynamic geometry software Cabri 3D for teaching analytic geometry. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 1385-1389.
- Kösa, T., Karakuş, F. ve Çakıroğlu, Ü. (2008, July). Uzay geometri öğretimi için üç boyutlu dinamik geometri yazılımı kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. International Educational Technology Conference, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Köse, Y. S. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar?. *İlköğretim Online*, 8(1), 159-175.
- Köse, Ö.E. ve Tosun, Ç.F. (2011). Yaşam temelli öğrenmenin sinir sistemi konusunda öğrenci başarılarına etkileri. *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, 8(2), 91-106.
- Kuhn, J. and Müller, A. (2014). Context-based science education by newspaper story problems: A study on motivation and learning effects. *Progress in Science Education*, 2, 5-21.
- Kurnaz, M.A. (2013). Fizik öğretmenlerinin bağlam temelli fizik problemleriyle ilgili algılarının incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(1), 375-390.
- Kurt, Ş. (2002). Fizik öğretiminde bütünleştirici öğrenme kuramına uygun çalışma yapraklarının geliştirilmesi, Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Kurtuluş, A. ve Bulut, F. (2014, Mayıs). Analitik geometri dersinde farklı bir uygulama: Büyük risk oyunu. 13. Matematik Sempozyumu, Karabük Üniversitesi, Karabük.

- Kutluca, T. ve Baki, A. (2013). İkinci dereceden fonksiyonlar konusunda geliştirilen çalışma yaprakları hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(3), 319-331.
- Kutluca, T. ve Birgin, O. (2007). Çoklu zekâ kuramına göre geliştirilen etkinliklerin öğrenci başarısı üzerine etkisinin incelenmesi. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, Sayı 346.
- Kutluca, T. ve Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 160-172.
- Kutluca, T. ve Zengin, Y. (2011, Eylül). Belirli integral konusunda dinamik matematik yazılımı GeoGebra kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. 5th International Computer and Instructional Technologies Symposium, Elazığ.
- Kuzu, A. (2009). Öğretmen yetiştirme ve mesleki gelişimde eylem araştırması. Uluslararası sosyal araştırmalar dergisi. *The Journal of International Social Research*, 2(6). 100-116.
- Küçük, M. (2002). Hizmet-İçi aksiyon araştırması kurs programının fen bilgisi öğretmenlerine uygulanması: bir örnek olay çalışması. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Trabzon.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. and Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of Research on The Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense Publishers, 275-304.
- Lachmy, R. and Koichu, B. (2014). The interplay of empirical and deductive reasoning in proving "if" and "only if" statements in a dynamic geometry environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 150-165.
- Mason, J. (1997). *Qualitative researching*. London, Sage Publications.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *An expanded sourcebook: qualitative data analysis* (2. Baskı). Sage, Thousand Oaks, CA.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2005). *İlköğretim okulu matematik dersi öğretim programı*, Ankara: Devlet Kitapları Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2011). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) dersi öğretim programı & Ortaöğretim seçmeli matematik (10, 11 ve 12. Sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara.
- Mills, G. E. (2003). *Action Research. A Guide for the Teacher Researcher*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Molebash, P. (2004). Preservice teacher perceptions of a technology-enriched methods course. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 3(4), 412- 432.
- Murphy, P. (1994). *Gender differences in pupils' reactions to practical work*. *Teaching Science*. London: Routledge.

- National Council Of Teachers Of Mathematics. (1989). *Cirriculum and evaluation standarts for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- National Research Council. (2012). *A Framework for K-12 science education: practices, crosscutting concept, and core ideas*. Committee on a conceptual framework for new K-12 science education standarts. Board on science education, division of behavioral and social sciences and education, Washington, DC: The National Academies Press.
- Olive, J. (2002). Implications of using dynamic geometry technology for teaching and learning. In: M. Saraiva, J. Matos, I. Coelho (Eds.) *Ensino e Aprendizagem de Geometria* (pp. 300-321). Lisbon: SPCE.
- Özerbaş, M. A. (2003). Bilgisayar destekli bağlaşıklık öğretimin öğrenci başarısı, motivasyon ve transfer becerilerine etkisi. Yayınlanmış doktora tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Özerdem, E. (2007). Lisans düzeyinde analitik geometri dersindeki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesine yönelik bir araştırma. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Parnell, D. (2001). *Contextual teaching works!*. CCI Publishing. Waco, TX.
- Pekdemir, Ü. (2004). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin geometrik yer konusunda öğrenci başarısı üzerindeki etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Pierce, B. K. (2013). Do mathematics and reading competencies integrated into career and technical education courses improve high school student state assessment scores?. Published doctoral dissertation, University of South Florida, ABD.
- Price, E. and Stacey, K. (2005). Using dynamic geometry to bring the real world into the classroom. In J. Vincent, J. Dowsey & R. Pierce (Eds.), *Proceedings of the annual conference of the Mathematical association of victoria* (pp. 292-303). Melbourne: MAV.
- Putter-Smits, L. G. A., Taconis, R. and Jochems, W. M. G. (2013). Mapping context-based learning environments: The construction of an instrument. *Learning Environments Research*, 16(3), 437-462.
- Real, F.L. and Leung, A. (2006). Dragging as a conceptual tool in dynamic geometry environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(6), 665-679.
- Renkl, L. A., Gruber, H., Mandl, H. and Hinkofer, L. (1994). Hilft wissen bei der identifikation und steuerung eines komplexen ökonomischen systems?. *Unterrichtswissenschaft*, 22, 195-202.
- Riddle, D. F. (1996). *Analytic geometry*. Boston: PWS Publishing Company.
- Rincon, L. F. (2009). Dynamic and interactive applications using GeoGebra software in the 6-12 mathematics curriculum, Published master dissertation, Kean University, ABD.

- Rose, D. E. (2012). Context-based learning. In N. Seel (Ed.), *Encyclopedia of the sciences of learning* (pp. 799–802). New York: Springer US.
- Ruthven, K. (2005). Expanding current practice in using dynamic geometry to teach about angle properties. *ProQuest Education Journals*, 21(2), 26-35.
- Saha, R. A., Ayubb, A. F. M. and Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 686–693.
- Santos-Trigo, M. and Cristóbal-Escalante, C. (2008). Emerging high school students' problem solving trajectories based on the use of dynamic software. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 27(3), 325-340.
- Sarıgül, Ö.E. (2001). *Lise 2 geometri ders kitabı*, Ankara: MEB Yayinevi.
- Satriani, I., Emilia, E. and Gunawan, H. M. (2012). Contextual teaching and learning approach to teaching writing. *Indonesian Journal of Applied Linguistics*, 2(1), 10-22.
- SCANS (2000). A SCANS Report for America, Washington, DC: U.S. Department of Labor. Retrieved November 02, 2010, from <http://www.coe.tamu.edu/~epsy/cded/jenny1.html>.
- Schell, J. W. (2001). An emerging framework for contextual teaching and learning in preservice teacher education. Retrieved October 13, 2011 from <http://www.coe.uga.edu/ctl/theory/framework.pdf>.
- Scher, D. (1999). Problem solving and proof in the age of dynamic geometry. *Micromath*, 15(1), 24-30.
- Schumann, H. and Green D. (1997). Producing and using loci with dynamic geometry software, In *Geometry Turned on Dynamic Software in Learning. Teaching and Research*, 6, 79-88.
- Schumann, H. (2003). Computer aided treatment of 3D problems in analytic geometry. *The International Journal on Mathematics Education*, 35(1), 7-13.
- Schumann, H. and Green, D. (2001). A Computer based method for exploring functional relations in geometric figures. *Teaching Mathematic and Its Applications*, 20, 145-155.
- Schwalbach, E.M. and Dosemagen, D.M. (2000). Developing student understanding: Contextualizing calculus concepts. *School Science and Mathematics*, 100(2), 90-98.
- Sheffield, L. J. and Cruikshank, D. E. (2005). *Teaching and learning mathematics: pre-kindergarten through middle school* (5th ed.). New York: J. Wiley.
- Simon, M. A. and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.

- Tatar, E., Kağızmanlı, T.B. ve Akkaya, A. (2014). Dinamik bir yazılımın çemberin analitik incelenmesinde başarıya etkisi ve matematik öğretmeni adaylarının görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(1), 153-177.
- Thomas, G. P. (2001). Toward effective computer use in high school science education: where to from here?. *Education and Information Technologies*, 6(1), 267-285.
- Türkdoğan, A. (2006). BDMÖ yoluyla sınıf öğretmeni adaylarının denklemler ve grafikleri konusundaki öğrenme ürünlerinin incelenmesi. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- United States Department of Education, Office of Vocational and Adult Education (2005). *Contextual teaching and learning*. Retrieved January 10, 2011 from <http://www.usda.gov>.
- Ural, A. (2014). Geometri öğretiminde ms paint kullanımı. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, 92-107.
- URL-1, <http://www.frntr.com/turk-dili-ve-edebiyati/3851679-baglam-baglam-nedir.html>
Bağlam tanımı. 10 Kasım 2014.
- Ültay, N. ve Çalık, M. (2011). Asitler ve bazlar konusu ile ilgili örnekler üzerinden 5E modelini ve REACT stratejisini ayırt etmek. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2), 199-220.
- Yazgan, G. (2006). Ckc modeline göre 10. sınıf öğrencilerinin geometrik yer kavramına ilişkin kavramları üzerine nitel bir araştırma. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yemen, S. (2009). İlköğretim 8.sınıf analitik geometri öğretiminde teknoloji destekli öğretimin öğrencilerin başarısına ve tutumuna etkisi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Yayınlanmış yüksek lisans tezi, İzmir.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Ankara. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, A. Baltacı, S. ve Aktümen, M. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik matematik yazılımı ile üç boyutlu cisim problemlerini çözme süreçleri. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 591-604.
- Yılmaz, M. ve Akkoyunlu, B. (2006). Farklı öğrenme ortamlarının kalıcılığa etkisi. *Eurasian Journal of Educational Research*, 23, 209-218.
- Yu, K.C. Fan, S.C. and Lin, K.Y. (2014). Enhancing students' problem-solving skills through context-based learning. *International of Science and Mathematics Education*, 12, 64-78.
- Weinbaum, A. and Rogers, A. M. (1995). *Contextual learning: A critical aspect of school to work transition programs*. Washington, DC: National Institute for Work and Learning.

8. EKLER

Ek 1. Oluşturulan Öğrenme Ortamında 5E'ye göre Örnek Ders Planı

BÖLÜM I	
Dersin Adı	Analitik Geometri
Sınıf / Şube	3
Konu Adı	Çemberin Özellikleri
Önerilen Süre	6 Ders Saati
BÖLÜM II	
Kazanımlar	Merkezi ve yarıçapı bilinen çember denklemini bulur ve yorumlar. Çemberin genel denkleminde genel formülünü bulur ve genel formülden yarıçap ifadesini bulup yorumlar. Genel formüldeki yarıçap ifadesinin durumuna göre oluşabilecek şekilleri belirler ve yorumlar. Çemberler ile doğruların birbirine göre durumlarını belirleyerek ifade eder. Bir çemberin genel denklemini vektörleri kullanarak belirler.
Öğretme-Öğrenme Yöntem ve Teknikleri	5E Öğretim Stratejisi, Bilgisayar Destekli Eğitim, Grup Çalışması.
Kullanılan Eğitim Teknolojileri	Çalışma Yapağı, GeoGebra Dinamik Matematik Yazılımı.
BÖLÜM III	
Öğrenme-Öğretme Etkinlikleri	
Giriş	Daha önceki haftada öğrenilen çemberin geometrik yer tanımının tekrar ifade edilmesi istenir. Bu şekilde çemberin geometrik yer tanımını hatırlayarak ön bilgileri ortaya çıkarılır ve öğrencinin konuya dikkatinin çekilmesi sağlanır.
Keşfetme	Bu süreçte öğretmen adayları ikiye bölünmüş grup halinde bilgisayar ekranında çalışma yapraklarındaki yönergeleri yapmaya çalışırlar. İlk olarak grafik ekranında çeşitli çemberler olarak bu çemberlerin genel denklemlerini cebir ekranından gözlemlenmeleri ve yorumlamaları beklenir. Bu şekilde merkezi ve yarıçapı belli olan çemberlerin genel denklemleri belirlenir. İkinci olarak çemberlerin genel formüllerini ekrana giren öğretmen adaylarından ekrandaki gözlemleri ile çemberlerin genel denklemleri, merkezleri ve yarıçaplarını tablodaki boş bırakılan yerlere doldurmaları ve buradan da yorumlamaları beklenir. Üçüncü olarak çemberlerin genel formüllerindeki yarıçap denklemindeki karakök içerisindeki ifadeye göre oluşan şekli ekrandan gözlemleyerek tabloyu doldurmaları ve yorumlamaları beklenir. Yine bir diğer ifade de ise tablodaki verilen çemberler ve doğruların birbirine göre durumlarını ekranda gözlemleyerek yorumlamaları beklenir.
Açıklama	Verilen yönergelerde neler keşsettiklerini grup arkadaşları ile tartışarak çalışma yapraklarına yazmaları beklenir. Bu aşamada da grup tartışması içerisinde gerçekleşir. Öğretmende aralarda dolaşarak öğretmen adaylarına rehber görevi üstlenir ve yaptıklarının açıklanmasına yardımcı olur.
Derinleştirme	Yapılan grup tartışmaları sonucunda ilk olarak ekrandaki gözlemler ile merkezi ve yarıçapı bilinen çemberin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri, çemberin genel formülünden genel denklemini, yarıçapını ve merkezini ifade etmeleri, bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumunu matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir. Bu süreçte öğretmen adayları düşüncelerini grup arkadaşı ile paylaşarak yanlışlıklarını veya doğruluklarını kontrol eder ve bu bilgiler tam olarak karşılaştırılır ya da değiştirilir. Bu şekilde öğrenciler düşüncelerini, ekranda gözlemledikleri ile sorgulamaları grup tartışması ile de bazı sonuçlara ulaşmaları beklenir.
Değerlendirme	Bu aşamada da öğretmen adaylarının konunun derinliklerini görmesi için çemberin genel denkleminin vektörler ile nasıl bulunabileceği, çember üzerindeki nokta ile çemberin merkezi arasındaki uzaklık olan yarıçapı kullanarak çemberin genel denklemini nasıl ifade edilebileceği gibi sorular sorularak öğrendikleri bilgileri buralara nasıl aktarabilecekleri sorgulanır. Bu şekilde yeni kazanılan bilginin başka durumlara uygulanması sağlanır.

3. Yeni bir 2B GeoGebra sayfası açınız. Ekranda herhangi bir A noktası alınız ve bu noktayı aşağıdaki tabloda verilen açiya göre “Nesneyi nokta etrafında açıyla döndür” ikonunu kullanarak orijin etrafında saat yönü tersinde döndürünüz. Yazılımı kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

A(x,y) noktası	Q açısı	Oluşan Nokta	$(x \cos(Q) - y \sin(Q), x \sin(Q) + y \cos(Q))$
	20°		
	30°		
	45°		
	60°		
	90°		

Tabloyu göz önüne aldığınızda A noktası dönüşüm sonucunda oluşan nokta ve tabloda verilen bağıntının oluşturduğu noktalar arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır. Grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

.....

.....

.....

.....

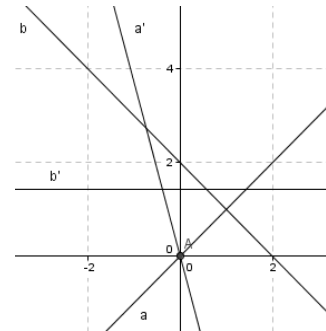
.....

.....

.....

.....

4. GeoGebra programını çalıştırarak aşağıdaki tablodaki verilen denklemleri GeoGebra giriş ekranına giriniz. Oluşan şekilleri “Nesneyi nokta etrafında açıyla döndür” ikonunu kullanarak orijin etrafında verilen açiya göre döndürünüz. Oluşan şekillerin denklemlerini cebir ekranından gözleyerek bu denklemlere $x' = x \cos(Q) + y \sin(Q)$ ve $y' = -x \sin(Q) + y \cos(Q)$ dönüşümlerini yazılımı kullanarak uygulayınız. Tablodaki boş bırakılan yerleri grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.



Verilen Denklem	Açı	Dönme Sonucu Oluşan Denklem	Uygulanan Dönüşüm Sonucu Oluşan Denklem
$y=x$	30°
$x-y=2$	45°
$2x+3y+12=0$	60°
$x^2+2y^2=1$	45°

Tabloyu göz önüne alarak dönme sonucu oluşan denklem ile uygulanan dönüşüm formülleri sonucunda oluşan denklem arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır. Grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

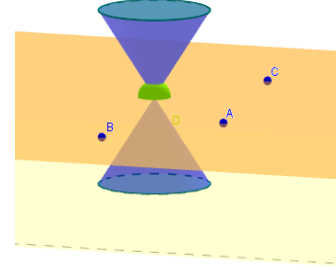
Öteleme ve Dönme Fonksiyonları ile neler öğrendiğinizi grup arkadaşınızla birlikte kısaca aşağıya yazınız? Bu süreçte GeoGebra yazılımı öğrenmenize nasıl bir katkıda bulundu açıklayınız?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Çalışma Yaprağı 2.

GEOMETRİK YERLER VE TANIMLARI

1. GeoGebra programını çalıştırarak “İki Koni ve Düzlem” dosyasını açınız. Üç boyut ekranında koniler, taban düzlemi ve A,B,C noktalarının üzerinde düzlem yandaki şekildeki gibi görülmektedir. A,B ve C noktalarını hareket ettirerek bu noktalardan geçen düzlem ile konilerin arakesitini gözleyiniz. Arakesitlerde oluşan şekiller hakkında neler söyleyebilirsiniz? Oluşan tüm arakesitleri göz önünde bulundurduğunuzda hangi durumlarda hangi arakesitlerin oluştuğunu grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.



.....

.....

.....

.....

.....

2. Yeni bir 2B GeoGebra sayfasında bir nokta alınız ve bu noktayı sabitleyiniz. “Bir noktadan verilen uzunlukta doğru parçasını” komutunu kullanarak bir doğru parçası oluşturunuz. Doğru parçasının sabitlenmemiş olan noktasının izini açarak hareket ettiriniz. Bu noktanın izinin oluşturmuş olduğu şekli grup arkadaşınızla birlikte tartışarak oluşan şeklin geometrik yerini tanımlayınız.

.....

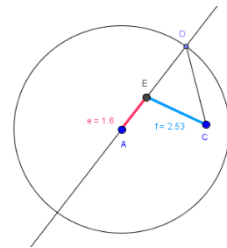
.....

.....

.....

.....

3. Yeni bir 2B GeoGebra sayfasında “Nokta Hareketleri 1” dosyasını açınız. Yandaki şekildeki gibi A,C,D,E noktalarını, e, f uzunluklarını ve bu uzunlukların toplam ve farklarını cebir ekranından gözlemleyerek E noktasının izini açınız. C noktasını çemberin içinde ve çemberin dışında olması göz önüne alarak bu durumlarda; D noktasını çember üzerinde gezdiriniz. E noktasının izinin oluşturmuş olduğu geometrik şekilleri grup arkadaşınızla tartışarak yorumlayınız. e, f uzunluklarının toplam-farklarını da göz önüne alarak oluşan şekilleri geometrik yer olarak tanımlayınız.



.....

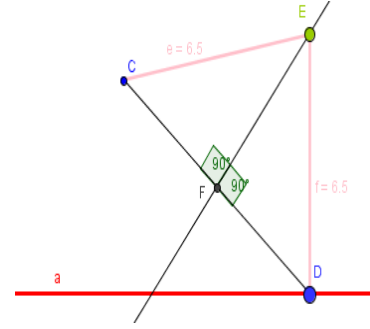
.....

.....

.....

.....

4. Yeni bir 2B GeoGebra sayfasında “*Nokta Hareketleri 2*” dosyasını açınız. Yandaki şekilde görüldüğü gibi a doğrusu, noktalar ve e , f uzunluklarını gözlemleyiniz. E noktasının izini açınız. a doğrusu ve C noktasını göz önüne alarak; D noktasını doğru üzerinde hareket ettiriniz. E noktasının izini gözlemleyiniz. E noktasının bıraktığı izin oluşturduğu şekli geometrik yer olarak nasıl tanımlayacağınızı grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Geometrik yer tanımları ile neler öğrendiğinizi grup arkadaşınızla birlikte kısaca aşağıya yazınız? Bu süreçte GeoGebra yazılımı öğrenmenize nasıl bir katkıda bulundu açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Yeni bir GeoGebra 2B sayfasında aşağıdaki tablodaki çember denklemlerini ve doğru denklemlerini girerek kesim noktalarını ekranlardan gözleyiniz. Doğru ile çemberin ortak noktasının olup olmadığı, doğrunun çembere teğet durumunda bir noktasının ortak olduğu, doğru ile çemberin 2 noktada kesişmesi durumunda iki ortak noktasının olduğu bu ortak noktaları bulmak için ne yapılması gerektiğini tartışınız ve yorumlayınız.

Çember Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu
$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$	$4x + 3y - 42 = 0$	
$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$	$2x - 3y + 6 = 0$	
$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$	$x + 2y - 2 = 0$	
$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$	$2x + 3y - 6 = 0$	
$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$	$3x + 4y - 24 = 0$	
.....
$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$y = mx + n$	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. İkinci yönergede yapılanları dikkate alarak merkez koordinatları ve yarıçapı bilinen bir çemberin denklemini grup arkadaşınızla tartışarak matematiksel olarak genelleştiriniz ve ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız. Sonuçta elde ettiğiniz çember denklemlerini de açarak çemberin genel formülünü bulunuz.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Üçüncü yönergede yaptıklarınızı dikkate alarak tablonun en altında verilen çemberin genel denkleminde çemberin merkezini ve yarıçapını A, B ve C sayılarıyla nasıl hesaplanabileceğini grup arkadaşınızla tartışarak ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.

.....

.....

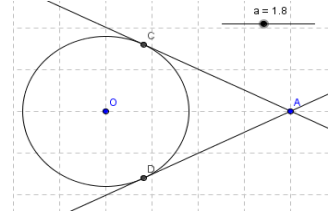
.....

.....

.....

.....

4. Yandaki şekilde görüldüğü gibi düzlemde merkezi sabit bir O noktası olan çemberlere dışındaki herhangi bir sabit A noktasından çizilen teğet değme noktaları olan C ve D noktalarının geometrik yerini bulunuz?



Yukarıdaki problemi dikkate alarak F noktasının geometrik yeri hakkında bir tahminde bulunarak niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu grup arkadaşınızla birlikte açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

GeoGebra programını çalıştırarak “Teğetler” dosyasını açınız. Sürgü nesnesini kullanarak istenilenleri ekranda oluşturunuz. Oluşan şekli grup arkadaşınızla birlikte yorumlayarak aşağıya yazınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Gözleminiz ile tahmininiz arasında bir farklılık var mıdır? Var ise nedenini grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Elips üzerindeki herhangi $C(x,y)$ noktası için odak noktalarını eksenler üzerinde alarak tablodaki değerleri grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.

Elipsin Odak Noktaları	C noktası	Asal Çemberin Çapı	IACI +IBCİ	Elipsin Denklemi
A(-1,0) ve B(1,0)				
A(-2,0) ve B(2,0)				
A(-3,0) ve B(3,0)				
A(-4,0) ve B(4,0)				
.....
A(-c,0) ve B(c,0)	C(x,y)	2a		

Tablodaki değerleri göz önüne alarak Elipsin denklemi ile odakları ve asal çemberinin çapı arasında nasıl bir ilişki keşfettiğinizi aşağıya yazınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Benzer şekilde elipsin odak noktaları y ekseninde olsaydı nasıl bir bağıntı bulursunuz aşağıya yazınız?

.....

.....

.....

.....

.....

3. Yeni bir GeoGebra 2B sayfasında aşağıdaki tablodaki elips denklemini ve doğru denklemini girerek doğru ve elipsin kesişim noktalarını ekranlardan gözleyiniz. Doğru ile elipsin ortak noktasının olup olmadığı, doğrunun elipse teğet durumunda bir noktasının ortak olduğu, doğru ile elipsin 2 noktada kesişmesi durumunda iki ortak noktasının olduğu bu ortak noktaları bulmak için ne yapılması gerektiğini tartışınız ve yorumlayınız.

Çalışma Yapağı 6.

GEOMETRİK YER PROBLEMLERİ 2

- 1.** Düzlemde herhangi bir elips üzerinde alınan noktadan asal eksene çizilen dikmelerin asal ekseni kestiği nokta ile elips üzerinde alınan noktaların oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yerini bulunuz?

Yukarıdaki problemi dikkate alarak orta noktaların geometrik yeri hakkında bir tahminde bulunarak niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

GeoGebra programını çalıştırarak istenilen ifadeyi yazılımda oluşturunuz. Gözlemlerinizi grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya yazınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Gözleminiz ile tahmininiz arasında bir farklılık var mıdır? Var ise nedenini grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya açıklayınız?

.....

.....

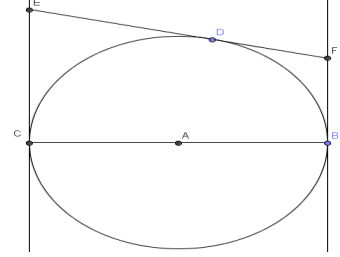
.....

.....

.....

.....

- 2.** A merkezli BC çaplı çemberin B, C ve D noktalarından çizilen teğetler yandaki şekilde gibidir. E ve F noktaları teğetlerin kesim noktası iken; CF ve BE doğru parçalarının kesim noktasının değişen FE teğetine göre geometrik yerini bulunuz?



Yukarıdaki problemi dikkate alarak daire merkezinin geometrik yeri hakkında bir tahminde bulunarak niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu grup arkadaşınızla birlikte açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Şimdi biraz deneyelim! GeoGebra programını çalıştırarak “*Teğetler çemberi*” dosyasını açınız ve istenilenleri ekranda oluşturunuz? Gözlemlerinizi grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya yazınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Gözleminiz ile tahmininiz arasında bir farklılık var mıdır? Var ise nedenini grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. A(4,0) noktasından geçen ve $(x+4)^2 + y^2 = 100$ çemberine teğet olan daire merkezlerinin geometrik yerini bulunuz?

Yukarıdaki problemi dikkate alarak daire merkezinin geometrik yeri hakkında bir tahminde bulunarak niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu açıklayınız?

.....

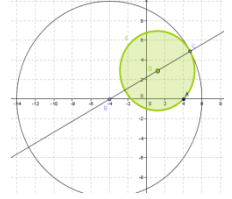
.....

.....

.....

.....

Şimdi biraz deneyelim! GeoGebra programını çalıştırarak “İç içe çemberler” dosyasını açınız ve istenilenleri ekranda oluşturunuz. Gözlemlerinizi grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya yazınız.



.....

.....

.....

.....

.....

Gözleminiz ile tahmininiz arasında bir farklılık var mıdır? Var ise nedenini grup arkadaşınızla tartışarak aşağıya açıklayınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

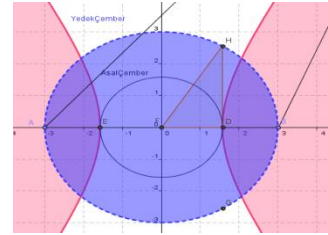
.....

.....

Çalışma Yaprağı 7.

HİPERBOLÜN ÖZELLİKLERİNİ KAVRAYALIM

1. GeoGebra programını çalıştırarak “*Hiperbol ve Çemberleri*” isimli dosyayı açınız. Odak noktaları $A(-c,0), B(c,0)$ olan hiperbol ve bu hiperbolün asal-yedek çemberleri yandaki şekildeki gibi görülmektedir. Hiperbol üzerindeki $C(x,y)$ noktası için odak noktalarını eksenler üzerinde alarak tablodaki değerleri grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.



Hiperbolün Odak Noktaları	C noktası	IDHI uzunluğu	Asal Çemberin Çapı	IACI ve IBCI uzunlukları farkı	Hiperbolün Denklemi
A(-1,0) ve B(1,0)					
A(-2,0) ve B(2,0)					
A(-3,0) ve B(3,0)					
A(-4,0) ve B(4,0)					
.....
A(-c,0) ve B(c,0)	C(x,y)	b	2a		

Tablodaki değerleri göz önüne alarak hiperbolün denklemi ile odakları ve asal çemberinin çapı arasında nasıl bir ilişki keşfettiğinizi aşağıya yazınız?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Benzer şekilde elipsin odak noktaları y ekseninde olsa idi nasıl bir bağıntı bulursunuz aşağıya yazınız?

-

2. Yeni bir GeoGebra 2B sayfasında aşağıdaki hiperbol denklemlerini ve doğru denklemlerini giriş ekranına giriniz. Oluşan denklemleri göz önüne alarak aşağıdaki tablodaki değerleri grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.

Hiperbol Denklemi	Birinci Doğru Denklemi	İkinci Doğru Denklemi	Hiperbol ve Doğruların Kesişme Durumları
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$y = \frac{b}{a}x$	$y = -\frac{b}{a}x$	
$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$	
$x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$	

Tablodaki değerleri göz önüne alarak verilen doğrular ile hiperbol arasında nasıl bir ilişki keşfettiğinizi aşağıya yazınız?

.....

3. Yeni bir GeoGebra 2B sayfasında aşağıdaki tablodaki hiperbol denklemini ve doğru denklemini girerek doğru ve hiperbolün kesişim noktalarını ekranlardan gözleyiniz. Doğru ile hiperbolün ortak noktasının olup olmadığı, doğrunun hiperbole teğet durumunda bir noktasının ortak olduğu, doğru ile hiperbolün 2 noktada kesişmesi durumunda iki ortak noktasının olduğu bu ortak noktaları bulmak için ne yapılması gerektiğini grup arkadaşınızla birlikte tartışınız ve yorumlayınız.

Çalışma Yaprağı 8.

PARABOLÜN ÖZELLİKLERİNİ KAVRAYALIM

1. GeoGebra programını çalıştırarak “*Parabol Denklemi*” isimli dosyayı açınız. Parabol üzerinde bulunan P noktasını değiştirerek; bu noktanın doğrultmana ve F noktasına olan uzaklıklarını gözleyiniz. P noktasını değiştirerek bu uzaklıklar nasıl değişmektedir grup arkadaşınızla tartışarak yorumlayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Parabol üzerindeki P(x,y) noktasının odak noktası F(p,0) ve doğrultmanı $x=-p$ olan uzaklıklarından yola çıkarak parabol denklemini genelleştiriniz ve aşağıya yazınız?

.....

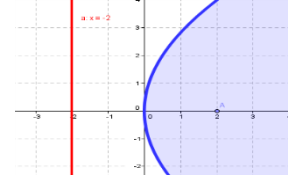
.....

.....

.....

.....

3. GeoGebra programını çalıştırarak “*Parabol Denklemi*” isimli dosyayı açınız. Odak noktası, doğrultmanı verilen ve simetri eksenini x eksenine olan parabol yandaki şekildeki gibi görülmektedir. Doğrultmanı $x = -p$ ve odak noktası F(p,0) değiştirerek aşağıdaki tablodaki değerleri grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.



Doğrultmanı	Odak Noktası	Parabolün Denklemi
$x = -2$	F(2,0)
$x = -1$	F(1,0)
$x = 1$	F(-1,0)
$x = 2$	F(-2,0)
$x = 3$	F(-3,0)
.....
$x = -p$	F(p,0)

Tablodaki değerleri göz önüne alarak doğrultmanı $x = -p$, odak noktası $F(p,0)$ ve simetri eksenini x eksenini olan parabolün denklemini genelleştiriniz?

.....

Benzer şekilde doğrultmanı $y = -p$, odak noktası $F(0,p)$ ve simetri eksenini y eksenini olan parabolün genel denklemini aşağıya yazınız?

.....

4. Yeni bir GeoGebra 2B sayfasında aşağıdaki tablodaki parabol denklemini ve doğru denklemini girerek doğru ve elipsin kesişim noktalarını ekranlardan gözleyiniz. Doğru ile elipsin ortak noktasının olup olmadığı, doğrunun elipse teğet durumunda bir noktasının ortak olduğu, doğru ile elipsin 2 noktada kesişmesi durumunda iki ortak noktasının olduğu bu ortak noktaları bulmak için ne yapılması gerektiğini tartışınız ve yorumlayınız.

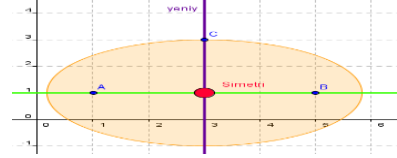
Parabol Denklemi	Doğru Denklemi	Kesişme durumu
$y^2 = 8x$	$x-y+2=0$	
$y^2 -4x - 2=0$	$-x+2y-4=0$	
$y^2 -4x - 2=0$	$-x+ y-4=0$	
$-3x^2 + y-1=0$	$-2x+y-4=0$	
.....
$y^2 = 4px$	$y=mx+n$	

.....

Çalışma Yaprağı 9.

ÖTELEME VE DÖNME SONRASI KONİKLER

1. 2B GeoGebra sayfasında apsisi ya da ordinatları birbirine eşit olan elips ve hiperboller oluşturarak simetri eksenlerini çiziniz. Noktaları hareket ettirerek cebir ekranından elips ve hiperbol denklemlerini ve simetri merkezinin noktalarını gözleyerek simetri merkezi (h,k) olan bir elips ve hiperbol denklemini grup arkadaşınızla birlikte genelleştiriniz?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Yeni bir 2B GeoGebra sayfasında köşesi (h,k) olan paraboller oluşturarak bu parabollerin genel denklemlerini köşe koordinatlarına göre grup arkadaşınızla birlikte genelleştiriniz.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. GeoGebra programını çalıştırarak aşağıdaki tablodaki verilen denklemleri GeoGebra giriş ekranına giriniz. Oluşan şekilleri "Nesneyi nokta etrafında açıyla döndür" ikonunu kullanarak orijin etrafında verilen açıya göre döndürünüz. Oluşan koniklerin denklemlerini cebir ekranından gözleyerek bu denklemlere $x' = x \cos(Q) + y \sin(Q)$ ve $y' = -x \sin(Q) + y \cos(Q)$ dönüşümlerini yazılımı kullanarak uygulayınız. Tablodaki boş bırakılan yerleri grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.

Verilen Denklem	Açı	Dönme Sonucu Oluşan Denklem	Uygulanan Dönüşüm Sonucu Oluşan Denklem
$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$	30°
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$	45°
$y^2 = 4x$	60°

Ek 3. REACT'a Göre Hafta Hafta Oluşması Beklenen Durumlar

1. HAFTA

R

- ✓ Noktanın ötelenme hareketinin vektör tanımı kullanılarak ifade edilmesi beklenir.

(İlişkilendirme)

E

(Tecrübe Etme)

- ✓ Noktanın ötelenmesi ile vektörün bitiş noktasını değiştirerek oluşan noktanın durumunu kontrol etmeleri beklenir.
 - ✓ Eksenleri bir vektör kadar öteleyerek yazılımın grafik ekranı üzerinde farklı vektörler almaları ve yeni oluşan orijin noktasını kontrol ederek yorumlar yapmaları beklenir.
 - ✓ Ekranda bir nokta, doğru veya eğrileri belli bir açı ile orijin etrafında döndürmeleri ve ayrıca verilen denklemleri kullanarak yazılımda grafiği kontrol etmeleri beklenir. Sonuçta elde edilen grafiklerin aynı olduğunu gözlemleyerek tecrübe süreci yaşamaları beklenir.
-

A

(Uygulama)

- ✓ Bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini, eksenlerin bir vektör kadar ötelenmesini ve bir nokta, doğru veya eğrilerin orijin etrafında belli bir açı ile döndürülmesini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.
-

C

(İşbirliği)

- ✓ Öğretmen adayları bir işbölümü yapmaları, birbirleri ile iletişime geçmeleri ve sonrasında yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde istenilenleri yapmaları beklenir.
-

T

(Transfer Etme)

- ✓ Vektörlerin ötelenmesini daha önce öğrenmiş oldukları bir kavram olan vektör tanımı ile açıklamaya çalışmaları beklenir.
-

2. HAFTA

R

(İlişkilendirme)

E

(Tecrübe Etme)

- ✓ Ekrandaki noktaları değiştirerek koniler ile düzlemin arakesitlerini belirlemeleri beklenir.
- ✓ Çember tanımını hem kâğıt kalem ortamında hemde GeoGebra ekranında yaptıkları ile yapmaları beklenir.
- ✓ İki noktaya uzaklıklar toplamının sabit olduğu noktaların geometrik yerini kâğıt kalem ortamında yaptıkları ile açıklamaya çalışmaları ardından yazılımda yaptıkları ile karşılaştırmaları beklenir.
- ✓ Yine aynı şekilde iki noktaya uzaklıklar farkında ve bir noktaya ve bir doğruya eşit olan uzaklıkların geometrik yerini de hem kâğıt kalem ortamında hemde yazılım ekranında yaptıkları ile karşılaştırmaları beklenir.

A

(Uygulama)

- ✓ Çemberi hem kâğıt kalem ortamında hem de GeoGebra ekranında modellemeleri beklenir.
- ✓ İki noktaya uzaklıklar toplamının ve farkının sabit olduğu noktaların geometrik yerine hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda çeşitli modellemeler yapmaları beklenir.

C

(İşbirliği)

- ✓ Yazılım ile birliktelik sağlanarak etkileşime giren öğretmen adayları koniler ile düzlemin arakesitlerini noktaları değiştirdikçe bilgisayarın dönütleri sayesinde işbirliği gerçekleştirmeleri beklenir.
- ✓ Kâğıt kalem ortamındaki düşüncelerinin yazılım ile değişmesi beklenir.

T

(Transfer Etme)

3. HAFTA

R

(İlişkilendirme)

E

(Tecrübe Etme)

- ✓ Ekranda oluşturulan çemberi değiştirdikçe oluşan çemberlerin genel denklemini cebir ekranından gözlemlenmeleri ve bu denklemleri belirlemeleri beklenir.
- ✓ Ekranda çemberin genel formülünü girerek, çemberin genel denklemini, merkezi ve yarıçapını belirleyerek tecrübe süreci yaşamaları beklenir.
- ✓ Çemberler ve doğruları ekrana girerek bunların kesişimlerini ekrandan kontrol etmeleri beklenir.
- ✓ İki çemberin merkezlerinden geçen doğru ile kesişim noktalarından geçen doğrunun birbirine her seferinde dik olduğunu ekranda çemberleri değiştirerek belirlemeleri beklenir.

A

(Uygulama)

- ✓ Merkezi ve yarıçapı bilinen çemberin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.
- ✓ Çemberin genel formülünden genel denklemini, merkezini ve yarıçapını matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.
- ✓ Bir çemberin bir doğruya göre durumunu matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.

C

(İşbirliği)

- ✓ Bilgisayar ekranında yapılanlar sonucunda birbirileri ile yardımlaşmaları ve birbirlerinin fikirlerini dinlemeleri beklenir.

T

(Transfer Etme)

- ✓ Çemberin genel denklemini daha önce öğrenmiş oldukları kavramlar olan geometrik yer tanımı kavramından belirlemeleri bu şekilde daha önceki öğrenmiş oldukları ifadeleri kullanmaları beklenir.
- ✓ Yine çemberin genel denklemini vektörlerdeki öğrenmiş oldukları ifadelerden yararlanarak oluşturmaları beklenir.

4. HAFTA

R

- ✓ Kâğıt kalem ortamında yapılan geometrik yer problemlerinin GeoGebra ekranında yapılanlar sonucunda yapılandırılması beklenir.

(İlişkilendirme)

E

- ✓ Verilen geometrik yerleri önce tahmin ederek kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmaları sonrasında da yazılımdaki yapılanlar ile karşılaştırmaları beklenir.

(Tecrübe Etme)

A

- ✓ Verilen geometrik yerleri hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modellemeye çalışmaları ve sonuçta bu geometrik yerleri belirlemeleri beklenir.

(Uygulama)

C

- ✓ GeoGebra ekranında istenilenleri modellemeye çalışırken yazılımdan alınan geri dönütlerle bir işbirliği süreci geçirmeleri beklenir.

(İşbirliği)

T(Transfer Etme)

5. HAFTA

R

(İlişkilendirme)

- ✓ Ekrandaki gözlemler ile elipsin geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmeler yapmaları beklenir.
 - ✓ Yine bu süreçte elips ile bir doğrunun birbirine göre durumunu belirlerken çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarında yaptıkları ile ilişki kurmaları beklenir.
-

E

(Tecrübe Etme)

- ✓ Odak noktalarının değiştirilmesi ile asal ve yedek çemberlerin yarıçapları ve odak noktasının asal çemberin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığını ifade eden EB uzunluğu arasındaki bağıntıyı ekrandaki noktaları değiştirerek bulmaları beklenir.
 - ✓ Elips üzerinde alınan herhangi bir noktadan odaklara olan uzaklıkların toplamının her seferinde asal çemberin çapına eşit olduğunu cebir ve grafik ekranındaki gözlemleriyle belirlemeleri beklenir.
 - ✓ Elips ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını çemberde yaptıklarının aynısını yaparak daha önceki tecrübelerini aynı bağlam olan GeoGebra yazılımında yaşamaları beklenir.
-

A

(Uygulama)

- ✓ Elipsin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.
 - ✓ Bir elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.
-

C

(İşbirliği)

- ✓ Öğretmen adaylarının yazılımın dönütleri ile birlikte işbirliği yaşamaları beklenir.
-

T

(Transfer Etme)

- ✓ Odakların x ekseninde olduğu elipslerde öğrendiklerini odakların y ekseninde olduğu elipslerin genel denklemlerinde kullanmaları bu şekilde transfer süreci yaşamaları beklenir.
-

6. HAFTA

R

- ✓ Sorulan geometrik yerleri tahmin etmeleri ve kâğıt kalem ortamında modellemeye çalışmaları bu süreç içerisinde öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamındaki öğrendikleri bilgilerini yazılım ile yapılandırmaları beklenir.

(İlişkilendirme)

E

- ✓ Verilen geometrik yerleri önce tahmin ederek kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışları sonrasında da yazılımdaki yapılanlar ile karşılaştırmaları beklenir.

(Tecrübe Etme)

A

- ✓ Verilen geometrik yerleri hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modellemeye çalışmaları ve sonuçta bu geometrik yerleri belirlemeleri beklenir.

(Uygulama)

C

- ✓ Yazılım ile etkileşime girerek yazılımın komutlarını tam olarak kullanabilmeleri bu şekilde yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak birbirleri ile işbirliği yapabilmeleri beklenir.

(İşbirliği)

T(Transfer Etme)

7. HAFTA

R

- ✓ Ekrandaki gözlemler ile hiperbolün geometrik yer tanımını ilişkilendirmeleri beklenir.

 (İlişkilendirme)

E

- ✓ Hiperbol üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar farkının her seferinde sabit olduğunu ve asal çemberin çapına eşit olduğunu GeoGebra yazılımının hem cebir hem de grafik ekranında tecrübe etmeleri beklenir.

(Tecrübe Etme)

- ✓ Hiperboller ve doğruların birbirine göre durumlarını daha önceki tecrübelerini kullanarak belirlemeleri beklenir.
-

A

- ✓ Hiperbolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.

(Uygulama)

- ✓ Hiperboller ve doğruların birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.
-

C

- ✓ Yazılımın geri dönütleri sayesinde birbirleri ile yardımlaşmaları ve fikir alışverişinde bulunmaları beklenir.

(İşbirliği)

- ✓ Yine bu süreçte yazılımdaki bilgileri girme, çalışma yaprağı doldurma gibi ifadelerde bir işbölümü yapmaları beklenir.
-

T

- ✓ Odak noktaları x ekseninde olan hiperbollerin genel denkleminde yaptıklarını odakların y ekseninde olduğu hiperbollerin genel denklemini bulmada kullanmaları beklenir.

(Transfer Etme)

- ✓ Hiperboller ve doğruların birbirine göre durumlarını daha önceki bilgilerini kullanarak belirlemeleri beklenir.
-

8. HAFTA

R

- ✓ Ekrandaki noktaları değiştirerek parabol üzerinde olan noktanın doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıkların değişmediğini bu şekilde de parabolün geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmeler yapabilmeleri beklenir.

 (İlişkilendirme)

E

- ✓ Parabol üzerinde alınan noktadan hareketle odaklar olan uzaklıklar ile doğrultmana olan uzaklığın hiçbir zaman değişmediğini hem cebir hem de grafik ekranından gözlemlenmeleri beklenir.

(Tecrübe Etme) ✓ Yine daha önceki tecrübeleri ile parabol ve bir doğrunun birbirine göre durumlarını tecrübe etmeleri beklenir.

- ✓ Verilen geometrik yeri önce tahmin ederek kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışmaları sonrasında da yazılımda yaptıkları ile karşılaştırmaları beklenir.
-

A

- ✓ Ekranda yapılanlar ile parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.

(Uygulama)

- ✓ Parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumunu matematiksel olarak genelleştirmeye çalışmaları beklenir.

- ✓ Verilen geometrik yeri hem kâğıt kalem ortamında hem de ekranda modelleyerek bu geometrik yeri belirlemeleri beklenir.
-

C

- ✓ Yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak birbirleri ile işbirliği yapmaları beklenir.

 (İşbirliği)

T

- ✓ Simetri eksenini y olan parabollerinde genel denklemini oluştururlarken x eksenindeki yaptıklarını aktarmaya çalışmaları beklenir.

 (Transfer Etme)

9. HAFTA

R

- ✓ Geometrik yerlerin ötelenme ve dönme dönüşümlerini ekranda yapmaya çalışan öğretmen adaylarının daha önceki kavramlar olan ötelenme ve dönme dönüşümleri ile ilişki kurmaları beklenir.

 (İlişkilendirme)

E

- ✓ Simetri merkezleri orijin olmayan geometrik yerler oluşturan öğretmen adaylarının oluşan şekillerden yola çıkarak simetri merkezlerini belirlemeleri beklenir.

 (Tecrübe Etme) ✓ Dönme dönüşümlerini yazılımda kullanarak bir tecrübe süreci yaşamaları beklenir.

A

- ✓ Simetri merkezleri (h,k) olan elips ve hiperbollerin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.

 (Uygulama) ✓ Dönme dönüşümleri ile oluşan elips ve hiperbollerin genel denklemlerini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir.

C

- ✓ Yazılımın dönütleri ile birbirleri ile iletişime geçmeleri, yardımlaşarak fikir alışverişinde bulunmaları beklenir.

 (İşbirliği)

T

- ✓ Simetri merkezi (h,k) olan elips ve hiperbollerin genel denklemlerindeki öğrendiklerini simetri merkezi (h,k) olan parabollerin genel denklemini oluşturmada kullanmaları beklenir.

 (Transfer Etme) ✓ Önce ötelenmiş sonrasında da döndürülmüş olan geometrik yerlerde ders içerisinde ayrı ayrı öğrenilmiş olan öteleme ve dönme dönüşümlerindeki öğrendiklerini buraya aktarmaya çalışmaları beklenir.

Ek 4. Oluşturulan Öğrenme Ortamında Araştırmacının Karşılaştırmalı Alan Notlarından Bir Örnek

Ders: Analitik Geometri II

Tarih: 14.03.2014 – 21.03.2014

Saat: 09.15-12.00

Olayın geçtiği yer: Bilgisayar Labaratuvarı

Amaç: Öğretmen adaylarının çember özelliklerini kavramaları amaçlanmıştır.

Çemberler ile ilgili ön bilgilerin ortaya çıkarılması için neler bildiklerini öğretmen adaylarına sorarak derse başladım ve bir yandan da çalışma yapraklarını ikişerli grup halinde olan öğretmen adaylarına dağıttım. Etkinlik kâğıtlarındaki ilk yönergede GeoGebra ekranında çeşitli çemberler alarak genel denklemlerini cebir ekranından gözlemlenmelerini istedim. Bu süreçte neler keşfettiklerini yönergenin altına yazmalarını bekledim. Ö9 ve Ö10 grubundaki öğretmen adayları çemberleri grafik ekranında gözlemledikçe çemberin genel denklemi ile merkezi ve yarıçapı arasında nasıl bir bağıntı olduğunu bulmaya çalışıyorlardı. Ö9 ekranda çemberleri değiştirir iken Ö10 oluşan denklemleri, merkez ve yarıçapları kâğıda yazmakta idi. Bu şekilde ekrandaki gözlemleri ile merkezi ve yarıçapı bilinen çemberin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdi. Ekranda oluşturdukları bir çemberin merkezini fare ile gezdirerek çemberlerin genel denklemini cebir ekranından gözlemlemişler ve bu şekilde bir genelleme yapmışlardı. Yazılım ile bir tecrübe süreci yaşayarak bu şekilde bir genelleme yapmaları güzel bir süreçti. Bu süreç içerisinde öğretmen adaylarının geometrik yer tanımları ve iki nokta arasındaki uzaklık gibi ön bilgilerini kullanarak konu ile ilişkilendirme yapmaya çalışması dikkatimi çekmişti. Merkezi ve bir noktası bilinen çemberin genel denklemini yazılımı kullanarak ifade eden Ö9 ve Ö10 öğretmen adaylarına, “*bu durumu başka türlü bulabilir misiniz?*” diye sorduğumda grup üyelerinden Ö5, önceki derste ifade ettikleri geometrik yer tanımından yapabileceğini ifade etmişti. Nasıl diye sorduğumda ise “*çember bir düzlemde herhangi bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri diye tarif etmiştik. Bunun için iki nokta arası uzaklığı kullanarak da çember denklemine ulaşabiliriz.*” ifadesini kullandı. Burada iki nokta arasındaki uzaklığı ve geometrik yer tanımını kullanması güzel bir süreçti.

Çalışma yaprağının bir diğer yönergesinde de tabloda verilen çemberin genel denklemlerini GeoGebra yazılımının giriş ekranına girmelerini ve bu şekilde oluşan çemberleri grafik ekranından gözlemlenmeleri cebir ekranından da genel formüllerini

belirlemelerini bekledim. Ö11 ve Ö12 grubundaki öğrencilerin yanına gittiğimde verilen formülleri giriş ekranına yazmışlar ve genel denklemini gözlemleyerek yarıçap ve merkezini tablodaki boş bırakılan yerlere yazmışlardı. Çemberin genel denklemini açarak genel formülünün olacağını ifade etmişlerdi. Merkezinin $-A/2$ ve $-B/2$ olduğunu denklemleri ifade ederek yarıçapı da buradan faydalanarak bulabilmişlerdi. Sonuçta neden bu şekilde yaptıklarını sorduğumda iki denklemin de aynı olacağını buradan faydalanarak sonuca gittiklerini ifade etmişlerdi. Burada da gruplar aralarında konuşmalarında bunu daha önceden de gördüklerini fakat yazılımda bunu gözlemlemeleri ile ezberlemeden sonucu bulduklarını ve daha iyi kavradıklarını söylemişlerdi. Çemberlerin genel denklemlerini giriş ekranına yazmaya çalışan Ö11 ve Ö12 grubundaki öğretmen adayları bazı sıkıntılarla karşılaşmışlardı. Yanlış yazılan bu denklemler sonucunda geçersiz girdi geri dönütü ile karşılaşan öğretmen adayları yapmış oldukları hatalarını düzelterek yazılımın dönütlerini birlikte yorumlayarak işbirliği içerisinde sonuçlarını aktarmaya çalışmışlardı.

Bir diğer ifade de bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını gözlemlemeleri için tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmalarını bekledim. Buradaki çember ve doğru denklemlerini giriş ekranına giren Ö17 ve Ö18 grubundaki öğretmen adayları kesişme durumlarını yazılımdan kontrol ederek boş bırakılan yerleri doldurmuşlardı. Neden bu şekilde olduğunu ve bunu nasıl genelleştirebileceklerini sorduğumda ise çemberin genel formülü ile doğrunun denklemini birbirine eşitlediklerinde sonuca ulaşacaklarını ifade ettiler. Yazdıklarında ise sonuca ulaşamadıklarını gördüm. Biraz daha zorladığımda ise doğru denklemindeki y değerini çemberde yerine koyarak ikinci dereceden denklem oluşturacaklarını ve bu şekilde kesişme durumlarını kontrol edebileceklerini ifade etmişlerdi. Nedense Ö11 ve Ö12 grubundaki öğretmen adaylarında ilk başta bu şekilde bir ifade söylemişlerdi sonrasında hatalarını anlayarak düzeltmişler ve sonuca yazmaya çalışmışlardı. Ö29 ve Ö30 grubundaki öğretmen adayları da tablodaki bir çember ve bir doğru denklemini ele alarak bu iki denklemi çözümlemişler fakat sonuca ulaşamamışlardı. Fakat yazılımdan kesişme durumlarına göre yorumlarda bulunmuşlardı. Ö29 ekranda bu kesişme noktaları daha net diyerek bu şekilde daha kolay ifadesini kullanmıştı.

Bir diğer ifade de ise yarıçapı genelleştiren öğretmen adaylarından yarıçap denklemindeki karakök içerisindeki ifadenin durumuna göre şekillerin nasıl olduğunu ekrandan gözlemlemeleri ve bu gözlemleri ile tablodaki boş bırakılan yerleri doldurmalarını istedim. Ö9 ve Ö10 grubundaki öğretmen adayları ekranda oluşan şekilleri ve delta değerini boş bırakılan yerlere yazmışlar ve bu değerlere göre yorumlarda bulunmuşlardır. Burada Ö9 ekranda çemberi gözlemlediklerinde delta değerinin sıfırdan

büyük olduğunu, sıfıra eşit olduğunda nokta gözlemlediklerini sıfırdan küçük olduğunda da hiçbir şeklin olmadığını gözlemlediklerini belirtmişti.

Yine bir diğer ifade de öğretmen adaylarının daha önce öğrenmiş oldukları kavramlardan olan vektörler ve bu vektörlerin uzunlukları ifadelerini kullanabilmeleri ve buradan da çemberin genel denklemini belirlemelerini bekledim. Bu süreçte Ö11 ve Ö12 grubundaki öğretmen adaylarının yanına gittiğimde daha önce öğrenmiş oldukları vektörleri ekranda kullandıklarını gözlemledim. Daha önceki bu kavramlardan olan uzunluk kavramını kullanarak çemberin genel denklemini ifade ettiklerini gözlemledim. Bu süreçte oluşturulan vektörler arasında nasıl bir bağıntı olduğunu keşfeden Ö11 ve Ö12 öğretmen adaylarının bu keşifleri sonucunda çemberin genel denklemini vektörler ile ifade edebilmişlerdi. Bu şekilde çemberin genel denklemini vektörler ile ifade ederek bir transfer süreci yaşayan öğretmen adaylarının daha önceki öğrendiklerini burada kullanmaları güzel bir süreçti. Fakat bazı öğretmen adaylarının birinci dönemdeki bu vektörler ifadesini kullanamadıklarını da gözlemliyordum. Örneğin Ö15 ve Ö16 grubundaki öğretmen adayları ekranda bir vektörün normunun nasıl bulunacağını birbirlerine soruyorlardı. Benim rehberliğim sonrasında daha önceki öğrenmiş oldukları bu kavramları hatırlayabilmişlerdi.

Sonrasında ise çemberin özellikleri ile neler yaptıklarını ve bu süreçte GeoGebra dinamik matematik yazılımının nasıl katkıda bulunduğunu ifade etmelerini istedim. Bu şekilde bir değerlendirme yaparak dersimizi sonlandırdık.

Ek 5. Oluşturulan Öğrenme Ortamında Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Dersin Kazanımları	VERİLER
<p>Bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini belirler.</p> <p>Eksenlerin bir vektör kadar ötelenmesini vektörün koordinatları ile ifade eder.</p>	<p>Beklentiler</p> <p>Öncelikli olarak bir noktanın bir vektör kadar ötelenmesini GeoGebra ekranında yaptıkları ile matematiğin farklı konuları arasında ilişkilendirme yapmaları beklenir. Yine bu süreçte noktanın ve eksenlerin ötelenmesi, dönme dönüşümlerini GeoGebra ekranından yaptıkları ile tecrübe etmeleri sonrasında da matematiksel genelleştirmelerde bulunarak uygulamaları beklenir. Bu süreçte öğretmen adayları bilgisayar ekranından grup arkadaşları ile istenilenleri yaptıklarından işbirliği her süreçte gerçekleşecektir. Yine bu süreçte özellikle noktanın ötelenmesini daha önceki öğrenmiş oldukları kavramları kullanarak ifade etmeleri bu şekilde transfer etmeleri beklenir.</p>
<p>1. HAFTA</p> <p>Bir noktayı verilen açı ile orijin etrafında döndürmeleri ve bu dönüşüm formüllerini genelleştirir.</p> <p>Verilen bir doğruyu veya bir eğriyi belli bir açı ile orijin etrafında döndürmeleri ve bu dönüşüm formüllerini genelleştirir.</p>	<p>Gözlem ve Görüşmelerden Özetler</p> <p>Öğretmen adayları öteleme ve dönme dönüşümlerini çalışma yaprapındaki yönergeleri kullanarak GeoGebra yazılımında grup arkadaşları ile birlikte yorumlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte ilk olarak noktanın ötelenmesini vektör tanımı ile ilişkilendiren öğretmen adaylarından Ö1 ve Ö2 bu şekilde daha önceki bilgilerinde bu yönergede kullanarak transfer süreci yaşamışlardır. Ötelenme ve dönme dönüşümlerinde yazılımda oluşan noktaların, vektörlerin değiştirilmesi ile noktanın eksenlerin döndürülmesi ve dönme dönüşümleri hakkında yorumlar yaparak tecrübe etme süreci yaşadıkları görülmüştür. Tecrübe edinilen ifadelerden yola çıkılarak bazı matematiksel genelleştirmeler yaptıkları görülmüştür. Bu süreçte öğretmen adaylarından Ö13 ve Ö14 grubundaki öğretmen adayları ile ayaküstü yapılan görüşme aşağıdaki gibidir.</p> <p><i>A: Ötelenme ve dönme dönüşümlerinde neler yaptınız?</i> <i>Ö13: Burada öncelikli olarak noktanın ve eksenlerin bir vektör kadar ötelenmesini yaptık.</i> <i>Ö14: Evet, burada noktanın ötelenmesi zaten vektörü tanımlarken daha öncelikle aynısını yapmıştık. Burada bunu da kullanmış olduk aslında.</i> <i>A: Peki, daha başka.</i> <i>Ö13: Aslında verilenleri GeoGebra ekranında gözlemleyerek bazı kararlarda bulduk. Örneğin oradaki noktaları veya vektörleri değiştirerek genellemeler yaptık.</i></p> <p>Bu süreçte verilen çalışma yaprağında ilişkilendirmeye sadece birinci yönergede rastlanıldığı, tecrübe etmeye tüm süreçlerde, uygulama yine tüm yönergelerde, işbirliği yine tüm yönergelerde fakat transferin yine sadece birinci yönergede olan noktanın ötelenmesinde rastlanıldığı görülmüştür. Çalışma yaprağının dönme dönüşümleri ile ilgili olan yönergelerinde Ö1 ve Ö2 grubundaki öğretmen adayları verilen denklemleri GeoGebra yazılımının giriş ekranına yazarlarken bazı sıkıntılar yaşadıklarını fakat yazılımın geri dönütleri sayesinde bu sıkıntılardan kurtulduklarını belirtmişlerdir. Bütün yönergelerde belki de birinci hafta olması araştırmacının dikkat etmesi uyarıları ile öğretmen adaylarının istenilenleri grup arkadaşları ile yoğunlaşarak dikkatli bir şekilde istenilenleri yaptıkları görülmüştür. Bundan dolayı bütün yönergelerde işbirliği gerçekleşmiştir. Sonuçta bu çalışma yaprağında yapılan süreçlerde öğretmen adaylarının birbirleri ile iletişime geçerek bir işbölümü yaptıkları, birbirleri ile işbirliği içerisinde matematiksel düşündükleri ve bu düşündüklerini akıl yürüterek ifade ettikleri belirlenmiştir.</p>

Dersin Kazanımları

VERİLER

Beklentiler

Konileri kesen düzlemlerden hareketle arakesitte oluşan şekilleri ifade eder.

GeoGebra ekranında verilen noktaları hareket ettirerek koniler ile düzlemin arakesitlerinin oluşturmuş oldukları şekillerin neler olduğunu gözlemleyerek tecrübe etmeleri beklenir. Bu süreçte ilk olarak verilen yönergede ekranda bir nokta almaları bu noktadan eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yerini belirlemeleri ve bu şekilde çember tanımını yapmaları beklenir. Aynı şekilde diğer geometrik yerleri hem kâğıt kalem ortamında hem de ekranda tecrübe ederek modellemeleri ve bu şekilde geometrik yer tanımlarını yapmaları beklenir.

Bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin çember olduğunu tanımlar.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

İki noktaya uzaklıkları toplamı eşit olan noktaların geometrik yerinin elips olduğunu tanımlar.

Öğretmen adayları verilen bu çalışma yaprağında ilk olarak ekrandaki hazır dosyadaki noktaları değiştirmişler ve ekrandaki gözlemleri sonucunda oluşan şekilleri çalışma yapraklarına yazmışlardır. Bu süreçte oluşan şekillerde bazı kararsızlıklarda yaşansada sonuçta hangi geometrik şekillerin oluştuğunu ekranda tecrübe edebilmişlerdir. Örneğin Ö5 ve Ö6 grubundaki öğretmen adayları bu kesişimlerin nokta, doğru, çember, elips, hiperbol ve parabol olacağını ifade ederek çalışma yapraklarına şekil 26'daki gibi yazmışlardı. Bu süreçte ilk olarak daha önceden çok sık karşılaşılmış oldukları çember tanımını yazılımı kullanmadan rahatlıkla ifade edebildikleri fakat aynı başarıyı diğer geometrik yer tanımlarında gösteremedikleri görülmüştür. Örneğin Ö5 öğretmen adayının iki noktaya uzaklıklar toplamının eşit olduğu noktalar kümesinin bir çember olacağını belirtmesi, grup arkadaşı olan Ö6'nın ise bir doğru olacağını belirtmesi ilginç gelen örneklerdendi. Bu süreçte Ö18 öğretmen adayı elips oluşabileceği ifade etmiş fakat bunu tam olarak açıklayamamıştı. Sonrasında ise ekranda yapılanlardan hareketle bu tanımları öğretmen adaylarının çoğunluğu yapabilmemiş elips olduğunu tahmin eden öğretmen adaylarının emin olamadıkları bilgilerini yapılandırabildikleri görülmüştür. Ö5 ve Ö6 grubundaki öğretmen adaylarının bu süreçte yapılanların kâğıt kalem ortamında düşünmelerinin zor olduğunu aşağıdaki gibi ifade edebilmişlerdir.

İki noktaya uzaklıklar farkı sabit olan noktaların geometrik yerinin hiperbol olduğunu tanımlar.

Ö5: Evet, ben bir çember olacağını düşünmüştüm ama buradaki gibi düşünememişim aslında. Burası doğru. Bunu kâğıtta düşünmek zor hocam bence.

Bir noktaya ve bir doğruya uzaklıklar farkı sabit olan noktaların geometrik yerinin parabol olduğunu tanımlar.

Ö6: Ben aslında yanlış anlamışım hocam. Çünkü burada eşit uzaklıktaki noktalar değil bu uzaklıklar toplamı eşit olacaktır. Yazılım ile bunu görmemiz daha iyi oldu.

Ö7 ve Ö8 grubundaki öğretmen adaylarında iki noktaya uzaklıklar farkının her seferinde eşit olduğu noktaların kümesinin yine bir elipste olacağını ifade etmesi ve bunu kâğıt kalem ortamında modellemesi geometrik yer tanımlarını bilmediklerini göstermekte idi. Bu süreçte de şekil 33 deki gibi bir şekil ile modelleyerek sonucu ifade etmeye çalışmışlardı. Bu süreçte sadece elipsi ekranda gözlemleyerek günlük hayattan bir örnek verilmesi ilişkilendirme yapılmaya çalışılmasını göstermekte idi. Bu süreçte Ö7 aşağıdaki gibi bir ifade kullanmıştı.

Ö7: Yani şunu söyleyeyim bir ipin iki ucunu sabitlediğimizde ipi gergin tutacak şekilde bir kalemi gezdirir isek bu şekil bir elips olacak. Bakın buradaki gibi yani. Bu uzunlukların hepsinin toplamları birbirine eşit olacaktır bence.

Sonuçta verilen çalışma yaprağında ilişkilendirmeye sadece elips ile ilgili yönergede rastlanıldığı, tecrübe etmeye tüm süreçlerde, uygulamaya modellemeler ile geometrik yer tanımlarının yapıldığı yönergelerde, işbirliği yine tüm yönergelerde fakat transferin hiçbir yönergede olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Dersin Kazanımları

VERİLER

Beklentiler

Merkezi ve yarıçapı bilinen çember denklemini bulur ve yorumlar.

Çemberin genel denkleminin genel formülünü bulur ve genel formülden yarıçap ifadesini bulup yorumlar.

GeoGebra ekranında yapılan çemberler ile geometrik yer tanımını kullanmaları ve bu şekilde transfer ve ilişkilendirme yapmaları beklenir. Bu süreçte ekranda çemberleri değiştirerek çemberin genel denklemini cebir ekranından gözlemleri bu şekilde merkezi ve yarıçapı bilinen çemberin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri bu şekilde tecrübe ve uygulama süreçleri yaşamaları beklenir. Yine çemberin genel formülünü giriş ekranına yazarak buradan hareketle çemberin genel denklemini, merkezini yarıçapını tecrübe ederek yarıçapın genel formülünü genelleştirmeleri beklenir. Başka bir yönergede verilen çemberleri ve doğruları ekrana giren öğretmen adaylarının çemberler ve doğruların birbirine göre durumlarını ekrandan belirlemeleri bu şekilde de genelleştirmeleri beklenir. Yine ekranda iki çember oluşturularak merkezlerinden geçen doğru ile kesişim noktalarından geçen doğrunun birbirine dik olduğunu tecrübe etmeleri beklenir. Bir diğer yönergede de çemberin genel denklemini daha önceden görmüş oldukları vektörün normu ile belirlemeleri ve bu şekilde transfer süreci yaşamaları beklenir.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Genel formüldeki yarıçap ifadesinin durumuna göre oluşabilecek şekilleri belirler ve yorumlar.

Çemberler ile doğruların birbirine göre durumlarını belirleyerek ifade eder.

Bir çemberin genel denklemini vektörleri kullanarak belirler.

Öğretmen adaylarından Ö9 ve Ö10 ekrandaki yaptıklarının ardından çemberin genel denklemini geometrik yer tanımı ve iki nokta arasındaki uzaklık ifadesini kullanarak ifade ettikleri görülmüştür. Bu şekilde ekrandaki gözlemleri ile daha önceki bilgilerini kullanarak ilişkilendirme ve transfer süreci yaşamışlardır. Bu süreçte ekranda oluşturulan çemberlerin genel denklemini cebir ekranında gözlemleyen Ö19 ve Ö20 öğretmen adayları çemberin genel denklemine ulaşabilmişlerdir. Hatta Ö19 ile yapılan görüşmede çemberin genel denkleminin yazılımda gözlemledikleri ile ulaştıklarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö19: Ekranda merkezi ve yarıçapı bilinen çemberler oluşturduk. Çemberin merkezini ekranda gezdirdikçe cebir ekranında oluşan denklemleri genelleştirdik. Aslında bu denklemi biliyordum ama bu şekilde daha da netleşti bence.

Bir diğer ifade de çemberin genel formülünü giriş ekranına yazan Ö9 ve Ö10 buradan hareketle çemberin genel denklemini, merkezini ve yarıçapını belirlemişler ve sonrasında da yarıçapını matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Bu süreçte giriş ekranına yazılan ifadelerden yola çıkılarak bazı yanlışlıkların yapıldığı fakat yazılımın geri dönüşleri sayesinde bu yanlışlıkların düzeltildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bir diğer yönergede ise çemberler ve doğruların birbirine göre durumlarını tecrübe ederek uygulayan öğretmen adaylarının bu süreçte yanlışlıklarını yazılım ile değiştirdikleri ve kâğıt kalem ortamında yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Bir diğer yönerge de Ö11 ve Ö12 grubundaki öğretmen adaylarının çemberin genel denklemini vektör tanımı ile ifade edebildikleri sonuçta vektörlerdeki norm ifadesini burada kullanabildikleri görülmüştür. Hatta ayaküstü yapılan görüşmelerde Ö34 öğretmen adayı aşağıdaki gibi bu durumu ifade etmiştir.

Ö34: Burada vektörleri kullanıyoruz. Aslında analitik geometriye başladığımızda bu kavramları kullanmıştık. Sonuçta bir çemberin genel denklemini bile vektörün boyunu kullanarak ifade ettik.

Bu çalışma yaprağında da verilen yönergelerde çemberin genel denkleminin bulunmasında ilişkilendirme ve transfer etme bulgularına rastlanıldığı, hemen hemen bütün yönergelerde tecrübe etme, uygulama ve işbirliğine ait bulgulara rastlanıldığı görülmüştür.

**Dersin
Kazanımları**

VERİLER

Beklentiler

Bu süreçte de öğretmen adaylarının verilen geometrik yerleri çözmeleri beklenir. İlk olarak tahmin etmeleri ve bu tahminlerini geleneksel kâğıt kalem ortamında açıklamaları beklenir. Sonrasında ise yazılımda istenilenleri oluşturarak tahminlerini yazılımda oluşan ifadelerle açıklamaları beklenir. Bu süreçte kâğıt kalem ortamındaki modellemeleri ile yazılımdaki modelleme süreçlerinin karşılaştırmaları beklenir. Yine burada kâğıt kalem ortamında öğrenilen bilgilerin yapılandırılması bu şekilde ilişkilendirmeler yapılması beklenir.

Verilen geometrik yerleri GeoGebra yazılımını kullanarak çözer.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Öğretmen adaylarına “*Herhangi bir çember üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri*” sorulmuş ve bu geometrik yere çeşitli tahminlerde bulunan öğretmen adayları kâğıt kalem ortamındaki emin olamadıkları bilgilerini yapılandırdıkları görülmüştür. Bu süreçte Ö15 ve Ö16 grubundaki öğretmen adaylarından Ö16 bu durumu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö16: Biz kâğıt kalem ortamında da aynı şekli düşünmüştük. Fakat noktaları gözlemleyerek tahmin ettik. Ama sonucun doğru olduğundan emin değildik sonuçta bunu görmemiz daha iyi oldu. Demek ki bu noktanın geometrik yeri bir elips belirtiyor bu kesin.

Yine aynı şekilde “Düzlemde merkezi O noktası olan çemberlere herhangi bir sabit A noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları olan C ve D noktalarının geometrik yeri nedir?” probleminde Ö16 aşağıdaki gibi bir ifade kullanmıştır. Ö16: Kâğıt kalem ortamında yaptıklarımızın aynısını yaptık ama orada çember ya da elips oluşabileceğini düşünerek kararsız kalmıştık. Kâğıt kalem ortamında bunu yapmak zor gerçekten.

Verilen geometrik yerleri tahmin eden ve bu tahminlerini yazılımda yaptıkları ile karşılaştıran öğretmen adayları bu şekilde bir tecrübe süreci yaşamışlardır. Ö13 ve Ö14 grubundaki öğretmen adayları arasında geçen diyalogda olduğu gibi tahminlerini karşılaştırmışlardır.

Ö13: Biz de ekrandaki gibi yapmıştık. Fakat elips olarak düşündük oluşacak şekli.

Ö14: Evet, ama bu şekilde gözlemleyemediğimiz şekli tam olarak gördük. Bu da daha iyi oldu bence.

Ö13: Şimdi daha net olarak gördük. Düşündüklerimizin nerelerde yanlış nerelerde doğru olduğunu gördük.

Bu süreçte özellikle ekranda öğretmen adaylarının verilen geometrik yerleri kâğıt kalem ortamındaki gibi modellemeye çalıştıkları görülmüştür. Yazılımın bazı ikonlarını kullanamadıkları görülmüştür. Fakat grup içerisindeki tartışmalar sonucunda bazı öğretmen adaylarının bu yanlışlıklarından yazılımın farklı ikonları sayesinde döndükleri ve daha fazla şekiller çizmekten kurtuldukları görülmüştür. Bu süreçte Ö36 öğretmen adayının yanına gittiğimde Ö36 aşağıdaki gibi durumu ifade etmekte idi.

Ö36: Burada ilk başta grup arkadaşım ile birlikte kâğıtta neler yaptık isek aynısını yaptık yani burada bir sürü nokta oluşturmaya çalışıyorduk. Ama işin içinde çıkamıyorduk. Sonuçta yine o noktaları tahmin edecektik. Fakat yazılımda beş noktadan geçen konik seçeneğini görünce daha fazla nokta oluşturmadan onu kullandık keşke dahada fazla nokta oluşturmasa idik.

**Dersin
Kazanımları**

VERİLER

Beklentiler

Elipsin asal ve yedek çemberlerinden hareketle bu çemberlerin yarıçapları ve odak noktasının koordinatları arasındaki bağıntıyı bulur ve yorumlar.

Elips üzerinde alınan noktadan odaklara çizilen uzunluklar toplamının asal çemberin çapına eşit olduğunu gözlemleyerek elipsin genel denklemini bulur ve yorumlar.

Odak noktaları y ekseninde bulunan elipslerin genel denklemini bulur ve yorumlar.

Bir elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını bulur ve yorumlar.

Yazılımdaki gözlemleri ile elipsin asal çemberinin yarıçapının, odak noktasının asal çemberinin y eksenini kestiği noktaya olan uzaklığa eşit olduğunu gözlemlemesi ve buradan Pisagor bağıntısını gözlemlemesi beklenir. Elips üzerinde alınan noktanın odak noktalara olan uzaklıklar toplamının her seferinde asal çemberin çapına eşit olduğunu gözlemleyen öğretmen adaylarının ön bilgilerini kullanmaları ve bu ön bilgilerinden geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmeleri beklenir. Bu şekilde tecrübe eden öğretmen adaylarının elipsin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir. Yine bu süreçte daha önceleri çemberde yaşamış oldukları bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumlarından hareketle elips ile doğruların birbirine göre durumlarını belirlemeleri bu şekilde hem daha önceki tecrübelerini yine yazılımda başka bir konuda yaşamaları hem de oradaki yaptıklarını elipse aktararak transfer süreci yaşamaları beklenir. Odakları x ekseninde bulunan elipslerin genel denklemlerinden hareketle odakları y ekseninde bulunan elipslerin genel denklemini belirlemeleri beklenir.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Ö27 ve Ö28 grubundaki öğretmen adaylarının elips üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar toplamının her seferinde asal çemberin çapına eşit olduğunu gözlemlemeleri ile geometrik yer tanımını hatırladıkları ve bu şekilde ön bilgilerini kullanarak ilişkilendirmelerde buldukları görülmüştür. Bu süreçte Ö27 öğretmen adayı geometrik yer tanımında iki noktaya uzaklıklar toplamının her seferinde eşit olmasının elips olduğunu bu eşitliğinde asal çemberin çapına eşit olduğunu ekranda gözlemlediklerini belirtmiştir. Yine bu şekilde yazılımda elips üzerindeki noktaları gezdirerek bu sonuca ulaştıklarından yazılımda bir tecrübe yaşamışlardır. Öğretmen adaylarından Ö17 aşağıdaki gibi ifadelerinde çember ve doğruların birbirine göre durumlarından hareketle elips ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını ifade edebildiklerini oradaki yaptıklarının aynısını şimdi de elips ile yaptığını belirtmiştir.

Ö17: Orada da çember denklemlerini ve doğru denklemlerini yazılıma girmiştik. Burada da elips ve doğru denklemleri var. Bu denklemler arasındaki ilişkiyi yazılımdan gözlemliyoruz. Sonuçta bu denklemleri ortak çözümleme yapacağız.

Bu süreçte elipsin genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeye çalışan Ö19 ve Ö20 grubundaki öğretmen adayları elipsin genel denklemine kâğıt kalem ortamında tam olarak ulaşamadıklarını fakat yazılımdaki genellemelerle sonucu tam olarak yazabildiklerini belirtmişlerdir. Odak noktaları x ekseninde bulunan elipslerden hareketle odakların y ekseninde bulunan elipslerin genel denklemini belirlemeye çalışan Ö17 ve Ö18 grubundaki öğretmen adaylarının genel denklemden paydadaki değerlerin yer değiştirmesinin yeterli olacağını yazılımı kullanmadan bu sonuca ulaşabileceklerini belirtmişlerdir. Ö5 ve Ö6 grubundaki öğretmen adayları ise yazılım ekranında odakların y ekseninde bulunan elipsler oluşturmuşlar ve sonuca bu şekilde ulaşmışlardır. Hatta Ö6 ile yapılan ayaküstü görüşmede bu durum aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

Ö6: Burada ekranda odakları y ekseninde olan elipsler oluşturduk. Sonuçta birşeyler tahmin ediyoruz ama gerçek mi değil mi bilemiyoruz. Fakat yazılım ile bunu aşmamız bize daha çok güven veriyor.

**Dersin
Kazanımları**

VERİLER

Beklentiler

Bu süreçte de öğretmen adaylarının verilen geometrik yerleri çözmeleri beklenir. İlk olarak tahmin etmeleri ve bu tahminlerini geleneksel kâğıt kalem ortamında açıklamaları sonrasında ise yazılımda istenilenleri oluşturarak tahminlerini açıklamaları beklenir. Bu süreçte kâğıt kalem ortamındaki modellemeleri ile yazılımdaki modelleme süreçlerinin karşılaştırmaları beklenir. Yine burada kâğıt kalem ortamında öğrenilen bilgilerin yapılandırarak ilişkilendirmeler yapmaları beklenir.

Verilen geometrik yerleri GeoGebra yazılımını kullanarak çözer.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

“Herhangi bir elips üzerinde alınan bir noktadan x eksenine çizilen dikmelerin oluşturmuş olduğu doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri” geometrik yeri öncelikli olarak kâğıt kalem ortamında sonrasında ise yazılımda modellemeye çalışmışlardır. Bu süreçte Ö29 ve Ö30 grubundaki öğretmen adayları daha önceden çemberde de aynı geometrik yeri çözdüklerini orada bazı sıkıntıları şimdi yaşamadıklarını belirtmişlerdir. Ö29 bu durumu aşağıdaki gibi ifade etmişti.

Ö29: Bu geometrik yeri daha önce çemberde de yapmıştık fakat şimdi iz ve sürgü nesnesi ikonlarını daha iyi kullanarak sonuca ulaştık. Bu daha iyi oldu tabii.

Yine bu süreçte Ö23 ve Ö24 grubundaki öğretmen adayları tahminlerini kâğıt kalem ortamında yaparak yazılımdaki yaptıkları ile emin olmadıkları bilgilerini yapılandırdıklarını ifade etmişlerdir. Kâğıt kalem ortamında da elips oluşacağını tahmin ettiklerini emin olmadıklarını fakat yazılımda daha iyi gözlemediklerini belirtmişlerdir. Bu süreçte hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modelleyerek uygulama süreci yaşadıkları görülmüştür. Bu süreçte tahminlerini yazılımdaki yaptıkları ile karşılaştırarak tecrübe süreci yaşadıkları görülmüştür. Yine bir diğer geometrik yerde ise $A(4,0)$ noktasından geçen ve $(x + 4)^2 + y^2 = 100$ çemberine teğet olan daire merkezlerinin geometrik yerinin bulunması istenmiştir. Bu süreçte de Ö15 ve Ö16 grubundaki öğretmen adaylarının gün geçtikçe daha iyi tahminler yapabildiklerini ifade etmeleri yazılımın bu süreçteki rolünü göstermektedir. Ö15 ile yapılan ayaküstü görüşmede aşağıdaki gibi bir ifade kullanılmıştı.

Ö15: Burada gün geçtikçe daha mantıklı tahminler yapabiliyoruz. Belki de daha önceki tahminlerimizin yanlışlıkları bizi bu şekilde yönlendirdi. Ya da yazılımda gözlemediklerimiz ile zamanla tahminimiz kuvvetlendi bilmiyorum.

Bu süreçte verilen geometrik yerleri hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modelleyerek uygulama süreçleri yaşadıkları daha önceki sorulan geometrik yerlerdeki gibi bazı ikonları kullanmadaki sıkıntıların aşıldığı görülmüştür. Bu şekilde verilen geometrik yerleri belirlemeye çalıştıkları ve çoğunlukla başarılı oldukları görülmüştür.

**Dersin
Kazanımları**

VERİLER

Beklentiler

Hiperbol üzerinde alınan noktadan odak noktalarına uzaklıkları farkının asal çemberin çapına eşit olduğunu gözlemleyerek hiperbolün genel denklemini bulur ve yorumlar. Buradan hareketle odak noktaları y ekseninde olan hiperbolün genel denklemini bulur ve yorumlar.

Hiperbolün asimptotlarını bulur ve yorumlar.

Hiperboller ve doğruların birbirine göre durumlarını bulur ve yorumlar.

Hiperbol üzerinde alınan noktadan odaklara olan uzaklıklar farkının noktaların değişmesi ile asal çemberin çapına eşit olduğunu tecrübe etmeleri ve bu süreçte gözlemleri ile hiperbolün geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmelerde bulunmaları beklenir. Yine bu süreçte yazılımın cebir ekranındaki denklemlerden yola çıkarak hiperbolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir. Yine bu süreçte çember ve elipste de yapmış oldukları tecrübelerini aynı bağlam olan yazılımda yine yaşayacakları hiperbol ve doğruların birbirine göre durumlarında yaşamaları beklenir. Bu süreçte de hiperbol ve doğruların birbirine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir. Odakları x ekseninde olan hiperbollerin genel denklemlerinden hareketle odakları y ekseninde olan hiperbollerin genel denklemini belirlemeleri beklenir.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Ekrandaki gözlemleri ile daha önceki bilgilerini hatırlayan Ö25 ve Ö26 grubundaki öğretmen adayları hiperbolün geometrik yer tanımı ile ilişkilendirmelerde bulunmuşlardır. Hiperbol üzerindeki herhangi bir noktadan odak noktalara olan uzaklıklar farkının sabit ve asal çemberin çapına eşit olduğunu tecrübe eden Ö25 ve Ö26 öğretmen adayları buradan hareketle hiperbolün genel denklemini bulmaya çalışmışlar fakat başarılı olamamışlardır. Yine öğretmen adaylarından Ö19 cebir ekranındaki hiperbollerin genel denklemlerinden yola çıkarak matematiksel olarak genelleştirmiştir. Hatta Ö19 ile yapılan görüşmede aşağıdaki gibi bir ifade de bulunmuştur.

Ö19: Yazılım burada çok işimize yaradı aslında ben odak noktalarını değiştirdikçe cebir ekranında oluşan denklemleri gözlemledim. Ve her seferinde çıkan denklemlerden yola çıkarak genellemelerde buldum. Grup arkadaşım da bana katıldı ve sonuçta hiperbolün genel denklemini yazabildik.

Yine bu süreçte çalışma yaprağının başka bir yönergesinde öğretmen adaylarına yöneltilen denklemler hakkında yorumlar yapması istendiğinde yazılımın asimptot geri dönütünü vermesi ile analizdeki asimptotlar ile ilişkilendirme yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu durumla ilgili olarak Ö28 aşağıdaki gibi bir ifade kullanmıştır.

Ö28: Aslında biz asimptotları türevde eğrileri çizerken görmüştük. Sanki orada da eğrileri kesmiyordu asimptotlar. Fakat burada da yazılım bu hiperboller ile doğruların kesişmediğini ve asimptotları olduğunu söyledi.

Hiperboller ve doğruları ekranda gözlemleyen öğretmen adayları kesişimlerini kontrol ederek birbine göre durumlarını matematiksel olarak genelleştirmişlerdir. Bu süreçte bazı öğretmen adaylarının daha önceki yaptıklarını buraya rahatlıkla aktardıkları ve bunları da ifadelerinde belirttikleri görülmüştür. Örneğin öğretmen adaylarından Ö1 bu durumu aşağıdaki gibi ifade etmişti.

Ö1: Buradakileri çember ve elipste yapmıştık. Yani ortak çözüm yapacağız önce bir denklemi oluşturup sonrasında da ikinci dereceden bir denklem çözeceğiz.

Diğer bir yönergede ise Ö27 ve Ö28 grubundaki öğretmen adayları önce odakları x ekseninde olduğunda oluşan hiperbollerden hareketle odakların y ekseninde olduğu hiperboller oluşturmuşlardır. Sonrasında ise oluşan hiperbollerden yola çıkarak odakları y ekseninde olan hiperbollerin genel denklemini genelleştirmişlerdir.

Dersin Kazanımları

VERİLER

Beklentiler

Parabol üzerinde alınan noktanın odak noktasına ve doğrultmanına olan uzaklıklarını bulur ve bu uzaklıkları noktayı değiştirerek yorumlar.

Parabolün genel denklemini bulur ve yorumlar.

8. HAFTA

Simetri eksenini, doğrultmanı ve odak noktasını bilinen parabolün genel denklemini bularak yorumlar.

Ekranda parabol üzerinde alınan noktadan doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıkları kontrol eden öğretmen adaylarının parabolün geometrik yer tanımı ile ilişki kurmaları beklenir. Yine bu şekilde parabol üzerinde noktaların değişmesi ile bu uzaklıkların değişmediğini tecrübe etmeleri sonrasında da parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir. Ayrıca parabol ile doğruların birbirine göre durumlarını daha önceki yaptıkları gibi yazılımda tecrübe etmeleri ve bunu matematiksel olarak genelleştirmeleri beklenir. Parabol ile verilen bir diğer geometrik yerde ise hem kâğıt kalem ortamında hem de yazılımda modellemeleri, tahminlerini yazılımdaki yaptıkları ile karşılaştırmaları ve bu geometrik yeri belirlemeleri beklenir. Simetri eksenini x ekseninde olan parabolün genel denkleminin yararlanarak simetri eksenini y ekseninde olan parabolün genel denklemlerini belirlemeleri beklenir.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Ö29 ve Ö30 grubundaki öğretmen adayları ekranda yaptıkları sonucunda parabolün geometrik yer tanımı ile ilişki kurabildikleri görülmüştür. Bu süreçte Ö29 aşağıdaki gibi bir ifade kullanmıştır.

Ö29: Yani parabolün geometrik yer tanımını yaparken bir noktaya ve bir doğruya eşit uzaklıkların geometrik yeri demiştik aslında burada da aynı şekildedir.

Bu süreçte öğretmen adaylarının parabol üzerindeki herhangi bir noktadan doğrultmana ve odak noktasına olan uzaklıkların her seferinde birbirine eşit olduğunu noktaları değiştirerek tecrübe etmişlerdir. Buradan hareketle istenilenleri kullanarak parabolün genel denklemini matematiksel olarak genelleştirebildikleri görülmüştür. Bu süreçte öğretmen adaylarından Ö15 ve Ö16 grubundakiler odak noktasına olan uzaklığı doğru olarak ifade ederken doğrultmana olan uzaklığı doğrultmanın x eksenini ile kesiştiği noktaya olan uzaklık olarak almış ve sonuçta yaptıklarının yanlışlığını yazılım sayesinde anlayarak yanlışlıklarını düzeltebilmişlerdir. Hatta bu süreçte Ö15 bu durumu şu şekilde ifade etmişti.

Ö15: Aslında parabol üzerindeki noktadan doğrultmana olan uzaklığı dik olarak almadık. Yani burada doğrultmanın x eksenini ile kesiştiği noktaya olan uzaklığı aldık. Buda yanlış çıktı. Yazılımda uzunlukları kontrol ettiğimizde uzunluklar birbirine eşit çıkmadı. Aslında çok basit bir hata yapmışız. Bir doğruya olan uzaklık dik olmalı sonuçta.

Diğer taraftan bu süreçte öğretmen adaylarına “Düzlemdeki herhangi bir doğruya ve bu doğruyu kesmeyen bir çembere teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?” geometrik yeri sorulduğunda bu geometrik yeri önce tahmin etmişler ve bunu kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışmışlardır. Yapılan gözlemlerde öğretmen adaylarının çoğunluğunun verilen bu probleme doğru tahminlerde buldukları ve bu tahminlerini doğru bir şekilde kâğıt kalem ortamında açıklayabildikleri görülmüştür. Bazı öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında yaptıklarından emin olmadıklarını fakat yazılım ile dahada emin olduklarını belirtmeleri ilişkilendirme yaptıklarını göstermekte idi. Örneğin Ö5 öğretmen adayı ile ayaküstü yapılan görüşmede aşağıdaki gibi bir ifade kullanmıştı.

Ö5: Burada parabol olduğunu düşündük. Fakat daha devam edebilir mi diye de düşündük. Yani acaba bir çembere dönermi? Fakat ilk düşündüğümüz doğru çıktı buda daha iyi oldu anlamamıza.

**Dersin
Kazanımları**

VERİLER

Beklentiler

Geometrik yerlerin öteleme dönüşümlerini bulur ve yorumlar.

Geometrik yerlerin ötelenmesini ve dönmesini daha önceki görmüş oldukları öteleme ve dönme dönüşümleri ile ilişkilendirmeleri beklenir. Öteleme ve dönme sonrası konikler hakkında yorumlar yapabilmeleri ve bu şekilde matematiksel olarak genelleştirme yapmaları beklenir. Yine öteleme ve dönme dönüşümlerini tanımlayan öğretmen adaylarının ekranda yapılanları da göz önüne alarak önce ötelenmiş sonrasında da döndürülmüş geometrik yerleri belirlemeleri bu şekilde transfer sürecini gerçekleştirmeleri beklenir.

Geometrik yerlerin dönme dönüşümlerini bulur ve yorumlar.

Gözlem ve Görüşmelerden Özetler

Ötelenme ve dönme dönüşümlerinin birlikte kullanılması sonucunda oluşan geometrik yerlerin nasıl olduğunu bulur ve yorumlar.

Öğretmen adayları verilen geometrik yerlerin ötelenme ve dönmelemlerini daha önceki görmüş oldukları ifadeler ile ilişkilendirebilmişlerdir. Ekranda yapılanlar ile ön bilgilerini kullanan ve bu şekilde ilişkilendirmeler yapan öğretmen adaylarından Ö33 aşağıdaki gibi bir ifade kullanmıştır.

Ö33: *Aslında benim aklımda bir şey var hocam. Biz ötelenme ve dönme diye bir çalışma yapmıştık ya aslında bu elips biraz ötelenmiş diyebiliriz.*

A: *Nasıl anlamadım?*

Ö33: *Yani şu şekilde hocam mesela eksenleri öteleyen bir vektör kullanmıştık. Yani eksenleri bir vektör kadar ötelemiştik. Burada da elipsi bir vektör kadar ötelemiş olacağız bence. Bakın hocam mesela şu en son yaptığımız elips te vektörümüz $u=(4,3)$ olsa idi. Bunu giriş ekranına yazıyorum.*

A: *Tamam.*

Ö33: *Bakın burada vektörün ucu simetri merkezine geldi elipsin.*

Ötelenen elips ve hiperboller ekranda oluşturularak tecrübe süreci yaşayan öğretmen adayları bu geometrik yerlerin genel denklemlerini matematiksel olarak genelleştirebilmişlerdir. Yine bu süreçte geometrik yerlerin orijin etrafında belli bir açı ile dönmesini tecrübe eden öğretmen adayları burada matematiksel olarak genelleştirdikleri görülmüştür. Ayrıca bu süreçte öteleme ve dönme dönüşümlerini elips ve hiperbolde oluşturan öğretmen adaylarının bu öğrendiklerini parabolde kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Ö35 ve Ö36 grubundaki öğretmen adaylarının simetri merkezi (h,k) olan parabolleri aşağıdaki gibi ifade ettikleri görülmüştür.

Ö35: *Simetri merkezi (h,k) olan elips ve hiperbollerin genel denklemini bulmuştuk az önce.*

Ö36: *Evet, oradakilere göre yapacağız. Mesela parabolümüz $y^2=4px$ olsun.*

Ö35: *Tamam. Aynen oradakiler gibi $(y-k)^2=4p(x-h)$ olacaktır. Sonuçta simetri merkezi (h,k) .*

Yine bu süreçte öteleme ve dönme dönüşümlerini ayrı ayrı gözlemleyen öğretmen adaylarına önce ötelenmiş ve sonrasında da döndürülmüş geometrik yerler sorulmuştur. Öğretmen adaylarının çoğunluğunun doğru bir şekilde oluşturabildikleri fakat bazılarının bu durumu karıştırdıkları önce dönme sonra öteleme yaptıkları tespit edilmiştir. Bu tür yanlışlıkları yapan öğretmen adaylarından Ö11 ve Ö12 grubundaki öğretmen adayları yazılımda aldıkları elips buldukları denklemleri giriş ekranına yazarak yaptıklarının doğruluklarını kontrol etmişler ve yanlışlıklarının farkına vararak bu yanlışlıklarının düzeltebilmişlerdir.

ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

1980 yılında Nevşehir ilinin Hacıbektaş ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Kırşehir'in Mucur ilçesinde tamamladı. 2003 yılında Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünü bitirdi. 2009 yılında K.T.Ü Fatih Eğitim Fakültesinde İlköğretim Matematik Eğitimi alanında doktora yapmaya hak kazandı. 2007 yılında Ahi Evran Üniversitesi'ne Öğr. Gör. olarak atandı. Halen aynı üniversitede çalışmakta olan araştırmacı evli ve bir çocuk babasıdır.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres: Serdal BALTACI, Ahi Evran Üniversitesi Meslek Yüksek Okulu, 40100, Kırşehir.

E-mail: serdalbaltaci@gmail.com