KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ

ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ANALİTİK, SENTETİK VE VEKTÖREL YAKLAŞIMLARIN BİRLİKTE KULLANILMASINA DAYALI OLARAK TASARLANAN ÖĞRENME ORTAMININ DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

Demet BARAN BULUT

TRABZON

Eylül, 2015

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ

ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ANALİTİK, SENTETİK VE VEKTÖREL YAKLAŞIMLARIN BİRLİKTE KULLANILMASINA DAYALI OLARAK TASARLANAN ÖĞRENME ORTAMININ DEĞERLENDİRİLMESİ

Demet BARAN BULUT

Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Danışmanı

Prof. Dr. Bülent GÜVEN

TRABZON

Eylül, 2015

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı'nda DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 21 / 09 / 2015

Tez Danışmanı	: Prof. Dr. Bülent GÜVEN	....
Üye	: Prof. Dr. Adnan BAKİ	....
Üye	: Prof. Dr. Yusuf YAYLI	....
Üye	: Doç. Dr. Yaşar AKKAN	....
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK	....

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Nevzat YİĞİT
Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Demet BARAN BULUT
21 / 09 / 2015

ÖN SÖZ

Doktora eğitimim boyunca bilgilerinden faydalandığım, insani ve ahlaki değerleri ile de örnek edindiğim, öğrencisi olmaktan onur duyduğum ve tezimin her aşamasında yapmış olduğu büyük katkıdan ve bu süreçte göstermiş olduğu hoşgörü ve sabırdan dolayı değerli hocam, danışmanım sayın Prof. Dr. Bülent GÜVEN' e şükranlarımı sunarım.

Eğitim alanındaki çalışmalarıma başladığım günden beri öğrencisi olmaktan gurur duyduğum, eğitimci olmanın ne demek olduğunu bir aile ortamındaki huzur ile bizlere sunan ve çalışmam boyunca değerli görüşlerini eksik etmeyen saygıdeğer hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ'ye minnetlerimi sunarım. Yine araştırmam süresince değerli fikirleri ve destekleri ile bana yol gösteren sayın hocalarım Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK ve Yrd. Doç. Dr. Temel KÖSA'ya çok teşekkür ederim. Bu süreçte manevi destekleri ile yanımda olan değerli meslektaşım Arş. Gör. Berna AYGÜN'e, ayrıca doktora öğrenimim süresince sağladığı maddi katkıdan ötürü TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Öğrenim hayatımın başladığı yıllardan beri önce öğretmenim olarak yanımda yer alan, sonrasında eğitimciliği ile bana örnek olan ve bu süreçte maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen canım babam Hacı Paşa BARAN'a, bu zorlu süreçte her zaman yanımda olan ve fedakarlığını eksik etmeyen canım annem Selma BARAN'a ve canım abim Umut BARAN'a teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Son olarak bu zorlu süreçte hep yanımda ve destekçim olan sevgili eşim Sinan BULUT'a ve daha doğmadan bu zorlu yolculukta bana arkadaşlık eden, çoğu zaman birlikte geçireceğimiz vakitlerden fedakarlık etmek zorunda kaldığım hayatımın anlamı, canım oğlum Atahan BULUT'a minnet ve şükranlarımı sunarım. Güzel ailem iyi ki varsınız.

Eylül, 2015

Demet BARAN BULUT

İÇİNDEKİLER

ÖZET

Analitik, Sentetik ve Vektörel Yaklaşımların Birlikte Kullanılmasına Dayalı Olarak Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi

Geometri eğitiminin amaçları arasında bulunan, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirme sürecinde kullanılan geometri problemlerinin, çeşitli yollarla ele alınabileceği kabul edilmektedir. Bu, problemlerin çözümleri analitik düzlem ve vektörler kullanılarak yapılabileceği gibi Euclid geometrisi kullanılarak da yapılabilir. Bu durum geometride farklı yaklaşımların kullanılabileceğini göstermektedir.

Bu çalışma kapsamında, ortaöğretim matematik öğretmenliği programında yer alan ve sentetik geometri odaklı yürütülen geometri dersi analitik yaklaşım, sentetik yaklaşım ve vektörel yaklaşımın bir arada kullanılmasına dayalı olarak tasarlanmış ve tasarlanan geometri dersinin ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçleri üzerinde nasıl farklılıklar oluşturduğunun tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda yarı deneysel olarak tasarlanan bu çalışma 20 deney grubu ve 21 kontrol grubu matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Deney grubunda bulunan öğretmen adaylarına farklı yaklaşımlara göre tasarlanan geometri derslerinde deneyim kazandırılırken, kontrol grubu öğretmen adayları sentetik yaklaşım temelli geometri dersine dahil olmuşlardır. 10 hafta süren uygulama öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarına geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılan farklı yaklaşımları kullanma testi ve yaklaşım tercihlerini belirleme testi uygulanmıştır. Bu testler, çalışma kapsamında adapte edilen puanlama anahtarı aracılığı ile değerlendirilmiştir. Testlerden alınan puanlar doğrultusunda oluşan farklı başarı düzeylerinden seçilen deney grubundan toplam altışar öğretmen adayı ile uygulama öncesi ve sonrasında klinik mülakatlar yürütülmüştür.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre tasarlanan geometri dersinin deney grubu öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde kullandıkları yaklaşımların tamamında başarılarını olumlu yönde etkilediği tespit edilmiştir. Deney ve kontrol gruplarında en çok tercih edilen yaklaşım uygulama öncesi ve sonrasında sentetik yaklaşım olduğu belirlenirken, deney grubundaki analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşımların problem çözümlerinde tercih edilme oranlarında artış meydana gelmiştir. Bu sonuçlar ışığında farklı yaklaşımların geometri öğretiminde kullanılmasına ve ileride yapılacak çalışmalara yönelik öneriler ile çalışma tamamlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Geometri Öğretimi, Analitik Yaklaşım, Sentetik Yaklaşım, Vektörel Yaklaşım, Problem Çözme.

ABSTRACT

Evaluation of the Learning Environment Designed Basing on Using Analytical, Synthetic and Vectorial Approaches Together

It is approved that geometry problems which are used during the process of developing students' problem solving skills that is among the objectives of geometry education, can be handled with different ways. The solution of these problems can be done by using Euclidian geometry as well as using analytical plane and vectorials. This situation proves that various approaches can be use in geometry.

Within the scope of the study, the geometry class instructed synthetic geometry oriented in the secondary school mathematics teaching program was designed basing on using analytical approach, synthetic approach and vectorial approach together, and it was aimed to find out what kind of differences this designed geometry lesson created on the problem solving process of prospective secondary school mathematics teachers. In line with this purpose, this study designed as quasi experimental study was carried out with 20 experimental group and 21 control group prospective teachers. While prospective teachers in the experimental group were provided experience during the geometry lessons that were designed according to different approaches, the prospective teachers in the control group were involved in the geometry classes instructed with synthetic based approach. Before and after the 10 weeks practices, prospective teachers were administered tests whose validity and reliability were investigated: a test for using different types of approaches and a test for determining their approach preferences. These tests were evaluated with the scoring key adapted within the scope of the study. Before and after the application, clinical interviews were carried out with totally 6 each prospective teachers from the experimental group chosen from different success levels that formed in accordance with the points which were gotten from the tests.

It was established that according to the findings obtained from the research, the designed geometry lesson has a positive effect on the success of experimental group prospective teachers in all of the approaches they used during the problem solving process. While it was proven that the most preferred approach by the experimental and control group before and after the application was synthetic approach, there was an increase in the rate of preferring analytical and vectorial approaches for problem solving in the experimental group before and after the application. Regarding these results, the study was completed with the suggestions for using different approaches in geometry teaching and for future studies.

Key Words: Geometry Teaching, Analytical Approach, Synthetic Approach, Vectorial Approach, Problem Solving.

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

GRAFİKLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

AY **:** Analitik Yaklaşım

SY **:** Sentetik Yaklaşım

VY **:** Vektörel Yaklaşım

MEB **:** Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics

1. GENEL BİLGİLER

1. 1. Giriş

Şekilleri ve cisimleri konu alan geometri insanoğlunun bugün ulaştığı medeniyete sağladığı katkılar yönünden oldukça önemli bir yere sahiptir. Tanımlanabilen ya da modellenerek sezdirilebilen kavramlar, aksiyomlar ve genellemelerden oluşan geometri, bilim ve sanat gibi birçok alanda kendini hissettirmekte ve bireylerdeki görsel, estetik ve sezgisel duyuları ortaya çıkarmaktadır (Köse, 2008; Van de Walle, 2001). Bu yönüyle geometri, yaşadığımız dünyayı anlamada önemli bir araç olarak kabul edilmektedir. Bunun yanı sıra geometri, temel matematiğin diğer alt alanlarında önemli bir uygulama alanına sahip olması, insanlarda uzamsal algılama gücünü sağlaması ve zihni harekete geçirerek problem çözme becerilerini geliştirmesi yönleri ile matematik eğitimi kapsamında ilkokul seviyesinden üniversite düzeyine kadar önemli bir alan olarak kabul edilmektedir (Baki, 2001; Sherard, 1981; Temur, 2007). Gerek geometri eğitiminin genel amaçları gerekse de geometri eğitiminin bireye sağladığı nitelikler göz önüne alındığında geometrinin bireylerde problem çözme becerilerinin gelişim ve katkısına yönelik yapılan vurgu dikkat çekmektedir. Geometrinin öğrencilerin bazı becerilerindeki gelişimlerine dikkat çeken National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), geometriyi öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, iletişim ve doğrulama becerilerini geliştiren bir alan olarak ifade etmektedir. NCTM (2000)'e göre geometrinin bireylerde yarattığı bu beceriler sayesinde, öğrenciler zihinlerini harekete geçirir, problemleri analiz edebilir, çözebilir, karşılaştırma yapabilir ve matematik ile yaşam arasında bağ kurabilirler. Ayrıca, geometri öğrencilerin sonuç çıkarma, ispatlama becerilerinin gelişmesi için de uygulama alanı sunmaktadır (Duatepe, 2000; NCTM, 2000).

Geometride problem çözme becerisi kazanan bir öğrenciden geometrik şekillerin özelliklerini ilişkilendirmesini, ispat yapabilmesini ve koordinat düzlemini ve vektörleri problem çözümlerinde kullanabilmesi beklenmektedir (Swings ve Peterson, 1988). Çünkü matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturma problem çözme sürecinde meydana gelmektedir. Geometride kazanılan problem çözme becerisinin aynı zamanda öğrencinin geometri ile matematiğin alt alanları (sayılar, ölçme, cebir, olasılık ve istatistik) arasında ilişki kurmalarını desteklediği düşünülmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 1997).

Ball (1988)'a göre, matematik öğretimi sürecinde matematiğin alt alanları öğrencilere ayrık bölümler halinde sunulmakta ve öğrenciler nadiren öğrendikleri farklı düşünceler arasında bağlantı kurma konusunda teşvik edilirken öğrenme ortamlarında öğrencilerin problemleri farklı yaklaşımlar arasındaki bağlantıları kurarak çözebilecekleri durumlar oluşturulmamaktadır. Halbuki matematiksel bilgiyi yapılandırmanın bir yolu da ilişkilendirme özelliğidir. NCTM (2000)'e göre matematiğin alt alanlarından faydalanmak, öğrencilerin matematiksel bilgileri arasında daha kuvvetli bir bağ kurmasına yardım etmektedir. Alt alanlar arasındaki matematiksel bağlantıyı (örneğin; farklı kavramlar, bunların farklı gösterimleri, farklı konular ve matematiğin içinde bulunan farklı alanlar arasında bağlantının yanı sıra, matematik ve diğer dersler arasındaki bağlantı) kurma, matematiksel anlamanın çok önemli bir kısmını oluşturmaktadır (Dreyfus ve Eisenberg, 1986; Hiebert ve Carpenter, 1992; Kieren, 1990; Sfard, 1991; Sierpinska, 1990; Sierpinska, 1994; Skemp, 1987). Bu bağlantıyı kuramayan bir kişi, birçok farklı kavram ve yöntemi ezberlemek durumda kalmaktadır. Bireyin sahip olduğu matematiksel düşünceler arasında bağlantı kurmak, yeni düşünceleri ilgili düşünceler ile birleştirme ve yeni durumlarda işe yarayacak benzer kavram ve yöntemleri kullanarak matematiksel durumları çözüme ulaştırma anlamına gelmektedir.

Hem farklı çözümleri hem de farklı matematiksel bilgileri kullanarak problem çözmede yararlanılan bilgiler arasında ilişki kurmayı sağlayan problemler birden fazla çözüm yoluna sahip problem olarak tanımlanmaktadır. Levav-Waynberg ve Leikin (2006) tarafından tanımlanmış olan bu tür problemler; matematiksel bir kavramın farklı tanımları ya da gösterim şekilleri, genel bir matematiksel düşüncenin özel bir durumunun araştırılması, matematiğin özel bir konusundaki farklı matematiksel araç ve teoremler ve matematiğin farklı dallarında yer alan farklı matematiksel araçlar ve teoremler kullanılarak farklı yollarla çözülebilirler. Matematiğin alt alanlarındaki farklı araç ve teoremlerin kullanılarak geometri problemlerine çözüm arandığı durumlarda analitik yaklaşım (AY), sentetik yaklaşım (SY) ve vektörel yaklaşım (VY) kavramları kullanılabilir. Euclid geometrisinin kullanıldığı problem çözme yaklaşımını SY olarak tanımlanırken, bu yaklaşım aksiyomlar, postulatlar ve teoremler üzerine kurulmuştur (MEB, 2010). AY, Decartes'ın keşfi olan koordinat sistemini kullanarak geometrik problemleri çözme olanağı veren bir yöntemdir (MEB, 2010). Vektör cebirinin kullanıldığı problem çözme yaklaşımına da VY adı verilmektedir (Allendoerfer ve Oakley, 1969). Öğrenciler, geometri problem çözümlerinde bu yaklaşımlarla deneyim kazanarak geometri problemlerin çözümlerinde alternatif yolları ve bu yaklaşımlar arasındaki geçişleri görebilir.

Literatür incelendiğinde geometri problemlerinin çözümlerine yönelik yapılan çalışmalarda problemlerin çözümlerinin genellikle tek bir yaklaşımın kullanılarak yapıldığı görülmektedir (Barbeau, 1988; Dindyal, 2003; Kwon, 2012; Pambuccian, 1993). Oysaki farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözülebilen problemlerin geometri dersi kapsamında kullanılması ile öğrencilerin problem çözme süreçlerine etki edebilecek daha geniş bir bakış açısı sunan bir öğrenme ortamı oluşturulacağı düşünülebilir. Bu sayede bir probleme ait çözümlerin üstün tarafları, öğrenciler ile yapılan uygulamalar ile desteklendiği takdirde daha net ortaya çıkabilir.

Geometride problem çözmeyi içeren çalışmalar incelendiğinde ise genellikle sadece bir yaklaşıma ait farklı yolların kullanıldığı ve geometri problem çözümlerinde SY'ye veya AY'ye ait farklı yollar kullanılmış fakat yaklaşımlar arasındaki ilişkiye değinilmediği görülmektedir (Levav-Waynberg, 2011; Levav-Waynberg ve Leikin, 2006; Sierpinska, 2002; Silver vd., 2005). Diğer yandan VY'nin geometri problem çözümlerinde kullanıldığı çok az çalışmaya rastlanmaktadır. Halbuki matematiksel bilginin yapılandırılmasında önemli bir yer tutan ilişkilendirme özelliğine problem çözme sürecindeki uygulamalarda yer verilmesi ve yürütülen derslerin bu kapsamda yeniden ele alınması öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki gelişimine katkı sağlayabilir.

Geometri problemlerinin çözümlerinde farklı yaklaşımları bir arada kullanmanın öğrencilere sağlayabileceği katkılar göz önüne alındığında geometri derslerinin sadece bir yaklaşım odağında yürütülmesi yerine farklı yaklaşımlar kullanılarak desteklenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Matematik öğretmenliği öğretim programı incelendiğinde yaklaşımların temelini oluşturan dersler (Analitik Geometri, Geometri ve Lineer Cebir) üniversite düzeyinde farklı yıllarda verilmektedir. Böyle bir öğrenim sürecinden geçen öğretmen adaylarının yaklaşımlara ait bilgiler arasında ilişki kurma imkanı bulacakları bir derse dahil olamadıkları görülmektedir. Bu durum ise öğretmen adaylarının yaklaşımlar arasında bilgi transferi yapma ve ilişki kurma becerilerinin gelişmesine engel olduğu fikrini ortaya çıkarmaktadır. Genel olarak bu derslerin sadece ilgili yaklaşım aracılığı ile yürütülen bir yapıya sahip olduğu görülmektedir. Özelde ise geometri dersi incelendiğinde öğrencilere farklı bakış açısı sunabilecek yaklaşımların bir arada kullanılması yerine SY'yi temele alan bir ders içeriği yürütüldüğü görülmektedir. Bu durum ise geometri dersinin ilişkilendirme özelliğini sağlamadan uzak kalan bir yapı içinde olduğunu bize göstermektedir.

Yürütülen bu çalışmada analitik geometri, Euclid geometrisi ve vektör geometrisini sırasıyla çıkış noktası kabul eden AY, SY ve VY aracılığıyla çözülebilen geometri problemleri kullanılarak tasarlanan öğrenme ortamının etkililiği incelenmektedir. Öğrencilerin bu üç yaklaşımı öğrenmeleri ve bu yaklaşımlarla problem çözmeleri beklenmektedir. Her ne kadar yaklaşımların çokluğu, geometrik problemlerin her üç yaklaşımla da uygulanmasını zorlaştırsa da problem çözme becerilerinin gelişiminde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1. 2. Araştırmanın Amacı

Geometri eğitimi üzerine yapılan çalışmalar, geometri problem çözümlerini farklı araç, strateji ve yaklaşımlar aracılığı ile bağlantılı bir şekilde ele almayı önerir (Dhombres, 1993; House ve Coxford, 1995; NCTM, 2000; Polya, 1973; Schoenfeld, 1983). Bu sayede problem çözücülerin farklı alanlarda sahip oldukları bilgiler arasında bağlantı kurma ve ilişkilendirme becerilerinin geliştirme imkanına sahip olacağı düşünülmektedir. Geometrinin diğer alt alanlarla olan ilişkisinin incelendiği durumlar, ilişkilendirme kavramını oluşturmaktadır. Bu kavram, geometri ve cebir arasında etkileşimde kendini etkili bir biçimde göstermektedir.

Çözümlerinde farklı yaklaşımların kullanıldığı geometri problemleri, öğrencilerin geometrinin diğer alanlar ile arasındaki ilişkiyi kurmalarını sağlayacak etkili bir öğretim aracı olarak kabul edilmektedir (House ve Coxford, 1995; Leikin, 2003, 2007; NCTM, 2000; Polya, 1973; Schoenfeld; 1994; Silver 1997). Problemleri birden fazla yaklaşım kullanarak çözmeyi destekleyen öğretim etkinliklerine daha derinden bakılmak istenirse; Leikin vd. (2006) ve Leikin ve Levav- Waynberg (2007) verilen geometri probleminin birden farklı yolu kullanarak çözüm yolunu bulmayı gerektiren problemleri çalışmalarında kullanmışlardır. Bu tür problemlere ait çözümler arasındaki fark; matematiksel kavramın farklı gösterimleri, matematiksel kavramların farklı özellikleri (tanımlar, teoremler, yardımcı elemanlar, vs.) veya matematiğin alt alanlarına ait teoremlerin ve araçların kullanılması şeklinde belirtilmektedir (Leikin, 2007; Leikin ve Levav-Waynberg, 2007; Leikin ve Levav-Waynberg, 2008). Sırasıyla geometri ve cebir alt alanlarındaki tanımlar, teoremler vb. araçların kullanıldığı AY, SY ve VY geometri problemlerinin çözümlerine farklı bakış açısı ile bakma imkanı sunabilir. Geometri problemlerinin çözümlerinde kazanılan bu farklı bakış açısı ile öğrenciler sahip oldukları matematiksel bilgiler arasında bağlantı kurabilecek ve bu süreçte geometri problem çözümlerinde farklı yaklaşımların bir arada kullanıldığı öğrenme ortamları ile tanışma imkanı bulabileceklerdir.

Öğrencilerin problem çözümlerinde geometrinin diğer alanlar ile olan bağlantısının temele alındığı AY, SY ve VY geometride çalışma alanı olarak yer bulmasına rağmen okul geometrisi dendiğinde neredeyse tüm dünyada akla gelen Euclid geometrisidir (Dindyal, 2003). Geometri dersleri, Euclid tarafından geliştirilmiş teoremler ve onların ispatlarından oluşan sentetik yaklaşım temele alınarak yürütülmektedir (Kwon, 2012). Bu nedenlerden dolayı öğrenciler, problem çözerken veya bir teoremi ispatlamaya çalışırken düşünceleri arasında ilişki kurabilecekleri uygun öğrenme ortamına dahil olamamaktadırlar. Diğer yandan cebirsel-analitik yöntemler gibi daha geniş matematiksel yöntemler içeren yaratıcılık yeteneklerini ortaya çıkaracak çok az imkanla karşılaşmaktadırlar.

Bu çalışma kapsamında, ortaöğretim matematik öğretmenliği programında yer alan geometri dersinin içeriği sentetik geometri merkeze alınarak analitik ve vektörel yaklaşımlarla zenginleştirilip üç yaklaşımın bir arada kullanıldığı bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Tasarlanan bu öğrenme ortamında öğretmen adaylarının Euclid geometrisinden seçilen problemleri çözme süreçleri ve bu problemleri çözme başarıları incelenerek değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

Bu doğrultuda çalışmanın problemleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

1. Tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerini çözme başarılarını nasıl etkilemiştir?
    - 1.1. Tasarlanan öğrenme ortamı, Euclid geometrisi problemlerini çözme sürecinde öğretmen adaylarının AY'yi kullanma başarılarını nasıl etkilemiştir?
    - 1.2. Tasarlanan öğrenme ortamı, Euclid geometrisi problemlerini çözme sürecinde öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarılarını nasıl etkilemiştir?
    - 1.3. Tasarlanan öğrenme ortamı, Euclid geometrisi problemlerini çözme sürecinde öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarılarını nasıl etkilemiştir?
    - 1.4. Tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının kullanılan yaklaşıma bağlı olmaksızın Euclid geometrisi problemlerini çözme başarılarını nasıl etkilemiştir?
2. Tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini ve problem çözmede kullandıkları yaklaşım tercihlerini nasıl etkilemiştir?

1. 3. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Matematik eğitimcileri, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesini eğitimin öncelikli amacı olarak belirlenmesi konusunda hem fikirdirler (Charles ve Lester, 1982). Geometri eğitimi, bu amaca hizmet edecek şekilde öğrencilerin matematik kavramlarını somutlaştırması ve problem çözme becerilerinin gelişmesi açısından çok önemlidir. Bu sebepten geometri eğitimini matematik eğitiminden ayrı görmenin ya da ayırmaya çalışmanın yanlış olacağı düşünülmektedir. Geometrinin hem somut cisim ve şekillerle uğraşması hem de matematik öğrenmeye katkısı nedeniyle daha erken yaşlardan itibaren ele alınması ve ayrı bir alan olarak okutmak yerine matematiğin alt alanları ile bütünleşmesinin daha yararlı olacağı iddia edilmektedir (Olkun ve Toluk, 2003).

Geometri, öğrencilere problem çözmede ve ispatları oluşturmayı ve değerlendirmeyi öğrenmede kullanılan matematiksel düşünceyi geliştiren bir alan olarak kabul edilmektedir. Ayrıca geometri, farklı teoremler ve merak uyandırıcı problemler açısından çok zengin bir alandır. Bütün bunlar geometriyi, öğrenmek ve öğretmek için en merak uyandıran ve ilgi çekici, ayrıca matematiğin merkezinde bulunan bir alan yapmaktadır. Bu kapsamda matematik eğitiminde önemli bir yer tutan geometri eğitiminin genel amaçları incelendiğinde iki ana başlık oluşmaktadır. Bunlar:

1. Öğrenci kendi fiziksel dünyasını, çevresini ve evreni açıklamada ve anlamlaştırmada geometriyi kullanabilmeli,
2. Öğrenci problem çözme becerilerini geliştirmeli (Baki, 2008).

Bu sıralanan amaçlar kısaca, öğrencinin çevresini tanıyabilmesi ve geometriyi problem çözme sürecinde kullanabilmesi olarak özetlenebilir. Geometri eğitiminin amaçların arasında bulunan öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirme sürecinde kullanılan geometri problemlerinin, çeşitli yollarla ele alınabileceği kabul edilmektedir. Bu, problemlerin çözümleri AY ve VY kullanılarak yapılabileceği gibi Euclid geometrisi kullanılarak da yapılabilir. Bu durum geometride farklı yaklaşımların kullanılabileceğini göstermektedir. Öğrenciler, bu farklı yaklaşımlarla deneyim kazanarak geometri problemlerin çözümlerinde alternatif yolları görebilirler ve bu çözümler esnasında farklı alanlar arasında ilişki kurabilirler. Geometri problemlerini çözmeye uygun öğrenme ortamı tasarımında problemleri farklı yaklaşımlar kullanarak birden fazla çözüm yolu üretmenin önemini vurgulanmaktadır (Pehlivan, 2011). Diğer yandan matematik eğitimcileri, problem çözme süreçlerinde kullanılan yaklaşımlar ne kadar farklı gözükse de birden fazla yaklaşımın problem için aynı sonucu nasıl verebildiği fikrini öğrencide geliştirmenin üzerinde durulması gereken bir durum olduğu konusunda hem fikirdirler (NCTM, 2000). Bu doğrultuda geometrideki AY, SY ve VY'nin problem çözümlerinde kullanılmasının problem çözme sürecindeki önemi yadsınamaz bir hale gelmektedir. Fakat literatür incelendiğinde bu üç yaklaşımın kullanılmasının öğrencilerin öğrenmeleri üzerindeki etkilerini ortaya koyan çalışmaların sayısının oldukça sınırlı olduğu görülmektedir.

Geometride farklı yaklaşımlar ile çözümlerin yapıldığı problemleri kullanma, öğrencinin problem çözme becerilerini geliştirmede etkin bir rol oynayabilir. Bu sebeple farklı yaklaşımların geometri problemlerinin çözümlerinde kullanılabileceği bilincini öğrencilerde geliştirmek ve öğrencileri bu tür problemler karşısında cesaretlendirmek, geometri eğitiminin amaçları arasına girerek geometri derslerinin kalitesini arttırırken öğrencilerin matematiksel bilgilerinde farklı yollar bulmalarına da öncülük eder (Dhombres, 1993; Schoenfeld, 1983; Stigler ve Hiebert, 1999). Bu bağlamda farklı yaklaşımları problem çözümlerinde kullanma imkanı sunacak öğrenme ortamlarının problem çözme sürecine olan katkısının yadsınamaz olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin bu tarz öğrenme ortamlarındaki deneyimleri sayesinde problemlere farklı bakış açıları ile yaklaşma ve bilgileri arasında kuracakları ilişkilendirme becerisini geliştirebilecekleri düşünülmektedir.

Geometri eğitimi kapsamında öğrenciden analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımları keşfetmesi, özellikle üniversite düzeyindeki öğrenciler için bu yaklaşımları inceleme ve karşılaştırma yoluyla aksiyomatik sistemi anlamaları beklenmektedir (Kwon, 2012). Geometri eğitiminin öğrenciye kazandırdığı diğer yeterlikler arasında geometrik kavramlar arasındaki ilişki kurabilme, bu kavramları AY, SY ve VY ile ele alabilme bulunmaktadır. Bunun yanı sıra yaklaşımlar arasındaki farkı anlayarak bunları yerinde kullanabilme, ispatlara bu yaklaşımlar ile gitme, geometrik problemleri cebirsel problem haline dönüştürüp çözümlerine geometrik yorumlar yapabilme ve düzlemin geometrik problemlerini AY, SY ve VY'yi kullanarak çözme öğrenciden beklenen diğer özellikler olarak kabul edilmektedir. Bu bağlamda Kwon (2012) tarafından geometri eğitimi kapsamında beklenen öğrenci yeterliklerinin en çok da matematik öğretmen adayları tarafından sağlanması gerektiği düşünülmektedir.

Problemleri farklı yaklaşımlar kullanarak çözmek, problem çözmede bir kontrol aracı olarak kabul edilebilir. Çünkü öğrenciler bu sayede kendi çözümlerinin doğruluğunu belirleyebilir ya da bunun tam tersi olarak doğru sonuca ulaşmak için buldukları çelişkili çözümleri kullanabilirler. Diğer yandan problemleri farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözmek, bu çözümleri sınıf ortamında paylaşıp tartışma durumları içinde olmak, öğrencilerin matematiksel bilgilerini farklı gösterimler kullanarak, farklı stratejileri karşılaştırarak ve farklı kavram ve fikirler arasında ilişki kurarak geliştirmelerini sağlar. (Fennema ve Romberg, 1999; Leikin ve Levav-Waynberg, 2008; NCTM, 2000; Polya, 1981). Okul geometrisinde bir problem için farklı yaklaşımların kullanıldığı bu tür sınıf ortamlarını kurmada matematik öğretmenlerinin etkisi büyüktür. Bu sebeple öğretmenlerin kendi öğrencilik yıllarında aldıkları eğitim ile bu üç yaklaşımı bilmeleri ve bu yaklaşımları geometri problemlerini çözme süreçlerinde kullanmaları gerektiği düşünülmektedir. Ancak bu sayede öğrenciler, matematiğin alt alanları arasında ilişki kurabilir ve bir geometri problemi için en uygun yaklaşımı seçme bilgisine sahip olabilir.

Öğretmenler arasında geometri derslerinde sadece Euclid geometrisinin kullanılması, 1879 yılında adı Matematik Birliği (Mathematical Assocation) olarak değiştirilen Geometri Öğretimini Geliştirme Birliği (Association for the Improvement of Geometrical Teaching) tarafından üzerinde durulan bir konu haline gelmiştir. Çünkü geometri derslerini birçok yaklaşım ile yürütebilme imkanı varken sadece SY ile bu dersi yürütmenin hem öğrencilerin problem çözme becerilerini sınırlandırması hem de geometrideki bu farklı çalışma alanları arasındaki ilişkiyi kurmada öğrencilerin eksik kalması gibi sorunları beraberinde getirebileceği düşünülmektedir (Coxford vd., 1991). Bu sebeple 19. Yüzyılın sonraki yıllarında geometri için daha çok uygulama içeren ve Euclid ispatlarının yöntemlerine daha az yer verilen bir içerik için girişimlere başlanmıştır (Howson, 1973; Price,1994). Bu konu ile ilgili Meserve (1999)'in

> "Geometriye farklı yaklaşımlar aracılığıyla yaklaşmanın gerekliliğini anlamaları ve bu yaklaşımları kullanabilmeleri için öğretmenleri desteklemeye ihtiyacımız var. Çünkü öğretmenlerin neredeyse tamamı düzlem geometri için Euclid'in postulatlarının kullanıldığı sentetik yaklaşımın ötesine geçmemişlerdir."

şeklinde görüşleri mevcuttur. Bu özellikliklerdeki geometri derslerine dahil olan öğretmen adaylarının da problem çözme becerisi, farklı alanlar arasında ilişki kurma gibi eksik bir öğrenme sürecinden geçeceği düşünülmektedir. Bu nedenle sadece SY'nin problem çözümlerinde kullanıldığı bir öğrenme ortamı yerine farklı yaklaşımlar ile desteklenen bir içeriğe sahip olan ortamlarda deneyim kazanan öğretmen adaylarının problem çözme becerilerindeki gelişimin daha derinlemesine olacağı kabul edilebilir.

Ülkemizde matematik öğretmenliği programlarında yürütülen geometri derslerinin içeriği incelendiğinde Euclid geometrisinin ağırlıklı olarak kullanıldığı görülmektedir. Bu ders kapsamında yürütülen öğrenme ortamlarında ispatlanan teoremler ve çözülen problemlerde sadece SY'yi kullanmanın öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin gelişiminde istenilen noktaya ulaşmaya engel bir durum oluşturduğu düşünülebilir. Halbuki farklı yaklaşımların kullanıldığı problem çözümleri sayesinde gelişen farklı bakış açıları ile öğretmen adaylarının matematiksel bilgileri arasında ilişkilendirme yaparak matematiksel bilgilerini daha etkili bir biçimde kullanabilecekleri düşünülmektedir (Fennema ve Romberg, 1999). Bu bağlamda bu çalışma kapsamında tasarlanan öğrenme ortamının her üç yaklaşım ile problem çözme imkanı sağlaması nedeniyle öğretmen adaylarının problem çözme becerilerini geliştirmede daha etkili bir süreçten geçmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Öğretmenlerin alan bilgilerinin temelleri kendi öğrencilik yıllarında atılmaya başlayacağı ve bu yıllarda öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki değişimin gördükleri dersler ve bunların içeriklerinden etkileneceği düşünülmektedir (Ball, 1988). Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerine olumlu yönde katkı sağlayan geometri dersinin diğer alt alanlar ile ilişkisinin yaklaşımlar kullanılarak yeniden tasarlanması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu bağlamda çözümlerinde AY, SY ve VY'nin bir arada kullanıldığı geometri problemlerini içeren bir öğrenme ortamının öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerine etkisinin nasıl olacağının belirlenmesi önemlidir.

Öğretmen yetiştiren eğitim fakültelerinde geometri öğrenme alanına kaynak teşkil eden dersler; geometri, analitik geometri ve lineer cebir dersleridir. Geometri dersi, Euclid geometrisine odaklanan bir yapıya sahiptir. Bu ders kapsamında tanımlar, aksiyomlar, teoremler sentetik geometrideki kullanım şekilleri ile öğretmen adaylarına sunulmaktadır.

Analitik geometri dersi, koordinat düzleminin kullanılmasına bağlı olarak oluşturulmuş bir yapıya sahiptir. Koordinat düzlemine ait özellikler kullanılarak tanımlar, teoremler oluşturulmuştur. Lineer cebir dersleri ise ağırlıklı olarak vektör uygulamaları, matris-determinant gibi konuları kapsamaktadır. Bu üç ders, matematiğin farklı alt alanlarına ait bilgiler içerse de aslında ortak uygulama alanlarına sahip içerikleri de kapsamaktadır. Örneğin vektörler konusu için hem analitik geometri hem de lineer cebir alt alanlarında oldukça geniş uygulama alanları mevcuttur. Diğer yandan sentetik geometrik şekilleri içeren problemler için kullanılan çeşitli özellikler (diklik, eğim, vb.) analitik geometrideki özellikler ile yakından ilişkilidir. Bu bağlamda bu derslerin birbirlerine önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Her ne kadar bu derslerin birbirlerine sağlayacakları katkıyı ortaya çıkarmak bu derslerin amacı olmasa da gizil olarak oluşmuş bu etkileşimden faydalanılarak bu sayede öğretmen adaylarının gelişimlerine olumlu katkı sağlanacağı düşünülmektedir. Fakat bu dersler arasındaki ilişki ve birbirlerine olan katkılarını ortaya çıkaracak öğrenme ortamlarının oluşturulmadığı görülmektedir. Bunun nedenlerinden birisi, bu derslerin öğrenim süresince genel olarak farklı yıllarda birbirinden bağımsız bir şekilde sunulmasıdır. Her üç dersin bir arada uygulama alanı bulduğu bir ders içeriği mevcut değildir. Yürütülen geometri dersinin ise sadece Euclid geometrisi ele alınarak yapıldığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarına verilen geometri eğitiminin özellikleri incelediğinde farklı yaklaşımları problem çözme süreçlerinde kullanmalarını destekleyen öğrenme ortamlarının oluşturulmadığı ve öğretmen adaylarının bu süreçte yaşadığı birçok sınırlılık yukarıda verilen şekilde ifade edilmektedir. Bu sınırlılığı en aza indirmek ancak öğretmen adaylarının üniversite yıllarında aldıkları eğitim boyunca uygulanacak bazı müdahalelerle mümkün olabilir. Örneğin, matematik öğretmen adaylarının öğrenim hayatları boyunca problemleri matematiğin farklı alt alanlarına ait çözümler aracılığı ile yapmaları problem çözme süreçlerini geliştirmede öğretmen adaylarına katkı sağlayabilir. Bu sebeple AY, SY ve VY'lerin bir arada kullanılmasına dayalı bir öğrenme ortamının tasarlanması gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Bunun yanı sıra Ball (1988)'a göre matematiğin alt alanlarının birbirinden bağımsızmış gibi düşünülmesine neden olabilecek şekilde öğretim süresince farklı yıllarda verilmesi, matematiğin ilişkilendirme kısmını ortaya çıkarmada yetersiz kalmaktadır. Çalışmamızın katılımcılarını oluşturan öğretmen adaylarının eğitim gördükleri üniversitenin Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği programında uygulanan öğretim programının içeriğine bakıldığında da Analitik Geometri dersinin 1. sınıfta, Lineer Cebir I-II dersinin 2. sınıfta ve Geometri dersinin 4. sınıfta verildiği görülmektedir. Geometri dersinin içeriği, sadece Euclid postulatlarının hakim olduğu SY ile yürütülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarına farklı yaklaşımları kullanarak problem çözme imkanı sunmamaktadır. Bu da geometri dersinin içeriğinin öğretmen adaylarına AY, SY ve VY'yi problem çözümlerinde bir arada kullanma olanağı verecek şekilde tasarlama gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

Literatür incelendiğinde öğrenme ortamı tasarımı olarak SY'nin farklı yollarının problem çözümlerinde kullanıldığı, ya da sadece VY aracılığı ile geometri problem çözümlerine odaklanan çalışmaların olduğu görülmektedir (Kwon, 2012; Levav-Waynberg, 2011; Levav-Waynberg ve Leikin, 2006; Levav-Waynberg ve Leikin 2012b). Yapılan çalışmalarda geometri problemlerinin AY, SY ve VY'nin her üçünü kullanarak çözmeyi içeren herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda yapılacak olan çalışma sonucunda ortaya çıkacak olan analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların bir arada kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı ile matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerine olumlu anlamda katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

1. 4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlıkları aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

1. Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan geometri dersi; ilgili dersin içeriğinde bulunan geometrinin aksiyomatik yapısı, üçgenler, dörtgenler ve çemberler konuları ile sınırlı tutulmuştur.
2. Araştırma, bir devlet üniversitesinde 2013-2014 ve 2014-2015 eğitim-öğretim yıllarında Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik eğitimi Ana Bilim Dalı 4. sınıfta öğrenim görmüş olan öğretmen adayları ile sınırlıdır.
3. Çalışmanın süresi 10 hafta ile sınırlandırılmıştır.

1. 5. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmanın varsayımları aşağıdaki şekilde belirtilebilir:

1. Yapılan mülakatlarda öğretmen adaylarının samimi görüşlerini yansıttıkları varsayılmıştır.

1. 6. Tanımlar

Analitik Yaklaşım (AY): Analitik yaklaşım, Decartes'ın keşfi olan koordinat sistemini kullanarak geometrik problemleri çözme olanağı veren bir yöntemdir (MEB, 2010).

Sentetik Yaklaşım (SY): Euclid geometrisinin kullanıldığı problem çözme yaklaşımına sentetik yaklaşım denir. Bu yöntem, aksiyomlar, postulatlar ve teoremler üzerine kurulmuştur (MEB,2010).

Vektörel Yaklaşım (VY): Vektör cebirinin kullanıldığı problem çözme yaklaşımıdır (Allendoerfer ve Oakley, 1969).

2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu bölümde, araştırma ile ilgili kavramlara ilişkin literatür ve daha önce bu konu ile ilgili yapılmış çalışmalara ve bu çalışmaların sonuçlarına yönelik literatür sunulmuştur.

2. 1. 1. Geometrideki Yaklaşımlar

Bu bölümde AY, SY ve VY'nin tanımlarına ve her bir yaklaşımın geometri problemlerinin çözümlerinde kullanımına yönelik örnekler sunulmuştur.

2. 1. 1. 1. Analitik Yaklaşım

Cebirin gücünü kullanıp geometri problemlerini koordinat sistemini kullanarak çözmek ve sonuçta oluşan doğru ve eğrilerin denklemlerle temsili, matematiğin gelişimi için bir yenilik olarak kabul edilmiştir. Decartes'ın, uzayda bir noktanın konumunu tanımlayarak doğrular ve eğriler için denklem oluşturma fikrine yol açan koordinat düzlemini oluşturduğğu 17. Yüzyıla kadar cebirin geometride yeri yoktu. Bu durumun akabinde geometri iki ana başlığa ayrılmıştır. Sentetik geometri, iki bin yıl önce Euclid'in "Elementler" kitabında biçimlenen şekli ile sadece geometrik akıl yürütmeyi işe koşan bir alandır (Heath, 1967). Analitik veya koordinat geometri ise, cebirin gücünü vektörler ve matrisler aracılığıyla doğrusal denklemler ve eğrilerden de faydalanarak geometri problemleri üzerinde kullanmaktadır. Diğer yandan bu alan matematiğin, koordinat sistemindeki geometrik şekillerin yerini ve boyutlarını açıklamak için cebirsel denklemleri kullanan bir dalıdır. 17. Yüzyıla gelişen analitik geometri, "kartezyen geometri" veya "koordinat geometri" olarak da bilinir. Analitik geometrinin temel fikri, geometrik noktaları reel sayılarla ilişkilendirilerek koordinat sisteminin kullanımıdır. Her noktayı farklı bir reel sayı kümesi ile tanımlanarak, doğrular, çemberler, konikler gibi geometrik şekiller cebirsel denklemlerle ifade edilebilir (Erüs, 2000).

AY, Decartes'ın keşfi olan koordinat sistemini kullanarak geometrik problemleri çözme olanağı veren bir yöntemdir. Bu yaklaşımda geometrik özellikler, cebirsel yöntemlere birleştirilip kullanılır. Burada öğrencilerden, çözümü mümkün olduğunca anlaşılır hale getirecek olan koordinat sistemini seçmeleri ve elde edilen denklemleri problem açısından yorumlamaları istenmektedir.

Bu yaklaşımda problemleri çözmek için;

1. İki nokta arasındaki uzaklık,

2. Bir noktası ve eğimi verilen doğrunun denklemi,
3. İki noktası verilen doğrunun denklemi,
4. Eğimleri eşit olan doğruların paralel olması,
5. İki doğru dik ise, bu doğruların eğimleri çarpımının -1 olması

gibi temel özelliklerin asgari ölçüde bilinmesi gerekmektedir (French, 2004).

Birbirine dik iki eksene olan uzaklığı belirleyerek bir noktayı belirtme fikri, son derece önemlidir. Çünkü bu sayede denklemler aracılığıyla eğrilerin tanımlanmasına olanak sağlanarak cebir ve geometri arasındaki ilişkinin kurulmasına aracılık eder. Bu sadece cebirsel düşünce gücü, geometri problemlerini çözmede kullanılabilir demek değildir. Aynı zamanda geometrik bakış açısı, cebirsel problemler için kavrama yeteneği kazanmayı sağlamaktadır.

Analitik geometrinin en önemli getirisi, bir cebirsel denklemin bir geometrik şekille ilişkilendirilebilmesidir. Bir doğru parçasının uzunluğu, koordinat sistemindeki temsiline göre, geometrideki Pisagor teoremi kullanılarak bulunabilir. $2x + 3y = 44$ cebirsel denklemini göz önüne alırsak, denklemin çözümüne karşılık gelen her (x,y) ikilisi bir nokta belirtir. Denklemi sağlayan noktaların kümesi koordinat sisteminde işaretlenirse, oluşan grafik bir doğru grafiği olacaktır. Geometride en sık rastlanan etkinliklerden biri, üçgen, kare gibi çokgenlerin alanlarının bulunmasıdır. Herhangi bir çokgenin koordinat sistemindeki temsili ile alanı hesaplanabilir. Bunlar gibi daha birçok geometri veya cebir etkinliği analitik geometri aracılığı ile birbiriyle ilişkilendirilebilir (Erüs, 2000).

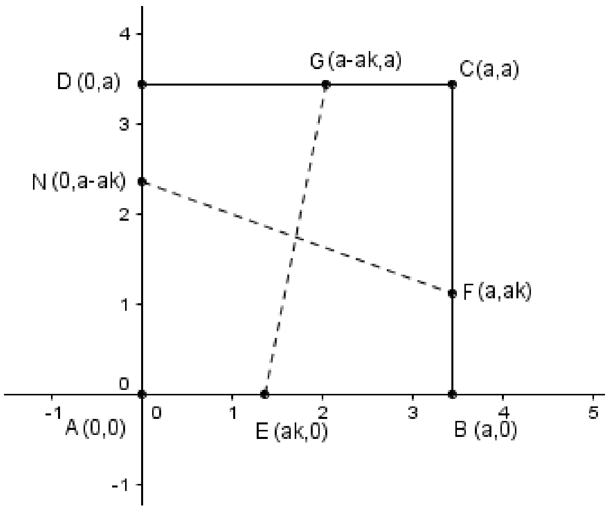
Yaklaşımların çeşitliliği hem farklı anlamaları sağlamak, hem de geometrik düşüncenin uygulamaları ve birbiri ile bağlantılı olmasının zenginliğini görmeleri için öğrencilere yardımcı olur. Geometri ve cebirde öğrenmedeki engellerden birisi, gerek doğru ya da eğri olsun gerek sembolik bir ifade olsun ikisinin de bakıldığında zor gibi görünmesidir. Cebir ile geometri arasında ilişki kurma, öğrenci için durumu daha da zorlaştırabilen karışıklığına neden olabilir. Diğer yandan bu iki farklı yolu beraber kullanarak problemi çözmek, daha derin bir anlayışa kaynaklık etmekte ve Decartes zamanından beri matematiğin gelişimine çok büyük katkıda bulunmaktadır (French, 2004).

Geometri problemlerinde AY aracılığı ile çözüm yapılan problemlerden birine örnek olarak aşağıdaki geometri problemi verilebilir.

“Problem: ABCD bir kare olsun. AB, BC, CD ve DA kenarları üzerinde sırası ile $|\mathrm{AE}| = |\mathrm{BF}| = |\mathrm{CG}| = |\mathrm{DN}|$olmak üzere E, F, G, N noktaları alınıyor. $[GE] \perp [\mathrm{FN}]$ olduğunu gösteriniz.”

Çözüm:

Verilen ABCD karesini köşeleri A(0,0), B(a,0), C(a,a), D(0,a) olacak şekilde belirleyelim. E, F, G ve N noktalarını 0<k<1 olmak üzere ve $|\mathrm{AE}| = |\mathrm{BF}| = |\mathrm{CG}| = |\mathrm{DN}|$ olacak şekilde sırasıyla E(ak,0), F(a,ak), G(a-ak,a) ve N(0,a-ak) olarak alalım. Bu durumda $[GE] \perp [\mathrm{FN}]$ olduğunu göstermek için $[GE]$ ve $[\mathrm{FN}]$ doğru parçalarının eğimlerinin çarpımının -1 olduğunu göstermeliyiz.



$$m_{GE} = \frac{a-0}{a-ak-ak} = \frac{a}{a-2ak}$$
$$= \frac{1}{1-2a}$$
$$m_{FN} = \frac{ak-(a-ak)}{a-0} = \frac{2ak-a}{a}$$
$$= 2a-1$$
$$m_{GE}.m_{FN} = \left(\frac{1}{1-2a}\right).(2a-1)$$
$$= -1 \text{ old.}$$
$$\Rightarrow [GE] \perp [FN] \text{ dir.}$$

2. 1. 1. 2. Sentetik Yaklaşım

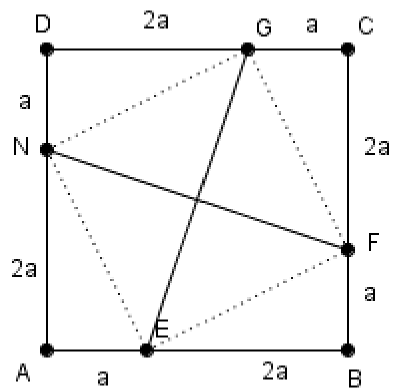
Geometrinin MÖ 3000 yıllarında Mısır'da ortaya çıktığına dair genel bir kabul bulunmaktadır. Geometri, sonuçları deneylerle kanıtlanmış deneysel bir yapıya sahiptir. Yunan geometrisinin çalışmalarında geometrideki ilk tümdengelimli yöntemi kullanan Thales ile başladığı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra Euclid, geometrideki postulat sistemini oluşturarak Yunan geometrisi olarak bilinen geometriyi 5 postulat aracılığıyla açıklamaya çalışmıştır. Euclid genelde matematiksel bilgi, özelde ise geometrik bilgiyi belli bir sistematik üzerine oturtmaya çalışmıştır (Hensen, 1996).

Euclid geometrisi öğretimi, okul düzeyindeki her aşamada çok önemli bir yere sahiptir. Diğer yandan eğitim döneminin çeşitli aşamalarında karşılaşılan Euclid geometrisinin kullanıldığı problem çözme yaklaşımı SY olarak tanımlanmıştır. Bu yöntem, aksiyomlar, postulatlar ve teoremler üzerine kurulmuştur (MEB, 2010). Bu yaklaşım aracılığı ile çözülen geometri problemlerinde geometriye ait aksiyomlar, postulatlar ve teoremler kullanılır.

Sentetik yaklaşımın geometri problemlerinde kullanımına yönelik bir örnek aşağıdaki şekilde verilebilir.

"Problem: ABCD bir kare olsun. AB, BC, CD ve DA kenarları üzerinde sırası ile $|AE| = |BF| = |CG| = |DN|$olmak üzere E, F, G, N noktaları alınıyor. $\mathrm{GE} \perp \mathrm{FN}$ olduğunu gösteriniz."

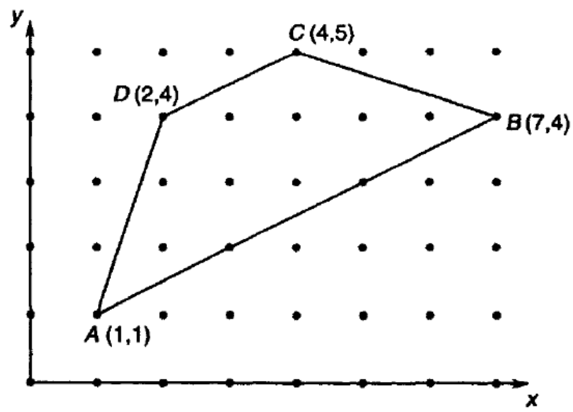
Çözüm:



EFGN dörtgeni oluşturulur. Pisagor teoreminden $|EF| = \sqrt{5}a = |FG| = |GN| = |NE|$olur. Böylece EFGN kare belirtir. $[GE]$ ve $[FN]$ EFGN karesinin köşegenleri old. $\mathrm{GE} \perp \mathrm{FN}$ dir.

2. 1. 1. 3. Vektörel Yaklaşım

Vektörel yaklaşım, ağırlıklı olarak cebir ve vektör uzayındaki bilgilere dayanmaktadır. Geometri ve cebirin birleştirilmesine dayanan bu yaklaşım zamanla birçok öğretim programında yerine almıştır. Bazı araştırmacılar, düzlem geometrisinin çok fazla Euclid geometrisi hakimiyetinde olduğu yönünde hem fikir olmuştur. Cambridge Conference of School Mathematics (1963) adlı seminerde "geometri öğretiminde takip edilebilecek birçok yol ve bunların kendilerine ait avantajları" olduğuna dair bir görüş sunulmuştur. Bunlardan birisi de VY'dir. Vektörlerin gösterimlerinde koordinat düzleminden faydalanılırken aynı zamanda matrisler aracılığı ile uygulamaların da kullanıldığı görülmektedir. Koordinatlar ve vektörlerin sütun vektör formu çoğunlukla birbirlerine benzemelerine rağmen farklı kavramlardır. Aşağıdaki şekilde köşe noktaları koordinat sistemi üzerinde belirlenmiş bir dörtgen örneği görülmektedir. Bu problem, yukarıdaki iki kavram ile çalışılmayı gerektiren bir problem türüdür.



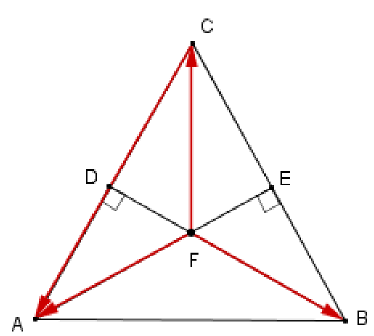
Koordinat düzleminde belirtilen vektörler, $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ ve $\overrightarrow{DC} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ olduğundan $\overrightarrow{DC} = 3.\overrightarrow{AB}$ dir ve böylece $\overrightarrow{AB}$ ve $\overrightarrow{DC}$ vektörleri birbirlerine paraleldirler. $\|\overrightarrow{AD}\| = \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{10}$ olduğundan ise yukarıdaki dörtgen ikizkenar bir yamuk belirtir.

Vektörlerin geometri problemlerinde diğer yaklaşımlara oranla daha pratik bir çözüm sağladığı bir uygulama aşağıdaki problem için verilebilir.

"Problem: Bir üçgene ait yüksekliklerin bir noktada kesiştiğini gösteriniz."

Çözüm:

Öncelikle ABC üçgenin iki kenarına ait yüksekliğin kesiştiği noktayı belirlemeliyiz. Daha sonra bu kesişim noktası ile üçüncü köşeden geçen doğrunun üçüncü kenarın yüksekliği olduğunu göstermeliyiz.



Yukarıda verilen şekildeki gibi A ve B köşelerinden karşı kenarlara indirilen yükseklikler F noktasında kesişirler ve $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$ ve $\overrightarrow{FC}$ vektörleri sırası ile $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ ile gösterilsin. $\overrightarrow{FA}$ vektörünün $\overrightarrow{BC}$ kenarına dik ve $\overrightarrow{FB}$ vektörünün de $\overrightarrow{CA}$ kenarına dik olduğunu biliyoruz. O halde elimizde sonucu sıfır olan iki tane skaler çarpım mevcuttur. Bunlar:

$$\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \vec{a}.\left(\vec{c} - \vec{b}\right) = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} = \vec{a}.\vec{b}$$

$$\overrightarrow{FB}.\overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow \vec{b}.(\vec{a} - \vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{c}$$

Yukarıdaki iki ifadeden $\vec{a}.\vec{c}$ ve $\vec{b}.\vec{c}$ iç çarpımlarının birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşılır. Dolayısıyla;

$$\vec{a}.\vec{c} = \vec{b}.\vec{c} \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} - \vec{b}.\vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{c}.\left(\vec{a} - \vec{b}\right) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{FC}.\overrightarrow{BA} = 0$$

olur.

Bu $\overrightarrow{FC}$ vektörünün $\overrightarrow{BA}$ kenarına dik olduğunu ve üçüncü yüksekliğin de $\overrightarrow{FC}$ olduğunu göstermektedir.

Yukarıda verilen problemin çözümünde olduğu gibi vektörler, problem çözümlerinde kullanılabildiğinde etkileyici şekilde sonucu kolaylaştırabilir. Vektörler, geometri problemlerinin çözümünde güçlü araçlar olarak kullanılabilir. Vektörlerin geometrinin yanı sıra birçok alanda çeşitli uygulamaları olmasına rağmen, vektörlerin çıkış noktaları geometridir. Geometri, aynı zamanda vektörlerin özelliklerini geliştirmede ve etkili bir biçimde vektörleri kullanmayı öğrenmede bir bağlam niteliğindedir.

2. 1. 1. 2. Yaklaşımları İlişkilendirme ve Geçişler

Ball (1988)'e göre matematik öğretim programı birbirinden ayrı bölümler halinde sunulmakta ve öğrenciler nadiren öğrendikleri farklı bilgiler arasında ilişki kurma konusunda cesaretlendirilmektedirler. Bu sebeptendir ki matematiksel bilginin ölçülmesi gereken ilk özelliği "ilişkilendirme" kısmıdır (Levav-Waynberg, 2011). Matematik öğretimi, bu sebeple çeşitli değişimlere uğramak zorundadır. Ball ve Bass (2003), öğrencilerin "matematik turisti" (matematik alanına ilgisiz ve dahil olmayan) kavramından "matematiğin içinde olan" bir özelliğe dönüştürülmesinin gerekliğini vurgulamaktadırlar. Bu duruma katkı sağlayan özelliklerden bir tanesi de öğrencilerin matematiksel bilgileri arasında kurabildikleri ilişkilendirme kavramıdır. İlişkilendirme algısı, öğrenciye matematik alanının estetik yönüyle ilgili farkındalık kazanmaya olanak sağlar. Öğrencilerin matematiksel bilgilerini yapılandırmalarını desteklemek için, öğretim ortamını kullanarak öğrencileri yeni ilişkiler meydana getirmek için desteklemek gerekmektedir (Fenemma ve Romberg, 1999; House ve Coxford, 1995; NCTM, 2000).

Geometri problemlerini çeşitli yollarla ele alabilmek, bu alandaki bilgilerin farklı alanlardaki bilgilerle arasındaki ilişki kurmada etkili bir yol olarak kabul edilebilir. Bu problemlerde AY, SY ve VY kullanılarak ilişkilendirme özelliği kurulabilir. Öğrenciler, bu farklı yaklaşımlarla deneyim kazanarak geometri problemlerin çözümlerinde alternatif yolları ve bu yaklaşımlar arasındaki geçişleri görebilir. Geometri, problem çözmede ve ispatları oluşturmayı ve değerlendirmeyi öğrenmede kullanılan matematiksel düşünceyi geliştiren mükemmel bir ortam oluşturmaktadır (NCTM, 2000). Ayrıca geometri farklı teoremler ve merak uyandırıcı problemler açısından çok zengin bir alandır. Bütün bunlar geometriyi, öğrenmek ve öğretmek için en merak uyandıran ve ilgi çekici, ayrıca matematiğin merkezinde bulunan bir alan yapmaktadır.

Geometrinin cebir, vektör uzayı, analiz, fen gibi alanlarda uygulanmasına olanak verilmelidir (Pritchard, 2003). Ancak bu yolla geometri, bütün öğrenciler için yeni ve heyecan verici tutulabilir ve geometrinin okullarda en temel konulardan birisi olarak devam ettirilmesi sağlanabilir. Bu amaçla ortaya çıkan AY, SY ve VY'nin her üçü ile de çözülebilen geometri problemlerini kullanmanın problem çözücüye sağladığı avantajlar aşağıdaki gibi listelenebilir:

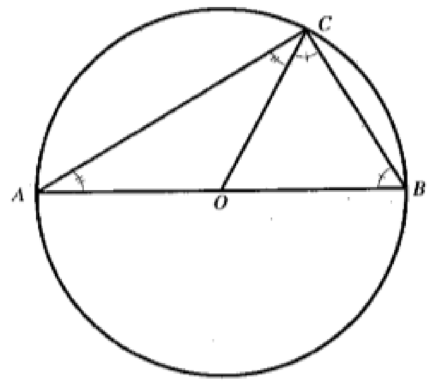
1. Problem çözümleri için kullanılan her bir yaklaşım, farklı kavrayışlar sunmakta, böylelikle öğrencileri mevcut problem durumu hakkında kavramalarını geliştirmektedir.
2. Bazı yaklaşımlar, diğerlerine oranla daha doğrudan bir yol ile sonuca ulaştırabilir ve öğrencilerde ayrım yapma algısını geliştirebilir.
3. Her bir yaklaşım, farklı durumlar için daha iyi olabilir.
4. Öğrenciler, geometri problemlerinde farklı alanlar arasında geçişler yapılabileceğini kavrayabilir (Barbeau, 1988).

2. 1. 2. Konu ile İlgili Yapılan Araştırmalar:

Gagatsis ve Demetriadou (2001), çalışmalarında Yunan ortaöğretim programına göre ilk iki yıl sadece Euclid geometrisi ve son yıl ise sadece vektör geometrisi ile karşılaşan lise son sınıf öğrencilerinin geometri problemlerini çözerken Euclid ve vektör geometrilerini kullanmadaki gösterdikleri davranışları incelemişlerdir. Bu çalışmaya 361 adet lise son sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrencilere, geometri problem becerilerini ortaya çıkarmaya yönelik 13 soruluk geometri problemlerinden oluşan test uygulanmıştır. Daha sonra öğrencilerin geometri problemlerini çözmek için kullandıkları yaklaşımların uygunluğu hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmak için mülakatlar uygulanmıştır. Yapılan testin sonucunda öğrencilerin %39'u çözdükleri problemlerde sadece Euclid geometrisini tercih ederken, %14'ü sadece vektör geometrisi kullanarak çözümlerini yapmışlardır. Öğrencilerin %47'si ise geometri problemlerinin çözümünde hem Euclid hem de vektör geometrisini kullanma eğilimindedirler. Sadece Euclid geometrisi ile çözüm yapanlar, sadece vektör geometrisini tercih edenlerden daha başarılıdır (Euclid geometrideki başarı oranı %47, başarısızlık oranı %16 iken, vektör geometrisinde başarı oranı %33 ve başarısızlık oranı %25 olarak tespit edilmiştir.). Her iki yaklaşımla çözüm yapan öğrenciler ise yaptıkları çözümlerde Euclid geometrisinde %33 başarı gösterirken vektör geometride başarısız olmuşlardır. Öğrencilerin %5'i ise vektör geometrisinde başarılı olurken Euclid geometrisinde başarısız olmuştur. Öğrencilerle yapılan mülakatlar sonucunda, öğrenciler Euclid geometrisinin avantajlarını şu şekilde sıralamışlardır; basit olması, deneyime sahip olmaları, teoremlerin çözüm sırasında yardımcı olması, ilginç olması. Euclid geometrisi hakkında olumsuz görüş bildirenler ise Euclid geometrisinde çok fazla teorem olmasından, karmaşık olmasından ve yeni olmamasından şikayet etmektedirler. Vektör geometrisinin olumlu tarafları hakkındaki görüşler ise; problemler için daha uygun bir yaklaşım olduğu, yeni olduğu ve bireyin beyninde özgün bir yapıda bulunduğu temaları altında toplanmıştır. Olumsuz yönleri ise karmaşık olması ve bu konuda deneyim sahibi olmamaları olarak belirlenmiştir.

Kwon (2012), yürüttüğü tez çalışmasında öncelikle klasik vektör gösterimi ile vektörleri oluşturmanın zorluğu ve karışıklığını gösteren üç problem öğrencilere sunulmuştur. Veriler, 98 öğrenci ile yürütülen dört adet deneysel çalışma sonucunda toplanmıştır. Bu problemde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun vektörleri kullanmada isteksiz ve yetersiz bilgiye sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrenciler, problem çözümlerinde vektörleri kullanmanın zor olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada öğrencilerdeki mevcut vektör algısının dağınık ve soyut olmasından yola çıkarak üniversite geometri dersindeki vektörlerin kavramsallaştırılması ile ilgili yeni bir yol sunulmaktadır. Bu problem sonucunda elde dilen veriler doğrultusunda vektörler için yeni bir çerçevenin sunulması gerektiği fikrine vurgu yapılmış ve çalışmasında geometri dersinde kullanılan vektörlerin yeni bir yol ile kavramsallaştırmayı amaçlamıştır. Yeniden kavramsallaştırma sırasında vektörlerin sadece farklı kullanımları veya gösterimlerini sıralayarak değil vektörlerin yapısını dikkatli bir şekilde tekrar oluşturarak uygulamalar yürütülmektedir. Yapılan çalışmanın sonucunda vektörlerin tekrar kavramsallaştırılması sonucu matematiksel ve fiziksel vektörler arasındaki farklar belirlenmiş; ontolojik ve epistemolojik perspektifler altında geçişler oluşturulmuş; analitik yaklaşımın sentetik yaklaşım üzerine yaygınlığı belirlenmiş ve vektörlerin geometrik gösterimlerinde amaç-yöntem uyumu incelenmiştir.

Barbeau (1988) tarafından yapılan “Which Method Is Best?” isimli çalışmada öğrencileri geometri problemlerinde matematiğin farklı alanlarına ait çözüm yollarına yönlendirerek yapacakları işi kısaltmak ve karışık uygulamalardan kaçınmalarını sağlamayı amaçlayan çalışmada aşağıda verilen geometri probleminin sentetik geometri, dönüşüm geometrisi, analitik geometri, kompleks sayılar, trigonometri ve vektör geometrisi alanlarındaki çözümleri incelenmiştir



Bir çemberde yarıçapı gören açı 90^0dir.

Matematik öğretmenleri ile yürütülen çalıştayda yukarıda verilen problem için yapılan çözümler incelendiğinde, sentetik geometri alanına ait iki farklı çözüm yoluna yer verilmiştir. Bunlardan ilki, iki tane ikizkenar üçgen kullanılarak yapılan çözüm, diğeri ise paralelkenar yardımıyla yapılan çözümdür. Çalışmada sentetik geometride yapılan çözümün estetik yanının çok az bilgi gerektirmesi ve daha genel durumlara aktarabilme olasılığı olduğu yönünde görüş belirtilmektedir. Dönüşüm geometrisi yardımıyla problem çözmenin dönüşümlerin önemli yanlarını ve özelliklerini göstermek için gerekli olduğu yönünde bir düşünce çalışmada yer almaktadır. Bu doğrultuda alınan yansıma ekseni ile dönüşüm geometrisi kullanılarak problemin çözümü tamamlanmıştır. Diğer yandan çalışmada Analitik geometride yapılan çözümlerin şekiller yardımıyla etkili çözümlere aracılık yaptığı fakat bazen de problem çözen kişiyi direkt anlamadan uzaklaştırdığı yönünde görüş bildirilmiştir. Bu yaklaşımda problem çözücüden beklenen çözümü mümkün olduğunca anlaşılır kılacak bir koordinat sistemi seçmesi ve çözüm sonucunda elde edilen denklemleri yorumlamasıdır. Kompleks sayıları ise ikinci dereceden denklemlerin çözümlerini açıklamada daha faydalı olacağı için kullanılmıştır. Geometride aslında vektörlerin kullanıldığı çok az sayıda problemin mevcut olduğu belirtilirken bunun yanı sıra vektörlerle yapılabilen çözümlerin ise etkileyici şekilde basit çözümler oluşturduğu çalışmada vurgulanan diğer bir noktadır. Sonuç olarak yapılan çözümler arasında Barbeau (1988)'ye göre vektörlerle yapılan çözüm, en iyi çözümü temsil etmektedir. Çalışmanın sonucunda öğrencilere farklı yöntemlerin içeriklerini keşfetme yönünde yönlendirmeler yapmanın önemli olduğu belirtilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin seçtikleri yöntemi savunmalarına olanak sağlayacak tartışma ortamları da yaratılması gerektiği üzerine vurgu yapılmıştır.

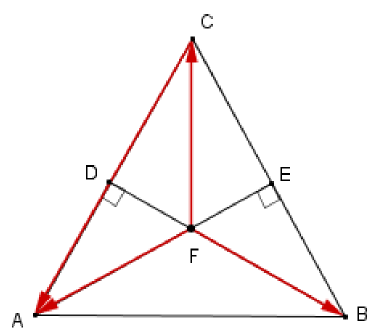
Nissen (2000)'in çalışmasında bir geometri probleminin dört yaklaşımla (sentetik, koordinat, vektörel ve dönüşüm geometrisi) çözümü verilmiş ve bu yaklaşımlarla yapılan çözümlerden hangisinin diğerlerinden daha etkili olduğu tartışılmıştır. Sonuçta hiçbir yaklaşımla yapılan çözümün aslında kolay olmadığı vektörel yaklaşımla yapılan çözümün en karmaşık çözüm olduğu, analitik yaklaşımla yapılan çözümün ise en az etkili çözüm olduğu sonucuna varılmıştır. Sentetik yaklaşımdaki çözüm, benzer üçgenler kullanılarak yapıldığı için en anlaşılır uygulama olarak kabul edilmiş ve öğrencilere en tanıdık gelmesi açısından avantajlı olarak görülmüştür. Dönüşüm geometrisi kullanılarak yapılan çözüm ise çok iyi görsel sezgi gerektirmektedir. Yapılan örnek ile öğrencilere aslında geometrideki yaklaşımlardan sadece birinin en iyi çözüm yolu olmadığı gösterilmiştir. Çalışma sonunda öğrencilerin bir problemin çözümünü yaparken farklı yaklaşımları denemeleri konusunda desteklenmesi önerilmektedir. Çözüm sırasında yapılacak denemeler ve tartışma ortamlarının öğrencilerin cevabı bulmalarına yardımcı olacğı düşünülmektedir. Bazı problemlerde ise öğrenciler, matematiğin yaratıcı yönünü denemek için onlara fırsat verecek karma bir yöntem geliştirebilirler.

Dindyal (2003), yürüttüğü çalışmada, lise öğrencilerinin cebirsel düşünce kullanımlarını: semboller ve cebirsel ilişkiler, farklı gösterim formlarının kullanımı ve geometride örüntü ve genellemeler bağlamında incelemiştir. Çalışma bir dönem boyunca iki lisede gerçekleştirilmiştir. Her iki liseden birer sınıf seçilmiş ve cebir test ve Van Hiele geometri testi mülakat yapılacak öğrencilerin seçilmesi için uygulanmıştır. Toplam 6 öğrenci ile dörder kez ve bu sınıflardaki iki öğretmen ile de ikişer kez mülakat yürütülmüş. Elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin geometride problem çözerken cebirsel düşünmeyi kullandıkları fakat bazı güçlüklerle karşılaştıkları görülmüştür. Bu güçlükler; değişkenlerin yapısını anlama, denklem veya ifade yazma, formülleri hatırlama ve kullanma, gösterimlerin farklı formlarını kullanma ve örüntülerden genelleştirme bulma olarak tespit edilmiştir. Bu zorlukların bazen geometrik kavram yada düşünmelerden bazen de cebirsel kavramlardan kaynaklandığı belirlenmiştir. Buna ek olarak öğrencilerin cebirsel düşünceyi kullanmaları öğretmenlerinin kullanımları ile ilgili olduğu bulunmuştur. Bunun yanı sıra Van Hiele düzeyleri, öğrencilerin geometrideki düşünme yapılarına ilişkin net bir resim çizmemektedir.

Maric vd. (2012) yapmış oldukları çalışmalarında cebirsel yöntemleri geometri teoremlerini biçimselleştirme, uygulama ve eğitim araçlarına uyarlamak için bir proje yürütmüşülerdir. Bu projede cebirsel yöntemleri doğrulamak için Isabelle/HOL yazılımı kullanılmış ve cebirsel yöntemler için yeni bir Java uygulaması geliştirilmiştir. Bu proje, cebir ve sentetik geometri arasında bulunan bağlantılardaki eksiklikleri gidermek ve cebirsel yöntemlerin dinamik geometri yazılımlarına uyarlamadaki eksiklikleri ortadan kaldırmak için yürütülmüştür. Diğer yandan projenin amacı, teoremlerin ispatlanması için eğitimde yeni uygulamalara imkan vermektir. Çalışmanın sonucunda cebirsel yöntemlerin geometride kullanılmasını öğrencilerin yaptıkları ispatlarda eksiklerini tamamlamaya yardım edeceği belirtilmektedir.

Vektörlerle ilgili yapılan bu sınıflandırma, anlamsal ve kavramsal olmak üzere iki farklı bakış açısının mevcut olduğunu göstermektedir. Hillel (2002) ise yaptığı bir çalışmada, bu farklı bakış açıları arasında yapılan tercihlerde amacın önemli olduğuna vurgu yapmaktadır. Yani problemin çözümü için örneğin lineer cebirden ziyade sentetik geometri alanı kullanılmak istendiğinde yapılan tercihler de değişebilmektedir.

French (2004), çalışmasında vektörlerin geometri problemlerinde diğer yaklaşımlara oranla daha pratik bir çözüm sağladığına vurgu yaparak “Bir üçgene ait yükseklikler bir noktada kesişir.” teoreminin vektörel çözümünü incelemiştir. Çalışmada yapılan çözüm aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.



Bu teoremin çözümü için öncelikle ABC üçgenin iki kenarına ait yüksekliğin kesiştiği noktayı belirlemeliyiz. Daha sonra bu kesişim noktası ile üçüncü köşeden geçen doğrunun üçüncü kenarın yüksekliği olduğunu göstermeliyiz. A ve B köşelerinden karşı kenarlara indirilen yükseklikler F noktasında kesişirler ve $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$ ve $\overrightarrow{FC}$ vektörleri sırası ile $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ ile gösterilsin. $\overrightarrow{FA}$ vektörünün $\overrightarrow{BC}$ kenarına dik ve $\overrightarrow{FB}$ vektörünün de $\overrightarrow{CA}$ kenarına dik olduğunu biliyoruz. O halde elimizde sonucu sıfır olan iki tane skaler çarpım mevcuttur. Bunlar:

$$\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \vec{a}.\left(\vec{c} - \vec{b}\right) = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} = \vec{a}.\vec{b}$$

$$\overrightarrow{FB}.\overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow \vec{b}.(\vec{a} - \vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{c}$$

Yukarıdaki iki ifadeden $\vec{a}.\vec{c}$ ve $\vec{b}.\vec{c}$ iç çarpımlarının birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşılır. Dolayısıyla;

$$\vec{a}.\vec{c} = \vec{b}.\vec{c} \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} - \vec{b}.\vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{c}.\left(\vec{a} - \vec{b}\right) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{FC}.\overrightarrow{BA} = 0$$

olur.

Bu $\overrightarrow{FC}$ vektörünün $\overrightarrow{BA}$ kenarına dik olduğunu ve üçüncü yüksekliğin de $\overrightarrow{FC}$ olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda vektörler, geometri problemlerinin çözümünde güçlü araçlar olarak kullanılabilir. Vektörlerin geometrinin yanı sıra birçok alanda çeşitli uygulamaları olmasına rağmen, vektörlerin çıkış noktaları geometriktir. Geometri, aynı zamanda vektörlerin özelliklerini geliştirmede ve etkili bir biçimde vektörleri kullanmayı öğrenmede bir bağlam niteliğindedir. Yapılan araştırma, geometri problemlerinin çeşitli yollarla ele alınabileceğini göstermektedir. Bu, problemlerde analitik geometri ve vektör geometrisi kullanılarak yapılabileceği gibi Euclid geometrisi kullanılarak da yapılabilir. Öğrenciler, bu farklı yaklaşımlarla deneyim kazanarak geometri problemlerin çözümlerinde alternatif yolları görebilirler. Geometri, problem çözmede ve ispatları oluşturmayı ve değerlendirmeyi öğrenmede kullanılan matematiksel düşünceyi geliştiren mükemmel bir ortam oluşturmaktadır. Ayrıca geometri farklı teoremler ve merak uyandırıcı problemler açısından çok zengin bir alandır. Bütün bunlar geometriyi, öğrenmek ve öğretmek için en merak uyandıran ve ilgi çekici, ayrıca matematiğin merkezinde bulunan bir alan yapmaktadır.

Öğrencilerin geometri problemlerini birden fazla yolla çözme performanslarını değerlendirmede kullanılabilecek bir araç olan birden fazla çözüm yoluna açık bağlantılı problemleri tanımlamak amacıyla gerçekleştirilen çalışmada Levav-Waynberg ve Leikin (2009), elli iki adet onuncu sınıf öğrencisine geometri derslerinin başında, ortasında ve sonunda olmak üzere her biri iki geometri problemi içeren üç test uygulamışlardır. Veri toplama sürecinde kullanılan her bir problemin, var olan matematiksel düşünceleri birbirine bağlamayı ve problemi çözmek için yardımcı olabilecek kavram ve yöntemleri ilişkilendirmeyi gerektirdiği ifade edilmektedir. Öğrencilerden her bir probleme olabildiğince çok sayıda farklı çözüm üretmeleri istenmiştir. Verilerin analizi yapılırken öğrencilerin matematik bilgilerini ve yaratıcılıklarını incelemek için bu testlerde yaptıkları kişisel çözüm uzayları karşılaştırılmıştır. Bu çözüm uzayları; bağlantılılık, akıcılık, esneklik ve orijinalliği içeren yaratıcılık bileşenlerine göre analiz edilmiştir. Bir kişinin çözüm uzayındaki tüm uygun çözümleri o kişinin akıcılığını gösterirken, esneklik kişinin çözüm uzayındaki kabul edilen çözümler arasındaki farklar aracılığıyla ölçülmüştür. Araştırmanın sonucunda farklı yolları kullanan öğrencilerin bilgiler arasında bağlantıyı kurmada etkili bir yeterliğe sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Levav-Waynberg ve Leikin (2012a), yaptıkları çalışmada geometri derslerinde farklı çözüm yollarına açık problem uygulamalarının öğrencilerin geometrik bilgileri ve yaratıcılıklarındaki değişim ile ilgili olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmaya geometri dersini alan 303 öğrenci katılmıştır. Bunlardan 229 tanesi farklı çözüm yollarına açık problem uygulamalarının yürütüldüğü deney grubunu oluşturan öğrenciler olup, kalanlar ise hiçbir özel müdahale yapılmadan geometri dersinin yürütüldüğü sınıflardaki kontrol grubunu oluşturan öğrencilerdir. Bu boylamsal çalışma, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulanan testlere verdikleri yazılı cevaplar doğrultusunda her iki grup üyeleri arasındaki geometri bilgileri ve yaratıcılıklarındaki gelişimlerini karşılaştırmaktadır. Öğrencilerin geometri bilgileri, yaptıkları çözümlerdeki doğruluk ve bağlantılılık ile ölçülmüştür. Yaratıcılık için oluşturulan kriterler ise; akıcılık, esneklik ve orijinallik olarak belirlenmiştir.

Bulgular, öğrencilerin çözümler arasındaki ilişkiyi kurmanın yanı sıra akıcılık ve esneklik becerilerinin gelişmesinde farklı çözüm yollarına açık problem uygulamalarından faydalandıklarını göstermektedir. Bu çalışma, problem çözmede bireylerin oluşturduğu çözümlerin orijinalliklerinin akıcılık ve esneklik özelliklerine oranla daha içsel bir özelliğe sahip olduğu fikrini desteklemektedir.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Çalışma kapsamında geometri ve problem çözme ile ilgili incelenen literatürde matematiğin önemli bir alt alanı olan geometrinin matematiğin diğer alt alanlarında önemli bir uygulama alanına sahip olduğu vurgusu dikkat çekmektedir. Bu özelliği ile bireyin problem çözme becerisini geliştirmeye sağladığı katkının vurgulandığı birçok çalışmaya rastlanmaktadır. Geometride problem çözme becerisi kazanan öğrencilerden matematiğin diğer alt alanları ile ilişki kurması ve bu alanlara ait özellikleri, teoremleri, tanımları problem çözümlerinde kullanması beklenmektedir. Diğer yandan matematiksel bilgiyi yapılandırmanın bir yolu da ilişkilendirme özelliğidir. NCTM (2000)'e göre matematiğin alt alanlarından faydalanmak, öğrencilerin matematiksel bilgileri arasında daha kuvvetli bir ilişki kurmasına yardım etmektedir. Alt alanlar arasındaki matematiksel ilişkiyi (örneğin; farklı kavramlar, bunların farklı gösterimleri, farklı konular ve matematiğin içinde bulunan farklı alanlar arasında bağlantının yanı sıra, matematik ve diğer dersler arasındaki bağlantı) kurma, matematiksel anlamanın çok önemli bir kısmını oluşturduğunu savunan çalışmalar literatürde mevcuttur. Geometrinin diğer alanlarla ilişkisinin öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki olumlu etkisinin var olduğu sonucundan yola çıkılarak, öğrencilere farklı alanlara ait çözüm yollarının kullanıldığı geometri problemleri ile deneyim yaşatılması gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Matematiğin alt alanlarındaki farklı araç ve teoremlerin kullanılarak geometri problemlerine çözüm arandığı durumlarda literatürde karşımıza AY, SY ve VY kavramları çıkmaktadır. Genelde incelenen çalışmaların çok az bir kısmında bu yaklaşım türlerinden bahsedilmektedir. Bu çalışmaların tamamında ise alınan birkaç geometri probleminin analitik, sentetik, vektörel, dönüşüm geometrisi gibi alanlardaki farklı çözümleri verilmiştir. Bu problemlerin birbirleri üzerine üstün yanlarının olup olmadığı yahut bu problemlerin öğrencilerin problem çözme süreçlerinde nasıl kullanılabileceğine, faydalarına veya etkilerine yönelik bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu durum, yapılacak çalışmada geometri problemlerinin matematiğin farklı alt alanları kullanılarak çözümlerinin oluşturulması fikrini benimsemede etkili olmuştur.

Öğrencilerin geometri problemlerini birden fazla yolla çözme performanslarını değerlendirmede kullanılabilecek bir araç olan birden fazla çözüm yoluna açık bağlantılı problemleri tanımlamak amacıyla gerçekleştirilen çalışmada Levav-Waynberg ve Leikin (2009), elli iki adet onuncu sınıf öğrencisine geometri derslerinin başında, ortasında ve sonunda olmak üzere her biri iki geometri problemi içeren üç test uygulamışlardır. Veri toplama sürecinde kullanılan her bir problemin, var olan matematiksel düşünceleri birbirine bağlamayı ve problemi çözmek için yardımcı olabilecek kavram ve yöntemleri ilişkilendirmeyi gerektirdiği ifade edilmektedir. Öğrencilerden her bir probleme olabildiğince çok sayıda farklı çözüm üretmeleri istenmiştir. Verilerin analizi yapılırken öğrencilerin matematik bilgilerini ve yaratıcılıklarını incelemek için bu testlerde yaptıkları kişisel çözüm uzayları, kolektif çözüm uzayları ile karşılaştırılmıştır. Bu çözüm uzayları; akıcılık, esneklik ve orijinalliği içeren yaratıcılık bileşenlerine göre analiz edilmiştir. Bu benzeri çalışmalarda geometri problemleri sentetik yaklaşımdaki farklı yollarla çözülmüş ve bu problemlerin öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki yaratıcılıklarına etkisi incelenmiştir. Geometri problemlerinin bir tek yaklaşımın farklı yollarıyla incelenmesinin öğrencilerde farklı alanlar arasında ilişkilendirme becerini geliştirmede yetersiz olduğu düşüncesi geometri problemlerini farklı yaklaşımlar aracılığı ile ele alma gereksinimini ortaya çıkarmıştır. Bu sebeple geometri problemlerinin farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözülmesine imkan sunacak bir öğrenme ortamının gerekliliği fikri oluşmuştur.

Nissen (2000)'in çalışmasında bir geometri probleminin dört yaklaşımla (sentetik, koordinat, vektörel ve dönüşüm geometrisi) da çözümü verilmiş ve bu yaklaşımlarla yapılan çözümlerden hangisinin diğerlerinden daha etkili olduğu tartışılmıştır. Sonuçta hiçbir yaklaşımla yapılan çözümün aslında kolay olmadığı ve şüphesiz ki vektörel yaklaşımla yapılan çözümün en karmaşık çözüm olduğu, analitik yaklaşımla yapılan çözümün ise en az etkili çözüm olduğu sonucuna varılmıştır. Sentetik yaklaşımla çözüm, benzer üçgenler kullanılarak yapıldığı için en anlaşılır uygulama olarak kabul edilmiş ve öğrencilere en tanıdık gelmesi açısından avantajlı olarak görülmektedir. Dönüşüm geometrisi kullanılarak yapılan çözüm ise çok iyi görsel sezgi gerektirdiği ifade edilmiştir. Yapılan örnek ile öğrencilere aslında geometrideki yaklaşımlardan sadece birinin en iyi çözüm yolu olmadığı gösterilmiştir. Öğrenciler, bir problemin çözümünü yaparken farklı yaklaşımları denemeleri konusunda desteklenmelidir. Çözüm sırasında yapılacak denemeler ve tartışma ortamları öğrencilerin cevabı bulmalarına yardımcı olacaktır. Bazı problemlerde ise öğrenciler, matematiğin yaratıcı yönünü denemek için onlara fırsat verecek karma bir yöntem geliştirmenin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Matematik öğretmenleri ile yürütülen çalıştayda verilen geometri problemleri için yapılan çözümler incelendiğinde, sentetik geometri alanına ait iki farklı çözüm yoluna yer verilmiştir. Bunlardan ilki, iki tane ikizkenar üçgen kullanılarak yapılan çözüm, diğeri ise paralelkenar yardımıyla yapılan çözümdür. Çalışmada sentetik geometride yapılan çözümün estetik yanının çok az bilgi gerektirmesi ve daha genel durumlara aktarabilme olasılığı olduğu yönünde görüş belirtilmektedir. Dönüşüm geometrisi yardımıyla problem çözmenin dönüşümlerin önemli yanlarını ve özelliklerini göstermek için gerekli olduğu yönünde bir düşünce çalışmada yer almaktadır. Bu doğrultuda alınan yansıma ekseni ile dönüşüm geometrisi kullanılarak problemin çözümü tamamlanmıştır. Diğer yandan çalışmada Analitik geometride yapılan çözümlerin şekiller yardımıyla etkili çözümlere aracılık yaptığı fakat bazen de problem çözen kişiyi direkt anlamadan uzaklaştırdığı yönünde görüş bildirilmiştir. Bu yaklaşımda problem çözücüden beklenen çözümü mümkün olduğunca anlaşılır kılacak bir koordinat sistemi seçmesi ve çözüm sonucunda elde edilen denklemleri yorumlamasıdır. Kompleks sayıları ise ikinci dereceden denklemlerin çözümlerini açıklamada daha faydalı olacağı için kullanılmıştır. Geometride aslında vektörlerin kullanıldığı çok az sayıda problemin mevcut olduğu belirtilirken bunun yanı sıra vektörlerle yapılabilen çözümlerin ise etkileyici şekilde basit çözümler oluşturduğu çalışmada vurgulanan diğer bir noktadır. Sonuç olarak yapılan çözümler arasında Barbeau (1988)'ye göre vektörlerle yapılan çözüm en iyi çözümü temsil etmektedir. Çalışmanın sonucunda öğrencilere farklı yöntemlerin içeriklerini keşfetme yönünde yönlendirmeler yapmanın önemli olduğu belirtilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin seçtikleri yöntemi savunmalarına olanak sağlayacak tartışma ortamları da yaratılması gerekmektedir. Buradan yola çıkılarak tasarlanacak öğrenme ortamının yürütülmesi esnasında yaklaşımların problem çözümlerindeki kullanışlılığı, birbirlerine ola üstün yanlarının keşfedilebilmesi için öğrenme ortamları tartışma ortamına uygun olarak tasarlanmıştır.

İncelenen literatürde dikkat çeken bir diğer durum, çalışmalarda karşılaşılan öğrenme ortamlarının genellikle tek bir yaklaşım odaklı yürütülmesi ve bu öğrenme ortamlarında çoğunlukla problem çözmedeki başarı üzerinde yoğunlaşılmasıdır. Halbuki problem çözümlerinde gösterilen başarıdan çok problem çözme sürecinde yaşanan durumlar ve geçilen basamakların incelenmesinin daha önemli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda bu çalışmanın yöntemini belirlemede bu eksiklikler göz önüne alınarak deneysel bir çalışmanın süreçteki nitel verilerle desteklenmesi fikri oluşmuştur. Çünkü bu çalışma kapsamında tasarlanan öğrenme ortamının problem çözümlerinde yaklaşım başarılarını etkileyip etkilemediğinin yanı sıra problem çözme sürecinde nasıl etkiler oluşturduğunun derinlemesine incelenmesi önem arz etmektedir. Bu durumun incelenmesi adına özellikle sınıf içinde yürütülen problem çözme süreçlerine yoğunlaşma gerekliliği de ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle literatürdeki çalışmalarda rastlanmayan video kayıtlarının kullanılmasına karar verilmiştir. Bu sayede yaklaşımların kullanıldığı problem çözüm sürecinin değerlendirilmesinin daha derinlemesine yapılma imkanı doğacağı düşünülmektedir.

İncelenen çalışmalarda kullanılan problemlerin genellikle üçgen ve dörtgenler konularına ait olduğu görülmüştür (Barbeau, 1988; Gagatsis ve Demetriadou, 2001; Kwon, 2012; Nissen, 2000). Bu durum, geometrideki diğer konularda (nokta, doğru, düzlem, çemberler vb) yaşanan problem çözme süreçlerinde yaklaşım boyutlarının incelenmesi boyutunda literatürde eksikliklerin bulunduğunu göstermektedir. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamının içeriği oluşturulurken bu eksiklikler göz önünde bulundurularak geometri dersi kapsamında incelenen bütün konuların öğrenme ortamına dahil edilmesine karar verilmiştir. Bu sayede öğrenme ortamında konu bazındaki problem çözme becerilerinin incelenmesi yerine daha derinlemesine bir bakış açısı ile yaklaşımların problem çözme ya da ispat yaparken nasıl kullanıldığı ve bu süreçte yaşananların aktarılması amaçlanmıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın tasarımı, pilot çalışma, araştırmanın örneklemi, işlem, veri toplama süreci ve veri analizinde izlenen adımlara yer verilmektedir.

3. 1. Araştırmanın Tasarımı

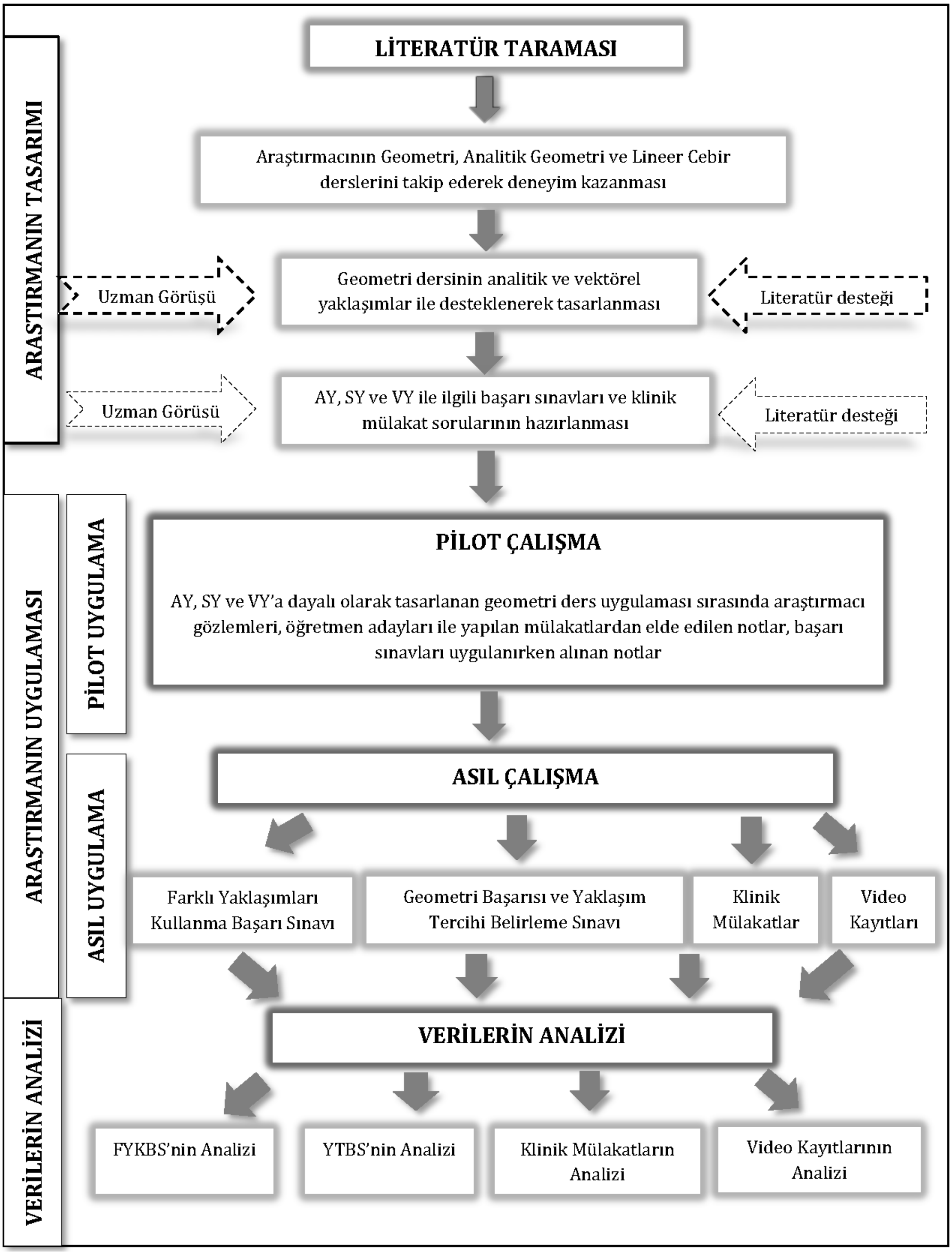
Çalışmanın ilk aşamasında araştırma problemini belirleyebilmek için konuyla ilgili literatür taraması yapılmıştır. Literatür taraması ile geometri problem çözümlerinde kullanılan analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımlar hakkında bilgi edinilmiştir. Üç yaklaşımın birlikte kullanıldığı öğrenme ortamını tasarlamadan önce araştırmacı, yaklaşımlar ile ilgili deneyim kazanabilmek için bu yaklaşımların kaynağını oluşturan Geometri, Analitik Geometri ve Lineer Cebir derslerini iki dönem boyunca takip etmiştir. Araştırmacı, uygulamaya dahil olacak katılımcıların öğrenim gördüğü üniversitenin ilgili bölümünde yürütülen bu derslere devam etmiştir. Böylelikle tasarlanacak öğrenme ortamı için her üç yaklaşım ile çözülebilen problemleri hazırlayacak olan araştırmacı ile bu problemleri çözecek olan katılımcıların dahil olduğu ders içeriklerinin benzer bir yapıya sahip olması sağlanmıştır. Öğrenme ortamının tasarlanması esnasında mevcut Geometri dersi konu sıralaması takip edilmiştir. Bunun nedeni katılımcıların geometri dersinin ilk kısmında sentetik yaklaşım ile çözülen geometri problemlerinde deneyim kazanmalarının ardından, sahip oldukları AY ve VY bilgilerini aynı ya da benzer geometri problemlerinde işe koşmalarını sağlayabilecek ortam oluşturmaktır. Katılımcıların takip ettiği geometri dersi, yapısı gereği genelde ispat türünde problemler içerdiğinden tasarlanan geometri dersinde kullanılan problemler de ağırlıklı olarak bu yapıya sahiptir. Bu geometri problemleri; analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların problem çözümlerinde kullanıldığı çalışmalardan (Aydın, Biberoğlu ve Camus, 2011; French, 2004; Kisacanin, 2002; MEB, 2011, Ok, 2013) ve her bir yaklaşımın temelini oluşturan tanım, aksiyom, teoremlerden faydalanılarak oluşturulmuştur.

Çalışmada kullanılacak açık uçlu sorulardan oluşan iki farklı başarı testi, mülakat soruları ve gözlemlerin sınıf ortamında uygulanması, araştırmacının ders verme deneyimi kazanması ve veri toplama araçlarının geçerlik güvenirliğinin tespit edilmesi amacıyla 2012-2013 Eğitim Öğretim Yılı'nda pilot çalışma yapılmıştır. Tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan geometri problemlerinin araştırmanın amacına uygunluğu, geliştirilen başarı testlerinde yapılan problem çözümleri, mülakat sorularına verilen cevaplar ve ders içi gözlemler pilot uygulama kapsamında değerlendirilerek asıl uygulamada kullanılacak şekilde son halini almıştır. Tasarlanan öğrenme ortamında kullanılmak üzere hazırlanan problemler ve çözümleri ile geliştirilen başarı testlerinin kapsam geçerliğini sağlamak adına kullanılan problemler ve cevapları alanında uzman iki araştırmacı tarafından incelenmiştir. Bu inceleme kapsamında araştırmanın amacına uymayan ve çözümde kullanılan yaklaşıma ait bilgi içermeyen sorular çıkarılmıştır. Diğer yandan çalışmada puanlayıcılar arasında güvenirlik çalışması yapılmıştır. Pilot uygulamanın ilk dersinde öğretmen adaylarına analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımları tanıtmak adına, yaklaşımlar hakkında bilgi veren ve her bir yaklaşım için örnek problem çözümlerine içeren bir ders hazırlanıp iki ders saati boyunca sunulmuştur. Daha sonra geliştirilen başarı testleri, tasarlanan geometri dersi öncesi ve sonrasında 35 öğretmen adayına uygulanmış ve geometri problemlerinin bazılarından veri elde edilemediği için bu soruların testlerden çıkarılmasına karar verilmiştir. Uygulamanın devamında tasarlanan öğrenme ortamı, bir öğretim elemanı tarafından 10 hafta boyunca 35 öğretmen adayından oluşan sınıf ortamında uygulanmıştır. Dersi yürüten öğretim elemanı, daha önceki yıllarda Analitik Geometri ve Geometri derslerini vermiş olduğundan geometri problemlerinde kullanılan yaklaşımlar konusunda deneyime sahip olduğu kabul edilmiştir. Araştırmacı, uygulama esnasında gözlemci kimliği ile dersleri takip etmiş ve işleyişte oluşan aksaklıkları tespit etme imkanı bulmuştur. Pilot uygulama esnasında geometri dersinin doğası gereği sentetik uygulamaların daha çok zaman alması ve AY ve VY ile yapılan çözümlere yeterince vakit ayrılamaması durumu ortaya çıkmıştır. Bu aksaklık göz önüne alınarak dersin asıl uygulama kapsamında iki bölüme ayrılmasına karar verilmiştir. Dört saatlik geometri dersinin 2+2 şeklinde iki ayrı bölümler halinde yürütülmeye karar verilmiştir. Dersin ilk 2 saatlik bölümünde sadece SY'nin kullanılmasına dayalı bir öğrenme ortamının yürütülmesine karar verilirken, ikinci bölümde SY ile sürdürülen öğrenme ortamının içeriğine paralel olacak nitelikte AY ve VY ile geometri problem çözümlerinin yapıldığı uygulama ağırlıklı bir öğrenme ortamının yürütülmesi uygun bulunmuştur.

Asıl uygulama, deney grubu olarak seçilen 2013-2014 Eğitim Öğretim Yılı'nda Matematik Öğretmenliği programı dördüncü sınıfta öğrenim gören 20 öğretmen adayı ve kontrol grubu olarak seçilen 2014-2015 Eğitim Öğretim Yılı'nda yine aynı programın dördüncü sınıfta öğenim gören 21 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Her iki grupta da öğretmen adaylarının çalışmada kullanılan başarı testlerinin ön ve son testlerine dahil olmasına dikkat edilmiştir. Bu nedenle uygulamaların yürütüldüğü her iki grupta da başlangıçta ortalama 30 öğretmen adayı bulunmasına rağmen yukarıda ifade edilen durumun sağlanmasına dikkat edildiğinden asıl uygulamadaki öğretmen adayı sayıları her iki grupta da aşağıya düşmüştür. Deney grubundaki uygulamalar 2+2 şeklinde iki ayrı bölümde yürütülmüştür. İlk bölüm ilgili dersin ilgili öğretim yılında görevlendirilen öğretim elemanı tarafından yürütülürken, ikinci bölümdeki uygulamalar araştırmacı tarafından yürütülüştür. Kontrol grubunda mevcut öğrenme ortamının içeriğine müdahale edilmeden problem çözümlerinde sadece SY kullanılarak 10 hafta boyunca dersler yürütülmüştür. Deney grubunda SY'nin hakim olduğu geometri dersi, AY ve VY ile desteklenerek yeniden tasarlanmış ve 10 hafta boyunca uygulama yapılmıştır. Başarı testleri, uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol grubunda bulunan toplam 41 öğretmen adayına uygulanmıştır. Mülakatlar; problem çözme sürecinde AY, SY ve VY arasındaki geçişleri incelemek, problem çözümünde kullandıkları yaklaşımı tercih etme sebepleri ve öğretmen adaylarının her bir yaklaşımı kullanmada karşılaştıkları güçlükler yoluyla problem çözme süreçlerini ortaya çıkarmak amacı ile yürütüldüğü için sadece deney grubu öğrencilerinden seçilen altı öğretmen adayı ile öğrenme ortamının başlangıcında ve sonunda yürütülmüştür.

Verilerin analizi kısmında öğretmen adaylarının başarı testlerinde yapmış oldukları problem çözümleri literatür kullanılarak geliştirilen puanlama anahtarı ile değerlendirilmiştir. Klinik mülakatlar ve video kayıtları, nitel araştırma yöntemi kapsamında içerik analizi ile analiz edilmiştir.

Araştırmanın boyunca izlenen adımları gösteren akış diyagramı Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Araştırma boyunca izlenen adımların akış şeması

3. 2. Araştırma Modeli

Bu çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden deneysel yöntemin bir türü olan yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. Bu yöntem nitel verilerle desteklenmiştir. Bu yöntemde bir veya daha fazla kontrol ve deney grubu seçilir. Grupların oluşturulmasında rastgele dağılım kullanılmaz ve rastgele atama yoluyla grup oluşturulması için çaba harcanmaz. Bunun yerine daha önceden rastgele dağılım dışında bir yolla oluşturulmuş gruplarda bir veya bir kaçı rasgele yolla deney ve kontrol grubu olarak seçilir. Ancak katılanların olabildiğince benzer nitelikte olmasına dikkat edilir (Çepni, 2009). Deneysel çalışmalar genellikle bir uygulamanın bir diğerinden farklı olarak ortaya çıkaracağı sonuçları gözlemlemek için yürütülür. Bu çalışma kapsamında Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği 4. sınıfta sentetik geometri odaklı yürütülmekte olan geometri dersi, analitik ve vektörel yaklaşımlarla desteklenerek yeniden tasarlanmıştır. Bu tasarımın öğretmen adaylarının geometri problemlerini çözme süreçleri üzerindeki etkileri incelenmek istendiğinden bu çalışmada yarı deneysel yöntemin kullanılması uygun görülmektedir. Bu bağlamda deney ve kontrol gruplarının benzer nitelikte olmalarına dikkat edilerek deney grubu 2013-2014 Eğitim-Öğretim Yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Fakültesi OFMAE Bölümü Matematik Öğretmenliği ana bilim dalı 4. sınıfta öğrenim gören 20 öğretmen adayından, kontrol grubu da aynı üniversite ve ana bilim dalı 2014-2015 eğitim-öğretim yılında 4. sınıfta öğrenim gören 21 öğretmen adayından oluşmaktadır.

Deneysel araştırmalarda veriler nicel olmakla birlikte sosyal bilimlerde araştırma sonunda ortaya çıkan farklılığı açıklamada sık sık nitel verilerin kullanımı yoluna da gidilmektedir (Kösa, 2011). Bu araştırma kapsamında tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin AY, SY ve VY'yi problem çözmede kullanma başarıları, bu yaklaşımlar arasındaki geçişleri yapabilme becerileri ve bu yaklaşımları tercih etme nedenlerini açıklamada uygulanan ön ve son testlerdeki nicel verilerin yanı sıra mülakatlar, ders içi gözlemler gibi nitel veri toplama tekniklerine de yer verilmiştir.

3. 3. Pilot Çalışma

Çalışmanın problem durumunu ortaya çıkarmak, çalışma kapsamında tasarlanan öğrenme ortamında oluşabilecek aksamaları tespit etmek, veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirliğini test etmek ve araştırmacıya deneyim kazandırmak için yapılan pilot çalışma süreci bu bölümde verilmiştir.

Pilot çalışma, 2012-2013 eğitim öğretim yılı güz döneminde Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği programı dördüncü sınıfta öğrenim gören 35 matematik öğretmen adayı ile haftada dört saat olmak üzere 10 hafta boyunca yürütülmüştür. Öğrenme ortamındaki uygulamayı bir öğretim elemanı yürütmüş, araştırmacı ise bu süreci gözlemci konumunda takip etmiştir. Böylelikle araştırmacı, öğrenme ortamındaki uygulamaların yürütülmesi esnasında dikkat edilecek unsurlar ile ilgili, öğrenme ortamında içerisinde hangi konulara ağırlık verilmesi gerektiği veya öğrencilerin nasıl sorular sorabileceği konusunda gözlem yaparak asıl çalışmada dikkat edilmesi gereken durumlar hakkında deneyim sahibi olmuştur.

Pilot çalışmanın ilk haftasında öğretmen adaylarına iki saat süresince araştırmacı tarafından AY, SY ve VY tanıtılmış, yaklaşımların üstün yanları tartışılmış ve her üç yaklaşımı içeren çözümlerin bulunduğu problem örnekleri sunulmuştur. Yaklaşımların tanıtılmasının ardından öğretmen adaylarına araştırmacı tarafından geliştirilen Farklı Yaklaşımları Kullanma Başarı Ön Testi (FYKBÖT) uygulanmıştır. Öğretmen adaylarına ön testi tamamlamaları için verilen süre iki ders saatidir (toplam 80 dakika). Ön test için verilen sürenin yapılan gözlemler, öğrencilerin dönütleri ve öğrenme ortamını yürüten öğretim elemanının da görüşleri doğrultusunda yetersiz olduğu tespit edilmiş ve bu test için verilen sürenin asıl çalışma esnasında uzatılmasına karar verilerek süre 100 dakika olmuştur. Çalışmanın ikinci haftasında Geometri Başarısı ve Yaklaşım Tercihi Belirleme Ön Testi (GBYTBÖT) iki ders saati (toplam 80 dakika) boyunca uygulanmıştır. Son test için bu sürenin yeterli olduğu gözlemlenip asıl çalışmada da bu testi tamamlamak için verilecek sürenin 80 dakika olmasına karar verilmiştir. Geliştirilen testlerin kapsam geçerliği için uzman görüşlerine başvurulması, geometri dersindeki konu ağırlıklarının dikkat edilmesi, soruların anlaşılabilirliği ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Ön testler için yapılan analizler, öğrenme ortamını yürüten öğretim elemanı ve araştırmacı tarafından birlikte değerlendirilerek her iki testten toplam iki problemin çıkarılarak asıl çalışmada kullanılmamasına karar verilmiştir. Bu problemlerden ilki “Doğrusal olmayan üç noktadan bir düzlem geçtiğini gösteriniz.” dir. İlgili problem literatürden alınan bir problem olup çözümünde her üç yaklaşımın verildiği sınırlı örneklerden birisidir. Problemin alındığı kaynakta her üç yaklaşım ile yapılan çözümü verilmiş olması ve yaklaşımları kullanıldığı bir örnek olarak kabul edilmesi araştırmacıda bu problemin geliştirilen testlerde kullanılabilir olduğu fikrinin oluşmasına neden olmuştur. Fakat daha sonra bu sorunun bir problem yapısından çok bir aksiyom olarak kabul edildiği üzerinde araştırmacı ve dersi yürüten öğretim elemanının fikir birliğine varması ve bu sebeple bu problemin AY, SY ve VY ile çözümlerin yapılması olarak belirlenen araştırmanın amacına hizmet edecek şekilde bir yapıya sahip olmadığı düşünülmüştür. Bu sebeple ilgili problemin asıl çalışmada kullanılmamasına karar verilmiştir. Testlerden çıkartılan ikinci problem “ABCD karesinin bir kenarının uzunluğu 2 br’dir. E noktası, $[BC]$ kenarının orta noktası ve $[AE]$ ile

$[BD]$ doğru parçaları F noktasında kesişmektedir. BFE üçgeninin alanının, FAD üçgeninin alanına oranını bulunuz?" şeklindedir. Bu problemin AY, SY ve VY aracılığı ile çözülmesi istenmiş fakat yapılan analiz sonucunda bu problemin VY ile yapılan çözümüne hiçbir öğretmen adayının cevap veremediği, dolayısıyla bu yaklaşım için veri elde edilemediği tespit edilmiştir. Bunun sebebi bu problemin doğası gereği VY'ye çok da uygun bir yapıda olmaması olarak kabul edilebilir. Bu sebeple problemin asıl çalışmada kullanılması uygun bulunmamıştır. Diğer yandan öğretmen adaylarının uygulanan ön testlerdeki problemlerden bazılarının ifadelerini anlamada zorluk çektikleri ve bu zorluğun problemdeki gösterimlerden kaynaklandığı öğretmen adaylarından alınan dönütler doğrultusunda tespit edilmiştir. Bu sebeple bu problemlerin ifadelerinde düzenlemeler yapılarak asıl çalışmada kullanılacak olan başarı testleri son halini almıştır.

Öğrenme ortamının üçüncü haftasında analizleri yapılan ön testler sonucunda aldıkları puanlara göre üç farklı başarı seviyesine (yüksek-orta-düşük başarı seviyeleri) ayrılan öğretmen adaylarından her bir seviyeden rastgele seçilen birer öğretmen adayı ile ön klinik mülakatlar yürütülmüştür. Klinik mülakat yürütülecek öğretmen adaylarının, her iki testte de aynı başarı seviyesinde bulunan öğretmen adayları arasından seçilmesine dikkat edilmiştir. Diğer yandan üçüncü haftadan itibaren, AY ve VY ile desteklenerek tasarlanan öğrenme ortamı uygulanmaya başlanmıştır. Öğrenme ortamını yürüten öğretim elemanı tarafından takip edilen konu sıralamasının bir sonraki konu için gerek duyulan tanım, aksiyom, teorem gibi ön bilgileri sağlamada yeterli olduğu yapılan gözlemler sonucunda tespit edildiğinden asıl çalışma sırasında da bu konu sıralamasına bağlı kalınmıştır. Konu sıralaması, konuların içerikleri ile birlikte ayrıntılı biçimde asıl çalışma kısmında verilecektir.

Pilot çalışmada farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözülebilen problemlerin öğrenme ortamında verilmesi sırasında farklı değişkenlerin de sürece katılmasından dolayı öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini incelemede çeşitli aksaklıklar yaşanmıştır. Bu aksaklıklardan ilki, yapısı gereği sentetik geometrinin hakim olduğu bir ders olan geometri dersinde dersi yürüten öğretim elemanın konu bütünlüğünü devam ettirebilmek için kullanılan problemlerde ilk olarak SY ile çözüm yapmayı tercih etmesidir. Bu durumun, öğretmen adaylarında diğer yaklaşımlar ile yapılan çözümlere yeterince ilgi göstermemelerine ve öğretmen adaylarının yaptıkları problem çözümlerinde genellikle SY'yi tercih etmeye eğilimli olmalarına neden olduğu araştırmacının gözlemleri sonucunda elde edilmiştir. Bu durum, asıl çalışmada yürütülecek öğrenme ortamında kullanılacak geometri problemlerinin çözümlerinde farklı yaklaşım sıralaması kullanılması yönünde bir gereklilik ortaya çıkarmıştır. Böylece asıl çalışmada yapılacak problem çözümlerinde farklı yaklaşımlarla çözüme başlanmasına karar verilmiştir. Yaşanan diğer bir aksaklık ise, pilot çalışmanın teorik ve uygulamanın birlikte yürütüldüğü bir yapıya sahip olmasından dolayı problem çözümlerini içeren uygulamalara yeterince zaman ayrılamadığı gözlemlenmiştir. Bu sebeple tasarlanan öğrenme ortamının asıl çalışma esnasında ikişer saatlik iki ayrı bölüm halinde yürütülmesine karar verilmiştir. Buna göre asıl uygulamada haftada iki saat mevcut geometri dersi öğretim programına hakim olan SY ile ders yürütülürken, diğer iki saatte her üç yaklaşım aracılığı ile çözülebilen geometri problemlerinin uygulamaları yapılmıştır.

Uygulanan testler sonucunda öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde yaptıkları çözümlerdeki basamaklar göz önünde bulundurularak Malone vd. (1980) tarafından geliştirilen problem çözme süreci için hazırlanan puanlama anahtarı çalışmanın amacına uygun şekilde revize edilerek yeni halini almıştır. Öğretmen adaylarına uygulanan sınavlar geliştirilen puanlama anahtarı ile puanlanmış ve farklı puan seviyelerine sahip öğretmen adaylarından rastgele seçilen 3 öğretmen adayı ile klinik mülakatlar yürütülmüştür. Klinik mülakatlarda farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözülebilen geometri problemde karşılaşılan zorluklara, hazırlanan öğrenme ortamına yönelik görüşlere, öğretmen adaylarının farklı yaklaşıma dayalı olarak tasarlanan geometri dersinde yaşadıkları deneyim ve sürece odaklanılmıştır. Araştırmacı, yürütülen bu süreçte aldığı notlar ve yaptığı gözlemler sonucunda iki farklı zamanda iki ayrı mülakat yapılması gerektiği fikrine sahip olmuştur.

3. 4. Asıl Çalışma

Asıl çalışmada, 2013-2014 Eğitim-Öğretim Yılı Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği programı 4. sınıfta öğrenim gören 20 öğretmen adayı deney grubunu, 2014-2015 Eğitim-Öğretim Yılı Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği programı 4. sınıfta öğrenim gören 21 öğretmen adayı ise kontrol grubunu oluşturmaktadır. AY, SY ve VY'ye dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının yaklaşımlarda gösterdikleri başarıya, geometri başarılarına, problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşım tercihlerine, bu tercihlerin altında yatan sebeplere ve yaklaşımalar arasındaki bağlantıyı belirleme yeterliklerine etkisi incelenmek istendiğinden çalışma iki grup üzerinden yürütülmüştür.

3. 4. 1. Evren ve Örneklem

Çalışmanın örneklemini 2013-2014 ve 2014-2015 Eğitim-Öğretim Yılı güz dönemlerinde Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi OFMAE Bölümü Matematik Öğretmenliği ana bilim dalı 4. sınıfta öğrenim gören toplam 41 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışmanın deney grubunu 2013-2014 eğitim öğretim yılında 4. Sınıfta öğrenim gören 20 öğretmen adayı, kontrol grubunu ise 2014-2015 eğitim-öğretim yılında 4. Sınıfta öğrenim gören 21 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Deney ve kontrol gruplarında yürütülen öğrenme ortamına her hafta ortalama 35'er öğretmen adayı katılmıştır. Örneklemin deney ve kontrol gruplarında daha az sayıda olmasının sebebi, her iki grupta da öğretmen adaylarının Farklı Yaklaşımları Kullanma Başarı Testi (FYKBT) ve Geometri Başarısı ve Yaklaşım Tercihlerini Belirleme Testi (GBYTBT) ön ve son testlerinin her ikisine de katılma şartının olmasıdır. Bunun sebebi yaklaşımlara dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki gelişim incelendiğinden her bir öğretmen adayının AY, SY ve VY'de gösterdikleri başarılarının ve yaklaşımlar arasındaki geçişlerde gösterdikleri yeterliklerinin ancak bu sayede ortaya çıkarılabileceği düşünülmektedir. Tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan fakat testlerden en az birine katılmayan öğretmen adaylarına daha sonra başarı testleri uygulanmamıştır. Bunun altında yatan sebep ise, testlere dahil olan öğretmen adaylarının, dahil olmayan öğretmen adayları ile bu testlere dair bilgi alışverişinde bulunma olasılığının var olmasıdır. Böyle bir durum oluştuğu takdirde öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde elde ettikleri yeterlik ve başarıları doğru bir şekilde ölçme imkanı ortadan kalkacağı düşünülmektedir.

Modern öğrenme teorileri, öğrenmenin önceki bilgilere bağlı olarak gerçekleştiğini savunduğundan öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde AY, SY ve VY'yi kullanabilmeleri için bu yaklaşımlara ait ön bilgilere sahip olması gerekliliğini ortaya koymaktadır. Geometri problem çözümlerinde AY, SY ve VY'nin bir arada kullanılmasını sağlamak amacıyla tasarlanan öğrenme ortamında, öğretmen adaylarının AY ile çözüm yapabilmesi için iki nokta arasındaki uzaklık, bir noktası ve eğimi verilen doğrunun denklemi, iki noktası verilen doğrunun denklemi, eğimleri eşit olan doğruların paralelliği, dik doğruların eğimleri çarpımı vb ön bilgilere sahip olması gerekmekteydi. Bu sebeple çalışmanın örneklemini oluşturan öğretmen adaylarının öğrenim gördükleri lisans programında bu bilgileri içeren Analitik Geometri dersini görmüş olmaları AY için sahip olmaları gereken ön yeterlikleri sağlamada yeterli olarak kabul edilmiştir. VY'yi geometri problemlerinin çözümlerinde kullanabilmeleri için öğretmen adaylarının vektörler, matrisler, determinantlar, lineer denklem sistemleri gibi konuların içeriklerine hakim olması gerekmekteydi. Bu durum, öğretmen adaylarının bu ön yeterliklere sahip olması için yukarıdaki konu başlıklarını içeren Lineer Cebir-I ve Lineer Cebir-II derslerini almış olmalarını zorunlu kılmaktaydı. Ancak bu sayede öğretmen adaylarının problem çözümlerinde VY'yi kullanabilme yeterliğine sahip olduğu kabul edilebilirdi. Dolayısıyla çalışmanın örneklemini oluşturan öğretmen adaylarının, tasarlanan öğrenme ortamında her üç yaklaşım ile geometri problemlerini çözebilmeleri için AY ve VY'nin temelini oluşturan Analitik Geometri ve Lineer Cebir I-II derslerini almış olmaları önemliydi. Bu doğrultuda çalışmanın örneklemini oluşturan öğretmen adayları seçilirken bu dersleri görmüş olmalarına dikkat edilmiştir. Her iki sınıftaki öğretmen adaylarının daha önceki yıllarda görmüş oldukları Analitik Geometri ve Lineer Cebir I-II derslerinde gösterdikleri başarının sınıf ortalamasında olduğu öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının benzer başarı düzeyinde olmaları, AY ve VY için ön bilgi olarak kabul edilen Analitik Geometri ve Lineer Cebir I-II derslerindeki bilgilere benzer seviyede sahip oldukları yönünde yorumlanmıştır.

Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesinde her iki gruba dahil olan öğretmen adaylarının daha önceki öğrenim yıllarında Analitik Geometri ve Lineer Cebir I-II derslerini görmüş olmalarına dikkat edilmiştir. Diğer yandan deney ve kontrol gruplarının bu derslerdeki başarılarının benzerlik gösterdiği tespit edilmiştir. Bu durum, yürütülen yarı deneysel çalışmada örneklemi oluşturan öğretmen adaylarının benzer nitelikte olması için yeterli olarak görülmektedir.

Öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini anlayabilmek için nerelerde güçlük yaşadıklarını tespit etmek çalışma kapsamında önem arz etmektedir. Bu bağlamda öğretmen adayları ile derinlemesine mülakatlar yapmak gerekmekteydi. Mülakatların yürütüleceği öğretmen adaylarının seçiminde FYKBÖT ve GBYTBÖT'den alınan puanlar göz önünde tutulmuştur. Bu testlerden alınan puanlar doğrultusunda deney grubundaki öğretmen adaylarının başarı durumları yüksek, orta ve düşük başarı seviyesi olarak belirlenmiştir. Belirlenen bu başarı seviyelerinden gönüllülük esasına dayanarak rastgele seçilen ikişer öğretmen adayı, toplamda altı öğretmen adayı ile öğrenme ortamının başında ve sonunda olmak üzere iki kez mülakat yürütülmüştür. Başarı durumu için belirlenen yüksek, orta ve düşük seviyeler iki test için aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

FYKBÖT ve FYKBST testlerin her birinden alınacak en yüksek puan 36 olup en düşük puan sıfırdır. FYKBT'den alınan puanlar üç gruba ayrılmıştır. Öğretmen adaylarının başarı düzeyleri yüksek, orta ve düşük olarak üç ayrı bölümde incelenmek istendiğinden testlerden alınabilecek puan aralığı olan 0-36 üç kısma ayrılarak her bir kısma bir başarı düzeyi belirlenmiştir. Bu doğrultuda yüksek başarı düzeyi olarak belirlenen gruptaki öğrenciler 25-36 arası puan alanlar, orta başarı düzeyi olarak belirlenen gruptaki öğrenciler 13-24 arası puan alanlar ve düşük başarı düzeyi olarak belirlenen gruptaki öğrenciler 0-12 arası puan alanlar olarak belirlenmiştir.

GBYTBÖT ve GBYTBST'de altışar tane problem bulunmakta ve öğrencilerden her bir problemi tercih edecekleri bir yaklaşım aracılığı ile çözmeleri istenmiştir. Bu testlerin her birinden alınabilecek en yüksek puan 24 iken, en düşük puan 0 olmuştur. Öğretmen adaylarının bu testler için göstermiş oldukları başarı düzeyleri yüksek, orta ve düşük olarak incelenmek istendiğinden GBYTBÖT ve GBYTBST'den alınabilecek 0-24 puan aralığı da üç gruba ayrılmıştır. Bu testler için yüksek başarı düzeyinde kabul edilen öğretmen adayları 17-24 arasında puan alanlar, orta başarı düzeyinde kabul edilen öğretmen adayları 9-16 arasında puan alanlar ve düşük başarı düzeyinde kabul edilen öğretmen adayları 0-8 puan alanlar olarak belirlenmiştir.

Mülakatlar için seçilen öğretmen adaylarının her dört test için de aynı başarı düzeyinde olmalarına dikkat edilmiştir. Yani FYKBÖT, FYKBST, GBYTBÖT ve GBYTBST'nin hepsinde yüksek başarı düzeyi içinde bulunan öğretmen adayları arasından rastgele iki öğretmen adayı, orta başarı düzeyinde bulunan öğretmen adayları arasından rastgele iki öğretmen adayı ve düşük başarı düzeyinden rastgele iki öğretmen adayı gönüllülük esasına göre seçilmiştir. Seçilen öğretmen adaylarının AY ve VY'ye ait bilgilere yeterli düzeyde sahip olmalarını sağlamak için daha önceki yıllarda görmüş oldukları Analitik Geometri ve Lineer Cebir I-II derslerinde aldıkları notlar ile sınıf ortalamasında bulunmalarına dikkat edilmiştir.

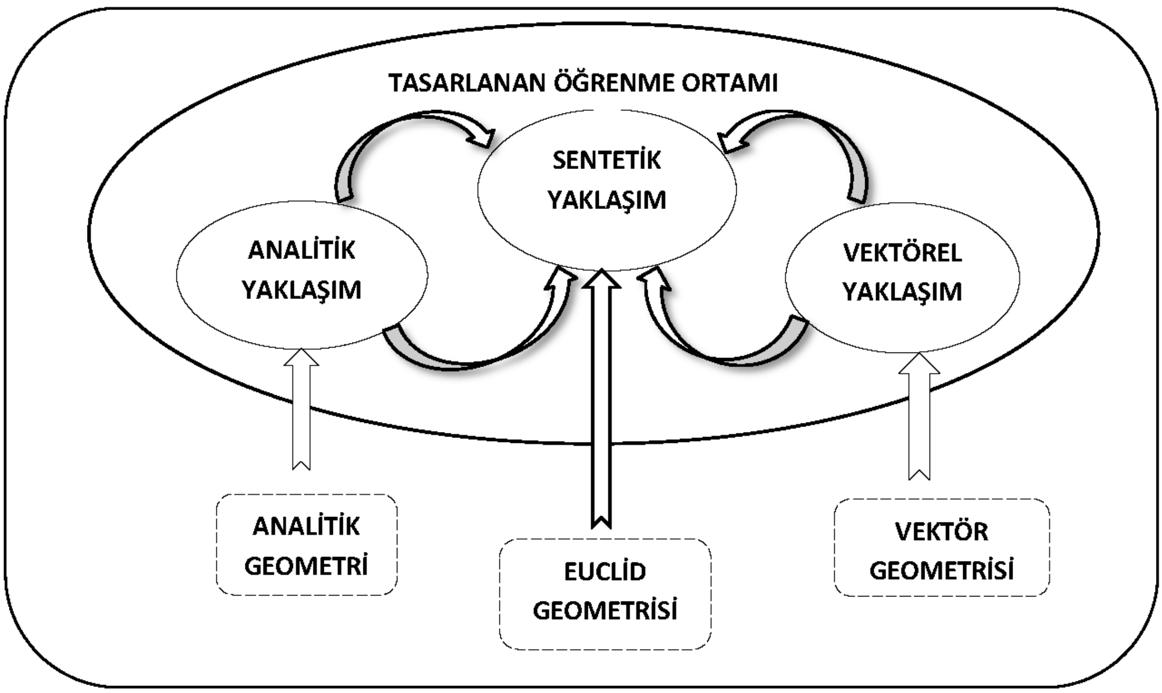
3. 5. İşlem

Çalışma kapsamında deney ve kontrol grubunda yürütülen işlemler bu bölümde sunulmuştur.

3. 5. 1. Deney Grubu

AY, SY ve VY'ye dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan deney grubuna öncelikle analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımlar tanıtılmış, yaklaşımların üstün yanları tartışılmış ve bu yaklaşımların kullanıldığı problem örnekleri sunulmuştur. Çalışma kapsamında geliştirilen FYKBÖT ve GBYTBÖT uygulamaları deney grubunda yürütülmüştür. Bu testlerin analizinden sonra yüksek, orta ve düşük düzeyde bulunan öğretmen adaylarından iki tanesi gönüllülük esası göz önünde bulundurularak seçilmiş ve toplamda altı öğretmen adayı ile ön mülakatlar yapılmıştır. Haftada dört saat süresince yürütülen Geometri dersinde ilk iki saatin dersin sorumlusu öğretim elemanı tarafından SY odağında yürütüleceği ve diğer iki saatin ise araştırmacı tarafından SY'ye ek olarak AY ve

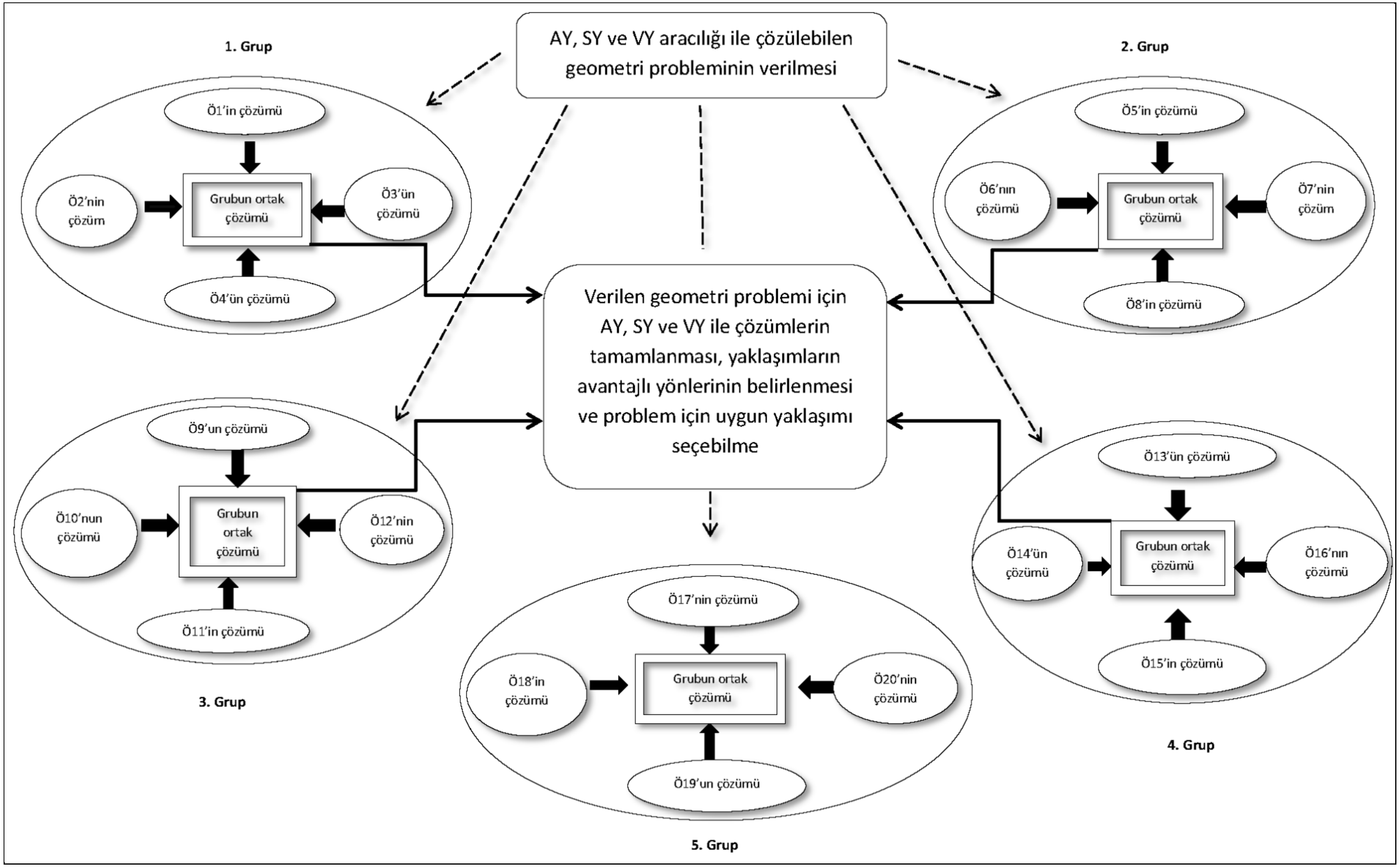
VY ile desteklenen geometri problemlerinin uygulanacağı şeklinde haftalık planlar hazırlanmıştır. Deney grubunda yürütülen dersler için oluşturulan öğrenme ortamı modeli aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 2. AY, SY ve VY'ye dayalı öğrenme ortamı modeli

Geometri dersi, doğası gereği SY odaklı olması sebebiyle tasarlanan öğrenme ortamında SY dersin merkezine alınarak, öğrenme ortamı kapsamındaki konular ve problemler AY ve VY ile desteklenmiştir. Öğrenme ortamında SY kullanılarak yapılan teorem ispatları ve bunların uygulamaları ile geometri problemleri, her bir teorem ve probleme AY ve VY ile olan çözümler eklenerek içerik zenginleştirilmiştir. Her hafta SY ile yürütülen iki saatlik dersin sonrasında araştırmacı tarafından yürütülen iki saatlik öğrenme ortamında SY ile yapılan problem çözümlerine ek olarak AY ve VY ile olan çözümler verilmiştir. Öğrenme ortamında öğretmen adaylarının kendilerinin oluşturduğu dörderli gruplar belirlenmiş ve verilen problemin grup içinde önce bireysel olarak çözümlerinin yapılması ardından çözümlerin grup içinde tartışılması sağlanmıştır. Öğretmen adayları, problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşımlardaki tercihleri, yaklaşımlar arasındaki bağlantının ortaya çıkarılması, problem çözümdeki adımları belirleme vb. durumlar için öncelikle kendi grupları içinde etkileşim içinde bulunmuşlardır. Daha sonra araştırmacının yönetiminde gruplar arası etkileşimin oluşması sağlanarak, öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki yansımaları ayrıntılı olarak elde etme olanağı bulunmuştur.

Yürütülen bu süreçte öğretmen adaylarının problem çözümünde kullandığı yaklaşımın dışında diğer yaklaşımlarla da çözüm yapıp yapmadığı, grup içinde tartışılan çözümlerde fikir birliğine ulaşılan noktalar ya da farklı görüşlerin oluştuğu durumlar üzerinde odaklanılmıştır. Öğretmen adaylarından yapmış oldukları grup çalışmasının ardından AY, SY ve VY ile yapmış oldukları her bir çözümü tahtada göstermeleri istenmiştir. Her üç yaklaşım ile yapılan çözümlerin hepsi tahtada bulunacak şekilde, bu çözümlerin sınıf içi tartışma ortamı yaratılarak öğretmen adayları tarafından incelenmesi ve yorumlanması sağlanmıştır. Üç farklı yaklaşım ile çözülen problemlerde hangi yaklaşımın ilgili problemin yapısına (verilenler, istenenler, kullanılacak tanımlar, teoremler, vb.) uygun olduğuna yönelik öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. Böylelikle, problem çözümlerinde kullanılan her bir yaklaşımın kendi içindeki avantajlı yönleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Yürütülen bu çalışmalar sırasında her bir grubun problem çözüm süreçleri video kaydına alınmıştır. Bu sayede problemin amaçlarına hizmet edecek şekilde, öğretmen adaylarının AY, SY ve VY ile yaptıkları geometri problem çözüm süreçlerine daha ayrıntılı bir bakış imkanı bulunmuştur. Yürütülen bu uygulama, her hafta benzer şekilde devam ettirilmiştir. Öğrenme ortamındaki bu işleyişi temsil eden bir şekil aşağıda verilmektedir.

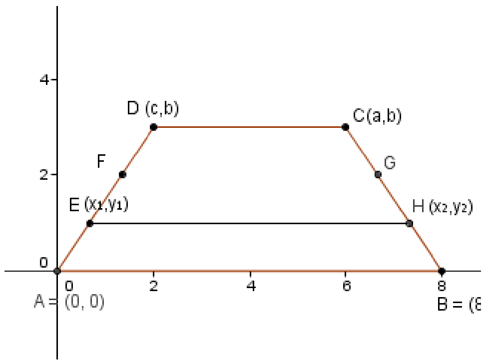


Şekil 3. Tasarlanan öğrnme ortamındaki ders işlenişi

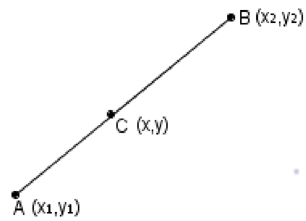
Öğretmen adaylarının öğrenme ortamında kullandıkları bir geometri problemi ve bu probleme ait AY, SY ve VY ile yapılan çözümlerde yürütülen işlemler dersin yürütülmesine bir örnek teşkil etmesi adına aşağıda sunulmuştur.

Problem: ABCD herhangi bir yamuk olmak üzere $[AD]$ yan kenarı E ve F, $[BC]$ yan kenarı ise G, H noktaları ile üç eş parçaya bölünüyor. $|AB| = 8\text{cm}$, $|EH| = 6\text{cm}$ ise $|DC| =?$

AY ile çözüm:



Bir doğru parçasını içten bölen noktanın koordinatları:



$\frac{|CA|}{|CB|} = k$ olmak üzere;

$x = \frac{x_1+kx_2}{1+k}$ ve $y = \frac{y_1+ky_2}{1+k}$ dir.

E(x_1,y_1) ve H(x_2,y_2) noktalarının koordinatları yukarıdaki formülden $\frac{|HB|}{|HC|} = \frac{1}{2} = k$ olduğundan H noktasının koordinatları

$x = \frac{8+\frac{1}{2}a}{1+\frac{1}{2}} = \frac{16+a}{3}$, $y = \frac{0+\frac{1}{2}b}{1+\frac{1}{2}} = \frac{b}{3}$ şeklindedir.

Benzer şekilde E noktasının koordinatları E$\left(\frac{c}{3},\frac{b}{3}\right)$ olarak bulunur.

İki nokta arasındaki uzaklıktan;

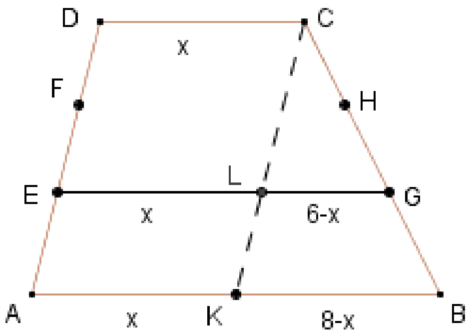
$$|EH| = \sqrt{\left(\frac{16+a}{3}-\frac{c}{3}\right)^2+\left(\frac{b}{3}-\frac{b}{3}\right)^2} = 6 \Longrightarrow \sqrt{\left(\frac{16+a-c}{3}\right)^2} = 6 \Longrightarrow \left(\frac{16+a-c}{3}\right)^2 = 36$$

$$\Longrightarrow \frac{(16+a-c)^2}{9} = 36 \Longrightarrow (16+a-c)^2 = 324 \Longrightarrow \sqrt{(16+a-c)^2} = \sqrt{324} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (16+a-c) = 18 \Longrightarrow a-c = 2 \Longrightarrow |DC| = \sqrt{(a-c)^2+(b-b)^2} =$$

$$= |a-c| = 2\text{cm}$$

SY ile çözüm:



ABCD bir yamuk ve E, F, G, H noktaları yamuğun yan kenarlarını üç eşit parçaya bölsün.

Bu durumda Temel Orantı Teoreminin Karşıtından $[EG] \parallel [AB]$ olduğu görülür.

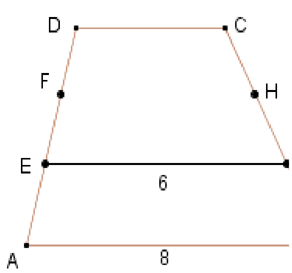
$[AD]$ kenarına paralel bir $[CK]$ doğru parçası çizelim.

Bu durumda Açı-Açı-Açı benzerlik teoreminden $\left(\overset{\Delta}{CLG}\right) \sim \left(\overset{\Delta}{CKB}\right)$ dir.

Üçgenlerin benzerliğinden $\dfrac{|CL|}{|CK|} = \dfrac{|LG|}{|KB|} = \dfrac{|CG|}{|CB|}$ olur.

$\dfrac{|LG|}{|KB|} = \dfrac{|CG|}{|CB|} = \dfrac{6-x}{8-x} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow x = 2cm = |DC|$ elde edilir.

VY ile çözüm:



$[\mathrm{AD}]$ ve $[\mathrm{BC}]$ yan kenarları sırasıyla E, F ve G, H noktaları ile üç eş parçaya bölündüğünden

$\overrightarrow{\mathrm{DF}} = \overrightarrow{\mathrm{FE}} = \overrightarrow{\mathrm{EA}} = \vec{\mathrm{u}}$

$\overrightarrow{\mathrm{CH}} = \overrightarrow{\mathrm{HG}} = \overrightarrow{\mathrm{GB}} = \vec{\mathrm{v}}$ ve AB yönünde birim vektör $\vec{\mathrm{k}}$ olsun.

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 8.\vec{\mathrm{k}}$ ve $\overrightarrow{\mathrm{DC}} = \mathrm{x}.\vec{\mathrm{k}}$ dır.

$\overrightarrow{\mathrm{EG}} = \overrightarrow{\mathrm{EA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BG}} = \vec{\mathrm{u}} + 8.\vec{\mathrm{k}} - \vec{\mathrm{v}}$ …(1)

$\overrightarrow{\mathrm{EG}} = \overrightarrow{\mathrm{ED}} + \overrightarrow{\mathrm{DC}} + \overrightarrow{\mathrm{CG}} = -2.\vec{\mathrm{u}} + \mathrm{x}.\vec{\mathrm{k}} - 2.\vec{\mathrm{v}}$ …(2)

(1) deki eşitlik -2 ile çarpılıp (2) ye eklenirse;

$3.\overrightarrow{\mathrm{EG}} = 2.\vec{\mathrm{u}} + 16.\vec{\mathrm{k}} - 2.\vec{\mathrm{v}} - 2.\vec{\mathrm{u}} + \mathrm{x}.\vec{\mathrm{k}} - 2.\vec{\mathrm{v}}$

$3.\overrightarrow{\mathrm{EG}} = 16.\vec{\mathrm{k}} + \mathrm{x}.\vec{\mathrm{k}}$

$3.\overrightarrow{\mathrm{EG}} = (16 + \mathrm{x}).\vec{\mathrm{k}}$

$3.\|\overrightarrow{\mathrm{EG}}\| = (16 + \mathrm{x})$

$\|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\| = \mathrm{x} = 2\mathrm{cm}$

Yukarıda örnek olarak verilen geometri problemi, tasarlanan öğrenme ortamı içinde "Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin AY ve VY ile ispatlanması ve problem çözümü" konusu kapsamında öğretmen adaylarına sorulmuştur. Öncelikle öğretmen adaylarından bireysel olarak bu problemi çözmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları seçtikleri herhangi bir yaklaşım ile problem çözümünü yapmışlardır. Daha sonra araştırmacı, öğretmen adaylarından yaptıkları çözüme ek olarak seçmedikleri diğer iki yaklaşımı da kullanarak bu problemi çözmelerini istemiştir. Öğretmen adaylarına problem çözümünü tamamlayabilmeleri için belli bir süre tanınmıştır. Bu süre içinde çözümü tamamlayan öğretmen adayı olduğu gibi tamamlayamanlar da olmuştur. Bu sürecin sonrasında araştırmacı, öğretmen adaylarının dahil oldukları gruptaki diğer öğretmen adayları ile çözümlere yönelik tartışma ortamı oluşturmalarını istemiştir. Gruptaki her bir öğretmen adayı, AY, SY ve VY'yi kullanarak yapmış oldukları çözümleri diğer arkadaşları ile paylaşarak bu çözümler üzerinde fikir alışverişinde bulunmuşlardır. Bu sürecin sonunda grup olarak her yaklaşımdaki çözüm üzerinde fikir birliğine varılmış ve çözümler son halini almıştır. Daha sonra problemin AY, SY ve VY ile çözümleri, gönüllük esası göz önünde bulundurularak seçilen birer öğretmen adayı tarafından tahtada yapılmıştır. Bu çözümlerin üçü birden aynı anda tahtada yazılı olacak şekilde öğretmen adayları tarafından çözülmüştür. Tahtada yazılı olan çözümlerin doğruluğu, her bir yaklaşımın kendine göre avantajları, bu problem için en uygun yaklaşımın hangisi olduğu vb. durumlar ile ilgili tüm sınıftan görüşler alınmıştır. Çözümlerde eksik ya da hatalı olan kısımlar araştırmacı tarafından düzeltilmiştir. Böylece öğretmen adaylarının bir problem için en uygun yaklaşımı seçebilme ve yaklaşımların birbirleri üzerine olan üstünlüklerini belirleme yeterliklerini kazandıkları düşünülmektedir. Öğrenme ortamında yürütülen bir problemin çözüm süreci böylelikle tamamlanarak yeni problem çözümlerine geçilmiştir.

Tasarlanan öğrenme ortamında geometri problemlerinin uygulamalarının sonunda deney grubunda FYKBST ve GBYTBST uygulanmış ve son mülakatlar yürütülmüştür.

3. 5. 2. Kontrol Grubu

SY odaklı olarak derslerin yürütüldüğü kontrol grubunda ilk hafta AY, SY ve VY tanıtılmış, bu yaklaşımların üstün yanları tartışılmış ve çözümlerinde bu yaklaşımların her üçünün birlikte kullanıldığı problemlere örnekler verilmiştir. Sonrasında FYKBÖT ve GBYTBÖT kontrol grubunda uygulanmıştır. Kontrol grubunda AY veya VY ile ilgili deneyim kazanılmadığı için problem çözme sürecinde yaklaşımların tercih sebepleri, yaklaşımlar arasındaki geçişleri ve yaklaşımları kullanmada karşılaşılan zorlukları ortaya çıkarmayı amaçlayan mülakatın kontrol grubunda uygulanmamasına karar verilmiştir.

Dersler, deney grubunda yürütüldüğü sırası ile devam ettirilmiş ve problem çözümlerinin SY odaklı yürütülmesi sağlanmıştır.

Kontrol grubunda yürütülen derslerde öğretim elemanı, konu ile ilgili tanım, aksiyom ve teoremleri verdikten sonra o konuya ait problemlere yer vermiştir. Derste verilen problemlerin öğretmen adayları tarafından geometri dersinin doğası gereği SY ile çözülmesi istenmiştir. Bunun için öğretmen adaylarına süre verilmiştir. Kontrol grubunda grup çalışması yapılmamıştır. Öğretmen adayları, problemleri bireysel olarak çözmek için işlemler yürütmüşlerdir. Daha sonra çözümü tamamlayan öğretmen adaylarından yaptıkları çözümleri sınıf karşısında sunmaları istenmiştir. Burada gönüllülük esasına göre bir öğretmen adayı, çözümü yapması için seçilmiştir. Seçilen öğretmen adayı, problem için yapmış olduğu SY'ye dayalı çözüm basamaklarını tahtaya yazıp, yaptığı işlemleri anlatmıştır. Öğretim elemanı, eğer çözümde hatalar veya aksaklıklar varsa bunları düzeltmiştir. Sonrasında öğretim elemanı, öğretmen adaylarından bu problem için başka bir çözüm bulmalarını istemiştir. Öğretmen adayları, tekrardan bireysel olarak probleme ait farklı bir çözüm yolu bulmak için çalışmışlardır. Bulunan farklı çözümler, ders ortamında konuşulmuş gerek duyulduğunda tahtada çözülmüştür. Bu çözümlerin her birinde yine SY'nin kullanıldığı görülmüştür. Böylelikle kontrol grubunda yürütülen derslerdeki bir problem çözümü için geçen süreç tamamlanmış ve başka problemlerin çözümlerine geçilmiştir. Yürütülen bu süreç, video kaydı altına alınmamış fakat araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir.

Ders uygulamaları bittikten sonra kontrol grubunda FYKBST ve GBYTBST uygulanmıştır.

Deney ve kontrol grubunda öğrenme ortamı süresince hafta hafta yürütülen işlemler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Deney ve Kontrol Grubunda Uygulama Süresince Yürütülen İşlemler

Haftalar	İşlemler			
	Kontrol Grubu	Ders Saati	Deney Grubu	Ders Saati
1. Hafta	Analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların tanıtılması ve problem örneklerinin sunulması	2	Analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların tanıtılması ve problem örneklerinin sunulması	2
	FYKBÖT'nin uygulanması	2	FYKBÖT'nin uygulanması	2
2. Hafta	GBYTBÖT'nin uygulanması	2	GBYTBÖT'nin uygulanması	2
	-	-	Ön mülakatların yapılması	2
3. Hafta	Euclid geometrisinin temel aksiyomları, nokta, doğru, düzlem arasındaki ilişkiler ve uygulamaları	4	Euclid geometrisinin temel aksiyomları. Nokta, doğru, düzlem arasındaki ilişkiler	2
			Nokta, doğru kavramları arasındaki ilişkilere yönelik AY, SY ve VY ile problem çözümü	2

Tablo 1'in devamı

4. Hafta	Üçgenlerin eşliği, benzerliği ve temel benzerlik teoremleri ve uygulamaları	4	Üçgenlerin eşliği, , benzerliği, temel benzerlik teoremleri ve uygulamaları	2
			Üçgenlerin eşliği, , benzerliği ve temel benzerlik teoremlerine yönelik AY, SY ve VY ile problem çözümü	2
5. Hafta	Üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanarak bazı teoremlerin ispatı: Stewart, Ceva, Menelaus teoremleri ve üçgende alan bağıntısı	4	Üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanarak bazı teoremlerin ispatı: Stewart, Ceva, Menelaus teoremleri ve üçgende alan bağıntısı	2
			Üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanarak bazı teoremlerin AY ve VY ile ispatı: Stewart teoremi ve üçgenin alanının farklı yaklaşımlarla elde edilmesi	2
6. Hafta	Üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanarak bazı teoremlerin ispatı: Açıortay ve Kenarortay teoremleri	4	Üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanarak bazı teoremlerin ispatı: Açıortay ve Kenarortay teoremleri	2
			Açıortay ve Kenarortay teoremlerinin AY ve VY'deki uyuglamaları	2
7. Hafta	Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin ispatlanması ve uygulamaları	4	Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin ispatlanması	2
			Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin AY ve VY ile ispatlanması ve problem çözümü	2
8. Hafta	Dikdörtgen, kare, deltoid gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin ispatlanması ve uygulamaları	4	Dikdörtgen, kare, deltoid gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin ispatlanması	2
			Dikdörtgen, kare, deltoid gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin AY ve VY ile ispatlanması ve problem çözümü	2
9. Hafta	Çember kavramı, çemberde açı ve uzunluk ile ilgili teorem ve ispatları ve uygulamalar	4	Çember kavramı, çemberde açı ve uzunluk ile ilgili teorem ve ispatları ve uygulamalar	2
			Çember kavramı, çemberde açı ve uzunluk ile ilgili teoremlerin AY ve VY ile ispatlanması ve problem çözümü	2
10. Hafta	FYKBST ve GBYTBST'nin uygulanması	4	FYKBST ve GBYTBST'nin uygulanması	4

3. 5. 3. Verilerin Toplanması

Bu çalışmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen FYKBÖT, FYKBST, GBYTBÖT, GBYTBST, uygulama öncesi ve sonrası yürütülen klinik mülakatlar ve derslerin video kayıtları aracılığı ile elde edilmiştir.

AY, SY ve VY'nin bir arada kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini incelemeyi amaçlayan bu çalışmada öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde her bir yaklaşımda gösterdikleri başarıyı belirlemek için üçer adet problemden oluşan FYKBÖT ve FYKBST geliştirilmiştir. FYKBÖT tasarlanan öğrenme ortamının başlangıcında, FYKBST ise ortamın sonunca deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır. Bu testlerdeki her bir geometri probleminin her üç yaklaşımla da çözümü mevcut olup öğretmen adaylarından her bir problem için üç yaklaşımı kullanarak çözüm yapmaları istenmiştir.

Öğretmen adaylarının geometri başarılarını ve geometri problem çözümlerinde tercih ettikleri yaklaşımları ortaya çıkarmayı amaçlayan GBYTBÖT ve GBYTBST, altışar problemden oluşmaktadır. GBYTBÖT tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde, GBYTBST ise sonrasında deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır. Bu testlerdeki geometri problemlerinin her birinin her üç yaklaşım ile çözümü mevcuttur. GBYTBÖT ve GBYTBST'deki problemler için öğretmen adaylarından seçecekleri herhangi bir yaklaşım ile çözüm yapmaları istenmiştir.

Yürütülen mülakatlar ile öğretmen adaylarının problem çözüm sürecinde kullandıkları yaklaşımları tercih etme nedenlerinin ve bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Mülakatlar için seçilen öğretmen adayları başarı testlerinden aldıkları puanlara göre farklı başarı düzeylerinden (yüksek, orta, düşük) seçilmiştir. Bu seçim sırasında öğretmen adaylarının mülakatlara katılımda gönüllü olmaları da göz önünde bulundurulmuştur. Öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde kullandıkları yaklaşımı tercih etme sebeplerini belirlemek adına yapılan mülakatlar, öğretmen adaylarının GBYTBÖT ve GBYTBST'de yapmış oldukları problem çözümleri üzerinden yürütülmüştür. Testlerde her bir problem için tercih ettikleri yaklaşım ile yapmış oldukları çözümlere nasıl ulaştıklarını açıklamaları öğretmen adaylarından istenmiştir. Öğretmen adaylarının geometri problemlerinde AY, SY ve VY'ı kullanırken her bir yaklaşım için karşılaştıkları güçlükler ve genel olarak karşılaşılan sorunlar ile ilgili mülakat soruları da bulunmaktadır. Başarı sınavlarında gösterdikleri başarıların yüksek ya da düşük seviyede olmasının altında yatan sebepler bu mülakat soruları sonunda elde edilen verilerle desteklenmiştir. Öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar bireysel olarak yürütülmüş ve ortalama 45 dakika sürmüştür. Mülakat süresince öğretmen adaylarının verdiği cevaplar ve yaptıkları açıklamalar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir.

Deney grubu ile yürütülen uygulamada tasarlanan öğrenme ortamından yansımalara daha derin bir bakış açısı sağlamak için dersler video kaydı altına alınmıştır. Deney grubundaki öğretmen adayları dörder kişilik gruplara ayrılarak, her bir grubun problem çözümlerindeki etkileşimlerin ayrıntılı olarak incelenmesi için her bir gruptaki problem çözümleri üzerine yapılan diyaloglar veri kaybı olmaması açısından farklı kameralarla kaydedilmiştir.

3. 6. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın verileri; öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde farklı yaklaşımları kullanma başarılarını belirlemek için araştırmacı tarafından geliştirilen FYKBÖT (Ek 1) ve FYKBST (Ek 2), öğrencilerin problem çözümlerindeki yaklaşım tercihlerini tespit etmek için kullanılan GBYTBÖT (Ek 3) ve GBYTBST (Ek 4), deney grubundan seçilen 6 öğretmen adayı ile yürütülen mülakatlar ve ders video kayıtlarından elde edilmiştir.

3. 6. 1. Farklı Yaklaşım Kullanma Başarı Testi (FYKBT)

Öğretmen adaylarının geometri problemlerinin çözümünde kullandıkları AY, SY ve VY'deki başarı düzeylerini amaçlayan "Farklı Yaklaşım Kullanma Başarı Testi", öğrenme ortamının öncesinde ve sonrasında uygulanmak üzere FYKBÖT ve FYKBST olarak oluşturulmuştur. Bu sınavlarda kullanılan problemler, benzer konuları ve içerikleri kapsayacak şekilde birbirine paralel olarak hazırlanmıştır.

FYKBÖT ve FYKBST hazırlanırken çeşitli yerli ve yabancı kaynaklardan faydalanılmıştır (Aydın, Biberoğlu ve Camus, 2011; French, 2004; Kisacanin, 2002; MEB, 2011, Ok, 2013). Bu testlerin kapsam geçerliğinin sağlatılması için yapılan çalışmalar uzman görüşüne başvurma, problem ifadelerinin anlaşılabilirliğini sağlama ve tasarlanan öğrenme ortamındaki konu ağırlıkları ile testlerdeki problemlerin dahil olduğu konuların ağırlıklarının benzer olacak şekilde hazırlamadır. Bu testlerde kullanılan problemler alanında uzman iki araştırmacı ile değerlendirilmiştir. Uzmanlar matematik eğitimi alanında doktora unvanına sahiptir. Uzmanlar ile uzman incelemesi yöntemi kapsamında değerlendirme toplantıları yapılmıştır. Bu toplantılarda araştırmacı tarafından çalışmanın amacı ve geliştirilecek başarı sınavının amacı uzmanlara sözel olarak ifade edilmiştir. FYKBÖT ve FYKBST için seçilen problemler ve çözümleri yazılı olarak uzmanlara sunulmuş ve problemleri yapısal ve içerik bakımından değerlendirmeleri istenmiştir. Uzmanlar, gerekli incelemeleri yaptıktan sonra soruları varsa araştırmacıya sormuş ve bu veri toplama aracı ile ilgili uygunluğa ilişkin geri bildirimleri vermişlerdir. Verilen geri bildirimlerden birisi problemlerin ifadelerinde kullanılan şekillere yöneliktir. Verilen şekillerin sentetik geometride kullanılan özellikleri içermesi sebebiyle bu durumun, öğrencilerde sadece SY ile çözüm yapma eğilimi oluşturacağı düşünülmüştür. Bu sebeple, şekil kullanılan problemlerin tamamı sözel ifadelere dönüştürülüp olası önyargıların oluşmasının önüne geçilmiştir. Problemler için yapılan uzman değerlendirmelerine daha ayrıntılı bakılmak istenirse FYKBÖT ve FYKBST için hazırlanan problemlerden iki tanesinin çıkarılarak asıl çalışmada kullanılmamasına karar verilmiştir. Bu sorulardan ilki

“Doğrusal olmayan üç noktadan bir düzlem geçtiğini gösteriniz.” dir. Bu sorunun bir problem yapısından çok bir aksiyom olarak kabul edildiği üzerinde fikir birliğine varılması ve bu sebeple sorunun AY, SY ve VY ile çözümlerin yapılması olarak belirlenen araştırmanın amacına hizmet edecek şekilde bir yapıya sahip olmadığı düşünülmüştür. Bu sebeple ilgili sorunun asıl çalışmada kullanılmamasına karar verilmiştir. İkinci soru “ABCD karesinin bir kenarının uzunluğu 2 br’dir. E noktası, $|\mathrm{BC}|$ kenarının orta noktası ve $|\mathrm{AE}|$ ile $|\mathrm{BD}|$ doğru parçaları F noktasında kesişmektedir. BFE üçgeninin alanının, FAD üçgeninin alanına oranını bulunuz.” şeklindedir. Bu problemin AY, SY ve VY aracılığı ile çözülmesi istenmiş fakat yapılan analiz sonucunda bu probleme hiçbir öğretmen adayının cevap vermediği, dolayısıyla bu problemden veri elde edilemediği tespit edilmiştir. Bu sebeple problemin asıl çalışmada kullanılması uygun bulunmamıştır. Diğer yandan öğretmen adaylarının uygulanan başarı testlerindeki problemlerden bazılarının ifadelerini anlamada zorluk çektikleri ve bu zorluğun sorudaki gösterimlerden kaynaklandığı öğretmen adaylarından alınan dönütler doğrultusunda tespit edilmiştir. Bu sebeple bu problemlerin ifadelerinde düzenlemeler yapılarak asıl çalışmada kullanılacak olan başarı testleri son halini almıştır. FYKBÖT ve FYKBST için alınan bu uzman görüşleri ile bu veri toplama aracının kapsam geçerliği sağlanmış olmaktadır.

Toplamda 8 problem bu kapsamda incelenmiş ve çalışmanın amacına uygun olacak nitelikte olduğuna uzmanlarca karar verilen 6 problemin FYKBÖT ve FYKBST için kullanılmasına karar verilmiştir. Bu problemlerden üç tanesi FYKBÖT için kullanılırken, kalan üç tanesi FYKBST için kullanılmıştır. Bu altı problem arasından ön test ve son test için yapılan problem seçimlerinde, problemlerin benzer konulara ait olma ve benzer özellikleri ölçme durumları göz önünde bulundurulmuştur. FYKBÖT ve FYKBST hazırlanırken kullanılacak problemlerin konulara göre dağılımı esnasında geometri dersindeki konu dağılımı göz önünde bulundurulmuştur. Bu dağılıma bakıldığında üçgenler ve dörtgenler konuları daha fazla oranda yer alırken çember ve daire konusu daha az oranda bulunmaktadır. Bu sebeple hazırlanan sorulardan iki tanesi üçgenler konusu ile ilgili olup, dört tanesi dörtgenler ile ilgilidir. FYKBÖT ve FYKBST kapsamında kullanılan problemlerin içerikleri ve her bir yaklaşım ile yapılan çözümde kullanılan kavramlar Tablo 2’de verilmektedir.

Tablo 2. FYKBÖT ve FYKBST'deki Problemlerin AY, SY ve VY ile Yapılan Çözümlerinde Kullanılan Özellikler

		Yaklaşımlarda çözüm için kullanılan özellikler		
		AY	SY	VY
FYKBÖT	P1: Üçgenler	Eğim, iki nokta arasındaki uzaklık	Üçgenlerde benzerlik, Temel Orantı Teoremi	Vektörlerin toplamı
	P2: Dörtgenler	Orta nokta	Benzerlik teoremleri	Yer (konum) vektörü, eş vektörler
	P3: Dörtgenler	İki noktası bilinen doğrunun eğimi	Pisagor teoremi	Vektörlerin toplamı ve iç çarpım
FYKBST	P1: Üçgenler	İki nokta arasındaki uzaklık	Benzerlik teoremleri	Vektörlerin toplamı, bir vektörün uzunluğu
	P2:Dörtgenler	İki nokta arasındaki uzaklık, eğim	Üçgenin iç açılarının toplamı	İç çarpım
	P3: Dörtgenler	İki nokta arasındaki uzaklık, orta nokta	Benzerlik teoremleri	Vektörlerin toplamı

FYKBÖT'de kullanılan problemlerin her biri için hangi konuya dahil olduğu, kullanılan yaklaşımların hr birinde hangi ön bilgileri gerektirdiği gibi bilgiler Tablo 3'te ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 3. FYKBÖT'deki Problemlerin İçerikleri

Problem	Yaklaşım	İçerik
FYKBÖT 1. problem	AY	Bu problem, üçgenler konusu ile ilgili bir problem olup bu problemde kenarların paralelliği ve kenarlar arasındaki oranın bulunmasının istenmiştir. AY ile yapılacak çözümünde kenarların paralelliğini göstermek için eğimlerin eşitliğinden, kenarlar arasındaki oranları bulmak için de iki nokta arasındaki uzaktan faydalanmayı gerektiren bir problemdir.
	SY	SY ile yapılacak çözümünde üçgenlerdeki benzerliğin kullanılması gereken bir problemdir.
	VY	VY ile yapılacak çözümünde vektörlerin toplamı ve vektörlerin paralelliği için skaler çarpım özelliğin kullanılması gereken bir problemdir.
FYKBÖT 2. problem	AY	Bu problem, paralelkenar konusuna ait olup problemde verilen özelliklerden yola çıkılarak paralelkenar özelliklerinin bulunması istenmektedir. AY ile yapılan çözümde noktaların koordinatlarını belirleme ve iki noktanın orta noktasını bulma durumlarından yararlanılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözümde Kenar-Açı-Kenar benzerlik teoremi kullanılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde yer (konum) vektörü, vektörlerde uç uca ekleme yöntemi ve vektörlerin eşitliği kavramlarının uygulama alanı bulunmaktadır.
FYKBÖT 3. problem	AY	Bu problem dörtgenler konusundan seçilen bir problemdir. Verilen bir karede kenarlar üzerinde belli bir uzunluktaki doğru parçalarını oluşturacak noktalar alınmıştır. Bu noktaların karşılıklı olarak birleştirilmesi sonucu oluşan doğru parçalarının birbirlerine dik olduklarının gösterilmesi istenmektedir. Bu problemin AY ile çözümünde analitik düzlemde oluşturulan kare üzerindeki doğru parçalarının uç noktaları belirlendikten sonra bu noktaları kullanarak bu doğru parçalarının eğimlerinin bulunması gerekmektedir. Daha sonra iki doğru parçasının birbirine dik olduğunu gösterirken eğimleri çarpımının -1 olması kullanılmalı ve sonuca ulaşılmalıdır.

Tablo 3'ün devamı

FYKBÖT 3. problem	SY	SY ile yapılan çözümde Pisagor teoremi kullanılarak problemde dik olduklarının gösterilmesi istenen doğru parçalarını köşegen kabul eden bir yeni karenin varlığı gösterilmiştir. Oluşan yeni karede köşegenler dik kesişeceğinden çözüm tamamlanacaktır.
	VY	VY ile yapılan çözümde vektörlerin toplamı şeklinde ifade edilen doğru parçalarının iç çarpımının sıfır olduğu gösterilmelidir.

FYKBST'de kullanılan problemlerin her biri için hangi konuya dahil olduğu, kullanılan yaklaşımların hr birinde hangi ön bilgileri gerektirdiği gibi bilgiler Tablo 4'te ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 4. FYKBST'deki Problemlerin İçerikleri

Problem	Yaklaşım	İçerik
FYKBST 1. problem	AY	Üçgenler konusundan seçilen bir problem olup dik üçgenin hipotenüsü ve bu hipotenüse ait kenarortay arasındaki ilişkinin bulunması istenmektedir. AY ile yapılacak çözümde iki nokta arasındaki uzaklık kavramı kullanılmıştır.
	SY	Bu problemin SY ile yapılan çözümü için benzerlik teoremlerinden faydalanılması gerekmektedir.
	VY	Çözümde VY kullanılırken vektörlerin toplamı ve bir vektörün uzunluğu özellikleri kullanılmaktadır.
FYKBST 2. problem	AY	Bu problem dörtgenler konusuna ait bir problem olup, problemde eşkenar dörtgene ait kenarortayların özelliklerinin bulunması istenmektedir. Bu problem AY ile çözümünde iki nokta arasındaki uzaklık ve eğim kullanılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözümde bir üçgenin iç açılarının toplamı kullanılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözüm için vektörlerde iç çarpım kullanılmıştır.
FYKBST 3. problem	AY	Bu problem dörtgenler konusu içinde yer almaktadır. Problemde yamuğun alt, üst ve orta tabanı arasındaki ilişkinin bulunması istenmektedir. AY ile yapılan çözümde orta nokta ve iki nokta arasındaki uzaklık kullanılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözüm için benzerlik teoremi kullanılmıştır.
	VY	VY için vektörlerin toplamı kavramı kullanılmıştır.

Pilot çalışmada öğretmen adaylarına bu testlerin her birini tamamlamaları için 80 dakika verilmiştir. Testler için verilen sürenin pilot çalışma esnasında yapılan gözlemler, öğrencilerin dönütleri ve dersi yürüten öğretim elemanının da görüşleri doğrultusunda yetersiz olduğu tespit edilmiş ve bu testler için verilen sürenin asıl çalışma esnasında uzatılmasına karar verilmiştir. FYKBÖT ve FYKBST'yi cevaplamaları için öğretmen adaylarına toplam 100 dakika verilmiştir.

3. 6. 2. Geometri Başarı ve Yaklaşım Tercihlerini Belirleme Testi (GBYTBT)

Öğretmen adaylarının geometri başarılarını ve problem çözümlerinde hangi yaklaşımları kullanmayı tercih ettiklerini belirlemeyi amaçlayan GBYTBT, öğrenme ortamının öncesinde ve sonrasında uygulanmak üzere GBYTBÖT ve GBYTBST olarak oluşturulmuştur. Bu testlerdeki sorular birbirlerine paralel olacak şekilde aynı konulardan seçilmiştir.

Bu testler oluşturulmadan önce çeşitli kaynaklardan (Aydın, Biberoğlu ve Camus, 2011; French, 2004; Kisacanin, 2002; MEB, 2011, Ok, 2013) geometri problemlerinin AY, SY veya VY ile yapılmış çözümleri incelenmiştir. Bu kaynaklarda herhangi bir geometri probleminin hem AY hem SY hem de VY ile yapılan çözümüne rastlanmamıştır. Bu sebeple araştırmacı, GBYTBÖT ve GBYTBST için seçtiği geometri problemlerinin çözümlerini her üç yaklaşım aracılığı ile yapmıştır. Yapılan çözümler alanında uzman iki öğretim elemanı tarafından incelenmiştir. Uzmanlar ile ayrı ayrı zamanlarda yapılan değerlendirme toplantılarında araştırmacı, hazırladığı 15 adet problem çözümünü uzmanlara yazılı olarak sunmuştur. Bu değerlendirme toplantıları sırasında araştırmacı çalışmanın amacını sözel olarak sunmuş ve seçilen geometri problemlerinin ve çözümlerinin hangi amaçlar doğrultusunda kullanılacağını da uzmanlara belirtmiştir. Uzmanlar, eğer veri toplama aracı ile ilgili soruları varsa araştırmacıya sormuşlardır. Böylece GBYTBÖT ve GBYTBST için değerlendirme aşaması başlamıştır. FYKBÖT ve FYKBST geliştirilirken yürütülen süreç GBYTBÖT ve GBYTBST için de yürütülmüştür. Böylelikle bu 15 geometri probleminin arasından dersteki konu dağılımı göz önünde tutularak 6 tane ön test için, 6 tane son test için problem seçilmiştir. GBYTBÖT'de kullanılan problemlerin iki tanesi üçgenler konusuna, üç tanesi dörtgenler konusuna, bir tanesi ise çemberler konusuna aittir. GBYTBST'de kullanılan problemlerin konulara göre dağılımı ve sayısı ön test ile aynı özelliktedir.

GBYTBÖT ve GBYTBST kapsamında kullanılan problemlerin her bir yaklaşım ile yapılan çözümde kullanılan kavramlar aşağıdaki tabloda verilmektedir.

Tablo 5. GBYTBT'deki Problemlerin AY, SY ve VY ile Yapılan Çözümlerinde Kullanılan Özellikler

		Yaklaşımlarda Çözüm İçin Kullanılan Özellikler		
		AY	SY	VY
GBYTBÖT	P1: Üçgenler	Orta nokta, bir doğru parçasını belli oranda bölen nokta	Temel Orantı Teoreminin karşıtı, üçgenlerde benzerlik	Yer (konum) vektörü, lineer bağımsız vektörler
GBYTBÖT	P2: Üçgenler	İki nokta arasındaki uzaklık	Üçgenlerde benzerlik	İç çarpım
GBYTBÖT	P3: Dörtgenler	Bir doğru parçasını belli oranda bölen nokta, eğim	Temel Orantı Teoremi	Vektörlerin toplamı, eş vektörler

Tablo 5'in devamı

GBYTBÖT	P4: Dörtgenler	İki noktadan geçen doğru denklemi, bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta	Üçgenlerde benzerlik	Vektörlerin toplamı, bir vektörün skaler katı
	P5: Dörtgenler	Determinant	Üçgenlerin alanı	İç çarpım
	P6: Çemberler	İki nokta arasındaki uzaklık	Pisagor teoremi	Vektörlerin toplamı, iç çarpım
GBYTBST	P1: Üçgenler	Orta nokta, iki nokta arasındaki uzaklık	Temel Orantı Teoremi, benzerlik teoremleri,	Vektörlerin toplamı, eş vektörler
	P2: Üçgenler	İki nokta arasındaki uzaklık, eğim	Üçgenin çevrel çemberi	Dik vektörler, iç çarpım
	P3: Dörtgenler	İki nokta arasındaki uzaklık, orta nokta	Kenarortay teoremi	Bir vektörün uzunluğu, iç çarpım
GBYTBST	P4: Dörtgenler	İki noktadan geçen doğru denklemi, bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta	Eş açılar, benzerlik teoremleri	Vektörlerin toplamı, bir vektörün skaler katı, vektörlerin lineer bağımsızlığı
	P5: Dörtgenler	Orta nokta, iki nokta arasındaki uzaklık	Benzerlik teoremi, ikizkenar dik üçgenin özellikleri	Vektörlerin toplamı
	P6: Çemberler	Çember denklemi, eğim	Merkez açıyı gören yay ölçüsü	Vektörlerin dikliği, iç çarpım

GBYTBÖT'de kullanılan problemlerin her biri için hangi konuya dahil olduğu, kullanılan yaklaşımların her birinde hangi ön bilgileri gerektirdiği gibi bilgiler Tablo 6'da ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 6. GBFYKBÖT'deki Problemlerin İçerikleri

Problem	Yaklaşım	İçerik
GBYTBÖT 1. problem	AY	Birinci problem, bir üçgende kenarortayların bir noktada kesişmesi ve bu noktanın kenarortayı bölme oranı ile ilgilidir. AY ile yapılan çözümde kenarortayları oluşturmak için kenarlar üzerinde alınan noktaları belirlerken orta nokta tanımından faydalanılmıştır. Bu problemin çözümü için bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta tanımı kullanılan bir diğer özelliktir.
	SY	SY ile yapılan çözümde Temel Orantı Teoreminin karşıtı ve üçgenlerde benzerlik özelliklerinden faydalanılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde konum vektörleri kullanılarak üçgen dışında alınan herhangi bir O noktası aracılığı ile vektörlerin toplamları oluşturulmuş ve çözüm için gerekli olan vektörler arasında lineer bağımsızlık durumları incelenmiştir.
GBYTBÖT 2. problem	AY	Bu problemde bir dik üçgenin kenarları ve hipotenüsü arasındaki bağıntının bulunması istenmiştir. AY kullanılarak yapılan çözümde iki nokta arasındaki uzaklıklar kullanılarak kenar uzunlukları belirlenmiş ve bunlar aracılığı ile dik üçgenin kenarları arasındaki bağıntı bulunmuştur.
	SY	SY ile yapılan çözümde bir dik üçgende hipotenüse indirilen bir dikmenin sağladığı özellik ve benzerlik teoremleri kullanılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde ise vektörlerdeki iç çarpım tanımından faydalanılmıştır.
GBYTBÖT 3. problem	AY	Bu problemde verilen bir dörtgenin kenarlarını belli oranlarda bölen noktaların birleştirilmesi ile oluşan şeklin bir paralelkenar olduğunun gösterilmesi istenmektedir. AY ile yapılan çözümde bir doğru parçasını belli oranda bölen nokta tanımı ve kenarların paralelliğini göstermek için eğimden faydalanılmıştır.

Tablo 6'nın devamı

GBYTBÖT 3. problem	SY	SY ile yapılan çözümde TOT'den faydalanılarak çözüm yapılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde vektörlerin toplamları aracılığı ile kenarlar temsil edilmiş ve oluşturulan yeni vektörlerin eşitliği kullanılmıştır.
GBYTBÖT 4. problem	AY	Dördüncü problem bir dörtgen problemi olup kenarlar arasındaki bölme oranlarının bulunması istenmektedir. AY ile bu problem çözülürken iki noktadan geçen doğru denklemleri ve bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta tanımı kullanılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözümde şekilde eş açılar belirlenerek benzer üçgenler oluşturulmuş ve benzerlik teoremleri kullanılmıştır.
	VY	VY'nin kullanıldığı çözümde vektörlerin toplamı ve bir vektörün skaler katı kullanılmıştır.
GBYTBÖT 5. problem	AY	Dörtgenlerin alanını bulma ile ilgili bir problemdir. AY ile yapılan çözümde determinanttan faydalanılarak noktaların koordinatları verilen bir üçgenin alanı bulunmuş ve iki üçgen alanının toplamından dörtgenin alanına ulaşılmıştır.
	SY	SY kullanılarak yapılan çözümde üçgenlerin alan bağıntısı kullanılmıştır.
	VY	VY'nin kullanıldığı çözümde ise iç çarpımdan faydalanılmıştır.
GBYTBÖT 6. problem	AY	YTBS ön-sınav altıncı problem: Çemberde dış teğet uzunlukları ile ilgili bir problemdir. AY ile yapılan çözümde iki nokta arasındaki uzaklık kullanılarak teğet uzunluklarının eşit olduğu gösterilmiştir.
	SY	SY ile yapılan çözümde Pisagor teoremi kullanılarak sonuca ulaşılmıştır.
	VY	VY'nin kullanıldığı çözümde ise çemberlerin merkezlerini birleştiren vektör belirlendikten sonra bu vektör, vektörlerin toplamları aracılığı ile gösterilmiş ve sonrasında iç çarpım kullanılarak çözüm tamamlanmıştır.

GBYTBST'de kullanılan problemlerin her biri için hangi konuya dahil olduğu, kullanılan yaklaşımların hr birinde hangi ön bilgileri gerektirdiği gibi bilgiler Tablo 7'de ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 7. GBFYKBST'deki Problemlerin İçerikleri

Problem	Yaklaşım	İçerik
GBYTBST 1. problem	AY	Üçgenler konusu ile ilgili bir problemdir. AY ile yapılan çözümde orta nokta ve iki nokta arasındaki uzaklık tanımları kullanılmıştır.
	SY	SY kullanılarak yapılan çözümde Temel Orantı Teoremi ve üçgenlerde benzerlik teoremlerinden faydalanılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde vektörlerin toplamı aracılığı ile kenarlar oluşturularak vektörlerin eşitliğinden faydalanılmıştır.
GBYTBST 2. problem	AY	Bu problem üçgenler konusuna ait bir problemdir. AY ile yapılan çözümde iki nokta arasındaki uzaklık ve eğimden faydalanılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözümde üçgene ait çevrel çemberin özellikleri kullanılmıştır.
	VY	VY kullanılarak yapılan çözümde vektörlerin dikliği ve iç çarpım tanımlarından faydalanılmıştır.
GBYTBST 3. problem	AY	Bu problem dörtgenler konusu ile ilgilidir. AY kullanılarak yapılan çözümde iki nokta arasındaki uzaklık ve orta nokta tanımları kullanılarak çözüm yapılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözümde üçgenlerdeki kenarortay teoremi kullanılarak çözüm tamamlanmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde vektörlerin uzunlukları ve iç çarpım kullanılmıştır.
GBYTBST 4. problem	AY	Dörtgenler konusu kapsamında alınan bir problemdir. Bu problemin çözümünde kullanılan AY'de iki noktadan geçen doğru denklemi ve bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta tanımları kullanılmıştır.

Tablo 7'nin devamı

GBYTBST 4. problem	SY	SY ile yapılan çözümde oluşan üçgenlerde eş açılar belirlenerek benzerlik teoremlerinden faydalanılmıştır.
	VY	VY'nin kullanıldığı çözümde vektörlerin toplamı, bir vektörün skaler katı ve vektörlerin lineer bağımsızlığı kullanılmıştır.
GBYTBST 5. problem	AY	Bu problem, yamuk konusu ile ilgili bir problemdir. AY ile yapılan çözümde orta nokta tanımı ve iki nota arasındaki uzaklık formülü kullanılmıştır.
	SY	SY'nin kullanıldığı çözümde Açı-Açı-Açı benzerlik teoremi ve dik üçgenin özellikleri kullanılarak sonuca ulaşılmıştır.
	VY	VY ile yapılan çözümde ise vektörel toplamdan faydalanılmıştır.
GBYTBST 6. problem	AY	Bu problem, çember konusu ile ilgili bir problemdir. Problem çözümünde kullanılan AY'de çember denklemi ve eğimden faydalanılmıştır.
	SY	SY ile yapılan çözümde merkez açıyı gören yay uzunluğu kullanılmıştır.
	VY	VY'nin kullanıldığı çözümde vektörlerin dikliği ve iç çarpım kullanılmıştır.

Öğretmen adaylarına testlerin her birini tamamlamaları için 80 dakika süre verilmiştir.

Öğretmen adayları geometri problemleri için yaptıkları çözümlerde tercih ettikleri yaklaşımlara göre katılımcı kategorileri oluşturulmuştur. Bu kategoriler bulgular kısmında ayrıntı olarak verilmiştir.

3. 6. 3. Mülakatlar

Mülakat, katılımcıların düşüncelerini derinlemesine irdelemek ve istenilen konudaki bilgilerini ortaya çıkarmak için karşılıklı yürütülen görüşmeler olarak tanımlanmaktadır (Zazkis ve Hazzan, 1999). Matematik eğitiminde mülakatların amacı, öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını veya becerilerini karakterize etmek ve belirli bir öğretimin etkililiğini araştırmak gelişim sürecini daha iyi anlamak ve problem çözme davranışlarını araştırmaktır. Özellikle eğitim açısından oldukça karışık süreç olarak tanımlanan problem çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı inceleme ve araştırma mülakatlarla olmaktadır (Karataş ve Güven, 2003).

Yürütülen çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini incelemek için, FYKBT ve GBYTBT geometri problemleri için yaptıkları çözümler sırasında öğretmen adaylarının düşüncelerinin ortaya konulması gerekmekteydi. Bu doğrultuda öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar için hazırlanan sorular çözülen problemlerde yaşanan çözüm süreçlerini ortaya çıkarmaya yöneliktir. Bu amaç altında yürütülen mülakatlarda öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşımları tercih sebepleri, tercih öncelikleri, yaklaşımlarda karşılaşılan zorluklar ve her bir yaklaşımda çözüme gitmelerini engelleyen durumlar belirlenmeye çalışılmıştır.

Mülakatlar için seçilen öğretmen adayları FYKBT ve GBYTBT alınan puanlar doğrultusunda farklı başarı seviyelerini temsil edecek şekilde seçilmiştir. Başarı sınavları sonucu alınan puanlara göre öğretmen adayları; yüksek, orta ve düşük seviye olarak üç gruba ayrılmıştır. Her bir gruptan gönüllülük esası göz önünde tutularak seçilen ikişer öğretmen adayından veriler elde edilmiştir.

Mülakatlar, öğretmen adaylarının başarı sınavlarında yapmış oldukları çözümler üzerinden yürütülmüştür. Bunun sebebi öğretmen adaylarının AY, SY ve VY kullanarak yürüttükleri problem çözme süreçlerini ayrıntılı olarak inceleyebilmektir. Mülakatlar sırasında öğretmen adaylarına “Problem çözümünde tercih ettiğin yaklaşımları kullanma sebebin nedir?”, “Problem çözümünde seçmiş olduğun yaklaşımın bu problem için en uygun yaklaşım olduğunu nasıl belirledin?”, “Problem çözümlerinde kullandığın yaklaşımların her biri için karşılaştığın güçlükler nelerdir?”, “Niçin problem çözümünde kullandığın yaklaşımı değiştirme gereği duydun?” gibi sorular yöneltilmiştir. Her bir öğretmen adayına mülakatlar sırasında yapacakları yeni çözümlere imkan sağlamak adına kağıt ve kalem verilmiştir. Verilen cevaplar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve mülakatlar yaklaşık 45 dakika sürmüştür.

3. 6. 4. Video Kayıtları

Gözlem, nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan bir veri toplama yöntemidir. En önemli özelliği araştırmacıya, veriye ilk elden ulaşma imkanı sağlamasıdır. Gözlem, herhangi bir ortamda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Gözlem ile elde edilen verileri daha ayrıntılı hale getirmek, gözlenen ortamda oluşan davranışları daha derinlemesine ve defalarca inceleyebilmek ve not almanın yarattığı sınırlılıkları ortadan kaldırmak amacıyla, çeşitli yöntemlerle gözlemlerin kaydedilmesi mümkündür. Bu yöntemlerden biri de video kayıt cihazlarının kullanılmasıdır. Videoya çekilen görüntülerin defalarca izlenmesi ve ortamda yer alan olayların, süreçlerin tanımlanması mümkündür.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki davranışlarını ayrıntılı olarak inceleyebilmek adına tasarlanan öğrenme ortamı, 10 hafta boyunca video kayıt cihazları ile kaydedilmiştir. Video kayıtları aracılığı ile çalışma kapsamında öğretmen adaylarının yürütmüş oldukları problem çözümlerinde AY, SY ve VY’yi kullanma yeterlikleri, bir problem için en uygun yaklaşımı seçebilme, yaklaşımların birbirlerine göre avantajlarını belirleme gibi durumların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının tasarlanan öğrenme ortamında yürüttükleri problem çözme süreçlerinde AY, SY ve VY’yi kullanma durumlarına yönelik ayrıntılı süreç bilgileri elde etmek adına öncelikle öğretmen adayları, kendi seçimleri doğrultusunda dörder kişilik gruplar oluşturmuşlardır. Öğrenme ortamında her üç yaklaşım ile çözülebilen problemler öğretmenlere sorulduğunda öncelikle her bir öğretmen adayının çözümü kendi başına yapması istenmiştir. Yapılan çözümlerin daha sonra grup içinde etkileşime girilerek tartışılması ve nihayi çözüme ulaşılması sağlanmıştır. Daha sonra tahtada çözümü öğretmen adayları tarafından yapılan problemler sınıfın tamamı tarafından çeşitli değişkenler açısından tartışılmıştır. Yürütülen bu süreçte hem öğretmen adayının bireysel çözümünde yürüttüğü adımları takip etmek, hem her bir grup içinde problem çözümlerinde kullanılan yaklaşımlar üzerine yürütülen tartışma ortamının ayrıntılarını incelemek ve hem de sınıfın tamamında çözümler üzerine oluşturulan etkileşimin ayrıntılarını ortaya çıkarmak adına her bir grupta yürütülen çalışmalar video kayıt cihazları ile kaydedilmiştir. Bunun yanı sıra sınıfın tamamı ile yürütülen tartışma ortamını kaydetmek için de ayrı bir video kayıt cihazı kullanılmıştır.

3. 7. Verilerin Analizi

Bu bölümde veri toplama araçları ile elde edilen verilerin analiz edilme süreçleri sunulmuştur. Çalışma kapsamında kullanılan veri toplama araçları; FYKBT, GBYTBT, “Mülakat” ve “Video Kaydı” dır. Her bir veri toplama aracına ait analiz süreci alt başlıklar halinde verilmiştir.

3. 7. 1. FYKBT’den Elde Edilen Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözülebilen geometri problemlerinde kullanılan her bir yaklaşıma yönelik başarılarını incelemek amacıyla uygulama öncesinde ve sonrasında FYKBÖT ve FYKBST uygulanmıştır. Verilen geometri problemlerinin AY, SY ve VY ile çözülmesi istenilen testte öğretmen adaylarının her bir problem için üç yaklaşımda da göstermiş oldukları yeterlik düzeylerini tespit etmek için Malone vd. (1980) tarafından geliştirilen puanlama anahtarı çalışmanın amacı doğrultusunda revize edilerek son halini almıştır. Bu puanlama anahtarının kullanılmasının nedeni, anahtarın puanlama seviyelerindeki ölçütler incelendiğinde yürütülen çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde geçmiş oldukları adımlara en yakın özellikte bulunmasıdır. Malone vd. (1980) tarafından geliştirilen puanlama anahtarının ölçütleri 5 kısımdan oluşmaktadır. Bu ölçütlerden ilki 0-puan olarak adlandırılmıştır. Bu ölçüt “0-puan: Öğrenci, çözüm için hiçbir şey yazamamış ya da anlamsız çıkarımlarda bulunmuştur.” şeklinde ifade edilmiştir. Bu ölçütte ifade edilen çözümü boş bırakma ile anlamsız çıkarımlarda bulunma durumları denk olarak kabul edilmiştir. Fakat bu durumun birbirinden ayrılması gerekliliği yürütülen çalışmada ortaya çıkmıştır. Çünkü öğretmen adaylarının yaklaşımlarda yapmış oldukları hataları daha iyi analiz edebilmek adına bu ölçüt iki kısma ayrılmıştır. Bunlardan ilki yine 0-puan olarak adlandırılmış ve “0-puan:

Katılımcı, sadece problemde verilenleri veya problemde çözüme katkı sağlamayan ifadeleri yazmıştır." şeklinde ve ikincisi ise "Boş (B): Katılımcı çözüme dair bir şey yazmamıştır." şeklinde betimlenmiştir. Böylelikle puanlama anahtarının ilk ölçütü çalışmanın amacı doğrultusunda revize edilmiştir. Kullanılan puanlama anahtarındaki ikinci ölçüt "1-puan: Öğrenci, en az bir geçerli çıkarım ile probleme yaklaşmıştır." şeklindedir. Bu ölçütteki ifade incelendiğinde çalışma kapsamında yapılan problem çözümlerinde de benzer durumların ortaya çıktığı görülmüştür. Yani öğretmen adaylarından çözümlerinde sonuca ulaşmak için en az bir gerekli ve geçerli ifade yazanlar ve bunun gerekçesini verenler bulunmaktadır. Burada problem çözme sürecini daha iyi analiz edebilmek adına yazılan ifadelerden çok verilen gerekçelerin önemli olduğu düşüncesi ortaya çıkmıştır. Bu nedenle 1-puan ölçütü revize edilerek "1-puan: Katılımcı, problemin çözümü için en az bir tane gerekli ve geçerli ifade yazmış ve bunun gerekçelerini vermiştir." şeklinde son halini almıştır. Literatürden alınan puanlama anahtarının üçüncü ölçütü "2-puan: Öğrenci, uygun akıl yürütme zincirini kullanarak akla uygun çözüm basamaklarını yapmış fakat yapmış olduğu hatalar ve yanlış yorumlar nedeniyle çözümü tamamlayamamıştır." şeklinde belirlenmiştir. Bu ölçütte betimlenen özelliklerin yürütülen çalışma esnasında yaşanan problem çözme süreçlerinde de karşılaşılan durumlar olduğu tespit edilmiştir. Örneğin; bir öğetmen adayı, kenarların paralelliğinin gösterilmesi istenen bir problemde çözüme eğimden gitmesi gerektiğini ifade ettiği halde koordinat düzlemine yerleştirdiği şeklin köşelerinin koordinatlarını yanlış belirlediğinden çözümü tamamlayamamıştır. Bunun gibi örneklerle çalışma kapsamında karşılaşıldığından bu ölçütün "2-puan: Katılımcı, uygun akıl yürütme zinciri kullanarak problem çözümünde bazı basamakları doğru tamamlamış fakat daha önceki adımlarda kullandığı hatalı ifadeler sebebiyle çözümü tamamlayamamıştır." şeklinde kullanılmasına karar verilmiştir. Puanlama anahtarındaki dördüncü ölçüt "3-puan: Öğrenci, problemi neredeyse çözmüş fakat gösterimde, ifadelerde veya teoremlerin adlarında hata yapmıştır." şeklinde ifade edilmiştir. Bu ölçütte betimlenen durumların yürütülen çalışmadaki problem çözme süreçlerinde de sıkça yaşandığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının SY ile yaptıkları çözümlerde özellikle eşlik ve benzerlik teoremlerini kullandıkları durumlarda bu teoremlerin isimleri kısmında hata yaptıkları görülmektedir. Diğer yandan bazı öğretmen adaylarının bir kenarın veya doğru parçasının gösterimi sırasında da hataya düştükleri durumların olduğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle bu ölçütün ifadesi yürütülen çalışma kapsamında geçilen problem çözme sürecindeki basamaklardaki durumları taşıdığı için bu ölçüt "3-puan: Katılımcı, problem çözüm basamaklarını neredeyse doğru olarak tamamlamış fakat çözüm sırasında kullandığı gösterimler, sözcükler veya teoremlerin isimleri kısmında hatalar yapmıştır." şeklinde kullanılmıştır.

Son olarak puanlama anahtarında beşinci ölçüt “4-puan: Öğrenci, geçerli çözümü vermiştir.” olarak ifade edilmiştir. Bu çalışmada da problem çözme sürecindeki en üst seviyedeki perfromans göstergesi problemin çözüm basamaklarının eksiksiz olarak tamamlanmasıdır. Bu nedenle bu ölçütün de çalışma kapsamında “4-puan: Katılımcı, istenen tüm çözüm basamaklarını tamamlamıştır.” şeklinde kullanılmasına karar verilmiştir. Sonuçta bu çalışmadaki problem çözme süreci için literatürden alınıp revize edilerek son halini alan puanlama anahtarı aşağıda verilmiştir.

Problem Çözüm Süreci için Puanlama Anahtarı:

Boş (B): Katılımcı çözüme dair bir şey yazmamıştır.

0-Puan: Katılımcı, sadece problemde verilenleri veya problemde çözüme katkı sağlamayan ifadeler yazmıştır.

1-Puan: Katılımcı, problemin çözümü için en az bir tane gerekli ve geçerli ifade yazmış ve bunun gerekçelerini vermiştir.

2-Puan: Katılımcı, uygun akıl yürütme zinciri kullanarak problem çözümünde bazı basamakları doğru tamamlamış fakat daha önceki adımlarda kullandığı hatalı ifadeler sebebiyle çözümü tamamlayamamıştır.

3-Puan: Katılımcı, problem çözüm basamaklarını neredeyse doğru olarak tamamlamış fakat çözüm sırasında kullandığı gösterimler, sözcükler veya teoremlerin isimleri kısmında hatalar yapmıştır.

4-Puan: Katılımcı, istenen tüm çözüm basamaklarını tamamlamıştır.

Bu puanlamada öğretmen adaylarının bir problemdeki her bir yaklaşımla yapılan çözüm sonucunda alacağı en düşük puan 0 iken, en yüksek puan 4’tür. Öğretmen adaylarının yaptıkları çözümlerden başarılı sayılmaları için ilgili problem çözümünden 4-puan almaları gerekmektedir. Bir problemin çözümünden alınan 0-puan, 1-puan, 2-puan ve 3-puanlar o çözümde başarısız olunduğunu göstermektedir. Bu puanlamanın daha anlaşılır olması için “Problem: Bir üçgene ait kenarortayların bir noktada kesiştiğini ve kesişim noktasının kenarortayları 2:1 oranında böldüğünü gösteriniz.” problemi için her bir ölçüt için yapılan çözümlerden örnekler aşağıda sunulmuştur.

0-puan: Verilen problem için yapmış olduğu AY ile çözümünde öğretmen adayı, herhangi bir üçgeni analitik düzleme yerleştirmiştir. Üçgenin köşelerinin koordinatlarını ve kenarların orta noktalarını belirlemiş ve sonrasında çözüme devam etmemiştir. Buradaki çözümde öğretmen adayı, problemde verilenleri yazmış olduğundan bu ölçüte dahil edilmiştir.

1-puan: Öğretmen adayı yapmış olduğu çözümde “0-puan”daki işlemlere ek olarak burada belirlemiş olduğu kenarların orta noktalarının koordinatlarını da yazmıştır. Bu koordinatları da orta nokta tanımından yaptığını ifade etmiştir. Yani çözüm için en gerekli olan üçgenin kenarlarının orta noktalarının koordinatlarını belrilemiş ve bunun gerekçesini yazmıştır. Bu nedenle yapılan çözüm bu ölçüt altında değerlendirilmiştir.

2-Puan: Bu ölçütte öğretmen adayı, koordinat düzleminde çizmiş olduğu üçgenin kenarlarını orta noktalarını belirlerken hata yapmıştır. Bu nedenle de çözümün devamında kenarortayların kesim noktası olarak kabul ettiği herhangi bir K noktasının her bir kenarortay için aynı koordinatlara sahip olduğunu göstermek istediğinde hata oluşmuştur. Bu nedenle problem çözümünün önceki basamaklarında yapmış olduğu hatadan dolayı çözüm tamamlanamamıştır.

3-Puan: Bu basamakta yapılan işlemlerde öğretmen adayı, daha önceki basamaklarda yapmış olduğu işlemleri büyük oranda doğru olarak tamamlamış fakat örneğin bir doğru parçasının gösteriminde hataya düşmüştür. Bu nedenle yapılan çözüm bu ölçüt altında değerlendirilmiştir.

4-Puan: Bu basamakta problem çözümünün bütün basamakları doğru olarak tamamlanmıştır.

Bu bağlamda revize edilen puanlama anahtarı kullanıldığında öğretmen adaylarının FYKBÖT ve FYKBST alacakları en yüksek puan 36 iken, en düşük puan 0'dır.

Öğretmen adaylarının geometri problemlerinde her bir yaklaşım ile yapmış oldukları çözümlerdeki yeterlik düzeyi, uygulanan iki ayrı sınav için belirlenmiş ve elde edilen bulgular tablolar halinde sunulmuştur. Ayrıca uygulama öncesi ve sonrasında uygulanan FYKBÖT ve FYKBST'deki öğretmen adaylarının başarı gelişimlerini irdelemek adına her iki sınav sonuçları bir tabloda karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Diğer yandan AY, SY ve VY'ye dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki gelişimi irdelemek üzere yapılan problem çözümlerinin uygulama öncesi ve sonrası şekilleri örnek olarak sunulmuştur.

Tasarlanan öğrenme ortamının Euclid geometrisi problemlerinde AY, SY ve VY'nin kullanma başarılarına olan etkisini ortaya çıkarmak adına deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının FYKBÖT ve FYKBST'den aldıkları ortalama puanları SPSS 21.0 programına aktarılarak bağımsız t-testi ve ki-kare testi yapılmıştır. Analiz öncesinde elde edilen verilerin, yapılacak analizlerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını test etmek amacıyla, önce bağımlı değişkenlerin her bir düzeyinde, her iki grup (deney, kontrol) dağılımlarının normal olup olmadığı (Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk testleri ile) incelenmiştir. Gözlem sayısı 50'den az olduğunda Shapiro-Wilk, fazla olduğunda ise Kolmogorov-Simirnov (Lilliefors) testi kullanılmaktadır (Coakes ve Steed, 1997; Tabachnick ve Fidell, 2000). Veri sayısı 41 olduğundan Shapiro-Wilk testi sonucu incelenmiş olup, uygulanan FYKBST'deki başarı puanları üzerinde uygulanan normallik testi sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 8. Deney ve Kontrol Grubunun FYKBST'deki Başarı Puanları Üzerinden Uygulanan Normallik Testi Sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	p	Statistic	df	p
Başarı Puanı (Deney)	,180	20	,088	,917	20	,086
Başarı Puanı (Kontrol)	,276	21	,091	,736	21	,071

Yapılan Shapiro-Wilk testi için elde edilen anlamlılık düzeyi ,05'den büyük olduğundan her iki grupta da başarı puanlarının normal dağılıma sahip olduğunu göstermiştir. Böylece bağımsız t-testi yapılarak farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde kullandıkları yaklaşımlarda gösterdikleri başarı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşup oluşturmadığı belirlenmeye çalışılmıştır.

3. 7. 2. GBYTBT'den Elde Edilen Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının AY, SY ve VY'ye dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında geometri problem çözümlerindeki genel geometri başarılarını ve yaklaşım tercihlerini belirlemek amacıyla uygulama öncesi ve sonrasında GBYTBÖT ve GBYTBST uygulanmıştır. Bu testlerde öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerindeki başarıları, tercih ettikleri yaklaşımlar ve bunların yeterlik düzeyi belirlenmeye çalışılmıştır. Uygulanan testlerdeki geometri problemleri, literatür kullanılarak revize edilen puanlama anahtarına göre puanlanmıştır. Bu bağlamda bir öğretmen adayı, GBYTBÖT ve GBYTBST'den en yüksek 24 puan, en düşük 0 puan alabilmektedir.

Öğretmen adaylarının AY, SY ve VY ile yaptıkları problem çözümlerindeki yaklaşım tercihlerini irdelemek adına uygulanan sınav sonucunda katılımcı kategorileri belirlenmiştir. Bu kategoriler, öğretmen adaylarının uygulanan sınavlarda kullandıkları yaklaşım ile ilişkilendirilmiştir. Katılımcı kategorilerine ilişkin tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 9. Kullandıkları Yaklaşımlara Göre Katılımcı Kategorileri

Kategori	Kullanılan Yaklaşım
Analitik (A)	Katılımcı, problem çözümünde analitik yaklaşımı kullanmıştır.
Sentetik (S)	Katılımcı, problem çözümünde sentetik yaklaşımı kullanmıştır.
Vektörel (V)	Katılımcı, problem çözümünde vektörel yaklaşımı kullanmıştır.
Boş (B)	Katılımcı, problem çözümünü yapmamıştır.

Tablo 9 incelendiğinde öğretmen adaylarının tercih edebilecekleri üç yaklaşım vardır. Problem çözümlerinde bu yaklaşımlardan Analitik yaklaşımı tercih eden katılımcılar analitik katılımcı olup “A” ile, Sentetik yaklaşımı tercih eden katılımcılar sentetik katılımcı olup “S” ile ve Vektörel yaklaşımı tercih eden katılımcılar ise vektörel katılımcı olup “V” ile ifade edilmiştir. Problem çözümünü yapmayan katılımcılar ise B ile gösterilmiştir.

Tasarlanan öğrenme ortamının Euclid geometrisi problemlerinde gösterilen genel başarıya olan etkisini ortaya çıkarmak adına deney ve kontrol grubundaki öğretmen GBYTBÖT ve GBYTBST’den aldıkları ortalama puanları SPSS 21.0 programına aktarılarak bağımsız t-testi ve ki-kare testi yapılmıştır. FYKBT’de olduğu gibi GBYTBT için de analiz öncesinde elde edilen verilerin, yapılacak analizlerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını test etmek amacıyla, her iki grup (deney, kontrol) dağılımlarının normal olup olmadığı (Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk testleri ile) incelenmiştir. Gözlem sayısı 50’den az olduğundan Shapiro-Wilk testi kullanılmıştır (Coakes ve Steed, 1997; Tabachnick ve Fidell, 2000). GBYTBST’deki başarı puanları üzerinde uygulanan normallik testi sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 10. Deney ve Kontrol Grubunun GBYTBST’deki Başarı Puanları Üzerinden Uygulanan Normallik Testi Sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	p	Statistic	df	p
Başarı Puanı (Deney)	,187	20	,064	,872	20	,121
Başarı Puanı (Kontrol)	,146	21	,200	,963	21	,572

Yapılan Shapiro-Wilk testi için elde edilen anlamlılık düzeyi ,05’den büyük olduğundan her iki grupta da başarı puanlarının normal dağılıma sahip olduğunu göstermiştir. Bu durum, veriler için bağımsız t-testinin kullanılabileceğini göstermektedir. Böylece farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde gösterdikleri başarı üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşup oluşturmadığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğretmen adaylarının her üç yaklaşım aracılığı ile çözülebilen geometri problem çözümlerindeki başarı ve yaklaşım tercihleri belirlendikten sonra bunlar frekans ve yüzde tabloları halinde sunulmuştur. Öğretmen adaylarının farklı yaklaşıma dayalı geometri problem çözümlerindeki başarı düzeyleri belirlendikten sonra ise her bir problem için alınan puanlara ait örnek kesitler sunulmuştur.

3. 7. 3. Mülakatlardan Elde Edilen Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında geliştirilen başarı test puanları sonucunda oluşan farklı seviyelerden seçilen deney grubundaki toplam altı öğretmen adayı ile mülakatlar yürütülmüştür. Bu mülakatlardaki konuşmalar, ilk olarak ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş, daha sonra ses kayıtları transkript edilmiştir. Transkriptler çalışmanın problemlerine cevap verecek şekilde incelenerek içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Bu doğrultuda oluşturulan kodlar bağımsız iki araştırmacı tarafından analiz edilerek bu araştırmacılar arasındaki güvenirliğe bakılmıştır. Araştırmacılar arasındaki güvenirlik; farklı araştırmacıların analiz sürecinde kodlama kuralları doğrultusunda yapılan kodlamalar arasında ilişkinin incelenmesine dayanmaktadır. Kodlama güvenirliği aşağıda verilen formül ile belirlenmektedir (Neuendorf, 2002). Bu oran 0 ile 1 arasında değer almaktadır ve değer bire yaklaştıkça güvenirlik artar.

$$\text{Kodlama Güvenirliği} = \frac{\text{Uzlaşma sayısı}}{\text{Uzlaşma sayısı} + \text{Uzlaşmama sayısı}}$$

Yapılan bağımsız kodlamalar sonucunda iki araştırmacı arasındaki uyum 0,79 çıkmıştır. Bu oranın kodlama geçerliği için yeterli olduğu kabul edilmiştir.

Analiz yapılırken bireylerin problem çözümlerinden faydalanılarak problem çözme süreçlerindeki gelişim nasıl ortaya çıktığı daha iyi ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bunun için öğrencilerin problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşımlardan dikkat çekici kesitler alınmış ve çözümlerdeki farklılıklar ortaya konulmaya çalışılmıştır.

3. 7. 4. Video Kayıtlarından Elde Edilen Verilerin Analizi

Tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini ayrıntılı olarak incelemek amacıyla dersler video kaydına alınmıştır. Alınan bu video kayıtları öncelikle her grup için ayrı ayrı incelenerek, her bir grupta yürütülen bireysel problem çözümleri ve grup etkileşimi incelemek için videodaki diyaloglar transkript edilmiştir. Diğer yandan sözel olarak ifade edilmeyen fakat öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki ayrıntıları ortaya çıkarmada önem arz edecek problem çözme sırasında kağıda yapılan adımların kayıtları incelenmiş ve araştırmacı tarafından bu süreçle ilgili notlar alınmıştır. Video kayıtlarından elde edilen veriler, mülakat verileri için oluşturulan kodlar doğrultusunda içerik analizi kapsamında analiz edilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde elde edilen bulgular, çalışmanın problemlerine ve alt problemlerine yanıt verecek nitelikte düzenlenmiştir. İlk bölümde farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri problemlerinde kullandıkları AY, SY ve VY'deki başarılarına etkisine yönelik bulgulara yer verilmiştir. İkinci bölümde, tasarlanan geometri dersinin öğretmen adaylarının geometri başarılarına ve tercihlerine etkisi incelenecektir. Son bölümde ise, tasarlanan öğrenme ortamından yansımalara yer verilecektir.

4. 1. Deney ve Kontrol Grubu Öğretmen Adaylarının Uygulama Öncesi ve Sonrasında AY, SY ve VY'yi Kullanabilme Durumları

Farklı yaklaşımların bir arada kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri problemlerini çözerken kullandıkları farklı yaklaşımlardaki başarılarına etkisini incelemek için, tasarlanan öğrenme ortamından önce FYKBÖT ve dersin sonunda FYKBST deney ve kontrol grubu öğretmen adayları tarafından cevaplandırılmıştır.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının her bir yaklaşımı kullanabilme durumlarının ayrı ayrı incelenmesinin daha derinlemesine bir inceleme imkanı verebileceği düşünülmektir. Bu sebeple bu bölümde deney ve kontrol gruplarının sırasıyla AY, SY ve VY'yi kullanma başarılarına ilişkin bulgular alt başlıklar halinde sunulmuştur.

4. 1. 1. Deney ve Kontrol Grubu Öğretmen Adaylarının Uygulama Öncesi ve Sonrasında AY'yi Kullanabilme Durumları

Bu bölümde ilk olarak deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde AY'yi kullanabilme durumlarına, daha sonra uygulama sonrasında bu yaklaşımı kullanabilme durumlarına yönelik bulgulara yer verilmiştir.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde geometri problem çözümlerinde kullandıkları AY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 11. Öğretmen Adaylarının FYKBÖT'deki AY Puan Dağılımları

Soru		1				2				3				Toplam			
Kategori	Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
A(Analitik)	0	8	40	6	28,6	1	5	2	9,5	1	5	3	14,3	10	16,7	11	17,4
	1	-	-	1	4,8	1	5	-	-	1	5	2	9,5	2	3,3	3	4,8
	2	1	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1,7	-	-
	3	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	2	10	2	9,5	1	5	2	9,5	3	15	-	-	6	10	4	6,4
	Boş	9	45	12	57,1	17	85	17	81	15	80	16	76,2	41	68,3	45	71,4

Tablo 11 incelendiğinde deney ve kontrol grubundaki AY puan dağılımlarının 0-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, FYKBÖT'deki problemlerde her iki grupta da yapılan çözümlerde genellikle verilenlerin yazıldığı ya da çözüm için gereksiz ifadelerin kullanıldığını göstermektedir. Ayrıca bu testteki problemlerin büyük bir çoğunluğu her iki grupta da cevapsız bırakılmıştır. Buradan, öğretmen adaylarının uygulama öncesinde Euclid geometrisi problemlerinde AY'yi kullanma başarılarının oldukça düşük olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu arasında FYKBÖT'deki analitik çözümlerindeki ortalama puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t-testi uygulanmıştır. Bağımsız t-testi sonuçları Tablo 10'da sunulmuştur.

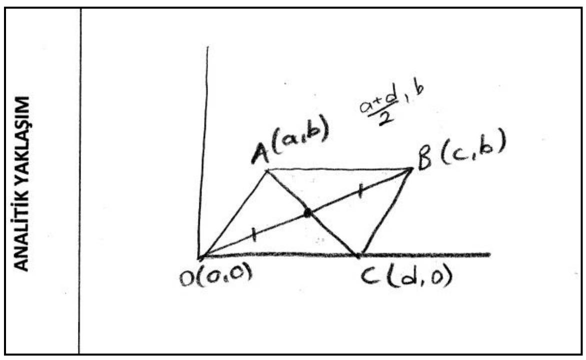
Tablo 12. Deney ve Kontrol Gruplarının FYKBÖT'deki AY Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

FYKBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön test	Deney	20	1,40	2,13	39	0,762	0,450
	Kontrol	21	0,90	2,02			

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde uygulanan FYKBÖT'de, deney grubundaki öğretmen adaylarının analitik yaklaşım puan ortalaması $\bar{x}$ =1,40, kontrol grubundaki öğretmen adaylarının ortalaması $\bar{x}$ =0,90 olarak elde edilmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problem çözümlerinde kullandıkları AY'de genel olarak başarısız olduklarını göstermektedir. Öğretmen adaylarının almış oldukları ortalama puanlara göre çözümlerinde sadece bir tane geçerli argüman sundukları ancak çözümü tamamlayamadıkları kabul edilmektedir. Tablo 10'dan da görüldüğü üzere deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının

FYKBÖT'deki AY puanları için yapılan bağımsız t-testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır ($t = 0,450$ ve $p > 0,05$). Bu durum, deney ve kontrol grubunun araştırmanın başında Euclid geometrisi problem çözümlerinde AY'yi kullanma başarıları arasında fark olmadığını göstermektedir.

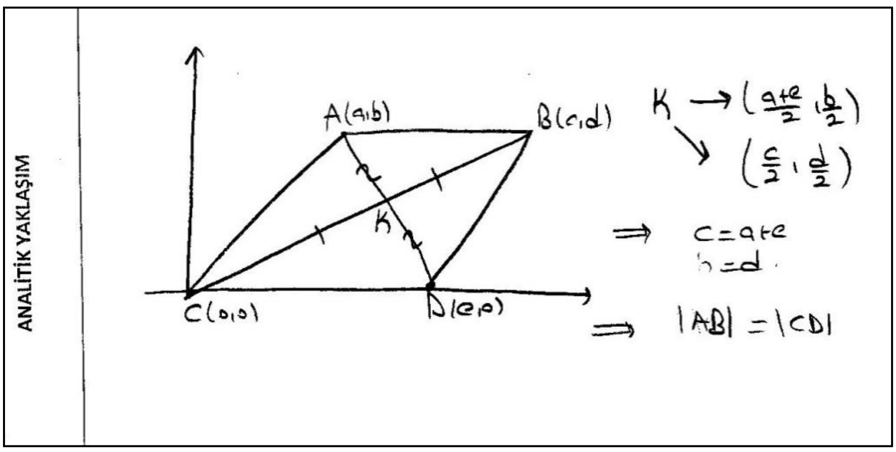
Öğretmen adaylarının ön testteki tüm problemlerin çözümlerinde AY'de almış olduğu puanlar incelendiğinde deney grubu öğretmen adaylarının 0-puan aldığı çözüm sayısının en fazla olduğu görülmektedir. Bu, AY ile yapılan çözümlerde deney grubu öğretmen adaylarının çoğunlukla problemde verilenleri veya çözümde kullanılmayan geçersiz ifadeleri yazdığını göstermektedir. Deney grubu öğretmen adaylarından AY ile yapmış olduğu çözümden 0-puan alan Ö-1 kodlu öğretmen adayının çözümü aşağıda sunulmuştur. Bu çözüm, testteki ikinci probleme ait olup problemde bir dörtgende köşegenler birbirini ortalıyor ise bu şeklin paralelkenar olduğunun gösterilmesi istenmiştir.



Şekil 4. Ö-1 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 0-puanlık analitik çözümü

Şekil 4 incelendiğinde Ö-1 kodlu öğretmen adayının ikinci problem için yapmış olduğu çözümde seçmiş olduğu herhangi bir paralelkenarı analitik düzleme yerleştirdiği görülmektedir. Bu yerleşimde öğretmen adayının paralelkenarda köşelerin koordinatlarını doğru olarak belirlediği görülmektedir. Seçilen paralelkenara ait köşelerin koordinatları belirlendikten sonra köşegenlerin orta noktası işaretlenmiştir. Burada öğretmen adayı, orta noktanın koordinatlarını belirlemek istemiş ve şekilde görüldüğü gibi $\frac{a+d}{2}, b$ şeklinde bir ifade yazmıştır. Yazmış olduğu bu koordinatın belirlemiş olduğu orta noktaya ait olduğu düşünüldüğünde öğretmen adayının orta noktayı belirlemede hata yaptığı görülmektedir. Çünkü A ve C noktalarının koordinatlarını kullanarak belirlemeye çalıştığı orta noktanın apsisinde aritmetik ortalamayı kullanmışken, ordinatta sadece A noktasının ordinatı olan "b" yi doğrudan almıştır. Bununla birlikte öğretmen adayının bir şeklin paralelkenar olup olmadığını belirlemeye yönelik bir stratejisi veya bilgisi olmadığından verilenleri kullanamamıştır. Yani öğretmen adayı, paralelkenarın köşelerine ait doğru olarak belirlediği koordinatları paralelkenar olma ile nasıl ilişkilendireceğini belirleyememiştir. Öğretmen adayının AY ile çözümü bu basamaklardan ibarettir. Öğretmen adayı, sadece problemde verilenleri yazmış ve orta noktayı belirlemek isterken de hataya düşmüştür. Dolayısıyla puanlama anahtarı gereği bu çözüm için verilen puan 0 olmuştur. Öğretmen adayı, bu çözümü ile AY'yi kullanmada başarısız olarak kabul edilmiştir.

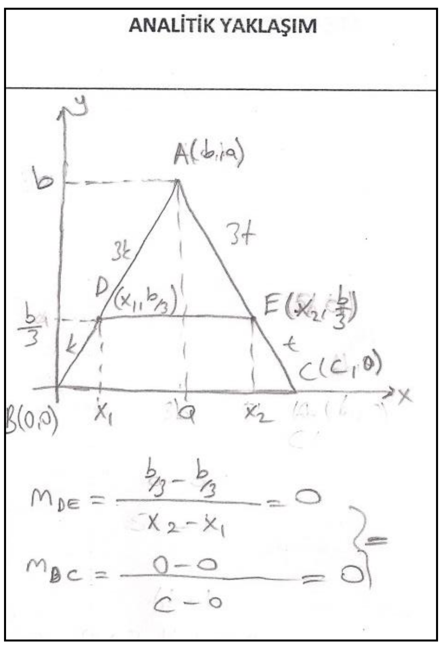
Deney grubu öğretmen adayları tarafından AY kullanılarak yapılan çözümlerden iki (%3,3) tanesine 1-puan verilmiştir. Bu iki çözümde öğretmen adayları, en az bir tane geçerli ifade yazıp bunun gerekçesini de vermiştir. Fakat çözümü daha ileriye taşıyacak işlemler yapamamışlardır. Deney grubundaki Ö-3 kodlu öğretmen adayının AY ile yapmış olduğu 1-puanlık çözüm örnek olarak aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 5. Ö-3 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 1-puanlık analitik çözümü

Şekil 5 incelendiğinde Ö-3 kodlu öğretmen adayı, seçtiği bir ABCD paralelkenarını analitik düzleme yerleştirmiş ve paralelkenarın köşelerinin koordinatlarını belirlemiştir. Daha sonra köşegenlerin kesişim noktasını çizip bu noktanın koordinatlarını önce A ve D noktalarının orta noktası olarak, sonra da B ve C noktalarının orta noktası olacak şekilde belirlemiştir. Bulduğu bu iki orta noktanın aynı noktayı temsil ettiğini göstererek bu noktaların koordinatlarının birbirlerine eşit olduğunu göstermiştir. Çözüm basamakları incelendiğinde öğretmen adayının problemde verilenleri analitik düzlem aracılığı ile doğru şekilde ifade ettiği görülmektedir. Diğer yandan öğretmen, adayı orta nokta tanımını kullanarak köşegenlerin kesişim noktasına denk gelen iki farklı koordinatlar ile temsil edilen noktaları belirleyebilmiştir. Daha sonra öğretmen adayı, bu noktaların aynı orta noktayı temsil ettiğini ifade ederek koordinatları birbirlerine eşitlemiştir. Fakat öğretmen adayı, belirlemiş olduğu bu koordinatlardan yola çıkarak şeklin paralelkenar olduğunu belirleyememiştir. Burada öğretmen adayının analitik geometri bilgisini bir şeklin paralelkenar olduğunu belirlemede nasıl işe koşacağına karar veremediği görülmektedir. Bu basamaklar incelendiğinde öğretmen adayının çözüm için en az bir geçerli ifade yazdığı gözlemlenmektedir. Bu sebeple öğretmen adayı, bu çözümde kullanmış olduğu AY'de başarısız olmuştur.

Deney grubu öğretmen adayları tarafından 2-puanlık analitik çözümün yapıldığı bir tek çözüm bulunmaktadır. Bu çözüme verilen 2-puan, öğretmen adayının uygun akıl yürütme zinciri kullanarak çözümün hemen hemen yarısını yapmış olduğunu fakat gerekli ilişkilendirmeleri oluşturamaması sebebiyle çözüm tamamlayamadığını göstermektedir. Böyle bir çözüme örnek olması için deney grubunda bulunan Ö-6 kodlu öğretmen adayının ön testteki ilk problem için AY ile yapmış olduğu 2-puanlık çözüm aşağıda sunulmaktadır. Ön testteki ikinci problemde bir ABC üçgeninde D ve E noktaları sırasıyla AB ve AC kenarlarını 3:1 oranında bölüyor ise D ve E noktalarının birleştirilmesiyle oluşan DE nin BE kenarına paralel ve 4.IDEI=3. IBCI olduğunun gösterilmesi istenmektedir.



Şekil 6. Ö-6 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 2-puanlık analitik çözümü

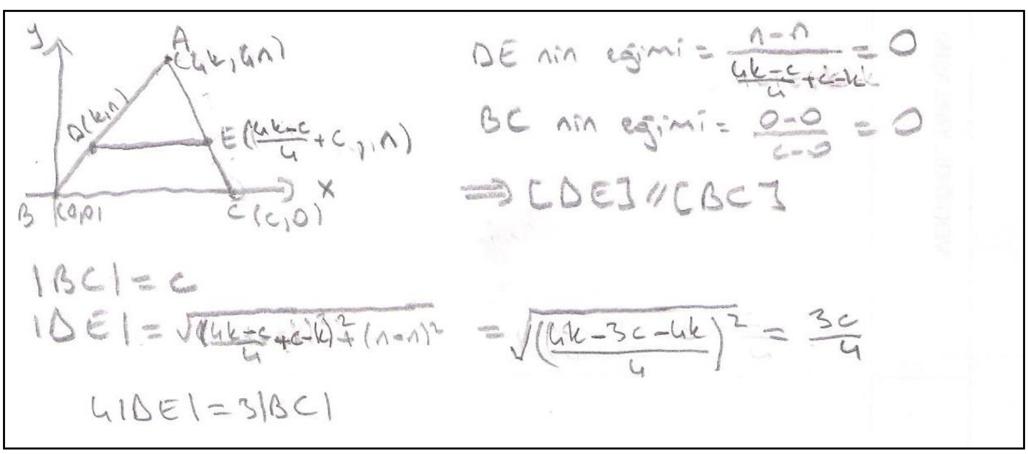
Ö-6 kodlu öğretmen adayının yapmış olduğu problem çözümü incelendiğinde ABC üçgeninin B köşesi başlangıç noktasında olacak şekilde koordinat sistemine yerleştirildiği, üçgenin köşe noktalarının her birinin apsis ve ordinatlarının belirlendiği, D ve E noktalarının kenarları bölme oranlarının üçgen üzerinde ifade edildiği görülmektedir. Diğer yandan D ve E noktalarının apsis ve ordinatları belirlenirken bir noktanın bir doğru parçasını belli oranlarda bölme formülü yanlış kullanılarak $D(x_1,\frac{b}{3})$ ve $E(x_2,\frac{b}{3})$ olarak belirlenmiştir. Halbuki D ve E noktalarının koordinatlarının

$$D\left(\frac{b.1+3.0}{4},\frac{a.1+3.0}{4}\right)=D\left(\frac{b}{4},\frac{a}{4}\right)$$

$$E\left(\frac{b.1+c.3}{4},\frac{a.1+0.3}{4}\right)=E\left(\frac{b+3c}{4},\frac{b}{4}\right)$$

şeklinde bulunması gerekmektedir. Çözümün devamında ise eğimlerden yola çıkarak paralelliğin varlığını göstermeye çalışmıştır. Burada öğretmen adayı, paralellik için genel bir strateji belirlemiş ve bunu eğimlerle yapacağına karar vermiştir. Ancak D ve E noktalarının koordinatlarını belirlerken yapmış olduğu hata sebebiyle çözüm basamaklarını doğru olarak tamamlayamamıştır. Yani öğretmen adayı, çözüm için uygun yolu belirlemiş olmasına rağmen önceki adımlarda kullanmış olduğu hatalı ifadeler sebebiyle çözümü tamamlayamamıştır.

Son olarak deney grubundaki öğretmen adaylarının ön testteki problemlerin çözümlerinde kullandıkları AY'de almış oldukları puan 4'tür. Ön testteki problemlerde yapılan analitik çözümlerden 6 (%10) tanesine bütün çözüm basamakları doğru olarak tamamlandığı için 4-puan verilmiştir. Bu çözümlerde öğretmen adayları en fazla bir hata ile çözümü tamamlamışlardır. 4-puanlık analitik çözüme örnek olması için deney grubu öğretmen adaylarından Ö-10 kodlu öğretmen adayının ön testteki birinci problemde yapmış olduğu çözümü aşağıda verilmektedir.

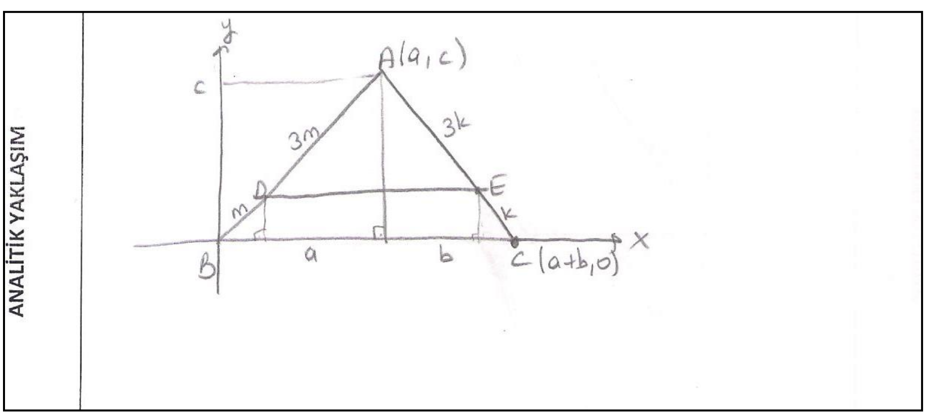


Şekil 7. Ö-10 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 4-puanlık analitik çözümü

Şekil 7 incelendiğinde öğretmen adayının, kenarların paralelliğini göstermek için analitik geometride iki doğrunun birbirlerine paralel olması için eğimlerinin eşit olması şartını sağladığı görülmektedir. Kenarların uzunluklarının birbirlerine oranını bulurken de kullanmış olduğu iki nokta arasındaki uzaklık formülü öğretmen adayını yapmış olduğu çözümde doğru sonuca ulaştırmaktadır. Böylece Ö-10 kodlu öğretmen adayının yapmış olduğu çözüme verilen puan 4'tür. Öğretmen adayı, yapmış olduğu bu çözümle AY'yi kullanmada başarılı olduğunu göstermiştir.

Deney grubu öğretmen adayları, AY ile yapılması istenen çözümlerden 41 (%68,3) tanesini boş bırakmışlardır. Yani deney grubu öğretmen adayları, AY ile yapılması istenen toplam 60 çözümden 19 (%31,7) tanesinde işlem yapabilmişlerdir. Yaptıkları bu çözümlerde de başarılı olan çözümlerin sayısı sadece 6 (%10) dır. Bu durum, deney grubu öğretmen adaylarının ön testte AY'de göstermiş oldukları problem çözme performansının oldukça düşük olduğunu göstermektedir.

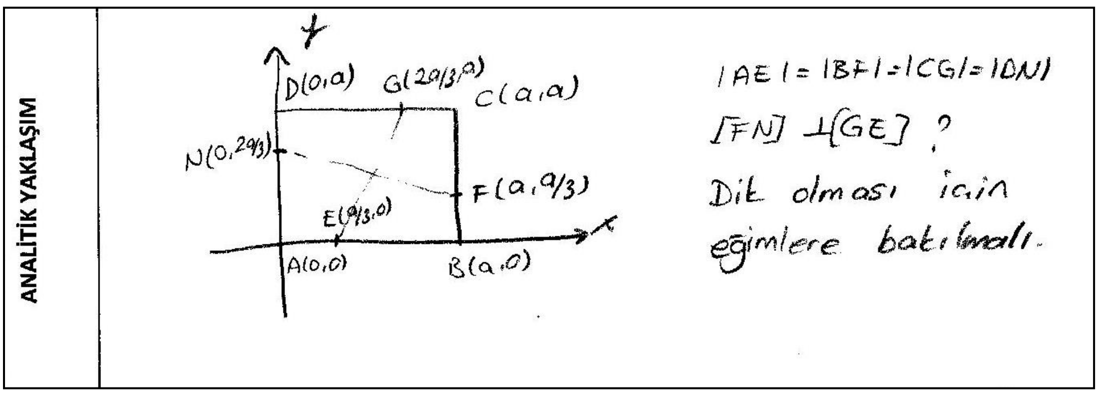
Deney grubuna benzer şekilde kontrol grubu öğretmen adaylarının da AY'deki çözümlerde genellikle başarısız oldukları görülmüştür. Kontrol grubu öğretmen adaylarından AY ile yapılması istenen çözümlerin %28,6'sına cevap verebilmişlerdir. Kalan %71,6'lık kısımda çözümler boş bırakılmıştır. Cevaplanan çözümlerin 11 (%17,4) tanesinde öğretmen adayları 0-puan alabilmiştir. Bu demektir ki kontrol gurubu tarafından AY kullanılarak cevaplanan çözümlerin büyük bir çoğunluğunda öğretmen adayları sadece çözümde verilenleri ya da çözüm için gereksiz ifadeleri yazmışlardır. Kontrol grubundaki Ö-8 kodlu öğretmen adayının birinci problem için yapmış olduğu 0-puanlık analitik çözümü aşağıda verilmektedir.



Şekil 8. Ö-8 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 0-puanlık analitik çözümü

Şekil 8'deki çözüm incelendiğinde Ö-8 kodlu öğretmen adayının problemde verilen ABC üçgenini koordinat düzleminde B köşesi başlangıç noktasına gelecek şekilde çizmiş olduğu görülmektedir. Öğretmen adayı, aynı zamanda problemde verilen D ve E noktalarının kenarları bölme oranlarını şekil üzerinde göstermektedir. Diğer yandan A ve C noktalarının apsis ve ordinatlarını belirleyen öğretmen adayı, çözüm için problemde verilenlerin dışında başka bir ifade yazmamıştır. Burada öğretmen adayının sahip olduğu analitik geometri bilgisi ile bir noktanın bir doğru parçasını belli oranlarda nasıl böleceğine ve buradan hareketle paralelliği nasıl göstereceğine karar veremediği görülmektedir. Dolayısıyla bu çözüme verilen puan 0'dır. Bu sebeplerden dolayı öğretmen adayı SY'yi kullanmada yetersiz olarak kabul edilmektedir.

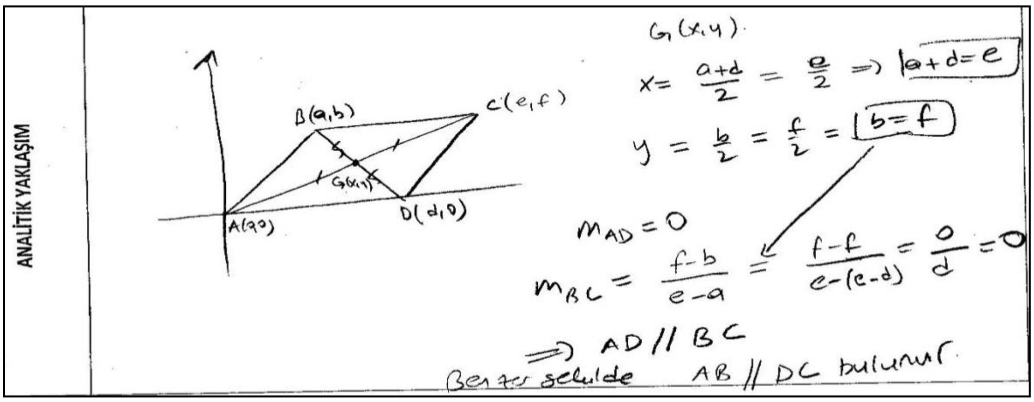
Kontrol grubunda AY ile yapılan çözümlerden 3 (%4,8) tanesinden öğretmen adayları 1-puan almıştır. Bu çözümlerde öğretmen adayları, problemin çözümü için en az bir geçerli ifade yazarak bunun gerekçesini vermiştir. Bu çözümlerden biri olan kontrol grubu öğretmen adaylarından Ö-21 kodlu öğretmen adayına ait olan çözüm aşağıda sunulmuştur. Bu çözüm ön testteki üçüncü probleme ait olup bu problemde karenin kenarlarını eşit oranlarda bölen noktaların oluşturduğu doğru parçalarının birbirlerini dik olarak kestiğinin gösterilmesi istenmektedir.



Şekil 9. Ö-21 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki üçüncü probleme ait 1-puanlık analitik çözümü

Şekil 9 incelendiğinde Ö-21 kodlu kontrol grubu öğretmen adayı, problemde verilen kareyi analitik düzleme doğru olarak yerleştirmiş ve şeklin köşelerinin koordinatlarını belirleyebilmiştir. Sonrasında karenin kenarlarını eşit oranda bölen noktaların da koordinatları doğru olarak belirlenmiştir. Öğretmen adayı, bu noktaların birleştirilmesi ile oluşan [GE] ve [FN] doğru parçalarının dik olması için eğimlere bakılması gerektiğini çözümde ifade etmektedir. Bu problemin çözümü için en az bir geçerli ifadenin yazıldığı ve gerekçesinin verildiği anlamına gelmektedir. Fakat problemin çözümü devam ettirilmemiş ve çözüm burada kalmıştır. Bu çözümde öğretmen adayının aslında sonuca ulaşacak bütün bilgilere sahip olduğu görülmektedir. Fakat öğretmen adayı, herhangi iki doğrunun dikliğinin eğim ile ilişkili olduğunu ifade etmiş olmasına rağmen çözümün kalan basamaklarını tamamlamamıştır. Bunun altında yatan olası sebeplerden bir tanesi öğretmen adayının doğruların eğimi ile ilgili bilgi eksikliği olabilir. Fakat bu bilgi temel düzeyde bir analitik geometri bilgisi kabul edilebileceğinden bu durumun altında daha farklı nedenler aramak mümkündür. Fakat kontrol grubu öğretmen adayları ile mülakat yürütülmediğinden bu durumun nedenini ortaya çıkarmada eksik kalınmıştır. Kontrol grubunda çözümü yapılan bu problemde AY'yi kullanmada öğretmen adayı başarısız olmuştur.

Son olarak kontrol grubunda yapılan çözümlerin 4 (%6,4) tanesinde bütün basamaklar doğru olarak tamamlanmıştır. Ö-14 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının 4-puanlık analitik çözümü aşağıda verilmektedir. Aşağıda verilen çözüm ön testteki ikinci probleme aittir.



Şekil 10. Ö-14 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 4-puanlık analitik çözümü

Ö-14 kodlu öğretmen adayının ikinci probleme ait AY kullanarak yaptığı çözüm yukarıdaki şekilden incelendiğinde öğretmen adayının belirlediği bir paralelkenarı analitik düzleme yerleştirip, şeklin köşelerinin koordinatlarını belirlediği görülmektedir. Daha sonra köşegenlerin kesişim noktası olan noktanın koordinatları bulmuştur. Öğretmen adayı, çözümüne kenarları temsil eden [AD] ve [BC] doğru parçalarının eğiminin sıfır olduğunu ve bu eğimlerin birbirlerine eşit olduğunu göstererek karşılıklı kenarların paralelliğini göstererek devam etmiştir. Öğretmen adayı, bu çözümünde bütün basamakları doğru tamamlayarak doğru sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla bu çözüme 4-puan verilmiştir. Bu çözüm ile öğretmen adayının AY'yi kullanmada yeterli ve başarılı olduğu görülmektedir.

Deney ve kontrol grubunun AY'yi kullanma başarılarına bakıldığında genelde öğretmen adaylarının başarısız olduğu görülmektedir. Hatta AY ile çözüm yapan öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu çözümünde sadece verilenleri yazabilmiş ya da çözüm için gereksiz ifadeleri kullanmışlardır. Başarılı çözümlerin sayısı her iki grupta da oldukça az sayıdadır. Cevapsız bırakılan çözümler de her iki grup için sayıca oldukça fazladır.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının ön testte AY'de göstermiş oldukları başarının düşük düzeyde olmasının altında yatan sebepler, uygulama öncesinde yapılan mülakatlarla belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının ön testteki problem çözümlerinde AY'yi kullanırken karşılaştıkları güçlükler, uygulanan ön testte aldıkları puanlar sonucunda belirlenen altı öğretmen adayı ile yürütülen mülakatlar sonucunda ortaya çıkarılmaya ve böylece öğrencilerin AY'deki problem çözme süreçleri hakkında daha detaylı bilgiler edinilmeye çalışılmıştır.

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde problem çözümlerinde AY'nin kullanımında yaşanılan güçlükler ile ilgili kodlar ve öğretmen adaylarında bu güçlüklerin görülme sıklığını gösteren tablo aşağıda verilmektedir.

Tablo 13. İlk Mülakat Sonucunda AY'de Yaşanan Güçlüklerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Bilgi eksikliği	-	-	1	2	1	-
Verilenleri kullanamama	-	-	1	1	1	-
Şekli analitik düzleme yerleştirememe	1	-	-	1	1	-
İşlemlerin uzun olması	1	1	-	-	-	-
Eğim bulamama	-	1	-	-	-	1

Tablo 13 incelendiğinde ilk mülakattan elde edilen bulgular sonucunda öğretmen adaylarının AY'yi kullanırken karşılaştıkları güçlükler beş kod altında toplanmaktadır. Bu kodlar arasından en fazla görüşün bulunduğu kod "Bilgi eksikliği" kodudur. Bu kod altında Ö-3, Ö-4 ve Ö-5 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri toplanmaktadır. Öğretmen adaylarının bu kod altındaki görüşleri, analitik geometri alanındaki bazı tanım veya formüllerin bilinmediği durumda AY ile yapılmak istenen çözümlerde güçlükler yaşandığına yöneliktir. Bu duruma örnek olarak Ö-4 kodlu öğretmen adayının görüşü aşağıda sunulmaktadır.

Ö-4 : (Bir geometrik şekilde karşılıklı kenarların paralel olduğunun gösterilmesi gereken bir problem için) Ben eğimin formülünü bilmiyordum bu problemleri (ön testteki problemler) çözerken. Kenarlar birbirine paralel olduğunda eğimlerinin de birbirine eşit olduğunu göstermem gerekiyordu. Ama bilgi eksikliğim olduğu için çözüm yarım kalmış, yapmaktan vazgeçmişim. Bunu bilseydim çözüm yarım kalmazdı. Eğimlerin eşit olduğunu gösterip paralelliği de gösterebileceğimi şu an biliyorum ama o zaman bilmediğim için yapamadım. Eğim formülünü bilmediğim için doğruların eğimini bulamadım ve doğruların paralelliğini gösteremedim.

Ö-4 kodlu öğretmen adayı geometrik bir şekle ait kenarlarda paralelliğinin gösterilmesi gereken bir problem çözümünde AY'yi kullanırken yaşamış olduğu güçlük ile ilgili deneyimini yukarıda paylaşmıştır. Öğretmen adayı, AY ile problemin çözümünü yaparken kenarların paralelliği için o kenarlara ait eğimlerin birbirine eşit olması durumunu kullanması gerektiğini bilmediği ifade etmiştir. Bu durumu, kendine bilgi eksikliğinin var olduğunu ve bu sebeple AY ile yapması gereken çözümü yapamadığını ifade etmiştir.

Bu bölümde görüşleri bulunan bir diğer öğretmen adayı Ö-5'tir. Bu öğretmen adayının AY ile problem çözerken karşılaştığı güçlüklerin nedenlerini ifade eden görüşü aşağıda sunulmaktadır.

> Ö-5 : Analitik bilgilerim de tamamen geride kalmış, çok uzakmış gibi geliyor bana. Sanki hiç görmemişim gibi. O bilgileri de unutmuşum, formülleri vs. Bu nedenle çok zorlandım AY'de.

Ö-5 kodlu öğretmen adayı, AY'yi kullanabilmek için gerekli olan analitik bilgilerinin çok eskide kaldığını ve unutulduğunu ifade etmektedir. Aslında bu ifadede "bilginin eskide kalması" tabiri dikkat çeken önemli bir nokta olarak kabul edilebilir. Böyle bir görüşün altında yatan sebep; öğretmen adaylarının analitik geometri, lineer cebir ve geometri derslerini öğrenim yılları boyunca birbirinden ayrı ve farklı yıllarda görmeleri olarak söylenebilir. Çünkü öğretmen adayı, analitik geometrideki bilgileri sanki hiç görmemiş gibi hissetmekte olduğunu da belirtmiştir. Yani öğretmen adayının geometri bilgileri ile analitik geometri bilgileri arasında ilişkilendirme yapamadığı ve analitik geometriden kendini tamamen soyutlamış olduğu yukarıdaki ifadelerinden anlaşılabilir.

Öğretmen adaylarının bu ifadelerinden yola çıkarak analitik geometri alt alanına ait bazı tanım veya formüllerin bilinmemesi durumunun öğretmen adaylarının AY'de güçlük yaşamasına sebep olduğu görülmektedir.

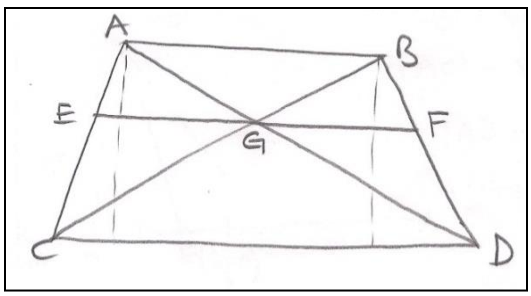
AY'de yaşanan güçlüklerin diğer bir sebebi "Verilenleri kullanamama" kodu ile verilmiştir. Bu kod altında Ö-3, Ö-4 ve Ö-5 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri mevcuttur. Öğretmen adayları bu kod altında genelde problemde verilenleri problemin çözümünde kullanma konusunda güçlük yaşadıklarını ifade etmektedirler. Diğer yandan bir problemin ifadesinde bulunanların analitik düzlem ile nasıl ilişkilendirileceğini veya bu bilgilerin analitik düzleme nasıl aktarılacağı konusunda yaşanan zorluklar mevcuttur. Bu durum ile ilgili Ö-3 kodlu öğretmen adayının görüşü aşağıda sunulmaktadır.

> Ö-3 : Genelde analitik yaklaşımda iki nokta arasındaki uzaklık ve eğim formüllerini kullanıyoruz. Bazı sorularda hangisini ne zaman kullanacaksın? Burada bir sıkıntı oldu. Aklıma örnek bir soru gelmedi ama. Formülleri biliyorum ama nerede kullanacağımı bilmiyorum. Bazen noktaları nasıl bulacağım, bir noktayı neye göre bulacağım? Eldeki noktayı hangi noktayla ilişkilendireceğim? Çözüme ulaşmada eldeki verileri nasıl kullanacağım? Bu konularda zorluk yaşadım.

Ö-3 kodlu öğretmen adayı, yukarıdaki ifadesinde analitik geometride mevcut olan çeşitli formülleri biliyor olmasına rağmen bunları nerede ve nasıl kullanması gerektiğini bilmediğini belirtmiştir. Örneğin bir problemde verilen bir noktayı analitik düzlemde hangi nokta ile ilişkilendireceğini veya problemdeki verileri nasıl kullanacağını bilmediğini söylemiştir. Bu durum, öğretmen adayının verilenleri AY ile yaptığı çözümlerde kullanırken çeşitli zorluklar yaşadığını göstermektedir.

"Şekli analitik düzleme yerleştirememe" kodu altında Ö-1, Ö-4 ve Ö-5 kodlu öğretmen adayının görüşü bulunmaktadır. Burada öğretmen adaylarının ifadeleri arasında çözümde şekil çizilmesi gerektiğinde bu geometrik şekli analitik düzleme yerleştirme ve bu şekil üzerindeki noktaların koordinatlarını belirlemede güçlüklerin yaşanması gibi zorluklar mevcuttur. Diğer yandan kullanılacak geometrik şekilde paralel olmayan kenarlar gibi elemanlar olduğunda öğretmen adayları analitik düzleme bu şekli yerleştirmede sorun yaşamaktadırlar. Bu duruma örnek olarak Ö-4 kodlu öğretmen adayı ile yürütülen görüşmeden bir kesit aşağıda verilmektedir.

Ö-4 : Testteki bir soruda yamuğun paralel olan kenarları arasındaki oran verilmiş ve paralel olmayan kenarlar arasındaki oran istenmişti. Buna benzer bir soruydu. Bu soru için bir şekil çizdiğimde (şekli çiziyor)…



Şekil 11. Ö-4 kodlu öğretmen adayının ilk mülakat sırasında çizmiş olduğu geometrik şekil

Ö-4 : Soruda yamuk verilmiş, paralel olmayan kenarlar var problemin ifadesinde. Şekilde de çizdiğim gibi bu paralel olmayan kenarları analitik düzleme nasıl yerleştirilir ki? Sadece paralel kenarları olan bir şekil olsa neyse ama… Bu tarz şekillerde analitik yaklaşımın kullanılması zor gibi. Analitik yaklaşımı hiç düşünmezdim bu problem için. Bu sorunun analitik düzleme oturtabilmenin çok zor olduğunu düşünüyorum.

Ö-4 kodlu öğretmen adayı, ön testteki bir problem için verilenlerden yola çıkarak yukarıdaki geometrik şekli çizmiştir. Bu şekil üzerinde AY'yi kullanırken karşılaştığı güçlüğü anlatan öğretmen adayı, şekildeki [AD] ve [BC] gibi birbirine paralel olmayan kenarları analitik düzeleme yerleştirmenin çok zor olduğunu ifade etmiştir. Buradan kullanılacak şeklin özellikleri ve elemanlarının analitik düzleme yerleştirilme sırasında öğretmen adaylarına zorluk çıkardığı söylenebilir.

AY'de yaşanan bir diğer güçlük ile ilgili görüşler, "İşlemlerin uzun olması" kodu altında toplanmaktadır. Ö-1 ve Ö-2 kodlu öğretmen adaylarının sahip olduğu görüşler bu kod altında toplanmıştır. Burada, öğretmen adaylarının AY'de çözüm yaparken diğer yaklaşımlara göre daha uzun süren işlemler sebebiyle güçlük yaşadığı ifade edilmektedir. Bu kod kapsamında Ö-1 kodlu öğretmen adayının görüşü aşağıda verilmektedir.

> Ö-1 : Bu yaklaşımı kullandığımda bazen çok fazla uzun uzun işlem yapmamız gerekebiliyor. Oysa diğer yaklaşımları kullandığımda daha kısa sürüyor. Bu sebeple uzun işlemler olduğunda analitik yaklaşımda zorlandım. İşlem kalabalığı AY'de benim için problem.

Ö-1 kodlu öğretmen adayı, AY'yi kullandığında işlemlerin diğer yaklaşımlarla yapılan işlemlere göre çok daha uzun olduğunu, bu işlem kalabalığının ise kendisi için güçlük oluşturduğunu belirtmektedir.

Son olarak eğim bulamama, öğretmen adayları için AY'de zorluk yaşanan bir durum olarak belirlenmiştir. Bu kod altında Ö-2 ve Ö-6 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri bulunmaktadır. Bu öğretmen adayları özellikle "eğim" kavramı ile ilgili yaşadıkları güçlükler üzerinde vurgu yaptıkları için bu görüşlerin "Bilgi eksikliği" kodunun içinde değil ayrı bir kod olarak bu bölümde sunulması uygun görülmüştür. Ö-6 kodlu öğretmen adayının ifadesi aşağıda verilmektedir.

> Ö-6 : Testlerdeki problemlerde eğer açı varsa eğime gitmek gerekir. Oradan tanjantına gitmek gerekir. AY'de açı işin içine girince eğimin de kullanılması gerektiği için çok zorlanıyorum.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı, yukarıdaki ifadesinde AY ile yapmış olduğu çözümlerde kullanılması gereken açı olduğunda bu açının analitik geometride eğim ile ilişkili olması sebebiyle zorluk yaşadığını belirtmektedir.

Uygulama öncesinde AY'yi kullanma durumlarını ortaya çıkarmak için yürütülen mülakatlar sonucunda elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının AY'de karşılaştıkları güçlüklerin başında bilgi eksikliği gelmektedir. Öğretmen adayları, en çok analitik geometrideki tanımları veya formülleri hatırlayamamaları sebebiyle AY ile yapmış oldukları çözümleri tamamlayamamışlardır. Öğretmen adaylarının problemde verilen ifadeleri çözümde nasıl kullanacaklarını bilmemeleri AY'deki bir diğer güçlük olarak karşımıza çıkmaktadır. Problemde verilen bir kenarın ya da noktanın analitik düzlemde ne anlama geldiğini ve nasıl kullanılması gerektiği kısmında öğretmen adayları sorun yaşamaktadır. Burada öğretmen adaylarının sentetik ifadelerle verilen problem cümlesindeki verileri analitik geometri alanı ile ilişkilendirmede sorun yaşamaları sebebiyle bu güçlüğün ortaya çıktığı söylenebilir. Uygulama öncesinde AY'de karşılaşılan bir diğer sorun, çözüm için kullanılacak geometrik şeklin analitik düzleme yerleştirme kısmıdır. Öğretmen adayları, genellikle fazla özellik içeren geometrik şekillerin koordinat düzleminde ifade edilmesinin güç olduğunu belirtmişlerdir. Her bir kenar, nokta, vs. için ayrı ayrı koordinatları belirlenmesi öğretmen adaylarına zor gelmektedir. AY'de problem çözümlerindeki işlemlerin formüllerdeki ifadelerin uzun olması sebebiyle öğretmen adayları tarafından zorlanılan bir diğer kısımdır. Öğretmen adayları, AY'de genellikle karşılarına çıkan işlem kalabalığının kendilerinin çözüme ulaşmalarını engellediğini düşünmektedirler. Son olarak, özellikle analitik geometri kavramlarından olan eğim kavramı öğretmen adayları için çözümlerde sorun teşkil etmektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde AY'yi kullanabilme durumları incelenmiştir. Bu kısımda ise tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında AY'yi kullanabilme durumlarına ilişkin bulgulara yer verilecektir.

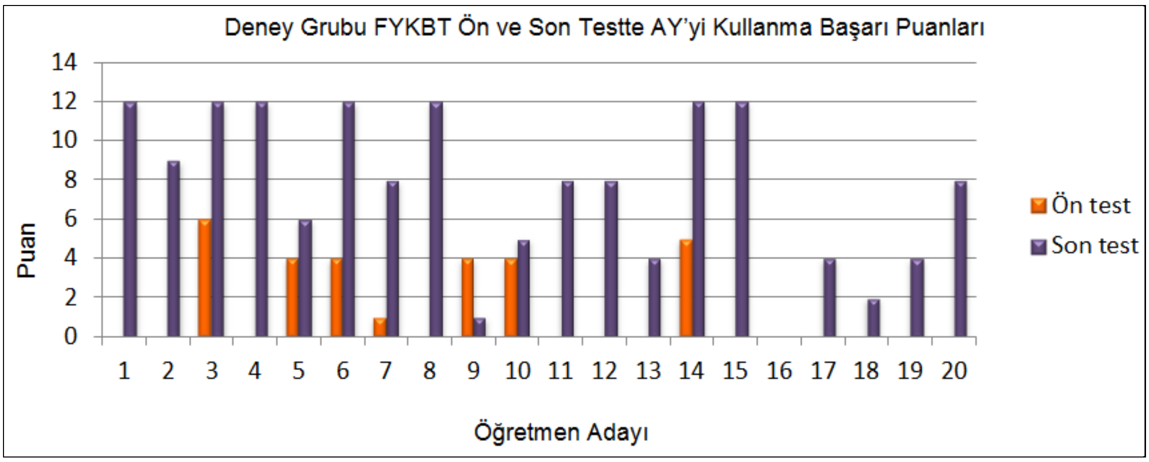
Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında geometri problem çözümlerinde kullandıkları AY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 14. Öğretmen Adaylarının FYKBST'deki AY Puan Dağılımları

Soru		1				2				3				Toplam			
Kategori	Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
A(Analitik)	0	3	15	-	-	-	-	-	-	1	5	-	-	4	6,7	-	-
	1	2	10	-	-	1	5	1	4,8	-	-	1	4,8	3	5	2	3,2
	2	1	5	1	4,8	2	10	-	-	1	5	-	-	4	6,7	1	1,6
	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	11	55	-	-	11	55	-	-	13	65	-	-	35	58,3	-	-
	Boş	3	15	20	95,2	6	30	20	95,2	5	25	20	95,2	14	23,3	60	95,2

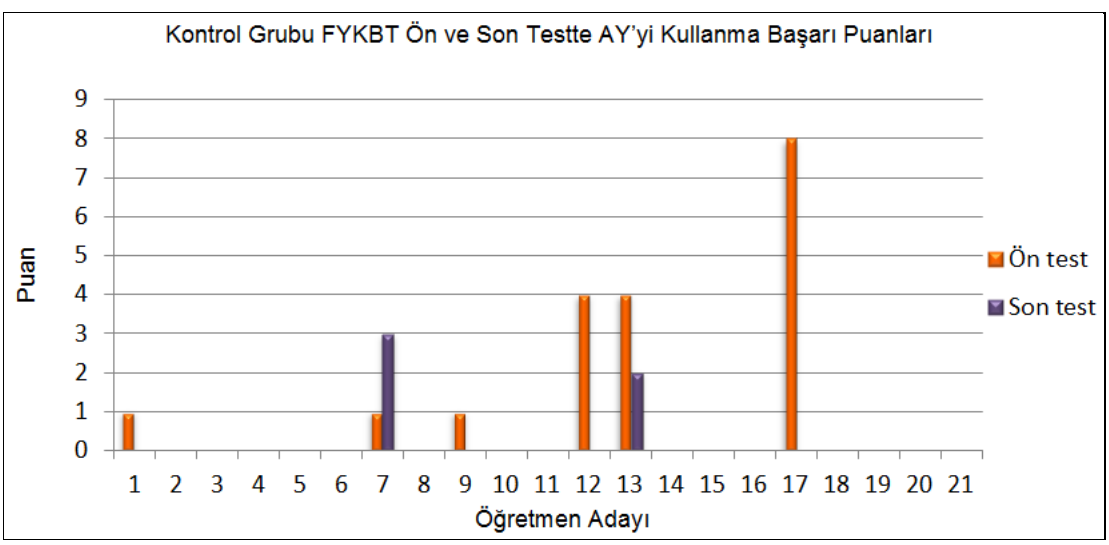
Tablo 14 incelendiğinde deney grubunda yapılan problem çözümlerindeki AY puan dağılımlarının 4-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, deney grubunda yapılan analitik çözümlerin çoğunlukla doğru olarak tamamlandığını göstermektedir. Ayrıca bu grupta boş bırakılan problem sayısında uygulama öncesine göre oldukça azalma olduğu görülmektedir. Kontrol grubunda ise yapılan analitik çözümlerin sayısı oldukça az sayıdadır. Bu çözümlerde alınan puanların dağılımına bakıldığında 1-puanda yoğunlaşmanın yaşandığı görülmektedir. Bu durum bu grupta yapılan sınırlı sayıdaki çözümde öğretmen adaylarının çözüm için en az bir geçerli ifade yazabildiğini fakat çözümün diğer basamaklarını tamamlayamadıkları anlamına gelmektedir. Kontrol grubunda boş bırakılan problemlerin sayısındaki artış uygulama öncesine göre oldukça fazladır. Uygulama öncesinde AY'de benzer puan dağılımlarına sahip olan deney ve kontrol gruplarının uygulama sonrasında puan dağılımlarında farklılaşmanın ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu durum, üç yaklaşımın birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının AY'deki başarılarını daha fazla arttırdığını göstermektedir.

Deney ve kontrol grubundaki her bir öğretmen adayının FYKBÖT ve FYKBST'deki AY'yi kullanma başarı puanları Grafik 1 ve Grafik 2'de gösterilmiştir.



Grafik 1. Deney grubu FYKBT ön ve son testte AY'yi kullanma başarı puanları

Grafik 1'e göre farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan deney grubu öğretmen adaylarından 18 tanesinin AY'yi kullanma başarı puanlarında artış, 1 tanesinin AY'yi kullanma başarı puanında düşüş meydana gelmiştir. Kalan 1 öğretmen adayının AY'yi kullanma toplam puanında değişim olmadığı görülmüştür.



Grafik 2. Kontrol grubu FYKBT ön ve son testte AY'yi kullanma başarı puanları

Grafik 2'ye göre SY odaklı yürütülen geometri dersinin uygulandığı kontrol grubu öğretmen adaylarından 1 tanesinin AY'yi kullanma başarı puanında artış, 6 tanesinin AY'yi kullanma başarı puanında düşüş meydana gelmiştir. Kalan 13 öğretmen adayının AY'yi kullanma toplam puanında değişim olmadığı görülmüştür.

FYKBT'de deney ve kontrol gruplarının ön test son test AY'yi kullanma başarı puanlarındaki değişim karşılaştırıldığında deney grubu öğrencilerinin yaklaşımlardaki başarı puanlarında daha çok değişim olduğu görülmüştür. Uygulama sonrasında öğretmen adaylarının AY'yi kullanma başarılarındaki değişimin daha ayrıntı olarak incelenmesi adına öğretmen adaylarının başarı puan seviyeleri ve bu seviyelerde yapılmış çözümler örnek olarak sunulmuştur.

Deney ve kontrol grubu arasında FYKBST'de AY ile yapmış oldukları çözümlerden almış olduğu toplam puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için son test puanlarına bağımsız-t testi uygulanmıştır. Bağımsız-t testi sonuçları Tablo 15'te sunulmuştur.

Tablo 15. Deney ve Kontrol Gruplarının FYKBST'deki AY Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

FYKBST	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Son test	Deney	20	7,55	4,09	39	8,036	0,000
	Kontrol	21	0,23	0,76			

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında uygulanan FYKBST'de deney grubundaki öğretmen adaylarının analitik yaklaşım puan ortalaması $\bar{x}$ = 7,55 kontrol grubundaki öğretmen adaylarının ortalaması $\bar{x}$ = 0,23 çıkmıştır. Burada AY ortalam puanları arasında oluşan fark dikkat çekicidir. Deney grubuna ait olan 7,55 puan ortalaması, öğretmen adaylarının yapmış oldukları analitik çözümlerde çözümün neredeyse tüm basamaklarını doğru olarak tamamladıklarını fakat teoremlerin isimleri ya da gösterimlerde hataya düştüklerini ifade etmektedir. Kontrol grubundaki AY puan ortalaması ise öğretmen adaylarının uygulama sonrasında Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde AY'yi kullanırken sadece problemde verilenleri veya çözümün için gereksiz ifadeleri yazdıkları anlamına gelmektedir. Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının FYKBT son testten aldıkları AY puanları için yapılan bağımsız t-testi sonucunda gruplar arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmaktadır ($t = 8{,}036$ ve $p < 0{,}05$ ($p=0{,}000$)). Bu durum, farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının deney grubu öğretmen adaylarının AY'yi kullanma başarılarını arttırdığı anlamına gelmektedir.

Tablo 11 ve Tablo 15 incelendiğinde deney grubunda FYKBST'de AY'yi kullanma başarı puan ortalamasında bir artış olduğu görülmektedir. Deney grubu öğrencilerinin AY'yi kullanma başarı ön test ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını ortaya çıkarmak için bağımlı t-testi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son testleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren bağımlı t-testi sonuçları Tablo 16'da sunulmuştur.

Tablo 16. Deney Grubu AY'yi Kullanma Başarı Ön Test Son Test Puanlarına İlişkin t-testi Sonuçları

Deney Grubu	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön Test	20	1,40	2,13	19	-6,349	0,000
Son Test	20	7,55	4,09			

Tablo 16'dan da görüldüğü üzere deney grubundaki öğretmen adaylarının AY'yi kullanma ön test başarı puan ortalaması $\bar{x}$ = 1,40, son test puan ortalaması ise $\bar{x}$ = 7,55 çıkmıştır. Burada elde edilen ortalama puanların deney grubunun farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde AY'yi kullanırken sadece problemde verilenleri veya çözüm için gereksiz ifadeleri kullanırlarken, uygulama sonrasında çözümü bazı hatalar (teoremlerin isimleri, gösterimler, vb.) ile neredeyse tamamlayabildikleri anlamına gelmektedir. AY'yi Euclid geometrisi problemlerinde kullanma puan ortalamalarındaki bu artış öğretmen adaylarının AY için yaşadıkları problem çözme süreçlerinde gelişim gösterdiklerinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Ön test ve son test verilerine yapılan bağımlı t-testinde deney grubu öğrencilerinin AY'yi kullanma başarı puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = -6{,}349$, $p < 0{,}05$ (0,000)). Bu durum farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının AY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Tablo 11 ve Tablo 15 incelendiğinde de kontrol grubundaki öğretmen adaylarının AY'yi kullanma son test puan ortalamalarında da bir azalma görülmektedir. Son test puanındaki bu azalmanın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için kontrol grubu öğretmen adaylarının ön test ve son test puanlarına eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. Ön test ve son test arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren eşleştirilmiş t-testi sonuçları Tablo 17'de sunulmuştur.

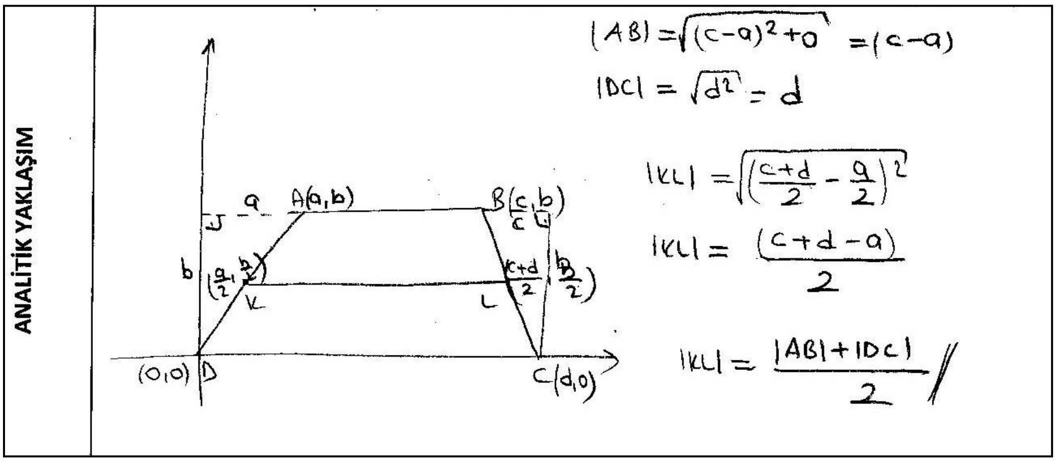
Tablo 17. Kontrol Grubu AY’yi Kullanma Başarı Ön Test Son Test Puanlarına İlişkin t-Testi Sonuçları

Kontrol Grubu	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön Test	21	0,90	2,02	20	1,521	0,144
Son Test	21	0,23	0,76			

Tablo 17 incelendiğinde kontrol grubu AY’yi kullanma ön test başarı puanlarının ortalaması $\bar{x}$ = 0.90 iken son test puanlarının ortalaması $\bar{x}$ = 0,23’tür. Burada SY odaklı yürütülen öğrenme ortamına dahil olan kontrol grubu öğretmen adaylarının AY puan ortalamalarında düşüş meydana geldiği görülmektedir. Uygulama öncesi ve sonrasında kontrol grubunda AY’yi kullanma başarılarında düşüş meydana geldiği söylenebilir. Aslında her iki ortalamada öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerini çözerken kullandıkları AY’de sadece problemde verilenleri veya çözüm için gereksiz ifadeleri yazdığını göstermektedir. Ön test ve son test verilerine yapılan eşleştirilmiş t-testi sonucunda ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir ilişkinin ortaya çıkmadığı görülmektedir (t = 1,521, p>0,05). Dolayısıyla kontrol grubunda yürütülen SY odaklı öğrenme ortamının öğretmen adaylarının AY’yi kullanma başarıları üzerinde bir etki yaratmadığı söylenebilir.

Uygulamanın başında deney ve kontrol grupları arasında AY’yi kullanma başarılarına ilişkin bir farkın olup olmadığını ortaya çıkarmak amacıyla yapılan bağımsız t-testinin sonuçları, her iki grubun AY’yi kullanma başarılarının denk olduğunu göstermişti. Deney grubundaki uygulamaların (deney grubunda geometri derslerinin farklı yaklaşımları birlikte kullanmaya dayalı olarak yürütülmesi) öğretmen adaylarının AY’yi kullanma başarıları üzerindeki ilerlemeye olumlu etki sağladığı belirlenmiştir. Fakat kontrol grubunda yürütülen uygulamaların (kontrol grubunda geometri derslerinin sadece sentetik yaklaşım temelli yürütülmesi) öğretmen adaylarının AY’yi kullanma başarıları üzerinde bir etki sağlamadığı yapılan bağımlı t-testi sonuçlarında ortaya çıkmıştır.

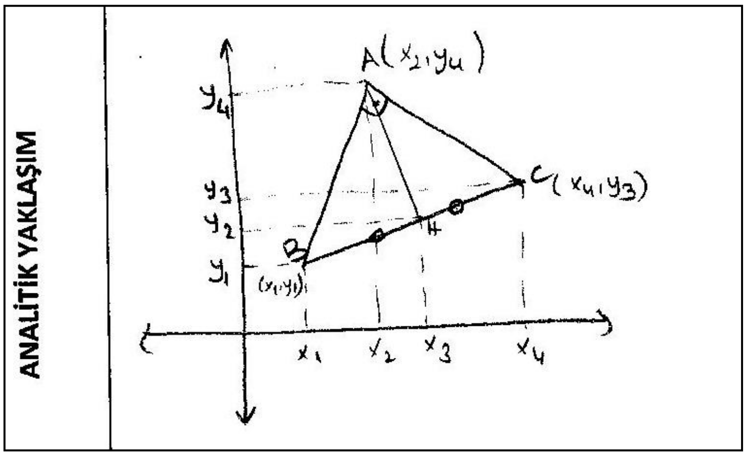
Tablo 14 incelendiğinde deney grubu öğretmen adaylarının AY’yi kullandıkları çözümlerin 35’inde (%58,3) tüm basamakları hatasız şekilde tamamlamış oldukları görülmektedir. Bu durum, deney grubu öğretmen adaylarının son testte AY’yi kullanmadaki başarılarında ön teste göre oldukça fazla bir artışın gerçekleşmiş olduğunu göstermektedir. Başarılı olan çözümlerden birine örnek olması için Ö-8 kodlu deney grubu öğretmen adayının analitik çözümü aşağıda verilmektedir. Bu çözüm, FYKBS’deki üçüncü probleme aittir. Bu problemde, verilen herhangi bir yamukta orta taban uzunluğunun alt ve üst taban uzunluklarının toplamının yarısına eşit olduğunun gösterilmesi istenmiştir.



Şekil 12. Ö-8 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBST’deki üçüncü probleme ait 4-puanlık analitik çözümü

Şekil 12 incelendiğinde Ö-8 kodlu öğretmen adayı, problemde verilen bir ABCD yamuğunu analitik düzleme tabanı x-ekseni üzerinde olacak şekilde yerleştirmiştir. Analitik düzleme yerleştirilen yamuğun köşelerinin koordinatları A(a,b), B(c,b), C(d,0) ve D(0,0) olarak belirlenmiştir. Yamuğun üst tabanı olan [AB] kenarının uzunluğunu iki nokta arasındaki uzaklık formülünden (c-a) olarak bulan öğretmen adayı, daha sonra alt taban uzunluğunu benzer şekilde $|DC| = \sqrt{d^2} = d$ olarak bulmuştur. Şekilde orta tabanının uçlarını temsil eden K ve L noktalarının koordinatlarının iki nokta arasındaki uzaklık formülünden bulunmuş olduğu görülmektedir. yine bu orta taban uzunluğunu bulmak için iki nokta arasındaki uzaklık formülü kullanılmış ve $|KL| = \frac{c+d-a}{2}$ olarak bulunmuştur. Son olarak da $|KL| = \frac{|AB|+|DC|}{2}$ olduğu gösterilerek çözüm tamamlanmıştır. Ö-8, yapmış olduğu çözümdeki bütün adımları eksiksiz olarak tamamlayarak uygulama sonrası AY’yi kullanmada başarılı olarak kabul edilmiştir.

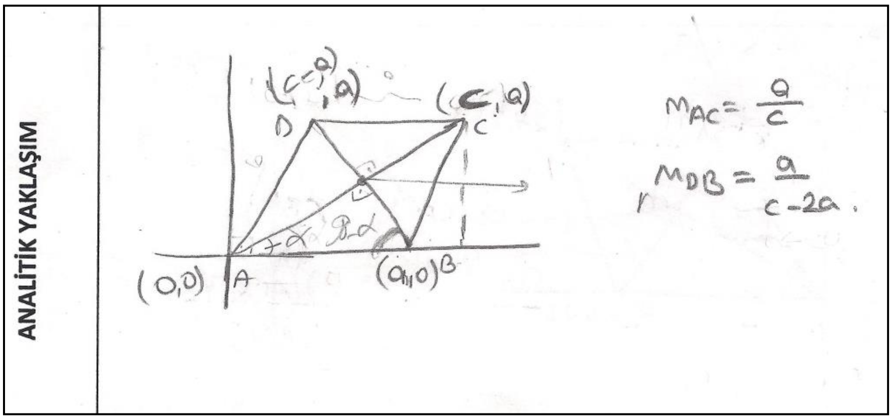
Deney grubunda AY ile yapılan çözümlerden 4 (%6,7) tanesine 0-puan verilmiştir. Bu puanın anlamı, yapılan analitik çözümde öğretmen adayları sadece problemde verilenleri kullanmakla yetinmişlerdir veya çözüm için geçersiz ifadeleri yazmışlardır. Bu çözümlerden Ö-10 kodlu öğretmen adayına ait olan çözüm aşağıda sunulmaktadır. Bu çözüm FYKBST’deki ilk probleme aittir. Bu problemde istenen, bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüsün uzunluğunun yarısı olduğunun gösterilmesidir.



Şekil 13. Ö-10 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBS'deki birinci probleme ait 0-puanlık analitik çözümü

Şekil 13 incelendiğinde Ö-10 kodlu öğretmen adayının birinci problemin ifadesinde yer alan dik üçgeni analitik düzleme yerleştirdiği görülmektedir. Çözümde daha sonra dik üçgenin köşelerinin koordinatları belirlenmiştir. Üçgenin dik köşesinden hipotenüse indirilen bir doğru parçası [AH] olarak belirlenmiştir. H noktası, [BC] kenarının orta noktası olarak temsil edilmiş ve bu kenarı iki eşit parçaya böldüğü şekil üzerinde yapılan işaretleme sonucunda ifade edilmiştir. Bu çözümde öğretmen adayı, AY'yi kullanırken üçgeni analitik düzleme yerleştirip bu şeklin özelliklerini koordinat sisteminin elemanları ile temsil etmiştir. Burada öğretmen adayının sentetik geometri bilgisini analitik düzleme transfer edebildiği görülmektedir. Fakat bu çözümde dik üçgenin kenarları ile bu kenarların eğimleri arasında ilişkilendirme kurmada öğretmen adayının yetersiz kaldığı görülmektedir. Ayrıca öğrenme ortamındaki uygulamalar esnasında sentetik bir geometrik şekli analitik düzleme yerleştirirken seçilen en uygun noktanın başlangıç noktasına yerleştirilebileceği vurgulanmış olmasına rağmen bu durum kullanılmamıştır. Aslında bu haliyle de çözüm yapılabileceği açık olmasına rağmen, bu durumun altında yatan sebebin dik üçgendeki dik açının koordinat düzlemindeki diklik ile ilişkilendirememe durumu olduğu söylenebilir. Öğretmen adayı, bu çözümünde problemde verilenleri ve çözüm için istenilen ifadeleri analitik düzleme yerleştirmekle yetinmiştir. Çizilen [AH] doğru parçası, hipotenüsü ikiye bölüyormuş gibi ifade edilmiş fakat bunun gerekçesi veya açıklaması yapılmamıştır. Bu nedenle bu çözüme verilen puan sıfırdır. Ö-10 kodlu öğretmen adayı, bu çözümde AY'yi kullanmada başarı gösterememiştir.

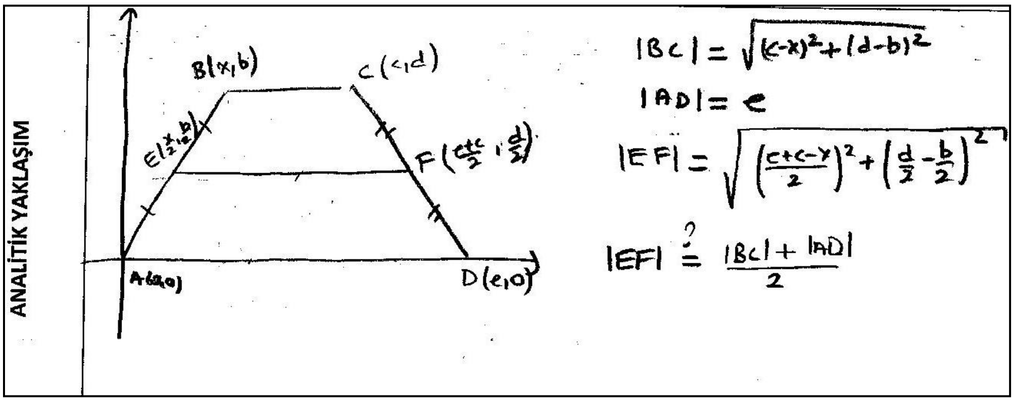
Deney grubunda AY ile yapılan çözümlerden 3 (%5) tanesine 1-puan verilmiştir. bu çözümlerde öğretmen adayları, en az bir tane gerekli ve geçerli ifadeyi yazmış ve bunun gerekçesini bildirmiştir. Bu çözümlerden Ö-2 kodlu deney grubu öğretmen adayına ait olan çözüm aşağıda verilmiştir. Bu çözüm FYKBT son test ikinci probleme aittir. Bu problemde bir eşkenar dörtgene ait köşegenlerin dik kesiştiğinin bulunması istenmektedir.



Şekil 14. Ö-2 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBST'deki ikinci probleme ait 1-puanlık analitik çözümü

Ö-2 kodlu öğretmen adayının çözümünü gösteren şekil incelendiğinde problemde verilen eşkenar dörtgenin analitik düzleme yerleştirildiği görülmektedir. Aynı zamanda öğretmen adayı, analitik düzleme yerleştirdiği şeklin köşelerinin koordinatlarını belirlemiştir. Burada öğretmen adayının şeklin bir köşesini koordinat düzleminin başlangıç noktasına, bir kenarını da x-ekseni üzerine yerleştirdiği görülmektedir. Bu durum, öğretmen adayının sentetik bir şeklin özellikleri ile analitik düzlemdeki elemanlar arasında ilişki kurduğunu göstermektedir. Ayrıca bu durum, paralelkenarın üst kenarının köşelerinin koordinatlarını belirlerken de ortaya çıkmıştır. Sentetik bir şekilde karşılıklı kenarların paralelliği durumu ile eğimlerin birbirine eşit olması durumları ilişkilendirilmiştir. Daha sonra [AC] ve [DB] ile temsil ettiği köşegenleri şekil üzerinde gösteren öğretmen adayı, bu köşegenlerin dik olduğunu gösteren dik işaretini köşegenlerin kesişim noktasında kullanmıştır. Bu dikliğin doğru olduğunu göstermek isteyen öğretmen adayı, bu dik açının olduğu kısımdan bir okla şeklin yanında yazılmış olan eğimleri işaret etmektedir. Bu eğimler sırasıyla [AC] ve [DB] doğru parçalarına aittir. Bu eğimler yazılmış olmasına rağmen öğretmen adayı köşegenlerin dik kesiştiğini gösterir nitelikte bir çözüm adımı kullanmamıştır. Dolayısıyla problemin çözümü sadece verilen eğimlerden ibarettir. Bu ise yapılan çözüme 1-puan verilmesini gerektirmektedir. Bu çözüm, Ö-2'nin AY'yi kullanmada başarısız olduğunu göstermektedir.

Son olarak AY ile yapılan çözümlerden 2-puan alınan toplam 4 (%6,7) tane çözüm bulunmaktadır. Bu çözümlerde öğretmen adayları neredeyse çözüm basamaklarının yarısını doğru olarak tamamlamış fakat önceki basamaklarda yapılan hatalar sebebiyle çözüm tamamlanamamıştır. Bu çözüme örnek olarak Ö-7 kodlu deney grubu öğretmen adayının çözümü aşağıda verilmektedir. Bu çözüm, FYKBS'deki üçüncü probleme ait bir çözümdür.



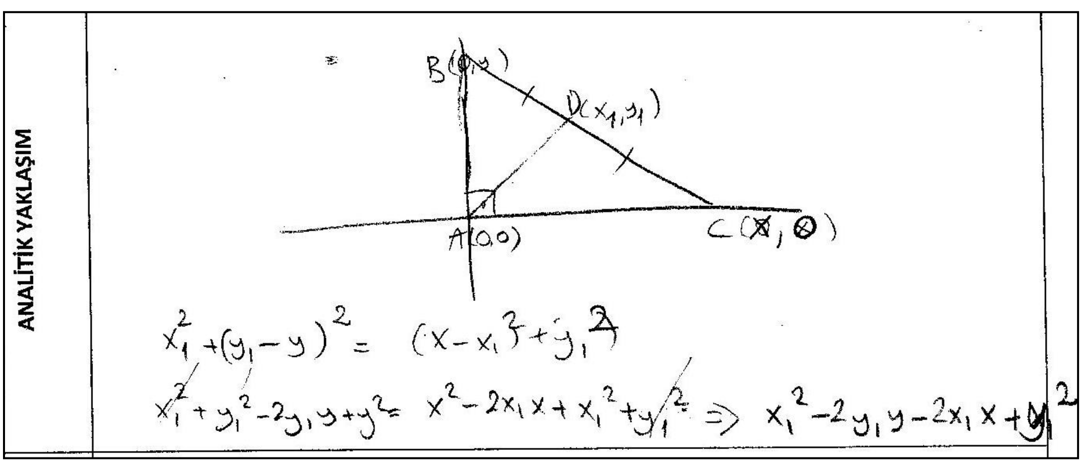
Şekil 15. Ö-7 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBST'deki üçüncü probleme ait 2-puanlık analitik çözümü

Ö-7 kodlu öğretmen adayı, yapmış olduğu çözümde problemde verilen yamuğu analitik düzleme yerleştirmiş ve bu yamuğa ait köşegenlerin koordinatlarını belirlemiştir. Yamuğun üst ve alt tabanları sırasıyla BC ve AD olarak belirlenmiştir. Öğretmen adayı, yamuğun orta tabanını paralel olmayan AB kenarının orta noktasını E ve CD kenarının orta noktasını F olarak belirleyip bu noktaları birleştiren doğru parçası olan [EF] olarak almıştır. Orta noktaları belirlerken öğretmen adayı, analitik düzlemde iki noktanın orta noktasını veren formülü kullanmış olduğu görülmektedir. Çünkü a ve b noktalarının orta noktası olan E noktasının apsisini $\frac{x}{2}$, yani b noktasının apsisi olan x ile A noktasının apsisi olan 0'ı toplayıp ikiye bölerek elde etmiş olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde F noktasının apsisini belirlerken de C noktasının apsisi olan c ve D noktasının apsisi olan e'yi toplayarak ikiye bölmüş ve $\frac{e+c}{2}$ olarak bulmuştur. Daha sonra çözümde BC, AD ve EF kenarlarının uzunluğu iki nokta arasındaki uzaklık formülünden bulunmuştur. Fakat öğretmen adayı, orta tabanın uzunluğunun alt ve üst tabanlarının uzunluğunun yarısına eşit olduğunu gösterememiştir. Burada öğretmen adayının yamuğun alt ve üst tabanlarının birbirlerine paralel olması durumunu şeklin köşelerinin koordinatlarını belirleme basamağında taşıyamağı görülmektedir. Şeklin üst tabanının koordinatları belirlenirken apsisleri farklı olmasına rağmen, x-eksenine paralel çizilmesi sebebiyle ordinatlarının aynı olması gerekmektedir. Fakat öğretmen adayı, bu kavramlar arasındaki ilişkiyi kuramadığı için üst taban için ordinatları farklı almıştır. Dolayısıyla alt ve üst taban arasında kurulması gereken bağlantı kurulamamış ve sonuca ulaşılamamıştır. Bu problemin AY ile çözümündeki basamakların hemen hemen yarısını tamamlayan Ö-7 kodlu öğretmen adayının çözümüne 2-puan verilmiştir. Bu çözümde göstermiş olduğu performans sebebiyle öğretmen adayı, AY'yi doğru olarak kullanmada başarılı olamamıştır.

Deney grubunda AY ile çözümlerin yapılması istenen kısımda 14 (%23,3) çözüm boş bırakılmıştır. Ön teste göre son testte boş bırakılan analitik çözümlerde kayda değer bir azalma olduğu görülmektedir.

Uygulama sonrasında deney grubundaki öğretmen adaylarının AY ile yapmış oldukları çözümlerin yarısından fazlasında başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ön testte gösterilen AY'yi kullanma başarısına oranla son testte artış olduğu görülmektedir. Diğer yandan AY ile yapılması istenen çözümlerden cevapsız bırakılanların sayısında son testte ön teste göre bir azalma meydana gelmiştir. Buradan farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının deney grubundaki AY'yi kullanma başarısı üzerinde olumlu bir etki gösterdiği söylenebilir.

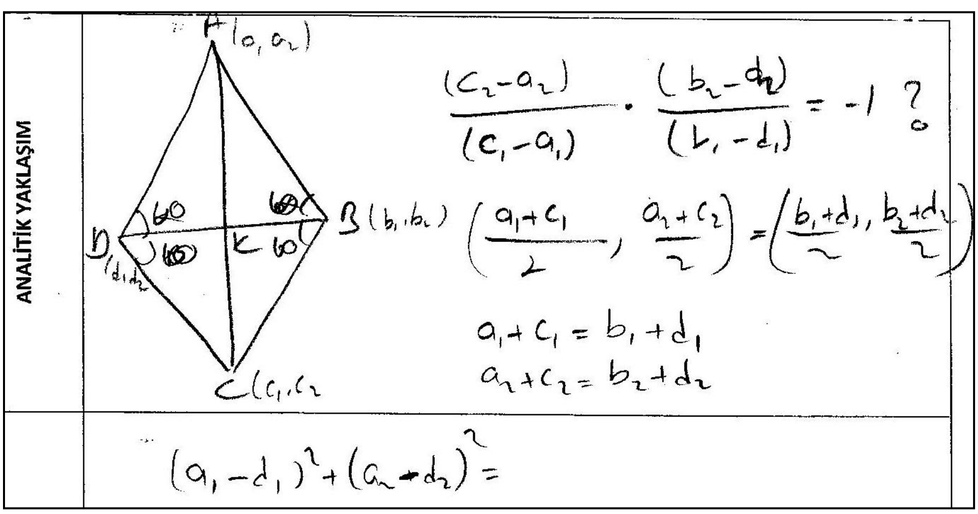
Kontrol grubunda AY ile yapılan çözümlerde öğretmen adaylarının hiçbirisi başarılı olamamıştır. Zaten AY ile yapılan çözümler sadece 3 (%4,8) tanedir. Bu çözümlerden alınan maksimum puan ikidir. Kalan çözümler cevapsız bırakılmıştır. Kontrol grubunda AY'nin kullanıldığı çözümlerden 2 (%3,2) tanesine 1-puan verilmiştir. Bu çözümler için öğretmen adaylarının en az bir gerekli ve geçerli ifade yazmış olduğu ve bunun gerekçesini verdiği görülmektedir. Bu çözümlere örnek olarak Ö-7 kodlu kontrol grubu öğretmen adayına ait olan analitik çözüm aşağıdaki şekilde verilmiştir. Bu çözüm FYKBST'deki birinci probleme ait bir çözümdür.



Şekil 16. Ö-7 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBST'deki birinci probleme ait 1-puanlık analitik çözümü

Şekil 16 incelendiğinde problemin ifadesinde verilen dik üçgen Ö-7 tarafından analitik düzleme dik köşe olan A köşesi başlangıç noktasına, kenarları da eksenler üzerinde olacak şekilde yerleştirilmiştir. Üçgenin köşelerinin koordinatları sırası ile A(0,0), B(0,y) ve C(x,0) olarak belirlenmiştir. Daha sonra şekil üzerinde hipotenüse ait AD kenarortayı çizilmiştir ve kenarortayın hipotenüsü kestiği nokta olan D'nin koordinatları $D(x_1,y_1)$ olarak yazılmıştır. Öğretmen adayı, DB ve DC kenarlarının eşitliğini iki nokta arasındaki uzaklık formülünden bulmaya çalışmıştır. x, y, x_1, y_1 gibi dört tane değişken eşitlikte Ö-7'nin denklem çözümünü tamamlayamadığı görülmektedir. Öğretmen adayı, çözümü tamamlamak için gerekli olan IDBI=IDAI eşitliğini gösterebilmek adına DB ve DC kenarlarının uzunluklarının birbirlerine eşit olduğunu göstermek istemiştir. Bunun için gerekli olan iki nokta arasındaki uzaklık formülünü de doğru kullanmıştır. Fakat öğretmen adayı, burada problemde verilen ifadeyi göstermekten öteye geçememiştir. Halbuki öğretmen adayının çözümünde belirlediği D noktası, B ve C noktalarının orta noktası olduğundan orta nokta tanımını kullanarak D'nin koordinatlarını bu şekilde belirlemesi gerekmekteydi. Bu sebeplerden dolayı bu çözüme 1-puan verilmiş ve bu çözümde Ö-7 AY'yi kullanmada başarısız olarak kabul edilmiştir.

Kontrol grubundaki analitik çözümlerden 1 tanesine 2-puan verilmiştir. Bu çözümü yapan Ö-13 kodlu öğretmen adayının çözümü aşağıda sunulmaktadır. Bu çözüm FYKBST'deki ikinci problemin çözümüne aittir.



Şekil 17. Ö-13 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBST'deki ikinci probleme ait 2-puanlık analitik çözümü

Şekil 17 incelendiğinde verilen bir eşkenar dörtgenin köşelerinin koordinatları belirlenmiştir. Çizilen AB ve CD köşegenlerinin birbirlerine dik olması için eğimlerinin -1 olması gerektiği de şeklin sağ tarafında yazılmıştır. Daha sonra köşegenlerin kesim noktasının köşegenleri eşit iki parçaya ayırdığını ifade eden

$\left(\frac{a_1+c_1}{2}, \frac{a_2+c_2}{2}\right) = \left(\frac{b_1+d_1}{2}, \frac{b_2+d_2}{2}\right)$ eşitliği yazılmıştır. Koordinat düzleminde iki noktanın eşitliğinden karşılıklı apsis ve ordinatların eşit olduğu yazılmıştır. Öğretmen adayı, bundan sonraki kısımda çözümü devam ettirememiştir. Çözüm adımları incelendiğinde aslında çözümün neredeyse yarısının yapıldığı görülmektedir. Fakat bir sonraki adımda öğretmen adayı eşkenar dörtgenin kenarlarının eşitliğini kullanmayı deneyerek çözümü devam ettirmek istediğinden çözümde sonuca ulaşılamamıştır. Bu sebeple Ö-13'ün analitik çözümüne 2-puan verilmiştir. Öğretmen adayı, bu çözümü ile AY'yi kullanmada başarısız olmuştur.

Sentetik yaklaşımdan başka farklı bir yaklaşım kullanılmadan yürütülen geometri dersinden sonra kontrol grubu öğretmen adaylarının büyük çoğunlukla AY ile yapılması istenen çözümleri cevapsız bıraktığı görülmektedir. Bu demektir ki uygulanan geometri dersinden sonra öğretmen adaylarının AY'yi kullanma başarı puanlarında bir düşüş meydana gelmiştir. Yani SY odaklı yürütülen geometri dersleri kontrol grubundaki öğretmen adaylarının AY ile yaptıkları problem çözüm oranlarını olumsuz yönde etkilemiştir. Diğer yandan yine bu dersin öğretmen adaylarının AY'yi kullanma başarılarını olumsuz etkilediği tespit edilmiştir.

Uygulama sonrasında deney grubundaki bazı öğretmen adayları için AY'yi kullanma başarıları düzeylerinin düşük olmasının altında yatan sebepleri incelemek için öğretmen adayları ile uygulama sonrasında yürütülen mülakatlar kullanılmıştır. Bu mülakatlardan elde edilen bulgular doğrultusunda AY'nin kullanımında yaşanan güçlükler ile ilgili kodlar ve öğretmen adaylarında bu güçlüklerin görülme sıklığını gösteren tablo aşağıda verilmektedir.

Tablo 18. Son Mülakattan Elde Edilen Bulgulara Göre AY'de Yaşanan Güçlüklerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Tanımları, kuralları belirleyememe	1	-	2	-	-	-
Şekli analitik düzleme yerleştirememe	1	-	-	1	-	-
İşlemlerin uzun olması	1	-	-	-	1	-

Tablo 18 incelendiğinde son mülakata göre problem çözme sürecinde kullanılan AY'de yaşanan güçlükler üç kod altında toplanmaktadır. Bu kodlardan ilki, "Tanımları, kuralları belirleyememe" dir. Bu kod altında Ö-1 ve Ö-2 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri mevcuttur. Öğretmen adaylarının AY'deki tanımları veya kuralları belirlerken karşılaştıkları güçlükler arasında diklik veya paralellik kurallarını belirleyememe, bir doğru parçasını belli oranlarda bölen noktanın koordinatlarını belirleyememe ve üçgenin alanını bulmak için kullanılan determinantın boyutunu tespit edememe gibi durumlar bulunmaktadır. Bu kod altında görüşü bulunan Ö-3 kodlu öğretmen adayının açıklaması örnek olması için aşağıda sunulmaktadır.

> Ö-3 : Bir doğru parçasını belli oranlarda bölen noktanın koordinatlarını belirlemede zorlandım. Çözümlerimde bu sebeple yanlış çıktı.

Yukarıdaki açıklamadan da görüldüğü gibi Ö-3 kodlu öğretmen adayı, problem çözümlerinde kullanılması gereken durumlarda bir doğru parçasını belli oranlarda bölen noktanın koordinatlarını belirlemede zorlandığını belirtmektedir. Öğretmen adayı, bu sebeple problem çözümlerinde doğru sonuca ulaşamamıştır.

İkinci kod olarak belirlenen "Şekli analitik düzleme yerleştirememe" kodu altında iki öğretmen adayının görüşü bulunmaktadır. Bu görüşler incelendiğinde genelde öğretmen adaylarının düzgün olmayan geometrik şekilleri analitik düzleme yerleştirirken problem yaşadıklarını göstermektedir. Öğretmen adayları, problemde düzgün bir çokgen (kare, dikdörtgen, paralelkenar, vb) olduğunda bu durumu yaşamadıklarını ifade etmişlerdir. Ö-1 kodlu öğretmen adayının bu kod altındaki görüşü aşağıda örnek olarak sunulmuştur.

> Ö-1 : Düzgün olmayan bir şekil oluyor. Yani herhangi bir dörtgen, paralelkenar falan değil. Onu koordinat düzlemine nasıl yerleştireceğim? Aralarında bağlantı olmayan bir sürü noktalar oluyor. Karışık oluyor. O yüzden analitik yaklaşımda zorlanıyorum ve onu pek tercih etmek istemiyorum.

Ö-1 kodlu öğretmen adayına ait olan yukarıdaki ifadede düzgün olmayan bir çokgenle karşılaşıldığında bu geometrik şekli analitik düzleme yerleştirmede zorluk yaşandığı belirtilmektedir. Bunun sebebi olarak da düzgün olmayan bu tip çokgenlerde birbiri ile bağlantısı olmayan birçok noktanın bulunması gösterilmiştir. Bu noktaların da analitik düzleme yerleştirilmesi öğretmen adayı için AY'de bir güçlük olarak karşısına çıkmaktadır.

AY'de karşılaşılan güçlükler alt başlığında son kod olarak belirlenen "İşlemlerin uzun olması" kodunu oluşturan görüşler Ö-1 ve Ö-5 kodlu öğretmenlere aittir. Öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde AY'de yapılan çözümlerde işlemlerin genelde uzun sürdüğü yönünde bir algı mevcuttur. İşlemlerin uzun sürmesi öğretmen adaylarında çözümü tamamlayamama gibi bir durumu ortaya çıkarmaktadır. Öğretmen adayları bu durumu AY'de bir güçlük olarak belirtmişlerdir. Ö-5 kodlu öğretmen adayının bu konuda sahip olduğu görüşün bir kısmı aşağıda verilmektedir.

> Ö-5 : Analitik yaklaşımda çoğunlukla çok uzun işlem oluyor. Çöz çöz bitmiyor. Analitik yaklaşımda bir problemi çözerken çok uzun uzadıya işlemlerle uğraşınca ben sıkılıyorum, yapmıyorum çok uzun çıkıyor diye.

Ö-5 kodlu öğretmen adayı yukarıdaki ifadesinde AY ile yapılan çözümlerde işlemlerin uzun olduğunu ve bu durumun çözümü tamamlamada kendisine engel olduğunu söylemiştir. Çözümü tamamlayamadığı için de bu öğretmen adayı için AY'de işlemlerin uzun olması bir güçlük olarak kabul edilebilir.

Uygulama sonrasında AY'yi kullanmada yaşanan güçlükler incelendiğinde üç faktör karşımıza çıkmaktadır. Bunlar; tanımları-kuralları belirleyememe, şeklin analitik düzleme yerleştirememe ve işlemlerin uzun olması şeklinde kodlar altına toplanmıştır. Ön testte de karşılaşılan güçlükler arasında bu üç faktör bulunmaktadır. Bu sebeple yürütülen uygulamanın bu güçlükleri önlemede olumlu bir etki yaratmadığı düşünülebilir.

Özetle bu bölümde farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı, uygulanmadan önce ve sonra deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının AY'yi kullanabilme durumlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla üç yaklaşımdaki deney ve kontrol grubu FYKBÖT ve FYKBST AY puan dağılımları, ön test istatistiklerinden (bağımsız t-testi, bağımlı t-testi) elde edilen bulgular ve öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar sunulmuştur. Uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının AY puan dağılımlarının birbirlerine denk özelliklerde olduğu belirlenmiştir. Her iki grupta da yapılan analitik çözümlerin 0-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde sadece problemde verilenleri ya da sonuca ulaşmak için geçerli olmayan ifadeleri yazmış oldukları anlamına gelmektedir. Uygulamalar sonrasında ise deney grubundaki AY puanlarının 4-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Kontrol grubunda ise AY puan dağılımları 1-puanda yoğunlaşmaktadır. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının AY'deki başarı durumlarını olumlu yönde etkilediği şeklinde yorumlanabilir. Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının AY ortalama puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın oluşmadığı da yapılan bağımsız t-testi sonucu ortaya çıkmıştır. Uygulama sonrasında ise bu durum deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farkın oluşması olarak tespit edilmiştir. Yani Euclid geometrisi problem çözümlerinde kullanılan AY'deki başarıya tasarlanan öğrenme ortamının olumlu etki ettiği söylenebilir. Uygulama öncesinde AY ile yapılan problem çözümlerinde karşılaşılan zorlukların genelde bilgi eksikliğinden kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğretmen adayları, çözümlerde gerekli olan bazı analitik bilgileri hatırlamada zorlandıklarını bu sebeple de çözümü tamamlayamadıklarını ifade etmiştir. Uygulama sonrasında ise karşılaşılan güçlüklerde azalma olmasına rağmen "şekli koordinat düzlemine yerleştirememe" ve "analitik çözümdeki işlemlerin uzun olması" gibi durumların öğretmen adayları tarafından hala güçlük olarak algılandığı görülmüştür.

4. 1. 2. Deney ve Kontrol Grubu Öğretmen Adaylarının Uygulama Öncesi ve Sonrasında SY'yi Kullanabilme Durumları

Bu bölümde ilk olarak deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde SY'yi kullanabilme, daha sonra uygulama sonrasında bu yaklaşımı kullanabilme durumlarına yönelik bulgulara yer verilmektedir.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının farklı yaklaşımlara dayalı olarak tasarlanan geometri dersinden önce geometri problem çözümlerinde kullandıkları SY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 19. Öğretmen Adaylarının FYKBÖT'deki SY Puan Dağılımları

Soru		1				2				3				Toplam			
Kategori	Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
S(Sentetik)	0	8	40	1	4,8	14	70	7	33,2	8	40	6	28,6	30	50	14	22,2
	1	4	20	5	23,7	1	5	4	19,1	5	25	6	28,6	10	16,7	15	23,8
	2	2	10	8	38,1	-	-	6	28,6	-	-	3	14,3	2	3,3	17	27
	3	1	5	3	14,3	1	5	3	14,3	-	-	1	4,8	2	3,3	7	11,1
	4	4	20	4	19,1	2	10	1	4,8	2	10	2	9,5	8	13,3	7	11,1
	Boş	1	5	-	-	2	10	-	-	5	25	3	14,3	8	13.3	3	4,8

Tablo 19 incelendiğinde deney grubundaki SY puan dağılımlarının 0-puanda, kontrol grubundaki puan dağılımının ise 2-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, FYKBÖT'deki problemlerde deney grubunda yapılan çözümlerde genellikle verilenlerin yazıldığı ya da çözüm için gereksiz ifadelerin kullanıldığını göstermektedir. Kontrol grubunda ise problemlerde bazı çözüm basamaklarının tamamlandığı fakat basamaklarda yapılan çeşitli hatalar nedeniyle çözümün tamamlanamadığı olarak yorumlanabilir. Her iki grupta da cevapsız bırakılan problem sayısı oldukça azdır. Buradan, öğretmen adaylarının uygulama öncesinde Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi kullanma başarılarının deney grubunda düşük olduğu görülürken kontrol grubundaki öğretmen adaylarının deney grubuna göre uygulama öncesinde daha iyi problem çözme performansı sergilediği görülmektedir.

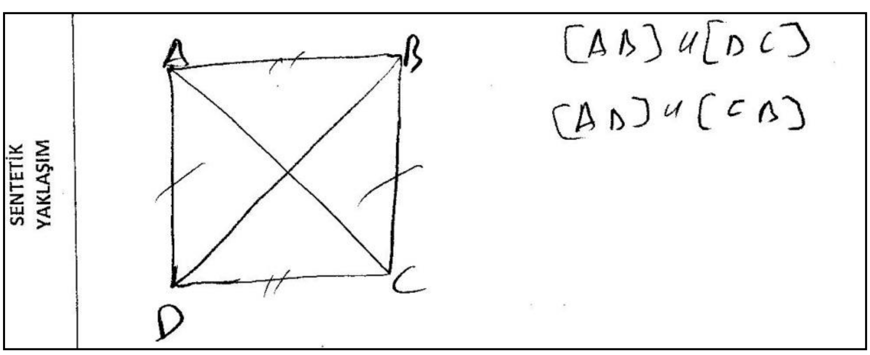
Deney ve kontrol grubu arasında FYKBÖT'deki sentetik çözümlerinde alınan ortalama puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t-testi uygulanmıştır. Bağımsız t-testi sonuçları Tablo 20'de sunulmuştur.

Tablo 20. Deney ve Kontrol Gruplarının FYKBÖT'deki SY Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

FYKBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön test	Deney	20	2,60	2,41	39	-2,30	0,027
	Kontrol	21	4,52	2,89			

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan geometri dersi öncesinde uygulanan FYKBÖT'de, deney grubundaki öğretmen adaylarının SY puan ortalaması $\bar{x}$ = 2,60 iken kontrol grubunda $\bar{x}$ = 4,52 çıkmıştır. Buradan deney grubunda yapılan çözümlerde genellikle sadece problemde verilenlerin ya da problemin çözümüne katkı sağlamayan ifadelerin yazıldığı belirlenmiştir. Kontrol grubundaki ortalama puanın anlamı ise, öğretmen adaylarını problem çözümlerinde genellikle en az bir geçerli ifade yazdığı ve bunun gerekçesini vermesidir. Tablo 20'den görüldüğü gibi deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının FYKBÖT'deki SY ortalama puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında kontrol grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = -2{,}30$, $p < 0{,}05$ (0,027)). Bu durum, kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde Euclid geometri problemlerinin çözümünde SY'yi daha iyi kullanabildiklerini göstermektedir.

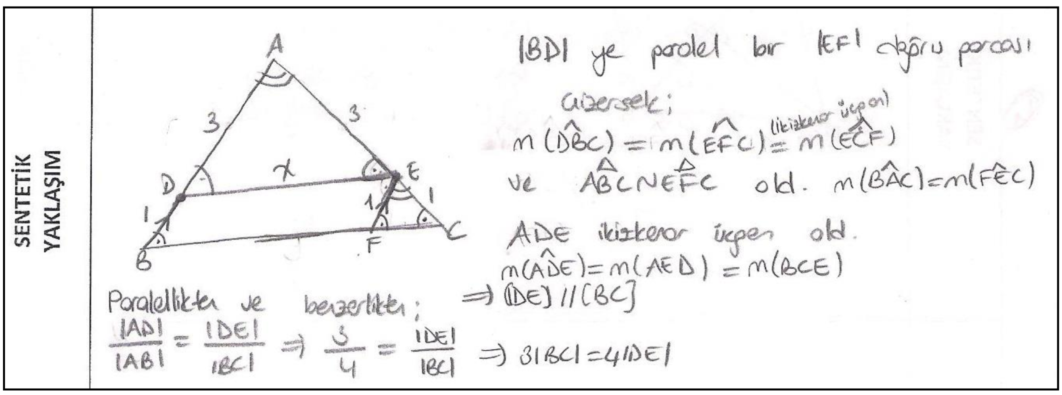
Tablo 19 incelendiğinde deney grubu öğretmen adaylarının, SY ile yapmış oldukları çözümlerin 30 (%50) tanesinden 0-puan aldıkları görülmektedir. yani SY ile yapılan çözümlerin yarısında öğretmen adayları ya çözüm için problemde verilenleri yazmış veya çözüm için geçersiz ifadeleri kullanmışlardır. 0-puan alınan sentetik çözümlerden Ö-11 kodlu öğretmen adayına ait olan çözüm aşağıda verilmektedir. Bu çözüm FYKBÖT'deki ikinci probleme aittir. Bu problemde herhangi bir dörtgene ait köşegenlerin birbirlerini ortalaması durumunda şeklin paralelkenar olduğunun gösterilmesi istenmektedir.



Şekil 18. Ö-11 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 0-puanlık sentetik çözümü

Şekildeki çözüm incelendiğinde problemde herhangi bir dörtgen olarak ifade edilen şeklin ne karşılıklı kenarlarının eşitliğinden ne de paralelliğinden bahsedilmemiş olmasına rağmen öğretmen adayı, problemde verilenleri değil aksine istenenleri yazmış ve şekli o haliyle çizmiştir. Karşılıklı kenarların eşit olduğunu belirten işaretleri paralelkenar üzerinde göstermiş ve bu paralelkenara ait köşegenleri de şekilde çizmiştir. Şeklin yanında $[AB]//[DC]$ ve $[AD]//[CB]$ olduğunu yazmıştır. Burada Ö-14 kodlu öğretmen adayının SY kullandığı çözümünde sadece problemde istenenleri yazmış olması sebebiyle bu çözüme 0-puan verilmiştir. Bu durum, deney grubundaki bu öğretmen adayının kullandığı SY'de başarısız olduğunu ifade etmektedir.

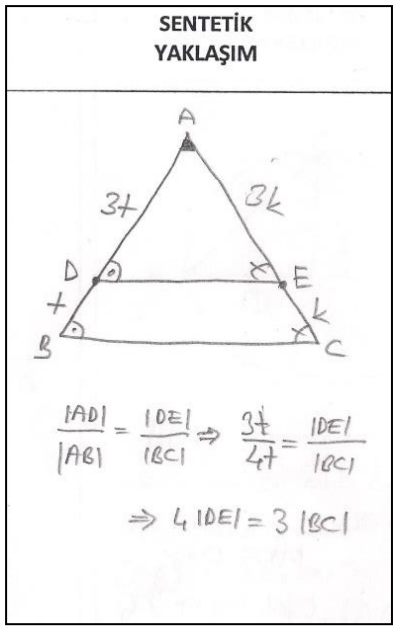
Deney grubunda yapılan sentetik çözümlerin 10 (%16,7) tanesine 1-puan verilmiştir. Bu çözümlerde öğretmen adayları, en az bir tane geçerli ifade yazmış ve bunun gerekçesini vermişlerdir. 1-puanlık sentetik çözüme örnek olarak Ö-17 kodlu öğretmen adayının çözümü aşağıdaki şekilde verilmektedir.



Şekil 19. Ö-17 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 1-puanlık sentetik çözümü

Şekil 19 incelendiğinde Ö-17 kodlu öğretmen adayının birinci problem için yapmış olduğu sentetik çözümde yaptığı ilk işlem, E noktasından geçen ve AB kenarına paralel olan bir doğru parçası çizmektir. Öğretmen adayı, paralelliği kullanarak $m(D\hat{B}C) = m(E\hat{F}C)$ olduğunu göstermiştir. Bu durum, öğretmen adayının çözüm için gerekli ve geçerli bir ifade yazmış ve bunun gerekçesini vermiş anlamına gelmektedir. Fakat öğretmen adayı, soruda kenarların bölme oranı verildiği halde bunu oran olarak algılamayarak kenarların D ve E noktaları ile bölünmüş kısımların uzunluklarını sayılarla ifade etmiştir. Diğer yandan öğretmen adayı, üçgenler arasında oluşturduğu benzerliklerin gerekçelerini yazmamıştır. Problemde gösterilmesi istenen paralellik durumunu, soruda verilen bir ifade olarak kabul edip işlem yapmış ve çözümün diğer basamaklarında bu paralelliği işlem basamaklarında kullanmıştır. Öğretmen adayının problem çözümündeki diğer adımları bu sebeple doğru olarak kabul edilememiştir.

Deney grubundaki öğretmen adaylarının çok az bir kısmı (%3,3) bir problemin çözümünde bazı basamakları doğru olarak tamamlamasına rağmen bazılarında yapmış olduğu hata nedeniyle çözümü tamamlayamamış ve yaptıkları çözümlerden 2-puan almışlardır. Ö-6 kodlu deney grubu öğretmen adayının SY'deki 2-puanlık çözümü aşağıda verilmektedir. Bu çözüm FYKBT ön testteki birinci probleme aittir.

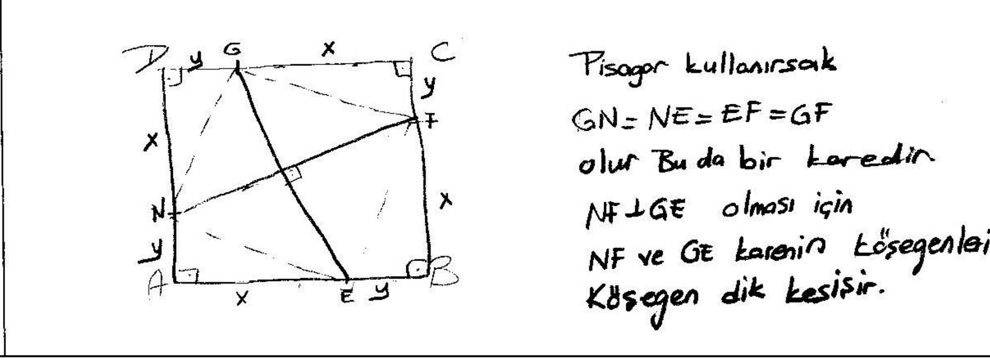


Şekil 20. Ö-6 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 2-puanlık sentetik çözümü

Öğretmen adayının yapmış olduğu sentetik çözüm incelendiğinde, problemde verilen ABC üçgeni çizilmiş ve D ve E noktalarının sırası ile AB ve CD kenarlarını kesme oranları yazılmıştır. Bundan sonraki adım ADE ve ABC üçgenleri arasındaki benzerliğin oluşturulmasıdır. Öğretmen adayı, DE ve BC kenarları arasındaki paralelliği kullanarak üçgenler arasındaki benzerlik oranlarını yazmış ve sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Fakat problemde istenen DE kenarının BC kenarına paralel olma durumu öğretmen adayı tarafından gösterilmediği ve doğrudan kabul edildiği için problemin bir kısmı çözülmüş olarak kabul edilerek öğretmen adayına yaptığı sentetik çözüm için 2-puan verilmektedir. Böylelikle Ö-6 öğretmen adayı, bu çözümde SY'yi kullanmada başarısız olarak kabul edilmiştir.

Deney grubu sentetik çözümleri arasında 3-puan alınan 2 (%3,3) çözüm mevcuttur. Bu çözümlerde öğretmen adayları, çözümün bütün basamaklarını nerdeyse tamamlamış olmalarına rağmen çözümde kullandıkları teoremlerin isimlerinde, gösterimlerde veya sözcüklerde hata yapmışlardır. 3-puanlık sentetik çözümlerden biri Ö-18 kodlu öğretmen adayına ait olup aşağıdaki şekilde verilmektedir.

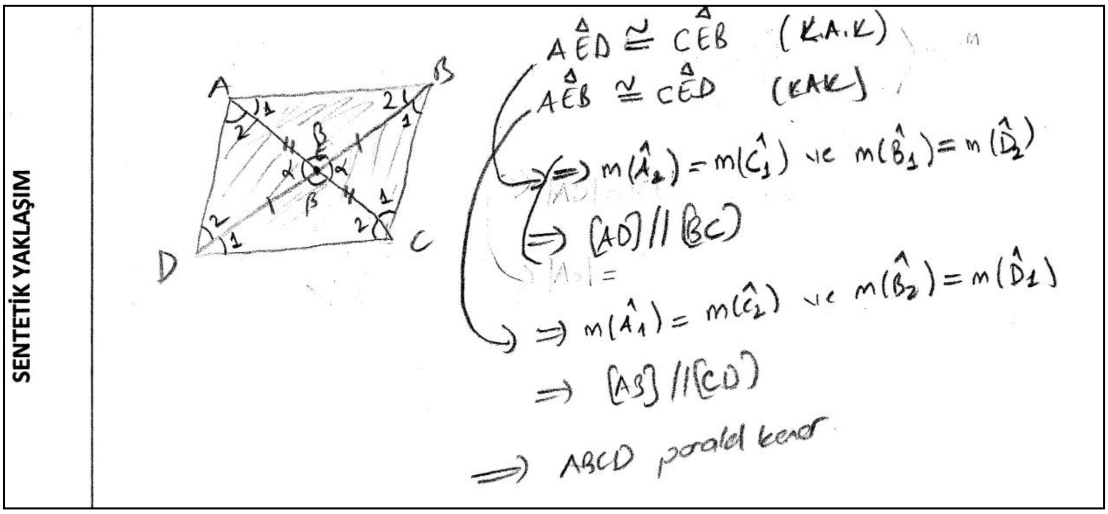
SENTETİK YAKLAŞIM



Şekil 21. Ö-18 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki üçüncü probleme ait 2-puanlık sentetik çözümü

Şekil 21 incelendiğinde verilen bir karenin kenarlarını belli oranda bölen noktalar, şekil üzerinde Ö-18 kodlu öğretmen adayı tarafından işaretlenmiştir. Bu noktaların kenarları ayırdığı kısımlara x ve y değerleri verilmiş ve EFGN noktaları birleştirilerek bir dörtgen oluşturulmuştur. Bu dörtgenin kenarları, oluşan dik üçgenlerin hipotenüslerine eşit olduğundan öğretmen adayı Pisagor teoreminin kullanılacağını ifade ederek bu dörtgenin kare olduğunu göstermiştir. [GE] ve [FN]'nin birbirlerine dik olduğunu göstermek için [GE] ve [FN]'nin oluşturulan EFGN karesinin köşegenleri olduğunu ve bir karede köşegenler dik kesiştiğini ifade eden öğretmen adayı çözümünü tamamlamıştır. Aslında Ö-18, çözümdeki bütün adımları neredeyse tamamlamış olmasına rağmen çözümde kenarları ve kenar uzunluklarını ifade ederken gösterimlerde yapmış olduğu hatalardan ötürü problem çözümünden 3-puan almıştır.

Son olarak deney grubunda SY ile yapılan çözümlerde bütün basamakların doğru olarak tamamlandığı ve gösterimde veya ifadelerde en fazla bir tane hatanın yapıldığı çözümlere 4-puan verilmiştir. Deney grubunda SY'nin kullanıldığı 8 (%13,3) çözüme 4-puan verilmiş olup bu çözümlerden Ö-14 kodlu öğretmene ait olanı aşağıda sunulmuştur. Bu çözüm FYKBT ön testteki ikinci probleme ait olan çözümdür.



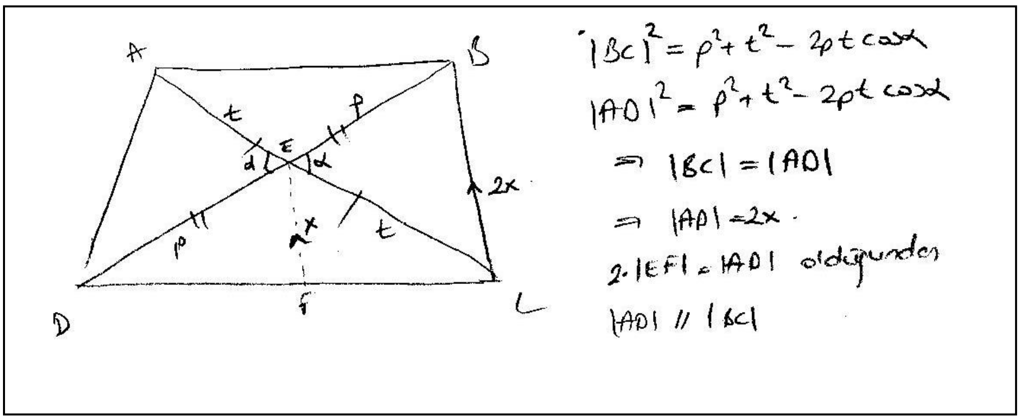
Şekil 22. Ö-14 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 4-puanlık sentetik çözümü

Şekil 22 incelendiğinde verilen bir ABCD dörtgenini şeklin sol tarafında çizen Ö-14, köşegenleri belirledikten sonra köşegenlerin kesişim noktasının etrafında oluşan açıları şeklin üzerinde harfler ifade etmiştir. Belirlenen açıların ardından köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerde Kenar-Açı-Kenar benzerlik teoremini kurarak A, B, C ve D açıları için sayılar ile gösterilen açıların birbirlerine eşit olanları ifade edilmiştir. Buna göre $m(\hat{A}_1) = m(\hat{C}_2)$ gibi eşit açıları belirleyerek alınan ABCD dörtgeninin karşılıklı açılarının birbirlerine paralel olduğu gösterilmiş ve böylece ABCD dörtgeninin bir paralelkenar olduğu ifade edilmiştir. Bu çözümdeki bütün adımlar doğru olarak tamamlanmış, gösterimler ve teoremlerin adları da doğru olarak gösterilmiştir. Böylelikle tamamlanan bu çözüme 4-puan verilmiştir. Ö-14 kodlu öğretmen adayı bu çözümde SY'yi kullanmada başarılı olmuştur.

Deney grubunda SY kullanılarak yapılan çözümler incelendiğinde her türden puan alınan çözümler mevcuttur. Fakat en fazla 0-puan alınan çözüm bulunmaktadır. Yani öğretmen adaylarının birçoğu çözümde istenilenleri yazamamış ve sadece verilenleri veya çözüm için geçerli olmayan ifadeleri çözümlerinde kullanmışlardır. Deney grubunda yapılan sentetik çözümlerde alınan puanlar 0 ve 1'de yoğunlaşmaktadır. Çözümlerin çok az kısmı 2-puan ve üstünü alabilmiştir. Bu durum, uygulama öncesinde deney grubundaki öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarılarının düşük olduğunu göstermektedir.

Kontrol grubu öğretmen adaylarının SY ile yapmış oldukları çözümlerden almış oldukları puanlar incelendiğinde bu puanların 0, 1 ve 2-puan civarında yoğunlaştığı Tablo 19'dan görülmektedir. Bu demektir ki öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu problem çözümlerinin en fazla yarısına kadar olan kısmını tamamlayabilmiştir. Geriye kalan öğretmen adaylarından çözümü doğru olarak tamamlayıp 4-puan alanlar 7 (%11,1) dir. Bu öğretmen adayları, problemlere ait çözümlerdeki bütün basamakları maksimum bir hata ile tamamlamış ve sentetik çözümlerinde başarılı olarak kabul edilmişlerdir. Fakat SY'yi kullanmada başarı gösteren çok az sayıda öğretmen adayı mevcuttur. Bu yaklaşımın kullanılması istenen çözümlerde boş bırakılan çözüm sayısı diğer yaklaşımlara oranla oldukça azdır.

Kontrol grubunda en fazla sayıda çözümün aldığı puan olan 2-puanın verildiği bir çözüm aşağıda örnek olarak sunulmuştur. Bu çözüm, FYKÖT'deki ikinci probleme ait Ö-14 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının çözümüdür.



Şekil 23. Ö-14 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 4-puanlık sentetik çözümü

Şekil 23 incelendiğinde problemde verilen dörtgenin öğretmen adayı tarafından çizilmiş ve köşegenlerin uzunlukları ve çeşitli açıların belirlenmiş olduğu görülmektedir. Ö-14'ün şeklin sağ tarafında yapmış olduğu işlemlerden Cosinüs teoremini kullandığı görülmektedir. İşlemlerin ardından dörtgene ait BC ve AD kenarlarının birbirlerine eşit olduğunu gösterilmiştir. Öğretmen adayı, buradan karşılıklı kenarların paralel olduğunu göstermiştir ve çözümünü bitirmiştir. Oysaki problemde verilen dörtgenin paralelkenar olup olmadığı sorulmaktaydı. Öğretmen adayı, yapmış olduğu işlemlerin benzerlerini diğer kenarlar için uygulamış olsaydı çözümü tamamlayacaktı. Fakat çözüm sadece iki kenarın karşılıklı olarak paralelliğinin gösterilmesi ile tamamlanmış gözükmektedir. Bu da çözümün tam olarak yarısının yapıldığına kanıttır. Bu sebeple çözüme verilen puan 2'dir. Öğretmen adayı, yapmış olduğu bu çöüm ile SY'yi kullanmada başarısız olmuştur.

Deney ve kontrol grubunun SY'yi kullanma başarılarının incelendiği bu bölümde, genelde öğretmen adaylarının SY'yi kullanmada başarısız olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu çözümünde en fazla gerekli olan bir ifadeyi verebilmiş ve bunun gerekçesini açıklayabilmiştir. Başarılı çözümlerin sayısı her iki grupta da oldukça az sayıdadır. Bu durum, deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarılarının uygulamalar öncesinde oldukça düşük olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının ön testte SY'yi kullanmadaki başarılarının düşük düzeyde olmasının altında yatan sebepler uygulama öncesinde yapılan mülakatlarla belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının ön testteki problem çözümlerinde SY'yi kullanırken karşılaştıkları güçlükler, öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlar sonucunda ortaya çıkarılmaya ve böylece öğrencilerin AY'deki problem çözme süreçleri hakkında daha detaylı bilgiler edinilmeye çalışılmıştır.

Bu bölüm, öğretmen adaylarının SY ile problem çözerken karşılaştıkları güçlüklere yönelik ilk mülakattan elde edilen bulgulardan oluşmaktadır. SY ile yürütülen çözümlerde karşılaşılan güçlükler ile ilgili kodlar ve öğretmen adaylarında bu güçlüklerin görülme sıklığını gösteren tablo aşağıda verilmektedir.

Tablo 21. İlk Mülakat Sonucunda SY'de Yaşanan Güçlüklerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Geometrideki formülleri, teoremleri hatırlayamama ve bilgi eksikliği	5	2	1	6	1	3
Şekil üzerinde ek çizim yapamama	-	2	-	-	1	2
Benzerlik kuramama	-	-	1	-	1	1
Problemde verilenleri kullanamama	1	-	2	-	-	-

Tablo 21 incelendiğinde öğretmen adaylarının ilk mülakatlar sonucunda SY'yi kullanırken karşılaştıkları güçlükler beş kod altında toplanmaktadır. Bu kodlardan ilki "Geometrideki formülleri, teoremleri hatırlayamama ve bilgi eksikliği" dir. Bu kod, öğretmen görüşlerinin en yoğun olduğu koddur. Burada bütün öğretmen adayları, görüş bildirmiştir. Öğretmen görüşleri incelendiğinde genelde öğretmen adaylarında bu güçlüğü oluşturan etkenler; sentetik geometride çok fazla formül ve teorem olması şeklindedir. Diğer yandan öğretmen adayları, geometri dersini liseden bu yana görmediklerini ve bu durumun bilgileri unutmak için yeterli bir süre olduğunu ifade etmektedirler. Bu kod altında Ö-6 kodlu öğretmen adayının görüşü aşağıda verilmektedir.

Ö-6 : Sentetik yaklaşımla çözüm yapmak istediğinde bir kere teorem ya da formül bilmen gereken sorular karşına çıkabiliyor. Sentetik yaklaşımla problem çözümlerinde kullanılması gereken çok bilgi var bence. Her soru için farklı bir teorem, aksiyom bilmen ve hatırlaman gerekebiliyor. Eğer bunları bilmiyorsan ya da hatırlamıyorsan sentetik yaklaşımla çözüm yapman zor. Ben böyle durumlarda sentetik yaklaşımı kullanmada zorlandım doğrusu.

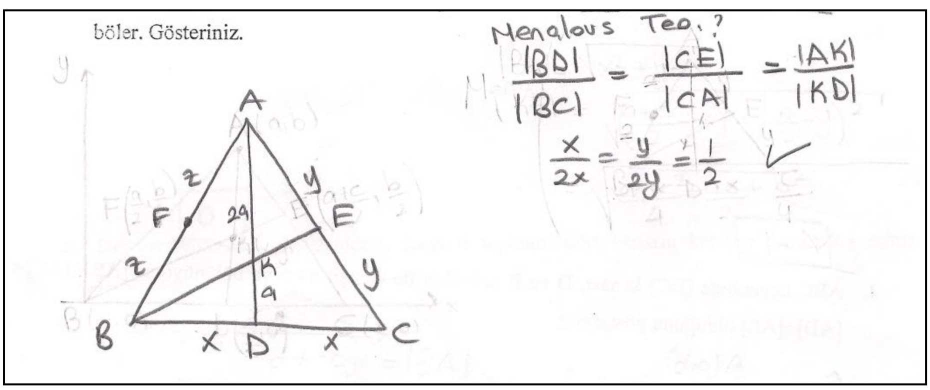
Ö-6 kodlu öğretmen adayı, yukarıdaki açıklamasında hatırlayamadığı veya bilmediği formül veya teoremler sebebiyle SY ile problem çözmede zorlandığını ifade etmiştir.

Ayrıca bu öğretmen adayı, SY’de problem çözerken kullanılması gereken birçok bilgi bulunduğunu ve bunların hepsini hatırlamanın veya bilmenin zor olduğunu belirtmiştir. Bir diğer öğretmen adayının bu kod altındaki görüşü aşağıdaki gibidir.

Ö-2 : Geometriden çok uzak kaldık. Liseden bu yana geometriyle ilgili hiç soru çözmedim. Üçgenleri, dörtgenleri şimdiye kadar lisans derslerinin hiçbirinde görmedik. Çok uzak kaldık. 4 sene de geometrideki özellikleri, teoremleri, kuralları unutmak için yeterli bir süre bence ne kadar matematik okusak da.

Ö-2 kodu öğretmen adayının yukarıda ifade ettiği şekilde liseden bu yana lisans derslerinin hiçbirinde geometri dersinin görülmemiş olduğu ifadesi dikkat eçkicidir. Öğretmen adayı, bu durumun geometrideki özellikleri, teoremleri ve kuralları unutmasına sebep olduğunu ifade etmiştir. Bu sebeple de öğretmen adayı, SY ile problem çözümü yapmada zorlanmaktadır.

Bu kodu oluşturan diğer bir etmen bilgi eksikliğidir. Bu bilgi eksikliği üçgenler, dörtgenler gibi konu bazında olabildiği gibi teoremlerin ifadelerinde de kendini göstermektedir. Öğretmen adaylarından bazıları, mevcut olan bilgi eksikliğinin yapmaya çalıştıkları problem çözümlerinden şüphe duymalarına sebep olduğunu ifade etmiştir. Yaşanan bu şüphenin problemi çözmeyi bırakmaya veya çözümden vazgeçmeye sebep olduğunu belirten öğretmen adayları da mevcuttur. Bu kod altında öğretmen adaylarının görüşlerine örnek olması adına Ö-4 kodlu öğretmen adayı ile yapmış olduğu bir problem çözümü üzerinden yürütülen görüşme aşağıda verilmektedir.



Şekil 24. Ö-4 kodlu öğretmen adayının sentetik çözümü

Ö-4 : Menelaus teoremini yanlış hatırladığım için çözümü yapamamışım. Zaten bu soruda o anki bilgilerimle bir noktada kesiştiklerini gösteremezdim. Ama kenarortayların kesim noktasının kenarortayları 2:1 oranında böldüğünü gösterebilirdim teoremi yanlış hatırlamasaydım. Ama işte sentetik geometride çok fazla teorem bilinmesi lazım. Burada teoremi bilmediğim için yapamadım. Genelde de zaten bu sebeple sentetik yaklaşımda zorlandığımı söyleyebilirim.

Ö-4 kodlu öğretmen adayının Şekil 24’te yapmış olduğu sentetik çözüm görülmektedir. Bu çözümde öğretmen adayı, kullandığı Menelaus Teoremi’nin ifadesinde hata yapmış olduğunu söylemiştir. Bu hata, Menelaus Teoremi'nin bilinmemesi veya yanlış hatırlanması sonucu ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayı, görüşmenin devamında bu teoremi hatırlamış olsaydı çözümü yapabileceğini ifade etmiştir. Yukarıdaki ifadelerden de anlaşılacağı üzere bilgi eksikliğinin SY'de yaşanan güçlüklerin başında geldiği söylenebilir.

Öğretmen adaylarının SY'de karşılaştıkları bir diğer güçlük, şekil üzerinde ek çizim yapılması gereken durumlardır. Bununla ilgili Ö-2, Ö-5 ve Ö-6 kodlu öğretmen adayları görüş bildirmişlerdir. Öğretmen adaylarının ifade ettikleri görüşlerinde genel olarak bir problemin çözümü için kullanılacak şekilde ek çizim yapılması gerektiği durumlar SY'de karşılaşılan güçlüklerden birisidir. SY'de çözüme ulaşmak için şekil üzerinde yapılması gereken ek çizimlerin kolay kolay görülemediği, örneğin bir kenara paralel bir doğru çizilirken nereden çizilmesi gerektiği veya nereden bir diklik indirilmesi gerektiği durumlarda öğretmen adaylarının zorlandığı tespit edilmiştir. Ö-2 kodlu öğretmen adayının açıklamaları aşağıda sunulmaktadır.

> Ö-2 : Sentetik yaklaşımda, ek çizim yapmak, püf noktaları görmek çok fazla var. Bu yaklaşımda çözümü tamamlayabilmek için öncelikle bunları görebileceksin. Bazı sorularda paralelliği kullanmamız gerekiyor ve paralel doğrular çizmemiz gerekiyor. Ama bu paralel doğruları nereden çizmemiz gerektiği konusunda bazı sorularda zorlandım.

Yukarıdaki açıklamasında Ö-2 kodlu öğretmen adayı, ek çizim gerektiren problemlerde çizimi nasıl yapacağına karar veremediğini belirtmiştir. Bu durumun öğretmen adayının SY'de sıkça kullanılan geometrik şekiller üzerindeki ek çizimlerde başarısız olmasına ve çözüme ulaşamamasına neden olduğu söylenebilir. Bu sebepten dolayı öğretmen adayı, SY'de zorluk yaşadığını söylemektedir.

"Benzerlik kuramama" kodunda Ö-3, Ö-5 ve Ö-6 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri bulunmaktadır. Buradan elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının üçgenlerde benzerlik kurarken zorlanmaktadır. Bu durumda olan öğretmen adayları, üçgenlerde benzerliği liseden bu yana ezbere yapılan bir konu olarak görmektedir. Alışılagelmiş şekillerde öğretmen adayları benzerliği bu sebeple kolay kurabiliyorken, farklı şekillerle karşılaştıklarında açılar veya kenarlar arasında benzerlik oranlarını oluşturmada problem yaşamaktadırlar. Benzerlik teoremlerini kullanırken de bu zorluk devam etmektedir. O halde SY'de kullanılan benzerlik teoremlerinin problem çözümlerinde kullanılması durumunda öğretmen adaylarının zorluk yaşadığı ve bu durumun SY ile problem çözme süreçlerini olumsuz yönde etkilediği söylenebilir.

"Problemde verilenleri kullanamama" kodu iki öğretmen adayının görüşünden oluşmaktadır. Bu öğretmen adayları Ö-1 ve Ö-3'tür. Öğretmen adayları ile yürütülen görüşmelerden elde edilen bulgulara göre problemin ifadesinde verilenleri çözümde kullanırken öğretmen adaylarının zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Örneğin bir öğretmen adayı, herhangi bir açının bulunması istenen bir problemde verilenleri nasıl kullanıp o açıyı bulacağını bilmediğini ifade etmiş ve çözüm yolunu bulmada verilenleri kullanamadığı için problem yaşadığını da eklemiştir. Bir diğer öğretmen adayı ise, problem çözümü için eldeki verilerin yetersiz olduğunu çoğu problemde hissettiğini ifade etmiştir. Bunun yanı sıra öğretmen adayı, SY ile çözülmesi gereken problemlerde verilenler ile istenenlere ulaşmada zorluk yaşadığını da belirtmiştir. Bütün bu ifadelerden sonra problemde verilenlerin çözümde etkili bir biçimde kullanılamaması öğretmen adaylarının SY'de güçlük yaşamasına neden olduğu görülmektedir.

Uygulama öncesinde SY'yi kullanmada görülen düşük başarının nedenleri klinik mülakatlar sonucunda incelenmiş ve çeşitli etkenlerin öğretmen adaylarının SY'yi kullanırken problem çözümlerinde güçlük yaşamalarına neden olduğu ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki sentetik geometrideki teorem, formül veya bilgilerin hatırlanamaması veya bilinmemesi olarak belirlenmiştir. Burada öğretmen adayları ile yapmış oldukları sentetik çözümler üzerinden yürütülen mülakatlarda öğretmen adaylarının çözümü yapamam veya tamamlayamam nedenlerinin bir teoremde veya bilgide yaşadıkları eksiklik sebebiyle olduğu tespit edilmiştir. Karşılaşılan ikinci güçlük, sentetik çözümlerde kullanılan şekillerde çözüme ulaşmak adına yapılması gereken ek çizimlerdir. Öğretmen adayları, genelde şekil üzerindeki bu ek çizimleri yapamadıklarından dolayı SY ile çözümü tamamlayamadıklarını ifade etmektedirler. Bir diğer güçlük, benzerlik konusu ile ilgilidir. Öğretmen adaylarından alınan görüşlerde özellikle bu konuya yapmış oldukları vurgu dikkat çekmektedir. Genelde bu konuda problem yaşayan öğretmen adayları, alıştıkları şekillerin dışında karşılaştıkları şekillerde benzerlik kuramadıklarını ifade etmişlerdir. Son olarak ise sentetik geometri problemlerin ifadelerinde verilenlerin yetersiz olması ile ilgili yaşanan güçlüktür. Bu kısım için öğretmen adayları, problemde verilenler ile sonuca nasıl ulaşacaklarını kestiremedikleri belirtmişlerdir. Bu durum, öğretmen adaylarının verilenler ile istenenler arasındaki bağlantıyı kurmada yetersiz kaldıklarını göstermektedir.

Bu kısımda uygulama sonrasında öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi kullanma durumları incelenecektir. Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama sonrasında SY'yi kullanma başarılarına ilişkin bulgular incelenirken başarı puanlarına, deney ve kontrol grubu ön test-son test istatistiklerine ve süreçte karşılaşılan zorluklara bu bölümde yer verilmiştir.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında geometri problem çözümlerinde kullandıkları SY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 22. Öğretmen Adaylarının FYKBST'deki SY Puan Dağılımları

Soru		1				2				3				Toplam			
Kategori	Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
S(Sentetik)	0	3	15	3	14,3	5	25	3	14,3	2	10	-	-	10	16,7	6	9,4
	1	-	-	-	-	-	-	2	9,5	1	5	-	-	1	1,7	2	3,2
	2	2	10	-	-	-	-	2	9,5	1	5	-	-	3	5	2	3,2
	3	2	10	1	4,8	-	-	2	9,5	2	10	1	4,8	4	6,7	4	6,4
	4	13	65	17	81	15	60	11	52,4	14	70	18	85,7	42	70	46	73
	Boş	-	-	-	-	-	-	1	4,8	-	-	2	9,5	-	-	3	4,8

Tablo 22 incelendiğinde deney ve kontrol grubundaki SY puan dağılımlarının 4-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, FYKBST'deki problemlerde deney ve kontrol grubunda yapılan çözümlerin bütün basamaklarını doğru olarak tamamlandığı anlamına gelmektedir. Tasarlanan öğrenme ortamı ve SY odaklı yürütülen öğrenme ortamının öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi kullanma durumlarını olumlu olarak etkilediği söylenebilir. Deney grubunda boş bırakılan çözüm bulunmazken, kontrol grubunda çok az sayıdadır. Uygulama öncesine göre SY'deki başarıda oldukça fazla artış olduğu uygulama sonrasında görülmektedir.

Deney ve kontrol grubu arasında FYKBST'de SY ile yapmış oldukları çözümlerden almış olduğu ortalama puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için son test puanlarına bağımsız t testi uygulanmıştır. Bağımsız t-testi sonuçları Tablo 23'de sunulmuştur.

Tablo 23. Deney ve kontrol Gruplarının FYKBST'de SY puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

FYKBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Son test	Deney	20	9,15	3,13	39	-0,235	0,816
	Kontrol	21	9,38	3,16			

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında uygulanan FYKBST'de deney grubundaki öğretmen adaylarının SY puan ortalaması $\bar{x}$ = 9,15 kontrol grubundaki öğretmen adaylarının ortalaması $\bar{x}$ = 9,38 çıkmıştır. Bu ortalamalar deney ve kontrol grubunda yapılan sentetik çözümlerde öğretmen adaylarının çoğunlukla basamakları doğru olarak tamamladıkları fakat bazı gösterimlerde ya da teoremlerin isimlerinde yanlışlık yapıldığını ifade etmektedir. Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının FYKBST'den aldıkları SY puanları için yapılan bağımsız t testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmamaktadır (t = -

0,235 ve p > 0,05). Bu durum, farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarılarının birbirine denk olduğunu göstermektedir.

Tablo 19 ve Tablo 22 incelendiğinde deney grubunda FYKBST'de SY'yi kullanma başarı puan ortalamasında bir artış olduğu görülmektedir. Deney grubu öğrencilerinin SY'yi kullanma başarı ön test ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını ortaya çıkarmak için eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son testleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren eşleştirilmiş t-testi sonuçları Tablo 24'te sunulmuştur.

Tablo 24. Deney grubu SY'yi Kullanma Başarı Ön Test Son Test Puanlarına İlişkin t-Testi Sonuçları

Deney Grubu	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön Test	20	2,60	2,41	19	-7,435	0,000
Son Test	20	9,15	3,13			

Tablo 24'ten görüldüğü üzere deney grubundaki öğretmen adaylarının SY'yi kullanma ön test başarı puan ortalaması $\bar{x}$ = 2,60, son test puan ortalaması ise $\bar{x}$ = 9,15 çıkmıştır. Bu durum, deney grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde genellikle en az bir gerekli ve geçerli ifade yazdığı ve bunun gerekçesini verdiği anlamına gelmektedir. Uygulama sonrasında elde edilen SY puan ortalaması ise deney grubu öğretmen adaylarının problem çözümlerinde SY'yi kullandıklarında çözümün neredeyse bütün basamaklarını tamamladıkları fakat bazı gösterimler veya teorem isimlerinde hata yaptıklarını ifade etmektedir. Ön test ve son test verilerine yapılan bağımlı t-testinde deney grubu öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarı puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır (t= -7,435, p < 0,05 (0,000)). Bu durum farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Tablo 19 ve Tablo 22 incelendiğinde de kontrol grubundaki öğrencilerin SY'yi kullanma son test puan ortalamalarında da artış görülmektedir. FYKBST puan ortalamalarındaki bu artışın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanlarına eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. Ön test ve son test arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren eşleştirilmiş t-testi sonuçları Tablo 25'te sunulmuştur.

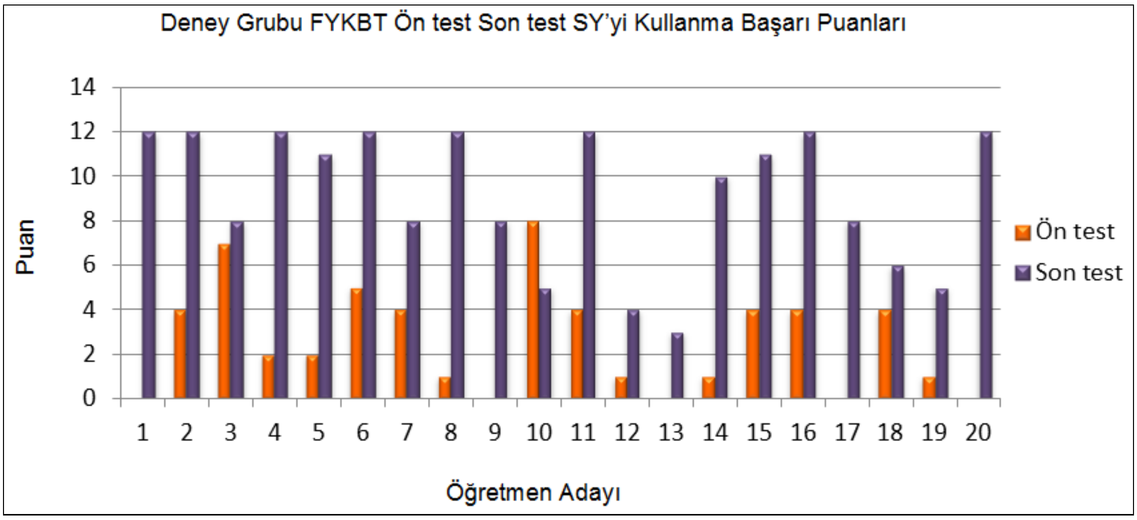
Tablo 25. Kontrol Grubu SY'yi Kullanma Başarı Ön Test Son Test Puanlarına İlişkin t-Testi Sonuçları

Kontrol Grubu	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön Test	21	4,52	2,89	20	-4,700	0,000
Son Test	21	9,38	3,16			

Tablo 25 incelendiğinde kontrol grubunda SY'yi kullanma ön test başarı puanlarının ortalaması $\bar{x}$ = 4.52 iken son test puanlarının ortalaması $\bar{x}$ = 9.38'dir. Bu ortalamalar kontrol grubunun SY odaklı yürütülen öğrenme ortamı öncesinde SY ile yaptıkları çözümlerin genellikle çözüm basamaklarının bazılarında yapmış olduğu hatalar sebebiyle çözümü tamamlayamadıkları, uygulama sonrasında ise çözümün neredeyse bütün basamaklarını tamamladıkları fakat bazı gösterimler veya teorem isimlerinde hata yaptıklarını ifade etmektedir. Ön test ve son test verilerine yapılan eşleştirilmiş t-testi sonucunda ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir ilişkinin ortaya çıktığı görülmektedir ($t = -4{,}700$, $p < 0{,}05$ (0,000)). Dolayısıyla kontrol grubunda yürütülen sentetik yaklaşımın kullanıldığı öğrenme ortamının öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu bir etki yarattığı söylenebilir.

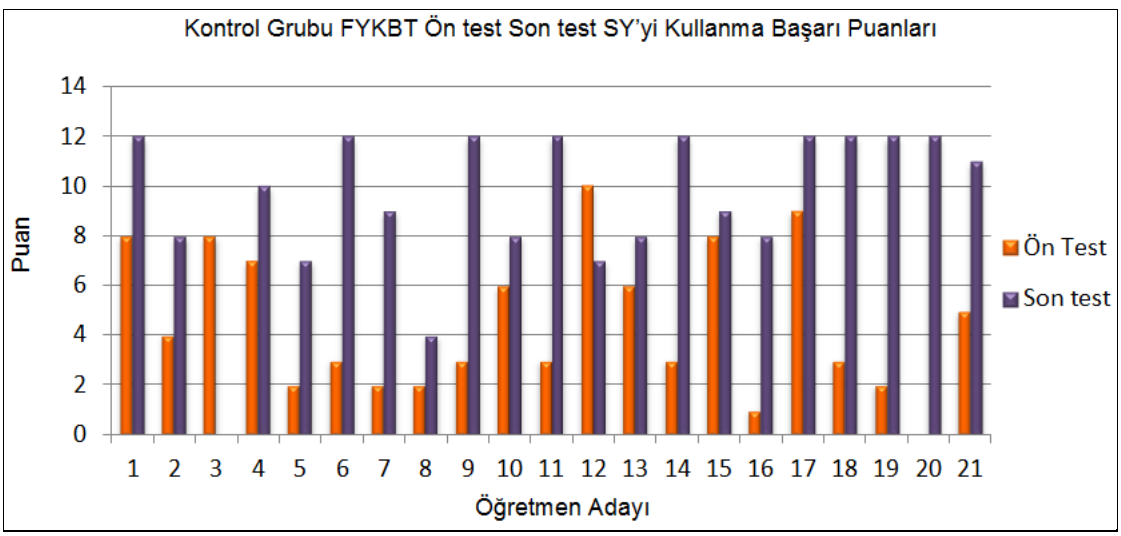
Uygulamanın başında deney ve kontrol grupları arasında SY'yi kullanma başarılarına ilişkin bir farkın olup olmadığını ortaya çıkarmak amacıyla yapılan bağımsız t-testinin sonuçları, kontrol grubunun lehine anlamlı bir farkın oluştuğunu göstermiştir. Deney ve kontrol grubunda yürütülen uygulamaların (Deney grubunda öğrenme ortamının farklı yaklaşımları birlikte kullanmaya dayalı olarak yürütülmesi; kontrol grubunda öğrenme ortamının sadece SY odaklı yürütülmesi) öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarıları üzerinde bir ilerleme sağladığı yapılan bağımlı t-testi sonuçlarında ortaya çıkmıştır.

Deney ve kontrol grubundaki her bir öğretmen adayının FYKBT ön test ve son test SY'yi kullanma başarı puanları Grafik 3 ve Grafik 4'te gösterilmiştir.



Grafik 3. Deney grubu FYKBT ön test son test SY'yi kullanma başarı puanları

Grafik 3 incelendiğinde farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan deney grubu öğretmen adaylarından 19 öğretmen adayının SY'yi kullanma başarı puanında artış, kalan 1 öğretmen adayının SY'yi kullanma başarı puanında ise düşüş meydana gelmiştir.

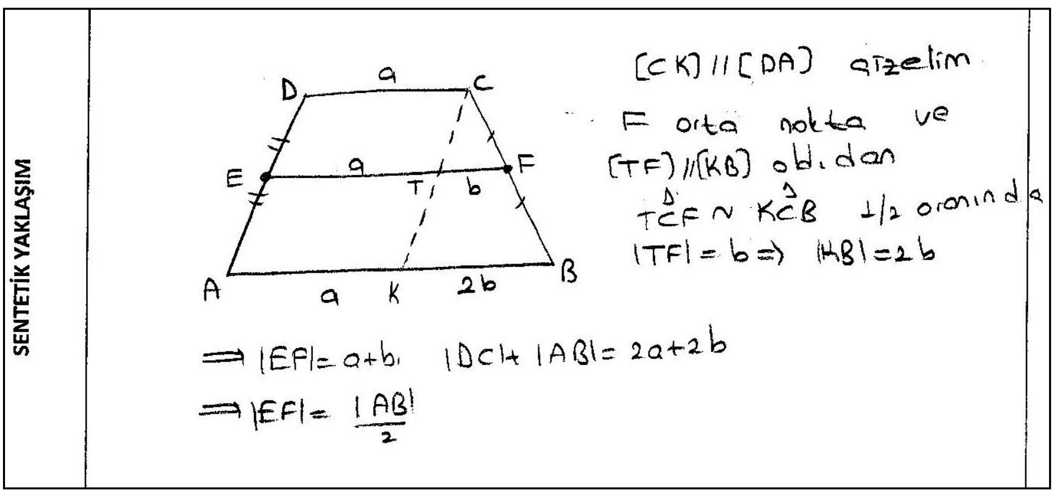


Grafik 4. Kontrol grubu FYKBT ön test son test SY'yi kullanma başarı puanları

Grafik 4 incelendiğinde SY odaklı yürütülen öğrenme ortamının uygulandığı kontrol grubu öğretmen adaylarından 19 öğretmen adayının SY'yi kullanma başarı puanında artış, kalan 2 öğretmen adayının SY'yi kullanma başarı puanında ise düşüş meydana gelmiştir.

Deney ve kontrol gruplarının ön test son test seviyelerindeki SY'yi kullanma başarılarındaki değişim karşılaştırıldığında kontrol grubu öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarı puanlarında daha çok değişim olduğu görülmüştür. Kişi puanlarındaki artışa sebep olan düşünme değişikliklerini öğrencilerin ön test-son test cevaplarında ve ön test sonrası, son test sonrası yapılan mülakatlarda görmek mümkündür. Uygulama sonrasında öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarılarındaki değişimin daha ayrıntı olarak incelenmesi adına öğretmen adaylarının başarı puan seviyeleri ve her bir seviyede bulunan çözümlerden örnekler sunulmuştur.

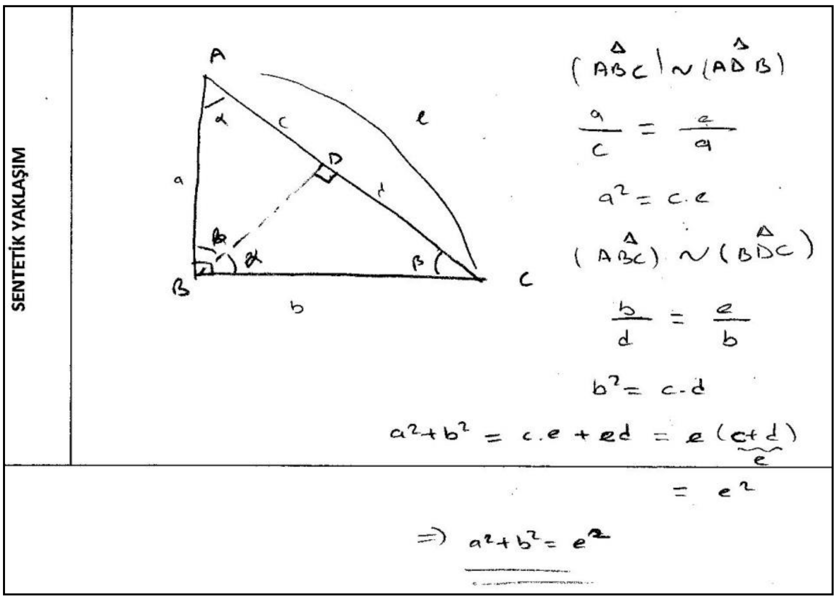
Tablo 22 incelendiğinde deney grubu öğretmen adaylarının SY'yi kullandıkları çözümlerin 42 (%70) tanesinde başarılı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının yapmış oldukları bu çözümlerde istenilen bütün işlem basamakları en fazla bir hata ile tamamlanmışlardır. Bu durum, deney grubu öğretmen adaylarının son testte SY'yi kullanmadaki başarılarında ön teste göre bir artışın gerçekleşmiş olduğunu göstermektedir. Bu çözümlerden Ö-18 kodlu deney grubu öğretmen adayının çözümü şekilde verilmektedir. Bu çözüm, FYKBST'deki üçüncü probleme aittir.



Şekil 25. Ö-18 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBST'deki üçüncü probleme ait 4-puanlık sentetik çözümü

Şekil 25'teki çözüm incelendiğinde Ö-18 kodlu öğretmen adayının ABCD yamuğunu ve bu yamuğa ait orta tabanı E ve F noktalarının birleştirilmesi sonucunda çizmiş olduğu görülmektedir. Öğretmen adayı, çözümünde [AD] kenarına paralel olan bir [CK] kenarı çizerek devam etmiştir. Daha sonra TCF ve KCB üçgenleri arasında benzerlik ifade edilerek çözüme devam edilmiştir. Benzerlik oranının $\frac{1}{2}$ olduğu belirtilerek [TF] ve [KB] kenarlarının uzunlukları sırasıyla b ve 2b olarak bulunmuştur. Son olarak ise yamuğun orta tabanının alt ve üst tabanların toplamının yarısına eşit olduğu öğretmen adayı tarafından gösterilmiştir. Yani SY kullanılarak yapılan çözümde bütün basamaklar doğru olarak tamamlanmıştır. Böylece bu çözüm için Ö-18 SY'yi kullanmada başarılı olmuştur.

SY ile yapılan çözümlerden 10 (%16,7) tanesine 0-puan verilmiştir. Bu puanın verildiği çözümlerde öğretmen adayları, çözüm için ya verilenleri yazmakla yetinmiş ya da çözümde kullanılmayan geçersiz ifadeler yazmışlardır. 0-puanlık çözümlerden Ö-12 kodlu deney grubu öğretmen adayına ait olan çözüm aşağıdaki şekilde sunulmaktadır. Bu çözüm FYKBST'deki birinci probleme aittir.



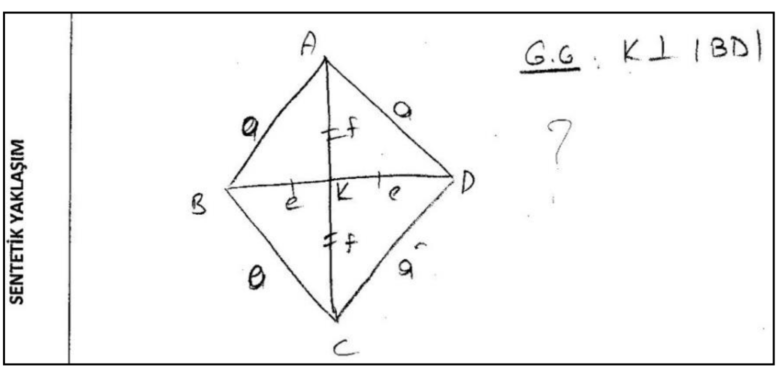
Şekil 26. Ö-12 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBT son testteki birinci problemeait 0-puanlık sentetik çözümü

Ö-12 kodlu öğretmen adayının bu problemin çözümünde problemde istenenlerle ilgisi olmayan ifadeleri kullandığı tespit edilmiştir. Bu problemde istenen bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşit olduğunu gösterilmesidir. Fakat öğretmen adayı, yapmış olduğu çözümde şeklini çizdiği bir dik üçgene ait hipotenüse bir dikme indirmiş ve üçgenlerde benzerlikler kullanarak Pisagor teoremini elde etmiştir. Öğretmen adayı, çözüm için kullanılmayan gereksiz ifadeler yazmış olduğundan bu çözüme 0-puan verilmiştir. Böylece bu çözümde Ö-12 kodlu öğretmen adayı, SY'yi kullanmada başarısız olarak kabul edilmiştir.

Deney grubunda SY ile yapılan çözümlerden 1 (%1,7) tanesine 1-puan verilmiştir. bu çözümde öğretmen adayı, çözüm için gerekli olan en az bir ifade vermiş ve bunu gerekçeleriyle açıklamıştır. Sentetik çözümlerden 3 (%5) tanesine 2-puan verilmiştir. Bu çözümlerde ise öğretmen adayları, uygun akıl yürütüme zinciri kullanarak çözümün neredeyse yarısını tamamlamış olmasına rağmen, önceki basamaklarda yapmış olduğu hatalar sebebiyle sonuca ulaşamamıştır. Son olarak SY'nin kullanıldığı 4 (%6,7) çözüme ise 3-puan verilmiştir. Bu puanın anlamı, öğretmen adaylarının çözümü tamamlamaları fakat kullandıkları teorem isimleri, gösterimler ya da tanımlarda hata yapmış olmaları demektir. Deney grubunda SY ile yapılması istenen çözümlerden cevapsız bırakılan çözüm bulunmamaktadır.

Deney grubunda SY'yi kullanma başarılarına bakıldığında öğretmen adaylarının uygulama öncesine göre uygulama sonrasında daha fazla SY kullanma başarısına sahip olduğu görülmektedir. Boş bırakılan soru sayısında da uygulama öncesine göre azalma meydana gelip hatta uygulama sonrasında SY ile yapılması gereken çözümlerde cevapsız olan kısım bulunmamaktadır. Dolayısıyla farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı, deney grubundaki öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarılarındaki artışa katkı sağlamıştır.

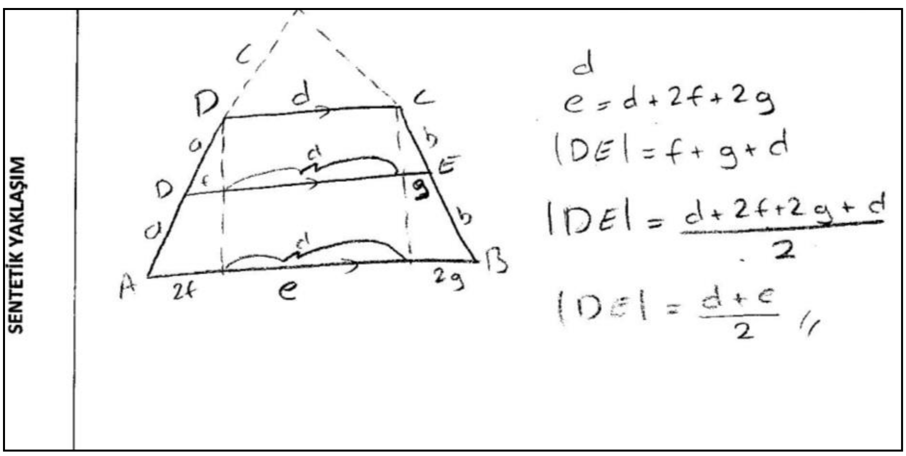
Kontrol grubunda SY'yi kullanma başarılarına bakıldığında yapılan sentetik çözümlerden 46 (%73) tanesine 4-puan verilmiştir. Bu çözümlerde bütün basamaklar doğru olarak tamamlanmış ve bu çözümleri yapan öğretmen adayları SY'yi kullanmada başarılı olarak kabul edilmiştir. Kontrol grubunda uygulama öncesinde gösterilen SY'yi kullanma başarısında dikkat çekici bir artış olmuş ve uygulama sonrasında kontrol grubu öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun SY'yi kullanmada başarılı olduğu görülmüştür. SY ile kontrol grubunda yapılan çözümlerden 6 (%9,4) tanesine 0-puan verilmiştir. bu çözümlerde öğretmen adaylarının çözüme dair geçerli bir ifadesi yoktur ya da sadece problemde verilenleri veya bu verilenler ile şekli çizmişlerdir. Bu çözümleri yapan öğretmen adayları, SY'yi kullanmada başarısız olmuşlardır. Kontrol grubunda yapılan sentetik çözümlerden 2 (%3,2) tanesine 1-puan verilmiştir. Verilen bu puanın anlamı, çözümde en az bir geçerli ifade yazılmış olmasıdır. Bu çözümlerden Ö-7 kodlu kontrol grubu öğretmen adayına ait olanı aşağıda verilmektedir. Bu çözüm FYKBST'deki ikinci probleme ait bir çözümdür.



Şekil 27. Ö-7 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBST'deki ikinci probleme ait 1-puanlık sentetik çözümü

Şekil 27 incelendiğinde öğretmen adayının problemin ifadesinde verilen eşkenar dörtgeni çizmiş olduğu görülmektedir. Çizilen bu eşkenar dörtgenin kenarları ve köşegenleri belirlenmiştir. Çizilen köşegenlerin birbirlerini ortaladığı öğretmen adayı tarafından şekil üzerinde gösterilmiştir. Bu özellik çözüm için gerekli olan bir ifadedir. Dolayısıyla öğretmen adayının bu çözümü 1-puanlık çözüm olarak kabul edilmiştir. Öğretmen adayı bu çözümü ile SY'yi kullanmada başarılı olamamıştır.

SY ile kontrol grubunda yapılan çözümlerden 2 (%3,2) tanesine 2-puan verilmiştir. Bu çözümlerde yapılan işlemlerin hemen hemen yarısı doğrudur ve çözümün yarısına yakını tamamlanmıştır. Fakat çözüm sırasında yapılan çeşitli hatalar sebebiyle çözüm tamamlanamamıştır. Böylece bu çözümleri yapan öğretmen adayları SY'yi kullanmada yetersiz kabul edilmektedir. Son olarak, sentetik çözümlerden 4 (%6,4) tanesine 3-puan verilmiştir. bu çözümlerde bütün basamaklar doğru olarak tamamlanmış olmasına rağmen teoremlerin adlarında veya gösterimlerde hatalar veya eksiklikler bulunmaktadır. Bu çözümlerden birine örnek olması için Ö-15 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının çözüm aşağıda sunulmuştur. Bu çözüm, FYKBST'deki üçüncü probleme ait bir çözümdür.



Şekil 28. Ö-15 kodlu kontrol grubu öğretmen adayının FYKBST'deki üçüncü probleme ait 3-puanlık sentetik çözümü

Şekil 28 incelendiğinde ABCD yamuğunun şeklinin çizildiği ve orta taban olan DE kenarının belirlenmiş olduğu görülmektedir. Öğretmen adayı, D harfini hem yamuğun kenarlarını isimlendirirken hem de orta tabanı belirlerken kullanmıştır. Bu ileriki adımlarda çözüm için karışıklığa sebep olabilecek bir durumdur. Daha sonra Ö-15, yamuğun üst tabanının köşelerinden alt tabana iki tane doğru parçası indirmiştir. Orta tabanda doğru parçalarının sağında ve solunda kalan kısımların uzunluklarına sırasıyla g ve f olarak isimlendirmiştir. Daha sonra alt tabanda benzer şekilde 2g ve 2f uzunluklarını belirlemiştir. Fakat öğretmen adayının alt taban için belirlemiş olduğu bu uzunlukların altında yatan sebep ya da kullanılan teorem, tanım vb. yazılmamıştır. Bu sebeple çözüm basamakları doğru olarak tamamlanmış olmasına rağmen çözüme 3-puan verilmiştir.

SY odaklı yürütülen uygulamalar sonra kontrol grubu öğretmen adaylarının büyük çoğunlukla SY'yi kullandıkları çözümde başarılı olmuşlardır. Bu demektir ki, uygulanan öğrenme ortamından sonra öğretmen adaylarının SY'yi kullanma başarı puanlarında artış meydana gelmiştir.

Uygulama sonrasında deney grubundaki bazı öğretmen adayları için SY'yi kullanma başarıları düzeylerinin düşük olmasının altında yatan sebepleri incelemek için öğretmen adayları ile uygulama sonrasında yürütülen mülakatlar kullanılmıştır. Bu mülakatlardan elde edilen bulgulardan elde edilen güçlüklerin görülme sıklığını gösteren tablo aşağıda verilmektedir.

Tablo 26. Son Mülakattan Elde Edilen Bulgulara Göre SY'de Yaşanan Güçlüklerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Bilgi eksikliği	-	-	-	1	-	1

Tablo 26 incelendiğinde öğretmen adaylarının son mülakatlar sonucunda SY'de karşılaştıkları güçlükler bir kod altında toplanmaktadır. Ö-4 ve Ö-6 kodlu öğretmen adaylarının bu kod altında görüşleri mevcuttur. “Bilgi eksikliği” olarak belirlenen kodda öğretmen adayları, SY'de çözüm yaparken çözüm için gerekli bilgilere sahip olmadıklarında zorlandıklarını söylemişlerdir. Ö-6 kodlu öğretmen adayı ile yürütülen görüşmeden bir kesit aşağıda sunulmaktadır.

Ö-6 : Sentetik yaklaşımda bilgi eksikliklerim olduğu için zorlanıyorum. Bir de soru çözümünde göremediğim noktalar oluyor. O zaman çok zorlanıyorum.

Ö-6 kodlu öğretmen adayının yukarıdaki ifadesinde öğretmen adayı, SY'de kendisini zorlayan durumun problemi çözmek için gereken bilgilere sahip olmaması olarak belirtmiştir. Öğretmen adayı, bilgi eksikliğinin yanı sıra çözümde yapması gereken basamakları göremediğini bu sebeple de çok zorlandığını ifade etmiştir.

Öğretmen adaylarının uygulama sonrasında SY'yi kullanırken karşılaştıkları zorlukların bilgi eksikliğinden kaynaklandığı görülmektedir. Uygulama öncesinde öğretmen adaylarının SY için yaşadıkları güçlükler çok daha fazla iken uygulama sonrasında bu güçlükler bir tek kod altında toplanmıştır. Güçlük yaşadığını ifade eden öğretmen adayı sayısında da düşüş olduğu görülmektedir. Buradan yola çıkarak farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan geometri dersinin SY'de karşılaşılan güçlükleri azaltmaya olumlu katkı sağladığı söylenebilir.

Özetle bu bölümde farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı uygulanmadan önce ve sonra deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının SY'yi kullanabilme durumlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla üç yaklaşımdaki deney ve kontrol grubu FYKBÖT ve FYKBST SY puan dağılımları, ön test istatistiklerinden (bağımsız t-testi, bağılmı t-testi) elde edilen bulgular ve öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar sunulmuştur. Uygulama öncesinde kontrol grubu öğretmen adaylarının SY puan ortalamalarının deney grubuna göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Uygulama sonrasında ise her iki grupta da ortalamaların birbirine yakın olduğu tespit edilmiştir. Uygulamalar sonrasında deney ve kontrol grubunda Euclid geometrisi problemlerinin sentetik çözümlerinde genellikle neredeyse bütün basamaklar doğru tamamlanmış ancak çözümlerde kullanılan gösterimlerde hatalar yapılmıştır. Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının SY ortalama puanları üzerinden yapılan istatistik sonucunda kontrol grubu lehine istatistiksel olarak bir anlamlılık ortaya çıkmıştır. Bu durum, kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulama öncesinde Euclid geometrisi problem çözümlerinde SY'yi daha iyi kullandıkları anlamına gelmektedir. Uygulama sonrasında ise bu istatistiksel farklılık ortadan kalkmıştır. Yani her iki grupta da yürütülen öğrenme ortamı öğretmen adaylarının problem çözümlerinde SY'yi kullanma durumlarını olumlu yönde etkilemiştir. Uygulama öncesinde SY'de karşılaşılan güçlükler daha fazla sayıda öğretmen adayı tarafından ifade edilirken uygulama sonrasında bu sayı azalmıştır. Ayrıca güçlüklerin çeşitliliği de azalarak sadece teoremlerin ifadesini hatırlamada yaşanan güçlük olarak uygulama sonrasında ortaya çıkmıştır. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının Euclid geometrisi problemlerini çözerken karşılaşılan güçlükleri ortadan kaldırmada etkili olduğu söylenebilir.

4. 1. 3. Deney ve Kontrol Grubu Öğretmen Adaylarının Uygulama Öncesi ve Sonrasında VY'yi Kullanabilme Durumları

Öğretmen adaylarının ön testteki problemlerin çözümlerinde kullandıkları son yaklaşım VY'dir. Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının büyük kısmının VY ile çözülmesi istenen problemlerde çözüm yapmadıkları tespit edilmiştir. Cevaplanan problem çözümlerine verilen puanlar ise 0-puanda yoğunlaşmaktadır.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının farklı yaklaşımlara dayalı olarak tasarlanan geometri dersinden önce geometri problem çözümlerinde kullandıkları VY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 27. Öğretmen Adaylarının FYKBÖT'deki VY Puan Dağılımları

Soru		1				2				3				Toplam			
Kategori	Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
V(Vektörel)	0	4	20	2	9,5	3	15	3	14,3	2	10	2	9,5	9	15	7	11,1
	1	2	10	-	-	-	-	1	4,8	-	-	1	4,8	2	3,3	2	3,2
	2	3	15	1	4,8	-	-	-	-	-	-	2	9,5	3	5	3	4,8
	3	-	-	2	9,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	3,2
	4	2	10	2	9,5	1	5	-	-	1	5	-	-	4	6,7	2	3,2
	Boş	9	45	14	66,7	16	80	17	81	17	85	16	76,2	42	70	47	74,5

Tablo 27 incelendiğinde deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının FYKBÖT'deki vektörel çözümlerden alınan puanların 0-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum her iki grupta da uygulamalar öncesinde Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde VY'yi kullanma başarılarının oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Diğer yandan boş bırakılan çözümlerin sayısı her iki grupta da oldukça fazladır.

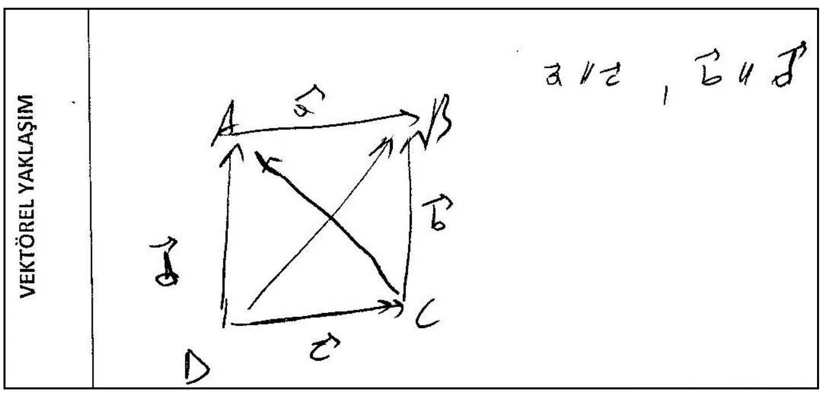
Deney ve kontrol grubu arasında FYKBÖT'deki vektörel çözümlerden alınan toplam puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için ön test verilerine bağımsız t-testi uygulanmıştır. Bağımsız t-testi sonuçları Tablo 28'de sunulmuştur.

Tablo 28. Deney ve Kontrol Gruplarının FYKBÖT'deki VY Puan Ortalamalarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

FYKBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön test	Deney	20	1,20	2,16	39	0,245	0,808
	Kontrol	21	1,05	1,80			

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde uygulanan FYKBÖT'de, deney grubundaki öğrencilerin sentetik yaklaşım puan ortalaması $\bar{x} = 1,20$ kontrol grubundaki öğrencilerin sentetik yaklaşım puan ortalaması $\bar{x} = 1,05$ çıkmıştır. Bu durum, deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemleri için yapmış oldukları vektörel çözümlerde genellikle sadece problemde verilenleri ya da çözüm için gerekli olmayan ifadeleri yazdığı anlamına gelmektedir. Tablo 26 incelendiğinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin FYKBÖT'deki VY puanları için yapılan bağımsız t-testi sonucunda gruplar arasında anlamlı bir farkın ortaya çıkmadığı görülmektedir (t = 0,245, p > 0,05). Bu durum, deney grubu ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde sahip oldukları VY kullanma bilgilerinin denk olduğunu göstermektedir.

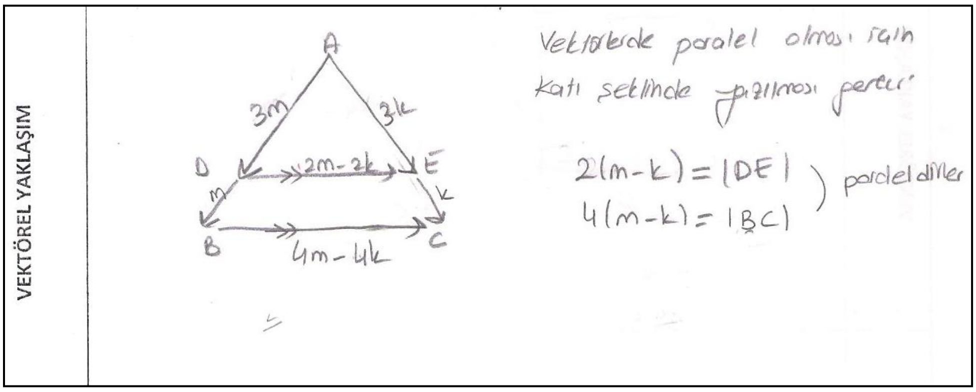
Tablo 27 incelendiğinde deney grubu deney grubu öğretmen adaylarının VY ile yapılması istenen çözümlerin %30'una cevap verebilmişlerdir. Kalan %70'lik kısımda deney grubu VY ile yapılması gerek problemleri cevapsız bırakmıştır. Deney grubunda öğretmen adaylarının cevapsız bıraktığı çözüm sayısı en fazla VY'ye aittir. Öğretmen adaylarının yapmış oldukları sentetik çözümler arasında 0-puan alınan çözümler sayıca en fazladır (%15). Bu demektir ki deney grubunda vektörel çözümlerde sadece verilenler yazılmış veya çözümde kullanılmayan gereksiz ifadeler kullanılmıştır. Bu durum, deney grubunun VY'yi kullanma başarılarının oldukça düşük olduğunu göstermektedir. 0-puan alınan vektörel çözümlerden Ö-13 kodlu öğretmen adayına ait olanı aşağıda sunulmaktadır. Bu çözüm FYKBT ön testteki ikinci problemin vektörel çözümüdür.



Şekil 29. Ö-13 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki ikinci probleme ait 0-puanlık vektörel çözümü

Şekil 29 incelendiğinde Ö-13 kodlu öğretmen adayının problemde verilen paralelkenarı vektörler aracılığı ile oluşturduğu görülmektedir. Öğretmen adayı, çözümünde paralelkenara ait köşegenleri de vektörler yardımıyla çizmiştir. Şeklin sağ tarafına ise $\vec{a}$ ve $\vec{c}$ vektörlerinin birbirlerine paralel, $\vec{c}$ ve $\vec{d}$ vektörlerinin de biribirlerine paralel olduğunu yazmıştır. Öğretmen adayının bu çözümünde problemde istenenleri yazmanın dışında çözüme yönelik kendinin kattığı bir bilgi bulunmadığından bu çözüme 0-puan verilmiştir. Bu sebeple VY'yi kullanmada öğretmen adayı, başarısız olarak kabul edilmektedir.

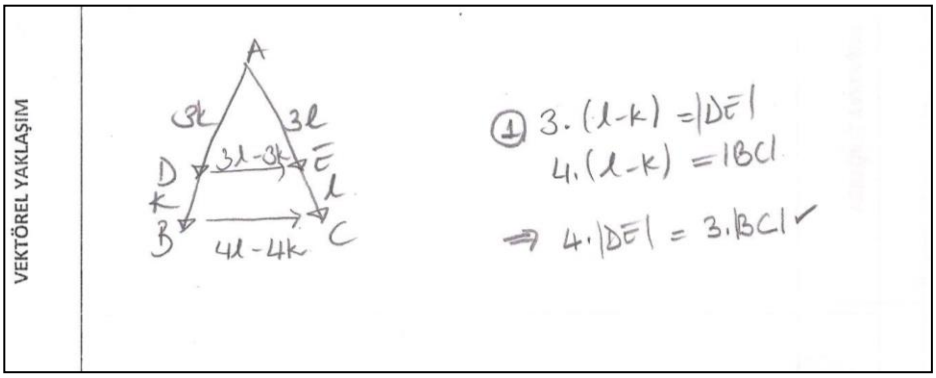
Deney grubunda yapılan vektörel çözümlerin iki tanesine 1-puan verilmiştir. Bunun sebebi, bu çözümlerde öğretmen adaylarının çözüm için en az bir geçerli ifadeyi kullanmış ve bu ifadeyi gerekçesi ile vermiş olmalarıdır. Bu durumun çözümdeki yansımasını görmek için Ö- 8 kodlu deney grubu öğretmen adayının 1-puan aldığı vektörel çözüm aşağıda verilmiştir. Bu çözüm FYKBÖT'deki ilk probleme ait bir çözümdür.



Şekil 30. Ö-8 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 1-puanlık vektörel çözümü

Ö-8 kodlu öğretmen adayına ait vektörel çözüm incelendiğinde ABC üçgeninin ve D ve E noktalarının kenarları verilen oranda bölmesi ile oluşan yeni üçgenin vektörler aracılığı ile çizildiği görülmektedir. Çizilen üçgenin kenarları vektörlerle gösterilmiş olmasına rağmen isimlendirilirken sadece m ve k gibi ifadeler kullanılmıştır. Halbuki vektörlerin isimleri $\vec{m}$ ve $\vec{k}$ şeklinde olması gerekmektedir. Diğer yandan $\overrightarrow{DE}$ vektörü (2m-2k) şeklinde gösterilmektedir. Burada gösterimde yapılan hatanın yanı sıra $\overrightarrow{AD}$ ve $\overrightarrow{AE}$ vektörlerinin toplamı şeklinde yazılmak istenen $\overrightarrow{DE}$ vektöründe de hata yapılmıştır. Son olarak yapılan çözümdeki diğer hata ise $\overrightarrow{DE}$ ve $\overrightarrow{BC}$ vektörlerinin uzunlukları ifade edilirken yazılan $|DE| = 2(m-k)$ ve $|BC| = 4(m-k)$ şeklindeki gösterimdir. Vektörlerin uzunlukları gösterilirken $\left\|\overrightarrow{DE}\right\|$ ve $\left\|\overrightarrow{BC}\right\|$ şeklindeki gösterimleri kullanmak gerekmektedir. Öğretmen adayının çözümde yazmış olduğu "Vektörlerde paralel olması için katı (skaler katı) şeklinde yazılması gerekir." ifadesi doğru olduğundan bu çözüme 1-puan verilmektedir. Ö-8 kodlu öğretmen adayı, vektörel yaklaşımı kullanarak yapmış olduğu çözümde başarısız olarak kabul edilmektedir.

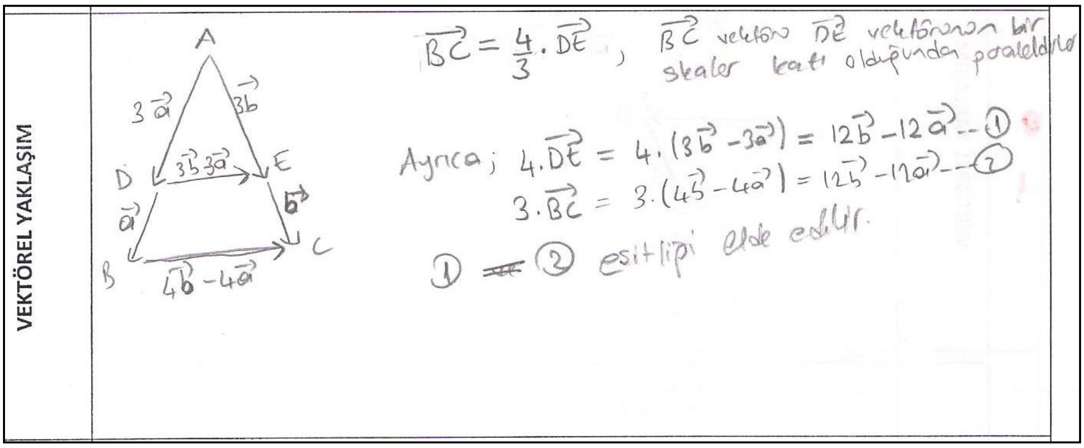
Deney grubunda yapılan vektörel çözümlerden 3 (%5) tanesine 2-puan verilmiştir. bu puanın anlamı, öğretmen adayının çözümde kullandığı vektörel yaklaşımda çözüm basamaklarının neredeyse yarısını tamamladığıdır. Fakat önceki adımlarda yapmış olduğu çeşitli hatalar sebebiyle çözümün devamı getirilememiş ve VY'yi kullanmada başarısız olunmuştur. Bu duruma örnek olarak, Ö-19 kodlu deney grubu öğretmen adayının çözümü aşağıda verilmektedir. Bu çözüm, FYKBÖT'deki birinci probleme ait bir çözümdür.



Şekil 31. Ö-19 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 2-puanlık vektörel çözümü

Şekil 31'deki çözüm incelendiğinde öğretmen adayı, problemde verilenler doğrultusunda ABC üçgenini ve D ve E noktalarının belli oranlarda üçgenin kenarlarını bölmesi ile oluşan yeni üçgeni vektörler yardımıyla doğru bir şekilde oluşturmuştur. Fakat şekil üzerinde vektörleri temsil eden harfli gösterimlerde hata yapılmıştır. Çizilen üçgenin sağ tarafında yapılan işlemler incelendiğinde gösterimde yapılan hata sürdürülmüş ve böylece $\overrightarrow{DE}$ ve $\overrightarrow{BC}$ vektörlerinin ve uzunluklarının gösterimlerinde hata yapılmıştır. Bu sebeple öğretmen adayı, çözüm için uygun akıl yürütme zincirini kullanmış olmasına rağmen kullanmış olduğu hatalı ifadeler sebebiyle çözümü tamamlayamamıştır. Bu sebeple bu çözüme 2-puan verilmektedir. Böylece Ö-19 kodlu öğretmen adayının yapmış olduğu vektörel çözümde başarısız olduğu kabul edilmektedir.

Son olarak deney grubundaki öğretmen adaylarının VY'yi kullanmada başarılı olduğu çözümler 4 (%6,7) tanedir. Öğretmen adayları, bu çözümlerde bütün basamakları VY aracılığıyla en fazla bir hata ile doğru olarak tamamlamıştır. Bu çözümlerden birine örnek olarak Ö-14 kodlu öğretmen adayının çözümü aşağıda sunulmaktadır. Bu çözüm, FYKBÖT'deki birinci probleme ait bir çözümdür.



Şekil 32. Ö-14 kodlu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci probleme ait 4-puanlık vektörel çözümü

Şekil 32 incelendiğinde öğretmen adayının vektörel yaklaşımı kullanarak yapmış olduğu çözümün her basamağı doğru şekilde tamamlanmış olması sebebiyle bu çözüme 4-puan verilerek öğretmen adayı VY'yi kullanmada başarılı olarak kabul edilmektedir.

Deney grubunda VY ile yapılan çözümler incelendiğinde öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarılarının çok düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Hatta VY, deney grubundaki öğretmen adayları tarafından çözümlerde kullanılan en başarısız yaklaşım olmuştur. Öğretmen adaylarının sadece küçük bir kısmı, VY'yi kullanmada başarı gösterebilmişlerdir. Ayrıca VY ile yapılması istenen kısımdaki çözümlerin büyük bir çoğunluğunun da boş bırakıldığı görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının uygulama öncesinde VY'yi kullanma başarılarının düşük seviyede olduğunu göstermektedir.

Kontrol grubunun FYKBÖT'deki VY'yi kullanma başarıları incelendiğinde deney grubundaki benzer durum burada da geçerlidir. Kontrol grubunda VY ile çözüm yapılması istenen kısmın %25,5'inde öğretmen adayları çözüm yapmışlardır. Kalan %74,5'lik kısımda öğretmen adayları çözümleri cevapsız bırakmışlardır. Bu oran, Tablo 27'den de görüleceği üzere kontrol grubunda en fazla boş bırakılan çözümün bulunduğu yaklaşımın VY olduğunu göstermektedir. VY ile yapılan çözümlerin 7 (%11,1) tanesine 0-puan verilmiştir. Bunun anlamı, öğretmen adaylarının yapmış oldukları bu yedi çözümde sadece problemde verilenleri kullanmış olmaları veya geçersiz ifadeler yazarak çözüme katkı sağlayamamalarıdır. Yapılan çözümlerde 0-puan alınan çözümler sayıca en fazladır. Yani öğretmen adayları tarafından yapılan çözümler 0-puan seviyesinde yoğunlaşmaktadır. Kontrol grubunda VY'yi kullanmada başarılı olunan çözümlere bakıldığında bunların sayısı 2 (%3,2) dir. Bu kontrol grubunda VY'yi kullanmadaki başarının çok düşük olduğunu ifade etmektedir. Deney grubunda olduğu gibi kontrol grubunda da uygulama öncesinde VY'yi kullanma başarısı oldukça düşük seviyededir.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde VY'yi kullanmada göstermiş oldukları başarının düşük düzeyde olmasının altında yatan sebepler, problem çözümleri üzerinden uygulama öncesinde yürütülen mülakatlarla belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının ön testteki problemlerdeki çözümlerde VY'yi kullandıkları bölümde karşılaştıkları güçlükler, altı öğretmen adayı ile yürütülen klinik mülakatlar sonucunda ortaya çıkarılmaya ve böylece öğrencilerin VY'deki problem çözme süreçleri hakkında daha detaylı bilgiler edinilmeye çalışılmıştır.

İlk mülakattan elde edilen bulgular doğrultusunda öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde kullandıkları VY'de karşılaştıkları güçlükleri temsil eden kodlar ve öğretmen adaylarında bu güçlüklerin görülme sıklığını gösteren tablo aşağıda verilmektedir.

Tablo 29. İlk Mülakat Sonucunda VY'de Yaşanan Güçlüklerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Vektörlerin yönünü belirleyememe	1	3	1	3	1	-
Vektörlerin özelliklerini hatırlayamama	1	-	1	-	-	1

Tablo 29 incelendiğinde öğretmen adaylarının VY'yi problem çözümlerinde kullanırken karşılaştıkları güçlükler iki kod altında toplanmaktadır. bu kodlardan ilki "Vektörlerin yönünü belirleyememe" kodudur. Bu kod altında Ö-1, Ö-2, Ö-3, Ö-4 ve Ö-5 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının VY'de vektörler ile şekil oluştururken vektörlerin yönlerini doğru olarak belirlemede problem yaşadığı tespit edilmiştir. Öğretmen adayları, vektörlerin yönlerini belirlerken, kullanırken ve bunları çözümle ilişkilendirirken zorluk yaşamışlardır. Bu koda ait Ö-4 kodlu öğretmen adayının açıklaması aşağıda verilmektedir.

Ö-4 : Vektörel yaklaşımda çözümü yaparken belirlediğimiz vektörlerin yönü bile çözümü etkiliyor. Bu benim kafamı karıştırıyor. Vektörü bu yönde alsam, ya da tersi yönünde alsam ne olacak gibi düşünüyorum. Özellikle vektörler ile dikdörtgeni, üçgeni çizerken. Bu biraz zor gibi…

Ö-4 kodlu öğretmen adayı, VY'de karşılaştığı güçlüğün vektörlerle işlemler yaparken vektörlerin yönlerini belirleme ile ilgili olduğunu belirtmektedir. Vektörler ile özellikle geometrik bir şekli çizerken vektörün yönünün önemli olması sebebiyle öğretmen adayı burada vektörlerin yönünü belirlemede zorlandığını ifade etmektedir. Diğer öğretmen adayları da benzer şekilde bu kod altına görüşlerini bildirmiş ve vektörlerin yönünü belirleme VY'de en çok zorlanılan durum olarak tespit edilmiştir.

VY'de karşılaşılan diğer bir zorluk ise vektörlerin özelliklerini hatırlama durumudur. "Vektörlerin özelliklerini hatırlayamama" kodu altında Ö-1, Ö-3 ve Ö-6 kodu öğretmen adaylarının görüşleri mevcuttur. Bu kod altında belirtilen görüşlerde öğretmen adayları, vektörlerin çeşitli özelliklerini hatırlamada zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Vektörlerin kullanıldığı birçok formülün olduğu ve bu formülleri çözümde kullanmak gerektiğinde hatırlamada sorun yaşadıklarını belirtmişlerdir. Burada görüş bildiren Ö-1 kodlu öğretmen adayının açıklaması aşağıda verilmektedir.

Ö-1 : Bazı formüller vardı vektörlerde. İç çarpım formülü, alan formülü gibi. Bunları hatırlayamadım. Bilgimden en çok şüphe ettiğim yaklaşım, vektörel yaklaşım oldu. Dolayısıyla da çok fazla çözüm yapamadım vektörel yaklaşımla.

Ö-1 kodlu öğretmen adayı yapmış olduğu açıklamada VY ile çözüm yapamamasının sebebini vektörler ile ilgili formülleri hatırlayamaması olarak belirtmiştir. Bu durum öğretmen adayının VY ile problem çözmesine engel olmuş ve bir zorluk olarak problem çözme sürecinde karşısına çıkmıştır.

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanma durumlarına ait bulgular bu kısımda incelenecektir. Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama sonrasında VY'yİ kullanma başarılarına ilişkin bulgular incelenirken deney ve kontrol grubu ön test-son test istatistiklerine, başarı puanlarına ve süreçte karşılaşılan zorluklara bu bölümde yer verilmiştir.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının farklı yaklaşımlara dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamından sonra geometri problem çözümlerinde kullandıkları VY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 30. Öğretmen Adaylarının FYKBST'deki VY Puan Dağılımları

Soru		1				2				3				Toplam			
Kategori	Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
V(Vektörel)	0	1	5	2	9,5	2	10	-	-	4	20	-	-	7	11,6	2	3,2
	1	-	-	-	-	1	5	-	-	-	-	1	4,8	1	1,7	1	1,6
	2	-	-	-	-	1	5	-	-	-	-	-	-	1	1,7	-	-
	3	3	15	-	-	2	10	-	-	1	5	1	4,8	6	10	1	1,6
	4	13	65	-	-	12	60	-	-	9	45	-	-	34	56,7	-	-
	Boş	3	15	19	90,5	2	10	21	100	6	30	19	90,4	11	18,3	59	93,6

Tablo 30 incelendiğinde deney grubundaki öğretmen adaylarının FYKBST'deki VY puan dağılımlarının 4-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, deney grubunda Euclid geometrisi problemleri için yapılan vektörel çözümlerde genellikle bütün basamakların doğru olarak tamamlandığı anlamına gelmektedir. Kontrol grubunda ise VY'nin kullanıldığı çözümlerin sayısı oldukça azdır. Bu çözümlerden alınan VY puan dağılımları da 0-puanda yoğunlaşmaktadır. Bu da kontrol grubunda yapılan vektörel çözümlerde genellikle ya saedece problemde verilenler yazılmış ya da problemin çözümü için gereksiz olan ifadeler kullanılmıştır. Diğer yandan deney grubunda boş bırakılan çözüm sayısı azken, kontrol grubunda cevapsız bırakılan çözümler oldukça fazladır.

Deney ve kontrol grubu arasında FYKBST'de VY ile yapmış oldukları çözümlerden almış olduğu toplam puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için son test puanlarına bağımsız t-testi uygulanmıştır. Bağımsız t-testi sonuçları Tablo 31'de sunulmuştur.

Tablo 31. Deney ve Kontrol Gruplarının FYKBST'deki VY ortalama Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

FYKBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Son test	Deney	20	7,85	2,27	39	14,746	0,000
	Kontrol	21	0,19	0,679			

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında uygulanan FYKBST'de deney grubundaki öğretmen adaylarının vektörel yaklaşım puan ortalaması $\bar{x}$ = 7,85 kontrol grubundaki öğretmen adaylarının ortalaması $\bar{x}$ = 0,19 çıkmıştır. Burada VY ortalam puanları arasında her iki grup arasında oluşan büyük fark dikkat çekicidir. Deney grubuna ait olan VY puan ortalaması, öğretmen adaylarının yapmış oldukları vektörel çözümlerde çözümün neredeyse tüm basamaklarını doğru olarak tamamladıklarını fakat teoremlerin isimleri ya da gösterimlerde hataya düştüklerini ifade etmektedir. Kontrol grubundaki VY puan ortalaması ise öğretmen adaylarının uygulama sonrasında Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde VY'yi kullanırken sadece problemde verilenleri veya çözümün için gereksiz ifadeleri yazdıkları anlamına gelmektedir. Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının FYKBST'den aldıkları VY puanları için yapılan bağımsız t-testi sonucunda istatistiksel olarak deney grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır (t = 14,746 ve p < 0,05 (0,000)). Bu durum, farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Tablo 27 ve Tablo 30 incelendiğinde deney grubunda FYKBST'de VY'yi kullanma başarı puan ortalamasında bir artış olduğu görülmektedir. Deney grubu öğrencilerinin VY'yi kullanma başarı ön test ve son test puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını ortaya çıkarmak için eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön test ve son test puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren eşleştirilmiş t-testi sonuçları Tablo 32'de sunulmuştur.

Tablo 32. Deney Grubu VY'yi Kullanma Başarı Ön Test Son Test Puanlarına İlişkin t-Testi Sonuçları

Deney Grubu	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön Test	20	1,20	2,16	19	-9,985	0,000
Son Test	20	7,85	2,27			

Tablo 32'den görüldüğü üzere deney grubundaki öğretmen adaylarının VY'yi kullanma ön test başarı puan ortalaması $\bar{x}$ = 1,20, son test puan ortalaması ise $\bar{x}$ = 7,85 çıkmıştır. Uygulama öncesindeki VY kullanma başarı puan ortalaması, öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde sadece verilenleri ya da çözüm için geçersiz ifadeleri kullandıkları anlamına gelmektedir. Uygulama sonrasında ise ortaya çıkan VY başarı puan ortalaması, çözümün neredeyse tüm basamaklarını doğru olarak tamamladıklarını fakat teoremlerin isimleri ya da gösterimlerde hataya düştüklerini ifade etmektedir. Ön test ve son test verilerine yapılan eşleştirilmiş t-testinde deney grubu öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarı puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak son test lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = -7,435$, $p < 0,05$ (0,000)). Bu durum, farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Tablo 27 ve Tablo 30 incelendiğinde de kontrol grubundaki öğrencilerin VY'yi kullanma son test puan ortalamalarında da bir düşüş görülmektedir. Son test puan ortalamasındaki bu düşüşün istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanlarına eşleştirilmiş t-testi uygulanmıştır. Ön test ve son test arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığı gösteren eşleştirilmiş t testi sonuçları Tablo 33'te sunulmuştur.

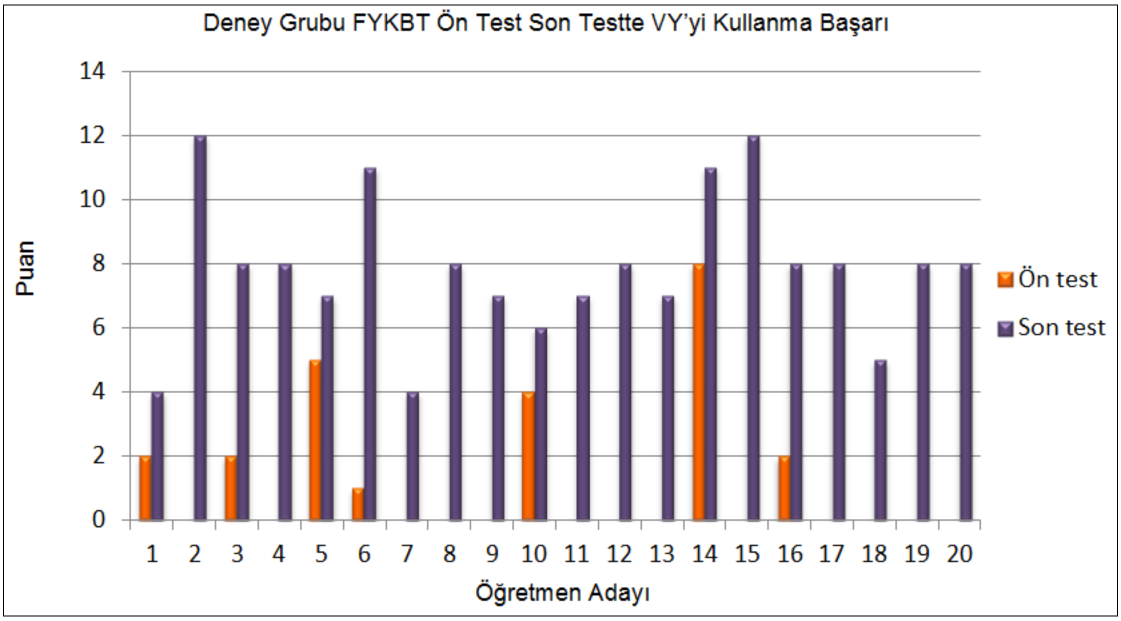
Tablo 33. Kontrol Grubu VY'yi Kullanma Başarı Ön Test Son Test Puanlarına İlişkin t-Testi Sonuçları

Kontrol Grubu	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön Test	21	1,04	1,80	20	2,257	0,035
Son Test	21	0,19	0,67			

Tablo 33 incelendiğinde kontrol grubunda VY'yi kullanma ön test başarı puanlarının ortalaması $\bar{x}$ = 1,04 iken son test puanlarının ortalaması $\bar{x}$ = 0,19'dur. Burada kontrol grubu öğretmen adaylarının VY puan ortalamalarında düşüş meydana geldiği görülmektedir. Uygulama öncesi ve sonrasında kontrol grubunda VY'yi kullanma başarılarında düşüş meydana geldiği söylenebilir. Aslında her iki ortalamada öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerini çözerken kullandıkları VY'de sadece problemde verilenleri veya çözüm için gereksiz ifadeleri yazdığını göstermektedir. Ön test ve son test verilerine yapılan eşleştirilmiş t-testi sonucunda ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir ilişkinin ortaya çıktığı görülmektedir ($t = -4{,}700$, $p < 0{,}05$ (0,035)). Dolayısıyla kontrol grubunda SY odaklı yürütülen öğrenme ortamının öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanma başarıları üzerinde olumsuz bir etki yarattığı söylenebilir.

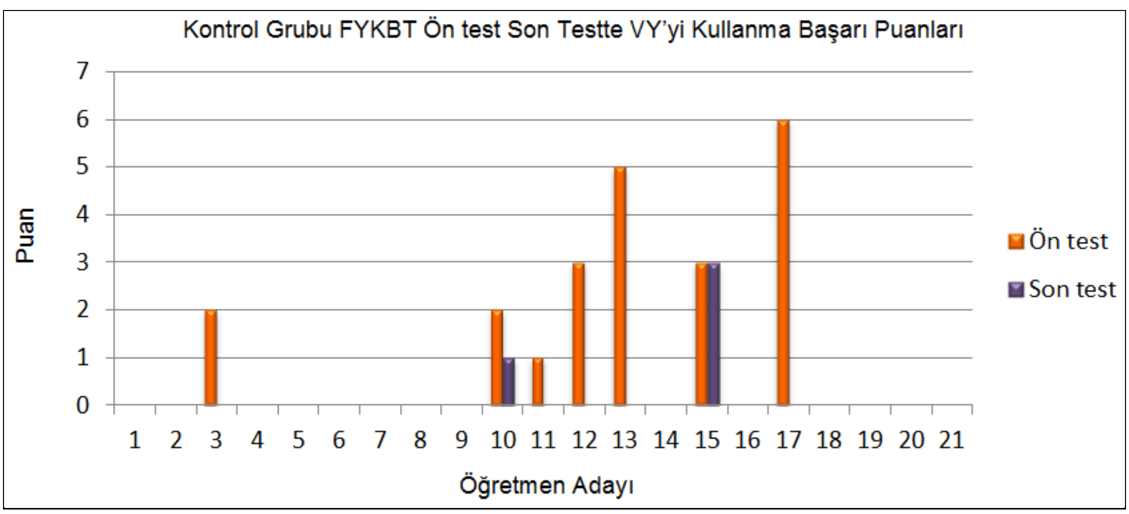
Uygulamanın başında deney ve kontrol grupları arasında VY'yi kullanma başarılarına ilişkin bir farkın olup olmadığını ortaya çıkarmak amacıyla yapılan bağımsız t-testinin sonuçları, istatistiksel olarak deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir farkın olmadığını göstermiştir. Bu durum deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarılarının birbirine denk olduğu anlamına gelmektedir. Deney grubunda yürütülen uygulamanın (Deney grubunda öğrenme ortamının farklı yaklaşımları birlikte kullanmaya dayalı olarak yürütülmesi) öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarıları üzerinde bir ilerleme sağladığı, kontrol grubunda yürütülen uygulamanın ise (Kontrol grubunda öğrenme ortamının SY odaklı yürütülmesi) öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarıları üzerinde bir gerileme sağladığı yapılan bağımlı t-testi sonuçlarında ortaya çıkmıştır.

Deney ve kontrol grubundaki her bir öğretmen adayının FYKBT ön test ve son testte VY'yi kullanma başarı puanları Grafik 5 ve Grafik 6'da gösterilmiştir.



Grafik 5. Deney grubu FYKBT ön test son testte VY'yi kullanma başarı puanları

Grafik 5'e göre farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak yürütülen geometri dersinin uygulandığı deney grubu öğretmen adaylarının tamamının VY'yi kullanma başarı puanında artış meydana gelmiştir.

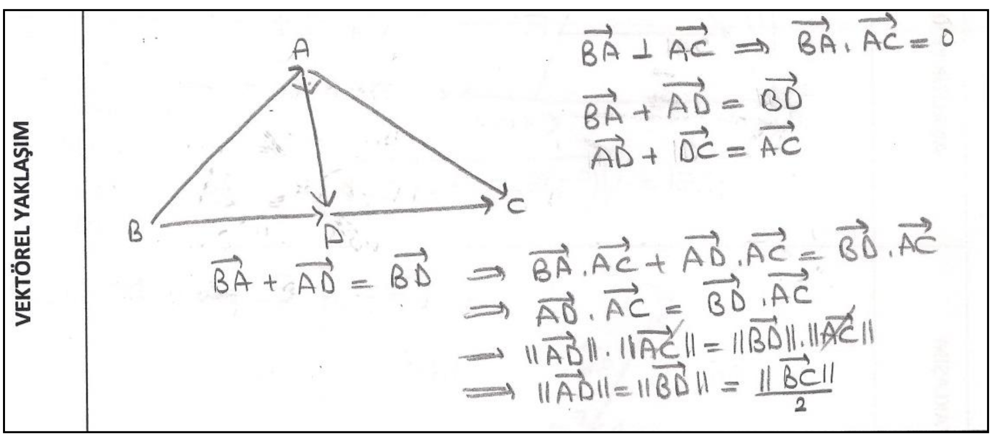


Grafik 6. Kontrol grubu FYKBT ön test son testte VY'yi kullanma başarı puanları

Grafik 6 incelendiğinde sentetik yaklaşım temelli geometri dersinin uygulandığı kontrol grubu öğretmen adaylarından 1 öğretmen adayının VY'yi kullanma puanında değişim olmadığı, 6 öğretmen adayının VY'yi kullanma puanında düşüş olduğu ve kalan 14 öğretmen adayının VY'yi kullanma başarı puanında değişim olmadığı görülmektedir.

FYKBT’de deney ve kontrol gruplarının ön test son test seviyelerindeki değişim karşılaştırıldığında deney grubu öğretmen adaylarının VY’yi kullanma başarı puanlarında daha çok değişim olduğu görülmüştür. Kişi puanlarındaki artışa sebep olan düşünme değişikliklerini öğrencilerin ön test-son test cevaplarında ve ön test sonrası, son test sonrası yapılan klinik mülakatlarda görmek mümkündür. Öğretmen adaylarının VY ile yapmış oldukları çözümlerden almış oldukları farklı başarı puan düzeyinden örnekler sunulmuştur. Ayrıca araştırma başında ve sonunda belirlenen öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır. Bu mülakatlardan nitel veriler toplanmıştır. Böylece öğretmen adaylarının VY’yi kullanma hakkında daha detaylı bilgiler elde edilmeye çalışılmıştır.

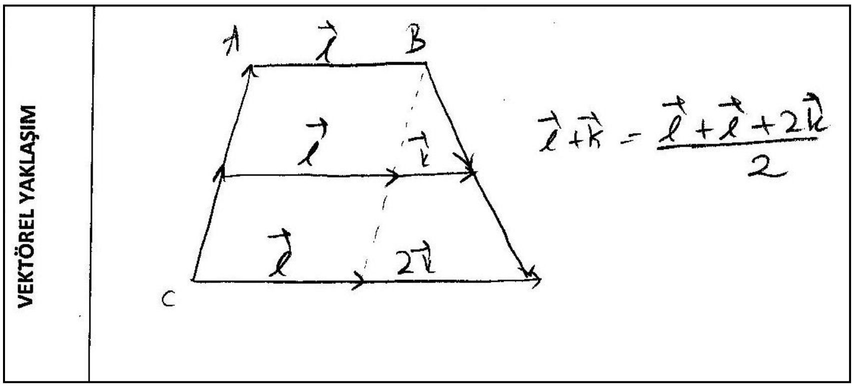
Tablo 30 incelendiğinde deney grubu öğretmen adaylarının VY’yi kullandıkları çözümlerin 34 (%56,7) tanesinde başarılı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının yapmış oldukları bu çözümlerde istenilen bütün işlem basamakları en fazla bir hata ile tamamlanmışlardır. Bu durum, deney grubu öğretmen adaylarının son testte VY’yi kullanmadaki başarılarında ön teste göre bir artışın gerçekleşmiş olduğunu göstermektedir. Bu çözümlerden Ö-18 kodlu deney grubu öğretmen adayının çözümü şekilde verilmektedir. Bu çözüm, FYKBST’deki ilk probleme aittir.



Şekil 33. Ö-18 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBST’deki birinci probleme ait 4-puanlık vektörel çözümü

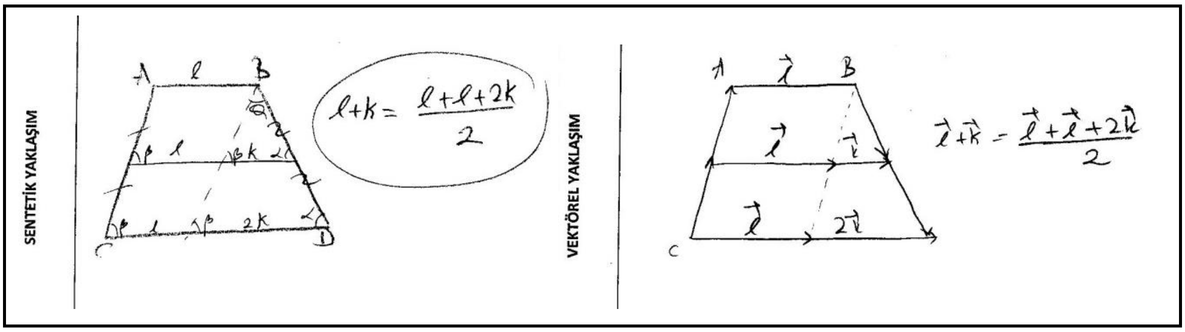
Şekil 33’deki çözüm incelendiğinde Ö-18 kodlu öğretmen adayının ABC üçgenini vektörler aracılığı ile çizmiştir. Şeklin sağ tarafındaki işlemler incelendiğinde iki vektörün birbirlerine dik olması için bu vektörlerin iç çarpımının sıfır olması gerektiği ifade edilmiştir. Daha sonraki basamaklarda dik üçgende kenarortay uzunluğunun hipotenüsün uzunluğunun yarısı olduğu vektörler aracılığı ile hatasız olarak gösterilmiştir. Bundan dolayı bu çözüme verilen puan 4-olup Ö-18 yapmış olduğu bu çözümde VY’yi kullanmada başarılı olarak kabul edilmiştir.

Deney grubunda FYKBT son testte VY'yi kullanarak yapılan çözümlerden 7 (%11,6) tanesine 0-puan verilmiştir. Bu puanın verildiği çözümlerde öğretmen adayları, çözüm için ya verilenleri yazmakla yetinmiş ya da çözümde kullanılmayan geçersiz ifadeler yazmışlardır. 0-puanlık çözümlerden Ö-4 kodlu deney grubu öğretmen adayına ait olan vektörel çözüm aşağıdaki şekilde sunulmaktadır. Bu çözüm FYKBST'deki üçüncü probleme aittir.



Şekil 34. Ö-4 kodlu öğretmen adayının FYKBST'deki üçüncü probleme ait 0-puanlık vektörel çözümü

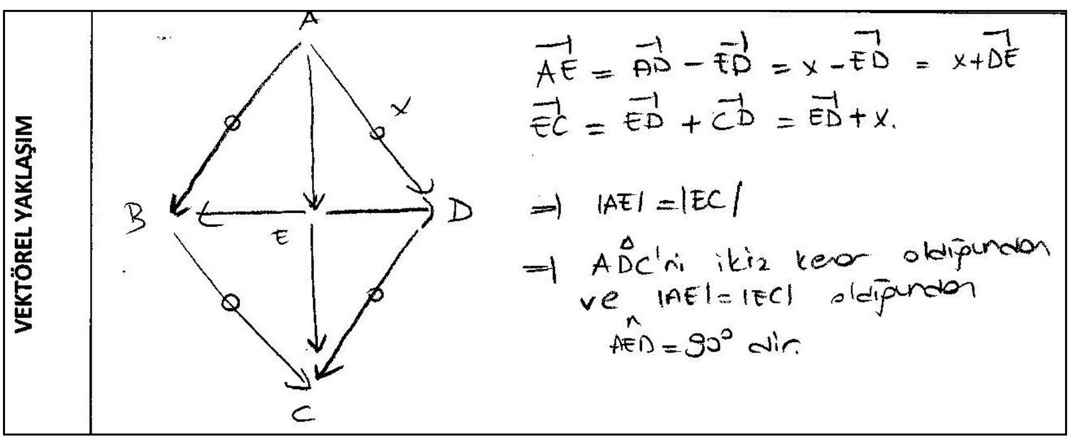
Ö-4 kodlu öğretmen adayının birinci problem için vektörel çözümü şekil 34'ten incelendiğinde öğretmen adayının problemde verilen ABCD yamuğun ve yamuğun orta tabanının vektörler aracılığı ile çizdiği görülmektedir. Öğretmen adayı, AC kenarına paralel olacak şekilde bir doğru parçası çizmiştir. Fakat çizimlerinde öğretmen adayının şekildeki kenarları vektörler aracılığı ile tam olarak gösteremediği görülmektedir. Buna örnek olarak AB kenarını çizen öğretmen adayı vektörel gösterim yerine sentetik yaklaşımdaki kenar gösterimini kullanmıştır. Benzer şekilde AC kenarını çizilen doğru parçası da vektörler aracılığı ile çizilmesi gerektiği halde yine sentetik yaklaşımdaki gösterim kullanılmıştır. Daha sonra çizilen doğru parçasının sağ tarafında kalan orta ve alt taban kenarlarına ait kısımlara sırasıyla $\vec{k}$ ve $\overrightarrow{2k}$ denmiştir. Öğretmen adayının doğru parçalarını birbirinin iki katı olacak şekildeki vektörler cinsinden yazması sentetik yaklaşımda kullanılan benzerlik oranlarını akla getirmektedir. Nitekim öğretmen adayının SY ile yapmış olduğu çözümü incelendiğinde orada da benzer gösterimi kullandığı görülmektedir. SY ve VY ile yapılan çözümlerin karşılaştırılması aşağıdaki şekilde verilmektedir.



Şekil 35. Ö-4 kodlu öğretmen adayının FYKBST'deki birinci probleme ait SY ve VY kullanarak yapmış olduğu çözümlerin karşılaştırılması

Şekil 35 incelendiğinde Ö-4 kodlu öğretmen adayının VY ile yapmış olduğu çözümde SY'deki kural ya da teoremleri kullandığı tespit edilmiştir. Bu çözümünde öğretmen adayı, VY'de sadece şekli vektörler aracılığı ile göstermiştir. Çözümün kalan kısmında ve şekil üzerinde yapmış olduğu ek çizimlerde SY'nin kural, gösterim ve teoremlerini kullanmıştır. Bu vektörel çözüm, sadece problemde verilen yamuğu vektörler aracılığı ile çizilmesinden ibaret olduğundan bu çözüme 0-puan verilmiştir. Öğretmen adayının bu çözüme VY ile başladığı fakat daha SY'ye geçiş yaptığı söylenebilir.

VY'nin kullanıldığı çözümlerden 1 (%1,7) tanesine 1-puan verilmiştir. Verilen bu puanın anlamı, çözümde en az bir geçerli ifade yazılmış ve bu ifadenin çözüm için gerekli olmasıdır. Bu çözümlerden Ö-10 kodlu deney grubu öğretmen adayın ait olan çözüm aşağıda sunulmuştur. Bu çözüm FYKBST ikinci probleme ait bir çözümdür.

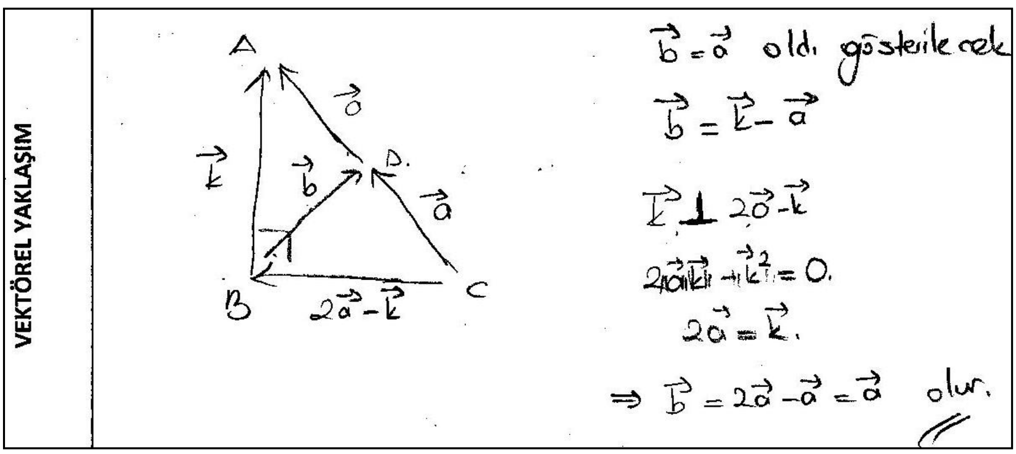


Şekil 36. Ö-10 kodlu deney grubu öğretmen adayının FYKBST'deki ikinci probleme ait 1-puanlık vektörel çözümü

Ö-10 kodlu öğretmen adayının FYKBST'deki ikinci probleme ait çözümü için Şekil 36 incelendiğinde eşkenar dörtgenin şeklinin vektörler kullanılarak oluşturulduğu görülmektedir. Bu eşkenar dörtgene ait köşegenler de vektörler aracılığı ile gösterilmiştir.

A açısına ait köşegende $\overrightarrow{AE}$ ve $\overrightarrow{EC}$ vektörlerinin eşitleri bulunmuştur. Buraya kadar olan çözüm VY kullanılarak yapılmıştır. Fakat çözümün devamında öğretmen adayı, VY'yi kullanmayıp SY ile çözümü tamamlamıştır. Burada VY'den SY'ye geçiş söz konusudur. SY'deki özellikler kullanılarak çözüm tamamlanmış olmasına rağmen bu VY ile yapılması istenen çözüm değildir. Bu sebeple VY ile yapılan işlemlerde çözüm için en az bir gerekli ifade yazılmış olduğundan 1-puan verilmiştir. Bu çözüm sonucunda Ö-10, VY'yi kullanmada başarısız olmuştur.

VY ile deney grubunda yapılan çözümlerden 1 (%1,7) tanesine 2-puan verilmiştir. Bu çözümde öğretmen adayı, çözümün neredeyse yarısını tamamlamış fakat daha önceki basamaklarda kullandığı yanlış ifadeler sebebiyle çözümde sonuca ulaşamamıştır. Ö-2 kodlu öğretmen adayının 2-puanlık vektörel çözümü aşağıda verilmektedir.



Şekil 37. Ö-2 kodlu öğretmen adayının FYKBST'deki birinci probleme ait 2-puanlık vektörel çözümü

Şekil 37'deki Ö-2 kodlu öğretmen adayının çözümü incelendiğinde problemdeki ifadede verilen herhangi bir üçgen, vektörler aracılığı ile ABC dik üçgeni olarak çizilmiştir. Bu üçgenin hipotenüsüne ait kenarortay ise $\vec{b}$ olarak gösterilmiştir. $\vec{b}$ vektörü, $\vec{k}$ ve $\vec{a}$ vektörleri cinsinden $\vec{b} = \vec{k} - \vec{a}$ şeklinde gösterilmiştir. Daha sonra ABC dik üçgeninde AB ve BC kenarlarını temsil eden vektörlerin dik olduğu yazılmıştır. Daha sonra $2\left\|\vec{a}\right\|\left\|\vec{k}\right\| - \left\|\overrightarrow{k^2}\right\| = 0$ eşitliği elde edilmiştir. Burada öğretmen adayı, dik vektörlerin iç çarpımının sıfır olması özelliğini kullanmamıştır. Bunun yerine herhangi iki sayıyı çarpıyor gibi $\vec{k}$ vektörü ile $\overrightarrow{2a} - \vec{k}$ vektörünü çarpmış ve sonucu sıfıra eşitlemiştir. Halbuki bu iki vektörün iç çarpımı bulunurken $\left\langle \vec{k}, \overrightarrow{2a} - \vec{k} \right\rangle = \left\|\vec{k}\right\| . \left\|\overrightarrow{2a}\right\| . \cos\alpha$ eşitliğinden çözümün bulunması gerekmekteydi. Ö-2 kodlu öğretmen adayının yapmış olduğu çözümde neredeyse çözüm basamaklarının yarısını tamamladığı fakat iç çarpımın tanımını yanlış ifade etmesi ve kullanması sebebiyle çözüme 2-puan verilmiştir. Öğretmen adayı, bu çözümünde VY'yi kullanmada başarılı olamamıştır.

VY'nin kullanıldığı deney grubunda yapılan çözümlerden 6 (%10) tanesine 3-puan verilmiştir. Bu 3-puanın anlamı, çözümde bütün basamakların gösterimde ya da teoremlerin isimlerinde yapılan hatalar ile tamamlanmış olmasıdır. Bu bölümde boş bırakılan çözüm ise 11 (%18,3) tanedir.

Kontrol grubunda VY'yi kullanma başarılarına bakıldığında yapılan vektörel çözümlerden 1 (%1,6) tanesine 0-puan verilmiştir. Bu çözümlerde öğretmen adaylarının çözüme dair geçerli bir ifadesi yoktur ya da sadece problemde verilenleri veya bu verilenler ile şekli çizmişlerdir. Vektörel çözümlerden 1 (%1,6) tanesine 3-puan verilmiştir. Bu çözümlerde bütün basamaklar doğru olarak tamamlanmış olmasına rağmen teoremlerin adlarında veya gösterimlerde hatalar veya eksiklikler bulunmaktadır. Bu çözümleri yapan öğretmen adayları, VY'yi kullanmada başarısız olmuşlardır. VY ile çözülmesi istenen kısımda %93,6'lık kısımda öğretmen adayları çözümleri boş bırakmıştır.

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının uygulanmasından sonra deney grubu öğretmen adaylarının yarısından çoğunun VY'yi problem çözümlerinde kullanmada başarılı olduğu görülmüştür. Uygulanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu bir etki yaptığı görülmektedir. Diğer yandan kontrol grubundaki öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarılarında düşüş olduğu belirlenmiştir. Yine bu grupta boş bırakılan çözüm sayısında da artış dikkat çekicidir. Sentetik yaklaşım temelli yürütülen geometri dersinin öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarıları üzerinde olumsuz etki oluşturduğu söylenebilir. VY'nin kullanıldığı çözümlerde hala VY'yi kullanmayan ya da kullanırken başarısız olan öğretmen adaylarının olduğu görülmektedir. Bu öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarılarını olumsuz etkileyen durumları ayrıntılı olarak inceleyebilmek adına uygulama sonrasında öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlar kullanılmıştır. Bu mülakatlardan elde edilen bulgulardan elde edilen güçlüklerin görülme sıklığını gösteren tablo aşağıda verilmektedir.

Tablo 34. Son Mülakattan Elde Edilen Bulgulara Göre AY'de Yaşanan Güçlüklerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Vektörlerin yönünü belirleyememe	1	-	-	1	-	1
Vektörlerin uzunluğunu bulamama	1	-	-	1	1	-
Konum vektörünü kullanamama	-	-	1	1	-	-
Vektörler ile geometriyi ilişkilendirememe	-	-	-	2	-	-

Tablo 34 incelendiğinde öğretmen adaylarının VY'de karşılaştıkları güçlükler dört kod altında toplanmıştır. Bu kodlardan ilki "Vektörlerin yönünü belirleyememe" olarak belirlenmiştir. Bu kod altında Ö-1, Ö-4 ve Ö-6 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri mevcuttur. Öğretmen adaylarının bu kod altında toplanan ifadeleri incelendiğinde öğretmen adayları, VY'yi kullanırken vektörlerin yönlerini belirleme zorlanmaktadırlar. Bunun sebebi, vektörlerde seçilen yanlış yön sebebiyle çözümün yanlış çıkması ya da şekli oluşturan vektörlerin sıfır vektörünü oluşturması, vektörlerin yön tayininin deneme-yanılma olarak görülmesi, bu sebeple çözümün çok vakit alması gibi algıların oluşmasıdır. Bu duruma örnek olması için Ö-6 kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakattan bir kesit aşağıda verilmektedir.

Ö-6 : Vektörel yaklaşımda benim sorunum şu; vektörlerin yönlerini tam yerleştiremiyorum sanırsam. Yerleştirdiğim vektörler sıfır vektörü çıkıyor genellikle. O yüzden vektörlerin yönlerini birkaç defa değiştirmek zorunda kalıyorum. Orada sıkıntı yaşadım biraz.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı, VY'de yaşadığı zorluğu ifade ederken vektörlerin yönlerini belirleyemediğinden bahsetmektedir. Öğretmen adayı, bir çözüm için vektörler ile şekil çizmesi gerektiğinde genelde oluşan şeklin sıfır vektörüne denk gelmesi sebebiyle birkaç kez vektörlerin yönlerinde değişiklik yapması gerektiğini ifade etmektedir. Bu işlem basamakları öğretmen adayının zorlanmasına sebep olduğu da elde edilen bir diğer bulgudur. Bu sebeple çözüme uygun şekilde vektörlerin yönlerini belirlemek, öğretmen adaylarının VY'de karşılaştığı güçlük olarak belirlenmiştir.

Oluşturulan ikinci kod, "Vektörlerin uzunluğunu bulamama" kodudur. Bu kod altında Ö-1, Ö-4 ve Ö-5 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri toplanmıştır. Öğretmen adaylarının VY'yi kullanırken karşılaştıkları güçlüklere yönelik algılar; vektörlerin uzunluğunu belirleyememe olarak tespit edilmiştir. Bu gruptaki öğretmen adaylarından bazıları, vektörlerin yönünü doğru belirleyebilmelerine rağmen vektörlerin uzunluklarını bulmada zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir.

Üçüncü kod olarak, "Konum vektörünü kullanamama" belirlenmiştir. Bu kodu oluşturan görüşler, Ö-3 ve Ö-4 kodlu öğretmen adaylarına aittir. Öğretmen adayları, konum vektörünü çözümleri kullanırken zorlandıklarını belirtmektedirler. Ö-4 kodlu öğretmen adayının yürütülen mülakattan alınan bir diyalog aşağıda sunulmaktadır.

Araş : VY ile problem çözerken karşılaştığın zorluklar nelerdir?

Ö-4 : Vektörel yaklaşımda kullanılan konum vektörleri ile ilgili de hala bilgi eksiğim olduğunu düşünüyorum.

Araş. : Neden hala bilgi eksiğin var?

Ö-4 : Konum vektörünü bir türlü kavrayamadım. Çok zor geliyor anlaması. Problemde nasıl kullanacağımı da tam olarak bilmiyorum. Bence çok zor…

Görüldüğü gibi Ö-4 kodlu öğretmen adayı, VY'de konum vektörünü kullanması gerektiği durumlarda zorlandığını ifade etmektedir. Bunun altında yatan sebep ise, konum vektörünün öğretmen adayı tarafından tam olarak kavranamaması ve anlaşılamamasıdır. Bu nedenle de öğretmen adayı VY'de karşılaştığı bir zorluk olarak konum vektörü kavramını görmektedir.

Bu bölümdeki son kod, "Vektörler ile geometriyi ilişkilendirememe" olarak belirlenmiştir. Bu kod altında sadece Ö-4 kodlu öğretmen adayının görüşü bulunmaktadır. Bu öğretmen adayı, vektörler ile geometriyi ilişkilendirmede yaşadığı sorun sebebiyle VY'de zorlandığını belirtmiştir. Ayrıca Ö-4, vektörlerin daha çok fizik alanı ile ilgili olduğu, lisans döneminde de vektörlerle ilgili az uygulama fırsatları bulunduğunu ifade etmiştir. Vektörlerdeki özellikleri veya çeşitli kavramları bildiğini ifade eden öğretmen adayı, bunların geometri alanı ile bağlantısını nasıl kurması gerektiğini bilmediğini belirtmiştir. Öğretmen adayı ile yürütülen görüşmeden bir kesit aşağıda verilmiştir.

Ö-4 : Neden bilmiyorum ama vektörler bana Fizik ile alakalıymış gibi geliyor. Bir de çok az uygulama şansımız oldu bunca sene evet. Geometri problemlerinin vektörel olarak çözülebileceğini bir tek sizin uyguladığınız derste gördük. O yüzden çok da yakın gelmiyor. Vektörler sanki sadece özellikleri olan bir küme, şu şu özellikleri sağlıyorsa vektör uzayıdır, şunu sağlıyorsa alt uzaydır. Ama bu bilgilerle şu an geometride kullandığımız bilgileri nasıl ilişkilendiririm bilmiyorum.

Yukarıda verilen örnekte görüldüğü gibi öğretmen adayı, vektörleri daha çok fizik alanı ile ilişkilendirmektedir. VY'nin sentetik geometrideki uygulamalarını ilk kez tasarlanan öğrenme ortamında deneyim ettiğini söyleyen Ö-4, bu yaklaşımın kendisine uzak geldiğini ifade etmektedir. Vektör cebrindeki konularda bilgi sahibi olduğunu fakat bu alanı sentetik geometri ile nasıl ilişkilendirmesi gerektiğini bilmediğini de eklemiştir. Bu öğretmen adayı için VY'de karşılaşmış olduğu güçlük, vektör cebiri ile sentetik geometri alanları arasında bağı kuramamaktır.

Uygulama sonrasında öğretmen adaylarının VY'yi problem çözümlerinde kullanırken karşılaştıkları güçlüklerin çeşitlerinde artış olmasına rağmen belirtilen görüş sayısında azalma olduğu görülmektedir.

Özetle bu bölümde farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı uygulanmadan önce ve sonra deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanabilme durumlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla üç yaklaşımdaki deney ve kontrol grubu FYKBÖT ve FYKBST VY puan dağılımları, ön test istatistiklerinden (bağımsız t-testi, bağımlı t-testi) elde edilen bulgular ve öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar sunulmuştur. Uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının VY puan dağılımlarının 0-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum her iki grupta da yapılan vektörel çözümlerde problemlerde verilenlerin ya da çözüm için gereksiz ifadelerin kullanıldığı anlamına gelmektedir. Uygulama sonrasında ise deney grubunda Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanma puan dağılımları 4-puanda yoğunlaşmaktadır. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan deney grubu öğretmen adaylarının problem çözümlerinde VY'yi kullanmadaki başarılarını olumlu yönde etkilediği anlamına gelmektedir. Kontrol grubunda ise uygulama sonrasında VY puanları yine 0-puanda yoğunlaşmaktadır. Bu durum, SY odaklı yürütülen öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanma başarılarının gelişimine olumsuz etki yaptığı şeklinde yorumlanabilir. Çünkü uygulama sonrasında kontrol grubunda VY'yi kullanma başarı puan ortalamalarında düşüş meydana gelmiştir. Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının VY ortalama puanları üzerinden yapılan istatistik sonucunda istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Bu durum, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde VY'yi kullanma durumlarında denklik olduğu anlamına gelmektedir. Uygulama sonrasında ise kontrol grubu lehine istatistiksel bir fark ortaya çıkmıştır. Yani tasarlanan öğrenme ortamı, Euclid geometrisi problemlerinin çözümlerinde VY'yi kullanmada olumlu etki oluşturmuştur. Uygulama öncesinde VY'de karşılaşılan güçlükler daha az sayıda öğretmen adayı tarafından ifade edilirken uygulama sonrasında bu sayı artmıştır. Burada VY ile yapılan çözümlerin uygulama sonrasında özellikle deney grubunda artmış olması sebebiyle uygulama öncesinde karşılaşma imkanı bulunamayan problem çözme süreçleri öğretmen adayları tarafından daha iyi analiz edilebilmiş ve karşılaşılan zorlukların daha iyi yorumlanabilme imkanı oluşması sağlanmıştır.

4. 2. Deney ve Kontrol Grubu Öğretmen Adaylarının Uygulama Öncesi ve Sonrasındaki Geometri Başarıları ve Yaklaşım Tercihleri

Farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri başarılarına ve tercihlerine etkisini incelemek için, tasarlanan öğrenme ortamından önce GBYTBÖT ve dersin sonunda GBYTBST deney ve kontrol grubu öğretmen adayları tarafından cevaplandırılmıştır.

Bu bölümde ilk olarak yürütülen uygulamalar öncesinde deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının geometri başarılarına ve problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşım tercihlerine ilişkin bulgulara yer verilmektedir. Bu amaçla deney ve kontrol grubu GBYTBÖT puan dağılımları, ön test istatistikleri (bağımsız t-testi) ve öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar verilmiştir.

Öğretmen adaylarına uygulanan GBYTBÖT, altı problemden oluşmaktadır. Bu testteki problemlerin her biri AY, SY ve VY ile çözülebilir niteliktedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarından bu testteki problemleri tercih edecekleri bir yaklaşım aracılığı ile çözmeleri istenmektedir. Hazırlanan puanlama anahtarı doğrultusunda problem çözümleri değerlendirilmiştir.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulamadan önce geometri problem çözümlerinde kullandıkları AY, SY ve VY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 35. Öğretmen Adaylarının GBYTBÖT Puan Dağılımları

Soru	1				2				3				4				5				6				Toplam			
Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
0	13	65	8	38,1	10	50	9	42,8	8	40	5	23,8	8	40	7	33,3	10	50	12	57,1	7	35	5	23,8	56	46,7	46	36,6
1	-	-	4	19	4	20	3	14,3	3	15	1	4,8	4	20	3	14,3	-	-	1	4,8	6	30	3	14,3	17	14,2	15	11,9
2	-	-	8	38,1	-	-	6	28,6	2	10	8	38,1	-	-	3	14,3	-	-	-	-	2	10	7	33,3	4	3,3	32	25,4
3	3	15	-	-	-	-	2	9,5	2	10	2	9,5	1	5	3	14,3	2	10	1	4,8	2	10	3	14,3	10	8,3	11	8,7
4	1	5	1	4,8	4	20	1	4,8	1	5	4	19	1	5	3	14,3	3	15	2	9,5	-	-	1	4,8	10	8,3	12	9,5
B (Boş)	3	15	-	-	2	10	-	-	4	20	1	4,8	6	30	2	9,5	3	15	5	23,8	3	15	2	9,5	23	19,2	10	7,9

Tablo 35 incelendiğinde GBYTBÖT'de alınan puanlar doğrultusunda bu testte yapılması gereken toplam 120 çözüm içinden 10 (%8,3) tanesinde deney grubu öğretmen adaylarının çözümlerinde bütün basamakları doğru olarak tamamlayarak başarılı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının elde edilen bu bulgu doğrultusunda uygulama öncesinde geometri başarılarının oldukça düşük olduğu görülmektedir. GBYTBÖT'de toplam 23 (%19,2) çözüm deney grubu öğretmen adayları tarafından boş bırakılmıştır. Kalan 87 (%72,5) çözümde öğretmen adayları başarısız olarak kabul edilmektedir.

Kontrol grubunda GBYTBÖT puanları Tablo 35'ten incelendiğinde yapılması gereken toplam 126 çözüm arasından 12 (%9,5) tanesinde öğretmen adayları çözümlerin bütün basamaklarını doğru tamamlayarak başarılı olmuşlardır. Kontrol grubunda çözümlerden 10 (%7,9) tanesi boş bırakılırken kalan 104 (%82,6) tane çözümde kontrol grubu öğretmen adayları başarısız olmuşlardır.

Deney ve kontrol gruplarının GBYTBÖT'deki geometri başarı puan ortalamaları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek amacıyla ön testin verilerine uygulanan bağımsız t-testi sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 36. Deney ve Kontrol Gruplarının GBYTBÖT Ortalama Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

YTBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön test	Deney	20	4,80	2,52	39	-2,520	0,016
	Kontrol	21	7,61	4,35			

Tablo 36 incelendiğinde uygulama öncesinde öğretmen adayları tarafından YTBT ön testinde istedikleri yaklaşımın tercih edilmesi ile yapılan çözümlerden alınan toplam puan ortalaması, deney grubunda $\bar{x}$ = 4,80 ve kontrol grubunda $\bar{x}$ = 7,61'dir. Burada elde edilen ortalamalar, uygulamalar öncesinde deney ve kontrol grubundaki çözümlerde sadece problemde verilenlerin yazılmış olduğu ya da çözüm için gereksiz ifadelerin kullanıldığını göstermektedir. Tablo 36 incelendiğinde elde edilen bulgulardan bir diğeri ise, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının GBYTBÖT'deki toplam puanları için yapılan bağımsız t-testi sonucunda gruplar arasında istatistiksel olarak kontrol grubu lehine $p < 0,05$ düzeyinde anlamlı bir farkın ortaya çıkmış olmasıdır ($t = -2,520$ ve $p= 0,000$). Bu durum, uygulama öncesinde kontrol grubu öğretmen adaylarının geometri başarılarının deney grubu öğretmen adaylarından daha yüksek olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının GBYTBÖT'deki problemlerin çözümünde kullandıkları yaklaşım tercihlerini veren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 37. Deney ve Kontrol Gruplarının GBYTBÖT'deki Yaklaşım Tercihleri

Yaklaşım	AY		SY		VY		Boş		Toplam	
Grup	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney Grubu	8	6,7	79	65,8	10	8,3	23	19,2	120	100
Kontrol Grubu	2	1,6	111	88,1	3	2,4	10	7,9	126	100

Tablo 37'ye göre deney grubunda GBYTBÖT'deki 79 (%65,8) çözümde SY, 10 (%8,3) çözümde VY ve 8 (%6,7) çözümde AY tercih edilmiştir. Kalan 23 (%19,2) çözüm ise boş bırakılmıştır. GBYTBÖT sonucunda elde edilen bulgulara göre deney grubunda problem çözümü için en çok tercih edilen yaklaşım SY'dir. İkinci sırada tercih edilen yaklaşım VY olup problem çözümlerinde son sırada AY tercih edilmiştir.

Kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulama öncesi problem çözümlerindeki tercihlere yönelik elde edilen bulgulara göre, GBYTBÖT'deki 111 (%88,1) çözümde SY, 3 (%2,4) çözümde VY ve 2 (%1,6) çözümde AY tercih edilmiştir. GBYTBÖT'den elde dilen bulgular kontrol grubunda en çok tercih edilen yaklaşımın SY, daha sonra VY ve en son sırada AY olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grupları ile yaklaşım tercihleri arasında istatistiksel bir ilişki olup olmadığını incelemek için GBYTBÖT puanlarına Ki-kare testi uygulanmıştır. Bu test sonucunda deney ve kontrol grubu ile yaklaşım tercihleri arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı ortaya çıkmıştır (Ki-kare = 17.744, sd = 3, p = 0.133). Bu durum uygulama öncesinde yaklaşım tercihlerinin dahil olunan gruptan bağımsız olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde problem çözümlerindeki yaklaşım tercihlerinden elde dilen bulgulara göre her iki grupta da en çok tercih edilen yaklaşımın SY olduğu belirlenmiştir. Bu yaklaşımın her iki grupta da tercih edilme oranları oldukça yüksektir. Kontrol grubunda SY'nin tercih edilme oranın deney grubuna göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. İkinci sırada tercih edilen yaklaşım her iki grup için de VY'dir. Bu yaklaşımın deney grubunda tercih edilme oranı kontrol grubuna göre daha yüksektir. Son sırada tercihe edilen yaklaşım, her iki grup için de AY'dir. Yine bu yaklaşım için de deney grubunda tercih edilme oranı, kontrol grubuna göre yüksektir. Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarına uygulanan GBYTBÖT'de öğretmen adaylarının yaklaşım tercihleri ile dahil oldukları grup arasında bir ilişkinin olmadığı da elde edilen bir diğer bulgudur.

Öğretmen adaylarının uygulama öncesinde yaklaşım tercihlerinin daha ayrıntılı olarak incelenebilmesi için öğretmen adaylarına uygulanan FYKBT ve GBYTBT'den alınan puanlar doğrultusunda belirlenen "iyi", "orta" ve "düşük" düzeylerin her birinden seçilen ikişer öğretmen adayı ile mülakatlar yürütülmüştür. Bu öğretmen adayları Ö-1, Ö-

2, Ö-3, Ö-4, Ö-5 ve Ö-6 olarak kodlanmıştır. Mülakat yapılan öğretmen adaylarından Ö-1 ve Ö-2 “düşük” başarı düzeyinden, Ö-3 ve Ö-4 “orta” başarı düzeyinden ve Ö-5 ve Ö-6 “yüksek” başarı düzeyinden seçilmiştir. 6 öğretmen adayı uygulama önce ve sonrasında iki ayrı mülakat yürütülmüştür. Mülakatlar, öğretmen adaylarının uygulanan FYKBT ve GBYTBT’deki problem çözümleri üzerinden yürütülmüştür.

İlk olarak uygulama öncesinde öğretmen adaylarının AY’yi tercih etmelerinin altında yatan sebepler incelenmiştir. Bu doğrultuda mülakatlardan elde edilen verilerin içerik analizi ve betimsel analiz sonucunda elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının problem çözümlerinde AY’yi tercih etme sebebi bir kod altında toplanmaktadır. Bu kod “Problemde verilenler” şeklinde belirlenmiştir. Bu kodların görülme sıklığı ve örnek durumları aşağıda açıklanmıştır.

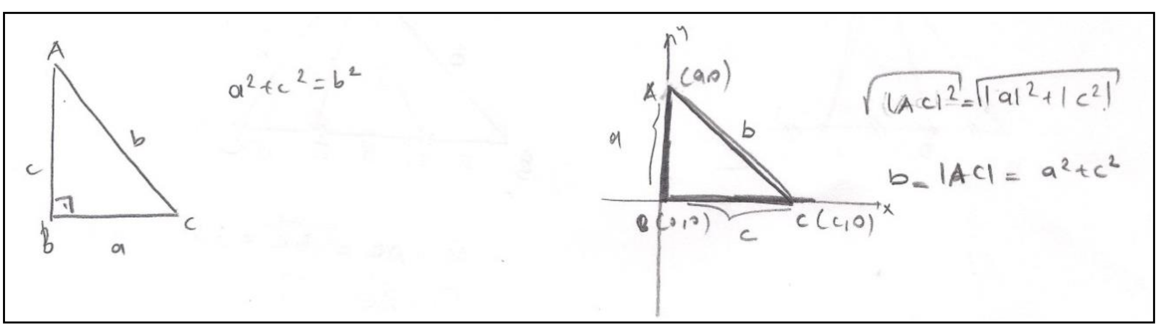
Öğretmen adaylarının analitik yaklaşımı tercih etme sebepleri için belirlenen kodun öğretmen adaylarında görülme sıklığını veren tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 38. AY’yi Tercih Etme Sebepleri İçin Belirlenen Kodun Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Problemde verilenler	1	1	-	2	1	-

Tablo 38 incelendiğinde öğretmen adaylarının problem çözümlerinde analitik yaklaşımı tercih etme sebebi bir kod altında toplanmaktadır. Öğretmen adaylarından dördünün görüşleri bu koda aittir. Aşağıda öğretmen adaylarının bu kod altındaki görüşlerine yönelik örnek durumlar verilmektedir.

Ö-1 kodlu öğretmen adayının yapmış olduğu bir problemin çözümü ve bu çözümde analitik yaklaşımı tercih etme sebebi aşağıda sunulmaktadır.



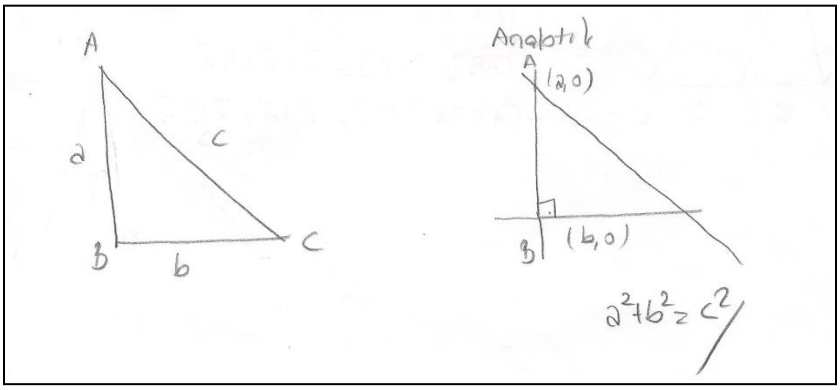
Şekil 38. Ö-1 kodlu öğretmen adayının AY’yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problemin çözümünde analitik yaklaşımı kullanmayı tercih etmişsin. Nedeni nedir?

Ö-1 : Pisagor teoremini burada (soldaki şekli göstererek) yazdım. Pisagor teoremindeki ifade, analitik geometride bulunan iki nokta arasındaki uzaklık formülünü hatırlattı bana. Bu sebeple herhangi bir dik üçgeni analitik düzleme yerleştirip çözümü yaptım.

Yürütülen görüşme sonucunda Ö-1 kodlu öğretmen adayının problem çözümünde analitik yaklaşımı tercih etme sebebi, problemde verilen Pisagor teoreminin ifadesinin analitik geometride bulunan iki nokta arasındaki uzaklığı çağrıştırmasıdır.

Bu kod altında görüşü bulunan diğer bir öğretmen adayı da Ö-4 kodlu öğretmen adayıdır. Öğretmen adayının çözümü ve yürütülen diyalog aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 39. Ö-4 kodlu öğretmen adayının AY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Pisagor teoremini analitik yaklaşım yardımı ile yapmaya çalışmışsın. Bu tercihe seni iten sebep nedir?

Ö-4 : Pisagor teoreminde üçgende dik açı var ya. Bu şekli koordinat düzlemine yerleştirmenin daha kolay olacağını düşündüm.

Araş. : Soruda verilen dik açının analitik düzleminde nasıl daha kolay kullanılacağını düşündün?

Ö-4 : Eğer bir soruda dik açı verilmişse bu sefer analitik yaklaşımı kullanmak daha kolay oluyor sanki. Çünkü şekli, koordinat düzlemine başlangıç noktasını da kullanarak yerleştirdiğimizde daha rahat görülüyor çözüm.

Ö-4 kodlu öğretmen adayının analitik çözümü üzerinden yürütülen diyalogda öğretmen adayının problemde verilen Pisagor teoremindeki dik açılı üçgeni analitik düzleme yerleştirip problemi çözmenin daha kolay olacağına yönelik görüşü mevcuttur. Dik açılı üçgenin dik açısına denk gelen köşenin analitik düzlemin orijinine yerleştirilmesi sonucu çözümün çok daha rahat olacağı düşünülmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö-4 kodlu öğretmen adayı, bu problemde analitik yaklaşım ile çözüm yapmayı tercih etmektedir.

Öğretmen adaylarının uygulama öncesinde problem çözümlerinde AY'yi tercih etme sebeplerine yönelik elde edilen bulgulara göre yaklaşım tercihini etkileyen bir değişken bulunmaktadır. Bu "problemde verilenler" şeklinde kodlanmıştır. Problemin ifadesinde verilen açının özelliği, kullanılan teoremin özelliği gibi durumların öğretmen adaylarının tercihlerini etkilediği görülmektedir.

Öğretmen adayları tarafından uygulama öncesinde en çok tercih edilen yaklaşım olan SY'nin tercih edilmesindeki sebepler, 5 kod altında toplanmaktadır. Bu kodlar; "Deneyim sahibi olma", "Diğer yaklaşımların yeni olması", "Problemde verilenler", "İşlem kalabalığını önleme" ve "Diğer yaklaşımlarla problem çözmek için sentetik yaklaşımın gerekli olması" şeklinde belirlenmiştir. Bu kodların görülme sıklığı ve örnek durumları aşağıda açıklanmıştır.

Öğretmen adaylarının sentetik yaklaşımı tercih etme sebepleri için belirlenen kodların öğretmen adaylarında görülme sıklığını veren tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 39. Sentetik Yaklaşım Tercihi İçin Belirlenen Kodların Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Deneyim sahibi olma	4	2	1	4	2	4
Diğer yaklaşımların yeni olması	1	2	-	1	2	5
Problemde verilenler	-	3	-	4	2	2
İşlem kalabalığını önleme	1	2	-	1	-	-
Diğer yaklaşımlarla problem çözmek için sentetik yaklaşımın gerekli olması	-	1	-	-	-	1

Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının problem çözümlerinde SY'yi tercih etme sebeplerinden oluşan kodlar altında en fazla öğretmen adayı görüşünü içeren kod "Deneyim sahibi olma" dır. Bu kodda bütün öğretmen adaylarının görüşü mevcuttur. Bu kod altındaki görüşler, görülme sıklığı en fazla olanlardır. Belirlenen ikinci kod altında beş öğretmen adayının görüşü mevcuttur. Tabloda üçüncü sırada bulunan kodda ise dört öğretmen adayının görüşü bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının ikinci ve üçüncü kodu oluşturan görüşlerin görülme sıklığı aynıdır. Dördüncü sıradaki "İşlem kalabalığını önleme" kodu için üç öğretmen adayı görüş bildirmiştir. Son kod için sadece iki öğretmen adayı birer görüş bildirmiştir. Bu kod, öğretmen görüşlerinin görülme sıklığının en az olduğu koddur. Aşağıda bu kodların her biri alt başlıklar halinde incelenmiş ve yürütülen diyaloglar ve örnek soru çözümleri verilmiştir.

"Deneyim sahibi olma"

Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde sentetik yaklaşımı tercih etme sebepleri arasında ilk sırada en sık ifade edilen sentetik yaklaşımda deneyim sahibi olmaları gelmektedir. Öğretmen adaylarının hepsi sentetik yaklaşımı daha önce görmüş olduklarını, şimdiye kadar geometri problemlerini sadece bu yaklaşım ile çözmüş olmaları sebebiyle bu yaklaşıma daha yakın olduklarını ifade etmişlerdir.

Ö-1 kodlu öğretmen adayının GBYTBÖT'de yaptığı ikinci problemin çözümde sentetik yaklaşımı tercih etmesinin sebepleri aşağıda sunulmaktadır.

Araş. : Bu problemde sentetik yaklaşım ile çözüm yapmayı denemişsin. Bunun sebebi nedir?

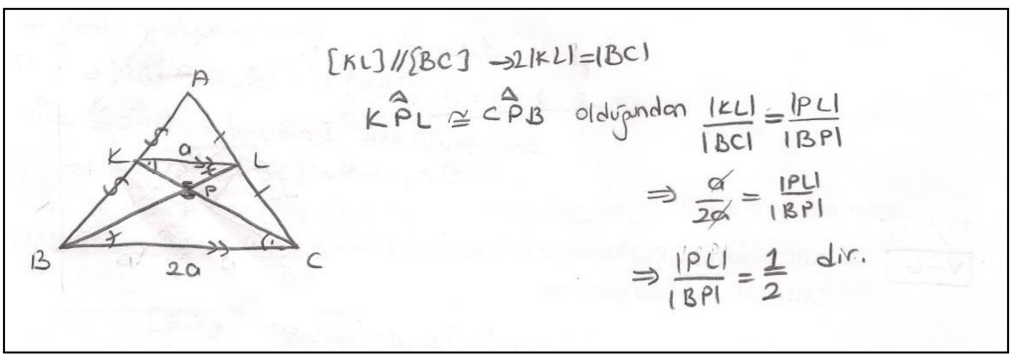
Ö-1 : Sentetik yaklaşım ile çözüm yapmayı denememin tek sebebi tamamen alışkanlık. Kolaylık olsun diye sentetik yaklaşımı tercih ettim.

Araş. : Ama çözümü tamamlayamamışsın. Diğer yaklaşımları denemeyi düşünmedin mi?

Ö-1 : Hayır düşünmedim. Çünkü şimdiye kadar geometri problemlerini çözerken hep bu yaklaşımı kullandık. Alışık olduğum sentetik yaklaşım ile çözüm yapmayı denedim burada da.

Ö-1 kodlu öğretmen adayı, bu problem için sadece sentetik yaklaşım ile çözüm yapmayı düşündüğünü belirtirken diğer yaklaşımları problem çözümünde kullanmayı bile düşünmediğini ifade etmiştir. Geometri problemlerinin sentetik yaklaşım ile çözmenin kendisinde bir alışkanlık oluşturduğunu ifade eden öğretmen adayı, çözüme ulaşamasa da sentetik yaklaşım ile çözüm yapmayı tercih etmiştir.

Ö-2 öğretmen adayının yaptığı problem çözümünde sentetik yaklaşımı kullanmasının nedenlerini açıklayan diyalog aşağıda sunulmaktadır.



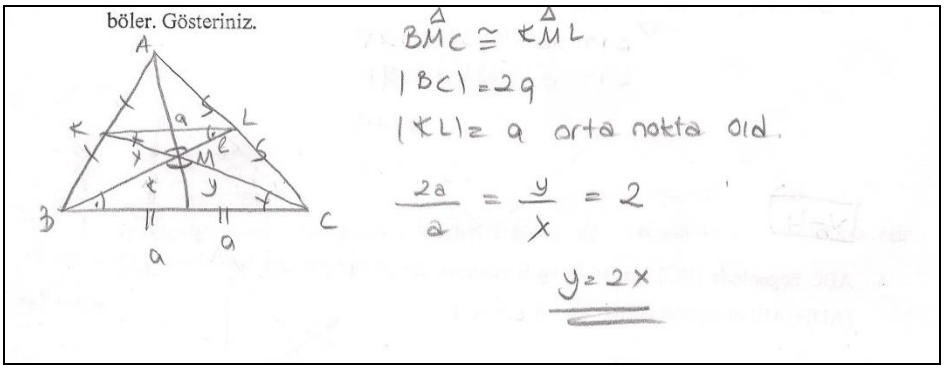
Şekil 40. Ö-2 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu çözümde sentetik yaklaşımı tercih etmendeki neden nedir?

Ö-2 : Soruda kenarortay kavramı var ve kenarortay denilince biz hep üçgen çizip kenarortayını belirliyoruz. Kenarortayı hep sentetik yaklaşımdaki gibi çizdik, kullandık daha önce. Bu yüzden böyle yaptım. Doğru yapmışsam iyi.

Ö-2 kodlu öğretmen adayı, kenarortayların bir noktada kesişmesi ile ilgili problemin çözümünde sentetik yaklaşımı kullanmasının sebebinin daha önce kenarortay ile ilgili karşılaştığı problemlerde verilen üçgen şeklini çizip, kenarortayları belirlerken hep sentetik yaklaşımdaki gibi çözüm basamaklarını takip etmesi olduğunu belirtmektedir.

Aynı probleme ait çözümünde Ö-4 kodlu öğretmen adayı, problem çözümünde sentetik yaklaşımı tercih etmesine ilişkin aşağıdaki şekilde ifadelerde bulunmuştur.



Şekil 41. Ö-4 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Yukarıdaki problemde seni sentetik yaklaşım ile problem çözmeye iten sebepler nelerdir?

Ö-4 : Şekil üzerinde paralel çizmek kolay geldi bana. Sonra paralellikten iç ters açıları kullandım. Oradan da benzerliği kullanmışım. Bunlar zaten daha önceden de bilmiş olduğumuz şeyler olduğu için daha kolay geldi.

Araş. : Paralellik olduğu için mi sentetik yaklaşımı kullandın?

Ö-4 : Şekil üzerindeki paralelliği hep sentetik yaklaşımla kullandık daha önce. Bu sebeple bu yaklaşımı tercih ettim. Geometride bu konular üzerinde çok durmuştuk lisedeyken. Bu sebeple bu yaklaşımla çözüm yapmak daha pratik ve kolay oluyor.

Ö-4 kodlu öğretmen adayı, sentetik yaklaşımı tercih etmesinin sebebini ilgili problemin şeklinde bulunan paralellik özelliğinin daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak hep sentetik yaklaşım ile çözülmesi olarak ifade etmektedir. Öğretmen adayına onu sentetik yaklaşıma sadece şekildeki paralellik kavramının mı yönlendirip yönlendirmediği sorulduğunda ise öğretmen adayı, bu ve benzeri konuların sentetik yaklaşım ile çözümlerinin yapıldığına dair geçmiş yıllarda deneyimi olduğunu vurgulamıştır.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı ile bu kod altında FYKBÖT'deki birinci problem için geçen diyalog aşağıda sunulmuştur.

Araş. : Bu problem için yapmış olduğun çözümde sentetik yaklaşımı kullanmanın sebebi nedir? Açıklar mısın?

Ö-6 : Benzerliği geometri derslerinde şimdiye kadar hep kullandık. Bu sebeple burada da benzerliğin varlığını görmek daha kolay geldi bana. Bu sebeple sentetik yaklaşımı tercih ettim.

Araş. : Peki başka sebep var mı?

Ö-6 : Sınıfta da sürekli şimdiye kadar yaptığımız gibi burada da sentetik yaklaşımı kulandım. Sentetiğe biz alıştığımız için genellikle geometri soru çözümleri sentetik yaklaşımla oluyor bizde. Daha önceki bilgilerim, deneyimlerim hepsi beni sentetik yaklaşıma yönlendiriyor.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı ile geçen diyalogdan anlaşılacağı üzere öğretmen adayının daha önce geometri problemlerin çözümünde sürekli sentetik yaklaşımı kullanmış olması, bunun alışkanlık yaratması ve mevcut bilgi ve deneyimlerinin öğretmen adayını sentetik yaklaşıma yönlendirmesi gibi sebeplerden dolayı sentetik yaklaşım tercih edilmiştir.

“Diğer yaklaşımların yeni olması”

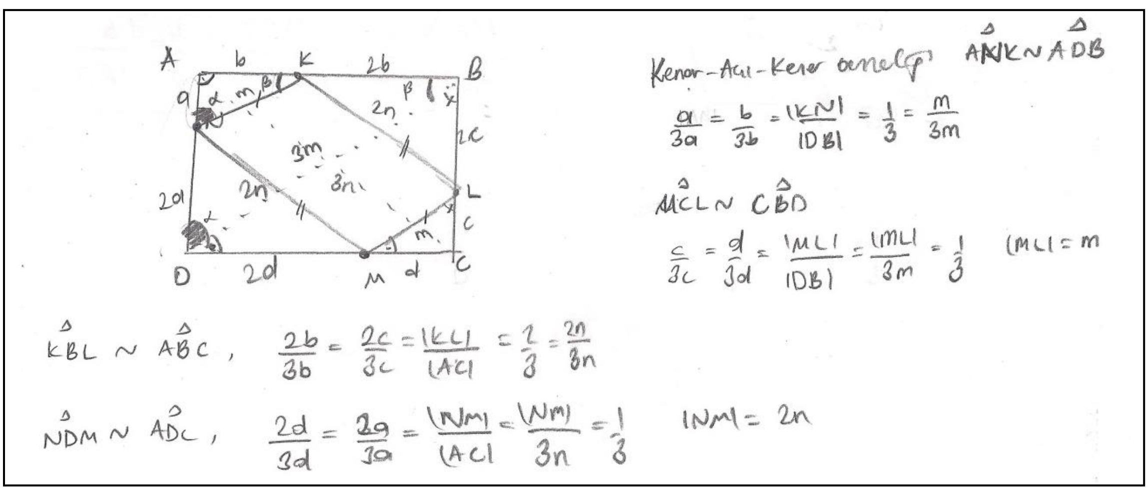
Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının sentetik yaklaşımı tercih etme sebepleri arasında ikinci sırada sentetik yaklaşımın dışındaki analitik ve vektörel yaklaşımların öğretmen adayları için yeni bir kavram olması gelmektedir. Öğretmen adaylarından Ö-3 kodlu öğretmen adayı hariç tamamı bu kod altında çeşitli görüşler bildirmektedirler.

Ö-1 kodlu öğretmen adayının bu kod altında belirtmiş olduğu görüş aşağıdaki şekilde sunulmaktadır.

Ö-1 : Bu sınavdan önce sentetik yaklaşımın yanı sıra bir geometri probleminin analitik ve vektörel yaklaşımla da çözümünün olduğu örneklerle bize verildi. Ben bununla ilk kez karşılaştım. Bu benim için yeni bir bakış açısı oldu. Bu sebeple yaptığım problem çözümlerinde benim için yeni olan bu yaklaşımları tercih etmekten kaçındım.

Öğretmen adayının yukarıda belirttiği görüşlere göre herhangi bir geometri probleminin çözümünde onu sentetik yaklaşımı kullanmaya iten sebeplerden birisi de analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşım kullanılarak yapılan çözümlerin kendisi için çok yeni olmasıdır. Bu yaklaşımlarla daha önce karşılaşmadığını belirten öğretmen adayı, sentetik yaklaşım ile problem çözmeyi tercih etmektedir.

Ö-6 kodlu öğretmen adayının sentetik yaklaşım ile çözümünü yapmış olduğu bir problem için belirttiği görüşleri aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 42. Ö-6 kodlu öğretmen adayının SY’yi tercih ettiği çözüm

A : Burada sentetik yaklaşımı kullanma sebebin nedir?

Ö-2 : Sorularda uzunlukla ilgili bir şey olduğunda bana vektörel yaklaşımla bulmak zor geliyor. Vektörleri çözümde işin için sokmak istemiyorum. Vektörel yaklaşımda yön seçeceğiz falan, onu tam oturtamadım kafamda. Vektörel yaklaşımda da vektörlerin yönlerini belirleyerek şekli tekrar ifade etmek zor bence. Soruda verilen eşitliğe vektörler yardımıyla nasıl ulaşacağız, onları nasıl ilişkilendireceğiz bunu belirlemek gerekiyor. Geometri problemini çözmek için bunlar çok yeni bilgiler benim için. O yüzden biraz zor geldi.

A : Peki analitik yaklaşımla bu problemi çözmek senin için zor mu?

Ö-2 : Verilenler biraz karmaşık. Verilen her noktanın koordinat düzleminde apsis ve ordinatlarını belirlememiz gerekecekti analitik yaklaşımda. Analitik yaklaşımla da uğraşmak istemedim daha doğrusu. Şekildeki noktaların her birini analitik düzlemde yerleştirmek zor geldi bana. O yüzden analitik yaklaşım bana biraz daha zor geldi, karmaşık geldi. Bu sebeple sentetik yaklaşım ile çözüm yaptım.

Ö-2 kodlu öğretmen adayının 3. problem için yapmış olduğu sentetik çözüm üzerinden yürütülen görüşmede öğretmen adayı için analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşım ile çözüm yapmanın onun yeni bilgilere sahip olması gerektiği yönünde ifadeler yer almaktadır. Öğretmen adayının geometri problemlerine yeni bir bakış açısı olarak değerlendirdiği analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşım kendisini bu problem için sentetik yaklaşım ile çözüm yapmaya yönlendirmektedir.

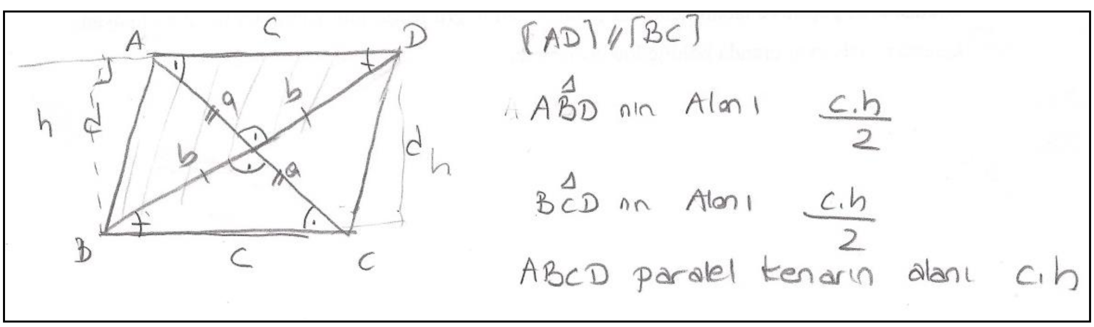
"Problemlerde verilenler"

Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının dördü problemlerde verilenlerin kendilerini sentetik yaklaşım ile çözüm yapmaya yönlendirdiğini belirtmektedir. Bu görüşlerden Ö-2 kodlu öğretmen adayına ait olanı aşağıda sunulmuştur. Ö-2 koldu öğretmen adayı ile GBYTBÖT'deki üçüncü problem üzerinden mülakat yürütülmüştür.

Ö-2 : Bu soruda paralelkenar olduğu için kenarlar arasında paralellik var, kenarların oranları var. Herhalde sentetik yaklaşımla daha kolay çıkar diye düşündüm. Çünkü problemde verilenler SY ile ilgili.

Ö-2 koldu öğretmen adayı, yapmış olduğu çözümde ilgili problemde verilen paralelkenar özelliği olan karşılıklı kenarların paralellik durumu ve kenarların oranları ifadelerinin kendisine sentetik yaklaşımdaki çözümleri anımsattığını ifade etmiştir.

Aynı problem için Ö-4 kodlu öğretmen adayının çözümü ve tercih sebebi aşağıda sunulmaktadır.



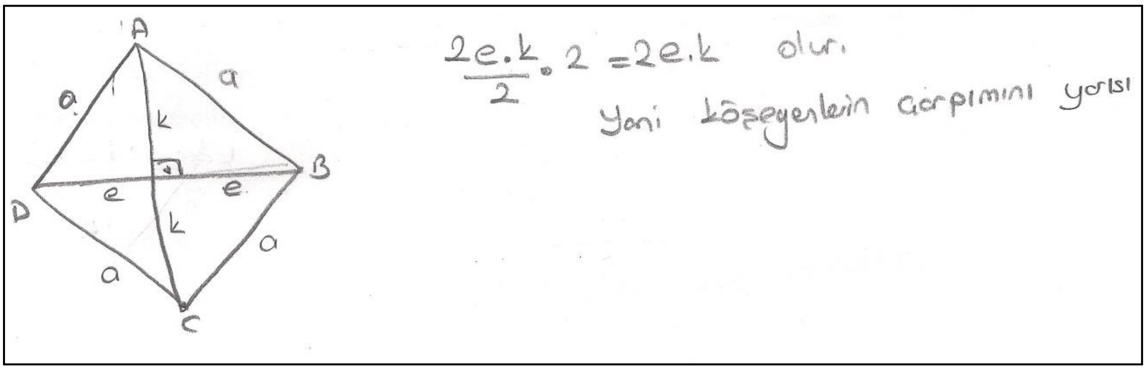
Şekil 43. Ö-4 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problemde sentetik yaklaşımı kullanmışsın. Çözümde ne yapmak istedin?

Ö-4 : Alandan gitmeye çalıştım, bu sebeple eşkenar dörtgenin bir kenarına dikme indirmem gerektiğini hissettim. Ama yapamadım. Buradaki dikme indirme durumu bana SY'de kullandığımız özellikleri hatırlattı. Bu sebeple SY'yi bu çözümde kullanmayı tercih ettim.

Öğretmen adayı yapmış olduğu çözümde problemde verilen kenarların kareleri ifadesindeki "kare" kelimesinin şeklin alanını bulma olarak algılamış ve bir şeklin alanının sentetik yaklaşım ile bulunabileceğini ifade etmiştir.

Ö-5 kodlu öğretmen adayının aynı problem için sentetik çözüm ve sebebi aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 44. Ö-5 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problem için yapmış olduğun çözümde neden sentetik yaklaşımı tercih ettin?

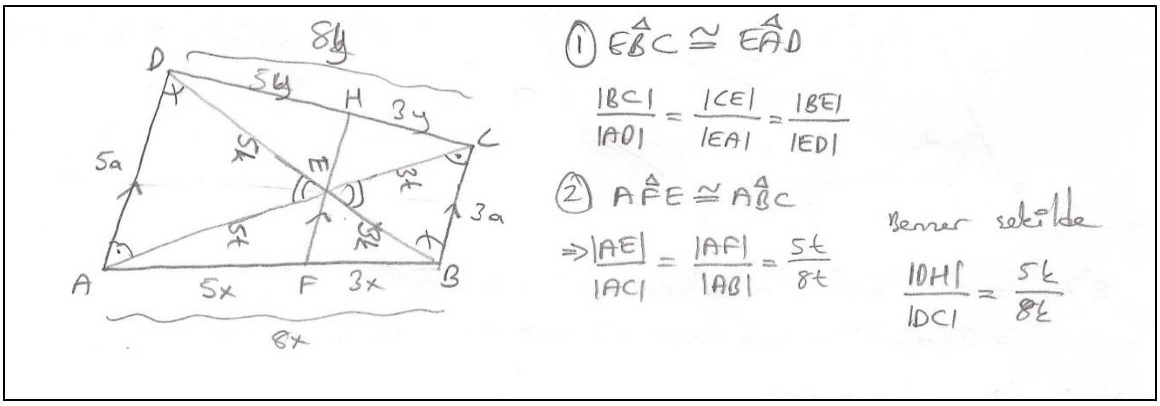
Ö-5 : Sanırım bu soruda dik indirmem gerektiği geldi aklıma.

Araş. : Neden dik indirdin peki?

Ö-5 : Alan bağıntısına oradan ulaşmak daha olası gözüktü. Burada üçgenler var, onların alanları toplamı... Bu bana sentetik yaklaşımdaki üçgenlerdeki alanı bulmayı hatırlattı. Oradan da alanlar toplamından zaten eşkenar dörtgenin alanı çıkıyor. Bu sebeple sentetik yaklaşımı tercih ettim.

Bu çözümde Ö-5 kodlu öğretmen adayı, çizmiş olduğu şekilde eşkenar dörtgenin alanını oluşturması için üçgenlerin alanından faydalanması gerektiğini ifade etmiştir. Bu sebeple bir diklik oluşturması gerektiğini ve bu dikliğin köşegenler tarafından oluşturulacağını söylemiştir. Oluşan dik açıdan ve üçgenlerden, üçgenin alanın ve sonrasında ise üçgenlerin alanları toplamından eşkenar dörtgenin alanının bulunabileceğini ifade etmiştir. Üçgenin alanını bulma SY'yi hatırlattığından öğretmen adayı bu yaklaşım ile çözüm yapmayı tercih etmektedir.

GBYTBST'deki dördüncü problem için Ö-6 kodlu öğretmen adayının çözümü ve bu çözümde sentetik yaklaşımı tercih etme sebebinin irdelendiği diyalog aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 45. Ö-6 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problem için neden sentetik yaklaşımı tercih ettin?

Ö-6 : Bu soruda verilen oranlar var ve bu oranlar bana benzerliği hatırlattı. Bu sebeple burada sentetik yaklaşımla çözümü tercih ettim.

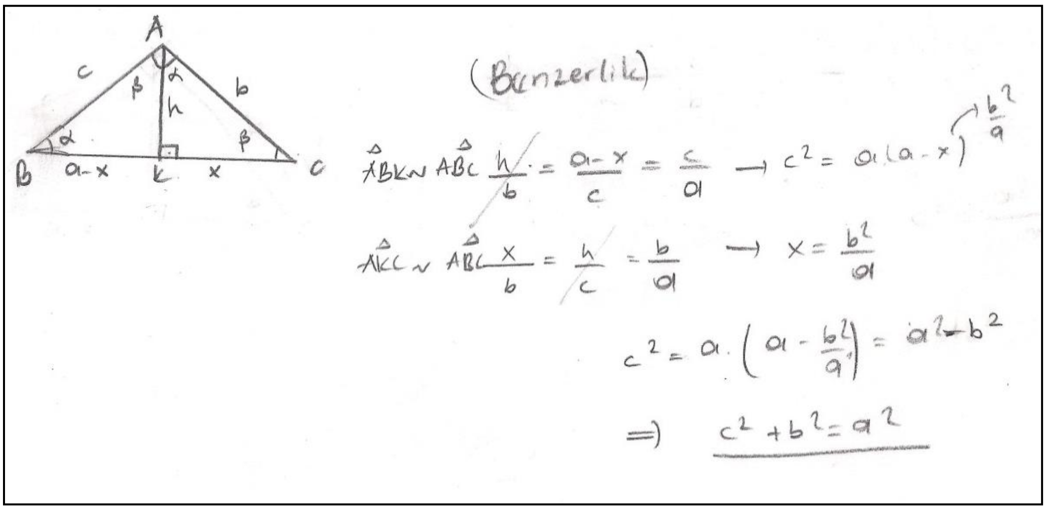
Araş. : Peki analitik yaklaşım veya vektörel yaklaşım ile benzerlik problemleri çözülür mü?

Ö-6 : Burada benzerliğin olduğunu gördüm. Benzerliği analitik düzlemle veya vektörlerle yapmak daha zordur diye sentetik yaklaşımla yapmışım.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı, problemde verilen kenarların birbirlerine oranlarının benzerlikteki kenar oranlarını hatırlatması üzerine sentetik yaklaşım ile çözüm yaptığını ifade etmektedir. Bunun yanı sıra öğretmen adayı, benzerliği analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşımda kullanmanın zor olacağına ve problemlerde verilenlerin çözümü sentetik yaklaşım ile daha kolay yapılabileceğine yönelik düşüncelerine sahiptir.

"İşlem kalabalığını önleme"

Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının geometri problemlerini çözerken sentetik yaklaşımı kullanmalarının altında yatan sebeplerden biri de "İşlem kalabalığını önleme" olarak belirlenmiştir. Bu kod altında iki öğretmen adayının görüşü bulunmaktadır. Bunlardan ilki Ö-2 kodlu öğretmen adayına aittir. Öğretmen adayına ait problem çözümü ve bu çözüm üzerine yapılan diyalog aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 46. Ö-2 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problemde sentetik yaklaşımı kullanmaya seni iten sebep nedir?

Ö-2 : İşlemsiz bir şekilde benzerliği yapabilme olanağım sentetik yaklaşımda var bence.

Araş. : İşlemden kastın nedir?

Ö-2 : İşlemden kastım diğer yaklaşımlardaki uzun uzadıya işte iç çarpım vs. Örneğin vektörel yaklaşımda iki kenarın birbirine dik olma durumunu kenarları temsil eden vektörlerin iç çarpımı sıfır olduğunda sağlatabiliyoruz. Analitik yaklaşımda da şekildeki her bir noktayı analitik düzleme yerleştirip sonrasında işlem yapmamız gerekiyor. Bunlar bence işlem kalabalığı. Sentetik yaklaşımda ise benzerlikteki oranları doğrudan yazabiliyoruz. Bu sebeple sentetik yaklaşımla çözüm yaptım.

Ö-2 kodlu öğretmen adayı yapmış olduğu çözümde sentetik yaklaşımın doğrudan sonucu verdiğini ifade etmektedir. Analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşımda sonuca ulaşmak için fazladan birçok işlemi yapmak gerektiğini savunan öğretmen adayı, bu problemin çözümünde kullandığı sentetik yaklaşımı işlem fazlalığını önlemesi nedeniyle tercih ettiğini belirtmektedir.

"Diğer yaklaşımlarla problem çözmek için sentetik yaklaşımın gerekli olması"

Tablo 39'daki bulunan kodlardan sonuncusu "Diğer yaklaşımlarla problem çözmek için sentetik yaklaşımın gerekli olması"dır. Bu kod altında iki öğretmen adayının görüşü bulunmaktadır. Ö-6 kodlu öğretmen adayının bu kod altındaki görüşleri aşağıda sunulmuştur.

Ö-6 : Eğer bir geometri probleminde sentetik yaklaşım ile çözümü yapamazsak, her soruda aynı değil ama genelde, diğer yaklaşımlarla çözümü yapamıyoruz. Yani diğer yaklaşımları kullanabilmemiz için öncelikle sentetik yaklaşımla problemi çözmemiz şart. Sentetik yaklaşım diğer yaklaşımların çıkış noktası bence. Bu sebeple sınav sorularında hep sentetik yaklaşımla çözmeyi denedim. Sentetik yaklaşım ile çözüm yapamadığım sorularda diğer yaklaşımlarla çözüm yapmam mümkün değil.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı, bu kod altında belirtmiş olduğu görüşlerinde sentetik yaklaşımın dışındaki diğer yaklaşımlar ile geometri problemini çözmenin ön şartının sentetik yaklaşım ile çözümü yapmış olmak olduğunu ifade etmektedir. Burada öğretmen adayı uygulanan sınavdaki problemlerde de bu sebeple genellikle sentetik yaklaşım ile çözüm yapmayı tercih ettiğini vurgulamaktadır.

Öğretmen adaylarının uygulama öncesinde problem çözümlerinde SY'yi tercih etme nedenleri arasında öne çıkan durum öğretmen adaylarının SY'deki deneyimleri ve sahip oldukları tecrübedir. Öğretmen adayları, daha önceki yıllarda geometri dersinin SY ile yürütüldüğünü ve bu yaklaşımda deneyim sahibi oldukları belirtmişlerdir. Bu deneyim ile problemleri çözmenin daha kolay olduğunu ve bu durumun kendilerini SY'yi tercih etmeye yönelttiğini belirtmişlerdir. SY'yi tercih sebeplerinden bir diğeri, AY ve VY'nin geometri derslerinde kullanılması durumunun çok yeni olmasıdır. Öğretmen adayları, daha önce AY ve VY'yi geometri problem çözümünde kullanma ile ilgili bir deneyim yaşamadıkları için kendileri için daha bilinen yol olan SY'yi kullanmayı tercih ettiklerini belirtmişlerdir. SY'nin tercih edilme sebepleri arasında AY'nin tercih edilme sebebi olan problemde verilenler de bulunmaktadır. AY ve VY'de işlemlerin daha uzun olduğunu düşünen ve SY'de daha kısa yoldan sonuca ulaşabildiklerini düşündükleri için SY'yi tercih eden öğretmen adayları da bulunmaktadır. Son olarak SY'yi tercih sebebi olarak, diğer yaklaşımları yapabilmek için önce SY'nin kullanılması gerektiği düşüncesidir. Bu şekilde görüş bildiren öğretmen adayları, AY ve VY'yi çözümlerde kullansalar bile bu yaklaşımlar ile çözüme başlamadan önce ya şekli, ya da çözüm için gereken kavramı sentetik olarak düşündüklerini, sonrasında diğer yaklaşımlara uyarladıklarını söylemişlerdir. Bu sebeple SY'yi diğer yaklaşımların temeli olarak düşünüp, önce akıllarına gelen SY'yi çözümlerde tercih ettiklerini belirtmişlerdir.

Öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlardan elde edilen bulguların içerik analizi ve betimsel analiz sonucunda öğretmen adaylarının geometri problemlerinin çözümlerinde vektörel yaklaşımı tercih etme sebepleri bir kod altında toplanmaktadır. Bu kod "Vektörlerin özelliklerini kullanabilme" olarak belirlenmiştir. Bu kodu oluşturan görüşler üç öğretmen adayına aittir.

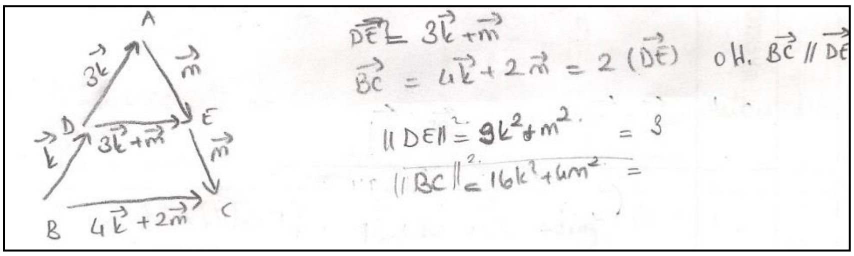
Öğretmen adaylarının vektörel yaklaşımı tercih etme sebepleri için belirlenen kodun öğretmen adaylarında görülme sıklığını veren tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 40. Vektörel Yaklaşımı Tercih Etme Sebepleri İçin Belirlenen Kodun Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Vektörlerin özelliklerini kullanabilme	1	-	-	1	1	-

Tablo 40 incelendiğinde öğretmen adaylarının VY'yi tercih etme sebepleri tek bir kod altında toplanmaktadır. Bu kod oluşturulurken üç öğretmen adayının görüşleri kullanılmıştır. Her bir öğretmen adayı, bu kod için birer tane ifade kullanmışlardır. Bu kodu oluşturan görüşlere örnek teşkil etmesi bakımından öğretmen adayları ile yürütülen diyaloglar ve örnek problem çözümleri aşağıda verilmektedir.

Ö-1 kodlu öğretmen adayının FYKBÖT'deki birinci problem için yaptığı çözüm ve bu çözümde vektörel yaklaşımı tercih etme sebebi diyalog halinde aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 47. Ö-1 kodlu öğretmen adayının VY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problemde vektörel yaklaşımı kullanmanın sebebi nedir? Açıklar mısın?

Ö-1 : Verilen şekli vektörler yardımı ile çizdim öncelikle. Kenarları vektörlerin toplamı şeklinde yazmayı denedim. Aslında vektörlerin toplamını kullanarak çözüm yapmak kolay geldi sanırım bana.

Yukarıda araştırmacı ve öğretmen adayı arasında geçen diyaloga göre, öğretmen adayı ilgili problem için yapmış olduğu çözümde vektörlerin özelliklerinden uç uca ekleme yöntemi kullanarak vektörlerin toplamları yoluyla kenarların birbirlerine paralel olduğunu göstermektedir. Bu problem için vektörlerin özelliklerini kullanarak çözüm yapmanın daha kolay geldiğini ifade eden öğretmen adayı vektörel yaklaşımı vektörlerin özelliklerini kullanabildiği için tercih etmektedir.

Bu kısımda ise yürütülen uygulama sonrasında deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının geometri başarılarına ve problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşım tercihlerine ilişkin bulgulara yer verilmektedir. Bu amaçla deney ve kontrol grubu GBYTBST puan dağılımları, son test istatistikleri (bağımsız t-testi), öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar verilmiştir.

Öğretmen adaylarına uygulanan GBYTBST, altı problemden oluşmaktadır. Bu testteki problemlerin her biri AY, SY ve VY ile çözülebilir niteliktedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarından bu testteki problemleri tercih edecekleri bir yaklaşım aracılığı ile çözmeleri istenmektedir. Hazırlanan puanlama anahtarı doğrultusunda problem çözümleri değerlendirilmiştir. Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulamalar sonrasında geometri problem çözümlerinde kullandıkları AY, SY ve VY'deki puan dağılımlarını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 41. Öğretmen Adaylarının GBPKYBST Puan Dağılımları

Soru	1				2				3				4				5				6				Toplam			
Puan	Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol		Deney		Kontrol	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
0	-	-	1	4,8	1	5	2	9,5	1	5	3	14,3	-	-	-	-	-	-	-	-	1	5	1	4.8	3	2,4	7	5,6
1	1	5	2	9,5	-	-	1	4,8	-	-	1	4,8	-	-	2	9,5	-	-	1	4,8	-	-	1	4.8	1	0,8	8	6,3
2	4	20	1	4,8	2	10	2	9,5	1	5	1	4,8	2	10	2	9,5	1	5	3	14,3	2	10	-	-	12	10,1	9	7,1
3	4	20	5	23,8	5	25	5	23,8	1	5	3	14,3	6	30	8	38,1	7	35	5	23,8	4	20	2	9.5	27	22,4	28	22,2
4	10	50	11	52,3	12	60	10	47,6	16	80	12	57	12	60	8	38,1	12	60	12	57,1	13	65	17	80.9	75	62,7	70	55,6
B (Boş)	1	5	1	4,8	-	-	1	4,8	1	5	1	4,8	-	-	1	4,8	-	-	-	-	-	-	-	-	2	1,6	4	3,2

Tablo 41 incelendiğinde GBYTBST'deki çözümlerden 75 (%62,5) tanesinde deney grubu öğretmen adaylarının çözümlerinde bütün basamakları doğru olarak tamamlayarak başarılı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının son testteki geometri başarılarında ön teste göre bir artış olduğu tespit edilmiştir. GBYTBST'de yapılan 43 (%35,9) çözümde deney grubu öğretmen adaylarının başarısız olduğu görülmektedir. Kalan 2 (%1,6) çözümü ise öğretmen adayları boş bırakmıştır. Boş bırakılan çözüm sayısında da deney grubunda uygulama sonrasında düşüş olduğu görülmektedir.

Kontrol grubunda GBYTBST puanları Tablo 41'den incelendiğinde 70 (%55.6) tanesinde öğretmen adayları çözümlerin bütün basamaklarını doğru tamamlayarak başarılı olmuşlardır. Kontrol grubunda yapılan çözümlerden 52 (%41.2) tanesinde öğretmen adayları başarısız olurken, kalan 4 (%3.2) çözüm boş bırakılmıştır. kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulama sonrasında geometri başarılarında artış gözlemlenmiştir. Boş bırakılan çözüm sayısında da uygulama sonrasında bir düşüş meydana gelmiştir.

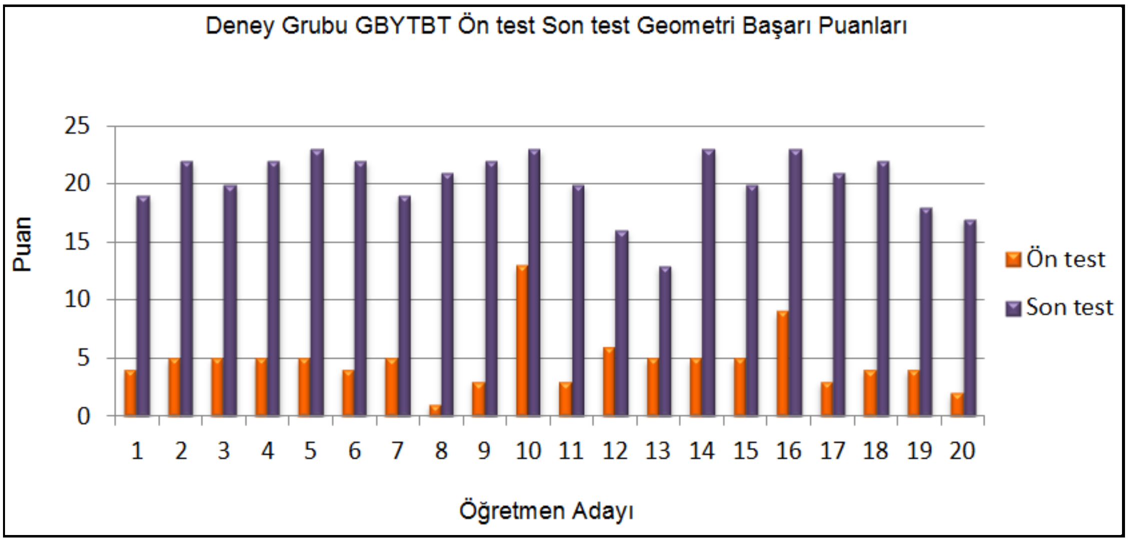
Deney ve kontrol gruplarının GBYTBST'deki geometri başarı puanları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek amacıyla son testin verilerine uygulanan bağımsız t-testi sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 42. Deney ve Kontrol Gruplarının GBYTBST Ortalama Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin Bağımsız t-Testi Sonuçları

YTBT	Grup	n	$\bar{x}$	SS	df	t	p
Ön test	Deney	20	20,30	2,52	39	3,013	0,005
	Kontrol	21	17,19	4,35			

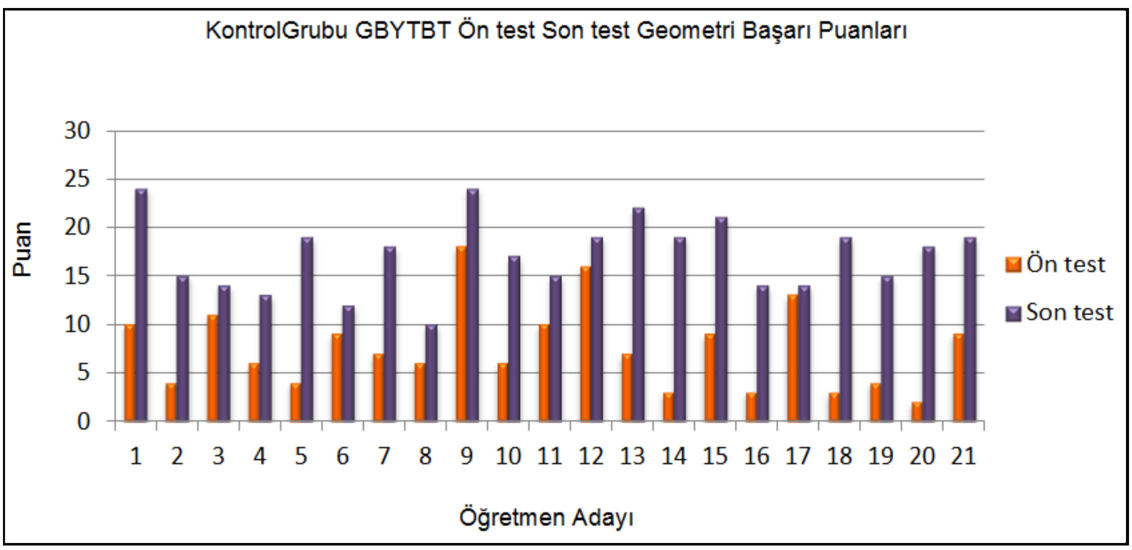
Tablo 42 incelendiğinde uygulama sonrasında öğretmen adayları tarafından GBYTBST'de yapılan çözümlerden alınan toplam puan ortalaması, deney grubunda $\bar{x}$ = 20,30 ve kontrol grubunda $\bar{x}$ = 17,19'dur. Bu durum, deney ve kontrol grubunda yapılan problem çözümlerinde genellikle sadece gösterimde yapılan hatalarla çözümün tamamlandığı anlamına gelmektedir. Deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının GBYTBST'deki toplam puanları için yapılan bağımsız t-testi sonucunda gruplar arasında istatistiksel olarak deney grubu lehine $p < 0,05$ düzeyinde anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır ($t = 3,013$ ve $p= 0,005$). Bu durum, farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının deney grubu öğretmen adaylarının geometri başarıları üzerinde olumlu katkı sağladığı söylenebilir.

Deney ve kontrol grubundaki her bir öğretmen adayının GBYTBT ön test ve son test geometri başarı puanları Grafik 7 ve Grafik 8'de gösterilmiştir.



Grafik 7. Deney grubu GBYTBT ön test ve son test geometri başarı puanları

Grafik 7'ye göre GBYTBT'de farklı yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının uygulandığı deney grubu öğrencilerinin tamamının geometri başarı puanlarında artış olduğu tespit edilmiştir.



Grafik 8. Kontrol grubu GBYTBT ön test ve son test geometri başarı puanları

Grafik 8'e göre SY odaklı yürütülen geometri dersinin uygulandığı deney grubu öğrencilerinin tamamının GBYTBT'de geometri başarı puanlarında artış olduğu tespit edilmiştir.

Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının GBYTBST'deki problemlerin çözümünde kullandıkları yaklaşım tercihlerini veren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 43. Deney ve Kontrol Gruplarının GBYTBST'deki Yaklaşım Tercihleri

Yaklaşım	AY		SY		VY		Boş		Toplam	
Grup	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Deney Grubu	36	30	56	46,7	26	21,7	2	1,7	120	100
Kontrol Grubu	-	-	122	96,8	-	-	4	3,2	126	100

Tablo 43 incelendiğinde deney grubunda GBYTBST'deki 56 (%46,7) çözümde SY, 36 (%30) çözümde AY ve 26 (%21,7) çözümde VY'nin tercih edildiği görülmektedir. Kalan 2 (%1,7) çözüm ise boş bırakılmıştır. GBYTBST sonucunda elde edilen bulgulara göre deney grubunda uygulama sonrasında da problem çözümü için en çok tercih edilen yaklaşımın SY olduğu belirlenmiştir. Uygulama sonrasında en çok tercih edilen ikinci yaklaşım AY olup problem çözümlerinde son sırada VY tercih edilmiştir. Uygulama sonrasında deney grubundaki tercihlerin SY'de yoğunlaşmayıp diğer yaklaşımlara da dağıldığı görülmüştür. Ayrıca boş bırakılan çözümlerde de sayıca azalmanın olduğu tespit edilmiştir.

Kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulama sonrasında problem çözümlerindeki tercihlere yönelik elde edilen bulgulara göre, GBYTBST'deki 122 (%96,8) çözümde SY kullanılmıştır. Kontrol grubunda uygulama sonrasında hiçbir öğretmen adayı AY ve VY'yi kullanmayı tercih etmemişlerdir. Kalan 4 (%3,2) çözüm ise boş bırakılmıştır. GBYTBST'den elde dilen bulgular, kontrol grubunda en çok tercih edilen yaklaşımın yine SY olduğunu göstermektedir. Hatta problem çözümlerinde tercih edilen tek yaklaşım SY olmuştur. Buradan SY odaklı yürütülen öğrenme ortamının öğretmen adaylarının AY ve VY tercihlerini olumsuz etkilediği söylenebilir. Uygulama sonrasında kontrol grubunda da boş bırakılan soru sayısında bir düşüş meydana gelmiştir.

Uygulama sonrasında deney ve kontrol grupları ile yaklaşım tercihleri arasında istatistiksel bir ilişki olup olmadığını incelemek için GBYTBST puanlarına Ki-kare testi uygulanmıştır. Bu test sonucunda deney ve kontrol grubu ile yaklaşım tercihleri arasında istatistiksel olarak $p < 0,05$ düzeyinde anlamlı bir farkın ortaya çıktığı görülmektedir (Ki-kare = 87,044, sd = 3, p = 0,000). Buna göre öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde farklı yaklaşımları kullanmaları onların dahil olduğu gruba göre değişmektedir.

Deney ve kontrol grubunda uygulama sonrasında en çok tercih edilen yaklaşımın SY olduğu belirlenmiştir. Kontrol grubunda SY'nin tercih edilme oranın deney grubuna göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Uygulama sonrasında deney grubunda ikinci sırada tercih edilen yaklaşım AY olmuştur. Deney grubunda son sırada tercih edilen yaklaşım ise VY'dir. Uygulama sonrasında kontrol grubunda SY'den başka yaklaşım problem çözümlerinde tercih edilmemiştir. Bu durumun dahil olunan grupla ilgili olup olmadığını belirlemek için Ki-kare testi uygulanmıştır. Bu testin sonucunda dahil olunan grubun (deney-kontrol) farklı yaklaşımları tercih etme ile ilişkili olduğu ve deney grubundaki öğretmen adaylarının çözümlerde daha fazla türden yaklaşımı kullanmayı tercih ettiği görülmektedir.

Öğretmen adaylarının uygulama sonrasında yaklaşım tercihlerinin daha ayrıntılı olarak incelenebilmesi için son mülakatlar sonucunda elde edilen öğretmen adaylarının problem çözümlerinde AY'yi tercih etme sebeplerine yönelik bulgular bu bölümde verilmiştir. Öğretmen adaylarının problem çözümlerinde AY'yi kullanma sebepleri ile ilgili bulgular 2 kod altında toplanmaktadır. Bu kodlar, "Geometrik şekli koordinat düzlemine yerleştirebilme" ve "Soruda verilenler" şeklindedir. Bu kodların son mülakata katılan öğretmen adaylarında görülme sıklığı ve örnek durumları bu bölümde verilmektedir.

Öğretmen adaylarının AY'yi tercih etme sebepleri için belirlenen kodların öğretmen adaylarında görülme sıklığını veren tablo aşağıda sunulmuştur.

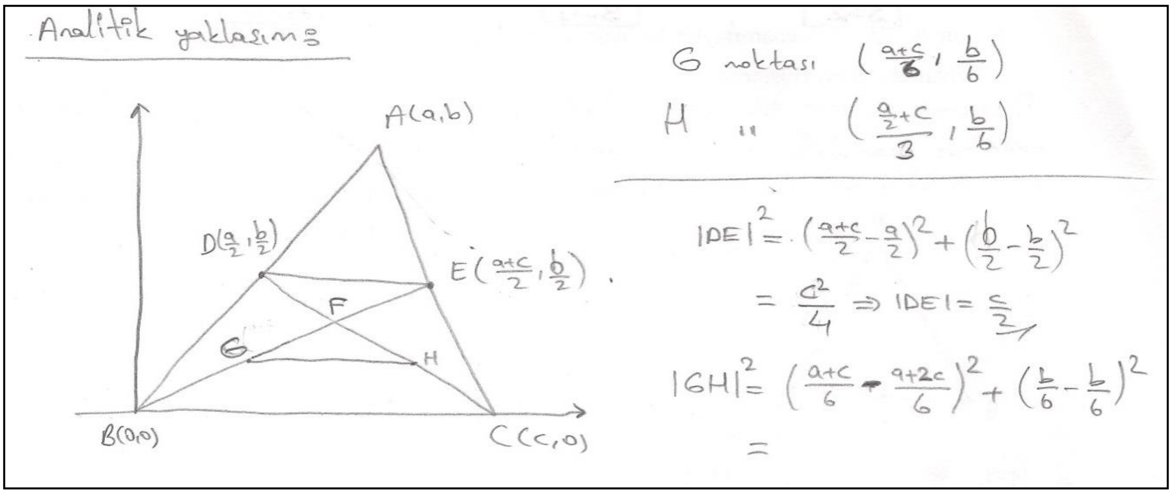
Tablo 44. AY'yi Tercih Etme İçin Oluşturulan Kodların Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Geometrik şekli koordinat düzlemine yerleştirebilme	1	3	1	4	1	1
Soruda verilenler	-	2	-	1	2	-

Tablo 44 incelendiğinde öğretmen adaylarının hepsinin "Geometrik Şekli Koordinat Düzlemine Yerleştirebilme" kodu için geçerli olan en az bir görüşünü mevcut olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının tamamı AY'yi tercih sebepleri arasında geometrik şeklin koordinat düzlemine yerleştirilebilir olma özelliğini belirtmektedir. İkinci kod olan "Soruda Verilenler" kısmı için üç öğretmen adayının görüşü mevcuttur. Bu görüşlere örnek vermek için aşağıda her bir kod alt başlığı altında öğretmen görüşleri ve örnek problem çözümlerine yer verilmektedir.

"Geometrik şekli koordinat düzlemine yerleştirebilme"

Tablo 44 incelendiğinde farklı yaklaşımlara dayalı olarak tasarlanan geometri dersi sonrası yürütülen son mülakattan elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde kullandıkları yaklaşımları tercih sebeplerinden ilki problemde ifadesi verilen geometrik şeklin koordinat düzlemine kolay yerleştirilebilir olmasıdır. Bu kod altında bütün öğretmen adayları görüş bildirmiştir. Ö-3 kodlu öğretmen adayına ait problem çözümü üzerinden ifade edilen görüş aşağıda sunulmaktadır. Öğretmen adayının yapmış olduğu çözüm GBYTBST'deki birinci probleme aittir.



Şekil 48. Ö-3 kodlu öğretmen adayının AY'yi tercih ettiği çözüm

Araş : Bu problemde analitik yaklaşımı tercih etmenin sebebi ne idi?

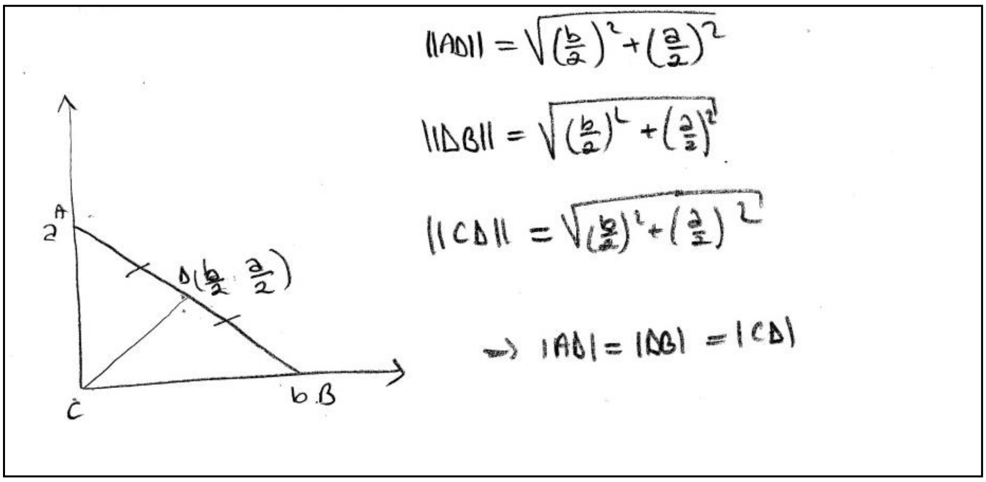
Ö-3 : Bir ABC üçgeni var ve ben bu üçgenin bir köşesini koordinat düzleminde başlangıç noktasına yerleştirirsem üçgenin tabanı da x-ekseni üzerinde olacak diye düşündüm. Böyle olunca üçgenin köşeleri ve problemde verilen noktaları koordinat düzlemine yerleştirmek kolay olacak.

Araş : Seni bu problemde analitik yaklaşıma iten başka bir etken var mı?

Ö-3 : Dediğim gibi üçgenin taban kenarına ait koordinatlardan birisi (0,0) olacak, diğeri işte (c,0) olacak. Problemde istenen kenarların oranı da iki nokta arasındaki uzaklıktan çok rahat bulunur diye düşünmüştüm. Bu nedenle de bu yaklaşımı kullandım.

Şekil 48 incelendiğinde Ö-3 kodlu öğretmen adayının GBYTBST'deki birinci problem için yapmış olduğu çözümde AY'yi tercih etmesinde problemde verilen geometrik şeklin etkisi büyüktür. Öğretmen adayı, bir üçgeni koordinat düzlemine yerleştirmenin ve bu geometrik şekle ait köşeleri koordinat düzlemi üzerinde belirlemenin oldukça kolay olduğu yönünde görüş bildirmiştir. Üçgenin bir köşesini koordinat düzleminde başlangıç noktasına yerleştirdikten sonra tabanı x-ekseni üzerinde belirlemenin problem çözümündeki işlemlere katkı sağladığı yönündeki görüşleri de öğretmen adayını AY'yi tercih etmeye itmiştir. Diğer yandan problemde bulunması istenen iki doğru parçasının uzunluğunun eşit olması durumu, öğretmen adayında koordinat düzlemdeki iki nokta arasındaki uzaklık formülünü anımsatmıştır. Bu sebepler dolayısıyla öğretmen adayı çözümünde AY'yi kullanmayı tercih etmiştir.

Bu kod altında görüş bildiren bir diğer öğretmen adayı Ö-4 kodlu öğretmen adayıdır. Öğretmen adayının AY ile çözmüş olduğu bir probleme ait çözüm ve yürütülen diyalog aşağıda verilmektedir.



Şekil 49. Ö-4 kodlu öğretmen adayının AY'yi tercih ettiği çözüm

Şekil 49'da çözümü verilen problemde öğretmen adayından dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşit olduğunu göstermesi istenmektedir. Öğretmen adayı ile bu çözüm üzerinden yürütülen diyalog aşağıda verilmektedir.

Araş : Bu problemin çözümünde AY'yi kullanma sebebin nedir?

Ö-4 : Koordinat düzleminde eksenlerin birbirine dik olması dik üçgenleri yerleştirmede kolaylık sağlıyor. Buradaki üçgen dik üçgen. Koordinat düzlemine doğrudan yerleştirilebilir, çok açıkça çözüm görülür noktalar arasındaki uzaklıktan. Benzerlik kurup tek tek yapmaktansa daha kolay geldi.

Ö-4 kodlu öğretmen adayının koordinat sistemindeki eksenlerin dik kesişme durumu ile problemde verilen dik açı arasında bağlantı kurması sonucunda çözümde AY'nin kullanılmasının daha kolay olacağı yönünde görüşü mevcuttur. Geometrik şekildeki özellik sayesinde koordinat düzlemine bu şeklin daha rahat yerleştirileceği ve çözümün yapılabileceği görüşü öğretmen adayında oluşmaktadır. Bu sebeple geometrik şeklin koordinat düzlemine yerleştirilebilme durumu yaklaşımların tercih edilme sebepleri arasında yer almaktadır.

"Soruda verilenler"

Bu kod altında Ö-2, Ö-4 ve Ö-5 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri mevcuttur. Bu kodla oluşurken öğretmen adaylarının yürütülen son mülakatta verdikleri cevaplarda çalışmanın kapsamında uygulanan FYKBT ve GBYTBT'de bulunan problemlerde verilen ifadelerin yaklaşımı tercih etmede etkili olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının bazı kavramların veya ifadelerin yaklaşımların temelini oluşturan (analitik geometri, Euclid geometrisi, vektör cebiri) alanlardaki kavramlarla ilişki kurulması sonucunda yaklaşımı tercih etme durumları bu kod altında toplanmıştır. Bu duruma örnek teşkil etmesi adına Ö-2 kodlu öğretmen adayına ait olan ifade aşağıda verilmektedir.

Ö-2 : Soruda diklik varsa analitik yaklaşım kullanıyorum. Çünkü analitik düzlemdeki diklik bana bu yaklaşımın çözüm için daha kullanışlı olabileceğini hissettiriyor. Böylelikle çözümün biraz daha kolay çıkacağını düşünüyorum. Bu tarz sorularda kullandım analitik yaklaşımı.

Ö-2 kodlu öğretmen adayının yukarıda belirttiği ifadeye göre analitik geometri alanında kullanılan koordinat sistemindeki özellikler ile problemde verilen özellikler arasında bir bağlantı kurulmuştur. İlgili problemdeki dik üçgendeki dik açının olduğu köşenin koordinat sistemindeki başlangıç noktasına yerleştirilmesi ile daha kolay bir çözüm yolu izlenebileceği Ö-2 kodu öğretmen adayı tarafından ifade edilmektedir. Böylelikle problem çözümlerinde kullanılan yaklaşımı tercih etmedeki sebeplerin arasında problemde verilen bazı kavramlar veya ifadelerin ilgili yaklaşımda kullanılan ifade ve kavramları çağrıştırmasıdır. Bu sebeple problemde verilen ifadeler, öğretmen adaylarını çözümlerinde kullanacakları yaklaşımı tercih etmede etkin rol oynamaktadır.

Yürütülen son mülakatlardan elde edilen bulgulardan öğretmen adaylarının problem çözümlerinde SY'yi tercih etme sebeplerinin altında yatan sebepler ile ilgili bulgular, 3 kod altında toplanmaktadır. Bu kodlar; "SY'ye duyulan alışkanlık", "Problemde verilenler" ve "Kendini güvende hissetme" olarak belirlenmiştir. Bu kodları oluşturan görüşlerin hangi öğretmen adayı tarafından kaç kez kullanıldığını gösteren tablo aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 45. SY'yi Tercih Etme İçin Oluşturulan Kodların Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
SY'ye duyulan alışkanlık	3	-	1	2	2	3
Problemde verilenler	-	-	3	1	1	1
Kendini güvende hissetme	-	1	-	2	-	2

Tablo 45 incelendiğinde en fazla sayıda öğretmen adayı tarafından görüş bildirilen kod "SY'ye duyulan alışkanlık" olmuştur. Bu kod için sadece Ö-2 kodlu öğretmen adayı görüş bildirmemiştir. Toplamda dört öğretmen adayının belirtmiş olduğu görüşlerden oluşan "Problemde verilenler" kodu ikinci sırada bulunmaktadır. Son sırada ise üç öğretmen adayının görüşlerinden oluşan "Kendini güvende hissetme" kodu yer almaktadır. Aşağıda sırasıyla bu kodlardaki öğretmen görüşlerinden örnekler problem çözümleri eşliğinde sunulacaktır.

"SY'ye duyulan alışkanlık"

SY'yi problem çözme süreçlerinde kullanmayı tercih eden öğretmen adaylarından Ö-1, Ö-2, Ö-4, Ö-5 ve Ö-6 kodlu olanların "SY'ye duyulan alışkanlık" kodu altında görüşleri mevcuttur. Öğretmen adayları ile yürütülen son mülakatlardan elde edilen bulgulara göre SY'yi tercih etme sebebinin geometri problemlerini öğretim yılları boyunca bu yaklaşımı kullanarak çözmüş olmalarıdır. Öğretmen adaylarından bazıları, SY yerine benzer şekilde AY ve VY geometri problem çözümlerinde en baştan beri kullanılmış olsaydı bu sefer diğer yaklaşımları tercih edebileceklerini ifade etmişlerdir. Bu durumla ilgili olarak Ö-1 kodlu öğretmen adayının görüşleri aşağıda sunulmuştur.

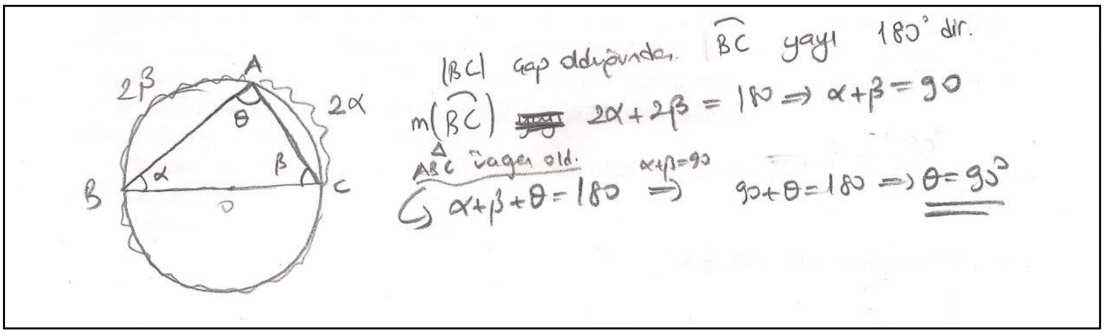
Ö-1 : Çocukluğumdan beri vektörel yaklaşımla geometri problemlerinin çözümü öğretilseydi onu çok iyi yapardım. Bu sefer sentetik yaklaşım bana yabancı gelirdi. Analitik yaklaşımı, ilk başta öğrenmiş olsaydım diğerleri bana yabancı gelirdi. Alışkanlık bence başka bir şey değil. Vektörel yaklaşımı önce bilseydik ve diğerlerini bilmeseydik, bize geometri vektörlerden ibaret denseydi biz vektörel yaklaşımla problem çözümlerini çok iyi yapardık. Öyle olurdu. Ama yıllar yılı hep aynı benzerlikleri vs. kullandık. Hep aynı şeyleri görüyoruz ve bu okuma yazma gibi bir şey olmuş bizde. Sentetik yaklaşımdaki bilgiler oturuyor. Diğer yaklaşımlarda kullandığımız bilgiler, sanki yeni bilgilermiş gibi oluyor.

Yukarıdaki açıklamasında Ö-1 kodlu öğretmen adayı, eğitim süreci boyunca yürütülen geometri derslerinde genellikle SY'nin kullanılmış olması sebebiyle bu yaklaşımı problem çözümlerinde tercih ettiğini belirtmiştir. Öğretmen adayının öğrencilik yıllarında geometri dersi için yıllar yılı hep aynı benzerlik vb. özellikleri kullandığını belirtmesi dikkat çekicidir. Bunun yanı sıra öğretmen adayı, öğrencilik yıllarında geometri alanı için örneğin vektörel yaklaşımı kullanmış ve bilmiş olsaydı bu yaklaşımı çok iyi kullanabileceğini ve tercih edebileceğini ifade etmektedir. Buradan görülmektedir ki öğrencilerin yaşantıları ve sahip oldukları problem çözme alışkanlıkları yaklaşım tercihlerini etkilemektedir.

"Problemde verilenler"

Bu kod altında Ö-3, Ö-4, Ö-5 ve Ö-6 kodlu öğretmen adaylarının görüşleri bulunmaktadır. Bu öğretmen adayları, bu kodla ilgili toplam altı görüş bildirmişlerdir. Bu görüşlerde genellikle öğretmen adayları, problemde verilen ifadeler veya kavramların tercihlerini etkilediğini belirtmektedir. Geometri problemlerindeki bazı ifadelerin yaklaşımların bağlantılı olduğu alt alanlarla ilişkisinin kurulması ile öğretmen adayları ilgili yaklaşımı problem çözümünde tercih etmektedir. Bu bölümde problemlerin ifadeleri ile SY'nin temelini oluşturan Euclid geometrisindeki bazı kavramlar arasında öğretmen adayları tarafından kurulan ilişki sonucunda "Problemlerde verilenler" kodu oluşmuştur. Öğretmen görüşlerine örnek olması için seçilen bazı diyaloglar ve problem çözümleri aşağıda verilmektedir.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı ile yürütülen diyalog ve öğretmen adayının SY ile yapmış olduğu çözüm aşağıda verilmektedir.



Şekil 50. Ö-6 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Araş. : Bu problemde SY ile çözümü yapmışsın. Neden SY'yi tercih ettiğini açıklar mısın?

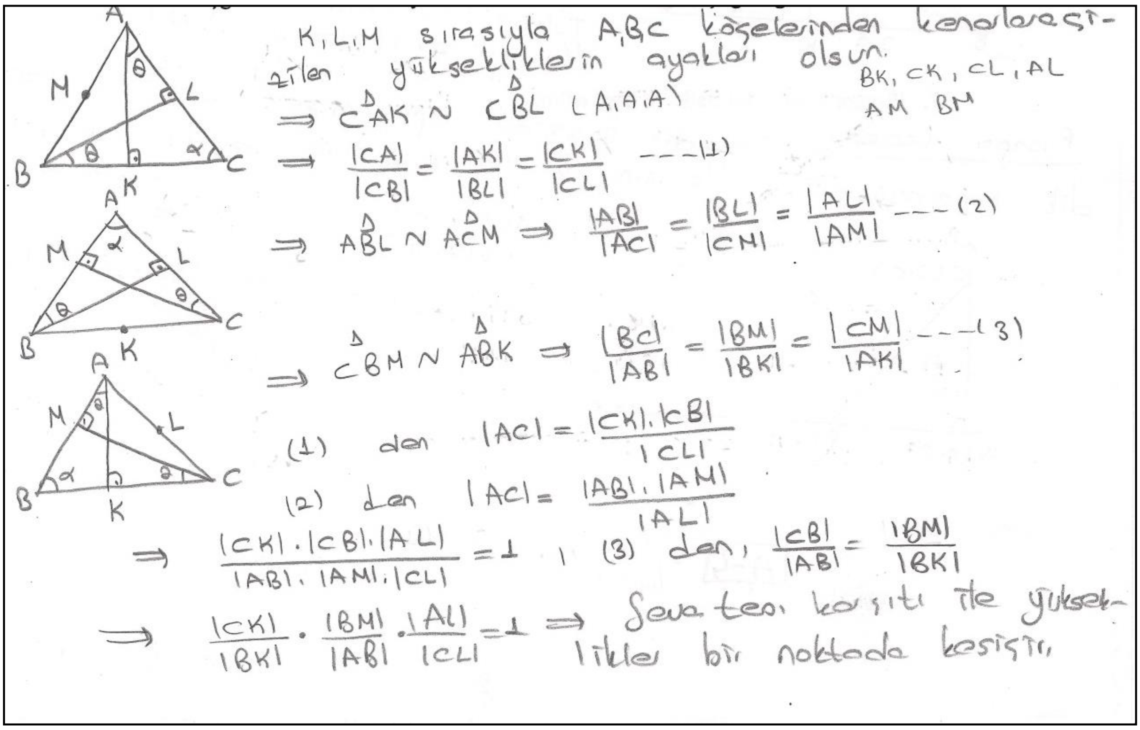
Ö-6 : Bu problemde çemberde çapı gören açının 90^0 olduğunu göstermemiz istenmiş. Bu problemin ifadesinde çap, açı gibi terimler var. Ayrıca çapı gören açı ifadesi bende doğrudan yay ölçüsünü anımsattı. Yay ölçüsü olunca da sentetik yaklaşım ile çözdüğümüz çember problemleri geldi aklıma. Çünkü analitik yaklaşım ve vektörel yaklaşımda kullanılan ifadelerde yay kavramı yok ki… Bu sebeple SY'yi kullanmayı tercih ettim.

Ö-6 kodlu öğretmen adayı, Şekil 50'deki çözümünde çemberin çapını bir kenar kabul eden bir ABC üçgeni çizmiş ve bu üçgenin açılarını α, β, θ ile ifade etmiştir. Daha sonra [BC]'nin çap olması nedeniyle BC yayının uzunluğunu 180^0 bulmuştur. Daha sonra üçgenin α ve β açısını çemberin çevre açısı olduğunu düşünerek bu açıların karşısındaki yayların ölçülerini 2α ve 2β olarak bulmuştur. Çünkü çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir. Bu şekilde işlemine devam eden öğretmen adayı ile yaptığı çözüm üzerinden yürütülen görüşmede, çözümünde kullandığı çemberde yay kavramının kendisine Euclid geometrisindeki çözümleri hatırlattığını ifade etmiştir. Bu sebeple Ö-6 kodlu öğretmen adayı, bu problemde SY'yi kullanmayı tercih etmektedir.

"Kendini güvende hissetme"

Bu kod altında toplanan görüşler, üç öğretmen adayına aittir. Bunlar Ö-2, Ö-4 ve Ö-6 kodlu öğretmen adaylarıdır. Bu öğretmen adayları ile yürütülen son mülakatlarda öğretmen adayları, yaklaşım tercihlerine ilişkin görüşlerinde SY'yi tercih etme sebeplerinden biri olarak SY'nin kendilerine güven verdiğini ifade etmektedirler. Öğretmen adaylarının görüşlerinden elde edilen bulgulara göre SY ile yapmış oldukları çözümlerde öğretmen adayları kendilerini çok daha güvende hissetmektedirler. Burada ifade edilen güven, katılımcıların doğru sonucu bulabilmeleri ile ilgilidir.

Ö-4 kodlu öğretmen adayının bu kod altındaki görüşleri ve SY ile çözmüş olduğu bir problem örnek olarak aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 51. Ö-4 kodlu öğretmen adayının SY'yi tercih ettiği çözüm

Ö-4 : Aslında diğer yaklaşımlarda belki daha kısa bir yol çıkabilirdi ama sentetik yaklaşımla yapmak daha garanti geldi bana. Çünkü sentetik yaklaşım ile çözüm yaparken güvende hissediyorum kendimi. Sonucun çıkacağı kesin gibi bir şey oluyor. Bu problemin çözümü için de Seva teoreminden yararlanabildiğimi gördüm. Benzerlikler de kurunca ve ilgili teoremi de bilince çözüm için başka bir sorun kalmadı.

Ö-4 kodlu öğretmen adayının Şekil 51'de verilen çözümündeki basamakları incelendiğinde Seva ve benzerlik teoremlerinden faydalanıldığı görülmektedir. Öğretmen adayının bu çözümde SY'yi tercih etmesindeki sebep ile ilgili açıklamasında da bu teoremlerden faydalanabileceğini düşünmesi üzerine bu teoremleri kullanarak çözümü yapmanın daha garanti olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen adayı, uzun bir yol olmasına rağmen bu çözümü tercih etmesinin sebebi de kendini SY ile yatığı çözümlerde güvende hissetmesidir. SY ile yapacağı çözümlerde öğretmen adayı, genelde kesin sonuca ulaşabileceğini düşünmektedir.

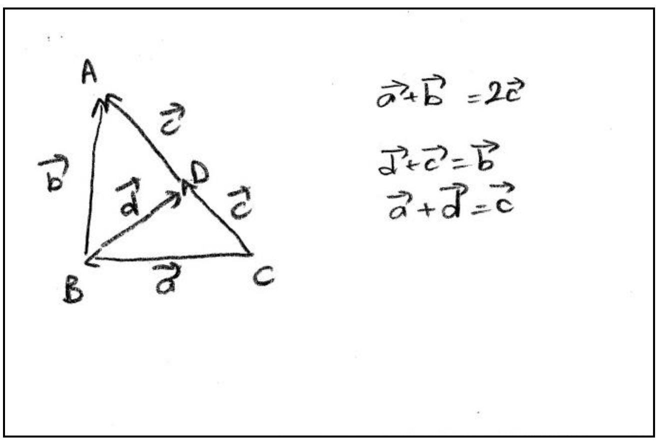
Öğretmen adaylarının problem çözümlerinde VY'yi tercih etme sebeplerine yönelik elde edilen bulgular bir kod altında toplanmaktadır. Oluşan bu kod ve öğretmen adaylarının bu koda altında toplanan görüşlerin öğretmen adaylarında görülme sıklığı Tablo 46'da verilmektedir.

Tablo 46. VY'yi Tercih Etme İçin Oluşturulan Görüşlerin Öğretmen Adaylarında Görülme Sıklığı

Kod	Ö-1	Ö-2	Ö-3	Ö-4	Ö-5	Ö-6
Vektörlerin özelliklerini kullanma	1	1	1	3	2	2

Tablo 46 incelendiğinde bütün öğretmen adaylarının “Vektörlerin özelliklerini kullanma” kodunu oluşturacak en az bir görüşünün olduğu görülmektedir. Öğretmen adayları, bu görüşlerinde vektörel yaklaşımda sıklıkla kullanılan vektörlerin özelliklerini kullanabildiklerini düşündüklerinde VY'yi tercih etmeyi istemektedirler. Vektörlerin bu özellikleri arasında; vektörler ile toplama, vektörlerin yönlerini belirleme, vektörlerin uzunluğu, geometrik şekillerin alanlarının vektörler aracılığı ile bulunması vb. bulunmaktadır. Öğretmen adayları, yukarıda örnekleri verilen vektör özellikleri çözümlerde kullanabilme yetisine sahip olduklarını düşündükleri zaman bu yaklaşımı tercih etmektedirler.

Ö-5 kodlu öğretmen adayının bu kod ile ilgili görüşleri aşağıda örnek olarak sunulmaktadır.



Şekil 52. Ö-5 kodlu öğretmen adayının VY'yi tercih ettiği çözüm

Ö-5 : Problemde verilen dik üçgeni vektörler yardımı ile çizmeye çalıştım. Uç uca ekleme yöntemini kullandım. Böylece hem büyük üçgen hem de iki küçük üçgeni kolaylıkla oluşturabildim. Oluşturduğum şekilden yola çıkarak vektörleri, diğer vektörlerin toplamı şeklinde yazdım. Sonuçta benim vektörlerin bu özelliklerini biliyorum ve kullanmak çok kolay geliyor. Bu sebeple VY ile çözüm yapmak istedim ben.

Öğretmen adayı, ilgili problem için yapmış olduğu çözümde Şekil 52'deki üçgeni vektörlerde uç uca ekleme yönteminden faydalanarak çizmiştir. Oluşan ABC dik üçgeni ve BDA, CBD üçgenlerinin üçgenin kenarlarını vektörlerin toplamı şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen adayından alınan görüşler doğrultusunda yapmış olduğu işlemlerde kullandığı vektör özelliklerini daha önceden bilmesi sebebiyle bu yaklaşımı kullanmayı tercih etmiştir. Öğretmen adayının sahip oldukları vektör bilgisinin problem çözümlerinde VY'yi tercih etmelerini olumlu yönde etkilediği söylenebilir.

4. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamından Yansımalar

Bu bölümde analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamından yansımalara yer verilmektedir. Öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinin ayrıntılı olarak incelenebilmesi adına, öğrenme ortamında yürütülen çalışmalar her hafta problem çözümleri üzerinden incelenmiştir. Deney grubunda yürütülen bu derslerde öğretmen adaylarından dörderli gruplar oluşturulması istenmiştir. Gruplar, tamamen öğretmen adaylarının isteğine bağlı olarak kendi tercihleri sonucunda oluşturulmuştur. Her üç yaklaşım ile çözülebilen problemler, öncelikle tahtaya yazılmış ve her bir öğretmen adayının üç yaklaşımı kullanarak bireysel çözüm yapmaları istenmiştir. Çözümleri tamamlayabilmeleri için öğretmen adaylarına yeterli süre verilmiştir. Bu süre içinde öğretmen adaylarının çözümleri tamamlamaları beklenmektedir. Bazı öğretmen adaylarının bu süre içinde çözümleri tamamlayamadığı gözlemlenmiştir. Bireysel çözümlerin yapılmasının ardından her grup kendi arasında yapmış oldukları çözümlerde kullandıkları yaklaşımlar hakkında tartışmaları için yönlendirilmiştir. Bu tartışma ortamında gruptaki bireyler, kullanmış oldukları yaklaşımlarda izledikleri adımları grup arkadaşlarına anlatmış ve böylece çözümü tamamlayamayan öğretmen adayları eksiklerini giderme imkanı bulabilmiştir. Grup tartışmaları için uygun zaman verilerek ilgili problemin AY, SY ve VY ile çözümleri üzerinde grubun ortak bir fikre ulaşmaları sağlanmıştır. Daha sonra her bir gruptan birer sözcü seçilmiş ve bu seçilen öğretmen adaylarından problem çözümlerini farklı yaklaşımlar aracılığı ile tahtada çözmeleri istenmiştir. Verilen problem için her üç yaklaşımın kullanıldığı çözüm tahtada bulunmak suretiyle son olarak bu çözümler üzerinde tüm sınıfı kapsayan bir tartışma yürütülmesi sağlanmıştır. Sınıf tartışmanın amacı, öğretmen adaylarının verilen problemler için uygun yaklaşımı belirleme ve tercih etmeye yönelik düşüncelerini ortaya çıkarmaktır. Yürütülen bu süreçte öğretmen adaylarına; “Sizce bu problem için en uygun yaklaşım hangisi?”, “Sizce bu problem için en estetik çözüm hangisidir?”, “Bu problemde hangi yaklaşımı tercih ederdiniz?” gibi sorular yönlendirilmiştir. Bu kapsamda bu bölümde öğrenme ortamında yapılan problem çözümleri sırasında her bir grubun içinde yürütülen tartışma örnekleri, üç yaklaşım ile yapılan problem çözümlerinden örnekler ve son olarak sınıf genelinde problem çözümlerinde kullanılan yaklaşımlara yönelik tartışma ortamları sunulmuştur. Bu bölüme ait bulgular, ders süreci boyunca alınan video kayıtları aracılığı ile elde edilmiştir.

Deney grubunda yürütülen uygulamada ön test uygulandıktan sonra 3. Haftada her üç yaklaşım aracılığı ile problem çözümlerine geçilmiştir. Bu haftaki uygulamada "Nokta, doğru kavramları arasındaki ilişkilere yönelik AY, SY ve VY ile problem çözümleri" yapılmıştır. Bu hafta yürütülen derste öğretmen adaylarının nokta, doğru kavramlarındaki ilişkileri ortaya çıkaracak problemler aracılığı ile AY, SY ve VY ile çözümleri yapabilmesi böylece bu kavramların farklı yaklaşımlarla çözümlerine yönelik problem çözme becerisinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu sürecin tamamlanabilmesi için öğretmen adaylarından bazı önbilgilere sahip olmaları beklenmektedir. AY ile çözümlerin yürütülebilmesi için iki nokta arasındaki uzaklık, orta nokta tanımı bilgilerine; SY için orta nokta tanımına ve VY için de vektörlerde toplama işlemine sahip olmasının yeterli olduğu kabul edilmiştir. Bu haftaki derste toplam beş problemin çözümleri her üç yaklaşım aracılığı ile yapılmış olup öğrenme ortamındaki yansımalarına örnek olması adına bunların arasından rastgele seçilen bir problem ve yapılan çözümler sırasında yaşanan süreç aşağıda sunulmaktadır.

Problem 3. 4. (Euler Bağıntısı) Bir doğru üzerinde A,B,C,P gibi herhangi dört nokta alındığında $|PA|.|PC|+|PC|.|AB|-|PB|.|AC|=0$ olur.

Problem 3. 4.'ün seçilmesindeki amaç, öğretmen adaylarının geometri problemlerinde sıkça kullandığı Euler Bağıntısı'na farklı yaklaşımlar aracılığı ile oluşturulacak bakış açılarının geliştirilmesidir. Geometri problemlerinde uygulama alanı geniş olan bu bağıntının üç yaklaşım ile yapılan çözümlerinin fark edilmesi ve böylece deneyim kazanılması ile çözümlerinde bu bağıntıyı içeren geometri problemlerinde kolaylık yaşanacağı düşünülmektedir. Problem 3. 4.'ün çözümüne başlanmadan önce problem öncelikle tahtaya yazılmış ve her bir öğrencinin bu problemi AY, SY ve VY'yi kullanarak bireysel olarak çözmesi söylenmiş ve çözümlerin yapılabilmesi için yeterli süre verilmiştir. Bu süre zarfında öğretmen adaylarının genelde çözümü her üç yaklaşım ile yaparken zorlandıkları gözlemlenmiştir. Genelde SY ile yapılan çözümleri sonuçlandıran öğretmen adayı sayısı daha fazla iken diğer yaklaşımlarda bu oranın daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Özellikle VY'deki çözümlerin çoğunlukla yarım bırakıldığı ya da hiç yapılamadığı belirlenmiştir. Bireysel çözümlerin ardından grupların kendi içinde çözümleri tartışmaları sağlanmıştır. Grup içi tartışma esnasında öğretmen adayları, öncelikle kendi yaptıkları çözümleri grup arkadaşları ile paylaşmışlar, yapamadıkları çözümlerde eksik kısımları tamamlamışlar ve son olarak grup adına her bir yaklaşım için ortak bir çözüme ulaşmışlardır. Bu problem için gruplarda ilk tartışılan çözüm SY ile yapılmış olandır. Her gruptaki katılımcıların genellikle bu yaklaşımdaki çözümde sonuca ulaşabildiği görülmüştür. SY ile yapılan çözümlerde farklı gruplarda farklı yolların kullanıldığı da gözlemlenmiştir. Böyle durumlarda öğretmen adayları grup arkadaşları ile tartışarak kendilerince çözümlerinin üstün yanlarını ifade etmeye çalışmışlardır. Çünkü grup içinde seçilecek bir sentetik çözüm o grubun sunacağı çözüm olacaktır. Aslında aynı yaklaşıma ait farklı çözüm yollarının kullanıldığı gruplarda ilgili problem için en uygun çözüme yönelik görüşlerin tartışılma imkanı doğmuştur. Bunun öğretmen adaylarına ileride karşılaşılacak problemler için kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Nitekim ilerleyen derslerde farklı yolları kullanan ve bununla ilgili deneyim yaşama fırsatı bulan öğretmen adaylarının daha rahat bir şekilde uygun çözüm hakkında fikir yürütebildiği ve nedenlerini ifade edebildiği gözlemlenmiştir. AY ile yapılan çözüme yönelik yürütülen tartışmalarda Grup 1'deki öğretmen adaylarının SY ile yaptıkları çözümden yola çıkarak AY'yi kullanmaya çalıştıkları görülmektedir. Aslında bu durum, öğretmen adaylarının sentetik geometri bilgilerini analitik geometriye aktarma durumu ile ilgilidir. Bu durum, öğretmen adaylarına yaklaşımlar arasında bağlantı kurma açısından avantaj sağlamış olsa da bazı durumlarda dezavantaj olarak da ortaya çıkmaktadır. Çünkü bu haftadaki uygulamalarda genellikle öğretmen adaylarında AY ve VY'deki çözümlerin yapılabilmesi için öncelikle SY'deki çözümün yapılması gerektiği yönünde bir önyargı oluşmuştur. Bu sebeple genelde ilk önce SY ile çözümler yapılmaya çalışılmıştır. VY'deki çözümlerin tartışıldığı durumlar incelendiğinde en çok üzerinde durulan kısım bu olmuştur. Aslında bu problemin vektörel çözümünde vektörlerde toplamanın kullanılması yeterli olmaktadır. Fakat çözümde bazı vektörlerin terslerinin kullanılması gerektiğinden özellikle bu kısımda çözümlerin tıkandığı durumlar ortaya çıkmıştır. Vektörleri, sentetik geometride kullanılan doğru parçalarının uzunlukları şeklinde düşünen bazı öğretmen adayları, bu durumu en sık yaşayanlardır. Bu problem için VY en düşük performans gösterilen yaklaşım olmuştur. VY ile çözümü yapan gruplar var olmasına karşın AY veya SY'ye göre daha az sayıda olduğu belirlenmiştir. Grup içi tartışmalar tamamlandıktan sonra her bir grup farklı yaklaşımlar ile ilgili problemi çözmek üzere aralarından bir sözcüyü belirlemiştir. Her bir problemin AY, SY ve VY il yapılan çözümlerin tahtada gösterilmesi için araştırmacı tarafından gönüllülük esasına dayanarak farklı gruplardan birer sözcü seçilmiştir. Tahtada çözümlerin tamamlanmasının ardından sınıfın tamamında problem için uygun olan yaklaşımı belirleme ve estetik çözümler üzerine fikir alışverişi yapılması araştırmacı tarafından sağlanmıştır. Böylece Problem 3. 4. için süreç tamamlanmıştır.

Grup 5'e ait Problem 3. 4.'ün çözümü sırasında yürütülen konuşmadan bir kesit aşağıda verilmektedir.

[Öğretmen adayları problemi kullandıkları yaklaşımlarla çözmeye çalıştıktan sonra çözümlerini grup içinde tartışmaya başlıyor.]

Ö-16 : (Çizdiği şekli göstererek) Sentetikten kolay.

Ö-14 : Bence de. Yapamayan var mı?

Ö-5 : Yok sanırım.

Ö-12 : Vektörel yaklaşımda takıldım.

Ö-5 : Önce analitiği konuşsak. x-ekseni veya y-ekseni üzerinde alırsak formül (iki nokta arasındaki uzaklık formülü) daha kolay çıkıyor.

Ö-12 : Onu ben de buldum. Soruda sadece uzunluk deyince zaten analitik açık…

Ö-16 : Vektörel yaklaşım ile yapabilen yok mu?

Ö-14 : Ben de yapamadım.

Grup 5 içinde yürütülen konuşmada Problem 3. 4. için AY ve SY için yapılan çözümlerde öğretmen adaylarının bir problem yaşamadığı anlaşılmaktadır. Gerçekten de grup odaklı alınan video kayıtlarından bu gruptaki tüm öğretmen adaylarının bu iki yaklaşımdaki bilgileri kullanarak problemi kolayca çözebildikleri belirlenmiştir. Oysa VY'yi problem çözümünde kullanan öğretmen adayı tespit edilmemiştir. Burada öğretmen adaylarının vektörlerin yönlerini belirleyemedikleri görülmektedir. Özellikle çözüm için gerekli olan ters vektörleri oluşturmada sorunlar yaşamışlardır. Ayrıca VY'deki çözümde Euler bağıntısının ifadesi gereği vektörlerin toplamının sıfır olmasının vektörlerin yönlerinden kaynaklandığını düşünememişlerdir. Bu haftada bir problem için uygun veya estetik olan yaklaşımın seçilmesi sürecinde öğretmen adayları genellikle kısa olan çözümü seçme eğilimi içindedirler. Bazı öğretmen adayları ise kendilerine en kolay gelen yaklaşım olan SY'nin uygun olduğu yönünde görüş bildirmişlerdir. Bu hafta çözülen problemler için SY'nin en uygun yaklaşım olduğunu ifade edenlerin sayısı oldukça fazladır. Az sayıda öğretmen adayı ise AY'nin de estetik bir çözüm olabileceğini söylemişlerdir. Bu fikre sahip öğretmen adaylarına çözüm için ilk tercih edecekleri yaklaşımın hangisi olacağı sorusu yöneltildiğinde ise alınan cevap SY olmuştur. Bu durum, dikkat çekicidir. Öğretmen adaylarının verilen problem için AY'nin daha avantajlı olduğu fikrine sahip olmalarına rağmen çözümlerinde yine ilk sırada SY'yi seçeceklerini ifade etmeleri SY'ye olan alışkanlıklarının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Benzer bir durum, sınıf genelinde yürütülen tartışma ortamında da meydana çıkmıştır. Bu konuşmadan bir kesit sunulmuştur.

Araş. : Size en yakın gelen yaklaşım hangisi bu problemde?

Ö-9 : Sentetik yaklaşım hocam.

Araş. : Nedenini öğrenebilir miyim?

Ö-9 : Kolay da ondan. Baksanıza hemen uzunlukların yerine bilinmeyenleri yazdık. Topladık, çıkardık oldu.

Araş. : Peki başka fikri olan var mı?

Ö-18 : Hocam bence de SY ama AY de kullanılabilir bir yapıda bence.

Araş. : Sen olsan hangisini seçerdin?

Ö-18 : SY tabi ki…

Araş. : VY'yi bu problem için uygun bulan var mı?

…

Araş : Peki en estetik çözüm sizce hangisi?

Ö-11 : Bence SY ile yapılan. Çünkü kolay.

Deney grubunda yürütülen uygulamanın problem çözümlerine geçildiği üçüncü haftasında sınıftaki çoğu öğretmen adayının çözülen problemler için en uygun yaklaşım olarak SY'yi seçtikleri belirlenmiştir. Bu seçimlerinde sentetik çözümün onlara kolay gelmiş olmasının etkili olduğu görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının çözümü estetik bulmalarında da etki etmektedir. VY'nin kullanıldığı çözüm, çok az öğretmen adayı tarafından yapılmıştır. Özellikle zorlanılan VY'deki çözümün tahtada yapılmasının ardından öğretmen adaylarının verdikleri tepkilerin incelenmesine dikkat edilmiştir. Yapılan çözümden sonra genelde vektörel çözümün de kolay olduğu görüşü tüm sınıfta hakim olmuştur. Fakat SY'ye göre daha fazla işlem gerektirmesi gereken bir çözüm olduğu da öğretmen adayları tarafından ifade edilmiştir. Aynı düşünce AY için de genellikle ifade edilmiştir. Bu nedenlerden dolayı öğretmen adaylarının çözümlerinde ve tercihlerinde SY'nin baskın olduğu belirlenmiştir.

Özet olarak uygulamanın 3. Haftasında toplam beş geometri problemi her üç yaklaşım ile çözülmüştür. Problem çözümlerine geçilen bu haftada öğretmen adaylarının daha çok yaklaşımlardaki bakış açılarını kavrayabilmeleri adına daha kolay işlem yapabileceklerinin düşünüldüğü problemlere yer verilmiştir. Bu hafta genellikle öğretmen adaylarının çözümlerinde SY'ye eğilim gösterdikleri, çoğu zaman birden fazla yaklaşım ile çözüm yapmanın gereksiz olduğu çünkü nihayetinde aynı sonuca ulaşıldığı fikrinin hakim olduğu bir öğrenme ortamı oluştuğu gözlemlenmiştir. Derse başlamadan önce seçilen problemlerin de yapısı gereği öğretmen adaylarının SY dışındaki yaklaşımları da daha istekli kullanabileceği düşünülmekteydi. Fakat bu hafta AY ve VY ile yapılması gereken çözümlere karşı bir direncin var olduğu belirlenmiştir. Dersteki ilk problemlerde AY ile yapılan çözümlerde bu direnç gözlemlenirken dersin sonlarına doğru çözülen problemlerde bunun biraz da olsa ortadan kalktığı belirlenmiştir. Bunun nedeni olarak bu hafta üç yaklaşım aracılığı ile nokta, doğru kavramları arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılması amaçlandığından AY ile yapılan çözümlerin genellikler iki nokta arasındaki uzaklık formülünün kullanılması sonucu çıkmasıdır. Nitekim öğretmen adayları da AY'deki çözümlerde bu durumu fark etmiş ve böylece AY'de çözüm yapmaya daha istekli olmuşlardır. Bu hafta en çok problemin yaşandığı yaklaşım VY olmuştur. Gerek bireysel, gerekse grup içi yapılan çözümlerde VY'deki çözümlere genellikle ulaşılamadığı görülmüştür. Bu yönüyle bu hafta için öğrenme ortamının VY'deki gelişime katkısının istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir. Diğer yandan öğrenme ortamında AY ve VY ile yapılan çözümlere öğretmen adaylarının vermiş olduğu genel tepki işlem basamaklarının

SY'ye göre daha fazla olduğu yönündedir. Bu durumun yaklaşım tercihleri ile ilgili düşüncelere de etki ettiği görülmüştür. Özetle bu hafta oluşan öğrenme ortamında her üç yaklaşıma eşit uzaklıkta bir bakış açısı geliştirmek amaçlandığı halde buna ulaşılamadığı söylenebilir. Diğer yandan öğretmen adaylarının uygun yaklaşımı veya tercihlerini belirlerken problem çözümlerini uzun ya da kısa olması yönüyle değerlendirdikleri belirlenmiştir. Oysa onlardan beklenen çözümleri görsel halleri yerine nitelik açısından değerlendirebilecek bir problem çözme becerisini geliştirmeleridir. Bu hafta için öğrenme ortamının bu gelişime katkı sağlayamadığı görülmüştür.

Yürütülen uygulamanın 4. Haftasında deney grubu öğretmen adayları ile "Üçgenlerin eşliği, benzerliği ve temel benzerlik teoremlerine yönelik AY, SY ve VY ile problem çözümleri" yapılmıştır. Bu haftaki derste üç geometri problemi çözülmüştür. Öğrenme ortamı tasarlanırken bu hafta için öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik teoremlerinin uygulamalarına her üç yaklaşım aracılığı ile bakma imkanı sağlaması planlanmıştır. Yani bu hafta kullanılan geometri problemleri ile öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik teoremlerine ait uygulamalara farklı yaklaşımlar aracılığı ile bakabilmesi ve böylece problem çözme sürecinde yaklaşımlar arasındaki bağlantıyı ortaya çıkarabilmesi amaçlanmaktadır. Bu becerilerin kazanılabilmesi için öncelikle öğretmen adaylarının bazı önbilgilere sahip olması beklenmektedir. AY'deki çözümün yapılabilmesi için orta nokta ve iki nokta arasındaki uzaklık tanımlarının, iki doğrunun paralelliği ve paralel doğruların eğimleri gibi kavramların; SY ile yapılacak çözümler için eşlik ve benzerlik teoremlerinin ifadelerinin ve bazı ek teoremlerin; VY için ise vektörlerde toplama, vektörlerin paralelliği ve vektörlerin uzunluğu gibi kavramların öğretmen adayları tarafından bilindiği kabul edilmektedir. Bu hafta kullanılan problemlerden rastgele seçilen bir tanesi ve bu problemin çözümleri esnasında yaşanan süreç, öğrenme ortamının 4. Haftasından yansımalara örnek olması için aşağıda sunulmaktadır.

Problem 4. 1. Bir doğru parçasının orta dikmesinin üzerinde alınan herhangi bir nokta, bu doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır.

Yukarıda verilen problemin seçilmesindeki amaç, SY'de kullanılan benzerlik teoremlerinin AY ve VY'deki yansımalarının öğretmen adayları tarafından fark edilmesinin sağlanmasıdır. Genellikle bu teoremler, geometri problem çözümlerinde sıkça kullanılmasına rağmen benzerlik teoremlerinin koşullarını sağlatacak durumları oluşturmada bazen zorluk yaşandığı görülmüştür. Bu durumu da ortadan kaldırmak adına, teoremlere bağlı kalmak zorunda olmadan bazı basit tanımlar aracılığı ile bile AY ve VY'de çözümlerin tamamlanabileceği deneyiminin öğretmen adaylarına yaşatılmak istenmesi de bir diğer amaç olarak düşünülebilir. Bir önceki hafta yürütülen derste olduğu gibi problemin herkes tarafından görülebilmesi için tahtaya yazılması ile süreç başlatılmıştır. Öncelikle bireysel çözümlerin tamamlanması için öğrencilere yeterli zaman verilmiştir. Bireysel çözümler gözlemlendiğinde geçen haftaya benzer bir sürecin izlenerek genelde öğretmen adaylarının çözümlerinde ilk önce SY'yi tercih ettikleri görülmüştür. Bu durum, bir önceki hafta da gözlemlenmiş olup öğretmen adaylarının bu davranışlarının devam ediyor olması dikkat çekmektedir. Bazı öğretmen adaylarının sentetik çözümlerde sonuca ulaşamasalar bile çözüm üzerinde işlem yapmaya devam ettiği ve diğer yaklaşımlara oranla burada daha fazla zaman harcadıkları görülmüştür. Oysa AY ve VY'deki çözümlerin bir yerinde takılan öğretmen adaylarının çözümün üzerine gitmek yerine kolayca vazgeçtikleri tespit edilmiştir. Bu durumun nedeninin ortaya çıkarılması için yöneltilen sorulardan alınan cevaplar, öğretmen adaylarının SY'de sonuca ulaşmada kendilerine daha fazla güvendiklerini ortaya çıkarmıştır. Çünkü onlar için SY zaten her zaman kullandıkları ve kendilerini sonuca muhakkak ulaştıracak bir yaklaşımdır. Diğer yaklaşımlarda ise bu istekliliği yaşayamamalarında AY veya VY aracılığı ile çözümü nasıl ifade edeceklerini tahmin bile edememelerinin etkili olduğunu söyleyen öğretmen adayları da bulunmaktadır. Fakat geçen haftaya oranla AY ile yapılan çözümlerde sonuca ulaşma oranı daha fazladır. Hatta az sayıda olsa da ilk olarak AY ile çözüme başlayan öğretmen adaylarının olduğu bile görülmüştür. Bu duruma AY'deki çözümlerde kullanılan önbilgilerin benzerlik göstermesinin etkili olduğu söylenebilir. Zaten öğretmen adayları da bu yöndeki görüşlerini grup içi tartışmalar esnasında belirtmişlerdir. VY ise bu hafta da yine en çok sorunun yaşandığı yaklaşım olarak görülmektedir. Geçen haftaki çözümlere ek olarak bu haftaki problemlerin vektörel çözümlerinde daha fazla önbilginin gerekmesi buna neden olarak kabul edilebilir. Fakat bununla ilgili bir görüş öğretmen adaylarından alınamamıştır.

Bireysel çözümlerin ardından grup içi tartışmalara geçilmiştir. Grup 2'de diğer gruplardan farklı olarak ilk tartışılan çözüm AY ile yapılan çözüm olmuştur. Bu gruptaki bir öğretmen adayı, problemde gösterilmesi istenen eşit uzaklık ifadesinin kendisini iki nokta arasındaki uzaklığı yani AY'yi kullanmaya ittiğini ifade etmiştir. Çözümünde aldığı herhangi bir doğru parçasını x-ekseni üzerine yerleştirmiş ardından bu doğru parçasına ait bir orta nokta belirleyerek bu noktadan geçen dik doğruyu çizmiştir. Öğretmen adayı, x-eksenine yerleştirdiği doğru parçasının uç noktalarının koordinatlarını belirlediği için orta dikme ile doğru parçasının kesişim noktasını orta nokta tanımından kolaylıkla bulmuştur. Böylelikle orta dikme üzerinde alacağı herhangi bir noktanın apsisini tespit etmiş ve sonrasında doğru parçasının uç noktaları ile bu nokta arasındaki uzaklıkların eşitliğini gösterebilmiştir. Bu grupta analitik çözümü yapamayan öğretmen adayı bulunduğu için çözüm ayrıntılı bir şekilde öğretmen adayı tarafından grup arkadaşlarına sunulmuştur. Diğer gruplarda geçen haftaya benzer bir süreç yaşandığı ve SY ile yapılan çözümün tartışılmaya başlandığı görülmektedir. Aslında tasarlanan öğrenme ortamında problem çözüm sürecinde yaklaşımlara eşit uzaklıkta olacak şekilde bir algının gelişmesi amaçlanmıştır. Fakat hala SY'ye olan eğilim devam ettiği görülmektedir. Bu açıdan öğrenme ortamında geçen haftaya benzer bir durumun yaşandığı belirlenmiş ve AY ve VY'ye karşı oluşan gerek ön yargıları, gerekse isteksizliği ortadan kaldırmada hala yeterli olamadığı görülmüştür. Fakat bu hafta tasarlanan ortam sayesinde AY'deki çözüm sayısında artış olduğu ve öğretmen adaylarında bu yaklaşımı kullanmak için bir özgüven duygusunun gelişiyor olduğu gözlemlenmiştir. Grup içi tartışmalarda genelde en son sırayı alan çözüm VY ile yapılan çözümlerdir. Geçen hafta da benzer durumlarla karşılaşıldığı bilinmektedir. Bu hafta kullanılan problemlerde geçen haftaya göre daha fazla bilginin kullanılması gerektiği için öğretmen adayları bununla ilgili de sorunlar yaşamışlardır. Örneğin; iki vektörün paralel olması durumunda birbirlerinin skaler katı olması özelliğini hatırlayamayan birçok öğretmen adayı mevcuttur. Bu gibi nedenlerden ötürü VY'de sonuca ulaşılan çözüm sayısı sınırlı sayıda kalmıştır. Problem 4. 1. için yukarıda ifade edilen süreçten Grup 4'e ait bir kesit örnek olması için aşağıda sunulmaktadır. Burada öğretmen adaylarının bu problem için seçtikleri yaklaşımlarda yürüttükleri adımlar aşağıda açıklanmıştır:

[Öğretmen adayları problemi kullandıkları yaklaşımlarla çözmeye çalıştıktan sonra çözümlerini grup içinde tartışmaya başlıyor.]

Ö-1 : Ben sentetikten gittim.

Ö-13 : Nasıl yaptın?

Ö-1 : (Şekil çizerek) Önce bir doğru parçası aldım. Bir paralel çektim şuradan uç noktaya. Açılar, iç ters açılar, eşit oldu. Bu kenarlar da ortaktı. Zaten orta dikmeyi indirdiğimde de burası 90^0. K-A-K teoreminden eşit oluyor.

Ö-2 : Analitik de kolay. Eşit uzaklık diyor ya.

Ö-19 : İki nokta arasındaki uzaklık…(yapılan çözüm üzerinden yorum yaparak)

Ö-2 : Evet.

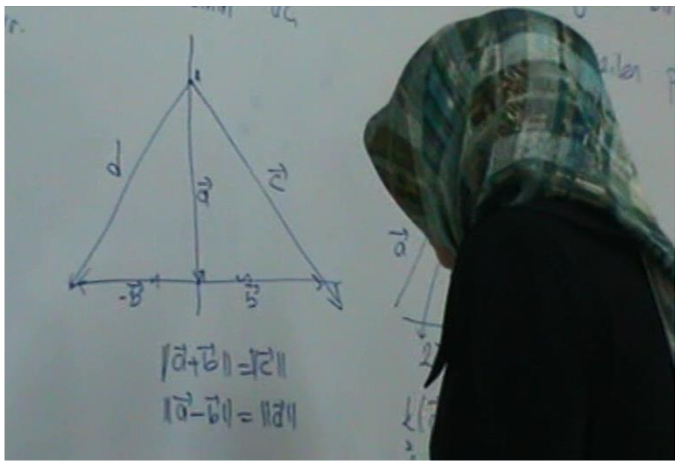
Ö-13 : Vektörel?

Ö-1 : Yapamadım. Siz?

…

Görüldüğü gibi Grup 4'teki öğretmen adayları, SY ve AY için çözüme yönelik görüşlerini bildirmektedirler. Ö-1, çözümde SY kullandığını ve Kenar-Açı-Kenar eşlik teoreminden çözümü tamamladığını söylemektedir. Ö-2 kodlu öğretmen adayı ise AY ile yaptığı çözümde iki nokta arasındaki uzaklığı kullandığını ifade etmiştir. Bu grupta VY ile çözüm yapılırken zorlanıldığı gözlemlenmektedir. Genel olarak diğer gruplarda da benzer durumlar söz konusudur. Öğretmen adayları, genellikle SY ile çözümü eksiksiz tamamlarken, özellikle VY'de yapılan çözümlerde zorlanmışlar ya da çözüme ulaşamamışlardır. Bu durumun altında yatan nedenlerden bir tanesi öğretmen adaylarının çözümde kullanacakları şekli vektörler aracılığı ile ifade edememesidir. Bu hafta için en sık rastlanan sorunun bu olduğu ve vektörleri uç uca ekleme yönteminin doğru bir biçimde kullanılmaması nedeniyle vektörlerle toplama işleminde hatalar yapıldığı görülmektedir. Diğer yandan öğretmen adaylarında sahip olması beklenen önbilgi eksiklikleri nedeniyle vektörel çözüme ulaşılamadığı durumlar da tespit edilmiştir.

Bu problem için yürütülen grup çalışmasının ardından grup sözcülerinden seçilen öğretmen adayları, her üç yaklaşım ile çözümü tahtada yapmışlardır. VY ile yapılan çözüme ait görüntü Şekil 53'te verilmektedir.



Şekil 53. Problem 1'in VY ile yapılan çözümüne ait görüntü

Öğretmen adayı, Şekil 53'te görüldüğü gibi belirlediği [AB] doğru parçasını vektörler aracılığı ile göstermektedir. Doğru parçasına ait orta dikme şekilde görüldüğü gibi çizilmiş ve orta dikme üzerinde alınan herhangi bir noktayı başlangıç noktası, doğru parçasının uç noktalarını bitiş noktası kabul eden $\vec{c}$ ve $\vec{d}$ vektörleri belirlenmiştir. Öğretmen adayı belirlediği $\vec{c}$ ve $\vec{d}$ vektörlerinin uzunluklarının birbirlerine eşit olduğunu göstererek çözümünü tamamlamıştır.

Her bir yaklaşım için farklı öğretmen adayları tahtada çözümleri yapmış ve her bir çözüm tahtada aynı anda görülecek şekilde bırakılmıştır. Bu aşamanın ardından sınıfın tamamında ilgili problem için çözümler üzerinden tartışmalar yürütülmüştür. Problem 4. 1. için en uygun yaklaşımın hangisi olduğuna yönelik yürütülen tartışmadan bir kesim aşağıda sunulmaktadır.

Araş. : Peki bu problem için hangi yaklaşım en uygun sizce?

Ö-15 : Sentetik yaklaşım. Bilmiyorum. İlk aklıma o geldi yani. Yıllardır bu yaklaşımı kullanıyoruz, bu teoremleri, bu tanımları.

Ö-6 : Bir de hocam, şekil çizmek çok daha kolay sentetik yaklaşımda. Hemen çiziliyor. Mesela vektörel veya analitik yaklaşımdaki şekilleri çizene kadar sentetikte hemen çiziveriyorum. Belki de alışkanlıktandır.

Ö-4 : Ben bu soru için Analitik yaklaşım ile başladım ama bazı problemler için sentetik daha kolay geliyor, bazıları için vektörel. Hani bazen problem çözerken sentetik ile ilgili olan formüller aklımıza gelmiyor veya karışık geliyor. O zaman diğer iki yaklaşımdan hangisi bize daha yakın geliyor gibi düşünüp öyle kullanıyoruz zaten. Tamamen problem ile ilgili bir durum. Analitik yaklaşımı ilk sırada seçmemde ise sorunun basit olması neden… Mesela uzunluk var, dikmeden dolayı doksan derece. Hani şekli analitik düzleme oturtmak daha kolay geldi bana. O yüzden analitik ile başladım.

Öğretmen adaylarından Ö-15 ve Ö-6, bu problem için çözümde SY'yi daha rahat kullandıklarını belirtirken, bunun sebebi olarak daha önceki öğrenim yıllarında hep SY'yi kullanmış olmaları ve bu durumun kendilerinde alışkanlık oluşturduğunu söylemişlerdir. Ö-4 ise bu problemin çözümünü SY ile yapamadığı için AY ile çözüme başladığını belirtmektedir. Buradan öğretmen adayının AY veya VY'yi ancak SY'yi yapamadığı durumlarda seçtiği görülmektedir. Bu problem için en uygun yaklaşımı AY olarak görülmesinin sebebi ise, çözümde kullanılacak olan dik açı ve uzunluk kavramlarının koordinat düzleminde daha rahat ifade edilip kullanabilmesidir. Bu durum, öğretmen adaylarının AY'yi seçmelerinde problemde verilenlerin etkili olduğunun göstergesidir.

Sınıfta yürütülen tartışmalardan biri de verilen problem için en estetik çözümün hangisi olduğu yönündedir. Bu tartışmalardan bir kesit aşağıda verilmektedir.

Araş. : Bu problem için en estetik olan yaklaşım hakkında görüşü olan var mı?

Ö-11 : Bence çözümün çok dolambaçlı olmaması gerekir. Mesela çok az bilgi, örneğin iki nokta arasındaki uzaklık bilgisini kullanıyorum, az bir bilgi. Bu sebeple en estetik çözüm AY ile yapılan. Çok dolambaçlı, aynı işlemi defalarca tekrarlayacaksam bu, kolay ve estetik bir çözüm değildir bence. Aslında bu estetik olmadığını gösterir. Dolambaçlı, sürekli toplama yapmak gibi bir şey. Mesela VY ile yapılan çözümde sürekli toplama yapıyoruz. Sıkıcı. Matematik tarafı da yok aslında, sadece orada belli bir işlem yapıyoruz.

Yürütülen sınıf içi tartışma ortamında Ö-1, verilen problemde çözüme ulaşmak için AY'de oldukça az bilgi kullandığını bu sebeple en estetik çözümün AY olduğunu ifade etmiştir. Bu öğretmen adayı için çözümdeki estetiklik, işlemlerin kısa ve net olmasına bağlıdır.

4. hafta çözülen problemlerden bir diğerinde yaşanan süreçte vekörel yaklaşıma karşı olumlu bir algının gelişmeye başladığı gözlemlenmiştir. Bu problem ve yaşanılan süreç aşağıda sunulmaktadır.

Problem 4. 2. Bir üçgenin bir kenarının orta noktasından başka bir kenara çizilen paralel üçgenin üçüncü kenarını ortalar.

Bu problemin seçilmesindeki amaç, AY'deki çözümde geçen haftaki önbilgilere ek olarak eğim kavramının kullanılması, SY'de Açı-Kenar-Açı benzerlik teoreminin yanı sıra ek bir teoremin de kullanılması ve VY'de ise vektörlerin paralelliğinin işe koşulması gibi ek bilgilere gereksinim duyularak yaklaşımlar arasındaki ilişkilerin daha ayrıntılı olarak incelenebilmesine imkan vermesidir. Bu problem için yapılan çözümlerde öğretmen adayları tarafından AY ve VY hakkında daha fazla görüşün belirtildiği gözlemlenmiştir. Artık öğretmen adayları, daha rahat bir şekilde AY ve VY'deki çözümler hakkında yorum yapabilmektedirler. Problem 4. 2. için yine öncelikle öğretmen adaylarının her üç yaklaşımı kullanarak çözümleri bireysel olarak yapmaları istenmiştir. Ardından her bir grup, kendi içinde yapmış oldukları çözümler üzerinden tartışma ortamı oluşturarak yaklaşımlar ile yapılan çözümlerde hem fikir olmaya çalışmıştır. Grup 2'de bulunan öğretmen adaylarının bu kapsamda kullandıkları yaklaşımlarla ilgili yürüttükleri konuşma aşağıda verilmektedir.

[Öğretmen adayları problemi kullandıkları yaklaşımlarla çözmeye çalıştıktan sonra çözümlerini grup içinde tartışmaya başlıyor.]

Ö-7 : Ben analitik yaklaşımı yaptım önce.

Ö-20 : Vektörel daha kolay çıkıyor sanki.

Ö-7 : Analitikte eğim var o kadar. Hem vektörelde çok uzun işlemler.

Ö-6 : Sentetik ile yaparken ne yaptınız? Ben, benzerlik kullandım çıktı. (Şekli çizdikten sonra) Büyük üçgeni küçük üçgene benzettim. Açı-Kenar-Açı benzerlik teoreminden çıkıyor.

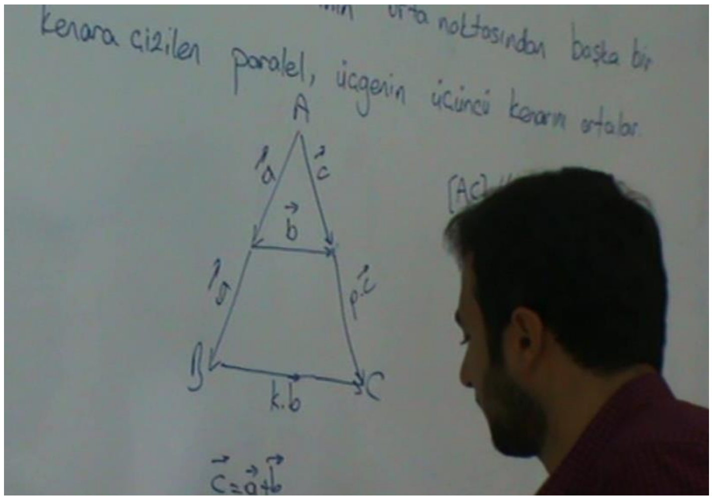
Ö-15 : Vektörelde ne kullanacağız peki?

Ö-20 : Paralel olunca katı (skaler katı) oluyor ya. Öyle çıkacak.

Ö-15 : Yapsana.

Grup 2'nin Problem 4. 2. için yürütmüş olduğu konuşmalardan görüldüğü gibi öğretmen adaylarından üçü, farklı yaklaşımlardan hangisinin bu problem için daha uygun çözüm olduğu yönünde görüş belirtmiştir. Ö-15 kodlu öğretmen adayının ise bu konudaki görüşü bilinmemektedir. AY ile yapılan çözümde Ö-7, sadece eğimi kullanarak sonuca ulaştığını belirtmiştir. Ayrıca bu öğretmen adayı, VY'deki çözümün uzun olduğu yönünde görüş bildirmektedir. Buradan anlaşılacağı üzere Ö-7'nin bir problem için uygun olan yaklaşımı belirlemede en az bilgiyi kullanarak sonuca ulaşma yönünde bir düşünceye sahip olduğu söylenebilir. Ö-6, SY ile yapmış olduğu çözüm basamaklarını anlatırken çizdiği şekil üzerinden benzerliği oluşturarak sonuca ulaştığını ifade etmektedir. Gruptaki diğer öğretmen adayları Ö-6'nın SY kullanarak yapmış olduğu çözümle ilgili soru sormamış veya yorum yapmamışlardır. Ö-15 kodlu öğretmen adayı, vektörel yaklaşımın diğer yaklaşımlara göre daha kolay olduğunu ifade eden Ö-20 kodlu öğretmen adayından çözümü yapmasını istemektedir. Ö-20 kodlu öğretmen adayı, VY ile çözümü grup arkadaşına anlatarak yapmıştır. Genel olarak bakıldığında bu problem için VY'nin öğretmen adayları tarafından uzun olan veya yapılamayan bir yaklaşım olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarından çoğu AY veya SY'yi bu problem için daha uygun bir yaklaşım türü olarak belirlemiştir.

Yürütülen grup tartışmalarından sonra her bir yaklaşımın çözümünü yapmak üzere farklı gruplardan grup sözcüleri tahtaya kaldırılmış ve çözümler yaptırılmıştır. Bu probleme ait VY kullanılarak yapılan çözüme ait görüntü aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 54. Problem 4. 2.'nin VY ile yapılan çözümüne ait görüntü

Şekil 54'den görüldüğü gibi problemde verilen herhangi bir üçgeni ABC olarak, üçgenin tabanına paralel çizeceği AB kenarının orta noktasını belirlemiştir. Vektörler aracığı ile oluşturulan üçgende paralel olan vektörler birbirlerinin skaler katı olarak yazılmış ve paralel doğrunun kestiği üçüncü kenarda oluşan vektörler ise $\vec{c}$ ve $p.\vec{c}$ olarak belirlenmiştir. Bu kısımda bir öğretmen adayı, $\vec{c}$ ve $p.\vec{c}$ olarak yazılan vektörlerin birbirlerinin katı olduğunu fakat bu vektörlerin paralel olmadığını söyleyerek bu yazıma itiraz etmiştir. Bu süreçte öğretmen adayları arasında geçen konuşma aşağıda verilmektedir.

Ö-8 : $\vec{b}$ vektörü [BC] kenarına paralel olduğu için $\vec{b}$ ile $k.\vec{b}$ yazdın ama $\vec{c}$ ve $p.\vec{c}$ birbirine paralel vektörler değil ki neden onu öyle yazdın?

Ö-3 : Burada $\vec{c}$ ve $p.\vec{c}$ yazmam onların paralel olduğunu göstermek için değil ki. [BC] kenarına çizilen paralel vektörün [AC] kenarını ortaladığını göstermek için p=1 olduğunu bulacağım.

Ö-8 : Tamam anladım.

Burada Ö-8 kodlu öğretmen adayı, vektörlerin paralel olması durumunda birbirlerinin skaler katı olduğunu bilmekte fakat bunun tersinin her zaman doğru olmadığını düşünememektedir. Bu sebeple üçüncü kenarı oluşturan vektörlerin birbirlerinin katı olmasının o vektörlerin paralel olması olarak yorumlamıştır. Çözümü yapan Ö-3 ise bu durum ile ilgili gerekli açıklamalarda bulunmuştur. Çözümün tamamlanmasının ardından vektörel çözümle ilgili öğretmen adayları arasında geçen konuşma aşağıda verilmektedir.

Ö-13 : Hocam burada p+1=k diyebilir miyiz?

Ö-3 : Önemi yok ama yapalım istersen çünkü biz p=1 bulduk çözüm tamamlandı. Ama onu da yazmak istersek k=2 çıkar. Zaten de paralel olduğu için iki katı oluyor ya…

Ö-12 : Çözümde $p.\vec{c}$ dedik ya peki $\vec{c}$ vektörünün bir katı mı olması gerekiyor kalan kısım?

Ö-3 : $\vec{b}$ ile $k.\vec{b}$ paralel olduğu için [AC] kenarını da belli oranlarda bölecektir. Bununla ilgili bir teorem vardı zaten.

Yukarıda geçen konuşmada öğretmen adaylarının üçünce kenarı oluşturan vektörlerin gösterimlerinde kullanılan $\vec{c}$ ve $p.\vec{c}$ ile ilgili hala soru işaretlerinin olduğu görülmektedir. Buradan öğretmen adaylarının tabana paralel çizilen vektörün üçüncü kenarı belli bir oranda böleceğine yönelik teorem ile ilgili bilgilerinin eksikliği dikkat çekmektedir. Çözümü yapan Ö-3 kodlu öğretmen adayı, gerekli açıklamayı yapmıştır.

Her üç yaklaşım ile yapılan çözümlerin tahtada gösterilmesinin ardından Problem 4. 2. için en uygun yaklaşımın belirlenmesi üzerine yürütülen tartışma sürecinde geçen bir konuşma aşağıda verilmektedir.

Araş. : Sizce bu problem için en uygun yaklaşım hangisi?

Ö-7 : Bence vektörel hocam.

Araş. : Neden en uygun yaklaşım peki?

Ö-7 : En kısa da o yüzden.

Araş. : Sizce bir probleme en uygun yaklaşım olma durumu sadece kısa olmasından mı kaynaklanır?

Ö-7 : Hocam sonuçta bütün yaklaşımlar bizi aynı sonuca götürmüyor mu? Sonuçta aynı sonuca ulaşıyoruz. Eğer aynı sonuca götürüyorsa hangi yaklaşımla çözdüğümüz çok da önemli değil bence.

Araş. : Peki, başka yorumu olan var mı?

Ö-3 : Bence en az bilgi kullanılınca en iyi çözüm oluyor. Çünkü biz bilgileri unutabiliyoruz. Mesela analitik yaklaşımda iki nokta arasındaki uzaklık ile ilgili bilgiyi adımızı bildiğimiz gibi biliyorsak, değerli bir bilgidir. Mesela bu soruda bunu kullandıysak ve çözüm de kısa ise yani çok uzun değilse bence bu iyi bir çözümdür.

Araş. : Yani bu problem için vektörel ve sanırım biraz da analitik yaklaşım daha uygun görünüyor sizin için. Peki, sentetik yaklaşım hakkında yorum yapmak isteyen var mı?

Ö-12 : Sentetik yaklaşım biraz daha görmeye dayalı olduğu için

Araş. : Görmek derken?

Ö-12 : Hani bir şeyleri kendimiz çıkararak…

Ö-14 : Ayrıca hani bir de şekle bir şeyler eklememiz gerekirken bunu yapınca çözümü tamamlayabilirim.

Ö-12 : Sentetik yaklaşımda teoremi hatırlayamayabiliriz.

Araş. : Peki, analitik yaklaşım için bunu konuşmak gerekirse; örneğin bir formülü unuttuk. O zaman ne yaparsınız?

Ö-3 : Diğer yollara başvururum.

Yürütülen konuşmada öğretmen adaylarının Problem 4. 2. için uygun yaklaşımı belirlerken çözümün kısa olması, çözümde kullanılan bilgiye sahip olma gibi nedenlerden dolayı genelde AY ve VY'nin kullanıldığı çözümlerin daha estetik çözümler olduğunu belirttikleri görülmektedir. Bu problem için SY'de ek bir çizim yapılması gerektiğinden öğretmen adaylarının bu yaklaşımı daha az tercih edeceklerini söylemeleri dikkat çeken bir diğer unsurdur. Burada öğretmen adayları, SY'de yapılan çözümlerde ek çizimleri yapmanın önemli olduğunu fakat bunu her zaman göremediklerini ifade etmişlerdir. Buradan çözümde sonuca ulaşmak için bireyler tarafından yapılan ekstra bir çizimin her zaman görülemeyeceği fikrinin öğretmen adaylarında hakim olduğu görülmektedir. Bu durumun yaklaşım tercihlerine etki ettiği de yukarıda geçen konuşmadan anlaşılmaktadır. Burada dikkat çeken durum, öğretmen adaylarının bazılarının artık uygun çözüm üzerine daha derinlemesine tartışma ortamı oluşturmaya başlamalarıdır. Öğrenme ortamında daha önce çözülen problemler için daha yüzeysel yorumlar yapan öğretmen adayları, yaşanan süreci daha iyi analiz etme imkanı bularak yorumlarını daha geniş bir bakış açısı ile yapmaya başlamışlardır.

Özetle tasarlanan öğrenme ortamının 4. Haftasında eşlik ve benzerlik teoremlerinin uygulamalarına yönelik her üç yaklaşımın kullanılabileceği bir bakış açısı yaratma amaçlanmıştır. Bu doğrultuda seçilen üç geometri probleminin her üç yaklaşım ile çözümü önce bireysel daha sonra da grup içinde yapılması için öğretmen adayları yönlendirilmiştir. Bireysel çözümlerde geçen haftaya göre daha fazla sayıda analitik çözümün sonucuna ulaşılabildiği görüldüğü halde SY'deki başarı ve tercih edilme yoğunluğu yine en fazladır. Bu açıdan AY ve VY'yi sentetik geometri problemlerinde kullanmaya karşı oluşan direnci ortadan kaldırmada öğrenme ortamının yine istenilen düzeye çıkamadığı görülmektedir. Fakat tasarlanan ortam öğretmen adaylarına farklı yaklaşımları seçme esnekliği verdiğinden bu hafta AY ile yapılan çözümlerdeki artış görülmüştür. VY ile yapılan çözümlerde ise istenilen düzeyde başarıya ulaşılamadığı tespit edilmiştir. Bu durumun genellikle önbilgilerdeki eksikliklerden kaynaklandığı görülmektedir. Geçen hafta VY'ye karşı oluşan isteksizlik bir nebze olsa da azalmıştır. Çünkü öğretmen adayları, bu yaklaşım ile çözüm yapmayı denemiş fakat bahsi geçen eksiklikler sebebiyle sonuca ulaşılamamıştır. Dikkat çeken bir başka durum ise bir problem için uygun yaklaşımın seçilme kriterinin çözümün kısa olması gibi özelliklerle sınırlı kalmayarak daha derinlemesine bakış açıları ile değerlendirilmesidir. Daha derinlemesine analizlerin yapıldığı durumların az da olsa gözlemlendiği bu sayede çözümlerin niteliklerini değerlendirme imkanı sunacak problem çözme becerilerinin öğretmen adaylarında oluşmaya başladığı gözlemlenmiştir.

Deney grubunda yürütülen uygulamanın 5. Haftasında “Üçgenlerde eşlik ve benzerliğin kullanılarak bazı teoremlerin AY, SY ve VY ile ispatı ve uygulamaları” başlığı altında üç yaklaşımla çözülebilen toplam dört probleme yer verilmiştir. Bu hafta yürütülen derste geometri problem çözümlerinde sıkça kullanılan Stewart teoremi gibi teoremlerin farklı yaklaşımlar aracılığıyla çözülmesi sağlanarak bu teoremlerin uygulamalarına yer verilmiştir. Özellikle Stewart teoreminin sentetik kısmında bulunan formülün hatırlanması güç bir yapıda olduğu düşünülmektedir. Ayrıca bu teoremin geometri problem çözümlerinde kullanılabilirliği fazla olduğu için AY ve VY ile olan çözümlerin öğretmen adaylarını bu formülü ezberleme zorunluğundan kurtaracağı düşüncesi oluşmuştur. Bu sebeple bu teorem ve uygulamalarının her üç yaklaşım ile çözümleri öğrenme ortamında sunularak hem farklı bakış açılarının gelişmesi hem de öğretmen adaylarının bazı teoremleri hatırlama zorunluğunu ortadan kaldırılması amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının bu haftaki derste kullanılan problemleri çözebilmeleri için onlardan bazı önbilgilere sahip olmaları beklenmektedir. Öğretmen adaylarının AY ile bu problemleri çözebilmesi için iki nokta arasındaki uzaklığı, SY ile çözüm yapabilmeleri için Cosinüs teoremi ve Pisagor bağıntısını ve VY için ise vektörlerin toplamı ve iç çarpımı bilmeleri beklenmektedir. Bu haftaki derste kullanılan problemlerden bir tanesi rastgele seçilmiş ve aşağıda örnek olarak sunulmuştur.

Problem 5. 4. Yan kenarları 10 cm ve tabanı 12 cm olan ikizkenar üçgenin yan kenarına ait kenarortay uzunluğunu bulunuz.

Problem 5. 4.’ün seçilmesindeki amaç, her yaklaşımda farklı bir teoremin ya da tanımın kullanılmasına imkan vermesi sebebiyle yaklaşımlar arasındaki bağlantıyı kurmaya olumlu bir etki sağlayacağı düşüncesidir. Yukarıda verilen problem her hafta yürütülen benzer basamaklar takip edilerek üç yaklaşım kullanılarak çözülmüştür. bu problem için yapılan bireysel çözümlerde AY’ye karşı olan eğilim dikkat çekmektedir. Öğretmen adaylarının problem çözerken artık AY ile çözüme başlamaya daha istekli olduğu görülmektedir. Bunun sebeplerinden bir tanesi AY’deki çözümlerin genellikle benzer tanımlar veya özellikler kullanılarak yapılabilmesi olabilir. Zaten öğretmen adayları da çözümlerindeki tercihlerini ifade ederlerken AY’deki bu duruma vurgu yapmışlardır. Öğrenme ortamında AY’ye karşı oluşan bu olumlu tutum problem çözümlerindeki başarıya da olumlu katkı sağlamıştır. Diğer haftalara göre bu hafta daha fazla çözümde başarılı olunmuştur. SY’deki çözümlerde öğretmen adaylarının kenarortay teoremini kullanmaları bir çözüm yolu olarak görülmektedir. Tabi ki farklı yollarla çözümlerini tamamlayan öğretmen adayları da mevcuttur. Özellikle kenarortay teoremini kullanmaya çalışan öğretmen adaylarında bağıntıyı hatırlamada bazı sorunlar yaşandığı belirlenmiştir. Diğer yandan farklı teoremleri (Seva, Menelaus gibi) çözümde kullanmayı deneyen öğretmen adaylarının bulunduğu da belirlenmiştir. Fakat öğretmen adaylarının genellikler bu teoremlere hakim olamadıkları bu sebeple de sonuca ulaşamadıkları gözlemlenmiştir. Bireysel çözümlerde yaşanan bu gibi durumların grup içi tartışmalara da yansımaları olmuştur. Bu tartışma ortamlarından biri Grup 3'te geçen konuşmadır. Bu konuşma aşağıda verilmektedir.

[Öğretmen adayları problemi kullandıkları yaklaşımlarla çözmeye çalıştıktan sonra çözümlerini grup içinde tartışmaya başlıyor.]

Ö-4 : Seva'dan yapalım.

Ö-3 : Nasıl yapacağız?

Ö-4 : (Şekli çizdikten sonra) Kenarortayları bulurken Seva kullanıyorduk ya.

Ö-3 : Kenarortayların kesişim noktasını bulurken Menelaus kullanıyorduk, onu mu diyorsun?

Ö-11 : O Menelaus'un karşıtı ama burada ona gerek yok ki. Kenarortay formülü kullanalım.

Ö-16 : Kenarortay formülünü hatırlamıyorum. Benzerlikten yapsak.

Ö-11 : Benzerliği nasıl oluşturacağız burada?

Ö-16 : …

Görüldüğü gibi Ö-4 kodlu öğretmen adayı, kenarortayların kesişim noktasını bulma sırasında kullanılan Seva Teoremi'nin bu problemdeki çözüm için kullanılabilir olduğunu düşünmektedir. Bu durum, öğretmen adayının Seva teoreminin kullanım alanlarında eksiklikleri olduğunu düşündürmektedir. Gruptaki Ö-3 ve Ö-11 bu görüşe katılmadıklarını vermiş oldukları cevaplarda hissettirmişlerdir. Ö-11 ise SY'deki kenarortay formülünün kullanılması gerektiği yönünde görüş bildirmiştir. Ö-16 ise formülü hatırlamadığını ve benzerlikten çözümün yapılabileceğini söylemiştir fakat çözümü arkadaşlarına gösterememiştir. Bu konuşmadan elde edilen bulgulara göre Grup 3'te sadece Ö-11 kodlu öğretmen adayı, SY ile yapılacak çözüm için doğru görüş belirtmektedir. Diğer öğretmen adayları ise geçerli bir çözüm önerisi sunamamaktadırlar. Buradan bu problem için öğretmen adaylarının diğer haftalara göre SY'de daha az başarı gösterebildikleri tespit edilmiştir. Bunun nedeni olarak da SY'nin yapısı gereği teoremleri hatırlama ya da arka arkaya kullanma durumlarında yaşanan aksaklıklardır. VY ile yapılan çözüm için ise öğretmen adayları dersin başında görmüş oldukları Stewart teoremini uygulama fırsatı bulmuşlardır. Bu nedenle teoremin vektörel çözümündeki bilgileri taze olması sebebiyle rahatça VY'yi çözebilmişlerdir. Tabi çözümü yapamayan öğretmen adayları da mevcuttur fakat önceki haftalara göre Stewart teoreminin dersin başında öğrenilmesinin de etkisiyle VY ile yapılan çözümlerde daha fazla başarı gösterilmiştir. Öğretmen adaylarına vektörel çözümde kullandıkları teoremi ders kapsamında görmediklerini düşündüklerinde VY'ye olan bakış açılarına yönelik görüşlerini ifade etmeleri istendiğinde gelen cevaplar geçen haftakilerle paralellik göstermektedir. Bilgilerinin yeni olması sebebiyle VY'yi kolaylıkla yapabildiklerini fakat bu bilgiye sahip olmamaları halinde vektörel çözüme çok zor ulaşacaklarını ifade etmişlerdir. Çünkü onlar için VY hala çözümlerde kullanılması zor olan bir yaklaşım olma imajına sahiptir. Hatta öğretmen adayları bu problem için VY'de geçen haftalara göre daha rahat işlem yapabilmelerine rağmen yine en son tercih edecekleri yaklaşım olacağını ifade etmişlerdir. Burada dikkat çeken durum, SY'deki çözümde VY'ye göre daha çok zorlanmış olmalarına rağmen SY'yi tercih etmeye karşı olan yatkınlıklarının süre geldiğidir. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının AY ve VY'deki problem çözme başarılarına olumlu katkı sağladığı görülürken VY'ye karşı olan direnci kırmada etkili olamadığı görülmektedir.

Bu probleme yönelik estetik çözümler hakkında görüş bildiren öğretmen adaylarının genelde AY'yi daha estetik çözüm olarak kabul etmektedirler. Bu duruma, SY'deki bazı teoremlerin ifadelerini hatırlayamama etkili olmuştur. AY'deki çözümün öğretmen adaylarına göre daha basit düzeyde bilgiyi hatırlamaya bağlı olması sebebiyle bu problem için en estetik çözüm olarak belirlenmiştir.

Özetle tasarlanan öğrenme ortamının 5. Haftasında toplam dört geometri problemi çözülmüştür. Bu problemlerin önceki haftalara göre bazı yaklaşımlar için daha çok önbilgi gerektiren yapıda olduğu görülmüştür. Özellikle SY'de farklı teoremlerin bilinmesini gerektiren çözümler bulunmaktadır. Bazı sentetik çözümlerde ise artarda teoremlerin kullanılması gerektiğinden önceki haftalara göre SY'de öğretmen adaylarının zorlandıkları görülmüştür. En çok başarının AY'de gösterildiği belirlenmiş olup bunun nedeni olarak da bu yaklaşımda kullanılan önbilgilerin önceki haftalarda kullanılanlarla benzer olması kabul edilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları, AY'yi bu haftaki problemler için en uygun yaklaşım olarak belirlemişlerdir. VY ile yapılan çözümlerdeki başarının artmış olması bu hafta yaşanan bir diğer dikkat çeken durumdur. Fakat öğretmen adayları hala bu yaklaşımı çözümlerinde en son sırada tercih edeceklerini belirtmişlerdir. Bu doğrultuda öğrenme ortamının SY'nin dışındaki yaklaşımlardaki başarının artmasına olumlu katkı sağladığı görülürken VY'ye karşı olan önyargının önüne geçmede hala istenilen düzeye ulaşılmaya katkı sağlayamadığı belirlenmiştir.

Deney grubunda yürütülen uygulamanın 6. Haftasında "Açıortay ve kenarortay teoremleri ile üçgensel ve dörtgensel bölgelerin alanlarının AY, SY ve VY aracılığı ile elde edilmesi ve uygulamaları" başlığı atında toplam beş problem çözülmüştür. Bu hafta yürütülen derste açıortay, kenarortay teoremleri ve sentetik geometrideki şekillerin farklı yaklaşımlar aracılığı ile incelenerek öğretmen adaylarının problem çözme becerilerine yaklaşımlar arasındaki bağlantıyı görmeleri sağlanarak katkı sağlanmak amaçlanmaktadır. Bir önceki haftada da sentetik geometrideki belli başlı teoremlerin yaklaşımlar aracılığı ile verilmesinde yürütülen amaç bu haftada devam etmektedir. Yani açıortay ve kenarortay gibi geometrinin temel teoremleri olarak kabul edilebilecek teoremlerin ifadelerini hatırlama zorunluğunu ortadan kaldırmak adına farklı yaklaşımlardaki farklı bakış açıları ile görmelerine imkan sunmak amaçlanmıştır. Bu haftaki problemlerin çözümleri için öğretmen adaylarının AY'de iki nokta arasındaki uzaklık, determinant bilgisi, SY'de Pisagor bağıntısı, VY'de ise iç çarpım, açıların trigonometrik değerleri ve Stewart teoremi gibi önbilgilere sahip olması beklenmektedir. Bu doğrultuda 6. haftada çözülen bir problem ve çözümünde yaşanan süreç aşağıda verilmektedir.

Problem 6. 5. Üçgensel bölgenin alan bağıntısını AY, SY ve VY kullanarak bulunuz.

Problem 6. 5. öncelikle tahtada öğretmen adaylarının rahatça görebileceği şekilde yazılmıştır. Sonrasında daha önceki haftalarda yürütülen süreçler bu problem için de uygulanmıştır. Grup 1'in kendi içinde yürüttükleri tartışma esnasında çözüme yönelik aralarında geçen konuşmadan bir kesit aşağıda verilmektedir.

[Öğretmen adayları problemi kullandıkları yaklaşımlarla çözmeye çalıştıktan sonra çözümlerini grup içinde tartışmaya başlıyor.]

Ö-17 : Üçgeni kareye tamamlayıp oradan yaptım ama…

Ö-9 : Sentetik mi kullandın yani?

Ö-17 : Evet.

Ö- 10 : Paralelkenara tamamlasak peki?

Ö-8 : Nasıl yapılacak?

Ö-10 : Paralelkenarın alanı taban çarpı yükseklik ya. Üçgen de onun yarısı kadar olur.

Grup 1'de yürütülen konuşmadan da görüleceği gibi öğretmen adayları, bu konuşmada sentetik çözüm üzerine yorum yapmaktadırlar. Öğretmen adaylarının üçgensel bölgenin alanını bulurken dörtgensel bölgelerin alanlarından faydalanmak istedikleri görülmektedir. Burada öğretmen adaylarının aynı yaklaşım içinde sahip oldukları bilgileri arasında bağlantı kurdukları gözlemlenmektedir. Yani dörtgensel bölgeye ait sahip olunan sentetik bilgi üçgensel bölgeye ait sentetik bilgiye aktarılmak istenmiştir. Aslında öğretmen adaylarının çözüm için yapmış oldukları veya yapacakları işlemler Problem 6. 5.'in SY ile yapılan çözümü ile örtüşmektedir. Bu konuşmadan Ö-8 kodlu öğretmen adayının SY ile çözümü yapamadığı ve grup arkadaşından çözümü yapmasını istediği anlaşılmaktadır. Konuşma göz önüne alındığında Grup 1 için bu problemde SY'nin genelde rahat kullanılmış olduğu söylenebilir. Aynı problem için Grup 3'te yürütülen konuşmada öğretmen adayları sentetik bilgilerini AY'ye transfer etme eğilimi içindedirler. Bu konuşmadan bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Ö-11 : Kare matrisi mi kullanıyorduk?

Ö-18 : Determinanttı sanırım.

Ö-11 : Tamam da determinantı nasıl alacağız?

Ö-4 : Satırları yazıp alta indiriyorduk.

Ö-18 : Saruss kuralı vardı hani. Çapraz olarak çarpıp topluyorduk, sonra tersten çarpıp çıkarıyorduk.

Ö-11 : Anlamadım ki.

Ö-3 : Sentetiği kullanmamız gerekiyor önce ama.

Ö-4 : Analitik çözümde neden sentetik kullanıyoruz ki?

Ö-3 : Ama sentetikteki formülü bilmesek analitiği bulamayız ki.

Yukarıdaki konuşmadan görüldüğü üzere Grup 3'teki öğretmen adayları, problem çözümünde AY'yi kullanmaya yönelik yorum yapmaktadırlar. Problem 6. 5.'in AY ile yapılan çözümünde SY'deki üçgensel bölgenin alanı tanımından yola çıkılarak, determinanta ulaşılması gerektiği ön görülmektedir. Ö-11 de köşelerinin koordinatları verilen bir üçgenin alanını veren formülü hatırlamaya çalışmış fakat determinant ile kare matrisi birbirine karıştırmıştır. Ö-11'in bu yorumu üzerine Ö-18 alan için matris yerine determinantın kullanılacağını düşündüğünü belirtmiştir. Fakat Ö-18, bu bilgiden kesin olarak emin değildir. Buradan Grup 3'teki öğretmen adaylarından bir kısmının bu problemin çözümünde AY'yi kullanabilmek için yeterli bilgiye sahip olmadıkları belirlenmiştir. Özellikle determinant ve matris kavramlarının birbirlerine karıştırılıyor olması dikkat çeken bir durumdur. Konuşma içindeki ifadelerden analitik çözüm yapılırken sentetik yaklaşımdan da faydalanılabileceği fikrinin öğretmen adaylarında henüz oluşmadığı görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının yaklaşımlar arasındaki geçişleri kurmada eksik olduklarının bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Problem 6. 5. için yürütülen grup çalışmalarının ardından her üç yaklaşımın kullanıldığı çözümler tahtada yapılmış ve bu çözümler üzerinden sınıfın genelinde tartışma ortamı oluşturulmuştur. Bu ortamda geçen konuşmanın bir kesiti aşağıda sunulmaktadır.

Ö-6 : Vektörel çok zor.

Araş. : Neden zor geldi?

Ö-6 : Unutmuşuz. Birinci sınıfta görmüştük bunları.

Ö-15 : Üzerinden 3 yıl geçti neredeyse.

Ö-13 : Sentetiği çok daha iyi yapabiliyoruz. Alışkanlık bence. Hem geometri deyince aklıma hep sentetik çözümler geliyor.

Ö-12 : Vektörel yaklaşım çok soyut geliyor bana.

Araş. : Peki sentetik yaklaşımda bu durum geçerli mi?

Ö-12 : Hayır. Sentetikte bir şekilde somutlaştırabiliyorum çözümü. Verilenlere baktığımda en azından bir şekilde somutlaştırabiliyorum, görebiliyorum ama vektörlerde bunu yapamıyorum. Çözümün nereden başlayacağını nasıl devam edeceğini göremiyorum.

Araş. : Analitik yaklaşım için ne söyleyebilirsiniz?

Ö-5 : Analitikte bir şekilde çözümü yapabiliyorsun ama işin içine sinüsler, cosinüsler girince benim için bu durum net değil. Net olmayan bir şeyi de kullanmayı sevmiyorum.

Yukarıda geçen konuşmadan görüldüğü gibi öğretmen adayları, bu problem için VY'yi en zor yaklaşım olarak belirlemişlerdir. VY'nin diğer yaklaşımlara göre daha soyut olduğunu ve bu yaklaşımın içerdiği konuları unuttuklarını ifade eden öğretmen adayları, uygulamada haftalar ilerlemesine rağmen hala VY'yi problem çözümlerini kullanmada sorun yaşamaktadırlar. Benzer durumlar önceki haftalarda çözülen problemlerde de yaşanmış olup bu durumun hala süre gelmesi dikkat çekicidir. AY için genelde problemlerin çözülebildiğini fakat bazı durumlarda kimi öğretmen adayı için sorunlar oluştuğu konuşmadan elde edilen bir diğer bulgudur.

Bu hafta yürütülen derste geçen problem çözme süreci özetlenmek istenirse, öğretmen adaylarına öğrenme ortamının 6. Haftasında çözmeleri için 5 problem verilmiştir. Bu problemlerin seçilmesinde öğretmen adaylarının sentetik geometrideki bazı teorem ve formülleri hatırlamak zorunda kaldıkları durumlarda zorlanmaları sebebiyle diğer yaklaşımlar aracılığı ile yapılan çözümlerdeki farklı bakış açıları ile problem çözme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. SY'de hatırlanması gereken teoremler veya teoremlerin ardarda kullanımı nedeniyle sorun yaşandığı durumlar gözlenmiştir. Aslında bazı problemlerde benzer durum VY için de geçerlidir. Yani öğretmen adayları, zaten ön yargılı oldukları yaklaşım olan VY'de bir de formül hatırlama gibi bir durum ile karşılaştıklarında bu yaklaşımdan uzaklaşma eğilimine girmişlerdir. Genel olarak öğrenme ortamında SY'nin problem çözme süreci üzerindeki etkisinin baskın bir şekilde devam ettiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra bu hafta AY'deki çözümlerde gösterilen başarının geçen haftalara benzer nitelikler gösterdiği belirlenmiştir. VY'ye olan bakış açısında bireysel olarak gelişim gözlenirken sınıf geneli yine SY'de problem çözmeye eğilimlidir. Öğrenme ortamında bu durumda farklılık oluşturmak adına gerek bireysel gerekse grup içi tartışmalarda VY ile yapılan çözümlerin üzerinde daha fazla yorum yapılabilmesi için araştırmacı tarafından müdahalelerde bulunulmuştur. Bu yaklaşımda çıkan sorunların veya çözümü engelleyen durumların bu sayede ortadan kaldırılacağı düşünülmektedir.

Deney grubunda yürütülen uygulamalarda 7. Haftada "Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen gibi geometrik kavramlara dönük teoremlerin SY, AY ve VY ile çözümü" başlığı altında üç problem çözülmüştür. Bu hafta yürütülen derste öğretmen adaylarına yamuk, paralelkenar ve eşkenar gibi geometrik şekillere yönelik problemlerde AY, SY ve VY aracılığı ile deneyim kazandırmak amaçlanmaktadır. Bu sayede sentetik geometrideki şekillere ait bilgilerin diğer yaklaşımlara transfer edebilme becerisinin geliştirilebileceği düşünülmektedir. Bu haftaki problemler için öğretmen adaylarından bazı önbilgilere sahip olması beklenmektedir. AY'deki çözümlerin tamamlanabilmesi için orta nokta ve iki nokta arasındaki uzaklık formüllerinin bilinmesi yeterlidir. SY'deki çözüm için benzerlik teoremleri, ikizkenar üçgenin özellikleri, Pisagor ve kenarortay teoremleri gibi önbilgilere sahip olunması gerekmektedir. VY için ise vektörlerde toplama işlemi ve Stewart bağıntısı gibi önbilgilerin öğretmen adaylarında bulunması beklenmektedir. Bu hafta kullanılan problemlerden biri aşağıda sunulmuş ve ardından problem sürecinde öğrenme ortamından yansımalara yer verilmiştir.

Problem 7. 2. ABCD eşkenar dörtgen, $E \in [DB]$, $|EB| = 1cm$, $|DE| = 3cm$, $|AB| = \sqrt{7}\,cm$ *ve* $|CE| = x$ *olsun. x kaç cm'dir?*

Problem 7. 2.'nin seçilmesindeki amaç özellikle sentetik geometrideki şekillerin analitik düzlemde veya vektörler aracılığı ile ifade edilmesine olanak sağlayarak problem çözme sürecinde farklı bakış açıları yaratabilmektir. Bu problemde bir eşkenar dörtgende uzunluk hesabı yapılması istenmiştir. Bu problemi çözebilmeleri için öğretmen adaylarının AY'de geometrik şekli analitik düzleme yerleştirdikten sonra iki nokta arasındaki uzaklık aracılığı ile çözümü yapabilecekleri görülmektedir. SY'deki çözümde öğretmen adaylarının eşkenar dörtgende köşegenlerin dik kesişme özelliğini biliyor olması gerekmektedir. Bu diklikten faydalanılarak Pisagor teoremi kullanılarak sentetik çözüm tamamlanabilir. VY ile yapılan çözümde ise Stewart bağıntısının kullanılması çözümün tamamlanması için yeterli olmaktadır. Bu problem için süreç, diğer hatalardaki gibi problemin tahtaya yazılması ile başlanmıştır. Öğretmen adaylarına çözümü bireysel olarak tamamlayabilmeleri için yeterli süre verilmiştir. Bu süre zarfında gözlemlenen bireysel çözümlerde çok daha kısa sürede ve daha az sorun yaşanarak AY ile çözümlerin tamamlandığı görülmektedir. Geçen haftalardaki deneyimlerinden faydalanan öğretmen adaylarının AY'de kendilerini daha rahat hissettikleri gözlemlenmiştir. Çözümlerde başarı arttıkça gelişen özgüvenleri sayesinde öğretmen adayları, bir geometri problemi için uygun yaklaşımı seçebilmede daha iyi analiz yapma becerisine sahip olmaya başlamışlardır. Çünkü geçen haftalarda sadece bir çözümün kısa olması gibi nedenleri uygun çözüm için yeterli bir kriter olarak öne süren öğretmen adayları, artık yaklaşımdaki bilgilerin kullanım alanları bakımından yorumlar yapabilmektedir. SY'de yapılan çözümlerde öğretmen adaylarının haftalar geçtikçe daha fazla önbilgiye sahip olması gerekmektedir. Bu hafta yürütülen derste de çözülen problemler için öğretmen adaylarının SY'de bilmesi gereken kurallar veya teoremler diğer haftalara göre AY ve VY'den daha fazladır. Buna rağmen öğretmen adayları, AY veya VY'de karşılştıkları güçlükler karşısında kolayca çözümden vazgeçme davranışını SY'de göstermemektedirler. Örneğin bir teoremi hatırlayamayan öğretmen adayları genelde aynı yaklaşımda başka bir yolu denemeye ve sonuca ulaşmaya çalışmaktadır. Bu durum oluşmasında öğretmen adaylarının SY'deki çözümün her halükarda çıkacağı inancı, diğer yaklaşımlarla işlem yapabilmek için SY'nin bilinmesi gerektiği düşüncesi ve bu yaklaşımı kullanırken kendilerini daha rahat hissetmeleri gibi durumlar etkili olmuştur. VY ile yapılan bireysel çözümlerde ise artık birden fazla çözüm yolunun öğretmen adayları tarafından bulunduğu tespit edilmiştir. Bazı öğretmen adayının Stewart bağıntısıyla çözüme giderken, bazılarının ise iç çarpım ya da vektörlerde toplamayı kullanarak sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Önceki haftalarda tek bir vektörel çözümü bile bulmada düşük performans gösteren öğretmen adayları, artık VY'yi daha etkili bir biçimde kullanmaya başlamışlardır. Nitekim bu durum, öğretmen adaylarının grup içi tartışmalarında seçecekleri uygun yaklaşım için daha derinlemesine bir tartışma ortamı oluşmasına katkı sağlamaktadır. Yani VY ile yapılan çözümler artık sadece çözmüş olmak için değil, anlayıp analiz edebilmek için de yapılmaktadır. Bu bağlamda öğrenme ortamının VY'deki başarıya etkisinin olumlu yönde olduğu söylenebilir. Geçen haftalarda da VY başarısında artışın olduğu gözlemlenmiş olmasına rağmen, özellikle bu hafta daha verimli bir problem çözme süreci geçmiştir. Hatta önceki haftalarda grup içi tartışmalarda çok da fazla rastlanmayan bir durum Grup 3'te gözlemlenmiştir. Bu grupta VY ile yapılan çözüm hakkında youm yapılmış ve hatta en kolay yaklaşımın bu olduğu ifade edilmiştir. Yürütülen grup içi tartışmadan bir kesit aşağıda verilmektedir.

Ö-4 : Eşkenar dörtgen demiş…

Ö-3 : Evet.

Ö-4 : Eşkenar dörtgende [DB] köşegendir. Köşegenler dik kesişir.

Ö-11 : O zaman diklikten Pisagor oluyor.

Ö-4 : Bence koordinat düzleminde daha kolay görülecek. Başlangıç noktasına köşegenlerin kesişim noktasını koyarsak…

Ö-11 : Pisagor, her zaman bildiğimiz şey. Hemen çıktı baksana işlemlere.

Ö-18 : Vektörel yaklaşımda Stewart kullanınca çıkıyor. Bu tür problemlerde işe yarıyor hep. Bence kolay olan vektörel.

Grup 3'te yürütülen konuşmadan alınan bir kesitten görüldüğü üzere problemin çözümü bütün yaklaşımlar kullanılarak öğretmen adayları tarafından yapılmıştır. Konuşmanın başlarında öğretmen adaylarının SY üzerine fikir yürüttükleri görülmektedir. Ö-11 kodlu öğretmen adayı, SY ile yapmış olduğu çözümde daha önce de sıklıkla kullandığı Pisagor teoremini kullanarak çözüme ulaşmanın en kolayı olduğunu ifade etmiştir. Ö-4 kodlu öğretmen adayı ise, köşegenleri dik kesişen eşkenar dörtgenin AY ile yapılacak çözümünün daha rahat çıkabileceğini söylemektedir. Burada Ö-4'ün köşegenlerin dikliğini koordinat düzlemindeki eksenlerin dik kesişmeleri ile ilişkilendirdiği söylenebilir. Son olarak Ö-18 kodlu öğretmen adayı, VY ile yaptığı çözümde kullandığı yolun daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak hep doğru sonucu verdiğini ifade etmiş ve bu yaklaşımın kendisi için en kolayı olduğunu söylemiştir. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının yaklaşımlar arasındaki bilgileri transfer etmeye olumlu katkı sağlayarak bu konudaki problem çözme becerilerini geliştirdiği söylenebilir. Ayrıca öğrenme ortamına dahil olmadan önce sadece SY'deki deneyimlerinin problem çözme süreçlerine etki ettiğini ifade eden öğretmen adayları, aynı durumu AY ve VY için de yaşamaya başlamışlardır. Yani öğrenme ortamı, öğretmen adaylarına sentetik geometri problemlerinde AY ve VY'yi kullanma deneyimi kazandırarak bu yaklaşımlar ile yapılacak çözümlerde kendilerine olan özgüvenlerinin gelişmesini sağlamıştır. Yaşanan bu olumlu deneyimler de AY ve VY'deki başarıya iyi yönde katkı sağlamıştır. Özetle bu grup için öğretmen adaylarının yaklaşımları problem çözerken tercih etmelerindeki sebepler; deneyim (*Pisagor her zaman bildiğimiz şey.)* ve ilişkilendirme (*Başlangıç noktasına köşegenlerin kesişim noktasını koyarsak…)* olarak belirlenmiştir. Buradan da artık daha derinlemesine bir bakış açısı ile problem çözümlerine yaklaşıldığı görülmektedir.

Yürütülen grup çalışmalarının ardından sınıf ortamında yaklaşımlara yönelik bir tartışma ortamı yürütülmüştür. Bu ortamda ilgili problem çözümlerinde öğretmen adaylarının tercih ettikleri ve kendilerini daha rahat hissettikleri yaklaşımlar üzerine odaklanılmıştır. Yürütülen konuşmadan bir kesit aşağıda sunulmaktadır.

Araş : Bu problem için en uygun yaklaşım sizce hangisi?

Ö-5 : Yine ben sentetiği düşünürüm ilk olarak.

Ö- 13 : Analitik çözüm bana en kolaymış gibi geldi.

Ö-2 : Vektörel daha güzel görünüyor aslında. Bir teoremi kullanarak buluyorsun çünkü.

Ö-4 : Vektörelle çözümü yapabildiğin için öyle geliyor sana bence. Onunla çalışmak istediğin için çözüm güzel gibi geliyor ama bence sentetik en iyisi. Kendimi rahat hissettiğim tek yaklaşım bu.

Ö-6 : Zaten daha önceki sorularda vektörel yaklaşımın daha kolay çıktığı kısımlar vardı ama biz bununla çözüm yapmayacağız ki. Biz zaten sentetik yaklaşımla çözeceğiz. Aklıma vektöreli kullanmak gelmezdi benim mesela.

Araş. : Bu problemde en estetik çözüm hangisi sizce?

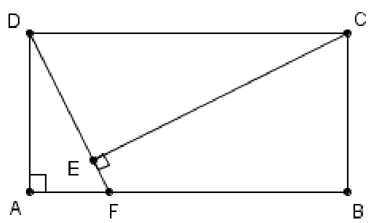
Ö-1 : Sentetik yaklaşımda, benzerlik kullanayım, işte ne bileyim bir çizgi çizeyim, ekstra şekle ve çözüme ben ekstra bir şey katayım dediğim zaman bu hoş bir durum. İnsana kendini daha iyi hissettiriyor ve haz aldırıyor ve mutlu oluyorsun. Ama öbür türlü mutlu olmuyorsun. Sadece çözdüm, doğru yaptım. Sadece bir bilgiyi kullanarak bir soruyu çözüyorsam ne sorunun anlamı var, ne de benim yaptığım işin. Hani mutlu olma meselesi var ya. Soru çözerken mutlu olduğunda, yeni bir şey keşfettiğinde, başka arkadaşına yeni bir bilgiyi gösterdiğin zaman mutu oluyorsun.

Problem 8. 2. için yürütülen sınıf içi tartışmada öğretmen adaylarının genellikle SY'yi en uygun olarak gördükleri belirlenmiştir. Bunun sebebi olarak bazı öğretmen adayları, bu yaklaşım ile yapılan çözümün ilk akıllarına gelen çözüm olduğunu ifade etmişlerdir. Bazıları ise kendilerini bu yaklaşımda rahat hissettikleri için bu yaklaşımı tercih edebileceklerini söylemişlerdir. Geçen haftalardaki gibi SY'ye olan bağlılığın devam ettiği ve çözümlerin daha karmaşık olmasına rağmen bu yaklaşım üzerinde ısrar edildiği görülmektedir. Halbuki diğer yaklaşımlardaki çözümlerin bazı problemler için daha kullanışlı olduğu düşünülmekledir. Fakat bu direncin önüne geçilemediği, hala SY'nin diğer yaklaşımlardan daha üstün görüldüğü düşünülmektedir. AY'yi tercih edeceklerini söyleyen öğretmen adaylarının tercihlerini bu yaklaşımın kullanıldığı çözümün kolay olmasının etkilemiş olduğu görülmektedir. VY'nin en uygun olduğunu söyleyen öğretmen adayı, bu çözümün en az bilgi ile yapılabildiğini ifade etmiştir. Bu durum, çözümde az bilgi kullanmanın öğretmen adaylarının tercihlerini etkilediğini göstermektedir. Öğretmen adayları için estetik çözüm özellikleri arasında ise çözümde ekstra çizim veya ekstra bilginin kullanılması olduğu da bir diğer bulgu olarak belirlenmiştir. Bu durum ile ilgili Ö-1 kodlu öğretmen adayının görüşüne göre, bir çözümün yapılmasından ziyade o çözüme problem çözücünün ne kadar katkı sağladığı önemli olmaktadır. Yani yapılan çözümde kullanılan ekstra bir çizim, öğretmen adayını mutlu etmekte ve problem çözücüye bir şeyleri yeniden keşfediyormuş hissi vermektedir. Buradan elde edilen durum ise artık öğretmen adaylarının problem çözümlerini daha iyi analiz edebildikleridir. En azından çözümün uzun veya kısa olması gibi nicelik durumları yerine, problem çözücüye mutluluk veya keşfetme hissi vermesi gibi nitelikler ile ilgili yorumlar yapılmaktadır. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının problem çözme sürecinde bu yaklaşımlar aracılığı ile farklı bakış açıları geliştirmeye imkan sağladığı söylenebilir.

Özetle tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen 7. Hafta uygulamalarında üç geometri problemi farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözülmüştür. Bu haftaki derste yamuk, paralelkenar ve eşkenar gibi geometrik kavramalara yönelik AY, SY ve VY aracılığı ile deneyim kazandırmak amaçlanmıştır. Önceki haftalara göre öğretmen adaylarından sahip olması beklenen önbilgilerin özellikle SY'de daha fazla olması fakat buna rağmen yine de en çok tercih edilen yaklaşımın SY olması yaşanan dikkat çekici bir durumdur. Öğretmen adaylarının bu konudaki görüşleri, daha önceki haftakilerle paralellik göstermektedir. Yani öğretmen adayları, hala en güvenilir yaklaşımın SY olduğunu, deneyim sahibi olmaları sebebiyle daha rahat çözüm yaptıklarını ifade etmişlerdir. Diğer yandan AY'de gösterilen başarıdaki artış bu haftada da devam etmektedir. Öğretmen adaylarının bu yaklaşımdaki çözümlere daha rahata yorum yapabildikleri de elde edilen bir başka bulgudur. Bu hafta en dikkat çeken durum, VY ile yapılan çözümlerde daha etkili süreçlerin yaşanmaya başlanmasıdır. Bir çözümün için farklı vektörel yolların denenmeye başlandığı durumların oluşmaya başlaması, öğrenme ortamının VY'deki problem çözme becerisine olumlu katkı sağladığı şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca bu durum, farklı yaklaşımlardaki problem çözümlerindeki özelliklerin daha iyi analiz edilmeye başlandığını göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamının 8. haftasında “Dikdörtgen, kare, deltoid gibi kavramlara yönelik problemlerin AY ve VY ile çözümü” başlığı altında yürütülen uygulamada dört geometri problemi çözülmüştür. Bu haftaki derste geçen haftaya benzer şekilde bazı geometrik şekillerin (dikdörtgen, kare, deltoid) AY, SY ve VY aracılığı ile problem çözme süreçlerinde kullanımlarına yönelik deneyim kazandırmak amaçlanmaktadır. Bu dersteki problemlerin çözülebilmesi için AY’de iki nokta arasındaki uzaklık, bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta tanımı ve doğruların dikliği ve eğim gibi önbilgilere sahip olunması gerekmektedir. SY ile yapılacak çözümlerde Pisagor teoreminin bilinmesi beklenmektedir. VY’deki problemler için de vektörlerde toplama, Stewart bağıntısı, iç çarpım, vektörlerin dikliği gibi önbilgilere sahip olunması beklenmektedir. Bu ders kapsamında kullanılan problemlerden bir tanesi rastgele seçilmiş ve çözüm sürecinde yaşanan süreç ayrıntılı olarak aşağıda açıklanmıştır.

Problem 8. 2.



Şekildeki dörtgende $|FB| = 5cm$, $|AF| = 10cm$, $DF \perp EC$ *ve* $|DE| = 2.|EF|$ *ise* $|AD|$ *kaç cm dir?*

Yukarıda verilen problem, üç yaklaşımda farklı bilgileri kullanmaya imkan veren bir yapıya sahiptir. AY’deki çözümde bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta, doğru parçalarının dikliği ve eğim gibi bilgilerin kullanılması gerekmektedir. SY ile yapılacak çözümde arka arkaya uygulanan Pisagor teoremleri ile sonuca ulaşılmaktadır. Vektörel yaklaşımda ise vektörlerin dikliğinden iç çarpımın sıfır olma durumu kullanılarak çözüm yapılabilmektedir. Bu açıdan bu problem, farklı yaklaşımlarda farklı tanım ve teoremlerin uygulamaları aracılığı ile öğretmen adaylarına bilgilerini transfer edebilme imkanı sunmaktadır. Bu problem için yapılan bireysel çözümlerde öğretmen adaylarının şekilde dik açının bulunması sebebiyle ilk olarak AY ve SY’ye yönlendikleri görülmektedir. AY ile yapılan çözümlerde dik açı kullanılarak doğruların eğimlerinin çarpımının -1 olduğu durum en sık kullanılan çözüm yoludur. Diğer yandan SY’deki çözümde ise dik üçgenlerin kullanılarak Pisagor teoremi aracılığı ile sonuca ulaşılmıştır. Bu çözümlerde gözlenen durum, öğretmen adaylarının bir problemin ifadesinde verilen kavramlar ile yaklaşımlar arasında bağlantı kurma becerisini geliştirmiş olmalarıdır. Nitekim yaklaşım tercihlerine yönelik görüşlerinde de öğretmen adayları, bu duruma vurgu yapmış ve problemde verilenlerin yaklaşım tercihlerini de etkilediğini ifade etmişlerdir. VY ile yapılan çözümde ise genelde öğretmen adayları, yine problemde verilen diklikleri kullanarak vektörler aracılığı ile tekrar çizdikleri geometrik şekil üzerindeki dik vektörler arasında iç çarpımın sıfır olmasını kullanarak çözüme ulaşmışlardır. Bu problem için AY ve SY çoğunlukla ilk kullanılan yaklaşımlar olsa da VY'yi de başarıyla tamamlayan öğretmen adaylarının sayısı oldukça fazladır. Bireysel çözümlerin ardından grup tartışmalarına geçilmiştir. Bu problem için Grup 5'te yürütülen konuşmadan bir kesit aşağıda sunulmaktadır.

Ö-5 : Diklik var. Vektörlerde iç çarpım sıfır olacak.

Ö-12 : Hangi vektörler için iç çarpımı kullanacağız. $\overrightarrow{DA}$ ve $\overrightarrow{AF}$ için mi?

Ö-5 : Hayır. $\overrightarrow{DF}$ ve $\overrightarrow{CE}$ için. Ama DA uzunluğunu sorduğu için $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}$ yi yazdım. İşleme sokunca DA çıkıyor zaten.

Ö-12 : Evet oradan çok kısa çıktı. Ben de sentetikte Pisagor'u kullandım. Diklik var ne de olsa. Biraz uzadı ama…

Ö-16 : Analitikten de kısa oluyor değil mi? Eğimden çıkıyor.

Ö-14 : Ben de öyle yaptım. Hatta en kısa analitik.

Görüldüğü gibi Grup 5'teki öğretmen adayları, farklı yaklaşımlarda yapmış oldukları çözümlerinde doğru sonuca ulaşmışlardır. Diğer haftalara göre daha fazla sayıda öğretmen adayının çözümlerde fikir yürütebildiği ve çözüm hakkında yorum yapabildiği görülmektedir. Diğer yandan öğretmen adaylarının yapmış oldukları çözümlerdeki adımlarda özellikle çözümün kısa olmasının önemli olduğu yönünde görüşleri mevcuttur. Öğretmen adayları, aralarında geçen konuşmada hangi yaklaşımın daha kısa yolla çıktığı yönündeki görüşlerinde AY ve VY ile yapılan yaklaşımın daha kısa olduğu sonucuna varmışlardır. SY'de kullanılan Pisagor teoreminin birden fazla kez uygulanmasının işlemlerin diğer yaklaşımlara göre daha uzun olmasına sebep olduğu yönünde görüşler mevcuttur. Bu durum, öğretmen adaylarında SY'nin uzun bir çözüme sahip olduğu algısını oluşturmuştur. Ö-12 kodlu öğretmen adayı, SY ile yapmış olduğu çözümü anlatırken Pisagor'u kullandığını fakat işlemlerin uzadığını belirtmiştir. Bu grupta yürütülen konuşmadan tercih edilen yaklaşımın en az basamakla sonuca ulaştırması tercih nedenleri arasında yer almaktadır. Öğretmen adayları için geçen haftalarda olduğu gibi bu haftaki derste de hala çözümün kısa olması durumunun önemli olması öğrenme ortamında hala istenilen düzeyde yaklaşım analizlerinin yapılamadığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Oysa tasarlanan öğrenme ortamı, yaklaşımlardaki başarılarda ve tercihlerde olumlu yönde katkı sağlamada etkili olmuştur.

Benzer şekilde diğer gruplarda genellikle yaklaşımların tamamı ile çözümlerin yapıldığı belirlenmiştir. Grup çalışmalarının sonrasında ise çözümde kullanılan yaklaşımlar üzerine sınıf ortamında yürütülen tartışmadan bir kesit aşağıda sunulmaktadır.

Araş. : Çözümde kullanılan yaklaşımlardan hangisi sizce bu problem için en uygun?

Ö-1 : Vektörelden buldum ben. Kullanışlı oldu bence. Sanki en kolay çözüm aralarında vektörel. Sentetikte Pisagorla çok uğraşıyorsun. Bir de çok değişken var orada. Birbirine karışıyor. Vektörelde ise iç çarpımı kullanıyorsun o kadar.

Ö-12 : Ama iç çarpımda kullanacağın vektörleri diğer vektörlerin toplamı şeklinde yazıyorsun. Sonra Sinüsler falan. O da uğraştırıyor. Farklı bilgileri bir arada kullanıyorsun. Ama sentetikte sadece bir bilgiyi birkaç kez kullanıyorsun. O yüzden sentetik daha kolay geldi bana.

Ö-1 : Bence sentetik çok uzun oluyor. Bence bu probleme en uygun VY. Çünkü en kısa.

Ö-15 : Analitikte de temel özellik kullanıldı. O daha kolay bence. Sadece eğim… Herkes eğimi bilir.

Ö-8 : Bence herkesin bildiği çözüm estetik değildir. Estetik çözüm, herkes tarafından kolayca görülemeyecek bir yapıya sahip olmalı. Estetiklik bence biraz zorluk gibi… Zorluk ve ayrıntı… Eğer soru seçici ise, herkes tarafından yapılabilecek bir soru değilse o ispat yaklaşımı daha güzeldir bence. Bu soruda da VY bence en estetik çözüm.

Görüldüğü gibi öğretmen adayları, Problem 8. 2.'nin çözümünde kullandıkları yaklaşımların kendilerine göre üstün yanlarını belirleyerek bu problem için en uygun yaklaşım hakkında yorum yapmışlardır. Her üç yaklaşım için yapılan yorumlardan anlaşıldığı üzere öğretmen adaylarına göre bir yaklaşımın ilgili problem için en uygun olması demek; o yaklaşım ile yapılan çözümün kısa olması veya çözümde az bilgi kullanılması demektir. Çözümün kısa olmasını tercih sebebi olarak belirleyen Ö-1, VY'nin bu problem için en uygun yaklaşım olduğunu ifade etmektedir. Ö-12 için ise SY'de işlemler uzun olmasına rağmen az bilgi kullanılması sebebiyle bu yaklaşımı en uygun olarak seçtiğini söylemiştir. Ö-8, yapmış olduğu yorumda diğer öğretmen adaylarının aksine, bir yaklaşımın estetik olması için kolay, kısa veya herkes tarafından yapılabilecek bir yapıya sahip olmaması gerektiğini savunurken, bir çözümün estetik olmasının zorluk ve sahip olduğu ayrıntıyla ilgili olduğunu söylemiştir. Ayrıca VY için insanın beyninde özgün bir yapı oluşturduğu yönündeki görüş şimdiye kadar VY için yapılan yorumlardan en dikkat çekenidir. Buradan da anlaşılacağı üzere öğretmen adaylarının bir çözüm için uygun ve estetik yaklaşımı belirlemede farklı bakış açılarına sahip olduğu belirlenmiştir.

Özet olarak tasarlanan öğrenme ortamında 8. Hafta uygulamalarında toplam dört geometri problemi çözülmüştür. Bu hafta yürütülen çözüm sürecinde öğretmen adaylarının genellikle problemleri her üç yaklaşımla da daha rahat yapabildikleri gözlemlenmiştir. Her hafta problem çözümleri için istenilen ön bilgiler artıyor olmasına rağmen öğretmen adayları, çözümlere farklı yaklaşımlar aracılığı ile bakabilme becerisini kazanmaları nedeniyle çözümlerde daha başarılı performanslar göstermektedir. Diğer yandan SY'ye olan eğilimin problem çözümlerinde artık diğer yaklaşımlara karşı da gösteriliyor olması bu hafta ortaya çıkan bir başka durumdur. Özellikle VY'de yapılan çözümlerde ve üzerinde yürütülen yorumlarda öğretmen adayları daha başarılı olmuş ve daha derinlemesine fikir yürütebilme yeterliklerini göstermektedirler. Bir problem için uygun yaklaşımı belirleme durumları için ise öğretmen adaylarının önceki haftalardaki gibi çözümün kısa olması vb. gibi durumları hala kullandıkları fakat bunun yanı sıra daha derinlemesine analizler yaptıkları da gözlemlenmiştir. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamında bir geometri problemine ait en uygun yaklaşımı belirlemede farklı bakış açıları oluşturma açısından başarılı olunduğunun göstergesidir.

Tasarlanan öğrenme ortamının 9. Haftasında "Çemberde açı ve uzunluk ile ilgili problemlerin AY ve VY ile çözümü" başlığı altında yürütülen uygulamada toplam iki problem çözülmüştür. Bu hafta yürütülen derste çemberler konusunda farklı yaklaşımlar ile yapılan çözümler aracılığı ile öğretmen adaylarında geometri problemlerine karşı farklı bakış açılarının geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu haftaki derste kullanılan problemlerin çözülebilmesi için öğretmen adaylarından bazı önbilgilere sahip olması beklenmektedir. AY ile çözümün tamamlanabilmesi için çember denklemi ve kiriş özellikleri, SY'deki çözüm için ikizkenar üçgenin özellikleri ve VY için de vektörlerde iç çarpım ön bilgileri yeterli görülmektedir. Bu hafta kullanılan problemlerden rastgele seçilen bir probleme ve bu problemin çözüm sürecindeki yansımalara aşağıda yer verilmektedir.

Problem 9. 1. Bir çemberde kirişin orta noktasını merkeze birleştiren doğru kirişe diktir. Gösteriniz.

Problem 9. 1.'in öğretmen adaylarına verilmesinin ardından çözümünü yapmaları için öğretmen adaylarına yeterli süre verilmiştir. Bu sürenin sonunda her öğretmen adayından üç yaklaşımla da problemi çözmeleri beklenmektedir. Fakat hala bazı öğretmen adaylarının her üç çözümü de yapamadıkları gözlemlenmiştir. Özellikle VY'deki çözüm üzerinde yorum yapamayan öğretmen adayları mevcuttur. Bu duruma çember konusunun doğası gereği analitik yapıda bulunmasının etkisi olduğu düşünülmektedir. Hatta analitik geometri derslerinde bile çemberler konusunda kullanılan çemberin analitik denklemi terimi olarak öğretmen adaylarının karşısına çıkmaktadır. Bu nedenle de öğretmen adaylarının en çok çemberler ile ilgili problemleri vektörler ile ilişkilendirmede sorun yaşadığı gözlemlenmiştir. Sentetik çözümlerde örneğin çemberin yarıçapı ve kirişler aracılığı ile oluşan bir üçgenin özellikleri kullanılabildiğinden SY ile yapılan çözümlerde öğretmen adayları, VY'ye göre daha fazla başarı göstermişlerdir. Burada öğretmen adaylarına yöneltilen bir geometri probleminin yapısından kaynaklanan bir durum olduğu görülmektedir. Yani bir problemin dahil olduğu konu doğası gereği hangi yaklaşıma daha yakınsa öğretmen adayları da bu yaklaşımları tercih etme eğilimi içindedirler. Bireysel çözümlerin ardından grup içi tartışma ortamı oluşturulması sağlanmıştır. Bu ortamda öğretmen adayları, çözümlerinde kullandıkları yaklaşımları ve kullanma nedenlerini ifade etmişlerdir. Grup 4'e ait grup içi tartışmadaki konuşmadan bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Ö-2 : Kenarortay var. [ME] kenarortay. Kenarortay teoremini kullansak çıkar mı?

Ö-1 : Deneyelim bence.

Ö-19 : Ama kenarortay teoreminde uzunluğu buluyoruz. Burada açı isteniyor.

Ö-1 : Olmaz o zaman kullanamayız. Kenarları yarıçap olan bir üçgen değil mi?

Ö-19 : Evet. O zaman ikizkenar üçgende zaten kenarortay, yüksekliktir.

Ö-13 : Ben de oradan buldum zaten. Sentetik çıkıyor, işlem yapmadan. Vektöreli de iç çarpımdan buldum.

Ö-2 : Onu ben de öyle yaptım. Ama analitikte zorlandım.

Ö-1 : Çemberin denklemini hatırlıyorum ama sonrası…

Ö-19 : Çember A ve B den geçiyor. Bu noktalar çemberi sağlar. Oradan çıkıyor.

Yukarıda geçen konuşmadan görüldüğü gibi öğretmen adayları yapmış oldukları çözümleri nedenleri ile açıklamışlardır. Kirişin orta noktasını merkeze birleştiren doğrunun oluşturulan üçgende kenarortay olması, bazı öğretmen adaylarını kenarortay teoremini kullanmaya yönlendirmiştir. Öğretmen adayları, kenarortay teoreminin uzunlukla ilgili olduğunu düşündüklerinden çözümde bu teoremi kullanmaktan vazgeçmişlerdir. Halbuki SY ile yapılan çözümde oluşturulan $\overset{\Delta}{MAB}$ üçgeninde kenarortay teoremi uygulandığında çözüme ulaşılmaktadır. Burada öğretmen adayları işlem yapmadan sadece kenarortay teoreminin ifadesini düşünmüş olduklarından böyle bir yanılgıya düşmüşlerdir. Fakat SY'de bir diğer çözüm olan ikizkenar üçgenin özellikleri kullanılarak çözüme ulaşılmıştır. Vektörel çarpımın kullanılarak çözüme ulaşılan VY, öğretmen adayları tarafından sonuca ulaşılan bir diğer yaklaşımdır. AY için ise Ö-1 kodlu öğretmen adayı, çözümü yapamadığını belirtmiş, bunun üzerine grup arkadaşı çözüm yolunu anlatmıştır. Grup içinde yürütülen konuşmada öğretmen adaylarının zorlandıklarını ifade ettiği tek yaklaşım AY olmuştur.

Grup tartışmalarının ardından çözümlerde kullanılan yaklaşımlar ile ilgili yürütülen tartışma ortamından bir konuşma kesiti aşağıda sunulmaktadır.

Araş : Tahtada bütün yaklaşımlar mevcut. Bu çözümlerden hangisini kullanmayı tercih edersiniz?

Ö-7 : Analitik zor bence.

Ö-19 : Neden? Çemberin denklemini kullanıyoruz. Kolay…

Ö-7 : İşlemleri diğerlerine göre daha uzun oluyor baksana.

Ö- 15 : Vektörel güzel de düşündürücü. Yani vektörel yaklaşımda hala oturtamadığım bir şeyler var. Çok düşünmem gerekiyor çözüm için. Ama en estetik de o gibi.

Ö-4 : Bence de en uygunu sentetik çözüm. Daha az bilgi ve daha az düşünme gerektiriyor.

Araş. : Sizce en estetik çözüm hangisi?

Ö17 : Kısa çözüm varsa evet en estetik çözüm odur. Hatta bir soruda en kısa çözümü bir yaklaşımla yaptıysam o soruya benzer bir soru gördüğümde yine o yaklaşımla çözüm yaparım. SY de VY den birisi olabilir. Çünkü ikisi de kısa.

Ö-18 : Çözümün kısa olması bence hiç önemli değil. Estetik çözüm, bence daha fazla bilgi gerektirmeli.

Yukarıda geçen konuşmadan görüldüğü gibi öğretmen adaylarının probleme uygun olan yaklaşımı seçme ile ilgili farklı görüşleri mevcuttur. Öğretmen adaylarının bu problem için uygun olan yaklaşımı belirlemede çeşitli kriterler geliştirmiş oldukları görülmektedir. Bunlar arasında en sık rastlanan çözümün kısa olması ve az düşündürmesi gibi özelliklerdir. Öğretmen adaylarına göre bu özelliklerin sağlanması ve çözüme en kısa yoldan götüren yaklaşım onlar için en uygun yaklaşım olmaktadır. Bazı öğretmen adayları bunun aksine estetik bir çözümün daha fazla bilgi içermesi veya daha fazla düşündürmesi gerektiği yönünde görüş bildirmiştir.

Bu hafta yaşanan problem çözme sürecinde çemberlerin özelliklerinin farklı yaklaşımlar aracılığı ile geometri problemlerindeki kullanma alanları incelenmiştir. Problem çözümlerinde en çok zorlanılan yaklaşım VY olmuştur. Bunun altında yatan sebep, öğretmen adaylarının çemberleri daha önce analitik olarak incelemiş olmalarıdır. Geometri dersinde incelenen çemberlerde ise genellikle çember üzerinde oluşturulan geometrik şekillerin özellikleri (üçgenin veya dörtgenlerin özellikleri) üzerinden çözümler yürütülmektedir. Fakat aynı kavram vektörler konusu içinde sınırlı uygulama alanı bulduğu için bu durum, öğretmen adaylarının problem çözme performanslarına da yansımıştır. En düşük problem çözme performansı yine VY'de gösterilmiştir. AY ve SY'deki çözümlerin genel olarak öğretmen adayları tarafından yapılabildiği belirlenmiştir. Bu hafta dikkati en çok çeken nokta, öğretmen adaylarının bir problem için uygun yaklaşımı veya en estetik çözümü seçerken önceki haftalardan daha fazla ve farklı kriterler geliştirmiş olmalarıdır. Özellikle geçen haftalarda çözümün kısa olması onlar için uygun yaklaşım olmada yeterli bir kriter olarak görülürken, son haftalarda bu durumun çözümün orijinal olması, daha fazla bilgi içermesi şeklinde değişim gösterdiği gözlemlenmiştir. Yani tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının her yaklaşımdaki başarı seviyesini yukarı taşımada, SY'nin dışındaki yaklaşımlar ile çözüm yapmadaki istekliliklerine, tercihlerine olumlu katkı sağlamıştır. Fakat VY'ye karşı olan direncin giderilmesinde istenilen etkinin yaratılamadığı söylenebilir.

Bu bölümde tasarlanan öğrenme ortamından yansımalar; uygulama boyunca yürütülen derslerde kullanılan problem çözümleri üzerinden yapılan tartışmalar aracılığı ile sunulmuştur. Genel olarak öğretmen adaylarının tasarlanan dersin ilk haftalarında özellikle AY ve VY'de yaşadığı zorluklar dikkat çekmektedir. Yaşanılan bu durumun öğretmen adaylarının problem çözümlerinde tercih ettikleri yaklaşımları etkilediği görülmektedir. Bu sebeple uygulamanın ilk haftalarında öğretmen adayları, genellikle çözümlerinde SY'yi tercih edeceklerini ifade etmişlerdir. Buna paralel olarak problemler için en uygun yaklaşımın belirlenmesine yönelik sorular sorulara öğretmen adayları, çoğunlukla SY'yi "bildikleri yaklaşım" şeklinde ifade ederek bu yaklaşımı tercih edeceklerini söylemişlerdir. İlerleyen haftalarda SY'nin yanı sıra AY'nin de öğretmen adayları için daha anlaşılabilir ve uygun bir yaklaşım olarak belirlendiği görülmektedir. Öğretmen adaylarında AY'nin genelde belli tanımların kullanılarak yapılabilen daha kolay bir yaklaşım olduğu algısı oluşmuştur. Fakat hala VY'ye karşı olan bir direnç söz konusudur. Diğer yandan haftalar ilerledikçe öğretmen adayları, problem çözümü için uygun yaklaşımı seçme veya tercih etme nedenlerini daha derinlemesine açıklamaya başlamışlardır. Yani "Bu yaklaşımı bilmiyorum, kullanamıyorum" gibi ifadelerin yerini yaklaşımların birbirlerine üstün yanlarını içeren ifadeler almıştır. Uygulamanın son haftalarında ise öğretmen adaylarından hala VY'yi problem çözümünde tercih etmekten çekinen bir kısım kalmıştır. Fakat diğer haftalara oranla VY'nin daha fazla düşündürmeye yönlendiren bir yaklaşım olduğunu ve bu durumun bu yaklaşımı daha estetik yaptığını ifade eden öğretmen adayı sayısı artmıştır. Sonuç olarak elde edilen bulgular, tasarlanan geometri dersinin öğretmen adaylarının yaklaşım tercihlerindeki çeşitliliğe olumlu etki ettiği söylenebilir. Ayrıca verilen bir problem için uygun yaklaşımı tercih etme ve bu tercihlerdeki nedenleri belirlemede öğretmen adaylarının gelişim kaydettiği görülmektedir.

5. TARTIŞMA

Bu çalışma kapsamında, ortaöğretim matematik öğretmenliği programında yer alan ve sentetik geometri odaklı yürütülen geometri dersi için AY ve VY ile desteklenerek tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde kullandıkları AY, SY ve VY'deki başarıları, yaklaşım tercihleri, tercihlerinin altında yatan sebepler ve bu süreçte her bir yaklaşımda karşılaştıkları güçlükler incelenmiştir. Bu bölümde elde edilen bulgular farklı yaklaşımların bir arada kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının yaklaşımları kullanma başarıları ve problem çözme süreçlerinde kullandıkları yaklaşım tercihleri üzerindeki etkisi bağlamında tartışılmıştır. Ayrıca bu çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki farklılaşmaların altında yatan sebepler ve karşılaşılan güçlüklerin belirlenmesi öğrenme ortamının değerlendirilmesi bakımından önemlidir. Bu bağlamda ilerleyen bölümlerde yürütülen problem çözme sürecinde karşılaşılan güçlükleri ve tercih sebeplerini de içerecek şekilde tartışılmıştır.

5. 1. Tasarlanan Geometri Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Yaklaşımları Kullanabilme Başarılarını Nasıl Etkilediğine Yönelik Tartışma

Bu çalışmanın araştırma problemlerden biri, geometri dersi için tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde kullandıkları AY, SY ve VY'deki başarılarını nasıl etkilediğinin belirlenmesidir. Bu probleme cevap verebilmek adına öğretmen adaylarının hem AY, hem SY, hem de VY'deki başarı seviyeleri uygulama öncesi ve sonrasında incelenerek deney ve kontrol grupları karşılaştırılmıştır. Bu bölümde tasarlanan öğrenme ortamının her bir yaklaşımdaki başarıya olan etkisi alt başlıklar halinde tartışılmıştır.

5. 1. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamı Öğretmen Adaylarının AY'deki Başarılarını Nasıl Etkilediğine Yönelik Tartışma

Tasarlanan geometri dersinden önce deney grubunun AY başarı puan ortalaması 1,40, kontrol grubunun AY başarı puan ortalaması 0,90 olarak belirlenmiştir. Her ne kadar deney grubunun AY'yi kullanma başarısı daha yüksek olarak görülse de grupların başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemeye yönelik olarak yapılan bağımsız t-testi sonuçları deney ve kontrol grubunun AY'yi kullanma başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığını göstermiştir. Ayrıca uygulama öncesinde yapılan betimsel analizler, deney grubunda yapılan çözümlerin %16,7'sinden, kontrol grubunda ise çözümlerin %17,4'ünden öğretmen adaylarının 0-puan aldığını göstermektedir. Bu durum, hem deney hem de kontrol gurubu öğretmen adaylarının AY'yi kullanarak yapmış oldukları problem çözümlerinde başarı puanlarının 0-puanda yoğunlaştığını göstermiştir. Yani öğretmen adaylarının AY'yi kullanarak yaptıkları çözümlerinde ya sadece verilenleri yazabilmiş ya da çözümle ilgili olmayan ifadeler kullanmışlardır. Bunun yanı sıra uygulama öncesinde deney grubundaki öğretmen adaylarının (%10) ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının (%6,4) AY kullanarak yapmış oldukları problem çözümlerindeki başarı puanları 4-puana çıkabilmiştir. Buradan geometri problemlerini AY'yi kullanarak bütün çözüm basamaklarını tamamlayan öğretmen adaylarının sayısının oldukça az olduğu görülmektedir. Her iki grupta da AY ile yapılması istenen çözümlerin çok büyük kısmını cevaplanmamıştır. Uygulama öncesinde her iki grupta da öğretmen adaylarının AY'deki başarı durumlarının oldukça düşük olduğu tespit edilmiştir. Hatta AY ile yapılan çözüm sayısı da oldukça sınırlı kalmıştır. Bu durum dikkat çekicidir. Çünkü çalışmanın katılımcılarını oluşturan öğretmen adaylarının daha önceki öğrenim yıllarında iki dönem analitik geometri dersi aldıkları bilinmektedir. Buna rağmen öğretmen adaylarının bu dersler kapsamında öğrendikleri bilgilerini sentetik geometri problemlerine aktaramadıkları görülmektedir. Aslında bu çalışma kapsamında kullanılan geometri problemlerini çözmek için gerekli olan analitik geometri bilgileri temel düzeyde bilgileri içermektedir. Öğretmen adaylarının bu bilgilere lise yıllarından bu yana sahip olmalarına rağmen sentetik geometri problemleri ile bunları ilişkilendiremedikleri belirlenmiştir. Yürütülen mülakatlarda en sık karşılaşılan durumlardan bir tanesi öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde verilen bir şekli analitik düzleme taşıyamamalarıdır. Burada özellikle geometrik şeklin elemanlarının koordinatları belirlenirken sentetik geometri bilgilerinden faydalanma kısmında öğrenciler yetersiz kalmışlardır. Yani alınan geometrik şeklin bir kenarlarının köşelerinin koordinatlarının sentetik geometrideki kenar uzunluğu ile ilişkili olduğu fikri öğrencilerin bazılarında oluşmamıştır. Böyle bir durumda öğretmen adayları, sentetik bilgilerini analitik düzleme transfer edemediklerini belirtmişlerdir. Aslında üniversite düzeyinde yürütlen analitik geometri derslerinin doğrudan böyle bir amacı olmamakla birlikte gizil olarak öğretmen adaylarının yaklaşımlar arasında geçişleri yapabilecekleri düşünülebilir. Çünkü öğrenimleri süresi boyunca öğretmen adaylarının her bir yaklaşımla problem çözme becerisine sahip olabilecek kadar bilgiyi edindikleri kabul edilmektedir. Fakat öğretmen adaylarının analitik geometri, geometri ve lineer cebir derslerini farklı yıllarda almış olmaları sebebiyle, yaklaşımlar arasında bilgilerini transfer edebilecekleri bir ortamın oluşmadığı düşünülmektedir. Diğer yandan AY'deki düşük başarının altında yatan sebeplerden biri de öğretmen adaylarının daha önceki öğrenim deneyimlerinde geometri problemlerini sadece SY aracılığı ile çözmüş olması olarak düşünülebilir. Nitekim uygulamalar öncesinde yürütülen mülakatlarda öğretmen adaylarının geometri dersini öğrenim hayatları boyunca sadece SY ile yürüttükleri yönünde bulgular elde edilmiştir. Bu durumun geometri problemlerinde SY'ye karşı yoğun bir eğilime neden olduğu görülmüştür. Bir başka neden ise, analitik geometri dersinin öğretmen adaylarının öğrenim gördükleri programda ilk senede görülmüş olması ve böylece AY'de kullanılacak çeşitli tanım, teorem, formül vb. özelliklerin unutulmuş olması olabilir. Nitekim öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlarda öğretmen adayları, analitik geometri dersinin üzerinden çok zaman geçtiğini bu sebeple de çoğu bilgiyi unuttuklarını ifade etmişlerdir. Aslında öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerini çözmek için kullanacakları AY'deki bilgiler temel düzeydeki bilgileri kapsamaktadır. Bunlar arasında eğim, iki nokta arasındaki uzaklık, bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatları vb bilgiler mevcuttur. Genellikle eğim ve iki nokta arasındaki uzaklık ile ilgili bilgi kısmında öğretmen adaylarının sorun yaşamadığı gözlemlenirken, özellikle bir doğru parçasını belli oranlarda bölen nokta tanımını hatırlamada zorlanan birçok öğretmen adayının olduğu belirlenmiştir. Burada eğim ve iki nokta arasındaki uzaklık bilgilerinin öğretmen adaylarının lisans öğrenimlerinde daha çok uygulama imkanı bulmaları hatırlamalarına etkili olmuş olabilir. Fakat bir doğru parçasını belli oranda bölen nokta formülünün hem doğası gereği ve hem de uygulama alanı bulması açısından daha zor bir yapıda olmasının öğretmen adaylarını bu açıdan zorladığını göstermiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının temel analitik geometri bilgilerini bile unuttuklarını ifade etmeleri, lisans öğrenimlerinin ilk senesinde bu dersi görmüş olmaları ve daha sonraki yıllarda bu bilgileri kullanabilecek ya da ilişkilendirebilecek bir öğrenme ortamı ile karşılaşmamış olmaları ile yakından ilişkili olabilir. Matematiğin alt dalı olan geometri ayrı ayrı dersler halinde, birbirleri ile olan ilişkilerine vurgu yapılmadan öğretmen adaylarına sunulması sebebiyle öğretmen adaylarının sahip oldukları temel analitik geometri bilgilerini hatırlamada zorlandıkları görülmüştür. Diğer yandan bazı öğretmen adayları, geometri problemlerini AY ile çözmenin kendileri için yeni bir durum olduğunu ve bu sebeple AY ile geometri problemleri arasında çoğu zaman bir bağlantı kuramadıklarını ifade etmişlerdir. French (2003)'in yürüttüğü çalışma bu durumu destekler niteliktedir. Bu çalışmada analitik düzlemi kullanılarak yapılan geometri problem çözümlerinde eğim, iki nokta arasındaki uzaklık gibi kavramlarda sahip oldukları eksiklikler sebebiyle öğrencilerin çok az bir kısmının çözümleri başarıyla tamamladığını belirtmiştir. Diğer yandan Pehlivan (2011) ve Rossitter (2012) de çalışmalarında bilgi eksikliğinden kaynaklanan durumlar sebebiyle öğrencilerin bazı analitik geometri problemlerinde başarılı olamadığı sonucuna ulaşmışlardır. Bu açıdan bu araştırmada öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde kullandıkları AY'deki başarı durumlarının French (2004), Pehlivan (2011) ve Rossiter (2013) ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Yürütülen uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarının AY başarı puan ortalamaları sırası ile 7,55 ve 0,23 olarak tespit edilmiştir. Burada uygulama sonrasında Euclid geometrisi problemlerinde AY'yi kullanma başarılarında oldukça önemli bir farkın oluştuğu görülmektedir. Ayrıca yapılan analiz sonucunda deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Bu durum, tasarlanan dersin öğretmen adaylarının AY'yi problem çözümlerinde kullanma başarılarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında deney grubu öğretmen adaylarının 18 tanesinin AY başarı puanında artış, 1 tanesinin puanında düşüş ve kalan 1 öğretmen adayının ise AY başarı puanında değişim olmadığı görülmüştür. Kontrol grubu öğretmen adaylarının 1 tanesinin AY başarı puanında artış, 6 öğretmen adayının AY başarı puanında düşüş ve 13 öğretmen adayının AY başarı puanında değişim olmadığı tespit edilmiştir. Bu durum, deney grubunda problem çözümlerinde farklı yaklaşımları kullanma durumunun öğretmen adaylarının AY'deki başarılarına olumlu yönde etki ettiğini göstermiştir. Başarıdaki bu artışın altında yatan sebepler arasında öğretmen adaylarının daha önce problem çözme süreçlerinde yaşamadıkları deneyimi tasarlanan öğrenme ortamında kazanmaları olarak düşünülebilir. Çünkü uygulama öncesinde öğretmen adayları, geometri problem çözümlerinde AY'yi kullanmadıklarını ve bu sebeple deneyimsiz olduklarını yürütülen mülakatlarda söylemişlerdir. Ayrıca uygulama öncesinde yaklaşımlar arasında kurulamayan ilişkilendirme durumu, öğretmen adaylarının tasarlanan öğrenme ortamındaki uygulamalar sırasında her üç yaklaşım aracılığı ile geometri problemlerini çözmeleri sayesinde ortaya çıkmıştır. Böylelikle öğretmen adaylarının sentetik geometri problemlerini çözerken çok daha rahat bir şekilde AY'yi kullanabildikleri görülmektedir. Yani tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarına sahip oldukları analitik geometri bilgilerini sentetik geometri problem çözüm sürecine transfer etme imkanı sunmuştur. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamının problem çözme sürecinde matematiğin alt alanlarına ait bilgiler arasında ilişkilendirme becerisini geliştirdiği de düşünülebilir.

Deney grubunda uygulama sonrasında başarı puanlarının 4-puanda yoğunlaştığı belirlenmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının verilen geometri problemlerinde analitik çözümleri çoğunlukla başarılı bir şekilde tamamladığı anlamına gelmektedir. Bu gruptaki öğretmen adaylarının %58,3'ü AY'yi kullandıkları çözümlerin bütün basamaklarını maksimum bir hata ile tamamlayarak başarılı olmuştur. Uygulama öncesinde %10 seviyelerinde olan 4-puanlık çözümlerin uygulama sonrasında %58,3 seviyesine çıktığı görülmektedir. Buradan AY ile desteklenen geometri problem çözümlerinin öğretmen adaylarının problem çözme başarılarına katkı sağladığı söylenebilir. Çünkü tasarlanan öğrenme ortamında AY'deki bilgilerin SY ya da VY'ye transfer edebilme deneyimi yaşanması ve tersine diğer yaklaşımlardaki bilgiler ile AY arasında bağ kurulması sentetik geometri problemlerinde AY'yi kullanmada öğretmen adaylarının özgüvenlerini arttırmıştır. Elde edilen bu bulgular literatürdeki çeşitli çalışmalarla paralellik göstermektedir. Bu çalışmalardan bir tanesinde Fearnley-Sander (1980), cebir ile desteklenmiş geometri dersinin daha üstün yanlarının olduğunu çalışmasında ifade etmiştir. Bu özellikteki bir geometri dersinin örneğin doğru, düzlem veya konik kesit eğrilerinin sınıflandırılması ile ilgili daha kolay çalışma yapılacak bir yapıda olduğunu tespit etmiştir. Diğer yandan cebirdeki özelliklerin geometri problemlerinde kullanılmasının bazı teorem ve problem çözümlerinde öğrencilere kolaylık sağladığı ve başarıyı arttırdığı da çalışmada ifade edilmiştir. Bu dersin öğrencilere sunduğu kolaylıklar arasında çözümü farklı alanlara ait bilgi türleri ile çözme esnekliği sağlama, ulaşılan sonuçları kontrol edebilme imkanı sayesinde çözümün doğruluğu görebilme gibi durumlar bulunmaktadır.

Deney grubunda AY'deki artış dikkat çekici olmasına rağmen deney grubu öğretmen adaylarının yarıya yakını hala AY'deki çözümlerinde tüm basamakları doğru olarak tamamlamada başarı gösterememektedir. Aslında başarılı olunmayan çözümlere bakıldığında öğretmen adaylarının AY'yi kullanarak problem çözümlerinde aldıkları puanların uygulama sonrasında daha üst basamaklarda olduğu elde edilen bulgulardan görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının çözümlerinde AY'deki bilgileri daha fazla kullanabildikleri ve sentetik geometri problemlerine daha fazla transfer edebildiklerinin bir göstergesidir. Yani tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının AY bilgilerini arttırmaya ve özellikle de uygulama öncesinde öğretmen adaylarının AY'deki başarılarının düşük olmasına sebep olan ilişkilendirme becerisini geliştirmeye katkı sağladığı düşünülebilir. Ön ve son testteki problem çözümleri üzerinden yürütülen mülakatlarda da bu durumu destekleyen bulgular elde edilmiştir. Öğretmen adayları, ön testteki problemleri analitik geometrideki bilgi eksikliklerinden kaynaklandığını ifade ederken, son testteki çözümlerinde bu eksikliklerini giderdikleri için AY'yi daha rahat kullandıklarını belirtmişlerdir. Diğer yandan uygulama öncesinde analitik geometri bilgileri ile sentetik geometri arasındaki bağı kuramadıklarını belirten öğretmen adayları tasarlanan öğrenme ortamı sayesinde bu ilişkiyi daha rahat kurabildiklerini ifade etmişlerdir. Fakat tasarlanan öğrenme ortamının geometri problem çözümlerinde AY'deki başarıyı istenen düzeye çıkaramadığı ve hala yapılan çözümlerin neredeyse yarıya yakınında eksikliklerin bulunduğu görülmektedir. Bu eksiklikler, genellikle geometrik şekillerin analitik düzleme aktarılıp bileşenlerinin belirlenmesi kısmında ortaya çıkmıştır. Tasarlanan öğrenme ortamında şekil üzerinde çizim yapılarak çözülebilecek nitelikteki geometri problemlerinin az sayıda kullanılması AY'deki başarının daha üst düzeye çıkmasını engelleyen bir durum olarak düşünülebilir.

Deney grubu öğretmen adaylarının AY ile yapılması istenen problem çözümlerinde bıraktıkları boş cevap sayısı uygulama sonrasında azalmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının uygulama sonrasında AY'yi problem çözümlerinde daha fazla kullanmaya istekli oldukları ve öğretmen adaylarını daha fazla sayıda geometri probleminin analitik çözümünü yapmak için cesaretlendirdiği şeklinde yorumlanabilir. Nitekim öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlar ve sınıf içinde yapılan gözlemlerde öğretmen adaylarının tasarlanan öğrenme ortamı sayesinde AY'yi kullanmaya yönelik isteklerinin ve anlamlarının arttığı ve kendilerini bu yaklaşımda uygulama öncesine göre daha rahat hissettikleri yönünde bulgular elde edilmiştir. Literatür incelendiğinde ise AY'yi geometri problemlerinde kullanmanın öğrenci anlamalarına olumsuz etki ettiğini belirten çalışma sonuçları olduğu görülmektedir (Barbeau, 1988). Barbeau (1988)'nun, öğrencileri geometri problemlerinde matematiğin farklı alanlarına ait çözüm yollarına yönlendirerek yapacakları işi kısaltmak ve karışık uygulamalardan kaçınmalarını sağlamak amacıyla yürüttüğü çalışmada geometri problemlerinin sentetik geometri, dönüşüm geometrisi, analitik geometri, kompleks sayılar, trigonometri ve vektör geometrisi, alanlarındaki çözümleri incelenmiştir. Çalışma kapsamında matematik öğretmenleri ile yürütülen çalıştayda analitik geometri aracılığı ile yapılan çözümlerin şekiller yardımıyla etkili çözümlere aracılık yaptığı fakat bazen de problem çözen kişiyi direkt anlamadan uzaklaştırdığı yönünde görüş bildirilmiştir. Bu çalışmadan çıkan sonuçta analitik geometriyi geometri problemlerinde kullanmanın öğrenci anlamalarına olumsuz etki ettiği yönünde bir görüşün hakim olmuştur. Bu sonuç, araştırmacı tarafından yürütülen çalışmadaki uygulamalarda öğretmen adaylarının analitik yaklaşımda karşılaştığı problem çözme durumları ile uyum göstermemektedir.

Kontrol grubunda ise AY puan ortalamalarındaki düşüş dikkat çekicidir. Uygulama öncesi 0,90 olan başarı ortalaması uygulama sonrasında 0,23'e gerilemiştir. Bu durum, kontrol grubunda AY ile yapılan çözümlerde öğretmen adaylarının genelde çözüm için sadece problemlerde verilenleri yazdığı veya en az bir tane geçerli ifade yazmış olduğu fakat çözümün devamını getiremediği anlamına gelmektedir. Ayrıca çözümün yarısınına yakınını tamamlamasına rağmen önceki adımlarda yapılan çeşitli hatalar sebebiyle sonuca ulaşamayan öğretmen adayları da bulunmaktadır. Diğer yandan uygulama öncesinde doğru çözüm yapan öğretmen adayları varken uygulama sonrasında kontrol grubunda doğru çözüm bulunmamaktadır. Bu durumun altında yatan nedenleri ortaya çıkarmak adına kontrol grubunda yapılan analitik çözümler incelenmiştir. Öğretmen adaylarından çözümlerin AY ile yapılması istenmesine rağmen çoğunlukla problem çözümüne bu yaklaşım ile başladıkları fakat çözümü devam ettiremedikleri gözlemlenmiştir. Bu durumda ise öğretmen adayları, AY ile yapılması istenen çözüme SY'yi kullanarak devam etmektedirler. Bu durum, genellikler öğretmen adaylarının problemde verilen ifadeleri analitik düzleme taşırken yaşadıkları eksikliklerden kaynaklanmaktadır. Yani kontrol grubunda sentetik bir şekli koordinat düzleminde taşırken ve sentetik bilgileri ile analitik bilgileri arasında ilişkilendirme yaparken sorunların olduğunu göstermektedir. Ya da şekli analitik düzlemde çizmiş olsalar bile çözümün devamında analitik geometri bilgilerini kullanmak yerine sentetik geometri bilgilerini kullanmaktadırlar. Kontrol grubunda dönem boyunca yürütülen geometri derslerinde yalnızca SY kullanılması öğretmen adaylarında sentetik geometri problemlerini sadece SY ile çözme fikrini yoğun bir şekilde oluşturduğu görülmektedir. Nitekim yürütülen mülakatlarda öğretmen adaylarında diğer yaklaşımlar ile yapılan çözümlerde sonuca ulaşılamazsa SY ile kesin olarak sonucun çıkacağı algısının geliştiğine kanıt olacak görüşler ortaya çıkmıştır. Çünkü öğretmen adayları, analitik çözümlerinde yetersiz olduklarında çıkış yolu olarak kendilerini daha güvende hissettikleri SY'yi görmektedirler. İşte bu sebeplerden dolayı sadece SY ile yürütülen geometri derslerinin öğretmen adaylarının AY'deki başarılarını olumsuz yönde etkilediği düşünülmektedir. Diğer yandan kontrol grubunda boş bırakılan analitik çözümlerin sayısında da artış gözlemlenmektedir. Bu grubun dahil olduğu sentetik temelli geometri dersindeki uygulamalarda geometri problemlerini sadece SY ile çözme durumları öğretmen adaylarına yaşatıldığından dolayı farklı bir yaklaşım ile geometri probleminin çözülmesi istenen durumlarda diğer yaklaşımları kullanmaya yönelik bir isteksizlik oluştuğu görülmüştür. Hatta öğretmen adaylarının çoğu SY ile çözümü yaptıkları bir geometri problemi için başka bir çözüme gerek olmadığını, çünkü diğer yaklaşımların da aynı sonuca ulaştıracağını ifade etmişlerdir. Bu durumu yaşayan öğretmen adayları için sadece sonuca ulaşmak yeterli olmaktadır. Farklı yaklaşımlardaki farklı bakış açılarını görmek, bir problem için en uygun veya estetik çözümü seçebilmek gibi durumların kontrol grubu öğretmen adayları için önem arz etmediği belirlenmiştir. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamına dahil olmadan önce deney grubunda yürütülen mülakatlar sonucunda da ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarında oluşan bu algının ortadan kaldırılması adına tasarlanan öğrenme ortamında her üç yaklaşımdaki çözümlerin üstün yanlarının tartışılması yönünde yönlendirilmeler yapılmıştır. Bu sayede herhangi bir yaklaşımın kullanıldığı çözümün estetik yanlarının görülebileceği ve bu durumun SY dışındaki yaklaşımlarla problem çözmeyi teşvik edeceği düşünülmektedir. Halbuki deney grubunda yürütülen son mülakatlarda öğretmen adaylarının farklı yaklaşımları kullanmaları sonucunda bir problem için geliştirilen farklı bakış açılarına hakim olmanın önemine yapmış oldukları vurgu dikkat çekicidir. Diğer yandan öğretmen adaylarının problem çözümlerinde tercih ettikleri yaklaşımlarda genellikle kendilerine göre estetik olan çözümü kullanma durumunun ağır bastığı belirlenmiştir. Estetiklik kavramı, öğretmen adayları arasında çözümün kısa olması, çözümde az veya çok bilgi kullanma gibi farklı bakış açıları ile değerlendirilmiş olmasına rağmen sonuç olarak problem çözümlerini farklı değişkenler açısından yorumlayabilme ortamı oluşmuştur. Tasarlanan öğrenme ortamı, sadece AY'deki başarıyı arttırmakla kalmamış bunun yanında öğretmen adaylarına problem çözme sürecinde farklı deneyimler ve bakış açısına sahip olma imkanı sunmuştur. İlişkilendirme becerisinin oluşmadığı veya bilgileri transfer edebilme yeterliğini öğrenme ortamında kazanamayan kontrol grubu öğretmen adaylarının ise AY'deki başarı puanlarında düşüş meydana geldiği ve bu yaklaşımları problem çözümlerini kullanma sayılarında gerileme olduğu görülmektedir. Benzer bulgulara, Rossitter (2012)'in yürüttüğü çalışmada rastlanmaktadır. Deneysel olarak yürütülen bu çalışmada geometri ve cebir alanlarının birbirleri ile olan ilişkisinin öğrenme ortamında etkili bir şekilde kullanıldığı Cebir/Geometri I dersine katılan deney ve katılmayan kontrol grubu öğrencilerinin cebir alanındaki akademik başarıları arasında farklılık ortaya çıkmıştır. Cebir/Geometri I dersinde geometri, analitik geometri, vektörler gibi konuların birlikte ele alınması sebebiyle bu başarının deney grubu lehine olduğu belirtilmiştir.

Deney grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde AY'yi problem çözümlerinde kullanırken çeşitli güçlüklerle karşılaştığı görülmektedir. Bu güçlüklerden ilki bu alandaki formüllerin hatırlanamaması durumudur. Öğretmen adayları analitik geometrideki çeşitli formülleri ya hiç hatırlayamadığı ya da yanlış olarak hatırlayabildiği yaptıkları çözümlerden görülmektedir. Geometri problemlerinin analitik çözümlerinde doğruların eğim özelliklerini ya da paralel doğruların özelliklerini kullanamama vb. durumların bulunduğu ortaya çıktığı görülmektedir. Halbuki bu tür temel düzeydeki bilgileri hatırlanmaması örneklem grubundaki öğretmen adayları için çok da olası gözükmemektedir. Bu durumun altında yatan nedenleri ortaya çıkarmak için yaptıkları problem çözümleri üzerinden yöneltilen sorularda aslında öğretmen adaylarının bilgi eksikliği ya da hatırlayamama gibi durumları yaşamalarından ziyade sentetik problemleri analitik ortama taşırken yaşadıkları ilişkilendirme sorununu problem çözümlerine bu şekilde yansıttıkları ortaya çıkmıştır. Çünkü AY'deki çözümde yapılması gereken basamaklara karar veremeyen öğretmen adayları, dolayısıyla çözümün tamamlanması için gerekli ola bu temel bilgileri de hatırlayamamış ya da kullanamamış gibi algılanmıştır. Yürütülen mülakatlar sırasında yapılan yönlendirmeler sayesinde aslında sonuca ulaşmaya yetecek kadar önbilginin çoğu öğretmen adayında bulunduğuna kanaat getirilmiştir. Uygulama sonrasında deney grubu ile yürütülen mülakatlar sonucunda öğretmen adaylarının AY'yi problem çözümlerinde kullandıkları durumlarda karşılaştıkları güçlükler olarak belirlenen bilgi eksikliği, şekli analitik düzleme yerleştirememe ve işlemlerin uzun olması gibi durumların hala geçerli olduğu görülmüştür. Uygulama öncesine göre daha az sayıda öğretmen adayının bu güçlüklerle karşılaştığı tespit edilmiştir. Özellikle bir doğruyu belli oranlarda bölen nokta formülünü hatırlama kısmında öğretmen adayları hala güçlük yaşamaktadırlar. Özellikle bu formülde yaşanan aksaklıkların formülün yapısı ile ilgili olduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrenme ortamında kullanılan problemlerin bazılarında bu formülü hatırlamayı gerektiren çözümlerin yapılması gerekmekteydi. Problem çözümlerinde sık kullanılmaması nedeniyle kolayca unutulduğu veya karıştırıldığı için bu formül öğretmen adayları tarafından AY'deki bir güçlük olarak belirlenmiştir. Tasarlanan öğrenme ortamı, bazı öğrencilerin AY'de karşılaştıkları bazı güçlükleri gidermede tam etkili olamamıştır. Çünkü tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının uygulama öncesinde yaşadıkları güçlüklerin devam ettiği tespit edilmiştir. Yaşanılan güçlüklerin kendilerinde hala devam ettiğini ifade eden öğretmen adayı çok sayıda olmasa da geometri problem çözümlerinde kullanılan basit formülleri hatırlayamama veya analitik düzlemde bir geometrik şekli çizememe durumlarının devam etmesi tasarlanan öğrenme ortamında bu değişkenlere daha fazla yer verilmesi gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Literatürde de çeşitli formülleri hatırlamama durumlarının problem çözme başarısını olumsuz yönde etkilediği sonucuna ulaşan çalışmalar mevcuttur. Dindyal (2003) lise öğrencilerinin geometri dersinde cebirsel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya yönelik yürüttüğü tez çalışmasında benzer sonuçlara ulaşmıştır. Bu çalışmadaki öğrenciler, analitik geometrideki formülleri hatırlamada ve kullanmada zorluk yaşamışlardır. Benzer sonuçlar, French (2004) tarafından yapılan çalışmada da ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada öğrencilere verilen problemlerin koordinat düzlemi kullanılarak yapılan çözümlerinde eğim, iki nokta arasındaki uzaklık bilgilerindeki eksiklikler sebebiyle çok az öğretmen adayı problem çözümünde başarılı olabilmiştir.

Sonuç olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri problemlerinde kullandıkları AY'deki başarılarına olumlu katkı sağladığı söylenebilir. Bu durum, farklı yaklaşımları geometri problemlerinde kullanan öğretmen adaylarının AY'yi problem çözme süreçlerinde daha etkili olarak kullanmaya başladıklarını göstermektedir. Çalışmada öğretmen adayları, analitik çözümleri önce bireysel olarak yapmışlar, ardından bu yaklaşımdaki eksiklerini gidermek ve farklı bakış açılarını görmek için tartışmışlardır. Bu sayede öğretmen adayları sadece kendi çözümlerini değil, grup içindeki diğer arkadaşlarının ve diğer grupların da çözümlerini görme ve anlama imkanı bulmuşlardır. Tasarlanan öğrenme ortamı, bir geometri problemini analitik geometri bilgileri kullanılarak çözme deneyiminin yaşanmasına, matematiğin alt alanları arasında bağlantı kurma imkanı bularak geometri problemlerinde farklı alanlar arasında geçişlerin yapılabileceği bilincini geliştirmesine katkı sağlamıştır. Bununla birlikte geometri problemlerini çözerken sadece sentetik geometrinin tek yol olmadığı bunun yanı sıra matematiğin diğer alt alanlarından da faydalanmanın problem çözücüye esneklik sağlayacağı ve problem çözme sürecinde kolaylık sağlayacağı düşünülebilir.

Tasarlanan öğrenme ortamının AY'yi kullanmaya yönelik sağladığı katkılar yukarıda tartışlmıştır. Diğer yandan öğrenme ortamında AY'yi kullanmaya yönelik bazı eksikliklerin bulunduğu da tespit edilmiştir. Bunlardan ilki, bazı öğretmen adaylarının uygulama sonrasında yapmış oldukları problem çözümlerinde sentetik bilgilerini analitik geometriye transfer etme sürecinde yaşadıkları eksikliklerdir. Örneğin verilen bir yamuğun alt ve üst tabanlarının birbirlerine paralel olması durumunu bu tabanların uç noktalarının koordinatlarını belirlemeye aktaramadıkları görülmüştür. Yani öğretmen adayı, x-eksenine yerleştirdiği alt tabana paralel olan üst tabanın köşelerinde ordinatların birbirlerine eşit olacağını düşünmekte hala eksiklikler yaşamaktadır. Bu durumun yaklaşımlar arasındaki bilgi transferindeki eksiklikten kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu durum, özellikle SY'den AY'ye bilgi transferi kısmında öğrenme ortamının eksik kaldığını düşündürmektedir. Öğrenme ortamı sonrasında devam eden bir başka eksiklik ise AY'deki çözümlerde özellikle SY'deki bilgilerin AY'ye aşırı genellenmesidir. Yani yapılan çözümlerde sıklıkla koordinat düzlemine taşınan şekillerde doğrudan istenenlerin yazılmasıdır. Bu gibi çözümlerde özellikle SY ile yapılan çözümlerdeki bilgilerin öğretmen adayları tarafından doğrudan kullanılma eğiliminde olduğu görülmüştür. Bu durumun altında yatan sebep incelendiğinde öğretmen adaylarında AY'deki çözümleri yapabilmenin ön şartı olarak SY'deki çözümün yapılmış olması ön yargısının bulunduğu tespit edilmiştir. Bu durumun ise SY'ye olan alışkanlık sonucunda ortaya çıktğı düşünülmektedir. Böyle bir problem sürecinden geçen öğretmen adaylarında sıklıkla AY'deki çözümlerde SY bilgilerini doğrudan kullandıkları görülmektedir. Bu açıdan öğrenme ortamında problem çözümlerinde kullanılan yaklaşımlara eşit mesafede bir bakış açısı yaratmada eksikliklerin oluştuğu söylenebilir.

5. 1. 2. SY'deki Başarıya Yönelik Yapılan Tartışma

Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının SY başarı puanları sırası ile 2,60 ve 4,52 olarak belirlenmiştir. Yapılan bağımsız t-testi sonuçları gruplar arasında kontrol grubu lehine anlamlı bir istatistiksel fark olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğretmen adaylarının uygulama öncesinde SY'deki başarı puanlarının 0-puanda yoğunlaştığı gözlemlenirken, kontrol grubunda SY başarı puanları 2-puanda yoğunlaşmaktadır. Yapılan çözümler için verilen bu puanlar, deney grubundaki çözümlerde öğretmen adaylarının çoğunlukla çözüm için sadece verilenleri veya geçersiz ifadeler yazdığını, kontrol grubunda yapılan çözümlerin çoğunda ise çözüm basamaklarının neredeyse yarısının tamamladığını göstermektedir. Fakat önceki basamaklarda yapılan hatalardan dolayı çözüm tamamlanamamıştır. Her iki grupta da bu bölümde cevaplanması istenen çözümlerin çok az bir kısmı boş bırakılmıştır. Bunun yanı sıra deney grubunda yapılan sentetik çözümlerin %13,3'ü ve kontrol grubundaki sentetik çözümlerin %11,1'i 4-puanda bulunmaktadır. Elde edilen bu bulgulara göre uygulama öncesinde geometri problem çözümlerinde kullanılan yaklaşımlar arasında en çok başarı gösterilen yaklaşım SY olmuştur. Bunun altında yatan sebeplerden bir tanesi, öğretmen adaylarının daha önceki yıllarda sadece SY'nin kullanıldığı geometri dersine ait deneyimlere sahip olmaları olarak düşünülebilir. Çünkü SY'nin dışındaki yaklaşımlarda gözlemlenen başarısızlığın nedenleri arasında öğretmen adaylarının ilgili yaklaşımlarda deneyimsiz olmaları bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının SY'ye ait sahip oldukları deneyim de onların diğer yaklaşımlara oranla bu yaklaşımda daha başarılı olmalarını sağladığı düşünülebilir. Öğrencilerle yapılan mülakatlarda da bu durumu destekleyen bulgular elde edilmiştir. Üç yaklaşımın kullanıldığı çözümlerde en başarılı olunan yaklaşımın SY olduğu çalışma sonucunda elde edilmiştir. Gagatis ve Demetriadou (2001) problemlerin sentetik ve vektörel çözümlerinde öğrencilerin başarısını incelediği çalışmada sentetik yaklaşım ile çözüm yapan öğrencilerin %47 oranla vektörel yaklaşıma göre daha başarılı olduğunu göstermiştir. Bu başarının sebeplerinden biri de bu konuda deneyim sahibi olmak olarak öğrenciler tarafından ifade edilmiştir. Ayrıca çalışmada yaklaşım tercihlerine daha önceki öğrenim durumlarının güçlü bir şekilde etkilediği ortaya çıkmıştır. Klasik geometrinin lise yılları boyunca görülmüş olması, vektör geometrinin ise sadece son dönemde ders halinde gösterilmesinin öğretmen adaylarını SY ile çözüm yapmaya yönlendirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Pehlivan (2011) ise çalışmasında problem çözümlerinde en çok kullanılan ve başarılı olunan alanının sentetik yaklaşım olduğu sonucuna ulaşmıştır. Carroll (1977) ise yapmış olduğu çalışmada altı gün süresince öğrenme durumları üzerinde yaklaşımların etkisi incelenmiştir. Problem çözümlerinde uygun stratejiyi belirleyebilmek için problem çözümlerinin sentetik ve analitik yaklaşımlar ve bunların birleşimi kullanılarak ile yapılabileceğini ifade etmiştir. Çalışmanın sonucunda bu üç durum arasından SY'nin en başarılı olunan yaklaşım olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırmacının yürüttüğü çalışmanın sonuçları ile bu çalışmaların sonuçları paralellik göstermektedir.

Diğer yandan uygulama öncesinde SY'de bütün basamakların doğru olarak tamamlandığı çözümler her iki grupta da %15'i geçememiştir. Bu durum her iki grupta da SY'deki başarıların düşük olduğunu göstermektedir. Bu yaklaşım için başarısızlığın sebepleri arasında en sık rastlanan SY'deki teoremleri ard arda kullanabilmedir. Öğretmen adayları, çözüm için birden fazla teoremin kullanılması gereken durumlarda uygun mantıksal çıkarımı yapmada zorlandıklarını ifade etmektedirler. Örneğin; GBFYKBÖT'deki birinci problemde öğretmen adaylarından bir üçgene ait kenarortayların bir noktada kesiştiği ve bu kesişim noktasının kenarortayları 2:1 oranında böldüğünü göstermeleri istenmiştir. Bu problemin sentetik çözümünde kullanılması gereken teoremlerden ilki "Bir üçgenin iki kenarını birleştiren doğru parçası, üçüncü kenara paralel ve uzunluğu üçüncü kenarın yarısıdır." teoremidir. İkinci olarak da çözümün tamamlanabilmesi için Açı-Kenar-Açı Benzerlik teoremi kullanılmalıdır. Böyle bir çözümde öğretmen adaylarının birden fazla teoremi ard arda kullanmaları durumu ile karşılaştıklarında teoremler arasında mantıksal ilişkiyi kuramamaları nedeniyle çözümlerin tamamlanamaması durumu ortaya çıkmaktadır. Buna ek olarak çözümü tamamlayabilmek için teoremler arasında kurulması gereken ilişkiyi görmede sorun yaşadıkları da düşünülebilir. Nitekim öğretmen adayları ile yürütülen ön mülakatlarda birden çok teoremin bir arada kullanılmasına yönelik durumlarda bu teoremleri belirleme ve birbiri ile olan bağlantıyı kurmada zorlandıkları yönünde görüşler elde edilmiştir. Bazı öğrenciler ise çeşitli formülleri veya teoremleri hatırlayamadıklarını ifade etmektedirler. Aslında uygulanan başarı testlerinde kullanılan problemlerin çözümlerinde basit düzeydeki formüller veya genellikle sıkça kullanılan teoremlerin bilinmesi yeterli olmasına rağmen öğretmen adayları, problem çözümlerinde yaşadıkları başarısızlığı bu duruma bağlamaktadırlar. Öğretmen adayları, problem çözümlerinde kullanmaları gereken teoremlerin ifadelerini hatırlamakta zorluk yaşadıklarını yürütülen mülakatlarda ifade etmişlerdir. Benzer şekilde bazı formülleri seçmede de zorluk yaşayan öğretmen adayları, bu durumun problem çözme performanslarının olumsuz yönde etkilediğini söylemişlerdir. Senk (1985) yapmış olduğu çalışmada geometri problemlerinde öğrencilerin sentetik çözümlerini incelemiş ve %19'unun bu problemlerde başarılı olduğu tespit etmiştir. Bu yönüyle bu araştırmada elde edilen bulgular yapılan çalışmayla benzerlik göstermektedir. Levav-Waynberg ve Leikin (2012b)'in yürüttüğü çalışma öğrencilerin geometri problem çözümlerinde gösterdikleri performanslarını incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmada öğrencilerden verilen geometri problemlerini birden fazla yolla çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin genellikle SY'nin kullanıldığı farklı çözüm yolları ürettiği belirlenmiştir. Bu çalışmadan elde edilen bulgulara göre SY ile yapılan problem çözümlerinde öğrencilerin %69,7 oranla doğru yanıtı vererek büyük oranda başarılı olduklarını göstermektedir. Bu sonuç, araştırmacı tarafından yürütülen çalışmanın sonuçları ile uyum göstermemektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamı ve sentetik temelli yürütülen geometri dersi sonrasında deney ve kontrol grubunun SY başarı puan ortalamaları sırası ile 9,15 ve 9,38 olmuştur. Yapılan t-testine göre deney ve kontrol grubunun SY'deki başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Yani deney ve kontrol gruplarının uygulamalar sonrasında SY'de gösterdikleri başarının eşit düzeyde olduğu söylenebilir. Uygulama öncesinde kontrol grubu lehine çıkan istatistiksel anlamlılığın uygulama sonrasında ortadan kalktığı görülmüştür. Burada tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi kullanma başarılarını kontrol grubunun seviyesine getirmede etkili olduğu söylenebilir. Kontrol grubunda SY odaklı yürütülen derslerin zaten SY'yi kullanma başarısını arttıracağı açıktır. AY, SY ve VY'nin birlikte kullanılması da uygulama öncesinde deney grubunda görülen SY'yi kullanmadaki eksiklikleri gidermede etkili olmuştur. Her bir grubun ön ve son test SY başarı puanları arasında ise son test lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu belirlenmiştir. Bu durum, hem deney grubunun dahil olduğu öğrenme ortamının hem de kontrol gurubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin problem çözümlerinde kullandıkları SY'deki başarılarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Diğer yandan uygulama sonrasında deney grubundaki 19 öğretmen adayının SY başarı puanında artış gözlemlenirken 1 öğretmen adayının başarı puanında düşüş meydana gelmiştir. Benzer şekilde kontrol grubundaki öğretmen adaylarından 19 tanesinin SY başarı puanında artış, 2 öğretmen adayının başarı puanında ise düşüş meydana gelmiştir. Burada her iki gruptaki öğretmen adaylarından çok az sayıda öğretmen adayının SY başarı puanında düşüş olmasından dolayı tasarlanan öğrenme ortamının bu düşüşe etkisinin olmadığı, bu durumun bireysel değişkenlerden kaynaklandığı düşünülmektedir. Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının yapmış oldukları çözümlerden almış oldukları SY başarı puanları 4-puanda yoğunlaşmaktadır. Bu başarı puanına dahil olan çözümlerde öğretmen adayları çözümün bütün basamaklarını tamamlamıştır. Yani tasarlanan öğrenme ortamı, uygulama öncesinde sentetik çözüm basamaklarında yapılan hatalar veya eksikliklerin giderilip çözümlerin daha sistematik bir yolla sonuca ulaşmada etkili olmuştur. Bu durum, her üç yaklaşımın birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamı ve SY odaklı yürütülen geometri dersinin öğretmen adaylarının SY'deki başarılarına olumlu etki yaptığı şeklinde yorumlanabilir. Levav-Waynberg ve Leikin (2012a)'in çoklu yaklaşım etkinliklerinin öğretmen adaylarının problem çözme süreçleri üzerine etkisini inceleyen çalışmasında bu tür etkinliklerin deney grubu öğretmen adaylarının problem çözme başarılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Böylece her iki çalışmanın sonuçlarının birbirine uyum gösterdiği görülmektedir.

Uygulama öncesinde deney grubu öğretmen adaylarının problem çözerken karşılaştıkları güçlükler arasında bilgi eksikliği, ek çizim yapma, benzerlik kurma ve problemde verilenleri kullanma bulunmaktadır. Bu güçlükler arasından bilgi eksiği kategorisi bütün öğretmen adayları tarafından yaşanan bir güçlük olarak belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının en sık bir formülü ya da teoremi hatırlama kısmında zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca bir problemde çözümün yapılabilmesi için şekil üzerinde gerekli olan bazı çizimlerin tamamlanması kısmı da öğretmen adaylarına zor gelmektedir. Bu durumun daha çok görme ile alakalı olduğunu ifade eden öğretmen adayları, bu şekilde çözümü yapılan problemlerde düşük başarı göstermişlerdir. Benzerlik kurma da bazı öğretmen adayları için uygulama öncesinde yapılamayan bir bölümdür. Uygulama sonrasında yürütülen mülakatlar sonucunda ise sadece bilgi eksikliğinden kaynaklanan güçlüklerin yaşandığı tespit edilmiştir. Burada öğretmen adayları, teoremleri hatırlamada zorlandıklarını ifade etmektedirler. Bu güçlüğü yaşayan öğretmen adayı sayısı uygulama öncesine oranla azalmıştır. Buradan yola çıkarak tasarlanan geometri dersinin öğretmen adaylarının SY'de yaşadıkları güçlükleri azaltmaya olumlu yönde bir etki sağladığı söylenebilir. Çünkü uygulama öncesinde ek çizim yapma veya benzerlik kurma ile ilgili güçlükler uygulama süresince çözülen problemlerden elde edilen deneyimler sonucunda ortadan kalkmıştır. Uygulama öncesinde öğretmen adaylarının özellikle üçgenlerde benzerlik konusunda sorunların yaşandığı tespit edilmiştir. Genellikle üçgenlerde verilen özelliklerin (kenar ya da açı) benzerlik teoremlerini doğrudan sağladığı durumlarda zorluk yaşamamalarına rağmen, çözümde kendilerinin benzerlik teoremlerinin özelliklerini sağlatma durumlarının oluştuğu hallerde (kenar veya açı benzerliklerini oluşturma) öğretmen adayları zorluk yaşamışlardır. Uygulama sonrasında ise hem benzerlik teoremlerinde kazandıkları deneyim hem de öğrenme ortamının ek çizim yapma konusunda problem çözme sürecini desteklemesi ile bu zorlukların ortadan kalktığı görülmüştür. Öğretmen adayları, tasarlanan öğrenme ortamının içeriği gereği özellikle benzerlik teoremlerini sıklıkla kullanacakları olanaklara sahip olmuşlardır. Bu durum, SY'de uygulama öncesinde karşılaşılan bu güçlüğü ortadan kaldırmaya katkı sağlamıştır. Gagatis ve Demetriadou (2001)'nun çalışmasında da benzer güçlükler ile öğrencilerin karşılaştığı görülmektedir.

Sonuç olarak tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde SY'yi kullanma başarıları üzerinde olumlu etki yaratmıştır. Ayrıca tasarlanan dersin problem çözme sürecinde karşılaşılan güçlüklerin giderilmesinde etkili olduğu görülmektedir. Çünkü öğretmen adaylarının uygulama öncesinde karşılaştıkları güçlüklerin uygulama sonrasında ortadan kalktığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte uygulama öncesinde karşılaşılan güçlük türleri, uygulama sonrasında azalmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde yaklaşımlarla deneyim kazanması sonucunda karşılaştıkları çeşitli zorluklarla başa çıkmada daha etkili oldukları söylenebilir. Diğer yandan uygulama öncesinde deney ve kontrol grupları arasında kontrol grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farkın çıktığı görülmüştür. Bu durum, kontrol grubunun

Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi daha iyi kullandığını göstermiştir. Uygulama sonrasında ise bu fark kapanmış ve SY'yi problem çözümlerinde kullanma başarı puan ortalamaları her iki grupta da neredeyse denk düzeye gelmiştir. Deney grubundaki SY kullanma başarısının tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında SY odaklı yürütülen derslere dahil olan kontrol grubu gibi uygulama öncesindeki farkı kapatacak şekilde artmış olması dikkat çekicidir. Bu durum, problem çözümlerinde yaklaşımların birlikte kullanılması ile matematiğin farklı alt alanlarındaki bilgiler arasında kurulan bağlantı sayesinde kontrol grubuna göre deney grubunda SY'yi kullanma başarısında daha fazla ilerleme kaydedildiği şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca tasarlanan öğrenme ortamı, farklı yaklaşımlardaki bilgileri kendi aralarında transfer edebilme imkanı sağlandığından bu durum, SY'deki çözümlerde farklı yaklaşımlardaki bilgilerden faydalanılma durumunu sağlamıştır. Böylece Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi kullanma başarılarında daha fazla ilerleme sağlanmıştır.

Öğrenme ortamının yukarıda bahsedildiği üzere SY ile problem çözme süreçlerine çeşitli katkıları bulunmaktadır. Diğer yandan öğrenme ortamında SY açısından çeşitli eksiklikler de mevcuttur. Öğrenme ortamında oluşan eksikliklerden en dikkat çekeni öğretmen adaylarının çözümlerde ard arda kullanacakları teoremler arasındaki bağlantıyı kurma sırasında ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayları uygulama sonrasında da birden fazla teoremin kullanıldığı çözümlerde teoremler arasında mantıksal çıkarımları yapmada eksiklerinin olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bağlamda öğrenme ortamında sentetik geometri teoremleri arasındaki bağlantıyı kurma becerisini geliştirmede istenilen düzeyde başarıyı sağlamada eksikliklerin oluştuğu belirlenmiştir.

5. 1. 2. VY'deki Başarıya Yönelik Yapılan Tartışma

Tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde deney ve kontrol grubunun VY başarı puan ortalamaları sırası ile 1,20 ve 1,05 olarak belirlenmiştir. İki grubun VY başarı puanları arasında istatistiksel olarak bir farkın ortaya çıkmadığı böylece deney ve kontrol gruplarındaki öğretmen adaylarının VY'de eşit başarı düzeyinde olduğu kabul edilmiştir. VY başarı puanları her iki grup için de uygulama öncesinde 0-puanda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, her iki grupta yapılan vektörel çözümlerde sadece verilenlerin ya da çözüm için geçersiz ifadelerin yazıldığını göstermektedir. Yani öğretmen adaylarının VY'de gösterdikleri problem çözme performansının her iki grup için de oldukça düşük olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra deney grubunda VY ile yapılan çözümlerin %6,7'sinde, kontrol grubunda ise %3,2'sinde öğretmen adaylarına 4-puan verilmiştir. Bu puan, çözümdeki bütün basamakların tamamlandığını ve sonuca ulaşıldığı anlamına gelmektedir. Fakat uygulamalar öncesinde her iki grubun da vektörel çözümlerinde sonuca ulaşma yüzdesinin düşük olduğu görülmektedir. Oysaki öğretmen adaylarına ön testte yöneltilen geometri problemleri genellikle temel vektör bilgilerini kullanılarak çözülebilecek yapıdadır. Genelde tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan problemlerin çözümlerinin yapılabilmesi için vektörlerin diklik ya da paralellik durumu, vektörlerin toplamı, vektörlerin skaler çarpımı vb. gibi temel bilgilerin kullanılması yeterli görülmektedir. Buna rağmen öğretmen adaylarının çok az bir kısmı vektörel çözümleri başarıyla tamamlayabilmiştir. Bu durum, uygulama öncesinde en az başarı gösterilen yaklaşımın VY olduğunu göstermektedir. Ayrıca diğer yaklaşımlara göre en çok boş sorunun bırakıldığı yaklaşım VY'dir. Bu yaklaşımda öğretmen adaylarının oldukça düşük bir performans sergilemelerinde daha önce bu yaklaşımı geometride problemlerinde kullanmamış olmaları etkili olduğu söylenebilir. Ayrıca vektörlerin geometri ile ilişkisini kuramamak bu duruma neden olabilir. Yürütülen mülakatlarda böyle bir durumun ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmen adayları, vektörlerdeki deneyimsizlikleri nedeniyle kendilerini VY ile problem çözmede yetersiz hissetmektedirler. Diğer yandan bazı öğretmen adayları ise vektör denilince akıllarına Fizik dersinin geldiğini ve bu sebeple geometri problemlerinde vektörleri nasıl kullanacaklarını düşünemediklerini ifade etmişlerdir. Yani öğretmen adaylarının vektörler ile sentetik geometri problemleri arasındaki ilişkiyi kurmada sahip oldukları eksiklikler sebebiyle vektörel yaklaşımda gösterdikleri başarı performansı olumsuz etkilenmiştir. Literatürdeki çalışmalar da bu bulguları destekler niteliktedir. Gagatis ve Demetriadou (2001), çalışmalarında Yunan geometri öğretim programı kapsamında öğrenim gören lise son sınıf öğrencilerinin geometri problemlerini çözerken Euclid ve vektör geometrilerini kullanımlarındaki davranışlarını incelemiştir. 361 adet lise son sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışmada öğrencilerin geometri problem becerilerini ortaya çıkarmak için 13 soruluk geometri probleminden oluşan test uygulanmıştır. Yapılan testin sonucunda vektör geometrideki başarı oranının Euclid geometrisine göre daha düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler ile yürütülen mülakatlarda vektör geometrinin olumsuz yönleri arasında bu konuda deneyim sahibi olmamaları bulunmaktadır. Kwon (2012) ise yürüttüğü tez çalışmasında öğrencilerin geometri problem çözümlerinde VY'yi kullanmada isteksiz olduğunu gözlemlemiştir. Öğrencilerdeki bu isteksizliğin sebebinin Fizik dersinde karşılaştıkları vektör kavramında yaşadıkları zorluklar olduğu belirlenmiştir. Bu çalışmada öğrencilerdeki mevcut vektör algısının dağınık ve soyut olmasından yola çıkılarak üniversite geometri dersindeki vektörlerin kavramsallaştırılması ile ilgili yeni bir yol sunulmaktadır. Kavramsallaştırma sırasında öğrencilerin Fizik derslerindeki vektörler ile geometrideki vektörlerin kullanımı arasındaki bağı kuramamaları nedeniyle bu alanlara ağırlık verilmektedir. Literatürdeki çalışmaların da bu çalışmadaki bulgularla benzerlik gösterdiği belirlenmiştir.

Uygulama sonrasında deney ve kontrol gruplarının VY başarı puan ortalamaları sırası ile 7,85 ve 0,19 olarak görülmektedir. Buradan görüldüğü gibi grupların uygulama öncesinde birbirlerine yakın olan VY başarı puanları arasında uygulamalar sonrasında büyük bir fark meydana gelmiştir. Tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan deney grubunun VY başarı puanındaki bu artış dikkat çekicidir. Tasarlanan öğrenme ortamında geometri problemlerinin her biri her üç yaklaşımla da çözüldüğünden, öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde farklı bakış açısı geliştirme imkanı bulduğu düşünülebilir. Oysa kontrol grubunda problem çözme sürecinde öğretmen adayları genellikle bir probleme çözüm üretebilmek için elindeki bilgileri kullanarak bir tek çözüme ulaşmaya odaklanmışlardır. Çünkü bu grubun dahil olduğu uygulamalarda bir probleme farklı alanlar aracılığıyla bakma düşüncesini geliştirecek bir durum oluşturulmadığı görülmektedir. Uygulamalarda bir geometri problemini farklı yollarla çözme fikrinin gelişmesi adına öğretmen adaylarına farklı yollar kullanarak çözüme ulaşıp ulaşamayacakları sorulduğunda alınan bütün cevapların yine SY ile yapılan çözümler olduğu belirlenmiştir. Böyle bir süreçten geçen öğretmen adayları ise verilen problemin çözümlerini farklı bakış açıları ile değerlendirmek yerine yine SY ile cevaba ulaşmanın yeterli olacağı fikrine sahiptirler. Bu nedenledir ki kontrol grubundaki VY başarı puanının oldukça düşük çıkmış olduğu düşünülebilir. Böylece iki grubun VY başarı puanları arasında bu fark meydana gelmiştir. Diğer yandan iki gruba ait VY'deki başarı puanları arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farkın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerindeki VY başarıları üzerinde olumlu bir etki oluşturduğu şeklinde ifade edilebilir.

Deney grubunun ön ve son test VY başarı puanları arasında yapılan istatistik sonucunda son test lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Bu, tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının VY başarı puanları üzerinde olumlu etki yaptığı şeklinde yorumlanabilir. Uygulama öncesinde deney grubunun vektörel çözümlerinde tüm basamakları doğru olarak tamamlayan öğretmen adayı bulunmadığı göz önüne alındığında ön ve son test arasındaki istatistiksel olarak anlamlılığın son test lehine ortaya çıkmasında tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının dahil olduğu uygulamaların etkisinin olduğu görülmektedir. Öğrenme ortamı, bu yönüyle öğretmen adaylarının VY'deki başarılarını ve yapılan doğru cevap sayısını arttırmada etkili olmuştur. Bununla birlikte deney grubundaki 20 öğretmen adayının tamamının VY başarı puanında artış tespit edilmiştir. Deney grubu öğretmen adaylarının VY ile yapmış olduğu çözümlerden aldıkları puanların 4-puanda yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Böylece deney grubundaki öğretmen adaylarının çoğu, VY ile yapmış oldukları çözümlerin tüm basamaklarını maksimum bir hata ile tamamlamışlardır. Böylece tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının problem çözümlerinde vektörleri daha etkili kullanmaya olumlu yönde katkı yaptığı söylenebilir.

Kontrol grubunun ön ve son test VY başarı puanları arasında istatistiksel olarak ön test lehine anlamlı bir farkın ortaya çıktığı görülmüştür. Bu durum, kontrol grubunda yürütülen sentetik temelli uygulamaların problem çözümlerinde VY'yi kullanma durumlarına olumsuz yönde etki yaptığı şeklinde yorumlanabilir. Sadece bir yaklaşım ile problem çözme deneyimi yaşayan öğretmen adaylarında farklı bakış açılarının oluşması engellenmiştir. Çünkü uygulama öncesinde VY'yi problem çözümlerinde kullanan öğretmen adayları varken uygulama sonrasında hiçbir öğretmen adayı VY'yi kullanmamıştır. Ayrıca genele bakıldığında VY'deki başarının düşmesi de bunun bir sonucu olarak kabul edilebilir. Kontrol grubunda 15 öğretmen adayının VY başarı puanında değişim olmadığı, 6 öğretmen adayının ise VY başarı puanında düşüş olduğu belirlenmiştir. Başarı puanlarında değişim olmayan öğretmen adaylarının zaten uygulama öncesi ve sonrasında uygulanan testlerde VY'de aldıkları başarı puanı 0'dır. Dolayısıyla bu öğretmen adaylarının VY'deki çözümlerinde sadece verilenleri kullanması veya çözüm için geçersiz ifadelerin yazılmış olması sebebiyle başarısız oldukları belirlenmiştir. Diğer öğretmen adaylarının VY başarı puanlarındaki düşüş de sentetik yaklaşım temelli yürütülen geometri dersinin öğretmen adaylarının VY başarılarına olumsuz etki ettiğinin bir göstergesidir. Kontrol grubunda uygulama sonrasında da VY ile yapılan çözümlerden alınan puanların 0-puanda yoğunlaştığı görülmüştür. Bu, kontrol grubunda yapılan vektörel çözümlerde sadece problemde verilenlerin veya çözüm için gereksiz ifadelerin yazılmış olduğu anlamına gelmektedir. Bu durum, tasarlanan geometri dersinin öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarıları üzerine olumlu etki yaptığını, kontrol grubunda yürütülen geometri dersinin ise öğretmen adaylarının VY'yi kullanma başarılarını olumsuz etkilediğini göstermektedir. Bu durum, tek bir yaklaşımın problem çözümlerde kullanılmasının öğrencilerin diğer alt alanlar ile geometri arasındaki bağlantıyı kurmaya engel olduğu şeklinde yorumlanabilir. Halbuki her üç yaklaşımın kullanıldığı geometri dersi, öğretmen adaylarının geometri problemlerine farklı bir bakış açısından bakmaya imkan vererek onların bu ilişkiyi kurmalarını desteklediği görülmüştür. Literatürde bu durumu destekleyen çalışmalara rastlanmaktadır (Leikin, 2007; MEB, 2010, Pehlivan, 2011).

Diğer yandan uygulama sonrasında deney grubunda kullanılan üç yaklaşım arasından en az başarılı olunan yaklaşım VY olmuştur. Bu durum dikkat çekicidir. Çünkü tasarlanan geometri dersinde kullanılan problemlerin çözümleri her üç yaklaşımla yapılmış olmasına rağmen hala bu yaklaşımda diğer yaklaşımlara göre daha az başarı tespit edilmiştir. Bu sonucu meydana getiren durumlardan en dikkat çekeni VY'ye karşı olan dirençtir. Bu direnci oluşturan vektörlere yönelik ön yargıların sentetik geometri problem çözümlerinde VY'yi kullanmaya engel olduğu söylenebilir. Çünkü yürütülen mülakatlarda öğretmen adayları, Fizik dersinde kullandıkları vektörler ile yaşadıkları olumsuzluklar sebebiyle problem çözümlerinde de bu konuyu kullanmadan çekindiklerini ifade etmişlerdir. Farklı bir derste vektörlere karşı oluşan ön yargının geometri problemlerinde VY'yi kullanmaya direnç oluşturmaya neden olduğu söylenebilir. Burada geometriden farklı bir alanda yaşanan olumsuzlukların geometrideki problem çözme sürecine transfer edildiği görülmektedir. Tasarlanan öğrenme ortamının vektörleri kullanma konusunda oluşan direnci ortadan kaldırmada istenilen düzeyde başarıya ulaşmaya etkili olamadığı görülmektedir. Oysaki bu öğrenme ortamında problem çözümlerinde vektörlerin basit uygulamalarına yer verilmiş ve öğrencilerin uygulamalar sırasında çok zorluk yaşamadıkları gözlemlenmiştir. Buna rağmen vektörleri problem çözümlerinde kullanmaya yönelik oluşan direncin önüne geçilememiştir. Yaşanan bu durumların benzerleri literatürdeki çeşitli çalışmalarda da ortaya çıkmıştır (Dindyal, 2003; Gagatis ve Demetriadou, 2001; Kwon, 2012; Nissen, 2000). Özellikle Kwon (2012) yaptığı çalışmada öğrencilerin problemlerde vektörleri kullanmaktan çekindiğini ve kullandıkları durumlarda da istenilen başarıya ulaşamadıklarını belirlemiştir. Bunun üzerine vektörlerin aksiyomatik yapısını tekrardan düzenleyerek vektörlere karşı olan önyargının önüne geçmeyi amaçlamıştır. Diğer çalışmalarda da vektörlerin kullanımlarında yaşanan benzer aksaklıklar irdelenmiştir.

Deney grubu öğretmen adaylarının VY'deki başarı durumlarını etkileyen çeşitli güçlüklerin var olduğu yürütülen mülakatlar sonucunda elde edilmiştir. Uygulama öncesinde karşılaşılan güçlükler vektörlerin yönlerini belirleme ve vektörlerin özelliklerini hatırlama olarak tespit edilmiştir. Uygulama öncesinde deney grubunda en çok vektörlerin yönünü belirlemede güçlük yaşandığı ve öğretmen adaylarının geometrik şekilleri vektörler aracılığı ile oluştururken yönleri belirlemede zorlandıkları belirlenmiştir. Çoğu zaman bir şekil çizilirken kullanılan vektörler sıfır vektörünü vermiştir. Burada öğretmen adaylarının vektörlerdeki bilgilerini sentetik geometriye transfer edemedikleri düşünülebilir. Aslında bir geometrik şekli vektörler aracılığı ile oluşturma temel düzeyde bir beceridir. Buna rağmen öğretmen adaylarının uygulamalar öncesinde bir geometrik şekli vektörler ile ifade edecekleri durumlarda genellikle uç uca ekleme metodunda vektörlerin yönlerini rastgele belirlemeleri nedeniyle şekli çizemedikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının özellikle vektörlerdeki uç uca ekleme metodunu kullanarak yaptıkları işlemlerde vektörlerin yönlerini dikkate almadan işlemleri yürüttükleri belirlenmiştir. Bu nedenle de gerek vektörlerdeki toplama işleminde gerekse bir şekli vektörler aracılığı ile oluştururken hata yapmışlardır. Yaşadıkları bu durum, öğretmen adaylarının vektör bilgilerinin sentetik geometriye aktarılmasına engel olmuştur. Öğretmen adaylarının güçlük yaşadıkları bir diğer durum ise vektörlerdeki çeşitli özellikleri ve formülleri hatırlamadır. Vektörlerde sıkça kullanılan bazı formüllerin öğretmen adayları tarafından unutulmuş olması dikkat çeken bir durumdur. Özellikle iç çarpımı ve bir dörtgenin alan formülünü hatırlamada problem yaşadıklarını belirten öğretmen adayları mevcuttur. Bu durum, önceki yıllardaki dersler kapsamında görülen vektörler konusundaki bilgileri, teoremleri vs başka bir derste kullanma imkanı bulamamalarından kaynaklandığı düşünülebilir. Çünkü vektörlerin uygulamalarını içeren cebir derslerinin diğer derslerden bağımsızmışçasına yürütülüp ilgili bağlantılara vurgu yapılmıyor olması bu durumun oluşmasına neden olmuş olabilir.

Uygulama sonrasında ise öğretmen adayları VY'de karşılaştıkları güçlükleri daha da ayrıntılı olarak görme imkanı bulmuşlardır. Burada karşılaşılan güçlükler; vektörlerin yönünü belirleme, vektörlerin uzunluğunu bulma, konum vektörünü kullanma, vektörler ile geometriyi ilişkilendirme olarak tespit edilmiştir. Uygulama öncesinde çok az sayıdaki problemde VY kullanılması sebebiyle öğretmen adaylarının sınırlı sayıda güçlükle karşılaştığı belirlenmiştir. Oysa uygulama süresince bir çok problemde VY'yi kullanmış olan öğretmen adayları geometri problemlerinin VY ile çözümünde karşılaştıkları güçlükleri tespit etmek için daha fazla imkan bulduğu söylenebilir. Burada dikkat çeken nokta, AY ve SY'de uygulama sonrasında karşılaşılan güçlük türlerinde azalma görülürken VY'deki güçlüklerdeki çeşitlilik artmıştır. Bunun sebebi olarak daha önce geometri problemlerinde vektörleri kullanmadıklarını belirten öğretmen adayları, VY'yi problem çözümlerinde kullandıkça sahip oldukları eksikliklerinin daha rahat ortaya çıktığını yürütülen mülakatlarda söylemişlerdir. Bu güçlüklerden "Vektörlerin yönünü belirleme" güçlüğü, hem uygulama öncesi hem de sonrasında karşılaşılan güçlükler arasında bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının hala bir şekli vektörler aracılığı ile çizerken ya da bir çözümde vektörlerin toplamını kullanırken zorlandıkları görülmektedir. Tasarlanan öğrenme ortamının bu duruma neden olan vektörlerin yönünü istenilen şekle veya problem çözümüne göre belirlemede ve vektörler ile sentetik geometri arasındaki bağlantıyı kurmada istenilen düzeyde etki oluşturamadığı söylenebilir. Bunun nedenlerinden biri, öğretmen adaylarının öğrenme ortamındaki uygulamalarda yaklaşımlar ile problem çözerken çoğunlukla son sırada VY'yi tercih etmeleri olabilir. Çünkü çözümler tahtada tüm sınıf karşısında yaptırılırken çözüm yapmaya gönüllü olan öğretmen adayları, genelde öncelikle SY, daha sonra da AY ile çözümü yapmayı tercih etmişlerdir. Son sırada kalan VY için öğretmen adaylarının yapılan çözüme çok dikkat veremedikleri bu nedenle de vektörlerdeki işlemlerde yaşanan durumları istenilen düzeyde algılayamadıkları tespit edilmiştir. Sınıf içi uygulamalarda her bir grup sözcüsüne yaklaşımlar ile yapılan çözümleri ifade etme fırsatı verilmesinden ziyade belki her bir bireyin düşüncelerini söyleyebilmesi için bir ortam hazırlanmasının, öğretmen adaylarının VY'de uygulama sonrasında da süregelen zorlukların önüne geçmeye yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu yönüyle tasarlanan öğrenme ortamı yetersiz kalmıştır denebilir Burada gözlemlenen bir diğer durum ise öğretmen adaylarının VY ile problem çözmeye olan dirençlerinin devam etmesidir. Giroux (1983), direnci kısaca öğrencinin eğitim-öğretim faaliyetlerine karşı koyma olasılıkları olarak görmektedir. Öğretim sürecinde yaşanan böyle bir durum öğrencilerin başarılarını olumsuz yönde etkilemektedir (Sun, 1995). Bu nedenle öğrencilerde VY'ye karşı oluşan direnci ortadan kaldırmak önem arz etmekteydi. Tasarlanan öğrenme ortamındaki içeriğin yoğun olmasından dolayı bu direncin önüne geçmek adına öğrenme sürecinde öğrenci görüşlerinin alınarak bu sürecin onlarla birlikte planlanması imkanı bulunamamıştır. Bu yönüyle tasarlanan öğrenme ortamı bu direnci ortadan kaldırma kısmında yetersiz kalmıştır.

Uygulama öncesinde "vektörlerin özelliklerini belirleme" olarak ifade edilen güçlük uygulama sonrasında daha ayrıntılı olarak belirlenmiştir. Vektörlerin özelliklerinden kaynaklanan güçlükler; vektörlerin uzunluğunu bulma, konum vektörünü kullanma olarak özelleştirilmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının VY'de sahip oldukları güçlükleri belirleyebilmeleri için o yaklaşımı kullanarak geometri problem çözme deneyimine sahip olmaları fikrini ortaya çıkarmaktadır. Karşılaşılan bir diğer güçlük, vektörler ile sentetik geometri arasındaki ilişkiyi kurmada ortaya çıkmaktadır. Bu durum, öğretmen adaylarının hala matematiğin alt alanları arasındaki ilişkiyi kurmada zorlandıklarını göstermektedir. Oysa tasarlanan öğrenme ortamında yaklaşımların temelini oluşturan alanlar arasında ilişki kurma öğretmen adaylarına problem çözme süreçlerinde farklı bakış açıları oluşturmaya katkı sağlayacak bir durum olarak kabul edilebilir. Bu sebeple böyle bir zorluğu ortadan kaldırmanın öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerine olumlu katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Fakat tasarlanan öğrenme ortamı yaşanan bu zorluğu ortadan kaldırmada istenilen düzeyde etkili olamadığı görülmektedir. Bu ilişkiyi kuramayan öğretmen adaylarının matematiğin alt alanları arasında bağlantı kurması konusunda rehberlik ederken sorun yaşayabilecekleri konusunda düşüncelerin ortaya çıktığı çeşitli çalışmalar literatürde mevcuttur (Leikin, 2003; Leikin ve Levav-Waynberg, 2007; Leikin ve Levav-Waynberg, 2008; Pehlivan, 2011).

Tasarlanan öğrenme ortamı, en çok Euclid geometrisi problemlerinde SY'yi kullanma başarısını etkilemiştir. Uygulama öncesinde de en fazla başarını gösterildiği bu yaklaşım uygulama sonrasında bu özelliğini korumuştur. Diğer taraftan AY'de gösterilen başarı ve tercihe edilme oranlarında da tasarlanan ortam sayesinde artış meydana gelmiştir. Fakat öğrenme ortamı, VY'yi geometri problemlerinde kullanma başarısını istenilen düzeyde etki edememiştir. Bu yaklaşımın problem çözme sürecinde kullanılma durumda yaşanan değişimler konusunda tasarlanan öğrenme ortamının çok fazla katkı sağlayamadığı söylenebilir.

Özet olarak, tasarlanan geometri dersinin geometri problem çözümlerinde kullanılan VY'de öğretmen adaylarının başarılarını olumlu yönde etkilediği söylenebilir. Fakat üç yaklaşım arasında en az başarı gösterilen yaklaşım VY'dir. Bu durumun altında yatan sebepler arasında öğretmen adaylarının vektörlere karşı olan ön yargıları, vektörlerin daha çok Fizik alanındaki kullanımları ile ilgili deneyim sahibi olmaları ve bu sebeple matematikteki vektörleri etkili olarak kullanamadıkları gibi durumlar bulunmaktadır. Ayrıca vektörleri geometri ile ilişkilendirmede sorun yaşadıklarını ifade eden öğretmen adayları da bulunmaktadır. Diğer yaklaşımlar için böyle bir ifade ile karşılaşılmamıştır. Bu sebeple problem çözümünde kullanılan yaklaşımların birbirleri ile olan ilişkisinin problem çözücü tarafından algılanmasının önemi ortaya çıkmaktadır. VY'de karşılaşılan güçlükler incelendiğinde ise uygulama öncesinde daha az olan güçlük sayısının uygulama sonrasında artması dikkat çekicidir. Bunun altında yatan sebeplerden bir tanesi uygulama öncesinde çok az sayıda çözümün VY ile yapılması olarak kabul edilebilir. Çünkü öğretmen adayları VY ile yeterince deneyim kazanmadıkları için çözdükleri az sayıdaki soruda da problem çözme süreçlerini yeterince iyi bir şekilde değerlendirememiş olabilirler.

Öğrenme ortamının en çok yetersiz kaldığı yaklaşımın VY olduğu söylenebilir. VY'yi kullanma başarısında uygulama sonrasında artış meydana gelmesine rağmen diğer yaklaşımlara oranla en az gelişimin yaşandığı görülmüştür. Bunun altında yatan sebepler arasında; geometrik şekilleri vektörler aracılığı ile çizerken vektörlerin yönünü belirlemede yaşanan sorunlar, konum vektörünü kullanma ve geometri ile vektörleri ilişkilendirme bulunmaktadır. Öğrenme ortamına dahil olan deney grubunda uygulamalar sonrasında hala bir geometrik şekli vektörlerin toplamı cinsinden ifade etmede eksikliklerin yaşandığı görülmüştür. Bu durumun özellikle vektörlerin yönünü belirlemede yaşanan eksikliklerden kaynaklandığı belirlenmiştir. Aslında bu eksikliğin temelini sentetik geometri bilgisini vektör geometrisini transfer edememe durumunun oluşturulduğu düşünülmektedir. Nitekim yapılan mülakatlarda da bu durumu destekleyecek bulgular elde edilmiştir. Öğrenme ortamının yetersiz kaldığı bir diğer durum, problem çözümlerinde kullanılan konum vektörü kavramında yaşanan eksikliklerdir. Öğretmen adayları kendilerini bu özelliği kullanmada yetersiz görmektedir. Son olarak sentetik geometri ile vektör geometrisi arasındaki ilişkiyi kurmada öğrenme ortamında eksikliklerin mevcut olduğu belirlenmiştir. Bu ilişkilendirme sorunu nedeniyle öğretmen adaylarının VY'de istenilen düzeyde başarıya ulaşamadıkları ve bu yaklaşıma karşı mevcut olan ön yargılarının sürdüğü belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrenme ortamında VY'yi kullanırken bu eksikleri gidermede başarısız olunduğu söylenebilir.

5. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Geometri Başarılarına ve Tercihlerine Etkisine Yönelik Yapılan Tartışma

Yürütülen bu çalışmada belirlenen problemlerden bir diğeri tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki etkisini incelemektir. Bu problem altında tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri başarılarına ve yaklaşım tercihlerine etkisi öğrenme ortamından yansımalar ışında verilmektedir. Bu bölümde ilk olarak tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri başarısına olan etkisine yönelik tartışma yapılırken daha sonra öğretmen adaylarının problem çözümlerindeki yaklaşım tercihlerine ilişkin bulgulara yönelik tartışmaya yer verilmiştir. Son olarak da öğrenme ortamından yansımalara ait bulgulara yönelik tartışma sunulmuştur. Her bir bölüm alt başlıklar halinde aşağıda sunulmaktadır.

5. 2. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Geometri Başarılarına Etkisine Yönelik Yapılan Tartışma

Uygulamalar öncesinde deney ve kontrol gruplarının geometri başarı puan ortalamaları sırası ile 4,80 ve 7,61 olarak elde edilmiştir. Bu puanlardan yola çıkılarak öğretmen adaylarının GBPKYBT ön testte gösterdikleri problem çözme performanslarının düşük olduğu söylenebilir. Diğer yandan yapılan analizler sonucunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında istatistiksel olarak kontrol grubu lehine anlamlı bir farkın ortaya çıktığı görülmektedir. Bu durum, kontrol grubunun geometri başarısının deney grubuna göre daha yüksek olduğu şeklinde yorumlanabilir. Fakat kontrol grubunun ön test puan ortalamaları deney grubundan yüksek olmasına rağmen puan ortalamaları arasında çok fark olmadığı görülmektedir. Her iki grubun ön testten almış oldukları geometri başarı puanları genellikle 0-puanda yoğunlaşmaktadır. Bu puan, öğretmen adaylarının yapmış oldukları çözümlerde ya geçersiz ifadeler kullandıklarını ya da problemin ifadesinde verilenleri yazmış olduklarını göstermektedir. Bu nedenle her iki grupta da geometri başarılarının uygulamalar öncesinde düşük düzeyde olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra doğru cevaplanan problemler olmasına rağmen bunların sayısı oldukça azdır. Burada öğretmen adaylarının problem çözümlerinde kendilerinin tercih ettikleri bir yaklaşımı kullanmış olmalarına rağmen başarılı olunan çözümlerin az sayıda olması dikkat çekicidir. Deney ve kontrol gruplarında her bir yaklaşımda gösterilen başarıyı ortaya çıkarmaya yönelik uygulanan ön testte de öğretmen adaylarının yaklaşımlarda gösterdikleri başarı düşük düzeyde belirlenmişti. Burada öğretmen adaylarından bir problemi her bir yaklaşım ile ayrı ayrı çözmeleri istenmiş olması nedeniyle başarının düşük olması daha olası görünürken, GBPKYBT ön testte öğretmen adayları problemi çözerken kendilerinin seçtiği bir yaklaşımı kullanmış olmalarına rağmen yine başarının düşük olması öğretmen adaylarının çözümlerde genellikle SY kullanmış olmasına bağlanabilir. Çünkü AY ve VY öğretmen adaylarının lisans dersleri kapsamında görmüş oldukları yaklaşımlar olduğundan, bu yaklaşımlarda kullanılması gereken bilgilere daha çok hakim olunduğu düşünülebilir. Bunun aksine SY'de kullanılan bilgilerin lise dönemlerinden kalan bilgiler olması nedeniyle unutulması veya hatırlamada zorlanılması durumu ortaya çıkmış olabilir. Bu durumun altında yatan sebepleri ortaya çıkarmaya yönelik yürütülen mülakatlarda öğretmen adaylarının sentetik geometri için daha önce kullandıkları formülleri veya teoremleri hatırlamada zorlandıkları yönünde görüşler elde edilmiştir. Diğer yandan öğretmen adayları, özellikle çözümlerde birden fazla teoremin kullanılması gerektiği durumlarda sorun yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, SY'de bilgiler arasındaki bağlantıyı kurmada öğretmen adaylarının eksikliklerinin olduğu görüşünü öne çıkartmaktadır. Daha önce üç yaklaşım ile problem çözme başarılarının incelendiği durumlarda yaklaşımlar arasındaki bağlantıyı kurmada yaşanan bu sorun genel geometri başarılarının incelendiği bu bölümde SY'de ortaya çıkmıştır. Bu durumun SY'nin doğası gereği problem çözümlerinde teoremlerin sıkça kullanılması gerektiği için ortaya çıktığı düşünülebilir.

Tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında ise geometri başarı puanları sırası ile 20,30 ve 17,19 olarak tespit edilmiştir. Deney ve kontrol grubu öğretmen adaylarının tamamı, uygulama sonrasında geometri başarılarını arttırmıştır. Deney grubunda GBPKYBT'de alınan başarı puanlarının genelde 20 puanın üzerinde olduğu görülürken, kontrol grubundaki geometri başarı puanları ise genelde 20 puanın altında olduğu tespit edilmiştir. Buradan deney grubundaki öğretmen adaylarının genelde kontrol grubuna göre daha yüksek puanlar aldığı belirlenmiştir. Bu testten alınabilecek en yüksek puan 24 olduğu düşünüldüğünde deney grubunun geometri başarılarının kontrol grubuna göre daha iyi seviyede bulunduğu söylenebilir. Uygulamalar öncesinde kontrol grubunun deney grubuna göre geometri başarılarının daha yüksek seviyede olduğu düşünüldüğünde tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometri başarılarındaki etkisinin daha fazla olduğu söylenebilir. Bu durum, tasarlanan ortamın geometri problem çözümleri için öğretmen adaylarına farklı çözüm seçenekleri sunmasının olumlu bir etkisi olarak yorumlanabilir. Çünkü deney grubu dahil olduğu öğrenme ortamında bütün problemleri her üç yaklaşımla da çözme imkanı bulmuştur. Böylece bir geometri problemi için uygun yaklaşımı tercih edebilme, bir yaklaşım ile başlanılan bir çözüme diğer bir yaklaşımdaki bilgileri kullanarak devam edebilme esnekliği gibi deneyimleri yaşayan öğretmen adaylarının problem çözme başarılarının da bu sayede artış gösterdiği söylenebilir. Bu durumun oluştuğunu gösteren ifadeler öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlarda ve öğrenme ortamında yürütülen diyaloglardan elde edilmiştir. Özellikle ders içi gözlemlerde öğretmen adaylarının problem çözme sürecine kendilerine sunulan farklı seçeneklerin varlığı sayesinde problem çözmeye dair özgüvenlerinin geliştiği ve bu süreçte kendilerini daha rahat hissettikleri için bunun performanslarına da olumlu katkı sağladığı yönünde ifadelerin bulunduğu belirlenmiştir. Kontrol grubunda yürütülen uygulamalarda ise sadece SY ile problem çözme süreci yaşayan öğretmen adaylarının aynı esnekliği yaşama imkanı bulamadıkları ve sadece SY'de farklı yolları tartışarak çözüm buldukları için deney grubuna göre problem çözme performanslarının daha düşük olduğu düşünülebilir. Bu yönüyle tasarlanan öğrenme ortamı öğretmen adaylarının geometri başarılarına olumlu yönde katkı sağlamıştır denebilir. Ayrıca yapılan analizler sonucunda iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın oluşması bu durumu destekler niteliktedir. Farklı yaklaşımları geometri problemlerinde kullanmanın öğrencilerin sadece SY'yi kullanırken yaşadıkları sınırlılığı ortadan kaldırarak herhangi bir yaklaşımla sonuca ulaşamadıklarında diğer yaklaşımları kullanma esnekliği sağladığı düşünülebilir. Bu sayede öğrencilerin geometri problem çözme başarılarında artış meydana gelmektedir. Benzer bulgular daha önce yapılan araştırmalarda da ortaya çıkmaktadır. Bu araştırmalar (Kwon, 2012; Levav-Waynberg, 2011; Pehlivan, 2011; Schoenfeld, 1985) problem çözerken farklı yolların, stratejilerin ya da yaklaşımları kullanmanın problem çözme becerisini ve başarısını arttığını göstermektedir.

5. 2. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Yaklaşım Tercihlerine Etkisine Yönelik Yapılan Tartışma

Uygulamalar öncesinde deney ve kontrol gruplarına AY, SY ve VY'yi tanıtmak ve bu yaklaşımların Euclid geometrisi problemlerindeki kullanımlarına örnek vermek adına 2 saatlik bir ders tasarlanmış ve her iki grupta uygulamaların ilk haftasında uygulanmıştır. Tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde deney grubunun problem çözümlerinde AY, SY ve VY'yi tercih etme yüzdeleri sırası ile %6,7, %65,8 ve %8,3 olmuştur. Kalan %19,2'lik kısım ise cevapsız bırakılmıştır. Kontrol grubunun problem çözümlerinde AY, SY ve VY'yi tercih etme yüzdeleri sırası ile %2,4, %88,1 ve %1,6 olarak ortaya çıkmıştır. Kontrol grubunda da çözümlerin %7,9'u boş bırakılmıştır. Her iki grupta da uygulama öncesinde en çok tercih edilen yaklaşımın SY olduğu görülmektedir. Bu yaklaşımın tercih edilme yüzdesi diğer yaklaşımlara göre oldukça yüksektir. İkinci sırada tercih edilen yaklaşım VY olurken

AY problem çözümlerinde uygulama öncesinde öğretmen adayları tarafından en az tercih edilen yaklaşım olmuştur. Deney ve kontrol grupları ile yaklaşım tercihleri arasında yapılan analiz sonucunda istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığı ortaya çıkmıştır. Bu durum, uygulama öncesinde yaklaşım tercihlerinin dahil olunan gruptan bağımsız olduğunu göstermektedir. Nitekim her iki grupta da en çok tercih edilen yaklaşımın SY olması beklenen bir durumdur. Gruplarda testler uygulanmadan önce yaklaşımları tanıtmak için 2 saatlik bir ders yürütülmüş ve bu derste geometri problemlerinin farklı yaklaşımlar ile yapılmış çözümlerini içeren örneklere yer verilmiştir. Ayrıca çözümlerde öğretmen adaylarının takıldıkları noktalara cevaplar verilmeye çalışılmıştır. Bu süreçte öğretmen adaylarının özellikle SY'nin dışında farklı çözüm yolları üzerine düşünme eğilimi göstermedikleri görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının bazı problemlerde diğer yaklaşımlar ile farklı çözümlerin oluşturulup oluşturulmayacağı yeterliği sergilememesi, o problem için farklı yaklaşımlarla çözüm oluşturamamaları veya bazı problemlerde de AY ve VY ile bir çözüm oluşturmanın zor olduğu ve bu sebeple farklı bir yaklaşım ile çözüm yapmayı tercih etmek için istek duymamalarından kaynaklanmaktadır. Diğer yandan öğrenme ortamı, sentetik geometri dersinin AY ve VY ile desteklenerek yeniden tasarlanması ile oluşturulmuştur. Bu sebeple hem uygulanan testlerde, hem de tasarlanan ortamda kullanılan problemlerin ifadeleri sentetik geometrideki problem türlerine benzer nitelik taşımaktadır. Bu durumun öğretmen adaylarını SY'ye yönlendirme ihtimalini ortadan kaldırmak adına problemlerin çoğunda geometrik şekil kullanılmamıştır. Problemler, sadece sözel cümleler aracılığı verilmeye çalışılsa da sentetik geometrideki gösterimleri kullanmanın önüne geçilememiştir. Bu durumun da öğretmen adaylarını sentetik geometride çözüm yapmalarını gizliden de olsa desteklediği düşünülebilir. Bazen de seçilen problemin her yaklaşımla çözüme fırsat verecek yapıda olmamasıdır. Örneğin yüksekliklerin bir noktada kesişmesi ile ilgili problemde AY ile çözüm oluşturulamamıştır. Dolayısıyla öğretmen adayları da problem durumuna bu yaklaşımı kullanarak bir çözüm oluşturamadıklarından farklı yaklaşımları tercih edebilme kısmında sınırlılık yaşamışlardır. Bu ön yeterliklerin problem çözümlerinde yaklaşım tercihlerini etkilediğinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Bazı problemlerde ise AY ve VY ile yapılan çözüm sürecinin zor ve uzun süre gerektiren bir süreç olduğuna ve tek bir yaklaşım ile çözüme ulaşmanın yeterli olduğuna yönelik düşüncelere sahip olan öğretmen adayları SY'yi tercih etmişlerdir. Benzer şekilde Aydın-Güç (2015), problem çözme sürecinde öğretmen adaylarının bir tek çözüm yolunu yeterli gördüğünü, farklı çözüm yolları ile uğraşmaya ihtiyaç duymadıklarını belirtmektedir. Dowlath (2008) ise çalışmasında öğretmen adaylarının gerçek yaşam problemlerini çözmek için farklı stratejiler olduğunu bilmelerine rağmen, çözüm için en alışık oldukları stratejiyi kullanmayı tercih ettiklerini belirtmiştir.

Uygulama sonrasında ise deney grubunun AY, SY ve VY'yi tercih etme yüzdeleri sırası ile %30, %46,7 ve %21,7 olarak çıkmıştır. Çözümlerin %1,7'lik kısmı ise boş bırakılmıştır. Tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde yaklaşım tercihlerindeki değişim dikkat çekicidir. Uygulama öncesinde en çok tercih edilen yaklaşım olan SY, uygulama sonrasında da ilk sırada tercih edilmiştir. Buradan öğretmen adaylarının sentetik geometri problemlerinde SY'yi kullanma eğiliminin devam ettiği görülmektedir. Diğer yaklaşımların tercih edilme oranlarında artış olmuş olsa da öğretmen adaylarının yarıya yakını hala problem çözümlerinde SY'yi tercih etmektedirler. Bunun onlar için yeni olan bir duruma uyum sağlama sürecinde zorluk yaşamlarından kaynaklandığı düşünülebilir. Çünkü yeni bir durumu kabullenme ve uyum sağlama uzun zaman gerektiren bir süreç olarak kabul edilmektedir. Bu nedenle ortamdaki uygulamaların bir dönem boyunca devam ettirilmiş olmasına rağmen bu sürenin bireylerdeki problem çözme davranışlarında yeterli etkiyi yaratamadığı düşünülmektedir. Sınıf içi gözlemlerde de benzer durumların oluştuğu ve öğretmen adaylarının genellikle problemlerde kendilerini rahat hissettikleri SY ile problem çözmeye odaklandıkları tespit edilmiştir. Diğer yaklaşımları kullanmaya teşvik etmek için yapılan çalışmalar da kısa süreli etkiler yaratmıştır. Bir başka probleme geçildiğinde yine çoğunlukla çözümler SY tercih edilerek yapılmıştır. Benzer bir durum Gagatsis ve Demetriadou (2001)'nun çalışmasında da görülmektedir. Bu çalışmada diğer ülkelerde de genellikle lise geometri dersinde kullanılan klasik geometrinin (sentetik geometri) Yunan öğrencilerin geometri problem çözümlerindeki tercihlerinde güçlü bir etki yarattığı sonucuna ulaşılmıştır. Allendoerfer (1969) de çalışmasında geleneksel geometriye (sentetik geometri) olan eğilim üzerine vurgu yapmaktadır. Nissen (2000), farklı yaklaşımların geometri problem çözümlerinde kullanıldığı durumları incelediği çalışmasında öğrenciler tarafından en çok bilinen ve kullanılan yaklaşımın SY olduğunu tespit etmiştir. Diğer yandan yürütülen mülakatlarda bazı öğrencilerin AY ve VY ile çözüm yapabilmek için SY'yi çıkış noktası olarak görmeleri tespit edilen bir başka dikkat çekici durumdur. Bir öğretmen adayı, AY veya VY ile çözümü yapabilmesinin ön şartı olarak SY ile o problemi çözmüş olması gerekliliğini belirtmiştir. Sentetik çözümden yola çıkarak diğer yaklaşımları kullanabildiğini ifade eden bazı öğretmen adayının SY'deki bilgilerini AY ve VY'ye transfer edebildiği görülmüştür. Fakat bunun tersine AY veya VY'deki bilgilerin problem çözme sürecinde SY'ye aktarılması noktasında sorunlar yaşandığı da ortaya çıkan bir gerçektir. Bu kapsamda tasarlanan ortamın bilgilerin yaklaşımlar arasında transfer edilebilme noktasında yetersiz olduğu fikrini ortaya çıkarmaktadır.

AY ve VY'nin uygulama öncesinde tercih edilme oranları arasında oluşan küçük fark, uygulama sonrasında AY lehine artış göstermiştir. Uygulama öncesinde en az tercih edilen yaklaşım olan AY'deki artışın altında yatan sebeplerden bir tanesi kullanılan problemlerin analitik çözümlerinde genellikle basit düzeyde bilgileri kullanmanın yeterli olmasıdır. Mülakatlarda da bu durumu destekleyen görüşlerin mevcut olduğu belirlenmiştir. Özellikle kısa sonuçlar vermesi sebebiyle bu yaklaşımı tercih eden öğretmen adaylarının sayısı oldukça fazladır. AY'nin tercihe edilme oranı göz önüne alındığında tasarlanan öğrenme ortamının problem çözme sürecinde istenilen düzeyde kullanma davranışına katkı sağladığı düşünülmektedir. Uygulama sonrasında en az tercih edilen yaklaşımın VY olduğu görülmektedir. Problemlerin vektörel çözümlerinin de genellikle temel düzeyde bilgi gerektiren bir yapıya sahip olmasına rağmen öğretmen adaylarının VY'deki gelişimlerinin dirençli olduğu görülmektedir. Bu direncin genel olarak öğretmen adaylarının öğrenimleri boyunca yaşadıkları problem çözme süreçlerindeki deneyimlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Özellikle öğrencilerin vektörlerin uygulamalarına yoğun bir şekilde yer verilen Fizik dersinde yaşadıkları olumsuz deneyimlerin bir sonucu olarak VY'ye karşı bir direnç geliştirdikleri söylenebilir. Ayrıca tasarlanan öğrenme ortamında çözülen problemlerin sınırlı sayıda olması ya da genellikle problemlerde VY'deki çözümlerin daha üst düzey akıl yürütme becerisi içermesi nedeniyle öğretmen adaylarının VY'yi en son sırada tercih ettiği de söylenebilir. Diğer yandan öğrenme ortamında yaşanılan deneyimlerin de bu yaklaşımı tercih etmeye etkisinin olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adayları tasarlanan ortamdaki uygulamalarda VY'yi kullanırken özellikle bir geometrik şekli vektörler araçlığı ile oluşturma kısmında sorun yaşamışlardır. Bu durumun uygulama sonrasında da hala devam ettiği görülmüştür. Bu yönüyle tasarlanan öğrenme ortamının yetersiz kaldığı söylenebilir. Bu eksikliğin önüne geçilememesi sebebiyle de özellikle çözüm için geometrik şekillerin kullanılmasının gerektiği problemlerde öğretmen adayları VY'yi kullanmaktan çekinmişlerdir. Yaşanan bu durum, öğretmen adaylarında VY'yi geometri problem çözümlerinde kullanmanın zor olduğu algısının oluşmasında etkili olmuştur. Benzer bir durum, Kwon (2012)'nin çalışmasında elde edilmiştir. Çalışmada öğrencilerin vektörler ile problem çözmenin zor olduğu düşüncesine sahip olması nedeniyle VY ile çözüm yapmada isteksiz oldukları ifade edilmiştir. Bazı problem çözümlerinde ise öğretmen adaylarının vektörlerin toplamının kullanıldığı çözümlerde sonuca ulaşamadığı görülmüştür. Bu işlemin de öğretmen adayları için VY'yi tercih etmemede bir etken olduğu düşünülebilir. Nitekim yapılan mülakatlarda öğretmen adaylarının vektörlerle yapılan işlemlerde yaptıkları hatalar sebebiyle bu yaklaşıma karşı bir isteksizliğin oluştuğu ortaya çıkmaktadır. Gagatsis ve Demetriadou (2001) çalışmasında benzer hataları tespit etmiş ve öğrencilerin yaptıkları hatalar nedeniyle problem çözümlerinde SY'ye oranla VY'yi çok daha az tercih ettiklerini belirtmişlerdir.

Kontrol grubunda ise uygulama sonrasında problem çözümlerinde sadece SY'nin kullanıldığı görülmektedir. Bu grupta SY'nin tercih edilme yüzdesi %96,8'dir. Çözümlerin kalan kısmı ise boş bırakılmıştır. Kontrol grubundaki öğretmen adaylarının AY veya VY'yi problem çözerken tercih etmemiş olmaları dikkat çeken bir durumdur. Halbuki uygulama öncesinde bu grupta yapılan çözümlerde az da olsa AY veya VY'nin kullanıldığı belirlenmiştir. Fakat uygulama boyunca problem çözme süreçlerinde yalnızca SY ile deneyim yaşayan öğretmen adaylarının diğer yaklaşımları kullanmaya karşı olan isteklerinin de ortadan kalktığı söylenebilir. Bu grupta özellikle tek bir yaklaşım ile sonuca ulaşmanın yeterli olduğu inancının oldukça yoğun bir şekilde benimsendiği belirlenmiştir. Bir problem için farklı yolları bulmaları için cesaretlendirilen kontrol grubu öğretmen adaylarının genellikle buna isteksiz oldukları görülürken farklı yollarla çözüm bulmayı deneyen öğretmen adaylarının da yine SY'deki farklı bilgiler ışığında sonuca ulaştığı belirlenmiştir. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adayları tarafından geometri problem çözümlerinde farklı yaklaşımların tercih edilmesini desteklediği söylenebilir. SY temelli yürütülen uygulamaların ise öğretmen adaylarının farklı yaklaşımları kullanmalarına olumsuz etki yaptığı düşünülebilir.

Özetle her iki grupta da uygulamalar sonrasında da en çok tercih edilen yaklaşımın SY olduğu görülmektedir. Burada öğrencilerin bir probleme farklı yaklaşımlar aracılığı ile bakabilme olanağı verilmesine rağmen daha önce geometrideki SY'ye olan alışkanlıklarının devam ettiği ve yeniliklere karşı direnç gösterdikleri söylenebilir. Bu durumun öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlardan elde edilen verilerle desteklendiği görülmektedir. Öğretmen adayları, alışkın oldukları ve daha çok deneyim sahibi oldukları yaklaşım olan SY'de kendilerini güvende hissettiklerini ve bu yaklaşımı kullandıkları çözümlerin sonucundan çok daha emin olduklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları, burada genellikle verilen problem için en uygun yaklaşımın hangisi olduğunu analiz etmek yerine daha önceki öğrenim hayatlarında geometri derslerinde kullandıkları yaklaşımı tercih etme yoluna gittikleri düşünülebilir.

Öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde yaklaşım tercihlerini ortaya çıkarmanın yanı sıra tercih sebeplerinin incelenmesinin de önemli olduğu düşünülmektedir. Bu sebeple bu çalışma kapsamında problemlerde kullanılan yaklaşımların tercih nedenleri de incelenmiştir. İlk önce öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde AY'yi tercih nedenlerine yönelik tartışmaya yer verilecektir.

Uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubunda en son sırada tercih edilen yaklaşım AY'dir ve bu yaklaşım ile yapılan çözümlerin yüzdesi %7'yi geçememiştir. Yürütülen mülakatlar sonucunda öğretmen adaylarının karşılaştıkları problemlerde verilenler ile AY'deki bilgiler arasında kurdukları ilişki sebebiyle bu yaklaşımı tercih ettikleri görülmüştür. Örneğin yürütülen mülakatlardan bir problemde verilen dik üçgenin sahip olduğu dik açı ile koordinat düzleminde eksenlerin oluşturduğu dik açı arasında ilişki kurulması ve bu nedenle de öğretmen adaylarının AY ile çözüm yapmayı tercih ettiği yönünde bulgulara ulaşılmıştır. Uygulama sonrasında ise deney grubunda yürütülen mülakatlar sonucunda tercih sebepleri arasında kurulan bu ilişkinin etkililiğinin devam ettiği tespit edilmiştir. Tasarlanan ortamdaki uygulamalar boyunca öğretmen adaylarının gerek yaklaşımlar arasında gerekse yaklaşımların kendi içinde sahip oldukları bilgiler arasında bulunan bağlantıları ortaya çıkarabilmeleri için gereken yönlendirme ve desteğin verildiği düşünülmektedir. Başlangıçta çok etkili sonuçlar alınamamış olsa da uygulamanın son haftalarına doğru öğretmen adaylarından bu ilişkileri ortaya çıkarabildiklerini gösteren verilerin daha fazla alınmaya başlandığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle AY'yi tercih etme nedenlerden biri olan ilişki kurma durumu da bu sayede öğretmen adaylarını AY ile problem çözmeye yönlendiren bir durum haline gelmiştir. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının mevcut bilgileri arasında bağlantı kurma becerisini geliştirmede olumlu etki yaptığı düşünülebilir. Uygulama sonrasında ortaya çıkan sebeplerden bir diğeri geometrik şekillerin analitik düzlem kullanılarak daha kolay çözüme ulaşılabilmesi durumudur. Geometrik şeklin koordinat düzlemine yerleştirilebilme durumu ile ilgili öğrenme ortamında deneyim yaşayan öğretmen adayları kazandıkları bu yeterlik sayesinde AY'yi geometri problemlerinde kullanmaya yönelik olumlu görüş geliştirebilmişlerdir. Nitekim bununla ilgili mülakatlardan elde edilen bulgular mevcuttur.

Öğretmen adaylarının SY'yi tercih etme nedenleri incelendiğinde uygulama öncesinde en çok çeşitliliğin görüldüğü yaklaşımın SY olduğu belirlenmiştir. En fazla tercih edilen yaklaşım olması nedeniyle bu çeşitliliğin beklenen bir durum olduğu görülmektedir. Bu bölümde en çok görüşün toplandığı tercih nedeni ise öğretmen adaylarının daha önceki öğrenim dönemlerinde bu yaklaşıma dair sahip oldukları deneyimlerdir. Öğretmen adayları genellikle bu yaklaşımla problem çözme davranışının kendilerinde oluşturduğu alışkanlık sebebiyle SY'yi tercih ettiklerini ifade etmektedirler. Uygulama sonrasında da bu durumun yaklaşım tercihlerini etkilediği görülmektedir. Yani öğretmen adayları her ne kadar üç yaklaşımla problem çözme esnekliği sağlayan bir öğrenme ortamına dahil olsalar da onlar alışkanlık olarak kabul ettikleri SY'yi seçmekten vazgeçemediklerini belirtmişlerdir. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının kişilerin problem çözme alışkanlıklarını değiştirmede yeterince etkili olamadığı görülmektedir. Öğrenme ortamında bu değişime engel olacak bir durumun oluşmadığı, hatta SY dışındaki diğer yaklaşımlara yönlenmeleri konusunda öğretmen adaylarının cesaretlendirildiği göz önüne alındığında, oluşan bu direncin öğretmen adaylarının bizzat kendilerinden kaynaklandığı ve problem çözme sürecinde yaşadıkları yeni durumları kullanmaya eğilimli olmadıkları için ortaya çıktığı düşünülmektedir. AY'de olduğu bu yaklaşımın tercih edilme nedenlerinden bir tanesi de problemin ifadesinde yer alan kavramlardır. Uygulama öncesi ve sonrasında bu tercih nedeninin öğretmen adayları tarafından ifade edildiği tespit edilmiştir. Örneğin bir problemde verilen bir geometrik şeklin kenarları arasındaki oranın benzerlik teoremini çağrıştırdığı bir öğretmen adayı tarafından ifade edilmiş ve bu nedenle de çözüm için SY'yi kullanmayı tercih ettiğini belirtmiştir. Burada öğretmen adayının sahip olduğu geometri bilgisini sentetik geometriye transfer edebildiği görülmektedir. Bu sayede sahip olunan geometri bilgisi ile kullanılan yaklaşıma ait bilgiler arasındaki ilişkinin oluşturulduğu belirlenmiştir. Tasarlanan öğrenme ortamının da bu ilişkiyi oluşturmada etkili olduğu, zaten bu sebeple de SY'yi tercih etme nedeni olarak bu durumun uygulama sonrasında da öğretmen adaylar tarafından ifade edildiği görülmektedir. Uygulama öncesinde, daha kısa yoldan çözümlere sahip olması, diğer yaklaşımlara yabancı olma ya da diğer yaklaşımları çözmek için çıkış noktasının SY olması gibi mevcut olan tercih sebeplerinin uygulama sonrasında ortadan kalktığı görülmektedir. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının diğer yaklaşımlardaki çözümleri daha uzun ve yorucu görmesiyle ilgili ön yargılarının ortadan kalkmasına katkı sağladığını göstermektedir. Ayrıca öğretmen adayları dahil oldukları öğrenme ortamı sayesinde AY ve VY'de deneyim kazanmasını sağlayarak sadece SY ile çözüm yapma yönündeki eğilimlerinde azalmaya neden olmuştur. Son olarak AY veya VY ile çözüm yapmanın ön şartı olarak sentetik çözümü yapma gerekliliği hissi tasarlanan öğrenme ortamı sayesinde ortadan kalkmıştır. Böylece öğretmen adayları, bir geometri probleminde çözüme sadece SY ile ulaşılabileceği önyargısından kurtulmuşlardır. Bunların dışında uygulama sonrasında ortaya yeni bir tercih sebebi çıkmıştır. Bu, öğretmen adaylarının SY ile yaptıkları çözümlerde kendilerini güvende hissetmeleridir. Daha uzun çözüm yolu olmasına rağmen SY ile yapılan çözümün garanti sonuç vereceği düşüncesi uygulama sonrasında ortaya çıkmıştır. Burada yaşanan durum, bazı öğretmen adaylarının diğer yaklaşımlara olan önyargılarının hala ortadan kalkmadığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Bu açıdan tasarlanan öğrenme ortamında sentetik geometriye farklı yaklaşımlar aracılığı ile bakmanın önemini vurgulamada yeterli düzeye erişilemediği söylenebilir. Ayrıca öğrenme ortamında yürütülen problem çözümlerinde öğretmen adaylarının genellikle SY ile çözüme başlamış olmaları ve çözümlerini sınıf ortamında paylaşırken de bu yaklaşımı kullanmaları diğer yaklaşımların değerliliğini görmede olumsuz etki yaratmış olabilir. Çünkü özellikle bir problem çözülürken son sırada kullanılan yaklaşıma karşı öğretmen adaylarındaki ilgisizlik tespit edilmiştir. bu durumun önüne geçecek önlemlerin öğrenme ortamında alınmamış olması nedeniyle öğretmen adaylarında SY'ye karşı daha fazla eğilim gösterme durumu ortaya çıkmıştır.

Son olarak bu bölümde VY'nin problem çözümlerinde tercih edilme nedenlerine yönelik tartışmaya yere verilecektir. VY, uygulama öncesinde AY'ye göre daha fazla tercih edilen bir yaklaşım iken uygulama sonrasında en az tercih edilen yaklaşım olmuştur. Tercih edilme sıklığı artmasına rağmen VY'nin diğer yaklaşımlara göre problem çözümlerinde daha az kullanılmaya başlanması dikkat çeken bir durumdur. Bu yaklaşımı tercih eden öğretmen adaylarında uygulama öncesinde genellikle vektörlerle toplama işlemini kullanmaları sebebiyle çözümün diğer yaklaşımlardaki çözümlere göre daha kolay çıktığı düşüncesi hakimdir. Bu kolaylığı yaşayan öğretmen adayları, VY'yi çözümlerinde kullanma eğilimindedirler. Uygulama sonrasında da bu görüşün hakim olduğu görülmekte ve öğretmen adaylarının bu yaklaşımı seçmelerine neden olan başka bir durumun ortaya çıkmadığı tespit edilmiştir. Dahil olunan öğrenme ortamından sonra bile öğretmen adaylarının VY'yi tercih etme nedenleri sahip olunan vektörlerle toplama gibi basit vektör bilgisinin ötesine geçememiştir. Yani öğretmen adaylarının VY'yi sadece basit düzeyde bilgi gerektiren durumlarda kullandığı belirlenmiştir. Oysa öğrenme ortamında problemlerin vektörel çözümlerinde vektörlerdeki farklı bilgilerin kullanıldığı çözümlere sahip olmasına dikkat edilmiştir. Buna rağmen VY, diğer yaklaşımlardan daha kolay çözüme sahip olduğunda tercih edilmektedir. Bu duruma, öğretmen adaylarının VY'ye karşı geliştirmiş oldukları direncin neden olduğu söylenebilir. Özellikle bu yaklaşıma karşı geliştirilen bu önyargının ortadan kaldırılmasında öğrenme ortamı öğretmen adaylarına yardımcı olamamıştır. Hatta yürütülen mülakatlarda bazı öğretmen adaylarının mecbur kalmadıkça VY'yi kullanmayacaklarını belirtmiş olmaları bu duruma örnek gösterilebilir.

5. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Problem Çözme Sürecinin Etkililiğine Yönelik Tartışma

Bu bölümde tasarlanan öğrenme ortamından yansımalara yönelik tartışmaya yer verilmektedir. Öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde yaşadıkları deneyimler, yaklaşımlarda gösterdikleri başarıdaki gelişim ve yaklaşım tercihlerindeki değişim gibi durumlar, öğrenme ortamının etkililiğini ortaya çıkarmak için ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Tasarlanan ortamda her hafta farklı konulara ait geometri problemleri üç yaklaşım kullanılarak çözülmüştür. Yaşanan bu süreçte sınıf gönüllülük esasına göre dörderli gruplara ayrılmıştır. Grupların oluşturulmasındaki amaç, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde, yaklaşımlardaki eksikliklerine yönelik tartışma ortamı sağlanarak farklı bakış açıları ile yaklaşımları değerlendirmelerine fırsat vermektir. Öğrenme ortamında öncelikle öğretmen adaylarının bireysel çözüm yapmaları istenmiş, ardından grup tartışmalarına geçilmiştir. Grup tartışmalarının ardından da her bir problemin AY, SY ve

VY ile yapılan çözümü tahtada seçilen grup sözcüleri tarafından yapılmıştır. Son olarak sınıfın tamamında tartışma ortamı oluşturularak öğretmen adaylarının çözülen problemler için uygun yaklaşımı belirleme veya estetik çözüme karar verme gibi durumlar üzerine analizle yapılması sağlanmıştır. Öğrenme ortamındaki derslerde yaşanan süreç ve öğretmen adaylarının problem çözme performanslarındaki gelişime yönelik tartışma aşağıda sunulmaktadır.

Tasarlanan öğrenme ortamında problem çözümlerine geçilen ilk haftada öğretmen adaylarından bazı önbilgilere sahip olması beklenmektedir. Bu önbilgiler temel düzeyde bilgiler olmakla birlikte çalışmanın örneklemini oluşturan öğretmen adaylarının hepsinin bu bilgilere hakim olduğu kabul edilmiştir. Fakat uygulamanın başında öğretmen adaylarının yapmış oldukları bireysel çözümlerde özellikle AY ve VY'deki basit düzeyde bir formülü bile kullanamadıkları gözlemlenmiştir. Bu durumu öğretmen adayları, AY ve VY'nin temelini oluşturan dersleri almalarının üzerinden zaman geçmesi nedeniyle hatırlayamamaları olarak açıklamışlardır. Fakat yaşanan bu durumun böyle basit bir nedeni olamayacağı düşünüldüğünden bu formüllere yönelik başka sorular yöneltilmiş ve öğretmen adaylarının aslında bilgilerinde eksiklik olmadığı tespit edilmiştir. Burada öğretmen adaylarının sentetik bilgilerini AY ve VY'ye transfer ederken yaşadıkları ilişkilendirme sorununu bu şekilde ifade ederek gizlemeye çalıştıkları görülmüştür. Asıl olan AY ve VY'deki formülleri hatırlayamama değil bilgileri transfer etme sorunu olarak ortaya çıkmıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamının ilk haftalarında çözülen problemlerde öğretmen adayları bireysel olarak yürüttükleri problem çözme süreçlerinde SY ile çözüm yapmaya eğilimlidirler. Bu durumun öğretmen adaylarının daha önce geometri problemlerini SY ile çözmüş olma deneyimlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim yürütülen mülakatlarda bu durumun öğretmen adayları tarafından da en çok ifade edilen neden olduğu ortaya çıkmıştır. SY, yine en çok problemin başarı ile çözüldüğü yaklaşım olmuştur. Grup içi tartışma ortamında da genelde üzerinde yorum yapılan ilk yaklaşım SY olmuştur. Literatürdeki çalışmalar, ayrı ayrı üç yaklaşımın tercih nedenlerini ele almasa da öğrencilerin geometri problemlerinde sentetik yaklaşım ile çözmeye karşı daha istekli oldukları vurgulanmaktadır. Bu durumun nedenleri arasında sentetik yaklaşımda deneyime sahip olma da bulunmaktadır (Gagatsis ve Demetriadou, 2001; Nissen, 2000). Diğer yandan grup içi tartışmalar esnasında SY'ye ait farklı yolların kullanıldığı çözümlerin olduğu görülmüştür. Bu durum, öğretmen adaylarına bu yaklaşımdaki farklı yollar üzerinde yorum yapma fırsatı sunmuştur. Bu sayede öğretmen adayları SY'deki bilgilerini farklı çözümlere transfer edebilme imkanı bulmuşlardır. Örneğin; bir doğru parçasının orta dikmesi ile ilgili olan problemde benzerlik teoremlerini veya Pisagor teoremini kullanan öğretmen adayları bulunmaktadır. Bu farklı sentetik çözümler üzerine yürütülen grup içi tartışmalarda Kenar-Açı-Kenar benzerlik teoreminde kullanılan bağıntılardaki kenar özelliklerinin Pisagor teoreminin ifadesinde kullanılan kenarlar arasındaki ilişkiye transfer edilebildiği durumların ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Burada SY ile bir problemin birden fazla yolla çözülebilir olması, öğretmen adaylarının SY odaklı yürütülen derslerde çok çeşitli çözümler üretmelerine etkili olmuştur. Buna karşın bazı problem çözümlerinde öğretmen adayları, AY ve VY'yi çok mekanik ve tek düze bulmuştur. Ayrıca farklı yolların tartışıldığı gruplardaki öğretmen adaylarının ilerleyen haftalarda bir probleme ait uygun çözümü seçebilme ile ilgili daha rahat fikir yürütebildiği ve nedenlerini daha iyi analiz edebildiği görülmüştür. Levav-Waynberg ve Leikin (2012) yürüttükleri çalışmada da problem çözme sürecindeki bilgi transferlerinin farklı çözüm yollarının kullanıldığı durumlarda etkili bir biçimde oluştuğunu ve bu deneyimi yaşayan öğrencilerde problem çözme süreçlerindeki gelişimin daha hızlı ilerlediğine vurgu yapmışlardır. Fakat SY için gözlemlenen bu bilgi transferinin ilk haftalarda üç yaklaşım arasında gerçekleştirilemediği dikkat çeken bir durumdur. Yalnızca AY ile çözüm yapacakları durumlarda bazı öğretmen adaylarının SY ile yaptıkları çözümlerden faydalandıkları görülmektedir. Örneğin bir problemin ifadesinde kenar uzunluklarının karesi gibi bir yapı bulunduğunda sentetik çözümü Pisagor bağıntısı ile tamamlayan bir öğrencinin, bu sentetik bilgiyi AY'ye transfer ederken iki nokta arasındaki uzaklık formülüne geçiş yaptığı gözlemlenmiştir. Bu formülde de bilindiği gibi karekök içerdiğinden sonuç olarak yine bir kareli ifadeye ulaşılması mümkündür. Yaklaşımlar arasındaki geçişleri görmenin bilgiyi transfer edebilme, bağlantı kurma gibi becerileri geliştirmeye olumlu yönde katkısı olacağı düşünülmektedir. bu tür avantajların yanı sıra öğrenme ortamında yaşanan SY'den AY'ye bilgi transferleri kısmında ortaya çıkan bir durum dezavantaj olarak kabul edilebilir. Bu durum, sentetik bilgilerini AY'ye transfer etmek isteyen öğretmen adaylarının bunu yapabilmeleri için ilk olarak SY'deki çözümü yapma zorunluluğu hissetmeleridir. Burada SY ile çözümü tamamlamadan diğer yaklaşımların çözülemeyeceği yönünde bir önyargının ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. VY, öğrenme ortamındaki ilk haftalarda en az tercih edilen ve en düşük başarının gösterildiği yaklaşım olmuştur. Burada öğretmen adaylarının daha önce sentetik geometri problemlerini vektörler aracılığı ile çözme deneyimine sahip olmamaları etkili olmuş olabilir. Yürütülen mülakatlarda da en çok ifade edilen neden bu olmuştur. Gagatsis ve Demetriadou (2001), yaptıkları çalışmada da SY ve VY kullanılarak yapılan geometri problem çözümlerinde VY'deki başarının düşük olduğunu, öğrencilerin bunun nedenini VY'nin karmaşık olmasına ve bu yaklaşımda deneyim sahibi olmamalarına bağladıkları sonucuna ulaşmışlardır. İlk haftalarda verilen probleme en uygun ve estetik yaklaşımı seçme kriteri olarak çözümün kısa olması özelliğinin ortaya çıktığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarına göre AY ve VY'deki işlem basamakları SY'ye göre daha fazla olduğundan bu haftalarda en çok SY'nin tercih edileceği yönünde görüşler mevcuttur. burada öğretmen adaylarının uygun ve estetik çözüm için belirledikleri kriterlerin sadece çözümün niceliği (kısa olması vs.) ile ilgili olması öğrenme ortamının onlarda daha niteliksel kriterleri analiz edebilecek problem çözme başarısına ulaşmada henüz etkili olamadığı görüşünü ortaya çıkarmaktadır. Fakat ilerleyen haftalarda bu durumun değişiklik gösterdiği görülmektedir. Tasarlanan öğrenme ortamının başlarında gözlemlenen bir diğer durum, öğretmen adaylarının AY ve VY ile başladıkları çözümde problem yaşamaları halinde süreçten hemen vazgeçiyor olmalarıdır. Fakat SY'de böyle bir durum oluştuğunda genelde öğretmen adayları, çözüm üzerinde farklı yollar aramaya ve sonuca ulaşmaya daha isteklidirler. Bu durumun nedenini ortaya çıkarmak için yöneltilen sorulardan öğretmen adaylarının SY'de sonuca ulaşmada kendilerine daha fazla güvendiklerini ortaya çıkarmıştır.

İlerleyen haftalarda yaklaşımlar aracılığı ile daha fazla problem çözme deneyimi yaşayan öğretmen adaylarındaki gelişim dikkat çekicidir. Artık yaklaşımlar ile yapılan çözümler daha iyi analiz edilmekte, problemlerde verilen ifadelerle yaklaşımlar arasında daha çok ilişki bulunabilmektedir. Özellikle AY'de VY'ye göre daha hızlı bir gelişme gösteren öğretmen adayları, problemlerin ifadesinde bulunan bir dik açı ya da uzunluk kavramlarını koordinat sisteminde daha kolay görebildiklerini belirtmişlerdir. AY'yi tercih eden öğretmen adaylarının sayısı ve bu yaklaşımda gösterilen başarı da zamanla artış göstermektedir. Burada aslında öğretmen adaylarının problemlerde verilen sentetik bilgiler ile analitik bilgileri arasında daha etkili bir transfer sürecinin yaşandığı ortaya çıkmaktadır. Buna öğrenme ortamında kazanılan deneyimin yanı sıra AY'deki çözümlerin genelde benzer önbilgileri gerektirmesinin etkili olduğu düşünülmektedir. Oysa VY'deki çözümler için AY'ye göre daha farklı önbilgileri işe koşmaları gerektiğinden öğretmen adayları bu yaklaşımda hala istenilen başarı düzeyine ulaşamamışlardır. Bu durum aynı zamanda VY'nin tercih edilme olasılığını da geriye çekmektedir. Buradan tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan problemlerin her üç yaklaşımdaki çözümlerinde eşit zorluk düzeyinde oluşturulamadığı görülmektedir. Bunun da öğretmen adaylarının tercihlerini kolay olan yaklaşımlar yönünde etkilediği düşünülmektedir. Nitekim uygulamalar süresince öğretmen adayları uzun süre yaklaşım tercih nedeni olarak çözümün kolay olmasını ifade ettikleri görülmektedir. Yani tasarlanan ortamın yaklaşımlar arasında eşit zorluk düzeyinde soru hazırlamada yeterli olmadığı düşünülmektedir.

Tasarlanan ortamda son haftalarda AY ve VY'de gösterilen başarıdaki artış dikkat çekicidir. Fakat öğretmen adaylarının hala VY'ye karşı olan önyargılarının devam ettiği gözlemlenmektedir. Bu yaklaşımda vektörlerin aracılığı ile geometrik şekli çizmede hala sorunlar yaşandığı gözlemlenmiştir. Yani öğretmen adayları bir geometrik şekli vektörlerin toplamı cinsinden ifade edememektedirler. Bu durumu yaşayan öğretmen adaylarına göre hala VY en karmaşık yaklaşım olmaya devam etmektedir. Kwon (2012) da çalışmasında vektörlere karşı öğrencilerde mevcut olan isteksizliğin algılarının dağınık ve soyut olduğunu ifade etmiştir. Bu nedenle öğrenciler için en zor yaklaşımın VY olduğu belirlenmiştir. Tasarlanan ortamda da karşılaşılan bu durum, öğrencilerin vektörlere yönelik soyut algılarının bir geometrik şekli vektörler aracılığı ile çizerken engel oluşturduğu düşüncesini desteklemektedir. Bu durum öğrenme ortamının etkililiği açısından incelendiğinde VY'ye dair öğretmen adaylarında oluşan önyargı ve soyut algıları ortadan kaldırmada bu ortamın istenilen etkiyi yaratamadığı düşünülebilir.

SY için yaşanan problem süreci için ise ilerleyen haftalarda bazı değişimler dikkat çekmektedir. Bunlardan ilki, herhangi bir çözümde kullanılan geometrik şekil üzerinde yapılması gereken ek çizimlerin öğretmen adayları tarafından bir zorluk olarak algılanmasıdır. İlk haftaki sentetik çözümler daha temel düzeyde bilgi gerektirirken sonraki haftalarda problemlerin üzerinde daha fazla düşünülmesi gerektiren yapıda olması bu durumun ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu zorlukla karşılaşan öğretmen adaylarında, SY'deki çözümü yapmaktan vazgeçme davranışı gözlemlenmiştir. Halbuki ilk haftalarda sentetik çözüm ile sonuca ulaşılamasa bile başka yolların denenerek çözümün tamamlandığı durumların var olduğu tespit edilmişti. Bu durumun, öğretmen adaylarının çözüm tercihlerini de etkilediği ve böyle bir sorunla karşılaşıldığında AY veya VY'yi tercih edileceği yönünde görüşlerin varlığı belirlenmiştir. Diğer yandan son haftalardaki sentetik çözümlerde bazı özel formüllerin kullanılması gerekliliği veya teoremlerin artarda kullanılması durumu ortaya çıkmıştır. Böyle bir çözüm durumuyla karşılaşan öğretmen adayları yine SY'deki çözümden kolaylıkla vazgeçme eğilimine girmişlerdir. Yaşanan bu deneyimler sonucunda ise AY ve VY'yi tercih etmeye olan bakış açıları değişmiş ve bu yaklaşımların uygun yaklaşım olduğunu ve problem çözümlerinde ilk tercihlerinin olacağı görüşünü ifade eden öğretmen adaylarının sayısı artmıştır. SY'de benzer zorluklara vurgu yapılan çalışmalar literatürde mevcuttur. Bu çalışmalarda özellikle çok fazla teoremi bilme zorunluluğunun öğrencilerde SY'nin zor olduğu algısını geliştirdiği yönünde sonuçlara ulaşılmıştır (Barbeau, 1988; Dindyal, 2003; Gagatsis ve Demetriadou, 2001).

Son olarak bir problem için uygun ya da estetik olan yaklaşımı seçerken ilk haftalarda öğretmen adaylarının daha yüzeysel nedenler belirttiği görülmüştür. Örneğin bir çözümün kısa ya da kolay olması o yaklaşımın en uygun olduğunun göstergeleri olarak kabul edilmiştir. İlerleyen haftalarda bu durumun değiştiği ve öğretmen adaylarının daha iyi analizler yaparak yeni kriterler geliştirdiği gözlemlenmiştir. Örneğin bir yaklaşımın estetik olması için kolay, kısa veya herkes tarafından yapılabilecek bir yapıya sahip olmaması gerektiği, bunun aksine çözümün estetik olmasının zorluk, içerdiği ayrıntı ve özgün olması ile ilgili olduğunu ifade eden görüşler ortaya çıkmıştır. Bu durum, öğrenme ortamında öğretmen adaylarının bir problem için uygun veya estetik yaklaşımı belirlemede daha üst düzey analiz becerisine sahip olmalarına olumlu katkı yaptığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Özetle öğrenme ortamının yaklaşımlardaki başarının artmasına olumlu katkı yaptığı görülmüştür. Ayrıca tasarlanan ortam, bir problem için uygun yaklaşımı veya estetik çözümü seçme açısından problem çözme sürecinde öğretmen adaylarına katkı sağlamıştır. Çünkü öğretmen adayları tasarlanan ortamda ilk haftalarda çok yüzeysel olarak bu durumu değerlendirirken, son haftalara doğru daha derinlemesine analiz yapma becerisini kazanmışlardır. Diğer yandan öğretmen adaylarında AY'ye karşı mevcut olan direncin ortadan kaldırılmasında etkili olan öğrenme ortamı, VY'de aynı etkiyi istenen düzeyde ortaya çıkarmada yetersiz olmuştur. Öğretmen adayları, öğrenme ortamının sonunda VY ile bir problemi çözebilseler dahi bu yaklaşımı son sırada tercih edeceklerini ifade etmektedir. Diğer yandan sentetik bir geometrik şekli vektörler aracılığı ile yeniden oluşturmada yaşanan problemlerin azalmış olsa da devam ettiği görülmektedir. Öğrenme ortamında özellikle böyle bir yeterliği geliştirmeye yönelik bir problem kullanılmamıştır. Öğretmen adayları çözümlerinde gerek duyduklarında geometrik şekilleri vektörler aracılığı ile tekrar oluşturmuşlardır. Bu durum, yaşanan bu eksikliğin kaynağı olabilir. Tasarlanan öğrenme ortamının da bu açıdan yetersiz kaldığı görülmüştür.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

6. 1. Sonuçlar

Bu çalışma ile tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde nasıl farklılıklar oluşturduğunun incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda AY, SY ve VY'nin birlikte kullanılmasına yönelik olarak tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi, yaklaşımlarda gösterilen başarı ve yaşanan güçlükler, geometri başarısının ve yaklaşım tercihlerinin nasıl etkilendiği hakkında detaylı bilgiler sunulmuştur. Bu doğrultuda çalışmadan elde edilen sonuçlar tasarlanan öğrenme ortamının AY, SY ve VY'de gösterilen problem çözme başarısına nasıl etki ettiği, geometri başarısının ve yaklaşım tercihlerinin gelişiminin nasıl ilerlediği ve öğrenme ortamından yansımalar bağlamında ele alınmıştır.

6. 1. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamı Öğretmen Adaylarının AY ve VY'yi Euclid Geometrisi Problemlerinin Çözümünde Kullanabilmelerini Sağlamıştır

Tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde gösterdikleri AY, SY ve VY'deki başarılarındaki gelişim genel, bireysel ve öğrenme ortamına dahil olmayan öğretmen adaylarının gelişimleriyle karşılaştırılarak incelenmiştir. Araştırma başlangıcında deney ve kontrol grupları arasında bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi sonuçları grupların denk olduğu ortaya çıkmıştır. Uygulama sonunda yapılan bağımsız t-testi sonuçlarına göre; her üç yaklaşıma dayalı tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan deney grubu ile sentetik temelli öğrenme ortamının uygulandığı kontrol grubundaki öğretmen adaylarının son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Öğretmen adaylarının yaklaşımlardaki başarı gelişimlerinin tasarlanan öğrenme ortamı ile ilişkili olduğu görülmüştür. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının bilgilerini transfer edebilme, ilişkilendirebilme durumlar üzerinde etkili olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca kontrol grubunda analitik geometri, geometri ve lineer cebir derslerini ayrı halde görmelerinin öğretmen adaylarındaki ilişkilendirme becerisine katkı sağlamadığı görülmüştür.

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarının bireysel olarak her bir yaklaşımdaki başarı gelişimi incelenmiştir. Uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının arasında bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi grupların denk olduğunu göstermiştir. Uygulama sonrasında yapılan t-testi sonucunda deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının AY, SY ve VY başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Böylece tasarlanan öğrenme ortamının her bir yaklaşımdaki başarıdaki gelişimde etkili olduğu görülmektedir. Deney grubundaki öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun AY'deki problem çözme başarılarında artış gösterdiği belirlenmiştir. Kontrol grubunda ise öğretmen adaylarının AY'deki başarılarında düşüş meydana gelmiştir. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamının AY ile problem çözme başarısındaki süreçte etkili olduğunu göstermektedir. SY'deki başarı gelişimlerine bakıldığında hem deney hem de kontrol grubundaki öğretmen adaylarının bireysel başarılarında gelişim kaydettiği görülmüştür. Bu durum, tasarlanan öğrenme ortamının SY'deki başarı gelişiminde etkili olduğunun göstergesidir. VY'deki problem çözme süreci incelendiğinde deney grubu öğretmen adaylarının tamamının başarılarının geliştiği belirlenmiştir. Kontrol grubundaki öğretmen adaylarının çok azının VY'deki başarısını geliştirdiği görülmektedir. bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının bireysel olarak yaklaşımlarda gösterdikleri başarı üzerinde etkili olduğu anlaşılmaktadır.

6. 1. 2. Uygulamalar Sonrasında Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Süreçlerinde SY Baskın Olarak Yer Almıştır

Tasarlanan öğrenme ortamı öncesinde de öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde baskın olarak yer alan SY, hem başarı hem de tercih edilme açısından uygulama sonrasında da bu özelliğini korumuştur. Deney ve kontrol grubunun SY puanları arasında yapılan bağımsız t-testi sonucunda kontrol grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark çıkmış olmasına rağmen bu durum tasarlanan öğrenme ortamı sonrasında ortadan kalkmıştır. Burada uygulamalar sonrasında öğretmen adaylarını problem çözme süreçlerinde SY'yi etkili bir şekilde ve ağırlıklı olarak kullanmalarının etkili olduğu görülmüştür. Hem en başarılı olunan hem de en çok tercih edilen yaklaşım SY olmuştur. Diğer yaklaşımlardaki gelişim göz ardı edilemeyecek derecede olsa da SY'nin problem çözme süreci üzerindeki baskın rolü ortaya çıkmıştır.

6. 1. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Sürecinde Karşılaştıkları Güçlükleri Gidermeye Katkı Sağladığı Görülmüştür

Tasarlanan öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde AY, SY ve VY'de karşılaştıkları güçlükleri ortaya çıkarmak için mülakatlar yürütülmüştür. Yapılan analizler sonucunda araştırmanın başında öğretmen adaylarının her yaklaşımda da çeşitli güçlükler yaşadığı, araştırma sonunda ise bu güçlüklerin büyük bir kısmının ortadan kalktığı belirlenmiştir. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamı, yaklaşımlarda karşılaşılan güçlükleri gidermede etkili olmuştur.

Başlangıçta AY ve VY'de yaşanan güçlüklerin SY'ye oranla çok daha fazla olduğu görülmüştür. Uygulama sonunda ise AY ve SY'deki güçlüklerde azalma görülürken VY'deki güçlüklerde artış belirlenmiştir. Özetle uygulamalar sonrasında bazı öğretmen adaylarının özellikle AY ve VY'yi kullanma kısmında yaşadıkları güçlükler devam etmektedir. Örneğin AY'de uygulama öncesinde yaşanan geometrik şekli analitik düzleme aktarma güçlüğü uygulama sonrasında da sürdüğü ortaya çıkmıştır. VY'de ise uygulama sonunda konum vektörünü kullanma ve sentetik geometri ile vektör geometrisindeki bilgileri ilişkilendirme gibi yeni güçlüklerin ortaya çıktığı görülmüştür. Buradan tasarlanan öğrenme ortamının yaklaşımlar arasındaki bağlantıyı kurmada istenilen düzeyde etkili olamadığı görülmüştür.

6. 1. 4. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Euclid Geometrisi Problemlerinin Çözümünde Farklı Yollardan Yararlanmalarına ve Bunun Sonucunda Problem Çözme Başarılarına Katkı Sağlamıştır

Araştırma başlangıcında iki grup arasında bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımsız t-testi sonuçları kontrol grubu lehine anlamlı bir fark olduğunu ortaya çıkarmıştır. Deney grubunda her üç yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen derslerin öğrencilerin geometri başarı puanlarında artış meydana geldiğini, kontrol grubun da benzer şekilde başarı puanlarında artış olmasına rağmen yapılan t-testi analizi deney grubu lehine istatiksel olarak bir farkın ortaya çıktığını göstermiştir. Bu durum, her üç yaklaşım aracılığı ile yürütülen öğrenme ortamının kontrol grubunda yürütülen sentetik temelli öğrenme ortamına oranla geometri başarısındaki gelişime daha fazla katkı sağladığını ortaya koymuştur.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının süreç içindeki yaklaşım tercihlerindeki değişim ve bu değişim altında yatan nedenler uygulanan testler, mülakatlar ve video kayıtları aracılığı ile değerlendirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda tasarlanan öğrenme ortamının başlangıcında öğretmen adaylarının problemleri SY ile çözme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Bu durumun altında yatan sebeplerin başında öğretmen adaylarının geometri problem çözümlerinde daha önceki deneyimlerinin etkisinin olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları için AY ve VY ile sentetik geometri problemlerini çözme ilk kez karşılaştıkları bir durum olduğundan tasarlanan ortama adaptasyon süreçlerinin uzun sürdüğü ortaya çıkmıştır. Bu nedenle de problem çözüm sürecinde AY ve VY'yi tercih eden öğretmen adayları başlangıçta oldukça az sayı ile sınırlı kalmıştır. Her üç yaklaşım ile de geometri problemlerini çözme deneyimi yaşayan öğretmen adaylarının AY'yi tercih etmedeki istekliliklerine öğrenme ortamının etkili olduğu görülmüştür. Fakat aynı durum VY için ortaya çıkmamıştır. VY'deki başarılarının uygulama sonrasında artmış olmasına rağmen öğretmen adaylarının problem çözümlerinde VY'yi genelde tercih etmeyecekleri yönünde görüşleri hala mevcuttur. Bu durum, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde VY'ye karşı olan dirençlerinin devam ettiğini göstermektedir. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamının geometri problem çözümlerinde VY'yi tercih etmeye yönelik dirençlerinin önüne geçmeden istenilen etkiyi oluşturamadığı belirlenmiştir.

Tasarlanan öğrenme ortamının ilk haftalarında öğretmen adaylarının problem çözüm sürecinde yaklaşım tercihlerinin altında yatan sebepler video kayıtları ile incelenmiştir. Öğrenme ortamına dahil olan öğretmen adaylarının ilk haftalarda yaklaşım tercihlerinde daha yüzeysel nedenler ortaya koyduğu ortaya çıkmıştır. Çözümün kısa veya kolay olması gibi nedenlerin çoğunlukla ifade edildiği bu haftalarda öğretmen adaylarının çözümleri analiz etmede eksiklikleri olduğu anlaşılmaktadır. Öğrenme ortamının sonunda yaklaşım tercihlerinin nedenleri öğretmen adayları tarafından daha ayrıntılı olarak yorumladıkları görülmüştür. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde yaklaşım tercihlerinin nedenlerini analiz etmede etkili olmuştur.

6. 2. Öneriler

Öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini AY, SY ve VY'ye dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında incelemeyi amaçlayan bu çalışmanın sonunda, yaklaşımlara dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinin çeşitli değişkenler açısından gelişim gösterdiği tespit edilmiştir. Bu bölümde yapılan öneriler, çalışmanın sonuçlarına dayalı olarak yapılan öneriler ile ileride yapılabilecek araştırmalara yönelik öneriler başlıkları altında verilmiştir.

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Araştırma kapsamında tasarlanan öğrenme ortamı; AY, SY ve VY'nin birlikte kullanılarak matematik öğretmenliği lisans programında bulunan geometri ders içeriğinin zenginleştirilmesi ile oluşturulmuştur. Literatürde hakim olan görüş, öğrencilere problem çözme sürecinde bir probleme farklı yaklaşımlar aracılığı ile çözüm üretme imkanı sağlanmasıdır. Bu çalışmada tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının Euclid geometrisi problemlerinin çözümünde farklı yaklaşımlardan yararlanmalarına, problemleri başarı ile çözmelerine katkı sağlamıştır. Diğer yandan bu ortama dahil olan öğretmen adayları yaklaşımlar arasındaki bilgileri transfer etmede verimli bir süreç geçirmişlerdir. Fakat sadece bir yaklaşıma dayalı olarak yürütülen geometri dersine dahil olan öğretmen adayları için böyle bir yeterliğin ortaya çıkmadığı görülmüştür. Yani farklı yaklaşımları problem çözme sürecinde kullanmaya yönelik deneyimler içermeyen öğrenme yaşantıları, bu yaklaşımlar arasındaki ilişkilendirme yeterliğini kazandırmada, bu deneyimi sağlayan öğrenme yaşantılarından oldukça geridedir. Farklı dersleri ayrı ayrı görmek, bilgi transferini tek başına yeterli kılmamaktadır. Bu bağlamda bu çalışmada tasarlanan öğrenme ortamına benzer içerikli derslere matematik öğretmeni yetiştirme programlarında yer verilmesi önerilmektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde VY'yi tercihlerine etkili olmamaıştır. Bu durumun VY'ye karşı öğretmen adaylarının oldukça dirençli olmasından kaynaklandığı görülmüştür. Bu bağlamda direnç gösterilen ve gelişimi farklı yaklaşımları problem çözme sürecinde kullanma deneyimine bağlı olmayan bu durumun ortadan kaldırılabilmesi için mikro-düzeyde deneyimlerin yaşatılması, farklı geometri problemlerini kullanılması veya daha uzun süreli deneyimlerin sağlanması önerilmektedir.

Verilen probleme uygun yaklaşımı belirleyebilme ve estetik çözüme karar verebilme yeterliklerinin problem çözme sürecinin gelişimi için önemli görülmektedir. araştırmanın amacı doğrudan bu yeterliği ortaya çıkarmak olmasa da problem çözme sürecindeki gelişime bu yeterliğin önemli bir katkı sağladığı görülmüştür. Araştırma sonucunda öğretmen adaylardan bazılarının hala bu yeterliğe ulaşamadığı ve yüzeysel yorumlar içeren görüşlere sahip olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda yaklaşımları problem çözme sürecinde kullanma deneyimi kazandırmaya yönelik öğrenme ortamlarında bir çözümün estetik yönlerini vurgulayacak deneyimler kazandırılmasına yönelik yapılacak uygulamalara yer verilmesi önemlidir.

Tasarlanan öğrenme ortamı, SY'nin AY ve VY ile desteklenmesi sonucunda oluşturulmuştur. Bu nedenle de öğrenme ortamında kullanılan geometri problemlerinin ifadeleri sentetik geometride kullanıldığı şekilde sunulmuştur. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının problemin soruluş şeklinden etkilendiğini göstermektedir. Her ne kadar kullanılan problemlerde SY'ye yöneltmeyi engellemek adına geometrik şekiller kullanılmayıp problemler sadece sözel şekilde verilse de problemin yapısındaki gösterimlerin hala SY'ye aittir. Bu ise öğretmen adaylarının çözümlerde öncelikle SY'yi tercih etme eğilimlerine neden olan durumlardan bir tanesi olarak ortaya çıkışmıştır. Bu durumu önlemek ve öğretmen adaylarının verilen problem için yaklaşımlara eşit uzaklıkta bir algıya sahip olmalarını sağlamak için kullanılan geometri problemlerinin her bir yaklaşımda kullanılan gösterimler ile ifade edilerek ayrı ayrı öğretmen adaylarına sunulması önerilmektedir.

Yapılan çalışmada sentetik geometri dersi AY ve VY ile desteklenerek bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Böylece öğretmen adaylarına bir problemin çözümünü farklı bir yaklaşım aracılığı ile görme imkanı sağlanmıştır. Fakat bu durumun sadece geometri dersi ile sınırlı kalması öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki gelişim için yeterli olmayabilir. Dolayısıyla matematik öğretmenliği programındaki diğer derslerin de bu yapıda tasarlanarak öğretmen adaylarının bu sürece daha fazla dahil olmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda örneğin Analitik Geometri dersi SY ve VY ile veya Lineer Cebir dersi AY ve VY ile desteklenerek yeni bir yapıda öğretmen adaylarına sunulması önerilebilir.

6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Bu çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde yaklaşımları kullanma yeterliklerinde nasıl bir değişim oluşturduğunu incelemek adına AY, SY ve VY aracılığı ile öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Çalışmanın sonucunda bu deneyime sahip olmayan öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ilişkilendirme becerisinin oldukça düşük olduğu görülmüştür. Yaklaşımları kullanma yeterliklerinden birisi de bilgiler arasında ilişkilendirmeyi kurma olduğu düşünüldüğünde sistem içindeki öğretmenlerin de bu beceriye yeterince sahip olma durumlarının incelenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda yapılan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Dolayısıyla mevcut sistemdeki matematik öğretmenlerinin de problem çözme sürecinde yaklaşımları kullanma yeterlikleri belirlenerek tespit edilen ihtiyaçlar doğrultusunda hizmet içi eğitimlerin düzenlenmesi önerilebilir.

Öğrencilerin problem çözme sürecinde yaklaşımlar arasındaki ilişkilendirme becerilerini geliştirebilmeleri için öncelikle öğretmenlerin bu yeterliklere sahip olması gerekmektedir. Bu bağlamda bu çalışmada problem çözme sürecinde yaklaşımı kullanma deneyimi yaşayan öğretmen adaylarının gelişimi incelenmiştir. ancak yaklaşım kullanma yeterliklerinin geliştirilmesinin sadece bu yeterliklere sahip olmakla sağlanamayacağı açıktır. Bu bağlamda öğretmen ve öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde yaklaşımları kullanmanın etkili öğretimine yönelik eğitimlerin verilmesi ve deneyimlerin yaşatılması önemlidir.

Problem çözme süreci birçok alt süreç içeren bir yapıdadır ve bu süreçlerin başarıyla tamamlanabilmesi için çeşitli yeterliklere sahip olunması gerekmektedir. Bu çalışmada da problem çözme sürecinde yaklaşımları kullanabilme yeterliğinin başarı ile tamamlanması sayesinde istenilen amaca ulaşılacaktır. Bunun için de öğretmen adaylarının her bir yaklaşımda bazı önbilgilere sahip olması beklenmektedir. Araştırma sonucunda bu ön bilgilerdeki eksikliklerin yaklaşımların kullanıldığı problem çözme sürecini olumsuz yönde etkilediği ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda her bir yaklaşımda yaşanan problem çözme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanabilmesi için öğrenme ortamının içeriğine öğretmen adaylarının bu önbilgilere sahip olup olmadığını ölçecek bir ölçme aracının eklenmesi ve bu sayede ortaya çıkan bilgi eksikliklerin giderilmesi için öğrenme ortamının içeriğinin bu yönde geliştirilmesi önerilmektedir.

Tasarlana öğrenme ortamında kullanılan problemler tahtada öğretmen adaylarına sunularak bireysel çözümlerin yapılması istenmiştir. Problem çözme sürecindeki sınıf içi uygulamalar video ile kayıt altına alınmıştır. Fakat bu video kayıtlarının her bir öğrencinin bireysel çözümünü derinlemesine incelemede yeterli olmadığı araştırma sonucunda ortaya çıkmıştır. Araştırmacı da uygulamalar sırasında her ne kadar sınıf içi gözlemlerde bulunsa da bu durumun da yetersiz kaldığı durumların oluştuğu belirlenmiştir. Bu sebeple öğretmen adaylarının bireysel çözümlerinin derinlemesine incelenmesi ve problem çözme sürecinde izledikleri adımlardaki ver kaybını önlemek için AY, SY ve VY'Ye dayalı problemlerin çalışma yaprakları şeklinde tasarlanması önerilebilir. Bu sayede öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki gelişimlerinin daha iyi analiz edilebileceği düşünülmektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında her ne kadar yaklaşımlarla desteklenen öğrenme ortamının öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini incelense de çalışma sonunda gelişime dirençli olan bazı durumların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu durumların altında yatan sebepler ve giderilmesi için alınacak önlemlere yönelik mikro-düzeyde yaşantılar sağlanarak, böyle bir deneyimle bu direncin ortadan kaldırılıp kaldırılmayacağı araştırılabilir.

Bu çalışmada ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçleri üzerinde yoğunlaşılmıştır. Bu çalışmadaki yöntem ve veri toplama araçları farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilere de uygulanabilir. Örneğin, geometri konularının işlendiği ortaöğretim düzeyindeki öğrenciler üzerinde bu tür bir çalışma yapılabilir. Nitekim lise düzeyinde 2010 yılında geliştirilen geometri öğretim programına giren bu yaklaşımların kısa sürede programdan kaldırılması bu düzeydeki öğrencilerin Euclid geometrisi problemlerini çözme süreçlerine odaklanmayı engelleyen bir durum oluşturmuştur. Benzer öğrenme ortamlarının lise düzeyinde de uygulanarak sürecin değerlendirilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

7. KAYNAKLAR

Allendoerfer, C. B. and Oakley, C. O. (1969). *Principiles of mathematics.* McGraw-Hill Companies.

Aydın, N., Biberoğlu, B. ve Camus, A. (2011). *Ortaöğretim Geometri 11 ders kitabı.* Ankara: Aydın Yayınları.

Aydın-Güç, F. (2015). Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya Matematik eğitimi.* Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Ball, D. (1988). The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths (Research Report 88-3). East Lansing: Michigan State University, National Center for Research on Teacher Education. http://ncrtl.msu.edu/http/rreports/html/pdf/rr883.pdf adresinden 14 Mart 2014 tarihinde edinilmiştir.

Ball, D. L., and Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Eds.), Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group (pp. 3–14). Edmonton, Alberta: CMESG.

Barbeau, E. J. (1988). Which method is best? *Journal of Mathematics Teacher*, 81, 87-90.

Cambridge Conference on School Mathematics (1963). Goals for School Mathematics. (Report of the Conference), Houghton Mifflin Company, Boston.

Carroll, C. D. (1977). The relative effectiveness of three geometric proof construction strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 62-67.

Charles R. and Lester, F. (1982). *Teaching problem solving; What, Why ve How*. CA: Dale Seymour Publications.

Coakes, S. J. and Steed, L. G. (1997). *SPSS, Analysis without anguish*. John Wiley and Sons Publication.

Coxford, A. F., Burks, L., Giamati, C. and Konik, J. (1991). *Geometry from multiple perspectives. curriculum and evaluation standartds for school mathematics addenda series, Grade 9-12*. Reston. Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Çepni, S. (2009). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (3. Baskı).* Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Dhombres, J. (1993). Is one proof enough? Travels with a mathematician of the baroque period. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 401-419.

Dindyal, J. (2003). Algebric thinking in geometry in high school level. Unpublished doctoral dissertation. Illinois State University, USA.

Dowlath, E. (2008). Exploring pre-service mathematics teachers' knowledge and use of mathematical modelling as a strategy for solving real-world problems. Unpublished master thesis, University Of Kwazulu-Natal, Durban.

Dreyfus, T. and Eisenberg T. (1986). On the aesthetics of mathematical thought. *For the Learning of Mathematics,* 6(1), 2-10.

Duatepe, A. (2000, Eylül). İlköğretim öğretmen adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi, VI. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Fearnley-Sander, D. (1980). A royal road to geometry. *Mathematics Magazine*, 53(5), 259-268.

Fennema, E., and Romberg, T. A. (Eds.). (1999). *Classrooms that promote mathematical understanding.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

French, D. (2004). *Teaching and learning geometry.* London: Continuum International Publishing Group.

Gagatsis, A and Demetriadou, H. (2001). Classical versus vector geometry in problem solving. An empirical research among Greek secondary pupils. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology,* 32 (1), 105-125.

Giroux, H. A. (1983). *Theory and resistance in education. A Pedagogy for the Opposition.* New York: Bervin ve Garvey Publishers Inc.

Heath, T. L. (1967) *The thirteen books of Euclid's elements*. New York: Dover Publications.

Hensen, K. T. (1996). Teachers as researcher. In J. Sikula (Eds.), *Handbook of Research on Teacher Education* (4th ed., pp. 53-66). New York: Macmillan.

Hiebert, J., and Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Ggrouws (Eds.), Handbook for research on mathematics teaching and learning (pp. 65-97). New York, NY: Macmillan.

Hillel, J. (2002). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. *In On the Teaching of Linear Algebra*, 191–207.

House, P. A. and Coxford, A. F. (1995). *Connecting mathematics across the curriculum: 1995 Yearbook.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Howson, A.G. (1973). Milestone or millstone. *The Mathematical Gazette*. 58, 258-66.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim-Online,* 2(2), 2-9.

Kieren, T. E. (1990). Understanding for teaching for understanding. *The Alberta Journal of Educational Research,* 36, 191-201.

Kisacanin, B. (2002). *Mathematical problems and proofs.* New York: Kluwer Academic Publishers.

Kösa, T. (2011). Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin değerlendirilmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Kwon, O. H. (2012). Conceptualizing vectors in college geometry: A new framework for analysis of student approaches and difficulties. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University, USA.

Leikin, R. (2003). Problem-solving preferences of mathematics teachers: Focusing on symmetry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 297-329.

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. *In The Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education – CERME-5, pp. 2330-2339.* http://ermeweb.free.fr/CERME5b/ adresinden 10 Nisan 2013 tarihinde edinilmiştir.

Leikin, R., and Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory- based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 349-371.

Leikin, R., and Levav-Waynberg, A. (2008). Solution spaces of multiple-solution connecting tasks as a mirror of the development of mathematics teachers' knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 8(3), 233-251.

Leikin, R., Levav-Waynberg, A., Gurevich, I., and Mednikov, L. (2006). Implementation of multiple solution connecting tasks: Do students' attitudes support teachers' reluctance? *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 28, 1-22.

Levav-Waynberg, A. (2011). Solving geometry problems in different ways to promote the development of geometric knowledge and creativity. Unpublished doctoral dissertation. University of Hafia, Isreal.

Levav-Waynberg, A. and Leikin, R. (2006). Solving problems in different ways: Teachers' knowledge situated in practice. In J. Navotna, H. Maraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), Proceedings of the 30th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 57-64). Charles University, Czech Republic.

Levav-Waynberg, A. and Leikin, R. (2012a). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *Journal of Mathematical Behaviour,* 31, 73-90.

Levav-Waynberg, A. and Leikin, R. (2012b). Using multiple solution tasks fort he evaluation of students' problem solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 12(4), 311-333.

Malone, J. A., Graham, A., Barry, V. and Roland, S. (1980). Measuring problem solving ability. In S. Krulik & R. E. Reys. 1980 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA: The Council.

Maric, F., Petrovic, I., Petrovic, D. and Janacic, P. (2012). Formalization and implementation of algebraic methods in geometry. THedu'11 EPTCS 79, In P. Quaresma and R. J. Back (Eds.), 63-81.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2010). *Ortaöğretim geometri dersi 9-10. sınıflar öğretim programı*. Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2011). *Ortaöğretim geometri 10 ders kitabı*. Ankara : Evren Yayıncılık.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Neuendorf, K. A. (2002). *The content analysis guidebook.* Thousand Oaks, CA: Sage.

Nissen, P. (2000). A geometry solution from multiple perspectives. *Mathematics Teacher*, 4, 324-331.

Ok, S. (2013). *Vektör ile geometri.* Ankara: Siyasal Yayınları.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Pambuccian V. (1993). Ternary operations as primitive notions for constructive plane geometry III. *Mathematical Logic Quarterly,* 39(1), 393-402.

Pehlivan, F., C. (2011). Matematik problemlerinin çözümünde öğretmen adaylarının kullandıkları stratejilerin ve gösterim şekillerinin analizi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Polya, G. (1973). *How to solve it? A new aspect of mathematical method.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving.* New York, NY: Wiley.

Price, M. H. (1994) *Mathematics for the multitude? A history of the mathematical association.* Leicester: The Mathematical Association.

Pritchard, C. (Ed.) (2003) *The changing shape of geometry.* Cambridge: Cambridge University Press.

Rossitter, R. F. (2012). The effects of math recovery on the low-performing mathematics students. Unpublished doctoral dissertation. University of Missouri-Kansas City, USA.

Schoenfeld, A. H. (Ed.). (1983). *Problem solving in the mathematics curriculum: A report, recommendations' and an annotated bibliography.* Washington, DC: The Mathematical Association of America.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Orlando, FL: Academic Press.

Senk, S. L. (1985). How well do students write geometric proofs? *The Mathematics Teacher*, 78 (6), 448-456.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1–36.

Sherard, W. H, (1981). Why is geometry a basic skill? *The Mathematics Teacher,* 74(1), 19-21.

Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. *For the Learning of Mathematics,* 10, 24-36.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics.* Washington, DC: Falmer.

Sierpinska, A. (2002). On some aspects of students' thinking in linear algebra. *In On the Teaching of Linear Algebra*, 209–246.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM-Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 3, 75–80.

Silver, E. A., Ghousseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., and Font Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. *Journal of Mathematical Behaviour,* 24, 287-301.

Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stigler J. W., and Hiebert J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom.* New York: The Free Press.

Sun, A. (1995). Development and factor analysis of the student resistance to schooling ınventory. *Educational and Psychological Measurement*, 55(5), 841- 849.

Swings, S. and Peterson, P. (1988). Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning. *Journal of Educational Psychology,* 80(1), 54-66.

Tabachnick, B. G., and Fidell, L. S. (2000). *Using multivariate statistics*. (4th ed.) Boston: Allyn and Bacon.

Temur, Ö. D. (2007). Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüşleri ve sınıf içi uygulamaların Van Hiele seviyelerine göre irdelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Van De Walle, J. A. (2001). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* Boston: Allyn and Bacon.

Zazkis, R. ve Hazzan, O. (1999). Interviewing in mathematics education research: Choosing the questions. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17(4), 429-439.

8. EKLER

Ek. 1. FYKBÖT Soruları

Değerli öğretmen adayları,

Aşağıda verilen geometri problemleri, sizlerin geometri problemlerinde analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımları kullanabilme bilginizi ölçmek için hazırlanmıştır. Aşağıda verilen problemlerin her birinin analitik yaklaşım, sentetik yaklaşım ve vektörel yaklaşımların her üçü ile de çözümü mevcuttur. Aşağıdaki problemlerin <u>her üç yaklaşım ile</u> çözümlerini eksiksiz olarak yapmaya gayret ediniz.

Bilimsel çalışma kapsamında kullanılacak olan bu sorular, kesinlikle ders notunuzu etkilemeyecektir.

Katkılarınız için teşekkür ederim.

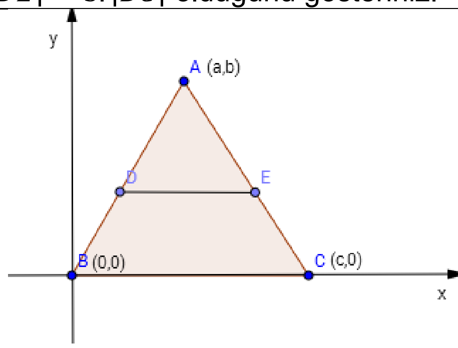
Arş. Gör. Demet BARAN BULUT

Problem 1. Bir ABC üçgeninde D ve E noktaları sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarını $\frac{3}{1}$ oranında bölüyor ise D ve E noktalarının birleştirilmesiyle oluşan $[DE]$ nin $[BE]$ kenarına paralel ve $4.|DE| = 3.|BC|$ olduğunu gösteriniz.

Problem 2. Bir dörtgende köşegenler birbirini ortalıyor ise bu şekil bir paralelkenar belirttiğini gösteriniz.

Problem 3. ABCD bir kare olsun. AB, BC, CD ve DA kenarları üzerinde sırası ile $|AE| = |BF| = |CG| = |DN|$ olmak üzere E, F, G, N noktaları alınıyor. $GE \perp FN$ olduğunu gösteriniz.

Ek 2. FYKBÖT Cevapları

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 1. Bir ABC üçgeninde D ve E noktaları sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarını $\frac{3}{1}$ oranında bölüyor ise D ve E noktalarının birleştirilmesiyle oluşan $[DE]$ nin $[BE]$ kenarına paralel ve $4.|DE| = 3.|BC|$ olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>


1. Köşeleri $A(a,b), B(0,0)$ ve $C(c,0)$ olan ABC üçgenini çizelim.
2. D noktasının koordinatları

$$D\left(\frac{a.1+3.0}{4}, \frac{b.1+3.0}{4}\right) = D\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{4}\right)$$

3. E noktasının koordinatları:

$$E\left(\frac{a.1+c.3}{4}, \frac{b.1+3.0}{4}\right) = D\left(\frac{a+3c}{4}, \frac{b}{4}\right)$$

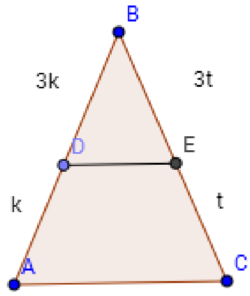
4. $|BC| = \sqrt{c^2} = c \qquad \ldots(1)$

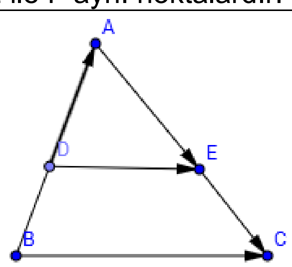
$$|DE| = \sqrt{\left(\frac{a+3c}{4} - \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{4} - \frac{b}{4}\right)^2} = \frac{3}{4} \qquad \ldots(2)$$

(1) ve (2)den $|DE| = \frac{3}{4}|BC|$

5. $[DE]$ nin eğimi: $m_{DE} = \frac{b/_4 - b/_4}{a+3c/_4 - a/_4} = 0$
$[BC]$ nin eğimi: $m_{BC} = \frac{0-0}{c-0} = 0$
$m_{DE} = m_{BC}$ olduğundan $[DE] \parallel [BC]$ olur.
</td></tr>
</table>

Ek 2’nin devamı

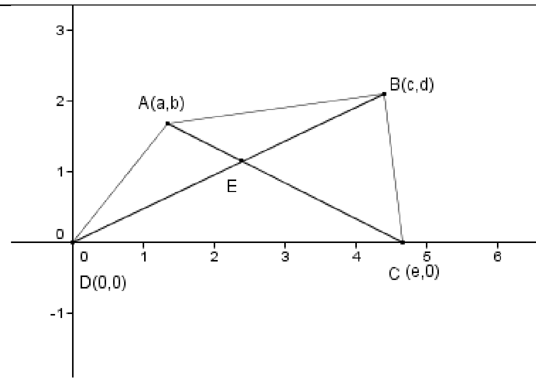
<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>

Bir ABC üçgenini alalım. $[AB]$ kenarı üzerinde alınan D noktası ile $[AC]$ kenarı üzerinde alınan E noktasını birleştirelim.
1. ΔADE ve ΔABC de $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{3}{1}$ …(1)
2. “Teorem: İki üçgen arasındaki birebir eşlemede karşılıklı kenarlar orantılı ise bu iki üçgen benzerdir.” Teoreminden $\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$ dir.
3. $\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC}$ ise; $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$ dir. Buradan
$\frac{3}{4} = \frac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow |DE| = \frac{3}{4}|BC|$
4. Varsayalım ki $[DE] \nparallel [BC]$ olsun. O halde D notasından geçen ve $[BC]$ ye paralel olan bir DF doğrusu vardır.
5. Temel Orantı Teoremi’nden $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AF|}{|FC|}$ olur.
(1)den $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|AF|}{|FC|}$ olur.
E ile F aynı noktalardır. O halde $[DE] \parallel [BC]$ olur.</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>

$\|\overrightarrow{DA}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{BA}\|$ ve $\|\overrightarrow{AE}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{AC}\|$ olsun.
$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$
$\|(DE)^{\rightarrow}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{BA}\| + \frac{3}{4}\|\overrightarrow{AC}\|$
$\|\overrightarrow{DE}\| = \frac{3}{4}(\|\overrightarrow{BA}\| + \|\overrightarrow{AC}\|)$
$\|\overrightarrow{DE}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{BC}\|$ olur.
$\|\overrightarrow{DE}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{BC}\|$ olduğundan $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{BC}$ nin herhangi bir skaler katı olduğundan
$\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{BC}$ dir.</td>
</tr>
</table>

Ek 2'nin devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 2. Bir dörtgende köşegenler birbirini ortalıyor ise bu şekil bir paralelkenar belirttiğini gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>



ABCD herhangi bir dörtgen olmak üzere [AC] ve [BD] köşegenleri olsun. Köşegenler birbirini ortaladığından E noktasının koordinatları:
1. $E\left(\frac{c}{2},\frac{d}{2}\right) \ldots$ (1)
$E\left(\frac{a+e}{2},\frac{b}{2}\right) \ldots$ (2)
2. (1) ve (2) aynı noktayı belirttiğinden apsis ve ordinatlar aynı olmalıdır. O halde

$$\frac{c}{2}=\frac{a+e}{2}$$
$$\frac{d}{2}=\frac{b}{2}$$
$$\Rightarrow a+e=c\ ve\ b=d$$

3. O halde [AC]=[BD] ve [AD]=[BC] olur ki bu ABCD dörtgeninin bir paralelkenar olması demektir.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>Herhangi bir ABCD dörtgeni alalım. [AC] ve [BD] bu dörtgene ait köşegenler olsun ve birbirini ortalasın. E noktası ise bu köşegenlerin kesişim noktası olsun.
1. K. A. K. Teoreminden $\overset{\Delta}{AEB} \cong \overset{\Delta}{CED}$ olur. O halde

$$\frac{|AE|}{|CE|}=\frac{|EB|}{|ED|}=\frac{|AB|}{|CD|}$$
$$\frac{|AB|}{|CD|}=1 \Rightarrow |AB|=|CD|$$

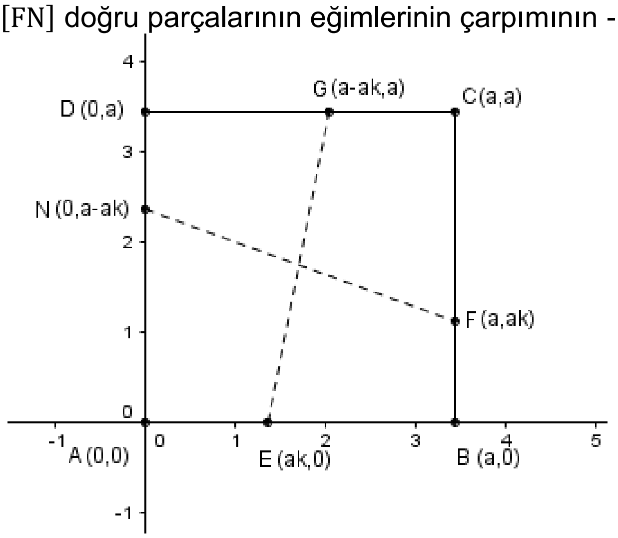
2. K. A. K. Teoreminden $\overset{\Delta}{AED} \cong \overset{\Delta}{CEB}$ olur. O halde

$$\frac{|AE|}{|CE|}=\frac{|ED|}{|EB|}=\frac{|AB|}{|CB|}$$
$$\frac{|AD|}{|CB|}=1 \Rightarrow |AD|=|CB|$$

O halde 1 ve 2 den ABCD bir paralelkenardır.</td></tr>
</table>

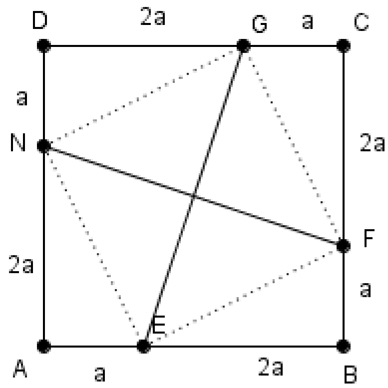
Ek 2'nin devamı

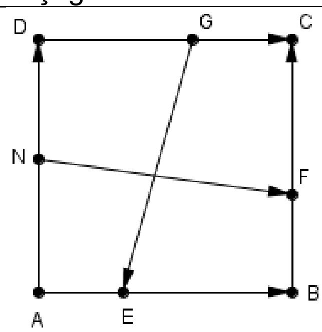
<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>Herhangi bir ABCD dörtgeni alalım. [AC] ve [BD] bu dörtgene ait köşegenler olsun ve birbirini ortalasın. E noktası ise bu köşegenlerin kesişim noktası olsun.
$\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ ve $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$
$\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$
$\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{CO}\right)$
$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$
$\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DO}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO}\right)$
$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$
Karşılıklı kenarlar eşit olduğundan ABCD bir paralelkenardır.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 3. ABCD bir kare olsun. AB, BC, CD ve DA kenarları üzerinde sırası ile $|AE| = |BF| = |CG| = |DN|$ olmak üzere E, F, G, N noktaları alınıyor. $\mathrm{GE} \perp \mathrm{FN}$ olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>Verilen ABCD karesini köşeleri A(0,0), B(a,0), C(a,a), D(0,a) olacak şekilde belirleyelim. E, F, G ve N noktalarını 0<k<1 olmak üzere ve $|\mathrm{AE}| = |\mathrm{BF}| = |\mathrm{CG}| = |\mathrm{DN}|$ olacak şekilde sırasıyla E(ak,0), F(a,ak), G(a-ak,a) ve N(0,a-ak) olarak alalım. Bu durumda $[GE] \perp [\mathrm{FN}]$ olduğunu göstermek için $[GE]$ ve $[\mathrm{FN}]$ doğru parçalarının eğimlerinin çarpımının -1 olduğunu göstermeliyiz.


$\mathrm{m_{GE}} = \frac{\mathrm{a} - 0}{\mathrm{a} - \mathrm{ak} - \mathrm{ak}} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a} - 2\mathrm{ak}} = \frac{1}{1 - 2\mathrm{a}}$
$\mathrm{m_{FN}} = \frac{\mathrm{ak} - (\mathrm{a} - \mathrm{ak})}{\mathrm{a} - 0} = \frac{2\mathrm{ak} - \mathrm{a}}{\mathrm{a}} = 2\mathrm{a} - 1$
$\mathrm{m_{GE}}.\mathrm{m_{FN}} = \left(\frac{1}{1 - 2\mathrm{a}}\right).(2\mathrm{a} - 1) = -1 \text{ old.}$
$\Longrightarrow [\mathrm{GE}] \perp [\mathrm{FN}] \text{ dir.}$</td></tr>
</table>

Ek 2’nin devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


EFGN dörtgeni oluşturulur. Pisagor teoreminden $|EF| = \sqrt{5}a = |FG| = |GN| = |NE|$olur. Böylece EFGN kare belirtir. $[GE]$ ve $[FN]$ EFGN karesinin köşegenleri old. $GE \perp FN$ dir.
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{GC} = \vec{a}$
$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{ND} = \vec{b}$
$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DG} = \vec{c}$
$\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AN} = \vec{f}$ olsun.

$\overrightarrow{EG} = \vec{c} + \vec{b} + \vec{f} - \vec{a} = \left(\vec{f} - \vec{a}\right) + (\vec{b} + \vec{c})$
$\overrightarrow{FN} = \vec{f} - \vec{a} - \vec{c} - \vec{b} = \left(\vec{f} - \vec{a}\right) - (\vec{b} + \vec{c})$
$\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{FN} = (\vec{f} - \vec{a})^2 - (\vec{b} + \vec{c})^2$
$\begin{bmatrix} \|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|, \\ \|\vec{c}\| = \|\vec{f}\| \end{bmatrix}$ old.
$\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{FN} = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{EG} \perp \overrightarrow{FN}$
</td>
</tr>
</table>

Ek 3. FYKBST Soruları

Değerli öğretmen adayları,

Aşağıda verilen geometri problemleri, sizlerin geometri problemlerinde analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımalrı kullanabilme bilginizi ölçmek için hazırlanmıştır. Aşağıda verilen problemlerin her birinin analitik yaklaşım, sentetik yaklaşım ve vektörel yaklaşımların her üçü ile de çözümü mevcuttur. Aşağıdaki problemlerin her üç yaklaşım ile çözümlerini eksiksiz olarak yapmaya gayret ediniz.

Bilimsel çalışma kapsamında kullanılacak olan bu sorular, kesinlikle ders notunuzu etkilemeyecektir.

Katkılarınız için teşekkür ederim.

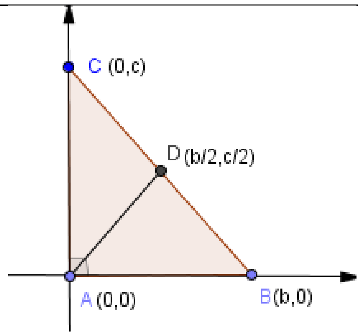
Arş. Gör. Demet BARAN BULUT

Problem 1. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortay hipotenüsün yarısına eşit olduğunu gösteriniz.

Problem 2. Bir eşkenar dörtgene ait köşegenlerin dik kesiştiğini gösteriniz.

Problem 3. Bir ABCD yamuğunda orta taban uzunluğunun alt ve üst tabanların uzunluğunun toplamının yarısına eşit olduğunu gösteriniz.

Ek 4. FYKBST Cevapları

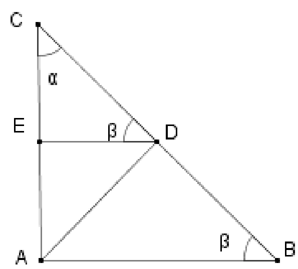
<table>
<tr><td colspan="3">Problem 1. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortay hipotenüsün yarısına eşit olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>


ABC bir dik üçgen, [AD] ise bu üçgende hipotenüse ait kenarortay olsun.

$$|AD| = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{4}} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$$

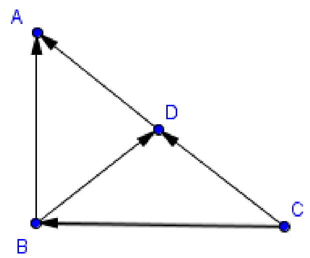
$$|BC| = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$|AD| = \frac{|BC|}{2}$$

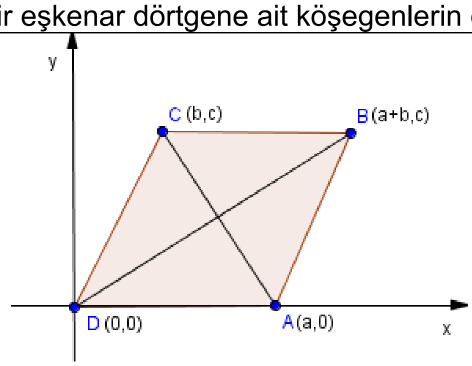
olur.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>


ABC bir dik üçgen, [AD] ise [BC]ye ait kenarortay olsun.
1. D noktasından [AB]ye paralel çizelim.
2. $\overset{\Delta}{CED} \square \overset{\Delta}{CAB}$ olur. (Açı-Açı-Açı Benzerlik Teoreminden)
3. $\frac{|CE|}{|CA|} = \frac{|ED|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|CB|} = \frac{1}{2}$
4. $|CE| = \frac{|CA|}{2}$ ise $|CE| = |EA|$ olur.
5. Kenar-Açı-Kenar Benzerlik Teoreminden $\overset{\Delta}{CED} \square \overset{\Delta}{AED}$ olur ki bu durumda $|AD| = \frac{|BC|}{2}$ olur.</td></tr>
</table>

Ek 4'ün devamı

<table>
<tr>
<td>Çözüm</td>
<td>VY</td>
<td>


D orta nokta olduğundan $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = 2\vec{t}$ olsun.
$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} - \vec{t}$ ve $\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{CB} + \vec{t}$ olur.
İfadeler taraf tarafa toplanırsa
$$2\|\overrightarrow{BD}\| = \|\overrightarrow{BA}\| + \|\overrightarrow{BC}\|$$
$$\|\overrightarrow{BD}\| = \vec{t}$$
olur.
</td>
</tr>
</table>

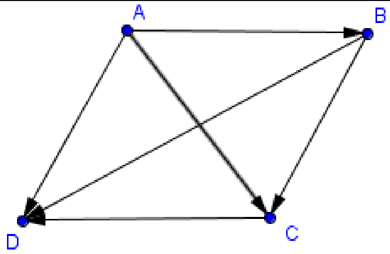
<table>
<tr>
<td colspan="3">Problem 2. Bir eşkenar dörtgene ait köşegenlerin dik kesiştiğini gösteriniz.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>AY</td>
<td>


Herhangi bir ABCD eşkenar dörtgenini alalım.
1. OABC eşkenar dörtgen olduğundan $|OA| = |OC|$ dir.
2. $|OA| = a$, $|OC| = \sqrt{b^2 + c^2}$ (iki nokta arasındaki uzaklıktan)
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2$ $\qquad \ldots(1)$
3. [OB]nin eğimi; $m_{OB} = \frac{c}{a+b}$,[AC]nin eğimi; $m_{AC} = \frac{c}{b-a}$
4. $m_{OB}.m_{AC} = \frac{c}{a+b}.\frac{c}{b-a} = \frac{c^2}{b^2-a^2} = \frac{c^2}{-c^2} = -1$ (1)den
O halde bir eşkenar dörtgende köşegenler dik kesişir.
</td>
</tr>
<tr>
<td>SY</td>
<td>
ABCD bir eşkenar dörtgen olsun. [AC]=f ve [BD]=e köşegenler olmak üzere;
1. $\overset{\triangle}{ABD}$ de $m\left(\widehat{ABD}\right) = m\left(\widehat{ADB}\right) = \alpha$ olsun.
2. $m\left(\widehat{BAE}\right) = m\left(\widehat{EAD}\right) = \beta$ olsun.
3. $\overset{\triangle}{ABD}$ nin iç açıları toplamı $2\alpha + 2\beta = 180^0 \Rightarrow \alpha + \beta = 90^0$
4. $\overset{\triangle}{AEB}$ de $m\left(\widehat{AEB}\right) = 90^0$ olur.
O halde bir eşkenar dörtgende köşegenler dik kesişir.
</td>
</tr>
</table>

Ek 4'ün devamı

Çözüm

VY



ABCD bir eşkenar dörtgen olsun. $\overrightarrow{AC}$ ve $\overrightarrow{BD}$ bu eşkenar dörtgene ait köşegenler olsun. $\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\rangle = 0$ olduğunu gösterirsek ispatı tamamlamış oluruz.

$$\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\rangle = \langle(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}),(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})\rangle$$
$$\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\rangle = \langle(-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}),(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})\rangle$$
$$\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\rangle = -\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CD}$$
$$\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\rangle = -\|\overrightarrow{CD}\|^2 + \|\overrightarrow{BC}\|^2$$

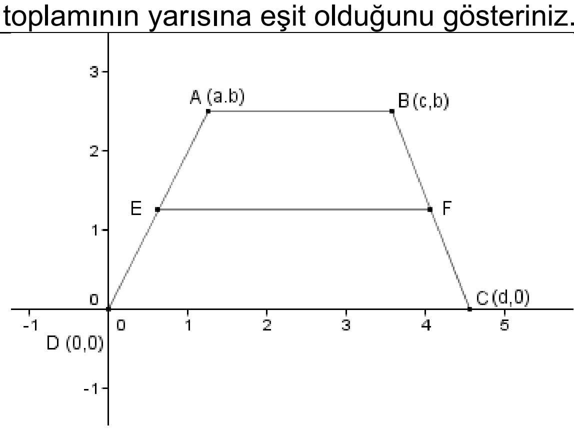
$(\|\overrightarrow{CD}\| = \|\overrightarrow{BC}\| \text{ olduğundan}) = 0$

O halde bir eşkenar dörtgende köşegenler birbirine diktir.

Problem 3. Bir ABCD yamuğunda orta taban uzunluğunun alt ve üst tabanların uzunluğunun toplamının yarısına eşit olduğunu gösteriniz.

Çözüm

AY



ABCD bir yamuk olmak üzere [AB] üst taban, [CD] alt taban olsun. Yamuğun köşelerinin koordinatlarını A(a,b), B(c,b), C(d,0) ve D(0,0) şeklinde belirleyelim. E, [EF] de bu yamuğa ait orta taban olsun.

1. [EF] orta taban olduğundan

E noktasının koordinatları: $\mathrm{E}(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$

F noktasının koordinatları: $\mathrm{F}(\frac{c+d}{2},\frac{b}{2})$ dir.

2.

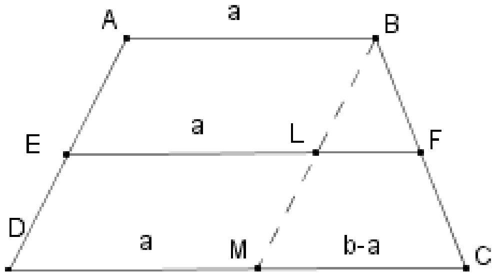
$$|AB| = \sqrt{(c-a)^2 + (b-b)^2} = c-a$$
$$|DC| = d$$
$$|EF| = \sqrt{(\frac{c+d}{2}-\frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{2}-\frac{b}{2})^2} = \frac{c+d-a}{2} \qquad \dots(*)$$

3. $(*)$ dan

$$|EF| = \frac{|AB|+|DC|}{2}$$

çıkar.

Ek 4'ün devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


ABCD herhangi bir yamuk ve [EF] bu yamuğa ait orta taban olsun.
1. [AD]// [BM] olacak şekilde bir doğru parçası çizelim. O halde
$$|AB| = |EL| = |DM|$$
dir.
2. Açı-Kenar-Açı benzerlik teoreminden $\overset{\Delta}{BMC} \sim \overset{\Delta}{BLF}$ olur.
$$\frac{|LF|}{|MC|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{|LF|}{b-a} = \frac{1}{2} \Rightarrow |LF| = \frac{b-a}{2}$$
3. $|EF| = a + \frac{b-a}{2} = \frac{b+a}{2}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>
ABCD bir yamuk olmak üzere $\overrightarrow{AB}$ üst taban, $\overrightarrow{DC}$ alt taban ve $\overrightarrow{EF}$ orta taban olsun.
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF}$
$\overrightarrow{ED} = -\overrightarrow{EA}$
$\overrightarrow{FC} = -\overrightarrow{BF}$
O halde,
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$ ve $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BF}$ taraf tarafa toplanırsa
$2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$
$\overrightarrow{EF} = \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}}{2}$ dir.
</td>
</tr>
</table>

Ek 5. GBYTBÖT Soruları

Değerli öğretmen adayları,

Aşağıda verilen geometri problemleri, sizlerin geometri problemlerinde analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımalrı kullanabilme bilginizi ölçmek için hazırlanmıştır. Aşağıda verilen problemlerin her birinin analitik yaklaşım, sentetik yaklaşım ve vektörel yaklaşımların her üçü ile de çözümü mevcuttur. Seçeceğiniz herhangi bir yaklaşım ile aşağıdaki problemleri eksiksiz olarak cevaplamaya gayret ediniz.

Bilimsel çalışma kapsamında kullanılacak olan bu sorular, kesinlikle ders notunuzu etkilemeyecektir.

Katkılarınız için teşekkür ederim.

Arş. Gör. Demet BARAN BULUT

Problem 1. Bir üçgene ait kenarortayların bir noktada kesiştiğini ve kesim noktasının kenarortayları $\frac{1}{2}$ oranında böldüğünü gösteriniz.

Problem 2. Pisagor Teoremini ifade ve ispat ediniz.

Problem 3. Bir ABCD dörtgeninde K noktası, AB kenarını $\frac{AK}{KB}=\frac{1}{2}$ oranında, L noktası BC kenarını $\frac{BL}{LC}=\frac{1}{2}$ oranında, M noktası CD kenarını $\frac{CM}{MD}=\frac{1}{2}$ oranında ve N noktası DA kenarını $\frac{DN}{NA}=\frac{1}{2}$ oranında bölmektedir. KLMN noktalarının birleştirilmesiyle oluşan şeklin bir paralelkenar olduğunu gösteriniz.

Problem 4. Bir yamuğun paralel olan kenarları arasındaki oran $\frac{5}{3}$ tür. Yamuğun köşegenlerinin kesim noktasından geçen ve taban kenarına paralel olan doğru parçasının yamuğun paralel olmayan kenarlarını da aynı oranda böldüğünü gösteriniz.

Problem 5. Eşkenar dörtgensel bölgenin alan bağıntısını oluşturunuz.

Problem 6. İki çemberin ortak dış teğet parçalarının uzunluklarının (değme noktaları arasındaki uzaklık) eşit olduğunu gösteriniz.

Ek 6. GBYTBÖT Cevapları

Problem 1. Bir üçgene ait kenarortayların bir noktada kesiştiğini ve kesim noktasının kenarortayları $\frac{1}{2}$ oranında böldüğünü gösteriniz.

Çözüm

AY

Köşeleri; A(-2a,0), B(2b, 0) ve C(0,2c) olan bir üçgen alalım. D noktası, [AB] kenarının orta noktası, E noktası, [BC] kenarının orta noktası ve F noktası, [AC] kenarının orta noktası olsun.
1. D noktasının koordinatları orta noktanın tanımından D(b-a, 0),
E noktasının koordinatları orta noktanın tanımından E(b,c),
F noktasının koordinatları orta noktanın tanımından D(-a, c) olur.

2. Alınan herhangi bir K noktası, [AE] yi $\frac{1}{2}$ oranında bölsün. O halde K nin koordinatları; $K\left(\frac{2b-2a}{3}, \frac{2c}{3}\right)$ olur.

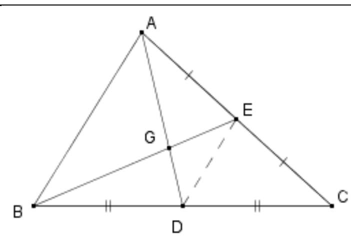
3. Alınan herhangi bir L noktası, [BF] yi $\frac{1}{2}$ oranında bölsün. O halde L nin koordinatları; $K\left(\frac{2(-a)+2b}{3}, \frac{2c}{3}\right)$ olur.

4. Alınan herhangi bir M noktası, [CD] yi $\frac{1}{2}$ oranında bölsün. O halde M nin koordinatları; $K\left(\frac{2(b-a)+0}{3}, \frac{0+2c}{3}\right)$ olur.

5. (2), (3) ve (4) te seçilen K, L, M noktaları $\left(\frac{2b-2a}{3}, \frac{2c}{3}\right)$ koordinatına sahip aynı noktayı belirtmektedir. O halde K, L, M noktaları aynıdır.

Bu sebeple kenarortaylar bir noktada kesişir ve bu nokta kenarortayları $\frac{1}{2}$ oranında böler.

SY



ABC üçgeninde [BC] kenarına ait kenarortay [AD], [AC] kenarına ait kenarortay [BE] ve [AB] kenarına ait kenarortay [CF] olsun.
1. D ve E noktalarını birleştirelim.
2. “Teorem: Bir üçgenin iki kenarının orta noktalarını birleştiren doğru parçası, üçüncü kenara paralel ve uzunluğu üçüncü kenarın yarısı kadardır.” teoreminden
[DE]// [AB] ve $|AB| = 2.|DE|$ olur.

3. Açı-Kenar Açı teoreminden $\overset{\Delta}{DGE} \sim \overset{\Delta}{AGB}$ olur. Benzerlikten

$$\frac{|DG|}{|AG|} = \frac{|GE|}{|GB|} = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{1}{2}$$

olur.
4. $|AG| = 2.|DG|$ ve $|GB| = 2.|GE|$
5. Benzer şekilde diğer kenarortaylar için de gösterilirse, kenarortayların kesim noktası G ve bu noktanın kenarortayları $\frac{1}{2}$ oranında böldüğü gösterilmiş olur.

Ek 6'nın devamı

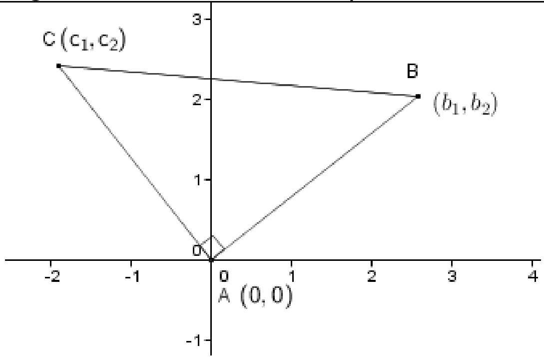
Çözüm	VY	Bir ABC üçgeni alalım. D ve E noktaları sırasıyla [BC] ve [AC] kenarlarına ait olan orta noktalar olsun. Üçgenin dışında bir O noktası alınırsa, 1. $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}.\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}.\overrightarrow{OC}$ ve $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}.\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}.\overrightarrow{OC}$ olur. 2. . $\overrightarrow{OG} = k.\overrightarrow{OA} + l.\overrightarrow{OD}$, $k + l = 1$ olsun. 3. O halde $\overrightarrow{OG} = k.\overrightarrow{OA} + l.\overrightarrow{OD}$ $= k.\overrightarrow{OA} + l.\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}.\overrightarrow{OC}\right)$ $= k.\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}l.\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}l.\overrightarrow{OC}$ 4. Benzer şekilde $\overrightarrow{OG} = m.\overrightarrow{OB} + n.\overrightarrow{OE}$, $m + n = 1$ olsun. 5. $\overrightarrow{OG} = m.\overrightarrow{OB} + n.\overrightarrow{OE}$ $= m.\overrightarrow{OB} + n.\left(\frac{1}{2}.\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}.\overrightarrow{OC}\right)$ $= \frac{n}{2}.\overrightarrow{OA} + m.\overrightarrow{OB} + \frac{n}{2}.\overrightarrow{OC}$ 6. (3) ve (5) eşit olduğundan $k.\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}l.\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}l.\overrightarrow{OC} = \frac{n}{2}.\overrightarrow{OA} + m.\overrightarrow{OB} + \frac{n}{2}.\overrightarrow{OC}$ $\left(k - \frac{n}{2}\right).\overrightarrow{OA} + \left(\frac{l}{2} - m\right).\overrightarrow{OB} + \left(\frac{l}{2} - \frac{n}{2}\right).\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ 7. ABC üçgeninin köşeleri olan A, B, C aynı doğru üzerinde değildir ve $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ ve $\overrightarrow{OC}$ yer (konum) vektörleri aynı düzlemde değillerdir. Bu sebeple bu vektörler lineer bağımsızdır. (6) daki ifade ancak katsayılarının hepsi sıfıra eşit olduğunda sıfır vektörüne eşit olur. 8. O halde, $k - \frac{n}{2} = 0 \Rightarrow n = 2k$ $\frac{l}{2} - \frac{n}{2} = 0 \Rightarrow l = n = 2k$ $k + l = 1 \Rightarrow k + 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$ ve $l = \frac{2}{3}$ 9. $\frac{l}{2} - m = 0 \Rightarrow l = 2m$ $\frac{l}{2} - \frac{n}{2} = 0 \Rightarrow l = n = 2m$ $m + n = 1 \Rightarrow m + 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$ ve $n = \frac{2}{3}$ 10. O halde $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}.\overrightarrow{OB} + \frac{2}{3}.\overrightarrow{OE}$ Olduğunda G noktası [BE] kenarortayını $\frac{1}{2}$ oranında böler. Eğer, $\overrightarrow{AD}$ ve $\overrightarrow{CF}$ için de aynı işlemler uygulanırsa sonuç aynı çıkacaktır.

Ek 6'nın devamı

Problem 2. Pisagor Teoremini ifade ve ispat ediniz.

Çözüm

AY



ABC üçgeninde A(0,0), B(b_1,b_2) ve C(c_1,c_2) şeklinde belirleyelim.

$$|AB| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$|AC| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

$$|BC| = \sqrt{(c_1 - b_1)^2 + (c_2 - b_2)^2}$$

$$|AB|^2 = b_1^2 + b_2^2$$

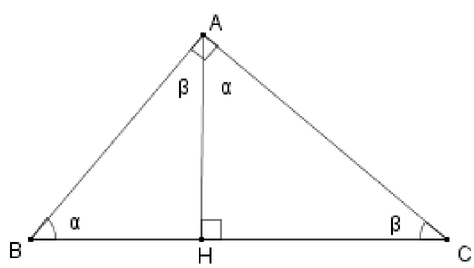
$$|AC|^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$|BC|^2 = c_1^2 + c_2^2 + b_1^2 + b_2^2 - 2(b_1c_1 + b_2c_2)$$

$$[b_1c_1 + b_2c_2 = 0]$$

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

SY



Açı-Açı-Açı benzerlik teoreminden $\overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{CBA}$ dır. O halde,

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|AH|}{|AC|} = \frac{|BH|}{|AB|}$$

$$|AB|^2 = |BH|.|BC| \quad ...(1)$$

Açı-Açı-Açı benzerlik teoreminden $\overset{\triangle}{ACH} \sim \overset{\triangle}{BCA}$ dır. O halde,

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|AH|}{|AB|} = \frac{|CH|}{|AC|}$$

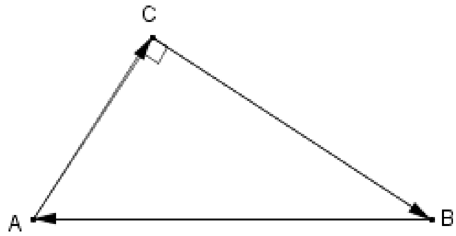
$$|AC|^2 = |BC|.|CH| \quad ...(2)$$

(1) ve (2) den

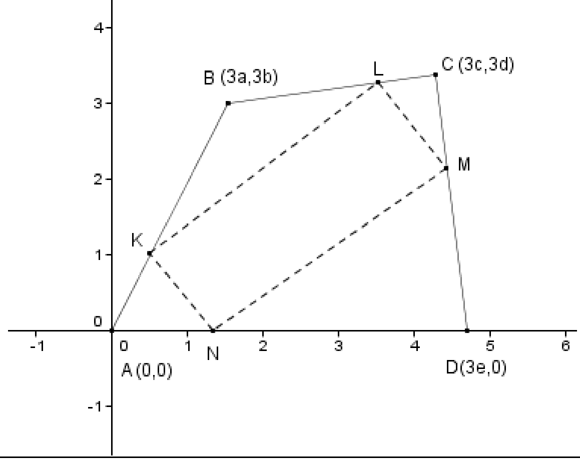
$$|AB|^2 + |AC|^2 = |BH|.|BC| + |BC|.|CH|$$

$$= |BC|.|BC| = |BC|^2$$

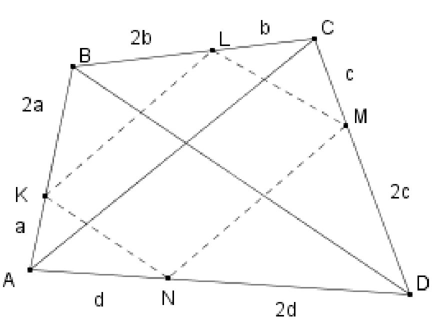
Ek 6'nın devamı

<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$
$\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$
$(\vec{a}+\vec{b})^2=(-\vec{c})^2$
$\langle\vec{a},\vec{a}\rangle+2\langle\vec{a},\vec{b}\rangle+\langle\vec{b},\vec{b}\rangle=\langle\vec{c},-\vec{c}\rangle$
$\|\vec{a}\|^2+0+\|\vec{b}\|^2=\|\vec{c}\|^2$
$\|\vec{a}\|^2+\|\vec{b}\|^2=\|\vec{c}\|^2$</td></tr>
</table>

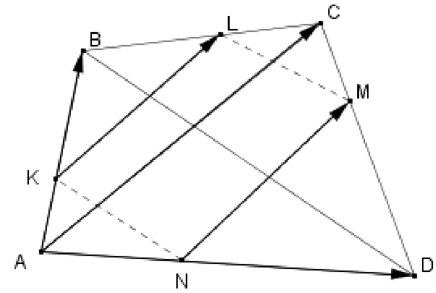
<table>
<tr><td colspan="3">Problem 3. Bir ABCD dörtgeninde K noktası, AB kenarını $\frac{AK}{KB}=\frac{1}{2}$ oranında, L noktası BC kenarını $\frac{BL}{LC}=\frac{1}{2}$ oranında, M noktası CD kenarını $\frac{CM}{MD}=\frac{1}{2}$ oranında ve N noktası DA kenarını $\frac{DN}{NA}=\frac{1}{2}$ oranında bölmektedir. KLMN noktalarının birleştirilmesiyle oluşan şeklin bir paralelkenar olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>
</td></tr>
</table>

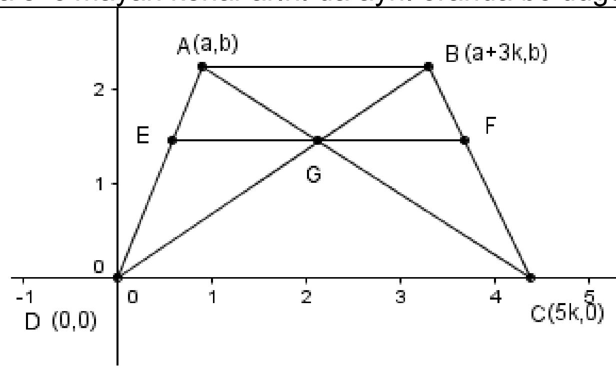
Ek 6'nın devamı

<table>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>ABCD bir dörtgen ve köşeleri A(0,0), B(3a,3b), C(3c,3d), D(3e,0) olsun.
1. K noktasının koordinatları:
$K\left(\frac{3a+2.0}{3},\frac{3b.1+2.0}{3}\right)=(a,b)$
2. L noktasının koordinatları:
$L\left(\frac{3c.2+3a.1}{3},\frac{3d.2+3b.1}{3}\right)=(2c+a,2d+b)$
3. M noktasının koordinatları:
$M\left(\frac{3e.1+2.3c}{3},\frac{0+3d}{3}\right)=(e+2c,2d)$
4. N noktasının koordinatları:
$N\left(\frac{2.0+3e.1}{3},0\right)=(3e,0)$
5. [KL] nin eğimi:
$m_{KL}=\frac{(2d+b)-b}{(2c+a)-a}=\frac{d}{c}$
6. [NM] nin eğimi:
$m_{NM}=\frac{2d-0}{(e+2c)-e}=\frac{d}{c}$
7. (5) ve (6) dan $m_{KL}=m_{NM}$ olduğundan [KL]// [LM] olur. ...$(*)$
8. [NK] nin eğimi:
$m_{NK}=\frac{b-0}{a-e}=\frac{b}{a-e}$
9. [ML] nin eğimi:
$m_{ML}=\frac{(2d+b)-2d}{(2c+a)-(e+2c)}=\frac{b}{a-e}$
10. (8) ve (9) dan $m_{NK}=m_{ML}$ olduğundan [NK]// [ML] olur. ...$(**)$
O halde $(*)$ ve $(**)$ dan ABCD bir paralelkenardır.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

Şekilde verilen ABCD dörtgeninde A ve C noktalarını birleştirelim.
1. Temel Orantı Teoremi (TOT)'nden [KL]//[AC] dir.
2. Benzer şekilde ADC üçgeninde TOT'den [MN]//[AC]
3. (1) ve (2) den [KL]//[MN] olur.
4. Benzer şekilde B ve D noktaları birleştirilir ve TOT kullanılırsa [KN]//[BD] ve [LM]//[BD] olur. Dolayısıyla [KN]//[LM] dir.
Buradan KLMN dörtgenin bir paralelkenar olduğu görülür.</td></tr>
</table>

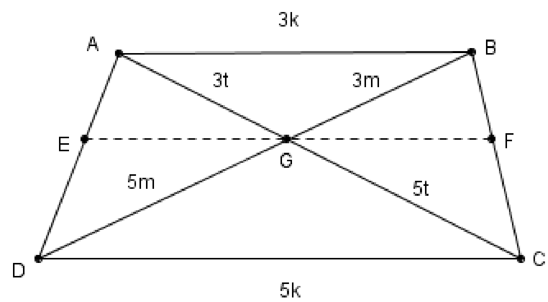
Ek 6'nın devamı

<table>
<tr><td></td><td>VY</td><td>


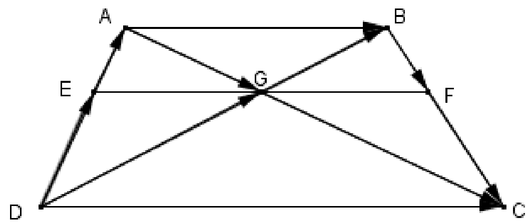
1. $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BL}$
$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$
$= \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
2. $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DM}$
$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$
$= \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
O halde $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{NM}$ olur ve bu [KL]//[MN] demektir. Böylece KLMN paralelkenar olur.
</td></tr>
<tr><td colspan="3">Problem 4. Bir yamuğun paralel olan kenarları arasındaki oran $\frac{5}{3}$ tür. Yamuğun köşegenlerinin kesim noktasından geçen ve taban kenarına paralel olan doğru parçasının yamuğun paralel olmayan kenarlarını da aynı oranda böldüğünü gösteriniz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>


ABCD herhangi bir yamuk olmak üzere paralel kenarları arasındaki oran $\frac{5}{3}$ olsun. G noktası, yamuğa ait köşegenlerin kesişim noktası, [EF] de bu kesişim noktasından geçen ve taban kenarına paralel olan doğru parçası olsun. G noktasının koordinatları G(x,y) olmak üzere;
$x = \frac{(a.3k).5 + 0.3}{8} = \frac{5a + 15k}{8}$
$y = \frac{b.5 + 0.3}{8} = \frac{5b}{8}$
</td></tr>
</table>

Ek 6'nın devamı

		Yani $G\left(\frac{5a+15k}{8},\frac{5b}{8}\right)$ olur. O halde [EF] taban kenarına paralel olduğundan E ve F noktalarının da ordinatı $\frac{5b}{8}$ olur. Bir doğru parçasını belli oranlarda bölen noktanın tanımından $\frac{\lvert AE\rvert}{\lvert ED\rvert}=\frac{3}{5}$ ve $\frac{\lvert BF\rvert}{\lvert FC\rvert}=\frac{3}{5}$ olduğu çıkar.
Çözüm	SY	 Yukarıdaki şekilde verilen yamukta Açı-Açı-Açı Benzerlik teoreminden $\overset{\Delta}{ABG} \sim \overset{\Delta}{CDG}$ olur. O halde; $\frac{\lvert AB\rvert}{\lvert CD\rvert}=\frac{\lvert AG\rvert}{\lvert CG\rvert}=\frac{\lvert BG\rvert}{\lvert DG\rvert}$ olur. Ayrıca $\overset{\Delta}{BGF} \sim \overset{\Delta}{BDC}$ (Açı-Açı-Açı Benzerlik teoreminden) olduğu açıktır. $\frac{\lvert BG\rvert}{\lvert BD\rvert}=\frac{\lvert BF\rvert}{\lvert BC\rvert}$ $\frac{\lvert BF\rvert}{\lvert BC\rvert}=\frac{3}{8}\Rightarrow\frac{\lvert BF\rvert}{\lvert FC\rvert}=\frac{3}{5}$ Açı-Açı-Açı Benzerlik teoreminden $\overset{\Delta}{AEG} \sim \overset{\Delta}{ADC}$ olur. $\frac{\lvert AG\rvert}{\lvert AC\rvert}=\frac{\lvert AE\rvert}{\lvert AD\rvert}$ $\frac{\lvert AE\rvert}{\lvert AD\rvert}=\frac{3}{8}\Rightarrow\frac{\lvert AE\rvert}{\lvert ED\rvert}=\frac{3}{5}$ olduğu çıkar.

Ek 6'nın devamı

<table>
<tr>
<td>Çözüm</td>
<td>VY</td>
<td>


ABCD bir yamuk olmak üzere $\overrightarrow{AB}=3\vec{k}$, $\overrightarrow{DC}=5\vec{k}$ olsun. Paralel kenarlar arasındaki oranlar $\frac{5}{3}$ olduğundan;

$\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AG}\Rightarrow 3\vec{t}+3\vec{m}=3\vec{k}$ ve $\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{DC}\Rightarrow 5\vec{m}+5\vec{t}=5\vec{k}$ şeklinde yazılır.

Bu orandan $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{GF}=\frac{15}{8}\vec{k}$ olduğu açıktır. Dolayısıyla

$\overrightarrow{BF}=\frac{15}{8}\vec{k}-3\vec{m}$ ve $\overrightarrow{FC}=5\vec{t}-\frac{15}{8}\vec{k}$ olur.

$5\vec{m}+5\vec{t}=5\vec{k}$ eşitliğinden $5\vec{t}=5\vec{k}-5\vec{m}$ $\overrightarrow{FC}$ de yerine yazılır ve $\overrightarrow{BF}$ ve $\overrightarrow{FC}$ vektörlerinin oranı alınırsa;

$$\frac{\overrightarrow{BF}}{\overrightarrow{FC}}=\frac{\frac{15}{8}\vec{k}-3\vec{m}}{5\vec{k}-5\vec{m}-\frac{15}{8}\vec{k}}=\frac{\frac{15}{8}\vec{k}-3\vec{m}}{\frac{25}{8}\vec{k}-5\vec{m}}=\frac{3\left(\frac{5}{8}\vec{k}-\vec{m}\right)}{5\left(\frac{5}{8}\vec{k}-\vec{m}\right)}=\frac{3}{5}$$

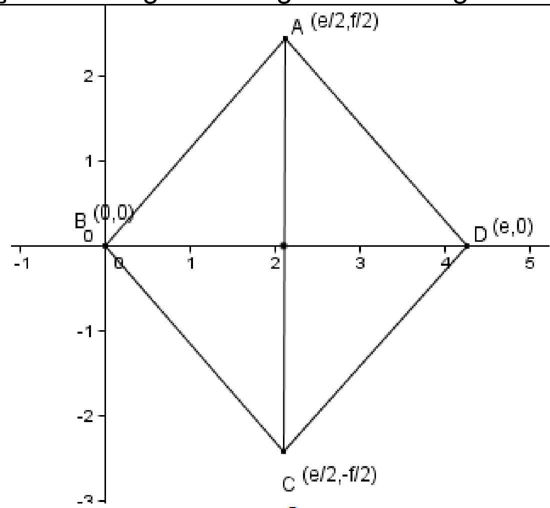
Benzer şekilde $\frac{\overrightarrow{AE}}{\overrightarrow{DE}}$ oranı da aynı şekilde bulunur.
</td>
</tr>
</table>

Ek 6'nın devamı

Problem 5. Eşkenar dörtgensel bölgenin alan bağıntısını oluşturunuz.

Çözüm

AY

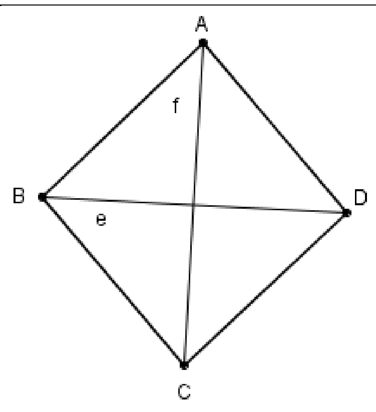


$$A(\overset{\Delta}{ABD}) = \frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} e/2 & f/2 \\ 0 & 0 \\ e & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left(\frac{e.f}{2} - 0\right) = \frac{e.f}{4}$$

$$A(\overset{\Delta}{BCD}) = \frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ e/2 & -f/2 \\ e & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left(0 - \left(-\frac{e.f}{2}\right)\right) = \frac{e.f}{4}$$

$$A(ABCD) = A(\overset{\Delta}{ABD}) + A(\overset{\Delta}{BCD}) = \frac{e.f}{4} + \frac{e.f}{4} = \frac{e.f}{2}$$

SY



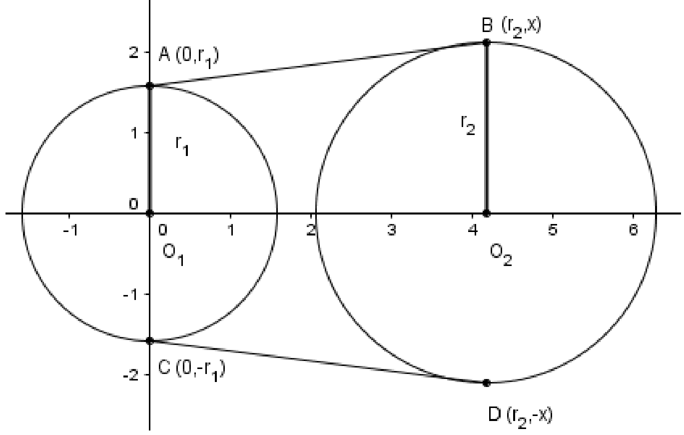
$$A(ABCD) = A(\overset{\Delta}{ABD}) + A(\overset{\Delta}{BCD})$$

Eşkenar dörtgende köşegenler dik kesiştiğinden

$$A(\overset{\Delta}{ABD}) + A(\overset{\Delta}{BCD}) = \frac{\frac{f}{2}.e}{2} + \frac{\frac{f}{2}.e}{2} = \frac{e.f}{2} = A(ABCD)$$

Ek 6'nın devamı

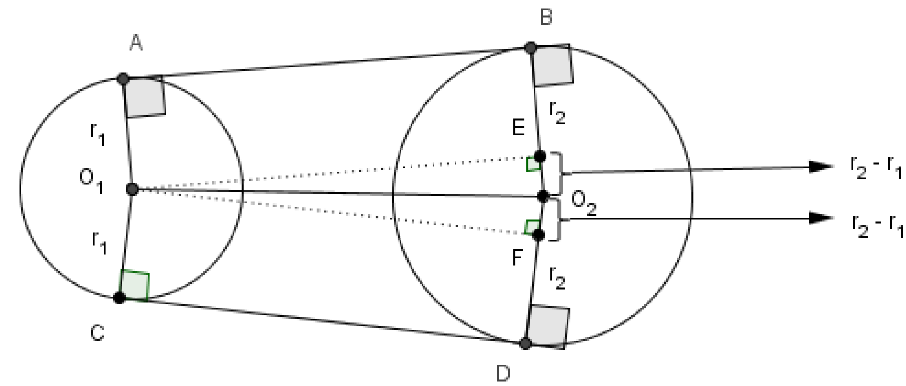
<table>
<tr><td rowspan="1">Çözüm</td><td>VY</td><td>$\vec{p}\ ve\ \vec{q}$ bir dörtgenin köşegen vektörleri olmak üzere bu dörtgensel bölgenin alanı
$A = \dfrac{\sqrt{\|\vec{p}\|^2 . \|\vec{q}\|^2 - \langle \vec{p}, \vec{q} \rangle^2}}{2}$
olduğundan ve eşkenar dörtgende köşeler dik kesiştiğinden $\langle \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD} \rangle = 0$ olur. Böylece eşkenar dörtgenin alan bağıntısı:
$A(ABCD) = \dfrac{\|\overrightarrow{AC}\| . \|\overrightarrow{BD}\|}{2}$
çıkar.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 6. İki çemberin ortak dış teğet parçalarının uzunluklarının (değme noktaları arasındaki uzaklık) eşit olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>

O_1 merkezli r_1 yarıçaplı çember ile O_2 merkezli r_2 yarıçaplı iki çember alalım. [AB] ve [CD] bu çemberlerin ortak dış teğet parçaları olsun.
$A(0,r_1)$, $B(r_2,x)$, $C(0,-r_1)$ ve $D(r_2,-x)$ olmak üzere;
$|AB| = \sqrt{(r_2+0)^2 + (x-r_1)^2}$ …(1)
$|CD| = \sqrt{(r_2+0)^2 + (-x+r_1)^2}$ …(2)
(1) ve (2) den $|AB| = |CD|$ olduğu açıktır.</td></tr>
</table>

Ek 6'nın devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>



Oluşan $\overset{\Delta}{O_1O_2E}$ dik üçgendir. Benzer şekilde $\overset{\Delta}{O_1O_2F}$ de dik üçgendir. Pisagor uygularsak.

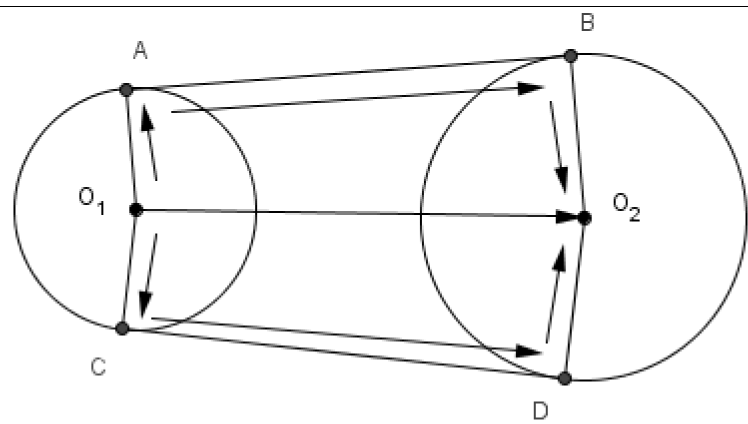
$\overset{\Delta}{O_1O_2E}$ için $|O_1E|^2 + |EO_2|^2 = |O_1O_2|^2$ ...(1)

$\overset{\Delta}{O_1O_2F}$ için $|O_1F|^2 + |FO_2|^2 = |O_1O_2|^2$ ...(2)

$(r_2 - r_1)^2 = (r_2 - r_1)^2$

$|O_1E| = |O_1F| \Rightarrow |AB| = |CD|$

</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>



$\overrightarrow{O_1O_2} = \overrightarrow{O_1O_2}$

$\overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO_2} = \overrightarrow{O_1C} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO_2}$

Her iki tarafın karesi alınırsa

$\overrightarrow{O_1A}^{\,2} + \overrightarrow{AB}^{\,2} + \overrightarrow{BO_2}^{\,2} + 2\overrightarrow{O_1A}.\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{O_1A}.\overrightarrow{BO_2} + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO_2}$
$= \overrightarrow{O_1C}^{\,2} + \overrightarrow{CD}^{\,2} + \overrightarrow{DO_2}^{\,2} + 2\overrightarrow{O_1C}.\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{O_1C}.\overrightarrow{DO_2} + 2\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{DO_2}$

$|O_1A| = |O_1C| \qquad |O_2B| = |O_2D|$

$2\overrightarrow{O_1A}.\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO_2} = 2\overrightarrow{O_1C}.\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{DO_2}$

$2\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{BO_2}\right) = 2\overrightarrow{CD}\left(\overrightarrow{O_1C} + \overrightarrow{DO_2}\right)$

$\overrightarrow{O_1A}.\overrightarrow{AB} = 0 \;\;,\;\; \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BO_2} = 0$

$\overrightarrow{O_1C}.\overrightarrow{CD} = 0 \;\;,\;\; \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{DO_2} = 0$

$\Longrightarrow |AB|^2 = |CD|^2 \quad olur.$

</td>
</tr>
</table>

Ek 7. GBYTBST Soruları

Değerli öğretmen adayları,

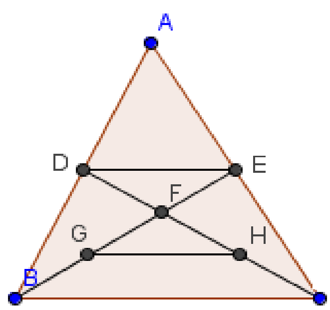
Aşağıda verilen geometri problemleri, sizlerin geometri problemlerinde analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımalrı kullanabilme bilginizi ölçmek için hazırlanmıştır. Aşağıda verilen problemlerin her birinin analitik yaklaşım, sentetik yaklaşım ve vektörel yaklaşımların her üçü ile de çözümü mevcuttur. <u>Seçeceğiniz herhangi bir yaklaşım ile</u> aşağıdaki problemleri eksiksiz olarak cevaplamaya gayret ediniz.

Bilimsel çalışma kapsamında kullanılacak olan bu sorular, kesinlikle ders notunuzu etkilemeyecektir.

Katkılarınız için teşekkür ederim.

Arş. Gör. Demet BARAN BULUT

Problem 1.



Yandaki şekilde D ve E noktaları sırasıyla AB ve AC kenarlarının orta noktaları, G ve H noktaları ise sırasıyla FB ve FC kenarlarının orta noktalarıdır. $|DE| = |GH|$ olduğunu gösteriniz.

Problem 2. Bir üçgene ait yüksekliklerin bir noktada kesiştiğini gösteriniz.

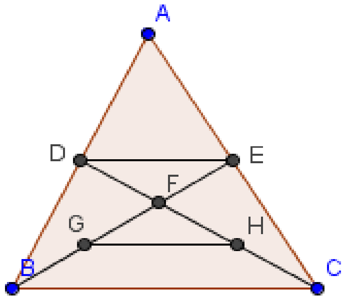
Problem 3. Bir paralelkenarın köşegenlerini kareleri toplamı, dört kenarın kareleri toplamına eşit olduğunu gösteriniz.

Problem 4. ABCD paralelkenarında DC kenarı üzerinde alınan F noktası, DC kenarı $\frac{|DF|}{|FC|} = \frac{3}{1}$ oranında bölmektedir. [AF] ve [DB] E noktasında kesiştiklerine göre E noktasının [AF] ve [DB] yi bölme oranlarını bulunuz.

Problem 5. ABCD bir kare olsun. AB, BC, CD ve DA kenarları üzerinde sırası ile $|AE| = |BF| = |CG| = |DN|$ olmak üzere E, F, G, N noktaları alınıyor. $GE \perp FN$ olduğunu gösteriniz.

Problem 6. Bir çemberde çapı gören açının 90^0 olduğunu gösteriniz.

Ek 8. GBYTBST Cevapları

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 1.

Yandaki şekilde D ve E noktaları sırasıyla AB ve AC kenarlarının orta noktaları, G ve H noktaları ise sırasıyla FB ve FC kenarlarının orta noktalarıdır. $|DE|=|GH|$ olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>Verilen şekildeki üçgende A(a_1,a_2), B(0,0), C(b,0) olsun. D ve E orta nokta olduğundan koordinatları; $D\left(\frac{a_1}{2},\frac{a_2}{2}\right)$ ve $E\left(\frac{a_1-b}{2},\frac{a_2}{2}\right)$ olur.
F noktasının koordinatlarına F(x,y) dersek;
$G\left(\frac{x}{2},\frac{y}{2}\right)$ ve $H\left(\frac{x-b}{2},\frac{y}{2}\right)$ olur.
Buradan;
$|DE|=\sqrt{\left(\frac{a_1-b}{2}-\frac{a_1}{2}\right)^2+\left(\frac{a_2}{2}-\frac{a_2}{2}\right)^2}=\frac{b}{2}$
$|GH|=\sqrt{\left(\frac{x-b}{2}-\frac{x}{2}\right)^2+\left(\frac{y}{2}-\frac{y}{2}\right)^2}=\frac{b}{2}$
olduğundan $|DE|=|GH|$ olur.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>Temel Orantı Teoreminden (T.O.T.) DE//BC ve BC//GH dir.
Kenar-Açı-Kenar (K-A-K) benzerlik teoreminden
$\overset{\Delta}{ADE}\sim\overset{\Delta}{ABC}$
olur. Buradan; $\frac{|AD|}{|AB|}=\frac{|DE|}{|BC|}=\frac{|AE|}{|AC|}=\frac{1}{2}\Rightarrow|BC|=2.|DE|$ …(1) olur.
Kenar-Açı-Kenar (K-A-K) benzerlik teoreminden $\overset{\Delta}{FGH}\sim\overset{\Delta}{FBC}$
olur. Buradan; $\frac{|FG|}{|FB|}=\frac{|GH|}{|BC|}=\frac{|FH|}{|FC|}=\frac{1}{2}\Rightarrow|BC|=2.|GH|$ …(2) olur.
(1) ve (2)den $|DE|=|GH|$ olur.</td></tr>
</table>

Ek 8'in devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="1">Çözüm</td>
<td>VY</td>
<td>

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}...(1)$

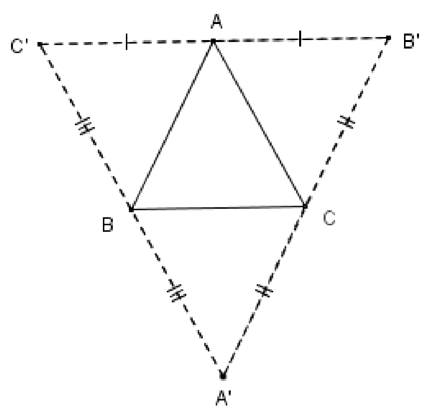
$\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FH}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FC}$

$\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}...(2)$

(1) ve (2)den $\left\|\overrightarrow{DE}\right\| = \left\|\overrightarrow{GH}\right\|$ olur.
</td>
</tr>
</table>

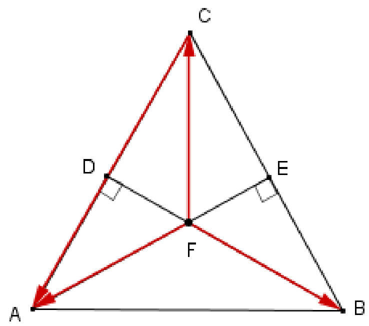
<table>
<tr>
<td colspan="3">Problem 2. Bir üçgene ait yüksekliklerin bir noktada kesiştiğini gösteriniz.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>SY</td>
<td>

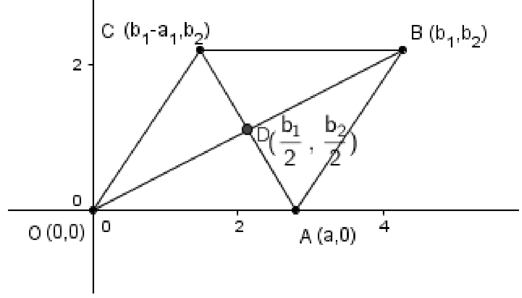


Bir ABC üçgeni alalım ve ABC üçgeninin ters orta üçgeni olan $A'B'C'$ üçgenini çizelim. Yani öyle bir $A'B'C'$ üçgeni çizelim ki ABC üçgeni onun orta üçgeni (kenar orta noktalarını köşe kabul eden üçgen) olsun.

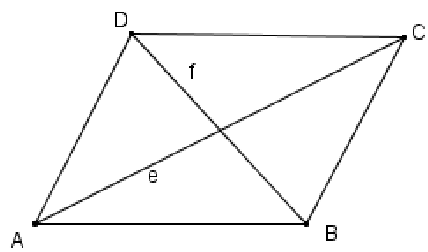
Bir üçgenin üç köşesinden bir çember geçtiğinden (üçgenin çevrel çemberi) ve bu çemberin merkezi üçgenin üç kenarına eşit uzaklıkta olduğundan, bir üçgenin kenar orta dikmeleri (çevrel çemberin merkezinde) kesişirler. Bu özel olarak $A'B'C'$ üçgeni için de böyledir. Orta üçgenin kenarları asıl üçgene daima paralel olduğundan, $A'B'C'$ üçgeninin kenar orta dikmeleri ABC üçgeninin yükseklikleridir.
</td>
</tr>
</table>

Ek 8'in devamı

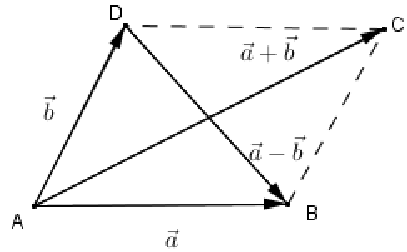
Çözüm	VY	Öncelikle ABC üçgenin iki kenarına ait yüksekliğin kesiştiği noktayı belirlemeliyiz. Daha sonra bu kesişim noktası ile üçüncü köşeden geçen doğrunun üçüncü kenarın yüksekliği olduğunu göstermeliyiz.  Yukarıda verilen şekildeki gibi A ve B köşelerinden karşı kenarlara indirilen yükseklikler F noktasında kesişirler ve $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$ ve $\overrightarrow{FC}$ vektörleri sırası ile $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ ile gösterilsin. $\overrightarrow{FA}$ vektörünün $\overrightarrow{BC}$ kenarına dik ve $\overrightarrow{FB}$ vektörünün de $\overrightarrow{CA}$ kenarına dik olduğunu biliyoruz. O halde elimizde sonucu sıfır olan iki tane skaler çarpım mevcuttur. Bunlar: $\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \vec{a}.(\vec{c}-\vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} = \vec{a}.\vec{b}$ $\overrightarrow{FB}.\overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow \vec{b}.(\vec{a}-\vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{c}$ Yukarıdaki iki ifadeden $\vec{a}.\vec{c}$ ve $\vec{b}.\vec{c}$ iç çarpımlarının birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşılır. Dolayısıyla; $\vec{a}.\vec{c} = \vec{b}.\vec{c} \Rightarrow \vec{a}.\vec{c} - \vec{b}.\vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{c}.(\vec{a}-\vec{b}) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{FC}.\overrightarrow{BA} = 0$ olur. Bu $\overrightarrow{FC}$ vektörünün $\overrightarrow{BA}$ kenarına dik olduğunu ve üçüncü yüksekliğin de $\overrightarrow{FC}$ olduğunu göstermektedir.

Problem 3. Bir paralelkenarın köşegenlerini kareleri toplamı, dört kenarın kareleri toplamına eşit olduğunu gösteriniz.		
Çözüm	AY	

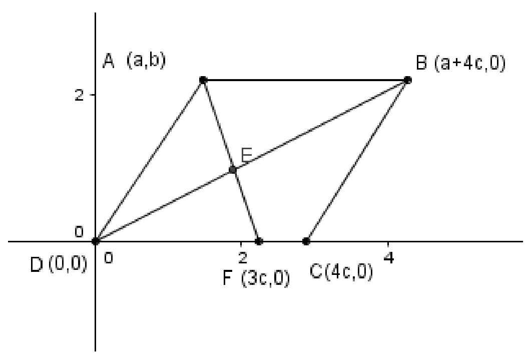
Ek 8'in devamı

	AY	$\lvert OB\rvert=\sqrt{b_1^2+b_2^2}$ $\lvert AC\rvert=\sqrt{(b_1-a_1-a_1)^2-b_2^2}$ $\lvert OB\rvert^2+\lvert AC\rvert^2=b_1^2+b_2^2+(b_1-a_1-a_1)^2-b_2^2$ $=b_1^2+b_2^2+b_1^2-2a_1b_1+a_1^{\ 2}+a_1^{\ 2}-2a_1b_1+2a_1^{\ 2}+b_2^2$ $=2\left(b_1^2+b_2^2+2a_1^{\ 2}-2a_1b_1\right)$ $=2\left(b_1^2+b_2^2+a_1^{\ 2}+a_1^{\ 2}-2a_1b_1\right)$ $=2\left(a_1^{\ 2}+b_2^2+(b_1-a_1)^2\right)$ $=2\left(\lvert OA\rvert^2+\lvert AB\rvert^2\right)$
	SY	 ABCD bir paralelkenar olsun. Bu durumda e, f köşegenleri birbirlerini ortalar. Kenarortay teoreminden $2V_a^{\ 2}=b^2+c^2-\dfrac{a^2}{2}$ olduğundan ABC üçgeninde kenarortay teoremi uygularsak: $2\left(\dfrac{f}{2}\right)^2=a^2+b^2-\dfrac{e^2}{2}$ $2\dfrac{f^2}{4}=a^2+b^2-\dfrac{e^2}{2}$ $\dfrac{f^2}{2}=a^2+b^2-\dfrac{e^2}{2}$ $e^2+f^2=2\left(a^2+b^2\right)$ olduğu çıkar.

Ek 8'in devamı

<table>
<tr><td rowspan="1">Çözüm</td><td>VY</td><td>


$$\|\vec a+\vec b\|^2+\|\vec a-\vec b\|^2=\|\vec a+\vec b\|.\|\vec a+\vec b\|+\|\vec a-\vec b\|.\|\vec a-\vec b\|$$
$$=\langle \vec a+\vec b,\vec a+\vec b\rangle+\langle \vec a-\vec b,\vec a-\vec b\rangle$$
$$=\langle\vec a,\vec a\rangle+2\langle\vec a,\vec b\rangle+\langle\vec b,\vec b\rangle+\langle\vec a,\vec a\rangle-2\langle\vec a,\vec b\rangle+\langle\vec b,\vec b\rangle$$
$$=2\|a\|^2+2\|b\|^2$$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 4. ABCD paralelkenarında DC kenarı üzerinde alınan F noktası, DC kenarı $\frac{|DF|}{|FC|}=\frac{3}{1}$ oranında bölmektedir. [AF] ve [DB] E noktasında kesiştiklerine göre E noktasının [AF] ve [DB] yi bölme oranlarını bulunuz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>


[AF] nin denklemi: $y-0=\frac{b}{a-3c}(x-3c)$

[DB] nin denklemi: $y=\frac{b}{a+4c}x$
</td></tr>
</table>

Ek 8'in devamı

Çözüm

E noktası için;

$$\frac{b}{a-3c}(x-3c) = \frac{b}{a+4c}x$$

$$(a+4c)(x-3c) = (a-3c)x$$

$$(a+4c-a+3c)x = (a+4c)3c$$

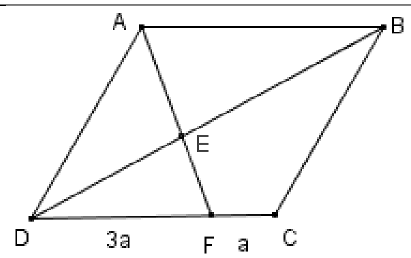
$$7cx = (a+4c)3c$$

$$x = \frac{3}{7}(a+4c)$$

$$y = \frac{b}{a+4c}\left(\frac{3}{7}(a+4c)\right) = \frac{3}{7}b$$

E ve B noktasının koordinatları arasındaki oran, $\frac{3}{7}$ dir. O halde $\frac{|DE|}{|EB|} = \frac{3}{4}$ olur.

SY



$\overset{\Delta}{ABE}$ ve $\overset{\Delta}{FDE}$ de

$m\left(A\hat{B}E\right) = m\left(E\hat{D}F\right)$ ve $m\left(B\hat{A}E\right) = m\left(D\hat{F}E\right)$

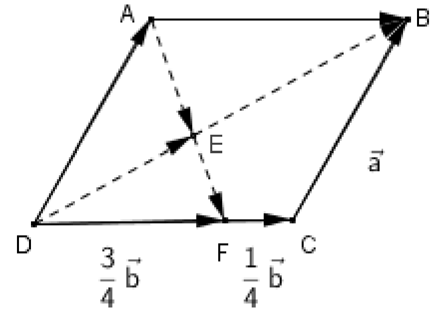
Açı-Açı-Açı Benzerlik teoreminden $\overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{FDE}$ olur.

Buradan $\frac{|DF|}{|AB|} = \frac{|FE|}{|AE|} = \frac{|DE|}{|BE|} = \frac{3}{4}$ dir.

O halde $\frac{|AE|}{|FE|} = \frac{4}{3}$ ve $\frac{|DE|}{|BE|} = \frac{3}{4}$ olur.

Ek 8'in devamı

Çözüm	VY	



$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} = \vec{a}$ ve $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \vec{b}$ olsun.

$\dfrac{|DF|}{|FC|} = \dfrac{3}{1}$ olduğundan $\overrightarrow{DF} = \dfrac{3}{4}\vec{b}$ ve $\overrightarrow{FC} = \dfrac{1}{4}\vec{b}$ olur.

$\overset{\triangle}{ADF}$ de $\overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{4}\vec{b} - \vec{a}$ …(1) olur.

$\overrightarrow{AE} = m.\overrightarrow{AF}$, $m \in \mathbb{R}$ olsun.

(1) den $\overrightarrow{AE} = \dfrac{3m}{4}\vec{b} - m\vec{a}$

$\overrightarrow{DE} = k\left(\vec{b} + \vec{a}\right) = k\vec{b} + k\vec{a}, k \in \mathbb{R}$

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DE} - \vec{a}$ veya

$\dfrac{3m}{4}\vec{b} - m\vec{a} = k\vec{b} + k\vec{a} - \vec{a}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{3m}{4} - k\right)\vec{b} + (-m - k + 1)\vec{a} = \vec{0}$

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri paralelkenarın kenarları olduğundan lineer bağımsızdır.
Yani;

$\dfrac{3m}{4} - k = 0$ ve $-m - k + 1 = 0$ olur.

İki eşitlik taraf tarafa toplanırsa $\dfrac{7m}{4} = 1 \Rightarrow m = \dfrac{4}{7}$ ve $k = \dfrac{3}{7}$ olur.
Sonuç olarak;

$\overrightarrow{AE} = \dfrac{4}{7}\overrightarrow{AF}$ olduğundan $\dfrac{\|\overrightarrow{AE}\|}{\|\overrightarrow{EF}\|} = \dfrac{4}{3}$

$\overrightarrow{DE} = \dfrac{3}{7}\overrightarrow{DB}$ olduğundan $\dfrac{\|\overrightarrow{DE}\|}{\|\overrightarrow{EB}\|} = \dfrac{3}{4}$

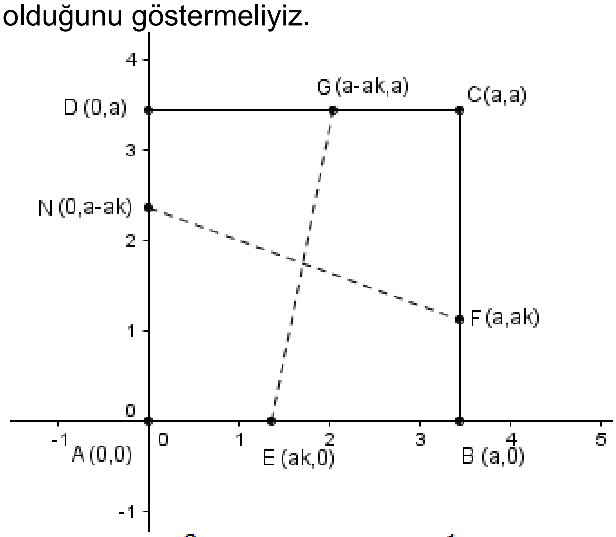
Ek 8'in devamı

Problem 5. ABCD bir kare olsun. AB, BC, CD ve DA kenarları üzerinde sırası ile $|AE| = |BF| = |CG| = |DN|$ olmak üzere E, F, G, N noktaları alınıyor. $GE \perp FN$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm

AY

Verilen ABCD karesini köşeleri A(0,0), B(a,0), C(a,a), D(0,a) olacak şekilde belirleyelim. E, F, G ve N noktalarını 0<k<1 olmak üzere ve $|\mathrm{AE}| = |\mathrm{BF}| = |\mathrm{CG}| = |\mathrm{DN}|$ olacak şekilde sırasıyla E(ak,0), F(a,ak), G(a-ak,a) ve N(0,a-ak) olarak alalım. Bu durumda $[GE] \perp [\mathrm{FN}]$ olduğunu göstermek için $[GE]$ ve $[\mathrm{FN}]$ doğru parçalarının eğimlerinin çarpımının -1 olduğunu göstermeliyiz.



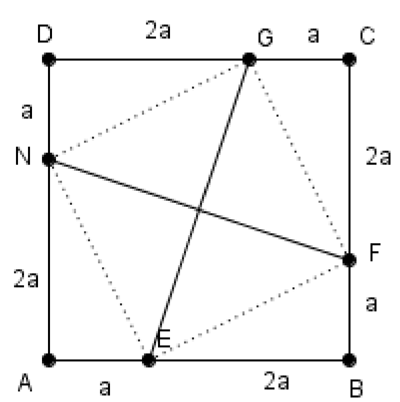
$$\mathrm{m_{GE}} = \frac{\mathrm{a} - 0}{\mathrm{a} - \mathrm{ak} - \mathrm{ak}} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a} - 2\mathrm{ak}} = \frac{1}{1 - 2\mathrm{a}}$$

$$\mathrm{m_{FN}} = \frac{\mathrm{ak} - (\mathrm{a} - \mathrm{ak})}{\mathrm{a} - 0} = \frac{2\mathrm{ak} - \mathrm{a}}{\mathrm{a}} = 2\mathrm{a} - 1$$

$$\mathrm{m_{GE}}.\mathrm{m_{FN}} = \left(\frac{1}{1 - 2\mathrm{a}}\right).(2\mathrm{a} - 1) = -1 \text{ old.}$$

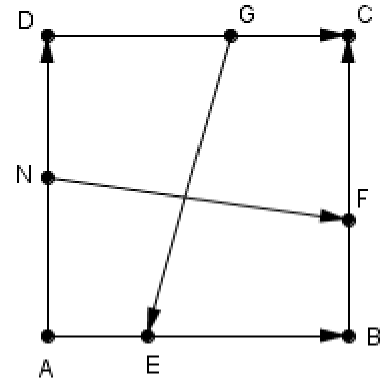
$$\Longrightarrow [\mathrm{GE}] \perp [\mathrm{FN}] \text{ dir.}$$

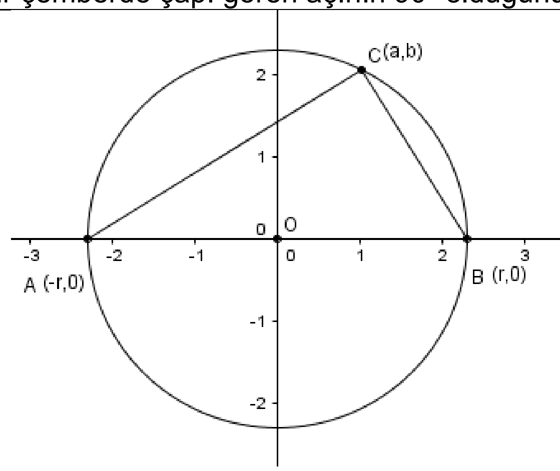
SY



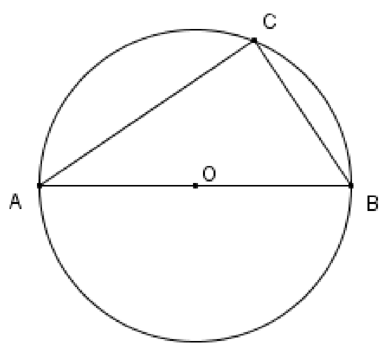
EFGN dörtgeni oluşturulur. Pisagor teoreminden $|EF| = \sqrt{5}a = |FG| = |GN| = |NE|$ olur. Böylece EFGN kare belirtir. $[GE]$ ve $[FN]$ EFGN karesinin köşegenleri old. $GE \perp FN$ dir.

Ek 8'in devamı

Çözüm	VY	 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{GC}=\vec{a}, \overrightarrow{BF}=\overrightarrow{ND}=\vec{b}, \overrightarrow{EB}=\overrightarrow{DG}=\vec{c}, \overrightarrow{FC}=\overrightarrow{AN}=\vec{f}$ olsun. $\overrightarrow{EG}=\vec{c}+\vec{b}+\vec{f}-\vec{a}=(\vec{f}-\vec{a})+(\vec{b}+\vec{c})$ $\overrightarrow{FN}=\vec{f}-\vec{a}-\vec{c}-\vec{b}=(\vec{f}-\vec{a})-(\vec{b}+\vec{c})$ $\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{FN}=(\vec{f}-\vec{a})^2-(\vec{b}+\vec{c})^2$ $\begin{bmatrix} \Vert\vec{a}\Vert=\Vert\vec{b}\Vert, \\ \Vert\vec{c}\Vert=\Vert\vec{f}\Vert \end{bmatrix}$ old. $\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{FN}=0 \Longrightarrow \overrightarrow{EG}\perp\overrightarrow{FN}$

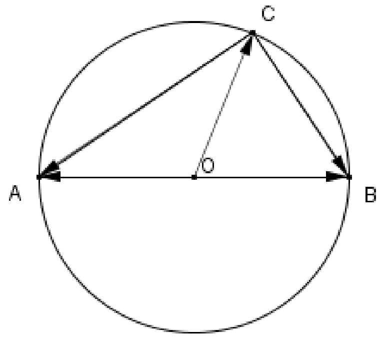
Problem 6. Bir çemberde çapı gören açının 90^0 olduğunu gösteriniz.		
Çözüm	AY	 Yarı çapı r birim, merkezi O(0,0) olan çemberin denklemi $x^2+y^2=r^2$ şeklindedir. A(-r,0), B(r,0) ve çemberin üzerinde alınan bir C noktasının koordinatları C(a,b) olsun. $m\left(\widehat{ACB}\right)=90^0$ olduğunu gösterelim. [AC] nin eğimi: $m_{AC}=\dfrac{b}{a+r}$ ve [BC] nin eğimi: $m_{BC}=\dfrac{b}{a-r}$ dir.

Ek 8'in devamı

<table>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td></td><td>$m_{AC}.m_{BC}=\frac{b}{a+r}.\frac{b}{a-r}=\frac{b^2}{a^2-r^2}...(1)$
C noktası çemberin üzerinde olduğundan çember denklemini sağlar. Yani;
$a^2+b^2=r^2 \Rightarrow b^2=r^2-a^2...(2)$
(1) ve (2) den $m_{AC}.m_{BC}=\frac{b^2}{a^2-r^2}=\frac{r^2-a^2}{a^2-r^2}=-1$ olur.
$m_{AC}.m_{BC}=-1$ olduğundan $[AC]\perp[BC]$ ve $m\left(\hat{ACB}\right)=90^0$ olur.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

$\hat{AOB}$ merkez açısı ile $\hat{ACB}$ açısının gördüğü yaylar aynıdır. O halde;
$m\left(\hat{AOB}\right)=2.m\left(\hat{ACB}\right)$
$180^0=2.m\left(\hat{ACB}\right)$
$90^0=m\left(\hat{ACB}\right)$
olur.</td></tr>
</table>

Ek 8'in devamı

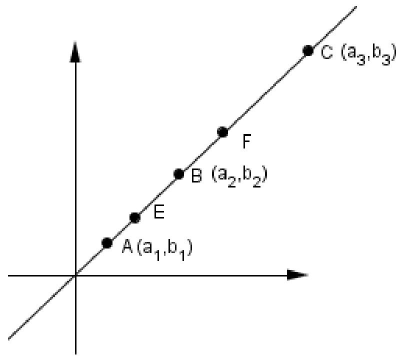
<table>
<tr>
<td rowspan="1">Çözüm</td>
<td>VY</td>
<td>


$\hat{ACB}$ açısı $\overrightarrow{CA}$ ve $\overrightarrow{CB}$ vektörleri arasında kalan açıdır. Eğer $\overrightarrow{CA}$ ve $\overrightarrow{CB}$ vektörlerinin iç çarpımının sıfır olduğu gösterilirse $m\left(\hat{ACB}\right)=90^0$ olur.
$\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=\left\langle \overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right\rangle$
$=\left\langle\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right),\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right)\right\rangle$
$=\left\langle\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right),\left(-\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right)\right\rangle...(\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OA})$
$=-\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{OC}$
$=-\left\|\overrightarrow{OA}\right\|^2+\left\|\overrightarrow{OC}\right\|^2$
$=0$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9. AY, SY ve VY'nin Birlikte Kullanılmasına Dayalı Olarak Tasarlanan Öğrenme Ortamında Hafta Hafta Çözülen Problemler ve Çözümleri

3. Hafta:

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 3. 1. A,B,C doğrusal herhangi iki noktadır. $[AB]$ nin orta noktası E, $[AC]$ nin orta noktası F ise $2|EF| = |BC|$ olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>



$$E = \left(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{b_1 + b_2}{2}\right) \qquad F = \left(\frac{a_1 + a_3}{2}, \frac{b_1 + b_3}{2}\right)$$

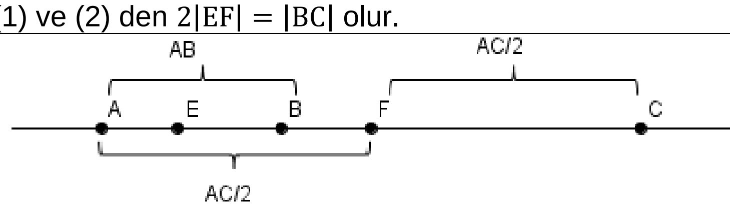
$$|EF| = \sqrt{\left(\frac{a_1 + a_3}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_1 + b_3}{2} - \frac{b_1 + b_2}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{(a_3 - a_2)^2}{4} + \frac{(b_3 - b_2)^2}{4}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{(a_3 - a_2)^2 + (b_3 - b_2)^2}{2}} \qquad \ldots(1)$$

$$|BC| = \sqrt{(a_3 - a_2)^2 + (b_3 - b_2)^2} \qquad \ldots(2)$$

(1) ve (2) den 2|EF| = |BC| olur.
</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>



$$|EB| = \frac{|AB|}{2}$$

$$|EF| = |EB| + |BF| = \frac{|AB|}{2} + \frac{|AC|}{2} - |AB| = \frac{|AC|}{2} - \frac{|AB|}{2}$$

$$|FC| = \frac{|AC|}{2} \qquad \ldots(2)$$

$$|BF| = \frac{|AC|}{2} - |AB| \qquad \ldots(3)$$

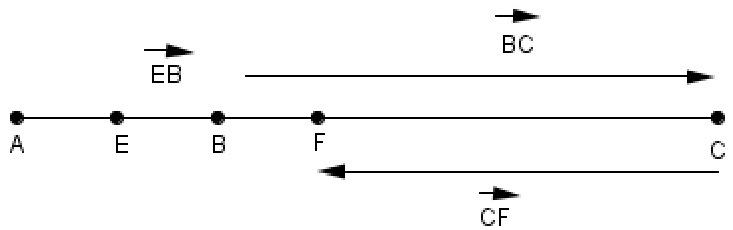
(2) ve (3)'ten

$|BC| = |BF| + |FC| = \frac{|AC|}{2} - |AB| + \frac{|AC|}{2} = |AC| - |AB|$ olur.

O halde;

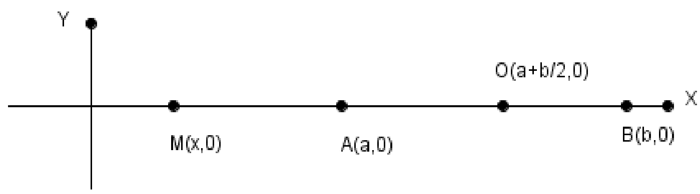
$$\left.\begin{aligned} |EF| &= \frac{|AC| - |AB|}{2} \\ |BC| &= |AC| - |AB| \end{aligned}\right\} \quad 2|EF| = |BC|$$
</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

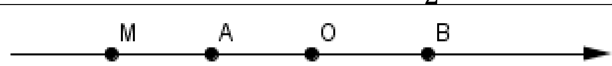
<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>


$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF}\\ &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CF}\\ &= \overrightarrow{BC} + \frac{\overrightarrow{AB}}{2} - \frac{\overrightarrow{AC}}{2} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF}\\ &\qquad = \overrightarrow{BC} + \left(-\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{AF}\right)\\ &\qquad = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF}\end{aligned}$$

$2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 3. 2. $[AB]$ doğru parçasının orta noktası O ve AB doğrusu üzerindeki herhangi bir nokta M olsun. M, $[AB]$ dışında ise $|OM| = \frac{|MA|+|MB|}{2}$ olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>


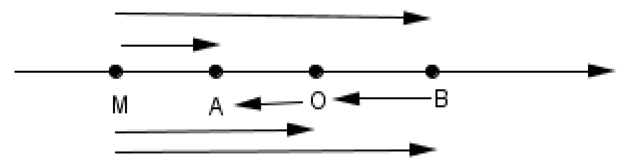
O orta nokta old. $O(\frac{a+b}{2}, 0)$ olur.

$$|OM| = \sqrt{\left(x - \frac{a+b}{2}\right)^2 + (0-0)^2} = \left|x - \frac{a+b}{2}\right|$$
$$|MA| = \sqrt{(a-x)^2 + (0-0)^2} = |a-x|$$
$$|MB| = \sqrt{(b-x)^2 + (0-0)} = |b-x|$$
$$|MA| + |MB| = a + b - 2x$$
$$|OM| = \frac{a+b-2x}{2} = \frac{|MA|+|MB|}{2}$$
</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>


$$\begin{aligned}|MA| + |MB| &= \left(|OM| - \frac{|AB|}{2}\right) + \left(|OM| + \frac{|AB|}{2}\right)\\ &= 2|OM|\end{aligned}$$
$\Rightarrow\ |OM| = \frac{|MA|+|MB|}{2}$
</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

Çözüm — VY

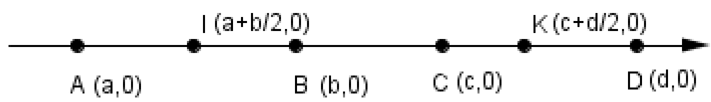


$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB} &= \left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}\right)+\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OB}\right)\\
&= \overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{OA}\\
&= 2\overrightarrow{MO}
\end{aligned}
$$

$$\left\|\overrightarrow{MO}\right\| = \frac{\left\|\overrightarrow{MA}\right\| + \left\|\overrightarrow{MB}\right\|}{2}$$

Problem 3. 3. Bir doğru üzerinde alınan A,B,C,D gibi herhangi dört nokta veriliyor. $[AB]$ nin orta noktası I, $[CD]$nin orta noktası K ise $|AC| + |BD| + |BC| + |AD| = 4|IK|$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm — AY



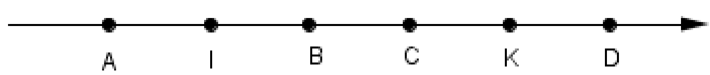
$$
\begin{aligned}
|AC| &= \sqrt{(c-a)^2+(0-0)^2} = |c-a| = c-a\\
|BD| &= \sqrt{(d-b)^2+(0-0)^2} = |d-b| = d-b\\
|BC| &= \sqrt{(b-c)^2+(0-0)^2} = |b-c| = b-c\\
|AD| &= \sqrt{(d-a)^2+(0-0)} = |d-a| = d-a
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|AC|+|BD|+|BC|+|AD| &= (c-a)+(d-b)+(c-b)+(d-a)\\
&= 2(c-a)+2(d-b)\\
&= 2[(c-a)+(d-b)]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|IK| &= \sqrt{\left(\frac{c+d}{2}-\frac{a+b}{2}\right)^2+(0-0)^2}\\
&= \frac{(c-a)+(b-d)}{2} \Longrightarrow (c-a)+(d-b) = 2|IK|
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
|AC|+|BD|+|BC|+|AD| &= 2[(c-a)+(d-b)]\\
&= 2(2|IK|)\\
&= 4|IK|
\end{aligned}
$$

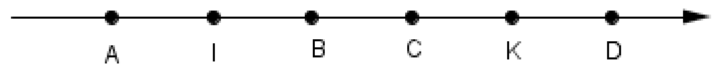
Çözüm — SY

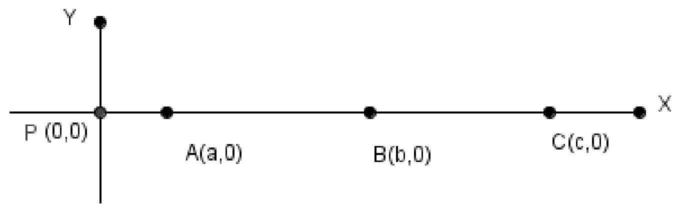
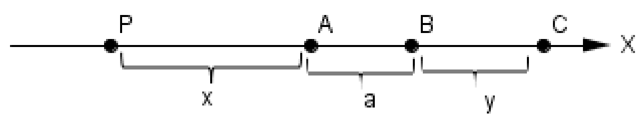
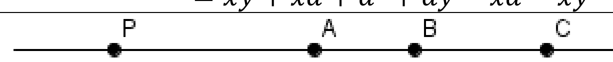


$$|AB|+|BD|+|BC|+|AD| =$$

$$
\begin{aligned}
&= (|AI|+|IK|+|KC|)+(|IK|-|IB|-|DK|)+(|IK|+|KC|-|IB|)+(|AI| + |IK|-|DK|)\\
&= 2|AI|+2|KC|-2|IB|-2|KD|+4|IK|\\
&= 4|IK|
\end{aligned}
$$

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IK} + \overrightarrow{KC}$
$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IK} + \overrightarrow{KD}$
$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IK} + \overrightarrow{KC}$
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IK} + \overrightarrow{KD}$ taraf tarafa toplayarak.
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{IK}$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 3. 4. (Euler Bağıntısı) Bir doğru üzerinde A,B,C,P gibi herhangi dört nokta alındığında $|PA|.|BC| + |PC|.|AB| - |PB|.|AC| = 0$ olur.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Çözüm</td><td>AY</td><td>
$|PA|.|BC| + |PC|.|AB| - |PB|.|AC| =$
$= \left(\sqrt{(a-0)^2 + (0-0)^2}\right).\left(\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}\right)$
$+ \left(\sqrt{(c-0)^2 + (0-0)^2}\right).\left(\sqrt{(b-a)^2 + (0-0)^2}\right)$
$+ \left(\sqrt{(b-0)^2 + (0-0)^2}\right).\left(\sqrt{(c-a)^2 + (0-0)^2}\right) =$
$= a.(c-b) + c.(b-a) - b.(c-a)$
$= ac - ab + cb - ca - bc + ab = 0$</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>
$|PA|.|BC| + |PC|.|AB| - |PB|.|AC| =$
$= x.y + (x+a+y).a - (x+a).(a+y) =$
$= xy + xa + a^2 + ay - xa - xy - a^2 - ay = 0$</td></tr>
<tr><td>VY</td><td>
$\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PC}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{PB}.\overrightarrow{CA} =$ $[\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}]$
$= \overrightarrow{PA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PC}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{PB}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA})$ $[\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}]$
$= \overrightarrow{PA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PC}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{PB}.\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{PB}.\overrightarrow{BA}$
$= \overrightarrow{BC}(\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BA}(\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC})$ $\begin{bmatrix}\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}\end{bmatrix}$
$= \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CB}$
$= \overrightarrow{BA}(\underbrace{\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}}_{0}) = \overrightarrow{BA}.0 = 0$</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 3. 5. Bir doğru üzerinde $2|AC| = 3|CB|$ ve $8|DA| = 3|DB|$ olmak üzere D,A,C,B noktaları alınıyor. A noktasının $[DC]$ nin orta noktası olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Çözüm</td><td>AY</td><td>

A(a,0), B(b,0), C(c,0), D(d,0) olsun.

$$2|AC| = 3|CB| \implies \frac{|AC|}{|CB|} = \frac{3}{2} \implies \frac{\sqrt{(a-c)^2 + (0-0)^2}}{\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}} = \frac{3}{2} \implies \frac{a-c}{c-b} = \frac{3}{2}$$

$$\implies 2a - 2c = 3c - 3b \implies 2a = 5c - 3b \quad ...(1)$$

$$8|DA| = 3|DB| \implies \frac{|DA|}{|DB|} = \frac{3}{8} \implies \frac{\sqrt{(d-a)^2 + (0-0)^2}}{\sqrt{(d-b)^2 + (0-0)^2}} = \frac{3}{8} \implies \frac{d-a}{d-b} = \frac{3}{8}$$

$$\implies 8d - 8a = 3d - 3b \implies 8a = 5d + 3b \quad ...(2)$$

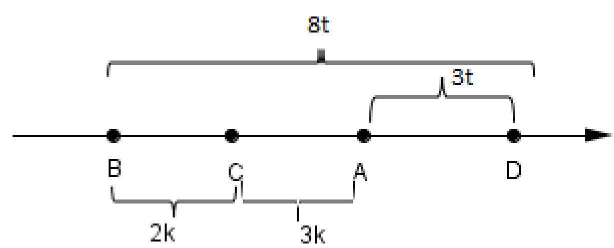
(1) ve (2) taraf tarafa toplanırsa;

$10a = 5c + 5d$

$a = \dfrac{c+d}{2} \implies A = \left(\dfrac{c+d}{2}, 0\right)$ $olur.$

O halde A noktası, $[DC]$ nin orta noktasıdır.

</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>



$$2|AC| = 3|CB| \Rightarrow \frac{|AC|}{|CB|} = \frac{3}{2} \implies |AC| = 3k \ \ ve \ \ |CB| = 2k$$

$$8|DA| = 3|DB| \Rightarrow \frac{|DA|}{|DB|} = \frac{3}{8} \implies |DA| = 3t \ \ ve \ |DB| = 8t$$

$|DB| = 8t = 3t + 5k \implies 5t = 5k \implies t = k$

$|AC| = 3k = |DA|$

A, $[CD]$ nin orta noktası.

</td></tr>
<tr><td>VY</td><td>

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB}$

$= \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right) - \frac{8}{3}\overrightarrow{DA}$

$= \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{8}{3}\overrightarrow{DA}$

$$\overrightarrow{AD} = \frac{5\overrightarrow{AC}}{3} - \frac{8}{3}\overrightarrow{DA} \quad 3 \ ile \ çarparsak$$

$$3\overrightarrow{AD} = 5\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{DA}$$

$$8\overrightarrow{DA} + 3\overrightarrow{AD} = 5\overrightarrow{AC}$$

$$5\overrightarrow{DA} = 5\overrightarrow{AC}$$

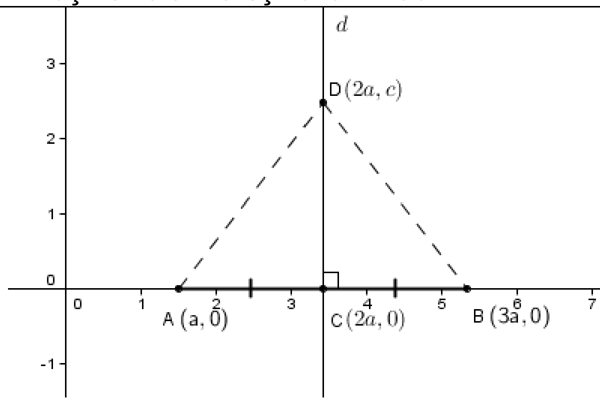
$$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC}$$

</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

4. Hafta:

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 4.1. Bir doğru parçasının orta dikmesinin üzerinde alınan herhangi bir nokta, bu doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>



[AB] doğru parçasının uç noktaları olan A noktasını A(a,0) ve B noktasını B(3a,0) olarak alalım. [AB] doğru parçasının orta dikmesi d olsun. Bu durumda C noktası A ve B noktalarının orta noktası olacağından

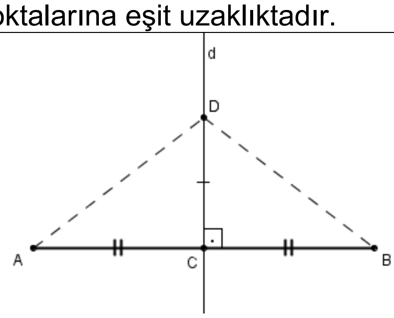
$$\mathrm{C}\left(\frac{3a-a}{2},\frac{0-0}{2}\right)=\mathrm{C}(2a,0)$$

olur. D noktası da orta dikme üzerinde alınan herhangi bir nokta olmak üzere D'nin koordinatları D(2a, c) olsun. Bu noktanın [AB] doğru parçasının uç noktalarına olan uzaklığı

$$|AD|=\sqrt{(2a-a)^2+(c-0)^2}=\sqrt{a^2+c^2} \quad ...(1)$$

$$|BD|=\sqrt{(2a-3a)^2+(c-0)^2}=\sqrt{a^2+c^2} \quad ...(2)$$

(1) ve (2)'den $|AD|=|BD|$ olduğu çıkar. Dolayısıyla bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan herhangi bir nokta, bu doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>



[AB] doğru parçasını alalım. Bu doğru parçasının orta dikme doğrusu d doğrusu olsun. C noktası da [AB]'nin orta noktası olsun. Bu durumda $\overset{\Delta}{ADC}$ ve $\overset{\Delta}{BDC}$'de $|AC|=|BC|$, $|DC|$ kenarı ortak ve $m(\widehat{ACD})=m(\widehat{BCD})$ olduğundan K-A-K teoreminden $\overset{\Delta}{ADC}\cong\overset{\Delta}{BDC}$ olur. O halde

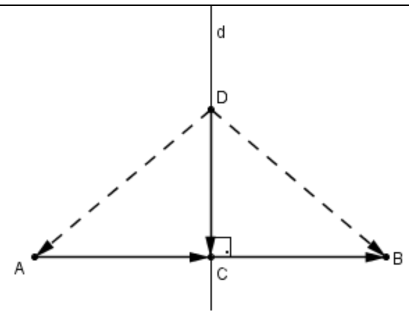
$$|AD|=|BD|$$

olur. Böylece bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan herhangi bir nokta, bu doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıkta olduğu ortaya çıkar.</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

Çözüm

VY



$$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\left\|\overrightarrow{DB}\right\| = \left\|\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}\right\| \quad \ldots (1)$$

$$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DC} + (-\overrightarrow{AC})$$

$$\left[\left\|\overrightarrow{CA}\right\| = \left\|-(\overrightarrow{AC})\right\| = \left\|\overrightarrow{CB}\right\| \text{ olduğundan}\right]$$

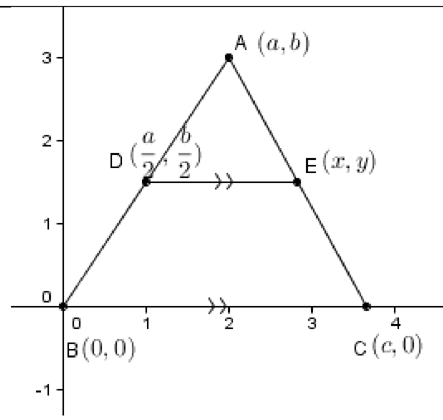
$\left\|\overrightarrow{DA}\right\| = \left\|\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}\right\| \quad \ldots (2)$ olur.

(1) ve (2) den $\left\|\overrightarrow{DA}\right\| = \left\|\overrightarrow{DB}\right\|$ olduğu çıkar. O halde bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan herhangi bir nokta, bu doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır.

Problem 4. 2. Bir üçgenin bir kenarının orta noktasından başka bir kenara çizilen paralel üçgenin üçüncü kenarını ortalar.

Çözüm

AY



1. D noktası AB kenarının orta noktası olsun. Bu durumda D noktasının koordinatları

$$D\left(\frac{a-0}{2},\frac{b-0}{2}\right) = D\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$$

dir.

2. D noktasından ABC üçgeninin AC kenarına çizilen paralel [DE] olsun. E noktasının koordinatlarını ise $E(x,y)$ olarak alalım.

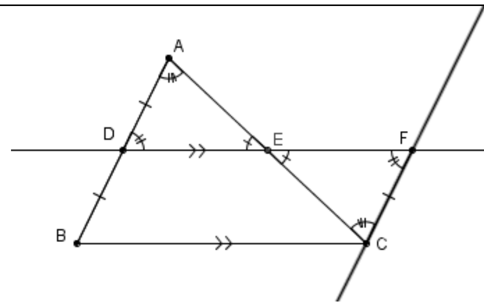
3. $[DE] \parallel [BC]$ olduğundan $m_{DE} = m_{BC}$ olur.

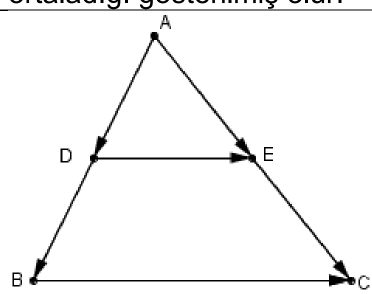
4.

$$m_{BC} = 0 = m_{DE} = \frac{y-\frac{b}{2}}{x-\frac{a}{2}} \Rightarrow y = \frac{b}{2}$$

5. Dolayısıyla x de A ile C noktalarının x bileşenlerinin aritmetik ortalaması olur. Böylece bir üçgenin bir kenarının orta noktasından başka bir kenara çizilen paralel üçgenin üçüncü kenarını ortaladığı gösterilmiş olur.

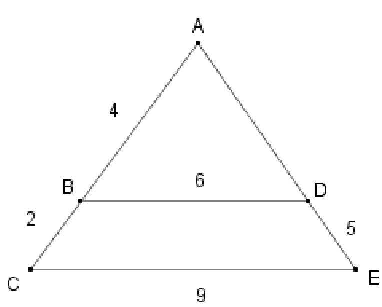
Ek 9'un devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


1. D noktası [AB]'nin orta noktası ve $[\mathrm{DE}] \parallel [\mathrm{BC}]$ olsun.
2. C noktasından [AB]'ye paralel bir doğru çizelim.
3. $|\mathrm{DB}| = |\mathrm{DA}|$ olduğundan "Teorem: İki doğru parçası paralel ve uzunlukları birbirlerine eşit ise, bunları birleştiren doğru parçaları da paralel ve uzunlukları birbirlerine eşittir." teoreminden $|\mathrm{DB}| = |\mathrm{FC}| = |\mathrm{AD}|$ olur.
4. $\mathrm{m}(\widehat{\mathrm{DAE}}) = \mathrm{m}(\widehat{\mathrm{FCE}})$ ve $\mathrm{m}(\widehat{\mathrm{ADE}}) = \mathrm{m}(\widehat{\mathrm{EFC}})$ ve $|\mathrm{AD}| = |\mathrm{FC}|$ olduğundan Açı-Kenar-Açı teoreminden $\overset{\Delta}{ADE} \cong \overset{\Delta}{CFE}$ olur.
5. O halde $|\mathrm{AE}| = |\mathrm{EC}|$ dir. Böylece bir üçgenin bir kenarının orta noktasından başka bir kenara çizilen paralel üçgenin üçüncü kenarını ortaladığı gösterilmiş olur.
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


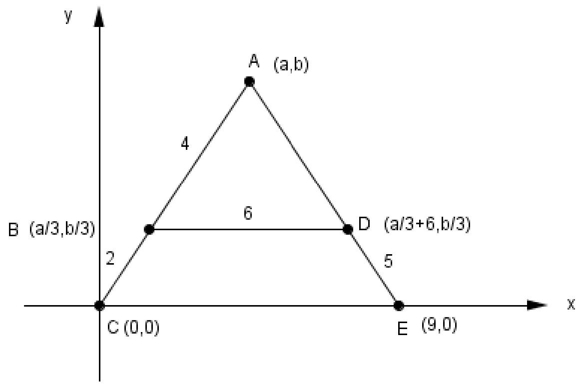
1. $\overrightarrow{DE}$ □ $\overrightarrow{BC}$ olduğundan $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \mathrm{k}.\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ dir. Ayrıca $\overrightarrow{\mathrm{EC}} = \mathrm{p}.\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ olsun.
2. $\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{AD}} + \overrightarrow{\mathrm{DE}}$ ve $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}} + \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ olduğundan
$$2.\overrightarrow{\mathrm{AD}} + \mathrm{k}.\overrightarrow{\mathrm{DE}} = (\mathrm{p}+1).\overrightarrow{\mathrm{AE}}$$
$$2.\overrightarrow{\mathrm{AD}} + \mathrm{k}.\overrightarrow{\mathrm{DE}} = (\mathrm{p}+1).\left(\overrightarrow{\mathrm{AD}} + \overrightarrow{\mathrm{DE}}\right)$$
$$2.\overrightarrow{\mathrm{AD}} + \mathrm{k}.\overrightarrow{\mathrm{DE}} = (\mathrm{p}+1).\overrightarrow{\mathrm{AD}} + (\mathrm{p}+1).\overrightarrow{\mathrm{DE}}$$
$$\mathrm{P}+1 = 2 \Longrightarrow \mathrm{P} = 1$$
3. Yani E noktası, AC kenarının ortası noktası olur.
</td>
</tr>
</table>

Problem 4. 3.

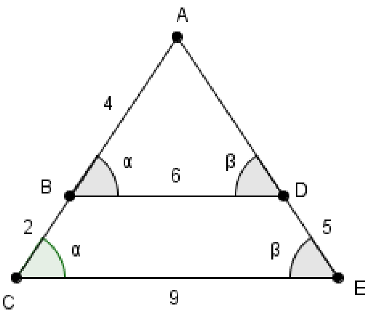


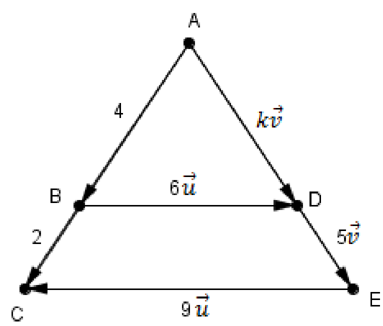
Şekilde BD // CE ise $|AB| = 4, |BC| = 2, |BD| = 6, |DE| = 5\ ve\ |CE| = 9\ ise\ |AD| = ?$

Ek 9'un devamı

Çözüm	AY	 $\lvert DE\rvert = \sqrt{\left(\frac{a}{3}+6-9\right)^2+\left(\frac{b}{3}-0\right)^2} = 5$ $= \left(\frac{a}{3}-3\right)^2+\left(\frac{b}{3}\right)^2 = 25 \quad \ldots(1)$ $\lvert BC\rvert = \sqrt{\left(\frac{a}{3}-0\right)^2+\left(\frac{b}{3}-0\right)^2} = 2$ $= \left(\frac{a}{3}\right)^2+\left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4 \quad \ldots(2)$ $(1) \Rightarrow \left(\frac{a}{3}\right)^2-2a+9+\left(\frac{b}{3}\right)^2 = 25$ $-2a+13=25$ $a=-b \quad \ldots(3)$ $\lvert AB\rvert = \sqrt{\left(a-\frac{a}{3}\right)^2+\left(b-\frac{b}{3}\right)^2} = 4$ $= \left(\frac{2a}{3}\right)^2+\left(\frac{2b}{3}\right)^2 = 16 \quad \ldots(4)$ $\lvert AD\rvert = \sqrt{\left[a-\left(\frac{a}{3}+6\right)\right]^2+\left(b-\frac{b}{3}\right)^2}$ $= \sqrt{\left(\frac{2a}{3}-6\right)^2+\left(\frac{2b}{3}\right)^2}$ $= \sqrt{\left(\frac{2a}{3}\right)^2-8a+36+\left(\frac{2b}{3}\right)^2}$ $(3)\ ve\ (4)'ten = \sqrt{16+48+36} = 10\ cm$

Ek 9'un devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


BD // CE olduğundan $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ACE})$
$m(\hat{A}) = m(\hat{A})$
$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{AEC})dir$
O halde A – A – A benzerlik teoreminden $\overset{\Delta}{ABD} \sim \overset{\Delta}{ACE}$
O halde ;
$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AD|}{|AE|}$
$\frac{4}{6} = \frac{|AD|}{|AD| + 5} \Longrightarrow 4|AD| + 20 = 6|AD|$
$|AD| = 10\ cm$
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


$\overrightarrow{AB} = 2.\overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{DE} = 5\vec{v}\ diyelim\ \ \overrightarrow{AD} = k.\vec{v}$
$\overrightarrow{AC} = k\vec{v} + 5\vec{v} + 9\vec{u}$
$\overrightarrow{AB} = k\vec{v} + 6\vec{u}$
$\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
$k\vec{v} + 5\vec{v} + 9\vec{u} = \frac{3}{2}(k\vec{v} + 6\vec{u})$
$2k\vec{v} + 10\vec{v} + 18\vec{u} = 3k\vec{v} + 18\vec{u}$
$10\vec{v} = k\vec{v}$
$k = 10 \Longrightarrow \|\overrightarrow{AD}\| = 10\ cm$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9'un devamı

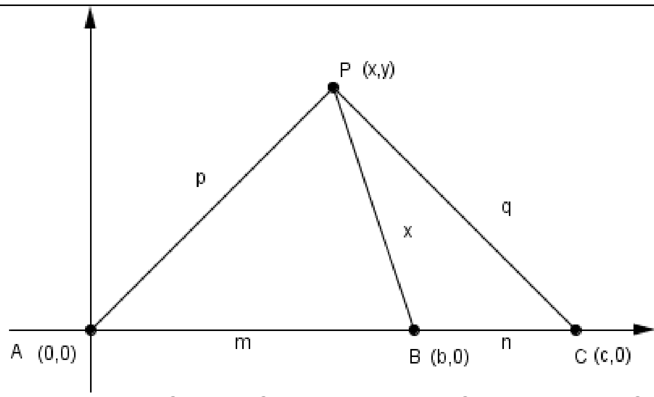
Problem 5. 1. (Stewart teoremi) PAC bir üçgen, B de AC kenarı üzerinde herhangi bir nokta olsun. $|PA| = p, |PC| = q$, $|PB| = x, |AB| = m, |BC| = n \ ise$

$$x^2 = \frac{q^2m + p^2n}{m+n} - mn$$

olduğunu gösteriniz.

Çözüm

AY



$$\frac{q^2m + p^2n}{m+n} - mn = \frac{|PC|^2.|AB| + |PA|^2.|BC|}{|AB| + |BC|} - |AB|.|BC|$$

$$\frac{\left(\sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2}\right)^2.\left(\sqrt{(b-0)^2 + (0-0)^2}\right) + \left(\left(\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}\right)\right)^2 .\left(\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}\right)}{\left(\sqrt{(b-0)^2 + (0-0)^2}\right) + \left(\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}\right)}$$

$$-\left(\sqrt{(b-0)^2 + (0-0)^2}\right).\left(\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}\right) =$$

$$= \frac{[(c-x)^2 + y^2].b + (x^2 + y^2)(c-b)}{b + (c-b)} - b(c-b)$$

$$= \frac{c^2b - 2cxb + x^2b + y^2b + x^2c - x^2b + y^2c - y^2b}{c} - bc + b^2$$

$$= \frac{c^2b - 2cxb + x^2c + y^2c}{c} - bc + b^2$$

$$= cb - 2xb + x^2 + y^2 - bc + b^2$$

$$= x^2 - 2xb + b^2 + y^2$$

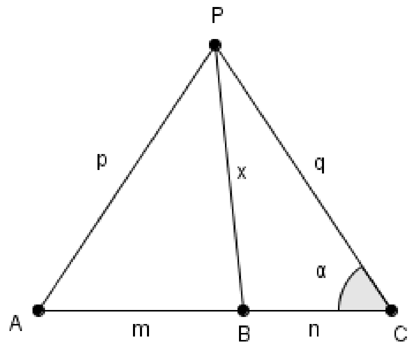
$$= (x-b)^2 + y^2$$

$$= |PB|^2$$

Ek 9'un devamı

Çözüm

SY



$m(\widehat{PCB}) = \alpha \ diyelim$ PCB üçgeninde Cosinüs Teoremi uygularsak

$x^2 = q^2 + n^2 - 2qn.\cos\alpha \quad \dots(1)$

PCA üçgeninde Cosinüs Teoremi uygulanırsa

$p^2 = q^2 + (m+n)^2 - 2q(m+n).\cos\alpha \quad \dots(2)$

(1) ve (2) denklemlerinden $\cos\alpha$ değerleri çekilip birbirine eşitlenirse

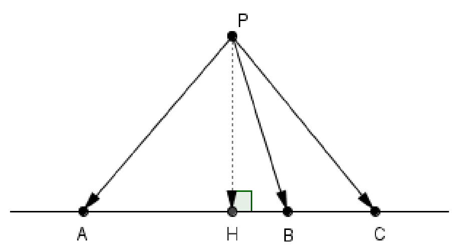
$$\frac{x^2 - q^2 - n^2}{2qn} = \frac{p^2 - q^2 - (m+n)^2}{2q(m+n)}$$

$$\frac{x^2 - q^2}{n} - n = \frac{p^2 - q^2}{m+n} - (m+n)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - q^2}{n} = \frac{p^2 - q^2}{m+n} - m$$

$$\Rightarrow x^2 = q^2 + \frac{n(p^2 - q^2)}{m+n} - mn \Rightarrow x^2 = \frac{q^2 m + p^2 n}{m+n} - mn$$

VY



$\overrightarrow{PH} \perp \overrightarrow{AC}$ $çizelim$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PA}^2 &= \overrightarrow{HA}^2 + \overrightarrow{PH}^2 \\ \overrightarrow{PB}^2 &= \overrightarrow{HB}^2 + \overrightarrow{PH}^2 \\ \overrightarrow{PC}^2 &= \overrightarrow{HC}^2 + \overrightarrow{PH}^2 \end{aligned}$$

Sistemi sırasıyla $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB}$ ile çarparsak

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PA}^2.\overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{HA}^2 + \overrightarrow{PH}^2).\overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{PB}^2.\overrightarrow{CA} &= (\overrightarrow{HB}^2 + \overrightarrow{PH}^2).\overrightarrow{CA} \\ + \ \overrightarrow{PC}^2.\overrightarrow{AB} &= (\overrightarrow{HC}^2 + \overrightarrow{PH}^2).\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{PA}^2.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PB}^2.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{PC}^2.\overrightarrow{AB}$$
$$= \overrightarrow{HA}^2.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{HB}^2.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{HC}^2.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{PH}^2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$$

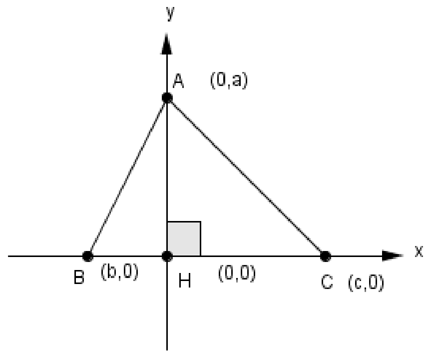
A,H,B,C noktaları doğrusal olduğunda $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = 0$ olduğundan,

$\overrightarrow{HA}^2.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{HB}^2.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{HC}^2.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AB} = 0 \ dır.$

$\overrightarrow{PA}^2.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PB}^2.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{PC}^2.\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA}$

Ek 9’un devamı

5. Hafta:

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 5. 2. ABC üçgeninde $AH\perp BC$ ise $|AC|^2=|AB|^2+|BC|^2-2|BC|.|BH|$ olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Çözüm</td><td>AY</td><td>

$|AB|^2+|BC|^2-2|BC|.|BH|$
$\left(\sqrt{(b-0)^2+(0-a)^2}\right)^2+\left(\sqrt{(c-b)^2+(0-0)^2}\right)^2$
$-2\sqrt{(c-b)^2+(0-0)^2}.\sqrt{(0-b)^2+(0-0)^2}$
$=b^2+a^2+(c-b)^2-2|c-b|.|b|$
$=b^2+a^2+c^2-2bc+b^2-2(c-b)(-b)\quad [b < 0\ old.]$
$=b^2+a^2+c^2-2bc+b^2+2bc-2b^2$
$=a^2+c^2=|AC|^2$</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>Cosinüs Teoreminden
$|AC|^2=|AB|^2+|BC|^2-2|BC|.|AB|.\cos\beta \qquad \left[\cos\beta=\frac{|BH|}{|AB|}\right]$
$|AC|^2=|AB|^2+|BC|^2-2|BC|.|AB|.\frac{|BH|}{|AB|}$
$|AC|^2=|AB|^2+|BC|^2-2|BC|.|BH|$</td></tr>
<tr><td>VY</td><td>Stewart bağıntısı ile;
$\overrightarrow{AB}^{\,2}.\overrightarrow{HC}+\overrightarrow{AH}^{\,2}.\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}^{\,2}.\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HC}.\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{BH}=0$
$\vec{c}^2.\left(\vec{a}-\overrightarrow{BH}\right)-\overrightarrow{AH}^2.a+b^2.\overrightarrow{BH}-\left(\vec{a}-\overrightarrow{BH}\right).a.\overrightarrow{BH}=0$
$\begin{bmatrix}\overrightarrow{AB}=\vec{c}\\ \overrightarrow{BC}=\vec{a}\\ \overrightarrow{AC}=\vec{b}\\ dersek\end{bmatrix}$
$\Rightarrow \vec{a}.\vec{c}^2-c^2.\overrightarrow{BH}-\left(\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{BH}^2\right).\vec{a}+\vec{b}^2.\overrightarrow{BH}-\vec{a}\left(\vec{a}.\overrightarrow{BH}-\overrightarrow{BH}^2\right)=0$
$\vec{a}.\vec{c}^2-c^2.\overrightarrow{BH}-\vec{a}.\vec{c}^2+\vec{a}.\overrightarrow{BH}^2+\vec{b}^2.\overrightarrow{BH}-\vec{a}^2.\overrightarrow{BH}+\vec{a}.\overrightarrow{BH}^2=0$
$-\overrightarrow{BH}$ ile bölelim.
$\vec{c}^2-\vec{a}.\overrightarrow{BH}+\vec{b}^2+\vec{a}^2-\vec{a}.\overrightarrow{BH}=0$
$\vec{b}^2=\vec{a}^2+\vec{c}^2-2\vec{a}.\overrightarrow{BH} \qquad [\vec{a}=\overrightarrow{BC}\ old.]$
$\vec{b}^2=\vec{a}^2+\vec{c}^2-2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BH}$</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

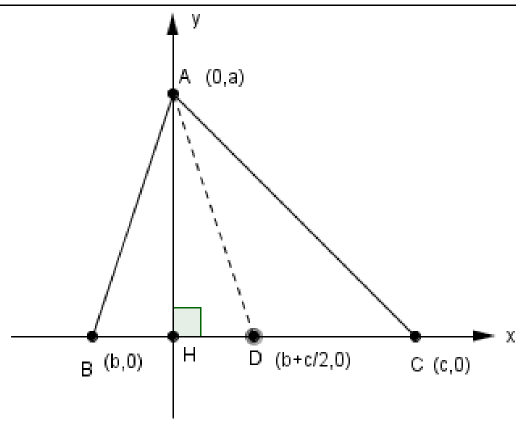
Problem 5. 3. ABC üçgeninde $[AH]$ yükseklik $[AD]$ kenarortay ise

$$|AB|^2 - |AC|^2 = -2|BC|.|HD|$$

olduğunu gösteriniz.

Çözüm

AY



$$|AB|^2 - |AC|^2 = \left(\sqrt{(b-0)^2 + (0-a)^2}\,\right)^2 - \left(\sqrt{(c-0)^2 + (0-a)^2}\right)^2 =$$

$$= b^2 + a^2 - (c^2 + a^2) = b^2 - c^2 \quad ...(1)$$

$$-2|BC|.|HD| = -2\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}.\sqrt{\left(\frac{b+c}{2} - 0\right)^2 + (0-0)^2}$$

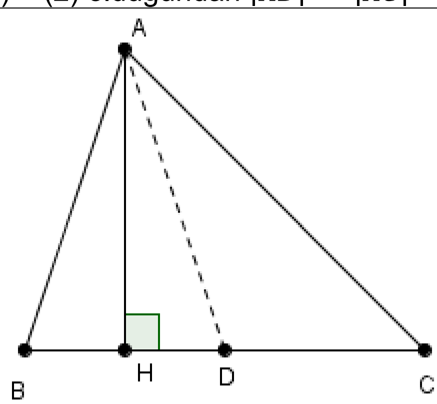
$= -2|c-b|.\dfrac{|b+c|}{2}$

$= -(c^2 + b^2)$

$= b^2 - c^2 \quad ...(2)$

(1) = (2) olduğundan $|AB|^2 - |AC|^2 = -2|BC|.|HD|$

SY



Pisagordan

$|AH|^2 = |AB|^2 - |BH|^2$

$|AH|^2 = |AC|^2 - |HC|^2$

$|AB|^2 - |BH|^2 = |AC|^2 - |HC|^2$

$|AB|^2 - |AC|^2 = |BH|^2 - |HC|^2 = (|BH| + |HC|).(|BH| - |HC|)$

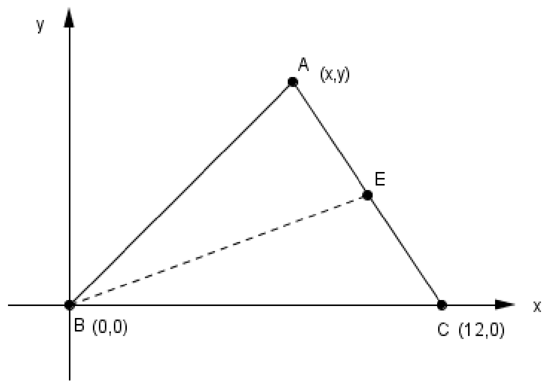
$= (|BH| + |HC|).(|BD| - |HD| - |HD| + |DC|)$

$= \underbrace{(|BH| + |HC|)}_{|BC|}.(\underbrace{|BD| - |HD| - |HD| - |DC|}_{eşit})$

$= -2|BC|.|HD|$

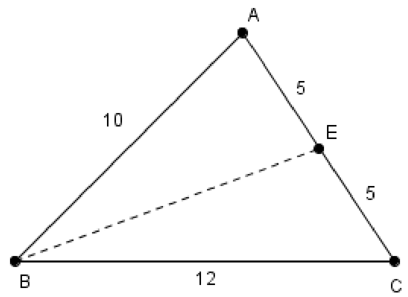
Ek 9'un devamı

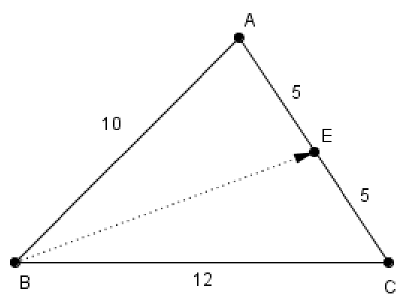
<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>ABC üçgeninde;
$\overrightarrow{AD}^2 = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{BD}^2 - 2\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BH}$
$\Delta ADC'de$
$\overrightarrow{AC}^2 = \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{DC}^2 - 2\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{BH}$
Taraf tarafa toplayarak $[\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}]$
$\overrightarrow{AC}^2 = \overrightarrow{AB}^2 + 2\overrightarrow{BD}^2 - 2\overrightarrow{BD}(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{DH})$
$\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = 2\overrightarrow{BD}(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BH} - \overrightarrow{DH})$, $[\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{HD}]$
$\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = 2\overrightarrow{BD}(\overrightarrow{HD} - \overrightarrow{DH})$, $\left[\begin{array}{c} 2\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{HD} - \overrightarrow{DH} = 2\overrightarrow{HD} \end{array}\right]$
$\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = 4\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{HD} = 2.\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{HD}$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 5. 4. Yan kenarları 10 cm ve tabanı 12 cm olan ikizkenar üçgenin yan kenarına ait kenarortay uzunluğunu bulunuz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>

$|AB| = 10 = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$
$\Longrightarrow x^2 + y^2 = 100$ ... (1)
$|AC| = 10 = \sqrt{(12-x)^2 + (0-y)^2}$
$\Longrightarrow (12-x)^2 + y^2 = 100$ ... (2)
= (2) olduğundan
$x^2 + y^2 = (12-x)^2 + y^2$
$x^2 = 144 - 24x + x^2$
$24x = 144$
$x = 6 \; ve \; y = 8$
E, $[AC]$ nin orta noktası olduğundan
$E\left(\frac{6+12}{2}, \frac{8+0}{2}\right) = E(9,4)$
Bizden $|BE|$yani kenarortayın uzunluğu isteniyor.
$|BE| = \sqrt{(9-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{81+16} = \sqrt{97}cm$</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


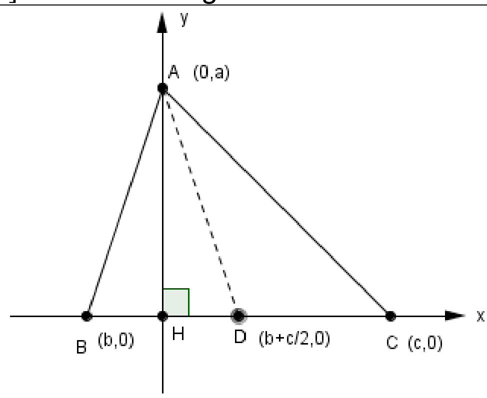
Kenarortay uzunluk formülünden;
$|AB|^2 + |BC|^2 = 2|BE|^2 + \frac{|AC|^2}{2}$
$100 + 144 = 2|BE|^2 + \frac{100}{2}$
$244 = 2|BE|^2 + 50$
$194 = 2|BE|^2$
$97 = |BE|^2$
$\sqrt{97}cm = |BE|$
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


Stewart Teoreminden;
$\|\overrightarrow{BC}\|^2.\overrightarrow{EA} + \|\overrightarrow{BE}\|^2.\overrightarrow{AC} + \|\overrightarrow{BA}\|^2.\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA}.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CE} = 0$
$144.5 + \|\overrightarrow{BE}\|^2.(-10) + 100.5 + 5.(-10).5 = 0$
$10\|\overrightarrow{BE}\|^2 = 720 + 500 - 250$
$\|\overrightarrow{BE}\|^2 = 97$
$\|\overrightarrow{BE}\| = \sqrt{97}cm$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9’un devamı

6. Hafta:

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 6. 1. Kenarları $|\mathrm{AB}| = 6, |\mathrm{BC}| = 12, |\mathrm{AC}| = 10\mathrm{cm}$ olan üçgenin A köşesinden çıkan yüksekliğin $[\mathrm{BC}]$ kenarını kestiği H noktasının B ve C köşelerine olan uzaklıklarını bulunuz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>



$|AB|^2 - |AC|^2 = 2|BC|.|HD|$ olduğundan;

$36 - 100 = -2.12\sqrt{\left(\frac{b+c}{2}\right)^2 + (0,0)^2}$

$-64 = -24.\frac{b+c}{2}$

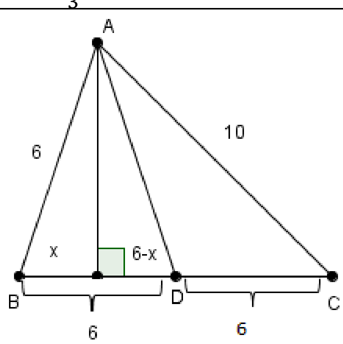
$-64 = -12(b+c)$

$\frac{-64}{-12} = b + c$

$\left.\begin{array}{l}\frac{16}{3} = b + c \\ c - b = 12\end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 2c = \frac{52}{3} \\ c = \frac{26}{3} = |HC| \end{array}$

$b = \frac{10}{3} = |BH|$

</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>



$h^2 + x^2 = 36\ h^2 + (12 - x)^2 = 100$

$36 - x^2 = 100 - (12 - x)^2$

$36 - x^2 = 100 - (144 - 24x + x^2)$

$36 - x^2 = 100 - 144 + 24x - x^2$

$36 = -44 + 24x$

$24x = 80$

$x = \frac{80}{24}$

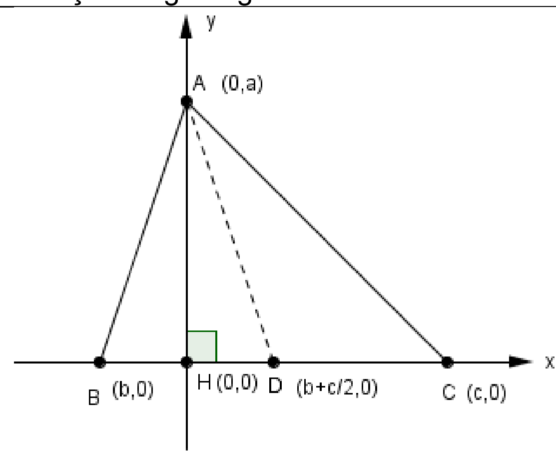
$x = \frac{10}{3}cm = |BH|$

$|HC| = \frac{26}{3}cm$

</td></tr>
</table>

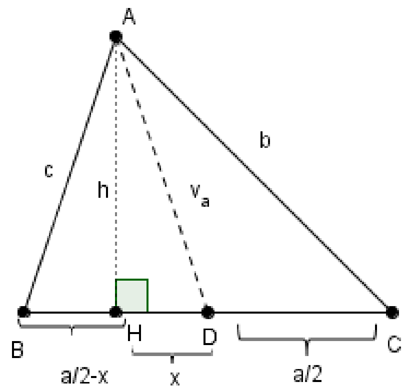
Ek 9'un devamı

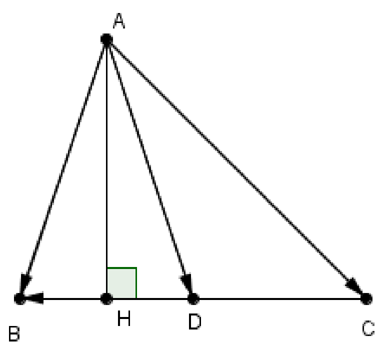
<table>
<tr><td rowspan="1">Çözüm</td><td>VY</td><td>$\|\overrightarrow{AB}\|^2 - \|\overrightarrow{AC}\|^2 = 2\|\overrightarrow{BC}\|.\|\overrightarrow{DH}\|$
$36 - 100 = 2.12.\|\overrightarrow{DH}\|$
$\|\overrightarrow{DH}\| = \frac{8}{3} = \|\overrightarrow{HD}\|$
$\|\overrightarrow{BH}\| = \|\overrightarrow{BD}\| - \|\overrightarrow{HD}\|$
$= 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}cm$
$\|\overrightarrow{HC}\| = \|\overrightarrow{HD}\| + \|\overrightarrow{DC}\|$
$= \frac{8}{3} + 6 = \frac{26}{3}cm$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 6. 2. Bir üçgende iki kenarın uzunluklarının kareleri toplamının diğer kenarın uzunluğunun karesinin yarısı ile bu kenara ait kenar ortayın uzunluğunun karesinin iki katının toplamına eşit olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>

$\left[b^2 + c^2 = 2V_a{}^2 + \frac{a^2}{2}\right]$
$2.|AD|^2 + \frac{|BC|^2}{2}$
$= 2\left(\sqrt{\left(\frac{b+c}{2} - 0\right)^2 + (0-a)^2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{(c-b)^2 + (0-0)^2}}{2}\right)^2$
$= 2.\left[\frac{(b+c)^2}{4} + a^2\right] + \frac{(c-b)^2}{2}$
$= 2.\frac{b^2 + 2bc + c^2 + 4a^2}{4} + \frac{c^2 - 2bc + b^2}{2}$
$= \frac{b^2 + 2bc + c^2 + 4a^2 + c^2 - 2bc + b^2}{2}$
$= \frac{2b^2 + 2c^2 + 4a^2}{2} = b^2 + a^2 + c^2 + a^2$
$= |AB|^2 + |AC|^2$</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

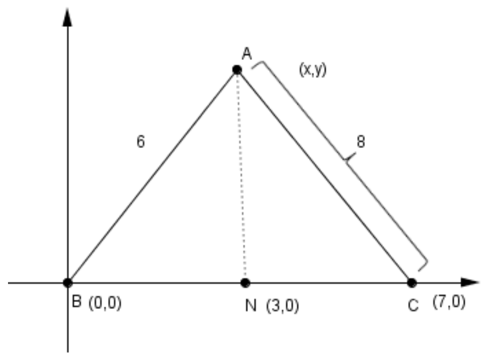
<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


1. $\Delta ADH'$de Pisagor uygulanırsa;
$h^2 + x^2 = {V_a}^2$
2. $\Delta ACH'de$ Pisagor uygulanırsa;
$h^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2 = b^2$
3. $\Delta ABH'de$ Pisagor uygulanırsa;
$h^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2 = c^2$
$b^2 + c^2 = 2h^2 + \frac{a^2}{2} + 2x^2$
$b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2} = 2(h^2 + x^2) = 2{V_a}^2$
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


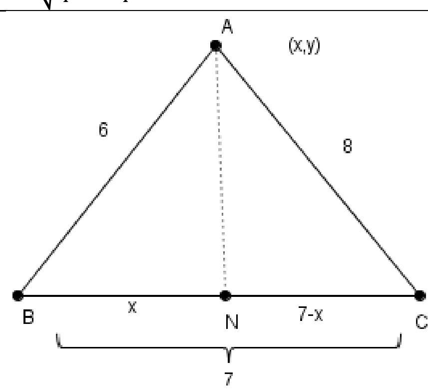
$\overrightarrow{BC}$ nin orta noktası D olmak üzere
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$
$\Rightarrow \|\overrightarrow{AB}\|^2 = \|\overrightarrow{AD}\|^2 + \|\overrightarrow{DB}\|^2 + 2.\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DB}$ ... (1)
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$
$\Rightarrow \|\overrightarrow{AC}\|^2 = \|\overrightarrow{AD}\|^2 + \|\overrightarrow{DC}\|^2 + 2.\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DC}$ ... (2)
(1) ve (2) yi taraf tarafa toplarsak
$\|\overrightarrow{AB}\|^2 + \|\overrightarrow{AC}\|^2 = 2\|\overrightarrow{AD}\|^2 + 2.\left\|\frac{\overrightarrow{BC}}{2}\right\|^2 + 0[\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DC} = 0]$
$\|\overrightarrow{AB}\|^2 + \|\overrightarrow{AC}\|^2 = 2\|\overrightarrow{AD}\|^2 + \frac{\|\overrightarrow{BC}\|^2}{2}$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 6. 3. $|AB| = 6\ cm, |AC| = 8\ cm, |BC| = 7\ cm$ olan ABC üçgeninde A köşesinden çıkan açıortay $[AN]$ nin uzunluğunu hesaplayınız.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>

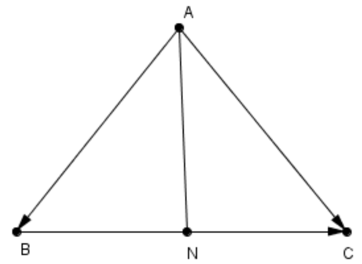


$|AB| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = 60$
$\Longrightarrow x^2 + y^2 = 36 \qquad ...(1)$
$|AC| = \sqrt{(x-7)^2 + (y-0)^2}$
$\Longrightarrow (x-7.)^2 + y^2 = 64 \qquad ...(2)$
(1)'i -1 ile çarpıp (2) ile taraf tarafa toplarsak;
$-x^2 - y^2 + (x-7)^2 + y^2 = 64 - 36$
$-x^2 - y^2 + x^2 - 14x + 49 + y^2 = 28$
$14x = 21$
$x = \frac{3}{2} \Longrightarrow y = \frac{\sqrt{135}}{2}$
$|AN| = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{135}}{2} - 0\right)^2}$
$= \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{135}{4}} = \sqrt{36} = 6\ cm$
</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

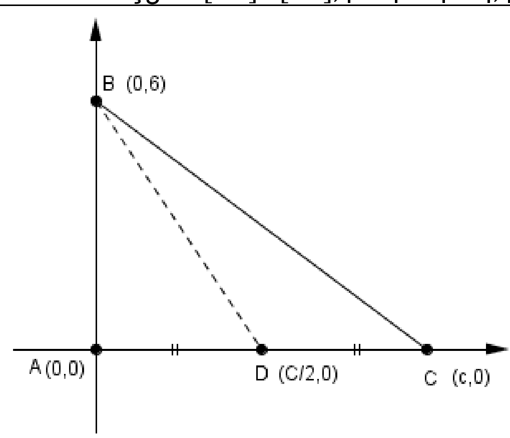


Açıortay bağıntısından;
$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BN|}{|NC|}$
$\frac{6}{8} = \frac{x}{7-x} \Longrightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{7-x}$
$21 - 3x = 4x$
$21 = 7x \Longrightarrow x = 3$
$|BN| = 3\ ve\ |NC| = 4$ olur.
$|AN| = \sqrt{|AB|.|AC| - |BN|.|NC|}$
$= \sqrt{6.8 - 3.4}$
$= \sqrt{48 - 12} = \sqrt{36} = 6\ cm$
</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

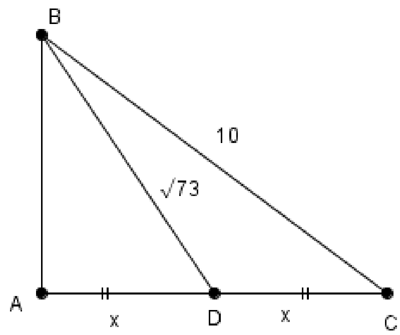
<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>


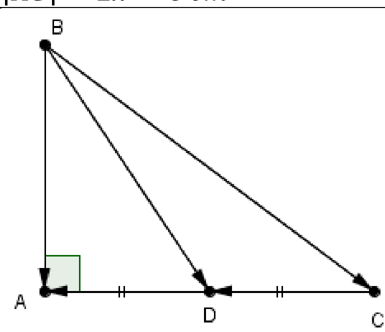
Açıortay bağıntısından
$\frac{\|\overrightarrow{AB}\|}{\|\overrightarrow{AC}\|}=\frac{\|\overrightarrow{BN}\|}{\|\overrightarrow{NC}\|}$
$\Rightarrow \|\overrightarrow{BN}\| = 3$
$\|\overrightarrow{NC}\| = 4$
Stewart'tan A,B,N,C
$\|\overrightarrow{AB}\|^2.\overrightarrow{NC}+\|\overrightarrow{AN}\|^2.\overrightarrow{CB}+\|\overrightarrow{AC}\|^2.\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{NC}.\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{BN}=0$
$36.4+\|\overrightarrow{AN}\|(-7)+64.3+4.(-7).3=0$
$144-7\|\overrightarrow{AN}\|+192-84=0$
$\|\overrightarrow{AN}\|=6\ cm$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 6. 4. ABC dik üçgen $[AB]\perp[AC], |AD|=|DC|, |BC|=10, |BD|=\sqrt{73}$ ise $|AC|=?$</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>


$|BC|=\sqrt{(c-0)^2+(0-b)^2}=10$
$c^2+b^2=100 \quad \dots(1)$
$|BD|=\sqrt{\left(\frac{c}{2}-0\right)^2+(b-0)^2}=\sqrt{73}$
$\frac{c^2}{4}+b^2=73 \quad \dots(2)$
(2) eşitliği -1 ile çarpılıp (1) ile toplanırsa
$c^2+b^2-\frac{c^2}{4}-b^2=100-73$
$\frac{3c^2}{4}=27$
$c=6$
$|AC|=6\ cm$
</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

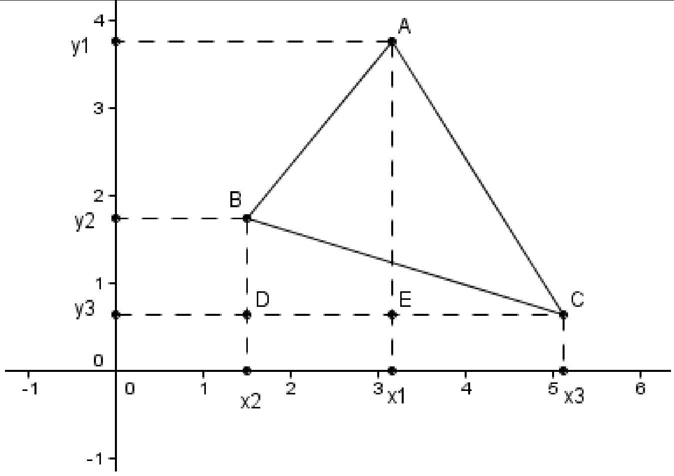
<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


$|AD| = |DC| = x\ olsun.$
$\overset{\Delta}{ABD}$ de Pisagor bağıntısı uygulanırsa;
$|AB|^2 + x^2 = 73$ ... (1)
$\overset{\Delta}{ABC}$ de Pisagor bağıntısı uygulanırsa;
$|AB|^2 + 4x^2 = 100$ ... (2)
(1) eşitliği -1 ile çarpılıp (2) ile toplanırsa
$-|AB|^2 - x^2 + |AB|^2 + 4x^2 = -73 + 100$
$3x^2 = 27$
$x^2 = 9$
$x = 3$
$|AC| = 2x = 6\ cm$
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


Stewart A, B, D, C
$\|\overrightarrow{BC}\|^2.\overrightarrow{DA} + \|\overrightarrow{BD}\|^2.\overrightarrow{AC} + \|\overrightarrow{BA}\|^2.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD} = 0$
$\|\overrightarrow{DA}\| = x$ olsun. $\|\overrightarrow{AC}\| = -2x, \|\overrightarrow{CD}\| = x$ olur.
$\|\overrightarrow{BA}\|^2 = \|\overrightarrow{BC}\|^2 - \|\overrightarrow{CA}\|^2 = 100 - 4x^2$
$10^2.x + (\sqrt{73})^2.(-2x) + (100 - 4x^2).x + x.(-2x).x = 0$
x ile sadeleştirilirse,
$100 - 146 + 100 - 4x^2 - 2x^2 = 0$
$x^2 = 9 \Longrightarrow x = 3$
$\|\overrightarrow{AC}\| = 6\ cm$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 6. 5. Üçgensel bölgenin alan bağıntısını AY, SY ve VY kullanarak oluşturunuz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>



$$A(\Delta AEC) + A(AEDB) - A(\Delta BDC) = A(\Delta ABC)$$

$$A(\Delta ABC) = \frac{(x_3 - x_1).(y_1 - y_3)}{2} + \frac{[(y_1 - y_3) + (y_2 - y_3)]}{2}.(x_1 - x_2) - \frac{(y_2 - y_3).(x_3 - x_2)}{2}$$

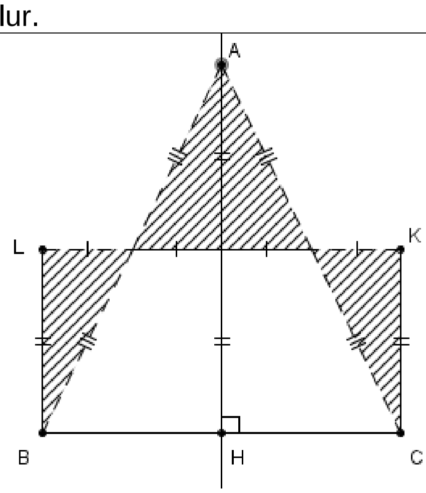
Gerekli işlemler ve düzenlemeler yapılırsa;

$$A(\Delta ABC) = \frac{1}{2}.(x_1.y_2 + x_2.y_3 + x_3.y_1 - y_1.x_2 - y_2.x_3 - y_3.x_1)$$

$$A(\Delta ABC) = \frac{1}{2}.\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

olur.

</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

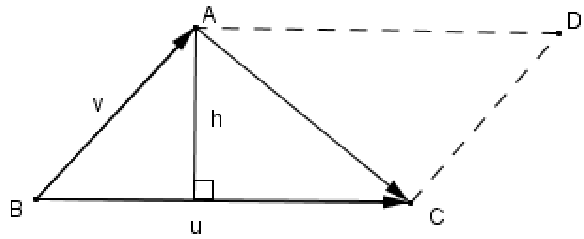


$A(BCKL) = A(\Delta ABC)$
$A(BCKL) = |BC|.|KC|$
$A(BCKL) = |KL|.|LB|$
$A(BCKL) = A(\Delta ABC) = \frac{|BC|.|AH|}{2}$

</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td rowspan="1">Çözüm</td><td>VY</td><td>

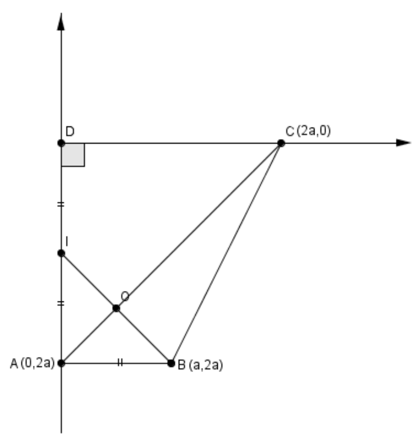


$$A(ABCD) = 2.A(\Delta ABC) \Longrightarrow A(\Delta ABC) = \frac{A(ABCD)}{2}$$
$$A(\Delta ABC) = \frac{\sqrt{\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\| - \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle^2}}{2}$$
$$A(\Delta ABC) = \frac{\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.Sin\ \theta}{2}$$
$$A(\Delta ABC) = \frac{\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\frac{h}{\|\vec{v}\|}}{2}$$
$$A(\Delta ABC) = \frac{\|\vec{u}\|.h}{2} = \frac{a.h}{2}$$

</td></tr>
</table>

7. Hafta:

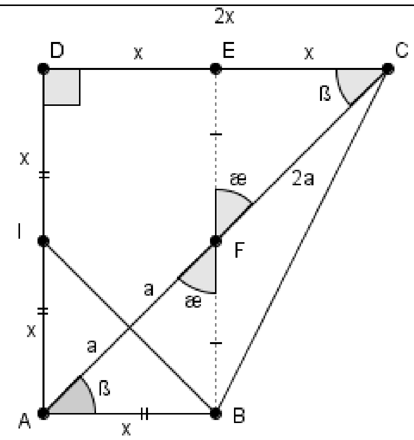
<table>
<tr><td colspan="3">Problem 7. 1. ABCD bir dik yamuk olsun. [AB] ve [DC] taban, [AD] yükseklik, $|AD| = |DC| = 2|AB|$, $|DI| = |IA|$ ve $[AC] \cap [IB] = \{O\}$ olsun. $\frac{|AO|}{|OC|}$ değerini bulunuz.</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>



$\overset{\Delta}{AIB}$ ikizkenar dik üçgen olduğundan $[AO]$ kenar ortaydır.
O'nun koordinatları;
$$O\left(\frac{0+2a}{2}, \frac{a+2a}{2}\right) = O\left(\frac{a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$$
$$|AO| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - 0\right) + \left(\frac{3a}{2} - 2a\right)} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$
$$|OC| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - 2a\right)^2 + \left(\frac{3a}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{9a^2}{4}} = \frac{3a}{\sqrt{2}}$$
$$\frac{|AO|}{|OC|} = \frac{1}{3}$$

</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

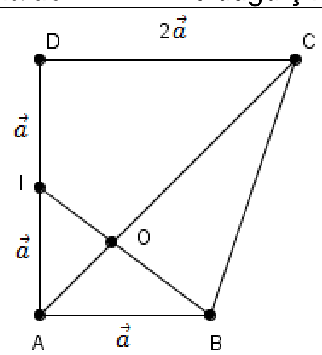
<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


Açı-Açı-Açı Benzerlik teoreminden

$\overset{\Delta}{EFC} \sim \overset{\Delta}{BFA}$

$\dfrac{|EC|}{|BA|} = 1 \implies Benz.oranı$

$|EF| = |FB|$ olur.

$|EB| = |AD| = 2x$ old. $|FB| = x$ olur. $\overset{\Delta}{FBA}$ ikizkenar dik üçgendir. O halde $[OB]$ kenarortay olur. $|AO| = |OF|$ =a ise benzerlikten $|FC| = 2$a dır. O halde $\dfrac{|AO|}{|OC|} = \dfrac{1}{3}$ olduğu çıkar.
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


$\overset{\Delta}{AIB}$ ikizkenar dik üçgen, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DCA})$ ve $\overset{\Delta}{ADC}$ ikizkenar dik üçgendir. O halde $m(\widehat{BAC}) = 45°, m(\widehat{DCA}) = 45°\ ve\ [AO]$ kenarortaydır.

$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB})$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AI} + 2\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{AC} = 2.2\overrightarrow{AO}$$

$$|AC| = 4|AO|$$

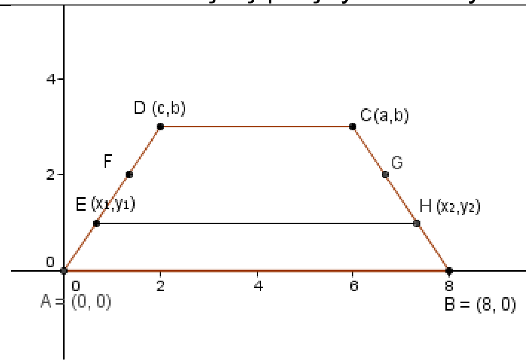
$$\frac{|AO|}{|OC|} = \frac{1}{3}$$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9'un devamı

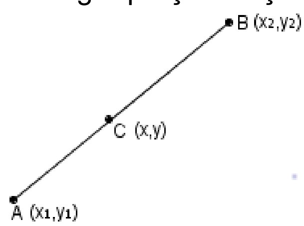
Problem 7. 2. ABCD herhangi bir yamuk olmak üzere $[AD]$ yan kenarı E ve F, $[BC]$ yan kenarı ise G, H noktaları ile üç eş parçaya bölünüyor. $|AB| = 8\text{cm}$, $|EG| = 6\text{cm}$ ise $|DC| = ?$

Çözüm

AY



Bir doğru parçasını içten bölen noktanın koordinatları:



$\frac{|CA|}{|CB|} = k$ olmak üzere;

$x = \frac{x_1 + kx_2}{1+k}$ ve $y = \frac{y_1 + ky_2}{1+k}$ dir.

E(x_1,y_1) ve H(x_2,y_2) noktalarının koordinatları yukarıdaki formülden $\frac{|HB|}{|HC|} = \frac{1}{2} = k$ olduğundan H noktasının koordinatları

$x = \frac{8+\frac{1}{2}a}{1+\frac{1}{2}} = \frac{16+a}{3}$, $y = \frac{0+\frac{1}{2}b}{1+\frac{1}{2}} = \frac{b}{3}$ şeklindedir.

Benzer şekilde E noktasının koordinatları $E\left(\frac{c}{3},\frac{b}{3}\right)$ olarak bulunur.

İki nokta arasındaki uzaklıktan;

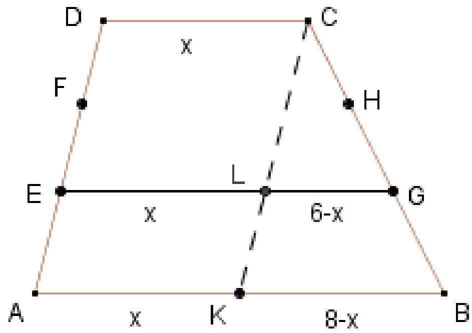
$$|EH| = \sqrt{\left(\frac{16+a}{3} - \frac{c}{3}\right)^2 + \left(\frac{b}{3} - \frac{b}{3}\right)^2} = 6 \Longrightarrow \sqrt{\left(\frac{16+a-c}{3}\right)^2} = 6 \Longrightarrow \left(\frac{16+a-c}{3}\right)^2 = 36$$

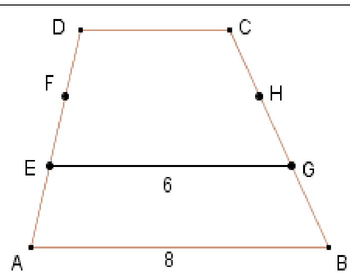
$$\Longrightarrow \frac{(16+a-c)^2}{9} = 36 \Longrightarrow (16+a-c)^2 = 324 \Longrightarrow \sqrt{(16+a-c)^2} = \sqrt{324} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (16+a-c) = 18 \Longrightarrow a - c = 2 \Longrightarrow |DC| = \sqrt{(a-c)^2 + (b-b)^2} =$$

$$= |a - c| = 2\text{cm}$$

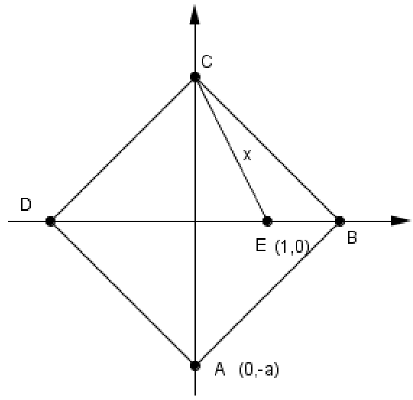
Ek 9'un devamı

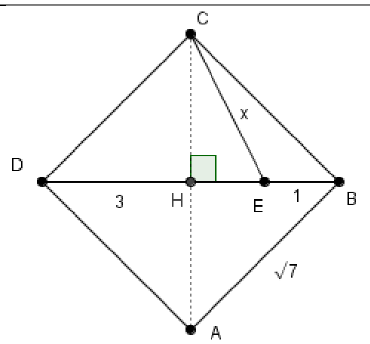
<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


ABCD bir yamuk ve E, F, G, H noktaları yamuğun yan kenarlarını üç eşit parçaya bölsün.
Bu durumda Temel Orantı Teoreminin Karşıtından $[EG] \parallel [AB]$ olduğu görülür.
$[AD]$ kenarına paralel bir $[CK]$ doğru parçası çizelim.
Bu durumda Açı-Açı-Açı benzerlik teoreminden $\left(\overset{\Delta}{CLG}\right) \sim \left(\overset{\Delta}{CKB}\right)$ dir.
Üçgenlerin benzerliğinden $\frac{|CL|}{|CK|} = \frac{|LG|}{|KB|} = \frac{|CG|}{|CB|}$ olur.
$\frac{|LG|}{|KB|} = \frac{|CG|}{|CB|} = \frac{6-x}{8-x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 2cm = |DC|$ elde edilir.
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>


$[AD]$ ve $[BC]$ yan kenarları sırasıyla E, F ve G, H noktaları ile üç eş parçaya bölündüğünden
$\vec{DF} = \vec{FE} = \vec{EA} = \vec{u}$
$\vec{CH} = \vec{HG} = \vec{GB} = \vec{v}$ ve AB yönünde birim vektör $\vec{k}$ olsun.
$\vec{AB} = 8.\vec{k}$ ve $\vec{DC} = x.\vec{k}$ dır.
$\vec{EG} = \vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BG} = \vec{u} + 8.\vec{k} - \vec{v}$ ...(1)
$\vec{EG} = \vec{ED} + \vec{DC} + \vec{CG} = -2.\vec{u} + x.\vec{k} - 2.\vec{v}$ ...(2)
(1) deki eşitlik -2 ile çarpılıp (2) ye eklenirse;
$3.\vec{EG} = 2.\vec{u} + 16.\vec{k} - 2.\vec{v} - 2.\vec{u} + x.\vec{k} - 2.\vec{v}$
$3.\vec{EG} = 16.\vec{k} + x.\vec{k}$
$3.\vec{EG} = (16 + x).\vec{k}$
$3.\|\vec{EG}\| = (16 + x)$
$\|\vec{DC}\| = x = 2cm$
</td>
</tr>
</table>

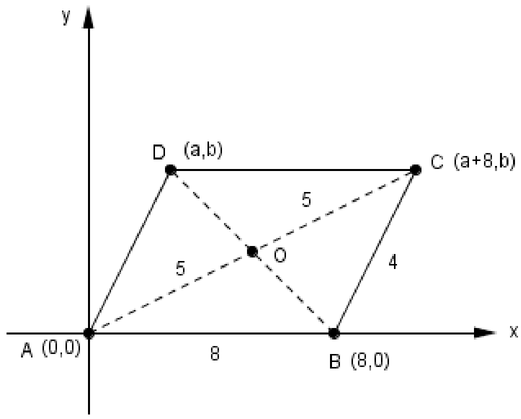
Ek 9'un devamı

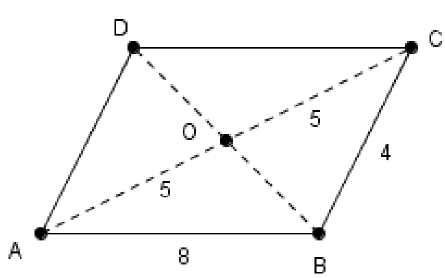
<table>
<tr><td colspan="3">Problem 7. 3. ABCD eşkenar dörtgen olmak üzere,
$\mathrm{E} \in [\mathrm{DB}], |\mathrm{EB}| = 1\ \mathrm{cm}, |\mathrm{DE}| = 3\mathrm{cm}, |\mathrm{AB}| = \sqrt{7}\mathrm{cm}, |\mathrm{CE}| = \mathrm{x}$ olsun. x kaç cm'dir?</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Çözüm</td><td>AY</td><td>

$E = (1,0),\ D = (-2,0),\ B = (2,0)$
$|AB| = \sqrt{7} = \sqrt{(2-0)^2 + (-a-0)^2}$
$a^2 + 4 = 7 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$
$C(0, \sqrt{3})$
$x = |CE| = \sqrt{(1-0)^2 + \left(0-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = 2cm$</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

ABCD eşkenar dörtgeni olduğundan köşegenleri dik kesişir.
$|HB| = \dfrac{3+1}{2} = 2$
Pisagor teoreminden
$|CH|^2 + |HB|^2 = |CB|^2$
$|CH|^2 + 4 = 7 \Rightarrow |CH| = \sqrt{3}$
$\overset{\Delta}{CHE}$ de $\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2 = x^2 \Rightarrow x = 2cm$</td></tr>
<tr><td>VY</td><td>Stewart kullanılırsa (C,D,E,B),
$\left\|\overrightarrow{CD}\right\|^2 . \left\|\overrightarrow{EB}\right\| + \left\|\overrightarrow{CE}\right\|^2 . \left\|\overrightarrow{BD}\right\| + \left\|\overrightarrow{CB}\right\|^2 . \left\|\overrightarrow{DE}\right\| + \left\|\overrightarrow{EB}\right\| . \left\|\overrightarrow{BD}\right\| . \left\|\overrightarrow{DE}\right\| = 0$
$\left(\sqrt{7}\right)^2 .1 + x^2(-4) + \left(\sqrt{7}\right)^2 .3 + 1(-4).3 = 0$
$7 + 21 - 12 = 4x^2$
$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2\ cm$</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 7. 4. Kenar uzunlukları 8 cm ve 4 cm ve bir köşegenin uzunluğu 10 cm olan paralelkenarın ikinci köşegen uzunluğu kaçtır?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>


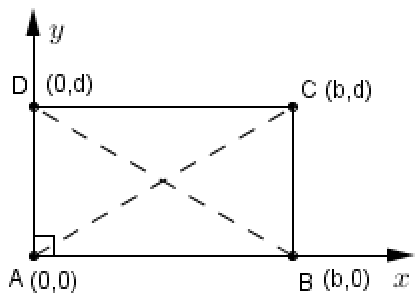
$|CB| = \sqrt{(a+8-8)^2+(b-0)^2} = 4$
$a^2+b^2 = 16 \quad \dots(1)$
$|AC| = \sqrt{(a+8-0)^2+(b-0)^2} = 10$
$(a+8)^2+b^2 = 100 \quad \dots(2)$
$a^2+16a+64+b^2 = 100$
a^2+b^2 yerine (1) eşitliğindeki değeri (2) denkleminde yerine yazılırsa
$16+16a+64 = 100$
$16a = 20 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{5}{4}$
$b = \sqrt{\frac{59}{4}}$
$|DB| = \sqrt{(a-8)^2+(b-0)^2}$
$= \sqrt{a^2-16a+64+b^2}$
$= \sqrt{16-16.\frac{5}{4}+64}$
$= \sqrt{60}$
$= 2\sqrt{15}\ cm$
</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>


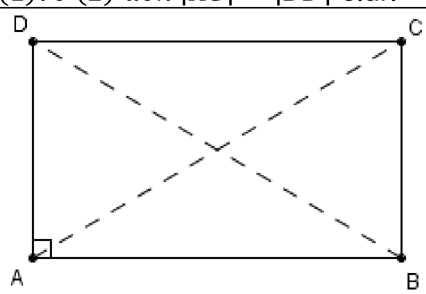
ABC üçgeninde kenarortay teoremi uygulanırsa;
$8^2+4^2 = 2|BO|^2+\frac{100}{2}$
$64+16 = 2|BO|^2+50$
$30 = 2.|BO|^2$
$\sqrt{15} = |BO|$
$|DB| = 2.|BO| = 2\sqrt{15}\ cm$
</td></tr>
</table>

Ek 5'in devamı

<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>Stewart ile; B, C, O, A
$\|\overrightarrow{BA}\|^2.\overrightarrow{OC}+\|\overrightarrow{BO}\|^2.\overrightarrow{CA}+\|\overrightarrow{BC}\|^2.\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{DC}=0$
$64.5+\|\overrightarrow{BO}\|^2.(-10)+64.5+5.(-10).5=0$
$10\|\overrightarrow{BO}\|^2=150$
$\|\overrightarrow{BO}\|=\sqrt{15}\ cm$
$\|\overrightarrow{BD}\|=2.\|\overrightarrow{BO}\|=2\sqrt{15}\ cm$</td></tr>
</table>

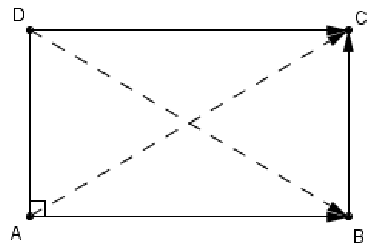
8. Hafta:

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 8. 1. Herhangi bir dikdörtgenin köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>

ABCD dikdörtgen [AC]ve [BD] köşegenler olsun.
$|AC|=\sqrt{(b-0)^2+(d-0)^2}=\sqrt{b^2+d^2}$ ... (1)
$|BD|=\sqrt{(b-0)^2+(0-d)^2}=\sqrt{b^2+d^2}$ ... (2)
$(1) ve\ (2)'den\ |AC|=|BD|$ olur.</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

ABCD bir dikdörtgen $|AB|=a\ ve\ |BC|=b$ olsun.
$\overset{\Delta}{ABD}$ ve $\overset{\Delta}{ABC}$ de Pisagor uygularsak;
$a^2+b^2=|DB|^2 \Rightarrow |DB|=\sqrt{a^2+b^2}$ ... (1)
$a^2+b^2=|AC|^2 \Rightarrow |AC|=\sqrt{a^2+b^2}$ ... (2)
$(1)\ ve\ (2) den\ |AC|=|DB|$ olur.</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td>Çözüm</td><td>VY</td><td>


$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ve $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$

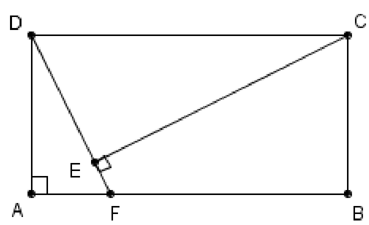
$\|\overrightarrow{AC}\|^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 + \|\overrightarrow{BC}\|^2 + 2.\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$

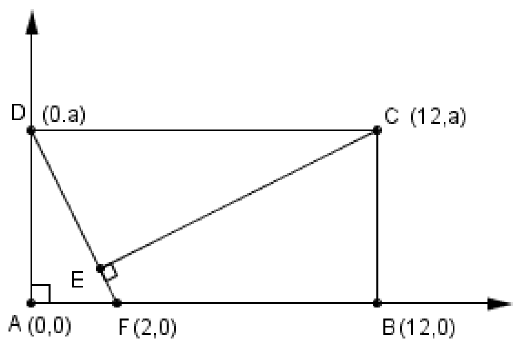
$\|\overrightarrow{DB}\|^2 = (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB})^2 = \|\overrightarrow{DC}\|^2 + \|\overrightarrow{CB}\|^2 + 2.\overrightarrow{DC}.CB$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0$ ve $\overrightarrow{DC}.CB$ olduğundan

$\|\overrightarrow{AC}\|^2 = \|\overrightarrow{DB}\|^2 \Rightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{DB}\|$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 8. 2.



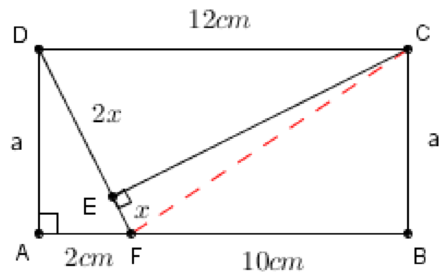
Şekildeki dörtgende $|FB| = 5\text{cm}, |AF| = 10\text{cm}$, $DF \perp EC, |DE| = 2.|EF|$ ise $|AD|$ kaç cm dir?
</td></tr>
<tr><td>Çözüm</td><td>AY</td><td>


$$\frac{|DE|}{|EF|} = 2 \text{ olduğundan } E\left(\frac{0.+2.2}{3}, \frac{a+2.0}{3}\right) = E\left(\frac{4}{3}, \frac{a}{3}\right)$$

$$DF \perp EC \text{ olduğundan } m_{DF}.m_{CE} = -1 \text{ dir.}$$

$$\frac{a-0}{0-2}.\frac{a-\frac{a}{3}}{12-\frac{4}{3}} = -1 \Rightarrow -\frac{a}{2}.\frac{a}{16} = -1 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}\text{cm}$$
</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Çözüm</td>
<td>SY</td>
<td>


[CF] doğru parçasını çizelim. Pisagor teoremini sırasıyla aşağıda verilen üçgenlerde uygulayalım:

$\overset{\Delta}{ADF} \Longrightarrow a^2 + 4 = 9x^2 \qquad \dots(1)$

$\overset{\Delta}{CED} \Longrightarrow |CE|^2 + 4x^2 = 144 \Longrightarrow |CE|^2 = 144 - 4x^2 \qquad \dots(2)$

$\overset{\Delta}{CEF} \Longrightarrow |CE|^2 + x^2 = |CF|^2 \qquad \dots(3)$

(2)'yi (3)'te yerine yazarsak;

$144 - 4x^2 + x^2 = |CF|^2 \Longrightarrow |CF|^2 = 144 - 3x^2 \qquad \dots(4)$

$\overset{\Delta}{CFB} \Longrightarrow a^2 + 100 = |CF|^2 \Longrightarrow a^2 + 100 = 144 - 3x^2 \qquad [(4)'ten]$

(1)yerine yazılırsa;

$9x^2 - 4 + 100 = 144 - 3x^2 \Longrightarrow 12x^2 = 48 \Longrightarrow x = 2cm$

$a^2 + 4 = 36 \Longrightarrow a = 4\sqrt{2}cm$
</td>
</tr>
<tr>
<td>VY</td>
<td>
$\|\overrightarrow{EF}\| = k, \|\overrightarrow{DA}\| = a \; olsun.$

$\overrightarrow{DF}.\overrightarrow{CE} = 0$

$(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}).(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) = 0$

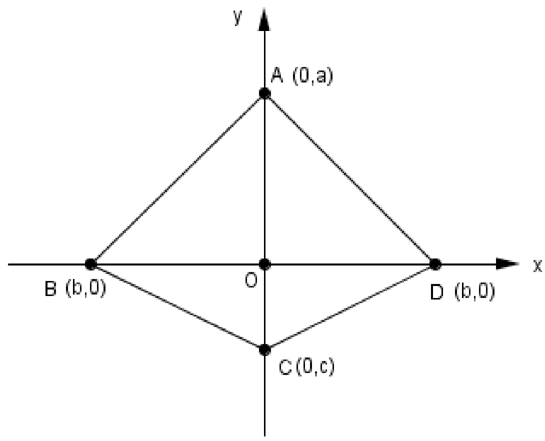
$\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{AF}.\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AF}.\overrightarrow{DE} = 0$

$0 + a.2k.\dfrac{\|\overrightarrow{DA}\|}{\|\overrightarrow{DF}\|} + 2.12.(-1) + 2.2k.\dfrac{2}{3k} = 0$

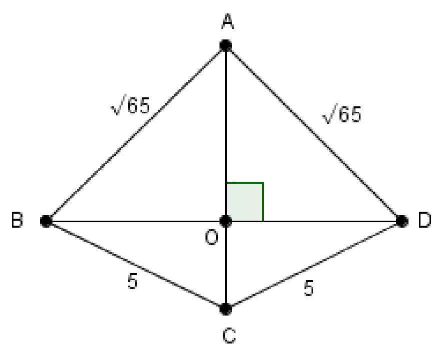
$\dfrac{2a^2}{3} = \dfrac{72-8}{3} \Longrightarrow a = 4\sqrt{2}cm$
</td>
</tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 8. 3. ABCD bir deltoit olmak üzere $|AB| = |AD| = \sqrt{65}$, $|BC| = |CD| = 5$, $|AC| = 10$ ise $|BD| = ?$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>

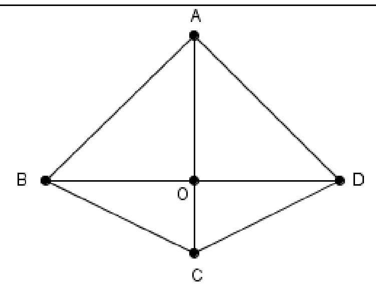


$|BA| = \sqrt{(b-0)^2 + (0-a)^2} = b^2 + a^2 = 65 \quad ...(1)$
$|BC| = \sqrt{(b-0)^2 + (0-c)^2} = b^2 + c^2 = 25 \quad ...(2)$
$|AC| = \sqrt{(0-0)^2 + (a-c)^2} = a - c = 10 \Rightarrow a = 10 + c$
(1) eşitliğinde a'nın yerine değeri yazılırsa,
$b^2 + (10+c)^2 = 65$
$b^2 + c^2 = 25$
Taraf tarafa çıkartılırsa;
$(10+c)^2 - c^2 = 40$
$100 + 20c + c^2 - c^2 = 40$
$c = -3, b = -4 \Rightarrow |BD| = 8\ cm$
</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>

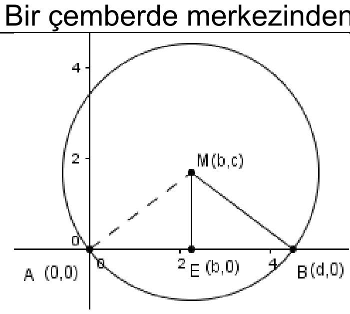


$|AC| = 10\ dur$
$|OC| = x$
$|AO| = 10 - x$
$|BO| = |OD| = y\ olsun$
$\overset{\Delta}{AOB}$ ve $\overset{\Delta}{BOC}$ dik üçgenlerinde Pisagor bağıntısı uygulanırsa;
$\overset{\Delta}{AOB}$ için $\Rightarrow y^2 + (10-x)^2 = 65 \quad ...(1)$
$\overset{\Delta}{BOC}$ için $\Rightarrow y^2 + x^2 = 25 \quad ...(2)$
(1) ve (2) taraf tarafa çıkartılırsa
$y^2 + 100 - 20x + x^2 - y^2 - x^2 = 65 - 25$
$20x = 60 \Rightarrow x = 3$ ve $y = 4$
$|BD| = 8\ cm$
</td></tr>
</table>

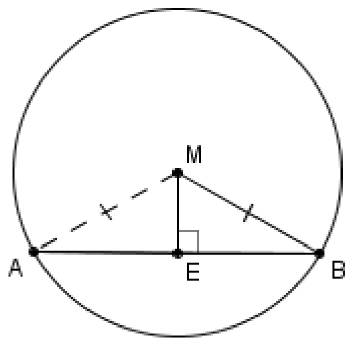
Ek 9'un devamı

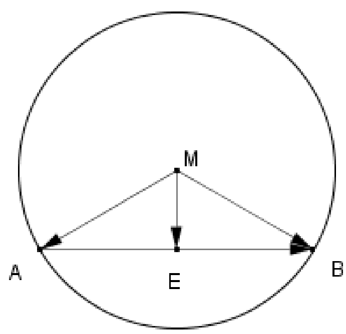
Çözüm	VY	 $\left\|\overrightarrow{OB}\right\| = \left\|\overrightarrow{OD}\right\| = y$ $\left\|\overrightarrow{OC}\right\| = x$ $\left\|\overrightarrow{OA}\right\| = 10 - x \quad alalım.$ Stewart: A,B,O,D $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2.\overrightarrow{OD} + \left\|\overrightarrow{AO}\right\|^2.\overrightarrow{DB} + \left\|\overrightarrow{AD}\right\|^2.\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OD}.\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{BO} = 0$ $65.y + (10-x)^2.(-2y) + 65y + y.(-2y).y = 0$ y ile bölünürse $130 - 2(10-x)^2 - 2y^2 = 0$ $x^2 + y^2 - 20x = -35 \quad \ldots(1)$ C, B, O, D $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|^2.\overrightarrow{OD} + \left\|\overrightarrow{CO}\right\|^2.\overrightarrow{DB} + \left\|\overrightarrow{CD}\right\|^2.\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OD}.\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{BO} = 0$ $25y + x^2.(-2y) + 25.y + y.(-2y).y = 0$ $x^2 + y^2 = 25 \quad \ldots(2)$ (1) ve (2) taraf tarafa çıkartılırsa; $x = 3\ cm \qquad y = 4\ cm$ $\left\|\overrightarrow{BD}\right\| = 8\ cm$

9. Hafta:

Problem 9. 1. Bir çemberde merkezinden kirişe inilen dikme kirişi iki eş parçaya böler.		
Çözüm	AY	 Şekildeki çember, merkezi M(b,c) olan, A(0,0) ve B(d,0) noktalarından geçen bir çemberdir. Bu çemberde yarıçap r, [AB] kiriş ve E noktası M noktasından kirişe indirilen dikme noktası olsun. E noktasının merkeze birleştiren doğru parçasının kirişi dik kesmesi demek E noktasının apsisi ile M noktasının apsisinin aynı olması demektir. O halde öncelikle çember denklemini yazalım. $(x-b)^2 + (y-c)^2 = r^2$ Bu çember, A ve B noktalarından geçtiğinden çemberi sağlar. $(0-b)^2 + (0-c)^2 = b^2 + c^2 = r^2 \quad \ldots(1)$ $(d-b)^2 + (0-c)^2 = d^2 - 2db + b^2 + c^2 = r^2 \quad \ldots(2)$ (1) ve (2) eşit olduğundan; $b^2 + c^2 = d^2 - 2db + b^2 + c^2 \Rightarrow d = 2b$ olur. Bu da E noktasının AB kirişini iki eşit parçaya böldüğünü gösterir.

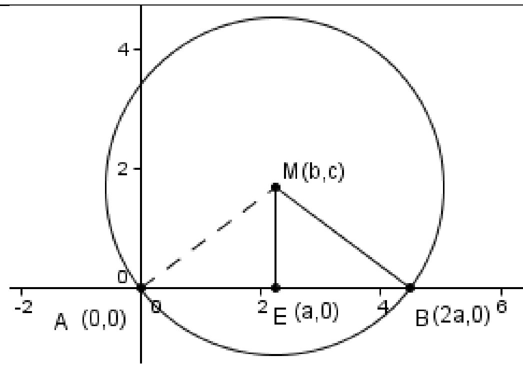
Ek 9'un devamı

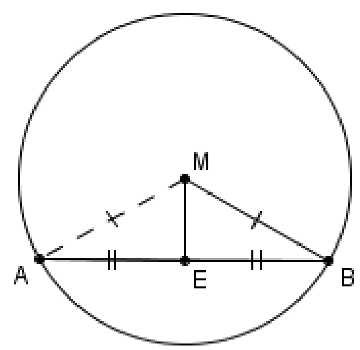
<table>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>SY</td><td>

Şekilde M merkezli, r yarıçaplı ve A ve B noktalarından geçen bir çember bulunmaktadır. [AB] çembere ait bir kiriş ve bu kirişe E noktasından bir dikme orta indirilmiştir. [MA] ve [MB] yarıçap olduğundan birbirlerine eşittir.
O halde $\overset{\Delta}{MAB}$ üçgeni bir ikizkenar üçgendir. İkizkenar bir üçgende yükseklik aynı zamanda kenarortay ve açıortay olduğundan $|AE| = |EB|$ olur.</td></tr>
<tr><td>VY</td><td>

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EA} \Rightarrow \left|\overrightarrow{OA}\right|^2 = \left|\overrightarrow{OE}\right|^2 + \left|\overrightarrow{EA}\right|^2 + 2.\overrightarrow{OE}.\overrightarrow{EA}$
$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EB} \Rightarrow \left|\overrightarrow{OB}\right|^2 = \left|\overrightarrow{OE}\right|^2 + \left|\overrightarrow{EB}\right|^2 + 2.\overrightarrow{OE}.\overrightarrow{EB}$
$\left|\overrightarrow{OA}\right|^2 = \left|\overrightarrow{OB}\right|^2, \overrightarrow{OE}.\overrightarrow{EA} = 0, \overrightarrow{OE}.\overrightarrow{EB} = 0$
$\left\|\overrightarrow{EA}\right\| = \left\|\overrightarrow{EB}\right\|$</td></tr>
</table>

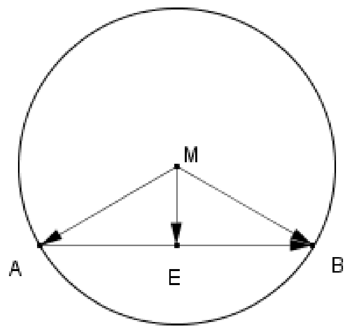
Ek 9’un devamı

<table>
<tr><td colspan="3">Problem 9. 2. Bir çemberde kirişin orta noktasını merkeze birleştiren doğrunun kirişe dik olduğunu gösteriniz.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Çözüm</td><td>AY</td><td>


Şekildeki çember, merkezi M(b,c) olan, A(0,0) ve B(2a,0) noktalarından geçen bir çemberdir. Bu çemberde yarıçap r, [AB] kiriş ve E noktası bu kirişin orta noktası olsun. E noktasını merkeze birleştiren doğru parçasının kirişi dik kestiğini göstermek demek E noktasının apsisi ile M noktasının apsisinin aynı olması demektir. O halde öncelikle çember denklemini yazalım.
$$(x-b)^2+(y-c)^2=r^2$$
Bu çember, A ve B noktalarından geçtiğinden çemberi sağlar.
$$(0-b)^2+(0-c)^2=b^2+c^2=r^2 \quad ...(1)$$
$$(2a-b)^2+(0-c)^2=4a^2-4ab+b^2+c^2=r^2 \quad ...(2)$$
(1) ve (2) eşit olduğundan;
$$b^2+c^2=4a^2-4ab+b^2+c^2 \Longrightarrow a=b$$
</td></tr>
<tr><td>SY</td><td>


Şekilde M merkezli, r yarıçaplı ve A ve B noktalarından geçen bir çember bulunmaktadır. [AB] çembere ait bir kiriş ve bu kirişin orta noktası E dir.
[MA] ve [MB] yarıçap olduğundan birbirlerine eşittir. O halde $\overset{\Delta}{MAB}$ üçgeni bir ikizkenar üçgendir. İkizkenar bir üçgende kenarortay, aynı zamanda açıortay ve yükseklik olduğundan $[ME] \perp [AB]$ olur.
</td></tr>
</table>

Ek 9'un devamı

<table>
<tr>
<td>Çözüm</td>
<td>VY</td>
<td>


$$\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AB} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}}{2}.\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)\left(-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)$$

$= \left\|\overrightarrow{MB}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{MA}\right\|^2 = 0$
olduğundan $[ME] \perp [AB]$ olur.
</td>
</tr>
</table>

EK 10. Mülakat Soruları

1. Bu problemin çözümünde bu yaklaşımı tercih etmenin sebebi nedir?
2. Sence seçtiğin bu yaklaşımdan başka bir yaklaşımla çözümü yapman istense tercihin hangi yaklaşımdan yana olurdu? Neden?
3. Problemlerin çözerken her bir yaklaşım için karşılaştığın zorluklar nelerdir?
4. (Çözüm yarım kaldı ise) Burada bu yaklaşımla çözümü yapmaktan neden vazgeçtin?
5. Bu yaklaşımda senin çözüme ulaşmanı engelleyen durumlar nelerdir?

9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

Demet BARAN BULUT, 1984 yılında Yozgat'ta doğdu. İlkokulu Balıkesir Hatice Fahriye Eğinlioğlu İlkokulu'nda, ortaokulu Balıkesir Rahmi Kula Anadolu Lisesi'nde ve lise öğrenimini Kayseri Nuh Mehmet Küçükçalık Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2003 yılında Cumhuriyet Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Matematik Öğretmenliğini kazandı ve 2008 yılında mezun oldu. Aynı yıl Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Ana Bilim Dalı'nda Uygulamalı Matematik alanında yüksek lisansa başladı. Kısa bir süre bu programa devam eden araştırmacı, aynı yıl Rize Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda araştırma görevlisi unvanı ile göreve başladı. 2009 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda doktora eğitimine başladı. Halen Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi'ndeki görevine devam etmekte olup yabancı dili İngilizcedir. Evli ve bir çocuk annesidir.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres : Demet BARAN BULUT, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, Çayeli/RİZE.

E-Posta : demet.baran@erdogan.edu.tr & dmtbrn@gmail.com