

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZMEDE  
KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN VE ÜSTBİLİŞSEL  
DAVRANIŞLARININ BELİRLENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Seçkin AZAK**

**TRABZON  
Ocak, 2015**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZMEDE  
KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN VE ÜSTBİLİŞSEL  
DAVRANIŞLARININ BELİRLENMESİ**

**Seçkin AZAK**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Yüksek  
Lisans Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı  
Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK**

**TRABZON  
Ocak, 2015**

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir. 23 / 01 / 2015

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK



Üye : Yrd. Doç. Dr. Tuba A. İSKENDEROĞLU



Üye : Yrd. Doç. Dr. Erdem ÇEKMEZ



Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Nevzat YİĞİT  
Enstitü Müdürü

## **BİLDİRİM**

**Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.**

**Seçkin AZAK**

**23 / 01 / 2015**

## ÖN SÖZ

Alan yazında üstbiliş ve problem çözmenin birlikte ele alındığı çalışmaların sayısı bu konuya verilen önemi ortaya koymaktadır. Ancak öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları stratejiler ve gösterdikleri üstbilişsel davranışları ortaya koyan çalışmaların yetersiz olması bu çalışmayı gerekli kılmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları stratejilerin ve üstbilişsel davranışların belirlenmesi ve bu stratejilerin üstbilişsel davranışlar ile karşılaştırılması amaçlanmıştır.

Yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenerek beni yönlendiren, fikirleriyle ve tecrübesiyle ufkumu açan ve çalışmamın her aşamasında desteğini eksik etmeyen sayın hocam Doç. Dr. Tuba GÖKÇEK'e içtenlikle teşekkür ederim. Ayrıca tez savunma jürimde tezime bakış açılarıyla değerli katkılar sağlayan Yrd. Doç. Dr. Tuba İSKENDEROĞLU ve Yrd. Doç. Dr. Erdem ÇEKMEZ hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Sadece bu tez çalışması boyunca değil, her zaman maddi ve manevi yanımda olan tüm aileme özellikle de sevgili annem Vahide AZAK'a ve babam Nusret AZAK'a; tezimi en iyi şekilde yazmamı sağlayan çok değerli dostlarım ve meslektaşlarıma özellikle de Arş. Gör. Duygu TAŞKIN'A minnet ve şükranlarımı sunuyorum. Emeği geçen ve ismi geçmeyen herkese çok teşekkür ederim.

Ocak, 2015  
Seçkin AZAK

## İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiv
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xvii
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
1. 1. Araştırmanın Amacı.....	3
1. 1. 1. Araştırmanın Alt Problemleri .....	3
1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi.....	3
1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları .....	5
1. 4. Araştırmanın Varsayımları .....	5
1. 5. Tanımlar.....	5
<b>2. LİTERATÜR TARAMASI.....</b>	<b>6</b>
2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi .....	6
2. 1. 1. Problem .....	6
2. 1. 2. Problem Çözme .....	7
2. 1. 3. Problem Çözme Stratejileri .....	11
2. 1. 4. Üstbilmiş .....	18
2. 1. 4. 1. Üstbilmişsel Bilgi .....	19
2. 1. 4. 2. Üstbilmişsel Düzenleme .....	20
2. 1. 5. Problem Çözmede Üstbilmiş .....	22
2. 1. 5. 1. Başarılı ve Başarısız Problem Çözücülerin Özellikleri.....	23
2. 1. 6. Problem Çözme Stratejileri ve Bu Stratejilerin Öğretimine Yönelik Çalışmalar.....	25
2. 1. 7. Problem Çözme ve Üstbilmişe Yönelik Çalışmalar.....	31
2. 1. 8. Literatür Taramasının Sonucu.....	41
<b>3. YÖNTEM .....</b>	<b>42</b>
3. 1. Araştırmanın Yaklaşımı (Paradigması) .....	42

3. 2. Araştırmanın Yöntemi.....	43
3. 3. Katılımcılar .....	44
3. 4. Araştırma Verilerinin Toplanması ve Araştırmacının Rolü.....	44
3. 4. 1. Veri toplama araçları.....	44
3. 4. 1. 1. Problem Çözme Aktiviteleri.....	45
3. 4. 1. 2. Problem Çözmede Düşünme Formu Problem Çözmede Düşünme Formu (PÇDF).....	46
3. 4. 1. 3. Alan Notları .....	46
3. 5. Veri Toplama Süreci.....	46
3. 6. Verilerin Analizi.....	47
<b>4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....</b>	<b>50</b>
4. 1. Problem Çözme Stratejilerine Yönelik Bulgular.....	50
4. 2. Problem Çözme Stratejilerine Yönelik Tartışma.....	74
4. 3. Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme ile Üstbilişsel Davranışlar Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular .....	75
4. 3. 1. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar.....	76
4. 3. 2. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar.....	89
4. 3. 3. İki'den Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar.....	111
4. 4. Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme ile Üstbilişsel Davranışlar Arasındaki İlişkiye Yönelik Tartışma .....	126
<b>5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....</b>	<b>131</b>
5. 1. Sonuçlar.....	131
5. 2. Öneriler .....	132
5. 2. 1. Problem Çözme Stratejilerini Geliştirmeye Yönelik Öneriler .....	132
5. 2. 2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler .....	132
<b>6. KAYNAKLAR .....</b>	<b>133</b>
<b>7. EKLER .....</b>	<b>139</b>
<b>8. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ.....</b>	<b>145</b>

## ÖZET

### **Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmede Kullandıkları Stratejilerin ve Üstbilişsel Davranışlarının Belirlenmesi**

Bu araştırmanın genel amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin tespiti ve problem çözme stratejilerinin kullanımı ile üstbilişsel davranışların karşılaştırılmasıdır.

Aksiyon araştırması yöntemiyle yürütülen araştırma 2013-2014 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde Trabzon ili Akçaabat ilçesindeki bir ortaokulda gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından hazırlanan rutin olmayan problemler, Rudder'ın (2006) çalışmasından uyarlanan ve öğrencilerin düşünme süreçlerini kendilerinin değerlendirmesine olanak veren Problem Çözmede Düşünme Formu ile alan notları kullanılmıştır.

Araştırmada problem çözme aktiviteleri 5 hafta beş oturum şeklinde sürmüştür. Bu süreçte problem çözme aktivitelerinin her birinde öğrencilere iki adet problem sunulmuş ve bu problemleri farklı stratejiler kullanarak çözmeleri istenmiştir. Ayrıca öğrencilerden her bir problem çözümünün ardından Problem Çözmede Düşünme Formu'nu doldurmaları istenmiştir. Araştırmacı çalışma boyunca problem çözme aktivitelerinin her birinde sınıfta bulunarak alan notları tutmuştur.

Araştırma sonuçlarına göre; öğrencilerin problem çözme stratejilerini herhangi bir özel eğitim almadan kullanabildikleri görülmüştür. Tüm problem çözme aktivitelerinde en çok şekil çizme stratejisi; en az verileri düzenleme ve problemi basitleştirme stratejileri kullanılmıştır. Ancak bu öğrencilerin problemi birden fazla strateji kullanarak çözme isteklerinin yeterli olmadığı gözlenmiştir. Araştırmada ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde bazı üstbilişsel davranışların strateji kullanımı için kritik olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Kritik olan bu üstbilişsel davranışlar problemi anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, matematik ve strateji bilgilerinin farkında olma, durum ve şartlara göre strateji değiştirme ya da düzenleme, problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama, matematik bilgilerini etkili düzenleme ve anlamlı işlemler gerçekleştirme olarak bulunmuştur. Bu üstbilişsel davranışları gösterebilen öğrenciler stratejileri doğru kullanabilmiş; bu davranışları gösteremeyen öğrenciler stratejileri yanlış kullanmış ya da hiç kullanamamıştır. Araştırma



sonuçlarından yola çıkararak öğrencilerin problem çözme çalışmalarında kendi düşünme süreçlerini sorgulayıcı etkinliklere yer verilmesi gerektiği önerilebilir.

**Anahtar Kelimeler:** 8. Sınıf Öğrencileri, Problem özme Stratejileri, Üstbilişsel Davranışlar.

## **ABSTRACT**

### **Determination of Strategies and Metacognitive Skills Used by Secondary School 8th Grade Students in Problem Solving**

The general aim of this research is to determine the strategies used by secondary school 8th grade students in problem solving and to compare their usage of problem solving strategies and their metacognitive behaviors.

The research which was conducted by action research method was realized in a secondary school located in Akcaabat district of Trabzon city in the second period of 2013-2014 academic year. In the research, non-routine problems prepared by researcher, Thinking in Problem Solving Form which was adopted from the study of Rudder (2006) and which allows students to self-evaluate their courses of thinking and field notes were used as data collection tool.

In the research, the problem solving activities lasted for 5 sessions and for 5 weeks. During this process, 2 problems were submitted to students in each problem solving activities and students were requested to solve these problems by using different strategies. The students were also requested to fill the Thinking in Problem Solving Form after each problem solving. The researcher stayed in the class during the study in all problem solving activities and took notes.

According to research results, it was observed that students can use their problem solving strategies without receiving any kinds of education. In all problem solving activities, mostly figure drawing and marginally data regulation and problem simplification strategies were used. However it was observed that the students are not willing enough to solve the problems by using more than one strategy. It was observed that some metacognitive behaviors effected critically for problem solving strategy usages of secondary school 8<sup>th</sup> grade students. This critical metacognitive behaviors are being sure to understand what problem is asking, thinking different approaches for solving the problem, considering alternative methods related with problem solving, checking the accuracy of calculations, changing or regulating strategy according to the positions and conditions, properly explaining processes of thinking for solving the problem, having sufficient math and strategy knowledge, being aware of this and efficient regulation behaviors of math knowledge and carrying out significant operations. It was observed that students who can use strategy can sufficiently demonstrate these behaviors; students who cannot use strategy can not sufficiently demonstrate these behaviors in problem

solving activities. Based on the research results, it can be suggested that activities allowing students to question their own thinking processes should take place in problem solving studies.

**Key Words:** 8<sup>th</sup> Grade Students, Problem Solving Strategies, Metacognitive Behaviors.

## TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Birinci Problemde Kullanılan Stratejiler.....	51
2.	İkinci Problemde Kullanılan Stratejiler .....	53
3.	Üçüncü Problemde Kullanılan Stratejiler .....	55
4.	Dördüncü Problemde Kullanılan Stratejiler.....	57
5.	Beşinci Problemde Kullanılan Stratejiler.....	60
6.	Altıncı Problemde Kullanılan Stratejiler .....	62
7.	Yedinci Problemde Kullanılan Stratejiler.....	65
8.	Sekizinci Problemde Kullanılan Stratejiler .....	67
9.	Dokuzuncu Problemde Kullanılan Stratejiler.....	69
10.	Onuncu Problemde Kullanılan Stratejiler.....	71
11.	Öğrencilerin Tüm Problemlerde Kullandıkları Stratejiler .....	73
12.	Strateji Kullanamayan, Bir veya İki Strateji Kullanabilen ve İki'den Fazla Strateji Kullanabilen Öğrenciler .....	76
13.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Birinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	77
14.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin İkinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	78
15.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Üçüncü Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	79
16.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Dördüncü Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	80
17.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Beşinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	81
18.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Altıncı Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	82
19.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Yedinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	84

20.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Sekizinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	85
21.	Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Dokuzuncu Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	86
22.	Strateji Kullanmayan Öğrencilerin Onuncu Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	88
23.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Birinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	90
24.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin İkinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	91
25.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Üçüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	93
26.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dördüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	96
27.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Beşinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	99
28.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Altıncı Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	100
29.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Yedinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	103
30.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Sekizinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	105
31.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dokuzuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	108
32.	Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Onuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	110
33.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Birinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	112
34.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin İkinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	113
35.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Üçüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	114
36.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dördüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	116
37.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Beşinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	117

38.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Altıncı Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	118
39.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Yedinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	119
40.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Sekizinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	120
41.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dokuzuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	121
42.	İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Onuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	122
43.	Strateji Kullanamayan, Bir veya İki Strateji Kullanabilen ve İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Tüm Problemlerde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar .....	124

## ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Örüntü bulma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	51
2.	Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	52
3.	Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	52
4.	Bilinen bir bilgiden yararlanma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	53
5.	Verileri düzenleme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	54
6.	Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	54
7.	Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	56
8.	Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	56
9.	Örüntü bulma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	57
10.	Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	58
11.	Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	59
12.	Geriye doğru çalışma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	59
13.	Sistemik liste yapma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	61
14.	Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	62
15.	Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	63
16.	Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	64
17.	Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	64
18.	Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	65
19.	Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	66
20.	Verileri düzenleme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	66

21.	Geriyeye doğru çalışma stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	67
22.	Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	68
23.	Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	70
24.	Problemi basitleştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	70
25.	Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü .....	71
26.	şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	72
27.	Örüntü bulma stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	72
28.	Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin özümü .....	73
29.	Ö14'ün beşinci problem özümü .....	82
30.	Ö13'ün altıncı problem özümü .....	83
31.	Ö14'ün sekizinci problem özümü .....	86
32.	Ö13'ün dokuzuncu problem özümü .....	87
33.	Ö14'ün onuncu problem özümü .....	89
34.	Ö1'in birinci problem özümü .....	90
35.	Ö7'nin ikinci problem özümü .....	92
36.	Ö11'in ikinci problem özümü .....	92
37.	Ö5'in ikinci problem özümü .....	93
38.	Ö12'nin üçüncü problem özümü .....	94
39.	Ö8'in üçüncü problem özümü .....	95
40.	Ö6'nın üçüncü problem özümü .....	95
41.	Ö9'un üçüncü problem özümü .....	96
42.	Ö10'nun dördüncü problem özümü .....	97
43.	Ö8'in dördüncü problem özümü .....	98
44.	Ö1'in beşinci problem özümü .....	100
45.	Ö9'un altıncı problem özümü .....	101
46.	Ö4'ün altıncı problem özümü .....	102



47.	Ö6'nin altıncı problem çözümü.....	102
48.	Ö12'nin yedinci problem çözümü .....	104
49.	Ö12'nin sekizinci problem çözümü .....	105
50.	Ö4'ün sekizinci problem çözümü.....	106
51.	Ö6'nın sekizinci problem çözümü.....	107
52.	Ö9'un sekizinci problem çözümü.....	108
53.	Ö8'in dokuzuncu problem çözümü .....	109
54.	Ö5'in dokuzuncu problem çözümü .....	110
55.	Ö1'in onuncu problem çözümü.....	111
56.	Ö8'in ikinci problem çözümü .....	114
57.	Ö8'in ikinci problem çözümü .....	114
58.	Ö4'ün üçüncü problem çözümü.....	115
59.	Ö1'in dördüncü problem çözümü.....	117
60.	Ö3'ün altıncı problem çözümü.....	119

## KISALTMALAR LİSTESİ

**MEB** : Milli Eğitim Bakanlığı

**NCTM** : National Council of Teachers of Mathematics

**PÇDF** : Problem Çözmede Düşünme Formu

## 1. GİRİŞ

Eğitimin amacına ilişkin beklentiler, her ülkede zamanla değişmekte; bireylerin ve toplumların gereksinimi yönünde yeniden yapılandırılmakta ve düzenlenmektedir (Balcı, 2007). Hemen hemen her gün yeni teknoloji ürünleri yaşamımıza girmekte, yeni iş alanları açılmakta, yeni problemler ortaya çıkmaktadır (Deringöl, 2006). Ülkemizde de bilim ve teknolojiye meydana gelen bu hızlı değişim ve gelişmeler eğitimin yeniden yapılandırılmasını bir ihtiyaç haline getirmiştir (Pehlivan, 2012). Bu ihtiyaçlar çerçevesinde günümüzde bir eğitim programı, okul öncesinden üniversiteye ve hatta daha sonrasına kadar yetiştirdiği insanların bilgiyi edinebildiği, üretebildiği ve kullanabildiği; toplumu, bilimi ve teknolojiyi yönlendirebildiği ölçüde kaliteli olarak değerlendirilmektedir (Yazgan ve Bintaş, 2005). Eğitim alanında meydana gelen bu değişimin matematik eğitimi ve öğretimi alanında da oluşması yadsınamaz bir gerçektir. Örneğin; hesap makineleri önceleri çok pahalıydı, fakat bugün ucuzladı ve yaygınlaştı. Önceden kâğıt-kalem ile yapmak zorunda kaldığımız ve günlük yaşamda ihtiyaç duyduğumuz pek çok hesaplamayı artık hesap makineleri ile daha kolay yapabilmekteyiz (MEB, 2009). Bundan dolayı artık matematik eğitimi sayıları, işlemleri öğretmekten, günlük yaşamın vazgeçilmez bir parçası olan hesaplama becerilerini kazandırmaktan öte bir işlev üslenmekte, her geçen gün biraz daha karmaşıklaşan yaşam savaşında ayakta kalmamızı sağlayan düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminlerde bulunma, problem çözme gibi önemli becerileri kazandırmaya ihtiyaç duymaktadır (Umay, 2003). Matematik eğitimi, yalnızca matematik bilen değil, sahip olduğu bilgiyi uygulayan, matematik yapan, problem çözen insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir (Soylu ve Soylu, 2006). Matematik öğretiminde problem çözme gibi amaçlı etkinliklerle; geleneksel yaklaşımın aksine, öğrencinin önceki bilgileri temel alınarak yeni matematiksel bilgiler kazanımının ve kullanımının sağlanması amaçlanmaktadır (Olkun ve Toluk, 2002). Yani bilgi ve teknolojiye meydana gelen hızlı gelişim ve değişimler, geleneksel yaklaşımdaki ezbere dayalı kural temelli alıştırmaların yerini özgün çözüm yollarının geliştirildiği problem çözme sürecinin matematik öğretiminin merkezinde olmasını zorunlu kılmıştır. Bu nedenle ortaokul matematik öğretim programında matematiksel kavramların kazandırılmasının yanı sıra, matematiği etkili öğrenmeye ve kullanmaya yönelik problem çözme, matematiksel süreç becerileri (iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme), duyuşsal ve psikomotor beceriler, bilgi ve iletişim teknolojileri gibi temel becerilerin geliştirilmesi de hedeflenmektedir (MEB, 2013).

Görüldüğü gibi problem çözme yenilenen matematik öğretim programında önemli bir yer tutmaktadır. Benzer şekilde NCTM standartlarında da problem çözme matematik

öğretiminin ilk ve temel amacı olarak belirlenmiştir (Toumasis, 1997). Problem çözme yetenekleri gelişmiş insan bilgiyi etkili olarak kullanırken, bu yeteneği gelişmemiş insan bilginin sadece taşıyıcılığı yapar (Altun, 2005). Bu açıdan bakıldığında problem çözmenin programda neden bu denli önemli olduğu daha net anlaşılmaktadır.

Problem çözme öğretiminin genel amacı, problem çözme yeteneğini geliştirmektir. Problem çözme yeteneği, bir problemle karşılaşıldığında onun doğasını kavrama ve anlama, çözümü için uygun stratejiyi seçme, bu stratejiyi kullanma ve sonuçları yorumlama yeteneklerini geliştirmektir (Özsoy, 2007). Bu durumda problem çözmenin, stratejiler ile yakından ilgili bir beceri olduğu söylenebilir. Benzer şekilde bu ilişki yenilenen matematik öğretim programında (2013) “öğrenci problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir” biçiminde ifade edilmiştir. Bu durum, matematik öğretim programının problem çözmeye stratejilere önem verdiğinin göstergesidir.

Problem çözme stratejileri, problem çözmeye başarıya ulaşmak için başvurulacak yollardır (Baykul, 2014). Yani öğrencilerin hızla değişen ve gelişen çağımızda karşılaştığı güçlüklerin üstesinden gelebilme başarısını etkileyen faktörlerden biri, uygun problem çözme stratejilerinin kullanımudur. Schonfeld (1999) probleme uygun strateji seçimini, birçok anahtar arasından doğru anahtarı bularak kapıyı açmaya benzer bir durum olarak nitelmiştir (Akt: Ulu, 2011). Öğrencilerin, uygun stratejiye karar verebilmeleri problemi anlamalarına ve stratejileri bilmelerine bağlıdır. Ancak problem çözme stratejilerinin bilinmesi tek başına anlamlı değildir; aynı zamanda bu stratejilerin nasıl kullanıldığının da bilinmesi gerekmektedir. Bu becerilere sahip öğrenciler problem çözme sürecinde uygun stratejileri seçebilir, durum ve şartlara göre stratejileri değiştirebilirler. Ayrıca problem çözme stratejilerini bilen ve kullanabilen bu öğrencilerin problem çözerken daha kontrollü oldukları, problemi parçalara ayırarak basitleştirmeye çalıştıkları, hemen umutsuzluğa kapılmadıkları ve kendi kendilerine sorular sorarak çözüme ulaşmaya çabaladıkları gözlenmiştir (Yaşa, 2010).

Bilginin hızla değiştiği ve geliştiği çağımızda bilgiyi kullanabilen ve üretebilen bireylere ihtiyaç vardır. Bu bireylerin yetişmesi ise ezber dayalı eğitimin yerine bilgi üretimine dayalı çağdaş bir eğitime bağlıdır. Bu bağlamda günümüz eğitimi sisteminde öğrenme süreçlerini ve öğrendiklerini kontrol edebilen bilinçli bireylerin yetiştirilmesi önem arz etmektedir. Eğitimde bilinçli bireylerin yetişmesinin bu denli önemli olması üstbilgi kavramını ortaya çıkarmıştır. Bu değişim doğal olarak ülkemizin matematik öğretim programında kendini göstermektedir. Bu programda öğretmenlerin öz düzenleme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme ve araştırma-sorgulama becerilerini dikkate alması gerektiği vurgulanmıştır (MEB, 2009). Bu becerilere bakıldığında, öğrenmede bireylerin sadece

düşüncelerinin değil düşünceleri hakkında düşünüp bunları düzenlemelerinin yani üstbilişlerinin önemli rol oynadığını görmekteyiz.

Öğrenciler, kendilerini değerlendirme, izleme, düzenleme gibi üstbilişsel etkinliklere katıldıklarında öğrenmelerini arttırmaktadırlar (Lin, 2001). Çünkü üstbiliş, öğrencilerin öğrenme esnasında gerekli bilgilere odaklanmalarını, amaca ulaşmak için öğrenmeye uygun bilgi ve becerileri sistemli bir biçimde kullanmalarını sağlayan detaylı plan hazırlamalarını, planın uygulanması esnasında değerlendirme, izleme, düzenleme gibi etkinliklerle yaşanan aksaklıkları hızlı bir biçimde karar vererek gidermelerini sağlar. Başka bir deyişle, üstbiliş, bireyin öğrenmede daha iyi performans göstermesini sağlayarak daha yüksek akademik başarı göstermesini destekler (Memnun ve Akkaya, 2012).

Üstbiliş, matematik öğretim programının amaçlarından biri olan problem çözmede de kendini göstermektedir. Problem çözme sürecinde öğrencilerin rastladıkları problemleri belli aşamaları uygulayarak çözmeleri yeterli değildir; aynı zamanda bu aşamaları bilinçli olarak yapmaları ve kontrol etmeleri gerekmektedir. Bu bakımdan araştırma ortaokul 8.sınıf düzeyinde problem çözmenin gelişimi üzerinde etkili olan problem çözme stratejileri ve üstbilişsel davranışlara yönelik bir araştırmadır.

## **1. 1. Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmanın amacı ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejileri tespit etmek ve bu stratejilerin kullanımı ile üstbilişsel davranışlar arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktır.

### **1. 1. 1. Araştırmanın Alt Problemleri**

Araştırmanın amacı kapsamında aşağıdaki alt problemlere cevap aranacaktır.

1. Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kullandıkları problem çözme stratejileri nelerdir?
2. Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilmeleri ile üstbilişsel davranışları arasında nasıl bir ilişki vardır?

## **1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi**

Literatürde problem çözme ve problem çözme stratejileri konularında çok sayıda araştırma yapılmıştır. Bu bağlamda bir kısım araştırmacı problem çözme stratejilerinin öğrenilmesine odaklanırken; bir kısmı da problem çözme sürecindeki stratejilerin saptanmasıyla ilgilenmiştir (Arslan, 2002; Ishida, 2002; Rudder, 2006; Arslan ve Altun,

2007; Çalışkan, 2007; Yazgan, 2007; Emre, 2008; Gök ve Sılay, 2009; Yaşa, 2010; Taşpınar, 2011; Erbaş ve Okur, 2012).

Son yıllarda ise problem çözme sürecine üstbilişsel davranışların nasıl etki ettiğine yönelik yapılan araştırmaların arttığı görülmektedir (Schoenfeld, 1992; Hegarty ve diğerleri, 1995; Mayer ve Hegarty, 1996; Pugalee, 2001; Chi, 2006; Balcı, 2007; Özsoy, 2007; Pilten ve Yener, 2010; Bağçeci ve diğerleri, 2011; Oğraş, 2011; Memnun ve Akkaya, 2012; Kanadlı ve Sağlam, 2013). Problem çözmede stratejiler ve üstbiliş öğrencilerin problem çözme aşamalarını etkili bir biçimde kullanmalarına yardımcı olur. Böylece öğrenciler problemleri başarılı bir şekilde sonuca ulaştırır ve bir sonraki problem çözümleri için farkındalık oluştururlar. Yurt dışında, üstbilişsel davranışları gösteren öğrencilerin strateji kullanımının nasıl olduğuna yönelik çalışmalara rastlanmaktadır (Hegarty ve diğerleri, 1995; Mayer, 1996; Chi, 2006). Ancak bu çalışmalarda öğrencilerin hangi stratejileri kullandıklarına bakılmamış, stratejileri nasıl kullandıklarına bakılmıştır. Ülkemizde ise daha çok üstbilişin problem çözme sürecine nasıl etki ettiğine yönelik deneysel çalışmalar yapılmıştır. Başka bir deyişle, bu araştırmaların çoğu, uygulanan üstbilişsel strateji öğretiminin problem çözme başarısına, tutuma, akademik başarı vb. değişkenlere etkisini incelemeyi amaçlamışlardır (Özsoy, 2007; Özsoy ve Ataman, 2009; Ataalkın, 2012; Pehlivan, 2012; Sarı, 2012).

Bu araştırma, ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerinin tespitine yönelik bir aksiyon araştırmasıdır. Ülkemizde ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları stratejileri aksiyon araştırması yöntemi ile belirlemeyi amaçlayan çalışmalara rastlanmamaktadır. Ayrıca katılımcıların 8. sınıf öğrencilerinden oluşması da bu araştırmanın yapılması için önemli bir gerektir. Çünkü 8. sınıf öğrencilerinin eğitim öğretimleri sırasında problemleri çözerken gördükleri stratejilerden hangilerini en çok ya da en az kullandıklarının belirlenmesi matematik öğretim programı için önem arz etmektedir.

Problem çözme stratejilerinin kullanımı ile üstbilişsel davranışlar arasındaki ilişki ülkemizde araştırılmayan bir diğer konudur. Bu çalışmada, öğrencilerin problem çözme sürecinde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar incelenmiştir. Ancak bu inceleme yapılırken problemin sonucuna değil sürecine odaklanılmıştır. Yani, stratejileri doğru kullanabilen öğrencilerin problem çözme süreci öncesinde, esnasında ve sonrasında gösterdikleri üstbilişsel davranışlar ve stratejileri doğru kullanamayan ya da hiç kullanamayan öğrencilerin problem çözme süreci öncesinde, esnasında ve sonrasında gösteremedikleri üstbilişsel davranışlar belirlenmeye çalışılmıştır. Bu durum öğrencilerin problem çözümünde strateji kullanımını olumlu ya da olumsuz etkileyecek davranışların belirlenmesi açısından önem arz etmektedir.

Araştırmanın bu nedenlerle literatüre önemli katkı sağlayacağı ve araştırmadan elde edilecek bulguların, ortaokul matematik öğretmenlerine, ortaokul matematik programı hazırlayan kişilere yardımcı olacağı düşünülmektedir.

### **1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları**

1. Bu çalışma; Trabzon ili Akçaabat ilçesindeki bir devlet okulunda öğrenim gören 8/A şubesindeki 15 öğrenci ile,
2. 5 haftalık uygulama süreci ile,
3. 2013-2014 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

### **1. 4. Araştırmanın Varsayımları**

Araştırmaya katılan öğrencilerin Problem Çözmede Düşünme Formu'nu içtenlikle yanıtladıkları varsayılmıştır.

### **1. 5. Tanımlar**

Problem çözme: Problem çözme; genel olarak bilimsel bir konuda apaçık (net olarak) tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için bilinçli olarak araştırma yapmaktır (Özsoy, 2007).

Problem çözme stratejileri: Ardışık problem çözme davranışlarından oluşan, problem çözme sürecinde sistematik olarak uygulanan kurallar ya da bu süreçte izlenen yollardır (Çalışkan, 2007).

Üstbiliş: Bilişleri kontrol eden, düzenleyen ve değerlendiren üst düzey bilişsel yapı (Balcı, 2007).

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

### 2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Araştırmanın kuramsal çerçevesi bu araştırmaya yoğun ilgisi bakımından problem, problem çözme, problem çözme stratejileri, üstbilis ve problem çözümede üstbilisin önemi başlıkları altında incelenmiştir.

#### 2. 1. 1. Problem

Schoenfeld'e (1985) göre problem, cevaplanması zor ya da belirsizlik içeren; araştırma ve yaratıcı düşünmeyi gerektiren sorulardır. Altun'a (2005: 82) göre problem, kişinin bir şeyler yapmak isteyip de ne yapacağını hemen kestiremediği, bilmediği bir durumdur. Baki (2014), problemi, bireyi karşılaştığı zaman rahatsız eden bir olay karşısında yine kendi bilgi ve deneyimi yardımıyla çözüm arama ihtiyacı hissettiği durum olarak tanımlamıştır. Yenilenen matematik öğretim programında problem, çözüm yolu önceden bilinmeyen ve çözümü aşikar olmayan sorular olarak ele alınmıştır (MEB, 2013). Bir başka tanıma göre problem, bireyin doğrudan çözümünü göremediği, çözümüne ulaşmak için basit bir modeli hemen uygulayamayacağı bir durum olarak ifade edilmiştir (Olkun ve Toluk, 2002). Başka bir deyişle, problem, içinde en az bir bilinmeyen ve belirsizlik bulunduran güçlükler durumudur.

Yukarıda yapılan tanımlar incelendiğinde problemin 3 temel özelliği ortaya çıkmaktadır:

1. Problem, kişi için bir güçlüktür.
2. Problem, kişinin bu güçlüğü çözüme ulaştırmayı amaçladığı bir durumdur.
3. Kişinin çözüm için açık bir yolunun olmamasıdır (Mayer ve Hegarty, 1996).

Okulda ya da günlük hayatta pek çok problem durumu ile karşı karşıya gelebiliriz. Ancak bir kişi için problem olan şey başka bir kişi için problem olmayabilir. Örneğin "6 öğrenci ve her bir öğrencide 7 tane şeker varsa toplam kaç şeker vardır?" sorusunu ikinci sınıf öğrencilerine sorduğumuzu düşünelim. Bir grup öğrenci bu soruyu çarpma kuralının uygulandığı basit bir alıştırmaya sorusu olarak yaparken, diğerleri çözüme yardımcı olacak resim ve diyagramları kullandıkları bir problem olarak algılar ve çözer. Buna karşın bazı öğrenciler, ne yapılması gerektiğini bilmediği zaman soruyu cevaplayamayabilir (Baki, 2014). Bu şekilde bireyin hiçbir ilerleme kaydedemediği durumlar çaba sarf edilmediğinden problem olarak değerlendirilemez.



## 2. 1. 2. Problem Çözme

Problem çözme belki de insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yetenektir (Altun, 2005). Bu nedenle, matematik öğretiminin temel amaçlarından biri de öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözebilme becerisini kazandırmaktır. Öğrencilere bu beceriyi kazandırırken problem çözmeyi bir ders konusu olarak ele almamalı, zira problem çözme bir zihinsel süreç ve beceridir; bu becerinin geliştirilmesi için her fırsatta çalışılmalıdır (Baykul, 2014). Yani problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi sadece problemleri çözmeye kullanılan bir yaklaşım olarak kalmamalı, aynı zamanda öğretime hâkim bir yaklaşım olmalıdır (Deringöl, 2006). Öğrencilerin problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi için aşağıdaki davranışların kazandırılması gerekmektedir (MEB, 2009):

1. Matematiği öğrenmek için problem çözmeden yararlanır.
2. Problem çözmenin öğrenmeye katkı sağlayacağına ilişkin farkındalık geliştirir.
3. Yaşantısında, diğer derslerde ve matematikte karşılaştığı yeni bir durumda problem çözme becerisini kullanır.
4. Problem çözme adımlarını anlamlı bir şekilde uygular.
5. Problem çözmenin yanı sıra kendi problemlerini de kurar.
6. Problem çözmeye öz güven duyar.
7. Problem çözme ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur.

Öğrenciler problem çözmek için bu davranışları kazandıkları sürece problem çözmeye faydalı olacak başka becerileri de öğrenmiş olurlar. Baki'ye (2014) göre bu beceriler şu şekilde sıralanmıştır:

1. Kritik ve analitik düşünmeyi geliştirir. Problem çözme sürecinde elde edilen sonuçları değerlendirir ve farklı sonuçlar üzerinde yeniden araştırma yapar.
2. Algoritmik düşünmeye yardımcı olur. Birey problem çözme sırasında deneme, inceleme yapma, tahminde bulunma, araştırma yapma gibi bilişsel etkinlikleri yapar.
3. Grup çalışmasına dayalı yapıldığında öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi gelişir. Problemlerle ilgili fikirlerini, düşüncelerini ve çözüm yollarını diğer grup elemanları ve sınıf arkadaşlarıyla paylaşır ve onları matematiksel olarak ikna etmeye çalışır.

Öğrencilerin okulda yaşadıkları problem çözme sürecini günlük hayattaki problemleri çözmeye kullanarak bu becerileri kazanmaları için ülkemizde ve dünyada çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalarda problem çözme ile ilgili farklı tanımlara rastlanmaktadır. Altun'a (2005) göre problem çözme; net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılmayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapmadır. Bir başka

tanıma göre problem çözme, genel olarak bilimsel bir konuda apaçık (net olarak) tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için bilinçli olarak araştırma yapmaktır (Özsoy, 2007). Olkun ve Toluk'a göre (2002) problem çözme, alışıldık olmayan yeni bir durumun ihtiyaçlarını karşılamak için bir bireyin kullandığı, daha önce öğrenilmemiş bilgi ve becerilerin oluşturduğu bir araçtır. Tanımlar incelendiğinde problem çözenin çözüm yolu önceden bilinmeyen güçlükleri ortadan kaldırma süreci olduğu söylenebilir.

Matematik dersinde problemler rutin ve rutin olmayan problemler olmak üzere iki kategoride incelenebilir.

**Rutin Problemler:** Dört işlem problemleri olarak nitelendirilen rutin problemlerle, geleneksel eğitim sisteminin bir gereği olarak daha çok ders kitaplarında karşılaşılmaktadır. Yani konu bitiminde öğrencilere alıştırmaya imkân sunan sorular olarak da düşünülebilir. Örneğin *“Ali 212 sayfalık bir kitabın birinci gün 30, ikinci gün 42 sayfasını okudu. Üçüncü gün kitabın yarısına geldiğine göre üçüncü gün kaç sayfa okumuştur?”* sorusu bu türden bir problemdir. Rutin problemler problem çözümlerinin o probleme uygun çözüm yolunu daha önceden bildiği problemlerdir (Mayer ve Hegarty, 1996). Bu nedenle rutin problemler bilginin oluşturulmasına imkân vermez sadece bilinen çözüm yollarının uygulanmasını sağlarlar. Öğrenciler, rutin problemlerde, hangi işlemleri gerçekleştireceklerini kolayca kestirebilirler (Çelebioğlu, 2009). Bu problemler, problemin gerektirdiği işlemlerin doğru bir biçimde kullanılmasıyla kolayca çözülebilecek türdendir. Rutin problemlerin öğretimi, öğrencilerin günlük hayatta çok gerekli olan işlem becerilerini geliştirmeleri, çocukların problem hikâyesinde geçen bilgileri matematik eşitliklerine aktarmayı öğrenmeleri, düşüncelerini şekillerle anlatmaları ve problem çözenin gerektirdiği diğer becerileri kazanmaları bakımından önemlidir (Altun, 2005).

**Rutin Olmayan Problemler:** Öğrencilerin sınıfta öğrendiklerinden farklı bir algoritma kullanarak üzerinde kafa yoracakları ve gerçek hayattaki bir olaya açıklık getirecekleri problemlerdir. Örneğin; *“Bir adam bir oyundan bir tilki, bir ördek ve bir çuval mısır kazanıyor. Bunlarla birlikte bir nehrin bir kıyısından öbür kıyısına geçmek zorunda fakat bir kayık var ve çok küçük. Adamla birlikte bu kayık ancak birini alabiliyor. Mısırı geçirse tilki ördeği yiyebilir, tilkiyi geçirse ördek mısırı. Hiçbir zayıf olmadan bunları karşıya nasıl geçirebilir?”* sorusu rutin olmayan bir problemdir (Altun, 2005). Rutin olmayan problemler, problem çözümlerinin o probleme uygun çözüm yolunu hemen göremediği ve çözüm için ne yapılacağını bilemediği problemlerdir (Mayer ve Hegarty, 1996). Bir başka tanıma göre rutin olmayan problemler, çözümü yapan kişilerin cevaba ulaşmak için rutin yolları kullanmamalarını gerektiren problemlerdir (Hembree ve College, 1992). Rutin olmayan problemlerin çözümü, öğrencinin verileri dikkatli analiz etmesini, yaratıcı bir girişim de

bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanmasını gerektirmektedir (Artut ve Tarım, 2006). Bu nedenle rutin olmayan problemler, problemin gerektirdiği işlem becerilerin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilerin ve eylemlerin kullanılması sonucunda yeni bilgilerin oluşmasına imkân tanır. Rutin olmayan problemlerin, öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri ortadan kaldırmalarını sağlayacak düşünme şeklini kazandırmada ve öğretimde etkililiği arttırmada önemli işlevleri bulunmaktadır. Bu nedenle, matematik derslerinde alıştırmaya niteliğindeki rutin problemlerle yetinilmemeli, sınıfın seviyesine uygun rutin olmayan problemler de sunmaya özen gösterilmelidir (MEB, 2013).

Gerek rutin gerekse de rutin olmayan problemleri çözebilmek için belirli bir yol ya da yöntem yoktur. Ancak problem çözenin kuralları olmasa da bir sistematiği vardır (Altun, 2005). Bu sistematiğin hangi işlemlerden ve hangi aşamalardan oluştuğu ve problem çözme sürecinin beynimizde nasıl gerçekleştiği konusunda kesin açıklamalar bulunmamaktadır (Baykul, 2014). Rutin ve rutin olmayan problemlerin çözüm süreçlerini açıklamada en çok kabul gören süreç George Polya (1973) tarafından verilen dört aşamalı bir süreçtir. Polya'nın bahsettiği adımlar şunlardır (Polya, 1973; Altun, 2005; Baki, 2014; Baykul, 2014):

#### 1. Problemin anlaşılması

Öğrenci bu adımda sorulan soruyu kendine göre anlamlandırmaya çalışır. Öğrencinin problemi anlayıp anlamadığını aşağıdaki davranışlar gözlemlenerek karar verilebilir:

1. Problemde verilenler nelerdir, koşullar nelerdir?
2. Neler istenmektedir?
3. Problemi kendi ifadeleriyle açıklayabiliyor musun?
4. Problemde eksik ya da fazla bilgi varsa bunları bulabiliyor musun?
5. Problemde ne tür bilgiler elde edebileceğini görebiliyor musun?
6. Problemin anlamına uygun şekil çizebiliyor musun?
7. Problem alt problemlere ayrılabilir mi?

#### 2. Çözüm İçin Plan Hazırlama

Öğrenci bu safhada, verilenler ile istenenler arasındaki ilişkiyi araştırarak çözüme nasıl gidebileceğini bulur. Bu aşamada, öğretmen, öğrencinin ilişkiyi kurabilmesi ve çözüme yönelik planı yapabilmesi için aşağıdaki soruları kullanılmalıdır:

1. Buna benzer daha önce başka bir problem çözdün mü? Orada ne yaptın?
2. Çözüm için hangi stratejiyi kullanabileceğini biliyor musun?
3. Problemi çözemiyorsan, buna benzer daha basit bir problem ifade edip çözebilir misin?

4. Tasarladığın çözümde bütün bilgileri kullanmış oluyor musun?
5. Problemin cevabını tahmin edebiliyor musun?
6. Problemi kısım kısım çözebilir misin? Her seferinde çözüme ne kadar yaklaşıyorsun?

Görüldüğü gibi bu aşamada sorulan sorular problemin anlaşılmasıyla yakından ilgilidir. Çünkü problemin çözümünde uygun stratejinin seçilmesi, problemi anlamaya ve stratejileri tanımaya bağlıdır. Problemlerin çözümünde kullanılacak stratejiler daha sonra tanımlanacaktır.

### 3. Planın Uygulanması

Bu aşamada, seçilen stratejinin kullanılması ile problem çözülmeye çalışılır. Çözülemez ise problemin bir veya ikinci adımına yani anlamada ve planda bir eksiklik olup olmadığına bakılır. Yine çözülemez ise, strateji değiştirilir. Gerekli aritmetik işlemlerin yapılması da bu safhada yer alır.

### 4. Değerlendirme

Bu aşamada, öğrenci çözüm boyunca yaptıkları üzerinde düşünür. Geriye dönerek çözüm için hazırlanan planını ve çözüm yolunu değerlendirir. Çözüm yolu sonuca ulaştırmışsa, başka çözüm yollarının olup olmadığına bakar. Bu aşamanın belirlenebilmesi için öğrenciye şu sorular sorulabilir:

1. Çözümü kontrol ettin mi?
2. Problemin çözümü için farklı bir öneride bulunabilir misin?
3. Problemi değişik şekillerde ifade edip bunun çözümün nasıl olacağını düşünebilir misin?

İlköğretim matematik öğretimi programında (2013) problem çözme becerisi için gerekli olan kritik davranışlar aşağıdaki gibi belirlenmiştir. Bunlar:

1. Verilenleri ve istenenleri belirleme
2. Eksik, fazla ve gerekli bilgileri belirleme
3. Problemi alt problemlere (parçalara) ayırma
4. Problemi kendi cümleleriyle ifade etme
5. Problemden anlatılmak istenen olay ve ilişkilerle ilgili sözel, sembolik, tablo veya grafiksel gösterimleri açıklama ve ilişkilendirme
6. Verilen ilişkileri belirleyerek hipotez oluşturma
7. Problemin çözümüne yönelik bir stratejinin uygunluğunu değerlendirme
8. Çözüme yönelik bir stratejinin gerektirdiği işlem ve algoritmaları yürütme
9. Sonucu tahmin etme
10. Problemin çözüm sürecinde elde edilen nihai ve ara sonuçların doğru ve anlamlı (örneğin insan sayısı 6,5 olamaz) olup olmadığını gerekçeleriyle açıklama

11. Problemin farklı çözüm yollarını değerlendirme
12. Problemin çözümünden yola çıkarak benzer diğer problemlerin çözümü için fikir ve strateji üretme
13. Problemin çözüm sürecini ve çözümünü genelleme
14. Eldeki bilgilere uygun gerçekçi problemler oluşturma

Buradaki 1., 2., 3. ve 4. davranışlar problemin anlaşılması; 5., 6., davranışlar çözüm için plan yapma; 7., 8., ve 9. davranışlar planı uygulama ve 10., 11., 12., 13., ve 14. davranışlar değerlendirme aşaması ile ilgilidir.

Problem çözmenin, anlamadan başlayarak çözümün kontrolüne kadar devam eden ve yukarıda bahsedilen davranışları içeren bilişsel bir süreç olduğu söylenebilir. Ancak bu süreçte öğrenci, plan yapma girişiminde bulunduğu anda problemi daha iyi anlaması gerektiğini fark edebilir. Planı oluşturduğuna ve işe koştığında onu uygulayamayacağını anlayabilir. Bu durumda, bir sonraki etkinlik yeni bir plan yapmak ya da problemi yeniden anlamaya çalışmak olabilir. Yani problem çözme süreci modelî doğrusal değil, dinamik ve döngüsel'dir (Çelik, 2012). Ayrıca bu aşamaları kullanarak problemi çözen öğrencinin derse karşı ilgisi ve kendine olan güveni artmış olacaktır (Baki, 2014). Yani problem çözme sürecinin bilişsel özelliklerinin olmasının yanı sıra duyuşsal özelliklerinin de olduğu söylenebilir.

### **2. 1. 3. Problem Çözme Stratejileri**

Strateji kavramı, önceden belirlenen bir amaca ulaşmak için tutulan yol anlamını taşımaktadır (Şahin,2007). Problem çözme stratejileri, öğrencilerin bir problemin çözümü ile meşgul olurken ortaya koydukları bilişsel aktivitelerin her biridir (Altun, Memnun ve Yazgan, 2007).

Her problemin çözümünde kullanılacak uygun strateji veya stratejiler farklıdır. Hangi stratejilerin hangi problem türlerinde kullanılabileceğini inceleyen araştırmacılar çeşitli görüşler ortaya koymuşlardır. Posaimenter ve Krulik (1998); problem çözme stratejilerini farklı kategorilere ayırmışlardır.

Bunlar;

1. Geriye doğru çalışma
2. Örüntü bulma
3. Farklı bir bakış açısına odaklanma
4. Basit ve benzer problemler çözme
5. Aşırı uç problemleri düşünme
6. Çizim yapma
7. Tahmin ve Kontrol

8. Bütün olasılıkları ayrıntılı listeleme
9. Verileri organize etme
10. Mantıksal sonuç

Bu çalışmada yer alan problem çözmeye stratejilerine yönelik ayrıntılı açıklamalar aşağıda verilmiştir.

#### 1. Geriye Doğru Çalışma

Eğer bir problemin sonuçla ilgili bilgilerinden hareketle başlangıç ile ilgili bilgilerine ulaşılmak isteniyorsa problemin çözümü için geriye doğru çalışma strateji oldukça kullanışlıdır (Arslan, 2002). Bu tür problemleri çözebilmek için sonuçtan hareket edip işlemleri tersine çevirerek adım adım ilk bilgilere ulaşmak gerekir (Yavuz, 2010). Geriye doğru çalışma stratejisi günlük hayatta trafik ile ilgili araştırmalarda oldukça kullanılır. Örneğin; bir trafik polisi, otomobil kazası ile karşı karşıya kaldığında kazanın nasıl, neden veya kimden kaynaklanmış olduğunu, arabaların şimdiki ve önceki durumlarını, kimin kime vurduğunu, hava koşullarını ve bunun gibi birçok şeyi dikkate alır. Yani kazanın meydana geldiği zamandan başlayıp kazaya sebep olan bilgilere ulaşmaya çalışır (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Örnek: Ayşe'nin 11 matematik testinin aritmetik ortalaması 80'dir. Ders öğretmeni öğrencilerden test puanlarından herhangi birini elemelerini ve aritmetik ortalamayı tekrar hesaplamalarını istemiştir. Bunun üzerine Ayşe 30 aldığı ilk testin puanının çıkarmaya karar vermiştir. Ayşe'nin test puanlarının yeni aritmetik ortalaması nedir? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: Öncelikle aritmetik ortalamadan hareketle 11 matematik testinin puanlarının toplamına ulaşılmalıdır. Bunu yapabilmek için de geriye doğru çalışma stratejisi kullanılır. Ayşe'nin test puanlarının toplamı  $11 \times 80 = 880$ 'dir. Bulunan bu toplamdan 30 çıkarıldığında yeni ortalama  $880 - 30 = 850$ ,  $850 : 10 = 85$  olur.

#### 2. Örüntü Bulma

Matematiğin doğasından gelen güzelliklerden biri de mantık ve düzen kavramlarıdır. Bu mantık, bağıntı ya da bağıntılar serisi gibi fiziksel olarak görülebilir. Matematikçiler bu bağıntıları problem çözmeye kadar diğer alanlarda da kullanmaktadır. Eğer problemin doğası oldukça açık değilse örüntü bulma stratejisi kullanılarak problem oldukça basitleştirilir (Posaimenter ve Krulik, 1998). Bu tip problemlerin özel çözümleri sıralandığında, bunların aritmetik, geometrik ve türeyiş kuralı değişik olan bir dizi oluşturduğu görülür (Altun, 2005). Problemi çözmek için özel, sıralı küçük değerlerin incelenmesi ve türeyiş kuralının keşfedilmesi gerekir (Ahu Şahin, 2007).

Örnek:  $8^{19}$  sayısının birler basamağındaki rakamı bulunuz (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: 8'in kuvvetlerinin artışlarına bakarak bir bağıntı olup olmayacağını inceleyelim.

$8^1 = 8$	$8^5 = 32,768$
$8^2 = 64$	$8^6 = 262,144$
$8^3 = 512$	$8^7 = 2,097,152$
$8^4 = 4,096$	$8^8 = 16,777,216$

Birler basamağındaki rakam, 8'in her dördüncü kuvvetinde tekrar etmektedir. Probleme bakıldığında on dokuzuncu kuvvet 4' e bölündüğünde 3 kalanını vermektedir. Yani  $8^{19}$  sayısı, birler basamağındaki rakam iki olan  $8^{15}$ ,  $8^{11}$ ,  $8^7$ ,  $8^3$  sayılarına benzemektedir.

### 3. Farklı Bakış Açısı Geliştirme

Öğrencilerin okulda aldıkları sıradan eğitim, onları basit yolla ve açık bir biçimde problem çözmeye hazırlar. Bu yöntemle öğrenciler bir sonuç elde ederler. Ama bu sonuca her zaman en etkili yoldan ulaşamazlar. Bazı durumlarda problemin içinde yer alan karmaşıklık, öğrencilerin ne yapmaları gerektiğini anlama becerilerine engel olmaktadır. Tecrübeli problem çözümler böyle durumlarda farklı bir bakış açısı seçerek ya da problemi anlamalarını basitleştirecek bir girişimde bulunarak problemi çözerler. Bu düşünce biçimi, günlük hayatımızda farkında olmadan kullanılmaktadır. Örneğin kalabalık bir ortamda bir arkadaşımızı kaybettiğimizde onu aramak için seçebileceğimiz en uygun yol yüksek bir yere çıkarak kalabalığa farklı bir açıdan bakmaktır. Aynı şekilde herhangi bir yarışmada kazananlara odaklanmak yerine kaybedenleri dikkate almak farklı bakış açısına verilebilecek bir diğer örnektir.

Örnek: Ali; 3, 5, 7, 9 rakamlarının her birini kartlara yazarak torbaya atmıştır. Torbadan bir kartı sadece bir kez çekmek şartıyla 4 basamaklı sayılar oluşturmak istiyor. Oluşturduğu bu sayılardan kaç tanesi asal sayıdır? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: Rakamların her biri kullanılarak oluşturabilecek 4 basamaklı sayıların rakamları toplamı her zaman 24' tür ve bu toplam 3' ün katı olan bir sayıdır. Bu yüzden oluşturabilecek 4 basamaklı sayıların hiçbiri asal olamaz.

### 4. Daha Basit Benzer Bir Problem Üzerinde Düşünme Stratejisi (Problemi Basitleştirme)

Bu method, büyük ve karmaşık bağıntılar nedeniyle çözülemeyen bir problemin daha küçük bir modelini çözme ve bu modellerin arasındaki ilişkiden faydalanarak çözüme ulaşma şeklinde çalışma gerektirir (Arslan, 2002). Büyük ve karmaşık bağıntıların olduğu durumlarda probleme benzer daha basit bir problemin yazımı, mevcut problemin çözümüne ipucu olacak veriler elde etmemizi sağlar (Taşpınar, 2011). Bu strateji günlük hayatta da karşımıza çıkmaktadır. Örneğin insanlar yeni bir bilgisayar aldıklarında bir

seferde bilgisayarın tüm özelliklerini anlamaya çalışmazlar. Bunun yerine daha basit özelliklerini incelerler yani daha basit problemleri çözerler. Bu şekilde birkaç adımda küçük problemleri çözmeyi öğrenerek sonunda daha karışık problemleri tamamen çözmeyi öğrenirler (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Örnek: {m, a, t, h} kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde m harfi yoktur? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: m harfinin olmadığı {a, t, h} kümesinin alt küme sayısı  $2^3=8$  dir.

##### 5. Şekil Çizme

Burada bahsedilen şekil kelimesi problemde verilen veri ve bağıntıların görünür hale gelmesine yardım eden her türlü çizimi ifade etmektedir. Bunlar basit çizgiler, geometrik şekiller, noktalar vs. olabilir (Arslan, 2002). Gerçek hayatta, bilgilerin ve ilişkilerin görsel sunumuna dayanan birçok karar alınmaktadır. Bu görsel sunum var olan bilgileri ve ilişkileri anlamayı kolaylaştırıcı rol oynar. Örneğin; sosyolojide grubun üyeleri arasındaki ilişkiyi görselleştiren sosyogramlar kullanılmaktadır. Aynı şekilde Grafik teorisi, boyuta ve şekle bağlı olmak yerine konuma ve birbirlerine bağlı geometrik ilişkilerin incelenmesine olanak vermiştir. Ünlü “Königsberg Köprüsü” problemi, görsel canlandırma aracılığıyla ağ örgüsü diyagramı oluşturularak daha kolay çözülebilir ya da açıklanabilir. Günlük hayatta belli bir noktaya ulaşmak için gereken yolu harita kullanarak buluruz. Sonuç olarak, birçok kez bir resmin, 1000 kelimedenden daha değerli olduğu dile getirilmiştir (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Örnek: Furkan ve Mert pizza dükkânında çalışan iki işçidir. Bu pizza dükkânı haftanın yedi günü hizmet vermektedir. Furkan bir gün çalışır, iki gün sonra tekrar çalışmaya başlar. Mert bir gün çalışır üç gün sonra tekrar çalışmaya başlar. Her ikisi de 1 Mart Perşembe günü birlikte çalıştıklarına göre Mart ayının hangi günlerinde tekrar birlikte çalışırlar? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm:

Pazar	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi
		<b>F 1 M</b>	2	3	<b>F 4</b>	<b>5 M</b>
6	<b>F 7</b>	8	9 <b>M</b>	<b>F 10</b>	11	12
<b>F 13 M</b>	14	15	<b>F 16</b>	17 <b>M</b>	18	<b>F 19</b>
20	21 <b>M</b>	<b>F 22</b>	23	24	<b>F 25 M</b>	26
27	<b>F 28</b>	29 <b>M</b>	30	<b>F 31</b>		

Problemi çözmek için çizilen yukarıdaki şekil iki işçinin birlikte çalıştığı 13 Mart ve 25 Mart günlerini göstermektedir.



## 6. Tahmin Kontrol

Bu yöntem genellikle deneme yanılma yöntemi olarak anılmaktadır. Bu isim, stratejiyi tanımlamak için oldukça basittir. Çünkü yapılan her deneme bir önceki denemenin test edilmesinden elde edilen bilgilere dayanır (Posaimenter ve Krulik, 1998). Bu strateji, özellikle çözümlü daha kullanışlı hale getirmek için değişkenlerden birinin değerlerini sınırlandırırken faydalıdır. Bu strateji kullanılırken bir tahminde bulunuruz, problemin şartlarına göre bu tahmini test ederiz. Her kontrolün sonunda cevaba yaklaştıracak ipuçları vardır ve problemin doğru cevabı bulununcaya kadar bu süreç devam eder (Taşpınar, 2011). Tahmin ve kontrolü günlük hayatta da sıklıkla kullanırız. Örneğin, bir avukat müvekkilinin olası suçluluğunu veya suçsuzluğunu tanımlamak için anahtar bir soru seçer ve bu soruyu müvekkili yardımı ile test eder. Aynı şekilde bir marangoz ölçüleri belli olmayan, tuhaf şekle sahip bir parça tahtayı belirli bir yere monte ederken tahtanın boyunu ve şeklini tahmin eder ve uygunluğunu test ederek tahta parçasını uyarlar. Ve böylece bir yapı probleminin tahmin kontrol stratejisini kullanarak çözer.

Örnek: İrem, 20 soruluk çoktan seçmeli bir teste girmiştir. Bu testte verilen her doğru cevap +5 puan, her yanlış cevap -2 puan ve boş bırakılan sorular 0 puan olarak değerlendirilmektedir. Bazı soruları boş bırakan İrem bu testten toplam 44 puan aldığına göre boş bıraktığı soru sayısı kaç tanedir? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: İrem'in doğru cevap sayısı incelendiğinde en azından 10 tane soruyu doğru cevaplama gerekmektedir. Çünkü 9 soru doğru cevaplandığında  $9 \times 5 = 45$  puan alınır. Bu sonuçtan yanlış soruların puanı çıkarıldığında İrem'in puanı asla 44 olamaz. İrem 10 soruyu doğru cevapladığında  $10 \times 5 = 50$  puan almaktadır. Toplam puanının 44 olması için 3 sorunun yanlış cevaplanması gerekmektedir. Bu durumda, testte 7 soru boş bırakılmıştır. Testte 11 soru doğru cevaplandığında toplam puanın 44 olması için hiçbir yol yoktur. 12 soru doğru cevaplandığında  $12 \times 5 = 60$  puan alınır ve  $60 - 16 = 44$  olması için 8 sorunun yanlış cevaplanması gerekmektedir. Bu durumda, bırakılan soru sayısı 0 olur. Bu yüzde boş bırakılan soru sayısı 7'dir.

## 7. Sistematik Liste Yapma

Bütün olasılıkları değerlendirmek bir problemi çözmek için en etkili yöntem olabilir. Genel olarak çok soyut bir yöntem olmadığından dolayı kullanılması en kolay olan stratejidir. Ancak bu stratejide bütün olasılıkları dikkatli bir biçimde saymak çok önemlidir. Günlük yaşamda bu problem çözme stratejisi sık sık fakat farkında olmadan kullanılmaktadır. Örneğin bir toplantıya katılmamız gerekiyor. Toplantının yapılacağı yere zamanında gitmek için oraya nasıl gidileceğine karar vermemiz gerekir. Bu durumda, birçok insan tüm ulaşım alternatiflerini listeler ve en etkili yöntemi eleyerek veya direk

seçerek bulabilir. Aynı şekilde dedektifler de davayı aydınlatmak için suç dosyalarındaki tüm olasılıkları gözde geçirirler (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Örnek: Dört madeni para atıldığında en azından iki tanesinin yazı olma olasılığı kaçtır? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: Bütün olasılıklar aşağıdaki gibi listelenebilir:

YYYY	YYYT	YYTY	YTTY
TYYY	YYTT	YTYT	TYYT
YTTY	TYTY	TTYT	YTTT
TYTT	TTYT	TTTY	TTTT

Tüm olasılıklar yukarıdaki gibi sıralandığında paraların 2 veya daha fazlasının yazı olma olasılığı  $\frac{11}{16}$  ' dir.

### 8. Verileri Düzenleme

Bu strateji, problemin karmaşık durumundan, verilerin önceki halinden daha farklı şekilde düzenlenmesiyle kurtulmayı sağlar. Bu yeniden düzenleme görsel ya da duruma farklı bir açıdan bakmakla olabilir. Bu problem çözme stratejisi günlük hayatta planlama sürecinde kendini göstermektedir. Örneğin, alışveriş listelerini ve faturaları kategorilerine göre düzenleriz. Benzer şekilde bir turist gezi planını verimli hale getirmek için görülecek yerleri konumlarına göre düzenler. Verilerin gruplanarak sayılması yorumlamaya büyük bir farklılık getirmektedir. Bu strateji sadece problem çözmeyi kolaylaştırmaya yönelik bir konu değil aynı zamanda kesinlikle gerekli bir konudur (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Örnek:  $20 - 19 + 18 - 17 + 16 - 15 + 14 - 13 + 12 - 11$  ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm: Problemin verileri düzenlendiğinde oldukça hızlı çözüldüğünü görebiliriz.

$$(20 - 19) + (18 - 17) + (16 - 15) + (14 - 13) + (12 - 11) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$$

### 9. Denklem Kurma

Bazen bir problemde verilen sayısal ilişkiler, denklem veya eşitsizlik şeklinde yazılabilir (Arslan, 2002). Böyle durumlarda bilinmeyen x gibi bir harfle gösterip matematik eşitliğini yazmak ve bu eşitliği sağlayan değeri bulmak problemi çözüme ulaştırır (Ahu Şahin, 2007). Denklem kurma soyut düşünmeyi gerektirdiğinden soyut düşünmenin başladığı ortaokul döneminin altındaki küçük çocuklar harf yerine geometrik semboller kullanılmaktadır. Problemden bilinmeyen yerinde değerler konularak problem çözülebilir, ancak denemenin çok olduğu durumlarda değer verme etkili olmayabilir. Bu durumda, denklemin kurmak ve bu denklemi çözmek problemi verimli şekilde sonuca ulaştırır.

Örnek: Bir kutu, sakız ve şekerlerle doludur. Sakızların sayısı şekerlerin sayısından 8 fazladır. Sakızların kutudaki tüm sakız ve şekerlere oranı ise  $\frac{3}{5}$ 'tir. Buna göre kutudaki sakız ve şekerlerin toplamı kaçtır? (Posaimenter ve Krulik, 1998).

Çözüm: Şekerlerin sayısına x denilirse sakızların sayısı bu bilinmeyen değerden 8 fazla yani  $x+8$  olmalıdır. Sakızların sayısı şekerlerin sayısına oranlandığında:

$$\frac{x+8}{2x+8} = \frac{3}{5}$$

İçler dışlar çarpımından,  $5x + 40 = 6x + 24$  eşitliği oluşmaktadır. Eşitlik çözüldüğünde:

$$\begin{aligned} 40 - 24 &= 6x - 5x \\ 16 &= x \end{aligned}$$

Böylece kutudaki şekerlerin sayısı bulunmuş olur. Sakızların sayısı da  $16 + 8 = 24$  olur. Kutudaki tüm sakızların ve şekerlerin sayısı  $24 + 16 = 40$  olarak bulunur.

#### 10. Bilinen Bir Bilgiyi Kullanma

Problemin çözümünde bazen daha önceden bildiğimiz bir formül, bağıntı veya ilişkileri kullanırız (Emre, 2008).

Örnek: Bir araç 120 km uzunluğunda bir yolu 2 saatte aldığına göre bu aracın hızı kaç km/saat'tir?

Çözüm: Yol= Hız.Zaman olduğundan,  $120 = \text{Hız} \cdot 2$ ,

Buradan, Hız= 60 km/saat bulunur.

Yenilen öğretim programında stratejilerle ilgili beceriler şu şekilde açıklanmıştır (MEB, 2009; 2013):

1. Problem çözme stratejileri geliştirebilme ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilme,
2. Problemin çözümüne yönelik bir stratejinin uygunluğunu değerlendirebilme,
3. Çözüme yönelik bir stratejinin gerektirdiği işlem ve algoritmaları yürütebilme.

Problem çözme stratejilerin önemli olmasından dolayı öğretmenlere, öğrencilerine bu becerileri kazandırmada birtakım görevler düşmektedir. Öğretmenler problem çözme sürecinin sonucuna odaklanmayıp öğrencilerin süreci nasıl geçirdiklerini değerlendirmeye almalıdırlar. Problem çözme sürecinde öğrencilerin seviyelerine uygun problemler seçerek bu problemlerin çözümünü sağlayacak uygun stratejilere ve bunların kullanımına vurgu yapmalıdırlar. Problem çözme stratejileri, öğrencilerin farklı birçok strateji çeşidinin olduğunun farkına varmasını sağlayacak şekilde sunulmalıdır ve bu stratejiler sadece belirli türden problemlere uygulanmamalı; çeşitli durumlarda uygulanabilen genel yöntemler olmalıdır (Stacey, 2005). Öğrencilerin bir problemi birden fazla yöntemle çözerek deneyim sahibi olmaları, ileride karşılaşacakları problemlerin çözümünde

yardımcı olabilecek bir dizi sunumlara ve çözüm stratejilerine ulaşmalarına katkı sağlamaktadır (Silver, Ghouseini, Gosen, Charalambous ve Strawhun, 2005).

#### 2. 1. 4. Üstbiliş

Birçok araştırmacı üstbiliş kavramını farklı biçimde tanımlamıştır. Flavel (1979) tarafından yapılan tanıma göre üstbiliş, girdileri bilinçli biçimde yapılandırma ve belleğe alma, bellekte bulunan bilgileri tarama ve içinden ihtiyaç duyulanı bulup çıkarma; bellekte bulunan bilgileri izleme ve depolanan bu bilgilerin farkında olma işlemlerini içermektedir. Bir başka araştırmacı olan Lin'e (2001) göre üstbiliş, kişinin kendi düşüncelerini, gerçekleştirdiği aktivitelerin varsayımlarını ve sonuçlarını anlaması ve kontrol etmesidir. Schonfeld (1992) üstbilişin, kişinin kendi süreçleri ile ilgili bilgisinden ya da bunlarla ilgili her şeyden örneğin kişinin öğrenmesi ile ilgili özelliklere ait bilgilerinden ya da matematiksel düşünmesi ile ilgili verilerinden oluştuğunu belirtmiştir. Rudder'a (2006) göre üstbiliş, kişinin problem çözme boyunca kendi düşünme sürecini analiz etmesidir. Pilten (2010) üstbilişin, kişinin ne bildiği, ne yaptığı ve bilişsel yeteneklerinin ne olduğu hakkındaki bilgilerinden oluştuğu görüşündedir. Akkaya ve Memnun (2012) üstbilişin, bireyin kendi bilgisi hakkında bilgi sahibi olmasını, bireyin amaca ulaşmak için nasıl öğrendiğinin ve ne yaptığının farkında olarak hareket etmesini, hangi stratejilerin hangi amaçlarla kullanılacağı konusunda bilgi sahibi olmasını gerektirdiğini belirtmişlerdir. Matematiksel bir performans hakkındaki üstbiliş; kişinin güçlü-zayıf yönlerini ve performans süreçlerini bilmesi ile birlikte bu performansı geliştirebileceği taktik ve stratejilere dair farkındalığını içerir (Çelik, 2012). Özsoy (2007) üstbilişi şu şekilde açıklamıştır:

1. Kişinin kendi zihinsel süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilme becerisi.
2. Bireyin kendi bilişsel süreçlerini kontrol edebilme ve yönetebilme yeterliği.

Özetle üstbiliş kişinin kendi öğrenme süreci öncesinde, esnasında ve sonrasında gerçekleşen bilişsel süreçlerinin farkında olması ve bunları kontrol edebilmesidir.

Flavell (1979), üstbilişi, birbirleriyle etkileşim halinde olan dördü bir sınıflama ile modellemiştir. Bu modellemede üstbilişsel bilgi, üstbilişsel deneyim, hedefler (görevler) ve işlemler (stratejiler) gibi birbiriyle etkileşim halinde olan pek çok değişkenin olduğu görülmektedir. Daha sonra alanda yapılan araştırmalar sonucunda bu ilişkileri gösteren daha net modellemelere ulaşılmıştır. Schraw (1998) yaptığı çalışmada üstbilişi; üstbilişsel bilgi ve üstbilişsel düzenleme olmak üzere iki kategoride incelemiştir.

Bu çalışmada üstbiliş kavramının daha net bir biçimde anlaşılması ve öğrenme sürecine uyarlanması için bu sınıflama dikkate alınmıştır.

### 2. 1. 4. 1. Üstbilişsel Bilgi

Üstbilişsel bilgi, bireyin kendi bilgisi ile ya da genel olarak ne bildiğiyle ve bunun farkındalığıyla ilgilidir (Schraw, 1998). Bir başka tanıma göre üstbilişsel bilgi, kişinin bilişsel her şeye dair dünyadan edindiği bilgiler hakkındaki farkındalığıdır (Flavel, 1979). Schraw (1998) üstbilişsel bilgiyi üç alt kategoride incelenmiştir: *Yordam bilgisi, bildirimsel bilgi ve duruma dayalı bilgi*.

Yordam bilgisi (Yöntemsel Bilgi): Bilişsel bir amaç için hangi stratejinin kullanılacağına ve stratejinin nasıl uygulanacağına bilgisidir (Schraw, 1998). Daha çok stratejiler ve heuristikler ile ilgili bir bilgi türüdür. Örneğin, "Kareköklü sayılarda işlemler konusunu daha iyi öğrenmek için analogi kullanabilirim. Analogi oluştururken izleyeceğim basamaklar şunlardır..." bilgisi yordamsaldır; çünkü öğrenci konuyu öğrenmek için kendine bir strateji seçmiş ve bu stratejiyi nasıl uygulayacağıyla ilgili bilgisinin olduğunu, izleyeceği yolu açıklayarak göstermiştir (Oğraş, 2011). Yordam bilgisi bir amaca ulaşmada stratejinin uygulanması ile ilgili değil, sadece uygulamanın nasıl yapılacağına bilinmesi ile ilgilidir.

Bildirimsel Bilgi (Demeçsel Bilgi): Bireyin öğrenen olarak kendisiyle, uyguladığı stratejileriyle ve performansını etkileyecek unsurlarla ilgili bilgisidir (Schraw, 1998). Ya da nasıl öğrendiğimiz ve nasıl öğrendiğimizi etkileyen nedenler ile ilgili bilgimizdir (Bağçeci, Döş ve Sarıca, 2011). Örneğin öğrenciler, kavram ağı kullanarak bir kavramın daha kolay öğrenilebileceği biçiminde bildirimsel bir bilgiye sahip olabilirler (Oğraş, 2011). Burada kavram ağı öğrencinin öğrenmesini olumlu yönde etkilediği bilindiği için tercih edilmiştir.

Duruma Dayalı Bilgi (Koşullu Bilgi): Bireyin karşılaştığı bir durumda hangi bilgiyi niçin kullandığına yönelik bilgisidir. Örneğin öğrencinin hem etkili bir strateji olarak kavram ağını hem de bu stratejinin nasıl kullanılacağını bilmesi bu bilgi yapısına örnek verilebilir (Oğraş, 2011). Bu yapı, yordam bilgisi ve bildirimsel bilginin her ikisine sahip olmayı da beraberinde getirir (Özsoy, 2008). Duruma dayalı bilgi, öğrencilere bilgilerini değişen durumlara uyarlamalarını sağlar (Schraw, 1998).

Yukarıda yapılan açıklamalar bu üç kategorinin aralarında bir etkileşim olduğunu gösterir. Çünkü bireyin sahip olduğu yöntemsel bilgi her duruma uygun olmadığında birey farklı koşullar ve amaçlar için farklı stratejiler kullanacağı bilgisini geliştirmek zorundadır. Bu bağlamda duruma dayalı bilgi yapısı, hem yordam bilgisine hem de bildirimsel bilgiye sahip olmayı ve bu bilgi yapılarını kullanmayı gerektirir.

Problem çözme sürecinde öğrencilerin problemleri çözerken hangi stratejinin nasıl kullanılacağına yönelik bilgisi yöntemsel bilgiyi; bu stratejinin kullanımını etkileyen faktörlere yönelik bilgisi bildirimsel bilgiyi; değişen problem durumlarında hangi stratejiyi niçin kullandığını bilmesi duruma yönelik bilgiyi gösterir.

Flavell (1979) üstbilişsel bilgi üzerinde etkili olan bazı değişkenleri aşağıdaki şekilde belirlemiş ve açıklamıştır:

**Birey değişkenleri:** Bireyin, kendisi ve başkaları hakkındaki bilgisidir. Flavell (1979) bu değişkenin altında üç alt kategori listelemiştir: Birey içi, bireyler arası ve bilişsel genellemeler. *Birey içi*, bireyin kendisi ve sahip olduğu becerileri hakkındaki bilgisidir. Örneğin, kişinin okumadan çok dinleyerek İngilizceyi daha iyi öğrenebildiğine yönelik bilgisidir. *Bireyler arası*, kişinin başkalarının becerileri hakkında sahip olduğu bilgiyi tanımlar. Örneğin, kişinin sınıftaki bir arkadaşının diğerlerine göre matematiği daha iyi öğrenebildiğine yönelik bilgisidir. *Bilişsel genellemeler (Evrenseller)*, bütün insanların sahip olduğu bilişsel özellikler hakkındaki bilgidir. İnsanların bir kere kullanmak üzere buldurulan bilgileri sakladığı yerin kısa süreli bellek olduğunu bilmesi buna örnek verilebilir.

**Görev değişkenleri:** Bireyin, karşılaştığı durumun doğası ve belirli bir işin (görevin) gerektirdikleri hakkında sahip olduğu bilgiyi göstermektedir. Uzun ve karmaşık cümleleri hatırlamanın zor olduğunu bilmek, buna örnek verilebilir.

**Strateji değişkenleri:** Bireyin bir amaca ulaşmasında ya da bir görevi başarısında hangi stratejilerin etkili olacağına yönelik bilgisidir. Bu değişkene örnek verecek olursak bir kişi telefon numarasını ezberlemek için genellikle numarayı yazar, daha sonra tekrarlar ya da numarayı hatırlaması için onu daha kolay parçalara böler.

Üstbiliş, sadece bireyin yukarıda açıklanan bilgilerinden oluşmamakla birlikte bu bilgilerin etkili olarak kullanmasını da gerektirmektedir.

## 2. 1. 4. 2. Üstbilişsel Düzenleme

Üstbilişsel kontrol, üstbiliş süreçlerinde başı çeken zihinsel işlemlerden oluşur ve üstbilişsel bilgiyi bilişsel amaçlara ulaştırabilmek için stratejik biçimde kullanabilme yeteneği olarak açıklanabilir (Özsoy, 2007). Üstbilişin bu boyutu, öğrencilerin gerçekleştirecekleri uygulamaların amaçlarını belirlemelerini, bu amaçlara ilişkin plan yapmalarını, planı uygularken gösterdikleri performansın etkililiğini değerlendirerek performanslarının farkında olmalarını içermektedir (Akkaya ve Memnun, 2012). Üstbilişsel kontrol öğrencinin öğrenme için gerçekleştirdiği etkinlikleri kontrol altında tutabilmesine yardımcı olur (Schraw, 1998). Kısaca üstbilişsel bilgileri kullanabilme becerisi ise üstbilişsel düzenleme olarak adlandırılır (Özsoy, 2008). Öğrenciler bu beceriler yardımıyla öğrenmelerini kontrol ettiği sürece amaçlarını en doğru yoldan en kısa sürede ulaşabilecekler ve bu hızlı karar verebilme özelliği kendilerine güven duymalarını sağlayacaktır.

Literatür, dört üstbilişsel düzenleme becerisi üzerine yoğunlaşmaktadır (Özsoy, 2007). Bu beceriler *Tahmin, Planlama, İzleme, Değerlendirme* olarak belirtilmiştir.

**Tahmin:** Öğrenciyi, belirlediği hedeflere ulaşmada karşılaştığı zorlukları öngörerek çalışmasının ne kadar zaman alacağını, kaynaklara nasıl ulaşacağını ve bu kaynaklar vasıtasıyla ulaştığı sonuçları hakkında düşünmeye yönlendirir. Öğrenci bu aşamada amaçladığı göreve başlamadan önce amacına yönelik plan yapma hazırlığı içerisinde.

**Planlama:** Amacın belirlenmesi, belirlenen amaca uygun stratejilerin seçilmesi ve bireyde var olan ön bilgilerin harekete geçirilmesidir (Schraw, 1998). Yani bireyi amacına ulaştırmada performansı etkileyebilecek kaynakların teminine yönelik hazırlık olarak tanımlanabilir. Ayrıca bu basamakta zamana yönelik planda gerçekleştirilir. Buradan hareketle tahmin basamağı ile planlama basamağının iç içe olduğu söylenebilir. Planlama, öğrencilerin öğrenme sürecinde sistematik hareket etmelerine yardımcı olur.

**İzleme:** Bireyin amaca ulaşmada aktif rol aldığı uygulama sürecinde performansının farkında olması ve düzenli aralıklarla performansını kontrol etmesidir (Schraw, 1998). Bu basamak amaca yönelik uygulama sırasında gerçekleşir. Çalışma planını uygulama ve izleme sırasında birey kendine şu soruları sorar (Akt.: Oğraş, 2011):

1. Süreçte ne yaptığıma dair net bir bilgim var mı?
2. Doğru ilerliyor muyum?
3. Değişiklik yapmalı mıyım?
4. Nasıl ilerlemeliyim?

**Değerlendirme:** Bireyin süreç sonunda kendi öğrenme ürününü ve etkililiğini değerlendirmesidir (Schraw, 1998). Bu basamak amaca yönelik uygulamanın sonunda gerçekleşir. Bu basamakta birey diğer basamaklarda yaşadığı deneyimlerle ilgili değerlendirmeler yaparak bunu bir sonraki öğrenmelerde etkili bir şekilde kullanabilir. Birey kendini ve öğrenme sürecini değerlendirmede kendine şu soruları sorar (Akt.: Oğraş, 2011):

1. Amacıma ulaştım mı?
2. Uyguladığım stratejiler işe yaradı mı?
3. Stratejiler neden işe yaramadı?
4. Diğer problemlerde bu düşünme yoluna nasıl başvurabilirim?
5. Tekrardan bu çalışmayı yapsam farklı olarak ne yapabilirim?

Üstbilişsel bilgi ve üstbilişsel düzenleme ile ilgili iki dikkat çekici unsur vardır (Schraw, 1998):

1. Üstbilişin bu iki bileşeni birbiriyle ilişkilidir.
2. Her iki bileşen de geniş çeşitlilikteki konu ve bilgi alanlarında ortaya çıkabilir.

Üstbilişsel davranışlar problem çözme sürecini dinamikleştirebilir. Bu dinamikliği sağlamak için Goos, vd. (2000) üstbiliş becerilere sahip öğrencilerin problem çözme sırasında sergilemesi gereken davranışları şu şekilde belirlemiştir (Akt.: Aydurmuş, 2013).

Problem çözmeye başlamadan önce;

1. Problemi birkaç kez okur
2. Problemde ne istendiğinden emin olur
3. Problemi kendi cümleleri ile yeniden yazar.
4. Daha önce benzer problem çözüp çözmediğini düşünür.
5. Problemi çözüp çözemeyeceğine karar verir.
6. Problemde verilenleri belirler.
7. Problemi çözmek için hangi yolları kullanabileceğini düşünür.

Problemi çözerken;

1. Çözümü adım adım kontrol eder.
2. Hata yaptığında başa döner.
3. Doğru yolda olup olmadığını kontrol etmek için problemi baştan okur.
4. Çözüme ne kadar yaklaştığını hesaplar.
5. Çözümünü tekrar gözden geçirmesi gerektiğinde farklı yaklaşımlar dener.

Problemi çözdükten sonra;

1. İşlem hatalarını tespit etmek için çözümlerini kontrol eder.
2. Problemi tekrar okuyarak çözüm yolu üzerinde düşünür.
3. Cevabın mantıklı olup olmadığını sorgular.
4. Çözdüğü problem için farklı çözüm yollarını düşünür.

Görüldüğü gibi bu davranışların çoğu üstbilişin düzenleme boyutuna yöneliktir. Bu araştırmada öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanımı ile problem çözme sürecinde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik kullanılan PÇDF'de yer alan davranışlar da daha çok üstbilişin düzenleme boyutuna yöneliktir.

### **2. 1. 5. Problem Çözmede Üstbiliş**

Matematik programlarının amaçlarından biri de öğrencilerin karşılaştıkları problemleri çözebilmelerini sağlamaktır (MEB, 2005; 2009; 2013). Ancak problemlerin çözümü için sadece problem çözme aşamalarını uygulamak yeterli değildir. Aynı zamanda bu aşamaların bilinçli olarak yapılması ve kontrol edilmesi gerekmektedir. Bu sebeplerden ötürü üstbiliş problem çözme sürecinde sonuç getiren önemli bir bileşen olarak belirlenmiştir (Schoenfeld, 2005). Üstbiliş, problem çözme sürecine rehberlik ederek amaca yönelik davranışların etkililiğini attırır. Böylece öğrencilerin problemi anlama,



çözümü için plan yapma ve stratejiler seçme, süreci izleme, hatalarını düzeltebilme, kullandığı stratejilerin işe yararlılığını kontrol edebilme, gerektiğinde stratejilerini değiştirebilme gibi becerilere sahip olmasını sağlayarak problem çözme sürecinin tüm sorumluluğunu üstlenmeleri kaçınılmazdır. Problem çözmeye üstbilişe sahip öğrenciler süreçte stratejik davranma, karışık problemleri küçük bölümlere ayırma, süreç hakkındaki düşünceleri hakkında kendilerine sorular sorma, güçlü ve zayıf yanlarını fark edip bunları avantaja dönüştürme gibi davranışlar sergilemektedirler. Bu yüzden öğrencilerin akademik başarıları ve problem çözme becerilerini geliştirmede üstbilis kullanışlı bir araçtır (Özsoy ve Ataman, 2009).

Literatürde öğrencilerin, problem çözmeye başarısız olanlar yani “acemi problem çözücüler” ve problem çözmeye başarılı olanlar yani “usta problem çözücüler” olarak tanımlandığı görülmektedir. Uzman ve acemi problem çözücüler problem çözerken farklı davranışlar göstermektedirler. İki farklı kategoride incelenen problem çözücülerin bir problemle karşılaştıklarında; izledikleri basamaklar, geçirdikleri bilişsel süreçler birbirinden oldukça farklıdır. Aşağıda, bu konuda yapılan araştırmalardan elde edilen bazı sonuçlar yer almaktadır.

### **2. 1. 5. 1. Başarılı ve Başarısız Problem Çözücülerin Özellikleri**

Hembree ve College (1992) yaptıkları çalışmada iyi problem çözücülerin temel matematikte, özellikle akıl yürütme (mantık) ve kavramlarda, okumada, kelimeler ve matematik arasında kolayca geri ve ileri hareket etmede, çözümlerin planlanmada ve bu planları yüzeysel detaylarla değil problemin temeliyle ilgili ayrıntılarla ortaya koymada oldukça iyi olduklarını ortaya koymuşlardır.

Goldin'e göre usta problem çözücüler problem durumlarını çözmek için onları hayal ettikleri deneyim dünyasına götüren anlama sistemlerine sahiptirler (Akt.: Cifarelli, 1998). Başka deyişle bu öğrenciler, daha önce yaşadığı deneyimler arasından problemi çözüme götürecek araçları kullanabilme sistemine sahiptirler. Bu durum, üstbilişsel bilgi anlamında bu öğrencilerin donanımlı olduğunu belirtir. Aynı şekilde Kanadlı ve Sağlam (2013) çalışmalarında iyi problem çözücülerin ne bildiklerinin farkında olduklarını, zayıf ve güçlü yönlerinin olduğunu bildiklerini, problem çözme stratejilerini izleme ve düzenlemede zayıf problem çözücülere göre daha iyi olduklarını belirtmişlerdir. Bu bağlamda iyi problem çözücülerin hem üstbilis bilgi hem de üstbilis düzenleme anlamında donanımlı oldukları söylenebilir.

Chi (2006) çalışmasında başarılı ve başarısız problem çözücülerin özelliklerini şu şekilde sıralamıştır:

1. Başarılı problem çözücüler çözüm için gerekli olan en iyi stratejiyi belirlerler.

2. Başarısız problem çözücülerin göremediği özellikleri ortaya çıkarırlar.
3. Başarılı problem çözücüler zamanlarının büyük bölümünü problemi niteliksel olarak analiz etmeye ve bazı özel bilgi alanları ekleyerek problem geliştirmeye harcarlar. (Simon ve Simon, 1978; Voss, Greene, Post ve Penner, 1983).
4. Başarılı problem çözücüler kavramalarını ve hatalarını denetlemek için gerekli olan izleme becerilerinde kendilerinde emin hareket ederler.
5. Başarılı problem çözücüler problemin çözümü için uygun olan stratejiyi seçmede başarısız problem çözücülere göre çok iyidirler.
6. Başarılı problem çözücüler başarısız problem çözücülere göre fırsatları daha iyi değerlendirirler.
7. Başarılı problem çözücüler küçük bilişsel etkinliklerle bilgi alanlarını ve stratejilerin düzeltebilirler (Alexander, 2003).

Schoenfeld (1985) çalışmasında başarılı problem çözücü olmak için dört anahtar kavrama vurgu yapmıştır. Bunları, kaynaklar (bilgi alanları), heuristikler (problem çözme stratejileri), kontrol (izleme ve değerlendirme yani üstbiliş) ve inançlar olarak sıralamıştır.

Hegarty, Mayer ve Monk (1995) çalışmasında başarılı ve başarısız problem çözücülerin sergiledikleri davranışları şu şekilde belirlemişlerdir:

1. Başarılı problem çözücüler çözümlerinde başarısız problem çözücülere göre daha az hata yapmaktadırlar.
2. Problemin çözümü için gerekli olan uygun strateji seçimi başarısız problem çözücülere başarılı problem çözücülerden daha zor gelmektedir.
3. Başarılı problem çözücüler problemde bahsedilen durumu kendileri için anlamlı hale getirirler, ancak başarısız problem çözücüler sadece anahtar kelimelere ve sayılara odaklanırlar.
4. Başarısız problem çözücüler başarılı problem çözücülere göre problem çözme sürecinde daha fazla zaman harcamaktadırlar.
5. Başarılı problem çözücüler problem çözme aşamalarının başından sonuna kadar başarı ile devam ederler, ancak başarısız problem çözücüler problem çözme aşamalarının başından sonuna kadar hep geri kalır ve bu aşamalarda yaptıkları hata oranları oldukça yüksek aynı zamanda aşamalarının etkisi de kayda değer değildir.
6. Başarısız problem çözücüler problem çözme stratejilerini süreç boyunca değiştiremezler.
7. Başarısız problem çözücüler başarılı problem çözücülere göre problemi daha fazla yeniden okurlar, bu tekrar edişlerde başarısız problem çözücüler sadece

sayılara odaklanırken başarılı problem çözücüler hem sayılara hem de değişkenlere odaklanırlar.

Bir başka araştırmacıya göre başarılı problem çözücüler problemin sorduğu cevabı bulup bulmadıklarından emin olabilmek için üstbilişsel düzenleme basamaklarını kullanırlar. Aynı zamanda başarılı problem çözücüler problemi analiz ederek bir strateji seçer ve planlarını uygularlar. Onlar, farklı problem çözme stratejilerini etkili bir biçimde kullanırlar (Erbaş ve Okur, 2012).

Cifarelli (1998) çalışmasında iyi problem çözücülerin problemi anlamak ve durumlar arasındaki ilişkiyi kavramak için probleme uygun temsiller oluşturduklarını belirtmiştir.

Görüldüğü gibi başarılı problem çözücüler başarısız problem çözücülere gerek bilişsel olarak, gerekse de üstbilişsel olarak çözüme ulaştırıcı yönde özelliklere sahiptirler. Başarılı problem çözücüler bu iki önemli faktörü etkileşimli bir biçimde kullanabilirken başarısız problem çözücüler hem bilişsel olarak hem de üstbilişsel olarak yetersiz olduklarından iki bileşeni etkili bir biçimde kullanamazlar.

Başarılı ve başarısız problem çözücüler arasındaki farklardan biri de problem çözme sürecinde kullandıkları stratejilerdir. Başarılı problem çözücüler problemin amacına uygun stratejiyi seçerler ve gerektiğinde bu stratejiyi değiştirebilirler; ancak başarısız problem çözücüler probleme uygun stratejiyi seçmede oldukça fazla zaman harcamakta ayrıca stratejiyi değiştirmede güçlükler yaşamaktadırlar. Bu bağlamda probleme uygun stratejinin seçimi ve bu stratejinin üstbilişsel beceriler ile kontrolünün, problem çözme sürecinde önemli bir faktör olduğu söylenebilir. Öğrencilerin başarılı problem çözücü olabilmeleri için bol bol problem çözme aktiviteleri gerçekleştirmeleri, bu aktiviteler aracılığıyla çözümleri sırasında neler yaptıklarının farkındalığını arttıracak üstbilişsel davranış ve strateji dağarcığına sahip olmaları gerekir.

### **2. 1. 6. Problem Çözme Stratejileri ve Bu Stratejilerin Öğretimine Yönelik Çalışmalar**

Bu bölümde yurt içinde ve yurt dışında problem çözme stratejileri ve bu stratejilerin öğretimine yönelik yapılan çalışmalar verilmiştir.

Çelebioğlu (2009) çalışmasında, birinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeylerini, problem çözme sürecinde neler düşündüklerini, problem çözme esnasında hangi davranışları gösterdiklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada hem nitel hem de nicel iki kısımdan oluşan karma yöntem kullanılmıştır. Nicel kısmında tarama yöntemi; nitel kısmında klinik mülakat yöntemi uygulanmıştır. Nicel kısım 170 öğrenciden oluşan tarama grubu ile gerçekleştirilmiştir. Bu gruptaki öğrencilere uygulama sırasında hiçbir materyal verilmemiş, gerektiğinde ipuçları ile yönlendirmeler

yapılmamıştır. Nitel kısmı ise 12 öğrenciden oluşan mülakat grubu ile gerçekleştirilmiştir. Bu gruptaki öğrencilere uygulama zaman kısıtlaması yapmadan gerekli materyaller sağlanarak yapılmıştır. Her iki gruba da bağıntı bulma, şekil çizme, geriye doğru çalışma, sistematik liste yapma stratejileri içeren 6 soruluk matematik testi uygulanmıştır. Nitel gruba ayrıca sesli düşünme protokolü ve klinik mülakat yapılmıştır. Araştırmada İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin düşük düzeyde de olsa problem çözme stratejilerini kullanabildiği ve en yüksek başarıyı bağıntı bulma stratejisinde gösterebildiği sonucuna ulaşılmıştır. İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerindeki başarıları ile matematik ders notları arasında anlamlı fakat düşük ilişki bulunduğu tespit edilmiştir. Araştırmada problem çözme stratejilerindeki başarıları ile cinsiyet arasında anlamlı bir ilişki bulunmadığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin problem çözümedeki başarılarının ve başarısızlıklarının göstermiş oldukları problem çözme davranışlarıyla ilişkili olduğu gözlenmiştir.

Arslan (2002) çalışmasında, ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin tahmin ve kontrol, bağıntı arama, şekil çizme, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma stratejilerinden hangilerini öğrenebileceği ve kullanabileceği belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmayı gerçekleştirmek için yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine başarı testi uygulanmış ve bu testin sonuçlarına göre deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. Deney ve kontrol grubu 15 yedinci sınıf, 15 sekizinci sınıf olmak üzere toplam 30 kişiden oluşturulmuştur. Çalışmaya başlamadan problem çözme stratejilerin kullanımını gerektiren problemlerden oluşan bir ön test ve tutum testi uygulanmıştır. Daha sonra öğrenciler ile birlikte 10 haftalık rutin olmayan problemlerin kullanıldığı her bir stratejinin eğitim süreci gerçekleştirilmiştir. Deney grubu deneysel çalışmalara devam ederken, kontrol grubu normal derslerini izlemiştir. 10 haftalık eğitim sonunda ön teste paralel sorulardan oluşan son test ve tutum testinin aynısı uygulanmıştır. Araştırmada ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri bu konuda herhangi bir eğitim almadan bazı problem çözme stratejilerini informal olarak kullanabildiği sonucuna ulaşılmıştır. Problem çözme stratejilerinin ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri tarafından öğrenilebildiği görülmüştür. Verilen strateji eğitiminin her iki sınıf düzeyinde problem çözme başarısını olumlu yönde etkilediği tespit edilmiştir. Problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilemiştir.

Taşpınar'ın (2011), çalışmasında problem çözme stratejilerinin sekizinci sınıf öğrencilerine tanıtılmasının farklı problem çözme stratejilerinin bir arada kullanılabilme düzeylerine etkisi incelenmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematik problemlerine ve problem çözme sürecine yönelik tutumları belirlenmek istenmiştir. Bu amaçla 22 sekizinci sınıf

öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür. Problem çözme stratejileri öğretimi öncesinde öğrencilere araştırma problemleri, matematik problemi çözme tutum ölçeği ve kişisel bilgiler anketi uygulanmıştır. Daha sonra 2010-2011 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde 4 haftalık problem çözme stratejileri öğretimi yapılmıştır. Araştırmada, problem çözme stratejileri olarak geriye doğru çalışma, bağıntı arama, tahmin kontrol, şekil çizme, tüm olasılıkları hesaplama, verileri düzenleme, farklı bakış açısı benimseme kullanılmıştır. Uygulama süreci sonunda araştırma problemleri ve matematik problemi çözme tutum ölçeği tekrar verilmiştir. Sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin öğrendikleri stratejileri farklı problemlerde kullanabildikleri görülmüştür. Ayrıca ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerine problem çözme stratejileri anlatıldıktan sonra farklı stratejileri bir arada kullanabilme düzeyleri artmıştır. Öğrencilerin öğretim sonrasında problem çözmeye yönelik tutumlarında artma olmuştur ancak ön tutum puanları ile son tutum puanları arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır.

Altun, Dönmez, İnan, Taner ve Özdilek (2001) çalışmalarında, 6 yaş grubu öğrencilerinin kullandıkları problem çözme stratejilerini ve problem çözümedeki başarı düzeylerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada ayrıca sınıf öğretmenlerinin ve müfettişlerin öğrencilerin problem çözme başarı düzeyleri hakkındaki kanılarını incelenmişlerdir. Bu amaçla Bursa ilinde belirlenen 4 ilköğretim okulu ve bir lisenin bünyesinde bulunan anasınıfı öğrencilerinden 6 yaş grubuna mensup toplam 70 öğrenciye dört işlem becerileri ile çözülebilen rutin olan ve olmayan türden 9 sözel problem yöneltilmiştir. Görüşme sırasında öğrencilerin ihtiyaç duydukları malzemeyi kullanabilmeleri için uygun ortam hazırlanmış ve her bir öğrenciye sorular ayrı bir odada süre sınırlaması koymadan sözlü olarak yöneltilmiştir. Araştırma sonunda çalışmadaki tüm 6 yaş grubu öğrencilerinin problem çözümede kayda değer başarı gösterdikleri tespit edilmiştir. Öğrenciler problemleri çözerken çoğunlukla hazır materyal vasıtasıyla modelleme stratejisi kullanmayı denemiş ve başarılı olmuşlardır. Ayrıca anasınıfı öğrencilerinin rutin olmayan problemlerdeki başarı düzeyi yüksek çıkmıştır. Bu sonuç 6 yaş grubundaki öğrencilerin daha serbest düşünebildiklerini işaret etmiştir. Öğretmen ve müfettişlerin 6 yaş grubu öğrencilerinin problemleri çözümedeki başarı düzeyleri ile ilgili kanılarını belirlemek için belirlenen okullarda görevli 137 öğretmen ve bu öğretmenleri teftiş eden 21 müfettiş ile görüşülmüştür. Bu amaçla araştırmada kullanılan dokuz problemin yer aldığı bir anket hazırlanmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre Öğretmen ve müfettişlerin çalışmada kullanılan 9 sorudan 8'inde çocukların gerçek başarısına göre düşük beklentiye, diğer 1 soruda gerçek başarıya göre yüksek bir beklentiye sahip oldukları görülmüştür.

Yazgan ve Bintaş'ın (2005) çalışmalarında, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin tahmin ve kontrol, bağıntı arama, şekil çizme, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma stratejilerinden hangilerini öğrenebileceğini ve kullanabileceğini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada aynı zamanda verilen strateji eğitiminin problem çözme başarısına etkisi incelenmiştir. Deneysel olan bu araştırmada uygulanmadan önce bir başarı testi uygulanmış ve bu testin sonuçlarına göre deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. 15 dördüncü sınıf, 15 beşinci sınıf olmak üzere toplam 30 öğrenciden deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. Çalışmaya başlamadan problem çözme stratejilerin kullanımını gerektiren problemlerden oluşan bir ön test uygulanmıştır. Daha sonra deney grubu öğrencilerine 18 saatlik rutin olmayan problemlerin kullanıldığı strateji eğitimi verilmiştir. Deney grubu deneysel çalışmalara devam ederken, kontrol grubu normal derslerini izlemiştir. 18 saatlik eğitim sonunda son test ve kalıcılık testi uygulanmıştır. Araştırmada ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerine herhangi bir eğitim verilmeden bazı problem çözme stratejilerini informal olarak kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin en çok kullandıkları stratejinin tahmin kontrol en az kullandıkları stratejinin dördüncü sınıflarda örüntü bulma ve geriye doğru çalışma iken beşinci sınıflarda şekil çizme olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca problem çözme stratejileri dördüncü ve beşinci sınıf öğrencileri tarafından öğrenilebildiği ve verilen strateji eğitimi her iki sınıfta da problem çözme başarılarını olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Çelebioğlu ve Yazgan (2009), ilköğretim ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken bağıntı bulma ya da sistematik liste yapma stratejilerini kullanma düzeyleri ve bu düzeyler arasında bir ilişkinin var olup olmadığını incelemek için araştırma yapmışlardır. Bu amaçla ikinci ve üçüncü sınıf öğrencileri bir grup; dördüncü ve beşinci sınıf öğrencileri diğer grup olarak düşünülmüş ve bu iki grup için her bir stratejiye 4 soru düşecek şekilde toplam 8 sorudan oluşan farklı iki test grubu hazırlanmıştır. Hazırlanan testler toplam 307 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmada bağıntı bulma stratejisinin kullanılabilme düzeyi beşinci sınıf hariç diğer tüm sınıf seviyelerinde daha yüksek çıkmıştır ancak tüm sınıf düzeylerinde bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerinin kullanım düzeylerinin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bu stratejilerin kullanımları arasında olumlu yönde ve anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Altun, Sezgin ve Yazgan (2007) sınıf öğretmeni adaylarına problem çözme stratejileri konusunda verilen bir eğitimin, problem çözme başarısı üzerine etkilerini ve öğrencilerin problem çözme stratejileri hakkındaki düşüncelerini incelemek için araştırma yapmışlardır. Araştırmada ayrıca başarılı- başarısız öğrenci ayrımında stratejilerin etkililiği belirlenmek istenmiştir. Çalışma, sınıf öğretmeni adayı 120 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu

öğrencilere 5 haftalık eğitim verilmiş ve ilk test - son test uygulanarak stratejileri öğrenme düzeyleri ve problem çözme başarı düzeyleri tespit edilmiştir. Öğretim denklem yazma ve muhakeme etme dışında tüm stratejilerde etkili olduğu ve problem çözme başarısının yükselmesini sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada öğrencilerin başarılı-başarısız ayırımında stratejilerin etkililik derecesi sırasıyla bağıntı bulma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, muhakeme etme, sistematik liste yapma, diyagram çizme olarak tespit edilmiştir. Denklem çözme ve tahmin kontrol stratejileri başarılı-başarısız öğrenci ayırımını etkilemediği bulunmuştur. Çalışmada ayrıca öğretmen adaylarının tümü, stratejilerin öğretimine yer verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Altun (2006) çalışmasında, problem çözme stratejileri konusunda verilen bir eğitimin lise matematik öğretmen adaylarının problem çözme başarısını ve problem çözme ile ilgili düşüncelerini nasıl etkilediğini incelemiştir. Araştırma tezsiz yüksek lisans programına devam eden 32 öğretmen adayı üzerinde yapılmış olup, bu adaylara 7 hafta süreyle haftada 4 saat eğitim verilmiş, ilk test son test uygulanarak stratejilerin öğrenme düzeyleri tespit edilmiş ve likert tipi ölçek de uygulanarak öğretmen adaylarına öğretimi yapılan stratejilerin zorluk düzeyleri sorulmuştur. Ayrıca açık uçlu sorular yardımı ile öğretmen adaylarının problem çözme stratejileri ve öğretimi ile ilgili düşünceleri tespit edilmiştir. Öğretim tahmin kontrol, bağıntı bulma, sistematik liste yapma, problemi basitleştirme stratejilerinde etkili olmuştur. Ayrıca öğretim süresinin muhakeme etme stratejisi üzerinde anlamlı bir etki oluşturmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Problem çözme başarısını işaret etmede sırasıyla muhakeme etme, problemi basitleştirme, diyagram çizme, geriye doğru çalışma stratejilerin güçlü olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen adayları öğretimin kendilerine farklı bakış açıları kazandırdığını, problem çözmeye kendilerine güven duygusu geliştirdiğini, ezbere ve tek çözüme odaklanmayı önlediğini, basit ya da karmaşık olayların içinde bile bir matematik düzen olduğunu fark etmelerine yardım ettiğini belirtmişlerdir.

Emre (2008), problem çözme stratejilerini geliştirmek için oluşturulan öğretim durumunun on birinci sınıf öğrencilerinin çeşitli problem çözme stratejilerini kullanabilme ve problem çözerken uygun olanlarını seçebilme becerilerine etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla rastgele seçilen 10 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Öğrencilere 10 haftalık problem çözme stratejileri eğitimi verilmiştir. Araştırmanın verileri uygulama başında ve sonunda gerçekleşen ön test-son testin yanı sıra uygulama esnasında verilen ödevler ile uygulama sonunda yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Araştırmada problem çözme stratejileri öğretim durumunun öğrencilerin uygun strateji seçimine ve kullanımına olumlu bir etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin

bir problemin çözümünde kullanılabilir pek çok stratejinin var olduğunun farkına vardıkları ve yeni öğrendikleri stratejileri kullanmaya çok istekli oldukları gözlemlenmiştir.

Ishida (2002) çalışmasında alternatif problem çözme yöntemini kullanan öğrencilerin nasıl değerlendirileceğini bulmayı amaçlamıştır. Bu amaçla altıncı sınıfta öğrenim gören 12 öğrenciye 2 adet problem verilerek bu problemleri en az 2 strateji ile çözmeleri istenmiştir. Öğrencilere her soru için hangi çözüm stratejisinin daha iyi olduğu ve onun geliştirilip geliştirilemeyeceği sorulmuştur. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin genellikle kullanımı veya anlaşılması kolay olan stratejiyi seçtikleri görülmüştür. Matematiği değerli kılan genelleme gibi stratejilerin kullanımına pek rastlanmamıştır. Bu çalışma öğrencilerin gelişimini sağlamak için farklı çözüm yollarının matematiksel anlama üzerinde etkili olduğunu göstermesi açısından literatüre katkı sağlamıştır.

Elia, Heuvel ve Kolovou (2009) çalışmalarında rutin olmayan problemlerde yüksek başarılı öğrencilerin strateji seçimini ve strateji esnekliğini incelemeyi ve bu faktörlerin performansla ilişkisini bulmayı amaçlamışlardır. Bu amaçla 152 başarılı dördüncü sınıf öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin problem çözme sürecinde stratejileri kullanabildikleri görülmüştür. Bu stratejileri arasında en çok kullanılan stratejinin tahmin kontrol olduğu tespit edilmiştir. Araştırmada ayrıca problemin çözüm sürecinde gerektiğinden stratejilerini değiştirebilen öğrencilerin aynı stratejiyi kullanan öğrencilere göre daha başarılı oldukları ortaya çıkmıştır.

Yavuz (2006) çalışmasında, problem çözme strateji öğretiminin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin matematik tutumlarına, matematik kaygılarına ve problem çözmeye yönelik akademik benliklerine etkisini araştırmıştır. Ayrıca duyuşsal özelliklerde meydana gelen değişimin öğrenci erişimi düzeylerini ne ölçüde etkilediği incelemiştir. Çalışma, biri Anadolu Lisesi diğeri normal lise olan iki ortaöğretim kurumunda okuyan 32 dokuzuncu sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Her iki kurumda toplam dört grup oluşturulmuştur. Araştırmadan önce çeşitli stratejilerin kullanıldığı bir test deney ve kontrol gruplarına uygulanmış ve en az kullanılan stratejilerin değişken kullanma, ilişki bulma ve tahmin ve kontrol stratejileri olduğu belirlenmiştir. Bunun üzerine deney grubu öğrencilerine bu stratejilerin öğretimi sesli düşünme yöntemiyle sekiz hafta boyunca yapılmıştır. Araştırmadaki veriler, kişisel bilgi formu, matematiğe yönelik tutum ölçeği, matematiğe yönelik kaygı ölçeği, problem çözmeye yönelik akademik benlik ölçeği, matematik başarı testi, strateji belirleme soruları aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonunda problem çözme strateji öğretiminin deney gruplarındaki öğrencilerin matematik tutum puanlarında ve problem çözmeye yönelik akademik benlik puanlarında etkili olduğu görülmüştür. Ancak bu öğretimin, deney gruplarındaki öğrencilerin matematik kaygı puanlarında



anlamli farklılık oluşturmadiğı görülmüştür. Başarı düzeylerindeki artış, problem çözme strateji öğretiminin erişkiye etkisini göstermektedir.

Ahu-Şahin (2007), çalışmasında strateji öğretimi sırasında kullanılan iki farklı eğitim tekniğinin (işbirlikli öğrenme ve geleneksel öğrenme) sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözmeye uygun strateji seçimini nasıl etkilediğini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaç için sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşan 60 gönüllü katılımcı arasından deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. Bu gruplara, 10 saatlik bir eğitim uygulanmıştır. Bu uygulamada olasılık konusu ve problem çözme stratejileri, kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemi, deney grubunda işbirlikli öğrenme yöntemi kullanılarak işlenmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından belirlenen, 15 ayrı problem çözme stratejisinin kullanımına uygun olan, her bir strateji için 2 adet olmak üzere toplamda 30 problem içeren test ve “yapılandırılmış görüşme formu” kullanılmıştır. Sonuç olarak işbirlikli öğretim yönteminin problem çözmeye uygun strateji seçimini geleneksel öğretim yöntemine göre daha olumlu olduğu görülmüştür.

Gök ve Sılay'ın (2009) çalışmalarında işbirlikli öğrenme gruplarında cinsiyet faktörünün fizik başarısı ve problem çözme stratejilerini kullanımları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çalışma için ortaöğretim onuncu sınıf öğrencilerinden deney ve kontrol grupları seçilmiştir. Araştırma bir dönem boyunca sürmüş ve veriler fizik başarı testi, problem çözme stratejileri ölçeği, problem çözme yapıkları ile toplanmıştır. Fizik başarı testi ve problem çözme stratejileri ölçeği son ölçümlerde, problem çözme yapıkları uygulama sırasında kullanılmıştır. Araştırma sırasında, deney grubuna problem çözme stratejileri işbirlikli öğrenme yöntemi ile verilirken kontrol grubuna problem çözme stratejileri geleneksel öğretim yöntemi ile verilmiştir. Araştırmanın sonucunda ise deney ve kontrol grubundaki kız ve erkek öğrencilerin problem çözme stratejilerinden aynı düzeyde yararlandıkları görülmüştür. Cinsiyet değişkeninin, öğrencilerin fizik başarısı üzerinde önemli bir etki yaratmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ancak uygulanan öğretim yönteminin fizik başarısı üzerinde önemli etkiye sahip olduğu bulunmuştur. Problem çözme yapıkları incelendiğinde kız ve erkek öğrencilerin farklı stratejileri ve davranışları kullanmayı tercih ettikleri belirlenmiştir.

## **2. 1. 7. Problem Çözme ve Üstbilişe Yönelik Çalışmalar**

Bu bölümde yurt içinde ve yurt dışında problem çözme ve üstbilişe yönelik yapılan çalışmalar verilmiştir. Bu çalışmalar aşağıda açıklanmıştır:

Rudder (2006), çalışmasında öğrencilerin matematik problem çözme görevlerini yerine getirirken kullandıkları stratejileri, düşünme süreçlerini ve öğrenci performanslarındaki farklılıkları belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla iki Amerikan, iki

Singapurlu toplam 4 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Öğrencilere her problem çözme görevinin ardından bu görevleri öncesi, esnasında ve sonrasında neler düşündükleri ile ilgili kendilerini değerlendirmelerini sağlayan Fortunato, Hecht, Tittle ve Alvearez (1991) tarafından uyarlanan üst biliş testi uygulanmıştır ve öğrenciler ile kısa görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin, üstbiliş testinde yer alan "Problemin çözümünde herhangi bir strateji kullandınız mı?" ve "Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol ettiniz mi?" sorularına verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Araştırmada problemleri yanlış ya da kısmen doğru çözen öğrencilerin görüşmeler, formlar ve problem çözme aktiviteleri aracılığı ile toplanan verileri Polya'nın problem çözme aşamaları ve Schoenfeld'in (1985) iyi problem çözümler için belirlediği özellikler çerçevesinde değerlendirilerek bu öğrencilerin gösterdikleri benzer ve farklı davranışlarına bakılmıştır. Sonuçta bazı davranışların problemleri başarılı bir şekilde çözebilmek için kritik olduğu belirlenmiştir. Problem çözme görevlerini başarılı bir şekilde tamamlamada yalnızca strateji kullanımının etkili olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Her öğrenci grubu için problem çözme görevlerini tamamlamada problem sonucunu kontrol etme ve problemin çözümü için bir stratejiye karar verme davranışlarının önemli olduğu tespit edilmiştir. Amerikalı öğrenci grubunun problem çözme görevlerini tamamlamada problemi anlama, temel kavram bilgisi, probleme yönelik duygu durumları değişkenlerinin etkili olduğu görülmüştür. Bu araştırma öğrencilerin Polya'nın problem çözme aşamalarını kullandıklarında ve Schoenfeld'in (1985) iyi problem çözümler için belirlediği özellikleri gösterdiklerinde daha başarılı olduklarını göstermiştir.

Yıldız, Baltacı ve Güven (2011) çalışmalarında yetenekli 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde her bir basamakta gösterdikleri üstbilişsel davranışları belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla dört yetenekli 8. sınıf öğrencisine üç matematik problemi verilerek çalışma yürütülmüştür. Araştırmada veriler öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar ve problem çözme kâğıtları aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin üstbilişsel davranışları en fazla gösterdikleri aşama değerlendirme aşaması olduğu görülmüştür. Bu öğrenciler geçmişte öğrendikleri konular arasında ilişki kurarak problemin çözümüne uygun alternatif yolları aramışlardır.

Aydurmuş (2013), çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları üstbilişsel stratejileri belirlemeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda beş öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Araştırmada veriler rutin olmayan problemlerden oluşan problem çözme envanteri, gözlem formu, öğrenci geri bildirim formu ve klinik mülakat aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre üstbiliş becerileri olan tahmin, planlama, izleme ve değerlendirmeye ait stratejilerin öğrencilerin kullanım amaçlarına göre bilişsel veya üstbilişsel olduğu tespit edilmiştir. Üstbiliş stratejilerinin en yoğun kullanıldığı beceri

izleme; en az kullanıldığı beceri değerlendirme olarak bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin tahmin, planlama, izleme ve değerlendirme için üstbilgi stratejileri kullanmalarının problem çözme başarıları hakkında karar vermek için yeterli olmadığı bulunmuştur.

Tuncer (2011) çalışmasında matematik dersi 7. sınıf permütasyon ve olasılık konusunda uygulanan üstbilgi stratejilerinin öğrencilerin başarılarına, üstbilgi becerilerine, tutumlarına ve kalıcılığa nasıl bir etki yaptığını incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla toplam 52 öğrenciden oluşan birbirine denk iki grup oluşturulmuştur. Derslerin üstbilgi stratejileri uygulanarak işlendiği grup deney grubu; derslerin geleneksel öğretimle işlendiği grup kontrol grubu olarak atanmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak başarı testi, üstbilgi becerileri ölçeği ve matematik dersine yönelik tutum ölçeği kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre üstbilgi stratejilerinin öğrencilerin başarılarını, üstbilgi becerilerini, tutumlarını ve kalıcılığı olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Oğraş (2011), çalışmasında görev yapmakta olan ilköğretim öğretmenlerinin problem çözme odaklı bir hizmet içi eğitim öncesi ve sonrasında ders uygulamalarında matematiksel problem çözme aşamalarını ve üstbilgi düşünme becerilerini nasıl sergilediklerini ve eğitim öncesi ve sonrası ders uygulamalarında nasıl bir gelişme olduğunu ortaya koymayı amaçlamıştır. Bu amaçla hizmet içi eğitime katılan öğretmenler arasından rastgele seçilen bir sınıf ve bir ilköğretim matematik öğretmenin ders uygulamaları video kaydına alınmıştır. Ayrıca araştırmada veri toplama aracı olarak öğretmenlerin bilgi beceri düzeylerini ortaya koymak için açık uçlu anketler, eğitim değerlendirme formları, öz değerlendirme kazanım anketi ve gözlem formları kullanılmıştır. Öğretmenlerin video kaydına alınan problem uygulama süreçleri problem çözme aşamaları ve bu aşamalar ile üstbilgi düşünme becerilerinin entegre edildiği 3P 1K modeli (Problemi anlama, Plan yapma, Planı uygulama ve Kontrol etme) ışığında analiz edilmiştir. Araştırmada öğretmenlerin eğitim öncesinde problem çözme aşamalarını lineer bir şekilde gerçekleştirdiği ve üstbilgi düşünme becerilerini kullanmada yetersiz kaldığı sonucuna ulaşılmıştır. Eğitim sonrasında bu aksaklıklar giderilmiştir. Öğretmenlerin hizmet içi eğitim sonrasında problem çözme aşamalarını diyalektik bir şekilde kullandığı ve hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin problem çözme süreci ile ilgili farkındalıklarının arttığı tespit edilmiştir.

Balcı (2007), çalışmasında ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersi sözel problemleri çözme beceri düzeyi ile bilişsel farkındalık beceri düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bu amaçla Adana ilinden rastgele seçilen 4 okuldan 127 kız ve 142 erkek olmak üzere toplam 269 öğrenci ile araştırma yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak bilişsel farkındalık becerileri ölçeği, problem çözme beceri testi kullanılmıştır. Araştırma

sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin bilişsel farkındalık beceri düzeyleri ile problem çözme beceri düzeyi arasında anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür.

Arsal (2009) çalışmasında, ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözmeye kullandıkları problem çözme stratejilerini belirlemeyi ve bu stratejilerin problem çözme başarısını yordama gücünü ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmacı çalışmasında problem çözme üzerine düşünmeyi ifade eden üstbilişsel davranışları strateji olarak belirtmiştir. Bu nedenle çalışmanın bu bölümde incelenmesi daha uygun olacağı düşünülmüştür. Araştırma, ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıfta öğrenim gören 162 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin, problem çözme stratejilerinin belirlenmesi amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen problem çözme stratejileri belirleme ölçeği ile problem çözme başarılarını belirlemek için problem çözme başarı testi kullanılmıştır. Araştırma sonunda hem dördüncü sınıf hem de beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyinin yüksek olduğu ve dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini daha fazla kullandıkları bulunmuştur. Araştırmada problem çözme stratejilerinin kullanma durumunun cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir farklılık göstermediği bulunmuştur. Ayrıca problem çözme stratejilerinden problemi okuma ve anlama ile problemi farklı ifade etme stratejilerinin problem çözme başarısını yorumlamada etkili olduğu görülmüştür.

Schoenfeld (1992), lise ve üniversite öğrencilerinin matematik problemi çözme süreçlerinde gösterdiği öz düzenleme davranışlarını gözlemlemiştir. Daha sonra bu gözlemleri matematik problemi çözme başarısıyla ilişkisini incelemek için araştırma yapmıştır. Söz konusu araştırma; öğrencilerin % 60'ının problemi çözme girişimleri sırasında uzman kişilerin göstermesi beklenen düzenleme becerilerinin neredeyse hiçbirini kullanmadıklarını göstermiş öğrencilerin sonuca ulaşamadıklarını belirlemiştir. Araştırmadaki öğrencilerin kullandığı tipik strateji problemi okuma, hızlı bir biçimde çözebilme, problemin çözümünde ilerlemeyi başaramazlarsa da, başka alternatif yöntem denemeden aynı çözüm yolunu kullanmakta ısrar etmeleridir. Schoenfeld; problem çözme sürecinde uzman kişilerin öz düzenleme, izleme ve değerlendirme davranışlarını gösterdiğini ortaya koymuştur.

Artzt ve Thomas (1998) matematikte yer alan öğretici alıştırmalarda öğretmenlerin üstbiliş bileşenlerini inceleyerek öğrencilere problem çözmeyi öğretmede bakış açısı kazandırmak amacıyla araştırma yapmışlardır. Bu amaçla 7 tecrübeli ve 7 yeni başlayan öğretmen ile çalışma yürütülmüştür. Çalışmada veri toplama aracı olarak video kaydı, görüşmelerin ses kaydı ve öğretmenlerin ders planları kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin üstbilişlerinin gelişmesinde sınıf alıştırmaların önemli bir rolünün olduğu tespit edilmiştir.

Pugalee (2001) çalışmasında öğrencilerin problem çözme süreci hakkında yazdıkları yazıların bilişsel farkındalığa ait bir kanıt olup olmadığını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada, yirmi tane dokuzuncu sınıf cebir öğrencisi matematik problemlerini çözerken kullandıkları problem çözme süreçlerinin yazılı bir tasvirini yapmışlardır. Verilerin nitel analizi bilişsel farkındalığın genel çerçevesinin varlığına işaret etmektedir. Öğrencilerin yazılı tasvirleri, matematiksel problem çözmeye; problemi anlama, organizasyon, uygulama ve sağlama yapma sürecinde okuma, tekrar okuma, problemin zorluğunu değerlendirme, genel bir plan yapma, planı uygulama, sonuçları ve verilen kararları değerlendirme gibi çeşitli bilişsel farkındalık davranışlarını kullandığı sonucuna ulaşılmıştır.

Cozza ve Oreshkina (2013) çalışmalarında Rusya, Amerika, İspanya ve Macaristan gibi farklı kültürlerde yetişen 10 yaş grubu öğrencilerinin problem çözme sürecindeki bilişsel ve üstbilişsel süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda araştırmacı cinsiyet farklılığı ve kendini iyi ifade edebilme kriterlerini göz önünde bulundurarak her bir bölge için bir çalışma grubu oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak video kayıtları, sesli düşünme protokolü, öğrenci günlükleri, gözlem notları kullanılmıştır. Veriler bu dört farklı bölgenin benzerlik ve farklılıkları karşılaştırılarak analiz edilmiştir. Araştırmada her bölgenin öğrencilerinin bilişsel ve üstbilişsel süreçleri yinelenen davranışlarla gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin en sık gösterdikleri davranışların sırasıyla üst bilişsel keşfetme ve üst bilişsel uygulama davranışı olduğu tespit edilmiştir. Araştırmada, problem çözme süreci özellikle üst bilişsel keşfetme ve uygulama arasında ileri geri hareket edilerek meydana gelen dinamik bir süreç olarak tanımlanmıştır.

Erbaş ve Okur'un (2012) çalışmalarında öğrencilerin problem çözmeye kullandıkları stratejiler, problem çözme aşamaları, üstbilişleri araştırılmış ve bu faktörlerin problem çözme başarısına etkisi incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda 5 dokuzuncu sınıf öğrencisinden amaçlı örneklem oluşturulmuştur. Örneklem seçiminde OKS sonuçları, gönüllülük esası, öğretmen görüşleri etkili olmuştur. Öğrencilerin her birine 10 problem verilmiştir. Araştırmada problem çözenin öğrenci davranış ve özelliklerinden etkilenen karışık bir kavram olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin problem çözme strateji bilgilerinin yeterli olmasının ve bu stratejileri kullanabilmesinin problem çözme sonuçlarında farklılık oluşturduğu gözlenmiştir. Ancak öğrencilerin sadece matematik ve strateji bilgilerinin yeterli olmadığı aynı zamanda bu stratejilerin üstbiliş becerilerini kullanarak problem çözme aşamalarını gözlem ve düzenlemeler ile birlikte nasıl ve ne zaman kullanıldığının bilinmesinin de önemli olduğu tespit edilmiştir.

Kanadlı ve Sağlam'ın (2013) çalışmalarında üstbilişsel davranışların problem çözmeye etkisi incelenmiştir. Araştırma için 25 yedinci sınıf öğrencisi amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Çalışmanın verileri sesli düşünme yöntemi ve gözlemler aracılığıyla iki aşamada elde edilmiştir. İlk aşamada öğrencilere iki soru yönlendirilmiş ve bu soruları sesli düşünme yöntemini kullanarak çözmeleri istenmiştir. İkinci aşamada soruyu doğru çözemeyen öğrencilere üstbiliş davranışları uygulanmıştır. Soru çözümü bittikten sonra öğrencilere bu problemlerle daha önce karşılaşmış ve karşılaşmadıkları ya da bu problemlerin benzerlerini çözüp çözmedikleri sorulmuştur. Araştırmada soruyu tekrar tekrar okuma, soruyla ilgili şekil çizme, sonucun mantıksal ve matematiksel kontrolünü yapma gibi üstbilişsel davranışların alıştırma sorularının çözümünde etkili olduğu, problem çözümünde herhangi bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bağçeci ve diğerleri (2011) ilköğretim öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyleri ile seviye belirleme sınavı (SBS) ve yılsonu başarı puanı (YBS) arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla çalışma yapmışlardır. Araştırmada 194 yedinci sınıf öğrencisine SBS sınavına girmeden önce geçerliliği ve güvenilirliği kanıtlanmış üstbilişsel farkındalık envanteri uygulanmıştır. Daha sonra yıl sonu başarı puanları ile seviye belirleme sınavı başarı puanları elde edildikten sonra analizler yapılmıştır. Çalışma sonunda öğrencilerin üstbilişsel farkındalıkları ile SBS başarı puanları arasında anlamlı farklılık bulunmuştur. Üstbilişsel farkındalığın alt boyutlarından sadece açıklayıcı bilgi boyutunun SBS başarısını yordadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin üstbilişsel farkındalıkları ile yılsonu başarı puanları arasında anlamlı farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Üstbilişsel farkındalığın alt boyutlarından sadece açıklayıcı bilgi boyutunun yılsonu başarı puanını yordadığı görülmüştür.

Pilten ve Yener (2010) 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerde kullandıkları üstbiliş bilgileri ve bu bilgileri etkileyen değişkenleri belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla rastgele belirlenen bir ilkokulun tüm 5. sınıf öğrencileri ile çalışma yürütülmüştür. Gözlem ve mülakatlar sadece 6 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada 10 tane rutin olmayan problem kullanılmıştır ve çalışma 3 hafta sürmüştür. Araştırmada üstbiliş bilgi türlerinden işlemsel bilgi türü puanlarının çok yüksek, açıklayıcı bilgi türü puanlarının orta seviyenin üzerinde, durumsal bilgi türü puanlarının orta seviyenin altında olduğu tespit edilmiştir. Araştırmada ayrıca bireysel, görev ve strateji değişkenleri işlemsel bilgiyi çok yüksek, açıklayıcı bilgi ve durumsal bilgiyi orta seviyede ya da orta seviyenin altında etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Ersözlü ve Yıldırım (2013) çalışmalarında üniversite öğrencilerinin üstbilişsel farkındalıkları ile benzer problem türlerini çözüm yolları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç çerçevesinde 97 matematik bölümü birinci sınıf öğrencisi ile

araştırma yürütülmüştür. Veriler üstbilişsel farkındalık ölçeği ve problem türleri testi aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonunda öğrencilerin üstbilişsel farkındalık seviyeleri ile problem çözme seviyeleri arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Ayrıca fazla beceri gerektirmeyen bazı basit problemlerde öğrencilerin üstbilişsel farkındalık seviyeleri ile problem çözmeleri arasında anlamlı bir ilişki bulunmamıştır. Çalışmada üstbilişsel farkındalığın öğrencilerin problem çözme seviyelerini anlamlı şekilde açıkladığı görülmüştür.

Erdoğan ve Şengül (2013) çalışmalarında ilköğretim öğrencilerinin üstbilişsel bilgi türlerine göre hazırlanan cebirsel problemleri çözme başarı düzeylerini sınıf seviyelerine göre karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Bu amaçla altıncı, yedinci, sekizinci sınıflarda öğrenim gören toplam 235 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Araştırmanın verileri üstbilişsel bilgiye yönelik matematik başarı testi (ÜBYMBT) ile elde edilmiştir. Çalışmada ÜBYMBT'nin tanıtıcı bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları arasında sınıf seviyesine göre anlamlı farklılık olmadığı ortaya çıkarken, işlemsel ve koşullu bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları arasında anlamlı farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça problem çözme başarı düzeylerinin de arttığı fakat hiçbir sınıf seviyesinde istenen başarı düzeyinde olmadıkları tespit edilmiştir.

Karakelle (2012) çalışmasında üstbilişsel farkındalık, gündelik hayat problemlerini çözebilme algısı, düşünme ihtiyacı ve zekâ arasındaki bağlantıları ve bu üç değişkenin üstbilişsel düzey üzerindeki etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda üniversitede okuyan 108 öğrenci çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak bilişötesi farkındalık envanteri, problem çözme envanteri, düşünme ihtiyacı ölçeği, genel zekâyı ölçen Raven Progresif Matrisler Testi kullanılmıştır. Araştırmacı düşünme ihtiyacı ve problem çözme algısı ile üstbilişsel farkındalık düzeyi arasında anlamlı ilişki olduğunu ancak zekânın üstbilişsel farkındalık düzeyi üzerinde doğrudan bir etkisi olmadığını tespit etmiştir. Araştırmada ayrıca her üç değişken üstbilişsel farkındalık düzeyini açıklamada farklı düzeylerde etkili olduğu ve değişkenlerin birlikteliğinin üstbilişsel farkındalık düzeyini açıklama gücünü arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Özsoy ve Günindi (2011) çalışmalarında okulöncesi öğretmenliği lisans programında öğrenim görmekte olan öğretmen adaylarının cinsiyet, sınıf düzeyi ve mezun oldukları lise türü bakımından üstbilişsel farkındalık durumlarını incelemeyi ve karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Bu amaçla üç farklı üniversitenin okulöncesi öğretmenliği programında okuyan 183 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak üstbilişsel farkındalık envanteri kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında, okul öncesi öğretmen adaylarının sınıf düzeyine göre dördüncü sınıf düzeyi lehine anlamlı bir farklılık

bulunduğu ancak cinsiyet ve mezun oldukları lise türü bakımından anlamlı bir farklılık bulunmadığı görülmüştür.

Yukarıdaki araştırmaların yanı sıra öğrencilere sunulan üstbilgi stratejileri öğretiminin etkilerinin incelendiği çalışmalar da yapılmıştır. Bu çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenmiştir.

Özsoy'un (2007) çalışmasında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerine üstbilgi stratejilerini kazandırmaya yönelik yapılan bir öğretimin öğrencilerin problem çözme başarısına etkisini belirlemeyi amaçlanmıştır. Araştırmada ayrıca üstbilgi strateji öğretiminin problem çözme aşamalarından hangisinde başarıyı daha çok etkilediği sorusuna cevap aranmıştır. Bu amaçla başarı durumu bakımından birbirine yakın olan bir deney bir de kontrol grubu oluşturulmuştur. Deney grubu öğrencilerine üstbilgi bilgi ve becerilerini kazandırmak amacıyla 9 hafta süren bir öğretim yapılırken kontrol grubunda var olan normal süreç devam etmiştir. Araştırmada ilköğretim beşinci sınıfta üstbilgi stratejileri öğretimi yapılan öğrencilerin hem üstbilgi hem de problem çözme düzeylerinde artış olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca üstbilgi strateji öğretimi yapılan ve yapılmayan gruplar arasında üstbilgi ve problem çözme düzeyleri bakımından anlamlı bir farklılık olduğu ortaya çıkarılmıştır. Bunun yanında üstbilgi strateji öğretiminin deney grubu öğrencilerinin problem çözme basamaklarındaki başarılarını yükselttiği, en fazla yükselmenin de "plan yapma" basamağında olduğu görülmüştür. Kontrol grubu öğrencilerinin bu basamakların hiçbirinde başarılarının artmadığı tespit edilmiştir.

Pehlivan (2012) çalışmasında problem çözme sürecinde uygulanan üstbilgi stratejilerinin öğrencilerin başarılarına, yürütücü biliş becerilerine ve tutumlarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla üstbilgi stratejilerinin uygulandığı deney ve geleneksel yaklaşımın uygulandığı kontrol grubu oluşturulmuştur. Toplam 75 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak başarı testi, yürütücü biliş becerileri ölçeği ve matematik dersine yönelik tutum ölçeği kullanılmıştır. Bu ölçekler çalışmadan önce ve çalışmadan sonra olmak üzere iki defa uygulanmıştır. Araştırma sonunda üstbilgi stratejilerinin öğrencilerin başarılarını, yürütücü biliş becerilerini ve matematik dersine yönelik tutumlarını geleneksel yaklaşıma göre daha çok artırdığı görülmüştür. Araştırmada ayrıca öğrencilerin yapılan uygulama ile ilgili görüşleri incelendiğinde geometriye ve matematik dersine yönelik tutumlarının olumlu yönde değiştiği ve problem çözme sürecini kontrol etme, farkında olma becerilerini kazandıkları tespit edilmiştir.

Ataalkın (2012) çalışmasında üstbilgi stratejilere dayalı öğretimin öğrencilerin üstbilgi farkındalıklarına, bilişüstü becerilerine, akademik başarılarına ve tutumlarına etkisini incelemiştir. Bu bağlamda ön test-son test deneysel desenini tercih eden araştırmacı 5. sınıf düzeyinde 64 öğrenci ile çalışmayı yürütmüştür. Araştırmada deney ve kontrol grubu olmak üzere iki grup oluşturulmuştur. Deney grubuna üstbilgi stratejilere



dayalı öğretim yapılırken; kontrol grubuna yapılandırmacı yaklaşımda 5E modeline dayalı öğretim yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak üstbilişsel farkındalık ölçeği, bilişüstü becerileri ölçeği, fen ve teknoloji dersine yönelik tutum ölçeği, akademik başarı testi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda üstbilişsel strateji öğretiminin, öğrencilerin bilişüstü becerilerini, fen ve teknoloji dersine yönelik tutumlarını ve akademik başarılarını anlamlı ölçüde arttırdığı görülmüştür.

Çelik (2012) çalışmasında problem çözme başarısı ile üstbilişsel özdüzenleme düzeyi, matematik öz yeterlilik düzeyi ve öz değerlendirme kararlarının doğruluğu arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bu bağlamda 117 yedinci sınıf öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak üstbilişsel öz düzenleme ölçeği, matematik problemi çözme testi, matematik özyeterlilik ölçeği kullanılmıştır. Araştırmacı matematik problem çözme başarı düzeyi ile üstbilişsel özdüzenleme düzeyi, matematik özyeterlilik ve özdeğerlendirme kararlarının doğruluğu arasında anlamlı ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin üstbilişsel özdüzenleme düzeyleri ve söz konusu diğer değişkenler birlikte matematik problem çözme başarısını açıklamada anlamlı katkı sağladığı tespit edilmiştir. Açıklayıcılık oranlarına bakıldığında en açıklayıcı değişkenin matematik özyeterlilik kararlarının doğruluğu olduğu daha sonra sırasıyla başarıyı değerlendirme kararlarının doğruluğu, matematik özyeterlilik düzeyi, üstbilişsel özdüzenleme düzeyi değişkenlerinin geldiği görülmüştür.

Memnun ve Akkaya (2012) çalışmalarında fen bilgisi, matematik ve sınıf öğretmenliği bölümlerinde okuyan öğrencilerin bilişötesi farkındalıklarının incelemeyi, farklı alanlardaki bu öğrencilerin bilişötesi farkındalıklarını bir arada değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Araştırma, nicel araştırma yöntemlerinden tarama modeli kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu amaç çerçevesinde toplam 374 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak bilişötesi farkındalık envanter kullanılmıştır. Bulgular incelendiğinde üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencilerinin ortalama bilişötesi farkındalık puanlarının birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarına göre önemli ölçüde değiştiği görülmüştür. Araştırmaya katılan öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun yüksek düzeyde bilişötesi farkındalığa sahip olduğu görülmüş, fakat bu öğrencilerin bilişötesi farkındalıklarının geliştirilmesi gerektiği tespit edilmiştir. Ayrıca sınıf öğretmenliği öğrencilerinin bilişötesi farkındalıklarının ilköğretim fen bilgisi ve matematik öğretmenliği öğrencilerine kıyasla daha yüksek olduğu bulunmuştur. Araştırmaya katılan tüm öğretmenlik alanlarında öğrenim gören öğrencilerin bilişötesi farkındalık boyut ve alt boyutlarından özellikle işlemsel bilgi alt boyutuna, bilişin düzenlenmesi boyutuna ilişkin planlama, izleme ve değerlendirme alt boyutlarına ilişkin bilgilerinin geliştirilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Sarı (2012) çalışmasında üstbilis strateji öğretiminin öğrencilerin kavramsal ve işlemsel cebir başarılarını geliştirmede etkililiğini incelemiştir. Bu amaçla yedinci sınıfta öğrenim gören ve her biri 40 öğrenciden oluşan dört şube çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Araştırmada deney grubunda üstbilis strateji öğretim yöntemi uygulanırken, kontrol grubunda var olan normal süreç devam etmiştir. Verileri toplamak için kavramsal bilgi ölçeği, işlemsel bilgi ölçeği kullanılmıştır. Ayrıca deney grubu öğrencileri ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmada üstbilis strateji öğretiminin öğrencilerin cebir öğrenmelerinde kavramsal ve işlemsel boyutta etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin çoğunun bu öğretimden memnun kaldığı görülmüştür.

Özsoy ve Ataman (2009) üstbilis strateji öğretiminin matematik problemlerini çözme başarısına etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla 47 beşinci sınıf öğrencisi çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Oluşturulan deney grubuna üstbilis stratejilerinin kullanımının desteklendiği bir öğretim yöntemi uygulanırken, kontrol grubunda var olan normal süreç devam etmiştir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında üstbilis stratejileri öğretiminin yapıldığı deney grubu öğrencilerinin problem çözme başarılarının ve üstbilisel beceri düzeylerinin kayda değer bir biçimde düzeldiği görülmüştür.

Yıldız (2013), çalışmasında ders imecesi çalışmalarının öğretmenlerin öğrencilerinin üstbilislerini harekete geçirici davranışlarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda çalışma aynı okulda çalışan iki öğretmenle bir grup, farklı bir okulda birlikte çalışan iki öğretmenle bir grup olarak ayrı ayrı yürütülmüştür. Oluşturulan bu iki ayrı grupta birbirinden bağımsız ders imecesi döngüleri gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veriler ders imecesi çalışmaları öncesi, ders imecesi çalışmaları sırasında, sonrasında ve izleme değerlendirme süreçlerinde yarı yapılandırılmış mülakatlar ve gözlem çizelgeleri aracılığıyla toplanmıştır. Veriler nitel ve nicel veri analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmada, ders imece çalışmalarının öğretmenlerin problem çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilislerini harekete geçirmeye yönelik birçok davranışını olumlu yönde etkilediği tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenleri problem çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilislerini harekete geçiren davranışlarına araştırma süresince en az problemi anlama ve değerlendirme adımlarında, en çok plan hazırlama adımlarında yer verdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

### **2. 1. 8. Literatür Taramasının Sonucu**

Yurt içinde ve yurt dışında problem çözme stratejileri ile ilgili çalışmalar incelendiğinde daha çok öğrencilere verilen problem çözme stratejileri eğitiminin etkilerinin incelendiği deneysel çalışmaların yer aldığı görülmektedir. Yapılan araştırmalarda genel olarak ölçekler ve başarı testleri kullanılmış olup örneklemeler; öğretmen, öğrenci ve öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Ülkemizde aksiyon araştırması yöntemiyle öğrencilerin problem çözme stratejilerini belirlemeye yönelik çalışmaların olmadığı ortaya çıkmıştır.

Yurt içinde üstbiliş ile ilgili çalışmalar incelendiğinde, üstbiliş strateji öğretiminin etkilerinin incelendiği deneysel çalışmaların fazla olduğu görülmektedir. Yapılan araştırmalarda genel olarak ölçekler ve başarı testleri kullanılmış olup örneklemeler; öğretmen, öğrenci ve öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Daha çok üstbilişin ve üstbiliş strateji öğretiminin problem çözme başarısı, tutum, akademik benlik vb. değişkenlere etkisi araştırılmıştır. Yurt dışında yapılan çalışmalar incelendiğinde deneysel çalışmaların ağırlıkta olduğu görülmüştür. Ancak hem yurt içinde hem de yurt dışında strateji kullanımı ile üstbilişsel davranışlar arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalara pek rastlanmamaktadır. Bu araştırma; öğrencilerin problem çözme stratejilerini doğru kullanabilmeleri için gerekli olan davranışları belirleyerek, problem çözme sürecini daha sistemli yürütmelerini sağlamaya yardımcı olacaktır.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yaklaşımı, araştırmanın yöntemi, katılımcılar, verilerin toplanması ve araştırmacının rolü ve verilerin analizi kısımlarına yer verilmiştir.

#### 3. 1. Araştırmanın Yaklaşımı (Paradigması)

Paradigma, kendi alanında ortaya çıkmış bir sorun veya sorunlara uygun çözüm bulabilme potansiyeline, hem de çağını aşarak ileriye dönük yeni açılımlar yapma özeliğine sahip olan model veya kurumsal çerçevedir (Çepni, 2010; 22). Hangi araştırma yaklaşımı benimsenirse benimsensin, araştırmalarda asıl amaç araştırmanın doğasına uygun etkili yöntemleri doğru kullanarak bilimsel verileri elde etmek olmalıdır. Araştırmacı bilimsel bilgiye bakış açısına, araştırılan problemin amacına, kullandıkları veri türüne ve kullanılan verilerin yorumlayıcı ve tanımlayıcı özelliklerine göre araştırma yaklaşımına karar vermelidir (Çepni, 2010; 62). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları stratejilerin ve gösterdikleri üstbilişsel davranışların ele alındığı bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir.

Nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Çepni (2010), nitel araştırmaların verilen bir durumu aydınlatmak, standartlar doğrultusunda değerlendirmeler yapmak, olaylar arasında olası ilişkileri ortaya çıkarmak için yürütüldüğünü belirtmiştir. Nitel çalışmaların asıl amacı bir durumun ya da olayın ayrıntılı analiz edilmesidir. Nitel araştırmada vurgulanan "araştırmacının katılımcı rolü ve aynı zamanda veri toplama aracı olması" durumu aksiyon araştırmasında tam anlamıyla kendini gösterir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada problem çözme sürecinde öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve bu süreçte gösterdikleri üstbilişsel davranışlar derinlemesine ele alınmıştır. Yapılan uygulamalarda, öğrencilerin problem çözümleri ve araştırmacı öğretmenin gözlemleri kayıt altına alınmıştır. Bunlara ek olarak öğrencilerin problem çözme sürecinde neler yaptıklarını belirlemek için problem çözümede düşünme formu verilmiştir. Aksiyon araştırma sürecinde veri toplama araçları ile öğrencilerin problem çözme sürecinde hangi stratejileri en çok ve en az kullandıklarına, problem çözme sürecinde gösterdikleri ya da gösteremedikleri üstbilişsel davranışların neler olduğuna ve bu davranışların strateji kullanımı ile ilişkisini belirlemeye yönelik veriler elde edilmiş ve yorumlanmıştır. Bunun yanında araştırmacının aynı zamandan okulun

matematik öğretmeni olması ve süreç içerisinde aktif rol alması da bu araştırmanın tam anlamıyla nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde olduğunun somut bir göstergesidir.

### 3. 2. Araştırmanın Yöntemi

Aksiyon araştırması, herhangi bir olgu, olay ya da kişiyi içinde gerçekleştiği ya da bulunduğu sosyal bir durumda sistematik olarak tanımak ve geliştirmek amacıyla sosyal durum içindeki kişi ya da kişiler tarafından yürütülen bilimsel etkinliktir (Akt.: Ekiz, Erdoğan ve Uzuner, 2012). Bu yöntem, öğretmen adaylarının ve mevcut öğretmenlerin kendi uygulamalarının doğası hakkında daha derinlemesine bir görüş ve anlayış kazanmalarını amaçlayan araştırma şeklidir (Çepni, 2010). Aksiyon araştırması öğretmenlerin sınıfta ne öğreteceği, nasıl öğreteceği ve kendi sınıf-okul şartları içinde eğitimin hedeflerine daha üst seviyede nasıl ulaşılabilecekleriyle ilgili önemli sorular sorup, bunlara cevap aradıkları ve kendi uygulamalarını sistematik olarak inceledikleri bir süreç olarak açıklanmaktadır (Akt.: Çepni, Küçük ve Gökdere, 2002). Aksiyon araştırmaları daha çok “öğretmen araştırması” olarak da bilinmektedir (Artvinli, 2010). Bu araştırmalar nicel değildir, yani amaç herhangi bir şeyi ispatlamak değil; anlamak ve çözüm bulmaya çalışmaktır (Pehlivan, 2012). Gerçekleştirdiği uygulamanın sonuçlarını inceleyen öğretmen, bu sonuçların genellenmesinden ziyade geliştirilmesini sağlayarak çalıştığı okula ve eğitime önemli katkılarda bulunabilir.

Son yıllarda eğitim alanında yaygın olarak kullanılmaya başlanan ve diğer kurum ve kuruluşlara da katkılar getirebilecek aksiyon araştırmaları uygulayıcılara uygulama süreç ve sonuçları hakkında araştırma yapma olanağı sunar. Örneğin; bir okul ortamında öğretmenlere, yöneticilere ve çocukların eğitiminden sorumlu diğer uzmanlara, oluşturdukları eğitim süreçleri ve uygulamalarını daha iyi anlamaları, yine süreç, uygulama ve sonuçları iyileştirmeleri konularında yardımcı olur. Bu süreçte araştırma ve uygulama iç içedir. Yani araştırma sonuçları uygulamaya hemen aktarılabilir ve uygulamadaki sonuçlar doğrudan araştırılarak yeni sonuçlara ulaşılabilir. Bu yönüyle aksiyon araştırması “katılma,” “yansıtma” ve “geliştirme” süreçlerinin üretken bir biçimde işe koşulduğu bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu araştırma yerel düzeyde yapılan bir aksiyon araştırmasıdır. Aksiyon araştırma sürecinde öğretmen bilimsel uygulamayı gerçek ortamında başlatıp yürüterek mesleki hayatında karşılaştığı problemleri araştırıp çözüm üretir. Bu çalışma öncesi araştırmacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde strateji kullanımı ve bu kullanıma yönelik üstbilişsel farkındalıklarının yetersiz olduğunu farketmiştir. Bundan dolayı araştırmacı bu eksikliğini derinlemesine incelemek için kendi sınıfında uygulamayı yürütmüştür. Öğrencilerin problemleri çözme süreçlerinin tüm yönleriyle anlatılabileceği en

uygun yöntemin aksiyon araştırması olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, bu araştırma araştırmacının öğretmeni olduğu sınıfta yürüttüğü bir aksiyon araştırmasıdır.

Öğretmen araştırmasının temel amacı, öğretmenin kendi öğretim uygulamasını geliştirmesini ve değiştirmesini teşvik etmektir. Bununla birlikte araştırmacı öğretmenin, araştırmasının sadece kendi öğretiminin değil, aynı zamanda meslektaşlarının uygulamalarının ilerlemesi için de oldukça önemli olduğunu bilmesi gerekmektedir (Küçük, 2002). Bu sebeplerden ötürüdür ki araştırmacı rolünü üstlenen öğretmen, hem kendi hem de diğer meslektaşlarının problem çözme uygulamalarına “problem çözme stratejilerin daha etkili nasıl kullanılabileceğine” yönelik katkı sağlayabilir. Bu yönleriyle bu araştırmaya “Tipik bir aksiyon araştırmasıdır” diyebiliriz.

### **3. 3. Katılımcılar**

Araştırmacının çalışmasını bizzat yürüttüğü, yani örneklemini seçerek incelediği evrene çalışma evreni denir (Çepni, 2010). Bütün evreni çalışmak yerine, evreni temsil etme gücüne sahip sınırlı sayıda birey, olay veya olgudan oluşan büyüklüğe örneklem denir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmanın örneklemini Trabzon ili Akçaabat ilçesinde yer alan bir devlet okulunun 8/A şubesi öğrencileri oluşturmaktadır.

Araştırmanın yapıldığı okulun 8/A şubesinde okuyan toplam 31 öğrenciden 16 öğrencinin uygulamaları devamsızlık ve problem çözme süreçlerini katılmada isteksizlik sebeplerinden ötürü değerlendirmeye alınmamıştır. Böylece bu çalışma 8/A şubesinden 15 gönüllü öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin seçilmesinde, başarı durumlarına göre bir eşitlik söz konusu değildir. Yani örnekleme ders durumları orta ve üzeri olan öğrenciler yer almıştır. Bu öğrencilerin problem çözmeye ilişkin genel durumları ise ders durumları ile benzerdir. Bu öğrenciler, araştırma verilerinin daha düzenli kaydedilmesi için Ö1, Ö2, Ö3, .... şeklinde kodlanmıştır.

### **3. 4. Araştırma Verilerinin Toplanması ve Araştırmacının Rolü**

Bu başlık altında verilerin toplanması için izlenen yol ayrıntılı bir biçimde anlatılmıştır.

#### **3. 4. 1. Veri toplama araçları**

Araştırmada şu veri toplama araçları kullanılmıştır:

1. Problem Çözme Aktiviteleri
2. Problem Çözmede Düşünme Formu
3. Alan notları

### 3. 4. 1. 1. Problem Çözme Aktiviteleri

Çalışma öncesinde yerli ve yabancı kaynaklardan (Arslan, 2002; Taşpınar, 2011; Rudder, 2006; Posaimenter ve Krulik, 1998; Çelebioğlu ve Yazgan, 2009 vb.), ders kitaplarından, internetteki konu ile ilgili projelerden gerçek hayat problemleri ve bunların çözümünde kullanılan stratejiler taranmıştır. Bu tarama sonucunda birden fazla strateji ile çözülebilen 23 problemde meydana gelen bir soru havuzu oluşturulmuştur. Araştırma öncesi toplanan bu veriler konu ile ilgili diğer ham verilerin tamamının da eklenmesiyle üniversitede matematik eğitimi üzerine çalışan dört uzmana gönderilmiştir. Uzmanlar araştırma sürecini bu dokümanlar çerçevesinde inceleyerek havuzdaki her bir problemin çözümünde kullanılacak stratejiler, anlaşılabilirlik ve öğrenciler tarafından çözülebilirlik konusunda geri bildirimde bulunmuşlardır. Böylece pilot çalışmada kullanılacak problemler yeniden incelenerek düzenlenmiştir. Pilot çalışmaya katılan grup uygulamanın yapıldığı devlet okulunun farklı şubesinden rastgele seçilen 16 gönüllü öğrenciden oluşmuştur. Bu öğrencilerin başarı durumlarına göre bir eşitlik söz konusu değildir. Yani ders durumları zayıf, orta, iyi, pekiyi olan öğrenciler yer almıştır. Soru havuzunda yer alan problemler pilot çalışma grubuna 1 ay boyunca toplam dört oturumda uygulanmıştır. Her bir uygulama yapılan kodlamalar ve alan notları çerçevesinde değerlendirilerek öğrenciler tarafından strateji kullanımının az olduğu ya da hiç olmadığı ve öğrencinin seviyesine göre anlaşılması güç problemler araştırmaya dâhil edilmemiştir. Pilot uygulama esnasında görülen aksaklıkların tekrar yaşanmaması için gerekli düzenlemeler yapılarak problem çözme aktivitelerinde kullanılacak 10 açık uçlu probleme son şekli verilmiştir (Bkz. Ek 1) Bu problemlerden bazıları çözümünde sadece dört işlem becerilerinin kullanımını gerektirdiği için rutin problem; bazıları ise çözümünde gerçek hayattaki bir olaya açıklık getirdiği ve dört işlem becerilerinin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilerin kullanımını gerektirdiği için rutin olmayan problemlerdir. Problem çözme aktivitelerinin amacı; öğrencilerin bu süreçte kullandıkları problem çözme stratejilerinin neler olduğunu, en fazla ya da en az kullanılan stratejilerinin hangileri olduğunu belirlemektir. Öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerini belirlemek amacı ile hazırlanan birden fazla çözümü bulunan 10 açık uçlu problemin çözümünde kullanılacak problem çözme stratejileri şunlardır: Şekil çizme, örüntü bulma, farklı bakış açısı geliştirme, geriye doğru çalışma, verileri düzenleme, denklem kurma, tahmin kontrol, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma, bilinen bir bilgiyi kullanma.

Ortaokul 8. sınıf öğrencileri bu stratejilere yönelik özel eğitim almamalarına rağmen matematik öğretim programı içerisinde yer alan problemleri çözerken bu stratejileri kullanmaktadırlar (MEB, 2009).

### **3. 4. 1. 2. Problem Çözmede Düşünme Formu Problem Çözmede Düşünme Formu (PÇDF)**

Her bir problem çözümünün ardından katılımcıların hepsi Rudder (2006) çalışmasından uyarlanan ve öğrencilerin kendilerini değerlendirmesine olanak veren Problem Çözmede Düşünme Formu'nu tamamlamışlardır (Bkz. Ek 2). PÇDF'de öğrencilere problem çözme sürecine başlamadan önce, problem çözme sürecinde, problem çözme süreci sonunda ne yaptıklarını yansıtmaları için on beş madde yöneltilmiştir. PÇDF' de yer alan sorular öğrencilerin problem çözme sürecindeki bilişsel süreçlerini izlemelerine ve düzenlemelerine (Karakelle, 2012) yani üstbilişin düzenleme bileşenine yöneliktir. Unutulmamalıdır ki üstbilişin bilgi ve düzenleme bileşenleri birbiriyle ilişkilidir.

PÇDF'deki maddelerin her birinin karşısında maddeye ilişkin düşüncenin belirlenmesini sağlayacak 3 seçenek yer almaktadır. Bu seçenekler; "Evet", "Hayır", "Kısmen" şeklindedir. PÇDF'nin 8. maddesinde yer alan davranışa "Hayır", diğer tüm maddelerde yer alan davranışlara "Evet" yanıtını verebilen öğrencilerin problem çözmede düşünme süreçlerini başarılı bir biçimde sorguladıkları düşünülmüştür. Problem çözme sürecinde formun kullanılmasının amacı, hangi üstbilişsel davranışların problem çözme stratejilerinin kullanımına nasıl etki ettiğini incelemektir.

### **3. 4. 1. 3. Alan Notları**

Araştırmacının yorumu açık olmayacak şekilde betimsel olarak kendi gözlemlerini (bazen de tepkilerini) yansıtan notlardır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu notlar araştırmacının uygulama sırasında sınıfta yaşanan durumları daha iyi anlamlaştırmasına olanak sağlar. Bu çalışmada alan notları; öğrencilerin her bir problemi çözme sürecinde gözlemlenen davranışlardan ve araştırmacının bu davranışlara verdiği tepkilerden oluşmaktadır.

### **3. 5. Veri Toplama Süreci**

2013-2014 eğitim-öğretim yılı 2. döneminde gerçekleştirilen araştırmanın uygulama aşaması aşağıda maddeler halinde anlatılmaktadır.

1. Uygulama süreci 5 hafta sürmüştür.
2. Uygulama öncesinde problem çözme aktiviteleri ile ilgili öğrencilere araştırmacı ders öğretmeni olarak gerekli bilgilendirmeleri yapmıştır
3. Problem çözme aktiviteleri haftanın bir günü okul çıkışında ortalama 60 dakikada gerçekleştirilmiştir.



4. Her bir problem çözüme aktivitesinde öğrencilere 2 adet açık uçlu problem sunulmuştur.
5. Her bir problem çözümünün ardından uygulama kâğıdının arkasında yer alan Rudder'ın (2006) çalışmasından uyarlanan "Problem Çözmede Düşünme Formu" doldurulmuştur.
6. Öğrencilerin tüm zaman boyunca problemlerini birden fazla strateji ile çözebilmeleri ve çözümlerini tekrar düşünmeleri için fırsatlar verilmiştir.

### 3. 6. Verilerin Analizi

Nitel veri analizi sürekli bir biçimde veriler ile oluşturduğu kavramlar ya da kategoriler arasında hareket ederek, analizin en başından en sonuna kadar her tür değişikliği yapabilme imkânına sahiptir (Alev, 2012). Yani nitel analiz yapan araştırmacılar nitel tekniklerin kendilerine sağladığı esneklik sayesinde daha avantajlı bir konumdadırlar. Nitel veri analizi betimsel veri analizi ve içerik veri analizi olmak üzere iki gruba ayrılır (Akt: Çepni, 2010). Yıldırım ve Şimşek (2008) bu analiz biçimlerini şu şekilde açıklamıştır:

İçerik analizine göre daha yüzeysel olan betimsel analiz araştırmadan elde edilen verilerin araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara ya da görüşme, gözlem ve doküman gibi veri toplama araçlarında yer alan sorulara göre düzenlenmesidir.

İçerik analizi, toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektirir ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasına olanak tanır. İçerik analizinin kendine ait bir bilimsel dili (kod, tema, kategori vb.) vardır.

Öğrencilerin problem çözüme sürecinde kullandıkları stratejileri ve gösterdikleri üstbilişsel davranışları belirlemeyi amaçlayan bu araştırmada içerik analizi kullanılmıştır. Bu araştırmada alan notlarından, problem çözüme aktivitelerinden ve Problem Çözme Düşünme Formu'ndan elde edilen ham veriler tekrar tekrar okunarak araştırmanın amacına uygun olmadığı düşünülen veriler çıkarılarak indirgenmiştir. İndirgenen verilerden kodlamalara geçilmiştir. Verilerin kodlanması sürecinde araştırmacı, verilerin anlamlı bütünler halinde nasıl bölümlere ayırabileceğini, bu anlamlı bütünleri nasıl bir kod verebileceğini ve bu farklı bölümlerde yer alan verilerin benzer kodlarla düzenlenip düzenlenmeyeceğini dikkate almak zorundadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırmanın birinci alt problemi için öğrencilerin her birinin problem çözüme aktivitelerinde kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Bu alt probleme yönelik içerik analizi yapılırken problem çözüme stratejilerine yönelik daha önce oluşturulmuş genel bir kavramsal yapı kullanılmıştır. Bu kavramsal yapıya göre her bir öğrencinin problem çözüme sürecinde kullandıkları stratejiler kodlanmıştır. Problemlerin çözümünde stratejileri yanlış kullanan ya da hiç kullanamayan öğrenciler "strateji kullanamadı" olarak kodlanmıştır.

İnceleme sonucunda oluşturulan kodlar üzerinde tekrar tekrar çalışılmıştır. Kodlanan bu veriler konu ile ilgili kavramsal yapıların eklenmesiyle üniversitede matematik eğitimi üzerine çalışan dört uzmana gönderilmiştir. Uzmanlar verileri bu dokümanlar çerçevesinde inceleyerek problemlerin çözümlerinde kullanılan stratejiler ile ilgili geri bildirimde bulunmuşlardır. Daha sonra araştırmacının kodları ve uzman kişilerin görüşleri dikkate alınarak ortak bir karar verilmiştir. Oluşturulan bu kodlar, daha net görülebilmesi için tablolastırılarak sunulmuştur.

Araştırmanın ikinci alt probleme yönelik içerik analizi yapılırken PÇDF, problem çözme aktiviteleri ve alan notları incelenmiştir. PÇDF'nin analizi için öncelikle problemlerin çoğunda hiç strateji kullanmayan, bir veya iki strateji kullanan ve ikiden fazla strateji kullanan öğrenciler belirlenmiştir. Daha sonra her bir problemde strateji kullanamayan öğrencilerin PÇDF'de yer alan davranışlardan hangilerini gösteremedikleri belirlenmiştir. Tüm problemler incelendikten sonra bu öğrencilerin gösteremedikleri davranışlardan en çok tekrar eden davranışlar tespit edilmiştir. Benzer şekilde bir veya iki strateji kullanabilen ve ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin her bir problemde PÇDF'de yer alan davranışlardan hangilerini gösterdikleri belirlenmiştir. Tüm problemler incelendikten sonra bu öğrencilerin gösterdikleri davranışlardan en çok tekrar eden davranışlar tespit edilmiştir. Bu analizler sonucunda strateji kullanamayan öğrenciler için belirlenen üstbilişsel davranışlar ile strateji kullanabilen öğrenciler için belirlenen üstbilişsel davranışlar karşılaştırılarak incelenmiştir. Bu incelemeler tablolastırılarak sunulmuştur.

Strateji kullanamayan, bir veya iki strateji kullanabilen ve ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin problem çözme aktiviteleri ve alan notları analiz edilirken üstbilişsel bilgi ve düzenlemeye yönelik daha önce oluşturulmuş genel bir kavramsal yapı kullanılmıştır. Bu kavramsal yapıya göre öğrencilerin gösterdikleri davranışlar kodlanmıştır. Ayrıca ortaya çıkan yeni kodlar listeye dâhil edilmiştir. İnceleme sonucunda oluşturulan bu kodlar üzerinde tekrar tekrar çalışılmıştır. Kodlanan bu veriler uzman ile birlikte yapılan değerlendirme toplantısında ele alınmıştır. Bu toplantıda araştırmacı tüm süreçleri sözel olarak uzmana aktarır ve topladığı verileri, ulaştığı sonuçları göstererek kendi yaklaşımının ve düşünme biçiminin geçerliliğini uzman ile birlikte değerlendirir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). PÇDF'den elde edilen verilere, öğrencilerin problem çözme aktiviteleri ve araştırmacının alan notlarından gelen kodlar ilave edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin PÇDF'de yer alan davranışları gerçekten gösterip göstermediği alan notlarından ve problem çözme aktivitelerinden elde edilen kodlar ile tespit edilmiştir. Tüm bu analizler sonucunda bazı üstbilişsel davranışların çözümler için kritik olduğu belirlenmiştir. Belirlenen davranışlarda stratejileri doğru kullanmayı sağlayan davranışlar olumlu, yanlış kullanmaya neden olan davranışlar olumsuz olarak gruplandırılmıştır.

Böylece araştırmanın ikinci alt problemine yönelik toplanan veriler okuyucu için anlamlı bir hale sokulmuştur.

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde araştırmadan elde edilen verilerin, ikinci bölümde belirtilen yöntem ve teknikler kullanılarak yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular, araştırmanın alt problemlerine göre sunulmuş ve betimlenmiştir.

### 4. 1. Problem Çözme Stratejilerine Yönelik Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi “Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kullandıkları problem çözme stratejileri nelerdir?” şeklinde ifade edilmiştir. Bu alt probleme cevap aranırken ortaokul 8. sınıf öğrencilerine yönelik her hafta ortalama 40-60 dakika süren problem çözme aktiviteleri gerçekleştirilmiştir. Her bir aktivitede öğrencilere, birden fazla çözümü olan 2 adet açık uçlu problem, süreç boyunca toplam 10 adet problem verilmiştir. Her öğrencinin problemleri birden fazla strateji ile çözmesi istenerek bulgular toplanmıştır. Aşağıda her bir problem çözme uygulamasını tamamlamada 8. sınıf öğrencilerinin kullandıkları stratejiler, frekans ve yüzdeler tablolaştırılarak sunulmuştur. Tüm yüzdeler, tam kısma yuvarlanarak verilmiştir. Bu nedenle toplam yüzde 100 çıkmayabilir.

*Problem 1:* Ali, aşağıdaki gibi kibrit çöpleriyle ev yapmaktadır. 2 ev yapmak için 9 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. Sıralı olacak şekilde 5 ev yapmak için 21 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. Ali'nin sıralı olacak şekilde 10 ev yapabilmesi için kaç adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?



Problem, rutin olarak değerlendirilmiştir çünkü öğrenciler, ortaokul matematik öğretimi programında bu türden problemlerle her sınıf düzeyinde karşılaşmaktadırlar. Ayrıca bu problem, işlem becerilerin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilerin ve eylemlerin kullanılmasını gerektirdiğinden rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Bu problemde öğrencilerin, çözüm için probleme uygun şekil çizip tek tek kibrit çöplerini sayarak veya çizim yapmadan genel bir kural bularak sonuca ulaşmaları beklenmiştir.

Tablo 1. Birinci Problemden Kullanılan Stratejiler

Stratejiler	Frekanslar	Yüzdeler
Örüntü bulma	9	%41
Şekil çizme	9	%41
Farklı bakış açısı geliştirme	3	%14
Strateji kullanamadı	1	%5

Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *örüntü bulma*, *şekil çizme* ve *farklı bakış açısı* geliştirme olarak belirlenmiştir. Tablo 1'den görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmişlerdir. Ayrıca 7 öğrencinin birden fazla strateji kullanarak problemi çözdüğü tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilme frekansının yüksek ve strateji kullanamama frekansının düşük olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni öğrencilerin bu türden problemlere ders kitapları ve kaynak kitaplarda çok sık rastlamaları olabilir. Çünkü problem çözme kâğıdı verildiğinde öğrenciler "sorunun tanıdık geldiğini" ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejilerin örüntü bulma ve şekil çizme olduğu tablodan görülmektedir. Örnek olması açısından problemin özel çözümlerini sıralayarak genel bir kural bulan Ö3'ün çözümü Şekil 1'de verilmiştir.

$$4 \cdot n + 1$$

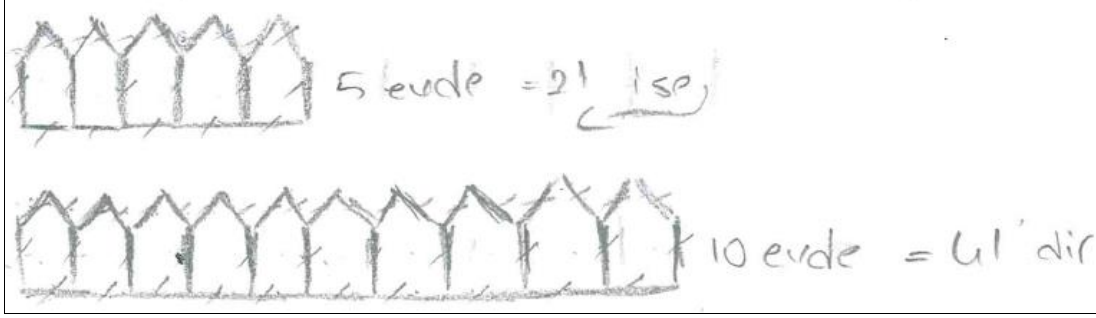
$$4 \cdot 1 + 1 = 5$$

$$4 \cdot 2 + 1 = 9$$

$$4 \cdot 10 + 1 = 41$$

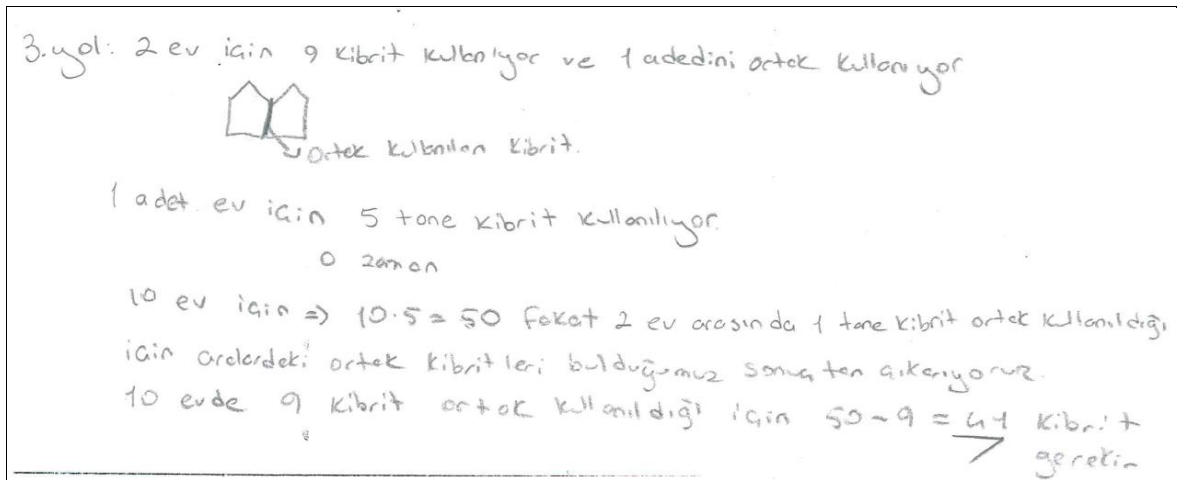
Şekil 1. Örüntü bulma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde probleme uygun şekil çizip tek tek kibrit çöplerini sayan Ö6'nın çözümü Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde problemi anlamasını basitleştirecek bir girişimde bulunan Ö1'in çözümü Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

*Problem 2:* 10 kişilik bir odada bir birey kendisi hariç herkesle el sıkışmak durumundadır. Toplam el sıkışma sayısını bulunuz.

Problem, çözümü için öğrencinin verileri dikkatli analiz etmesini, yaratıcı bir girişim de bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanarak gerçek hayatta karşılaştığı bir olaya açıklık getirmesini gerektirdiğinden rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir

Tablo 2. İkinci Problemden Kullanılan Stratejiler

Stratejiler	Frekanslar	Yüzdeler
Bilinen Bir Bilgiyi Kullanma	8	%30
Şekil çizme	6	%22
Verileri düzenleme	6	%22
Farklı bakış açısı geliştirme	3	%11
Denklem kurma	2	%7
Sistemik liste yapma	1	%4
Strateji kullanmadı	1	%4

Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *şekil çizme*, *sistemik liste yapma*, *farklı bakış açısı geliştirme*, *örüntü bulma*, *verileri düzenleme*, *problemi basitleştirme* ve *bilinen bir bilgiyi kullanma* olarak belirlenmiştir. Tablo 2'den görüldüğü gibi öğrenciler beklenen stratejilerden sadece *örüntü bulma* ve *problemi basitleştirme* stratejilerini kullanamamışlardır. Bunun nedeni problemin *şekil çizme* stratejisine uygun bir problem olmasından ve öğrencilerin farklı bir strateji kullanarak problemi çözme isteklerinin azalmasından kaynaklanabilir. İkinci problemin çözümünde 12 öğrencinin birden fazla strateji kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilme frekansının yüksek ve strateji kullanamama frekansının düşük olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni problemin gerçek hayattan alınması olabilir.

Öğrencilerin, ikinci problemin çözümünde en fazla yararlandıkları stratejinin bilinen bir bilgiyi kullanma olduğu tablodan görülmektedir. Uygulama esnasında öğrencilerin bir kısmı "bu türden bir problemi kombinasyon formülünü kullanarak dershanede çözdüklerini" ifade etmişlerdir. Örnek olması açısından problemin çözümünde daha önceden öğrendiği bir formülü kullanan Ö13'ün çözümü Şekil 4'te verilmiştir.

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ dogru}$$

Şekil 4. Bilinen bir bilgidan yararlanma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin yapısından kaynaklanan karmaşık durumdan, verileri önceki halinden daha farklı düzenleyerek kurtulmaya çalışan Ö5'in çözümü Şekil 5'te verilmiştir.

birimler	substitütlere el
1.	9
2.	8
3.	7
4.	6
5.	5
6.	6
7.	3
8.	2
9.	1
10.	0

$9+8+7+6+5+6+3+2+1+0 = 45$   
 $10+10+10+10+5 = 45$  boş toplarda el  
 substitümler

Şekil 5. Verileri düzenleme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

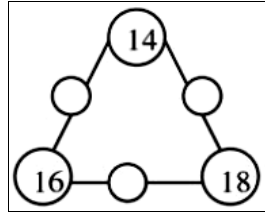
Problemin çözümünde tekrarlı el sıkışma sayılarına odaklanarak çözüm için en etkili yolu bulan Ö12'nin çözümü Şekil 6'da verilmiştir.

$$2 = \begin{array}{r} 10 \\ 9 \\ \hline 90 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ \hline 45 \end{array}$$

Şekil 6. Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

**Problem 3:** Aşağıdaki şekilde büyük dairedeki sayılar, onlara bağlı olan iki küçük dairedeki sayıların toplamı olacak şekilde yerleştirilmiştir. Buna göre küçük dairelerin içindeki sayıları bulunuz.





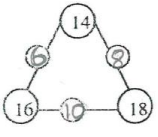
Bu problem, üç bilinmeyen ve üç eşitliğin kullanıldığı rutin bir cebir problemidir. Öğrenciler üç eşitlik kurup bilinmeyenleri bulduktan sonra yerine koyma metodu ile problemi çözebilirler. Ya da öğrenciler sadece bir eşitlik kurup yerine koyma metodu ile bilinmeyenleri bulabilirler.

Tablo 3. Üçüncü Problemden Kullanılan Stratejiler

Stratejiler	Frekanslar	Yüzdeler
Tahmin kontrol	13	%65
Denklem kurma	2	%10
Örüntü bulma	2	%10
Farklı bakış açısı geliştirme	1	%5
Problemi basitleştirme	1	%5
Strateji kullanamadı	1	%5

Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *tahmin kontrol*, *denklem kurma*, *farklı bakış açısında geliştirme* ve *örüntü bulma* olarak belirlenmiştir. Tablo 3'ten görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmişlerdir. Problemin çözümü için 4 öğrencinin birden fazla strateji kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilen öğrenci frekansının düşük olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni problemdeki sayısal verilerden kaynaklanabilir. Çünkü uygulama kâğıdı verildiğinde öğrenciler "sayıların küçük olmasından dolayı problemin çok kolay çözülebileceğini" ifade etmişlerdir. Bundan dolayı bu öğrencilerin ikinci bir stratejiyi kullanmayı istemedikleri gözlenmiştir.

Öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejinin tahmin kontrol olduğu tablodan görülmektedir. Aktivite esnasında tüm öğrencilerin ilk olarak bu stratejiyi kullanmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Örnek olması açısından tahmin kontrol stratejisini kullanabilen Ö15' in çözümü Şekil 7'de verilmiştir.



$$\begin{aligned} 6+8 &= 14 \\ 6+10 &= 16 \\ 8+10 &= 18 \end{aligned}$$

İlk önce kafamdan gelebilecek sayıları düşündüm. Sonra uyguladım ve topladım görsekler uyuyormu diye sayıları kutucuklara yerleştirdim. Uyduğunu farkettim ve Çözümlü yaptım.

Şekil 7. Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde bilinmeyenleri a, b, c gibi harflerle gösterip matematik eşitlikleri yazan ve bu eşitlikleri sağlayan değerleri bulmaya çalışan Ö3'ün çözümü Şekil 8'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} A &= 6 & a+b &= 14 & -/a+b &= 14 \\ B &= 8 & a+c &= 16 & a+c &= 16 \\ C &= 10 & b+c &= 18 & -/a-b &= -14 \\ & & & & a+c &= 16 \end{aligned}$$

2. Yol

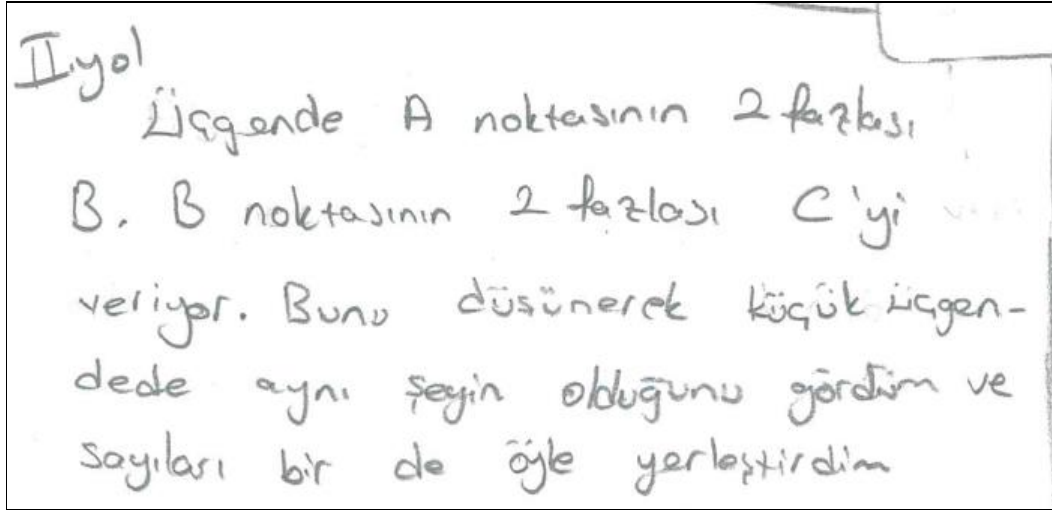
Denklemler

$$\begin{aligned} -/a+c &= 16 \\ b+c &= 18 \\ \hline -a-c &= 16 \\ b+c &= 18 \\ \hline -a+b &= 2 \\ a+b &= 14 \\ \hline 2b &= 16 \\ \frac{2b}{2} &= \frac{16}{2} \\ b &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -/a+b &= 14 \\ a+c &= 16 \\ \hline -a-b &= -14 \\ a+c &= 16 \\ \hline b+c &= -14+16 \\ -b+c &= 2 \\ -/b+c &= -2 \\ b+c &= 18 \\ \hline 2c &= 20 \\ \frac{2c}{2} &= \frac{20}{2} \\ c &= 10 \\ a+10 &= 16 \\ a &= 16-10 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

Şekil 8. Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin özel çözümlerini sıralayarak genel bir türeyiş kuralı bulan Ö4'ün çözümü Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. Örüntü bulma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

**Problem 4:** Bir gece kral uyuyamaz. Kraliyet mutfağına gider ve orada bir tas dolusu muz bulur. Çok aç olduğundan muzların  $1/6$ 'sını alır. Aynı gece, kraliçe de uyuyamaz ve karnı acıkmıştır. Muzları görür ve kralın tasta bıraktığı muzların  $1/5$ 'ini alır. Yine aynı gece, prens uyanır, mutfağa gider ve kalan muzların  $1/4$ 'ünü yer. Bundan sonra, ikinci prens kendinden küçük olan prensin bıraktığı muzların  $1/3$ 'ünü yer. Son olarak, tahtın varisi üçüncü prens kendisinden genç olan kardeşlerinin bıraktığı muzların  $1/2$ 'sini yer ve tasta sadece üç muz kalmıştır. Kral bulunduğu tasta kaç tane muz vardır?

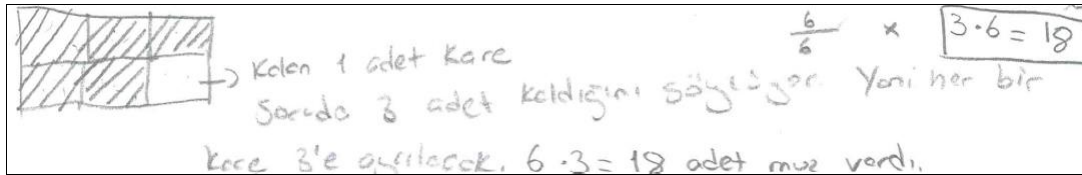
Problem, çözümü için öğrencinin verileri dikkatli analiz etmesini, yaratıcı bir girişim de bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanarak gerçek hayatta karşılaştığı bir olaya açıklık getirmesini gerektirdiğinden rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Bu aktivitede, öğrencilerin problemde geçen "kalanın kesir kadarını bulma" işlemine dikkat etmeyecekleri tahmin edilmiştir.

Tablo 4. Dördüncü Problemde Kullanılan Stratejiler

Stratejiler	Frekans	Yüzdeler
Şekil çizme	9	%50
Denklemler kurma	2	%11
Geriye doğru çalışma	2	%11
Strateji kullanamadı	5	%28

Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *şekil çizme*, *geriye doğru çalışma*, *denklem kurma* ve *tahmin kontrol* olarak belirlenmiştir. Tablo 4'ten görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmişlerdir. Problemin çözümünde 3 öğrencinin birden fazla strateji kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde farklı stratejiler kullanabilen öğrenci frekansının düşük ve strateji kullanamayan öğrenci frekansının yüksek olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni problemin yapısından kaynaklanabilir. Aktivite esnasında öğrencilerin problemde geçen "kalan" kelimesinin farkında olmadıkları gözlenmiştir. Ayrıca bu öğrenciler, "bir kesrin kesir kadarının" nasıl bulunacağını oldukça fazla düşünmüşlerdir. Bu konuda öğrencilere gerekli açıklamaların yapılması ve ipuçlarının verilmesi üzerine bazı öğrencilerin stratejileri kullanabildikleri görülmüştür. Ancak bazı öğrencilerin, problemi çözebilme konusunda kendilerine olan güvenlerinin azaldığı fark edilmiştir. Bu sebeple bu öğrenciler stratejileri kullanamayarak anlamsız işlemler gerçekleştirmişlerdir.

Öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejinin şekil çizme olduğu tablodan görülmektedir. Bunun nedeni problemin şekil çizme stratejisine uygun olmasından kaynaklanabilir. Örnek olması açısından problemi çizim yaparak çözen Ö1'in çözümü Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde bilinmeyen x gibi harfle gösterip matematik eşitliği yazan ve bu eşitliği sağlayan değeri bulmaya çalışan Ö2'nin çözümü Şekil 11'de verilmiştir.

x tane muz 1/6'si

$$\text{Kral} = x \cdot \frac{1}{6} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{6x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{5x}{6} \text{ (kalan)}$$

$$\text{Kraliçe} = \frac{5x}{6} = \frac{5x}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{x}{6} \text{ (yenilen)} \Rightarrow \frac{5x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{4x}{6} \text{ (kalan)}$$

$$1. \text{ Prenis} = \frac{4x}{6} = \frac{4x}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{4x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{3x}{6} \text{ (kalan)}$$

$$2. \text{ Prenis} = \frac{3x}{6} = \frac{3x}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{3x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{2x}{6} \text{ (kalan)}$$

$$3. \text{ Prenis} = \frac{2x}{6} = \frac{2x}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{2x}{6} - \frac{x}{6} = \frac{x}{6} \text{ (kalan)} \Rightarrow \frac{x}{6} \cdot \frac{3}{1}$$

$x = 18$

Şekil 11. Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde sonuçla ilgili bilgilerden hareketle başlangıç ile ilgili bilgilere ulaşmaya çalışan Ö5'in çözümü Şekil 12'de verilmiştir.

3.2=6 3. prens geldiğinde 6 muz vardı. Ondan önceki

$\frac{1}{3}$ 'ü yediği için 2. prens geldiğinde 9 muz olması gerekiyordu.

Ondan önce gelen 1. prens  $\frac{1}{4}$ 'ü yediği için 12 muz olması gerekiyordu. Kraliçe muzların  $\frac{1}{5}$ 'ini yemiştir, bu yüzden tosta  $\frac{1}{5}$  yemeden önce 15 muz olması gerekiyordu. Kral muzların  $\frac{1}{6}$ 'sini yemiştir ve  $\frac{1}{6}$  yemeden önce tosta 18 muz olması gerekiyordu.

Kral ilk baktığında 18 muz vardı ve herkes 3 muz yemiştir.

Şekil 12. Geriye doğru çalışma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

**Problem 5:** Zarifiye 6800 nüfuslu bir ilçedir. Bu ilçenin nüfusu her yıl 120 kişi azalmaktadır. Kapanca ise 4200 nüfuslu bir ilçedir. Bu ilçenin nüfusu her yıl 80 kişi artmaktadır. Kaç yıl sonra bu iki ilçenin nüfusu birbirine eşit olur?

Öğrencilerin dört işlem becerilerini kullanarak çözebileceği bu problem, rutin olarak değerlendirilmiştir. Bu aktivitede, öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak problemin doğru sonucuna rahatlıkla ulaşacakları tahmin edilmiştir.

Tablo 5. Beşinci Problemden Kullanılan Stratejiler

Stratejiler	Frekanslar	Yüzdeler
Denklemleri kurma	1	%7
Sistematik liste yapma	7	%47
Tahmin kontrol	3	%20
Farklı bakış açısı geliştirme	1	%7
Strateji kullanmadı	3	%20

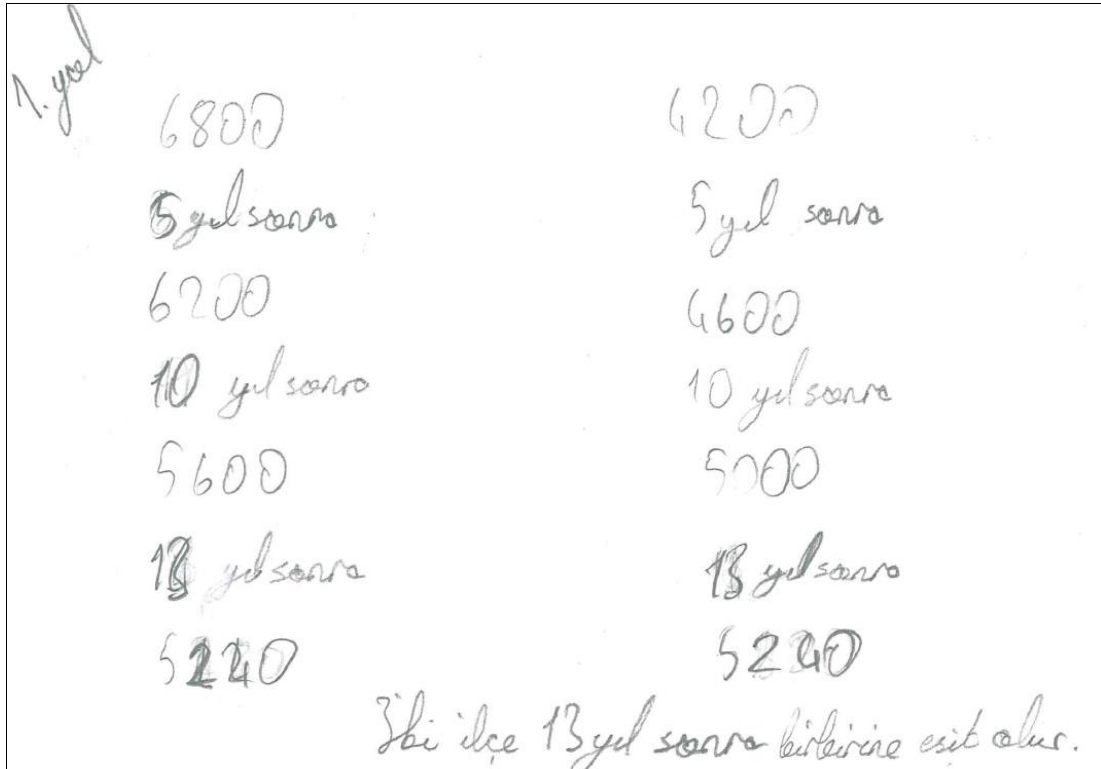
Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *denklemleri kurma*, *tahmin kontrol*, *farklı bakış açısı geliştirme*, *sistematik liste yapma* ve *farklı bakış açısı geliştirme* olarak belirlenmiştir. Tablo 5'ten görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmişlerdir. Ayrıca 3 öğrencinin problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabildiği tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilen öğrenci frekansının düşük olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni öğrencilerin bir kısmının problem çözme stratejilerini düzenli kullanmamasından kaynaklanabilir. Aktivite esnasında, verilerini düzenli yazmayan öğrencilerin problemi çözebileceğine yönelik algısının düşük olduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejinin sistematik liste yapma olduğu tablodan görülmektedir. Örnek olması açısından problemin çözümünde bütün olasılıkları dikkatli bir biçimde değerlendiren Ö12'nin çözümü Şekil 13'te verilmiştir.

1	$\begin{array}{r} 68100 \\ - 120 \\ \hline 66800 \end{array}$	✓ 1	$\begin{array}{r} 4200 \\ + 80 \\ \hline 4280 \end{array}$	✓
2	$\begin{array}{r} 6560 \\ - 120 \\ \hline 6340 \end{array}$	✓ 2	$\begin{array}{r} 4280 \\ + 80 \\ \hline 4360 \end{array}$	✓
3	$\begin{array}{r} 6440 \\ - 120 \\ \hline 6320 \end{array}$	✓ 3	$\begin{array}{r} 4360 \\ + 80 \\ \hline 4440 \end{array}$	✓
4	$\begin{array}{r} 6320 \\ - 120 \\ \hline 6200 \end{array}$	✓ 4	$\begin{array}{r} 4440 \\ + 80 \\ \hline 4520 \end{array}$	✓
5	$\begin{array}{r} 6200 \\ - 120 \\ \hline 6080 \end{array}$	✓ 5	$\begin{array}{r} 4520 \\ + 80 \\ \hline 4600 \end{array}$	✓
6	$\begin{array}{r} 6080 \\ - 120 \\ \hline 5960 \end{array}$	✓ 6	$\begin{array}{r} 4600 \\ + 80 \\ \hline 4680 \end{array}$	✓
7	$\begin{array}{r} 5960 \\ - 120 \\ \hline 5840 \end{array}$	✓ 7	$\begin{array}{r} 4680 \\ + 80 \\ \hline 4760 \end{array}$	✓
8	$\begin{array}{r} 5840 \\ - 120 \\ \hline 5720 \end{array}$	✓ 8	$\begin{array}{r} 4760 \\ + 80 \\ \hline 4840 \end{array}$	✓
9	$\begin{array}{r} 5720 \\ - 120 \\ \hline 5600 \end{array}$	✓ 9	$\begin{array}{r} 4840 \\ + 80 \\ \hline 4920 \end{array}$	✓
10	$\begin{array}{r} 5600 \\ - 120 \\ \hline 5480 \end{array}$	✓ 10	$\begin{array}{r} 4920 \\ + 80 \\ \hline 5000 \end{array}$	✓
11	$\begin{array}{r} 5480 \\ - 120 \\ \hline 5360 \end{array}$	✓ 11	$\begin{array}{r} 5000 \\ + 80 \\ \hline 5080 \end{array}$	✓
12	$\begin{array}{r} 5360 \\ - 120 \\ \hline 5240 \end{array}$	✓ 12	$\begin{array}{r} 5080 \\ + 80 \\ \hline 5160 \end{array}$	✓
13	$\begin{array}{r} 5240 \\ - 120 \\ \hline 5120 \end{array}$	✓ 13	$\begin{array}{r} 5160 \\ + 80 \\ \hline 5240 \end{array}$	✓

Şekil 13. Sistemik liste yapma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Ö5'in daha önceki sınıf içi uygulamalarında tahmin kontrol stratejisini oldukça fazla kullandığı görülmüştür. Benzer şekilde bu problemin çözümünde de aynı stratejiyi kullanacağı düşünülmüştür. Nitekim bu düşünce doğru çıkmıştır. Problemin çözümünde bütün olasılıkları değerlendirmeyen sadece sonuca yakın değerleri tahmin eden ve aynı zamanda bunları kontrol eden Ö5'in çözümü Şekil 14'te verilmiştir.



Şekil 14. Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

*Problem 6:* Bir telin ucundan  $\frac{1}{8}$ 'i kesildiğinde orta noktası 40 cm kayıyor. Telin kesilmeden önceki boyu kaç metredir?

Öğrencilerin probleme uygun çözüm yolunu hemen göremedikleri ve çözüm için ne yapacaklarını bilemedikleri bu problem, rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Problemden, öğrencilerden işlem becerilerinin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerileri ve eylemleri gerçekleştirmeleri beklenmektedir. Bu rutin olmayan problemin öğrencilere farklı geleceği ve öğrencilerin problemi kavramada zorlanacakları düşünülmüştür.

Tablo 6. Altıncı Problemden Kullanılan Stratejiler

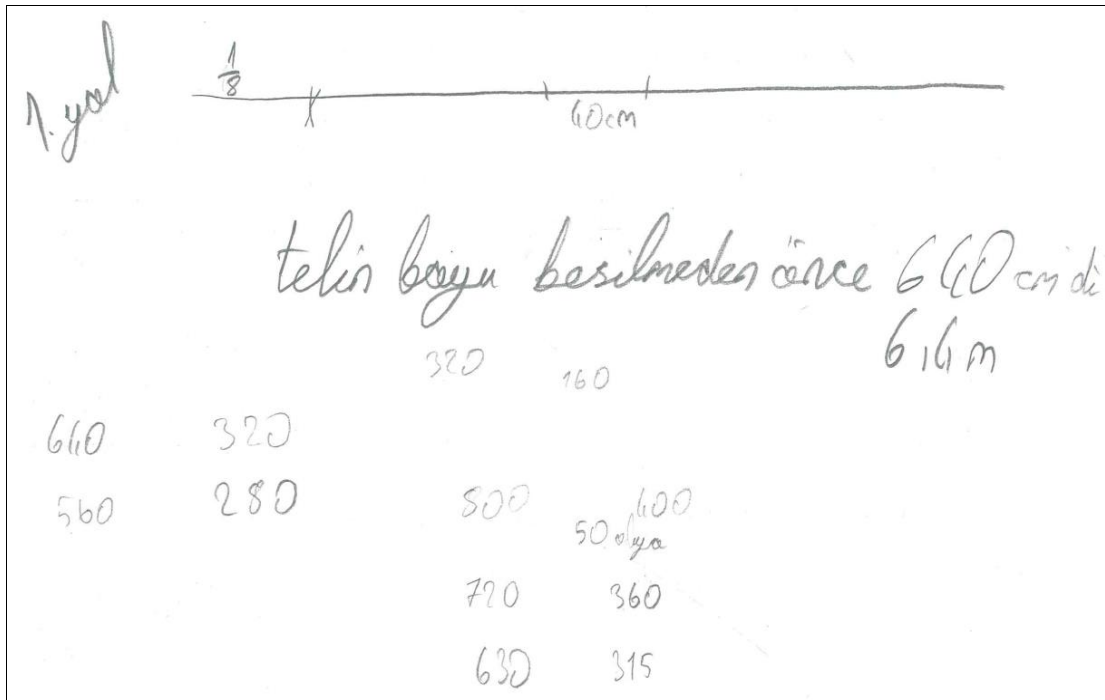
Stratejiler	Frekanslar	Yüzdeler
Şekil çizme	9	%53
Denklemler kurma	1	%6
Tahmin kontrol	1	%6
Farklı bakış açısı	1	%6
Strateji kullanmadı	5	%29

Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *şekil çizme*, *denklemler kurma*, *tahmin kontrol*, *farklı bakış açısı geliştirme* ve *problemi basitleştirme*



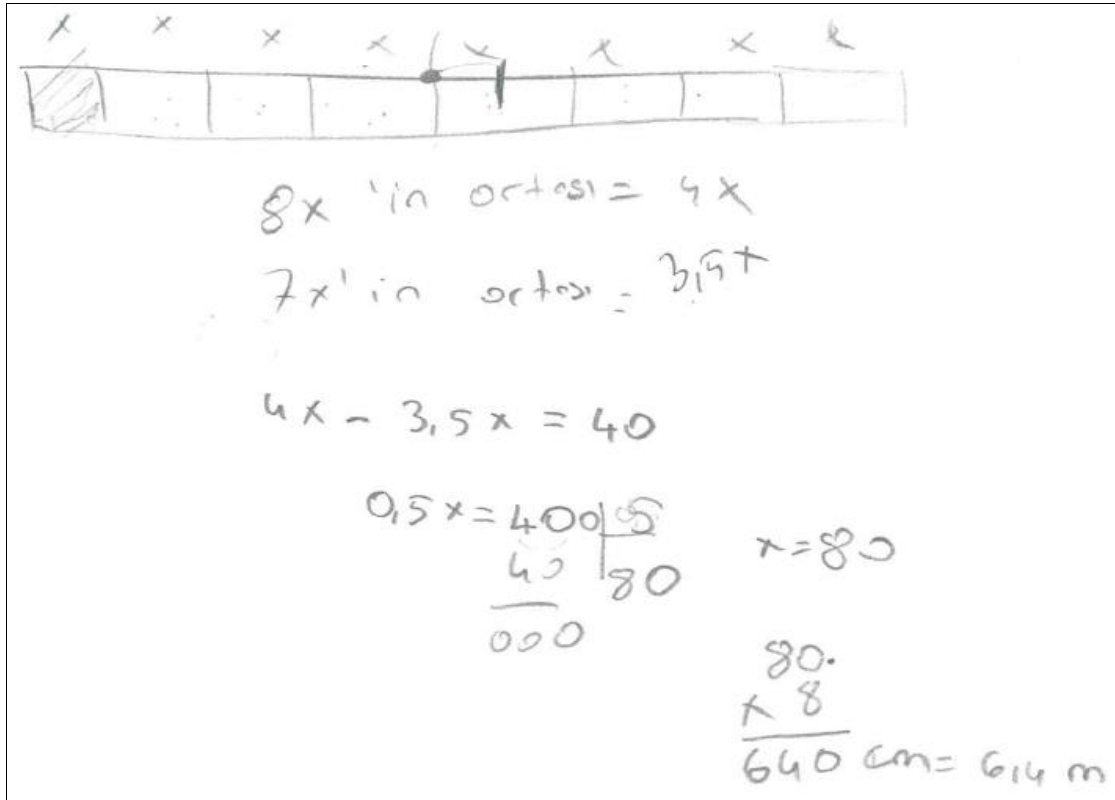
olarak belirlenmiştir. Tablo 6'dan görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmişlerdir. Ayrıca 1 öğrencinin problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabildiği tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde farklı strateji kullanabilen öğrenci frekansının düşük ve strateji kullanamayan öğrenci frekansının yüksek olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni öğrencilerin şekil çizme stratejisini kullanarak problemi daha anlamlı hale getirmeleri ve farklı bir stratejiyi kullanmaya gerek görmemeleri olabilir. Problemi farklı stratejiler kullanarak çözmelerine engel olan bu durum daha önceki problem çözme aktivitelerinde de gözlenmiştir. Ayrıca problem çözme aktivitesi esnasında öğrencilerin problemi anlamalarına yönelik yapılan tahmin gerçekleşmiştir. Çünkü öğrencilerin çoğu problemi ilk okuduklarında anlamadıklarını belirtmiş ve "kayma" ifadesinin ne demek olduğunu sormuşlardır.

Öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejinin şekil çizme olduğu tablodan görülmektedir. Örnek olması açısından problemin çözümünde telin kesilmeden önceki boyuna farklı değerler vererek probleme uygun işlemleri gerçekleştirdiğinde orta noktanın kayma miktarını bulup bulmadığını kontrol Ö5'in çözümü Şekil 15'te verilmiştir.



Şekil 15. Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

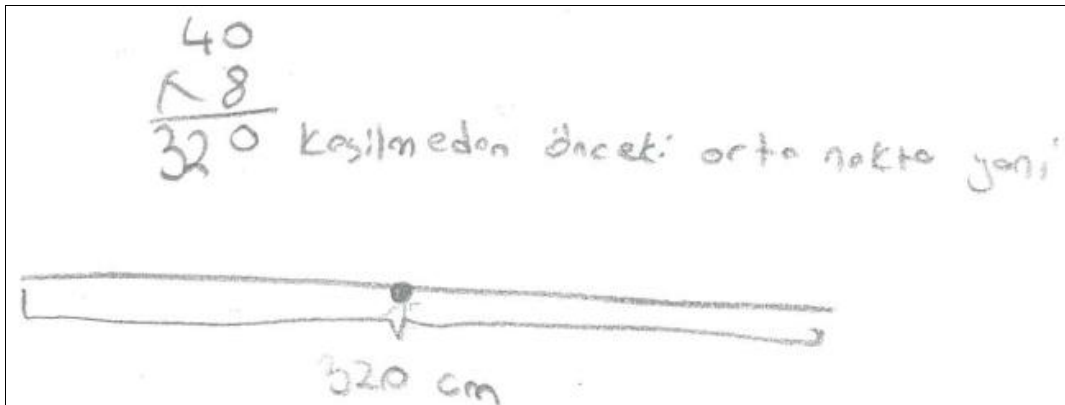
Problemin çözümünde bilinmeyeni x gibi harfle gösterip matematik eşitliği yazan ve bu eşitliği sağlayan değeri bulmaya çalışan Ö1'in çözümü Şekil 16'da verilmiştir.



$8x$  'in ortası =  $4x$   
 $7x$  'in ortası =  $3,5x$   
 $4x - 3,5x = 40$   
 $0,5x = 400$   
 $x = 800$   
 $800 \times 8 = 6400 \text{ cm} = 64 \text{ m}$

Şekil 16. Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde "orta nokta kayma miktarına" odaklanarak probleme farklı açıdan bakan Ö1'in çözümü Şekil 17'de verilmiştir.



$40$   
 $\times 8$   
 $320$  Kasılmadan önceki orta nokta yarı  
 $320 \text{ cm}$

Şekil 17. Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

*Problem 7:* Dört evli çift tiyatro kulübüne gitmiştir. Bayanların isimleri, Ayşe, Tuğçe, Cemile, Emine; erkeklerin isimleri ise Metin, Tekin, Çetin ve Ersin'dir. Aşağıdaki ipuçlarını kullanarak, kim kiminle evlidir, bulunuz.

Metin, Emine'nin erkek kardeşidir.

Emine ve Çetin daha önce bir kez nişanlanmışlardı ama Emine şimdiki kocasıyla tanışınca ayrıldılar.

Cemile'nin bir kız kardeşi vardır ama kocasının kardeşi yoktur.

Ayşe, Ersin'le evlidir.

Öğrencilerin, rutin yolları kullanarak çözemediği bu problem rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Problemin çözümünde öğrencilerin verilerin dikkatli analiz etmesi, yaratıcı bir girişim de bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanarak gerçek hayattaki bir olaya açıklık getirmesi gerekmektedir. Problemden yer alan ilişkilerin çok karışık olmadığı düşünülmüştür. Bu yüzden tüm öğrencilerin verileri dikkatli analiz etmesi sonucunda çözüme ulaşabilecekleri tahmin edilmiştir. Bu tahminin doğruluğu problem çözme öncesinde, sırasında ve sonrasında görülmüştür.

Tablo 7. Yedinci Problemden Kullanılan Stratejiler

Stratejiler	Frekanslar	Yüzdeler
Tahmin kontrol	14	%74
Verileri düzenleme	4	%21
Şekil çizme	1	%5
Strateji kullanmadı	0	%0

Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *şekil çizme*, *verileri düzenleme* ve *tahmin kontrol* olarak belirlenmiştir. Tablo 7'den görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmişlerdir. Ayrıca 3 öğrencinin problemi birden fazla strateji kullanarak çözdüğü tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencilerin farklı strateji kullanabilme frekansının düşük olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni, öğrencilerin uygulama kâğıtlarında yeterince açıklama yapmaları ve diğer bir stratejiye gerek duymamaları olabilir.

Öğrencilerin çoğu ipuçları ile tahminlerinin uyumunun incelendiği tahmin kontrol stratejisini kullanmışlardır. Örnek olması açısından Ö13'ün çözümü şekil 18'de verilmiştir.

Emine Tekin ile evlidir.	Metin ve Emine kardeşlerdir. Aynı zamanda Emine Çetin ile nişanlanmışlardır. Ayşe'de Ersin ile evli olduğu için geriye Tekin kalır.
Ayşe Ersin ile evlidir.	= Ayşenin Ersin ile evli olduğu belirtilmiştir.
Cemile Çetin ile evlidir.	= Cemile ile Metin evlenemez çünkü kocasının kardeşi yok dıyer ama Metnin kardeşi emine'dir bu yüzden ikisi olamaz geriye Çetin kalır.
Tuğçe Metin ile evlidir.	= Her birini eşleştirdiğimde geriye Tuğçe ve Metin kalır. Bu ikisinde bir çifttir.

Şekil 18. Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Tahmin kontrol stratejisini farklı bir biçimde kullanan Ö14'ün çözümü Şekil 19'da verilmiştir.

$\checkmark$ Ayşe, Ersin'le evlidir.	$\checkmark$ = evli ve evlenebilir	
	$\times$ = evlenemez	
Ayşe Ersin $\checkmark$	Emine Çetin $\times$	Metin Emine $\times$
Emine Tekin $\checkmark$	Tekin Ayşe $\times$	Cemile Çetin $\checkmark$
Tuğçe Metin $\checkmark$	= buna göre	

Şekil 19. Tahmin kontrol stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Bu öğrencinin çözümünü bu kadar net ve açıklayıcı bir biçimde yapabileceği tahmin edilmemiştir. Bu durum, araştırma için oldukça şaşırtıcıydı.

Problemi verileri düzenli bir biçimde yazarak ipuçları ile uyuşmayanları eleyen Ö11'in çözümü Şekil 20'de verilmiştir.

<u>Ayşe - Ersin</u>	= Ayşe - Ersin
Emine - <u>Ersin</u> - Metin - Çetin - <u>Tekin</u>	= Emine - Tekin
Cemile - <u>Ersin</u> - Tekin - Metin - Çetin	= Cemile - Çetin
Tuğçe - <u>Ersin</u> - Tekin - Çetin - <u>Metin</u>	= Tuğçe - Metin
Aristoteles yapıyor buldu	

Şekil 20. Verileri düzenleme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

*Problem 8:* Belirli bir yükseklikten serbest bırakılan bir top yere çarptığında bir önceki yüksekliğinin  $3/5$ ' i kadar tekrar yükseliyor. Top 4. kez yere çarptıktan sonra 81 m yükseldiğine göre ilk kez yere çarptıktan sonra kaç metre yükselmiştir?

Öğrencilerin bilgi ve becerilerini farklı algoritmalar kullanarak gerçek yaşamdaki bir olaya açıklık getirmelerine fırsat veren bu problem, rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin bir kısmının problemde geçen "bir önceki yüksekliğin kesir

kadarı yükseltme” ifadesini dikkate almayacakları düşünülmüştür. Nitekim problem çözme aktivitesi esnasında problemi okuyan öğrencilerin bu ifadenin ne demek istediğini anlamadıkları ve bunu çözümleri sırasında uygulamadıkları gözlenmiştir.

Tablo 8. Sekizinci Problemde Kullanılan Stratejiler

Strateji	Frekans	Yüzde
Geriyeye doğru çalışma	9	%53
Denklem kurma	2	%12
Strateji kullanamadı	6	%35

Problemde çözümünde kullanılacak stratejiler *geriyeye doğru çalışma*, *denklem kurma* ve *tahmin kontrol* olarak belirlenmiştir. Tablo 8’den görüldüğü gibi öğrenciler beklenen stratejilerden tahmin kontrol stratejisini kullanmamıştır. Bunun nedeni tahmin kontrol stratejisini denemelerinin uzun sürmesinden kaynaklanabilir. Ayrıca 2 öğrencinin problemi birden fazla strateji kullanarak çözebildiği tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilen öğrenci frekansı düşük ve strateji kullanamayan öğrenci frekansının yüksek olduğunu göstermektedir. Bunun nedenlerine cevap bulmak için öğrencilerin problem çözme uygulamaları incelenmiştir. Öğrencilerin çoğu uygulama kâğıtlarında problemi anlamadıklarını belirtmişlerdir. Birden fazla strateji kullanabilme frekansının düşük olmasının sebebi de problemin işlemsel olarak uzun sürmesinden kaynaklanabilir.

Tablo 8 incelendiğinde öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejinin geriyeye doğru çalışma olduğu görülmektedir. Örnek olması açısından problemin sonuçla ilgili bilgilerinden hareket edip işlemleri tersine çevirerek adım adım ilk bilgilere ulaşmaya çalışan Ö4’ün çözümü Şekil 21’de verilmiştir.

Handwritten mathematical work showing the solution of a problem using the 'working backwards' strategy. The student starts with the final result 81 and works back to find the initial value 375. The work is organized into three columns. Column 1: 375m, 225m, 135m, 81. Column 2: 225/3 = 75, 75/5 = 15, 15/3 = 5. Column 3: 135/3 = 45, 45/5 = 9, 9/3 = 3. The final result 81 is also shown with its own operations: 81/3 = 27, 27/5 = 5.4, 5.4/3 = 1.8.

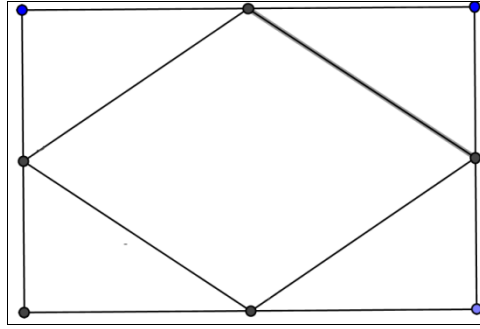
Şekil 21. Geriyeye doğru çalışma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Ö2 kodlu öğrenci, problemin çözümünde işlemsel hatalar yapmasına rağmen denklem kurma stratejisini kullanabilmiştir. Aktivite öncesinde, bu öğrencinin herhangi bir işlemsel hata yapmayacağı düşünülmüştür. Nitekim bu tahmin gerçekleşmemiştir. Bu durum, araştırma için oldukça şaşırtıcıydı. Örnek olması açısından Ö2'nin çözümü Şekil 22'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 x \cdot \frac{3}{5} &\Rightarrow \frac{3x}{5} \text{ (1. yükselme)} \\
 &= \frac{3x}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9x}{25} \text{ (2. yükselme)} \\
 &= \frac{9x}{25} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27x}{125} \text{ (3. yükselme)} \\
 &= \frac{27x}{125} \cdot \frac{3}{5} = \frac{81x}{625} \text{ (4. yükselme)} \\
 &= \frac{81x}{625} \cdot \frac{81}{1} \Rightarrow 81x = 50625 \\
 &\quad x = 625 \text{ (atıldığı yükseklik)} \\
 &= \frac{625 : 3}{1(5)} = \frac{208.33}{1} \cdot \frac{3}{3} = 625
 \end{aligned}$$

Şekil 22. Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

*Problem 9:* Temel Bey, dikdörtgen şeklindeki tarlasının kenarlarının orta noktalarını birleştirerek oluşturduğu bölgeye lahana ekmek istiyor. Bu ekim işlemi için aşağıdaki şekildeki gibi bir alan oluşturuyor ve bu alanın, tarlasının ne kadarını kapladığını düşünmeye başlıyor. Sizce Temel Bey'in oluşturduğu ekim bölgesi ile bütün tarlanın alanı arasında nasıl bir oran vardır?



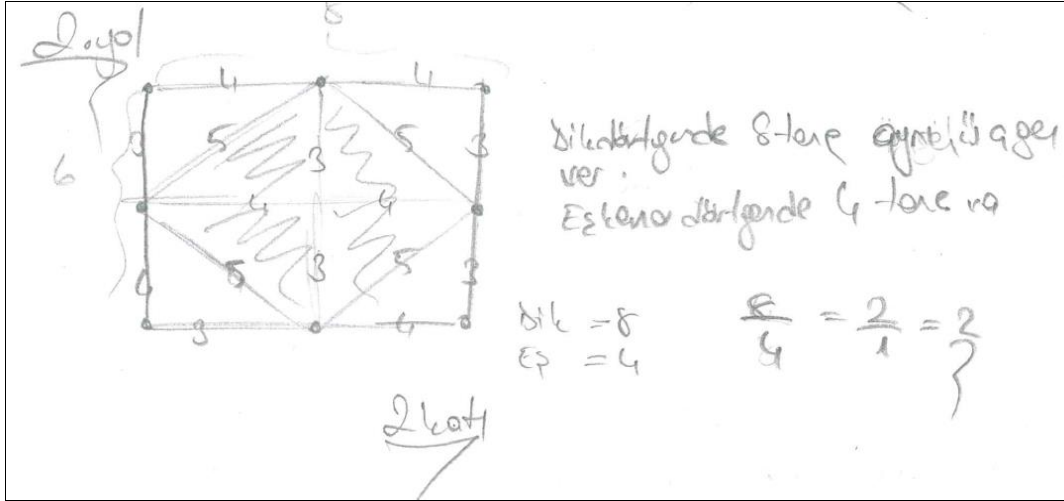
İşlem becerilerinin ötesinde öğrencilerin üzerinde kafa yoracakları, gerçek hayattaki bir olaya açıklık getirecekleri bu problem, rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Bu rutin olmayan problemi ilk defa gören öğrencilerin çoğu “herhangi bir sayısal verinin olmadığını” ifade etmişlerdir. Ayrıca bu yüzden “problemi de çözemeyeceklerini” belirtmişlerdir. Tüm bunlara rağmen öğrencilerin, problemi başarıyla çözecekleri düşünülmüştür. Yani öğrencilerin probleme yönelik ilk tepkileri onların çözümleri ile ilgili ipucu vermemiştir.

Tablo 9. Dokuzuncu Probleme Kullanılan Stratejiler

Strateji	Frekans	Yüzde
Farklı bakış açısı geliştirme	12	%63
Problemi basitleştirme	5	%26
Denklemler kurma	2	%11
Strateji kullanamadı	0	%0

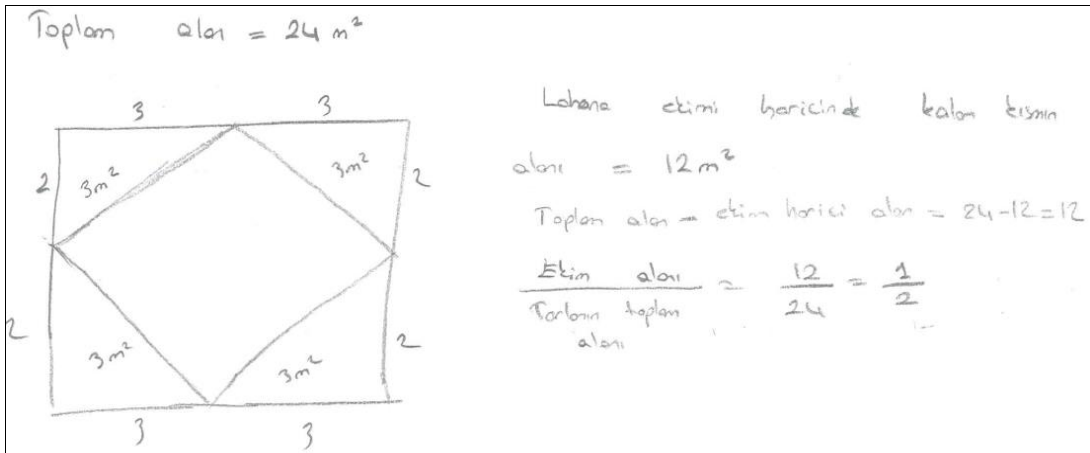
Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *problemi basitleştirme*, *farklı bakış açısı geliştirme* ve *denklemler kurma* olarak belirlenmiştir. Tablo 9'dan görüldüğü gibi öğrenciler beklenen tüm stratejileri kullanabilmiştir. Ayrıca 4 öğrencinin problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabildiği tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilen öğrenci frekansının düşük olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni problemde hiçbir sayısal verinin verilmemesi olabilir. Problemin çözümünde strateji kullanamayan öğrencinin olmaması da dikkat çekici bir bulgudur. Bunun nedeni gerçek hayattan alınan bir model olması denebilir.

Öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejinin farklı bakış açısı geliştirme olduğu görülmektedir. Örnek olması açısından problemi anlamasını basitleştirmek için probleme farklı açıdan bakarak çözen ÖG'nin çözümü Şekil 23'te verilmiştir.



Şekil 23. Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

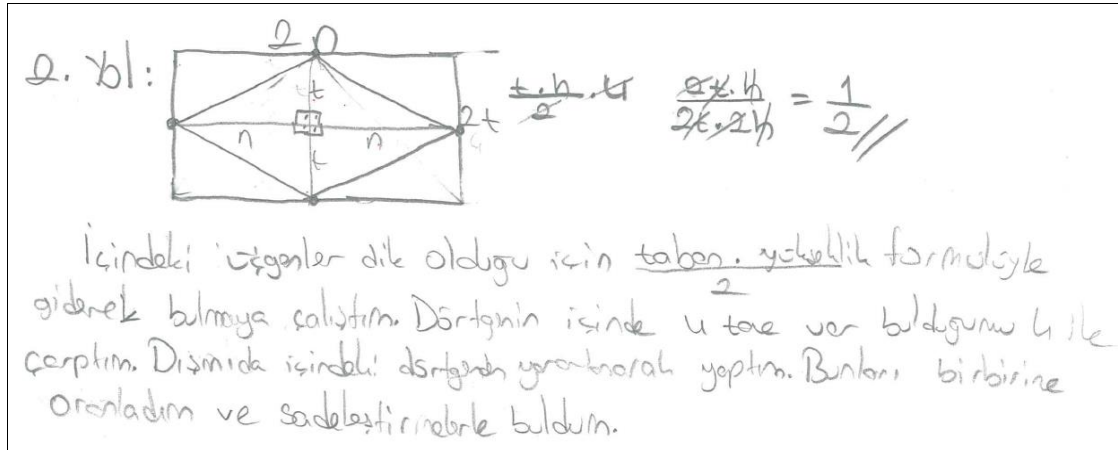
Problemin çözümü için probleme küçük değerler veren Ö8'in çözümü Şekil 24'te verilmiştir.



Şekil 24. Problemi basitleştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Ö10 sınıf içi uygulamalarda aktif rol almamaktadır. Çünkü bu öğrenci bildiğini söyleyemeyecek kadar çekingendir. Ancak problemin çözümünde düşüncesini net bir şekilde ifade edebilmesi oldukça şaşırtıcıdır. Bu diğer uygulamalarda da gözlenmiştir. O halde bu öğrencinin sözel olarak düşüncesini ifade edemediği ancak yazılı olarak ifade edebildiği fark edilmiştir. Problemden bilinmeyenleri  $n$ ,  $t$  gibi harflerle gösterip matematik eşitliği yazan Ö10'un çözümünde Şekil 25'te verilmiştir.





Şekil 25. Denklem kurma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

**Problem 10:** Bir sınıftaki öğrenciler çember şeklinde, düzgün aralıklı dizilerek sırayla numaralandırılmışlardır. 7 numaralı öğrenci doğrudan 17 numaralı öğrencinin karşısına denk gelmiş ise sınıfta kaç öğrenci vardır? Açıklayınız.

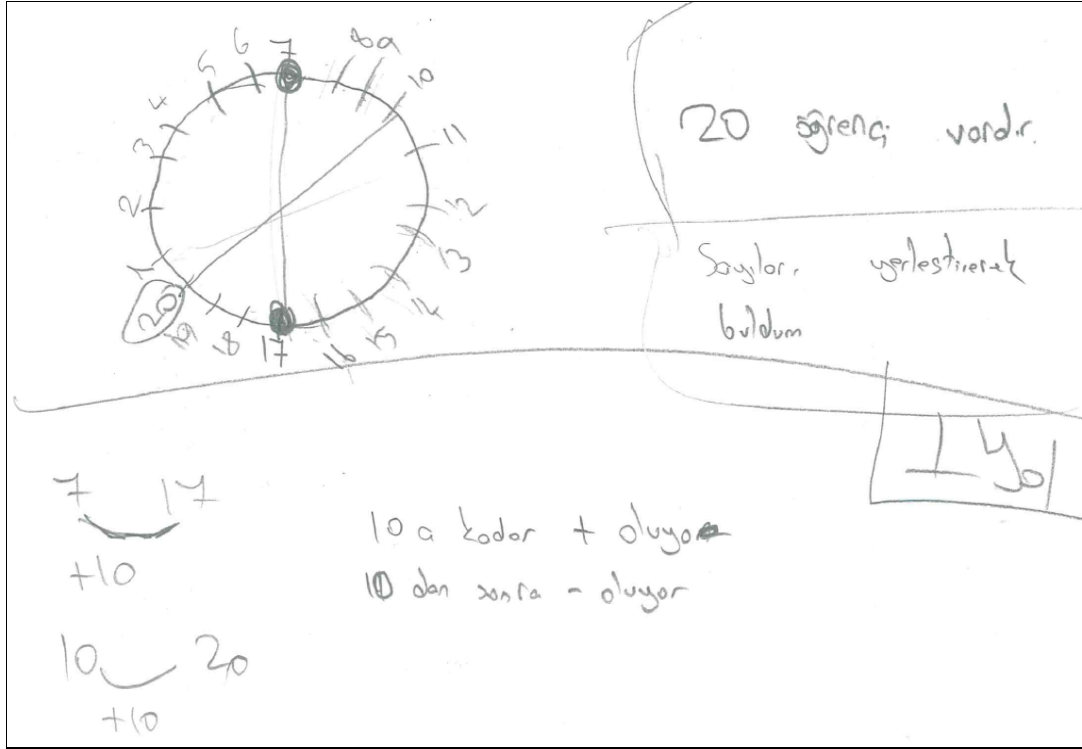
Öğrencilerin, sınıfta öğrendiklerinden farklı bir algoritma kullanabilmeleri için üzerinde kafa yormalarını gerektiren bu problem, rutin olmayan olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde bu problemin öğrencilere sıra dışı geleceği düşünülmüştür. Problem çözme aktivitesi esnasında, problemi okuyan öğrenciler "çember şeklindeki bir masada öğrencilerin doğrudan karşı karşıya nasıl geleceğini" ifade ettikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin bu türden bir problemle daha önce hiç karşılaşmadıklarının bir göstergesidir.

Tablo 10. Onuncu Probleme Kullanılan Stratejiler

Strateji	Frekans	Yüzde
Şekil çizme	10	%50
Farklı bakış açısı geliştirme	4	%20
Örüntü bulma	2	%10
Verileri düzenleme	2	%10
Strateji kullanamadı	2	%10

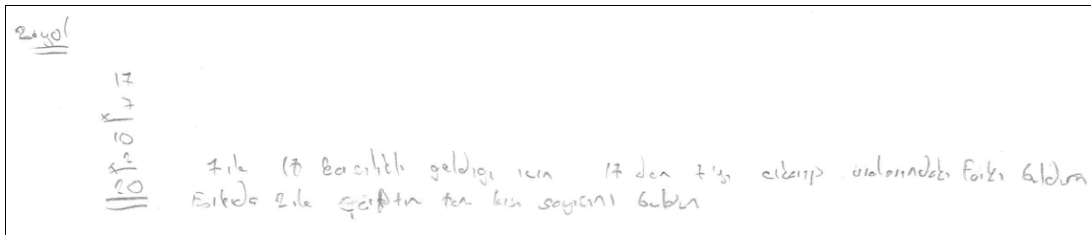
Problemin çözümünde kullanılacak stratejiler uzman görüşü de alınarak *şekil çizme*, *örüntü bulma*, *farklı bakış açısı geliştirme* ve *tahmin kontrol* olarak belirlenmiştir. Tablo 10'dan görüldüğü gibi öğrencilerin beklenen tüm stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca 4 öğrencinin problemi birden fazla strateji kullanarak çözebildiği tespit edilmiştir. Bu durum, problemin çözümünde birden fazla strateji kullanabilen ve strateji kullanamayan öğrenci frekansının az olduğunu göstermektedir. Strateji kullanamayan öğrenci frekansının az olmasının nedeni öğrencilerin problemi daha kolay içselleştirmelerinden kaynaklanabilir.

Bu problem şekil çizme stratejisi ile rahatça çözülebilecek türdendir. Bu bakımından şekil çizme stratejisiyle çözüm sayısı fazladır. Örnek olması açısından problemi şekil üzerine sayıları yerleştirerek çözdüğünü belirten Ö7' nin çözümü Şekil 26'da verilmiştir.



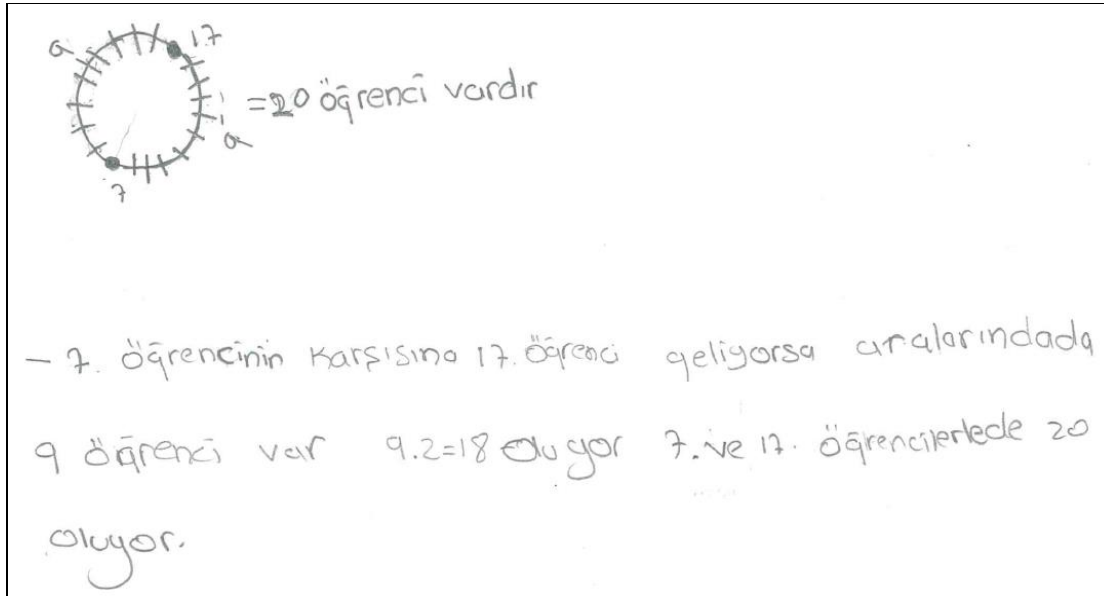
Şekil 26. Şekil çizme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Problemin çözümünde numaralar arasındaki farka ve öğrenci sayısının bu farkın iki katı kadar olması gerektiğini bulan Ö11'in çözümü Şekil 27'de verilmiştir.



Şekil 27. Örüntü bulma stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Probleme farklı bir açıdan bakarak problemi anlamasını basitleştirecek bir girişimde bulunan Ö12'nin çözümü Şekil 28'de verilmiştir.



Şekil 28. Farklı bakış açısı geliştirme stratejisini kullanabilen öğrencinin çözümü

Öğrencilerin 10 problem için kullandıkları problem çözme stratejilerinin dağılımı aşağıda Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. Öğrencilerin Tüm Problemlerde Kullandıkları Stratejiler

Stratejiler	Frekans	Yüzdeler
Şekil çizme	44	%23
Tahmin kontrol	31	%17
Farklı bakış açısı geliştirme	25	%13
Örüntü bulma	13	%7
Denklem kurma	12	%6
Geriye doğru çalışma	11	%6
Sistematik liste yapma	8	%4
Kombinasyon	8	%4
Problemi basitleştirme	6	%3
Verileri düzenleme	6	%3
Strateji kullanamadı	24	%13
Toplam	188	%99

Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin 10 problemde en çok kullandıkları stratejinin Şekil çizme; en az kullandıkları stratejilerin problemi basitleştirme ve verileri düzenleme olduğu görülmektedir. Bunun nedeni öğretmenlerin ilkokuldan itibaren şekil çizme stratejisini çok kullanılmaları olabilir. Ayrıca aktivitelerden, öğrencilerin problemi anlamak için şekil çizdiği ve bu şekli çözüme ulaştırmada kullandıkları görülmüştür. Bu yüzden şekil çizme stratejisinin yüksek çıktığı söylenebilir. Öğrencilerin problemi basitleştirme ve

verileri düzenleme stratejilerini az kullanmasının sebebi problemlerin yapısından ve problemlerin verilerini sistematik kullanamamalarından kaynaklanabilir.

#### 4. 2. Problem Çözme Stratejilerine Yönelik Tartışma

Birinci alt probleme yönelik bulgular incelendiğinde öğrencilerin stratejilere yönelik herhangi bir özel eğitim almadan tüm stratejileri kullanabildikleri görülmüştür. Bu durum, ülkemizde özel bir strateji eğitimi verilmese de ortaokul matematik öğretim programında problem çözme stratejilerinin kullanılmasını gerektiren problemlerin yer almasından kaynaklanabilir. Benzer şekilde Ishida (2002) yılında yaptığı çalışmada stratejilerle ilgili herhangi bir eğitim almayan ancak 2. sınıftan bu yana programlarında yer alan problemlerin çözümü için çeşitli stratejileri kullanmaları beklenen öğrencilerin, problem çözme stratejilerini kullanabildiklerini tespit etmiştir. Bu sonuç araştırmanın bulgusu ile örtüşmektedir. Yine yapılan deneysel çalışmalarda öğrencilerin ön test sonuçlarında az da olsa problem çözme stratejilerini kullanabildikleri görülmüştür (Taşpınar, 2011; Emre, 2008; Arslan, 2002; Çelebioğlu, 2009; Altun ve Arslan, 2007; Yazgan, 2007; Rudder, 2006).

Araştırmada ayrıca öğrencilerin problemleri *birden fazla strateji kullanarak çözmeye çalıştıkları* görülmüştür. Ancak öğrencilerin problemin çözümüne bir strateji kullanarak ulaştıktan sonra ikinci ya da üçüncü stratejiyi kullanmayı istemedikleri tespit edilmiştir. Araştırmacının herhangi bir baskı yapmadan öğrencilere ikinci ya da üçüncü stratejiyi kullanabileceklerine yönelik açıklamalarının ve desteklerinin ardından birden fazla strateji kullanarak problemi çözebilme frekanslarının az da olsa arttığı görülmüştür. Eğer bu isteksizlik olmasaydı öğrencilerin farklı stratejileri kullanabilme frekanslarında daha fazla artma gözlenebilirdi. Taşpınar (2011) tarafından yapılan çalışmada birden fazla çözümü olan problemlerde öğrencilerin farklı stratejiler kullanarak çözebilme düzeylerinin oldukça düşük olduğu bulunmuştur. Aynı şekilde Emre (2008) tarafından yapılan bir çalışmada da öğrencilerin farklı stratejilerle çözülebilecek problemlere olan yaklaşımlarında yeterince deneyim ve ustalık kazanmadıkları ortaya çıkmıştır. Lee (1982) tarafından yapılan çalışmada Polya'nın adımlarının öğretimi için gerçekleştirilen strateji öğretim sonrası öğrenciler "başka çözüm arama" stratejisini kullanmak için 35 fırsata (35 probleme) sahip iken öğrencilerin bunu sadece 12 problemde kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin problemin çözümünde birden fazla stratejiyi kullanabilmeleri onların hem farklı çözümleri tasdik etmelerinde hem de onların matematiksel donanımlarına yeni stratejiler katmalarında faydalıdır (Silver ve arkadaşları, 2005).

Öğrencilerin problemlerin çoğunda en çok kullandıkları stratejinin *şekil çizme, en az kullandıkları stratejinin problemi basitleştirme ve verileri düzenleme* olduğu görülmüştür.

Bu görüş Taşpınar (2011) tarafından yapılan çalışmada bulunan sonuca zıt düşmektedir. Araştırmacının yaptığı deneysel çalışmada herhangi bir strateji eğitimi verilemeden öğrencilerin en çok kullandıkları stratejinin tahmin kontrol; en az kullandıkları stratejinin farklı bakış açısı geliştirme olduğu ortaya çıkmıştır. Aynı şekilde Arslan (2007) herhangi bir strateji eğitimi verilmeyen yaptığı çalışmada öğrencilerin en çok kullandıkları stratejinin tahmin kontrol ve sistematik liste yapma; en az kullandıkları stratejinin bağıntı arama ve geriye doğru çalışma olduğunu bulmuştur. Elia ve arkadaşları (2009) yüksek başarılı dördüncü sınıf öğrencilerinin en çok kullandıkları stratejinin tahmin kontrol olduğu sonucuna ulaşmıştır. Yazgan (2007) tarafından yapılan çalışmada dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin şekil çizme ve sistematik liste yapma stratejilerini rahatça kullanabildikleri ortaya çıkmıştır. Bu durum, araştırmanın sonucu ile örtüşmektedir. Benzer şekilde Altun ve arkadaşları (2007) çalışmalarında sınıf öğretmeni adaylarının herhangi bir strateji eğitimi verilemeden en çok denklem kurma ve şekil çizme stratejilerini kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Yazgan ve Bintaş (2005) çalışmalarında herhangi bir eğitim verilemeden dördüncü sınıf öğrencilerinin problemi basitleştirme, bağıntı arama ve geriye doğru çalışma stratejilerini kullanmadıklarını; beşinci sınıf öğrencilerinin şekil çizme stratejilerini kullanmadıklarını tespit etmişlerdir.

#### **4. 3. Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme ile Üstbilişsel Davranışlar Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular**

Araştırmanın ikinci alt problemi “Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilmeleri ile üstbilişsel davranışları arasında nasıl bir ilişki vardır?” şeklinde ifade edilmiştir. Bu alt probleme cevap aranırken öncelikle problemlerin çoğunda strateji kullanamayanların, bir veya iki strateji kullanabilenlerin ve ikiden fazla strateji kullanabilenlerin her bir problem çözümünü tamamlamalarının ardından doldurdıkları PÇDF'ye verdikleri yanıtları incelenerek gösterdikleri ve gösteremedikleri üstbilişsel davranışlar tablolastırılarak sunulmuştur.

Tablo 12. Strateji Kullanamayan, Bir veya İki Strateji Kullanabilen ve İkidenden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrenciler

Problemler	Strateji kullanamayanlar	Bir veya iki strateji kullanabilenler	İkidenden fazla strateji kullanabilenler
1. problem	Ö15	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14	-
2. problem	Ö6	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15	Ö8
3. problem	Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15	Ö4
4. problem	Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11,	-
5. problem	Ö3, Ö13, Ö14	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15	-
6. problem	Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö15	Ö1
7. problem	-	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15	-
8. problem	Ö3, Ö9, Ö10, Ö13, Ö14, Ö15	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö11, Ö12,	-
9. problem	-	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15	Ö3
10. problem	Ö13, Ö14	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15	-

Tablo 12'den Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin problemlerin yarısında strateji kullanmadığı; Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15 kodlu öğrencilerin problemlerin yarısından fazlasında bir veya iki strateji kullanabildiği görülmektedir. Bu öğrencilerin daha önceki sınıf içi problem çözme uygulamalarında da benzer sonuçlar gösterdiği görülmüştür. Problemlerin çoğunda ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencinin olmamasından ötürü Ö1, Ö3, Ö4 ve Ö8 kodlu öğrenciler ikiden fazla strateji kullanabilenler grubunda incelenmiştir.

#### 4. 3. 1. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Bu bölümde, strateji kullanmayan öğrencilerin her bir problem çözümünün ardından doldurdukları PÇDF'de "hayır" ve "kısmen" yanıtlarını verdikleri davranışlar incelenerek tablolaştırılmıştır. Öğrencilerin bu yanıtlarının incelenmesindeki amaç, problemlerin çözümünde strateji kullanmalarını engelleyen üstbilişsel davranışlarının belirlenmesidir. Bu alt probleme yönelik elde edilen bulgular problem çözme aktiviteleri ve alan notları ilişkilendirilerek yorumlanmıştır.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin birinci problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 13. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Birinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	1
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	1
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	0	1
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	0	0
6. Problemde verilenleri belirleme	1	1
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	2
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	1
10. Çözüme yaklaşp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	1
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	0	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	1
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	0
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	2

\*Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 13 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, birinci problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *benzer problem oluşturmaya çalışma, problemde verilenleri belirleme, problemi çözerken çalışmanı aşama aşama kontrol etme* ve *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca her iki öğrencinin de problemi çözerken *bir yanlış yapıp yeniden yazmak zorunda kaldıkları* tablodan görülmektedir. Problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin problemi birkaç başarısız adım sonrasında çözebildikleri tespit edilmiştir. Alan notları incelendiğinde Ö14'ün problemde bir sonuca ulaşabilmek için anlamsız işlemler gerçekleştirmeye çalıştığı görülmüştür. Bu durum, öğrencinin problemi çözebilmeye değil anlamlı veya anlamsız birden fazla stratejiyle çözebilmeye odaklandığının göstergesidir. Yani bu öğrenci *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösterememiştir. Aynı öğrenci daha önceki sınıf içi uygulamalarında da benzer davranışı göstermiştir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin ikinci problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 14. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin İkinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	0
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	0	1
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	0	2
6. Problemde verilenleri belirleme	1	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	1
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	2	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	1
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	0	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	1
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	1
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	0

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 14 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, ikinci problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *benzer bir problem oluşturmaya çalışma* ve *problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca her iki öğrencinin de problemi çözerken *bir yanlış yapıp yeniden yazmak zorunda kaldıkları* tablodan görülmektedir. Problem çözme aktiviteleri ve alan notları incelendiğinde problemi anlaşılmasına yönelik yapılan açıklamalara rağmen her iki öğrencinin problemi anlamadıkları tespit edilmiştir. Fakat strateji kullanamayan bu öğrenciler problemi anladıklarını düşünmüşlerdir. Bu durum, öğrencilerin *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösteremediklerini bir kanıttır. Ayrıca öğrencilerin problem çözme sırasında *benzer bir problem oluşturmadıkları* gözlenmiştir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin üçüncü problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.



Tablo 15. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Üçüncü Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	1
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	1	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	1	0
6. Problemde verilenleri belirleme	1	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	1
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	1
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	0	1
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	0
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	1
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	1

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 15 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, üçüncü problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışın *benzer bir problem oluşturmaya çalışma* olduğunu belirtmişlerdir. Problem çözme aktiviteleri incelendiğinde Ö13 kodlu öğrencinin problemi birden fazla strateji kullanarak çözdüğü görülmüştür. Ancak bu öğrencinin üçüncü çözüm yolu mantıksızdır. Bu durumu daha fazla strateji kullanarak çözebildiğini göstermek için yapmıştır. Alan notları incelendiğinde Ö14'ün problemi ilk başta anlamadığı ve bu yüzden stratejisini kullanamadığı görülmüştür. Probleme yönelik yapılan açıklamaların ardından bu öğrenci stratejisini kullanabilmiştir. Ancak aktivite esnasında Ö14'ün *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösteremediği gözlenmiştir. Bu durum, öğrencinin stratejisini bilinçli bir şekilde kullanmadığının göstergesidir. Problemin çözümünde her iki öğrencinin de *benzer problem oluşturmadığı* görülmüştür. Strateji kullanamayan bu öğrencilerin gösteremedikleri üstbilişsel davranış sayısının az olması problemin kolay olmasından kaynaklanabilir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin dördüncü problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 16. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Dördüncü Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	1
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	2	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	0	0
6. Problemde verilenleri belirleme	1	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	1
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	2	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	0
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	0	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	1
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	1
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	1

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 16 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, dördüncü problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *benzer bir problem oluşturmaya çalışma* ve *problemi kendi cümleleriyle açıklamaya çalışma* olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca her iki öğrencinin de problemi çözerken *bir yanlış yapıp yeniden yazmak zorunda kaldıkları* tablodan görülmektedir. Problem çözme aktiviteleri incelendiğinde Ö13'ün *matematik bilgisinin farkında olmadığı* ve *problemi anladığına emin olmadığı* tespit edilmiştir. Bu yüzden öğrenci, problemin çözümünde anlamsız işlemler gerçekleştirmiştir. Alan notlarına bakıldığında, öğrencinin bu durumun farkında olmadığı görülmüştür. Çünkü aktivite esnasında öğrenci işlemsel hatalarına sürekli devam ettiği gözlenmiştir. Ayrıca bu öğrencinin *strateji bilgisinin farkında olmadığı* görülmüştür. Benzer şekilde Ö14'ün *strateji bilgisinin farkında olmadığı* ve *problemin ne sorduğunu anladığına emin olmadığı* tespit edilmiştir. Bu yüzden öğrenci, problemin çözümünde anlamsız işlemler gerçekleştirmiştir. O halde bu öğrencilerin problemin çözümünde üstbilişin bilgi ve düzenleme boyutunu kullanmayı gerektiren davranışları yeteri kadar gösteremediği söylenebilir. Daha önceki sınıf içi uygulamalarında da bu öğrencilerin neyi bilip neyi bilmedikleri konusunda bilgi sahibi olmadıkları ve bu durumu düzeltmek için herhangi bir girişimde bulunmadıkları fark edilmiştir. Ayrıca bu bulgudan, *matematik ve strateji bilgisinin farkında olma* ve *problemin*

*ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışlarının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği çıkarılabilir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin beşinci problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 17. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Beşinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	1
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	2	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	0	0
6. Problemde verilenleri belirleme	0	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	0
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	1
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	0	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	1
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	0
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	0

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 17 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, beşinci problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *problemi kendi cümleleriyle açıklamaya çalışma* ve *benzer bir problem oluşturmaya çalışma* olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca her iki öğrencinin de problemi çözerken *bir yanlış yapıp yeniden yazmak zorunda kaldıkları* tablodan görülmektedir. Problem çözme aktiviteleri ve alan notları incelendiğinde Ö13'ün problemin çözümünde tahmin kontrol stratejisini kullanmaya çalıştığı görülmüştür. Ancak bu öğrenci *strateji bilgisinin farkında olmadığından* çözüm için herhangi bir strateji kullanamamıştır. Bu durum, öğrencinin problem çözme aktivitesi esnasında "doğru yaptığını ancak sonucun çıkmadığını" belirttiğinde gözlenmiştir. Benzer şekilde Ö14'ün problemin çözümünde tahmin kontrol ve farklı bakış açısı geliştirme stratejilerini kullanmaya çalıştığı görülmüştür. Ancak bu öğrenci çözüm yolu konusunda kendinden emin olmadığı yani *strateji bilgisinin farkında olmadığı* için stratejileri doğru bir biçimde kullanamamıştır. Bu yüzden Ö14, problemin çözümünde anlamsız işlemler

gerçekleştirmiştir. Örnek olması açısından Ö14'ün problem çözme aktivitesi aşağıdaki şekilde verilmiştir:

Handwritten student work for problem Ö14. The work includes several calculations and a large 'X' mark. On the left, there is a multiplication of 120 by 80, resulting in 9600. In the center, a large 'X' is drawn over the word 'saglaması'. To the right of the 'X', there are two multiplication problems: 120 x 14 = 1680 and 80 x 14 = 1120. Below these, there are two subtraction problems: 6800 - 1680 = 5120 and 4200 + 1120 = 5320. At the bottom left, there is a calculation: 6800 + 4200 = 11000.

Şekil 29. Ö14'ün beşinci problem çözümü

Şekil 29'dan görüldüğü gibi öğrenci problem çözümünde anlamsız işlemler gerçekleştirmiştir. Ayrıca tahmin kontrol stratejisini de tam olarak kullanamamıştır. Bunun nedeni Ö14'ün problemin çözümüne odaklanmak yerine anlamlı anlamsız birden fazla strateji kullanımına odaklanmasından kaynaklanabilir. Çünkü aktivite sırasında öğrencinin bir stratejiyi tam kullanmadan diğerine geçtiği gözlenmiştir. Bu durum, daha önceki aktivitelerde de görülmüştür. O halde Ö14, *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösterememiştir. Bu bulgudan, *strateji bilgisinin farkında olma* ve *problemi anladığına emin olma* üstbilişsel davranışlarının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği çıkarılabilir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin altıncı problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 18. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Altıncı Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

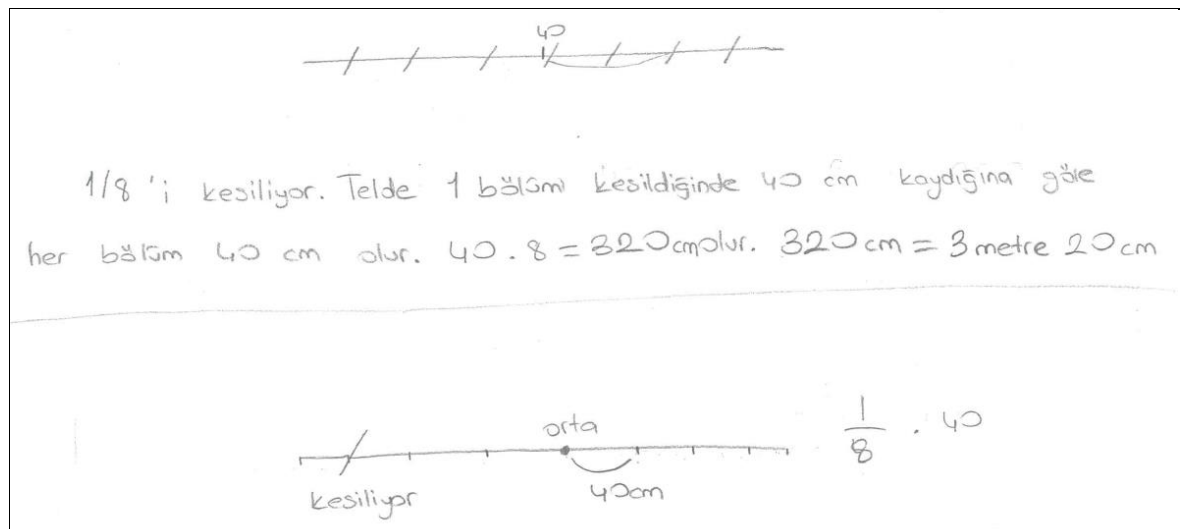
Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	0
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	1	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	1	0
6. Problemde verilenleri belirleme	0	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	0

Tablo 18'in devamı

*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	1
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	2	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	0
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	0
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	1
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	1

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 18 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, altıncı problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *benzer bir problem oluşturmaya çalışma* ve *yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme* olduğunu belirtmişlerdir. Problem çözme aktiviteleri ve alan notları incelendiğinde her iki öğrencinin de problemi tam olarak anlamadığı görülmüştür. Bu yüzden bu öğrenciler stratejileri kullanamamışlardır. Ayrıca bu öğrenciler çözümlerinde anlamsız işlemler gerçekleştirmişlerdir. Bu bulgudan hareketle Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin formda belirttikleri üstbilişsel davranışları yeterince gösteremedikleri çıkarılabilir. Buna ek olarak, çözümde *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından Ö13'ün altıncı problem çözümü Şekil 30'da verilmiştir



Şekil 30. Ö13'ün altıncı problem çözümü

Şekil 30'dan görüldüğü gibi öğrenci, problemde geçen “orta nokta kayma” ifadesinin ne olduğunu tam olarak anlayamadığı için problemin çözümüne uygun stratejiyi kullanamamıştır.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin yedinci problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 19. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Yedinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	1
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	0
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	0	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	1	1
6. Problemde verilenleri belirleme	0	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	0
*8. Bir yanlışı yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	1
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	1	0
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	1	1
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	0
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	1
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	1	1

\*Bu maddede “Evet” ve “Kısmen” yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 19 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, yedinci problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *benzer bir problem oluşturmaya çalışma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme* ve *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde öğrencilerin problemi sadece bir yolla çözdükleri görülmüştür. Bu durum, problem çözme aktiviteleri, alan notları ve öğrenci yanıtlarının örtüştüğünü göstermektedir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin sekizinci problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 20. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Sekizinci Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	1
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	1	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	1	1
6. Problemde verilenleri belirleme	0	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	0
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	2	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	0
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	1	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	0
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	0
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	1	1

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 20 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, sekizinci problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme* ve *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca her iki öğrencinin de problemi çözerken *bir yanlış yapıp yeniden yazmak zorunda kaldıkları* tablodan görülmektedir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde Ö13'ün *matematik bilgisinin farkında olmadığı* görülmüştür. Bu yüzden bu öğrenci denklem kurma stratejisini kullanamamıştır. Ayrıca Ö13, problemin çözümünde birçok anlamsız işlem gerçekleştirmiştir. Benzer şekilde Ö14, problemin çözümüne uygun stratejiyi kullanamamıştır. Bu öğrenci problem çözme aktivitesi esnasında stratejilerden emin olmadığını belirtmiştir. Bu durum, Ö14'ün *strateji bilgisinin farkında olmadığı* bir kanıttır. Daha önceki problem çözme aktivitelerinde de bu öğrencinin benzer açıklamalar yaptığı görülmüştür. Ayrıca her iki öğrencinin de aktivite esnasında *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösteremediği tespit edilmiştir. O halde *matematik ve strateji bilgisinin farkında olma* ve *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışlarının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından Ö14'ün çözümü Şekil 31'de verilmiştir.

315 4. kezde 81 m ilk kezde 405 m.

81  
x 5  
-----  
405 | 3  
405 | 135  
-----  
000

ilk kez yere sac pıf yükseldiği zaman  
135 m yükseldi.  
cevap 2135

---

ilk yükselişini istiyorsa 115

81. 5 = 405 : 1 = 405 ilk kez yere sac pıfı zaman  
405 m yükseldi.

Açıklamam : Verilenleri kullanarak yaptım. ilki sında da  
tam emin değilim

Şekil 31. Ö14'ün sekizinci problem çözümü

Şekil 31'den görüldüğü gibi öğrenci problemin çözümüne uygun stratejinin geriye doğru çalışma olduğunu bilmıştır. Ancak bu öğrenci, kullandığı stratejiden emin olmadığı için başka anlamsız çözüm yolları denemiştir.

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin dokuzuncu problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 21. Strateji Kullanamayan Öğrencilerin Dokuzuncu Problemde Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	0	0
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	1	0
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	2	0
6. Problemde verilenleri belirleme	1	0
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	0
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0

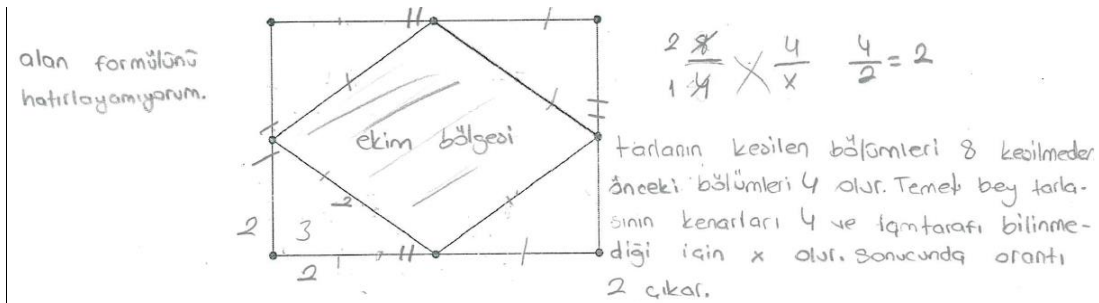


Tablo 21'in devamı

10. Çözümüne yaklaşmış yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	0
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	2	0
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	0
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	0
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	1	1

\* Bu maddede "Evet" ve "Kısmen" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 21 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, dokuzuncu problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *benzer bir problem oluşturmaya çalışma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme* ve *problemin çözümümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Problem çözme aktiviteleri ve alan notları incelendiğinde Ö13'ün problemin çözümünde bir çokgenin alanının nasıl hesaplanacağını bilmediği görülmüştür. Ö13, alan hesaplama bilgisinin olmadığını aktivite esnasında açıklamıştır. Bu yüzden öğrenci, problemi basitleştirme stratejisini kullanamamıştır. Bu durum, öğrencinin *matematik bilgisinin farkında olduğunu* göstermektedir. Bilgisinin farkında olan Ö13, problemi farklı bir strateji kullanarak çözmeyi denemiştir. Bu bulgudan hareketle, *matematik bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmesinin strateji kullanımını olumlu etkilediği söylenebilir. Buna ek olarak, her iki öğrencinin problemi sadece bir yolla çözmeye çalıştığı görülmüştür. Bu durum, formda belirtilen *problemin çözümümüyle ilgili alternatif yollar deneme* üstbilişsel davranışının gösterilmediğinin bir kanıtıdır. Örnek olması açısından Ö13'ün çözümü Şekil 32'de verilmiştir.



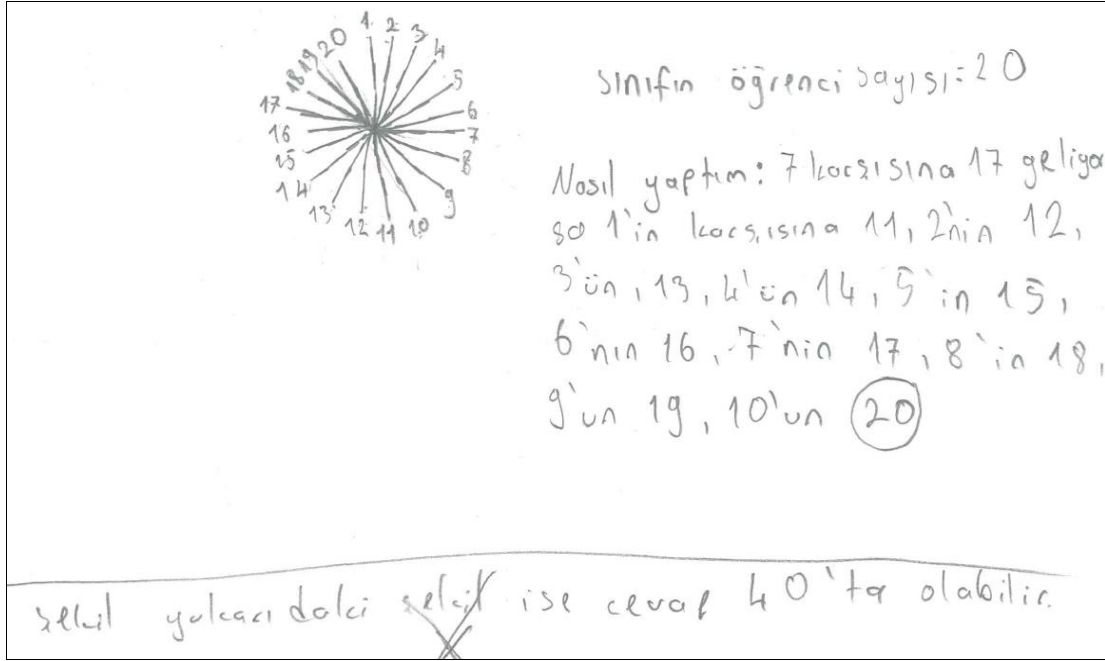
Şekil 32. Ö13'ün dokuzuncu problem çözümü

Ö13 ve Ö14 kodlu öğrencilerin onuncu problemde gösteremedikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 22. Strateji Kullanmayan Öğrencilerin Onuncu Problemden Gösteremedikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Hayır	Kısmen
1. Problemi birden fazla okuma	0	0
2. Problemin ne sorduğunu anladığına emin olma	0	0
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	0	2
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	2	0
6. Problemden verilenleri belirleme	1	1
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	0	0
8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	2	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	0	0
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	0	0
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	0	2
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	0	0
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	0	1
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	0	0
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	0	2

Tablo 22 incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler, onuncu problemin çözümünde gösteremedikleri üstbilişsel davranışların *problemi kendi cümleleriyle açıklamaya çalışma, problemde verilenleri belirleme, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme* ve *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca her iki öğrencinin de problemi çözerken *bir yanlış yapıp yeniden yazmak zorunda kaldıkları* tablodan görülmektedir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde Ö13'ün problemin çözümünde anlamsız işlemler gerçekleştirdiği tespit edilmiştir. Bu öğrenci *problemi anladığına emin olmadığını* aktivite esnasında belirtmiştir. Benzer şekilde Ö14, problemin çözümünde kullandığı şekil çizme stratejisinden emin olmadığını belirtmiştir. Bu durum, öğrencinin *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* ve *strateji bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışları gösteremediğinin bir kanıtıdır. Bu bulgudan hareketle, *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* ve *strateji bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışlarının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Buna ek olarak, her iki öğrencinin problemi sadece bir yolla çözmeye çalıştığı görülmüştür. Bu durum, formda belirtilen *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar deneme* üstbilişsel davranışının gösterilmediğinin bir kanıtıdır. Örnek olması açısından Ö14'ün çözümü Şekil 33'te verilmiştir.



Şekil 33. Ö14'ün onuncu problem çözümü

Şekil 33'ten görüldüğü gibi öğrenci uygun stratejiyi kullanabilmiştir. Ancak kullandığı stratejiden emin olamamıştır.

İkinci alt problemin bulgularına yönelik açıklamalar incelendiğinde strateji kullanamayan öğrenciler problemlerin çoğunda birçok üstbilişsel davranışı gösterememişlerdir. Bu öğrenciler, *benzer bir problem oluşturma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problem çözümünüyle ilgili alternatif yollar düşünme, matematik ve strateji bilgisinin farkında olma ve anlamlı işlemler gerçekleştirme* üstbilişsel davranışları gösterememişlerdir. Ayrıca strateji kullanamayan öğrenciler problem çözme aktivitelerinin çoğunda *bir yanlış yapıp bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kaldıklarını belirtmişlerdir*. Yani strateji kullanamayan öğrenciler problem çözme aktivitelerinde bu üstbilişsel davranışları yeteri kadar gösteremediklerinden stratejileri yanlış kullanmış ya da hiç kullanamamışlardır. Bu durum, araştırma için hiç şaşırtıcı değildi çünkü daha önceki sınıf içi uygulamalarında da bu öğrencilerin yaptıkları üzerine yeterince düşünmedikleri gözlenmiştir.

#### 4. 3. 2. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Bir veya iki strateji kullanabilen Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15 kodlu öğrencilerin her bir problem çözümünün ardından doldurdıkları PÇDF'de "evet" yanıtlarını verdikleri davranışlar incelenerek tablolaştırılmıştır. Buradaki amaç

problem çözümünde öğrencilerin strateji kullanmalarını destekleyen üstbilişsel davranışların belirlenmesidir. Bu alt probleme yönelik elde edilen bulgular problem çözme aktiviteleri ve alan notları ilişkilendirilerek yorumlanmıştır.

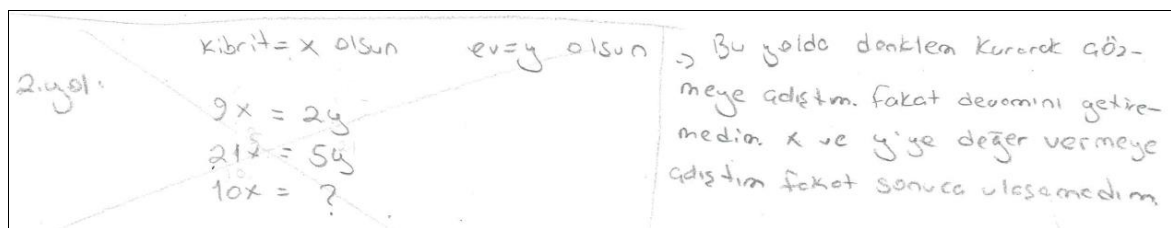
Bu öğrencilerin birinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 23. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Birinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	13
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	8
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	11
6. Problemde verilenleri belirleme	10
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	11
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	6
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	12
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	8
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	10
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	11
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	12
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	10
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	8

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 23 incelendiğinde birinci problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışın *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde öğrencilerin, problemin çözümünde *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Örneğin; Ö1'in *strateji değiştirdiğini* gösteren çözüm Şekil 34'te verilmiştir.



Şekil 34. Ö1'in birinci problem çözümü

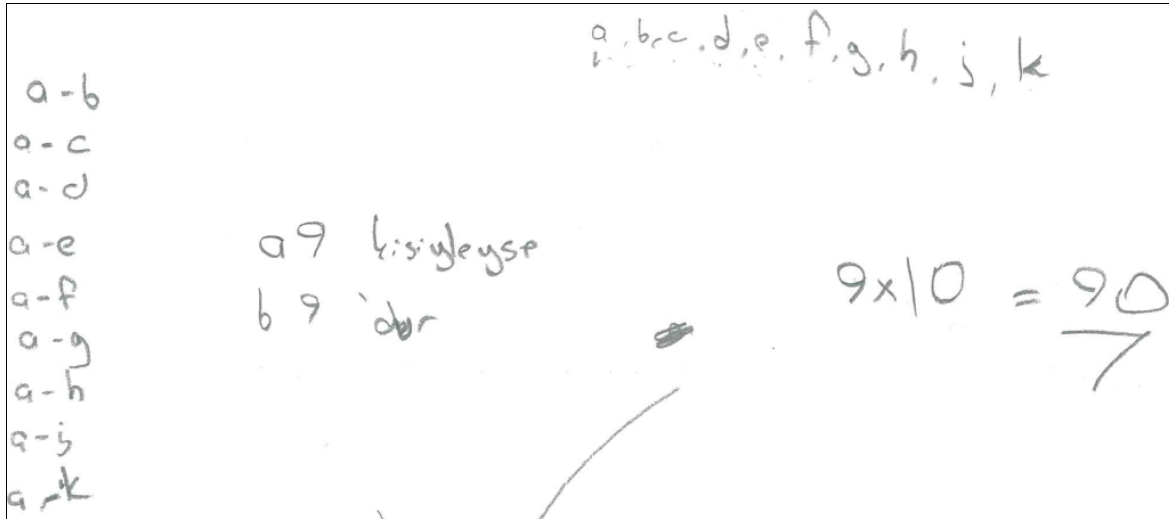
Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin ikinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 24. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin İkinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	10
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	8
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	11
6. Problemde verilenleri belirleme	8
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	9
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	7
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	10
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	10
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	10
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	10
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	10
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	9
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	9

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

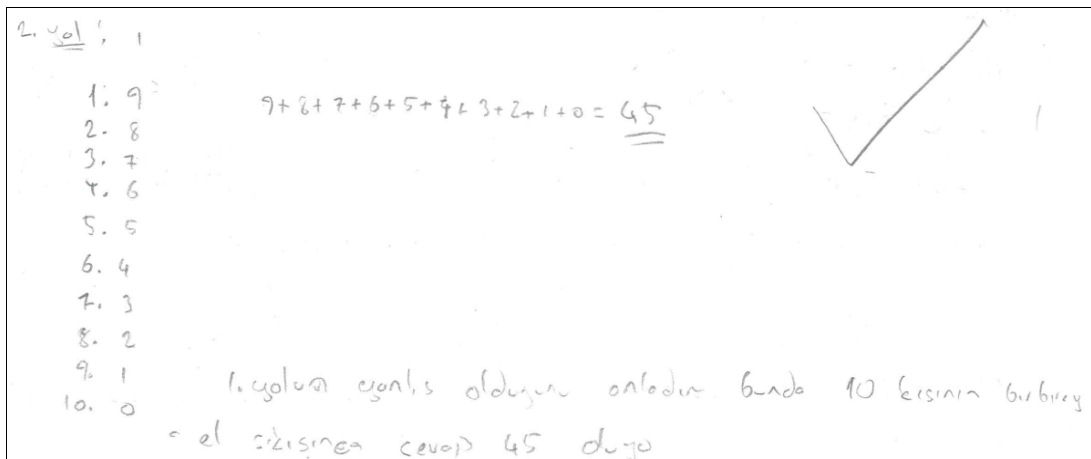
Tablo 24 incelendiğinde ikinci problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin çoğu gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma* ve *problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Bu öğrencilerin, *problemi birden fazla okuma* davranışını problemi anlamak için değil, doğru anlayıp anlamadıklarını test etmek için gösterdikleri gözlenmiştir. Çünkü bu öğrenciler aktivite esnasında "tekrarlı el sıkışma sayılarının hesaplayıp hesaplamayacaklarını" sormuşlardır. Bu durum, bu davranışın üstbilişsel olduğunun bir kanıtıdır. Probleme anlamaya yönelik yapılan açıklamalara rağmen bu öğrencilerden bazıları problemin sonucunu yanlış bulsalar dahi stratejileri kullanmışlardır. Bu durum ise öğrencilerin *strateji bilgilerinin farkında olduğunun* bir göstergesidir. Bu bulgudan hareketle, *strateji bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından problemin çözümünde sistematik liste yapma stratejisini kullanabilen Ö7'nin çözümü Şekil 35'te verilmiştir.



Şekil 35. Ö7'nin ikinci problem çözümü

Görüldüğü gibi Ö7, problemin sonucunu yanlış bulmuştur. Bunun sebebi çözümünde tekrarlı el sıkışma sayılarını hesaba katmasıdır. Ancak bu durum, öğrencinin strateji kullanımına herhangi bir olumsuz etki yapmamıştır.

Problemin çözümünde verileri düzenleme stratejisini kullanan Ö11, *problemi anladığına emin olduktan* sonra bulduğu sonucun yanlış olduğunu fark etmiştir. Bunun üzerine bu öğrenci *durum ve şartlara göre stratejisini düzenleme* üstbilişsel davranışını göstermiştir. Ö11'in düzenlenmiş çözümü Şekil 36'da verilmiştir.



Şekil 36. Ö11'in ikinci problem çözümü

Strateji kullanabilen bu öğrencilerin problemin çözümünde neler yaptıklarını iyi bir şekilde açıkladıkları görülmüştür. Örnek olması açısından Ö5'in çözümü Şekil 37'de verilmiştir.

1. kişi 9 kişiyle sızışmış, 2. kişi kendi ve bir önceki sızıştığı kişi hariç 8 kişi ile sızışmış, 3. kişi kendi ve bendinden önceki iki kişi hariç 7 kişi ile sızışmış. Bu formülle 10. kişiye kadar sızışmışlar. En son olarak da hepsini topluyoruz ve 45 buluyoruz.

Şekil 37. Ö5'in ikinci problem çözümü

Bu durum, *düşünme sürecini iyi açıklama* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediğinin bir göstergesidir.

Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin üçüncü problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 25. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Üçüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	8
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	11
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	11
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	9
6. Problemde verilenleri belirleme	10
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	11
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	4
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	7
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	8
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	6
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	13
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	11
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	9
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	9

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 25 incelendiğinde üçüncü problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışın *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri, strateji bilgilerinin farkında oldukları ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Bu öğrencilerden Ö12, *matematik bilgisini etkili düzenleyemediğinden* problemin çözümü

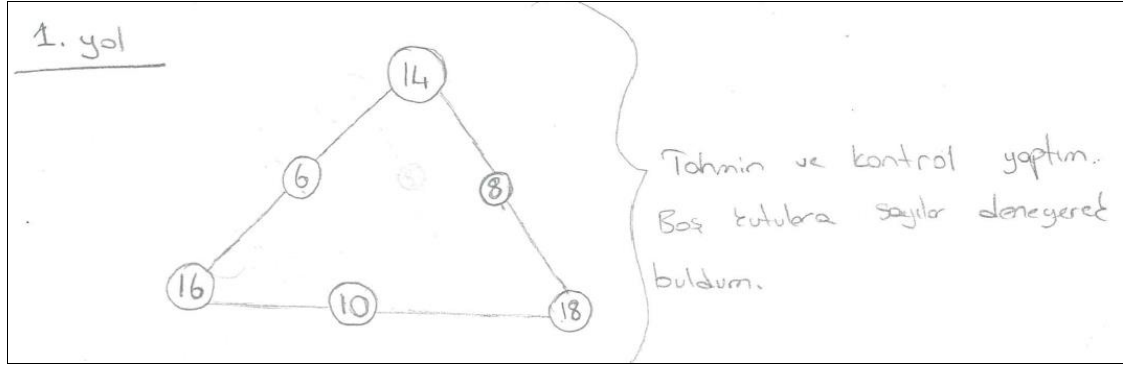
için belirlediği uygun stratejileri kullanamamıştır. Bu öğrenci, stratejileri kullanamadığını hem aktivite esnasında hem de problem çözme uygulama kâğıdında belirtmiştir. Ö12' ye çözüm için biraz daha zaman tanınsaydı bu stratejileri başarılı bir şekilde kullanabilirdi. Örnek olması açısından bu öğrencinin çözümü Şekil 38'de verilmiştir.

NOT= Tahmin kontrol yaptım fakat bulamadım  
daha sonrada denklem kurmaya  
çalıştım ama ondede başarılı olamadım

Şekil 38. Ö12'nin üçüncü problem çözümü

Öğrencilerden bazılarının kullandıkları strateji hakkında yeterli bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Bu öğrenciler, tahmin kontrol stratejisine; deneme-yanılma, varsayım gibi isimler vermişlerdir. Bu durum, öğrencilerin *düşünme süreçlerini iyi açıkladıklarının* bir göstergesidir. Ayrıca bu öğrencilerin *strateji bilgilerinin farkında oldukları* da söylenebilir. Örnek olması açısından Ö8'in çözümü Şekil 39'da verilmiştir.





Şekil 39. Ö8'in üçüncü problem çözümü

Bu öğrencilerden biri problemi daha iyi anlayabilmek için problem kurma davranışını göstermiştir. Örnek olması açısından Ö6'nın çözümü Şekil 40'da verilmiştir.

Ali, Veli ve Mehmet adında üç  
kardeş varmış. Ali ve Veli 14 elma yemiş  
Veli ve Mehmet 18 elma yemiş. Ali ve Mehmet  
ise 16 elma yemiştir. Buna göre  
her kardeş kaç elma yemiştir.

Şekil 40. Ö6'nın üçüncü problem çözümü

Şekilden görüldüğü gibi Ö6, problemin çözümü için *benzer bir problem* kurmuştur. Ancak bu öğrenci, çözümünü daha önceki çözümünün sonucuna benzetmeye çalışmıştır. Bu durumda Ö6'nın, benzer bir problem oluşturma davranışını çözüme fayda sağlaması için değil farklı strateji kullanma sayısını arttırmak için gösterdiği düşünülmüştür. Buradan hareketle Ö6'nın *benzer bir problem* oluşturma davranışı üstbilişsel olarak değerlendirilmemiştir.

Ö7, Ö9 ve Ö15 kodlu öğrenciler problemin çözümünde denklem kurmaya çalışmışlardır. Ancak bu öğrenciler, *strateji bilgilerinin farkında olmadıklarından* çözümlerini terk etmişlerdir. Örneğin; Ö9, çözümünü tekrar inceleydi denklem kurma stratejisini başarılı bir biçimde kullanabilirdi. Bu bulgudan hareketle, *strateji bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından Ö9'un çözümü Şekil 41'de verilmiştir.

~~$$z+y=x$$

$$2+y=14$$

$$2+y=18$$

$$z+y=16$$~~

~~$$\frac{1}{2}(x+y)=18$$

$$x+2=14$$

$$x+y=18$$

$$x-2=-14$$

$$-2y=14$$

$$y+2=16$$

$$2y+4=32$$

$$2+4=32$$~~

Şekil 41. Ö9'un üçüncü problem çözümü

Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin dördüncü problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 26. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dördüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	10
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	12
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	9
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	9
6. Problemde verilenleri belirleme	11
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	11
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	3
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	11






Tablo 26'nın devamı

10. Çözüme yaklaşp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	9
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	8
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	11
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	10
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	10
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	9

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 26 incelendiğinde dördüncü problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin çoğu gösterdikleri üstbilişsel davranışın *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö1, Ö4, Ö10 ve Ö15 kodlu öğrenciler, problemin çözümüne yönelik belirledikleri uygun stratejileri kullanamamışlardır. Çünkü bu öğrenciler aktivite esnasında *strateji bilgilerinin farkında olmadıklarını* göstermişlerdir. Öyle ki çözümlerini tekrar incelemelerine yönelik yapılan açıklamaya rağmen doğru kullandıklarını belirtmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, *strateji bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından Ö10'nun çözümü Şekil 42'de verilmiştir.

2. yol

	$\frac{1}{6} \rightarrow$ kalan 5	5
	$\frac{1}{5} \rightarrow$ kalan 4	4
	$\frac{1}{4} \rightarrow$ kalan 3	3
	$\frac{1}{3} \rightarrow$ kalan 2	2
	$\frac{1}{2} \rightarrow$ kalan 1 (geriye kalan 3 mure bina ekledim.)	1

5
4
3
2
1
+ 4
18

Aynı şekilde şekil çizerek  $\frac{1}{6}$ 'nın kalanı 5,  $\frac{1}{5}$ 'in kalanı 4,  $\frac{1}{4}$ 'ün kalanı 3,  $\frac{1}{3}$ 'ün kalanı 2, en sonunda kalan üç tane olduğu için hepsini topladım 17 çıktı  $\frac{1}{2}$ 'ninde kalanı 1 olduğu için onuda ekledim ve 18 çıktı.

Şekil 42. Ö10'nun dördüncü problem çözümü

Ö6 ve Ö8 kodlu öğrenciler, problemin çözümü için seçtikleri uygun stratejinin, problemin doğru cevabını verip vermediğini incelemek için *kontrol* davranışını göstermişlerdir. Örnek olması açısından Ö8'in çözümü Şekil 43'te verilmiştir.

<p> <math>\blacktriangleright 18 : 6 = 3</math>  <math>18 - 3 = 15</math>  <math>\blacktriangleright 15 : 5 = 3</math>  <math>15 - 3 = 12</math>  <math>\blacktriangleright 12 : 4 = 3</math>  <math>12 - 3 = 9</math>  <math>\blacktriangleright 9 : 3 = 3</math>  <math>9 - 3 = 6</math>  <math>\blacktriangleright 6 : 2 = 3</math> </p>	<p> En başta 18 tane muz vardı. Kral <math>\frac{1}{6}</math>'sini alarak geriye 15 tane muz bıraktı. Kraliçe kalan muzların <math>\frac{1}{5}</math>'ini alarak 12 tane bıraktı. Prens <math>\frac{1}{4}</math>'ünü alarak 9 tane bıraktı. İkinci prens Kaban'ın <math>\frac{1}{3}</math>'ünü alarak 6 tane bıraktı. Üçüncü prens <math>\frac{1}{2}</math>'sini yiyerek 3 tane bıraktı. </p>
---	---

Şekil 43. Ö8'in dördüncü problem çözümü

Bu öğrencilerin, çözümlerini kontrol ettikten sonra stratejileri konusunda kendilerinden emin oldukları gözlenmiştir. Buldukları sonucun üzerine düşünceleri onların *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* üstbilişsel davranışı gösterdiklerinin bir kanıtıdır. Bu bulgudan, *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir.

Ö12, *problemi anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösteremediği için çözümünde herhangi bir strateji kullanamamıştır.

Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin beşinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 27. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Beşinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	11
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	7
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	10
6. Problemde verilenleri belirleme	12
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	9
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	10
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	6
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	10
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	13
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	10
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	11
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	9

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 27 incelendiğinde beşinci problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışın *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö11 kodlu öğrenciler, problemin çözümünde yaptıkları *hesaplarının yanlış olması* nedeniyle strateji kullanımları doğrudan olmasa da olumsuz etkilenmiştir. Yani *hesaplarını kontrol etmeme* davranışı öğrencilerin kullandıkları stratejilerden şüphe etmelerine neden olmuştur. Örneğin; Ö3'ün problemin çözümünde yaptığı *hesaplarının yanlış olması aktivite esnasında* onu çıkmaza sokmuştur. Çünkü öğrenci "çözüm için her şeyi yaptığını ancak sonucun çıkmadığı" belirtmiştir. Bu bulgudan, *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etmeme* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumsuz etkilediği çıkarılabilir. Bu öğrencilerden Ö3 ayrıca *matematik bilgisini etkili düzenleyemediğinden* çözüm için belirlediği uygun stratejiyi kullanamamıştır. Bu bulgudan hareketle, *matematiksel bilgisini etkili düzenleme* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir.

Ö12, Ö1 ve Ö3 kodlu öğrenciler, problemin çözümünde tahmin kontrol stratejisini kullanmaya çalışmışlardır. Ancak çözümün çok deneme gerektirmesinden dolayı bu öğrenciler stratejileri değiştirmeyi tercih etmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin *durum ve*

*şartlara göre stratejileri değiştirdiklerinin veya düzenlediklerinin* bir kanıtıdır. Daha önceki sınıf içi uygulamaları ve problem çözme aktivitelerinde de aynı öğrenciler için bu durum gözlenmiştir. Bu bulgudan, *durum ve şartlara göre stratejileri değiştirme veya düzenleme* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir. Örnek olması açısından Ö1'in çözümü Şekil 44'te verilmiştir.

Şekil 44. Ö1'in beşinci problem çözümü

Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin altıncı problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

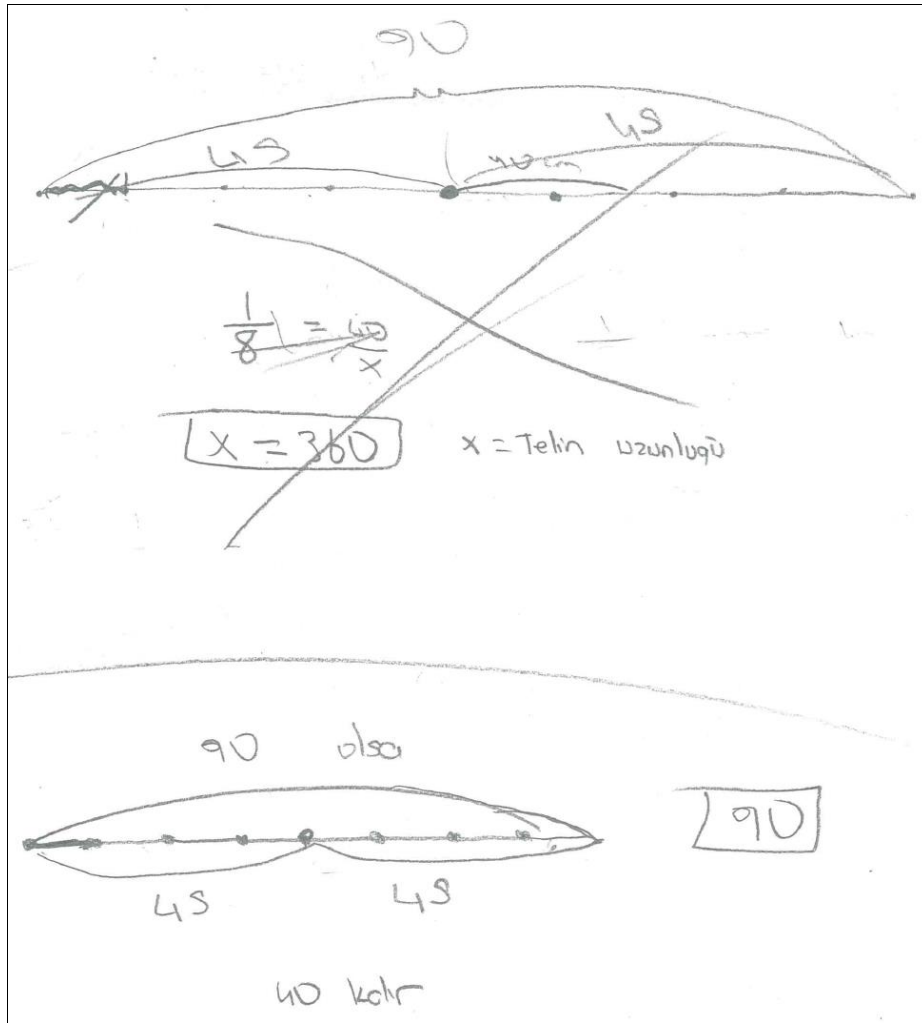
Tablo 28. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Altıncı Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığına emin olma	13
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	6
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	2
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	11
6. Problemde verilenleri belirleme	11
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	12
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	2
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	12
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	8
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	7
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	10
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	11
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	11
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	9

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 28 incelendiğinde altıncı problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin tümü *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını gösterdiklerini belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin; *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve*

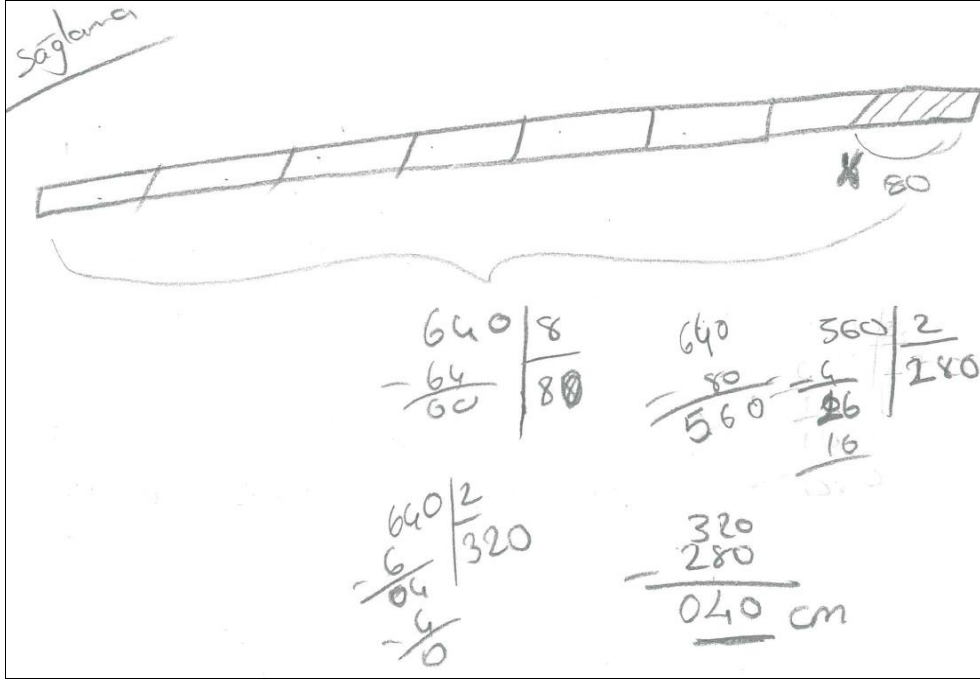
şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları tespit edilmiştir. Ö3, Ö6, Ö9, Ö11 ve Ö12 kodlu öğrenciler problemin çözümü için belirledikleri uygun stratejileri kullanamamışlardır. Bu öğrencilerden sadece Ö12, strateji bilgisinin farkında olduğundan problemin çözümünü bırakmıştır. Ancak diğer öğrenciler strateji bilgilerinin farkında olmadıklarından çözümlerine devam etmişlerdir. Her iki durumda da öğrenciler problemin çözümü için herhangi bir strateji kullanamamışlardır. Bu bulgudan hareketle, strateji bilgisinin farkında olma üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından Ö9'un çözümü Şekil 45'te verilmiştir.



Şekil 45. Ö9'un altıncı problem çözümü

Ö1, Ö4 ve Ö6 kodlu öğrencilerin problemin çözümünü kontrol etmeleri onların stratejilerin daha etkili kullanmalarını sağlamıştır. Bu bulgudan, hesaplamaların doğru olup

olmadığını kontrol etme üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir. Örnek olması açısından Ö4'ün çözümü Şekil 46'da verilmiştir.



Şekil 46. Ö4'ün altıncı problem çözümü

Ö6 kodlu öğrenci, *matematik bilgisinin farkında olmadığından* problemin çözümü için belirlediği denklem kurma stratejisini kullanamamıştır. Bu bulgudan hareketle, *matematik bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından bu öğrencinin çözümü Şekil 47'de verilmiştir.

Handwritten solution for Ö6 problem. The diagram shows a bar with a hatched end labeled 'X 80'. Below the diagram are two equations:

$$X - 1 = \cancel{X} = 80$$

$$8 \times 1 = \cancel{8} = 8$$

Şekil 47. Ö6'nın altıncı problem çözümü



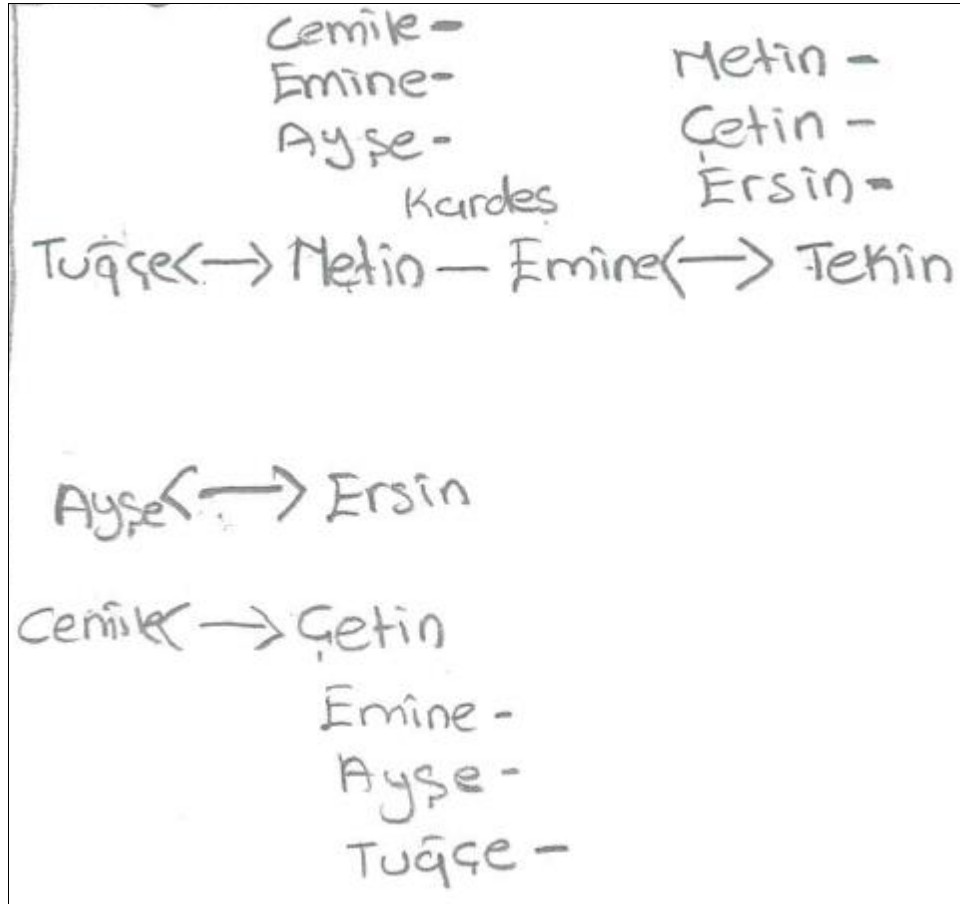
Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin yedinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 29. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Yedinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	12
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	9
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	8
6. Problemde verilenleri belirleme	11
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	10
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	5
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	11
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	7
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	6
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	13
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	11
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	10
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	6

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 29 incelendiğinde yedinci problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışın *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Sadece Ö4, Ö5 ve Ö11 kodlu öğrenciler problemin çözümünde birden fazla strateji kullanmışlardır. Ö1, Ö2 ve Ö12 kodlu öğrenciler ikinci çözüm yollarında ne yaptıklarını açıklayamadıkları için stratejileri kullanamamışlardır. Bu bulgudan, problem çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği çıkarılabilir. Örnek olması açısından Ö12'nin çözümü Şekil 48'de verilmiştir.



Şekil 48. Ö12'nin yedinci problem çözümü

Bu öğrencinin, daha önceki sınıf içi uygulamalarında da bildiklerini ifade edemediği gözlenmiştir.

Öğrencilerin tümünün strateji kullanabildiği tek problemdir. Alan notlarına bakıldığında tüm öğrencilerin *problemi anladığına emin olma üstbilişsel* davranışını gösterdiği görülmüştür. Bu bulgudan hareketle, *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği söylenebilir.

Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin sekizinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 30. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Sekizinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	10
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	10
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	8
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	3
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	8
6. Problemde verilenleri belirleme	11
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	9
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	3
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	11
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	8
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	8
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	10
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	9
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	11
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	10

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 30 incelendiğinde sekizinci problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin çoğu gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemde verilenleri belirleme, doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma ve kendi kendine çözümünün mantıklı olup olmadığını sorma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö12'nin kullandığı stratejiye yönelik yaptığı açıklama Şekil 49'da verilmiştir.

- Büyükten küçüğe ulaşırken altakine bölme üstekiyle çarpma yapıyoruz. bende küçükten büyüğe giderken tam tersini yaptım artabiyile çarpıp üstüne böldüm

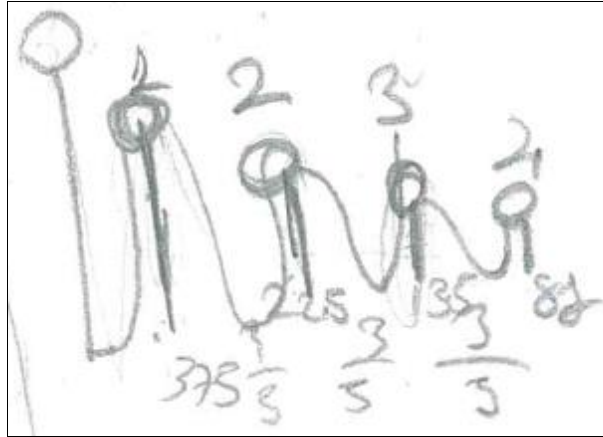
Şekil 49. Ö12'nin sekizinci problem çözümü

Görüldüğü gibi öğrenci geriye doğru çalışma stratejisini kullanırken işlemleri tersine çevirdiğini çok açık bir biçimde ifade etmiştir. Ö12'nin daha önceki sınıf içi uygulamaları

incelendiğinde düşündüklerini ve bildiklerini tam olarak ifade edemediği görülmüştür. Benzer şekilde bu problemin çözümünü de iyi ifade edemeyeceği düşünülmüştür. Bu durum, araştırma için oldukça şaşırtıcıydı. Bu bulgudan, *problem çözmeye düşünme sürecini iyi açıklama* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği söylenebilir.

Ö1, Ö4 ve Ö7 kodlu öğrenciler problemin çözümünde kullandıkları geriye doğru çalışma stratejisine tersten gitme, sondan başlama, geriye doğru ilerleme gibi isimler vermişlerdir. Bu durum, öğrencilerin kullandıkları *strateji bilgilerinin farkında olduklarının* bir kanıtı olabilir. Bu bulgudan, *strateji bilgilerinin farkında olma* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir.

Öğrencilerin çoğunun problemi anlamak için şekil çizdikleri görülmüştür. Yani strateji kullanabilen öğrencilerin çoğu *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* üstbilişsel davranışını göstermeye çalışmışlardır. Bu bulgudan hareketle, *problemi anladığına emin olma* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği söylenebilir. Örnek olması problemi anlamak için çizim yapan Ö4'ün çözümü Şekil 50' de verilmiştir.



Şekil 50. Ö4'ün sekizinci problem çözümü

Ö6, Ö4 ve Ö10 *matematik bilgilerinin farkında olmadıklarından* problemin çözümü için belirledikleri stratejileri kullanamamışlardır. Ayrıca Ö6'nın, daha önceki problem çözme aktivitelerinde de aynı hatayı tekrarladığı görülmüştür. Bu bulgudan hareketle, *matematik bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Buna ek olarak, öğrencilerin matematik bilgilerinin farkında olmalarını geliştiren uygulamaların tekrar gözden geçirilmesi gerektiği düşünülmüştür. Örnek olması açısından Ö6'nın çözümü Şekil 51'de verilmiştir.

D. y. p. l

$$\frac{4x \cdot 3}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{81x}{\frac{1}{5}}$$

$$\frac{20x \cdot 3}{5} = 405x$$

$$20x \cdot 3 = 405x - 20x$$

$$3 = 375x \Rightarrow \text{ilk den yüksekler}$$

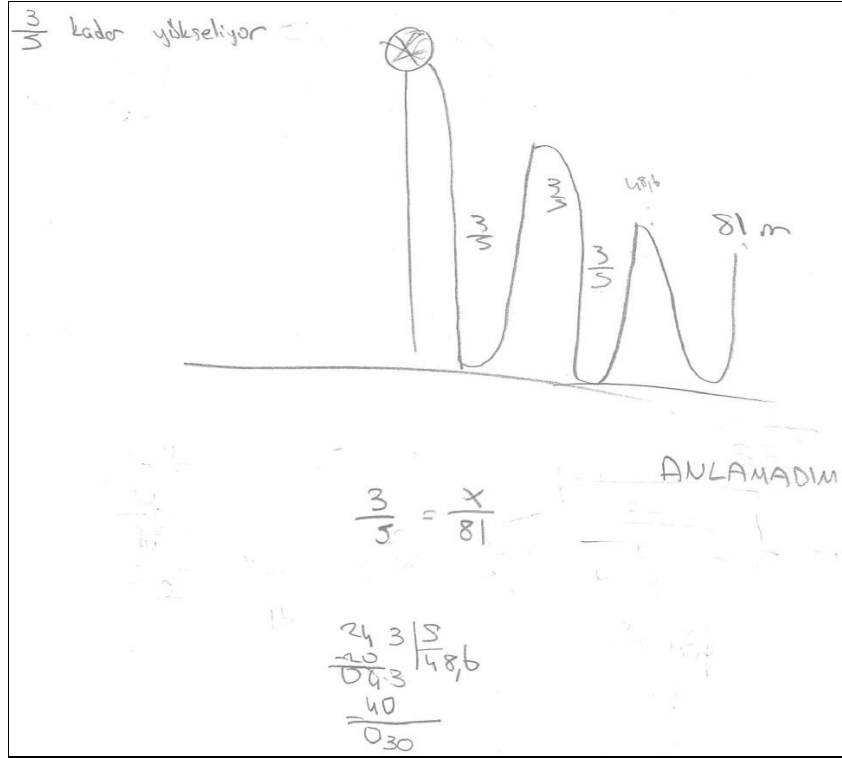
$$b = 125x$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 3 \\ \hline 375cm = 3m75cm \\ 75cm \end{array}$$

Şekil 51. Ö6'nın sekizinci problem çözümü

Ö1, Ö2, Ö12 ve Ö15 kodlu öğrencilerin, problemin çözümünde yaptıkları hesaplarının yanlış olması nedeniyle strateji kullanımları doğrudan olmasa da olumsuz etkilenmiştir. Yani hesaplarını kontrol etmeme davranışı öğrencilerin kullandıkları stratejilerden şüphe etmelerine neden olmuştur. Örneğin; Ö2, problemin çözümünde uygun stratejiyi kullanabilmiştir. Ancak bu öğrenci hesaplamalarını yanlış yaptığından kullandığı stratejiden şüphe ederek doğru çözümünün üzerini çizmiştir. Bu bulgudan hareketle, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir.

Ö3, Ö6, Ö9 ve Ö15 kodlu öğrenciler, strateji bilgilerinin farkında olmadıklarından çözüm için herhangi bir strateji kullanamamışlardır. Benzer şekilde Ö3, Ö9 ve Ö10 kodlu öğrenciler, problemin ne sorduğunu anlamadıklarından çözüm için herhangi bir strateji kullanamamışlardır. Bu bulgudan, strateji bilgisinin farkında olma ve problemin ne sorduğunu anladığına emin olma üstbilişsel davranışlarının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği çıkarılabilir. Örnek olması açısından Ö9'un çözümü Şekil 52'de verilmiştir.



Şekil 52. Ö9'un sekizinci problem çözümü

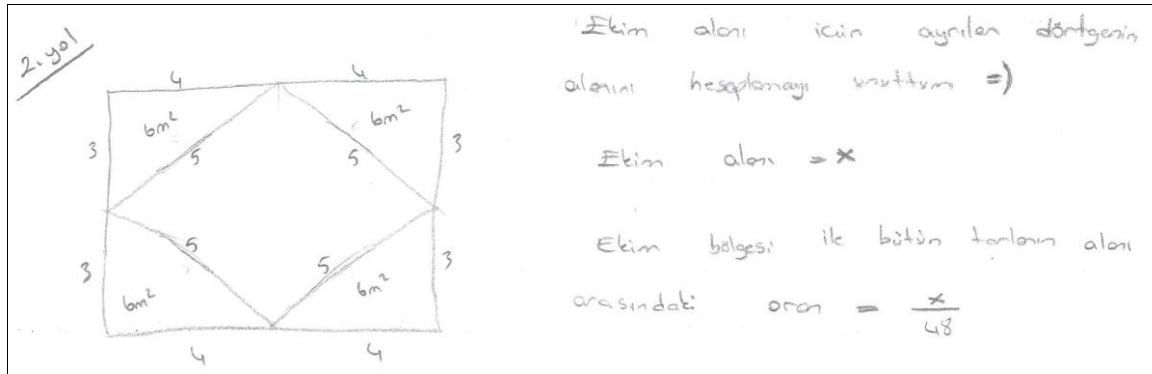
Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin dokuzuncu problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 31. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dokuzuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	11
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	6
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	3
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	9
6. Problemde verilenleri belirleme	9
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	10
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	3
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	11
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	9
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	9
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	11
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	10
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	10
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	9

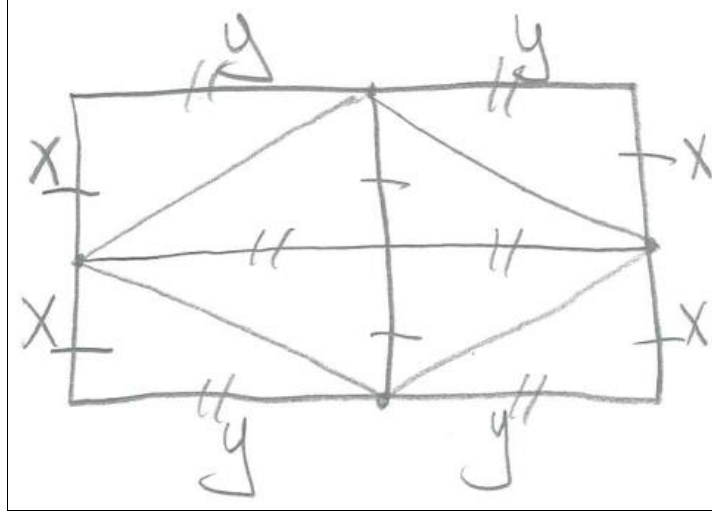
\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 31 incelendiğinde dokuzuncu problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin çoğu gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma ve hesaplamalarının doğru olduğunu kontrol etme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö1, Ö4, Ö6, Ö8, Ö11, Ö12 ve Ö15 kodlu öğrenciler problemin çözümünde gerekli olan *matematik bilgisine sahip olmadıkları* için stratejileri kullanamamışlardır. Ancak Ö1, Ö4, Ö6 ve Ö8 kodlu öğrencilerin, aynı stratejiyi farklı açıdan bakarak kullandığı görülmüştür. Diğer öğrenciler *matematik bilgisine sahip olmadıkları* için stratejileri kullanmayı bırakmışlardır. Örneğin; Ö11 dokuzuncu problemi çözerken *matematik bilgisinin farkında olmadığından* problemi basitleştirme stratejisini kullanamamıştır. Çünkü bu öğrenci, ikinci stratejisini kullanarak bulacağı sonucu birinci stratejide bulunduğu sonuca benzetmeye çalışmıştır. Bu durum, öğrencinin anlamsız matematik işlemleri gerçekleştirmesine neden olmuştur. Ö11'in daha önceki sınıf içi uygulamaları incelendiğinde bu türden bir davranış göstermediği görülmüştür. Bu, araştırma için şaşırtıcı bir bulgudur. Bu bulgudan hareketle, *matematik bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Bu duruma bir başka örnek olan Ö8'in çözümü Şekil 53'te verilmiştir.



Şekil 53. Ö8'in dokuzuncu problem çözümü

Ö5 ve Ö7 problemin çözümünde denklem kurma stratejisini kullanmaya çalışmışlardır. Ancak her iki öğrenci de *strateji bilgilerinin farkında olmadıklarından* bu stratejiyi kullanamamışlardır. Örnek olması açısından Ö5'in çözümü Şekil 54'te verilmiştir.



Şekil 54. Ö5'in dokuzuncu problem çözümü

Şekilden görüldüğü gibi Ö5, bilinmeyenine yerine x harfini vermiştir. Ancak çözüm için herhangi bir eşitlik kuramamıştır. Bu bulgudan, *strateji bilgisinin farkında olma* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği çıkarılabilir.

Bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin sekizinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

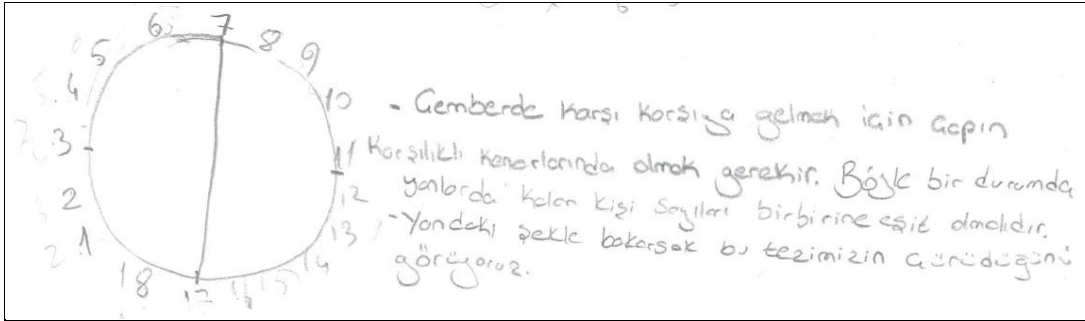
Tablo 32. Bir veya İki Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Onuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	11
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	13
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	9
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	8
6. Problemde verilenleri belirleme	11
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	11
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	4
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	9
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	10
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	10
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	11
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	11
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	13
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	11

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.



Tablo 32 incelendiğinde onuncu problemin çözümünde bir veya iki strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* ve *kendi kendine çözümünün mantıklı olup olmadığını sorma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö1 kodlu öğrenci, problemin çözümüne uygun bir strateji kullanmıştır. Ancak bu öğrenci stratejiyi kullanırken çözümündeki yanlışlığı farklı bir strateji yardımı ile fark etmiştir. Bu durum, öğrencinin *durum ve şartlara göre stratejisini değiştirdiğinin* bir kanıtıdır. Örnek olması açısından Ö1'in çözümü Şekil 55'te verilmiştir.



Şekil 55. Ö1'in onuncu problem çözümü

İkinci alt problemin bulgularına yönelik açıklamalar incelendiğinde bir veya iki strateji kullanabilen öğrenciler, problemlerin çoğunda birçok üstbilişsel davranışı gösterebilmiştir. Bu öğrenciler problemlerin çoğunda *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, birden fazla strateji kullanmayı tercih etme, durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme, problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama, strateji ve matematik bilgilerinin farkında olma* ve *matematik bilgilerinin etkili düzenleme* üstbilişsel davranışları göstermişlerdir. Öğrenciler genelde bu üstbilişsel davranışları gösterdikleri için stratejileri doğru kullanmışlardır. Bu durum, araştırma için şaşırtıcı bir bulgu değildir. Çünkü bu öğrencilerin, daha önceki sınıf içi uygulamalarında da yaptıkları üzerine yeterince düşündükleri gözlenmiştir.

#### 4. 3. 3. İki'den Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

İki'den fazla strateji kullanabilen Ö1, Ö3, Ö4 ve Ö8 kodlu öğrencilerin her bir problem çözümünün ardından doldurdıkları PÇDF'de "evet" yanıtlarını verdikleri davranışlar incelenerek tablolatırılmıştır. Buradaki amaç problem çözümünde öğrencilerin strateji

kullanmalarını destekleyen üstbilişsel davranışların belirlenmesidir. Bu alt probleme yönelik elde edilen bulgular problem çözme aktiviteleri ve alan notları ilişkilendirilerek yorumlanmıştır.

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin birinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur. Tablodaki frekansların düşük olması, ikiden fazla strateji kullanabilen öğrenci sayısının sınırlı olmasından kaynaklanmaktadır.

Tablo 33. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Birinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	3
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	4
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	3
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	3
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	4
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	4
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	4
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	3

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 33 incelendiğinde birinci problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemde verilenleri belirleme, kendi kendine çözümünün mantıklı olup olmadığını sorma, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma ve yaklaşımını yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür.

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin ikinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 34. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin İkinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	3
3. Problemi kendi cümlelerinle açıklamaya çalışma	3
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	4
6. Problemde verilenleri belirleme	3
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	3
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	3
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	4
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	3
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	2
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	4

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 34 incelendiğinde ikinci problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma*, *problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme*, *yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme*, *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* ve *problemin çözümünüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri*, *durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri* ve *problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö8 kodlu öğrenci, problemi çözerken *anlamadığını* fark etmiştir. Daha sonra problemi anlamaya yönelik yapılan açıklamaların ardından stratejisini yeniden değerlendirip farklı bir strateji kullanmayı denemiştir. Bu durum, öğrencinin *problemi anlayıp anlamadığını sürekli sorguladığının* ve *durum ve şartlara göre stratejisini değiştirebildiğinin* bir göstergesidir. Bu bulgudan, *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma* ve *durum ve şartlara göre strateji değiştirme* üstbilişsel davranışlarının strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir. Örnek olması açısından Ö8'in problemi çözerken gerçekleştirdiği ilk deneme Şekil 56'da verilmiştir.

1. Yol  $C(9,1) = 9$   
 $9 \cdot 10 = 90$   
 Bir kişi 9 kişiyle el sıkışır.  
 Toplam 10 kişi olduğu için  
 90 kere el sıkışma meydana  
 gelir.

Şekil 56. Ö8'in ikinci problem çözümü

Bu öğrencinin ikinci denemesi Şekil 57'de verilmiştir.

2. Yol  $C(9,1) = 9$   
 $9 \cdot 10 = 90$   
 $90 : 2 = 45$   
 Bir kişi 9 kişiyle el sıkışır.  
 Toplam 10 kişi olduğu için  
 90 kere el sıkışma meydana  
 gelir. Bir kişi diğerlerle 2 kere  
 toplanamayacağı için 2'ye bölünür  
 ve sonucu 45 olur.

Şekil 57. Ö8'in ikinci problem çözümü

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin üçüncü problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 35. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Üçüncü Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	2
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	2
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	3
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	1
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	4
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	3
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	4
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	3
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	4

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 35 incelendiğinde üçüncü problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemde verilenleri belirleme, çözüme yaklaşım yaklaşmadığına dair kendi kendine sorular sorma, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma ve problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö4 kodlu öğrenci, tahmin kontrol stratejisine “deneme yanılma” adını vermiştir. Bu durum, öğrencinin *strateji bilgisinin farkında olduğunun* bir göstergesi olabilir. Örnek olması açısından Ö4’ün çözümü Şekil 58’de verilmiştir.

I.yol  
Deneme yanılma yoluyla  
çözdüm. Sayılar yardım yanlış.  
Sa yeni sayılar koydum ve  
en sonunda doğru sayılara  
ulaştım.

Şekil 58. Ö4’ün üçüncü problem çözümü

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin dördüncü problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 36. İki'den Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dördüncü Problemden Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	4
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	3
6. Problemden verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	1
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	4
10. Çözüme yaklaşım yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	4
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	3
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	3
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	3
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	4

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 36 incelendiğinde dördüncü problemin çözümünde iki'den fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi kendi cümleleriyle açıklamaya çalışma, problemde verilenleri belirleme, doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma, çözüme yaklaşım yaklaşmadığına dair kendi kendine sorular sorma, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme* ve *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö1 kodlu öğrenci, problemin çözümü için belirlediği geriye doğru çalışma stratejisini kullanamamıştır. Aynı öğrenci başka problemde bu stratejiyi kullanabilmiştir. O halde Ö1'in, bu problemde stratejisini anlamlandıramadığı söylenebilir. Bu öğrenci çözümünün üzerini çizerek *durum ve şartlara göre strateji değiştirme* üstbilişsel davranışını göstermiştir. Bu, onun farklı bir strateji kullanabilmesini sağlamıştır. Bu durum, araştırma için hiç şaşırtıcı değildir. Çünkü bu öğrenci, daha önceki problem çözme aktivitelerinde de benzer davranışları göstermiştir. Bu bulgudan hareketle, *durum ve şartlara göre strateji değiştirme* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından Ö1'in çözümü Şekil 59'da verilmiştir.

1. yol: B tarz problemlerde sordun beser doger islemin tersi tarzinda.  
gidile Yani:  $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 + 3 = 723$

Şekil 59. Ö1'in dördüncü problem çözümü

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin beşinci problemde gösterdikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 37. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Beşinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığına emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	3
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	4
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	4
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	3
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığına dair kendi kendine sorular sorma	2
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	4
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	4
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	4
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	4

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 37 incelendiğinde beşinci problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemde verilenleri belirleme, problemi çözerken çalışmanı aşama aşama kontrol etme, yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma, kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma* ve *problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Yani bu öğrenciler formda belirtilen birçok üstbilişsel davranışı gösterdiklerini açıklamışlardır. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji*

*değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö1 kodlu öğrenci, problemin çözümü için tahmin kontrol stratejisini kullanmaya çalışmıştır. Ancak bunun çok deneme gerektirdiğini fark ederek bu stratejisinden vazgeçmiştir. Yani bu öğrenci *durum ve şartlara göre strateji değiştirme* üstbilişsel davranışını göstermiştir. Bu bulgudan, *durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme* üstbilişsel davranışının strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir.

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin altıncı problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 38. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Altıncı Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	2
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	4
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	4
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	4
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	3
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	3
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	3
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	4
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	4
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	4

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 38 incelendiğinde altıncı problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemde verilenleri belirleme, problemi çözerken çalışmanı aşama aşama kontrol etme, doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma, kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma ve problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür. Ö3 kodlu öğrenci, aktivite



esnasında denklem kurma stratejisini kullanabileceğini düşünmüştür. Bu düşüncesini gerçekleştirdikten sonra kurduğu denklemin doğruluğu konusunda emin olmadığını belirtmiştir. Kurduğu denkleme yönelik yapılan açıklamalara rağmen öğrenci bu stratejiyi kullanamamıştır. Bu durum, öğrencinin *matematik bilgisini etkili düzenleyemediğinin* bir göstergesidir. Bu bulgudan hareketle, *matematik bilgisini etkili düzenleme* üstbilişsel davranışının gösterilmemesinin strateji kullanımını olumsuz etkilediği söylenebilir. Örnek olması açısından bu öğrencinin çözümü Şekil 60'da verilmiştir.

$$8x - 1x = 40$$

$$7x = 40$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{40}{7}$$

$$40$$

Şekil 60. Ö3'ün altıncı problem çözümü

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin yedinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 39. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Yedinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	3
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	4
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	4
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	2
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	3
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	4
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	3
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	3

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 39 incelendiğinde yedinci problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemde verilenleri belirleme, doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme ve problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin problemi *çözmede düşünme süreçlerini iyi açıklama* üstbilişsel davranışları gösterdikleri görülmüştür.

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin sekizinci problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 40. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Sekizinci Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	3
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	3
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	3
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	3
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	4
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	3
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	4
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	4

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 40 incelendiğinde sekizinci problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemde verilenleri belirleme, yaklaşımını yeniden düşünüp farklı bir yaklaşım deneme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma ve problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme olduğunu belirtmişlerdir.* Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *problemi çözmek için farklı stratejileri kullanmayı tercih etme, uygun stratejiyi seçemediklerinin farkında olup strateji*

*bilgilerinden yeni bir stratejiyi kullanmayı tercih etme, problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama* üstbilişsel davranışları gösterdikleri tespit edilmiştir.

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin dokuzuncu problemde gösterdikleri üstbilişsel davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 41. İkiden Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Dokuzuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	4
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	2
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	1
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	4
6. Problemde verilenleri belirleme	4
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	3
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	4
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	4
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	3
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	4
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	4
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	3

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 41 incelendiğinde dokuzuncu problemi çözmeye sürecinde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemde verilenleri belirleme, doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma, çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma, hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma ve kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözmeye aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür.

İkiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin onuncu problemde gösterdikleri davranışlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 42. İki'den Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Onuncu Problemde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Davranışlar	Evet
1. Problemi birden fazla okuma	4
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	3
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	3
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	0
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	2
6. Problemde verilenleri belirleme	3
7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	4
*8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	0
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	3
10. Çözüme yaklaşip yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	2
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	3
12. Hesaplamalarınızın doğru olup olmadığını kontrol etme	4
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	3
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	4
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	3

\* Bu maddede "Hayır" yanıtlarının frekansları belirlenmiştir.

Tablo 42 incelendiğinde onuncu problemin çözümünde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin tümü gösterdikleri üstbilişsel davranışların *problemi birden fazla okuma, problemi çözerken çalışmanı aşama aşama kontrol etme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme ve kendi kendine çözümünün mantıklı olup olmadığını sorma* olduğunu belirtmişlerdir. Alan notları ve problem çözme aktiviteleri incelendiğinde bu öğrencilerin *birden fazla strateji kullanmayı tercih ettikleri, durum ve şartlara göre strateji değiştirdikleri veya düzenledikleri ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıkladıkları* görülmüştür.

İkinci alt problemin bulgularına yönelik açıklamalar incelendiğinde ikiden fazla strateji kullanabilen öğrenciler, problemlerin çoğunda, *problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemde verilenleri belirleme, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, kendi kendine çözümünün mantıklı olup olmadığını sorma, birden fazla strateji kullanmayı tercih etme, durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme ve problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama* üstbilişsel davranışları göstermişlerdir. Yani bu öğrencilerin PÇDF'de yer alan birçok üstbilişsel davranışı gösterdikleri tespit edilmiştir. Ayrıca ikiden fazla strateji kullanabilen bu öğrenciler, üstbilişsel davranışları bir veya iki strateji

kullanabilenlerden daha sık göstermişlerdir. Bu bulgudan, üstbilişsel davranışların problem çözmede strateji kullanımını olumlu etkilediği çıkarılabilir.

Aşağıdaki tablo; PÇDF'den, problem çözme aktivitelerinden ve alan notlarından elde edilen bulguların bir özetidir. Bu tabloda parantez içinde verilen sayılar, her bir problemde ilgili davranışın tekrar ediliş sayısını ifade etmektedir.

Tablo 43. Strateji Kullanmayan, Bir veya İki Strateji Kullanabilen ve İki Den Fazla Strateji Kullanabilen Öğrencilerin Tüm Problemlerde Gösterdikleri Üstbilişsel Davranışlar

Problemler	Strateji kullanamayan öğrencilerin gösteremedikleri davranışlar	Bir veya iki strateji kullanabilenlerin gösterdikleri üstbilişsel davranışlar	İki den fazla strateji kullanabilenlerin gösterdikleri üstbilişsel davranışlar
1	2. madde(1), 4. madde(2), 6. madde(2), 7. madde(2), *8. madde(2), 15. madde(2), anlamlı işlemler gerçekleştirme(1).	2. madde(13), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(10), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (9), düşünme sürecini iyi açıklama(12), anlamlı işlemler gerçekleştirme(12).	1. madde(4), 2. madde(4), 5. madde(4), 6. madde(4), 11. madde(4), 12. madde(4), 13. madde(4), 14. madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(3), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(4), düşünme sürecini iyi açıklama(4).
2	2. madde(2), 4. madde(2), 5. madde(2), *8. madde(2).	1. madde(11), 5. madde(11), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(10), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (9), düşünme süreçlerini iyi açıklama(13), strateji bilgisinin farkında olma(11).	1. madde(4), 5. madde(4), 11. madde(4), 12. madde(4), 15. madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(4), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(3), düşünme sürecini iyi açıklama(4).
3	2. madde(1), 4. madde(2).	12. madde(13), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(7), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (1), strateji bilgisinin farkında olma(9), düşünme sürecini iyi açıklama(13), matematik bilgisini etkili düzenleme(1), strateji bilgisinin farkında olmama(4).	2. madde(4), 6. madde(4), 10. madde(4), 12. madde(4), 13. madde(4), 15. madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(3), düşünme sürecini iyi açıklama(4).
4	2. madde(2), 3. madde(2), 4. madde(2), *8. madde(2), matematik bilgisinin farkında olma(1), strateji bilgisinin farkında olma(2), düşünme süreçlerini iyi açıklama (2), anlamlı işlemler gerçekleştirme(2).	2. madde(12), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(9), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (7), düşünme sürecini iyi açıklama(13), strateji bilgisinin farkında olmama(4), problemi anladığına emin olmama(1).	1. madde(4), 2. madde(4), 3. madde(4), 6. madde(4), 9. madde(4), 10. madde(4), 12. madde(4), 15. madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(2), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(2), düşünme sürecini iyi açıklama(4).
5	3. madde(2), 2. madde(1), 4. madde(2), *8. madde(2), strateji bilgisinin farkında olma(2), anlamlı işlemler gerçekleştirme(1).	12. madde(13), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(11), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (9), düşünme sürecini iyi açıklama(13), hesapları kontrol etmeme(6), matematik bilgisini etkili düzenleme(1).	1. madde(4), 2. madde(4), 5. madde(4), 6. madde(4), 7. madde(4), 11. madde(4), 12. madde(4), 13. madde(4), 14. madde(4), 15. madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(4), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(4), düşünme sürecini iyi açıklama(4), matematik bilgisini etkili düzenleme(1).

Tablo 43'ün devamı

6	2.madde(2), 4.madde(2), 11.madde(2), anlamlı işlemler gerçekleştirme(2).	2.madde(13), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(6), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (5), strateji bilgisinin farkında olmama (5), matematik bilgisinin farkında olmama(1), düşünme sürecini iyi açıklama(11), matematik bilgisini etkili düzenleme(1).	1.madde(4), 2.madde(4), 5.madde(4), 6.madde(4), 7.madde(4), 9.madde(4), 13.madde(4), 14.madde(4), 15.madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(2), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(1), düşünme sürecini iyi açıklama(4), strateji bilgisinin farkında olmama (1), matematik bilgisini etkili düzenleme(1).
7	4.madde(2), 5.madde(2), 11.madde(2), 15.madde(2).	2.madde (13), 12.madde(13), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme (6), düşünme sürecini iyi açıklama(10).	1. madde(4), 2.madde(4), 5.madde(4), 6.madde(4), 9.madde(4), 12.madde(4), 13.madde(4), düşünme sürecini iyi açıklama(3).
8	2.madde(2), 5.madde(2), *8.madde(2), 15.madde(2), matematik bilgisinin farkında olma(1), strateji bilgisinin farkında olma(1), anlamlı işlemler gerçekleştirme(1).	2.madde (10), 6.madde(11), 9.madde(11), 14.madde(11), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(6), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (5), düşünme sürecini iyi açıklama(11), matematik bilgisinin farkında olmama(3), strateji bilgisinin farkında olmama(4), hesapları kontrol etmeme(4), problemin ne sorulduğunu anlamadığına emin olmama(3).	1. madde(4), 2.madde(4), 6.madde(4), 11.madde(4), 12.madde(4), 14.madde(4), 15.madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(2), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(1), düşünme sürecini iyi açıklama(3), strateji bilgisinin farkında olmama(1), problemin ne sorulduğunu anlamadığına emin olmama(1).
9	4.madde(2), 5.madde(2), 11.madde(2), 15.madde(2).	1. madde(11), 2.madde (11), 9.madde(11), 12.madde(11), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(1), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (4), düşünme sürecini iyi açıklama(12), matematik bilgisinin farkında olmama(4), strateji bilgisinin farkında olmama(2).	1. madde(4), 2.madde(4), 5.madde(4), 6.madde(4), 9.madde(4), 10.madde(4), 12.madde(4), 13.madde(4), 14.madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(4), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(3), düşünme sürecini iyi açıklama(4).
10	2.madde(2), 3.madde(2), 6.madde(2), *8.madde(2), 5.madde(2), 11.madde(2), 15.madde(2), anlamlı işlemler gerçekleştirme(1).	2.madde(13), 14.madde(13), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(8), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme (3), düşünme sürecini iyi açıklama(12).	1. madde(4), 7.madde(4), 12.madde(4), 14.madde(4), 14.madde(4), birden fazla strateji kullanmayı tercih etme(2), durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme(2), düşünme sürecini iyi açıklama(4).

\*Bu madde, strateji kullanamayanların gösterdikleri; strateji kullanabilenlerin göstermedikleri üstbilgişsel davranışı içermektedir.

İkinci alt probleme yönelik bulgular özetlenirse strateji kullanamayan öğrencilerin çoğunun benzer bir problem oluşturma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, problemi anladığına emin olma ve matematik ve strateji bilgisinin farkında olma ve anlamlı işlemler gerçekleştirme üstbilişsel davranışları yeteri kadar gösteremedikleri tespit edilmiştir. Buna rağmen bir veya iki ile ikiden fazla strateji kullanabilen öğrencilerin problemi birden fazla okuma, problemin ne sorduğunu anladığına emin olma, problemde verilenleri belirleme, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığını kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, durum ve şartlara göre strateji değiştirme veya düzenleme, problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama, matematik ve strateji bilgilerinin farkında olma ve matematik bilgilerini etkili düzenleme üstbilişsel davranışları yeteri kadar gösterdikleri tespit edilmiştir.

#### **4. 4. Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme ile Üstbilişsel Davranışlar Arasındaki İlişkiye Yönelik Tartışma**

Araştırmada bazı üstbilişsel davranışlar strateji kullanabilen öğrenciler tarafından gösterilirken aynı üstbilişsel davranışlar strateji kullanamayan öğrenciler tarafından gösterilememiştir. Ayrıca strateji kullanabilen öğrenciler zaman zaman bazı üstbilişsel davranışları gösteremediklerinde stratejileri kullanamamış ya da yanlış kullanmışlardır. Benzer şekilde strateji kullanamayan öğrenciler zaman zaman bazı üstbilişsel davranışları gösterdiklerinde stratejileri kullanmışlardır. Bu durum, bu üstbilişsel davranışların strateji kullanımı için kritik olduğunun bir göstergesidir. Kritik olan bu üstbilişsel davranışlar *problemi anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, matematik ve strateji bilgilerinin farkında olma, durum ve şartlara göre strateji değiştirme ya da düzenleme, problemi çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklama, matematik bilgilerini etkili düzenleme ve anlamlı işlemler gerçekleştirme* olarak tespit edilmiştir.

Problemin çözümünde gösterilen veya gösterilmeyen davranışlara yönelik çalışmalar incelendiğinde araştırmanın bulguları ile benzeyen ya da çelişen sonuçlarla karşılaşılmaktadır. *Problemin ne sorduğunu anladığına emin olma*, strateji kullanımına etki eden kritik bir üstbilişsel davranıştır. Benzer şekilde, Elia ve arkadaşları (2009) problemi anlamadıkça bilgilerin ve uygun strateji seçebilme davranışının başarılı olmaya etkisinin olmadığını ortaya çıkarmışlardır. Yine araştırmada strateji kullanabilen öğrencilerin problemi anlamak için şekil çizdikleri bulgusu Hembree' nin (1992) çalışması ile benzerdir.



Araştırmacı problem çözmeye iyi olan öğrencilerin problemi anlamak için sıklıkla şekil çizme stratejisini kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. Aynı şekilde problemi anlamının önemine vurgu yapan bir başka araştırmacı grubu olan Hegarty ve arkadaşları (1995) çalışmalarında başarılı problem çözümlerinin problemde bahsedilen durumu kendileri için anlamlı hale getirdikleri ancak başarısız problem çözümlerinin problemi anlamaktan çok sadece anahtar kelimelere ve sayılara odaklandıkları sonucuna ulaştıklarıdır. Cifarelli (1998) çalışmasında problemi anlamının çözüm yollarını geliştirmede önemli bir etken olduğunu ortaya çıkarmıştır. Yıldız (2013) çalışmasında problem çözme ortamlarında öğretmenlerin öğrencilerin üstbilişlerini harekete geçiren davranışlarından en az problemi anlama ve değerlendirme adımlarında, en çok plan hazırlama adımlarında yer verdikleri sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmanın bulgusuyla çelişmektedir. Çünkü problemi anlama, strateji kullanımında kritik bir davranış iken öğretmenlerin buna az yer vermesi strateji kullanımının önündeki en büyük engel olarak sayılabilir.

*Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme* strateji kullanımına etki eden bir diğer kritik üstbilişsel davranıştır. Araştırmada, strateji kullanamayan öğrencilerin gösteremediği bu davranışı strateji kullananlar çözümlerinde birden fazla strateji kullanmayı tercih ederek göstermişlerdir. Hembree (1992) yaptığı çalışmada problem çözmeye daha iyi olan öğrencilerin kelimeler ve matematik bilgileri arasında kolayca geri ve ileri hareket ettiklerini, çözümlerin planlanmasında kullanabildikleri çeşitli yaklaşımlara sahip olduklarını ve planları yüzeysel detaylarda değil problemin tümünde ortaya koyduklarını ortaya çıkarmıştır. Aynı şekilde Yıldız ve arkadaşları yetenekli öğrencilerin plan yapma aşamasında çözüm için yaklaşım belirlemelerinin daha kısa sürede problemleri çözebilmelerine olanak sağladığını tespit etmişlerdir. Bu konuda benzer görüşü savunan Özsoy (2007) çalışmasında, uygulanan üstbilişsel strateji öğretiminin en çok plan yapma aşamasında öğrencilerin başarılarını arttırdığı sonucuna ulaşmıştır. Çalışmalarında benzer bulguya ulaşan Hegarty, Mayer ve Monk (1995), başarısız problem çözümlerinin süreç boyunca stratejileri hiç değiştirmediklerini yani daha çok bir strateji kullandıklarını ortaya çıkarmışlardır.

*Problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme*, strateji kullanımına etki eden kritik bir üstbilişsel davranıştır. Çünkü öğrenci problemi bir strateji kullanarak çözdükten sonra başka alternatif çözümler aracılığıyla yaptıklarını kontrol edebilir. Bir hata varsa düzeltebilir; yoksa kendinden emin olabilir. Benzer şekilde, MEB (2013) iyi problem çözümlerinin problemin farklı çözüm yollarını değerlendirme davranışını göstermeleri gerektiğini belirtmiştir. Bu konuda benzer görüşü savunan Erbaş ve Okur (2012) çalışmalarında başarılı problem çözümlerinin farklı problem çözme stratejilerini etkili bir biçimde kullanabildikleri sonucuna ulaştıklarıdır. Hegarty, Mayer ve Monk (1995)

çalışmalarında başarılı problem çözümlerinin problemin çözümü ile ilgili alternatif yollar geliştirdiklerini tespit etmişlerdir. Aynı şekilde Yıldız ve arkadaşları yetenekli öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili alternatif yollar geliştirdiklerini tespit etmişlerdir. Lee (1982) çalışmasında öğrencilerin başka çözüm stratejisi arama davranışını az da olsa gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır. Bunun aksine, Elia ve arkadaşları (2009) çalışmalarında yüksek matematik becerisine sahip öğrencilerin dahi etkili strateji kullanabilme becerisinin zayıf olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde, Bayazit (2013) yaptığı çalışmada ilkokul öğrencilerin problem çözümüne yönelik alternatif stratejileri ve uygun stratejileri seçemediği sonucuna ulaşmıştır. Araştırmanın bulguları ile örtüşen ya da çelişen çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünmedikleri ancak alternatif bir yol bulduklarında problemlerini başarıyla sonuçlandırdıkları söylenebilir.

Problem çözmeye *hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme*, strateji kullanımını olumlu etkilediği görülmüştür. Hesaplarını kontrol etmeyen öğrenciler kullandıkları stratejiden şüphe duymuşlardır. Çünkü yanlış hesaplar onları çıkmaza sokarak “yanlış strateji mi kullanıyorum” düşüncesinin oluşmasına neden olmuştur. Rudder (2006) yaptığı çalışmada buna benzer bir bulguya ulaşmıştır. Araştırmacı, öğrencilerin *çözümlerini kontrol* etmediklerinde problem çözmeye başarılı olamadıklarını tespit etmiştir. Aynı şekilde Yıldız ve arkadaşları (2011) yetenekli öğrencilerin en çok gösterdikleri üstbilişsel davranışlardan birinin *çözümleri kontrol etme* olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu konuda benzer görüşü savunan Aydurmuş (2013) çalışmasında öğrencilerin üstbiliş stratejilerini en az kullandıkları becerinin değerlendirme olduğunu ortaya çıkarmıştır.

*Öğrencilerin matematik ve strateji bilgilerinin farkında olmaları* problem çözme sürecinde strateji kullanımı için önemli bir üstbilişsel davranıştır. Benzer şekilde bu görüşü savunan Schoenfeld (1985) yaptığı çalışmada iyi problem çözümlerinin iyi bir matematik bilgisine sahip olma, matematiksel bilgilerini etkili düzenleme, işlemsel yeteneklere sahip olma, stratejisi bilgisine sahip olma, uygun strateji seçebilme ve kontrol etme davranışlarını gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır (Akt.: Rudder, 2006). Silver ve arkadaşları (2005) çalışmalarında bir dersin beklenmeyen istikametlere kaydığı ve öğrencilerin beklenmeyen çözüm metodu veya hatalar ürettikleri zamanlarda da matematik bilgilerinin kritik öneme sahip olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu, araştırmanın bulguları ile örtüşmektedir. Aynı şekilde Lerch (2004) çalışmasında problem çözme sürecinde gerçekleştirilen kontrol kararlarının matematik ve strateji bilgisi çözümlere açık olduğunda etkili olduğunu; matematik ve strateji bilgisi çözümlere açık olmadığından yani problem çözümleri bu bilgilere sahip olmadığından bırakmaktan başka kontrol kararının olmadığını

belirtmiştir. Benzer şekilde Erbaş ve Okur (2012) çalışmalarında öğrencilerin problem çözme strateji bilgilerinin yeterli olmasının ve bu stratejileri kullanabilmelerinin problem çözme sonuçlarında farklılık oluşturduğu sonucuna ulaşmışlardır. Matematik ve strateji bilgilerinin farkında olmayan öğrencilerin problem çözmeye stratejileri doğru kullanmaları sağlayan bu üstbilişsel davranışlarının geliştirilmesi gerekmektedir.

Araştırmanın bir diğer bulgusu strateji kullanamayan öğrencilerin oldukça fazla anlamsız işlemler gerçekleştirmesidir. Benzer şekilde bu görüşü savunan Çelebioğlu (2009) çalışmasında problem çözmeye başarısız olan öğrencilerin sergilediği kritik davranışlardan birinin anlamsız işlemler gerçekleştirmesi olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin anlamsız işlemler gerçekleştirmelerinin sebebi kritik olan diğer üstbilişsel davranışları yeteri kadar gösterememelerinden kaynaklanabilir. Çünkü bu davranışları gösterememeleri, yaptıklarının farkında olmamaları ile aynı anlamı taşımaktadır. Bu durumda yaptıklarının farkında olmayan öğrencinin anlamsız işlemler gerçekleştirmesi kaçınılmazdır.

*Durum ve şartlara göre strateji değiştirme ya da düzenleme*, problem çözmeye strateji kullanımını olumlu etkilemektedir. Strateji kullanamayan öğrenciler, problemlerin çoğunda sadece bir strateji kullanmayı tercih etmişlerdir. Ayrıca kullandıkları bu stratejileri değiştirmedikleri ya da düzenlemedikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin strateji kullanımlarını olumsuz etkilemiştir. Bunun aksine strateji kullanabilen öğrenciler, durum ve şartlara göre stratejileri değiştirdiklerinden ya da düzenlediklerinden stratejileri etkili bir biçimde kullanabilmişlerdir. Bu araştırmanın bulgusuna benzer bir bulgu Elia ve arkadaşlarının (2009) yaptıkları çalışmada görülmektedir. Araştırmacılar, problem çözme sürecinde strateji değiştirebilen öğrencilerin sadece bir strateji kullanan öğrencilere göre daha başarılı olduklarını tespit etmişlerdir. Benzer şekilde Ishida (2002) çalışmasında öğrencilerin problemin çözümünde genellikle kullandıkları stratejileri seçtiklerini ve seçtikleri bu stratejileri geliştirmek için bir beklentiye sahip olmadıklarını ortaya çıkarmıştır. Cozza ve Oreshkina (2013) çalışmalarında öğrencilerin üstbilişsel keşfetme ve üstbilişsel uygulama davranışlarını en sık gösterdiklerini tespit etmişlerdir. Bu, araştırmanın bulguları ile örtüşmektedir. Benzer görüşü savunan Kanadlı ve Sağlam (2013) çalışmalarında iyi problem çözümlerinin problem çözme stratejilerini izleme ve düzenlemede zayıf problem çözümlere göre daha iyi olduklarını belirtmişlerdir.

Strateji kullanamayan öğrenciler, *problem çözmeye düşünme süreçlerini iyi açıklayamamışlardır*. Bu durum, öğrencilerin problem çözmeye üstbilişi yeteri kadar gösteremediklerinin bir kanıtıdır. Çünkü üstbiliş, kişinin kendi öğrenme süreci öncesinde, esnasında ve sonrasında gerçekleşen bilişsel süreçlerinin farkında olması ve bunları kontrol edebilmesidir. Bu sürecin farkında olmayan öğrenciler ne yaptıklarını

açıklayamamaktadırlar. Bunun aksine düşünme sürecini açıklayan öğrenciler, problem çözmede stratejileri doğru bir biçimde kullanabilmişlerdir. Bu durum, onların üstbilişi yeteri kadar gösterdiklerinin bir kanıtıdır. Benzer görüşü savunan Pugalee (2001) çalışmasında öğrencilerin yazılı tasvirlerinin, matematiksel problem çözmede; problemi anlama, organizasyon, uygulama ve sağlama yapma sürecinde okuma, tekrar okuma, problemin zorluğunu değerlendirme, genel bir plan yapma, planı uygulama, sonuçları ve verilen kararları değerlendirme gibi çeşitli bilişsel farkındalık davranışlarını kullandığı sonucuna ulaşmıştır. Araştırmanın bulgusunun aksine Elia ve arkadaşları (2009) çalışmalarında başarılı öğrencilerin düşünme süreçlerini yazmada zorluklar yaşadıklarını ortaya çıkarmışlardır.

Araştırmada ayrıca strateji kullanabilen öğrencilerin üstbilişsel davranışları göstermeleri kendilerine güven duymalarını ve başarılarının artmasını sağlamıştır. Benzer görüşü savunan Silver ve arkadaşları (2005) çalışmalarında öğretmenlerin, öğrencilere bir probleme dair çözüm sundurmalarının hem onları motive edebileceğini hem derse katılımlarını sağlayacağını belirtmişlerdir. Aynı şekilde Oğraş (2011); Balcı (2007); Schoenfeld (1992); Artzt ve Thomas (1998); Cozza ve Oreshkina (2013); Pilten ve Yener (2010); Özsoy (2007); Ataalkın (2012); Pehlivan (2012); Çelik (2012); Sarı (2012) tarafından yapılan çalışmalarda da üstbilişsel davranışların öğrencilerin akademik başarılarını ve tutumlarını olumlu etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmada genel olarak, strateji kullanabilen öğrenciler, üstbilişsel davranışların çoğunu problem çözme sürecinde göstermişlerdir. Özellikle ikiden fazla strateji kullanarak problemi çözen öğrencilerin birçok üstbilişsel davranışı gösterdikleri tespit edilmiştir. Bu sonuç daha önceki sınıf içi uygulamalarında ve problem çözme aktivitelerinde aynı şekilde gözlenmiştir. Bu öğrenciler genelde düşünme süreçleri üzerine tekrar tekrar düşünerek nerede eksiklikleri olduğunu fark etmeye çalışmışlardır. Daha sonra eksik oldukları konuda yardım istemişlerdir. Gerekli açıklamaları düşünerek eksikliklerini gidermeye çalışmışlardır. Bu durumda bu öğrenciler hep anlamlı öğrenme ve başarılı problem çözme süreci geçirmişlerdir.

## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

### 5. 1. Sonuçlar

Bu çalışma, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin tespiti ve bu stratejilerin kullanımı ile üstbilişsel davranışlar arasındaki ilişkinin incelenmesi amacıyla yürütülmüştür.

Araştırmanın alt problemlerine yönelik elde edilen bulgular yardımıyla ulaşılan sonuçlar şöyledir:

Öğrenciler, herhangi bir özel eğitim almadan informal olarak problem çözme stratejilerini kullanabilmişlerdir. Tüm problemlerde en çok şekil çizme stratejisi; en az problemi basitleştirme ve verileri düzenleme stratejileri kullanılmıştır.

Öğrencilerin bir kısmının problemlerin çözümünde birden fazla strateji kullandıkları görülmüştür. Birden fazla strateji kullanarak problemleri çözen öğrencilerin az sayıda olmasının sebebi, problemin çözümü için bir stratejiyi kullandıktan sonra farklı bir stratejiyi kullanmayı istememelerinden kaynaklanmıştır. Birden fazla strateji kullanarak problemleri çözebileceklerine yönelik yapılan açıklamalar ve destekler sonrasında öğrencilerin farklı stratejileri kullanma frekanslarının az da olsa arttığı görülmüştür.

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde bazı üstbilişsel davranışların strateji kullanımı için kritik olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Kritik olan bu üstbilişsel davranışlar *problemi anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, matematik ve strateji bilgilerinin farkında olma, durum ve şartlara göre strateji değiştirme ya da düzenleme problemi çözmede düşünme süreçlerini iyi açıklama, matematik bilgilerini etkili düzenleme ve anlamlı işlemler gerçekleştirme* olarak bulunmuştur. Bu üstbilişsel davranışları gösterebilen öğrenciler stratejileri doğru kullanabilmiş; bu davranışları gösteremeyen öğrenciler stratejileri yanlış kullanmış ya da hiç kullanamamıştır.

## 5. 2. Öneriler

### 5. 2. 1. Problem Çözme Stratejilerini Geliştirmeye Yönelik Öneriler

Çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda, öğrencilerde problem çözme stratejilerini geliştirmek için aşağıdaki öneriler dikkate alınabilir.

1. Üstbilişsel davranışlar, problem çözme stratejilerini kullanabilme üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğundan öğrencilerin problem çözme çalışmalarında kendi düşünme süreçlerini sorgulayıcı etkinliklere yer verilmelidir.
2. Problem çözme stratejilerini kullanabilmek için problemi anlama kritik bir üstbilişsel davranıştır. Bu nedenle problemin tam olarak anlaşılması sağlanmadan çözüme geçilmemelidir.
3. Bu çalışma ile birden fazla çözümü bulunan problemlerin ortaokul 8.sınıf öğrencileri tarafından çözülmesi halinde ders ve yardımcı kitaplardaki soruların çeşitliliği artırılabilir.

### 5. 2. 2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda, bu konuda yapılması önerilen araştırmalar şunlardır.

1. Üstbilişsel davranışların, eğitimini alan öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanabilme becerileri incelenebilir.
2. Üstbilişsel davranışların matematik dışında, diğer derslerdeki etkisinin de incelenmesi, derslerdeki yetersizliklerin incelenmesi konusunda faydalı sonuçlar elde edilmesini sağlayabilir. Bu özellikle sosyal bilgiler, fen bilgisi, sanat alanları gibi derslerle ilişkili olarak da üstbilgi becerileri incelenebilir.
3. Problemlerin çoğunda strateji kullanabilen öğrencilerin strateji kullanmadığı problemlerde hangi üstbilişsel davranışları gösteremedikleri ya da strateji kullanamayan öğrencilerin strateji kullanabildiği problemlerde hangi üstbilişsel davranışları gösterdikleri incelenebilir.

## 6. KAYNAKLAR

- Ahu Şahin, A. (2007). 13-14 Yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Alev, N. (2010). [Nitel Veri Analizi Dersi]. Yayınlanmamış Ders Notları.
- Altun, M., Dönmez, N., İnan, H., Taner, M. ve Özdilek, Z. (2001). Altı yaş grubu çocukların problem çözme stratejileri ve bunlarla ilgili öğretmen ve müfettiş algıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14 (1), 211-230.
- Altun, M. (2005). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretmen adaylarının problem çözme stratejilerini öğrenme düzeyleri. Matematik etkinlikleri sempozyumu bildiriler kitabı, Ankara: Milli Kütüphane Konferans Salonu (s. 15-29).
- Altun, M., Sezgin M. D., ve Yazgan, Y. (2007). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *İlköğretim Online*, 6(1), 127-143.
- Arsal, Z. (2009). Problem Çözme Stratejilerinin Problem Çözme Başarısını Yordama Gücü. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 103-113.
- Arslan, Ç. (2002). İlköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Arslan, Ç. and Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online*, 6(1), 50-61.
- Artut, P. D., ve Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin rutin olmayan sözel problemleri çözme düzeylerinin, çözüm stratejilerinin ve hata türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(2), 39-50.
- Artvinli, E. (2010). Coğrafya derslerini yapılandırmak: aksiyon (eylem) araştırmasına dayalı bir ders tasarımı. *Marmara Coğrafya Dergisi*, 84-218.
- Artz, A. F. and Armour-Thomas, E. (1998). Mathematics teaching as problem solving: A framework for studying teacher metacognition underlying instructional practice in mathematics. *Instructional Science*, 26, 5–25.
- Ataalkın, N. A. (2012). Üst bilişsel öğretim stratejilerine dayalı öğretimin öğrencilerin üst bilişsel farkındalık ve becerisine, akademik başarı ile tutumuna etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya.

- Aydurmuş, L. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandığı üstbiliş becerilerin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Bağçeci, B., Döş, B. ve Sarıca, R. (2013). İlköğretim öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyleri ile akademik başarısı arasındaki ilişkinin incelenmesi. Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 8(16).
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (5. Baskı). Ankara: Harf Eğitim.
- Balcı, G. (2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini çözme düzeylerine göre bilişsel farkındalık becerilerinin incelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Bayazit, I. (2013). An investigation of problem solving approaches, strategies, and models used by the 7th and 8th grade students when solving real-world problems. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1920-1927.
- Baykul, Y. (2014). *ortaokulda matematik öğretimi 5-8. sınıflar* (2. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Chi, M. T. (2005). Two approaches to the study of experts' characteristics. *The Cambridge Handbook of Expertise and Expert Performance*, 21-30.
- Cifarelli, V. V. (1998). The development of mental representations as a problem solving activity. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 239-264.
- Cozza, B. and Oreshkina, M. (2013). cross-cultural study of cognitive and metacognitive processes during math problem solving. *School Science and Mathematics*, 113(6), 275-284.
- Çalışkan, S. (2007). Problem çözme stratejileri öğretiminin fizik başarısı, tutumu, özyeterliği üzerindeki etkileri ve strateji kullanımı. Yayımlanmamış Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Çelebioğlu B. ve Yazgan, Y. (2009). İlköğretim öğrencilerinin bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerini kullanma düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 15-28.
- Çelik, E. (2012). Matematik problemi çözme başarısı ile üstbilişsel özdüzenleme, matematik özyeterlik ve özdeğerlendirme kararlarının doğruluğu arasındaki ilişkinin incelenmesi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (4. Baskı), Trabzon.
- Çepni, S., Küçük, M. Ve Gökdere, M. (2002). Hizmet öncesi öğretmen eğitimi programlarındaki araştırmalara yönelik derslerin incelenmesi. V. Ulusal Fen bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı, Ankara: ODTÜ Eğitim Fakültesi (s. 283-287).



- Deringöl, Y. (2006). İlköğretimde matematik problemi çözmeyi öğretmede yeni yaklaşımlar. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.
- Ekiz, D., Erdoğan, T. ve Uzuner, F. G. (2011). Okuma güçlüğü olan bir öğrencinin okuma becerisinin geliştirilmesine yönelik bir aksiyon araştırması. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 111-131.
- Emre, E. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin uygun problem çözme stratejisi kullanabilme becerileri. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. and Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM*, 41(5), 605-618.
- Erbas, A. K. and Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality & Quantity*, 46(1), 89-102.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Gök, T. ve Sılay, İ. (2009). Problem çözme stratejilerinin öğrenilmesinde işbirlikli öğrenme yönteminin etkileri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5, 58-76.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. and Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of educational psychology*, 87(1), 18.
- Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 242-273.
- Ho, K. F., and Hedberg, J. G. (2005). Teachers' pedagogies and their impact on students' mathematical problem solving. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3), 238-252.
- Ishida, J. (2002). Students' evaluation of their strategies when they find several solution methods. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 49-56.
- Işık, C. ve Kar, T. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12 (1), 57-72.
- Kanadlı, S. ve Sağlam, Y. (2013). Üstbilişsel davranışlar problem çözmeye faydalı mıdır?. *İlköğretim Online*, 12(4).
- Karakelle, S. (2012). Üstbilişsel farkındalık, zekâ, problem çözme algısı ve düşünme ihtiyacı arasındaki bağlantılar. *Eğitim ve Bilim*, 37 (164). 237-250.
- Küçük, M. (2002). Hizmet-içi aksiyon araştırması kurs programının fen bilgisi öğretmenlerine uygulanması: Bir örnek olay çalışması. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

- Memnun, D. S. ve Akkaya, R. (2012). Matematik, fen ve sınıf öğretmenliği öğrencilerinin bilişötesi farkındalıklarının bilişin bilgisi ve düzenlenmesi boyutları açısından incelenmesi. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 5(3).
- Lee, K. S. (1982). Fourth graders' heuristic problem-solving behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 110-123.
- Lerch, C. M. (2004). Control decisions and personal beliefs: Their effect on solving mathematical problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(1), 21-36.
- Lin, X. (2001). Designing metacognitive activities. *Educational Technology Research and Development*, 49(2), 23-40.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretimin programı ve kılavuzu: 6-8. sınıflar*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.
- Oğraş, A. (2011). İlköğretim öğretmenlerinin matematiksel problem çözme aşamalarını ve üstbilişsel düşünme becerilerini uygulama süreçlerinin değerlendirilmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.
- Özsoy, G. (2007). İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejileri öğretiminin problem çözme başarısına etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Özsoy, G. and Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2), 67-82.
- Özsoy, G. ve Günindi, Y. (2011). Okulöncesi öğretmen adaylarının üstbilişsel farkındalık düzeyleri. *İlköğretim Online*, 10(2), 430-440.
- Pehlivan, F. (2012). İlköğretim beşinci sınıf matematik dersinde üstbiliş strateji kullanımının öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Pilten, P. and Yener, D. (2010). Evaluation of metacognitive knowledge of 5th grade primary school students related to non-routine mathematical problems, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2 (2010) 1332-1337.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Posamentier, A. S. and Krulik, S. (1998). Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions. California: Corwin Press Inc.

- Pugalee, D. K. (2001). Writing mathematics, and metacognition: looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101 (5), 236-245.
- Rudder, A. (2006) , Problem solving: case studies investigating the strategies used by secondary american and singaporean students. Yayınlanmamış Doktora Tezi. The Florida University, United States.
- Sarı, S. (2012). 7. sınıf cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklendiği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical problem solving. *New York: Academic press*.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334-370.
- Schoenfeld, A. H. (2005). Mathematics teaching and learning. *A draft for the Handbook of Educational Psychology* (2nd ed.).
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26, 113-125.
- Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., and Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3), 287-301.
- Soylu, Y., ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97- 111.
- Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3), 341-350.
- Sternberg, R. J., and Ben-Zeev, T. (Eds.). (1996). *The nature of mathematical thinking*. Routledge.
- Şengül, S., ve Erdoğan, F. (2013). İlköğretim öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarılarının üstbilişsel bilgi bağlamında incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy (NWSA)*, 8(4).
- Tanrıseven, I. (2000). Matematik öğretiminde problem çözme stratejisi olarak dramatisasyonun kullanılması. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Taşpınar, Z. (2011). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Toluk, Z. ve Olkun, S. (2002). Türkiye’de matematik eğitiminde problem çözme: ilköğretim 1.-5. sınıflar matematik ders kitapları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 2(2), 567-581.
- Toumasis, C. (1997). The NCTM standards and the philosophy of mathematics. *Studies in Philosophy and Education*, 16(3), 317-330.
- Tuncer, T. (2011). Matematik dersi yedinci sınıf “permütasyon ve olasılık” konusunda uygulanan üstbiliş stratejilerinin, öğrencilerin başarılarına, üstbiliş becerilerine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Ulu, M. (2011). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerde yaptıkları hataların belirlenmesi ve giderilmesine yönelik bir uygulama. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Yaşa, E. (2010). Çalışma yaprakları destekli problem çözme stratejilerinin öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Yavuz, G. (2006). Dokuzuncu sınıf matematik dersinde problem çözme strateji öğretiminin duyuşsal özellikler ve erişime etkisi, Yayımlanmamış Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yazgan, Y. & Bintaş, B. (2005). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 210-218.
- Yazgan, Y. (2007). Observations about Fourth and Fifth Grade Students’ Strategies to Solve Non-Routine Problems. *Elementary Education Online*, 6(2), 249-263.
- Yıldırım, A., ve Şimşek H. (2006). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayıncılık,.
- Yıldırım, S. and Ersözlu, Z. N. (2013). The relationship between students’ metacognitive awareness and their solutions to similar types of mathematical problems. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 9(4),411-415.
- Yıldız, A. & Baltacı, S. & Güven, B. (2011). Metacognitive behaviours of eight grade gifted students in problem solving process, *The New Educational Review*, 26(4), 248-260.
- Yıldız, A. (2013). Ders imecesinin matematik öğretmenlerinin problem çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilişlerini harekete geçirmeye yönelik davranışlarına etkisi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Trabzon.

## **7. EKLER**

## Ek 1. Araştırma Problemleri

### 1. Problem çözme aktivitesi

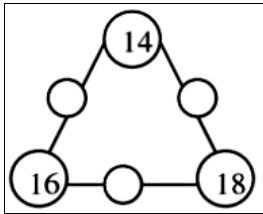
**Problem 1)** Ali, aşağıdaki gibi kibrit çöpleriyle ev yapmaktadır. 2 ev yapmak için 9 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. Sıralı olacak şekilde 5 ev yapmak için 21 adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır. Ali'nin sıralı olacak şekilde 10 ev yapabilmesi için kaç adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?



**Problem 2)** 10 kişilik bir odada bir birey kendisi hariç herkesle el sıkışmak durumundadır. Toplam el sıkışma sayısını bulunuz?

### 2. Problem çözme aktivitesi

**Problem 3)** Aşağıdaki şekilde büyük dairedeki sayılar, onlara bağlı olan iki küçük dairedeki sayıların toplamı olacak şekilde yerleştirilmiştir. Buna göre küçük dairelerin içindeki sayıları bulunuz.



**Problem 4)** Bir gece kral uyuyamaz. Kraliyet mutfağına gider ve orada bir tas dolusu muz bulur. Çok aç olduğundan muzların  $\frac{1}{6}$ 'sını alır. Aynı gece, kraliçe de uyuyamaz ve karnı acıkmıştır. Muzları görür ve kralın tasta bıraktığı muzların  $\frac{1}{5}$ 'ini alır. Yine aynı gece, prens uyanır, mutfağa gider ve kalan muzların  $\frac{1}{4}$ 'ünü yer. Bundan sonra, ikinci prens kendinden küçük olan prensin bıraktığı muzların  $\frac{1}{3}$ 'ünü yer. Son olarak, tahtın varisi üçüncü prens kendisinden genç olan kardeşlerinin bıraktığı muzların  $\frac{1}{2}$ 'sini yer ve tasta sadece üç muz kalmıştır. Kral bulduğunda tasta kaç tane muz vardır?

### 3. Problem çözme aktivitesi

**Problem 5)** Zarifiye 6800 nüfuslu bir ilçedir. Bu ilçenin nüfusu her yıl 120 kişi azalmaktadır. Kapanca ise 4200 nüfuslu bir ilçedir. Bu ilçenin nüfusu her yıl 80 kişi artmaktadır. Kaç yıl sonra bu iki ilçenin nüfusu birbirine eşit olur?

**Problem 6)** Bir telin ucundan  $\frac{1}{8}$ 'i kesildiğinde orta noktası 40 cm kayıyor. Telin kesilmeden önceki boyu kaç **metredir**?

Ek 1'in devamı

#### 4. Problem çözme aktivitesi

**Problem 5)** Dört evli çift tiyatro kulübüne gitmiştir. Bayanların isimleri, Ayşe, Tuğçe, Cemile, Emine; erkeklerin isimleri ise Metin, Tekin, Çetin ve Ersin'dir. Aşağıdaki ipuçlarını kullanarak, kim kiminle evlidir, bulunuz.

Metin, Emine'nin erkek kardeşidir.

Emine ve Çetin daha önce bir kez nişanlanmışlardı ama Emine şimdiki kocasıyla tanışınca ayrıldılar.

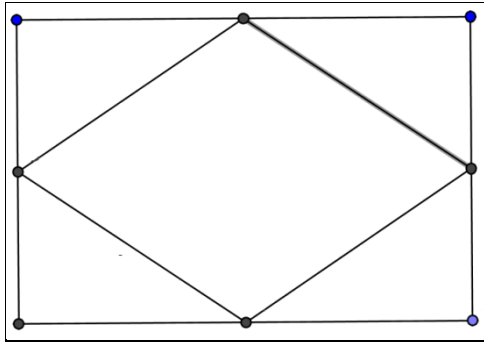
Cemile'nin bir kız kardeşi vardır ama kocasının kardeşi yoktur.

Ayşe, Ersin'le evlidir.

**Problem 4)** Belirli bir yükseklikten serbest bırakılan bir top yere çarptığında bir önceki yüksekliğinin  $\frac{3}{5}$ ' i kadar tekrar yükseliyor. Top 4. kez yere çarptıktan sonra 81 m yükseldiğine göre **ilk kez yere çarptıktan sonra kaç metre yükselmiştir?**

#### 5. Problem çözme aktivitesi

**Problem 9)** Temel Bey, dikdörtgen şeklindeki tarlasının kenarlarının orta noktalarını birleştirerek oluşturduğu bölgeye lahana ekmek istiyor. Bu ekim işlemi için aşağıdaki şekildeki gibi bir alan oluşturuyor ve bu alanın, tarlasının ne kadarını kapladığını düşünmeye başlıyor. Sizce Temel Bey' in oluşturduğu ekim bölgesi ile bütün tarlanın alanı arasında nasıl bir oran vardır?



**Problem 10)** Bir sınıftaki öğrenciler çember şeklinde, düzgün aralıklı dizilerek sırayla numaralandırılmışlardır. 7 numaralı öğrenci doğrudan 17 numaralı öğrencinin karşısına denk gelmiş ise sınıfta kaç öğrenci vardır? Açıklayınız.

## Ek 2. Problem Çözmede Düşünme Formu

### PROBLEM ÇÖZMEDE DÜŞÜNME FORMU

Problemi çözerken düşündüklerinizi aşağıdaki formda uygun kısma 'X' işareti koyarak belirtiniz.

#### Problem üzerinde çalışmaya başlamadan önce aşağıdakileri yaptınız mı?

1. Problemi birden fazla okuma	Evet	Hayır	Kismen
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	Evet	Hayır	Kismen
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	Evet	Hayır	Kismen
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	Evet	Hayır	Kismen
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	Evet	Hayır	Kismen
6. Problemde verilenleri belirleme	Evet	Hayır	Kismen

#### Problem üzerinde çalışırken aşağıdakileri yaptınız mı?

7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	Evet	Hayır	Kismen
8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	Evet	Hayır	Kismen
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	Evet	Hayır	Kismen
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	Evet	Hayır	Kismen
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	Evet	Hayır	Kismen

#### Problem üzerinde çalışmanızı bitirdikten sonra aşağıdakileri yaptınız mı?

12. Hesaplamalarınızın doğru olduğunu kontrol etme	Evet	Hayır	Kismen
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	Evet	Hayır	Kismen
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	Evet	Hayır	Kismen
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	Evet	Hayır	Kismen



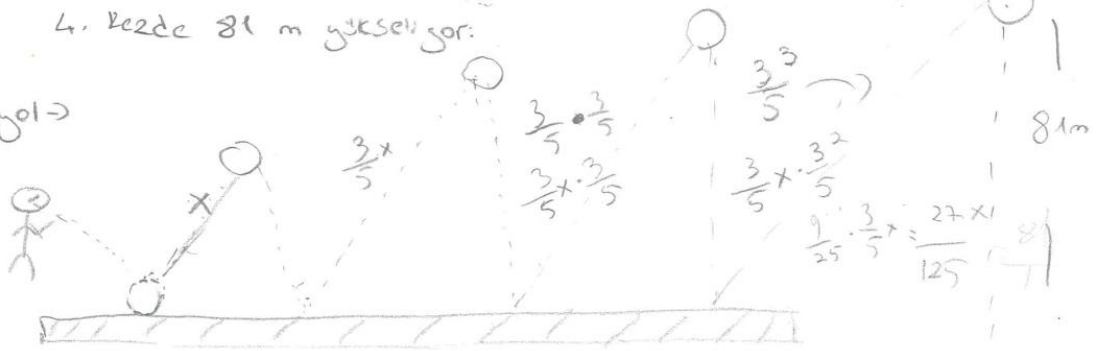
### EK 3. Örnek Öğrenci Uygulaması

**Problem 8)** Belirli bir yükseklikten serbest bırakılan bir top yere çarptığında bir önceki yüksekliğinin  $\frac{3}{5}$ ' i kadar tekrar yükseliyor. Top 4. kez yere çarptıktan sonra 81 m yükseldiğine göre ilk kez yere çarptıktan sonra kaç metre yükselmiştir?

- Her birinde bir öncekinin  $\frac{3}{5}$ ' i kadar tekrar yükseliyor.

4. kezde 81 m yükseliyor.

I. yol  $\rightarrow$



$$\left(\frac{3}{5}\right)^4 = 81 \rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{125} \cdot x = 81$$

~~$$\begin{array}{r} 10125 \overline{) 127} \\ - 87 \\ \hline 402 \\ - 304 \\ \hline 98 \\ - 90 \\ \hline 8 \\ - 7 \\ \hline 1 \end{array}$$~~

$$\frac{27}{125} \cdot x = 81$$

$$27x = 10125$$

$$10125 \div 27 = 375$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 81 \\ \hline 1000 \\ 10125 \\ \hline 10125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10125 \overline{) 27} \\ - 81 \\ \hline 1201 \\ - 1012 \\ \hline 189 \\ - 135 \\ \hline 54 \\ - 54 \\ \hline 0 \end{array}$$

II. yol: 81

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 405 \overline{) 135} \\ 3 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 5 \\ \hline 675 \overline{) 225} \\ 6 \\ \hline 07 \\ 6 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 5 \\ \hline 1125 \overline{) 375} \\ 9 \\ \hline 22 \\ 21 \\ \hline 15 \end{array}$$

Tersten gitme.

## Ek 3'ün devamı

**PROBLEM ÇÖZMEDE DÜŞÜNME FORMU**

Problemi çözerken düşündüklerinizi aşağıdaki formda uygun kısma 'X' işareti koyarak belirtiniz.

**Problem üzerinde çalışmaya başlamadan önce aşağıdakileri yaptınız mı?**

1. Problemi birden fazla okuma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
2. Problemin ne sorduğunu anladığınıza emin olma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
3. Problemi kendi cümlelerinizle açıklamaya çalışma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
4. Benzer bir problem oluşturmaya çalışma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
5. Problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme	Evet ✓	Hayır	Kısmen
6. Problemden verilenleri belirleme	Evet ✓	Hayır	Kısmen

**Problem üzerinde çalışırken aşağıdakileri yaptınız mı?**

7. Problemi çözerken çalışmanızı aşama aşama kontrol etme	Evet ✓	Hayır	Kısmen
8. Bir yanlış yapıp, bazı şeyleri yeniden yazmak zorunda kalma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
9. Doğru yolda olduğunu kontrol etmek için problemi yeniden okuma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
10. Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığınıza dair kendi kendine sorular sorma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
11. Yaklaşımınızı yeniden düşünüp, farklı bir yaklaşım deneme	Evet ✓	Hayır	Kısmen

**Problem üzerinde çalışmanızı bitirdikten sonra aşağıdakileri yaptınız mı?**

12. Hesaplamalarınızın doğru olduğunu kontrol etme	Evet ✓	Hayır	Kısmen
13. Problemin sorduğu cevabı bulup bulmadığınızı kontrol etmek için çözüm yoluna tekrar bakma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
14. Kendi kendine çözümünüzün mantıklı olup olmadığını sorma	Evet ✓	Hayır	Kısmen
15. Problem çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme	Evet ✓	Hayır	Kısmen

## 8. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

Azak, 11.09.1987 tarihinde Amasya'da doğdu. İlkokulu Amasya Mehmet Bilgili İlköğretim Okulunda, ortaokulu Suluova İlköğretim Okulunda ve liseyi Suluova Anadolu Lisesinde tamamladı. 2005 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünü kazandı. Lisans eğitimini 4 yılda tamamladıktan sonra 2009 yılında Erzurum'a kadrolu öğretmen olarak atandı. 2010 yılı Ağustos ayında Trabzon iline kadrolu matematik öğretmeni olarak atandı. 2011 yılında KTÜ FEF Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisans yapmaya hak kazandı. 2014 Eylül ayından beri Amasya ili Suluova ilçesinde ortaokul matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

### İLETİŞİM BİLGİLERİ

**Adres** : Seçkin Azak, Hürriyet Mah. Saraç Cad. No: 16 Suluova/Amasya

**E-Posta** : seckin198721@gmail.com