**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ**

**ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARINI GELİŞTİRMEYE YÖNELİK TASARLANAN ÖĞRENME ORTAMININ DEĞERLENDİRİLMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Buket Özüm BÜLBÜL**

**TRABZON**

**Ocak, 2016**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ**

**ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARINI GELİŞTİRMEYE YÖNELİK TASARLANAN ÖĞRENME ORTAMININ DEĞERLENDİRİLMESİ

**Buket Özüm BÜLBÜL**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce**
**Doktor Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı**

**Prof. Dr. Bülent GÜVEN**

**TRABZON**
**Ocak, 2016**

**KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne**

**Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 29 / 01 / 2016**

| | | |
|---|---|---|
| **Tez Danışmanı** | **: Prof. Dr. Bülent GÜVEN** | **…............** |
| **Üye** | **: Prof. Dr. Adnan BAKİ** | **…............** |
| **Üye** | **: Prof. Dr. Ayhan Kürşat ERBAŞ** | **…............** |
| **Üye** | **: Doç. Dr. İlhan KARATAŞ** | **…............** |
| **Üye** | **: Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK** | **…............** |

**Onay**

**Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.**

**Doç. Dr. Nevzat YİĞİT**
**Enstitü Müdürü**

## BİLDİRİM

**Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.**

**Buket Özüm BÜLBÜL**
**29 / 01 / 2016**

## ÖN SÖZ

Düşünme alışkanlıkları, akıllı bireylerin bir problemi tamamlama sürecinde veya bireylerin problemi nasıl çözeceğini bilemediği durumlarda, çözüme nasıl ulaşacağına dair düşünme yaklaşımlardır. Genelde matematik, özelde ise geometri eğitiminin önemli unsurlarından birinin de öğrencilere iyi bir öğrenme ortamı sunarak karşılaştığı problemlerin üstesinden gelebilen bireyler yetiştirmek olduğu düşünülürse, düşünme alışkanlıklarının eğitimdeki yeri ve önemi şüphesiz tahmin edilebilir. Peki, iyi bir şekide derslere bütünleşmiş edilebilecek düşünme alışkanlıkları nelerdir? Öğrenci başarısını olumlu etkileyecek düşünme alışkanlıkları derslerde nasıl kazandırılır? İşte bu aşamada çalışma kapsamında ileride öğrenci yetiştirecek öğretmen adaylarının üniversite sıralarında geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamı tasarlanarak, bu ortamın etkililiği araştırılmıştır.

Lisans eğitimim boyunca aldığım derslerde yol gösteren, tezim hakkındaki görüş ve önerileriyle beni yönlendiren, çalışmalarımın yürütülmesi sırasında yardım ve desteği ile tecrübelerinden yararlanırken sabır ve hoş görüyü esirgemeyen, motivasyonum düştüğü zamanlarda bana manevi destek sağlayan danışmanım sayın Prof. Dr. Bülent GÜVEN’e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Gerek lisans gerek doktora eğitimim boyunca aldığım derslerle, kendimi geliştirmem konusunda bana yardımcı olan gerekse tezim hakkındaki görüş ve önerileriyle beni yönlendiren, desteğini ve yardımlarını esirgemeyen, gelecekteki hayatım hakkında bana yol gösteren sayın hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ’ye teşekkür eder, saygı ve şükranlarımı sunarım.

Lisans eğitimimde aldığım derslerde ve doktora eğitimimde verdiğim seminerlerde benden desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, yapıcı görüş ve önerileriyle tezimin gelişmesine katkı sağlayan sayın hocalarım; Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK, Doç. Dr. Selahattin ARSLAN, Yrd. Doç. Dr. Temel KÖSA, Yrd. Doç. Dr. Erdem ÇEKMEZ’e, çalışmalarım sırasında bana her türlü desteği veren manevi abim olarak gördüğüm Arş. Gör. Kadir GÜRSOY’a, kardeşlerim olarak nitelendirdiğim Arş. Gör. Onurhan GÜVEN’e, Arş. Gör. Mustafa GÜLER’e ve Arş. Gör. Ebru MAZLUM’a ve diğer tüm hocalarıma, arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Doktora öğrenimim süresince 2211 kodlu Yurt İçi Doktora Burs Programı ile bana maddi anlamda destek olan TÜBİTAK’a teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde en büyük emeğe sahip olan, moral ve motivasyonumun düştüğü her an yanımda olan, maddi ve manevi hiçbir desteği esirgemeyen, her daim en iyisini yapabileceğime beni inandıran ve koşulsuz beni destekleyen, yoğun çalışmalarım sırasında bazen ihmal ettiğim ama sevgilerini ve desteğini hep yanında hissettiğim sevgili annem Nadide ÇABAKÇOR'a, sevgili babam Yalçın ÇABAKÇOR'a ve ilköğrenimden bu günlere kadar bana matematiği sevdiren canım abim Hakan ÇABAKÇOR'a sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak beni her konuda destekleyen, tez yazma sürecimi sabır ve anlayışla karşılayan, gerektiğinde benimle birlikte sabahlayan ve bana her konuda koşulsuz sevgisini veren sevgili eşim Arş. Gör. Sinan BÜLBÜL'e sonsuz teşekkür ederim.

Ocak, 2016

Buket Özüm BÜLBÜL

## İÇİNDEKİLER

## ÖZET

### Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi

Yaşadığı çevreyi tanıma ve değişen yaşam koşullarına ayak uydurma çabası insanoğlunun var olduğu günden bugüne geometriyi kullanmaya yöneltmiştir. Başlangıçta günlük ihtiyaçları karşılama şeklinde kullanılan geometri günümüzde birçok disiplin için olmazsa olmaz bir öneme sahip olmuştur. Bireyin geometride başarılı hale gelmesi içerik bilgisinin yanında ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma gibi bazı düşünme alışkanlıklarını da kullanması gerekir. Bu durum düşünme alışkanlıklarının geometri öğretim programlarında önemli bir yer edinmesi gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

Bu çalışma ile problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan bir öğrenme ortamının, matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine nasıl katkı sağladığını belirlemek amaçlanmıştır. Bir diğer ifade ile tasarlanan öğrenme ortamının geometrik düşünme alışkanlıkları bağlamında değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç kapsamında lisans düzeyinde görülen geometri dersi geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren etkinlikler ve problemler bağlamında düzenlenerek düşünme alışkanlıkları temelli bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Uygulama aşamasında ilk dört hafta boyunca geometrik düşünme alışkanlıkları ayrı ayrı problemlere gömülü olarak verilmiş, sonraki altı hafta boyunca da bütüncül yaklaşıma dayalı olarak verilmiştir. Bu Şekilde ilk yaklaşımla; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarından haberdar olup, yalnız bir alışkanlığı öğrenebilmesi, ikinci yaklaşımda ise birden çok düşünme alışkanlığı ön plana çıkmaktadır. Nitel ve nicel yaklaşımların bir arada kullanıldığı bu çalışma ile İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı birinci sınıfta öğrenim görmekte olan 32 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren ön test ve son test problemleri, problem çözme sürecinde geometrik düşünme alışkanlığına yönelik inanç ölçeği ve adaylara her hafta verilen ödev problemleri ile klinik mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Çalışma kapsamında geliştirilen öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları üzerinde nasıl bir rol oynadığı, öğretmen adaylarına uygulanan ön test ve son test soruları, ödev problemleri, süreç içerisinde uygulanan etkinlikler, uygulama gözlem verileri ve araştırmacı alan notları, adaylarla yapılan klinik mülakatlar ile belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın nicel verileri WINSTEPS ve SPSS analiz programları ile incelenmiş, ön test son test istatistikleri, lineer kişi puanları, lineer puanlar ile yapılan istatistiksel analizler

(ilişkili t-testi), madde kişi haritası, kişi madde haritası, ön test son testte kullanılan geometrik düşünme alışkanlıklarının grafikleri şeklinde verilmiştir.

Araştırmanın sonucunda genel olarak öğretmen adaylarının uygulama sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarına göre geliştiği gözlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda öğretmen adayları uygulama sonunda karşılaştığı geometri problemlerini dinamik düşünmeye başladığı, bu kapsamda adayların problemi çözemediği durumlarda farklı stratejiler denediği sonucuna ulaşılmıştır. Yine araştırmanın sonucunda adayların ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında en çok "*iki veya daha fazla geometrik şekli mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" göstergesini, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" göstergesini, değişmezleri araştırma kapsamında "*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*" göstergesini ve keşfetme ve yansıtma kapsamında ise "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" göstergesini kullandığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda, geometrik düşünme alışkanlıkları değerlendirilirken göstergelere odaklanılması önerilmektedir. Elde edilen bu sonuçlara göre çalışmada, geometrik düşünme alışkanlıklarının öğretimine ve gelecekte yapılabilecek araştırmalara ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler**: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları, Düşünme Alışkanlıkları, Düşünme Alışkanlıklarının Gelişimi, Problem Çözme

## ABSTRACT

### The Evaluation of the Learning Environment Designed for Improve the Geometric Habits of Mind of Mathematic Pre-Service Teachers

From the beginning of the humanity, people have tried to know their surroundings and keep up with the changing living conditions, which direct them to use the geometry. While geometry was used for the daily needs at the beginning, this purpose changed to increase the intellectual fund of knowledge. In this stage, human being has faced many problems. In order to solve those problems, people started to use some habits of mind such as reasoning with relationship, balancing exploration and reflection, think about the special case and generalize them, investigating the invariants. This case revealed that habits of mind should be in an important place in the geometry curriculum.

The purpose of this study was to reveal the contribution of a learning environment designed centering the problem solving on the improvement of the geometric habits of mind of the pre-service teachers. In other words, designed learning environment is evaluated in the context of geometric habits of mind. In order to fulfill this purpose, habits of mind based learning environment was created by redesigning the geometry class, which is given to the bachelor degree students in the context of activities and problems that include geometric habits of mind. In the implementation process, geometric habits of mind was given by embedding the different problems through the first 4 weeks, in the next 6 weeks, they are given based on the holistic approach. In this way, with the first approach, students were made aware of those habits and learnt only one habit, with the second approach, more than one habits came into prominence. This study in which mixed method were used was conducted with 32 freshman pre-service elementary mathematics teachers. Data wer research was gathered by the pre-test and post-test problems developed by the researcher that include geometric habits of mind, belief scale for the geometric habits of mind during the problem solving process, homework problems given weekly and clinical interviews. How the learning environment developed for this research plays role on the geometric habits of mind of the pre-service teachers is tried to be revealed by pre and posttests questions, homework problems, activities during the process, observation data during the implementation and researcher field notes and clinical interviews with pre-service teachers. Qualitative data of the research were analyzed via WINSTEPS and SPSS analyze programs and were presented as statistics of the pre and posttest, linear individual scores, statistical analyzes (related t-test) done with

linear scores, person-item map, item-person map, graphs of the geometric habits of mind used in the pre and posttest.

In the result of this study, it is observed that geometric habits of mind of the pre-service teachers at the end of the treatment are more developed than geometric habits of mind of the pre-service teachers in the beginning. Besides, pre-service teachers started to think more dynamical in the geometry problems, within this scope; it is revealed that pre-service teachers try different strategies when they could not solve the problem. It came out with result of this study that pre-service teachers use indicator of “come up with a right answer by proportioning two or more geometric shape” within the logical framework”, indicator of “in order to explain the general case in the problems, start with the special case and generalize it” within the habit of generalizing the geometric ideas by using special cases, indicator of “think a case in the problem dynamically in such a way that do not break the conditions of the problem” within the investigating the invariants and indicator of “make an additional drawing that could help the solution of the problem” within the balancing exploration and reflection. In accordance with the results of this research, it is suggested that indicators should be focused while evaluating the geometric habits of mind. Besides, according to those results, some suggestions related to teaching the geometric habits of mind and the future research about this topic were made.

**Keywords:** Geometric Habits of Mind, Habits of Mind, Development of the Habits of Mind, Problem Solving

## TABLOLAR LİSTESİ

## ŞEKİLLER LİSTESİ

# KISALTMALAR LİSTESİ

**NCTM :** National Council of Teachers of Mathematics

**MDA :** Matematiksel Düşünme Alışkanlıkları

**GDA :** Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

**DGY :** Dinamik Geometri Yazılımları

**İ :** İlişkilendirme Alışkanlığı

**ÖG :** Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlığı

**DA :** Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı

**KY :** Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığı

## 1. GİRİŞ

Dünya genelindeki geometri öğretim programları incelendiğinde geometri öğretiminin beş temel amaç üzerinde inşa edildiği görülebilir. Bu amaçlar, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirme, matematiğin farklı alt alanlarında yer alan kavram ve ilişkilerin görselleştirilmesine olanak sağlama, geometriyi günlük yaşamda ve farklı disiplinlerde karşılaştığı problemleri çözmede kullanma, öğrencilerin uzamsal becerilerini geliştirmelerini sağlama, matematikte ifade edilen soyut kavramları somutlaştırma, geometriyi bir iletişim aracı olarak kullanma şeklindedir (Baki, 2008; Gonzalez ve Herbst, 2006; Karataş ve Güven, 2003). Betz (1930) sayılan bu amaçlar doğrultusunda geometriyi bir düşünme laboratuvarına benzeterek geometrinin asıl amacının öğrencilerin bu laboratuvarda kendi deneyleri üzerinde çalışabilmesi ortam oluşturma şeklinde ifade etmiştir. Geometrinin bahsedilen bu amaçları, bir öğrenme alanı olarak okul matematiği içinde kendisine yer bulmasında etkili olmuştur. Geometri öğretiminin temel amaçlarına ulaşmada bireylerin birtakım temel düşünme becerilerine sahip olması gerekmektedir. Bu beceriler; akıl yürütme ve ispat yapma, ilişkilendirme, problem çözme, iletişim, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, araştırma ve sorgulama, farklı bakış açısı geliştirerek düşünebilme şeklindedir (Baki, 2008; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu beceriler arasında problem çözme becerisi diğerlerinden ayrılmakta ve diğerlerini kapsayan bir çatı olarak düşünülmektedir (Baki, 2008; Soylu ve Soylu, 2006). Diğer becerilerin büyük bir bölümü problem çözme sürecinde işe koşulmaktadır. Gelecekte karşılaştığı problemlerin üstesinden gelebilen bireylerin yetiştirilmesi eğitimin öncelikli hedeflerindendir (Karataş ve Güven, 2003; Soylu ve Soylu, 2006).

Genelde öğretim programlarında özelde ise matematik öğretim programlarında öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesine yönelik sıklıkla vurgu yapıldığı görülmektedir (Gordon, 2011). Problem çözme ise her şeyden önce ilişkilendirme, keşfetme, özel durumları düşünme, genelleme, değişmezleri araştırma, varsayımda bulunma, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, esnek düşünme gibi bir dizi düşünme alışkanlıklarına sahip olmayı gerektirmektedir (Coxford, Fey, Hirsch, Schoen, Burrill, Hart ve Watkins, 1998; Cuoco, 1996; 2013; Driscoll, Driscoll, DiMatteo, Nikula ve Egan, 2007; Driscoll, DiMatteo, Nikula, Egan, Mark ve Kelemanik, 2008; Marshall, 2004; Rolle, 2008). Düşünme alışkanlıkları, genelde bir probleme hemen çözüm üretilemediğinde, ortaya çıkmaktadır. Başka bir deyişle düşünme alışkanlıkları, akıllı bireylerin bir problemi tamamlama sürecinde veya bireylerin problemi nasıl çözeceğini bilemediği durumlarda, problemi nasıl çözeceğine karar vermesinde etkin olan düşünme yaklaşımlarıdır (Costa ve Kallick, 2000).

Literatürde farklı disiplinler için farklı düşünme alışkanlıkları tanımlanmaktadır. Bu disiplinlerden biri de matematik ve geometridir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Dostal, 2000; Driscoll ve diğerleri, 2008; Fenderson, 2010; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Guenther, 1997; Jacobbe ve Millman, 2009; Leikin, 2007; Lim ve Selden, 2009; McArthur, 2011; Marshall, 2004; Matsuura, Sword, Beth-Piecham, Stevens ve Cuoco, 2013; Hu, 2005). Goldenberg'e göre (1996) matematiksel düşünme alışkanlıkları (MDA); cebirsel, geometrik, istatistiksel, olasılıksal düşünme alışkanlıkları olmak üzere dört ana başlık altında ele alınabilir. MDA'lar bireylerin matematiksel kavramlar ve problemler hakkında matematikçiler gibi düşünmelerine yardımcı olmaktadır. Ancak söz konusu alışkanlıklar ders kitaplarında yer alan belirli teoremler, tanımlar ve algoritmalar değil, matematikçilerin ilgilendiği daha kompleks tanımlar ve teoremler hakkındaki zihinsel alışkanlıklar şeklindedir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996, 2010). Bu kapsamda literatürde pek çok MDA'lar tanımlanmıştır. Tanımlanan bu alışkanlıklar literatürde kesin sınırlarla birbirinden ayrılmamakla birlikte, duyuşsal ve bilişsel olmak üzere iki boyutta ele alınmaktadır. Bilişsel boyuttaki MDA'lar; ilişkilendirme, tanımlama, denemeler yaparak bir sonuca ulaşmaya çalışma, yaratıcı olma, görselleştirme, varsayımda bulunma, tahmin yürütebilme (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996), yansıtıcı düşünme, örnekler verebilme (Jacobbe ve Millman, 2009), matematiksel kavramları anlamaya yönelik uygun gösterimlerde bulunma, sorgulama, problem kurma, yaratıcı düşünme, yeni fikirler ortaya atma şeklindedir (Marshall, 2004; Rolle, 2008). Duyuşsal boyuttaki MDA'lar bilişsel boyutla ilişkili olmakla beraber; pes etmeme, hisleri yönetme, empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-disiplin, ön yargı gibi bilişsel boyuttaki MDA'ları etkileyen alışkanlıklar olarak tanımlanmaktadır (Arisa ve Hitchens, 1998; Bailin, 1999; Bergman 2007; Costa ve Kallick, 2000; Cook, 1996; Coxford ve diğerleri, 1998; Richardson, 1996; Sher, 1992; Van Tasselo-Baska, 1998; Volkmann, 1999). Birçok araştırma söz konusu duyuşsal faktörlerin zaman zaman bilişsel boyutta bir problemi çözmede etkili olduğunu göstermektedir (Costa ve Kallick, 2000; Marshall, 2004). Benzer şekilde geometrik düşünme alışkanlıkları da bireylerin geometri problemlerini çözme sürecinde karşımıza çıkmaktadır.

Geometrik düşünme alışkanlıkları (GDA), geometri öğrenimini ve uygulamasını destekleyen, üretici bir düşünme biçimidir (Driscoll ve diğerleri, 2008). Genel olarak araştırmacılar geometride problem çözme becerilerinin gelişiminde GDA'ların önemine vurgu yapmış olsa da söz konusu alışkanlıkları açıklama sürecinde farklı tanımlara başvurmuşlardır (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2008;

Goldenberg, 1996, 2010; Kılıç, 2013). Cuoco vd. (2010) GDA'ları; akıl yürütme, geometrik değişmezleri araştırma, uç durumları düşünme, görselleştirme ve manüpilasyon alışkanlıkları olarak ifade etmiştir. Bu tanımda öğrencilerin geometri problemlerini çözerken geometrik yapıları oluşturmasını ve oluşan bu yapıları rahatlıkla manipüle edebilmesinde keşfetme ve akıl yürütmenin önemine vurgu yapıldığı görülmektedir. Benzer şekilde Goldenberg (1996) "Connected Geometry" adlı projesi ile geometri öğretim programında yer alması gereken GDA'ları sınıflandırmıştır. Bu sınıflama; görselleştirme, şekillerin yorumlanması, formal ve informal tanımlamalar yapma, görsel ve sözlü olarak sunulan bilgileri birbirine dönüştürebilme, denemeler yaparak bir sonuca ulaşma, değişmezlere bakma, sistematik olarak keşfetme ve değişmezleri gözlemleyerek kanıtlama, yapı oluşturma ve algoritmalar hakkında akıl yürütme alışkanlıkları şeklindedir. Goldenberg'in yaptığı bu sınıflama Cuoco (2010) tarafından yapılan sınıflandırmaya ek olarak geometride tanımlamanın ve görselleştirmenin önemine vurgu yapıldığı görülmektedir. Her iki sınıflamayı da kapsayacak şekilde Driscoll ve diğerleri (2008) GDA'ları; ilişkilendirerek muhakeme yapma, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma şeklinde sınıflandırmıştır. Bu sınıflandırmasında Driscoll ve diğerleri (2008) öğrencilerin geometri problemlerini çözerken geometrik nesneler üzerinde değişiklikler yaparak yeni yapılar keşfetmesini, geometrik nesneleri birbiri ile ilişkilendirmesinin, özel bir durumu düşünerek genel bir yargıya varabilmesinin önemli olduğunu vurgulamıştır. GDA'lar ile ilgili yapılan bütün sınıflandırmalar incelendiğinde Driscoll ve diğerleri (2008) tarafından yapılan sınıflandırma hem Goldenberg (1996) hem de Cuoco vd. (2010) tarafından yapılan sınıflandırmaları içermektedir. Çünkü Driscoll ve diğerleri (2008) tarafından yapılan GDA sınıflandırması, hem Goldenberg'in (1996) değişmezlere bakma, görselleştirme, sistematik bir şekilde keşifler yaparak bir sonuca ulaşma şeklinde sınıflandırılan GDA'ları hem de Cuoco vd. (2010) tarafından akıl yürütme, uç durumları düşünme şeklinde sınıflandırılan GDA'ları kapsamaktadır. Bu yüzden bu çalışmanın teorik yapısında, GDA'ların bilişsel boyutu olarak Driscoll ve diğerleri (2008) tarafından yapılan sınıflandırma önemli bir yer kaplamaktadır.

Bireylerin eğitimin hedeflerinden biri olan problem çözme becerilerini iyi ölçüde kullanabilmesi gerekir. Karşılaştığı problemlerin üstesinden gelebilen bireylerin yetiştirilebilmesi için de matematik ve geometrik düşünme alışkanlıkları doğrultusunda öğretim programlarının şekillenmesi ve bireylere de bu alışkanlıkların kazandırılması gerekir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 2010; Goldenberg, 1996; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010 ). Geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamını geliştirirken 2 farklı yaklaşımın benimsendiği görülmektedir. Bu yaklaşımlardan ilki alışkanlıkların problemler içerisine gömülü olarak ayrı ayrı verilmesi (Driscoll ve diğerleri., 2008) diğeri ise  bütün olarak verilmesidir (Marshall, 2004; Hu, 2005). GDA'ya yönelik, alışkanlıkların ayrı ayrı verilerek hazırlanan öğrenme ortamlarında bu alışkanlıklara ait yeterlikler geliştirilmek isteniyorsa, bu alışkanlıklardan biri veya birkaç tanesini içeren etkinlikler üzerinde öğrenciler çalıştırılır (Driscoll ve diğerleri, 2008). Yani bir etkinlik boyunca tüm GDA'nın işe koşulması yerine, bazı alışkanlıklara odaklanacak şekilde etkinliklerin ele alınması söz konusudur. Böylece GDA'lara ait yeterliklerin tamamının kazandırılması yerine, odaklanılan alışkanlıklara yönelik göstergelerin kazandırılması amaçlanmaktadır. Bütün olarak kazandırılmak istenen yaklaşıma göre ise, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını kazanabilmesi için bir etkinlik boyunca tüm geometrik düşünme alışkanlıklarının gözlemlenmesi gerekmektedir (Marshall, 2004; Hu, 2005). Yani bütüncül yaklaşıma göre GDA'ların kazandırılmasında bir etkinlik boyunca geometrik düşünme alışkanlıklarının tamamı ele alınmaktadır. Her iki yaklaşımda göz önünde bulundurulduğunda ilk yaklaşımda geliştirilmek istenen düşünme alışkanlığı ön planda iken ikinci yaklaşımda birden çok düşünme alışkanlığı ön plandadır. Öğrencilere düşünme alışkanlıklarını kazandırırken öncelikle ayrı ayrı alışkanlıklara odaklanılabilir daha sonra da kazandırılan alışkanlıklar bütüncül yaklaşımla verilebilir. Bu şekilde öğrencilere düşünme alışkanlıkları önce ayrıntılı olarak kazandırılabilir daha sonra da kazandırılan alışkanlıkların sentezi yapılabilir. Dolayısıyla bu durum geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarında her iki yaklaşımında kullanılması gerektiğine işaret etmektedir.

Literatürde GDA'ların geliştirilmesine yönelik çalışmaların genellikle tasarlanan öğrenme ortamının öğrenci başarısı üzerine etkisinin incelendiği çalışmalardan oluştuğu görülmektedir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Dostal, 2000; Guenther, 1997; Hu, 2005; Marshall 2004). Buna karşın öğrencilerin sahip olması hedeflenen GDA'lara öğreticilerin ne derece sahip olduğu ve en önemlisi bu alışkanlıkların öğrencilere nasıl kazandırılması gerektiğine ilişkin farkındalıkları konu ile ilgili literatürdeki en büyük eksikliklerdendir. Teoride istenilen bu durumun pratikteki yansımalarının gözlemlenebilmesi, öğretmen yetiştirme kurumlarını işaret etmektedir. Ancak üniversite sıralarında yapılan öğretim faaliyetleri ve geometri derslerinin içeriği incelendiğinde, öğretmen adaylarının derslerde sadece kavram ve ilişkilere odaklandığı görülmektedir. Bu durumun bir sonucu olarak öğretmen adayları geometri derslerinde zor bir problemle karşılaştığında ve doğru sonuca ulaşamadığında kolayca pes edebilmektedir. Oysa Goldenberg'in (1996) de belirttiği gibi öğretmen adaylarının geometri problemlerini çözmede yetersiz kaldığı durumlarda doğru çözüm yolunda ilerleyebilmeleri için GDA'larını aktif duruma getirmesi gerekmektedir. Bu şekilde öğretmen adaylarının bir geometri problemi ile karşılaştığında nasıl davranacağını ortaya koyan, karşılaştığı problemleri çözmeden önce, çözerken ve çözdükten sonra GDA'larını ortaya çıkan davranışlar sergileyecektir (Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Jacobbe ve Millman, 2009). Dolayısıyla öğretmen adaylarının sahip olduğu GDA'ları belirlemek ve bu GDA'ları geliştirmeye yönelik ortamlar hazırlamak, adayların problem çözme sürecinde oldukça önemli bir yere sahiptir. Yine bütün bunlardan hareketle öğretmen adaylarının GDA'larının geliştirilmesi, ileride öğrencilerine bu alışkanlıkları kazandırması bakımından da önem kazanmaktadır.

Bu çalışmada ilk dört hafta boyunca GDA'lar ayrı ayrı sonraki altı haftada ise bütüncül olarak problemlere gömülü olarak verilmiştir. Her hafta öğretmen adaylarına yöneltilen problemler dersi yürüten öğretim elemanının işlediği konulara yönelik hazırlanmıştır. Bu süreç göz önünde bulundurulduğunda bu çalışmada aşağıdaki araştırma problemlerine cevap aranmıştır:

1) Geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik problem çözmeye merkeze alan öğrenme ortamları öğretmen adaylarının geometri problemlerini çözme sürecinde kullandıkları düşünme alışkanlıklarını nasıl etkilemektedir?

a) Tasarlanan öğrenme ortamı öğretmen adaylarının ilişkilendirme alışkanlığını geometri problemlerini çözme sürecinde kullanmalarını nasıl etkilemiştir?

b) Tasarlanan öğrenme ortamı öğretmen adaylarının özel durumlardan yararlanarak geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını geometri problemlerini çözme sürecinde kullanmalarını nasıl etkilemiştir?

c) Tasarlanan öğrenme ortamı öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığını geometri problemlerini çözme sürecinde kullanmalarını nasıl etkilemiştir?

d) Tasarlanan öğrenme ortamı öğretmen adaylarının keşfetme ve yansıtma alışkanlığını geometri problemlerini çözme sürecinde kullanmalarını nasıl etkilemiştir?

2) Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutunun geliştirilmesi sürecinde duyuşsal faktörler nasıl bir rol oynamıştır?

### 1. 1. Araştırmanın Amacı

Geometrik yapılar, içerisinde keşfedilmeyi bekleyen birçok özellik, ilişki ve teoremleri barındırmaktadır. Bu yapıların keşfedilme sürecinde ise bireylerin sahip olduğu problem çözme becerileri ön plana çıkmaktadır. Ancak geleneksel öğretime dayalı sınıf ortamlarında daha çok rutin problemlere yer verilmekte, bu durum ise bireylerin problem çözme süreçlerini geliştirememektedir. Yine böyle ortamlarda geometri derslerinin önemli bir kısmı kavramlara, bu kavram ve ilişkilerine odaklanmaktadır. Ancak bu kavramları derslerde konu edinirken, öğrencilerin düşünme alışkanlıkları göz önünden kaçırılmaktadır

(Costa ve Kallick, 2000; Goldenberg, 1996; Jacobbe ve Millman, 2009; Leikin, 2007). Bunun sonucu olarak bireyler özellikle zor bir geometri problemi ile karşılaştığında GDA'larını işe koşamamakta, problemi çözmek için hangi adımları atacağına karar verememektedirler. Bu nedenle geometri derslerine yönelik öğrenme ortamları tasarlanırken kavram ve ilişkilerin yanında GDA'ların nasıl kullanılacağı tasarımlarda yer verilmelidir. GDA'lara sahip bireyler yetiştirmek için bireylere öğrenim süreleri boyunca GDA'larının kazandırılması gerekmektedir. GDA'lara sahip bireylerin yetiştirilmesini sağlayacak, öğretim programını okutacak öğretmenler olduğuna göre bu alışkanlıkların öncelikle öğretmenlerde geliştirilmelidir. Bunu sağlayabilmek için de hizmet öncesi eğitimde, üniversite sıralarında adaylara GDA'ların kazandırılması ve geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamlarının sunulması önemlidir. Bu bağlamda bu çalışmanın amacı GDA'ların geliştirilmesine yönelik problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan öğrenme ortamlarının, öğretmen adaylarının GDA'larının gelişimine nasıl katkı sağladığını belirlemektir. Bu amaçla; GDA'ları etkinlikler sürecine katılan öğretmen adaylarının GDA'larını kullanma düzeylerindeki gelişim incelenmektedir.

## 1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

İnsanoğlu var olduğu günden bu yana yaşadığı çevreyi tanımaya ve bu şekilde değişen yaşam koşullarına ayak uydurmaya çalışmıştır. Geçmişte yapılan bu çalışmalar, arazi ölçümleri, şehir yerleşimleri, savaş sanatları gibi alanlarda ön plana çıkmış ve bu alanlarda insanoğlunu geometriyi kullanmaya yöneltmiştir. Başlangıçta günlük ihtiyaçları karşılama şeklinde kullanılan geometri, günümüze yaklaştıkça entelektüel bilgi birikimini artırma amacına da dönüşen bir bialim alanı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu amaç daha sonraları geometrinin farklı disiplinlerle ilişkisini artırmakla kalmamış, insanoğlunu pek çok problemle karşı karşıya bırakmıştır. Geometri alanında karşılaşılan bu problemleri çözebilmek için de bireylerin ilişkilendirme, keşfetme, özel durumları düşünme, genelleme, değişmezleri araştırma gibi bazı düşünme alışkanlıklarının kullanımı devreye girmiştir. Bu bağlamda düşünme alışkanlıklarının geometri öğretim programlarında örtük olarak verilmesi oldukça önemlidir.

Düşünme alışkanlıkları geometri öğretiminde ve geometri problemlerinin çözümünde bu kadar önemli olmasına rağmen, ulusal ve uluslararası az sayıdaki çalışmada öğrencilerin MDA'larını ve GDA'larını yeteri düzeyde kullanamadıklarını görülmektedir (Cuocu, Goldenberg ve Mark, 1996; Dostal, 2000; Fenderson, 2010; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Guenther, 1997; Jacobbe ve Millman, 2009; Kılıç, 2013; Köse ve Tanışlı, 2014; Lim ve Selden, 2009;Marshall, 2004; Matsuura, Sword, Beth-Piecham, Stevens ve Cuoco 2013; Hu, 2005). Yine yapılan bazı çalışmalarda öğrencilere geometri öğretiminde

GDA'ların öğretilebileceği ve bu alışkanlıkların öğrenciler üzerinde geliştirilebileceğini göstermektedir (örn., Cuocu, Goldenberg ve Mark, 1996; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Jacobbe ve Millman, 2009; Marshall, 2004; Matsuura, Sword, Beth-Piecham, Stevens ve Cuoco 2013; Hu, 2005). Bu durum araştırmacıları GDA'ların öğretilmesine ve öğrencilerin öğrenme deneyimlerinde bu alışkanlıkların ne derece etkili olduğunu araştırmaya yönlendirmektedir. Bu bağlamda GDA'ların geliştirilmesine yönelik farklı öğrenme ortamlarının tasarlanması ve değerlendirilmesi, iyi derecede GDA'lara sahip bireyler yetiştirilmesi açısından önemlidir.

GDA'ların kazandırılmasına yönelik tasarlanan öğrenme ortamları incelendiğinde, düşünme alışkanlıklarının problemlere gömülü olarak ayrı ayrı olarak ve bütüncül olarak verilmesi olmak üzere iki farklı yaklaşım olduğu görülmektedir. Alışkanlıkların ayrı ayrı verilmesi yaklaşımına dayalı hazırlanan öğrenme ortamında söz konusu düşünme alışkanlıklarından biri veya birkaçını içeren etkinlikler sınıf ortamında uygulanmaktadır. Yani bir etkinlik boyunca bütün alışkanlıkların öğrencilere kazandırılması yerine, bir etkinlikte diğerlerine göre baskın olan alışkanlıkların öğrencilere kazandırılması sağlanır. Ancak bu şekilde yapılan öğretimde GDA'ların birbirinden bağımsız olarak öğrenmektedir. Bu yüzden öğrenciler alışkanlıklar arasında geçişi sağlamakta zorlanabilirler. Bütüncül verilen yaklaşımda ise, öğrencilere GDA'ları kazandırılırken bir etkinlik boyunca tüm GDA'ların kullanımı söz konusudur. Bu şekilde öğrenciler, bir etkinlikte birden fazla GDA'ya sahip olarak öğrenme gerçekleştirecektir. Bu yaklaşımda ise öğrencilere bütün GDA'lar bir etkinlik boyunca verilmeye çalışıldığından, öğrenciler bütün hatları ile alışkanlıkları öğrenmekte zorluk çekebilmektedirler. Her iki yaklaşımda göz önünde bulundurulduğunda ilk yaklaşımla; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarından haberdar olup, yalnız bir alışkanlığı öğrenebilmesi, ikinci yaklaşımda ise birden çok düşünme alışkanlığı ön plana çıkmaktadır. Öğrencilere öncelikle her bir alışkanlığın detaylı olarak kazandırılması için başlangıçta alışkanlıklar ayrı ayrı, daha sonra ise bütüncül olarak verilebilir. Dolayısıyla geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarında her iki yaklaşımında kullanılabilir.

Literatürde genelde matematik özelde ise geometrik düşünme alışkanlıklarının ölçülmesine ve geliştirilmesine yönelik çalışmalar bulunmaktadır (Fenderson, 2010; Gordon, 2011; Jacobbe ve Millman, 2009; Kılıç, 2013; Köse ve Tanışlı, 2014; Marshall, 2004; Matsuura vd., 2013; Hu, 2005). Bu kapsamda Marshall (2004), lise öğretmenlerinin matematik derslerine entegre edilen düşünme alışkanlıklarının gelişimine yönelik yürüttüğü çalışmasında, düşünme alışkanlıklarının matematik içeriği ile ilişkilendirildiğinde, matematiğin daha anlamlı bir şekilde öğrenileceğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilere sonradan da kazandırılabilen bu alışkanlıkların, öğrencilerin günlük yaşamda da kullanabileceğini ifade etmiştir. Benzer şekilde Gordon (2011) öğrencilerin MDA'ların geliştirilebileceğini ifade ederek, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin derslerini gözlemlemeye dayalı bir çalışma yapmıştır. Gordon (2011) yaptığı bu çalışmasında, öğrencilerin matematiği en iyi MDA'lar ile desteklenmiş öğrenme ortamlarında öğreneceği sonucuna ulaşmıştır. Gordon (2011), bu şekilde yapılan öğretim yöntemi ile öğrencilerin matematik problemlerini çözerken, hem farklı stratejiler kullanarak doğru sonuca ulaşacağını hem de matematiği daha anlamlı bir şekilde öğreneceğini savunmuştur. Bu durumda MDA'ların öğrenme ortamlarında kullanımı öğrencilerin matematiği yaşayarak öğrenmesini, problemlere farklı bakış açısı geliştirerek bakabilmesini sağlayacağını ifade etmiştir. Gordon'un (2011) yaptığı bu çalışma öğrencilerin MDA'ların gelişiminin onların problem çözme stratejileri ile doğru orantılı bir şekilde gelişebileceğini ifade etmektedir. Bu duruma paralel olarak Jacobbe ve Millman (2009) öğretmen adaylarının matematiksel düşünme alışkanlıklarının onların problem çözme yetenekleri ile iç içe olduğu ve bu alışkanlıkların geliştirilebileceği sonucuna ulaşmıştır. Jacobbe ve Millman (2009), herhangi bir problem çözme yeteneği olmadan, öğretmen adaylarının çözüme başlamasının oldukça zor olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Hu (2005) Tayvan'daki öğrencilerin sahip olduğu MDA'ları ortaya çıkarmaya yönelik yaptığı çalışmasında öğrencilere, MDA'ların en kolay kazanılan alışkanlıkların “ilişkilendirme” ve “görselleştirme”, zor kazanılan alışkanlığın “tanımlama” ve en zor kazanılan alışkanlığın ise “deneyim” olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Goldenberg (1996) “Connected Geometry” projesi ile geometri öğretim programı tasarlaması yeni araştırmacılara çalışmalarını öğrencilerin GDA'lar boyutunda olmasına yön vermiştir. Çünkü Goldenberg (1996) tasarladığı bu programa dayalı olarak, GDA'ları dikkate alınarak geliştirilmiş öğretim programlarının ileri düzeyde geometri çalışmalara zemin oluşturması ve öğrencilerin geometri yaparken bilim adamlarının yaşadığı süreçleri nasıl olduğunu anlaması açısından önemli olduğunu savunmuştur. Buna binaen Goldenberg (1996), geometri öğrenme ortamlarında öğrencilerin görselleştirme, şekilleri yorumlayabilme, formal ve informal tanımlar yapabilme, görsel ve sözlü olarak sunulan bilgileri birbirine dönüştürebilme, denemeler yaparak bir sonuca ulaşabilme, değişmezlere bakma, tümdengelim yöntemini kullanabilme, sistematik olarak keşfetme ve değişmezleri gözlemleyerek kanıtlamalar yapabilme, yapılar oluşturabilme ve algoritmalar hakkında akıl yürütebilme gibi düşünme alışkanlıklarının kazandırılması gerekliliğini vurgulamıştır. Goldenberg'in (1996) ifade ettiği bu GDA'ların geometri alanında düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine ve ortaya çıkarılmasına yönelik çalışmalara, ilgili literatürde az rastlandığı görülmektedir. Bu çalışmalar incelendiğinde, Driscoll ve diğerleri (2007), geometrik düşünmeyi geliştirmek için kişinin bazı zihinsel alışkanlıklar kazanması gerektiğini söylemektedir ve ilköğretim öğrencileri ile yürüttüğü çalışmasında, öğrencilere ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kazandırmaya çalışmıştır. Köse ve Tanışlı (2014) ise Driscoll ve diğerlerinin (2007) tanımladığı bu GDA'ların çatısını kullanarak sınıf öğretmeni adaylarının çevre ve alan konusunda öğrencilerin sahip olduğunu GDA'ları belirlemeye yönelik yaptığı çalışmasında, her bir GDA'ya ait farklı sonuçlara ulaşmıştır. Bu sonuçlar, öğretmen adaylarının GDA'ların bileşenleri bağlamında farklı düşünemedikleri, problemleri akla ilk gelen yöntem ile çözdükleri ancak bu çözümleri bir sonuca bağlayamadıkları, ilişkilendirme alışkanlığı bağlamında, öğretmen adaylarının problemde yer alan şekilleri birbirinden bağımsız düşündüğü, dolayısıyla şekilleri tek düze ve formüllere dayalı düşündüğü, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığında adayların, özel durumlara yönelik çıkarımda bulundukları ancak bunu aşırı genellemeye vardıkları, değişmezleri araştırma alışkanlığında ise öğretmen adaylarının çoğunun geometrik şekillerin uygun dönüşümleri altında bir noktanın ya da şeklin sürekli hareketini göz önünde bulunduramadığı sonucuna ulaşmıştır. Köse ve Tanışlı'nın (2014) ulaştığı sonuç akıllara bireylerin GDA'larının gelişiminde dinamik geometri yazılımlarının önemi var mıdır sorusunu getirmektedir. Bu kapsamda Kılıç (2013) dinamik geometri yazılımlarının lise öğrencilerinin geometrik düşünme becerisi üzerine etkisine yönelik yaptığı çalışmasında, dinamik geometriye dayalı etkinlikleri deney grubuna, geleneksel öğretim tekniklerini ise kontrol grubuna uygulamıştır. Çalışmanın sonucunda dinamik geometri yazılımlarının geometrik düşünme üzerinde olumlu etkisi olduğuna ulaşmıştır. Dolayısıyla bireylerin GDA'larının gelişiminde dinamik geometri yazılımlarının da önemini unutmamak gerekmektedir. Çünkü dinamik geometri yazılımları ile öğrenciler geometrik yapıları hareket ettirebilecek, bu yapıların aslında birbirine bağlı olduğunu görecektir.

Farklı araştırmacıların yaptığı çalışmalar, GDA'ların bireylerde ilkokuldan üniversiteye kadar her kademede geliştirilebileceğini göstermektedir. Yine bu araştırmalar gösteriyor ki, öğretmenlerin öğrencilerinde GDA'ları geliştirebilmesi için,

- Problem çözme ve GDA'ların iç içe bir şekilde vermesi,
- Bireylerin geometrik yapıları hareket ettirebilmesi (sürükleme, öteleme, dönüşümler yapabilme…), onların geometriyi yaşamasına, geometriyi kavramsal boyutta öğrenmesine katkı sağlaması gerekir.

GDA'ların gelişimine yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarında dinamik geometri yazılımlarının önemi oldukça yüksek olması, GDA'ları başarılı bir şekilde öğrenilebilir, öğretilebilir ve ilkokuldan üniversiteye kadar uygulanabilir kılmaktadır.

Yukarıda verilenlerden görüldüğü gibi GDA'ların bireylere kazandırılabilmesi için gerekli olan önemli unsurlardan biri öncelikle öğretmenlerin GDA'lara sahip olması gerektiğidir. Eğitim fakültelerinin matematik öğretmenliği programlarındaki öğretmen adaylarının öğrendikleri gibi öğretim yaptıkları (Baki, 2008) düşünüldüğünde, öğretmenlerin derslerinde GDA'lardan etkin bir şekilde yararlanabilmesi için öncelikle öğretmen adaylarına GDA'ların kazandırılması gerekmektedir (Cuoco, 1996; Goldenberg, 1996). Çünkü öğrencilerin sahip olması gereken GDA'ları yine öğrencilere kazandıracak olan kişiler öğretmenlerdir. Ancak öğretmen adaylarına GDA'ları kazandırmaya yönelik az sayıda çalışmaya rastlanmaktadır (Goldenberg, 1996). Ayrıca yapılan çalışmalar incelendiğinde, araştırmacıların bireylerin matematik ve geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceği konusunda hemfikir oldukları söylenebilir. Aslında yapılan bu çalışmalara bakıldığında öğrencilerin MDA'ların ve GDA'ların sınırlı bileşenlerine odaklanıldığı görülmektedir. Yine bu çalışmalarda GDA'ların ayrıntılı bir şekilde karakterize edilmediği görülmektedir. Genellikle uluslararası literatürde ilköğretim düzeyinde öğrencilerin GDA'lara odaklanılmakta ve bu çalışmalarda da öğrencilerin yeteri düzeyde bu alışkanlıklara sahip olmadıkları görülmektedir. Dolayısıyla GDA'ların geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamı tasarlayan bu çalışmanın, GDA'lara sahip bireyler yetiştirmesine ait literatürdeki eksikliği tamamlaması noktasında öneminin büyük olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma ile literatürde yer almayan, GDA'ların ayrıntılı bir şekilde karakterizasyonu ve göstergeleri verilmiş ve bu kapsamda öğrencilerin GDA'larını belirleyebilecek özgün bir ölçek geliştirilmiştir.

### 1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Süreç değerlendirmesi oldukça güç olduğundan, GDA'ların gelişimine yönelik tasarlanan öğrenme ortamına dâhil olan gruplar arasından seçilen üç grupta bulunan, 6 öğretmen adayının süreç içindeki gelişimi ile sınırlı tutulmuştur.

### 1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmanın varsayımları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Araştırma kapsamında öğretmen adaylarının verilen etkinlikleri ve ödev problemlerini, verilen süre boyunca ciddi bir şekilde yürüttükleri varsayılmıştır.
- Yapılan klinik mülakatlarda öğrencilerin soruları cevaplarken samimi oldukları varsayılmıştır.

### 1. 5. Tanımlar

Düşünme; bir sonuca ulaşmak için kavram ve yapıların birbiri ile ilişkilendirildiği zihinsel bir süreçtir (Goldenberg, 1996).

Alışkanlık, sürekli tekrar eden, iyi ya da kötü olabilen davranışlardır ve bu davranışları değiştirmek kişinin isteğine ve ihtiyaçlarına bağlıdır (Costa ve Kallick, 2000; URL-1).

Düşünme Alışkanlığı: Akıllı bireylerin bir problemi tamamlama sürecinde veya bireylerin problemi nasıl çözeceğini bilemediği durumlarda, problemi nasıl çözeceğine karar vermesinde etkin olan düşünme yaklaşımlarıdır (Costa ve Kallick, 2000).

Matematiksel Düşünme Alışkanlığı (MDA): Akıllı bireylerin karşılaştığı zor bir matematik problemin çözümüne yönelik düşünme yaklaşımlarıdır (Goldenberg, 1996).

Geometrik Düşünme Alışkanlığı (GDA): Zeki bireylerin bir geometri problemi ile karşılaştığında, problemin doğru cevabına yönelik yaklaşımlarıdır (Driscoll ve diğerleri, 2007).

# 2. LİTERATÜR TARAMASI

## 2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Araştırmanın bu bölümde literatür taraması kapsamında, araştırmada yer alan kavramlara, araştırma konusuna yönelik yapılan çalışmalara ve bu çalışmaların sonucuna yönelik bilgilere yer verilmiştir.

### 2. 1. 1. Araştırmada Yer Alan Kavramlar

Bu bölümde araştırmada yer alan kavramlara literatür desteği kapsamında yer verilmiştir.

#### 2. 1. 1. 1. Düşünme Alışkanlıkları

Düşünme; bir sonuca ulaşmak için kavram ve yapıların birbiri ile ilişkilendirildiği zihinsel bir süreçtir (Goldenberg, 1996). Alışkanlık, sürekli tekrar eden, iyi ya da kötü olabilen davranışlardır ve bu davranışları değiştirmek kişinin isteğine ve ihtiyaçlarına bağlıdır (Costa ve Kallick, 2000; URL-1). Düşünme alışkanlığı ise bir problem durumunda karakteristik olarak başarılı insanların ustalıkla ve dikkatli bir şekilde probleme dair yaklaşımlarıdır (Costa ve Kallick, 2000). Bireylerin karşılaştığı problemlerin üstesinden gelebilmesinde ve sonuca ulaşmaya çalışmasında düşünme alışkanlıkları devreye girmektedir. Düşünme alışkanlıkları Lim ve Selden (2009) tarafından da ifade edildiği gibi genel düşünme alışkanlıkları ve bir alana özgü düşünme alışkanlıkları olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Genel düşünme alışkanlıkları girişte de belirtildiği gibi bireylerin problemle karşılaştığında çözüme yönelik ilişki arama, deneyim kazanma, denemeler yaparak bir sonuca ulaşma gibi yaklaşımları içermektedir. Alana özgü düşünme alışkanlıkları ise matematiksel, geometrik, olasılıksal, cebirsel, bilimsel vb. bir disipline yönelik alışkanlıklardır. O halde çalışma kapsamında ele alınan geometrik düşünme alışkanlıklarının açıklanabilmesi için öncelikle düşünme alışkanlıklarının ve matematiksel düşünme alışkanlıklarının tanımlanması uygun olacaktır. Bu bölümde düşünme alışkanlıkları ve matematiksel düşünme alışkanlıkları tanımlanmaktadır.

Günlük hayatta bireyler birtakım problemlerle karşı karşıya kalabilir. Eğitimde bireylere kazandırılmak istenen önemli davranışlardan biri de karşılaştığı problemlerin üstesinden gelen bireyler yetiştirmektir (Baki, 2008; Güven ve Karataş, 2002). Bireyler karşılaştığı problemlerin üstesinden gelmeye çalışırken düşünme alışkanlıkları devreye girmektedir. Genel olarak düşünme alışkanlıkları, karakteristik olarak başarılı insanların çözümü hemen belli olmayan bir problemle karşılaştığında ustalıkla ve dikkatli bir şekilde probleme dair yaklaşımlarıdır (Costa ve Kallick, 2000). Karakteristik olarak başarılı insan, karşılaştığı problemlerin üstesinden gelme sürecinde bir plan oluşturup, plana göre hareket edebilen bireydir. Dolayısıyla bu bireyler günlük hayatta genel olarak başarı sergileyebilen özelliğe sahiptir. Leikin (2007) tarafından da ifade edildiği gibi düşünme alışkanlıkları, karşılaşılan problemleri çözmeden önce, çözerken ve çözdükten sonra bireylerin zihninde var olan düşünme yeteneklerini ifade etmektedir.

Literatürde araştırmacılar tarafından farklı düşünme alışkanlıkları tanımlanmıştır (Costa 1985; Marzano, Pickering ve McTighe 1993; Costa ve Kallick 2000; Leikin, 2007; Cheung ve Hew 2010; Thompson, 1995). Ancak düşünme alışkanlıklarının üç önemli savunucusu vardır. Bunlar Marzano, Pickering ve McTighe (1993), Costa ve Kallick (2000) ile Goldenberg ve Mark (1996)'dır. Mazano, Pickering ve McTighe (1993) düşünme alışkanlıklarını 15 madde ile ifade etmiştir. Bunlar bireyin;

- Kendi düşünmesinin farkında olma,
- Etkili planlar yaparak ilgili kaynakları verimli bir şekilde kullanma,
- Davranışlarının etkililiğini değerlendirme,
- Etkili geri dönüt verme,
- Doğru ve doğruluğu araştırma,
- Açık ve açık olmayı araştırma,
- Açık fikirli olma,
- Hisleri kontrol etme,
- Emin olduğu bir durum hakkında görüş bildirme,
- Başkalarının görüşlerine ve hislerine karşı duyarlı olma,
- Problemin hemen çözülemediği durumlarda pes etmeden çözüm yolunda ilerlemeye devam etme,
- Kendi bilgi ve yeteneğinin sınırlarını keşfetme,
- Güven oluşturma,
- Kendi değerlendirme standartlarını sürdürme,
- Standart eğilimlere farklı bakış açısı geliştirme şeklindedir.

Yukarıda verilen maddelerden görüldüğü üzere Marzano, Pickering ve McTighe (1993) düşünme alışkanlıklarını, genel olarak bireyin herhangi bir problem durumuyla karşılaştığında sahip olduğu bilginin farkına varması, bu bilgileri karşılaşılan problem durumunda kullanabilmesi ve bilgileri yeni durumlara uyarlayabilmesi gibi bilişsel boyutlar olarak ifade etmiştir. Duyuşsal boyut olarak ise bireyin kendine olan güven duygusu ve bu güven duygusu yardımıyla problemlere karşı farklı bakış açısı geliştirebilmesi olarak tanımlamıştır.

Marzano, Pickering ve McTighe (1993) tarafından tanımlanan düşünme alışkanlıklarına benzer bir tanımlama da Costa ve Kallick (2000) tarafından yapılmıştır. Costa ve Kallick (2000), öğrencilerin performansının stratejik akıl yürütme, sabır, anlayışlılık, yaratıcılık ve karışık bir problemi çözmek için ustalık becerilerine sahip olma gibi durumlardaki davranışlarına odaklanarak sadece kaç öğrencinin doğru cevabı bilmesine değil aynı zamanda onların doğru çözümü bilmediği durumlarda doğru cevaba ulaşmaya yönelik nasıl davrandıklarıyla da ilgilenmiştir. Bu durumda Costa ve Kallick (2000) düşünme alışkanlıklarının problemlerin cevabının doğrudan görülemediği durumlardaki zeki bireylerin çözüme yönelik yaklaşımları olarak ifade etmiş ve aslında zeki insanların sadece bilgi ile ilgilenmediğini aynı zamanda bilginin nasıl oluştuğuna odaklandığını da belirtmiştir. Bu durumda Costa ve Kallick (2000) düşünme alışkanlıklarını Tablo 1'de tanımlandığı gibi 16 maddede incelemiştir.

Tablo 1. Costa ve Kallick (2000) Tarafından Tanımlanan Düşünme Alışkanlıkları

| Düşünme Alışkanlıkları | Tanımı |
|---|---|
| Pes etmeme | Bir görevi tamamlamaya yönelik azim. Pes etmeme |
| Hisleri Yönetme | Uygulama yapmadan önce ona yönelik tartışma, plan yapma, strateji geliştirme ve bilinçlilik duygusu |
| Dinleme ve Empati Kurma | Herhangi bir olaya farklı kişilerin perspektifinden bakabilme, onların yerine kendini koyabilme |
| Esnek düşünme | Farklı seçeneklerinde olabileceğini kabul etme, gerektiğinde kendi bakış açısını değiştirme. |
| Üst biliş | Kendi düşünme süreçlerinin farkında olabilmesi ve bu süreçleri kontrol edebilmesi |
| Doğru sonuca ulaşmaya çalışma | Çözüm yolunun doğruluğunu kanıtlayabilme |
| Sorgulama ve problem kurma | Problem durumlarını sorgulayabilme ve problem kurma |
| Önceki bilgileri yeni durumlara uyarlama | Var olan bilgi birikimini kullanma ve yeni durumlarda bu bilgiyi transfer etme. |
| Düşüncelerini net bir şekilde ifade etme | Sözlü ve yazılı iletişimde dili doğru ve açık bir şekilde ifade etme. |
| Çok yönlü veri toplama | Bir durumun doğruluğunu kanıtlarken farklı kaynaklardan veriler toplayabilme |
| Yaratıcılık | Yeni fikirler üretme. |
| Merak uyandırarak cevap verme | Merak uyandırıcı bilgiler ile şaşırtma (Evrenin doğal güzelliği karşısında şaşırma, büyülenme). |
| Güvenilir risk alma | Hata yapmaktan korkmadan yeni ve farklı metotlar geliştirme |
| Şaşırtıcı bulgulara ulaşma | Beklenmedik ve şaşırtıcı bulgulardan zevk alma |
| İlişkili düşünme | Farklı yapılar arasında ilişki kurma |
| Öğrenmeye açık olma | Öğrenmeye sürekli açık olma ve bilinmeyen konularda doğru bilgileri kabullenme |

Tablo 1 incelendiğinde Costa ve Kallick (2000) tarafından düşünme alışkanlıklarının; pes etmeme, hisleri yönetme, dinleme ve empati kurma, esnek düşünme, üst biliş, doğru sonuca ulaşmaya çalışma, sorgulama ve problem kurma, önceki bilgileri yeni durumlara uyarlayabilme, düşüncelerini net bir şekilde ifade etme, çok yönlü veri toplama, yaratıcılık, merak uyandırarak cevap verme, güvenilir risk alma şeklinde olduğu görülmektedir. Bu alışkanlıklar aslında bireylerin çözümünün doğrudan yapamadığı bir problemle karşılaştığında bireyin probleme yönelik tutum, düşünce ve inançlarını oluşturmaktadır. Örneğin bir öğrenci karşılaştığı problemin çözümünü doğrudan yapamıyorsa pes etmeden farklı çözüm yolları denemelidir. Bu şekilde öğrenci pes etmeme alışkanlığına sahiptir denilebilir. Benzer şekilde Tablo 1'den de görüldüğü gibi öğrencinin problem çözümünde yaptığı adımları kontrol etmesi, çözümün doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında bir çıkarımda bulunabilmesi de öğrencinin üst biliş alışkanlığına sahip olduğunu göstermektedir (Costa ve Kallick, 2000).

Yukarıda Marzano, Pickering ve McTighe (1993) ile Costa ve Kallick (2000) tarafından tanımlanan düşünme alışkanlıklarının çoğunun duyuşsal boyutta olduğu görülmektedir. Yani söz konusu alışkanlıklar daha çok bireylerin problemlere yönelik tutum ve inançlarını içermektedir. Bu durumdan farklı olarak Goldenberg ve Mark (1996), düşünme alışkanlıklarını genel düşünme alışkanlıkları ve matematiksel düşünme alışkanlıkları olarak ikiye ayırmıştır. Genel düşünme alışkanlıklarını daha çok bilişsel boyuta göre inceleyen Goldenberg ve Mark (1996) bu alışkanlıkları, keşfetme, örüntü kurma, araştırma, tanımlama, varsayımda bulunma, tahmin etme, görselleştirme gibi temel özelliklere vurgu yapmıştır. Burada birey karşılaştığı bir problemin çözümünü yapabilmesi, ona karşı olumlu tutum sergilemesi, farklı durumlara uyarlaması ve sık sık yapılan tekrarlar ile bu özelliklerin kazanılmasını bireyin düşünme alışkanlıklarını sergilediğini ifade etmiştir (Leikin, 2007).

Sonuç olarak düşünme alışkanlıkları, bireylerin karşılaştığı bir problem durumunda etkili bir çözüm stratejisini seçmesi ve bu stratejiyi uygulamasıdır (Leikin, 2007). Önemli olan bireylerin probleme uygun zihninde plan yapması ve bu plan doğrultusunda doğru sonuca ilerlemeye çalışmasıdır. Yine Costa ve Kallick (2000) bireyin karşılaştığı bir problem hakkında doğru cevabın doğrudan görülemediği durumlarda nasıl davranacağına bireyin karar verebilmesini düşünme alışkanlıkları olarak tanımlamaktadır. Yani düşünme alışkanlıkları, bireylerin karşılaştığı bir durumun veya problemin sadece doğru cevabı bilmesi değil, problemi nasıl çözeceğini bilemediği, problemlerde çözüm yolunda ilerleyemediği durumlarda, problemi nasıl çözeceğine karar vermesidir.

#### 2. 1. 1. 2. Matematiksel Düşünme Alışkanlıkları

Yaklaşık 20 yıl öncesinde genelde öğretim programları özelde matematik öğretim programları geliştirilirken; matematik öğretim programlarında hangi ölçme alanları olmalı, öğrencilere hangi konular öğretilmeli veya hangi düzlemde geometri öğretilmeli gibi sorular ön plandaydı. Günümüzde ise alanında uzman kişilerin bu soruların üstesinden gelmesinden dolayı farklı öğretim programlarında yer alabilecek farklı sorular akla gelmektedir. Goldenberg (1996) tarafından da ifade edildiği gibi "*Bireylere bir şeyler öğretirken hangi matematiksel düşünme alışkanlıklarını kazandıralım ki bireyler günlük hayatta ve akademik hayatta karşılaştığı problemlerin üstesinden gelirken bu alışkanlıklar ona yardımcı olsun? Yine bu alışkanlıklar bireylere entelektüel matematiksel bilgi birikimi kazandırsın*" şeklindeki açıklama düşünüldüğünde aslında matematiksel düşünme alışkanlığı deyince bireylere sadece ders kitaplarında yer alan belirli teoremler, tanımlar ve algoritmaların öğretilmemesi gerektiği anlaşılmaktadır. O halde matematiksel düşünme alışkanlıkları nedir? Matematiksel düşünme alışkanlıkları başarılı bireylerin çözümü doğrudan belli olmayan bir problemle karşılaştığında problemin çözümüne yönelik yaklaşımlarıdır. Bu durumda matematiksel düşünme alışkanlıkları, düşünme alışkanlıklarının özel bir durumu denilebilir. Dolayısıyla matematiksel düşünme alışkanlığına sahip bireyler matematiksel kavramlar ve matematik problemleri hakkında matematikçiler gibi düşünmeye çalışarak matematikçilerin çalışmalarında kullandığı yolları dikkate alarak muhakeme yeteneğini kullanabilirler (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 2010; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2009; Matsuura, Sword, Piecham, Stevens ve Cuoco, 2013).

Literatürde araştırmacılar matematiksel düşünme alışkanlıklarını farklı şekillerde yorumlamıştır (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996-2010; Goldenberg, 1996; Marshall, 2004; Matsuura ve diğerleri, 2013; Jacobbe ve Millman, 2009; Rolle, 2008). Yapılan yorumlamalarda matematiksel düşünme alışkanlıkları ilköğretim ve ortaöğretim seviyesine göre faklı şekilde kategorilendirilmiştir. Bu kapsamda Goldenberg, Shteingold ve Feurzeig (2003) ilköğretim öğrencilerine göre matematiksel düşünme alışkanlıklarını aşağıdaki gibi sınıflandırmıştır.

- Geometrik nesneler arasında sınıflandırmalar yapabilme
- Tahminleri kontrol edebilme
- Mantıksal çıkarımlar yapabilme
- Problemleri, soruları ve kullanılan yöntemleri analiz edebilme
- Araştırma ve problemleri çözerken sezgileri doğru kullanabilme şeklindedir.

Goldenberg ve diğerleri (2003) matematiksel düşünme alışkanlıklarını (MDA) ilköğretim öğrencilerine göre kategorilendirdiği için MDA'lar daha basit anlamlar içermektedir. Yani geometrik nesneler arasında sınıflandırmalar yapabilme alışkanlığına sahip bir bireyin "çokgen $\supset$ dörtgen $\supset$ paralelkenar $\supset$ dikdörtgen $\supset$ kare" sınıflandırmasını yapabilmesi beklenir. Mazano, Pickering ve McTighe (1993) matematiksel düşünme alışkanlıklarını daha üst seviyedeki öğrencilere göre tanımlamış,

- Bireylerin kendi düşünmesinin farkında olması
- Etkili planlar yaparak ilgili kaynakları verimli bir şekilde kullanması
- Davranışlarının etkililiğini değerlendirmesi
- Etkili geri dönüt verebilmesi
- Doğru sonuca ulaşmaya yönelik araştırmalar yapması
- Görüşlerini açık bir şekilde ifade edebilmesi
- Başkalarının görüşlerini dikkate alması
- Hisleri kontrol edebilmesi
- Problemin çözümüne doğrudan ulaşamadığı durumlarda pes etmeden problemi çözmeye çalışması
- Kendi bilgi ve yeteneğinin sınırlarını keşfedebilmesi
- Kendi değerlendirme standartlarını sürdürebilmesi
- Farklı bakış açısı geliştirmesi şeklindedir.

Mazano vd.'nin (1993) bahsettiği matematiksel düşünme alışkanlıklarına benzer şekilde Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) MDA'larını üst seviyede öğrenciler üzerinde;

- Foksiyonları kullanma,
- Farklı bakış açısı geliştirme,
- Sonuç çıkarma ve tecrübe edinme,
- Dili doğru kullanma,
- İyi hesaplamalar yapma,
- Soyut düşünme,
- Algoritmaları oluşturma,
- Temsilleri gösterme,
- Orantısal akıl yürütme,
- Sistemli çalışmayı sevme,
- Değişkenleri belirleme şeklinde kategorilendirmiştir.

Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) tarafından yapılan bu sınıflama incelendiğinde, MDA'ların daha çok bilişsel boyutuna odaklanıldığı fark edillir. Ayrıca yapılan bu sınıflama bireylerin MDA'larının verilen problemleri çözerken farklı bakış açısı geliştirebilmesi, orantısal akıl yürütmeyi kullanabilmesi ve yaptığı çözümü matematiksel dili etkili bir şekilde kullanarak açıklayabilmesi ile ilgili olduğu görülmektedir. Aynı araştırmacılardan olan Cuoco, Goldenberg ve Mark (2010) ileriki yıllarda matematiksel düşünme alışkanlıklarını daha genele uyarlayarak *matematiksel yapıları araştırma ve uygulama, matematiksel dili kullanma, amaca yönelik deneyim kazanma ve matematiksel akıl yürütme* olarak tanımlamıştır. Yine Matsuura, Sword, Piecham, Stevens ve Cuoco (2013) matematiksel düşünme alışkanlıklarının belirlenmesine yönelik yaptığı bir diğer çalışmasında; *matematiksel yapıları keşfetme, matematiksel kavramlara yönelik uygun gösterimlerde bulunma, cebirsel ifadeleri dönüştürme ve yorumlama, tanımlar-varsayımlarda matematik dilini etkili kullanma* şeklinde ifade etmiştir. Bütün bu tanımlar incelendiğinde matematiksel düşünme alışkanlıklarının karşılaşılan problemlerin bilişsel boyutuna yönelik alışkanlıklar olduğu görülmektedir. Ancak Goldenberg (1996) lise öğrencilerine yönelik MDA'ları aşağıdaki şekilde daha özelleştirerek tanımlamıştır.

- *Görselleştirme eğilimi:* Görselleştirebilme yeteneği, öğrenciler bir problemle karşılaştığında nicel ve uzamsal verileri şekle dönüştürebilmesi, şekli manipüle etmesi ile ilgili süreçtir. Öğrenciler bu şekilde soyut matematiksel kavramların önemli ve görünmeyen kısımlarını anlamlaştırabilmektedir.
- *Şekillerin Yorumlanması:* Bir matematikçi için şekil, cebirsel ilişkileri keşfetmede görsel kanıt gibidir.
- *Formal ve İnformal Tanımlama Eğilimi:* Matematik yaparken, nicelikler, uzamsal, hiyerarşik ve yapısal ilişkileri tanımlama ve fikirler arasındaki ilişkiyi ortaya koyma tanımlama alışkanlığı kapsamındadır.
- *Görsel ve sözlü olarak sunulan bilgileri dönüştürme eğilimi*
- *Denemeler yaparak bir sonuca ulaşma eğilimi*
- *Değişmezlere bakma eğilimi*
- *Tümdengelim yöntemi*
- *Sistematik olarak keşfetme ve değişmezleri gözlemleyerek kanıtlama*
- *Yapı oluşturma ve algoritmalar hakkında akıl yürütme* şeklindedir.

Yukarıda bahsedilen ve literatürde geçen matematiksel düşünme alışkanlıklarını düşündüğümüzde, aslında bu alışkanlıkların matematiksel düşünme ile ilişkili olduğunu söyleyebiliriz. Matematiksel düşünme; özel durumlar üzerinde çalışma ve genellemeye varma, varsayımda bulunma, ilişkilendirme, bir şeyin neden doğru olduğuna ilişkin kanıtlar sunması anlamına gelen ikna etme aşamalarından oluştuğunu ifade etmiştir (Burton, 1984). Matematiksel düşünme alışkanlıkları ise, ilişkilendirme, tanımlama, denemeler yaparak bir sonuca ulaşmaya çalışma, yaratıcı olma, görselleştirme, varsayımda bulunma, tahmin yürütebilme (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996), yansıtıcı düşünme, örnekler verebilme (Jacobbe ve Millman, 2009), matematiksel kavramları anlamaya yönelik uygun gösterimlerde bulunma, sorgulama, problem kurma, yaratıcı düşünme, yeni fikirler ortaya atma şeklindedir (Marshall, 2004; Rolle, 2008). Matematiksel düşünme ve matematiksel düşünme alışkanlıklarının bu aşamaları dikkate alındığında aslında her ikisinin de birbiri ile ilişkili bir süreç olduğunu söyleyebiliriz.

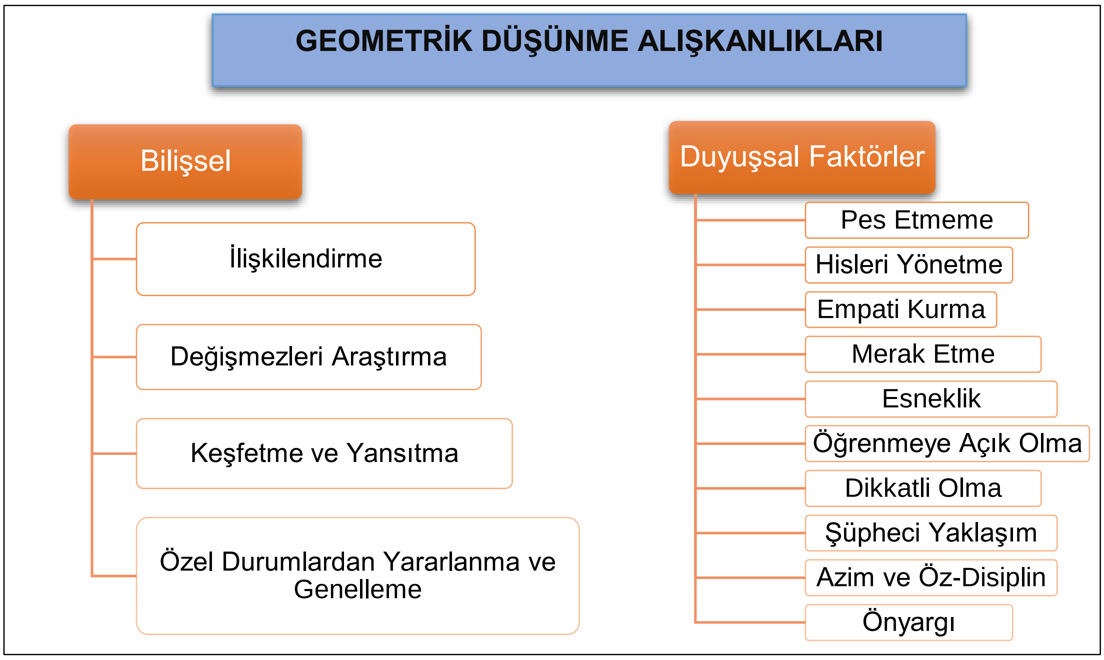
Literatürde MDA'lara yönelik tanımlamalar ve sınıflandırmalar incelendiğinde, MDA'ların bireylerin problem çözme süreçleri ile iç içe olduğu görülmektedir. Bunun sebebi matematiksel düşünme alışkanlıkları, bireylerin karşılaştığı matematik problemlerinde çözüme doğrudan ulaşamadığı durumlarda sergilediği zihinsel davranışlardır. Yine matematiksel düşünme alışkanlıkları, öğrencilerin bir problemle karşılaştığında problemin çözümüne ulaşma yöntemlerini etkilemektedir. Bu durumda matematiksel düşünme alışkanlıkları, bireylerin karşılaştığı bir durumun veya problemin sadece doğru cevabı bilmesi değil, problemi nasıl çözeceğini bilemediği, problemlerde çözüm yolunda ilerleyemediği durumlarda da problemin çözümüne yönelik yaklaşımıdır (Marzano, Pickering ve McTighe, 1993; Costa ve Kallick, 2000; Leikin, 2007; Driscoll ve diğerleri 2008). Ayrıca yapılan bütün kategorilendirmeler incelendiğinde genel olarak bireyin herhangi bir matematiksel durumla karşılaştığında sahip olduğu bilginin farkına varabilmesi, bu bilgiyi kullanarak bir problemle karşılaşıldığında çözümler üretebilmesi, bu çözümleri yeni durumlara uyarlayabilmesi gibi bilişsel boyutlar olarak ifade edilmiştir. Duyuşsal boyut olarak ise bireyin karşılaştığı problemin çözümüne yönelik inançları, tutumları, kendine olan güven duygusu, bu güven duygusu yardımıyla problemlere karşı farklı bakış açısı geliştirebilme olarak tanımlamıştır.

#### 2. 1. 1. 3. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

Geometrik düşünme alışkanlıkları (GDA), geometri öğrenimini ve uygulamasını destekleyen, üretici bir düşünme biçimidir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Araştırmacılar geometrik düşünme alışkanlıklarını açıklama sürecinde farklı tanımlara başvurmuşlardır (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2008; Goldenberg, 1996, 2010; Kılıç, 2013). Cuoco vd. (2010) GDA'yı; akıl yürütme, geometrik değişmezleri araştırma, uç durumları düşünme, görselleştirme ve manüpilasyon alışkanlıkları olarak ifade etmiştir. Bu şekilde Cuoco vd. (2010) öğrencilerin geometri problemlerini çözerken geometrik yapıları oluşturmasını ve oluşan bu yapıları rahatlıkla manüpile edebilmesinde keşfetme ve akıl yürütmenin önemini vurgulamıştır. Benzer şekilde Goldenberg (1996) "Connected Geometry" adlı projesi ile geometri öğretim programında yer alması gereken geometrik düşünme alışkanlıklarını sınıflandırmıştır. Bu sınıflama; *görselleştirme, şekillerin yorumlanması, formal ve informal tanımlamalar yapma, görsel ve sözlü olarak sunulan* *bilgileri birbirine dönüştürebilme, denemeler yaparak bir sonuca ulaşma, değişmezlere bakma, tümdengelim, sistematik olarak keşfetme ve değişmezleri gözlemleyerek kanıtlama, yapı oluşturma ve algoritmalar hakkında akıl yürütme* alışkanlıkları şeklindedir. Goldenberg'in yaptığı bu sınıflama Cuoco (2010)'un yaptığı sınıflandırmaya benzerlik göstermekte ve bu sınıflandırmaya ek olarak geometride tanımlamanın ve görselleştirmenin önemini vurguladığı görülmektedir.

Geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik literatür incelendiğinde, GDA'lara göre yapılan en kapsamlı sınıflandırma Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından yapılmıştır. Driscoll ve diğerleri (2007) geometrik düşünme alışkanlıklarını ilişkilendirme, özel durumları düşünme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma olarak sınıflandırmıştır. Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından yapılan bu sınıflandırma, hem Goldenberg'in (1996) değişmezlere bakma, görselleştirme, sistematik bir şekilde keşifler yaparak bir sonuca ulaşma şeklinde sınıflandırılan geometrik düşünme alışkanlıklarını, hem de Cuoco vd.'nin (2010) akıl yürütme, uç durumları düşünme şeklinde sınıflandırılan geometrik düşünme alışkanlıklarını kapsamaktadır. Bu yüzden bu çalışmanın teorik yapısında, geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutu olarak Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından yapılan sınıflandırma temel alınarak geliştirilmiştir.

Yukarıdaki çalışmalar incelendiğinde ilgili literatürde kesin çizgilerle ayrılmasa da GDA'ların bilişsel boyutu ve bu boyutu etkileyen faktörleri olacak şekilde iki şekilde sınıflandırıldığı görülmektedir. Bu çalışmada da ilgili literatür incelendikten sonra geometrik düşünme alışkanlıkları bilişsel bilişsel boyutu ve bu boyutu etkileyen faktörleri olarak sınıflandırılmıştır. Çalışmada bilişsel boyut olarak Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından geometrik düşünme alışkanlıklarına ait sınıflandırması geliştirilerek uyarlanmıştır. Geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörler ise ilgili literatür taraması sonucunda araştırmacı tarafından geliştirilmiştir.

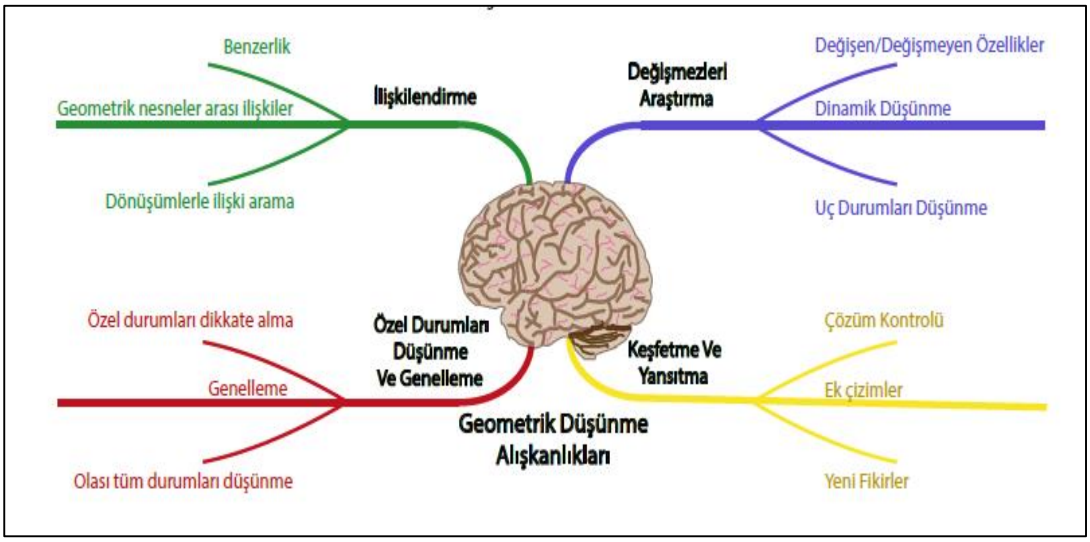



Şekil 1. Geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutu ve bu boyutu etkileyen duyuşsal faktörler

Geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutu bireyin hemen çözüme ulaşamadığı bir problem ile karşılaştığında gösterdiği bilişsel alışkanlıklardır. İlgili literatür taraması sonucunda Driscoll ve diğerleri, (2007) tarafından kabul edilen teorik çerçeve genişletilerek Şekil 1'deki bilişsel boyuta ait yapı elde edilmiştir. Şekil 1 incelendiğinde GDA'ların bilişsel boyutu: *ilişkilendirme, özel durumdan yararlanma ve genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma* şeklindedir. Geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutunu etkileyen duyuşsal faktörler ise, bireylerin karşılaştığı geometri problemine yönelik duygularını, probleme yönelik duygularını psikolojik alt yapısını ve inançlarını ifade etmektedir (Costa ve Kallick, 2000). İlgili literatür taraması sonucunda bu çalışmada kabul edilen duyuşsal faktörlere Şekil 1'de yer verilmiştir. Bunlar: *pes etmeme, hisleri yönetme, empati kurma, merak etme, esnek düşünme, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-dsiplin, ön yargı* şeklindedir. (Sher, 1992; Cook, 1996; Cuoco, 1996; Cuoco, Goldenberg, & Mark, 1996; Goldenberg,1996; Richardson, 1996; Arisa ve Hitchens, 1998; Coxford ve diğerleri, 1998; Van Tasselo-Baska, 1998; Bailin, 1999; Volkmann, 1999; Bergman 2007). Bu bakımdan hem duyuşsal faktörlerde hem de bilişsel boyutta yer alan GDA'lar bireylerin bir problemin iç yüzünü anlamaya çalıştıklarında ve problemi çözmeye çalıştıklarında ortaya çıkar ve birbirinden bağımsız değildir. Aksine bu alışkanlıklar problem çözme sürecinde birbirine bağlı bir şekilde ihtiyaç duyulan alışkanlıklardır (Driscoll ve diğerleri, 2007).

### 2. 1. 1. 3. 1. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Bilişsel Boyutu

Bilişsel boyuttaki geometrik düşünme alışkanlıkları bireylerin çözümünü doğrudan bilemediği bir problemle karşılaştığı durumlardaki geometriyi bilişsel boyutta kullanabilme yeteneğine bağlı alışkanlıklardır.




Şekil 2. Geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutu

Bu çalışmada bireylerin sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ortaya konulan teorik çatı geliştirilerek tasarlanmıştır. Bu tasarım sonucunda Şekil 2'de de görüldüğü üzere bireylerin sahip olduğu GDA'lar bu çalışmaya ilişkilendirme*, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma* şeklinde uyarlanmıştır. Şekil 2 incelendiğinde her bir GDA'nın üçer tane temel özellikleri olduğu görülmektedir. Bu temel özellikler araştırmacı tarafından öğretmen adaylarının seviyesine göre göre uyarlanmıştır. İlişkilendirme, bireylerin geometrik nesneler arasında karşılaştırma yapabilmesi, nesneler arasında bulduğu ilişkileri problemin çözümüne uyarlayabilmesidir. İlişkilendirme alışkanlığının temel göstergeleri ise Şekil 2'de görüldüğü üzere "*geometrik şekiller arasında benzerlik kurulması, geometrik nesnelerin birbiri ile ilişkilendirilmesi, geometrik şekillere yapılan uygun dönüşümler sonucunda ilişki arama"* şeklindedir. Değişmezliği araştırma, bireylerin daha çok geometrik nesneleri dinamik olarak düşünmesi bu ve bu durumu problemi çözme sürecinde kullanabilmesidir. Bu kapsamda değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergeleri "*geometrik şekillere yapılan dönüşümler sonucunda değişen ve değişmeyen özellikleri fark edebilme, geometrik şekilleri dinamik düşünebilme, sınırlı ve uç durumları düşünebilme*" şeklindedir. Özel durumları düşünme ve genelleme, bireylerin problemin özel bir durumundan yararlanarak genel bir yargıya varabilmesi ile ilgilidir. Dolayısıyla özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının temel göstergeleri "*verilen bir problemde özel durumları dikkate alma, bu özel durumlardan yararlanarak genel bir kural oluşturma, olası bütün durumları düşünebilme"* dir. Son olarak keşfetme ve yansıtma, bireylerin problemin çözümüne yönelik keşifler yapabilmesi ve yaptığı çözümü kontrol ederek kendini değerlendirebilmesi ile ilgilidir. Keşfetme ve yansıtma alışkanlığının temel göstergeleri ise "*verilen bir geometrik şekil üzerinde ek çizimler yapabilme, yapılan çözümü kontrol edebilme, yaratıcı düşünerek problemin çözümüne yönelik farklı stratejiler geliştirebilme"* şeklindedir.

Çalışmanın diğer bölümlerinde geometrik düşünme alışkanlıkları ile kastedilen kavram geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutu anlamına gelmektedir.

#### 2. 1. 1. 3. 1. 1. İlişkilendirme Alışkanlığı

İlişkilendirme bireylerin karşılaştığı geometrik nesneler arasındaki ilişkileri inceleme ve bu ilişkileri problem çözümünde ne şekilde kullanacağına karar verebilme sürecini içermektedir. Yani bu alışkanlığa sahip bir birey verilen şekillerin hangi yönleriyle birbirine benzediğini veya birbirinden farklı olduğunu sorgulayabilir. Yine bu alışkanlığa sahip bir birey, problemde yer alan geometrik şekilleri tanımlayıp, ortak olan/olmayan özelliklerine göre karşılaştırıp bu şekiller arasındaki ilişkinin yapısını analiz edebilir. Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken simetri, öteleme gibi bazı dönüşümlerden yararlanabilir, iki veya daha fazla geometrik şekli mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşabilir (Friel ve Markworth, 2009; Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan, 2013) Bu yüzden bu süreçteki bir birey, herhangi bir geometri problemiyle karşılaştığında kendine bazı sorular yönelterek, bu soruların cevaplarını aramalıdır. Bu sorular: "*Verilen geometrik şekiller neden birbiri ile aynı/farklı, bu şekillerin birbiri ile nasıl bir ilişkisi vardır, bu şekiller başka nasıl tanımlanabilir, geometrik bir şekil ile diğeri arasındaki ilişkiyi nasıl ortaya koyabilirim, bu ilişki farklı bir boyutta olsaydı ne olurdu*?" şeklindedir (Driscoll ve diğerleri 2007). Burada önemli olan bir bireyin herhangi bir geometrik şekil ile karşılaştığında onu diğer şekiller ile ilişkilendirerek özelliklerini anlaması ve verilen geometri problemini bu kapsamda çözebilmesidir. (Leikin, 2007).

Bu kapsamda ilişkilendirme alışkanlığına sahip bir bireyin, verilen bir problemdeki geometrik şekilleri tanımlayabilme, şekiller arasında benzerlik/eşlik kurabilme, simetri-öteleme gibi dönüşümler yardımıyla geometrik şekiller arasında ilişki arayabilme gibi göstergelere sahip olduğu söylenebilir (Driscoll ve diğerleri, 2007; Driscoll ve diğerleri, 2008).

### 2. 1. 1. 3. 1. 2. Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlığı

Geometride genelleme, geometrik kavramların *"genellikle"* ve *"tüm"* kavramlarıyla olan ilişkilerini anlamaya yönelik kısmıdır. Genelleme süreci "*tüm ve genel olan durumları tahmin etme, tahminleri kontrol etme, tahminlere yönelik şekiller çizme, çizilen şekiller üzerinde yapılan tahmine göre tartışmalar yapabilme"* bileşenlerinden oluşur (Driscoll ve diğerleri, 2007). Geometride genelleme ise gözlenen bir olayın bütün koşullarda geçerli olup olmadığının sorgulamasıdır

Özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına sahip bir bireyin bir geometri problemiyle karşılaştığında kendine sorması gereken önemli sorular vardır. Bunlar: "*Verilen özel durum her koşulda sağlanır mı, eğer sağlanıyorsa bunun sebebi nedir, verilen bu durumun doğru olup olmadığına yönelik örnekler bulabilir miyim ve bu şekilde yaptığım genellemeyi revize edebilir miyim?*" şeklindedir. Genelleme süreci, bir problemin özel durumunun doğruluğunu gösterdikten sonra bu özel durumdan yararlanarak genel bir kural/örüntü oluşturmaya yönelik bir yöntemdir (Costa ve Kallick, 2000; Goldenberg, 1996).

Bu kapsamda özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığının göstergeleri "genel *bir çözüm yolunu kullanarak özel bir durum için farklı bir çözüm yolu oluşturur, bir problemin verildiği şartların değiştiği durumlarda sonuca ulaşır ve bütün şekiller için geçerli olacak bir kuralın farkına varır*" şeklindedir.

### 2. 1. 1. 3. 1. 3. Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı

Geometri de *değişmezlik:* geometrik nesnelerin hareket ettirilmesi sonucunda sahip olduğu özelliği koruması anlamına gelmektedir. *Değişmezleri araştırma:* bir geometrik şeklin duruşu, görünüşü değiştirilse bile değişmeyen nicelikleri gözlemlemedir. Değişmezleri araştırma alışkanlığında bireyler verilen bir şekli, onun farklı formlara dönüştürerek (dönüşümler, yansıtmalar, döndürmeler, genişletme, inceleme, birleştirme… vb) analiz eder. Bu şekilde yansıma, simetri, öteleme gibi işlemler altında *ilk başta verilen durum ile son durum arasında nelerin değişip değişmediği* sorgulanır (Driscoll ve diğerleri 2007). Bu alışkanlıkta önemli olan bireylerin karşılaştığı geometrik bir problem üzerinde şeklin farklı durumlarını düşünerek (nesneleri dönüştürerek, yansıtarak, benzerliklerinden yararlanarak vb.) problemin çözümüne ulaşmasıdır. Bu aşamada dinamik geometri yazılımlarının nesneleri sürükleyip bırakabilme, manipüle edebilme gibi özellikleri bireylere oldukça yarar sağlayacaktır (Goldenberg, 1996; Mark, Cucoco, Goldenberg ve Sword, 2010; Seago, Jacobs, Heck, Nelson ve Malzahn, 2015). Değişmezleri araştırma alışkanlığında bireyin kendine soracağı bazı önemli sorular: "*Verilen geometrik bir şekle,* *uygun dönüşümler yaparsak neler değişir ve neden değişir, değişmeyen nicelikleri neler olur, verilen bir şekile sürekli aynı dönüşümler yapmaya devam edersem ne olur?*" şeklindedir (Driscoll ve diğerleri, 2007).

Değişmezleri araştırma alışkanlığına sahip bir birey: "*Verilen bir şekle istenen dönüşümü uygulayabilme, uç durumları düşünebilme ve buna uygun strateji geliştirebilme*" şeklindedir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Yine bu alışkanlığın göstergeleri "*Verilen bir geometri problemine uygun dönüşümleri gerçekleştirir, dönüşümleri yaparken aykırı durumları da dikkate alır, dönüşüm sırasında özelliklerin hepsinin değişmediğini fark eder*" şeklindedir.

#### 2. 1. 1. 3. 1. 4. Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığı

Keşfetme; bireyin karşılaştığı bir geometrik şekil üzerinde değişiklik yaparak, kendi çözümünü üretmesidir. Yansıtma ise bireyin bir geometri problemini çözerken ne yaptığının farkında olması, çözümün her aşamasında ve çözüm sonrasında bulduğu sonuçların doğruluğunu sorgulamasıdır (Driscoll ve diğerleri, 2008). Bu şekilde birey bir problem çözümüne farklı stratejilerle yaklaşacaktır. Bu bağlamda keşfetme ve yansıtma alışkanlığında bireyin kendine soracağı sorular: "*Verilen bir problemin çözümüne yönelik plan yaparken şekil çizip, bazı parçalara ayırırsam ve bu işlemlerimi tekrar geriye doğru incelersem ne olur, problemin zaten bir çözümü var ise bu çözüm nasıl olur, nasıl farklı yöntemler geliştirebilirim*?" şeklindedir (Driscoll ve diğerleri, 2008). Bu sorularla bireylerin bir problemle karşılaştığında onu anlaması, ona yönelik plan yapması ve bu planı uygularken farklı yöntemler kullanması gibi süreçlerden geçmesi gerektiği vurgulanmıştır. Yine Driscoll ve diğerleri (2008), keşfetme ve yansıtma alışkanlığında bir bireyin sahip olması gereken genel özellikleri, "*şekil çizme, şekil üzerinde keşifler yapma, çözümün sonunda ne olacağına dair şekil oluşturarak bir problemin çözümüne yaklaşma, geriye dönerek muhakeme yapma ve akıl yürütme*" olarak ifade etmektedir. Ayrıca Herbst (2006) bu süreçte öğrencilerin, "akıl yürütmeye dayalı tahmin" olarak adlandırdığı tahminleri test etmek için stratejiler geliştirmesi işlemini gerçekleştirebileceğini ifade etmiştir.

Keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergeleri "*verilen şekil üzerinde ek çizimler yaparak çözümü yönelik plan oluşturur, verilen ifadelere yönelik plan yaparak çözümü bulmaya rehberlik eder, düzenli olarak yaptığı çözümü kontrol eder ve yeni fikirler ortaya atmaya çalışır*" şeklindedir (Driscoll ve diğerleri, 2008).

### 2. 1. 1. 3. 2. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörler

Geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörler bireylerin çözümünü doğrudan bilmediği problemle karşılaştığında, probleme yönelik tutum, inanç ve davranışlarının duyuşsal boyutunu yansıtmaktadır. Bu alışkanlıklar *"pes etmeme, hisleri yönetme, empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-dsiplin, ön yargı"* şeklindedir. (Sher, 1992; Cook, 1996; Cuoco, Goldenberg, & Mark, 1996; Goldenberg,1996; Richardson, 1996; Arisa ve Hitchens, 1998; Coxford ve diğerleri, 1998; Van Tasselo-Baska, 1998; Bailin, 1999; Volkmann, 1999; Bergman 2007, Driscoll, ve diğerleri, 2007; Driscoll ve diğerleri, 2008).

*Pes Etmeme:* Karşılaşılan bir problemi çözmeye yönelik azimdir. Birey çözüme ulaşamadığı durumlarda farklı stratejiler deneyerek, ona odaklanmalıdır. Tek bir çözüme ulaşamayınca o problemi bırakmayıp farklı yollar deneyen bir birey pes etmeme alışkanlığına sahiptir.

*Hisleri Yönetme:* Bireyin problemi çözmeden önce sakin kalması, başka çözüm yolları olan bireyleri dinlemesi, tüm alternatiflerini değerlendirmesidir. Bu aşamada bireyle problemi çözmeden önce çözüm yapmaya yönelik stratejilerini zihinsel olarak oluşturmasını kapsamaktadır. Kısacası bir problemi çözmeden önce bireyin o problem üzerinde düşünmesidir.

*Empati Kurma:* Bireyin problemi çözemediği durumlarda farklı kişilerin çözüm yollarını inceleyerek probleme onların perspektifinden bakabilmesi, onların yerine kendini koyarak düşünebilmesidir.

*Merak Etme:* Bireyin karşılaştığı bir problemin çözümünün nasıl olacağını merak ederek o probleme yaklaşmasıdır. Verilen bir probleme karşı kayıtsız durulmamalıdır.

*Esneklik:* Bireyin bir problemi yanlış düşündüğü durumlarda farklı seçeneklerinin de olacağını fark etmesi ve buna bağlı olarak yaptığı çözümü değiştirmesidir. Bu şekilde birey bir duruma farklı açılardan bakabilir, bir problemi tekrar tanımlayabilir, yeni çözümlere ulaşabilir. Bu durumda birey problemin tek bir çözümünün olmayacağının bilincindedir.

*Öğrenmeye Açık Olma:* Bireyin grup çalışmaları yaparak, bilmediği konularda arkadaşlarından yeni bilgiler öğrenebilmesi, yeni konuları araştırabilme isteğidir.

*Dikkatli Olma:* Problemin çözüm sürecinde bireyin yaptığı işlemlere dikkat etmesi, yanlış yapma riskini en aza indirebilmesidir.

*Şüpheci Yaklaşım:* Verilen bir problemin çözümünün birden fazla olabileceğini düşünerek, yaptığı çözümün belirli aralıklarla kontrol edilmesidir.

*Azim ve Öz-disiplin:* Problemi çözmeye yönelik inancı ve bu süreçte geometri dilini etkili bir şekilde kullanabilmeyi oluşturur.

*Ön Yargı:* Bireyin problemi çözmeden önce çözümün zor ya da kolay olacağına dair ön yargısının olmaması gerekir. Aksi takdirde birey bu durumdan etkilenecek ve doğru sonuca ulaşamayacaktır.

Sonuç olarak bireylerin geometrinin doğasını ve geometrik ilişkileri anlamasında, geometrik kavramlar arasında geçiş sağlayabilmesinde ve karşılaştığı problemlere çözüm üretebilmesinde onların geometrik düşünme alışkanlıkları ön plana çıkmaktadır (Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010). Yine geometride de öğrencilerin görsel nesneler üzerinde farklı şekillerde oynamalar yapabilmesi, genelleme sürecini daha rahat yaşayabilmesi, ilişkilendirme stratejini kullanarak sonuca ulaşabilmesi geometrik düşünme alışkanlıklarının iyi yapılanması ile olacaktır. Benzer şekilde bireylerin geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal boyut da oldukça önemlidir. Bireyler duyuşsal anlamda olumlu bir yapıda olursa, bilişsel boyuttaki geometrik düşünme alışkanlıkları da olumlu yönde etkilenecektir. Tanımlanan bu alışkanlıklar birbirinden bağımsız alışkanlıklar değil, aksine problem çözme süreci içinde ihtiyaç duyulan birbirine bağlı alışkanlıklardır (Driscoll ve diğerleri, 2007; Costa ve Kallick, 2000; Marshall, 2004).

### 2. 1. 1. 4. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Göstergeleri

Geometrik düşünme alışkanlıkları yukarıda da bahsedildiği gibi *"ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma*" şeklindedir. Tablo 2'de literatür taraması sonucunda (Driscoll ve diğerleri 2007) araştırmacı tarafından oluşturulan geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergeleri verilmiştir.

Tablo 2. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları ve Göstergeleri

| GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIĞI | GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIĞI GÖSTERGELERİ | KRİTERLER |
|---|---|---|
| İLİŞKİLENDİRME | İ1 | Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme. |
| | İ2 | Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma. |
| | İ3 | Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma. |
| | İ4 | İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma (benzerlik). |

Tablo 2'nin devamı

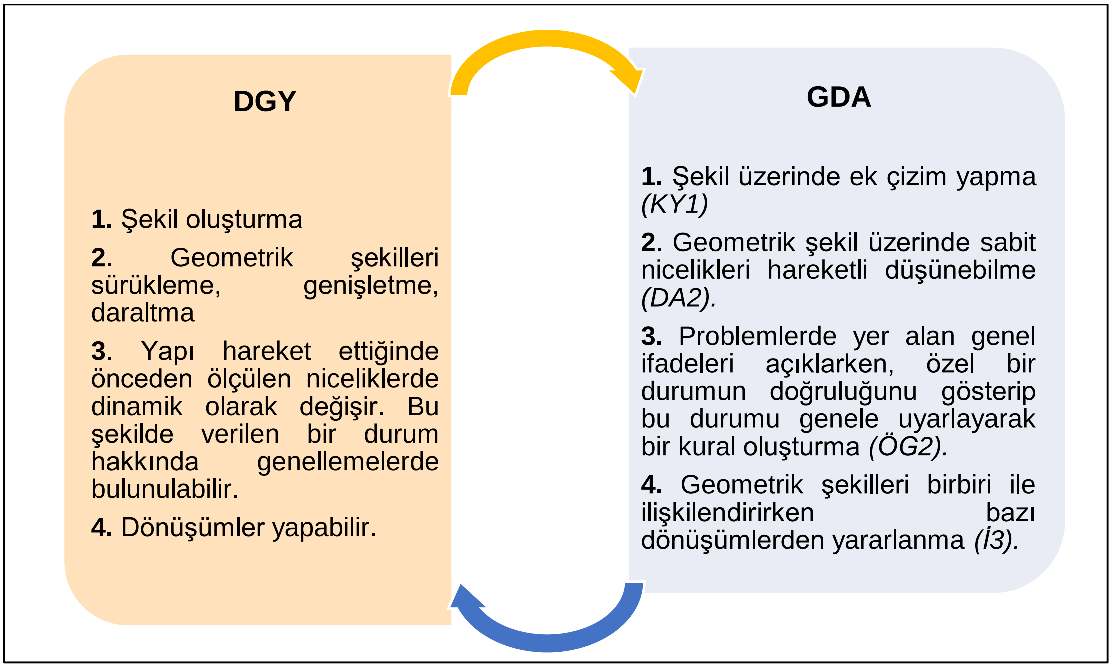
| | | |
|---|---|---|
| ÖZEL DURUMLARI DÜŞÜNME VE GENELLEME | ÖG1 | Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama. |
| | ÖG2 | Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama. |
| | ÖG3 | Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme |
| DEĞİŞMEZLERİ ARAŞTIRMA | DA1 | Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama. |
| DEĞİŞMEZLE Rİ ARAŞTIRMA | DA2 | Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme |
| | DA3 | Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme |
| | DA4 | Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme |
| KEŞFETME VE YANSITMA | KY1 | Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma |
| | KY2 | Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma |
| | KY3 | Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme |
| | KY4 | Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma. |
| | KY5 | Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma |
| | KY6 | Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme |

Tablo 2'den görüldüğü üzere her bir geometrik düşünme alışkanlığının farklı göstergeleri vardır. Bu çalışmada hem literatürden yararlanarak hem de öğretmen adaylarının pilot çalışma kapsamında verdiği cevaplardan yararlanarak GDA'lar kapsamda ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı ile değişmezleri araştırma alışkanlığının 4 göstergesi varken keşfetme ve yansıtma alışkanlığına ait 6 gösterge oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının çözdüğü problemlerde kullandığı geometrik düşünme alışkanlıkları bu göstergelere göre anlaşılmaktadır.

#### 2. 1. 1. 5. Dinamik Geometri Yazılımları ve Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

Teknolojinin yaygınlaşmasıyla birlikte araştırmacılar çalışmalarını eğitim ile teknolojiyi nasıl etkileşimli hale getirebiliriz konusuna yönlendirmiştir. Son yirmi yıldır hem eğitimciler hem de yazılımcılar dinamik geometri programları üzerinde çalışmaktadır (Kılıç, 2013). Bu programları kullanarak öğrenme ortamları oluşturmadaki amaç programlama etkinlikleri yardımıyla öğrencilere geometrik kavramları öğretmek, geometrik nesneler arasındaki ilişkileri keşfetmesini sağlamaktır (Baki, 2008). Böylece kâğıt kalem ile çizmesi zor ya da imkânsız olan geometrik yapılar dinamik geometri yazılımları aracılığıyla rahatlıkla çizilebilir. Bu şekilde programların kullanılması öğrencilere sadece geometrik yapıların keşfedilmesini sağlamaz aynı zamanda öğrenme sürecini de hızlandırır (Battista, 2007). Seago, Jacobs, Heck, Nelson ve Malzahn (2014) öğretmenlerin geometri öğretimi ve öğreniminde materyallerin gelişimine yönelik yürüttüğü dinamik geometri yazılımlarını da kullanarak bir çalışma yürütmüştür. Çalışmasında geometri öğrenimi ve öğretimi projesi kapsamında benzerlik ve geometri dönüşümleri konularını içeren testler geliştiren Seago ve diğerleri (2015) çalışmasının sonunda öğrencilerin dönüşümler yardımıyla benzerlik problemlerini çözebilmesinde dinamik geometri yazılımlarının kullanılmasının yararlı olduğunu ifade etmiştir.

Dinamik geometri yazılımlarının (DGY) yukarıda bahsedilen amacı düşünüldüğünde aslında DGY'nin geometrik düşünme alışkanlıkları ile iç içe olduğu açıkça görülebilir. Şekil 3'te dinamik geometri yazılımları ile geometrik düşünme alışkanlıkları arasındaki ilişki verilmiştir.




Şekil 3. Dinamik geometrik yazılımları ile geometrik düşünme alışkanlıkları arasındaki ilişki

Şekil 3 incelendiğinde aslında DGY ile GDA'ların birbirini tamamladığı görülmektedir. Çünkü geometrik düşünme alışkanlıklarının en önemli göstergeleri sabit geometrik yapıların hareket ettirilerek oluşan değişimin incelenmesi, özel durumlardan yararlanarak genellemeler varılması, şekil üzerinde ek çizimler yapılması ve geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken dönüşümlerden yararlanılmasıdır. İşte bu aşamada dinamik geometri yazılımlarının en önemli karakteristik özellikleri de Şekil 3'te görüldüğü gibi bu alışkanlıklara karşılık gelmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada da geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamında dersler bilgisayar laboratuvarında işlenmiştir. Ayrıca uygulamalar boyunca bir DGY olan GeoGebra yazılımı öğretmen adaylarının kullanımına hazır sunulmuştur. Adaylar, ihtiyaç duyduğu zaman bu yazılımları kullanmıştır.

Kılıç (2013) dinamik geometri yazılımlarının lise öğrencilerinin geometrik düşünme becerisi üzerine etkisine yönelik yaptığı çalışmasında, dinamik geometriye dayalı etkinlikleri deney grubuna, geleneksel öğretim tekniklerini ise kontrol grubuna uygulamıştır. Çalışmanın sonucunda dinamik geometri yazılımlarının geometrik düşünme üzerinde olumlu etkisi olduğuna ulaşmıştır. Dolayısıyla bireylerin GDA'larının gelişiminde dinamik geometri yazılımlarının da önemini unutmamak gerekmektedir.

### 2. 1. 2. Konu ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Yapılan bu çalışmada geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan öğrenme ortamlarının, öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine etkisi incelenmiştir. Bu bölümde ise araştırmanın yürütülmesinde temel oluşturan ve mevcut problemin nasıl çözüleceğine yönelik fikir veren diğer çalışmalara kısaca yer verilmiştir. Mevcut probleme çözüm üretmesi beklenen ve literatür taramasına yön veren sorular şu şekildedir.

1. Matematiksel düşünme alışkanlıklarını ve geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamları nasıl olmalıdır?
2. Matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarının belirlenmesine yönelik yaklaşımlar nelerdir?

İlerleyen bölümlerde, yukarıdaki sorulara cevap verebilecek literatürdeki çalışmalar alt başlıklar altında özetlenecektir.

#### 2. 1. 2. 1. Matematiksel Düşünme Alışkanlıklarının ve Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Geliştirilmesi İçin Öğrenme Ortamı Tasarlamaya Yönelik Yapılan Çalışmalar

Genelde matematik özelde ise geometri öğretim programlarının asıl amacı karşılaştığı problemlerin üstesinden gelebilen bireyler yetiştirmektir. Bu bireylerin yetiştirilebilmesi için de matematik ve geometrik düşünme alışkanlıkları doğrultusunda öğretim programlarının şekillenmesi ve bireylere de bu alışkanlıkların kazandırılması gerekir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 2010; Goldenberg, 1996; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010 ). Bu şekilde yürütülen geometri dersleri öğrencilerin genel eğitimin amaçlarını karşılayabilmesinde oldukça faydası olacaktır. Bu yüzden Goldenberg (1996) seçtiği bazı geometrik düşünme alışkanlıklarını merkeze alan ve "*Connected Geometry*" adında bir öğretim programı tasarlamıştır. Goldenberg (1996) bu çalışmasında öğrencilere bir dönemlik kurs vererek, onlara geometrik düşünme alışkanlığını kazandırabilmek için neler yapılabileceği üzerinde durmuş ve buna yönelik yöntemler geliştirmiştir. Çalışmasındaki esas amaç, geometrik düşünme alışkanlığını kullanarak, ileri geometrik düşünme becerisi kazandıran ve matematiğin varlığının güçlü bir şekilde anlaşılmasını sağlayan bir program geliştirmektir. Goldenberg (1996) öğretim programı gelişiminde ve hatta bu programın uygulamaya geçilmesinde, geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya koymuştur. Goldenberg (1996) öğrencilere geometri öğretilirken "*görselleştirme, şekilleri yorumlayabilme, formal ve informal tanımlamalar yapabilme, görsel ve sözlü olarak sunulan bilgileri birbirine dönüştürebilme, deneme yanılma ve tahmin yöntemini kullanarak bir sonuca ulaşabilme, değişmezlere bakma, tümdengelim yöntemi, sistematik olarak keşfetme ve değişmezleri gözlemleyerek kanıtlama, yapı oluşturma ve algoritmalar hakkında akıl yürütme*" gibi alışkanlıkların kazandırılması gerektiği sonucuna ulaşmıştır.

İlgili literatürde MDA'lara yönelik araştırmacılar farklı çalışmalar yürütmüştür (Goldenberg, 2009; Gordon, 2011; Jacobbe ve Millman, 2009; Leikin, 2007; Lim ve Selden, 2009; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010; Marshall, 2004; Matsuura, Sword, Beth-Piecham, Stevens ve Cuoco, 2013; Seeley, 2014; Hu, 2005). Gordon (2011) öğrencilerin MDA'larını desteklemeye yönelik çalışmasında öğrencilerin matematiği başarılı bir şekilde öğrenebilmesi ve başarılı bir öğretimin gerçekleştirilebilmesi için matematiksel dilin önemli olduğunu vurgulamıştır. Gordon (2011) sınıf içerisinde kullanılan matematiksel dilin ve sınıf içi tartışmaların öğrencilerin özel bir durumu düşünme, farklı durumları göz önüne alma gibi MDA'ları geliştirdiğini ifade etmiştir. 3 ortaöğretim matematik öğretmeninin sınıf içerisindeki cebir derslerini gözlemleyerek yürüttüğü çalışmasında Gordon (2011) öğrencilerin matematiği en iyi şekilde öğrenebilmesi için öğrenme ortamlarının matematiksel düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş olması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Bu şekilde öğrencilerin karşılaştığı matematik problemlerini çözerken, farklı stratejiler kullanarak hem doğru sonuca ulaşacağını hem de matematiği kavramsal boyutta öğreneceğini belirtmiştir. Benzer şekilde Goldenberg (1996) MDA'ların problemler aracılığıyla sınıf içerisinde kullanılarak geliştirilmiş öğretim programlarının matematikçilerin yaşadığı süreçlerin nasıl olduğunu anlayabilmeyi sağlaması açısından oldukça önemli olduğunu ifade etmiştir. MDA'lar ile desteklenerek hazırlanan öğrenme ortamlarında da matematik derslerinin öğrencilerin kavramsal boyutta matematik öğretimini sağlayacağını belirtmiştir.

Literatürde matematiksel düşünme ve geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesi için tasarlanan öğrenme ortamlarına yönelik çalışmalardan bir diğeri de Guenther (1997) tarafından beşinci sınıf öğrencileri üzerinde yürütülen çalışmadır. Guenther (1997) öğrencilerin kritik düşünme, yaratıcı düşünme ve üst bilişsel düşünme olarak sınıflandırdığı düşünme alışkanlıklarındaki değişimi incelemiştir. 6 hafta boyunca 22 beşinci sınıf öğrencisinin düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarladığı öğrenme ortamında Guenther (1997) öğrencilerin kritik-yaratıcı ve üst bilişsel düşünmelerini geliştirecek sözlü metinler kullanmıştır. Tasarladığı bu öğrenme ortamı sonucunda öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının (kritik düşünme, yaratıcı düşünme ve üst bilişsel düşünmelerinin) sınıf ortamında geliştirilebileceği ve etkili bir şekilde kullanılabileceği sonucuna ulaşmıştır. Bu aşamada ise öğretmenin öğrencileri yönlendirmede rehber konumunda olması gerektiği, öğrencilere kendi yaşadıkları ortamlara yönelik örnekler verilmesinin hem kendilerinin hem de diğer arkadaşlarının düşünme alışkanlıklarını geliştirdiğini ifade edilmiştir. Yine Guenther (1997) öğrencilere altı haftalık süreç sonunda uyguladığı ölçekte öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının %67 oranında arttığını gözlemlemiştir. Benzer şekilde Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword (2010) ilköğretim öğrencileri ile yürüttüğü çalışmasında, öğrencilere sorduğu cebirsel problemlerle matematiksel düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceği sonucuna ulaşmıştır.

Geometrik düşünme alışkanlıklarının da öğrencilere kazandırılabilmesi için öğrenme ortamlarının bazı özellikleri olması gerekir. İlgili literatürde araştırmacılar öğrencilerin matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik ortamların özelliklerini ortaya koymuştur. Bu araştırmacılardan biri olan Costa ve Kallick (2000), matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarının sınıf ortamlarında başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için, öğrenme ortamının sahip olması gereken özelliklerini 9 maddede açıklamıştır. Bunlar;

- Tüm öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını geliştirebileceğine dair inancı olmalıdır.
- Öğretmenler, öğrencilere kazandırmak istediği düşünme alışkanlıklarını uygulayıcı rolde olduğu için, bu alanda uzman olmalıdır ve öğrencilere kendi öğrenmelerinin sorumluluğunu almaya teşvik etmelidir.
- Düşünme alışkanlığı öğretimine tutarlı bir şekilde zaman ayırılmalıdır.
- Teknoloji bakımından zengin öğrenme ortamları oluşturulmalıdır.
- Düşünme alışkanlıklarına yönelik hazırlanmış öğretim ortamı, öğrencilerin hazır bulunurluk düzeyine uygun olmalıdır.

- Öğrenciler sahip oldukları düşünme alışkanlığını ifade edebilmeli ve kendi öğrenmelerini gözlemleyebilmelidir.
- Öğretmenler düşünme alışkanlığı hakkındaki tartışmalarda rehber, yol gösterici olmalıdır.
- Öğretmenler, düşünme alışkanlığı öğretiminde bütün imkânları değerlendirmelidir. Düşünme alışkanlığı uygulamalarına yönelik kullanışlı materyaller geliştirmelidir.
- Sınıflar; güven duygusu, risk alma ve deney yapma, yaratıcı ve pozitif olma gibi düşünmeye dayalı ortamlar şeklinde olmalıdır.

Yukarıda verilen maddelerden de anlaşılacağı üzere matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamı, öğrencilerin problem çözme davranışlarını ortaya çıkarabilecek nitelikte olup öğrencilerin bu alışkanlıklarının geliştirilebileceğine dair pozitif yönde inanca sahip olmasını sağlamalı ve bu aşamada öğretmenler rehber rolünde olmalıdır. Bu karakteristiklerin yanında matematik ve geometrik düşünme alışkanlıklarını gelişimine yönelik öğrenme ortamları 4 farklı yöntem ile hazırlanabilir. Costa ve Kallick (2000) bu yöntemleri aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

1. Sorular yardımı ile öğrencilerde farkındalık oluşturma. Bu şekilde öğrenciler hangi düşünme alışkanlıklarının olduğunu öğrenerek farklı düşünme alışkanlıklarına sahip olacaktır.
2. Her bir düşünme alışkanlığı için özel öğretim tekniği oluşturma. Yani öğrencilere kazandırılması istenen düşünme alışkanlıklarına yönelik farklı öğretim stratejileri geliştirilmelidir.
3. Dersleri bazı düşünme alışkanlıkları gömülü bir şekilde işleme. Her derste düşünme alışkanlıklarının tanımını açıklamak yerine her derse ait düşünme alışkanlıkları gömülü bir şekilde verilmelidir. Öğrencilere bu alışkanlıklar kazandırılırken de kullanılan yöntemin hangi düşünme alışkanlığa ait olduğu söylenmelidir.
4. İçerik ile en çok ilgili olan düşünme alışkanlığını öğretme. Düşünme alışkanlıkları farklı içeriklerle ilgili olabilir. Bu yüzden öğrencilere kazandırılması istenen her bir alışkanlık farklı içeriklerle zenginleştirilebilir.

Yukarıda verilen maddeler incelendiğinde düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamlarında başlangıçta öğrencilerin bu alışkanlıklardan haberdar etmenin gerekliliği görülmektedir. Bu şekilde öğrenciler hangi alışkanlıkları ne zaman kullanacağının farkındalığını kazanmış olur. Diğer maddelere bakıldığında, kazandırılmak istenen düşünme alışkanlıklarını derslerde gömülü bir şekilde vermek, her bir düşünme alışkanlığının kullanımına yönelik özel öğretim teknikleri oluşturmak ve son olarak da dersin içeriğine yönelik en uygun düşünme alışkanlığının seçilmesi olduğu görülmektedir. Bu çalışmada yukarıdaki maddeler göz önünde bulundurularak öğrenme ortamı hazırlanmıştır. Yani hazırlanan öğrenme ortamında kazandırılması istenen düşünme alışkanlıkları derslere gömülü olarak verilmiş, her bir düşünme alışkanlığı farklı içeriğe gömülü halde verilmiş ve her derste birden fazla geometri problemi çözülerek öğretmen adaylarına alışkanlıklar kazandırılmaya çalışılmıştır. Ayrıca her bir düşünme alışkanlığına yönelik özel öğretim teknikleri oluşturularak dersler yürütülmüştür.

Literatür incelendiğinde öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarının bir diğer özelliğinin de dinamik geometri yazılımlarının kullanılması olduğu görülmektedir (Goldenberg, 1996; Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan, 2013; Seago, Jacobs, Heck, Nelson ve Malzahn, 2015). Bu çalışmalardan biri olan Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan (2013) tarafından yapılan ve geometrideki benzerlik yaklaşımı aracılığıyla öğretmenlerin dönüşüm bilgisini geliştirme isimli çalışmasıdır. Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan (2013) betimsel taramaya dayalı çalışmasında geometrik nesneleri karşılaştırmaya, şekillerin kenarları arasındaki oranların ortaya çıkarılmasına yönelik sorular olabilmesi için aslında öğretim programlarında benzerlik ve teknoloji destekli uygulamalara yer verilmesi gerektiğini savunmuştur. Bu şekilde hazırlanan öğrenme ortamlarının da öğrencilerin ilişkilendirme ve orantısal akıl yürütme becerilerini kullanmasına yardımcı olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Seago ve diğerleri (2014) öğretmenlerin geometrideki benzerlik algılarına yönelik bir çalışma yapmıştır. Geometri Öğrenimi ve Öğretimi projesi kapsamında Seago ve diğerleri, 2014) benzerlik ve geometrik dönüşümler konularını içeren test, problemlerin çözümündeki düşüncelerini içeren rubrik ve öğrencilere yönelik bir test geliştirilmiştir. Çalışmasının sonucunda ise benzerliği öğretmenlerin ve öğrencilerin en iyi kavraması için teknoloji desteğinden yararlanılması gerektiğini ifade etmiştir.

Costa ve Kallick (2000) tarafından tanımlanan bu yöntemlere benzer şekilde Driscoll ve diğerleri (2007) 5-10. Sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmasında geometrik düşünme alışkanlıklarını sınıf ortamında uygularken dikkat edilmesi gereken özelikleri tanımlanmıştır. Driscoll ve diğerleri (2007) 5 ve 10. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik çalışmasını 2004-2008 yılları arasında yürütmüştür. Çalışmanın sonunda hem ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin hem de lise düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını *ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma* alışkanlıkları şeklinde belirlemiştir. Bu çalışmada da Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından belirlenen geometrik düşünme alışkanlıkları geliştirilerek, çalışmanın teorik yapısını oluşturmaktadır.

Yukarıda araştırmacıların yaptığı çalışmalardan da anlaşıldığı üzere, geometrik düşünme alışkanlıkları bireyin geometrik nesneler arasında ilişki kurabilmesi, problemin çözümüne yönelik yeni keşifler yapabilmesi, nesneleri hareketli bir şekilde düşünebilmesi, öğretimde kullanılma sürecinde aktif bir şekilde yer alabilmesi gibi özellikleri vardır. Ancak yapılan çalışmalar, öğrencilerin sahip olduğu alışkanlıklar belirlenmeden geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarından başarılı sonuçlar elde etmenin çok zor olduğunu göstermektedir (Driscoll ve diğerleri, 2008). Dolayısıyla geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamı tasarlamadan önce, öğrencilerin sahip olduğu bu alışkanlıklar nasıl ortaya çıkarılabileceği araştırılmalıdır. Bu çalışmada da öncelikle öğretmen adaylarının sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları belirlenmiş daha sonra bu alışkanlıkları geliştirmeye yönelik öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Çalışmanın sonunda ise bu öğrenme ortamı değerlendirilmiştir.

#### 2. 1. 2. 2. Matematiksel Düşünme Alışkanlıklarını ve Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Belirlemeye Yönelik Yapılan Çalışmalar

Geometri hem sezgilerin hem de bilişsel süreç gelişiminin bir ürünüdür. Dolayısıyla bireylerin geometrik düşünme alışkanlıkları, aslında matematiksel düşünme alışkanlıklarının bir alt basamağını oluşturur. Bu yüzden hem matematik hem de geometrik düşünme alışkanlıklarının öğrenciler üzerinde etkisi oldukça önemlidir. Bu durum ise araştırmacıların yaptığı çalışmaları bu yöne çevirmesini sağlamıştır (Driscoll ve diğerleri, 2007; Marzano, Pickering ve McTighe 1993; Herbst, 2006; Harel ve Sowder, 2005). Yapılan çalışmaların odak noktalarından biri, öğrencilerin matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarının en iyi problem çözme aracılığıyla belirlenebileceğini göstermektedir (Costa ve Kallick, 2000; Driscoll ve diğerleri, 2007; Driscoll ve diğerleri, 2008). Bu duruma paralel olarak Jacobbe ve Millman (2009), herhangi bir problem çözme yeteneği olmadan, öğretmen adaylarının çözüme başlamasının oldukça zor olduğunu belirtmiş, dolayısıyla öğretmen adaylarının matematiksel düşünme alışkanlıklarını Polya'nın problem çözme basamakları çerçevesinde incelemiştir. Çalışmasının sonucunda Jacobbe ve Millman (2009) öğretmen adaylarının matematiksel düşünme alışkanlıklarının onların problem çözme yetenekleri ile iç içe olduğu ve bu alışkanlıkların geliştirilebileceğine ulaşmıştır. Bu bağlamda matematiksel düşünme alışkanlıklarının bireylerde sonradan geliştirilebildiği ve bu şekilde bireylerin problem çözme sürecinde farklı bakış açılar geliştirmesini sağlayarak, onları doğru sonuca ulaşmaya yönlendireceği söylenebilir. Ayrıca problem çözmenin matematiksel düşünme alışkanlıklarının kalbi olduğunu vurgulamaktadır. Jacobbe ve Millman (2009) çalışmasının sonucunda öğretmenlere yönelik matematiksel düşünme alışkanlıklarını:

a) Matematiksel yapıları keşfetme
b) Formülleştirme
c) Örnek oluşturma
d) Sınıfta verdiği problemlere yönelik, uygun problem çözme yaklaşımlarını göstermek
e) Öğrencilerin problemlere verdiği cevapların ne olduğunu anlamasına yönelik yansıtıcı düşünme şeklinde açıklamıştır.

Bazı araştırmacılar ise matematik ve geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmada önemli yöntemlerden birinin alışkanlıkların derslerin içeriğine gömülü olarak verilmesi olduğunu savunmuştur. Bu araştırmacılardan biri olan Marshall (2004), lise öğretmenlerinin matematik dersleri ile bütünleşmiş düşünme alışkanlıklarının gelişimine yönelik yürüttüğü çalışmasında, düşünme alışkanlıklarının matematik içeriği ile ilişkilendirildiğinde, matematiğin daha anlamlı bir şekilde öğrenileceğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilere sonradan da kazandırılabilen bu alışkanlıkların, öğrencilerin günlük yaşamda da kullanabileceğini ifade etmiştir. Benzer şekilde Gordon (2011) öğrencilerin matematiksel düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceğini ifade ederek, 3 ortaöğretim matematik öğretmeninin derslerini gözlemlemeye dayalı bir çalışma yapmıştır. Gordon (2011) öğrencilerin matematiği başarılı bir şekilde öğrenmesi ve öğretmenlerin de bu süreci başarılı bir şekilde yaşatabilmesi için, ürün odaklı matematik eğitiminde içerik ve sorgulama oldukça önemli olduğunu savunmuştur. Bu durumda sınıf içi iletişimin en iyi şekilde gerçekleşmesi bir problem üzerinde bireylerin içerik hakkında tartışması ile olmaktadır. Söz konusu tartışmalar problemin özel bir durumunu düşünme, farklı durumları göz önüne alma şeklinde olabilir. Dolayısıyla Gordon (2011) yaptığı çalışmada öğrenciler matematiği öğrenme sürecinde neden desteklenmelidir ve bu süreçte öğrencilere nasıl bir matematik sunulması gerektiğini tartışmıştır. Çalışmanın sonucunda Gordon (2011) öğrencilerin matematiği en iyi şekilde öğrenebilmesi ancak matematiksel düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş öğrenme ortamında olabileceğini belirtmiştir. Çünkü bu şekilde öğrenciler matematik problemlerini çözerken, farklı stratejiler kullanarak hem sonuca ulaşacak hem de matematiği daha anlamlı hale getirecektir. Bu durumda matematiksel düşünme alışkanlıklarının öğrenme ortamlarında kullanımı öğrencilerin matematiği yaşayarak öğrenmesini, problemlere farklı bakış açısı geliştirerek bakabilmesini ve matematiği yaşayarak öğrenmesini sağlayacaktır.

Hu (2005) Tayvan'daki öğrencilerin sahip olduğu matematiksel düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik bir çalışma yürütmüştür. İki farklı ilköğretim okulunda öğrenim gören deney-kontrol gruplu toplam 124 öğrenci ile çalışan Hu (2005), araştırmasında veri toplama aracı olarak çalışma yaprakları, video kayıtları ve matematiksel düşünme alışkanlıkları değerlendirme formu kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubu için her çift rastgele seçilmiştir. Deney grubunun üyelerini düşünme alışkanlıklarını öğrenmeye yönelik eğitime katılan akran grubu oluşturmaktadır. Deney öncesi ve deney sonrası testler bu grupların matematiksel düşünme alışkanlıklarını ölçmede kullanılmıştır. Hu (2005) çalışmasında öğrencilere, en kolay kazandırılan matematiksel düşünme alışkanlıklarının "ilişkilendirme" ve "görselleştirme", zor kazandırılan matematiksel düşünme alışkanlıklarının ise "tanımlama" ve "deneyim" olduğu sonucuna ulaşmıştır. Literatürde matematiksel düşünme alışkanlıklarının ortaya çıkarılmasına yönelik yapılan bu çalışmalar, aynı zamanda araştırmacıları geometrik düşünme alışkanlıklarına da yöneltmiştir.

Düşünme alışkanlıklarının geometri öğretiminde ve geometri problemlerinin çözümünde bu kadar önemli olmasına rağmen, hem ulusal hem de uluslararası az sayıda çalışma olmasıyla birlikte, bu çalışmalarda öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını yeteri düzeyde kullanamadıklarını göstermektedir (Cuocu, Goldenberg ve Mark, 1996; Fenderson, 2010; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Jacobbe ve Millman, 2009; Kılıç, 2013; Köse ve Tanışlı, 2014; Marshall, 2004; Matsuura, Sword, Beth-Piecham, Stevens ve Cuoco 2013; Hu, 2005). Bunlardan bazıları Driscoll ve diğerleri (2007), Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996), Goldenberg (1996), Kılıç (2013) ve Köse ve Tanışlı (2014) dür. Bu çalışmalar incelendiğinde, Driscoll ve diğerleri (2007) ise Goldenberg (1996) tarafından tanımlanan geometrik düşünme alışkanlıklarının bir toparlamasını yapmış ve ortaya yeni geometrik düşünme alışkanlıkları koymuştur. Bu alışkanlıklar "ilişkilendirme, özel durumları düşünerek genelleme, değişmezleri araştırma ve keşfetme ve yansıtma" şeklindedir. Daha kapsamlı olan bu alışkanlıklar Köse ve Tanışlı (2014) tarafından kullanılarak yeni bir çalışma yapmıştır. Köse ve Tanışlı (2014) Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından tanımlanan bu alışkanlıkların çatısını kullanarak sınıf öğretmeni adaylarının alan ve çevre konusunda öğrencilerin sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin problemleri akla gelen ilk yöntem ile çözdüklerini ancak bu çözümleri bir sonuca bağlayamadıklarına ulaşmıştır. Yine ilişkilendirme alışkanlığı bağlamında öğretmen adaylarının problemler yer alan geometrik şekilleri birbirinden bağımsız olarak düşündüğü, genelleme bağlamında adayların özel durumlarda aşırı genellemeye vardıkları, değişmezleri araştırma bağlamında adayların çoğunun geometrik şekillerin uygun dönüşümleri altında bir noktanın ya da şeklin sürekli hareketini göz önünde bulunduramadığı sonucuna ulaşmıştır. Köse ve Tanışlı (2014) yaptığı bu çalışma ile aslında öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları kapsamında eksikliklerinin olduğu sonucuna ulaşmıştır.

## 2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Yapılan literatür taraması kısmında referans verilen araştırma raporlarının ortaya koyduğu sonuçların bu çalışmaya 3 noktada ışık tuttuğu düşünülmektedir. Bunlar öğrencilerde düşünme alışkanlıklarının geliştirilebilir olduğu (Costa ve Kallick, 2000; Cuoco, Goldenberg ve Mark, 2010; Driscoll ve diğerleri, 2007; Goldenberg, 1996; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010; Hu, 2005), öğrencilerin sahip olduğu düşünme alışkanlıklarının hazırlanan bir ölçek aracılığıyla belirlenebileceği (Gordon, 2011; Marshall, 2004; Marzano, Pickering ve McTighe, 1993; Jacobbe ve Millman, 2009) ve düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamının bazı özelliklere sahip olması (Costa ve Kallick, 2000; Driscoll ve diğerleri, 2007; Driscoll ve diğerleri, 2008; Goldenberg, 1996) gerekliliği şeklindedir.

Geometri derslerinde öğrencilere düşünme alışkanlıklarının kazandırılabilmesi için öncelikle öğretmenlerin de bu alışkanlıklara sahip olması gerekir. Eğitim fakültelerinin matematik öğretmenliği programlarındaki öğretmen adaylarının öğrendikleri gibi öğretim yaptıkları (Baki, 2008) düşünüldüğünde öğretmenlerin derslerinde geometrik düşünme alışkanlıklarından etkili bir şekilde yararlanabilmesi için öncelikle öğretmen adaylarına da GDA'ların öğretilmesi gerekmektedir (Goldenberg, 1996). Ancak ilgili literatür incelendiğinde öğrencilere GDA'ların kazandırılabileceğini ve sahip olunan GDA'ların geliştirilebileceğine dair ifadeler yer almasına rağmen, ortaöğretim düzeyindeki öğrencilere bu alışkanlıkların kazandırılmasına yönelik çalışmalara az sayıda rastlandığı görülmektedir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bunun yanında Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim ve ortaöğretim düzeyindeki öğrencilere geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılabileceğine dair açıklamaların yer alması bu çalışmanın ortaya çıkmasına yardımcı olmuştur.

Literatür taramasının ikinci bir sonucu da öğrencilerin sahip olduğu düşünme alışkanlıklarının belirlenebilmesidir. Öğretmen adaylarına GDA'ların kazandırılması için öncelikle sahip olduğu GDA'ların belirlenmesi gerekmektedir. Ancak ilgili literatürde ortaöğretim düzeyinde öğrencilerin sahip olduğu GDA'ların belirlenmesine yönelik az sayıda çalışmalara rastlanmaktadır (Goldenberg, 1996). Bu çalışmalar incelendiğinde ise genellikle öğrencilerin MDA ve GDA'larının sınırlı bileşenlerine odaklanıldığı görülmektedir. Bu çalışmada ilgili literatür ışığında öğretmen adaylarının sahip olması gereken GDA'lar ortaya konmuş daha sonra bu GDA'ların belirlenmesine yönelik göstergeler oluşturulmuştur. Daha sonra öğretmen adaylarının sahip olduğu GDA'ların belirlenmesine yönelik derecelendiriliş puanlama ölçeği oluşturulmuştur.

Literatür taramasından çıkarılan üçüncü sonuç ise düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamının bazı özelliklerinin olması gerekliğidir. İlgili literatürde öğrencilerin MDA'larını ve GDA'larını işe koşabilecek öğrenme ortamları hazırlanırsa, bu alışkanlıkların geliştirilebileceğini ifade etmektedir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Cuoco vd., 2010; Driscoll ve diğerleri, 2008; Fenderson, 2010; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Hu, 2005; Marshall, 2004; Matsuura ve diğerleri, 2013; Jacobbe ve Millman, 2009). Kısa sürede de düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceğini ifade eden Driscoll ve diğerleri (2007), önemli olanın geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarabilecek ve bu alışkanlıkları geliştirilebilecek nitelikte öğrenme ortamlarının hazırlanması olduğunu ifade etmiştir.

Matematiksel düşünme alışkanlıklarını ve geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarının özellikleri şu şekildedir:

- Öğrencilerin MDA ve GDA en iyi problem çözmeye dayalı ortamlarda belirlenir (Driscoll ve diğerleri, 2007; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010). Bu yüzden öğrencilerin GDA'larını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarının merkezinde problem çözme olmalıdır ve seçilen bu problemler öğrencilerin söz konusu alışkanlıklarını ortaya çıkarabilecek nitelikte olmalıdır.
- Geleneksel öğrenme ortamında yer alan problemlerden farklı olarak öğrencilerin üzerinde uğraşabileceği farklı nitelikte problemlere yer verilmelidir (Cuoco, Goldenberg ve Mark; 2010; Driscoll ve diğerleri, 2007). O halde öğrencilere yöneltilen problemler, öğrencilerin hemen yapabileceği nitelikte olmamalıdır. Bu şekilde problemle uğraşırken, öğrencilerin sahip olduğu GDA'ları gözlemlenebilecektir.
- Öğrenciler sahip olduğu alışkanlıkların farkında olmalıdır (Costa ve Kallick, 2009). O halde öğrencilerin GDA'ları geliştirilmek isteniyorsa, her ders verilen problemlerde hangi GDA'ların ön planda olduğu ve bu alışkanlıkların özelliklerinin, göstergelerinin neler olabileceği öğrenciler ile paylaşılmalıdır.
- Öğrencilerin GDA'ların geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamında fazla sayıda problemlere yer verilmelidir (Driscoll ve diğerleri, 2007). O halde öğrenciler ne kadar fazla sayıda problemle karşılaşıp çözümler hakkında stratejiler geliştirebilirse, öğrencilerin GDA'ları da o ölçüde gelişecektir.
- Öğrencilerin değişmezleri araştırmasında, geometrik nesneleri görselleştirebilmesinde, örüntüler üzerinden karışık hesaplamalar yapabilmesinde ve geometrik şekilleri ilişkilendirebilmesinde dinamik geometri

yazılımların önemi büyüktür. Bu yüzden GDA'ların geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamlarında mutlaka dinamik geometri yazılımlarından faydalanılmalıdır (Cuoco ve Goldenberg, 2001; Leikin, 2007).

## 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın tasarımı, araştırmanın yürütülmesinde kullanılan yöntem, katılımcılar, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili açıklamalara yer almaktadır.

### 3. 1. Araştırmanın Modeli

Literatür incelendiğinde öğrencilerin geometri problemlerini çözme konusunda ciddi güçlükler yaşadıkları ve bu güçlüklerin üstesinden kolaylıkla gelebilmek için, öğrencilerin GDA'larının geliştirilmesi gerekliliği görülmektedir. Bu bakımdan öğrencilerin GDA'larına vurgu yapan çalışmalara bakıldığında, genellikle öğrencilere yönelik problemler sorulmakta ve öğrencilerin problem çözme süreci boyunca verdiği cevaplar göz önüne alınarak analizler yapılmaktadır. Farklı yaklaşımlarla yürütülen GDA'ların ortaya çıkarılmasına yönelik çalışma sonuçları incelendiğinde ise GDA'ların geliştirilmesi ve göstergelerinin belirlenerek bu boyutta değerlendirme yapabilen öğrenme ortamlarının geliştirilmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu bakımdan bu çalışma ile literatürde eksik olan kısımların ortadan kaldırılması amaçlanarak GDA'ların gelişimine imkân sağlayacak bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Dolayısıyla GDA'lar ile desteklenmiş öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının geometri problemlerini çözme sürecinde kullandıkları düşünme alışkanlıklarına etkisinin incelendiği bu araştırmada öncelikle adayların sahip olduğu GDA'ların belirlenmesi daha sonra da bu GDA'ların geliştirilmeye çalışılması amaçlanmaktadır. Çalışmanın amacına uygun olarak tasarım araştırması yöntemi kullanılmıştır.

Tasarım araştırması yöntemi, karmaşık olan bir eğitim sorununa yönelik (öğretim programları geliştirme, öğretim stratejileri ve materyaller geliştirme gibi) çözüm üretme, bu aşamada öğrenme ortamının karakteristiklerini belirleme ve öğrenme ortamı oluşturmayı içermektedir (Akker, Bannan, Kelly, Nieveen ve Plomp, 2013). Bu yöntem eğitimde yaşanan bir problemin bir teori çerçevesinde inceleyen bir model ortaya koyma ve bu modelin çıktılarını değerlendirme aşamalarından oluşmaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin lise sıralarında geometri problemlerini çözmekte zorlandığı onlarla yapılan ön görüşmeler aracılığıyla belirlenmiştir. İlgili literatür incelendiğinde öğrencilerin problem çözme sürecinde başarılı olmasını sağlayan etkenlerden birinin de geometrik düşünme alışkanlıklarının işe koşulması gerektiği ifade edilmektedir (Costa ve Kallick, 2010; Driscoll vd., 2007; Goldenberg, 1996). Dolayısıyla bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının problem çözmede istenilen başarıyı gösteremediği problem durumu olarak belirlenmiş ve bunun üstesinden gelebilmek için de geometrik düşünme alışkanlıkları çerçevesinde bir öğrenme ortamı modeli geliştirilmiştir. Buna binaen bu çalışmada tasarım araştırması yöntemi kullanılmıştır. Öncelikle ilgili literatürden yararlanarak bu öğrenme ortamının özellikleri ve GDA'ların karakteristikleri belirlenmiş daha sonra bu özellikler doğrultusunda ders içeriği oluşturulmuştur. Problemlere gömülü bir şekilde hazırlanan GDA'lar aracılığıyla oluşturulan ders içeriği, bir dönem boyunca öğretmen adaylarına öğrenme ortamında uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının başlangıçtaki ve öğrenme ortamına katılımı sonucunda sahip olduğu GDA'ları belirlemede, öğrenme sürecinde sahip olduğu alışkanlıkları ortaya çıkarmada ve duyuşsal faktörlerin alışkanlıklar üzerindeki etkisinin belirlenmesinde nicel verilerden yararlanılırken, öğrenme ortamı süreci boyunca öğretmen adaylarının kullandığı GDA'ları belirlemede nitel verilerden yararlanılmıştır. Nicel ve nitel veriler de öğrenme ortamının ürünleri olup, ortam değerlendirmesi yapmada yardımcı olmuştur.

### 3. 2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

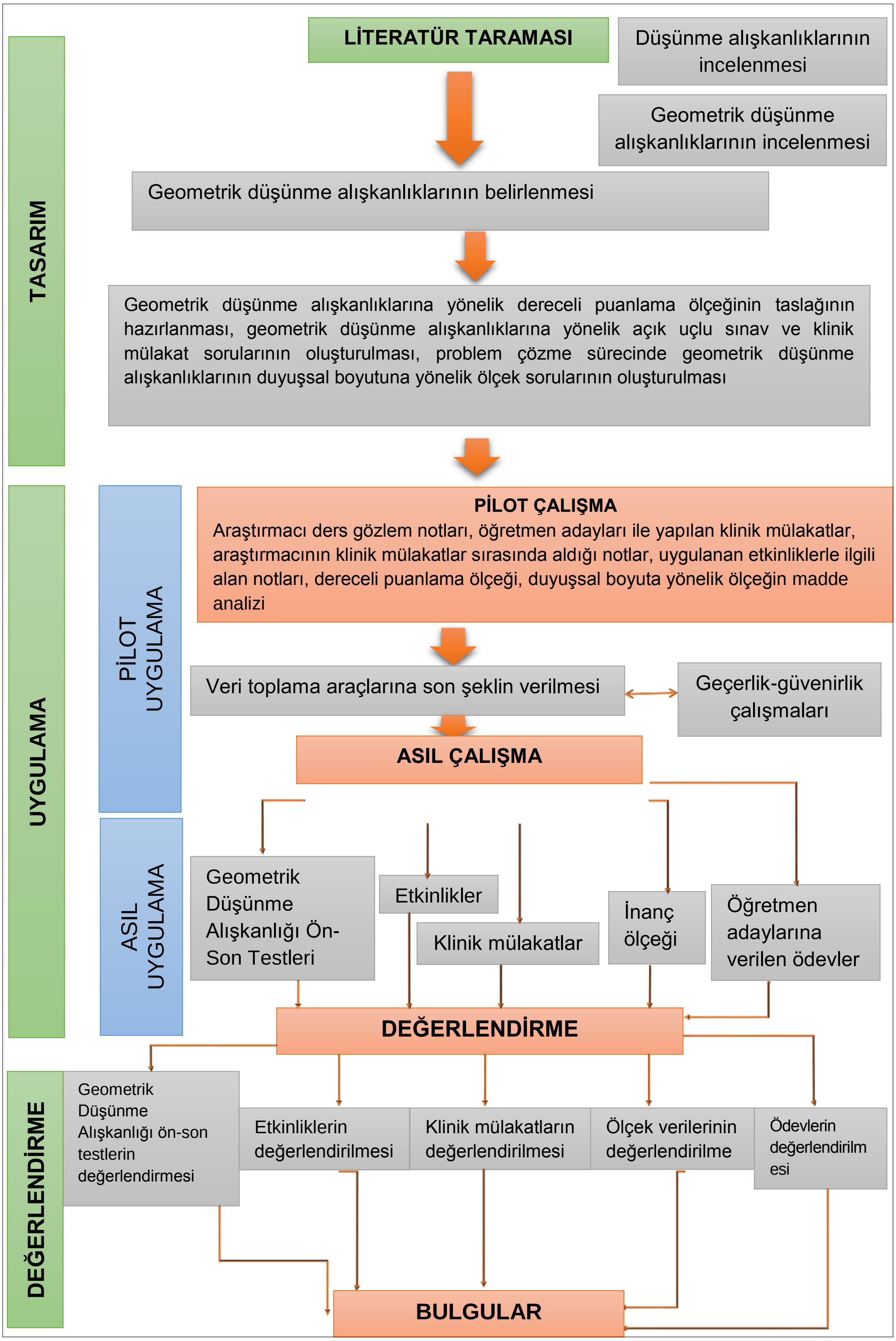
Bu bölümde çalışmanın dört temel aşamasını oluşturan araştırmanın tasarımı, pilot uygulama, asıl uygulama ve verilerin analiz edilme süreçleri özetlenmiştir. Araştırma boyunca izlenen adımlara Şekil 4'te yer verilmiştir.

Şekil 4'ten de görüldüğü üzere çalışmanın tasarım aşamasında araştırmanın problemini oluşturabilmek için konuyla ilgili literatür taraması yapılmıştır. Literatür taramasıyla düşünme alışkanlıkları, cebirsel-matematik-geometrik düşünme alışkanlıkları ile problemler aracılığıyla öğrenme ortamları hakkında bilgi edinilmiştir. Yine GDA'ların hangi alışkanlıkları içermesi gerektiği, verilen her bir problemde yer alan alışkanlıkların hangilerinin ön planda tutulması gerektiği yapılan ön incelemelerle belirlenmiştir. Belirlenen bu alışkanlıklarda öğrencilerden beklenen cevaplar incelenmiş, geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren karakterizasyon tabloları oluşturulmuştur. Geometrik düşünme alışkanlıkları kapsamında öğrencilere problem çözmeye dayalı ne tür etkinlikler verileceği, bu etkinliklerin ne kadar sürede hazırlanacağı, nasıl sunulacağı ve nasıl değerlendirileceği, bu süreçte çalışmayı yürütecek araştırmacının ve çalışmada yer alacak açık uçlu sınavların tasarımı ile öğretmen adaylarının üstleneceği rollere yönelik planlamalar yapılmıştır. Ayrıca matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik inançlarının geometrik düşünme alışkanlıkları üzerindeki etkisini belirlemek için "Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Duyuşsal Boyutuna Yönelik Ölçek" literatür doğrultusunda tasarlanmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünü uygulama aşaması oluşturmaktadır. Uygulama aşamasında açık uçlu sorulardan oluşan geometrik düşünme alışkanlıkları testinin, öğretmen adaylarına verilecek etkinliklerin, GDA'ların duyuşsal boyutuna yönelik ölçeğin, klinik mülakat sorularının ve gözlemlerin gerçek sınıf ortamında uygulanması, araştırmacının deneyim kazanması, hazırlanan soruların düzenlenmesi ve veri toplama araçlarının geçerlik-güvenirliğinin belirlenmesi amacıyla pilot çalışma uygulanmıştır. Bu kapsamda matematik öğretmeni adaylarıyla ile bir dönem boyunca geometri ders uygulamaları, geometrik düşünme alışkanlığı dikkate alınarak hazırlanmış problemler eşliğinde araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Pilot çalışmanın yürütülmesi aşamasında öğretmen adaylarının süreç içerisinde ve ön test-son test verilerinde geometrik düşünme alışkanlıklarına verdiği cevaplar, klinik mülakat verileri, araştırmacı alan notları, dersin yürütücüsü ile ilgili görüşmelerden elde edilen notlar ve öğretmen adaylarının ders süreci boyunca yaptığı tüm çalışmalar değerlendirilerek sorular ve etkinlikler düzenlenmiş ve asıl çalışmada uygulanan son halleri elde edilmiştir.

Çalışmanın üçüncü aşamasını ise asıl uygulama oluşturmaktadır. Bu kapsamda bir dönem boyunca İlköğretim Matematik Öğretmeni adayları ile geometri derslerinin uygulamaları, geometrik düşünme alışkanlığı göz önüne alınarak problemler aracılığıyla yürütülmüştür. Bu süreçte öğretmen adaylarına her hafta geometri dersinde gördükleri konu ile ilgili geliştirilen etkinlikler uygulanmıştır. Yine öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarıcı nitelikte hazırlanmış açık uçlu ön test soruları dönem başında, son test soruları ise dönem sonunda uygulanmıştır.

Çalışmanın son aşamasında ise uygulama sonunda elde edilen verilerin analizi yapılmıştır. Açık uçlu soruların analizinde Rasch ölçüm modellerinden kısmi puan modeli kullanılmıştır. Bu aşamada öğretmen adaylarının GDA testine verdiği cevaplar, daha önceden hazırlanan dereceli puanlama ölçeğinde yer alan göstergelere göre değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının her bir test maddesi için aldığı ham puanlar Rasch puanlarına dönüştürülmüştür. Bununla birlikte klinik mülakatlardan ve ders içi etkinliklerden elde edilen veriler nitel olarak değerlendirilmiş, öğretmen adaylarının yaşadığı değişim ve gelişimler irdelenmiş ve veriler karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur. İlerleyen bölümlerde çalışmanın her bir aşaması daha detaylı olarak ele alınmıştır.




Şekil 4. Araştırma boyunca izlenen adımlar

### 3. 2. 1. Pilot Çalışma

Bu çalışmada öğretmen adaylarının GDA'larının ortaya çıkarılması ve geliştirilmesi amaçlandığından hazırlanan etkinliklerinde adayların GDA'ların iyi bir şekilde yansıtması ve etkinliklerde yer alan problemlerin adayların uğraşabileceği seviyede olması gerekir. Bu bakımdan hazırlanan etkinliklerin ve tasarlanan öğrenme ortamının pilot uygulaması yapılmıştır. Uygulamalar öğretmen adaylarının geometri dersi kapsamında olacağından araştırmacı uygulamadan önce 2 dönem boyunca derse giren öğretim üyesinin geometri dersleri takip edilmiştir. Bu şekilde araştırmacının geometri dersinin içeriğine yönelik bilgi edinmesi sağlanmıştır. Bu bağlamda pilot çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi 4. Sınıfta öğrenim gören ve geometri dersini takip eden 17 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Geometri dersi 17 haftalık öğrenim süresine sahiptir. Ancak ilk hafta, resmi tatiller ve sınav haftaları çıkarıldığında toplam 12 hafta uygulama imkânı bulunmaktadır. Öğretmen adayları her hafta önce 2 saat boyunca dersi yürüten öğretim üyesi ile birlikte geometri dersini teorik boyutta görmüştür. Daha sonra aynı haftanın farklı 2 saatinde araştırmacı ile birlikte teorik kısmı görülen dersi ile aynı konuları içeren uygulamalar yürütülmüştür. Uygulama derslerinde öğretmen adaylarının GDA'larını geliştirmek amaçlı problem çözmeye dayalı öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Oluşturulan bu öğrenme ortamında GDA'ya dayalı etkinlikler ile haftalık ders planı Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Pilot Uygulama Haftalık Ders Planı

| Hafta | Etkinlik Numarası | Uygulanan Etkinliğin İçeriği | Yaklaşık Süre |
|---|---|---|---|
| 1 | | Öğrencilerle Tanışma | |
| 2 | | Ön Test Uygulaması | 100 dk |
| 3 | | GeoGebra Anlatımı ve Uygulama Soruları Çözümü | 110 dk |
| 4 | 1. Etkinlik | Üçgende Açılar | 100 dk |
| 5 | 2. Etkinlik | Üçgende Eşlik | 90 dk |
| | 3. Etkinlik | Üçgende Eşlik | 90 dk |
| 6 | 4. Etkinlik | Menaleus Teoremi | 90 dk |
| | 5. Etkinlik | Menaleus Teoremi | 90 dk |
| 7 | 6. Etkinlik | Açıortay | 90 dk |
| | 7. Etkinlik | Açıortay | 90 dk |
| 8 | 8. Etkinlik | Üçgende Benzerlik | 100dk |

Tablo 3'ün devamı

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | | Ara Sınav Haftası | |
| 10 | 9. Etkinlik | Üçgende Benzerlik | 95 dk |
| 11 | | Resmi Tatil | |
| 12 | 10. Etkinlik | Üçgende Benzerlik | 95 dk |
| 13 | 11. Etkinlik | Dörtgenler | 90 dk |
| | 1. ödevler | | |
| 14 | 12. Etkinlik | Dörtgenler | 90 dk |
| | 2. ödevler | | |
| 15 | 13. Etkinlik | Çemberler | 100 dk |
| | 3. ödevler | | |
| | 14. Etkinlik | Çemberler | 100dk |
| 15 (farklı bir gün) | | Son Test Uygulaması | 120 dk |
| 16 | | Final Haftası | |
| 17 | | Final Haftası | |

Pilot uygulama kapsamında hazırlanan haftalık ders planında uygulama üçüncü hafta başlamıştır. Çünkü Tablo 3'te görüldüğü üzere ilk hafta öğretmen adayları ile tanışma haftası, ikinci haftada ise GDA'lara yönelik hazırlanmış ön test sorularının adaylara uygulanması olarak belirlenmiştir. Pilot uygulama sürecinde ön test 17 açık uçlu geometri probleminden oluştuğu için öğretmen adaylarına cevaplaması için 100 dakika süre verilmiştir. Pilot uygulamanın 3. haftasına adayların uygulama kapsamında kullanabilecekleri yeterlikte GeoGebra yazılımı ile ilgili temel menüler tanıtılarak uygulamalar yapılmıştır. Ayrıca her hafta adaylara GeoGebra'nın kullanımına yönelik 3 tane ödev sorusu verilmiştir. Bu şekilde adayların o hafta boyunca yazılım hakkında pratik yapmaları sağlanmıştır. Dördüncü haftadan itibaren öğretmen adayların GDA'larını geliştirmeye yönelik problemler verilmiştir. Bu problemler adayların hemen çözemeyeceği nitelikte olup o hafta geometri dersinde gördüğü konuları içermektedir. Bu süreç 10 hafta boyunca devam etmiştir. Her bir etkinlikte adaylara 2 çalışma yaprağı verilmiştir. Bunlardan ilki sadece problem niteliğindedir. İkincisi ise aynı problemi çözüme götüren yönergelendirilmiş halidir (EK 1). Bu şekilde adayların çözemediği problemlerde sonuca ilerleme yolunda GDA'larını işe koşmasını sağlamak amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarına her ders sonunda hangi düşünme alışkanlığını kullandığı hatırlatılarak söz konusu düşünme alışkanlıklarının tanımları ve özellikleri anlatılmıştır. Bu şekilde adayların GDA'larını her yönüyle kavraması sağlamaya çalışılmıştır.

Pilot uygulama sonucunda, öğrenme ortamının daha iyileştirilmesi için değişiklikler yapılmıştır. Bu değişiklikler aşağıda sıralanmıştır.

- Pilot çalışma sonucunda bazı öğretmen adayları problemlerin çözümüne ulaşamadığı durumlarda pes ederek çözümü bırakmıştır. Bu durum adayların düşünme alışkanlıklarını etkili bir şekilde kullanmasını engellemiştir. Pilot çalışma kapsamında adaylarına ilk haftalarda ayrı ayrı gösterilen GDA'ların bir dönem boyunca adaylarına yöneltilen problemlerin sayısının az olmasının bu duruma sebep olduğu düşünülmüştür. Oysaki Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ifade edilen şey, bireyler ne kadar çok problem çözerse GDA'ları o yönde gelişir. Bu ifade göz önünde bulundurulduğunda asıl çalışmada daha fazla probleme yer verilmiştir. Pilot çalışmada öğretmen adaylarına 13. haftadan itibaren ödev verilmeye başlanmıştı. Ancak asıl çalışmada ilk haftadan itibaren adaylara uygulamalarda yaptıkları alışkanlıkları içeren ödev problemleri verilmiştir.
- Pilot çalışmada ön test ve son testte yer alan problemler tekrar revize edilip, problem sayısı uzman görüşleri doğrultusunda azaltılmıştır. Çünkü bütün adaylar 17 tane açık uçlu problemi cevaplandırırken bütün problemleri 120 dakika verilmiştir. Verilen bu süre adayların bütün problemleri çözerken sıkılmasına sebep olmuştur. Bu yüzden asıl çalışmada ön test ve son testte yer alan açık uçlu problemler adayların geometri dersnde gördüğü konulara göre uzman görüşleri doğrultusunda tekrar revize edilerek problemlere son hali verilmiştir. Bu problemlerin son halinde bilişsel boyuttaki GDA'ları kapsayan 10 tane açık uçlu problem yer almaktadır.
- Pilot çalışma kapsamında yer alan etkinliklerden bazılarının yönergelerinde değişiklikler yapılmıştır. Bazı yerlerde yer alan anlatım hatalarını ortadan kaldırabilmek için etkinliklerden bazıları revize edilmiştir.
- Pilot uygulamada haftalık etkinliklere dersin içeriğine göre daha az yer verildiği düşünülmüştür. Bu yüzden asıl çalışmada ilgili literatür taranıp, araştırmacının pilot çalışmadan elde ettiği deneyimlerinden de yararlanılarak etkinlik sayısı artırılmıştır. Bu kapsamda pilot çalışmada "üçgende açılar, üçgende eşlik, Menaleus Teoremi, açıortay, üçgende benzerlik, dörtgenler ve çemberler" konularında etkinlikler uygulanmıştır. Asıl uygulamada ise dersi yürüten öğretim üyesi ile birlikte bu etkinliklere ek olarak "kenarortay, ikizkenar üçgenin özellikleri, Seva Teoremi, Pythagoras Teoremi ile Euclid Teoremi, düzgün çokgenler" konularını içeren etkinliklerinin konulması kararlaştırılmıştır. Sonuç

olarak pilot uygulamada toplam 14 etkinlik ve 3 ödev varken, asıl uygulamada toplam 22 etkinlik ve 10 ödeve yer verilmiştir.

- Pilot uygulama kapsamında öğretmen adayları, kendilerine verilen ödevlerde yapamadığı problemleri birbiri ile ya da araştırmacı ile tartışmamıştır. Dolayısıyla yapılamayan problemler boş bırakılmış, çözüme giden yolda hangi alışkanlıkların kullanılacağı, çözümün nasıl yapılacağı konusunda adaylar bilgi sahibi olamamışlardır. Bu durumun giderilmesi amacıyla asıl çalışmada adaylara verilen ödevlerde adayların yapamadığı problemler her hafta araştırmacı ile birlikte çözülmüştür. Bu şekilde uygulamalarda öğretmen adaylarına kazandırılması amaçlanan geometrik düşünme alışkanlıklarının devamlılığı sağlanmaya çalışılmıştır.
- Pilot çalışma sonucunda çalışmanın ilerleyen kısımlarında da belirtilen, öğrenme ortamı ve ön test-son testten elde edilen verileri ölçmede yardımcı olan derecelendirilmiş puanlama ölçeği geliştirilmiştir. Derecelendirilmiş puanlama ölçeği geliştirilirken öncelikle literatür taraması yapılarak ilgili GDA'lara yönelik gösterge havuzu oluşturulmuştur. Oluşturulan göstergeler pilot çalışma kapsamında öğretmen adaylarının problemlere verdiği cevaplar analiz edilerek son hali verilmiştir. Daha sonra son hali verilen ölçek 6 uzman görüşü alınarak revize edilmiş ve asıl çalışmada kullanılacak hale getirilmiştir.
- Pilot çalışmadan sonra adayların GDA'larını etkileyen duyuşsal faktörleri belirlemek amaçlı bir ölçek oluşturulmuştur. Ölçeğin pilot çalışması Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi'nde ilköğretim matematik ve ortaöğretim matematik öğretmenliğinin 1., 2., 3., ve 4. sınıflarında öğrenim görmekte olan 296 öğretmen adayına uygulanmıştır. Daha sonra faktör analizi yapılarak ölçekte uyumsuz olan maddeler atılmış ve ölçek asıl çalışmaya hazır hale getirilmiştir. Geliştirilen ölçeğe yönelik ayrıntılar veri toplama araçları başlığı altında yer almaktadır.

Yürütülen pilot çalışma ile etkinliklere de son hali verilmiştir. Asıl çalışmada gidilecek yolu aydınlatmada bir harita görevini üstlenen pilot çalışma kapsamında aşağıdaki konulara odaklanılmıştır.

*1. Araştırmacının anlatacağı uygulama dersi konusunda deneyim kazanması:* Araştırma kapsamında, geometri dersinin teorik kısmı ilgili öğretim üyesi tarafından yürütülmüş, uygulama kısmında ise araştırmacı tarafından geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problemler uygulanmıştır. Bu kapsamda araştırmacı her ne kadar literatürden GDA'lar ile ilgili bilgiler elde etmiş olsa da daha önce problem çözmeye yönelik bir öğrenme ortamı tasarlama ile ilgili bir deneyimi olmamıştır. Bu açıdan araştırmacının bir uygulama öğretmeni olarak deneyim kazanması için pilot çalışma oldukça yararlı olmuştur. Örneğin araştırmacı pilot çalışmada ilk haftalarda sadece bir etkinlik ile dersi bitirmiştir. Ancak öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesi için fazla problem çözmesi gerektiği literatürde belirtilmiştir. Bu yüzden asıl çalışmada araştırmacı zamanını daha iyi kullanarak her derste en az 2-3 etkinlik uygulamıştır.

*2. Araştırmacının tasarladığı etkinliklerin uygulanabilirliğini görmesi:* Çalışmada GDA'ların geliştirilmesine yönelik etkinlikler tasarlanmıştır. Öğretmen adaylarının verilen problemleri çözerken sahip olduğu GDA'ları ortaya çıkarabilmesi için bu etkinlikleri etkin bir şekilde kullanabilmesi gerekir. Pilot çalışma kapsamında bu etkinliklerde bilimsel ve dil bilgisi yönünden eksiklikler incelendiği gibi öğretmen adaylarının GDA'larını organize ederek kullanabilmeleri için nelerin eklenmesi gerektiğine bakılmıştır. Örneğin bazı etkinliklerde "değişmezleri araştırma" alışkanlığına daha az yer verildiği görülmüştür. Bu yüzden asıl çalışmada uygulanan etkinliklerde bu alışkanlığa daha fazla yer verilmiştir.

*3. Araştırmacının asıl çalışmada kullanacağı mülakat sorularının düzenlenmesi ve araştırmacının klinik mülakat için deneyim kazanması:* Araştırmada öğretmen adaylarının GDA'ları süreç içerisinde yapılan klinik mülakatlarla belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının mülakatta yer alan problemlerin bazılarını oldukça zor bulduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuca binaen asıl çalışmada yapılan mülakatta yer alan problemlere yeni şekli verilmiştir. Ayrıca klinik mülakatlar yapılandırılmamış mülakatlar olduğu için pilot çalışma kapsamında araştırmacı bu anlamda deneyim kazanmıştır.

*4. Geometrik düşünme alışkanlığına yönelik göstergelerin/dereceli puanlama ölçeğinin belirlenmesi:* Araştırmacı uygulama başlangıcında geliştirmiş olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergelerinin son hali pilot çalışma ile vermiştir. Buna göre öğretmen adaylarının sahip olması gereken *"ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma"* olmak üzere 4 tane bilişsel boyutta geometrik düşünme alışkanlığı belirlenmiştir. Ayrıca her geometrik düşünme alışkanlığının göstergeleri ve bu göstergelerin derecelendirmesini araştırmacı, literatürden ve öğretmen adaylarının pilot çalışma sonunda açık uçlu sorulara verdiği cevaplar doğrultusunda şekillendirmiştir.

### 3. 3. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2013-2014 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı birinci sınıfta öğrenim görmekte olan 34 öğretmen adayı ile "Geometri" dersi kapsamında yürütülmüştür. Ancak öğrenme ortamı sonradan devamlılık sağlanamayan 2 öğretmen adayı çalışma grubundan çıkartılmış ve verilerin analizi 32 öğretmen adayı üzerinden yapılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunun birinci sınıfta okuyan öğretmen adayları seçilmesinin sebebi, üniversiteyi yeni kazanıp gelen öğrencilerin sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmek ve değiştirmenin daha kolay olacağının düşünülmesidir. Ayrıca çalışmada geliştirilen geometri dersinin içeriğinin en iyi, birinci sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarına yönelik olabileceğidir.

Çalışmada ayrıntılı bir süreç analizinin yapılabilmesi için, daha önceden öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının kullanımına yönelik geliştirilen ön test problemlerine verdiği cevaplara göre iyi (2 kişi), orta (2 kişi) ve düşük (2 kişi) düzeyde olmak üzere 6 katılımcı seçilmiştir. Bu katılımcılar, her adayın ön testte yer alan açık uçlu problemlerde kullandığı GDA'ları temel alınarak belirlenmiştir. İlerleyen bölümlerde bu katılımcılara $Ö_{11}$, $Ö_{34}$ (iyi seviyede), $Ö_{4}$, $Ö_{23}$ (orta seviyede), $Ö_{2}$, $Ö_{16}$ (düşük seviyede) şeklinde kodlanmıştır. Katılımcıların demografik özellikleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Asıl Çalışmaya Katılan Katılımcıların Demografik Özellikleri

| Katılımcı Kodu | Cinsiyet | Ağırlıklı Not Ortalaması (4 üzerinden) |
|---|---|---|
| $Ö_{2}$ | Kız | 2,24 |
| $Ö_{4}$ | Erkek | 2,01 |
| $Ö_{11}$ | Erkek | 2,13 |
| $Ö_{16}$ | Kız | 2,61 |
| $Ö_{23}$ | Kız | 1,98 |
| $Ö_{34}$ | Kız | 2,95 |

Tablo 4'den de görüldüğü üzere öğrenme ortamına katılan 6 öğretmen adayından 2'si erkek 4'ü ise kızdır. Ayrıca katılımcılardan en yüksek ortama 2,95'ken diğer katılımcıların ortalamaları birbirine yakındır. Yine Tablo 4'te yer alan 6 katılımcının öğrenme ortamında yürütülen derslerde, istediği arkadaşı ile birlikte 2'şerli gruplar oluşturması istenmiştir. Katılımcıların grup oluştururken isteklerinin ön plana alınmasının sebebi, daha iyi anlaşabileceği grup arkadaşı ile birlikte daha iyi tartışmalar yapabilmesi ve bunun sonucunda iyi ürünler ortaya çıkarabileceği düşüncesidir. Adaylar 2'şerli grup oluşturduktan sonra ortaya çıkan 3 gruba da derse devam etmelerinin araştırma için önemli olduğu belirtilmiş, ders sürecinde yapacakları çalışmaların video kaydı yapılacağı ve araştırma kapsamında analiz edileceği belirtilmiştir. Ayrıca bu 6 katılımcının her biri ile süreç içerisinde ders kapsamında klinik mülakatlar yapılacağı söylenmiştir. Her 3 grupta derse katılmayı gönüllü bir şekilde kabul etmiş ve bu araştırmaya gönüllü olarak katıldıklarına dair "Yazılı İzin Formu" (Bkz. Ek-7) imzalamışlardır. Ayrıca bu öğretmen adaylarına her dersten sonra derste görülen GDA'ya ve geometri konusuna yönelik verilen ödevler ayrıntılı olarak incelenmiştir.

### 3. 4. Veri Toplama Araçları ve Veri Kaynakları

Çalışmanın bu kısmında geometrik düşünme alışkanlıkları geliştirmek amacıyla problem çözmeye dayalı tasarlanan öğrenme ortamı kapsamında, öğretmen adaylarının GDA'larının belirlenmesi ve gelişimini sağlamak amacıyla GDA testleri, grup çalışmalarına ait videolardan ve öğrenme ortamındaki adaylar arasından seçilen 6 öğrenci ile yapılan klinik mülakatlardan bahsedilmiştir.

### 3. 4. 1. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testlerinin Geliştirilmesi

Bu çalışma kapsamında önceden belirlenen GDA'ların bileşenleri *"ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma"* ile ilgili literatür taraması yapılarak problemler hazırlanmıştır. Hazırlanan bu problemlerin belirli özelliklere sahip olması gerekmektedir. Bu bağlamda problemler hazırlanırken aşağıdaki özellikler göz önünde bulundurulmuştur:

- Problemler, bir veya birden fazla GDA'larını kullanmaya teşvik etmelidir. Çünkü geliştirilen bu testin amacı matematik öğretmeni adaylarının GDA'larını ortaya çıkarmaktır.
- Hazırlanan sorular rutin olmayan problemler şeklinde olmalıdır. Çünkü GDA'ların en iyi ortaya çıkabileceği problemler adayların daha önceden çözmediği tarzda olanlarıdır.
- Problemler, ortaya çıkacak GDA'lar ile ilgili tartışma ve diyaloğa izin verici nitelikte olmalıdır.

Yukarıdaki özellikler göz önüne alınarak çalışmada birbirine paralel nitelikte alışkanlıkları içeren ön test ve son test problemleri hazırlanmıştır. Her biri açık uçlu problemden oluşan bu sorular, ilgili literatürde yer alan baskın alışkanlıkları ölçmektedir. Buna göre Tablo 5'de geometrik düşünme alışkanlıkları ön test ve son testin içeriğe ve hangi alışkanlıkları içerdiğine ilişkin bilgiler verilmiştir.

Tablo 5. Ön test ve son test sorularının içerdiği geometrik düşünme alışkanlıkları

| Soru Numarası | Geometrik Düşünme Alışkanlığı | |
|---|---|---|
| | Ön Test Soruları | Son Test Soruları |
| 1 | İ+KY | İ+KY |
| 2 | KY | KY |
| 3 | DA+KY | DA+KY |
| 4 | DA+KY | DA+KY |

Tablo 5'in devamı

| | | |
|---|---|---|
| 5 | ÖG+İ+KY | ÖG+İ+KY |
| 6 | İ+KY | İ+KY |
| 7 | DA+İ+KY | DA+İ+KY |
| 8 | KY | KY |
| 9 | KY | KY |
| 10 | ÖG+İ+KY | İ+KY |

*İ: İlişkilendirme Alışkanlığı
ÖG: Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlığı
DA: Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı
KY: Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığı

Tablo 5'de görüldüğü üzere ön test ve son testte toplam 10 açık uçlu problem yer almaktadır. Tabloya göre her iki testte de aynı veya benzer alışkanlıklar içermektedir. Aşağıda ön test ve son testte yer alan problemlerin baskın olarak hangi alışkanlıkları kullanmaya yönelik olduğu ve testlerin hangi geometri konularını içerdiği açıklanmıştır. Ek 4 ve Ek 5'te ön test ve son test problemlerine yer verilmiştir.

Birinci problem: Öğretmen adaylarının Phytagoras Teoremi'ni ve orantısal akıl yürütme becerilerini kullanmalarına yöneliktir. Ayrıca bu soruda adayların Fizik dersinde gördükleri hız-hareket ve eğik düzlem gibi konuları da içererek problemi rutin olmaktan kurtarmıştır. Böylece öğretmen adaylarının "ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma" alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

İkinci problem: Yine adayların Phytagoras Teoremi'ni kullanmasına yöneliktir. Bu aşamada adayların ek bir çizim çizmesini ve bu çizimden yararlanarak doğru sonuca ulaşmasını sağlayan niteliktedir. Bu bağlamda bu problem keşfetme ve yansıtma alışkanlığını ortaya çıkarmaya yöneliktir.

Üçüncü problem: Geometrik şekiller üzerinde uç durumlar düşünebilmeye yöneliktir. Çemberler konusunu içeren bu problemin muhtemel çözümü içerisinde adayların değişmezleri araştırma ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıkları ön plana alınmıştır.

Dördüncü problem: Geometrik yapıların dinamik düşünebilmesine yönelik bir problemdir. Burada şekillerde verilen özellikler kullanılarak, öğretmen adaylarından verilen yapıların hareket ettirmesi ve bunun sonucunda da değişen ve değişmeyen özelliklerin ortaya koyması istenmiştir. Bu problemde muhtemel çözümlerde adayların değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıkları işe koşulmuştur.

Beşinci problem: Burada adaylardan verilen problemin bir duruma göre doğruluğunu gösterip, diğer durumlarda da bu doğruluğu sağlayıp sağlamadığı kontrol etmesi ve bunun sonucunda da genel bir yargıya varması beklenmektedir. Üçgenlerde eşlik ve benzerlik konularını kapsayan bu problemin muhtemel çözümlerinde adayların özel durumları düşünme ve genelleme, ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanması beklenmektedir.

Altıncı problem: Dörtgenler konusuna yönelik bu problemde adaylardan verilen şekiller üzerinde yeni çizimler yaparak oluşan yeni üçgenler arasında benzerlik kurması beklenmektedir. Bu durumda muhtemel çözümlerde keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarının kullanımı ön plana alınmıştır.

Yedinci problem: Yine üçgenler ve dörtgenler konusuna yönelik bir problemdir. Bu problemde adayların verilen şekli dinamik düşünmesi ve belirli bir dönüşümü yaptıktan sonra değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyerek doğru sonuca ulaşması gerekmektedir. Dolayısıyla muhtemel çözümlerde değişmezleri araştırma, ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının kullanımı ön plandadır.

Sekizinci problem: Üçgenler ve çemberler konusunu içermektedir. Ayıca bu problem öğretmen adaylarının verilen geometrik şekiller üzerinde ek bir çizim çizerek doğru sonuca ulaşması ile ilgilidir. Dolayısıyla muhtemel çözümlerde keşfetme ve yansıtma alışkanlığının kullanımı ön plandadır.

Dokuzuncu problem: Çember ve açılar ile ilgili olup yine öğretmen adaylarının ek çizimler sonucunda doğru cevaba ulaşabileceği nitelikte bir problemdir. Bu kapsamda muhtemel çözümler arasında keşfetme ve yansıtma alışkanlığına yönelik bir problemdir.

Onuncu problem: Üçgenler ve dörtgenler konusunu içermektedir. Öğretmen adaylarının özel bir durumun doğruluğunu gösterip, bu özel durumun doğruluğundan yararlanarak genel bir yargıya varmasına yöneliktir. Bunu gerçekleştirirken de adaylar orantısal akıl yürütme becerilerini kullanır ve şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşmaya çalışır. Bu kapsam da muhtemel çözümler arasında özel durumları düşünme ve genelleme, ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının kullanımı ön plandadır.

Yukarıda verilen özelliklere göre oluşturulan ve uzman görüşü alarak birbirine paralel problemleri içeren GDA ön test ve son testte yer alan maddelerin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır.

Geometrik düşünme alışkanlığı testlerine ait geçerliği sağlamak için ölçme aracında bulunan problemlerin ölçme amacına uygun olup olmadığı, ölçmek istenen alanı temsil edip etmediği sorunu ile ilgili uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bunun için öncelikle ön testte ve son testte yer alan problemlerin öğretmen adayları tarafından yapılabilirliği incelenmiş, daha sonra ise problemlerin araştırmacı tarafından belirlenen GDA göstergelerine uygun olup olmadığına bakılmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda hazırlanan problemler, 6 uzman matematik eğitimcisine verilmiştir. Bu açıdan hazırlanan açık uçlu problemlerden oluşan GDA test soruları ve klinik mülakat soruları dil, seviye, içerik ve kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

GDA testinin güvenirliği ise pilot çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda Rasch analizi ile sağlanmıştır. Rasch analizinin seçilmesinin sebebi testte yer alan problemleri analiz etmede kullanılan puanlama ölçeğinin göstergelerinin farklı derecelendirilmiş olmasıdır. Bu kapsamda verinin modele uyumu; güvenirlik istatistikleri, ayırıcılık ölçümleri, uyum istatistikleri ve özet istatistikleri ile belirlenmiştir. Pilot çalışma istatistikleri Şekil 5'te verilmiştir.

```
-------------------------------------------------------------------------------
| PERSON      55 INPUT      55 MEASURED              INFIT          OUTFIT    |
|            TOTAL     COUNT     MEASURE  REALSE    IMNSQ  ZSTD  OMNSQ   ZSTD|
| MEAN        21.6      14.0       -.34     .28     1.01    .0    .97     .0|
| S.D.         7.5        .0        .68     .22      .50   1.0    .44     .9|
| REAL RMSE    .36 TRUE SD     .59  SEPARATION  1.64  PERSON RELIABILITY  .73|
|-----------------------------------------------------------------------------|
| ITEM       14 INPUT      14 MEASURED               INFIT          OUTFIT    |
|            TOTAL     COUNT     MEASURE  REALSE    IMNSQ  ZSTD  OMNSQ   ZSTD|
| MEAN        84.8      55.0        .00     .13     1.00    .1    .97     .1|
| S.D.        41.2        .0        .46     .04      .16    .9    .24    1.1|
| REAL RMSE    .13 TRUE SD     .44  SEPARATION  3.28  ITEM   RELIABILITY  .91|
-------------------------------------------------------------------------------
```

Şekil 5. Pilot çalışma özet istatistikleri

Şekil 5'ten görüldüğü gibi pilot çalışmada kişi güvenirlik katsayısı 0,73 olarak elde edilmiştir. Güvenirlik katsayısı olarak elde edilen 0,73 değeri, geometrik düşünme alışkanlıkları testinin iç tutarlığının iyi düzeyde olduğunu göstermektedir (Bond ve Fox, 2007). Ayırıcılık indeksinin 3,28 olması test maddelerinin öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları derecelerini belirlemede iyi olduğunu göstermektedir. Madde güvenirlik göstergesinin 0,91 olması ölçme aracının güvenilir olduğunu göstermektedir.

Bu özelliklerin yanında ölçme aracında bulunan problemlerin ölçme amacına uygun olup olmadığı, ölçmek istenen alanı temsil edip etmediği sorunu ile ilgili uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bunun için öncelikle ön testte ve son testte yer alan problemlerin öğretmen adayları tarafından yapılabilirliğine bakılmış daha sonra ise problemlerin araştırmacı tarafından belirlenen GDA göstergelerine uygun olup olmadığına bakılmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda hazırlanan problemler, 6 uzman matematik eğitimcisine verilmiştir. Bu açıdan hazırlanan açık uçlu problemlerden oluşan GDA test problemleri ve klinik mülakat soruları dil, seviye, içerik ve kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Ayrıca pilot çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda Rasch analizi yardımıyla testin güvenirliği de saplanmıştır.

### 3. 4. 2. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Belirlemeye Yönelik Derecelendirilmiş Puanlama Ölçeğinin Geliştirilmesi

Bu çalışmada geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemeye yönelik derecelendirilmiş puanlama ölçeği geliştirilmiştir. Söz konusu ölçek öğretmen adaylarının testlerde verdiği cevapların analizinde, klinik mülakatların analizinde ve süreç içerisinde adayların problemlerde kullandığı düşünme alışkanlıklarını belirlemede yardımcı olmuştur. Bu kapsamda derecelendirilmiş puanlama ölçeği geliştirilirken Russell ve Airasian (2001) ve Taylor (2013) tarafından tanımlanan ölçek hazırlama basamakları dikkate alınmıştır. Bu basamaklar aşağıda verilmiştir:

a) Performans ürünü veya performans sürecinin belirlenmesi

b) Ürüne ve sürece yönelik göstergelerin belirlenmesi

c) Hazırlanacak dereceli puanlama anahtarı için kullanılan seviyelere karar verilmesi

d) En üst seviyedeki performans göstergelerinin tanımlanması

e) Diğer seviyelerdeki performans göstergelerinin belirlenmesi

Yukarıdaki basamaklara uygun olarak yapılan çalışmalar aşağıda verilmiştir.

*a) Performans ürünü veya performans sürecinin belirlenmesi:* Derecelendirilmiş puanlama ölçekleri hazırlanmadan önce değerlendirilecek bir performans ürünü ve süreci belirlenir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının sahip olduğu GDA'ların süreç odaklı değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Dolaysıyla çalışmada performans ürünü ve süreci öğretmen adayların GDA'larının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamından elde edilen çıktılardır.

*b) Ürüne ve sürece yönelik göstergelerin belirlenmesi:* Belirlenen performans ürününe ve sürecine yönelik derecelendirilmiş puanlama ölçeğinin geliştirilmesi için öncelikle öğretmen adaylarında bulunması gereken GDA'ların göstergeleri belirlenmiştir. Bu kriterler belirlenirken ilgili literatür taraması yapılmıştır. Literatür taraması sonucunda göstergelere yönelik oluşturulan maddelere pilot çalışma ile son hali verilmiştir. En sonunda "ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma" olmak üzere 4 ana geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren göstergelerin her birinin alt yeterlikleri belirlenmiştir. İlgili GDA'lara ilişkin alt yeterlikler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarına ait Alt Yeterlikler

| *Geometrik Düşünme Alışkanlıkları* | *Kodlar* | *Göstergeleri* |
|---|---|---|
| İlişkilendirme | İ1 | Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme. |
| | İ2 | Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma. |
| | İ3 | Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma. |
| | İ4 | İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma (benzerlik). |
| Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Yapma | ÖG1 | Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama. |
| | ÖG2 | Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama. |
| | ÖG3 | Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme |
| Değişmezleri Araştırma | DA1 | Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama. |
| | DA2 | Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme. |
| Değişmezleri Araştırma | DA3 | Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme. |
| | DA4 | Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme. |
| Keşfetme ve Yansıtma | KY1 | Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma |
| | KY2 | Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma |
| | KY3 | Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme |
| | KY4 | Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma. |
| | KY5 | Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma |
| | KY6 | Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme |

Tablo 6 incelendiğinde özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına yönelik 3 gösterge, ilişkilendirme ile değişmezleri araştırma alışkanlığına yönelik 4 gösterge belirlendiği görülmektedir. Keşfetme ve yansıtma alışkanlığına yönelik ise 6 tane gösterge belirlenmiştir. Bu kapsamda İ1: Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme. İ2: Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma, İ3: Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma, İ4: İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma (benzerlik). ÖG1: Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama, ÖG2: Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama, ÖG3: Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme, DA1: Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama, DA2: Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme, DA3: Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme, DA4: Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme. Keşfetme ve yansıtmaya yönelik göstergeler ise, KY1: Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma, KY2: Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma, KY3: Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme, KY4: Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma, KY5: Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma, KY6: Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme şeklindedir.

*c) Hazırlanacak dereceli puanlama anahtarı için kullanılan seviyeye karar verilmesi:* Derecelendirilmiş puanlama ölçeklerinin geliştirilmesinde seviyeler betimsel ve sayılar olarak 2 şekilde belirlenebilir. Her ikisinin de ortak özelliği belirlenen bu seviyelerin hepsinin farklı performans alanlarını belirtmesidir. Bu çalışmada hazırlanan derecelendirilmiş puanlama ölçeğinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları göstergelerinin ortaya çıkarılmasında ölçütlerden yararlanılmıştır. Yalnız buradaki her bir ölçüt ilgili göstergeye göre anlam ifade etmektedir. Örneğin decereli puanlama ölçeğinde ilişkilendirme alışkanlığına ait "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" göstergesinde seviyeler iyi, orta, düşük şeklinde 3 aşamada belirlenmiştir. Ancak bazı göstergelerde seviyeler iyi ve düşük olmak üzere 2 aşamada belirlenmiştir. Bunun sebebi puanlama ölçeğinde yer alan göstergeler bazı durumlarda 2 seviyede bazı durumlarda ise 3 seviyede birbirini daha iyi tanımlayabilmiş olmasıdır. Bu kapsamda genel olarak 3. Seviye: Aranılan düşünme alışkanlığını eksiksiz ve yeterli şekilde kullanma, 2. seviye: Düşünme alışkanlığını yanlış bir şekilde kullanma 1. Seviye ise alışkanlıkların tanımlanamamasını ifade etmektedir.

*d) En üst seviyedeki performans göstergelerinin tanımlanması:* Derecelendirilmiş puanlama ölçeklerinde performans değerlendirmesi yapılırken öncelikle en üst seviyedeki performansın göstergesinin tanımlanması gerekmektedir. Yani her bir alışkanlık için en üst seviyedeki performans göstergeleri tanımlanmalıdır. Bu çalışmada da derecelendirilmiş puanlama ölçeğinde her bir gösterge için üç seviye ayrı ayrı tanımlanmıştır. Yukarıda verilen ilişkilendirme alışkanlığına ait "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığına yönelik en üst düzey 3. seviyedir. 3. Seviyede tanımlanan davranış ise "*İki veya daha fazla geometrik şekli birbiri ile oranlayarak, sonuca dair orantısal akıl yürütme becerisini kullanır*" şeklindedir. Bu şekilde en üst seviyedeki performans göstergeleri tanımlanırken ilgili literatür taranarak pilot çalışmada adaylardan elde edilen cevaplar doğrultusunda da göstergelere son hali verilmiştir. Her bir alışkanlık için belirlenen en üst düzey performans göstergeleri EK 3'de yer almaktadır.

e) *Diğer seviyelerdeki performans göstergelerinin belirlenmesi:* En üst seviyedeki performans göstergeleri tanımlandıktan sonra, diğer seviyelerdeki performans göstergelerinin de tanımlanması gerekmektedir. Bu kapsamda 2. ve 3. seviyedeki performansların göstergelerinin de açıklanması gerekmektedir. Yine yukarıda verilen ilişkilendirme alışkanlığına ait "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığına yönelik diğer seviyeler de belirlenmiştir. Bu kapsamda 2. seviye: *Geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurar ancak benzerlik oranlarını doğru yazamaz*, 1. seviye: *Geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurar ancak şekillerin neden benzer/eş olduğu hakkında yorum yapamaz*" şeklinde tanımlanmıştır. Tanımlanan diğer performans göstergeleri Ek 3'de verilen derecelendirilmiş puanlama ölçeği incelenerek görülebilir.

Yukarıda verilen basamaklar uygulanarak öğretmen adaylarının GDA'larını ortaya çıkarmaya yönelik derecelendirilmiş puanlama ölçeği geliştirilmiştir. Daha sonra pilot çalışmada ön test son test verilerinin analizinde ve grup çalışmalarına yönelik video kayıtlarının incelenmesinde geliştirilen bu puanlama ölçeği kullanılmıştır. Bu şekilde pilot çalışma sırasında yapılan analizlerle hazırlanan derecelendirilmiş puanlama ölçeğinin uygulanabilirliği test edilmiş, alışkanlıkların göstergelerinde ve seviyelerinde değişiklikler yapılarak derecelendirilmiş puanlama ölçeğine son hali verilmiştir.

### 3. 4. 3. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörlere Yönelik İnanç Ölçeği

Araştırmada öğretmen adaylarının GDA'larını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamında, adaylarının GDA'ya yönelik inançlarının ne şekilde olduğunu ve öğrenim süreci sonunda bu inançların nasıl değiştiğini belirlemek için "*Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Faktörlere Yönelik İnanç Ölçeği*" nin geliştirilmesi kararlaştırılmıştır. Ölçek geliştirirken sırasıyla madde havuzu oluşturma, uzman görüşü alma, faktör analizi ve güvenirlik hesaplama adımları izlenmiştir. Bu bağlamda araştırma için gerekli içeriksel verilerin toplanması aşamasında, konu ile ilgili alan yazından yararlanılmıştır (Sher, 1992; Cook, 1996; Cuoco, Goldenberg, & Mark, 1996; Goldenberg,1996; Richardson, 1996; Arisa ve Hitchens, 1998; Coxford ve diğerleri, 1998; Van Tasselo-Baska, 1998; Bailin, 1999; Volkmann, 1999; Bergman 2007, Driscoll ve diğerleri, 2007; Driscoll ve diğerleri, 2008). Alan yazın taramasından sonra elde edilen veriler, kuramsal kısmın oluşturulması ve problem çözme sürecinde GDA'lara yönelik inançları saptamak amacıyla kullanılmıştır. Öncelikle alan yazından yararlanarak GDA'lara yönelik inançlarına göre madde havuzu hazırlanmıştır. Oluşturulan bu maddelerin amaca uygun, farklı anlaşılmayacak biçimde olmasına çalışılmıştır. Bunun için maddelerin uzun ve karmaşık ifadelerden oluşmamasına, her bir maddenin birden fazla özelliği içermemesine ve ölçülebilir bir biçimde olmasına dikkat edilmiştir. Daha sonra oluşturulan madde havuzundan ve uzman görüşünden faydalanılarak 38 maddelik bir inanç ölçeği geliştirilmiştir. Bu ölçekteki maddelerin 8', olumsuz, 30 tanesi olumludur ve ölçek maddeleri *pes etmeme, hisleri yönetme, empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-disiplin, ön yargı* olmak üzere 10 faktörü içermektedir. Ayrıca hazırlanan ölçek kesinlikle katılıyorum, katılıyorum, kararsızım, katılmıyorum ve kesinlikle katılmıyorum şeklinde beşli Likert tipindedir.

Araştırmada hazırlanan ölçeğin kapsam ve yapı geçerliği incelenmiştir. Kapsam geçerliği, ölçekteki maddelerin hedef alanını ne derece açıklayabildiği ile ilgili uzman görüşü olup, ölçme aracının hedeflenen konunun kapsamını hangi düzeyde temsil edebilmesi açısından önemlidir (Cohen, Manion ve Morrison, 2002). Ölçek geliştirirken, kapsam geçerliği çerçevesinde ölçekte yer alan maddelerin nitelik ve sayı olarak yeterli olup olmadığını belirlemek amacıyla, Matematik Eğitimi'nde doktorasını tamamlamış 3 uzman görüşüne başvurulmuştur. Ayrıca ölçek maddelerinin anlaşılabilirliği ve dil bilgisi kuralları yönünden yeterliğini sağlayabilmek için aynı alanda uzmanlaşan 5 kişinin görüşü alınmıştır.

Ölçek 2013-2014 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi'nde ilköğretim matematik ve ortaöğretim matematik öğretmenliğinin

1., 2., 3. ve 4. sınıflarında öğrenim görmekte olan toplam 296 öğretmen adayına uygulanmıştır. Veriler olumlu maddelerde 5'ten 1'e olumsuz maddelerde 1'den 5'e doğru kodlanarak SPSS programında faktör analizi yapılmıştır.

Yapı geçerliği, ölçme aracının gözlenmek istenen tepkileri uyandırabilme gücü, somut ya da fiziksel olmayan bir olguyu doğru ölçebilmesidir (Bindak, 2005). Ölçeğin yapı geçerliğini sağlayabilmek amacıyla da faktör analizi yapılmıştır.

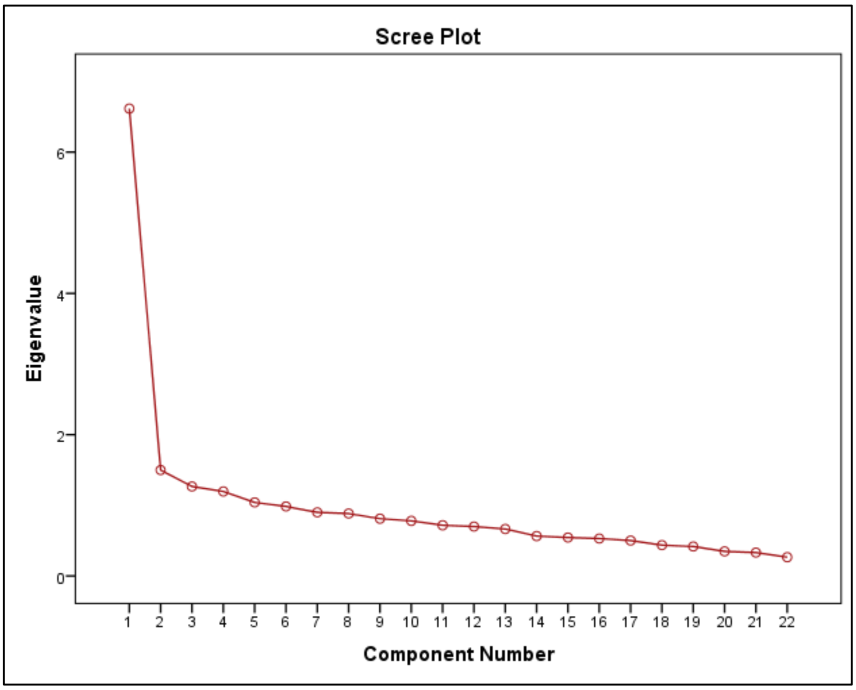
Faktör analizi, aynı yapıyı ölçen birden çok değişkeni açıklamayı sağlayan değişkenlerin sayısını ve faktörlerin yüklerini belirlemek için kullanılan bir yöntemdir (Büyüköztürk, 2010). Elde edilen verilerin faktör analizine uygunluğu Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy (KMO) katsaysı ve Barlett Sphericity (küresellik) testiyle incelenebilir. KMO katsayısı, veri matrisinin faktör analizinin ve veri yapısının faktör çıkarma için uygunluğu hakkında bilgi verir. Bu değerin 1'e yakın olması, verilerin faktör analizi için uygun olduğunu gösterirken, 0,60'dan yüksek çıkması da faktörleşebilirlik için kabul edilir düzeydedir. Barlett testi de değişkenler arasında ilişki olup olmadığını korelasyonlar bazında inceler. Elde edilen p değeri 0,10 veya daha üzerindeyse bu verilerle faktör analizi yapmanın uygun olmadığı söylenebilir (Büyüköztürk, 2010). Bu çalışmada Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) değeri 0,90 yani 0,6'nın üzerinde ve Barlett's Test of Sphericity değerinin 1934,552 ve $p<0,05$ düzeyinde anlamlı olduğu görülmektedir. Bu değerlere göre ölçeğin faktör analizinin yapılabileceğine karar verilmiştir.

İkinci aşamada ölçeğin yapı geçerliğini belirlemek amacıyla son halinde yer alan maddelere Temel Bileşenler Analizi-TBA (Principal Component Analysis) yapılmış ve öz değerleri 1'in üzerinde olan üç faktör altında toplandığı görülmüştür. Yine birbirinden bağımsız faktörlere ulaşabilmek için faktör analizinde Varimax dik döndürme metodu kullanılmıştır. Yapı geçerliğine ilişkin faktör analizi sonuçları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörlere Yönelik Ölçeğin Faktör Analizi Sonuçları

| Döndürme sonrası yük değerleri | | Döndürme sonrası yük değerleri | |
|---|---|---|---|
| Madde 1 | 0,57 | Madde 12 | 0,58 |
| Madde 2 | 0,64 | Madde 13 | 0,69 |
| Madde 3 | 0,61 | Madde 14 | 0,78 |
| Madde 4 | 0,67 | Madde 15 | 0,51 |
| Madde 5 | 0,68 | Madde 16 | 0,45 |
| Madde 6 | 0,61 | Madde 17 | 0,57 |
| Madde 7 | 0,59 | Madde 18 | 0,53 |
| Madde 8 | 0,67 | Madde 19 | 0,42 |
| Madde 9 | 0,56 | Madde 20 | 0,63 |
| Madde 10 | 0,49 | Madde 21 | 0,61 |
| Madde 11 | 0,56 | Madde 22 | 0,30 |
| Açıklanan varyans oranı | | 42,646 | |

Tablo 7’den de görüldüğü üzere faktör yük değeri 0.30’un altında olan ve birden fazla faktöre girerek aralarındaki faktör yük değerleri farkı 0.10 ve daha az olan maddeler elenerek 22 maddelik bir ölçek elde edilmiştir. Ayrıca Varimax Faktör Analizi ile yapılan döndürme işlemi sonunda, ölçeğin üç boyutlu olduğuna karar verilmiştir. Bu durumu daha net görebilmek amacıyla Cattel’in “Scree” maksimum faktör sayısıyla ilgili aşağıdaki grafik elde edilmiştir.




Şekil 6. Cattel’in “Scree” maksimum faktör sayısı

Şekil 6’da verilen grafikte yatay eksen faktörleri, dikey eksen ise öz değer miktarlarını göstermektedir. Grafikte yüksek ivmeli, hızlı düşüşlerin yaşandığı faktör önemli faktör sayısını verir. Yatay çizgiler faktörlerin getirdikleri ek varyansların katkılarının birbirine yakın olduğunu gösterir (Büyüköztürk, 2010). Grafik eğrisinin 3. faktörden sonra katkı miktarının az olduğu ve eğrinin azaldığı görülmektedir. Bu değerlerin hepsi 1’in üzerindedir. Faktörlerin açıkladıkları varyans yüzdeleri sırasıyla 30.073, 6.815, 5.758’dir. Üç faktörün tamamı, toplam varyansın % 42.646’sını açıklamaktadır. Açıklanan varyansın %30’un üzerinde olan bu varyans miktarı, ölçeğin üç faktörden değerlendirmesine olanak verdiği kabul edilebilir. Tablo 7’de döndürme sonrası oluşan yük değerleri verilmiştir. Başlangıçta duyuşsal faktörler altında 10 faktörden oluşması planlanan bu ölçek, faktör analizi sonucunda 3 faktörlü olduğu görülmüştür (Bknz. Şekil 6). Pilot çalışma sonucunda 22 maddelik 3 faktörlü bir ölçek elde edilmiştir. Araştırmacı, uzman görüşleri doğrultusunda ölçeğin başlangıçta olması düşünülen 10 faktörü (*pes etmeme, hisleri* *yönetme, empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-disiplin, ön yargı)* 3 faktöre indirgemiştir. Ölçeğin son halinde söz konusu 3 faktör "*ön hazırlığa yönelik inanç, pes etmeme ve azim, farklı çözüm yollarına yönelik inanç*" şeklinde görülmektedir. Tablo 8'de ölçeğe ait bilgiler yer almaktadır. *Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Faktörlere Yönelik İnanç Ölçeği*

Tablo 8. Problem Çözme Sürecinde Geometrik Düşünme Alışkanlığına Yönelik İnanç Ölçeği

| *Madde No* | *Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörlere Yönelik İnanç Ölçeği* | *Maddenin Niteliği* |
|---|---|---|
| | *Ön hazırlığa yönelik inanç* | |
| 3 | Geometri problemi çözme sürecinde başarılı olunmazsa, bireyin o problemle başa çıkabilme yeteneğinden kuşku duyulur. | Olumsuz |
| 5 | Zor bir geometri problemi ile karşılaşıldığında, problemi tam anlayabilmek için nasıl bilgi toplanacağına yönelik geniş çaplı düşünmeye gerek yoktur. | Olumsuz |
| 7 | Bir geometri problemi çözüldükten sonra, yapılan çözüm tekrar incelenmeli ve sonuç kontrol edilmelidir. | Olumlu |
| 8 | Karmaşık bir geometri problemi ile karşılaşıldığında problemin ne olduğunu belirlemeye yardımcı olacak bilgileri toplamak için bir strateji geliştirilmelidir. | Olumlu |
| 9 | Bir geometri problemine yönelik çözüme başlamadan önce çözümün nasıl yapılacağı üzerinde düşünülmelidir. | Olumlu |
| 11 | Bir geometri probleminin sonucuna ulaşıldıktan sonra, yapılan çözüm tekrar kontrol edilmelidir. | Olumlu |
| 12 | Bir geometri probleminin çözülemediği durumlarda bireyler, farklı fikirleri de göz önünde bulundurarak çözümü o fikirler doğrultusunda düşünmelidir. | Olumlu |
| 13 | Bir geometri problemini çözerken o probleme farklı yönlerden bakılmalıdır. | Olumlu |
| 17 | Verilen herhangi bir geometri probleminde, herkes aynı yöntemi kullanmalıdır. | Olumsuz |
| 14 | Bir geometri probleminin sonucuna ulaşırken kullanılan çözüm yolları başarısız ise bunların neden başarısız olduğu araştırılmalıdır. | Olumlu |
| 20 | Farklı çözüm stratejilerini uygulamaya imkân veren geometri problemleri üzerinde çalışmak, bireylerin probleme farklı açılardan bakabilmesini sağlar. | Olumlu |
| | *Pes etmeme ve Azim* | |
| 1 | En zor geometri problemlerinin de üzerinde ısrarla çalışılırsa doğru sonuca ulaşılabilir. | Olumlu |
| 2 | Bir geometri problemi ile karşılaşıldığında başka bir probleme geçmeden önce o problem üzerinde düşünmek gerekir. | Olumlu |
| 4 | Zor bir geometri problemi ile karşılaşıldığında, problemi tam anlayabilmek için nasıl bilgi toplanacağına yönelik geniş çaplı düşünmeye gerek yoktur. | Olumsuz |
| 10 | Geometri problemine ilişkin bir karar vermeye çalışırken her seçeneğin sonuçları birbiriyle karşılaştırılarak karar verilmelidir. | Olumlu |
| 21 | Bir geometri probleminin tek bir çözümünün olması, o problemin doğru çözüldüğünü göstermez. Bu yüzden farklı stratejiler geliştirilerek problem çözülmelidir. | Olumlu |
| | *Farklı çözüm yollarına yönelik inanç* | |
| 6 | Verilen bir geometri problemini çözmek için genellikle akla gelen ilk yol izlenmelidir. | Olumsuz |
| 15 | Bir geometri problemini çözerken kesin kurallar ve talimatları izlemek o çözümü güvenilir yapar. | Olumsuz |

Tablo 8'in devamı

| | | |
|---|---|---|
| 16 | Verilen geometri probleminin çözülemediği durumlarda başkalarının çözüm yolları araştırılmalıdır. | Olumlu |
| 18 | Bir geometri probleminin çözülemediği durumlarda, bireyler grup arkadaşlarının görüşlerini dikkate almalıdır. | Olumlu |
| 19 | Bir takımın parçası olunan ve başkalarıyla iletişim kurulabilen ortamlar, problem çözme aktivitelerinin en iyi gerçekleştirilebildiği ortamlardır. | Olumlu |
| 22 | Bir geometri probleminin çözümünü yaparken, çözüm sürecinin somut ve anlaşılır terimlerle ifade edilmesi çözümün anlaşılması için önemlidir. | Olumlu |

Tablo 8'den de görüldüğü gibi faktörler ön hazırlığa yönelik inanç, pes etmeme ve azim, farklı çözüm yollarına yönelik inanç şeklinde adlandırılmıştır. Ön hazırlığa yönelik inanç faktörü öğrencilerin problem çözmeden önce yaptığı ön hazırlığa yönelik inanç anlamına gelmektedir ve 11 maddeden oluşmaktadır. Bunlardan üç tanesi olumsuz, sekiz tanesi olumlu niteliğe sahiptir. Pes etmeme ve azim faktörü altında 5 madde bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesi olumsuz dört tanesi olumludur. Farklı çözüm yollarına yönelik inanç faktörü altında ise altı madde bulunmaktadır. Bunlardan ikisi olumsuz dördü olumlu niteliğe sahiptir.

Sonuç olarak 22 maddeden oluşan 3 faktörlü ve güvenirliği 0,88 olan bir ölçek geliştirilmiştir (EK 6). Çalışma kapsamında, geliştirilen inanç ölçeği öğretmen adaylarının öğrenme ortamına katılmadan önce ve dönem sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik inançlarını ortaya koymak amaçlı kullanılmıştır.

### 3. 4. 4. Video Kayıtları

Bir ortam içerisinde hem öğretimi gerçekleştirmek hem de sınıf içerisinde gerçekleşen her durumu gözlemlemek oldukça zordur. Bu kapsamda video kayıtları öğretmenlerin bir yandan öğretim süreci gerçekleştirmesini diğer yandan da sınıfta olan her olayı gözlemleyebilme imkânı vermektedir.

Bu çalışmada da araştırmacı aynı zamanda öğrenme ortamında uygulayıcı konumundadır. Tasarlanan öğrenme ortamında etkinlikler gruplar halinde yürütülmektedir. Öğrenme ortamından seçilen 3 grubun da tüm çalışmalarını takip etmek imkânsızdır. Bu yüzden grup çalışması süresince yaşananlara ait veriler her hafta boyunca video kaydına alınmıştır. Bu süreçte araştırmacı, öğretmen adaylarının video kaydından rahatsız olmasını önlemek amacıyla daha önce bu çalışmadan bağımsız adaylarla ön çalışma yapmıştır. Bu bakımdan katılımcı adaylar video kaydı sürecine alışkındır. Video kayıtları incelendiğinde her grubun etkinliği bitirme süresi birbirinden farklı olduğu görülmüştür. Çünkü bazı gruplar aynı etkinliği kısa sürede bitirebilirken, bazı gruplar da aynı etkinliği daha uzun sürede bitirebilmektedir. Sınıf tartışmasında ise, etkinlik yapıldıktan sonra çıkan sonuçlar bütün gruplar tarafından tartışılmaktadır. Bu aşamada etkinliği bitiren bir öğretmen adayı tahtaya kalkar ve problemi nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatır. Daha sonra sınıfa anlayıp anlamadığı sorulur. Eğer sınıfta problemi anlamayan varsa tahtadaki aday tekrar çözümü anlatır. En sonunda da problemi çözerken hangi düşünme alışkanlığının kullanıldığı sınıf tarafından tartışılır ve kullanılan bu alışkanlığın açıklamaları yapılır.

### 3. 4. 5. Alan Notları

Çalışmanın nitel kısmında tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının gelişimlerinin gözlemlenmesi amaçlandığından araştırmacı, uygulayıcı olduğu öğrenme ortamında dikkatini çeken her şeyi not almıştır. Alan notları öğretmen adaylarının GDA'larındaki gelişmenin belirlenmesinde video kayıtlarına destek olması amacıyla her ders için tutulmuştur. Araştırmacı bütün uygulama süresince öğrenme ortamının tasarımı, dersin gidişatı, öğretmen adaylarının etkinlikleri yapma süreçleri ve adayların araştırmacıya sorduğu sorulara yönelik dikkatini çeken her şeyi not almıştır.

Araştırmanın nitel verilerine ait geçerlik ve güvenirlik çalışmaları da yürütülmüştür. Nitel araştırmalarda iç güvenirlik yerine tutarlılık, dış güvenirlik yerine teyit edilebilirlik, iç geçerlik yerine inandırıcılık, dış geçerlik yerine ise aktarılabilirlik kavramları kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu araştırmada iç güvenirliğin (tutarlığın) sağlanması için, GDA'ların geliştirilmesine yönelik ilk haftalarda alışkanlıkların ayrı ayrı öğretmen adaylarına verilmesi, ilerleyen haftalarda ise bütüncül yaklaşım benimsenerek alışkanlıklar verilmiştir. Bu kapsamda araştırmadan elde edilen veriler de belirlenen yaklaşımlara uygun olarak sunulmuş ve elde edilen sonuçlar tüm GDA'ları için tartışılmıştır.

Dış güvenirliğin (teyit edilebilirlik) sağlanması için araştırmadan elde edilen bütün veriler, araştırma süreci boyunca yaşanılan bütün olaylar, elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrudan alıntılarla desteklenerek açıklanmıştır. Bu şekilde araştırmanın dış güvenirliği sağlanmaya çalışılmıştır. İnandırıcılık için, araştırmada dönem boyunca elde edilen gözlem notları video kayıtları ve klinik mülakatlar aracılığıyla tekrar tekrar incelenerek sağlanmaya çalışılmıştır. Son olarak araştırmada aktarılabilirliğin (transfer edilebilirlik) sağlanması amacıyla dönem boyunca derslerde görülen etkinliklerin içerikleri, hangi alışkanlıkları temsil ettiği, öğrenme ortamı, örneklem ve uygulama süreci mümkün olduğu kadar ayrıntılı bir biçimde betimlenmeye çalışılmıştır. Bulgular kısmında doğrudan alıntılar yapılarak yaşanılan süreç ortaya konulmaya çalışılmış ve en sonunda ise elde edilen sonuçlar verilmiştir.

### 3. 4. 6. Klinik Mülakatlar

Öğrencilerin düşüncelerini derinlemesine inceleyerek onların mantıksal gelişimlerini izleyebilmek için ilk defa Piaget tarafından kulanılan klinik mülakat, öğrencilerin yaşadığı zihinsel süreçleri yansıtması bakımından oldukça kullanışlı bir araçtır (Clement, 2003; Güven, 2006).

Çalışmanın amacı GDA'larının geliştirilmesine yönelik problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan öğrenme ortamlarının, öğretmen adaylarının GDA'larının gelişimine nasıl katkı sağladığını belirlemekti. Bu amacı gerçekleştirmek için öğretmen adaylarına uygulanan testlerin sonucunda elde edilen nicel veriler yetersiz kalacaktır. Çünkü öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak için, karşılaştıkları problemlerine karşı zihninde geometrik düşünme süreçlerini ve bu süreçler sonucunda ortaya çıkan alışkanlıklarını açığa çıkarmak anlamına gelmektedir. Diğer bir deyişle öğrencilerin problemlerin çözümü değil bu süreçte izlediği yol önemli olmaktadır. GDA'ları etkinlikleri sürecine katılan öğretmen adaylarının GDA'nı kullanma düzeylerindeki gelişimini incelemek amacıyla öğrenme ortamından seçilen 6 öğretmen adayı ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Dönem başında, dönem ortasında ve dönem sonunda olmak üzere her bir aday ile 3 kez gerçekleştirilen mülakatlar GDA'larının bilişsel boyutuna göre hazırlanmış sorular aracılığıyla yürütülmüştür. Her bir mülakatta "ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma ve keşfetme ve yansıtma" olmak üzere 4 tane problem üzerinde gerçekleştirilmiştir.

## 3. 5. Öğrenme Ortamının Tasarımı

Araştırmanın probleminin belirlenmesinin ardından, bu problemi çözmeye yönelik ilgili literatür taraması yapılmış ve söz konusu öğrenme ortamlarının nasıl olacağına yönelik karar verilmiştir. Yapılan literatür taraması sonucunda öğrencilerin GDA'ların geliştirilmesi için öğrenme ortamının;

- Merkezinde problem çözme olmalıdır ve seçilen bu problemler öğrencilerin farklı düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarıcı nitelikte olmalıdır (Driscoll ve diğerleri, 2007;Jones, 2014;Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010). Bu yüzden bu çalışmada yer alan etkinliklerin temelinde geometri problemleri yer almaktadır. Böylece öğretmen adaylarının problemler aracılığıyla GDA'larının ortaya çıkarılması ve geliştirilmesi amaçlanmaktadır.
- Geleneksel öğrenme ortamlarının dışında, öğrencilerin kolaylıkla, hemen çözemeyeceği, rutin olmayan problemlere yer verilmelidir (Cuoco, Goldenberg ve Mark; 2010; Driscoll ve diğerleri 2007). Bu şekilde öğrencilerin problem

çözme süreçlerinde kullanmaları gereken GDA'ları harekete geçirilebilecektir. Literatürde yer alan bu görüş doğrultusunda bu çalışmada yer alan problemlerde öğretmen adaylarının hemen çözemeyeceği niteliktedir. Hatta adaylara her etkinlikte 2 çalışma yaprağı dağıtılmaktadır. Birinci çalışma yaprağında adayların hemen çözemeyeceği bir problem yer alırken ikinci çalışma yaprağında aynı problemin yönergelendirilmiş şekli yer almaktadır. Bu şekilde ilk çalışma yaprağında adayların GDA'larının ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır.

- Öğrenciler, sahip olduğu alışkanlıkların farkında olmalıdır (Costa ve Kallick, 2000). Bu çalışmada da her etkinliğin sonunda adaylara, çözüm sürecinde hangi GDA'ları kullandıkları açıklanmıştır. Çalışma yapraklarında ise küçük kutucuklarla problemin çözümünde baskın olarak kullanılan GDA'ları ve bu alışkanlıklara ait özellikler yer almaktadır. Dolayısıyla öğrenme ortamında adaylara hangi düşünme alışkanlığının kazandırılacağı ve bu alışkanlığın konu ile ilişkisi açıklanmıştır.
- Öğrencilerin GDA'larının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamında fazla sayıda problemlere yer verilmelidir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bu yüzden asıl çalışmada fazla sayıda etkinliklere yer verilmiştir. Ayrıca haftada 2 ders saati ile öğretmen adaylarının GDA'larının geliştirilmesi pek mümkün olamayacağından, adaylara her hafta gördükleri alışkanlık ve konularla ilgili ödev problemler verilmiştir. Yine her hafta bu ödevler adaylardan toplanarak belirlenen bir günde hep beraber problemlerin çözümleri yapılmaktadır.
- Öğrencilerin değişmezleri araştırmasında, geometrik nesneleri görselleştirebilmesinde ve örüntüler üzerinden karışıklık hesaplamalar yapabilmesinde yazılımların önemi büyüktür. GDA'ların geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarında da mutlaka dinamik geometri yazılımlarından faydalanılmalıdır (Cuoco ve Goldenberg, 2001; Leikin, 2007). Bu çalışmada hazırlanan öğrenme ortamında adaylara ilk hafta GeoGebra yazılımı anlatılarak uygulamalar yaptırılmıştır. Sonraki haftalarda da etkinlikler bilgisayar laboratuvarlarında yürütülerek adayların istediği zaman rahatlıkla GeoGebra programını kullanabileceği ortam sağlanmıştır.
- Öğrencilerin birbiri ile tartışabildiği ortamlar matematik dilini etkili kullanabildiği ortamlardır. Yine bu ortamlarda öğrenciler kendi çözümlerini anlatabilmekte, çözümleri yanlış olduğu zaman ise iletişim halinde doğru sonucu öğrenebilmektedirler. Yine grup çalışması ile karşılaşılan geometri problemlerine yönelik farklı çözümler ortaya konabilmektedir. Dolayısıyla grup

çalışmasına dayalı ortamlar öğrencilerin GDA'larının ortaya çıkarılması ve geliştirilmesi için oldukça ideal ortamlardır (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bu çalışmada da adaylardan 2 veya 3'er kişilik gruplar oluşturulması istenmiştir.

Öğrenme ortamında adaylarının GDA'larının geliştirilmesi için literatür taraması sonucunda belirlenen yukarıdaki özellikleri taşıması gerektiğine karar verilmiştir. Belirtilen öğrenme ortamlarının özellikleri, araştırmada da sağlanmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda öğrenme ortamı hazırlanırken öncelikle, dersin yürütücüsü ile birlikte lisans düzeyinde okutulan geometri derslerinin konu ve kapsamları belirlenmiştir. Belirlenen konular ışığında, "hangi konuda hangi alışkanlığa yer verilmeli" sorusunun cevabını bulabilmek için dersin yürütücüsü ile birlikte konulara yönelik alışkanlıklar kararlaştırılarak etkinlikler hazırlanmıştır. Konuların kapsamı ve etkinliklerin hangi GDA'ları yansıttığı aşağıdaki Tabloda yer almaktadır.

Tablo 9. Geometri Derslerinde Görülen Konular ve Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kapsamında Geliştirilen Etkinlikler

| KONULAR | GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARI | | | |
|---|---|---|---|---|
| | İlişkilendirme | Özel Durumları Düşünme ve Genelleme | Değişmezleri Araştırma | Keşfetme ve Yansıtma |
| ÜÇGENLER<br>Kenar-Açı-Kenar Eşlik Aksiyomu | X | X | | X |
| Açı-Kenar-Açı Eşlik Aksiyomu | X | X | | X |
| Temel Orantı Teoremi | X | X | | X |
| BENZERLİK<br>Açı-Açı-Açı Benzerlik Teoremi | X | X | X | X |
| Kenar-Kenar-Kenar Benzerlik Teoremi | X | X | X | X |
| Menelaus Teoremi | | | X | X |
| Seva Teoremi | | | X | X |
| Euclides Bağıntısı-Pythagoras Teoremi | | | X | X |
| Kenarortay Uzunluğunun Hesaplanması | X | | | X |
| İç Açıortay Teoremi | X | | | X |
| Dış Açıortay Uzunluğunun Hesaplanması | X | | | X |
| Kosinüs-Sinüs-Stewart Teoremi | X | | | X |
| DÖRTGENLER | X | | X | X |
| ÇEMBERLER | | | X | X |

Tablo 9 incelendiğinde üçgenler konusunda daha çok "*eşlik aksiyomları ve temel orantı teoremi*" konularının ön planda olduğu görülmektedir. Araştırmacının dersi veren öğretim üyesi ile yaptığı görüşmeler sonucunda, bu konuların daha çok ilişkilendirme, özel durumdan yararlanarak geometrik fikirleri genelleme ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarına vurgu yapılması gerekliliği sonucuna varmıştır. Aynı şekilde "benzerlik, kenarortay ve açıortay uzunluklarının hesaplanması, kosinüs teoremi, sinüs teoremi, Stewart teoremi ve dörtgenler konusunda ilişkilendirme ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının daha ön planda olması gerekliliği düşünülmüştür. Benzerlik ve dörtgenler konularının bazı bölümlerinde, Menalaus teoreminde, Seva teoreminde, Euclides bağıntılarında, Pythagoras Teoremi'nde ve çemberler konusunda öğrencilerin sürükleme, dönüşüm yapma ve bu işlemler sonucunda değişen/değişmeyen özellikleri tanımlayarak bir karara varabilme süreçlerini yaşamaları gerektiğinden dolayı, değişmezleri araştırma ve keşfetme ve yansıtma" alışkanlıklarının daha ön planda tutulması gerektiği Tablo 9'da görülmektedir.

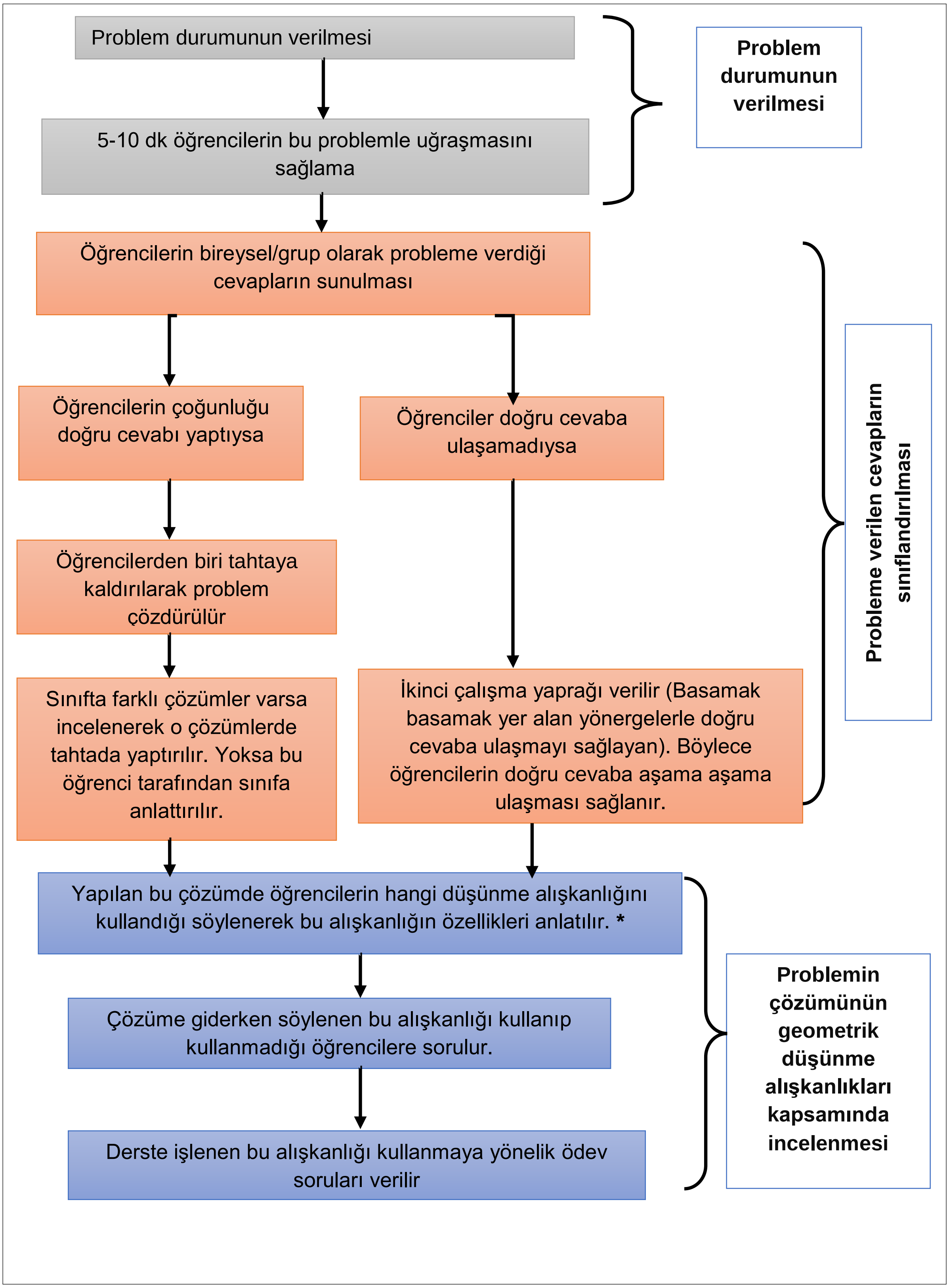
Geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problemler aracılığıyla hazırlanan öğrenme ortamlarında geometri konularının hangi alışkanlıkları içermesi gerektiği yukarıdaki gibi kararlaştırıldıktan sonra, etkinliklerin öğrenme ortamında nasıl verileceğine karar verilmiştir. Bu konuya ilişkin literatür incelendiğinde, alışkanlıkların ayrı ayrı verilmesi (Driscoll ve diğerleri, 2008) ve bütün olarak verilmesi (Marshall, 2004; Hu, 2005) şeklinde iki farklı yol izlendiği görülmektedir. Alışkanlıkların ayrı ayrı verilmesi yaklaşımında tüm GDA'ların işe koşulması yerine, bazı alışkanlıklara odaklanacak şekilde etkinliklerle işe koşulması söz konusudur. Bu durum bireylerin istenen alışkanlıkları daha iyi kavramasını sağlarken, alışkanlıklar arasındaki ilişkiye odaklanamamalarına sebep olabilir. Alışkanlıkların bütün olarak verilmesi yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme ortamlarında ise GDA'ların kazandırılmasında bir etkinlik boyunca alışkanlıkların tamamı işe koşulmaktadır. Bu yaklaşım bireylerin bütün alışkanlıkları aynı anda öğrenebilmesini sağlarken, alışkanlıkların özelliklerini tam olarak kavrayamamasına sebep olabilir. Bütün bunlardan dolayı araştırmada öğrenme ortamında geliştirilen etkinliklerde her iki yaklaşımda kullanılmıştır.

Sonuç olarak, araştırmada ilk dört hafta boyunca etkinliklerde GDA'lar ayrı ayrı yaklaşıma göre hazırlanmıştır. Bu şekilde yürütülen derslerde, bilişsel boyuttaki GDA'ları öğretmen adaylarına kazandırılmaya çalışılmış sonraki altı haftada ise etkinliklerde yer alan GDA'lar bütüncül yaklaşıma göre hazırlanmıştır. İlerleyen bölümlerde etkinliklerin içeriğinden bahsedilmiştir

Bu araştırmada da Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ifade edilen bilişsel boyutta *"ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma"* olmak üzere 4 tane geometrik düşünme alışkanlığı kullanılmıştır. Ancak bu alışkanlıklara ait göstergeler ile ilgili literatür taraması ile tasarlanmış pilot çalışması ile de revize edilerek son hali verilmiştir. Böylece çalışmada öğretmen adaylarının sahip olması gereken GDA'ları ve göstergeleri belirlenmiştir. Bu göstergelere göre hem ayrı ayrı hem de bütüncül verilen yaklaşıma göre etkinlikler hazırlanmıştır.

Geometri konuları, öğretme yaklaşımları ve GDA'lara ait göstergeler göz önünde bulundurularak öğretmen adaylarının GDA'larını geliştirmeye yönelik problemler aracılığıyla tasarlanan öğrenme ortamında yaşanan süreç Şekil 7'de şematize edilmiştir. Tablo 9'da yer alan konular ve etkinlikler belirlendikten sonra, öğrenme ortamında öğretmen adaylarına her hafta 3-4 tane etkinlik uygulanmıştır. Tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adayları kendi oluşturdukları gruplar ile etkinlikler üzerinde tartışmıştır.

Etkinlikler ders ortamında uygulanırken yaşanılan sürecin "*problem durumunun verilmesi, probleme verilen cevapların sınıflandırılması, problemin çözümünün GDA kapsamında incelenmesi*" olmak üzere 3 aşamadan oluştuğu görülmektedir. Şekil 7'den de görüldüğü gibi problem durumunun verilmesi aşamasında öncelikle öğretmen adayları hemen çözemeyeceği nitelikte bir problem durumu ile karşı karşıya bırakılır. Çünkü ilgili literatürde araştırmacıların da ifade ettiği gibi öğrencilerin hemen çözemeyeceği problem durumları ile karşı karşıya bırakıldığı ortamlar GDA'ların ortaya çıkabileceği en iyi ortamlardır (Cuoco, Goldenberg ve Mark; 2010; Driscoll ve diğerleri, 2007). Bunu sağlamak için ilk 4 hafta boyunca adaylara aynı etkinlik 2 çalışma yaprağı şeklinde verilmiştir. Birinci çalışma yaprağında adaylar sadece bir problem durumu ile 5-10 dakika boyunca karşı karşıya bırakılmış, fakat bu problemi nasıl çözeceğine dair ipucu niteliğindeki yönergelere yer verilmemiştir. Buradaki amaç, öğretmen adaylarının sahip olduğu GDA'ları yönlendirmeden kullanmalarını sağlamaktır. Adaylar, grup tartışmaları ile problemi çözmeye çalışırken araştırmacı ise grupların arasında gezerek adaylardan gelen sorulara ilgili yanıtlar veren rehber rolündedir.




** İlk 4 haftadan sonra bu basamak kaldırılır. Onlara doğrudan problemin çözümünde hangi alışkanlığı kullandığı sorulur.*

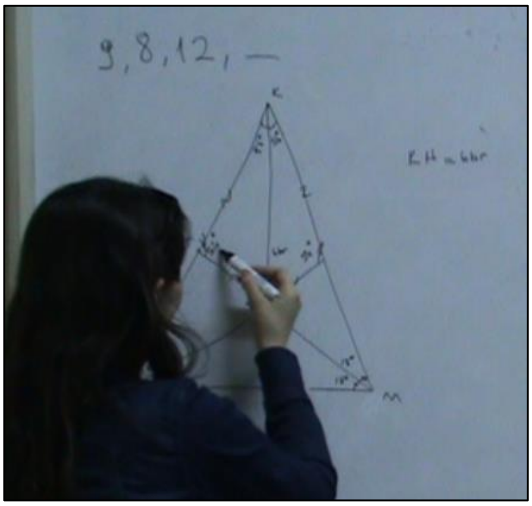
Şekil 7. Geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik problemler aracılığıyla tasarlanan öğrenme ortamı süreci

Öğretmen adayları arasından bir grubun problem üzerinde yaptığı örnek tartışma Şekil 8'de verilmiştir.

Şekil 8. Bir grubun problem üzerindeki tartışması

İkinci aşama probleme verilen cevapların sınıflandırılması aşamasıdır. Bu aşamada öğrenme ortamında öğretmen adayları problemin çözümüne yönelik düşüncelerini bireysel veya grup olarak söyler. Araştırmacı bu aşamada verilen sonuçların tahtaya yazarak adaylara hangi sonucun doğru olabileceğini sorar. Bu şekilde adayların verilen problemin cevabına yönelik birbiri ile tartışmasını sağlar. Eğer adayların çoğunluğu doğru cevaba ulaştı ise tahtaya bir gönüllü kaldırılarak, doğru cevap yaptırılır. Şekil 9'da bir öğretmen adayının tahtada yaptığı çözüm verilmiştir.

Eğer öğretmen adaylarının çoğunluğu doğru cevaba ulaşamadıysa ikinci çalışma yaprağı verilir. Bu çalışma yaprağının özelliği; ilk çalışma yaprağında yer alan problemle aynı olmasına rağmen, burada adayların doğru cevaba ulaşmasını sağlayabilecek yönergeler yer almaktadır. Yer alan bu yönergeler adayların bilgisayar destekli yazılımlarla geometrik yapıları hareket ettirerek doğru sonuca ulaşmasına ve adaylara kazandırılmak istenen geometrik düşünme alışkanlığını işe koşmaya yöneliktir. Çünkü literatürde araştırmacılar GDA'ların geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarında dinamik geometri yazılımlarından faydalanılması gerektiğini ifade etmiştir (Cuoco ve Goldenberg, 2001; Leikin, 2007). İkinci çalışma yaprağının her bir maddesi sınıf ile birlikte çözülerek hep birlikte doğru cevaba ulaşılmaya çalışılır. Bu aşamada eğer bazı adaylar problemi doğru çözdüyse, araştırmacı onlara farklı bir problem vererek, onların da boşta beklememesini sağlamıştır.




Şekil 9. Bir öğretmen adayının öğrenme ortamında tahtada yaptığı çözüm

Üçüncü aşama ise problemin çözümünün GDA'ları kapsamında incelenmesidir. Bu aşamada artık her öğretmen adayı problemin doğru cevabına ulaşmıştır. Araştırmacı sınıfta bu problemin çözümünü analiz eder, nasıl bir düşünme gerçekleştirdiğini açıklar ve bu düşünmeyi yansıtan alışkanlığın hangisi olduğunu ifade ederek bu alışkanlığın özelliklerini vurgular. Ayrıca öğretmen adaylarından bu alışkanlıklar hakkındaki düşüncelerini açıklamalarını ister. Çünkü öğretmen adaylarının GDA'larının geliştirilmesinin bir yolunun da, öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarına hangi düşünme alışkanlığının kazandırılacağı ve bu alışkanlığın konu ile ilişkisini açıklama şeklinde olduğu literatürde yer almaktadır (Costa ve Kallick, 2000). Gerekli açıklamalardan sonra öğretmen adaylarına çözüm sürecinde bu geometrik düşünme alışkanlığını hangi aşamalarda kullandığı sorulur ve öğretmen adaylarına o gün işlenen konu ve geliştirilmesi amaçlanan düşünme alışkanlığı ile ilgili ödevler dağıtılarak ders bitirilir.

Tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adayları kendi oluşturdukları gruplar ile etkinlikler üzerinde çalışmışlardır. Yukarıda belirtilenler ilk dört hafta boyunca adaylara her GDA ayrı ayrı problemlere gömülü halde verilmiştir. Ancak ilk hafta adaylara özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına yönelik problem verilirken aynı zamanda ilişkilendirme alışkanlığı da verilmiştir. Çünkü her iki alışkanlığın birbirinden kesin sınırlarla birbirinden ayrılması oldukça zordur. Diğer altı hafta boyunca etkinliklerde yer alan GDA'lar ise bütüncül yaklaşım benimsenerek verilmiştir. Bu şekilde ilk dört hafta boyunca adaylara her bir alışkanlık ayrı ayrı tanıtılmış ve bu kapsamda ilk haftalarda yer alan çalışma yapraklarında her bir alışkanlığa yönelik açıklama notları bulunmaktadır. Diğer 6 hafta boyunca artık problemin çözümünde hangi alışkanlığın kullanıldığı adaylara sorulmuş ve bu alışkanlıkları nasıl kullandıkları açıklattırılmıştır.

Öğretmen adaylarının genel olarak etkinlikleri tamamlayabilmesi için yeterli süre verilmiştir. Ayrıca her ders sonunda adaylara, o gün işlenen konu ile ilgili bireysel ödevler verilmiştir. Haftanın belirli bir gününde tekrar araştırmacı ve adaylar toplanarak ödevlere verdikleri cevapları gözden geçirmişlerdir. Yine adayların istediği zaman dinamik geometri yazılımlarından faydalanabilmesi için öğrenme ortamındaki dersler teknoloji laboratuvarlarında yürütülmüştür. Yapılan pilot çalışma sonucunda etkinlikler, haftalık plan ve değerlendirme ile ilgili çeşitli değişiklikler yapılmıştır.

### 3. 5. 1. Etkinliklerin Tasarımı ve Etkinliklerin Haftalara Göre İçeriği

Bu çalışmada öğretmen adaylarının problemler aracılığıyla GDA'larını geliştirmek amacıyla öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Tasarlanan bu öğrenme ortamında her hafta adaylara GDA'ları içeren etkinlikler uygulanmıştır. Yine öğrenme ortamında uygulanan bu etkinlikler ilk dört haftada Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından önerilen şekilde ayrı ayrı problemlere gömülü olarak uygulanmış kalan altı haftada ise Marshall (2004) ve Hu (2005) tarafından önerildiği gibi alışkanlıklar bütüncül yaklaşıma dayalı olarak verilmiştir. Çalışmada etkinliklerin bu şekilde uygulanmasının sebebi; ilk haftalar adayların farklı GDA'larını öğrenebilmesi ve bu alışkanlıkların farkında olabilmesini, son haftalarda ise bu alışkanlıklar arasındaki ilişki hakkında kendi kendine çıkarım yapabilmesini sağlamaktır. Bu şekilde öğretmen adayları karşılaştığı problemlerde, problem ile ilgili GDA'ları kullanarak çözüme ulaşması amaçlanmıştır.

Costa ve Kallick (2009) öğrencilerin MDA'larını ve bu doğrultuda GDA'larını geliştirirken, öğrenme ortamında sürekli öğrencilere hangi alışkanlığın kazandırılmak istendiğinden ve o alışkanlığın özelliklerinden bahsetmenin gerekliliğini vurgulamıştır. Bu kapsamda, çalışmada geliştirilen ortamda, etkinliklerde öğretmen adaylarına verilen çalışma yapraklarında hangi GDA'nın verildiğinden küçük notlar halinde bahsedilmektedir. Bu şekilde adaylarda geliştirilmek istenen düşünme alışkanlıklarından haberdar olması sağlanmaya çalışılmıştır. Tüm bunlar göz önünde bulundurularak öğretmen adaylarının GDA'larının geliştirilmesi için problem çözmeye dayalı etkinlikler geliştirilmiştir. Geliştirilen bu etkinlikler öğrencilere 2 aşamada uygulanmaktadır. Birinci aşamada öğretmen adaylarına konuyla ilgili bir geometri problemi verilmektedir. Daha sonra bütün adaylar sınıf ortamında o problem üzerine ortak bir karara vardıktan sonra aynı problem ikinci bir çalışma yaprağı şeklinde verilmektedir. İkinci çalışma yaprağının özelliği ise adayların problemi çözmesine yardımcı olabilecek ve dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra'yı kullanabilecek yönergeleri içermesidir. Burada adayların GeoGebrayı kullanmasının sebebi, Cuoco ve Goldenberg (2001) ve Leikin 'in (2007) de ifade ettiği gibi adayların GDA'larını geliştirebilmenin en güzel yollarından birinin de öğrenme ortamlarında dinamik geometri yazılımlarının işe koşulmasının gerekliliğidir. Ayrıca bu çalışma yaprağının sonunda adayların hangi GDA'ları kullandığını ve bu alışkanlığın özelliklerini içeren küçük notlar bulunmaktadır. Böylece adaylara düşünceleri hakkında düşünme olanağı sunulmuştur.

Sonuç olarak, tasarlanan öğrenme ortamında GDA'lara yönelik etkinlikler, öğretmen adaylarının kolaylıkla çözemeyeceği problemlere göre, dinamik geometri yazılımlarını kullanabilmesine göre ve geometri dersinde teorik olarak gördükleri konular ışığında tasarlanmıştır. Asıl uygulamada, tasarlanan GDA'ları etkinlikleri konu ve hangi düşünme alışkanlığını içerdiklerine Tablo 10'da yer verilmiştir.

Tablo 10. Asıl Uygulamada Tasarlanan Öğrenme Ortamında Uygulanan Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Etkinlikleri, Konu ve İçerdiği Düşünme Alışkanlıkları

| *Etkinlik No* | *Konu* | *Geliştirilmesi Amaçlanan Geometrik Düşünme Alışkanlığı* |
|---|---|---|
| 1. Etkinlik | Üçgenlerde Eşlik | ÖG+İ |
| 2. Etkinlik | Üçgenlerde Benzerlik | ÖG+İ |
| 3. Etkinlik | Açıortay | İ+KY |
| 4. Etkinlik | Kenarortay | KY |
| 5. Etkinlik | Üçgende Açılar | KY |
| 6. Etkinlik | Açıortay | KY |
| 7. Etkinlik | İkizkenar Üçgenin Özellikleri | KY |
| 8. Etkinlik | Üçgende Benzerlik | KY+İ |
| 9. Etkinlik | Menalous Teoremi | DA+KY |
| 10. Etkinlik | Seva Teoremi | İ+KY |
| 11. Etkinlik | Üçgende Açılar | DA+İ+KY |
| 12. Etkinlik | Dörtgenler | İ+KY+DA |
| 13. Etkinlik | Pythagoras-Euclid Teoremi | KY+İ |
| 14. Etkinlik | Dik Üçgen ve Özellikleri | KY+İ |
| 15. Etkinlik | Düzgün Çokgenler | İ+ÖG+KY |
| 16. Etkinlik | Dörtgenler | İ+KY |
| 17. Etkinlik | Dörtgenler | DA+KY |
| 18. Etkinlik | Çemberler | KY |
| 19. Etkinlik | Dörtgenler | İ+KY |
| 20. Etkinlik | Dörtgenler | İ+KY |
| 21. Etkinlik | Dörtgenler (Yamuk ve Özellikleri) | İ+KY |
| 22. Etkinlik | Çemberler | İ+DA+KY |

İ : İlişkilendirme Alışkanlığı
ÖG : Özel durumları düşünme ve Genelleme Alışkanlığı
DA : Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı
KY : Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığı

Tablo 10'da Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından önerildiği gibi bilişsel boyuttaki düşünme alışkanlıkları (ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma) ve araştırmacının geliştirdiği GDA'ların göstergeleri temel alınarak geliştirilmiş öğrenme ortamında yapılan etkinlikler verilmiştir. Etkinlikler tasarlanırken genel olarak geometri dersinde görülen konuların tamamına yakınını içermesine dikkat edilmiştir. Tablo 10'dan da görüldüğü üzere toplam 22 etkinlik geliştirilmiş ve bu etkinlikler haftalara göre dağıtılmıştır. Etkinliklerin içerdiği geometri konuları "*üçgenlerde eşlik, açıortay, kenarortay, üçgende açılar, ikizkenar üçgenin özellikleri, üçgende benzerlik, Menalous teoremi, Seva teoremi, dik üçgen ve özellikleri dörtgenler, Pythagoras-Euclid Teoremi, dörtgenler, düzgün çokgenler ve çemberler*" şeklindedir. Etkinliklerin içeriğinden ve yapısından ilerleyen bölümlerde bahsedilmiştir.

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının belirlenmesi ve geliştirilmesi amaçlandığından hazırlanan etkinliklerinde adayların GDA'larını iyi bir şekilde yansıtması ve etkinliklerde yer alan problemlerin adayların uğraşabileceği seviyede olması gerekir. Bu bakımdan hazırlanan etkinliklerin ve tasarlanan öğrenme ortamının pilot uygulamasından sonra asıl uygulama yapılmıştır.

Asıl uygulama Karadeniz Teknik Üniversitesi'nde "Geometri" derslerinde yapılmıştır. Haftada 2 saat boyunca geometri dersinin uygulamaları şeklinde yürütülen asıl uygulama, toplamda 16 haftalık öğrenim süresine sahip olup ilk hafta ve sınav haftaları çıkarıldığında toplam 10 hafta uygulama imkânı sağlamıştır. Ancak gereken etkinliklerde ders saati istenildiği kadar uzatılacak niteliktedir. Asıl uygulamada oluşturulan GDA etkinlikleri, uygulama yapılacak ders ve tasarlanan öğrenme ortamının içeriği Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. Asıl Uygulama Süreci

| Hafta | Etkinlik Numarası | Uygulanan Etkinliğin İçeriği | Yaklaşık Süre |
|---|---|---|---|
| 1 | | Öğrencilerle Tanışma | |
| 2 | | Ön Test Uygulaması | 70 dk |
| 3 | | GeoGebra Anlatımı ve Uygulama Soruları Çözümü | 110 dk |
| 4 | 1. Etkinlik | Üçgenlerde Eşlik | 45 dk |
| | 2. Etkinlik | Üçgenlerde Benzerlik | 45 dk |
| | 1. Ödev | | |
| 5 | 3. Etkinlik | Açıortay | 25 dk |
| | 4. Etkinlik | Kenarortay | 25 dk |
| | 5. Etkinlik | Üçgende Açılar | 20 dk |
| | 6. Etkinlik | Açıortay | 30 dk |
| | 2. Ödev | | |
| 6 | 7. Etkinlik | İkizkenar Üçgenin Özellikleri | 45 dk |
| | 8. Etkinlik | Üçgenlerde Benzerlik | 45 dk |
| | 3. ödev | | |
| 7 | 9. Etkinlik | Menalous Teoremi | 60 dk |
| | 10. Etkinlik | Seva Teoremi | 25 dk |
| | 4. ödev | | |
| 8 | 11. Etkinlik | Üçgende Açılar | 60 dk |
| | 12. Etkinlik | Dörtgenler | 30 dk |
| | 5. ödev | | |
| 9 | | Vize Haftası | |
| 10 | 13. Etkinlik | Pythagoras-Euclid Teoremi | 90 dk |
| | 6. ödev | | |
| 11 | 14. Etkinlik | Dik Üçgen ve Özellikleri | 40 dk |
| | 15. Etkinlik | Düzgün Çokgenler | 55 dk |
| | 7. ödev | | |

Tablo 11'in Devamı

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 16. Etkinlik | Dörtgenler | 40 dk |
| | 17. Etkinlik | Dörtgenler | 45 dk |
| | 8. ödev | | |
| 13 | 18. Etkinlik | Çemberler | 45 dk |
| | 19. Etkinlik | Dörtgenler | 25 dk |
| | 20. Etkinlik | Dörtgenler | 25 dk |
| | 9. ödev | | |
| 14 | 21. Etkinlik | Dörtgenler (Yamuk ve Özellikleri) | 40 dk |
| | 22. Etkinlik | Dörtgenler (Paralelkenar ve Özellikleri) | 35 dk |
| | 10. ödev | | |
| 16 | | Final Haftası | |
| 17 | | Final Haftası | |

### 3. 5. 2. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarına Yönelik Etkinliklerin Yürütülmesi

Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimini sağlamak amacıyla GDA'ların göstergeleri odaklı ayrı ayrı yaklaşım ve bütüncül bir yaklaşımla problemler aracılığıyla öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Öğrenme ortamı tasarlanırken literatürden yararlanılmış ve bu literatürde öğrenme ortamında yer alması gereken ilkelere göre göstergeler belirlenmiştir.

Çalışma 2 kişilik gruplar oluşturularak toplam 34 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Bu adayların içerisinden 3 grup olarak seçilen 6 (2 iyi, 2 orta, 2 düşük seviye olarak belirlenen) kişinin öğrenme ortamına katılımı ise her hafta video kaydına alınmıştır. Adayların çoğu etkinlikleri tamamlamış ancak 2 aday süreç içerisinde bütün etkinliklere katılmamıştır. Bu yüzden öğrenme ortamına katılan 32 öğretmen adayı üzerinden verilerin analizi yürütülmüştür. Her ders yapılan etkinliklerin sonunda sınıf ortamında problemlerin çözümüne ve bu kapsamda kullanılan GDA'ların tanımlarına yönelik tartışmalar yapılmıştır. Yapılan bu sınıf tartışmaları da video kaydına alınmıştır. Her bir GDA'ya yönelik etkinlikler GDA'lara yönelik öğrenme ortamında bulunması gereken ilkeler göz önünde bulundurularak haftalık planda verilen sıraya göre uygulanmıştır.

Geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik süreç boyunca öğretmen adaylarının GDA'ları kullanma boyutunda ilerledikleri görülmektedir. Ayrıca ilk haftalarda yer alan etkinliklerde hem adayları doğru sonuca ulaşmalarını ve ilgili GDA'yı kullanmaya yönelten yönergeler bulunmaktadır hem de GDA'ların ayrı ayrı verilerek ilgili alışkanlığın kavranması sağlanmıştır. İlerleyen haftalarda ise etkinliklerde yer alan yönergeler azaltılmış ve bütüncül yaklaşıma göre her derste birden fazla GDA verilmiştir. Uygulamalar boyunca öğretmen adaylarının problemlere verdiği farklı cevaplar, sınıfça tartışılmış ve hep beraber doğru sonuca ulaşılmaya çalışılmış. Bu süreç boyunca ise problem çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlığının ne amaçla ve ne şekilde kullanıldığına sürekli olarak vurgulamalar yapılmıştır.

Aşağıda problemler aracılığıyla geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamında uygulanan örnek bir etkinlik tanıtılmakta ve bu etkinlik yürütülürken öğrenme ortamında yaşananlar, grup çalışması ve sınıf tartışması ışığında ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

*Örnek bir GDA Etkinliği* : Üçgenlerin Karşılaştırılması

Etkinliğin Konusu : Üçgenlerde Eşlik

*Etkinliğin Amacı* : Bu etkinlikte yer alan problemde öğretmen adaylarından, üçgenlerin eş olmasına yönelik bir ilişki bulmaları beklenmiştir. Burada öğretmen adaylarının "*problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla alanları arasındaki ilişkiyi belirleme, iki veya daha fazla geometrik şekli mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, oranlayarak doğru sonuca ulaşma, problemin çözümünde özel durumların doğruluğunu göstererek genel bir yargıya varabilme"* gibi alışkanlıkları kullanmaları beklenmektedir.

*Baskın olan GDA* : İlişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme

*Üçgenlerin Karşılaştırılması Etkinliğinin uygulanması sürecinde yaşananlar:*

Araştırmacı sınıfa girerek yapılacak etkinlik ve süreç hakkında adaylara bilgilendirme yapar ardından "*Öncelikle size br tane problem vereceğim. Grupça tartışarak sonuca ulaşmaya çalışacaksınız. Sonuca ulaşmanız için yaklaşık on dakika süre vereceğim*" diyerek ilk çalışma yapraklarını dağıtır ve derse başlar. İlk çalışma yaprağında yer alan problemin adayların gruplar halinde birbirleriyle tartışarak çözmesini sağlar ve bu aşamada araştırmacı öğretmen adaylarının sorduğu sorulara yönlendirici cevaplar veren rehber konumundadır. Adaylara her etkinlikte 2 çalışma yaprağı verilerek öğrenme ortamında Şekil 7'de verilen süreç yaşatılmıştır. Bu süreçte ilk çalışma yaprağında problem verilmiş 2. sinde ise aynı problem yönergelerle verilmiştir. Öğrenme ortamında yer alan ilk etkinlik olduğu için problemde "Bu verilenlere dayanarak $\overset{\triangle}{EGF}$ ile $\overset{\triangle}{EDF}$ üçgeninin eşlik bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu bulunuz. Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki alana yazınız" şeklinde adayları yönlendirmeye yönelik soru kalıbı yer almaktadır. İkinci çalışma yaprağında ise aynı problem "Bu verilenlere dayanarak $\overset{\triangle}{EGF}$ ile $\overset{\triangle}{EDF}$ üçgeninin eşlik bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu aşağıdaki adımları takip ederek bulunuz" şeklinde yönergelendirilmiştir. Bu şekilde adayların sınıf ortamında doğru sonuca ulaşmaları sağlanmaya çalışılmıştır.

Bu açıklamalardan sonra araştırmacı sınıftan birini seçer ve çalışma yaprağında yer alan özel durumları düşünme ve genelleme ile ilişkilendirme alışkanlıklarını okutarak o alışkanlıklara vurgu yapar. Öğrenme ortamında araştırmacı ile gruplar arasında geçen etkileşim sürecine ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

*A) Problem Durumunun Verilmesi*

Bu aşamada adaylara etkinlikte yer alan problem (1. Çalışma yaprağı) verilmiştir. Burada adaylara herhangi bir yönlendirme yapılmamıştır ve onların grup halinde birbiri ile tartışarak sonuç elde etmeye çalışması istenmiştir. Bazı gruplara ait tartışma sürecinden örnekler aşağıda verilmiştir.

*Ö23 : Bence şu $\overset{\Delta}{EDF}$ eşkenar üçgen olur.*

*Ö2 : Ama şöyle bir şey var. $\overset{\Delta}{ABC}$ ni eşkenar değil.*

*Ö23 : Evet, doğru.*

*Ö2 : Şimdi bizden şu üçgenle şu üçgenin [$\overset{\Delta}{DEF}$ ile $\overset{\Delta}{GEF}$ üçgenlerinin] karşılaştırmasını istiyor. Şu yapıyı bilgisayardan [GeoGebra] bir çizsem.*

*Ö23 : Şu şu şu [$\overset{\Delta}{AED}$, $\overset{\Delta}{EFB}$ ile $\overset{\Delta}{CDF}$ ] aynı üçgen oldu. Ama bu üçgenle [$\overset{\Delta}{EGF}$ ] bir türlü bağdaştıramadım. Eş falan da değil bence.*

*Ö2 : Acaba yüksekliği ile ilgili bir şey mi bulacağız?*

*Ö23 : Tamam o zaman şöyle düşünelim.*

*Ö2 : Alanlardan gidemeyiz zaten. Hmmm. Şunu şöyle çizsek [C noktasını E ile birleştirsek, CE doğru parçası $\overset{\Delta}{ABC}$ nin yüksekliği olmaz mı] şurası da bir yükseklik etmeyecek mi? Üçgenin diğer kenarlarına ait yüksekliklerini de çizsek. Ama oradan bir şey çıkar mı ki? Ama $\overset{\Delta}{ABC}$ ni eşkenar değil yaaa. Benim aklım hep eşkenara gidiyor. Diyecektim ki $\overset{\Delta}{ABC}$ ni eşkenar olsaydı CE doğru parçası hem yükseklik hem kenarortay olacaktı, tüh..*

Yukarıdaki diyalogda Ö2 ile Ö23 katılımcılarının tartışmasına bakıldığında, katılımcıların genel olarak problemin çözümü hakkında fikir yürüttükleri ve bu fikirleri mantıksal gerekçelerle çürüttükleri ya da doğrulayabildikleri görülmektedir. Diyaloğun biraz daha özeli girildiğinde ise, Ö23 kodlu adayın verilen üçgeni hep eşkenar olma durumunu (özel bir durumunu) ele aldığı ve bundan dolayı sonuçta ilerleyemediği görülmektedir. Dolayısıyla problemin özel bir durumunu doğrudan genele uyarladığı görülür.

Öğretmen adaylarının problem durumu aşamasındaki tartışmalarından başka bir kesit incelendiğinde, *Ö11 : Sana bir şey söyleyeyim mi, alanları eşit. Neden biliyor musun, çünkü "bu iki doğru (EF//AC) birbirine paralelse, alanları da eşit olur. Yani taban uzunlukları eşit 2 üçgenin yükseklikleri de eşittir". Bu üst noktayı nereye çekersen çek alanı asla değişmez.*

*Ö4 : Burada sadece 2 noktanın yerini değiştirmiş, G noktasını D'ye taşımış. Sonuçta noktaları taşıdık bişey değişmez ki, taban da aynı yükseklikte aynı.*

*Ö11 : Ama burada noktayı nereye çekersen çek alanı değişmez. Üçgenlerin tabanlarını çizeriz (çizer). Daha sonra her iki üçgenin de yüksekliği eşit. Zaten alanda taban ile yüksekliğin çarpımının yarısı olduğundan, her iki üçgenin alanları da eş olur.*

*Ö4: AC//EF ise zaten EF orta nokta olur. Buradan da üçgenlerin yükseklikleri eş olur.*

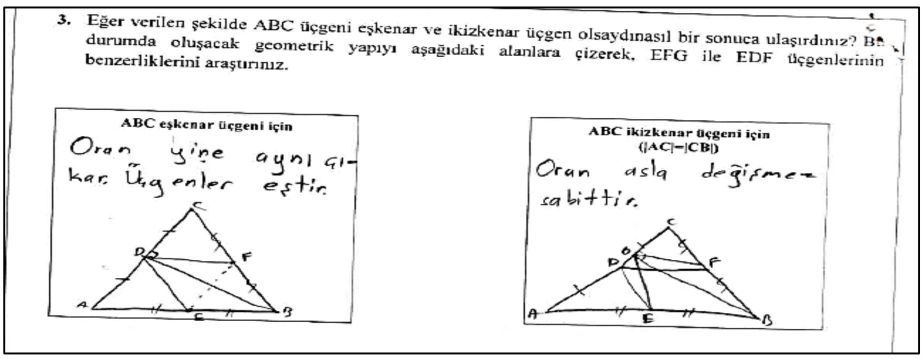
Yukarıdaki diyalog incelendiğinde, Ö4 ve Ö11 kodlu adayların aslında taşıma yaptıkları ve taşıma işlemi sonucunda ise değişen/değişmeyen özellikleri göz önünde bulundurdukları görülmektedir.

Öğretmen adaylarının sınıf ortamında cevapları incelendiğinde, yarıya yakını sonuca yaklaşmış ama çözüm sürecini açıklayamamıştır. Bu kapsamda araştırmacı:

*"Evet, çoğunuz iki üçgenin alanının eş olduğunu düşünüyor ancak bunun sebebini tam olarak açıklayamıyor. Üçgenin kenarları veya yükseklikleri eşit ondandır diyorsunuz ama bunun sebebini tam olarak açıklayamıyorsunuz. O halde isterseniz GeoGebra yardımıyla ikinci çalışma yaprağımızda bu soruyu adım adım birlikte çözelim"* diyerek ikinci çalışma yaprağına geçer. Böylece ikinci süreç olan probleme verilen cevapların sınıflandırılması sürecine geçilmiş olur.

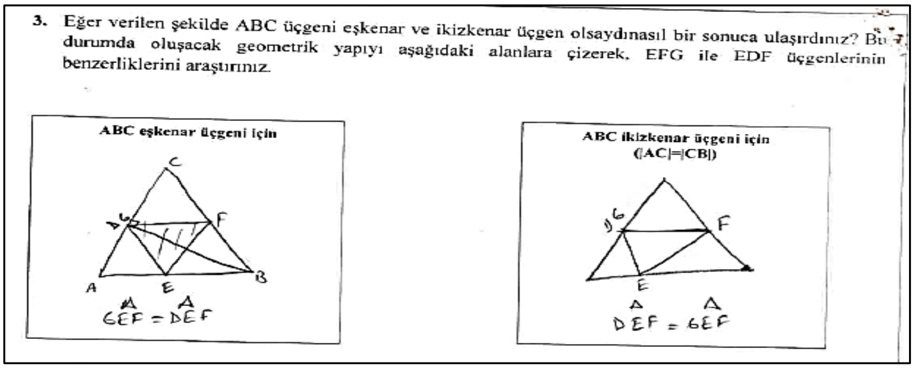
*B) Probleme verilen cevapların sınıflandırılması*

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma sürecinde ikinci çalışma yaprağına yönelik (çalışma yaprağı etkinlik şeklinde verilmiştir) yürüttükleri çalışmalar aşağıda verilmiştir:




Şekil 10. Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının verdiği cevap

Şekil 10 ve Şekil 11 incelendiğinde her bir grubunda aynı problemi üçgenlerin ikizkenar ve eşkenar olma durumunda göre inceledikleri görülmektedir. Bu durumu genellikle adaylar GeoGebra programını kullanarak incelemişlerdir.


3. Eğer verilen şekilde ABC üçgeni eşkenar ve ikizkenar üçgen olsaydınasıl bir sonuca ulaşırdınız? Bu durumda oluşacak geometrik yapıyı aşağıdaki alanlara çizerek, EFG ile EDF üçgenlerinin benzerliklerini araştırınız.



Şekil 11. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının verdiği cevap

Öğretmen adaylarının çözümleri bittikten sonra bir tane aday tahtaya kaldırılarak yaptığı çözümü paylaşır. Bu süreç ise;

*Ö34 : Şimdi arkadaşlar fark ettiyseniz eşkenar üçgende C noktasından AB'ye indirdiğimiz dikme ile D noktası aynı yerde buluşuyor. Yani burda G ile D farklı değil aynı nokta. Sonra bize sorulan E ile F'yi birleştirdiğimizde bizden istenen her iki üçgenin de alanı eş oluyor. Anlaşılmayan bir yer var mı?*

*Sınıf : Yok.*

Yönergeler aracılığıyla doğru çözüme ulaşıldıktan sonra üçüncü aşama olan problemlerin çözümünün GDA'lar kapsamında değerlendirilmesi aşamasına geçilir.

*C) Problem çözümünün Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kapsamında İncelenmesi*

İkinci çalışma yaprağında adım adım yönergeler birlikte yapılarak istenilen sonuca ulaşılır. Daha sonra araştırmacı bu çözümü yaparken hangi GDA'ları kullandıklarını şu ifadelerle açıklar:

*A :Evet arkadaşlar. Aslında başlangıçta problemi çözemediğimizde verilen üçgeni eşkenar veya ikizkenar olma gibi özel bir durumuyla düşünebiliriz. Bu şekilde problemi çözdükten sonra çeşitkenar olma durumunda, üçgenin özel durumunun doğruluğundan yararlanabiliriz. Aslında Aleyna ve Büşra arkadaşınız başlangıçta öyle yaptılar ama kullandıkları yöntemi fark edemedikleri için sonuca ulaşamadılar. O zaman bu çözümü yaparken hangi düşünme alışkanlıklarını kullandık? Özel bir durumun doğruluğundan yararlandık ve iki üçgen arasında ilişkilendirme yaptık değil mi?*

Sınıf : Evet.

*A : Yani bu durumda özel durumları düşünme ve genelleme ile ilişkilendirme alışkanlıklarımız baskın oldu.*

Bu açıklamalardan sonra araştırmacı sınıftan birini seçer ve çalışma yaprağında yer alan ve aşağıda verilen özel durumları düşünme ve genelleme ile ilişkilendirme alışkanlıklarını okutarak o alışkanlıklara vurgu yapar.

Verilen bir problemi doğrudan çözemediğimiz durumlarda problemin ***özel bir durumunu*** inceleyebiliriz. Bu özel duruma göre basit düzeydeki problemleri çözdükten sonra, elde ettiğimiz sonucu genele uyarlamaya çalışırız. Böylece verilen ifadelerin genel bir durum için de doğruluğunu göstermiş oluruz. Bu da farklı bir problem çözme yöntemidir. Dolayısıyla geometrik problemleri çözerken "***ilişki arama ve genelleme***" bizim oldukça işimize yarayan bir yöntemdir. Bu problemde de ABC eşkenar ve ABC ikizkenar üçgeninin özel durumundan yararlanarak, herhangi bir ABC üçgeni için genel bir yargıya vardığımız söylenebilir.

Şekil 12. Örnek bir ders içeriği

### 3. 5. 3. Araştırmacının Rolü

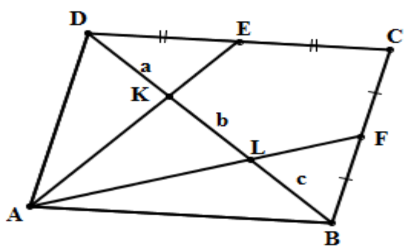
Bu çalışmadan önce araştırmacı iki dönem boyunca belirtilen üniversitede yürütülen Geometri derslerine izleyici olarak katılmıştır. Bu süreçte dersi veren öğretim üyesi ile fikir alış verişinde bulunmuştur. İzlenen bu dersler, dersi yürüten öğretim üyesi ile yapılan görüşmeler ve araştırmacının yaptığı literatür taramaları sonucunda, üniversitede matematik öğretmenliği bölümünde okuyan öğrencilerin Geometri derslerinde düşünme alışkanlıklarını yeterince kullanamadıkları fark edilmiştir. Bunun sonucu olarak öğrencilerin zor bir geometri problemi ile karşılaşıp sonuca ulaşamadığı zamanlarda kolaylıkla pes ettiği, bazı durumlarda ise sadece ezberledikleri yöntemlerle sonuca ulaşmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Ancak ileride geometri derslerine girecek öğretmen adaylarından beklenen asıl davranış, karşılaştıkları geometri problemlerini çözmeye çalışırken GDA'larını kullanması ve pes etmeden o problem ile uğraşmasını sağlamaktır. İşte bu aşamada araştırmacı başlangıçta literatürü tarayarak GDA'ları ile göstergelerini belirlemek ve bu doğrultuda bir ders planı yapmak ile görevlidir. Daha sonra araştırmacı, uygulayıcı rolünde öğretmen adaylarının GDA'larını geliştirmeye yönelik problem çözmeye dayalı bir öğrenme ortamı tasarlamıştır. Bu öğrenme ortamında ise öğretmen adaylarının istenilen GDA'ların gelişimini sağlama boyutunda yol gösterici, adayların sorduğu sorulara verdiği cevaplar ve sınıf düzenini sağlama konusunda ise rehber konumundadır. Son olarak araştırmacı rolünde verileri analiz etmiş ve gelecekte öğrenme ortamı tasarımları için yeni planlar yapmış ve önerilerde bulunmuştur.

### 3. 6. Verilerin Analizi

Bu bölümde araştırmadan elde edilen verilerin nasıl analiz edildiği açıklanmıştır. Veriler 3 aşamada analiz edilmiştir. Bunlar; öğretmen adaylarının başlangıçtaki durumları ile öğrenme ortamına katıldıktan sonraki durumları arasında GDA’ları kullanımları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı, geliştirilen veri toplama araçlarından elde edilen nicel verilerle değerlendirilmiştir. İkinci aşamada seçilen 3 öğretmen adayı grubunun GDA’ları boyutunda yaşamış olduğu değişim ve gelişmeler ile ilgili haftalık video kayıtları, gözlemler ve klinik mülakatlardan elde edilen veriler nitel olarak değerlendirilmiştir. Üçüncü aşamada ise öğretmen adaylarının bilişsel boyuttaki GDA’larını etkilen duyuşsal faktörlerin gelişim ve değişimi ise nicel verilerle ortaya konmuştur. Nitel ve nicel verilerin nasıl analiz edildiği ile ilgili bilgiler aşağıdaki bölümlerde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

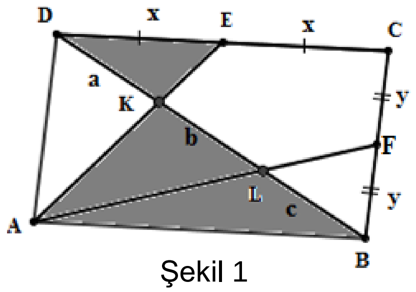
#### 3. 6. 1. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testinden Elde Edilen Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları testinde her bir soruya verdiği cevaplar geliştirilen GDA’ları derecelendirilmiş puanlama ölçeğine göre puanlanmıştır. Puanlamaya ait güvenirliği sağlamak için puanlama işlemi bir uzman ile ayrı ayrı yapılarak sonradan ortak bir karara varılmıştır. Yukarıda açıklanan puanlama ölçeğinde toplamda 4 tane geometrik düşünme alışkanlığı, her bir alışkanlığa ait göstergeler ile bu göstergelere ait seviyeler bulunmaktadır. Şekil 13’te geometrik düşünme alışkanlıkları testinde yer alan bir problem yer almaktadır.

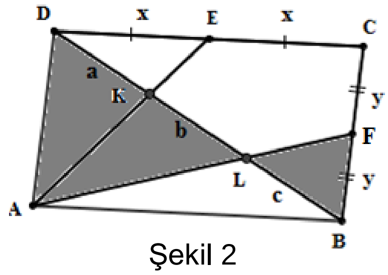



ABCD bir paralelkenardır. [BD] köşegen, |DE|=|EC|, |CF|=|FB|, |DK|=a br, |KL|=b br, |LB|= c br olduğuna göre a,b ve c arasındaki ilişkiyi bulunuz.

Şekil 13. Örnek problem




Şekil 1




Şekil 2

Öncelikle 1. Şekildeki gibi $\overset{\Delta}{KDE}$ ile $\overset{\Delta}{KBA}$ üçgenleri arasında benzerlik kurulur.

$\overset{\Delta}{KDE} \sqcup \overset{\Delta}{KBA}$ (A.A.A), $\frac{|DK|}{|KB|} = \frac{|DE|}{|AB|}$olduğundan $\frac{a}{b+c} = \frac{1}{2}$ ve buradan,

2a=b+c ……………..(1)

2. Şekildeki $\overset{\Delta}{FLB}$ ve $\overset{\Delta}{ALD}$ üçgenleri arasında benzerlik kurulduğunda

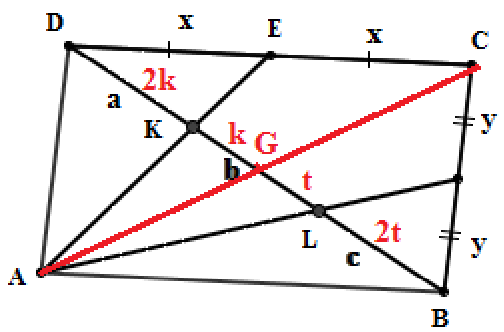
$\overset{\Delta}{FLB} \sqcup \overset{\Delta}{ALD}$ (A.A.A) $\frac{|FB|}{|DA|} = \frac{|LB|}{|DL|}$ olduğundan $\frac{1}{2} = \frac{c}{a+b}$ ve buradan,

2c=a+b ……………. (2)

(1) ve (2) nolu denklemler birlikte çözülürse, a=b=c bulunur.

Şekil 14. Öğretmen adayının muhtemel çözüm yolu

Şekil 14'te yer alan probleme öğretmen adaylarından beklenen muhtemel çözüm yolu Şekil 14'te verilmiştir. Şekil 14'te yer alan öğrencinin bu çözümünde belirtilen üçgenler arasında benzerlik kurarak orantısal akıl yürütme becerisini kullanmış olur. Bu şekilde doğru sonuca ulaşan öğrenci ilişkilendirme alışkanlığının İ4 kodlu göstergeyi kullanmış olur. Aynı probleme öğretmen adaylarından beklenen başka bir muhtemel çözüm yolu aşağıdaki gibi olabilir.




Şekildeki gibi A ile C noktasını birleştirip [BD] ile [AC] doğru parçalarının kesiştiği noktaya G diyelim.

|AG|=|GC|, |AG|=|GB| (Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortalar) ……. (1)

$\overset{\Delta}{ADC}$ üçgeninde K noktası ağırlık merkezi olduğundan |KG|=2|KD| ve $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde L noktası ağırlık merkezi olduğundan |GL|=2|LB| olur………. (2)

Ayrıca |KG|=k, |GL|=t olsun. O zaman |KD|=2k ve |LB|=2t olur..………. (3)

(1) ve (2) den 3k=3t → k=t ‘dir……….. (4)

(3) ve (4)'den a=k, b=k, c=k olur. Buradan da a=b=c bulunur.

İkinci çözümde ise öğrenci A ile C noktasını birleştirerek verilen şekil üzerinde ek bir çizim oluşturur. Devamında anlatılan çözüm ile doğru sonuca ulaşır. Dolayısıyla öğrencinin ek çizim oluşturması keşfetme alışkanlığını kullandığının KY1 kodlu kriterini kullandığını gösterirken üçgenler arası benzerlikten yararlanması da ilişkilendirme alışkanlığının İ1 kodlu kriterini kullandığını göstermektedir.

Yukarıdaki örneklerdeki gibi adayların geometrik düşünme alışkanlıkları testine verdiği cevaplar geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik derecelendirilmiş puanlama ölçeği aracılığıyla analiz edilerek puanlanmış ve Excel dosyasına girilmiştir. Daha sonra analizler için Rasch modelleme programı WINSTEPS 3.72 programına aktarılmıştır. İlk olarak pilot çalışmasında GDA testinden elde edilen veriler sonucunda testin madde güvenirliği ve kişi güvenirliğine bakılmıştır. Bu kısımda küçük madde güvenirliği genellikle küçük örneklemlerle çalışıldığına işaret etmektedir, yüksek madde güvenirliği ise seçilen örneklemin ölçülmek istenen test ile dengeli olduğunu göstermektedir (Bond ve Fox, 2007). Testin kişi ve madde güvenirlikleri sağlandıktan sonra maddelerin uygunluk içi ve uygunluk dışı değerleri, Cronbach alfa istatistiklerine bakılmıştır. Geometrik düşünme alışkanlığı testinden elde edilen ham puanlar Rasch analizi aracılığıyla Lineer puanlara dönüştürülmüştür. Böylece madde zorlukları ve kişi yetenekleri karşılaştırılabilir duruma getirilmiştir.

WINSTEPS 3.72 modelleme programı öğretmen adaylarının teste verdiği cevaplar ile maddelerin yerini gösteren bir harita üretmektedir. Öğretmen adayları değişken haritanın sağ tarafında maddeler ise haritanın sol tarafında "x" işareti ile yer almaktadır. Kişi-madde haritası bir kişi sayısından bağımsız olarak bireylerin maddelere verdiği cevapları ve bu cevapların hangi zorluk düzeyinde olduğunu göstermektedir. Bu şekilde bireyin tüm performanslarını genel bir referans çerçevesinde göstererek maddeler boyunca, güçlülük ve zayıflıklarının nasıl dağıldığını görme fırsatı verir. Ancak yukarıda da ifade edildiği gibi ön test ve son test verilerinden adayların aldığı puanlar kullandıkları alışkanlıklara ve alışkanlıkları kullanma düzeylerine göre farklılık göstermektedir.

Öğretmen adaylarının testtlerden aldığı puanlar ile genel bir yargıya varmaya çalışılırken dereceli puanlama ölçeğinde yapılan puanlamaların uygun olmadığı gözlenmiştir. Yani ölçekteki puanlamaya göre adayların aldığı puanların genel istatistikleri, madde-kişi haritaları … vb genel istatistikleri yaparken ölçekteki puanlama sistemindeki ölçümlerin yetersiz kaldığı düşünülmektedir. Bu durumu bir örnekle açıklayacak olursak, verilen bir problemde dereceli puanlama ölçeğine göre bir aday KY1'den 1 puan, İ1 den 1 puan alıyorsa, diğer aday da aynı problemi İ1 'den 2 puan alacak şekilde tamamladığında, her iki adayın da toplamda aldığı 2 puan acaba aynı şeyi mi ifade etmektedir? Ya da başka bir aday İ1, KY1 ve ÖG1'i kullanarak problemi çözdüyse acaba hangi aday GDA'ları kullanma konusunda daha başarılı sayılacak? Bu gibi soruların üstesinden gelebilmek için bulgulara ait genel istatistikleri verirken yeni derecelendirme sistemi geliştirilmiştir. Bu derecelendirme adayların ön test ve son testte kullandığı alışkanlıklara göre aşağıdaki şekilde belirlenmiştir;

0 Puan : Hiçbir alışkanlık kullanılmadı.

1 Puan : Yalnızca 1 alışkanlık kullanıldı ancak doğru çözüme ulaşılamadı.

2 Puan : Birden fazla alışkanlık kullanıldı ancak çözüme ulaşılamadı.

3 Puan : Bir ve birden fazla alışkanlık kullanıldı ve problemin çözümüne ulaşılabildi.

Adayların ön test-son teste verdiği cevaplar yukarıdaki gibi derecelendirildikten sonra kişi-madde ve madde-kişi haritaları çıkartılarak yorumlar yapılmıştır. Ayrıca adaylara bu derecelendirme yapılarak testlerden aldığı puanlar ile inanç ölçeğinden aldığı puanlar arasındaki ilişki incelenmiştir.

Böylece araştırmada GDA testinden elde edilen nicel verilerin analizi ile öğretmen adaylarının tasarlanan öğrenme ortamındaki gelişimleri genel çerçevede resmedilmeye çalışılmıştır. Bu genel çerçevede yer alan her bir alışkanlık türünün analizleri ise nitel olarak yapılmıştır.

### 3. 6. 2. Öğretmen Adaylarının Gelişimlerine Yönelik Yapılan Analizler

Araştırmanın bu kısmında GDA'ların gelişimine yönelik problemler aracılığıyla hazırlanan öğrenme ortamından seçilen toplam 6 öğretmen adayından (2 kişi iyi, 2 kişi orta, 2 kişi ise düşük düzeyde) oluşan 3 gruba ait verilerin analizinden bahsedilecektir. Bu 3 gruptan elde edilen nicel verilerin (ön test-son test karşılaştırması, madde-kişi haritası, lineer puanlar, bilişsel boyuttaki GDA'ları etkilen duyuşsal faktörler) analizine 3.6.2.1. ve 3.6.2.3.'cü bölümlerde yer verilmiştir. Nitel veriler ise analiz edilirken aşağıdaki hususlar dikkate alınmıştır:

*a) Video Kayıtlarının (Gözlem Notlarının) Analizi*

Araştırmada sınıf içi yürütülen grup çalışmaları, sınıf tartışmalarından alınan videolar transkript edilmiştir. Transkript araştırmacı tarafından incelenerek GDA'ları göstergelerine göre değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının GDA'ları derecelendirilmiş puanlama ölçeğinde yer alan seviyelere göre hangi durumlarda, nasıl, hangi seviyelerde değerlendirildiğine dair örnekler, her bir alışkanlık için bulgular bölümünde ayrıntılı olarak verilmiştir. Örneklendirmelerde öğretmen adaylarının tartışma sürecinde ifadelere ait transkriptler, etkinlikte yer alan yönergelere verdikleri ifadeler, sınıf içindeki tartışma süreci yer almaktadır. Öğretmen adaylarının "burdan buraya, şu kenarı, burası" gibi ifadeleri video kayıtlarından belirlenmiş ve bu ifadeleri açıklamak için köşeli parantezler kullanılmıştır.

*b) Klinik Mülakatların Analizi*

Araştırma kapsamında yapılan mülakatlar öğrenme ortamından seçilen ve ders içindeki öğrenme süreci video kayıtları aracılığıyla izlenen 6 kişi ile yürütülmüştür. Her bir GDA'ya yönelik hazırlanan problemlerden oluşan klinik mülakatlar, adayların çözüm sürecini daha iyi inceleyebilmek için video kaydına alınarak transkript edilmiştir. Mülakatlardan elde edilen bilgiler, geliştirilen derecelendirilmiş puanlama ölçeği aracılığıyla analiz edilerek yorumlanmıştır.

*c) Ödevlerin Analizi*

Öğretmen adaylarının GDA'larındaki değişimi gözlemlemek için onların sınıf içinde çözdükleri problemlerin yanında sınıf dışında da problem çözmeleri gerekmektedir. Bu şekilde adaylar ne kadar çok problemle karşı karşıya kalırsa geometrik düşünme alışkanlıklarını da o sıklıkta kullanmaktadırlar (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bu bağlamda adaylara asıl çalışma boyunca her hafta gördükleri konu ve alışkanlıkla ilgili ödevler verilmiştir. Adaylar bu ödevleri yaptıktan sonra her hafta belirli bir günde sınıfça problemler çözülmekte ve bu süreçte hangi geometrik düşünme alışkanlığının kullanıldığı tartışılmaktadır. Ödevlerden elde edilen verilerin analizi ise, hazırlanan derecelendirmeli puanlama ölçeğinde yer alan derecelendirmelere göre yapılarak bulgular bölümünde yer verilmiştir.

### 3. 6. 3. Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörlerin Değişimine Yönelik Yapılan Analizler

Geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problemler aracılığıyla yürütülen öğrenme ortamında öğretmen adaylarının bilişsel boyuttaki GDA'larını etkileyen duyuşsal faktörleri arasında bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla öğretmen adaylarının inanç ölçeğinin uygulama öncesinde ve uygulama sonrasında aldığı puanlar için ilişkili t-testi analizi uygulanmıştır. Bu analiz sonucunda elde edilen verilere Bulgular bölümünde yer verilmiştir.

Bütün bu analiz sürecinden sonra veri analizinin güvenirliğini sağlamak amacıyla, bir grup çalışmasına ait transkriptlerin bir bölümü ve ön test-son test verilerinin transkriptlerinin bir bölümü ve derecelendirilmiş puanlama ölçeği Geometri alanında çalışan bir uzman tarafından analiz edilmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2008) araştırmacıların kodlarının güvenirliğini sağlamak için ortak ve ortak olmayan kodların belirlenmesini daha sonra da ortak kodlanan maddelerin toplam maddelere oranının bulunması gerektiğini belirtmiştir. Bulunan bu orana ise uyum yüzdesi olarak isimlendirmiştir. Bu kapsamda bu çalışmada 2 araştırmacının yapmış olduğu analizler arasında uyum yüzdesi 0,82 bulunmuştur. Uyum yüzdesinin %70'in üzerindeki çalışmalar güvenilir olarak kabul edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu kapsamda bu çalışmada yapılan veri analizinin güvenilir olduğu söylenebilir.

# 4. BULGULAR

Bu bölümde çalışma kapsamında geliştirilen öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları üzerinde nasıl bir rol oynadığına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik verdiği cevaplara ilişkin betimsel istatistiklere ve öğretmen adayları ile yapılan klinik mülakatlara yer verilmiştir. Çalışma kapsamında elde edilen veriler öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik bulgular, öğrenme ortamından yansımalar ve öğretmen adaylarının sahip olduğu duyuşsal faktörlerin geometrik düşünme alışkanlıklarına etkisine yönelik bulgular başlıkları altında verilmiştir.

## 4. 1. Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıkları ile İlgili Bulgular

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile ilgili bulgular, ilişkilendirme alışkanlığına yönelik bulgular, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına yönelik bulgular, değişmezleri araştırma alışkanlığına yönelik bulgular ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarına yönelik bulgular alt başlıkları altında sunulmuştur.

### 4. 1. 1. İlişkilendirme Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik hazırlanan öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının ilişkilendirme alışkanlığı üzerinde nasıl bir rol oynadığına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında ilişkilendirme alışkanlığına yönelik problemlerde verdiği cevaplara ilişkin betimsel istatistiklere ve öğretmen adayları ile yapılan klinik mülakatlara yer verilmiştir.

#### 4. 1. 1. 1. Uygulama Öncesinde Öğretmen Adaylarının İlişkilendirme Alışkanlıklarına Yönelik Elde Edilen Bulgular

Uygulamalar öncesinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 adet açık uçlu problemden oluşan ön test soruları sorulmuştur. Bu bölümde ön teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 12'de öğretmen adaylarına uygulanan bu testte ilişkilendirme alışkanlığını oluşturan; bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb.

özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme (İ1), geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma (İ2), geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma (İ3), iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma (İ4) göstergeleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 12. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Yer Alan Problemlerin İlişkilendirme Boyutuna Yönelik Analizi

| | 1. Problem | | | | 5. Problem | | | | 6. Problem | | | | 7. Problem | | | | 9. Problem | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | Toplam | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % |
| İ1 | 2 | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 8 | 4 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 7 | 14 |
| İ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| İ3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 18 | 3 | 6 | 18 | 36 | 5 | 13 | 27 | 54 |
| İ4 | 4 | 8 | 4 | 0 | 6 | 12 | 3 | 3 | 1 | 2 | 1 | 0 | 4 | 8 | 3 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 16 | 32 |

P: Adayların verilen göstergelere yönelik testte aldığı puanların toplamını temsil etmektedir. Örneğin 1. Problemin İ4 göstergesini kullanan 4 öğretmen adayının 3'ü bu göstergeden 1 puan alırken, 1'i aynı göstergeden 1puan almıştır.

Tablo 12 incelendiğinde adayların ön testte yer alan birinci, beşinci, altıncı, yedinci ve dokuzuncu problemlere yönelik cevaplarında ilişkilendirme alışkanlığına rastlandığı görülmektedir. Yine Tablo 12 incelendiğinde öğretmen adaylarının %54'ünün *"geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma"* alışkanlığını ifade eden İ3 göstergesini 27 kez kullandığı görülmektedir. Öğretmen adayları 9. problemde %36 oranında (18 kez), 7. problemde %18 oranında (9 kez) İ3 göstergesini kullanmıştır. Adayların bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise 7. problemde 6 öğretmen adayının (9 kişiden) 9. problemde ise 13 öğretmen adayının (18 kişiden) İ3 göstergesinden tam puan (2 puan) alması öğretmen adaylarının geneline bakıldığında geometrik şekilleri ilişkilendirirken uygun dönüşümleri yapma alışkanlığını iyi düzeyde kullanabildikleri anlamına gelmektedir.

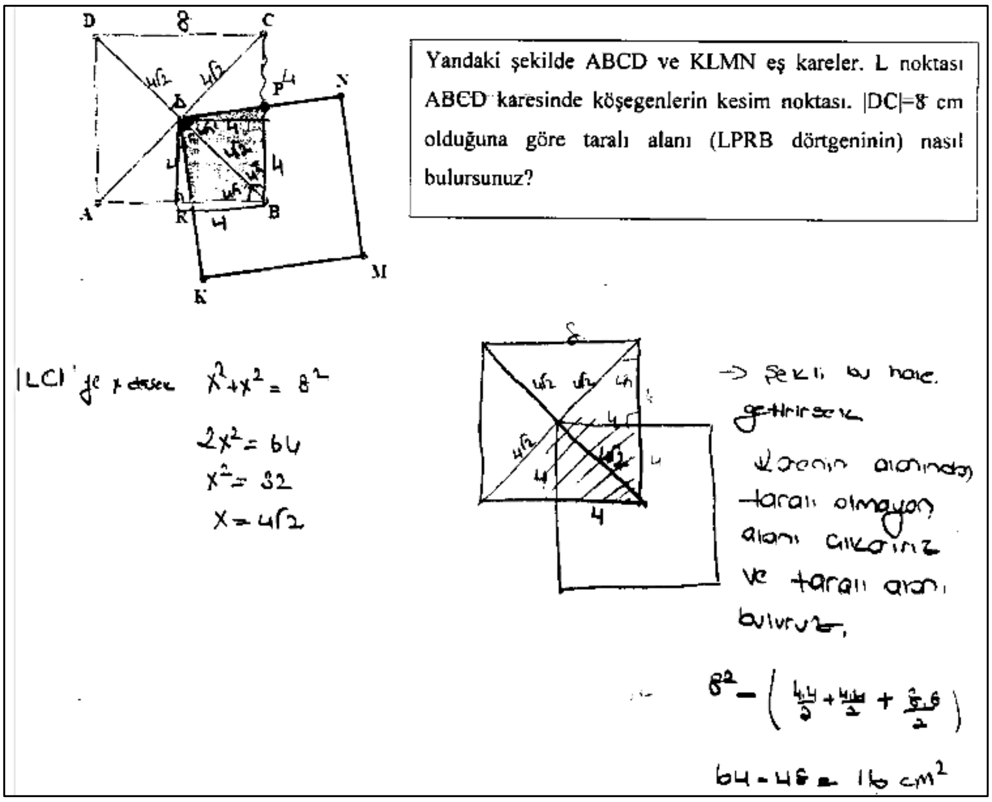
Öğretmen adayların ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de "*iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma"* alışkanlığını ifade eden İ4 göstergesinin olduğu görülmektedir. Ayrıca adaylar İ4 göstergesini birinci, beşinci, altıncı, yedinci ve dokuzuncu problemlerin çözümünde kullanmıştır. Adaylar İ4 göstergesini Tablo 12'den de görüldüğü üzere toplam 16 kez (%32) kullanmıştır. Yine Tablo 12'de 5. problemde %12 oranında (6 kez), 7. problemde ve 1. problemde %8 oranında (4 kez), 6. problem ve 9. problemde ise %2 oranında (1 kez) İ4 göstergesinin kullanıldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise 1. problemde 3 öğretmen adayının (4 kişiden), 6. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden), 7. problemde 3 öğretmen adayının (4 kişiden) ve 9. problemde ise 1 öğretmen adayının (1 kişiden) İ4 göstergesinden eksik puan aldığı (1 puan) görülmektedir. Bu durum adayların geometrik şekiller arasında kurduğu benzerlikleri doğru yapmasına rağmen benzerlik oranlarını yanlış yazması anlamına gelmektedir.

Tablo 12'de öğretmen adaylarının "*bir problemde yer alan geometrik şekillerin yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme"* alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesini %14 oranında (7 kez) kullandığı görülmektedir. Bu adaylar 7. problemde %8 oranında (4 kez), 1. Problemde %4 oranında (2 kez) ve 9. Problemde %2 oranında (1 kez) İ1 göstergesini kullanmıştır. Öğretmen adaylarının bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise 7. problemde 4 öğretmen adayının (4 kişiden), 1. problemde 2 öğretmen adayının (2 kişiden) ve 9. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden) yarım puan alması genel olarak adayların geometrik şekiller arasında bir ilişki bulduğunu ancak bu ilişkinin sebebini açıklayamadıkları anlamına gelmektedir.

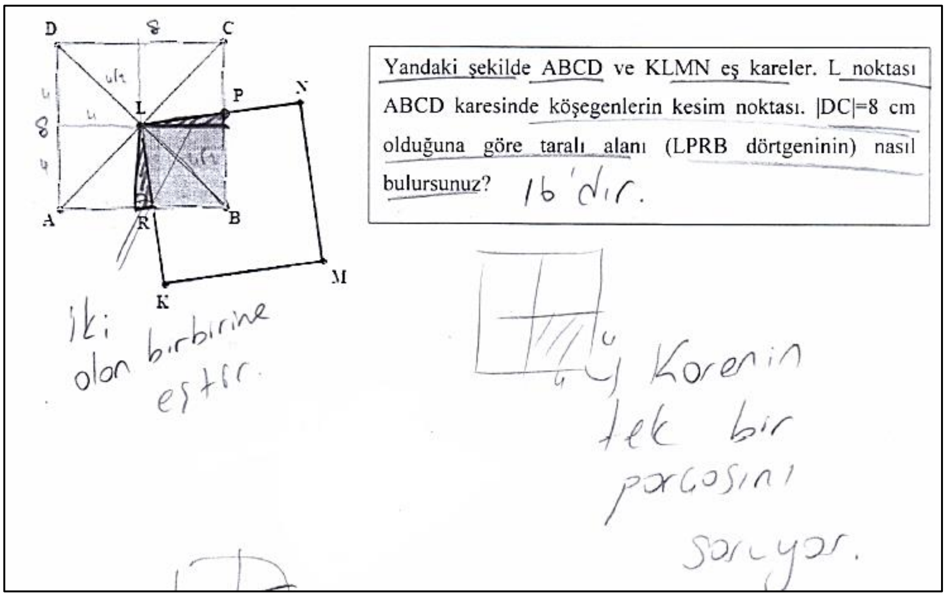
Son olarak adayların ön testte yer alan problemlere verdiği cevaplarda *"geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma"* alışkanlığını ifade eden İ2 göstergesini kullanmadıkları görülmektedir. Burada öğretmen adayları her ne kadar ilişkilendirme alışkanlığını kullanmak istese de geometrik şekiller arasında yapılan ilişkilendirmelerde mantıksal çıkarımlar yapamadıklarından, İ2 göstergesini kullanamadıklarına rastlanmıştır.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmen adayları en çok *"geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma alışkanlığını*" ifade eden İ3 göstergesini kullandığı görülmektedir. Ancak öğretmen adaylarının %74'ü İ3 kriterini mantıksal gerekçelere dayanarak eksiksiz bir şekilde kullanabilmiştir. Ö9 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap İ3 göstergesinin tam puan olacak şekilde kullanıldığına örnek oluşturmaktadır.

Şekil 15 incelendiğinde Ö9 kodlu öğretmen adayının problemi çözerken KMNL karesi üzerinde döndürme işlemi yaptığı görülmektedir. Bu işlem sonucunda aday, istenen taralı alanın aslında karenin alanının $\frac{1}{4}$'ü olacağı sonucuna ulaşmıştır. Burada Ö9 kodlu aday, istenen dörtgenin alanı ile karenin alanı arasında bir ilişkilendirme yapmış ve bu ilişkilendirmeye de ulaşmaya çalışırken bir dönüşüm gerçekleştirmiştir. Bundan dolayı Ö9 kodlu aday bu problemin çözümünde "*geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığını ifade eden İ3 göstergesini eksiksiz bir şekilde kullandığı görülmektedir. Benzer şekilde Ö23 kodlu öğretmen adayı da 7. problemde verilen geometrik şekiller arasında ilişkilendirme yaparak İ3 göstergesini kullanmıştır. Ö23 kodlu öğretmen adayının aynı probleme verdiği cevap Şekil 16'da yer almaktadır.




Şekil 15. Ö9 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap




Şekil 16. Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap

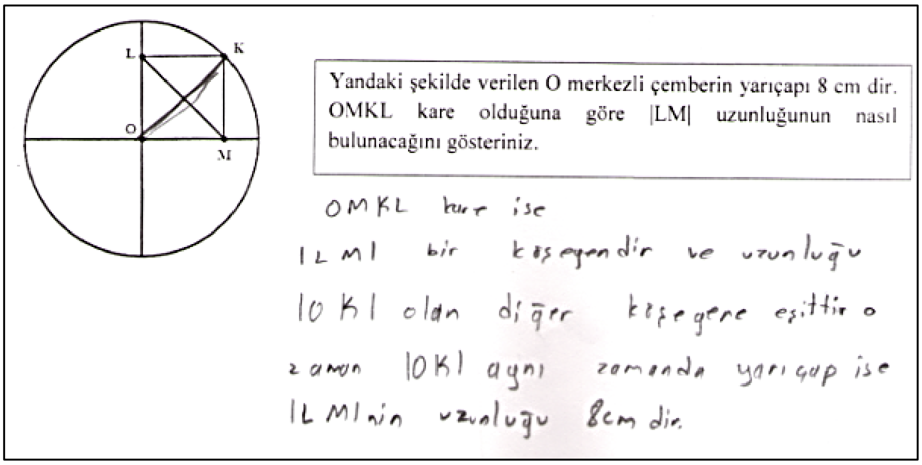
Şekil 16'da Ö23 kodlu öğretmen adayının iki üçgenin alanının birbirine eşit bulduğu görülmektedir. Yine aday bu eşlikten yararlanarak taralı alana ulaşmıştır. Bu aşamada aslında istenen alanın karenin alanının $\frac{1}{4}$ ü olduğunu şekille açıklamıştır. Ancak Şekil

16'da de görüldüğü gibi adayın karenin alanının $\frac{1}{4}$ üne nasıl ulaştığı açıklanmamıştır. Bu duruma açıklık getirebilmek için aday ile yapılan klinik mülakattan bir kesit aşağıda yer almaktadır.

A : *Problemi nasıl çözdün?*

Ö23 : *İlk önce taralı alandaki kısma dikler indirdim. Sonra dedim ki bu iki üçgen parçaları birbirine eşit olur. O yüzden de kareyi bu şekilde kaydırdığım zaman karenin alanının $\frac{1}{4}$'ünü verir. Çünkü kareyi döndürdüğümüzde üst kısımdaki üçgenden ne kadar alıyorsa alt kısımdaki üçgene aynısı kadar yer bırakıyor. Sonuç olarakta istenilen alan karenin alanının $\frac{1}{4}$'ü olur.*

Yukarıda verilen mülakatta aday "*Kareyi döndürdüğümüzde üst kısımdaki üçgenden ne kadar alıyorsa alt kısımdaki üçgene aynısı kadar yer bırakıyor*" cümlesini kullandığı görülmektedir. Bu cümle Ö23 kodlu öğretmen adayının verilen geometrik şekillere uygun dönüşümler sonucu bir ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Bu yüzden Ö23 kodlu aday verilen bu problemde İ3 göstergesini eksiksiz bir şekilde kullanmıştır. Benzer şekilde bazı adaylar da 9. problemde ilişkilendirme alışkanlığının temsili olan İ3 göstergesini kullanmıştır. Bunlardan biri de Ö4 kodlu öğretmen adayıdır. Aşağıda Ö4 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevap yer almaktadır.

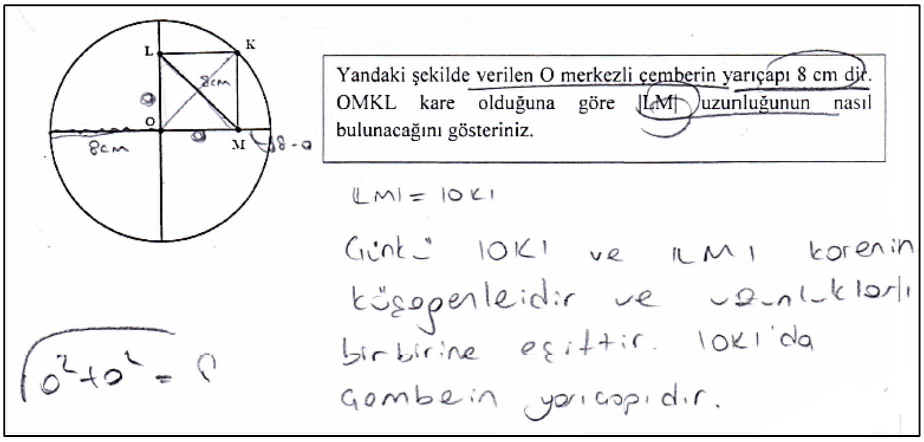



Şekil 17. Ö4 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevap

Şekil 17 incelendiğinde Ö4 kodlu öğretmen adayının O ile K noktalarını birleştirerek [OK] doğru parçasını oluşturduğu ve karenin köşegenlerinin özelliklerini kullanarak doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Öğretmen adayı ile yapılan mülakatta bu sonuca nasıl ulaştığı sorulmuştur. Adayın verdiği cevap aşağıda yer almaktadır.

*Ö4 : Hocam ben burada karenin köşegen uzunlukları birbirine eşit olacağından dolayı taşıma işlemi gerçekleştirdim. Yani bize verilen |OK|=|LM| olduğu için OK doğru parçasını LM doğru parçası üzerinde taşıdım. Buradan da istenilen uzunluğu buldum.*

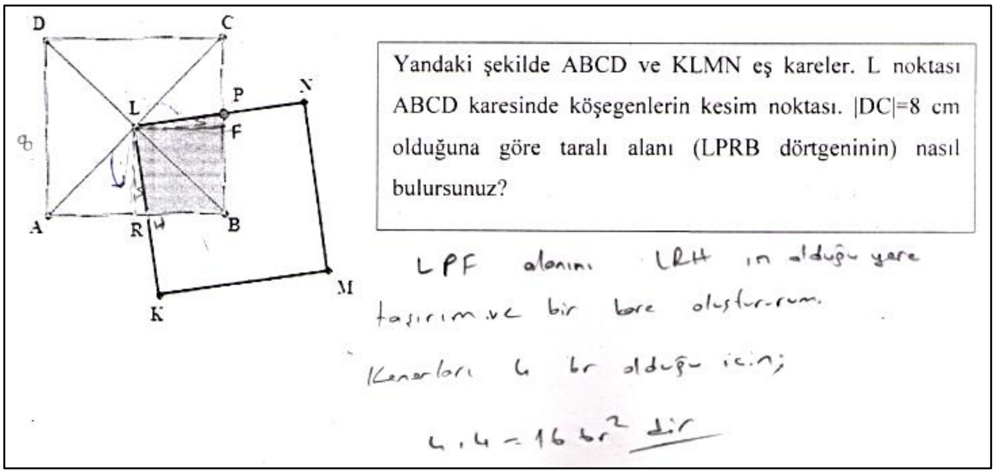
Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi öğretmen adayı problemi çözerken karenin köşegenleri arasında bir dönüşüm yapmış ve karenin köşegen uzunluklarını birbiriyle ilişkilendirmiştir. Dolayısıyla Ö4 kodlu öğretmen adayının verdiği bu cevapta İ3 göstergesinin mantıksal gerekçelerle açıklanarak iyi düzeyde kullanıldığı söylenebilir. Benzer şekilde Ö23 kodlu öğretmen adayı da 9. problemde istenilen uzunluğu bulurken karenin köşegenleri arasında dönüşüm uyguladığı görülmektedir. Şekil 18'de Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 9. probleme verdiği cevap görülmektedir.




Şekil 18. Ö23 kodlu adayın ön testte yer alan 9. probleme verdiği cevap

Şekil 18 incelendiğinde Ö23 kodlu öğretmen adayının karenin köşegenlerinin uzunluklarının eşit olma özelliğinden yararlandığı görülmektedir. Bu kapsamda Ö23 kodlu aday OK uzunluğunu LM'ye dönüştürmüş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Burada adayın karenin köşegenleri birbirine dönüştürerek bir ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Aday yaptığı bu çözümü mülakatta "*Çemberin yarıçapı 8 ise zaten |OK|=8 cm olur. Çünkü karenin köşegeni eş olduğundan [LM]'yi [OK]'ye taşıdım aslında* " şeklinde açıklamıştır. Buradan da görüldüğü üzere Ö23 kodlu öğretmen adayı karenin köşegenlerini birbiri üzerine taşıyarak bir ilişkilendirme yoluna başvurmuştur. Bu durum adayın, İ3 göstergesini iyi düzeyde kullandığını ifade etmektedir.

Yukarıda verilen örneklerde de görüldüğü gibi öğretmen adayları 7. ve 9. problemlerde "*geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma"* alışkanlığını ifade eden İ3 göstergesini iyi düzeyde kullanmaktadırlar. Ancak adaylardan bazıları (7. problemin çözümünde 3 kişi, 9. problemin çözümünde 5 kişi) İ3 göstergesini kullansa da, mantıksal gerekçelerle açıklayamamıştır. Yani bazı öğretmen adayları verilen problemin çözümüne yönelik doğru dönüşümler yapmasına rağmen yapılan bu dönüşümün sebebini açıklayamadığından dolayı ilişkilendirme yapamamıştır. Bu duruma örnek olarak Ö11 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap Şekil 19'da yer almaktadır.




Şekil 19. Ö11 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap

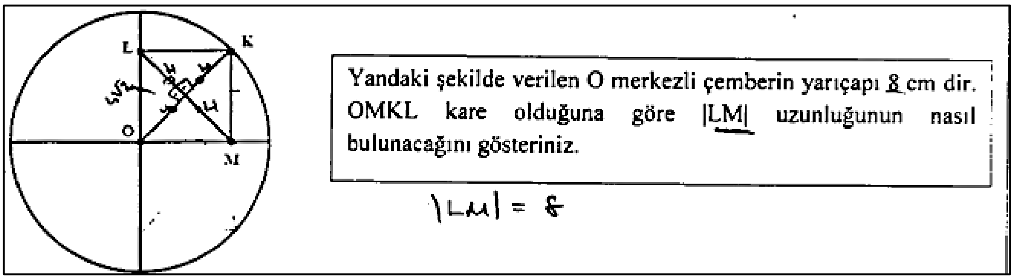
Şekil 19 incelendiğinde Ö11 kodlu adayının *"$LPF$ nin alanını $LRH$ ın olduğu yere taşırım ve bir kare oluştururum. Kenarları 4 br olduğu için 4*4=16 br² dir"* şeklinde cevap verdiği görülmektedir. Burada aday çizdiği $LPF$ ile $LRH$ üçgenlerinin eş olmasından yararlanarak alanları taşıdığını ifade etmiştir. Adayın alanlar arasında kurduğu ilişkinin yapısına nasıl karar verdiğini daha iyi anlayabilmek için, klinik mülakat yapılmıştır. Aşağıda yapılan mülakattan bir kesit yer almaktadır.

Ö11 : *Hocam ben burada alan taşıması yaptım.*

A : *Nasıl yaptığını açıklar mısın?*

Ö11 : *Hocam sanırım sezgisel. Ama kare olduğuna güvenerek yaptım. Yani üstteki küçük üçgenin alanını aşağıya taşıdım. Sonra da küçük bir kare oldu. Bu karenin alanı da büyük karenin alanının ¼'ü oldu. Ama dediğim gibi taşırken neden aynı üçgenin alanı oldu bilmiyorum, sanırım sezgisel olarak karar verdim.*

Yukarıdaki mülakat incelendiğinde Ö11 kodlu adayın, $LPF$'ni taşıyarak $LRQ$'ni elde ettiği ancak neden bu üçgenlerin aynı olduğunu açıklayamadığı görülmektedir. Bu durumda aday, geometrik şekiller üzerinde dönüşüm uygulamış ancak yaptığı bu dönüşümün sebebini açıklayamamıştır. Bu yüzden Ö11 kodlu adayın yaptığı bu çözüm İ3 göstergesinden yarım puan almıştır. Bu duruma karşıt örnek olarak ise Ö6 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 9. probleme verdiği cevapta gözlenmektedir. Şekil 20 incelendiğinde Ö6 kodlu öğretmen adayının karenin köşegenlerinin birbirine olan eşliğinden doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Ancak burada adayın bu eşitlik hakkında herhangi bir açıklama yapmamış olmasından dolayı yaptığı çözümle İ3 göstergesini kullanmamıştır.

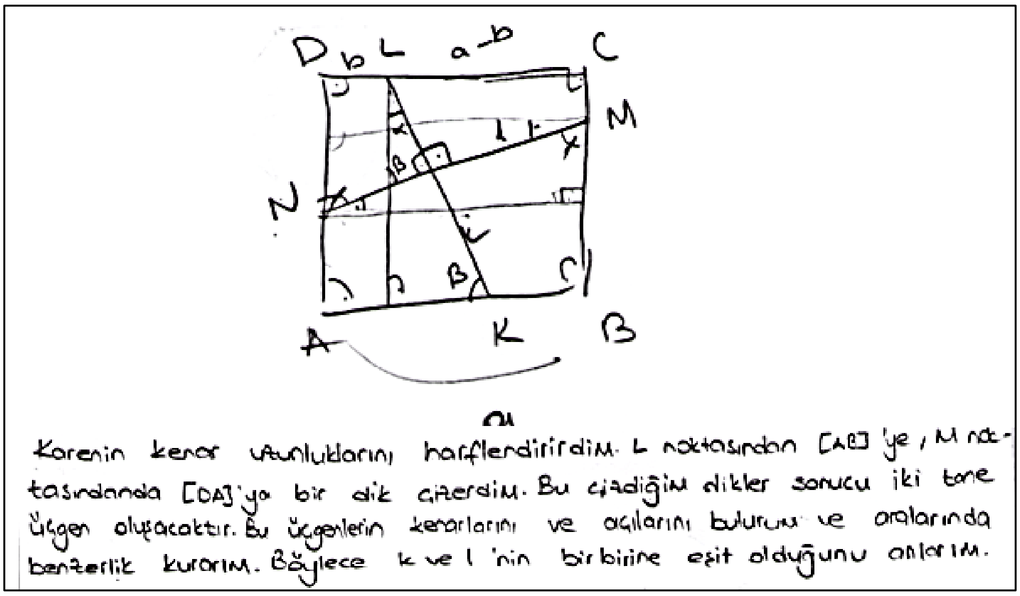



Şekil 20. Ö6 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 9. probleme verdiği cevap

Yukarıda verilen örnekler sonucunda Tablo 12'den de görüldüğü üzere öğretmen adayları ilişkilendirme alışkanlığından en çok İ3 göstergesini kullanmışlardır. Yine İ3 göstergesini kullanan bazı adaylar uygun dönüşümlerle geometrik şekiller arasında doğru ilişkilendirmeleri kurabilmiştir. Bazı adaylar ise dönüşümleri yapabilmiş ama bunun sebebini açıklayamamakla birlikte yapılan dönüşümlerin problemin çözümünde nasıl kullanılacağını doğru ifade edememiştir. Bazı adayların verdiği cevaplarda ise İ3 göstergesine rastlanmamıştır.

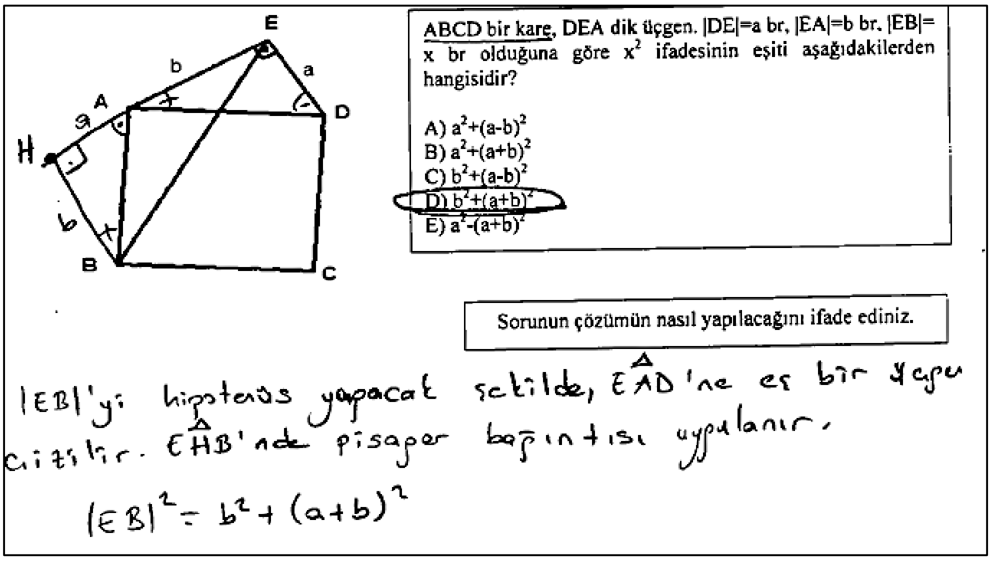
Tablo 12'de görüldüğü gibi öğretmen adaylarının en çok kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklardan bir diğeri de *"iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma"* alışkanlığını ifade eden İ4 göstergesidir. Adaylar İ4 göstergesini birinci, beşinci, altıncı, yedinci ve dokuzuncu problemlerde kullanmıştır. Ön testte yer alan problemlerde adaylar genel olarak İ4 göstergesini üçgenler arasında benzerlik yardımıyla kullanmıştır. Tablo 12'den yola çıkarak öğretmen adaylarının %32'sinin İ4 göstergesini 16 kez kullandığı görülmektedir. 6 öğretmen adayı (%37,5) 5. problemde, 4 öğretmen adayı (%25) 1. problemde, 4 öğretmen adayı (%25) 7. problemde, 1 öğretmen adayı (%6,3) 6. problemde, 1 öğretmen adayı (%6,3) 9. problemde İ4 göstergesini kullanmıştır. Adayların bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise 1. problemde 4 öğretmen adayının (4 kişiden), 5. problemde 3 öğretmen adayının (3 kişiden), 6. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden), 7. problemde 3 öğretmen adayının (4 kişiden), 9. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden) yarım puan alması (1 puan) öğretmen adaylarının geneline bakıldığında geometrik şekiller arasında benzerlik kurabildiklerini ancak benzerlik oranlarını doğru yazamadıkları anlamına gelmektedir.

Yukarıda da açıklanan her bir problemde öğretmen adaylarının İ4 göstergesini kullandığı örnekler incelenmiştir. Öncelikle İ4 göstergesini mantıksal gerekçelendirmeler yaparak kullanan (2 puan alan) öğretmen adaylarından elde edilen örneklere yer verilmiştir. Bunlardan biri olan Ö2 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap Şekil 21'de yer almaktadır.




Şekil 21. Ö2 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

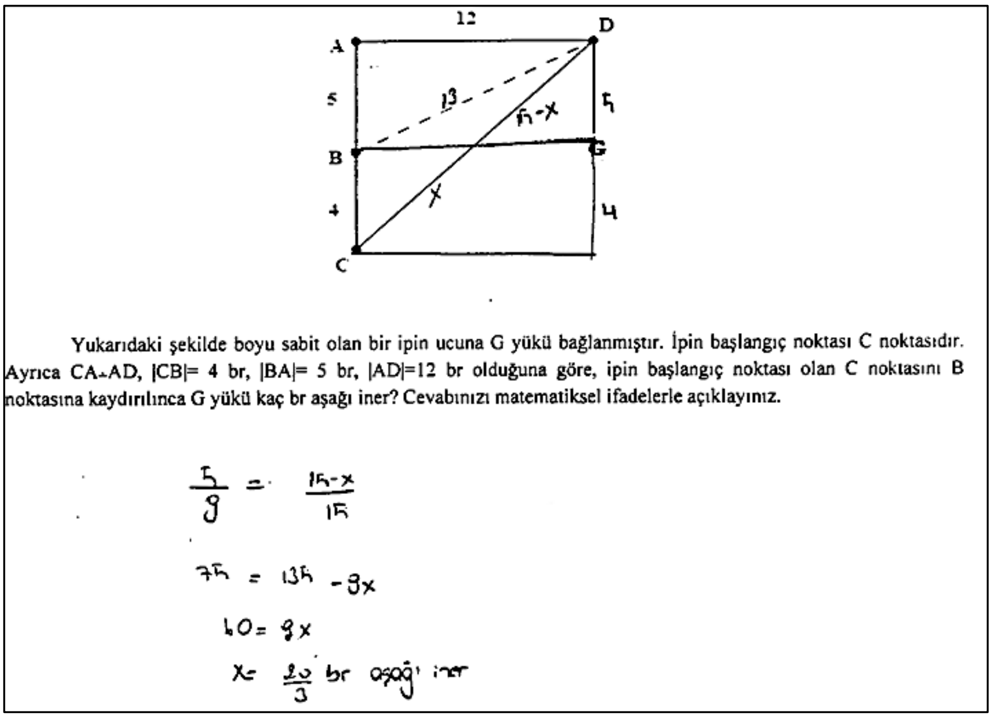
Şekil 21'de görüldüğü üzere Ö2 kodlu öğretmen adayının oluşturduğu üçgenlerin açılarını yerleştirdiği ve bu açılardan yararlanarak iki üçgen arasında benzerlik kurduğu görülmektedir. Burada aday açıları doğru yerleştirmiş ve üçgenlerde kurduğu benzerliği doğru bir şekilde ifade etmiştir. Bundan dolayı Ö2 kodlu adayın yapmış olduğu cevap İ4 göstergesinden tam puan (2 puan) almıştır. Şekil 22'deki gibi Ö12 kodlu öğretmen adayı da ön testte yer alan 6. problemde İ4 göstergesi kapsamında üçgenlerde eşlik/benzerlik kavramını mantıksal gerekçelere dayandırarak kullanmıştır.




Şekil 22. Ö12 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 6. probleme verdiği cevap

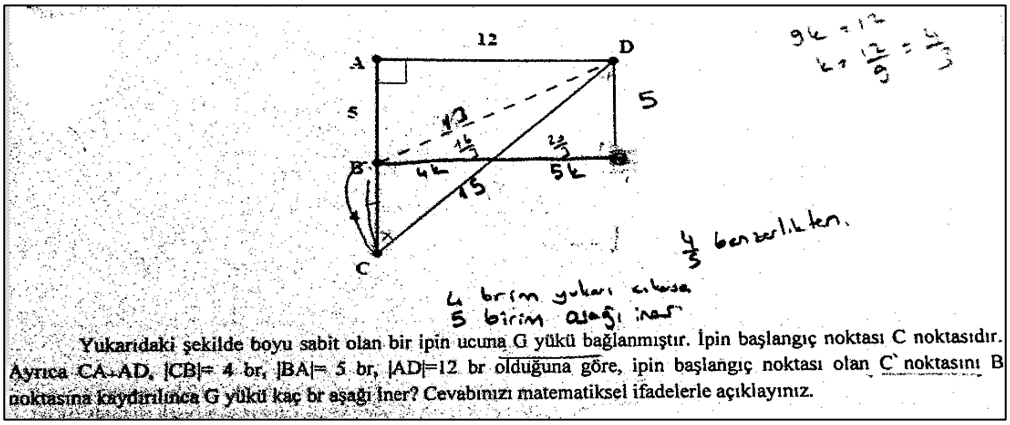
Şekil 22'de yer alan Ö12 kodlu öğretmen adayının cevabı incelendiğinde adayın AED üçgenine eş bir üçgen çizdiği ve Pythagoras Teoremi'ni de kullanarak doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Burada HAB üçgeni ile EDA üçgeninin eş olduklarını açılar vasıtasıyla gösterilmesi ve bu eşlik kullanılarak doğru sonuca ulaşılması Ö12 kodlu öğretmen adayının İ4 göstergesini iyi düzeyde kullandığını göstermektedir.

Yukarıda ilişkilendirme alışkanlığını *"iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma"* şeklinde ifade eden İ4 göstergesinin iyi boyutundaki (2 puan alınan) örneklere yer verilmiştir. Ancak bazı öğretmen adaylarının her ne kadar İ4 göstergesini kullanmak istese de bazı yerlerde hatalar yaptığı, mantıksal gerekçelerle geometrik şekillerin açıları ve kenar uzunlukları arasında kurulan ilişkilendirmelerin yanlış sonuca vardığı örnekler de vardır. Bu duruma Ö9 kodlu öğretmen adayının Şekil 23'te yer alan cevabı örnek verilebilir.



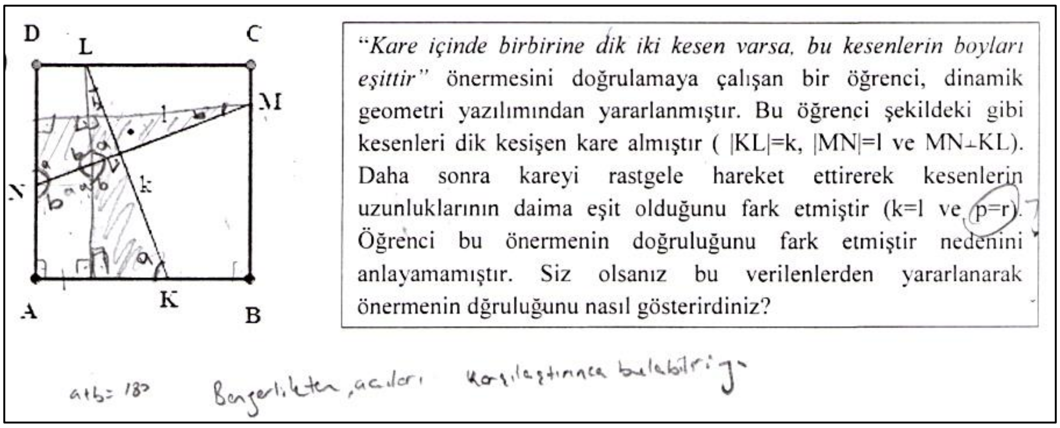

Şekil 23. Ö9 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 1. probleme verdiği cevap

Şekil 23'te görüldüğü üzere Ö9 kodlu öğretmen adayı verilen problemde üçgenler arasındaki benzerlikten yararlanmıştır. Adayın yaptığı benzerlik doğrudur ancak bu benzerlik ile problemde istenen değeri farklı sayılar yerleştirdiğinden dolayı doğru ilişkilendirmeyi yapamamıştır. Dolayısıyla aday hem kurduğu benzerliği sonuç ile doğru bir şekilde ilişkilendiremediğinden hem de hangi üçgenlerin neden benzer olduklarını açıklayamadığından verilen problemde İ4 göstergesini 1 puan alacak şekilde kullanmıştır. Benzer şekilde Ö18 kodlu aday, 1. problemde farklı üçgenler arasında benzerlik kurmuştur. Ö18 kodlu adayın cevabı aşağıda yer almaktadır.




Şekil 24. Ö18 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 1. probleme verdiği cevap

Şekil 24’te Ö18 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın iki üçgen arasında kurduğu benzerlik ile kenarlar arasında bir oran bulmaya çalıştığı görülmektedir. Aday bulduğu bu benzerlik oranı ile sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Burada adayın bulduğu benzerlik oranı ile oluşturduğu yeni orantıda yanlış sonuca ulaşmasından ve üçgenlerin benzer olmasının sebebini açıklamamasından dolayı İ4 göstergesini eksiksiz tamamlayamamıştır (1 puan). Bu duruma benzer başka bir örnekte Ö7 kodlu öğretmen adayının Şekil 25’te verildiği gibi 5. problemde verdiği cevapta yer almaktadır.

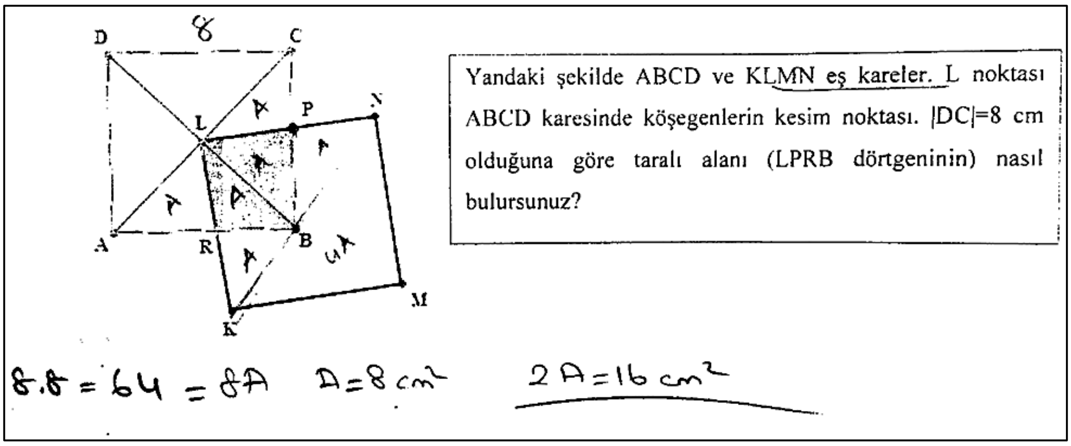



Şekil 25. Ö7 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 5. probleme verdiği cevap

Ö7 kodlu öğretmen adayının verdiği bu cevap incelendiğinde, adayın kendi oluşturduğu üçgenler arasında benzerlik kurduğu görülmektedir. Ancak Ö7 kodlu aday kurduğu bu benzerlikleri bir sonuca bağlamamıştır. Dolayısıyla aday, üçgenler arasındaki benzerlik oranlarını yazmadığından dolayı sonuca ulaşamamıştır. Bu durumda aday İ4 kriterini temel düzeyde (1 puan) kullanmıştır.

Yukarıda *“iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma” kriterini yansıtan* İ4 göstergesine yönelik verilen örnekler verilmiştir. Tablo 12’den yola çıkarak İ4 göstergesini kullanan öğretmen adaylarının genellikle İ4 göstergesini 1 puan alacak şekilde tamamladığı söylenebilir. Bu durum adayların genel olarak geometrik şekiller arasında benzerlik kurabildiğini ancak kurulan benzerliği bir sonuca bağlayamadığını ya da benzerlik oranlarını yanlış bulduğu anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında en az kullandığı alışkanlık ise “*bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*“ alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesidir. Tablo 12’den de görüldüğü üzere öğretmen adayları İ1 göstergesini birinci, yedinci ve dokuzuncu problemlerde kullanmıştır. Toplam istatistiklere bakıldığında ise öğretmen adaylarının İ1 göstergesini %14 oranında (7 kez) kullandıkları görülmektedir. Yine Tablo 12'de 4 öğretmen adayının (%57,1) 7. problemde, 2 öğretmen adayının (%28,6) 1. problemde ve 1 öğretmen adayının (%14,3) da 9. problemde İ1 göstergesini kullandığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise birinci, yedinci ve dokuzuncu problemlerde İ1 göstergesini kullanan bütün öğretmen adaylarının İ1 göstergesini mantıksal gerekçelere dayandırarak kullanamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yani genel olarak adaylar geometrik şekiller arasında bir ilişkilendirme yaptığı ancak bulduğu bu ilişkinin sebebini açıklayamadığı söylenebilir. Bu adaylardan biri Ö22 kodlu öğretmen adayının 7. problemde verdiği cevaptır. Şekil 26'da Ö22 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 26. Ö22 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 7. probleme verdiği cevap

Ö22 kodlu öğretmen adayının Şekil 26'da verdiği cevap incelendiğinde, adayın oluşturduğu üçgenlerin alanları ile karenin ve taralı dörtgenin alanı arasında bir ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Ancak aday yaptığı bu ilişkilendirmeyi mantıksal gerekçeleri ile açıklamadığından (üçgenlerin alanlarının neden eş olduğunu belirtmediğinden) İ1 göstergesini orta düzeyde kullanmıştır. Diğer adaylarda da benzer cevaplara rastlanmaktadır.

İlişkilendirme alışkanlığının göstergelerinden bir diğeri de "*geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*yı" ifade eden İ2 göstergesidir. Öğretmen adaylarının verdiği cevaplara bakıldığında, adayların her ne kadar İ2 göstergesini kullanmaya çalışsa da, verdiği cevaplarda bu alışkanlığa rastlanmamıştır.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amacıyla adaylara 10 açık uçlu problemden oluşan bir ön test uygulanmıştır. İlişkilendirme alışkanlığı kapsamında adayların *Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme (İ1), Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma (İ2), Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma (İ3), İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma (İ4)* alışkanlıklarına ait bulgular yukarıda yer verilmiştir. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının en çok kullandıkları göstergelerin sırasıyla İ3, İ4 ve İ1 olduğu görülmektedir. Yukarıda verilen örnekler arasında da yer alan 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu adayların verdiği cevaplara göre kullandığı ilişkilendirme alışkanlığı Tablo 13'de verilmiştir.

Tablo 13. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | İ1 | İ2 | İ3 | İ4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | | | | 5S-2P |
| Ö4 | | | 7S-2P, 9.S-2P | |
| Ö11 | | | 7S-1P | 9S-1P |
| Ö16 | | | | |
| Ö23 | | | 7S-2P, 9S-2P | |
| Ö34 | | | 7S-2P, 9.S-1P | |

S: Ön testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

Tablo 13 incelendiğinde klinik mülakatların yürütüldüğü Ö2, Ö4, Ö11, Ö16, Ö23 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme alışkanlığının göstergesi İ1 ve geometrik şekillerin özelliklerine yönelik sınıflandırmalar yapma alışkanlığının göstergesi olan İ2'yi kullanamadıkları görülmektedir. Bu durum adayların bu alışkanlıkları içeren problemleri boş bırakması ya da problemde yer alan geometrik şekiller arasında ilişkiyi analiz edememesinden ya da verilen problemin doğasından kaynaklanabilmektedir. Yine Tablo 13'de Ö4, Ö11, Ö23 ve Ö34 kodlu adaylarının geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma alışkanlığının göstergesi olan İ3'ü kullandıkları, Ö2 ve Ö11 kodlu adayların ise iki veya daha fazla geometrik şekli mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak doğru sonuca ulaşma alışkanlığının göstergesi olan İ4 'ü kullandıkları görülmektedir. Ayrıca Tablo 13 çoğu adayın İ3 göstergesini tam puan alarak (2 puan) kullandığını, İ4 göstergesini ise yarım puan (1 puan) alarak kullanıldığını göstermektedir. Bu durum adayların geometrik şekiller üzerinde dönüşümler aracılığıyla ilişkilendirme yapmada oldukça başarılı olduğunu ancak geometrik şekiller arasında kurulan benzerlikte, adayların mantıksal hatalar yaptığı anlamına geldiği düşünülmektedir.

### 4. 1. 1. 2. Uygulama Sürecinde Öğretmen Adaylarıyla Yapılan Klinik Mülakatlardan Elde Edilen Bulgular: İlişkilendirme Alışkanlığı Boyutu

Uygulamalar sürecinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarında meydana gelen değişim ve gelişimi ortaya koyabilmek amacıyla 6 öğretmen adayıyla dönemin 8. haftasında ve 13. haftasında klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu bölümde adaylarla yürütülen mülakatların ilişkilendirme alışkanlığı boyutuna yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 14'te öğretmen adaylarına 8. haftada klinik mülakatta yöneltilen 4 tane problemden ilişkilendirme alışkanlığını oluşturan İ1, İ2, İ3 ve İ4 göstergeleri bağlamında verilmiştir.

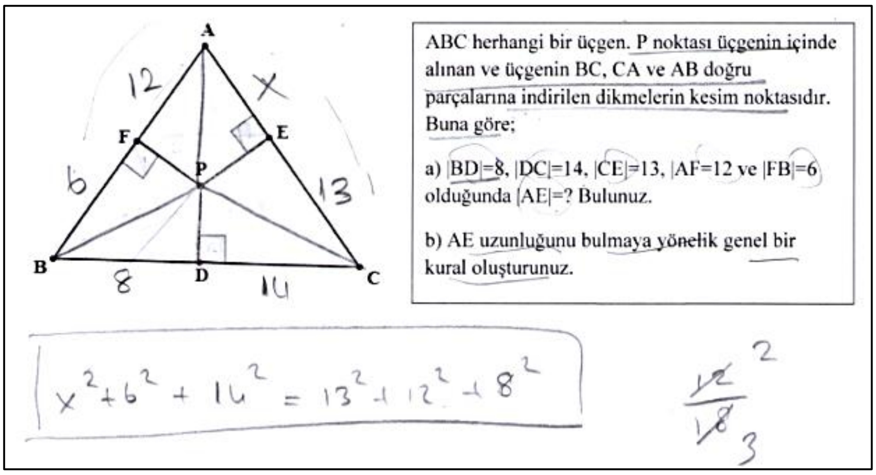
Tablo 14. Öğretmen Adaylarının 2. Mülakattaki Problemlere Verdiği Cevapların Analizi

| | İ1 | İ2 | İ3 | İ4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 2S | | | |
| Ö4 | | | | |
| Ö11 | | | | |
| Ö16 | 4S | | | 2S |
| Ö23 | 3S | | | 3S |
| Ö34 | 1S | | | |

S: 2. Mülakatta yer alan problemi temsil etmektedir (Örneğin 2S: 2. Soru)

Tablo 14 incelendiğinde yürütülen klinik mülakatlarda öğretmen adaylarının en çok "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığını İ1 göstergesi ile "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma* " alışkanlığını yansıtan İ4 göstergesini kullandıkları görülmektedir. Bu durum adayların verilen problemi çözerken daha çok geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirerek sonuca ulaşmaya çalıştığını ve bu süreçte de geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik gibi kavramlardan yararlandığını göstermektedir. Adayların başlangıçtaki durumları göz önüne alındığında ön testte yer alan problemlerde İ1 göstergesini daha az kullanırken (Bknz. Tablo 12), 6 haftalık uygulama sonucunda yapılan klinik mülakatta İ1 göstergesini yapılan çözümlerde fazlaca yer vermesi, adayların bu göstergeye yönelik alışkanlıklarının geliştiği söylenebilir. Ancak Tablo 14 incelendiğinde adayların mülakatta yer alan problemlerde "*geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığını yansıtan İ3 göstergesini hiç kullanmadıkları görülmektedir. Bu durum adaylara yöneltilen az sayıda problemlerin İ3 göstergesini kullanmadan sonuca ulaşabildikleri, ya da bu göstergeyi yansıtan problemi çözemediği anlamına gelebilmektedir. Benzer bir durum "*geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığını yansıtan İ2'de de rastlanmaktadır. Aşağıda bu göstergelere ait adayların verdiği cevaplar klinik mülakattan alınan kesitler doğrultusunda yansıtılmıştır.

Yukarıda da bahsedildiği gibi öğretmen adaylarının en çok kullandığı alışkanlıklardan biri "*bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi belirleme* " alışkanlığını yansıtan İ1 göstergesidir. Bu bakımdan adayların cevapları incelendiğinde, Ö23 kodlu öğretmen adayının mülakatta yer alan 3. probleme verdiği cevapta İ1 göstergesini kullandığı görülmektedir.




Şekil 27. Ö23 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta 3. probleme verdiği cevap

Ö23 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta verdiği cevabın yer aldığı Şekil 27 incelendiğinde, adayın çözüme ulaşmak için verilen şekli kullanarak bir eşitlik kullandığı görülmektedir. Yapılan çözümün daha iyi anlaşılması için klinik mülakattan bir kesit aşağıda yer almaktadır.

*A : Problemi nasıl çözersin?*

*Ö23 : Bunları çizerim [AP, BP ve PC doğru parçalarını]. Bunların hepsi aynı olsa [|PE|=|PD|=|PF| olsaydı] bunlarında aynı olması gerekirdi [ |EC|=|DC| ama eşit değiller ] demek ki değil.*

*A : Güzel.*

*Ö23 : Şimdi ABD üçgeninde Pisagor bağıntısını uygulayacağım. |AB|=18, |BD|=8 buradan AD uzunluğunu bulacağım.*

……

A : *Bir şey soracağım. Şimdi bize PD, PF ve PE dik doğru parçaları verilmiş. Sen bu doğru parçalarını karşılarındaki açılar ile birleştirdiğinde yeni oluşturduğun doğru parçaları doğrusal mı diyorsun? Örneğinde [BP] ile [PE] doğrusal mı?*

B : *Olmayabilir tabi.*

A : *Neden?*

B : *Çünkü doğrusal olsaydı az önce de söylediğim gibi |PE|=|PD| buradan da |EC|=|DC| olurdu ama değil. Ama sanırım kolay yoldan gitmeye çalıştım.*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü üzere başlangıçta Ö23 kodlu öğretmen adayı [PE], [PF] ve [PD]doğru parçalarını çizdikten sonra bu doğru parçalarının uzunluklarının eş olduğunu düşünmüştür. Ancak daha sonra "eğer bu uzunluklar eş olsaydı |EC|=|DC| olmalıydı ama problemde öyle verilmemiş" diyerek üçgenin özelliği yardımıyla verilen uzunluklar arasında bir ilişkilendirme yapmıştır. Aynı şekilde konuşmanın son kısmında çizdiği doğru parçalarının [PC], [PB] ve [PF] problemde verilen dik doğru parçaları ile [PF], [PE] ve [PD] ile doğrusal olamayacağını üçgenin kenar uzunlukları ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Bu durumda Ö23 kodlu aday üçgenin özelliklerinden yararlanarak kenar uzunlukları arasında bir ilişkilendirme yaptığından İ1 göstergesini mantıksal gerekçeleriyle açıklayarak kullanmış olur. Benzer bir durum Ö16 kodlu öğretmen adayının verdiği bir cevapta da rastlanmaktadır. Ö16 kodlu öğretmen adayının 2. mülakatta yer alan 4. probleme verdiği cevaptan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Ö16 : *$90^0$ için düşündüğümüzde zaten C açısının çapı görmesi gerekir. O zaman AB doğru parçası O noktasından geçer.*

A : *Güzel. Peki, C açısı $90^0$ olunca CD uzunluğu ne olur?*

Ö16 : *D noktası ile O noktası çakışacak zaten. Onu da çap kabul edecek. Yani değişmeyecek, CD uzunluğu CO uzunluğuna eşit olacak.*

A : *Güzel, peki CO uzunluğu neye eşit olacak?*

Ö16 : *Küçük çemberin çapına eşit olacak.*

*A: Yani CD uzunluğunu sayısal bir değer olarak bulabilir miyiz?*

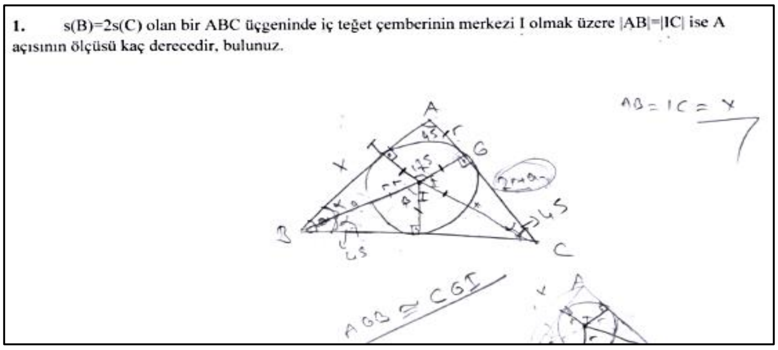
Ö16 : *Evet. Eğer m(C)=$90^0$ olursa AB doğru parçası çap olacak. |CD|=|CO| olacak. CD uzunluğu yarıçap olacak.*

A : *Güzel o zaman sayısal olarak ne diyebilirsin?*

Ö16 : *CD uzunluğu 7'den büyük olacak.*

Yukarıda verilen diyalogda Ö16 kodlu öğretmen adayının cevabında C açısının farklı durumları için CO uzunluğunu incelediği görülmektedir. Burada aday, çevre açının çemberin çapına göre konumundan yararlanarak istenen uzunluğu bulmaya yönelik bir ilişkilendirme yapmıştır. Aslında Ö16 kodlu aday bu yöntemle çemberin özelliklerini kullanarak istenilen uzunluğa ulaşmaya çalışmış dolayısıyla da ilişkilendirme alışkanlığının göstergesi olan İ1'i kullanmıştır.

İkinci mülakatlar süresince öğretmen adaylarının en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de "*iki veya daha fazla geometrik şekli mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını yansıtan İ4 göstergesidir. Adaylar genel olarak İ4 göstergesini üçgenler arasında benzerlik/eşlik kurarken kullanmıştır. Çünkü bu aşamada adayların orantısal akıl yürütme becerileri ön plandadır. İ4 göstergesini bu anlamda kullanan adaylardan biri de Ö34 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 28'de Ö34 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta yer alan birinci probleme verdiği cevap verilmiştir.




Şekil 28. Ö34 kodlu öğretmen adayının 2. mülakatta yer alan 1. probleme verdiği cevap

Şekil 28 incelendiğinde Ö34 kodlu adayın iki üçgen arasında benzerlik kurduğu görülmektedir. Ancak adayın problemi çözme aşamasında hangi süreçten geçtiği tam olarak anlaşılamamaktadır. Bu durumu aydınlığa kavuşturabilmek için aday ile yapılan mülakattan kesit aşağıda verilmiştir.

*A : Problemi nasıl çözdün?*

*Ö34 : İlk önce ABC üçgenini, sonra iç teğet çemberini çizdim. Daha sonra* $m(\hat{B}) = 2m(\hat{C}) = 2\alpha$ *olacak şekilde açıları yerleştirdim. Daha sonra |AB|=|IC| uzunluklarını yazdım. Aslında ben bu uzunlukları kullanmadan nasıl sonuca ulaştım ki?*

*Ö34 : Hmmm . Ama şimdi bir dakika, aslında evet açıortay doğrusu ile merkezden geçen dikmeler aynı doru üzerindedir, kırık doğru değildir. Çünkü benzerlik kurdum. Şu 2 üçgende [AGB üçgeni ile CGI üçgeni benzer] benzerlik var. Çünkü her 2 üçgende de 900nin karşısında 2r+a, bir açıları 900 ve |AB|=|IC|=x br var. Oradan da I'dan C'ye bir doğru parçası indirdim. Orası da x oldu. Daha sonra dedim ki O noktasından kenara dikler çizeyim işime yarar. Sonra* *köşelerden açıortay doğru parçalarını indirdim. Daha sonra da 2 benzer üçgenleri de buldum.*

*Ö34 : Ama bir şey söyleyeyim mi. Belki doğrusal olmayabilir, ama o zaman gidiş yolum yanlış mı olacak. Sanki bana doğru yapmışım gibi geldi.*

Ö34 kodlu öğretmen adayının mülakatta da belirttiği üzere $\overset{\Delta}{AGB}$ ile $\overset{\Delta}{CGI}$ üçgenleri arasında benzerlik kurduğu görülmektedir. Ancak aday bu benzerliği kurarken çizdiği [BI] ve [IG] doğru parçalarının doğrusal olamayacağını sonradan fark etmiştir. Dolayısıyla adayın kurduğu benzerlik işine yaramış ve bu aşamada hatalar yapmıştır. Bunun sonucu olarak Ö34 kodlu adayın kullandığı İ4 göstergesinde mantıksal hatalar olduğu söylenebilir. Benzer şekilde Ö23 kodlu adayın mülakatta yer alan 3. Probleme verdiği cevapta, İ4 kriteri mantıksal hatalardan dolayı düşük seviyede kullanılmıştır. Aday ile gerçekleştirilen mülakatta, adayın probleme verdiği cevaba yönelik diyalogdan bir kesit aşağıda yer almaktadır.

*Ö23 : Şimdi ABD üçgeninde Pisagor bağıntısını uygulayacağım. |AB|=18, |BD|=8 buradan AD uzunluğunu bulacağım.*

*A : Peki AD⊥BC'yi sen mi söyledin? Nasıl ulaştın ona?*

*Ö23 : Evet onu soruda veriyor birleştirip kullandım. Sonra dedim ki 1'e 2 oranı ver yine [ |AP|=2 |PD| ] O zaman $\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|AP|}{|AD|}$ kuralından $\frac{x}{x+13} = \frac{2}{3}$ çıkar. Buradan tam sayı çıkacak mı onu kontrol ediyorum şimdi. Ama düzgün bir sayı çıkmadı. Çıksaydı Pisagordan diğer değerleri de bulacaktım. Yok, buradan da çıkmıyor. Ama dik üçgeni, hipotenüsü mutlaka kullanacağım.*

*Ö23 : Açı yerleştirsem.*

Diyalogdan da görüldüğü üzere Ö23 kodlu öğretmen adayı AFE üçgeni ile ABC üçgeni arasında benzerlik kurmaya çalışmıştır. Ancak bu aşamada aday, FE//BC olup olmadığına bakmamıştır. Dolayısıyla aranan şartların koşulana bakmadığından kurduğu üçgenler arasındaki benzerlik oranlarını da yanlış yazmıştır. Bu durum da Ö23 kodlu öğretmen adayının İ4 göstergesini kullanırken mantıksal hatalar yaptığını göstermektedir.

Yukarıda verilen örneklerden görüldüğü üzere öğretmen adayları 2. mülakatta en çok İ4 ve İ1 göstergelerini kullanmışlardır. Ancak bu göstergeleri de kullanırken mantıksal hatalar yapmışlardır. Ayrıca adaylar verilen problemlerin çözümünde geometrik şekillerin sınıflandırmasına vurgu yapan İ2 göstergesini ve şekiller üzerinde dönüşüm yaparak çözüme ulaşmaya çalışma alışkanlığının göstergesi olan İ3'ü kullanmamışlardır. Bütün bu durumlar adayların, 8. haftada karşılaştıkları problemlerin çözümünde ilişkilendirme alışkanlığına tam olarak hâkim olamadıklarını göstermektedir. Adayların süreç içerisindeki geometrik düşünme alışkanlıklarındaki değişim ve gelişimi daha iyi takip edebilmek için

13. haftada ikinci mülakatlara paralel problemler üzerinde tekrar klinik mülakatlar yapılmıştır. Yapılan bu 3. mülakatın sonucu Tablo 15'de verilmiştir.

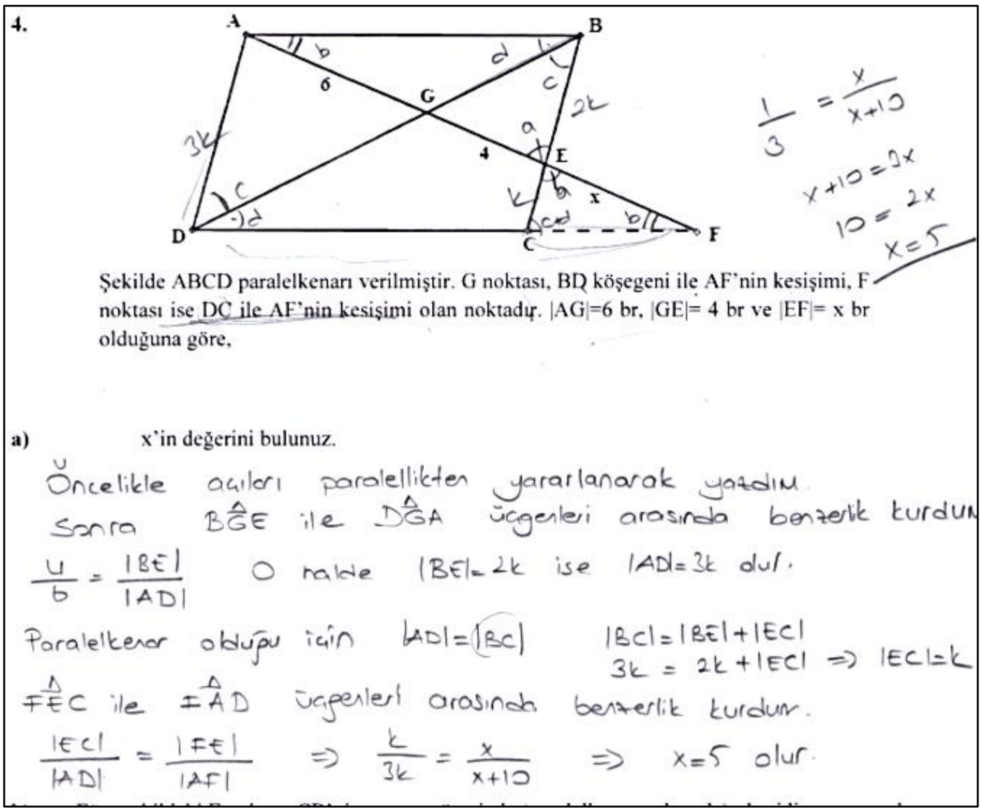
Tablo 15. Öğretmen Adaylarının 3. Mülakattaki Problemlere Verdiği Cevapların Analizi

| | İ1 | İ2 | İ3 | İ4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | | | | 3.S, 4.S |
| Ö4 | 4.S | | | 3.S, 4.S |
| Ö11 | | | | 3.S, 4.S |
| Ö16 | 1S, 2.S, 4.S | | | 2.S, 4.S |
| Ö23 | | | | 2.S, 4.S |
| Ö34 | 3.S, 4.S | | | 1.S, 3.S, 4.S |

S: 2. Mülakatta yer alan problemi temsil etmektedir (Örneğin 2S: 2. Soru)

Tablo 15'de görüldüğü üzere öğretmen adayları ile yürütülen klinik mülakatlarda adayların en çok "*iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını yansıtan İ4 göstergesini kullandıkları görülmektedir. 6 adayın hepsi de İ4 göstergesini 3. ve 4. problemlerde kullanmışlardır. Adayların en çok kullandığı ilişkilendirme alışkanlıklarından bir diğeri de "*bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesidir. Bu durumda adayların verilen şekiller arasında kurulan benzerlik ve eşlik kavramları ile İ4 göstergesini, verilen geometrik şekillerin özellikleri ile geometrik şekiller arasında yapılan ilişkilendirme ile de İ1 göstergesini kullandığı anlamına gelmektedir. Adayların ikinci mülakatta verdiği cevaplardan farklı olarak İ4 ve İ1 göstergelerini daha çok kullandıkları görülmektedir. Bu bağlamda adayların mülakatta verdiği cevaplarda yine "*geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığını yansıtan İ3 göstergesini ve "*geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığını yansıtan İ2 göstergesini kullanmadıkları görülmektedir. Bu durum adaylara yöneltilen az sayıda problemlerin İ2 ve İ3 göstergelerini kullanmadan sonuca ulaşabildikleri, ya da bu göstergeyi yansıtan problemi çözemediği anlamına gelebilmektedir. Aşağıda bu göstergelere ait adayların verdiği cevaplar adaylarla yapılan klinik mülakattan alınan kesitler doğrultusunda yansıtılmıştır.

Yukarıda da bahsedildiği gibi öğretmen adaylarının en çok kullandığı alışkanlıklardan biri "*iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını yansıtan İ4 göstergesidir. Bu bakımdan adayların verdiği cevaplar incelendiğinde, Ö2 kodlu öğretmen adayının mülakatta yer alan 4. probleme verdiği cevapta İ4 göstergesini kullandığı görülmektedir.




Şekilde ABCD paralelkenarı verilmiştir. G noktası, BD köşegeni ile AF'nin kesişimi, F noktası ise DC ile AF'nin kesişimi olan noktadır. |AG|=6 br, |GE|= 4 br ve |EF|= x br olduğuna göre,

a) x'in değerini bulunuz.

Öncelikle açıları paralellikten yararlanarak yazdım. Sonra $\overset{\triangle}{BGE}$ ile $\overset{\triangle}{DGA}$ üçgenleri arasında benzerlik kurdum

$\frac{4}{6} = \frac{|BE|}{|AD|}$ O halde $|BE| = 2k$ ise $|AD| = 3k$ dur.

Paralelkenar olduğu için $|AD| = |BC|$ $|BC| = |BE| + |EC|$

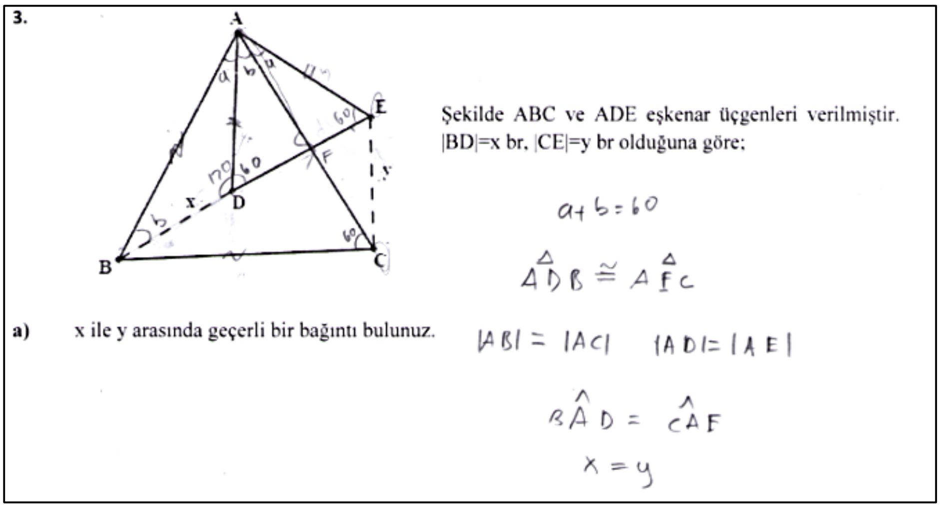
$3k = 2k + |EC| \Rightarrow |EC| = k$

$\overset{\triangle}{FEC}$ ile $\overset{\triangle}{FAD}$ üçgenleri arasında benzerlik kurdum.

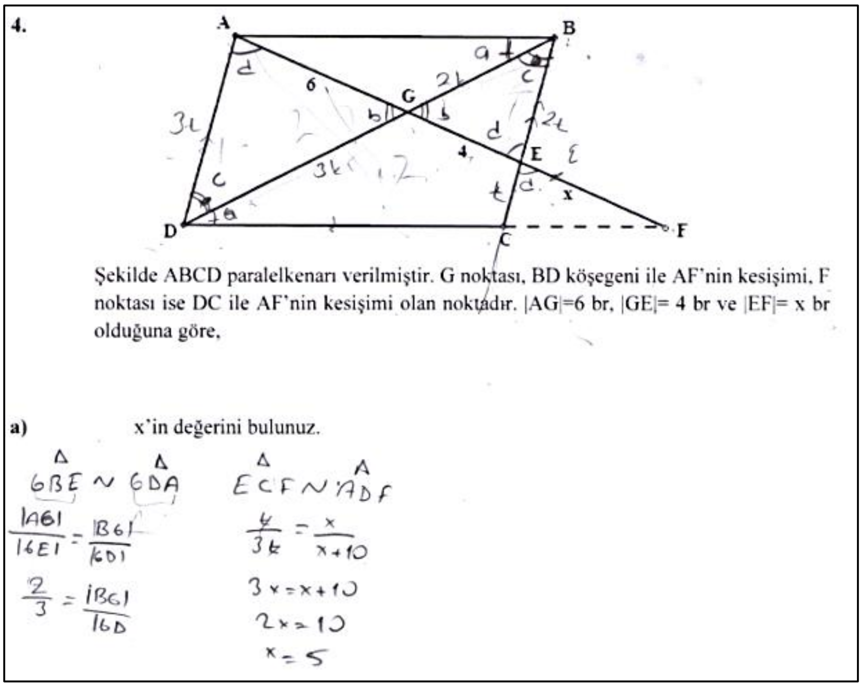
$\frac{|EC|}{|AD|} = \frac{|FE|}{|AF|} \Rightarrow \frac{k}{3k} = \frac{x}{x+10} \Rightarrow x = 5$ olur.

Şekil 29. Ö2 kodlu öğretmen adayının üçüncü mülakatta 4. probleme verdiği cevap

Ö2 kodlu öğretmen adayının Şekil 29'da verdiği cevap incelendiğinde, adayın problemi çözerken belirlediği üçgenler arasında benzerlik kurduğu görülmektedir. Bu aşamada Ö2 kodlu aday üçgenler arasındaki kurduğu benzerliği ve benzerlik oranlarını doğru yazarak sonuca ulaşmıştır. Bu durum adayın İ4 göstergesini yaptığı mantıksal çıkarımlar sonucunda doğru bir şekilde kullandığını göstermektedir. Benzer durum Ö4 kodlu öğretmen adayının verdiği cevapta rastlanmaktadır. Şekil 30'da Ö4 kodlu öğretmen adayının 3. probleme verdiği cevap yer almaktadır. Şekil 30 incelendiğinde Ö4 kodlu adayın da üçgenlerin kenar uzunlukları ve açıların ölçülerinden yararlanarak eşlik kurduğu görülmektedir. Yine Ö4 kodlu adayın iki üçgeni mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek üçgenler arasında eşlik kurması, adayın İ4 göstergesini iyi seviyede kullandığını göstermektedir.




Şekil 30. Ö4 kodlu öğretmen adayının 3. problem verdiği cevap



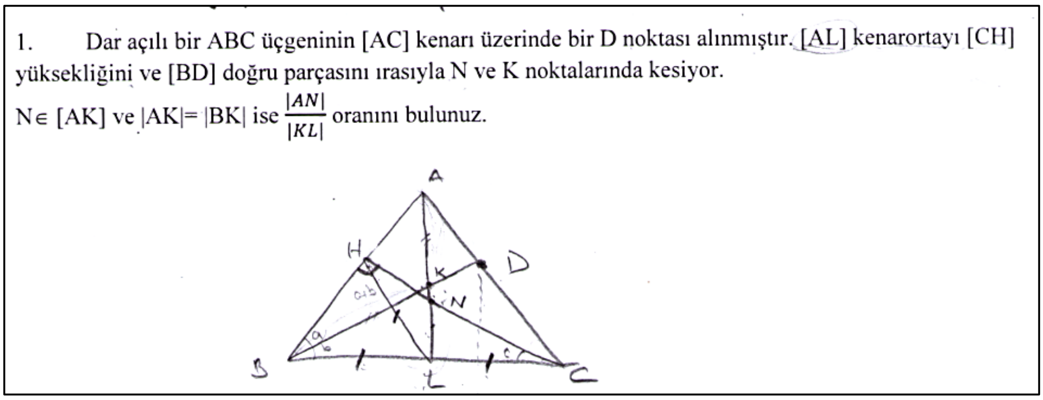

Şekil 31. Ö4 kodlu öğretmen adayının üçüncü mülakatın 4. Problemine verdiği cevap

Yukarıdaki duruma benzer şekilde Ö16 kodlu öğretmen adayı 4. Probleme verdiği cevapta da İ4 göstergesini kullanmıştır. Adayın Şekil 31'de verdiği cevap incelendiğinde, paralelkenar üzerinde açıları yerleştirdiği ve bu açıları kullanarak üçgenin kenar uzunlukları arasında bir oran bulduğu görülmektedir. Aday yaptığı işlemi şu şekilde açıklamaktadır:

*A : Burada ne yaptın?*

*Ö4 : Burada paralelkenarın paralel olma özelliğinden yararlanarak açıları yerleştirdim. Yerleştirdiğim bu açılardan da yola çıkarak* $\overset{\Delta}{GBE}$ *ile* $\overset{\Delta}{GDA}$ *benzerdir. O zaman* $\frac{|AG|}{|GE|}=\frac{|BG|}{|GD|}$ *oranına eşit olacaktır. Oran olarak* $\frac{|BG|}{|GD|}=\frac{4}{6}$ *olur. Bu durumda 2|GD|=3|GB| olur. Yine [AD] ile [BE] doğru parçalarının uzunlukları da birbiri ile orantılıdır. O yüzden |AD|=3t dersem bu durumda |BE|=2t olur. O zaman |EC|=t olur. Aynı zamanda EC//AD olduğundan* $\overset{\Delta}{ECF}$ *ile* $\overset{\Delta}{ADF}$ *üçgenleri benzer olur.*

Adayın problemin çözüm sürecinde düşünceleri de göz önünde bulundurulduğunda, adayın üçgenlerin kenar uzunluklarını birbiri ile oranlayarak sonuca dair akıl yürütme becerisini kullandığı görülmektedir. Bu durumda yapılan çözümde ilişkilendirme alışkanlığının İ4 göstergesini kullandığı görülmektedir. Bazı adaylar yukarıda da verildiği gibi İ4 göstergesini mantıksal çıkarımları doğrultusunda kullanırken bazı adayların ise üçgenler arasında yanlış benzerlikler kurarak hatalar yaptığı gözlenmiştir. Yani adaylardan bazıları benzerlik ve eşlik kavramlarını tam anlayamamış olmasından, kenar uzunluğu ya da açılardan biri eş olan üçgenlere eş ya da benzer diyebilmektedir. Böyle bir duruma Ö34 kodlu adayın 1. problemde verdiği cevapta rastlanmıştır. Şekil 32'de Ö34 kodlu adayın üçüncü mülakatın ilk problemine verdiği cevap yer almaktadır.


1. Dar açılı bir ABC üçgeninin [AC] kenarı üzerinde bir D noktası alınmıştır. [AL] kenarortayı [CH] yüksekliğini ve [BD] doğru parçasını ırasıyla N ve K noktalarında kesiyor.
N∈ [AK] ve |AK|= |BK| ise $\frac{|AN|}{|KL|}$ oranını bulunuz.


Şekil 32. Ö34 kodlu öğretmen adayının 3. mülakatın ilk problemine verdiği cevap

Şekil 32 incelendiğinde Ö34 kodlu adayın yaptığı işlemler tam olarak anlaşılmamaktadır. Bu yüzden aday ile gerçekleşen klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*Ö34 : Aslında K ile N noktaları çakışık olsaydı daha iyi olurdu ama neyse.*

*Ö34 : Acaba aynı kenara baktıkları için eşit mi olur?*

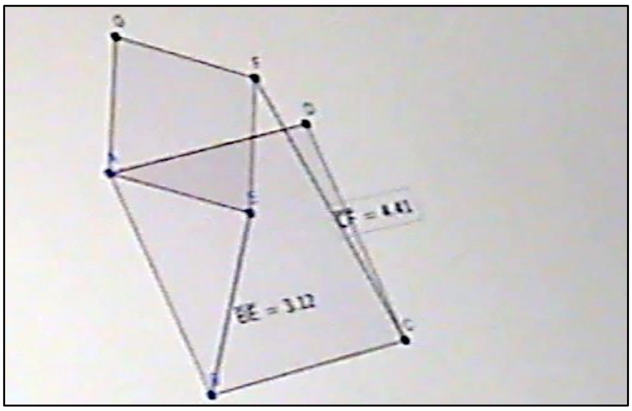
*Ö34 : Yani* $\overset{\Delta}{HBC}$ *ile* $\overset{\Delta}{DBC}$ *üçgenini düşündüğümüzde |BC|=|BC|,* $m(\widehat{BHC}) = m(\widehat{BDC}) = 90^0$ *olduğundan bu iki üçgen eş mi acaba?*

*A : Peki* $m(\widehat{BDC}) = 90^0$ *ye nasıl ulaştın?*

*Ö34 : İşte* $90^0$ *olabilir mi diye düşünüyorum. Hislerime dayanarak*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi Ö34 kodlu aday oluşturduğu iki üçgen arasında benzerlik kurmaya çalışmıştır. Ancak üçgenlerin açılarını yerleştirirken ve benzerliği neye göre kurduğunu açıklarken mantıksal hatalar yapmıştır. Dolayısıyla Ö34 kodlu öğretmen adayı yaptığı bu çözümde İ4 göstergesini kullanmaya çalışsa da başarılı olamamıştır.

Öğretmen adaylarının üçüncü mülakatta verdiği cevaplarda en çok kullandığı ilişkilendirme alışkanlıklarından bir diğeri de "*bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesidir. Tablo 15'ten de görüldüğü üzere İ1 göstergesini 3 öğretmen adayı (6 kişiden) verdiği cevaplarda kullanmıştır. Bunlardan biri Ö34 kodlu öğretmen adayının 3. probleme verdiği cevaptır. Ö34 kodlu aday problemi çözerken GeoGebra'dan yararlanmıştır. Şekil 33'te adayın problemi çözerken GeoGebra'dan nasıl yararlandığı görülmektedir.



Şekil 33. Ö34 kodlu öğretmen adayının 3. problemin çözümünde kullandığı GeoGebra ekran alıntısı

Şekil 33'te de görüldüğü gibi Ö34 kodlu öğretmen adayı problemi çözerken istenen karenin kenar uzunluklarının eşit olup olmadığına bakmıştır. Bu işlemi gerçekleştirirken de karenin özelliklerinden yararlanmıştır. İşte bu aşamada öğretmen adayı geometrik şeklin yardımıyla şeklin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye baktığı için İ1 göstergesini kullanmıştır.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının süreç içerisindeki geometrik düşünme alışkanlıklarının ilişkilendirme alışkanlığı kapsamındaki gelişimini ve değişimini incelemek amacıyla 6 öğretmen adayıyla 8. ve 13. haftalarda klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu mülakatlar sonucunda adayların süreç içerisinde "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesi ile "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını yansıtan İ4 göstergesini kullandıkları görülmüştür. Bu kapsamda adayların başlangıçta sahip olduğu İ1 ve İ4 göstergelerinin süreç içerisinde geliştiği söylenebilir. Bu durum adayların karşılaştığı problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini kullanabildiği, geometrik şekillerin özelliklerini kavrayarak bu özellikleri de çözüm ile ilişkilendirebildikleri anlamına gelmektedir. Ancak adaylar "*geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığını yansıtan İ3 göstergesini ve "*geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığını yansıtan İ2 göstergesini yapılan mülakatlarda kullanmamışlardır.

#### 4. 1. 1. 3. Uygulama Sonrasında Öğretmen Adaylarının İlişkilendirme Alışkanlıklarına Yönelik Elde Edilen Bulgular

Uygulamalar sonrasında da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan son test soruları sorulmuştur. Bu bölümde son teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 16'da öğretmen adaylarına uygulanan bu testte ilişkilendirme alışkanlığını oluşturan; *Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme* (İ1), *Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma* (İ2), *Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma* (İ3), *İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma* (İ4) göstergeleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 16. Öğretmen Adaylarının Son Testte Yer Alan Problemlerin İlişkilendirme Boyutuna Yönelik Analizi

| | 1. Problem | | | | 2. Problem | | | | 4. Problem | | | | 5. Problem | | | | 6. Problem | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P |
| İ1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| İ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| İ3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1,25 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| İ4 | 4 | 5 | 0 | 4 | 1 | 1,25 | 1 | 0 | 1 | 1,25 | 0 | 1 | 19 | 23,75 | 1 | 18 | 17 | 21,25 | 6 | 11 |

Tablo 16'nın devamı

| | 7. Problem | | | | 8. Problem | | | | 9. Problem | | | | 10. Problem | | | | Toplam | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | f | % |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | | |
| İ1 | 15 | 18,75 | 0 | 15 | 4 | 5 | 0 | 4 | 1 | 1,25 | 0 | 1 | 7 | 8,75 | 0 | 7 | 27 | 33,75 |
| İ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| İ3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2,5 | 1 | 1 | 1 | 1,25 | 0 | 1 | 4 | 5 |
| İ4 | 6 | 7,5 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1,25 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 49 | 61,25 |

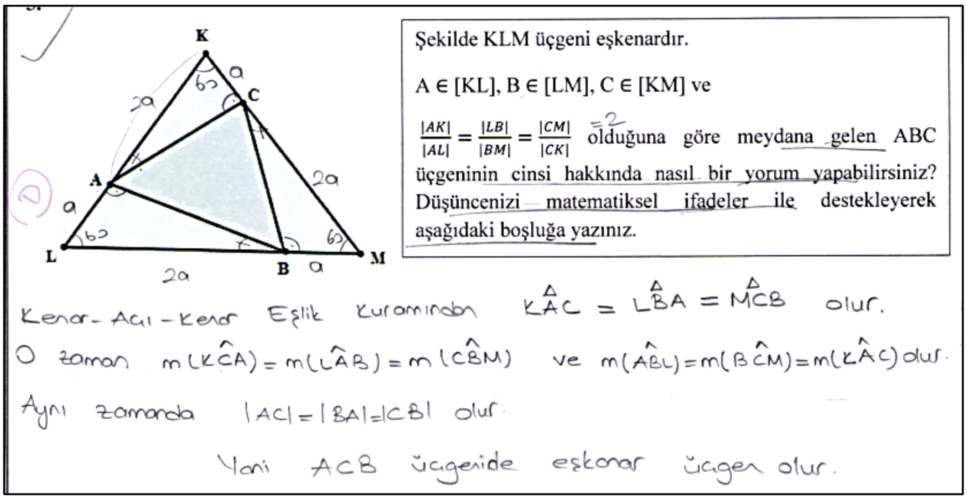
*P: Adayların verilen göstergelere yöneiktestte aldığı puanların toplamını temsil etmektedir. Örneğin 1. Problemin İ4 göstergesini kullanan 4 öğretmen adayının 4'ü bu göstergeden 2 puan alırken 0 puan alan öğretmen adayı bulunmamaktadır

Tablo 16'da üçüncü probleme ait verilere yer verilmediği görülmektedir. Bunun sebebi adayların son testte yer alan üçüncü probleme yönelik cevaplarında ilişkilendirme alışkanlığına rastlanmamış olmasıdır. Yine Tablo 16 incelendiğinde öğretmen adaylarının %61,25 oranında (49 kez) "*iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını ifade eden İ4 göstergesini kullandığı görülmektedir. %5 oranında (4 kez) 1. problemde, %1,25 oranında (1 kez) 2. ve 4. problemlerde, %23,75 oranında (19 kez) 5. problemde, %21,25 oranında (17 kez) 6. problemde, %7,5 oranında (6 kez) 7. problemde ve %1,25 oranında (1 kez) 9. problemde İ4 göstergesini kullanmıştır. Adayların bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise 1. problemde 4 öğretmen adayının (4 kişiden), 4. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden), 5. problemde 18 öğretmen adayının (19 kişiden), 6. problemde 11 öğretmen adayının (17 kişiden) ve 7. problemde 3 öğretmen adayının (6 kişiden) İ4 göstergesinden tam puan alması (2 puan) öğretmen adaylarının geneline bakıldığında geometrik şekillerin özelliklerini kullanarak orantısal akıl yürütme becerilerini işe koşabildikleri anlamına gelmektedir.

Öğretmen adayların ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de *"bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerin arasındaki ilişkiyi belirleme"* alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesidir. Tablo 16'dan da görüldüğü gibi adaylar İ1 göstergesini yedinci, sekizinci, dokuzuncu ve onuncu problemlerin çözümünde kullanmıştır. Adaylar İ1 göstergesini problemlerin çözümünde % 33,75 oranında (27 kez) kullanmıştır. Tablo 16 incelendiğinde 7. problemde % 18,75 oranında (15 kez), 8. Problemde % 5 oranında (4 kez) , 9. problemde % 1,25 oranında (1 kez) ve 10. problemde ise % 8,75 oranında (7 kez) İ1 göstergesini kullandığı görülmektedir. İ1 göstergesini kullanan bu adayların verdiği cevaplar incelendiğinde ise 7. problemde 15 öğretmen adayının (15 kişiden), 8. problemde 4 öğretmen adayının (4 kişiden), 9. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden) ve 10. problemde 7 öğretmen adayının (7 kişiden) tam puan alması genel olarak öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özelliklerini kullanarak, şekiller arasında bir ilişki bulduğunu ve bu ilişkiyi problemin çözümünde etkili bir şekilde kullanabildiği anlamına gelmektedir.

Tablo 16 incelendiğinde adayların son testte yer alan problemlere verilen cevaplar arasında "*geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığının göstergesi olan İ3'ü % 5 oranında (4 kez) kullandığı görülmektedir. Yine Tablo 16'da görüldüğü üzere öğretmen adayları İ3 göstergesini beşinci problemin çözümünde % 1,25 oranında (1 kez), dokuzuncu problemin çözümünde % 2,5 oranında (2 kez) ve onuncu problemin çözümünde % 1,25 oranında (1 kez) kullanmıştır. İ3 göstergesini kullanan bu adayların verdiği cevaplar incelendiğinde ise genel olarak adayların geometrik şekilleri ilişkilendirirken doğru dönüşüm yaptığı ancak yapılan bu dönüşümün sebebini açıklayamadığından doğru sonuca ulaşmada zorlandığı görülmüştür. Son olarak adayların son testte yer alan problemlere verdiği cevaplarda *"geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma"* alışkanlığını ifade eden İ2 göstergesini kullanmadıkları görülmektedir. Burada da ön testte olduğu gibi öğretmen adayları her ne kadar ilişkilendirme alışkanlığını kullanmak istese de geometrik şekiller arasında yapılan ilişkilendirmelerde mantıksal çıkarımlar yapamadıklarından, İ2 göstergesini kullanamadıklarına rastlanmıştır.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmen adayları en çok "*iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını ifade eden İ4 göstergesini kullandığı görülmektedir. Bu bakımdan birinci (4 kişiden 4 kişi tam puan), ikinci (1 kişiden 1 kişi tam puan), dördüncü (1 kişiden 1 kişi tam puan) problemlerde adayların %100'ü tam puan almıştır. Yine 5. problemde adayların % 94,7'si (19 kişiden 18'i tam puan), 6. problemde adayların %64,7'si ( 17 kişiden 11'i tam puan), 7. problemde adayların % 50'si (6 kişiden 3 kişi tam puan) tam puan (2 puan) almıştır. Bu durum öğretmen adaylarının son testte sorulan problemlerde geometrik şekiller arasında kurduğu ilişkiyi, orantısal düşünme becerilerini kullanarak doğru bir şekilde yansıtabildiğini göstermektedir. Ancak 9. problemde bir adayın ilişkilendirme yaptığı ancak bu ilişkiyi mantıksal gerekçelerle açıklayamadığı görülmüştür. Bu durum adayın İ4 göstergesinden 1 puan almasına sebep olmuştur. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 5. probleme verdiği cevapta İ4 göstergesinin tam puan alacak niteliğindedir. Şekil 34'te Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap yer almaktadır.



Şekilde KLM üçgeni eşkenardır.

A ∈ [KL], B ∈ [LM], C ∈ [KM] ve

$\frac{|AK|}{|AL|} = \frac{|LB|}{|BM|} = \frac{|CM|}{|CK|} = 2$ olduğuna göre meydana gelen ABC üçgeninin cinsi hakkında nasıl bir yorum yapabilirsiniz? Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

Kenar-Açı-Kenar Eşlik kuramından $\overset{\triangle}{KAC} = \overset{\triangle}{LBA} = \overset{\triangle}{MCB}$ olur.

O zaman $m(K\hat{C}A) = m(L\hat{A}B) = m(C\hat{B}M)$ ve $m(A\hat{B}L) = m(B\hat{C}M) = m(K\hat{A}C)$ olur.

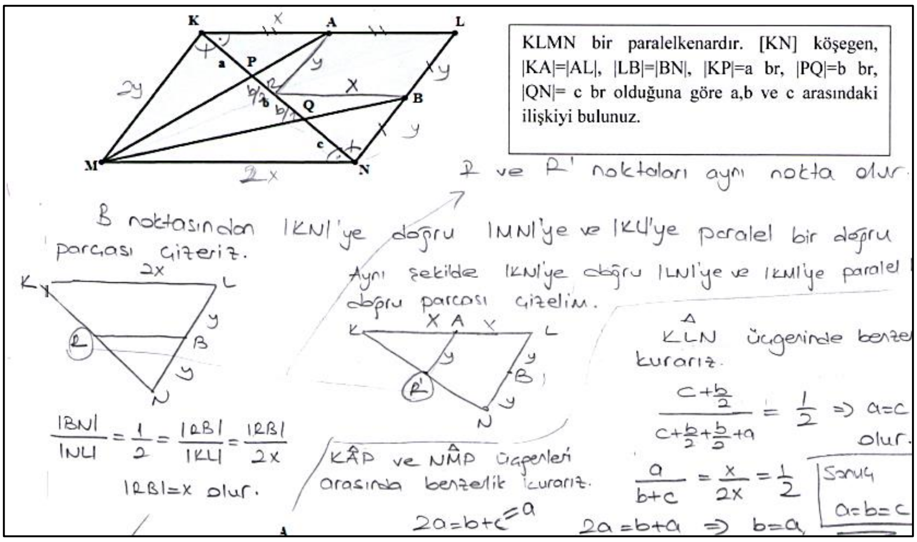
Aynı zamanda $|AC| = |BA| = |CB|$ olur.

Yani ACB üçgenide eşkenar üçgen olur.

Şekil 34. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Ö2 kodlu öğretmen adayının Şekil 34‘te verdiği cevap incelendiğinde, adayın üçgenlerin benzer olduğunu sebepleri ile birlikte açıkladığı görülmektedir. Bu benzerliği açıklarken de üçgenlerin kenar uzunluklarından ve açıların ölçülerinden yararlanmıştır. Ö2 kodlu adayın probleme verdiği cevapta üçgenler arasında kurduğu benzerliği doğru yapması ve benzerlik oranlarını doğru yazmasından dolayı İ4 göstergesini iyi seviyede kullanmıştır. Ö11 kodlu öğretmen adayı aynı probleme benzer şekilde cevap vermiştir. Ö11 kodlu öğretmen adayı üçgenlerin açılarını ve kenar uzunluklarını yazarak üçgenler arasında eşlikler kurmuştur. Adayın kurduğu eşlikler yardımıyla doğru sonuca ulaştığı ve şeklin farklı durumlarında da (kare ve düzgün beşgen) aynı özellikleri inceleyerek doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Dolayısıyla adayın üçgenler arasında eşlikler kurarak doğru sonuca ulaşmasından dolayı, Ö11 kodlu aday verdiği cevapta İ4 göstergesini iyi seviyede kullanmıştır.

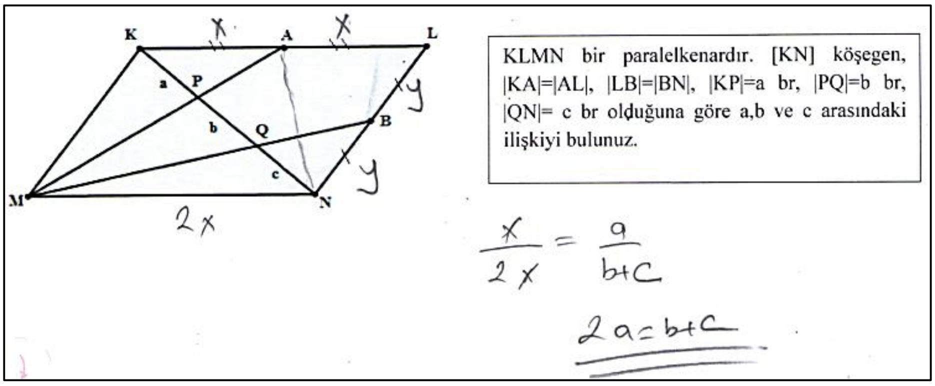
Öğretmen adaylarının Tablo 16’dan da görüldüğü üzere İ4 göstergesini iyi seviyede en çok kullandığı problemlerden bir diğeri de 6. problemdir. Ö2 kodlu öğretmen adayının 6. probleme verdiği cevapta İ4 göstergesinin iyi düzeyde kullanıldığı cevaplara örnektir. Bu bakımdan Ö2 kodlu öğretmen adayının 6. probleme verdiği cevap Şekil 35’de yer almaktadır.




Şekil 35. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 6. probleme verdiği cevap

Şekil 35 incelendiğinde Ö2 kodlu adayın şekil üzerinde çizimleri sonucunda yeni üçgenler oluşturduğu ve bu üçgenler arasında da benzerlikler kurduğu görülmektedir. Sonuçta aday iki geometrik şekil arasında benzerlik kurarak doğru bir ilişki yakalamış ve bu ilişkiyi açık bir şekilde ifade etmiştir. Bu bakımdan verilen bu cevap İ4 göstergesinin iyi düzeyinde yer almaktadır.

6. problemi çözerken İ4 göstergesini iyi seviyede kullanabilen adaylardan biri de Ö34 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 36'da Ö34 kodlu adayın 6. probleme verdiği cevap yer almaktadır.



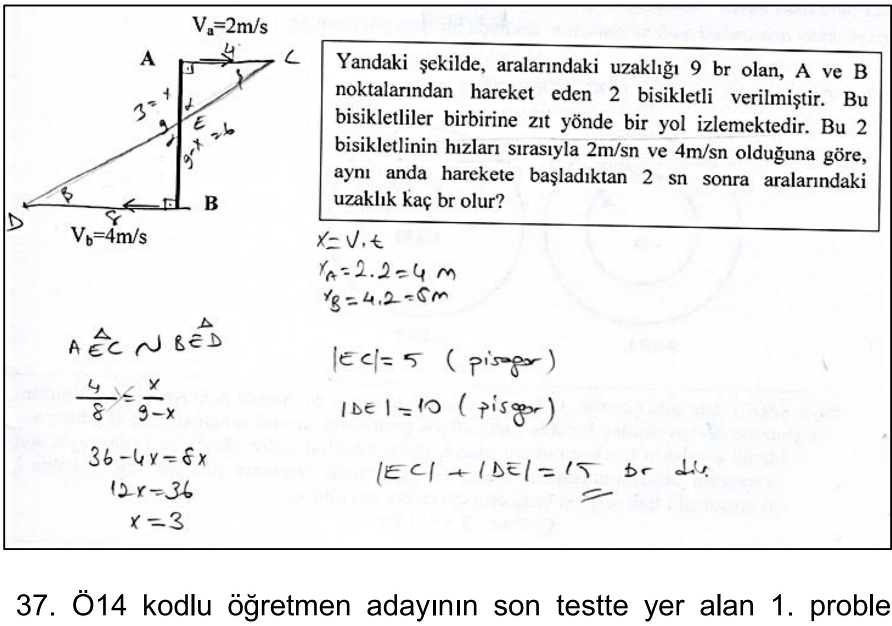

Şekil 36. Ö34 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 6. probleme verdiği cevap

Ö34 kodlu öğretmen adayının Şekil 36'da verdiği cevap incelendiğinde, adayın $\widehat{PKA}$ ile $\widehat{PNM}$ arasında benzerlik kurduğu görülmektedir. Ancak burada adayın hangi üçgenler arasında benzerlik kurduğu tam anlaşılamamıştır. Adayın yaptığı işlemleri daha iyi anlamak amacıyla aday ile klinik mülakatta problem çözme sürecini açıklaması istenmiştir. Adayın mülakatta verdiği cevaptan bir kesit aşağıda yer almaktadır.

*Ö34 : Hocam burada kelebek var.* $\overset{\Delta}{BNQ}$ *ile* $\overset{\Delta}{KMQ}$ *üçgenleri benzerdir. Buradan benzerlik oranını yazarsak* $\frac{y}{2y}=\frac{c}{a+b}$ *yani a+b=2c oluyor buradan. Bunu bulduk.* $\overset{\Delta}{KAP}$ *ile* $\overset{\Delta}{NMP}$ *üçgenleri arasında benzerlik vardır. Buradan da benzerlik oranını yazarsak* $\frac{x}{2x}=\frac{a}{b+c}$ *den 2a=b+c olur.*

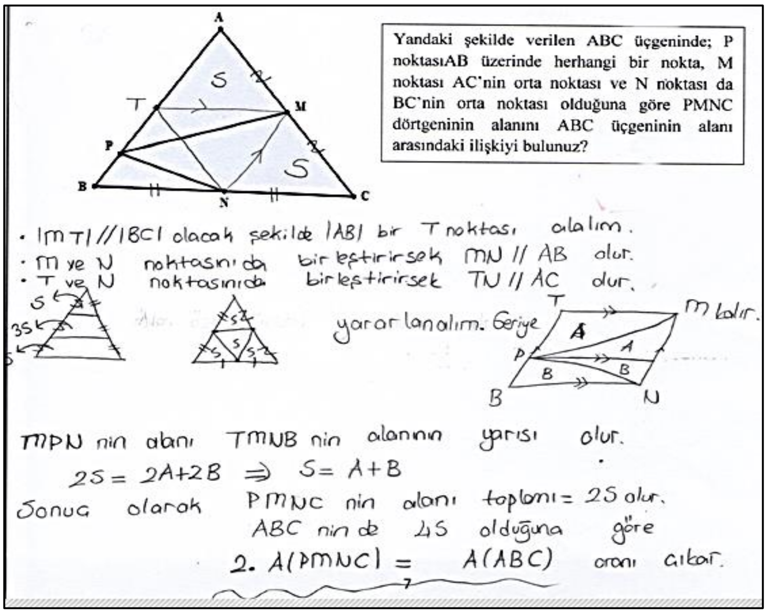
*Ö34 : Bulduğumuz iki denklemi de çözersek a=b=c buluruz.*

Yukarıda Ö34 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın hangi üçgenler arasında benzerlik kurduğunu açıkça ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca bu süreçte aday yaptığı çözümü mantıksal gerekçelerle açıklayabilmektedir. Bu bakımdan adayın başlangıçta yaptığı çözümde İ4 göstergesini tam olarak kullanamamışken mülakatlarda çözüm sürecinde İ4 göstergesini kullanabildiği görülmüştür. Yine Tablo 16'dan da görüldüğü üzere adayların İ4 göstergesini iyi seviyede kullandığı problemlerden biri de 1. problemdir. 1. problemin çözümünde İ4 göstergesini mantıksal gerekçelerle açıklayarak kullanabilen adaylardan biri de Ö14 kodlu adaydır. Şekil 37'de Ö14 kodlu adayın 1. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 37. Ö14 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 1. probleme verdiği cevap

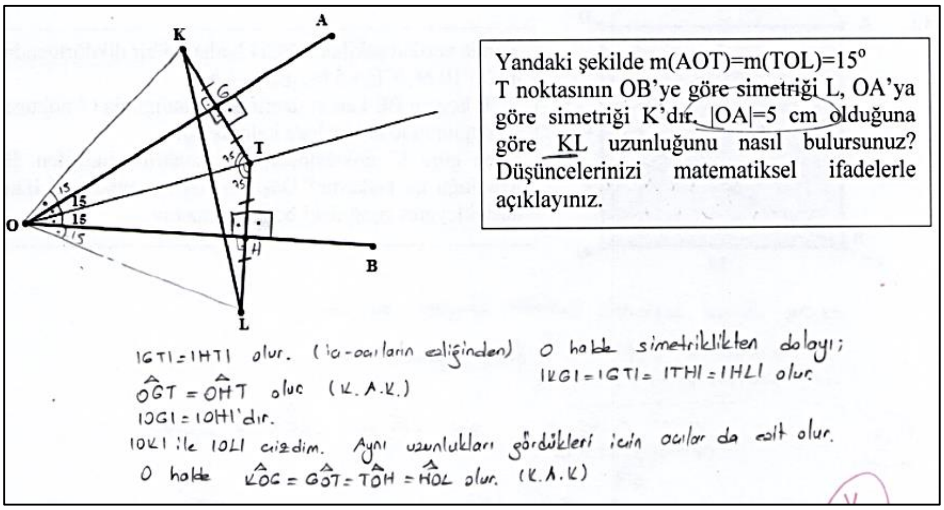
Ö14 kodlu öğretmen adayının 1. probleme verdiği cevapta Şekil 37'de görüldüğü üzere $\overset{\Delta}{AEC}$ ile $\overset{\Delta}{BED}$ üçgenleri arasında benzerlik kurmuştur. Adayın çözümü incelendiğinde üçgenleri mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek benzerlik kurmuş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Bu yüzden Ö14 kodlu öğretmen adayının bu probleme verdiği cevapta İ4 göstergesi iyi düzeyde kullanılmıştır. Benzer şekilde Ö13 kodlu öğretmen adayı da 7. Probleme verdiği cevapta İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Şekil 38'de Ö13 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 38. Ö13 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 7. probleme verdiği cevap

Şekil 38'de Ö13 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın kenar uzunluklarının paralel olmasından yararlanarak üçgenler arasında benzerlik kurduğu ve kurulan benzer üçgenlerin kenar uzunlukları arasında bir oran bulduğu görülmektedir. Sonuçta Ö13 kodlu aday bulduğu oranı üçgenin alanı ile ilişkilendirerek doğru sonuca ulaşmıştır. İşte bu aşamada aday problemin çözümünde kullandığı orantısal akıl yürütme becerisini mantıksal gerekçelerle açıklamıştır. Dolayısıyla adayın yaptığı bu çözüm İ4 göstergesinin iyi düzeyindedir.

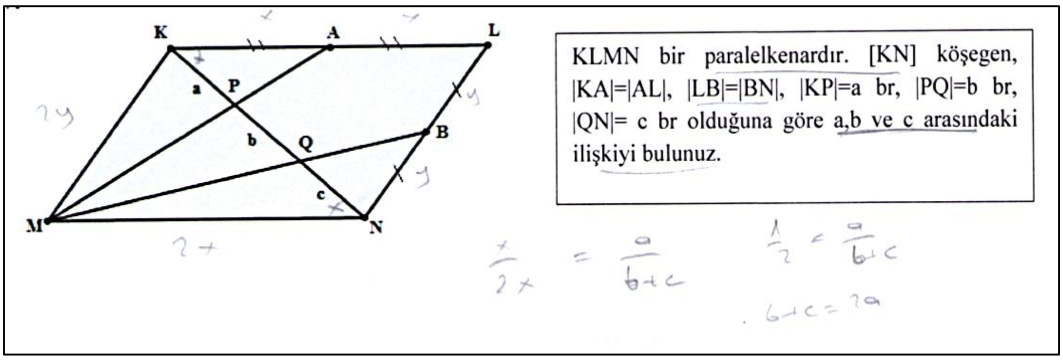
Yukarıda verilen örneklerde de görüldüğü üzere öğretmen adayları verilen problemlerde "*iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını ifade eden İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanmaktadırlar. Ancak adaylardan bazıları İ4 göstergesini iyi düzeyde kullansa da geometrik şekiller arasında kurduğu benzerlikleri mantıksal gerekçelerle açıklayamamıştır ya da benzerlik oranını yanlış yazdığından farklı sonuçlara ulaşmıştır. Bu duruma Ö20 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevap örnek olarak gösterilebilir. Şekil 39'da Ö20 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 9. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 39. Ö20 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 9. probleme verdiği cevap

Ö20 kodlu öğretmen adayının Şekil 39'da verdiği cevap incelendiğinde, adayın üçgenler arasında eşlik kurduğu görülmektedir. Ancak aday üçgenlerin neden birbirine eş olduğunu yanlış ifade etmekle birlikte bu eşliği problemin çözümünde kullanamamıştır. Bu yüzden aday, bu problemde İ4 göstergesini kullanmak istese de iyi düzeyde kullanamamıştır.

Bazı öğretmen adayları ise son testte yaptığı çözümlerde İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanamamıştır ancak adaylarla yapılan mülakatlarda problemi tekrar çözerken İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanmışlardır. Ö11 kodlu adayın 6. Probleme verdiği cevap bu durma örnektir. Ö11 kodlu adayın son testte 6. probleme verdiği cevap Şekil 40'ta yer almaktadır.




Şekil 40. Ö11 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 6. probleme verdiği cevap

Şekil 40 incelendiğinde Ö11 kodlu öğretmen adayının sayılar arasında bazı oranlar yazmasında adayın üçgenler arasında benzerlik kurduğu anlaşılmaktadır. Bu durumda Ö11 kodlu adayın hangi üçgenlerin neden benzer olduğunu açıklamadığından yaptığı bu çözüm İ4 göstergesinin düşük düzeyindedir. Ancak aday ile yapılan mülakatta, problemin çözümünü daha açık ifade ettiği görülmektedir. Klinik mülakattan alınan bir kesit aşağıda verilmiştir.

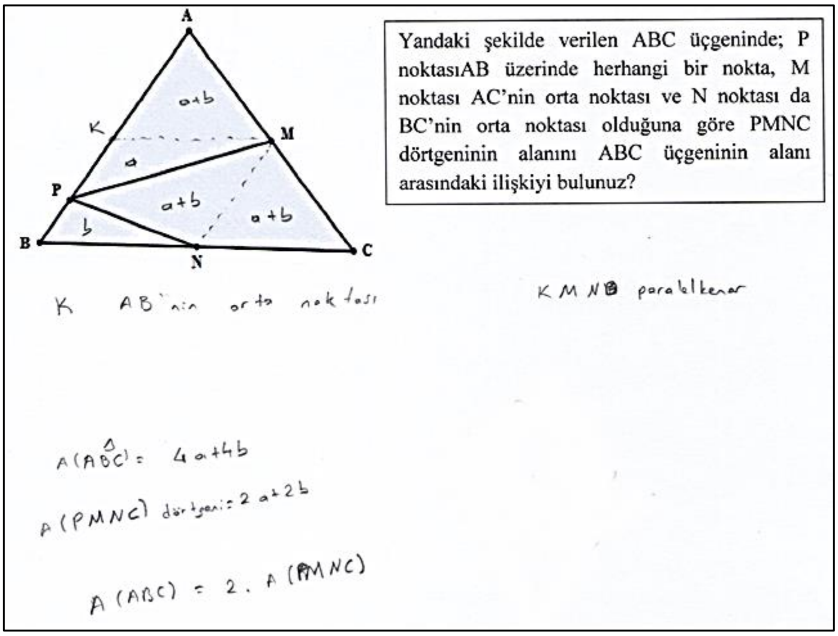
*A : Burada ne yaptın? Açıklar mısın?*

*Ö11 : Hocam burada paralelkenar olduğu için* $m(\widehat{NKA}) = m(\widehat{KNM})$ *ve* $m(\widehat{KAM}) = m(\widehat{NMA})$ *ve* $m(\widehat{MPN}) = m(\widehat{KPA})$ *açılarının ölçülerini eş buldum. Bundan dolayı* $\overset{\Delta}{AKP} \sim \overset{\Delta}{MNP}$ *buldum. Buradan oranlarını yazarak ilk denklemi elde ettim. Benzer şekilde paralelkenar olduğundan* $m(\widehat{QNM}) = m(\widehat{MKQ})$ *m(QNM)=m(MKQ) m(QBN)=m(KMB) ve m(KQM)=m(NQB)dür. Buradan da* $\overset{\Delta}{NBQ} \sim \overset{\Delta}{KMQ}$ *benzerliğini elde ettim. Buradan yine oranları yazarak 2. Denkleme ulaştım. Sonra her iki denklemi de çözerek a=b=c buldum.*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi Ö11 kodlu aday üçgenlerin kenar uzunluğu, açılarının ölçüsü gibi özelliklerinden yararlanarak benzerlik kurmuştur. Daha sonra benzerlik oranlarını da doğru yazarak sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla mülakatta adayın verdiği cevapta İ4 göstergesini iyi düzeyde kullandığı görülmektedir.

Yukarıda verilen örnekler sonucunda Tablo 16'dan da görüldüğü üzere öğretmen adayları son testte ilişkilendirme alışkanlığından en çok İ4 göstergesini kullanmışlardır. Yine İ4 göstergesini kullanan bazı adaylar geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirmiş ancak orantısal akıl yürütme becerilerini kullanırken mantıksal hatalar yapmıştır. Bazı adaylar ise İ4 göstergesini kullanmak istemesine rağmen verdikleri cevapta bu göstergeye rastlanmamıştır.

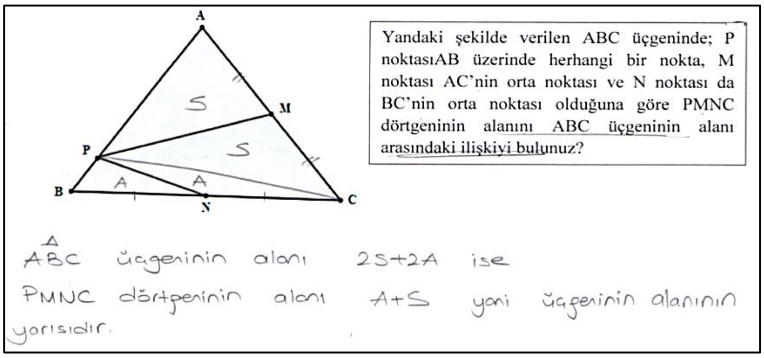
Tablo 16'da görüldüğü gibi öğretmen adaylarının en çok kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarından bir diğeri de "*bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığını ifade eden İ1 göstergesidir. Adaylar İ1 göstergesini 7., 8., 9. ve 10. problemlerde kullanmıştır. Son testte yer alan problemlerde İ1 göstergesini kullanan adayların sekizinci (4 kişiden 4 kişi tam puan), dokuzuncu (1 kişiden 1 kişi tam puan), onuncu (7 kişiden 7'si tam puan) ve yedinci problemlerinde (15 kişiden 15 kişi tam) tam puan almışlardır. Bu durum adayların geneline bakıldığında problemlerde yer alan geometrik şekillerin özelliklerini iyi bildiği ve bu özellikleri problemin çözümünde kullanabildikleri anlamına gelmektedir. İ1 göstergesini iyi düzeyde kullanan adaylardan biri Ö30 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 41'de Ö30 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 7. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 41. Ö30 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 7. probleme verdiği cevap

Ö30 kodlu öğretmen adayının Şekil 41'de verdiği cevap incelendiğinde, adayın üçgenlerin alanları ile kenar uzunlukları arasında bir ilişki bulduğu görülmektedir. Aday, yaptığı bu ilişkilendirme sonucunda problemde kendisinden istenen dörtgenin alanı bulmuştur. Yapılan çözümde üçgenin kenar uzunluğu ile alanı arasında ilişki bulunarak sonuca ilerlendiğinden İ1 göstergesi iyi düzeyde kullanılmıştır. Benzer şekilde Ö2 kodlu öğretmen adayı da aynı problemi farklı bir metotla çözerek İ1 göstergesini kullanmıştır. Şekil 42'de Ö2 kodlu öğretmen adayının 7. probleme verdiği cevap yer almaktadır

.



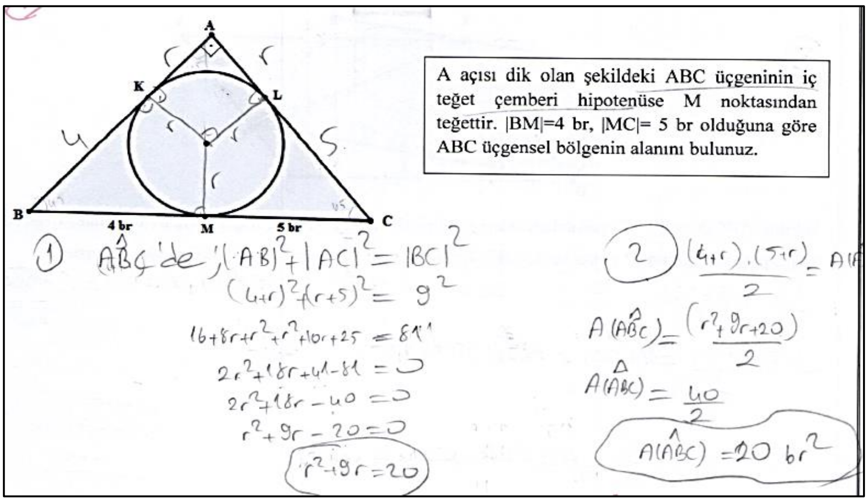

Şekil 42. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testteki 7. probleme verdiği cevap

Şekil 42’de Ö2 kodlu adayın PMNC dörtgeni ile $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni arasındaki ilişkiyi bulmaya çalışırken, diğer üçgenlerin alanlarından yararlandığı görülmektedir. Ancak adayın problemin çözümünde yaşadığı süreci daha iyi anlayabilmek için aday ile mülakat yapılmıştır. Aşağıda Ö2 kodlu adayın mülakatından bir kesit verilmiştir.

*A : Bu problemi nasıl çözdün?*

*Ö2 : Şimdi şöyle düşünebiliriz. Şimdi şurayı [P ile C noktasını] birleştirdim ya. $\overset{\triangle}{PAB}$ üçgeni ile $\overset{\triangle}{PCB}$ üçgenlerinin yükseklikleri ve taban uzunlukları eşit. O yüzden üçgenlerden birinin alanına A dersem, diğerinin de alanı A olur. Diğer $\overset{\triangle}{PAC}$ üçgeninde de aynı şekilde M noktası AC doğru parçasını ortadan bölüyor. Onun yüksekliğini de çizersem [PH’] yine eşit olur. Yani $\overset{\triangle}{PAM}$ üçgeni ile $\overset{\triangle}{PMC}$ üçgenlerinin yükseklikleri ve taban uzunlukları da aynıdır [ S olsun ]. O zaman $A(PMNC) = A + S = \frac{A(ABC)}{2}$ olur.*

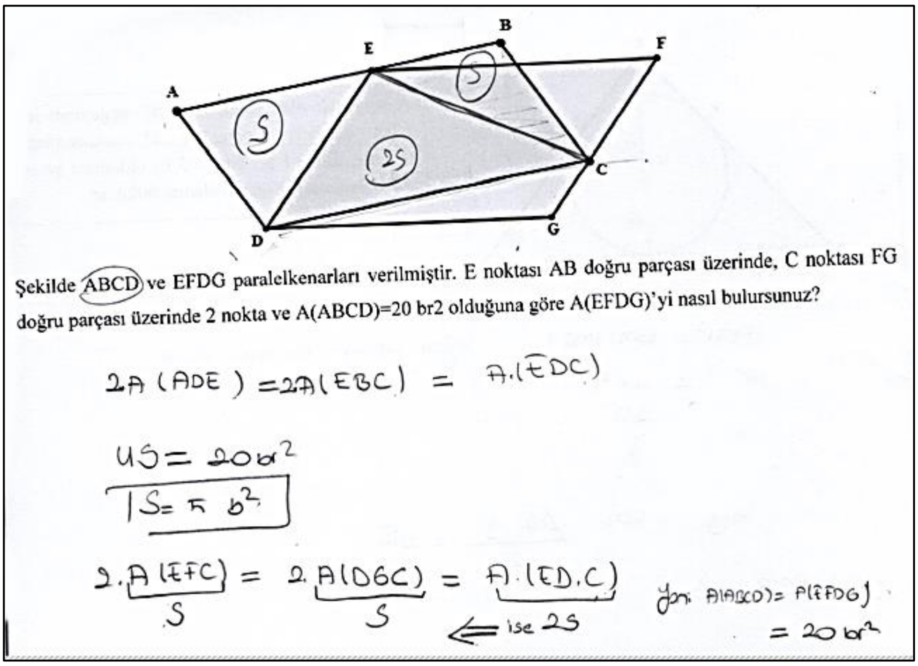
Yukarıdaki mülakatta da görüldüğü üzere Ö2 kodlu öğretmen adayı üçgenin alanı ile kenar uzunluklarından yararlanmıştır. Daha sonra istenilen dörtgenin alanını bulabilmek içinde üçgenlerin alanını kullanmıştır. Bu aşamada Ö2 kodlu aday problemde yer alan geometrik şekillerin yardımıyla şekillerin alan uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyebildiğinden İ1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Benzer bir durum Ö1 kodlu öğretmen adayının Şekil 43’te verildiği gibi 8. Probleme verdiği cevapta da karşılaşılmaktadır.




Şekil 43. Ö1 kodlu öğretmen adayının son testteki 8. probleme verdiği cevap

Ö1 kodlu öğretmen adayının Şekil 43'te ki cevabı incelendiğinde, adayın önce $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde Phytagoras Teoremi'ni uyguladığı daha sonra üçgenin alan formülünde bu bağıntıyı yerine yazdığı görülmektedir. Bu aşamada adayın üçgenin alan formülü ile Phytagoras Teoremi'ni ilişkilendirerek sonuca ulaşması ile İ1 göstergesini iyi düzeyde kullandığı anlaşılmaktadır. Çünkü bazı adaylar Phytagoras bağıntısından sonra elde ettikleri denklemi çözmeye çalışmışlar ve denklemi çözemeyince de problemi bırakmışlardır. İşte bu aşamada üçgenin alanı ile bulunan bu denklemin birlikte çözülmesi sonucu adaylar İ1 göstergesini kullanmış olurlar.

Öğretmen adaylarının geneli 10. problemde İ1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Bu adaylardan biri de Ö9 kodlu öğretmen adayıdır. Ö9 kodlu adayın son testte yer alan 10. probleme verdiği cevap Şekil 44'te verilmiştir.

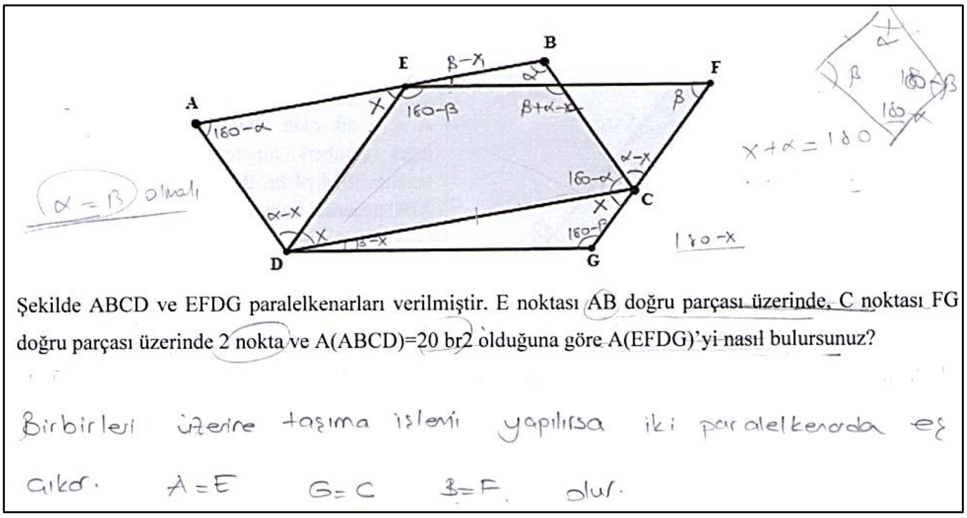



Şekil 44. Ö9 kodlu öğretmen adayının son testteki 10. probleme verdiği cevap

Ö9 kodlu adayın Şekil 44'te verilen cevabı incelendiğinde adayın, paralelkenarın alanını bulurken üçgenlerin alanından yararlandığı görülmektedir. Dolayısıyla problemin çözümünde aday, paralelkenar ile üçgenlerin alanı arasında karşılaştırma yaparak doğru sonuca ulaşmıştır. Bu aşamada İ1 göstergesi iyi düzeyde kullanılmış olur.

Yukarıda verilen örneklerdeki gibi öğretmen adaylarının geneli İ1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Bu durum adayların genel olarak geometrik şekillerin özelliklerini iyi bildiği ve bu özellikleri kullanarak geometrik şekiller arasında ilişki kurabildiği anlamına gelmektedir.

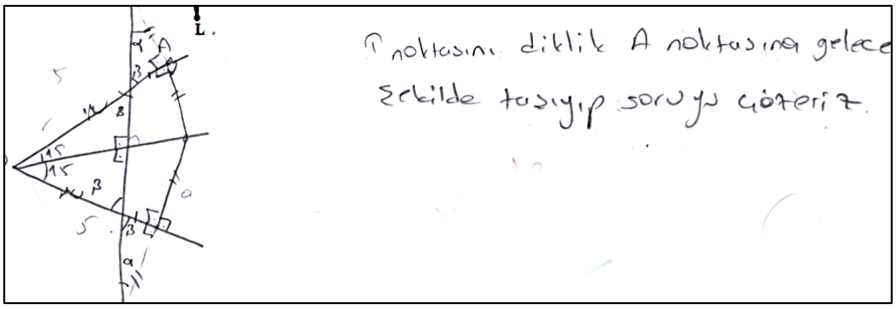
Öğretmen adaylarının son testte yer alan problemler temel alındığında, ilişkilendirme kapsamında en az kullandığı alışkanlık ise “ geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma ” alışkanlığını ifade eden İ3 göstergesidir. Tablo 16’dan da görüldüğü üzere öğretmen adayları İ3 göstergesini birinci, ikinci ve dördüncü problemlerde kullanmıştır. Toplam istatistiklere bakıldığında ise öğretmen adaylarının İ3 göstergesini %5 oranında (4 kez) kullandıkları görülmektedir. Yine Tablo 16’da 9. problemde 2 öğretmen adayının (% 50), 5. problemde 1 öğretmen adayının (% 25) ve 10. problemde 1 öğretmen adayının (% 25) 10. Problemde İ3 göstergesini kullandığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde ise %50’sinin geometrik şekilleri ilişkilendirirken uygun dönüşümlerden yararlanarak doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Bunlardan biri de Ö2 kodlu öğretmen adayının 10. probleme verdiği cevaptır. Şekil 45’te Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 10. probleme yönelik cevabı verilmiştir.




Şekil 45. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testteki 10. probleme verdiği cevap

Ö2 kodlu öğretmen adayı Şekil 45’te yer alan 10. probleme verdiği cevapta paralelkenarların içerisine yerleştirdiği açılar sonucunda α=β bulduğu görülmektedir. Bunun sonucunda paralelkenarları eş olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adayı bu durumu; *“şimdi üçgenin yüksekliği ile paralelkenarın yüksekliği aynı olduğu için üçgenin alanı her iki paralelkenarın alanının da yarısına eşit olur”* şeklinde ifade etmiştir. Daha sonra aday, eşlikten yararlanarak paralelkenarları birbiri üzerine taşıdığını ifade etmiştir. Burada taşıma işlemi ile ilişkilendirme yapıldığından adayın cevabı İ3 göstergesinin iyi düzeyindedir.

Bazı adaylar ise geometrik şekiller arasındaki dönüşümü yapar ancak yapılan bu dönüşümün sebebini açıklayamaz. Bu duruma örnek cevaplardan biri Ö16 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevaptır. Şekil 46’da Ö16 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 46. Ö16 kodlu öğretmen adayının son testteki 9. probleme verdiği cevap

Ö16 kodlu öğretmen adayının Şekil 46’da verdiği cevap incelendiğinde adayın problemin çözümünde bir dönüşüm uygulayacağını ifade ettiği görülmektedir. Ancak aday bu dönüşümün sebebini ve çözümde nasıl kullanacağını açıkça ifade etmemiştir. Bu yüzden yapılan bu çözüm İ3 göstergesini tam olarak tamamlayamadığını göstermektedir.

İlişkilendirme alışkanlığının göstergelerinden bir diğeri de “*geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*yı” ifade eden İ2 göstergesidir. Öğretmen adaylarının verdiği cevaplara bakıldığında, adayların her ne kadar İ2 göstergesini kullanmaya çalışsa da, verdiği cevaplarda bu alışkanlığa rastlanmamıştır.

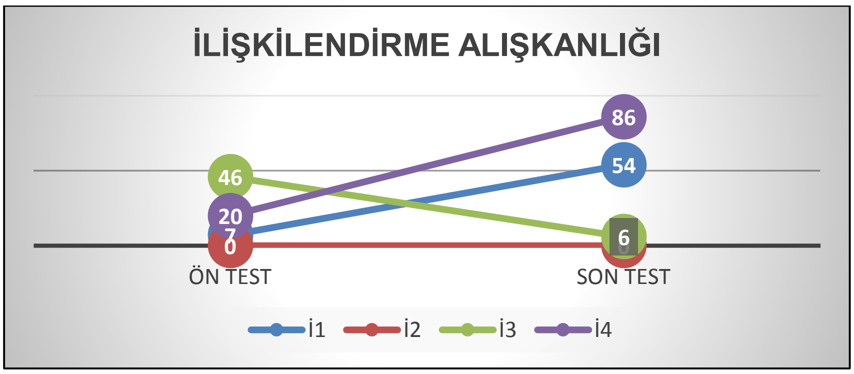
Sonuç olarak öğretmen adaylarının uygulama sonrasında sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amacıyla 10 açık uçlu problemden oluşan bir son test uygulanmıştır. İlişkilendirme alışkanlığı kapsamında adayların *“Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme (İ1), Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma (İ2), Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma (İ3), İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma (İ4)”* alışkanlıklarına ait bulgular yukarıda yer verilmiştir. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının en çok kullandıkları göstergelerin sırasıyla İ4, İ1, İ3 olduğu görülmektedir. Yukarıda verilen örnekler arasında da yer alan 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu adayların verdiği cevaplara göre kullandığı ilişkilendirme alışkanlığı Tablo 17’de verilmiştir.

Tablo 17. Öğretmen Adaylarının Son Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | İ1 | İ2 | İ3 | İ4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 7S-2P | | 10S-2P | 5S-2P, 6S-2P |
| Ö4 | 7S-2P | | | 5S-2P |
| Ö11 | | | | |
| Ö16 | 7S-2P | | 9S-1P | 5S-2P |
| Ö23 | | | | 5S-2P, 6S-1P |
| Ö34 | | | | 6S-1P |

S: Ön testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

Tablo 17 incelendiğinde klinik mülakatların yürütüldüğü Ö2, Ö4, Ö11, Ö16, Ö23 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özelliklerine yönelik sınıflandırmalar yapma alışkanlığının göstergesi olan İ2'yi kullanamadıkları görülmektedir. Bu durum adayların bu alışkanlıkları içeren problemleri boş bırakması ya da problemde yer alan geometrik şekiller arasında ilişkiyi analiz edememesinden kaynaklanabilmektedir. Yine Tablo 17'de Ö2, Ö4 ve Ö16 kodlu öğretmen adayları "bir problemde yer alan geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme" alışkanlığının göstergesi İ1'i tam puanla (2 puan) kullandığı görülmektedir. Yine Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adayları "geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma" alışkanlığının göstergesi olan İ3'ü kullandıkları görülmektedir. Son olarak Ö2, Ö4, Ö16, Ö23 ve Ö34 kodlu öğretmen adayları "iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek doğru sonuca ulaşma" alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü kullanmıştır. Bütün bunlar son testte adayların artık geometrik şekillerin özelliklerini daha iyi kavradığını, bu özellikleri kullanarak şekiller arasında ilişkilendirme yapabildiklerini göstermektedir. Yine adayların son testte verdiği cevaplar temel alındığında geometrik şekiller arasında uygun dönüşümler yapabildiği ve benzerlik kurabildiği görülmüştür.




Şekil 47. İlişkilendirme alışkanlığının göstergelerinin ön test ve son testte kullanılma puanları

Sonuç olarak her bir öğretmen adaylarının ön test ve son testte yer alan problemlerde ilişkilendirme alışkanlıklarından aldığı toplam puanlar Şekil 47'de verilmiştir. Şekil 47'de öğretmen adayları İ1 alışkanlığından ön testte yer alan problemlerde toplam 7 puan alırken son testte yer alan problemlerde toplam 54 puan aldığı görülmektedir. Benzer şekilde İ4 alışkanlığından ön testte yer alan problemlerde toplam 20 puan almışken son testte yer alan problemlerde toplam 86 puan almıştır. Bir diğer ifadeyle geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problem çözmeye dayalı öğrenme ortamı sonucunda "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" göstergesini yansıtan İ1 alışkanlığı ile "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" göstergesini yansıtan İ4 alışkanlıklarından son testte daha yüksek puan alındığı söylenebilir. Bu durum adayların öğrenme ortamı sonucunda İ1 e İ4 alışkanlıklarını daha iyi kullanabildiklerini gösterebilmektedir. Yine Şekil 47'de öğretmen adaylarının "Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma" göstergesini yansıtan İ3 alışkanlığını ön testte toplam 46 puan alırken son testte toplam 6 puan aldıkları görülmektedir. Bu durum ise öğretmen adaylarının öğrenme ortamı sonucunda İ3 alışkanlığını yeterince kullanamadığı anlamına gelmektedir. Benzer şekilde öğretmen adaylarının "Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma" göstergesini yansıtan İ2 alışkanlığını hem ön testte hem de son testte kullanmadığı görülmektedir. Bunun sebebi ise adaylara sorulan problemlerin yapısından kaynaklanabilir. Öğretmen adaylarının ön testte ve son testte kullandıkları ilişkilendirme alışkanlıklarının göstergeleri düzeyine Tablo 18'da yer verilmiştir.

Tablo 18. Öğretmen Adaylarının Ön Testte ve Son Testteki Problemlere Verdiği Cevaplarda Kullanılan İlişkilendirme Alışkanlığının Göstergeleri

| | İ1 | | İ2 | | İ3 | | İ4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P |
| Ön Test | 7 | 0 | 0 | 0 | 8 | 38 | 12 | 8 |
| Son Test | 0 | 54 | 0 | 0 | 2 | 4 | 12 | 74 |

Tablo 18 incelendiğinde öğretmen adaylarının *"Problemlerde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" göstergesini yansıtan İ1 alışkanlığında ön testteki problemlerde düşük düzeyde (1 puan) toplam 7 puan alırken son testte yüksek düzeyde (2 puan) toplam 54 puan aldığı görülmektedir. Bu durum adayların İ1 alışkanlığını öğrenme ortamından önce "geometrik şekiller arasında bir ilişki bulur ancak bulduğu ilişkinin sebebini açıklayamaz" düzeyinde kullanırken, öğrenme ortamından sonra İ1 alışkanlığını "geometrik şekillerin özelliklerini kullanarak alan, çevre, uzunluklar arasında karşılaştırma yapar" seviyesinde kullandığı anlamına gelmektedir. Benzer şekilde adayların "İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma" göstergesini yansıtan İ4 alışkanlığında ön testteki problemlerde yüksek düzeyde (2 puan) toplam 8 puan alırken son testte yüksek düzeyde (2 puan) toplam 74 puan aldığı görülmektedir. Bu durum da adayların İ4 alışkanlığını öğrenme ortamından önce "Geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurar ancak benzerlik oranlarını doğru yazamaz" düzeyinde kullanırken, öğrenme ortamından sonra İ4 alışkanlığını "İki veya daha fazla geometrik şekli birbiri ile oranlayarak, sonuca dair orantısal akıl yürütme becerisini kullanır" seviyesinde kullandığı anlamına gelmektedir. "Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma" göstergesini yansıtan İ3 alışkanlığında ise adayların ön testteki problemlerde yüksek düzeyde (2 puan) toplam 38 puan alırken son testteki problemlerde yüksek düzeyde (2 puan) toplam 4 puan aldıkları görülmektedir. Bu durum da öğretmen adaylarının son testte daha çok geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken doğru dönüşüm yaptığı ancak bu dönüşümün sebebini açıklayamadığından dolayı yanlış sonuca ulaştığı anlamına gelmektedir. Son olarak adaylar "şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma" göstergesini yansıtan İ2 alışkanlığını hem ön testte hem de son testte kullanmamıştır.

### 4. 1. 2. Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik hazırlanan öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı üzerinde nasıl bir rol oynadığına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına yönelik problemlerde verdiği cevaplara ilişkin betimsel istatistiklere ve öğretmen adayları ile yapılan klinik mülakatlara yer verilmiştir.

#### 4. 1. 2. 1. Uygulama Öncesinde Öğretmen Adaylarının Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlıklarına Yönelik Elde Edilen Bulgular

Uygulamalar öncesinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan ön test soruları sorulmuştur. Bu bölümde ön teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 19'da öğretmen adaylarına uygulanan bu testte özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını oluşturan ÖG1, ÖG2, ÖG3 göstergeleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 19. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Yer Alan Problemlerin Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Boyutuna Yönelik Analizi

| | *5. Problem* | | | | *10. Problem* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | *Puan* | | | | *Puan* | | *Toplam* | |
| | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* |
| *ÖG1* | 7 | 28 | 3 | 4 | 8 | 32 | 8 | 0 | 15 | 60 |
| *ÖG2* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *ÖG3* | 10 | 40 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 40 |

ÖG1: Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama
ÖG2: Doğru olduğu bilinen bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama
ÖG3: Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme

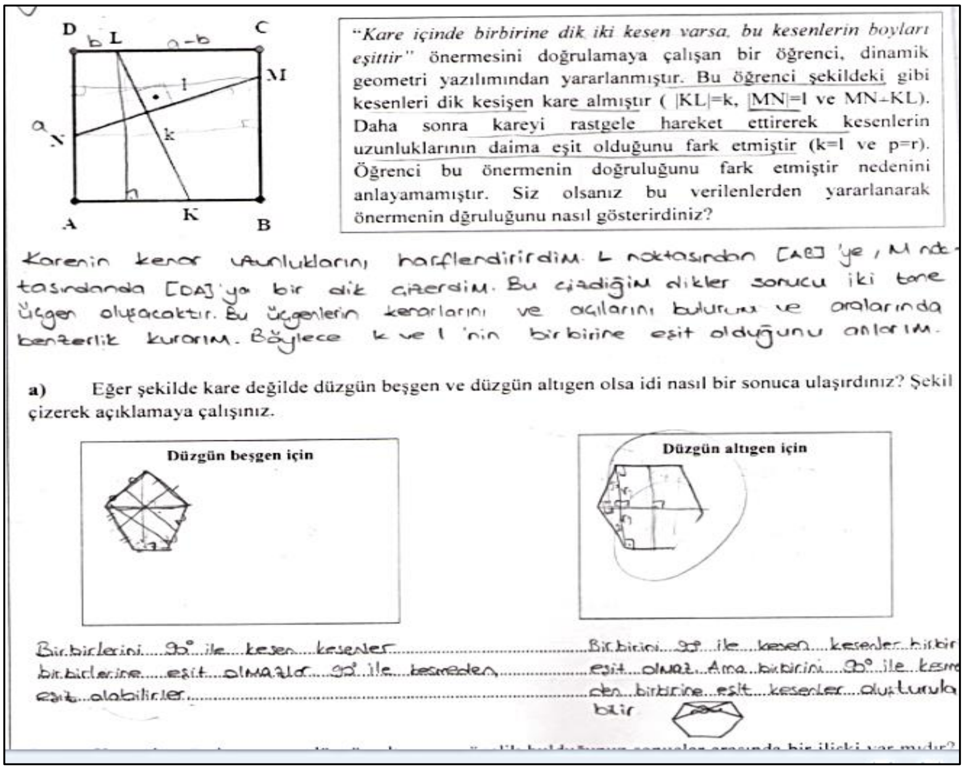
Öğretmen adaylarının ön testte yer alan diğer problemlere yönelik cevaplarında özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına rastlanmadığı için Tablo 19'da adayların cevapladığı beşinci ve onuncu problemlere yer verilmiştir. Tablo 19 incelendiğinde öğretmen adaylarının % 40 oranında (10 kez) "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığını ifade eden ÖG3 göstergesini kullandığı görülmektedir. Öğretmen adayları sadece 5. problemde ÖG3 göstergesini kullanmıştır. Bunun sebeplerinden biri ön testte yer alan problemlerin hepsinin özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını kullanmaya yönelik olmamasıdır. Ayrıca ÖG3 göstergesini kullanan 6 öğretmen adayının (10 kişiden) ÖG3 göstergesinden yarım puan alması (1 puan) genel olarak adayların tek bir durumun geçerliği üzerinden problemin cevabına ulaştığı anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de *"Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığını ifade eden ÖG1 göstergesidir. Adaylar Tablo 19'dan da görüldüğü üzere ÖG1 göstergesini 5. problemde %28 (7 kez) oranında kullanmışlar, 10. problemde ise %32 (8 kez) oranında kullanmışlardır. 10. problemde 8 öğretmen adayının (8 kişiden) yarım puan alması (1 puan) adayların genelinin problemin özel bir durumunun doğruluğunu kabul ettiği ancak bunun sebebini mantıksal olarak açıklayamadığı anlamına gelmektedir.

Son olarak Tablo 19'dan da anlaşılacağı gibi adayların ön testte yer alan problemlere verdiği cevaplarda *"Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*" alışkanlığını ifade eden ÖG2 göstergesini kullanmadıkları görülmektedir. Burada öğretmen adayları her ne kadar özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını kullanmak istese de, verilen problemlerde doğruluğunu kabul ettiği özel bir durumu genele uyarlamada sıkıntı yaşadıkları anlamına gelmektedir. Dolayısıyla adayların verdiği cevaplarda ÖG2 göstergesine rastlanmamıştır.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmen adayları en çok kullandığı alışkanlıklardan biri "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme"* alışkanlığını ifade eden ÖG3 göstergesidir. Ancak öğretmen adaylarının %40'ı (10 kişiden 4'ü tam puan almıştır) ÖG3 göstergesini mantıksal gerekçelere dayanarak eksiksiz bir şekilde kullanmıştır. Bu duruma örnek Ö2 kodlu öğretmen adayının 5. probleme yönelik cevabı verilebilir. Ö2 kodlu öğretmen adayı da problemi çözerken olası diğer durumları göz önünde bulundurmuştur. Adayın cevabı Şekil 48'de verilmiştir.

Şekil 49'da Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın öncelikle kare üzerinde daha sonra düzgün beşgen ve düzgün altıgen üzerinde istenen özelliği kontrol ettiği görülmektedir. Ayrıca Ö2 kodlu aday yaptığı bu açıklamaları matematiksel gerekçelere dayandırarak açıklayabilmiştir. Dolayısıyla Ö2 kodlu adayın yaptığı bu çözümde olası bütün durumları düşünerek genel yargıya varabildiğinden ÖG3 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Bu duruma benzer bir örnekte Ö23 kodlu öğretmen adayının 5. Problemin ilk kısmına verdiği cevapta rastlanmaktadır. Adayın verdiği cevap Şekil 49'da yer almaktadır.



"*Kare içinde birbirine dik iki kesen varsa, bu kesenlerin boyları eşittir*" önermesini doğrulamaya çalışan bir öğrenci, dinamik geometri yazılımından yararlanmıştır. Bu öğrenci şekildeki gibi kesenleri dik kesişen kare almıştır ( |KL|=k, |MN|=l ve MN⊥KL). Daha sonra kareyi rastgele hareket ettirerek kesenlerin uzunluklarının daima eşit olduğunu fark etmiştir (k=l ve p=r). Öğrenci bu önermenin doğruluğunu fark etmiştir nedenini anlayamamıştır. Siz olsanız bu verilenlerden yararlanarak önermenin dğruluğunu nasıl gösterirdiniz?

Karenin kenar uzunluklarını harflendirirdim. L noktasından [AB] 'ye, M noktasındanda [DA]'ya bir dik çizerdim. Bu çizdiğim dikler sonucu iki tane üçgen oluşacaktır. Bu üçgenlerin kenarlarını ve açılarını bulurum ve aralarında benzerlik kurarım. Böylece k ve l 'nin birbirine eşit olduğunu anlarım.

**a)** Eğer şekilde kare değilde düzgün beşgen ve düzgün altıgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

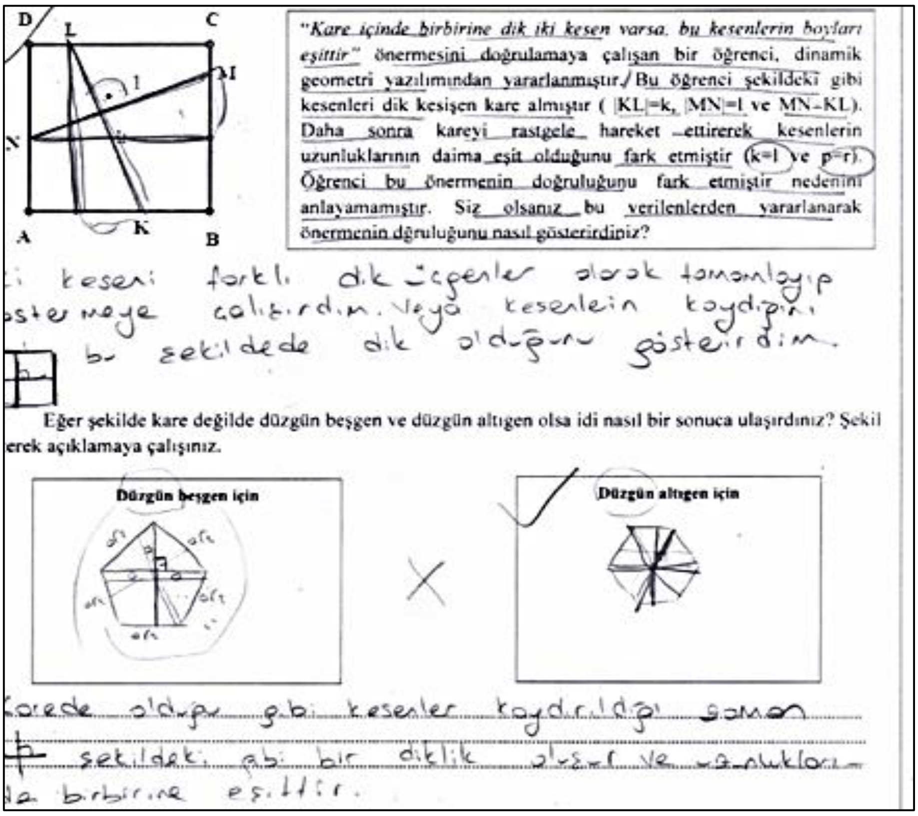
**Düzgün beşgen için**

Birbirlerini 90° ile kesen kesenler birbirlerine eşit olmazlar. 90° ile kesmeden eşit olabilirler.

**Düzgün altıgen için**

Birbirini 90° ile kesen kesenler birbir eşit olmaz. Ama birbirini 90° ile kesmeden birbirine eşit kesenler oluşturula bilir

Şekil 48. Ö2 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. problemin ilk kısmına yönelik cevabı




Şekil 49. Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Şekil 49'da da görüldüğü gibi Ö23 kodlu öğretmen adayı verilen problemin farklı durumlarını göz önünde bulundurmuştur. Aday, düzgün beşgen ve düzgün altıgen üzerinde verilen ifadenin farklı durumlarda doğruluğunun geçerli olup olmayacağına bakmıştır. Bu aşamada adayın problem çözme sürecini daha iyi anlamak için klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

A : *Problemin çözümünde ne yaptın? Açıklar mısın?*

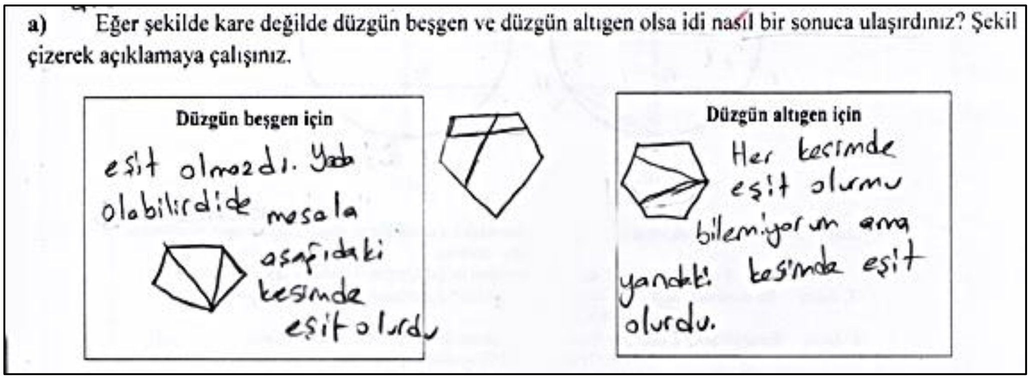
Ö23 : *Aynı şeyi düzgün beşgende ve düzgün altıgende denedim. Bunlarda geçen dikmelerin uzunlukları birbirine eşit diyemeyeceğim. Mesela altıgende uzunlukların birbirine eşitliği bariz bir şekilde belli. Ama düzgün beşgende her seferinde farklı dikler oluşabilir. Ama beşgene anlam veremedim bu dik kesenler eşit olamaz. Ama düzgün çokgenlerin karşılıklı kesenlerinin birbirini dik kestiğini ve bu kesen doğru parçaların birbirine eşit olduğunu görürüz. Ama beşgende eş üçgenlere ayırdım ama çıkmadı.*

A : *Peki beşgen için gösteremediysen sence genelleme yapabilir misin?*

Ö23 : *Evet düzgün beşgende bu özellik sağlanmadı ancak kare ve düzgün altıgende sağladı. Bunu söyleyebilirim.*

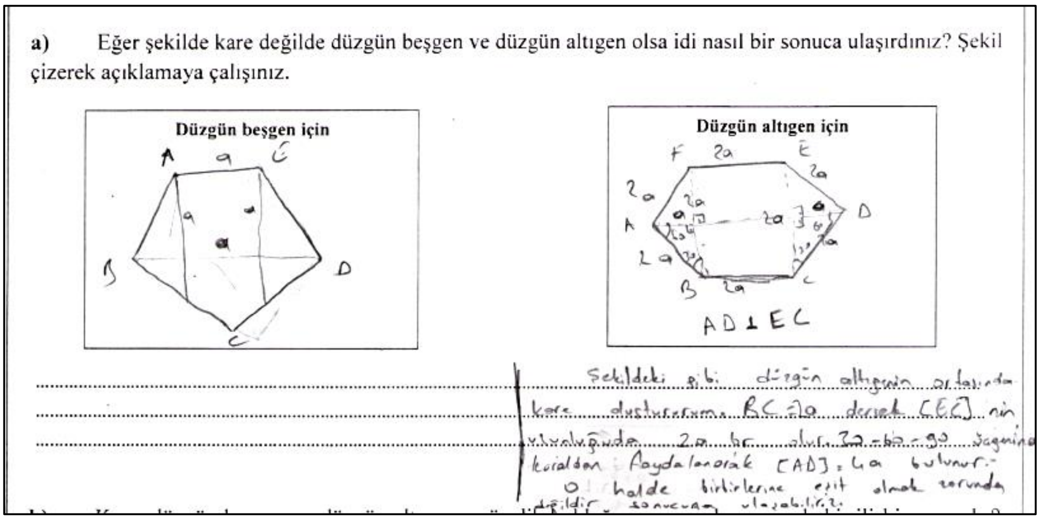
Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi Ö23 kodlu öğretmen adayı düzgün altıgen ve kare için istenilen özelliğin sağlandığı ancak düzgün beşgende sağlanamadığı sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuca ulaşırken adayın verilen şartları değiştirmeden kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen gibi farklı şekillerdeki farklı durumları göz önünde bulundurarak genel bir çıkarım yapabilmesi, adayın ÖG3 göstergesini iyi düzeyde kullandığını göstermektedir.

Bazı öğretmen adayları yukarıdaki örnekte verildiği gibi ÖG3 göstergesini iyi düzeyde kullanmak istemesine rağmen, farklı durumları göz önünde bulundururken gerekli mantıksal gerekçelendirmeleri yapamamaktadır. Bazı adaylar da verilen problemde tek bir durumun geçerliğini kontrol edip, olası bütün durumları gözden kaçırmaktadır. Her iki durumda da adayların problemlere verdiği cevaplar sonucunda ÖG3 göstergesini düşük düzeyde kullandıkları görülmektedir. Buna örnek gösterileceklerden biri de Ö25 kodlu adaydır. Şekil 50'de Ö25 kodlu öğretmen adayının 5. probleme verdiği cevabın ilk kısmı yer almaktadır.




Şekil 50. Ö25 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Şekil 50'de görüldüğü üzere Ö25 kodlu öğretmen adayı problemin farklı durumlarını göz önünde bulundurmuştur. Ancak aday, düzgün beşgen ve düzgün altıgen için sadece bir tane özel duruma göre hareket etmiştir. Yani adayın düzgün beşgen için *"Eşit olabilirdi, aşağıdaki örnekteki gibi*" ifadesi düzgün beşgenin sadece bir durumunun doğruluğundan yola çıktığını göstermektedir. Benzer şekilde düzgün altıgen için *"her kesimde eşit olur mu bilemiyorum ama yandaki kesimde eşit olurdu"* şeklindeki ifadesi, adayın düzgün altıgenin yalnızca bir durumunu incelediğini göstermektedir. Sonuç olarak Ö25 kodlu öğretmen adayının yaptığı bu çözümde adayın tek bir çözümün geçerliğini kontrol etmesi, olası bütün durumları göz önünde bulundurmamasından dolayı yapılan bu çözüm ÖG3 göstergesinin düşük düzeyinde yer almaktadır. Benzer şekilde Ö11 kodlu öğretmen adayı 5. problemde farklı durumları göz önünde bulundururken mantıksal gerekçelendirmede hata yapmıştır. Ö11 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap Şekil 51’de verilmiştir.




Şekil 51. Ö11 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Şekil 51’de Ö11 kodlu öğretmen adayının 5. problemde düzgün beşgen için çözüm yapmadığı ama düzgün altıgen için bazı işlemler yaptığı görülmektedir. Adayın yaptığı işlemleri daha iyi analiz edebilmek için, aday ile yürütülen klinik mülakattan bir kesit aşağıda yer almaktadır.

*A : Peki düzgün beşgen için ne düşünüyorsun?*

*Ö11 : Hocam düzgün beşgeni tam bilmiyorum da. Şimdi beşgen üzerinden ilk önce kare oluşturmaya çalıştım. Ama hocam $90^0$ leri çizemedim tam. Altıgende de eşit bulmadım. Yani eşit olmak zorunda değildir.*

*A : Neden peki?*

*Ö11 : İlk önce dikdörtgen şeklini çizip altıgenin iç açısının ölçülerini yazdım. Daha sonra $30^0$-$60^0$-$90^0$ üçgeninden kenar uzunluklarını $a, 2a$ $ve$ $a\sqrt{3}$ olarak buldum. Oradan |AD|=a+2a+a=4a buldum. |FB|= $2a\sqrt{3}$ olduğundan altıgen için eşit olmadığını buldum.*

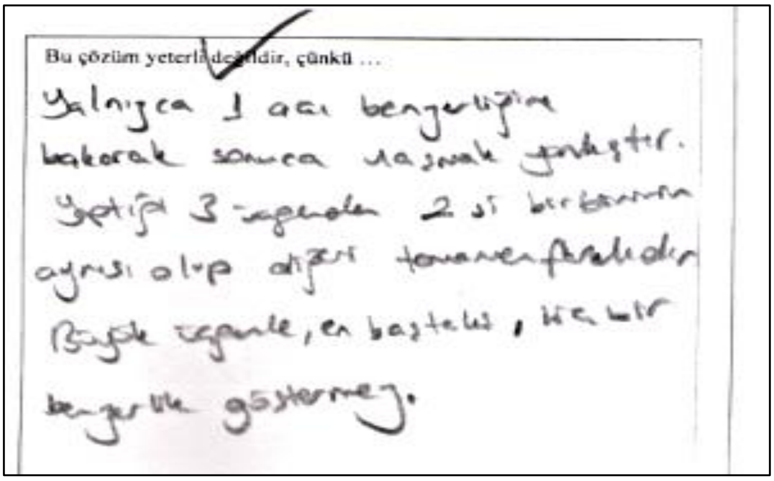
*A : Güzel. O zaman bir genelleme yapabilir misin?*

*Ö11 : Hocam beşgeni çizebilseydim belki bir şey bulabilirdim de beşgeni tam yapamadığım için tam olarak bir şey diyemedim.*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi Ö11 kodlu öğretmen adayı düzgün altıgen için istenilen özelliğin sağlanmadığını mantıksal gerekçelerle açıklayabilmiştir. Ancak düzgün beşgen için bu durumun sağlanıp sağlanamayacağı hakkında yorum yapmamıştır. Dolayısıyla adayın problemin genelinde verdiği cevap temel alındığında adayın kare ve düzgün altıgen için istenilen özelliği açıklayabildiğinden ÖG3 göstergesini kullandığı ancak düzgün beşgen için mantıksal gerekçelendirme yapamadığından bu göstergeyi düşük düzeyde kullanmıştır.

Yukarıda verilen örnekler sonucunda Tablo 19'dan da görüldüğü üzere öğretmen adayları özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının en çok ÖG3 göstergesini kullanmışlardır. ÖG3 göstergesini kullanan bazı adaylar verilen problemde tek bir durumun geçerliğini kontrol edip olası bütün durumları göz ardı etmiştir. Bazıları ise olası bütün durumları incelemiş ancak hepsini mantıksal gerekçelerle açıklayamamıştır. Bu durumdaki adaylar (%60), çalışmada ÖG3 göstergesini düşük düzeyde kullanmıştır şeklinde ifade edilmiştir. Bunun aksine bazı adaylar da (%40) verilen problemlerde olası bütün durumları göz önünde bulundurarak genel bir yargıya varmıştır. Ve bütün durumları da mantıksal gerekçelerle ifade edebilmiştir.

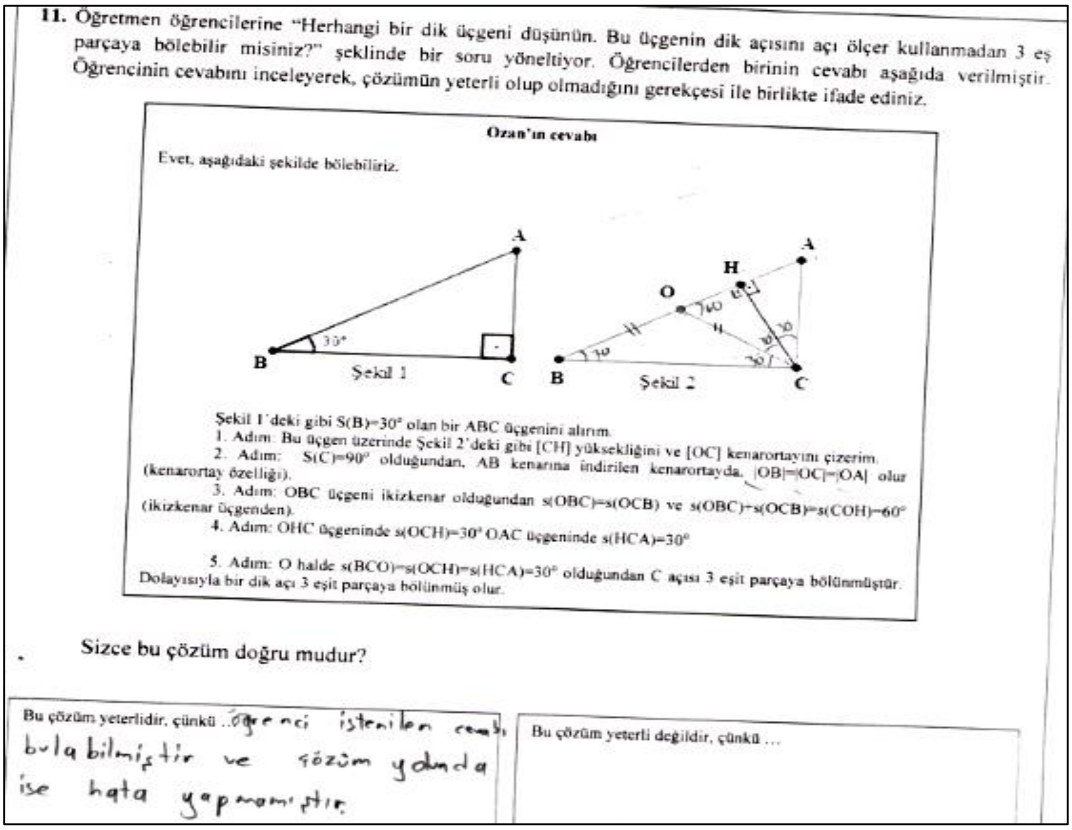
Tablo 19'dan da görüldüğü üzere öğretmen adaylarının en çok kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarından bir diğeri de *"Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığını ifade eden ÖG1 göstergesidir. Öğretmen adaylarının %100'ü 10. problemlerde ÖG1 göstergesini kullanmıştır. Adayların 10. Probleme verdiği cevap incelendiğinde ise 8 öğretmen adayının da (8 kişiden) düşük puan (1 puan) aldığı görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının genelinin problemde verilen özel bir durumun doğruluğunu kabul ettiği ancak bunun sebebini matematiksel olarak açıklayamadığı anlamına gelmektedir. Bu örneklerden birisi de Ö4 kodlu öğretmen adayının 10. probleme verdiği cevaptır. Şekil 52'de Ö7 kodlu öğretmen adayının son testteki 10. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 52. Ö7 kodlu öğretmen adayının son testteki 10. probleme verdiği cevap

Ö7 kodlu öğretmen adayının Şekil 52'de verilen cevabı incelendiğinde adayın özel bir durumun doğruluğunu göstermenin istenen ifadeyi açıklamada yetersiz olduğunu ifade etmiştir. Ö7 kodlu aday verilen özel bir durumun doğruluğunu kabul etmiştir ancak bunu matematiksel olarak ifade edememiştir. Bu yüzden adayın verdiği bu cevap ÖG1 göstergesinden 1 puan almıştır.

Yukarıda verilen örnek dışında bazı adaylar verilen özel bir durumun doğruluğunu istenen genel ifadeleri açıklamada yeterli olduğunu düşünmüştür. Bunlardan biri de Ö4 kodlu öğretmen adayının 10. problemde verdiği cevapta yer almaktadır.


**11.** Öğretmen öğrencilerine "Herhangi bir dik üçgeni düşünün. Bu üçgenin dik açısını açı ölçer kullanmadan 3 eş parçaya bölebilir misiniz?" şeklinde bir soru yöneltiyor. Öğrencilerden birinin cevabı aşağıda verilmiştir. Öğrencinin cevabını inceleyerek, çözümün yeterli olup olmadığını gerekçesi ile birlikte ifade ediniz.

**Ozan'ın cevabı**

Evet, aşağıdaki şekilde bölebiliriz.



Şekil 1'deki gibi S(B)=30° olan bir ABC üçgenini alırım.

1. Adım: Bu üçgen üzerinde Şekil 2'deki gibi [CH] yüksekliğini ve [OC] kenarortayını çizerim.

2. Adım: S(C)=90° olduğundan, AB kenarına indirilen kenarortayda, |OB|=|OC|=|OA| olur (kenarortay özelliği).

3. Adım: OBC üçgeni ikizkenar olduğundan s(OBC)=s(OCB) ve s(OBC)+s(OCB)=s(COH)=60° (ikizkenar üçgenden).

4. Adım: OHC üçgeninde s(OCH)=30° OAC üçgeninde s(HCA)=30°

5. Adım: O halde s(BCO)=s(OCH)=s(HCA)=30° olduğundan C açısı 3 eşit parçaya bölünmüştür. Dolayısıyla bir dik açı 3 eşit parçaya bölünmüş olur.

**Sizce bu çözüm doğru mudur?**

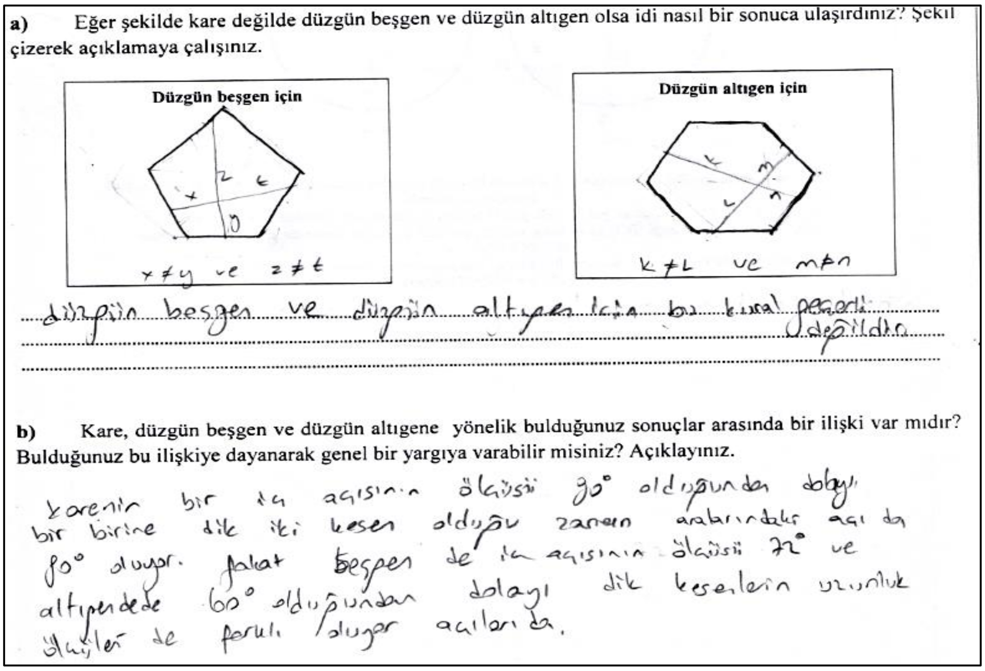
Bu çözüm yeterlidir, çünkü ..öğrenci istenilen cevabı bulabilmiştir ve çözüm yolunda ise hata yapmamıştır

Bu çözüm yeterli değildir, çünkü …

Şekil 53. Ö4 kodlu öğretmen adayının son testteki 10. probleme verdiği cevap

Ö4 kodlu öğretmen adayının Şekil 53'te verilen cevabı incelendiğinde adayın, şekilde özel durum için verilen örneğin doğruluğunu kabul ettiği ve buna yönelik bir açıklama yapmadığı görülmektedir. Dolayısıyla adayın verdiği bu cevapta problemde verilen özel bir durumun doğruluğunu kabul ettiği ancak bunun sebebini açıklayamadığından adayın verdiği bu cevap ÖG1 göstergesinin düşük düzeyindedir.

Öğretmen adaylarının özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı kapsamında ÖG1 göstergesini kullandığı problemlerden bir diğeri de 5. Problemdir. Tablo 19'dan da görüldüğü üzere beşinci problemde %28 oranında (7 kez) kullanmıştır ve bu göstergeyi kullanan 4 öğretmen adayı (7 kişiden) ÖG1 göstergesinden tam puan (2 puan) alması öğretmen adaylarının geneline bakıldığında özel bir durumun doğruluğunu göstererek yeni bir kural/örüntü oluşturabildiğini göstermektedir. Ö33 kodlu öğretmen adayının Şekil 54'de yer alan 5. problemin ikinci ve üçüncü kısmında verdiği cevapta ÖG2 alışkanlığı iyi düzeyde kullanılmıştır.


**a)** Eğer şekilde kare değilde düzgün beşgen ve düzgün altıgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

Düzgün beşgen için

x ≠ y ve z ≠ t

Düzgün altıgen için

k ≠ L ve m ≠ n

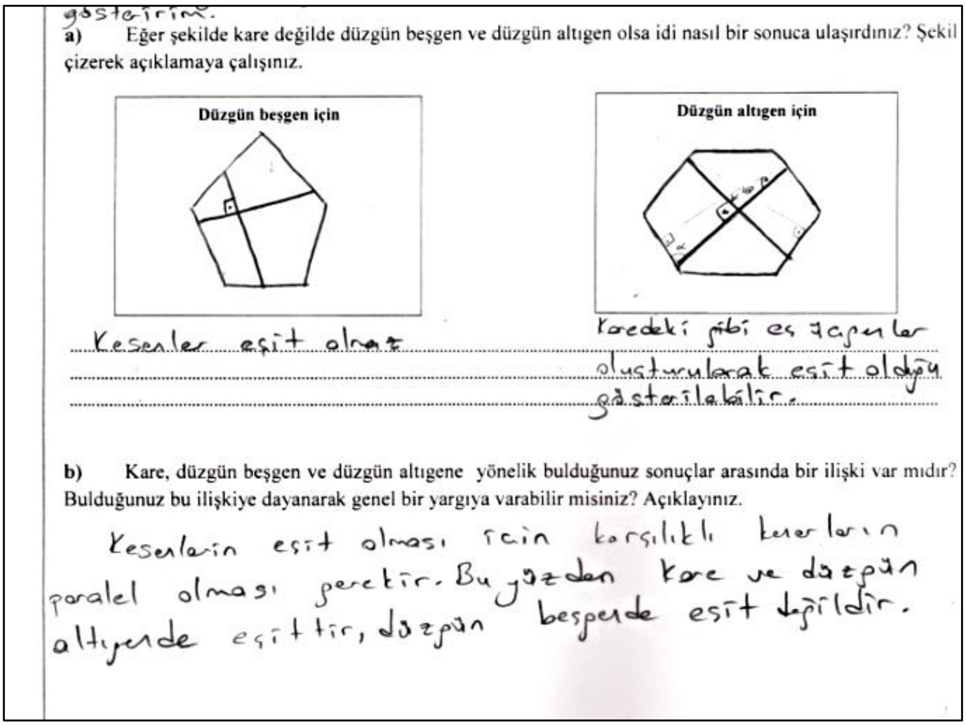
düzgün beşgen ve düzgün altıgen için bu kural geçerli değildir.

**b)** Kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

karenin bir iç açısının ölçüsü 90° olduğundan dolayı bir birine dik iki kesen olduğu zaman aralarındaki açı da 90° oluyor. fakat beşgen de iç açısının ölçüsü 72° ve altıgende de 60° olduğundan dolayı dik keselerin uzunluk ölçüleri de farklı oluyor açıları da.

Şekil 54. Ö33 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. probleme verdiği cevap

Ö33 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 5. probleme verdiği cevap incelendiğinde adayın kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen üzerinde istenilen özelliği incelediği görülmektedir. Aday düzgün beşgen için bu özelliğin sağlanmadığını ifade ederek genel bir yargıya varılamayacağını açıklamıştır. Dolayısıyla bu çözümde Ö25 kodlu öğretmen adayı problemin özel bir durumundan yararlanarak genel bir yargıya varılıp varılamayacağına dair çıkarımda bulunduğundan ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Benzer şekilde Ö12 kodlu öğretmen adayı aynı problemde ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Şekil 55'te Ö12 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. probleme verdiği cevap yer almaktadır.


gösteririm.

a) Eğer şekilde kare değilde düzgün beşgen ve düzgün altıgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

Düzgün beşgen için

Düzgün altıgen için

Kesenler eşit olmaz

Karedeki gibi eş yapılar oluşturularak eşit olduğu gösterilebilir.

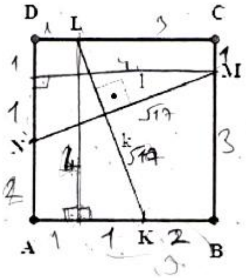
b) Kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

Kesenlerin eşit olması için karşılıklı kenarların paralel olması gerekir. Bu yüzden kare ve düzgün altıgende eşittir, düzgün beşgende eşit değildir.

Şekil 55. Ö12 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. probleme verdiği cevap

Ö12 kodlu öğretmen adayının düzgün beşgen ve düzgün altıgen üzerinde işlem yapmıştır. Şekil 55’te adayın yaptığı çözümde düzgün beşgende kesenlerin eşit olmadığını ifade ettiği bunun sonucunda da *“kesenlerin eşit olması için karşılıklı kenarların paralel olması gerekir. Bu yüzden kare ve düzgün altıgende eşittir, düzgün beşgende eşit değildir*” şeklinde genel bir yargıya vardığı görülmektedir. Sonuç olarak Ö12 kodlu öğretmen adayı bu çözümü ile özel bir durumun doğruluğunu gösterip, yeni genel bir yargıya varabildiğinden ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır.

Yukarıdaki örnekler incelendiğinde öğretmen adaylarının ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullandığı görülmektedir. Ancak bazı adaylar özel bir durumun doğruluğundan yararlanarak genel bir yargıya varmaya çalışırken, problem çözme sürecini matematiksel ifadelerle destekleyememiştir. Bazı adaylarda sadece özel bir durumun doğruluğunu göstermenin genel yargı için geçerli olacağını düşünmüştür. Bu durumu Ö16 kodlu öğretmen adayının 5. probleme verdiği cevap örnek olarak gösterilebilir. Şekil 56’da Ö16 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap yer almaktadır.




"*Kare içinde birbirine dik iki kesen varsa, bu kesenlerin boyları eşittir*" önermesini doğrulamaya çalışan bir öğrenci, dinamik geometri yazılımından yararlanmıştır. Bu öğrenci şekildeki gibi kesenleri dik kesişen kare almıştır ( $|KL|=k$, $|MN|=l$ ve $MN \perp KL$). Daha sonra kareyi rastgele hareket ettirerek kesenlerin uzunluklarının daima eşit olduğunu fark etmiştir ($k=l$ ve $p=r$). Öğrenci bu önermenin doğruluğunu fark etmiştir nedenini anlayamamıştır. Siz olsanız bu verilenlerden yararlanarak önermenin dğruluğunu nasıl gösterirdiniz?

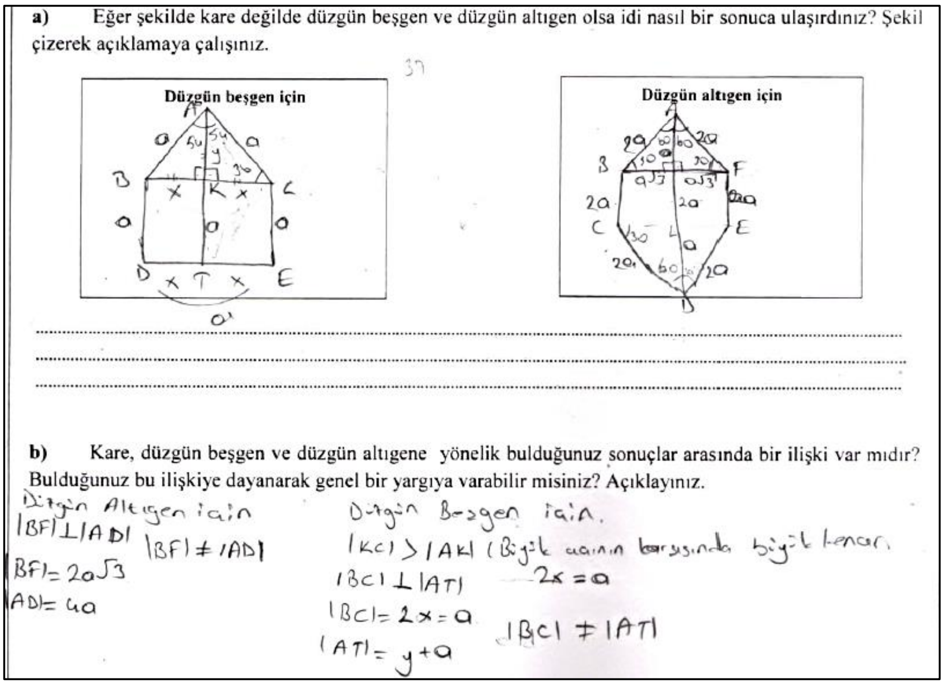
Şekil 56. Ö16 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Ö16 kodlu adayın Şekil 56'da 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap yer almaktadır. Şekil 56'da adayın şekil üzerinde sayılarla değer verdiği görülmektedir ancak adayın yaptığı işlem tam olarak anlaşılmadığından aday ile yapılan mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*A : Önce kare için bu durumu inceleyelim. Böyle bir durumun varlığını gösterebilir misin?*

*Ö16 : Buna sadece örnek vererek bu durumu sağlayıp sağlamadığına bakabilirim. Sanırım bu durum da doğruluğunu göstermeye yetmiyor. Yani birim olarak değerler veririm ona göre yaparım. Yani mesela |DL|=1, |LC|=3 br veririm, sonra dikler çizdim. Sonra Pisagorlardan kesenlerin uzunluklarının eş olduğunu görürüm.*

Yukarıdaki mülakattan da görüldüğü gibi Ö16 kodlu öğretmen adayı kare üzerinden istenen özelliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmiştir. Bu işlemi yaparken karenin bir kenar uzunluğuna rastgele bir değer vermiş ve istenen özelliğin doğruluğunu göstermiştir. Daha sonra ise gösterdiği bu doğruluğun her zaman geçerli olabileceğini ifade etmiştir. Burada aday sadece özel bir durumun doğruluğunu göstererek genele uyarlama yapmıştır. Dolayısıyla problemin bu kısmında aday ÖG1 göstergesini düşük düzeyde göstermiştir. Ö16 kodlu öğretmen adayının aynı problemin devamına yönelik cevabı Şekil 57'de verilmiştir.




Şekil 57. Ö16 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. problemin ikinci kısmına verdiği cevap

Şekil 57'de Ö16 kodlu öğretmen adayının ön testteki 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap incelendiğinde adayın düzgün çokgenler üzerinde işlemler yaptığı ancak genel bir yargıyı tam olarak açıklayamadığı görülmektedir. Adayın yaptığı işlemlerin tam olarak anlaşılması için aşağıda klinik mülakattan bir kesit verilmiştir.

*Ö16 : Beşgen için simetri doğrusunu çizdim, beşgenin açılarının ölçüsünü yazdım. |KC|=x dedim, a>x ( $\overset{\Delta}{AKC}$ üçgeninde Açı-Kenar ilişkisi). O yüzden |KC|>|AC|. AT'nin zaten dik olduğunu buldum. Sonra |BC|=2x olarak değerlendirdim onu da a'ya eşitledim. Çünkü düzgün beşgenin çevresi 5a olacağı için geriye |DE|=a kaldı. Oradan da 2x=a olur. Verilen AT uzunluğunu da zaten |AT|=y+a olarak buldum. Y'nin de x cinsinden değerini yazabilirim bu yüzden kesenler eşit olmaz. Dolayısıyla bu kural düzgün beşgen için geçerli değildir. Altıgende de aynı şekilde dik kesenlerini çizip kenar ve açıları yerleştirdim. Altıgende de bu kural sağlanmadı.*

*A : Peki genelleme yapabilir misin?*

*Ö16 : Evet yapabilirim. Kare için bu özellik doğru iken diğer düzgün çokgenler için geçerli değildir.*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü üzere Ö16 kodlu öğretmen adayı düzgün beşgen ve düzgün altıgenin köşegenlerinden çizdiği kesenler üzerinden sonuca ulaşmıştır. Bu aşamada düzgün altıgen ve düzgün beşgen için istenilen kuralın sağlanmadığını ifade ederek genel bir yargıya varmaya çalışmıştır. Ö16 kodlu öğretmen adayının verdiği bu cevapta ÖG1 göstergesinin düşük düzeyindedir.

Yukarıda verilen örneklerin sonucu olarak öğretmen adaylarının en çok kullandığı *"Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama"* alışkanlığının göstergesi olan ÖG1'i kullanmıştır. Adayların geneline bakıldığında bu göstergeyi iyi düzeyde kullandığı görülmektedir. Bu durum adayları özel bir durumun doğruluğunu göstererek, yeni bir kural/örüntü oluşturabildiği anlamına gelmektedir.

Tablo 19'dan görüldüğü üzere öğretmen adaylarının ön testte yer alan problemlerin cevabında "*Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama."* alışkanlığının göstergesi olan ÖG2'ye rastlanmamıştır. Bunun sebebi adayların verdiği cevapları ÖG3'ü kullanmadan çözmüş olması ya da sorulan problemlerin bu göstergeyi kullanacak nitelikte olmamasından kaynaklanabilir.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amacıyla 10 açık uçlu problemden oluşan bir ön test uygulanmıştır. Özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama (ÖG1), Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama (ÖG2), Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme (ÖG3),* göstergelerine ait bulgulara yer verilmiştir. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının en çok kullandıkları göstergelerin sırasıyla ÖG1 ve ÖG3 olduğu görülmektedir. Ayrıca 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu adayların verdiği cevaplara göre kullandıkları özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı Tablo 20'de verilmiştir.

Tablo 20. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | ÖG1 | ÖG2 | ÖG3 |
|---|---|---|---|
| Ö2 | | | 5S-2P |
| Ö4 | 10S-1P | | 5S-2P |
| Ö11 | 5S-1P | | 5S-1P |
| Ö16 | | | 5S-2P |
| Ö23 | 5S-1P | | 5S-2P |
| Ö34 | | | |

S: Ön testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

Tablo 20 incelendiğinde klinik mülakatların yürütüldüğü Ö2, Ö4, Ö11, Ö16, Ö23 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının *"Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama"* alışkanlığının göstergesi ÖG2'yi kullanmadıkları görülmektedir. Bu durum adayların ÖG2 göstergesini içeren problemleri boş bırakması ya da problemde yer alan geometrik şekiller arasında ilişkiyi doğru analiz edememesinden kaynaklanabilmektedir.

Tablo 20'de Ö11 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları *"Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama"* alışkanlığının göstergesi olan ÖG1'i kullandıkları, Ö4 kodlu öğretmen adayının verilen bir problemin çözümünde özel durumları dikkate alma alışkanlığının göstergesi olan ÖG1'i kullandığı görülmektedir. Ayrıca bu göstergeleri kullanan öğretme adaylarının da Tablo 20'de görüldüğü gibi 1 puan alması, adayların problemin özel bir durumunun doğruluğunu matematiksel olarak ifade edemediği anlamına gelmektedir. Ö2, Ö4, Ö11, Ö16 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının olası tüm durumları düşünerek tahminde bulunma, bu tahminleri kontrol etme buna yönelik uygun şekiller çizme alışkanlığının göstergesi olan ÖG3'ü kullanmışlardır. Adayların çoğu (4 kişi) iyi düzeyde ÖG3 göstergesini kullanmıştır. Bu durum da adayların genelinin olası bütün durumları göz önünde bulundurarak genel bir yargıya varabildiği anlamına gelmektedir.

#### 4. 1. 2. 2. Uygulama Sürecinde Öğretmen Adaylarının Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlıklarına Yönelik Elde Edilen Bulgular

Bu bölümünde uygulamalar süresince dönemin 8. ve 13. haftalarında 6 öğretmen adayı ile yürütülen klinik mülakatların özel durumları düşünme ve genelleme boyutuna ait bulgulara yer verilmiştir. Tablo 21'de öğretmen adaylarına 8. haftada klinik mülakatta yöneltilen 4 tane problemden özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını oluşturan ÖG1, ÖG2, ÖG3 göstergeleri bağlamında verilmiştir.

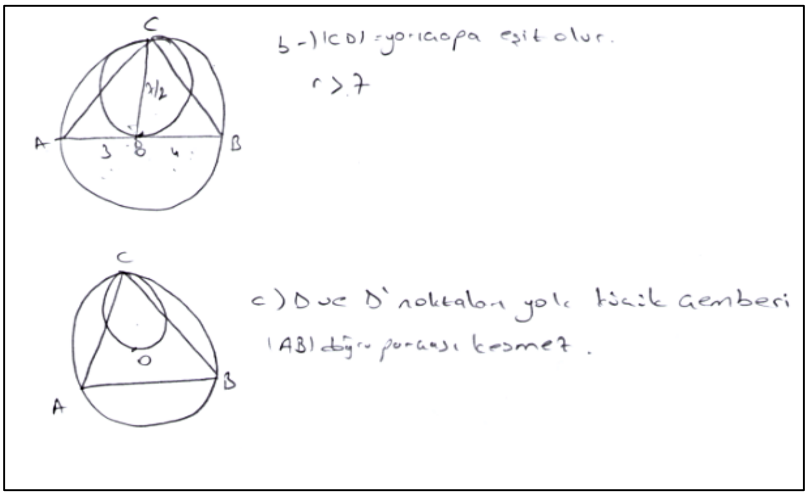
Tablo 21. Öğretmen Adaylarının İkinci Mülakatta Kullandığı İlişkilendirme Alışkanlıkları

| | ÖG1 | ÖG2 | ÖG3 |
|---|---|---|---|
| Ö2 | 3.S | | 4.S |
| Ö4 | | | 4.S |
| Ö11 | | | 4.S |
| Ö16 | | | 4.S |
| Ö23 | 2.S | 2.S | 4.S |
| Ö34 | | | 4.S |

S: Ön testte yer alan problemi, temsil etmektedir (Örneğin 1.S: 1. Soru 1 P)

Tablo 21 incelendiğinde öğretmen adayları ile yürütülen klinik mülakatlarda adayların en çok "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığını yansıtan ÖG3 göstergesini kullandıkları görülmektedir. Bu durum adayların verilen özel bir durumun farklı normlarını da incelediğini ve sonunda genel bir yargıya varmaya çalıştığı anlamına gelmektedir. Yine Tablo 21'e bakıldığında adayların "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığını yansıtan ÖG1 göstergesini Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının, "D*oğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*" alışkanlığını yansıtan ÖG2 göstergesini ise Ö23 kodlu öğretmen adayının kullandığı görülmektedir. Adayların başlangıçtaki durumları dikkate alındığında yine ÖG1 ile ÖG3 göstergelerini kullandıkları görülmektedir. Bu durum adayların uygulama öncesi özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı ile uygulamanın 8. haftasına kadar olan süreçteki alışkanlıkları arasında büyük bir değişim gözlenmemiştir. Ancak ÖG2 göstergesinin kullanılması problemin çözümünde tümdengelimsel bir yaklaşım kullandığı anlamına gelmektedir. Aşağıda öğretmen adaylarının özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığının göstergelerine ait verdiği cevaplar klinik mülakattan alınan kesitler doğrultusunda yansıtılmıştır.

Yukarıda da bahsedildiği gibi öğretmen adaylarının en çok kullandığı alışkanlıklardan biri "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığını yansıtan ÖG3 göstergesidir. Bu bakımdan adayların cevapları incelendiğinde, Ö16 kodlu öğretmen adayının mülakatta yer alan 4. probleme verdiği cevapta ÖG3 göstergesini kullandığı görülmektedir. Şekil 58'de Ö16 kodlu öğretmen adayının cevabı verilmiştir.




Şekil 58. Ö16 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta yer alan 4. probleme verdiği cevap

Ö16 kodlu öğretmen adayının Şekil 58'de verilen cevabı incelendiğinde, adayın verilen problemde C açısının $90^0$, $90^0$'den büyük ve $90^0$'den küçük olma durumunu incelediği görülmektedir. Aday bu durumu incelerken GeoGebra'dan yararlanmış ve cevabını mantıksal gerekçelerle desteklemiştir. Adayın problem çözme sürecindeki düşüncelerini daha iyi analiz edebilmek için aşağıda klinik mülakattan bir kesit verilmiştir.

*Ö16 : $90^0$ için düşündüğümüzde zaten C açısının çapı görmesi gerekir. O zaman AB doğru parçası O noktasından geçer.*

*A : Güzel. Peki, C açısı $90^0$ olunca CD uzunluğu ne olur?*

*Ö16 : D noktası ile O noktası çakışacak zaten. Onu da çap kabul edecek. Yani değişmeyecek, CD uzunluğu CO uzunluğuna eşit olacak.*

*A : Güzel, peki CO uzunluğu neye eşit olacak?*

*Ö16 : Küçük çemberin çapına eşit olacak.*

*A : Yani CD uzunluğunu sayısal bir değer olarak bulabilir miyiz?*

*Ö16 : Evet. Eğer $m(C)=90^0$ olursa AB doğru parçası çap olacak. $|CD|=|CO|$ olacak. CD uzunluğu yarıçap olacak.*

*A : Güzel o zaman sayısal olarak ne diyebilirsin?*

*Ö16 : CD uzunluğu 7'den büyük olacak.*

Yukarıda verilen diyalogda Ö16 kodlu öğretmen adayı gerekçeleriyle birlikte verilen problemde C açısının $90^0$ olduğu durumu göz önünde bulundurduğu görülmektedir. Bu aşamada aday C açısının $90^0$ olduğu durumda istenen CD uzunluğunu nasıl bulacağına dair açıklama yapmaktadır. Dolayısıyla Ö16 kodlu aday olası bir durumu irdelemektedir. Benzer şekilde aşağıdaki diyalogda da C açısının $90^0$ den küçük ve $90^0$ den büyük olma durumunu tartışmıştır.

*Ö16 : $m(C)<90^0$ için, önce C açısı hangi durumda küçük olur bir bakayım. Buraya [B noktasının üzerinde bir noktaya] geldiğinde zaten C açısı büyüyecek o zaman çapın [AB doğru parçasının] aşağısında olması lazım.*

*A : O zaman CD uzunluğunun değeri ne olur?*

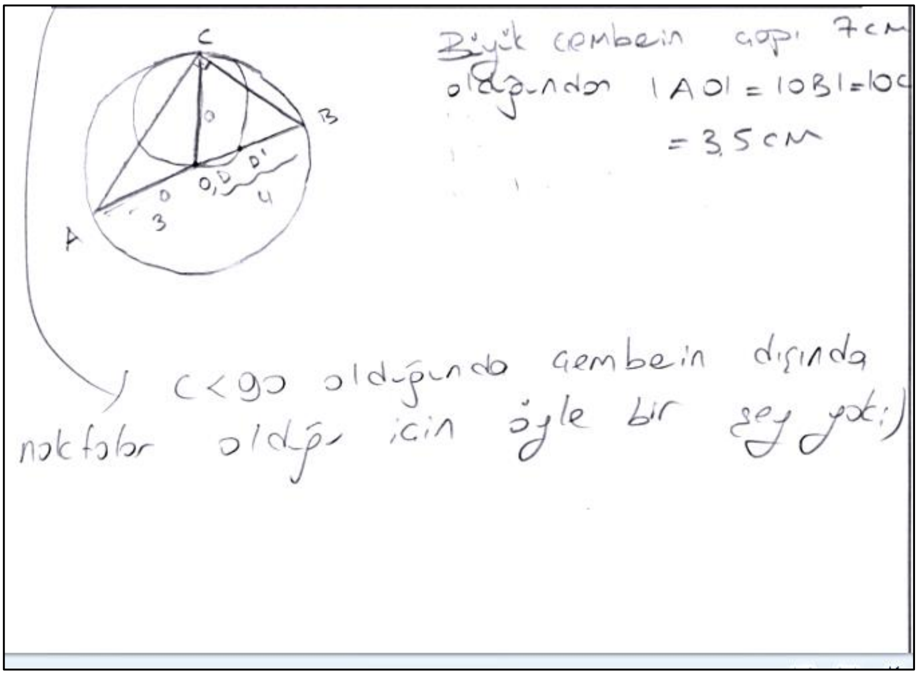
*Ö16 : Şekli çizeyim hocam (kâğıda şekli çizer).*

*Ö16 : Bu sefer çemberimiz burada [küçük çember] ama çemberimizin dışında bir üçgen oluşacak. D ve D' noktaları olmaz çünkü üçgen çemberi kesmez.*

*A : Peki $m(C)>90^0$ olduğu durumu inceleyelim.*

*Ö16 : OC çap tamam. Küçük üçgenden mi yararlanacağım acaba. CDD' üçgen olduğu için yükseklik gibi $90^0$ olur. Şu uzunluk [|AD| ile |D'B|] şu uzunluğa eşit olabilir mi acaba? Sanki öyle duruyor.*

Yukarıdaki diyalogda da Ö16 kodlu öğretmen adayı mantıksal gerekçelerle birlikte C açısının $90^0$ den büyük ve $90^0$ den küçük olma durumuna göre istenen CD uzunluğu üzerinde tartışmıştır. Bu aşamada aday C açısının olası bütün durumlarını göz önünde bulundurmuştur. Dolayısıyla Ö16 kodlu öğretmen adayı verdiği bu cevapta ÖG3 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Bu duruma benzer şekilde Ö23 kodlu öğretmen adayı da aynı problemde olası bütün durumları göz önünde bulundurarak problemi çözmüştür. Ö23 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatın 4. problemine verdiği cevaba Şekil 59’da yer verilmiştir.

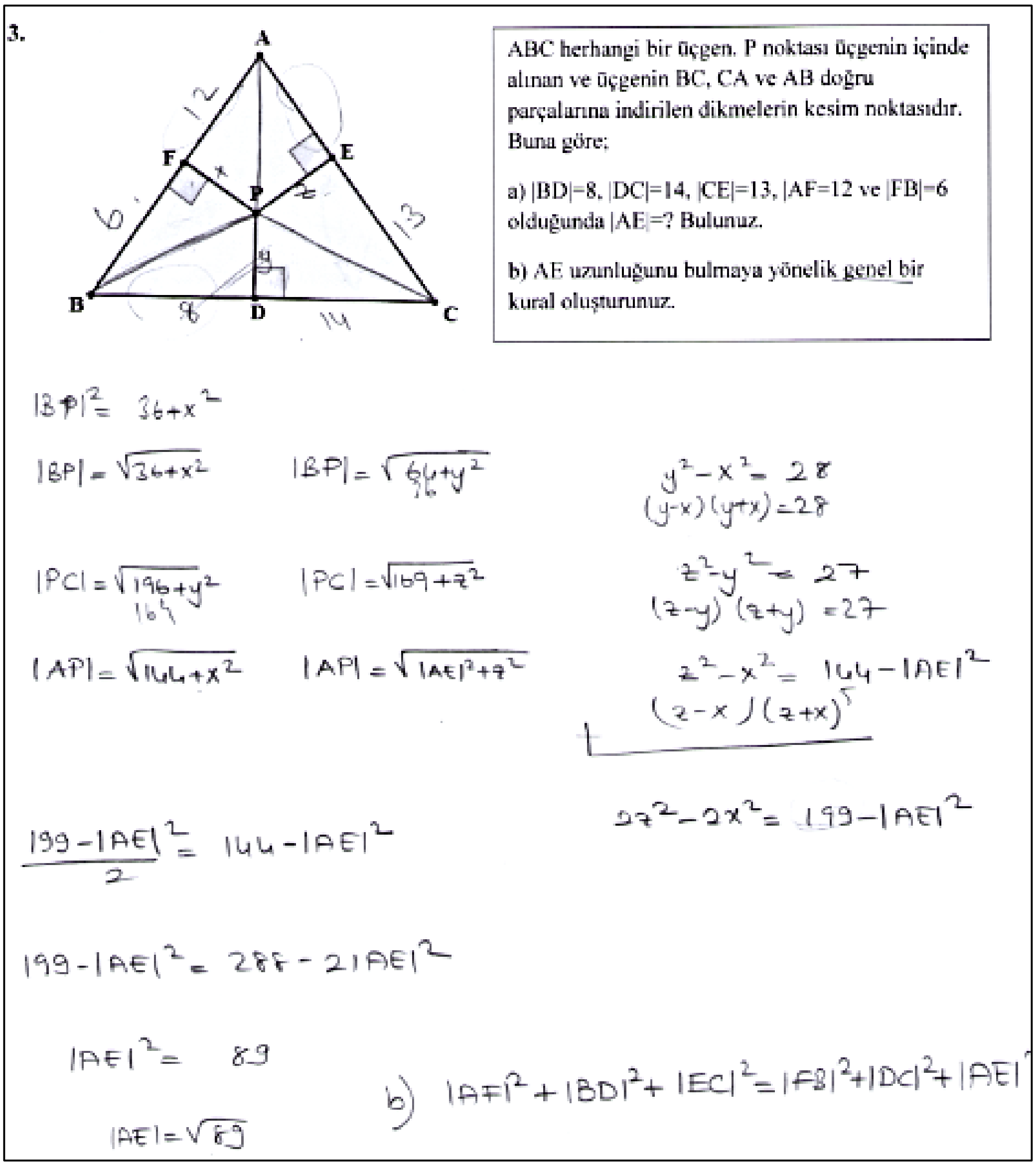



Şekil 59. Ö23 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta 4. probleme verdiği cevap

Şekil 59’da de görüldüğü gibi Ö23 kodlu öğretmen adayının cevabı incelendiğinde, adayın C açısının olası bütün durumlarına göre istenen CD uzunluğunu bulmaya çalışmıştır. Bu aşamada önemli olan adayın geometrik şeklin özelliklerini kullanarak problemin farklı durumlarını düşünebilmesidir. Bu problemde de aday C açısının durumuna göre CD uzunluğunun özelliğini yeterli düzeyde mantıksal gerekçelerle açıklayamadığı görülmüştür. Bu yüzden Ö23 kodlu adayın verdiği bu cevap ÖG3 göstergesinin düşük düzeyindedir.

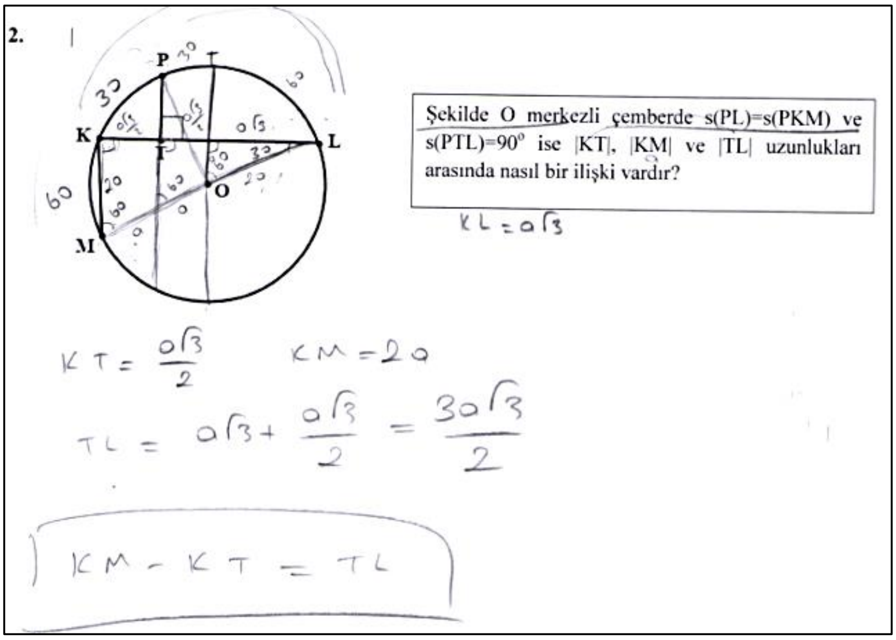
Öğretmen adaylarının 2. mülakatta özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de *“Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama”* alışkanlığını yansıtan ÖG1 göstergesidir. Ö2 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta yer alan 3. probleme verdiği cevap, ÖG1 göstergesini içermektedir. Şekil 60’da Ö2 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta yer alan 3. probleme yönelik cevabı verilmiştir.

Şekil 60’da yer alan Ö2 kodlu öğretmen adayının cevabı incelendiğinde, adayın ilk önce problemin özel bir durumu üzerinden istenilen kenar uzunluğunu bulduğu görülmektedir. Problemin ikinci kısmında ise aday, bulduğu özel durumdan yararlanarak genel bir kural oluşturmuştur. Ö2 kodlu öğretmen adayı yaptığı bu çözümde problemde yer alan genel ifadeye ulaşmak için özel bir durumun doğruluğunu gösterip, genel bir kural oluşturduğundan ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır.




Şekil 60. Ö2 kodlu öğretmen adayının 2. mülakatta yer alan 3. probleme yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar incelendiğinde bazı adayların ÖG1 göstergesini aşırı genelleme hatası yaparak yanlış şekilde kullandığı görülmektedir. Yani adaylar problemde yer alan özel durumun doğruluğunu göstermenin problemin çözümü için yeterli olabileceğini düşünmektedir. Ö23 kodlu öğretmen adayının 2. probleme verdiği cevap bu duruma örnek oluşturmaktadır. Şekil 61'de Ö23 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatın 2. problemine verdiği cevap yer almaktadır. Ö23 kodlu adayın bu cevabı incelendiğinde şekil içerisinde açılara rastgele değerler verdiği görülmektedir. Bu bakımdan aday ile yürütülen klinik mülakatlarda problem çözme sürecinin nasıl olduğu anlamaya çalışılmıştır. Aşağıda klinik mülakattan bir kesit yer almaktadır.




Şekil 61. Ö23 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatın 2. problemine verdiği cevap

Ö23 : *Kesin bunun sonucu |KT|+|KM|=|TL|*

A : *Nasıl buldun bu sonucu?*

Ö23 **:** *Şimdi bu çap [ML], burası $90^0$ [ $m(\widehat{MKL})$ ]. Burası $60^0$ [$m(\widehat{LMK})$ ] dan 120 [ m(KL)=$120^0$ ]gelecek. PL yayı ile PM yayınında eşit ölçülerde olması için m(MK)=$60^0$, m(KP)=$30^0$, m(PT)=$30^0$, m(TL)=$60^0$ olur.*

A : *Nasıl yerleştirdin o açıları baştan anlatabilir misin?*

Ö23 : *İlk önce M ile L'yi birleştirdim. Daha sonra çapı gören çevre açıdan m(MKL)=$90^0$ oldu. O noktası çap olduğundan O ile P'yi birleştirdiğimde m(PL)=m(MP)=$90^0$ oldu. Küçük olan kısma m(PT)=$30^0$ dedim m(TL)=$60^0$ oldu. PT doğru parçasını uzattım, OT'yi çizdim. Hepsi KL kenarına dik olduğundan KM//PT//OT oldu. Oradan açıları da yerleştirince |KM|-|KT|=|TL| çıktı.*

A : *Peki sence bu açılara istediğin değerleri verebilir misin? Yani bu açılar farklı değerler alamaz mı?*

Ö23 : *Hmm. Sanırım alabilir ama ben başka bir yol düşünemedim hocam.*

Yukarıda yer alan diyalogda Ö23 kodlu öğretmen adayı problemi çözerken yaptığı işlemleri anlatmaktadır. Diyalog incelendiğinde Ö23 kodlu öğretmen adayının başlangıçta bazı açılara $30^0$, $60^0$, $90^0$ olacak şekilde değerler verildiği görülmektedir. Araştırmacı öğretmen adayına bu değerleri nasıl yerleştirdiğini sorduğunda aday, rastgele verdiğini söylemektedir. Yine araştırmacı öğretmen adayında farkındalık oluşturmak için adaya bu değerleri rastgele vermenin problemin çözümü için yeterli olup olmayacağına dair soru yönelttiğinde aday, cevap verememiştir. Bu durum adayın problemin sadece özel bir durumunun genel bir yargıya varmada yeterli olduğu düşüncesini göstermektedir. Dolayısıyla Ö23 kodlu öğretmen adayı ÖG1 göstergesini kullanmak istese de aşırı genelleme yaptığından dolayı kullanamadığını göstermektedir.

Yukarıda verilen örneklerden de görüldüğü üzere öğretmen adayları 2. mülakatta en çok ÖG3 göstergesini kullanmıştır. Ancak bazı adaylar bu göstergeyi de kullanırken mantıksal hatalar yapmıştır. Ayrıca adayların verdiği cevaplar arasında doğru olduğu bilinen bir ifadeyi özel bir durumun doğruluğu için kullanma alışkanlığının göstergesi olan ÖG2'ye yalnız bir problemin çözümünde rastlanmıştır. Öğretmen adaylarının süreç içerisindeki geometrik düşünme alışkanlıklarındaki değişim ve gelişimi daha iyi takip edebilmek için 13. haftada ikinci mülakatlara paralel problemler üzerinde tekrar klinik mülakatlar yapılmıştır. Yapılan bu üçüncü mülakatın sonucu Tablo 22'de verilmiştir.

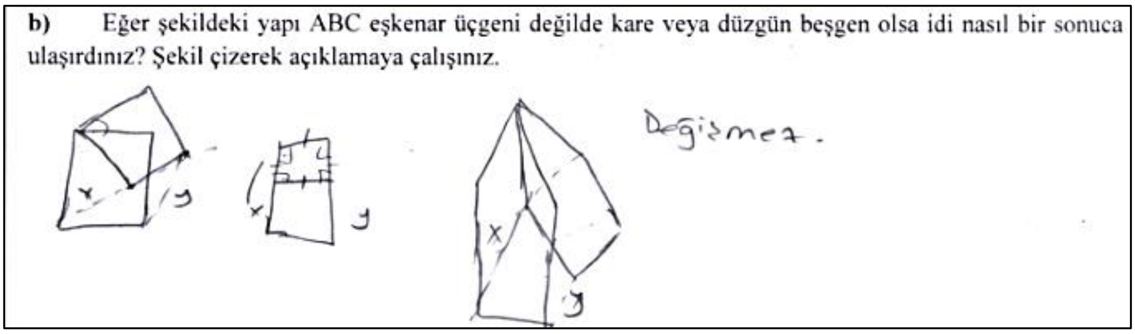
Tablo 22. Öğretmen Adaylarının Üçüncü Mülakatta Kullandığı Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlıkları

| | ÖG1 | ÖG2 | ÖG3 |
|---|---|---|---|
| Ö2 | 3.S | 3.S | 3.S |
| Ö4 | 3.S | 3.S | 3.S |
| Ö11 | | | |
| Ö16 | 3.S | 3.S | 3.S |
| Ö23 | | | 3.S |
| Ö34 | 3.S | | |

S: Ön testte yer alan problemi, temsil etmektedir (Örneğin 1.S: 1. Soru 1 P)

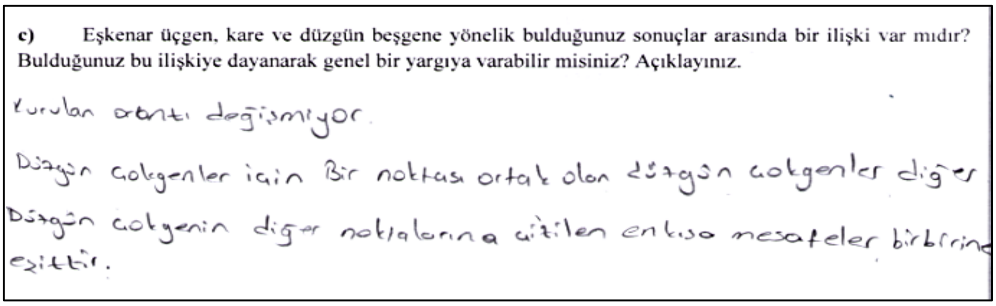
Tablo 22'den görüldüğü üzere öğretmen adayları ile yürütülen klinik mülakatlarda adayların "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığının göstergesi ÖG1 ile "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığının göstergesi ÖG3'ü kullandıkları görülmektedir. Bunun dışında 1 öğretmen adayı da "*Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan ÖG2'yi kullanmıştır. İkinci mülakata göre üçüncü mülakatlarda öğretmen adayları daha çok özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığının ÖG1 ve ÖG3 göstergelerini kullanmışlardır. Bu duruma üçüncü mülakatlarda öğretmen adaylarının özel durumları düşünme genelleme alışkanlıklarını geliştirebildiğini göstermektedir.

Üçüncü mülakatlarda en çok kullanılan alışkanlıklar ÖG1 ve ÖG3 göstergeleridir. Tablo 22'den de görüldüğü üzere öğretmen adayları problemlerin çözümünde bu 3 göstergeyi de aynı anda kullanmıştır. Bunlardan biri de Ö16 kodlu öğretmen adayının 3. probleme verdiği cevaptır. Ö16 kodlu öğretmen adayı özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını içeren 3. probleme yönelik cevabının bazı bölümlerinde ÖG1 bazı bölümlerinde ise ÖG3 göstergelerini kullanmıştır. Şekil 62'de Ö16 kodlu öğretmen adayının 3. problemin ikinci kısmına yönelik cevabı yer almaktadır.




Şekil 62. Ö16 kodlu öğretmen adayının 3. mülakatta yer alan 3. problemin ikinci kısmına yönelik cevabı

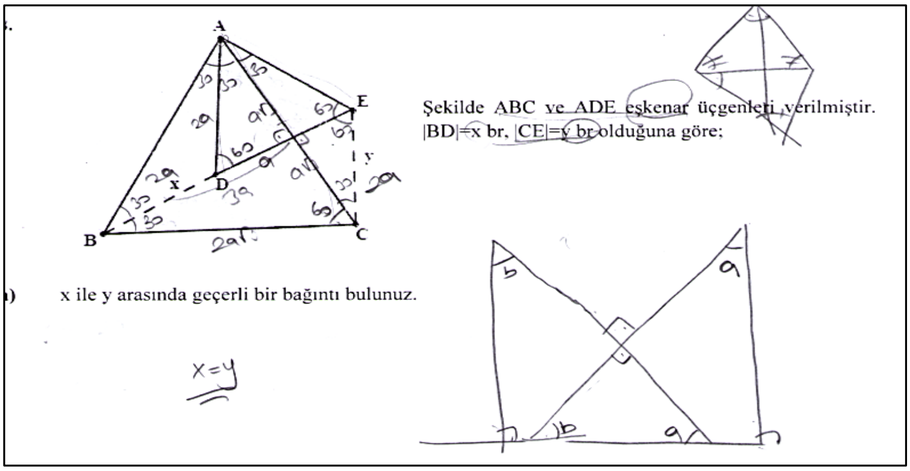
Şekil 62'de Ö16 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde adayın daha önce verilen ABC eşkenar üçgeni için, istenen özelliği gösterdiği daha sonra da kare ve düzgün beşgen için aynı özelliği araştırdığı görülmektedir. Burada eşkenar üçgenin özel durumundan yararlanarak diğer çokgenler üzerinde işlem yapılmaktadır. Bu aşamada öğretmen adayı, verilen problemin çözümünde özel durumları dikkate aldığı için ÖG1 göstergesini kullanmıştır. Aynı zamanda Ö16 kodlu aday düzgün çokgenler için olası bütün durumları göz önünde bulundurarak istenen özelliğe ulaşmaya çalışmıştır. Dolayısıyla adayın bu problemde eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen için aynı özelliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmesi ve sonucu mantıksal gerekçelerle açıklayabilmesinden dolayı ÖG3 göstergesini kullanmıştır. Ö16 kodlu adayın 5. problemin üçüncü kısmına verdiği cevap Şekil 63'te yer almaktadır.




Şekil 63. Ö16 kodlu öğretmen adayının 3. mülakatta yer alan 5. problemin üçüncü kısmına verdiği cevap

Şekil 63 incelendiğinde adayın mülakatta da "*Bir noktası ortak olan düzgün çokgenler diğer düzgün çokgenin diğer noktalarına çizilen en kısa mesafeler birbirine eşittir*" şeklindeki açıklaması ile genel bir yargıya vardığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö16 kodlu öğretmen adayı önce problemde özel bir durumun doğruluğunu göstermiş daha sonra da bu durumu genele uyarlayarak bir kurala ulaşmıştır. İşte bu aşamada aday, çözümünde ÖG1 göstergesini kullanmıştır.

Bazı öğretmen adayları da problemin özel bir durumunun doğruluğunu gösterdikten sonra, bulduğu özel durumu genele uyarlamaktadır. Bu durumda da aşırı genelleme yaptığından ÖG1 göstergesini istediği düzeyde kullanamamıştır. Bu duruma örnek olarak Ö2 kodlu öğretmen adayı verilebilir. Şekil 64'te Ö2 kodlu öğretmen adayının 3. problemin ilk kısmına verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 64. Ö2 kodlu öğretmen adayının 3. mülakatta yer alan 3. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Şekil 64'te Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın şekil üzerinde rastgele açılar yerleştirildiği görülmektedir. Adayın çözüm sürecini daha iyi anlamak için klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

A : *Problemin çözümünü nasıl yaptın? Açıklar mısın?*

Ö2 : *Hocam ilk önce DE ile AC'nin kesişiminin dik olduğundan açıları yerleşirdim. Daha sonra |AD| =2a dedim ve diğer kenar uzunlukları hesapladım. En sonunca x=y buldum.*

A : *Peki şimdi sana bir şey soracağım. Neden $30^0$-$60^0$-$90^0$ dedin oralara?*

Ö2 : *Şimdi eşkenar üçgen ya. Kolaya kaçtım biraz. Ondan yazdım bu şekilde. Öyle olur diye düşünüyorum. (Açılara harf vererek yapmaya çalışıyor)*

A : *Şimdi benim sana sorum yaptığın şeyin doğru olduğuna inanıyor musun? Yani kabul ediyor musun doğru olduğunu?*

Ö2 : *Aslında ediyorum. $30^0$-$60^0$-$90^0$ olduğunu ediyorum. Mesela sınavda sorsaydınız illa ki $30^0$-$60^0$-$90^0$ yapardım, yapamasaydım altına da not düşerdim neden olduğunu bilmiyorum diye.*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi Ö2 kodlu öğretmen adayı üçgenin içerisine yaptığı çözümü kolaylaştırmak için $30^0$-$60^0$-$90^0$ açılarını yerleştirmiştir. Yaptığı bu özel durumdan elde ettiği sonucun bütün üçgenlerde geçerli olacağını savunmuştur. Dolayısıyla bu öğrenci her ne kadar ÖG1 göstergesini kullanmak istese de aşırı genelleme yaptığından dolayı isteğini gerçekleştirememiştir.

Sonuç olarak öğretmen adayları ile 12. haftada gerçekleştirilen 3. mülakatlarda adayları ÖG1, ÖG2 ve ÖG3 göstergelerini ikinci mülakatta ve ön testte yer alan problemlerin çözümünden daha çok kullanmıştır. Ancak bu farklılık çok fazla değildir. Bu durum da adayların uygulamalar süresince özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının biraz daha geliştiğini göstermektedir.

#### 4. 1. 2. 3. Uygulama Sonrasında Öğretmen Adaylarının Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlıklarına Yönelik Elde Edilen Bulgular

Uygulamalar sonrasında da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan son test soruları sorulmuştur. Bu bölümde son teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 23'de öğretmen adaylarına uygulanan bu testte özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını oluşturan ÖG1, ÖG2 ve ÖG3 göstergeleri bağlamında verilmiştir. Burada ÖG1: *Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*, ÖG2: *Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*, ÖG3: *Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme* şeklindedir.

Tablo 23. Öğretmen Adaylarının Son Testte Yer Alan Problemlerin Özel Durumları Düşünme Genelleme Boyutuna Yönelik Analizi

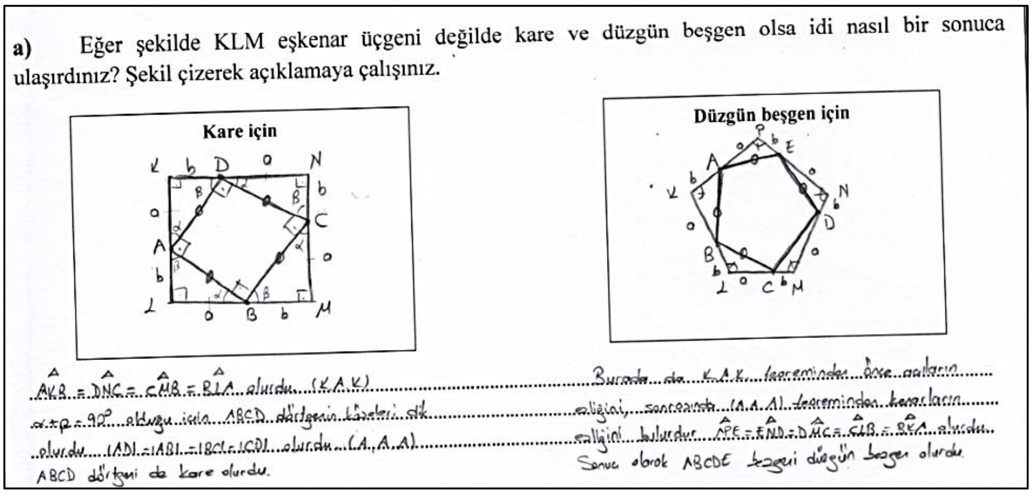
| | 5. Problem | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Puan | | Toplam | |
| | 1P | 2P | f | % |
| ÖG1 | 2 | 19 | 21 | 58 |
| ÖG2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ÖG3 | 4 | 11 | 15 | 42 |

Tablo 23'de sadece beşinci probleme ait verilere yer verildiği görülmektedir. Bunun sebebi, adayların son testte yer alan sorulardan sadece beşinci problemde özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını göstermiş olmalarıdır. Yine Tablo 23'de öğretmen adaylarının %58 oranında (21 kez) *"Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama"* alışkanlığını ifade eden ÖG1 göstergesi ve %42 oranında (15 kez) *"Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme"* alışkanlığının göstergesi olan ÖG3'ü kullandıkları görülmektedir. Adayların beşinci probleme verdiği cevaplar incelendiğinde ÖG1 göstergesini kullanan 21 adaydan 19'u (% 90) tam puan almış olup yalnızca 2 öğretmen adayı (% 10) düşük düzeyde alışkanlık sergilemiştir. Bu durum öğretmen adaylarının geneline bakıldığında özel durumların doğruluğunu göstererek genel bir yargıya varmada başarılı olduğu anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının özel durumları düşünme genelleme alışkanlığı kapsamında sergiledikleri bir diğer alışkanlık ise *"Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme"* alışkanlığını ifade eden ÖG3 göstergesidir. Tablo 23'den de görüldüğü gibi öğretmen adayları bu alışkanlığı % 42 oranında (15 kez) kullanmıştır. Yine bu alışkanlığı kullanan öğretmen adayları incelendiğinde ise; 11 adayın (% 73) bu göstergeden tam puan aldıkları, 4 adayın (% 27) ise düşük puan aldıkları göze çarpmaktadır. Bu durum da öğretmen adaylarının olası bütün durumları düşünerek genel bir yargıya varabildiklerini ve elde ettikleri sonucu da matematiksel ifadelerle açıklayabildikleri anlamına gelmektedir.

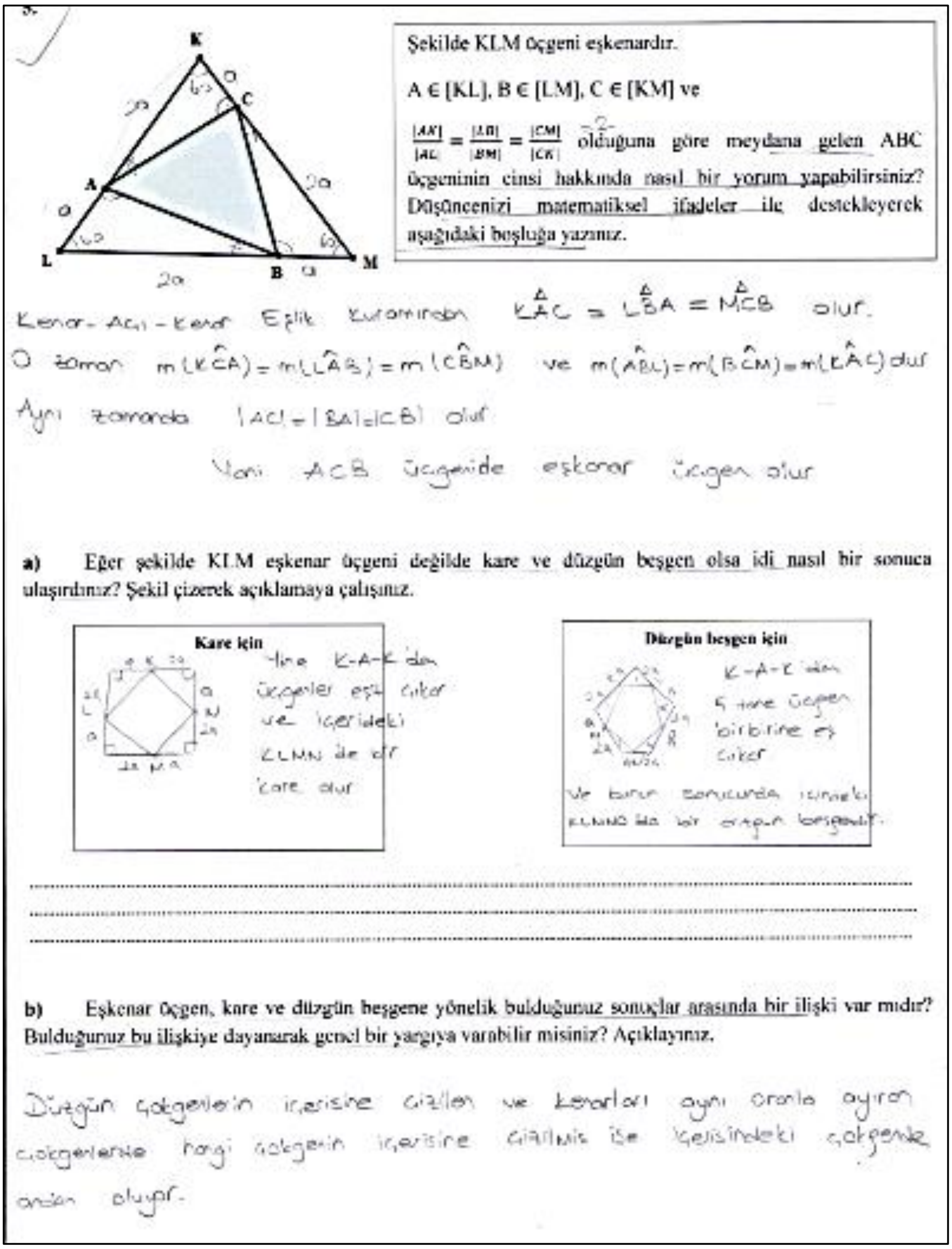
Son olarak Tablo 23 tekrar incelendiğinde ÖG2 göstergesi olan "*Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama"* alışkanlıklarını sergileyemedikleri görülmektedir. Bu durum verilen problemlerin bu göstergeye uygun olmamasından ya da öğretmen adaylarının bu göstergeye ihtiyaç duymadan problemi çözmesinden kaynaklanabilir.

Yukarıda da ifade edildiği gibi öğretmen adaylarının son testte "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama"* alışkanlığını ifade eden ÖG1 göstergesini kullandıkları görülmektedir. Bu duruma Ö20 kodlu öğretmen adayının 5. problemde verdiği cevap gösterilebilir. Şekil 65'te Ö20 kodlu öğretmen adayının 5. Problemin ikinci kısmına verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 65. Ö20 kodlu öğretmen adayının son testteki 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Şekil 65 incelendiğinde Ö20 kodlu öğretmen adayının kare ve düzgün beşgen için istenen özelliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol ettiği görülmektedir. Verilen cevapta Ö20 kodlu aday, mantıksal gerekçelerle her iki özel durumda da istenilen özelliğin sağlandığını açıklamıştır. Yine adayın aynı problemin son kısmında “Bu gibi düzgün çokgenlerde kenarları aynı oranlarda böldüğümüzde oluşan şekilde düzgün çokgen olur şeklinde açıklama yapmıştır. Dolayısıyla Ö20 kodlu öğretmen adayı burada ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Ayrıca öğretmen adayının genel bir yargıya varmadan önce her bir geometrik şekil için istenen durumu incelemesi, problemi çözerken özel bir durumu dikkate aldığını göstermektedir. Benzer bir durum Şekil 66'da verildiği gibi Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte 5. probleme verdiği cevapta rastlanmaktadır.


Şekilde KLM üçgeni eşkenardır.

A ∈ [KL], B ∈ [LM], C ∈ [KM] ve

$\frac{|AK|}{|AL|} = \frac{|LB|}{|BM|} = \frac{|CM|}{|CK|}$ olduğuna göre meydana gelen ABC üçgeninin cinsi hakkında nasıl bir yorum yapabilirsiniz? Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

Kenar-Açı-Kenar Eşlik kuramından $K\hat{A}C = L\hat{B}A = M\hat{C}B$ olur.

O zaman $m(K\hat{C}A) = m(L\hat{A}B) = m(C\hat{B}M)$ ve $m(A\hat{B}L) = m(B\hat{C}M) = m(K\hat{A}C)$ olur

Aynı zamanda $|AC| = |BA| = |CB|$ olur

Yani ACB üçgeninde eşkenar üçgen olur

**a)** Eğer şekilde KLM eşkenar üçgeni değilde kare ve düzgün beşgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

Kare için: Yine K-A-K'dan üçgenler eşit çıkar ve içerideki KLMN de bir kare olur

Düzgün beşgen için: K-A-K'dan 5 tane üçgen birbirine eş çıkar. Ve bunun sonucunda içindeki KLMNO da bir düzgün beşgendir.

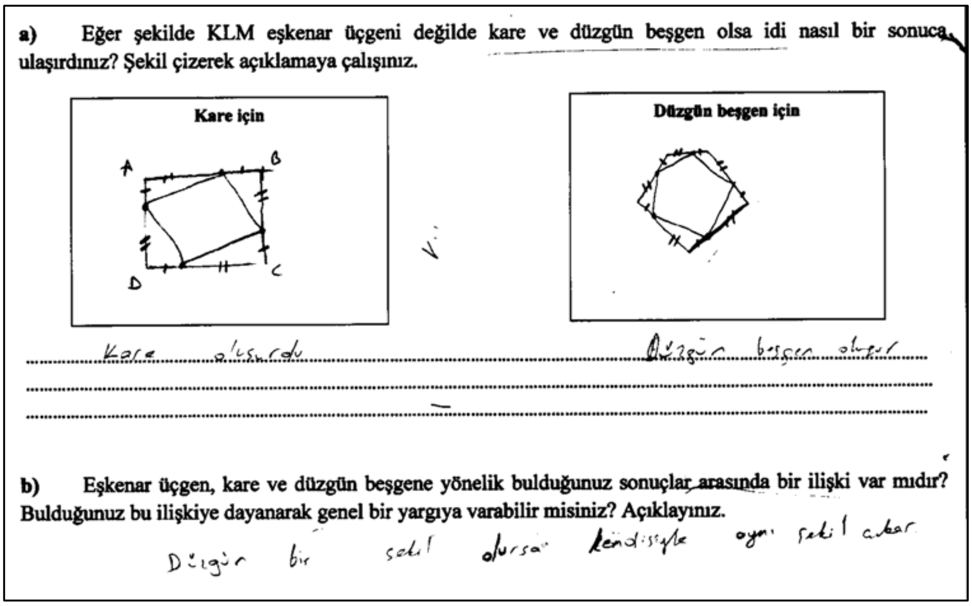
**b)** Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

Düzgün çokgenlerin içerisine çizilen ve kenarları aynı oranla ayıran çokgenlerde hangi çokgenin içerisine çizilmiş ise içerisindeki çokgende ondan oluyor.

Şekil 66. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 5. probleme verdiği cevap

Ö2 kodlu öğretmen adayının Şekil 66'da yer alan 5. probleme verdiği cevap incelendiğinde, adayın öncelikle istenilen durumu eşkenar üçgen üzerinde incelediği görülmektedir. Eşkenar üçgen üzerinde doğruluğu gösterilen durum bir kez de kare ve düzgün beşgen üzerinde incelenmiştir. Ö2 kodlu aday söz konusu düzgün çokgenlerin hepsinde istenilen durumun sağlandığını mantıksal gerekçelerle gösterdikten sonra "*Düzgün çokgenlerin içerisine çizilen ve kenarları aynı oranla ayıran çokgenlerde hangi çokgenin içerisine çizilirse, içerisindeki çokgende aynı oluyor*" şeklinde genel bir yargıya varmıştır. Dolayısıyla Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği bu cevap ÖG1 göstergesinin iyi düzeyindedir.

Yukarıdaki örneklerde görüldüğü gibi öğretmen adaylarının geneli ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Ancak içlerinden bir tane aday (Ö11), verilen problemin özel durumlarını doğru olarak kabul etmesine rağmen mantıksal gerekçelendirme yapmamıştır. Daha sonra Ö11 kodlu aday ile yapılan klinik mülakatlarda, adayın verdiği cevabı düzelttiği ve ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullandığı görülmüştür. Şekil 67'de Ö11 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ikinci ve üçüncü kısmına verdiği ilk cevap yer almaktadır.




Şekil 67. Ö11 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ikinci ve üçüncü kısmına verdiği ilk cevap

Şekil 67'de görüldüğü gibi Ö11 kodlu öğretmen adayı başlangıçta kare ve düzgün beşgen için durumun doğru olduğunu kabul etmiştir. Ancak mantıksal gerekçelendirme yapmamıştır. Benzer şekilde genel yargısını ise "düzgün bir şekil olursa kendisiyle aynı şekil çıkar" şeklinde basitçe ifade etmiştir. Bu durumda adayın verdiği cevap ÖG2 göstergesinden düşük puan almıştır. Ancak aday ile yapılan klinik mülakatlarda, aday yaptığı çözümü aşağıdaki şekilde ifade ederek değiştirmiştir.

*Ö11 : Hocam KLM üçgeninin bir kenarının uzunluğuna 3a dersem, verilen oranlara göre |AL|=|KC|=|BM|=a br ve |AK|=|CM|=|BL|=2a br olur. Hocam şimdi oluşan 3 küçük üçgen için düşünüyorum. Şuradaki bir kenar uzunlukları eşit [ |AL|=|BM|=|KC| ], diğer kenar uzunlukları da eşit [ |AK|=|BL|=|CM| ]. Aralarındaki açısının ölçüsü de eşit* $[m(\widehat{BLA}) = m(\widehat{AKC}) = m(\widehat{CMB}) = 60^0]$ *dolayısıyla bu* *üçgenlerin 3. kenar uzunlukları da eşit olmalı [ |AC|=|AB|=|BC| ] diye düşünüyorum.*

A : *Peki bu eşit olabilme durumuna nasıl karar verdin?*

Ö11 : *Kenar açı kenar teoremine göre (Eş üçgenleri kâğıda yazar). Diğer düzgün çokgenler için de aynı kenar açı kenar özelliğini kullanarak ortada oluşan çokgenleri düzgün buldum.*

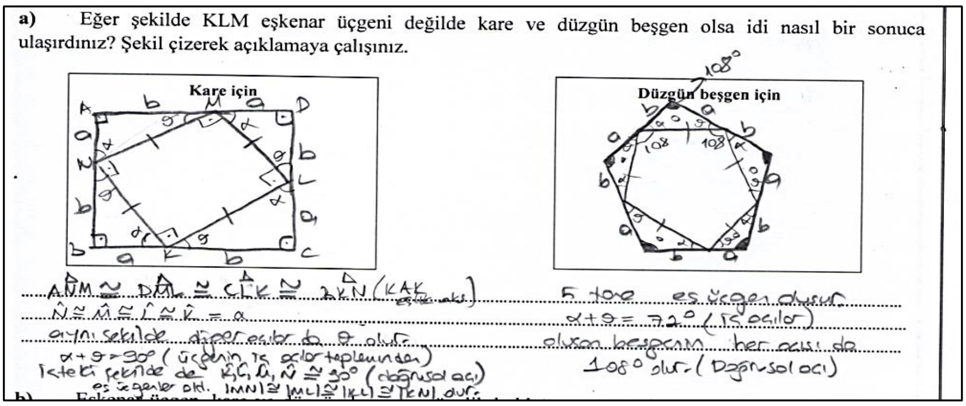
A : *Çok güzel, peki genel bir sonuca ulaşabildin mi?*

Ö11 : *Eş çokgenlerin tüm kenarları aynı oranda bölünüp o noktaların birleşimi ile oluşan yeni şekilde yine eş çokgen olur dedim.*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü üzere Ö11 kodlu öğretmen adayı başlangıçta eşkenar üçgen özel durumu için yaptığı işlemleri mantıksal gerekçelerle açıklamıştır. Daha sonra kare ve düzgün beşgen için de aynı durumun geçerli olacağını ifade ederek genel bir yargıya varmıştır. Burada Ö11 kodlu öğretmen adayı problemde yer alan genel ifadeleri açıklarken, özel bir durumun doğruluğunu gösterip bu durumu genele uyarlayarak bir kural oluşturduğu için ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır.

Öğretmen adaylarının son testte yer alan probleme verdiği cevaplardan, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de ÖG3 göstergesi ile ifade edilen "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme"* alışkanlığıdır. Adayların geneli (15 kişiden 11'i) verilen problemlerin cevabında ÖG3 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Bu adaylardan biri de Ö6 kodlu adaydır. Ö6 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ikinci kısmına verdiği cevap Şekil 68'de yer almaktadır.

Şekil 68 incelendiğinde Ö6 kodlu öğretmen adayının muhtemel düzgün çokgenler üzerinde istenilen özelliği sağlayıp sağlamadığını kontrol ettiği görülmektedir. Aday bunu gerçekleştirirken çözümünü mantıksal gerekçelere dayandırdığından yaptığı çözüm ÖG3 göstergesinin iyi düzeyindedir.




Şekil 68. Ö6 kodlu öğretmen adayının 5. problemin ilk kısmına verdiği cevap

Yukarıda verilen bütün örnekler incelendiğinde öğretmen adaylarının uygulama sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amacıyla 10 açık uçlu problemden oluşan son test uygulanmıştır. Özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında ÖG1, ÖG2 ve ÖG3 göstergelerine ait bulgulara yer verilmiştir. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının en çok kullandıkları göstergelerin sırasıyla ÖG1 ve ÖG3 olduğu görülmektedir. Ayrıca 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür.

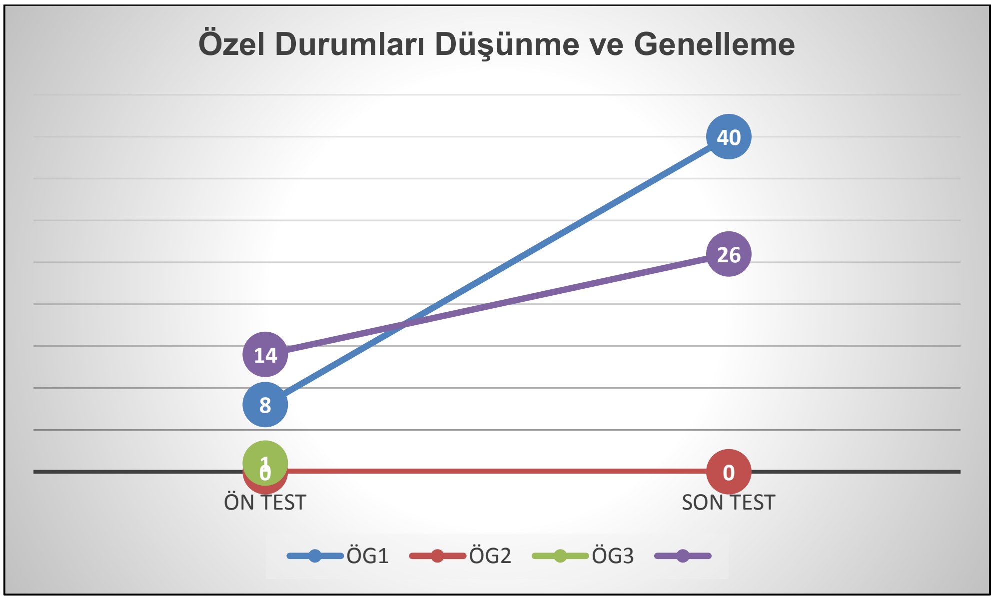
Tablo 24. Öğretmen Adaylarının Son Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | ÖG1 | ÖG2 | ÖG3 |
|---|---|---|---|
| Ö2 | 5S-2P | | 5S-2P |
| Ö4 | 5S-2P | | |
| Ö11 | 5S-1P | | |
| Ö16 | 5S-2P | | |
| Ö23 | 5S-2P | | |
| Ö34 | | | |

S: Son testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

Tablo 24 incelendiğinde verilen cevaplara göre özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında Ö2, Ö4, Ö11, Ö16 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığını yansıtan ÖG1 göstergesini iyi düzeyde kullandığı görülmektedir. Bunun anlamı, öğretmen adaylarının geneli özel bir durumun doğruluğunu gösterdikten sonra genel bir kural oluşturabilmektedir. Bunun yanında Ö2 kodlu öğretmen adayı son testte yer alan problemlerin cevabında "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığını ifade eden ÖG3 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır.

Sonuç olarak her bir öğretmen adaylarının ön test ve son testte yer alan problemlerde özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarından aldığı toplam puanlar Şekil 69'da verilmiştir.




Şekil 69. Özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığının göstergelerinin ön test ve son testte kullanılma puanları

Şekil 69'da öğretmen adayları ÖG1 göstergesinden ön testte yer alan problemlerde 8 puan alırken son testte yer alan problemlerde toplam 40 puan aldığı görülmektedir. Benzer şekilde adaylar ÖG3 göstergesinden ön testte 14 puan alırken son testte 26 puan almıştır. Bir diğer ifadeyle geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problem çözmeye dayalı öğrenme ortamı sonucunda "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığının göstergesi ÖG1 ve "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığını yansıtan ÖG3 göstergelerinden son testte yüksek puan alınmıştır.. Bu durum adayların öğrenme ortamı sonucunda ÖG1 ve ÖG3 alışkanlıklarını daha iyi kullanabildiklerini göstermektedir. Yine Şekil 69 incelendiğinde öğretmen adaylarının "*Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*" alışkanlığını yansıtan ÖG2 göstergesine problemlerin çözümünde rastlanmadığı görülmektedir. Bu durum adayların genel ifadesi verilen problemlerin çözümlerinde özel durumlardan yararlanamadığını ya da çözülen problemlerin ÖG2 alışkanlığını kullanmaya uygun olmadığını gösterebilmektedir. Öğretmen adaylarının ön testte ve son testte kullandıkları özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarının göstergeleri düzeyinde Tablo 25'de yer verilmiştir.

Tablo 25. Öğretmen Adaylarının Ön Testte ve Son Testteki Problemlere Verdiği Cevaplarda Kullanılan Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlığının Göstergeleri

| | ÖG1 | | ÖG2 | | ÖG3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P |
| Ön Test | 8 | 0 | 0 | 0 | 6 | 8 |
| Son Test | 2 | 38 | 0 | 0 | 4 | 22 |

Tablo 25 incelendiğinde öğretmen adaylarının "Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama" alışkanlığını yansıtan ÖG1 göstergesinden ön testteki problemlerde yüksek düzeyde (2 puan) puan alamazken son testte yüksek düzeyde (2 puan) toplam 38 puan aldığı görülmektedir. Adayların ÖG1 göstergesini öğrenme ortamından sonra mantıksal gerekçelere dayanarak daha iyi düzeyde kullanabildiği anlamına gelmektedir. Yani adaylar öğrenme ortamından sonra ÖG1 göstergesini problemin çözümünde özel bir durumun doğruluğunu gösterdikten sonra istenen durumu inceleyerek doğru sonuca ulaşabildiği anlamına gelmektedir. Bu durum adayların ÖG1 alışkanlığını öğrenme ortamından sonra problemlerin çözümünde özel bir durumun doğruluğunu gösterip bu özel durumdan genel bir yargı çıkarmada daha başarılı olduğu anlamına gelmektedir. Benzer şekilde adayların *"Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme"* göstergesini yansıtan ÖG3 alışkanlığını ön testteki problemlerde yüksek düzeyde toplam 8 puan alırken son testteki problemlerde yüksek düzeyde toplam 22 puan aldığı görülmektedir. Bu durum da öğretmen adaylarının öğrenme ortamından sonra sadece tek bir durumun doğruluğundan değil olası bütün durumları göz önünde bulundurarak çözüm yolunda ilerlemekte başarılı olduğu anlamına gelmektedir. Tablo 25 incelendiğinde yaptığı problem çözümlerinde ÖG2 alışkanlığına rastlanmadığı görülmektedir.

### 4. 1. 3. Değişmezleri Araştırma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik hazırlanan öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının üçüncü alışkanlık olan değişmezleri araştırma/inceleme üzerinde nasıl bir rol oynadığına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında değişmezleri araştırma alışkanlığına yönelik problemlerde verdiği cevaplara ilişkin betimsel istatistiklere ve öğretmen adayları ile yapılan klinik mülakatlara yer verilmiştir.

### 4. 1. 3. 1. Uygulama Öncesinde Öğretmen Adaylarının Değişmezleri Araştırma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Uygulamalar öncesinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan ön test soruları uygulanmıştır. Bu bölümde ön teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 26'da öğretmen adaylarına uygulanan ön testte değişmezleri araştırma/inceleme alışkanlığını oluşturan; *Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama* (DA1); *Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme* (DA2); *Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme* (DA3); *Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme* (DA4) göstergeleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 26. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Yer Alan Problemlerin Değişmezleri Araştırma/İnceleme Boyutuna Yönelik Analizi

| | 1. Problem | | | | 4. Problem | | | | 7. Problem | | | | 9. Problem | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | Toplam | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % |
| DA1 | 1 | 4,5 | 0 | 1 | 16 | 73 | 15 | 1 | 1 | 4,5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 | 82 |
| DA2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 1 | 1 | 1 | 4,5 | 1 | 0 | 1 | 4,5 | 0 | 1 | 4 | 18 |
| DA3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| DA4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

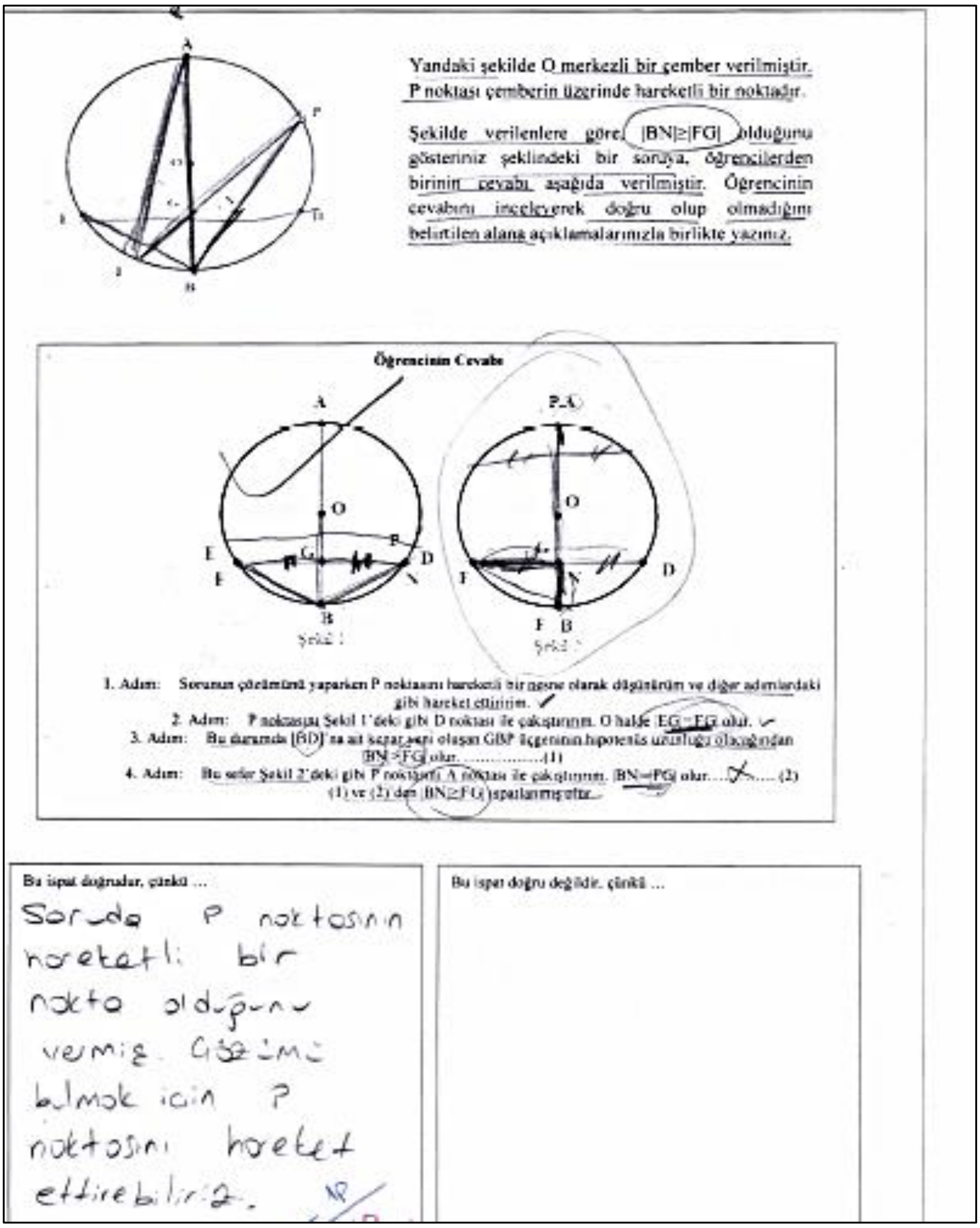
*P: Adayların verilen göstergelere yönelik testte aldığı puanların toplamını temsil etmektedir. Örneğin 1. Problemin İ4 göstergesini kullanan 4 öğretmen adayının 3'ü bu göstergeden 1 puan alırken, 1'i aynı göstergeden 1puan almıştır.

Tablo 26 incelendiğinde adayların cevapladığı birinci, dördüncü, yedinci ve dokuzuncu problemlere yer verildiği görülmektedir. Bunun sebebi, adayların ön testte yer alan diğer problemlere yönelik cevaplarında değişmezleri araştırma/inceleme alışkanlığına rastlanmamış olmasıdır. Tablo 26'ya göre öğretmen adayları *"Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığını ifade eden DA1 göstergesini % 82 oranında (18 kez) kullandığı görülmektedir. Öğretmen adayları 4. problemde % 73 oranında (16 kez), 1. ve 7. problemlerde ise % 4,5 oranında (1 kez) DA1 göstergesine ilişkin alışkanlık sergiledikleri görülmektedir. 9. probleme verilen cevaplar incelendiğinde ise, öğretmen adayları DA1 göstergesine ilişkin herhangi bir alışkanlık ortaya koymamışlardır. Yine Tablo 26'dan görüldüğü üzere 4. problemde 15 öğretmen adayının (16 kişiden), 7. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden) DA1 alışkanlığını kullanırken yarım puan (1 puan) alması öğretmen adaylarının genelinin verilen bir problem üzerinde dönüşüm uygulayabildiği, ancak bu dönüşüm sonucunda değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyemediği anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında sergiledikleri bir diğer alışkanlık ise "*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme"* alışkanlığını ifade eden DA2 göstergesidir. Öğretmen adayları bu göstergeyi % 18 oranında (4 kez) sergilemişlerdir. Yine Tablo 26'da yer alan sorular temel alınarak incelendiğinde; 4. problemde % 9 oranında (2 kez), 7. ve 9. problemlerde ise % 4,5 oranında (1 kez) DA2 göstergesine dair alışkanlık sergiledikleri görülmektedir. Son olarak 1. probleme bakıldığında ise DA2 alışkanlığına ilişkin bir cevap görülmemektedir. Yine Tablo 26'dan görüldüğü üzere 4. problemde 1 öğretmen adayının (2 kişiden), 7. Problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden) yarım puan (1 puan) alması öğretmen adaylarının genelinin herhangi bir geometrik şeklin, noktayı vb. dinamik düşünerek geometrik yapıları hareket ettirebildiği ancak doğru sonuca ulaşamadığı anlamına gelmektedir.

Değişmezleri araştırma/inceleme alışkanlığının diğer göstergeleri olan *"Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme"* DA3 ve "*Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme"* DA4'ü öğretmen adaylarının herhangi bir problemde kullanmadıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının verilen problemlerde söz konusu göstergelere ihtiyaç duymadan problemleri çözmesinden kaynaklanabilir.

Yukarıdaki ön test verilerine göre öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı alışkanlıklardan biri %82 oranında DA1 göstergesi ile ifade edilen "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığıdır. Adaylar genel olarak DA1 göstergesini düşük düzeyde kullanmıştır. Bu duruma Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testteki 4. probleme verdiği cevap örnek olarak gösterilebilir. Şekil 70'te Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 4. probleme ait cevabı verilmiştir.




Şekil 70. Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testteki 4. probleme verdiği cevap

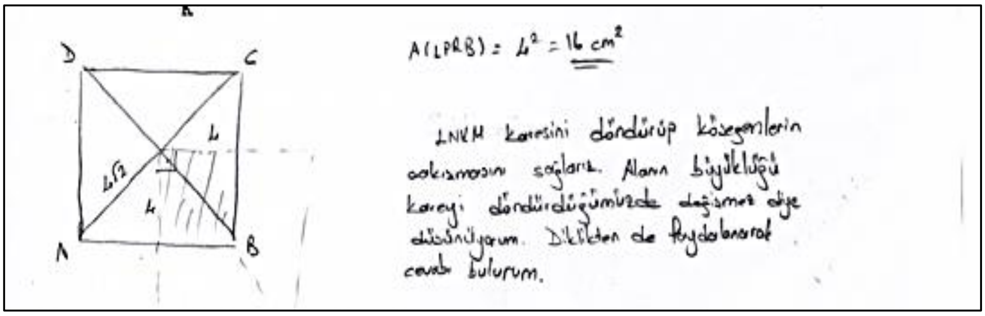
Şekil 70 incelendiğinde Ö23 kodlu öğretmen adayının P noktasının sadece hareket ettirilebileceğini ifade ettiği görülmektedir. Adayın cevabı tam olarak anlaşılamadığından aday ile klinik mülakat yürütülmüştür. Klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*A : Burada problemi nasıl çözdün? Açıklar mısın?*

*Ö23 : Hocam şimdi Bu P noktasını hareket ettirebiliyorsak P noktası A'nın üzerine de gelir ilk başta böyle düşündüm. Sonra P'yi Anoktası üzerine getirdiysem [FP] de [AF] şekline gelir. Sorunun çözümünü tam olarak anlamadım ama hareket ettirilerek çözümünün yapılacağına kesinlikle katılıyorum.*

*Ö23 : P zaten esnek bir nokta olduğu için her türlü hareket etmesi muhtemel olur. Ama son adımda ne yaptığını bilmiyorum. 4. Adımda aslında evet P noktasını hareket ettirirsek diğer noktalarda hareket eder katılıyorum ama en son adımda |BN|=|FG| eşitliğine katılmıyorum. Ondan önceki adımlar evet doğru yapılmış. Sonuç olarak P noktası hareket ettiğinden dolayı çözümü bu şekilde yapabiliriz.*

Adayın yukarıdaki cevabı incelendiğinde, P noktası hareket ettirilince aslında P noktası ile aynı doğru parçası üzerinde bulunan F ve N noktalarının da hareket etmesi gerektiğini fark etmemiştir. Yani burada aday sadece P noktasını hareketli düşünerek çözüm hakkında yorum yapmıştır. Dolayısıyla Ö23 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap DA1 göstergesinin düşük düzeyindedir. Benzer bir durum Ö20 kodlu öğretmen adayının 7. probleme verdiği cevapta rastlanmaktadır. Şekil 71'de Ö20 kodlu öğretmen adayının 7. probleme verdiği cevap yer almaktadır.

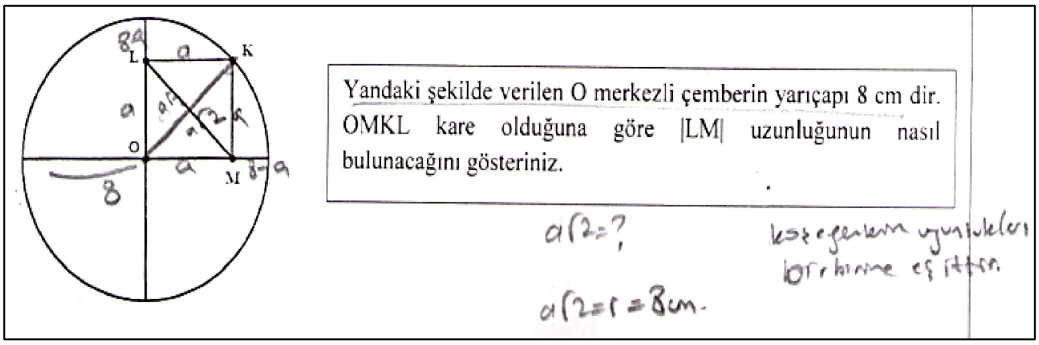



Şekil 71. Ö20 kodlu öğretmen adayının 7. probleme verdiği cevap

Ö20 kodlu öğretmen adayının 7. probleme verdiği cevap incelendiğinde adayın, kareyi döndürerek doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Ancak aday burada karenin döndürülmesi sonucunda taralı alanın karenin alanına oranının ¼ bulmasının sebebini açıklayamadığından dolayı yaptığı bu işlemler DA1 göstergesinin düşük düzeyindedir.

Yukarıdaki örneklerden de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının ön testte yer alan problemlere verdiği cevaplarda DA1 göstergesini genel olarak düşük düzeyde cevaplandırmıştır. Bu durum öğretmen adaylarının verilen probleme uygun dönüşümleri yaptıkları ancak değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyemediklerinden dolayı dönüşümün sebebini açıklayamadıkları anlamına gelmektedir.

Tablo 26'dan da görüldüğü üzere öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı bir diğer alışkanlıkta DA2 göstergesi altında olan "*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*" alışkanlığıdır. Yine adayların geneli DA2 göstergesini yarım puan alarak kullanmıştır. Ancak Ö7 kodlu öğretmen adayının 9. problemde verdiği cevapta DA2 göstergesi iyi düzeyde kullanılmıştır. Şekil 72'de Ö7 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 72. Ö7 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevap

Ö7 kodlu öğretmen adayının 9. probleme verdiği cevap incelendiğinde, adayın OK uzunluğunu LM üzerine taşıdığı ve karenin köşegeninden de yararlanarak istenilen uzunluğa ulaştığı görülmektedir. Burada aday, problemde OK sabit uzunluğunu hareketli olacak şekilde düşünerek sonuca ulaşmıştır. Bu yüzden Ö7 kodlu öğretmen adayının yaptığı bu çözüm DA2 göstergesinin iyi düzeyindedir.

Sonuç olarak öğretmen adayları ön testte yer alan problemlerde DA1 ve DA2 göstergelerini genel olarak düşük düzeyde kullanmıştır. Bu durum adayların değişmez nicelikleri hareketli olarak düşünemedikleri ya da verilen bir geometrik şekle dönüşüm yapıldıktan sonra değişen ve değişmeyen özellikleri tanımlayamadıkları anlamına gelmektedir. Yine Tablo 26'dan da görüldüğü gibi öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı göstergelerin sırasıyla DA1 ve DA2 olduğu görülmektedir. Ayrıca 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu adayların verdiği cevaplara göre kullandıkları değişmezleri araştırma alışkanlığı Tablo 27'de verilmiştir.

Tablo 27. Öğretmen Adaylarının Son Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | DA1 | DA2 | DA3 | DA4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 4S-1P | | | |
| Ö4 | 4S-1P | | | |
| Ö11 | | | | |
| Ö16 | 1S-1P | | | |
| Ö23 | 4S-1P | | | |
| Ö34 | 4S-1P | | | |

S: Son testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

Tablo 27 incelendiğinde Ö2, Ö4, Ö16, Ö23 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının ön testte yer alan problemlerin çözümünde “*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama”* alışkanlığını ifade eden DA1 göstergesini kullandıkları görülmektedir. Yine Tablo 27’de bu adayların DA1 göstergesini düşük düzeyde (1 puan) kullandıkları verilmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının geometrik şekillere dönüşümler yapabildikleri ancak bu dönüşümler sonucunda değişen ve değişmeyen kısımları tam olarak belirleyemediği anlamına gelmektedir. Tablo 27’den görüldüğü üzere adaylar DA2, DA3 ve DA4 göstergelerini problem çözümlerinde kullanmamışlardır. Bu durumun sebebi öğretmen adaylarının bu göstergeleri bilmemesinden ya da bu göstergelere ihtiyaç duymadan problemleri çözebilmesinden kaynaklanıyor olabilir.

### 4. 1. 3. 2. Uygulama Sürecinde Öğretmen Adaylarının Değişmezleri Araştırma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Bu bölümünde uygulamalar süresince dönemin 8. ve 13. haftalarında 6 öğretmen adayı ile yürütülen klinik mülakatların değişmezleri araştırma alışkanlığı boyutuna ait bulgulara yer verilmiştir. Tablo 28’da öğretmen adaylarına 8. haftada klinik mülakatta yöneltilen 4 tane problemden değişmezleri araştırma alışkanlığını oluşturan DA1, DA2, DA3, DA4 göstergeleri bağlamında verilmiştir.

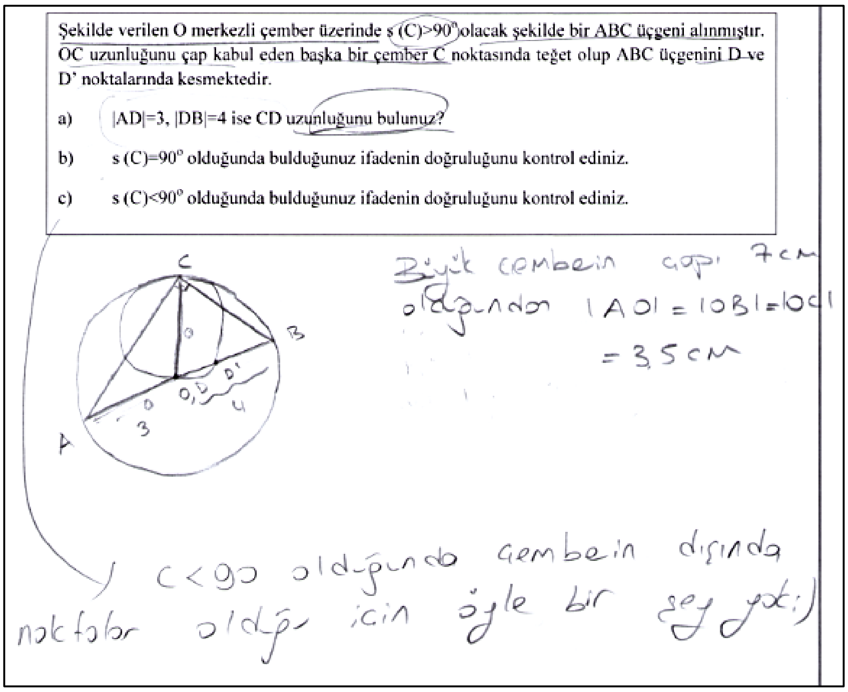
Tablo 28. Öğretmen Adaylarının İkinci Mülakatta Yer Alan Cevapların Analizi

| | DA1 | DA2 | DA3 | DA4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 4.S | 4.S | | |
| Ö4 | 4.S | 4.S | | |
| Ö11 | 4.S | | | |
| Ö16 | 4.S | 4.S | 4.S | |
| Ö23 | 4.S | 4.S | | |
| Ö34 | 4.S | | | |

S: Son testte yer alan problemi temsil etmektedir (Örneğin 1.S: 1. Soru )
DA1: Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama
DA2: Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme
DA3: Problemde yer alan, problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme
DA4: Şekil üzerinde yapılan değişimlerle uç durumları düşünebilme

Tablo 28’de öğretmen adaylarının ikinci mülakatta yer alan problemlerde kullandığı değişmezleri araştırma alışkanlığına ait bulgulara yer verilmiştir. Tablo 28’e göre öğretmen adayları en çok “*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama” göstergesini yansıtan* DA1 alışkanlığı ile “*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*” göstergesini yansıtan DA2 alışkanlığın kullandığı görülmektedir. Ayrıca 1 öğretmen adayı mülakatlarda “*Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme*” göstergesini yansıtan DA3 alışkanlığını kullanmıştır. Aşağıda öğretmen adaylarının kullandığı her bir alışkanlığa yönelik örnekler yer almaktadır.

Yukarıda da bahsedildiği gibi ikinci mülakatlarda öğretmen adayları tarafından en çok kullanılan alışkanlıklar DA1 ve DA2 göstergelerinin belirttiği alışkanlıklardır. Yine Şekil 73’ten de görüldüğü gibi Ö23 kodlu öğretmen adayı 4. problemin çözümünde değişmezleri araştırma alışkanlığından DA1 ve DA2 göstergelerini kullanmıştır. Şekil 73’te Ö23 kodlu öğretmen adayının 4. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 73. Ö23 kodlu öğretmen adayının 4. Probleme verdiği cevap

Ö23 kodlu öğretmen adayının 4. Probleme verdiği cevap incelendiğinde adayın C açısının durumlarına göre istenilen özelliğin sağlanıp sağlanmayacağını kontrol ettiği görülmektedir. Aday bu işlemi yaparken GeoGebra’dan yararlanmaktadır. Adayın problemi çözerken yaşadığı süreci daha iyi anlayabilmek amacıyla adayla klinik mülakat yapılmıştır. Aşağıda klinik mülakattan bir kesit yer almaktadır.

*A : Peki $m(C)=90^0$ olsaydı şekil nasıl olurdu? Şekil değişir miydi?*

*Ö23 : Birazcık değişebilir. $m(C)<90^0$ olduğu zaman üçgen ve içerdeki çemberle ilgili bir şeyler olabilir. D ve D’ noktaları hareket edebilir.*

*A : Çok güzel.*

*Ö23 : $90^0$'den küçükken D ile T'nin ortasına gelir. $90^0$ iken B ile D' çakışır, A ile D'de çakışır. $90^0$'den büyük olduğu zamanda çemberin dışında kesişirler. Ama bana burada CD uzunluğunu bulunuz diyor, bu yöntemle istenen uzunluğu nasıl bulayım şimdi.*

*Ö23 : $90^0$ iken (şekli çizer). Merkezden sapar mı acaba, büyük çemberin merkezini hareket ettiremem. Ama $90^0$ olduğu zaman bu çizdiği [[AB]] merkezden geçmesi lazım. Ama bunu merkezinden oynatamıyorum.*

*A : Hangi çapı görmesi lazım?*

*B : Küçüğün çapını görmesi lazım. … Hem küçüğün hem de büyüğünkini görse, acaba neyi görüyor. Çizeyim mi?*

*A : Tabi, nasıl rahat ediyorsan…*

*(Verilen yapıyı GeoGebra'da çizer)*

*A : Ne oldu şimdi?*

*Ö23 : $90^0$ olunca D' ile Merkez noktalar çakıştı. Immm.*

*A : Sana şimdi CD uzunluğunu soruyor. O ne kadar?*

*Ö23 : Hmmmmm. Evet, çap oldu CD uzunluğu, aaa. Hiç böyle düşünmemiştim. $m(C)=90^0$ olduğunda bizde istenen CD uzunluğu çap oldu.*

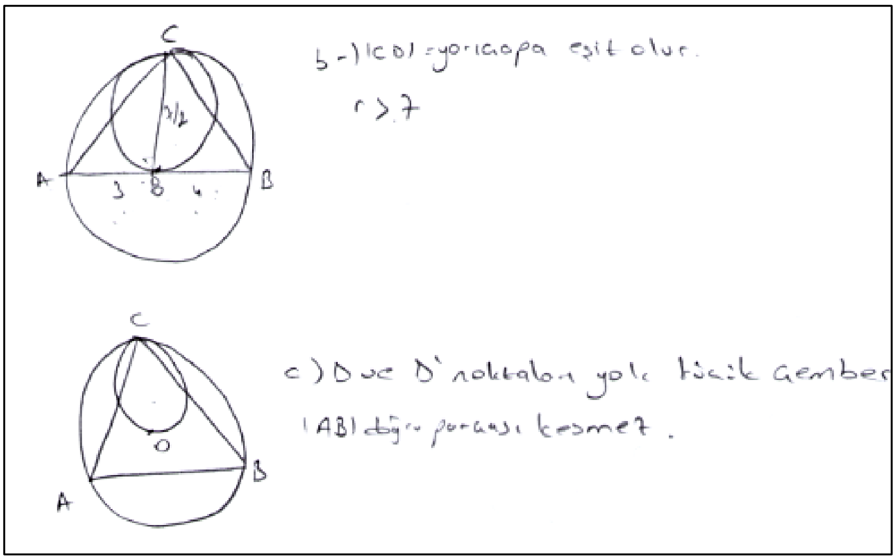
*Ö23 : $90^0$'den küçük olması durumda D ve D' noktaları çemberin üzerinde olmuyor.*

*A : Güzeli o zaman CD uzunluğu ne oluyor?*

*Ö23 : Ama nokta yokken uzunluğunu bulamıyorum. O zaman $m(c)<90^0$ olduğunda noktalar çemberin dışında olduğu için CD uzunluğu olmaz.*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü üzere Ö23 kodlu öğretmen adayı çemberin çevre açısı konumunda olan C açısının $90^0$, $90^0$'den büyük ve $90^0$'den küçük olma durumuna göre CD uzunluğunu incelemiştir. Ö23 kodlu öğretmen adayının 2. ile 3. ve en son satırda yer alan konuşmalarında problemde yer alan sabit bir noktayı (C noktasını) hareket ettirerek CD uzunluğu arasında bir ilişki kurmuştur. Bu durumda Ö23 kodlu aday DA2 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Benzer şekilde adayın C açısının $90^0$ olduğu durumda (3. konuşmasında) değişen ve değişmeyen özellikleri belirlediği ve bu özelliklerden yararlanarak CD uzunluğuna ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Bu yüzden Ö23 kodlu öğretmen adayının yapmış olduğu bu çözümde de DA1 göstergesi iyi düzeyde kullanılmış olur.

Benzer şekilde Ö16 kodlu öğretmen adayının 4. probleme verdiği cevapta DA1, DA2 ve DA3 göstergelerine rastlanmıştır. Bu bakımdan Şekil 74'te Ö16 kodlu öğretmen adayının ikinci mülakatta yer alan 4. probleme ait cevabı verilmiştir. Şekil 74 incelendiğinde Ö16 kodlu öğretmen adayının da C açısının $90^0$, $90^0$ den büyük ve $90^0$ den küçük olma durumuna göre çözümler yaptığı görülmektedir. Ancak adayın yaptığı çözümün daha iyi anlaşılması için aday ile yapılan klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.




Şekil 74. Ö16 kodlu öğretmen adayının 2. mülakatta yer alan 4. probleme verdiği cevap

*Ö16 : $90^0$ için düşündüğümüzde zaten C açısının çapı görmesi gerekir. O zaman AB doğru parçası O noktasından geçer.*

*A : Güzel. Peki, C açısı $90^0$ olunca CD uzunluğu ne olur?*

*Ö16 : D noktası ile O noktası çakışacak zaten. Onu da çap kabul edecek. Yani değişmeyecek, CD uzunluğu CO uzunluğuna eşit olacak.*

*A : Güzel, bu durumda CD uzunluğu neye eşit olacak?*

*Ö16 : Küçük çemberin çapına eşit olacak.*

*A : Yani CD uzunluğunu sayısal bir değer olarak bulabilir miyiz?*

*Ö16 : Evet. Eğer m(C)=$90^0$ olursa AB doğru parçası çap olacak. |CD|=|CO| olacak. CD uzunluğu yarıçap olacak.*

*A : Güzel.*

*Ö16 : m(C)<$90^0$ için, önce C açısı hangi durumda küçük olur bir bakayım. Buraya [B noktasının üzerinde bir noktaya] geldiğinde zaten C açısı büyüyecek o zaman çapın [AB doğru parçasının] aşağısında olması lazım.*

*A : O zaman CD uzunluğunun değeri ne olur?*

*Ö16 : Şekli çizeyim hocam (kâğıda şekli çizer).*

*Ö16 : Bu sefer çemberimiz burada [küçük çember] ama çemberimizin dışında bir üçgen oluşacak. D ve D' noktaları olmaz çünkü üçgen çemberi kesmez.*

*A : Peki m(C)>$90^0$ olduğu durumunda ne olur?*

*Ö16 : OC çap tamam. Küçük üçgenden mi yararlanacağım acaba. CDD’ üçgen olduğu için yükseklik gibi 90$^0$ olur. Şu uzunluk [|AD| ile |D’B| ]şu uzunluğa eşit olabilir mi acaba? Sanki öyle duruyor.*

*A : Bilmem.*

*Ö16 : Hocam bilgisayardan çizip baksam.*

*A : Olur, dene istersen*

*GeoGebrada o uzunlukları hareket ettirerek sürekli eşit çıkıp çıkmadığına bakıyor. (DA3)*

*Ö16 : Sanki GeoGebradan* $|CD| = \frac{|AD|+|BD'|}{2}$ *mi çıkıyor? Hesaplayayım hocam programdan.*

*Söylediği kuralın doğru olup olmadığını anlamak için GeoGebradan uzunlukların toplamının oranına bakar.*

*Ö16 : Yok hocam o kural doğru çıkmadı. Acaba |CD| |CD'|ne eşit mi diye baktım ama o da çıkmadı. (uzunluklar arasında bir ilişki arıyor)*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü üzere öğretmen adayının C açısının farklı durumlarına göre CD uzunluğunu kontrol etmesi adayın geometrik şekli dinamik düşünebildiğinin göstergesidir. Yine aday A açısının durumuna bakarken içerdeki çember ile üçgeni keserek oluşan D ve D’ noktalarının da durumunu incelemektedir. C açısı 90$^0$ olduğu zaman bu noktaların var olmayacağını sebepleriyle birlikte açıklayabilmesi adayın, şekilleri hareket ettirebilmesi sonucunda değişen ve değişmeyen özellikleri fark edebilmesinin göstergesidir. Yine aday bu özellikleri problemin sonucu ile ilişkilendirebildiğinden bu aşamada DA1 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır. Benzer şekilde adayın şekilleri dinamik düşünerek sonuç ile ilişki kurabilmesi DA2 göstergesini iyi düzeyde kullandığını ifade eder. Ayrıca adayın *“OC çap tamam. Küçük üçgenden mi yararlanacağım acaba. CDD’ üçgen olduğu için yükseklik gibi 900 olur. Şu uzunluk [|AD| ile |D’B| ]şu uzunluğa eşit olabilir mi acaba? Sanki öyle duruyor*” ifadesini kullanırken GeoGebra üzerinde C noktasını sürekli hareket ettirerek aynı/farklı etkiyi izlediği görülmektedir. Bu aşamada da Ö16 kodlu öğretmen adayının “verilen problemde yer alan geometrik şekil üzerinde sürekli oynamalar yaparak aynı/farklı etkiyi fark edebilme” alışkanlığını ifade eden DA3 göstergesini iyi düzeyde kullanmıştır.

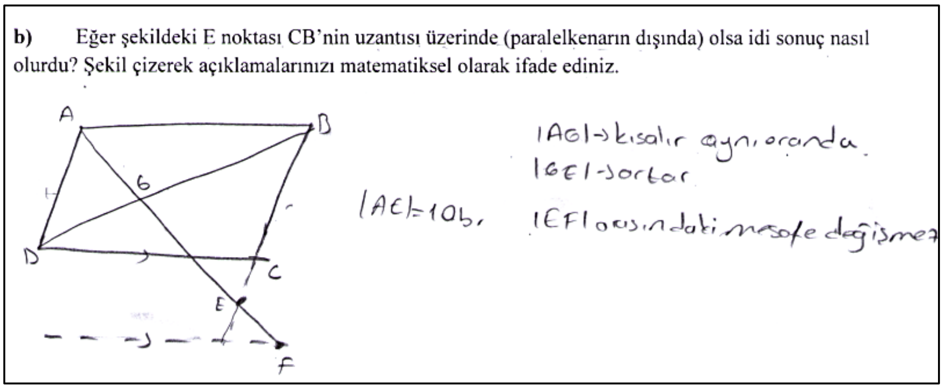
Sonuç olarak ikinci mülakattan elde edilen verilere göre öğretmen adayları DA1, DA2 ve DA3 göstergelerini kullanmışlardır. Bu göstergeleri ön testten farklı olarak adaylar iyi düzeyde kullanmışlardır. Bu durum uygulama sürecinde öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı üzerinde olumlu etkisinin olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının süreç içerisindeki geometrik düşünme alışkanlıklarındaki değişim ve gelişimi daha iyi takip edebilmek için 13. haftada ikinci mülakatlara paralel problemler üzerinde tekrar klinik mülakatlar yapılmıştır. Yapılan bu üçüncü mülakatların analizine Tablo 29'da yer verilmiştir.

Tablo 29. Öğretmen Adaylarının Üçüncü Mülakatta Yer Alan Cevapların Analizi

| | DA1 | DA2 | DA3 | DA4 |
|---|---|---|---|---|
| Ö2 | | | | |
| Ö4 | 4.S | 4.S | | 4.S |
| Ö11 | | | | |
| Ö16 | 3.S, 4.S | 3.S | | 4.S |
| Ö23 | 3.S, 4.S | | | 4.S |
| Ö34 | 2.S, 3.S | 3.S | | |

Tablo 29 incelendiğinde öğretmen adayları en çok "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığını yansıtan DA1 göstergesi, "*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*" alışkanlığını yansıtan DA2 ile "*Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme*" alışkanlığını yansıtan DA4'ü kullandıkları görülmektedir. Adayların verdiği cevaplarda DA3 göstergesine rastlanmamıştır. Bunun sebebi adayların verilen problemleri çözerken DA3 göstergesini kullanmadan çözebilmesinden kaynaklanabilir. Aşağıda adayların bu göstergeleri kullandığı örneklere yer verilmiştir.

Ö16 kodlu öğretmen adayının üçüncü mülakatlarda yer alan 4. problemin ikinci kısmında "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığının göstergesi olan DA1'i kullandığı gözlenmiştir. Şekil 75'te Ö16 kodlu öğretmen adayının 4. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 75. Ö16 kodlu öğretmen adayının 3. mülakatta yer alan 4. problemin ikinci kısmına verdiği cevap

Şekil 75 incelendiğinde Ö16 kodlu öğretmen adayının istenen E noktasını paralelkenarın dışına aldığında, hangi özelliklerin değişip hangi özelliklerin değişmediği hakkında yorum yaptığı görülmektedir. Adayın bu yorumları yapmadan önce yaşadığı düşünme sürecini daha iyi anlayabilmek için aday ile yürütülen klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*A : E noktasını istenilen konuma getirirsen yeni şekil nasıl olur sence?*

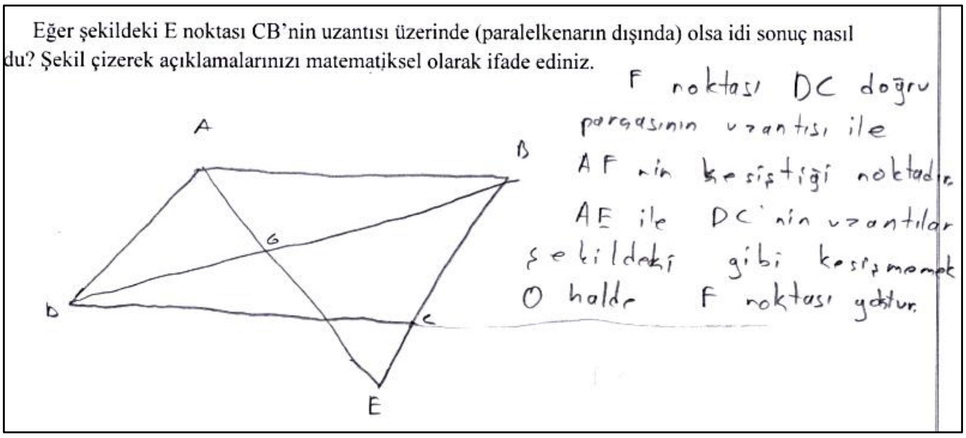
*Ö16 : F'yi aşağı doğru hareket ettirirsem G ve E noktaları beraber aşağı doğru kayar (DB köşegeni üzerinde). A, D ve B noktaları sabit. AG uzunluğunun kısalacağını düşünüyorum. Aynı oranda GE uzunluğu artar.*

*A : EF ne olur peki?*

*Ö16 : Bence, E noktasını kaydırıyorum ama bu doğrultuda kaydırdığım için EF arasındaki mesafeyi etkilemez diye düşünüyorum.*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi Ö16 kodlu öğretmen adayı verilen geometrik şekle dönüşüm yaparak değişen ve değişmeyen özellikleri bulmuştur. Bu doğrultuda da sonuca ilerlemeye çalışmıştır. Dolayısıyla Ö16 kodlu öğretmen adayının yaptığı bu çözüm DA1 göstergesinin iyi düzeyindedir. Aday aynı zamanda DA2 göstergesini de kullanmıştır. Benzer şekilde Ö16 kodlu öğretmen adayı E noktasının paralelkenarın dışında olduğu durumları da incelediğinden ancak doğru sonuca ulaşamadığından dolayı DA4 göstergesini orta düzeyde kullanabilmiştir.

Benzer şekilde Ö4 kodlu öğretmen adayının 4. Problemin ikinci kısmına verdiği cevapta DA2 göstergesi kullanılmıştır. Şekil 76'da Ö4 kodlu öğretmen adayının cevabı verilmiştir.




Şekil 76. Ö4 kodlu öğretmen adayının 3. mülakatta yer alan 4. problemin ikinci kısmına verdiği cevap

Şekil 76 incelendiğinde Ö4 kodlu öğretmen adayının da sabit olan E noktasını hareketli düşündüğü görülmektedir. Aday, E noktasının hareketi ile F noktasının da yerinin *değişeceğini "F noktası DC doğru parçasının uzantısı ile AF nin kesiştiği noktalardır. AE ile DC'nin uzantıları şekildeki gibi kesişmez. O halde F noktası yoktur*" şeklinde ifade etmiştir. Dolayısıyla Ö4 kodlu aday burada DA2 göstergesini kullanmıştır. Yine Ö4 kodlu öğretmen adayı E noktasının paralelkenarın dışında olma durumunu yani uç durumları da incelediğinden dolayı DA4 göstergesini kullanmıştır.

Sonuç olarak yukarıdaki örneklerden de görüldüğü gibi öğretmen adayları üçüncü mülakatlarda DA1, DA2 göstergelerini kullanmışlardır. Bu sonuç adayların ikinci mülakattan elde edilen veriler paralellik göstermektedir. Bu durumda adayların uygulama sürecinde değişmezleri araştırma alışkanlıklarını geliştirebildiği anlamına gelir.

### 4. 1. 3. 3. Uygulama Sonrasında Öğretmen Adaylarının Değişmezleri Araştırma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Uygulamalar sonrasında da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan son test soruları uygulanmıştır. Bu bölümde son teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 30'da öğretmen adaylarına uygulanan son testte değişmezleri araştırma alışkanlığını oluşturan; *Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama (DA1); Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme (DA2); Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme (DA3); Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme (DA4)* göstergeleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 30. Öğretmen Adaylarının Son Testte Yer Alan Problemlerin Değişmezleri Araştırma Boyutuna Yönelik Analizi

| | 1. Problem | | | | 3. Problem | | | | 4. Problem | | | | 7. Problem | | | | 10. Problem | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | Toplam | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % |
| DA1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 23,5 | 0 | 4 | 1 | 5,9 | 0 | 1 | 2 | 11,8 | 1 | 1 | 1 | 5,9 | 1 | 0 | 8 | 47,1 |
| DA2 | 1 | 5,9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 11,7 | 2 | 0 | 1 | 5,9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 23,5 |
| DA3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| DA4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 29,4 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 29,4 |

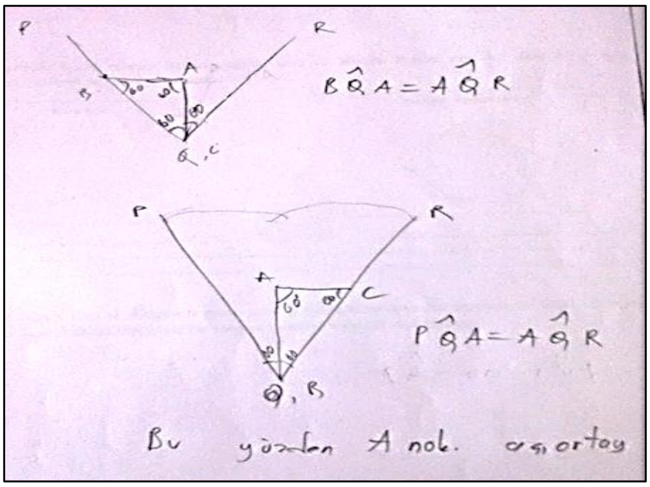
Tablo 30 incelendiğinde adayların cevapladığı birinci, üçüncü, dördüncü, yedinci ve onuncu problemlere yer verildiği görülmektedir. Bunun sebebi, adayların son testte yer alan diğer problemlere yönelik cevaplarında değişmezleri araştırma/inceleme alışkanlığına rastlanmamış olmasıdır. Tablo 30'da öğretmen adayları *"Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığını ifade eden DA1 göstergesini % 47,1 oranında (8 kez) kullandığı görülmektedir. Öğretmen adayları 3. problemde %23,5 oranında (4 kez), 4. ve 10. problemlerde %5,9 oranında (1 kez) ve 7. problemde ise %11,8 oranında (2 kez) DA1 göstergesine ilişkin alışkanlık sergiledikleri görülmektedir. Yine Tablo 30'dan görüldüğü üzere öğretmen adaylarının 3. problemde 4 öğretmen adayının (4 kişiden), 4. problemde 1 öğretmen adayının (1 kişiden) ,7. problemde 1 öğretmen adayının (2 kişiden) tam puan alması (2 puan) adayların genel olarak verilen bir geometrik şekle yönelik uygun dönüşümler yapabildiklerini ve bu dönüşümlerde değişen/değişmeyen özellikleri problemin sonucunda kullanabildiklerini göstermektedir.

Öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında sergiledikleri bir diğer alışkanlık ise *"Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme"* alışkanlığını ifade eden DA4 göstergesidir. Öğretmen adayları bu göstergeyi %29,4 oranında sergilemişlerdir. Yine Tablo 30'dan görüldüğü üzere adaylar DA4 göstergesini 5. problemde %29,4 oranında (5 kez) yarım puan alarak (1 puan) kullandığı görülmektedir. Bu durum adayların genel olarak verilen şeklin sınırlı ve uç durumlarını düşünürken, yapılan dönüşüm sonucunda şartların değişmediğini görür ancak bunun sebebini açıklayamadığı anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma/inceleme alışkanlığı kapsamında sergiledikleri son alışkanlık ise "*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme"* alışkanlığını ifade eden DA2 göstergesidir. Öğretmen adayları bu göstergeyi % 23,5 oranında (4 kez) sergilemişlerdir. Yine Tablo 30'da yer alan sorular temel alınarak incelendiğinde; 4. problemde % 11,7 oranında (2 kez), 7. problemde ise % 5,9 oranında (1 kez) DA2 göstergesine dair alışkanlık sergiledikleri görülmektedir.

Değişmezleri araştırma alışkanlığının diğer göstergeleri olan "*Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme"* DA3'ü öğretmen adaylarının herhangi bir problemde kullanmadıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının verilen problemlerde DA3 göstergesine ihtiyaç duymadan problemleri çözmesinden kaynaklanabilir.

Tablo 30'dan da görüldüğü gibi öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı göstergelerden biri "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığını ifade eden DA1 göstergesidir. Ö4 kodlu aday 4. problemde DA1 göstergesini yüksek düzeyde kullanmıştır. Ö4 kodlu adayın 4. Probleme verdiği cevap Şekil 77'de yer almaktadır.




Şekil 77. Ö4 kodlu öğretmen adayının son testteki 4. probleme verdiği cevap

Şekil 77 incelendiğinde Ö4 kodlu öğretmen adayının A noktasının konumunu PQA açısının açıortayı olarak bulmuştur. Ancak adayın yaptığı çözümün daha iyi anlaşılması için aday ile yürütülen klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*A : Problemi nasıl çözdün, açıklar mısın?*

*Ö4 : Burada hocam B ve C noktalarının hareketine göre diyor. Ben burada ilk önce şunu düşündüm. B ve C noktaları hareket ederken* $\overset{\Delta}{ABC}$ *ni hep eşkenar üçgen olarak kalmak zorunda. Bunu baz alarak ya B ve C'nin ikisi birlikte hareket ederse ya da B ve C noktaları teker teker hareket ederse diye düşündüm.*

*Ö4 : Eğer teker teker hareket ederse, başlangıçta C noktasını Q ile çakışacak şekilde hareket ettirdim (kağıttaki 1. Şekil). Bu şekilde çakıştırdıktan sonra m(Q)=*$120^0$ *ise* $\overset{\Delta}{ABC}$ *ni eşkenar üçgen olduğundan m(BQA)=m(CQA)=*$60^0$ *olur. Bu şekilde A noktası BQC açısını açıortay olarak ayırmıştır.*

*Ö4 : Benzer şekilde B noktasını da Q noktası üzerinde getirecek olursa (Şekli çizer) yine Q açısını 60'ar derece olarak 2 eş parçaya ayırır.*

*A : Yani bunun sonucunda A noktasının geometrik yeri ne olur?*

*Ö4 : İkisinin tam ortasında olur.*

*A : Yani bu durumu nasıl adlandırabiliriz?*

*Ö4 : Nasıl desem, hmmm A noktası açıortaydır.*

*A : Güzel.*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldü üzere öğretmen adayının önce B noktasını sonra da C noktasını hareket ettiği görülmektedir. Aday bu işlemi yaparken sabit noktaları hareketli düşünebildiğinden DA2 göstergesini kullanmıştır. Yine diyalogda adayın ABC eşkenar üçgeninin hiçbir zaman değişmeyeceğini hep eşkenar üçgen kalacağını belirttiği görülmektedir. Bu durumu göz önünde bulundurarak işlemlerine devam etmiştir. Dolayısıyla Ö4 kodlu adayın yaptığı bu çözümde DA1 göstergesinin iyi düzeyindedir.

Bazı adaylarda DA1 ve DA2 alışkanlıklarını düşük düzeyde kullanmışlardır. Bu duruma örnek olarak Ö11 kodlu aday verilebilir. Ö11 kodlu adayın 4. probleme yönelik klinik mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*A : Bu problemde ne yaptın? Açıklar mısın?*

*Ö11 : Hocam burada B noktası hareket halinde olduğu için B ve C noktalarını hareket ettirdim. Bu şekilde 4 durumu inceledim.*

*1. durumda B noktası P'ye yaklaşırsa C noktasını aşağıya doğru hareket edeceğinden ABC üçgeninin eşkenar üçgen olma özelliğini koruması lazım. Yeni oluşan A' noktası hem sağa hem de hafif aşağıya kayması gerekir diye düşündüm.*

*2. durum B noktasını Q'ya yaklaştırdığımızda B açsıının ölçüsü artacak yani $60^0$ den büyük olacak. O yüzden B açısının $60^0$ lik konumunu koruyabilmesi için oluşan yeni A' noktasının A noktasına göre daha solda ve aşağıda olduğunu düşündüm.*

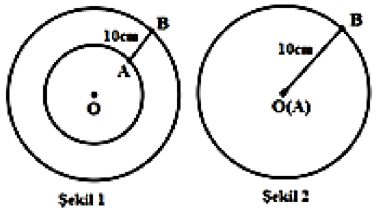
*3. durum C noktası R'ye yaklaşırsa B açısı $60^0$ den küçük olur. Burada yine B açısının daralmaması için oluşan yeni A' noktasının A noktasına göre sola ve biraz aşağıda olacak.*

*4. durum C noktası Q'ya yaklaşırsa B açısının derecesi büyüyecek. Yine B açısının $60^0$ lik konumunu koruyabilmesi için oluşan yeni A' noktası sağ tarafa doğru gelmesi lazım.*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi Ö11 kodlu aday problemi çözerken, verilen sabit durumları hareketli şekilde düşünmüştür. Yine şekiller üzerinde bir dönüşüm yaparak değişen ve değişmeyen özellikleri belirlemiştir. Bu kapsamda Ö11 kodlu adayın yaptığı bu çözüm DA1 ve DA2 göstergelerini içermektedir. Benzer şekilde Ö23 kodlu öğretmen adayı da son testte yer alan 3. Problemin cevabında DA1 göstergesini düşük düzeyde kullanmıştır. Şekil 78'de Ö23 kodlu öğretmen adayının cevabı yer almaktadır.

**3.** Kenan öğretmen sınıfa *"Merkezleri aynı olan ve yarıçapları aralarındaki fark 10cm olan iki çemberin çevre uzunlukları arasındaki fark ne kadardır"* şeklinde bir soru yöneltmiştir.

Öğrencilerden biri soruyu şu şekilde çözmüştür




| |
|---|
| Soruyu Şekil 1 deki gibi çizerim. Daha sonra her iki çemberi de merkez noktasından küçültürüm. Bu küçültme işlemine devam ettikten bir süre sonra küçük çember tek bir nokta haline gelir. Bu durumda küçük çember, büyük çemberin merkez noktası olacak kadar küçülmüş olur (Şekil 2). Dolayısıyla son durumda her iki çemberin yarıçapı arasındaki mesafe, oluşan büyük çemberin yarıçapı olur. O halde 2 çemberin çevreleri arasındaki fark, dıştaki çemberin çevresine eşit olur ve; $Ç=2\pi r=2\pi 10=20\pi$ |

Sizce öğrencinin yaptığı çözüm doğru mudur? Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile yazınız.

arasındaki farkın 10 olduğunu biliyoruz. Küçük çemberi ne kadar hareket ettirirse ettirsin fark hep 10 olarak kalacağı için çözüm doğru olur gibi ama birde işlemle yaptığımız zaman,

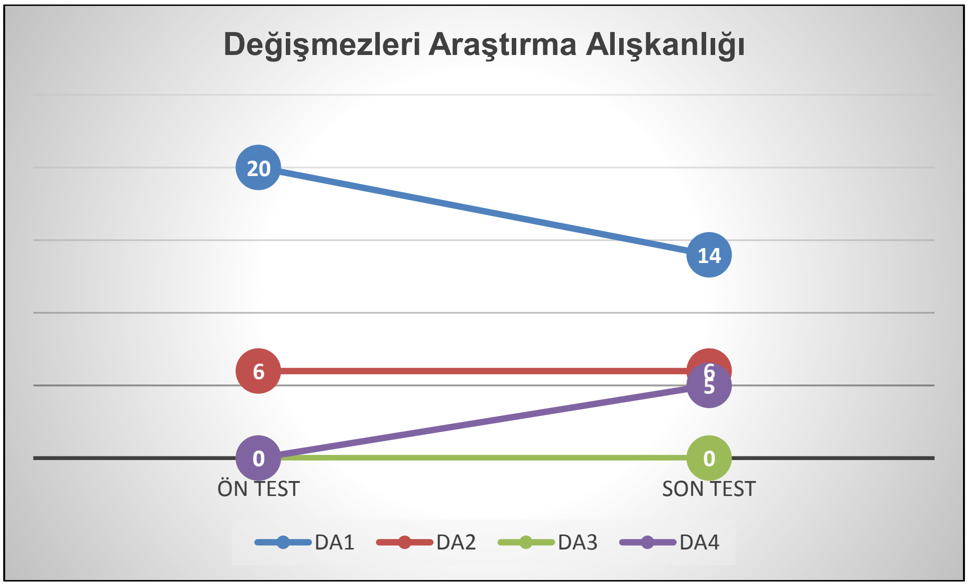
$Ç_1 = 2\pi(r+10) = 2\pi r + 20\pi$

$Ç_2 = 2\pi r$

Şekil 78. Ö23 kodlu öğretmen adayının son testteki 3. probleme verdiği cevap

Şekil 78 incelendiğinde Ö23 kodlu öğretmen adayının çözümün doğruluğunu kabul ettiği "*Arasındaki farkın 10 olduğunu biliyoruz. Küçük çemberi ne kadar hareket ettirirse ettirsin fark hep 10 olarak kalacağı için çözüm doğru olur*" ifadesinden anlıyoruz. Ayrıca Ö23 kodlu öğretmen adayı problemi doğrusal metotla (denklemler kullanarak) çözmüştür. Burada yer alan "*çemberin hareketi ile iki çember arasındaki fark değişmez"* ifadesi, adayın probleme uyguladığı dönüşüm sonucunda değişmeyen özellikleri belirleyebildiğini ancak doğru çözüme ulaşamadığını gösterir. Bu durumda Ö23 kodlu öğretmen adayının yaptığı çözümün DA1 göstergesinin düşük düzeyde olduğu anlamına gelir.

Sonuç olarak öğretmen adayları son testte yer alan problemlerde DA1 ve DA2 göstergelerini genel olarak iyi düzeyde kullanmıştır. Bu durum adayların değişmez nicelikleri hareketli olarak düşünebildikleri ve verilen bir geometrik şekle dönüşüm yapıldıktan sonra değişen ve değişmeyen özellikleri tanımlayabildikleri anlamına gelmektedir. Her bir öğretmen adaylarının ön test ve son testte yer alan problemlerde değişmezleri araştırma alışkanlıklarından aldığı toplam puanlar Şekil 79'da verilmiştir.




Şekil 79. Değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergelerinin ön test ve son testte kullanılma puanları

Şekil 79'da öğretmen adaylarının DA4 alışkanlığından ön testte yer alan problemlerde kullanmamasına rağmen son testte yer alan problemlerde toplam 5 puan aldığı görülmektedir. Bu durum adayların geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problem çözmeye dayalı öğrenme ortamı sonucunda *"Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme"* göstergesini yansıtan DA4 alışkanlığından son testte daha yüksek puan aldığını göstermektedir. Yine Şekil 79 incelendiğinde adayların DA1 alışkanlığından ön testte toplam 20 puan alırken son testte toplam 14 puan aldığı görülmektedir. Bu durum adayların son testteki problemlerde verilen probleme uygun dönüşümler yapmakta zorlandığı ya da yapılan dönüşümleri problemin çözümü ile ilişkilendiremediği anlamına gelmektedir. Ayrıca adaylar DA2 ve DA3 alışkanlıklarını ön test ve son testte aynı puan alacak şekilde kullanmıştır. Öğretmen adaylarının ön testte ve son testte kullandıkları değişmezleri araştırma alışkanlıklarının göstergeleri düzeyine Tablo 31'de yer verilmiştir.

Tablo 31. Öğretmen Adaylarının Ön Testte ve Son Testteki Problemlere Verdiği Cevaplarda Kullanılan Değişmezleri Araştırma Alışkanlığının Göstergeleri

| | DA1 | | DA2 | | DA3 | | DA4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P |
| Ön Test | 16 | 4 | 2 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Son Test | 2 | 12 | 2 | 4 | 0 | 0 | 5 | 0 |

Tablo 31 incelendiğinde öğretmen adaylarının *“Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama”* göstergesini yansıtan DA1 alışkanlığında ön testteki problemlerde yüksek düzeyde toplam 4 puan alırken son testte yüksek düzeyde toplam 12 puan aldığı görülmektedir. Dolayısıyla bu durum öğretmen adaylarının öğrenme ortamında yer aldıktan sonda DA1 alışkanlığını mantıksal gerekçelere dayandırarak daha iyi kullandıkları anlamına gelmektedir. Benzer şekilde adaylar *“Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme”* göstergesini yansıtan DA4 alışkanlığını ön testte kullanmamasına rağmen son testte düşük düzeyde toplam 5 puan alacak şekilde kullanmıştır. Ayrıca Tablo 31 incelendiğinde öğretmen adaylarının “*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*” göstergesini yansıtan DA2 alışkanlığını ön testte ve son testte düşük düzeyde toplam 2 yüksek düzeyde toplam 4 puan alacak şekilde kullandığı görülmektedir.

### 4. 1. 4. Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik hazırlanan öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının dördüncü alışkanlık olan keşfetme ve yansıtma üzerinde nasıl bir rol oynadığına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında keşfetme ve yansıtma alışkanlığına yönelik problemlerde verdiği cevaplara ilişkin betimsel istatistiklere ve öğretmen adayları ile yapılan klinik mülakatlara yer verilmiştir.

#### 4. 1. 4. 1. Uygulama Öncesinde Öğretmen Adaylarının Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Uygulamalar öncesinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan ön test soruları uygulanmıştır. Bu bölümde ön teste yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 32’de görüldüğü üzere adaylar bütün problemlerde keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullanmıştır. Yine Tablo 32’de öğretmen adayları “problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma” alışkanlığını ifade eden KY1 göstergesini %76,5 oranında (166 kez) kullandığı görülmektedir. Öğretmen adayları 1. Problemde %4,1 oranında (9 kez), ikinci problemde % 11 oranında (24 kez), 3. Problemde %11 oranında (24 kez), 4. Problemde %2,8 oranında (6 kez), 5. Problemde %7,4 oranında (16 kez), 6. Problemde %6,9 oranında (15 kez), 7. Problemde % 10 oranında (22 kez), 8. Problemde %12 oranında (26 kez), 9. Problemde %11 oranında (23 kez) ve 10. Problemde %0,9 oranında (2 kez) kullanmıştır.

Tablo 32. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Yer Alan Problemlerin Keşfetme ve Yansıtma Boyutuna Yönelik Analizi

| | 1. Problem | | | | 2. Problem | | | | 3. Problem | | | | 4. Problem | | | | 5. Problem | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P |
| KY1 | 9 | 4,1 | 6 | 3 | 24 | 11 | 19 | 5 | 24 | 11 | 8 | 15 | 6 | 2,8 | 6 | 0 | 16 | 7,4 | 11 | 5 |
| KY2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY6 | 4 | 1,8 | 3 | 1 | 7 | 3,2 | 4 | 3 | 2 | 0,9 | 0 | 2 | 1 | 0,5 | 1 | 0 | 4 | 1,8 | 1 | 3 |

| | 6. Problem | | | | 7. Problem | | | | 8. Problem | | | | 9. Problem | | | | 10. Problem | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | Toplam | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % |
| KY1 | 15 | 6,9 | 14 | 1 | 22 | 10 | 13 | 9 | 26 | 12 | 25 | 1 | 23 | 11 | 8 | 15 | 2 | 0,9 | 2 | 0 | 166 | 76,5 |
| KY2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,46 |
| KY3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY6 | 2 | 0,9 | 2 | 0 | 14 | 6,5 | 9 | 5 | 2 | 0,9 | 2 | 0 | 14 | 6,5 | 6 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 50 | 23 |

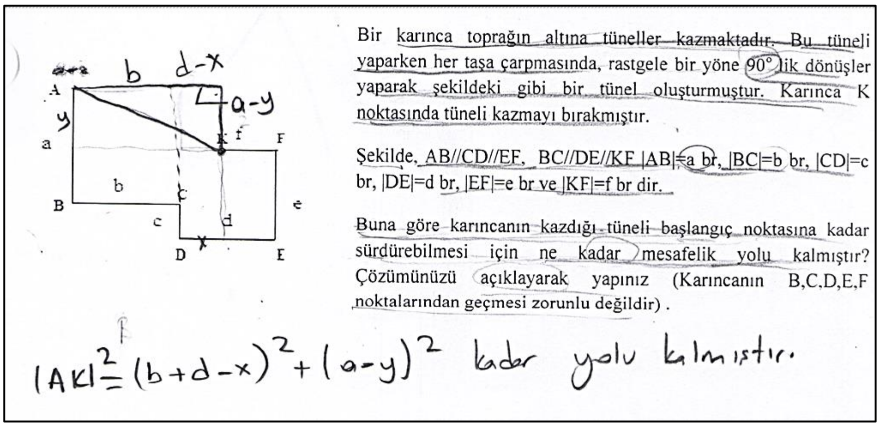
KY1: Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma
KY2: Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma
KY3: Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme
KY4: Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma.
KY5: Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma
KY6: Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme

Adayların geneline bakıldığında ise KY1 alışkanlığını yarım puan (1 puan) alacak şekilde kullandığı görülmektedir. Bu durum genel olarak adayların ön testte yer alan problemlerin çözümüne yönelik ek çizimler yaptığını ancak çizimi sonuç ile tam olarak ilişkilendiremediği anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de *"problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini etkili kullanabilme"* alışkanlığının göstergesi olan KY6'dır. Tablo 32'den de görüldüğü üzere KY6 göstergesi %23 oranında (50 kez) kullanılmıştır. Adayların geneline bakıldığında KY6 göstergesini düşük düzeyde kullandıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının genellikle çözümün niçin doğru olduğuna dair bir girişimde bulunmaya çalıştıkları ancak yapılan çözümün açıklamalara, teoremlere, tanımlara ve aksiyomlara dayandırılamamış olmasıdır.

Ön testte yer alan problemlere göre adayların keşfetme ve yansıtma kapsamında kullandığı son alışkanlıkta *"bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma"* alışkanlığının göstergesi olan KY2'dir. Adaylar KY2 göstergesini %0,46 oranında (1 kez) kullanmışlardır.

Yukarıda da açıklandığı gibi öğretmen adaylarının keşfetme ve yansıtma kapsamında en çok kullandığı alışkanlık "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1'dir. Bazı adaylar KY1 göstergesini rastgele ek çizimler yaparak kullanırken bazı adaylar da sonuçta işine yarayabilecek ek çizimler kullanmıştır. Ek çizimleri iyi düzeyde kullanan öğretmen adaylarından biri de Ö25 kodlu adaydır. Ö25 kodlu adayın ön testte yer alan 2. probleme verdiği cevap Şekil 80'de yer almaktadır.


Bir karınca toprağın altına tüneller kazmaktadır. Bu tüneli yaparken her taşa çarpmasında, rastgele bir yöne 90° lik dönüşler yaparak şekildeki gibi bir tünel oluşturmuştur. Karınca K noktasında tüneli kazmayı bırakmıştır.

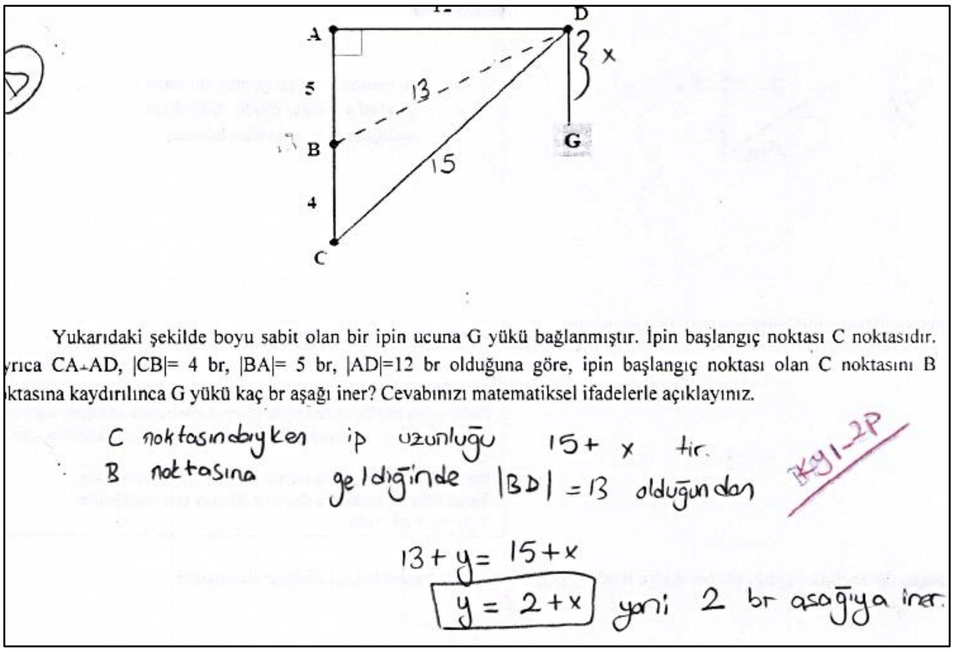
Şekilde, AB//CD//EF, BC//DE//KF |AB|=a br, |BC|=b br, |CD|=c br, |DE|=d br, |EF|=e br ve |KF|=f br dir.

Buna göre karıncanın kazdığı tüneli başlangıç noktasına kadar sürdürebilmesi için ne kadar mesafelik yolu kalmıştır? Çözümünüzü açıklayarak yapınız (Karıncanın B,C,D,E,F noktalarından geçmesi zorunlu değildir) .

$|AK|^2 = (b+d-x)^2 + (a-y)^2$ kadar yolu kalmıştır.

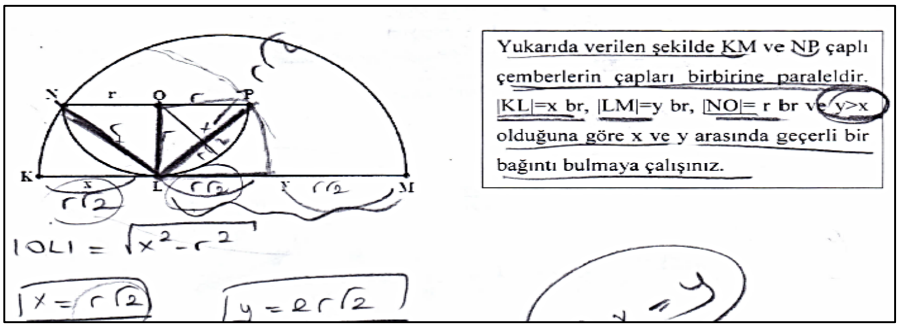
Şekil 80. Ö25 kodlu adayın ön testteki 2. probleme yönelik cevabı

Şekil 80 incelendiğinde Ö25 kodlu adayın problemin çözümünde kullanabileceği ek çizim yaptığı görülmektedir. Bu şekilde aday başlangıçta tahmin yoluyla yaptığı ek çizim ile doğru sonuca ulaştığı için yapılan bu çözüm KY1 göstergesinin yüksük düzeyindedir. Benzer şekilde Ö13 kodlu öğretmen adayı Şekil 81'de yer alan ön testteki 1. Probleme verdiği cevapta KY1 alışkanlığını yüksek düzeyde kullanmıştır.




Şekil 81. Ö13 kodlu öğretmen adayının ön testteki 1. Probleme verdiği cevap

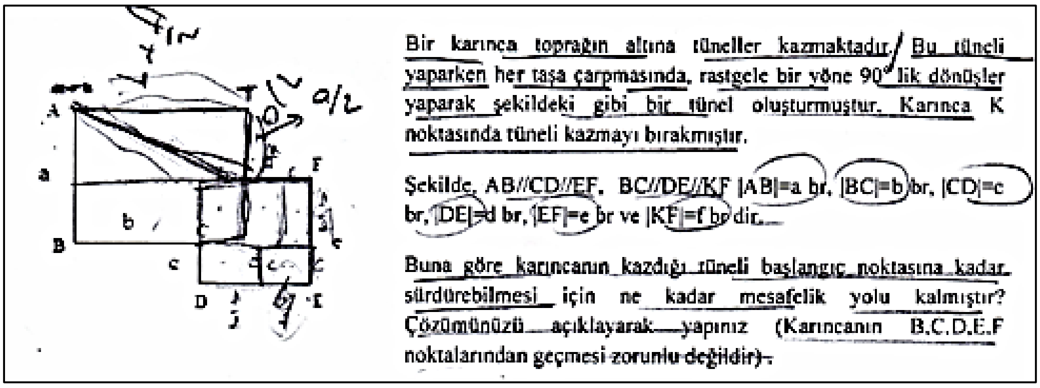
Yukarıda KY1 göstergesinin yüksek düzeyde kullanıldığı örneklere rağmen bazı adaylar şekil üzerinde ek çizim yapmakta ancak yapılan bu çizim ile bir sonuca varamamaktadır. Bu durum KY1 göstergesinin düşük düzeyinde olarak adlandırılmıştır. Bu duruma örnek olarak Ö23 kodlu öğretmen adayının 8. Probleme yönelik cevabı verilebilir. Şekil 82'de Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testteki 8. Probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 82. Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testteki 8. Probleme verdiği cevap

Şekil 82 incelendiğinde öğretmen adayının ek çizimler yaptığı ancak bu çizimleri kullanarak bir sonuca ulaşamadığı görülmektedir. Aday ile yapılan mülakat incelendiğinde adayın "*Yarıçapları çizdim, r dedim. Sonra x=*$r\sqrt{2}$ *geldi. Yok L ile P yi ve L ile N'yi birleştirdim. O zaman |LP|=|LN|=*$r\sqrt{2}$ *oldu. KM'yi de 3 eş parçaya bölünmüş olarak düşündüm ama sebebini bilmiyorum. Bana öyle geldi*" şeklinde açıklama yaptığı görülmektedir. Ö23 kodlu öğretmen adayı şekil üzerinde oluşturduğu ek çizimleri bir sonuca bağlayamadığı için yaptığı çözüm KY1 göstergesinin düşük düzeyindedir. Bu duruma benzer bir örnekte Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 2. probleme yönelik cevabı verilebilir. Şekil 83'te Ö23 kodlu öğretmen adayının cevabı yer almaktadır

.




Şekil 83. Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testteki 2. probleme verdiği cevap

Şekil 83 incelendiğinde Ö23 kodlu öğretmen adayının şekil üzerinde ek çizimler yaptığı ancak doğru sonuca ulaşamadığı görülmektedir. Ayrıca Ö23 kodlu öğretmen adayı ile yapılan klinik mülakattan kesitler aşağıda yer almaktadır.

A : *Bu problemi nasıl çözdün, anlatır mısın?*

Ö23 : *Karınca şimdi A noktasından K'ya kadar gidiyor. Burdan en kısa yoldan gitmesi için bu boş kalan alanı dikdörtgenlere ayırarak en kısa yolu bulmaya çalıştım. Daha sonra şekli ikiye böldüm ve f/2 ile c br olacağını düşündüm. Ama dikdörtgenin kısa kenarını ayırmam gerektiğini düşündüm kaç br olarak ayıracağımı bulamadım.*

A : *Neden dikdörtgenlere ayırmaya çalıştın peki?*

Ö23 : *Çünkü ayırınca izleyeceği en kısa yolu bulabileceğimi düşündüm. Bu şekilde en kısa ne kadar uzunluktan (yol alacağını) bulmak için böyle yaptım.*

A : *Anladım. Peki, şimdi bu problemde ne düşünüyorsun?*

Ö23 : *Yani aslında* $|TK|=\frac{a}{2}$ *olsa ama |KF| ile karşısı eşit değil bilemedim. Acaba neden bu şekilde tamamladım. Aslında A noktası ile K noktasını birleştirirsek hipotenüsü kullanırsak daha kısa yoldan gider.*

A : *Peki neden o kısma f/2 dedin?*

Ö23 : *Acaba tamamı diye mi düşündüm, bilemedim neden öyle bir şey yaptığımı. Aslında şu değerlerin doğru olduğundan emin değilim ama başlangıçta onu dikdörtgenlere ayırarak yaparım diye düşündüm. Ama şimdi hipotenüsü kullanarak yapmanın daha doğru olacağını düşündüm. Bu yol daha doğru imiş. Keşke o yolu düşünseymişim baştan.*

Yukarıdaki mülakattan Ö23 kodlu öğretmen adayının ön testte yer alan 2. problemi cevaplarken ek çizimler ile en kısa uzunluğu bulmaya çalıştığı görülüyor. Ancak yapılan çizimler sonuç ile doğrudan ilişki bulunamadığından dolayı, öğretmen adayının bu çözümü KY1 alışkanlığından düşük düzeye denk gelmektedir.

Öğretmen adaylarının çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de "*problemin çözümün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini etkili kullanabilme"* alışkanlığını yansıtan KY6 göstergesidir. Adayların KY6 göstergesini kullanıp kullanmadığı en iyi onlarla yapılan mülakatlardan ortaya çıkmaktadır. Örneğin Ö23 kodlu öğretmen adayının 10. Problemde yaptığı çözüm üzerinde düşünceleri *"Burada açıyı 3 eş parçaya böldüğünü buldum. Adımları tek tek kontrol ettim. Bize açıların oluşturduğu alanları sorsaydı eş olmazdı ama açıların ölçüsü eştir. Evet, burada yapılan çözüm doğrudur*" şeklinde yapılan yorum KY6 göstergesini oluşturmaktadır.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının ön testte yaptığı cevaplar incelendiğinde adaylar sırasıyla en çok "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma* " alışkanlığını yansıtan KY1'i daha sonra "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığını yansıtan KY6'yı en sona da "*Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*" alışkanlığını yansıtan KY2 göstergesini kullanmıştır. Ancak adayların verdiği cevaplar incelendiğinde bu göstergeleri düşük düzeyde kullandıkları görülmektedir. Bunun anlamı genel olarak adaylar problemi çözerken oluşturdukları ek çizimleri problemin sonucunda kullanamamaktadır ve farklı problemler üzerinde yaratıcı fikirler sunmakta yetersiz kalmışlardır. Ayrıca 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu adayların verdiği cevaplara göre kullandıkları değişmezleri araştırma alışkanlığı Tablo 33'de verilmiştir.

Tablo 33 incelendiğinde bütün öğretmen adaylarının ön testte yer alan problemlerin çözümünde "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığını yansıtan KY1 göstergesi ile "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığını yansıtan KY6 göstergesini kullandıkları görülmektedir. Ancak adaylar bu göstergeleri düşük düzeyde yansıtmışlardır.

Tablo 33. Öğretmen Adaylarının Ön Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | KY1 | KY2 | KY3 | KY4 | KY5 | KY6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 2S-1P, 3S-1P, 4S-1P, 5S-2P, 7S-1P | | | | | 2S-1P, 5S-2P, 7S-1P |
| Ö4 | 1S-2P, 2S-2P, 3S-2P, 5S-1P, 6S-1P, 7S-1P, 8S-1P, 9S-2P | | | | | 1S-2P, 2S-2P, 7S-2P, 9S-2P |
| Ö11 | 2S-2P, 3S-2P, 5S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P | | | | | 1S-1P, 2S-1P, 7S-1P |
| Ö16 | 2S-1P, 3S-1P, 4S-1P, 5S-1P, 6S-1P, 7S-1P, 8S-1P, 9S-1P | | | | | |
| Ö23 | 1S-2P, 2S-2P, 3S-2P, 4S-1P, 5S-1P, 6S-1P, 7S-1P, 8S-1P, 9S-1P | | | | | 6S-1P, 9S-2P |
| Ö34 | 3S-2P, 5S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-2P, 10S-1P | | | | | 7S-1P, 9S-1P |

S: Son testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

### 4. 1. 4. 2. Uygulama Sürecinde Öğretmen Adaylarının Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

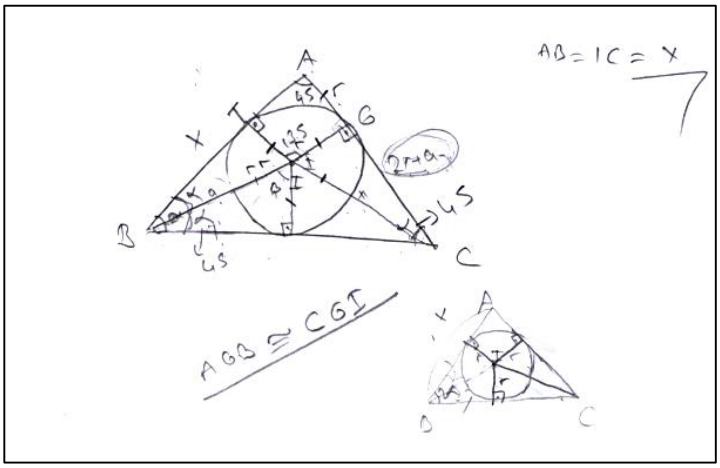
Bu bölümünde uygulamalar süresince dönemin 8. ve 13. haftalarında 6 öğretmen adayı ile yürütülen klinik mülakatların keşfetme ve yansıtma alışkanlığı boyutuna ait bulgulara yer verilmiştir. Tablo 34'de öğretmen adaylarına 8. haftada klinik mülakatta yöneltilen 4 tane problemden keşfetme ve yansıtma alışkanlığını oluşturan KY1, KY2, KY3, KY4, KY5 göstergeleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 34. Öğretmen Adaylarının İkinci Mülakatta Yer Alan Problemlere Yönelik Cevap Analizi

| | KY1 | KY2 | KY3 | KY4 | KY5 | KY6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 1.S, 2.S, 3.S, 4.S | | | 2.S | | |
| Ö4 | 1.S, 2.S, 3.S | | | 1.S, 2.S | 2.S | |
| Ö11 | 1.S, 2.S | | | | | |
| Ö16 | 4.S | | | 3.S, 4.S | | 1.S, 2.S |
| Ö23 | 1.S, 2.S, 4.S | | 3.S | | | 1.S, 3.S |
| Ö34 | 1.S, 2.S, 3.S | | 3.S | 1.S, 3.S, 4.S | | |

S: Son testte yer alan problemi temsil etmektedir (Örneğin 1.S: 1. Soru)

Tablo 34 incelendiğinde öğretmen adayları en çok "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığını ifade eden KY1 göstergesi ile "*Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma*" alışkanlığının göstergesi KY4'ü kullandığı görülmektedir. Bunun yanında adayların 2. mülakatlarda verdiği cevaplarda "*Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığını kapsayan KY3 ile "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığını yansıtan KY6 göstergelerini kullandıkları görülmüştür. Aşağıda bu göstergelere yönelik örnek cevaplar verilmiştir.




Şekil 84. Ö34 kodlu öğretmen adayının 2. mülakattaki 1. probleme verdiği cevap

Ö34 kodlu öğretmen adayının Şekil 84'te verdiği cevap incelendiğinde, adayın ek bir çizim üzerinden sonuca gitmeye çalıştığı görülmektedir. Yine adayın sonuca ulaşamadığı görülmekle birlikte problemi çözme sürecinde yaşadıklarını anlamak amacıyla aşağıda mülakat kesiti verilmiştir.

*Ö34 : Şurası α-α deriz [B açısını 2 eş parçaya bölen açıların ölçüsü]. Şurası da α olur [C açısının ölçüsü]. O zaman buraya 45⁰ kalır [A açısının ölçüsü]. Ama bir dakika, ben açıortay ile dikmelerin aynı noktada kesiştiğini nereden biliyorum? Ama merkez, evet olmayabilir.*

*Ö34 : İlk önce ABC üçgenini, sonra iç teğet çemberini çizdim. Daha sonra m(B)=2m(C)=2 alfa olacak şekilde açıları yerleştirdim. Daha sonra |AB|=|IC| uzunluklarını yazdım. Aslında ben bu uzunlukları kullanmadan nasıl sonuca ulaştım ki? Hmmm. Ama şimdi bir dakika, aslında evet açıortay doğrusu ile merkezden geçen dikmeler aynı doru üzerindedir, kırık doğru değildir. Çünkü benzerlik kurdum. Şu 2 üçgende [AGB üçgeni ile CGI üçgeni benzer] benzerlik var. Çünkü her 2 üçgende de $90^0$nin karşısında 2r+a, bir açıları $90^0$ ve |AB|=|IC|=x br var. Oradan da I'dan C'ye bir doğru parçası indirdim. Orası da x oldu. Daha sonra dedim ki O noktasından kenara dikler çizeyim işime yarar. Sonra köşelerden açıortay doğru parçalarını indirdim. Daha sonra da 2 benzer üçgenleri de buldum.*

*Ö34 : Ama bir şey söyleyeyim mi. Belki bu açıortay olarak bölmez, belki $45^0$ -$45^0$ değil de $30^0$-$15^0$ olarak ayırır.*

*Ö34 : Belki doğrusal olmayabilir, ama o zaman gidiş yolum yanlış mı olacak. Sanki bana doğru yapmışım gibi geldi, bilemiyorum hocam, nerde hata yaptığımı çıkaramadım.*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü üzere Ö34 kodlu öğretmen adayı her yaptığı işlemde kendi yaptığı çözümü kontrol etmektedir. Dolayısıyla aday problemin her adımında problemin çözümüne yönelik durum değerlendirmesi yaptığından bu çözüm KY4 göstergesinin iyi düzeyindedir.

Adayların keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının gelişimini daha iyi kontrol edebilmek amacıyla 13. haftada da adaylarla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Yine 4 problemden oluşan klinik mülakatlara ait öğretmen adaylarının cevapları Tablo 35'de verilmiştir.

Tablo 35. Öğretmen Adaylarının Üçüncü Mülakatta Yer Alan Problemlere Yönelik Cevap Analizi

| | KY1 | KY2 | KY3 | KY4 | KY5 | KY6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 1.S, 2.S, 3.S, 4.S | | | 2.S, 4.S | | |
| Ö4 | 1.S, 2.S, 3.S, 4.S | | 2.S | 2.S | | |
| Ö11 | 1.S, 2.S | | | | | |
| Ö16 | 1.S, 2.S, 3.S,4.S | | | 1.S | | |
| Ö23 | 1.S, 2.S, 3.S | | | 1.S, 2.S | | |
| Ö34 | 1.S, 2.S, 3.S, 4.S | | 4.S | 1.S, 4.S | | |

S: Son testte yer alan problemi temsil etmektedir (Örneğin 1S: 1. Soru )

Tablo 35 incelendiğinde öğretmen adayları en çok "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma.*" alışkanlığını ifade eden KY1 göstergesi ile "*Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma*" alışkanlığının göstergesi KY4'ü kullandığı görülmektedir. Bunun yanında adayların üçüncü mülakatlarda verdiği cevaplarda "Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme" alışkanlığını kapsayan KY3 ile "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığını yansıtan KY6 göstergelerini kullandıkları görülmüştür. Aşağıda bu göstergelere yönelik örnek cevaplar verilmiştir.

Bazı adaylar, mülakatlarda çözümünü yaptığı problemleri ara ara kontrol etmişlerdir. Bu şekilde adaylar doğru sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bunlardan birisi de Ö2 kodlu öğretmen adayıdır. Aşağıda Ö2 kodlu öğretmen adayı ile gerçekleşen diyalog verilmiştir.

*Ö2 : GA'=a ise B'G=2-a olur. BFG ile GFA' bence açıortaydır. Ama neden bilmiyorum. Immm yamuktan mı yapsak. Yok olmaz. Şey alandan mı yapsak?*

*A : Başka bir yerden dene?*

*Ö2 : Ama şimdi ben bunu buradan çizersem hiçbir işime yaramaz ki. Ben ED'nin hiçbir uzunluğunu bilmiyorum. Ama benzerlikten… Yok, yine olmaz oranları bilmiyorum.*

*Katlı kısmı açarak dikdörtgen üzerinden işleme devam ediyor. F'den AE'ye dikme indiriyor.*

*Ö2 : Ben buradan benzerlik çıkartacağım. Kesin açıortay hocam. Hissediyorum.*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi Ö2 kodlu öğretmen adayı problemi çözerken sürekli gittiği adımları kontrol ediyor. Ayrıca problemi çözdükten sonra da geriye dönerek çözümünü kontrol ediyor. Bu yüzden aday KY4 alışkanlığını kullanmıştır.

Sonuç olarak öğretmen adayları ikinci ve üçüncü mülakatlarda keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında benzer göstergeleri kullanmışlardır. Ancak üçüncü mülakatlar sonucunda adaylar göstergeleri daha iyi düzeyde kullanmıştır. Bu durum yapılan uygulamanın öğretmen adaylarının keşfetme ve yansıtma alışkanlığı üzerinde olumlu etkisi olduğunu göstermektedir.

### 4. 1. 4. 3. Uygulama Sonrasında Öğretmen Adaylarının Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığına Yönelik Bulgular

Uygulamalar sonrasında da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaya yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan son test soruları uygulanmıştır. Bu bölümde son teste yönelik bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 36. Öğretmen Adaylarının Son Testte Yer Alan Problemlerin Keşfetme ve Yansıtma Boyutuna Yönelik Analizi

| | 1. Problem | | | | 2. Problem | | | | 3. Problem | | | | 4. Problem | | | | 5. Problem | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | |
| | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P | f | % | 1P | 2P |
| KY1 | 26 | 7,6 | 6 | 20 | 29 | 8,5 | 20 | 9 | 5 | 1,5 | 1 | 4 | 10 | 2,9 | 7 | 3 | 23 | 6,7 | 6 | 17 |
| KY2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,3 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0,9 | 1 | 2 |
| KY3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| KY6 | 19 | 5,6 | 6 | 13 | 13 | 3,8 | 6 | 7 | 18 | 5,3 | 4 | 14 | 4 | 1,2 | 2 | 2 | 21 | 6,2 | 3 | 18 |

Tablo 36'nın devamı

| | 6. Problem | | | | 7. Problem | | | | 8. Problem | | | | 9. Problem | | | | 10. Problem | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | | | Puan | | Toplam | |
| | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* | *1P* | *2P* | *f* | *%* |
| *KY1* | 15 | 4,4 | 5 | 10 | 23 | 6,7 | 6 | 17 | 23 | 6,7 | 18 | 5 | 21 | 6,2 | 18 | 3 | 15 | 4,4 | 5 | 10 | 190 | 55,7 |
| *KY2* | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,3 | 1 | 0 | 2 | 0,6 | 2 | 0 | 8 | 2,35 |
| *KY3* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *KY4* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *KY5* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| *KY6* | 16 | 4,7 | 7 | 9 | 17 | 5 | 7 | 10 | 16 | 4,7 | 12 | 4 | 10 | 2,9 | 3 | 0 | 9 | 2,6 | 2 | 7 | 143 | 41,9 |

KY1: Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma
KY2: Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma
KY3: Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme
KY4: Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma
KY5: Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma
KY6: Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme

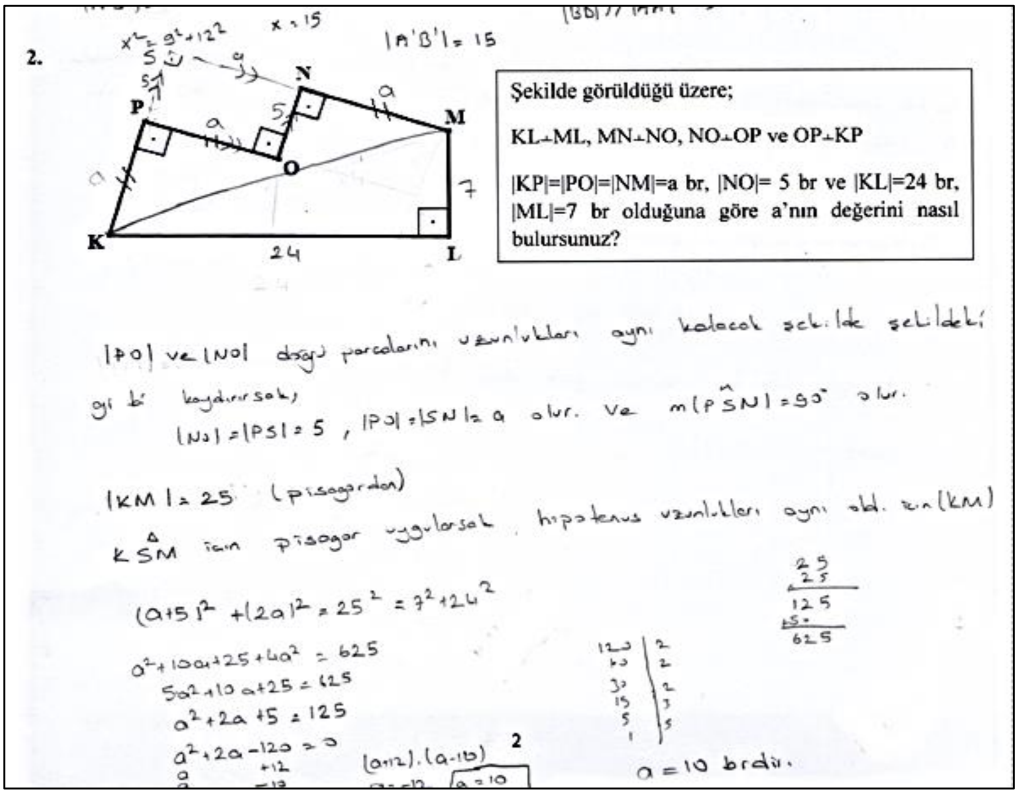
Tablo 36'de görüldüğü üzere adaylar bütün problemlerde keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullanmıştır. Yine Tablo 36'da öğretmen adayları "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığını ifade eden KY1 göstergesini %55,7 oranında (190 kez) kullandığı görülmektedir. Öğretmen adayları 1. problemde %7,6 oranında (26 kez), ikinci problemde % 8,5 oranında (29 kez), 3. problemde %1,5 oranında (5 kez), 4. problemde %2,9 oranında (10 kez), 5. problemde %6,7 oranında (23 kez), 6. problemde %4,4 oranında (15 kez), 7. problemde % 6,7 oranında (23 kez), 8. problemde %6,7 oranında (23 kez), 9. problemde %6,2 oranında (21 kez) ve 10. problemde %4,4 oranında (15 kez) kullanmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının yarıya yakınının KY1 alışkanlığını tam puan (2 puan) alacak şekilde kullandığı görülmektedir. Bu durum genel olarak adayların ön testte yer alan problemlerin çözümüne yönelik ek çizimler yaptığını ve çizimi sonuç ile tam olarak ilişkilendirebildiği anlamına gelmektedir.

Öğretmen adaylarının en çok kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de *Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme"* alışkanlığının göstergesi olan KY6'dır. Tablo 36'dan da görüldüğü üzere KY6 göstergesi %41,9 oranında (143 kez) kullanılmıştır. Adayların geneline bakıldığında KY6 göstergesini yüksek düzeyde kullandıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının genellikle çözümün niçin doğru olduğuna dair bir girişimde bulunmaya çalıştıkları ve bununla birlikte yapılan çözümün açıklamalara, teoremlere, tanımlara ve aksiyomlara dayandırıldığını göstermektedir.

Son testte yer alan problemlere göre adayların keşfetme ve yansıtma kapsamında kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de Tablo 36'da da görüldüğü üzere "*Bir geometri* *probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*" alışkanlığının göstergesi olan KY2'dir. Adaylar KY2 göstergesini % 2,35 oranında (8 kez) kullanmışlardır. Ayrıca öğretmen adayları KY2 göstergesini 3. problemde % 1,5 oranında (5 kez), 5. problemde %0,9 oranında (3 kez), 7. problemde % 0,3 oranında (1 kez) kullanmıştır. Adayların genelinin KY2 göstergesini düşük düzeyde kullanması, adayların problemleri farklı çözümlerle yapabildiğini ancak doğru sonuca ulaşmada yapılan çözümün yarım kaldığı anlamına gelmektedir.

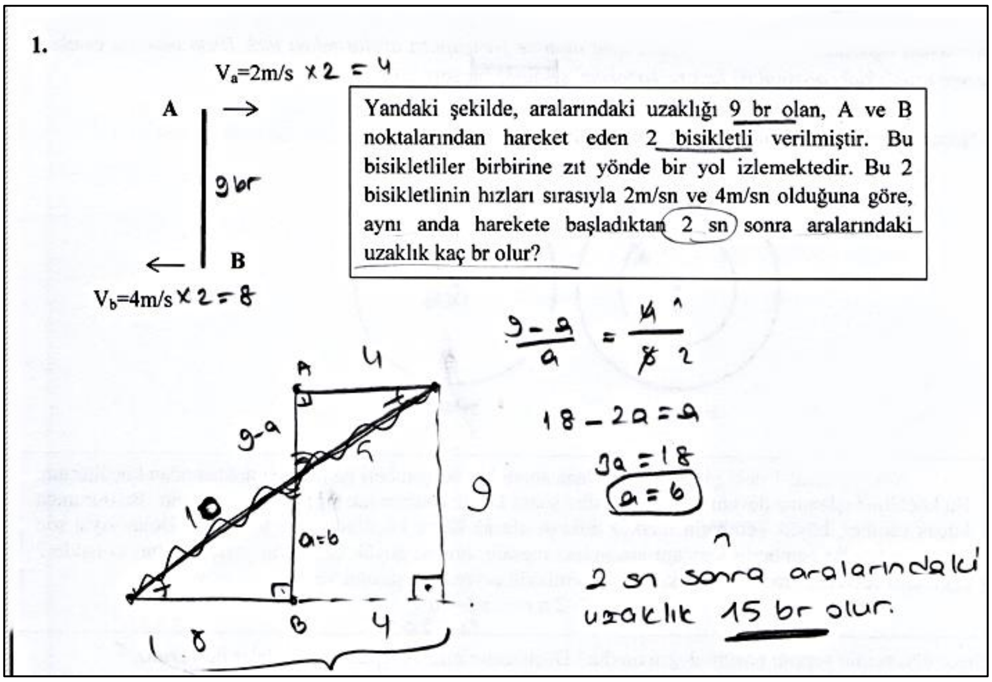
Son olarak öğretmen adaylarının son testte yer alan problemlere verdiği cevaplarda "*Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme"* alışkanlığını ifade eden KY3 göstergesini, "*Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma.*" alışkanlığını ifade eden KY4 göstergesini ve "*Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma"* alışkanlığını ifade eden KY5 göstergesini kullanmadıkları görülmüştür. Bunun sebebi öğretmen adaylarının her ne kadar keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını tam olarak kullanmak istese de yapılan çözümü kontrol etmediklerini ya da çözümü iyi analiz edemediklerinden kaynaklanmaktadır.

Yukarıda da belirtildiği gibi öğretmen adayları en çok "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığını ifade eden KY1 göstergesini kullanmıştır. Bazı öğretmen adayları KY1 göstergesini problemlerin çözümünde geometrik şekiller üzerinde ek çizimler yaparak doğru bir şekilde kullanmıştır. Ancak bazı öğretmen adayları da yapılan ek çizimi doğru sonuca bağlayamadığından, söz konusu göstergeyi düşük seviyede kullanmıştır. KY1 göstergesini yüksek düzeyde yapan adaylardan biri de Ö18 kodlu öğretmen adayıdır. Ö18 kodlu öğretmen adayının cevabı Şekil 85'te verilmiştir.



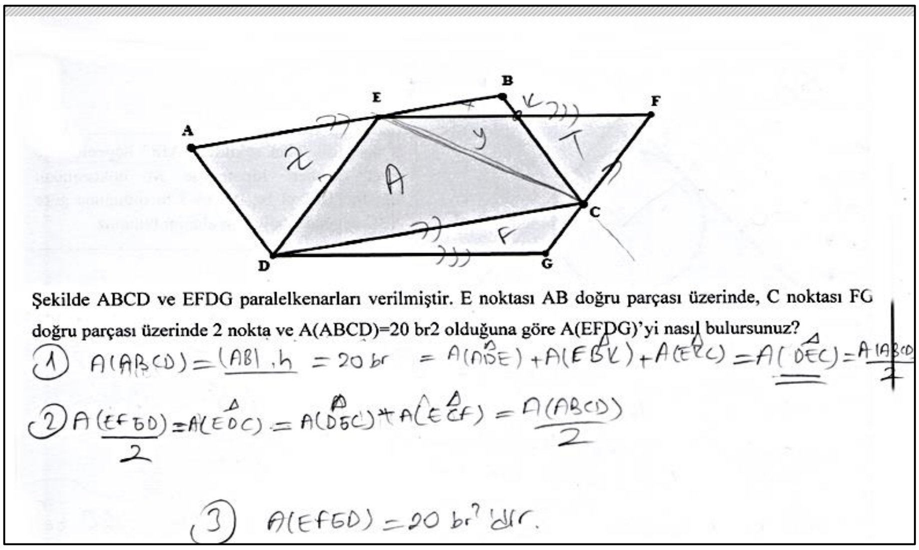

Şekil 85. Ö18 kodlu öğretmen adayının son testteki 2. probleme verdiği cevap

Şekil 85'te de görüldüğü gibi Ö18 kodlu adayın son testte yer alan 2. probleme verdiği cevapta KY1 göstergesi görülmektedir. Ö18 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın çözümüne yönelik ek çizim yaptığı ve yapılan bu ek çizim ile doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Aday yaptığı ek çizimler sonucu oluşan geometrik şekillerin özelliklerini de kullanarak doğru sonuca ulaşmaktadır. Bu yüzden Ö18 kodlu öğretmen adayının yaptığı bu çözüm KY1 göstergesini yüksek düzeyde kullanıldığı örneklerden biridir. Benzer şekilde Ö27 kodlu öğretmen adayı da KY1 göstergesini son testte yer alan 1. problemde kullanmıştır. Şekil 86'da Ö27 kodlu öğretmen adayının cevabı yer almaktadır.




Şekil 86. Ö27 kodlu öğretmen adayının son testteki 1. probleme verdiği cevap

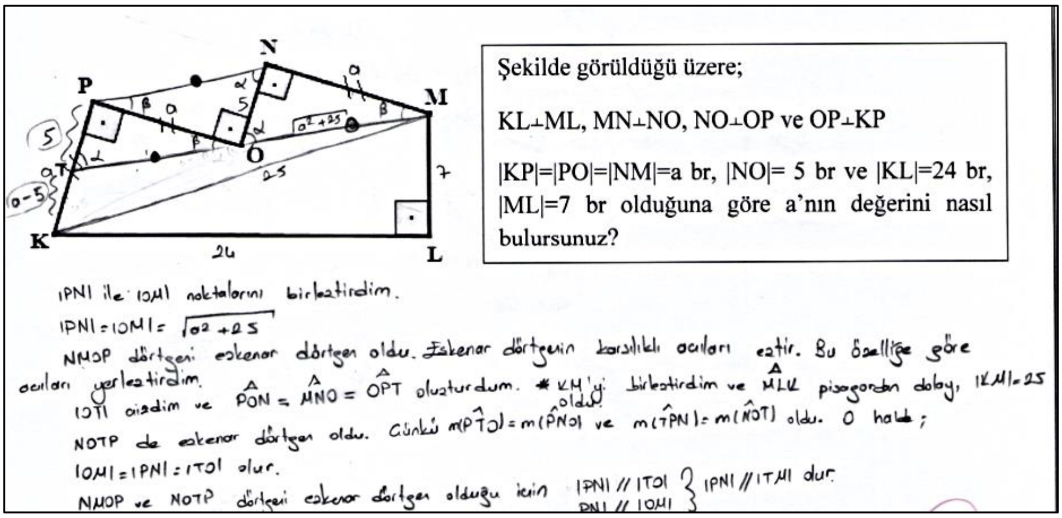
Şekil 86’da yer alan Ö27 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın çözüme yönelik ek bir çizim yaptığı görülmektedir. Bu aşamada Ö27 kodlu aday, istenilen uzunluğu bulabilmek için ek çizim yaparak doğru sonuca ulaştığından yapılan bu çözümde KY1 göstergesi iyi düzeyde kullanılmıştır. Bu duruma benzer bir örnek Ö1 kodlu öğretmen adayının 1. probleme verdiği cevapta yer almaktadır. Ö1 kodlu öğretmen adayı da verdiği cevapta KY1 göstergesini yüksek düzeyde kullanmıştır. Şekil 87’de Ö1 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 87. Ö1 kodlu öğretmen adayının son testteki 9. probleme verdiği cevap

Şekil 87’de Ö1 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın çözüme ulaşmak için ek çizim yaptığı ve bu ek çizimden yararlanarak doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Bu bakımdan Ö1 kodlu öğretmen adayının verdiği bu cevap KY1 göstergesinin yüksek düzeyindedir.

Yukarıda keşfetme ve yansıtma alışkanlığını “*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*” şeklinde ifade eden KY1 göstergesini yüksek düzeydeki (2 puan alınan) örneklere yer verilmiştir. Ancak bazı öğretmen adayları her ne kadar KY1 göstergesini kullanma istese de çözüme giden bazı yerlerde hata yapmakta ve yanlış sonuca ulaşmaktadır. Bu durumda KY1 göstergesini düşük düzeyde kullanmaktadırlar. Bu duruma örnek olarak Ö20 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 2. probleme verdiği cevap örnek gösterilebilir. Şekil 88’de Ö20 kodlu öğretmen adayının cevabı verilmiştir.

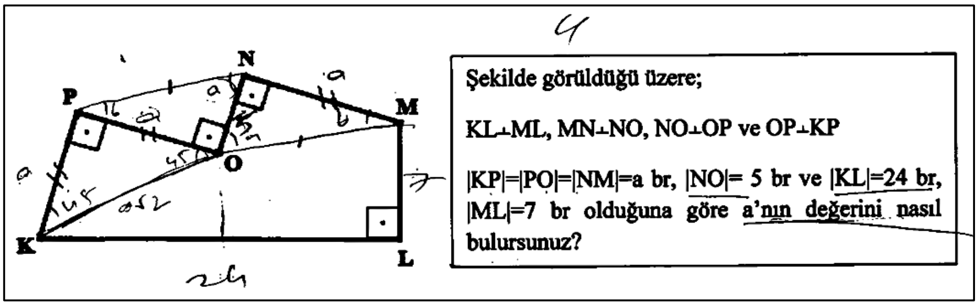



Şekil 88. Ö20 kodlu öğretmen adayının son testteki 2. probleme verdiği cevap

Ö20 kodlu öğretmen adayının Şekil 88’de verdiği cevap incelendiğinde, adayın çözüme yönelik ek çizim yaptığı görülmektedir. Ancak ek çizim ile problemin çözümü arasında doğru ilişkilendirme yapılamamıştır. Yani Ö20 kodlu aday burada problemin çözümüne yönelik şekil üzerinde ek çizimler yapabilmiş ancak bu çizimleri sonuç ile tam olarak ilişkilendirememiştir. Bu yüzden Ö20 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap KY1 göstergesinin düşük düzeyindedir.

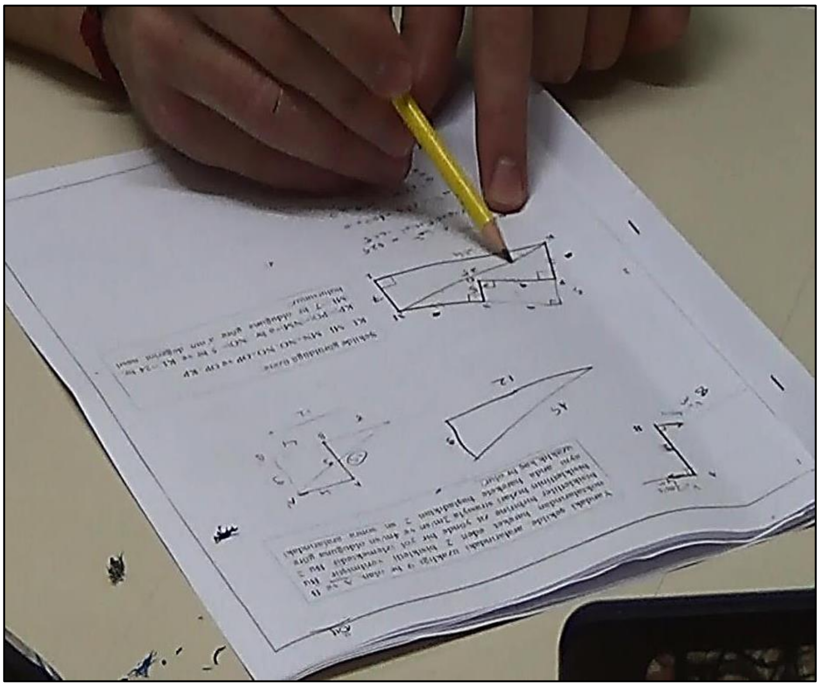
Bazı öğretmen adayları son testte yer alan probleme verdiği cevap KY1 göstergesinin düşük düzeyinde yer almaktadır. Ancak adaylar ile yapılan klinik mülakatlarda cevapta verdiği hatayı düzelterek, KY1 göstergesini iyi düzeyde kullandığı görülmüştür. Bu durumuna örnek Ö11 kodlu öğretmen adayı verilebilir. Ö11 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 2. probleme verdiği cevapta KY1 göstergesini düşük düzeyde kullanırken mülakatta anlatırken problemin doğru sonucuna ulaşmış ve

KY1 göstergesini yüksek düzeyde kullanmıştır. Şekil 89'da Ö11 kodlu öğretmen adayının başlangıçta son testte yer alan 2. probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 89. Ö11 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 2. Probleme verdiği cevap

Şekil 89'da Ö11 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde, adayın şekil üzerinde ek çizimler yaptığı ancak bu çizimleri problemin doğru çözümünde kullanamadığı görülmektedir. Bu yüzden adayın verdiği cevapta KY1 göstergesi düşük düzeyde kullanılmıştır. Ancak yapılan mülakat sonucunda Ö11 kodlu aday verdiği cevabı değiştirmiştir. Şekil 90'da Ö11 kodlu adayın son testte yer alan 2. probleme sonradan verdiği cevap yer almaktadır.



Şekil 90. Ö11 kodlu öğretmen adayının son testteki 2. probleme mülakattan bir kesit

Ö11 kodlu öğretmen adayının mülakatta 2. probleme verdiği cevap incelendiğinde, adayın şekil üzerinde çözüme yönelik ek çizim yaptığı görülmektedir. Yani burada aday rastgele ek çizim yapmak yerine, çözüme yönelik planı doğrultusunda bir ek çizim yapmıştır. Adayın çözümünü daha iyi incelemek amacıyla aşağıda mülakattan bir kesit verilmiştir.

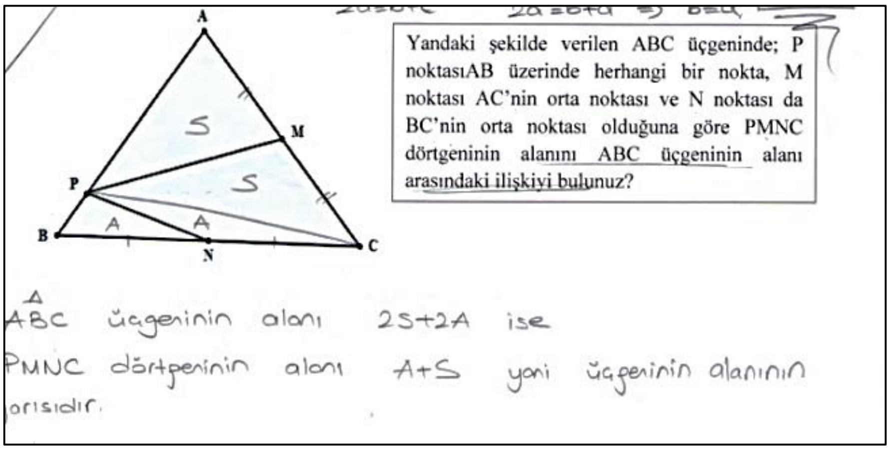
*A : Bu problemi nasıl çözdün?*

*Ö11 : Hocam sanırım burada noktaları birleştirerek çözüme ulaşmaya çalışmışım ama sonucu bulamamışım. Ama tekrar bakarsam probleme…*

*Ö11 : Hocam burada önce M ile A noktalarını birleştirdim,* $\overset{\Delta}{ALM}$ *üçgeninden Pisagor bağıntısını uygulayarak |MA|=25 br buldum. Daha sonra* $90^0$ *olan açıları görünce şunları [KP ve NM doğru parçalarını] uzatmaya karar verdim. Bu durumda yeni oluşan* $\overset{\Delta}{KSM}$ *üçgeninde |KS|=5+a, |SM|=2a br oldu. KSM üçgeninde Pisagor bağıntısını uygulayarak a'nın uzunluğunu 10br olarak buldum.*

Yukarıdaki mülakattan da görüldüğü üzere Ö11 kodlu öğretmen adayı problemin çözümünde ek çizimden yararlanmış daha sonra Pisagor bağıntısını da kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Buradaki çözümde ise KY1 göstergesi iyi düzeyde kullanılmıştır.

Öğretmen adaylarının keşfetme ve yansıtma kapsamında kullandığı alışkanlıklardan bir diğeri de "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığının göstergesi olan KY6'dır. Tablo 36'ya bakıldığında öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu problemlerde KY6 göstergesini yüksek düzeyde kullandığı görülmektedir. Bunun anlamı öğretmen adayları, problemin çözümünün niçin doğru olduğunu belirlemeye yönelik açıklamalarını teoremlerle destekleyerek yapar ve bu süreçte matematik dilini etkili bir şekilde kullanır. Bu adaylardan biri de Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 7. probleme verdiği cevaptır. Ayrıca öğretmen adayının mülakatta da yaptığı çözümü teoremlerle destekleyerek ve matematik dilini etkili bir şekilde kullanarak yapması, adayın KY6 göstergesini yüksek düzeyde kullanmasına işaret etmektedir. Şekil 91'de adayın verdiği cevap yer almaktadır.



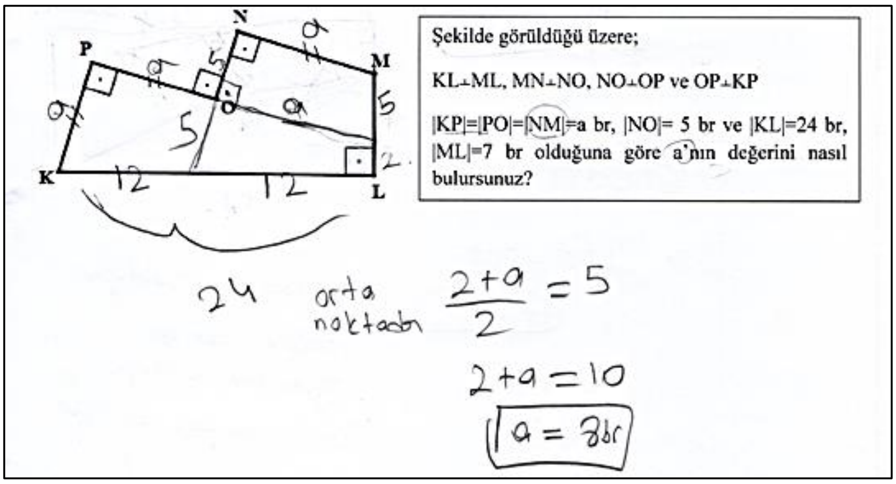

Şekil 91. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testteki 7. probleme verdiği cevap

Ö2 kodlu öğretmen adayının Şekil 91'deki cevabı incelendiğinde adayın yaptığı çözümü açıkladığı görülmektedir. Ancak adayın çözüm sürecini daha iyi anlayabilmek için aşağıda adayla yapılan klinik mülakattan bir kesit yer almaktadır.

*A : Bu problemi nasıl çözdün, açıklar mısın?*

*Ö2 : Şimdi hocam şöyle düşünebiliriz. Şimdi şurayı [P ile C noktasını] birleştirdim ya. $\overset{\Delta}{PAB}$ üçgeni ile $\overset{\Delta}{PCB}$ üçgenlerinin yükseklikleri ve taban uzunlukları eşit. O yüzden üçgenlerden birinin alanına A dersem, diğerinin de alanı A olur. Diğer $\overset{\Delta}{PAC}$ üçgeninde de aynı şekilde M noktası AC doğru parçasını ortadan bölüyor. Onun yüksekliğini de çizersem [PH'] yine eşit olur. Yani $\overset{\Delta}{PAM}$ üçgeni ile $\overset{\Delta}{PMC}$ üçgenlerinin yükseklikleri ve taban uzunlukları da aynıdır [S olsun]. O zaman A(PMNC)=A+S=$\frac{A(ABC)}{2}$ olur.*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü üzere Ö2 kodlu öğretmen adayı problemin çözümünü sebepleri ile birlikte açıklamıştır. Ayrıca aday bu açıklamasını da birtakım teoremlere ve kurallara dayandırmış ve bu süreçte matematiksel dili etkili bir şekilde kullanmıştır. Dolayısıyla Ö2 kodlu adayın yaptığı bu çözümde KY6 göstergesi yüksek düzeyde kullanılmıştır. Ö2 kodlu adayın aksine bazı öğretmen adayları da yaptığı çözümleri açıklamada ya da çözümü geometrik gerekçelere dayandırmada zorluk çekmişlerdir. İşte bu adaylardan biri de Ö25 kodlu öğretmen adayının son testte 2. probleme verdiği cevaptır. Şekil 92'de Ö25 kodlu öğretmen adayının cevabı yer almaktadır.

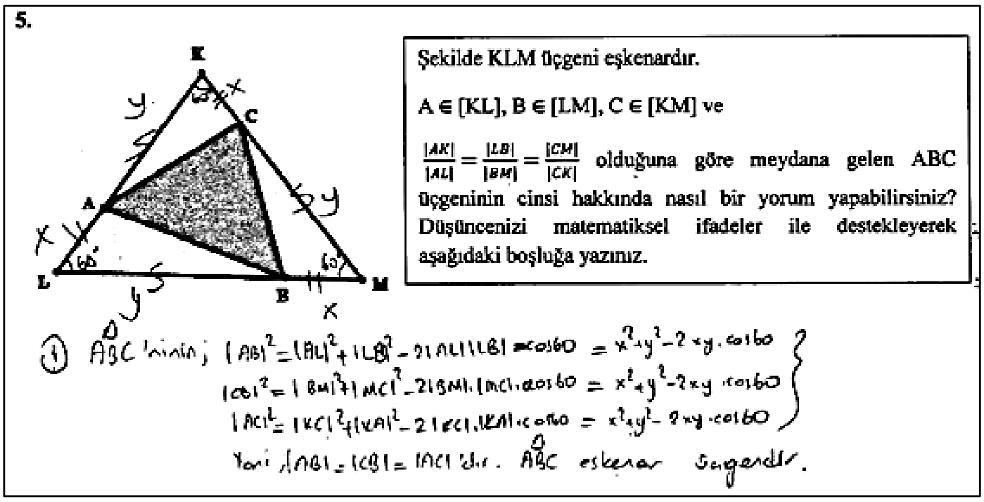



Şekil 92. Ö25 kodlu öğretmen adayının son testteki 2. probleme verdiği cevap

Ö25 kodlu öğretmen adayının Şekil 92'de yer alan cevabında adayın problemi nasıl çözdüğünü açıklamamıştır. Yine Ö25 kodlu öğretmen adayı şekil üzerinde ek çizim yaptığını ancak bu çizimi çözümün hangi aşamasında ne şekilde kullandığını tam olarak ifade edemediği görülmektedir. Dolayısıyla yapılan bu çözümde KY6 göstergesi düşük düzeyde kullanılmıştır.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında en çok kullandığı göstergelerden biri de *"problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini etkili kullanabilme"* alışkanlığının göstergesi olan KY6'dır. Yukarıdaki örneklerde her ne kadar KY6 göstergesinin yüksek ve düşük düzeyde kullanan adaylara ait örnekler verilse de öğretmen adaylarının geneline bakıldığında KY6 göstergesini yüksek düzeyde kullandıkları görülmektedir. Bu durum adayların genellikle yaptıkları çözümün neden doğru olduğunu teoremlere, tanımlara, aksiyomlara dayandırarak açıklayabildikleri anlamına gelmektedir.

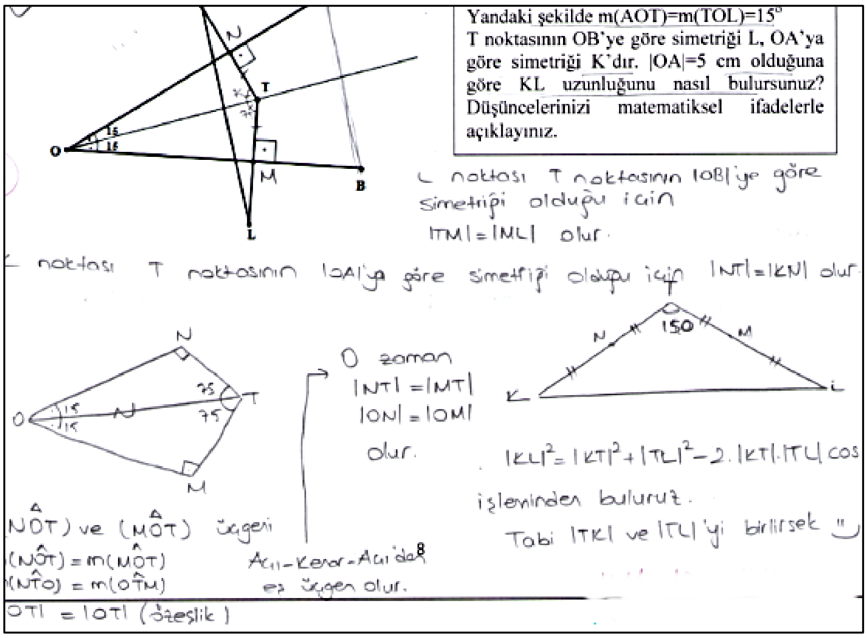
Keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarının kullandığı alışkanlıklarından bir diğeri de "*bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*" alışkanlığının göstergesi olan KY2'dir. Tablo 36'dan da görüldüğü gibi öğretmen adayları KY2 göstergesini 3. problemde, 5. problemde, 7. problemde, 9. problemde ve 10. problemde kullanmıştır. Adayların geneline bakıldığında ise KY2 göstergesini yüksek düzeyde kullanmıştır. Bunun anlamı adaylardan bazıları çözdüğü problemlerde herkesin aklına gelmeyen farklı bir yöntemle çözebilmesidir. Bu adaylardan biri Ö1 kodlu öğretmen adayının 5. probleme verdiği cevap örnek verilebilir. Şekil 93'te Ö1 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 93. Ö1 kodlu öğretmen adayının son testteki 5. probleme verdiği cevap

Şekil 93 incelendiğinde Ö1 kodlu öğretmen adayının kosinüs teoreminden yararlanarak sonuca ulaştığı görülmektedir. Daha önceki örneklerde de görüldüğü gibi öğretmen adaylarının çoğu bu problemi çözerken üçgenlerin benzerliğinden yararlanmıştır. Oysaki Ö1 kodlu öğretmen adayının herkesin kullandığı yöntemden farklı olarak cosinüs teoreminden yararlanması ve doğru sonuca ulaşması, adayın yaratıcı bir çözüm ürettiğini göstermektedir. Bu durumda Ö1 kodlu öğretmen adayı KY2 göstergesini yüksek düzeyde kullanmıştır.

Keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında KY2 göstergesini kullanan bazı öğretmen adayları da, söz konusu göstergeyi başlangıçta düşük seviyede kullanmıştır. Bunun anlamı aday problemin çözümüne yönelik yaratıcı bir fikir ortaya atmış ancak çözümün devamını getirememiştir. Bu duruma örnek olarak Ö2 kodlu öğretmen adayı gösterilebilir. Şekil 94'te Ö2 kodlu öğretmen adayının son testte yer alan 9. probleme yönelik cevabı verilmiştir.




Şekil 94. Ö2 kodlu öğretmen adayının son testteki 9. probleme yönelik cevabı

Ö2 kodlu öğretmen adayının Şekil 94'teki cevabı incelendiğinde adayın probleme yönelik farklı çizimlerinin yanında kosinüs teoremini kullandığı görülmektedir. Burada adayın yaptığı işlemin daha iyi anlaşılması için onunla yürütülen mülakattan bir kesit aşağıda verilmiştir.

*Ö2 : Aslında burada A ile K noktasını aynı nokta haline getirmeye çalışmıştır. Yani A ile K noktası üst üste gelsin istedim.*

*A : Dene istersen yöntemini.*

*(Şekli çizer).*

*Ö2 : Yani tamamen buradaki simetrikliklerini A ve B noktalarına taşımak istiyorum. O halde A ve K noktaları aynı, B ile L noktaları aynı olur.*

*Ö2 : Şimdi şöyle bir çözüm yaparım. Oluşan bu şekil deltoiddir. Dolayısıyla [OT] açıortay, |OB|=|OA|=5 br olur.*

*A : Deltoid olduğuna nasıl karar verdin peki?*

*Ö2 : Sonuçta K ve L noktaları A ile B noktalarının üstüne geliyor. O açısı da açıortayı m(OBT)=m(OAT)=$90^0$ olduğu için ayrıca m(OBA)=m(OAB)=$75^0$ olduğundan OABT dörtgeni deltoid olur. |OS|=h dersek |AS|=|BS|=2h olur.*

*A : Problemi toparlamak gerekirse ne yaptın?*

*Ö2 : İlk önce T noktasını yukarı doğru taşıdım.*

*A : Neden böyle bir taşıma yaptın? Amacın ne bu aşamada?*

*Ö2 : Şimdi OA uzunluğunu biliyorum ya, o uzunluğu ulaşmak için TK uzunluğunu bulmam gerekiyor. O yüzden T noktasını yukarı doğru taşıyarak A ile K noktasını, B ile de L noktasını üst üste getirdim. Sonra açıortay ve eşit*

> *uzunlukları şekildeki gibi bulduğum için bu şekle deltoid dedim. Daha sonra OS yüksekliğini insdirdim, |OS|=h dedim |AS|=|BS|=2h olur. Buradan da 15-75-90 üçgeninin özelliklerini uygulayarak sonuca ulaştım.*

Yukarıdaki mülakattan da görüldüğü üzere Ö2 kodlu öğretmen adayı, istenilen uzunluğu bulmaya çalışırken, uzunlukları verilen kenarlardan yararlanmak istemiştir. Yani problemde KL uzunluğunu sorduğu için, Ö2 kodlu aday OA uzunluğunu kullanmak için T noktasını yukarıya taşıyarak A ile k noktasını, B ile de L noktasını üst üste getirmeye çalışmıştır. Aday burada tam olarak doğru sonuca ulaşamamış olsa da herkesten farklı bir yöntem denemiştir. Dolayısıyla Ö2 kodlu aday çözümü farklı bir yöntemle yapmış ancak sonuca ulaşamamıştır. Çözüm yarım kalmıştır. Bu bakımdan Ö2 kodlu öğretmen adayının yaptığı çözümde KY2 göstergesi düşük düzeyde kullanılmıştır.

Yukarıda verilen örnekler ve açıklamalar doğrultusunda öğretmen adaylarının uygulama sonrasında sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını keşfetme ve yansıtma alışkanlığı bağlamında ortaya çıkarmak amacıyla son test problemleri incelenmiştir. Bu verilere dayanarak öğretmen adaylarının en çok kullandıkları göstergelerin sırasıyla KY1, KY6 ve KY2 olduğu görülmektedir. Yukarıda verilen örnekler arasında da yer alan 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu adayların verdiği cevaplara göre kullandığı keşfetme ve yansıtma alışkanlıkları Tablo 37'de verilmiştir.

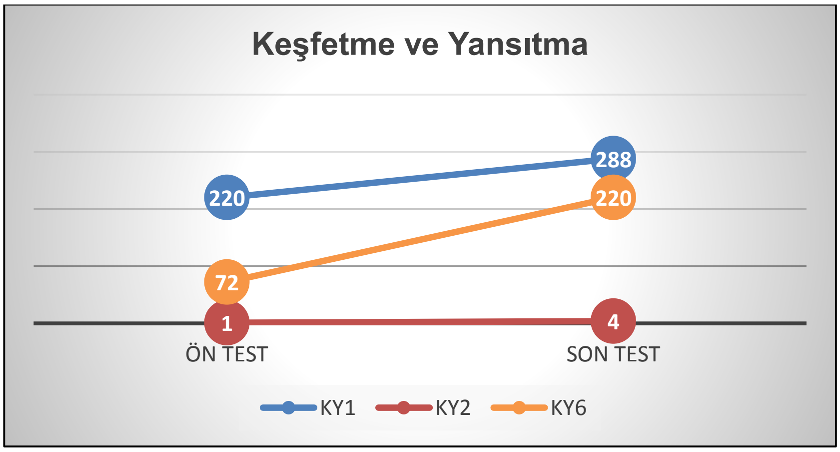
Tablo 37. Öğretmen Adaylarının Son Testte Verdiği Cevapların Analizi

| | KY1 | KY2 | KY3 | KY4 | KY5 | KY6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | 1S-2P, 2S-1P, 3S-2P,4S-1P, 5S-2P, 6S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P | 9S-1P | | | | 1S-2P, 2S-1P, 3S-2P, 4S-1P, 5S-2P, 6S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P |
| Ö4 | 1S-1P, 2S-1P, 5S-2P, 7S-2P, 8S-1P | | | | | 5S-2P, 7S-2P, 8S-1P |
| Ö11 | 1S-2P, 2S-1P, 5S-1P, 7S-1P,8S-1P | | | | | |
| Ö16 | 1S-1P, 2S-1P, 5S-2P, 6S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P, 10S-2P | 3S-2P | | | | 1S-1P, 3S-2P, 5S-2P, 6S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P |
| Ö23 | 1S-2P, 2S-2P, 5S-2P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P, 10S-2P | | | | | 3S-2P, 5S-2P, 6S-1P, 7S-2P, 8S-1P, 9S-1P, 10S-2P |
| Ö34 | 1S-2P, 2S-1P, 4S-1P, 5S-1P, 6S-1P, 7S-1P, 8S-1P, 9S-1P | | | | | 1S-1P, 3S-1P |

S: Son testte yer alan problemi, P: Öğretmen adayının aldığı puanı temsil etmektedir (Örneğin 1S-1P: 1. Soru 1 Puan)

Tablo 37 incelendiğinde klinik mülakatların yürütüldüğü 6 öğretmen adayının da *"Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi KY1 ve "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama* *yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığının göstergesi KY6'yı kullandıklarını göstermektedir. Bu durum adayların karşılaştıkları geometrik problemlerinin çözümünde ek çizim yaparak doğru sonuca ulaşabildikleri ve yapılan çözümü matematik dilini kullanarak ifade edebildikleri anlamına gelmektedir. Yine Tablo 37'de Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adaylarının "*Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma"* alışkanlığının göstergesi olan KY2'yi sadece bir kez kullandığı görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının geneline bakıldığında, problemleri benzer yöntemlerle çözdüğünü, çözüme yönelik farklı fikirler ortaya atamadıklarını göstermektedir. Ayrıca Tablo 37'den de görüldüğü üzere "*Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığını yansıtan KY3 göstergesi, *"Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma"* alışkanlığını yansıtan KY4 göstergesi ve *"Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma*" alışkanlığını yansıtan KY5 göstergesine adayların son testte verdiği cevaplarda rastlanmamıştır. Bu durum adayların testte bu davranışları tam olarak sergileyememesinden ya da bu alışkanlıkları kullanmayı gerektiren problemleri boş bırakmasından kaynaklanabilir.

Keşfetme ve yansıtma alışkanlığına yönelik elde edilen bulguların sonucu olarak öğretmen adayları son testte yer alan problemlerde KY1, KY2 ve KY6 göstergelerini genel olarak yüksek düzeyde kullanmıştır. Bu durum adayların karşılaştığı geometrik şekiller üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşabildiği, yapılan çözümü matematiksel ifadelerle destekleyerek açıklayabildiği ve çözüme yönelik yaratıcı fikirler ortaya atabildiği anlamına gelmektedir. Sonuç olarak her bir öğretmen adaylarının ön test ve son testte yer alan problemlerde keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarından aldığı toplam puanlar Şekil 95'te verilmiştir.




Şekil 95. Keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergelerinin ön test ve son testte kullanılma puanları

Şekil 95 incelendiğinde öğretmen adaylarının KY1 alışkanlığından ön testte yer alan problemlerde toplam 220 puan alırken son testte yer alan problemlerde toplam 288 puan aldığı görülmektedir. Benzer şekilde KY6 alışkanlığından ön testte yer alan problemlerde toplam 72 puan alırken son testte yer alan problemlerde toplam 220 puan aldığı görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problem çözmeye dayalı öğrenme ortamı sonucunda "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" göstergesini yansıtan KY1 alışkanlığı ile "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" göstergesini yansıtan KY6 alışkanlıklarından son testte daha başarılı olduğu söylenebilir. Benzer şekilde adaylar ön testte yer alan problemlerde KY2 alışkanlığından toplam 2 puan alırken son testte yer alan problemlerde toplam 4 puan almıştır. Bu durum da adayların "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" göstergesini yansıtan KY2 alışkanlığını son testte ön teste göre biraz daha iyi kullandığını anlamına gelmektedir. Ayrıca adayların hem ön testte hem de son testte yer alan problemlere verdiği cevaplar temel alındığında KY3, KY4 ve KY5 alışkanlıklarına rastlanmamıştır. Öğretmen adaylarının ön testte ve son testte kullandıkları keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının göstergeleri düzeyine Tablo 38'de yer verilmiştir.

Tablo 38. Öğretmen Adaylarının Ön Testte ve Son Testteki Problemlere Verdiği Cevaplarda Kullandıkları Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığının Göstergeleri

| | KY1 | | KY2 | | KY3 | | KY4 | | KY5 | | KY6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P | 1P | 2P |
| Ön Test | 112 | 108 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 28 | 44 |
| Son Test | 92 | 196 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 52 | 168 |

Tablo 38 incelendiğinde öğretmen adaylarının "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1'i ön testteki problemlerde düşük düzeyde (1 puan) toplam 112 puan ve yüksek düzeyde (2 puan) toplam 108 puan alırken son testteki problemlerde düşük düzeyde (1 puan) toplam 92 yüksek düzeyde toplam 196 puan aldığı görülmektedir. Burada adayların son testte ön teste göre düşük puanların (1 puan) toplamından az yüksek puanların toplamından daha çok alması, adayların KY1 alışkanlığını mantıksal gerekçelendirmeler yaparak iyi seviyede kullanabildiğini göstermektedir. Yani adaylar öğrenme ortamı sonucunda "*Sezgisel ya da tahmin yoluyla şekil üzerinde ek çizimler yapar, yaptığı bu çizimler ile doğru sonuca ulaşır ve bunları yorumlar*" alışkanlığını kazanmıştır. Benzer şekilde adaylar "*Problemin* *çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*” alışkanlığının göstergesi olan KY6’yı ön testteki problemlerde düşük düzeyde toplam 28 puan ve yüksek düzeyde toplam 44 puan alırken son testteki problemlerde düşük düzeyde toplam 52 puan ve yüksek düzeyde toplam 168 puan almıştır. Adayların son testte ön teste göre düşük puanların (1 puan) toplamından az yüksek puanların toplamından daha çok alması, öğretmen adaylarının KY6 alışkanlığını öğrenme ortamından sonra daha iyi kullanabildiği anlamına gelmektedir. Yani öğrenme ortamından sonra öğretmen adayları “*Çözümün niçin doğru olduğunu belirlemeye yönelik açıklamalarını, teoremlerle destekleyerek yapar ve bu süreçte matematik dilini etkili bir şekilde kullanır*” alışkanlığını kazanmıştır. Son olarak adaylar “*Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*” alışkanlığının göstergesi olan KY2’yi ön testteki problemlerde düşük düzeyde toplam 1 son testteki problemlerde toplam 2 puan almıştır. Bu durum adayların öğrenme ortamı sonucunda kısmen de olsa *“Problemi ilk akla gelen yöntemden farklı bir yöntem ile çözer*” alışkanlığı kazandığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının ön teste ve son teste verdiği cevaplar arasında KY3, KY4 ve KY5 alışkanlıklarına rastlanmamıştır.

Sonuç olarak çalışmanın bu bölümünde geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının ilişkilendirme, özel durumları düşünme ve genelleme, değişmezleri araştırma ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıkları üzerinde nasıl rol oynadığına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu amaçla adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında geometrik düşünme alışkanlıkları kapsamında öğretmen adaylarının problemlerde verdiği cevaplara ilişkin betimsel istatistiklere ve öğretmen adayları ile yapılan klinik mülakatlara yer verilmiştir. Çalışmada uygulama sürecinin sonunda her bir geometrik düşünme alışkanlığı farklı şekilde etkilenmiştir.

İlişkilendirme alışkanlığı kapsamında, öğretmen adaylarının son testte yer alan problemlerde İ1 ve İ4 alışkanlıklarında gelişme olurken İ2 alışkanlığında bir değişim gözlenmemiştir. İ3 alışkanlığını ise adaylar ön testte daha çok puan alacak şekilde kullanmıştır. Yani adayların “*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*” alışkanlığını yansıtan İ1 ile “*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*” alışkanlığını yansıtan İ4’de olumlu bir gelişme olmuştur. Bunun sebeplerinden birisi de öğrenme ortamında adayların paralel iki doğru ile karşılaştığında, açılarının ölçüsü eş olan üçgenlerle karşılaştığında vb. durumlarda akıllarına gelen ilk yöntemlerden birinin geometrik şekiller arasında benzerlik kurabileceğinin açıklanmasıdır. Dolayısıyla adayların karşılaştığı bu durumlarda İ4 göstergesini bir alışkanlık olarak benimsetilmeye çalışılmıştır. Ancak çalışmada tasarlanan öğrenme ortamı sonucunda adayların "*Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığını yansıtan İ2 ile "*Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığını yansıtan İ3'de bir gelişme gözlenememiştir. Bu durumun ön test ve son testte yer alan problemlerin yapısının bu alışkanlıkları ölçecek nitelikte olmaması ya da adayların söz konusu alışkanlıkları problemlerin çözümünde tam olarak kullanamamış olmasından kaynaklanabilir. Yine de genel olarak tasarlanan öğrenme ortamı genel olarak öğretmen adaylarının son testte ilişkilendirme alışkanlıklarını mantıksal çerçevede daha gelişmiş düzeyde kullandıkları, geometrik şekiller arasında yapılan ilişkilendirmeleri matematiksel gerekçelere dayanarak açıklayabilmesinde etkili olmuştur.

Özel durumları düşünme ve genelleme kapsamında öğretmen adaylarının ÖG1 ve ÖG3 alışkanlıklarında gelişme olurken ÖG2 alışkanlığında bir değişim gözlenmemiştir. ÖG1 alışkanlığını da yine adaylar ön testte daha çok kullanmıştır. Yani oluşturulan öğrenme ortamı adayların "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığını yansıtan ÖG1 göstergesi ve "*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*" alışkanlığını yansıtan ÖG3 göstergesinin gelişiminde etkili olmuştur. Ancak adayların problemlere verdiği cevaplarda "*Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*" alışkanlığını yansıtan ÖG2 göstergesine rastlanmamıştır. Yine adaylar "*Problemin çözümünde özel durumları dikkate alma*" alışkanlığını yansıtan ÖG1 göstergesini ön testte düşük düzeyde kullanırken son testte verdiği cevaplarda rastlanmamıştır.

Öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma kapsamında DA1 ve DA4 alışkanlıklarında gelişme olurken DA2 alışkanlığında ön test ve son testte aynı puan alınmıştır. Yani oluşturulan öğrenme ortamı adayların "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığını yansıtan DA1 göstergesini ve *"Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme"* alışkanlığının göstergesi olan DA4'ün gelişiminde etkili olmuştur. Adayların bu alışkanlıkları kazanmada başarılı olmasının sebeplerinden biri de derslerin bilgisayar destekli laboratuvarında yürütülmesi ve ders süresinde DGY'den faydalanarak karşılaştıkları problemlerde değişen ve değişmeyen nesnelerin belirlenmesidir. Bu şekilde adaylara DA1 alışkanlığı kazandırılmıştır. Bunun yanında adaylar, *"Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*" alışkanlığını yansıtan DA2 göstergesini ön test ve son testte aynı puan alçak şekilde kullanmıştır.

Keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarının KY1, KY2 ve KY6 alışkanlıklarında bir gelişme olurken adayların ön test ve son testte yer alan problemlere yönelik cevaplarında KY3, KY4 ve KY5 alışkanlıklarına rastlanmamıştır. Yani oluşturulan öğrenme ortamı adayların "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1, "*Bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*" alışkanlığının göstergesi olan KY2 ve "*Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığının göstergesi olan KY6'nın gelişiminde etkili olmuştur. Ancak adaylar hem ön test hem de son testte yer alan problemlerde KY3, KY4 ve KY5 alışkanlıklarını kullanmamıştır.

Öğretmen adaylarının uygulamadan sonra geometrik düşünme alışkanlıklarının nasıl etkilendiğini ortaya koyabilmek amacıyla çalışmada nicel analizler de yürütülmüştür. Bu amaç doğrultusunda ön test son test istatistikleri, lineer kişi puanları, lineer puanlar ile yapılan istatistiksel analizler (ilişkili t-testi), kişi madde haritası, ön test son testte yer alan geometrik düşünme alışkanlıklarının grafikleri incelenmiştir. Tablo 39'da geometrik düşünme alışkanlıkları ön test ve son testi özet istatistikleri verilmiştir.

Tablo 39. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Ön Test ve Son Test Özet İstatistikleri

| | Ham Puan | | Lineer Puan (lojit) | | Uyum İçi | Uyum Dışı | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Ortalama | Standart Sapma | Ortalama | Standart Sapma | | | |
| Ön Test | 11.7 | 4.9 | -0.42 | 0.76 | 1.01 | 1.03 | 32 |
| Son Test | 16.4 | 6.5 | 0.10 | 1.08 | 0.99 | 1.03 | 32 |

Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının ön test ham puan ortalamasının 11,7 ve standart sapmasının 4,9 son test ham puan ortalamasının 16,4 ve standart sapmasının 6,5 olduğu görülmektedir. Bu durum adayların son testte daha başarılı sonuçlar elde ettiği anlamına gelmektedir. Son testte standart sapmanın yüksek olması, son testte öğretmen adaylarının daha geniş bir aralıkta yayıldıklarını göstermektedir. Ön test ham puan ortalamasının lineerleştirilmesi sonucu elde edilen ölçümde ortalama -0,42 standart sapma ise 0,76'dır. Adayların ön test lineer puanların ortalamasından negatif bir değer alması sorulan problemlerin yarısından daha azına doğru cevap verebildiği anlamına gelmektedir.  Son test ham puanlarının lineerleştirilmesi sonucu elde edilen ölçümde ise ortalama 0,10 standart sapma ise 1,08 çıkmıştır. Burada son testte elde edilen ortalamanın negatiften 0'10a yükselmesi öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile ilgili problemlerin yarısından çok az fazlasına cevap verebildiklerini göstermektedir. Yani adayların son testte GDA'ya yönelik problemlerde orta düzeyde bilgi sahibi oldukları söylenebilir. Yine Tablo 39'dan ön test ve son test arasındaki ortalama puanların arttığı gözlenmektedir.

Geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş problem çözmeye dayalı öğrenme ortamlarının öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanabilme başarıları arasındaki ilişkinin daha iyi gözlemlenebilmesi için, öğretmen adaylarının uygulama öncesi ve uygulama sonrası lineer puanları incelenmelidir. Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları testinden aldığı ham puanlar WINSTEPS 3.72 modelleme programı ile lineer puanlara dönüştürülmüştür. Tablo 40'da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkların testinden aldığı ham ve lineer puanlar görülmektedir.

Tablo 40. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testi Kişi Puanları

| Kişi No | Ön Test | | Son Test | |
|---|---|---|---|---|
| | Ham | Lineer | Ham | Lineer |
| 1 | 14 | -0,08 | 26 | 1,69 |
| 2* | 13 | -0,21 | 26 | 1,69 |
| 3 | 9 | -0,73 | 17 | 0,15 |
| 4* | 18 | 0,43 | 14 | -0,18 |
| 5 | 6 | -1,19 | 2 | -2,42 |
| 6 | 11 | -0,47 | 21 | 0,65 |
| 7 | 17 | 0,30 | 17 | 0,15 |
| 8 | 5 | -1,39 | 22 | 0,80 |
| 9 | 15 | 0,04 | 10 | -0,62 |
| 10 | 17 | 0,30 | 21 | 0,65 |
| 11* | 14 | -0,08 | 18 | 0,26 |
| 12 | 27 | 1,92 | 28 | 2,62 |
| 13 | 14 | -0,08 | 20 | 0,51 |
| 14 | 13 | -0,21 | 21 | 0,65 |
| 15 | 14 | -0,08 | 17 | 0,15 |
| 16* | 9 | -0,73 | 22 | 0,80 |
| 17 | 2 | -2,39 | 1 | -3,28 |
| 18 | 13 | -0,21 | 20 | 0,51 |
| 19 | 3 | -1,93 | 8 | -0,86 |
| 20 | 14 | -0,08 | 18 | 0,26 |
| 22 | 9 | -0,73 | 15 | -0,07 |
| 23* | 17 | 0,30 | 22 | 0,80 |
| 24 | 8 | -0,88 | 24 | 1,17 |
| 25 | 11 | -0,47 | 12 | -0,40 |
| 26 | 12 | -0,34 | 15 | -0,07 |
| 27 | 11 | -0,47 | 8 | -0,86 |
| 28 | 10 | -0,60 | 16 | 0,04 |
| 29 | 16 | 0,17 | 12 | -0,40 |
| 30 | 7 | -1,03 | 9 | -0,74 |
| 31 | 6 | -1,19 | 17 | 0,15 |
| 33 | 9 | -0,73 | 14 | -0,18 |
| 34* | 11 | -0,47 | 12 | -0,40 |

* Klinik mülakatların ve gözlemlerin yapıldığı öğretmen adaylarını temsil etmektedir.

Tablo 40 öğretmen adaylarının sorulara verdiği cevapların ham puanları ve lineer ölçüm değerleri arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Kişilere ait bu ölçüm değerleri ölçme hatalarından arındırılmış ölçüm değerleridir. Bu şekilde düşük beceri ve yüksek beceri sergileyen öğrencileri ayırt edebilmek mümkündür. Kişi ölçüm tablosunda lineer puanı yüksek olan kişiler test maddelerinde daha başarılı olanları temsil etmektedir. Testin ön ve son ölçümlerine bakıldığında, ön test ölçümlerinde 25, son test ölçümlerinde ise 13 öğretmen adayının lineer puanının negatif olduğu görülmektedir. Ön testte çok kişinin negatif puan alması, öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile ilgili soruların yarısından daha azında alışkanlıkları kullanma eğilimine girebildiklerini göstermektedir. Son test ölçümlerinde ise Ö1, Ö2, Ö3, Ö6, Ö8, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20, Ö24, Ö28 ve Ö31 kodlu öğretmen adaylarının lineer puanlarının negatiften pozitife dönüştüğü görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile ilgili testte alışkanlıkları kullanma eğilimlerinin ön teste göre arttığını göstermektedir. Ayrıca uygulama süresince yakından takip edilen 6 öğretmen adayından Ö2, Ö11, Ö16, Ö23 ve Ö34 kodlu adayların son testten aldığı lineer puanlar ön testten aldığı lineer puanlara göre daha yüksektir. Bu durum adayların uygulama süreci sonunda geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanımı kapsamında gelişim gösterdikleri anlamına gelmektedir. Ö4 kodlu öğretmen adayının ön testten aldığı lineer puan 0,43'ken son testten aldığı lineer puan ise -0,18'dir. Bu adayın lineer puanın pozitiften negatife dönüşmesi, adayın son testte yer alan problemlerin yarısından daha azına doğru cevap verebildiği anlamına gelmektedir.

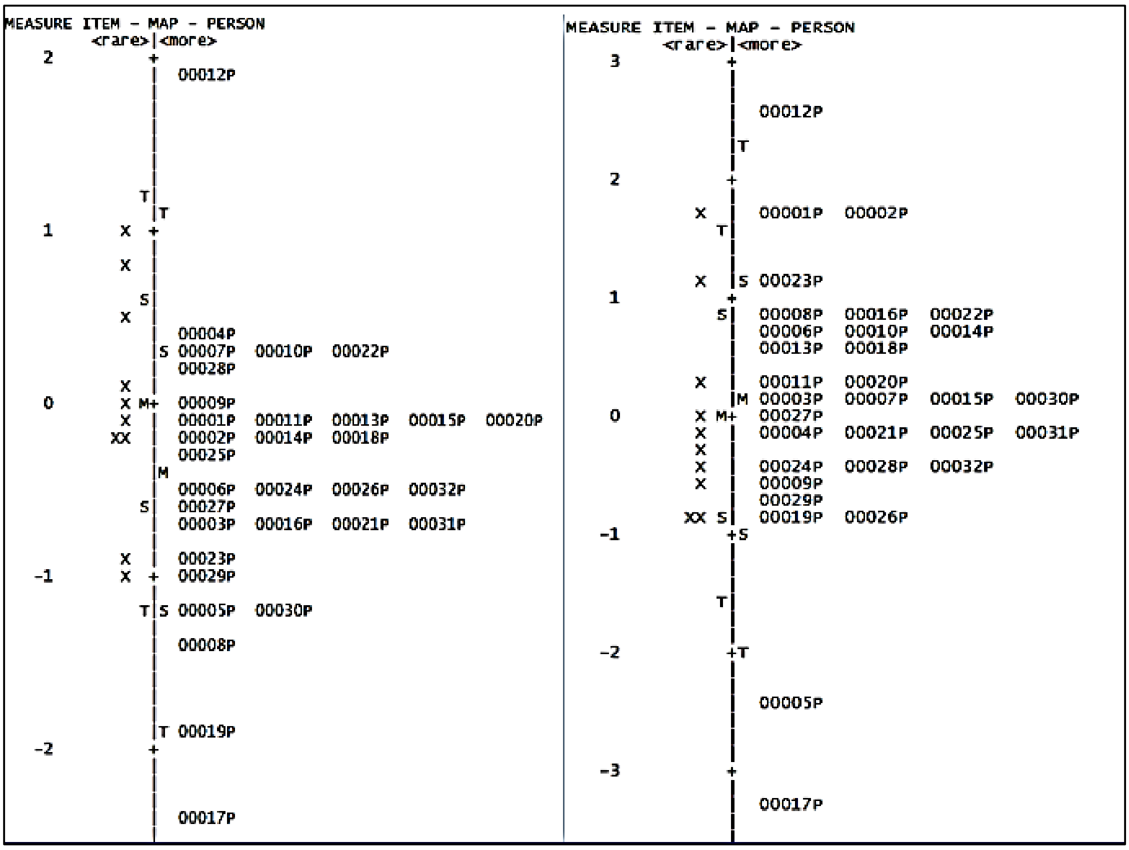
Öğretmen adaylarının ön test ve son test lineer puanlarındaki değişimin anlamlı olup olmadığını anlamak için söz konusu puanlar üzerinden ilişkili örneklemler için t-testi yapılmıştır. Tablo 41'de öğretmen adaylarının ön test ve son testi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşup oluşmadığını anlamak üzere ilişkili örneklemler için t-testi analizi sonuçları verilmiştir.

Tablo 41. Ön Test ve Son Test Puanlarının Karşılaştırılmasına İlişkin İlişkili Örneklemler İçin t-Testi Sonuçları

| Grup | n | $\bar{X}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ön Test | 32 | 11,71 | 4,97 | 31 | -4,53 | 0,000 |
| Son Test | 32 | 16,41 | 6,52 | | | |

Tablo 41 incelendiğinde geometrik düşünme alışkanlıkları ön test puan ortalamasının $\bar{x} = 11{,}71$ ve son test ortalamasının $\bar{x} = 16{,}41$ olarak yükseldiği görülmektedir. Elde edilen bu veriler son test ortalamasının daha yüksek olduğunu göstermektedir. Yine yapılan analizle Tablo 41'den de görüldüğü gibi ortalamalar arası bu farkın istatistiksel olarak da anlamlı olduğu gözlenmiştir (*$t_{(31)}$=-4,53; p<0,01).* Hem son test ortalamasının ön test ortalamasına göre daha fazla olması hem de bu farkın istatiksel olarak anlamlı çıkması, öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının kullanımı konusunda olumlu etkisinin olduğunu göstermektedir.

Hem kişileri hem de test maddelerini tek bir ölçek üzerinde karşılaştırabilmek için madde-kişi haritasına bakılmıştır. Öğretmen adaylarının ön test ve son test madde kişi haritaları Şekil 96'da verilmiştir.

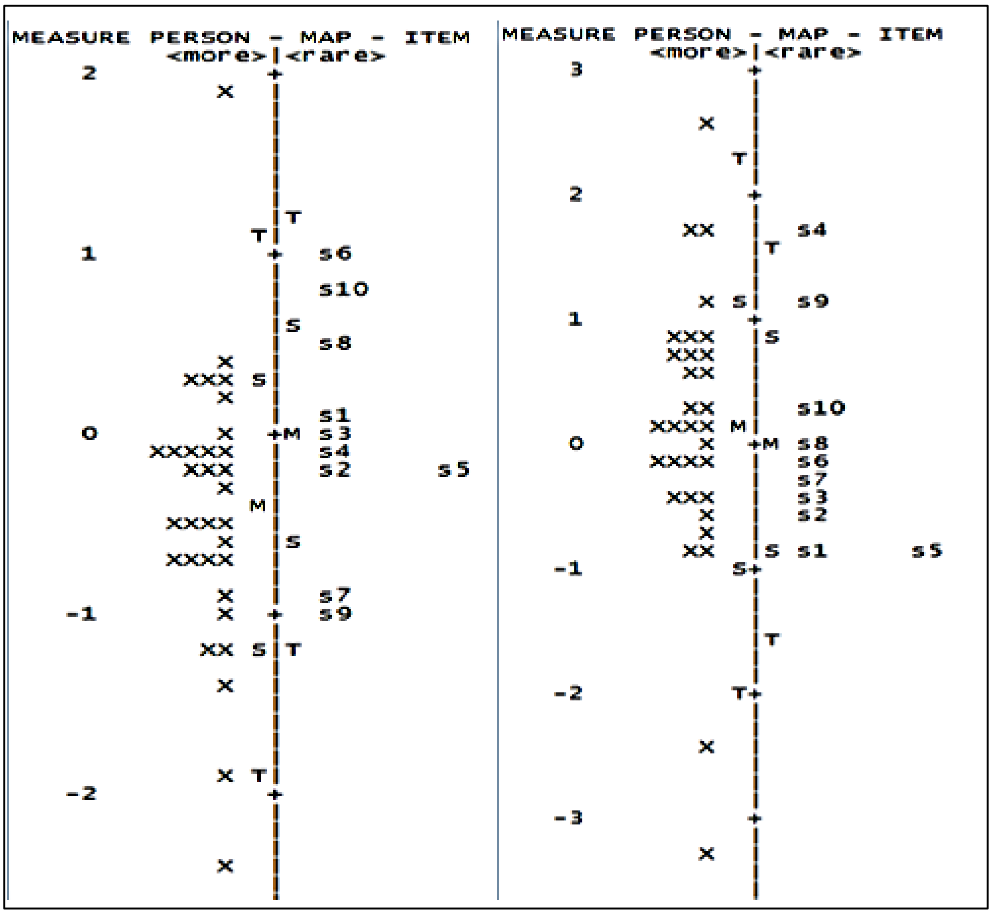



*Bu haritalarda sol tarafta 0'ın altında yer alan rakamlar -1 ve -2 düşük düzeyi 0'ın üstünde yer alan rakamlar 1, 2 ve 3 yüksek düzeyi temsil etmektedir. Buna göre -1 ve -2'nin hizasında yer alan adaylar kolay problemleri (herkesin yapabildiği türden problemleri) yapmıştır. Örneğin 17 numaralı öğretmen adayı her iki testte de -2'nin altında yer aldığından kolay problemleri cevaplandırmıştır. Bu yüzden Ö17 kodlu öğretmen adayı düşük seviyedir. Benzer şekilde 12 numaralı öğretmen adayı da 2 seviyesine yakın problemi yani en zor problemi cevaplandırdığından yüksek seviyededir.

Şekil 96. Ön test (soldaki şekil) ve son test (sağdaki şekil) madde-kişi haritaları

Şekil 96 her bir öğretmen adayının ön testte kullandıkları alışkanlıkların son testte göre nasıl değiştiğini göstermektedir. Şekil 96 incelendiğinde başarı seviyesi olarak kabul edilen 0 lineer puanının altında ön testte toplam 25 kişi varken son testte toplam 13 kişi vardır. Bu durum son testte öğretmen adaylarının verdiği cevaplara göre başarının arttığı anlamına gelmektedir. Yine Şekil 96 incelendiğinde ön testte 6 öğretmen adayı -1 ve aşağısındaki lineer puanda, 21 öğretmen adayı -1 ile 0 arasındaki lineer puanda, 5 öğretmen adayı 0 ile 1 lineer puanı arasında ve son olarak 1 öğretmen adayı da 2 lineer puanına yakın olduğu görülmektedir. Benzer şekilde son test madde kişi haritasına bakıldığında ise 2 öğretmen adayının -1 lineer puanı ve aşağısına, 12 öğretmen adayı -1 ile 0 lineer puanı arasına, 15 öğretmen adayı 0 ile 1 lineer puanı arasına, 3 öğretmen adayı ise 2 ile 3 lineer puanı arasına denk gelmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının son testte verdiği cevapların ön testte verdiği cevaplara göre 0 seviyesinin üzerine doğru yoğunlaştığı görülmektedir. Bütün bu durumlar da öğretmen adaylarının son testte yer alan zor soruları yanıtlamada daha başarılı olduklarını göstermektedir. Yine şekilde Ö12 kodlu öğretmen adayının hem ön testte hem de son testte en yüksek başarıyı elde ettiği buna karşın Ö17 kodlu öğretmen adayının da hem ön testte hem de son testte en düşük başarıyı elde ettiği görülmektedir. Şekil 96’da ayrıca son testten alınan puanların, ön testten alınan puanlara göre normal dağıldığı görülmektedir. Yine Şekil 96 incelendiğinde ön testte yer alan soruların son testte yer alan sorulara göre öğretmen adaylarının daha zorlandığı söylenebilir. Bu durum öğrenme ortamının öğretmen adayları soruları çözerken daha çok geometrik düşünme alışkanlığı kullandıklarını göstermektedir.

Öğretmen adaylarının hem ön testte hem de son testte hangi problemlerin çözümünde yüksek performans sergiledikleri, problemleri buraya düşük olacak şekilde düzenle daha az yapabildiklerini gözlemlemek amacıyla kişi-madde haritaları da incelenmiştir. Şekil 97’de öğretmen adaylarının ön test ve son test kişi-madde haritaları yer almaktadır.




Şekil 97. Ön test (soldaki şekil) ve son test (sağdaki şekil) kişi-madde haritaları

Şekil 97 incelendiğinde ön testteki sırasıyla 9, 7, 5, 2, 4 ve 3. problemler öğretmen adaylarına oldukça kolay gelmekte (0 ile -1 seviyesi arasında kalmakta) 1, 8, 10 ve 6 numaralı problemler ise öğretmen adaylarının seviyesinin üzerinde görülmektedir. Son test kişi madde haritası incelendiğinde 1, 2, 3, 5, 6, 7 ve 8 numaralı problemler -1 ile 0 lineer puanı arasında, 9 ve 10 numaralı problemler 0 ile 1 lineer puanı arasında 4 numaralı problem ise 2 lineer puanına yakındır. Yine Şekil 97'de son testteki öğretmen adaylarının ön testteki yeteneklerine göre yukarı doğru değiştiği görülmektedir. Bazı durumlarda ise adayların ön testte yer alan problemlerde zorlanırken eşdeğer nitelikte yer alan son testteki problemleri daha kolay çözebildiği anlaşılmaktadır. Örneğin ön testte yer alan 1 ve 5. problemler 0 ile 1'e yakın lineer puanda iken son testte yer alan eşdeğer nitelikte 1 ve 5. problemler -1 lineer puanına yakın seviyededir. Bu durumdan da ön testte yer alan 1 ve 5. problemler öğretmen adaylarına zor gelirken son testte yer alan 1 ve 5. problemlerin adaylara daha kolay geldiği anlaşılmaktadır.

### 4. 2. Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarındaki Değişimine Yönelik Bulgular: Öğrenme Ortamından Yansımalar

Çalışmanın bu bölümünde amaç, geliştirilen öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını süreç içerisinde nasıl etkilediğini ortaya koymaktır. Bu amaçla öğretmen adayların her hafta yürütülen uygulamaların başlangıcındaki ve sonundaki problemlere verdikleri cevaplarda sergiledikleri geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik bulgular yer almaktadır. Böylece öğretmen adaylarının her hafta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarındaki gelişim ve değişim ortaya konulmaya çalışılmıştır. Çalışma kapsamında veriler, adayların her hafta derslerde yaptığı uygulamalardan (video kayıtlarından yararlanarak) ve ödev problemlerine verdiği cevaplardan elde edilmiştir.

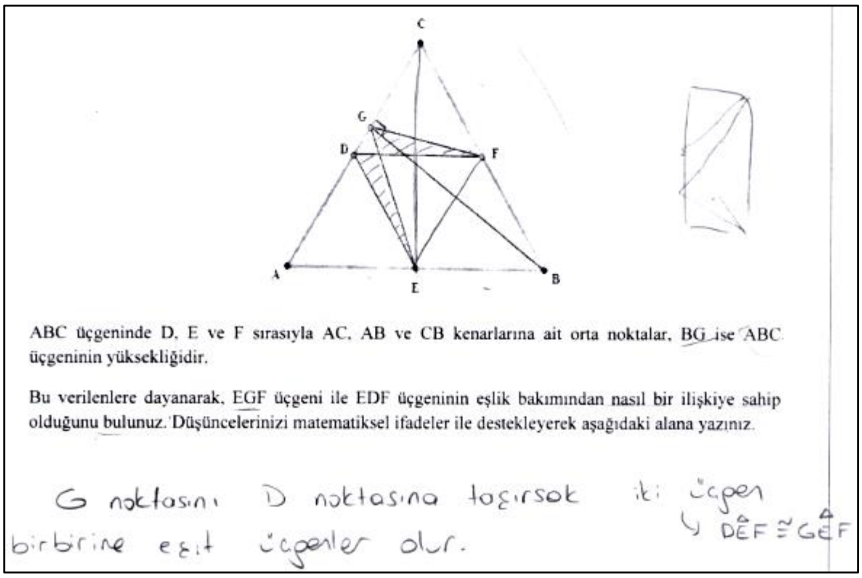
Ders ortamında etkinliklerin yürütülmesi aşamasında adaylara 2 çalışma yaprağı dağıtılmıştır. İlk çalışma yaprağında problem verilmiş ikincisinde ise aynı problem yönergelerle verilmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının her haftada başlangıçta sahip olduğu GDA'lara ait veriler ilk çalışma yaprağından, uygulama sonrasında sahip olduğu GDA'lar ise ikinci çalışma yaprağından ve ödevlerden elde edilmiştir. Aşağıda adayların her hafta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları resmedilmeye çalışılmıştır.

#### 4. 2. 1. Birinci Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Birinci haftada öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik uygulanmıştır. İlk etkinlik "*Üçgenlerde Eşlik*" ikinci etkinlik ise "Üçgenlerde Benzerlik" konusu ile ilgilidir. İlk etkinlikteki amaç, etkinlikte yer alan problemde öğretmen adaylarının üçgenlerin eş olmasına dair bir ilişki bulmasıdır. Burada ilişkilendirme yaparken öğretmen adaylarından, verilen üçgenin özel durumlarını da kullanması beklenmektedir. İkinci etkinlikteki amaç ise etkinlikte yer alan problemde öğretmen adaylarının üçgenlerin iç açılarından yararlanarak benzerlik kurarak doğru sonuca ulaşmalarıdır. Bu aşamada da öğretmen adaylarından verilen üçgenin dik üçgen olma gibi özel bir durumundan da yararlanması da beklenmektedir. Bu kapsamda her iki etkinlikte de öğretmen adaylarının "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme, İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma, Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama"* gibi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanmaları beklenmektedir. Dolayısıyla her iki etkinlikte de baskın olan geometrik düşünme alışkanlıkları: İlişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığıdır.

Birinci etkinliğe toplam 16 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 6 grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşmış, 5 grup sadece doğru cevabı söyleyip herhangi bir açıklamada bulunmamış, 2 grup sadece dinamik geometri yazılımını kullanarak doğru cevabı söylemiş 3 grup ise herhangi bir sonuca ulaşamamıştır.

Birinci etkinlikte yer alan probleme doğru cevabı verip açıklamalarını yapamayan gruplardan biri de Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Şekil 98'de bu adayların verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 98. Ö2-Ö23 kodlu öğretmen adaylarının birinci hafta ilk etkinliğin ilk çalışma yaprağına verdiği cevap

Şekil 98 incelendiğinde adayların "*G noktasını D noktasına taşırsak* $\overset{\Delta}{DEF}$ *ile* $\overset{\Delta}{GEF}$ *birbirine eşit üçgenler olur*" cevabını verdiği görülmektedir. Adaylar doğru cevabı söylemişler ancak eşitliğin sebebini açıklamamışlardır. Adayların problem üzerinde düşünme süreçlerini daha iyi anlamak için aşağıda video kaydından bir kesit verilmiştir.

*Ö23 : Bence şu* $\overset{\Delta}{EDF}$ *eşkenar üçgen olur.*

*Ö2 : Ama şöyle bir şey var.* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeni eşkenar değil.*

*Ö23 : Evet, doğru. O zaman şuralar a a olsa [|AD|=|DC|=a] şuralar b b olsa [|FC|=|FB|=b] şuralar da c c olsa [|AE|=|EB|=c] dıştaki üçgenin çevresi [* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeninin çevresi] 2(a+b+c) olur. Diğer üçgenlerin [* $\overset{\Delta}{DEF}$ *ile* $\overset{\Delta}{GEF}$

*üçgenlerinin] çevresi de yarısı olur. Yani a+b+c olur. O zaman bu iki üçgen [* $\overset{\Delta}{DEF}$ *ile* $\overset{\Delta}{GEF}$ *üçgenleri] benzer olur.*

Yukarıdaki diyalogda Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının problemin çözümüne yönelik stratejiler geliştirmeye çalıştığı görülmektedir. Geliştirdikleri strateji sonucunda verilen her iki üçgenin de benzer olduğunu gözlemlemiştir. Ancak bunun sebebini tam olarak açıklayamamışlardır. Sebebini Ö2 kodlu öğretmen adayı daha iyi açıklayabilmek için verilen geometrik şekli GeoGebrada çizmek ister. Geogebra'da şekil çizildikten sonra Ö2 ve Ö23 kodlu adayların yaşadıkları süreç aşağıda resmedilmiştir.

*Ö2 : Şimdi bizden şu üçgenle şu üçgenin [* $\overset{\Delta}{DEF}$ *ile* $\overset{\Delta}{GEF}$ *üçgenlerinin] karşılaştırmasını istiyor. Şu yapıyı bilgisayardan [GeoGebra] bir çizsem.*

*Ö23 : Şu şu şu şu [* $\overset{\Delta}{AED}$, $\overset{\Delta}{EFB}$, $\overset{\Delta}{DEF}$ *ile* $\overset{\Delta}{CDF}$ *] aynı üçgen oldu. Ama bu üçgenle [* $\overset{\Delta}{EGF}$ *] bir türlü bağdaştıramadım. Eş falan da değil bence.*

*Ö2 : Acaba yüksekliği ile ilgili bir şey mi bulacağız?*

*Ö23 : Tamam o zaman şöyle düşünelim.*

*Ö2 : Alanlardan gidemeyiz zaten. Hmmm. Şunu şöyle çizsek [C noktasını E ile birleştirsek, CE doğru parçası* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeninin yüksekliği olmaz mı] şurası da bir yükseklik etmeyecek mi? Üçgenin diğer kenarlarına ait yüksekliklerini de çizsek. Ama oradan bir şey çıkar mı ki? Ama* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeni eşkenar değil yaaa. Benim aklım hep eşkenara gidiyor. Diyecektim ki* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeni eşkenar olsaydı CE doğru parçası hem yükseklik hem kenarortay olacaktı, tüh..*

*Ö23 : O zaman G noktası D noktası üzerinde olsaydı orası da hem yükseklik hem kenarortay olurdu değil mi?*

*Ö2 : Evet, ama işte eşkenar değil.*

*Ö2 : Acaba Pisagor'dan falan bir şeyler mi yapacağız. Açıortay olsa desek. Şunu şöyle çeksek [B ile D noktasını birleştirsek] şurası kenarortay [BD doğru parçası] olmaz mı? Aynı şekilde şunu da şöyle çeksek [C noktası ile E noktasını birleştirsek] orası da [CE doğru parçası da ] kenarortay olmaz mı? Ama ben hep kenarları eşit [|AB|=|BC|=|AC|] bakıyorum. Olmadı.*

Yukarıda da görüldüğü gibi Ö2 ve Ö23 kodlu adaylar öncelikle üçgenlerin eş olduğu sonucuna ulaşmak istemişler, daha sonra söz konusu eşliği $\overset{\Delta}{EGF}$ üçgeni ile ilişkilendiremediğinden üçgenlerin yükseklikleri ile ilgili bir ilişki bulmaya çalışmışlar. Özellikle Ö2 kodlu öğretmen adayı problemin çözümünü yapamadığı durumlarda diyalogdan da görüldüğü gibi farklı çözüm stratejileri geliştirmeye çalışmaktadır. Bu bakımdan Ö2 kodlu aday aslında keşfetme ve yansıtma alışkanlığının bir göstergesi olan KY3'ü süreç içerisinde oldukça fazla kullanmaktadır. Yine problemin çözüm sürecinde yöntemlerini değiştiren adaylar en sonunda aşağıda verilen süreci yaşamışlardır.

*Ö2 : Yok yaaa. Acaba G'yi kaydırsak mı, taşısak mı?*

*Ö23 : Haa, o zaman oluyor. O zaman hem eş üçgenler çıkıyor [$\overset{\Delta}{EGF}$ ile $\overset{\Delta}{EDF}$ ]*

*Ö2 : Hani dikdörtgenli bir soru vardı ya. Dikdörtgenin içinde kalan üçgenin alanını bulurken, üçgenin tepe noktasından hareket ettiriyorduk, taşıyorduk onun gibi. Acaba burada da G noktasını D'ye doğru taşıyabiliyor muyuz? Bu şekilde bizden istenen üçgenlerin alanını eş buluruz.*

*Ö23 : Olabilir, kenarortay ve yükseklik olur o zaman, önceki dediklerimiz gibi. G noktasını D noktasına taşıdığımızda zaten aynı üçgenler olur [$\overset{\Delta}{EGF}$ ile $\overset{\Delta}{EDF}$ ]. O zaman bunu yazalım.*

Bu kısımda problemin çözüm süreci bir sonuca bağlanmış ve Şekil 98'de de verildiği gibi adaylar G noktasını D noktasının üzerine taşımıştır. Taşıma işlemini Ö2 kodlu öğretmen adayının "*Hani dikdörtgenli bir soru vardı ya. Dikdörtgenin içinde kalan üçgenin alanını bulurken, üçgenin tepe noktasından hareket ettiriyorduk, taşıyorduk onun gibi. Acaba burada da G noktasını D'ye doğru taşıyabiliyor muyuz"* şeklindeki cevabı adayın *"verilen bir problemde yer alan sabit bir durumu hareketli olacak şekilde düşünebilme" alışkanlığının göstergesi olan DA2'yi kullandığını göstermektedir.* Ancak adaylar taşıma işlemi sonucunda neden $\overset{\Delta}{EGF}$ ile $\overset{\Delta}{EDF}$ üçgenlerinin eş olduğunu tam olarak açıklayamamışlardır. Bu durumu adaylar aşağıdaki gibi ifade etmiştir;

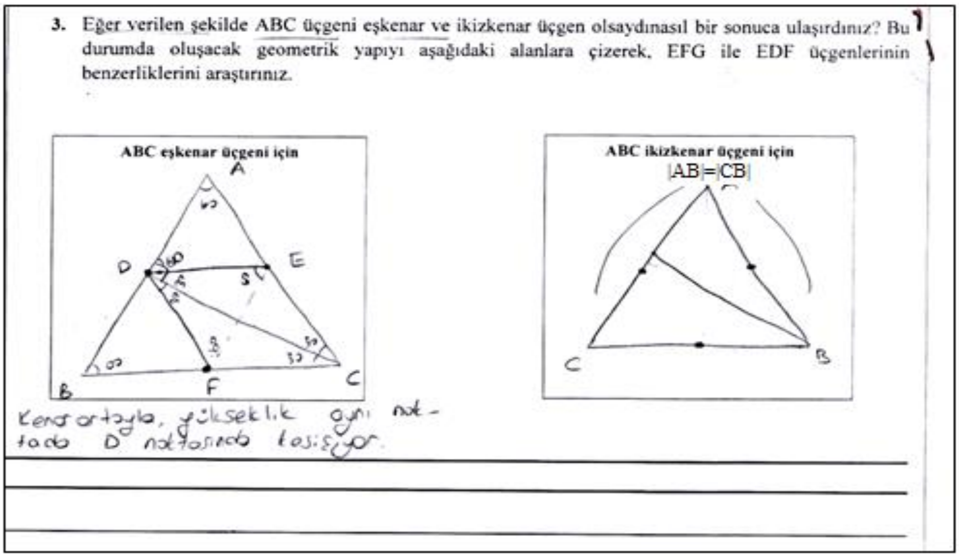
*Ö2 : Bence sanki başka bir şeyler daha var gibi geliyor. Dediğimiz mantıklı ama daha başka bir şeyler varmış gibi geliyor.*

*Ö2 3: Değil mi boşuna yükseklikleri vermemiş.*

*Ö2 : Ya şu iki ara var ya sanki onlar birbirinin aynıymış gibi geliyor [Taradıkları alanlar]. Ama sebebini tam olarak çıkartamadım.*

Sonuç olarak Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları verilen problemin doğru cevabını G noktasını D noktasına taşıyarak yapmışlardır. Taşıma işlemi sonucunda da $\overset{\Delta}{DEF}$ ile $\overset{\Delta}{GEF}$ üçgenlerini birbirine eş bulmuşlardır. Burada adayların eş üçgenleri bulması ilişkilendirme alışkanlığından İ4 göstergesini kullandıklarını göstermektedir. Ancak adaylar, verilen geometrik şekiller arasında eşlik kurup, şekillerin neden eş oldukları hakkında tam olarak yorum yapamadıklarından bu göstergeyi oldukça düşük seviyede kullanmıştır. Dolayısıyla Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının başlangıçta sahip olduğu GDA'lar DA2 ve İ4'ün oldukça düşük seviyesidir (0 puan) denilebilir.

Araştırmacı derste ikinci çalışma yaprağında yer alan yönergelere geçmiştir. Bu aşamada araştırmacı verilen problemin özel durumundan yararlanarak genele ulaşmak için önce $\overset{\Delta}{ABC}$'nin eşkenar ve ikizkenar olma durumunu adaylara inceletmiştir. Ö2 ve Ö23 kodlu adayların verdiği cevaplar Şekil 99'da yer almaktadır.




Şekil 99. Ö2-Ö23 kodlu öğretmen adaylarının birinci hafta ilk etkinliğin ikinci çalışma yaprağında $\overset{\Delta}{ABC}$'nin eşkenar ve ikizkenar olma durumuna yönelik cevabı

Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 99'de verdiği cevap incelendiğinde, adayların $\overset{\Delta}{ABC}$'nin eşkenar üçgen olma durumunda D ve G noktalarının çakışacağından söz konusu üçgenlerin aynı olacağını ifade ettiği görülmektedir. Adaylar bu durumu aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

*A* : *Peki verilen bu* $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeni *eşkenar ve ikizkenar üçgen olsaydı sonuç nasıl olurdu?*

*Ö23 : Hocam biz zaten hep eşkenar üçgen olarak düşünmüştük. Eşkenar üçgen olursa birbirinin üstüne gelmez mi?*

*(Gruptaki Öğrencilerden biri yazılımda çizerken diğeri kâğıt üzerinde çizer).*

*Ö2-Ö23 : Evet zaten başlangıçta da bunu yapmıştık. Eşkenar olunca birbirinin üzerine geliyor aynı üçgenler oluyor.*

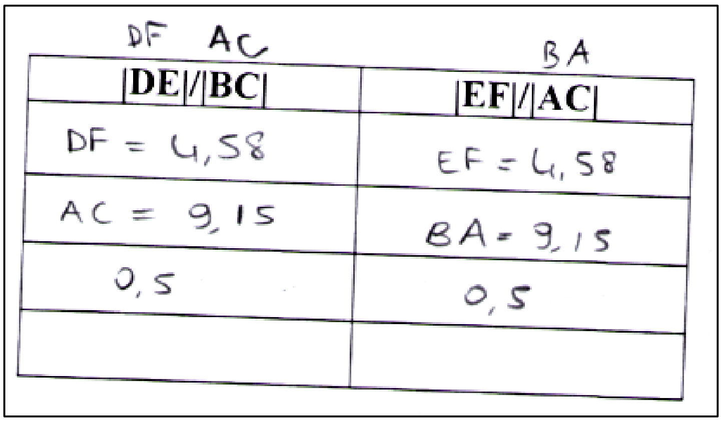
*A : Peki* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeni ikizkenar üçgen olsaydı ne olurdu?*

*Ö23 : Sanırım yine aynı sonuç çıkardı.*

Yukarıda da görüldüğü gibi Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeni eşkenar üçgen olma durumunu yapabilmiştir ancak $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin ikizkenar olma durumu üzerinde fikir yürütememişlerdir. Araştırmacı burda tahtaya bir öğrenciyi kaldırıp ABC üçgeninin ikizkenar üçgen olma durumunda sonucun nasıl değişeceğini sormuştur. Ö34 kodlu adayın cevabı;

*Ö34 : Şimdi arkadaşlar fark ettiyseniz eşkenar üçgende C noktasından AB'ye indirdiğimiz dikme ile D noktası aynı yerde buluşuyor. Yani burada G ile D farklı değil aynı nokta. Sonra bize sorulan E ile f'yi birleştirdiğimizde bizden istenen her iki üçgenin de alanı eş oluyor. Anlaşılmayan bir yer var mı?*

Ö34 kodlu adayın verdiği bu cevaptan sonra araştırmacı, aslında $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin eşkenar ve ikizkenar üçgen olmasının verilen problemin özel bir durumu olduğunu ifade ederek tekrar dersin başında verilen probleme dönülmesini istemiştir. Bu aşamada çalışma yaprağının yönergelerine göre Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları verilen yapıyı GeoGebra programında çizmiştir. Daha sonra problemde yer alan $\frac{|DE|}{|BC|}\ ile\ \frac{|EF|}{|AC|}$ bulma süreci Şekil 100'de verilmiştir.



| DF AC<br>\|DE\|/\|BC\| | BA<br>\|EF\|/\|AC\| |
|---|---|
| DF = 4,58 | EF = 4,58 |
| AC = 9,15 | BA = 9,15 |
| 0,5 | 0,5 |
| | |

Şekil 100. Ö2-Ö23 kodlu öğretmen adaylarının birinci hafta ilk etkinliğin ikinci çalışma yaprağında oranlar arasında ilişki bulmaya yönelik cevabı

Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 100'de verilen cevabı incelendiğinde, verilen oranların eşit olduğunu gözlemledikleri görülmektedir. Ancak adaylar bu oranların eşit olmasının sebebi ya da sonucu hakkında yorum yapmamıştır. Adayların düşünme sürecini daha iyi anlayabilmek için aşağıda video kayıtlarından bir kesit yer almaktadır.

*Ö23 : $\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|EF|}{|AC|}$ tir. Zaten o oran 1'e 2 değil mi?*

*A : Nasıl?*

*Ö23 : Orta noktalardan geliyor.*

*A : Peki bize neyi soruyor? Belirtilen kenar uzunlukları oranı arasında nasıl bir ilişki vardır?*

*Ö2-Ö23 : Sabit.*

*A : Bulduğunuz bu ilişkiyi $\overset{\Delta}{EFG}$ ile $\overset{\Delta}{EDF}$ üçgenlerinin benzer veya eş olup olmadığına yönelik bir karara varmanızda yardımcı olabilir mi?*

*[ Ö23 kodlu öğretmen adayı tahtaya kaldırılır].*

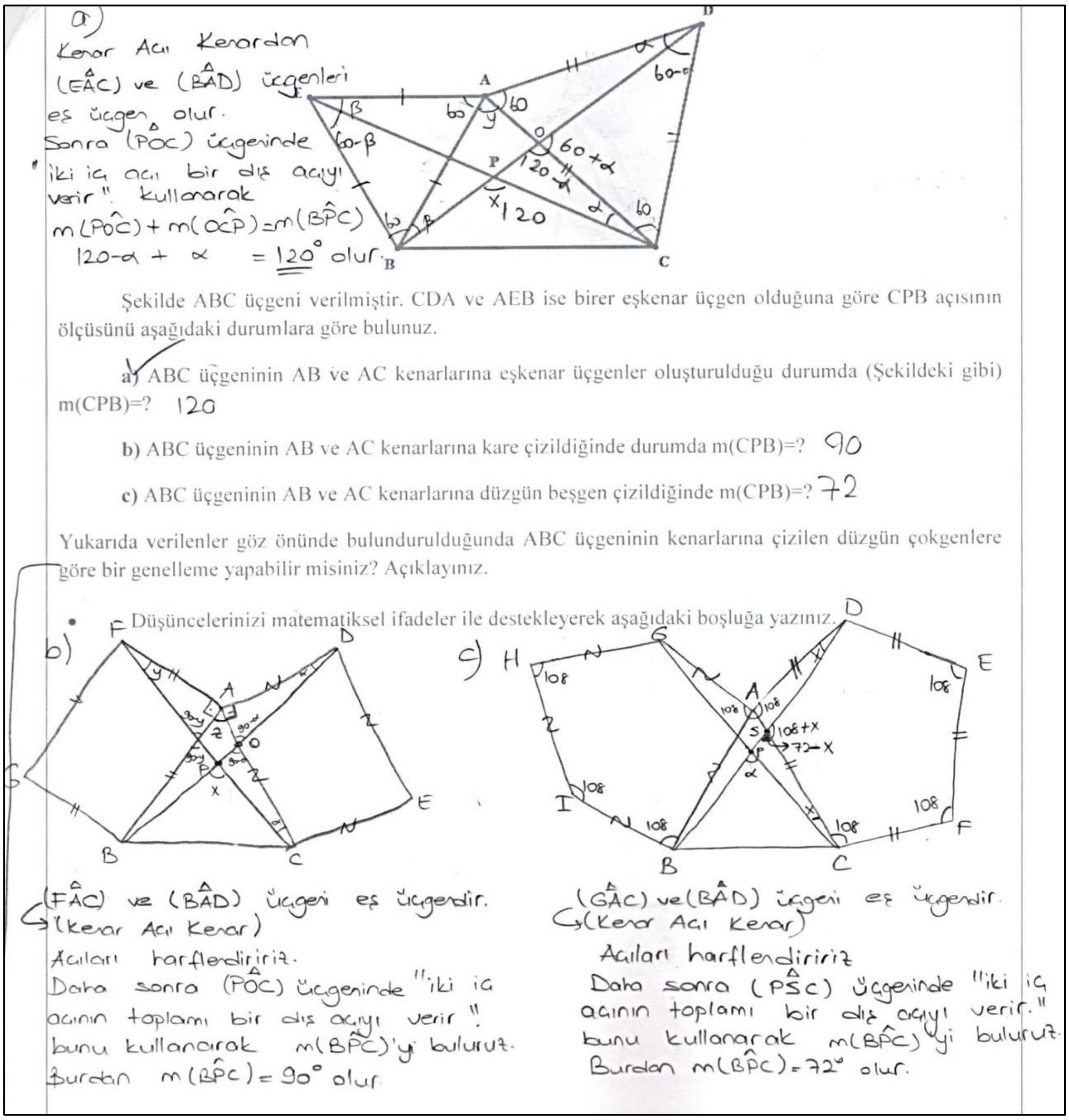
*Ö23 : Hocam ilk başta biz bunun [$\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|EF|}{|AC|} = \frac{1}{2}$ ]1'e 2 oranının olduğunu şeyden anlarız bunun orta nokta olduğunu vermiş bize. Verilen özellikleri kullandık. Birde biz burada G noktasını D noktasının üzerine taşıdık. Burada verilen her iki üçgende eş çıktı [EGF ile EDF üçgeni].*

*Araştırmacı $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin eşkenar ve ikizkenar üçgen olması gibi özel bir durumundan yararlanarak genel bir yargıya vardıklarını söyler. Ayrıca adayların üçgenlerin kenar uzunlukları arasında bir karşılaştırma yapması ve bunun sonucunda eş üçgenlere ulaşmaları ile aslında ilişkilendirme yaptıklarını ifade eder. Daha sonra ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının açıklamasını bir adaya okutturarak açıklama yapar ve etkinliği bitirir.*

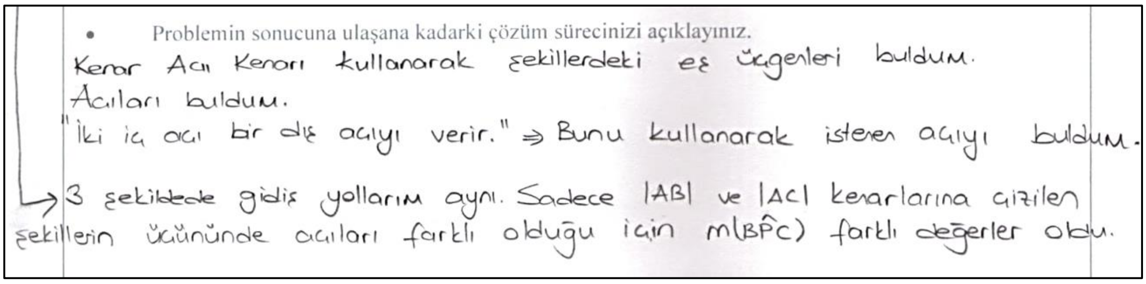
Sonuç olarak yukarıdaki diyalog tada görüldüğü üzere Ö23 kodlu öğretmen adayı G noktasını D noktasına taşıdıktan sonra neden verilen üçgenlerin eş olduğunu adım adım açıklamıştır. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları etkinlik boyunca yaptığı bütün işlemler yardımıyla elde ettikleri sonucu "*Üçgenlerin özel olması hiçbir şeyi değiştirmiyor. Her üçgende oran aynı çıkıyor"* şeklinde ifade etmiştir. Bu şekilde ilk etkinliğin sonucunda Ö2 ve Ö23 kodlu adaylar özel durumlardan yararlanarak bir genellemeye varmıştır. Her iki aday da etkinliğin başlangıcında buldukları sonucun sebebini açıklayamazken, etkinliğin sonucunda açıklayabilmişlerdir. Ayrıca her iki aday da verilen problemin özel bir durumunun olabileceği ve bu durumdan yararlanarak problemin genel halinin çözülebileceğini öğrenmişlerdir.

Adaylara ilk haftadan sonra ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını içeren ödev problemler verilmiştir. Artık adaylar ödev problemlerinde yaptığı cevapları gerekçeleriyle birlikte açıklayabilmiştir. Bunlardan biri de

Ö2 kodlu adaydır. Ö2 kodlu öğretmen adayının ödev problemine verdiği cevap incelendiğinde, ilk önce $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin AB ve AC kenarlarına eşkenar üçgenlerin olması durumunu incelediği görülmektedir. Ö2 kodlu aday bu durumu incelerken Kenar-Açı-Kenar eşlik durumundan yararlanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla bu aşamada Ö2 kodlu aday "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü iyi düzeyde kullanmıştır. Aday daha sonra sırasıyla AB ve AC kenarlarına kare ve düzgün beşgen çizilmesi durumunu incelemiştir. Şekil 101'den de görüldüğü üzere Ö2 kodlu aday kare ve düzgün beşgen özel durumları için de İ4 alışkanlığını kullanarak aynı sonuca ulaşmıştır. Son olarak Ö2 kodlu adayın eşkenar üçgen- kare ve düzgün beşgen gibi özel durumlardan genellemeye vardığı cevaba Şekil 101'de yer verilmiştir.



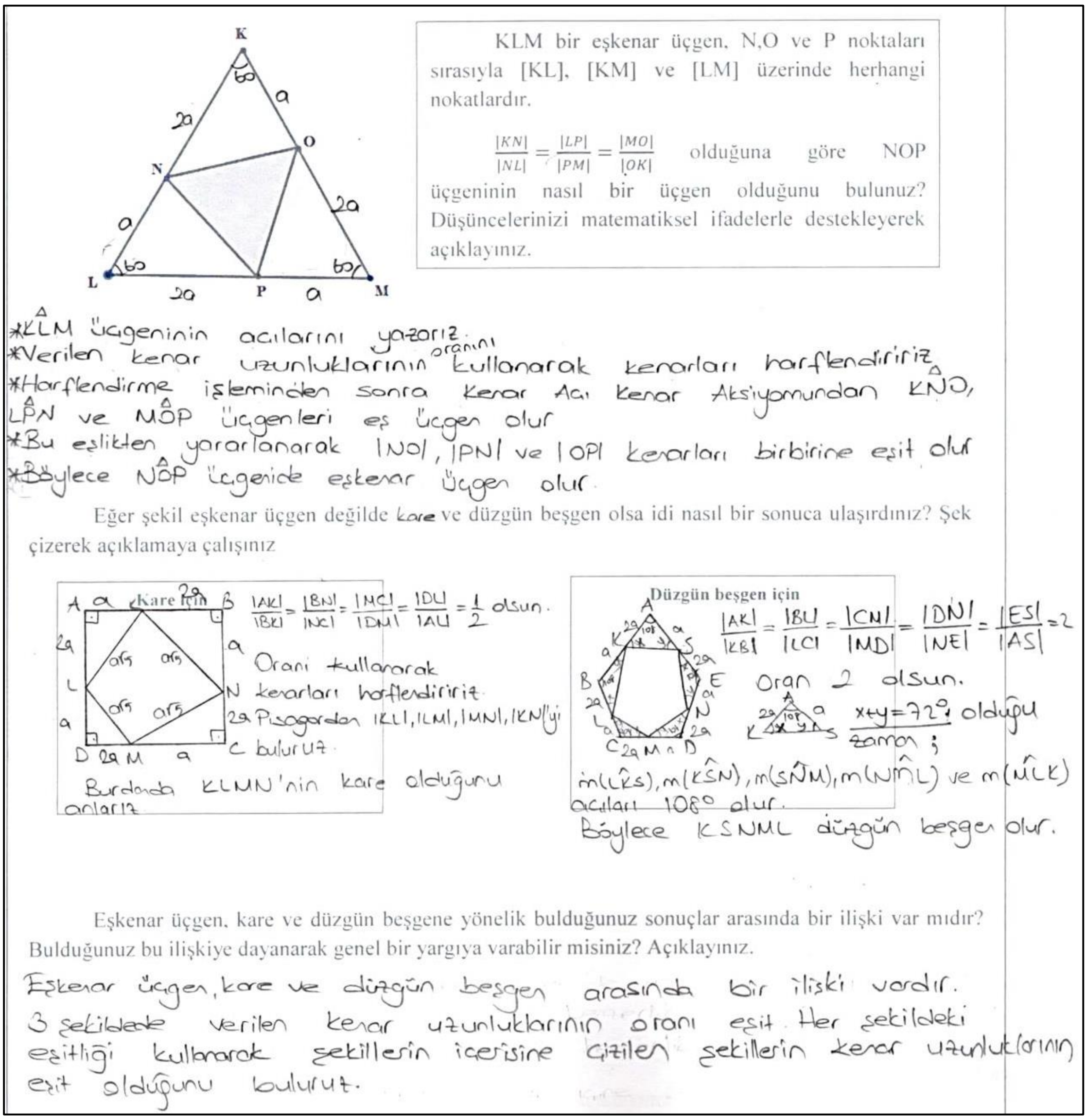
Şekil 101. Ö2 kodlu öğretmen adayının ilk ödevde ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığına yönelik probleme verdiği cevap




Şekil 102. Ö2 kodlu öğretmen adayının ilk ödevde genel bir yargıya varmaya yönelik cevabı

Şekil 101'de görüldüğü gibi Ö2 kodlu öğretmen adayı özel durumlardan yola çıkarak genel bir yargıya varmış ve bu aşamaya gelene kadar da ilişkilendirme alışkanlığını kullanmıştır. Bu durum derste yapılan etkinliğin Ö2 kodlu adayın ilişkilendirme alışkanlığını kullanabilmesinde (üçgenler arasında eşlik kurarken) ve özel durumları inceleyerek genel bir ifadeye ulaşabilmesinde etkili olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde Ö2 kodlu öğretmen adayının başka bir ödev problemine verdiği cevap Şekil 102'de yer almaktadır.

Ö2 kodlu öğretmen adayının ilk ödevde ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının kullanımına yönelik farklı bir probleme verdiği cevap Şekil 103'te görülmektedir. Bu cevaba göre Ö2 kodlu öğretmen adayının ilk aşamada $\overset{\Delta}{KLM}$ 'nin eşkenar üçgen olma durumunu incelediğini, bu işlemi gerçekleştirirken de üçgenler arasında Kenar-Açı-Kenar eşliğinden yararlandığı görülmektedir. Adayın bu cevabı "*iki veya daha fazla geometrik şekli mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek doğru sonuca ulaşma, benzerlik/eşlik kurma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü iyi düzeyde kullandığı söylenebilir. Daha sonra Ö2 kodlu aday aynı durumun kare ve düzgün beşgen için de geçerli olup olmadığına bakmıştır. Problemin çözümünün en sonunda ise Ö2 kodlu aday bulduğu bütün özel durumlar üzerinden genel bir yargıya varmıştır. Dolayısıyla adayın son olarak genel yargıya varabilmesi "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan ÖG1'i iyi düzeyde kullanmıştır.

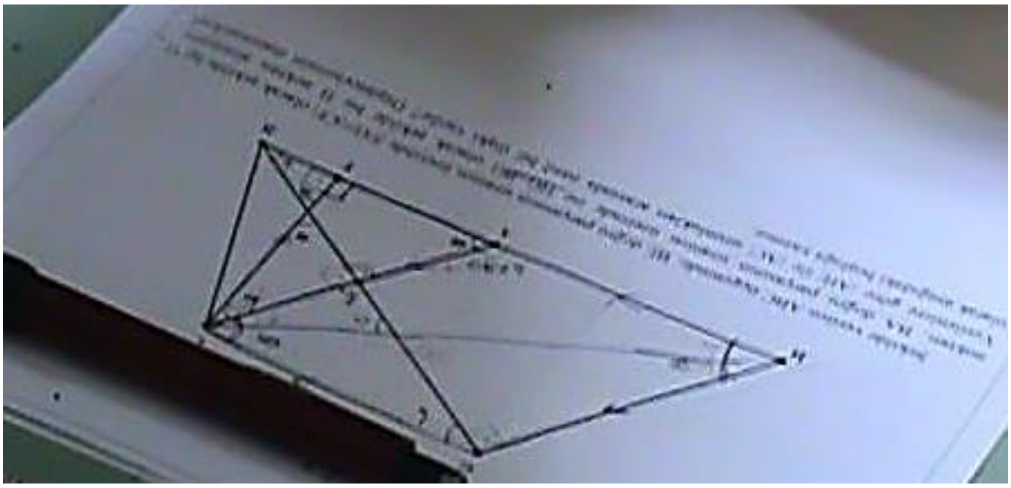



Şekil 103. Ö2 kodlu öğretmen adayının ilk ödevde ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığına yönelik probleme verdiği cevap

Yukarıda verilen örneklerde de görüldüğü gibi adaylar genel olarak verilen ödevleri ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarını kullanarak yapmışlardır. Bu durum adayların ilk hafta yaptığı uygulamaların ödev problemlerinin çözümünde etkili olduğunu göstermektedir.

İlk haftanın ikinci etkinliğine de toplam 16 grup katılmıştır. Birinci etkinliğe toplam 16 grup katılmıştır (2'şerli grup oluşturmak üzere). İlk etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 1 grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşmış, 5 grup sadece doğru cevabı söyleyip herhangi bir açıklamada bulunmamış, 10 grup ise herhangi bir sonuca ulaşamamıştır. İkinci etkinlikte yer alan probleme yanlış cevabı veren gruplardan biri de

Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Şekil 104'te bu adayların verdiği cevap yer almaktadır.



Şekil 104. Ö2 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının ikinci etkinlikte verdiği cevap

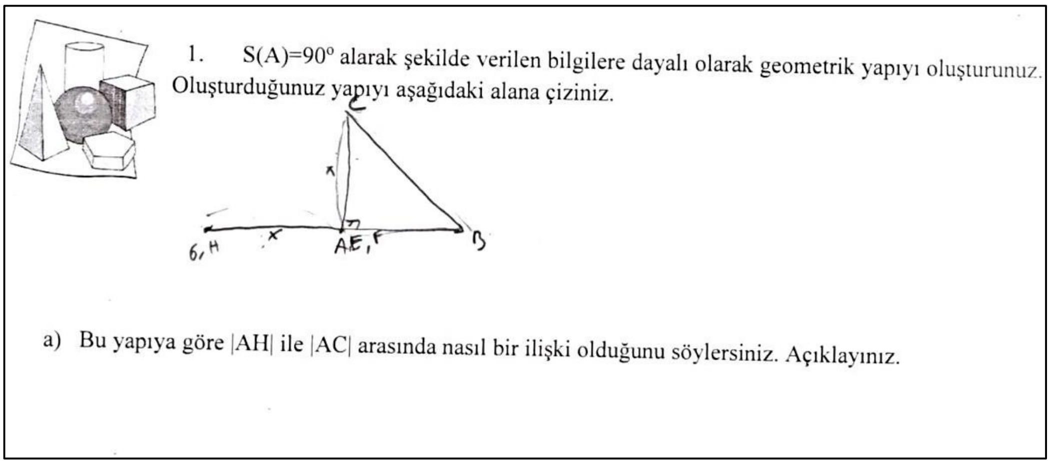
Ö2 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının ikinci etkinliğe verdiği cevap Şekil 104'te yer almaktadır. Bu cevaba göre adaylar G ile C noktasını birleştirerek HB'ye paralel çizmişlerdir. Adayların bu çözümü yaparken yaşadığı süreç aşağıda yer almaktadır.

*Ö11 : Şimdi orayı çizdiğimizde [GC doğru parçasını] zaten E noktasını içeren tüm açılar $90^0$ olmaz mı? Daha sonra $\overset{\Delta}{EAB}$ ve $\overset{\Delta}{GHB}$ üçgenlerinin iç açılarını yerleştirdiğimizde iç açılar eşit olduğundan GC//HB olmaz mı?*

*Ö4 : Ama o zaman açılar farklı oluyor sanki.*

Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adayları GeoGebra programında şekli çizerek GC ve HB'nin paralel olma durumunda hata olduğunu fark ettiklerinden, yaptıkları çözümün yanlış olduğunu anlamıştır. Ancak verilen süre zarfında farklı bir çözüm yolu bulamamışlardır. Bu süreçte adaylar şekil üzerinde ek çizim yaptıklarından KY1 göstergesini kullanmıştır. Ancak ek çizimi çözüm ile tam olarak ilişkilendiremediğinden KY1 göstergesini düşük düzeyde kullanmışlardır.

Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar incelendikten sonra aynı problem yönergeler halinde 2. Çalışma yaprağıyla tekrar adaylara sunulmuştur. 2. Çalışma yaprağında aynı problemde A açısının $90^0$ olma durumunda sonucun ne olacağı adaylara yöneltilmiştir. A açısının bu özel durumuna göre Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının yaptığı çözüm Şekil 105'te verilmiştir.

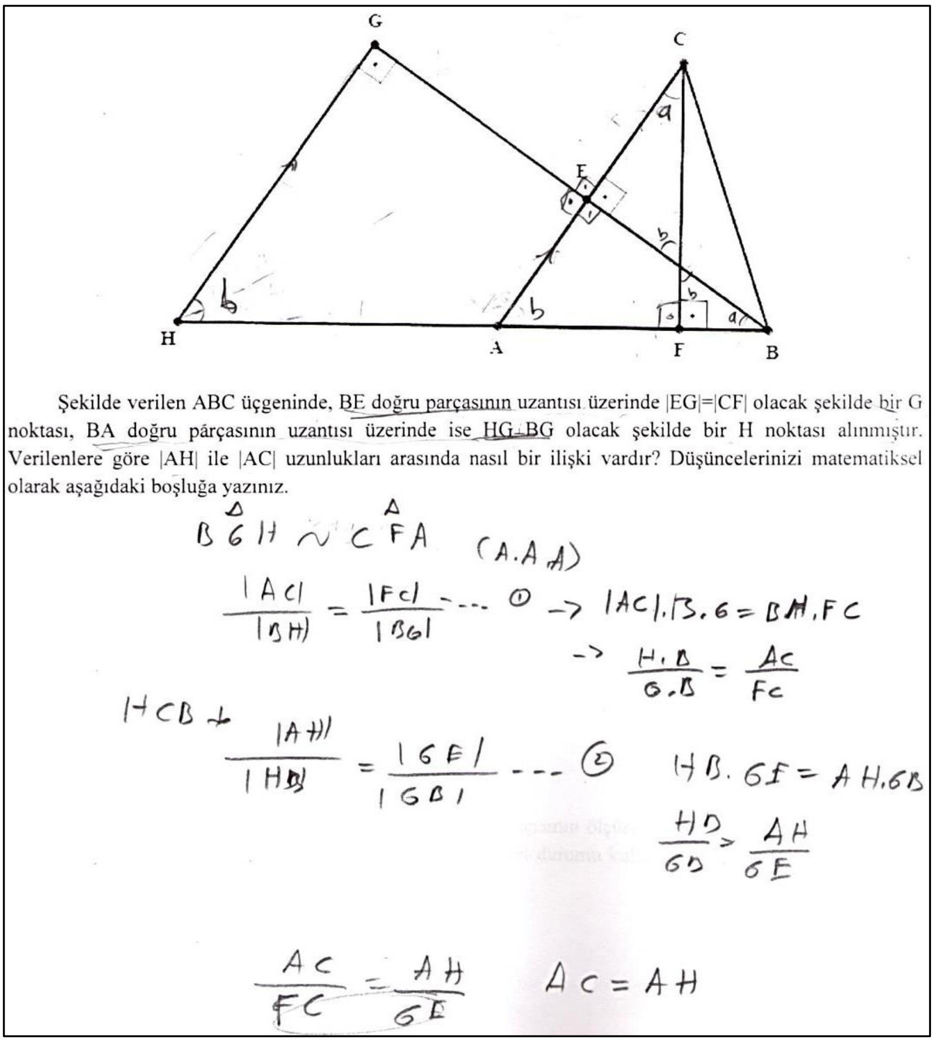


1. S(A)=90° alarak şekilde verilen bilgilere dayalı olarak geometrik yapıyı oluşturunuz. Oluşturduğunuz yapıyı aşağıdaki alana çiziniz.

a) Bu yapıya göre |AH| ile |AC| arasında nasıl bir ilişki olduğunu söylersiniz. Açıklayınız.

Şekil 105. Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının ikinci etkinlikte $m(\hat{A}) = 900$ olma durumuna yönelik cevabı

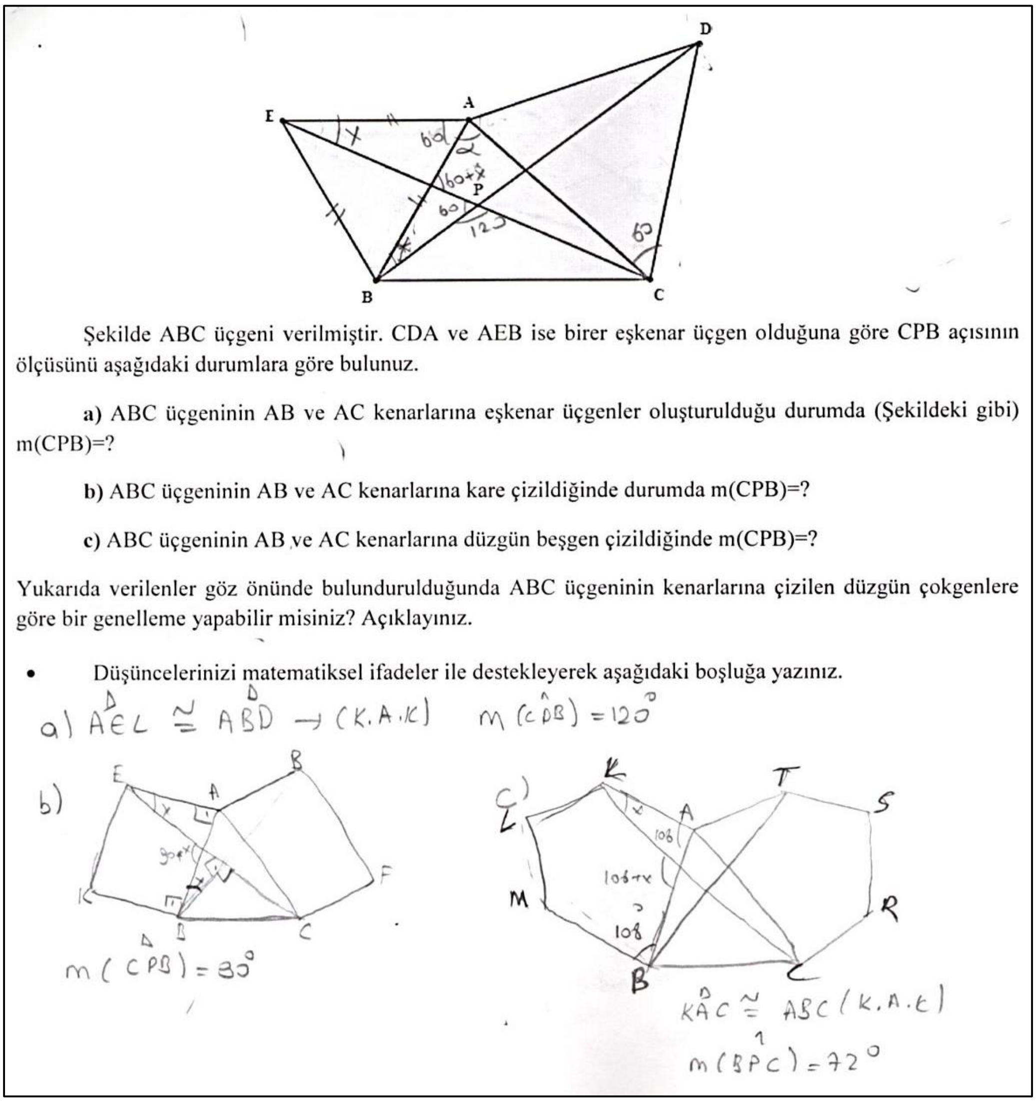
Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 105'te verdiği cevap incelendiğinde, $m(\hat{A}) = 90^0$ olduğu durumda oluşan geometrik yapıyı çizdiği görülmektedir. Bu yapıyı çizerken adaylar "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığını ifade eden DA1 göstergesini kullanmıştır. Adaylar A açısının $90^0$ olmadığı durumlarda da bu özel durumdan yararlanarak aynı sonucun çıkacağını tahmin ederek Şekil 106'da verilen çözümü yapmışlardır.




Şekil 106. Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının ilk haftanın ikinci etkinliğinin ilk kısmına verdiği cevap

Şekil 106’da Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının verdiği cevap incelendiğinde adayların üçgenler arasında benzerlik kurduğu ve bu benzerlik oranlarından yararlanarak AH ile AC uzunluklarının birbirine eş olduğuna ulaştığı görülmektedir. Yapılan bu çözümde “*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*” alışkanlığını yansıtan İ4 göstergesi iyi düzeyde kullanılmıştır. Ancak adayların bu cevaba ulaşma sürecinde düşündüklerini daha iyi gözlemleyebilmek için uygulama sürecinde yaşadıkları aşağıda resmedilmeye çalışılmıştır. Başlangıçta Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adayları problemi farklı şekilde çözmeye çalışmıştır.

Adaylara ilk haftadan sonra ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını içeren ödev problemleri verilmiştir. Bu problemleri çözen adaylardan biri de Ö11 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 107’de Ö11 kodlu öğretmen adayının ilk hafta verilen ödev problemine yönelik cevabı verilmiştir.




Şekilde ABC üçgeni verilmiştir. CDA ve AEB ise birer eşkenar üçgen olduğuna göre CPB açısının ölçüsünü aşağıdaki durumlara göre bulunuz.

**a)** ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına eşkenar üçgenler oluşturulduğu durumda (Şekildeki gibi) m(CPB)=?

**b)** ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına kare çizildiğinde durumda m(CPB)=?

**c)** ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına düzgün beşgen çizildiğinde m(CPB)=?

Yukarıda verilenler göz önünde bulundurulduğunda ABC üçgeninin kenarlarına çizilen düzgün çokgenlere göre bir genelleme yapabilir misiniz? Açıklayınız.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

a) $\overset{\triangle}{AEC} \cong \overset{\triangle}{ABD} \rightarrow (K.A.K)$ $m(\widehat{CPB}) = 120°$

b) $m(\widehat{CPB}) = 90°$

c) $\overset{\triangle}{KAC} \cong \overset{\triangle}{ABC}$ (K.A.K)

$m(\widehat{BPC}) = 72°$

Şekil 107. Ö11 kodlu öğretmen adayının ilk ödevde ilişkilendirme ve özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığına yönelik probleme verdiği cevap

Ö11 kodlu öğretmen adayının Şekil 107’de verdiği cevap incelendiğinde, adayın ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgen çizilme durumlarını incelediği görülmektedir. Ö11 kodlu aday her 3 durumda da açılardan yararlanarak benzerlik ve eşlik kurmuş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Ancak aday genel bir yargıya varamamıştır. Dolayısıyla yapılan bu çözümde “*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma”* alışkanlığının göstergesi olan İ4’ü kullanmıştır. Ancak doğruluğunu gösterdiği özel durumlar üzerinden genelleme yapmadığı için de “*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama”* alışkanlığının göstergesi olan ÖG1’i kullanmamıştır.

Sonuç olarak birinci uygulama haftasında, yukarıda verilen örneklerden de görüldüğü üzere öğretmen adayları verilen problemlerde başlangıçta ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlıklarını kullanmazken, etkinlik sonunda ve ödevlerde bu alışkanlıkları daha çok kullandıkları görülmektedir. Ancak bazı adaylar verilen ödevlerde de görüldüğü gibi bu alışkanlıkları düşük seviyede kullanmıştır. Bu bölümümde adayların başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları, uygulama başında adaylara yöneltilen problemlere verdiği cevaplar ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Adayların haftanın sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları ise uygulamalar sonunda adayların problemlere verdiği cevaplar ile ortaya çıkarılmıştır. Bu bağlamda 6 öğretmen adayının etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 42'de yer verilmiştir.

Tablo 42. Birinci Haftada Uygulama Süresinde Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | Kullanılan Geometrik Düşünme Alışkanlıkları | | |
|---|---|---|---|
| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | Toplam Puan |
| Ö2-Ö23 | İ4-1P | KY1-1P, İ4-1P | 3 |
| Ö4-Ö11 | İ4-2P, DA2-2P | KY1-1P | 5 |
| Ö16-Ö34 | - | İ4-1P | 1 |

P: Her alışkanlıktan alınan puanı temsil etmektedir. Örneğin İ4-1P: Öğretmen adayının İ4 göstergesinden 1 puan aldığı anlamına gelmektedir.

Tablo 42 incelendiğinde grupların alışkanlıkları kullanarak aldığı toplam puanların 3,5 ve 1 olduğunu göstermektedir. Yine Tablo 42'de her iki etkinliğinde uygulama sonrasında adayların özel durumları araştırma ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergeleri olan ÖG1'i kullanmadıkları görülmektedir. Bu durum birinci haftada uygulanan dersin öğretmen adaylarının ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanabilme boyutunda etkili olduğu anlamına gelmektedir. Öğretmen adaylarına birinci hafta verilen ödevlerde kullandığı alışkanlıklar ise Tablo 43'de verilmiştir.

Tablo 43. Öğretmen Adaylarının Birinci Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | *1. Problem* | *2. Problem* | *3. Problem* | *4. Problem* | *5. Problem* | *Toplam Puan* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Ö2* | KY1-2P, İ4-2P | KY1-2P, İ4-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P | DA1-2P, KY1-2P, ÖG1-2P | KY1-2P, DA1-2P, ÖG1-2P | KY1-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P, İ4-2P | 32 |
| *Ö4* | İ1-2P | İ4-2P, ÖG1-1P | DA1-2P, ÖG2-1P | KY1-2P, DA1-1P, ÖG1-1P | ÖG1-1P, İ4-1P | 14 |

Tablo 43'ün devamı

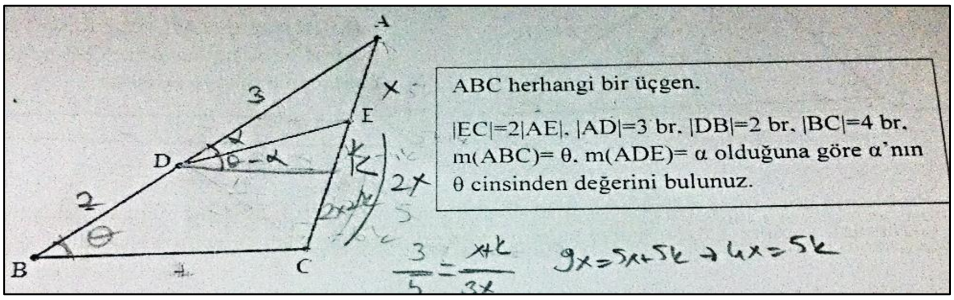
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Ö11* | İ1-2P | KY1-1P, ÖG1-1P | DA1-2P | ÖG1-2P, ÖG2-2P, İ4-2P | ÖG1-1P, İ4-1P | KY1-1P | 14 |
| *Ö16* | İ1-2P | ÖG1-2P, ÖG2-2P, KY1-2P, İ4-2P | DA1-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P, İ4-2P | KY1-2P, İ4-2P | İ4-2P, KY1-2P, ÖG1-2P, ÖG2-1P | KY1-2P | 29 |
| *Ö23* | İ4-1P | KY1-1P | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P, İ4-1P, ÖG1-1P | ÖG1-1P, ÖG2-2P | KY1-2P | 10 |
| *Ö34* | İ1-2P, İ4-1P | İ4-1P, ÖG1-1P, KY1-1P, ÖG2-1P | DA1-2P | KY1-1P | İ4-1P, ÖG1-1P | - | 12 |

Tablo 43 incelendiğinde birinci hafta öğretmen adaylarının farklı geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığı görülmektedir. Verilen ödev problemlerinde asıl amaç adayların ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarını ortaya çıkarmaktadır. Ancak adaylar bu alışkanlıkların yanında şekil üzerinde ek çizimler yapmaları ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını, verilen geometrik şekillere uygun dönüşümler yaparak değişen ve değişmeyen özellikleri belirleme ile değişmezleri araştırma alışkanlıklarını kullanmıştır. Aynı zamanda Tablo 43 incelendiğinde en çok geometrik düşünme alışkanlığını Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adaylarının kullandığı görülmektedir. Sonuç olarak verilen ödevlerde her problemde ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarının kullanılması, öğretmen adaylarının genelinin ilk haftaki uygulamada olumlu etkilendiğini göstermektedir.

### 4. 2. 2. İkinci Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

İkinci haftada öğretmen adaylarına 4 farklı etkinlik uygulanmıştır. İlk etkinlik *"Açıortay*", ikinci etkinlik "*Kenarortay"*, üçüncü etkinlik "*Üçgende Açılar*" ve dördüncü etkinlikte "*Açıortay"* konuları ile ilgilidir. İlk üç etkinlikteki amaç adayların verilen geometrik şekiller üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşabilmesidir. Burada adaylardan beklenen davranış problemin çözüme yönelik strateji geliştirmesi ve yaptığı çözüm planına göre verilen şekil üzerinde değişiklikler yaparak doğru sonuca ulaşmasıdır. Dördüncü etkinlikte ise adaylara sözel bir problem verilmiştir. Bu etkinlikte de adaylardan beklenen davranış verilen sözel problemi geometrik şekle dönüştürebilmesi ve şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşabilmesidir. Bu bağlamda ikinci haftada yer alan bütün etkinliklerde de öğretmen adaylarının keşfetme yansıtma alışkanlığını içeren "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma, bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma, problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini etkili kullanabilme"* göstergelerini kullanabilmesi amaçlanmıştır. Dolayısıyla 4 etkinlikte de baskın olan geometrik düşünme alışkanlığı keşfetme ve yansıtmadır.

Birinci etkinliğe toplam 16 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 12 grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşmış, 4 grup ise yaptığı çözümden herhangi bir sonuca ulaşamamıştır. Birinci etkinlikte yanlış cevap veren gruplardan biri de Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Şekil 108'de Ö16-Ö34 kodlu adayların birinci etkinlikteki probleme verdiği ilk cevap yer almaktadır.




Şekil 108. Ö16-Ö34 kodlu öğretmen adaylarının birinci etkinliğe yönelik ilk cevabı

Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinliğe verdiği cevapta görüldüğü üzere, adaylar D noktasından BC doğru parçasına paralel çizerek şekil üzerinde ek çizim yapmışlardır. Adayların bu süreçte problemin çözümüne yönelik yaklaşımlarını daha iyi anlayabilmek için aşağıda video kayıtlarından bir kesit verilmiştir.

*Ö34 : D noktasından BC doğru parçasına paralel çizerim.*

*Ö16 : Evet. AC doğru parçasını da kestiği noktaya K diyelim. Ama bu sefer KC uzunluğunu bilmiyoruz, oradan gidemeyiz.*

*Ö16 : Bize α'nın θ cinsinden değerini soruyor. O yüzden E noktasından BC'ye paralel çizelim ve AB'yi kestiği nokta da K olsun. |EC|=2|AE| ise, |AE|=x dersek |EC|=2x olur. Burada benzerlikten* $\frac{3}{5}=\frac{x}{20}$*. Çıkmadı.*

Yukarıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi her iki adayda şekil üzerinde yaptığı ek çizimden yola çıkarak üçgenler arasında benzerlik kurmaya çalışmıştır. Ancak benzerlik oranlarını yanlış yazdıklarından dolayı adaylar İ4 göstergesini düşük düzeyde kullanmıştır. Ayrıca her iki adayın şekil üzerinde ek çizim yapması çözümde KY1 göstergesinin kullanıldığı anlamına gelmektedir. Adaylar bu yöntemle çözemeyince stratejilerini değiştirirler ve farklı bir yöntem denerler. Aşağıdaki Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının ikinci çözüm yoluna yönelik görüşleri verilmiştir.

*Ö16 : Acaba A noktasından BC doğru parçasının uzantısına dik mi indirsek?*

*Ö34 : Yok oradan da çıkmaz. D noktasından AC doğru parçasına paralel diyip açıları yerleştirelim. Açıların karşısındaki uzunluklardan bir şeyler bulmamız lazım.*

*Çözümü tekrar silerler.*

*Ö16 : Bu sefer de C ile D noktasını birleştirelim. DC uzunluğu 6 br olur. Ama buradan da çıkmadı. ABC üçgeninde* $\frac{|BD|}{|BC|}=\frac{|AD|}{|AC|}$ *den* $\frac{2}{4}=\frac{3}{x}$ *ise x=6 olur. Yani |AC|=6 br olur. O zaman da |AE|=2 |EC|=4 br olur.*

*Ö34 : Olmaz ama.*

*Ö16 : Neden?*

*Ö34 : Çünkü* $\overset{\Delta}{ABC}$ *üçgeni geniş açılı üçgen. Yaptığımız işleme göre |AC|>|AB| çıkıyor.*

*Ö16 : Aaa evet, yanlış oldu yine.*

*Çözümü tekrar silip, farklı bir yöntem denerler.*

*Ö34 : O zaman hem D noktasından BC'ye paralel hem de E noktasından BC'ye paralel doğru parçaları çizerim. Sonra da D ile C noktasını birleştiririm.*

Diyalogda görüldüğü üzere adaylar çözüm sürecinde farklı stratejiler denemiştir. Ö16 kodlu öğretmen adayının yaptığı çözümün Ö34 kodlu aday yanlış olduğunu gerekçeleriyle birlikte savunmuştur. Adayın bu davranışı *"problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY4'ü iyi seviyede kullandığını göstermektedir. Ayrıca adaylar birbirleriyle sürekli olarak çözüme yönelik fikir alışverişi sağlamakta, yanlış sonuca ulaştıklarında da çözüm stratejilerini değiştirmektedirler. Bu durum da "*problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme"* alışkanlığının göstergesi olan KY3'ün kullanıldığı anlamına gelmektedir.

Yukarıdaki ifadelerden de anlaşıldığı üzere Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grupta, adayların başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları KY1, KY3, KY4, İ4'ün oluşturduğu göstergelerdir. Araştırmacı grupların problemi çözmesi için yeterli süreyi verdikten sonra gruplardan cevaplarını alır. Daha sonra ise içlerinden bir adayı kaldırarak problemin çözümü yaptırır. Birinci etkinlikte baskın olan alışkanlık keşfetme ve yansıtma olduğundan dolayı araştırmacı yönergelere dayalı bir çalışma yaprağı dağıtmamıştır. Dolayısıyla etkinliğin sonunda adayların çözüm sürecinde hangi aşamalarda zorlandığını sorarak, adayların yanlışlarını görmesini sağlamıştır. Aşağıda grupların hangi aşamalarda zorlandığına ait cümlelerine yer verilmiştir.

*3. Grup : Paraleller çizdik, oranların hesabını bulamadığımız için sonucu da bulamadık.*

*6. Grup : Problemi çözerken paralel doğruları hangi noktadan çizeceğimize karar verirken zorlandık. Ama sonradan doğru çözüme ulaştık.*

*7. Grup : Paraleli ilk önce yanlış yerden çizmişiz. Sonradan doğru yeri bulduk.*

*12. Grup : Hata yapmadık. Sonuçlarımız doğruydu ama gidiş yollarımız farklı. Paralel çizmek sonradan aklımıza geldi. Başlangıçta DE doğru parçasını uzattık, oradan bir şey bulamadık.*

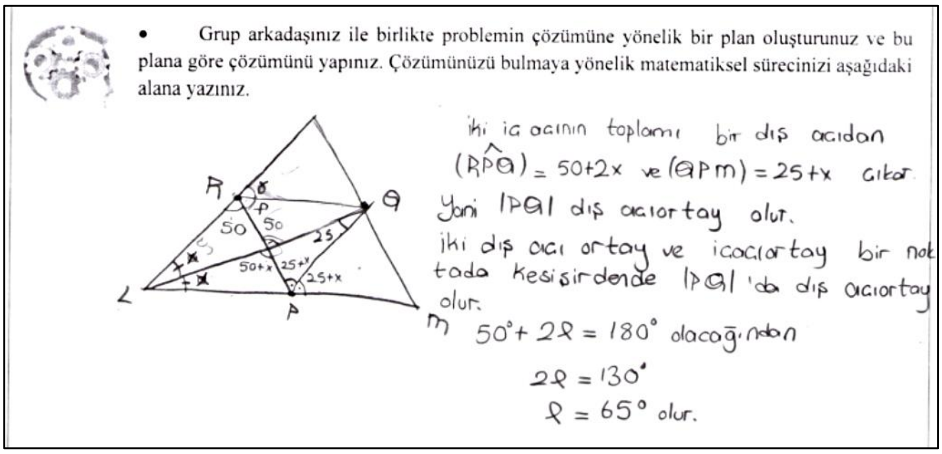
*14. Grup : Oranları oluşturmakta zorlandığımız için sorunun çözümünü yapamadık.*

*15. Grup : Kendi çözümümüzde doğru yoldan gittik. Ancak KE ile BC doğrusunun oranını görmede zorlandık.*

*16. Grup : Yanlış yerden paralel çizmişiz. Orantıyı doğru bir şekilde kuramamışız.*

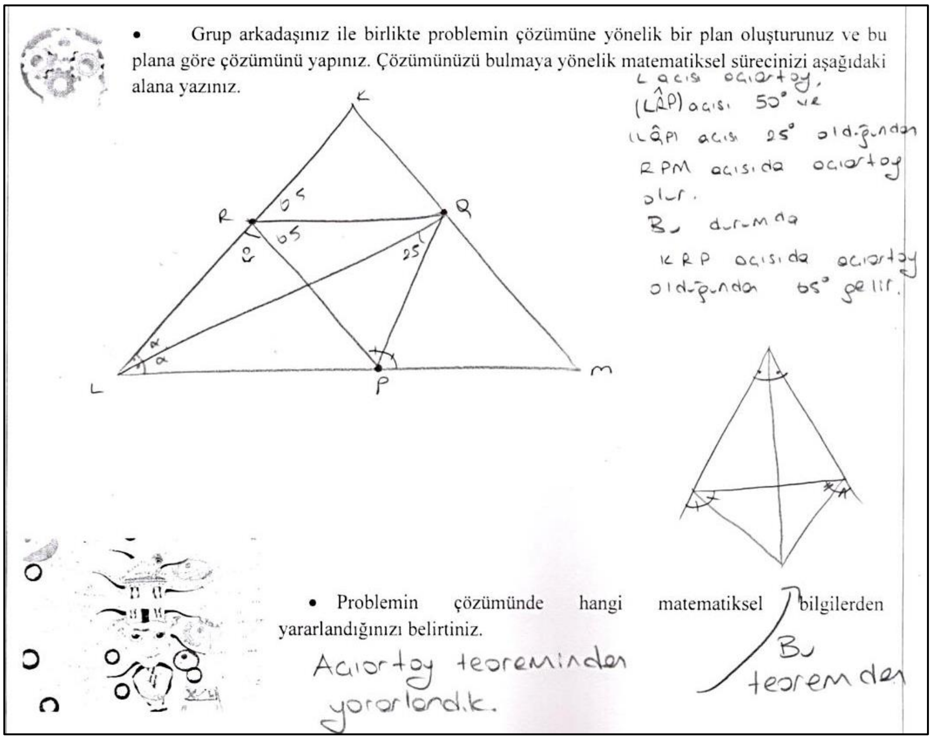
Grupların yukarıda yazdıklarından da görüldüğü üzere genel olarak öğretmen adayları birinci etkinlikte üçgenler arası benzerlik kurarken ve geometrik şeklin üzerinde ek çizim yaparken zorlanmıştır. Dolayısıyla adayların "problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma" alışkanlığının göstergesi olan KY1 ile "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4'ün kullanımında zorluk çekmişlerdir.

İkinci etkinliğe toplam 16 grup katılmıştır. İkinci etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 12 grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşmış, 4 grup ise yaptığı çözümden herhangi bir sonuca ulaşamamıştır. Üçüncü etkinlikte de toplam 16 grup katılmıştır. Üçüncü etkinlikte de 10 grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşırken 6 grup ise yaptığı çözümde herhangi bir sonuca ulaşamamıştır. İkinci ve üçüncü etkinlikteki etkinlikte de amaç öğretmen adaylarının verilen şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşması ve bu aşamada da KY1 göstergesini kullanmasıdır. Son olarak dördüncü etkinliğe de 16 grup katılmıştır. Son olarak ikinci hafta uygulanan dördüncü etkinliğe de 16 grup katılmıştır. Bu gruplardan 9'u verilen problemi doğru yaparken 7'si yanlış yapmıştır. Ö13 ve Ö15 kodlu adaylar verilen sözel problemi doğru yapmıştır. Şekil 109'da Ö13 ve Ö15 kodlu öğretmen adaylarının verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 109. Ö13 ve Ö15 kodlu öğretmen adaylarının dördüncü probleme verdiği cevap

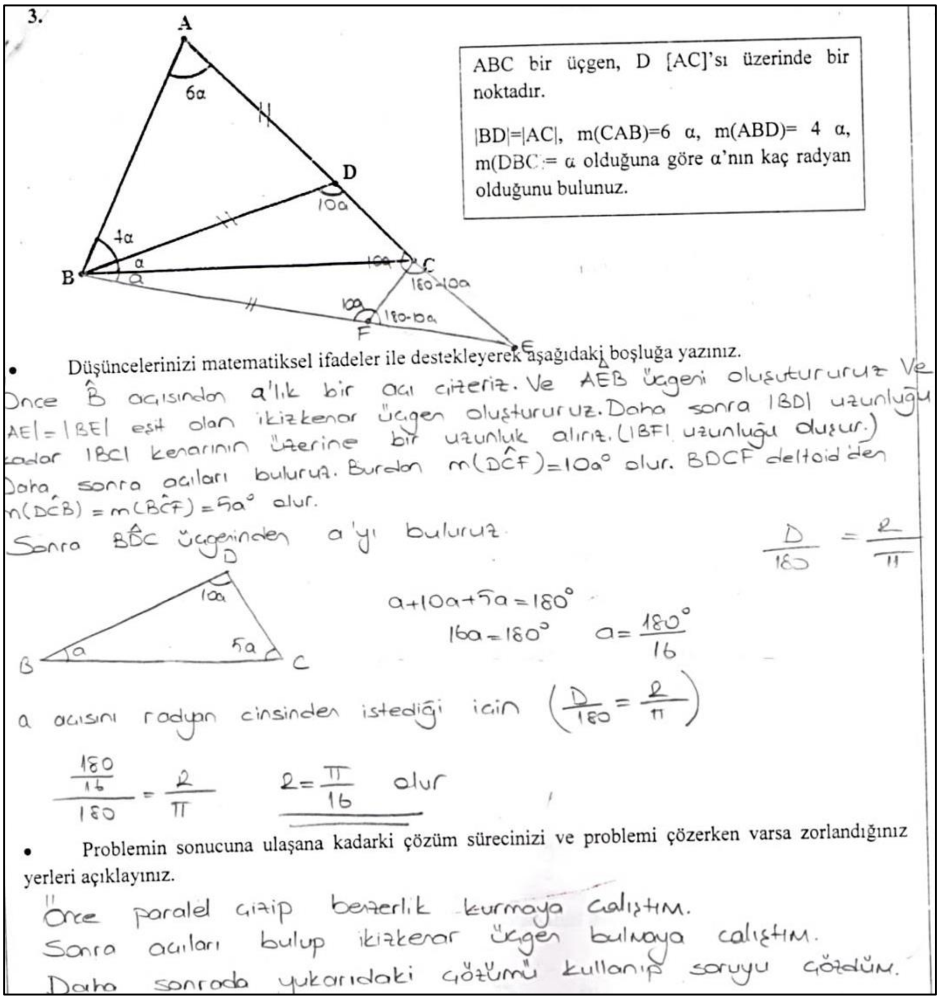
Şekil 109'da görüldüğü gibi Ö13 ve Ö15 kodlu öğretmen adayları uygulama sürecinde verilen sözel problemin şeklini çizmiştir. Adaylar ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaştığından verilen problemin çözümünde KY1 göstergesini iyi düzeyde tamamlamıştır. Benzer şekilde Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları da verilen problemin doğru cevabına ulaşmıştır. Şekil 110'da Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının cevapları yer almaktadır.




Şekil 110. Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adaylarının dördüncü probleme verdiği cevap

Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 110’da verilen cevabında da görüldüğü üzere sözel probleme ait geometrik şeklini çizip, şekil üzerinde ek çizimlerle doğru sonuca ulaştıklarından KY1 göstergesini iyi düzeyde kullanmışlardır. Ayrıca adaylar bu sonucu bulma aşamasında farklı çözüm stratejilerini denemişlerdir. Bu aşamada adaylar keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergesi olan KY3 göstergesini de iyi düzeyde kullanmıştır. Son olarak çözüme ulaşma aşamasında Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adayları yaptıkları çözümün doğruluğunu kontrol ettiğinden KY4 ve en sonunda yaptıkları çözümümde matematik dilini etkili bir şekilde kullanarak açıklayabildiğinden KY6 göstergelerini iyi düzeyde kullanmışlardır.

Öğretmen adaylarına ikinci haftadan sonra keşfetme ve yansıtma alışkanlığını içeren ödev problemleri verilmiştir. Bu problemleri çözen adaylardan biri de Ö2 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 111’de Ö2 kodlu öğretmen adayının ikinci hafta verilen ödev problemine yönelik cevabı verilmiştir.


3.

ABC bir üçgen, D [AC]’sı üzerinde bir noktadır.

|BD|=|AC|, m(CAB)=6 α, m(ABD)= 4 α, m(DBC)= α olduğuna göre α’nın kaç radyan olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

Önce $\hat{B}$ açısından a'lık bir açı çizeriz. Ve AEB üçgeni oluştururuz Ve |AE|=|BE| eşit olan ikizkenar üçgen oluştururuz. Daha sonra |BD| uzunluğu kadar |BC| kenarının üzerine bir uzunluk alırız. (|BF| uzunluğu oluşur.) Daha sonra açıları buluruz. Burdan $m(D\hat{C}F)=10a°$ olur. BDCF deltoid'den $m(D\hat{C}B)=m(B\hat{C}F)=5a°$ olur.

Sonra $B\hat{D}C$ üçgeninden a'yı buluruz.

$\frac{D}{180}=\frac{R}{\pi}$

$a+10a+5a=180°$

$16a=180°$ $a=\frac{180°}{16}$

a açısını radyan cinsinden istediği için $\left(\frac{D}{180}=\frac{R}{\pi}\right)$

$\frac{\frac{180}{16}}{180}=\frac{R}{\pi}$ $R=\frac{\pi}{16}$ olur

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

Önce paralel çizip benzerlik kurmaya çalıştım.
Sonra açıları bulup ikizkenar üçgen bulmaya çalıştım.
Daha sonrada yukarıdaki çözümü kullanıp soruyu çözdüm.

Şekil 111. Ö2 kodlu öğretmen adayının ikinci ödevde keşfetme ve yansıtma alışkanlığına yönelik probleme verdiği cevap

Şekil 111 incelendiğinde Ö2 kodlu adayın şekil üzerinde ek çizim yaparak doğru sonuca ulaştığı, ayrıca yaptığı işlemleri de matematik dilini etkili kullanarak açıklayabildiği görülmüştür. Problemin ikinci aşamasında adaya problemi nasıl çözdüğü ve çözerken zorlandığı yerlerin hangi kısımlar olduğu sorulmuştur. Adayın bu kısımda daha önce kullandığı yöntemlerin de olduğunu ifade etmesi "*problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY4'ü ve "*problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığının göstergesi olan KY3'ü kullandığı anlamına gelmektedir.

Sonuç olarak ikinci uygulama haftasında, yukarıda verilen örneklerden de görüldüğü üzere öğretmen adaylarına keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullanmasına yönelik problemler sorulmuştur. Adaylar bu problemleri çözerken keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullandığını öğrenmiş, karşılaştığı diğer problemlerin çözümünde de bu alışkanlığı kullanabileceğini fark etmiştir. Ayrıca bu uygulama ile adaylara "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1, "*bir problemin yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığının göstergesi olan KY3, "*problemin doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY4 ve "*problemin niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini etkili kullanabilme*" alışkanlığının göstergesi olan KY6'nın adaylara kazandırılması sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca ikinci haftada adaylara baskın olarak kazandırılması istenilen alışkanlık keşfetme ve yansıtma olduğundan dolayı, adaylara çözüm sürecinde yönergelerin aldığı ikinci çalışma yaprakları dağıtılmamıştır. Bu bağlamda adayların yaptığı çözümlerde gösterdiği geometrik düşünme alışkanlıklarına Tablo 44'de yer verilmiştir.

Tablo 44. İkinci Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | 3. Etkinlik | 4. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-1P, KY6-1P | KY1-2P, KY3-2P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P, İ4-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY3-2P, KY4-2P, KY6-2P | 22 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P, KY4-1P | KY1-1P | - | KY1-1P, KY3-1P, KY4-1P | 6 |
| Ö16-Ö34 | KY1-1P, KY4-2P, KY6-1P, KY3-1P | KY1-2P, KY3-2P, KY4-2P, KY6-1P | KY1-2P, KY6-1P | KY1-1P, KY3-1P, KY4-1P | 18 |

P: Her alışkanlıktan alınan puanı temsil etmektedir. Örneğin KY1-2P: Öğretmen adayının KY1 göstergesinden 2 puan aldığı anlamına gelmektedir

Tablo 44 incelendiğinde verilen problemlerde geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanarak Ö2 ve Ö23 kodlu adayların oluşturduğu grup en yüksek puanı almıştır (22 puan). İkincisi ise Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur (18 puan).

Adayların geneline bakıldığında ise verilen problemlerde keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullandıkları görülmektedir. Bu durum ikinci hafta yapılan uygulamanın istenilen düzeyde gerçekleştiği anlamına gelmektedir. Ayrıca Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının 3. etkinlikte ilişkilendirme alışkanlığını kullandığı da Tablo 44'de görülmektedir.

Öğretmen adaylarına ikinci hafta verilen ödevlerde kullandığı alışkanlıklar ise Tablo 45'te verilmiştir. Tablo 45 incelendiğinde ikinci hafta verilen ödevlerde öğretmen adaylarının genel olarak keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullandıkları görülmektedir. Verilen ödevlerde de asıl amacın adayların keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını ortaya çıkarmak olduğundan, adayların ikinci hafta yaptığı uygulamaların onların bu alışkanlıkları üzerinde etkili olduğu söylenebilir. Ayrıca Tablo 45'e bakıldığında ödevlerden bu alışkanlıkları kullanarak en çok puan alan kişilerin Ö2 ve Ö16 kodlu öğretmen adayları olduğu görülmektedir.

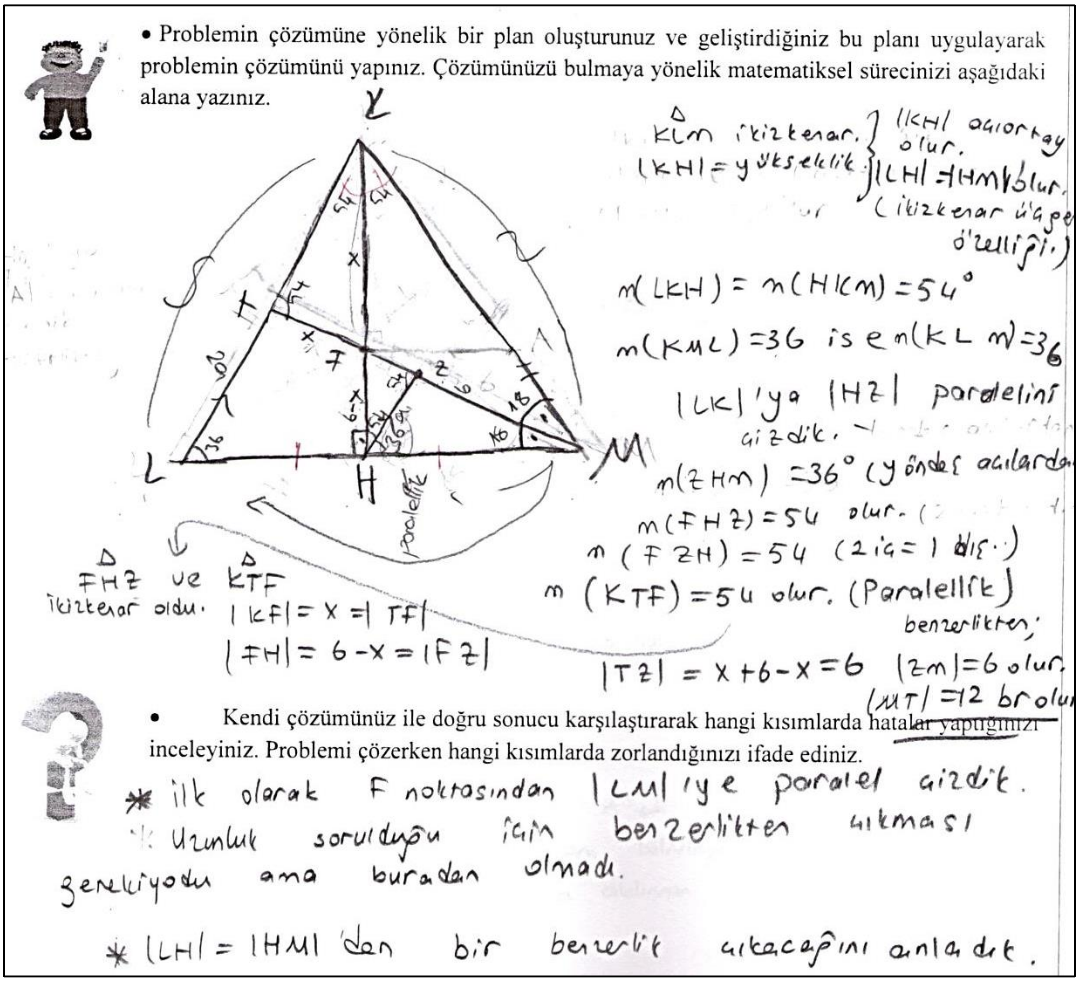
Tablo 45. Öğretmen Adaylarının İkinci Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Problem | 2. Problem | 3. Problem | 4. Problem | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | KY1-2P, KY3-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY4-2P, KY6-2P, KY3-2P, KY5-2P | KY1-2P, KY3-2P, KY4-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY2-2P, KY3-2P, KY6-2P | 34 |
| Ö4 | KY1-2P, KY4-2P, KY6-2P | - | KY1-2P, KY4-2P, KY5-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY2-2P, KY6-2P | 20 |
| Ö11 | KY1-2P, İ4-1P | KY1-1P | KY1-1P | KY1-1P, KY3-1P | 7 |
| Ö16 | KY1-2P, KY4-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY4-2P, KY6-2P, DA1-2P, DA2-2P, KY2-2P | KY1-2P, KY4-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P | 30 |
| Ö23 | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | - | KY1-1P, İ4-1P | KY1-2P, KY3-2P, KY6-2P, DA1-2P | 16 |
| Ö34 | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | - | - | KY1-2P, KY6-2P | 10 |

### 4. 2. 3. Üçüncü Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Uygulamaların üçüncü haftasında öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerden ilki "*İkizkenar Üçgenin Özellikleri*" ikincisi ise "*Üçgenlerde Benzerlik"* konularını içermektedir. İlk etkinlikteki amaç, adaylara verilen sözel problemi şekle dönüştürerek çözüme ulaşmasıdır. Bu aşamada adaylardan beklenen davranış çizilen geometrik şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşmasıdır. Dolayısıyla ilk etkinlikte öğretmen adaylarının kullanacağı baskın geometrik düşünme alışkanlığının "*keşfetme ve yansıtma"* olduğu düşünülmektedir. İkinci etkinlikteki amaç ise adayların yine verilen şekil üzerinde ek çizim yapmalarıdır. Ancak bu davranışa ek olarak adayların üçgenler arasında benzerlik kurması ve orantısal akıl yürütme becerilerini kullanması gerekmektedir. Bu aşamada da adayların ikinci etkinliği çözerken kullanacağı baskın alışkanlığın *"keşfetme ve yansıtma"* ile *"ilişkilendirme"* alışkanlıklarının olması beklenmektedir.

Birinci etkinliğe toplam 16 grup katılmıştır. İlk etkinlikte 1 grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşmış, 2 grup ise sadece doğru sonucu yazmış geriye kalan 13 grup ise herhangi bir sonuca ulaşamamıştır. Birinci etkinlikte yer alan probleme doğru cevabı veren grup Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Şekil 112'de Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının probleme verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 112. Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinlikte yer alan probleme yönelik cevabı

Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 112'de verdikleri cevap incelendiğinde, adayların sözel problemi şekle dönüştürdükten sonra şekil üzerinde ek çizim (paralel çizme) yaptığı görülmektedir. Daha sonra adaylar bu çizimden ve üçgenin içerisine yerleştirdikleri açılardan da yararlanarak üçgenler arasında benzerlik kurmuş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla verilen probleme yönelik çözümde Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının *"problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1'i ve "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma"* alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü iyi düzeyde kullanmıştır. Etkinliğin ikinci kısmında adaylara kendi çözümü ile sınıfta yapılan çözümü karşılaştırarak nerelerde hata yaptıklarını yazması istenmiştir. Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adayları bu kısma daha önce yaptığı yöntemi yazmıştır. Bu durumda adayların problemi çözerken farklı yöntem denedikleri, sonuca ulaşamayınca da yöntemlerini değiştirdiği anlamına gelmektedir. Dolayısıyla adaylar "*Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığının göstergesi olan KY3'ü iyi düzeyde kullanmıştır.

Yukarıda verilen örnekten de anlaşıldığı üzere Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grupta adayların başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları KY1, İ4, KY3'tür. Yine birinci etkinlikte baskın olan geometrik düşünme alışkanlığı keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme olduğu için araştırmacı yönergelere dayalı bir çalışma yaprağı dağıtmamıştır. Bu durumda etkinliğin sonunda adayların çözüm sürecinde hangi aşamalarda zorlandığını sorarak, adayların yanlışlarını görmesini sağlamıştır. Aşağıda grupların hangi aşamalarda zorlandığına ait cümlelerine yer verilmiştir.

*Ö27-Ö28 : Paraleli yanlış yerden çizdiğimiz için benzerliği bulup soruyu çözemedik.*

*Ö8-Ö9-Ö33: H ile S noktasını birleştirmeyi düşünemedik.*

*Ö10-Ö20 : Eşitlikleri, açıları ve paralelliği bulduğumuz halde doğru sonuca ulaşamadık. Sonuca göre paralelliği yanlış yerde kullanmışız. Çözümünde H noktasından KL kenarına paralel çizmemiz gerekiyormuş.*

*Ö12-Ö17 : Paralellik kullanmadık. İkizkenar ve benzer üçgenlerden çözüme ulaşmaya çalıştık.*

*Ö7-Ö25 : Belirli bir oran varmış. Bu oranı görmediğimiz için soruyu yapamadık. Diğer kısımları düzgün bir şekilde yaptık.*

*Ö22 : Ek bir doğru çizilmesi gerekiyordu, aklıma gelmedi.*

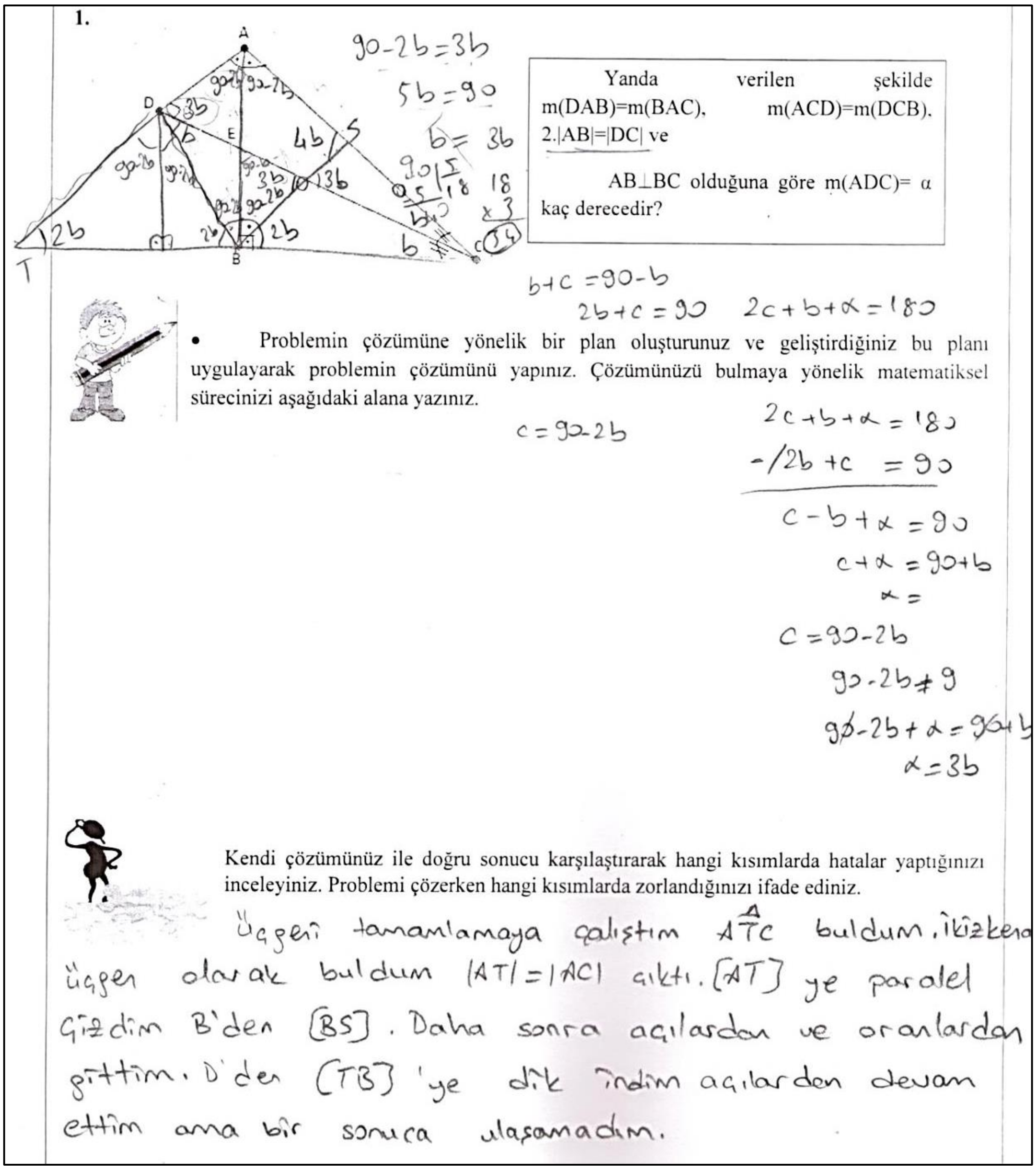
*Ö4-Ö11 : Paraleli yanlış yerden çizdik.*

*Ö16-Ö34 : BM doğru parçasının uzunluğunun a+b olduğunu göremedik.*

*Ö2-Ö23 : 1'e 2 oranını yanlış yerde kullandık.*

Yukarıda grupların yazdıklarından da görüldüğü üzere genel olarak öğretmen adayları şekil üzerinde ek çizim yaparken yanlış yere odaklandığından şikâyetçidir. Yine adaylar üçgenler arasında kurduğu benzerlik oranlarını yanlış yazdığından problemi çözerken zorlandığını ifade etmiştir. Bu durumda adaylar birinci etkinlikte keşfetme ve yansıtma alışkanlığından KY1 göstergesi ile ilişkilendirme alışkanlığından İ4 göstergelerini düşük düzeyde kullanabilmiştir.

İkinci etkinliğe de toplam 16 grup katılmıştır. İkinci etkinlikte verilen problemi bir grup açıklamalarıyla birlikte doğru sonuca ulaşmış, 15 grup ise problemi yanlış çözmüştür. Doğru cevabı bulan grup birinci etkinlikte de olduğu gibi Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Adayların verdiği cevaplar incelendiğinde çoğunun problemin çözümünü belirli bir yere kadar yaptığı ancak sonuca ulaşamadığı görülmüştür. Bu adaylardan biri de Ö31 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 113'te Ö31 kodlu öğretmen adayının probleme yönelik cevabı verilmiştir.


1.

Yanda verilen şekilde m(DAB)=m(BAC), m(ACD)=m(DCB), 2.|AB|=|DC| ve AB⊥BC olduğuna göre m(ADC)= α kaç derecedir?

$90-2b=3b$

$5b=90$

$b=3b$

$b+c=90-b$

$2b+c=90$ $\quad 2c+b+\alpha=180$

• Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

$c=90-2b$

$2c+b+\alpha=180$

$-/\ 2b+c=90$

$c-b+\alpha=90$

$c+\alpha=90+b$

$\alpha=$

$c=90-2b$

$90-2b+9$

$90-2b+\alpha=90+b$

$\alpha=3b$

Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

Üçgeni tamamlamaya çalıştım ATC buldum. İkizkenar üçgen olarak buldum |AT|=|AC| çıktı. [AT] ye paralel çizdim B'den [BS]. Daha sonra açılardan ve oranlardan gittim. D'den [TB]'ye dik indim açılardan devam ettim ama bir sonuca ulaşamadım.

Şekil 113. Ö31 kodlu öğretmen adayının ikinci etkinlikte yer alan probleme yönelik cevabı

Ö31 kodlu öğretmen adayının Şekil 113'te verilen cevabı incelendiğinde adayın üçgeni tamamlayarak şekil üzerinde ek çizim yaptığı görülmektedir. Aday bu kısmı doğru yapmıştır ancak daha sonra yaptığı ek çizimler ve üçgenin açılarından yararlanarak sonuca ulaşma çabaları, adayı doğru yönlendirmemiştir. Dolayısıyla Ö31 kodlu öğretmen adayı problemde şekil üzerinde ek çizimler yapsa da bu çizimleri sonuç ile tam ilişkilendiremediğinden KY1 göstergesini düşük seviyede kullanmıştır.

Sonuç olarak üçüncü uygulama haftasında yukarıda verilen örneklerden de görüldüğü üzere adaların ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanmasına yönelik problemler verilmiştir. Ancak adaylar problemlerin çözümünde bu alışkanlıkları tam olarak kullanamamıştır. Özellikle KY1 göstergesini kullanırken adaylar şekil üzerinde ek çizimlerini problemin doğru sonucu ile ilişkilendirememiştir. Ayrıca İ4 göstergesini kullanırken öğretmen adayları ya çözüm ile doğrudan ilişkisi olmayan üçgenler arasında benzerlikler kurmuş ya da benzerlik oranlarını yanlış yazmıştır. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 46 verilmiştir.

Tablo 46. Üçüncü Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | 6 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | 4 |
| Ö16-Ö34 | KY1-1P | KY1-1P, KY6-1P | 3 |

P: Her alışkanlıktan alınan puanı temsil etmektedir. Örneğin KY1-2P: Öğretmen adayının KY1 göstergesinden 2 puan aldığı anlamına gelmektedir

Tablo 46 incelendiğinde adayların ilk 2 haftaya göre daha az geometrik düşünme alışkanlığı kullandığı görülmektedir. Adaylar problemlerin çözümünde "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1, *"problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik bir tutarlı açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini etkili kullanabilme*" alışkanlığının göstergesi olan KY6 ve "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü kullanmıştır. Adayların üçüncü haftada geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma bakımından az puan alması, verilen problemler üzerinde yeterince akıl yürütememiş olmalarından kaynaklanabilir. Adayların üçüncü hafta öğrendiği keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını kullanıp kullanamadığını anlamak amacıyla ödevleri kontrol edilmiştir. Öğretmen adaylarının üçüncü hafta verilen ödevlerde kullandığı alışkanlıklar ise Tablo 47'de verilmiştir.

Tablo 47. Öğretmen Adaylarının Üçüncü Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

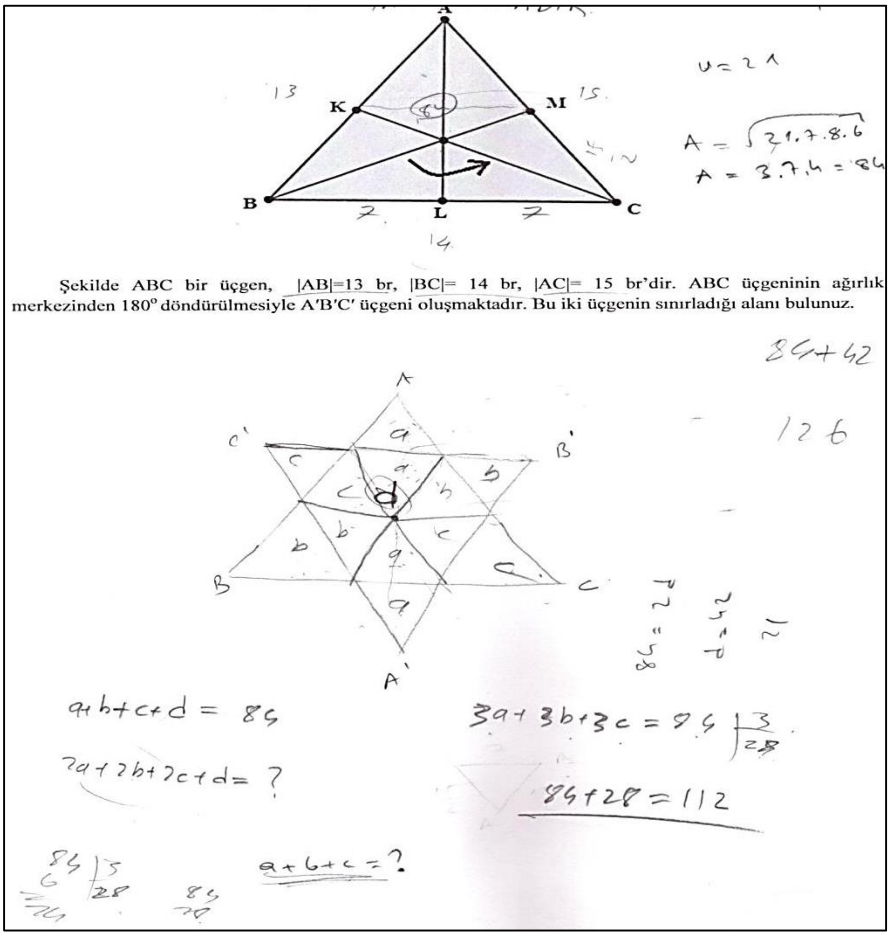
| | 1. Problem | 2. Problem | 3. Problem | 4. Problem | 5. Problem | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P,KY4-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P, ÖG1-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | İ4-2P, KY6-2P | 32 |
| Ö4 | KY1-1P | KY1-1P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P, KY6-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | İ4-2P, KY6-2P | 17 |
| Ö11 | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P | KY1-1P | - | 8 |
| Ö16 | KY1-1P | KY1-2P, KY6-1P, İ4-2P | KY1-2P, İ4-2P, KY6-1P | İ1-1P | İ4-2P, KY6-2P | 16 |
| Ö23 | KY1-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-1P | - | İ4-2P, KY6-2P | 13 |
| Ö34 | KY1-1P | KY1-2P, KY4-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY6-2P, İ4-2P | 20 |

Tablo 47 incelendiğinde üçüncü haftada verilen ödev problemlerinde geometrik düşünme alışkanlıklarını en iyi kullananın Ö2 kodlu öğretmen adayı olduğu görülmektedir. Ö2 kodlu aday verilen bütün problemlerde yaptığı çözümü matematik dilini kullanarak anlatmış ve doğru sonuçlara ulaşmıştır. Bu süreçte geometrik şekiller üzerinde ek çizimlerden ve üçgenler arası benzerliklerden yararlanmıştır. Diğer adaylara bakıldığında, onlarında keşfetme ve yansıtma alışkanlığı ile ilişkilendirme alışkanlıklarını kullandığı görülmektedir. Ö11 kodlu aday ise verilen problemlerde geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma konusunda en düşük performansı göstermiştir. Sonuç olarak üçüncü haftada öğretmen adaylarının geneli keşfetme ve ilişkilendirme alışkanlıklarını ödev problemlerinde kullanabilmiştir.

### 4. 2. 4. Dördüncü Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Dördüncü uygulama haftasında da öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerden ilki *"Menalous Teoremi"* ikincisi ise "*Seva Teoremi*" konularını içermektedir. İlk etkinlikteki amaç öğretmen adaylarına verilen sözel problemi şekle dönüştürerek çözmesidir. Burada adaylardan beklenen davranış çizdiği geometrik şekil üzerinde dönüşüm yaparak değişen ve değişmeyen özellikleri belirlemesi ve bu özellikleri çözümde kullanabilmesidir. Dolayısıyla ilk etkinlikte öğretmen adaylarından baskın olarak sergileyeceği alışkanlık değişmezleri araştırmadır. İkinci etkinlikte de adaylardan yine sözel problemi geometrik bir şekle dönüştürmesi istenmektedir. Bu aşamada da adayların orantısal akıl yürütme becerilerini kullanması ve üçgenlerin alanları ile kenar uzunlukları arasında bir ilişki kurması gerekmektedir. Dolayısıyla ikinci etkinlikte adayların *"Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme"* alışkanlığının göstergesi olan İ1 ve "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü kullanmaları beklenmektedir. Yine her iki etkinlikte eğer adaylar verilen sözel problemi geometrik şekle dönüştürebilirse, keşfetme ve yansıtma alışkanlığını da kullanmış olacaktır.

Birinci etkinliğe toplam 14 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 3 grup doğru sonuca ulaşmıştır, 11 grup ise yanlış cevap vermiştir. "Menalous Teoremi" nin uygulamasını içeren ikinci etkinlikte yer alan problemi ise 3 grup doğru sonuca ulaşmıştır, 11 grup ise yanlış cevap vermiştir. İlk etkinlikte yer alan yönergesiz kâğıtta doğru sonuca ulaşan gruplardan biri de Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarıdır. Adayların yaptığı cevaba Şekil 114'te yer verilmiştir.




Şekil 114. Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının dördüncü hafta ilk etkinliğe verdiği cevap

Şekil 114 incelendiğinde Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının istenilen döndürme işlemini yaptığı ve birtakım işlemler sonucunda doğru çözüme ulaştıkları görülmektedir. Ancak adayların çözüm süresinde hangi alışkanlıkları kullandıkları tam anlaşılmamaktadır. Adayların problemi çözerken yaşadıkları süreci daha iyi anlayabilmek için aşağıda Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının diyalogları verilmiştir.

*Ö4 kodlu aday problemi anlamak için şekli çizer.*

*Ö4 : Ağırlık merkezi etrafında döndürünce şekil ters üçgen oluyor.*

*Ö11 : Ağırlık merkezi kenarortay mı oluyor?*

*Ö4 : Evet kenarortayların kesim noktası.*

*Ö11 : Dur bi dk. Şimdi şurası A,B, C. Burası A'. Şekil böyle mi oluyor yani*

*Ö4 : Evet. Bak kâğıdı ters çevir aynı şekil oluşuyor. Demek ki bu şekilde oluyor.*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü üzere Ö11 kodlu öğretmen adayı verilen şeklin $180^0$ döndürülmesi sonucu oluşan yeni şekli çizmiştir. Şekli kâğıda çizerken aday, değişmeyen özellikleri (küçük üçgenler) belirterek, şekle son halini vermiştir. Hatta Ö4 kodlu adayı ikna etmek için kâğıdı ters döndürme işlemi sonucunda neden bazı şekillerin değişmediğini açıklamıştır. Bu aşamada Ö11 kodlu aday "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığının göstergesi olan DA1'i kullanmıştır.

*Ö4 : Şimdi neyi soruyor. Hmm bu iki üçgenin sınırladığı alanı soruyor. Öncelikle $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin alanını bulmalıyız. u alan formülü vardı ondan bulabiliriz.*

*Ö1 1:Evet.*

*Ö4 : u'dan alanı buluruz.* $u = \sqrt{21.7.8.6} = 3.7.4 = 84$ *$br^2$ tamamının alanı. Şimdi şu kolların alanını da bulmamız lazım. 3 tane küçük üçgen var onları bulmamız lazım.*

*Ö4 : Bence o küçük üçgenler büyük üçgeni belirli bir oranda kesiyor.*

*Ö11 : Bence de belirli bir oranda kesiyor. Küçük üçgenlerin yükseklikleri eşittir.*

*Ö4 : Bir şey göstermek istiyorum. (şekilde A'B'C' üçgenini 9 eş üçgene ayırır, çizer). Daha sonra 84+42=126 bulur. Hocam 126 mı?*

*A : Nasıl yaptınız?*

*Ö4 : Hocam bunun [ABC üçgeninin] toplam alanını buldum. Sonra köşelerdeki 3 küçük üçgeni fark ettim. Dışarda kalan 6 tane küçük üçgenin alanının toplamının ABC üçgeni ile A'B'C' üçgeninin sınırladığı düzgün altıgenin alanına eş olduğunu fark ettim. Oradan buldum.*

*Ö11 : O zaman sen ABC üçgenin her bir kenarını 3 eş parçaya böldüğünü mü düşündün?*

*Ö4 : Evet hocam.*

*Ö11 : Peki bunun sebebini söyleyebilir misin?*

*Ö4 : Eşit olmayabilir de hocam. Hmm.*

*Ö11 : Burada her bir küçük üçgenin alanını bulmak lazım. Bunun içinde kenar uzunluklarını nasıl kestiğini bulmalıyız.*

Bu diyalogda ise adaylar çözüme yönelik belirli bir plan yapmıştır. Ve bu plan doğrultusunda ilerlerken yanlışlarını fark edince yöntem değiştirmeye karar verirler. Adayların yöntem değiştirmesi "*problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığının göstergesi olan KY3'ü kullandıklarını gösterir. Ayrıca adaylar çözüme giden her bir adımda uygulanan yöntemin nasıl sonuç vereceğini tartışıyorlar. Bu durumda adaylar "problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma" alışkanlığının göstergesi olan KY5'i kullanmaktadır.

*Ö4 : Burası a ise burası da a, burası b ise burası da b burası c ise burası da c'dir.*

*Ö11 : Alanı mı a ise diyorsun?*

*Ö4 : Evet.*

*Ö11 : Neden eşit?*

*Ö4 : Çünkü aynı mesafe diyor, 180$^0$ döndürüldüğünde aynı olur.*

*Ö11 : Haa doğru çünkü |BC|=|B'C'|. Bence küçük üçgenin kenar uzunluğu $\frac{14}{3}, \frac{15}{3}, \frac{13}{3}$ şeklinde. Nasıl ispatlarım ama…*

Bu diyalogda ise yine Ö11 kodlu aday üçgenlerin alanlarının eşit olmasının sebebini, döndürme işlemi sonucunda üçgenlerin değişmeyen özellikler tanımına girmesi ile açıklıyor. Dolayısıyla yine burada DA1 göstergesi kullanılmıştır.

*Ö11 : Peki ortadaki altıgenin alanına d dersek acaba o küçük üçgenlerin alanı a+b+c ile d'nin alanı arasında bir ilişki bulabilir miyiz?*

*Ö4 : Bende onu diyorum işte nasıl bir ilişki var acaba?*

*Ö11 : Peki o bütün küçük üçgenlerin alanı birbirine eş olmaz mı?*

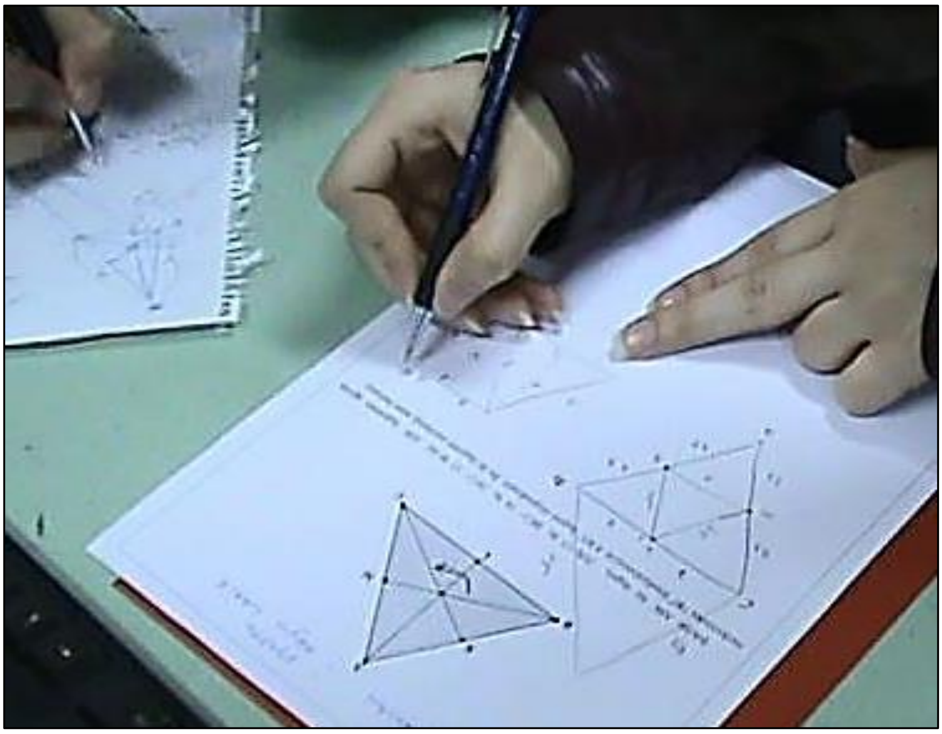
*Ö4 : Şimdi a+b+c+d=84 bulduk. Ama bizim 2a+2b+2c+d'nin kaç olduğunu bulmamız lazım.*

*Ö11 : Bence bizim a+b+c'nin kaç olduğunu bulmamız yeterli.*

*Ö4 : Buldum. Burada A'B'C' üçgeninin içine a,b ve c alanlarını yerleştirdiğimizde 3a+3b+3c'yi elde ediyoruz. Zaten A(A'B'C')'nün de 84 olduğunu biliyoruz. Buradan a+b+c=28 buluruz. Buradan da 84+28=112 dir cevap.*

Yukarıdaki görüldüğü üzere tartışmanın son aşamasında Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adayları üçgenlerin alanları ile kenar uzunlukları arasında bir ilişkilendirme yaparak doğru sonuca ulaşıyorlar. Dolayısıyla adaylar "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığının göstergesi olan İ1'i kullanmıştır.

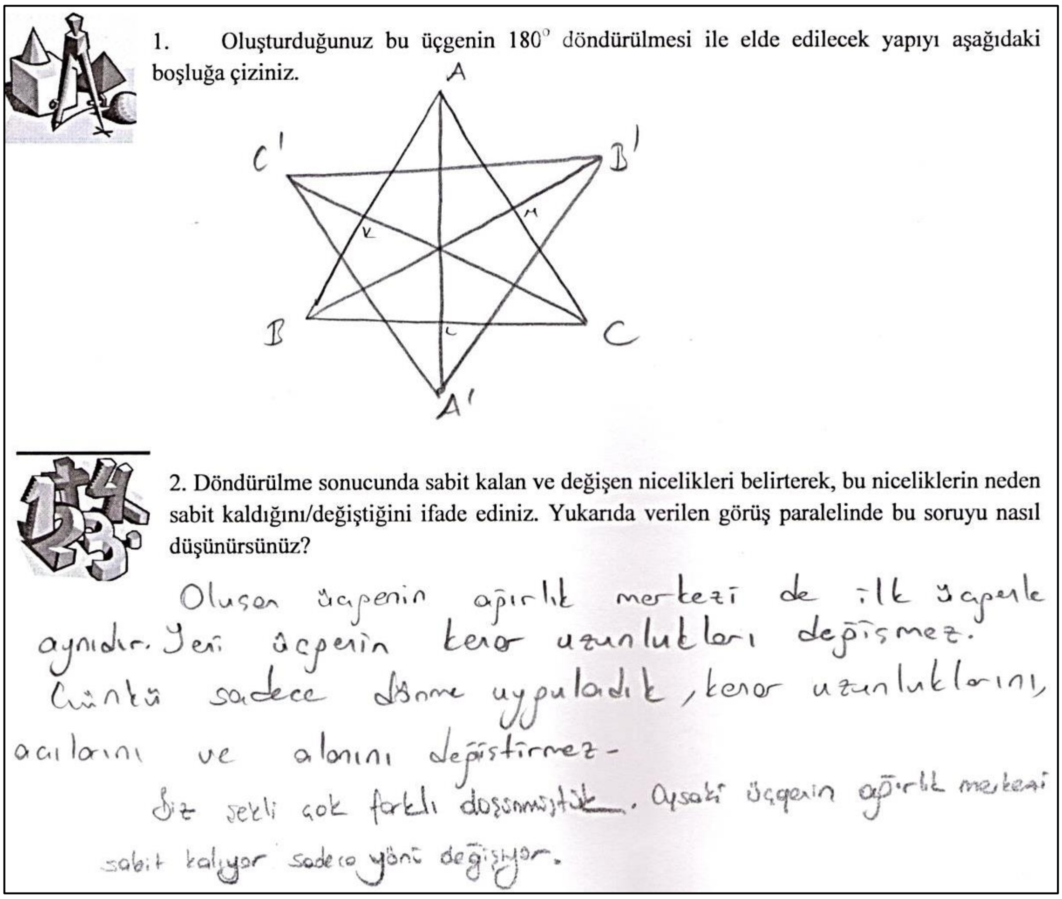
Yukarıda verilen örnekte de görüldüğü gibi Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grup problemi doğru yapmıştır. Ve problemin çözüm sürecinde de ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma ile değişmezleri araştırma gibi 3 geometrik düşünme alışkanlığını da kullanmıştır. Bazı gruplar ise verilen problemin yönergesiz halinde yanlış sonuca ulaşmışlardır. Bunlardan biri de Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Ö2 ve Ö23 kodlu adayların oluşturduğu grupta başlangıçta geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemek için Şekil 115'te probleme verdiği cevabı inceleyelim.



Şekil 115. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinliğe verdiği cevaptan bir kesit

Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 115'te verdiği cevap incelendiğinde adayların verilen üçgene dönüşüm yaptıktan sonra oluşan şekli yanlış çizdikleri görülmektedir. Bu durum adayların şekle uygulanan dönüşüm sonrasında değişen ve değişmeyen özellikleri tam olarak belirleyememesinden kaynaklanmaktadır.

Yukarıda verilen örneklerde de görüldüğü gibi birinci etkinliğe katılan 14 gruptan sadece 2'si problemi doğru cevaplandırabilmiştir. Bu yüzden araştırmacı, adaylara verilen ilk çalışma yapraklarını toplayarak aynı problemin yönergelerinin de yer aldığı ikinci çalışma yaprağını dağıtmıştır. İkinci çalışma yaprağında problemde yer alan şeklin $180^0$ döndürülmesi ile oluşan yeni durumunu adaylardan çizmesi daha sonra da yeni şekle bakarak değişen ve değişmeyen nicelikleri belirlemeleri istenmiştir. Bu şekilde adayların problemi çözerken ipucundan yararlanması sağlanmıştır. Şekil 116'da Ö2 ve Ö23 kodlu adayların ilk çalışma yaprağındaki problemin çözümüne yönelik bir kesit verilmişti. Şekil 116'da de aynı adayların ikinci çalışma yaprağına yönelik cevabı yer almaktadır.


1. Oluşturduğunuz bu üçgenin 180° döndürülmesi ile elde edilecek yapıyı aşağıdaki boşluğa çiziniz.



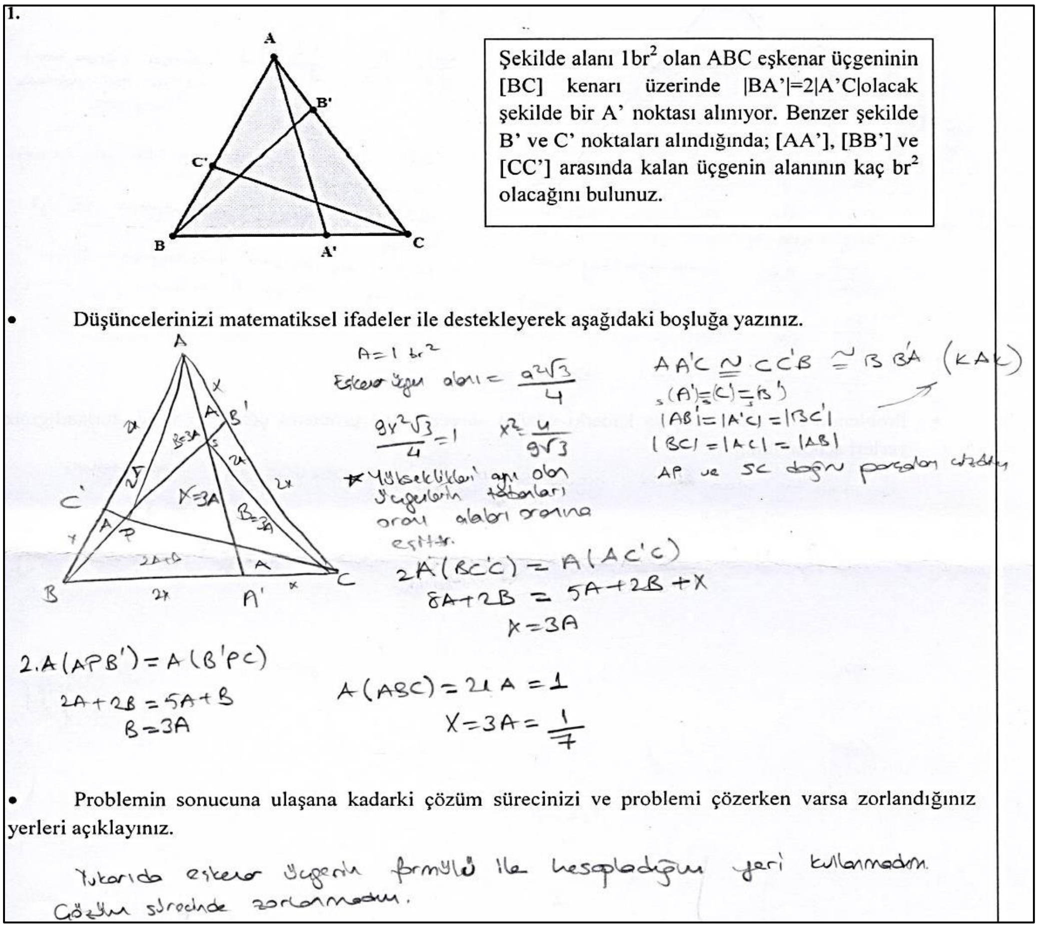
2. Döndürülme sonucunda sabit kalan ve değişen nicelikleri belirterek, bu niceliklerin neden sabit kaldığını/değiştiğini ifade ediniz. Yukarıda verilen görüş paralelinde bu soruyu nasıl düşünürsünüz?

Oluşan üçgenin ağırlık merkezi de ilk üçgenle aynıdır. Yeni üçgenin kenar uzunlukları değişmez. Çünkü sadece dönme uyguladık, kenar uzunluklarını, açılarını ve alanını değiştirmez. Biz şekli çok farklı düşünmüştük. Oysaki üçgenin ağırlık merkezi sabit kalıyor sadece yönü değişiyor.

Şekil 116. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinliğin ikinci çalışma yaprağına verdiği cevap

Şekil 116'da de görüldüğü üzere, Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları oluşan yeni şekli doğru çizmiştir. Adaylar başlangıçta yaptığı hatayı ile "*Biz şekli farklı düşünmüştük. Oysaki üçgenin ağırlık merkezi sabit kalır, değişmez. Yeni oluşan üçgenin ağırlık merkezi de ilk üçgenle aynıdır. Yeni üçgenin kenar uzunlukları da değişmez. Çünkü sadece dönme uyguladık, kenar uzunlukları, açıları ve üçgenlerin alanları değişmez*" şeklinde açıklamıştır. Dolayısıyla adayların yeni çözümünde "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan DA1'i kullanmış olur. Yani adaylara uygulama sonunda DA1 göstergesi kazandırılmıştır.

Öğretmen adaylarına dördüncü haftadan sonra keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma alışkanlıklarını içeren ödev problemler verilmiştir. Artık adaylar ödev problemlerinde yaptığı cevapları gerekçeleriyle birlikte açıklayabilmiştir. Bunlardan biri de Ö14 kodlu adaydır. Şekil 117'de Ö14 kodlu öğretmen adayının ödev problemlerinden birine verdiği cevap yer almaktadır.




Şekil 117. Ö14 kodlu öğretmen adayının dördüncü hafta ödev problemlerinden birine verdiği cevap

Şekil 117 incelendiğinde Ö14 kodlu adayın şekil üzerinde ek çizim yaptığı görülmektedir. Ö14 kodlu aday yine bu ek çizimden yararlanarak üçgenler arasında benzerlik kurmuştur. Ayrıca aday, üçgenlerin alanları ile kenar uzunlukları arasında bir ilişkilendirme kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Bütün bunların sonucunda Ö14 kodlu aday sırasıyla KY1, İ4 ve İ1 göstergelerini kullanmıştır.

Sonuç olarak dördüncü uygulama haftasında yukarıda verilen örneklerden de görüldüğü üzere adayların değişmezleri araştırma, ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanmasına yönelik problemler verilmiştir. Ancak adaylar problemlerin çözümünde bu alışkanlıkları tam olarak kullanamamıştır. Özellikle DA1 göstergesini kullanırken adaylar değişen ve değişmeyen yapıları oluşturmada zorlanmıştır. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 48 verilmiştir.

Tablo 48. Dördüncü Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | *1. Etkinlik* | *2. Etkinlik* | *Toplam Puan* |
|---|---|---|---|
| *Ö2-Ö23* | KY1-1P, İ4-1P | KY1-1P, KY3-1P | 4 |
| *Ö4-Ö11* | KY1-2P, KY3-2P, KY4-2P, KY5-2P, İ1-2P, DA1-2P | KY1-2P, KY3-2P | 16 |
| *Ö16-Ö34* | KY1-1P, İ4-1P | KY1-1P, İ4-1P, KY3-1P | 5 |

P: Her alışkanlıktan alınan puanı temsil etmektedir. Örneğin KY1-2P: Öğretmen adayının KY1 göstergesinden 2 puan aldığı anlamına gelmektedir

Tablo 48 incelendiğinde öğretmen adaylarının genelinin dördüncü haftada kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarından aldığı puanların düştüğü görülmektedir. Bunun sebebi adayların dördüncü haftada ilk defa *"değişmezleri araştırma*" alışkanlığının kullanılmasına yönelik bir problemle karşılaşması olabilir. Yine Tablo 48 incelendiğinde kullanılan GDA'lardan en çok puan alan grubun Ö4 ve Ö11 olduğu görülmektedir. Ayrıca önceki haftalara göre bu grubun kullandığı alışkanlıklar bağlamında gelişme gösterdiği söylenebilir. Ayrıca Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grup 5 puan alırken Ö3 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grup 4 puan almıştır. Adayların dördüncü hafta öğrendikleri değişmezleri araştırma, ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanıp kullanamadıklarını anlamak amacıyla verilen ödevleri kontrol edilmiştir. Öğretmen adaylarının dördüncü hafta verilen ödevlerde kullandığı alışkanlıklara Tablo 48'de yer verilmiştir.

Tablo 49 incelendiğinde dördüncü haftada verilen ödev problemlerinde geometrik düşünme alışkanlıklarını en iyi kullananın Ö2 kodlu öğretmen adayı olduğu görülmektedir. Ö2 kodlu aday verilen bütün problemlerde ek çizimler kullanarak doğru sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Diğer adaylara bakıldığında, onlarında değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını kullandığı görülmektedir. Ö11 kodlu aday ise verilen problemlerde geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma konusunda en düşük performansı göstermiştir. Sonuç olarak dördüncü haftada öğretmen adaylarının geneli değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını ödev problemlerinde kullanabilmiştir.

Tablo 49. Öğretmen Adaylarının Dördüncü Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | *1. Problem* | *2. Problem* | *3. Problem* | *4. Problem* | *5. Problem* | *Toplam Puan* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Ö2* | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P,KY4-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P, DA1-2P | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, İ4-2P | 25 |
| *Ö4* | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P, KY6-1P, DA1-1P | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, İ4-2P | 18 |
| *Ö11* | KY1-1P, DA1-1P | KY1-2P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P | KY1-1P | KY1-1P | 10 |

Tablo 49'un devamı

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö16 | KY1-1P, DA1-1P | KY1-2P | KY1-2P, İ4-2P, KY6-1P | DA1-1P | KY1-2P | 12 |
| Ö23 | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P | 12 |
| Ö34 | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P | KY1-2P | KY6-2P, İ4-2P | 13 |

### 4. 2. 5. Beşinci Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Beşinci uygulama haftasında da öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerden ilki *"Üçgende Açılar"* ikincisi ise *"Dörtgenler"* konularını içermektedir. İlk etkinlikteki amaç adaylara verilen problemde sabit noktaları hareket ettirerek meydana gelen değişimi açıklayabilmesi ve bu değişime bağlı olarak üçgende verilen açıların ölçüleri hakkında bir ilişki bulabilmesidir. İkinci etkinlikte de amaç adaylara verilen sözel problemi geometrik şekle dönüştürebilmesi ile ilgilidir. Ayrıca bu etkinlikte de adaylara verilen problemde sabit noktaları hareket ettirerek meydana gelen değişimi açıklayabilmesi ve bu değişime bağlı olarak dörtgende verilen uzunluklar arasında bir ilişki bulabilmesi beklenmektedir. Bu kapsamda her iki etkinlikte de adayların *"Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme"* alışkanlığının göstergesi olan DA2, "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığının göstergesi olan İ1 ve "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1 göstergelerini kullanması amaçlanmıştır. Her iki etkinlikte de de asıl amaç öğretmen adaylarının değişmezleri araştırma ve ilişkilendirme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak olduğundan dolayı, her iki etkinlikte de 2 farklı çalışma yaprağı verilmiştir. Bunların ilki yönergesiz halde adaylara yeteri kadar süre verilerek uygulanmıştır. İkincisi ise yönergelerle birlikte adayların cevaba ulaşmasını sağlayacak ipuçları içermektedir. Bu şekilde adaylara söz konusu alışkanlıklar adım adım kazandırılmaya çalışılmıştır.

Birinci etkinliğe toplam 12 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 1 grup doğru sonuca ulaşmıştır, 11 grup ise yanlış cevap vermiştir. "Dörtgenler" in uygulamasını içeren ikinci etkinlikte yer alan problemi ise 5 grup doğru sonuca ulaşmıştır, 7 grup ise yanlış cevap vermiştir. İlk etkinlikte yer alan yönergesiz kâğıtta doğru sonuca ulaşan grup Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarıdır. Adayların yaptığı çözümü açıklayan diyaloğa aşağıda yer verilmiştir.

*Ö2 : Hocam yaptık biz?*

*A : Çözüm yolunuzu anlatır mısınız?*

*Ö23 : Tabi ki hocam. Şimdi şimdi ilk başta açıortayların ölçülerine a ve b dedik*

*[$m(\widehat{MKF}) = m(\widehat{FKQ}) = x$ $ve$ $m(\widehat{MLF}) = m(\widehat{FLP}) = b$ olsun].*

$\overset{\Delta}{PML}$ *üçgeninde iki iç açının toplamı bir dış açının ölçüsünü verdiğinden*

$m(\widehat{MLP}) + m(\widehat{PML}) = m(\widehat{KPL})$ $ise$ $2b + x = m(\widehat{KPL})$ ………………….. *(1)*

$\overset{\Delta}{KMQ}$ *üçgeninde iki iç açının toplamı bir dış açının ölçüsünü verdiğinden*

$m(\widehat{QKM}) + m(\widehat{KMQ}) = m(\widehat{KQL})$ $ise$ $2a + x = m(\widehat{KQL})$………………….. *(2)*

*Daha sonra KFLM dörtgeninde açıların özelliklerinden,*

$m(\widehat{QKM}) + m(\widehat{KML}) + m(\widehat{MLP}) = m(\widehat{KFL})$ *ise* $a + x + b = m(\widehat{KFL})$ …………… *(3)*

*Bu 3 denklemden de (1)+(2)=*$\frac{(3)}{2}$ *olduğundan* $m(\widehat{KPL}) + m(\widehat{KQL}) = \frac{m(\widehat{KFL})}{2}$ *buluruz.*

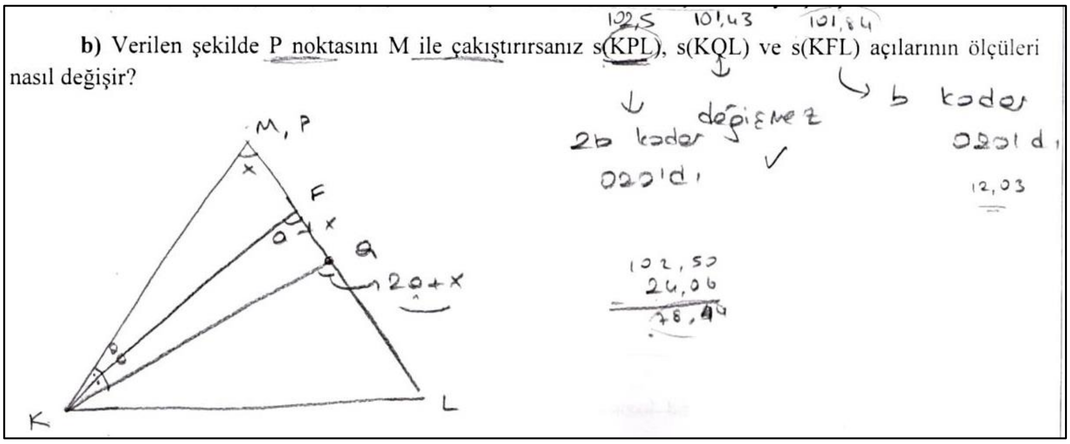
*A : Güzel. Peki, bu çözümü yaparken hangi yöntemi kullandınız.*

*Ö2 : Hangi yöntemi hmmm. Hocam sonunda ilişkilendirme yaptık. O yöntemi kullandık.*

*A : Güzel, aferin. Şimdi problemin ikinci kısmına geçebilirsiniz.*

*Ö2-Ö23: Doğru yaptık değil mi hocam. Teşekkürler (Sevinirler).*

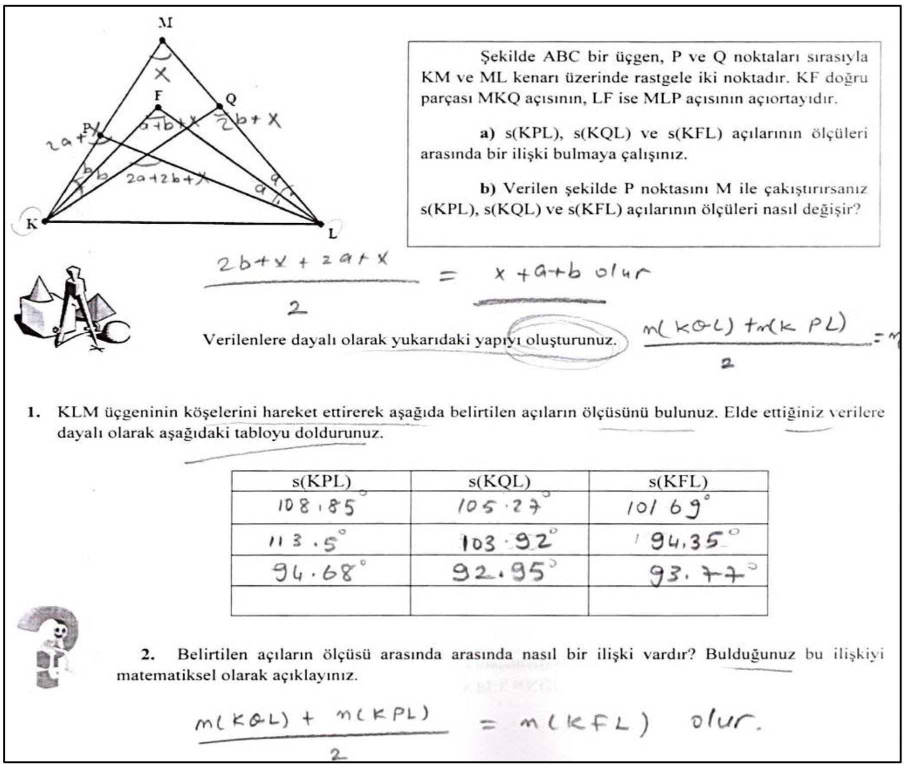
Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları problemde doğru sonuca ulaşmıştır. Yönergesiz kâğıtta doğru sonuca ulaşan adaylara, problemi çözerken hangi yöntemi kullandığını sorulmuştur. Adayların verdiği cevaptan, problemi çözerken ilişkilendirme alışkanlığını kullandıklarının farkında oldukları anlaşılmaktadır. Bu hafta artık adaylar ilk haftalardan itibaren öğrendikleri ilişkilendirme yöntemini artık alışkanlık haline dönüştürebilmiştir. Problemin ikinci kısmında adaylara "*Verilen şekilde P noktasını M ile çakıştırırsanız* $m(\widehat{KPL})$, $m(\widehat{KQL})$ $ve$ $m(\widehat{KFL})$ *açılarının ölçüleri nasıl değişir?"* şeklinde bir yönerge yer almaktadır. Bu aşamada adaylardan beklenen davranış sabit olarak verilen P noktasını hareketli olarak düşünmesi ve istenilen hareket dönüşümü yapıldıktan sonra sonucun ne olacağı hakkında bir karara varabilmesidir. Eğer aday problemin bu aşamasını doğru yaparsa hem değişmezleri araştırma, hem ilişkilendirme hem de keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullanmış olacaktır. Yukarıda verilen Ö2 ve Ö23 kodlu adayların oluşturduğu grubun problemin ikinci yönergesine ait cevabına Şekil 118'de yer verilmiştir.




Şekil 118. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinlikteki ikinci yönergeye verdiği cevap

Şekil 118'de Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının verdiği cevap incelendiğinde adayların GeoGebra programını da kullanarak P noktasının M noktası ile çakışması durumundaki halini çizdikleri görülmektedir. Ayrıca açılar arasındaki ilişkiyi de bulmuşlardır. Bu aşamada adaylar hareketsiz P noktasını hareketli halde düşünüp, M noktası ile çakıştırdıktan sonra oluşan yeni şekli çizebildiklerinden DA2 göstergesini kullanmıştır. Ayrıca yeni bir şekil çizebilmesi ile KY1, açılar arasında bir ilişkiye ulaşabilmesiyle de İ1 alışkanlıklarını kullanmıştır.

Bazı adaylar ise yönergesiz kâğıtta problemin cevabını bulamazken, yönergelerin olduğu kâğıtta doğru sonuca ulaşabilmiştir. Bunlardan biri de Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Şekil 119'da Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinliğin ikinci çalışma yaprağına verdiği cevap yer almaktadır.



Şekilde ABC bir üçgen, P ve Q noktaları sırasıyla KM ve ML kenarı üzerinde rastgele iki noktadır. KF doğru parçası MKQ açısının, LF ise MLP açısının açıortayıdır.

**a)** s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri arasında bir ilişki bulmaya çalışınız.

**b)** Verilen şekilde P noktasını M ile çakıştırırsanız s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri nasıl değişir?

$\frac{2b+x+2a+x}{2} = x+a+b$ olur

Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz. $\frac{m(KQL)+m(KPL)}{2} =$

**1.** KLM üçgeninin köşelerini hareket ettirerek aşağıda belirtilen açıların ölçüsünü bulunuz. Elde ettiğiniz verilere dayalı olarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

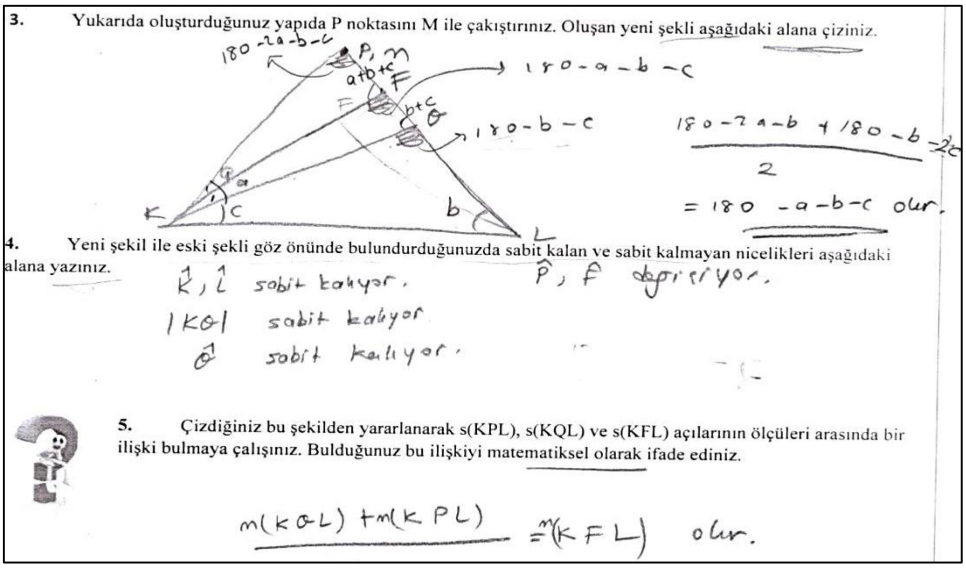
| s(KPL) | s(KQL) | s(KFL) |
|---|---|---|
| 108.85° | 105.27° | 101.69° |
| 113.5° | 103.92° | 94.35° |
| 94.68° | 92.95° | 93.77° |
| | | |

**2.** Belirtilen açıların ölçüsü arasında arasında nasıl bir ilişki vardır? Bulduğunuz bu ilişkiyi matematiksel olarak açıklayınız.

$\frac{m(KQL)+m(KPL)}{2} = m(KFL)$ olur.

Şekil 119. Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinliğin ikinci kısmına verdiği cevap

Şekil 119 incelendiğinde Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının yönergelendirilmiş halde verilen kâğıtta problemin doğru sonucuna ulaştıkları görülmektedir. Burada öncelikle adaylar GeoGebra programında verilen yapıyı çizmiş daha sonra da ilk yönergeyi cevaplamıştır. İlk yönergede adaylardan verilen ölçülerin açılarındaki değişimi program yardımıyla gözlemlemeleri istenmiştir. Adaylar açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi bu tablo yardımıyla bularak verilen şekil üzerinde problemi çözmüştür. Sonuç olarak adaylar ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanmıştır.



3. Yukarıda oluşturduğunuz yapıda P noktasını M ile çakıştırınız. Oluşan yeni şekli aşağıdaki alana çiziniz.



4. Yeni şekil ile eski şekli göz önünde bulundurduğunuzda sabit kalan ve sabit kalmayan nicelikleri aşağıdaki alana yazınız.

K̂, L̂ sabit kalıyor. P̂, F̂ değişiyor.
|KQ| sabit kalıyor
Q̂ sabit kalıyor.

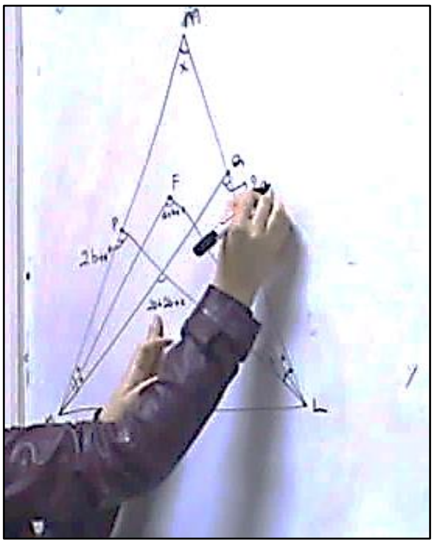
5. Çizdiğiniz bu şekilden yararlanarak s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri arasında bir ilişki bulmaya çalışınız. Bulduğunuz bu ilişkiyi matematiksel olarak ifade ediniz.

$\frac{m(KQL)+m(KPL)}{2} = m(KFL)$ olur.

Şekil 120. Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının ilk etkinliğin üçüncü kısmına verdiği cevap

Şekil 120 incelendiğinde adayların GeoGebra programından yararlanarak P noktasını hareketli düşündüğü görülmektedir. Bu aşamada adaylar şekil üzerinde değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyerek doğru sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla genel olarak yönergelerin de yardımıyla Ö3 ve Ö6 kodlu adaylar değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında DA1 ve DA2 göstergelerini, ilişkilendirme kapsamında İ1 göstergesini, keşfetme ve yansıtma kapsamında ise KY1 göstergesini kullanmıştır.

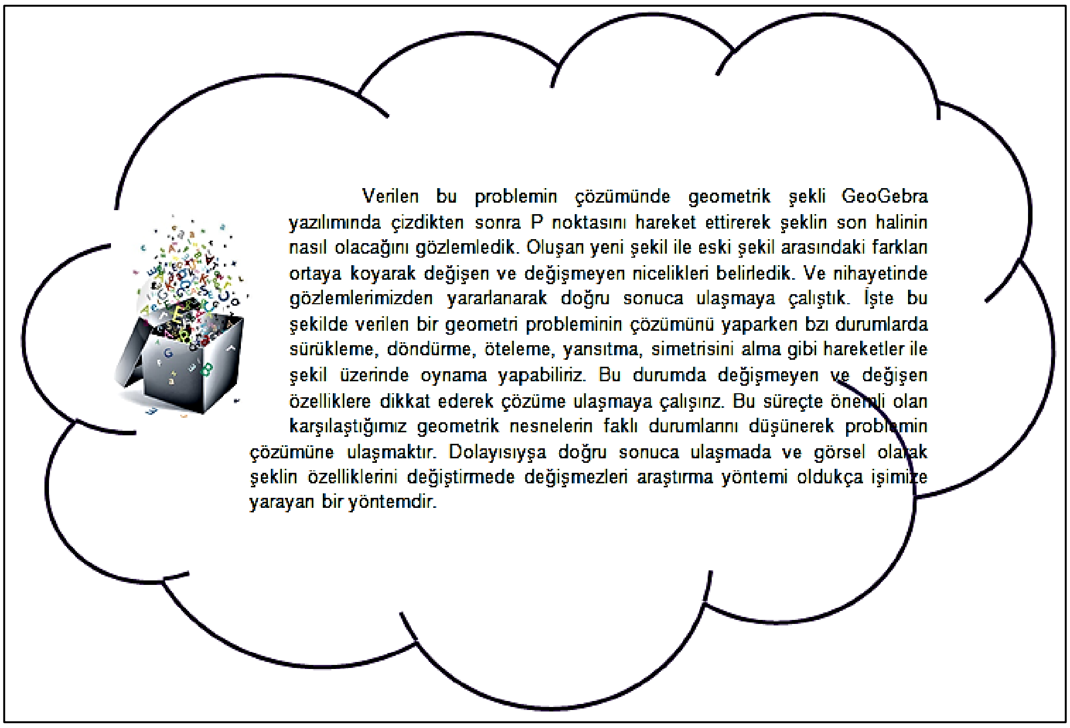
İlk etkinliğe ait çalışma yaprakları bütün adaylara uygulandıktan sonra araştırmacı gruplardan bir öğretmen adayını tahtaya kaldırarak problemi çözmesini ister. Ö23 kodlu öğretmen adayının tahtada yaptığı çözümden bir kesit Şekil 121'de verilmiştir.





Şekil 121. Ö23 kodlu öğretmen adayının tahtada yaptığı ilk etkinliğe ait çözümü

Şekil 121’de görüldüğü gibi Ö23 kodlu öğretmen adayı çözümü yaptıktan sonra sınıfa anlamadığı yerler sorumuştur. Daha sonra adayların aslında GeoGebra programını kullanarak P noktasını hareketli düşünmesinin değişmezleri araştırma yöntemine karşılık geldiği söylenir. Sınıftan biri çalışma yaprağında yer alan ve Şekil 122’de verilen değişmezleri araştırmaya yönelik bilgi kutucuğunu açıklattırır ve uygulama biter.




Şekil 122. Değişmezleri araştırma yöntemine yönelik etkinlik kağıdında yer alan bilgi kutucuğu

Sonuç olarak öğretmen adaylarının çoğunluğu (12 gruptan 11 grup) beşinci haftada uygulanan etkinlikte yer alan problemi başlangıçta doğru yapamamıştır. Ancak ikinci çalışma yaprağında yer alan yönergelerle adaylar hem doğru sonuca ulaşabilmiş hem de problemlerin çözümünde beklenen geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanmışlardır. Bu alışkanlıklar “*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*” alışkanlığının göstergesi olan İ1, “*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*” alışkanlığının göstergesi olan DA1, “*Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme*” alışkanlığının göstergesi olan DA2 ve “*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma”* alışkanlığının göstergesi olan KY1’dir. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 50'de yer verilmiştir.

Tablo 50. Beşinci Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | *1. Etkinlik* | *2. Etkinlik* | *Toplam Puan* |
|---|---|---|---|
| *Ö2-Ö23* | KY1-2P, KY3-2P, KY4-2P, KY6-2P, DA1-2P, DA2-2P, İ1-2P | KY1-2P, DA1-1P, DA2-1P, KY6-1P | 19 |
| *Ö4-Ö11* | KY1-2P, KY6-2P, İ1-1P | KY1-2P, KY6-1P, İ1-2P | 10 |
| *Ö16-Ö34* | KY1-1P, KY2-1P, KY6-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ1-1P | 6 |

P: Her alışkanlıktan alınan puanı temsil etmektedir. Örneğin KY1-2P: Öğretmen adayının KY1 göstergesinden 2 puan aldığı anlamına gelmektedir

Tablo 50 incelendiğinde öğretmen adaylarının genelinin beşinci haftada kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarından aldığı puanların dördüncü haftada aldıkları puanlara göre yükseldiği düştüğü görülmektedir. Bunun sebebi adayların geçen hafta öğrendikleri değişmezleri araştırma alışkanlığını bu hafta daha iyi kullanabilmesinden kaynaklanabilir. Yine Tablo 50 incelendiğinde kullanılan GDA'lardan en çok puan alan grubun Ö2 ve Ö23 olduğu görülmektedir. Ayrıca önceki haftalara göre bu grubun kullandığı alışkanlıklar bağlamında gelişme gösterdiği söylenebilir. Son olarak Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grup 19 puan alırken Ö4 ve Ö11 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grup 9 puan almıştır. Adayların beşinci hafta öğrendikleri değişmezleri araştırma, ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanıp kullanamadıklarını anlamak amacıyla verilen ödevleri kontrol edilmiştir. Öğretmen adaylarının beşinci hafta verilen ödevlerde kullandığı alışkanlıklara Tablo 51'de yer verilmiştir.

Tablo 51. Öğretmen Adaylarının Beşinci Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | *1. Problem* | *2. Problem* | *3. Problem* | *4. Problem* | *5. Problem* | *Toplam Puan* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Ö2* | KY1-2P, KY6-2P, DA1-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P, DA1-2P | KY1-2P, KY6-2P, DA1-1P | KY1-2P, İ4-2P | 27 |
| *Ö4* | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P, KY6-1P, DA1-1P | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, İ4-2P | 17 |
| *Ö11* | KY1-1P | KY1-1P, KY6-1P | KY1-1P | KY1-1P | KY1-1P | 6 |
| *Ö16* | KY1-2P, DA1-2P | KY1-2P | KY1-2P, İ4-2P, KY6-1P | DA1-1P | KY1-2P | 14 |
| *Ö23* | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P | KY1-1P, DA1-1P | KY1-2P, İ4-2P | 13 |
| *Ö34* | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P | KY1-2P, DA1-1P | KY6-2P, İ4-2P | 14 |

Tablo 51 incelendiğinde beşinci haftada verilen ödev problemlerinde geometrik düşünme alışkanlıklarını en iyi kullananın Ö2 kodlu öğretmen adayı olduğu görülmektedir.

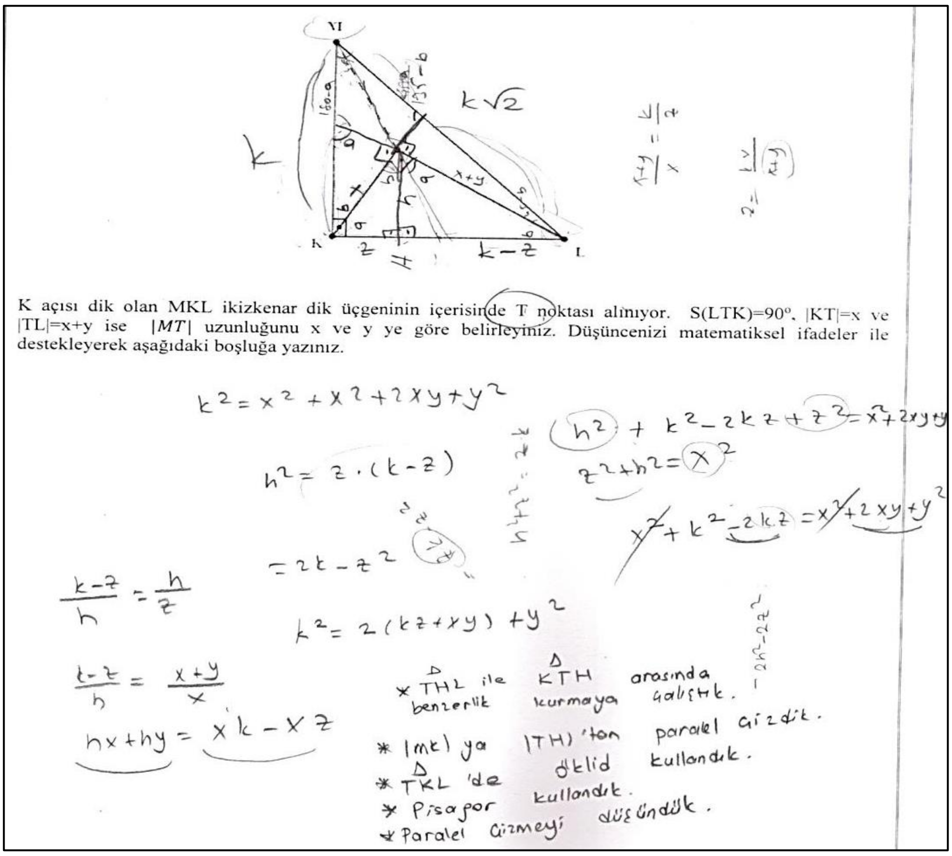
Ö2 kodlu aday verilen bütün problemlerde ek çizimler kullanarak doğru sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ayrıca Ö2 kodlu aday ödev problemlerinde değişmezleri araştırma alışkanlığını da kullanabilmekle birlikte yaptığı çözümleri matematik dilini de etkili bir şekilde kullanarak anlatabilmiştir (DA1 ve KY6). Diğer adaylara bakıldığında, onlarında değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını kullandığı görülmektedir. Ö11 kodlu aday ise verilen problemlerde geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma konusunda en düşük performansı göstermiştir. Sonuç olarak beşinci haftada öğretmen adaylarının geneli değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını ödev problemlerinde kullanabilmiştir.

### 4. 2. 6. Altıncı Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Altıncı haftada öğretmen adaylarına 1 etkinlik uygulanmıştır. Bu etkinlik "*Pythagoras-Euclid Teoremi*" konusunu kapsamaktadır. Söz konusu etkinlikte adayların verilen şekil üzerinde ek çizim yaparak doğru sonuca ulaşması beklenmektedir. Ancak bu davranışa ek olarak adayların üçgenler arasında benzerlik kurması ve orantısal akıl yürütme becerilerini kullanması gerekmektedir. Bu aşamada adaylardan beklenen davranış çizilen geometrik şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşmasıdır. Dolayısıyla her etkinlikte yer alan problemleri çözerken de adayların baskın alışkanlığın *"keşfetme ve yansıtma*" ile "*ilişkilendirme"* alışkanlıklarının olması beklenmektedir. Etkinliğin uygulama aşamasında adaylara 2 farklı çalışma yaprağı verilmiştir. İlk etkinlikte şekillere dönüşüm uygulanan bir yapı olduğundan bu alışkanlıklara ilaveten *"değişmezleri araştırma*" alışkanlığı da yer almaktadır. Bunların ilki yönergesiz halde adaylara yeteri kadar süre verilerek uygulanmıştır. Bu şekilde adaylara söz konusu alışkanlıklar adım adım kazandırılmaya çalışılmıştır.

Altıncı hafta yer alan etkinliğe toplam 7 grup katılmıştır. Yönergesiz halde verilen problemi 2 grup doğru sonuca ulaşmıştır, 5 grup ise yanlış cevap vermiştir. İlk etkinlikte yer alan yönergesiz kâğıtta problemin doğru cevabına ulaşamayan ancak farklı bir yöntem kullanan gruplardan biri de Ö2 ve Ö3 kodlu adaylarıdır. Şekil 123'te bu adayların probleme yönelik cevabı yer almaktadır.

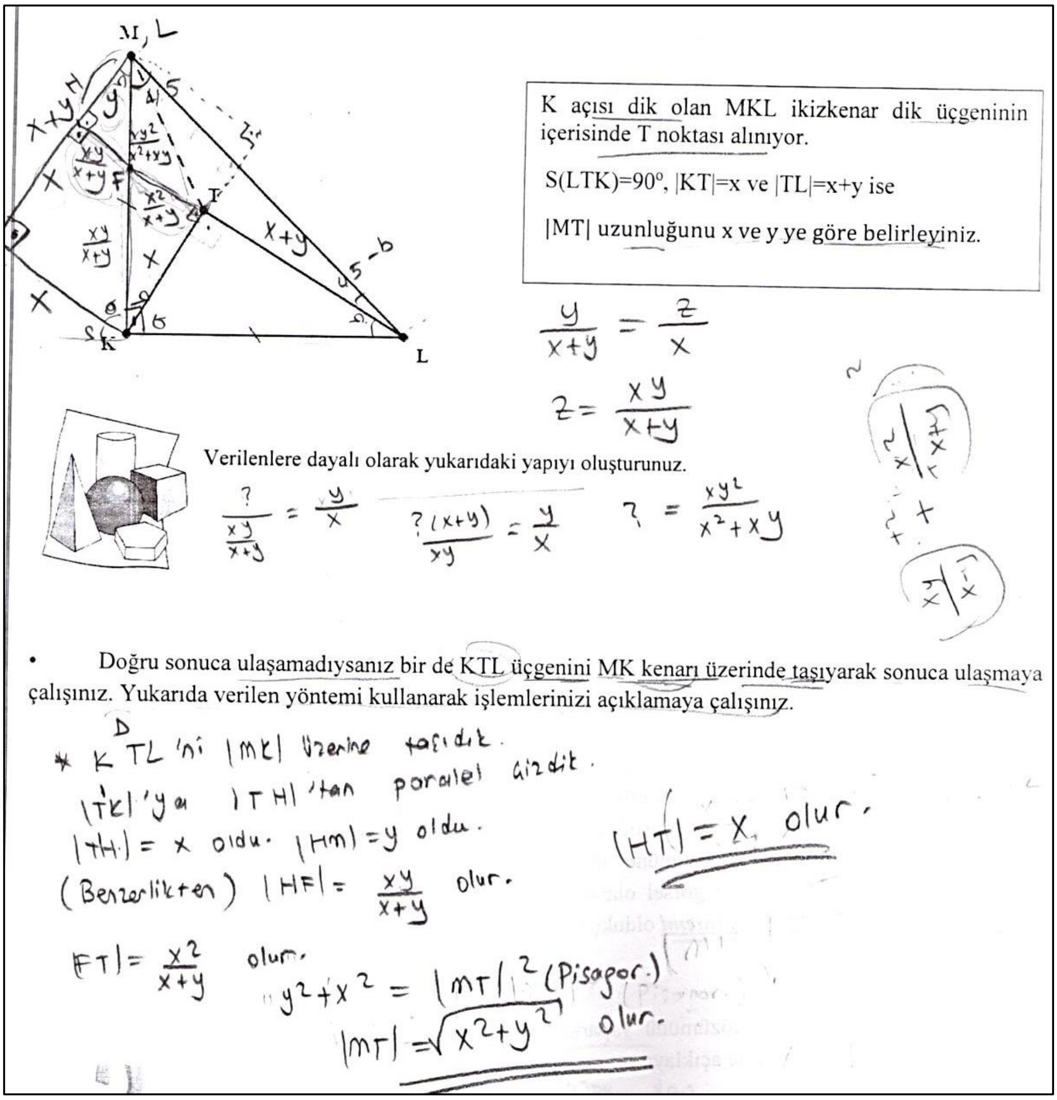
Şekil 123 incelendiğinde Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adaylarının şekil üzerinde ek çizim yaptığı görülmektedir. Adaylar problemin çözümüne uğraşırken kullandıkları yöntemleri "$\overset{\Delta}{THL}$ ile $\overset{\Delta}{KTH}$ arasında benzerlik kurmaya çalıştı. MK'ya TH'tan paralel çizdik. $\overset{\Delta}{TKL}$ üçgeninde Öklid kullandık. Pisagor kullandık. Paralel çizmeyi düşündük" şeklinde açıklamaları yer almaktadır. Bu açıklamalardan da anlaşılacağı üzere adaylar KY1 ve İ4 göstergelerinin temsil ettiği keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını kullanmışlardır.




Şekil 123. Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adaylarının altıncı hafta uygulanan ilk etkinlikteki probleme yönelik cevabı

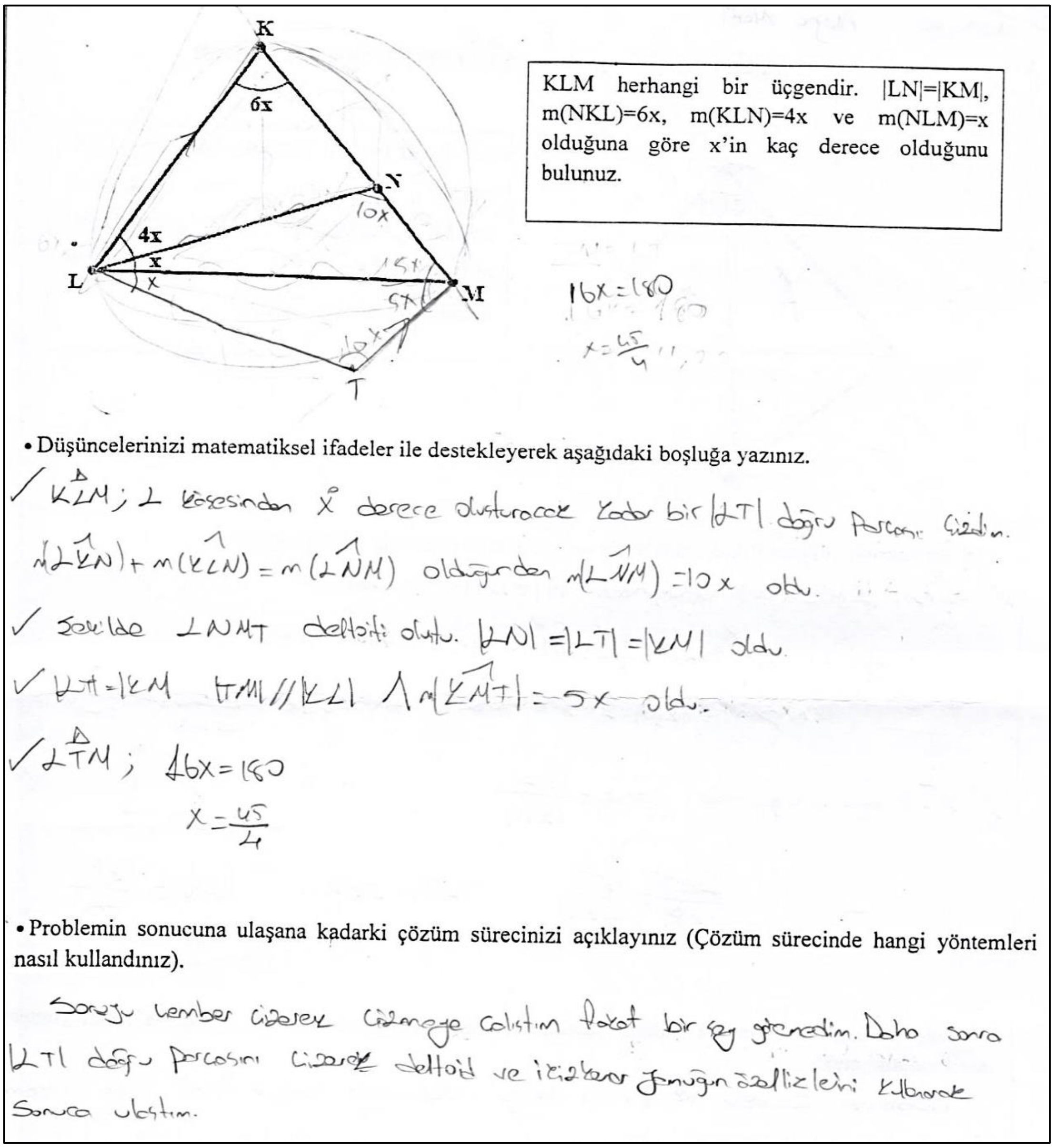
Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adayları yukarıda verilen örnekte olduğu gibi problemin çözümünde keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını kullanmış ancak problemin doğru çözümünü yapamamıştır. İşte bu aşamada araştırmacı adaylara ikinci çalışma yaprağını dağıtarak yönergelere dayalı bir şekilde problemi çözmelerini istemiştir. Adaylar ilgili yönergeleri izledikten sonra problemin doğru çözümünü yapmıştır. Şekil 123'te Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adaylarının aynı probleme yönelik ikinci cevabı yer almaktadır.

Şekil 123 incelendiğinde adayların şekil üzerinde ek çizim yaptıkları görülmektedir. İkinci çalışma yaprağında adayları çözüme yönlendirmek için "*Doğru sonuca ulaşamadıysanız* $\overset{\Delta}{KTL}$ *üçgenini MK kenarı üzerine taşıyarak sonuca ulaşmaya çalışınız*" şeklinde ipucu niteliğinde yönerge yer almaktadır. Öğretmen adayları bu yönergeyi kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla adaylar çözümde *keşfetme ve yansıtma* *ile ilişkilendirme* alışkanlıklarının yanında *değişmezleri araştırma alışkanlığını* da kullanmıştır.




Şekil 124. Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adaylarının aynı probleme yönelik ikinci cevabı

Adaylara ilk haftadan sonra ilişkilendirme ile özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığını içeren ödev problemleri verilmiştir. Bu problemleri çözen adaylardan biri de Ö14 kodlu öğretmen adayıdır. Şekil 125'te Ö14 kodlu öğretmen adayının altıncı haftada verilen ödev problemine yönelik cevabı verilmiştir.



KLM herhangi bir üçgendir. |LN|=|KM|, m(NKL)=6x, m(KLN)=4x ve m(NLM)=x olduğuna göre x'in kaç derece olduğunu bulunuz.

$16x = 180$

$x = \frac{45}{4}$

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

✓ $\overset{\triangle}{KLM}$; L köşesinden $x^{\circ}$ derece oluşturacak kadar bir |LT| doğru parçası çizdim.

$m(\widehat{LKN}) + m(\widehat{KLN}) = m(\widehat{LNM})$ olduğundan $m(\widehat{LNM}) = 10x$ oldu.

✓ Şekilde LNMT deltoidi oldu. |LN| = |LT| = |KM| oldu.

✓ LT = KM   TM // KL ∧ $m(\widehat{KMT}) = 5x$ oldu.

✓ $\overset{\triangle}{LTM}$; $16x = 180$

$x = \frac{45}{4}$

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

Sonucu çember çizerek çizmeye çalıştım fakat bir şey göremedim. Daha sonra |LT| doğru parçasını çizerek deltoid ve ikizkenar yamuğun özelliklerini kullanarak sonuca ulaştım.

Şekil 125. Ö14 kodlu öğretmen adayının altıncı hafta verilen ödev problemine yönelik cevabı

Şekil 125 incelendiğinde Ö14 kodlu öğretmen adayının problemi çözerken KLM üçgenini LM kenarı üzerinden katladığı ve yeni bir şekil oluşturduğu görülmektedir. Aday yaptığı bu çözümde hem "*Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığının göstergesi olan İ3'ü hem de "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığının göstergesi olan DA1'i kullandığı görülmektedir.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının çoğunluğu (7 gruptan 5 grup) altıncı haftada uygulanan etkinlikte yer alan problemi başlangıçta doğru yapamamıştır. Ancak ikinci çalışma yaprağında yer alan yönergelerle adaylar hem doğru sonuca ulaşabilmiş hem de problemlerin çözümünde beklenen geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanmışlardır. Bu alışkanlıklar "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığının göstergesi olan İ1, "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan DA1, "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4 ve "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1'dir. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 52 verilmiştir.

Tablo 52. Altıncı Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-2P, KY4-2P, KY6-2P, DA1-2P, İ1-2P, İ4-2P | 12 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P, | 3 |
| Ö16-Ö34 | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | 3 |

Tablo 52 incelendiğinde her bir grubun aldığı puanların beşinci haftaya göre biraz düştüğü görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını problem çözerken daha az kullandıkları anlamına gelmektedir. Genele bakıldığında altıncı haftada en çok puanı Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları almıştır. Ö16 ve Ö34 kodlu öğretmen adayları 8 puan alırken, Ö4 ve Ö11 kodlu adaylar ise 6 puan almıştır. Adayların altıncı hafta gördüğü geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanıp kullanamadıklarına bakmak amacıyla adaylara ödev problemleri verilmiştir. Tablo 53'de öğretmen adaylarının altıncı hafta verilen ödevlerde kullandığı geometrik düşünme alışkanlıkları yer almaktadır.

Tablo 53. Öğretmen Adaylarının Altıncı Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

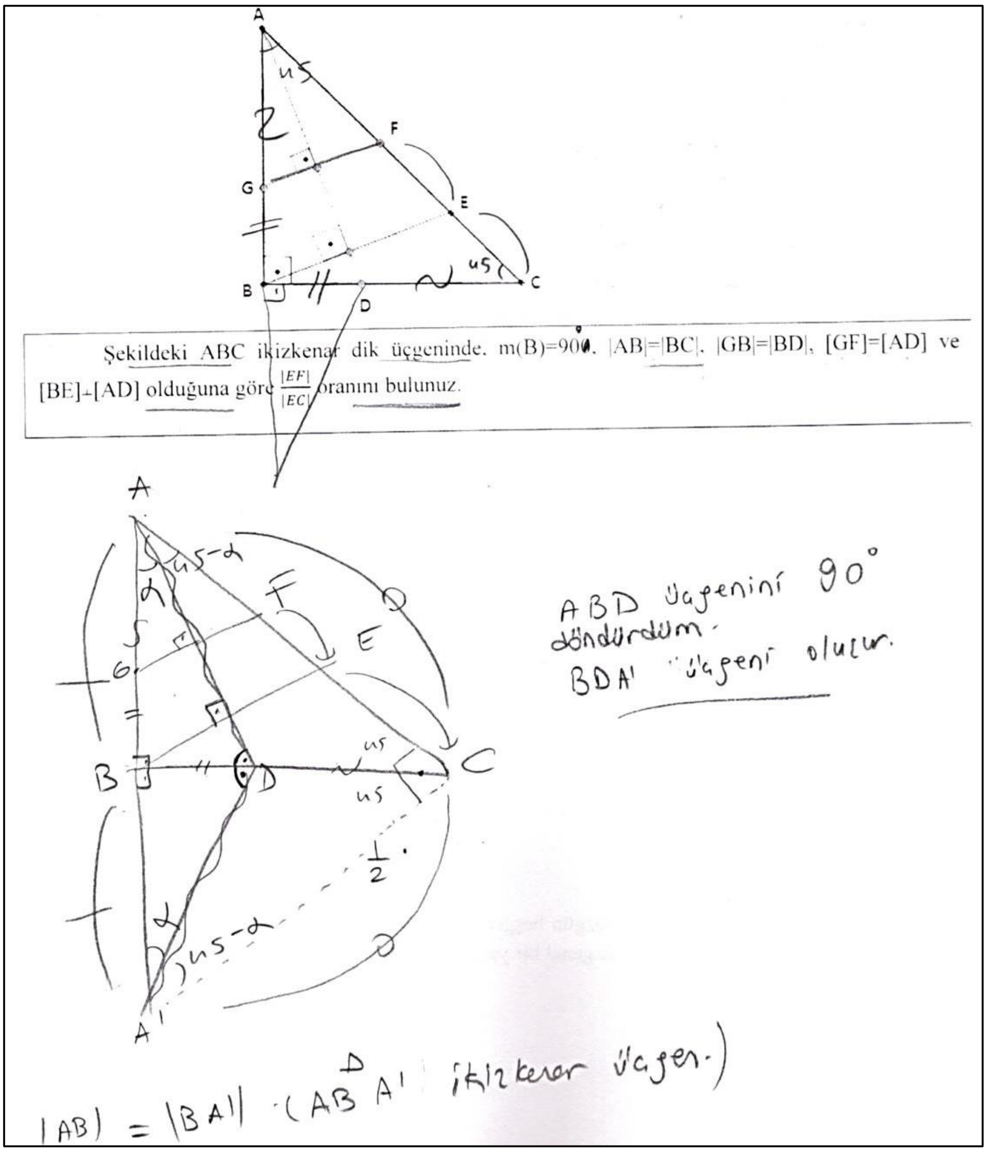
| | 1. Problem | 2. Problem | 3. Problem | 4. Problem | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | KY1-2P, KY6-2P, DA1-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P,, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 24 |
| Ö4 | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P, İ4-2P | 13 |
| Ö11 | KY1-2P, KY6-2P, DA1-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P, İ3-1P | KY1-1P, İ4-1P | KY1-1P, İ4-1P | 16 |
| Ö16 | KY1-1P, DA1-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, İ4-2P, | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 18 |
| Ö23 | KY1-2P, KY6-2P, DA1-2P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P, İ4-2P | KY1-1P, İ4-1P | 15 |
| Ö34 | KY1-1P, DA1-1P | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P | KY1-2P, İ4-2P | 11 |

Tablo 53 incelendiğinde adayların genelinin geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik puanlarının arttığı görülmektedir. Adaylar uygulama süresince gördükleri ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma ile değişmezleri araştırma alışkanlıklarını genel olarak iyi düzeyde kullanmıştır. Ayrıca altıncı haftada verilen ödev problemlerinde geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanarak en yüksek puan alan kişi Ö23 kodlu öğretmen adayıdır. En düşük puan alan kişi ise Ö34 kodlu öğretmen adayıdır. Bu durum Ö23 kodlu öğretmen adayının problemleri çözerken yeteri düzeyde geometrik düşünme alışkanlığını kullanamadığını göstermektedir.

### 4. 2. 7. Yedinci Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Yedinci haftada öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik uygulanmıştır. Bu etkinliklerden ilki "*Dik Üçgen*" ikincisi ise "*Düzgün Çokgenler*" konularını içermektedir. Etkinliklerin ilkinde adayların verilen şekil üzerinde ek çizim yapması ve üçgenler arasında benzerlik kurması beklenmektedir. İkincisinde adaylardan ise verilen bir durumun önce eşkenar üçgen için, sonra sırasıyla kare ve düzgün beşgen için doğruluğunun gösterilmesi istenmektedir. Daha sonra gösterilen bu özel durumlardan genel bir yargıya varılması adaylardan beklenen davranıştır. Bu kapsamda ilk etkinlikte adaylardan beklenen baskın alışkanlıklar ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma ile ikinci etkinlikte hem ilişkilendirme hem de özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlıklarıdır.

Birinci etkinliğe toplam 12 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yönergesiz halde verilen problemi 3 grup doğru sonuca ulaşmıştır, 9 grup ise yanlış cevap vermiştir. "Düzgün Çokgenler" in uygulamasını içeren ikinci etkinlikte yer alan problemi ise 7 grup doğru sonuca ulaşmış, 5 grup ise yanlış cevap vermiştir. İlk etkinlikte yer alan yönergesiz kâğıtta doğru sonuca tam olarak ulaşamayan gruplardan biri de Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarıdır. Adayların yaptığı çözüm Şekil 126'da verilmiştir.




Şekil 126. Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının yedinci haftada verilen probleme yönelik cevabı

Şekil 126 incelendiğinde adayların hem şekil üzerinde ek bir çizim yaptığı hem de şekilde yer alan üçgeni $90^0$ döndürerek dönüşüm uyguladığı görülmektedir. Adaylar şekle dönüşüm uyguladıktan sonra değişen ve değişmeyen özellikleri de şekil üzerinde belirterek sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Dolayısıyla Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adayları yaptıkları bu çözüm ile "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama"* alışkanlığını yansıtan DA1 göstergesini, "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığını yansıtan KY1 göstergesini, "Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma" alışkanlığını yansıtan İ3 göstergesini kullanmıştır.

Sonuç olarak öğretmen adaylarının çoğunluğu (12 gruptan 3 grup) yedinci haftada uygulanan etkinlikte yer alan problemi başlangıçta doğru yapamamıştır. Ancak ikinci çalışma yaprağında yer alan yönergelerle adaylar hem doğru sonuca ulaşabilmiş hem de problemlerin çözümünde beklenen geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanmışlardır. Bu alışkanlıklar "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan ÖG1, "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4 ve "*Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1'dir. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 54'de yer verilmiştir.

Tablo 54. Yedinci Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

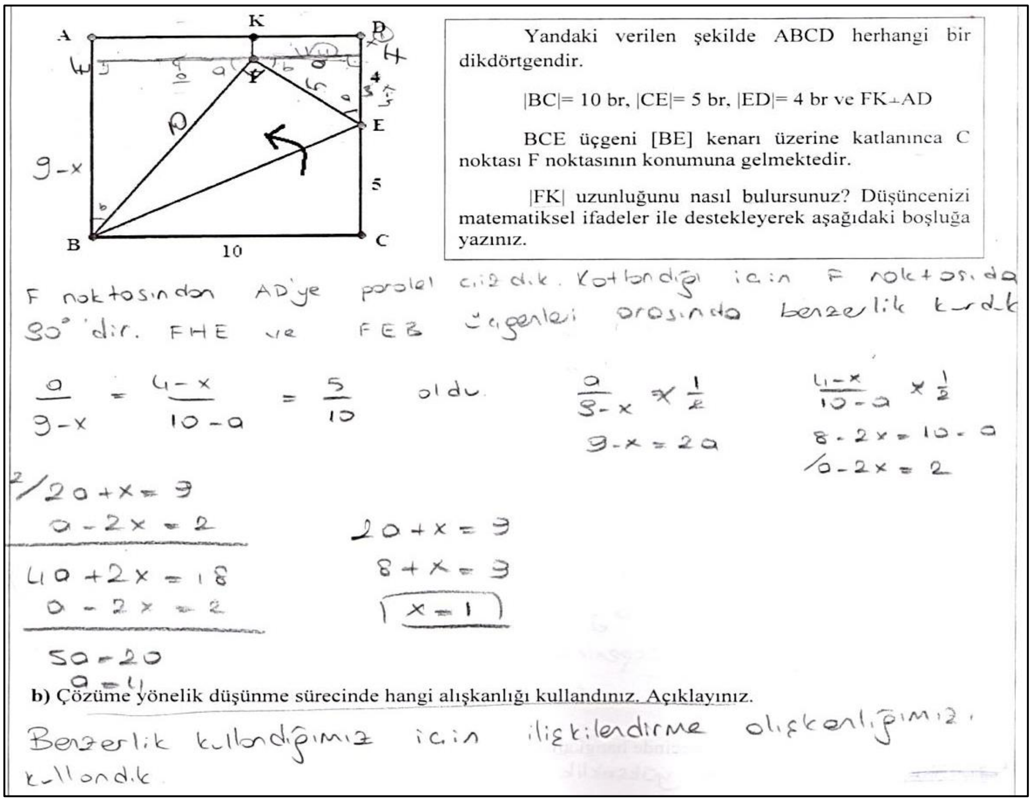
| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-1P, İ4-1P, KY6-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P, İ3-1P | 14 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P, İ4-1P, | KY1-2P, KY6-1P, İ4-1P, ÖG1-2P, ÖG2-2P | 10 |
| Ö16-Ö34 | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-2P, KY6-1P, İ4-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P | 12 |

Tablo 54'ten görüldüğü üzere adaylar birinci etkinlikte genel olarak keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarını ikinci etkinlikte ise bu alışkanlıkların yanında özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlıklarını kullandığı görülmektedir. Yedinci haftada verilen ödev problemlerine göre geometrik düşünme alışkanlığı puanlarından en yüksek alan kişiler Ö2-Ö23 kodlu öğretmen adaylarıdır.

### 4. 2. 8. Sekizinci Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Sekizinci uygulama haftasında öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerden ikisi de *"Dörtgenler"* konularını içermektedir. İlk etkinlikteki amaç öğretmen adaylarının verilen özel bir durumun doğruluğunu göstermesi daha sonra da bu özel durumdan yararlanarak genel bir yargıya varmasıdır. İkinci etkinlikte ise katlama problemi yer almaktadır. Bu problemde öğretmen adaylarından beklenen davranış verilen şekil üzerinde istenildiği gibi katlama yaptıktan sonra değişen ve değişmeyen özellikleri belirlemesi ve bu özelliklere göre doğru sonuca ulaşmasıdır. İlk etkinlikte öğretmen adaylarının göstermesi beklenen alışkanlıklar; "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan ÖG1, "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim* *yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1 şeklindedir. İkinci etkinlikte yer alan problemi çözerken öğretmen adaylarından göstermesi beklenen alışkanlıklar ise; "*verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan DA1, *"iki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile ilişkilendirerek, karşılaştırarak veya oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4 ve "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1 şeklindedir.

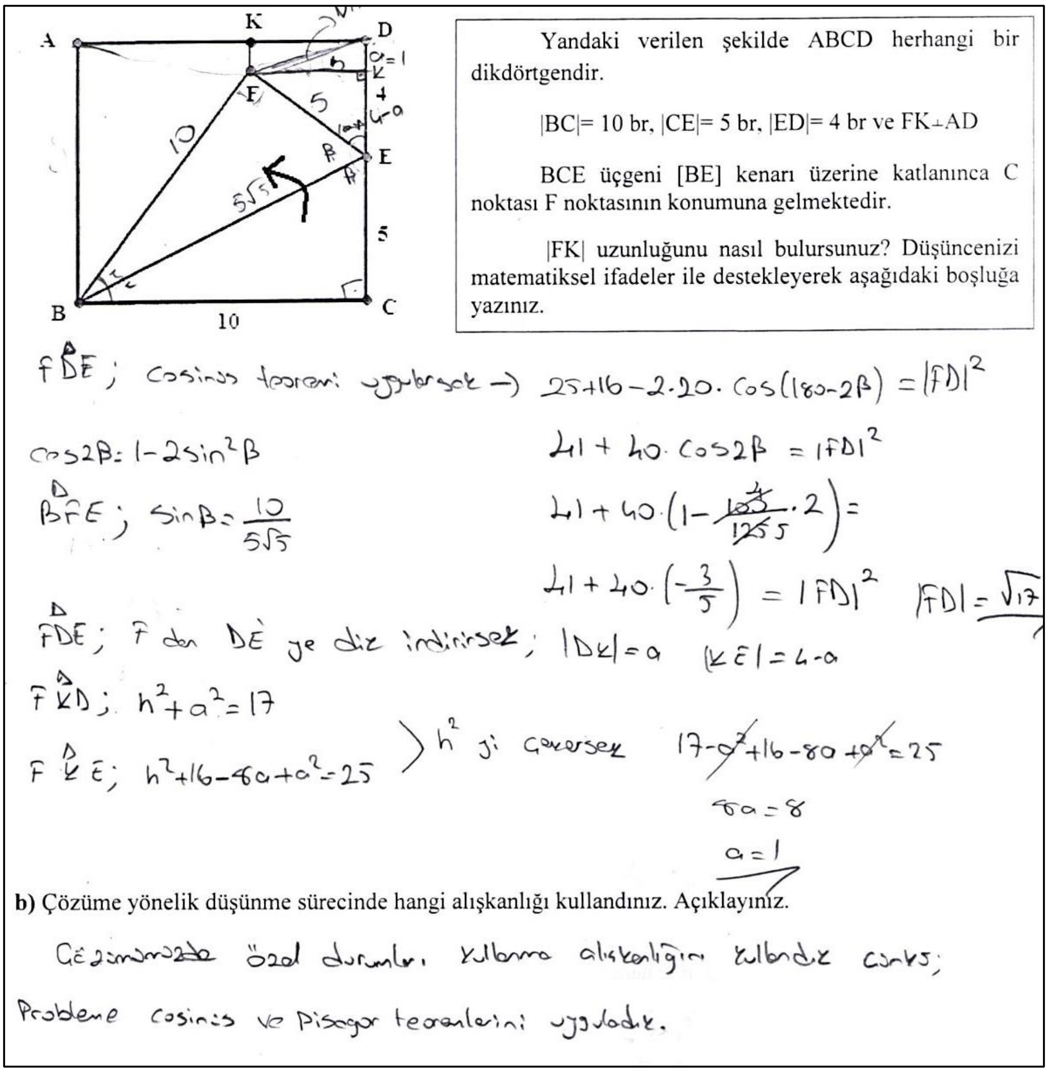
Sekizinci hafta uygulanan her iki etkinliğe de 14 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yer alan probleme toplam 11 grup doğru cevabı verirken 3 grup ise doğru sonuca ulaşamamıştır. İkinci etkinlikte yer alan probleme ise toplam 8 grup doğru cevaba ulaşırken 6 grup doğru çözümü yapamamıştır. İkinci etkinlikte yer alan probleme doğru cevabı veren gruplardan birisi de Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu gruptur. Şekil 127'de Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ikinci etkinliğe yönelik cevabı yer almaktadır.




Şekil 127. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ikinci etkinliğe yönelik cevabı

Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 127'de verilen cevabı incelendiğinde adayların katlama işlemini yaptıkları daha sonra da ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaştıkları görülmektedir. Bu aşamada adaylar üçgenler arası benzerlikten de yararlanmıştır. Dolayısıyla Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları yaptıkları çözüm ile keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergesi olan KY1'i, ilişkilendirme alışkanlığının göstergesi olan İ4'ü, değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergesi olan DA1'i kullanmıştır.

Genel olarak öğretmen adayları ikinci etkinlikte yer alan problemi Şekil 127'deki gibi çözmüştür. Ancak aralarından Ö13 ve Ö31 kodlu öğretmen adayları farklı bir yöntem ile çözmüştür. Şekil 128'de Ö13 ve Ö31 kodlu öğretmen adaylarının verdiği cevap yer almaktadır.




Yandaki verilen şekilde ABCD herhangi bir dikdörtgendir.

|BC|= 10 br, |CE|= 5 br, |ED|= 4 br ve FK⊥AD

BCE üçgeni [BE] kenarı üzerine katlanınca C noktası F noktasının konumuna gelmektedir.

|FK| uzunluğunu nasıl bulursunuz? Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

$F\hat{D}E$; Cosinüs teoremi uygularsak → $25+16-2\cdot 20\cdot\cos(180-2\beta)=|FD|^2$

$\cos 2\beta = 1-2\sin^2\beta$ $\quad 41+40\cdot\cos 2\beta = |FD|^2$

$\overset{\Delta}{BFE}$; $\sin\beta=\frac{10}{5\sqrt{5}}$ $\quad 41+40\cdot\left(1-\frac{\cancel{100}\,4}{\cancel{125}\,5}\cdot 2\right)=$

$41+40\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=|FD|^2$ $\quad |FD|=\sqrt{17}$

$\overset{\Delta}{FDE}$; F den DE ye dik indirirsek; $|DK|=a$ $\quad |KE|=4-a$

$F\overset{\Delta}{K}D$; $h^2+a^2=17$

$F\overset{\Delta}{K}E$; $h^2+16-8a+a^2=25$ ) $h^2$ yi çekersek $17-\cancel{a^2}+16-8a+\cancel{a^2}=25$

$8a=8$

$a=1$

**b)** Çözüme yönelik düşünme sürecinde hangi alışkanlığı kullandınız. Açıklayınız.

Çözümümüzde özel durumları kullanma alışkanlığını kullandık çünkü; Probleme cosinüs ve pisagor teoremlerini uyguladık.

Şekil 128. Ö13 ve Ö31 kodlu öğretmen adaylarının ikinci etkinliğe yönelik cevabı

Ö13 ve Ö31 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 128'de verdikleri cevap incelendiğinde diğer öğretmen adaylarının yaptığından farklı bir yöntemle sonuca ulaştıkları görülmektedir. Adaylar şekil üzerinde ek çizim yapıp trigonometriden yararlanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla yapılan bu çözümde Ö13 ve Ö31 kodlu adayları "*bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*" alışkanlığının göstergesi olan KY2'i, KY1'i ve İ4 göstergelerini kullanmıştır.

Sonuç olarak ilk etkinlikte ve ikinci etkinlikte öğretmen adaylarının çoğunluğu (ilk etkinlikte 14 gruptan 11'i, ikinci etkinlikte 14 gruptan 8'i problemi doğru çözmüştür) sekizinci haftada uygulanan etkinlikte yer alan problemleri doğru çözmüştür. Bu süreçte adaylar genel olarak "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4, "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1, "*Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan DA1'i, "*problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığının göstergesi olan KY3'ü kullanmıştır. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 55 verilmiştir.

Tablo 55. Sekizinci Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-2P, KY6-2P, İ1-2P | KY1-2P, İ4-1P, KY6-2P, DA1-2P | 13 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P, İ4-1P, | KY1-2P, KY6-2P, İ1-2P | 8 |
| Ö16-Ö34 | KY1-2P, KY6-2P, İ1-2P | KY1-1P | 7 |

Tablo 55'te öğretmen adaylarının sekizinci haftada kullandığı geometrik düşünme alışkanlığı incelendiğinde, adayların keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma alışkanlıklarını kullandıkları görülmektedir. Yine Tablo 55'ten Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının sekizinci haftada en yüksek puanla geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandıkları görülmektedir. Yalnız adaylar önceki haftalara nazaran sekizinci haftada daha az puan almıştır. Bunun sebebi etkinliklerde yer alan problemleri çözememiş olmasından ya da çok fazla alışkanlık kullanmadan çözmüş olmasından kaynaklanabilir. Adayların sekizinci haftada gördükleri alışkanlıkları karşılaştığı problemlerde kullanıp kullanamadıklarını anlamak için adaylara verilen ödevler kontrol edilmiştir. Tablo 56'da öğretmen adaylarının sekizinci hafta verilen ödevlerde kullandığı geometrik düşünme alışkanlıkları yer almaktadır.

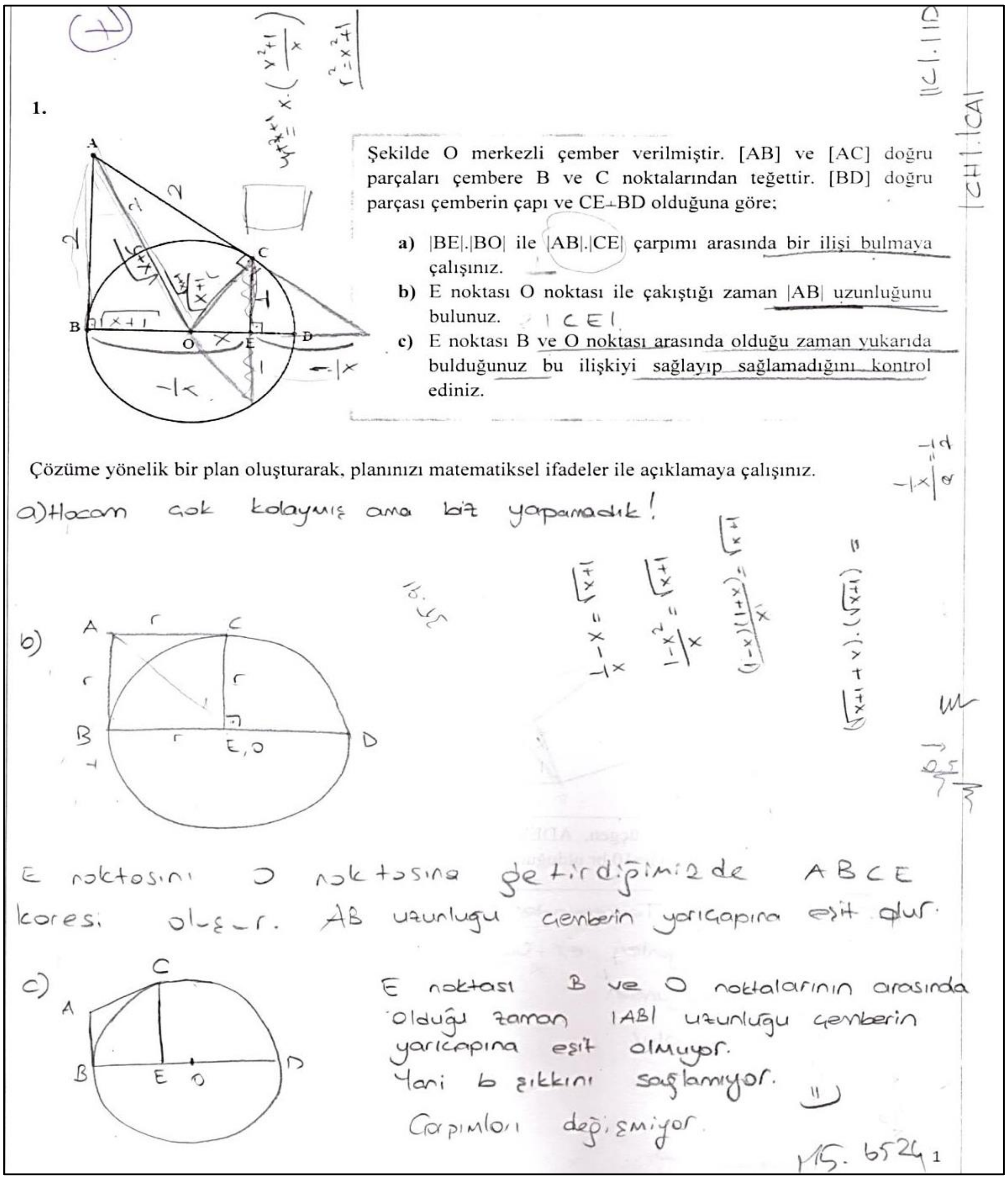
Tablo 56. Öğretmen Adaylarının Sekizinci Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Problem | 2. Problem | 3. Problem | 4. Problem | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | KY1-2P, KY6-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P, DA1-2P, KY6-2P | 25 |
| Ö4 | KY1-1P, ÖG1-1P | KY1-1P, İ4-2P, KY6-1P | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P, DA1-1P | 12 |
| Ö11 | KY1-2P, KY6-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-1P | KY1-1P, İ4-1P, DA1-1P | 18 |
| Ö16 | KY1-1P, ÖG1-1P, | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P, DA1-2P | 17 |
| Ö23 | KY1-2P, KY6-2P, ÖG1-2P, ÖG2-2P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | KY1-1P | KY1-1P, İ4-1P, DA1-1P, KY6-2P | 17 |
| Ö34 | KY1-1P, ÖG1-1P | KY1-1P | KY1-1P | KY1-2P, İ4-2P, DA1-2P, KY6-2P | 12 |

Tablo 56 incelendiğinde öğretmen adaylarının genelinin problem çözerken tespit edilen geometrik düşünme alışkanlıklarından aldığı puanların bir önceki haftaya göre daha fazla olduğu görülmektedir. Yine Ö2 kodlu öğretmen adayı en çok puan alan kişidir. Tablo 56'dan da anlaşıldığı gibi 3. Problemde adayları KY1 göstergesinden 1 puan almıştır. Bunun sebebi adaylar problem üzerinde ek çizim yapıp doğru sonuca ulaşamamasıdır.

### 4. 2. 9. Dokuzuncu Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Dokuzuncu uygulama haftasında öğretmen adaylarına 3 farklı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerden ilki "Çemberler" konusunu, ikincisi ve üçüncüsü ise "Dörtgenler" konusunu içermektedir. İlk etkinlikteki amaç öğretmen adaylarının verilen özel bir durumun doğruluğunu göstererek genel bir kural oluşturmasına yöneliktir. Yine bu problemlerde adaylardan beklenen diğer davranışta verilen sabit bir durumu hareketli olacak şekilde düşünmesi beklenmektedir. İkinci ve üçüncü etkinlikte ise adayların verilen geometrik şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşması beklenmektedir. Ayrıca üçüncü etkinlikte doğru sonuca ulaşırken adaylar üçgenler arası benzerlikten de yararlanmaktadır. Bu kapsamda İlk etkinlikte öğretmen adaylarının göstermesi beklenen alışkanlıklar; "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama*" alışkanlığının göstergesi olan ÖG1, "problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma" alışkanlığının göstergesi olan KY1 ve "Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme" alışkanlığının göstergesi olan DA2 şeklindedir. İkinci ve üçüncü etkinlikte yer alan problemleri çözerken öğretmen adaylarından göstermesi beklenen alışkanlıklar ise; *"İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığının göstergesi olan İ4 ve "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma"* alışkanlığının göstergesi olan KY1 şeklindedir.




Şekil 129. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının birinci etkinliğe yönelik cevabı

Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının Şekil 129'ta görüldüğü üzere birinci etkinliğe yönelik cevabı incelendiğinde, adayların şekil üzerinde ek çizim yaptıkları görülmektedir. Adaylar problemin a şıkkında yer alan soruyu yapamamıştır. Bu yüzde şekil üzerinde yaptığı ek çizimi bir sonuca bağlayamadığından dolayı KY1 göstergesini düşük düzeyde kullandığı söylenebilir. Adayların problemin b şıkkına verdiği cevap incelendiğinde, E noktasını O noktasının üzerine taşıyarak oluşan yeni şekli çizmiştir. Bu aşamada adaylar sabit nicelikleri hareketli olarak düşündüğünden DA2 göstergesini kullanmıştır. Ancak adaylar son şıkta yer alan genellemeye yönelik ifadeyi yapamadığından özel durumları genelleme alışkanlığını verilen cevapta gösterememişlerdir.

Sonuç olarak dokuzuncu haftada uygulamaya 14 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yer alan probleme toplam 3 grup doğru cevabı vermiştir. İkinci etkinlikte yer alan probleme 8 grup doğru cevabı verirken 3. Etkinlikte yer alan probleme ise 6 grup doğru cevabı vermiştir. Bu durum adayların genel olarak keşfetme ve yansıtma alışkanlıkları ile ilişkilendirme alışkanlıklarının göstergelerini sağlayabildikleri, değişmezleri araştırma ve özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarında aynı başarıyı gösteremedikleri anlamına gelmektedir. Adayların etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 57 verilmiştir.

Tablo 57. Dokuzuncu Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

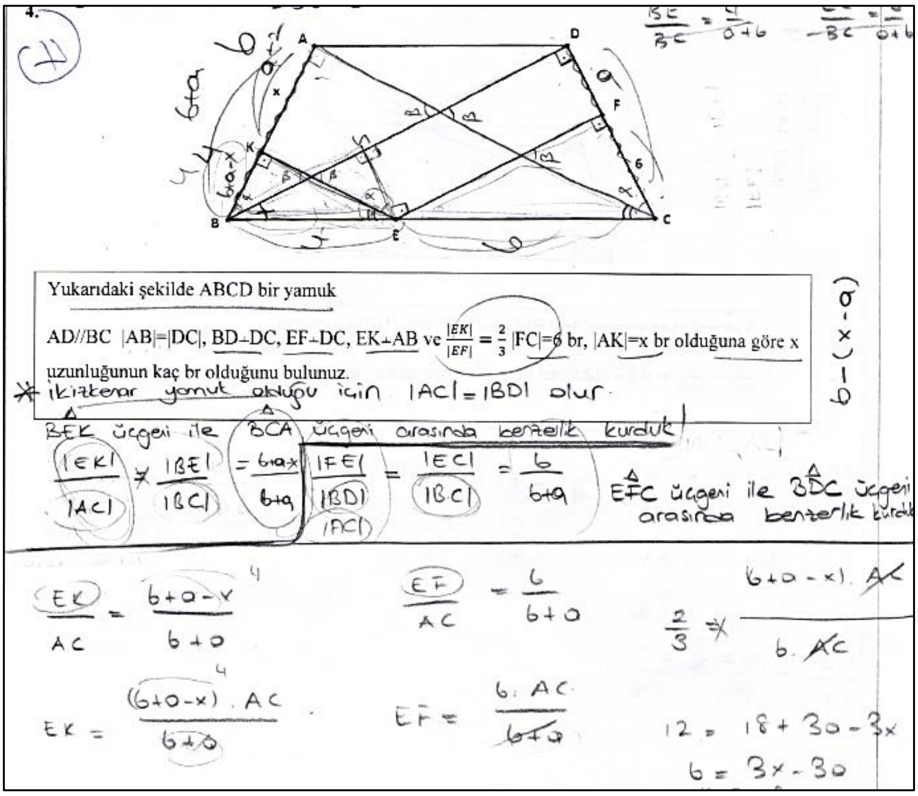
| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | 3. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-1P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 13 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 11 |
| Ö16-Ö34 | KY1-1P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 13 |

Tablo 57 incelendiğinde öğretmen adaylarının genel olarak "*verilen şekil üzerinde ek çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1'i bütün problemlerde kullandıkları görülmektedir. Yine adayların 3. etkinliğe doğru cevap verip en yüksek geometrik düşünme alışkanlıkları toplam puanına sahip oldukları görülmektedir.

### 4. 2. 10. Onuncu Uygulama Haftasına Yönelik Bulgular

Onuncu uygulama haftasında öğretmen adaylarına 2 farklı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerin ilki "Dörtgenler" konusunu içermektedir. İlk etkinlikte amaç adayların verilen bir şekil üzerinde ek çizim yapması ve benzerlik kurarak doğru sonuca ulaşmasına yöneliktir. Dolayısıyla ilk etkinlikte adayların beklenen alışkanlıklar, ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ4, keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında KY1'dir. İkinci etkinlik "Çemberler" konusunu oluşturmaktadır. İkinci etkinlikte de amaç adayların verilen sözel bir probleme uygun şekiller çizebilmesi, çizilen bu şekil üzerinde verilen şartlar değiştirilmeden dönüşüm yapabilmesini ve geometrik şekiller arasında ilişkileri kurabilmesi gibi davranışları içermektedir. Bu kapsamda ikinci etkinlikte yer alan problemin çözümünde adayların kullanması beklenen alışkanlıklar ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ1, keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında KY1 ile değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında DA1 ve DA2 göstergeleridir.

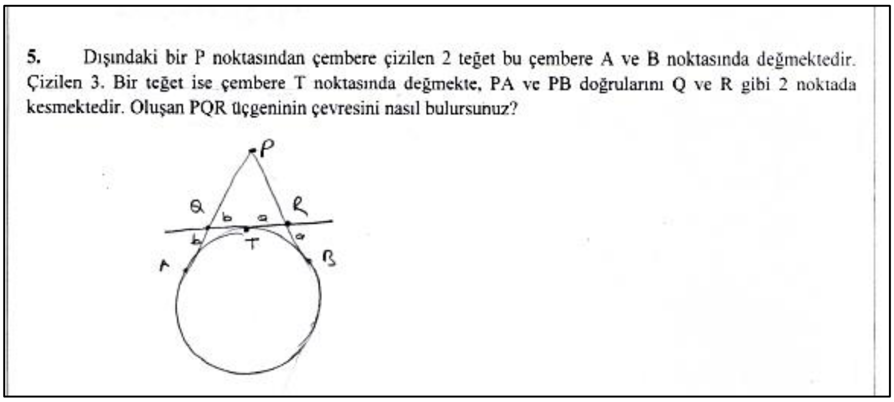
Aşağıda bazı öğretmen adaylarının ilk etkinlikteki probleme verdiği cevaplardan bazı kesitler verilmiştir.



Şekil 130. Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ilk probleme verdiği cevap

Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adaylarının ilk probleme verdiği cevap incelendiğinde, adayların çözüme yönelik ek çizim yaptığı görülmektedir. Adaylar yaptığı ek çizimle üçgenler arasında benzerlik kurmaya çalışmıştır. Üçgenlerin açılarından yararlanarak kurulan benzerlikleri, adaylar matematiksel dili etkili kullanarak açıklamaya çalışmıştır. Bütün bunlar düşünüldüğünde yapılan bu çözümde Ö2 ve Ö23 kodlu öğretmen adayları şekil üzerinde ek çizimler yaptığı için KY1, üçgenler arasında benzerlik kurarak kenar uzunluklarını birbirine oranlayabildiği için İ4, matematiksel dil ile etkili bir şekilde sonucu açıklayabildiği için KY6 göstergelerini kullanmışlardır.

Genel olarak ilk etkinlikte yer alan problemi adayların çoğu doğru sonuca ulaşmıştır. Ve çözümü yaparken de ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanmışlardır. İkinci etkinlikte yer alan problemde adaylar genel olarak çözüme ulaşmada zorluk yaşamıştır. Sözel bir probleme uygun geometrik şekli çizme ve şeklin farklı durumlarını da incelemeye yönelik hazırlanan problemde adaylar genel olarak şeklin farklı yapısını incelemede yetersiz kalmıştır. Örneğin Ö26 kodlu öğretmen adayının cevabı Şekil 131'da verilmiştir.




Şekil 131. Ö26 kodlu öğretmen adayının ikinci probleme yönelik cevabı

Ö26 kodlu öğretmen adayının Şekil 131'de verdiği cevap incelendiğinde adayın verilen sözel problemi geometrik şekle dönüştürebildiği görülmektedir. Yine çizimi üzerinde çembere teğet olan kolların özelliğini kullanarak |QA|=|QT| ile |TR|=|RB| eşitliklerini yazmıştır. Ancak bulduğu bu özellikleri problemin çözüm yolu ile ilişkilendirememiştir. Dolayısıyla çözüme yönelik bir açıklamada da bulunamamıştır. Ö26 kodlu öğretmen adayının problemin çözümüne uygun şekil çizebilmesi bakımından KY1 göstergesini, çizilen şekil üzerinde kenar uzunluklarının birbirine eş olduğunu bularak ilişkilendirme yapabilmesi bakımından da İ1 göstergesini kullandığı görülmektedir.

Sonuç olarak onuncu haftada uygulamaya 12 grup katılmıştır. İlk etkinlikte yer alan probleme toplam 8 grup doğru cevabı vermiştir. İkinci etkinlikte yer alan probleme ise 2 grup doğru cevabı verebilmiştir. Adaylar verilen problemlere yönelik çözümleri yaparken genel olarak ilişkilendirme ile keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını kullanmışlardır. Öğretmen adaylarının etkinliklerde yer alan problemlerin çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi anlamak için Tablo 58 verilmiştir.

Tablo 58. Onuncu Haftada Uygulama Süresince Öğretmen Adaylarının Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Etkinlik | 2. Etkinlik | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| Ö2-Ö23 | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P, DA1-1P | 9 |
| Ö4-Ö11 | KY1-1P | KY1-2P, KY6-2P | 5 |
| Ö16-Ö34 | KY1-2P, KY6-2P | KY1-2P, KY6-2P | 8 |

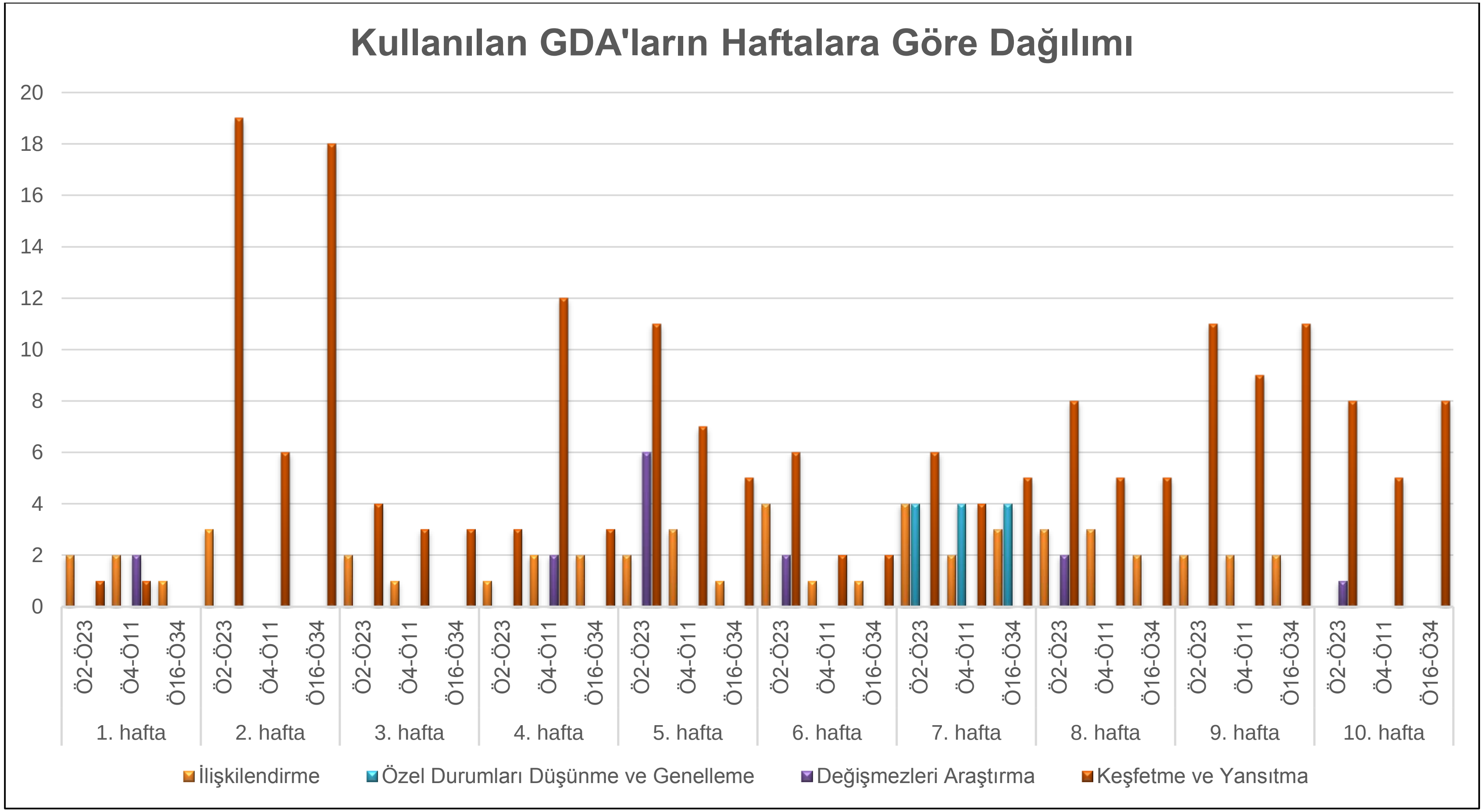
Tablo 58 incelendiğinde öğretmen adaylarının genel olarak "*verilen şekil üzerinde ek çizim yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY1'i bütün problemlerde kullandıkları görülmektedir. Bunun yanında Ö2-Ö23 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grupta değişmezleri araştırma alışkanlığının da kullanmışlardır. Ayrıca diğer adaylar problemlerin çözümünde, çözüme yönelik açıklamalarını yapabildiğinden KY6 alışkanlığını kullandığı görülmektedir. Tablo 59’da öğretmen adaylarının sekizinci hafta verilen ödevlerde kullandığı geometrik düşünme alışkanlıkları yer almaktadır.

Tablo 59. Öğretmen Adaylarının Onuncu Hafta Verilen Ödev Problemlerinde Kullandığı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

| | 1. Problem | 2. Problem | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| Ö2 | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 12 |
| Ö4 | KY1-1P, İ4-2P | KY1-1P, İ4-2P, KY6-1P | 7 |
| Ö11 | KY1-1P, İ4-1P | KY1-1P | 3 |
| Ö16 | KY1-1P, İ4-1P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 8 |
| Ö23 | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-1P, KY6-1P, İ4-1P | 9 |
| Ö34 | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | KY1-2P, KY6-2P, İ4-2P | 12 |

Tablo 59 incelendiğinde öğretmen adaylarının genelinin problem çözerken tespit edilen geometrik düşünme alışkanlıklarından aldığı puanların bir önceki haftaya benzer şekilde olduğu görülmektedir. Burada önemli olan adayların kullandığı alışkanlıklardan yüksek puan (2 puan) almasıdır. Çünkü bu durum adayların göstergeleri mantıksal çıkarımlar yaparak kullanabildiği yani alışkanlık haline getirebildiği anlamına gelmektedir. Tablo 59’da yalnızca Ö11 kodlu öğretmen adayının orta düzeyde (1 puan) göstergeleri kullandığı görülmektedir. Ö11 kodlu adayın ödev problemlerinde çözümlerini gerekçelendirmemesi, bir sonuca bağlayamaması ve geometrik şekiller arasındaki ilişkiyi tam olarak kuramaması bu durumun sebeplerindendir.

Sonuç olarak 10 hafta boyunca öğretmen adaylarının sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarındaki değişim Şekil 132’de verilmiştir.




Şekil 132. Öğretmen adaylarının uygulama sürecinde kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarının haftalara göre dağılımı

Şekil 132'de 10 haftalık uygulama sürecinde klinik mülakatların yürütüldüğü 2'li öğretmen adayları grubunun uygulama süreci boyunca kullandığı geometrik düşünme alışkanlıkları yer almaktadır. Şekil 132 incelendiğinde adayların her hafta keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullandığı görülmektedir. Yalnızca ilk hafta Ö16-Ö34 kodlu öğretmen adaylarının oluşturduğu grup tarafından kullanılmayan bu alışkanlık, aynı zamanda tablodaki en yüksek frekans değerine sahiptir. Diğer taraftan değişmezleri araştırma ile özel durumları düşünme ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı en az kullanılan alışkanlık olmuştur. Bununla birlikte ilişkilendirme alışkanlığına ilişkin bulgular, özellikle 3. Haftadan sonra gruplar arasında bu alışkanlığın kullanımının gözle görülür bir şekilde belirginleştiğini göstermektedir. Şekil 132'de gruplar göz önünde bulundurularak yorumlandığında, birkaç hafta haricinde alışkanlıkları en fazla kullanan grubun birinci grup olan Ö2-Ö23 kodlu adaylar olduğu görülmektedir. Diğer bir grup olan Ö4 – Ö11 kodlu grubun diğer gruplara kıyasla daha düşük seviyede bir performans sergilediği görülmüştür.

### 4. 3. Öğretmen Adaylarının Sahip Olduğu Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörlerin Değişimine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarına geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş öğrenme ortamına katılmadan önce, katıldıktan sonra ön test ve son test problemleri uygulanmıştır. Aynı zamanda adaylara öğrenme ortamına katılmadan önce ve öğrenme ortamına katıldıktan sonra geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik inanç ölçeği uygulanmıştır. Adayların geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik ön test ve son test ham puanları ile geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörlere yönelik inanç ham puanları bilinmektedir. Söz konusu ham puanlar WINSTEPS 3.72 modelleme programı ile lineer puanlara dönüştürülmüştür. Tablo 60'da öğretmen adaylarının lineerleştirilmiş geometrik düşünme alışkanlıkları ön test-son test puanları ile inanç ölçeği ön uygulama ve son uygulama puanları verilmiştir.

Tablo 60. Öğretmen Adaylarının Lineerleştirilmiş Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testi Puanları ile İnanç Puanları

| Kişi | Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Ön Test Kişi Puanları | Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Son Test Kişi Puanları | İnanç Ölçeği Ön Uygulama Kişi Puanları | İnanç Ölçeği Son Uygulama Kişi Puanları |
|---|---|---|---|---|
| 1 | -0,08 | 1,69 | -0,50 | 0,74 |
| 2 | -0,21 | 1,69 | 1,31 | 1,70 |
| 3 | -0,73 | 0,15 | 1,53 | 1,99 |
| 4 | 0,43 | -0,18 | 1,91 | -0,35 |
| 5 | -1,19 | -2,42 | 0,31 | -1,31 |

Tablo 60’ın devamı

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | -0,47 | 0,65 | 0,23 | 0,50 |
| | 0,30 | 0,15 | 0,85 | 0,79 |
| | -1,39 | 0,80 | 1,19 | -0,23 |
| | 0,04 | -0,62 | -0,14 | -0,14 |
| 0 | 0,30 | 0,65 | 0,04 | 0,96 |
| 1 | -0,08 | 0,26 | -0,05 | 0,32 |
| 2 | 1,92 | 2,62 | 0,79 | 1,31 |
| 3 | -0,08 | 0,51 | 0,13 | 0,53 |
| 4 | -0,21 | 0,65 | -0,14 | 0,63 |
| 5 | -0,08 | 0,15 | -0,23 | 0,85 |
| 6 | -0,73 | 0,80 | 0,04 | 0,74 |
| 7 | -2,39 | -3,28 | -0,05 | -0,05 |
| 8 | -0,21 | 0,51 | 0,89 | 2,15 |
| 9 | -1,93 | -0,86 | 0,04 | 0,85 |
| 0 | -0,08 | 0,26 | -0,32 | 0,85 |
| 2 | -0,73 | -0,07 | 0,22 | 1,07 |
| 3 | 0,30 | 0,80 | -0,14 | -0,23 |
| 4 | -0,88 | 1,17 | 0,89 | 1,44 |
| 5 | -0,47 | -0,40 | 0,22 | 0,63 |
| 6 | -0,34 | -0,07 | 0,04 | -0,14 |
| 7 | -0,47 | -0,86 | -0,14 | 0,63 |
| 8 | -0,60 | 0,04 | -0,23 | 0,85 |
| 9 | 0,17 | -0,40 | -1,17 | -1,18 |
| 0 | -1,03 | -0,74 | -0,05 | 1,19 |
| 1 | -1,19 | 0,15 | 0,22 | 0,13 |
| 3 | -0,73 | -0,18 | -0,14 | 0,23 |
| 4 | -0,47 | -0,40 | 0,79 | 0,53 |

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile inançları arasında bir ilişki olup olmadığını varsa nasıl bir ilişki olduğunun belirlenebilmesi için Tablo 60’da görülen lineer puanlar kullanılarak kısmi korelasyon analizi yapılmıştır. Analiz yapılırken öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları son test puanları ile inanç ölçeği son uygulama puanları arasındaki ilişki, geometrik düşünme alışkanlıkları ön test puanları ile inanç ölçeği ön uygulama puanları sabitlenerek incelenmiştir. Tablo 61de korelasyon analizinden elde edilen sonuçlar verilmiştir.

Tablo 61. Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testi ile Geometrik Düşünme Alışkanlığına Yönelik İnanç Puanlarının Kısmi Korelasyon Analizi

| Ölçekler | n | r | p |
|---|---|---|---|
| Geometrik Düşünme Alışkanlığı Ön Testi-Son Uygulama İnanç Ölçeği | 32 | 0,486 | 0,006 |

Tablo 61'de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının ön uygulama inançları ve geometrik düşünme alışkanlığı ön test puanları sabit tutulduğunda, geometrik düşünme alışkanlığı son test puanları ile inançlarının son uygulama puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir ($r = 0{,}486, p < 0{,}05$). Bu sonuç öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik inançları arttıkça, geometrik düşünme alışkanlıkları başarılarının da o ölçüde artacağı anlamına gelmektedir.

Çalışmada öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlığını etkileyen duyuşsal faktörler kapsamında özellikle pes etmeme, azim ve öz-disiplin, esnek düşünme ve öğrenmeye açık olmanın geliştiği gözlenmiştir. Adayların pes etmemeye yönelik inançlarının gelişiminde grup çalışmaları etkili olmuştur. Bir aday öğrenme ortamının başlangıç aşamalarında *"Hocam ben bunu yapamıyorum, çözümü çıkmıyor"* şeklinde yorumlar yaparken öğrenme ortamına katılımı sonucunda grup arkadaşıyla birlikte yapamadığı yerlerde birbirine destek olmuştur. Bu durum sonucunda da pes etmemeye ve esnek düşünmeye yönelik inançlarında olumlu etki oluşturmuştur. Benzer şekilde kilinik mülakatlarda araştırmacının yapamadığı sorularda araştırmacının onu desteklemesi, öğrenme ortamında tahtaya kalmak istemediği durumlarda araştırmacının "*Birlikte yapalım, zorlandığın yerlere hep birlikte tartışacağız"* şeklinde desteklemesi pes etmemeye yönelik inançların olumlu gelişmesinde etkili olmuştur. Yine araştırmacının uygulama süresince yaptıkları çözümü matematiksel ifadelerle düzgün bir şekilde açıklamanın önemli olduğuna dair yönergeleri azim ve öz-disiplinin gelişmesinde etkili olmuştur.

## 5. TARTIŞMA

Çalışmanın bu kısmında geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarına etkisi çalışmada yürütülen süreçler kapsamında tartışılmıştır. Bu kapsamda tartışma 3 boyutta şekillenmiştir. Birinci boyut tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının değişimi üzerindeki etkisi, ikinci boyut ise öğretmen adaylarının sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörlerin değişimidir. Üçüncü boyutta öğrenme ortamının değerlendirilmesi, öğrenme ortamının temel bileşenlerinden olan dinamik geometri yazılımlarının, yönergelerin ve ödevlerin rolü boyutları doğrultusunda tartışılmıştır.

### 5. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Değişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Tartışma

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarındaki değişim, ilişkilendirme alışkanlığı, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı, değişmezleri araştırma alışkanlığı ile keşfetme ve yansıtma alışkanlığı başlıkları altında verilmiştir.

#### 5. 1. 1. İlişkilendirme Alışkanlığındaki Değişime İlişkin Tartışma

Öğretmen adaylarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmak amacıyla adaylara 10 açık uçlu problemlerden oluşan bir ön test uygulanmıştır. Öğrenme ortamından, ön test ve son test verilerinden elde edilen sonuçlar "*Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme*" alışkanlığını yansıtan İ1, "*Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığını yansıtan İ2, "*Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma*" alışkanlığını yansıtan İ3 ve "*İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma*" alışkanlığını yansıtan İ4 göstergeleri bağlamında tartışılmıştır.

Genel olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonucunda ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarının 54 puan alarak İ1 ve 86 puan alarak İ4 göstergelerinde gelişme olduğu söylenebilir. İ1 göstergesindeki bu gelişim daha ayrıntılı inceleyecek olursak; adaylar uygulama öncesinde toplam 7 puan almıştır. Ayrıca İ1 göstergesini daha çok geometrik şekiller arasında bir ilişki bularak kullanmış ancak bu ilişkinin sebebini açıklayamamıştır. Öğrenme ortamına katıldıktan sonra ise adaylar toplamda 54 puan alarak bu alışkanlığı geometrik şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, çevre ve uzunlukları arasında karşılaştırmalar yapabilecek düzeyde kullanabilmiştir. Sınıf içerisinde yapılan gözlemler sonucunda öğretmen adaylarının buldukları ilişkinin sebebini açıklayabilmesinde yönergeler, verilen problemi görselleştirerek sonuca yönelik tahminlerinde ise DGY önemli rol oynadığı fark edilmiştir. Örneğin ilk hafta yer alan etkinlikte adaylar üçgenlerin alanları arasında bir ilişki kurmaya çalışırken GeoGebra yardımıyla önce şekilleri oluşturarak benzerlik oranlarının birbirine eşit olduğunu görmüştür. Daha sonra adaylar bu eşitlikten yararlanarak verilen üçgenlerin eşlik/benzerliği hakkında yorum yapmıştır. Sonucu bilen adaylara neden üçgenlerin eş olduğunu açıklanması istenerek yönergeler verilmiştir. Bu şekilde adayların bulduğu ilişkiyi açıklamasında yönergeler rol oynarken, problemde yer alan yapıyı görselleştirmesinde ve doğru sonucu görmesinde DGY rol oynamıştır. Dolayısıyla bu çalışmada ilişkilendirme alışkanlığının İ1 göstergesini geliştirmede DGY'nin önemine yönelik sonuç Friel ve Markworth (2009) tarafından da desteklenmektedir. Friel ve Markworth (2009) ilişki arama stratejisini geliştirirken problemlerin görselleştirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca görselleştirmenin verilen şekillerin farklı durumlarının da göz önüne almada önemli olduğunu ifade etmiştir. Bunun yanında bu çalışmada adaylar uygulama süreci başlangıcında bulduğu ilişkinin sebeplerini aramaktan, bu sebepleri açıklamaktan kaçınırken uygulama sonlarına doğru artık bu ilişkinin sebeplerini açıklayabilmiştir. O halde öğrenme ortamında yapılan etkinliklerin DGY ile etkileşimli olarak problemin görsel yönünün ön plana çıkarılması adayların ilişkiyi fark edebilmesinde etkili olmuştur. Çalışma yapraklarında adım adım yönergelerin yer alması ve öğrenme ortamında araştırmacı tarafından adaylara verilen yönergeler ise adayların bulduğu bu ilişkinin yapısını analiz etmesinde, ilişkinin sebeplerini açıklamasında etkili olduğu söylenebilir. Yine İ1 göstergesindeki gelişimi sağlamakta etkili olan diğer bir faktör de öğrenme ortamında araştırmacının adaylarda İ1 göstergesini kazandırmak için geliştirdiği etkinlikleri uygularken adaylara sınıf içerisinde "*iki üçgen arasında nasıl bir ilişki vardır, hadi AE uzunluğu ile EF uzunlukları arasında bir ilişki bulmaya çalışalım*" şeklinde yaptığı yönlendirmelerin olduğu söylenebilir. Çünkü farklı araştırmacıların da ifade ettiği gibi öğrencilerde matematik ve geometri problemlerini çözerken istendik düzeyde alışkanlık kazandırmanın yollarından biri de onlara yönergeler ile kazandırılmak istenen alışkanlığı öğrencilere sezdirmektir (Costa ve Kallick, 2000; Driscoll ve diğerleri, 2008; Hu, 2005).

Öğretmen adaylarına ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında öğrenme ortamı sonucunda kazandırılan bir diğer gösterge de İ4'tür. Adaylar İ4 göstergesinden ön testte 20 puan alırken son testte toplam 86 puan almıştır. Dolayısıyla adayların son testte aldığı puanlar ön testten aldığı puanlara göre daha yüksektir. Bu durum adayların öğrenme ortamına katıldıktan sonra İ4 göstergesini daha iyi düzeyde kullandıklarını göstermektedir. Yine İ4 alışkanlığında ön testteki problemlerde yüksek düzeyde (2 puan) toplam 8 puan alırken son testte yüksek düzeyde (2 puan) toplam 74 puan aldığı görülmektedir. Bu durum da adayların İ4 alışkanlığını öğrenme ortamından önce geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurabildiğini ancak benzerlik oranlarını yanlış yazmasından dolayı doğru sonuca ulaşamadığını göstermektedir. Öğrenme ortamına katıldıktan sonra ise adayların büyük çoğunluğu geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurabilmiş ve doğru sonuca ulaşmada başarılı olabilmiştir. Öğretmen adaylarının bu başarıyı sağlamasında öğrenme ortamında gerçekleşen uygulamaların etkisinin olduğu düşünülmektedir. Örneğin Ö9 kodlu öğretmen adayı ön testte yer alan 1. problemi cevaplarken dikdörtgenin içerisine çizdiği üçgenler arasında benzerlik kurabilmiş ancak benzerlik oranlarını yanlış yazarak doğru cevaba ulaşamamıştır. Bu durum araştırmacının da derslerinde rastladığı kadarıyla adayın daha önceden benzerlik konusunu öğrenirken üçgenlerin isimlerine dikkat etmeden benzerlik oranlarını yazmasından kaynaklanabilir. Benzer şekilde adaylar uygulama derslerinin başlangıcında üçgenler arasında benzerlik kurarken verilen problemlerde ABC ile KLM eşleştirmesi yapmak yerine ABC üçgeni ile MLK üçgeni eşleştirmesi yapmıştır. Bu durumda da adaylar oluşan benzer üçgenlerin oranlarını yanlış yazarak farklı sonuçlara ulaşmaktadır. Uygulama ortamında adayların verilen üçgenlerde benzerlik oranlarını yanlış yazmaları durumunda araştırmacının yönergeleri ve GeoGebra'nın etkili olduğu düşünülmektedir. Çünkü araştırmacı öğrenme ortamında öğretmen adaylarının benzerlik/eşlik bulduğu halde yanlış sonuca ulaşmalarını engellemek için uygulama derslerinde adaylara verilen üçgenler arasında benzerlik kurarken isimlerin doğru yazılması gerektiğini aksi takdirde oranlar farklı olacağından doğru sonuca ulaşılamayacağını vurgulamıştır. Yine uygulama ortamında adaylar ilk hafta ve 4. hafta yer alan etkinlikte olduğu gibi GeoGebra'da çizdikleri şekillerde verilen kenar uzunlukları oranının eşit olma özelliğini kullanarak benzerlik oranlarını doğru yazmaya yönelmiştir. Benzer sonuç Seago ve diğerleri (2014) yaptığı çalışmasında benzerlik konusunu öğretmenlerin ve öğrencilerin en iyi kavraması için dönüşümlerden eğitim-öğretim ortamlarından yararlanmanın yardımcı olacağına ulaşmasında rastlanmaktadır. Aslında bu durum bu çalışmanın İ4 göstergesini kazandırmada DGY'den biri olan GeoGebra'nın sınıf ortamlarında kullanılmasının yararını destekler niteliktedir. Bu çalışmada da öğrenme ortamında verilen problemlerde adayların GeoGebra yardımıyla üçgenlerdeki benzerlik oranının eşit olmasını fark ettirmiştir. Bu şekilde araştırmacı, öğretmen adaylarının İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanmalarını amaçlamıştır. Çalışma sonucunda adayların öğrenme ortamına katıldıktan sonra İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanarak alışkanlık haline getirebildiği sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin Ö4 kodlu öğretmen adayının klinik mülakatlarda "*Burada paralelkenarın paralel olma özelliğinden yararlanarak açıları yerleştirdim. Yerleştirdiğim bu açılardan da yola çıkarak* $\overset{\Delta}{GBE}$ *ile* $\overset{\Delta}{GDA}$ *benzerdir. O zaman* $\frac{|AG|}{|GE|} = \frac{|BG|}{|GD|}$ *oranına eşit olacaktır*" şeklindeki cevabı adayın öğrenme ortamı sonucunda İ4 göstergesini iyi düzeyde kullanabildiğini göstermektedir.

Çalışmada göze çarpan bir diğer konu da genel olarak öğretmen adaylarının ön test problemlerinde İ4 göstergesini mantıksal çıkarımlarda bulunarak kullanamamasıdır. Yani adayların bazıları benzerlik ve eşlik kavramlarını tam anlayamadığından kenar uzunluğu ya da açılarından yalnız biri birbirine eş olan üçgenlere eş ya da benzer üçgenler diyebilmektedir. Örneğin Ö4 kodlu öğretmen adayı mülakatta verilen iki üçgenin bir açısının ölçüsü ve bir kenar uzunluğu eşit olduğundan üçgenlerin benzer olduğunu vurgulamıştır. Bunun sebebi sorulduğunda ise adayın "hislerime dayanarak" şeklinde cevap vermesi adayın İ4 göstergesine iyi düzeyde sahip olamadığını göstermektedir. Araştırmacı öğrenme ortamı süreci boyunca adaylara eşlik ve benzerlik konusunu mantıksal çıkarımlar çerçevesinde öğrenebilmesi ve İ4 göstergesini iyi düzeyde kazanabilmesi için uygulamalarda bazı yönergelerin altını çizmiştir. Bunlar "*iki tane paralel doğru gördüğümüzde açıların ölçülerinin eşliğine, üçgenlerin üç açısının ölçüsü eş olduğunda ya da kenar uzunluklarının oranı birbirine eşit olduğunda üçgenlerin eşlik ve benzerliğine bakarız*" şeklindedir. Ayrıca öğrenme ortamında öğrencilerin geometrik şekiller arasında kurduğu benzerliğin mantığını anlaması için GeoGebra'da önce verilen şekli çizdirilmiş daha sonra üçgenlerin özelliklerinin dinamik ortamlarda adım adım yönergelerle kontrol ettirilmesini sağlanmıştır. Bu şekilde araştırmacı adaylarda mantıksal çerçevede benzerlik/eşlik özelliklerine ulaşmasını sağlamıştır. Bu durum Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan (2013) tarafından yapılan ve geometrideki benzerlik yaklaşımı aracılığıyla öğretmenlerin dönüşüm bilgisini geliştirme isimli çalışmasında da rastlanmaktadır. Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan (2013) betimsel taramaya dayalı çalışmasında geometrik nesneleri karşılaştırmaya, şekillerin kenarları arasındaki oranların ortaya çıkarılmasına yönelik sorular olabilmesi için aslında öğretim programlarında benzerlik ve dönüşümlere yönelik problemlerin yer almasının gerektiğini savunmuştur. Dönüşümler aracılığıyla yapılan öğretim öğrencilerin ilişkilendirme ve orantısal akıl yürütme becerilerini kullanmasına yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan (2013) tarafından ifade edilen bu durum, bu çalışmanın İ4 göstergesinin alışkanlık halinde kazandırılmasında DGY ile yönergelerin rolünün önemini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla çalışmada yer alan yönergeler, DGY gibi faktörler adayların benzerlik ve eşlik konularını anlamasına yardımcı olarak İ4'ü alışkanlık halinde problemlerin çözümünde kullanmasına yardımcı olduğu düşünülmüştür.

Öğretmen adaylarının ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ3 göstergesine bakıldığında ön test verilerinde son test verilerine göre daha yüksek puan aldığı görülmektedir. Adaylar İ3 göstergesini kullanıldığı yerlerde de geometrik şekiller üzerinde doğru dönüşümler yapabildiği ancak yapılan bu dönüşümün sebebini tam olarak açıklayamadığı gözlemlenmiştir. Bunun durum aslında İ3 göstergesinin adayların uzamsal becerileri ile ilgili olmasından kaynaklanabilir. Yani "Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma" alışkanlığının göstergesi olan İ3'ün adaylara kazandırılmak istenmiştir. Ancak geometrik şekiller üzerinde geometrik dönüşümler yapılabilmesi ve dönüşümün sonucunda oluşan yeni şeklin çizilebilmesi daha çok uzamsal becerilerle ilgilidir. Aslında on haftalık bir süreç içerisinde de adayların uzamsal becerilerini geliştirebilmek zor olduğundan bazı adayların İ3 göstergesini kullanmakta zorlandığı görülmektedir. Genel olarak öğretmen adayları süreç içerisinde verilen etkinliklerde ve ödev problemlerinde (6. ve 7. hafta yer alan ödev problemlerinde) İ3 göstergesini yer yer kullanabilmiştir. Öğrenme ortamında da gerekli dönüşümleri GeoGebra aracılığıyla yapabilmiş ancak yapılan dönüşümleri ilişkilendirme aşamasında yetersiz kalmışlardır. Bu aşamada sınıf ortamının kalabalık olması etkili olabilir. Çünkü araştırmacı her ne kadar tüm adaylarla ilgilenmeye çalışsa da bazı adaylar yaptığı dönüşümler ve çözümler hakkında yorum yapmamaktadır. Bu durumda da aslında çözüm doğru ya da yanlış olsa da araştırmacı o adayları doğru yönlendirmede eksik kalabilmektedir. Bu durumun üstesinden gelebilmek için araştırmacı her ne kadar bütün adaylara yaptığı çözüm yolu hakkında söz vermek istese de bazılarının sürece katılmaması ya da DGY'yi tam olarak kullanmak istememesi İ3 göstergesinin alışkanlık halinde kullanılmasını engelleyebilmektedir. Benzer şekilde adayların hem ön test verileri hem de son test verilerine yönelik cevaplarında İ2 göstergesine rastlanmamıştır. "*Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığının göstergesi İ2 Van Hiele geometrisinin 3. Düzeyine tekabül eden mantıksal çıkarım öncesi düzey ile ilişkilidir. Yani bu evre daha çok öğrenciler verilen geometrik şekiller ve bunlar arasındaki ilişkileri ortaya koyar (Baki, 2008; Fuys, 1985). Bu çalışmada adayların İ2 göstergesi ilişkilendirmenin temel düzeyde bir alışkanlığı olduğundan uygulama sürecinde çok fazla yer verilmemiştir. Bu bağlamda adayların testlerde bu göstergeyi kullanabileceği düşünülmüştür. Ancak adaylar süreç içerisinde İ2 göstergesini yer yer kullanmasına rağmen ön test ve son test verilerinde bu göstergelere rastlanmamıştır. Dolayısıyla bu durum adayların İ2 göstergesini alışkanlık boyutunda kazanamadıkları ya da testte yer alan problemlerin bu alışkanlığı kullanmaya uygun olmamasından kaynaklanabilir.

Sonuç olarak öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlıklarının geliştirilmesi, karşılaşılan problemlerin çözümünde oldukça önemlidir. Çünkü öğrenciler karşılaştığı geometrik şekiller arasında ne kadar iyi derecede ilişki kurabilirse, problemlerin çözümünde önceden öğrendiği geometrik yapıları yeni öğrendikleri ile ne kadar iyi ilişkilendirebilirse karşılaştığı problemlere o kadar iyi çözümler üretebilecektir (Bonn, 2015; Coşkun, 2013; Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2007; Friel ve Markworth, 2009; Howe, Rabinowitz ve Powell, 1998; Leikin, 2007; Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan, 2013). Bu yüzden Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) düşünme alışkanlıklarına dayalı geliştirdiği öğretim programında öğrencilerde en temel bulunması gereken matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarından birinin de ilişkilendirme alışkanlığı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Leikin'in (2007) öğrencilerin matematiksel düşünmelerini belirlemeye yönelik yürüttüğü çalışmasında ileri seviyede matematiksel düşünmenin ilişkilendirme becerileri ile iç içe olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacıların yaptığı bu çalışmalar ilişkilendirme alışkanlığının matematiksel düşünmedeki önemini ortaya koymaktadır. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamında adayların ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ1 ve İ4 göstergelerinin geliştiği tespit edilmiştir. Benzer şekilde Hu (2005) öğrencilerin matematiksel düşünme alışkanlıklarının belirlenmesi amacıyla yürüttüğü çalışmasında öğrencilere iyi düzeyde kazandırılabilen alışkanlıkların ilişkilendirme ve görselleştirme olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada da ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarının İ1 ve İ4 göstergelerinin geliştirilmesine rağmen adayların İ2 ve İ3 göstergelerinde gözle görülür bir gelişime rastlanamamıştır. Bu durum adayların uygulama ortamında bu alışkanlıkları ölçen problemleri boş bırakmasından ya da bu göstergeleri kullanmaya gerek kalmadan problemleri çözmüş olmasından kaynaklanabilir. Yine araştırmacı, adayların ilişkilendirme alışkanlığının gelişmesi için sınıf ortamında Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından da önerildiği gibi hem DGY'den şekiller arasındaki örüntüleri oluşturma bağlamında yararlanmış hem de ilişkilendirme yapmaya yönelik yönergeleri kullanmıştır.

### 5. 1. 2. Özel Durumları Düşünme ve Genelleme Alışkanlığındaki Değişime İlişkin Tartışma

Öğretmen adaylarının öğrenme ortamında yapılan uygulamalar ile ön test ve son testlerden elde edilen sonuçlar "*Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama"* alışkanlığını yansıtan ÖG1, “*Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama*” alışkanlığını yansıtan ÖG2, “*Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme*” alışkanlığını yansıtan ÖG3 göstergeleri bağlamında tartışılmıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamı sonucunda genel olarak özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarının ÖG1 ve ÖG3 göstergelerinde gelişme gözlenmiştir. Öğretmen adaylarına uygulanan son testte özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında toplam 40 puan alarak ÖG1 göstergesi, 26 puan alarak da ÖG3 göstergesinde artış olmuştur. Bu durum adayların öğrenme ortamı sonucunda söz konusu göstergeleri daha iyi kullanabildiği anlamına gelmektedir. Adayların ön testte ve son testte yer alan problemlere verdiği cevaplarda ÖG2 göstergesine rastlanmamıştır. Ancak süreç içerisinde adayların etkinliklerde yer alan problemlere verdiği cevaplar incelendiğinde yer yer ÖG2 göstergesini de kullandığı gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında kullandığı her bir göstergenin alışkanlık haline getirip getiremediklerini anlamak için göstergeler daha ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır.

Adayların ÖG1 göstergesini kullanmaya yönelik gelişimi daha ayrıntılı bir şekilde incelenecek olursa; adaylar öğrenme ortamından önce daha çok problemin çözümünde özel bir durumun doğruluğunu göstermekte yetersiz kalmıştır. Örneğin bazı adaylar 7. haftada yer alan 15. etkinlikte adaylar eşkenar üçgende verilen bir durumu göstermeye çalışmış ancak matematiksel gerekçelerle açıklayamamıştır. Bazı adaylar da verilen durumun doğruluğunu eşkenar üçgen için gösterebilmesine rağmen kare ve düzgün beşgende aynı durumu göstermede yetersiz kalmıştır. Araştırmacı adayların özel bir durumun verilen şartları değiştirilmeden farklı çokgenlerde gösterememesinin sebebini verilen problemi görselleştirmede sıkıntı yaşamasından kaynaklandığını fark etmiştir. Bu durumun üstesinden gelebilmek için de öğrenme ortamında GeoGebra yardımıyla verilen problemin farklı durumlarının da görselleştirilebilmesini sağlamaya çalışmıştır. Benzer şekilde adaylarla yapılan klinik mülakatlarda, adayların GeoGebra’yı kullanarak verilen problemleri görselleştirebildiği ve bundan yararlanarak da özel bir durumun doğruluğunu gösterebildiği gözlemlenmiştir. Samson (2014) görselleştirme ve genellemeye yönelik çalışmasında öğrencilerin aslında özel bir durumun doğruluğunu göstermeye çalışırken görselleştirmenin öneminden bahsetmiştir. Samson (2014) tarafından ulaşılan bu sonuç bu çalışmanın ÖG1 göstergesi bağlamından elde edilen sonucu destekler niteliktedir. Araştırmacı çalışmada adayların ÖG1 göstergesini alışkanlık halinde kullanabilmesini sağlayabilmek için ek olarak uygulama dersleri boyunca verilen bir problemin özel durumunu incelerken bu durumun doğru olduğunu kabul etmenin yeterli olmayacağını, bunun yanında seçilen özel durumun neden doğru olduğunu göstermenin ve daha sonra da verilen problemde bu durumun nasıl kullanılacağını matematiksel ifadelerle açıklamanın gerekliliğini ifade etmiştir. Öğrenme ortamı sonucunda araştırmacının uygulama derslerinde bu şekilde problemleri çözdürmesi etkili olmuş ve son testte yer alan problemlerde adaylar ÖG1 göstergesini daha yüksek puan alarak kullanmıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamında yine adayların uygulama öncesinde daha çok ÖG1 göstergesine istinaden problemin özel bir durumunu gösterebilmişler ancak bu durumu genele uyarlayamadıkları gözlenmiştir. Bazı adaylar ise verilen bir problemin sadece özel durumunu dikkate alarak aşırı genellemeye ulaşmıştır. Örneğin Ö25 kodlu öğretmen adayı ön testte yer alan 5. problemi cevaplarken düzgün beşgen için doğru olan bir ifadeyi diğer düzgün çokgenleri göz önünde bulundurmadan bir genelleme yapmıştır. Bu durum adayın sadece özel bir durum üzerinden aşırı genelleme yapmasından kaynaklanmaktadır. Öğretmen adaylarının öğrenme ortamına katılmadan önce yaşadığı bu durum Köse ve Tanışlı (2014) tarafından sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıklarına yönelik çalışmasında geometrik fikirleri genelleme bağlamında adayların, özel durumlara yönelik çıkarımda bulundukları ancak bunu aşırı genellemeye vardıkları sonucuna ulaştığı sonuç ile benzerlik göstermektedir. Bu durum da öğretmen adaylarının öğrenme ortamına katılmadan önce ÖG1 alışkanlığını kullanma düzeyi ile benzer doğrultudadır. Yine öğretmen adaylarının yarısından fazlasının uygulama sonrasında ÖG1 göstergesini problemlerde yer alan özel bir durumu açıklayıp bundan hareketle genele uyarlayabilme şeklinde kullanması öğrenme ortamında yapılan etkinlikler ve uygulamalarının bu adayların ÖG1 göstergesinin gelişiminde etkili olduğu söylenebilir. Öğrenme ortamında ÖG1 göstergesinin gelişmesi ve adaylar tarafından alışkanlık halinde kullanılması için GeoGebra’nın sınıf ortamında adaylarla birlikte kullanılmasının etkili olduğu söylenebilir. GeoGebra bu kapsamda çalışma yapraklarında yer alan yönergeler doğrultusunda özel durumlara ait geometrik şekil oluşturma, genel bir yargıya ulaşmak için verileri organize edebilme amacıyla kullanmıştır. Örneğin ilk hafta ve yedinci haftada yer alan etkinliklerde verilen problemin eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare, düzgün çokgen …vb geometrik şekiller üzerinde nasıl sağlanacağını gözlemlemek amaçlı görselleştirmede yararlanmıştır. Ayrıca genel bir yargıya ulaşmada tümevarım yöntemini kullanırken yine yazılımın cebirsel özelliği öğrenme ortamında kullanılmıştır. İlgili literatürde araştırmacılar bu çalışmayı destekler nitelikte öğrencilerin verilen problemlerde genele ulaşmada görselleştirmeden yararlanmanın önemine vurgu yapmıştır (Samson, 2014; Yakut-Çayir, 2013). Samson (2014) öğrencilerin matematik problemlerinde görselleştirme ve genellemeye yönelik çalışmasında öğrencilerin daha iyi genellemeler yapabilmesi için onlara 3 aşamanın sezdirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bunlardan birincisi öğrencilere sorulan problemlerin görselleştirilmesi, ikincisi problemde yer alan verilerin organize edilerek düzenlenmesi üçüncüsü ise görselliğin organize edilen verilerle ilişkisinin ortaya koyulması şeklindedir. Samson (2014) tarafından ulaşılan bu sonuç, bu çalışmada adaylara ÖG1 alışkanlığını adaylara kazandırırken GeoGebra'yı kullandırma sebepleri ile paralellik göstermektedir. Benzer şekilde Yakut-Çayir (2013) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının ve kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesine yönelik çalışmasında öğrencilerin farklı temsil biçimlerinden (grafik, Tablo, sembol) yararlanamadıklarını ve bu temsil biçimlerini etkin bir şekilde kullanamadıkları sonucuna ulaşmıştır. Yine Yakut-Çayir (2013) çalışmasında öğrenciler şekil örüntüleri içeren problemlere fonksiyon Tablosu ve grafik kullanarak çözmelerinin istendiği problemlere göre daha fazla ilgi gösterdiklerini ifade etmiştir. Bütün bu çalışmaların sonucu öğrencilerin ÖG1 göstergesinin alışkanlık halinde kullanabilmesinde, verilen problemleri görselleştirebilmenin etkili olduğunu göstermektedir. Bunu gerçekleştirebilmek için de öğrenme ortamında dinamik geometri yazılımlarından biri olan GeoGebra'nın aktif kullanımı sağlanmaya çalışılmıştır. Buna ek olarak öğrenme ortamında araştırmacı tarafından adaylara verilen çalışma yapraklarında özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarını nasıl ve neden kullandıklarını ve bu alışkanlığın ne ifade ettiğini açıklayan notlara yer verilmiştir. Bu şekilde öğretmen adaylarına özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında ÖG1 göstergesi kazandırılmıştır. Benzer şekilde Costa ve Kallick (2000) ve Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından da ifade edildiği gibi öğrencilerde bir düşünme alışkanlığı geliştirilmek isteniyorsa ilk önce o alışkanlıktan haberdar olması sağlanmalıdır.

Öğrenme ortamı sonucunda özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarına kazandırılan bir diğer gösterge de ÖG3'tür. Adayların ÖG3 alışkanlığından son testte aldığı puanlar (26 puan) ön testte aldığı puanlara (14 puan) göre daha yüksektir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının öğrenme ortamından sonra sadece tek bir durumun doğruluğundan değil olası bütün durumları göz önünde bulundurarak çözüm yolunda ilerlemekte başarılı olduğu söylenebilir. Bu duruma örnek olarak Ö16 kodlu öğretmen adayının mülakatlarda yer alan bir probleme cevap verirken "$90^0$ olarak düşündüğümüzde zaten C açısının çapı görmesi gerekir… $90^0$'den küçük olursa …… $90^0$'den büyük olursa…" şeklinde cümleleri gösterilebilir. Burada adayın verilen probleme dair bütün durumları göz önünde bulundurduğu görülmektedir. Öğrenme ortamı sonucunda çoğu aday ÖG3 göstergesini bu şekilde kullanmasına rağmen bazı adaylar farklı durumları göz önünde bulundururken, farklı durumları doğru cevaba ulaştırmada zorlanmıştır. Bu durumun üstesinden gelebilmek için öğrenme ortamında verilen problemlerin farklı durumlarını adım adım sınıfla birlikte yapılmıştır. Her adayın söz hakkı olduğu öğrenme ortamında sınıfça yapılan tartışmalar ve yine DGY'nin kullanımı adayların doğru sonuca ulaşmasında yönlendirici olmuştur. Benzer şekilde Posamentier ve Krulik (2008) problem çözmede etkili yöntemlere yönelik çalışmasında öğrencilerin olası bütün durumları düşünürken bazı durumları göz ardı edebildiklerini ifade etmiştir. Bu çalışmada da Posamentier ve Krulik (2008) tarafından ifade edilene benzer şekilde bazı adaylar verilen bir problemde sadece tek bir durumu inceleyerek farklı durumları gözden kaçırmaktadır. Bu durumun üstesinden gelinmesi için tasarlanan öğrenme ortamında verilen problemlerde farklı durumların da olabileceğini ifade edilmiş ve adaylara dağıtılan çalışma yapraklarında adım adım yer alan yönergeler sınıf ile birlikte tartışarak yapılmıştır. Bu şekilde adaylarda ÖG3 göstergesinin kazandırılması sağlanmıştır.

Öğretmen adayların ön test ve son testte verdiği cevaplar incelendiğinde yaptıkları problemlerin çözümünde ÖG2 göstergesine rastlanmamıştır. Aslında adaylara "*Herhangi bir dik üçgeni düşünün. Bu üçgenin dik açısını açıölçer kullanmadan 3 eş parçaya bölebilir misiniz*" şeklinde ön testte bir problem yöneltilmiştir. Verilen bu problemin altına herhangi bir öğrencinin cevabı tümdengelim yöntemi kullanılarak olarak verilmiştir ve adaylara cevabın doğru ya da yanlış olmasına yönelik yorum yapması istenmiştir. Burada adaylardan beklenen davranış ÖG2 göstergesini kullanma yönündedir. Ancak ön testte adayların geneli evet ya da hayır cevabını verip gerekli yorumlamaları yapmadığından bu göstergeye rastlanmamıştır. Son testte yer alan problemler ise adayların daha çok ÖG1 ve ÖG3 alışkanlıklarını kullanmaya yönelik olduğundan son testte de adayların cevaplarında ÖG2 göstergesi yer almamaktadır. Uygulama sürecinde araştırmacı tarafından sınıf ortamında yöneltilen problemlerde adaylar, genel bir durum için geçerli olan bir ifadeyi özel bir duruma indirgeyerek ÖG2 göstergesini zaman zaman kullanmıştır. Adayların ön test ve son testte yer alan problemlerde bu göstergeyi kullanmaması, testlerde yer alan problemlerin seviyesinin ÖG2 göstergesini kullanma bağlamında zor olmasından kaynaklanabilir.

### 5. 1. 3. Değişmezleri Araştırma Alışkanlığındaki Değişime İlişkin Tartışma

Öğretmen adaylarının uygulama ortamından, ön test ve son test verilerinden elde edilen sonuçlar değişmezleri araştırma kapsamında DA1, DA2, DA3 ve DA4 göstergelerine göre tartışılmıştır. Bunlar; *Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama* alışkanlığını yansıtan DA1, *Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme* alışkanlığını yansıtan DA2, *Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup* *oluşmadığını inceleme* alışkanlığını yansıtan DA3, *Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme alışkanlığını* yansıtan DA4 şeklindedir.

Genel olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonucunda değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında adaylar ön test verilerinde DA2 ve DA4 göstergelerinde gelişme gözlenmiştir. Aslında adaylar öğrenme ortamında değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında çoğu göstergeleri kullanmasına rağmen son testte yer alan problemlerde kullanmamışlardır. Bunun sebeplerinden biri de hem adayların yönergeler bağlamında hem de değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanırken daha çok adayların DGY'ye ihtiyaç duymalarından kaynaklanabilir. Örneğin Ö2 ve Ö4 kodlu öğretmen adayları klinik mülakatlarda adayların dönüşüm problemlerde başlangıçta doğru sonuca ulaşamamasına rağmen GeoGebra yardımıyla doğru sonuca ulaşabilmiştir. Bu bakımdan adaylar değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında DA1, DA2, DA3 ve DA4 göstergelerini kullanırken DGY'ye ihtiyaç duymaktadır. Aslında ilgili literatür de öğrencilerin matematikte ve geometride teknolojiden ve dinamik geometri yazılımlarından yararlandıklarını göstermektedir (Abramovich ve Connell, 2014; Akgül, 2014; Bonn, 2015; Chan, 2013; Fenderson, 2010; Flanagan, 2001; Harper ve Edwards, 2009; Karakuş, 2008; Mercan, 2012; Sarı, 2012; Şataf, 2009; Takunyacı, 2007). Bu araştırmacılardan biri olan Seago ve diğerleri (2014) öğretmenlerin geometrideki benzerlik algılarına yönelik bir çalışma yapmıştır. Geometri Öğrenimi ve Öğretimi projesi kapsamında Seago ve diğerleri (2014) benzerlik ve geometrik dönüşümler konularını içeren test, problemlerin çözümündeki düşüncelerini içeren rubrik ve öğrencilere yönelik bir test geliştirilmiştir. Çalışmasının sonucunda ise benzerliği öğretmenlerin ve öğrencilerin en iyi kavraması için dönüşümlerden ve teknoloji destekli eğitim-öğretim ortamlarından yararlanmanın yardımcı olacağını savunmuştur. Chan (2013) ise GeoGebra'nın geometrik kavramlarını anlaması ve keşfetmesi, varsayımda bulunması, ispatlaması ve doğrulamasını sağladığını ifade etmiştir. Literatürde yer alan çalışmalar, bu çalışmada değişmezleri araştırma alışkanlığını genel olarak geliştirmede DGY'nin önemini ortaya koymaktadır.

Öğrenme ortamı sonucunda öğretmen adayları DA2 alışkanlığından hem ön testte yer alan problemlerde hem de son testte yer alan problemlerde eşit puan almıştır. Sadece ön test ve son test verileri temel alındığında adayların DA2 alışkanlığında bir değişim olmadığı düşünülse de daha ayrıntılı incelendiğinde adayların süreç içerisinde (2. ve 3. mülakat verilerine göre) DA2 alışkanlığını iyi düzeyde kullandığı görülmektedir. Örneğin Ö4 ve Ö16 kodlu öğretmen adaylarının 3. mülakatta yer alan 4. probleme verdiği cevaplarda problemde verilen E noktasının paralelkenar dışında (uç durumları düşünme) bir yerde olma durumunu incelemeleri ve buna yönelik çözüm üretmeleri DA4'ü kullandığını göstermektedir. Adayların öğrenme ortamı sonucunda DA2 göstergesini kullanmasının gelişmesi yine öğrenme ortamında çalışma yapraklarında yer alan yönergelerin ve GeoGebra'nın etkili olduğu söylenebilir. Çünkü adaylar verilen sabit durumları hareketli olarak düşünürken GeoGebra'nın sürükleme, öteleme, dönüştürme gibi özelliklerinden yararlanabilmektedir. Dolayısıyla adaylar verilen geometrik şekillerin yapısını değiştirmeden farklı özelliklerini de inceleyebilmektedir. İlgili literatürde araştırmacılar geometri öğretiminde özellikle dönüşümleri yaparken DGY'yi kullanımının önemi ortaya koyan çalışmalar yürütmüştür (Bonn, 2015; Chan, 2013; Cuoco vd., 2010; Kılıç, 2013; Seago, Jacobs, Heck, Nelson ve Malzahn, 2015). Bu araştırmacılardan biri olan Kılıç (2013) dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin geometrik düşünme, geometri başarısı ve ispatlama yetenekleri üzerindeki etkisini ortaya koymaya yönelik bir çalışmadır. Yarı deneysel nitelikte yürüttüğü çalışmasında Kılıç (2013) etkinliklerde yer alan problemlerde, şekillerde verilen koşulları değiştirmeden farklı özelliklerini inceleyemediklerini ifade etmiştir. Bu durumun üstesinden gelmede ise DGY'nin önemli rol oynadığını belirtmiştir. Kılıç (2013) tarafından ifade edilen bu durum, bu çalışmada adayların DA2 göstergesini alışkanlık haline getirerek kullanmasında etkili olmaktadır. Benzer şekilde Cuoco vd. (2010) öğrencilerin matematiksel düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik yürüttüğü çalışmasında öğrencilerin problemleri çözerken geometrik yapıları oluşturma ve bu yapıları manüpüle etmede biraz zorlandıklarını açıklamıştır. Yine Cuoco vd. (2010) öğrencilerin karşılaştığı bu zorluğun üstesinden gelebilmek için de görselleştirmeye dayalı araç ve gereçlerin kullanılmasının yararlı olacağını vurgulamıştır. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının DA2 göstergesini iyi düzeyde kullanabilmesi için adım adım yönergelerin yer aldığı çalışma yapraklarından ve DGY'den yararlanılmıştır. Ancak bazı adayların sahip olduğu bilgi birikimini değiştirmek ve klasik problem çözme alışkanlığını kırabilmek (kağıt kaleme dayalı çözüm yöntemleri) oldukça zor olduğundan DA2 göstergesini kazandırmakta zorlanılmıştır.

Öğrenme ortamına katılan öğretmen adaylarının öğretmen adaylarının DA4 göstergesinde ön test cevaplarında hiç rastlanmamışken son test verilerinde kullanması bu göstergeyi kullanmada gelişme olduğu söylenebilir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının son testte DA4 göstergesini kullanarak aldığı puanlar ön testten aldığı puanlara göre artmıştır. Bu durum adayların verilen şekiller üzerinde uç durumları düşünme stratejisini kullanarak problemin cevaba ulaşabildiği anlamına gelmektedir. Örneğin son testte yer alan 4. problemde adaylara B ve C noktalarına göre A noktasının geometrik yeri sorulmaktadır. Ö11 kodlu öğretmen adayı bu problemi cevaplarken *"B noktasının P noktasına yaklaşması, B noktasının Q noktasına yaklaşması, C noktasının R noktasına yaklaşması ve C noktasının Q noktasına yaklaşması"* şeklinde 4 farklı durumu incelemiştir. Dolayısıyla öğretmen adayı problemi cevaplarken sabit noktaları hareketli bir şekilde düşünebildiği için DA2 göstergesini, olası bütün durumları göz önünde bulundurarak problemi çözmeye çalıştığı için de DA4 göstergesini kullanmıştır. Adayların süreçte ve son test verilerde DA4 göstergesini kullanmasına rağmen ön test problemlerine verdiği cevaplarda DA4 göstergesine rastlanmamış olması bu göstergede gelişim gösterdikleri anlamına gelmektedir. Araştırmacı, öğretmen adaylarının DA4 alışkanlığını geliştirmek için öğrenme ortamında süreç içerisinde DGY'den yararlanmıştır. DGY sayesinde adaylar verilen şekilleri dinamik ortamda hareket ettirerek uç durumlarını rahatlıkla görebilmektedir. Yine adayların problemin uç durumları görebilmesi için fazla sayıda problem çözmeleri gerekmektedir. Adayların DA4 göstergesini alışkanlık haline getirebilmesi için de araştırmacı adaylara ödev problemleri vermiştir. Adayların ödevlerde verdiği cevaplar incelendiğinde DA4 göstergesini kullandığı gözlenmiştir. Dolayısıyla verilen problemlerin çözümünde daha rahat cevaba ulaşabilmektedirler. Yine de öğrenme ortamı sonucunda adayların DA4 alışkanlığını orta düzeyde kullanabildiği görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının verilen şeklin sınırlı ve uç durumlarını düşünürken yapılan dönüşüm sonucunda şartların değişmemesinin sebebini açıklayamadığı anlamına gelmektedir. Bu bakımdan öğretmen adayları DA4 alışkanlığını kazanabilmiştir.

Öğretmen adayları değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında özellikle DA1 ve DA2 göstergelerini süreç içerisinde kullanmıştır. Daha çok verilen geometrik şekilleri dinamik düşünmeye dayalı olan DA1 ve DA2 göstergelerini adaylar kullanırken DGY'den yardım almışlardır. Örneğin dördüncü uygulama haftasında yer alan etkinlikte verilen bir üçgenin ağırlık merkezi etrafında $180^0$ döndürülmesi sonucunda oluşan yeni şekle dair bir problem yer almaktadır. Adaylar bu problemi çözerken oluşacak yeni üçgenin son halinin nasıl olacağını tam bulamadıkları anda GeoGebra yazılımından yararlanmıştır. Adaylar yazılımı kullanarak şeklin değişen ve değişmeyen özelliklerini belirlemiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Başlangıçta yanlış şekil çizen Ö2 ve Ö23 kodlu aday uygulama sonunda yaptıkları hatayı "*Biz şekli başlangıçta çok farklı düşünmüştük. Oysaki üçgenin ağırlık merkezi sabit kalıyor sadece şeklin yönü değişiyor*" şeklinde açıklama yapmıştır. Bu durumda adayların kullandığı GeoGebra yazılımı DA1 ve DA2 göstergelerini kullanmalarında oldukça yardımcı olmuştur denilebilir. Köse ve Tanışlı 'nın (2014) sınıf öğretmeni adaylarının çevre ve alan kavramlarına yönelik zihinsel alışkanlıklarının belirlenmesine yönelik çalışmasında değişmezleri araştırma bağlamında öğretmen adaylarının birçoğunun geometrik şekillere uygun dönüşümler yapamadığını ifade etmiştir. Köse ve Tanışlı'nın (2014) bulduğu bu eksikliği gidermede DGY'den biri olan GeoGebra'nın öğretimde kullanılması öğrencilerin verilen geometrik şekle dönüşümler yapıldıktan sonra oluşan yeni şekli görmede yardımcı olabileceği düşünmektedir. Bu kapsamda da öğrencilerin değişmezleri araştırma alışkanlığının gelişiminde DGY'nin büyük öneminin olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde Kılıç (2013) lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerilerini incelediği çalışmasında, dinamik geometri yazılımlarının geometrik düşünme üzerinde olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Öğretmen adaylarının süreç içerisinde etkinliklere verdiği cevaplar, mülakattan elde edilen veriler ile ön test ve son test problemlerine verdiği cevaplar incelendiğinde en çok DA1, DA2 ve DA4 göstergelerinin geliştiği söylenebilir. Bu süreçte öğretmen adaylarının verilen geometrik şekli bilgisayar ortamında sürükleyebilmesinde ve yorum yapabilmesinde DGY oldukça etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

### 5. 1. 4. Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığındaki Değişime İlişkin Tartışma

Öğretmen adaylarının öğrenme ortamından, ön test ve son test verilerinden elde edilen sonuçlar "*problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma*" alışkanlığını yansıtan KY1 göstergesi, "*bir geometri probleminin çözümüne yönelik yaratıcı fikirler sunma*" alışkanlığının göstergesi KY2, "*problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığını yansıtan KY3, "*problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma*" alışkanlığının göstergesi olan KY4, "*problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma*" alışkanlığını yansıtan KY5 ve "*problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme*" alışkanlığını yansıtan KY6 göstergeleri bağlamında tartışılmıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamına katılan adaylar ön test verilerinden sırasıyla KY1 göstergesinden 220 puan, KY2 göstergesinden 1 puan, KY6 göstergesinden ise 72 puan almıştır. Adayların ön test verilerinin keşfetme ve yansıtma bağlamında diğer göstergelere rastlanmamıştır. Adayların son test verilerinden ise sırasıyla KY1 göstergesinden 288 puan, KY3 göstergesinden 4 puan, KY6 göstergesinden ise 220 puan aldıkları gözlemlenmiştir.

Genel olarak tasarlanan öğrenme ortamı sonucunda keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında öğretmen adaylarının KY1, KY2 ve KY6 göstergelerinde gelişme olduğu söylenebilir. Özellikle adaylar KY1 ve KY6 göstergelerinden son testte ön testten daha yüksek puan almıştır. Bunun anlamı adaylar karşılaştığı problemler üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşmada başarılı olmuş ayrıca yapılan doğru çözümleri uygun matematiksel ifadelerle destekleyerek açıklayabilmiştir. KY1 göstergesinin öğrenme ortamı sonucunda iyi düzeyde kullanılması öğretmen adaylarının s*ezgisel ya da tahmin yoluyla şekil üzerinde ek çizimler yapabildiği ve yapılan bu ek çizimler ile doğru sonuca ulaşabildiği* anlamına gelmektedir. Ayrıca adaylarla süreç içerisinde yapılan 2. Mülakatta ön testte yapılan mülakat sonuçlarına göre, 3. Mülakatta ise 2. Mülakattan elde edilen sonuçlara göre problemlere yönelik ek çizimleri daha mantıksal düzeyde kullandığı söylenebilir. Driscoll ve diğerleri (2008) tarafından da ifade edildiği gibi öğrencilerin kendi geometrisini oluştururken en önemli alışkanlıklardan birinin de keşfetme olduğu düşünüldüğünde adaylara KY1 alışkanlığının iyi düzeyde gelişmesi, tasarlanan öğrenme ortamının adaylara olumlu etkisi olduğunu göstermektedir. KY1 göstergesinin gelişmesi için öğrenme ortamında yapılan etkinlikleri öncelikle problem halinde sunulmuş ve adayların o problemi çözmeleri için yeterli süreyi sağlanmıştır. Bu şekilde araştırmacı adayları yönlendirmeden verilen problem üzerinde kendi çözüm planları doğrultusunda hareket etmesini sağlamıştır. Araştırmacı yine süreç içerisinde adaylara grup çalışması yaptırması, onlara söz hakkı vermesi ve herkesin kendi çözüm yolunun neden doğru olduğunun açıklattırılması onları keşfetmede yönlendirici olmuştur. Bu durumu Goldenberg (1996) tarafından öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını merkeze alarak tasarladığı geometri öğretim programı desteklemektedir. Bu programında Goldenberg (1996) geometri öğretim programını öğrencilerin düşünme alışkanlıkları çerçevesinde tekrar tasarladığı çalışmasında öğrencilere sistematik olarak keşfetme imkânının sağlanması gerektiğini vurgulamıştır. Bunu sağlamanın yollarından biri de bu çalışmada olduğu gibi öğrencileri karşılaştığı problemle baş başa bırakarak yaptıkları çözümü izlemektir. Bu çalışmada da öğretmen adayları yaptıkları çözümle baş başa bırakıldıktan sonra sınıf içi tartışmalarla grupça doğru sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Adayların yaptığı çözümleri birbiri ile tartışması, grup arkadaşlarına çözümlerini anlatması onların KY6 göstergesinin de gelişimine katkı sağladığı söylenebilir. Çünkü Costa ve Kallick (2000) ile Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) tarafından da ifade edildiği gibi öğrencilerin sosyal ortamda yaptığı çözümleri birbiri ile paylaşması matematiksel dili aktif olarak kullanmalarını sağladığından problemin çözümünde doğru ve yanlış yaptığı kısımları görmesinde etkilidir. Dolayısıyla da bu çalışmada da araştırmacının öğretmen adaylarını grup oluşturarak uygulamalar yapması daha sonra her aşamada sınıf içi tartışmaları ön plana alması ve ortak bir karara varmada sınıf içinden seçilen bir adayın yaptığı çözümü arkadaşlarına anlatması, onları ikna etmeye çalışması KY6 göstergesinin gelişimine katkı sağlamıştır. Benzer şekilde Gordon (2011) öğrencileri matematiksel düşünme alışkanlıklarını kullanmaya teşvik etmeye yönelik çalışmasında öğrencilerin matematiksel düşünme alışkanlıklarını kazandırmanın en iyi yollarından birinin de öğrencilerin birbiri ile bilgi paylaşımı yaparak yeni fikirleri keşfetmesi ile sağlanacağını savunmuştur. Dolayısıyla Gordon (2011) tarafından savunulan bu düşünce bu çalışmanın KY2 ve KY6 göstergesinin geliştirme amacıyla örtüşmektedir. Yine Matsuuara ve diğerleri (2013) öğrencilerin matematiksel düşünme alışkanlıklarının gelişiminde matematiksel dili etkili kullanmanın oldukça önemli olduğunu çalışmasında vurgulamıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamına katılan öğretmen adayların keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında son testte aldığı puanların ön testten aldığı puanlara nazaran daha fazla aldığı göstergelerden bir diğeri de KY2'dir. Adaylar KY2 göstergesini hem her hafta uygulanan derslerde hem de adaylarla yapılan klinik mülakatlarda verilen problemlere beklenen çözümün dışında bir çözüm yolu üretebilme bağlamında kullanmıştır. Adayların keşfetme ve yansıtma kapsamında hem ön test verilerinde hem de son test verilerinde KY3, KY4 ve KY5 göstergelerine rastlanmamıştır. Bu durum adayların söz konusu göstergeleri alışkanlık haline getiremediği düşünülebilir. Ancak adayların hem süreç içerisinde hem de yapılan klinik mülakatlarda KY3,KY4 ve KY5 göstergelerini kullanması bu durumun tam tersini göstermektedir. Yani adayların ön test ve son testte bu göstergeleri kullanmamalarının sebebi, bu testlerde yer alan problemlerin göstergeleri kullanacak nitelikte olmaması denilebilir. Örneğin süreç içerisinde adayların problemlere verdiği cevaplar incelenecek olursa öğrenme ortamına katılan öğretmen adaylarının zaman geçtikçe karşılaştığı problemlere farklı çözüm stratejileriyle yaklaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Yani adaylar karşılaştığı problemi hemen ürettiği bir çözüm yoluyla yapamadığı durumlarda farklı stratejiler geliştirmeye çalışmıştır. Bu durum da aslında adayların KY3 alışkanlığını kazandığı anlamına gelmektedir. Yine süreç içerisinde yapılan klinik mülakatlarda da adayların zaman zaman yaptığı çözümün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yaptığı, problemin çözümüne yönelik uygun planlar yaptığı da gözlenmiştir. Bu durum adayların süreç içerisinde de KY4 ve KY5 alışkanlıklarını kullandığı anlamına gelmektedir.

Sonuç olarak tasarlanan öğrenme ortamına katılan öğretmen adaylarında en çok keşfetme ve yansıtma ile ilişkilendirme alışkanlıklarının daha sonra ise özel durumları düşünme ve genelleme ile değişmezleri araştırma alışkanlıklarının geliştiği gözlenmiştir. Aslında adayların ön test verilerindeki cevaplar dikkate alındığında, keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını daha çok kullandığı görülmüştür. Bu durum adayların başlangıçta sahip olduğu alışkanlıkları öğrenme ortamına katılımı sonucunda daha iyi geliştirebildiklerini göstermektedir. Yani bireylerin başlangıçta sahip olduğu alışkanlıkları kullanma eğilimi, yeni öğrendiği ya da geliştirdiği alışkanlıkları kullanma eğiliminden daha fazla olması muhtemeldir. Bu durum Bulut-Baran (2015) tarafından yapılan analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların birlikte kullanılarak tasarlandığı öğrenme ortamının değerlendirmesine yönelik çalışmasında da rastlanmaktadır. Bulut-Baran (2015) analitik, vektörel, sentetik yaklaşıma dayalı hazırladığı öğrenme ortamında, öğretmen adaylarının problem çözerken kullandığı yaklaşım çeşitlerini ve başarılarını incelemiştir. Bulut-Baran (2015) çalışmasında tasarladığı öğrenme ortamının öğretmen adaylarının söz konusu yaklaşım tercihlerini ve problem çözme başarılarını olumlu etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Ancak adayların öğrenme ortamına katılmadan önce ve katıldıktan sonra sentetik yaklaşıma dayalı çözümlerin daha fazla kullanıldığı ifade edilmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının başlangıçta sahip olduğu sentetik yaklaşımı kullanma alışkanlıklarının çalışmanın sonunda da daha çok kullanıldığı anlamına gelmektedir. Hazırlanan öğrenme ortamında adaylar her ne kadar analitik ve vektörel yaklaşımı kullanma alışkanlıklarını kazanmaya çalışsa da, uygulama öncesinde karşılaştığı geometri problemlerini sentetik yaklaşımı kullanma alışkanlığı ile çözdüğünden, bu alışkanlık daha baskın olmuştur. Bulut-Baran'ın (2015) ulaştığı bu sonuç, bu çalışmada adayların keşfetme ve yansıtma alışkanlığını daha çok tercih etme sebebi ile benzerlik göstermektedir. Yani öğretmen adaylarının daha önceden sahip olduğu alışkanlıkları kullanma eğiliminin daha yüksek olduğunu göstermektedir.

Öğrenme ortamına katılan öğretmen adaylarının keşfetme ve yansıtma alışkanlıkları bağlamında en iyi düzeyde KY1, KY2 ve KY6 göstergelerinde gelişme gözlenmektedir. KY3, KY4 ve KY5 alışkanlıklarında da süreç içerisinde gelişme olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının sınıf içinde, ödevlerde, klinik mülakatlarda ve son test verilerinde en çok kullandığı geometrik düşünme alışkanlığının keşfetme ve yansıtma olduğu görülmektedir.

## 5. 2. Öğretmen Adaylarının Sahip Olduğu Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Duyuşsal Faktörlere İlişkin Tartışma

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarının sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörlere ait inanç ölçeği ve geometrik düşünme alışkanlıkları ön test son test problemleri adaylara uygulanmıştır. Çalışmanın bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanmaya yönelik inançları ile geometrik düşünme alışkanlığından aldığı puanlar arasında orta düzeyde pozitif ve anlamlı bir ilişki bulunmaktadır. Bunun anlamı öğretmen adaylarının inançları ne kadar pozitif olursa geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma başarısı da o düzeyde olumlu olmaktadır. Benzer şekilde ilgili literatürde öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının duyuşsal boyutunu yansıtan inanç, tutum gibi faktörlerin öğrencilerin başarıları üzerinde etkisinin olduğu ifade edilmektedir (Bergman, 2007; Costa ve Kallick, 2000; Marshall, 2004).

Bu çalışmada problem çözme sürecinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlığını ölçen inanç ölçeği yapılan geçerlik ve güvenirlik analizleri sonucunda 3 boyuta indirgenmiştir. Bu boyutlar ön hazırlığa yönelik inanç, pes etmeme ve azim ile farklı çözüm yollarına yönelik inanç boyutudur. Her bir boyuta yönelik öğretmen adaylarının verdiği cevaplar aslında adayların geometrik düşünme alışkanlıklarını kabullenmeleri ile doğru orantılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin pes etmeme boyutunda yer alan "*Bir geometri probleminin tek bir çözümünün olması, o problemin doğru çözüldüğünü göstermez. Bu yüzden farklı stratejiler geliştirilerek problem çözülmelidir*" maddesine olumlu veren bir öğretmen adayının ön test ve son test problemlerinde yer alan "*Problemin çözümünün yapılamadığı durumlarda farklı çözüm stratejileri geliştirme*" alışkanlığını yansıtan KY3 göstergesinden de olumlu puan aldığı görülmektedir. Bu durum da çalışmada oluşturulan geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörler ölçeğinin (inanç ölçeğinin) öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları üzerinde olumlu etkisi olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada adayların geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörlerin gelişmesi için öğrenme süreci boyunca araştırmacı, adayları problemi çözebileceği yönde olumlu pekiştireçler vermiştir. Hatta bazı adaylar etkinliklerde yer alan problemi tahtada çözemeyeceğini düşünse de araştırmacı onları tahtaya kaldırmaya yönlendirmiş ve birlikte problemi çözebileceğini ifade etmiştir. Bu şekilde adayların pes etmeme alışkanlığını kazandırmayı amaçlamıştır. Yine araştırmacı adayların kendi çözümleri dışında farklı çözümlerin de olabileceğini kabul edebilmesi için onları grup çalışmasına yönlendirmiş ve bu şekilde esneklik alışkanlığı kazandırmayı amaçlamıştır. Adayların grup içerisinde verilen zamanla birbirlerine ve sınıfa yaptığı çözümü anlatması, yanlış yaptığı yerleri görmesini sağlaması da onların dikkatli olma, azim ve öz disiplin alışkanlıklarının gelişimine katkıda bulunmuştur. Öğrenme ortamında adaylar grup çalışması ile yaptığı çözümleri birbiri ile paylaşmışlardır. Bu süre zarfında çözümün doğru olduğunu gören adayların kendine öz güveni gelmiş ve diğer problemlere olumlu bakış açısıyla yaklaşmıştır. Yine adaylardan biri problemi çözemediği zaman grup arkadaşının çözüm yolunu görmesi, ondan ipucu çözümler alması adayların esnek düşünme ve öğrenmeye açık olma alışkanlığını geliştirmede yardımcı olmuştur. Uygulamanın başlangıç aşamalarında adaylar yaptıkları çözümü tam olarak ifade edemiyorlardı. Ancak uygulama süresi ilerledikçe araştırmacının adayları matematiksel dili kullanmaya yöneltmesi, adayların yaptığı çözümü açıklayabilmesinde yardımcı olmuştur. Ayrıca öğrenme ortamında problemi doğru çözen adaylardan birinin tahtaya kaldırılarak kendi çözüm yolunu açıklattırırken sınıf tamamen kendine bırakılmıştır. Sınıfta problemin çözümünü anlamayan adaylar olduğunda araştırmacı" bana değil arkadaşınıza sorun anlamadığınız yerleri" diyerek öğretmen olma görevini tahtadaki adaya vermiştir. Bu şekilde adayın kendine güveni gelmiştir.

İlgili literatürde öğrencilerin düşünme alışkanlıklarına yönelik inanç ve tutum ile ilgili çalışmalara rastlanmaktadır. Bunlardan biri Marshall (2004) tarafından lise öğrencilerinin matematiksel düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik yaptığı çalışmasında süreklilik, etkili matematiksel dil kullanma, hisleri yönetme, sorgulama, esnek düşünebilme, bütün duyuları kullanabilme, doğruluğu kontrol etme, eski bilgi ve tecrübelerini kullanabilme, anlayarak ve empati kurarak dinleyebilme, üst biliş, yaratıcılık ve merak etme gibi düşünme alışkanlıklarına yönelik ölçek geliştirip öğrencilere uygulamıştır. Çalışmasında bu düşünme alışkanlıklarının matematiksel düşünme alışkanlıkları ile ilişkilendirerek ders ortamlarına uyarlayan Marshall (2004) çalışmasında hisleri yönetme, empati kurma, bütün duyuları kullanabilme gibi duyuşsal boyuttaki alışkanlıkların öğrencilerin bilişsel boyuttaki alışkanlıkları üzerinde olumlu ya da olumsuz etkilerinin olabileceğini açıklamıştır. Marshall'ın (2004) duyuşsal faktörlerin (hisleri yönetme, empati kurma, bütün duyuları kullanabilme) öğrencilerin düşünme alışkanlıkları üzerinde olumlu etkisinin olduğu sonucunu elde etmesi bu çalışma ile benzer sonuçlar içermektedir.

Çalışmada adayların inançlarının problem çözümlerinde kullandıkları geometrik düşünme alışkanlıklarına etkisi özellikle klinik mülakatlarda göze çarpmıştır. Çünkü adaylar klinik mülakatlarda yapamadıkları problemlerde başlangıçta pes etmeye başladıkları görülmüştür. Ancak öğrenme ortamına katıldıktan sonra daha çok problemle karşılaşan adaylar kendilerince farklı problem çözüm yolları gördükçe ve farklı düşünme alışkanlıklarını kullandıkça kendilerine olan öz güvenleri gelmiştir. Bu öz güvenle birlikte ise olumlu yönde düşünme alışkanlıklarını kullanmaya başlamışlardır. Benzer şekilde Costa ve Kallick (2000) öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını pes etmeme, hisleri yönetme, dinleme ve empati kurma, esnek düşünme, üst biliş, doğru sonuca ulaşmaya çalışma, sorgulama ve problem kurma, önceki bilgileri yeni durumlara uyarlama, düşüncelerini net bir şekilde ifade etme, çok yönlü veri toplama, yaratıcılık, merak uyandırarak cevap verme, güvenilir risk alma, şaşırtıcı bulgulara ulaşma, ilişkili düşünme ve öğrenmeye açık olma şeklinde bilişsel ve duyuşsal düşünme alışkanlıkları şeklinde incelemiştir. Costa ve Kallick (2000) çalışmasında bu alışkanlıkların aslında bireylerin çözümünün doğrudan yapamadığı bir problemle karşılaştığında bireyin probleme yönelik tutum, düşünce ve inançlarının da önemli olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Costa ve Kallick (2000) çalışmasının sonucunda öğrencilerin düşünme alışkanlıklarına ait inançlarının ve tutumlarının düşünme alışkanlıklarını kullanma şekilleri ile doğrudan ilişkili olduğunu söylemiştir.

Sonuç olarak bu çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde geometrik düşünme alışkanlıkları inanç ölçeğinden aldığı puanlar ile geometrik düşünme alışkanlıkları testinden aldığı puanlar arasında orta düzeyde pozitif bir ilişki bulunmaktadır. Bu durum öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik inançlarının, geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanma sürecini olumlu ya da olumsuz etkileyebildiği anlamına gelmektedir. İlgili literatür de bu sonuçlar ile benzerlik göstermektedir (Bergman, 2007; Costa, 1987; Costa ve Kallcik, 2000; Marshall, 2004).

### 5. 3. Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesine İlişkin Tartışma

Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan öğrenme ortamının, adayların geometrik düşünme alışkanlıklarını nasıl etkilediğinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda bu bölümde öğrenme ortamının temel bileşenlerinden olan dinamik geometri yazılımlarının rolü, ödevlerin rolü, araştırmacının adaylara verdiği yönergelerin rolü, grup çalışmasının rolü gibi boyutlar bütüncül bir bakış açısıyla tartışılmıştır. Ayrıca tasarlanan öğrenme ortamında adayların problemlere verdiği cevaplarda hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığını belirlemede yardımcı olan dereceli puanlama ölçeğinin rolü tartışılmıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adayları üzerindeki etkisini daha iyi görebilmek için adayların geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergelerini doğru bir şekilde ortaya çıkaracak bir değerlendirme ölçeğinin olması gerekir. Farklı öğretmen adaylarının sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının ortaya çıkarılması için bu alışkanlıkları ölçebilecek seviyede değerlendirme ölçeklerine ihtiyaç duyulmaktadır. İlgili literatürde geliştirilen ölçekler daha çok düşünme alışkanlıklarının duyuşsal boyutuna odaklanmaktadır (Costa ve Kallick, 2000; Gordon, 2011; Jones, 2014; Marshall; 2004; Matsuura, Sword, Beth-Piecham, Stevens ve Cuoco, 2013; Hu, 2005). Oysaki bu çalışmada literatür taraması ile oluşturulan ve pilot çalışmada her bir öğretmen adayının verdiği cevaba göre revize edilerek değerlendirme ölçeği hazırlanmıştır. Bu ölçek öğretmen adaylarının süreç içerisinde karşılaştığı geometri problemlerine yönelik davranışlarını analiz etmede ve bu doğrultuda hangi geometrik düşünme alışkanlığını kullanmada yardımcı olmuştur.

Çalışmanın başında da ifade edildiği gibi dinamik geometri yazılımları geometrik düşünme alışkanlıkları için büyük rol oynamaktadır. Çünkü her bir alışkanlığı adaylar kullanırken GeoGebra gibi bir yazılımdan geometrik şekilleri bilgisayar ortamına aktararak ilişkilendirme, şekilleri hareket ettirerek değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyebilme, özel bir durumdan yararlanarak farklı şekiller oluşturabilme ve bu boyutta genel bir yargıya varabilme ve en önemlisi keşfetme gibi alışkanlıkları kullanabilmektedir. Bu çalışmada da özellikle adayların özel durumları düşünme ve genelleme ile değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanma aşamasında GeoGebra'yı kullandığı görülmektedir. Adaylar ikinci, dördüncü, beşinci ve sekizinci haftalarda yer alan etkinliklerde başlangıçta yönergesiz halde problemler verilmiştir. Bu problemleri çözerken adaylar sonuca ulaşmada zorlanmıştır. Ancak daha sonra onlara verilen ikinci çalışma yapraklarında aynı problemi bilgisayar ortamına aktararak, GeoGebra'nın sürükleme, döndürme ve farklı şekilleri oluşturabilme özelliklerinden yararlandığı görülmüştür. Bu şekilde adaylar DGY'yi özel durumları düşünme ve genelleme ile değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanmada yardımcı bir araç olarak görmüştür. Farklı araştırmacılar da DGY'nin bu özelliğinin adayların özellikle geometri ve dönüşüm problemlerinde doğru sonuca ulaşmada katkı sağlamasına yönelik çalışmalar yürütmüştür (Bonn, 2015; Chan, 2013; Cuoco vd., 2010; Goldenberg, 1996; Kılıç, 2013; Seago, Jacobs, Heck, Nelson ve Malzahn, 2014). Örneğin Seago ve diğerleri (2014) öğretmenlerin geometrideki benzerlik konusunda geometri öğrenme ve öğretim materyali geliştirmeye yönelik çalışmasında, dinamik ortamda sınıf aktiviteleri aracılığıyla materyaller tasarlamıştır. Seago ve diğerleri (2014) benzerliği öğretmenlerin ve öğrencilerin en iyi kavraması için teknoloji destekli eğitim-öğretim ortamlarından yararlanmanın yardımcı olacağını savunmuştur. Ulaşılan bu sonuç öğrencilere üçgenlerde benzerlik problemlerini içeren etkinliklerde adayların ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma alışkanlığını geliştirirken GeoGebra'ya dayalı problemlerin yer alması bu çalışmayı destekler niteliktedir. Yine Chan (2013) öğrencilerin geometrik yapıları keşfedebilmesinde ve ilişkilendirebilmesinde GeoGebra'nın önemli bir yer tuttuğunu ifade etmiştir. Ayrıca Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından da belirtildiği gibi öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde önemli noktalardan biri de verilen problemleri öğrencilerin görselleştirebilmesi ve problemi kavramsal boyutta anlayabilmesidir. Bunun sağlanabilmesi için de bu çalışmada DGY'den biri olan GeoGebra'nın öğrenme ortamına taşınması adayların alışkanlıkları kazanabilmesi açısından önemli kılmaktadır.

Öğrencilere matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılması için hazırlanan öğrenme ortamlarında oldukça fazla probleme yer verilmelidir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2007; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011). Bu çalışmada da etkinlikler haftada en az 2 farklı problem şeklinde oluşturulmuştur. Yine de adayların her türlü problemle karşılaşabilmesi için her hafta öğrenme ortamında gördüğü konu ve öğretilen alışkanlıkla ilgili ödev problemleri verilmiştir. Adaylarla her hafta uygulama ortamından farklı bir günde iki saat boyunca toplanılmış ve yapamadıkları problemler üzerinden birlikte sonuca ulaşılmaya çalışılmıştır. Adaylardan problemleri çözerken ya da doğru çözüme ulaşamasa bile hangi yöntemleri denediklerini yazmaları istenmiştir. İlk haftalarda adaylar verilen problemleri tamamlamakta zorlanmıştır. Ancak süreç ilerledikçe adaylar hem problemleri çözerken istenilen alışkanlıkları kullanmış hem de doğru sonuca ulaşabilmiştir. Yine süreç başında özellikle değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanmaya yönelik ödev problemlerinde adaylar verilen şekil üzerindeki nesneleri birbirinden bağımsız düşünmekteydiler. Ancak öğrenme ortamında araştırmacının GeoGebra'yı adaylara kullandırması, sınıf içi tartışmalar yapması ve yönergelerle birlikte değişen/değişmeyen özelliklerinin hangileri olduğunu konuşması artık adayların geometriyi bütüncül bir yaklaşımla ele alabilmiştir. Sonuç olarak adaylara verilen ödevler, onların farklı problemlerle karşılaşmasını sağlamış ve kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarını kavramsal boyutta öğrenmesini sağlamıştır.

Öğrencilere düşünme alışkanlıkları kazandırılmak isteniyorsa tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilere uygun yönlendirmeler yapılmalı ve düşünme alışkanlıklarından haberdar edilmelidir (Costa ve Kallick, 2000). Bu yüzden bir bireye yapmış olduğu davranışın olumlu ve alışkanlık haline getirilmek isteniyorsa, bireyi o davranışa yönlendiren yönergeler oldukça önemlidir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarına her hafta yer alan etkinliklerde kazandırılmak istenen geometrik düşünme alışkanlığına yönelik araştırmacı tarafından yönergeler verilmiştir. Bu yönergeler özellikle adaylara ilk beş hafta boyunca alışkanlıkların ayrı ayrı verilmesi yaklaşımı benimsenerek verilmiştir. Örneğin ilk hafta yer alan etkinlikte ilk çalışma yaprağında adaylara "Bu verilenlere dayanarak EGF ile EDF üçgeninin eşlik bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu bulunuz" şeklinde sru cümlesi yöneltilmiştir. Aslında burada adaylara bu iki üçgenin eş olduğu sezdirilmiş ama bu sonuca nasıl varacakları sorulmuştur. Adayların çoğu bu durumu gösteremediğinde aynı problemin yer aldığı ikinci çalışma yaprağı verilmiştir. Ancak bu çalışma yaprağında istenen sonuca ulaşmayı sağlayan bazı açık yönergeler yer almaktadır. Bunlar: "*Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı GeoGebra'da oluşturmaya çalışınız. Elde ettiğiniz bu yapıdan yararlanarak ABC üçgeninin köşelerini hareket ettirerek aşağıda belirtilen uzunluklarının oranı arasında bir ilişki bulunuz, Belirtilen kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır, bulduğunuz bu ilişki EFG üçgeni ile EDF üçgeninin benzer olup olmadığına yönelik bir karara varmanızda yardımcı olabilir mi, Eğer ABC eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen olsaydı nasıl bir sonuca ulaşabilirdiniz, Sonuç olarak yaptığınız bu işlemlere dayanarak nasıl bir ortak karara varabilirsiniz, Verilen ABC üçgeninin özel bir üçgen olması sonucu değiştirir mi?"* şeklindedir. Verilen bu yönergelerdeki amaç öğretmen adaylarını özel durumları düşünme ve genelleme, ilişkilendirme alışkanlıklarını kullanarak doğru sonuca ulaştırmaktır. Öğrenme ortamında yer alan bu yönergelere ek olarak ödevlerde de bazı yönergeler yer almaktadır. Ödevlerde araştırmacı adayların problemi çözerken hangi geometrik düşünme sürecinden geçtiğini, hangi alışkanlıkları kullandığını daha iyi analiz edebilmek için ödevlerde bazı yönergelere yer vermiştir. Bu yönergelere de sınıf içinde şu şekilde vurgu yapmıştır: "*Arkadaşlar, ödev problemlerinizin ikinci yönergesinde problemin çözüm sürecinizi açıklayınız şeklinde bir ifade yer almaktadır. Bunun anlamı problemin çözümünü yaparken hangi süreçlerden geçtiğinizi anlatmanızı istiyorum. Yani problemi bir yöntemle çözdünüz ama doğru sonuca ulaşamadınız. Silip farklı bir çözüm yolunu denediğinizde ikinci yönergede bu sürecinizi açıkça yazmanızı istiyorum*" şeklinde açıklama yapmıştır. Bu şekilde araştırmacı adayların verilerinde daha sağlıklı kodlama yapmayı amaçlamıştır. Yine araştırmacı, öğretmen adaylarının kendi yaptıkları hataları ve çözümleri görebilmeleri için adaylara dağıttığı çalışma yapraklarında "*Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hata yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz*" şeklindeki yönergeyi okutmuştur. Örneğin adayların sınıf içinde yapılan bir etkinlikte "*problemi çözerken paralel doğruları hangi noktadan çizeceğimize karar verirken zorlandık ama sonradan doğru çözüme ulaştık, yanlış yerden paralel çizmişiz, orantıyı doğru bir şekilde kuramamışız, oranları oluşturmakta zorlandığımız için sorunun çözümünü yapamadık* …" şeklinde cevap verilmesi onların KY6 göstergesinin gelişimine yardımcı olmaktadır. Adaylar bu yönergeler yardımıyla doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Dolayısıyla yapılan yönergelerin adaylarda olumlu alışkanlık gelişimine yardımcı olduğu söylenebilir. Ayrıca ilk dört hafta boyunca adaylara problemi çözerken çalışma yapraklarının bir köşesinde hangi düşünme alışkanlığını ne şekilde kullandığını açıklayan notlar yer almaktadır. Bu notlar ile Costa ve Kallick (2000) tarafından da ifade edildiği gibi öğretmen adayları hangi düşünme alışkanlığını kullandığının farkında olmuş ve bu alışkanlığı kazanmada önemli bir rol oynamıştır.

Öğrenme ortamında adayların çözdüğü problemleri birbiri ile tartışması, çözümün matematiksel dil kullanılarak açıklanmasında etkilidir. Bu durum da adayların keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında KY6 göstergesini kullanmasında etkili olacaktır. Araştırmacı, adayların keşfetme ve yansıtma alışkanlığını daha iyi kazanabilmesini sağlamak amacıyla adaylara dönem başında ikili grup oluşturmasını istemiştir. Ve süreç içerisinde gruplar halindeki adayların birbirinin keşfinde yardımcı oldukları, kendilerini problem çözümlerinde daha iyi ifade edebildikleri görülmüştür. Bu durum adayların hem geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimini sağlamış hem de duyuşsal faktörleri olumlu etkilemiştir. Çünkü süreç içerisinde de gözlemlendiği gibi bazı adaylar problemi çözemeyince pes ettiği zaman grup arkadaşı hadi gel böyle yapalım, şu çözüm yolu sonuca ulaştırmaz mı gibi cümlelerle arkadaşını motive etmiştir. Gordon (2011) ortaöğretim matematik öğretmenlerinin cebir derslerinin düşünme alışkanlıkları boyutunda incelediği çalışması bu durumu destekler niteliktedir. Gordon (2011) çalışmasının sonucunda sınıf içerisinde öğrencilerin birbiri ile tartışmasının, sınıf içiletişimi yüksek seviyede tutmasının matematiksel düşünme alışkanlıklarının gelişimi konusunda oldukça önemli olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca araştırmacı adaylara grup çalışması yaptırırken rehber rolünü üstlenmiştir. Sınıf içerisinde araştırmacıya adaylar tarafından yönlendirilen soruları ilgili dönütler ve yönlendirmeler yaparak adayların doğru çözüme kendilerinin ulaşmasını sağlamıştır. Bu durum Guenther (1997) tarafından beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik tasarladığı öğrenme ortamında da rastlanmaktadır. Guenther (1997) 6 hafta boyunca kritik düşünme, yaratıcı düşünme ve üstbilişsel düşünme olarak adlandırılan matematiksel düşünme alışkanlıklarına dayalı işlenen dersleri gözlemlemiştir. Çalışmasının sonucunda Guenther (1997) öğretmenin öğrencileri yönlendirmede rehber konumunda olmasının gerektiği ve bu durumun hem öğrencilerin hem de arkadaşlarının matematiksel düşünme alışkanlıklarının gelişiminde etkili olabileceğini ifade etmiştir. Bu şekilde Guenther (1997) matematiksel düşünme alışkanlıklarına dayalı işlenen derslerde öğrencilerin %67 oranında alışkanlıklarının arttığını gözlemlemiştir.

# 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

## 6. 1. Sonuçlar

Bu çalışma ile tasarlanan geometri öğrenme ortamının, öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimini nasıl şekillendirdiğini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmada adayların problemlerin çözümünde kullandığı geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemeye yönelik literatür taraması yapılmış ve geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik bir kuramsal çatı oluşturulmuştur. Oluşturulan bu çatıya pilot çalışma ile son şekli verilmiştir. Hazırlanan geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergeleri yürütülen pilot çalışma ile revize edilerek, asıl çalışmada kullanılabilir hale getirilmiştir. Öğrenme ortamına öğretmen adayları katılmadan önce pilot çalışma ile geçerlik ve güvenirlikleri sağlanan ve aynı düşünme alışkanlıklarını ölçen ön test, öğrenme ortamına katıldıktan sonra da son test adaylara uygulanmıştır. Adayların uygulama öncesi ve uygulama sonrasındaki ham puanları WINSTEPS 3.72 programı ile lineer puanlara dönüştürülerek geometrik düşünme alışkanlıklarındaki gelişimleri belirlenmiştir. Yine öğrenme ortamı süreci içerisinde adaylarla yürütülen klinik mülakatlar aracılığıyla bu gelişim ayrıntılı bir şekilde verilmeye çalışılmıştır. Adayların ön test ve son test verileri aracılığıyla geometrik düşünme alışkanlıklarındaki gelişimin anlamlılığını ortaya koymak amacıyla ilişkili örneklemler için t-testi yapılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının ön test ve son test problemlerinde kullandıkları alışkanlıkları belirlemek amacıyla madde-kişi haritası, adayların hangi problemlerin çözümünde yüksek performans sergiledikleri, hangi problemlerin çözümünde düşük performans sergilediklerini gözlemlemek amacıyla kişi-madde haritaları da incelenmiştir. Bu duruma ek olarak adayların her hafta yürütülen etkinliklerde hangi alışkanlıkları ne şekilde kullandığını daha ayrıntılı incelemek amacıyla sınıf içinden yansımalar ve ödev problemlerinin cevapları analiz edilmiştir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar tasarlanan öğrenme ortamının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine nasıl etki ettiği, dinamik geometri yazılımlarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimi üzerindeki etkisi, geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergeleri dikkate alınarak yapılan değerlendirmenin geometrik düşünme alışkanlıklarının yorumlanmasında nasıl rol oynadığı ve duyuşsal faktörlerin geometrik düşünme alışkanlıkları üzerinde ne etkisinin olduğu bağlamlarında ele alınmıştır.

### 6. 1. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Önemli Bir Bölümünün Gelişimine Katkı Sağladığı Görülmüştür

Tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adayların geometrik düşünme alışkanlıklarındaki değişim, ön test-son test verilerinin analizi, süreç içerisinde yapılan klinik mülakatlar, yapılan ödevler ve öğrenme ortamındaki etkinliklere verilen cevaplar doğrultusunda değerlendirilmiştir. Yapılan bu değerlendirme sonucunda adayların süreç sonunda en çok keşfetme ve yansıtma alışkanlığı kapsamında KY1, KY2, KY3, KY4, KY5 ve KY6 göstergelerinin, ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ1, İ3 ve İ4 göstergelerinin, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında ÖG1 ve ÖG3 göstergeleri, değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında DA1, DA2 ve DA4 göstergelerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Bu göstergeler dışında kalan İ2, ÖG2 ve DA3 göstergeleri bazı adaylarda arzulanan seviyede olan iyi düzeyde gelişmese de, bu göstergelerin başlangıca göre gelişim gösterdiği ve uygulama sürecine katılmadan önceki durumuna göre daha yüksek düzeyde söz konusu alışkanlıkları kullandığı görülmüştür. Adayların "*Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma*" alışkanlığının göstergesi olan İ2'nin istenen düzeyde gelişememesinin sebebi İ2 göstergesinin adaylarda temel düzeyde bulunduğunun düşünülerek uygulama sürecinde çok fazla yer verilmemiştir. Adayların ön test ve son test verilerinde bu göstergelerin kullanılacağı düşünülmüştür ancak adaylar bu göstergeye problemlerin çözümünde pek fazla yer vermemiştir. Dolayısıyla bu durum adayların İ2 göstergesini alışkanlık boyutunda kazanamadıkları ya da testte yer alan problemlerin bu alışkanlığı kullanmaya uygun olmamasından kaynaklanabilir. Benzer şekilde uygulama sürecinde araştırmacı tarafından sınıf ortamında yöneltilen problemlerde adaylar, genel bir durum için geçerli olan bir ifadeyi özel bir duruma indirgeyerek ÖG2 göstergesini zaman zaman kullanmıştır. Adayların ön test ve son testte yer alan problemlerde bu göstergeyi kullanmaması, testlerde yer alan problemlerin seviyesinin ÖG2 göstergesini kullanma bağlamında zor olmasından kaynaklanabilir. Tasarlanan öğrenme ortamında adaylar ön test ve son test verilerinde İ2, ÖG3 göstergelerini kullanmasa da yapılan ödevlerde, klinik mülakatlarda ve süreç içerisinde uygulanan etkinliklerde bu göstergeleri kullanmışlardır. Uygulama sürecinde İ2 ve ÖG3 göstergelerinin alışkanlık temelli kullanıldığı halde ön test ve son test verilerinde bu göstergelere rastlanmamasının sebebi süreç içerisindeki problemlerde bu göstergelerin temel düzeyde kullanılabilecek nitelikte olduğu düşünülmüştür. Dolayısıyla tasarlanan öğrenme ortamında adayların geometrik düşünme alışkanlıklarından bazılarının istenilen düzeyde gelişmediği söylenebilir.

Çalışma sonunda öğretmen adaylarının bireysel olarak her bir geometrik düşünme alışkanlığını kullanabilme düzeyleri incelenmiştir. Uygulama sonrasında yapılan ilişkili örneklemler için t testi sonucunda öğretmen adaylarının uygulama öncesindeki ve uygulama sonrasında aldığı geometrik düşünme alışkanlıkları puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu durum tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanımının gelişiminde etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca adayların ön test ve son testten aldığı ham puanlar lineer puanlara dönüştürülmüştür. Lineer puanlar incelendiğinde de ön testte adayların son teste göre daha çok negatif puan aldığı görülmüştür. Yani öğretmen adayları ön testte yer alan geometrik düşünme alışkanlıkları ile ilgili problemlerin yarısından daha azında alışkanlıkları kullanma eğilimine girerken, son testte yer alan geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik problemlerde alışkanlıkları kullanma eğilimlerinin ön teste göre artmıştır. Adayların ön test-son test madde kişi haritası incelendiğinde, son testten alınan puanların, ön testten alınan puanlara göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum öğrenme ortamının öğretmen adayları soruları çözerken daha çok geometrik düşünme alışkanlığı kullandıklarını göstermektedir. Yine süreç içerisinde adayların yaptığı ödevler incelendiğinde, sürecin sonralarına doğru adayların alışkanlıkları daha iyi düzeyde kullandıkları görülmüştür.

### 6. 1. 2. Duyuşsal Faktörlerin Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Üzerinde Etkisinin Olduğu Görülmüştür

Tasarlanan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının bilişsel boyuttaki geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılmasına ve bu boyutu etkileyen duyuşsal faktörlerin olumlu yönde kazandırılmasına ve belirlenmesine yer verilmiştir. Adayların sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörleri belirlemek amacıyla bir ölçek geliştirilmiş ve bu ölçek ön test-son test problemleriyle birlikte adaylara uygulanmıştır. Adayların geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik ön test ve son test ham puanları ile geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörlere yönelik inançları ham puanları WINSTEPS 3.72 modelleme programı ile lineer puanlara dönüştürülmüştür. Lineer puanlar aracılığıyla adayların geometrik düşünme alışkanlıkları son test puanları ile inanç ölçeği son uygulama puanları arasındaki ilişki, geometrik düşünme alışkanlıkları ön test puanları ile inanç ölçeği ön uygulama puanları sabitlenerek incelenmiştir. Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlığı son test puanları ile inançlarının son uygulama puanları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Bu sonuç adayların geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik inançlarının arttıkça, geometrik düşünme alışkanlıkları başarılarının da o ölçüde arttığı anlamına gelmektedir.

Öğrenme ortamında öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını etkileyen duyuşsal faktörler kapsamında adayların en çok pes etmeme, öz güven, esneklik, öğrenmeye açık olma ile azim ve öz disiplin boyutlarındaki alışkanlıklarının geliştiği gözlenmiştir. Adayların grup çalışması aracılığıyla çözümlerini birbirine anlatması, yanlış yaptığı yerlerde yeni bilgilere açık olması esneklik, öğrenmeye açık olma gibi faktörlerin gelişiminde etkili olmuştur. Yine uygulama sürecinde grup tartışmaları sonucunda bir adayın yaptığı çözümü tahtada anlatması, öğrenme ortamında o adayın öğretmen rolünü üstlenerek sınıf üzerinde hâkimiyet kurması o adayın öz güveninin artmasında etkili olmuştur. Uygulama sürecinin ilk haftalarında adaylar yaptığı çözüm yollarını açıklamada zorluk çekiyorlardı. Ancak uygulama sürecinde adaylara yapılan çözümler hakkında söz hakkı verilmesi, çözümden çok gidiş yolunun da düzgün bir şekilde açıklamanın önemli olduğunun hatırlatılması adayların matematiksel dili etkili kullanmasını sağlayarak öz disiplin faktörünü de olumlu yönde etkilemiştir. Adaylar başlangıçta zor bir problemle karşılaştığında çabucak pes ederek, problemi çözemeyeceğine dair motivasyonlarının düştüğü görülmüştür. Ancak klinik mülakatlarda ve sınıf içi gözlemlerde fark edildiği üzere öğrenme ortamında adaylara problemi çözebileceğine dair olumlu pekiştireçler verilmesi, adayların farklı çözüm yollarını görebilmesi için yapılan grup çalışmaları etkili olmuştur. Yine adayların grup içerisinde verilen zamanla birbirlerine ve sınıfa yaptığı çözümü anlatması, yanlış yaptığı yerleri görmesini sağlaması da onların dikkatli olma, azim ve öz disiplin alışkanlıklarının gelişimine katkıda bulunmuştur. Ayrıca uygulama sürecinin sonlarına doğru klinik mülakatlarda adayların uygulama öncesine göre daha çok özgüvenli olduğu görülmüştür. Bunun sebeplerinden biri de öğrenme ortamına katıldıktan sonra farklı şekilde problemlerle karşılaşan adaylar, farklı çözüm yolların olacağını görmesidir. Bütün bunların sonucunda verilen problemleri çözerken öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını pes etmeme, hisleri yönetme, empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-disiplin ve ön yargı gibi duyuşsal faktörler etkilemektedir.

### 6. 1. 3. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Göstergeleri Dikkate Alınarak Yapılan Değerlendirmenin Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Yorumlanmasında Önemli Olduğu Görülmüştür

Tasarlanan öğrenme ortamının öğretmen adayları üzerindeki etkisini daha iyi görebilmek için adayların geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergelerini doğru bir şekilde ortaya çıkaracak göstergelerin olması gerekir. Farklı öğretmen adaylarının sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının ortaya çıkarılması için bu alışkanlıkları ölçebilecek seviyede göstergelere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yüzden ilk önce ilgili literatür taranarak ve uzman görüşü alınarak geometrik düşünme alışkanlıkları göstergeleri oluşturulmuştur. Daha sonra bu göstergeler adayların lisans düzeyinde aldığı geometri derslerinde gördüğü konulara göre derecelendirilmiştir. Derecelendirilen geometrik düşünme alışkanlıkları göstergeleri uzman görüşleri ve pilot çalışmadan elde edilen veriler ile revize edilerek son hali getirilmiştir. Hazırlanan bu göstergeler öğretmen adaylarının süreç içerisinde karşılaştığı geometri problemlerine yönelik davranışlarını analiz etmede ve bu doğrultuda hangi geometrik düşünme alışkanlığını kullandığını belirlemede yardımcı olmuştur. Bu şekilde adayların uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının belirlenmesinde geometrik düşünme alışkanlıkları göstergeleri etkili olmuştur.

### 6. 1. 4. Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Gelişiminde DGY, Grup Çalışması, Yönergeler Rol Oynamıştır

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine yönelik tasarlanan öğrenme ortamında adayların dinamik geometri yazılımlarından biri olan GeoGebra'yı kullanabilmeleri için uygulamalar bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Adaylar 2'li gruplar halinde istediği zaman problemlerin çözümünde GeoGebra'yı kullanabilmektedir. Tasarlanan öğrenme ortamında adaylar dinamik geometri yazılımından biri olan GeoGebra'dan geometrik şekilleri bilgisayar ortamına aktararak ilişkilendirme, şekilleri hareket ettirerek değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyebilme, özel bir durumdan yararlanarak farklı şekiller oluşturabilme ve bu boyutta genel bir yargıya varabilme ve keşfetme gibi alışkanlıkları kullanabilme boyutunda yararlanabilmektedir. Bu çalışmada da adaylar GeoGebra'dan sürükleme, döndürme ve farklı şekilleri oluşturabilme özelliklerinden yararlandığı görülmüştür. Adaylar GeoGebra'yı ilişkilendirme alışkanlığının İ1 ve İ4 göstergelerinde, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığının ÖG1 ve ÖG3 göstergelerinde, değişmezleri araştırma alışkanlığının DA1, DA2, DA4 göstergelerinde, keşfetme ve yansıtma alışkanlığının KY2, KY4 ve KY5 göstergelerinde kullanmıştır. Ayrıca adaylar klinik mülakatlarda da problemlerin bazılarında verilen şartlar değiştirilmeden geometrik şekli sürükleme, hareket ettirme, büyültme gibi özelliklerinden yararlandığı görülmüştür. Bütün bunlar sonucunda adayların uygulama çalışma yapraklarına verdiği cevaplarda, klinik mülakatlarda, ödev cevaplarında GeoGebra'dan yararlanarak geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandıkları ve bu yöntemle doğru sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Bu durum da dinamik geometri yazılımlarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimi üzerinde olumlu bir etkinin olduğunu göstermektedir.

Bireylerde olumlu yönde alışkanlık kazandırılmasında rol oynayan etmenlerden biri de yönlendirmeler ve yönergelerdir. Tasarlanan öğrenme ortamında da adaylara geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılması için yönergeler verilmiştir. Yapılan yönergeler adayların problemlerin sonucuna odaklanmasından ziyade süreç içerisinde alışkanlıkları kullanmaya teşvik etmiştir. Yapılan gözlemler ve klinik mülakatlar sonucunda adayların uygulama süreci başlangıcında ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ1 göstergesini kullanırken geometrik şekiller arasında ilişki bulduğu ancak bu ilişkinin sebeplerini açıklayamadığı görülmüştür. İlişkilerin sebebini açıklamada ise hem araştırmacının hem de çalışma yapraklarında yer alan yönergelerin etkili olduğu gözlenmiştir. Yine adaylar özel bir durumdan genel bir yargıya ulaşırken, değişen ve değişmeyen özellikleri belirlerken de çalışma yapraklarında yer alan adım adım yönergelerin bu alışkanlıkları kullanma ve doğru sonuca ulaşma boyutunda etkili olmuştur.

Öğrenme ortamında adaylara keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kazandırabilmek amacıyla uygulama süresince grup çalışması oluşturulmuştur. Öğrenme ortamından gözlendiği üzere gruplar halindeki adayların birbirinin keşfinde yardımcı oldukları, kendilerini problem çözümlerinde daha iyi ifade edebildikleri görülmüştür. Adaylar grup içinde kendi çözümlerini ifade ederken, farklı çözümlerin de olabileceğini görmüş ve matematiksel dili etkili kullanarak birbirlerine açıklamalarda bulunabilmiştir. Öğrenme ortamında adaylara grup çalışması yaptırırken araştırmacı rehber rolünü üstlenmiş ve sınıf içerisinde araştırmacıya adaylar tarafından yönlendirilen soruları ilgili dönütler ve yönlendirmeler yaparak adayların doğru çözüme kendilerinin ulaşmasını sağlamıştır. Ayrıca adaylar grup çalışması aracılığıyla farklı problem çözüm yolları gördükçe ve farklı düşünme alışkanlıklarını kullandıkça kendilerine olan öz güvenleri artmıştır. Bu öz güvenle birlikte ise olumlu yönde düşünme alışkanlıklarını kullanmaya başlamışlardır. Ayrıca adayların problemlerin farklı çözüm yollarının olabileceğini görmesi, esneklik ve öğrenmeye açık olma faktörlerini de olumlu yönde etkilemiştir. Bütün bu süreçte adayların hem geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişiminde hem de bu alışkanlıkları etkileyen faktörlerin olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Düşünme alışkanlıklarını kazandırmanın bir diğer yolu da öğrencilerin fazla sayıda problem çözmesini sağlamaktır. Bu şekilde adaylar öğrendiği geometrik düşünme alışkanlıklarının farklı problemler üzerindeki kullanımı öğrenmiştir. Her hafta uygulamadan sonra adaylara derste öğrendiği alışkanlıkların kullanımına yönelik problemler verilmiştir ve her hafta belirlenen bir günde 2 saat boyunca adaylarla birlikte problemler çözülmüştür. Ödev problemlerini çözerken her aşamayı yazmaları istenmiştir. Bu şekilde adayların kullandığı düşünme alışkanlıkları analiz edilmiştir. Başlangıçta adaylar ödev problemlerine yönelik çözümlerini açıklamakta zorlanmıştır. Ancak ilerleyen haftalarda çözüm sürecini daha iyi açıklamışlardır. Dolayısıyla verilen ödevler adayların hem matematik dili etkili kullanmasını sağlayarak keşfetme ve yansıtma alışkanlığını geliştirmiş hem de o hafta öğrenilen alışkanlıkların kullanmaya yöneltmiştir.

### 6. 2. Öneriler

Öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan öğrenme ortamlarının, adayların GDA'larının gelişimine nasıl katkı sağladığını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada, adaylarının GDA'larının farklı şekillerde geliştiği gözlenmiştir. Bu bölümde varılan sonuçlar ışığında öneriler sunulmuştur.

#### 6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Geometrik yapılar, keşfedilmeyi bekleyen birçok özellik, ilişki ve teoremleri içermektedir. Bu yapıların keşfedilme sürecinde bireylerin sahip olduğu problem çözme becerileri ön plana çıkmaktadır. Ancak geleneksel öğretime dayalı sınıflarda geometride sadece birtakım teoremler ve ispatlar ile rutin problemlere yer verilmesi, geometri dersinde problemleri çözerken alışkanlıkları kullanma boyutunda yetersiz kalınmaktadır. Oysaki literatürde hemfikir olunan görüş öğrencilere geometrik yapılar ve bu yapılar arasındaki ilişkilerin öğretilirken geometrik düşünme alışkanlıkları öğretim programlarında gömülü olarak yer almasıdır. Dolayısıyla bu alışkanlıklar sayesinde öğrenciler geometrik düşünmenin yöntemleri öğrenebilecektir. Bu görüşten hareketle bu çalışmada geometri dersinin problem çözümüne dayalı uygulamalarında gelecekte öğrenci yetiştirecek öğretmen adaylarına geometrik düşünme alışkanlıkları problemler içerisinde gömülü olarak kazandırmayı hedefleyen bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, adayların GDA destekli öğrenme ortamına katılımı sonucunda GDA'ları daha iyi düzeyde kullanabildikleri, karşılaştıkları problemlerin çözümüne farklı açıdan bakarak doğru sonuca ulaşabildikleridir. Bu sebepten geometri derslerinin geometrik düşünme alışkanlıkları ile desteklenerek işlenmesi önerilmektedir.

Geometrik düşünme alışkanlıklarının adaylara kazandırılması oldukça kapsamlı bir süreçtir. Literatürde bu süreçte GDA'ların öğrencilere kazandırılmasına yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarının, düşünme alışkanlıklarının problemlere gömülü olarak ayrı ayrı verilmesi ve bütüncül olarak verilmesi olmak üzere iki farklı yaklaşımın olduğu görülmektedir. Birinci yaklaşıma dayalı öğrenme ortamlarında düşünme alışkanlıklarından biri veya birkaçını içeren etkinlikler sınıf ortamında uygulanmaktadır. İkinci yaklaşımda ise öğrencilere bütün alışkanlıkların bir etkinlik boyunca kullanımı söz konusudur. İlk yaklaşımda öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını birbirinden bağımsız olarak öğrenebileceği, ikinci yaklaşımda ise öğrencilerin bütün alışkanlıkları bir etkinlikte öğrenmekte zorluk çekeceği dezavantajlar görülmektedir. Literatürde görülen bu dezavantajları ortadan kaldırmak için bu çalışmada ilk dört hafta boyunca alışkanlıkların ayrı ayrı verilmesi yaklaşımı, diğer altı haftada ise alışkanlıklar bütüncül yaklaşıma dayalı olarak verilmiştir. Dolayısıyla öğrencilere düşünme alışkanlıklarını kazandırmaya yönelik ortamların her iki yaklaşımı da içerecek şekilde tasarlanmasının, alışkanlıkların kazandırılmasında etkili olduğu düşünülmektedir.

Geometrik yapılar birtakım tanım ve teoremlerin anlatılmasıyla değil öğrencilerin öğrencinin aktif olduğu öğrenebileceği bir süreçtir. Bu süreçte geometrik düşünme alışkanlıkları, öğrencileri nasıl bir geometrik düşünme sürecinden geçeceğinde yol göstericidir. İlgili literatür bu süreçte verilen geometri problemlerini görselleştirmenin, düşünme alışkanlıklarını kullanmada yol gösterici olduğunu belirtmektedir. Bu bakımdan literatürde hâkim olunan görüş verilen problemlerin görselleştirmesine vurgu yapmayan bir öğretimin düşünme alışkanlıklarının kazandırılması boyutunda başarılı olamayacağıdır. Bu görüşten hareketle bu çalışmada verilen geometri problemlerini görselleştirmede ve bu yapıların sürükleme, öteleme, yansıma gibi dönüşüm hareketleri ile dinamik bir yapı kazanması amacıyla DGY kullanılmıştır. Kullanılan DGY adayların dinamik ortama aktardığı geometrik yapıları keşfetmesinde kolaylık sağlaması ile keşfetme ve yansıtma alışkanlığı, yapıların sürükleme, yansıma, öteleme gibi dönüşümler yapabilmesi ve nesneleri birbiri ile karşılaştırabilmesi bakımından ilişkilendirme alışkanlığı, sabit olan yapıların hareket ettirilerek değişen ve değişmeyen özellikleri anlayabilmesi bakımından değişmezleri araştırma, farklı durumları da göz önünde bulundurarak genel bir kural oluşturabilme bakımından da özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı işe koşulmaktadır. Bu sebeple geometri derslerinde öğrencilerin düşünme alışkanlıklarını daha iyi öğrenebilmesi adına öğretim süreçlerinde DGY kullanılması önerilmektedir.

Öğrenme ortamında adaylara bilişsel boyuttaki geometrik düşünme alışkanlıkları kazandırılırken adayların duyuşsal boyuttaki inançlarının da önemli olduğu görülmüştür. İlgili literatür adayların duyuşsal boyuttaki inançların desteklenmesinin, adayların düşünme alışkanlıklarını kullanmaya yönelteceği konusunda hemfikirdir. Bu çalışmada da adayların duyuşsal düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyuttaki geometrik düşünme alışkanlıklarını olumlu yönde etkilediği sonucundan yararlanarak ve literatürde hakim olan bu görüş göz önünde bulundurularak hazırlanan öğrenme ortamında adayların empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, dikkatli olma, şüpheci yaklaşım, azim ve öz-disiplin ve ön yargı gibi duyuşsal boyuttaki alışkanlıklarına yer verilmiştir. Bu yüzden adayların düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamlarında duyuşsal boyuttaki alışkanlıkların da desteklenmesi önerilebilir.

### 6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Yapılan bu çalışmada öğretmen adaylarına geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılmasına yönelik problem çözmeye dayalı bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Bu ortamda lisans düzeyinde görülen geometri dersinin öğretimine yönelik geometrik düşünme alışkanlıkları destekli materyaller, bu alışkanlıkları ölçebilecek düzeyde derecelendirilmiş puanlama ölçeği ve duyuşsal boyutu belirlemeye yönelik bir ölçek geliştirilmiştir. Öğrencilerin söz konusu düşünme alışkanlıklarına sahip olabilmesi için ileride öğrenci yetiştirecek adayların da bu alışkanlıklara sahip olması gerekliliği düşünülmüştür. Bu çalışmada kullanılan yöntem ve geliştirilen materyallerden de yararlanarak ilköğretim ve ortaöğretim seviyesinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin örneklem alındığı bir araştırmada öğrencilerin öğretim deneyimlerini konu edinen araştırmalar gerçekleştirilebilir.

Çalışmadan elde edilen bulgular tasarlanan öğrenme ortamına katılan adayların karşılaştıkları problemlerin çözümünde değişmezleri araştırma, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlıklarını kullanırken dinamik geometri yazılımlarından yararlandıklarını göstermektedir. Bu durum dinamik geometri yazılımları destekli öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanabilme becerilerine etkisi olduğuna işaret etmektedir. Dolayısıyla ileride yapılacak olan araştırmalarda geometrik düşünme alışkanlıkları kullanımının dinamik geometri yazılımlarıyla nasıl farklılaştığını karakterize edecek çalışmalar yürütülebilir.

Bu çalışmada geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılmasına yönelik tasarlanan öğrenme ortamının, adayların geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanması üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Çalışmada yapılan analizler ve gözlemler sonucunda adayların ilişkilendirme alışkanlığı kapsamında İ2, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığı kapsamında ÖG2, değişmezleri araştırma alışkanlığı kapsamında ise DA3 göstergeleri istenilen düzeyde kazandırılamadığı fark edilmiştir. Bunun sebeplerinden biri de uygulama sürecinde bu alışkanlıkları kullanacak problemlere çok fazla yer verilmemesi olduğu düşünülmüştür. Bireylere alışkanlık kazandırabilmek için o alışkanlığı daha fazla kullanabilecekleri problemlere yer verilmesinin gerekliliği düşünüldüğünde, ileride yapılacak çalışmalarda kazandırılmak istenen alışkanlığı içeren problemlere fazla sayıda verilmesi önerilebilir.

Yapılan bu çalışmada tasarlanan öğrenme ortamının adayların geometrik düşünme alışkanlıklarını kazanma durumunda nasıl farklılaşma olduğunu ortaya çıkarılmıştır. Bu bakımdan çalışma nitel ve nicel verilerle desteklenerek tek bir grup üzerinde yürütülmüştür. İleride yürütülecek olan çalışmalar, bu çalışmada verilen geometrik düşünme alışkanlıklarının teorik yapısı ve problemleri kullanarak deney ve kontrol olmak üzere 2 farklı grup üzerinde yapılabilir. Bu şekilde çalışmada tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin düşünme alışkanlıklarındaki gelişiminin nasıl farklılaştığını ortaya konulabilir.

## 7. KAYNAKLAR


Abramovich, S., and Connell, M. L. (2014). Using technology in elementary mathematics teacher education: a sociocultural perspective. *Hindawi Publishing Corporation ISRN Education*, 1-9.

Akgül, A. (2014). Ortaokul 6, 7 ve 8. sınıflarda geometrik cisimlerin alan ve hacimlerinin öğretiminde cabri 3D yazılımının öğrenci başarısı ve tutumuna etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.

Akker, J., Bannan, B., Kelly, A.E., Nieveen, N. and Plomp, T. (2013). *Educational Design Research*. Netherlands.

Arisa, S. and Hitchens, M. (1998). *Teaching world history: The global human experience through time.* Indiana: ERIC Clearinghouse for Social Studies/Social Science Education.

Bailin, S. and Case, R. (1999). Conceptualizing critical thinking. *Journal of Curriculum Studies*, 31(3), 285-302.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi (Genişletilmiş 4. Basım).* Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Battista, M. T. (Ed). (2007). *The development of geometric and spatial thinking. Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*.Reston.

Bergman, D. J. (2007). The effects of two secondary science teacher education program structures on teachers' habits of mind and action. Unpublished Dissertation. Iowa State University, Iowa.

Betz, W. (1930). *The transfer of training, with particular reference to geometry.* The teaching of Geometry: Fifth yearbook. (pp. 149-198). New York.

Bindak, R. (2005). İlköğretim öğrencileri için matematik kaygı ölçeği. *Fırat Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi,* 17(2), 442-448.

Bond, T. G. and Fox, C. M. (2007). *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences.* Mahwah, N.J.: Erlbaum.

Bonn, T. V. (2015). Discovering and applying geometric transformations: transformations to show congruence and similarity. Unpublished master thesis, California State University, San Bernardino: CA.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.

Bulut-Baran, D. (2015). Analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımların birlikte kullanılmasına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Chan, Y. (2003). GeoGebra as a tool to explore, conjecture, verify, justify, and prove: The case of a circle. *North American GeoGebra Journal,* 2(1), 2162-3856.

Cheung, W. S., and Hew, K. F. (2010). Examining facilitators' habits of mind in an asynchronous online discussion environment: A two cases study. *Australian Journal of Educational Technology*, 26(1), 123-132.

Clements, D. (2003). *Teaching and learning geometry. Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2002). *Research methods in education.* London: Routledge and Falmer.

Cook, G. E. (1996). Using clinical supervision to promote inquiry. *Journal of Staff Development*, 7(4), 46-50.

Costa, A. (1987). What human beings do when they behave intelligently and how they can become more so. *Journal of Special Education,* 11(3), 239-249.

Costa, A. L. (1985). *Developing minds: A resource book for teaching thinking*. Arlington, VA: Association for Curriculum and Supervision.

Costa, A. L. and Kallick, B. (2008) *Learning and learning with habits of mind: 16 essentials characeristics for success.* Alexandria, VA: Assosication for Supervision and Curriculum Development.

Costa, A. L. and Kallick, B. (2009). *Habits of mind across the curriculum: Practical and creative strategies for teachers.* Alexandria, VA: Assosication for Supervision and Curriculum Development.

Costa, A. L. and Kallick, B. (2000). *Discovering and exploring habits of mind*. Alexandria, VA: Association for Supervision & Currculum Development.

Coşkun, M. (2013). Matematik derslerinde ilişkilendirmeye ne ölçüde yer verilmektedir: sınıf içi uygulamalardan örnekler. Yayımlanmamış doktora tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Coxford, A. F., Fey, J. T., Hirsch, C. R., Schoen, H. L., Burrill, G., Hart, E. W., & Watkins, A. E. (1998). *Contemporary mathematics in context: a unified approach. Implementing the core-plus mathematics curriculum.* Chicago: Everyday Learning Corporation.

Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed method approaches*. London: SAGE Publicaitons.

Cuoco, A. and Goldenberg, E. P. (2001) A role for technology in mathematics education. *Journal of Education,* 178(2), 15-32.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P., and Mark, J. (2010). Organizing a curriculum around mathematical habits of mind. *Mathematics teacher*, *103* (9), 682-688.

Cuoco, A., Goldenberg, E. and Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior,* 15(4), 375–402.

Dostal, P. (2000). An examination of explanatory style and habits of the mind as correlates of academic achievement in 7th-grade gifted students. Disseration Abstracts International, 115B (UMI No. 401614).

Driscoll, M. J., DiMatteo, R. W., Nikula, J. and Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers grades 5-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Driscoll, M. J., DiMatteo, R. W., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. and Kelemanik, G. (2008). *The Fostering Geometric Thinking Toolkit: A Guide for Staff Development.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Falanagan, K. A. (2001). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. Disseration Abstracts International, (UMI No. 3020450).

Fenderson, S. (2010). Instruction, perception, and reflection: Transforming beginning teachers' habits of mind. Disseration Abstracts International, 213B (UMI No. 3415992).

Friel, S. N. and Markworth, A. (2009). A framework for analyzing geometric pattern tasks. *Mathematics Teaching in Middle School,* 15(1), 24-33.

Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society*, 17(4), 447-62.

Goldenberg, E. P. (1996). “Habits of Mind” as an organizer for the curriculum. *Journal of Education,* 178(1), 13–34.

Goldenberg, E. P., Mark, J., and Cuoco, A. (2010). An algebraic-habits-of-mind perspective on elementary school. *Teaching Children Mathematics*, 16(9), 548-556.

Goldenberg, E. P., Shteingold, N. and Feurzeig, N. (2003). Mathematical habits of mind for young children. *Teaching Mathematics through Problem Solving: Prekindergarten-Grade*, 6, 51-61.

Goldenberg, P. (2009). Mathematical habits of mind and the language-learning brain: Algebra as a second language. Paper presented at an AMS-MAA-MER Special Session on Mathematics and Education Reform, Joint Mathematics Meetings, Washington, DC.

González, G. and Herbst, P. G. (2006). Competing arguments for the geometry course: Why were American high school students supposed to study geometry in the twentieth century?. *International Journal for the History of Mathematics Education*, 1(1).

Gordon, M. (2011). Mathematical habits of mind: promoting students' thoughtful considerations. *Journal of Curriculum Studies*, 43(4), 457-469.

Greene, J. C., Krayder, H. and Mayer, E. (2005). Combining qualitative and quantitative methods in social inquiry. In B. Somekh & C. Lewin (Eds.). Research Methods İn The Social Sciences (pp. 275-282). London: Sage.

Guenther, S. J. (1997). An examination of fifth grade students' consideration of habits of mind: a case study. Disseration Abstracts International, (UMI No. 9841295).

Güven, B. (2006). Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Güven, B. ve Karataş, İ. (2002). Dinamik geometri yazılımı CABRİ ile geometrik yer problemleri, Matematik Etkinlikleri, Matematik Sempozyumu, Ankara.

Harel, G. and Sowder, L. (2005). Advanced mathematical-thinking at any age: its nature and its development. *Mathematical Thinking & Learning: An International Journal*, 7(1), 27-50.

Harper, S. R. and Edwards, M. T. (2009). Purposeful dragging: motivating deeper mathematical understanding through dynamic geometry explorations. 21th Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics. (pp. 123-127) Louisiana: Pearson Education, Inc.

Herbst, P. (2006). Teaching geometry with problems: Negotiating instructional situations and mathematical tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37, 313-347.

Howe, M. L., Rabinowitz, F. M. and Powell, T. L. (1998). Individual differences in working memory and reasoning-remembering relationships in solving class-inclusion problems. *Memory & Cognition,* 26(5), 1089-1101.

Hu, H-W. (2005). Developing siblings and peer tutors to assist native Taiwanese children in learning habits of mind for math success. Disseration Abstracts International, 256B (UMI No. 3179886).

Jacobbe, T. and Millman, R. S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers*. School Science and Mathematics,* 109(5), 298-302.

Jones, V. R. (2014). Habits of mind: developing problem-solving strategies for all learners *Children's Technology and Engineering,* 19(2), 24-26.

Karakuş, Ö. (2003). Bilgisayar Destekli Dönüsüm Geometrisi Ögretiminin Ögrenci Erişisine Etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli*, İlköğretim-Online,* 2(2), 2-9.

Kılıç, H. (2013). Lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 7*(1), 222-241.

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. In the Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 2330-2339). Larnaca, Cyprus.

Levasseur, K. and Cuoco, A. (2009). Mathematical Habits of Mind. National Council of Teachers of Mathematics.

Lim, K. H., & Selden, A. (2009). Mathematical habits of mind. In S. L. Swars, D. W. Stinson and S. Lemons-Smith (Eds.). Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Atlanta, GA: Georgia State University.

Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E. P. and Sword, S. (2010). Developing mathematical habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 15(9), 505-509.

Marshall, A. R. (2004). High school mathematics habits of mind instruction: student growth and development. Disseration Abstracts International, 115B, (UMI No. 1421654)

Marzano. R. J., Pickering, D. and McTighe, J. (1993). Assessing student outcomes: Performance assessment using the dimensions of learning model. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Matsuura, R., Sword, S., Piecham, M. B., Stevens, G. and Cuoco, A. (2013). Mathematical habits of mind for teaching: Using language in algebra classrooms. *The Mathematics Enthusiast,* 10(3), 735-776.

McArthur, D. L. (2011). Scholarly capacities, habits of mind, and dispositions: case studies of education, Disseration Abstracts International, (UMI No. 3484287).

Mercan, M. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik dersine ait “dönüşüm geometrisi” alt öğrenme alanının öğretiminde, dinamik geometri yazılımı geogebra’nın kullanımının öğrenci başarısına etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000*). Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2008). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions, grades 6-12: a resource for the mathematics teacher*. Corwin Press.

Richardson, M. and Simmons, D. (1996). *Recommended competencies for outdoor educators*. West Virginia: ERIC Clearinghouse on Rural Education and Small Schools.

Rolle, Y. A. (2008). Habits of practice: a qualitative case study of a middle-school mathematics teacher. Disseration Abstracts International, 309B, (UMI No. 3325854).

Russell, M. K. and Airasian, P. W. (2001). *Classroom assessment: Concepts and applications*. Boston: McGraw-Hill.

Samson, D. (2014). Visualising and generalising with square arrays. *Australian Mathematics Teacher,* 70(2), 4-12.

Sarı, H. Y. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik dersi “dönüşüm geometrisi” alt öğrenme alanının öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından sketchpad ile geogebra’nın kullanımlarının öğrencilerin başarısına ve öğrenmelerin kalıcılığına etkilerinin karşılaştırılması. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara

Seago, N. M., Jacobs, J. K., Heck, D. J., Nelson, C. L. and Malzahn, K. A. (2014). Impacting teachers' understanding of geometric similarity: results from field testing of the Learning and Teaching Geometry professional development materials. *Professional Development in Education*, 40(4), 627-653.

Seago, N., Jacobs, K. J., Dricsoll, M., Nikula, J., Matassa, M. and Callahan, P. (2013). Developing Teachers' Knowledge of a Transformations-Based Approach to Geometric Similarity. *Mathematics Teacher Educator*, 2(1), 74-85.

Seeley, C. L. (2014). Developing Mathematical Habits of Mind. A Mathematical Practices Message. Retrieved December 12, 2014, from http://www.mathsolutions.com/documents/message31_9781935099369_smarterthanwethink.pdf.

Sher, B. (1992). *Developing a scope and sequence in science for high ability learners K-8 Developing science curriculum for high ability learners K-8*. Virginia: College of William and Mary, Williamsburg.

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü*. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 7(11), 97-111.

Şataf, H. A. (2010). Bilgisayar destekli matematik öğretiminin ilköğretim 8.sınıf öğrencilerinin "dönüşüm geometrisi" ve "üçgenler" alt öğrenme alanındaki başarısı ve tutuma etkisi (Isparta örneği). Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Sakarya Ünversitesi, Sakarya

Takunyacı, M. (2007). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometri başarısında bilgisayar destekli öğretimin etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Sakarya Ünversitesi, Sakarya

Taylor, D. M. (2013). Writing Rubrics as Formative Assessments in an Elementary Classroom. Dissortation Abstracts International, 148B.

Thompson, L. J. (1995). *Habits of the mind: Critical thinking in the classroom*. Lanham, MD: University Press of America.

URL-1, http://habitsofmind.org/about-habits/ Habits of Mind. 30 June 2014.

VanTassel-Baska, J. (1998). *Planning science programs for high ability learners*. Virginia: ERIC Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education.

Volkmann, M. J. and Eichinger, D. C. (1999). Habits of mind: Integrating the social and personal characteristics of doing science into the science classroom. *School Science and mathematics*, 99(3), 41-47.

Yakut-Çayır, M. (2013). 9. Sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının ve kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Yıldırım, A., ve Şimşek H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

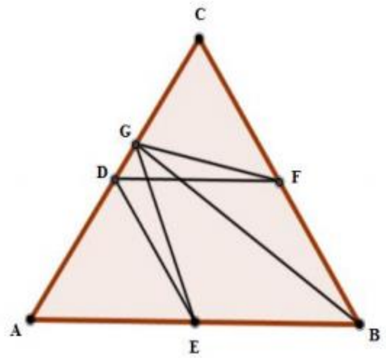
# 8. EKLER

## EK 1. Öğrenme Ortamında Kullanılan Geometrik Düşünme Alışkanlıklarına Yönelik Etkinlikler

### 1. Hafta Etkinleri

**Grup Elemanlarının**

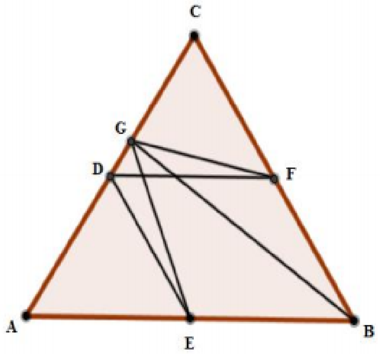
**Numarası :**
**Adı Soyadı :**




ABC üçgeninde D, E ve F sırasıyla AC, AB ve CB kenarlarına ait orta noktalar, BG ise ABC üçgeninin yüksekliğidir.

Bu verilenlere dayanarak, EGF üçgeni ile EDF üçgeninin eşlik bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu bulunuz. Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki alana yazınız.

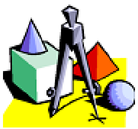
**1.**




ABC üçgeninde D, E ve F sırasıyla AC, AB ve CB kenarlarına ait orta noktalar.

BG ise ABC üçgeninin yüksekliğidir.

Bu verilenlere dayanarak, EGF üçgeni ile EDF üçgeninin eşlik bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu aşağıdaki adımları takip ederek bulunuz.



Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz.

1. ABC üçgeninin köşelerini hareket ettirerek aşağıda belirtilen uzunlukların oranlarını bulunuz. Elde ettiğiniz verilere dayalı olarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| **\|DE\|/\|BC\|** | **\|EF\|/\|AC\|** |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

2. Belirtilen kenarların uzunlukları oranı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bulduğunuz bu ilişki EFG üçgeni ile EDF üçgeninin benzer olup olmadığına yönelik bir karara varmanıza yardımcı olabilir mi? Açıklayınız.

**3.** Eğer verilen şekilde ABC üçgeni eşkenar ve ikizkenar üçgen olsaydınasıl bir sonuca ulaşırdınız? Bu durumda oluşacak geometrik yapıyı aşağıdaki alanlara çizerek, EFG ile EDF üçgenlerinin benzerliklerini araştırınız.

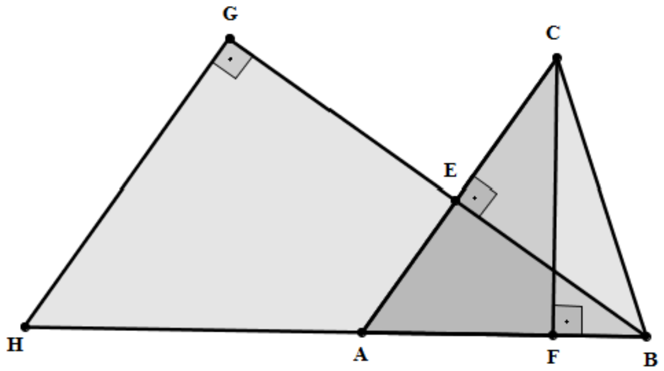
| **ABC eşkenar üçgeni için** | **ABC ikizkenar üçgeni için (\|AB\|=\|CB\|)** |
| --- | --- |
| | |

**4.** Sonuç olarak yaptığınız bu işlemlere dayanarak nasıl bir ortak karara varabilirsiniz? Verilen ABC üçgenin özel bir üçgen olması (ikizkenar veya eşkenar üçgen) sonucu değiştirir mi? İfade ediniz.

Verilen bir problemi doğrudan çözemediğimiz durumlarda problemin ***özel bir durumunu*** inceleyebiliriz. Bu özel duruma göre basit düzeydeki problemleri çözdükten sonra, elde ettiğimiz sonucu genele uyarlamaya çalışırız. Böylece verilen ifadelerin genel bir durum için de doğruluğunu göstermiş oluruz. Bu da farklı bir problem çözme yöntemidir. Dolayısıyla geometrik problemleri çözerken "***ilişki arama ve genelleme***" bizim oldukça işimize yarayan bir yöntemdir. Bu problemde de ABC eşkenar ve ABC ikizkenar üçgeninin özel durumundan yararlanarak, herhangi bir ABC üçgeni için genel bir yargıya vardığımız söylenebilir.

**Grup Elemanlarının**

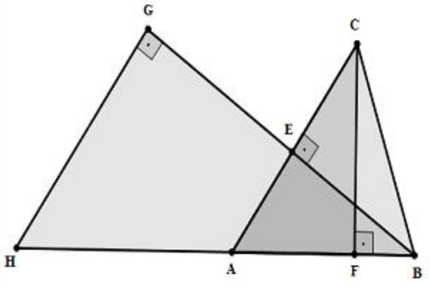
**Numarası :**
**Adı Soyadı :**




Şekilde görüldüğü üzere, ABC bir üçgendir. BE doğru parçasının uzantısı üzerinde |EG|=|CF| olacak şekilde bir G noktası alınmıştır. BA doğru parçasının uzantısı üzerinde ise [HG]⊥[BG] olacak şekilde bir H noktası alınmıştır. Verilenlere göre |AH| ile |AC| uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Düşüncelerinizi matematiksel olarak aşağıdaki boşluğa yazınız.

**Numara :**

**Adı Soyadı :**




ABC üçgeninde, [BE]'nın uzantısı üzerinde |EG|=|CF| olacak şekilde bir G noktası alınmıştır.

[BA]'nın uzantısı üzerinde ise [HG]⊥[BG] olacak şekilde bir H noktası alınmıştır.

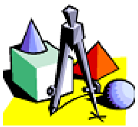
Verilenlere göre [AH]'sı ile [AC]'sının uzunlukları bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu aşağıdaki adımları takip ederek bulunuz.

1. S(A)=90° alarak şekilde verilen bilgilere dayalı olarak geometrik yapıyı oluşturunuz. Oluşturduğunuz yapıyı aşağıdaki alana çiziniz.

a) Bu yapıya göre [AH]'sı ile [AC]'sı arasında nasıl bir ilişki olduğunu söylersiniz. Açıklayınız.

b) Bulduğunuz bu ilişki, A açısının ölçüsünün 90° olmadığı durumlarda da geçerli olabilir mi? Bu özel durumu kullanarak bir gennelleme yapabilir miyiz?

Verilen bir problemi doğrudan çözemediğimiz durumlarda problemin özel bir durumunu inceleyebiliriz. Bu özel duruma göre problemi çözdükten sonra, bulduğumuz kuralı genele uyarlamaya çalışarak doğru sonuca ulaşırız. Bu da farklı bir problem çözme yöntemidir.



2. ABC herhangi bir üçgen olacak şekilde yukarıda verilen bilgilere dayalı olarak geometrik yapıyı oluşturunuz.

a) ABC üçgeninin köşelerini hareket ettirerek aşağıda belirtilen uzunlukların oranlarını bulunuz. Elde ettiğiniz verilere dayalı olarak aşağıdaki tabloları doldurunuz.

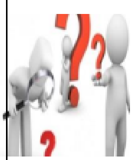
| $\|AC\|/\|FC\|$ | $\|HB\|/\|GB\|$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |

| $\|AC\|/\|FC\|$ | $\|AH\|/\|GE\|$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |

b) Bertilen kenarların uzunlukları oranı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bulduğunuz bu ilişki |AH| ile |AC| uzunluğunun eşit olma durumu hakkında bir karara varmanıza yardımcı olabilir mi?

c) Verilen soruyu çözmede hangi geometrik bilgilerinizden yararlandınız. Çözümünüzü yapınız.

3. S(A)=90º olma durumu ile ABC üçgeninin herhangi bir üçgen olması arasında bir ilişki var mıdr?



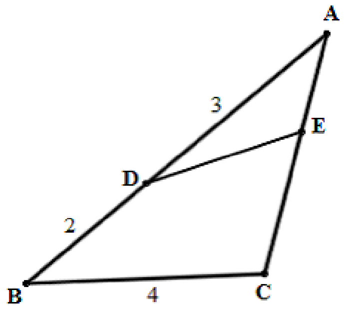
4. ABC'nin herhangi bir üçgen olmasına yönelik çözümde, herhangi özel bir durumdan(s(A)=90º olduğuna yönelik çözümünüzden elde ettiğiniz ilişkiden) yararlandınız mı? Bu çözümünüz için etkili oldu mu?

## 2. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

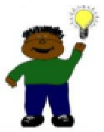
**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

**1.**




ABC herhangi bir üçgen,

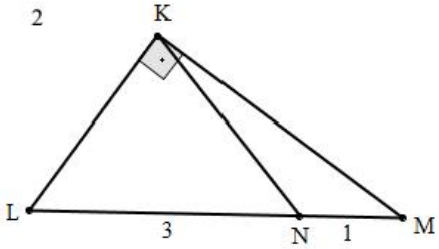
|EC|=2|AE|, |AD|=3 br, |DB|=2 br, |BC|=4 br, m(ABC)= θ, m(ADE)= α olduğuna göre α'nın θ cinsinden değerini bulunuz.



- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

**2.**



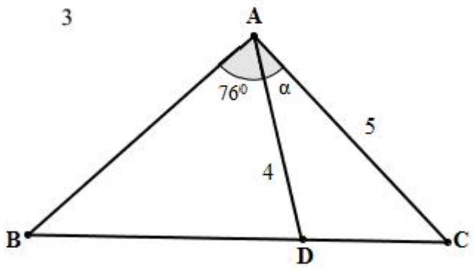

KLM bir dik üçgen, KL⊥KM

m(MKN)= α, m(KML)=2α, |LN|=3 br, |NM|=1 br olduğuna göre |KM|=x'in kaç br olduğunu bulmaya çalışınız.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

**3.**



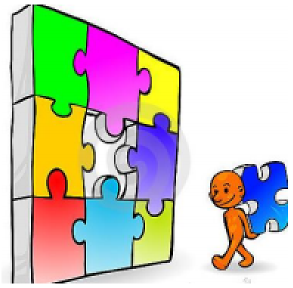

ABC herhangi bir üçgen,

|BD|=4|DC|, |AD|=4 br, |AC|= 5 br, m(BAD)=$76^0$ olduğuna göre m(DAC)= α kaç derecedir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

## KEŞFETME YÖNTEMİ İLE PROBLEM ÇÖZME



Problem çözerken kullandığımız yöntemlerden biri de ***keşfetme***dir. Bu yöntemde öğrenciler; verilen bir geometrik şekil üzerinde ek çizimler yaparak doğru sonuca ulaşmaya çalışır. Dolayısıyla keşfetme yöntemi verilen bir geometri sorusunda yer alan geometrik şekillerin konum-büyüklük vb. özelliklerini değiştirmedir denilebilir. Söz konusu durumda keşfetme yöntemi ***görselleştirme ve manipülasyon*** olarak açıklanabilir.

Burada öğrenciler " Eğer bir problemin çözümüne yönelik plan yaparken şekil çizip, bazı parçalara ayırırsam ne olur, şu şekilleri çizersem ve şekil üzerinde bu şekilde ek çizimler koyarsam sonuç nasıl değişir şeklindeki sorulara cevap arar.

**Keşfetme yönteminin göstergeleri aşağıdaki gibidir**

**1**. Problemde yer alan geometrik yapıların yansıra problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim oluşturma

**2.** Bazı durumları veya geometrik şekilleri dikkate alarak, uygulanılan yöntemde değişiklik yapabilme

**3.** Geometri ile ilgili bir problemin çözümüne yönelik varsayımlarda bulunma(hipotez kurma) ve varsayımları test etmeye yönelik çözümler üretme (Dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu biliyoruz, o halde bu şeklin de bir paralelkenar olduğunu söyleyebiliriz yorumunu yaparak ispata geçilmesi )

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

**1.** Bir KLM üçgeninin [LM], [MK] ve [KL] kenarları üzerinde sorasıyla P,Q ve R noktaları alınıyor. M(LRP)=$50^0$, m(LQP)=$25^0$ ve LQ doğru parçası KLM açısının açıortayı olduğuna göre QRK açısının kaç derece olduğunu nasıl bulursunuz?

- Grup arkadaşınız ile birlikte problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve bu plana göre çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Problemin çözümünde hangi matematiksel bilgilerden yararlandığınızı belirtiniz.

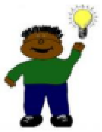
Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

## 3. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

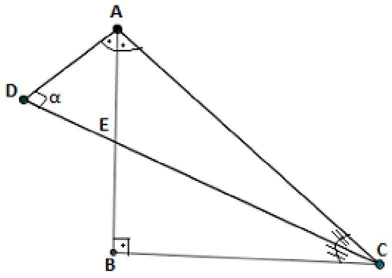
**1.** **"**Bir KLM ikizkenar üçgeninde |KL|=|KM|'dir. K'dan [LM]'ye indirilen dikmenin ayağı H'dır. M açısının açıortayı [KL] yi T noktasında kesmektedir ve m(KMT)=m(TML)=$18^0$ dir. |KH|=6 br olduğuna göre |MT|'nin kaç br olduğunu bulunuz" şeklindeki bir problemi aşağıdaki basamakları izleyerek çözmeye çalışınız.



- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

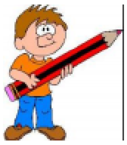
- Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

**2.**




Yanda verilen şekilde m(DAB)=m(BAC), m(ACD)=m(DCB), 2.|AB|=|DC| ve

AB⊥BC olduğuna göre m(ADC)= α kaç derecedir?



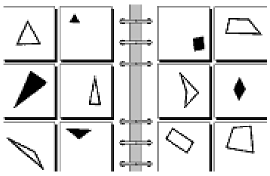
- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

Kendi çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hangi kısımlarda hatalar yaptığınızı inceleyiniz. Problemi çözerken hangi kısımlarda zorlandığınızı ifade ediniz.

## İLİŞKİLENDİRME YÖNTEMİ İLE PROBLEM ÇÖZME

İlişkilendirme öğrencilerin karşılaştığı geometrik nesneler arasındaki ilişkileri inceleme ve bu ilişkileri problem çözümünde kullanabilmedir. Yani bu yöntemi kullanan bir birey verilen şekillerin hangi yönleriyle birbirlerine benzediğini veya birbirlerinden farklı olduğunu sorgular, problemde yer alan geometrik şekilleri tanımlayıp, ortak/ortak olmayan özelliklerine göre karşılaştırarak şekiller arasındaki ilişkinin yapısını analiz edebilir. Yine bu yöntemi kullanan bir birey geometrik nesneleri birbiri ile ilişkilendirerek benzerlik, eşlik gibi kavramları kullanarak doğru sonuca ulaşmaya çalışır.

**İlişkilendirme yönteminin göstergeleri aşağıdaki gibidir**




**1.** Bir problemde yer alan geometrik şekilleri tanımlayıp, ortak özelliklerine göre karşılaştırır ve bu şekiller arasındaki ilişkinin yapısını analiz eder

**2.** Problemde yer alan geometrik şekillerin ortak olmayan özelliklerini, bu şekiller arasındaki farklılıkları ortaya koyar

**3.** Geometrik şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik uygun sınıflandırmalar yapar

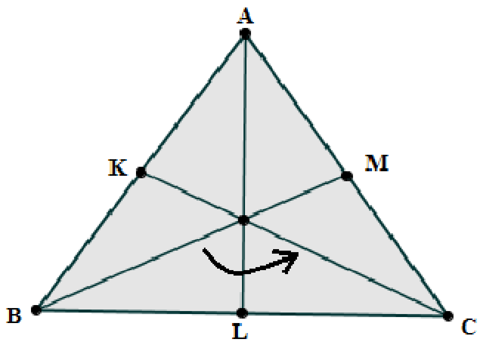
**4.** Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken simetri, öteleme gibi bazı dönüşümlerden yararlanmak

**5.** İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma **(benzerlik) (orantısal akıl yürütme)**

## 4. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

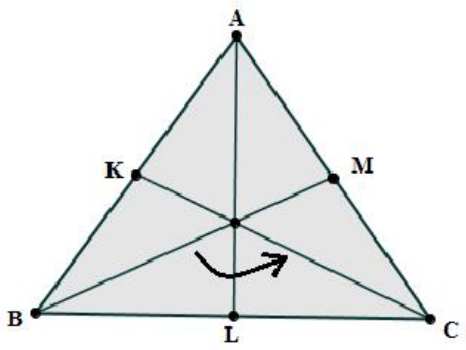
**Numarası :**
**Adı Soyadı :**




Şekilde ABC bir üçgen, |AB|=13 br, |BC|= 14 br, |AC|= 15 br'dir. ABC üçgeninin ağırlık merkezinden $180^{\circ}$ döndürülmesiyle $A'B'C'$ üçgeni oluşmaktadır. Bu iki üçgenin sınırladığı alanı bulunuz.

**Numara** :

**Adı Soyadı** :



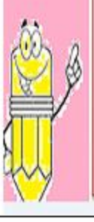

Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz.

1. Oluşturduğunuz bu üçgenin 180° döndürülmesi ile elde edilecek yapıyı aşağıdaki boşluğa çiziniz.

2. Döndürülme sonucunda sabit kalan ve değişen nicelikleri belirterek, bu niceliklerin neden sabit kaldığını/değiştiğini ifade ediniz. Yukarıda verilen görüş paralelinde bu soruyu nasıl düşünürsünüz?

3. Problemi çözmek için çizdiğiniz bu şekilde, problemde istenen alanı belirleyerek sonuca ulaşmaya yönelik bir plan oluşturunuz. Bu planı aşağıdaki boşluğa yazınız.

4. Geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Problemi çözmede hangi geometrik bilgilerden yararlandığınızı ifade ediniz.

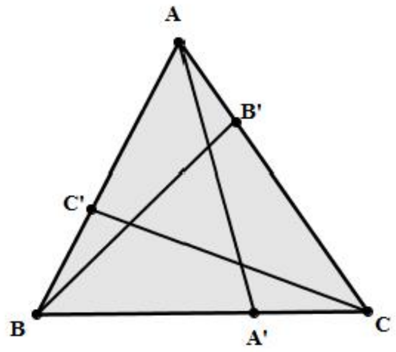


Verilen geometrik bir problemin çözümünü yaparken bazı durumlarda *döndürme, öteleme yapma, simetri alma* gibi şekil üzerinde oynamalar yapabiliriz. Bu durumda sabit kalan niceliklerin ve değişen niceliklerin özelliklerie dikkat ederek çözüme ulaşmaya çalışırız. Bu süreçte önemli olan karşılaştığımız geometrik nesnelerin farklı durumlarını düşünerek problemin çözümüne ulaşmaktır. Dolayısıyla kısa yoldan doğru sonuca ulaşmada ve görsel olarak şekil özelliklerini fark etmede ***sabit nicelikleri araştırma yöntemi*** oldukça işimize yarayan bir yöntemdir.

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

1.




Şekilde alanı 1br$^2$ olan ABC eşkenar üçgeninin [BC] kenarı üzerinde |BA'|=2|A'C|olacak şekilde bir A' noktası alınıyor. Benzer şekilde B' ve C' noktaları alındığında; [AA'], [BB'] ve [CC'] arasında kalan üçgenin alanının kaç br$^2$ olacağını bulunuz. Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

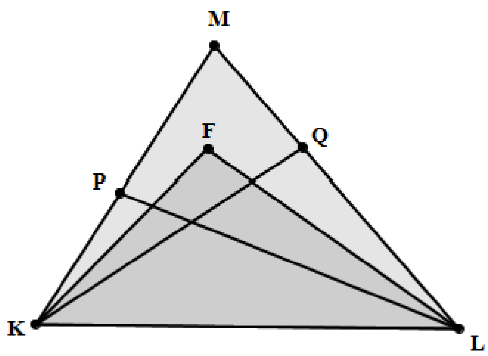
- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

## 5. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

**1.**



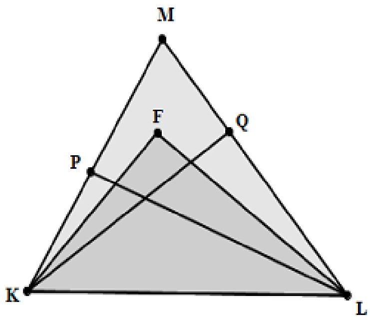

Şekilde ABC bir üçgen, P ve Q noktaları sırasıyla KM ve ML kenarı üzerinde rastgele iki noktadır. KF doğru parçası MKQ açısının, LF ise MLF açısının açıortayıdır.

**a)** s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri arasında bir ilişki bulmaya çalışınız.

**b)** Verilen şekilde P noktasını M ile çakıştırırsanız s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri nasıl değişir?

**Numara :**

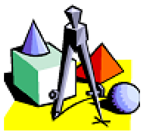
**Adı Soyadı :**




Şekilde ABC bir üçgen, P ve Q noktaları sırasıyla KM ve ML kenarı üzerinde rastgele iki noktadır. KF doğru parçası MKQ açısının, LF ise MLP açısının açıortayıdır.

**a)** s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri arasında bir ilişki bulmaya çalışınız.

**b)** Verilen şekilde P noktasını M ile çakıştırırsanız s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri nasıl değişir?



Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz.

**1.** KLM üçgeninin köşelerini hareket ettirerek aşağıda belirtilen açıların ölçüsünü bulunuz. Elde ettiğiniz verilere dayalı olarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| s(KPL) | s(KQL) | s(KFL) |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

**2.** Belirtilen açıların ölçüsü arasında arasında nasıl bir ilişki vardır? Bulduğunuz bu ilişkiyi matematiksel olarak açıklayınız.

**3.** Yukarıda oluşturduğunuz yapıda P noktasını M ile çakıştırınız. Oluşan yeni şekli aşağıdaki alana çiziniz.

**4.** Yeni şekil ile eski şekli göz önünde bulundurduğunuzda sabit kalan ve sabit kalmayan nicelikleri aşağıdaki alana yazınız.

**5.** Çizdiğiniz bu şekilden yararlanarak s(KPL), s(KQL) ve s(KFL) açılarının ölçüleri arasında bir ilişki bulmaya çalışınız. Bulduğunuz bu ilişkiyi matematiksel olarak ifade ediniz.

Verilen bu problemin çözümünde geometrik şekli dinamik yazılımdan çizdikten sonra hareket ettirerek şeklin son halinin nasıl olacağını gözlemledik. Oluşan yeni şekil ile eskisi arasındaki farkları ortaya koyarak sabit olan ve sabit olmayan nicelikleri belirledik. Ve nihayetinde gözlemlerimizden yararlanarak doğru sonuca ulaşmaya çalıştık. İşte bu şekilde verilen bir geometri probleminin çözümünü yaparken bazı durumlarda sürükleme, döndürme, öteleme, yansıtma, simetrisini alma gibi hareketler ile şekil üzerinde oynama yapabiliriz. Bu durumda sabit kalan ve değişen niceliklerin özelliklerine dikkat ederek çözüme ulaşmaya çalışırız. Bu süreçte önemli olan karşılaştığımız geometrik nesnelerin farklı durumlarını düşünerek problemin çözümüne ulaşmaktır. Dolayısıyla kısa yoldan doğru sonuca ulaşmada ve görsel olarak şeklin özelliklerini değiştirmede ***sabit nicelikleri araştırma yöntemi*** oldukça işimize yarayan bir yöntemdir.

**Numara** :

**Adı Soyadı** :

**1.**

**a)** Bir dikdörtgenin herhangi bir kenarı üzerinde P noktası alınmıştır. P noktasından köşegenlerine çizilen dikmeler sırasıyla PK ve PL olduğuna göre PK+PL toplamı hakkında nasıl bir yorum yaparsınız.

**b)** Eğer alınan P noktası seçilen kenarın uzantısı üzerinde olsaydı sonuç nasıl değişirdi?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

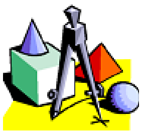
**Numara** :

**Adı Soyadı** :

**1.**

**a)** Bir dikdörtgenin herhangi bir kenarı üzerinde P noktası alınmıştır. P noktasından köşegenlerine çizilen dikmeler sırasıyla PK ve PL olduğuna göre PK+PL toplamı hakkında nasıl bir yorum yaparsınız.

**b)** Eğer alınan P noktası seçilen kenarın uzantısı üzerinde olsaydı sonuç nasıl değişirdi?



Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz.

1. P noktasını hareket ettirerek aşağıda belirtilen uzunlukları bulunuz. Elde ettiğiniz verilere dayalı olarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| \|PK\| | \|PL\| | \|PK\|+\|PL\| |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

**2.** Belirtilen uzunluklar arasında arasında nasıl bir ilişki vardır? Bulduğunuz bu ilişkiyi matematiksel olarak açıklayınız.

**3.** P noktası seçtiğiniz kenarın uzantısı üzerinde olsaydı şekil nasıl olurdu? Yapıyı oluşturarak yeni şekli aşağıdaki alana çiziniz.

**4.** Yeni şekil ile eski şekli göz önünde bulundurduğunuzda sabit kalan ve sabit kalmayan nicelikleri aşağıdaki alana yazınız.

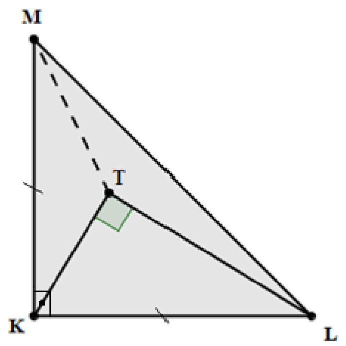
**5.** Çizdiğiniz bu şekilden yararlanarak |PK|+|PL| hakkında nasıl yorum yaparsınız_

Verilen bu problemin çözümünde geometrik şekli dinamik yazılımdan çizdikten sonra hareket ettirerek şeklin son halinin nasıl olacağını gözlemledik. Oluşan yeni şekil ile eskisi arasındaki farkları ortaya koyarak sabit olan ve sabit olmayan nicelikleri belirledik. Ve nihayetinde gözlemlerimizden yararlanarak doğru sonuca ulaşmaya çalıştık. İşte bu şekilde verilen bir geometri probleminin çözümünü yaparken bazı durumlarda sürükleme, döndürme, öteleme, yansıtma, simetrisini alma gibi hareketler ile şekil üzerinde oynama yapabiliriz. Bu durumda sabit kalan ve değişen niceliklerin özelliklerine dikkat ederek çözüme ulaşmaya çalışırız. Bu süreçte önemli olan karşılaştığımız geometrik nesnelerin farklı durumlarını düşünerek problemin çözümüne ulaşmaktır. Dolayısıyla kısa yoldan doğru sonuca ulaşmada ve görsel olarak şeklin özelliklerini değiştirmede ***sabit nicelikleri araştırma yöntemi*** oldukça işimize yarayan bir yöntemdir.

## 6 Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

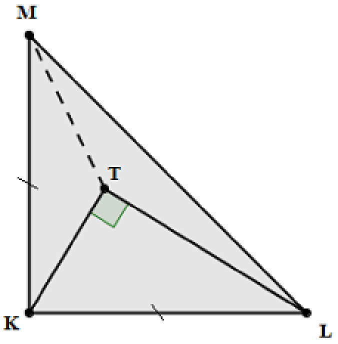
**Numarası** :
**Adı Soyadı** :




K açısı dik olan MKL ikizkenar dik üçgeninin içerisinde T noktası alınıyor. S(LTK)=90º, |KT|=x ve |TL|=x+y ise $|MT|$ uzunluğunu x ve y ye göre belirleyiniz. Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

**Numara** :

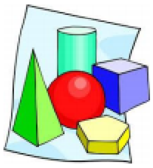
**Adı Soyadı** :




K açısı dik olan MKL ikizkenar dik üçgeninin içerisinde T noktası alınıyor.

S(LTK)=90°, |KT|=x ve |TL|=x+y ise

|MT| uzunluğunu x ve y ye göre belirleyiniz.



Verilenlere dayalı olarak yukarıdaki yapıyı oluşturunuz.

- Doğru sonuca ulaşamadıysanız bir de KTL üçgenini MK kenarı üzerinde taşıyarak sonuca ulaşmaya çalışınız. Yukarıda verilen yöntemi kullanarak işlemlerinizi açıklamaya çalışınız.

- Problemi çözmek için çizdiğiniz bu şekilde, problemde istenen kenar uzunluklarını ve açıları belirleyerek sonuca ulaşmaya yönelik bir plan oluşturunuz. Bu planı aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Problemi çözmede hangi geometrik bilgilerden yararlandığınızı ifade ediniz.

• Yaptığınız çözümde zorlandığınız yerler varsa sebepleri ile birlikte açıklayınız. Bu zorlukların üstesinden gelebilmek için hangi matematiksel süreçlerden geçtiniz?

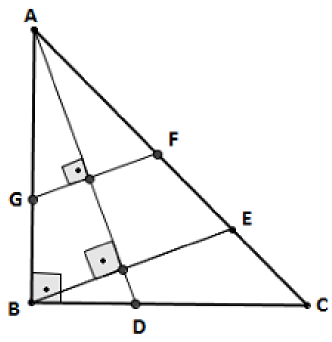
Verilen bir geometri probleminin çözümünü yaparken bazı durumlarda sürükleme, döndürme, öteleme, yansıtma, simetrisini alma gibi hareketler ile şekil üzerinde oynama yapabiliriz. Bu durumda sabit kalan ve değişen niceliklerin özelliklerine dikkat ederek çözüme ulaşmaya çalışırız. Bu süreçte önemli olan karşılaştığımız geometrik nesnelerin farklı durumlarını düşünerek problemin çözümüne ulaşmaktır. Dolayısıyla kısa yoldan doğru sonuca ulaşmada ve görsel olarak şeklin özelliklerini değiştirmede ***sabit nicelikleri araştırma yöntemi*** oldukça işimize yarayan bir yöntemdir.

• Problemin çözümünü yaparken yukarıdaki yöntem sizin için yararlı oldu mu? Nedenleri ile birlikte açıklayınız.

## 7. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**




Şekildeki ABC ikizkenar dik üçgeninde, m(B)=$90^{0,}$ |AB|=|BC|, |GB|=|BD|, [GF]=[AD] ve [BE]⊥[AD] olduğuna göre $\frac{|EF|}{|EC|}$ oranını bulunuz.

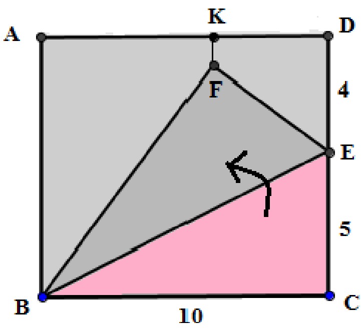
• Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

## 8. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

**1. a)**




Yandaki verilen şekilde ABCD herhangi bir dikdörtgendir.

|BC|= 10 br, |CE|= 5 br, |ED|= 4 br ve FK⊥AD

BCE üçgeni [BE] kenarı üzerine katlanınca C noktası F noktasının konumuna gelmektedir.

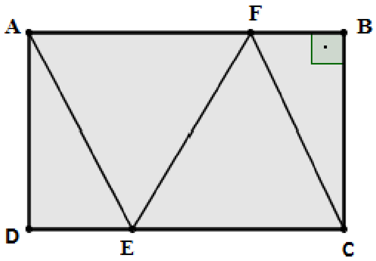
|FK| uzunluğunu nasıl bulursunuz? Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

**b)** Çözüme yönelik düşünme sürecinde hangi alışkanlığı kullandınız. Açıklayınız.

**Grup Elemanlarının**

**Numarası** :
**Adı Soyadı** :

**3. a)**




ABCD bir dikdörtgen. F ve E noktaları AFDE eşkenar dörtgen olacak şekilde seçilmiştir. |AB|=16 ve |BC|= 12 olduğuna göre

- |EF| uzunluğunu bulunuz.
- Eğer |AB|=a ve |BC|= b olursa |EF| uzunluğunu a ve b cinsinden bulunuz.

Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

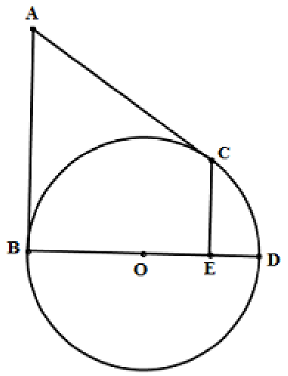
**b)** Çözüme yönelik düşünme sürecinde hangi alışkanlığı kullandınız. Açıklayınız.

## 9. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

**Numarası** :
**Adı Soyadı** :

**1.**




Şekilde O merkezli çember verilmiştir. [AB] ve [AC] doğru parçaları çembere B ve C noktalarından teğettir. [BD] doğru parçası çemberin çapı ve CE⊥BD olduğuna göre;

**a)** |BE|.|BO| ile |AB|.|CE| çarpımı arasında bir ilişi bulmaya çalışınız.

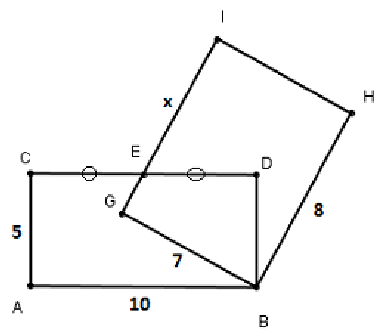
**b)** E noktası O noktası ile çakıştığı zaman |AB| uzunluğunu bulunuz.

**c)** E noktası B ve O noktası arasında olduğu zaman yukarıda bulduğunuz bu ilişkiyi sağlayıp sağlamadığını kontrol ediniz.

Çözüme yönelik bir plan oluşturarak, planınızı matematiksel ifadeler ile açıklamaya çalışınız.

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**

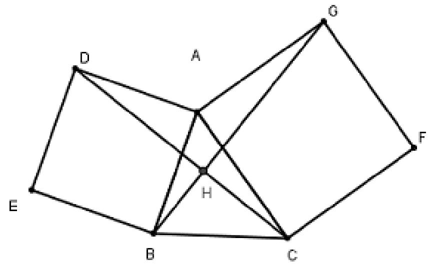



Yukarıdaki şekilde ABCD ve GBHI birer dikdörtgendir. |AB|=10 br, |BH|=8 br, |AC|=5 br, |BG|=7 br ve |EI|= x br olduğuna göre x'in kaç br olduğunu bulunuz.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**



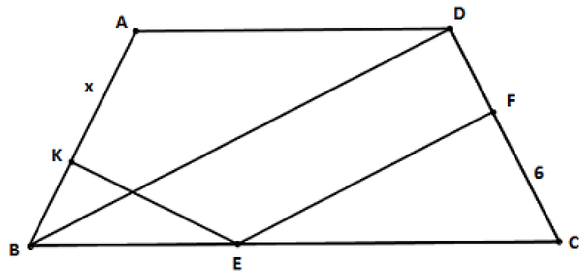

Yukarıdaki şekilde ABC bir üçgen, ADEB ve AGCF ise birer karedir. [BG]'sı ve [DC]'sı H noktasında kesişmektedir. |BG|=10 br olduğuna göre CD uzunluğunun kaç br olduğunu bulunuz.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

## 10. Hafta Etkinlikleri

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**



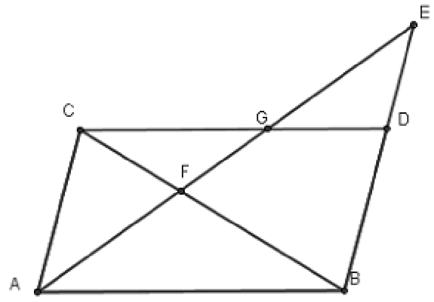

Yukarıdaki şekilde ABCD bir yamuk

AD//BC |AB|=|DC|, BD⊥DC, EF⊥DC, EK⊥AB ve $\frac{|EK|}{|EF|} = \frac{2}{3}$ |FC|=6 br, |AK|=x br olduğuna göre x uzunluğunun kaç br olduğunu bulunuz.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

**Grup Elemanlarının**

**Numarası :**
**Adı Soyadı :**




Yukarıda verilen şekilde ABCD paralelkenar, [CB] köşegendir.

$\frac{1}{|AF|} - \frac{1}{|AG|} = 0{,}25$ olduğuna göre BE uzunluğunu bulunuz.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak problemin çözümünü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

## EK 2. Uygulama Sürecin Öğretmen Adaylarına Verilen Ödevler

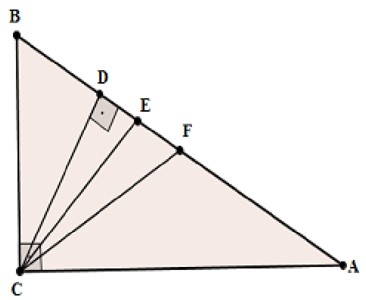
### 1. Hafta Ödevleri

**1. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**Adı/Soyadı :**

**Numarası :**

**1.**




Bir ABC dik üçgeninde C köşesine ait yükseklik ayağı D, iç açıortay ayağı E ve kenarortay ayağı F olsun.

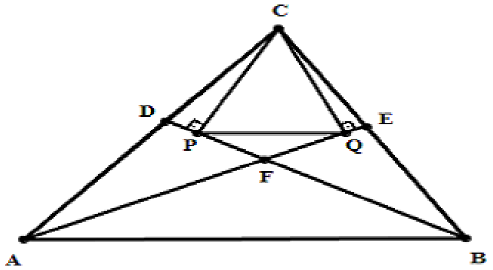
D, E ve F noktaları AB doğrusu üzerindedir.

Bu verilenlere dayalı olarak DCE açısının ölçüsü ile ECF açısının ölçüsü arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız.

**2.**




ABC herhangi bir üçgen.

AE doğru parçası BAC açısının, BD doğru parçası ise ABC açısının açıortayıdır. CP⊥BD ve CQ⊥AE

Bu verilenlere dayalı olarak PQ ve AB doğru parçalarının paralellik bakımından nasıl bir ilişkiye sahip olduğunu

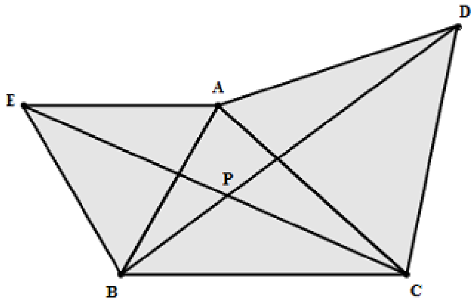
**a)** Verilen şekilde ABC üçgeni eşkenar üçgen olsaydı sonuç nasıl değişirdi?
**b)** Verilen şekilde ABC üçgeni eşkenar olmasaydı sonuç ne olurdu?

Adımlarından yararlanarak bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız.

**4.**




Şekilde ABC üçgeni verilmiştir. CDA ve AEB ise birer eşkenar üçgen olduğuna göre CPB açısının ölçüsünü aşağıdaki durumlara göre bulunuz.

**a)** ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına eşkenar üçgenler oluşturulduğu durumda (Şekildeki gibi) m(CPB)=?

**b)** ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına kare çizildiğinde durumda m(CPB)=?

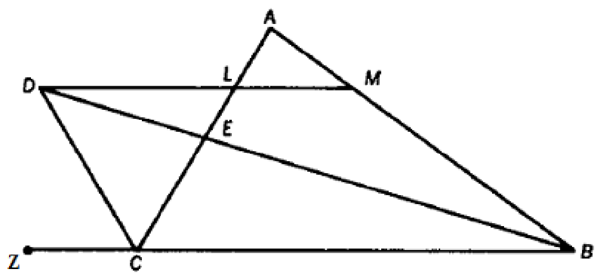
**c)** ABC üçgeninin AB ve AC kenarlarına düzgün beşgen çizildiğinde m(CPB)=?

Yukarıda verilenler göz önünde bulundurulduğunda ABC üçgeninin kenarlarına çizilen düzgün çokgenlere göre bir genelleme yapabilir misiniz? Açıklayınız.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız.

**5.**




Yukarıdaki şekilde ABC üçgeni verilmiştir.

m(ABD)=m(DBC) ve m(ZCD)=m(DCE), DM//ZB, |LC|= 5 br, |MB|=7 br olduğuna göre

**a)** LM uzunluğunu bulunuz.

**b)** Eğer ABC üçgeni eşkenar üçgen olsaydı LM uzunluğu ne olurdu?

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız.

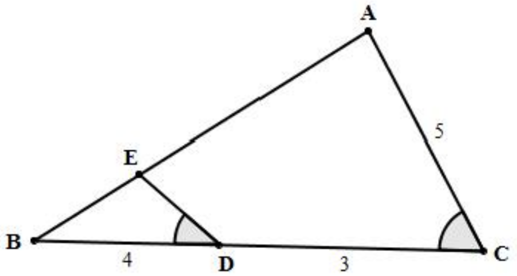
## 2. Hafta Ödevleri

**2. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**Adı/Soyadı :**

**Numarası :**

**1.**



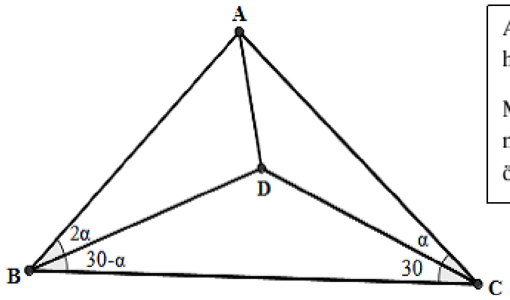

ABC bir üçgen,

|AE|=2|EB|, |AC|=5 br, |DC|= 3 br, |BD|=4 BR, m(ACB)=$64^0$ olduğuna göre m(EDB)'nın kaç derece olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**2.**



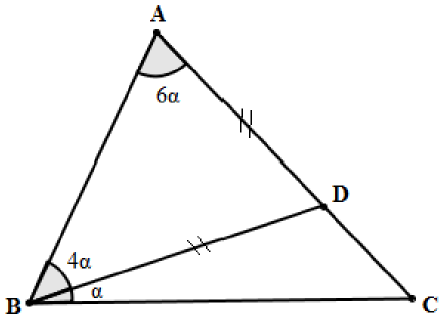

ABC bir üçgen ve D bu üçgen içerisinde herhangi bir noktadır.

M(ABD)=2 α, m(DBC)=$30^0$- α, m(BCD)=$30^0$, m(DCA)= α olduğuna göre CAD açısının ölçüsünü α cinsinden bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**3.**



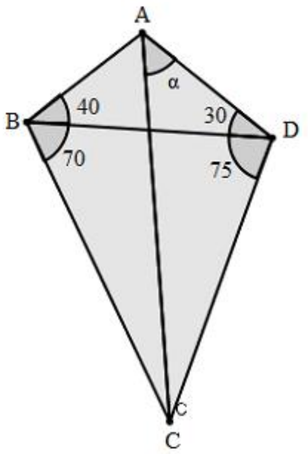

ABC bir üçgen, D [AC]'sı üzerinde bir noktadır.

|BD|=|AC|, m(CAB)=6 α, m(ABD)= 4 α, m(DBC)= α olduğuna göre α'nın kaç radyan olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**4.**




Şekilde ABCD bir dörtgen, [AC] ve [BD] bu dörtgenin köşegenleridir.

m(ABD)=$40^0$, m(DBC)=$70^0$, m(CDB)=$75^0$, m(BDA)=$30^0$, m(CAD)= α olduğuna göre α'yı bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

# 3. Hafta Ödevleri

**3. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**Adı/Soyadı :**

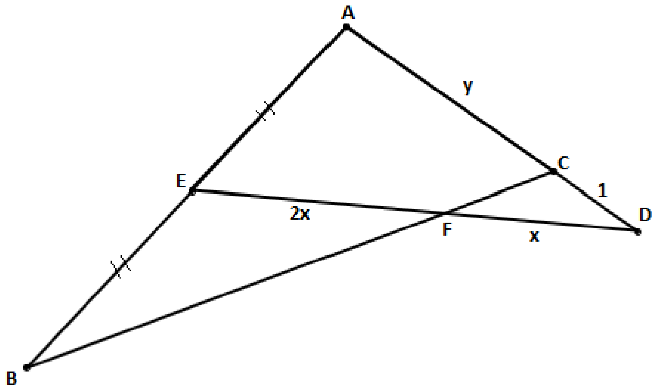
**Numarası :**

**1.** "Dar açılı bir ABC üçgeninin [AC]kenarı üzerinde rastgele bir D noktası alınmaktadır. [AL] kenarortayı [CH] yüksekliğini N noktasında, [BD]'yi ise K noktasında kesmektedir. N ∈ [AK] ve |AK|=|BK olduğuna göre $\frac{|AN|}{|KL|}$| oranını bulunuz" şeklindeki bir problemi aşağıdaki basamakları izleuerek çözmeye çalışınız.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturunuz ve geliştirdiğiniz bu planı uygulayarak çözümünüzü yapınız. Çözümünüzü bulmaya yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**2.**




Yukarıdaki şekilde ABC ve AED herhangi iki üçgendir. $|AE|=|EB|$, $|EF|=2|FD|$, $|CD|= 1$ br olduğuna göre $|AC|=y$ kaç br dir?

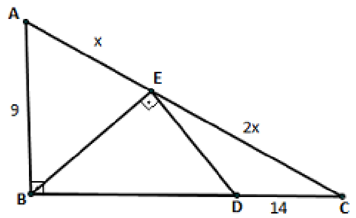
- Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.
- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

3. Dar açılı bir ABC üçgeninin [AC] kenarı üzerinde rastgele bir D noktası alınmaktadır. [AL] kenarortayı [CH] yüksekliğini N noktasında, [BD] doğru parçasını ise K noktasında kesmektedir. N€[AK] ve |AK|=|BK| olduğuna göre $\frac{|AN|}{|KL|}$ oranını bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**4.**



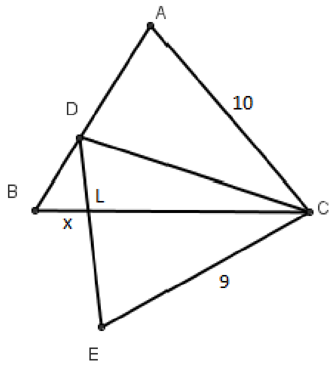

Yanda verilen şekilde ABC bir üçgen,

AB⊥BC ve BE⊥ED, |AB|=9 br, |DC|= 14br, |EC|=2.|AE|=2x br ise |AE|=x kaç br'dir?

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

5.




ABC biri eşkenar üçgen, D€[AB], CDE bir eşkenar üçgen

|CA|= 10br, |CE|= 9br, |BL|= x br olduğuna göre x kaçtır?

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.
- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

## 4. Hafta Ödevleri

**2.** Bir üçgenin iki dış açıortayı ile üçüncü açının iç açıortayının tek noktada kesişeceğini gösteriniz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

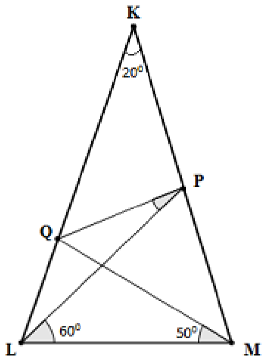
- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**3.** ABC eşkenar üçgeninin [AC], [BC], [AB] kenarları üzerinde alınan D,E ve F noktaları için $\frac{|AD|}{|DC|} = \frac{|CE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$ , BD ∩ CF= {P} olduğuna göre s(APC) açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**4.**




Şekilde KLM ikizkenar üçgeni verilmiştir. s(K)=$20^0$ dir. Bu üçgenin [KM] kenarı üzerinde s(PLM)=$60^0$ olacak şekilde bir P noktası, [KL] kenarı üzerinde ise s(QML)=$50^0$ olacak şekilde Q noktası alınmıştır. Bu verilenlere göre s(QPL) açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

**5.** ABC ikizkenar dik üçgeninin (s(C)=$90^0$) [AC] ve [CB] dik kenarları üzerinde sırasıyla D ve E noktaları |CD|=|CE| olacak şekilde alınıyor. C ve D noktalarından [AE]'ye çizilen dikmeler [AB] hipotenüsünü sırasıyla C' ve D' noktalarında kesiyor. Buna göre |D'C'| ile |C'B| uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi ve problemi çözerken varsa zorlandığınız yerleri açıklayınız.

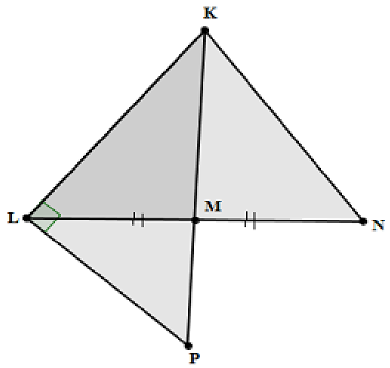
## 5. ve 6. Hafta Ödevleri

**Numara** :

**Adı/Soyadı** :

**5. ve 6. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**1.**

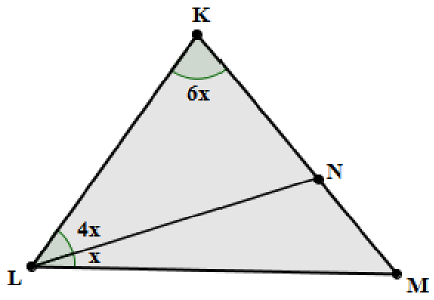



KLM herhangi bir üçgendir. M noktası [LM] doğru parçasının orta noktası, 2m(LKM)=m(MKN) ve m(KLP)=90º olduğuna göre |KN| uzunluğunu |KP| uzunluğu cinsinden bulunuz.

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**2.**

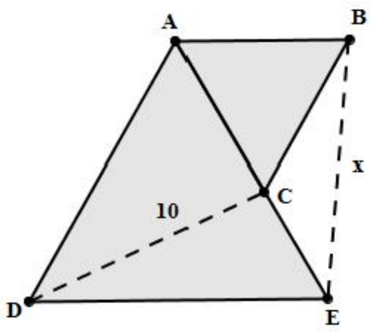



KLM herhangi bir üçgendir. |LN|=|KM|, m(NKL)=6x, m(KLN)=4x ve m(NLM)=x olduğuna göre x'in kaç derece olduğunu bulunuz.

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**3.**

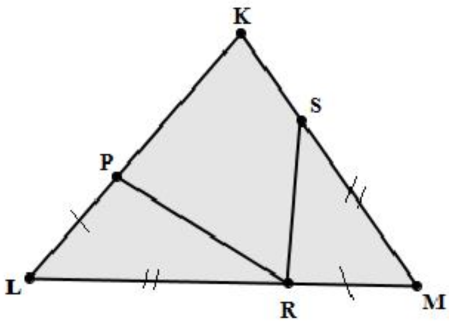



ADE ve ABC herhangi bir eşkenar üçgendir. |DC|=10 br olduğuna göre |BE|=x kaç br dir?

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**4.**

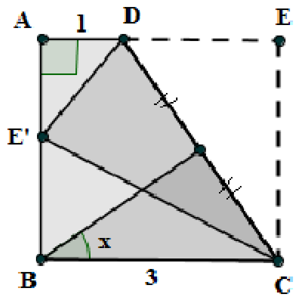



KLM herhangi bir eşkenar üçgendir. |PL|=|RM|, |LR|=|SM| olduğuna göre m(PRS)=x'in kaç derece olduğunu bulunuz.

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**5.**



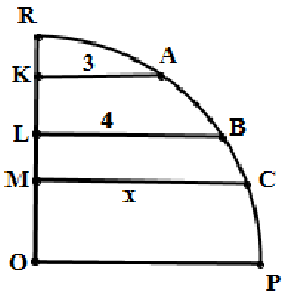

ABCE dikdörtgeninin CED parçası şekildeki gibi katlanıp ABCD dik yamuğu elde ediliyor.

|DF|=|FC|, |AD|=1 br, |BC|= 3br, |AB|=4 br olduğuna göre m(FBC) açısının ölçüsünü bulunuz.

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**6.**

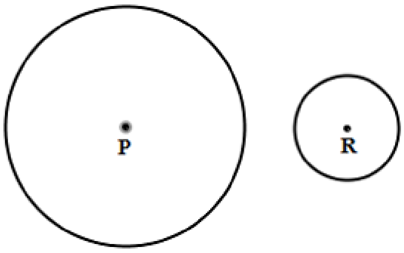



Yandaki O merkezli çeyrek çemberde KA//LB//MC//OP 'dir. |RK|=|KL|=|LM|, |KA|=3 br ve |LB|= 4 br olduğuna göre |MC|= x kaç br dir?

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**7.**

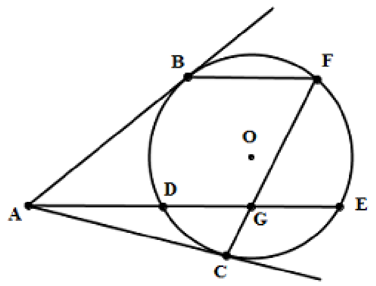



Yanda P ve R merkezli çemberlerin yarıçapları 16 ve 9 br dir. Bu çemberlerin kuvvet ekseni üzerinde alınan bir noktanın büyük çembere en kısa uzaklığı 4 br olduğuna göre, küçük çembere en kısa uzaklığı kaç br'dir?

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**8.**

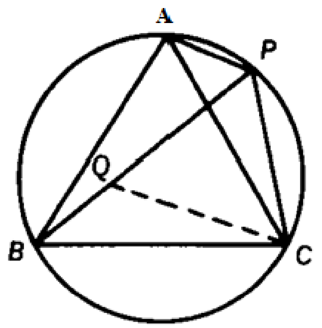



Şekilde O merkezli çembere A noktasından teğetler (B ve C noktasından geçen) çizilmiştir. BF ve DE çember içerisinde kesenlerdir (A,D ve E noktaları doğrusaldır). |DG| ile |GE| uzunluğu arasında nasul bir ilişki vardır?

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**9.**




ABC çember üzerinde bir eşkenar üçgendir. Ve P noktası AC yayı üzerinde bir nokta olduğuna göre PB uzunluğunu PA ve PC cinsinden yazınız.

• Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

• Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

# 7. Hafta Ödevleri

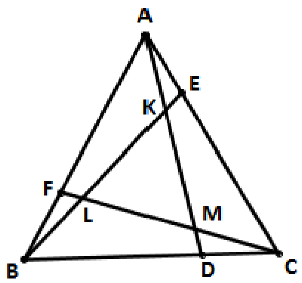
**7. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**Adı/Soyadı :**

**Numarası :**

**1.** Kenarları paralel olmayan 2 açısı dik bir dörtgen çiziniz ve bu işlemi yaparken çözüm sürecinizi aşağıdaki alana açıklayınız.

**2.**




ABC bir eşkenar üçgen, F€[AB], D€ [BC], E€[CA]

$\frac{|AF|}{|FB|} = \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|CE|}{|EA|}$ olduğuna göre KLM üçgeninin nasıl bir üçgen olduğunu bulunuz? Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek açıklayınız.

**a)** Eğer şekil eşkenar üçgen değilde kare ve düzgün beşgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

| **Kare için** | **Düzgün beşgen için** |
|---|---|
| | |

**b)** Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız.

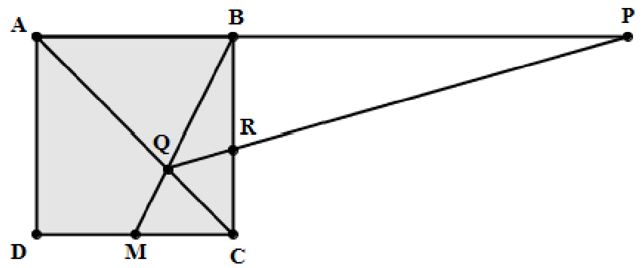
## 8. Hafta Ödevleri

**8. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**Adı/Soyadı :**

**Numarası :**

**1. a)**

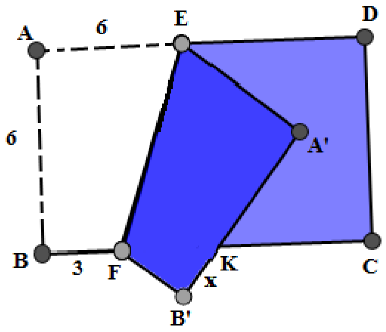



Şekilde ABCD bir kare. P noktası |BP|=2|AB| ve A,B,P noktaları doğrusal olacak şekilde seçilmiştir. M noktası DC'nin orta noktasıdır. Verilenlere göre,

- $\frac{|CR|}{|RB|}$ oranını bulunuz.
- |BP|= |AB| olursa $\frac{|CR|}{|RB|}$ oranını bulunuz.
- |BP|= k.|AB| olursa $\frac{|CR|}{|RB|}$ oranını bulunuz. Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

**b)** Çözüme yönelik düşünme sürecinde hangi yöntemi kullandınız. Açıklayınız.

**2.**




Yandaki ABCD dikdörtgeni EF ekseni boyunca şekildeki gibi katlanıyor. Katlamadan sonra AB kenarı [FC] kenarını K'de kesiyor.

|AE|=|AB|=6br, |BF|=3 br ve |B'K|= x br olduğuna x'in kaç br olduğunu bulunuz. Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

**b)** Çözüme yönelik düşünme sürecinde hangi yöntemi kullandınız. Açıklayınız.

**3.** İki çemberin ortak iç teğetlerinin kesim noktası ile bu çemberlerin merkezlerinin doğrusal olduğunu gösteriniz. Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**4.** $O_1$ ve $O_2$ merkezli iki çember K noktasında teğettir. K noktasından çizilen bir doğru, O1 ve O2 merkezli çemberleri sırasıylla $O_1$' ve $O_2$' noktalarından kestiğine göre $O_1O_1$' ile $O_2O_2$' doğru parçalarını paralellik bakımından inceleyiniz. Cevabınızı gerekçeleriniz ile birlikte yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

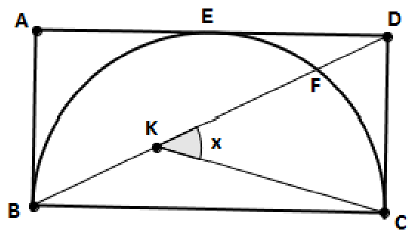
## 10. Hafta Ödevleri

**10. GEOMETRİ ÖDEV SORULARI**

**Adı/Soyadı :**

**Numarası :**

**1.**

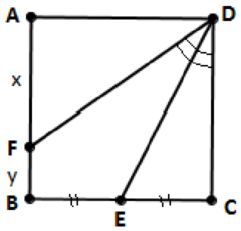



ABCD bir dikdörtgendir. BEC yarım çember, E değme noktası [BD] köşegen |BK|=|KF| ve m(CKD)=$x^0$ olduğuna göre x'in kaç derece olduğunu bulunuz.

- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

**2.**



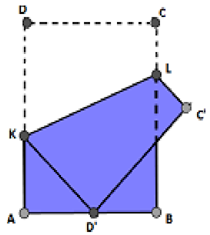
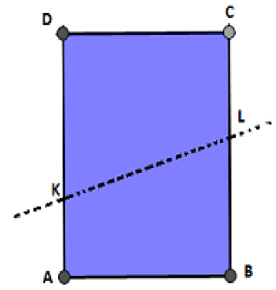

ABCD bir kare, m(CDE)=m(EDF) |BE|=|EC| ve |AF|=x br, |FB|=y br olduğuna göre x/y oranını bulunuz.

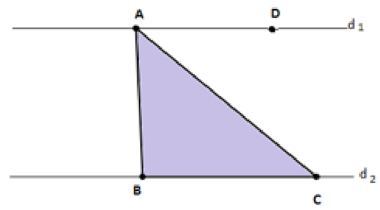
- Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

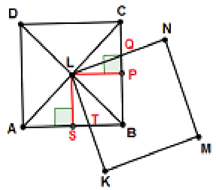
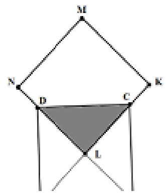
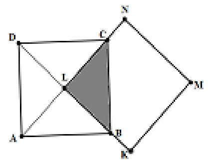
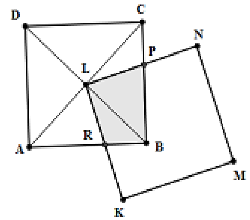
- Problemin sonucuna ulaşana kadarki çözüm sürecinizi açıklayınız (Çözüm sürecinde hangi yöntemleri nasıl kullandınız).

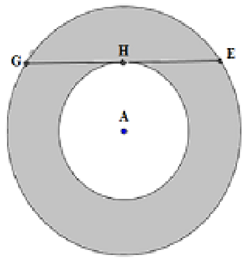
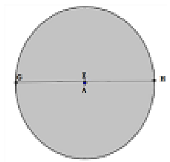
## EK 3. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Derecelendirilmiş Göstergeleri

## Değişmezleri Araştırma/İnceleme Alışkanlığı Analiz Tablosu

| No | Kriter | Derece | Gösterge | Muhtemel Çözümler | Örnek Problem |
|---|---|---|---|---|---|
| DA1 | Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama. | **Yüksek** | Problemde istenen dönüşümü yapar, bunun sonucunda değişen ve değişmeyen özellikleri belirler ve çözümde bu özellikleri yol gösterici olarak kullanır. |  Öğrencinin burada şekildeki gibi katlamayı yapar ve C ile D noktalarının dikdörtgenin kenarlarını kestiği noktaları sırasıyla C' ve D' olarak isimlendirir. Daha sonra KL doğru parçasının simetri ekseni, KLCD dörtgeni ile KD'C'L dörtgeninin birbirinin yansıması ve şekilde oluşan küçük üçgenlerin birbirine benzer olduklarını düşünür ve oyaptığı dönüşüm sonucunda;<br>Değişmeyen özellikler:<br>$m(\widehat{KD'C'}) = m(\widehat{KDC}), m(\widehat{LC'D'}) = m(\widehat{LCD})$ açıları ile \|KD'\|=\|KD\|, \|LC'\|=\|LC\| uzunluklarıdır. Bunlar belirlendikten sonra öğrenci küçük üçgenlerin benzer olduklarını göstererek doğru sonuca ulaşır. |  Yukarıdaki dikdörtgende KLCD dörtgeni KL kenarı üzerinde katlandığında D' noktası AB kenarını kesmektedir. Buna göre oluşan yeni şekiller hakkında yorum yapınız. |
| | | **Düşük** | Verilen problemde istenen dönüşüm uygulanır ancak bu dönüşüm sonucunda değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyemez. | Yukarıdaki gibi bir dönüşüm yaptıktan sonra KLC'D' ile KLCD dörtgenlerinin aynı olduğunu ve \|DK\|=\|KD'\|, \|CD\|=\|C'D'\|, \|LC\|=\|LC'\| olduğunu bilemez. Dolayısıyla öğrenci dönüşümü yapmış ancak bu dönüşümü kullanarak doğru sonuca ulaşamamış olur. Ayrıca yapılan dönüşümün mantığının kavramsal boyutta anlaşılmadığı da söylenebilir. | |

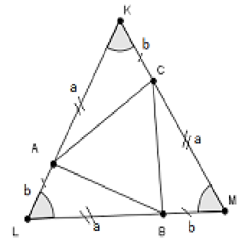
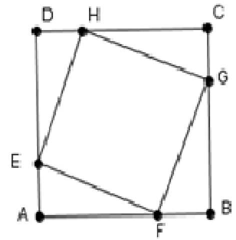
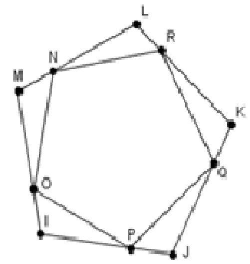
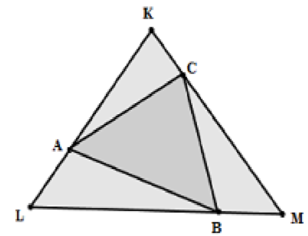
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **DA2** | Problemde yer alan bir durumu problemin şartlarını bozmayacak şekilde hareketli olarak düşünebilme | **Yüksek** | Şeklin, noktanın, doğrunun, doğru parçasının vb. farklı durumların üzerinde düşünebilir, bu farklı durumların hangi değişkenlere gireceğine karar verir ve onlar arasında bir ilişki kurar. | d1//d2 olduğundan A noktası d1 doğrusu üzerinde nereye taşınırsa taşınsın, ABC üçgeninin alanı değişmeyecektir. Çünkü ABC üçgeninin taban uzunluğu ve yüksekliği aynıdır. |  Yukarıda verilen şekilde d1//d2 B ve C d2 doğrusu üzerinde sabit noktalar, A ise d1 doğrusu üzerinde rastgele bir noktadır. A noktası [AD]'sı arasında nereye getirilirse ABC üçgeninin alanı en büyük halini alır? |
| | | **Orta** | Şeklin, noktanın, doğrunyu vb. dinamik düşünür, bu geome trik yapıları hareket ettir ancak doğru sonuca ulaşamaz. | A noktasını AD doğru parçası arasında hareket ettirir, üçgenin en büyük alanının tahmini olarak hangi aralıkta olacağını bulur ancak bunu tam olarak sayısal verilerle ya da matematiksel ifadelere dayalı anlamlandıramaz. | |
| | | **Düşük** | Şeklin, noktanın, doğrunun, doğru parçasının vb. farklı durumları üzerinde düşünür ancak bu durumdan hareketle bir ilişkilendirme yapmaz. | "A noktası hareket ederse B noktası da hareket edecektir. O yüzden alan değişecektir ancak sayısal bir ifade verilmediğinden alanı bulamam" şeklindeki ifadede öğrenci noktayı hareketli düşünse de bu durumdan hareketle bir ilişkilendirme yapamaz. | |

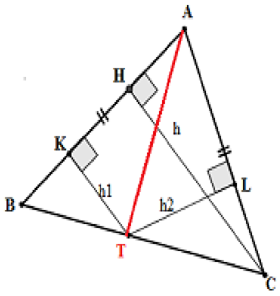
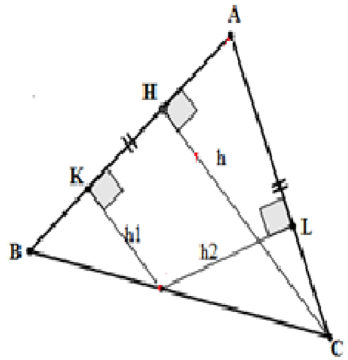
<table>
<tr>
<td rowspan="2">DA3</td>
<td rowspan="2">Problemde yer alan problemin şartlarını bozmayan değişiklikler yaparak aynı etkinin oluşup oluşmadığını inceleme</td>
<td>Yüksek</td>
<td>Şekil üzerinde oynamalar yaparak sürekli aynı etkinin olduğuğunu görür ve bu etkiyi problem çözümünde mantıklı açıklamalarla destekler.</td>
<td><br><br>Öncelikle öğrenci yandaki şekildeki gibi L noktasından karenin kenarlarına dikmeler indirildiğinde, oluşan küçük üçgenlerin alanlarının benzer olduğunu görür. Daha sonra bu alanların yer değiştirildiğinde, bizden istenen taralı alanın değişmediğini ifade eder. O halde bizden istenen taralı alanın, aslında karenin alanının ¼'ü olduğunu görür. Bu işlemlerden sonra;<br><br><br>Sekil 2<br><br><br>Sekil 3<br>Öğrenci problemi çözerken KLMN karesini Şekil 1'deki gibi döndürür. Şekildeki gibi döndürme sonucunda istenen taralı alan karenin alanının dörtte biri olur. Dolayısıyla<br>$T.A = \frac{1}{4} Karenin\ Alan\imath = \frac{1}{4} 8.8 = 16\ br^2$ olur.<br>Taralı alanı bulduktan sonra öğrenci döndürme işlemini devam ettirererek taralı alanın daima köşegenler arasında oluşan üçgenin alanına denk geldiğini fark eder. İşte bu aşamada öğrenci şekil üzerinde yaptığı döndürme işleminin her zaman aynı etkiyi oluşturduğunu fark etmiş olur. Daha sonra bu etkiyi göz önünde bulundurarak taralı alanı bulur.</td>
<td rowspan="2"><br><br>Yandaki şekilde ABCD ve KLMN eş kareler. L noktası ABCD karesinde köşegenlerin kesim noktası. |DC|=8 cm olduğuna göre taralı alanı (LPRB dörtgeninin) nasıl bulursunuz?</td>
</tr>
<tr>
<td>Düşük</td>
<td>Şekil üzerinde oynamalar yaparak sonucu gözlemler ancak bu etkiyi mantıksal açıklamalarla desteklemez.</td>
<td>Yukarıdaki etkiyi bilgisayar desteği yardımıyla gözlemleyebilir, ancak bunun sebebini ve çözümde bunu ne şekilde kullanacağını tam olarak ifade edemez.</td>
</tr>
</table>

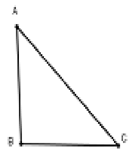
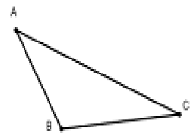
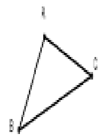
<table>
<tr>
<td rowspan="2">DA4</td>
<td rowspan="2">Şekil üzerinde yapılan dönüşümlerle uç durumları düşünebilme</td>
<td>Yüksek</td>
<td>Verilen şeklin sınırlı ve uç durumlarını düşünürken, yapılan dönüşüm sonucunda şartların değişmediğini görür.</td>
<td>Bu çözümü öğrencinin doğru kabul etmesi ve bunun sebebini ise “Çünkü H noktasını A noktası ile çakıştıracak şekilde hareket ettirdiğimizde dışardaki büyük daire içerdeki kadar küçülecektir. Dolayısıyla taralı alan, içerdeki dairenin alanını oluşturacaktır. Sonuç olarak bizden istenen taralı alan, içteki dairenin alanına eş olur” şeklinde ifade etmesi bu alışkanlığın göstergesidir. Bu şekilde öğrenci hem uç durumları kullanmış olacak hem de başlangıç şeklinde verilen şartların değişmediğini düşünmüş olacaktır.</td>
<td rowspan="2">Ayşe öğretmenin sınıfa yönelttiği soru şu şekildedir.<br><br><br>A merkezli iç içe geçmiş iki daire yandaki şekildeki gibidir. |GE|=8 cm olduğuna göre taralı alanı bulunuz.<br>Öğrencilerden biri soruyu şu şekilde çözmüştür.<br><br>H noktası ile A noktasını çakıştıracak şekilde hareket ettiririz. Daha sonra büyük daire küçük daireye dönüşerek elimizde tek bir daire oluşur. O zamanda [GE] A merkezli küçük dairenin çapı olur.<br>Bu durumda A merkezli küçük dairenin yarıçapı r=4 cm<br>Taralı alan ise bu küçük dairenin alanına eşit olacağından<br>T.A. $=\pi r^2=\pi 4^2=16\pi$</td>
</tr>
<tr>
<td>Orta</td>
<td>Verilen şeklin sınırlı ve uç durumalrını düşünürken,, yapılan dönüşüm sonucunda şartların değişmediğini görür ancak bunun sebebini açıklayamaz.</td>
<td>Ayşe öğretmenin yaptığı çözümün doğru olduğunu söyler. Ancak sebebini;<br>“Büyük dairenin alanından küçük dairenin alanını çıkarınca aynı sonuca ulaşırız, bu yüzden doğrudur” şeklinde açıklayarak, verilen şeklin sınırlı ve uç durumları hakında yorum yapmaz.</td>
</tr>
</table>

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **Düşük** | Verilen şeklin sınırlı ve uç durumlarını düşünürken yapılan dönüşüm sonucunda şartların da değiştiğini düşünür. | Öğrenci bu çözümü doğru kabul etmez. Çünkü H noktasını A noktası ile çakıştırdığımızda, GE uzunluğunun da değişeceğini düşünür. Bu durumda öğrenci yapılan dönüşüm sonucunda verilen şartlarında değiştiğini düşünmektedir. Yine öğrencinin benzer sebepten dolayı böyle bir yöntemi matematiksel olarak kabul etmemesi bu alışkanlığın göstergesi dir. | Sizce öğrencinin yaptığı çözüm doğru mudur? Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile yazınız. |

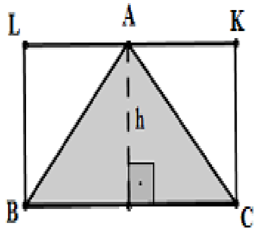
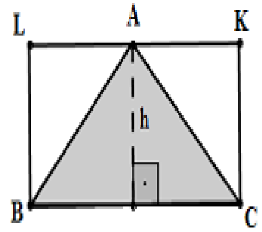
## Özel Durumlardan Yararlanma Ve Genelleme Alışkanlığı Analiz Tablosu

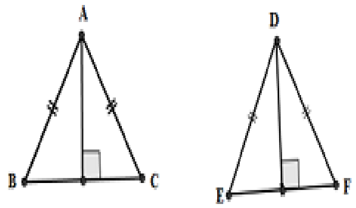
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **ÖG1** | Problemlerde yer alan genel durumu açıklayabilmek için özel bir durumdan hareket etme ve bunu genele uyarlama | **Yüksek** | Özel bir durumun doğruluğunu göstererek, yeni bir kural/örüntü oluşturur (genele uyarlar). |  Yandaki şekildeki gibi KLM eşkenar üçgen olduğu için m(AKC)=M(KLM)=m(KML) \|AK\|=\|LB\|=\|CM\| \|AL\|=\|BM\|=\|KC\| Olduğundan \|AC\|=\|AB\|=\|BC\| dir. Yani ABC eşkenar üçgendir.   Kare ve düzgün beşgen içinde benzer şekilde aynı sonuç olacaktır. Dolayısıyla *"düzgün çokgenin her bir kenarında orantılı doğru parçaları alınarak çizilen yeni çokgende başlangıçtaki düzgün çokgenin bir yavrusu oluşur"*. Öğrencinin yukarıdaki şekilde verdiği cevap, onun özel bir durumun doğruluğunu kabul ederek yukarıda ifade edilen yargıya ulaşır. |  Yukarıdaki şekilde KLM üçgeni eşkenardır. A ∈ [KL], B ∈ [LM], C ∈ [KM] ve (\|AK\|)/(\|AL\|)=(\|LB\|)/(\|BM\|)=(\|CM\|)/(\|CK\|) olduğuna göre a) ABC üçgeninin çeşidi hakkında nasıl bir yorum yapabilirsiniz? b) Eğer şekilde KLM eşkenar üçgeni değilde kare olsaydı nasıl bir sonuca varırdınız? c) Eğer verilen şekil düzgün beşgen olsaydı nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Gerekçelerinizle açıklayınız. |
| | | **Orta** | Problemin özel bir durumu gösterir ve bu durumun genele uyarlanabileceğini söyler ancak o süreci matematiksel ifadelerle destekleyerek devam ettiremez. | Öğrenci burada KLM eşkenar üçgeni için, yukarıdaki gibi yaptığı işlemler sonrasında oluşan yeni üçgenin de eşkenar olduğunu ifade eder. Ancak bunun kare ve düzgün beşgen için doğruluğunu gösteremez. | |
| | | **Düşük** | Problemin sadece özel bir durumunun doğruluğunu göstererek genele uyarlar. | Öğrencinin eşkenar üçgen için de doğruluğu gösterdikten sonra diğer çokgenleri çizmeden onlar içinde aynı sonuca ulaşması bu düzeye girer. | |

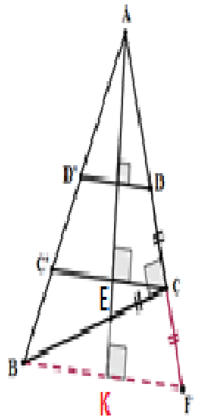
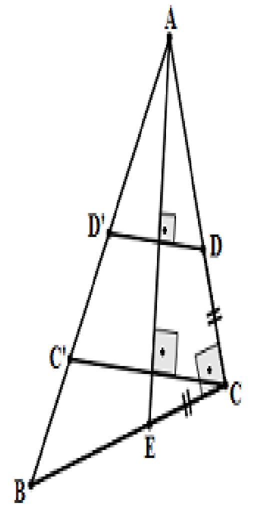
<table>
<tr>
<td rowspan="2">ÖG2</td>
<td rowspan="2">Doğru olduğu bilinen genel bir ifadeyi özel bir durum için uyarlama.</td>
<td>Yüksek</td>
<td>Genel bir durumdan yola çıkarak özel bir durumun doğruluğunu matematiksel ifadelerle destekleyerek gösterir.</td>
<td>Öğrenci önce aşağıdaki teoremin doğruluğunu üçgende alan yardımıyla gösterir.<br><br><br>$h1 + h2 = h$<br>A(ABC)=A(ABT)+A(ATC)<br>$$\frac{h1.|AB|}{2} + \frac{h2.|AB|}{2} = \frac{h.|AB|}{2}$$<br>Eşitliğinden<br>$h1 + h2 = h$ ‘yi elde ederiz.<br>Daha sonra “Eğer bu teorem ikizkenar üçgende geçerli ise, eşkenar üçgende de geçerli olmalı” düşüncesinden hareketle eşkenar üçgende de aynı uygulamayı yapar. Sonuç olarak öğrencinin alanlardan hareket ederek verilen uzunluklar arasında ilişki bulması ve bulduğu bu ilişkinin eşkenar üçgen içinde geçerli olduğunu ifade etmesi, bu kategorinin iyi basamağında yer almasını sağlar. Bu şekilde öğrenci ikizkenar üçgen genel durumundan yola çıkarak, eşkenar üçgen özel durumuna indirgeme yapar ve bunu matematiksel ifadelerle destekleyerek açıklar.</td>
<td rowspan="2"><br><br>ABC ikizkenar üçgen, |AB|=|AC|, h1 ve h2 sırasıyla T noktasından AB ve AC kenarına çizilen yüksekliklerdir. Buna göre $h1 + h2 = h$ olduğunu gösteriniz.</td>
</tr>
<tr>
<td>Düşük</td>
<td>Doğruluğunu kabul ettiği genel bir durumu özel duruma indirgemeye çalışır ancak yanlış çıkarımda bulunur.</td>
<td>Öğrenci bu eşitliğin eşkenar üçgen içinde sağlanacağını kabul eder ancak ifadenin doğruluğunu gösteremez.</td>
</tr>
</table>

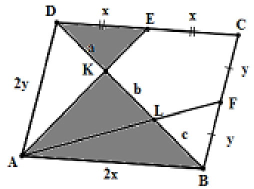
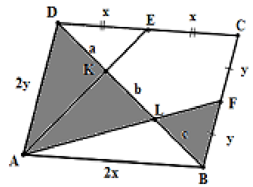
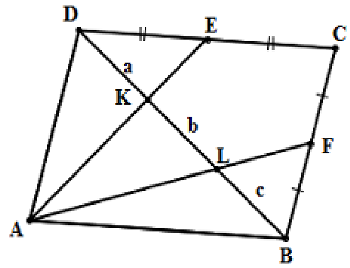
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **ÖG3** | **Olası tüm durumları düşünme ve bu durumları kontrol edebilme** | **Yüksek** | **Olası bütün durumları göz önünde bulundurarak genel bir yargıya varır.** | Öğrenci bütün olası durumları göz önünde bulundurarak aşağıdaki çözümü yapar.<br><br><br>a) Eğer ABC üçgeni dik üçgen olursa;<br>$\cos B = 0$ olacağından<br>$\cos A . \cos B . \cos C = 0$ olur. Bizden istenen eşitsizliği sağlamadığından dolayı ABC üçgeni dik üçgen olamaz.<br><br>b) ABC üçgeni geniş açılı üçgen olursa;<br><br><br>$\cos B < 0, cosA > 0$ $ve$ $cosC > 0$ olduğundan<br>$\cos A . \cos B . \cos C < 0$ olur. Yinee bizden istenen eşitsizlik sağlanmadığından ABC üçgeni geniş açılı üçgen olamaz.<br><br>c) ABC üçgeni dar açılı üçgen olursa;<br><br><br>$\cos A > 0, cosB > 0$ $ve$ $cosC > 0$ olduğundan<br>$\cos A . \cos B . \cos C > 0$ eşitsizliği sağlanmış olur. O halde aranan üçgen ABC dar açılı üçgenidir. | Bir ABC üçgeninde<br>$\cos A . \cos B . \cos C > 0$ eşitsizliği veriliyor. Buna göre ABC'nin özelliği hakkında nasıl bir yorum yaparsınız? |
| | | **Düşük** | **Tek bir durumun geçerliğini kontrol eder. Olası bütün durumları göz önünde bulundurmaz.** | "ABC üçgeni dik açılı üçgen olursa eşitsizlik sağlanamaz, dolayısıyla ABC üçgeni dik açılı üçgen değildir" şeklinde verilen cevap bu kısımda yer alır. Çünkü burada öğrenci tek bir durumun yanlışlığını genele uyarlamış ve olası bütün durumları incelememiştir. | |

## İlişkilendirme Alışkanlığı Analiz Tablosu

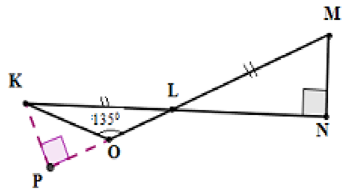
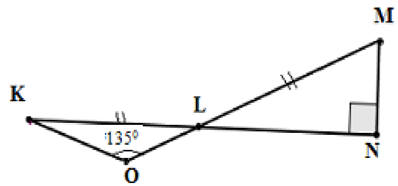
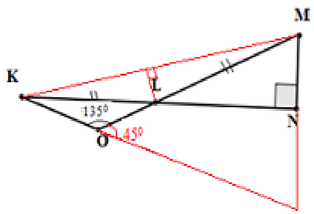
| No | Alışkanlık | Derece | Gösterge | Muhtemel Çözümler | Örnek Problem |
|---|---|---|---|---|---|
| İ1 | Problemde yer alan şekillerin özellikleri yardımıyla şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özelliklerinin arasındaki ilişkiyi belirleme. | **Yüksek** | Geometrik şekillerin özelliklerini kullanarak alan, çevre, uzunluklar arasında karşılaştırma yapar. |  Öğrencinin, üçgenin alanının dikdörtgenin yarsına eş olma özelliğini kullanması onun geometrik şekiller arasında ilişkilendirme yaptığının göstergesidir. Bu şekilde öğrenci üçgen ile dikdörtgenin alanı arasında karşılaştırma yaparak doğru sonuca ulaşmış olur. |  Yukarıda BCKL dikdörtgeninin alanı 10 $br^2$, kısa kenar uzunluğu (h=2 br) ise 2 br olduğuna göre ABC üçgeninin alanını bulunuz. |
| | | **Orta** | Geometrik şekiller arasında bir ilişki bulur ancak bulduğu ilişkinin sebebini açıklayamaz. | Üçgenin alanı dikdörtgenin alanının yarısıdır, ancak sebebini bilmiyorum şeklindeki düşünce de öğrenci doğru ilişkilendirme yapmış ancak bunun sebebini açıklayamamıştır. | |
| | | **Düşük** | Geometrik şekilleri birbirinden bağımsız düşünür. Dolayısıyla alan, uzunluk, çevre gibi özellikleri bulmaya çalışırken geometrik şekiller arasındaki ilişkiyi göz ardı eder. | Öğrenci problemi çözerken dikdörtgenin yüksekliği ile üçgenin yüksekliğinin aynı olacağını, BC'nin ortak olduğunu düşünemez. Herhangi bir çözüm yapamaz. Dolayısıyla bu süreçte üçgen ve dikdörtgeni birbirinden bağımsız olduğunu düşünür ve geometrik şekilde verilenler ile istenenler arasında bir ilişkilendirme yapamaz. | |

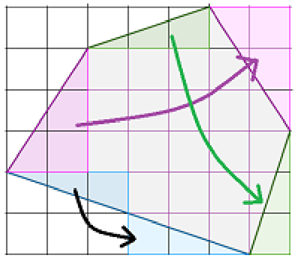
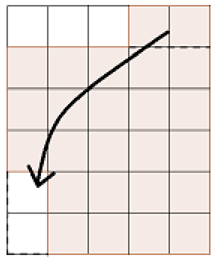
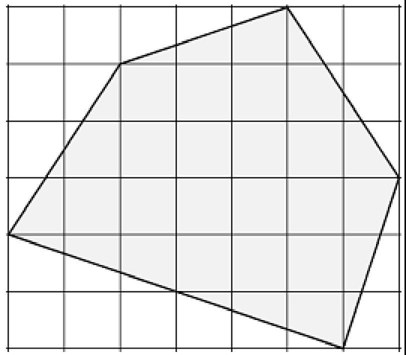
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **İ2** | Şekillerin özelliklerini tanımladıktan sonra bu tanıma yönelik sınıflandırmalar yapma. | **Yüksek** | Geometrik şekillerin özelliklerine göre sınıflandırmalar yapar ve şekiller arasındaki ilişkileri ifade eder. | Şekil 1 Şekil 2<br><br>Yukarıdaki verilen Şekil 1'de öğrenci öncelikle ikizkenar üçgen için verilen ifadenin doğruluğunu gösterir. Daha sonra bu doruluğu Şekil 2'de verilen eşkenar üçgen için göstermek adına; "her eşkenar üçgen aynı zamanda bir ikizkenar üçgendir" şeklinde sınıflandırma yapar. Bu şekilde öğrenci verilen ifadenin eşkenar üçgen içinde geçerli olduğunu göstermiş olur. Dolayısıyla bu aşamada öğrenci geometrik şekiller arasında bir sınıflandırma yaparak, şekiller arasındaki ilişkilerin özelliklerini kullanmış olur. | Eşkenar üçgende bir noktadan çizilen yükseklik, o noktanın karşısındaki kenarı 2 eş parçaya böler ifadesini matematiksel olarak açıklayınız. |
| | | **Düşük** | Geometrik şekiller arasında sınıflandırma yapar, ancak bu sınıflandırmada şekillerin birbiri ile ilişkilerini ifade edemez. | Öğrenci bu ifadenin ikizkenar üçgen içinde eşkenar üçgen içinde doğru olduğunu bilir. Ancak bu iki üçgeni birbiri ile ilişkilendirmez. Yani her eşkenar üçgen aslında birer ikizkenar üçgendir çıkarımını yapamaz. | |

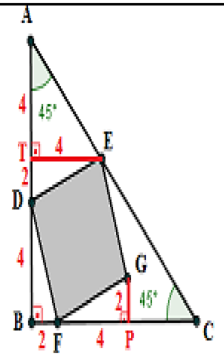
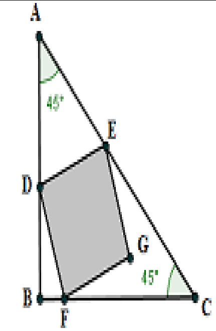
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| İ3 | Geometrik şekilleri birbiri ile ilişkilendirirken bazı dönüşümlerden yararlanma.. | **Yüksek** | Geometrik şekilleri ilişkilendirirken uygun dönüşümlerden yararlanarak doğru sonuca ulaşır. |   D noktasının [BC]'ye göre simetriğini alıp ve buraya F noktası diyelim. \|DC\|=\|CF\| olduğundan AEC üçgeni $90^0$ döndürüldüğünde, yeni oluşan şekil de BFC üçgeni olsun. \|EC\|=\|CF\|, AK⊥BF olduğundan \|BC'\|=\|C'D'\| olur.<br><br>Bu şekildeki çözümde öğrenci dönüşüm yaptığı üçgen ile başlangıçtaki üçgen arasında bir ilişkilendirme yapmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. |   ABC ikizkenar dik üçgeninin [AC] ve [CB] dik kenarları üzerinde sırasıyla D ve E noktaları \|CD\|=\|CE\| olacak şekilde alınıyor. C ve D noktalarından [AE]'ye çizilen dikmeler [AB] hipotenüsünü sırasıyla C' ve D' noktalarında kesiyor. \|D'C'\| ile \|C'B'\| uzunlukarı arasında nasıl bir ilişki vardır. |
| | | **Orta** | Doğru dönüşüm yapar ancak yapılan bu dönüşümün sebebini açıklayamadığından dolayı ilişkilendirme yapamaz. | Öğrencinin yine aynı dönüşümü yapması, ancak üçgenlerin kenarlarının neden birbiri ile örtüştüğü hakkında yorum yapamaması ya da dönüşüm sonucu oluşan üçgeni yanlış çizmesi durumudur. | |
| | | **Düşük** | Dönüşüm yapmaya karar verir ancak yanlış dönüşüm yapar. | Öğrencinin bu süreçte üçgenin yapısını dinamik düşünerek rastgele hareket ettirmesi ya da problemde istenen ifadeye ulaşmak için rastgele ilişkilendirmeler yapmasını içerir. | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| İ4 | İki veya daha fazla geometrik şekli, mantıksal çerçevede birbiri ile oranlayarak doğru sonuca ulaşma | **Yüksek** | İki veya daha fazla geometrik şekli birbiri ile oranlayarak, sonuca dair orantısal akıl yürütme becerisini kullanır. |  <br>Öncelikle birinci şekildeki gibi üçgenler arasında benzerlik kurulur.<br>KDE ~ KBA (A.A.A) $\frac{\lvert DK\rvert}{\lvert KB\rvert}=\frac{\lvert DE\rvert}{\lvert AB\rvert}$ olduğundan $\frac{a}{b+c}=\frac{1}{2}$<br>Sonuç olarak<br>2a=b+c ……………..(1)<br><br>İkinci şekildeki üçgenler arasında benzerlik kurulduğunda<br>LBF~ LDA (A.A.A) $\frac{\lvert FB\rvert}{\lvert DA\rvert}=\frac{\lvert LB\rvert}{\lvert DL\rvert}$ olduğundan $\frac{1}{2}=\frac{c}{a+b}$<br><br>Sonuç oalrak<br>2c=a+b ………………(2)<br><br>(1) ve (2) nolu denklemler birlikte çözülürse; a=b=c bulunur.<br><br>Öğrenci bu çözümünde üçgenler arasında benzerlik kurarak orantısal akıl yürütme becerisini kullanmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. | <br>ABCD bir paralelkenardır. [BD] köşegen, \|DE\|=\|EC\|, \|CF\|=\|FB\|, \|DK\|=a br, \|KL\|=b br, \|LB\|= c br olduğuna göre a,b ve c arasındaki ilişkiyi bulunuz. |
| | | **Orta** | Geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurar ancak benzerlik oranlarını doğru yazmaz. | Bu düzeyde öğrenci yukarıdaki adımların hepsini gerçekleştirir. En son benzerlik kısmında üçgenlerin açılarını dikkate almaz dolayısıyla öğrenci benzerlik oranlarını da rastgele yazdığı için yanlış sonuca ulaşır. | |
| | | **Düşük** | Geometrik şekiller arasında benzerlik/eşlik kurar ancak şekillerin neden benzer/eş olduğu hakkında yorum yapamaz. | Bu düzeyde öğrenci verilen bazı üçgenlerin benzer olduklarını söyler ancak burada üçgenlerin neden benzer olduğu hakkında herhangi bir yorum yapamaz. | |

## Keşfetme Ve Yansıtma Alışkanlığı Analiz Tablosu

| No | Kriter | Derece | Gösterge | Muhtemel Çözümler | Örnek Problem |
|---|---|---|---|---|---|
| KY1 | Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma | **Yüksek** | Sezgisel ya da tahmin yoluyla şekil üzerinde ek çizimler yapar, yaptığı bu çizimler ile doğru sonuca ulaşır ve bunları yorumlar. |   K noktasından MO doğrusuna dikme indirilerek problem çözülür. Bu aşamada öğrencinin K noktasından dikme indirmenin onu doğru sonuca ulaştıracağını tahmin etmesi ve bu kapsamda ek bir çizim oluşturması söz konusudur. Dolayısıyla bu çözümü yapan öğrenci keşfetme alışkanlığında iyi kategorisinde yer almaktadır. |   Yukarıdaki şekilde MN⊥ KN, \|KL\|=\|LM\|, m(KOL)=$135^0$ \|KO\|=4 br ve \|MN\|=x br olduğuna göre x'i bulunuz. |
| | | **Orta** | Problemin çözümüne (amaca) yönelik şekil üzerinde ek çizimler yapar ancak bu çizimleri sonuç ile tam ilişkilendiremez. | Öğrenci yukarıdaki şekildeki gibi dikmeyi çizer. Daha sonra üçgenin iç açılarını yazar, ancak bizden istenen x uzunluğuna yönlendirici bir işlemde bulunamadığı için doğru sonuca ulaşamaz. | |
| | | **Düşük** | Şekil üzerinde rastgele ek çizimler yapar fakat bu çizimlerin çözüm ile bağlantısını kuramaz. |   Yukarıdaki gibi öğrenci şekil üzerinde rastgele ek çizimler oluşturur fakat bu yaptığı çizimleri nerede kullanacağını, çözümün hangi aşamada işe koşacağını bilemez. Bu yüzden bu çözüm keşfetme alışkanlığının kötü kategorisinde yer almaktadır. | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **KY4** | Problemin çözümünün doğruluğuna yönelik durum değerlendirmesi yapma | **Yüksek** | Bir geometri problemini çözdükten sonra geriye dönerek çözümün doğruluğunu kontrol eder. | Öğrenci problemi çözdükten sonra yaptığı bu çözüme tekrar bakarak, çözümün doğruluğunu kontrol eder. | |
| | | **Düşük** | Yapılan çözüm tekrar kontrol edilmez. | Öğrenci yaptığı çözümleri ara ara kontrol etmez ve yanlış sonuca ulaşır. | |
| **KY5** | Problemin çözümünü zihninde canlandırma, resmin tamamına odaklanma | **Yüksek** | Problemin çözümüne yönelik plan yaparken sonucun ne olacağını tahmin eder (resmin tamamına odaklanma), şekli manipüle eder ve bu doğrultuda problemin çözümünü yapar. |  Şekil 1  Şekil 2 “Paralelkenardan nasıl üçgen oluşturulacağını biliyoruz. O halde alanını bilmediğimiz dörtgeni kareye tamamlayabilirsek, istenen alanı bulabiliriz. Dörtgenin kenarlarında yer alan dik üçgenlerin Şekil 1’de yer alan oklar doğrultusunda yerlerini değiştirelim. Daha sonra Şekil 2’de yer alan dikdörtgenlerin de ok doğrultusunda yerini değiştelim. En sonunda 5x5’lik bir kare elde ederiz ki taralı alan, bu karenin alanına eş olacağından Taralı Alan=5x5=25 br$^2$ dir”. Bu yolla yapılan çözümde, şekil üzerinde değişiklik yapmadan önce birey, bir kare elde etmeyi ve böylece taralı alana ulaşmayı amaçlamıştır. Dolayısıyla resmin tamamına odaklanarak, çözüm yolunda elde edilecek sonuç öngörülmüş ve bu doğrultuda işlem yapılmıştır. |  Yukarıdaki şekilde verilen taralı alanı bulunuz. Bulduğunuz yöntemi açıklayınız. |
| | | **Düşük** | Problemin çözümünü yaparken herhangi bir stratejisi olmadan şekli manipüle etmeye çalışır. | Şekil üzerinde rastgele çokgenlerin yerini değiştirir, keser, başka bir bölüme yapıştırır ancak alanını hesaplayamaz. Bundan dolayı öğrenci problemin çözümünü yaparken genel olarak bir fikre sahip olmadan ve herhangi bir stratejisi olmadan şekli rastgele manipüle etmeye çalışır. | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **KY6** | Problemin çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik tutarlı bir açıklama yapabilme ve bu süreçte matematik dilini kullanabilme | **Yüksek** | Çözümün niçin doğru olduğunu belirlemeye yönelik açıklamalarını, teoremlerle destekleyerek yapar ve bu süreçte matematik dilini etkili bir şekilde kullanır. |   E noktasından AD'ye indirilen dikme ayağı T, G noktasından FC'ye indirilen dikme ayağı P olsun. Böyle bir durumda ETD, DBF ve FPG üçgenleri A.K.A eşliğine göre eştir. O halde \|ET\|=\|DB\|=\|FP\|=4 br ve \|TD\|=\|BF\|=\|GP\|=2 br olacaktır. ATE üçgeninde pisagor bağıntısından \|AE\|=$4\sqrt{2}$ ve benzer şekilde ABC üçgeninde Pisagor bağıntısından \|AC\|=$10\sqrt{2}$ olacaktır. Bizden istenen \|FC\|=$10\sqrt{2}$- $4\sqrt{2}$= $6\sqrt{2}$ br'dir.<br><br>Bu çözüm yolunda açıklamalar, teoremlerle desteklenerek ve matematik dili etkili bir şekilde kullanılarak yapılmıştır. |   Yandaki şekilde ABC bir dik üçgen, AB⊥ BC, m(CAB)=$45^0$ D∈[AB], E∈ [BC] DEFK bir kare, \|DB\|=4 br, \|BF\|=2 br olduğuna göre \|KC\| kaç br'dir? |
| | | **Orta** | Çözümün niçin doğru olduğunu belirlemeye yönelik bir girişimde bulunur. Ancak açıklamaları teoremlere, tanımlara ve aksiyomlara dayanmaz. | Öğrenci yukarıdakine benzer şekilde dikme ayaklarını indirerek, değerleri yazar. Ancak üçgenler arasındaki eşlikleri yazamaz ve neden verilen uzunlukların eşit olduğunu ifade edemez. | |
| | | **Düşük** | Yapılan çözüme yönelik herhangi bir açıklamada bulunmaz. | Öğrenci yukarıda verilen soruda birtakım işlemler yaparak doğru sonuca ulaşabilir/ulaşamayabilir. Ancak bu süreçte yaptığı işlemlerin doğruluğunu kontrol etmez ve çözüm yoluna dair bir açıklamada bulunmaz. | |

## EK 4. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Ön Test Soruları

**Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testi Soruları**

1. Bu testte 10 soru vardır.
2. Sorular açık uçlu sorulardan oluşmaktadır.

**AÇIKLAMA**

- Bu kitapçık bir çalışma kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan öğretmen adayları için hazırlanmış olup **Geometrik Düşünme Alışkanlıkları** testinden oluşmaktadır.

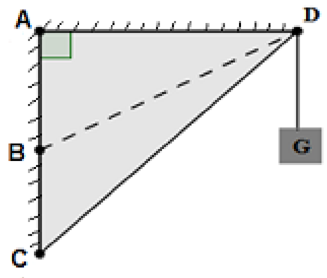
- Kitapçıkta yer alan sorulara vereceğiniz yanıtlardan herhangi bir not almayacaksınız. Lütfen testlerde yer alan soruları dikkatle okuyunuz, ondan sonra yanıtlayınız.

**ADI** :

**SOYADI** :

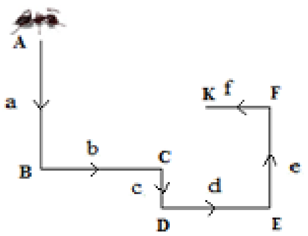
**OKUL NO** :

**1.**




Yukarıdaki şekilde boyu sabit olan CDG'den geçen bir ipin ucuna G yükü bağlanmıştır. İpin başlangıç noktası C noktasıdır. Ayrıca CA⊥AD, |CB|= 4 br, |BA|= 5 br, |AD|=12 br olduğuna göre, ipin başlangıç noktası olan C noktasını B noktasına kaydırılınca G yükü kaç br aşağı iner? Cevabınızı matematiksel ifadelerle açıklayınız.

**2.**

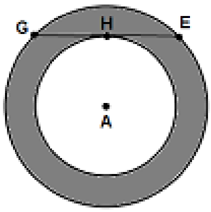



Bir karınca toprağın altına tüneller kazmaktadır. Bu tüneli yaparken her taşa çarpmasında, rastgele bir yöne 90° lik dönüşler yaparak şekildeki gibi bir tünel oluşturmuştur. Karınca A noktasından başlamış ve K noktasında tüneli kazmayı bırakmıştır.

Şekilde, AB//CD//EF, BC//DE//KF |AB|=a br, |BC|=b br, |CD|=c br, |DE|=d br, |EF|=e br ve |KF|=f br dir.

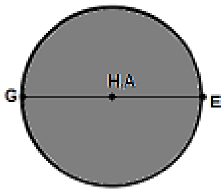
Buna göre karıncanın kazdığı tüneli başlangıç noktasına kadar sürdürebilmesi için en kısa ne kadar mesafelik yolu kalmıştır? Çözümünüzü açıklayarak yapınız.

**3.** Ayşe öğretmenin sınıfa yönelttiği soru şu şekildedir.




GE, eş merkezli (A merkezli) iki dairenin kirişi küçük daireye H noktasında teğettir. |GE|=8 cm olduğuna göre taralı alanı bulunuz.

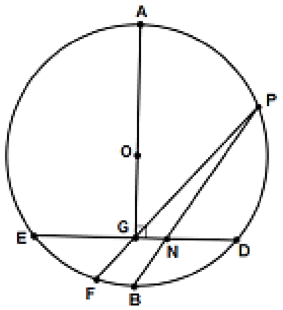
Öğrencilerden biri soruyu şu şekilde çözmüştür.




A merkezli küçük daireyi hareket ettirerek sürekli küçültürüm. En sonunda daire A noktası kadar küçülür. Bu işlem sonunda GE kirişi A merkezli büyük dairenin çapı olur ve bizden istenen taralı alan, büyük dairenin alanına eş olur.
Bu durumda A merkezli büyük dairenin yarıçapı r=4 cm
Taralı alan ise bu dairenin alanına eşit olacağından
T.A. $=\pi r^2=\pi 4^2=16\pi$

Sizce öğrencinin yaptığı çözüm doğru mudur? Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile yazınız.

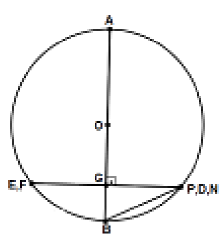
**4.**

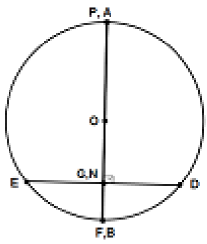



Yandaki şekilde O merkezli bir çember verilmiştir. ED kirişi AB çapını G noktasında dik kesmektedir. PB kirişi ED kirişini N noktasında, PF kirişi ise EB yayını F noktasında kesmektedir. P noktası ise çember üzerinde rastgele bir nokta olduğuna göre;

$|BN| \geq |FG|$ olduğunu gösteriniz şeklindeki bir soruya, öğrencilerden birinin cevabı aşağıda verilmiştir. Öğrencinin cevabını inceleyerek doğru olup olmadığını belirtilen alana açıklamalarınızla birlikte yazınız.

**Öğrencinin Cevabı**




**1. Adım:** Sorunun çözümünü yaparken P noktası rastgele bir nokta olduğundan, hareketli bir nokta olarak düşünebilirim. Ve bu noktayı çemberin yayı üzerinde en uç yerlere (A ve D noktası arasında) yerleştirebilirim.

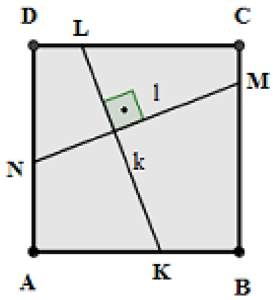
**2. Adım:** P noktasını Şekil 1'deki gibi D noktası ile çakıştırırım. $|EG|=|DG|$ olduğundan BN ile BD ve FG ile EG doğru parçaları birbiri üzerine gelir.

**3. Adım:** Bu durumda [BD]'na ait kenar yeni oluşan GBP üçgeninin hipotenüs uzunluğu olacağından $|BN|>|FG|$ olur. …………….(1)

**4. Adım:** Bu sefer Şekil 2'deki gibi P noktasını A noktası ile çakıştırırım. $|BN|=|FG|$ olur…………. (2)
(1) ve (2)'den $|BN| \geq |FG|$ eşitsizliğini göstermiş olurum.

| Bu ispat doğrudur, çünkü … | Bu ispat doğru değildir, çünkü … |
| --- | --- |
| | |

**5.**




"*Kare içinde birbirine dik iki kesen varsa, bu kesenlerin boyları eşittir*" önermesini doğrulamaya çalışan bir öğrenci, dinamik geometri yazılımından yararlanmıştır. Bu öğrenci şekildeki gibi kesenleri dik kesişen kare almıştır ( $|KL|=k$, $|MN|=l$ ve $MN \perp KL$). Daha sonra kareyi rastgele hareket ettirerek kesenlerin uzunluklarının daima eşit olduğunu fark etmiştir ($k=l$ ve $p=r$). Öğrenci bu önermenin doğruluğunu fark etmiştir nedenini anlayamamıştır. Siz olsanız bu verilenlerden yararlanarak önermenin doğruluğunu nasıl gösterirdiniz?

**a)** Eğer şekilde kare değilde düzgün beşgen ve düzgün altıgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

| **Düzgün beşgen için** | **Düzgün altıgen için** |
| --- | --- |
| | |

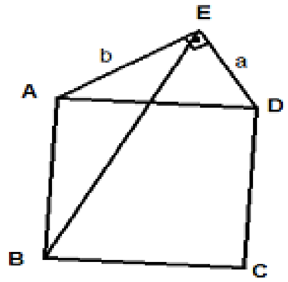
.....................................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................................

**b)** Kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

6.

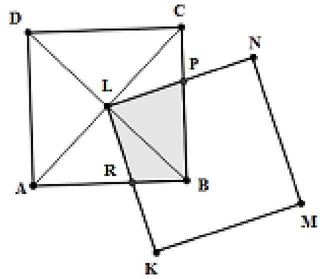



ABCD bir kare, DEA dik üçgen. |DE|=a br, |EA|=b br, |EB|= x br olduğuna göre $x^2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a^2+(a-b)^2$
B) $a^2+(a+b)^2$
C) $b^2+(a-b)^2$
D) $b^2+(a+b)^2$
E) $a^2-(a+b)^2$

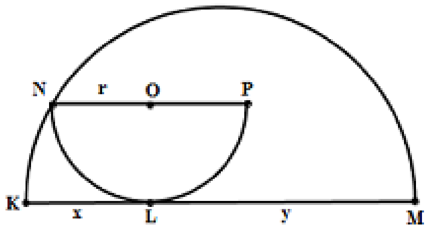
Sorunun çözümün nasıl yapılacağını ifade ediniz.

7.



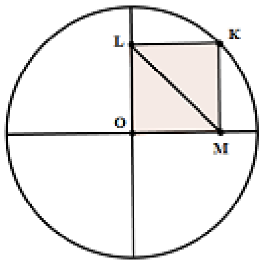

Yandaki şekilde ABCD ve KLMN eş kareler. L noktası ABCD karesinde köşegenlerin kesim noktası. |DC|=8 cm olduğuna göre taralı alanı (LPRB dörtgeninin) nasıl bulursunuz?

**8.**




Yandaki şekilde O merkezli küçük yarım çember, büyük yarım çembere L noktasında teğettir. KM ve NP çaplı çemberlerin çapları birbirine paraleldir. |KL|=x br, |LM|=y br, |NO|= r br ve y>x olduğuna göre x ve y arasında geçerli bir bağıntı bulmaya çalışınız.

**9.**

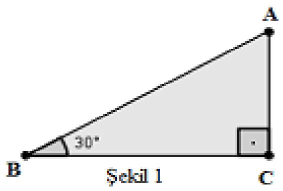



Yandaki şekilde verilen O merkezli çemberin yarıçapı 8 cm dir. OMKL kare olduğuna göre |LM| uzunluğunu bulunuz. Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

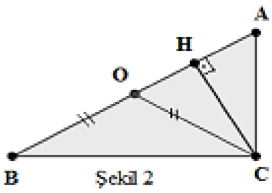
**10.** Öğretmen öğrencilerine "Herhangi bir dik üçgeni düşünün. Bu üçgenin dik açısını açı ölçer kullanmadan 3 eş parçaya bölebilir misiniz?" şeklinde bir soru yöneltiyor. Öğrencilerden birinin cevabı aşağıda verilmiştir. Öğrencinin cevabını inceleyerek, çözümün yeterli olup olmadığını gerekçesi ile birlikte ifade ediniz.

**Ozan'ın cevabı**

Evet, aşağıdaki şekilde bölebiliriz.




Şekil 1




Şekil 2

Şekil 1'deki gibi S(B)=30° olan bir ABC üçgenini alırım.

1. Adım: Bu üçgen üzerinde Şekil 2'deki gibi [CH] yüksekliğini ve [OC] kenarortayını çizerim.

2. Adım: S(C)=90° olduğundan, AB kenarına indirilen kenarortayda, |OB|=|OC|=|OA| olur (kenarortay özelliği).

3. Adım: OBC üçgeni ikizkenar olduğundan $m(\widehat{OBC})=m(\widehat{OCB})$ ve $m(\widehat{OBC})+m(\widehat{OCB})=m(\widehat{COH})=60°$ (ikizkenar üçgenden).

4. Adım: OHC üçgeninde $m(\widehat{OCH})=30°$ OAC üçgeninde $m(\widehat{HCA})=30°$

5. Adım: O halde $m(\widehat{BCO})=m(\widehat{OCH})=m(\widehat{HCA})=30°$ olduğundan C açısı 3 eşit parçaya bölünmüştür. Dolayısıyla bir dik açı 3 eşit parçaya bölünmüş olur.

Sizce bu çözüm doğru mudur?

| Bu çözüm yeterlidir, çünkü … | Bu çözüm yeterli değildir, çünkü … |
|---|---|
| | |

# EK 5. Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Son Test Soruları

**Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testi Soruları**

1. Bu testte 10 soru vardır.
2. Sorular açık uçlu sorulardan oluşmaktadır.

**AÇIKLAMA**

- Bu kitapçık bir çalışma kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan öğretmen adayları için hazırlanmış olup **Geometrik Düşünme Alışkanlıkları** testinden oluşmaktadır.

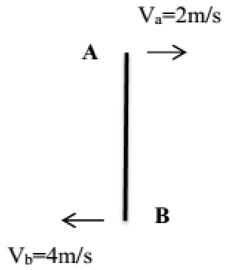
- Kitapçıkta yer alan sorulara vereceğiniz yanıtlardan herhangi bir not almayacaksınız. Lütfen testlerde yer alan soruları dikkatle okuyunuz, ondan sonra yanıtlayınız.

**ADI :**

**SOYADI :**

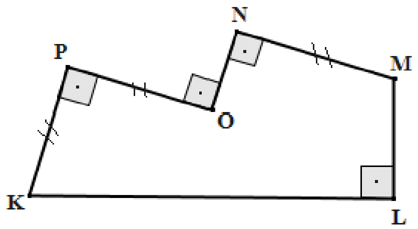
**OKUL NO :**

**1.**




Yandaki şekilde, aralarındaki uzaklığı 9 br olan, A ve B noktalarından hareket eden 2 bisikletli verilmiştir. Bu bisikletliler birbirine zıt yönde bir yol izlemektedir. Bu 2 bisikletlinin hızları sırasıyla 2m/sn ve 4m/sn olduğuna göre, aynı anda harekete başladıktan 2 sn sonra aralarındaki uzaklık kaç br olur?

**2.**



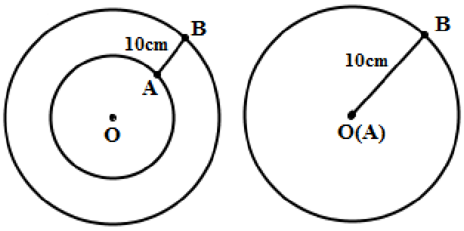

Şekilde görüldüğü üzere;

$KL \perp ML$, $MN \perp NO$, $NO \perp OP$ ve $OP \perp KP$

$|KP|=|PO|=|NM|=a$ br, $|NO|=5$ br ve $|KL|=24$ br, $|ML|=7$ br olduğuna göre a'nın değerini nasıl bulursunuz?

**3.** Kenan öğretmen sınıfa *"Merkezleri aynı olan ve yarıçapları aralarındaki fark 10cm olan iki çemberin çevre uzunlukları arasındaki fark ne kadardır"*şeklinde bir soru yöneltmiştir.

Öğrencilerden biri soruyu şu şekilde çözmüştür



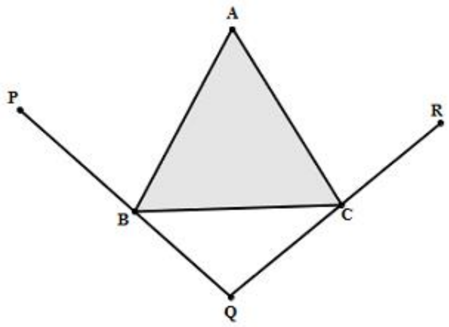

Şekil 1 Şekil 2

Soruyu Şekil 1 deki gibi çizerim. Daha sonra her iki çemberi de merkez noktasından küçültürüm. Bu küçültme işlemine devam ettikten bir süre sonra küçük çember tek bir nokta haline gelir. Bu durumda küçük çember, büyük çemberin merkez noktası olacak kadar küçülmüş olur (Şekil 2). Dolayısıyla son durumda her iki çemberin yarıçapı arasındaki mesafe, oluşan büyük çemberin yarıçapı olur. O halde 2 çemberin çevreleri arasındaki fark, dıştaki çemberin çevresine eşit olur ve;

$$Ç=2 \pi r = 2 \pi 5 = 10 \pi$$

Sizce öğrencinin yaptığı çözüm doğru mudur? Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile yazınız.

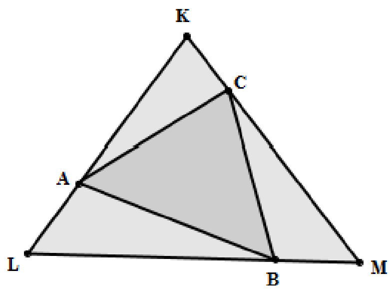
**4.**




Yukarıdaki şekilde verilen ABC eşkenar üçgeni [PQ] ve [QR]'yi B ve C noktalarında kesmektedir. B ve C noktaları ise [PQ] ve [QR] doğru parçaları üzerinde hareketli noktalardır.

m(PQR)= 120° olduğuna göre B ve C noktalarının hareketine göre A noktasının geometrik yeri nedir?

**5.**




Şekilde KLM üçgeni eşkenardır.

A ∈ [KL], B ∈ [LM], C ∈ [KM] ve

$\frac{|AK|}{|AL|} = \frac{|LB|}{|BM|} = \frac{|CM|}{|CK|}$ olduğuna göre meydana gelen ABC üçgeninin cinsi hakkında nasıl bir yorum yapabilirsiniz? Düşüncenizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek aşağıdaki boşluğa yazınız.

**a)** Eğer şekilde KLM eşkenar üçgeni değil de kare ve düzgün beşgen olsaydı nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

| **Kare için** | **Düzgün beşgen için** |
|---|---|
| | |

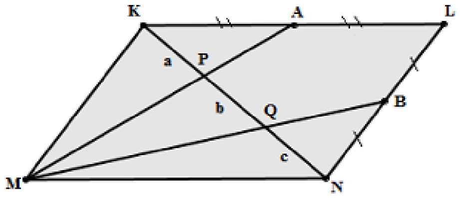
............................................................................................................................................................

............................................................................................................................................................

............................................................................................................................................................

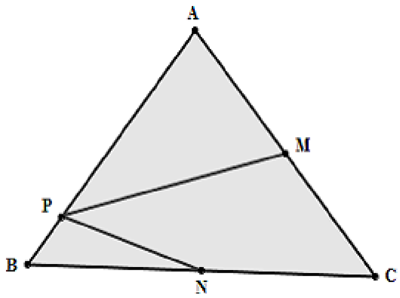
**b)** Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

**6.**



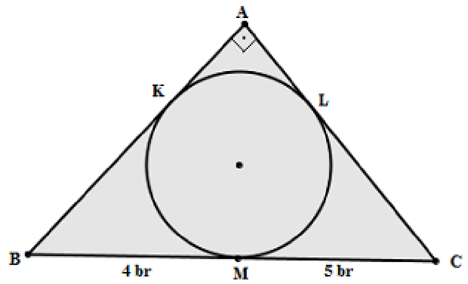

KLMN bir paralelkenardır. [KN] köşegen, |KA|=|AL|, |LB|=|BN|, |KP|=a br, |PQ|=b br, |QN|= c br olduğuna göre a,b ve c arasındaki ilişkiyi bulunuz.

**7.**



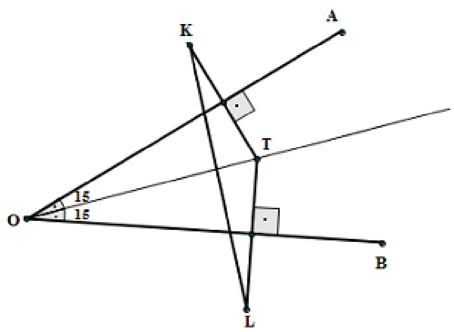

Yandaki şekilde verilen ABC üçgeninde; P noktasıAB üzerinde herhangi bir nokta, M noktası AC'nin orta noktası ve N noktası da BC'nin orta noktası olduğuna göre PMNC dörtgeninin alanını ABC üçgeninin alanı arasındaki ilişkiyi bulunuz?

**8.**



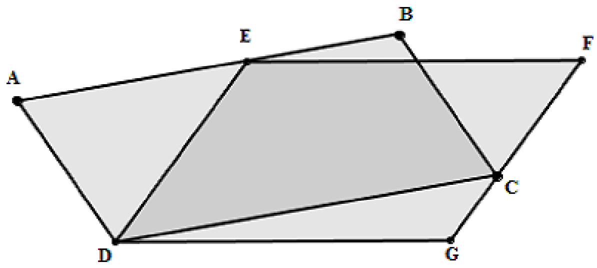

A açısı dik olan şekildeki ABC üçgeninin iç teğet çemberi hipotenüse M noktasından teğettir. |BM|=4 br, |MC|= 5 br olduğuna göre ABC üçgensel bölgenin alanını bulunuz.

**9.**




Yandaki şekilde m(AOT)=m(TOL)=15º
T noktasının OB'ye göre simetriği L, OA'ya göre simetriği K'dır. |OA|=5 cm olduğuna göre KL uzunluğunu nasıl bulursunuz? Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle açıklayınız.

**10.**




Şekilde ABCD ve EFDG paralelkenarları verilmiştir. E noktası AB doğru parçası üzerinde, C noktası FG doğru parçası üzerinde 2 nokta ve A(ABCD)=20 br2 olduğuna göre A(EFDG)'yi nasıl bulursunuz?

## EK 6. Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Etkileyen Faktörlere Yönelik İnanç Ölçeği

Adı-Soyadı:
Öğrenci No:

**Sevgili öğrenciler,**

Bu ölçek sizin problem çözmeye yönelik görüşlerinizi ortaya çıkarmak için hazırlanmıştır. Bu maddelerin doğru veya yanlış cevabı yoktur. Verdiğiniz cevapların gerçeği yansıtması ve hiçbir maddeyi atlamamanız araştırmanın sonuçları açısından önemlidir Her bir maddede ifade edilen fikre ne derece katıldığınızı ya da katılmadığınızı en iyi yansıtan seçeneği işaretleyiniz. Her bir madde için **sadece bir seçeneği** işaretleyebilirsiniz. Kimlik bilgilerinize ilişkin hiçbir veri başkalarıyla paylaşılmayacak ve araştırma gizliliği içerisinde kalacaktır. Katılımınız için teşekkür ederim.

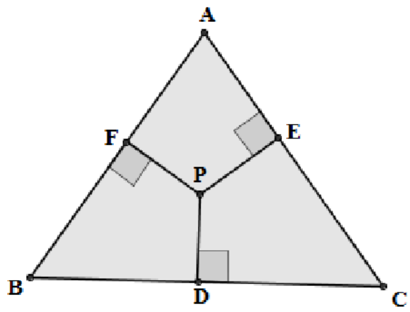
| | MADDELER | Kesinlikle Katılmıyorum | Katılmıyorum | Kararsızım | Katılıyorum | Kesinlikle Katılıyorum |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Geometri problemi çözme sürecinde başarılı olunmazsa, bireyin o problemle başa çıkabilme yeteneğinden kuşku duyulur. | O | O | O | O | O |
| 2 | Zor bir geometri problemi ile karşılaşıldığında, problemi tam anlayabilmek için nasıl bilgi toplanacağına yönelik geniş çaplı düşünmeye gerek yoktur. | O | O | O | O | O |
| 3 | Bir geometri problemi çözüldükten sonra, yapılan çözüm tekrar incelenmeli ve sonuç kontrol edilmelidir. | O | O | O | O | O |
| 4 | Bir geometri problemi çözüldükten sonra, yapılan çözüm tekrar incelenmeli ve sonuç kontrol edilmelidir. | O | O | O | O | O |
| 5 | Karmaşık bir geometri problemi ile karşılaşıldığında problemin ne olduğunu belirlemeye yardımcı olacak bilgileri toplamak için bir strateji geliştirilmelidir. | O | O | O | O | O |
| 6 | Bir geometri problemine yönelik çözüme başlamadan önce çözümün nasıl yapılacağı üzerinde düşünülmelidir. | O | O | O | O | O |
| 7 | Bir geometri probleminin sonucuna ulaşıldıktan sonra, yapılan çözüm tekrar kontrol edilmelidir. | O | O | O | O | O |
| 8 | Bir geometri probleminin çözülemediği durumlarda bireyler, farklı fikirleri de göz önünde bulundurarak çözümü o fikirler doğrultusunda düşünmelidir. | O | O | O | O | O |
| 9 | Bir geometri problemini çözerken o probleme farklı yönlerden bakılmalıdır. | O | O | O | O | O |
| 10 | Verilen herhangi bir geometri probleminde, herkes aynı yöntemi kullanmalıdır. | O | O | O | O | O |
| 11 | Bir geometri probleminin sonucuna ulaşırken kullanılan çözüm yolları başarısız ise bunların neden başarısız olduğu araştırılmalıdır. | O | O | O | O | O |
| 12 | Bir geometri probleminin sonucuna ulaşırken kullanılan çözüm yolları başarısız ise bunların neden başarısız olduğu araştırılmalıdır. | O | O | O | O | O |
| 13 | Farklı çözüm stratejilerini uygulamaya imkân veren geometri problemleri üzerinde çalışmak, bireylerin probleme farklı açılardan bakabilmesini sağlar. | O | O | O | O | O |
| 14 | En zor geometri problemlerinin de üzerinde ısrarla çalışılırsa doğru sonuca ulaşılabilir. | O | O | O | O | O |
| 15 | Bir geometri problemi ile karşılaşıldığında başka bir probleme geçmeden önce o problem üzerinde düşünmek gerekir. | O | O | O | O | O |
| 16 | Zor bir geometri problemi ile karşılaşıldığında, problemi tam anlayabilmek için nasıl bilgi toplanacağına yönelik geniş çaplı düşünmeye gerek yoktur. | O | O | O | O | O |
| 17 | Geometri problemine ilişkin bir karar vermeye çalışırken her seçeneğin sonuçları birbiriyle karşılaştırılarak karar verilmelidir. | O | O | O | O | O |
| 18 | Bir geometri probleminin tek bir çözümünün olması, o problemin doğru çözüldüğünü göstermez. Bu yüzden farklı stratejiler geliştirilerek problem çözülmelidir. | O | O | O | O | O |
| 19 | Verilen bir geometri problemini çözmek için genellikle akla gelen ilk yol izlenmelidir. | O | O | O | O | O |
| 20 | Bir geometri problemini çözerken kesin kurallar ve talimatları izlemek o çözümü güvenilir yapar. | O | O | O | O | O |
| 21 | Verilen geometri probleminin çözülemediği durumlarda başkalarının çözüm yolları araştırılmalıdır. | O | O | O | O | O |
| 22 | Bir geometri probleminin çözülemediği durumlarda, bireyler grup arkadaşlarının görüşlerini dikkate almalıdır. | O | O | O | O | O |

## EK 7. İkinci Mülakat Soruları

**Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Belirlenmesine Yönelik İkinci Mülakat Soruları**

**1.** s(B)=2s(C) olan bir ABC üçgeninde iç teğet çemberinin merkezi I olmak üzere |AB|=|IC| ise A açısının ölçüsü kaç derecedir, bulunuz.

**2.**

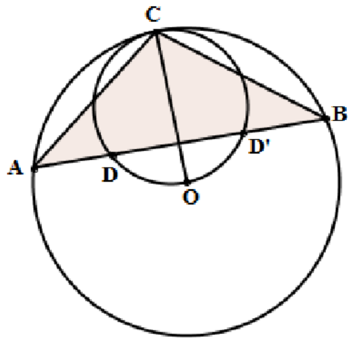



ABC herhangi bir üçgen. P noktası üçgenin içinde alınan ve üçgenin BC, CA ve AB doğru parçalarına indirilen dikmelerin kesim noktasıdır. Buna göre;

a) |BD|=8, |DC|=14, |CE|=13, |AF=12 ve |FB|=6 olduğunda |AE|=? Bulunuz.

b) AE uzunluğunu bulmaya yönelik genel bir kural oluşturunuz.

**3.**




Şekilde verilen O merkezli çember üzerinde s (C)>90º olacak şekilde bir ABC üçgeni alınmıştır. OC uzunluğunu çap kabul eden başka bir çember C noktasında teğet olup ABC üçgenini D ve D' noktalarında kesmektedir. |AD|=3, |DB|=4 ise CD uzunluğunu bulunuz?

a) s (C)=90º olduğunda bulduğunuz ifadenin doğruluğunu kontrol ediniz.

b) s (C)<90º olduğunda bulduğunuz ifadenin doğruluğunu kontrol ediniz.

# EK 8. Üçüncü Mülakat Soruları

**27.12.2013**

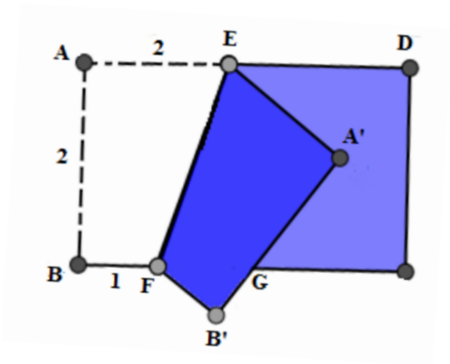
**Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Belirlenmesine Yönelik Üçüncü Mülakat Soruları**

**Numara :**
**Adı Soyadı :**

1. Dar açılı bir ABC üçgeninin [AC] kenarı üzerinde bir D noktası alınmıştır. [AL] kenarortayı [CH] yüksekliğini ve [BD] doğru parçasını ırasıyla N ve K noktalarında kesiyor.

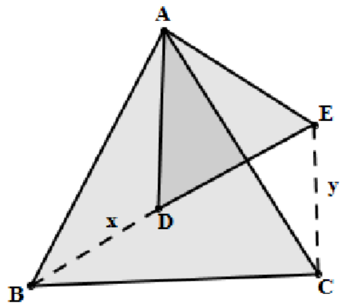
N∈ [AK] ve |AK|= |BK| ise $\frac{|AN|}{|KL|}$ oranını bulunuz.

**2.**




ABCD dikdörtgeni [EF] doğru parçası boyunca şekildeki gibi katlanmıştır. |AB|=|AE|=2 br ve |BF|=1 br olduğuna göre |B'G| uzunluğunu nasıl bulursunuz? Düşüncelerinizi matematiksel ifadeler ile destekleyerek açıklayınız.

**3.**



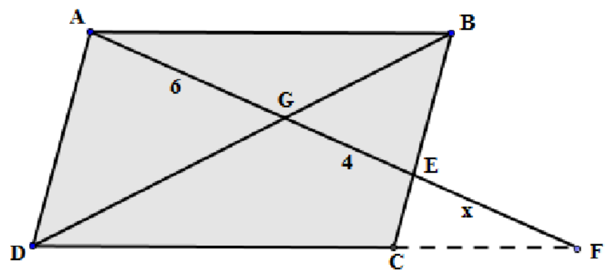

Şekilde ABC ve ADE eşkenar üçgenleri verilmiştir. |BD|=x br, |CE|=y br olduğuna göre;

**a)** x ile y arasında geçerli bir bağıntı bulunuz.

**b)** Eğer şekildeki yapı ABC eşkenar üçgeni değilde kare veya düzgün beşgen olsa idi nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekil çizerek açıklamaya çalışınız.

**c)** Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz? Açıklayınız.

**4.**




Şekilde ABCD paralelkenarı verilmiştir. G noktası, BD köşegeni ile AF'nin kesişimi, F noktası ise DC ile AF'nin kesişimi olan noktadır. $|AG|=6$ br, $|GE|= 4$ br ve $|EF|= x$ br olduğuna göre,

**a)** x'in değerini bulunuz.

**b)** Eğer şekildeki E noktası CB'nin uzantısı üzerinde (paralelkenarın dışında) olsa idi sonuç nasıl olurdu? Şekil çizerek açıklamalarınızı matematiksel olarak ifade ediniz.

**EK 9. İzin For**

Katılımcının Adı ve Soyadı :

Tarih :

Değerli Öğrenci,

Katılımınıza sunulan "*Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi*" başlıklı çalışmada amaç, geliştirilen öğrenme ortamında geometrik düşünme alışkanlıklarınızın gelişiminin incelenmesidir. Bu bağlamda araştırmacı Buket Özüm BÜLBÜL tarafından yapılan bilgilendirme toplantısında çalışmanın yapısı, amacı, kapsamı, ne yapmanız istendiği ve muhtemel süresi hakkında sözlü olarak bilgilendirildiniz ve aklınıza takılan soruları sorma fırsatı buldunuz. Kimlik bilgilerinize ilişkin hiçbir veri başkalarıyla paylaşılmayacak ve araştırma gizliliği içerisinde kalacaktır. Bu doğrultuda aşağıda belirtilen maddeleri kabul ediyorsanız çalışmaya gönüllü olarak katıldığınızı onaylamış olacaksınız.

Çalışmaya katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Buket Özüm BÜLBÜL

1. Çalışma boyunca tüm kurallara uyacağıma, araştırmacı ile tam bir uyum içinde çalışacağıma ve konuyla ilgili herhangi bir sorun çıktığında hemen onu arayacağımı kabul ediyorum.

2. Bu çalışma sonuçlarının kullanılmasını kısıtlamayacağımı ve bilimsel dokümanlarda kullanabileceğini kabul ediyorum.

OKUDUM VE ONAYLADIM.

## 9. ÖZGEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

20 Mart 1988 tarihinde Sivas merkezde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Sivas'ta tamamladı. 2005 yılında Trabzon Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği'nde öğrenimine başladı. 2008-2009 öğretim yılında bölüm birinciliği ile mezun oldu. Aynı yıl, Karadeniz Teknik Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi'nde doktora programına kayıt yaptırmış olup halen bu alanda bilimsel çalışmalarına devam etmektedir. İyi derecede İngilizce bilmektedir.

### İLETİŞİM BİLGİLERİ

**Adres** : Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Akçaabat/TRABZON

**E-Posta** : cbuketozum@gmail.com