KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL KAVRAM VE SEMBOLLERİ ANLAMLANDIRMA YETERLİKLERİ İLE MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZME BAŞARILARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sevinç NALBANT

TRABZON
Nisan, 2015

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ

ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL KAVRAM VE SEMBOLLERİ ANLAMLANDIRMA YETERLİKLERİ İLE MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZME BAŞARILARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ

Sevinç NALBANT

Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Yüksek Lisans Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Danışmanı

Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK

TRABZON

Nisan, 2015

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir. 17 / 04 /2015

Tez Danışmanı	: Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK	....
Üye	: Doç. Dr. Bülent GÜVEN	....
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK	....

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Nevzat YİĞİT

Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Sevinç NALBANT
17 / 04 /2015

ÖN SÖZ

Matematik başlangıçsız ve bitimsiz bir yol hali ise eğer, bu yolculuğa gönüllü bir yolcunun en büyük mutluluğu yolculuk esnasında keşfettikleridir. Yolculuğumun bu aşamasında matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkiyi keşfetmek benim açımdan mutluluk vericiydi.

Yol arkadaşlığı yaptığım bütün çalışma arkadaşlarıma ve değerli hocalarıma; uygulama sürecinde desteklerini esirgemeyen değerli meslektaşlarıma ve uygulamalara katılan değerli öğrencilerime çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim süresince edindiğim yeni bakış açılarında ve kazandığım her bilgide önemli emekleri olan değerli hocalarım Doç. Dr. Bülent GÜVEN'e, Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK'e, Doç. Dr. Selahattin ARSLAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tezin her aşamasında desteğini hep yanımda hissettiğim, titiz değerlendirmeleri ve engin bilgileriyle beni yönlendiren değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK'e anlayışı ve sabrı için sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Canım dostum Nazire Yasemin TURAN'a tezimin başlangıcından bitimine değin çalışmalarımda sağladığı motivasyon ve destek için çok teşekkür ederim.

Ve canım anneme ve babama, varlıkları ve bana hayatım boyunca sundukları her şey için çok teşekkür ederim.

Nisan, 2015

Sevinç NALBANT

İÇİNDEKİLER

ÖZET

9. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Kavram ve Sembolleri Anlamlandırma Yeterlikleri ile Matematik Problemlerini Çözme Başarıları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Bu araştırmanın amacı 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemektir.

Nitel ve nicel yaklaşımların birlikte kullanıldığı araştırmada bir devlet lisesinde öğrenim gören 146 9. sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak Matematiksel Kavram ve Semboller (MATEKS) Formu ve Matematik Problemler (MATEP) Formu kullanılmıştır. MATEKS formunda kullanılan 15 soru ve MATEP formunda kullanılan 15 problem öğrencilerin gerek uygulama tarihine kadar 9. sınıfta gerekse önceki sınıflarda öğrenmiş oldukları konularla ilgilidir. Formların öğrencilere farklı zamanlarda uygulanmasıyla elde edilen veriler arasındaki ilişkinin istatistiksel olarak incelenmesiyle nicel analiz; verilerin içeriğinin detaylı olarak incelenmesi ve karşılaştırılmasıyla da nitel analiz gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın bulguları öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin boyutlarını ve yoğunluğunu ortaya koymuştur. Bu bulgulardan matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliğinin matematik problemlerini çözme başarısında önemli bir rol oynadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın nicel ve nitel bulgularından hareketle varılan sonuçlara dayanarak matematik eğitimi ile ilgili önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematik Eğitimi, Matematiksel Kavram ve Semboller, Problem Çözme Başarısı.

ABSTRACT

Examining the Relation between Interpretation Skills of 9th Grade Students Related with Mathematical Concept and Symbols and Their Success in Solving Math Problems

The aim of this study is to determine the relation of interpretation skills of 9th grade students related with mathematical concepts and symbols and their success in solving math problems.

In the research where qualitative and quantitative approaches were used together, study was conducted with 146 9th grade students having education in a state high school. In the research mathematical concept and symbols form and mathematical problems form were used as data collection tool. 15 question used in mathematical concept and symbols form and 15 problems used in mathematical problems form are related with subjects which students learned until application date and in previous grades. Quantitative analysis was made by statistical examination of relation between data obtained by applying the forms to students in different times. Qualitative analysis was made by examining and comparing data content in detail.

Findings of study presented the dimensions and intensity of the relation between skills of students related with interpretation of mathematical concept and symbols and their success of solving math problems. From these findings it was concluded that interpretation skill of mathematical concepts and symbols play an important role in success related with solving math problems. Depending on the conclusions reached through qualitative and quantitative findings of the study, suggestions were made related with math education.

Key Words: Math Education, Mathematical Concept and Symbols, Problem Solving Success.

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

MEB	**:** Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	**:** National Council of Teachers of Mathematics
MATEKS	**:** Matematiksel Kavram ve Semboller
MATEP	**:** Matematik Problemler

1. GİRİŞ

Matematik aralarında anlamlı ilişkiler bulunan kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dil olarak tanımlanabilir (MEB, 2013). Matematiksel dil ise bilimsel düşünceleri kolaylıkla ifade edebilme özelliğine sahip matematiksel kavram, işlem ve sembollerin bir arada kullanıldığı kurallar bütünüdür (Bali, 2003). Yani hem kendisi bir dildir matematiğin hem matematik kendine özgü bir dile sahiptir.

Düşüncenin şekillenmesinde dil kullanımının önemini vurgulayan Vygotsky dilin sadece öğrencinin bilgilerini ifade etmesi anlamına gelmediğini; konuşmanın çocuğun belirli bir gelişim aşamasındaki bir keşfi olduğunu ve bu keşfi de düşünce olmaksızın yapamayacağını belirtir (Vygotsky,1985). Chomsky (2001) ise sınırlı sayıda sözcük ve kuraldan yararlanarak türetilebilecek sınırsız sayıda tümceden oluşan bir bütün olarak değerlendirmektedir dili; sözcükler yüzeysel yapı, sözcüklerin uyandırdığı anlam ise derin yapıdır. Dil ile ilgili yapılan bu değerlendirmelerde önemli bir yer tutan düşünme ve keşfetme kavramları matematiğin de üzerinde şekillendiği kavramlar olduğuna göre matematik ve dil arasında oldukça yoğun bir ilişki olduğu söylenebilir.

Matematik ve dil arasındaki bu temel ve derin ilişkinin boyutlarından bir tanesi de “matematik eğitiminde dil” dir. Hayatın her alanında olduğu gibi matematik derslerinde de sağlıklı iletişim kurabilmenin ilk koşulu aynı dili konuşabilmektir. Bunun için matematiksel kavramların içeriklerinin öğretmen ve öğrenciler tarafından yazılı da olsa sözel de olsa doğru bir şekilde algılanıp kullanılması gerekir. ABD’deki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi, öğrencilerin matematiksel fikirleri sözlü ve yazılı olarak ifade edebilmelerinin ve matematiksel ilişkiler üzerine oluşan düşüncelerini netleştirerek yansıtmalarının önemini vurgulamaktadır (NCTM, 1989). Öğrenciler çoğunlukla matematiksel anlayışlarını günlük, resmi olmayan dil ile gerçekleştirirler. Bu dil, resmi matematik diline bağlantı olacak bir temel oluşturur (NCTM, 2000). Matematik dili matematiksel iletişimde kullanılan bir araçtır. Bu dilin diğer dillerden farkı bilimsel düşünceleri kolaylıkla ifade edebilme özelliğine sahip olmasıdır. Bilimsel ifadede kelimelerin ve sembollerin tek bir anlamının olması gerekir; bütün kullanıcılar bu kelimeler ve sembollerden aynı anlamı çıkarmalıdırlar (Bali, 2003). Matematik derslerinde öğretmenlerin matematiksel dilde öğrenciler için farklı anlamlar taşıyabilecek terimlerin farkında olmaları ve derslerde bu terimleri doğru kullanmaları; öğrencilerin yeni öğrendikleri matematiksel kavramları nasıl kullandığını gözlemleyerek anlamalarını değerlendirmeleri gerekmektedir (Yeşildere, 2007).

Matematiksel kavramlar büyük ölçüde birbiriyle ilişkili ve hiyerarşik bir sıraya sahip olduklarından matematiksel dilin doğru kullanımı ve matematiksel kelimelerin kesin anlamlarının üzerine kurulmasıyla gelişen matematiksel düşünme çok önemlidir. Öğretmenler derslerde matematiksel dili doğru kullandıklarından emin olmalı, öğrencileri matematiksel sözcükleri öğrenirken dikkatli olmaları konusunda uyarmalı ve ders planlarında öğrenciye kazandırmayı hedefledikleri matematiksel sözcük dağarcığına da yer vermelidirler (Raiker, 2002). Böylece öğrencilerin hem matematiksel bilgileri sağlam oluşturmaları, hem de matematiksel dilin kullanımına özen göstererek matematik dilini doğru kullanmaları desteklenir (Yeşildere, 2007).

Öğrenciler deneyimlerine dil yoluyla anlam kazandırmakta; matematiği keşfederken ve matematikle düşünürken bulduklarını başkalarına iletmek ve gözlemleriyle bulgularını daha da berraklaştırmak için kendi dillerini kullanmaktadırlar. Dilin doğru kullanımı matematikte öğrenmeyi teşvik eder. Matematiksel terminoloji ve simgeler, iletişimin kısa bir biçimidir. Her simge, sözcüklerle ifade edildiğinde birçok başka simge veya sözcük gerektiren bilgilerle yüklüdür. Matematiksel bir dil edinilmesi konuşma, dinleme, okuma ve yazma süreçleri ile yakından ilişkilidir. Matematik öğretmek çoğu kez dil öğretmeyi ve dilin biçimini öğrencilere açıklamayı da içermektedir (URL-1, 2014).

Özellikle yazılı ve sözlü anlatımın rolü ile ilgili çalışmalar da matematik içinde dilin rolünü bir başka açıdan ifade etmekte ve göstermektedir. Matematik öğretiminde yazılı ve sözlü anlatıma yer verilmeli ve özellikle öğrencilerin sınıf içi diyaloglarla matematiksel terimleri ve sembolleri kullanarak düşüncelerini sunmasına olanak sağlanmalıdır. Öğrencinin matematik dilini kullanabilmesi ve mekanik bir problem çözücü olmaktan çıkarılması gerekmektedir (Lansdell, 1999).

Matematiksel dilin kullanım boyutlarından biri kendine ait dili olan matematiğin sembollerle ifade edilmesidir. Ancak matematik derslerinde sadece bu dilin kullanımına önem vermek matematiksel bilgilerin kavramsal gelişimine engel olacaktır. Çünkü semboller matematiksel açılımları destekleyecek işaretlerdir. Nasıl müzik notalarının doğru yazılması doğru melodiyi oluşturmak için yeterli değilse, matematiksel sembollerin ne anlama geldiğinin kavranmadan kullanılması da matematiksel düşünceyi oluşturmak için yeterli değildir. Öğrencilerin sembolleri doğru anlamlandırmaları onların doğru kavramsallaştırmalara ulaşmalarını sağlayacaktır (Yeşildere, 2007). Alan dili kavramlar arasındaki ilişkiyi güçlendirir, kavramların daha doğru şekilde kullanılmasını sağlar (Köroğlu, Yavuz ve Ertem, 2003).

Matematik öğretmenlerinin matematik eğitiminde dilin rolüne ilişkin görüşleri de derslerde dilin kullanımı açısından önemlidir. Matematik öğretmenlerinin bu konudaki görüşleriyle ilgili matematik öğretiminde dil ölçeğinde saptanan dört boyut yazılı anlatım ve yazılı ödevler, sembolik anlatım, problem oluşturma ve sözlü anlatımdır. Sembolik anlatım olarak isimlendirilen ikinci boyut matematik sembollerinin yazılı ve sözlü ifadeler kullanılarak anlatımı ile ilgilidir. Matematik öğretiminde her yeni kavram, yeni sözcükler demektir. Bu da yeni düşüncelerin oluşmasını sağlar. Öğrenciler, bu yeni sözcükleri söyleyerek ve yazarak öğrenmelidir (Bali, 2002).

Matematik öğretiminde iletişimin rolünün farkına varılmasıyla 1986'da NCTM tarafından "İletişim ve Matematik Öğretiminde Dil" konusu standart olarak belirlenmiştir. Ülkemizde yenilenen matematik programlarında da bu konunun önemli bir yere sahip olduğunu görmekteyiz. Son olarak 2013 yılında yenilenen ortaöğretim matematik programı incelendiğinde matematiksel iletişim becerisinin önemine yapılan vurgu görülmektedir. Bu öğretim programında geliştirilmesi hedeflenen matematiksel beceri ve yeterlilikler şu şekilde sıralanmaktadır:

1. Matematiksel modelleme ve problem çözme
2. Matematiksel süreç becerileri: Matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma, matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiğin kendi içindeki konular/kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirme
3. Matematiğe ve öğrenimine değer verme
4. Psikomotor becerilerde gelişim sağlama
5. Bilgi ve iletişim teknolojilerini yerinde ve etkin kullanma

Bu matematiksel beceri ve yeterlilikler içinde matematiksel süreç becerilerinin içerisinde yer alan ve "matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma" olarak belirtilen kısım "matematiksel iletişim" olarak ifade edilmektedir. Matematiksel iletişimi sağlayabilmek için sözlü anlatımdan, yazılı ve görsel ifadelerden, modellerden yararlanmak önemlidir. Matematik hakkında konuşma, yazma ve dinleme hem iletişim becerilerini geliştirir hem de öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olur. Öğretmen, öğrencilerin düşüncelerini açıklayabilecekleri, tartışabilecekleri ve yazılı olarak ifade edebilecekleri sınıf ortamları oluşturmalı ve öğrencilerin daha iyi iletişim kurabilmesi için uygun sorgulamalarda bulunmalıdır.

Program yoluyla öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesi için kazanmaları hedeflenen davranışlardan bazıları şunlardır:

1. Somut model, şekil, resim, grafik, tablo, sembol vb. farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri(ni) ifade etme
2. Günlük dili, matematiksel dil ve sembollerle; matematiksel dili, günlük dil ve sembollerle ilişkilendirme
3. Matematiksel dilin gerçek problem durumlarını sade, anlaşılır ve etkin bir biçimde ifade etme başarısının farkına varma ve bunu takdir etme
4. Matematiğin sembol ve terimlerini etkili bir şekilde kullanma

5. Matematiğin aralarında anlamlı ilişkiler bulunan kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark etme
6. Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve kendi yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanma
7. Matematiksel kavramları, işlemleri ve durumları somut model, şekil, resim, grafik, tablo, sembol vb. farklı temsil biçimlerini kullanarak ifade etme
8. Matematikle ilgili verilen diyalog ve düşüncelerin doğruluğunu ve anlamını yorumlama

Görüldüğü gibi öğretim programında geliştirilmesi hedeflenen matematiksel beceri ve yeterlilikler içerisinde matematiksel süreç becerileri; matematiksel süreç becerilerinin içerisinde matematiksel iletişim; matematiksel iletişim becerisinin içerisinde de matematiksel kavram ve semboller oldukça önemli bir yere sahiptir.

Matematik, içinde sayılar bulunsun ya da bulunmasın problem çözümleri ile ilgilenen bir düşünce biçimidir (Leitze, 1997). Problem çözme net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapmadır (Altun, 2005). Baki (2006), problemi, bireyi karşılaştığı zaman rahatsız eden bir olay karşısında yine kendi bilgi ve deneyimi yardımıyla çözüm arama ihtiyacı hissettiği durum olarak tanımlamıştır. Yıldızlar'a (2001) göre problem çözme, durumun insan zihninde yarattığı karışıklığın giderilmesi, yeni rahatlatıcı durumların ortaya konulması olarak tanımlanabilir. Matematikte problem çözme, matematiğin yapısı gereği, sorunun zihinsel süreçlerle (akıl yürütmeyle) gerekli bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak ortadan kaldırılmasıdır (Altun, 1995). Genel olarak matematik dersinde karşılaşılan ve problem adı altında verilen durumlar, Baykul (2004) tarafından üç grupta incelenmektedir. Birinci gruptaki problemler öğrencilerin seviyelerinin çok üstünde olan, öğrencilere yabancı olan kavramlara dayanan ve öğrenci için hiçbir anlamı olmayan durumlardır. İkinci gruptaki problemler öğrencilerin genellikle hemen mekanik olarak cevap verebilecekleri türden dört işlemle ilgili sorular şeklindedir. Üçüncü gruptaki problemler ise öğrencilerin kazanmış oldukları bilgi ve becerileri kullanarak cevaplayabilecekleri durumlardır. Matematiğin temelinde yer alan becerilerden biri de kuşkusuz problem çözme yeteneğidir çünkü matematiksel bilginin anlaşılması ve bilgilerin birbirileriyle ilişkilendirilmesi problem çözme sürecinde oluşur (Swings ve Peterson, 1988). Problem çözmenin en öncelikli aşamalarından birinin de problemi anlamak ve anlamlandırmak olduğu bilindiğine göre okuduğunu anlama aşamasının problem çözme dolayısıyla matematiksel bakış açısı oluşturabilmedeki rolü ön plana çıkmaktadır. Çünkü öğrenciler problem çözerken anlama basamağında problemi kendi ifadeleri ile açıklamakta ve problemi şekil veya değişken kullanarak tanımlamaktadırlar, problem için plan hazırlama aşamasında ise problemi ifade eden matematiksel denklemler oluşturmaktadırlar (Karataş ve Güven, 2004). Problemi anlama, problemi çözmek için gerekli olan ancak yeterli olmayan bir aşamadır. Problem çözücünün problemi kendine göre anlamlaştırması ve problemden anladığını kendi ifadeleriyle açıklaması problemi anlama aşamasında sergilenmesi gerekli beceriler arasındadır (Baki, 2006). Verilerin ve koşulların belirlenmesi ile bilinmeyenin belirlenmesini problemi anlama aşamasının iki temel koşulu olarak ele alan Altun (2009) ise problem çözücünün problemi kendi cümleleriyle ifade etmesinin önemine vurgu yapmaktadır.

Bu bağlamda bu araştırma kapsamında incelenen problem "9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasında nasıl bir ilişki vardır?" şeklinde tanımlanmıştır.

1. 1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemektir.

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Ersoy (2003), dünün "Öğretileni Öğren", bugünün "Öğrenmeyi Öğren" sloganlarının artık eskidiğini; yarının sloganlarının "Düşünmeyi Öğren" ve "Yaratıcılığı Öğren" olduğunu söylemektedir. Bu bağlamda matematik hem bir öğretim konu alanı hem de kazandırdığı düşünme ve problem çözme becerileriyle, bir dil ve araç olarak bireyin gelişimine çok yönlü katkı sağlamaktadır. Yani matematiğin hayatımızda öncelikli bir rolü vardır. Günlük hayatta matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen, ekip çalışması yapabilen, matematikte öz güven duyabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutuma sahip bireylerin yetiştirilmesi gerekmektedir (Baki, 2006).

Matematiğin birey için bu önceliği matematikle iç içe olan kişilerce biliniyorken diğer kişiler için matematik çoğunlukla anlaşılmaz sayılar ve kurallar yığınıdır. Dolayısıyla birçok kişi matematiğe zorunlu olmadıkça hayatında yer vermeme eğilimindedir. Matematiğin kendine özgü dilinin kendi kullandığı dilde bir karşılığı olmadığına inanan bir kişi için bu eğilim doğaldır. Çünkü, Fransızca bilmeyen bir kişiye en basit Fransızca kelime veya cümlenin hiçbir anlam ifade etmemesi gibi, matematiksel dil onun için hiç bir anlam ifade etmemektedir. Böylelikle çoğu kişi için matematik öğrencilik zamanlarında "anlaşılmaz bir ders", bunun dışında da "alışverişte kullanılan dört işlem" den ibaret kalmaktadır.

Matematikle ilgili çoğu kişinin sahip olduğu bu tutumun değişmesi öğrencilik yıllarından itibaren öncelikle matematik öğrenme ile ilgili yaşanan sıkıntılara çözümler üretmekle mümkün olacaktır. Özellikle ülkemizde matematik eğitimi incelendiğinde, buzdağının görünen kısmı misali, yaşanan sıkıntıların en görünür olanlarından biri, öğrencilerin matematik problemlerini çözebilme seviyelerindeki yetersizliktir. Bu yetersizliğin çok farklı katmanlarda yatan sebepleri olsa da ana katmandaki sorun belki de öğrencilerin matematiksel kuralları formül şeklinde ezberleme yolunu kullanmalarıdır. Matematiksel kurallardaki kavram ve sembollerin ne ifade ettiğinin farkında olmayan veya bunu önemsemeyen birçok öğrenci "matematikte başarılı olmak" için "tek ve en iyi çare" olarak formül ezberleme yoluna gitmektedir. Oysaki matematiksel kavramları beynimizde hazmetmeden gerçek matematiksel başarıya ulaşmamız mümkün değildir. Matematiksel bir kuralı bu kurala ihtiyaç duyulan bir problemde kullanabilmek bu kurala hakim olmakla, bir kurala hakim olabilmek ise onu kendi cümlelerimiz ile ifade edebilmekle mümkündür. Yani matematiksel kuralları kavrayabilmek ve problem çözümlerinde kullanabilmek için bu sembolik kuralların anlamlandırılmasına ve bu anlamlandırmanın kişiselleştirilmesine ihtiyaç vardır. Matematiksel dil ile ifade edilen kavram, sembol ve ilişkiler ancak öğrenciler tarafından anlamlandırılabiliyorlarsa içselleştirilebilirler. Öğrencilerin kendi ifadelerini oluşturabilmeleri bir kuralı anlamlandırmaları ve özümsemeleri anlamına gelmektedir (Baki,2006). Bu çalışmanın bu gerçeğe vurgu yapması beklenmektedir. Böyle bir vurgu öğretmenlerin, öğrencilerin ve velilerin emek ve enerjilerini doğru yöne aktarmalarını sağlamak için oldukça gereklidir.

Matematiksel dil ve bu dilin boyutları ile ilgili yapılan çalışmalar özellikle son 70 yılda artış göstermiştir. Matematiksel dil ile ilgili ülkemizde yapılan çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların bir kısmının öğretmen adayları ile (Aydın ve Yeşilyurt, 2007; Bali, 2002; Gökbulut ve Ubuz, 2013; Gökkurt, Soylu ve Gökkurt, 2012; İpek ve Okumuş, 2012; Tatar ve Soylu, 2006; Ural ve Ülper, 2013; Yeşildere, 2007) bir kısmının da ilköğretim öğrencileri ile (Albayrak ve Erkal, 2003; Dur, 2010; Göktaş ve Gürbüztürk, 2012; Güneyli, Özder, Konedralı ve Arsan, 2010; Keşan ve Polat, 2012; Yüzerler ve Doğan, 2012) yürütüldükleri görülmektedir. Matematiksel dil ile ilgili ortaöğretim öğrencileriyle yürütülen çalışmaların oldukça az sayıda olduğu söylenebilir. Örneğin Keşan, Kaya ve Yetişir (2008) ortaöğretim 9. sınıf öğrencileriyle yaptıkları araştırmalarında öğrencilerin matematiksel okuma-anlama-anlatma sürecindeki eksikliklerini ortaya koymaya ve bu durumun sebep olduğu olumsuzlukların nedenini belirlemeye çalışmışlardır. Türkçe-matematik birlikteliğinin öğrenci başarısını etkileme gücü üzerine yapılan bu araştırmada tutum ölçeği kullanılmış; iletişim ve ifade becerisinin matematiksel dili kullanmakta ve matematiği anlama noktasında etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ortaöğretim öğrencileriyle yapılan bunun gibi az sayıdaki çalışmanın, matematiksel kavram ve sembollerin doğrudan kullanılmadığı çalışmalar olduğu görülmektedir. Yeşildere (2007) matematiksel alan dilinin doğru kullanımının önemini ortaya koymak amacıyla yaptığı çalışmasında doğrudan matematiksel kavram ve semboller kullanmıştır. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülen bu çalışma öğretmen adaylarının matematiksel dilin kullanımında yetersiz olduğunu ve temel matematiksel kavramlara ait bilgilerindeki eksikliklerinin matematiksel dili etkili şekilde kullanmalarına engel olduğunu göstermiştir. Matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma esasına dayanan bu çalışmanın ortaöğretim öğrencileriyle yürütülmediğini görmekteyiz. Yani matematiksel kavram ve sembollerin anlamlandırılması esasına dayanan ve ortaöğretim öğrencileriyle yapılan çalışmaların yok denecek kadar az olduğunu söylemek mümkündür. Matematiksel dilin bütün boyutları birbirini tamamladığına göre sembolik boyuta odaklanmasa da ortaöğretim düzeyinde matematiksel dil konusunda yapılan bütün çalışmalar; yükseköğretim, ortaöğretim ve ilköğretim birbirini tamamladığına göre ortaöğretim düzeyinde olmasa da matematiksel dilin sembolik boyutuna odaklanan bütün çalışmalar matematiksel dilin matematik eğitimindeki rolünü ortaya koyması açısından çok değerlidir.

Diğer taraftan özellikle matematiksel dilin sembolik boyutunun ortaöğretim düzeyinde incelenmesinin matematik eğitiminde yaşanan bazı sıkıntıların çözümüne çok yönlü katkı sağlayacağı düşünülebilir. NCTM'nin 1989 raporunda belirtildiği gibi "öğrenci matematiksel konuşmayı öğrenmeli"dir. Öğrencinin matematikçe konuşabilmesi ve yazabilmesi matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırması ile mümkündür. Öğrencilerin bu anlamlandırma ile ilgili ortaöğretim sürecinde yaşadıkları sıkıntıların süreç yaşanırken tespit edilmesi, bu sıkıntıların yükseköğretime taşınmadan zamanında çözülmesine olanak sağlayabilir. Bu çalışmanın böyle bir olanak elde etmek adına bir adım olması beklenmektedir.

Ülkemizde yenilenen ortaöğretim matematik programı öğrenciyi sürece dahil eden ve merkeze alan yaklaşımları esas almaktadır. Bu bağlamda Milli Eğitim Bakanlığı tarafından uygulamaya koyulan yeni "Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı"nın geliştirmeyi hedeflediği matematiksel beceri ve yeterliliklerden bir tanesi matematiksel süreç becerileridir. Bu beceriler matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma (matematiksel iletişim), matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiğin kendi içindeki konular/kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirmeler yapmadır. Matematiksel iletişimde sözlü anlatımdan, yazılı ve görsel ifadelerden ve gerektiğinde modellerden yararlanmak büyük önem taşımaktadır. Matematik hakkında konuşma, yazma ve dinleme iletişim becerilerini geliştirirken aynı zamanda öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına da yardımcı olur. Öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesi programın amaçları arasında yer almaktadır (MEB, 2013). Görüldüğü gibi yeni ortaöğretim matematik programı matematiksel kavram ve sembollerin anlamlandırılması esasına dayanan bazı davranışları hedeflemektedir. Elde edilen sonuçlar ve öneriler itibariyle bu çalışmanın ortaöğretimde uygulanan yeni matematik programındaki gelişmeleri destekleyici bir nitelikte olması beklenmektedir.

Matematik öğretiminde problem çözme konusunda yapılan çalışmaların matematik öğretimi ile ilgili literatürde oldukça geniş bir yere sahip olduğunu söylemek mümkündür. Lubiensky ve Bowen (2000) , 1982-1998 yılları arasında The Education Resources Information veri tabanından ulaşılabilen matematik eğitimi araştırmalarını inceledikleri çalışmalarında en fazla çalışılan konulardan birinin problem çözme olduğunu belirlemişlerdir. Kayhan ve Koca (2004), 2000-2002 yılları arasında Current Index to Journals in Education veri tabanındaki araştırma makalelerini, Dissertation Abstract veri tabanındaki yüksek lisans ve doktora tezlerini ve Yükseköğretim Kurulu veri tabanındaki tezleri inceledikleri çalışmalarında matematik eğitiminde en çok araştırma yapılan alanlardan birinin bilişsel boyut olduğunu belirtmektedirler. Bu çalışmada bilişsel boyut başlığı altında makale ve tezlerde hangi konuların hangi sıklıkla çalışıldığı belirlenmiş ve en fazla çalışılan konunun problem çözme olduğu görülmüştür. Ulutaş ve Ubuz (2008), 2000-2006 yılları arasında Eğitim Araştırmaları Dergisi, İlköğretim Online E-Dergi ve Türk Eğitim Derneği Eğitim ve Bilim Dergisi’nde matematik eğitimi alanında yayınlanan araştırmaları inceledikleri çalışmalarında en fazla yayın yapılan alanın, içinde problem çözmeyi de barındıran, bilişsel boyut olduğunu belirlemişlerdir.

Diğer taraftan problem çözme ile ilgili literatür değerlendirildiğinde bu çalışmaların genellikle problem çözme stratejilerini incelediği görülmektedir (Arslan ve Altun, 2007; Çalışkan, 2007; Emre, 2008; Erbaş ve Okur, 2012; Gök ve Sılay, 2009; Taşpınar, 2011; Yaşa, 2010; Yazgan, 2007). Problem çözme başarısının incelendiği çalışmalar da mevcuttur (Arslan-Çelik, 2007; Akay, 2004; Didiş ve Erbaş, 2012; Soylu ve Soylu, 2006; Tertemiz, 1994). Problem çözme başarısının incelendiği çalışmaların genellikle problem çözme başarısının farklı değişkenlerle ilişkilerini ve problem çözme başarısını etkileyen faktörleri ele aldığı görülmektedir. Fakat problem çözme başarısının matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliği ile ilişkisini inceleyen çalışmaların yok denecek kadar az olduğunu söylemek mümkündür. Bu araştırmada matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkisi araştırılacağı için çalışmanın bu alandaki literatüre önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu araştırmada ele alınan konular öğrencilerin önceki yıllardan uygulama zamanına kadar gördükleri ortak konular olan üslü ifadelerde işlemler, kümelerde işlemler, Pisagor bağıntısı, üçgen eşitsizliği, üçgende alan, kareköklü sayılarda işlemler, dik üçgende trigonometrik oranlar, mutlak değer, birinci dereceden denklemler, birinci dereceden eşitsizlikler, orantı, fonksiyon türleri ve üçgende açı kenar bağıntıları ile sınırlıdır.
2. Araştırmanın örneklemi Trabzon ilinde bir devlet okulundaki ortaöğretim 9. sınıf öğrencileriyle sınırlıdır.

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Katılımcıların uygulamalarda samimi yaklaşımlar içinde cevaplar verdikleri varsayılmaktadır.

Uygulama yapılan okuldaki 9. sınıf öğrencileri belirli bir puan ile okula kayıt yaptırmış oldukları için uygulama yapılan 9. sınıf öğrenci seviyelerinin birbirine yakın olduğu varsayılmaktadır.

1. 5. Tanımlar

Matematiksel dil: Bilimsel düşünceleri kolaylıkla ifade edebilme özelliğine sahip matematiksel kavram, işlem ve sembollerin bir arada kullanıldığı kurallar bütünüdür (Bali, 2003).

Problem çözme: Net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılmayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapmadır (Altun, 2005).

2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Araştırmayla ilgili çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların matematiksel kavram ve sembollerle ilgili araştırmalar ve matematik öğretiminde problem çözme başarısıyla ilgili araştırmalar olarak iki ana bölümde değerlendirilebileceği görülmektedir.

2. 1. 1. Matematiksel Kavram ve Sembollerle İlgili Araştırmalar

Matematiksel kavram ve sembollerle ilgili araştırmalar kapsamında matematiksel kavramlar, semboller ve bunlar arasındaki ilişkilerin incelendiği çalışmalar ele alınmıştır. Matematiksel dilin dört alt boyutundan biri olan sembolik anlatım matematik sembollerinin yazılı ve sözlü ifadeler kullanılarak anlatımı ile ilgilidir (Bali, 2003). Gerek matematiksel dile gerekse matematiksel dilin bu boyutuna ilişkin çok az çalışma bulunmaktadır. Araştırmada matematiksel dilin bu boyutu üzerinde durulduğu için matematiksel dille ilgili diğer çalışmaların da bu kısımda incelenmesi uygun görülmektedir.

Yeşildere'nin (2007) çalışmasının amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel dili kullanma yeterliklerini belirlemek ve matematiksel dilin doğru kullanımının önemini vurgulamaktır. Araştırmada veri toplama aracı olarak açık uçlu on beş problem kullanılmıştır. Problemler dördüncü sınıfta öğrenim gören 120 ilköğretim matematik öğretmen adayına uygulanmış, elde edilen veriler hem nitel hem nicel olarak analiz edilmiştir. Veriler, araştırmanın yapıldığı örneklemde öğretmen adaylarının yaklaşık olarak yarısının matematiksel dili yeterli şekilde kullanamadıklarını ortaya koymaktadır. Öğretmen adaylarının yaptıkları hataların üç kategoride toplandığı görülmüştür. Matematiksel kavramların yanlış kullanımı kategorisinde, matematiksel bilgilerin yetersiz olması nedeniyle matematiksel dilin yanlış kullanıldığı hatalar bulunmaktadır. Eksik ifade kullanımı kategorisinde problemlerde uygun matematiksel terimlerin kullanılmadığı hatalar bulunmaktadır. Matematiksel dilin kullanımı kategorisinde, matematiğe özgü terminolojinin uygun şekilde kullanılmadığı hatalar bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının %20'sinin matematiksel kavramları yanlış kullandıkları, %30'unun ise tanımsız kavramları açıklayamadıkları görülmüştür. Kullanılan matematiksel ifadelerin doğruluğuna bakılmaksızın, alan dilini uygun şekilde kullananların oranı %36, alan dilini tamamen yanlış kullananların oranı ise %45'tir. Bu değerlerden, öğretmen adaylarının matematiksel dil kullanımında yetersiz olduğu sonucuna varılmıştır. İçerik analizi bulgularından ise, öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlara ait bilgilerinde eksikliklerinin olmasının, matematiksel dili etkili şekilde kullanmalarına engel olduğu kanısına ulaşılmıştır.

Bali'nin (2003) yaptığı çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşlerinin değerlendirilebileceği 'Matematik Öğretiminde Dil' ölçeğinin faktör yapılarını oluşturmaktır. Bu amaçla 'Matematik Öğretiminde Dil' ölçeği, Hacettepe Üniversitesi İlköğretim bölümünün üç farklı anabilim dalında okuyan 243 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmada nitel bir yöntem kullanılmıştır. 'Matematik Öğretiminde Dil' (MÖD) ölçeği literatür taraması ve uzman görüşü alınmak suretiyle elde edilen 18 maddeden oluşturulmuştur.'Matematik Öğretiminde Dil' ölçeğinin faktör yükleri temel bileşenler analiziyle elde edilmiştir. Temel bileşenler faktör analizi sonucunda dört faktör elde edilmiştir. Birinci boyut 'Yazılı anlatım ve yazılı ödevler (MÖDF1)' matematik öğretiminde yazılı ödev ve yazılı anlatıma yer verilmesinin önemi ile ilişkilendirilmiştir. 'Sembolik anlatım (MÖDF2)' şeklinde isimlendirilen ikinci boyut ise matematik sembollerinin yazılı ve sözlü ifadeler kullanılarak anlatımı ile ilgilidir. Üçüncü boyut 'Problem oluşturma (MÖDF3)' matematik öğretiminde sınıf içinde problem çözme aktiviteleriyle ilişkilendirilebilir. Dördüncü boyut ise 'Sözlü anlatım (MÖDF4)' olarak ortaya çıkmıştır. Çalışmada matematik öğretiminde yazılı ve sözlü anlatıma yer verilmesi ve özellikle öğrencilerin sınıf içi diyaloglarla matematiksel terimleri ve sembolleri kullanarak düşüncelerini sunmasına olanak sağlanması gerektiği sonuçlarına ulaşılmıştır. Yani öğrencinin matematik dilini kullanabilmesi ve mekanik bir problem çözücü olmaktan çıkarılması gerekmektedir.

Bali 'nin (2003) dil ölçeği kullanılarak yapılan iki çalışma aşağıda açıklanmıştır.

Gökkurt, Soylu ve Gökkurt (2012) matematik ve fen bilgisi öğretmenliğinde okuyan öğrencilerle yürüttüğü çalışmasında öğretmen adaylarının matematik öğretiminde kullanılan dile yönelik görüşlerinin ne olduğunu belirlemeyi ve bu görüşlerin karşılaştırmasını yapmayı amaçlamıştır. Bu amaçla yapılan araştırmanın örneklemini, bir devlet üniversitesinde eğitim fakültesinde 2011-2012 eğitim öğretim yılında öğrenim görmekte olan toplam 148 birinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmada, nicel yaklaşımın deneysel olmayan desenlerinden betimsel yöntem ve verilerin toplanmasında, beşli likert tipi ölçek kullanılmıştır. Veriler SPSS paket programı ile analiz edilmiştir. Araştırma sonunda, matematik öğretiminde, öğrencilerin problem oluşturma ve sembolik anlatım gibi alt boyutlara ilişkin görüşleri arasında anlamlı bir fark olduğu ancak genel olarak bakıldığında matematik öğretiminde kullanılan dile yönelik görüşleri arasında anlamlı bir fark olmadığı ortaya çıkmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunluğu matematik öğretiminde yazılı ödev verilmesi gerektiğini düşünmektedir.

Aydın ve Yeşilyurt' un (2007) özel durum çalışması biçiminde yürüttükleri çalışmalarının amacı ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencileri ile dördüncü sınıf öğrencilerinin matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri arasındaki farkları belirlemektir. 65 kişiden oluşan bir örneklem grubu ile beşli likert tipi "matematik öğretiminde dil" ölçeği kullanılarak öğrenci görüşleri elde edilmiş, öğrencilerin matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri arasındaki farklar *t*-testi yardımıyla karşılaştırılmıştır. Grupların matematik öğretiminde dil kullanım puanları birinci sınıf öğrencileri lehine farklılık göstermiştir. Ölçekten elde edilen verileri desteklemek için örneklemden rastgele seçilen 8 kişi ile yüz yüze görüşme yapılmıştır. Yapılan bu görüşmelerin sonucunda matematiği tanımları, teoremleri, örnekleri ve problemleriyle bir bütün olarak öğrenmeye eğilimli öğrencilerin, matematik öğretiminde dilin sözlü anlatımda, yazılı anlatımda, sembolik anlatımda ve problem oluşturmada etkin olarak kullanılmasını önemsedikleri; matematiği pratik olarak öğrenmek isteyen ve soyut düşünceye fazla yatkın olmayan öğrencilerin de matematik öğretiminde dilin etkin ve verimli kullanılmasını önemsemedikleri kanısına varılmıştır. Araştırmada matematik öğretiminde dilin "sözlü anlatım", "yazılı anlatım", "sembolik anlatım" ve "problem oluşturma" gibi dört önemli bileşeninin eğitim-öğretimde etkin bir şekilde kullanılmasını, birinci sınıf öğrencilerinin son sınıf öğrencilerine göre daha gerekli buldukları sonucuna ulaşılmıştır. Matematik öğretiminde dili kullanmada "problem oluşturmanın" bir öğretim tekniği olduğunun, anketlere verilen cevaplardan ve yapılan ikili görüşmelerden, araştırmaya katılan birçok öğrenci tarafından bilinmediği tespit edilmiştir.

Dur'un (2010) çalışmasının amacı ilköğretim ikinci kademe öğrencilerin matematiksel dili hikâye yazma yoluyla kullanabilme becerilerini tespit etmek; bu becerileri cinsiyete, sınıf seviyesine, matematik başarısına ve Türkçe başarısına göre incelemektir. Araştırmada nicel araştırma yöntemlerinden betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini 2008-2009 öğretim yılı içinde Eskişehir il merkezinde yer alan bir devlet okulunun 6. 7. ve 8. sınıflarında öğrenim gören 190 öğrenci oluşturmaktadır. Uygulamada öğrencilerden üç farklı hikaye oluşturmaları istenmiş; bu hikayeler içerdikleri matematiksel kavram sayıları, matematiksel ilişkiler, kavram özellikleri ve matematiksel dili hikaye yazmada kullanabilme becerileri olmak üzere dört ölçüte göre değerlendirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin hikayelerini yazarken çok az sayıda matematiksel ilişki kullanabildikleri görülmüştür. Yani öğrencilerin hikayelerinde matematiksel bir işlemi anlattıkları, bir problem durumunun çözümüne ilişkin stratejiler sundukları, matematiksel bir durumu açıkladıkları veya matematiksel kavramları olaylarla ilişkilendirdikleri cümlelerin oldukça az kullanıldığı gözlenmiştir. Ayrıca öğrenciler hikayeleri yazarken çok az sayıda kavram özelliği kullanmışlardır. Yani, yazılan hikayelerin çok azında matematik kavramları özellikleri ile birlikte kullanılmış veya çok az hikayede kullanılan kavramların özelliği açıklanmıştır. Bu çalışmadan öğrencilerin matematiksel dili kullanabilme becerilerinin sınırlı düzeyde ve yetersiz olduğu anlaşılmaktadır.

Gökbulut ve Ubuz (2013) sınıf öğretmeni adaylarının prizma kavramına ilişkin bilgilerini oluşturdukları tanım ve örneklendirmeleri ortaya çıkarma amacıyla aykırı durum örneklemesi ile belirlenen 2'si kız ve 2'si erkek olmak üzere toplam dört öğretmen adayı ile bir çalışma yürütmüşlerdir. Veri toplama aracı olarak kullanılan beş açık uçlu soru prizma ile ilgili örnek çizim, özelliklerin açıklanması, farklı örnekler çizilmesi, farklı tanımların oluşturulması ve günlük hayattan örnekler verilmesini gerektirmektedir. Verilerin analizi sonucunda katılımcıların konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Elde edilen bulgulara göre, sınıf öğretmenliği programındaki matematik alan bilgisi ihtiva eden ders içeriklerinin, kavramların tanımlanması ve örneklendirilmesi göz önünde bulundurularak yeniden incelenmesi gerektiği düşünülmüştür.

Buchanan (2007) matematik dilini anlamak için nasıl okumaları gerektiğini öğrencilere öğretmenin önemini incelediği sınıf içi aksiyon araştırmasında 8. ve 9. sınıf cebir öğrencileriyle çalışmıştır. Günlük matematik derslerinde kullanılan matematik dilini nasıl okuyacaklarını, tercüme edeceklerini, kullanacaklarını ve anlayacaklarını öğrenmenin öğrenciler için bir yararı olup olmadığını araştırmış; kendisi için de öğrencileri için de hem yazılı hem sözlü olarak matematik dilinin günlük kullanımı ve uygulamasının, ders kitabı yönergelerini anlamalarını geliştirdiğini, kelime bilgisini artırdığını ve aynı zamanda matematik derslerini anlama becerilerini artırdığını keşfetmiştir. Ayrıca öğrencilerinin matematik dili ve terimlerinin sürekli kullanımı ile birlikte matematik kavramlarını daha iyi hatırladıklarını da görmüştür. Bu araştırmada, sınıf içinde matematik dili ve kelime bilgisinin kullanımının üzerinde durmanın ve öğrencilerin ders kitaplarında günlük olarak karşılaştıkları matematik dilini okumalarına, anlamalarına ve hatırlamalarına yardım sağlayacak yeni yollar geliştirmenin önemli olduğu sonucuna varılmıştır.

Georgius (2008) matematiksel sözcük dağarcığı ile matematik dersindeki iletişimi geliştirmeyi incelediği aksiyon araştırmasında 6. sınıf matematik öğrencileriyle çalışmıştır. Doğrudan sözcük bilgisi yönergelerinin öğrencilerin iletişimleri ve başarılarına etkisini araştırmış; bunun için dört aylık dönem içerisinde bu yönerge çalışmasını her derse stratejik olarak dahil etmiştir. Öğrenciler sözlü görüşmelerde, değerlendirme etkinliklerinde ve matematik problemlerini açıklamada sözcük bilgisini kullanarak uygulama yapmışlardır. Öğrencilerin çoğunluğu matematik kavramlarını ayrıntılı şekilde anlama becerilerini geliştirmişlerdir. Genel olarak, öğrencilerin matematik sözcüklerinin tanımını bilmenin önemli olduğunu hissettikleri ve bunun sözcükleri anladıkları zaman başarılarını da artırdığı görülmüştür. Buna ek olarak; sözcük bilgisi yönergelerini aldıktan sonra öğrenciler matematiksel iletişimlerinde daha kesin hale gelmişlerdir. Bu araştırmada, matematiksel sözcük dağarcığını günlük derslerde kullanmanın ve 6. sınıf matematik dersinde sözcük bilgisi ve iletişime odaklanmanın önemli olduğu sonucuna varılmıştır.

Larson (2007) günlük yaşam matematiğinde sözcük bilgisi yönergesinin önemini incelediği aksiyon araştırmasında matematiksel sözcük dağarcığının orta seviye matematiği anlama ve öğrenmede nasıl bütünsel bir rol oynadığı sorusunu yanıtlamaya çalışmıştır. 6. sınıf öğrencileriyle yapılan çalışma birçok öğrencinin ilkokul eğitimlerinde hiçbir zaman tutarlı bir matematik terminolojisi ile karşılaşmadıklarını ve bunun matematiğe karşı olumsuz bir izlenim yarattığını ortaya koymuştur. Araştırmacı matematiğin bir dil olduğuna ve bu dilde akıcı olmak için matematiksel sözcük dağarcığını kullanabilmek ve anlayabilmek gerektiğine inandığını belirttiği bu çalışmasında, sözcük bilgisi testlerinin kullanımı ve matematik odaklı sözcük bilgisi çalışmaları ile öğrenci notları ve matematik kavramlarını anlama becerisinin yükselebileceğini göstermiştir. Araştırmada matematik öğretiminin daimi bir parçası olarak matematiksel terminolojiyi derslere katmanın önemli olduğu ve öğrencilerin matematik dilini anlamaları ile güvenlerinin, tutumlarının ve başarılarının bir bütün olarak gelişmeye başladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Raiker (2002) bilimde sözcük dağarcığı kullanımını araştırdığı çalışmasında bilimsel sözcük kullanımının, zorunlu olarak kavramsal anlayışı kanıtlamadığını öne sürmektedir. Öğrencilerin ve öğretmenlerin çırak-usta sürecindeki göreceli konumlarından dolayı bilimsel sözcüklere farklı anlamlar yükledikleri görülmektedir. Matematik sözcüklerinin benzer problemlere neden olup olmayacağını araştırmak için öğretmen ve öğrencilerden oluşan altı gruptan, konuşma dilinin nasıl kullanıldığını ve anlam ile anlayışa nasıl ulaşıldığını kanıtlamak için söylem analizine bağlı veri toplanmıştır. National Numeracy Strategy açıklamasına göre öğretmenler ve öğrenciler matematik derslerinin üç bölümünde konuşma dili kullanırlar. Bu çalışma, yükselen standartlarda matematiksel sözcük dağarcığının doğru kullanımını vurgulayarak dilin önemini göstermektedir.

İpek ve Okumuş'un (2012) çalışmalarının amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde ne tür temsil kullandıklarını ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunlarını belirlemektir. Bu amaçla yapılan ve toplam 48 aday ile yürütülen bu çalışma kapsamındaki veriler problem çözmede çoklu temsilleri kullanma testi ve klinik mülakat ile toplanmıştır. Elde edilen verilere göre, adayların problemlerin çözüm sürecinde özellikle konuşma dili temsilini diğer temsil türlerine göre (cebirsel, grafiksel ve sayısal) daha yoğun kullandıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte, özellikle problemi anlama aşamasında önemli işleve sahip olduğunu düşündükleri temsillerin kullanımında adayların probleme uygun temsil oluşturamama ve temsiller arasında geçiş yapamama gibi sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir.

Yüzerler ve Doğan'ın (2012) çalışmalarının amacı öğrencilerin matematiksel dili kullanabilme becerilerinin düzeyini tespit etmektir. Bu amaçla yapılan araştırmada bir il merkezinde öğrenim gören 118 ilköğretim 6.ve 7. sınıf öğrenci ile çalışılmıştır. Veri toplama işlemi, bu çalışma için geliştirilen "performans görevleri" formları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen dereceli puanlama anahtarından faydalanarak elde edilen veriler, betimsel istatistik teknikleri kullanılarak analiz edilmiş; cinsiyet ve sınıf düzeyine göre karşılaştırmalar yapılmıştır. Araştırmada öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade ederken uygun matematiksel dili kullanmakta zorluk çektiği; özellikle yenilenen müfredatta kavramsal yaklaşım üzerinde durulmasına rağmen bu uygulamada öğrencilerin çoğunun öğrenme alanına ait kavramları kullanma konusunda yetersiz olduğu görülmüştür. Birçok öğrencinin matematiksel şekillerin, desenlerin çiziminde ve süslemelerin oluşturulmasında iyi durumda olmasına rağmen diğer ölçütlerde aynı başarıyı gösteremedikleri belirlenmiştir.

Doğan ve Güner'in (2012) çalışmalarının amacı matematik öğretmen adaylarının sınıf düzeyi değişkeni açısından matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme becerilerini incelemektir. Bu amaçla yapılan çalışmada öğrencilerden temel matematik kapsamında açık uçlu on problemi çözmeleri ve kendilerine okunan metinleri matematik dilini kullanarak yazmaları istenmiştir. Problemlerden ilk beşinde öğrencilerden matematiksel ifadeleri ve kavramları sembollerle, diğer beşinde ise sembollerden oluşan ifadeleri matematiksel dil ile göstermeleri istenmiştir. Araştırma sonucunda sınıf düzeylerine göre matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme becerileri arasında anlamlı farklılıklar bulunmuştur.

2. 1. 2. Matematik Öğretiminde Problem Çözme Başarısıyla İlgili Araştırmalar

Matematik öğretiminde problem çözme başarısıyla ilgili araştırmalar kapsamında problem çözme başarısının farklı değişkenlerle ilişkisinin ve problem çözme başarısına etki eden faktörlerin incelendiği çalışmalar ele alınmıştır. Araştırmada matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişki incelendiğinden, problem çözme başarısının farklı değişkenlerle ilişkisinin ve problem çözme başarısını etkileyen faktörlerin değerlendirilmesi uygun görülmektedir.

Akay'ın (2004) çalışmasının amacı ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama becerilerinin matematik problemlerini çözme başarılarına etkisini araştırmaktır. Bu amaçla yapılan çalışmada ilköğretim ikinci sınıfta öğrenim gören 43 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırma sonucunda okuduğunu anlama becerisi gelişen ve kitap okuma alışkanlığı kazanan öğrencilerin matematik problemlerini çözme başarılarının diğer öğrencilere göre daha fazla geliştiği ve öğrencilere problem çözme sürecine ait çalışmalar yaptırılmasının onların problem çözme başarılarını arttırdığı belirlenmiştir.

Didiş ve Erbaş'ın (2012) çalışmalarının amacı onuncu sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile çözülebilen sözel problemleri çözme başarılarını ve bu başarılarını etkileyen faktörleri incelemektir. Çalışma üç farklı devlet lisesinde 10. sınıfa devam eden toplam 217 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Hazırlanan 4 soruluk bir test tüm öğrencilere uygulanmış, bu öğrenciler arasından seçilen 16 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın bulguları cebirsel sözel problemleri çözme başarılarının oldukça düşük olduğunu göstermiştir. Öğrenciler bu problemleri denklem kurarak çözerken yaşadıkları zorlukların problem durumunu anlayamama ve problem durumunu yorumlayamama kaynaklı olduğunu; bu duruma ise problem çözmedeki deneyim eksikliğinin sebep olduğunu ifade etmişlerdir.

Arslan-Çelik'in (2007) çalışmasının amacı öğrencilerin problem çözerken karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesidir. Bu amaçla yapılan çalışmada iki ilköğretim okulunda öğrenim gören 116 sekizinci sınıf öğrencisi ile çalışılmış, öğrencilere kişisel bilgiler formu, matematik başarı testi, okuduğunu anlama testi uygulanmıştır. Araştırmada öğrencilerin matematik başarılarının kendilerini tüm derslerde başarılı görme düzeyleri, matematik dersini sevme düzeyleri ve dershaneye gitme süreleri ile istatistiksel olarak anlamlı bir ilişkiye sahip olduğu bulunmuştur.

Soylu ve Soylu'nun (2006) çalışmalarının amacı öğrencilerin problem çözmedeki güçlüklerinin ve hatalarının tespit edilmesidir. Bu amaçla yapılan çalışmada ilköğretim 2. sınıfta öğrenim gören 13 öğrenci ile çalışılmış, öğrencilere 10 alıştırma testi ve 10 sözel problem testi uygulanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin işlemsel bilgileri gerektiren alıştırmalarda zorluk yaşamamalarına rağmen kavramsal ve işlemsel bilgileri gerektiren problemlerde zorluk yaşadıkları belirlenmiştir.

Özsoy'un (2002) çalışmasının amacı ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerisi ile matematik ders başarısı arasındaki ilişkiyi belirlemektir. Bu amaçla yapılan çalışmada 107 5. sınıf öğrencisi ile çalışılmış, öğrencilere Matematik Başarı Testi ve Problem Çözme Beceri Testi uygulanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin problem çözme becerisi ile matematik ders başarısı arasında anlamlı ve pozitif yönlü bir ilişki bulunduğu görülmüştür.

Tertemiz'in (1994) çalışmasının amacı ilkokul aritmetik problemlerini çözmede etkili görünen faktörleri belirlemektir. Bu amaçla yapılan çalışmada öğrencilere doğal sayılar, dört işlem becerisi, problemi kavrama ve zihinden işlem yapma becerisi olmak üzere dört tip test uygulamış; problem çözmede gösterdikleri özellikler açısından öğrencileri düşük,orta ve yüksek düzeyde başarı gösteren öğrenciler olarak gruplandırmıştır. Problem çözmede etkili olan faktörler bu gruplar için ayrı ayrı belirlenmiştir. Düşük düzeyde başarı gösteren öğrenciler için etkili olan tek faktörün dört işlem becerisi; orta düzeyde başarı gösteren öğrenciler için etkili olan faktörlerin, öncellik sırasına göre, problemi kavrama, dört işlem becerisi, doğal sayılar; yüksek düzeyde başarı gösteren öğrenciler için ise etkili olan faktörlerin, öncelik sırasına göre, problemi kavrama, doğal sayılar ve dört işlem becerisi olduğu görülmüştür. Araştırma sonucunda problemi kavramanın yüksek düzeyde başarı elde etmenin en etkili ve önemli faktörü olduğu belirlenmiştir.

Yıldızlar'ın (1999) çalışmasının amacı ilkokul birinci, ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinde problem çözme davranışlarının öğretiminin problem çözmedeki başarıya ve matematiğe olan tutuma etkisini araştırmaktır. Bu amaçla birinci sınıflardan 64, ikinci sınıflardan 64 ve üçüncü sınıflardan 63 öğrenciye iki grup ölçme aracı uygulanmıştır. Grupları eşleştirmek amacıyla Temel Kabiliyetler Testi ile Okuduğunu Anlama Testi; problem çözme başarılarının saptanması amacıyla birinci, ikinci ve üçüncü sınıf öğrencileri için ayrı ayrı olmak üzere Problem Çözme I, Problem Çözme II ve Problem Çözme III testleri ve tutumun ölçülmesi amacıyla Matematik ile İlgili Düşünceler Anketi uygulanmıştır. Deney grubunu oluşturan öğrencilere problem çözme aşamalarına ait bir eğitim verilmiş, kontrol grubundaki öğrencilere klasik yöntemle ders anlatılmıştır. Araştırma sonucunda problem çözme ile ilgili davranışların öğretiminin yapılmasının, geleneksel yönteme göre aritmetik problemlerini çözmede daha etkili olduğunu ve başarıyı arttırdığı tespit edilmiştir.

Altun, Memnun ve Yazgan'ın (2007) çalışmalarının amacı sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerilerini ve bu konudaki düşüncelerini belirlemektir. Bu amaçla öğrencilere problem çözme stratejileri konusunda verilen eğitimin, problem çözme başarısı üzerindeki etkileri ve öğrencilerin problem çözme stratejileri hakkındaki düşünceleri incelenmiştir. 120 öğrenciye 5 haftalık bir eğitim verilmiş, ilk test-son test uygulanarak stratejileri öğrenme düzeyleri ve problem çözme başarı düzeyleri tespit edilmiştir. Eğitim, denklem yazma ve muhakeme etme dışında tüm stratejilerin öğretiminde etkili olmuş ve problem çözme başarısının yükselmesine yol açmıştır. Çalışmada problem çözme başarısının üç faktörle açıklanabileceği, problem çözme başarısını işaret etmede sırasıyla bağıntı bulma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma, muhakeme etme ve diyagram çizme stratejilerin güçlü olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin tümü, öğretmen eğitiminde stratejilerin öğretimine yer verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Araştırmayla ilgili literatür incelendiğinde çalışmaların matematiksel kavram ve semboller ile ilgili araştırmalar ve matematik problemlerini çözme başarısı ile ilgili araştırmalar olarak iki kısımda toplanabileceği görülmektedir.

Matematiksel kavram ve semboller ile ilgili literatür değerlendirildiğinde bu çalışmaların genel olarak matematiksel dilin sembolik kullanımını ve matematiksel dile ilişkin görüşleri ele aldıklarını söylemek mümkündür. Çalışmaların çoğunlukla öğretmen adayları ile yürütüldükleri görülmektedir. Çalışmaların sonucunda genel olarak öğretmen adaylarının matematiksel dilin sembolik kullanımında zorlandıkları fakat matematiksel dilin doğru ve etkili kullanımını önemsedikleri ortaya çıkmıştır. Matematiksel dili doğru ve etkili kullanmanın önemini kabul eden ama böyle bir kullanım konusunda ciddi sıkıntılar yaşayan öğretmen adaylarının yaşadıkları bu sıkıntıların temel sebebinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandıramamaları olduğu düşünülmektedir. Bu sıkıntıların azalması için bu alandaki araştırmaların ortaöğretim düzeyinde yoğunlaşması gerekmektedir. Böylece bu konudaki sıkıntıların önemli bir kısmının yükseköğretime taşınmadan ortaöğretim sürecinde çözülebilmesi için gerekli adımlar atılabilecektir.

Matematik problemlerini çözme başarısı ile ilgili literatür değerlendirildiğinde bu çalışmaların genel olarak problem çözme başarısının farklı değişkenlerle ilişkisini ve problem çözme başarısına etki eden etki eden faktörleri ele aldıklarını söylemek mümkündür. Çalışmaların çoğunlukla ilköğretim öğrencileriyle yürütüldükleri görülmektedir. Çalışmaların sonucunda genel olarak ilköğretim öğrencilerinin özellikle kavramsal bilgi gerektiren problemlerde işlemsel bilgi gerektirenlere göre daha fazla zorlandıkları, matematikle ilgili olumlu tutuma sahip ve okuma alışkanlığı kazanmış öğrencilerin diğerlerine göre daha yüksek problem çözme başarısına sahip oldukları ortaya çıkmıştır. İlköğretim öğrencilerinin yaşadıkları bu sıkıntıların temel sebebinin öğrencilerin problemde açık veya gizli şekilde verilmiş olan matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandıramamaları ve bunun sonucunda da işlem yapma aşamasına geçememeleri olduğu düşünülmektedir. Bu sıkıntıların azalması için bu alandaki araştırmaların ortaöğretim düzeyinde yoğunlaşması gerekmektedir. Böylece bu konuda ilköğretimde yerleşmesi beklenen ancak ders sırasındaki uygulama eksiklikleri, kişisel gelişim aşamalarının bütün öğrencilerde aynı olmaması gibi sebeplerle henüz yerleşememiş davranışların en erken aşamada tamamlanması için gerekli adımlar atılabilecektir.

3. YÖNTEM

3. 1. Araştırma Modeli

Bu araştırmanın amacı 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemektir.

Bu amaçla yapılan araştırma hem nicel hem nitel araştırma yöntemlerini içermektedir. Araştırmada her iki yöntemin birlikte kullanılmasının nedeni bu yöntemlerin avantajlarının arttırılıp dezavantajlarının azaltılmasıdır. Araştırmacının bir çalışma içerisinde nitel ve nicel yöntem, yaklaşım ve kavramları birleştirmesi karma yöntem olarak tanımlanmaktadır (Johnson ve Onwuegbuzie, 2004). Araştırmalarda karma yöntemin kullanılmasının 5 temel gerekçesi şu şekilde açıklanabilir: (Greene, Caracelli ve Graham, 1989 ; Giannakaki, 2005'den aktaran: Gökçek, 2008).

Üçgenleme: Nitel ve nicel verilerin aynı olayı incelemek için aynı anda fakat bağımsız olarak kullanılmasıdır. Genellikle birbirine yakın veya tutarlı sonuçların varlığı test edilir.

Tamamlayıcılık: Bir yöntemden elde edilen bulguların diğer yöntemle açıklanmasıdır. Tamamlayıcı karma yöntemde nicel ve nitel veriler hem çakışmaların olduğu durumları hem de olayı farklı açılardan ölçerek ayrıntılı ve daha zengin bir hale getirmek için kullanılır.

Gelişim: Bir yöntemden elde edilen sonuçlar, araştırma sürecinde daha sonra kullanılan yöntemi şekillendirir. Yani gelişim, nitel verilerin çalışmanın nicel boyutunun gelişimine yardımcı olmak için; iki yöntemin sıralı bir zaman içinde kullanımıdır.

Başlangıç: Araştırma sorusunu yeni bir şekle getirmek amacıyla iki yöntemden elde edilen sonuçların birbirinden ayrıldığı yerleri ortaya çıkarmak için kullanılır. Böylece araştırma sorusunun yeniden şekillendirilmesine neden olan çelişki ve paradokslar belirlenir.

Genişleme: Araştırmanın farklı bileşenleri için farklı yöntemler kullanarak çalışmanın sınırlarını genişletir. Yani birbirinden ayrı olguları incelemek için farklı araştırma yöntemlerini kullanarak araştırmanın sınırlarını genişletmeyi hedefler.

Bu araştırmada karma yöntemin tamamlayıcılık ve gelişim amaçlı kullanılması uygun bulunmuştur. Çünkü bu araştırmada, tamamlayıcı karma yöntemdeki gibi, nicel verilerden elde edilen istatistiksel sonuçları ayrıntılı hale getirip yorumlamak ve örneklemek için nitel analiz kullanılacaktır. Ayrıca nicel ve nitel yöntemler sıralı bir zaman içinde kullanılacağı ve nitel analiz nicel analizin gelişimine yardımcı olacağı için araştırmada karma yöntem gelişim amaçlı kullanılacaktır.

3. 1. 1. Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışması Trabzon’da bulunan bir devlet lisesinde 2013-2014 eğitim öğretim yılının güz döneminde araştırmacının ders öğretmeni olduğu 34 9. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Birinci uygulamadan yaklaşık 2 hafta sonra ikinci uygulama yapılmış; her iki uygulamanın da ortalama 40 dakikada tamamlandığı gözlenmiştir. İki uygulamada da öğrencilerin problemlerin anlaşılabilirliğine ilişkin sorularına araştırmacı tarafından cevap verilmiş ve bu sorular esas uygulamanın düzenlenmesinde göz önünde bulundurulmuştur. Pilot çalışma verileri için korelasyon hesabı yapılmış; aşağıda Tablo 1’ de belirtilen sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 1. Pilot Çalışma için Korelasyon Değerleri

Soru ve Problem Çiftleri	Korelasyon Değerleri*
1. çift	.591
2. çift	.569
3. çift	.703
4. çift	.632
5. çift	.805
6. çift	.637
7. çift	.587
8. çift	.678
9. çift	-.240
10. çift	.684
11. çift	.584
12. çift	.715

P*<0.01

Pilot çalışmadan elde edilen istatistiksel sonuçları daha güçlü şekilde yorumlayabilmek için iki uygulamaya ait öğrenci cevapları içerikleri kıyaslanarak incelenmiştir. Böylece bu sonuçlardan yararlanarak iki formdan oluşan veri toplama aracı geliştirilmiştir. Bu sonuçlardan veri toplama aracı geliştirilirken nasıl yararlanıldığı veri toplama araçları tanıtılırken açıklanacaktır.

3. 2. Araştırma Grubu

Bu araştırmada 2013-2014 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Trabzon'da bir devlet lisesinin 9. sınıfında öğrenim gören toplam 165 öğrenci ile çalışılmıştır. İki form uygulamasının herhangi birine katılmamış olan 11 öğrenciye ve uygulamalarda verdiği cevaplarla ilgili karar yeterliliği sağlanamayan 8 öğrenciye ait veriler analiz dışında bırakılarak nihai değerlendirme 146 öğrencinin verileri ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırma öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçladığı için öğrencilerin matematik ve dil anlatım derslerine ait başarılarının bilinmesinin uygun olacağı düşünülmüş ve 146 öğrencinin 9. sınıf matematik ve dil anlatım derslerine ait yıl sonu başarı puanlarının ortalaması 100 puan üzerinden hesaplanarak aşağıda Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Matematik ve Dil ve Anlatım Ders Başarıları

Ders	Puan
Matematik	61,40
Dil ve Anlatım	69,68

Öğrencilerin 9. sınıf başarı puanlarını incelediğimizde her iki ders için de birbirine yakın ve orta seviyede bir başarıya sahip olduklarını söylemek mümkündür. Diğer taraftan öğrencilerin liseye giriş puanlarının belirli bir aralıkta olduğu ve bu aralığın il genelinde orta seviyede bir başarıyı ifade ettiği de söylenebilir.

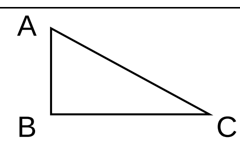
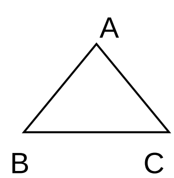
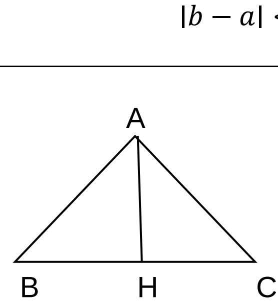
3. 3. Verilerin Toplanması

3. 3. 1. Veri Toplama Araçları

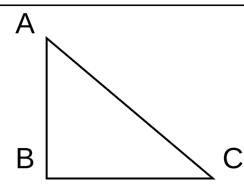
Araştırmada veri toplama aracı olarak 2 form kullanılmıştır.

Matematiksel Kavram ve Semboller (MATEKS) Formu, öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliğini belirlemek için hazırlanan 15 sorudan oluşmaktadır. MATEKS formundaki kavram ve sembollerin ait olduğu konular; üslü ifadelerde işlemler, kümelerde işlemler, Pisagor bağıntısı, üçgen eşitsizliği, üçgende alan, kareköklü sayılarda işlemler, dik üçgende trigonometrik oranlar, mutlak değer, birinci dereceden denklemler, birinci dereceden eşitsizlikler, orantı, fonksiyon türleri ve üçgende açı kenar bağıntılarıdır. Bu konular öğrencilerin gerek 9. sınıfta uygulama tarihine kadar gerekse önceki sınıflarda öğrenmiş oldukları konulardır. Konuların kapsam geçerliği için MEB (2013) 9. sınıf programı içindeki kavram ve semboller taranmıştır. Taranan kavram ve semboller ile bu kavram ve sembollerin kullanıldığı matematiksel ilişkiler arasındaki uyum konusunda matematik alan uzmanlarından görüşler alınmıştır. Bu forma ait kapsam geçerliği için taranan matematiksel kavram ve semboller ile bu kavram ve sembollerin kullanıldığı matematiksel ilişkiler aşağıda Tablo 3'de verilmiştir.

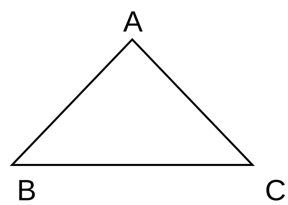
Tablo 3. Matematiksel Kavram ve Semboller ile Matematiksel İlişkiler

Matematiksel Kavram ve Semboller	Matematiksel İlişkiler
Taban, üs; x^n	$a^m . a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Küme, eleman; ∩, ∪, $\{x \mid x'insahip\ olduğu\ tanımlayıcı\ özellikler\}$	$A \cap B = \{x : x \in A\ ve\ x \in B\}$ $A - B = \{x : x \in A\ ve\ x \notin B\}$
Dik üçgen, dik açı, hipotenüs, dik kenar; $s(B)$, x^n, $\lvert AB \rvert$	 $[AB] \perp [BC] ise \mid AB \mid^2 + \mid BC \mid^2 = \mid AC \mid^2$
Üçgen, eşitsizlik, kenar, uzunluk, mutlak değer; $<$, $\lvert a-b \rvert$, $\lvert AB \rvert$	 $\mid AB \mid = c, \mid BC \mid = a, \mid AC \mid = b\quad olmak\ üzere$ $\lvert b-c \rvert < a < b+c$ $\lvert a-c \rvert < b < a+c$ $\lvert b-a \rvert < c < b+a$
Üçgen, yükseklik, alan; h_a, $A(ABC)$	 $[AH] \perp [BC]\ ise\ \lvert BC \rvert = a,$ $\lvert AH \rvert = h\quad olmak\ üzere$ $Alan(ABC) = \frac{a.h}{2}\quad olur.$

Tablo 3’ün devamı

Kartezyen çarpım, sıralı ikili, küme; AXB , (x,y)	$A\ ve\ B\ kümeleri\ için$ $AXB = \{(x,y): x \in A\ , y \in B\}$
Kareköklü sayı; $\sqrt{x}$	$Uygun\ koşullarda\ verilen\ x,y\ sayıları\ için$ $\sqrt{x.y}\ =\ \sqrt{x}\ .\sqrt{y}\ \ ve\ \ \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}\ \ \ olur.$ $Ancak$ $\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}\ \ ve\ \ \sqrt{x-y} \neq \sqrt{x} - \sqrt{y}$
Trigonometri, sinüs, cosinüs, tanjant, cotanjant; $\sin$, $\cos$, $\tan$, $\cot$	 $Şekildeki\ dik\ üçgende\ [AB] \perp [BC]\ \ ise$ $\mid AB \mid = c, \mid BC \mid = a,$ $\mid AC \mid = b\ , \sin C = \alpha\ \ olmak\ üzere$ $\sin \alpha = \frac{c}{b}\ , \cos \alpha = \frac{a}{b}\ , \tan \alpha = \frac{c}{a}\ , \cot \alpha = \frac{a}{c}$
Mutlak değer, pozitif, negatif; $\leq , \geq , \lvert x \rvert$	$x \geq 0\ ise\ \lvert x \rvert = x$ $x < 0\ ise\ \lvert x \rvert = -x$
Denklem, reel sayı; $=, R$	$k \in R\ \ ve\ \ ax + by = c\ olmak\ üzere$ $k.ax + k.by = k.c\ \ olur.$
Eşitsizlik, pozitif reel sayı, negatif reel sayı; $<$, $>$, R, R^{+}, R^{-}	$a,b \in R\ ve\ k \in R^{+}\ için$ $a < b\ ise\ k.a < k.b\ \ olur.$ $a,b \in R\ ve\ k \in R^{-}\ için$ $a < b\ ise\ k.a > k.b\ \ olur.$
Oran, orantı; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} orantısı\ veriliyor.$ $Bu\ durumda\ a.d = b.c\ \ olur.$

Tablo 3'ün devamı

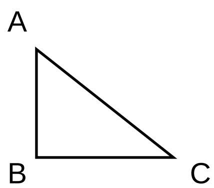
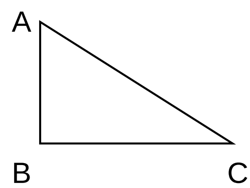
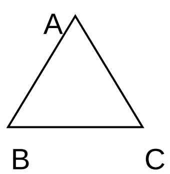
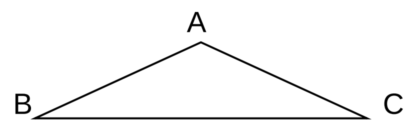
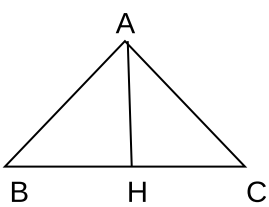
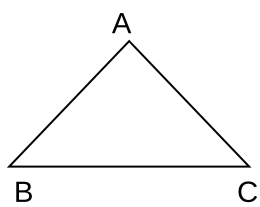
Fonksiyon, birim fonksiyon, tanım ve görüntü kümeleri; $f: A \to B$, $f(x)$	$f: A \to B, \quad y = f(x)$ *veriliyor.* *Her* $x \in A$ *için* $f(x) = x$ *ise* f *birim fonksiyondur.*
Fonksiyon, birebir fonksiyon, tanım ve görüntü kümeleri; $f: A \to B$, $f(x)$	$f: A \to B, y = f(x)$ *veriliyor.* *Her* $x_1, x_2 \in A$ *için* $x_1 \neq x_2$ *iken* $f(x_1) \neq f(x_2)$ *oluyorsa* f *fonksiyonu birebir fonksiyondur.*
Üçgen, açı , kenar; $\|AB\|$, $s(A)$, $<$	 $\|AB\| = c, \ \|BC\| = a, \ \|AC\| = b$ *olmak üzere* $s(A) < s(B) < s(C)$ *ise* $a < b < c$ *olur.*

Matematik Problemler (MATEP) Formu, öğrencilerin matematik problemlerini çözme başarılarını belirlemek amacıyla hazırlanan 15 matematik probleminden oluşmaktadır. Bu problemlerin her biri MATEKS formunda kullanılan matematiksel kavram ve semboller arasındaki matematiksel ilişkinin matematik problemine uyarlanması ile hazırlanmıştır. Belirlenen bu problemlerin MATEKS formundaki matematiksel kavram ve sembol ilişkileri ile uyumu konusunda matematik öğretmenlerinden görüşler alınmış ve hangi matematiksel ilişkinin hangi matematik probleminde kullanıldığı aşağıda Tablo 4'te verilmiştir.

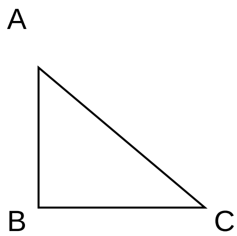
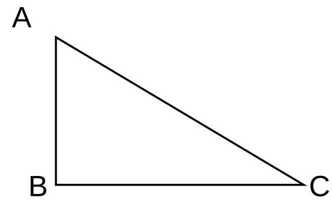
Tablo 4. Matematiksel İlişkiler İle Matematik Problemleri

Matematiksel İlişkiler	Matematik Problemleri
$a^m . a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^5 . 2^4 . 2^7}{2^3 . 2^9}$ *işleminin sonucunu bulunuz*
$A \cap B = \{x : x \in A ve x \in B\}$ $A - B = \{x : x \in A ve x \notin B\}$	$A = \{Fransızca\ bilen\ öğrenciler\}$ $B = \{İngilizce\ bilen\ öğrenciler\}$ $C = \{Almanca\ bilen\ öğrenciler\}$ *ise* $(A \cap B) - C$ *kümesini tanımlayınız.*

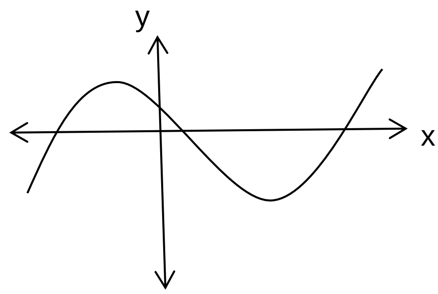
Tablo 4'ün devamı

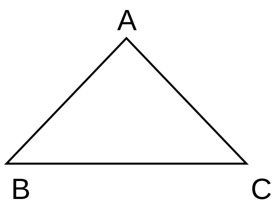
 $[AB] \perp [BC] ise \mid AB \mid^2 + \mid BC \mid^2 = \mid AC \mid^2$	 $[AB] \perp [BC]\ \ ve\ \ \lvert AB \rvert = 6\ cm,$ $\lvert AC \rvert = 8\ cm\ ise\ \ \lvert BC \rvert = ?$
 $\mid AB \mid = c, \mid BC \mid = a, \mid AC \mid = b \quad olmak\ üzere$ $\lvert b - c \rvert < a < b + c$ $\lvert a - c \rvert < b < a + c$ $\lvert b - a \rvert < c < b + a$	 $\lvert AB \rvert = x\ , \lvert AC \rvert = 8\ br\ , \lvert BC \rvert = 15\ ise$ $x\ \ in\ alabileceği\ en\ küçük\ ve\ en\ büyük$ $tamsayı\ değerlerini\ bulunuz.$
 $[AH] \perp [BC] ise \lvert BC \rvert = a,$ $\lvert AH \rvert = h \quad olmak\ üzere$ $Alan(ABC) = \frac{a.h}{2} \qquad olur.$	 $Şekilde\ \ [BC]\ \ kenarına\ ait\ yükseklik\ 8\ cm$ $üçgenin\ alanı\ 40\ cm^2\ ise\ \lvert BC \rvert = ?$
$A\ ve\ B\ kümeleri\ için$ $AXB = \{(x, y): x \in A\ , y \in B\}$	$A = \{1,2,3\}\ ,$ $B = \{2,7\}\ \ ise\ AXB\ \ kümesini\ yazınız$
$Uygun\ \ koşullarda\ verilen\ x, y\ sayıları\ için$ $\sqrt{x.y} \ = \ \sqrt{x}\ .\sqrt{y}\ \ ve\ \ \sqrt{\frac{x}{y}} \ = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \quad olur.$ $Ancak$ $\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}\ \ ve\ \ \sqrt{x-y} \neq \sqrt{x} - \sqrt{y}$	$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}\ işleminin\ sonucunu\ bulunuz.$

Tablo 4'ün devamı

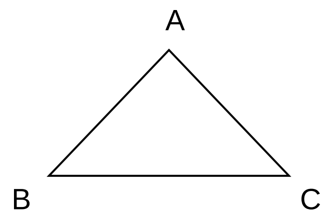
 $Şekildeki\ dik$ üç$gende\ \ [AB] \perp [BC]\ \ \ ise$ $\mid AB \mid = c, \mid BC \mid = a,$ $\mid AC \mid = b\ , \sin C = \alpha\ \ olmak$üz$ere$ $\sin\alpha = \dfrac{c}{b}\ , \cos\alpha = \dfrac{a}{b}\ , \tan\alpha = \dfrac{c}{a}\ \ , \cot\alpha = \dfrac{a}{c}$	 $Şekildeki\ dik$ üç$gende$ $\lvert AB\rvert = 4\ cm\ \ \sin C = \frac{2}{3}$ ise $\lvert AC\rvert =?$
$x \geq 0\ ise\ \lvert x\rvert = x$ $x \leq 0\ ise\ \lvert x\rvert = -x$	$x < y < z\ \ için$ $\lvert x-y\rvert + \lvert y-z\rvert + \lvert z-x\rvert$ $ifadesinin\ en\ sade\ şeklini\ bulunuz$
$k \in R\ \ \ ve\ \ ax + by = c\ olmak$ üzere $k.ax + k.by = k.c\ \ olur.$	$2x + 5y = 4\ ise\ 6x + 15y =?$
$a, b \in R\ ve\ k \in R^{+}\ için$ $a < b\ ise\ k.a < k.b\ \ \ olur.$ $a, b \in R\ ve\ k \in R^{-}\ için$ $a < b\ ise\ k.a > k.b\ \ \ olur.$	$x \in R\ olmak$ üz$ere\ 2 < x < 5\ \ veriliyor.$ $-7x\ sayısının\ alabileceği$ $en\ küçük\ ve\ en\ büyük$ $tam\ sayı\ değerlerini\ bulunuz.$
$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} orantısı\ veriliyor.$ $Bu\ durumda\ a.d = b.c\ \ \ olur.$	$\dfrac{x-2}{5} = \dfrac{1}{6}\ \ \ veriliyor.$ $x\ değerini\ hesaplayınız.$
$f\colon A \to B, y = f(x)\ \ veriliyor. Her\ x \in A\ için$ $f(x) = x\ \ ise\ f\ birim\ fonksiyondur.$	$f\colon R \to R$ $f(x) = (m-2)x^2 + (k+3)x + p - 4$ $birim\ fonksiyon\ ise\ \ m + k + p =?$

Tablo 4’ün devamı

<table>
<tr>
<td>$f: A \to B, y = f(x)$ veriliyor.
Her $x_1, x_2 \in A$ için
$x_1 \neq x_2$ iken $f(x_1) \neq f(x_2)$ oluyorsa
f fonksiyonu birebir fonksiyondur</td>
<td>

Şekildeki f fonksiyonunun birebir olup olmadığını inceleyiniz</td>
</tr>
<tr>
<td>

$|AB| = c, |BC| = a, |AC| = b$ olmak üzere

$s(A) < s(B) < s(C)$ ise $a < b < c$ olur.</td>
<td>

$s(A) = 55^o, s(B) = 70^o$ ise
üçgenin kenar uzunluklarını
küçükten büyüğe doğru sıralayınız.</td>
</tr>
</table>

Ayrıca veri toplama aracı geliştirilirken içeriğin belirlenmesinde pilot çalışma sonuçlarından da yararlanılmıştır. Pilot çalışma sonuçları incelendiğinde 9. soru ve problem çifti dışındaki bütün çiftlerin arasında olumlu yönde orta derecede veya yükseğe yakın ilişki olduğu görülmektedir. 9. çifte ait cevaplar incelendiğinde öğrencilerin burada yer alan kavram ve sembolleri anlamlandırmak için fazla çaba harcamadıkları; problemin çözümünde de çoğunlukla rastgele çözümler yaptıkları gözlenmiştir. Bu durumun içerikle ilgili olduğu düşünülmektedir. Bu çiftlerdeki konular öğrencilerin genel olarak zorlandıkları cebirsel ifadeleri (binom açılımı ve iki kare farkı) içermektedir. Gerek cevaplardan gerekse uygulama sırasındaki gözlemlerden hareketle öğrencilerin bu çiftlere yaklaşımlarının sağlıklı veri toplama amacı ile uyumlu olmadığına karar verilerek bu soru ve problem çiftinin yerine mutlak değer kavramına dayanan bir çift getirilmiştir. Ayrıca on ikişer soru ve problem çiftinden oluşan formlara üçer çift (fonksiyonla ilgili ikişer tane ve açı kenar bağıntılarıyla ilgili birer tane) daha eklenmiştir. Eklenen veya değiştirilen çiftler 9. sınıf kapsamında öğrenilen konulardan seçilmiştir. Böylece 15 sorudan oluşan Matematiksel Kavram ve Semboller (MATEKS) Formu ve 15 matematik probleminden oluşan Matematik Problemler (MATEP) Formu elde edilmiştir.

3. 3. 2. Veri toplama süreci

Çalışmanın verileri, yukarıda açıklanan iki veri toplama aracının araştırmacı ve ders öğretmeninin gözetiminde araştırmacının görev yaptığı bir devlet lisesinde öğrenim gören 146 öğrenciye 2013-2014 eğitim öğretim yılının bahar döneminde uygulanması ile elde edilmiştir.

Veri toplama aracı olarak kullanılan MATEKS formunda öğrencilerden verilen matematiksel kavram ve sembolleri, bunların ifade etiği ilişkileri sözel dil kullanarak yazmaları istenmiştir. Bu uygulama öğrencilerin alışık olmadıkları bir uygulama olduğu için uygulamaya başlamadan önce öğrencilere kağıtlarında belirtilmiş olan yönergeler tekrar vurgulanmış ve onlardan ne beklenildiğinin iyi anlaşılabilmesi için somut birkaç örnek açıklanmıştır. Uygulama sırasında öğrencilerin uygulama ile ilgili sorularına gereken cevaplar verilmiştir. Öğrencilere bu uygulama için 45 dakika süre verilmiş ve bu sürenin ideal bir süre olduğu görülmüştür. Ancak uygulamayı bu süreden önce bitiren birkaç öğrenci kağıtlarını araştırmacıya teslim etmişler, bu sürede bitiremeyen birkaç öğrencinin de teneffüs süresince uygulamaya devam edebilmeleri sağlanmıştır. Böylece MATEKS formunun uygulama aşaması 35-50 dakikada tamamlanmıştır.

MATEP formunun uygulaması MATEP formunun uygulamasından 2 hafta kadar sonra gerçekleştirilmiştir. MATEKS formundaki sorular ile MATEP formundaki problemler içerik olarak birbirine paralel hazırlandığı ve aralarındaki ilişki irdeleneceği için böyle bir sürenin ideal olduğu düşünülmüştür. İki uygulama arasındaki sürenin daha kısa olması birinci uygulamada kullanılan bilgilerin geçici olarak hafızada kalmasına ve böylece ikinci uygulamaya ait verilerin sağlıklı bir şekilde elde edilememesine sebep olabilirdi. İki uygulama arasındaki sürenin daha uzun olması ise aradaki sürede öğrencilerin bilgi birikimlerinde değişim oluşmasına ve böylece yine ikinci uygulamaya ait verilerin sağlıklı bir şekilde elde edilememesine sebep olabilirdi. Bu tür sıkıntıların yaşanmaması için iki uygulama arasındaki süre yaklaşık 2 hafta olarak belirlenmiştir.

MATEP formunda öğrencilerden verilen matematik problemlerini çözmeleri istenmiştir. Bu uygulama öğrencilere çok yabancı olmadığı için formda belirtilmiş olan yönergeler yeterli olmuştur. Uygulama sırasında öğrencilerin uygulama ile ilgili sorularına gereken cevaplar verilmiştir. Öğrencilere bu uygulama için de 45 dakika süre verilmiş ve bu sürenin ideal bir süre olduğu görülmüştür. Ancak uygulamayı bu süreden önce bitiren birkaç öğrenci kağıtlarını araştırmacıya teslim etmişler, bu sürede bitiremeyen birkaç öğrencinin de teneffüs süresince uygulamaya devam edebilmeleri sağlanmıştır. Böylece MATEP formunun uygulama aşaması 35-50 dakikada tamamlanmıştır.

Öğrencilerin uygulamalara katılımı gönüllülük esasına göre sağlanmıştır. Öğrencilere uygulamaların içeriği ve amacı ile ilgili genel bilgiler verildikten sonra cevaplarında gösterecekleri titizliğin matematiksel açıdan onlara sağlayabileceği katkılar ile ilgili bilgilendirme yapılmış; bu bilgilendirmenin öğrencilerin motivasyonunu arttırdığı gözlenmiştir. Her iki formun uygulama aşaması da hem araştırmacı hem ders öğretmeni tarafından özenle takip edilmiş ve uygulamalar süresince öğrencilerin birbirleriyle etkileşim içinde olmaları engellenmiştir. Öğrenciler boş cevap bırakmamaları hususunda “sadece hiçbir fikriniz olmayan soru ve problemleri boş bırakın” şeklinde yönlendirilmiştir.

3. 4. Verilerin Analizi

Bu araştırmanın verilerini elde etmek için 9. sınıfta öğrenim gören 165 öğrenci ile çalışılmıştır. Farklı zamanlarda uygulanan MATEKS ve MATEP formlarından herhangi birinin uygulamasına katılmadıkları için 11 öğrenciye ait veriler analize dahil edilememiştir. İki uygulamada birbiriyle ilişkilendirilen cevap çiftlerinin ikisini de boş bırakan öğrencilerin kağıtları tekrar incelenmiş ve bu durumun kağıdın genelinde olup olmadığı irdelenmiştir. Böylece beş veya daha fazla cevap çiftini boş bırakan 8 öğrenciye ait veriler analize dahil edilmemiştir. Çünkü bu veriler, yeterince bilgi toplanamayan ve öğrenci tarafından uygulamanın titizlikle gerçekleştirilmediği izlenimini veren dolayısıyla araştırmacı tarafından sağlıklı olmadıkları düşünülen verilerdir. Bu durumda analizler 146 öğrencinin verileri ile gerçekleştirilmiştir.

Elde edilen veriler önce nicel sonra nitel olarak analiz edilmiştir.

Nicel analiz aşamasında, öğrencilerin MATEKS formundaki sorulara ve MATEP formundaki problemlere verdikleri cevaplar ayrı ayrı incelenmiş ve puanlandırılmıştır. Araştırmacı uygulama kağıtları arasından rastgele seçimler yaparak bu kağıtların 4 matematik öğretmeni tarafından puanlandırılmasını sağlamış; kullanılan kriterlere göre yapılan bu puanlamaların birbirleriyle uyum içinde oldukları görülmüştür. Öğrencilerin MATEKS formundaki sorulara ve MATEP formundaki problemlere verdikleri cevapları puanlamada kullanılan dereceli puanlama anahtarı ve puanlama örnekleri aşağıda ayrı ayrı açıklanmıştır.

MATEKS formunda öğrencilerden verilen matematiksel kavram ve sembolleri, bunların kullanıldıkları matematiksel ilişkileri sözel dil kullanarak yazmaları istenmiş ve öğrencilerin cevapları önceden belirlenen dereceli puanlama anahtarına göre puanlandırılmıştır. Dereceli puanlama anahtarı oluşturulurken Ev Çimen’in (2008) bağlantı kurma (ilişkilendirme) ile ilgili hazırladığı dereceli puanlama anahtarından yararlanılmıştır. Puanlamada kullanılan dereceli puanlama anahtarı aşağıda Tablo 5’de sunulmuştur.

Tablo 5. MATEKS Formuna Ait Dereceli Puanlama Anahtarı

İfade	Puan
Hatasız ve eksiksiz	5
Bazı küçük hatalar ve eksikler içeriyor	4
Bazı önemli hatalar ve eksikler içeriyor	3
Hatalı ve eksik	2
Cevapla ilgili değil veya tamamen yanlış	1
Cevaplanmamış	0

İfade ile ilgili puanlama yapılırken değerlendirme şu şekilde yapılmıştır:

Hatasız ve eksiksiz: İçeriğin yeterli ve tam olduğunu yani matematiksel kavram ve sembol isimlerinin, bunlar arasındaki ilişkilerin, işlemlerin, varılan matematiksel yargıların, dil açısından kullanılan tümcelerin hatasız ve eksiksiz olduğunu gösterir.

Bazı küçük hatalar ve eksikler içeriyor: İçeriğin önemli ölçüde yeterli ve tama yakın olduğunu yani matematiksel kavram ve sembol isimlerinin, bunlar arasındaki ilişkilerin, işlemlerin, varılan matematiksel yargıların, dil açısından kullanılan tümcelerin çok önemli olmayan bazı hatalar ve eksikler içerdiğini gösterir.

Bazı önemli hatalar ve eksikler içeriyor: İçeriğin kısmen yeterli olduğunu, tam olmadığını yani matematiksel kavram ve sembol isimlerinin, bunlar arasındaki ilişkilerin, işlemlerin, varılan matematiksel yargıların, dil açısından kullanılan tümcelerin önemli, düzeltilmesi gereken hatalar ve eksikler içerdiğini gösterir.

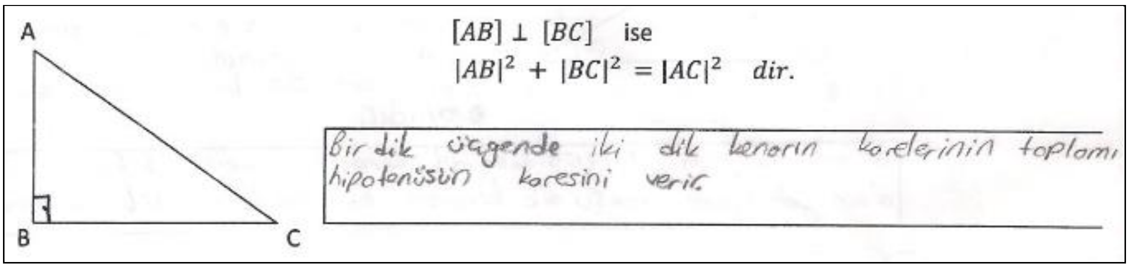
Hatalı ve eksik: İçeriğin yetersiz olduğunu yani matematiksel kavram ve sembol isimlerinin, bunlar arasındaki ilişkilerin, işlemlerin, varılan matematiksel yargıların, dil açısından kullanılan tümcelerin hatalı ve eksik olduğunu gösterir.

Cevapla ilgili değil veya tamamen yanlış: İfadenin kavramsal olarak anlaşılmadığını yani içeriğin verilen kavram ve sembolle, bunlar arasındaki ilişkiyle doğrudan alakalı olmadığını veya ifadenin baştan sona tamamen yenilenmesi gerektirecek kadar yanlış olduğunu gösterir.

Cevaplanmamış: Öğrencinin çözümü boş bıraktığını gösterir.

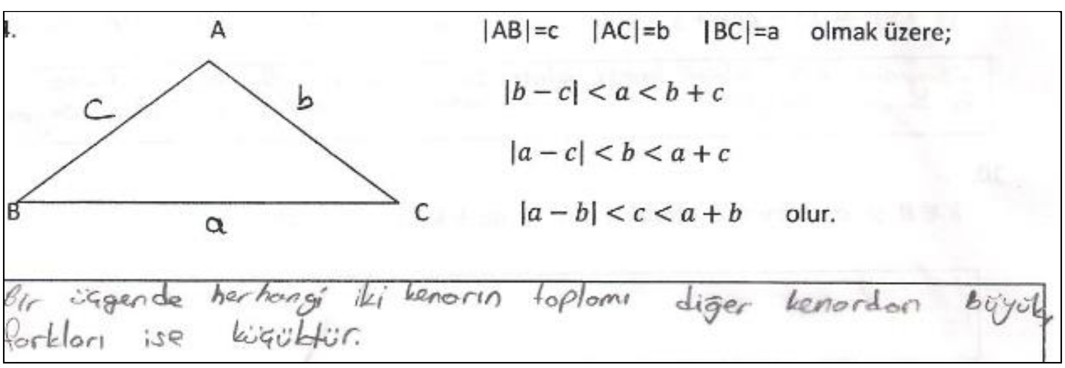
İfadenin içeriği ile ilgili puanlama yapılırken matematiksel kavram ve sembol isimlerinin, bunlar arasındaki ilişkilerin, işlemlerin, varılan matematiksel yargıların eksiksiz ve hatasız ifade edilip edilmemesi esas alınmıştır. Ayrıca anlam açısından bütünlüğün sağlanması için tümcenin dil açısından kurallarına uygunluğu da dikkate alınmıştır. Kavram ve sembol isimlerinin doğru ifade edilmesine örnek olarak “kenar uzunluğu, taban...”; bunlar arasındaki matematiksel ilişkilerinin doğru belirtilmesine örnek olarak “kenar uzunluğunun karesi, tabanlar aynı...”; işlemlerin doğru ifade edilmesine örnek olarak ”toplamı, çarpım durumunda...”; yargının doğru belirtilmesine örnek olarak ”eşittir, toplanır...” kullanımları verilebilir. Tümcenin dil açısından yeterliliği ise anlam ve yapı açısından Türkçe kurallarına uygunluğunu ifade etmektedir. Puanlamayı esas alarak yapılan bir analiz örneği Ek 3’de verilmiştir.

Daha açık olması adına MATEKS formunun uygulamasından alınan farklı puanlara ait cevapların olduğu örnekler aşağıda sunulmuştur.



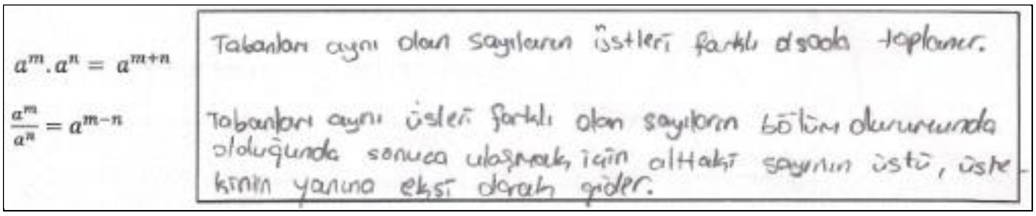
Şekil 1. MATEKS formundaki bir sorudan 5 puan alan cevap örneği

Bu örnekte kavram ve sembol isimlerinin, bu kavramlar arasındaki ilişkilerin ve işlemlerin doğru şekilde ifade edildiğini; yargıların doğru şekilde belirtildiğini ve tümcenin dil açısından kurallarına uygun şekilde kurulduğu söylenebilir. Yani bu örnek, verilen matematiksel kavram ve sembollerin hatasız ve eksiksiz anlamlandırıldığından, yeterli ve tam bir içeriğe sahiptir; 5 puan değerindedir.



Şekil 2. MATEKS formundaki bir sorudan 4 puan alan cevap örneği

Bu örnekte belirtilen kavram ve sembollerin önemli oranda doğru şekilde ifade edildiği söylenebilir. İfadede tümcenin kuruluşunda bulunan eksiklik anlamı zedeleyecek nitelikte değildir. Yani bu örnek, verilen matematiksel kavram sembol anlamlandırılırken bazı önemsiz hatalar ve eksikler bulundurduğundan, yeterli ve tama yakın bir içeriğe sahiptir; 4 puan değerindedir.



$a^m . a^n = a^{m+n}$

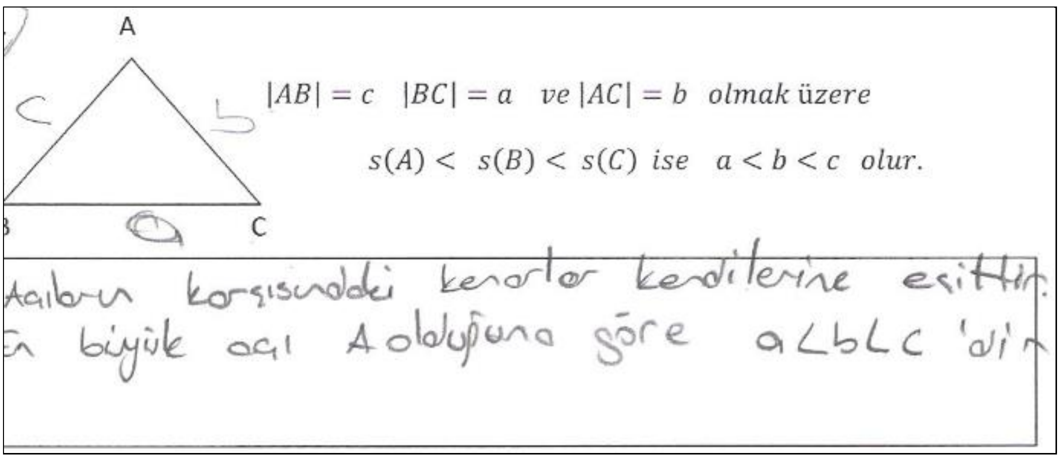
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Tabanları aynı olan sayıların üstleri farklı olsada toplanır.

Tabanları aynı üsleri farklı olan sayıların bölüm durumunda olduğunda sonuca ulaşmak için alttaki sayının üstü, üstekinin yanına eksi olarak gider.

Şekil 3. MATEKS formundaki bir sorudan 3 puan alan cevap örneği

Bu örnekte üslerin farklı harflerle ifade edilişini öğrencinin ayrıca vurguladığı görülmektedir. İşlemsel olarak ilişki anlaşılmış olsa da gerek bu durum gerekse tümcenin kuruluşundaki eksikler mutlaka düzeltilmelidir. Yani bu örnek, kısmen yeterli ve düzeltilmesi gereken önemli eksikler içeren bir örnektir; 3 puan değerindedir.



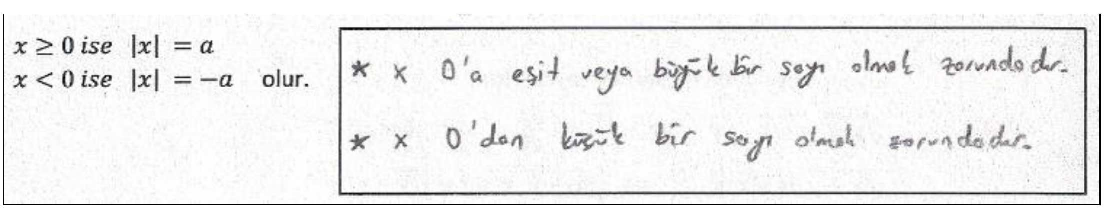
$|AB| = c \quad |BC| = a \quad ve\ |AC| = b \quad olmak$ üzere

$s(A) < s(B) < s(C)\ ise \quad a < b < c \quad olur.$

Açıların karşısındaki kenarlar kendilerine eşittir.
En büyük açı A olduğuna göre a<b<c 'dir

Şekil 4. MATEKS formundaki bir sorudan 2 puan alan cevap örneği

Bu örnekte kenar uzunluğu sembolünün de açılar arasındaki sıralama ilişkisinin de öğrenci tarafından yanlış ifade edildiğini görmekteyiz. Öğrenci sıralama yapması gerektiğini anlamış ancak verilen kısımları yanlış ifade etmiş ve sonuçtaki kenar sıralamasını da sözel olarak ifade etmemiştir. Yani bu örnek, hatalı ve eksik bir içeriğe sahiptir; 2 puan değerindedir.



$x \geq 0\ ise \quad |x| = a$

$x < 0\ ise \quad |x| = -a$ olur.

* x 0'a eşit veya büyük bir sayı olmak zorundadır.

* x 0'dan küçük bir sayı olmak zorundadır.

Şekil 5. MATEKS formundaki bir sorudan 1 puan alan cevap örneği

Bu örnekte öğrencinin oluşturduğu içeriğin, ifadede kullanılan ve öğrenciden anlamlandırması beklenen mutlak değer kavramıyla ilgili olmadığını görmekteyiz. Öğrenci eşitsizlik sembollerini doğru anlamlandırmış ancak bu sembollerin mutlak değer kavramının tanımlanabilmesi için gereken ön koşulları belirlemek için kullanıldığını, tanımlanan kavramın mutlak değer olduğunu fark edememiştir. Yani bu örnek, ifadede verilen matematiksel kavram ve semboller anlaşılmadığından, ifade ile doğrudan ilgili olmayan bir içeriğe sahiptir; 1 puan değerindedir.

MATEP formunda öğrencilerden verilen matematik problemlerini çözmeleri istenmiş ve öğrencilerin cevapları önceden belirlenen dereceli puanlama anahtarına göre puanlandırılmıştır. Dereceli puanlama anahtarı oluşturulurken Ev Çimen'in (2008) problem çözme ile ilgili hazırladığı dereceli puanlama anahtarından yararlanılmıştır. Puanlamada kullanılan dereceli puanlama anahtarı aşağıda Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. MATEP Formuna Ait Dereceli Puanlama Anahtarı

Çözüm	Puan
Hatasız ve eksiksiz	5
Bazı küçük hatalar ve eksikler içeriyor	4
Bazı önemli hatalar ve eksikler içeriyor	3
Hatalı ve eksik	2
Cevapla ilgili değil veya tamamen yanlış	1
Cevaplanmamış	0

Çözümle ilgili puanlamada esas alınan ilkeler şunlardır:

Hatasız ve eksiksiz: Öğrencinin uygun matematiksel kavram, açıklama ve yöntemleri kullanarak doğru ve tam bir çözüme ulaştığını gösterir.

Bazı küçük hatalar ve eksikler içeriyor: Öğrencinin uygun matematiksel kavram, açıklama ve yöntemleri kullanarak doğruya yakın bir çözüme ulaştığını gösterir.

Bazı önemli hatalar ve eksikler içeriyor: Öğrencinin bazı matematiksel kavram ve yöntemleri kullanarak doğruya kısmen yaklaştığını gösterir.

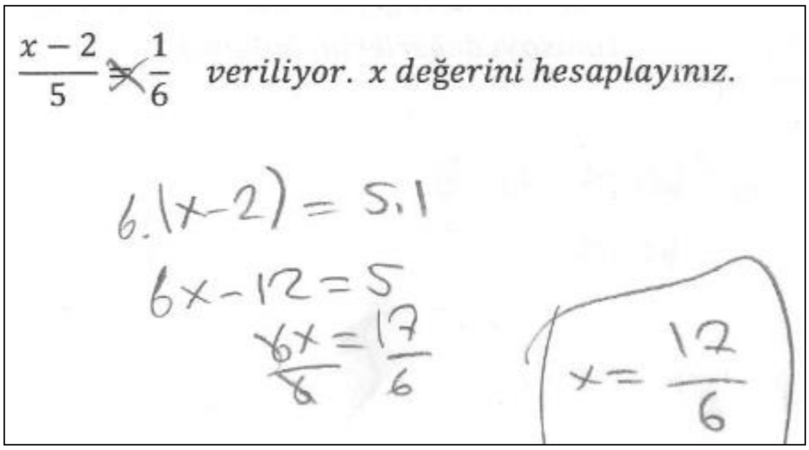
Hatalı ve eksik: Öğrencinin zayıf bir kavramsal anlamayla yetersiz yöntemleri kullanmaya çalışarak çözüme ulaşamadığını veya yanlış çözüme ulaştığını gösterir.

Cevapla ilgili değil veya tamamen yanlış: Öğrencinin soruyu kavramsal olarak anlamadığını ve uygulamaya çalıştığı yöntemlerin soruyla alakalı olmadığını veya çözümünün baştan sona tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğunu gösterir.

Cevaplanmamış: Öğrencinin çözümü boş bıraktığını gösterir.

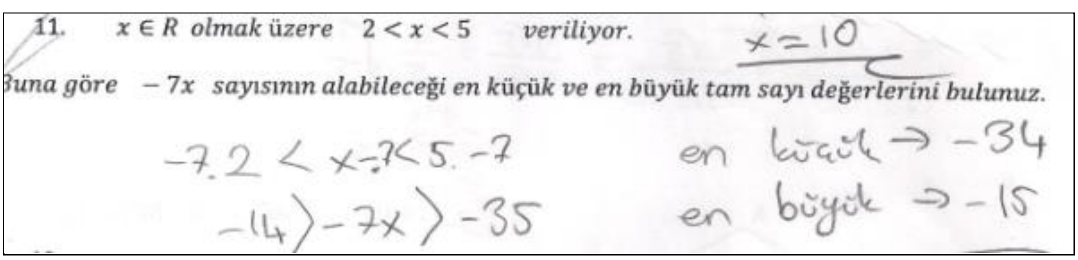
Çözümle ilgili puanlama yapılırken öğrencinin başlangıcı ve ilerleyişi arasındaki ilişkilendirmeler ile sonucun bu süreçlerle ilişkilendirilmesi dikkate alınmış, mantıklı ve matematiksel olan tüm yöntemler kendi niteliklerine uygun şekilde değerlendirilmiştir. Puanlamayı esas alarak yapılan bir analiz örneği Ek 4'de verilmiştir.

Daha açık olması adına MATEP formunun uygulamasından alınan farklı puanlara ait cevapların olduğu örnekler aşağıda sunulmuştur.



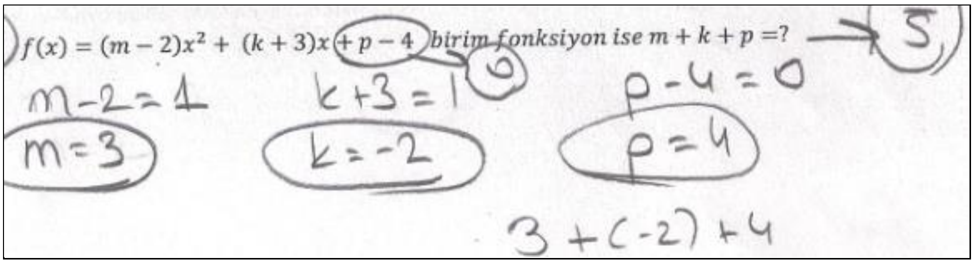
Şekil 6. MATEP formundaki bir problemden 5 puan alan cevap örneği

Bu örnekte öğrencinin oran-orantı kavramlarını ve bir orantıda içler-dışlar çarpımlarının eşit olma özelliğini uygun şekilde kullandığı, doğru ve tam bir çözüme ulaştığı görülmektedir. Yani bu örnek, hatasız ve eksiksiz bir çözüme sahiptir; 5 puan değerindedir.



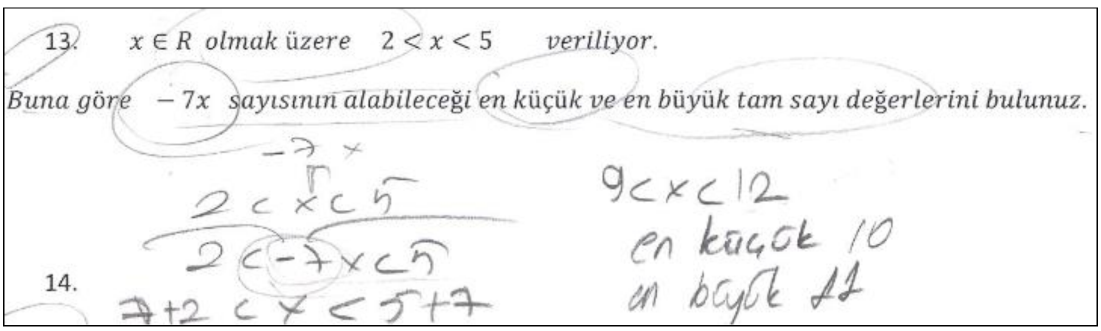
Şekil 7. MATEP formundaki bir problemden 4 puan alan cevap örneği

Bu örnekte öğrencinin eşitsizlik kavramıyla ilgili sıkıntı yaşamadığı ve eşitsizliğin işlemsel özelliklerini bildiğini görülmektedir. Ayrıca değerleri belirlerken büyüklük ve küçüklük kavramlarını da doğru şekilde kullanmış olması değerlerden bir tanesini belirlerken dikkatsizlik yaptığını düşündürmektedir. Yani bu örnek, bazı küçük hatalar ve eksikler içermektedir; 4 puan değerindedir.



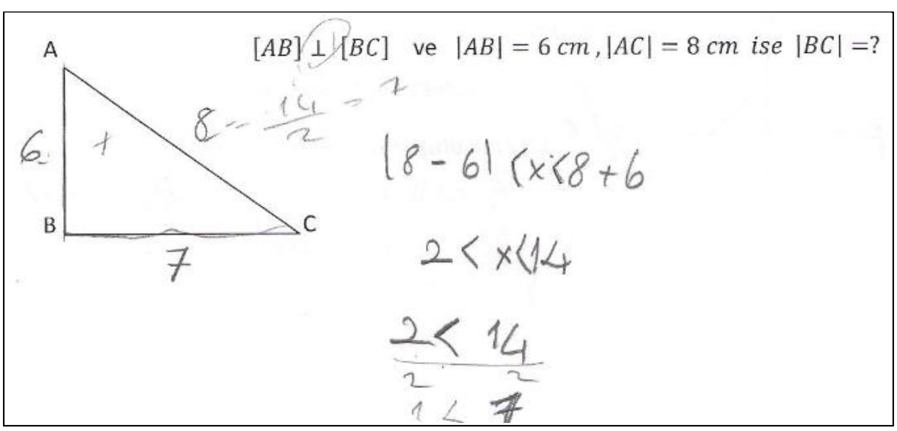
Şekil 8. MATEP formundaki bir problemden 3 puan alan cevap örneği

Bu örnekte öğrencinin birim fonksiyonun ifadesinde verilen sabit terimi sıfırlamasına rağmen ilk terimi sıfırlamadığı görülmektedir. Bu birim fonksiyon tanımına dair düzeltilmesi gereken önemli bir hatadır. Yani bu örnek, bazı önemli hatalar ve eksikler içermektedir; 3 puan değerindedir.



Şekil 9. MATEP formundaki bir problemden 2 puan alan cevap örneği

Bu örnekte öğrencinin eşitsizlikle ilgili işlemler yapmaya çalıştığı ancak istenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizlikte hiçbir değişiklik yapmadığı görülmektedir. Ayrıca sonrasında yapılan işlemde de katsayı yanlış şekilde kullanılmıştır. Yani bu örnek, hatalı ve eksik bir çözüm içermektedir; 2 puan değerindedir.



Şekil 10. MATEP formundaki bir problemden 1 puan alan cevap örneği

Bu örnekte öğrencinin sorunun çözümünde beklenen dik üçgen kavramı ve Pisagor bağıntısını fark edemediği ve üçgen eşitsizliği ile sonuca ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Yani bu örnek sorunun kavramsal olarak anlaşılmadığı, uygulanmaya çalışılan yöntemin beklenen çözümle ilgili olmadığı bir örnektir; 1 puan değerindedir.

Her öğrencinin iki uygulama kağıdındaki cevapları yukarıda açıklandığı şekilde puanlandırıldıktan sonra birbiriyle eşleştirilmiş olan cevaplar arasındaki korelasyon hesaplanmıştır. Yani MATEKS formundaki bir soruya verilen cevap ile MATEP formunda o sorunun karşılığı olan probleme verilen cevap arasındaki korelasyon hesaplanmıştır. Cevap çiftleri arasındaki korelasyon öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemek açısından önemli ve gerekli görülmüştür.

Diğer taraftan birbiriyle ilişkilendirilen her cevap çiftinin arasındaki ilişkiyi daha net değerlendirebilmek için o cevap çiftlerinden alınan puanların birbiri ile kıyaslanması esasına dayan kategoriler oluşturulmuştur. Kategorilere, puanların tek başlarına değerlendirilmesinin cevap çiftleri arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilme olanağı vermemesinden dolayı gerek duyulmuştur. Kategoriler oluşturulurken MATEKS ve MATEP puanlarından şu şekilde yararlanılmıştır:

MATEKS puanı 5, 4, 3 olan cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yeterli veya kabul edilebilir; MATEKS puanı 2, 1, 0 olan cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yetersiz olarak belirlenmişlerdir. MATEP puanı 5, 4 olan cevapların matematik problemini doğru, MATEP puanı 3, 2 olan cevapların matematik problemini kısmen doğru, MATEP puanı 1, 0 olan cevapların matematik problemini yanlış çözdükleri kabul edilmiştir. Bu durumda oluşturulan kategorilerdeki cevap çiftlerinin özellikleri şunlardır:

Kategori 6 ‘ya ait cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yeterli veya kabul edilebilir olarak MATEKS puanı 5, 4, 3; matematik problemini çözme açısından doğru çözüm olarak MATEP puanı 5, 4 olan cevap çiftleridir.

Kategori 5 ‘e ait cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yeterli veya kabul edilebilir olarak MATEKS puanı 5, 4, 3; matematik problemini çözme açısından kısmen doğru çözüm olarak MATEP puanı 3, 2 olan cevap çiftleridir.

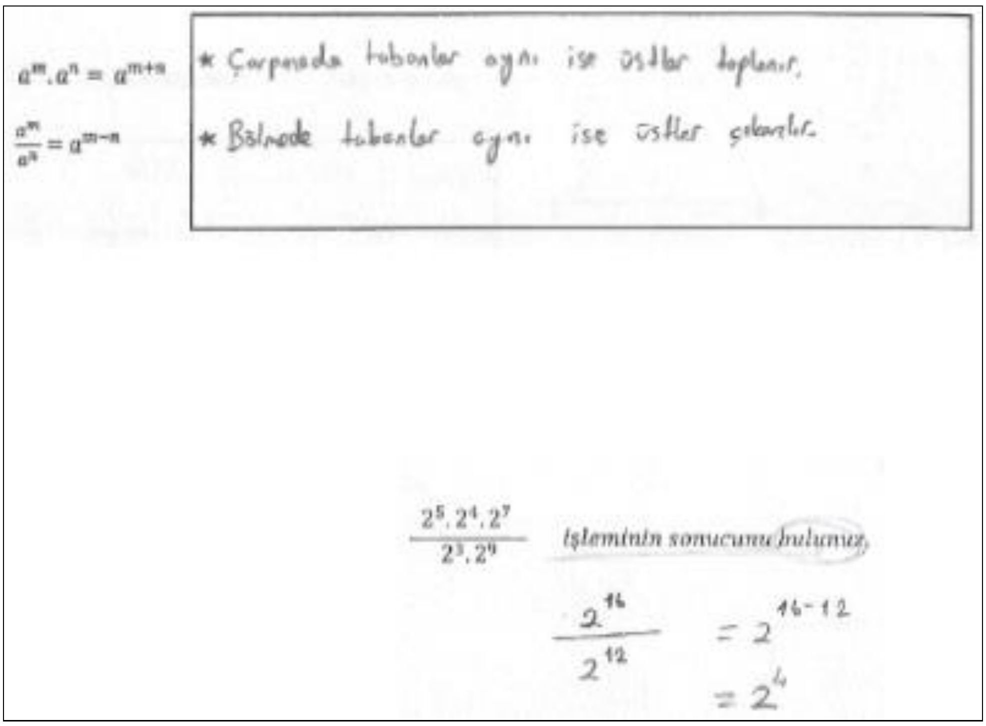
Kategori 4 ‘e ait cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yeterli veya kabul edilebilir olarak MATEKS puanı 5, 4, 3; matematik problemini çözme açısından yanlış çözüm olarak MATEP puanı 1, 0 olan cevap çiftleridir.

Kategori 3 ‘e ait cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yetersiz olarak MATEKS puanı 2, 1, 0; matematik problemini çözme açısından doğru çözüm olarak MATEP puanı 5, 4 olan cevap çiftleridir.

Kategori 2 ‘ye ait cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yetersiz olarak MATEKS puanı 2, 1, 0; matematik problemini çözme açısından kısmen doğru çözüm olarak MATEP puanı 3, 2 olan cevap çiftleridir.

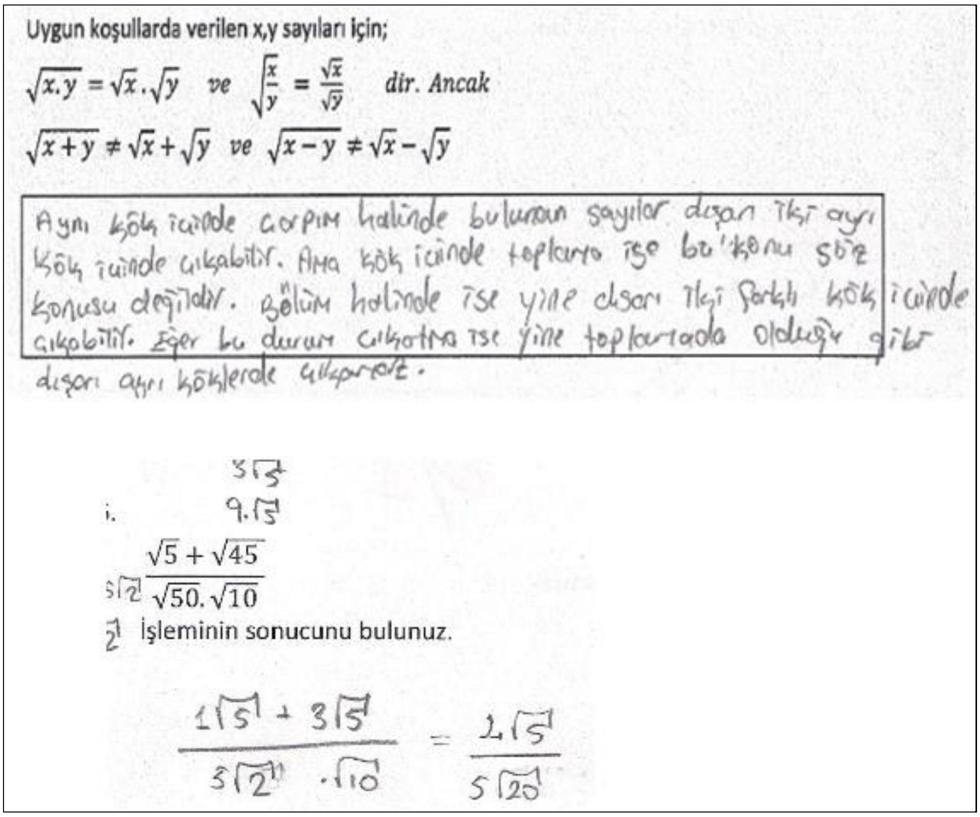
Kategori 1 ‘e ait cevaplar matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından yetersiz olarak MATEKS puanı 2, 1, 0; matematik problemini çözme açısından yanlış çözüm olarak MATEP puanı 1, 0 olan cevap çiftleridir.

Açıklayıcı olması açısından farklı kategorilere ait cevap örnekleri aşağıda sunulmuştur.



Şekil 11. Kategori 6’ya ait bir cevap örneği

Bu örnek MATEKS formundaki cevap için bazı küçük hatalar ve eksikler içerdiğinden (tümcedeki ifade açısından) 4 puan almıştır. İfadede “üsttekinin kuvvetinden” vurgusu yapılmamıştır. MATEP formundaki cevap için bazı küçük hatalar ve eksikler içerdiğinden (sonucu tam bulmak açısından) 4 puan almıştır. Sonucun en son adımına ulaşılmamıştır. Bu puanlamaya göre bu örnek kategori 6 ‘ya dahil edilen bir örnektir.


Uygun koşullarda verilen x,y sayıları için;

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y}$ ve $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ dir. Ancak

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x}+\sqrt{y}$ ve $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x}-\sqrt{y}$

Aynı kök içinde çarpım halinde bulunan sayılar dışarı iki ayrı kök içinde çıkabilir. Ama kök içinde toplarsa ise bu konu söz konusu değildir. Bölüm halinde ise yine dışarı iki farklı kök içinde çıkabilir. Eğer bu durum çıkarma ise yine toplamada olduğu gibi dışarı ayrı köklerde çıkamaz.

$3\sqrt{5}$

i. $9.\sqrt{5}$

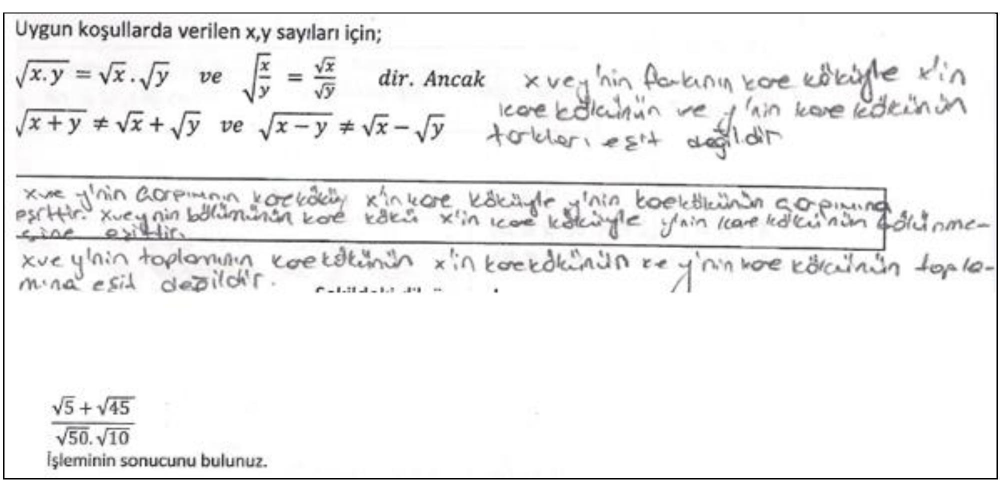
$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$ $5\sqrt{2}$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$\frac{1\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}\,.\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{20}}$

Şekil 12. Kategori 5'e ait bir cevap örneği

Bu örnek MATEKS formundaki cevap için bazı küçük hatalar ve eksikler içerdiğinden (tümcedeki ifade açısından) 4 puan almıştır. İfadede "kök içindeki işlem" vurgusu yapılmamıştır. MATEP formundaki cevap için bazı önemli hatalar ve eksikler içerdiğinden (sonuca ulaşmak açısından) 3 puan almıştır. Sonuca ulaşmak için atılması gereken birkaç adım daha vardır. Bu puanlamaya göre bu örnek kategori 5' e dahil edilen bir örnektir.


Uygun koşullarda verilen x,y sayıları için;

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y}$ ve $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ dir. Ancak x ve y'nin farkının kare köküyle x'in kare kökünün ve y'nin kare kökünün farkları eşit değildir

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x}+\sqrt{y}$ ve $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x}-\sqrt{y}$

x ve y'nin çarpımının karekökü x'in kare köküyle y'nin karekökünün çarpımına eşittir. x ve y nin bölümünün kare kökü x'in kare köküyle y'nin kare kökünün bölünmesine eşittir.

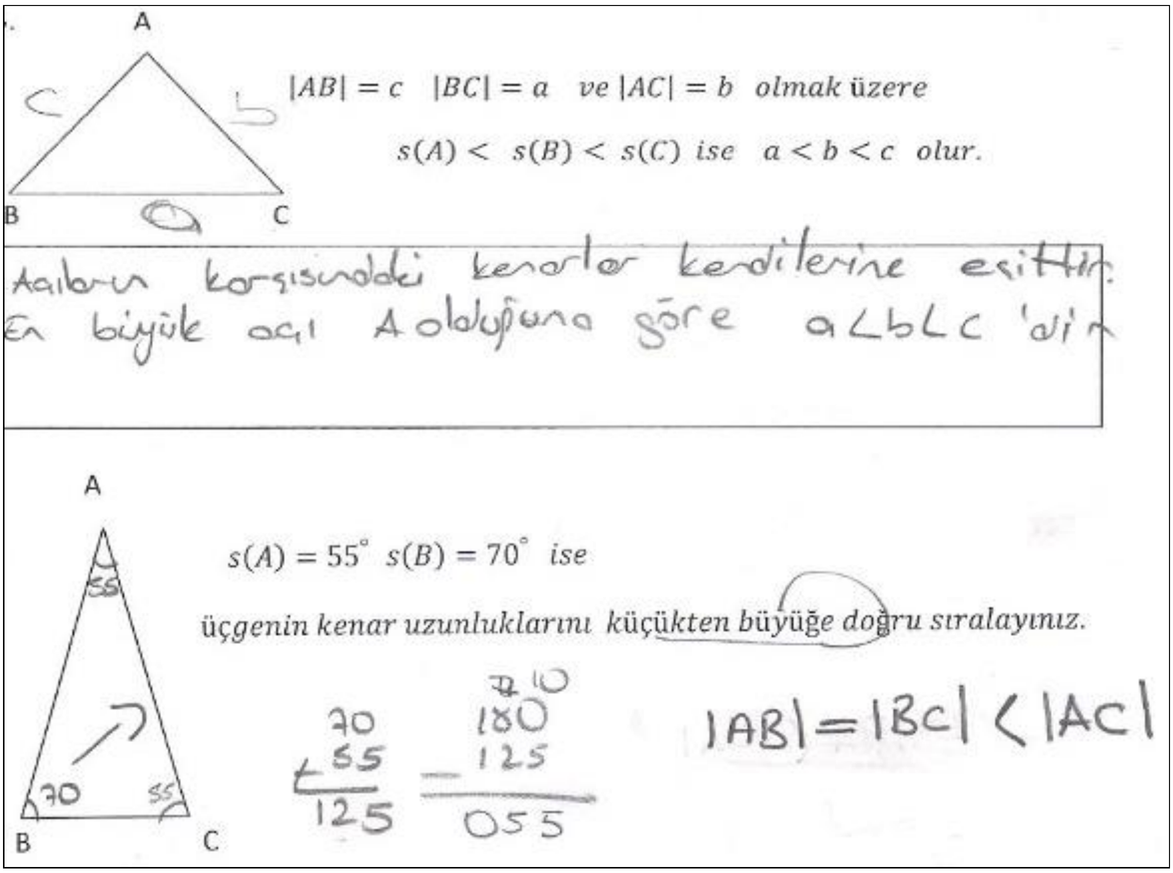
x ve y'nin toplamının karekökünün x'in karekökünün ve y'nin kare kökünün toplamına eşit değildir.

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$

İşleminin sonucunu bulunuz.

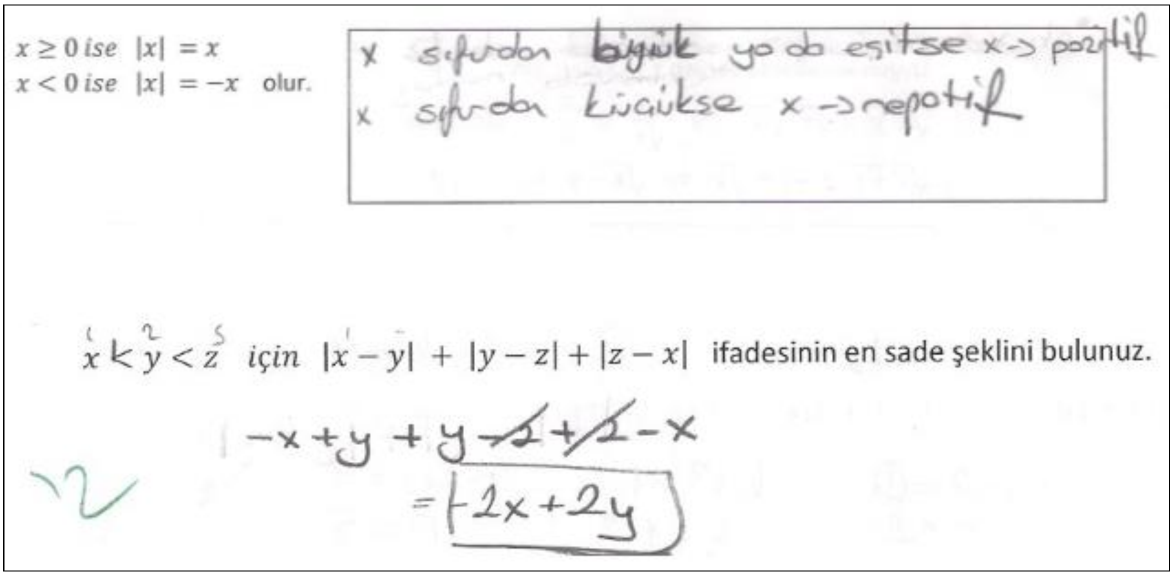
Şekil 13. Kategori 4'e ait bir cevap örneği

Bu örnek MATEKS formundaki cevap için bazı küçük hatalar ve eksikler içerdiğinden (tümcedeki ifade açısından) 4 puan almıştır. İfadede işlemlerle ilgili genelleme yapılmamıştır. MATEP formundaki cevap için cevaplandırılmamış olduğundan 0 puan almıştır. Bu puanlamaya göre bu örnek kategori 4'e dahil edilen bir örnektir.



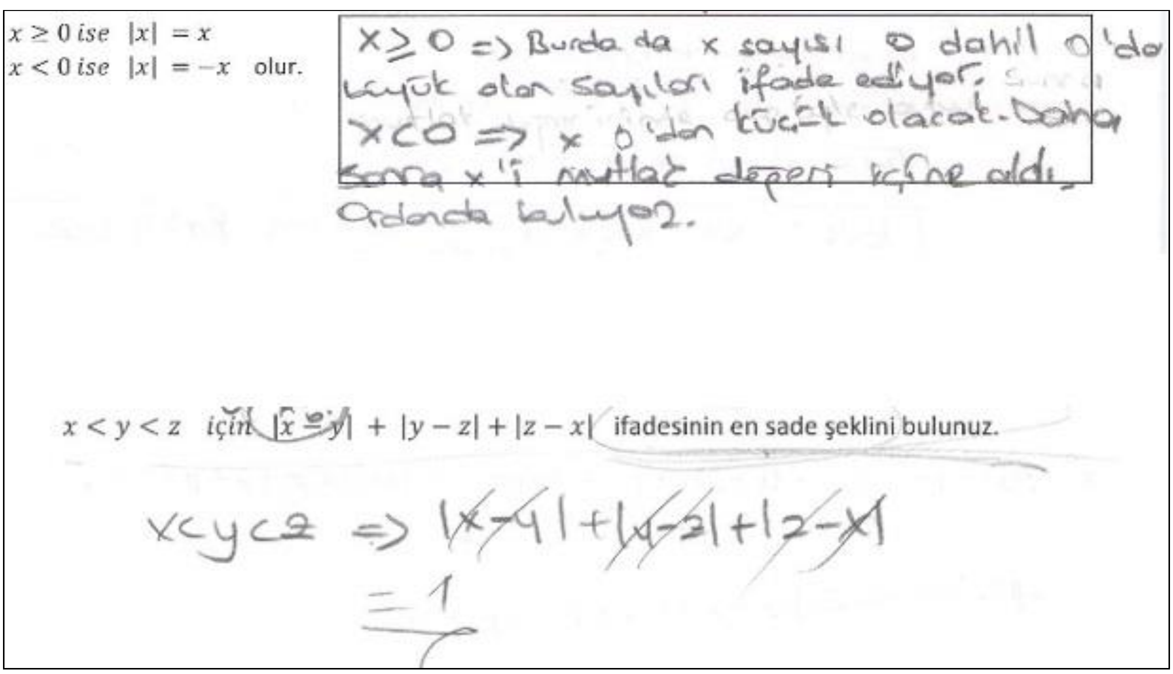
Şekil 14. Kategori 3'e ait bir cevap örneği

Bu örnek MATEKS formundaki cevap için hatalı ve eksik çözüm içerdiğinden (kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından) 2 puan almıştır. İfadeden açı ve kenar kavramlarının da sıralama ilişkisinin de anlaşılmadığı görülmektedir. MATEP formundaki cevap için hatasız ve eksiksiz çözüm içerdiğinden (işlem ve sonuç açısından) 5 puan almıştır. Bu puanlamaya göre bu örnek kategori 3'e dahil edilen bir örnektir.



Şekil 15. Kategori 2’ ye ait bir cevap örneği

Bu örnek MATEKS formundaki cevap için anlatılan kavram ve sembolle doğrudan ilgili olmayan ifade içerdiğinden (kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından) 1 puan almıştır. İfadede “mutlak değer” hiç kullanılmamıştır. MATEP formundaki cevap için bazı önemli hatalar ve eksikler içerdiğinden (işlemlerin doğru ilerlemesi açısından) 3 puan almıştır. Çözümde mutlak değerlerin tümü işleme doğru şekilde alınmadığı için işlem doğru ilerlememiştir. Bu puanlamaya göre bu örnek kategori 2‘ ye dahil edilen bir örnektir.



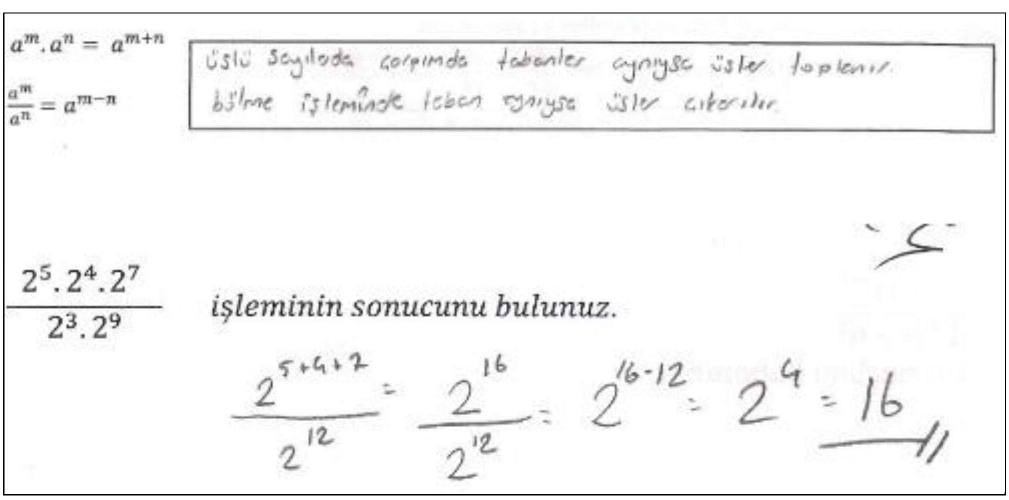
Şekil 16. Kategori 1’e ait bir cevap örneği

Bu örnek MATEKS formundaki cevap için baştan sona tamamen yenilenmesi gerekecek kadar yanlış ifade içerdiğinden (kavram ve sembolleri anlamlandırma ile tümcedeki ifade açısından) 1 puan almıştır. İfadede mutlak değerin anlamı da içinin işaretinin rolü de anlaşılmamış; tümce dil açısından da anlamlı bir şekilde kurulmamıştır. MATEP formundaki cevap için istenenle doğrudan ilgili olmayan çözüm içerdiğinden (işlemin aşamaları açısından) 1 puan almıştır. Çözümde mutlak değer başlangıçtan itibaren hiçbir adımda dikkate alınmamıştır. Bu puanlamaya göre bu örnek kategori 1'e dahil edilen bir örnektir.

Böylece her öğrencinin her cevap çiftinin hangi kategoride olduğu tespit edilerek her öğrencinin 15 cevap çiftinde en çok hangi kategorinin tekrar ettiği belirlenmiştir. Bir öğrenci için en çok tekrar eden kategori birden fazla ise bu durum belirtilmiştir. Öğrenci sayıları ve en çok tekrar eden kategorilerle ilgili ortaya çıkan değerlerin yüzde ve frekans hesaplamaları yapılmış; araştırmanın nicel analiz kısmı bu şekilde tamamlanmıştır.

Araştırmanın nitel analiz kısmı için öğrenci cevapları içerik açısından incelenmiştir. Bu incelemede cevapların ait oldukları konular ile cevapların niteliği arasındaki ilişkiden hareket edilerek inceleme detaylandırılmıştır. Aşağıda her soru ve problem çiftinin ait olduğu konu ve bu konuda en sık karşılaşılan nitelikteki cevap çiftine ait birer örnek açıklanmıştır.

İki formdaki 1. soru ve problem çifti, üslü ifadelerde işlemler ile ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırabilen ve matematik problemini doğru çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.


$a^m . a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Üslü Sayılarda çarpımda tabanlar aynıysa üsler toplanır. bölme işleminde taban aynıysa üsler çıkarılır.

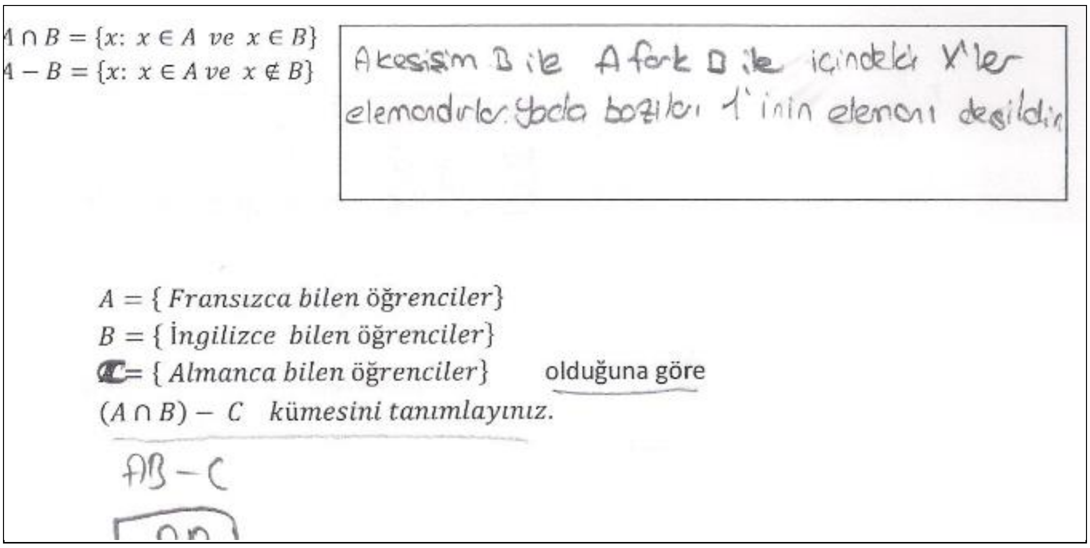
$\frac{2^5 . 2^4 . 2^7}{2^3 . 2^9}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$\frac{2^{5+4+7}}{2^{12}} = \frac{2^{16}}{2^{12}} = 2^{16-12} = 2^4 = 16$

Şekil 17. Üslü ifadelerde işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için bazı küçük eksikler içerdiğinden 4 puan; ikinci cevap için hatasız ve eksiksiz olduğundan 5 puan almıştır.

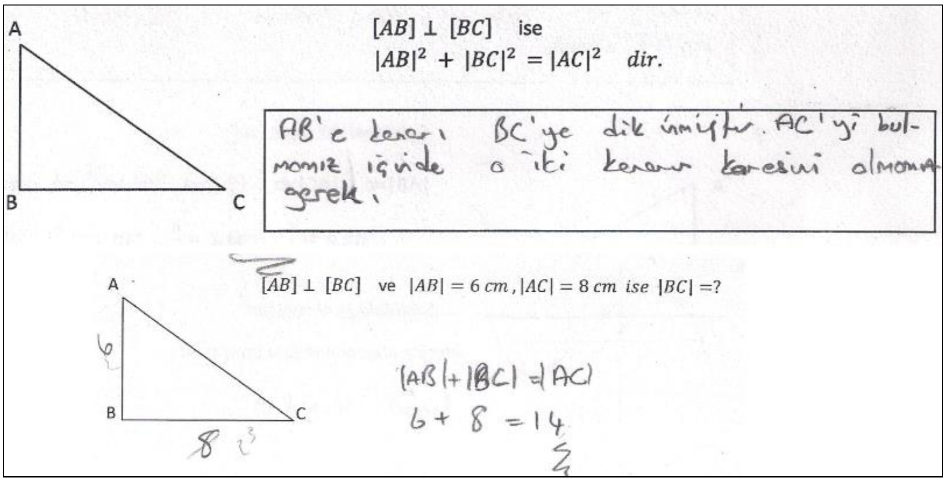
İki formdaki 2. soru ve problem çifti, kümelerde işlemler ile ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 18. Kümelerde işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan; ikinci cevap için çözümle doğrudan ilgili olmadığından 1 puan almıştır.

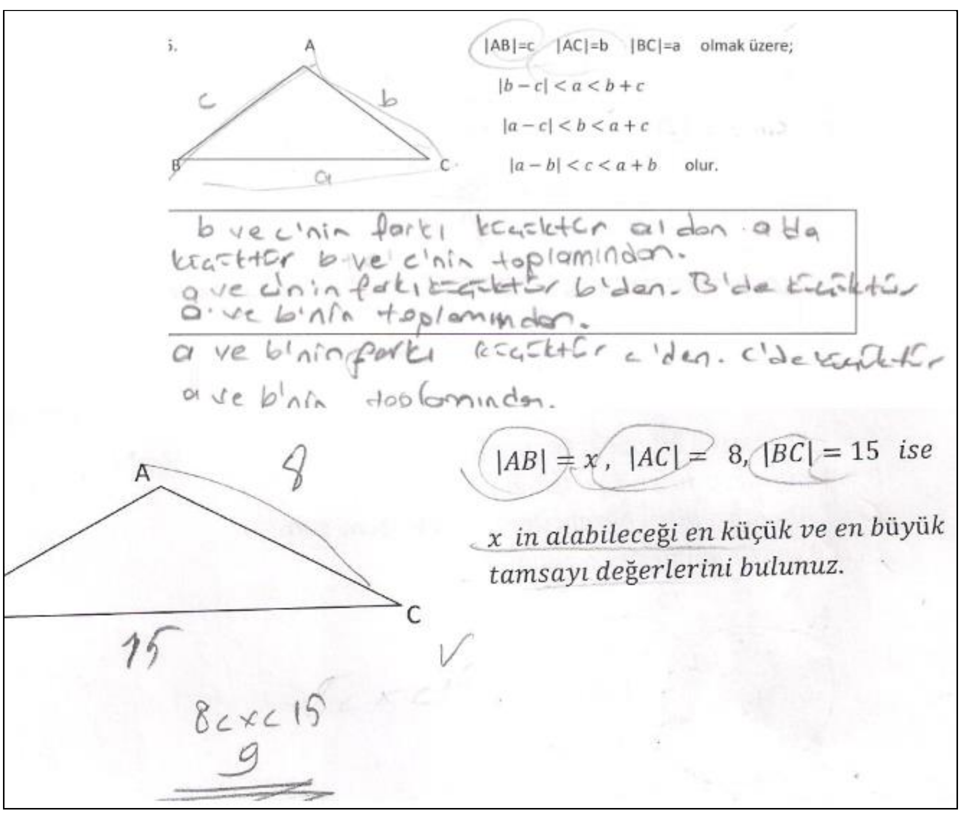
İki formdaki 3. soru ve problem çifti, Pisagor bağıntısı ile ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 19. Pisagor bağıntısı ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için hatalı ve eksik olduğundan 2 puan; ikinci cevap için çözümle doğrudan ilgili olmadığından 1 puan almıştır.

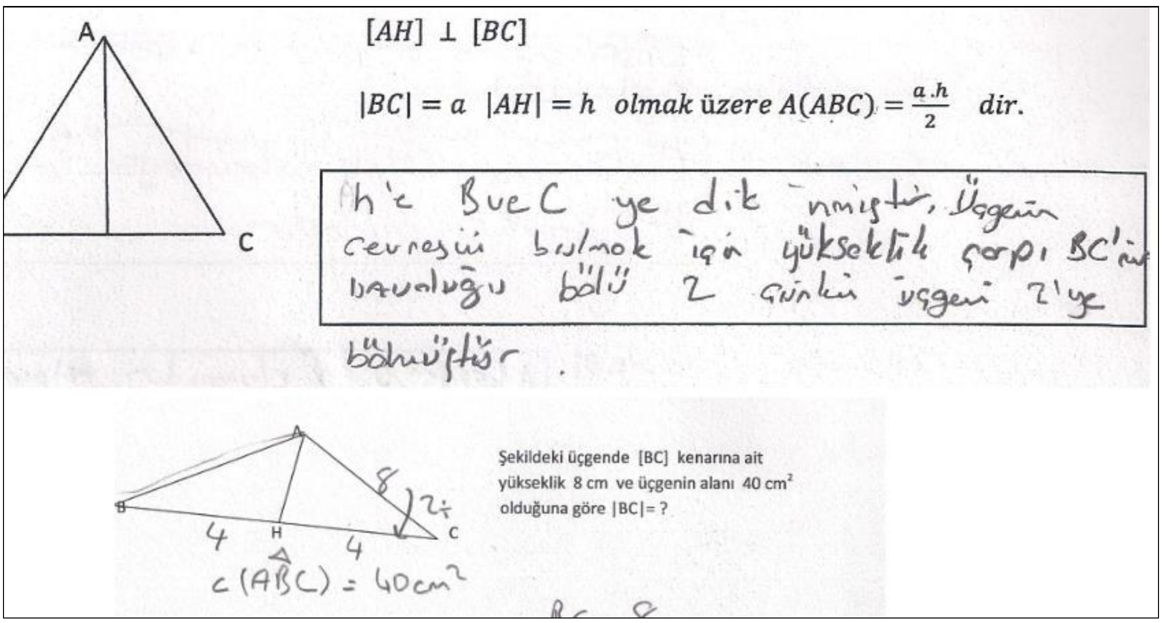
İki formdaki 4. soru ve problem çifti, üçgen eşitsizliğiyle ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 20. Üçgen eşitsizliği ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için ifadenin baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan; ikinci cevap için çözümün baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan almıştır.

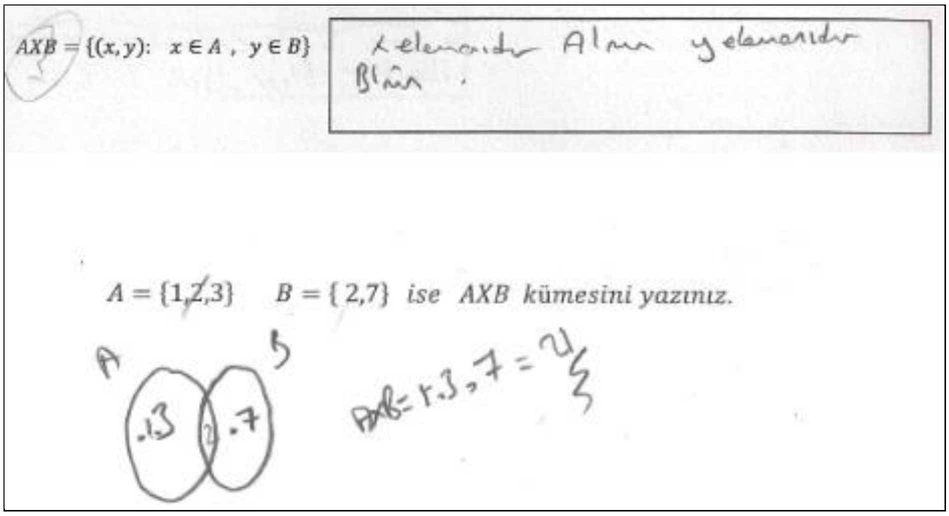
İki formdaki 5. soru ve problem çifti, üçgende alanla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 21. Üçgende alan ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için ifadenin baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan; ikinci cevap için çözümün baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan almıştır.

İki formdaki 6. soru ve problem çifti, kartezyen çarpımla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



$AXB = \{(x,y):\ x \in A,\ y \in B\}$

x elemanıdır A'nın y elemanıdır B'nin.

$A = \{1,\cancel{2},3\}$ $B = \{2,7\}$ *ise AXB kümesini yazınız.*

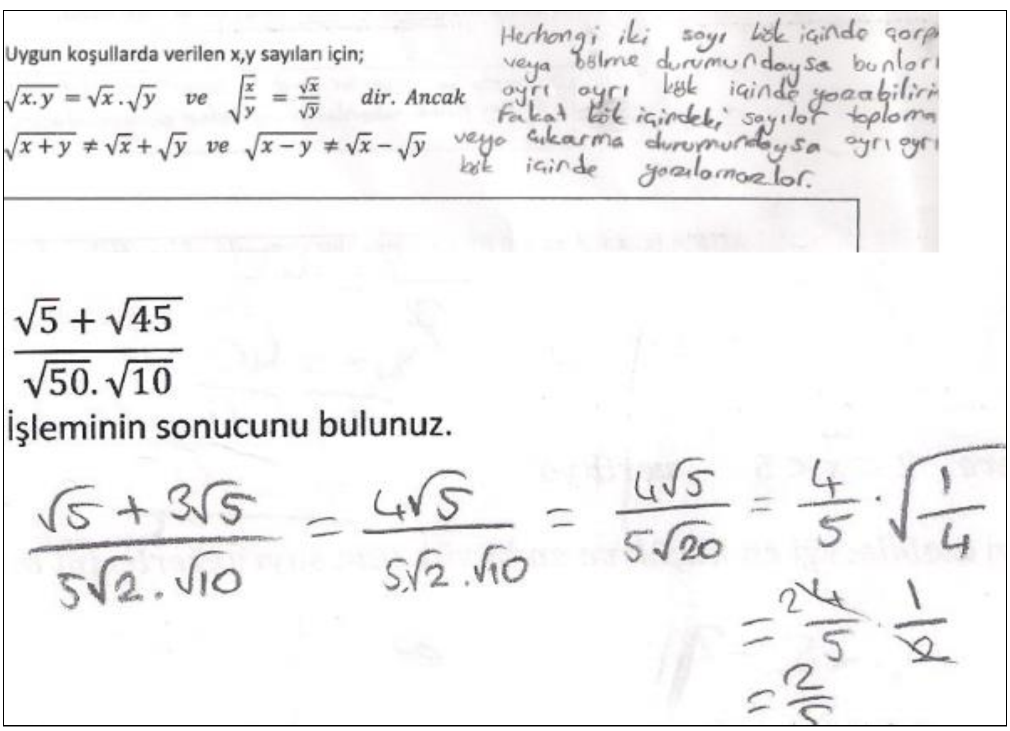
A B

AxB = 1,3,7 = 2

Şekil 22. Kartezyen çarpım ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için ifade açısından hatalı eksik olduğundan 2 puan; ikinci cevap için çözümle doğrudan ilgili olmadığından 1 puan almıştır.

İki formdaki 7. soru ve problem çifti, kareköklü sayılarda işlemler ile ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırabilen ve matematik problemini doğru çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Uygun koşullarda verilen x,y sayıları için;

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y}$ *ve* $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ *dir. Ancak*

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$ *ve* $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x} - \sqrt{y}$

Herhangi iki sayı kök içinde çarpma veya bölme durumundaysa bunları ayrı ayrı kök içinde yazabiliriz. Fakat kök içindeki sayılar toplama veya çıkarma durumundaysa ayrı ayrı kök içinde yazılamazlar.

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}.\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{2}.\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{20}} = \frac{4}{5}.\sqrt{\frac{1}{4}}$$

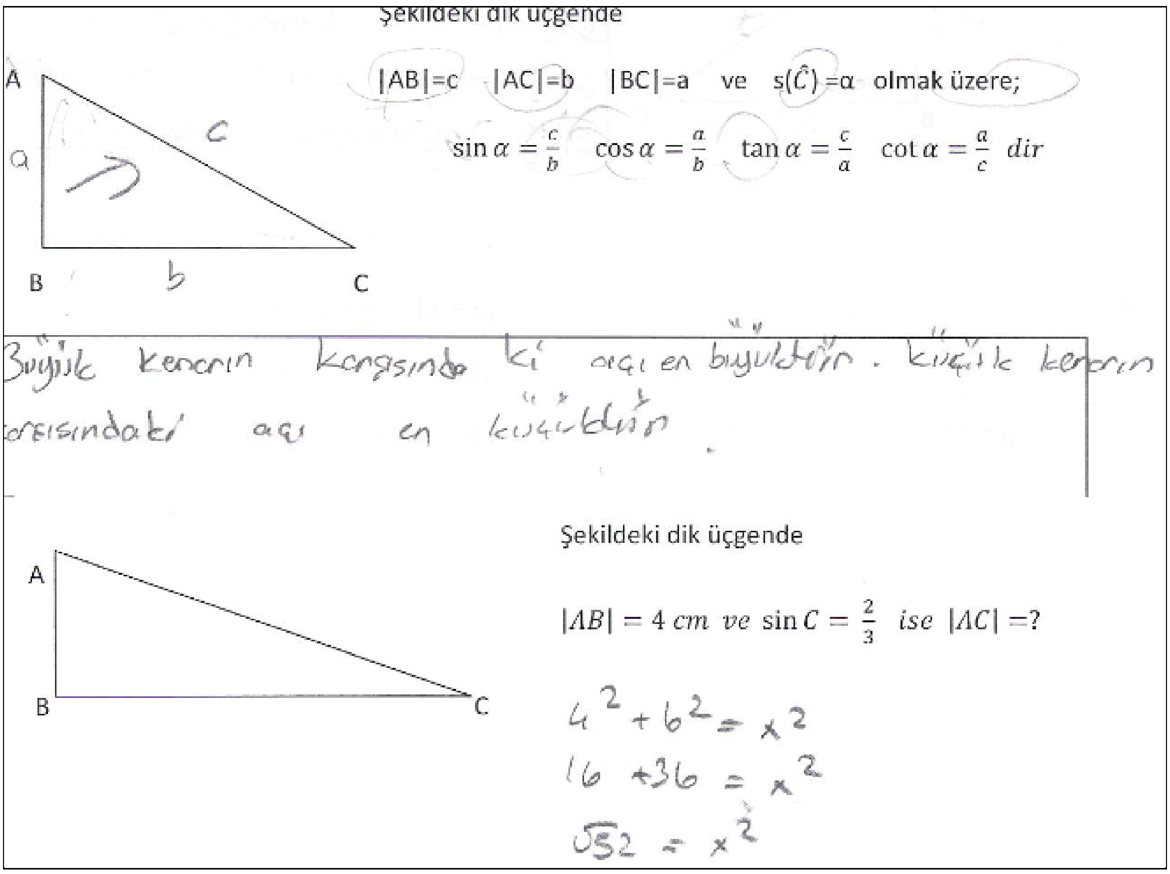
$$= \frac{\cancel{4}^{2}}{5}.\frac{1}{\cancel{2}}$$

$$= \frac{2}{5}$$

Şekil 23. Kareköklü sayılarda işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için hatasız ve eksiksiz olduğundan 5 puan; ikinci cevap için hatasız ve eksiksiz olduğundan 5 puan almıştır.

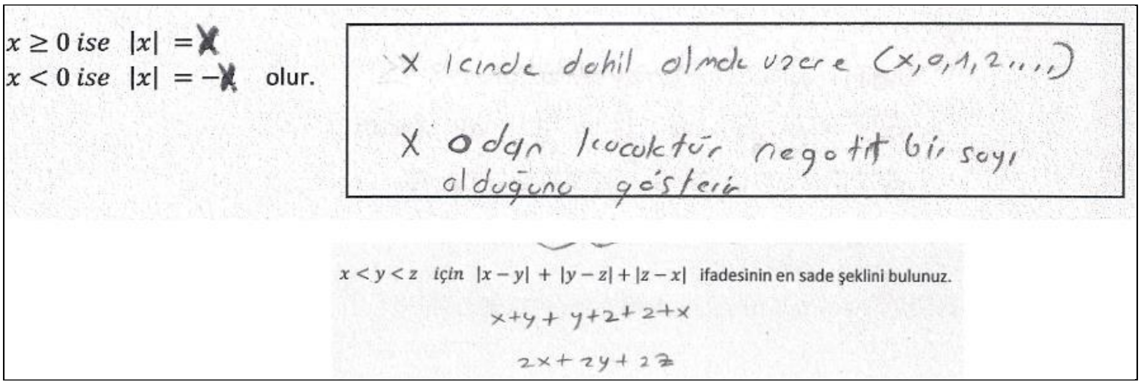
İki formdaki 8. soru ve problem çifti, dik üçgende trigonometrik oranlarla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli edilebilir düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 24. Dik üçgende trigonometrik oranlar ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için doğrudan ilgili olmadığından 1 puan; ikinci cevap için doğrudan ilgili olmadığından 1 puan almıştır.

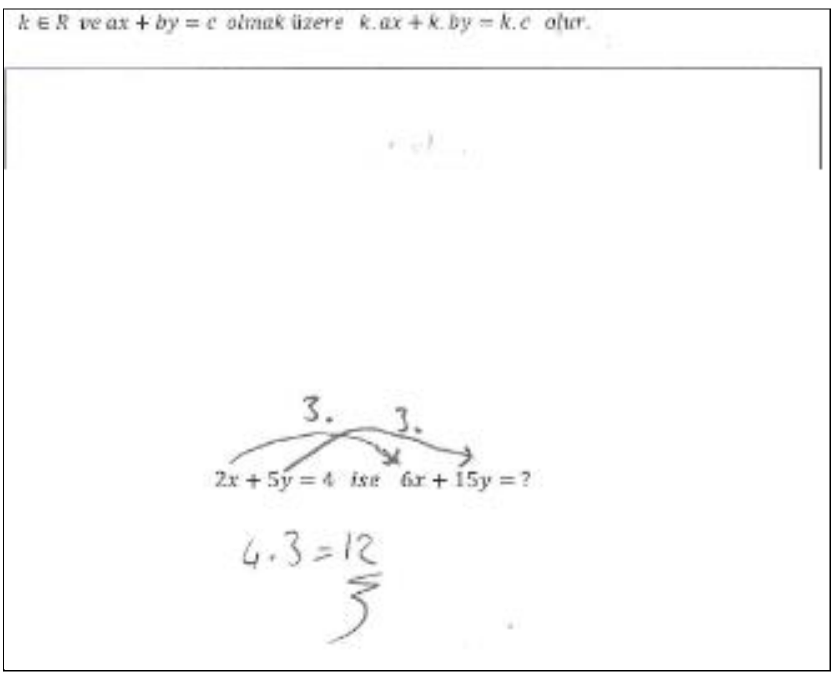
İki formdaki 9. soru ve problem çifti, mutlak değerle ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli edilebilir düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 25. Mutlak değer ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için çözümle doğrudan ilgili olmadığından 1 puan; ikinci cevap için çözümle doğrudan ilgili olmadığından 1 puan almıştır.

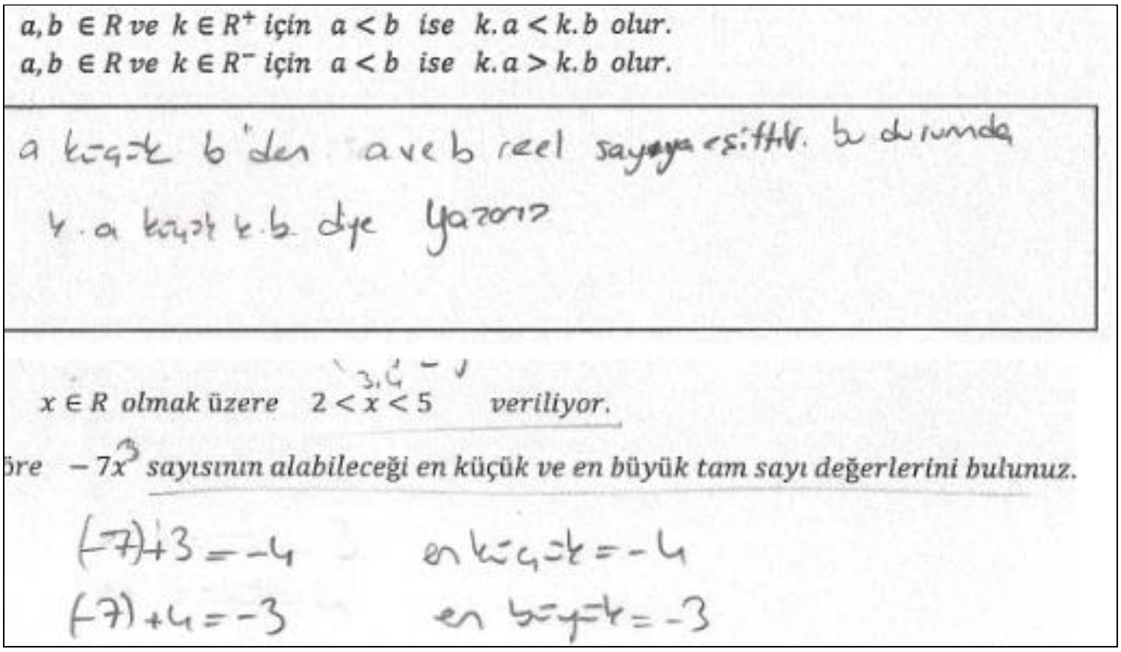
İki formdaki 10. soru ve problem çifti, birinci dereceden denklemlerle ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan fakat matematik problemini doğru çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 26. Birinci dereceden denklemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için cevaplandırılmadığından 0 puan; ikinci cevap için bazı küçük eksikler içerdiğinden 4 puan almıştır.

İki formdaki 11. soru ve problem çifti, birinci dereceden eşitsizliklerle ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.


$a, b \in R$ ve $k \in R^+$ için $a < b$ ise $k.a < k.b$ olur.
$a, b \in R$ ve $k \in R^-$ için $a < b$ ise $k.a > k.b$ olur.

a küçük b'den a ve b reel sayıya eşittir. bu durumda
k.a küçük k.b diye yazarız

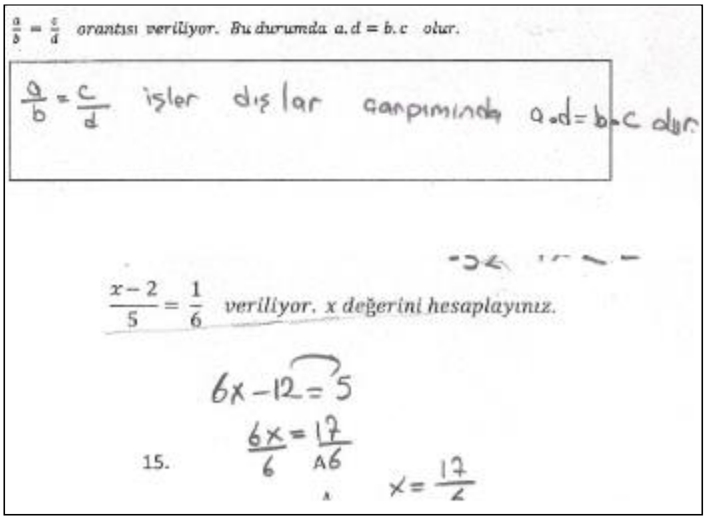
$x \in R$ olmak üzere $2 < x < 5$ veriliyor.
öre $-7x$ sayısının alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.

$(-7)+3 = -4$ en küçük $= -4$
$(-7)+4 = -3$ en büyük $= -3$

Şekil 27. Birinci dereceden eşitsizlikler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için doğrudan ilgili olmadığından 1 puan; ikinci cevap için baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan almıştır.

İki formdaki 12. soru ve problem çifti, orantıyla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırabilen ve matematik problemini doğru çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ orantısı veriliyor. Bu durumda $a.d=b.c$ olur.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ işler dış lar çarpımında $a.d=b.c$ olur

$\frac{x-2}{5}=\frac{1}{6}$ veriliyor. x değerini hesaplayınız.

15.

$6x-12=5$

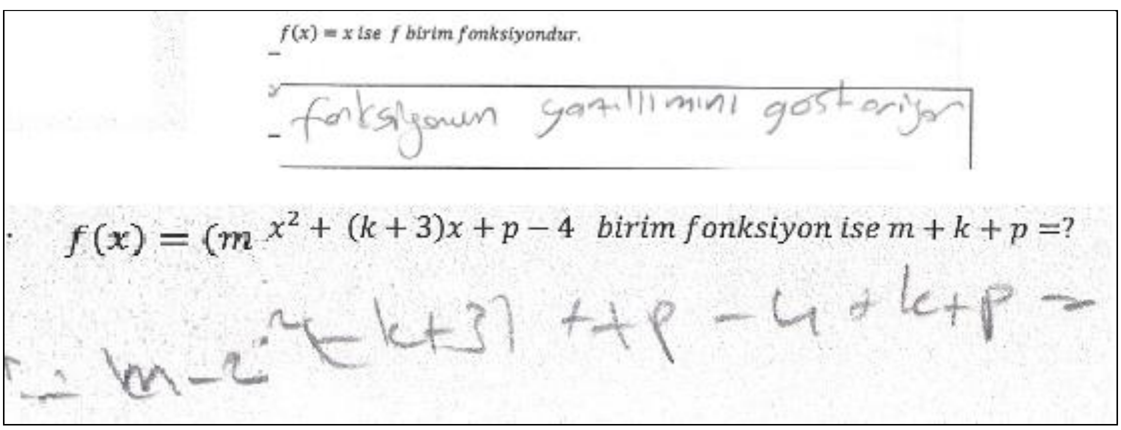
$\frac{6x}{6}=\frac{17}{A6}$

$x=\frac{17}{2}$

Şekil 28. Orantı ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için bazı küçük eksikler içerdiğinden 4 puan; ikinci cevap için hatasız ve eksiksiz olduğundan 5 puan almıştır.

İki formdaki 13. soru ve problem çifti, birim fonksiyonla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur



$f(x)=x$ ise f birim fonksiyondur.

fonksiyonun yatılımını gösteriyor

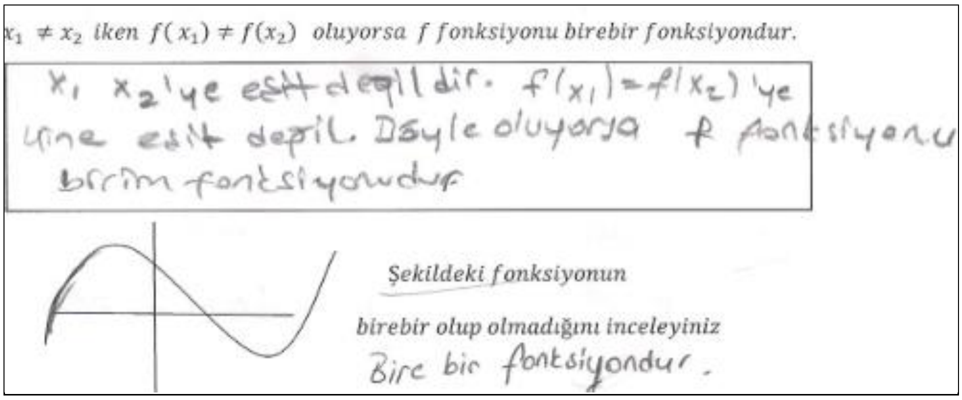
$f(x)=(m\ x^2+(k+3)x+p-4$ birim fonksiyon ise $m+k+p=?$

m-2 k+3 +p -4 + k+p

Şekil 29. Birim fonksiyon ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için doğrudan ilgili olmadığından 1 puan; ikinci cevap için doğrudan ilgili olmadığından 1 puan almıştır.

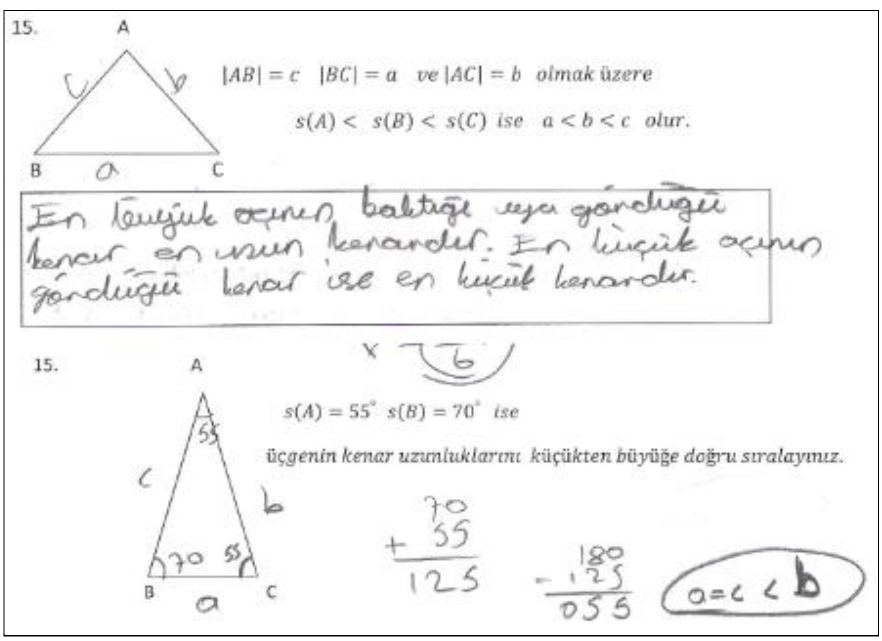
İki formdaki 14. soru ve problem çifti, birebir fonksiyonla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve matematik problemini yanlış çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 30. Birebir fonksiyon ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için baştan sona kadar tamamen yenilenmesini gerektirecek kadar yanlış olduğundan 1 puan; ikinci cevap için doğrudan ilgili olan bir inceleme içermediğinden 1 puan almıştır.

İki formdaki 15. soru ve problem çifti, üçgende açı kenar bağıntısıyla ilgilidir. Bu konuyla ilgili öğrenci cevapları incelendiğinde en sık karşılaşılan cevap çiftlerinin matematiksel kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırabilen ve matematik problemini doğru çözen cevap çiftleri olduğu görülmektedir. Aşağıda bu cevap çiftine uygun bir örnek sunulmuştur.



Şekil 31. Üçgende açı kenar bağıntısı ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu cevap çifti birinci cevap için bazı küçük eksikler içerdiğinden 4 puan; ikinci cevap için hatasız ve eksiksiz olduğundan .5 puan almıştır.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirleme amacıyla yapılan bu çalışmada bulgular belirli bir düzen içerisinde açıklanacak ve bulgular ortaya koyulduktan hemen sonra yorumlanarak o bulgularla ilgili tartışmaya yer verilecektir. Bulgular ve tartışmanın böyle bir yol izlenerek verilmesinin bütünlüğü ve karşılaştırmayı kolaylaştıracağı düşünülmektedir. Bulguların tartışması ile hem bulgular arasındaki ilişkiler hem bulguların literatürdeki bazı çalışmalarla ilişkileri tespit edilmeye çalışılacaktır.

Öncelikle nicel analiz sonucunda elde edilen bulgulara yer verilecektir. Bu bulgular öğrencilerin MATEKS formundan aldıkları puanlar ile MATEP formundan aldıkları puanlar arasındaki ilişkiye ait bulgular ve belirlenen kategorilerde yer alan cevap çiftlerinin çoğunluk oluşturduğu öğrenci sayılarına ait bulgulardır. Nicel analize ait bulgular, bu bulgularla ilgili yorumlar ve tartışma tamamlandıktan sonra nitel analiz bulgularına, bu bulgularla ilgili yorumlara ve tartışmaya yer verilecektir. Nitel analiz bulguları her madde çifti ile ilgili cevap çiftlerinin içeriğine ve birbirleriyle ilişkilerine ait bulgulardır.

4. 1. Nicel Analize Ait Bulgular ve Tartışma

Araştırmanın nicel analizi kapsamında öğrencilerin MATEKS formundaki sorulardan ve MATEP formundaki problemlerden aldıkları puanlar belirlenmiştir. Öğrencilerin MATEKS ve MATEP formlarından aldıkları puanlar arasındaki ilişkiye ait olan bulgular ve bu bulgularla ilgili tartışma şu şekildedir:

Öğrencilerin MATEKS formundaki sorulara verdikleri cevaplardan aldıkları puanlar ile MATEP formundaki problemlere verdikleri cevaplardan aldıkları puanların arasındaki ilişkiyi istatistiksel olarak ortaya koyabilmek için birbiriyle eşleşen cevap çiftlerinden alınan puanların aralarındaki korelasyonlar hesaplanmıştır. Bu korelasyon değerleri aşağıda Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Soru ve Problem Çiftlerine Ait Korelasyon Değerleri

Soru ve Problem Çiftleri	Korelasyon Değerleri*
1. çift	,425
2. çift	,496
3. çift	,404
4. çift	,534
5. çift	,485

Tablo 7'nin devamı

6. çift	,484
7. çift	,569
8. çift	,403
9. çift	,586
10. çift	,213
11. çift	,543
12. çift	,454
13. çift	,624
14. çift	,421
15. çift	,486

$p^{*}<0.01$

Tablodaki korelasyon değerleri incelendiğinde bu değerlerin genellikle olumlu yönde orta derecede ilişki ifade ettiği görülmektedir. Özellikle 13. maddeler arasındaki korelasyonun olumlu yönde yüksek bir ilişki ifade ettiği söylenebilir. 13. maddeler incelendiğinde bu maddelerin birim fonksiyonla ilgili olduğu ve öğrencilerin çoğunluğunun bu konu ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırmada da matematik problemlerini çözmede de sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir. 10. maddeler arasında olumlu yönde düşük bir ilişki olduğu söylenebilir. 10. maddeler denklemle ilgili olan maddelerdir. Bu maddeler incelendiğinde öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırmada ciddi sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Bunun sebebi denklem ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri ifade etmek için kullanılması gereken; değişkenleri ve katsayıları temsil eden harf sayısının fazla olması olabilir. Diğer taraftan anlamlandırmada ciddi sıkıntı yaşayan bu öğrencilerin önemli bir bölümü denklem problemini çözerken genel kavram ve ilkelerden değil verilen sayılar arasındaki ilişkilerden faydalanarak yani iki taraftaki terimlerin katsayılarını ayrı ayrı değerlendirerek doğru çözüme ulaşabilmişlerdir. Bu maddeler ile ilgili ortaya çıkan düşük korelasyonun sebebinin bu durum olduğu düşünülmektedir.

Öğrencilerin cevap çiftlerinde en çok tekrar eden kategorilere ait olan bulgular ve bu bulgularla ilgili tartışma şu şekildedir:

Her öğrencinin her cevap çiftinin, veri analizinde oluşturulma şekli açıklanan kategorilerden hangisine ait olduğu belirlenmiştir. Her öğrenci için o öğrencinin cevap çiftlerinde en çok tekrar eden kategori tespit edilmiştir. En çok tekrar eden kategorinin iki veya üç tane olduğu durumda bu kategoriler birlikte alınmıştır. Böylece belirlenen kategoriler için ortaya çıkan frekans ve yüzde değerleri aşağıda Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8. Öğrencilerin Cevap Çiftlerinde En Çok Tekrar Eden Kategori ya da Kategorilere Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Kategoriler	Frekans	Yüzde
Kategori 6	32	21,91
Kategori 5	0	0
Kategori 4	3	2,05
Kategori 3	8	5,47
Kategori 2	0	0
Kategori 1	87	59,58
Kategori 6 ve Kategori 1	8	5,47
Kategori 6 ve Kategori 5	1	0,68
Kategori 1 ve Kategori 2	1	0,68
Kategori 1 ve Kategori 3	3	2,05
Kategori 3 ve Kategori 4	1	0,68
Kategori1, Kategori 5, Kategori 6	2	1,36
Toplam	146	100

Kategorilerin oluşturuluş şeklinden yola çıkılarak kategori 6 da yer alan cevap çiftlerinin kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yeterli veya kabul edilebilir, matematik probleminin çözümü açısından doğru olarak değerlendirilmesi mümkündür. Bu durumda kategori 6, tezin hipotezini destekleyen bir kategoridir. Öğrencilerin yaklaşık %22 sinin cevap çiftlerinin çoğunluğunun bu kategoride yer aldığı görülmektedir. Benzer şekilde kategori 1' de yer alan cevap çiftlerinin kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yetersiz, matematik probleminin çözümü açısından yanlış olarak değerlendirilmesi mümkündür. Bu durumda kategori 1 de tezin hipotezini destekleyen bir kategoridir. Öğrencilerin yaklaşık %60 ının cevap çiftlerinin çoğunluğunun bu kategoride yer aldığı görülmektedir.

Öğrencilerin yaklaşık %82 sinin cevap çiftlerinin çoğunluğunun tezi destekleyen bu iki kategoride yer alması öğrencilerin önemli bir kısmının, yeterince anlamlandırabildikleri kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini doğru çözebildikleri ve yeterince anlamlandıramadıkları kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini doğru çözemedikleri şeklinde yorumlanabilir. Yani kategori 6 ve kategori 1 oranlarının yüksek olması tezin hipotezini desteklemektedir.

Kategori 6 ve kategori 1 ile ilgili tartışılması gereken önemli hususlardan biri de kategorilerin ikisinin de tezi destekleyen kategoriler olmasına karşın kategori 1 oranının kategori 6'dan neden bu kadar yüksek olduğudur. Kategori 1 kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yetersiz, matematik probleminin çözümü açısından yanlış olan cevap çiftlerini; kategori 6 ise kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yeterli veya kabul edilebilir, matematik probleminin çözümü açısından doğru olan cevap çiftlerini temsil etmektedir. Bu durumda kategori 1 oranının kategori 6 oranının 3 katına yakın bir değere sahip olması öğrencilerin başarı seviyelerinin yüksek olmamasıyla açıklanabilir. Gerçekten de örneklem tanıtılırken verilen matematik ve dil-anlatım derslerinin başarı düzeyleri ile öğrencilerin okula giriş puanlarının birbirine yakın ve orta seviyede olması bu açıklamayı desteklemektedir.

Kategori 4 de yer alan cevap çiftlerinin kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yeterli veya kabul edilebilir, matematik probleminin çözümü açısından yanlış olarak değerlendirilmesi mümkündür. Bu durumda kategori 4, tezin hipotezini desteklemeyen bir kategoridir. Öğrencilerin yaklaşık %2 sinin cevap çiftlerinin çoğunluğunun bu kategoride yer aldığı görülmektedir. Benzer şekilde kategori 3' de yer alan cevap çiftlerinin kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yetersiz, matematik probleminin çözümü açısından doğru olarak değerlendirilmesi mümkündür. Bu durumda kategori 3 de tezin hipotezini desteklemeyen bir kategoridir. Öğrencilerin yaklaşık % 5 inin cevap çiftlerinin çoğunluğunun bu kategoride yer aldığı görülmektedir.

Öğrencilerin yaklaşık %7 sinin cevap çiftlerinin çoğunluğunun tezi desteklemeyen bu iki kategoride yer alması öğrencilerin oldukça az sayıdaki bir kısmının, yeterince anlamlandırabildikleri kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini yanlış çözdükleri ve yeterince anlamlandıramadıkları kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini doğru çözebildikleri şeklinde yorumlanabilir. Yani kategori 4 ve kategori 3 oranlarının düşük olması tezin hipotezini desteklemektedir.

Kategori 5 'de yer alan cevap çiftlerinin kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yeterli veya kabul edilebilir, matematik probleminin çözümü açısından kısmen doğru olarak değerlendirilmesi mümkündür. Kategori 2' de yer alan cevap çiftlerinin kavram ve sembollerin anlamlandırılması açısından yetersiz, matematik probleminin çözümü açısından kısmen doğru olarak değerlendirilmesi mümkündür. Bu iki kategorinin öğrencilerin cevap çiftlerinde yer almasına rağmen hiçbir öğrencinin cevap çiftlerinde çoğunluğu oluşturamadığı görülmektedir. Kategori 5 'in 1 öğrencinin cevap çiftlerinde ve kategori 6 ile eşit olarak; Kategori 2'nin de 1 öğrencinin cevap çiftlerinde ve kategori 1 ile eşit olarak çoğunluğa ortak olduğu göz önüne alındığında öğrencilerin cevap çiftlerinin pek fazla ara değerlendirmelerde yer almadığını söylemek mümkündür. Benzer şekilde kategori 1 ve kategori 3, 3 öğrencinin cevap çiftlerinde; kategori 3 ve kategori 4, 1 öğrencinin cevap çiftlerinde; kategori 1, kategori 5 ve kategori 6 ise 2 öğrencinin cevap çiftlerinde birlikte çoğunluğu paylaşmaktadır. Birlikte çoğunluğun paylaşıldığı en yüksek cevap çiftinin de yine kategori 6 ve kategori 1 'de ortaya çıkması tezin hipotezi ile uyumlu bir sonuçtur.

Yeşildere (2007) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterliklerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlara ait bilgilerinde eksikliklerinin olmasının, matematiksel dili etkili şekilde kullanmalarına engel olduğunu göstermiştir. Araştırmanın matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkiyle ilgili olarak matematik problemini çözme açısından ortaya koyduğu bulgular söz konusu araştırmanın bulgularıyla örtüşmektedir.

Georgius (2008) matematiksel sözcük dağarcığı ile matematik dersindeki iletişimi geliştirmeyi incelediği araştırmasında 6. sınıf öğrencilerinin matematik sözcüklerinin tanımını bilmelerinin onların başarılarını da artırdığı göstermiştir. Araştırmanın matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkiyle ilgili olarak kavram ve sembolleri anlamlandırma açısından ortaya koyduğu bulgular söz konusu araştırmanın bulgularıyla örtüşmektedir.

4. 2. Nitel Analize Ait Bulgular ve Tartışma

Bu bölümde her soru ve problem çifti ile ilgili cevapların içeriğine ve birbirleriyle ilişkilerine ait olan bulgular ve bu bulgularla ilgili tartışma her konu için ayrı ayrı ele alınmıştır. Her konu için cevap çiftlerinin niteliği ve dağılımı tablo yardımıyla gösterilmiş; tablonun altında bu nitelik ve dağılımlarla ilgili değerlendirmelere yer verilmiştir. Her konu için dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.

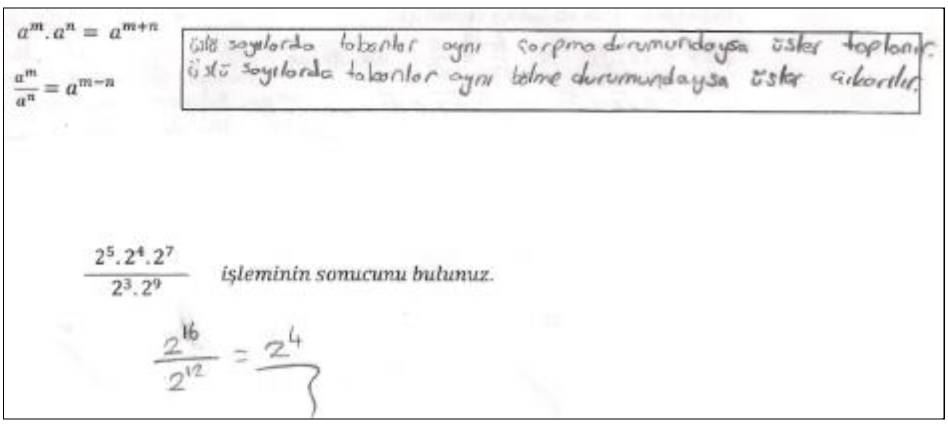
4. 2. 1. Üslü İfadelerde İşlemlere Ait Bulgular ve Tartışma

Tablo 9. Üslü İfadelerde İşlemlerle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

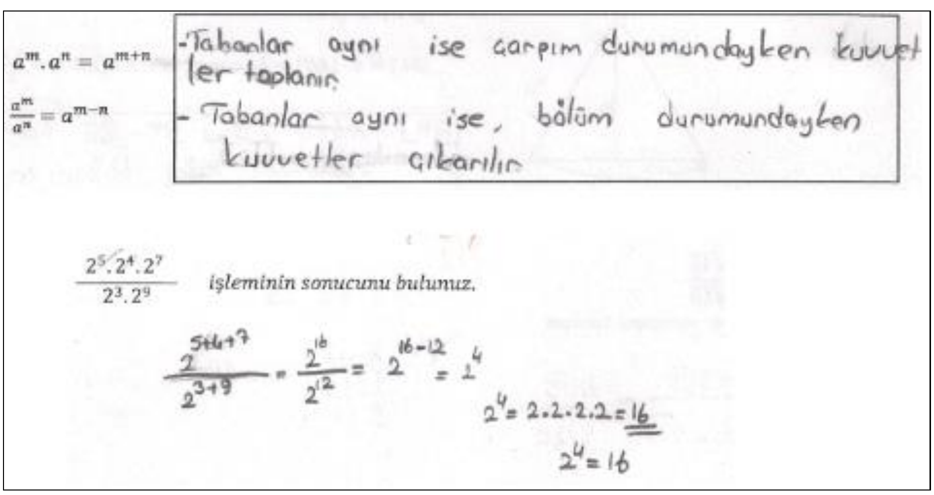
	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 73	% 8	% 5
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 5	% 4	% 5

Üslü ifadelerde işlemler ile ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada yer aldığı görülmektedir. Yani öğrencilerin önemli bir çoğunluğu üslü ifadelerle ilgili matematiksel sembol ve ilişkileri yeterli şekilde anlamlandırabilmekte ve bununla ilgili karşılaştığı bir problemi doğru bir şekilde çözebilmektedir. Bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Niteliği gereği genel olarak kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının yüksekliği de hipotezi destekleyen bir durumdur ancak bu cevap çiftinde birinci durumun diğerinden bu kadar yüksek olması öğrencilerin bu konudaki bilgilerinin yeterli düzeyde olmasıyla açıklanabilir. Ayrıca üslü ifadelerle ilgili kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının düşük olması da tezin hipotezini destekleyen durumlardır.

Aşağıda üslü ifadelerle ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 32. Üslü ifadelerde işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 33. Üslü ifadelerde işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 1. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli veya kabul edilebilir düzeyde olduğunu görülmektedir. Bölüm durumundaki açıklamada “üsttekinin kuvvetinden alttakinin kuvveti” vurgusu yapılmasa da bu anlamlandırmada yetersizlik oluşturacak bir eksik olarak değerlendirilmemiştir. MATEP formunun 1. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün doğru olduğu görülmektedir. Sonucun “16” olarak yazılmadığı durumlar çözümün doğru olması açısından bir engel oluşturmamaktadır.

4. 2. 2. Kümelerde İşlemlere Ait Bulgular ve Tartışma

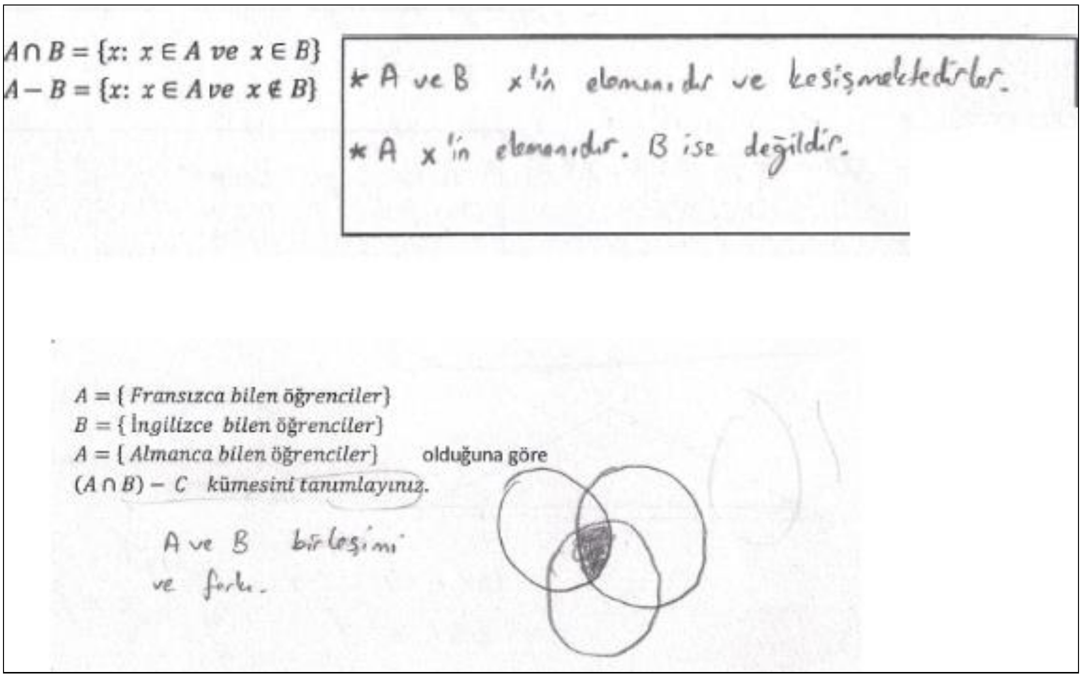
Tablo 10. Kümelerde İşlemlerle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 23	% 14	% 23
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 5	% 7	% 27

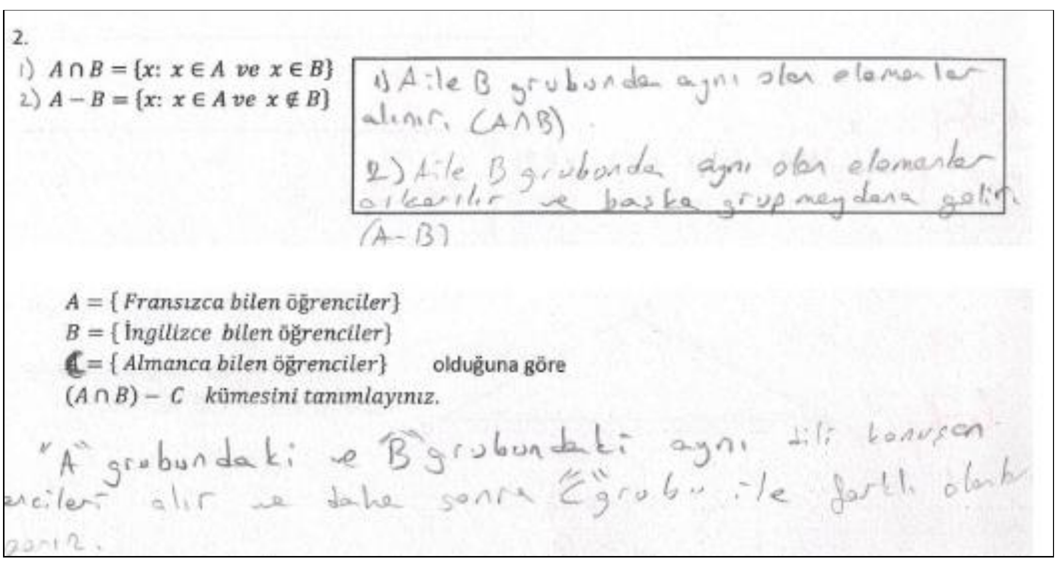
Kümelerde işlemler ile ilgili cevap çiftleri ait incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının ilk sırada yer aldığı, kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının da bu orana yakın olduğu görülmektedir. Bu iki oranın yüksek olması öğrencilerin kümelerle ilgili kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile kümelerle ilgili bir problemi çözme başarısı arasında paralel bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. Bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en düşük düzeyde olması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile aynı çıkması beklenmeyen bir durumdur ve bu oranın yüksek olması tezin hipotezini desteklememektedir. Çünkü bu durum kümelerle ilgili kavram ve sembollerin yeterince anlamlandırıldığı fakat kümelerle ilgili problemin yanlış çözüldüğü durumu ifade etmektedir. Kümelerle ilgili verilen ifadede yer alan bağlaçların -yeni programda kümelerden önce mantık ünitesinin olmaması sebebiyle- sözel olarak ifade edilmesi öğrencilerin kavram ve sembolleri anlamlandırmasını kolaylaştırmıştır. Ancak öğrenciler anlamlandırabildikleri kavram ve sembolleri kümelerle ilgili problemde beklenenle doğrudan ilgili kullanamamışlar ve yanlış çözüm yapmışlardır. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının bu durum sebebiyle böyle yüksek düzeyde düşünülmektedir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının beklenenden yüksek olmasının da bu durumla benzerlik göstermesinden kaynaklandığı söylenebilir.

Aşağıda kümelerde işlemler ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 34. Kümelerde işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 35. Kümelerde işlemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 2. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. “A” nın kümeyi “x” in elemanı temsil ettiğinin anlaşılmadığı fark edilmektedir. MATEP formunun 2. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Çözüm şema çizerek veya yazarak bulunmaya çalışılsa da kesişim ve fark işlemlerinin sonuçlarının doğru ifade edilemediği ortaya çıkmaktadır.

4. 2. 3. Pisagor Bağıntısına Ait Bulgular ve Tartışma

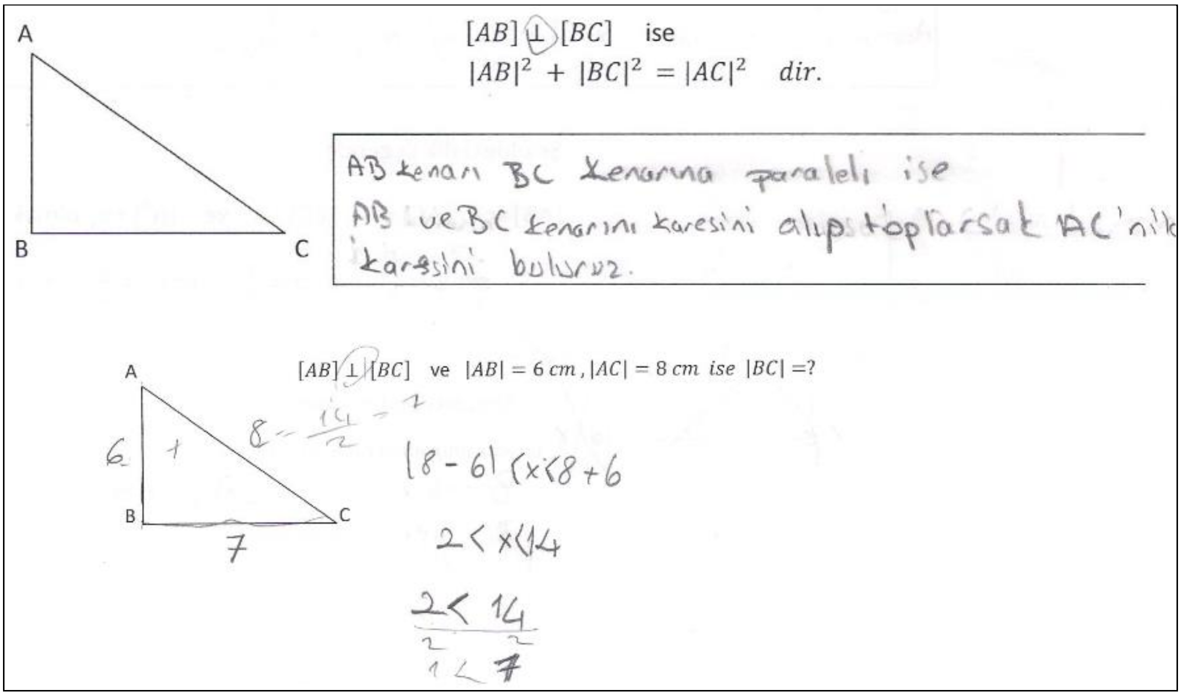
Tablo 11. Pisagor Bağıntısıyla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 25	% 3	% 12
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 14	% 8	% 38

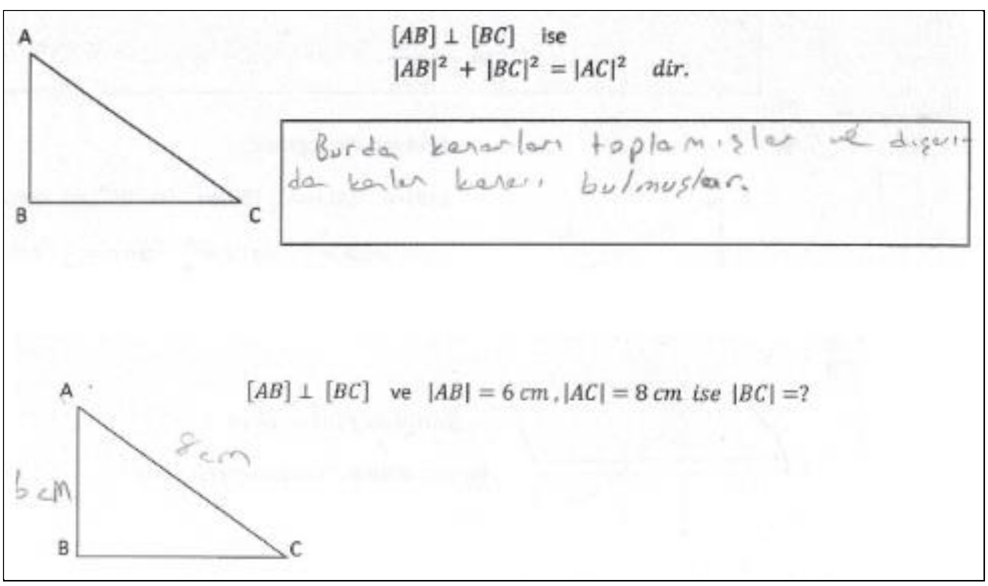
Pisagor bağıntısıyla ilgili cevap çiftleri ait incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en yüksek iki oran olduğu ve bu oranlar toplamının yaklaşık %63 olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin Pisagor bağıntısıyla ilgili matematiksel kavram sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin bununla ilgili bir problemi çözebilme başarılarıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksekliği beklenmeyen durumlardır ve bu durumlar tezin hipotezini desteklememektedirler. Pisagor bağıntısı ile ilgili matematiksel kavram sembollerin yeterince anlamlandırıldığı fakat Pisagor bağıntısı ile ilgili problemin yanlış çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin problemdeki yanlış çözümlerinin sebebinin çoğunlukla verilen sayıları yerleştirirken yaptıkları dikkatsizlik olduğu görülmüştür. Pisagor bağıntısı ile ilgili matematiksel kavram sembollerin yeterince anlamlandırılamadığı fakat Pisagor bağıntısı ile ilgili problemin doğru çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin bağıntıyı önceki sınıflardan beri sıklıkla kullandıkları için kavramsal olarak olmasa da şekil olarak öğrenmiş olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Aşağıda Pisagor bağıntısı ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 36. Pisagor bağıntısı ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 37. Pisagor bağıntısı ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 3. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Sorudaki en temel kavram ve semboller olan “dik kenar ve hipotenüs ” ün anlamlandırılamadığı fark edilmektedir. MATEP formunun 3. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Kenar uzunlukları yerleştirildikten sonra çözümün boş bırakıldığı veya üçgen eşitsizliği ile sonuca gidilmeye çalışıldığı fark edilmektedir.

4. 2. 4. Üçgen Eşitsizliğine Ait Bulgular ve Tartışma

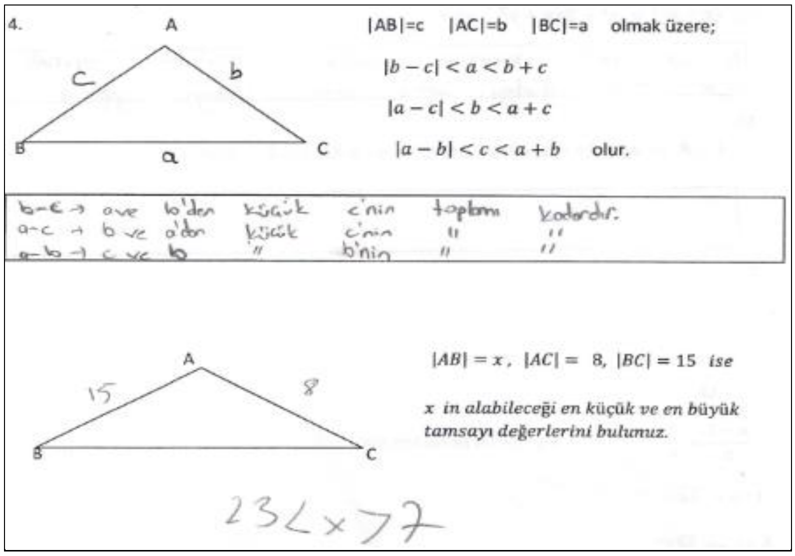
Tablo 12. Üçgen Eşitsizliğiyle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 26	% 4	% 1
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 20	%18	% 30

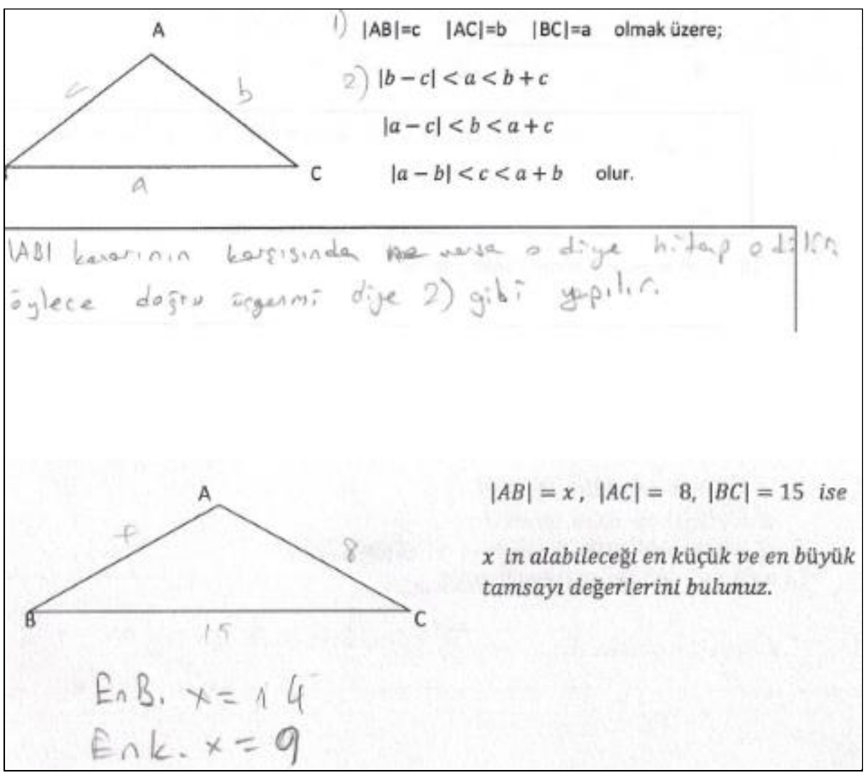
Üçgen eşitsizliğiyle ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en yüksek iki oran olduğu ve bu oranlar toplamının yaklaşık %56 olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin üçgen eşitsizliğiyle ilgili matematiksel kavram sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin bununla ilgili karşılaştığı bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının olması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksek olması beklenmeyen bir durumdur ve tezin hipotezini desteklememektedir. Üçgen eşitsizliği ile ilgili verilen ifadede –ifadede eksiklik oluşmaması için- üç kenara ait olan eşitsizlik de belirtilmiştir. Bu durumda bazı öğrenciler her eşitsizliği ayrı ayrı anlamlandırmaya çalışmışlar; hem hepsini ifade etmekte hem bunları düzgün bir şekilde birleştirmekte sıkıntı yaşamışlardır. Üçgen eşitsizliği ile ilgili problemi çözerken ise kuralın bir tanesini ile çözüm mümkün olduğundan anlamlandırmada sıkıntı yaşayan bu öğrenciler de doğru çözüme ulaşabilmişlerdir. Söz konusu oranın bu durum sebebiyle böyle yüksek olduğu düşünülmektedir. Kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının beklenenden yüksek olmasının da benzer sebeplerden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Aşağıda üçgen eşitsizliği ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 38. Üçgen eşitsizliği ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 39. Üçgen eşitsizliği ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 4. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Kenar uzunluğunun iki nokta arasındaki mesafe ile veya küçük harf yardımıyla gösterimine ilişkin sıkıntılar ve eşitsizlik sembolünün anlamı ile ilgili sıkıntılar cevaplarda ön plana çıkmaktadır. MATEP formunun 4. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Kenar uzunluklarının toplamının ve farkının alınmadan eşitsizlik yazıldığı veya eşitsizlik sembolünün ardışık kullanımın yanlış olduğu dikkat çekmektedir.

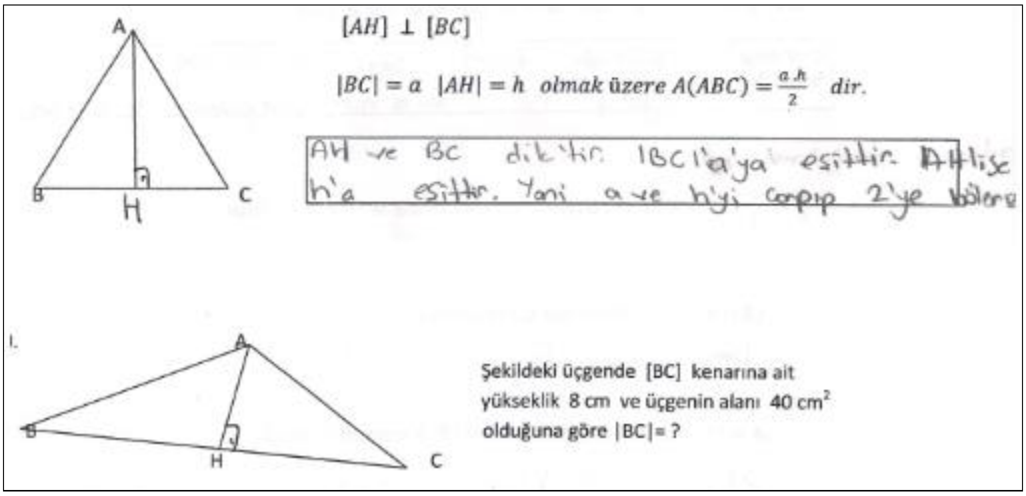
4. 2. 5. Üçgenin Alanına Ait Bulgular ve Tartışma

Tablo 13. Üçgenin Alanıyla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

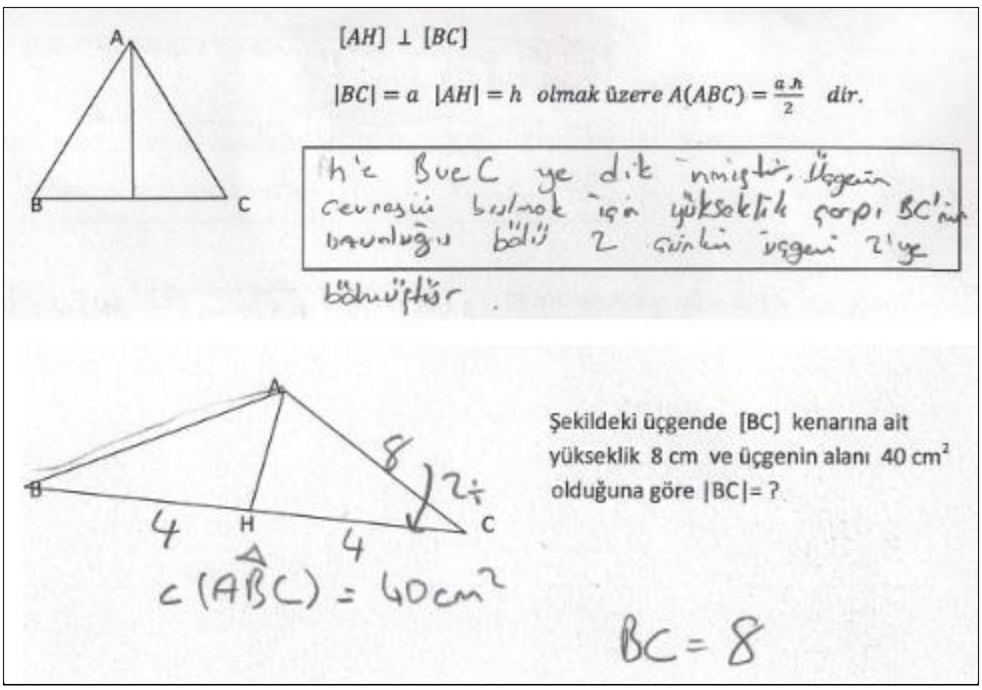
	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 21	% 5	% 9
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 7	% 4	% 53

Üçgenin alanıyla ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada yer aldığı, kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının onu takip ettiği görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin üçgenin alanı ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin üçgenin alanıyla ilgili karşılaştığı bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde üçgenin alanı ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırmada yeterli sayılan cevapların çoğunluğunda alanın “bir kenar ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısı” yerine “taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısı” şeklinde ifade edildiği dikkat çekmektedir. Üçgenin alanı 9. sınıfta uygulama zamanından sonra yer alan bir konu olduğu için öğrencilerin cevapları önceki sınıflardaki bilgilerini içermektedir. Önceki sınıflarda öğretmenlerin üçgenin alanını ifade ederken “kenar” kelimesi yerine çoğunlukla “taban” kelimesini kullandıkları ve öğrencilerin ifadelerine de bu kullanımın yansıdığı düşünülmektedir.

Aşağıda üçgenin alanı ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 40. Üçgenin alanı ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 41. Üçgenin alanı ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 5. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. “Alan” kavramının hiç kullanılmadığı veya “çevre” kavramıyla karıştırıldığı fark edilmektedir. MATEP formunun 5. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Çözümün boş bırakıldığı veya kenar uzunluklarının toplamları ile ilgilenildiği ve yüksekliğin yanlış belirlendiği fark edilmektedir.

4. 2. 6. Kartezyen Çarpıma Ait Bulgular ve Tartışma

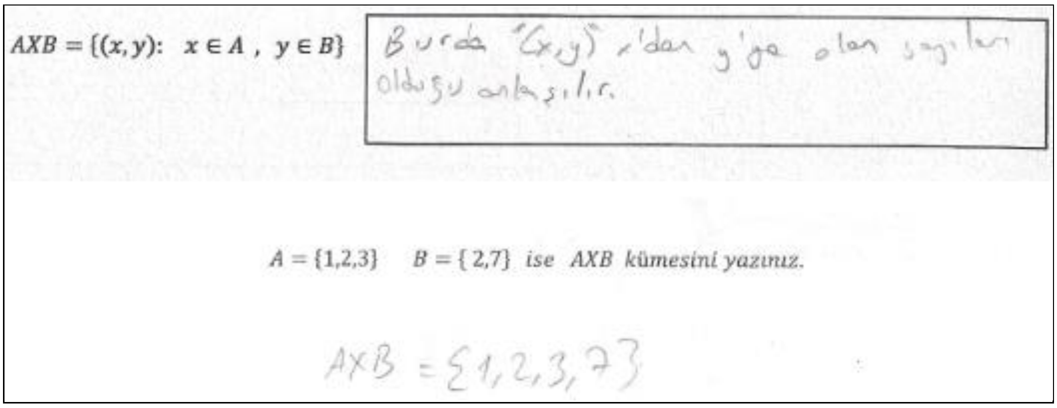
Tablo 14. Kartezyen Çarpımla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 23	% 6	% 5
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 23	% 11	% 33

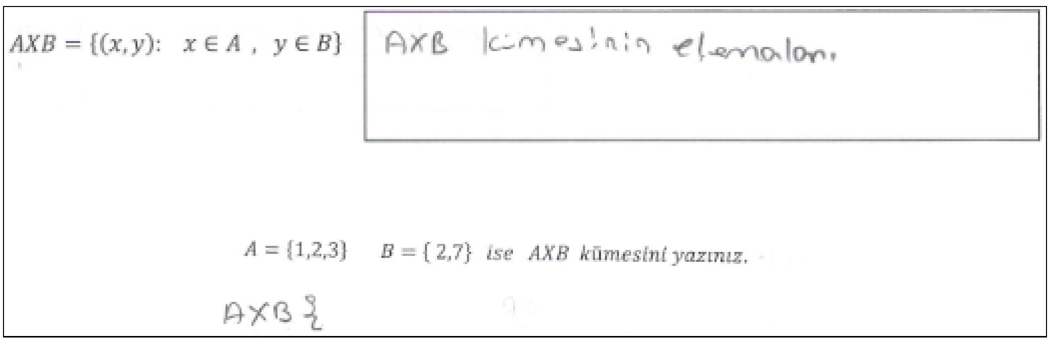
Kartezyen çarpımla ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en yüksek iki oran olduğu ve bu oranlar toplamının yaklaşık %56 olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin kartezyen çarpımla ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin bununla ilgili karşılaştığı bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en düşük oran olması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksek olması beklenmeyen bir durumdur ve tezin hipotezini desteklememektedir. Kartezyen çarpımla ilgili matematiksel kavram sembollerin yeterince anlamlandırılamadığı ancak kartezyen çarpımla ilgili problemin doğru çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin ifadelerinde çoğunlukla ikililerdeki sırayı vurgulamadıkları oysa problemi çözerken sıraya dikkat ettikleri görülmektedir. Yani bu öğrenciler matematiksel kavram ve sembollerde kullanılan “x” ve “y” terimlerinin sırasının önemini bilmekte olsalar bile bunu vurgulama gereği duymamışlardır. Söz konusu oranın bu durum sebebiyle yüksek düzeyde olduğu düşünülmektedir. Kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının da benzer sebeplerle beklenenden yüksek olduğu söylenebilir.

Aşağıda kartezyen çarpım ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 42. Kartezyen çarpım ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 43. Kartezyen çarpım ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 6. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Kartezyen çarpımla ilgili en temel kavram olan sıralı ikili kavramının hiç kullanılmadığı dikkat çekmektedir. MATEP formunun 6. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Çözümde sıralı ikililerin hiç yazılmadığı dikkat çekmektedir.

4. 2. 7. Kareköklü Sayılarda İşlemlere Ait Bulgular ve Tartışma

Tablo 15. Kareköklü Sayılarda İşlemlerle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 29	% 22	% 11
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 2	% 10	% 26

Kareköklü sayılarda işlemlerle ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en yüksek iki oran olduğu ve bu oranlar toplamının yaklaşık %55 olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin kareköklü sayılarda işlemler ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin kareköklü sayılarda işlemlerle ilgili bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının en düşük oran olması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının yüksek düzeyde çıkması beklenmeyen bir durumdur ve tezin hipotezini desteklememektedir. Kareköklü sayılarda işlemlerle ilgili matematiksel kavram ve sembollerin yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırıldığı fakat kareköklü sayılarda işlemlerle ilgili problemin yanlış çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde, bu öğrencilerin ifadede verilen kıyaslamanın farkına varabildikleri ve bu kıyaslamadan yola çıkarak anlamlandırma yapabildikleri; buna karşın problemin çözümünde işlem özelliklerini birlikte kullanamayarak yanlış çözüm yaptıkları düşünülmektedir. Ayrıca kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin matematiksel ifadede verilen kavram ve sembolleri anlamlandırma çabası göstermeyen ancak problemdeki sayıları karekök dışına çıkararak işlemde kısmen doğru ilerleyen öğrenciler oldukları söylenebilir.

Aşağıda kareköklü sayılarda işlemler ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.

Uygun koşullarda verilen x,y sayıları için;

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y}$ ve $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ dir. Ancak

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x}+\sqrt{y}$ ve $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x}-\sqrt{y}$

x ve y kök için de çarpım durumundaysa ayrı yazıla bilir. Bu durum bölüm durumunda da geçerlidir. x+y kök içinde toplama durumundaise ayrı ayrı yazılamaz. Bu durum çıkarmada da geçerlidir.

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$ 9.5

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{50.10}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{500}} = \frac{4\sqrt{5}}{10\sqrt{5}}$$

Şekil 44. Kareköklü sayılar ile ilgili bir cevap çifti örneği

Uygun koşullarda verilen x,y sayıları için;

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y}$ ve $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ dir. Ancak

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x}+\sqrt{y}$ ve $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x}-\sqrt{y}$

Bir kök içinde iki sayının çarpımını istiyorsa bunları ayrı ayrı yazıp çarpabiliriz. Bir kök içinde iki sayının bölümü isteniyorsa bunu ayrı ayrı yazıp bölebiliyoruz ama bu kökün içinde toplama ve çıkarma varsa bunlar ayrı ayrı yazılıp toplanıp çıkarılamaz

Şekildeki dik üçgende

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$

İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{\sqrt{500}} \quad \frac{4\cancel{\sqrt{5}}}{10\cancel{\sqrt{5}}} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}} = \frac{2}{5}$$

Şekil 45. Kareköklü sayılar ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 7. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli veya kabul edilebilir düzeyde olduğu görülmektedir. Genelleme yapılsa da yapılmasa da işlemlerin farklılığının etkisinin anlamlandırılabildiği düşünülmektedir. MATEP formunun 7. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün doğru olduğu görülmektedir. İşlemde sonucun tam olarak doğru bulunduğu veya sadece son adımda sadeleşmenin yapılmadığı ortaya çıkmaktadır.

4. 2. 8. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlara Ait Bulgular ve Tartışma

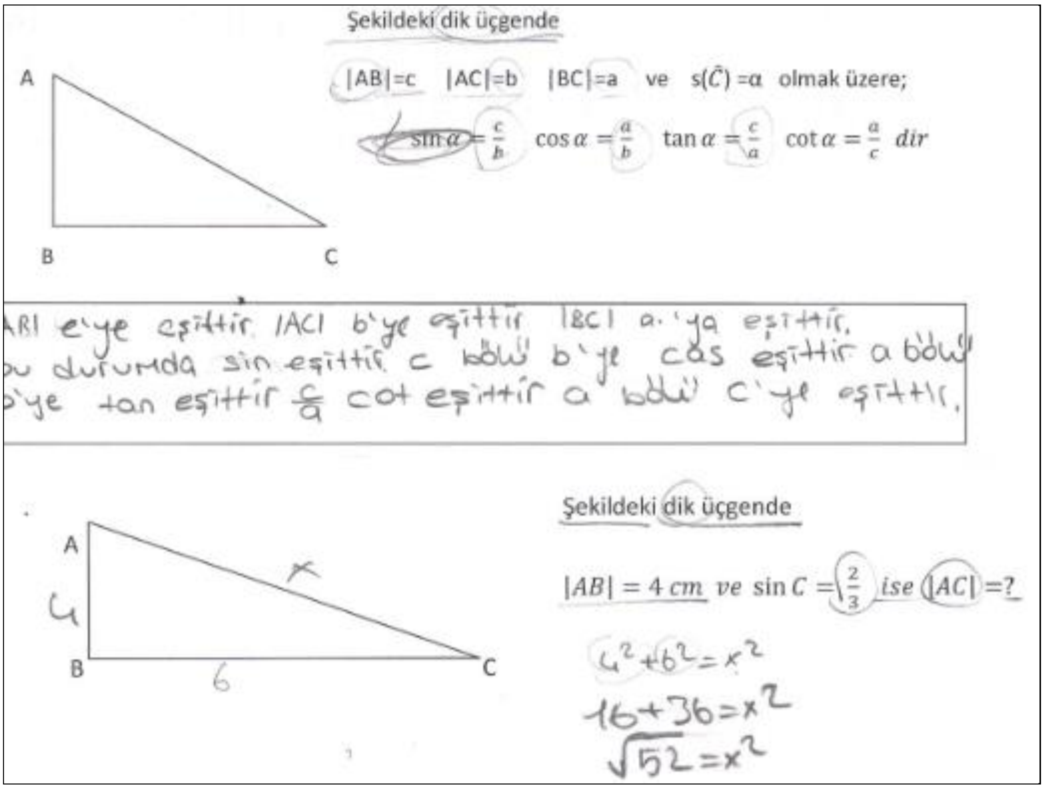
Tablo 16. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlarla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 5	% 4	% 7
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	%12	% 7	% 66

Dik üçgende trigonometrik oranlar ile ilgili cevap çiftleri ait incelendiğinde matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada yer aldığı görülmektedir. Yani öğrencilerin önemli bir çoğunluğu trigonometri ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterli şekilde anlamlandıramamakta ve bununla ilgili karşılaştığı bir problemi doğru şekilde çözememektedir. Bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Niteliği gereği genel olarak kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksekliği de hipotezi destekleyen bir durumdur. Ancak bu cevap çiftinde diğer oranın bu kadar yüksek olması öğrencilerin bu konudaki bilgilerinin yetersiz düzeyde olmasıyla açıklanabilir. Trigonometrinin genel olarak zor anlaşılan bir konu olması ve 9. sınıfta uygulama zamanından sonra yer alan bir konu olması yani öğrencilerin cevaplarının önceki sınıflardaki bilgilerini içermesi bu durumu desteklemiş olabilir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranın düşük olması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksek çıkması beklenmeyen bir durumdur ve tezin hipotezini desteklememektedir. Bu özellikteki cevaplar genel olarak incelendiğinde çözümlerin ya oranların rastgele yazılması ya da Pisagor uygulaması şeklinde yapıldığı; az sayıda çözümde trigonometrik oranın vurgulandığı görülmektedir. Bu durum kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrencilerin problemin doğru çözümünü içeren cevaplarından bazılarının tesadüf olduğunu düşündürmektedir.

Aşağıda dik üçgende trigonometrik oranlar ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekildeki dik üçgende

|AB|=c |AC|=b |BC|=a ve $s(\hat{C})=\alpha$ olmak üzere;

$\sin\alpha=\frac{c}{b}$ $\cos\alpha=\frac{a}{b}$ $\tan\alpha=\frac{c}{a}$ $\cot\alpha=\frac{a}{c}$ dir

A, B, C

ABl c'ye eşittir. lACl b'ye eşittir lBCl a'ya eşittir.
u durumda sin eşittir c bölü b'ye cos eşittir a bölü
'ye tan eşittir $\frac{c}{a}$ cot eşittir a bölü c'ye eşittir.

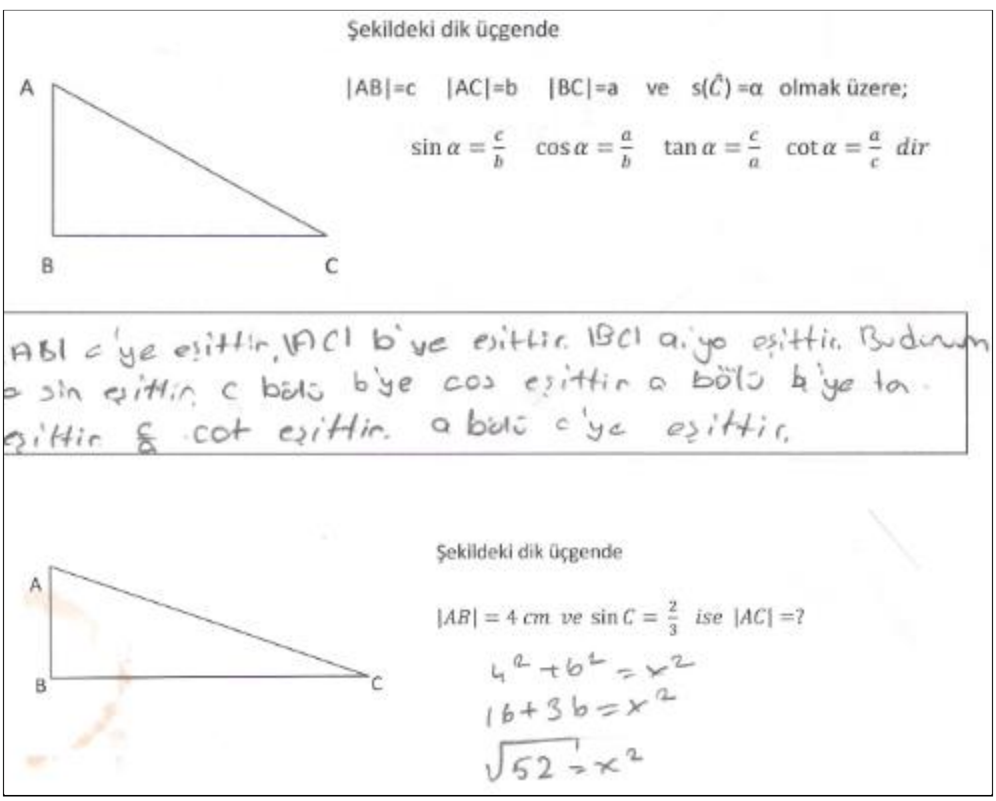
Şekildeki dik üçgende

$|AB|=4\ cm$ ve $\sin C=\frac{2}{3}$ ise $|AC|=?$

A, B, C, 4, 6, x

$4^2+6^2=x^2$
$16+36=x^2$
$\sqrt{52}=x^2$

Şekil 46. Dik üçgende trigonometrik oranlar ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekildeki dik üçgende

|AB|=c |AC|=b |BC|=a ve $s(\hat{C})=\alpha$ olmak üzere;

$\sin\alpha=\frac{c}{b}$ $\cos\alpha=\frac{a}{b}$ $\tan\alpha=\frac{c}{a}$ $\cot\alpha=\frac{a}{c}$ dir

A, B, C

ABl c'ye eşittir, lACl b'ye eşittir. lBCl a'ya eşittir. Bu durum
sin eşittir c bölü b'ye cos eşittir a bölü b'ye tan
eşittir $\frac{c}{a}$ cot eşittir. a bölü c'ye eşittir.

Şekildeki dik üçgende

$|AB|=4\ cm$ ve $\sin C=\frac{2}{3}$ ise $|AC|=?$

A, B, C

$4^2+6^2=x^2$
$16+36=x^2$
$\sqrt{52}=x^2$

Şekil 47. Dik üçgende trigonometrik oranlar ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 8. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Yapılanın anlamlandırma değil sadece yazılanı okuma olduğu fark edilmektedir. MATEP formunun 8. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Trigonometrik oranların hatalı bir şekilde kenar uzunlukları olarak alınarak Pisagor bağıntısı kullanıldığı dikkat çekmektedir.

4. 2. 9. Mutlak Değere Ait Bulgular ve Tartışma

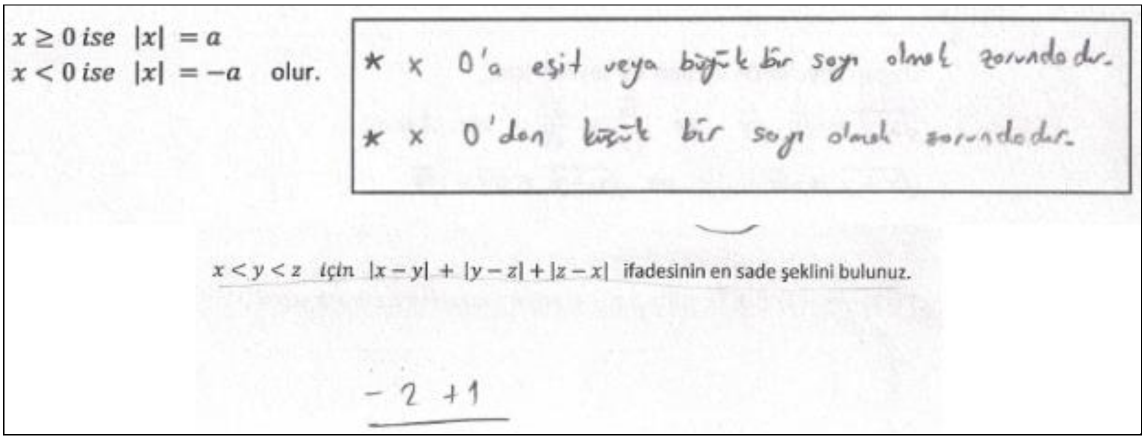
Tablo 17. Mutlak Değerle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	%18	%1	%7
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	%9	%11	%53

Mutlak değerle ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada yer aldığı, kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının da onu takip ettiği görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin mutlak değer ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin mutlak değer ile ilgili karşılaştığı bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Ayrıca kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksek düzeylerde olmaması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının beklenenden yüksek olduğu görülmektedir. Mutlak değerle ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve mutlak değer probleminde kısmen doğru çözüme ulaşan öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin çoğunlukla problem çözümüne sayılar yardımıyla ulaşmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu öğrencilerin problemde yer alan mutlak değerlerin içlerinin işaretlerine kavramsal olarak değil sayısal olarak karar verme yoluna gittikleri; bu yol ile de problemin bazı kısımlarında doğru ilerledikleri söylenebilir.

Aşağıda mutlak değer ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.

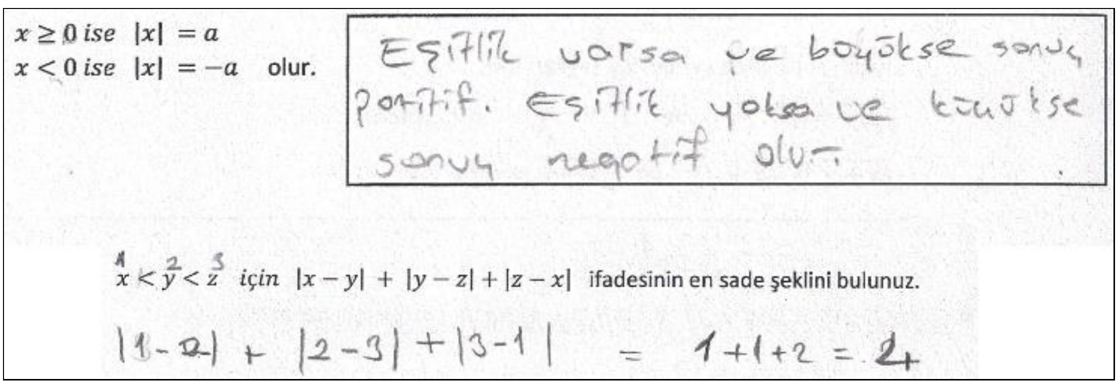

$x \geq 0$ ise $|x| = a$
$x < 0$ ise $|x| = -a$ olur.

* x 0'a eşit veya büyük bir sayı olmak zorundadır.
* x 0'dan küçük bir sayı olmak zorundadır.

$x < y < z$ için $|x-y| + |y-z| + |z-x|$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

$-2+1$

Şekil 48. Mutlak değer ile ilgili bir cevap çifti örneği


$x \geq 0$ ise $|x| = a$
$x < 0$ ise $|x| = -a$ olur.

Eşitlik varsa ve büyükse sonuç pozitif. Eşitlik yoksa ve küçükse sonuç negatif olur.

$\overset{1}{x} < \overset{2}{y} < \overset{3}{z}$ için $|x-y| + |y-z| + |z-x|$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

$|1-2| + |2-3| + |3-1| = 1+1+2 = 4$

Şekil 49. Mutlak değer ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 9. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Kullanılan ifadelerin mutlak değerin iç kısmı ile ilgili verilen koşula odaklandığı ve mutlak değer kavramına hiç yer verilmediği dikkat çekmektedir. MATEP formunun 9. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Mutlak değerli ifadelerin içinin işaretini belirlemede sayılardan yardım almak yerine rastgele sayılar verilerek yanlış sonuçlar bulunmuştur.

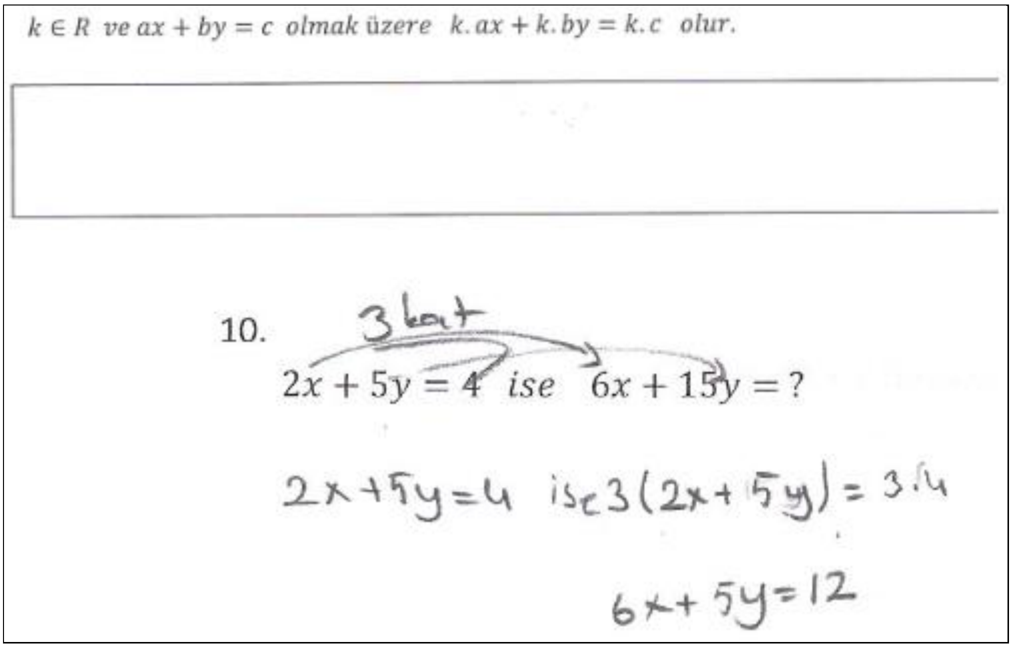
4. 2. 10. Birinci Dereceden Denklemlere Ait Bulgular ve Tartışma

Tablo 18. Birinci Dereceden Denklemlerle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

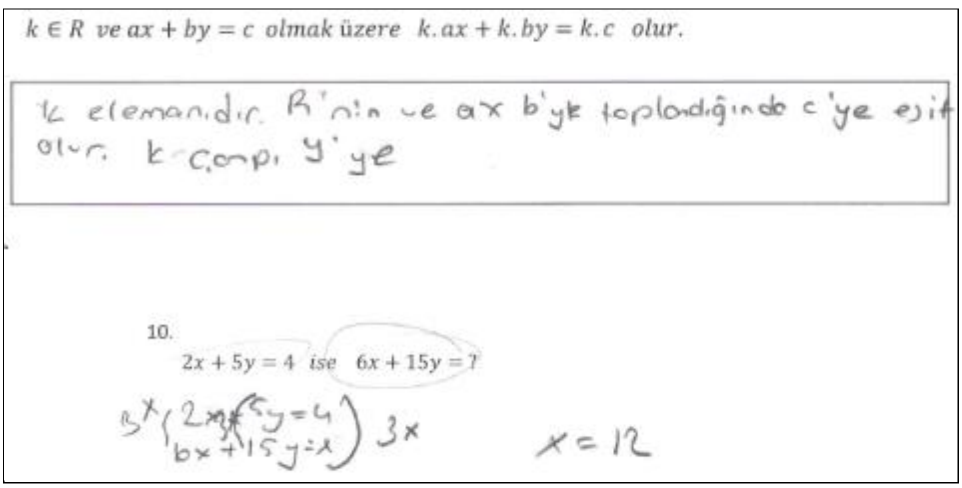
	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 9	% 0	% 1
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 40	% 12	% 36

Birinci dereceden denklemlerle ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının en yüksek oran görmekteyiz. Tüm cevap çiftleri içinde bu durumun ilk sırada yer aldığı tek cevap çiftinin bu çift olması oldukça dikkate değerdir. Bu oranın böyle yüksek çıkması beklenmeyen bir durumdur ve tezin hipotezini desteklememektedir. Denklem ile ilgili matematiksel kavram ve sembollerin yeterince anlamlandırılamadığı fakat denklem ile ilgili problemin doğru çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin önemli bir bölümünün denklem problemini çözerken genel kavram ve ilkelerden değil verilen sayılar arasındaki ilişkilerden faydalandığı görülmektedir. Yani öğrenciler çözüm yaparken çoğunlukla problemde verilen eşitliğin iki tarafını birer bütün olarak almamış, iki taraftaki terimlerin katsayılarını ayrı ayrı değerlendirmişlerdir. Bir denklemi denklem çözme ilkeleriyle değil deneme yoluyla çözmek matematiksel olarak mümkün olduğuna göre böyle bir çözüm de mümkün olabilir. Fakat denklemle ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramayan ve denklem problemini kısmen doğru çözen öğrencilerin de yüksek bir orana sahip olması; kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrencilerin bir bölümünün denklemin bir tarafındaki iki terimin ortak katlarının aslında o tarafın katı olduğunu fark edemeden de doğru çözüme ulaşmış olabileceğini düşündürmektedir. Diğer taraftan bu çiftle ilgili çok dikkat çeken bir husus denklem ile ilgili matematiksel kavram ve sembollerin yeterince anlamlandırılabildiğini ifade eden durumların toplam oranının yaklaşık %11 olmasıdır. Bu oranın bu kadar düşük olmasının sebebi, denklem ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri ifade etmek için kullanılması gereken -değişkenleri ve katsayıları temsil eden - harf sayısının fazla olması ve bu fazlalığın öğrencilerin anlamlandırma çabasını ve yeterliğini olumsuz etkilemesi olabilir.

Aşağıda birinci dereceden denklemler ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 50. Birinci dereceden denklemler ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 51. Birinci dereceden denklemler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 10. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Anlamlandırma kısmının boş bırakıldığı ya da sadece verilenin okunuşunun yazıldığı fark edilmektedir. MATEP formunun 10. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün doğru olduğu görülmektedir. Çözüm yapılırken iki taraf arasındaki katın da sorgulanması çözümün doğru kabul edilmesinin sebebidir.

4. 2. 11. Birinci Dereceden Eşitsizliklere Ait Bulgular ve Tartışma

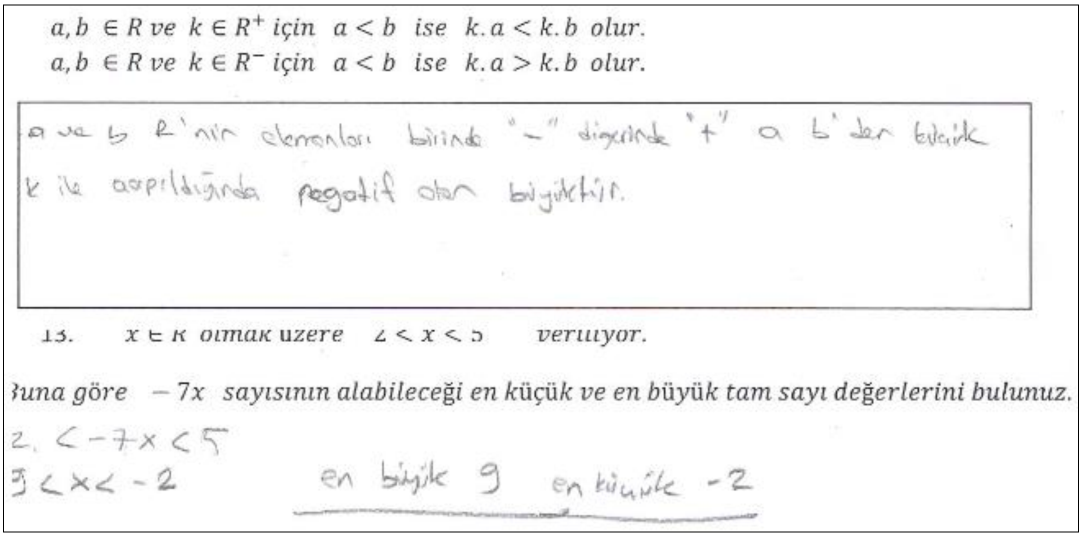
Tablo 19. Birinci Dereceden Eşitsizlikle İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 5	% 3	% 5
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 2	% 12	% 73

Birinci dereceden eşitsizliklerle ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada olduğu görülmektedir. Yani öğrencilerin önemli bir çoğunluğu eşitsizliklerle ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramamakta ve eşitsizlikle ilgili karşılaştığı bir problemi yanlış çözmektedir. Bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Niteliği gereği genel olarak kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksekliği de hipotezi destekleyen bir durumdur ancak bu cevap çiftinde diğer oranının bu kadar yüksek olması öğrencilerin bu konudaki bilgilerinin yetersiz düzeyde olmasıyla açıklanabilir. Ayrıca kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının düşük olması da tezin hipotezini destekleyen durumlardır.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının beklenenden yüksek bir orana sahip olduğu görülmektedir. Eşitsizliklerle ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ancak eşitsizlik probleminde kısmen doğru çözüme ulaşan öğrencilerin cevapları incelendiğinde çoğunlukla matematiksel sembol ve ilişkilerde iki kısımda ifade edilen ve eşitsizliğin iki tarafının çarpıldığı sayının işaretinin eşitsizliğin yönü üzerindeki rolünü vurgulayan ayrımın yeterince anlamlandırılamadığı, problemin çözümünde ise aynı işlemin eşitsizliğin tüm kısımlarına uygulanarak doğru bazı adımlar atıldığı görülmektedir.

Aşağıda birinci dereceden eşitsizlikler ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



$a,b \in R$ ve $k \in R^+$ için $a < b$ ise $k.a < k.b$ olur.
$a,b \in R$ ve $k \in R^-$ için $a < b$ ise $k.a > k.b$ olur.

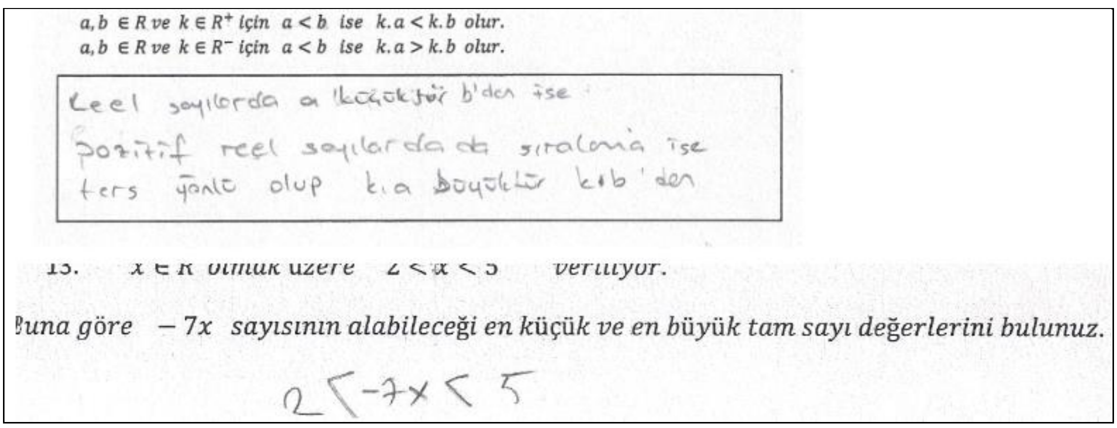
a ve b R'nin elemanları birinde "–" diğerinde "+" a b'den büyük k ile çarpıldığında negatif olan büyüktür.

13. $x \in R$ olmak üzere $2 < x < 5$ veriliyor.

Buna göre $-7x$ sayısının alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.

$2 < -7x < 5$
$3 < x < -2$ en büyük 9 en küçük -2

Şekil 52. Birinci dereceden eşitsizlikler ile ilgili bir cevap çifti örneği



$a,b \in R$ ve $k \in R^+$ için $a < b$ ise $k.a < k.b$ olur.
$a,b \in R$ ve $k \in R^-$ için $a < b$ ise $k.a > k.b$ olur.

Reel sayılarda a küçüktür b'den ise pozitif reel sayılarda da sıralama ise ters yönlü olup k.a büyüktür k.b'den

13. $x \in R$ olmak üzere $2 < x < 5$ veriliyor.

Buna göre $-7x$ sayısının alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.

$2 < -7x < 5$

Şekil 53. Birinci dereceden eşitsizlikler ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 11. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Eşitsizliğin iki tarafının çarpılacağı sayının işareti için verilen koşulun anlamlandırılmaya çalışıldığı ve bu işaretin eşitsizliğin yönüne etkisinin fark edilmediği ortaya çıkmaktadır. MATEP formunun 11. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Hem eşitsizlik işaretinin hem işlemin yanlış kullanıldığı dikkat çekmektedir.

4. 2. 12. Orantıya Ait Bulgular ve Tartışma

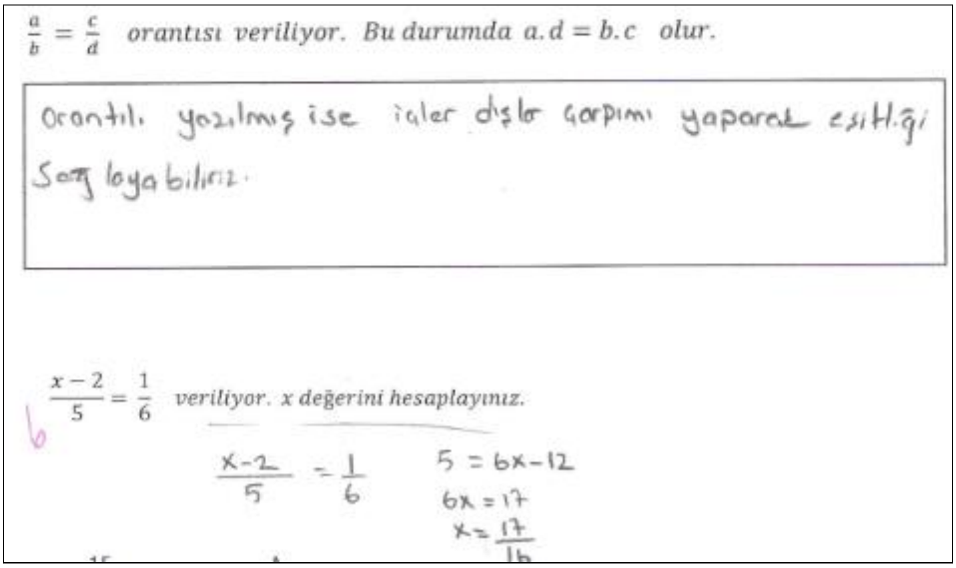
Tablo 20. Orantıyla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 44	% 8	%10
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 14	% 8	% 18

Orantıyla ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en yüksek iki oran olduğu ve bu oranlar toplamının yaklaşık %60 olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin orantı ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin orantı ile ilgili bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranlarının yüksekliği beklenmeyen durumlardır ve bu durumlar tezin hipotezini desteklememektedirler. Orantı ile ilgili matematiksel kavram ve sembollerin yeterince anlamlandırıldığı fakat orantı ile ilgili problemin yanlış çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin çoğunlukla problem çözümü için çaba harcamadıkları veya orantıda kat ilişkisi aradıkları görülmektedir. Orantı ile ilgili matematiksel kavram ve sembollerin yeterince anlamlandırılamadığı fakat orantı ile ilgili problemin doğru çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde çoğunlukla öğrencilerin orantıda kullanılan içler ve dışlar terimlerini ifade etmedikleri ama problemi çözerken bunların çarpımlarını birbirine eşitleyerek doğru çözüme ulaştıkları görülmektedir. Bu durum üzerinde, Pisagor bağıntısında olduğu gibi, öğrencilerin önceki sınıflardan beri bu özelliği sıklıkla kullanmalarının önemli bir rol oynadığı düşünülmektedir.

Aşağıda orantı ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *orantısı veriliyor. Bu durumda $a.d = b.c$ olur.*

Orantılı yazılmış ise içler dışlar çarpımı yaparak eşitliği sağlayabiliriz.

$\frac{x-2}{5} = \frac{1}{6}$ *veriliyor. x değerini hesaplayınız.*

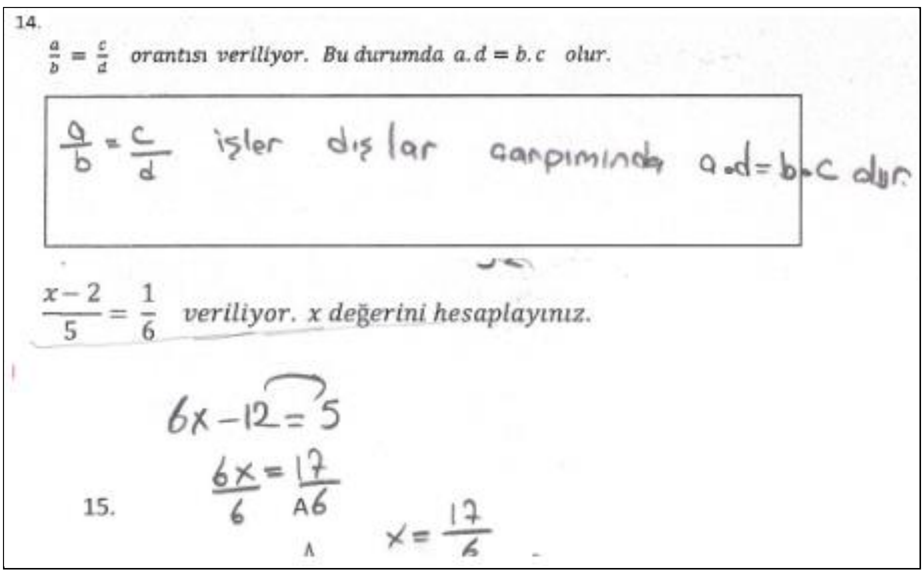
6

$\frac{x-2}{5} = \frac{1}{6}$ $5 = 6x - 12$

$6x = 17$

$x = \frac{17}{16}$

Şekil 54. Orantı ile ilgili bir cevap çifti örneği



14.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *orantısı veriliyor. Bu durumda $a.d = b.c$ olur.*

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ işler dış lar çarpımında $a.d = b.c$ olur

$\frac{x-2}{5} = \frac{1}{6}$ *veriliyor. x değerini hesaplayınız.*

$6x - 12 = 5$

$\frac{6x}{6} = \frac{17}{A6}$

15.

$x = \frac{17}{6}$

Şekil 55. Orantı ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 12. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli veya kabul edilebilir düzeyde olduğunu görülmektedir. Orantı ile ilgili "içler ve dışlar" ifadelerinin ve bunlar arasındaki işlemin yeterli düzeyde vurgulandığı düşünülmektedir. MATEP formunun 12. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün doğru olduğu görülmektedir. İçler dışlar çarpımlarının eşit olduğu bilgisi hatasız ve eksiksiz şekilde uygulanmıştır.

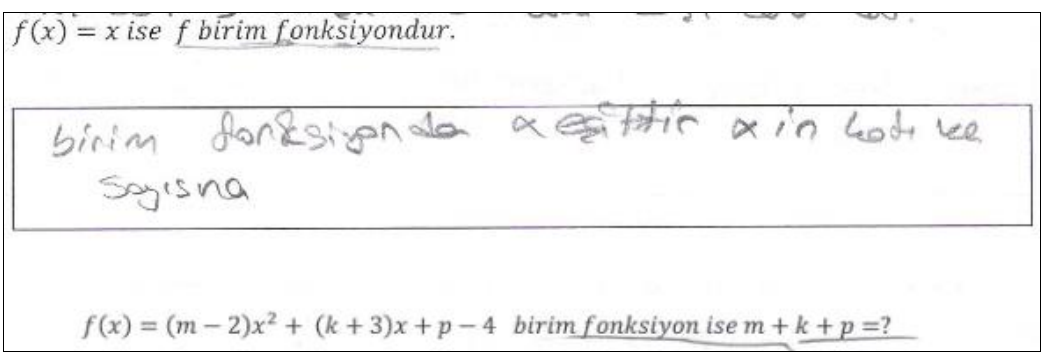
4. 2. 13. Birim Fonksiyona Ait Bulgular ve Tartışma

Tablo 21. Birim Fonksiyonla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

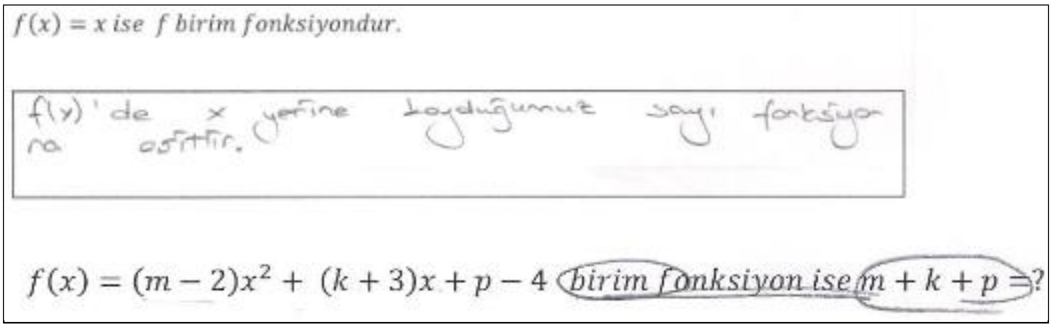
	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	%17	%8	%7
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	%5	%9	%54

Birim fonksiyonla ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada yer aldığı, kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının da onu takip ettiği görülmektedir. Bu durumlar tezin hipotezini desteklemektedir. Birim fonksiyonla ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramayan ve bununla ilgili karşılaştığı bir problemi doğru çözemeyen öğrencilerin oranının diğerine göre yüksek çıkması öğrencilerin birim fonksiyon ile ilgili bilgilerinin yetersizliği ile açıklanabilir. Ayrıca fonksiyon kavramıyla ilk kez 9. sınıfta karşılaşmalarının ve genel olarak cebirsel ifadelerde yaşadıkları sıkıntıların da bu durumda etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çoğunlukla birim fonksiyon probleminin çözümünde birim fonksiyon kavramını kullanmayı değil ona ait kuralı ezberleyip hatırlamayı seçtikleri ve yanlış çözümlerin genellikle yanlış hatırlamalardan kaynaklandığı görülmektedir. Ayrıca kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksek olmaması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Aşağıda birim fonksiyon ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 56. Birim fonksiyon ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 57. Birim fonksiyon ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 13. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Birim fonksiyondan önce anlamlandırma sıkıntısının "fonksiyon" kavramıyla başladığı ortaya çıkmaktadır. MATEP formunun 13. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Çözümler boş bırakılmış dolayısıyla aldığı puandan dolayı yanlış kabul edilmiştir.

4. 2. 14. Birebir Fonksiyona Ait Bulgular ve Tartışma

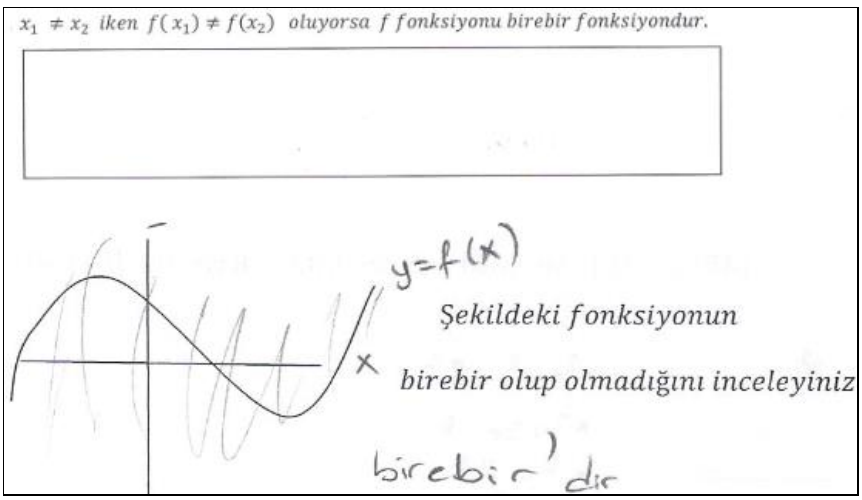
Tablo 22. Birebir Fonksiyonla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	% 6	% 1	% 3
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	% 5	% 18	% 66

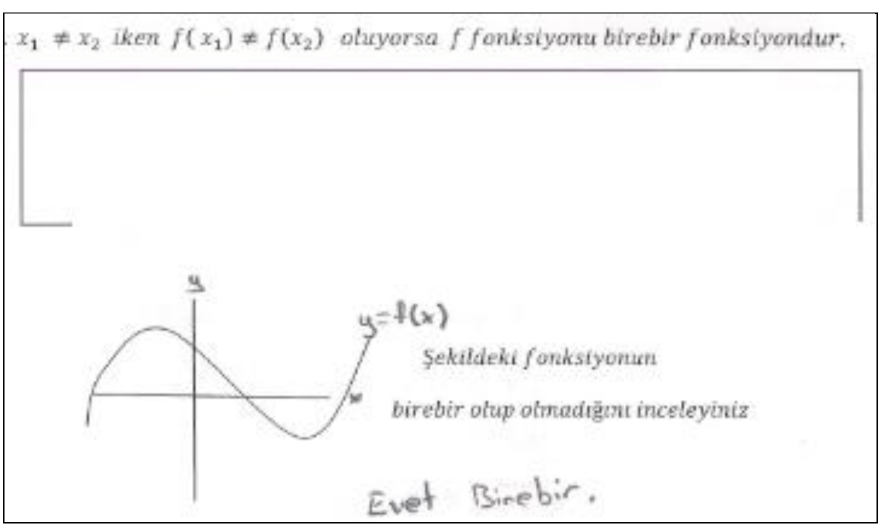
Birebir fonksiyonla ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının belirgin bir farkla ilk sırada yer aldığı görülmektedir. Birebir fonksiyonla ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramayan ve bununla ilgili karşılaştığı bir problemi doğru çözemeyen öğrencilerin oranının yüksek olması tezin hipotezini desteklemektedir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranının da tezi desteklemesine rağmen düşük seviyede kalması öğrencilerin birebir fonksiyon ile ilgili bilgilerinin yetersizliği ile açıklanabilir. Ayrıca fonksiyon kavramıyla ilk kez 9. sınıfta karşılaşmalarının ve genel olarak hem cebirsel ifadelerde hem grafiklerde yaşadıkları sıkıntıların da bu durumda etkili olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çoğunlukla birebir fonksiyon probleminin çözümünde birebir fonksiyon kavramını kullanmayı değil ona ait grafik kuralını ezberleyip hatırlamayı seçtikleri ve yanlış çözümlerin genellikle yanlış hatırlamalardan ve birebir fonksiyon olma ile fonksiyon olma kurallarını karıştırmalarından kaynaklandığı görülmektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının beklenenden yüksek olduğu söylenebilir. Birebir fonksiyonla ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramayan ve kısmen doğru çözüm yapan öğrenci cevapları incelendiğinde birebir fonksiyonla ilgili problem çözümünde öğrencilerin çoğunlukla yatay doğru testini uygulamaya çalıştıklarını ama doğru yargıya ulaşamadıklarını görmekteyiz.

Aşağıda birebir fonksiyon ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 58. Birebir fonksiyon ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 59. Birebir fonksiyon ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 14. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Tanım kümesi ve görüntü kümesinden ikişer elemanın kullanılmasının genellikle anlamlandırma yapılmadan cevabın boş bırakılmasında etkili olduğu düşünülmektedir. MATEP formunun 14. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün yanlış olduğu görülmektedir. Çözüm için herhangi bir inceleme yapılmadığı veya fonksiyon olma koşuluyla karıştırılarak düşey doğru testi uygulandığı dikkat çekmektedir.

4. 2. 15. Üçgende Açı Kenar Bağıntılarına Ait Bulgular ve Tartışma

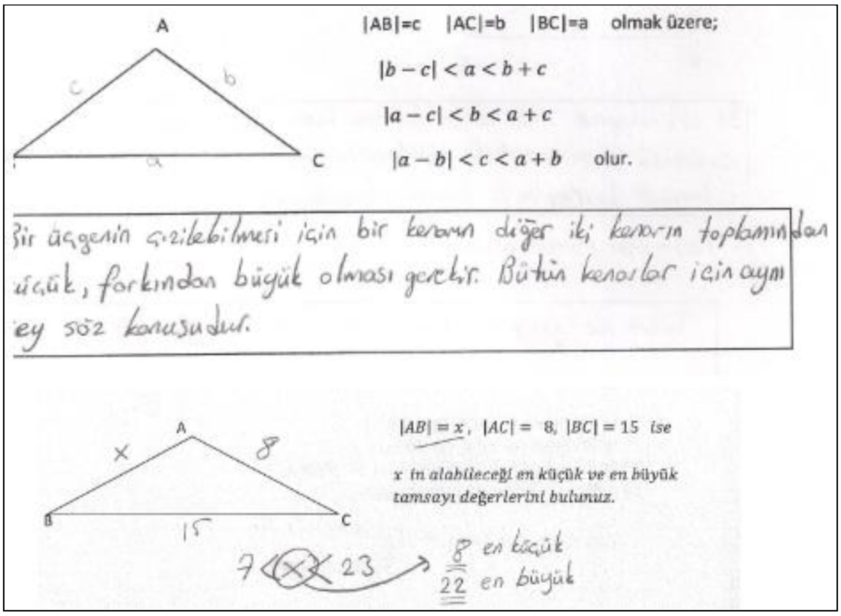
Tablo 23. Üçgende Açı Kenar Bağıntılarıyla İlgili Cevapların Niteliği ve Dağılımı

	Problem Çözümü Doğru	Problem Çözümü Kısmen Doğru	Problem Çözümü Yanlış
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterli veya kabul edilebilir	%30	%8	%2
Kavram ve sembolleri anlamlandırma yetersiz	%20	%17	%23

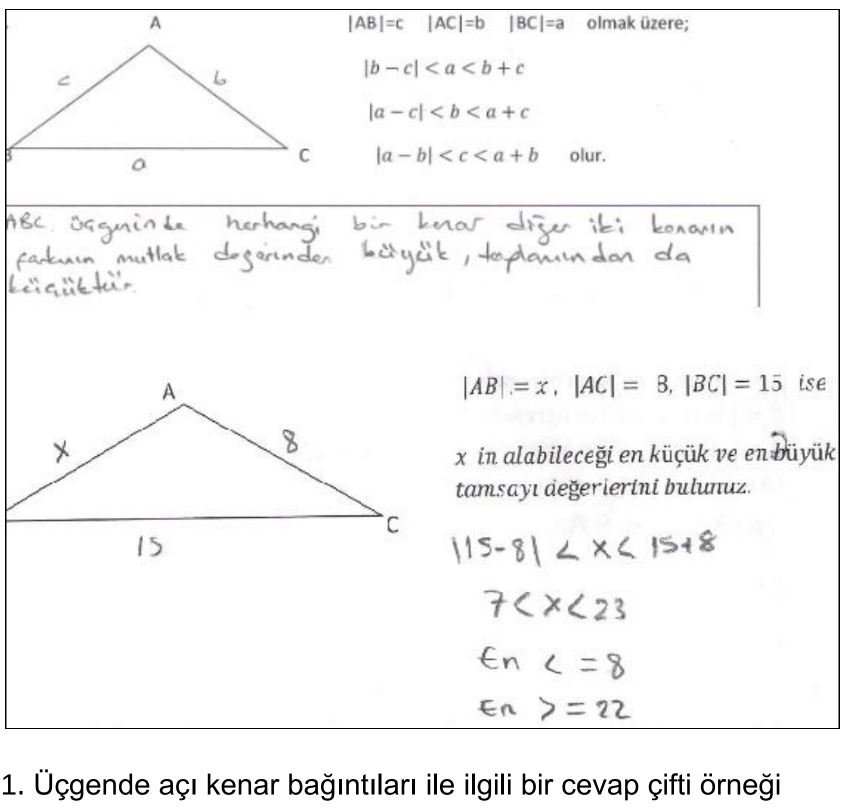
Üçgende açı kenar bağıntılarıyla ilgili cevap çiftleri incelendiğinde kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi doğru çözen öğrenci oranı ile kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en yüksek iki oran olduğu ve bu oranlar toplamının yaklaşık %53 olduğu görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin üçgende açı kenar bağıntıları ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırabilme yeterliğinin bununla ilgili bir problemi çözebilme başarısıyla paralel olduğunu söylemek mümkündür. Yani bu durum tezin hipotezini desteklemektedir. Kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandıran ve problemi yanlış çözen öğrenci oranının en düşük oran olması da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi doğru çözen öğrenci oranının yüksek çıkması beklenmeyen bir durumdur ve tezin hipotezini desteklememektedir. Üçgende açı kenar bağıntılarıyla ilgili matematiksel kavram ve sembollerin yeterince anlamlandırılamadığı fakat bununla ilgili problemin doğru çözüldüğü duruma uygun cevaplar veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırmadaki yetersizliğin çoğunlukla açı-kenar isimlerini ve sıralama ilişkisini belirlemede yaşandığı gözlenmiştir. Fakat bu öğrenciler problem çözerken çoğunlukla sembol kullanılmadan alt alta toplama ve çıkarma işlemleriyle açıları bulmuşlar ve sonuca bu şekilde gitmişlerdir. Kavram ve sembolleri yeterli düzeyde anlamlandıramayan ve problemi kısmen doğru çözen öğrenci oranının da benzer sebeplerle beklenenden yüksek çıktığı söylenebilir.

Aşağıda üçgende açı kenar bağıntıları ile ilgili dağılımda en fazla payı alan cevap çiftlerine ait ikişer örnek ve bu örneklerle ilgili açıklamalar sunulmuştur.



Şekil 60. Üçgende açı kenar bağıntıları ile ilgili bir cevap çifti örneği



Şekil 61. Üçgende açı kenar bağıntıları ile ilgili bir cevap çifti örneği

Bu örnekler birlikte incelendiğinde MATEKS formunun 15. soruna verilen cevaplarda kavram ve sembolleri anlamlandırmanın yeterli veya kabul edilebilir düzeyde olduğunu görülmektedir. Kenar uzunlukları arasındaki ilişkilerin ifade şekli, mutlak değer detayı vurgulansa da vurgulanmasa da anlamı yeterli düzeyde vermektedir. MATEP formunun 15. problemine verilen cevaplarda problem çözümünün doğru olduğu görülmektedir. Çözüm için eşitsizliğin de doğru yazıldığı, en küçük ve en büyük tam sayı değerlerinin de doğru belirlendiği görülmektedir.

Bulguları genel olarak değerlendirdiğimizde matematiksel kavram ve sembollerin anlamlandırılması ile matematik probleminin çözümü arasında bir paralellik olduğu görülmektedir. Kavram ve sembollerin yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırılıp problemin doğru çözüldüğü durumun en belirgin olduğu konular üslü ifadelerde işlemler ve orantıdır. Bu durumda öğrencilerin üslü ifadelerde işlemler ve orantı konuları ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırabildikleri ve bu konularla ilgili matematik problemlerini doğru çözebildikleri söylenebilir. Bu bulgular tezin hipotezini destekleyen bulgulardır. Kavram ve sembollerin yeterli düzeyde anlamlandıramadığı ve problemin yanlış çözüldüğü durumun en belirgin olduğu konular üçgende alan, mutlak değer, birinci dereceden eşitsizlikler, birim fonksiyon ve birebir fonksiyonlardır. Bu durumda öğrencilerin bu konular ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramadıkları ve bu konularla ilgili matematik problemini doğru çözemedikleri söylenebilir. Bu bulgular tezin hipotezini destekleyen bulgulardır. Kavram ve sembollerin yeterli veya kabul edilebilir düzeyde anlamlandırılıp problemin yanlış çözüldüğü durumun ilk sırada yer aldığı herhangi bir konu bulunmamaktadır. Bu durum da tezin hipotezini desteklemektedir.

Diğer taraftan kavram ve sembollerin yeterli düzeyde anlamlandırılamayıp problemin doğru çözüldüğü durumun ilk sırada yer aldığı tek konunun birinci dereceden denklemler olduğu görülmektedir. Bu bulgular tezin hipotezini desteklememektedir. Birinci dereceden denklem ile ilgili kavram ve sembollerin kullanıldığı matematiksel ilişkinin fazla sayıda harf içermesinin anlamlandırma yeterliğini olumsuz etkilediğini; sayısal denemelerle sonuca ulaşabilme ihtimalinin yüksek olmasının matematik problemini çözme başarısını olumlu etkilediğini söylemek mümkündür. Söz konusu durumun bu sebeple oluştuğu düşünülmektedir.

Buchanan (2007) matematik dilini anlamak için öğrencilere nasıl okumaları gerektiğini öğretmenin önemini incelediği çalışmasında hem yazılı hem sözlü olarak matematiksel dil üzerinde durmanın öğrencilerin matematik derslerini anlama becerilerini artırdığı sonucuna varmıştır. Araştırmanın matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki paralelliği gösteren bulguları, söz konusu çalışmanın yazılı ve sözlü olarak matematiksel dili kullanmanın önemini ortaya koyduğu bulgularıyla örtüşmektedir.

İpek ve Okumuş (2012) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde kullandıklarını temsilleri inceledikleri çalışmalarında adayların bu süreçte konuşma dili temsilini diğer temsil türlerine göre daha yoğun kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Akay (2004) okuduğunu anlama becerisinin matematik problemlerini çözme başarısına etkisini incelediği çalışmasında okuduğunu anlama becerisi gelişen öğrencilerin matematik problemlerini çözme başarılarının diğer öğrencilere göre daha fazla geliştiği sonucuna ulaşmıştır. Araştırmanın matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki paralelliği gösteren bulguları, söz konusu çalışmaların sözel anlama ve konuşmanın problem çözme başarısındaki etkisine dair bulgularıyla örtüşmektedir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5. 1. Sonuçlar

9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada öğrencilere iki form uygulanmıştır. MATEKS formu öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliğini belirlemek için hazırlanan 15 sorudan, MATEP formu MATEKS formundaki sorularla ilişkili hazırlanan 15 matematik probleminden oluşmaktadır. İki formun uygulamalarından elde edilen verilerin nicel ve nitel olarak analizleri yapılmış, bu analizlerden elde edilen bulgular yorumlanarak tartışılmış ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliğini belirlemek için uygulanan MATEKS formu ile matematik problemlerini çözme başarılarını belirlemek için uygulanan MATEP formundan alınan puanlar arasında istatistiksel olarak çoğunlukla olumlu yönde orta derecede ilişki olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin cevap çiftleri incelendiğinde; öğrencilerin yaklaşık %22'sinin "yeterince anlamlandırabildikleri matematiksel kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini doğru çözdükleri" ve yaklaşık %60'ının "yeterince anlamlandıramadıkları matematiksel kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini yanlış çözdükleri" görülmektedir. Yani matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasında paralellik bulunan öğrenci oranı yaklaşık %82'dir.

Öğrencilerin cevap çiftleri incelendiğinde; öğrencilerin yaklaşık %2'sinin "yeterince anlamlandırabildikleri matematiksel kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini yanlış çözdükleri" ve yaklaşık %5'inin "yeterince anlamlandıramadıkları matematiksel kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerini doğru çözdükleri" görülmektedir. Yani matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasında paralellik bulunmayan öğrenci oranı yaklaşık %7'dir.

Matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin en belirgin olduğu konular, ikisinin de olumlu olduğu durumlarda, üslü ifadelerde işlemler ve orantıdır. Yani öğrenciler genel olarak üslü ifadeler ve orantı ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandırabilmekte ve bu konularla ilgili matematik problemlerini doğru çözebilmektedirler.

Matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin en belirgin olduğu konular, ikisinin de olumsuz olduğu durumlarda, üçgende alan, mutlak değer, birinci dereceden eşitsizlikler, birim fonksiyon ve birebir fonksiyonlardır. Yani öğrenciler genel olarak üçgende alan, mutlak değer, birinci dereceden eşitsizlikler, birim fonksiyon ve birebir fonksiyonlar ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramamakta ve bu konularla ilgili matematik problemlerini yanlış çözmektedirler.

Matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin en zayıf olduğu konu birinci dereceden denklemlerdir. Öğrenciler genel olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile ilgili matematiksel kavram ve sembolleri yeterince anlamlandıramamakta ama bu konuyla ilgili matematik problemlerini doğru çözebilmektedirler.

5. 2. Öneriler

5. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

1. 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin incelendiği bu araştırmadan elde edilen "yeterince anlamlandırılabilen matematiksel kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerinin doğru çözüldüğü; yeterince anlamlandırılamayan matematiksel kavram ve sembollerle ilgili olan matematik problemlerinin yanlış çözüldüğü" şeklindeki genel sonuca dayanarak matematik öğretmenlerine sınıflarında matematiksel dilin kullanımı konusunda hassas davranmaları önerilebilir. Matematik öğretmenleri matematiksel dilin özellikle sembolik boyutunun matematik eğitimindeki rolünün farkına varmalı, kullanılan kavram ve sembollerin öğrenciler tarafından anlamlandırılamadığı durumlarda matematik problemi çözme başarısının da istenen seviyede olmayabileceğini görmelidirler.
2. 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin birçok konu açısından oldukça belirgin olduğu şeklindeki genel sonuca dayanarak öğrencilere matematik dersine çalışma stratejilerini gözden geçirmeleri önerilebilir. Birçok öğrencinin matematik dersine çalışmayı "formül ezberleme" olarak algıladığı gözlenmektedir. Matematiksel dil ile semboller

kullanılarak ifade edilen matematiksel kuralları anlamlandırmadan, ilişkilendirmeden yani içselleştirmeden çalışmak kaçınılmaz sonuç olarak formül ezberlemeyi getirmektedir. Anlamlandırmadan ezberlemek öğrencinin düşünce gelişimine katkıda bulunmayacağına ve ufkunu genişletmeyeceğine göre matematik öğrenmesinin temel amacı gerçekleşmemiş olacaktır. Öğrenciler matematiksel düşüncenin oluşmasına hizmet eden çalışma stratejileri kullanmaya yönelebilirler.

3. Öğrencilerin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırması onları kendi cümleleriyle söyleyebilmeleri ve yazabilmeleriyle kolaylaşabilir. Ders sırasında bu matematiksel iletişimin ön plana çıkarılabilmesi oldukça gerekli ve önemlidir. Matematik sembolik kurallar yığını olarak değil sembolik dilin sözel dil ile birlikte kullanıldığı bir anlamlar bütünü olarak görülmelidir. Matematiği bir dil olarak kabul edip matematik çalışmayı Matematikçe ve Türkçe arasında bir çeviri yapma işi olarak algılamak ve bu şekilde sunmak matematik eğitiminde yaşanan birçok sıkıntının çözüme kavuşmasına yardımcı olabilir.
4. Matematik eğitiminde yaşanan sıkıntının görünür yüzlerinden biri matematik problemlerinin çözümünde yaşanan başarısızlıklardır. Araştırma sonuçları matematik problemlerini çözme başarısının matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliği ile yakından ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır. O halde anlamlandırma yeterliğinin gelişimine katkı sağlayacak adımlara öncelik verilmelidir. Bu adımlardan birisi okullarda matematik dersinin ilişkilendirildiği disiplinlerin tekrar gözden geçirilmesi olabilir. Örneğin öğrenciler ders seçimlerini yaparken sınıf seviyelerine uygun olarak matematikle birlikte mantık, felsefe, dil-anlatım gibi kavramsal tutarlılıkların ve bütünlüklerin esas alındığı dersler konusunda teşvik edilebilirler.
5. Öğrencilere matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma çabalarını destekleyecek nitelikte ödevler vermek öğrencilerin matematiksel düşünme alışkanlığı kazanmasına yardımcı olabilir. Örneğin matematiksel kavram ve sembollerden oluşan matematiksel ilişkilerin yazıldığı bir sütunun karşısına bunların kullanılan sözel dildeki karşılıklarını yazmak şeklinde tasarlanan bir etkinlik-ödev kağıdı öğrencilerin bu çabalarını teşvik edebilir.

5. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

1. Bu araştırmada 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterlikleri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişki incelenmiştir. Benzer incelemeler ortaöğretimin diğer sınıf

seviyelerindeki örneklemlerle veya 9. sınıf seviyesinde daha geniş örneklemlerle yapılabilir.

2. Farklı sınıf seviyelerinde farklı matematik konuları seçilerek benzer incelemeler yapılırsa konu açısından genel değerlendirmelere ulaşılabilir. Örneğin konular öğrenme alanlarına göre tasnif edilerek matematiksel kavram ve sembolleri anlamlandırma yeterliğinin matematiğin farklı öğrenme alanlarındaki başarıyla ilişkisi araştırılabilir.

6. KAYNAKLAR

Akay, A. (2004). İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama becerilerinin matematik problemlerini çözme başarısına etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Albayrak, M. ve Erkal, M. (2003). Başarıya giden yolda ifade ve beceri derslerinin (Türkçe-matematik) birlikteliği. Milli Eğitim Dergisi, 158. http://dhgm.meb.gov.tr/yayimlar/dergiler/Milli_Egitim_Dergisi/158/albayrak.htm adresinden 19 Eylül 2014 tarihinde edinilmiştir.

Altun, M. (1995). İlkokul 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme davranışları üzerine bir çalışma. Yayımlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi,Ankara.

Altun, M. (2005). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M. (2009). *Liselerde matematik öğretimi*. İstanbul: Aktüel Yayınları.

Altun, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademede (6-7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. İstanbul: Alfa Yayınları

Altun, M., Memnun,S.M., Yazgan, Y. (2007). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *İlköğretim Online*, 6(1), 127-143.

Arslan, Ç. and Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online*, 6(1), 50-61.

Arslan-Çelik, P. (2007). Ortaöğretim kurumları sınavına hazırlanan öğrencilerin problem çözme aşamasında karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Aydın, S. ve Yeşilyurt, M. (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(22), 90-100

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Trabzon: Derya Yayınevi.

Bali-Çalıkoğlu, G.(2002). Matematik öğretiminde dil ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23,* 57-61.

Bali-Çalıkoğlu, G.(2003). Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri*. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25,*19-25

Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar.* Ankara: Pegem Akademi

Buchanan, T. (2007). The importance of teaching students how to read to comprehend mathematical language. Action Research Projects, (s.5). http://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/5 adresinden 12 Haziran 2014 tarihinde edinilmiştir.

Chomsky, N. (2001). *Dil ve zihin* (A. Kocaman, Çev.) Ankara: Ayraç Yayınevi

Çalışkan, S. (2007). Problem çözme stratejileri öğretiminin fizik başarısı, tutumu, özyeterliği üzerindeki etkileri ve strateji kullanımı. Yayımlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Didiş, G. ve Erbaş, K. (2012). Lise öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözmedeki başarısı. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı (s.430). Niğde: Niğde Üniversitesi.

Doğan, M., Güner, P. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik dilini anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı (s.380). Niğde: Niğde Üniversitesi.

Dur, Z. (2010). *Öğrencilerin matematiksel dili hikaye yazma yoluyla iletişimde kullanabilme becerilerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Emre, E. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin uygun problem çözme stratejisi kullanabilme becerileri. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Erbas, A. K. and Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality & Quantity*, *46*(1), 89-102.

Ersoy, Y. (2003). Teknoloji destekli matematik eğitimi-1:Gelişmeler, politikalar ve stratejiler*. İlköğretim Online, 2* (1) .18-27.

Ev-Çimen, E. (2008). Matematik öğretiminde bireye "Matematiksel Güç" kazandırmaya yönelik ortam tasarımı ve buna uygun öğretmen etkinlikleri geliştirilmesi. Yayımlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Georgius, K. (2008). Improving communication about mathematics through vocabulary and writing. Department of Teching, Learning and Teacher Education University of Nebraska-Lincoln.

Gök, T. ve Sılay, İ. (2009). Problem çözme stratejilerinin öğrenilmesinde işbirlikli öğrenme yönteminin etkileri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5, 58-76.

Gökbulut, Y. ve Ubuz, B. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının prizma bilgileri: Tanım ve örnekler oluşturma*, İlköğretim Online,* 12(2), 401-412.

Gökçek, T. (2008). 6. sınıf matematik öğretmenlerinin yeni ilköğretim programına uyum sürecinin incelenmesi. Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Gökkurt, B., Soylu, Y. ve Gökkurt, Ö. (2012). Öğrencilerin matematik öğretiminde kullanılan dile yönelik görüşlerinin karşılaştırılması. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı (s.340). Niğde: Niğde Üniversitesi.

Göktaş, Ö. ve Gürbüztürk, O. (2012). Okuduğunu anlama becerisinin ilköğretim ikinci kademe matematik dersindeki akademik başarıya etkisi. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi, 4*(2), 52-66.

Güneyli, A. Özder, H., Konedralı, G. ve Arsan, A. (2010). İlköğretim öğrencilerinin Türkçe ile diğer ders başarıları arasındaki ilişki. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 7, 60-72.

İpek, A. ve Okumuş, S. (2012) İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 11(3), 681-700.

Johnson, R. B. and Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33(7), 14–26.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 163, 132-143.

Kayhan, M. ve Özgün Koca A. (2004). Matematik eğitiminde araştırma konuları: 2000–2002. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *26*, 72–81.

Keşan, C., Kaya, D. ve Yetişir, Ş. (2008). A research on the impact of the students success resulting from the coordination of Turkish-mathematics lessons. *Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi*, 8(2)

Keşan, C. ve Polat, G. (2012). Effect of Turkish-maths unıty on students' solving problems in 8th Grades ın prımary school. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education ,* 1(2)

Korhonen, J. ve Linnanmaki, K. (2012). Language and mathematical performance: a comparison of lower secondary school students with different level of mathematical skills. Scandinavian Journal of Educational Research, 56(3), 333–344.

Köroğlu, H., Yavuz,G. ve Ertem,S. (2003,Ekim). 11. sınıf öğrencilerinin geometri dersinde karşılaştıkları bazı kavram yanılgıları ve çözüm önerileri. XII. Ulusal Eğitim Bilimleri Sempozyumu (s.2270-2300), Gazi Üniversitesi, Ankara.

Lansdell, J. M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: Problems with new terminology. *Educational Studies*, *25*(3), 327-333.

Larson,C. (2007). The importance of vocabulary instruction in everyday mathematics. Math in the Middle Institute Partnership Action Research Project Report (s.60). http://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/60 adresinden 12 Haziran 2014 tarihinde edinilmiştir.

Leitze, R., A. (1997). Connecting process problem solving to children's literature. *Teaching Children Mathematics,*3(7), 398-406.

Lubienski, S.T. & Bowen, A. (2000). Who's counting a survey of mathematics education research 1982-1998. *Journal for Research in Mathematics Education*. *31*(5), 626–633.

Milli Eğitim Bakanlığı (2013). *Ortaöğretim matematik dersi 9-12. sınıflar öğretim programı* ve kılavuzu. Ankara: MEB Yayınları.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standarts for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standarts for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Özsoy, G. (2002). İlköğretim 5. sınıfta matematik dersi genel başarısı ile problem çözme becerisi arasındaki ilişki. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara

Raiker, A. (2002). Spoken language and mathematics. *Cambridge Journal of Education, 32*(1),45- 60.

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü, *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11 s. 97- 111.

Swings, S. & Peterson, P. (1988) Ebolarative and ıntegratıve thought processes in mathematics learning. J*ournal of educational Psychology*, 80 (1),54-66

Taşpınar, Z. (2011). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Tatar, E. ve Soylu, Y. (2006). Okuma-anlamadaki başarının matematik başarısına etkisinin belirlenmesi üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi,14(2),503-508.*

Tertemiz, N., (1994). İlkokulda problemleri çözmede etkili görülen bazı faktörler. Yayınlanmamıs doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara

Ulutas, F. ve Ubuz, B. (2008). Matematik eğitiminde araştırmalar ve eğilimler: 2000 ile 2006 yılları arası. İlköğretim Online, 7(3), 614-626.

Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü. Ankara:* Aydan Web Tesisleri.

Ural.A. ve Ülper, H. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme ile okuduğunu anlama becerileri arasındaki ilişkinin değerlendirilmesi. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 6(2),214-241.

URL-1, http://www.beyaznokta.org.tr/paylasilan_belgeler.php?q Matematik ve dil.10 Mart 2014.

Vygotsky, L. S. (1985). *Düşünce ve dil* (S. Koray, Çev.) İstanbul: Sistem Yayınevi.

Yaşa, E. (2010). Çalışma yaprakları destekli problem çözme stratejilerinin öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Yazgan, Y. (2007). Observations about fourth and fifth grade students' strategies to solve non-routine problems. *Elementary Education Online*, 6(2), 249-263.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi,* 24(2), 61 -70

Yıldızlar, M. (1999). İlkokul 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinde problem çözme davranışlarının öğretiminin problem çözmedeki başarıya ve matematiğe olan tutuma etkisi. Yayımlanmamıs doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Yıldızlar, M. (2001)*. Matematik problemlerini çözebilme yöntemleri*. Ankara: Eylül Yayınevi.

Yüzerler, S. ve Doğan, M. (2012) 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel dili kullanabilme becerileri. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı (s.399). Niğde: Niğde Üniversitesi.

8. EKLER

Ek 1. Matematiksel Kavram ve semboller (MATEKS) Formu

Değerli öğrenciler
Aşağıda verilen matematiksel kavram ve sembollerin ifade ettikleri ilişkilerin sözel karşılıklarını belirtilen boşluklara yazınız.

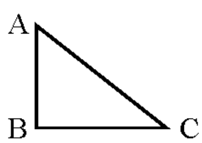
1. $a^m . a^n = a^{m+n}$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

2. $A \cap B = \{x : x \in A \ ve \ x \in B\}$

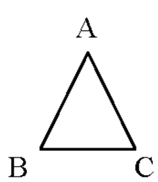
$$A - B = \{x : x \in A \ ve \ x \notin B\}$$

3.



$[AB] \perp [BC] ise \mid AB \mid^2 + \mid BC \mid^2 = \mid AC \mid^2$

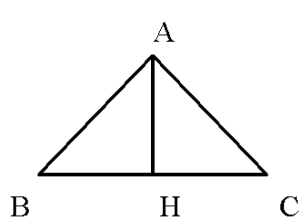
4.



$\mid BC \mid = a, \mid AC \mid = b \quad ve \quad \mid AB \mid = c \quad olmak$ üzere

$$|b - c| < a < b + c$$
$$|a - c| < b < a + c$$
$$|b - a| < c < b + a \qquad olur.$$

5.



$[AH] \perp [BC] \ ise \ |BC| = a,$
$|AH| = h \quad olmak$ üzere
$$Alan(ABC) = \frac{a.h}{2} \qquad olur.$$

Ek 1’in devamı

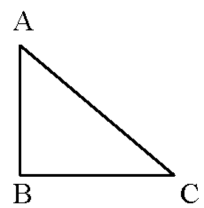
6. $A\ ve\ B\ kümeleri\ için\ AXB = \{(x,y): x \in A\,, y \in B\}\quad olur.$

7. $Uygun\ \ koşullarda\ verilen\ x,y\ reel\ sayıları\ için$

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}\,.\sqrt{y}\ \ ve\ \ \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}\quad olur.Ancak$

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}\ \ ve\ \ \sqrt{x-y} \neq \sqrt{x} - \sqrt{y}$

8.



$Şekildeki\ dik\ üçgende$
$[AB] \perp [BC]\quad ise$

$|\,AB\,| = c, |\,BC\,| = a, |\,AC\,| = b\ \ , \sin C = \alpha\ \ olmaküzere$

$$\sin\alpha = \frac{c}{b}\ \ , \cos\alpha = \frac{a}{b}\ \ , \tan\alpha = \frac{c}{a}\ \ , \cot\alpha = \frac{a}{c}$$

9.

$x \geq 0\ ise\ |x| = x$
$x \leq 0\ ise\ |x| = -x\quad olur.$

10. $k \in R\quad ve\ \ ax + by = c\ olmak\ üzere\ k.ax + k.by = k.c\ \ olur$

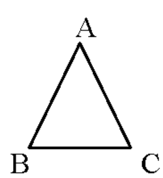
Ek 1'in devamı

11.
$a, b \in R \; ve \; k \in R^{+} \; için \; a < b \; ise \; k.a < k.b \quad olur.$
$a, b \in R \; ve \; k \in R^{-} \; için \; a < b \; ise \; k.a > k.b \quad olur.$

12.
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \; orantısı \; veriliyor. Bu \; durumda \; a.d = b.c \quad olur.$

13.
$f: A \rightarrow B, \qquad y = f(x) \;\; veriliyor. Her \; x \in A \; için$
$f(x) = x \;\; ise \; f \; birim \; fonksiyondur$

14.
$f: A \rightarrow B, \;\; y = f(x) \;\; veriliyor. Her \; x_1, x_2 \in A \; için$
$x_1 \neq x_2 \;\; iken \;\; f(x_1) \neq f(x_2) \quad oluyorsa \; f \; fonksiyonu \; birebir \; fonksiyondur.$

15.


$|AB| = c, |BC| = a, |AC| = b \quad olmak$ üzere
$s(A) < s(B) < s(C) \; ise \; a < b < c \quad olur.$

Ek 2. Matematik Problemler (MATEP) Formu

Değerli öğrenciler
Aşağıda verilen problemlerin çözümlerini belirtilen boşluklara yazınız.

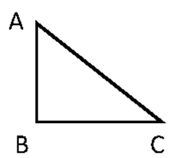
1. $\frac{2^5.2^4.2^7}{2^3.2^9}$ $\quad$ *işleminin sonucunu bulunuz.*

2. $A = \{Fransızca\ bilen\ \text{öğrenciler}\}$

   $B = \{\text{İ}ngilizce\ \ bilen\ \text{öğrenciler}\}$

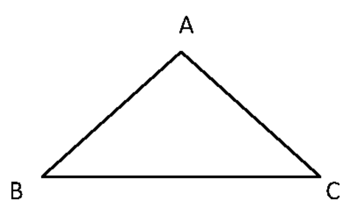
   $C = \{Almanca\ bilen\ \text{öğrenciler}\}\ \ ise\ \ (A \cap B) - C\ \ \ kümesini\ tanımlayınız.$

3.



$[AB] \perp [BC]\ ve\ |AB| = 6\ cm, |AC| = 8\ cm\ ise\ |BC| = ?$

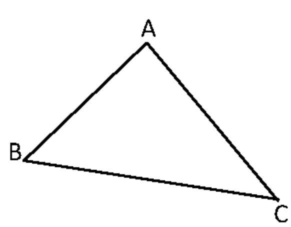
4.



$|AB| = x\ , |AC| = 8\ br\ , |BC| = 15\ ise$

x *in alabileceği en küçük ve en büyük tamsayı değerlerini bulunuz.*

5.



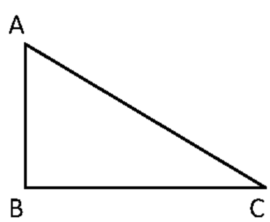
Şekildeki üçgende $[BC]$ *kenarına ait yükseklik* 8 *cm üçgenin alanı* 40 cm^2 *ise* $|BC| = ?$

Ek 2'nin devamı

6. $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,7\}$ *ise* AXB *kümesini yazınız*

7. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$ *işleminin sonucunu bulunuz.*

8.



Şekildeki dik üçgende $|AB| = 4\ cm$ $\sin C = \frac{2}{3}$ ise $|AC| = ?$

9. $x < y < z$ *için* $|x-y| + |y-z| + |z-x|$ *ifadesinin en sade şeklini bulunuz.*

10. $2x + 5y = 4$ *ise* $6x + 15y = ?$

Ek 2'nin devamı

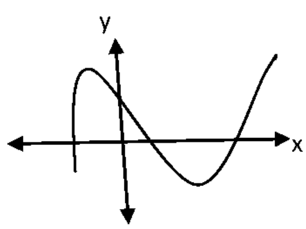
11. $x \in R$ olmak üzere $2 < x < 5$ veriliyor. Buna göre

$-7x$ sayısının alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.

12. $\frac{x-2}{5} = \frac{1}{6}$ veriliyor. x değerini hesaplayınız.

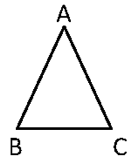
13. $f: R \rightarrow R,\ f(x) = (m-2)x^2 + (k+3)x + p - 4$ birim fonksiyon ise $m + k + p = ?$

14.



Şekildeki f fonksiyonunun birebir olup olmadığını inceleyiniz

15.



$|AB| = c, |BC| = a, |AC| = b$ olmak üzere $s(A) = 55^0, s(B) = 70^0$ ise a, b, c kenarlarını

küçükten büyüğe doğru sıralayınız

Ek 3. MATEKS Formuna Ait Analiz Örneği

Değerli öğrenciler
Aşağıda verilen matematiksel kavram ve sembollerin ifade ettikleri ilişkilerin sözel karşılıklarını belirtilen boşluklara yazınız.

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

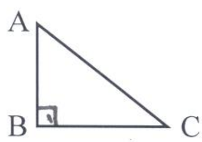
Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpım durumunda üsler toplanabilir.
Tabanları aynı olan üslü ifadeler bölüm durumunda üsttekinin kuvvetinden alttakinin kuvveti çıkarı yazılabilir.

2. $A \cap B = \{x : x \in A \ ve \ x \in B\}$

$A - B = \{x : x \in A \ ve \ x \notin B\}$

İki kümenin kesişiminde yer alan elemanlar her iki kümeye de ait olan elemanlardır.
Fark kümesinde yer alan elemanlar ilk kümeye ait olan ama ikinci kümeye ait olmayan elemanlardır.

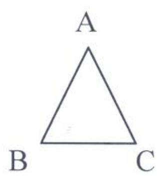
3.



$[AB] \perp [BC] ise \mid AB \mid^2 + \mid BC \mid^2 = \mid AC \mid^2$

Bir dik üçgende hipotenüsün karesi dik kenarların kareleri toplamına eşittir.

4.

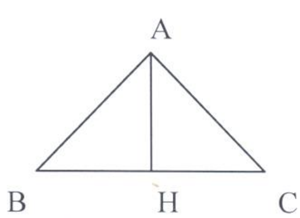


$\mid BC \mid = a, \mid AC \mid = b \ \ ve \ \mid AB \mid = c \ \ olmak$ üzere

$$|b - c| < a < b + c$$
$$|a - c| < b < a + c$$
$$|b - a| < c < b + a \quad olur.$$

Üçgende her kenar diğer iki kenarın toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyüktür.

5.



$[AH] \perp [BC] \ ise \ |BC| = a,$
$|AH| = h \quad olmak$ üzere
$$Alan(ABC) = \frac{a.h}{2} \qquad olur.$$

Üçgende alan bir kenar ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısıdır.

Ek 3'ün devamı

6. A *ve* B *kümeleri için* $AXB = \{(x,y): x \in A, y \in B\}$ *olur.*

İki kümenin kartezyen çarpım kümesi ilk eleman birinciden, ikinci eleman ikinciden alınarak oluşturulan sıralı ikililerin kümesidir.

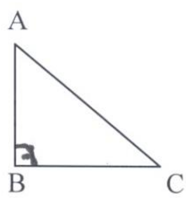
7. *Uygun koşullarda verilen* x, y *reel sayıları için*

$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}\,.\sqrt{y}$ *ve* $\sqrt{\dfrac{x}{y}} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ *olur. Ancak*

$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$ *ve* $\sqrt{x-y} \neq \sqrt{x} - \sqrt{y}$

Kerekök içerisinde çarpma veya bölme işlemleri varsa bu işlemler ayrı kökler şeklinde yazılabilir.
Kerekök içerisinde toplama veya çıkarma işlemleri varsa bu işlemler ayrı kökler şeklinde yazılmazlar

8.



Şekildeki dik üçgende $[AB] \perp [BC]$ *ise*

$|AB| = c, |BC| = a, |AC| = b$, $\sin C = \alpha$ *olmaküzere*

$$\sin\alpha = \frac{c}{b}\ , \cos\alpha = \frac{a}{b}\ , \tan\alpha = \frac{c}{a}\ , \cot\alpha = \frac{a}{c}$$

Bir dik üçgende bir dar α açısı için;

$\sin\alpha = \dfrac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$ $\tan\alpha = \dfrac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}}$

$\cos\alpha = \dfrac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$ $\cot\alpha = \dfrac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Karşı dik kenar}}$

9.

$x \geq 0$ *ise* $|x| = x$
$x \leq 0$ *ise* $|x| = -x$ *olur.*

Mutlak değerin içindeki ifade sıfır veya pozitifse bu ifade dışarı aynen çıkar.
Mutlak değerin içindeki ifade negatifse bu ifade dışarı önüne eksilik alarak çıkar.

10. $k \in R$ *ve* $ax + by = c$ *olmak üzere* $k.ax + k.by = k.c$ *olur*

Bir denklemin her iki tarafını aynı sayıyla çarpma hakkımız vardır.
Bir eşitliğin her iki tarafını aynı sayıyla çarparsak eşitlik bozulmaz.

Ek 3'ün devamı

11.

$a, b \in R$ *ve* $k \in R^{+}$ *için* $a < b$ *ise* $k.a < k.b$ *olur.*
$a, b \in R$ *ve* $k \in R^{-}$ *için* $a < b$ *ise* $k.a > k.b$ *olur.*

Bir eşitsizliğin her iki tarafını pozitif bir sayıyla çarparsak eşitsizlik korunur.
Bir eşitsizliğin her iki tarafını negatif bir sayıyla çarparsak eşitsizlik yön değiştirir.

12.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *orantısı veriliyor. Bu durumda* $a.d = b.c$ *olur.*

Bir orantıda içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

13.

$f: A \to B$, $y = f(x)$ *veriliyor. Her* $x \in A$ *için*
$f(x) = x$ *ise* f *birim fonksiyondur*

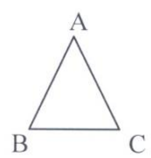
~~Tanım~~ Tanım kümesindeki her elemanı kendisine eşleyen fonksiyon birim fonksiyondur.

14.

$f: A \to B$, $y = f(x)$ *veriliyor. Her* $x_1, x_2 \in A$ *için*
$x_1 \neq x_2$ *iken* $f(x_1) \neq f(x_2)$ *oluyorsa* f *fonksiyonu birebir fonksiyondur.*

Tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüleri de farklıysa fonksiyon birebir fonksiyondur.

15.



$|AB| = c, |BC| = a, |AC| = b$ *olmak üzere*
$s(A) < s(B) < s(C)$ *ise* $a < b < c$ *olur.*

Bir üçgende açılar arasındaki sıralama o açıların gören kenarlar için de geçerlidir.
Üçgende küçük açı karşısında küçük kenar bulunur.
(Üçgende büyük açı karşısında büyük kenar bulunur.)

Ek 4. MATEP Formuna Ait Analiz Örneği

Değerli öğrenciler
Aşağıda verilen problemlerin çözümlerini belirtilen boşluklara yazınız.

1. $\frac{2^5.2^4.2^7}{2^3.2^9}$ *işleminin sonucunu bulunuz.*

$$\frac{2^{5+4+7}}{2^{3+9}} = \frac{2^{16}}{2^{12}} = 2^{16-12} = 2^4 = 16$$

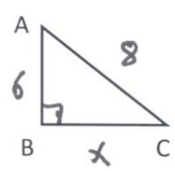
2. $A = \{Fransızca\ bilen\ öğrenciler\}$

$B = \{İngilizce\ \ bilen\ öğrenciler\}$

$C = \{Almanca\ bilen\ öğrenciler\}$ *ise* $(A \cap B) - C$ *kümesini tanımlayınız.*

Fransızca ve İngilizce bilen ama Almanca bilmeyen öğrenciler

3.



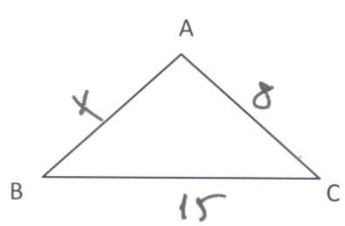
$[AB] \perp [BC]$ *ve* $|AB| = 6\ cm, |AC| = 8\ cm$ *ise* $|BC| = ?$

$6^2 + x^2 = 8^2$ $\quad$ $x^2 = 64 - 36$

$36 + x^2 = 64$ $\quad$ $x^2 = 28$

$x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

4.



$|AB| = x\ , |AC| = 8\ br\ , |BC| = 15$ *ise*

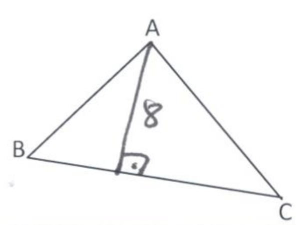
x in alabileceği en küçük ve en büyük tamsayı değerlerini bulunuz.

$|15-8| < x < 15+8$

$7 < x < 23$

en küçük 8 $\quad$ 22 en büyük

5.



Şekildeki üçgende $[BC]$ *kenarına ait yükseklik* $8\ cm$ *üçgenin alanı* $40\ cm^2$ *ise* $|BC| = ?$

$40 = \frac{|BC|.8}{2}$ $\quad$ $40 = 4.|BC|$

$|BC| = 10$ cm

Ek 4'ün devamı

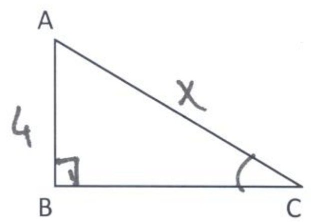
6. $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,7\}$ *ise AXB kümesini yazınız*

$AXB = \{(1,2),(1,7),(2,2),(2,7),(3,2),(3,7)\}$

7. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{\sqrt{50}.\sqrt{10}}$ *işleminin sonucunu bulunuz.*

$\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{\sqrt{500}} = \frac{4\cancel{\sqrt{5}}}{10\cancel{\sqrt{5}}} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{10}} = \frac{2}{5}$

8.



Şekildeki dik üçgende $|AB| = 4\ cm$ $\sin C = \frac{2}{3}$ ise $|AC| = ?$

$\sin C = \frac{4}{x}$ $\quad 2x = 12$

$\frac{2}{3} = \frac{4}{x}$ $\quad x = 6$

9. $x < y < z$ *için* $|x-y| + |y-z| + |z-x|$ *ifadesinin en sade şeklini bulunuz.*

$- \quad - \quad +$

$-(x-y) - (y-z) + (z-x)$

$-x + \cancel{y} - \cancel{y} + z + z - x$

$-2x + 2z$

10. $2x + 5y = 4$ *ise* $6x + 15y = ?$

$3/(2x+5y) = 4 \cdot 3 \Rightarrow 6x + 15y = 12$

Ek 4'ün devamı

11. $x \in R$ *olmak* üzere $2 < x < 5$ *veriliyor. Buna göre*

$-7x$ *sayısının alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.*

$2 < x < 5$
$-7.2 > -7.x > -7.5$
$-14 > -7x > -35$

en küçük t. s. d → -34
en büyük t. s. d. → -15

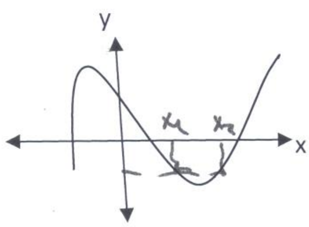
12. $\frac{x-2}{5} = \frac{1}{6}$ veriliyor. x *değerini hesaplayınız.*

$6.(x-2) = 5.1$
$6x - 12 = 5$
$6x = 17$
$x = \frac{17}{6}$

13. $f: R \to R,\ f(x) = (m-2)x^2 + (k+3)x + p - 4$ *birim fonksiyon ise* $m + k + p = ?$

$m-2=0$ $\quad$ $k+3=1$ $\quad$ $p-4=0$ $\quad$ $2-2+4=4$
$m=2$ $\quad$ $k=-2$ $\quad$ $p=4$

14.



Şekildeki f fonksiyonunun birebir olup olmadığını inceleyiniz

Tanım kümesindeki farklı elemanlar aynı görüntüye gittiği için fonksiyon birebir değildir.

15.

$s(A) = 55^0, s(B) = 70^0$ *ise a, b, c kenarlarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız*

$70 + 55 = 125$
$180 - 125 = 55$
$s(C) = 55$

$a = c < b$

8. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

09.06.1977 de İzmir'de dünyaya geldi. İlk, orta ve lise eğitimini İzmir'de tamamladı. Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümünden 1998 yılında, lisans eğitimini tamamlayarak, mezun oldu.

17 yıldır Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı devlet okullarında Matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres **:** Sevinç NALBANT, Trabzon

E-Posta **:** sevincnalbant@hotmail.com

Tel **:** 05057848306