

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME
PROBLEMLERİNİ ÇÖZME SÜRECİNDE TEKNOLOJİNİN ROLÜ**

DOKTORA TEZİ

Ebru SAKA

**TRABZON
Kasım, 2016**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME
PROBLEMLERİNİ ÇÖZME SÜRECİNDE TEKNOLOJİNİN ROLÜ**

Ebru SAKA

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora Unvanı
Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı
Doç. Dr. Derya ÇELİK**

**TRABZON
Kasım, 2016**

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı'nda DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 29 / 11 / 2016

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Derya ÇELİK



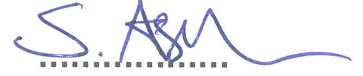
Üye : Prof. Dr. Adnan BAKİ



Üye : Prof. Dr. Cengiz ALACACI



Üye : Doç. Dr. Selahattin ARSLAN



Üye : Doç. Dr. Yaşar AKKAN



Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Nevzat YİĞİT

Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

**Ebru SAKA
29 / 11 / 2016**

ÖN SÖZ

Doktora eğitimim boyunca gerek tez konumun belirlenmesinde, gerekse de çalışmalarımın yürütülmesi sırasında yardımını ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, bilgi ve deneyimleriyle yol gösteren, öğrencisi olmaktan onur duyduğum, tez danışmanım Doç. Dr. Derya ÇELİK'e en içten şükranlarımı sunuyorum.

Doktora öğrenimimde öğrencisi olmaktan gurur duyduğum ve doktora öğrenimim süresince verdiğim seminerlerde tezimin gelişimine yönelik yapıcı eleştirilerde bulunan ve sundukları önerilerle çalışmama katkı sağlayan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Adnan BAKI, Prof. Dr. Bülent GÜVEN ve Doç. Dr. Selahattin ARSLAN'a teşekkürlerimi sunuyorum. Araştırmamın her aşamasında her türlü desteğiyle bana güç veren sevgili dostum Arş. Gör. Duygu TAŞKIN'a sonsuz teşekkür ediyorum. Tez döneminde her türlü teknik desteğiyle yardımcım olan mesai arkadaşım Arş. Gör. Mükremin DURMUŞ'a, motivasyonumu kaybettiğimde her zaman destekçim olan mesai arkadaşlarım Arş. Gör. Ruhşen ALDEMİR ve Adem DAĞAŞAN'a teşekkür ediyorum.

Desteklerini her zaman arkamda hissettiğim annem Fatma DEMİRCİ'ye, kardeşlerim Emre DEMİRCİ ve Emel Esra SAĞLAM'a, kayınvalidem Melike SAKA'ya ve kayınpederim Erkan SAKA'ya teşekkür ediyorum. Onunla geçirmem gereken zamandan fedakârlık yaparak bana çalışma fırsatı veren biricik oğlum Tuğra'ya, bu uzun ve zorlu süreçte her türlü konuda desteğini eksik etmeyen sevgili eşim Tolga SAKA'ya ve yerine kimseyi koyamayacağım rahmetli babama sonsuz sevgilerimi sunuyorum.

Kasım, 2016

Ebru SAKA

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xvi
GRAFİKLER LİSTESİ.....	xxi
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xxii
1. GİRİŞ.....	1
1. 1. Araştırmanın Amacı.....	7
1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi.....	7
1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	12
1. 4. Araştırmanın Varsayımları.....	12
1. 5. Tanımlar.....	12
2. LİTERATÜR TARAMASI.....	14
2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi.....	14
2. 1. 1. Araştırmada Yer Alan Kavramlar.....	14
2. 1. 1. 1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme.....	14
2. 1. 1. 2. Matematiksel Modelleme Yaklaşımları.....	16
2. 1. 1. 3. Matematiksel Modelleme Süreci.....	19
2. 1. 1. 4. Matematiksel Modelleme Problemleri ve Sınıflandırılması.....	34
2. 1. 2. Konu ile İlgili Araştırmalar.....	39
2. 1. 2. 1. Teknolojinin Matematiksel Modelleme Sürecine Etkisini Belirlemeye Yönelik Yapılan Çalışmalar.....	39
2. 1. 2. 2. Matematiksel Modelleme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükleri Belirlemeye Yönelik Yapılan Çalışmalar.....	49
2. 2. Literatür Taramasının Sonucu.....	59
3. YÖNTEM.....	62
3. 1. Araştırmanın Modeli.....	62

3. 2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi	63
3. 2. 1. Ön Çalışma ve Pilot Çalışma	65
3. 3. Araştırma Grubu	70
3. 4. Uygulama Süreci	73
3. 5. Veri Toplama Araçları	74
3. 5. 1. Matematiksel Modelleme Problemleri.....	75
3. 5. 1. 1. Deneysel Modelleme Problemleri	76
3. 5. 1. 2. Teorik Modelleme Problemleri	81
3. 5. 2. Video Kayıtları	85
3. 5. 3. Odak Grup Görüşmeleri	87
3. 5. 4. Bilgisayar Ekranı Kayıtları ve Çözüm Dosyaları	87
3. 5. 5. Alan Notları	89
3. 6. Verilerin Analizi.....	90
3. 6. 1. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Verilerin Analizi	92
3. 6. 2. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Verilerin Analizi	93
3. 7. Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları	93
4. BULGULAR.....	95
4. 1. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular.....	95
4. 1. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	96
4. 1. 1. 1. Problemi Anlama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	99
4. 1. 1. 2. Basitleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	101
4. 1. 1. 3. Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	109
4. 1. 1. 4. Matematiksel Çalışma Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	115
4. 1. 1. 5. Yorumlama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	119
4. 1. 1. 6. Doğrulama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	123

4. 1. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	128
4. 1. 2. 1. Basitleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	131
4. 1. 2. 2. Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	146
4. 1. 2. 3. Matematiksel Çalışma Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	151
4. 1. 2. 4. Yorumlama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	155
4. 1. 2. 5. Doğrulama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	157
4. 2. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular.....	164
4. 2. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular.....	164
4. 2. 1. Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	167
4. 2. 2. Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	169
4. 2. 3. Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	186
4. 2. 4. Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	195
4. 2. 5. Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	200
4. 2. 6. Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	206
4. 2. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular.....	212
4. 2. 2. 1. Problem Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	215
4. 2. 2. 2 Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	221
4. 2. 2. 3. Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	233

4. 2. 2. 4. Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	249
4. 2. 2. 5. Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	254
4. 2. 2. 6. Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular	256
4. 3. Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Görüşleri	260
5. TARTIŞMA	270
5. 1. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma	270
5. 1. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma	273
5. 1. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma	276
5. 2. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma	280
5. 2. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma	281
5. 2. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma	286
5. 3. Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Görüşlerine Yönelik Tartışma	292
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	296
6. 1. Sonuçlar	296
6. 2. Öneriler	302
6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler	303
6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler	304
7. KAYNAKLAR	306
8. EKLER	316
9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ	326

ÖZET

Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Teknolojinin Rolü

Teknolojinin matematik eğitiminin önemli bir parçası olmasıyla birlikte modelleme çalışmalarında da teknolojik araçların kullanımı önem kazanmıştır. Bu ise araştırmaların odağını, teknoloji entegrasyonunun modelleme problemlerinin çözüm sürecini nasıl etkileyeceği sorusuna çevirmiştir. Yapılan çalışma farklı tipte matematiksel modelleme problemleri (deneysel ve teorik) ve modelleme sürecini dikkate alarak bu soruya cevap sunmak amacıyla yürütülmüştür. Çalışmanın amacı, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknolojinin rolünün ortaya koyulması, deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünde nasıl bir farklılaşma olduğunun incelenmesi şeklinde belirlenmiştir. Araştırma 2014-2015 güz yarıyılında, 6 haftalık bir süre zarfında gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın katılımcıları Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı son sınıfında öğrenim gören 20 öğretmen adayından oluşmaktadır. Katılımcılar 3'ü deneysel, 3'ü teorik olmak üzere toplam 6 matematiksel modelleme problemi üzerinde dörder kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Her oturumda iki modelleme problemi üzerinde çalışan gruplar toplam üç oturumda çalışmayı sonlandırmıştır. Uygulama sürecinde her bir grup için GeoGebra yazılımını içeren ve internet erişimine sahip bilgisayarlar tedarik edilmiş olup, gruplar teknoloji kullanımı konusunda serbest bırakılmıştır. Araştırmanın verileri uygulamalar sürecinde elde edilen video kayıtlarından, her bir uygulama sonrasında gruplarla yapılan odak grup görüşmelerinden, grupların bilgisayardaki çalışma dosyaları ve ekran kayıtlarından, araştırmacı tarafından alınan gözlem notlarından ve grupların çözüm sonrası hazırladıkları ortak raporlarından elde edilmiştir. Araştırmada farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar teknolojinin varlığının, karmaşık ve zor olarak tanımlanan matematiksel modelleme sürecini kolaylaştırıcı bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Deneysel modelleme problemlerinde teknoloji modelleme sürecinin tüm basamaklarında aktif bir rol oynamıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise problemi anlama basamağı hariç tüm basamaklarda ortaya çıkmıştır. Hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde teknolojik araçlar veriler arasındaki ilişkilerin dinamik olarak

incelenmesini, problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşılmasını ve böylelikle varsayımların oluşturulmasını, değişkenlerin belirlenmesini ve oluşturulan modellerin sonuçlarının gerçek yaşamdaki karşılığının incelenmesini sağlamıştır. Öğretmen adayları problem durumu ile ilişkili verileri düzenleme ve çözüm için gerekli karmaşık matematiksel işlemlerin yapılmasında da sıklıkla teknolojiden yararlanmışlardır. Tüm bunlara ek olarak öğretmen adaylarının uygun matematiksel modelleri oluşturma ve bu modelleri doğrulama esnasında teknoloji yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi olumsuzluk yaratan bir durum olarak ortaya çıkmıştır.

Sonuçlar öğretmen adaylarının modelleme sürecinin her bir basamağında çeşitli güçlüklerle karşılaştığını da ortaya koymaktadır. Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha çok zorlanmışlardır. Döngüsel bir süreç olan matematiksel modellemenin herhangi bir basamağında yaşanan güçlükler sürecin sonraki basamaklarında da çeşitli güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur. Teknolojik araçların kullanımı ise öğretmen adaylarının bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin giderilmesine büyük ölçüde katkı sağlamıştır denilebilir. Bu sonuçlar ışığında, modelleme sürecinin karmaşıklığını gidermesi ve öğrencilere daha zengin öğrenme ortamları sağlaması amacıyla teknolojinin matematiksel modelleme sürecine entegre edilmesi önerilebilir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Modelleme Süreci, Teknoloji, Öğretmen Adayları, Güçlükler.

ABSTRACT

The Role of Technology in Solving Mathematical Modeling Problems by Pre-Service Teachers

As technology has become an important part of mathematics education, the use of technological tools in modeling studies has gained importance. This situation has turned the focus of studies to the question of how technological integration will affect the solving of modeling problems. This study was carried out to answer this question by considering various types of mathematical modeling problems (experimental and theoretical) and the modeling process. The purpose of this study was to reveal the role of technology in pre-service teachers' approaches to the solving of mathematical modeling problems and their difficulties with this process. Its other purpose was to analyze differences in the role of technology in experimental and theoretical modeling problems. The study was conducted in six weeks in the 2014-2015 fall semester. The study sample consisted of 20 pre-service teachers in their last year at the Elementary Mathematics Education Program at Karadeniz Technical University, Fatih Faculty of Education. The participants worked on six mathematical modeling problems, three experimental and three theoretical problems, in groups of four. They worked on three modeling problems in each session and completed their work in three sessions. Each group was provided a computer with GeoGebra software and internet access and was free to use technology as they want. The data were collected from the videos recorded during their work, the focus group discussions with the groups after each practice, the work files and screencasts of the groups on the computers, the observation notes of the researcher and the joint reports of the groups after solving the problems. The data were analyzed comparatively using content analysis.

The results of the study showed that technology facilitates complex and difficult mathematical modeling. For the experimental modeling problems, technology played an active role in every phase of the modeling. It was also used in all phases in the theoretical modeling problems except for the understanding the problem phase. For both the experimental and the theoretical modeling problems, technological tools allowed to analyze the relationships among the data dynamically, to obtain real-life data regarding the problem and produce hypotheses, to determine the variables and analyze the equivalent of the model results in real life. Technology was also used to perform complex mathematical calculations required for the solution. However, overconfidence about the

results they obtained using the technology during the generation and verification of appropriate mathematical models yielded negative results.

The results show that pre-service teachers encountered a variety of difficulties in each phase of the modeling process. They had more difficulty with theoretical modeling problems than with experimental modeling problems. The difficulties in any phase of mathematical modeling, a circular process, caused problems in the subsequent phases. The use of technological tools significantly contributed to the elimination of these difficulties. These results suggest that technology should be integrated in the mathematical modeling process in order to reduce the complexity of the modeling process and provide richer learning environments for students.

Keywords: Mathematical Modeling, Technology, Pre-Service Teachers, Difficulties.

TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Matematiksel Modelleme Yaklaşımları	16
2.	Borromeo-Ferri'nin (2006) Matematiksel Modelleme Döngüsünün İlk Üç Basamağına Yönelik Ortaya Koyduğu Yaklaşımlar	23
3.	Matematiksel Modellemede Bireysel Zorluklar Açısından Frekans Dağılımı.....	54
4.	İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Sürecinde Yaşadıkları Güçlükler	56
5.	Matematiksel Modelleme Basamakları Arasındaki Geçişlerde Öğrenci Zorluklarını Belirlemek İçin Ortaya Çıkan Çerçeve.....	57
6.	Araştırma Kapsamında Yapılan Çalışmalar ve Uygulama Zamanları.....	63
7.	Pilot Çalışmada Uygulanan Matematiksel Modelleme Problemleri.....	66
8.	Teorik Modelleme Problemlerinde Karşılaşılan Güçlüklerle İlişkin Galbraith ve Stillman'ın (2006) Teorik Çerçevesi Kullanılarak Yapılan Veri Analizinden Bir Bölüm.....	68
9.	Asıl Çalışmaya Dâhil Olan Katılımcılara İlişkin Bilgiler.....	71
10.	Asıl Çalışmaya Dâhil Olan Katılımcıların Ön Mülakat Sorularına Verdikleri Yanıtlara İlişkin Frekans Tablosu.....	72
11.	Asıl Uygulama Sürecinin Planlanması.....	73
12.	Çalışmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemlerine Yönelik Bilgiler	76
13.	Video Kayıtlarına Ait Bilgiler	86
14.	Grupların Matematiksel Modelleme Problemlerindeki Teknolojiyi Kullanma Durumları	96
15.	Grupların Deneysel Modelleme Problemlerinde Teknolojiyi Kullanma Durumları	97
16.	Deneysel Modelleme Problemlerinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Kodlar	98
17.	Problemi Anlama Basamağında Teknolojinin Rolü	100

18.	Basitleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü.....	102
19.	Matematikselleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü.....	109
20.	Grupların Deneysel Modelleme Problemlerinde Grafik Analizi Yöntemiyle Belirledikleri Modellerin Uygunluk Durumu.....	110
21.	Matematiksel Çalışma Basamağında Teknolojinin Rolü	116
22.	Yorumlama Basamağında Teknolojinin Rolü.....	120
23.	Doğrulama Basamağında Teknolojinin Rolü	123
24.	Grupların Teorik Modelleme Problemlerinde Teknolojiyi Kullanma Durumları	129
25.	Teorik Modelleme Problemlerinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Kodlar	130
26.	Basitleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü.....	132
27.	Matematikselleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü.....	146
28.	Matematiksel Çalışma Basamağında Teknolojinin Rolü	151
29.	Yorumlama Basamağında Teknolojinin Rolü.....	155
30.	Doğrulama Basamağında Teknolojinin Rolü	157
31.	G4 Grubunun Dönme Dolap Probleminde Modeli Oluşturmaya ve Doğrulamaya Yönelik Yaptığı Çalışmalar	161
32.	Deneysel Modelleme Problemlerinin Zorluk Düzeyine İlişkin Öğretmen Grupların Görüşleri	164
33.	Deneysel Modelleme Problemlerinde Karşılaşılan Güçlüklere İlişkin Kodlar.....	165
34.	Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler.....	167
35.	Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	169
36.	Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	186
37.	Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler.....	195
38.	Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	201
39.	Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	207
40.	Teorik Modelleme Problemlerinin Zorluk Düzeyine İlişkin Öğretmen Adaylarının Görüşleri.....	213
41.	Teorik Modelleme Problemlerinde Karşılaşılan Güçlüklere İlişkin Kodlar	213

42.	Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler.....	216
43.	Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	221
44.	Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	233
45.	Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	249
46.	Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	254
47.	Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler	256
48.	Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojinin Sağladığı Kolaylıklar	261
49.	Matematiksel Modelleme Sürecinde Ortamda Teknoloji Olmazsa Yaşanabilecek Güçlükler.....	263
50.	Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojik Araçların Kullanımının Öğretmen Adaylarının Bakış Açısına Etkileri	265
51.	Teknolojinin Matematiksel Modelleme Sürecine Etkisi	266
52.	Ortamda teknolojik Araçlar Olmasaydı Elde Edilecek Modellere İlişkin Görüşler	268

ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Modelleme devri.....	19
2.	Matematiksel modelleme süreci	20
3.	Modelleme süreci.....	21
4.	Modelleme süreci.....	22
5.	Bilişsel perspektif altında matematiksel modelleme döngüsü	24
6.	Blum ve Leiß'in (2007) matematiksel modelleme döngüsü.....	25
7.	Matematiksel modelleme süreci	26
8.	Matematiksel modelleme sürecinin akış diyagramı.....	27
9.	Teknoloji ile genişletilmiş modelleme döngüsü	28
10.	Teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci	29
11.	Matematiksel modelleme sürecinin temel yapısı	30
12.	Matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenleri	42
13.	Modelleme, matematiksel içerik ve teknoloji ilişkisi.....	43
14.	Matematiksel modelleme etkinlikleri için "çözüm planı"	55
15.	Araştırmada izlenen adımlara ilişkin akış şeması	64
16.	1 mil dünya rekoru probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik	78
17.	Dünyadaki sıcaklık artışı probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik	79
18.	Yağış miktarı probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik	80
19.	Deniz feneri probleminde değişkenleri içeren şekil	82
20.	Merdiven probleminde değişkenleri içeren şekil	83
21.	Dönme Dolap probleminde değişkenleri içeren şekil	85
22.	G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı problemi verileri için kağıt-kalem ile ve GeoGebra yazılımında çizdiği grafikler	88

23.	G1 grubunun yağış miktarı problemine yönelik bilgisayar ekranı görüntüsü.....	89
24.	Veri analizinde izlenen adımlar	91
25.	G2 grubunun problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşma ve incelemeye yönelik yaptıkları çalışmalar	101
26.	G4 grubunun verileri düzenlemeye yönelik çözüm kağıdında yaptıkları açıklamalar	104
27.	G4 grubunun verileri düzenlemeye yönelik yaptıkları çalışmalar	104
28.	G1 grubunun yağış miktarı problemi için Excel programında çizdiği sütun grafiği.....	106
29.	G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı problemine yönelik çizmiş olduğu grafik.....	106
30.	G3 grubunun verilerin grafiğini çizmeye yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar	107
31.	G5 grubunun verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar	108
32.	G4 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar	111
33.	G2 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar	111
34.	G5 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar	112
35.	G3 grubunun noktaların en yakınından geçen grafik modelini/modellerini inceleme-seçmeye yönelik yaptığı çalışmalar	114
36.	G3 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar	114
37.	G3 grubunun yağış miktarı problemi için belirlediği matematiksel modeller	115
38.	G4 grubunun matematiksel hesaplamalar yapmaya yönelik yaptıkları çalışmalar	117
39.	G2 grubunun çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik yaptıkları çalışmalar	122
40.	G1 grubunun modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etmeye yönelik yaptığı çalışmalar	124
41.	G2 grubunun modelin genellenebilirliğini test etmeye yönelik yaptıkları çalışmalar	126

42.	G2 grubunun modelde kullanılacak değişkenleri belirlemeye yönelik yaptığı çalışmalar	134
43.	G3 grubunun modelde kullanılacak değişkenler ile ilgili bilgi toplamaya yönelik yaptığı çalışmalar	135
44.	G2 grubunun değişkenlere yönelik internetten elde ettiği veriler	137
45.	G1 grubunun deniz feneri problemi için oluşturduğu geometrik yapıya ait çözüm kağıdındaki açıklamaları	138
46.	G1 grubunun değişkenin alabileceği değerleri dinamik olarak incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar	139
47.	G2 grubunun dönme dolap problemi için kurmuş olduğu geometrik yapı	140
48.	G5 grubunun problem durumuna ait geometrik yapıyı kurmaya yönelik yaptığı çalışmalar	142
49.	G2 grubunun deniz feneri probleminde problem için oluşturduğu verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar	143
50.	G3 grubunun dönme dolap problemini matematikselleştirmeye yönelik yaptığı çalışmalar	144
51.	G1 grubunun problem için oluşturulan verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar	146
52.	G2 grubunun GeoGebra yazılımında oluşturduğu modele ait yazılı yanıt kâğıdında yaptığı açıklamalar	147
53.	G3 grubunun noktaların en yakınından geçen grafik modelini belirlemeye yönelik yaptığı çalışmalar	149
54.	G1 grubunun deniz feneri problemi için oluşturduğu dinamik model	150
55.	G4 grubunun GeoGebra yazılımında yaptığı matematiksel hesaplamalar	153
56.	G2 grubunun çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik yaptığı internet araştırması	156
57.	G4 grubunun deniz feneri problemi için çözüm kâğıdında çizdiği şekil	158
58.	G4 grubunun modelin doğruluğunu şekil çizerek test etmeye yönelik yaptığı çalışmalar	159
59.	G1 grubunun modeli farklı değerler için test etmeye yönelik çözüm kâğıdında yaptığı açıklamalar	160
60.	G2 grubunun veriler arasındaki ilişkileri incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar	178

61.	G1 grubunun Excel programında verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar	181
62.	G1 grubunun yağış miktarı probleminde kâğıt-kalem ile çizdiği grafik.....	181
63.	G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı probleminde kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafik	182
64.	G1 grubunun 1 mil dünya rekoru probleminde kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafik.....	184
65.	G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar.....	187
66.	G3 grubunun yağış miktarı problemi için GeoGebra yazılımında belirlemiş olduğu model	191
67.	G3 grubunun veriler için uygun modeli belirlemeye yönelik GeoGebra'da yaptığı çalışmalar.....	192
68.	G1 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı problemi için GeoGebra da belirlediği üstel model.....	198
69.	G1 grubunun grup raporunda yorumlama basamağına yönelik yaptığı açıklamalar	202
70.	G5 grubunun deniz feneri problemi için çizdiği şekil	227
71.	G3 grubunun merdiven probleminde geometrik yapıyı kurmaya yönelik GeoGebra'da yaptığı çalışmalar.....	231
72.	G3 grubunun dönme dolap probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptıkları çalışmalar	237
73.	G3 grubunun deniz feneri probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar	239
74.	G1 grubunun merdiven probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar	240
75.	G1 grubunun dönme dolap probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar	242
76.	G1 grubunun deniz feneri probleminde GeoGebra aracılığıyla oluşturduğu dinamik model	244
77.	G2 grubunun deniz feneri probleminde matematiksel modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar.....	245
78.	G2 grubunun merdiven problemine yönelik yaptıkları çalışmalar	247
79.	G3 grubunun merdiven problemini matematikselleştirmeye yönelik yaptıkları çalışmalar	247

80.	G3 grubunun deniz feneri probleminde matematiksel modelin çözümüne yönelik yaptığı çalışmalar.....	250
81.	G3 grubunun matematiksel modelin çözümüne yönelik GeoGebra'da yaptığı çalışmalar.....	252
82.	Teknoloji ile genişletilmiş bilişsel modelleme döngüsü	272



GRAFİKLER LİSTESİ

<u>Grafik No</u>	<u>Grafik Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Grupların deneysel modelleme problemlerinde teknoloji kullanma durumları.....	98
2.	Gruplarının teorik modelleme problemlerinde teknoloji kullanma durumları.....	130



KISALTMALAR LİSTESİ

- MOE** : Model Oluşturma Etkinliği
NCTM : National Council of Teachers of Mathematics
MEB : Milli Eğitim Bakanlığı
EMB : Ekstra Matematiksel Bilgi
YMM : Yardımcı Matematiksel Model
AMM : Ana Matematiksel Model
ICMI : The International Conference on Multimodal Interaction



1. GİRİŞ

Toplumsal değişim ve gelişimin giderek hızlandığı, bilgi ve iletişim teknolojilerinin insan hayatının her anını etkilediğı çağımızda yeni bilgiler, fırsatlar ve araçlar matematiğe bakış açımızı, matematikten beklentilerimizi ve matematiği kullanma biçimimizi şekillendirmektedir. Söz konusu yenilikler farklı becerilere ve donanımlara sahip bireylere olan ihtiyacı artırmış ve matematik öğrenme-öğretme süreçlerini de yeniden yapılandırmıştır. Bu bağlamda matematik eğitiminin amaçları da gerçek yaşam ihtiyaçlarına cevap verecek ve gerçek yaşam problemlerini çözebilecek becerilere sahip bireyler yetiştirmek olarak değişim göstermiştir (Baki, 2008). Ancak öğrenciler sınıf ortamında öğrendikleri bilgileri günlük yaşantılarında nerede ve nasıl uygulayabilecekleri konusunda güçlükler yaşamaktadır (Doruk ve Umay, 2011). Bunun yanında kendi yaşamlarındaki deneyimleriyle ilişkilendiremedikleri ve gerçek yaşamda nerede kullanabileceklerini bilmedikleri, kendilerince okul bittikten sonra hiçbir zaman işlerine yaramayacaklarını düşündükleri matematiksel bilgileri öğrenmede isteksiz davranmaktadırlar (Doruk, 2010). Bu sorunu yenmenin muhtemel yolu günlük yaşamdaki matematiği sınıf ortamına getirmektir. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi de yayınladığı okul matematiği standartlarında, matematiğin gerçek dünya ile ilişkilendirilmesinin gerekliliğini vurgulamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Ülkemizde de 2005 yılında yenilenen matematik dersi öğretim programında (MEB, 2005) gerçek yaşam durumları ile matematik arasındaki ilişkiyi fark eden, yaşamında matematiği kullanabilen bireylerin yetiştirilmesi gerektiğine dikkat çekilmektedir.

Gerçek yaşam ile matematik arasındaki ilişkiyi ortaya koyması ve sınıfta öğretilen matematik konularını farklı bağlamlarda sunma fırsatı vermesi bakımından matematiksel modelleme matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir. Matematiksel modelleme en genel anlamıyla gerçek yaşam problemlerini matematiksel olarak ifade etme, matematiğin yöntem ve tekniklerini kullanarak matematiksel bir sonuca ulaşma ve bulunan sonucu tekrar gerçek hayata yorumlama sürecidir. Ang (2001) matematiksel modellemeyi gerçek yaşam problemlerinin matematiksel terimlerle gösterilmesi ve matematik diline çevrilmesi süreci olarak tanımlamıştır. Haines ve Crouch (2007) ise matematiksel modellemeyi, gerçek yaşam problem durumlarının soyutlanarak matematik diline aktarıldığı, çözümlendiği ve sonra çözümün test edildiği döngüsel bir süreç olarak tanımlamaktadır. Matematiksel modelleme çalışmaları matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi ile ilgili önemli araştırma alanlarından birisidir (Kertil, 2008).

Son yıllarda okul matematiğinde modelleme uygulamalarına daha fazla yer verilmesi gerekliliği vurgulanmaktadır (Department for Education [DFE], 1999; MEB 2011, 2013; NCTM, 2000). Matematiğin bilim, teknoloji ve günlük yaşamda kullanılabilmesi için son yıllarda modelleme ve uygulamalarının ilköğretim, ortaöğretim ve yükseköğretimde öğrenilmesi ve öğretilmesi süreci dünya çapında önemli bir başlık haline gelmiştir (Kaiser, 2010). Matematik eğitiminde matematiksel modellemenin önemi 1990' lı yılların sonlarında anlaşılmiş ve dünya çapında birçok ülkenin öğretim programında matematiksel modellemeye yer verilmeye başlanmıştır (Lingefjärd, 2006). Avustralya, Belçika, Danimarka, Almanya, Hollanda, ABD, İsveç, İngiltere, Singapur gibi çok sayıda ülkenin matematik öğretim programlarında matematiksel modelleme yer almaktadır (Ang, 2006; Blum, 2002; Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards, 2007; Lingefjärd, 2006; Mousoulides, Sriraman ve Christou, 2007; NCTM, 1989, 2000; The New German Educational Standards and Curricula akt. Maaß, 2006). Dünyada matematik eğitiminde yaşanan reform hareketlerinin bir sonucu olarak ülkemizde 2005 yılında yenilenen matematik dersi öğretim programında (MEB, 2005) matematiksel modellemeye ilk kez önemli bir yer verilmiştir. İlköğretim matematik öğretim programının genel amaçları arasında *model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilecek bireylerin yetiştirilmesi* vurgulanmaktadır (MEB, 2009). Ayrıca ortaöğretim matematik dersi öğretim programında öğrencilerin (MEB, 2011) model kurabilmeleri, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilmeleri amaçlanmıştır. Bunun yanında ortaöğretim matematik dersi öğretim programında (MEB, 2013) bilgi ve iletişim teknolojilerinin yerinde ve etkili kullanımının önemli olduğuna ve bu programı tamamlayan ve başarılı bir şekilde uygulanmasını sağlayacak olan bileşenlerden biri olduğuna dikkat çekilmektedir.

Ülkemizde 12 yıllık eğitim sistemine geçişle beraber 2013 yılında revize edilen ortaokul matematik dersi öğretim programı genel amaçlarında (MEB, 2013, s.1) bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanılması ve modelleme yaparak problem çözme ifadeleri dikkat çekmektedir:

Bu öğretim programı aynı zamanda bilgi ve iletişim teknolojilerinin matematik öğrenimi ve öğretiminde etkin olarak kullanılmasını teşvik etmektedir. Kavramların farklı temsil biçimlerinin ve bunlar arasındaki ilişkilerin görülmesini mümkün kılan ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerine olanak sağlayan bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanılması özellikle vurgulanmaktadır. Bu teknolojiler yardımıyla, öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanmalıdır (MEB, 2013: 1).

Görüldüğü gibi ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2013) kavramların farklı temsil biçimlerinin ve bunlar arasındaki ilişkilerin görülmesini mümkün kılan ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerine olanak sağlayan bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanılması özellikle vurgulanmaktadır. Bunun yanında öğretim

programında bu teknolojiler yardımıyla, öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamların hazırlanması gerektiği belirtilmektedir. Bununla birlikte Matematik Uygulamaları dersi kitapları (MEB, 2012a; 2012b) incelendiğinde öğrencilerin, bir kısmı modelleme yapmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerini çözmeleri gerektiği görülmektedir (Tekin-Dede, Yılmaz, 2013). Buradan hareketle matematik öğretiminin temel amaçlarından birinin öğrencilerin iyi birer matematiksel modellemeci olarak yetiştirilmesi olduğu ifade edilebilir. (Tekin-Dede, Yılmaz, 2013).

Matematik öğretim programlarının en önemli amaçlarından biri matematiksel düşünme gücü gelişmiş öğrencilerin iyi birer problem çözücü olarak yetiştirilmesidir (MEB, 2011). Bu bağlamda, geleneksel işlem odaklı matematik öğretimi yerine matematiksel kavramların sınıf ortamında yapılandırıldığı ve kavramsal bir yaklaşımı esas alan matematiksel modelleme problemleri büyük önem taşımaktadır (Doerr ve English, 2003; English, 2006). Araştırmacılar matematiksel modelleme problemlerinin öğrenciler için matematiği öğrenmenin yanında matematiğin gerçek yaşamda çok farklı yönlerini fark etme ve anlama açısından mükemmel bir yol olduğunu ifade etmektedir (Lingefjärd ve Holmquist, 2005).

Matematiksel modelleme problemleri, sonunda bir rakam ya da bir kelime ile yanıtı bulunan geleneksel problemler olmayıp, rutin olmayan, karmaşık gerçek yaşam durumlarını ifade eden ve olası farklı çözümler içeren problem durumlarıdır (Lesh & Zawojewsky, 2007; Mousoulides, 2007). Matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar incelendiğinde, araştırmacıların matematiksel modelleme problemlerini farklı şekillerde sınıflandırdıkları görülmektedir. Modelleme problemlerinin sınıflandırılmasındaki bu farkın matematiksel modellemeyi farklı perspektiften ele almalarından ve problemleri sınıflarken farklı niteliklere odaklanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Matematiksel modelleme problemleri temelde teorik ve deneysel modelleme olmak üzere iki başlık altında toplanabilir (Berry ve Houston, 1995; Kapur, 1998). Teorik modellemede matematiksel, istatistiksel ve bilgisayar temelli bilgiler yer alırken, deneysel modellemede deney ve gözlem ve bunların sonuçlarına ait bilgiler verilerek matematiksel modellemenin çözümü istenir (Berry ve Houston, 1995; Kapur, 1998). Her iki problem türünde de bireyler farklı çözüm süreçlerinden geçmektedir. Berry ve Houston (1995) teorik modelleme yönteminin sadece grafik çizmek veya denklemleri çözmekten daha fazlası olduğunu ifade etmiştir. Teorik modelleme problemlerinde, formülleştirilen her model problem çözücü tarafından seçilen belli varsayımlar ve sadeleştirmelere bağlıdır. Bunun yanında teorik modelleme problemlerinde modelin test edilmesi için problem çözücü tarafından elde edilen verilere ihtiyaç vardır. Deneysel modelleme problemlerinde veriler kullanılarak,

verilerden elde edilemeyen bir durum için en uygun sonuca ulaşmak temel amaçlardan biridir (Thomas, Hass, Giordano, 2010).

Gerçek yaşam problemlerinin çözümünde ise matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt-yeterliklerinin işe koşulması ve öğrencilere diğer bilimlerde, çevremizde ve günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözebilmelerini sağlayacak yeterliklerin kazandırılması gerekmektedir (Aydın-Güç, 2015). Bu anlamda matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi üzerine ulusal ve uluslar arası literatürde çok sayıda (Aydın-Güç, 2015; Bal ve Doğanay, 2014; Blomhøj ve Jensen, 2003; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Braun, 2014; Bukova-Güzel, 2011; Galbraith ve Clatworthy, 1990; Huang, 2011; Izard, Haines, Crouch, Houston ve Neil, 2003; Kaiser, 2007; Korkmaz, 2010; Maaß, 2006; Özdemir ve Üzel, 2013; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013) çalışma yapılmıştır. Matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarının sonuçları incelendiğinde, tasarlanan öğrenme ortamlarında öğrencilerin bazı zorluklar yaşadıkları, süreçleri tam olarak tamamlayamadıkları ya da bazı yeterliklerinin beklenen düzeyde gelişim göstermediği vurgulanmakta ve yaşanan zorluklar matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimini engellemektedir (Aydın-Güç, 2015). Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanması için süreçte yaşanan güçlüklerin giderilmesine yönelik çalışmaların gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Teknolojinin öğretim programlarında önemli bir yer bulmasıyla teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olumlu bir katkı sağlayacağı düşüncesi ve derslerde etkili bir şekilde kullanılması gerekliliği ortaya çıkmıştır (Blomhøj, 1993). Bu bağlamda son yıllarda özellikle uluslararası literatürde teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olan etkisine yönelik çalışmalar giderek artmıştır (Örm., Ang, 2010; Arzarello, Ferrara ve Robutti, 2012; Brown ve Ikeda, 2015; Daher ve Shahbari, 2013; Geiger, 2011; Geiger, Faragher ve Goos, 2010; Ghosh, 2012; Greefrath, Siller ve Weitendorf, 2011; Siller ve Greefrath, 2010; Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez, 2011; Yang ve Yin, 2015).

Karmaşık bir süreç olarak tanımlanan matematiksel modelleme sürecine yönelik yaşanan güçlüklerin giderilmesinde teknolojinin öğrenciye zengin bir zihinsel ortam sağlayacağı ve gerçek yaşam durumuna farklı açılardan bakabilmelerine yardımcı olacağı söylenebilir. Araştırmacılar da matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların öneminin büyük olduğuna ve öğrenciler için önemli fırsatlar sağlayacağına vurgu yapmaktadır (Geiger, 2011; Jiang, 2001; Niss, Blum ve Galbraith, 2007; Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez, 2011; Yang ve Yin, 2015). Geiger (2011) matematiksel modelleme problemlerinde dinamik geometri yazılımları veya elektronik tablolar ile bir gerçek durumun geometrik veya sayısal bir yapıya dönüştürülebileceğini, bilgisayar cebir sistemi araçlarının ise sınırlı bir zamanda öğrenciler tarafından ulaşılamayan sayısal ve cebirsel

sonuçlara hızlı bir şekilde ulaşmada faydalı olacağını ifade etmiştir. Buna ek olarak teknolojik araçlar elde edilen modelin kontrol edilme sürecini destekler. De Villiers (2007) matematiksel modelleme sürecinde bilgisayar teknolojilerinin özellikle modeli çözüme aşamasında son derece yardımcı olduğunu ifade etmiştir.

Son yıllarda matematiksel modelleme ve uygulamalarında internet kullanımı önemli bir yer edinmiştir (Kissane, 2010). Kissane (2010) okullarda internetin öğrencileri üç farklı şekilde desteklediğini ifade etmiştir. İnternetin sağladığı imkanlardan ilki bazı web sitelerinin veri analizi ve simülasyon gibi matematiksel araçlara erişme imkanı sunması, ikincisi gerçek yaşam verilerine ulaşmada öğrencilere yardımcı olması, üçüncüsü ise çeşitli örnekleri inceleyerek matematik uygulamaları hakkında bilgi edinme fırsatı sağlaması şeklindedir (Kissane, 2010). İnternet erişimine sahip bilgisayarlar gerçek yaşam problemlerine yönelik araştırma yapılmasına ve böylelikle gerçek problemlerin anlaşılmasına ve basitleştirilmesine yardımcı olur (Geiger, 2011).

Ang'e (2010) göre teknoloji modelleme görevini yürüten bir öğrencinin önüne çıkan engellerin ve süreçte karşılaştıkları güçlüklerin önüne geçilmesinde köprü durumundadır. Matematiksel modelleme sürecinde teknolojiye önem verilmesi halinde öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin üstesinden gelebilecekleri, matematiksel anlayışlarını ve düşüncelerini geliştirebilecekleri ve bu durumun öğrencilere farklı yaklaşımlar kazandıracığı vurgulanmaktadır (Lingefjärd, 2000; NCTM, 1989;). Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinde yaşanan güçlüklerin önüne geçilmesinde teknolojik araçların kullanımı ön plana çıkmaktadır.

Kadijevich, Haapasalo ve Hvorecky'e (2005) göre teknolojik araçların sınırlı olması veya başka nedenlerle bazı eğitimciler teknoloji tabanlı olmayan modelleme etkinliklerinin tercih edilmesi gerektiğini savunmaktadır. Ancak karmaşık, dinamik ve gerçek yaşam ile ilgili olayların herhangi bir teknolojik araç olmadan modellenmesi oldukça güçtür (Kadijevich, Haapasalo ve Hvorecky, 2005). Bu bağlamda mevcut sistemde yetişen öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçları kullanmaya yönelik deneyim sahibi olması büyük önem taşımaktadır.

Öğretmenlerin matematiksel modelleme konusundaki bilgi, beceri ve donanımı matematiksel modellemenin derslerde etkili kullanımı ile ilgili önemli koşullardan birisidir (Niss, Blum, ve Galbraith, 2007). Öğrencilerin ne öğrendikleri temelde nasıl öğrendikleri ile doğrudan ilişkilidir (NCTM, 1989). Schorr ve Lesh'e (2003) göre bir öğretmenin, bir kavramın öğrenciler tarafından nasıl öğrenildiği ve bu kavramı öğrenirken hangi zihinsel süreçlerin gerekli olduğuna yönelik öğrencilerin düşünme süreçlerine ilişkin bilgisinin olmaması pedagojik formasyon bilgisinin yetersiz olmasından kaynaklanmaktadır. Öğretmende var olan bu eksiklik bir kavramı öğrencilere belirli bir yolla öğretme ve

öğrencilerin de bu yolla öğreneceğini düşünme davranışına sebep olmaktadır. Lesh ve Doerr (2003) öğretmenler veya öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ile çalışarak bir kavramın ortaya çıkması için öğrencilerin hangi düşünme süreçlerinden geçtiğini ve bu sürecin nasıl değerlendirilmesi gerektiğini yaşayarak öğrenmeleri gerektiğine vurgu yapmaktadır. Bu çerçevede, öğretmenlerin matematiksel modelleme yoluyla anlamlı bir matematik öğretmeleri için her şeyden önce bu konuda anlamlı bir matematik deneyimi kazanmaları sağlanmalıdır. Bu bağlamda bu çalışmada öğretmen adayları ile çalışılacaktır. Ayrıca bu çalışmada matematiksel modelleme problemlerindeki sınıflandırma dikkate alınarak çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri olarak belirlenmiştir.

Çalışmada bu sınıflandırmanın dikkate alınma nedeni asıl çalışma öncesinde yapılan ön çalışmalarda öğretmen adaylarının bu iki modelleme türüne yönelik farklı çözüm süreçlerinden geçmesi ve bu nedenle teknolojinin rollerinde farklılaşmaların ortaya çıkmasıdır. Bu nedenle bu çalışmada matematiksel modelleme problemlerinin farklı türleri ile çalışarak matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolü ayrıntılı olarak ortaya koyulacaktır. Bunun yanında modelleme sürecinde ortaya çıkan güçlüklerin nasıl şekillendiği, bu güçlüklerin giderilmesinde veya ortaya çıkmasında teknolojinin nasıl bir rol oynadığı araştırılacaktır.

Tüm bunlardan hareketle yapılan bu araştırmayla öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin nasıl bir rol oynadığı ve bu rollerin deneysel ve teorik modelleme problemleri açısından farklılaşp farklılaşmadığı sorularına cevap aranacaktır. Bu doğrultuda araştırmanın ana problemi aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknoloji nasıl rol oynamaktadır?

Ana probleme bağlı olarak çalışmanın alt problemleri aşağıdaki gibidir:

1. Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknoloji nasıl rol oynamaktadır?
2. Öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknoloji nasıl rol oynamaktadır?
3. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşleri nelerdir?

1. 1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışma ile ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde (problemi anlama, problemi basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma yapma, yorumlama, doğrulama) kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknolojinin rolünün ortaya koyulması, deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünde nasıl bir farklılaşma olduğunun incelenmesi amaçlanmıştır.

1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Günümüzde bireylerin sadece matematiksel işlem süreçlerini öğrenmesi ve bu yöntemleri benzer problem durumlarına uygulaması yeterli görülmemektedir (Lesh ve Zawojewsky, 2007). Matematik eğitimi ile yalnızca matematik bilen bireyler değil sahip olduğu bilgiyi kullanarak farklı problem çözme stratejileri geliştirebilen ve bunları karşılaştığı gerçek hayat problemleriyle başa çıkmada kullanabilen bireyler yetiştirmek amaçlanmaktadır (Özdemir ve Işık, 2014). Bu bağlamda matematiksel modellemenin önemi ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin matematik dersini sadece okuldaki bir ders olarak değil, yaşamları boyunca kullanılabilecekleri bilgi ve becerileri kazandıran bir alan olarak görmeleri için matematiksel modelleme önemli bir araçtır (Özaltun, Kula, Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2013). Blum (2011) öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamalarını sağlaması, matematik öğrenmeyi desteklemesi ve çeşitli matematiksel yeterliliklerin gelişimine katkıda bulunması açısından matematiksel modellemenin öğrencilere büyük olanaklar sağladığını ifade etmektedir. Bu doğrultuda matematik eğitiminde önemli bir yer edinen matematiksel modellemeye birçok ülkenin öğretim programında yer verilmiştir. Ülkemizde de ortaokul ve ortaöğretim matematik öğretim programlarında matematiksel modellemenin önemine dikkat çekilmektedir (MEB, 2009, 2011, 2013). Bu kapsamda ulusal ve uluslararası çalışmalarda matematiksel modelleme önemli bir çalışma alanı olmuş ve bunun üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Matematiksel modelleme üzerine yapılan gerek ulusal gerekse uluslararası çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmaların genellikle modelleme yeterliklerinin belirlenmesi veya geliştirilmesi (ör. Aydın-Güç, 2015; Bal ve Doğanay, 2014; Blomhøj ve Jensen, 2003; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Bukova-Güzel, 2011; Galbraith ve Clatworthy, 1990; Huang, 2011; Izzard, Haines, Crouch, Houston, ve Neil, 2003; Kaiser, 2007; Korkmaz, 2010; Maaß, 2006; Özdemir ve Üzel, 2013; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013), model oluşturma süreçlerinin incelenmesi (ör. Eraslan 2010; Maull ve Berry, 2001; Mousoulides, Sriraman, Pittalis ve Christou, 2008; Şen-Zeytun, 2013; Tekin, 2012), matemamatiksel modellemenin bazı değişkenler açısından incelenmesine (ör. Bukova-

Güzel ve Uğurel, 2010; Dişbudak, 2014; Özturan-Sağırılı,2010, Taşova, 2011, Ünveren, 2010) şeklinde olduğu görülmektedir. Uluslar Arası Matematik Eğitimi Komisyonu (International Commission on Mathematical Instruction [ICMI]) 1986 da yayınladığı raporda matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların gerekliliğine vurgu yapılmasıyla beraber matematiksel modelleme çalışmalarında teknolojik araçların kullanımı ön plana çıkmaya başlamıştır. Niss, Blum ve Galbraith (2007, s.24) matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin önemine şu sözlerle dikkat çekmektedir:

Modelleme ve uygulamaları için teknolojik araçlar son derece önemlidir. Bu araçlar hesap makineleri, bilgisayarlar, internet, hesaplama ve grafik yazılımları gibi her çeşit teknolojik aracı kapsamaktadır. Bu araçlar sadece hesaplama gücünü artırmak değil, öğretme, öğrenme ve değerlendirme yaklaşımları için geniş olanaklar sağlar. (Niss, Blum ve Galbraith, 2007: 24)

Yang ve Yin (2015) teknoloji ve matematiksel modelleme arasında sıkı bir ilişki olduğunu, bilgisayarların daha iyi modellere daha hızlı bir şekilde ulaşmayı sağlayan güçlü araçlar olduğunu ifade etmektedir. Yang ve Yin (2015) büyük miktarda gerçek yaşam verisini hızlı ve kolay şekilde hesaplamak için teknolojik araçların matematiksel modelleme sürecinde çok önemli bir yeri olduğunu vurgulamaktadır. Benzer şekilde Ang (2010) matematiksel modelleme problemlerinde gerçek hayat verileri ile çalışıldığından elde edilecek sonuçların karmaşıklığının teknolojik araçlar sayesinde en aza indirildiğini ifade etmektedir.

Geiger (2011, s.306) ise modelleme sürecinin farklı aşamalarında teknolojik araçların farklı işlevlerinin kullanımının modelleme problemlerini çözme sürecindeki önemine şu sözlerle dikkat çekmektedir:

Modelleme sürecinin birçok aşamasında teknolojik araçların kullanılması mümkündür. Örneğin dinamik geometri yazılımı veya tablo ile bir gerçek durum geometrik veya sayısal bir yapıya dönüştürülebilir. Veya gerçek bir duruma ait olasılıklar simüle edilebilir. Özellikle bilgisayar cebir sistemi araçları sınırlı bir zamanda öğrenciler tarafından ulaşılamayan sayısal ve cebirsel sonuçlara hızlı bir şekilde ulaşmada faydalı teknolojik araçlardır. Ayrıca teknolojik araçlar gerçek yaşam verilerine ait çoklu hesaplamaları kolay bir şekilde elde etmeyi sağlar. Buna ek olarak teknolojik araçlar gerçek yaşam durumunun görselleştirilmesine olanak sağlar. Ayrıca belirli bir veri grubu, bir bilgisayar cebir sistemi yardımıyla ya da bir koordinat sisteminde bir istatistik aracı ile temsil edilebilir. Buna ek olarak teknolojik araçlar elde edilen modelin kontrol edilme sürecini destekler. Ayrıca internet erişimine sahip bilgisayarlar gerçek "yaşam problemine yönelik araştırma yapma imkânı sağlar. Bu şekilde, gerçek problemlerin anlaşılmasına ve basitleştirilmesine yardımcı olur (Geiger, 2011: 306).

Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olumlu bir katkı sağlayacağı düşüncesi ve modelleme etkinliklerinde teknolojinin nasıl etkili bir şekilde kullanılabileceği üzerine tartışmalar (Blomhøj, 1993) araştırmacıları matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin etkisini araştıran çalışmalara yönlendirmiştir (ör. Ang, 2010; Arzarello, Ferrara ve Robutti (2012); Daher ve Shahbari, 2013; Galbraith, Stillman,

Brown ve Edwards, 2007; Geiger, 2011; Ghosh, 2012; Lingefjard, 2000; Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis ve Christou, 2010; Siller ve Greefrath, 2010, Zbiek, 1998). Siller ve Greefrath (2010) çalışmasında teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisini incelemiştir. Araştırmacılar grafik hesap makineleri ve Sketch yazılımını kullanarak matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin ne zaman ve nasıl şekilde kullanıldığını araştırmıştır. Çalışmanın sonunda teknolojinin sağladığı olanakların öğrencilerin matematiksel bilgisini pozitif anlamda etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bu süreçte teknolojik araçların öğrencilerin farklı stratejiler belirlemede büyük bir rolü olduğu ifade edilmiştir. Araştırmacılar çalışmanın sonunda farklı modelleme etkinlikleriyle daha fazla uygulama yapılarak teknolojinin modelleme sürecine olan etkisinin ayrıntılı olarak incelenmesi gerektiğini vurgulamıştır. Daher ve Shahbari (2013) öğretmen adaylarının modelleme sürecinde teknolojiden ne zaman yararlandıklarını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmacılar bu amaçla 6 çalışma grubunun bir modelleme etkinliği sürecinde yaptığı çalışmalarını analiz etmiştir. Çalışmanın sonunda teknolojinin uygun varsayımların belirlenmesinde, matematiksel ilişkiler veya yapılara ulaşılmasında öğretmen adaylarına yardımcı olduğu ifade edilmiştir. Arzarello, Ferrara ve Robutti (2012) ise farklı lise sınıflarında (10. ve 11. Sınıf) yaptıkları çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerini çözme sürecinde bazı teknolojilerin kullanımı ile bir geometrik yapı için model oluşturma süreçlerini incelemiştir. Öğrenciler bu çalışmada kâğıt- kalem ve teknolojik araçlar (grafik hesap makinesi, GeoGebra) ile çalışmalarını gerçekleştirmiştir. Öğrenciler başlangıçta kâğıt-kaleme yönelmiş zaman içinde yaşadıkları güçlükler nedeniyle teknolojik araçlardan yararlanarak matematiksel modeli oluşturmuştur. Araştırmacılar bu çalışma ile teknolojinin dinamik özelliklerinin varsayımların doğuşunu, doğrulama, bağımlı ve bağımsız değişkenin seçimini desteklediği sonucuna ulaşmıştır. Bunun yanında elektronik tablo öğrencileri dinamik düşünmeye, formül arayışı için dinamik stratejiler benimsemeye teşvik etmiştir. Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis ve Christou (2010) ise 11 yaşındaki 22 öğrencinin bir modelleme etkinliği ile çalışması sırasında Google Earth ve Spreadsheet yazılımının modelleme sürecine etkisini araştırmıştır. Çalışmanın sonunda bu teknolojik araçların öğrencilerin görselleştirme becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca teknolojik araçlar öğrencilerin ilişkileri keşfetmelerine ve karmaşık hesaplamaların kolaylıkla üstesinden gelmelerine yardımcı olmuştur.

Yukarıda özetlenen çalışmalar incelendiğinde teknolojik araçların matematiksel modelleme sürecinde önemli fırsatlar sağladığı görülmektedir. Son yıllarda uluslararası çalışmalarda teknolojinin matematiksel modelleme sürecindeki önemine bu derecede vurgu yapılmasına rağmen ulusal literatürde matematiksel modelleme ile teknoloji ilişkisini

araştıran sınırlı sayıda çalışma (Hıdıroğlu, 2012) yer almaktadır. Hıdıroğlu (2012) yaptığı tez çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli ortamda modelleme süreçlerini incelemiştir. Araştırmacı teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı, ScreenHunter programı, video, animasyon ve resimlerden yararlanmıştır. Çalışmanın sonunda teknolojinin her bir modelleme basamağında etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Özellikle genel çözüm stratejisinin oluşturulmasında, çözüme ulaşmada ve çözümün doğrulanmasında teknolojinin önemli bir etkisi olduğu ifade edilmiştir. Araştırmacı çalışmanın sonuçları doğrultusunda matematiksel modelleme derslerine teknolojinin entegre edilmesi ile daha zengin öğrenme ortamları sağlanacağına dikkat çekmiştir.

Matematiksel modelleme ve teknoloji ilişkisini araştıran çalışmalar incelendiğinde teknolojinin matematiksel modelleme sürecine önemli katkıların olduğu görülmektedir. Literatür incelendiğinde bu çalışmaların matematiksel modelleme problemlerindeki sınıflandırmayı dikkate almadıkları ve teknolojinin rollerini daha genel bir şekilde inceledikleri görülmektedir. Bu çalışmada ise deneysel ve teorik modelleme problemleri kullanılarak teknolojinin rolü ayrıntılı bir şekilde ortaya koyulmuştur. Bunun yanında modelleme sürecinin basamakları dikkate alınarak teknolojinin her bir basamaktaki rolü detaylı bir şekilde belirlenmiştir. Bu şekilde detaylandırılmış bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Bunlara ek olarak ulusal literatürde matematiksel modelleme ve teknoloji ilişkisini araştıran sınırlı sayıda çalışma olması göz önüne alındığında yapılan bu çalışma ile ulusal literatürdeki bu boşluğun doldurulacağı düşünülmektedir. Bunun yanında teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme süreçlerini inceleyen Hıdıroğlu (2012) çalışmasında kullandığı modelleme problemlerine yönelik katılımcılara video, animasyon ve resim gibi dokümanlar sağlamıştır. Bu çalışmada ise öğretmen adaylarına sağlanan internet erişimine sahip bilgisayarlar ile katılımcıların gerçek yaşam durumu ile ilgili bilgilere kendilerinin ulaşması sağlanmıştır. Böylelikle öğretmen adaylarına araştırma yapma imkânı sağlanarak farklı fikirlerin ve çözüm stratejilerinin oluşmasına olanak sağlanmıştır.

Matematiksel modellemeye yönelik çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde çeşitli zorluklar yaşadıkları ortaya çıkmaktadır (ör. Blum, 1991; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Borromeo-Ferri ve Blum, 2013; Bukova-Güzel, 2011; Doosti ve Ashtiani, 2009; Galbraith ve Stillman, 2006; Kant, 2011; Korkmaz, 2010; Maaß, 2007; Schaap, Vos ve Goedhart, 2011; Sol, Giménez ve Rosich, 2011; Şahin ve Eraslan, 2016). Blum ve Leiß (2007) ilköğretim öğrencilerinin modelleme sürecine yönelik tutumlarını araştırdıkları çalışmada, öğrencilerin problemi anlama, modeli yapılandırma ve matematikselleştirme basamaklarında zorlandıkları ve öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik çalışma yapmadıkları sonucuna ulaşmıştır. Blum

ve Ferri (2009) ise üniversite son sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerini analiz etmek amacıyla yaptığı araştırmada, öğrencilerin problemi anlama, sadeleştirme ve geçerliliğini kontrol etme aşamalarında zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Kant (2011) ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ortaya çıkarmayı amaçladığı çalışmasında öğrencilerin modelleme sürecinin her bir basamağında güçlük yaşadığı sonucuna ulaşmıştır. Kertil (2008) ise matematik öğretmeni adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesine yönelik yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının hedefi belirginleştirme, bir matematiksel model seçme ve uygulama, grafik gösterimlerden yararlanma gibi modelleme sürecinin bazı aşamalarında zorlandıklarını belirlemiştir.

Yukarıda özetlenen çalışmaların sonuçlarından da anlaşılacağı gibi öğrenciler matematiksel modelleme sürecinin hemen hemen her basamağında güçlükler yaşamaktadır. Modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanması ve modelleme yeterliliklerinin gelişimi için süreçte yaşanan güçlüklerin giderilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Matematiksel modelleme sürecinde teknoloji kullanımı ile beraber süreçte yaşanan güçlüklerin giderilebileceği bazı araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir (Ang, 2010). Ancak teknoloji donanımlı bir ortamda modelleme sürecinde yaşanan güçlükleri belirlemeye yönelik çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Galbraith ve Stillman, 2006; Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards, 2007).

Galbraith ve Stillman (2006) matematiksel modelleme basamakları arasındaki geçişlerde yaşanan zorlukları tanımlayan bir çerçeve oluşturmak amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar bu amaçla matematiksel modellemeye yönelik ilk kez deneyim yaşayan 14-15 yaşındaki öğrenciler ile çalışmıştır. Öğrenciler çalışma boyunca grafik hesap makinelerinden yararlanarak iki modelleme etkinliği ile çalışmıştır. Araştırmacılar bu çalışma sonucunda oluşturdukları çerçevenin model oluşturma sürecinin aşamalarında öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin tanımlanması açısından öğretmenlere yardımcı olacağını ifade etmiştir. Benzer şekilde Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards, 2007 daha önceki çalışmada belirledikleri çerçeveyi kullanarak ortaöğretim öğrencilerinin modelleme sürecinin basamakları arasındaki geçişlerde yaşadıkları güçlükleri araştırmıştır. Bu çalışmada da öğrenciler teknolojik araç olarak yalnızca grafik hesap makinelerinden yararlanmıştır. Bu çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların kullandığı teknolojik araçların yalnızca grafik hesap makineleri ile sınırlı olduğu ve çalışmaların orta öğretim öğrencileri ile yürütüldüğü görülmektedir. Bu çalışmada ise öğretmen adayları ile çalışılmış olup, teknolojik araç olarak Excel programı ve GeoGebra yazılımlarını içeren internet erişimine sahip bilgisayarlar kullanılarak teknolojinin süreçteki rolü daha detaylı bir şekilde ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca bu çalışmayla teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde

yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıları ortaya koyulmuş ve süreçte olumsuz bir etkisinin olup olmadığı da araştırılmıştır. Bu bağlamda bu çalışma ile teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olan etkisi daha ayrıntılı bir şekilde ortaya koyulmuştur. Araştırmanın bu yönüyle ilgili literatüre önemli katkılarının olacağı düşünülmektedir.

Tüm bunlara ek olarak yapılacak olan bu çalışma ile öğretmen adaylarına teknoloji donanımlı bir ortamda matematiksel modelleme süreci yaşatılarak, öğretmen adaylarının ilerideki meslek hayatlarında teknolojinin yararlarının ve sınırlılıklarının farkında olmaları sağlanacaktır. Bunun yanında bu çalışmanın ileride modelleme ve teknoloji ile ilgili yapılacak çalışmalara daha farklı ve derin bakış açısı getireceği ve öğrenme ortamlarının nasıl daha zengin bir süreci içereceği hakkında kapsamlı bir fikir vereceği düşünülmektedir.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Bu araştırma nitel bir özellik taşıdığından ve sürecin değerlendirmesi güç olduğundan çalışma 44 öğretmen adayından oluşturulan 11 çalışma grubu arasından seçilen 5 çalışma grubu ile yürütülmüştür. Dolayısıyla araştırma bu beş çalışma grubundan elde edilen verilerle sınırlıdır.
2. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, öğretmen adaylarının çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemlerine yönelik yaptıkları çalışmalar ile sınırlıdır.
3. Bu çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri ile sınırlıdır.

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmanın varsayımları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının soruları cevaplarken samimi oldukları varsayılmıştır.
2. Öğretmen adaylarının grup çalışmaları süresince verilen matematiksel modelleme problemleri ile ciddi bir şekilde çalıştıkları varsayılmıştır.

1. 5. Tanımlar

Model: Karmaşık sistemleri ve yapıları yorumlamak ve anlamak için zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların dış temsilleridir (Lesh ve Doerr, 2003).

Matematiksel model: Verilen bir durum veya problemle ilgili iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel bir sunumudur (Berry ve Houston, 1995).

Matematiksel modelleme: Bir durumu gözlemleyerek ilişkileri tahmin etme, matematiksel analizler yapma, matematiksel sonuçlar elde etme ve modeli yeniden yorumlamayı içeren bir matematiksel süreçtir (Lingefjård, 2006).

Deneyisel modelleme: Eldeki verilerle grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modellemeye deneyisel modelleme denir (Berry ve Houston, 1995).

Teorik modelleme: Matematiksel modelin formüle edilmesinde, veriden daha çok teoriye dayanan problem çözme sürecine teorik modelleme denir (Berry ve Houston, 1985).



2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesi, araştırmada yer alan kavramlar ve konu ile ilgili araştırmalar başlıkları altında ele alınarak okuyucuya sunulmaya çalışılmıştır. Araştırmanın dayandığı temellere bağlı olarak; araştırma konusu ile ilgili yapılmış çalışmalar ve bu çalışmaların sonuçlarına yönelik bilgiler sunulmuştur.

2. 1. 1. Araştırmada Yer Alan Kavramlar

Bu bölümde, araştırmada yer alan kavramlar matematiksel model ve matematiksel modelleme, matematiksel modelleme problemlerinin sınıflandırılması, matematiksel modelleme perspektifleri ve matematiksel modelleme süreci başlıkları altında ele alınarak okuyucuya sunulmuştur.

2. 1. 1. 1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme

Matematiksel model ve matematiksel modelleme birbirine çok karıştırılan kavramlar olmakla birlikte ikisi arasındaki ayrımın yapılabilmesi için öncelikle model ve modelleme kavramlarının açıklanması uygun görülmüştür.

Model, kendisi dışındaki sistemleri açıklamak, yapılandırmak ya da tasvir etmek amacıyla yazılı semboller, konuşulan diller, bilgisayar tabanlı grafikler, diyagramlar ve analogiler gibi gösterimsel araçlar içeren kavramsal sistemler olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Harel, 2003). Lesh ve Doerr (2003) ise model kavramını karmaşık sistemleri ve yapıları yorumlamak ve anlamak için zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların dış temsilleri olarak tanımlamıştır. Lingefjärd'a (2000) göre modeller belli bir gerçek yaşam durumunun daha iyi irdelenmesini ve açıklanmasını sağlayan gösterimlerdir. Başka bir ifadeyle modeller, bir nesnenin nasıl oluştuğunu, nasıl davranacağını veya bir sürecin nasıl geliştiğini anlamamıza ve ileriye dönük tahminler yapmamıza yardımcı olan yapılardır.

Modelleme ise bir problem durumuyla karşılaşıldığında olayları tanımlama, açıklama veya oluşturma sürecinde problem durumlarını zihinde düzenleme, farklı şema ve modeller kullanma ve oluşturma sürecidir (Lesh ve Doerr, 2003). Niss, Blum ve Galbraith (2007) modellemeyi problem çözenin bilgisi, hedefleri veya ilgilerine göre içinde bulunduğu problem durumunu basitleştirmesi, yapılandırması ve daha açık bir hale getirmesi olarak tanımlamaktadır. Korkmaz'a (2010) göre modelleme hangi ayrımının

nasıl ve ne şekilde yer alacağına belirlendiği, birçok aşamadan oluşan aktiviteleri kapsayan kompleks bir süreçtir. Sriraman (2005), model ve modelleme kavramları arasındaki anlam farkını, süreç ve ürün arasındaki anlam farkına benzetmektedir. Modelleme bir süreçtir ve model bu süreçte amaca hizmet eden bir üründür. Modelleme gerçek yaşamda var olan bir problem durumunun giderilmesi süreci iken model bu süreç içerisinde hedefe ulaşmak için oluşturulan yapıdır.

Matematiksel model ve matematiksel modelleme kavramları arasındaki anlam farkı da model ve modelleme kavramları arasındaki anlam farkına benzemektedir. Matematiksel model, verilen bir durumun önemli özelliklerini yansıtan formül, eşitlik, grafik, tablo gibi bir matematiksel form iken; matematiksel model geliştirmek için tanımlanan süreç ise matematiksel modelleme olarak tanımlanmaktadır (The Consortium for Foundation Mathematics, 2008'den aktaran: Özturan-Sağırılı, 2010, s.9).

Matematiksel model, verilen bir durum veya problemle ilgili iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel bir sunumudur (Berry ve Houston, 1995). Kertil (2008)'e göre matematiksel model bir problem durumunu ya da gerçek hayat durumunu matematiksel olarak ifade edebilmek için zihinde var olan ya da oluşturulan denklem, fonksiyon, grafik ve matematiksel düşünme becerileri gibi yapıların tamamıdır.

Matematiksel modelleme ise bir durumu gözlemleyerek ilişkileri tahmin etme, matematiksel analizler yapma, matematiksel sonuçlar elde etme ve modeli yeniden yorumlamayı içeren bir matematiksel süreç olarak tanımlanmaktadır (Lingefjård, 2006). Matematiksel modelleme, problemlere çözüm yolları getirebilmek için gerçek hayat problemlerini matematiksel terimlerle gösterme, matematik diline çevirme sürecidir (Ang, 2001). Zbiek ve Conner (2006) matematiksel modellemeyi gerçek yaşam durumları, matematiksel durumlar, matematiksel çözümler ve gerçek yaşama ilişkin çözümler gibi bileşenler arasındaki ilerleyişte yer alan eylemler bütünü olarak tanımlamıştır. Haines ve Crouch (2007) ise matematiksel modellemeyi, gerçek hayat problem durumlarının soyutlanarak matematik diline aktarıldığı, çözümlendiği ve sonra çözümün test edildiği döngüsel bir süreç olarak tanımlamıştır. Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modellemeyi mevcut kavramsal sistemlerin ve modellerin kullanıldığı, farklı bağlamlarda anlamlandırılarak geliştirildiği ve yeni modellerin ortaya çıkarıldığı bir süreç olarak ifade etmektedir. Bu tanıma göre matematiksel modelleme, hem önceden bilinen kavramsal sistemleri ve modelleri kullanma hem de yenilerini oluşturma ve geliştirme anlamlarını içermesi bakımından statik ve dinamik yapıları içeren bir terimdir (Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı ve Baş, 2014).

İlgili tanımlar incelendiğinde bu çalışmada matematiksel modelleme gerçek hayat problemlerini matematiksel olarak ifade etme, matematiğin yöntem ve tekniklerini

kullanarak matematiksel bir sonuca ulaşma ve bulunan sonucu tekrar gerçek hayata yorumlama süreci olarak tanımlanmaktadır.

2. 1. 1. 2. Matematiksel Modelleme Yaklaşımları

Matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalar incelendiğinde bu çalışmalarda yer alan matematiksel modelleme tanımları ve yaklaşımlarının birbirinden farklı teorik temellere dayandığı görülmektedir (Kaiser, Blomhøj ve Sriraman, 2006). Bu anlamda araştırmacıların konularına, temel hedeflerine ve uygulama alanlarına göre matematiksel modellemeye bakış açılarında farklılıklar oluşması nedeniyle değişik matematiksel modelleme yaklaşımları ortaya çıkmıştır (Doruk, 2010).

Kaiser ve Sriraman (2006) sınırlı sayıda çalışmaları inceleyerek bunlara yön veren modelleme yaklaşımlarını gerçekçi veya uygulamalı modelleme, bağlamsal modelleme, eğitimsel modelleme, sosyo-kritik modelleme, epistemolojik veya teorik modelleme ve bilişsel modelleme olmak üzere 6 başlık altında sınıflandırmıştır. Buna göre matematiksel modelleme yaklaşımları, yaklaşımların temel hedefleri ve matematiksel modellemeyi bu yaklaşımla ele alan araştırmacılar ile ilgili bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Matematiksel Modelleme Yaklaşımları (Kaiser ve Sriraman, 2006).

Yaklaşım	Temel Hedefler	Matematiksel Modelleme Etkinlikleri	Araştırmacı
Gerçekçi veya uygulamalı matematiksel modelleme	Faydacı hedefler, gerçek hayat problemlerini çözmeye, gerçek hayatı daha iyi anlama, modelleme becerilerini geliştirme	Matematiksel bilginin mühendislik, çevre, diğer bilimler gibi alanlardaki problem durumlarında uygulanması	Pollak (1969)
Bağlamsal matematiksel modelleme	Yapaylıktan uzak, uygun gerçek bir bağlam içinde matematiksel kavramların öğretimi	Model oluşturma etkinlikleri	Sriraman (2005), Lesh ve Doerr (2003)
Eğitimsel matematiksel modelleme a. Didaktik matematiksel modelleme b. Kavramsal matematiksel modelleme	Pedagojik ve konu ile ilgili hedefler: a) öğrenme süreçlerinin tasarlanması ve geliştirilmesi b) kavram tanıtımı ve gelişimi	Uygun süreçleri içeren ve kavram öğretme etkinlikleri	Blomhøj ve Keldsen (2006) Galbraith ve Stillman (2006)
Epistemolojik veya teorik matematiksel modelleme	Teori temelli hedefler (teori gelişimine katkı sağlama gibi)	Gerçekliğin ikinci planda olduğu, içinde matematik olan her uğraş	Garcia, Gascon, Higuera ve Bosch (2006)
Sosyo-kritik matematiksel modelleme	Yaşanılan çevre ve kültürel yapıya uygun eleştirel düşünme becerileri kazandırma	Basitten karmaşığa matematik içeren modelleme etkinlikleri	Barbosa (2006)
Aşağıdaki yaklaşım bir tür üst yaklaşım olarak tanımlanabilir.			
Bilişsel matematiksel modelleme	Matematiksel modelleme süreci boyunca ortaya çıkan bilişsel süreçlerin analiz edilmesi ve bu bilişsel sürecin anlaşılması	Öğrencilerin düşünme süreçlerini anlama ve desteklemede yol gösterici bir ortam sağlayan modelleme etkinlikleri	Borromeo-Ferri (2006)

Gerçekçi veya uygulamalı matematiksel modelleme yaklaşımına göre matematiksel modelleme gerçek yaşamda matematiğin pratik uygulamalarını ifade etmekle birlikte uygulamalı problem çözme olarak görülebilir. Bu modelleme yaklaşımında disiplinler arası bir yaklaşım vurgulanmakta ve öğrencilere mühendislik ve diğer bilim dallarından problem durumları verilerek öğrendikleri matematiksel bilgileri farklı bağlamlarda uygulamaları önemsenmektedir (Erbaş ve diğ., 2014). Matematiksel modelleme becerisinin kazandırılması ile öğrencilerin gelecekte problem çözme becerisi gelişmiş, kaliteli işgücü potansiyeli olan bireyler olarak yetiştirilmesi bu yaklaşımın odak noktasıdır (Kertil, 2008). Bu anlamda bu yaklaşım problem çözme etkinliklerinin modelleme yapabilme becerilerini geliştirmeye yönelik olması gerektiği görüşünü savunmaktadır (Kertil, 2008).

Bağlamsal modelleme yaklaşımının önemli isimlerinden Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modelleme etkinliklerini öğrencilerin kendi matematiksel yapılarını kullanarak farklı durumları keşfettikleri, anlamlandırdıkları, geliştirdikleri ve iyileştirdikleri problem çözme aktiviteleri olarak tanımlamıştır. Bu yaklaşıma göre matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biri öğrencilerin yaşadıkları olayları yorumlayabilecekleri zihinsel yapılar (kavramsal sistemler) geliştirmelerine yardımcı olmaktır (Lesh ve Doerr, 2003). Bu modelleme yaklaşımında öğrencilere yapaylıktan uzak, anlamlı gerçek hayat durumları verilerek öğrencilerin matematiksel kavramları uygun bağlamlar içerisinde tecrübe edecekleri varsayılmaktadır (Erbaş ve diğ., 2014).

Eğitimsel matematiksel modelleme yaklaşımı gerçekçi modelleme yaklaşımı ile bağlamsal modelleme yaklaşımının bir çeşit karması olarak düşünülebilir (Erbaş ve diğ., 2014). Kaiser ve Sriraman (2006) matematiksel modelleme üzerine geliştirilen yaklaşımların büyük kısmının bu yaklaşım altında sınıflandırılabileceğini ifade etmiştir. Bu yaklaşımda matematiksel modelleme ile uygun öğrenme ortamlarının ve süreçlerinin oluşturulması ve öğrencilere kavramların öğretilmesi amaçlamaktadır (Erbaş ve diğ., 2014). Eğitimsel modelleme yaklaşımının temel hedefi matematiksel modellemeyi matematik öğretimi ile bütünleştirmektir.

Epistemolojik veya teorik matematiksel modelleme yaklaşımının önemli isimlerinden Gravemeijer ve Stephan (2002) matematiksel modellemeyi Hans Freudenthal'in Gerçekçi Matematik Eğitimi (RME) yaklaşımıyla incelemişlerdir. Bu yaklaşıma göre modeller gerçek yaşam durumlarından değil, gerçek yaşam durumlarında ortaya çıkan etkinliklerden, eylemlerden ve bu durum üzerine yapılan düşüncelerden oluşmaktadır (Gravemeijer ve Stephan, 2002). Modelleme etkinliklerinin amacı ise öğrencilere sahip olduğu bilgiler yardımıyla çözüm üretmelerini ve modelleme etkinliğini çözme sürecinde öğrencinin zihninde biçimsel olmayan (informel) modeller oluşmasını sağlamaktır (Gravemeijer ve Stephan, 2002). Epistemolojik veya teorik matematiksel modelleme yaklaşımı

matematikselsel modellemede, matematikselsel kavramlar arasındaki ilişkileri ve öğrencilerin bunlar üzerinde konuşmalarını ön planda tutmaktadır (Erbaş ve diğ., 2014). Bu yaklaşıma göre modelleme etkinliklerindeki gerçekçi bağlam ikinci planda olup, içerisinde matematik olan her uğraş bir modelleme etkinliği olarak kabul edilir (Erbaş ve diğ., 2014).

Sosyo-kritik matematikselsel modelleme yaklaşımı matematiğin sosyo-kültürel ve etno-matematik boyutlarına odaklanmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Bu yaklaşımda matematiğin toplumdaki yeri, matematikselsel modellerin doğası ve rolleri, matematikselsel modellemenin toplumdaki fonksiyonu üzerine önemli bir vurgu yapılmaktadır. Bu yaklaşıma göre matematik öğretiminin amacı öğrencilere yaşadığı topluma ve kültürel yapıya özgü kullanabileceği eleştirel düşünme becerilerini kazandırmaktır (Erbaş ve diğ., 2014). Bunu gerçekleştirmede matematikselsel modelleme etkinliklerinin önemli bir yeri olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda bu yaklaşım altında modelleme sürecinde öğrencilerin matematiği kullanarak basitten karmaşığa doğru tartışma yürütmelerinin, eleştirel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayacağı vurgulanmaktadır (Erbaş ve diğ., 2014).

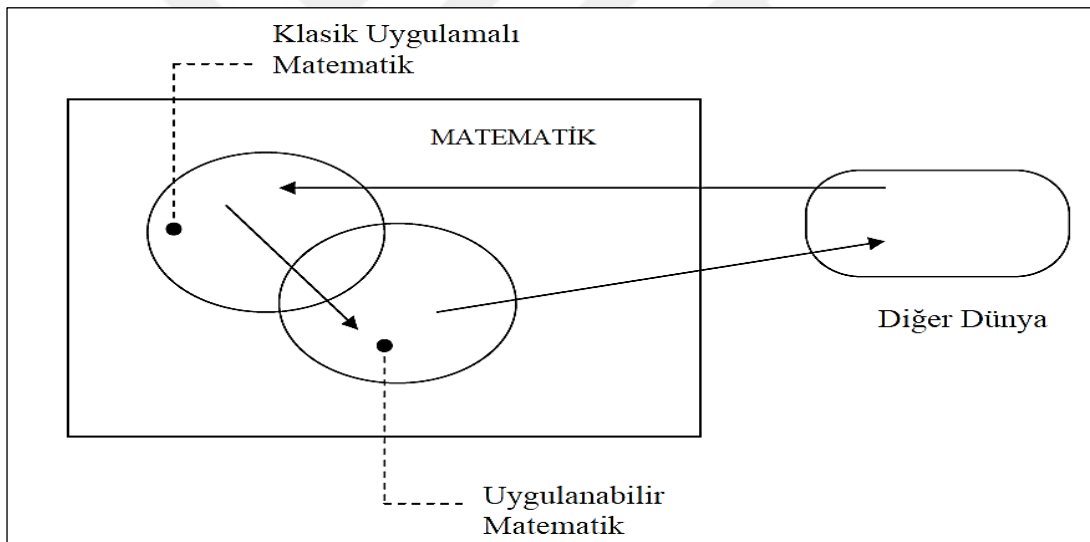
Bilişsel matematikselsel modelleme yaklaşımı ise son zamanlarda ortaya çıkan bir yaklaşımdır. Kaiser ve Sriraman (2006) bilişsel modelleme yaklaşımının okulda modellemeyi öğretme amacıyla bağlantılı standart bir yaklaşım olmadığını, aksine tanımlayıcı bir durumdan yola çıktığı için bir tür st yaklaşım olarak adlandırılabilceğini ifade etmiştir. Bilişsel modelleme yaklaşımı modelleme sürecinde öğrencilerin yaşadıkları bilişsel ve st bilişsel düşünme süreçlerinin analiz edilmesine odaklanmaktadır (Erbaş ve diğ., 2014). Bu yaklaşıma göre modelleme etkinlikleri öğrencilerin düşünme süreçlerini anlama ve destekleme amacıyla öğretmenlere yol gösterici bir ortam sunmaktadır (Erbaş ve diğ., 2014). Bilişsel modelleme yaklaşımında ana amaçlarından biri farklı matematikselsel karmaşıklık dzeyelerindeki modelleme durumlarının farklı tipleri ile çeşitli modelleme süreçlerini analiz etmektir. Ayrıca bu yaklaşımla birlikte öğrencilerin matematikselsel modelleme etkinliklerinde hangi bilişsel fonksiyonlarının yer aldığını anlayarak yaşadıkları bireysel güçlükleri ve engelleri belirlemek bilişsel modelleme yaklaşımının bir diğer amacıdır (Kaiser ve Sriraman, 2006).

Bu alışma ile ilköğretim matematik ğretmeni adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemleri ile çalışmaları sürecinde teknolojik araçların rolünün incelenmesi ve ğretmen adaylarının matematikselsel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Çalışmada modelleme durumlarının farklı tipleri için ğretmen adaylarının teknolojik araçlarla birlikte çalışma süreçleri analiz edilecek ve modelleme sürecinde teknolojinin rolü ortaya koyulmaya çalışılacaktır. Bunun yanında ğretmen adaylarının modelleme sürecinin her bir basamağına yönelik yaşamış olduğu

güçlükler belirlenecektir. Bu nedenle bu çalışmada matematiksel modelleme yaklaşımlarından bilişsel modelleme yaklaşımının benimsenmesi uygun görülmüştür.

2. 1. 1. 3. Matematiksel Modelleme Süreci

Matematiksel modelleme süreci gerçek yaşam problemleri ile ilgili yürütülen çalışmalar sırasında öğrencilerin davranışlarını anlamak amacıyla araştırmacılar tarafından ortaya konulan bir döngü olarak tanımlanabilir (Haines ve Crouch, 2010). Modelleme ve uygulamalarına yönelik çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların matematiksel modelleme sürecini farklı şekillerde tanımladığı görülmektedir. Haines ve Crouch (2010) modelleme döngüsünün ilk defa 1970'li yılların sonunda ortaya çıktığını ifade etmiştir. Modelleme sürecini tanımlamaya yönelik yapılan ilk çalışmalardan biri Pollak (1979) tarafından yapılmıştır. Pollak (1979) "Modelleme Devri" olarak isimlendirdiği matematik ve gerçek dünya arasındaki ilişkiyi Şekil 1'deki gibi ifade etmiştir.

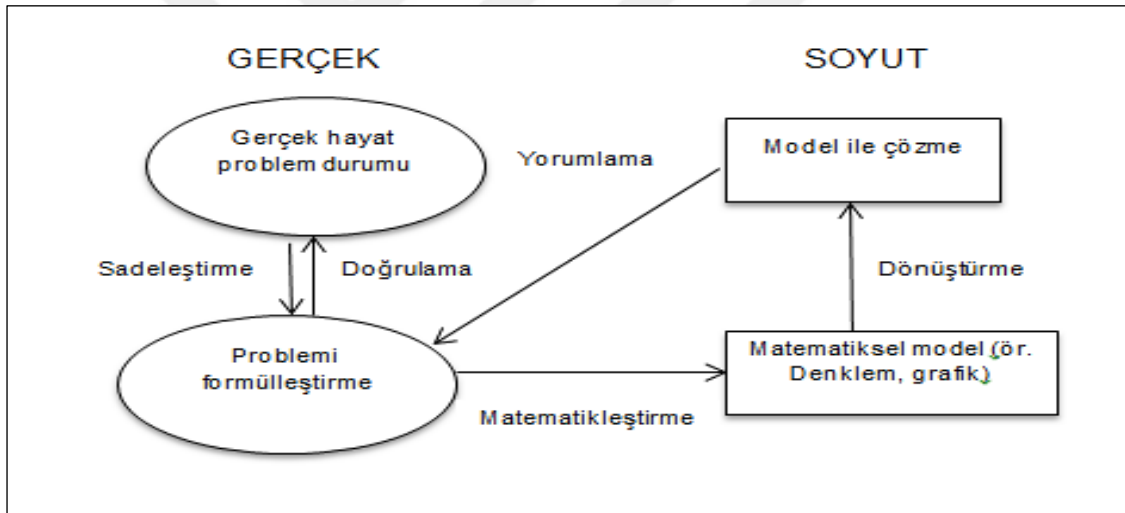


Şekil 1. Modelleme devri (Pollak, 1979).

Pollak'ın (1979) şemasının en önemli özelliği günlük yaşamdaki insan aktivitelerini, diğer bilimlerin tamamını içeren diğer dünya ve matematik evreni arasındaki döngüyü sunması, başka bir deyişle matematiksel modelleme kavramının özünü anlatmasıdır (Voskoglou, 2006). Pollak'ın modelleme devrine göre başlangıçta bir gerçek durum veya bir gerçek problemden yola çıkarak, şemanın diğer kısımlarına ilerlerken uygun bir matematik kullanılır. Daha sonra diğer dünyaya gidilerek matematiksel sonuçlar yorumlanır. Eğer sonuçlar bireyi memnun etmezse modelleme devri tekrarlanır.

Matematiksel modelleme sürecini tanımlamaya yönelik yapılan ilk çalışmalardan bir diğeri ise Kapur (1982) tarafından yapılmıştır. Kapur (1982) çalışmasında matematiksel modelleme sürecini tanımlarken matematiksel modellemeye değişken odaklı bir açıdan yaklaşmıştır. Araştırmacı matematiksel modelleme sürecinin basamaklarını; değişkenleri seçme, değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koyma, değişkenler ve ilişkileri ortaya koyarak matematiksel bir model oluşturma, model ve uygulamalarını test etme şeklinde tanımlamıştır.

NCTM'de (1989) ise matematiksel modelleme süreci lineer olmayan, tekrarlı döngüler içeren ve beş temel aşmaktan oluşan bir süreç olarak tanımlanmıştır. Bu aşamalar: gerçek hayat problemini tanımlama ve sadeleştirme, bir matematiksel model oluşturma, modeli dönüştürme, geliştirme ve çözme, modeli yorumlama ve modeli doğrulama şeklindedir. NCTM (1989) tarafından tanımlanan matematiksel modelleme süreci Şekil 2'de verilmiştir.

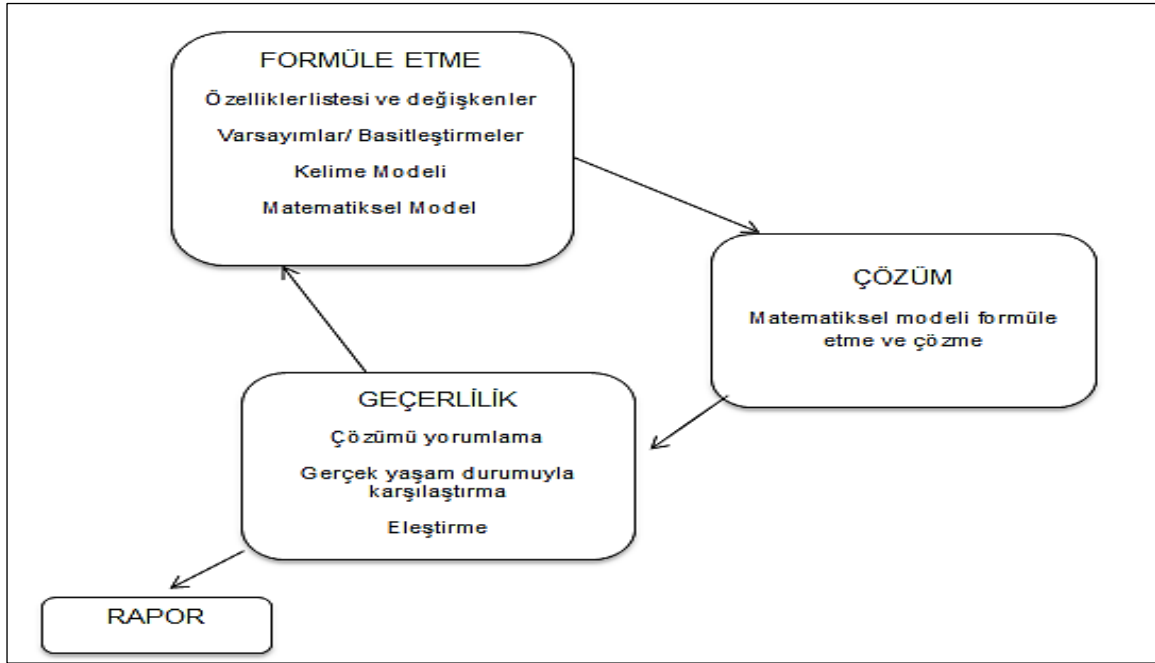


Şekil 2. Matematiksel modelleme süreci (NCTM, 1989).

Bu sürece göre birinci aşamada problem durumu incelenip verilen bilgiler belirlenerek problem durumu en sade haline getirilir. İkinci aşamada problem durumunu ifade edebilecek matematiksel gösterimlerden (grafik, denklem vs.) yararlanılarak problem matematiksel ifadeye aktarılır. Üçüncü aşama, probleme matematiksel bir çözüm bulabilmek için geliştirilen matematiksel gösterimleri dönüştürme ve analiz etmeyi içerir. Dördüncü aşamada, bulunan çözümün, gerçek hayat durumu ile ne kadar tutarlı olduğu incelenir. En son aşamada ise öğrenciler geliştirdikleri matematiksel modelin, üzerinde çalıştıkları gerçek problem durumunu ve benzer durumları açıklamada ne kadar geçerli ve kullanışlı olduğuna karar verirler. Oluşturulan matematiksel modelin asıl problem

durumunu ne kadar açıkladığı değerlendirilerek aynı aşamaları tekrarlama ve alternatifler üretme söz konusu olduğu için modelleme sürecinde tekrarlı bir döngü vardır.

Berry ve Houston (1995) ise matematiksel modelleme süreci basamaklarının lineer olmadığını belirtmiş ve sürecin basamaklarını formüle etme, çözüm, geçerlilik ve rapor şeklinde sınıflandırmıştır. Berry ve Houston (1995) tarafından tanımlanan matematiksel modelleme süreci Şekil 3'te verilmiştir.



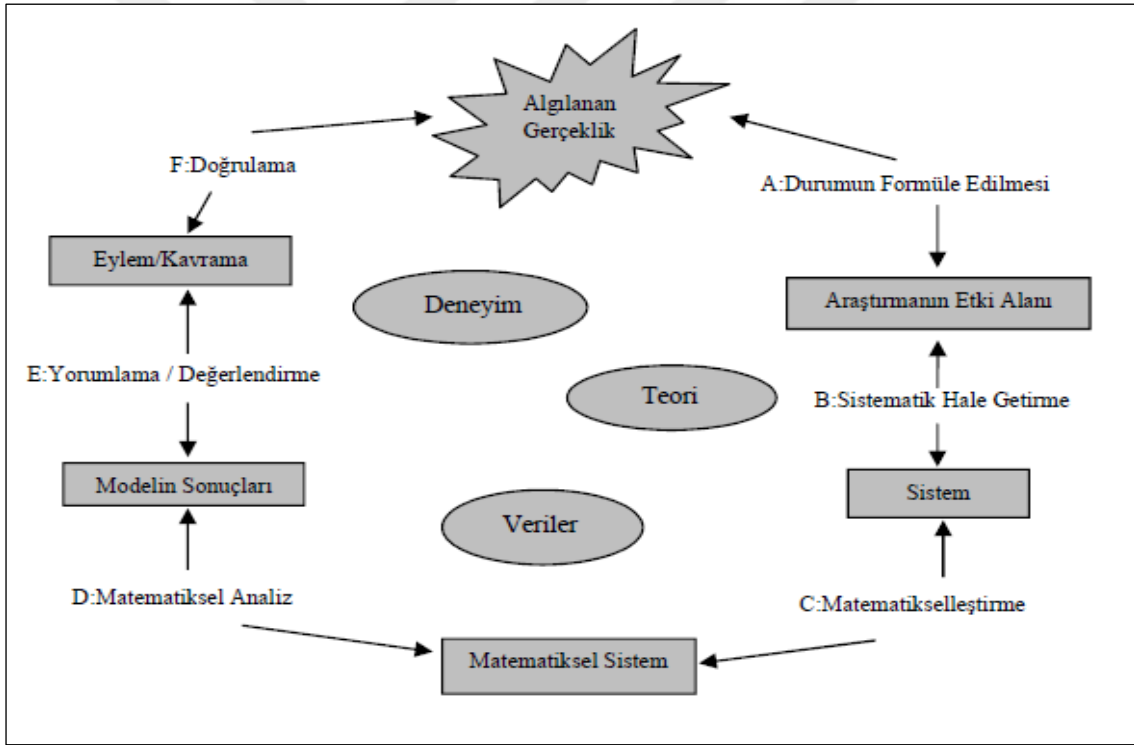
Şekil 3. Modelleme süreci (Berry ve Houston, 1995).

Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında ortaya çıkması beklenen davranışları şu şekilde açıklamıştır:

1. Problemi anlama: Gerçek yaşam problemi tanımlanır ve probleme uygun veriler toplanarak analiz edilir.
2. Değişkenleri seçme: Beyin fırtınası yapılarak özellikler listesi oluşturulur. Modelde kullanılacak değişkenler tanımlanır.
3. Matematiksel modeli oluşturma: Varsayımlar doğrultusunda tanımlanan değişkenler kullanılarak matematiksel model formüle edilir.
4. Matematiksel problemi çözüme: Oluşturulan matematiksel model aracılığıyla problemin çözümü yapılır. Bu aşamada mevcut matematiksel bilgiler kullanılır.
5. Çözümü yorumlama: Çözüm kelimelerle tarif edilir. Matematiksel analiz sonuçları değerlendirilir ve modelin doğrulanması için gerekli verilerin ne olduğuna karar verilir.

6. Modeli doğrulama: Uygun veriler kullanılarak modelin sonuçları sorgulanır, model eleştirilir.
7. Modeli geliştirme: Varsayımlar gözden geçirilir. Matematiksel model tekrar formüle edilir. Çözme, yorumlama ve onaylama süreçleri tekrar edilir.
8. Rapor: Problem ve çözümünü içeren bir rapor hazırlanır. Bu rapor bir poster, bir yazılı rapor ya da sözlü sunu şeklinde olabilir.

Blomhøj ve Jensen (2003) tarafından tanımlanan matematiksel modelleme süreci ise altı aşamadan oluşmaktadır. Araştırmacılar tanımladıkları matematiksel modelleme sürecinin matematiksel modeller ile çalışırken gerçekleşen davranışların ve matematiksel modelleme yeterliklerinin tanımlanması ve analiz edilmesi için bir araç olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir. Blomhøj ve Jensen (2003) tarafından tanımlanan matematiksel modelleme süreci Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Modelleme süreci (Blomhoej ve Jensen, 2003).

Şekil 4'te görüldüğü gibi matematiksel modelleme sürecinin ilk aşamasında problem durumu formülleştirilir. Modelleme sürecinin bu aşamasında algılanan gerçek tanımlanır. İkinci aşamada uygun matematiksel modeli oluşturmak için gerekli olan değişkenler ve ilişkiler belirlenir. Basit matematikselleştirme süreci olan üçüncü aşamada belirlenen değişkenler matematiksel bir dile dönüştürülür. Sürecin bir sonraki aşamasında matematiksel bilgiler kullanılarak matematiksel çözüm yapılır ve sonuçlar elde edilmeye

çalışılır. Yorumlama- değerlendirme aşamasında araştırmancının gerçek yaşam durumu düşünülerek sonuçlar yorumlanır. Modelleme sürecinin son aşamasında ise elde edilen sonuç için gözlemlerden elde edilen veriler, deneysel veriler veya tahmin sonucu oluşan veriler kullanılarak modelin geçerliliği araştırılır.

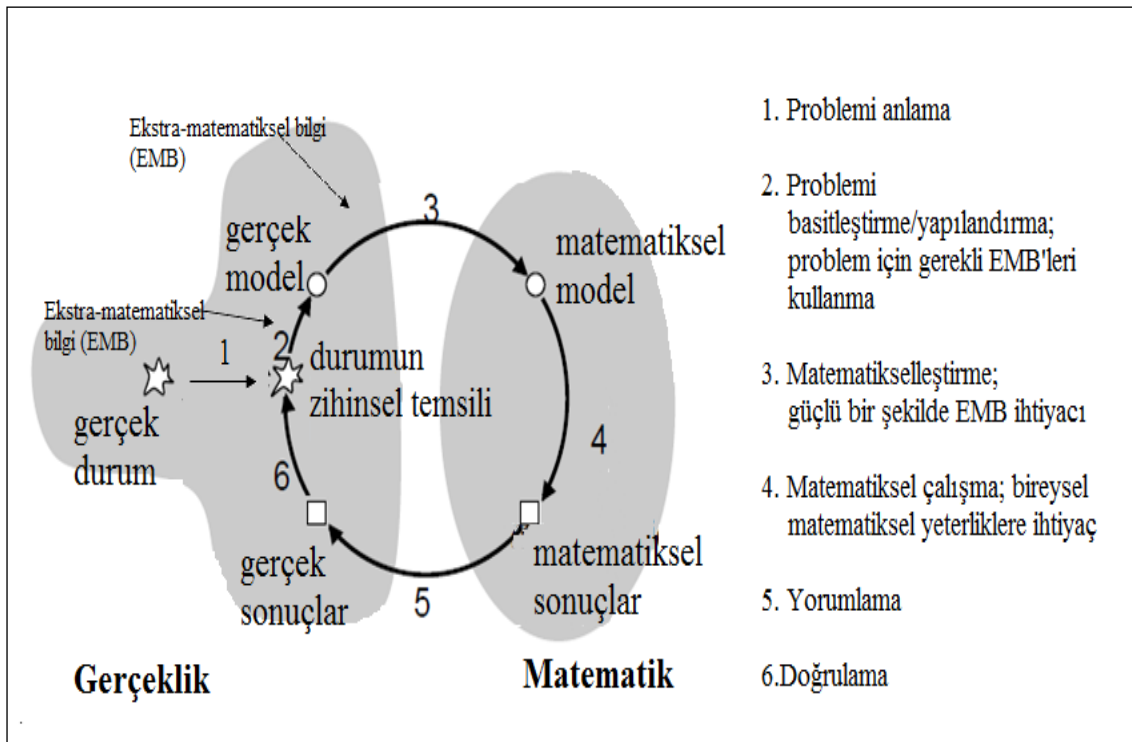
Bilişsel modelleme yaklaşımının öncülerinden Borromeo-Ferri (2006) COM² (Cognitive-psychological analysis of modelling processes in mathematics lessons) isimli bir proje çalışması gerçekleştirmiştir. Araştırmacı bu proje çalışması ile öğretmen ve öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki davranışlarını bilişsel bir yaklaşım altında incelemiştir. Borromeo-Ferri (2006) bu çalışmada matematiksel modelleme döngüsünün ilk üç basamağına yönelik farklı bakış açılarının yer aldığını ifade etmiş ve bu yaklaşımları dört grupta incelemiştir. Borromeo-Ferri (2006) modelleme döngüsüne yönelik incelediği çalışmalar sonucunda matematiksel modelleme döngüsünün ilk üç basamağına yönelik ortaya koyduğu yaklaşımları Tablo 2'deki gibi modellemiştir.

Tablo 2. Borromeo-Ferri'nin (2006) Matematiksel Modelleme Döngüsünün İlk Üç Basamağına Yönelik Ortaya Koyduğu Yaklaşımlar

Gruplar	Matematiksel modelleme döngüsünün ilk üç basamağına yönelik yaklaşımlara ait modeller	Yaklaşımların özellikleri
1. Grup	GD → DM/ DZT → GM → MM	Durum modeli ve gerçek model farklı basamaklardır.
2. Grup	DM/ DZT + GM → MM	Durum modeli/ durumun zihinsel temsili ve gerçek modelin birleşimidir.
3. Grup	GD → GM → MM	Durum modeli/ durumun zihinsel temsili ve gerçek model arasında bir ayrım yoktur.
4. Grup	GD → MM	Durum modeli/ durumun zihinsel temsili ve gerçek model arasında bir ayrım yapılmaksızın süreçte gerçek durum ve matematiksel model arasında başka basamak yoktur.

Tablo 2'de görüldüğü gibi Borromeo-Ferri (2006) birinci grupta gerçek durum (GD), durum modeli (DM) veya durumun zihinsel temsili (DZT), gerçek model (GM) ve matematiksel modelin (MM) birer basamak olarak ele alındığını ve bu gruptaki çalışmaların matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel sürece odaklandığını ifade etmiştir. İkinci gruptaki çalışmalarda kullanılan kelime problemlerinde gerçek durum basitleştirilmiş olarak verilmektedir. Bu nedenle bu gruptaki çalışmaların doğası gereği durum modeli ve gerçek model farklı basamaklar olarak ele alınmaktadır. Üçüncü gruptaki araştırmacılar ise gerçek model ile durum modelini ayırt etmemektedir. Bu nedenle durum

modeli modelleme döngüsünün bir basamağı olarak ele alınmamaktadır. Dördüncü grupta ise araştırmacılar matematiksel modelleme sürecinde gerçek durum ve matematiksel model basamaklarını ele almıştır. Bu yaklaşıma göre gerçek model veya durum modeline yönelik herhangi bir ayırım yoktur. Bu bağlamda kullanılan problemler daha gerçekçi ve daha karmaşıktır. Borromeo-Ferri (2006) bu proje çalışmasının sonunda durum modelini, durumun zihinsel temsili olarak ele almış ve matematiksel modelleme sürecini Şekil 5'teki gibi modellemiştir.

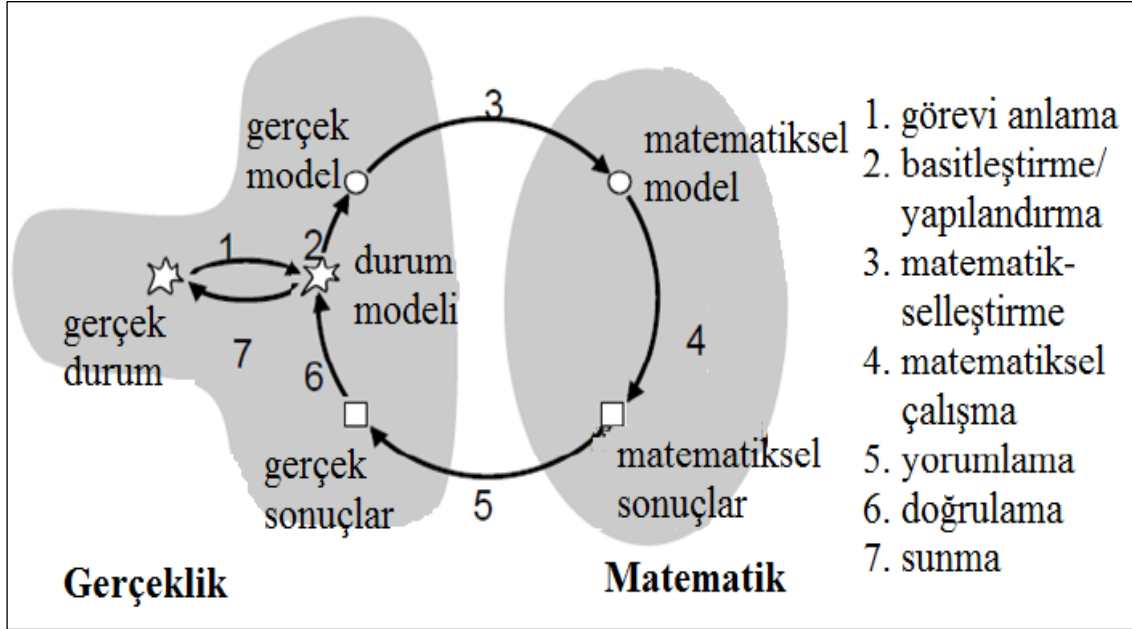


Şekil 5. Bilişsel perspektif altında matematiksel modelleme döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006).

Şekil 5'te görüldüğü gibi Borromeo-Ferri (2006) ortaya koyduğu matematiksel modelleme döngüsünde gerçek durumu ve durumun zihinsel temsilini matematiksel modelleme sürecinin bir basamağı olarak ele almamıştır. Araştırmacıya göre gerçek durum, problemde verilen durumun kendisidir. Durumun zihinsel temsili ise bireylerin matematiksel düşünme stillerine veya kendi deneyimleri ile ilgili güçlü görsel imgeleme becerilerine bağlıdır. Bu nedenle durumun zihinsel temsili ancak aynı problem durumu ile ilgili uzun süren çalışmalar sonucunda belirlenebilir.

Blum ve Leiß (2007) ise gerçekleştirdiği DISUM (Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks) isimli proje sonucunda tanımladığı matematiksel modelleme döngüsünde Borromeo-Ferri'den (2006)

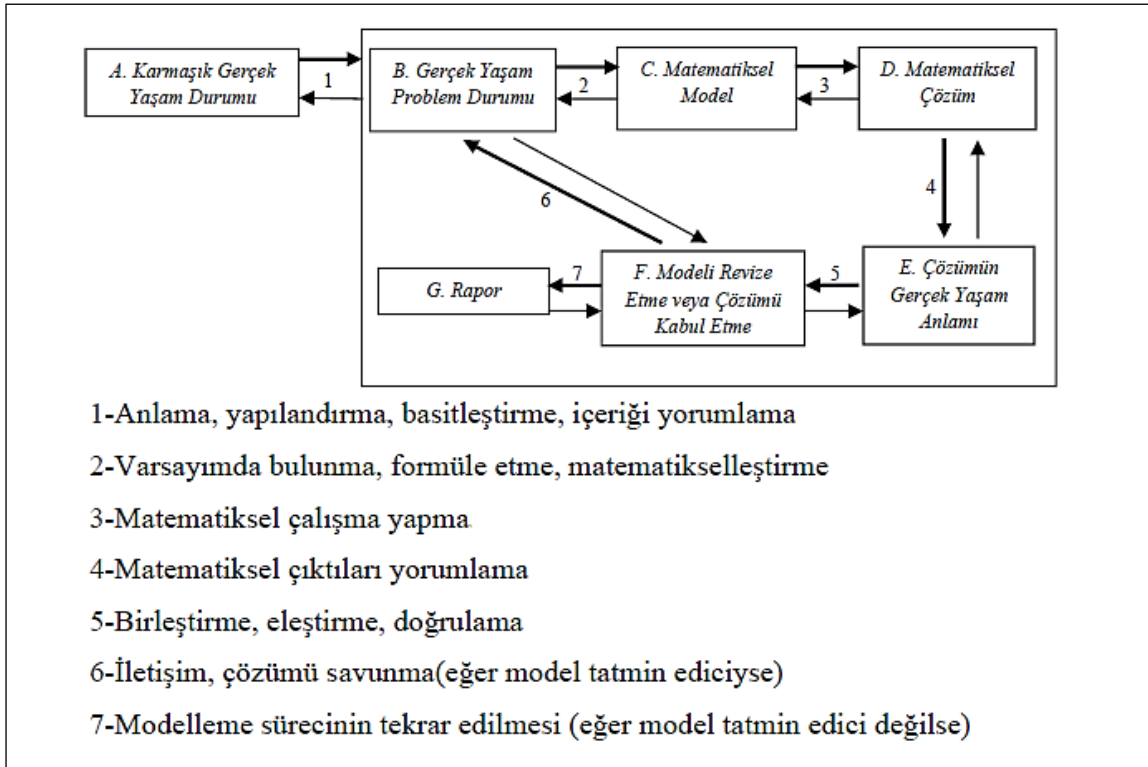
farklı olarak durum modeline odaklanmış ve yorumlama basamağından sonra sunma basamağına da yer vermiştir. Blum ve Leiß'in (2007) tanımladığı matematiksel modelleme döngüsü Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Blum ve Leiß'in (2007) matematiksel modelleme döngüsü

Blum ve Leiß (2007)'in matematiksel modelleme döngüsünün başlangıç aşamasında ekstra-matematiksel dünyaya güçlü bir vurgu vardır. Araştırmacılar matematiksel modelleme döngüsünün ilk iki aşamasının öğrencilerin bağlamla ilgili deneyimlerine bağlı olduğunu ifade etmektedir. Bu nedenle araştırmacılar matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin bağlam ile ilgili tasvirlerini durum modeli olarak adlandırmıştır.

Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007) ise ortaöğretim öğrencileri ile yaptığı çalışma sonucunda modelleme sürecinin basamakları ve bu basamaklar arasındaki geçişleri belirleyerek süreci ayrıntılı şekilde tanımlayan bir çerçeve geliştirmiştir. Bunun yanında bu çalışmayla birlikte matematiksel içerik, teknoloji ve modelleme arasındaki etkileşim ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Araştırmacılar bu çalışma sonucunda Galbraith ve Stillman (2006) tarafından tanımlanan modelleme sürecini yeniden düzenlemiş ve matematiksel modelleme süreci ve sürecin basamakları arasındaki geçişleri Şekil 7'deki gibi tanımlamıştır.

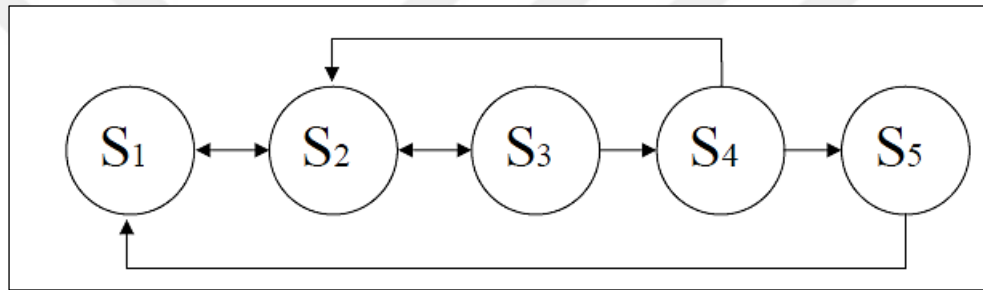


Şekil 7. Matematiksel modelleme süreci (Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards, 2007).

Şekil 7'de görüldüğü gibi matematiksel modelleme dögüsü karmaşık gerçek yaşam durumu ile başlar ve daha sonra gerçek yaşam problem durumu ifade edilir. Bu aşamada ilk olarak modelin oluşturulması için temel elemanlar tespit edilir. Daha sonra matematiksel modele ulaşmak için çalışmalar yapılır. Sonraki aşamada elde edilen matematiksel model yardımıyla matematiksel çözüm elde edilir. Matematik ve teknoloji bilgisinin uygun şekilde kullanımı bu aşamanın başarılı bir şekilde tamamlanmasında önemli bir yere sahiptir. Daha sonra elde edilen matematiksel sonucun gerçek dünya hakkında neyi ifade ettiği yorumlanır. Ardından matematiksel modeli doğrulamaya yönelik çalışmalar yapılır. Bu aşamada oluşturulan matematiksel model birey için tatmin edici bulunmazsa matematiksel modelleme sürecinin belirli adımları veya tamamı tekrarlanır.

Voskoglou'nun (2006) tanımladığı matematiksel modelleme süreci ise 5 basamaktan oluşmaktadır. Araştırmacı bu modelleme sürecinde, bir basamaktan diğer basamağa geçmek için bir önceki basamakta yapılması gerekenlerin tümünün başarılı olarak tamamlanmış olması gerektiğine dikkat çekmiştir. Voskoglou'nun (2006) S1 ile başlayıp S5 ile biten modelleme süreci Şekil 8'de verilmiş olup, araştırmacı modelleme sürecinin basamaklarını şu şekilde açıklamıştır:

- S1: *Problemin analizi: problemi anlama ve gerçek sistemin gereksinimlerini ve sınırlılıklarını ortaya koyma.*
- S2: *Matematikselleştirme: Modelin oluşturulması ve matematiksel çalışmaların yapılması için gerçek yaşam durumu formülleştirilir.*
- S3: *Modelin çözümü: Uygun matematiksel işlemlerle çözüm elde edilir.*
- S4: *Modelin doğrulanması (kontrolü): Modelin çözümünden önceki koşullar altındaki fikirler de ele alınarak modelin geçerliliği araştırılır. Gerekli görülürse model yeniden üretilir.*
- S5: *Yorumlama: Modelin uygulamalarının ve matematiksel sonuçların yorumlanması yapılarak gerçek yaşam durumu ile ilişkilendirilir.*

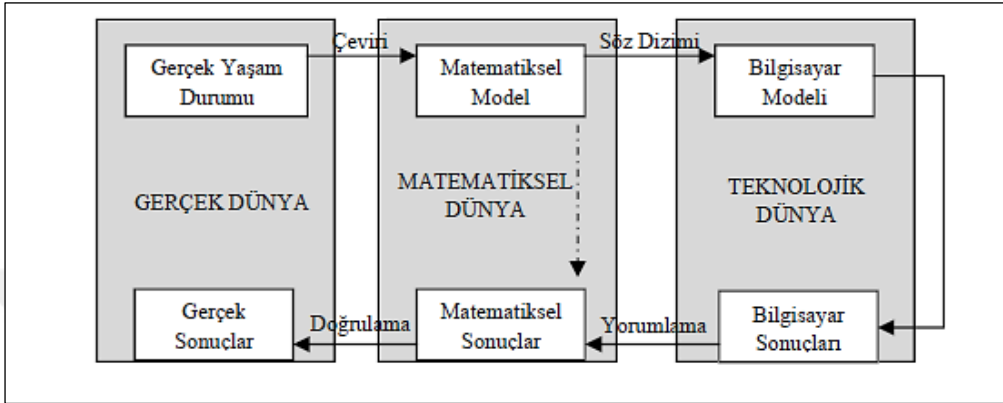


Şekil 8. Matematiksel modelleme sürecinin akış diyagramı (Voskoglou, 2006).

Bu modelleme sürecine göre bir problem çözücü başlangıçtaki S1 aşamasından başlayarak sırasıyla S2 ve S3 basamaklarını izler. Bu aşamadan itibaren eğer elde edilen matematiksel ilişki modelin analitik bir çözümüne izin vermiyorsa problem çözücünün S2'ye dönmesi gerekir, daha sonra S3'e geçerek sürece devam edebilir. S4 aşamasında ise problem çözücü modelin çözümünden sonra modelin geçerliliğini kontrol etmek için gerçek sisteme dönmelidir. Eğer model gerçek yaşam durumu için güvenli bir tahmin vermiyorsa problem çözücünün modeli doğrulamak için S4'ten S2 basamağına dönmesi gerekir. Burada problem çözücü yine sıra ile S3'ü ve S4'ü tekrar etmelidir. Modelin geçerliliği sağlandıktan sonra S5 aşamasına geçilebilir. Bu aşamada ise son matematiksel sonuçlar ve uygulamalar gerçek sistemle sonuçlandırılarak yorumlar yapılır.

Matematiksel modelleme sürecini tanımlamaya yönelik son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların modelleme sürecine teknolojiyi entegre ederek modelleme sürecini yeniden tanımladıkları (Siller ve Greefrath, 2010; Geiger, 2011; Hıdıroğlu, 2012) dikkat çekmektedir. Siller ve Greefrath (2010) teknolojinin matematiksel modellemeye etkisini araştırdığı çalışma sonucunda matematiksel modelleme sürecine teknolojik dünyayı da dahil ederek modelleme döngüsünü Şekil 9'daki gibi tanımlamıştır.

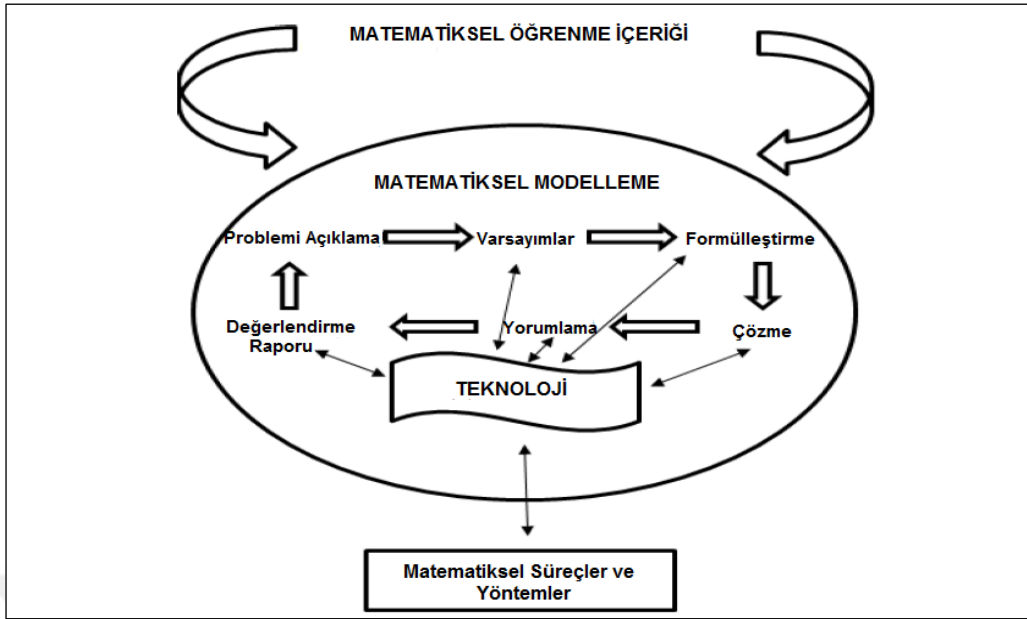
Siller ve Greefrath (2010) teknolojik dünya kavramını gerçek yaşam problemlerinin teknoloji yardımıyla çözüldüğü dünya olarak ifade etmiştir. Siller ve Greefrath'a (2010) göre teknolojik dünyanın modelleme döngüsünün üçüncü temel parçası olmasının yanında teknolojik araçların etkisi modelleme sürecinin tüm aşamalarında gerçekleşmektedir.



Şekil 9. Teknoloji ile genişletilmiş modelleme döngüsü (Siller ve Greefrath, 2010).

Şekil 9'da görüldüğü gibi her üç dünya birbirinden etkilenmektedir. Örneğin bir matematikselsel modelin geliştirilmesi matematikselsel bilgiye bağılıyken, diğer yandan teknoloji dünyasının verdiği imkânlardan etkilenmektedir. Bunun yanında teknolojik araçların kullanımı matematikselsel modelin geliştirilmesi ve çözümü için önemli imkânlar sağlamaktadır.

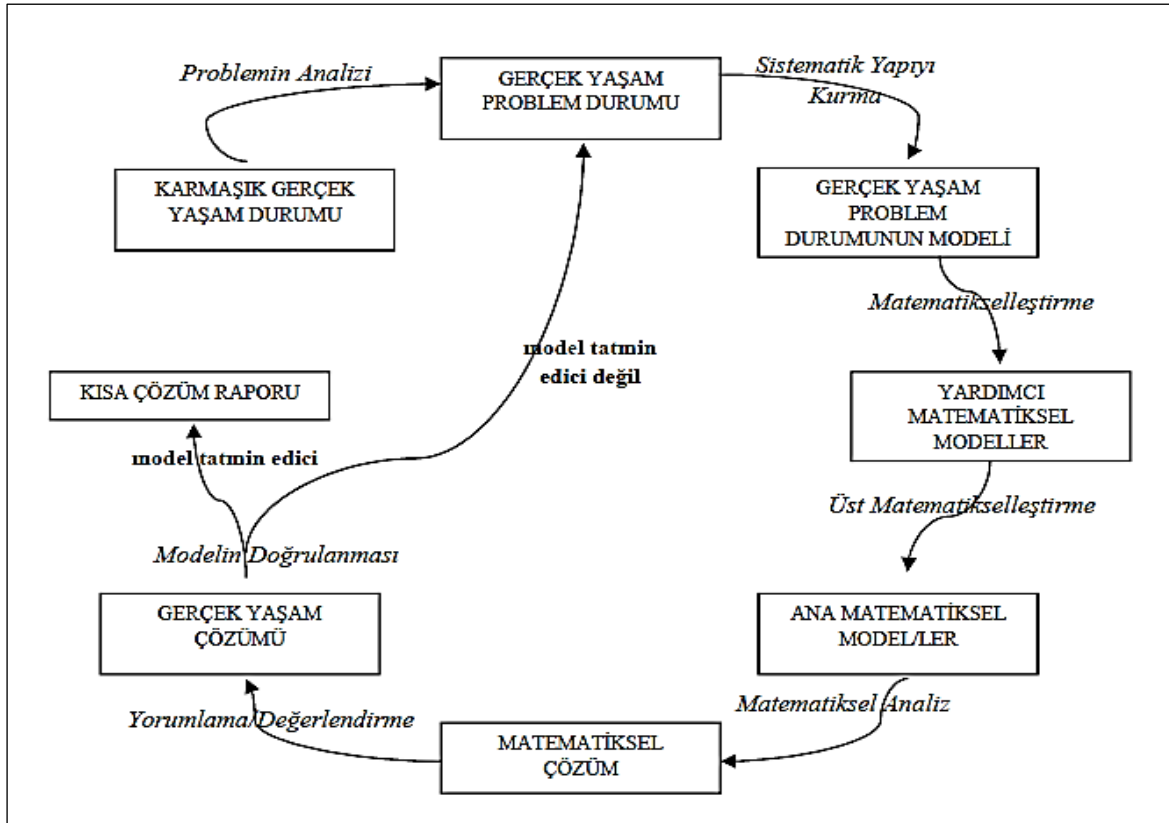
Matematikselsel modelleme sürecine teknolojiyi entegre eden diğer bir çalışma Geiger (2011) tarafından yapılmıştır. Geiger (2011) matematikselsel modelleme sürecini Şekil 10'daki gibi tanımlamıştır.



Şekil 10. Teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci (Geiger, 2011).

Şekil 10'da görüldüğü gibi teknoloji matematiksel modelleme döngüsünün tüm aşamalarında rol oynamaktadır. Geiger (2011) problemi çözme aşamasında matematiksel süreçler ve yöntemler ile teknoloji arasında ilişki olduğunu ileri sürmüştü ve matematiksel modelin kavramsallaştırılmasında teknolojinin önemli bir rolü olduğunu ifade etmiştir. Bu modelleme sürecine göre teknoloji yalnızca bir matematiksel modelin araştırılması, geliştirilmesi ve doğrulanması için bir araç olarak görülmemekte, bir matematiksel modeli geliştirdikten sonra matematiksel fikir ve düşüncelerin etkileşimi için önemli bir araç olarak görülmektedir. Bunun yanında bu modelde teknoloji belirsiz bir durumun açıklanmasının yanında araştırma, akıl yürütme, koordine etme ve durumu sistematik hale getirmede merkezi bir rol oynamaktadır.

Hıdıroğlu (2012) matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ortaya çıkan yaklaşım ve düşünme süreçlerini ortaya koymayı amaçladığı çalışması sonucunda matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenlerini ve alt basamaklarını ortaya koymuştur. Hıdıroğlu (2012) teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecinin temel yapısını Şekil 11'deki gibi modellemiştir.



Şekil 11. Matematiksel modelleme sürecinin temel yapısı (Hıdıroğlu, 2012).

Şekil 11'de görüldüğü gibi Hıdıroğlu (2012) yaptığı çalışma sonucunda matematiksel modelleme sürecinin 8 temel bileşenden ve bu temel bileşenler arasındaki geçişi sağlayan 7 temel basamaktan oluştuğunu ortaya koymuştur. Hıdıroğlu'nun (2012) ortaya koyduğu matematiksel modelleme süreci Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007)'in matematiksel modelleme süreci ile benzerlik göstermekle birlikte Hıdıroğlu (2012) matematiksel modelleme sürecine yardımcı matematiksel modeller ve ana matematiksel modeller bileşenlerini eklemiştir. Ayrıca modelleme sürecinin basamaklarına ise Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards'dan (2007) farklı olarak üst matematikselleştirme basamağını dahil etmiştir. Hıdıroğlu nun (2012)' tanımladığı matematiksel modelleme sürecinde ilk olarak problemin analizi yapılır ve böylelikle gerçek yaşam durumunun karmaşıklığı ortadan kaldırılır. Sürecin daha sonraki aşamalarında, gerçek yaşam durumunun ile ilgili istenilenlere ulaşmak için gerekli stratejik etkenler (değişken, sabit gibi), matematiksel kavramlar ve teknolojik araçlar düşünülmekte ve genel çözüm stratejisi ortaya atılmaktadır. Böylece, varsayımlarda bulunularak sistemantik yapı kurulmakta ve gerçek yaşam problem durumunun bir modeline ulaşılmaktadır. Çözüm, gerçek yaşam problem durumunu temsil eden model üzerinden ilerlerken, matematiksel ifadeler, bilgiler ve beceriler doğrultusunda veriler gruplandırılır. Sürecin ilerleyen aşamalarında gerekli

teknoloji ve matematik bilgisinden yararlanılarak, matematikselleştirme gerçekleştirir ve “Yardımcı Matematiksel Modeller (YMM)” elde edilir. Oluşturulan YMM’lerden yola çıkılarak “Ana Matematiksel Model (AMM)” oluşturulmaktadır. Üst matematikselleştirme ile ulaşılan AMM’ler analiz edilerek matematiksel çözümlere ulaşılır. Gerçek yaşam çözümü elde edildikten sonra ise problemle ilgili elde edilen teorik ve deneysel veriler karşılaştırılmakta ve modelin geçerliliği hakkında karara varılır. Bu aşamada sadece gerçek yaşam çözümü değil aynı zamanda gerçek yaşam sonuçları da dikkate alınarak modelin geçerliliği sorgulanır. Eğer modelin geçerliliği tatmin edici ise kısa çözüm raporu ile çözüm süreci ifade edilir. Eğer modelin sonuçlarının gerçekçi olmadığı düşünülüyorsa, problem tekrar gözden geçirilerek ve önceki basamaklara geri dönülerek modelin geçerliliği sağlanmaya çalışılır. Hıdıroğlu (2012) tanımladığı matematiksel modelleme sürecinin 7 temel basamağına ait alt basamakları ise aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

- A. Problemin Analizi
 - A1. Problemi okuma
 - A2. Problemi basit ifadelerle açıklama (yalınlaştırma)
 - A3. Problemdeki stratejik etkenleri düşünme
 - A4. Problemdeki verileri inceleme, içeriği yorumlama
 - A5. Basit varsayımlarda bulunma
- B. Sistemik Yapıyı Kurma
 - B1. Genel çözüm stratejisini belirlemek için uygun teknolojiden yararlanma
 - B2. Çözüm için gerekli/ gereksiz verileri ayıklama
 - B3. Çözüm için gerekli verileri gruplandırma
 - B4. Günlük yaşam deneyimlerinden ve uygun teknolojiden yararlanarak üst düzey varsayımlarda bulunma
 - B5. Uygun genel çözüm stratejisini belirlemek için önceki problem çözme deneyimlerinden yararlanma
 - B6. Teknoloji tabanlı gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi gerçekleştirme
- C. Matematikselleştirme
 - C1. Yardımcı matematiksel modellerin (YMM) cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme
 - C2. YMMlerin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme
 - C3. Stratejik etkenleri uygun matematiksel sembollerle ifade etme

- C4. Günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma
- C5. YMMleri oluşturmak için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma
- C6. Problemden verileri bulunmayan değişkenler için günlük yaşam deneyimlerine bağlı tahminlerden veya ölçümlerden yararlanma
- C7. Değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve teknoloji bilgisinden yararlanma
- C8. Teknoloji tabanlı gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme
- D. Üst Matematikselleştirme
- D1. Ana matematiksel modellerin (AMM) cebirsel veya grafiksel gösterimlerini bulmaya olanak sağlayan uygun teknolojiyi seçme
- D2. AMMlerin içereceği bağımlı, bağımsız değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme
- D3. Teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma
- D4. AMM için gerekli YMMleri belirleme
- D5. YMMlerin grafiksel gösterimlerinden yararlanmak üzere uygun teknolojiyi seçme
- D6. YMMlerin yorumlanmasına olanak sağlayan teknolojik sistemi kurma
- D7. Uygun teknoloji yardımıyla AMM için gerekli verileri YMMlerden elde etme
- D8. Günlük yaşam deneyimlerinden, problemdeki gerçek verilerden, problemle birlikte verilen video ve resimlerden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında yorumlar yapma, ön tahminlerde bulunma
- D9. Değişkenler ve YMMler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkaran üst düzey matematiksel bilgiden ve teknoloji bilgisinden yararlanma
- D10. YMMlerin cebirsel gösterimlerinden yararlanma
- D11. Teknolojik gösterim ve matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme
- E. Matematiksel Analiz
- E1. Uygun teknoloji yardımıyla YMMlerin ve AMMnin grafiksel veya cebirsel gösterimlerinden yararlanma
- E2. Matematiksel çözümler elde etmek için teknolojinin görsel olanaklarından yararlanma
- E3. Matematiksel çözümler elde ederken gerekli hesaplamaları yapmak için uygun teknolojiden faydalanma

- E4. Uygun teknolojiyi kullanarak modelin grafiksel gösterimi yardımıyla çoklu durumların çözümünü sunan bir teknolojik sistem kurma
- E5. Matematiksel çözümün yorumlanmasına olanak sağlayan kritik noktalara dair ek sonuçları uygun teknoloji kullanarak elde etme
- E6. Matematiksel çözüm için gerekli matematik ve teknoloji bilgisinden yararlanma
- E7. Teknolojik gösterim ile matematiksel gösterim arasındaki geçişi doğru bir şekilde gerçekleştirme
- F. Yorumlama/ Değerlendirme
 - F1. Matematiksel sonuçların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi
 - F2. Gerçek yaşam problem durumunun modelinden gerçek yaşam problem durumuna geçişi dikkate alma ve arasındaki ilişkiyi ortaya koyma
 - F3. Kritik noktaların gerçek yaşam karşılıklarının belirlenmesi
 - F4. Matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme
 - F5. Varsayımların elde edilen gerçek yaşam sonuçları doğrultusunda irdelenmesi
- G. Modelin Doğrulanması
 - G1. YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarında beklenmeyen durumların irdelenmesi
 - G2. YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminlerle veya ölçümlerle karşılaştırılması
 - G3. YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının problemde verilen gerçek değerlerle karşılaştırılması
 - G4. YMMlerin veya AMMnin matematiksel sonuçlarının gerçek yaşam karşılıklarının video ve resimlerdeki durumlara karşılaştırılması
 - G5. Gerçek yaşam problem durumuna dair AMMnin yeterliliği hakkında karar varma

Matematiksel modelleme sürecine yönelik tanımlanan tüm bu süreçler incelendiğinde yapılacak olan bu çalışmanın amaçları doğrultusunda farklı modelleme yöntemlerini analiz etmeyi amaçlayan ve öğrencilerin modelleme yöntemlerini, sınırlılıklarını ve modelleme sırasında karşılaştıkları zorlukları keşfetmeyi amaçlayan bilişsel modelleme yaklaşımı benimsenmiştir. Bu doğrultuda bu çalışmada bilişsel yaklaşım içinde yer alan Borromeo-Ferri'nin (2006) ortaya koymuş olduğu matematiksel modelleme sürecinin göz önüne alınması uygun görülmüştür.

2. 1. 1. 4. Matematiksel Modelleme Problemleri ve Sınıflandırılması

Matematiksel modellemeye yönelik araştırmalar incelendiğinde araştırmacıların gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri “matematiksel modelleme problemleri”, “modelleme etkinlikleri” veya “model oluşturma etkinlikleri” şeklinde ifade ettikleri görülmektedir.

Lesh ve Doer (2003) alışmalarında hem süreç ve hem de modeli içermesi açısından model oluşturma etkinlikleri (MOE) ifadesini kullanmıştır. Lesh ve Doerr (2003) model oluşturma etkinliklerini matematiksel sistemleri oluşturmak, açıklamak, tahmin ya da kontrol etmek için paylaşılabilir, değiştirilebilir ve tekrar kullanılabilir kavramsal araçları içeren problem çözme etkinlikleri olarak ifade etmiştir. Berry (2002) ise matematiksel modelleme problemlerini çözümünde matematiksel ilkeleri ve formülleri gerektiren tipik gerçek yaşam problemleri olarak tanımlamıştır. Model oluşturma etkinlikleri sonunda bir rakam ya da bir kelime ile yanıtı bulunan geleneksel problemler olmayıp, rutin olmayan, karmaşık gerçek yaşam durumlarını ifade eden ve olası farklı çözümler içeren problem durumlarıdır (Lesh ve Zawojewsky, 2007; Mousoulides, 2007). Bu etkinlikler kişilerin gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak yorumlamasını ve bu durumdan yararlanacak bireylerin karar vermesine yardım etmek amacıyla süreci veya yöntemi matematiksel olarak betimlemesi ve formüle etmesini gerektirir (Mousoulides, 2007).

Matematiksel modelleme problemlerinde öğrencilerin bir model geliştirmesinden çok, modelin işlerliğinin kontrol edilmesi ve tekrar geliştirilmesi söz konusudur (Zawojewski ve Lesh, 2003). Matematiksel modelleme problemlerinde sayısal işlemler, problem çözme sürecinin sadece küçük bir aşaması olup bu süreçte verilenlerle istenenler arasında sistematik düşünme önemli bir yer tutmaktadır. Bu anlamda matematiksel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde en önemli konu öğrencilerin kendi düşüncelerini ve süreçlerini üretmeleri ve geliştirmeleridir (English, 2006; Lesh ve Yoon, 2007).

Modelleme problemlerinin amacı öğrencilerin, matematiksel düşünceleri ve süreçleri kavramsallaştırmada yararlı olabilecek modelleri geliştirirken aynı zamanda problem durumuyla ilgili anlayışlarını dışa vurmalarına yardım etmektir (Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modelleme problemleri öğrencilere önceden öğrenmiş oldukları bilgilerin uygulamasının yapılması ve gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirme yoluyla matematiksel konuları derinlemesine anlamalarının sağlanması gibi önemli fırsatlar sağlamaktadır (Yoon, Dreyfus ve Thomes, 2010). Lingefjard ve Holmquist (2005) matematiksel modelleme problemlerinin öğrenciler için matematiği öğrenmenin yanında matematiğin gerçek yaşamda çok farklı yönlerini fark etme ve anlama açısından mkemmek bir yol olduğunu ifade etmiştir.

Araştırmacılar (Borromeo-Ferri, 2014; Fox, 2006; Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post, 2000) matematiksel modelleme çalışmalarında kullanılacak modelleme etkinliklerinin bazı önemli niteliklere sahip olması gerektiğini ifade etmektedir. İlgili araştırmalar incelendiğinde Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post (2000) tarafından modelleme etkinliklerinin tasarımı için geliştirilen altı prensip dikkat çekmektedir. Lesh ve diğerleri (2000) çok sayıda öğretmen, öğrenci, araştırmacı ve öğretmen eğitimcisi ile yaptığı uzun süreli çalışmalar sonucunda bir matematiksel modelleme etkinliğinin tasarlanması için gerekli olan 6 prensibi aşağıdaki gibi belirlemiştir:

1. Gerçeklik Prensibi (Kişisel Anlamlılık):

Modelleme etkinlikleri gerçek veya gerçeğe yakın verilere dayanmalı, anlamlı olmalı ve bireylerin günlük yaşamıyla ilişkili olmalıdır. Bu anlamda öğrencilerin kişisel bilgi ve deneyimlerine dayalı olarak problem durumlarını anlamlandırmalarından ötürü gerçeklik prensibi kişisel anlamlılık prensibi olarak da adlandırılmaktadır. Bir modelleme etkinliğinin bu prensibi sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi için “Bu durum bireyin gerçek yaşamında gerçekten karşısına çıkabilir mi?” sorusuna cevap verilmelidir. Bu anlamda problem durumu ile ilgili çözümden faydalanacak kişiler belirli olmalı, çözümün amacı ve çözüme neden ihtiyaç duyulduğu ilgili kişilerce belirtilmeli ve modelleme problemi gerçek hayat bilgi ve deneyimi açısından mantıklı bir problem olmalıdır.

2. Model Oluşturma Prensibi:

Modelleme etkinliği modelin oluşumuna izin verecek şekilde tasarlanmalıdır. Bir modelleme etkinliğinin bu prensibi sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi için “Etkinlik öğrencilerin bir model oluşturmasını gerektiriyor mu?” sorusuna cevap aranmalıdır. Bu prensibe göre öğrencilerin karmaşık problem durumlarında verilenleri ve istenenleri, mümkün olan çözüm yollarını yorumlamaları için gerekli olan modelleri oluşturma gereksiniminin bilincinde olmaları gereklidir.

3. Öz Değerlendirme Prensibi:

Bu prensibe göre öğrenciler çözümlerinin uygunluğunu ve kullanışlı olup olmadığını kendi kendilerine değerlendirebilmelidir. Modelleme etkinliğinin bu prensibi sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi için “Öğrencilerin çözümlerinin yeterince iyi olduğuna kendi kendilerine karar vermeleri mümkün mü?”, “Problem durumu ile ilgili alternatif çözümlerin değerlendirilmesi için kriterler açık mı?” sorularına cevap aranmalıdır.

4. Model Dokümantasyon Prensibi (Yapı Belgelendirme Prensibi):

Modelleme etkinliği öğrencilerin kendi düşünme süreçlerini ve çözüm yollarını açığa çıkarmalarını ve bunları anlaşılır biçimde belgelendirmelerini gerektirmelidir. Modelleme etkinliğinin bu prensibi sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi için “Öğrencilerin problem durumuna verdikleri cevapların durum hakkında nasıl düşündüklerini açık bir şekilde

ortaya çıkarıyor mu?” sorusuna cevap vermelidir. Model dokümantasyon prensibi problem çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel ilişkiler ve işlemler ile ilgili düşüncelerini incelemelerinde öğretmenlere önemli fırsatlar sağlamaktadır. Bunun yanında bu prensip öğrenilenlerin belgelenmesini amaçladığı için öz değerlendirmeyi kolaylaştırır. Bu anlamda model dokümantasyon prensibi öğrencilerin kendi çözümlerini değerlendirmelerini gerektiren öz değerlendirme prensibi ile yakından ilişkilidir. (Chamberlin ve Moon, 2005; Lesh ve diğerleri, 2000).

5. Etkili Prototip Prensibi:

Bu prensibe göre öğrencilerin geliştirdikleri modeller olabildiğince basit ancak matematiksel olarak anlamlı olmalıdır. Modelleme etkinliğinin bu prensibi sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi için “Oluşturulan model benzer diğer durumları yorumlamak için kullanışlı bir prototip (ilk örnek) sağlayacak mı?” sorusuna cevap vermelidir. Modelleme probleminin çözümü üzerinden uzun süre geçse bile öğrencilerin yapı bakımından benzer durumlarla karşılaştıklarında önceki problemi hatırlayabilmeleri gereklidir. Lesh ve Caylor (2007)’a göre bu prensibi sağlamanın en iyi yolu modelleme etkinliğinin uygulanmasının üzerinden aylar, hatta yıllar geçse bile çözümün hatırlanmasıyla mümkün olmaktadır.

6. Model Genelleme Prensibi:

Geliştirilen modeller sadece özel bir durum için kullanılabilecek türden olmamalı, başkalarıyla paylaşılabilir ve yeniden geliştirilebilir olmalıdır. Bu anlamda modelleme etkinliğinin bu prensibi sağlayıp sağlamadığının belirlenmesi için “Üretilen model sadece modeli üreten için mi geçerli, yoksa paylaşılabilir, dönüştürülebilir, yeniden kullanılabilir ve kolayca uyarlanabilir mi?” sorusuna cevap vermelidir.

Görüldüğü gibi matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin kişisel bilgi ve deneyimlerine dayalı olarak anlamlı olmalı, modelin oluşumuna izin vermeli, öğrencilere çözümlerinin uygunluğunu ve kullanışlı olup olmadığını kendi kendilerine değerlendirebilme imkânı sağlamalıdır. Ayrıca modelleme etkinliği öğrencilerin kendi düşünme süreçlerini ve çözüm yollarını açığa çıkarmalarını ve bunları anlaşılır biçimde belgelenmelerini gerektirmelidir. Bunun yanında öğrencilerin geliştirdikleri modeller olabildiğince basit fakat matematiksel olarak anlamlı olmalı, sadece özel bir durum için kullanılabilecek türden olmamalı, başkalarıyla paylaşılabilir ve yeniden geliştirilebilir olmalıdır. Bu bağlamda bu çalışmada kullanılacak olan matematiksel modelleme problemlerinin seçilmesi ve düzenlenmesinde Lesh ve diğerleri (2000) tarafından tanımlanan prensipler dikkate alınmıştır.

Matematiksel modelleme çalışmaları incelendiğinde araştırmacıların matematiksel modelleme problemlerini farklı şekillerde sınıflandırdıkları görülmektedir. Modelleme

problemlerinin sınıflandırılmasındaki bu farkın matematiksel modellemeyi farklı perspektiften ele almalarından ve problemleri sınıflarken farklı niteliklere odaklanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Hickman (1987) matematiksel modelleme problemlerini gerçek (true), didaktik (didactical) ve pragmatik (pragmatic) olmak üzere üç kısımda incelemiştir. Hickman'a (1987) göre gerçek modellerde temel kavramların matematikselleştirilmesi dikkate alınarak, kavramlar hem deneyimler topluluğu hem de felsefeyi açıklamada yardımcı olur. Newton'un yerçekimi modeli ve Maxwell'in elektro manyetizma modeli bu matematiksel modellere örnektir olarak verilebilir. Pragmatik modellerde ise endüstri ve ticarete kullanılan gerçek dünya problemleri yer alır ve bu problemler geçerliliği zorlanacak sorulara mantıklı cevaplar bulmaya çalışır. "2050 yılında Türkiye'nin nüfusu kaç olacak?" , "Salgın hastalıktan kaç kişi etkilenecek?" şeklindeki sorular bu modellere örnektir. Didaktik modeller ise öğretim amaçlarına hizmet eden ve modelleme sürecini örneklendirmek için geliştirilebilen matematiksel modellerdir. Diğer modellere göre daha sadedir ve öğretmenler tarafından öğretim amaçlı kullanılmaktadır.

Brown (2002) ise matematiksel modelleme etkinliklerini yapılandırılmış modelleme etkinlikleri ve serbest modelleme etkinlikleri olmak üzere iki grupta sınıflandırmıştır. Yapılandırılmış modelleme etkinliklerinde belirli bir bilinmeyen bulunması istenir. Bu etkinliklerde matematik ve bağlam birbirinden ayrı olmadığı için modelleme sürecinin bazı zorlukları ortadan kalkmış olur. Serbest modelleme etkinliklerinde ise problem çözücü problemde verilen bilgileri kendisi araştırır. Bu nedenle çözüm süreci ve elde edilen sonuçların kontrolü gerçek verilerin problem çözme sürecine dahil edilmesini içerir.

Berry ve Houston (1995) ise matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerindeki farklılığa dikkat çekmiş ve problemlerin yapısına göre matematiksel modelleme problemlerini 4 gruba ayırmıştır.

1. Deneysel Modelleme:

Eldeki verilerle grafik ya da bir eşitlik elde edilerek yapılan modellemeye deneysel modelleme denir (Berry ve Houston, 1985). Örneğin; dünyadaki cep telefonu kullanıcıları sayısındaki artışın grafik ile gösterimi bir deneysel modellemedir. Deneysel modelleme toplanan verilerin eğilimini yakalamaktır (Thomas, Hass, Giordano, 2010). Deneysel modelleme problemlerinde veriler kullanılarak verilerden elde edilemeyen bir durum için en uygun sonuca ulaşmak temel amaçlardan biridir (Thomas, Hass, Giordano, 2010). Bu problemler yardımıyla eldeki verilerle geleceğe yönelik tahminlerde bulunulabilir. Verilerin grafiği yardımıyla işaretli noktaların eğilimini yakalayan bir eğri ya da doğru bulmak temel amaç olarak ortaya çıkmaktadır (Thomas, Hass, Giordano, 2010).

2. Teorik Modelleme:

Matematiksel modelin formüle edilmesinde, veriden daha çok teoriye dayanan problem çözüme sürecine teorik modelleme denir (Berry ve Houston, 1985). Caddelerdeki yaya geçidi ihtiyaçlarının belirlenmesi teorik modelleme problemine örnek olarak verilebilir. Berry ve Houston (1995) teorik modelleme yönteminin sadece grafik çizmek veya denklemleri çözmekten daha fazlası olduğunu ifade etmiştir. Berry ve Houston'a (1995) göre teorik modelleme problemleri aşağıdaki adımları içermektedir:

1. Problemi anlama
2. Gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleme
3. Varsayımlar ve basitleştirmeler yapma
4. Değişkenleri tanımlama
5. Alt modelleri kullanma
6. Değişkenler arasında ilişki kurma
7. Denklemleri çözüme
8. Modeli yorumlama ve onaylama
9. Modeli geliştirme
10. Sonucu açıklama

Teorik modelleme problemlerinde matematiksel model bir kelime modeli ile başlar. Daha sonra kelimelerden tanımlanmış sembollere doğru hareket edilir. Formülleştirilen her model problem çözücü tarafından seçilen belli varsayımlar ve sadeleştirmelere bağlıdır. Modelin test edilmesinde problem çözücü tarafından elde edilen verilere ihtiyaç vardır.

3. Boyutsal Analiz Modelleme:

'Boyut'olarak adlandırılan fiziğin temel özelliği kullanılarak, değişkenlerin etkili olarak gruplandırılmasını içeren modellemeye boyutsal analiz modelleme denir (Berry ve Houston, 1995). Örneğin; boyutu kullanarak hız ve alan arasındaki ilişkiyi temsil eden matematiksel ifadeyi bulma bir boyutsal analiz modelidir. Boyutsal analiz problemlerinin yapı itibarıyla teorik modelleme problemlerinden ayırt edilmeleri zor olmakla birlikte bu tür problemler sadece fizik kavramlarının söz konusu olduğu durumlarda tercih edilebilecek bir çözüm stratejisini temsil eder (Hıdıroğlu, 2012). Bu nedenle teorik ve boyutsal analiz modellemeyi birbirinden ayıran temel fark problemlerin çözüm sürecinde ortaya çıkan farklı stratejilerdir. Hangi stratejiye bağlı bir çözümün gerçekleşeceği de çözücüye bağlıdır (Hıdıroğlu, 2012).

4. Simülasyon Modelleme:

Genellikle matematiksel modellerin formüle edilmesinde cebir kullanılmaktadır ve bazı durumlarda verileri elde etmek ve modelleme yapmak kolay değildir (Berry ve Houston, 1995). Bu tür durumlarda simülasyon modelleme dikkate alınmalıdır (Berry ve

Houston, 1995). Uygun verilerle, genellikle bilgisayar kullanılarak olasılıkları simüle etmeye simülasyon modelleme denir (Berry ve Houston, 1995). Örneğin; türev kavramının bilgisayarda fiziksel anlamını verecek bir animasyon bir simülasyon modelidir. Simülasyon modellemede yeni bir tasarım (proje vb.) için en ideal durumu araştırmak önceliklerden biridir (Berry ve Houston, 1995; Thomas ve diğ., 2010).

Matematiksel modelleme problemleri temelde teorik ve deneysel modelleme olmak üzere iki başlık altında toplanabilir (Berry ve Houston, 1995; Kapur, 1998). Teorik modellemede matematiksel, istatistiksel ve bilgisayar temelli bilgiler yer alırken, deneysel modellemede deney ve gözlem ve bunların sonuçlarına ait bilgiler verilerek matematiksel modellemenin çözümü istenir (Berry ve Houston, 1995; Kapur, 1998). Teorik modellemenin yapı itibarıyla “boyutsal analiz modelleme” ve “simülasyon modelleme” yi kapsadığı söylenebilir. Bununla birlikte asıl çalışma öncesinde yapılan ön çalışmalarda öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemleri ile çalışırken farklı çözüm süreçlerinden geçtiği ve teknolojinin rollerinde farklılaşmaların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada kullanılacak olan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri olarak belirlenmiştir.

2. 1. 2. Konu ile İlgili Araştırmalar

Yapılan bu çalışmada teknolojinin matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde nasıl bir rol oynadığı ve matematik öğretmeni adaylarının bu süreçte ne tür güçlüklerle karşılaştığı incelenecektir. Araştırmanın bu bölümünde çalışmanın yürütülmesine temel oluşturan diğer çalışmalara kısaca yer verilecektir. Bu anlamda literatür incelemesi sonunda mevcut araştırma problemlerine nasıl çözüm getirilebileceği ile ilgili fikir veren çalışmalar “teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisini belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar” ve “matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan güçlükleri belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar” başlıkları altında verilecektir.

2. 1. 2. 1. Teknolojinin Matematiksel Modelleme Sürecine Etkisini Belirlemeye Yönelik Yapılan Çalışmalar

Matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların önemine ilk olarak 80’li yıllarda dikkat çekilmiştir (Lingefjard, 2000). ICMI (International Commission on Mathematical Instruction)’ya bağlı bir grup 1986 yılında matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların gerekliliğine vurgu yapılmıştır (Hıdıroğlu, 2012). ICMI 11 kongresinde teknolojinin matematiksel modelleme sürecine entegre edilmesi gerektiği konusunda pozitif fikirler öne sürülmüştür (Lingefjard, 2000). Bu anlamda matematiksel

modelleme sürecinde teknolojiyi ele alan ilk çalışmalardan biri Zbiek (1998) tarafından yapılmıştır.

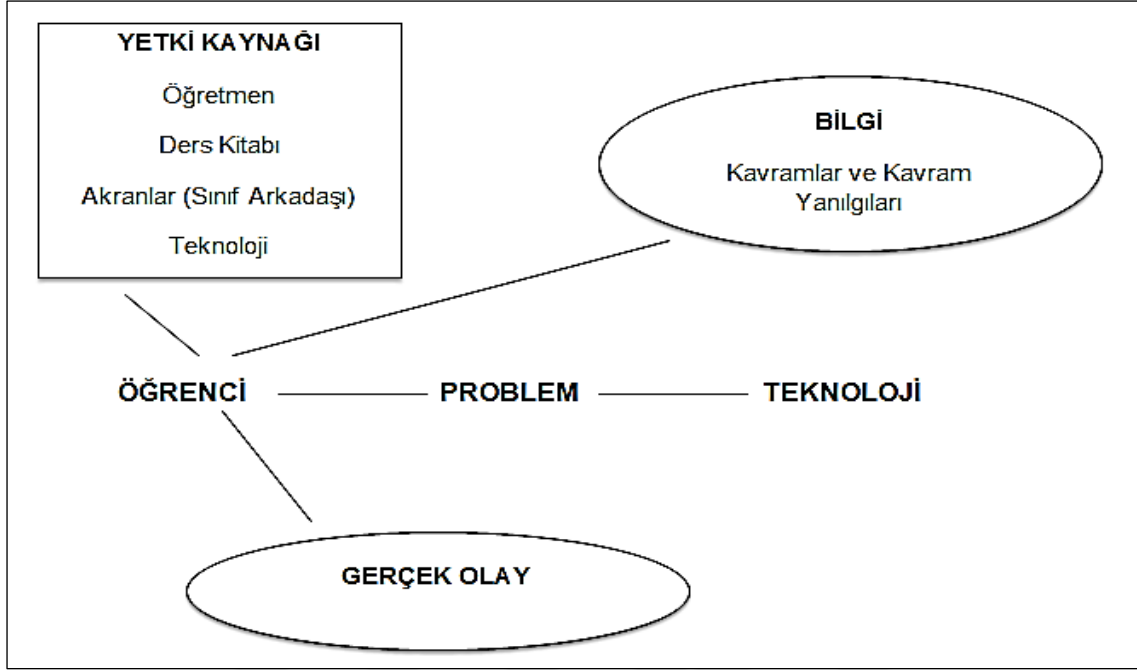
Zbiek (1998), 13 matematik öğretmeni adayı ile 11 haftalık bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacı öğretmen adaylarının teknoloji yardımıyla modelleme etkinlikleri ile çalışması sürecinde, matematiksel modeli oluşturma ve doğrulama amacıyla ne tür stratejiler kullandıklarını araştırmıştır. Çalışmanın ilk üç haftasında öğretmen adaylarına gerçek yaşam problemleri, grafik hesap makineleri ve Derive yazılımı ile ön uygulama yapılmıştır. Sonraki dört haftada ise öğrenciler veri toplamış, teknolojik araçları kullanarak fonksiyon modellerini belirlemiş ve farklı modellerin gerçek dünyadaki geçerliliğini tartışmıştır. Uygulamanın son dört haftasında ise öğretmen adayları kendi sınıf ve laboratuvarlarında “Kaykay Deneyi” etkinliği ile çalışmıştır. Öğrenciler bu etkinlikte farklı kaykayların sonuçlarını karşılaştırmak için üç farklı veri seti toplamış ve analiz etmiştir. Araştırmanın verileri çalışmanın başında ve sonrasında öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerden, sınıf ve laboratuvar gözlemlerinden elde edilmiştir. Araştırmanın bulguları doğrultusunda öğretmen adayları modeli oluştururken teknolojiyi kullanarak dört farklı stratejiden yararlanmışlardır. Bu anlamda birinci stratejide bazı öğretmen adayları veriler için en uygun modeli bulmak amacıyla grafik hesap makinesindeki fonksiyon seçiciyi kullanmıştır. İkinci stratejiyi kullanan öğretmen adayları ise grafik hesap makineleri ile veriler için olası fonksiyonları üretmiş ve bu fonksiyonlar içinden veriler için en uygun olanı belirlemeye çalışmıştır. Bu strateji, ilk stratejiye göre daha az algoritmaya dayalı olup modelleyicinin en uygun modeli seçme konusundaki kendi algısına bağlıdır. Üçüncü stratejide ise öğretmen adayları grafik hesap makinelerini kullanarak dağılım grafiklerini çizmiş, seçenekler oluşturup gözden geçirerek modeli belirlemiştir. Bu yaklaşım daha yaratıcı bir modelleme sürecini içermektedir. Teknolojik araç bu yaklaşımda grafik aracı rolünü üstlenmiştir. Dördüncü stratejide ise öğretmen adayları teknolojik araç kullanmamış, durumları sık sık önceki karşılaştıkları formüllere uyarlamaya çalışmıştır. Bu anlamda öğretmen adayları genellikle oranları kullanmış ve doğrusal modeller elde etmiştir. Araştırmacı ortaya çıkan stratejilerdeki farklılıkların modelleme etkinliklerinin özelliklerinden ve öğrencilerin birbirleri ile etkileşiminden kaynaklanıyor olabileceğini ifade etmiştir.

Lanier (1999) tez çalışmasında bir matematiksel modelleme dersine devam eden üç üniversite öğrencisinin elektronik tablo kullanarak verileri modellemeleri sırasında doğrusal modelleme anlayışlarını incelemiştir. Öğrencilerin ders süresince matematiksel düşünme ve problem çözme yaklaşımları Schoenfeld'in (1992) teorik çerçevesi kullanılarak incelenmiştir. Araştırmanın verileri gözlemler, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve doküman analizinden (yazılı yanıt kağıtları, proje ve sınavlar) elde edilmiş ve

araştırmadan elde edilen veriler nitel veri analizi yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları doğrultusunda dört ana tema ortaya çıkmıştır. Bunlardan birincisi öğrencilerin prosedür odaklı düşünmesidir. Çalışmaya katılan öğrenciler en iyi modeli bulmak için kendi yöntemlerine takıntılı olarak kalmıştır. İkincisi öğrenciler teknolojiyi kullanarak doğrusal modelleme durumuna ait geçerli temsilleri kullanma konusunda başarısız olmuştur. Üçüncüsü öğrencilerin gerçek yaşam deneyimleri modelleme durumunun anlaşılmasını ve yorumlanmasını etkilemiştir. Dördüncüsü ise öğrencilerin doğrusal modelleme hakkında fikirleri oluşmuştur.

Matematiksel modelleme sürecinde teknolojiye odaklanan en kapsamlı çalışmalardan biri diğeri ise Lingefjard (2000) tarafından yapılan doktora tezi çalışmasıdır. Lingefjard (2000) çalışmasında teknoloji kullanımının modelleme sürecine etkisini, bu süreçte ortaya çıkan kavram yanılgılarını ve süreçte öğrencilerin teknoloji, arkadaş, öğretmen, ders kitabı gibi unsurlar dikkate alındığında daha çok hangisinin etkisi altında kaldığını araştırmıştır. Araştırmacı bu anlamda üç farklı çalışma yürütmüştür. İlk çalışmanın katılımcıları beş öğretmen adayından, ikinci çalışmanın katılımcıları sekiz öğretmen adayından ve üçüncü çalışmanın katılımcıları beş öğretmen adayından oluşmaktadır. İlk çalışmada öğrenciler beş hafta boyunca bilgisayar laboratuvarında çalışmalarını yürütmüş ve araştırmacı çalışma süresince öğrencileri gözlemlemiştir. Çalışma sonrasında ise öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. İlk çalışmanın bulguları doğrultusunda öğrenciler matematiksel modelleme problemlerini çözerken genellikle teknolojiyi kullanmayı tercih etmiştir. Öğrenciler çalışma süresince teknolojiye çok fazla güvenmiş ve bu durum öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlama aşamasını göz ardı etmesine sebep olmuştur. İkinci çalışmada ise sekiz öğrenci on hafta boyunca bilgisayar laboratuvarında çalışmıştır. Araştırmacı ilk çalışmada olduğu gibi öğrencilerin çalışmalarını gözlemlemiş ve çalışma sonrasında öğrencilerle görüşmeler yapmıştır. Bu çalışmanın bulguları doğrultusunda öğrencilerin kavram yanılgılarının matematiksel temelli ve teknolojik kaynaklı olmak üzere iki çeşit olduğu ortaya çıkarılmıştır. Lingefjard (2000) öğrencilerin belirli bir zamanda serbest düşme hareketi yapan bir nesnenin yerden yüksekliğindeki değişimi doğrusal olarak modellemelerini matematiksel temelli kavram yanılgılarına örnek olarak göstermiştir. Öğrencilerin teknoloji kaynaklı kavram yanılgıları ise bilgisayar veya hesap makinesinin her zaman doğru hesaplama yaptığı algısından kaynaklanmaktadır. Üçüncü çalışmada ise öğrenciler on hafta boyunca çalışmış ve araştırmacı diğer çalışmalarda olduğu gibi öğrencileri gözlemlemiş ve çalışma sonrasında görüşmeler yapmıştır. Bu çalışmada öğrencilere açık uçlu sorular sorulmuştur. Öğrencilerin çoğu internetteki bilgi kaynaklarından ve sınıf arkadaşlarından etkilenirken, bazı öğrenciler ise ders kitaplarından ve dersin öğretmeninden yardım almıştır. Lingefjard

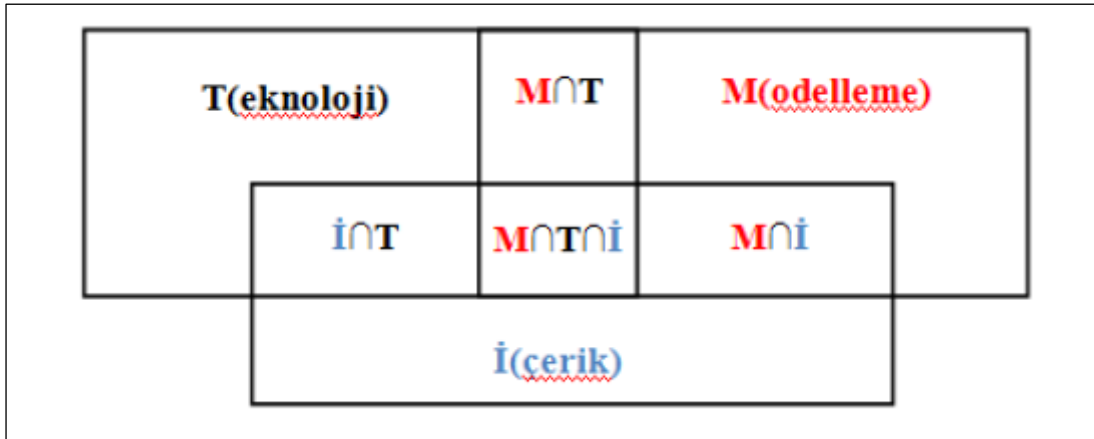
(2000) bu çalışmanın sonunda matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenlerini Şekil 12'deki gibi ortaya koymuştur.



Şekil 12. Matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenleri (Lingefjard, 2000).

Lingefjard (2000) yaptığı bu çalışmanın sonucunda teknolojinin modelleme sürecinin doğrulama aşamasında önemli bir rol oynadığına dikkat çekmiştir. Bunun yanında teknolojik araçlar ile desteklenen bir ortamda modelleme etkinliklerini çözmeye yönelik yapılan çalışmalar sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin geliştiğini ifade etmiştir.

Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards (2007) ilköğretim öğrencilerinin modelleme sürecinde gerçekleştirdikleri bilişsel etkinlikleri ortaya çıkarmayı ve öğrencilerin matematik, teknoloji ve modelleme becerileri arasındaki etkileşimi ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar bu amaçla 9. Sınıf öğrencilerine iki modelleme problemi uygulamış ve öğrencilerden bu problemleri teknolojik araçları (Excel programı, grafik hesap makineleri) kullanarak çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin modelleme problemleri ile çalışma süreci video ile kayıt altına alınmıştır. Verilerin analizinde modelleme sürecinin aşamaları dikkate alınmıştır. Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards (2007) araştırmanın sonunda matematiksel içerik, teknoloji ve modelleme arasındaki etkileşimi Şekil 13'teki gibi tanımlamıştır.



Şekil 13. Modelleme, matematiksel içerik ve teknoloji ilişkisi (Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards, 2007).

Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards (2007) modellemenin teknolojiyi gerektirdiğine dikkat çekmiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin modelleme sürecinde teknolojinin sağladığı imkânlardan yararlandıkları ancak matematiksel yapıyı kurmada ve modeli yorumlamada zorluk yaşadıkları ifade edilmiştir.

Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisi son yıllarda daha çok çalışılan bir alan haline gelmiş ve özellikle 2010 yılından sonra bu çalışmaların sayısı giderek artmıştır. Bu çalışmalardan biri Ang (2010) tarafından yapılmıştır. Ang (2010) çalışmasında derslerde modelleme etkinliklerinin uygulanması sürecinde teknolojinin nasıl bir rol oynadığını araştırmıştır. Araştırmacı bu anlamda öğrencilere farklı alanlarda ve konularda dört matematiksel modelleme etkinliği tasarlamıştır. Çalışma sürecinde öğrenciler Logger Pro 3 yazılımı, Geometer's Sketchpad yazılımı, SARS yazılımı ve Excel programı olmak üzere dört farklı teknolojik araçla çalışmalarını yürütmüştür. Çalışmanın bulguları doğrultusunda öğrenciler SARS yazılımını ilgi çekici bulmuş ve yazılım modeli oluşturmak için gerekli parametreleri bulma konusunda büyük kolaylık sağlamıştır. Bunun yanında tüm bu teknolojik araçların kullanımı öğrencileri karmaşık hesaplamalardan kurtararak modele odaklanmalarını sağlamıştır. Modelleme sürecinde teknoloji grafiksel çözümleri keşfetme, model ile ilgili hesaplamalar yapma, gerçek yaşam durumu ile ilgili simülasyonlar hazırlama ve gerçek veriler ile çalışma açısından öğrencilere kolaylık sağlamıştır. Ang (2010) çalışmanın sonuçları doğrultusunda teknolojik araçların modelleme sürecinde önemli bir rol oynadığını ve öğrenciler için zengin bir öğrenme ortamı sağladığını ifade etmiştir. Araştırmacı teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin karmaşık bir süreç olduğunu ifade etmiş ve matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin etkisine yönelik daha çok sayıda araştırma yapılmasının gerekli olduğuna vurgu yapmıştır.

Siller ve Greefrath (2010) yaptıkları çalışmada teknolojinin matematiksel modellemeye etkisini, öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde teknolojiyi ne zaman ve nasıl kullandıklarını incelemiştir. Öğrenciler çalışma süresince Sketch yazılımını ve grafik hesap makinelerini kullanmıştır. Araştırmacılar bu çalışmada Blum ve Leiß'in (2007) tanımladığı matematiksel modelleme sürecinin temel bileşenlerini dikkate almıştır. Siller ve Greefrath (2010) bu çalışma sonucunda teknolojik araçlarla desteklenen matematiksel modelleme sürecine teknoloji dünyasını da ekleyerek modelleme sürecinde gerçek dünya, matematiksel dünya ve teknoloji dünyası olmak üzere üç temel geçişin bulunduğunu ortaya koymuştur. Siller ve Greefrath (2010) bu çalışmanın bulguları doğrultusunda modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının öğrencileri farklı stratejiler belirlemeye yönlendirdiğini ve modelleme sürecinde önemli bir rol üstlendiğini ifade etmiştir. Araştırmacılar bunun yanında teknolojinin sağladığı fırsatların öğrencilerin matematiksel bilgisini pozitif olarak etkilediğini belirtmiştir. Siller ve Greefrath (2010) çalışmanın sonunda farklı modelleme etkinliklerinin ele alınarak teknolojinin modelleme sürecine etkisinin ayrıntılı olarak incelenmesi gerektiğine vurgu yapmıştır.

Geiger, Faragher ve Goos (2010) üç farklı ortaokul sınıfına devam eden öğrenciler ile bir yıl süren bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile çalışmalarını sırasında bilgisayar cebir sistemlerinin, öğrencilerin öğrenmelerini ve birbirileri ile sosyal etkileşimlerini nasıl desteklediğini araştırmıştır. Çalışma sırasında tüm öğrencilere grafik hesap makineleri tedarik edilmiş ve öğrenciler modelleme etkinlikleri ile çalışırken grafik hesap makinelerinden aktif olarak yararlanmışlardır. Araştırmanın verileri öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile çalışmalarını içeren video kayıtları, araştırmacıların alan notları ve çalışmalar sonrasında hem öğrencilerle hem de öğretmenlerle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Öğretmenler ile yapılan bireysel görüşmelerde modelleme döngüsünün aşamaları boyunca öğrencilerin bilgisayar cebir sistemlerini kullanımının nasıl farklılıklar yarattığı ve teknolojinin sorgulama ve muhakeme etme yaklaşımlarını nasıl etkilediği sorularına cevap aranmıştır. Araştırmanın verileri nitel olarak analiz edilmiş, ortaya çıkan davranışlara ait kategoriler oluşturulmuştur. Araştırmanın sonunda bilgisayar cebir sistemlerinin modelleme döngüsünün farklı aşamalarında kullanıldığı görülmüştür. Çalışmanın bulgularına dayalı olarak teknoloji modelleme probleminin çözümü için bir araç olmaktan ziyade modelin kavramsallaştırılmasında önemli bir rol üstlenmiştir. Bunun yanında teknoloji öğrencilerin küçük gruplar halinde çalışarak kendi öğrenmelerini gerçekleştirmelerinde önemli bir rol üstlenmiştir.

Arzerello, Ferrara ve Robutti (2012) farklı lise sınıflarında öğrenim gören öğrencilerin bir modelleme etkinliği ile çalışmalarını sırasında teknolojik araçların (hareket sensörü, GeoGebra yazılımı, grafik hesap makineleri) kullanımını incelemiştir. Araştırmanın

katılımcılarını 8, 10 ve 11. Sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Öğrenciler çalışma süresince diziler ve geometrik modelleme konularını içeren “yaya problemi” isimli modelleme etkinliğiyle çalışmıştır. Öğrenciler ilk olarak geometrik durumu tahmin etmeye, tanımaya ve miktarları açıklamaya teşvik edilmiştir. Araştırmanın verileri öğrencilerin modelleme etkinliği ile çalışmalarını içeren video kayıtlarından elde edilmiştir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda 8.sınıf öğrencileri ilk olarak durumun grafiğini gözlemlemek için bir hareket sensörü ve grafik hesap makinesi kullanmış, daha sonra GeoGebra’da modeli oluşturarak, temsil etmiştir. 10. Sınıf öğrencileri çalışmalarını GeoGebra ile yapmış, 11. Sınıf öğrencileri ise grafik hesap makinesinden yararlanarak modeli oluşturmuştur. 10. Ve 11. Sınıf öğrencilerinin akıl yürütmek amacıyla kağıt-kalem çalışması ile yaptığı çalışmaların, 8. Sınıf öğrencilerinin çalışmalarına göre daha karmaşık olduğu ifade edilmiştir. Öğrencilerin çoğu (her düzeyde) varsayımlarını test etmek amacıyla teknolojiden yararlanmıştır. Araştırmanın sonuçları doğrultusunda kullanılan teknolojik araçların farklı olmasına rağmen statikten dinamiğe sürekli bir geçiş olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca elektronik tablolar öğrencileri dinamik düşünmeye, formül arayışı için dinamik stratejiler benimsemeye teşvik etmiştir.

Daher ve Shahbari (2013) öğretmen adaylarının teknolojik araç (elektronik tablo) kullanarak bir modelleme etkinliği ile çalışmaları sırasında modelleme süreçlerini ve bu süreçte izledikleri bilişsel basamakları incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları otuz öğretmen adayından oluşmaktadır. Öğretmen adaylarından 4-6 kişilik 6 çalışma grubu oluşturulmuştur. Araştırmanın veri toplama araçlarını video kayıtları ile öğrencilerin etkinlik sırasında ve sonrasında yaptıkları çalışmaları içeren yazılı açıklamaları oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri Borromeo-Ferri (2006)’nin bilişsel modelleme döngüsü dikkate alınarak, sürekli karşılaştırma yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları doğrultusunda çalışma gruplarının üç farklı modelleme döngüsünden geçtiği ifade edilmiştir. Çalışma gruplarından ikisi birinci modelleme döngüsünü takip ederken, gruplardan üçü ikinci modelleme döngüsünü takip etmiş, bir grup ise üçüncü modelleme döngüsünü takip etmiştir. Bu üç farklı modelleme döngüsünün her birinde teknoloji farklı roller oynamıştır. Öğrenci grupları bu üç farklı modelleme döngüsünün farklı aşamalarında teknolojiden yararlanmıştır. Birinci ve ikinci modelleme döngüsünü takip eden öğrenci grupları modelleme sürecinin tüm aşamalarında teknolojiden yararlanmıştır. Öğrenci grupları birinci ve ikinci modelleme döngüsünde matematiksel bir model oluşturmak yerine teknolojik bir model oluşturmayı tercih etmiştir. Üçüncü modelleme döngüsünü takip eden öğrenciler ise başlangıçta matematiksel bir model oluşturmuş, ardından teknolojik bir matematiksel model oluşturmuştur. Bu anlamda bu öğrenci grupları matematiksel modeli oluşturduktan sonra teknolojiyi kullanmıştır. İlk modelleme döngüsünü takip eden öğrenci

grupları modeli oluştururken matematiksel kararları aldıktan sonra modeli oluşturmak için teknolojiye yararlanmışlardır. İkinci modelleme döngüsünü takip eden gruplar ise en başından itibaren modeli oluşturmak için teknolojiye başvurmuşlardır. Bu anlamda çalışmanın bulguları doğrultusunda birinci modelleme döngüsünü takip eden öğrenci gruplarının hem matematikte hem de teknolojiyi kullanma konusunda iyi oldukları, ikinci modelleme döngüsünü takip eden grupların teknolojiyi kullanma konusunda güçlü oldukları, üçüncü modelleme döngüsünü takip eden öğrencilerin ise matematikte güçlü oldukları düşünülmektedir. Ayrıca ikinci döngüyü takip eden öğrenciler için teknoloji daha az matematik kullanarak modele ulaşmalarında öğrencilere yardımcı olmuştur. Çalışmanın sonuçları doğrultusunda araştırmacılar öğrencilerin modelleme etkinliklerine yönelik çalışmalarını desteklemede teknolojik araçların önemli bir rol oynadığını belirtmiştir. Bunun yanında modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının anlamlı öğrenmeyi desteklediğini, zengin bir araştırma ve tahmin etme ortamı sağlamanın yanı sıra zengin bir matematiksel tartışma ortamı sağladığını ifade etmiştir.

Carreira, Amado ve Canário (2013), 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal modelleri içeren modelleme etkinlikleri ile çalışmaları sırasında modelin oluşturulmasında ve uygulanmasında teknolojik aracın (GeoGebra) öğrencileri nasıl yönlendirdiğini araştırmıştır. Araştırmacılar bu çalışma için yedi modelleme etkinliği geliştirmiş ve etkinliklerin her biri bir ders saatinde uygulanmıştır. Öğrencilerden ikişer kişilik çalışma grupları oluşturulmuş ve uygulamalar bilgisayar laboratuvarında yürütülmüştür. Araştırmada kullanılan etkinliklerin bazıları öğrencilerin sınıf içinde ya da dışında gerçek veri toplamalarını gerektirecek niteliktedir. Çalışmaya katılan öğrencilerin her biri GeoGebra ile ilgili deneyime sahiptir. Sınıf öğretmeni uygulamalar boyunca öğrencilere herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Öğrenciler çalışma sırasında bilgisayar kullanıp kullanmama konusunda serbest bırakılmıştır. Bu nedenle aynı etkinlik için bazı gruplar GeoGebra ile, bazıları kâğıt ve kalem ile, bazıları ise her ikisi ile çalışmıştır. Araştırmanın verileri çözüm sırasında öğrencilerden elde edilen video ve ses kayıtlarından, GeoGebra çözüm dosyalarından ve araştırmacıların sınıf içi gözlemlerinden elde edilmiştir. Toplanan veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları doğrultusunda öğrenci gruplarının büyük kısmı verilerin grafiğini çizmek amacıyla GeoGebra yazılımının hesap çizelgesi görünümünü kullanmış, ayrıca denklemlerin çözümü için yine yazılımdan yararlanmışlardır. Bunun yanında GeoGebra yazılımı öğrencilerin matematiksel modeli keşfetmeleri açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. GeoGebra yazılımı geometriden cebire ve cebirden geometriye geçişte öğrencilere kolaylık sağlamıştır.

Ghosh (2015), matematiksel modelleme ve uygulamalarının lise matematik müfredatına entegre edilmesinin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını nasıl

etkilediğini ve teknolojinin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarına nasıl yardımcı olduğunu araştırmıştır. Bu anlamda araştırmacı “matematiksel modelleme ve uygulamaları ile matematiği öğrenme” isimli bir müfredat bölümü geliştirmiştir. Bu müfredat bölümü matrisler ve denklem sistemleri konusunu içermektedir. Araştırmanın katılımcılarını 30 lise öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrenciler çalışma boyunca grafik hesap makineleri ve Mathematica yazılımını aktif olarak kullanmıştır. Uygulama süresince öğrencilerin yaptıkları çalışmalar video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Çalışmanın sonunda öğrenciler araştırmacı tarafından geliştirilen kısa bir ankete cevap vermiştir. Ayrıca öğrencilerden kendi öğrenme deneyimlerini açıklayan yazılı bir geribildirim vermeleri istenmiştir. Çalışmaya katılan öğrenciler daha önce matrisler ve denklem sistemleri konusu ile ilgili geleneksel bir öğretim almıştır. Ancak bu öğretim sırasında öğrenciler matrislerin pratik uygulamaları günlük yaşam ihtiyaçları ile ilgili bir uygulama yapmamıştır. Araştırmacı tasarladığı bölümde matrislerin günlük yaşam uygulamaları ile ilgili teknolojiye dayalı modelleme problemleri geliştirmiştir. Öğrenciler uygulamalar sırasında hesaplamaları yapmak amacıyla grafik hesap makinelerinden yararlanırken üç bilinmeyenli denklem sistemlerini çözmek ve görselleştirmek amacıyla Mathematica yazılımını kullanarak düzlemler çizmiştir. Grafik hesap makineleri öğrencileri sıkıcı hesaplamalardan kurtararak modeli keşfetmeye ve çözümü yorumlamaya odaklanmalarını sağlamıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilere 12 maddeden oluşan kısa bir anket uygulanmıştır. Bu ankette elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin büyük kısmı modelleme ve uygulamalarını içeren müfredat bölümünü ilgi çekici bulmuş ve öğrenciler bu uygulamanın matematiğin gerçek yaşam ile ilişkisini görmelerine yardımcı olduğunu, matematiksel kavramları anlamalarını kolaylaştırdığını, matematiği ilgi çekici bulduklarını belirtmiştir. Bunun yanında öğrenciler teknolojinin ilişkileri keşfetmelerini ve kavramları anlamalarını kolaylaştırdığını ve hesaplamalarda zaman kaybını önlediğini ifade etmiştir. Ayrıca öğrenciler kâğıt kalemle çözemeyecekleri problemleri teknoloji yardımıyla kolaylıkla çözebildiklerini belirtmiştir.

Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis ve Christou (2010) on bir yaşındaki 22 öğrenci ile yürüttüğü çalışmada öğrencilerin bir modelleme etkinliği ile çalışmaları sırasında teknolojik araçların çözüm sürecine etkisini araştırmıştır. Çalışma sırasında katılımcılar teknolojik araç olarak Google Earth ve Spreadsheet yazılımından yararlanmıştır. Çalışmada kullanılan modelleme etkinliği araştırmacılar tarafından model oluşturma etkinliklerinin temel prensiplerine uygun olacak şekilde tasarlanmıştır. Tasarlanan etkinlikte üç farklı ülkeye ait bilgilerin yer aldığı bir tablo verilmiş ve öğrencilerden Kıbrıs'ın su problemini çözmek için yardım alabileceği en iyi ülkeyi belirlemeleri istenmiştir. Çalışma sırasında öğrenciler üç veya dört kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Araştırmanın verileri

öğrencilerin çözüm süreçlerini içeren video ve ses kayıtlarından, Google Earth ve Spreadsheet dosyalarından, öğrencilerin çalışma sayfalarından ve araştırmacıların alan notlarından elde edilmiştir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda çalışma grupları karmaşık yapıdaki modelleme etkinliğine uygun çözümler getirebilmiş ve teknolojik araçları aktif biçimde çözüm sürecine dahil etmiştir. Öğrenci grupları problemi anlama ve analiz etme amacıyla görsel resimlerden uygun şekilde yararlanmış ve yazılım sayesinde karmaşık hesaplamaları kolaylıkla yapabilmıştır. Araştırmacılar teknolojik araçların kullanımının öğrencilerin keşfetme ve görselleştirme becerilerini geliştirdiğini ifade etmiştir. Bunun yanında araştırmacılar, teknolojik araçların okullarda ilgi çekici ve faydalı bir ortam sağlamanın yanında öğrencilerin kavramları daha iyi anlamalarına katkıda bulunacağını vurgulamıştır.

Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez (2011) 6 lise öğretmeni ile haftada 3 saat olmak üzere bir dönem süren bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar bu çalışma ile teknolojik araçların öğretmenlerin matematiksel ilişkileri keşfederek dinamik modelleri oluşturmasında nasıl imkanlar sağladığını ve teknolojik araçların kullanımının modelin oluşturulmasında ne tür muhakeme ve düşünme yolları ortaya çıkardığını araştırmıştır. Çalışmaya katılan öğretmenler matematik eğitimi üzerine yüksek lisans yapmış ve dinamik yazılımlar, grafik hesap makineleri gibi teknolojik araçları kullanma deneyimine sahiptir. Çalışma süresince öğretmenler dinamik modeller elde etmek için dinamik yazılımı (Cabri Geometry) kullanmaları yönünde teşvik edilmiştir. Çalışmalar 20 oturum sürmüştür olup katılımcılar her oturum sonrasında rapor teslim etmiştir. Araştırmanın verileri çalışma süresince elde edilen video kayıtlardan, araştırmacıların alan notlarından ve katılımcıların çalışmalarını içeren rapor ve bilgisayar dosyalarından elde edilmiştir. Araştırmanın bulguları doğrultusunda teknolojik araçların kullanımı katılımcılara, dinamik bir model oluşturma, görsel ve grafiksel olarak modeli keşfetme, varsayımları formüle etme, sezgisel stratejileri kullanma, ilgili matematiksel sonuçları üretme ve kullanma, sonuçları desteklemek için farklı durumları araştırma gibi önemli imkanlar sağlamıştır. Bunun yanında Derive yazılımını kullanımı öğretmenlere hesaplama yapma ve fonksiyonların maksimum değerini belirleme gibi işlemlerde büyük kolaylık sağlamıştır. Bu anlamda dinamik yazılımın kullanımı başlangıçtaki deneysel ilişkileri belirleme ve keşfetme açısından önemli fırsatlar sağlarken, Derive yazılımının kullanımı aynı ilişkilerin cebirsel yönünü keşfetmede katılımcılara yardımcı olmuştur. Çalışmaya katılan öğretmenler model oluşturma sürecinde teknolojik araçların kullanımının dersleri düzenlemede etkili ve yararlı olacağını, öğrencilere önemli fırsatlar sağlayacağını ifade etmiştir.

Ulusal literatür incelendiğinde matematiksel modelleme ile teknoloji ilişkisine odaklanan sadece bir çalışmaya (Hıdıroğlu, 2012) rastlanmıştır. Hıdıroğlu (2012) yaptığı

tez çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde meydana gelen yaklaşım ve düşünme süreçlerini analiz etmiştir. Araştırmacı bir devlet üniversitesinin son sınıfına devam eden on dokuz öğretmen adayı ile çalışmalarını yürütmüştür. Araştırmanın katılımcıları matematiksel modelleme dersi alan öğrenciler arasından seçilmiş olup katılımcıların her biri bilgisayar yazılımlarını kullanma deneyimine sahiptir. Hıdıroğlu (2012) teknolojik ortamı GeoGebra yazılımının, ScreenHunter programının, video, animasyon ve resimlerin kullanımıyla sağlamıştır. Araştırmanın veri toplama araçlarını araştırmacı tarafından hazırlanan üç matematiksel modelleme problemi, çalışma gruplarının çözüm süreçlerini içeren video kayıtları, GeoGebra çözüm dosyaları ve araştırmacının alan notları oluşturmaktadır. Çalışma sırasında öğretmen adayları kendi istekleri doğrultusunda 2, 3 ya da 4 kişilik gruplar halinde çalışmıştır. Araştırmacı çalışma gruplarına her bir modelleme problemi ile ilgili video, animasyon ve resim vermiştir. Ayrıca çalışma gruplarına GeoGebra yazılımı ve ScreenHunter programının yer aldığı bilgisayarlar tedarik edilmiştir. Öğrencilerin çözüm süreçleri video ile kaydedilmiştir. Hıdıroğlu (2012) verilerin analizinde gömülü teori yöntemini kullanmış, öğretmen adaylarının teknoloji destekli ortamda yaklaşım ve düşünme süreçlerine ait bir kuram oluşturmuştur. Araştırmacı verilerin analizi sonucunda teknoloji destekli ortamda modelleme sürecinin 8 temel bileşen, 7 temel basamak ve bu 7 temel basamağı ortaya çıkaran 47 alt basamaktan oluştuğunu ortaya koymuştur. Çalışmanın sonuçları doğrultusunda teknolojinin matematiksel modellemenin her bir basamağında etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Hıdıroğlu (2012) özellikle genel çözüm stratejisinin oluşturulmasında, çözüme ulaşmada ve çözümün doğrulanmasında teknolojinin önemli bir etkisi olduğu ifade edilmiştir. Bunun yanında modelleme sürecinde teknoloji farklı stratejileri, yaklaşımları ve öğrencilerin sahip olduğu becerileri ortaya çıkararak zengin bir öğrenme süreci ortaya çıkarmıştır. Araştırmacı çalışmanın sonuçları doğrultusunda matematiksel modelleme derslerine teknolojinin entegre edilmesi ile daha zengin öğrenme ortamları sağlanacağını vurgulamıştır.

2. 1. 2. 2. Matematiksel Modelleme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükleri Belirlemeye Yönelik Yapılan Çalışmalar

PISA-2006 bulguları tüm dünyadaki (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2007) öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile çalışma sürecinde problem yaşadıklarını açıklamıştır (Ural ve Ülper, 2012). PISA Matematik Uzmanları Grubu tarafından yapılan analizler, modelleme etkinliklerinde yaşanan zorlukların esasen bu görevlerin özünde bulunan bilişsel karmaşıklıktan ve öğrencilerden beklenen

yeterliklerden olabileceğini göstermiştir (Ural ve Ülper, 2012). Bunun yanında matematiksel modellemenin öğretimi ve öğreniminin karmaşık olduğu ve birçok faktörden etkilendiği yapılan çalışmalarda belirtmektedir (Borromeo-Ferri ve Blum, 2011). Bu anlamda araştırmacılar matematiksel modelleme sürecinde ve modelleme sürecinin sınıf ortamlarında uygulanmasında yaşanan güçlükleri ortaya koymak amacıyla çalışmalar yürütmüştür (ör. Blum, 1991; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Borromeo-Ferri ve Blum, 2013; Bukova-Güzel, 2011; Doosti ve Ashtiani, 2009; Galbraith ve Stillman, 2006; Kant, 2011; Korkmaz, 2010; Maaß, 2007; Schaap, Vos ve Goedhart, 2011; Sol, Giménez ve Rosich, 2011; Şahin ve Eraslan, 2016).

Matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan güçlükler odaklanan çalışmaların ortaya koymuş oldukları sonuçlar itibariyle modelleme sürecinde karşılaşılan güçlükler ilişkin yapılan çalışmalar “matematiksel modellemenin sınıf ortamlarında uygulanmasına yönelik yaşanan güçlükler” ve “matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında yaşanan güçlükler” olarak gruplandırılabilir.

Matematiksel modellemenin sınıf ortamlarında uygulanmasının bazı güçlükler neden olduğunu belirten Borromeo-Ferri ve Blum (2013) matematik derslerinde modelleme yaklaşımının uygulanmasındaki merkezi engelleri incelemek amacıyla ilköğretim öğretmenleri ile nicel bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar bu amaçla 43 maddeden oluşan bir anket oluşturmuştur. Araştırmanın katılımcıları ise 71 ilköğretim öğretmeninden oluşmaktadır. Çalışmaya katılan öğretmenlerin 20’si modellemeyi hiç kullanmamış, 37’si nadiren kullanmış, 9’u ayda bir, 5’i haftada bir kullanmaktadır. Çalışmanın bulguları doğrultusunda ilköğretim öğretmenlerinin derslerinde matematiksel modellemeye yer vermemelerindeki üç temel güçlüğün materyal eksikliği, zaman yetersizliği ve değerlendirme zorluğundan kaynaklandığı belirtilmiştir. Bunun yanında yaşanan diğer zorluklar ise dersin planlanması, öğrencilerin modelleme süreçlerini analiz etme, özgün bir modelleme problemi oluşturma ve analiz etme sorunları olarak ifade edilmiştir.

Deniz (2014) ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modellemeye uygun etkinlikler oluşturabilme ve bu etkinlikleri uygulayabilme yeterliklerini inceleme amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacı bu amaçla üç farklı lise türünde görev yapan 13 matematik öğretmeniyle çalışmış ve 37 ortaöğretim öğrencisinin uygulamalarla ilgili görüşlerini almıştır. Deniz (2014) uygulama öncesinde çalışmaya katılan öğretmenlere matematiksel modelleme yöntemini tanıtmış ve matematiksel modelleme yöntemini içeren etkinlik örnekleri sunmuştur. Daha sonra çalışmaya katılan öğretmenlerden model oluşturma etkinliği tasarım prensiplerini dikkate alarak en az üçer tane etkinlik oluşturmaları ve bu etkinlikleri sınıflarında uygulamaları istenmiştir. Sürecin

sonunda öğretmenler ile matematiksel modelleme ve yapılan uygulamalar ile ilgili görüşmeler yapılmış, uygulamalara katılan ortaöğretim öğrencileriyle ise sürecin değerlendirilmesi amacıyla görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın bulguları doğrultusunda öğretmenlerin etkinlikleri uygulama sürecinde modeli gerçek hayata yorumlama basamağında eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Yapılan görüşmelerde ise öğretmenler matematiksel modelleme yönteminin okullarda uygulanmasında karşılaşılan güçlükleri; uygulamaların zaman alıcı olması, öğrencilerin alışkın olmaması, grup çalışmasının yapılması, öğrencilerin hazırbulunuşluklarının yeterli olmaması ve etkinliklerde yer alan problemlerin sınavlarda çıkan problemlere benzememesi şeklinde belirtmişlerdir. Öğrenciler ise grup çalışmasında fikir ayrılıklarının olması nedeniyle sorun yaşadıklarını ve günlük hayatta verilen bir durumu matematik diline çevirme konusunda zorlandıklarını belirtmiştir.

Doosti ve Ashtiani (2009) matematiksel modellemenin birçok avantaj sağladığını ancak bunun yanında sınıf ortamında matematiksel modellemenin uygulanmasına yönelik bazı güçlüklerin olduğuna dikkat çekmiştir. Araştırmacılar bu güçlükleri aşağıdaki şekilde sıralamıştır:

1. Sınıfta tartışmak için iyi bir modelleme probleminin seçimi basit değildir, bu konuda uzmanlık gerektirir.
2. Matematiksel modelleme süreci geleneksel yaklaşımlara göre daha fazla zaman almaktadır.
3. Öğrenciler genel olarak yeni bir yaklaşımı test etmeyi sevmez. Bu anlamda iyi bir modelleme probleminin seçimi çok önemlidir.

Blum (1991) ise matematiksel modellemenin geleneksel öğrenme ortamlarında uygulanmasında karşılaşılan güçlükleri ve bu güçlüklerin giderilmesine yönelik çözüm önerilerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

1. Matematik öğretiminde matematiksel modelleme ve uygulamaları ile ilgilenecek yeterince zaman yoktur. Daha da önemlisi matematiksel modelleme yalnızca matematik eğitime ait değildir. Dolayısıyla matematik dışı bu tür problemler diğer derslerin öğretiminde işlenmelidir.
2. Matematiksel modelleme ve uygulamaları öğrenciler için matematik derslerini daha karmaşık, zor ve öngörülemez hale getirmektedir. Çünkü öğrenciler matematiksel bir kavramı öğrenmenin yanında bu kavramın gerçek yaşamdaki kullanım alanı ile ilgili bilgileri de bilmelidir. Öğretmen açısından bakıldığında ise modelleme ve uygulamaları matematik öğretimini daha zahmetli hale getirmekte matematik öğretmenleri için alışılmadık sınıf etkileşim türlerini gerektirmektedir. Örneğin trafik akışı ile ilgili bir gerçek yaşam durumunda çevresel sorunların

öngörülemeyen sonuçları hakkındaki tartışmalar öğretmenin uzman yetkisini zayıflatabilir.

Matematiksel modellemeye yönelik bazı çalışmalarda ise öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında çeşitli güçlükler yaşadıkları belirtilmektedir. Bu çalışmaların bir kısmında (ör. Bukova-Güzel, 2011; Korkmaz, 2010; Maaß, 2007; Sol, Giménez ve Rosich, 2011) öğrencilerin modelleme süreçleri veya modelleme yeterlilikleri incelenirken aynı zamanda süreç içerisinde öğrencilerin yaşadıkları güçlükler de ortaya konulmuştur. Bazı araştırmacılar ise (ör. Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Galbraith ve Stillman, 2006; Kant, 2011; Schaap, Vos ve Goedhart, 2011; Şahin ve Eraslan, 2016) çalışmalarında yalnızca modelleme sürecinin basamaklarında yaşanan güçlükler odaklanmıştır.

Maaß (2007) 11 ve 16 yaşları arasındaki bir grup öğrenci ile nitel bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacı bu çalışma ile düşük başarıdaki öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreçteki modelleme yeterliliklerinin gelişimini incelemiştir. Maaß (2007) bu amaçla öğrencilere dört model oluşturma etkinliği uygulamıştır. Araştırmacı her bir etkinliğin uygulanmasından sonra öğrenciler ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Çalışmanın sonunda düşük başarıdaki öğrencilerin modelleme problemlerini çözebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında Maaß (2007) öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinin basamaklarına yönelik şu güçlükleri yaşadıklarını ifade etmiştir:

1. Problem durumunu anlama: Öğrencilerin yaşadıkları bu güçlük problem metnini anlamamalarından ya da etkinliği durumu anlamayı güçleştirecek şekilde hızlı okumalarından kaynaklanmıştır.
2. Bir model oluşturma: Öğrencilerin çoğu modeli oluştururken güçlük yaşamış ve ilgili nitelikleri belirleyememiştir. Öğrencilerin bir kısmı ise bazı nitelikleri belirlemiş fakat bir model oluşturamamıştır.
3. Matematiksel model ile çalışma: Öğrenciler matematiksel bilgi eksikliğinden bazı problemleri çözememiştir.
4. Hataları yorumlama: Öğrenciler araştırmacının yönlendirmesiyle basit etkinliklerdeki sonuçları yorumlamıştır.
5. Doğrulama: Öğrenciler genellikle sonuçları doğrulamamıştır.
6. Yön duygusu: Bazı öğrenciler ne yaptıklarını gerçekten bilmeden hesaplamalar yapmıştır.
7. Tartışma: Öğrenciler kendi kullandıkları yöntemleri ve sonuçlarını gerekçelendirme konusunda eksik kalmıştır.

8. Tahmin: Öğrencilerin bazıları basit ve asılsız tahminlerle problemi çözmeye çalışmıştır.
9. Vazgeçme: Öğrencilerin bazıları problem çözme sürecinde güçlük yaşadıklarında hemen bırakma eğiliminde olmuştur.

Maaß (2007) yukarıda ifade ettiği güçlüklerin yanında, öğrencilerin matematiksel ilişkileri kontrol edemediklerini, modelin geçerliliğini sağlamaları gerektiğinin farkında olmadıklarını ve modelleme sürecinde iletişim kuramadıklarını ifade etmiştir.

Sol, Giménez ve Rosich (2011) öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki davranışlarını belirlemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar bu çalışma ile farklı araştırmacıların tanımladıkları model oluşturma süreçlerine ait aşamaları birleştirilerek modelleme sürecine ait yeni bir çerçeve oluşturmuştur. Araştırmanın katılımcılarını 12–16 yaş arasındaki öğrenciler oluşturmuştur. Öğrenciler 4 hafta boyunca iki ya da dörder kişilik gruplar halinde modelleme etkinlikleri ile çalışmıştır. Araştırmanın sonuçları doğrultusunda öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde bazı güçlükler yaşadıkları ortaya koyulmuştur. Öğrenciler matematiksel modelleme sürecinde problemi anlama, değişkenleri kullanma, matematiksel ilişkileri keşfetme, modelin geçerliliğini sağlama ve iletişim kurma konusunda güçlükler yaşamıştır. Sol, Giménez ve Rosich (2011) yaşanan güçlüklerin öğrencilere işlevsel bir bakış açısı kazandıran ilköğretim programının eksikliğinden ve ilköğretim öğrencilerinin açık uçlu problemler üzerinde çalışmaya hazır olamamasından kaynaklanmış olabileceği üzerinde durmuştur.

Bukova-Güzel (2011) öğretmen adaylarının model oluşturma sürecindeki yaklaşımlarını incelemek amacıyla yürüttüğü çalışmada öğretmen adaylarının yaşadıkları güçlükleri de ortaya koymuştur. Araştırmacı bu amaçla üniversitede bir matematiksel modelleme dersi kapsamında 35 öğretmen adayı ile çalışmalarını yürütmüştür. Araştırmanın verileri matematiksel modelleme dersinin son üç haftasında toplanmıştır. Öğretmen adaylarının araştırmacı tarafından hazırlanan altı modelleme etkinliğine ilişkin çalışmaları video kamera ile kaydedilmiştir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda öğrenciler problemi anlama ve basitleştirme aşamalarında güçlük yaşamazken, doğrulama ve yorumlama basamaklarında güçlükler yaşamıştır. Öğretmen adayları özellikler sonuçları doğrulamak için herhangi bir sezgisel veya teorik bir yaklaşım sunma konusunda başarısız olmuştur.

Korkmaz (2010) doktora tezi çalışmasında ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşlerini ve matematiksel modelleme yeterliklerini incelemiştir. Korkmaz (2010) bu amaçla ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıfa devam eden 37 ve sınıf öğretmenliği üçüncü sınıfa devam eden 33 öğrenci olmak üzere toplam 70 öğretmen adayı ile çalışmasını yürütmüştür. Araştırmacı uygulama

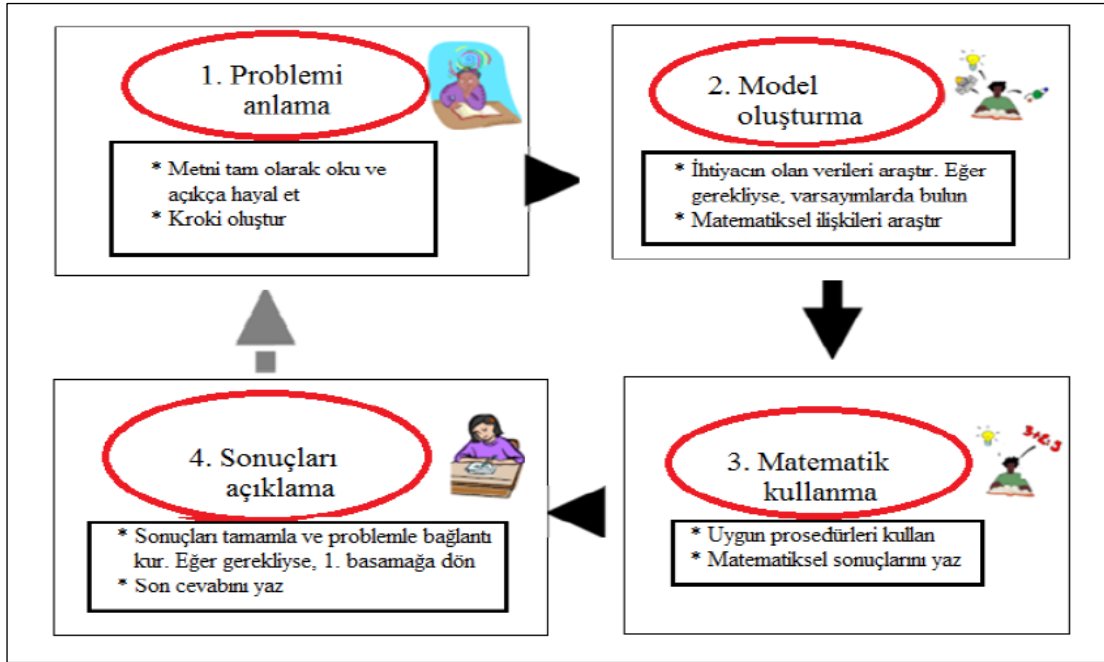
öncesinde öğretmen adaylarına Modeller ve Modelleme Anketi ön anketini uygulamış, daha sonra öğretmen adaylarının uygulama öncesindeki tutumlarını belirlemek amacıyla Matematik Tutum Ölçeğini uygulamıştır. Ardından öğretmen adaylarına matematiksel modelleme bakış açısını kazandırmak, modellemenin temelini oluşturmak amacıyla ısınma problemleri uygulamıştır. Ardından öğretmen adaylarına iki ayrı modelleme etkinliği uygulanmış ve daha sonra öğretmen adaylarının modeller ve modelleme konusundaki görüşlerindeki ve tutumlarındaki değişimi incelemek amacıyla Modeller ve Modelleme Anketini ve Matematik Tutum Ölçeğini ikinci kez uygulanmıştır. Araştırmacı son olarak örneklem grubundan seçilen toplam 22 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşme yapmıştır. Araştırmacı görüşme sorularından birinde öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükleri araştırmıştır. Bu soruya yönelik verilen cevapların analizi sonucunda öğretmen adaylarının modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Matematiksel Modellemede Bireysel Zorluklar Açısından Frekans Dağılımı

Bireysel zorluklar	Frekansı	Frekansı
	S.Ö	İ.Ö.M
Karşılaşılan problemlerden farklı olması	6	4
Çok fazla değişken olması	4	1
Değişkenleri ayırt etme	3	1
Grafikten denklem yazma	3	2
Grup çalışması olması	2	3
Sözel ifadelerin fazla olması	5	1
Problemleri anlayamama	4	4
Matematik bilgisini kullanamama	3	2
Toplam	30	18

Tablo 3'te görüldüğü gibi öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinin karşılaştıkları problemlerden farklı olduğunu, problemlerin çok uzun olması nedeniyle soruyu okurken unuttuklarını ve problemi anlamakta zorluk çektiklerini ifade etmiştir. Bununla birlikte Korkmaz (2010) matematik öğretmeni ve sınıf öğretmeni adaylarının matematik bilgilerinde eksiklikler olduğunu, özellikle grafikten denklem yazma, doğru denklemlerinin çeşitleri, parabol ve doğru bilgileri konusunda eksiklikleri olduğunu ve zaman zaman işlem hataları yaptıklarını ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının yaşadıkları bireysel güçlüklerle ilgili olarak belirttikleri diğer görüşler ise hazırda verilerin olmaması ve problemlerin çok uzun olması gibi modelleme probleminin doğasından kaynaklı yaşanan güçlüklerdir. Öğretmen adayları bunun yanında hedefi belirleme ve değişkenleri yorumlama konularında da güçlükler yaşamıştır.

Modelleme sürecinin basamaklarında yaşanan güçlükler odaklanan Blum ve Borromeo-Ferri (2009) çalışmasında günlük okul etkinliklerinde modellemenin hem öğrenciler hem de öğretmenler için zor olduğundan yola çıkarak öğretmen ve öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışma süreçlerini incelemiştir. Araştırmacılar bu amaçla 8 ve 10. Sınıf öğrencilerinin üç modelleme etkinliğinin çözümüne yönelik modelleme süreçlerini analiz etmiştir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda öğrencilerin modelleme sürecinde problemi yapılandırma, basitleştirme ve geçerliliğini sağlama aşamalarında güçlük yaşadıkları ortaya koyulmuştur. Blum ve Borromeo-Ferri (2009) bu çalışmanın sonuçları doğrultusunda öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile çalışma sürecinde bilişsel seviyelerine uygun matematiksel modelleme basamaklarını takip etmelerinin gerekliliğine dikkat çekmiştir. Araştırmacılar bu bağlamda Blum ve Leiß (2006) tarafından tanımlanan yedi basamaklı matematiksel modelleme sürecinin takip edilmesinin matematiksel modelleme alanında ilk kez eğitim alacak öğrenciler için zor olacağını ifade etmiştir. Bu doğrultuda Blum ve Borromeo-Ferri (2009) çözüm planı olarak adlandırılan dört basamaklı bir döngü önermiştir. Araştırmacılar Blum ve Leiß (2006) tarafından tanımlanan modelleme döngüsünün 2. ve 3. basamakları olan basitleştirme ve matematikselleştirme basamaklarını birleştirerek "model oluşturma" basamağı olarak tanımlamıştır. 5., 6. ve 7. basamakları (yorumlama, doğrulama, sunma) ise "sonuçları açıklama" basamağı olarak tek bir basamak altında tanımlamıştır.



Şekil 14. Matematiksel modelleme etkinlikleri için "çözüm planı" (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009).

Şekil 14'te görüldüğü gibi Blum ve Borromeo-Ferri (2009) matematiksel modelleme sürecini dört basamağa indirgemıştır. Ancak araştırmacılar tanımladığı bu döngüde öğrencileri diğer basamakları gerçekleştirmeye yönlendiren yönergelere yer vermiştir. Blum ve Borromeo-Ferri (2009) tanımladığı bu dört basamaklı döngünün amacını öğrencilerin uygun zamanlarda bu planı bağımsız şekilde kullanmasına olanak sağlaması olarak ifade etmiştir.

Kant (2011) çalışmasında ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerini incelemiş ve bu süreçte karşılaşılan güçlükleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmacı bu amaçla bir devlet okulunun iki şubesinde yer alan toplam 50 öğrenciye altı hafta boyunca modelleme etkinlikleri uygulayarak bir ön çalışma gerçekleştirmiştir. Kant (2011) ön çalışmanın ardından her iki şubeden üçer öğrenci seçerek asıl çalışmada yer alacak katılımcıları 6 öğrenci olarak belirlemiştir. Araştırmacı bu altı öğrenciden oluşan iki odak çalışma grubuna bir modelleme etkinliği vermiş ve çalışma gruplarının etkinlik boyunca yaptıkları çalışmalarını video ile kayıt altına almıştır. Araştırmanın verileri Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards'ın (2007) teorik çerçevesi kullanılarak betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda öğrencilerin yaşadıkları güçlükler Tablo 4'te özetlenmiştir.

Tablo 4. İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Sürecinde Yaşadıkları Güçlükler (Kant, 2011).

Matematiksel Modelleme Süreci	Yaşanan Güçlükler
Karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek dünya problem ifadesine geçiş	Problemi anlama Nitel bileşenleri nicelleştirme
Gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel modele geçiş	Değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, Ana değişkeni belirleme, Varsayımlarda bulunma Varsayımlardan hareketle uygun modeli oluşturmada
Matematiksel modelden matematiksel çözüm aşamasına geçiş	Matematikselleştirme
Matematiksel çözümden çözümün gerçek dünyadaki anlamına geçiş	Gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma
Çözümün gerçek dünyadaki anlamından modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulüne geçiş	Modelin geçerliliğini sağlama
Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü aşamasından rapor aşamasına geçiş	Gerçek duruma uygun alternatif modeller geliştirme ve var olan modeli geliştirme

Kant (2011) öğrencilerin modelleme sürecinde yaşadıkları bu güçlüklerin okul içi ve dışında beraber çalışma, yeni fikir üretme, yorumlama ve paylaşma gerektiren bu tip

etkinliklere ait deneyimlerinin sınırlı olmasından kaynaklanıyor olabileceğini ifade etmiştir. Bunun yanında öğrencilerin problemi anlamak ve analiz etmek için yeterli zamanı harcamadan, hızlı bir şekilde sonuca ulaşma isteği de karşılaşılan güçlüklerin nedeni olarak belirtilmiştir.

Galbraith ve Stillman (2006) matematiksel modelleme basamakları arasındaki geçişlerde yaşanan zorlukları tanımlamak için bir çerçeve oluşturmak amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacılar bu amaçla matematiksel modellemeye yönelik ilk kez deneyim yaşayan 14-15 yaşındaki öğrenciler ile çalışmıştır. Öğrenciler çalışma boyunca grafik hesap makinelerinden yararlanarak iki modelleme etkinliği ile çalışmıştır. Araştırmanın verileri çalışmalar sırasında elde edilen video kayıtlarından, öğrencilerin çalışma dosyalarından ve etkinlik sonrasında öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Araştırmacılar bu çalışmada nitel analiz yöntemlerinden gömülü teori yöntemini kullanmış ve verilerin analizi sonucunda modelleme sürecindeki aşamalar arasındaki geçişlerden ve bu geçişler sırasında gerçekleşebilecek olan bilişsel etkinliklerden oluşan teorik çerçeveyi oluşturmuştur. Galbraith ve Stillman (2006) tarafından tanımlanan çerçeve Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Matematiksel Modelleme Basamakları Arasındaki Geçişlerde Öğrenci Zorluklarını Belirlemek İçin Ortaya Çıkan Çerçeve (Galbraith ve Stillman, 2006).

1. Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu → Gerçek Yaşam Problem Durumu
1.1. Problem durumunu açıklama.
1.2. Basit varsayımlarda bulunma.
1.3. Stratejik etkenleri saptama.
1.4. Stratejik etkenlerin doğru elemanlarını belirleme.
2. Gerçek Yaşam Problem Durumu → Matematiksel Model
2.1. Cebirsel modelin içereceği bağımlı bağımsız değişkenleri belirleme.
2.2. Bağımsız değişkenleri birbirine karıştırmayacak şekilde tanımlama.
2.3. Elemanları matematiksel olarak kullanılabilir formüllerle temsil etme.
2.4. Bağlantılı varsayımlarda bulunma.
2.5. Hesaplamaya olanak sağlayan matematiksel tabloyu ve teknolojiyi seçme.
2.6. Formülü çoklu durumlara uygulayabilmek için uygun tekniği seçme.
2.7. Modelin grafiksel gösterimini seçmek için uygun teknolojiyi seçme.
2.8. Cebirsel denklemi doğrulamak için uygun teknolojiyi seçme.
2.9. Bir grafiği anlama ve cebirsel bir denklemi doğrulamak için fonksiyon grafiklerini kullanma.

Tablo 5'in devamı

3. Matematiksel Model → Matematiksel Çözüm
3.1. Uygun formülü uygulama.
3.2. Daha çok yönlü bir fonksiyon elde edebilmek için sembolik formülleri kullanarak cebirsel basitleştirme sürecinde bulunma.
3.3. Çoklu durumlara göre fonksiyon işlevselliği otomatik olarak sağlamak için uygun teknolojiyi kullanma.
3.4. Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları veya teknolojiyi kullanma.
3.5. Grafikselleştirme üretmek için teknolojiyi kullanma.
3.6. Matematiksel veya teknolojik notasyonları ve geçişleri doğru bir şekilde yapma.
3.7. Teknolojiyi kullanarak cebirsel modeli doğrulama.
3.8. Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplumsal sonuçlar elde etme.
4. Matematiksel Çözüm Çözümün → Gerçek Yaşam Anlamı
4.1. Matematiksel sonuçları gerçek yaşamdaki karşılıklarıyla birlikte tanımlama.
4.2. Geçici ve nihai matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu açısından irdeleme (rutinlikten karmaşıklığa geçiş).
4.3. Yorumları doğrulamak için tartışmaları bütünleştirme.
4.4. Yeni bir yorumu destekleyen sonuçları üretmek için önceki varsayımları genişletme.
4.5. Yorumlayıcı bir soru yöneltmeden önce matematiği dahil etme ihtiyacının farkında olma
5. Çözümün Gerçek Yaşam Anlamı → Çözümün Kabulü veya Revize Edilmesi
5.1. Beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma.
5.2. Matematiksel sonuçların olası gerçek dünya etkilerini dikkate alma.
5.3. Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırma.
5.4. Geçerli bir çözüm için kabul edilebilir kısıtlamaların yumuşatılmasının bir sınırının olduğunu farkına varma.
5.5. Modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliliğini dikkate alma.

Araştırmacılar bu çerçevenin model oluşturma sürecinin aşamalarında öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin tanımlanması açısından öğretmenlere yardımcı olacağını ifade etmiştir. Ayrıca bu çerçevenin verilen bir modelleme etkinliğinde öğrencilerin hangi aşamalarda zorlanabilecekleriyle ilgili tahmin yürütmelerinde, dersin planlanmasında, problemin çözümü için gerekli ön koşul bilgi ve becerilerin tanımlanmasında öğretmenlere faydalı olabileceği belirtilmiştir (Stillman ve diğerleri, 2007).

Schaap, Vos ve Goedhart (2011) öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükleri ortaya koymak amacıyla 6 tane 11. Sınıf öğrencisi ile bir çalışma yürütmüştür. Öğrenciler çalışma sürecinde beş modelleme etkinliği ile ikiye bölünmüş gruplar halinde çalışmıştır. Öğrencilerin etkinliklere yönelik çalışma süreçleri video ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmacılar çalışma sırasında alan notları tutmuş ve öğrencilerle zaman zaman görüşmeler yapmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükler ortaya koyulmuştur. Çalışmanın bulguları doğrultusunda araştırmacılar öğrencilerin cebirsel becerilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bunu yanında öğrenciler problemdeki temel değişkenleri dikkate alma, değişkenleri

ilişkilendirme ve problemi formülleştirmede güçlükler yaşamıştır. Ayrıca öğrenciler problem durumunu rastgele değerlendirmiş ve hatalı varsayımlarda bulunmuştur. Araştırmacılar bu durumun öğrencilerin problem cümlesinde gerekli ipuçları, kurallar veya gerekli verilerin bulunmasına yönelik beklenti içinde olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir.

Şahin ve Eraslan (2016) çalışmasında ilköğretim 4. Sınıf öğrencilerinin bir modelleme etkinliği ile çalışma sürecindeki düşünme süreçlerini ve bu süreçte yaşanan güçlükleri araştırmıştır. Araştırmacılar üçer kişilik altı öğrenci grubu ile 5 haftalık bir ön çalışma yürütmüş, daha sonra asıl çalışmada yer alacak olan üç kişilik bir odak grup belirlemiştir. Araştırmanın katılımcıları bir modelleme etkinliğiyle 90 dakika boyunca çalışmış ve çalışma süreci video ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmacı çalışmalar sırasında gözlem yapmış ve süreçle ilgili notlar almıştır. Araştırmanın verileri Blum ve Ferri (2009)'nin geliştirdiği matematiksel modelleme döngüsü kullanılarak betimsel olarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda öğrenciler modelleme sürecinin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında güçlükler yaşadığı ifade edilmiştir. Öğrenciler problemde verilen veri tablosundaki nitel verileri yorumlamakta zorluk yaşamıştır. Özellikle grup çalışmasının başında öğrenciler probleme odaklanmakta güçlük çekmiş ve sık sık çözüme ara vermiştir. Öğrencilerin problemi anlama konusunda yaşadıkları güçlükler modeli oluşturma konusunda da güçlükler yaşamalarına sebep olmuştur.

2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisini belirlemeye yönelik yapılan çalışmaların sonuçları incelendiğinde teknolojik araçların matematiksel modelleme sürecinde önemli bir rol üstlendiği görülmektedir. Söz konusu araştırmalar modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının gerçek yaşam verilerinden kaynaklanan karmaşık hesaplamaları kolaylaştırdığına ve böylelikle hesaplamalarda zaman kaybını önlediğine dikkat çekmiştir. Ayrıca ilgili araştırmalar modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının anlamlı öğrenmeyi desteklediği, zengin bir araştırma, tahmin etme ve tartışma ortamı sağladığına vurgu yapmaktadır. Matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının önemine bu denli dikkat çekilmişken ülkemizde modelleme sürecinde teknolojinin etkisine odaklanan çalışmaların sınırlı sayıda (Hıdıroğlu, 2012) olduğu görülmüştür. Ulusal literatürde matematiksel modelleme ve teknoloji ilişkisini araştıran sınırlı sayıda çalışma olması göz önüne alındığında yapılan bu çalışma ile ulusal literatürdeki bu boşluğun doldurulacağı düşünülmektedir. Bunun yanında çalışmalar incelendiğinde teknolojinin neden olduğu olumsuzluklara veya kavram yanılgılarına ise çok az çalışmada yer verilmiştir (ör. Lingefjard, 2000; Lanier, 1999). Bu çalışmada ise

diğer çalışmalardan farklı olarak süreç boyunca öğrencilerin teknoloji kullanımından kaynaklı yaşadıkları güçlükler ve teknolojinin sürece olumsuz etkilerine de yer verilecektir.

Yine matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların etkisini araştıran çalışmalarda modelleme problemlerindeki sınıflandırmayı dikkate alarak farklı modelleme problemlerinde teknolojik araçların nasıl bir rolü olduğuna odaklanan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu kapsamda matematiksel modelleme ve teknoloji ilişkisini araştıran diğer çalışmalardan farklı olarak yürütülen bu çalışmada matematiksel modelleme problemlerindeki sınıflandırma dikkate alınmıştır. Ayrıca çalışmalarda araştırmacıların teknolojinin rolünü daha genel bir şekilde inceledikleri görülmektedir. bu çalışmada ise matematiksel modelleme problemlerinin farklı türleri ile çalışılarak matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolü ayrıntılı olarak ortaya koyulmuştur.

Matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan güçlükleri belirlemeye yönelik yapılan çalışmaların sonuçları incelendiğinde ise matematiksel modellemenin sınıf ortamlarında uygulanmasında ve matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında çeşitli güçlükler yaşandığı görülmektedir. İlgili çalışmalar incelendiğinde matematiksel modellemenin sınıf ortamlarında uygulanmasında yaşanan güçlükler; modelleme ve uygulamalarının zaman alıcı olması, dersin planlanması, iyi bir modelleme probleminin seçimi ve öğrencilerin modelleme süreçlerinin analiz edilmesi açısından öğretmenler için zahmetli olması olarak sıralanabilir.

Matematiksel modelleme sürecinin basamaklarında yaşanan güçlükler odaklanan çalışmalar incelendiğinde ise öğrencilerin modelleme sürecinin hemen hemen tüm basamaklarında zorluk yaşadığı görülmektedir. Öğrencilerin modelleme sürecinin ilk basamağı olan problemi anlama basamağına yönelik yaşadıkları güçlüklerin problemi anlamak ve incelemek için yeterli zaman harcamadan, hızlı bir şekilde sonuca ulaşma isteğinden kaynaklandığı söylenebilir. Çalışmalar incelendiğinde basitleştirme ve matematikselleştirme basamaklarında yaşanan güçlükler ise öğrencilerin ilgili nitelikleri ve değişkenleri belirleyememelerinden, matematiksel ilişkileri keşfedememelerinden ve matematiksel bilgiyi kullanamamalarından kaynaklandığı görülmektedir. Matematiksel çalışma basamağında yaşanan güçlüklerin ise genel olarak matematik alan bilgisinin yetersizliğinden kaynaklandığı ifade edilebilir. Söz konusu çalışmaların sonuçları doğrultusunda modelleme sürecinde en çok zorlanılan basamakların yorumlama ve doğrulama basamakları olduğu görülmektedir. İlgili çalışmalarda öğrenciler genellikle gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma ve modelin geçerliliğini araştırma konularında güçlükler yaşamıştır.

Matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan güçlükleri belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde ülkemizde matematik öğretmeni adaylarının modelleme

sürecinde yaşadıkları güçlükleri ve nedenlerini ayrıntılı bir biçimde ortaya koyan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bunun yanında matematiksel modelleme sürecinde teknoloji kullanımına odaklanan bazı araştırmacılar modelleme sürecinde teknoloji kullanımı ile beraber süreçte yaşanan güçlüklerin giderilebileceğini ifade etmiştir (Ang, 2010). Ancak çalışmalar incelendiğinde teknoloji donanımlı bir ortamda modelleme sürecinde yaşanan güçlükleri ve bu güçlüklerin giderilmesinde teknolojinin rolünü belirlemeye yönelik çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Galbraith ve Stillman, 2006; Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards, 2007). Bu çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların kullandığı teknolojik araçların yalnızca grafik hesap makineleri ile sınırlı olduğu ve çalışmaların orta öğretim öğrencileri ile yürütüldüğü görülmektedir. Bu çalışmada ise diğer çalışmalardan farklı olarak öğretmen adayları ile çalışılmış olup, teknolojik araç olarak Excel programı ve GeoGebra yazılımlarını içeren internet erişimine sahip bilgisayarlar kullanılarak teknolojinin süreçteki rolü daha detaylı bir şekilde ortaya çıkarılmıştır. Bunun yanında bu çalışma ile modelleme sürecinde ortaya çıkan güçlüklerin nasıl şekillendiği, bu güçlüklerin giderilmesinde veya ortaya çıkmasında teknolojinin nasıl bir rol oynadığı araştırılmıştır.

Blum'un (2011) belirttiği gibi öğrencilerin matematiksel modelleme sürecini uygun bir biçimde yerine getirebilmeleri için, öğretmenlerin matematiksel modelleme bilgisine sahip olmaları ve modelleme sürecinde öğrencilerin zorluklarını teşhis etme yeteneğine sahip olmaları gereklidir. Bu bağlamda öğretmenlerin matematiksel modelleme sürecini tanımları ve yaşamaları, sürecin aşamaları ve değerlendirilmesi ile ilgili deneyim sahibi olmaları gerekmektedir. Bu bağlamda bu çalışmanın ilköğretim matematik öğretmen adaylarına matematiksel modelleme süreci ve süreçte yaşanabilecek olası güçlükler e bu güçlüklerin giderilmesinde teknolojinin rolü ile ilgili deneyim sahibi olmaları açısından önemli katkıları olacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma sürecinde kullanılan yöntem, araştırmanın aşamaları araştırmanın katılımcıları, veri toplama araçları, veri toplama süreci, pilot çalışma ve verilerin analizi ile ilgili bilgiler ayrıntılı olarak ifade edilmektedir.

3. 1. Araştırmanın Modeli

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknolojinin rolünün ortaya koyulması, deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünde nasıl bir farklılaşma olduğunun incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen bu çalışmada doğası gereği nitel bir araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma deseni olarak ise durum (örnek olay) çalışmasının bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Nitel araştırmaların en belirgin özelliklerinden bir tanesi, doğal ortamda meydana gelen olgu, olay ya da davranışlar üzerine yoğunlaşarak araştırmaların sürdürülmesidir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2013). Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması yönteminin en temel özelliği ise bir ya da birkaç durumun derinliğine araştırılmasıdır. Yani bir duruma ilişkin etkenler (ortam, bireyler, olaylar, süreçler, vb.) bütüncül bir yaklaşımla araştırılır ve ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerine durulur. Matematik öğretmeni adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemleriyle çalışma sürecini, dışarıdan herhangi bir müdahalede bulunmaksızın, birden fazla veri toplama aracı yardımıyla ayrıntılı ve derinlemesine incelemeyi amaçladığından bu araştırma bir durum (örnek olay) çalışmasıdır (Creswell, 2013; Karasar, 2009). Diğer taraftan çalışmada birden fazla durum, durumlar arasındaki ilişkiler ve farklılıkları anlamak amacıyla incelendiğinden araştırmada bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır (Yin, 1984'den aktaran Çepni, 2007). Bütüncül çoklu durum deseninde birden fazla kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusu olup, her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbirleriyle karşılaştırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada modelleme sürecinde teknolojinin rolü ve süreçte yaşanan güçlükler incelenirken, deneysel ve teorik modelleme problemleri ayrı ayrı ele alınarak benzerlikler ve farklılıklar ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Bu nedenle çalışmada bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır.

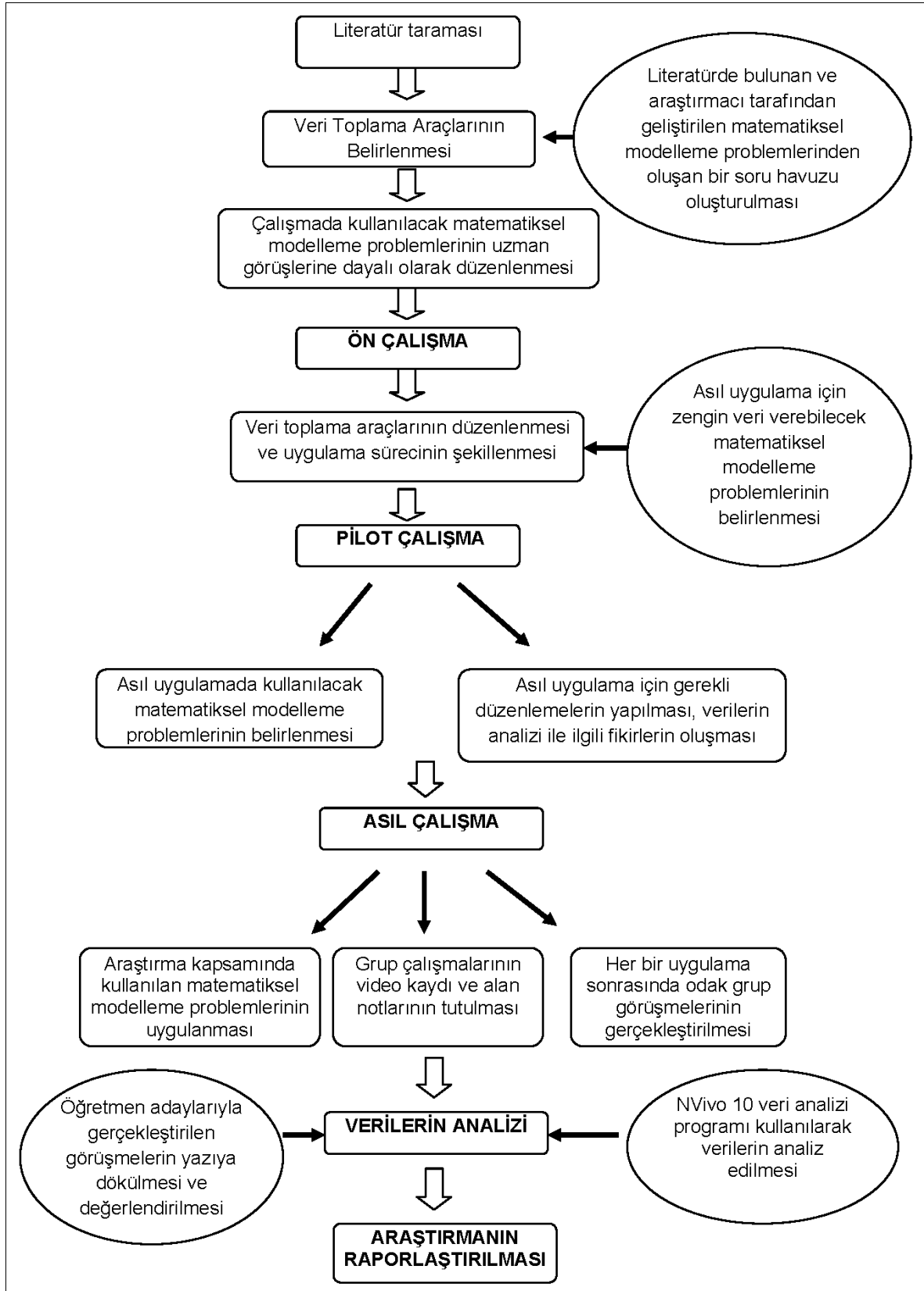
3. 2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

Araştırma ön çalışma, pilot çalışma ve asıl çalışma olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Araştırma kapsamında yürütülen çalışmalara ve uygulanma zamanlarına ilişkin bilgiler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Araştırma Kapsamında Yapılan Çalışmalar ve Uygulama Zamanları

Eğitim- Öğretim Yılı	Dönem	Araştırma Kapsamında Yapılan Çalışmalar
2012-2013	Güz	Ön çalışmada kullanılacak matematiksel modelleme problemlerinin belirlenmesi
	Bahar	Ön çalışmanın uygulanması ve sonuçlarının değerlendirilmesi
2013-2014	Güz	Ön çalışmada kullanılan problemlerde gerekli düzenlemelerin yapılması ve pilot çalışma problemlerinin belirlenmesi
	Bahar	Pilot çalışmanın uygulanması ve sonuçlarının değerlendirilmesi
2014-2015	Güz	Asıl uygulamanın yapılması
	Bahar	Asıl uygulama verilerinin analiz edilmesi

Tablo 6'da görüldüğü gibi araştırmanın ön çalışması 2012-2013 eğitim-öğretim yılında yapılmış ve değerlendirilmiştir. 2013-2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminde ön çalışmada yer alan matematiksel modelleme problemleri düzenlenmiş ve pilot çalışmada kullanılacak problemler belirlenmiştir. Bahar yarıyılında ise pilot çalışma uygulanmış ve sonuçları değerlendirilmiştir. Asıl çalışmanın uygulanması ise 2014-2015 eğitim-öğretim yılında tamamlanmıştır. Araştırma sürecinde izlenen adımlar ise Şekil 15'te özetlenmiş ve ilerleyen kısımlarda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.



Şekil 15. Araştırmada izlenen adımlara ilişkin akış şeması

3. 2. 1. Ön Çalışma ve Pilot Çalışma

Araştırmada kullanılacak olan veri toplama araçlarının belirlenmesi, veri toplama araçlarına son halinin verilmesi ve uygulama sürecinin şekillenmesi amacıyla ön çalışma ve pilot çalışma yapılmıştır.

Ön çalışma, literatürde bulunan veya araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel modelleme problemlerinden oluşturulan soru havuzundan araştırmacının amacı doğrultusunda zengin veri sağlayacak modelleme problemlerinin belirlenmesi ve düzenlenmesi, zaman provası yapılması, araştırmacının deneyim kazanması gibi temel amaçlar doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Soru havuzunun oluşturulmasında matematiksel modelleme problemleri çeşitlerinde bir sınıflamaya gidilmemiş olup, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinin tüm basamaklarından geçmelerini sağlayacak problemlerin seçilmesine özen gösterilmiştir. Bu doğrultuda literatürde bulunan veya araştırmacı tarafından geliştirilen toplam 20 matematiksel modelleme problemi belirlenmiştir. Belirlenen problemler Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünün iki ayrı sınıfında öğrenim gören toplam 80 öğrenciye uygulanmıştır. Ön çalışma toplam 5 hafta sürmüş olup her iki sınıf haftada dörder matematiksel modelleme problemi ile çalışmıştır. Uygulama sırasında öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinde anlamakta zorlandıkları veya yanlış anladıkları kısımlar araştırmacı tarafından not edilmiştir. Uygulama sonrasında öğretmen adaylarının çözüm süreçleri ve problemlere vermiş oldukları cevaplar incelenerek asıl çalışma için zengin veri verebilecek matematiksel modelleme problemleri belirlenmeye çalışılmıştır. Ön çalışma sonunda öğretmen adaylarının deneysel veriler içeren matematiksel modelleme problemlerinde ve teori oluşturmaya dayalı matematiksel modelleme problemlerinde farklı çözüm süreçlerinden geçtikleri ve farklı güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu doğrultuda asıl çalışmada kullanılacak problemlerin deneysel modelleme problemleri ve teorik modelleme problemleri şeklinde sınıflandırılmasına ve ayrı ayrı incelenmesine karar verilmiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının “Teyp Kasedi” ve “Uçak” problemlerine fizik problemi olarak yaklaşması ve fiziksel birimlere odaklı modelleme süreci takip etmeleri nedeniyle bu problemlerin çalışmada kullanılmamasına karar verilmiştir.

Pilot çalışma ise 2013-2014 öğretim yılı bahar döneminde asıl uygulamada kullanılacak olan matematiksel modelleme problemlerine son şeklini vermek ve verilerin analizinde nasıl bir yol izleneceğini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Bu amaçla Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümüne devam eden 4. Sınıf öğrencilerinden 6 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Çalışma grubunun 4. Sınıf öğrencileri arasından seçilme nedeni bilgisayar destekli matematik öğretimi dersini almış olmaları ve bilgisayar matematik yazılımlarını kullanma deneyimine sahip olmalarıdır. Çalışma

sürecinde katılımcılardan üçer kişilik iki çalışma grubu oluşturulmuştur. Grupların oluşturulmasında gönüllülük esas alınmıştır. Pilot çalışma 2013-2014 öğretim yılının bahar döneminde uygulanmış olup uygulamalar yaklaşık 6 hafta sürmüştür. Çalışmanın ilk iki haftasında katılımcılara matematiksel modelleme ve modelleme süreci tanıtılmış, örnek modelleme problemleri çözülmüş ve problemler çözüm sonrasında katılımcılarla tartışılmıştır. Bunun yanında katılımcılara araştırmacı tarafından grafik hesap makinesi kullanımına yönelik bilgi verilmiş ve örnek uygulamalar yapılmıştır. Pilot çalışma sırasında katılımcıların her biri grafik hesap makineleri, GeoGebra, Cabri Geometry ve Cabri 3D yazılımlarını içeren bilgisayarlara ulaşım imkanına sahip olmuştur. Modelleme problemlerinin uygulanma süreci ise dört hafta sürmüştür. Gruplar dördü deneysel modelleme problemi ve dördü teorik modelleme problemi olmak üzere toplam 8 modelleme problemi ile çalışmıştır. Pilot çalışma sırasında uygulanan deneysel ve teorik modelleme problemleri Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Pilot Çalışmada Uygulanan Matematiksel Modelleme Problemleri

Hafta	Deneysel Modelleme Problemleri	Teorik Modelleme Problemleri
1	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Merdiven Problemi
2	Dünyadaki Cep Telefonu Kullanıcısı Sayısı	Kremalı Pasta Problemi
3	1 Mil Dünya Rekoru	Deniz Feneri Problemi
4	Yağış Miktarı	Salıncak Problemi

Tablo 7’de görüldüğü gibi pilot çalışma sırasında öğretmen adayları her hafta biri deneysel diğeri teorik modelleme problemi olmak üzere iki modelleme problemi ile çalışmıştır. Problemlerin uygulanması sırasında katılımcılara yeterli süre verilmiş, problemlerin çözülme süresi genel olarak 1 saat sürmüştür. Süreç boyunca katılımcıların çalışmaları video ile kayıt altına alınmıştır. Her bir problemin çözümünden sonra çalışma gruplarıyla odak grup görüşmeleri yapılmış, problemlerde anlamadıkları noktalar tespit edilmeye çalışılmıştır. Uygulama sonrasında grupların modelleme problemlerine yönelik yapmış oldukları çözümler incelenmiş ve asıl çalışmada kullanılacak olan modelleme problemleri belirlenmiştir. Grupların üstel bir modele ulaşmalarının beklendiği “Dünyadaki Sıcaklık Artışı” ve “Dünyadaki Cep Telefonu Kullanıcısı Sayısı” problemlerine yönelik çözümleri incelendiğinde benzer çözüm süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bunun yanında “Dünyadaki Sıcaklık Artışı” problemine ait veriler farklı matematiksel modellerin incelenmesi ve en uygun modele karar verilmesi açısından daha zengin bir süreç yaşanmasını sağlamıştır. Bu açıdan asıl çalışmada “Dünyadaki Cep Telefonu Kullanıcısı Sayısı” probleminin yerine “Dünyadaki Sıcaklık Artışı” probleminin kullanılması uygun görülmüştür. Öğretmen adaylarının doğrusal bir modele ulaşmalarının beklendiği “1 Mil

Dünya Rekoru” problemi ve trigonometrik bir modele ulaşmalarının beklendiği “Yağış Miktarı” problemi ise modelleme sürecinin tüm basamaklarının yaşanmasını sağlamıştır. Bu doğrultuda deneysel modelleme problemlerinden “Dünyadaki Sıcaklık Artışı”, “1 Mil Dünya Rekoru” ve “Yağış Miktarı” problemlerinin asıl çalışmada uygulanmasına karar verilmiştir. Teorik modelleme problemlerinden “Salıncak Problemi” ise katılımcıların çözüm sürecinde fiziksel birimlere odaklanmalarına yol açmıştır. Ayrıca gruplar bu problemde bağlamdan kaynaklı güçlükler yaşamıştır. Bu nedenle problemde bazı değişiklikler yapılarak “Salıncak Problemi” asıl çalışmada kullanılmak üzere “Dönme Dolap Problemi” olarak yeniden düzenlenmiştir. Grupların teorik modelleme problemlerinden “Kremalı Pasta Problemi” ne yönelik çözüm süreçleri incelendiğinde ise öğretmen adaylarının yalnızca modeli oluşturmaya yönelik çalışmalar yaptığı görülmüştür. Gruplar bu problemde modelleme sürecinin yorumlama ve doğrulama basamaklarına yönelik bir çalışma yürütmemiştir. Bu nedenle asıl çalışmada bu problemin kullanılmamasına karar verilmiştir. “Deniz Feneri” ve “Merdiven” problemleri ise öğretmen adaylarının modelleme sürecinin tüm basamaklarını gerçekleştirilmesi ve farklı çözüm yollarının uygulanması açısından öğretmen adaylarına zengin bir süreç yaşatmıştır. Bu doğrultuda asıl uygulamada teorik modelleme problemlerinden “Deniz Feneri”, “Merdiven” ve “Dönme Dolap” problemlerinin kullanılmasına karar verilmiştir. Asıl çalışmada hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinin doğrusal, üstel ve trigonometrik modellere ulaşılmasını gerektiren problemler olmasına özen gösterilmiştir. Bu modelleme türlerinin öğretmen adaylarının daha çok karşılaşılabilecekleri durumlar olması nedeniyle bu üç tür modelleme problemine odaklanılmıştır.

Pilot çalışma sırasında tüm katılımcılar verilere ait grafikleri çizmek amacıyla grafik hesap makinelerinden yararlanmıştır. Ancak katılımcılar grafik hesap makinelerinin grafik çizdirme özelliği dışındaki fonksiyonlarını kullanmayı tercih etmemiştir. Katılımcılar özellikle dinamik yapıların oluşturulmasında GeoGebra yazılımını tercih etmiştir. Bu doğrultuda GeoGebra yazılımının grafiksel, cebirsel ve dinamik gösterimleri bir arada sunması nedeniyle asıl çalışmada GeoGebra yazılımının kullanılmasına karar verilmiştir. Bununla birlikte uygulamalar sırasında katılımcılar gerçek yaşam verilerine yönelik araştırma yapma ihtiyacı içinde bulunmuştur. Bu nedenle asıl çalışmada katılımcılara internet erişimine sahip bilgisayarlar tedarik edilmiştir.

Pilot çalışma sonunda her bir grup ile matematiksel modelleme problemlerine yönelik geliştirdikleri çözümler üzerine odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Ardından grupların geliştirdikleri çözümler, uygulama sürecini içeren video kayıtları ve odak grup görüşmeleri ile beraber incelenmiştir. Öğretmen adaylarının modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlükleri belirlemek amacıyla başlangıçta Galbraith ve Stillman (2006)

tarafından geliştirilen teorik çerçeve (Bkz -Tablo 5) kullanılmıştır. Ancak yapılan veri analizi sonucunda özellikle teorik modelleme problemlerinde bu teorik çerçeveye ait birçok göstergenin ortaya çıkmadığı görülmüştür. Galbraith ve Stillman'ın (2006) teorik çerçevesi kullanılarak teorik modelleme problemlerinde karşılaşılan güçlüklerle ilişkin yapılan veri analizinin bir bölümü Tablo 8'de verilmiştir. Tabloda (-) işareti, ilgili göstergeye yönelik güçlük yaşanmadığını ifade ederken, (+) işareti ilgili göstergeye yönelik güçlük yaşandığını ifade etmektedir. Tabloda koyu renge boyanmış kısımlar ise ilgili göstergeye yönelik herhangi bir çalışmanın yapılmadığını ifade etmektedir. Bununla birlikte tabloda yer alan G1 ve G2 kısaltmaları ise araştırmaya dahil olan grupları temsil etmektedir.

Tablo 8. Teorik Modelleme Problemlerinde Karşılaşılan Güçlüklerle İlişkin Galbraith ve Stillman'ın (2006) Teorik Çerçevesi Kullanılarak Yapılan Veri Analizinden Bir Bölüm

	Teorik Modelleme Problemleri							
	Deniz Feneri		Salıncak Problemi		Merdiven		Kremalı Pasta	
	G1	G2	G1	G2	G1	G2	G1	G2
2. Gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel modele geçiş								
2.1 Cebirsel modelin içereceği bağımlı ve bağımsız değişkenleri saptama	-	+	+	+	-	-	-	-
2.2 Elemanları matematiksel olarak, uygulanabilir formüllerle temsil etme	-	+	+	+	+	+	-	-
2.3 Bağlantılı varsayımlarda bulunma	-	+	+	+	+	+	-	-
2.4 Hesaplamaya olanak sağlayan matematiksel tabloyu ve teknolojiyi seçme							-	+
2.5 Formülü çoklu durumlara uygulayabilmek için uygun tekniği seçme								
2.6 Modelin grafiksel gösterimini seçmek için uygun teknolojiyi seçme								
2.7 Cebirsel denklemi doğrulamak için uygun teknolojiyi seçme								
3. Matematiksel modelden matematiksel çözüme geçiş								
3.1 Uygun formülleri uygulama	-	+	+	+	+	+	+	+
3.2 Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları ve teknolojiyi kullanma							-	+
3.3 Fonksiyon işlevselliğini çoklu durumlara otomatik olarak sağlamak için uygun teknolojiyi kullanma								
3.4 Grafiksel gösterimi üretmek için teknolojiyi kullanma		+						
3.5 Matematiksel gösterimleri ve geçişleri doğru bir şekilde yapma	-	+	+	+	+	+	-	-
3.6 Teknolojiyi kullanarak cebirsel modeli doğrulama								

Tablo 8'de görüldüğü gibi Galbraith ve Stillman'ın (2006) teorik çerçevesine göre grupların teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde, göstergelerin birçoğuna

yönelik herhangi bir çalışma yapılmamıştır. Bununla birlikte veri analizi sürecinde grupların Galbraith ve Stillman'ın (2006) teorik çerçevesinde ortaya koyduğu güçlüklerin dışında farklı güçlükler de yaşadıkları belirlenmiştir. Gruplar basitleştirme basamağında Galbraith ve Stillman'ın (2006) belirttiği gibi uygun varsayımları ve değişkenler belirlemede güçlük yaşamış, bunun yanında çözüm yolunu belirleme, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme, probleme ait uygun şekli çizme, teknoloji aracılığıyla probleme ait yapıyı kurma konularında da güçlükler yaşamıştır. Matematikselleştirme basamağında ise gruplar, Galbraith ve Stillman'ın (2006) ortaya koyduğu güçlüklerin dışında matematiksel bilgiyi kullanma ve sözel ifadeleri cebirselleştirme konularında güçlük yaşamıştır. Bu doğrultuda Galbraith ve Stillman'ın (2006) ortaya koyduğu teorik çerçevenin modelleme sürecinde yaşanan güçlükleri tam olarak ortaya koymadığı tespit edilmiş ve veri analizi sürecinde içerik analizi kullanılmasına karar verilmiştir.

Matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolünün belirlenmesi ise pilot çalışma verilerinin analizi sonucunda ortaya çıkmıştır. Grupların modelleme problemleri ile çalışma süreçleri incelendiğinde teknolojik araçların modelleme sürecinin aşamalarında önemli bir rol üstlendiği ve çeşitli stratejilerin ortaya çıkmasında önemli etkileri olduğu görülmüştür. Bu doğrultuda pilot çalışma neticesinde matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolünün belirlenmesine karar verilmiştir. Teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde nasıl bir rol oynadığına ilişkin verilerin analizinde ise içerik analizi yönteminin kullanılması uygun görülmüştür.

Yapılan pilot çalışmaların araştırmaya ve araştırmacıya olan katkıları aşağıdaki şekilde özetlenebilir;

1. Asıl çalışmada kullanılacak olan matematiksel modelleme problemlerine son şeklinin verilmesine yardımcı olmuştur.
2. Araştırma problemlerine son şeklinin verilmesine yardımcı olmuştur.
3. Asıl çalışmada katılımcılara internet erişimine sahip bilgisayarların sağlanmasının gerekliliğini ortaya çıkarmıştır.
4. Uygulanan matematiksel modelleme problemlerinin yaklaşık olarak ne kadar zaman alacağını belirlemesine yardımcı olmuştur.
5. Video kamera ile kaydın ne şekilde gerçekleşeceğinin belirlenmesine yardımcı olmuştur.
6. Pilot çalışma verilerinin analizi sonucunda elde edilen bulgular, asıl çalışmada öğretmen adaylarının süreçte karşılaştıkları güçlüklerin ve süreçte teknolojinin rolünün belirlenmesinde verilerin analizi ile ilgili fikirlerin oluşmasına yardımcı olmuştur.

3. 3. Araştırma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı son sınıfında öğrenim gören 20 öğretmen adayı oluşturmaktadır.

Araştırma 2014-2015 güz yarıyılında Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersi sürecinde 6 haftalık bir süre zarfında gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının her biri matematiksel modelleme, Excel programı ve GeoGebra yazılımını kullanma ile ilgili deneyime sahiptir. Öğretmen adayları bir dönem boyunca matematiksel modelleme üzerine çalışmaları olan bir öğretim elemanı tarafından matematiksel modelleme ve uygulamalarını içeren bir ders almıştır. Bu ders 4. yarıyılıda Matematik ve Hayat dersi kapsamında yürütülmüş olup dersin içeriği matematiksel modellemenin tanımı, matematiksel modelleme süreci, örnek modelleme uygulamalarından oluşmaktadır. Öğretmen adayları bu ders kapsamında her hafta gruplar halinde modelleme etkinlikleri ile çalışmıştır. Her bir etkinlik sonunda yapılan çözümler sınıf içinde tartışılmış, böylelikle öğretmen adaylarının modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki anlamını, varsayımlarını ve modelin doğruluğunu tartışmaları sağlanmıştır. Bunun yanında öğretmen adayları Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi kapsamında sekiz hafta boyunca Excel programı ve GeoGebra yazılımlarının genel özellikleri ve örnek uygulamaları üzerine eğitim almıştır. Öğretmen adaylarına her hafta Excel ve GeoGebra yazılımlarını kullanmaya yönelik ödev etkinlikler verilerek yazılımları kullanma konusunda deneyim kazanmaları sağlanmıştır.

Asıl uygulama kapsamında Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersine devam eden 44 öğretmen adayından gönüllük esasına dayalı olarak dört kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Uygulama sürecinde bu gruplar sabit kalmıştır. Tüm uygulamalar bilgisayar laboratuvarında yürütülmüş olup her bir grup GeoGebra yazılımına ve internet erişimine sahip bilgisayarlara ulaşım imkânına sahip olmuştur. Ayrıca öğretmen adayları bilgisayarlardan yararlanma veya yararlanmama konusunda serbest bırakılmıştır. Asıl çalışma problemlerinin uygulanmasından önce gruplar biri deneysel diğeri teorik olmak üzere iki matematiksel modelleme etkinliği üzerinde çalışmıştır. Bu süre zarfında 11 grubun çalışmaları dikkatli bir şekilde gözlemlenmiş ve alan notları tutulmuş, kağıt üzerindeki cevapları ve bilgisayardaki çalışma dosyaları (varsa) incelenmek üzere alınmıştır. 11 grubu etkili bir şekilde takip etmek, çözümlerini detaylı bir şekilde analiz etmek ve karşılaştırmak mümkün olamayacağından, uygulamanın kalan kısmında 5 gruba odaklanılmıştır. İlk iki haftalık süreçte elde edilen veriler dikkate alınarak, süreç boyunca etkili çalışan ve düşüncelerini açık bir dille ifade eden 5 grup çalışma grupları olarak tespit edilmiştir. Grupların belirlenmesinde öğretmen adaylarının başarı seviyelerinin en az orta

seviyede olmasına da dikkat edilmiştir. Araştırmaya dahil olan gruplar G1, G2, G3, G4, G5 şeklinde kodlanarak ele alınmıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarına yönelik bilgiler aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 9. Asıl Çalışmaya Dâhil Olan Katılımcılara İlişkin Bilgiler

Grup kodu	Öğrenciler	Ağırlıklı Not Ortalaması (4 üzerinden)	Bilgisayar Yazılımlarını Kullanabilme Düzeyine Yönelik Algıları	Cinsiyet
G1	Betül	2,95	Orta	Kız
	Hanife	3,02	Orta	Kız
	Sevgi	2,50	Orta	Kız
	Buket	3,00	Orta	Kız
G2	Gözde	3,58	Orta	Kız
	Seda	2,89	İyi	Kız
	Hande	2,69	Orta	Kız
	Nilay	2,91	Orta	Kız
G3	Şebnem	2,98	Orta	Kız
	Aydan	3,03	Orta	Kız
	Melike	3,00	Orta	Kız
G4	Serra	2,53	İyi	Kız
	Adem	3,23	İyi	Erkek
	Doğan	2,51	Orta	Erkek
	Ömer	2,72	İyi	Erkek
	İrfan	2,93	Orta	Erkek
G5	Melis	2,72	Orta	Kız
	Serkan	2,78	Orta	Erkek
	Tuğçe	3,08	İyi	Kız
	Eda	2,80	Orta	Kız

Tablo 9'da görüldüğü gibi çalışmaya katılan öğretmen adayları 2,50 ve üzeri not ortalamasına sahiptir. Uygulama öncesinde öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin bilgilerini öğrenmek ve bilgisayar yazılımlarını kullanma düzeylerini belirlemek amacıyla ön görüşme formu (Bkz. Ek 1) uygulanmıştır. Bu amaçla öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ifadesinden ne anladıklarını, üniversite süresince aldıkları eğitimin matematiksel modelleme ile ilgili bilgi ve becerileri geliştirmeye faydasının olup olmadığını ve hangi ders/derslerin faydası olduğunu açıklamaları istenmiştir. Bunun yanında Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersi kapsamında gösterilen yazılımların (Excel, GeoGebra) her birini kullanma açısından öğretmen adaylarının kendilerini ne kadar yeterli gördüklerini (iyi, orta, zayıf) belirtmeleri istenmiştir. Ön görüşme verilerinin analizi sonucunda Tablo 9'da görüldüğü gibi öğretmen adaylarının

bilgisayar yazılımlarını kullanabilme açısından kendilerini iyi ve orta düzeyde gördükleri tespit edilmiştir.

Çalışmaya katılan 20 öğretmen adayının ön mülakatta sorulan matematiksel modelleme ifadesinden ne anladıkları, üniversite süresince aldıkları eğitimin matematiksel modelleme ile ilgili bilgi ve becerileri geliştirmeye ne tür faydalarının olduğu ve hangi ders/derslerin faydası olduğu sorularına ilişkin verdikleri yanıtlar ve frekansları ise Tablo 10'da özetlenmiştir.

Tablo 10. Asıl Çalışmaya Dâhil Olan Katılımcıların Ön Mülakat Sorularına Verdikleri Yanıtlara İlişkin Frekans Tablosu

Ön mülakat soruları	Sorulara verilen yanıtlar	Frekans (f)
Matematiksel modellemenin tanımı	Gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak ifade etme süreci	17
	Cebirsel ifadeye ulaşma	2
	Bir durumu somutlaştırmak amacıyla kullanılan yöntem veya materyal	1
Üniversitede alınan eğitimin matematiksel modellemeye ilişkin bilgi ve becerilere katkıları	Farklı bakış açısı kazandırma	8
	Gerçek yaşamla matematik arasındaki ilişkinin farkına varmayı sağlama	8
	Matematiksel düşünme becerilerini geliştirme	2
	Kavramlar arası ilişkileri görme	1
Matematiksel modelleme için faydalı gördükleri üniversite dersleri	Problem çözme becerisini geliştirme	1
	Matematik ve Hayat	20
	Özel Öğretim Yöntemleri	3
	Materyal Tasarımı	2
	Matematik Öğretim Programı	1

Tablo 10'da görüldüğü gibi öğretmen adaylarının büyük kısmı matematiksel modellemeyi “gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak ifade etme süreci” olarak tanımlamıştır. Öğretmen adaylarından ikisi matematiksel modellemeyi “cebirsel modele ulaşma” olarak tanımlarken bir öğretmen adayı ise “bir durumu somutlaştırmak amacıyla kullanılan yöntem veya materyal” olarak tanımlamıştır. Bu bağlamda çalışmaya katılan öğretmen adaylarının büyük kısmının matematiksel modellemeyi bir süreç olarak gördükleri ve uygun şekilde tanımladıkları görülmektedir. Bunun yanında öğretmen adaylarının büyük kısmı üniversitede aldıkları eğitimin matematiksel modellemeye ilişkin bilgi ve becerilere katkılarını “farklı bakış açısı kazandırma” ve “gerçek yaşamla matematik arasındaki ilişkinin farkına varmayı sağlama” olarak sıralamıştır. Öğretmen adaylarından ikisi üniversitede aldıkları eğitimin matematiksel düşünme becerisi kazandırdığını, bir öğretmen adayı kavramlar arasındaki ilişkileri görmeyi sağladığını, bir diğer öğretmen adayı ise problem çözme becerilerini geliştirdiğini ifade etmektedir. Bu bağlamda

çalışmaya katılan öğretmen adaylarının üniversitede aldıkları eğitimin, matematiksel modellemeye yönelik bilgi ve becerilerinin gelişimi için faydalı olduğu söylenebilir. Çalışmaya katılan tüm öğretmen adayları “Matematik ve Hayat” dersinin matematiksel modelleme için faydalı bir ders olduğunu belirtmiştir. Öğretmen adaylarından üçü “Özel Öğretim Yöntemleri” dersinin matematiksel modelleme için faydalı olduğunu belirtirken, iki öğretmen adayı “Materyal Tasarımı” dersinin, bir öğretmen adayı ise “Matematik Öğretim Programı” dersinin matematiksel modelleme için faydalı dersler olduğunu belirtmiştir.

3. 4. Uygulama Süreci

Asıl çalışma 2014-2015 güz yarıyılında Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları dersin ilk 6 haftası boyunca dersin öğretim elemanı tarafından Excel ve GeoGebra yazılımları ile ilgili eğitim almıştır. Araştırmacı bu süre zarfında ortamda bulunarak öğrencileri gözlemlemiştir. Asıl çalışma süreci ise aşağıda Tablo 11’de belirtilen şekilde plânlanmış ve uygulamaya konulmuştur.

Tablo 11. Asıl Uygulama Sürecinin Planlanması

Hafta	Asıl Uygulama Süreci
1	<ul style="list-style-type: none"> • Ön görüşme formunun uygulanması • Matematiksel modelleme sürecine yönelik hatırlatma yapılması
2	<ul style="list-style-type: none"> • Isınma problemlerinin uygulanması 1. Uygulama: Deneysel modelleme problemi “Dolbear Yasası Problemi” 2. Uygulama: Teorik modelleme problemi “Köprü Problemi” • Çalışma gruplarının belirlenmesi
3	<ul style="list-style-type: none"> • Modelleme problemlerinin uygulanması 1. Uygulama: Deneysel modelleme problemi “1 Mil Dünya Rekoru Problemi” 2. Uygulama: Teorik modelleme problemi “Deniz Feneri Problemi” • Odak Grup Görüşmeleri
4	<ul style="list-style-type: none"> • Modelleme problemlerinin uygulanması 1. Uygulama: Deneysel modelleme problemi “Dünyadaki Sıcaklık Artışı Problemi” 2. Uygulama: Teorik modelleme problemi “Merdiven Problemi” • Odak Grup Görüşmeleri
5	<ul style="list-style-type: none"> • Modelleme problemlerinin uygulanması 1. Uygulama: Deneysel modelleme problemi “Yağış Miktarı Problemi” 2. Uygulama: Teorik modelleme problemi “Dönme Dolap Problemi” • Odak grup görüşmeleri
6	Son görüşmelerin yapılması

Tablo 11’de görüldüğü gibi asıl çalışmanın ilk haftasında öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin bilgilerini ve bilgisayar yazılımlarını kullanabilme düzeyleri hakkındaki algılarını tespit etmek amacıyla ön görüşme formu uygulanmıştır.

Ardından öğretmen adaylarına daha önceden deneyim sahibi oldukları matematiksel modelleme süreci ile ilgili hatırlatmalar yapılmıştır. Çalışmanın ikinci haftasında ise derse devam eden toplam 44 öğretmen adayından dörder kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Daha sonra gruplara ısınma problemleri uygulanmış, bu doğrultuda gruplar biri deneysel diğeri teorik olmak üzere iki matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışmıştır. Bu süre zarfında 11 grubun çalışmaları dikkatli bir şekilde gözlemlenmiş ve alan notları tutulmuş, grupların modelleme problemlerini çözme süreçleri kamera ile kayıt altına alınmıştır. Isınma problemlerinin uygulanmasından sonra araştırmacı bu 11 grubun modelleme problemlerine yönelik çalışmalarını incelemiş ve süreç boyunca etkili çalışan ve düşüncelerini açık bir dille ifade eden grupları tespit etmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının genel ağırlıklı not ortalamaları incelenerek asıl çalışmada takip edilecek grupların belirlenmesinde öğretmen adaylarının başarı seviyesinin en az orta seviyede olmasına dikkat edilmiştir. Bu doğrultuda uygulamanın ikinci haftasında asıl çalışmaya dahil olacak gruplar belirlenmiştir. Çalışmanın daha sonraki üç haftasında ise asıl uygulama için belirlenen modelleme problemleri uygulanmıştır. Gruplar her hafta biri deneysel modelleme problemi, diğeri teorik modelleme problemi olmak üzere iki modelleme problemi ile çalışmıştır. Her bir grubun problemleri çözme süreci ayrı ayrı video ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmacı bu süre zarfında grupların çalışmalarını dikkatli bir şekilde gözlemlemiş ve alan notları tutmuştur. Gruplar her bir problemin uygulanmasının ardından çözüm sonrası grup raporlarını doldurmuştur. Her uygulamanın bitiminde araştırmacının öncülüğünde odak grup görüşmesi gerçekleştirilmiştir. Odak grup görüşmelerinde grupların yaptıkları çalışmalar detaylandırılmış, matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler ile nedenleri ve teknolojinin bu süreçteki rolüne ilişkin görüşleri elde edilmiştir. Çalışmanın son haftasında ise gruplar ile son görüşmeler yapılarak uygulama süreci değerlendirilmiş, grupların çözümlerinde veya görüşmelerinde anlaşılmayan kısımları açıklamaları istenmiştir.

3. 5. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama araçları;

1. Araştırmacı tarafından geliştirilen veya literatürdeki örnek problemlerden seçilen 3'ü deneysel modelleme, 3'ü teorik modelleme problemi olmak üzere 6 matematiksel modelleme probleminden,
2. Matematiksel modelleme problemlerine yönelik çözüm sürecinde gruplardan elde edilen video kayıtlarından,
3. Her bir uygulama sonrasında gruplarla yapılan odak grup görüşmelerinden
4. Grupların bilgisayardaki çalışma dosyaları ve ekran kayıtlarından,

5. Araştırmacı tarafından alınan gözlem notlarından,
6. Grupların çözüm sonrası hazırladıkları ortak raporlarından oluşmaktadır.

3. 5. 1. Matematiksel Modelleme Problemleri

Tez çalışmasında kullanılan matematiksel modelleme problemlerinin belirlenmesi sürecinde ulusal ve uluslararası literatürden (Berry ve Houston, 1995; Borromeo-Ferri, 2010; Özaltun, Hıdıroğlu, Kula & Bukova-Güzel, 2013) ve araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel modelleme problemlerinden yararlanılmıştır.

Çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemlerinin belirlenmesinde dikkate alınan hususlar aşağıdaki gibi sıralanabilir;

1. Öğretmen adaylarının günlük yaşamında anlamlandırabileceği, mevcut bilgi ve deneyimlerinden yararlanabilecekleri ve teknoloji bilgilerini kullanabilecekleri problemler olmasına özen gösterilmiştir.
2. Öğretmen adaylarının modelleme problemlerini çözme sürecinde modelleme sürecinin tüm aşamalarını gerçekleştirmelerine olanak sağlayan ve model oluşturma prensiplerini (Bkz. 2.1.1.4. No'lu başlık) sağlayan problemler olmasına özen gösterilmiştir.
3. Kullanılacak problemlerin araştırmanın amacına ilişkin olarak deneysel ve teorik modelleme problemi yapısına sahip olmasına dikkat edilmiştir.
4. Yapılan pilot çalışmalar referans alınarak farklı matematiksel modellerin incelenmesi ve en uygun modele karar verilmesi açısından daha zengin bir süreç yaşanmasını sağlayan problemler seçilmiştir.
5. Pilot çalışma sonuçları dikkate alınarak problemin bağlamı açısından güçlük yaşanmasına sebep olmayan problemler tercih edilmiştir.
6. Problemlerin içeriği doğrusal, üstel ve trigonometrik fonksiyonlarla modelleme yapmaya uygun olacak şekilde düzenlenmiştir. Bu şekilde farklı durumlarda öğretmen adaylarının çözüm süreci inceleme şansı elde edilmiştir.

Bu hususlar doğrultusunda asıl çalışma için 3'ü deneysel modelleme problemi, 3'ü teorik modelleme problemi olmak üzere 6 matematiksel modelleme problemi belirlenmiştir. Tablo 12'de asıl çalışmada kullanılan deneysel ve teorik modelleme problemlerine ilişkin bilgiler verilmiştir.

Tablo 12. Çalışmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemlerine Yönelik Bilgiler

	Matematiksel Modelleme Problemleri	Probleme Yönelik Bilgiler
Deneysel Modelleme Problemleri	Bir Mil Dünya Rekoru	Problemde öğretmen adaylarından veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu fark etmeleri, bu veriler doğrultusunda doğrusal bir modele ulaşmaları ve bu model yardımıyla geleceğe yönelik tahminde bulunmaları beklenmektedir.
	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Problemde öğretmen adaylarından veriler arasında üstel bir ilişki olduğunu fark etmeleri ve bu veriler doğrultusunda üstel bir model oluşturmaları ve bu model yardımıyla tahminde bulunmaları beklenmektedir.
	Yağış Miktarı	Problemde öğretmen adaylarından veriler arasında trigonometrik bir ilişki olduğunu fark etmeleri ve bu verileri kullanarak trigonometrik bir model oluşturmaları beklenmektedir.
Teorik Modelleme Problemleri	Deniz Feneri	Problemde öğretmen adaylarından kıyıda bir deniz fenerinin ilk kez görüldüğü anda, bir geminin kıyıdan yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturmaları beklenmektedir.
	Merdiven Problemi	Problemde öğretmen adaylarından duvara dayalı olarak halı üzerinde duran merdivenin üzerindeki herhangi bir noktanın merdivenin kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel modeli oluşturmaları istenmektedir. Bu problemde öğretmen adaylarından geometrik yer kavramını kullanarak matematiksel modele ulaşmaları beklenmektedir.
	Dönme Dolap	Problemde öğretmen adaylarından bir dönme dolabın en alt noktasındaki koltuğun zamana bağlı olarak yerden yüksekliğindeki değişimi veren trigonometrik bir modele ulaşmaları beklenmektedir.

Tablo 12’de deneysel ve teorik modelleme probleminin içeriği ile ilgili bilgi verilmiş olup her bir problem ve beklenen cevaplar aşağıda ayrıntılandırılmıştır.

3. 5. 1. 1. Deneysel Modelleme Problemleri

Asıl çalışmada kullanılan deneysel modelleme problemleri ve problemlerin bir çözümü aşağıda verilmiştir.

1. Bir Mil Dünya Rekoru Probleminin İçeriği

Aşağıdaki tabloda 1913 ve 1993 yılları arasında 1 mil mesafe için kırılan dünya rekorlarına ait süreler (dakika ve saniye cinsinden) verilmiştir.

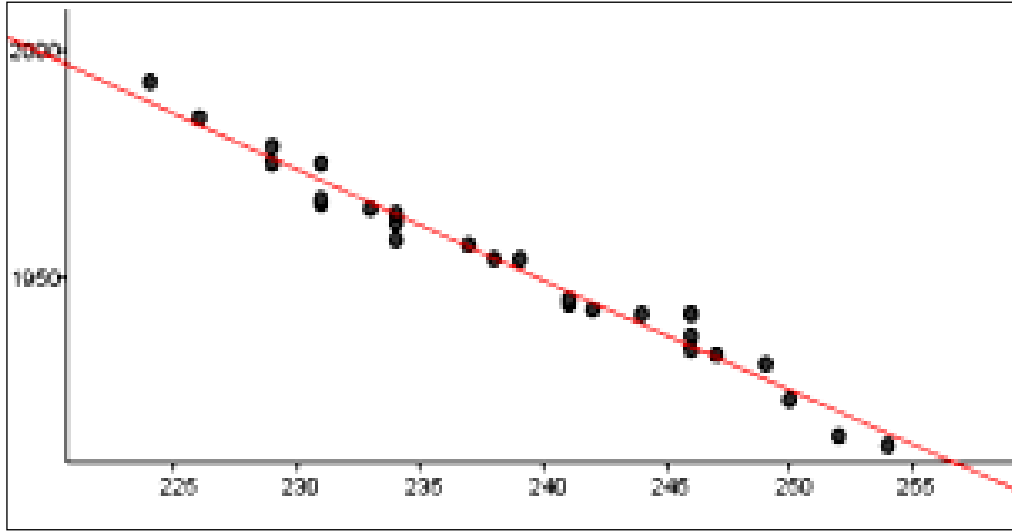
Zaman	İsim	Ülke	Tarih	Yer
4:14.4	John Paul Jones	USA	31.5.1913	Cambridge
4:12.6	Norman Taber	USA	16.7.1915	Cambridge
4:10.4	Paavo Nurmi	FIN	23.8.1923	Stockholm
4:09.2	Jules Ladoumegue	FRA	4.10.1931	Paris
4:07.6	Jack Lovelock	NZL	15.7.1933	Princeton, N.J.
4:06.8	Glen Cunningham	USA	16.6.1934	Princeton, N.J.
4:06.4	Sydney Wooderson	GBR	28.8.1937	Motspur Park
4:06.2	Gunder Hagg	SWE	1.7.1942	Göteborg
4:06.2	Arne Anderson	SWE	10.7.1942	Stockholm
4:04.6	Gunder Hagg	SWE	4.9.1942	Stockholm
4:02.6	Arne Anderson	SWE	1.7.1943	Göteborg
4:01.6	Arne Anderson	SWE	18.7.1944	Malmö
4:01.4	Gunder Hagg	SWE	17.7.1945	Malmö
3:59.4	Roger Bannister	GBR	6.5.1954	Oxford
3:58.0	John Landy	AUS	21.6.1954	Turku, Finland
3:57.2	Derek Ibbotson	GBR	19.7.1957	London
3:54.5	Herb Elliott	AUS	6.8.1958	Dublin
3:54.4	Peter Snell	NZL	27.1.1962	Wanganui
3:54.1	Peter Snell	NZL	17.1.1964	Auckland
3:53.6	Michel Jazy	FRA	9.6.1965	Rennes
3:51.3	Jim Ryun	USA	17.7.1966	Berkeley, Calif.
3:51.1	Jim Ryun	USA	23.6.1967	Bakersfield
3:51.0	Filbert Bayi	TAN	17.5.1975	Jamaica
3:49.4	John Walker	NZL	12.8.1975	Göteborg
3:49.0	Seb Coe	GBR	17.7.1979	Oslo
3:46.31	Steve Cram	GBR	27.7.1985	Oslo
3:44.39	Noureddine Morceli	ALG	5.9.1993	Rieti

Bu veriler doğrultusunda aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Yıllara göre bir milin koşulma süresini veren bir matematiksel model oluşturunuz.
- Bu modeli kullanarak 1 milin yaklaşık olarak hangi yıl 3 dakika 40 saniyede koşulacağını tahmin ediniz.

Bu problemin bir çözümü aşağıda verilmiştir.

Problemde verilenler dikkate alındığında çözüm için gerekli değişkenlerin bir milin koşulduğu süre(x) ve yıl(y) olduğu görülebilir. Bunun yanında problemde verilen isim, ülke ve yer bilgileri ile 1 milin koşulduğu zaman verilerinden ay ve gün verilerinin modelin oluşturulmasında ilgisiz verilerdir. Burada dakika, saniye ve salise cinsinden verilen 1 milin koşulduğu süreler için verilerin tek bir birime, yani saliseye çevrilerek işlem yapılması beklenmektedir. Veriler arasındaki ilişkilerin daha net bir biçimde ortaya koyulması amacıyla öğretmen adaylarından verilere ait grafiği çizmeleri beklenmektedir. Problem verilerine ait grafik aşağıda verilmiştir.



Şekil 16. 1 mil dünya rekoru probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik

Grafik incelendiğinde 1 milin koşulma süresi ve yıllar arasında doğrusal bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu verilerle elde edilen doğrusal model $y = -0,04x + 2535,62$ dir. Problemden istenen 1 milin 3 dakika 40 saniyede koşulacağı yılı hesaplamak amacıyla öncelikle 3 dakika 40 saniye salise cinsine çevrilir.

3 dakika 40 saniye=13200 salise elde edilir. Doğrusal modelde x yerine 13200 yazıldığında 1998 sonucuna ulaşılır. Öğretmen adaylarının bu sonuca ulaştıktan sonra oluşturdukları modeli ve modelden elde ettikleri sonuçları kendi düşünceleri ve deneyimleri ile yorumlamaları ve doğrulamaları beklenmektedir.

2. Dünyadaki Sıcaklık Artışı Probleminin İçeriği

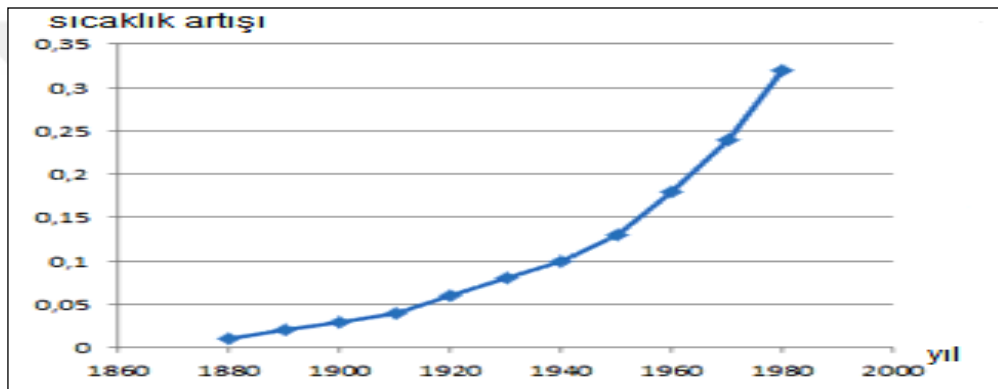
Aşağıdaki tabloda 100 yıl boyunca dünyadaki sıcaklık artışı değerleri verilmiştir.

Yıl	Dünyadaki Sıcaklık Artışı (°C)
1880	0,01
1890	0,02
1900	0,03
1910	0,04
1920	0,06
1930	0,08
1940	0,10
1950	0,13
1960	0,18
1970	0,24
1980	0,32

- a) Yukarıdaki verileri kullanarak yıllar ile sıcaklık artışı arasındaki ilişkiyi gösteren bir matematiksel model oluşturunuz.
- b) Oluşturduğunuz modeli kullanarak dünyadaki sıcaklık artışının ne zaman 1980'deki değerden 7°C fazla olacağını bulunuz.

Bu problemin bir çözümü aşağıda verilmiştir:

Problemde verilenler dikkate alındığında çözüm için gerekli değişkenlerin sıcaklık artışı(x) ve yıl(y) olduğu görülebilir. Veriler incelendiğinde ise sıcaklık artışı değerlerinde hızlı bir artış görülmektedir. Veriler arasındaki ilişkilerin daha net bir biçimde ortaya koyulması amacıyla öğretmen adaylarından verilere ait grafiği çizmeleri beklenmektedir. Problem verilerine ait grafik aşağıda verilmiştir.



Şekil 17. Dünyadaki sıcaklık artışı probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik

Grafik incelendiğinde sıcaklık artışı ve yıllar arasında üstel bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu verilerle elde edilen üstel model

$$y = 2012,39x^{0,02} \text{ dir.}$$

Problemde dünyadaki sıcaklık artışının 1980'deki değerden 7°C fazla olacağı yıl istenmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarından dünyadaki sıcaklık artışının 7,32 °C olduğu yılı hesaplamaları gerekmektedir. Oluşturulan üstel modelde x yerine 7,32 yazıldığında 2077 sonucuna ulaşılır. Öğretmen adaylarının bu sonuca ulaştıktan sonra oluşturdukları modeli ve modelden elde ettikleri sonuçları, belirledikleri varsayımlar doğrultusunda, kendi düşünceleri ve deneyimleri ile yorumlamaları ve doğrulamaları beklenmektedir.

3. Yağış Miktarı Probleminin İçeriği

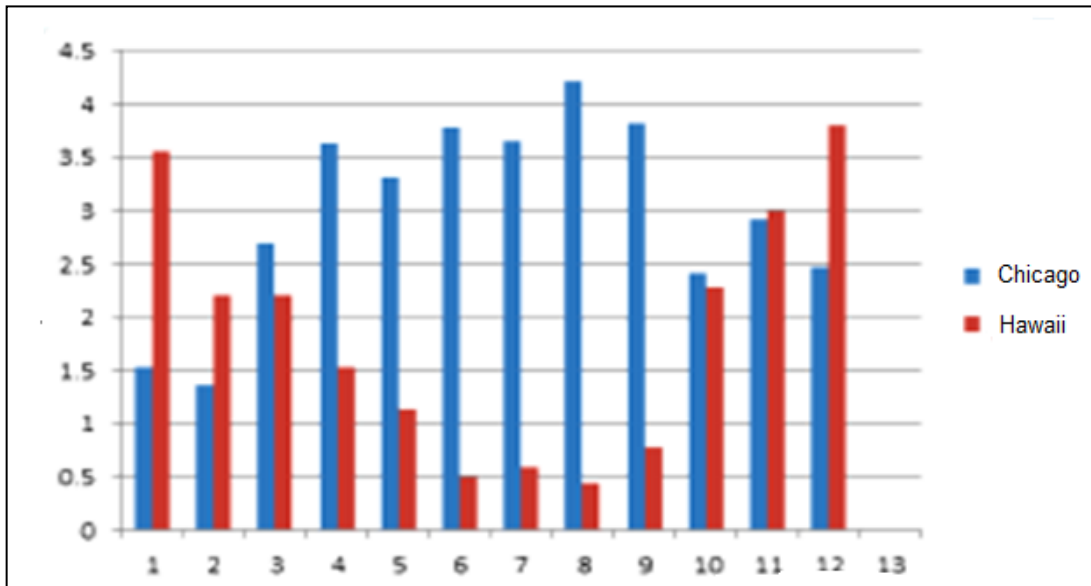
Aşağıdaki tabloda Amerika Birleşik Devletleri'nin Chicago ve Hawaii eyaletlerinde metrekareye düşen yıllık ortalama yağış miktarları verilmiştir.

Aylar	Yağış miktarı (Chicago)	Yağış miktarı (Hawaii)
1	1.53	3.55
2	1.36	2.21
3	2.69	2.20
4	3.64	1.54
5	3.32	1.13
6	3.78	0.50
7	3.66	0.59
8	4.22	0.44
9	3.82	0.79
10	2.41	2.28
11	2.92	3.00
12	2.47	3.80

Bu verileri kullanarak her bir eyalet için aylara göre yağış miktarını veren bir matematiksel model oluşturunuz.

Bu problemin bir çözümü aşağıda verilmiştir:

Problemde verilenler dikkate alındığında öğretmen adaylarından her bir eyalet için aylara göre yağış miktarını veren iki ayrı matematiksel model oluşturmaları istenmektedir. Problem incelendiğinde çözüm için gerekli değişkenlerin aylar(x) ve yağış miktarı(y) olduğu görülebilir. Veriler arasındaki ilişkilerin daha net bir biçimde ortaya koyulması amacıyla öğretmen adaylarından verilere ait grafiği çizmeleri beklenmektedir. Problem verilerine ait grafik aşağıda verilmiştir.



Şekil 18. Yağış miktarı probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik

Grafik incelendiğinde iki farklı eyaletin yağış miktarı verileri arasında ters orantılı bir ilişki olduğu görülmektedir. Burada önemli olan nokta yağış miktarı verilerinin sadece bir yıl için değil sonraki yıllarda da benzer şekilde devam edeceğinin öngörülmesidir. Bu bağlamda öğretmen adaylarından aylar ve yıllık yağış miktarı verileri arasında trigonometrik bir ilişkinin olduğunu görmeleri beklenmektedir. Bu verilerle elde edilen trigonometrik modeller

$$\text{Chicago için } y = 2,04 + 1,88 \sin(0,31x - 0,66)$$

$$\text{Hawaii için } y = 3,37 + 2,87 \sin(0,3x + 2,76) \text{ şeklindedir.}$$

Öğretmen adaylarının bu modellere ulaştıktan sonra modeli ve modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki anlamını kendi düşünceleri ve deneyimleri ile yorumlamaları ve modelin geçerliliğini sağlamaları beklenmektedir.

3. 5. 1. 2. Teorik Modelleme Problemleri

Asıl çalışmada kullanılan teorik modelleme problemleri ve problemlerin bir çözümü aşağıda verilmiştir.

1. Deniz Feneri Probleminin İçeriği

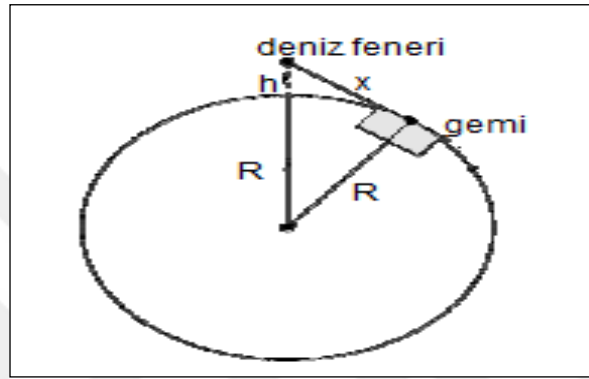


Deniz fenerleri tehlikeli kayalıkları ve tehlikeli sahilleri işaretlemek amacıyla inşa edilmiş yapılardır. Yayıdıkları ışıkla, geceleri denizcilerin yönlerini bulmalarına yardım ederler. Açıkta bir gemiden, kıyıda bir deniz fenerinin ilk kez görüldüğü anda, geminin kıyıdan yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturunuz.

Türkiye'nin en büyük feneri olarak bilinen Şile Feneri deniz seviyesinden 60 metre yükseklikteki kayalıklar üzerine inşa edilmiş ve yüksekliği 19 metredir. Oluşturduğunuz modeli kullanarak bir geminin Şile Deniz Fenerini ilk defa gördüğü anda kıyıdan uzaklığını yaklaşık olarak hesaplayınız.

Bu problemin bir çözümü aşağıda verilmiştir.

Bu problemde modelin oluşturulması için en önemli durumlardan biri öğretmen adaylarının dünyanın yuvarlak oluşunu dikkate almasıdır. Öğretmen adaylarının dünyanın yuvarlak oluşundan hareketle dünyayı daire olarak varsaymaları beklenmektedir. Daha sonra dünyanın yarıçapını ve deniz fenerinin yüksekliğini kullanarak uygun şekli çizmeleri ve bu şekil üzerinde değişkenleri belirleyerek değişkenler arasındaki ilişkileri görmeleri beklenmektedir. Öğretmen adaylarının bu problem için çizmelerinin beklendiği şekil aşağıda verilmiştir.

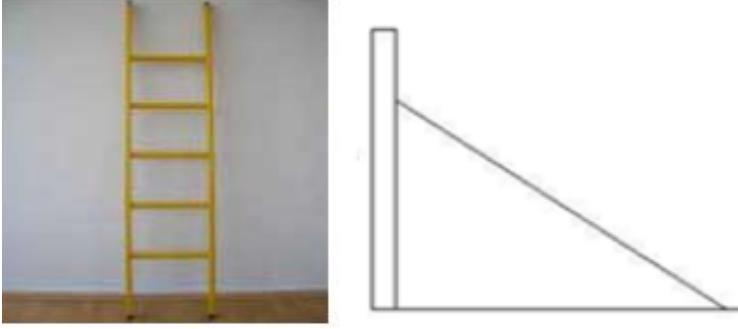


Şekil 19. Deniz feneri probleminde değişkenleri içeren şekil

Şekil 19'da görüldüğü gibi deniz fenerine ait yükseklik(h) dünyanın merkezine dik olarak çizilmiştir. Gemi ise dairenin üzerinde bir nokta ile belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından istenen ise gemi ile deniz feneri arasındaki x uzaklığıdır. Bu şekil yardımıyla öğretmen adaylarının dünyanın merkezi, deniz fenerinin tepe noktası ve gemi için belirlenen noktalar arasında kalan dik üçgen için Pisagor bağıntısını uygulamaları beklenmektedir. Bu değişkenler kullanılarak elde edilecek matematiksel model $y = \sqrt{2Rx + x^2}$ şeklindedir. Öğretmen adaylarının bu matematiksel modele ulaştıktan sonra problemde Şile Deniz Feneri için istenen mesafeyi hesaplamaları gerekmektedir. Bunun için dünyanın yarıçapının(R) bilinmesi veya bu değer araştırılarak öğrenilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda çalışma ortamı için sağlanan internet erişimine sahip bilgisayarların öğretmen adaylarına yardımcı olacağı düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının dünyanın yarıçapını ve Şile Deniz Feneri'nin yüksekliğini kullanarak 32 km sonucuna ulaşmaları beklenmektedir.

Öğretmen adaylarının bu modele ulaştıktan sonra modelden elde ettikleri sonucun gerçek yaşamdaki anlamını tartışmaları ve modelin farklı durumlar için geçerli olup olmadığı sorgulamaları beklenmektedir.

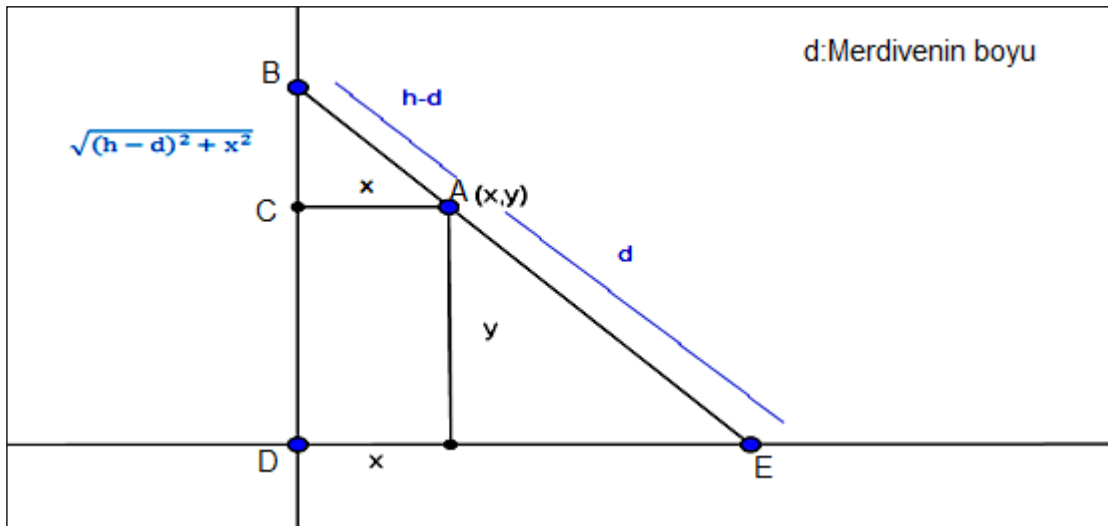
2. Merdiven Probleminin İçeriği



Bir merdiven duvara dayalı olarak halı üzerinde kaymadan ilk şekildeki gibi durmaktadır. Halı çekilince merdivenin ayağı duvardan sabit hızla uzaklaşmaktadır. Merdivenin kayma sürecinden bir kesit ikinci şekilde verilmiştir. Merdiven üzerindeki herhangi bir noktanın, merdivenin kayma sürecindeki hareketini ifade eden bir matematiksel model oluşturunuz.

Bu problemin bir çözümü aşağıda verilmiştir.

Problem incelendiğinde merdivenin kayma sürecinde merdiven üzerindeki noktanın geometrik yerinin bulunması istenmektedir. Bu doğrultuda merdiven üzerindeki noktanın her iki eksende hareket ettiğinin dikkate alınması gerekmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının yazılım veya kâğıt-kalem ile merdiven ve üzerindeki noktaya ait şekli koordinat düzleminde çizmeleri beklenmektedir. Öğretmen adaylarının bu problem için çizmelerinin beklendiği şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 20. Merdiven probleminde değişkenleri içeren şekil

Şekil 20'de görüldüğü gibi d uzunluklu bir merdiven üzerinde $A(x, y)$ noktası alınmıştır. AB doğru parçasının uzunluğu $h-d$ olarak ifade edilmiş ve ABC üçgeninde

Pisagor bağıntısı uygulanarak BC uzunluğu $\sqrt{(h-d)^2 - x^2}$ olarak ifade edilmiştir. ABC ve EBD üçgenleri arasında benzerlik kurularak matematiksel modeli elde etmek için yapılacak olan çalışmalar aşağıdaki gibidir.

$$\frac{BC}{CD} = \frac{BA}{AE}$$

$$\frac{\sqrt{(h-d)^2 - x^2}}{y} = \frac{h-d}{d}$$

$$\frac{(h-d)^2 - x^2}{y^2} = \frac{(h-d)^2}{d^2}$$

$$d^2(h-d)^2 - x^2d^2 = y^2(h-d)^2$$

$$\frac{(x)^2}{(h-d)^2} + \frac{y^2}{d^2} = 1$$

Öğretmen adayları bu sonuca ulaştıktan sonra şu durumları incelemelidir:

$h = 2d$ olması durumunda matematiksel model bir çember ifade etmektedir.

$h < 2d$ olması durumunda ise matematiksel model bir elips ifade etmektedir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modele ulaştıktan sonra matematiksel modelin sonuçlarını probleme uyarlamaları, test etmeleri ve modelin geçerliliğini sağlamaları beklenmektedir.

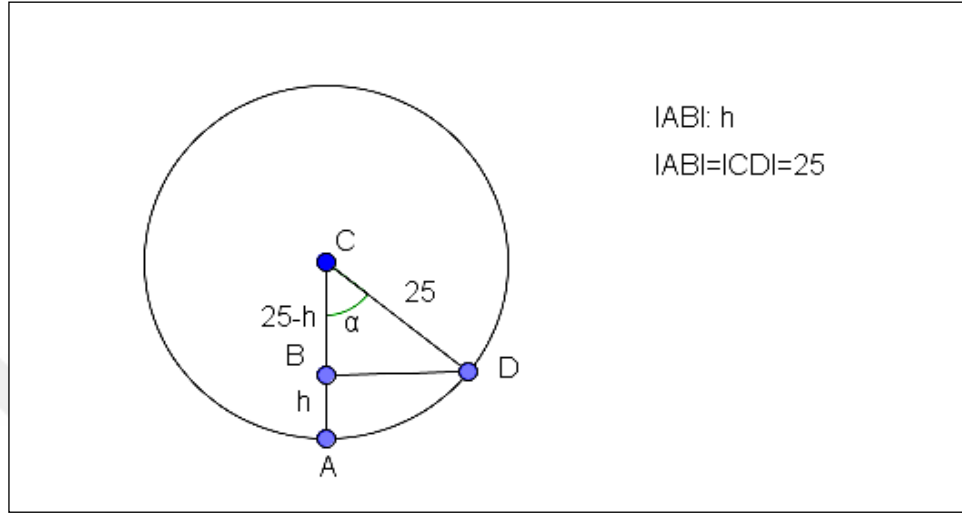
3. Dönme Dolap Probleminin İçeriği



25 metre yarıçapındaki bir dönme dolap dakikada 3 tur dönmektedir. Dönme dolap hareketsizken en alt noktasındaki koltuğun zamana bağlı olarak yerden yüksekliğindeki değişimi veren bir matematiksel model oluşturunuz.

Bu problem incelendiğinde dönme dolabın dönme sürecinde üzerindeki koltuğun zamana bağlı yüksekliğini veren bir matematiksel model oluşturmaları istenmektedir. Probleme verilenler incelendiğinde dönme dolabın dakikada 3 tur döndüğü bilgisinden yararlanılarak 1 turu 20 saniyede tamamladığı görülebilir. Buradan dönme dolap

üzerindeki koluğun $2\pi'$ lik açığı 20 saniyede taradığı, herhangi bir α açısını ise $\frac{\pi}{10}$ saniyede taradığı söylenebilir. Problem verilerinden hareketle öğretmen adaylarının aşağıdaki şekli çizmeleri beklenmektedir.



Şekil 21. Dönme Dolap probleminde değişkenleri içeren şekil

Şekil 21'den hareketle BCD üçgeninde $\cos \alpha$ yazılarak h yüksekliği aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\cos \alpha = \frac{CB}{CD} = \frac{25 - h}{25}$$

$$h = 25(1 - \cos \alpha)$$

α yerine $\frac{\pi}{10}$ yazılırsa $h = 25(1 - \cos(\frac{\pi}{10}))$

Bu durumda herhangi bir t saniyesinde koluğun yerden yüksekliğini veren matematiksel model $h(t) = 25(1 - \cos(\frac{\pi}{10}t))$ şeklinde ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarının elde edilen modelden hareketle herhangi bir saniyede koluğun yerden yüksekliğini bularak modelin geçerliliği sağlaması beklenmektedir. Sonrasında matematiksel sonuçların gerçek yaşam için anlamını sorgulaması beklenmektedir.

3. 5. 2. Video Kayıtları

Gözlem yaparken anında not tutmak oldukça güçtür. Gözlemde önemli olan doğal ortamın değişmemesi ve gözlenmek istenen belirtilerin eksiksiz kaydedilmesidir. Diğer önemli bir husus herhangi bir davranışın veya olayın, eksiklikler oluşmaması için gözlemlendiği anda kayıt edilmesidir (Karasar, 2009). Kayıt araçları ile gözlemlenmek istenen

olgudaki gelişimleri tamamıyla kaydetme ve bunları daha sonra ayrıntılı bir şekilde inceleme fırsatı sağlanmaktadır (Karasar, 2009).

Matematiksel modelleme problemlerinin uygulanması sırasında katılımcılar beş ayrı grup halinde çalışmıştır. Araştırmanın ana problemi, öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin nasıl bir rol oynadığını tespit etmektir. Bu açıdan grupların modelleme problemlerine ürettikleri çözüm, tek başına bu problemlere cevap vermek için yeterli değildir. Araştırma problemine sağlıklı bir şekilde cevap verebilmek amacıyla; öğretmen adaylarının çözüm sürecinde ne yaptıkları (veya ne yapamadıkları), onları belli bir çözüm aşamasına getiren düşünme şeklinin ne olduğu, çözümde hangi aşamasında tıklandıkları gibi durumların ayrıntılı bir şekilde incelenmesi ve analiz edilmesi gerekmektedir. Bu amaca hizmet etmesi için her bir grubun çalışması ayrı ayrı video ile kayıt altına alınmıştır.

Uygulamalar sırasında öğrencilerin sesli düşünceleri istenmiş ve süreç boyunca sürekli hatırlatılmıştır. Sesli düşünme yönteminde okuyucular, düşünce ve davranışlarını kuramsallaştırmadan ifade ederler (Kayacan, 2005). Bu nedenle sesli düşünme protokolleri okuyucunun zihinsel aktivitesi hakkında doğrudan bir fikir verir (Block, 1986). Çalışmada katılımcılar sesli düşünceleri konusunda sürekli uyarılmış, böylelikle grupların matematiksel modelleme problemlerine yönelik çalışmaları detaylandırılmıştır. Ayrıca grupların hangi noktalarda ve neden zorlandıklarını belirlemek açısından araştırmacıya yardımcı olmuştur. Asıl uygulamadan önce öğretmen adayları ile yapılan ön çalışmalar ile öğretmen adaylarının video kayıt sürecine alışmaları sağlanmıştır. Video kayıtlarına ait bilgiler Tablo 13'te verilmiştir.

Tablo 13. Video Kayıtlarına Ait Bilgiler

Matematiksel Modelleme Problemleri	Video Kayıt Süreleri (Dakika)				
	G1	G2	G3	G4	G5
1 Mil Dünya Rekoru	62	64	71	65	61
Dünyadaki Sıcaklık Artışı	58	73	59	62	45
Yağış Miktarı	57	52	53	51	52
Deniz Feneri	63	54	62	35	62
Merdiven	68	61	69	63	84
Dönme Dolap	54	67	53	47	48

Tablo 13'te görüldüğü gibi çalışma grupları her bir matematiksel modelleme problemi için yaklaşık olarak 1 saatte çalışmasını tamamlamıştır.

3. 5. 3. Odak Grup Görüşmeleri

Odak grup görüşmesi küçük bir grupta lider arasında yapılandırılmamış görüşme ve tartışmada grup dinamiğinin etkisini kullanma, derinlemesine bilgi edinme ve düşünce üretmedir (Bowling, 2002). Odak grup görüşmeleri katılımcıların birbirleri ile etkileşimine olanak tanımakta ve konu ile ilgili derinlemesine bilgi elde edilmesini sağlamaktadır (Çokluk, Yılmaz ve Oğuz, 2011). Çokluk ve arkadaşları (2011) odak grup görüşmelerinin sağladığı yararları aşağıdaki gibi özetlemiştir:

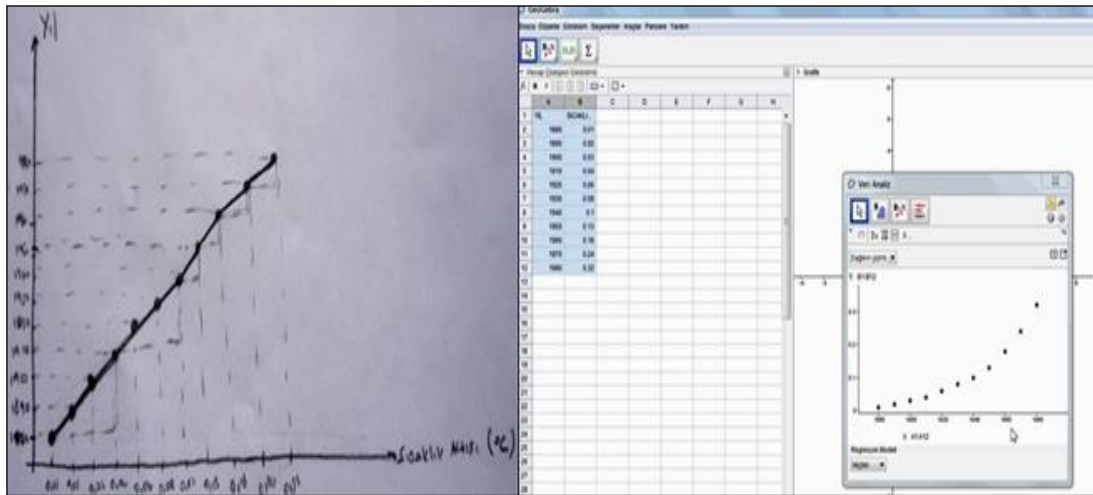
1. Odak grup görüşmesi, nitel verileri kullanılır hale getirmektedir.
2. Odak grup görüşmesinde grup üyeleri görüşme sırasında etkileşim içinde olmakta, birbirlerinden etkilenmektedir.
3. Bir kişinin dile getirdiği bir fikir, bir diğeri tarafından geliştirilebilmekte ve böylelikle detaylı bilgilere ulaşılabilir.
4. Odak grup görüşmeleri, birçok konuda zengin bir bakış açısı ya da geniş bir perspektif sağlayabilmekte ve büyük resmi görmeyi kolaylaştırmaktadır.
5. Odak grup görüşmeleri sayesinde araştırma sorularına yanıt oluşturacak zengin bilgiler toplanabilmektedir.

Grup çalışması şeklinde yürütülen bu çalışmada, bireysel görüşme yöntemine göre daha kısa sürede daha çok bilgiye ulaştırması ve diğer veri toplama yöntemlerinin bir tamamlayıcısı olması nedeniyle odak grup görüşmesi yönteminin kullanılması uygun görülmüştür. Bunun yanında grup çalışması sürecinin dinamizmini ortaya çıkarması, bireysel görüşmelerde akla gelmeyecek bazı konuların, grup görüşmelerinde diğer bireylerin açıklamaları çerçevesinde yorumlanmasını ve detaylandırılmasını sağlaması nedeniyle odak grup görüşmesi yöntemi tercih edilmiştir. Bu doğrultuda her bir çalışma grubu ile matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler ile nedenlerini tespit etmek ve teknolojinin bu süreçteki rolü ile ilgili görüşlerini elde etmek amacıyla her uygulamanın bitiminde araştırmacının öncülüğünde odak grup görüşmesi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca araştırmacı tarafından hazırlanan ve her bir problemin çözümünden sonra uygulanan çözüm sonrası grup raporunda eksik ve anlaşılmayan kısımlar odak grup görüşmeleri ile detaylandırılmıştır. Her bir görüşme video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Araştırmacının alan notları ve video kayıtlarının analiz edilmesiyle elde edilen bulgular odak görüşmesinden elde edilen veriler yardımıyla teyit edilmiştir.

3. 5. 4. Bilgisayar Ekranı Kayıtları ve Çözüm Dosyaları

Nitel araştırmalarda araştırmacının geçerliliğini artırmak amacıyla görüşme ve gözlem yöntemlerinin yanı sıra, çalışılan araştırma problemiyle ilişkili yazılı ve görsel materyal ve

malzemeler de araştırmaya dahil edilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Böylelikle tekrar edilmesi zor veya nadiren oluşan olgu ve olayların saptanmasına olanak sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu doğrultuda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerine çözüm sunmak açısından bilgisayarda yapmış oldukları tüm çalışmalara ilişkin ekran kayıtları alınmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerine yönelik bilgisayarda yaptıkları çalışmalara ilişkin elde edilen bu verilerin, modelleme sürecinde teknolojik araçların rolünü ortaya koyması açısından araştırmaya önemli katkıları olmuştur. Şekil 22’de G3 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemiinde verilerin grafiğini çizmeye yönelik kâğıt-kalem ve GeoGebra yazılımında yaptıkları çalışmalar bir arada verilmiştir.

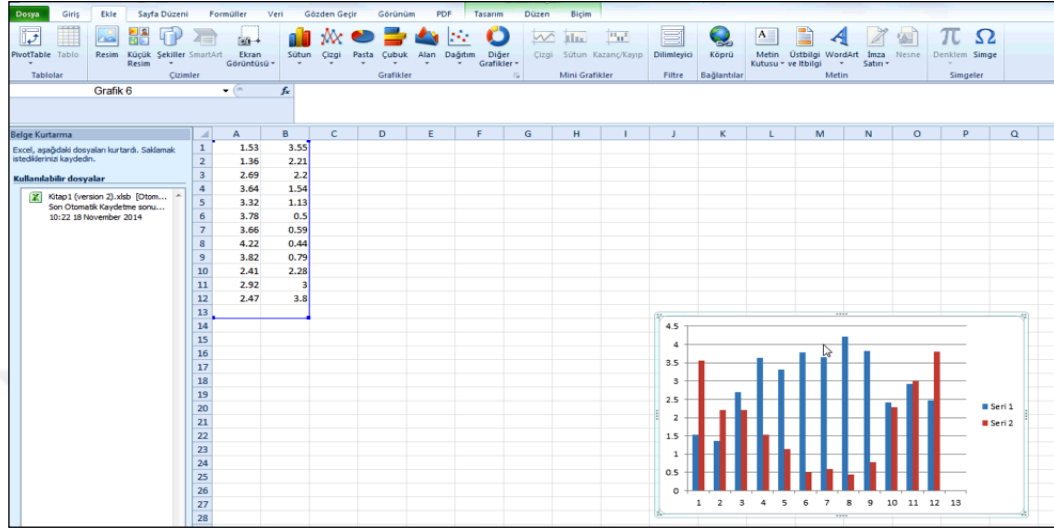


Şekil 22. G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı problemi verileri için kâğıt-kalem ile ve GeoGebra yazılımında çizdiği grafikler

Şekil 22’de görüldüğü gibi G3 grubu kâğıt- kalem ile çizdiği grafikte problem verilerini uygun aralıklarla yerleştirememiştir. G3 grubunun çizmiş olduğu grafik, veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu düşünmelerine neden olmuştur. G3 grubu daha sonra GeoGebra yazılımında çizdiği grafikte ise veriler arasında üstel bir ilişki olduğunu fark etmiş ve verileri üstel fonksiyonla modellemiştir. Böylelikle GeoGebra yazılımı uygun matematiksel modellerin oluşturulması ve sürecin diğer aşamalarının da uygun şekilde tamamlanmasında önemli bir rol oynamıştır. Bu bağlamda grupların bilgisayar üzerinde yaptıkları çalışmaların incelenmesi ve teknolojinin modelleme sürecinde oynadığı rollerin ortaya çıkarılmasında bilgisayar ekranı kayıtları ve çözüm dosyalarının önemli katkıları olmuştur.

Bilgisayar ekranı kayıtları ve çözüm dosyaları, grupların modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojik araçları hangi amaçla ve nasıl kullandıklarını detaylandırmak

ve örneklendirmek açısından da önemli fırsatlar sağlamıştır. Şekil 23'te G1 grubunun Yağış Miktarı problemine yönelik bilgisayarda yaptığı çalışmaların bir bölümüne ait ekran görüntüsü verilmiştir.



Şekil 23. G1 grubunun yağış miktarı problemine yönelik bilgisayar ekranı görüntüsü

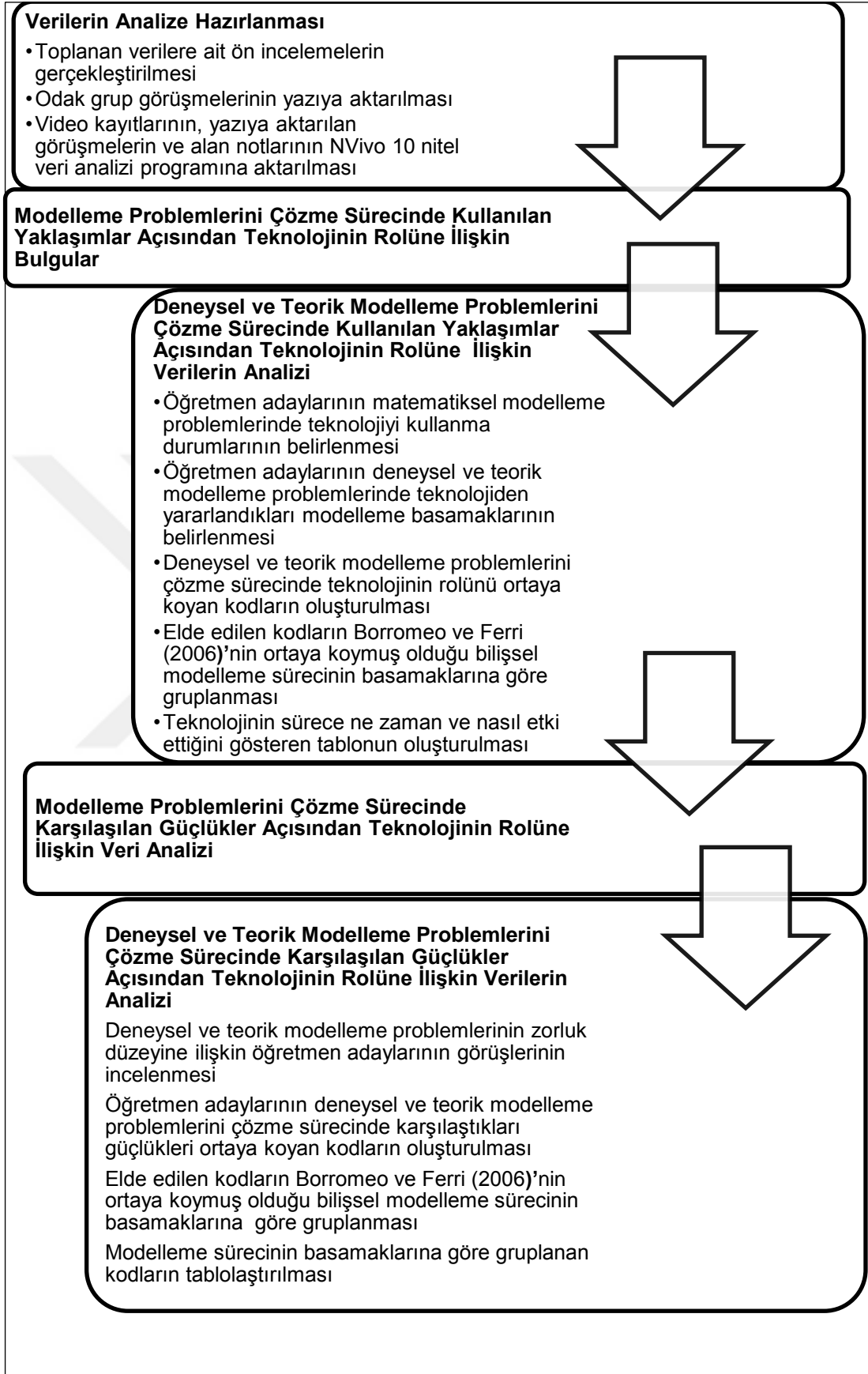
Şekil 23'te görüldüğü gibi G1 grubunun bilgisayarda yaptığı çalışmalar kayıt altına alınmış, böylelikle tekrar edilmesi zor olan çalışmaların kaybolmasının önüne geçilmiştir. Bunun yanında grupların bilgisayarda yaptıkları çalışmalara ait ekran kayıtları, teknolojinin modelleme sürecinin hangi aşamalarında ve nasıl kullanıldığı konusunda elde edilen diğer verileri desteklemeye yardımcı olmuştur.

3. 5. 5. Alan Notları

Nitel bir araştırmada, araştırmacının gözlem yaptığı ortamlarda duyduklarını, gördüklerini ve düşüncelerini yazılı hale getirmesi alan notları olarak tanımlanmaktadır (Bogdan ve Biklen, 1992). Bu çalışmada öğretmen adaylarının uygulamalarının video kamera ile kayıt alınmasının yanı sıra araştırmacı ortamda bulunarak gözlem yaparken alan notları tutmuştur. Her bir matematiksel modelleme probleminin uygulanması esnasında önemli görülen kısımlar, bu kısımlarla ilgili yorumlar ve açıklamalar araştırmacı tarafından not alınmıştır. Uygulamalar sırasında alınan alan notları sayesinde çalışma gruplarının matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ve teknolojiyi ne zaman ve ne amaçla kullandıklarını daha ayrıntılı betimleme ve örneklendirme imkanı elde edilmiştir.

3. 6. Verilerin Analizi

Araştırmanın verileri nitel analiz teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Nitel verilerin analizi uzun bir zaman alabilmekte ve bu süreç tüm verileri anlam bakımından yakından incelemeyi gerektirdiği için yorucu bir süreç haline gelebilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel veri analizi yapan yazılımlar yardımıyla araştırmacının veri analizi için harcayacağı zamanı ve enerjiyi önemli miktarda azaltması mümkündür (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Ayrıca bu yazılımların veri analiz sürecini daha açık ve sistematik hale getirme, veri analizinde süreci daha iyi kontrol etme, yapılan kodlamaları gözden geçirme ve gerektiğinde düzeltmeler yapma gibi çeşitli artıları vardır (Miles ve Huberman, 1994). Araştırmada birden çok kaynaktan veri elde edilmiş ve verilerin analizinde farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak ilişkiler ve benzerlikler ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bu nedenle verilerin analizinde araştırmacıya kolaylık sağlaması açısından NVivo 10 nitel veri analizi yazılımından yararlanılmıştır. Çalışmanın verileri araştırmanın alt problemleri göz önünde bulundurularak, teknolojinin matematiksel modelleme sürecindeki rolleri ile ilgili verilerin analizi ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükler ile ilgili verilerin analizi olmak üzere iki boyutta analiz edilmiştir. Araştırmanın veri analizinde izlenen adımlar aşağıdaki şekilde özetlenmiş ve alt problemlere yönelik veri analizi süreci ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.



Şekil 24. Veri analizinde izlenen adımlar

3. 6. 1. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Verilerin Analizi

Araştırmanın ilk alt probleminin analizi ile birlikte teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde nasıl bir rol oynadığı ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Verilerin analizinde öncelikle her bir modelleme probleminin uygulanmasından sonra çalışma gruplarıyla yapılan odak grup görüşmeleri yazıya dökülmüştür. Ardından çalışma gruplarının her bir modelleme problemine yönelik çözüm süreçlerini içeren video ve bilgisayar ekranı kayıtları, odak grup görüşmelerine ait transkriptler ve araştırmacının alan notları NVivo 10 nitel veri analizi programına aktarılmıştır. Veri analizi sırasında video kayıtları, odak grup görüşmeleri, alan notları, bilgisayar ekranı kayıtları ve çözüm dosyalarından elde edilen veriler bir araya getirilerek bir bütünlük içinde analiz edilmiştir. Bu doğrultuda farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiş, benzerlikler tespit edilerek birbirleri ile ilişkilendirilmiştir. İçerik analizinde temelde yapılan işlem birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). İçerik analizinin ilk aşaması verilerin kodlanmasıdır. Bu doğrultuda verilerin analizinde her bir çalışma grubuna ait veriler ayrı ayrı incelenerek teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde nasıl bir rol oynadığına ait kodlamalar yapılmıştır. Kodların oluşturulmasında matematiksel modelleme sürecinin kendi doğasına yönelik matematiksel kavramların kullanılmasına özen gösterilmiştir. Kodlamaların güvenilirliğinin sağlanmasında uzman görüşüne başvurulmuş ve görüş birliği esas alınmıştır. Oluşturulan kodlar ve örnek cümlelerden oluşturulan bir form hazırlanarak bu form alanla ilgili çalışmaları olan bir uzmana verilmiştir. Oluşturulan kodlarda görüş farklılığı olması durumunda uzman ile tartışılarak en uygun kod birlikte belirlenmiştir. Daha sonra elde edilen kodlar Borromeo ve Ferri'nin (2006) ortaya koymuş olduğu bilişsel modelleme sürecinin basamaklarına göre gruplanmıştır. Kodların gruplanmasında Borromeo ve Ferri'nin (2006) ortaya koymuş olduğu matematiksel modelleme süreci basamaklarının genel karakteristiği (Bkz. 2.1.1.3. No'lu Başlık) ve her bir basamak için bireylerden beklenen alt süreçler dikkate alınmıştır. Bu bağlamda veri analizi esnasında kodlama sırasında verilerin var olan teoriye göre düzenlenmesini içeren bir analiz yöntemi takip edildiğinden tümdengelimsel bir yol izlendiği ifade edilebilir (Patton, 2002). Bulguların sunumunda da birbirini destekleyecek ve anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde bir araya getirilmiştir.

3. 6. 2. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Verilerin Analizi

Araştırmanın ikinci alt probleminin analizi ile birlikte çalışma gruplarının matematiksel modelleme sürecinde ne tür güçlükler yaşadıkları ve bu güçlüklerin nedenleri ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Literatür incelendiğinde matematiksel modelleme sürecinde yaşanan güçlüklerin belirlenmesine yönelik Galbraith ve Stillman (2006) tarafından ortaya konulan teorik çerçeve (Bkz. Tablo 5) dikkat çekmektedir. Araştırmacılar oluşturdukları bu çerçevenin öğretmenler, araştırmacılar ve program geliştirmeciler tarafından modelleme görevleri düzenlemek ve verilen bir görevde nerelerde güçlükler oluşabileceğini önceden tahmin etmek amacıyla kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Ancak yapılan pilot çalışmalarda öğretmen adaylarının modelleme problemlerini çözme sürecinde bu çerçevede yer alan göstergelerin birçoğunu gerçekleştirmediği tespit edilmiştir (Bkz. Tablo 8). Ayrıca öğretmen adaylarının bu göstergelerin dışında farklı güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir. Bu nedenle öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi için içerik analizi yönteminin kullanılmasına karar verilmiştir. Bu doğrultuda her bir çalışma grubuna ait veriler ayrı ayrı incelenerek öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ne tür güçlükler yaşadıklarına ait kodlamalar yapılmıştır. Kodların oluşturulmasında matematiksel modelleme sürecinin kendi doğasına yönelik matematiksel kavramların kullanılmasına özen gösterilmiştir. Elde edilen kodlar ilk ana problemin analizinde olduğu gibi Borromeo ve Ferri (2006)'nin ortaya koymuş olduğu bilişsel modelleme sürecinin basamaklarına göre gruplandırılarak tümdengelimsel bir yol izlenmiştir. (Patton, 2002). Kodların gruplanmasında Borromeo ve Ferri (2006)'nin ortaya koymuş olduğu matematiksel modelleme süreci basamaklarının genel karakteristiği (Bkz. 2.1.1.3. No'lu Başlık) ve her bir basamak için bireylerden beklenen alt süreçler dikkate alınmıştır. Verilerin analizinde birinci araştırma probleminde olduğu gibi, video kayıtları, odak grup görüşmeleri, alan notları, bilgisayar ekranı kayıtları ve çözüm dosyalarından elde edilen veriler bir araya getirilerek bir bütünlük içinde analiz edilmiştir. Bu doğrultuda farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak analiz edilmiş, benzerlikler tespit edilerek birbirleri ile ilişkilendirilmiştir.

3. 7. Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Nitel araştırmalar için en önemli ihtiyaç okuyucuyu çalışmanın geçerliliği, güvenilirliği ve objektifliği konusunda ikna etmektir. Doğru bilgiye ulaşılması için gereken önlemlerin alınması (geçerlik), araştırma sürecini ve verileri açık ve ayrıntılı bir biçimde, yani bir

başka araştırmacının değerlendirmesine olanak verecek biçimde tanımlanması (güvenirlik), nitel çalışmaların karşılaması gereken önemli beklentilerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Nitel araştırmalarda nicel araştırmalardan farklı olarak iç geçerlik yerine inandırıcılık, dış geçerlik yerine aktarılabirlik kavramları, iç güvenilirlik yerine tutarlılık ve dış güvenilirlik (tekrar edilebilirlik) yerine ise teyit edilebilirlik kavramları söz konusudur (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu çalışmada inandırıcılığı sağlamak amacıyla bir dönem boyunca öğrencilerin yaşantıları gözlenmiş ve alan notları olarak kaydedilmiştir. Öğrenci gruplarının modelleme problemleri ile çalışma süreci boyunca veri kaybını önlemek için tüm süreç video kayıt altına alınmıştır. Bunun yanında her bir uygulamanın ardından grupların modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ve teknolojinin modelleme sürecindeki rolüne ilişkin görüşlerini elde etmek amacıyla yapılan odak grup görüşmeleri ile derinlemesine bilgi edinme fırsatı elde edilmiştir. Ayrıca grupların bilgisayarda yapmış oldukları tüm çalışmalara ilişkin ekran kayıtları ve çalışma dosyaları alınmıştır. Bu veriler teknolojinin modelleme sürecinin hangi aşamalarında ve nasıl kullanıldığı konusunda elde edilen diğer verileri desteklemeye yardımcı olmuştur. Veri analizi sırasında ise video kayıtları, odak grup görüşmeleri, alan notları, bilgisayar ekranı kayıtları ve çözüm dosyalarından elde edilen veriler bir araya getirilerek veri çeşitlemesi yoluna gidilmiştir. Tüm veri toplama araçlarından elde edilen veriler karşılıklı olarak sınanmış ve birbirleriyle desteklenmiştir. Aktarılabirliği sağlamak amacı ile verilerin elde edildiği ortam, çalışma grubu ve uygulama süreci mümkün olduğunca ayrıntılı olarak betimlenmeye çalışılmıştır. Bunun yanında bulgular doğrudan alıntılarla desteklenmiş, böylelikle yaşanan süreç canlandırılmaya çalışılmıştır. Tutarlılığı sağlamak için ise elde edilen sonuçların verilerle uyum içinde olmasına dikkat edilmiş, uygulama ortamı ve süreci tanımlanmış, veri toplama ve analiz yöntemleri ile ilgili ayrıntılı açıklamalar yapılmıştır. Teyit edilebilirliği sağlamak amacıyla da matematiksel modelleme konusunda araştırma yapan bir uzman tarafından ulaşılan sonuçlar, yapılan yorum ve öneriler ile ham verilere geri gidilmiş, tartışmalı olan yerler tekrar gözden geçirilerek düzenlenmiştir.

4. BULGULAR

Bu araştırma “matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların nasıl bir rol oynadığına ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde ne tür güçlükler yaşadıklarına ve bu güçlüklerin giderilmesinde veya ortaya çıkmasında teknolojinin nasıl bir rolü olduğuna” odaklanmaktadır. Araştırmada bulgular (i) öğretmen adaylarının sınıf içi uygulamalarda matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecine ilişkin kamera kayıtları, (ii) araştırmacı tarafından alınan alan notları, (iii) her bir uygulama sonunda katılımcılarla gerçekleştirilen odak grup görüşmeleri, (iv) katılımcıların bilgisayarda yaptıkları çalışmalara ait ekran kayıtları ve çözüm dosyaları, (v) uygulamada kullanılan çalışma yaprakları gibi farklı veri toplama yöntemleri kullanılarak elde edilen verilerin bir araya getirilmesi ile analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Araştırmanın problem durumunun ve alt problemlerini göz önünde bulundurularak bulgular: “Modelleme problemlerini çözme sürecinde kullanılan yaklaşımlar açısından teknolojinin rolüne ilişkin bulgular”, “Modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaşılan güçlükler açısından teknolojinin rolüne ilişkin bulgular” ve “Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşleri” olmak üzere üç ana başlık tasarlanmıştır. Her bir ana başlık, alt problemler çerçevesinde deneysel modelleme ve teorik modelleme problemleri için ayrı ayrı alt başlıklar halinde okuyucuya sunulacaktır.

Bu çalışmada her biri dörder kişiden oluşan beş grup yer almaktadır. Bu gruplar G1, G2, G3, G4, G5 şeklinde kodlanmıştır. Ayrıca bu gruplarda yer alan her bir katılımcı öğretmen adayını nitelemek için kullanılan isimler takmadır. Yine bu kısımda odak grup görüşmeleri sırasında araştırmacı ile öğretmen adayları arasında geçen karşılıklı diyaloglardan ve uygulamalar sırasında grupların kendi aralarında geçen diyaloglardan doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Bu diyaloglarda araştırmacıya ait konuşmaları temsil etmek için “Arş” ifadesi, öğretmen adaylarına ait konuşmaları temsil etmek için ise o öğretmen adayına verilen takma ismin baş harfi kullanılmıştır.

4. 1. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Bu bölümde öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandıkları yaklaşımlar açısından teknolojinin rolüne yönelik bulgular yer almaktadır. Öncelikle grupların matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojiyi kullanma durumları sunulmuştur. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinde teknolojiyi kullanma durumları Tablo 14’teki gibidir.

Tablo 14. Grupların Matematiksel Modelleme Problemlerindeki Teknolojiyi Kullanma Durumları

Matematiksel Modelleme Problemleri		Grupların Teknolojiyi Kullanma Durumları				
		G1	G2	G3	G4	G5
Deneysel	1 Mil Dünya Rekoru	✓	✓	✓	✓	✓
	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	✓	✓	✓	✓	✓
	Yağış Miktarı	✓	✓	✓	✓	✓
Teorik	Deniz Feneri	✓	✓	✓	✓	✓
	Merdiven Problemi	✓	x	✓	✓	✓
	Dönme Dolap Problemi	✓	✓	✓	✓	✓

Tablo 14'te görüldüğü gibi gruplarının tümü deneysel modelleme problemlerinde teknolojiye yararlanmışlardır. Deneysel modelleme problemlerinde tüm gruplar süreç boyunca teknolojiyi aktif olarak kullanmış, çözüm yaklaşımlarının temelini teknolojiye dayandırmıştır. G1 ve G3 grupları başlangıçta kâğıt-kalem çalışmasına dayalı bir yaklaşım benimsemiştir. Fakat bu grupların çok sayıdaki gerçek hayat verilerini düzenleme, verilerin grafiğini çizme ve veriler arasındaki ilişkileri belirleme gibi basitleştirme basamağına yönelik yaşadıkları güçlükler onları teknoloji kullanımına yönlendirmiştir. Teorik modelleme problemlerinde ise yalnızca G2 grubu Merdiven Problemini çözme sürecinde teknolojiye yararlanmamıştır. G2 grubu bu teorik modelleme probleminde kâğıt-kalem çalışmasına yönelik bir çözüm süreci takip etmiştir.

4. 1. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojiye ne zaman ve nasıl yararlandıkları sorusuna ilişkin bulgular matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak sunulmuştur. Bunun için öncelikle her bir deneysel modelleme probleminde grupların modelleme sürecinin hangi basamağında teknolojiye yararlandıkları belirlenmiştir. Böylelikle grupların en çok modelleme sürecinin hangi basamaklarında teknolojiye başvurdukları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ardından her bir deneysel modelleme problemine ilişkin grupların sunduğu çözümler üzerinden yapılan içerik analizi ile grupların çözüm sürecinde teknolojinin nasıl yararlandıkları belirlenmiştir. Bu çerçevede oluşturulan kodlar, modelleme sürecinin ilgili basamağı altında sunulmuştur. Bu şekilde modelleme sürecinde her bir basamağında teknolojinin kullanımına ilişkin spesifik bulgular ortaya konacaktır.

Grupların her bir deneysel modelleme problemini çözme sürecinde, teknolojiden yararlandıkları modelleme basamaklarına ait bilgiler Tablo 15'te verilmiştir.

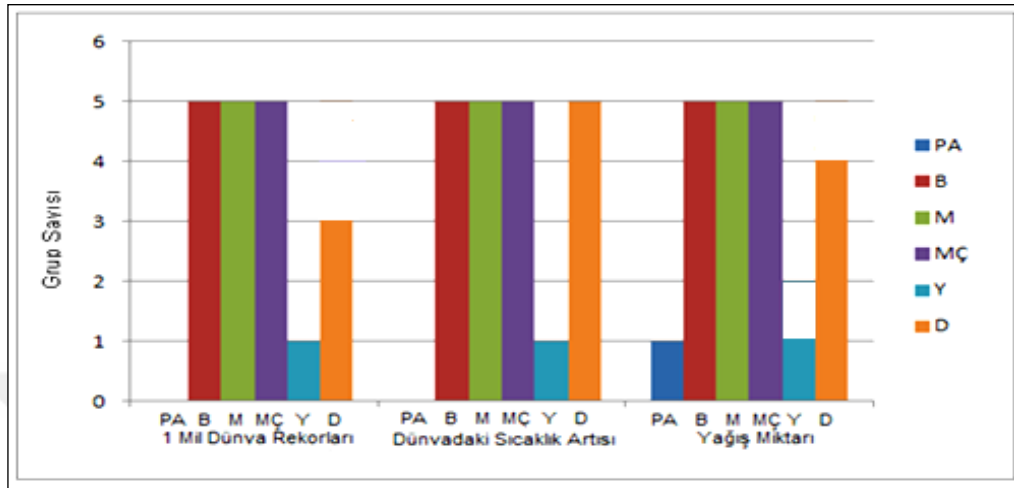
Tablo 15. Grupların Deneysel Modelleme Problemlerinde Teknolojiyi Kullanma Durumları

Deneysel Modelleme Problemleri	Matematiksel Modelleme Süreci	GRUPLAR				
		G1	G2	G3	G4	G5
1 Mil Dünya Rekoru	Problemi anlama					
	Basitleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematikselleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematiksel çalışma yapma	✓	✓	✓	✓	✓
	Yorumlama		✓			
	Doğrulama	✓			✓	✓
Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Problemi anlama					
	Basitleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematikselleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematiksel çalışma yapma	✓	✓	✓	✓	✓
	Yorumlama		✓			
	Doğrulama	✓	✓		✓	✓
Yağış Miktarı	Problemi anlama		✓			
	Basitleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematikselleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematiksel çalışma yapma	✓	✓	✓	✓	✓
	Yorumlama					✓
	Doğrulama	✓	✓		✓	✓

Tablo 15 incelendiğinde, her üç deneysel modelleme probleminde tüm gruplar matematiksel modelleme sürecinin “basitleştirme”, “matematikselleştirme”, “matematiksel çalışma yapma” ve “doğrulama” basamaklarında teknolojiden en fazla yararlanmışlardır. Bununla birlikte yine tüm gruplar matematiksel modelleme sürecinin “problemi anlama” ve “yorumlama” basamaklarında teknolojiden en az faydalanmışlardır.

Tablo 15'e göre “1 Mil Dünya Rekoru” ve “Dünyadaki Sıcaklık Artışı” problemlerinin her ikisinde de tüm gruplar “problemi anlama” basamağı için teknolojiden yararlanmamıştır. Her iki problem için de yalnızca G2 grubu “yorumlama” basamağında teknolojiden, çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amaçlı (internet vasıtasıyla) faydalanmıştır. “Yağış miktarı” problemine gelindiğinde yalnızca G2 grubu internet aracılığıyla problem durumunu anlamaya yönelik araştırma yapmak amaçlı teknolojiden yararlanmıştır. Bu problemi çözme sürecinde “yorumlama” basamağında

yalnızca G5 grubu çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemek amacıyla internet kullanmıştır. Grupların deneysel modelleme problemlerin çözümünde teknoloji kullanımının, modelleme sürecinin basamaklarına göre dağılımı Grafik 1’de verilmiştir.



Grafik 1. Grupların deneysel modelleme problemlerinde teknoloji kullanma durumları

*PA; problemi anlama, B; basitleştirme M; matematikselleştirme, MÇ; matematiksel çalışma, Y; yorumlama ve D; doğrulama basamaklarını ifade etmektedir.

Grafik 1’e bakıldığında, en genel anlamda, öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerini çözerken modelleme sürecinin tüm basamaklarında teknolojiyi kullandıkları söylenebilir. Buna ek olarak teknoloji kullanımının modelleme sürecinin özellikle “basitleştirme”, “matematikselleştirme”, “matematiksel çalışma” ve “doğrulama” basamaklarında ön plana çıktığı görülmektedir.

Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin rolüne yönelik yapılan içerik analizinden elde edilen kodlar matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak Tablo 16’da özetlenmiştir.

Tablo 16. Deneysel Modelleme Problemlerinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Kodlar

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Problemi Anlama	Araştırma yapma	Problem durumu ile ilgili gerçek yaşam verilerine ulaşmak ve incelemek amaçlı interneti kullanma.
	Verileri düzenleme	Problem verilerini, üzerinde daha rahat çalışılabilir duruma dönüştürme.
Basitleştirme	Verilerin grafiğini çizme	Gerçek yaşam verilerinin somut ve kullanışlı hale getirilmesi ve değişkenler arasındaki ilişkilerin ortaya konulması amacıyla grafik çizimi

Tablo 16'nın devamı

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Matematikselleştirme	Grafik analizi	Aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modellerin incelenmesi ve bunlardan en uygununa karar verilmesi
	Matematiksel hesaplama yapma	Oluşturulan matematiksel modeller ile ilgili matematiksel sonuçların elde edilmesine yönelik yapılan matematiksel çalışmalar
Matematiksel Çalışma	Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme	Oluşturulan matematiksel modelin geçerliliğini araştırmak amacıyla problemde bulunması istenen matematiksel sonuçların dışında ek sonuçların elde edilmesi
	Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme	Matematiksel modelden elde edilen sonuçların, gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amaçlı interneti kullanma
Doğrulama	Modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme	Problem verileri ile modelden elde edilen verilerin karşılaştırılarak modelin doğruluğunun incelenmesi
	Modelin genellenebilirliğini test etme	Oluşturulan modellerin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığının incelenmesi
	Modelin doğrulanmasını göz ardı etme	Teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmış olup teknolojik yazılımların her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi ile modelin geçerliliğini sağlamanın göz ardı edilmesi

Bundan sonraki kısımda teknolojinin deneysel modelleme problemlerini çözme sürecindeki rollerine yönelik elde edilen kodlar matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında ele alınacaktır. Elde edilen kodları desteklemek amacıyla her bir koda yönelik çalışma kâğıtlarından, bilgisayar ekranı görüntülerinden örneklere ve betimsel analizlere yer verilecektir.

4. 1. 1. 1. Problemi Anlama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinin problemi anlama basamağında teknoloji *araştırma yapma* rolünü üstlenmiştir. Öğretmen adayları bu basamağa yönelik teknolojik araç olarak internetten yararlanmışlardır. Problemi anlama basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17. Problemi Anlama Basamağında Teknolojinin Rolü

Problemi Anlama Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Araştırma yapma	-	-	G2

Tablo 17’de görüldüğü gibi problemi anlama basamağı altında ele alınan araştırma yapma kodu yalnızca G2 grubunun Yağış Miktarı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

Araştırma Yapma

Teknolojinin araştırma yapma rolü problem durumunun anlaşılması ve problemde istenenlerin belirlenmesi amacıyla problem durumu ile ilgili gerçek yaşam verilerinin araştırılmasını ifade etmektedir. Burada teknolojik araç olarak internet ön plana çıkmıştır. İnternet, katılımcılara matematiksel modelleme probleminin anlaşılması ve problemin bağlamının yorumlanması açısından problem verilerine yönelik araştırma yapma imkânı sağlamıştır. Böylelikle modelleme sürecinde internetin varlığı gerçek yaşam durumundan kaynaklı anlaşılmayan kısımların açıklanmasına ve problemin içeriğinin tartışılmasına yardımcı olmuştur.

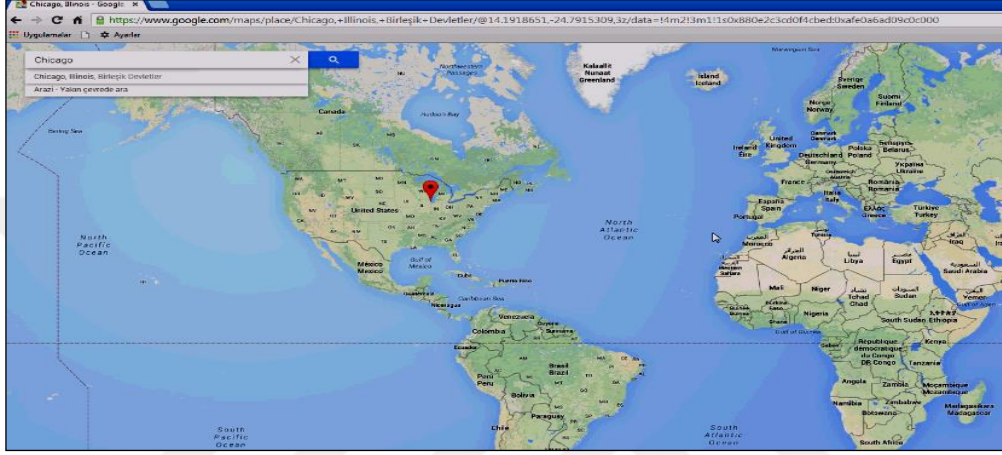
Problem durumu ile ilgili araştırma yapma kodu yalnızca G2 grubunun Yağış Miktarı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G2 grubu Yağış Miktarı probleminin içeriğini tartışmış ve problemde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri problemi okuduktan sonra problemde Amerika Birleşik Devletleri’nin Hawaii ve Chicago eyaletlerine ait yıllık ortalama yağış miktarları verileri ile tek bir model mi, ya da iki ayrı model mi bulacakları konusunda kararsız kalmıştır. G2 grubu bunun üzerine Hawaii ve Chicago eyaletlerinin konumları hakkında tartışmıştır. Daha sonra grup üyeleri bu eyaletler ile ilgili bilgi toplamak amacıyla internette araştırma yapmaya karar vermiştir. Yağış Miktarı problemini anlamaya ilişkin G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- S: *Amerika Birleşik Devletleri’nin hepsi kuzeyde değil di mi?*
- G: *Yarısı aşağıda, yarısı yukarıda. Ama Hawaii ile şey...*
- S: *Chicago. Birisi kuzeyde birisi güneyde sanki. Bu değerler birbirinin zıttı sanki. Biri artarken diğeri azalıyor. Acaba farklı yönlerde oldukları için mi?*
- G: *Ben de öyle düşündüm. Dur bakalım (İnternette araştırma yapılıyor)... Güneyde mi oluyor bu (Hawaii’yi kast ederek)? Evet, güneyinde oluyor...*

S: O zaman bu değerler arasındaki farklar konumlarının farklı olmasından kaynaklanıyor.

G: Yani... O zaman her ikisi için ayrı modeller bulmak lazım.

G2 grubunun Yağış Miktarı probleminde problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşma ve incelemeye yönelik bilgisayarda yaptıkları çalışmalara ait ekran görüntüsü Şekil 25'te verilmiştir.



Şekil 25. G2 grubunun problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşma ve incelemeye yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu internet aracılığıyla Amerika kıtasının haritasını incelemiş ve problemde verilen eyaletlerin hangi bölgelerde yer aldığını araştırmıştır. Grup üyeleri böylelikle ilgili eyaletlerdeki yağış miktarlarındaki farklılığın sebepleri hakkında bilgi sahibi olmuş ve problemin bağlamını yorumlayabilmiştir.

4. 1. 1. 2. Basitleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Deneyisel modelleme problemlerini çözme sürecinin basitleştirme basamağında teknoloji *verileri düzenleme* ve *verilerin grafiğini çizme* rolünü üstlenmiştir. Öğretmen adayları bu basamakta teknolojik araç olarak Excel ve GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Basitleştirme basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 18'de verilmiştir.

Tablo 18. Basitleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü

Basitleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekuru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Verileri düzenleme	G4	-	-
Verilerin grafiğini çizme	G1, G2,G3,G4,G5	G1, G2,G3,G4,G5	G1, G2,G3,G4,G5

Tablo 18'de görüldüğü gibi basitleştirme basamağı altında ele alınan verilere düzenleme kodu yalnızca G4 grubunun 1 Mil Dünya Rekuru problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Verilerin grafiğini çizme kodu ise tüm gruplarda ve tüm modelleme problemlerinde ortaya çıkmıştır.

Verileri Düzenleme

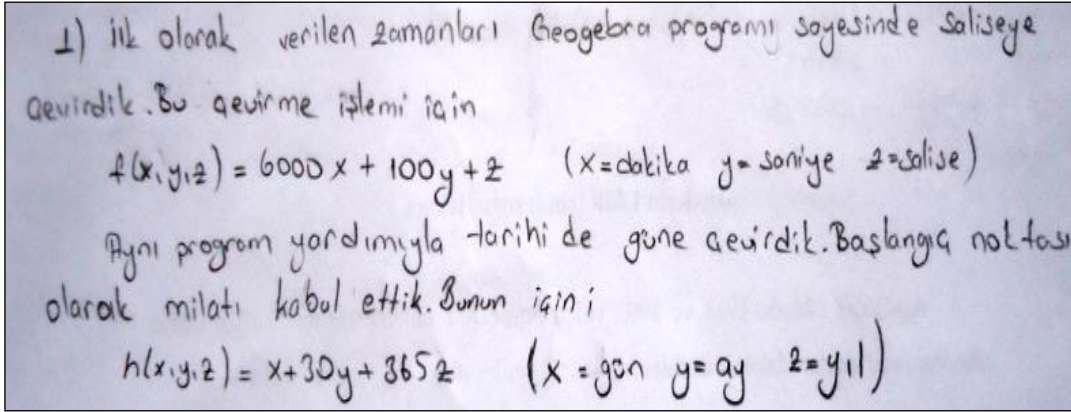
Teknolojinin verileri düzenleme rolü problem verilerinin organize edilerek, üzerinde daha rahat çalışılabilir duruma dönüştürülmesini ifade etmektedir. Verilerin düzenlenmesinde teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Teknolojinin verileri düzenlemeye yönelik üstlendiği bu rol, problem verilerinin hızlı bir şekilde düzenlenmesini ve normal şartlarda işlem hatalarına neden olabilecek hesaplamaların kolaylıkla üstesinden gelinmesini sağlamıştır. Verileri düzenleme rolü öğretmen adaylarını uzun ve yorucu cebirsel işlemlerden kurtararak, hızlı ve hatasız bir şekilde matematiksel modele ulaşmalarını kolaylaştırmıştır.

Öğretmen adaylarının 1 Mil Dünya Rekuru problemini çözerken ilk yaptıkları şeylerden biri verilen çok sayıdaki veriyi düzenleme işi olmuştur. G1, G2, G3 ve G5 grupları verileri düzenlemede kağıt-kalem kullanırken, G4 grubu verileri düzenleme ve birimleri birbirine dönüştürmede kolaylık sağlaması amacıyla teknolojiye yararlanmıştır. Bunun için G4 grubu 1 Mil Dünya Rekuru probleminde dakika, saniye ve salise cinsinden verilen verilere yönelik GeoGebra yazılımının cebir penceresini kullanarak bir fonksiyon tanımlamış, zaman verilerini tek bir birime (saliseye) dönüştürmüştür. Ayrıca G4 grubu problemde gün, ay, yıl olarak verilen verileri de başka bir fonksiyon tanımlayarak tek birime (güne) dönüştürmüştür. G4 grubu 1 Mil Dünya Rekuru problemi ile çalışmaları sırasında dakika, saniye ve salise cinsinden verilen verileri düzenlemenin ve birimleri birbirine dönüştürmenin çok zaman alacağını ifade etmiştir. Daha sonra grup üyelerinden biri, birimleri dönüştürmek amacıyla bir fonksiyon tanımlamaya karar vermiştir.

1 Mil Dünya Rekuru problemi için verileri düzenleme esnasında G4 grubu içinde aşağıdaki diyaloglar gerçekleşmiştir:

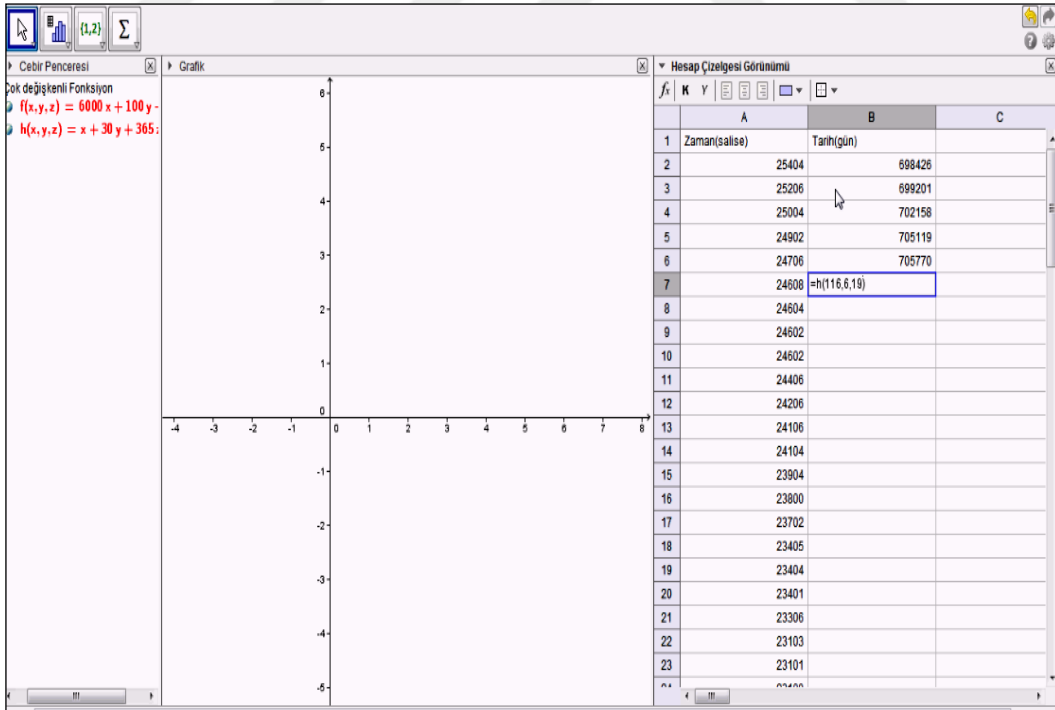
- A: 4 çarpı 3600 müydü neydi bu?
- D: Oo böyle çok uzun olur bu (Birimleri dönüştürmenin çok zaman alacağını kastediyor).
- A: Abi ne yapalım, yapacak bir şey yok. Nasıl çevireceğiz zamanı? Aaa! Fonksiyon, fonksiyon.
- D: Nerede?
- A: Ama burada fonksiyonu nasıl yapacağız ki? Tamam. Burada (hesap çizelgesinde) belirleyelim fonksiyonları. $f(x)$ fonksiyonumuz şöyle olsun (GeoGebra'da yazıyor). $s(x)$ olsun. Saatin x 'i ya da h ile gösterelim.
- D: Tamam.
- A: $h(x)$ eşittir x çarpı 3600 yapalım.
- D: Saniyeye çevirmiyor musun? Hatta salise cinsinden vermiş.
- İ: Bence de salise cinsinden yap.
- A: Salise mi? Sil o zaman. Dakika değil mi o?
- D: Evet. 4 dakika. Saliseye nasıl çevireceksin ben onu diyorum.
- A: Tamam şöyle, 600 ile çarpacağız (GeoGebra'da tanımlayacağı $f(x,y,z)$ fonksiyonunda x 'in katsayısını belirliyor).
- İ: 600 ile mi?
- A: Salise 100 saniye ya. 6000 ile çarpacağız. x , y , z olarak yazacağız. Bakalım oluyor mu? Çok değişkenli fonksiyon oluyor mu? Evet oluyor. Bak şimdi biz fonksiyonu yazacağız o bize her şeyi verecek. $h(x)$ eşittir 6000 çarpı x , y çarpı 100, artı z .
- D: Tamam.
- A: Bu kadar. Eşittir yapacağız. Bir tane veri söyleyin.
- D: 4:14.4 (Tablodan bir milin koşulma süresine ait bir veriyi okuyor).
- A: (Yazdıkları fonksiyona değerleri yazıyor). Tamam, oldu işte.

G4 grubuna ait konuşmalardan da görüleceği gibi grup üyeleri başlangıçta birimleri dönüştürmenin çok zaman alacağını ifade etmiştir. Daha sonra grup üyeleri GeoGebra yazılımı aracılığıyla bir birim dönüştürme fonksiyonu tanımlamaya karar vermiştir. Grup üyeleri kendi oluşturdukları çok değişkenli fonksiyon yardımıyla birimleri kolay ve hızlı bir biçimde birinden diğerine dönüştürebilmiştir. G4 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru problemine yönelik çözüm kağıdında yaptıkları açıklamalar Şekil 26'da verilmiştir.



Şekil 26. G4 grubunun verileri düzenlemeye yönelik çözüm kağıdında yaptıkları açıklamalar

Şekil 26'da görüldüğü gibi G4 grubu GeoGebra yazılımında zaman ve tarih verileri için iki ayrı fonksiyon tanımlamıştır. Ancak 1 saniyenin 100 salise olduğu yanlışlığına sahip olmaları nedeniyle oluşturdukları $f(x,y,z)$ fonksiyonunun katsayılarını yanlış belirlemişlerdir. G4 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde verileri düzenlemeye yönelik bilgisayarda yaptıkları çalışmalara ait ekran görüntüsü ise Şekil 27'de verilmiştir.



Şekil 27. G4 grubunun verileri düzenlemeye yönelik yaptıkları çalışmalar

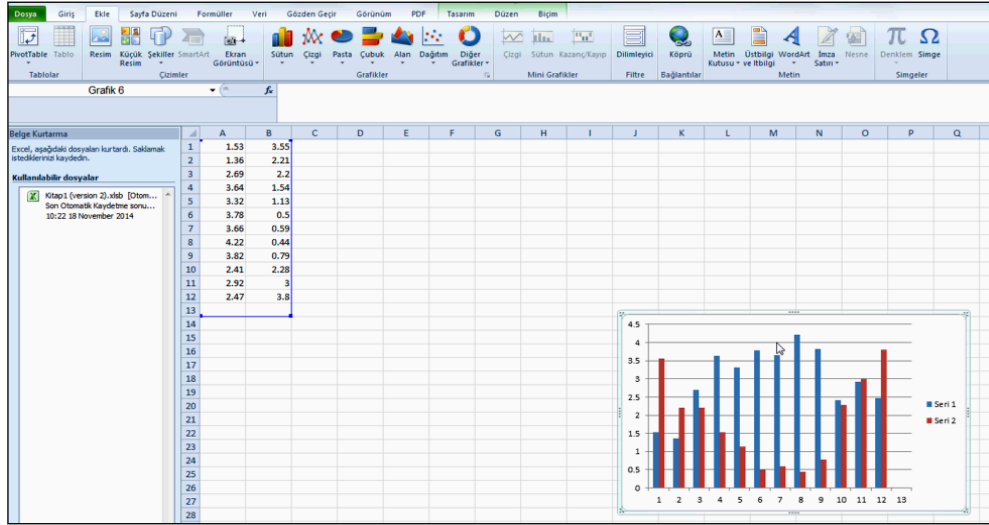
Şekilde görüldüğü gibi G4 grubu GeoGebra'da cebir penceresi aracılığıyla zaman ve tarih verileri için çok değişkenli fonksiyonlar oluşturmuştur. Grup üyeleri daha sonra

oluşturdukları bu fonksiyonlar için hesap çizelgesinde değerleri yazarak birimleri kolaylıkla dönüştürmüştür. G4 grubunun verileri düzenlemede teknolojiden yararlanmasının, diğer gruplara göre modele daha hızlı ulaşmalarında etkili olduğu söylenilebilir.

Verilerin Grafiğini Çizme

Teknolojinin verilerin grafiğini çizme rolü, gerçek yaşam verilerinin somut ve kullanışlı hale getirilmesini ve değişkenler arasındaki ilişkilerin grafiksel gösterimini ifade etmektedir. Burada GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Teknolojinin üstlendiği bu rol, katılımcılara verilerin nasıl bir dağılıma sahip olduğunu inceleme, verilerin eğilimi hakkında yorum yapma ve model hakkında ön tahminlerde bulunma fırsatı sağlamıştır. Ayrıca verilerin grafiğini çizme konusunda teknolojik araçlar, kâğıt kalem ile yapılan ölçeklendirme ve çizim hatalarının önüne geçilmesine katkıda bulunmuştur.

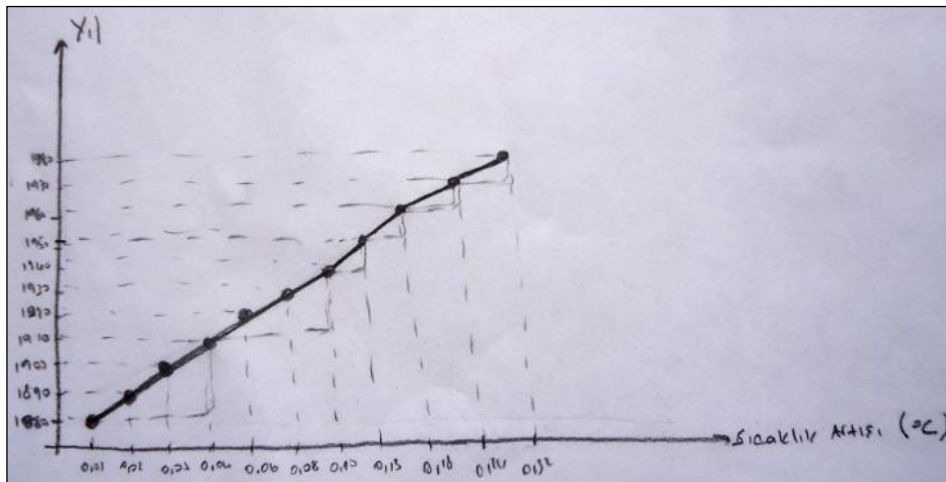
Tüm gruplar deneysel modelleme problemlerinde verileri görselleştirmek amacıyla grafiklerden yararlanmıştır. Problemden yer alan verilere ait grafikleri çizmek amacıyla her grup teknolojiden yararlanmıştır. G1 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemlerinde verilerin grafiğini çizmek amacıyla GeoGebra yazılımının yanı sıra Excel programından da yararlanırken, diğer gruplar yalnızca GeoGebra yazılımından yararlanmıştır. G1 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemlerinde verilerin grafiğini çizerken başlangıçta Excel programını tercih etmiştir. G1 grubu Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde ise grafik çizmek amacıyla yalnızca GeoGebra yazılımından yararlanmıştır. G1 grubu 1 Mil Dünya Rekoru problemi ile çalışmaları sürecinde verilerin grafiğini çizmek amacıyla iki gruba ayrılmıştır. Bir grup kâğıt-kalem ile verilerin grafiğini çizerken, diğer grup Excel programı yardımıyla verilerin grafiğini çizmeye çalışmıştır. Grup üyeleri Excel programına girmiş oldukları veriler arasındaki ilişkiyi gösteren bir çizgi grafiği oluşturmaya çalışmıştır. Ancak grup üyeleri, grafik çizdirmeye yönelik programı kullanma konusunda yaptıkları teknik hatalar nedeniyle uygun bir grafik çizememiştir. G1 grubu bunun üzerine verilerin grafiğini GeoGebra yazılımında çizmeye karar vermiştir. G1 grubu verilerin grafiğini GeoGebra yazılımı yardımıyla uygun bir şekilde çizebilmiştir. Yağış Miktarı probleminde ise G1 grubu veriler arasındaki ilişkileri görmek amacıyla önce kâğıt-kalem ile grafik oluşturmaya çalışmıştır. Ancak G1 grubu kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafikte verileri uygun aralıklarla yerleştirememiştir. Bu durum veriler arasındaki ilişkileri görmelerinde G1 grubuna güçlük yaşatmıştır. Bunun üzerine G1 grubu verileri Excel programına girerek sütun grafiği oluşturmaya karar vermiştir. G1 grubunun Excel programında çizmiş olduğu sütun grafiği Şekil 28'de verilmiştir.



Şekil 28. G1 grubunun yağış miktarı problemi için Excel programında çizdiği sütun grafiği

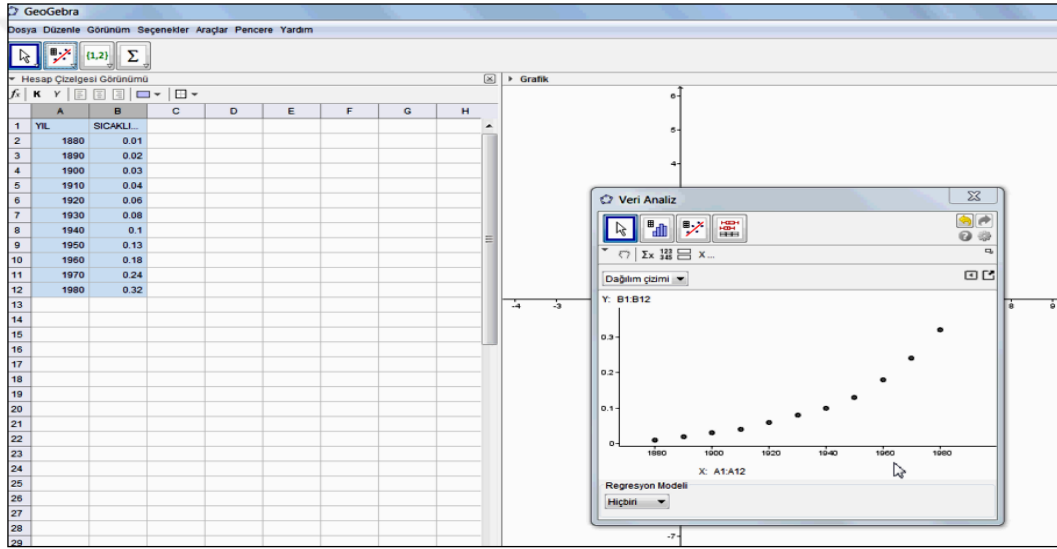
Şekil 28'de görüldüğü gibi G1 grubu Excel programında iki ayrı veri grubuna ait sütun grafiği oluşturmuştur. G1 grubu çizmiş olduğu bu grafikte iki veri grubu arasında ters orantılı bir ilişki olduğunu görmüştür. Grup üyelerinin çizdiği bu grafik oluşturacakları modele yönelik tahminde bulunmalarını kolaylaştırmıştır.

Grupların üstel bir modele ulaşmalarının beklendiği Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde ise G3 grubu başlangıçta verilerin grafiğini kâğıt-kalem ile çizmiştir. G3 grubu çizmiş olduğu grafikte verileri uygun aralıklarla yerleştirememiş ve bu durum doğrusal ilişki gösteren bir grafik elde etmelerine neden olmuştur. G3 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemine yönelik çizmiş olduğu grafik, Şekil 29'da verilmiştir.



Şekil 29. G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı problemine yönelik çizmiş olduğu grafik

Şekil 29'da görüldüğü gibi G3 grubu grafikte problem verilerini uygun aralıklarla yerleştirememiştir. G3 grubunun çizmiş olduğu grafik, veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu düşünmelerine neden olmuştur. Bu nedenle grup üyeleri veriler yardımıyla doğrusal bir model oluşturmuş ve daha sonra oluşturduğu doğrusal modeli problem verileri için test etmiştir. G3 grubunun oluşturduğu doğrusal modelin veriler için uygun sonuçlar vermemesi veriler için uygun bir model oluşturamadıklarını fark etmelerini sağlamıştır. Bunun üzerine G3 grubu GeoGebra yazılımını kullanmaya yönelmiş ve verilerin grafiğini GeoGebra yazılımı aracılığıyla çizmeye karar vermiştir. G3 grubunun GeoGebra yazılımında verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 30'da verilmiştir.



Şekil 30. G3 grubunun verilerin grafiğini çizmeye yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar

Şekil 30'da görüldüğü gibi G3 grubu GeoGebra yazılımı aracılığıyla verilerin grafiğini çizmiş ve verilerin üstel bir dağılıma sahip olduğunu fark etmiştir.

G2, G4 ve G5 grupları ise deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde GeoGebra yazılımını kullanmayı tercih etmiştir. 1 Mil Dünya rekoru probleminde verilerin grafiğini çizmeye ilişkin G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

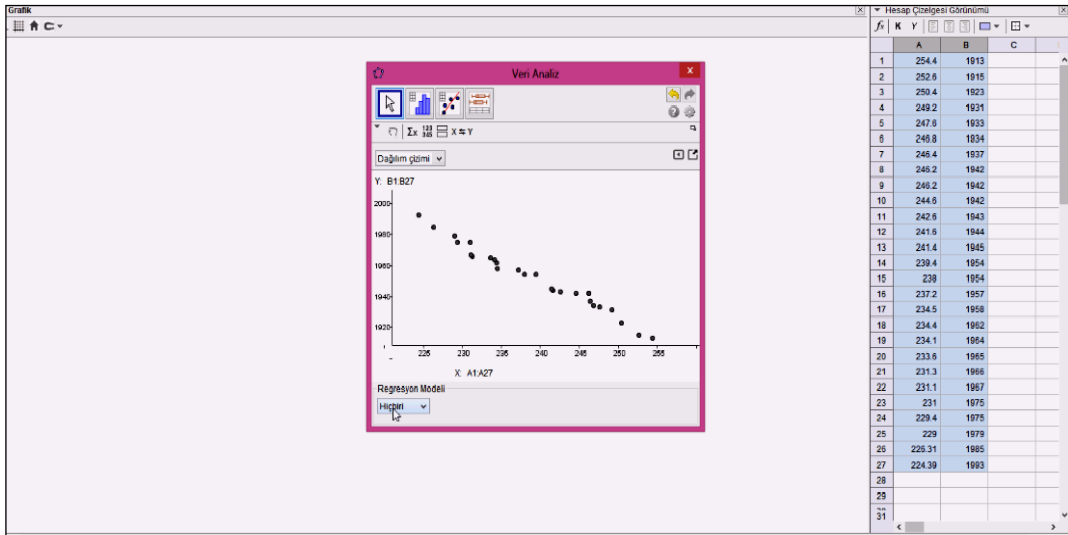
S: *Bir şey söyleyeyim mi? Bence verileri hesap çizelgesine girelim. Sen yaz benim dediklerimi.*

T: *Tamam söyle.*

S: *(Problemdaki zaman ve tarih verilerini tek tek okuyor).*

- T: (Grup arkadaşının okuduğu problem verilerini tek tek hesap çizelgesine giriyor). Tamam.
- S: Şimdi seç bu değerleri. Grafik nasılmış bir bakalım.
- T: (Hesap çizelgesine girmiş oldukları verileri seçip grafiğini çizdiriyor).
- M: Hiç değişmiyor, dümdüz kalıyor bu grafik.
- T: Çünkü yıllar arttıkça süre azalıyor. Doğrusalmış gibi. Ama doğrusal olmaması lazım. Çünkü belli bir süre sonra rekor kırılmayacak.
- S: Aynen.
- T: Bu tarafa doğru artacak mı peki? Şurada sabit kalacak (1 milin koşulmaya başladığı ilk yılı kastediyor). Belki sinüs grafiği olabilir. Bak dalgalı ya. Tekrar edecek yani. Şimdi buradan böyle artacak, azalacak, artacak, azalacak.
- S: Aynen. Bana en mantıklısı sinüs gibi geldi.
- M: Hayır ya. Sinüs grafiği olamaz bu. Sinüs olması için tekrar aynı değerlere gitmesi lazım grafiğin.

G5 grubu GeoGebra yardımıyla problem verilerine ait grafiğini oluşturmuş, daha sonra bu grafiğini inceleyerek verilerin dağılımı hakkında yorumlarda bulunmuş ve modeli tahmin etmeye çalışmıştır. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde G5 grubunun verilerin grafiğini çizmeye yönelik bilgisayarda yaptığı çalışmalar Şekil 31’de verilmiştir.



Şekil 31. G5 grubunun verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G5 grubu problem verilerini GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girmiş, ardından bu verileri seçerek program yardımıyla verilerin grafiğini çizmiştir.

4. 1. 1. 3. Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Deneyisel modelleme problemlerini çözme sürecinin matematikselleştirme basamağında teknoloji grafik analizi rolünü üstlenmiştir. Öğretmen adayları tüm deneyisel modelleme problemlerinde modeli oluştururken GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Tüm gruplar problem verilerini hesap çizelgesine girerek regresyon analizi yardımıyla verileri analiz etmiştir. Gruplar daha sonra modeli belirlerken noktaların en yakınından geçen grafik modellerini incelemiş ve karşılaştırmıştır. Matematikselleştirme basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19. Matematikselleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü

Matematikselleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü			
Deneyisel modelleme problemleri			
Kod	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Grafik analizi	G1, G2, G3, G4, G5	G1, G2, G3, G4, G5	G1, G2, G3, G4, G5

Tablo 19'da görüldüğü gibi matematikselleştirme basamağı altında ele alınan grafik analiz kodu tüm gruplarda ve tüm modelleme problemlerinde ortaya çıkmıştır.

Grafik Analizi

Teknolojinin grafik analizi rolü, aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modellerin incelenmesini ve bunlardan en uygununa karar verilmesini ifade etmektedir. Burada teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Grafik analiz kodu tüm gruplarda ve tüm modelleme problemlerinde ortaya çıkmıştır. Gruplar yazılım aracılığıyla olası fonksiyonlar üretilmiş ve bu fonksiyonlar içinden veriler için en uygun olanı belirlenmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda teknolojinin grafik analiz rolü, öğretmen adaylarını hangi modelin en uygun model olduğunu belirleme gibi daha üst düzey bilgi ve beceri kullanmalarını gerektiren durumlarla karşı karşıya bırakmıştır.

Tüm gruplar deneyisel modelleme problemlerinde GeoGebra yazılımı yardımıyla verilere ait matematiksel modelleri inceleyerek, grafik üzerindeki noktaların en yakınından geçen modeli belirlemeye çalışmıştır. Gruplar GeoGebra yazılımında yer alan doğrusal,

üstel, üs, logaritmik, polinom, sinüs modellerini tek tek inceleyerek her bir modelin grafik üzerindeki noktaların ne kadarına karşılık geldiğini araştırmıştır. Burada G4 ve G5 grupları yazılımda yer alan modelleri incelemeyen önce çizdikleri grafikleri yorumlayarak veriler için en uygun modelin hangisi olabileceği konusunda tartışmıştır. G4 ve G5 grupları daha sonra diğer gruplar gibi GeoGebra yazılımındaki modellere ait grafikleri incelemiştir. G2 grubu ise yalnızca Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde modeli belirlemeden önce verileri incelemiştir. Diğer durumlarda ise başlangıçta verilerin en iyi hangi fonksiyonla modellenebileceğine yönelik bir tartışma yapılmamıştır. Burada dikkat çeken önemli bir husus G5 grubu dışındaki tüm grupların verilerin genel eğilimini ve modelin gerçek yaşam için anlamlı olması gerekliliğini çoğu zaman göz ardı ederek, verilen tüm noktalardan geçen modeli belirleme şeklinde bir eğilime sahip olmasıdır.

Grupların deneysel modelleme problemlerinde grafik analizi yöntemiyle belirledikleri modellerin uygun model olup olmama durumu Tablo 20'de özetlenmiştir.

Tablo 20. Grupların Deneysel Modelleme Problemlerinde Grafik Analizi Yöntemiyle Belirledikleri Modellerin Uygunluk Durumu

Gruplar	Problemler		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
G1	Uygun olmayan model	Uygun model	Uygun model
G2	Uygun model	Uygun model	Uygun olmayan model
G3	Uygun olmayan model	Uygun model	Uygun olmayan model
G4	Uygun model	Uygun model	Uygun olmayan model
G5	Uygun model	Uygun model	Uygun model

Tablo 20'de görüldüğü gibi tüm gruplar Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde grafik analizi yöntemiyle uygun matematiksel modelleri belirleyebilmiştir. G5 grubu tüm modelleme problemlerinde uygun matematiksel modelleri belirleyebilmiştir. G1 ve G3 grupları 1 Mil Dünya Rekoru problemi için uygun olmayan modeller belirlemiştir. Yağış miktarı probleminde ise G2, G3 ve G4 grupları uygun olmayan matematiksel modeller belirlemiştir.

G4 ve G5 grubu regresyon analizi ile modeli belirlemeden önce problem verileri için çizdikleri grafikleri incelemiş ve yorumlamıştır. Bu gruplar veriler için en uygun modelin hangisi olabileceği konusunda tartışmıştır. Daha sonra yazılımda yer alan matematiksel modellere ait grafikleri incelemiş ve veriler için en uygun olan modeli belirlemeye çalışmıştır. G4 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kâğıdında yaptığı açıklamalar Şekil 32'de verilmiştir.

a) Değerleri GeoGebra programında tabloya yazdık. Regresyon analizini "log" ya göre oluşturduk. Bunun sonucunda:

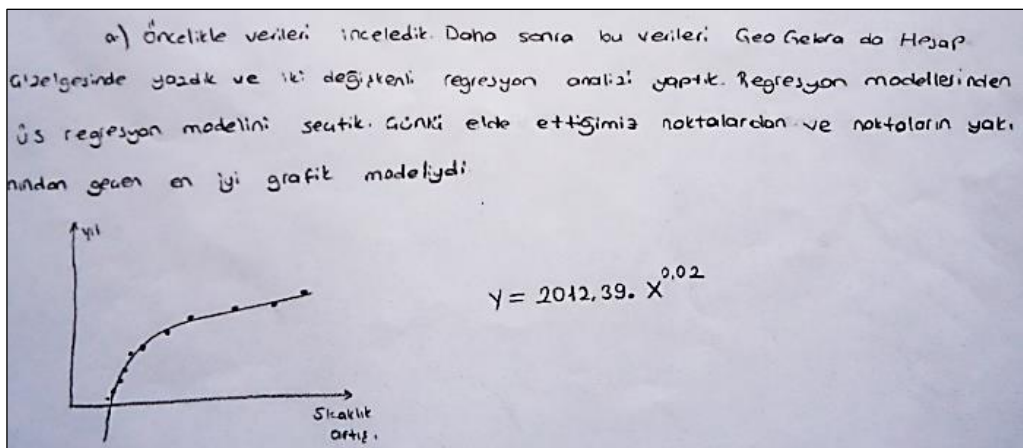
$$y = 2010.87 + 30.46 \cdot \ln(x)$$

(x: sıcaklık artışı, y: yıl)
denklemine ulaştık.
Analizi logaritmaya göre yapmamızın sebebi ilk baştaki sıcaklık artışı çok küçük olarak artıyor, her geçen bu artış gitgide artmaktadır.

Şekil 32. G4 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar

G4 grubunun Şekil 32'deki açıklamalarından görüleceği gibi grup üyeleri veriler arasındaki artışların başlangıçta daha az olduğunu, daha sonra giderek arttığını ifade etmiştir. G4 grubu bu nedenle veri analizini logaritma fonksiyonuna göre yaptıklarını belirtmiştir. Bu anlamda G4 grubu verilerin genel eğilimini yorumlayarak veriler için en uygun modelin hangisi olabileceği konusunda tartışmıştır.

G1 ve G2 grupları ise tüm problemlerde GeoGebra yazılımı yardımıyla veriler için regresyon analizi uygulamış, GeoGebra yazılımında yer alan doğrusal, üstel, üs, logaritmik, polinom, sinüs modellerini tek tek inceleyerek, grafik üzerindeki noktaların en yakınından geçen modeli belirlemeye çalışmıştır. G2 grubu yalnızca Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde modeli belirlemeden önce verileri incelemiştir. G2 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar Şekil 33'te verilmiştir.



Şekil 33. G2 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar

G2 grubunun Şekil 33'teki açıklamalarından görüleceği gibi grup üyeleri regresyon analizi ile verileri analiz etmiştir. G2 grubu noktaların yakınından geçen en iyi grafik modeli olduğu için üs modelini tercih ettiğini belirtmiştir. G1 grubu da G2 grubu gibi tüm problemlerde grafik üzerindeki noktaların en yakınından geçen modeli belirlemeye çalışmıştır.

G5 grubu ise öncelikle verileri incelemiş, verilerin hızlı bir şekilde arttığını ifade etmiştir. Ardından GeoGebra'da çizdiği grafiği yorumlamış ve artışın üstel bir artış olduğunu ifade etmiştir. G5 grubu daha sonra GeoGebra yazılımını kullanarak verileri analiz etmiştir. Grup üyeleri verileri analiz ettikten sonra yazılımda yer alan matematiksel modellere ait grafikleri incelemiş ve veriler için en uygun olan modeli belirlemeye çalışmıştır. G5 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar Şekil 34'te verilmiştir.

ÇÖZÜM: a-) Verileri Geogebra programında hesap arafgesi görümlüne aktarıp onu iki değirkentli regresyon analizinden verileri analiz ettik. Regresyon modellerinden en uygun olan grafiği "üs" grafiğini seçtik. Buradan $y = 2012,39 \cdot x^{0,02}$ formülüne ulaştık. Bu formül diğer regresyon modellerini denediğimizde çıkan karmaşık ve kullanışsız modellerden daha uygundur. Ayrıca verilerden sıcaklık artışı gidelede artarken denediğimiz diğer modellerin bazıları negatif değerler vermiştir. Bazıları da yıl açısından olması zor sonuçlar vermiştir. Modelimiz: daha kullanışlı olabilmesi için $y = 2012,4 \cdot x^{0,02}$ olarak düzenledik. (Burada $y = \text{yıl}$, $x = \text{sıcaklık artışı}$)

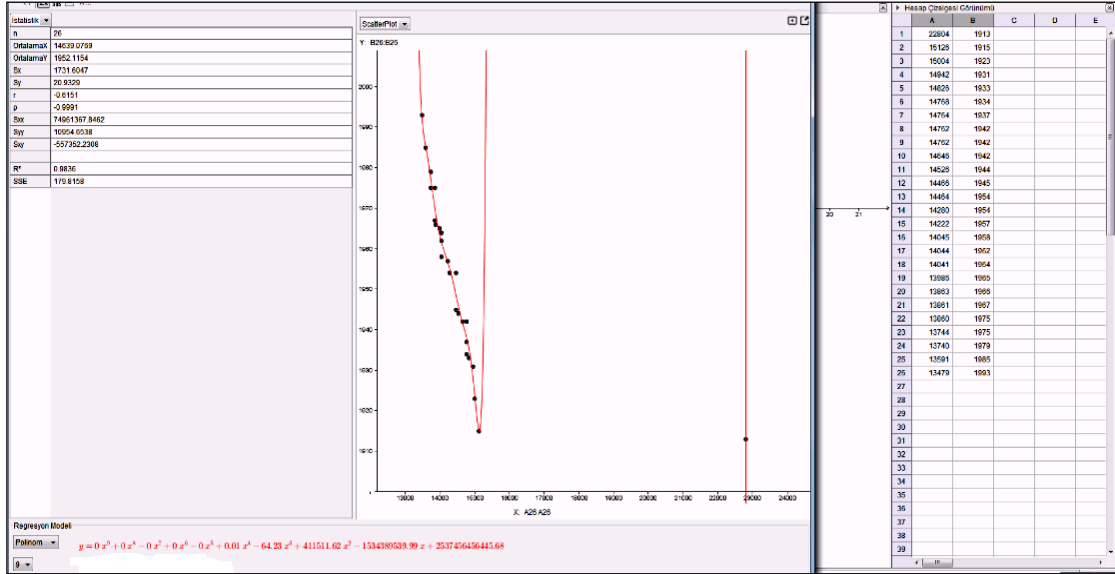
Şekil 34. G5 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar

G5 grubunun Şekil 34'teki açıklamalarından görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımını kullanarak regresyon analizi ile verileri analiz etmiştir. G5 grubu veriler için en uygun grafik olması ve diğer modellere göre daha kullanışlı olması nedeniyle üs modelini belirlediklerini ifade etmiştir.

G3 grubu ise tüm deneysel modelleme problemlerinde noktaların tamamından geçen grafiğe ait modeli en uygun model olarak belirleme şeklinde bir yaklaşım benimsemiştir. G3 grubunun Yağış Miktarı probleminde bu durum üzerine yaptıkları grup tartışmaları aşağıdaki gibidir:

- A: *Şuradan noktaların üzerinden en çok geçene bakalım.*
- Ş: *Bunların hiç biri geçmiyor.*
- S: *Neden?*
- M: *Sinüs, kosinüs olmaz zaten.*
- A: *Bize şuralardan daha çok geçen, şu noktalardan geçen bir denklem lazım bize.*
- M: *Doğrusal da değil.*
- Ş: *Polinom hiç değil. Aa pardon bu daha yakınmış. Oo bu denklem şunların hepsinin üzerinden geçiyor. En yakın değerleri veriyor.*
- A: *Zaten belli oluyor. Baya yakınlarından geçmiş.*
- S: *Ne yapıyoruz şimdi?*
- Ş: *6. dereceden polinomu mu yapıyoruz 9'u mu? Bence burada önemli olan hangisinde daha çok değer varsa onu alacağız.*
- A: *Mesela bunda bu 1, bak bunda değmedi, şuradaki nokta. 2, 3, 4, 5. Bunu da değmedi kabul et, baya dışarıda. 6, 7, 8 şunu da kabul etmedik say, 9, 10, 11 kalıyor. 9'u aç. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Hatta şunları da sayarsan 10, 11. Yani hemen hemen aynı.*
- Ş: *O zaman 6. Dereceden polinomu seçelim. 9. Dereceden polinom denklemi çok uzun. Sonuçta ikisi de hemen hemen aynı sayıda noktadan geçiyor.*

G3 grubuna ait konuşmalardan da görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımı aracılığıyla verileri analiz ettikten sonra farklı regresyon modellerine ait grafikleri incelemiştir. Grup üyeleri her bir regresyon modeli grafiğinin verilerden kaçının üzerinden geçtiğini araştırmış ve en fazla nokta üzerinden geçen regresyon modeli olarak belirledikleri 6.dereceden polinom modelini seçmiştir. G3 grubunun belirlediği 6. Dereceden polinom modeline göre yıla bağlı olarak 1 milin koşulacağı süre sürekli azalırken bir noktadan sonra artmaya başlamış ve daha sonra tekrar azalmıştır. Bu anlamda G3 grubu matematiksel modeli belirlerken yıla bağlı olarak 1 milin koşulacağı sürenin azalması gerektiğini göz ardı etmiştir. Grup üyeleri sadece matematiğe odaklanarak modelin gerçek hayat için anlamlı olması gerektiğini dikkate almamıştır. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde G3 grubunun noktaların en yakınından geçen grafik modelini/modellerini inceleme-seçmeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 35'te verilmiştir.



Şekil 35. G3 grubunun noktaların en yakınından geçen grafik modelini/modellerini inceleme-seçmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G3 grubu problem verileri ile oluşturduğu grafikte noktaların üzerinden en fazla geçen model olarak polinom modelini seçmiştir. Grup üyeleri modeli belirlerken 6. Dereceden ve 9. Dereceden polinom denklemlerinden hangisini seçecekleri konusunda kararsız kalmıştır. Grup üyeleri bunun için her bir modelin grafiğinin kaç nokta üzerinden geçtiğini saymıştır. G3 grubu 6. ve 9. Dereceden polinom grafiklerinin hemen hemen aynı sayıda nokta üzerinden geçtiğini belirlemiş ve daha basit bir yapıda olması nedeniyle 6.dereceden polinom modelini seçmiştir. G3 grubunun 1 Mil Dünya rekoru problemi için belirledikleri matematiksel model ve modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar Şekil 36'da verilmiştir.

a) GeoGebra programını kullanarak iki değişkenli regresyon denklemini kullanarak verileri hesap auzalgesine (süreleri salise cinsinden) yazdık. Analiz ettiğimiz sonuçlara göre regresyon modelini 6. dereceden polinom fonk. olarak belirledik. Değerleri bulduğumuz denk. yerine yazdık Geogebra'da sağlama değeri cevaba yakın çıktı.

$$y = 0 \cdot x^6 - 0 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 - 0 \cdot x^3 + 14,49 \cdot x^2 - 137902,87x + 546715616,83$$

x: zaman
y: tarih

Şekil 36. G3 grubunun matematiksel modeli belirlemeye yönelik yazılı yanıt kağıdında yaptığı açıklamalar

Şekil 36'da görüldüğü gibi G3 grubu modeli belirlemek amacıyla GeoGebra yazılımında iki değişkenli regresyon analizi uyguladıklarını belirtmiştir. Grup üyeleri

regresyon analizi sonucunda 6. Dereceden polinom modelini belirlediklerini ifade etmiştir. Buradan hareketle G3 grubu model olarak daha basit olanı seçme yönünde bir eğilime sahip gibi görünmekte, ancak seçimin gerçek yaşam durumuna uygunluğu ihmal etmemektedirler.

G3 grubu Yağış Miktarı probleminde de benzer bir yaklaşımı göstermiştir. Grup üyeleri 1 Mil Dünya Rekordu probleminde olduğu gibi GeoGebra yazılımı aracılığıyla verileri analiz ettikten sonra farklı regresyon modellerine ait grafikleri incelemiş, her bir regresyon modeli grafiğinin verilerden kaçının üzerinden geçtiğini araştırmış ve en fazla nokta üzerinden geçen regresyon modelini seçmiştir. G3 grubunun Yağış Miktarı problemi için belirlediği matematiksel modeller Şekil 37'de verilmiştir.

Chicago için elde ettiğimiz model;

$$y = 0 \cdot x^9 + 0 \cdot x^8 - 0,01 \cdot x^7 + 0,18 \cdot x^6 - 1,41 \cdot x^5 + 7,23 \cdot x^4 - 23,77 \cdot x^3 + 41,07 \cdot x^2 - 52$$

Hawaii için elde ettiğimiz model:

$$y = 0 \cdot x^9 - 0 \cdot x^8 + 0,01 \cdot x^7 - 0,14 \cdot x^6 + 1,03 \cdot x^5 - 4,58 \cdot x^4 + 11,88 \cdot x^3 - 16,18 \cdot x^2 + 8,15 \cdot x + 3,17$$

Şekil 37. G3 grubunun yağış miktarı problemi için belirlediği matematiksel modeller

Şekil 37'de görüldüğü gibi G3 grubu yaptığı grafik analizi sonucunda 9. Dereceden polinom modelini en uygun model olarak belirlemiştir. G3 grubunun en uygun modelin tüm noktaların üzerinden geçmesi gerektiği düşüncesi problemin bağlamını göz ardı etmelerine sebep olmuştur. G3 grubu yalnızca Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde grafik analizi yöntemiyle uygun matematiksel modeli belirleyebilmiştir. G5 grubu ise matematiksel modelleri belirlerken belirlediği modelin gerçek yaşam için anlamlı olmasını dikkate almış ve tüm modelleme problemlerinde grafik analizi yöntemiyle uygun matematiksel modelleri belirleyebilmiştir.

4. 1. 1. 4. Matematiksel Çalışma Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Deneyisel modelleme problemlerini çözme sürecinin matematiksel çalışma basamağında teknoloji *matematiksel hesaplama yapma* ve *çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme* rollerini üstlenmiştir. Burada öğretmen adayları teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Matematiksel çalışma basamağında teknolojinin

rolüne ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 21’de verilmiştir.

Tablo 21. Matematiksel Çalışma Basamağında Teknolojinin Rolü

Matematiksel Çalışma Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Matematiksel hesaplama yapma	G1, G2, G3, G4, G5	G1, G2, G3, G4, G5	G1, G2, G3, G4, G5
Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme	G4, G5	G4, G5	-

Tablo 21’de görüldüğü gibi matematiksel çalışma basamağı altında ele alınan matematiksel hesaplama yapma kodu tüm gruplarda ve tüm modelleme problemlerinde ortaya çıkmıştır. Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme kodu ise G4 ve G5 gruplarının 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemleri ile çalışmaları sırasında ortaya çıkmıştır.

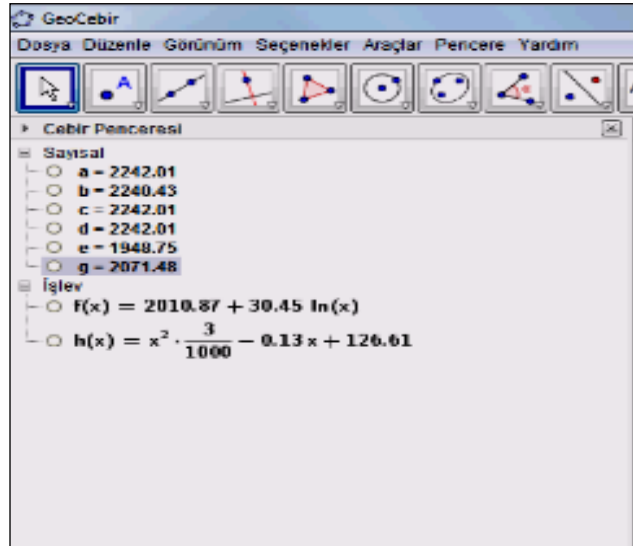
Matematiksel Hesaplama Yapma

Teknolojinin matematiksel hesaplama yapma rolü matematikselleştirme basamağında oluşturulan modeller ile ilgili matematiksel sonuçların elde edilmesine yönelik yapılan matematiksel çalışmaları ifade etmektedir. Matematiksel hesaplama yapma kodu tüm gruplarda ve tüm modelleme problemlerinde ortaya çıkmıştır. Tüm gruplar oluşturdukları matematiksel modeller ile ilgili matematiksel hesaplamaları yaparken GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Gruplar seçtikleri modeller için verilerin değerini bulmak ve problemlerde istenen geleceğe yönelik tahminleri elde etmek amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmışlardır. Gruplar yazılımın değer bulma özelliği ile hesaplamalarını yapmış veya giriş çubuğuna seçtikleri modeli fonksiyon olarak yazarak verilerin fonksiyondaki karşılıklarını hesaplamışlardır. Bu doğrultuda teknoloji, karmaşık gerçek yaşam verileri ile ilgili hesaplamaları yapmada öğretmen adaylarına büyük kolaylık sağlamıştır. Öğretmen adayları GeoGebra yazılımı ile hızlı ve hatasız bir şekilde hesaplamalarını yapabilmştir.

G4 grubu Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemi için matematiksel modeli elde ettikten sonra modeli ile ilgili hesaplamalarını yapmak amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde bu durum üzerine G4 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- A: *Tamam modeli bulduk. Söyleyin bakalım fonksiyonu.*
- D: $2010,87+30,45\ln(x)$
- A: *(Modeli fonksiyon olarak giriş çubuğuna yazıyor). Tamam.*
- Ö: *Şu ikinci soruyu cevaplayalım bakalım.*
- A: *Aynen şu ikinci soruyu cevaplayalım bakalım bir değer ne. Söyle x'i.*
- İ: *Dur bakayım. x değeri 7,32 olacak.*
- D: *1980 den 7 derece fazla olacak. Evet, yani 7,32 oluyor.*
- A: *(Oluşturdıkları f(x) fonksiyonunda 7,32 değerini yazıyor) 2071 çıktı.*
- D: *Ha, 2071 yılında 7 derece artıyor yani.*
- İ: *Tamamdır.*

G4 grubuna ait konuşmalardan da görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modeli elde ettikten sonra GeoGebra yazılımında modeli fonksiyon olarak yazmıştır. G4 grubu daha sonra problemin ikinci şikkında sorulan dünyadaki sıcaklık artışının 7 derece artacağı yılı hesaplamak amacıyla bu fonksiyonu kullanmıştır. Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde G4 grubunun matematiksel hesaplamalar yapmaya yönelik GeoGebra yazılımında yaptıkları çalışmalar Şekil 38'de verilmiştir.



Şekil 38. G4 grubunun matematiksel hesaplamalar yapmaya yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G4 grubu elde ettikleri modeli GeoGebra'da giriş çubuğuna fonksiyon olarak yazmıştır. Daha sonra problemin ikinci şikkında sorulan sıcaklık değerinin 7 derece artacağı yılı bu fonksiyon yardımıyla kolaylıkla hesaplamıştır.

Çözümün Doğrulanması İçin Ek Sonuçlar Elde Etme

Teknolojinin çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme rolü elde edilen matematiksel modelin geçerliliğini araştırmak amacıyla problemde bulunması istenen matematiksel sonuçların dışında ek sonuçlar elde edilmesini ifade etmektedir. Çözümün doğrulanması için ek sonuçların elde edilmesinde teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol G4 ve G5 gruplarında ortaya çıkmış olup elde edilen sonuçlar modelin doğrulanması, düzenlenmesi ve geliştirilmesine katkıda bulunmuştur.

G4 ve G5 grupları belirledikleri modellerde problem verilerinin dışında farklı değerler için GeoGebra yazılımını kullanarak matematiksel sonuçlar elde etmiştir. Bu gruplar farklı veriler için elde ettikleri sonuçlar yardımıyla modellerinin geçerli olup olmadığını sorgulamıştır. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde bu durum üzerine G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

M: Şimdi yıl söyleyin bana.

S: Eee.. Yıl mı? 1903 yaz.

M: (GeoGebra yazılımında elde ettikleri modele değeri giriyor) 229 saniye.

T: Tamam, elimizdekilerden oluşuyor da, ileriye dönük tahmin yapmak için modelimiz elverişli mi?

S: 2015 yılını yaz o zaman.

T: 2015 yazsana. 2015 yılında bakalım ne kadar sürede koşabiliyorlar.

M: 274 saniye. Mantıklı gibi ne diyorsunuz?

T: Yani mantıklı bir sonuç. Doğru gibi... Olabilir yani.

S: Tamam işte, cevap bu ya.

G5 grubuna ait konuşmalardan görüldüğü gibi öncelikle GeoGebra yazılımında elde ettikleri modelde problem verilerini hesaplamıştır. Grup üyeleri daha sonra elde ettikleri modelin problem verileri dışındaki farklı veriler için kullanışlı olup olmadığını merak etmiştir. G5 grubu bu doğrultuda farklı değerler için hesaplama yaparak ek sonuçlar elde etmiştir. Benzer şekilde G4 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde problem verilerinin dışında farklı değerler olarak oluşturdukları modelde sonuçları hesaplamıştır. G4 grubu elde ettiği modelin problem verileri dışındaki farklı veriler için geçerli olup olmadığını belirlemek amacıyla ek sonuçlar elde etmiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde bu durum üzerine G4 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- İ: Şimdi modelde değerleri bulalım o zaman.*
- A: Tamam, söyleyin bir tane.*
- D: Ama şeye de bakalım bence. Sorudaki değerlerden farklı değerler de verelim.*
- A: Tamam bakalım da, söyleyin.*
- D: Şimdi burada en son 1980'deki değer 0.32 verilmiş. Bundan 7 derece fazla olan yılı kaç bulmuştuk biz?*
- İ: 2071.*
- D: O zaman bir de şeye bakalım, mesela bu aralıkta bir yıl alalım, bir tane de daha uzak bir yıl alalım. Bakalım nasıl çıkıyor.*
- A: O zaman 5 derece arttığı yıla bakalım Bir de mesela 10 dereceye bakalım.*
- D: Tamam yaz.*
- A: (Modelde belirledikleri değerleri yerine yazıyor) 5 için 2059, 10 için 2081.*
- D: Bence doğru. Neden? Çünkü logaritma grafiğinde bir yerden sonra artışın yavaşlaması lazım. Burada bak grafiğe, sıcaklık arttıkça yıllar bir noktadan sonra daha yavaş artmış.*
- İ: Yani.*
- A: O zaman sonuçlar mantıklı.*

G4 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri elde ettikleri modelin problem verileri dışındaki farklı veriler için geçerli olup olmadığını incelemiştir. Bu doğrultuda G4 grubu problem verilerinin dışında iki farklı değer alarak sonuçları hesaplamıştır. G4 grubu daha sonra ulaştıkları sonuçların mantıklı olup olmadığını yorumlamıştır. Grupların teknoloji aracılığıyla elde ettikleri ek sonuçlar modelin doğrulanmasına ve düzeltilip geliştirilmesine katkıda bulunmuştur.

4. 1. 1. 5. Yorumlama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Deneyisel modelleme problemlerini çözme sürecinin yorumlama basamağında teknoloji *çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme* rolünü üstlenmiştir. Burada öğretmen adayları teknolojik araç olarak internetten yararlanmıştır. Yorumlama basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 22. Yorumlama Basamağında Teknolojinin Rolü

Yorumlama Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme	G2	G2	G5

Tablo 22’de görüldüğü gibi yorumlama basamağı altında ele alınan çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme kodu G2 ve G5 gruplarında ortaya çıkmıştır. 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde G2 grubu, Yağış Miktarı probleminde ise G5 grubu internet aracılığıyla çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını incelemiştir.

Çözümün Gerçek Yaşamdaki Karşılığını İnceleme

Teknolojinin çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme rolü matematiksel modelden elde edilen sonuçların, gerçek yaşamdaki karşılığının internet aracılığıyla araştırılmasını ifade etmektedir. Teknolojinin yorumlama basamağında oynadığı bu rol, matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişi kolaylaştırmıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarının elde ettikleri sonuçların internet aracılığıyla araştırılması ve gerçek yaşam değerlerine yakın değerler olduğunu görmesi gerçek yaşam problemlerine yönelik ilgi ve motivasyonlarını güçlendirmiştir.

Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme kodu G2 ve G5 gruplarında ortaya çıkmıştır. G2, G3 ve G5 grupları matematiksel modele ulaştıktan sonra çözümü gerçek hayata ilişkilendirerek sonuçları yorumlama yaklaşımında bulunmuştur. Bu gruplar modelden elde ettikleri sonuçları gerçek hayata taşımış ve elde ettikleri sonuçları tartışmıştır. G2 ve G5 grupları sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını araştırırken teknolojiden yararlanırken, G3 grubu kendi mantık ve deneyimlerinden yararlanarak sonuçları yorumlamaya çalışmıştır.

G1 ve G4 grupları deneysel modelleme problemlerinden elde ettikleri çözümlerin gerçek yaşamdaki karşılığını incelememiştir. G4 grubu 1 Mil Dünya Rekoru probleminde yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmış, modelin sonuçlarını gerçek yaşamla ilişkilendirememiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı ve Yağış Miktarı problemlerinde ise G4 grubu varsayımlarının modelin gerçek yaşam için uygunluğunu etkilediğini, bu nedenle elde ettikleri modellerin gerçek yaşam için uygun olmadığını ifade etmiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde gerçek hayatta araç sayısının sabit olmaması, ozon tabakasının delinme etkisi gibi değişkenlerin gerçek yaşam sonuçlarını etkilediğini ifade etmiştir. Yağış Miktarı probleminde ise rüzgârın, ters akıntıların ve doğa olaylarının sıcaklık artışını ve dolayısıyla yağış miktarını etkilediğini ifade etmiştir. G4 grubu bu

nedenle varsayımlarına göre modelin gerçek yaşam için uygun olmadığından ve bu nedenle sonuçları tartışmadıklarından söz etmiştir. G4 grubunun bu algısı yorumlama basamağına yönelik yaklaşımlarını olumsuz yönde etkilemiştir. Bu nedenle G4 grubu matematiksel çözüme ulaştıktan sonra çözümü gerçek hayata taşımamıştır. G1 grubu ise tüm modelleme problemlerinde yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmıştır. G1 grubu belirledikleri modelde verilere yakın değerler buldukları için çözümlerinin gerçek hayat için uygun olduğunu ifade etmiştir. G3 grubu ise Yağış Miktarı probleminde sonuçları gerçek yaşama taşımamıştır. 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde ise modelden elde ettikleri sonucu kendi mantık ve deneyimleri ile gerçek hayata taşımaya çalışmıştır. Ancak grup üyeleri modelin geçerliliğini sağlama konusunda fikir ayrılığına düşmüştür. Grup üyelerinin bir kısmı matematiksel modelin gerçek yaşam için anlamlı sonuçlar vermediğini ifade ederken diğer kısmı matematiksel modelin uygun sonuçlar verdiğini ifade etmiştir. G3 grubu elde ettikleri sonuçların gerçek yaşam için uygunluğunu tartışsa da sonuçların gerçekçi olup olmadığını yorumlamada yetersiz kalmıştır.



G2 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amacıyla internetten yararlanmıştır. G2 grubu çözümlerinin gerçek hayat için uygunluğunu merak ederek internette araştırma yapmaya karar vermiştir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- S: *Bir şey diyeyim mi? Şu değer gerçekte kaç acaba?*
- G: *İnternette bakalım o zaman. Onu ben de merak ettim (İnternette araştırma yapıyor).*
- S: *En son dünya rekorunu kim kırdı biliyor musunuz?*
- N: *Ben hiç bilmiyorum.*
- G: *En son dünya rekorunu kim kırdı mı yazalım?*
- S: *Bir mil için kırılan dünya rekorları yaz bence.*
- G: *(İnternete yazıyor). Oo bulduk.*
- N: *Bak işte 1999 yılı. Bizim bulduğumuz şu. Doğru tutturabilmiş miyiz?*
- H: *Biz de 3 dakika 40 saniye için bulduk. Hemen hemen aynı.*
- G: *Yani. Evet. Bir kaç saniye fark ediyor.*
- N: *Zaten yaklaşık bir değer bulmamız isteniyor.*
- G: *Yaklaşık değer olarak tutuyor.*

S: Gerçekçi bir çözüm oldu o zaman.

G2 grubuna ait konuşmalardan da görüleceği grup üyeleri çözümlerinin gerçek hayat için uygunluğunu merak ederek internette araştırma yapmaya karar vermiştir. Bunun üzerine G2 grubu internet yardımıyla atletizmde dünya rekorlarına ait verileri incelemiştir. Grup üyeleri internette yaptıkları araştırma sonucunda gerçek hayat verilerinin çözümlerine çok yakın bir değer olduğunu görmüştür. G2 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik yaptıkları çalışmalar Şekil 39'da verilmiştir.



Etkinlik	Rekor	Atlet	Milliyet	Tarih	Turnuva	Yer	Kaynak	Video
100 m Gelişim	9.58 (+0,9 m/s)	Usain Bolt	 Jamaika	16 Ağustos 2009	Dünya Şampiyonası	 Berlin, Almanya	[5]	[3]
200 m Gelişim	19.19 (-0,3 m/s)	Usain Bolt	 Jamaika	20 Ağustos 2009	Dünya Şampiyonası	 Berlin, Almanya	[6]	[4]
400 m Gelişim	43.18	Michael Johnson	 ABD	26 Ağustos 1999	Dünya Şampiyonası	 Seville, İspanya		[5]
800 m Gelişim	1:41.01	David Rudisha	 Kenya	29 Ağustos 2010	Rieti Yarışları	 Rieti, İtalya	[8][7]	[6]
1000 m	2:11.96	Noah Ngeny	 Kenya	5 Eylül 1999	Rieti Yarışları	 Rieti, İtalya		[7]
1500 m Gelişim	3:26.00	Hicham El Guerrouj	 Fas	14 Temmuz 1998	Golden Gala	 Roma, İtalya		[8]
Mil Gelişim	3:43.13	Hicham El Guerrouj	 Fas	7 Temmuz 1999	Golden Gala	 Roma, İtalya		[9]
2000 m	4:44.79	Hicham El Guerrouj	 Fas	7 Eylül 1999	ISTAF	 Berlin, Almanya		[10]

Şekil 39. G2 grubunun çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını incelemek amacıyla internette araştırma yapmıştır. Grup üyeleri atletizmde dünya rekorlarını inceleyerek kendi buldukları değere karşılık gelen gerçek hayat verilerini incelemiştir. G2 grubu böylelikle buldukları değerlerin gerçek yaşamdaki değere yakın bir değer olduğunu fark etmiştir.

G5 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde kendi mantık ve deneyimleri çerçevesinde sonuçları yorumlamıştır. Yağış Miktarı probleminde ise çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amacıyla internetten yararlanmıştır. G5 grubu Yağış Miktarı problemi için belirlediği modelden elde ettiği sonuçların gerçek hayat için uygunluğunu merak ederek internette araştırma yapmıştır. Grup üyeleri problemde verilen her iki eyalet için yıllık yağış miktarı verilerini incelemiş ve modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşam değerlerine yakın değerler olduğunu görmüştür.

4. 1. 1. 6. Doğrulama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Deneyisel modelleme problemlerini çözüme sürecinin doğrulama basamağında teknoloji *modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme ve modelin genellenebilirliğini test etme* rollerinin yanı sıra teknolojinin olumsuz bir etkisi olan teknolojiye aşırı güven nedeniyle *modelin doğrulanmasını göz ardı etme* rolünü üstlenmiştir. Burada öğretmen adayları teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımından ve internetten yararlanmışlardır. Doğrulama basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23. Doğrulama Basamağında Teknolojinin Rolü

Doğrulama Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Deneyisel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme	G1, G4, G5	G1, G4, G5	G1, G4, G5
Modelin genellenebilirliğini test etme	-	-	G2
Teknolojiye aşırı güven nedeniyle modelin doğrulanmasını göz ardı etme	G3	-	G3

Tablo 23'te görüldüğü gibi doğrulama basamağı altında ele alınan modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme kodu G1, G4 ve G5 gruplarının her üç deneyisel modelleme problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Yağış Miktarı probleminde ise G2 grubu internet aracılığıyla modelin genellenebilirliğini incelemiştir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde ve Yağış Miktarı Probleminde ise G3 grubu teknolojiye aşırı güven nedeniyle modelin doğrulanmasını göz ardı etmiştir.

Modelin Doğruluğunu Veriler Aracılığıyla Test Etme

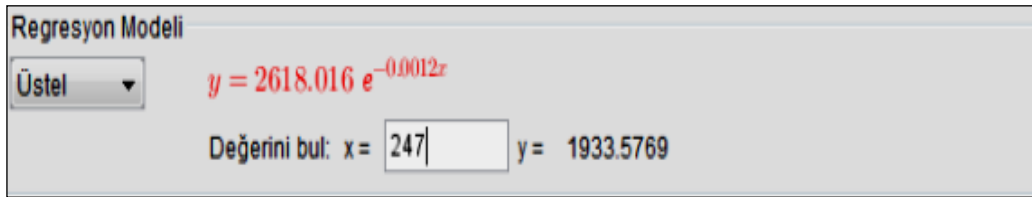
Teknolojinin modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etme rolü problem verileri ile modelden elde edilen verilerin karşılaştırılarak modelin doğruluğunun incelenmesini ifade etmektedir. Burada teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. G1, G4 ve G5 grupları tüm modelleme problemlerinde, problem verileri ile modelden elde edilen verileri karşılaştırarak modelin doğruluğunu incelemiştir.

Öğretmen adayları GeoGebra yazılımı aracılığıyla belirledikleri modeller için yine GeoGebra yazılımı yardımıyla her bir problem verisini hesaplamıştır. Modelden elde ettikleri verileri problem verileri ile karşılaştırarak modellerinin doğru bir model olup

olmadığını incelemiştir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde modeli doğrulamaya yönelik G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- S: *Tamam. Modeli bulduk. Şimdi bence bir x, y değerlerini deneyelim. Bakalım doğru sonuçları veriyor mu?*
- H: *Tamam. Mesela şunu bir deneyelim. 247 olacak, 1934 vermesi lazım.*
- S: *(GeoGebra'da modele değeri yazıyor)*
- H: *1933 çıktı.*
- B: *Zaten virgülü var baksana.*
- H: *O zaman 1934 çıkıyor. Tam olarak doğru değeri elde ettik.*
- S: *Başka bir değer söyleyin.*
- H: *243 için 1943 vermelii. 243 yaz.*
- S: *(GeoGebra'da modele değeri yazıyor)*
- B: *1943 çıkıyor. Tamam ya. Bence doğru modeli bulduk.*

Görüldüğü gibi G1 grubu GeoGebra yazılımı aracılığıyla modellerini belirledikten sonra problem verilerini modelde test etmeye karar vermiştir. Modelden elde ettikleri değerlerle problem verileri tutarlı olduğundan G1 grubu modellerinin doğru olduğuna karar vermiştir. 1 Mil Dünya Rekoru problemine ait G1 grubunun modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etmeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 40'ta verilmiştir.



Şekil 40. G1 grubunun modelin doğruluğunu veriler aracılığıyla test etmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G1 grubu GeoGebra yazılımı aracılığıyla belirledikleri üstel model için problem verilerinin değerini hesaplamıştır. Grup üyeleri yazılımdaki değer bulma komutuyla problemde verilen saniyeler için modelde karşılık gelen yılları hesaplamış ve bunları problem verileriyle karşılaştırmıştır. G1 grubu sadece problemde verilen veriler üzerinden modeli doğrulama yaklaşımında bulunmuştur. Bu bağlamda G1 grubu sadece nokta odaklı bir doğrulama yaklaşımı geliştirmiş, bu durum uygun olmayan modellerin de uygun olarak görünmesine sebep olmuştur. G4 ve G5 grupları ise problem

verilerinin dışında ek veriler için problemi test etmiş ve sonuçların mantıklı olup olmadığını tartışmıştır. bu bağlamda G4 ve G5 grupları teknolojiyi uygun bir şekilde çözüm süreçlerine dahil edebilmiş ve modellerini doğrulayabilmiştir.

Modelin Genellenabilirliğini Test Etme

Teknolojinin modelin genellenebilirliğini test etme rolü elde edilen modellerin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığını incelenmesini ifade etmektedir. Burada teknolojik araç internet ve GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Modelin genellenebilirliğini test etme rolü yalnızca G2 grubunun Yağış Miktarı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol modelin sonuçlarının sorgulanmasına ve eleştirilmesine katkıda bulunmuştur.

G2 grubu çözüme ulaştıktan sonra elde ettikleri modelin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığını araştırmıştır. G2 grubu bu amaçla problemde verilen Amerika Birleşik Devletleri'nin Chicago ve Hawaii eyaletlerine yakın eyaletlerin yıllık yağış miktarı verilerini internette bulmuştur. G2 grubu daha sonra ulaştıkları verileri modellerinde yerine yazarak elde ettikleri değerleri problem verileri ile karşılaştırmıştır. Yağış Miktarı probleminde bu durum üzerine G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

G: *Şimdi Amerika Birleşik Devletleri'nden iki tane eyalet alıp modeli deneyelim (İnternette araştırma yapıyor).*

N: *Genellenebilirliğine mi bakıyoruz?*

G: *Evet, başka durumlara genelleyebilir miyiz bir bakalım.*

S: *New York, Los Angeles bunlar deneyebiliriz. Bunların hepsi kuzeyde.*

G: *New Mexico'yu alalım.*

S: *Hayır bir tane kuzeyde, bir tane güneyde alırız. Çok yukarıları almayalım. Oralar daha soğuk olur.*

H: *Orta bir yerlerden alalım. Yakın yerlerden.*

G: *New Jersey var yakınlarda bak. New Jersey kuzeyde. New Jersey için yağış miktarı verilerini bulup Chicago için bulduğumuz modele yazacağız tamam mı?*

H: *Chicago kuzeydeydi değil mi? Tamam bulalım o zaman.*

G: *(İnternette New Jersey'e ait yıllık yağış miktarı verilerini araştırıyor). Buldum. Şimdi ne yapacağız?*

S: *Mesela 9. aydaki değeri bul.*

G: *Tamam. (Chicago için oluşturdukları modelde 9. aydaki yağış miktarını hesaplıyor) 9. ayda kaçtı? 3.82. bizimki de 4.21. Yakın çıktı değil mi?*

S: *Yakın bence de. Sonuçta kuzeydeler yakınlar ama bire bir aynı olamaz zaten.*

Görüldüğü gibi G2 grubu modellerini genellenebilirlik amacıyla elde ettikleri her iki modelin benzer durumlarda farklı gerçek hayat verileri için genellenebilir olup olmadığını araştırmaya karar vermiştir. Bu anlamda G2 grubu problemde verilen Amerika Birleşik Devletleri'nin Chicago ve Hawaii eyaletlerine yakın eyaletleri araştırmaya karar vermiştir. Grup üyeleri internette yaptıkları araştırma sonucunda Chicago eyaletine yakın bir konumda olan New Jersey Eyaletinin yıllık yağış miktarı verilerine ulaşmıştır. Grup üyeleri daha sonra bu verileri Chicago için buldukları modelde yerine yazarak yaklaşık sonuçlar elde etmiş ve modellerinin genellenebilir bir model olduğu sonucuna varmıştır. Yağış Miktarı problemine ait G2 grubunun modelin genellenebilirliğini test etmeye yönelik yaptıkları çalışmalar Şekil 41'de verilmiştir.

YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	AVG	DEPARTURE FROM NORMAL
1992	1.77	1.96	3.65	1.72	3.07	4.77	4.77	5.14	4.06	1.47	4.74	4.99	42.11	-4.83
1993	2.64	2.91	7.08	4.37	1.34	2.72	2.72	3.99	5.82	4.13	2.88	4.76	45.36	-1.58
1994	5.59	3.59	7.34	2.92	3.69	3.68	5.62	5.96	2.84	0.85	3.68	2.31	48.07	1.13
1995	3.15	2.40	1.87	1.87	3.98	2.24	4.46	1.92	4.29	6.85	5.35	2.43	40.81	-6.13
1996	5.77	2.33	4.33	4.95	3.80	5.25	7.20	3.77	5.87	6.38	2.37	7.96	59.98	13.04
1997	3.24	2.56	4.92	4.04	3.21	2.13	5.22	5.69	2.16	2.46	4.28	3.99	43.90	-3.04
1998	4.58	4.61	5.22	4.55	6.23	5.05	2.09	2.64	1.98	2.65	1.31	1.52	42.43	-4.51
1999	7.39	2.71	4.96	2.79	3.05	1.76	1.42	5.52	9.58	3.47	2.35	3.01	48.01	1.07
2000	3.16	2.16	4.64	3.31	3.82	4.27	5.51	5.80	5.15	0.75	3.31	3.52	45.40	-1.54
2001	3.01	2.86	6.11	1.79	3.02	5.39	2.96	3.65	2.75	0.97	1.00	2.14	35.65	-11.29
2002	2.18	0.75	4.34	4.18	4.21	4.89	1.67	3.77	3.89	7.04	5.29	4.41	46.62	-0.32
2003	2.95	4.99	4.16	3.10	3.63	9.61	3.92	4.94	6.17	4.89	4.51	5.99	57.76	10.82
2004	2.11	2.53	3.48	5.48	3.64	2.84	7.28	4.65	5.80	2.35	4.74	3.32	48.22	1.28
2005	4.30	2.50	4.37	4.10	2.75	3.66	4.57	2.13	1.28	11.98	3.94	3.63	49.21	2.27
2006	5.13	1.91	0.81	3.59	3.18	7.42	5.35	3.75	5.69	6.63	6.40	2.18	52.04	5.10
2007	3.74	2.02	4.37	9.07	1.71	3.97	4.58	4.73	1.04	5.23	2.14	5.54	48.14	1.20
2008	2.19	5.07	3.75	2.90	4.60	3.34	3.66	2.53	6.27	2.86	4.00	6.63	47.80	0.86
2009	2.94	0.67	2.07	4.73	4.38	6.79	4.91	7.37	4.14	5.75	2.25	8.44	54.44	7.50
2010	2.61	5.51	9.72	2.55	3.40	2.32	3.28	2.48	3.34	5.28	2.14	3.50	46.13	-0.81
2011	3.63	2.87	5.67	5.85	3.55	3.11	3.98	17.16	6.32	4.40	3.85	4.39	64.78	17.84
2012	2.80	1.28	1.90	2.89	4.12	4.38	3.34	4.70	4.22	6.35	1.44	5.78	43.20	-3.74
2013	2.90	3.45	3.00	2.74	3.88	9.58	5.48	4.51	2.37	2.14	2.88	4.92	47.85	0.91
2014	3.13P	5.24P	4.18P	3.81P	5.14P	3.21P	5.44P	4.54P	2.71P	3.74P	4.61P	4.89P	50.64P	3.70P
2015	4.78P													
MEAN	3.44	3.11	3.98	3.72	3.65	3.84	4.50	4.64	3.80	3.60	3.37	3.66	45.30	
OLD NORMAL	3.94	2.96	4.17	3.93	4.30	3.79	4.49	4.56	4.15	3.51	3.71	3.70	47.20	
NEW NORMAL*	3.48	2.86	4.23	4.06	4.00	4.02	4.52	4.21	4.07	3.93	3.64	3.91	46.94	
YEAR														

Şekil 41. G2 grubunun modelin genellenebilirliğini test etmeye yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu internet aracılığıyla Chicago eyaletinin yakınlarında yer alan New Jersey eyaletinin yıllık yağış miktarı verilerine ulaşmıştır. Daha sonra grup üyeleri bu verileri modellerinde yerine yazarak elde ettikleri değerleri problem verileri ile karşılaştırmıştır. G2 grubu problem verilerine yakın değerler elde etmiştir. Bunun sonucunda G2 grubu modellerinin genellenebilir bir model olduğuna karar vermiştir.

Teknolojiye Aşırı Güven Nedeniyle Modelin Doğrulanmasını Göz ardı Etme

Teknolojiye aşırı güven nedeniyle modelin doğrulanmasını göz ardı etme rolü doğrulama basamağında teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol teknolojik yazılımların her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi ile modelin geçerliliğini sağlamanın ihmal edilmesini ifade etmektedir. Teknolojiye aşırı güven

nedeniyle modelin doğrulanmasını göz ardı etme rolü G3 grubunun 1 Mil Dünya rekoru ve Yağış Miktarı problemleri ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

G3 grubu tüm deneysel modelleme problemlerinde GeoGebra'da oluşturduğu modellerde noktaların tamamının üzerinden geçen grafik modelini en uygun model olarak belirlemiştir. Bu doğrultuda G3 grubu yalnızca Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde uygun matematiksel modeli oluşturabilmiş, 1 Mil Dünya rekoru ve Yağış Miktarı problemlerinde ise karmaşık, kullanışsız ve yalnızca problem verileri için geçerli olan modeller elde etmiştir. G3 grubunun GeoGebra yazılımına aşırı güveni modelin geçerliliğinin sağlanmasını ihmal etmelerine neden olmuştur.

G3 grubu Yağış Miktarı probleminde matematiksel modeli GeoGebra yazılımı ile oluşturmuştur. G3 grubu matematiksel modeli doğrulamak amacıyla yalnızca problem verilerini matematiksel modelde test etmiştir. Grup üyeleri modelden elde ettikleri sonuçlar problem verilerine yakın olduğu için modellerini doğru olarak kabul etmiştir. G3 grubu yapılan odak grup görüşmelerinde matematiksel modellerini GeoGebra ile oluşturdukları için sonuçlarının doğru olduğunu ifade etmiştir.

1 Mil Dünya rekoru probleminde ise G3 grubu matematiksel modeli başlangıçta kâğıt-kalem ile oluşturmaya çalışmıştır. Ancak matematiksel bilgiyi kullanma ile ilgili eksiklikleri nedeniyle uygun matematiksel modeli oluşturamamıştır. Ayrıca grup üyeleri sayıların büyük işlemlerin çok zaman alması nedeniyle modeli GeoGebra ile oluşturmaya karar vermiştir. G3 grubu matematiksel modeli GeoGebra ile oluşturdukları için modelin doğruluğunu incelemeyi göz ardı etmiştir. 1 Mil Dünya rekoru probleminde G3 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesi aşağıda verilmiştir:

Arş: Neden kâğıt üzerinde yaptığınız çözümü devam ettirmediniz?

Ş: GeoGebra'yı kullanmak bize daha kolay geldi.

A: Bir de orada çok uğraşmamız gerekiyordu. Çok fazla işlem, büyük sayılar... Onu bulduktan sonra deneme yanılma yöntemiyle bir iki tane değer deneyip aşağı yukarı bir formül elde etmem gerekiyordu. Uğraşmadım işte zor geldi.

Arş: Modellememizden şüphe duyduk demişsiniz. Neden?

Ş: Ayça bizden çok farklı düşünüyordu ama biz programa güvendik.

A: Şurada diyorum altı üstü 2 saniye kadar rekor farklılığı var. Yıl olarak sadece bu kadar yıl var diyorum. Bu seferde diyorlar ki mesela aynı dakikada koşmuş ama yıl olarak yine aynı yılda koşmuş.

Ş: Yani böyle farklılıklar demek ki olabiliyor hani yani tam zaten matematiksel model demek tam bir şey bulmak imkânsız zaten. Yani matematiksel modellemede zaten tam net bir sonuç bulamıyorduk. Yaklaşık değerler falan

buluyorduk. Onun için ben mesela bu sonucu daha güvenilir buldum yani bilgisayardaki sonucu. Mesela doğrusal yaptığımızda 2011 bulmuştuk.

A: Ben 2011'i yine doğru kabul etmezdim mesela. 2011 çok uzak geliyor bana. 1998, 2001, 1999 bunlar daha mantıklı geliyor ama yapamadık, ispatlayamadık bu durumu.

Arş: Hala daha emin değilsiniz yani.

Ş: Ben GeoGebra'ya güveniyorum.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modeli GeoGebra ile oluşturmanın daha kolay olduğunu, sayıların büyük olması ve işlemlerin çok zaman alması nedeniyle kâğıt üzerindeki çözümlerinden vazgeçtiklerini ifade etmiştir. G3 grubu çözüm sonrası grup raporunda matematiksel modellerinden şüphe duyduklarını ifade etmiştir. Grup üyelerinden biri GeoGebra'da oluşturduğu modelden elde ettikleri sonucun mantıksız olduğunu ve çok uzak bir sonuç olduğunu ifade etmiştir. Diğer grup üyeleri ise matematiksel modelin kesin sonuçlar vermesinin gerekmediğini yaklaşık sonuçlar verebileceğini ifade etmiştir. Ayrıca grup üyeleri GeoGebra'ya güvendiklerini ve sonuçlarının doğru olduğunu belirtmiştir. Bu durum teknolojik yazılımların her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi ile modelin geçerliliğini sağlamanın göz ardı edilmesine sebep olmuştur.

4. 1. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojiden ne zaman ve nasıl yararlandıkları sorusuna ilişkin bulgular matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak sunulmuştur. Bunun için öncelikle her bir teorik modelleme probleminde grupların modelleme sürecinin hangi basamağında teknolojiden yararlandıkları belirlenmiş ve sunulmuştur. Böylelikle grupların en çok modelleme sürecinin hangi basamaklarında teknolojiye başvurdukları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ardından her bir teorik modelleme problemine ilişkin grupların sunduğu çözümler üzerinden yapılan içerik analizi ile grupların çözüm sürecinde teknolojinin nasıl yararlandıkları belirlenmiştir. Bu çerçevede oluşturulan kodlar, modelleme sürecinin ilgili basamağı altında sunulmuştur. Böylece modelleme sürecinde her bir basamağında teknolojinin kullanımına ilişkin bulgulara yer verilmiş olacaktır.

Grupların her bir teorik modelleme problemini çözme sürecinde, teknolojiden yararlandıkları modelleme basamaklarına ait bilgiler Tablo 24'te verilmiştir.

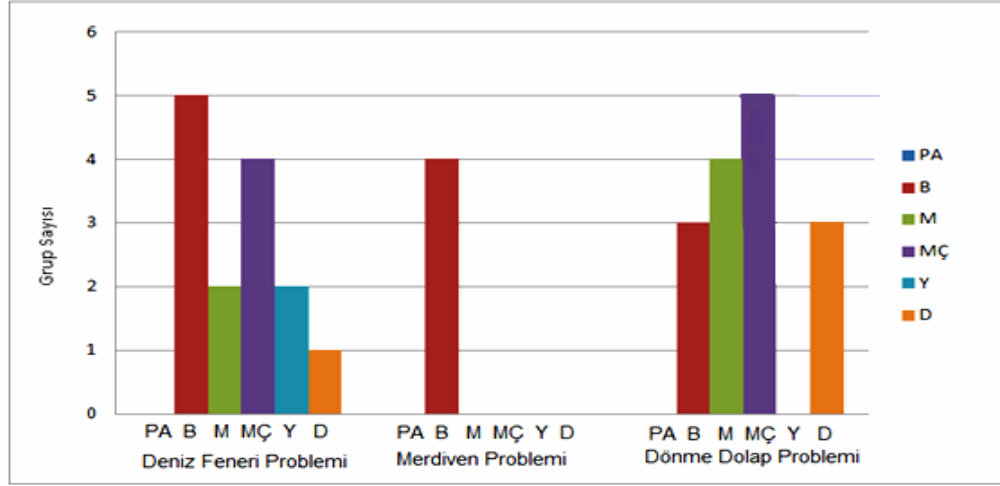
Tablo 24. Grupların Teorik Modelleme Problemlerinde Teknolojiyi Kullanma Durumları

Matematiksel Modelleme Problemleri	Matematiksel Modelleme Süreci	GRUPLAR				
		G1	G2	G3	G4	G5
Deniz Feneri Problemi	Problemi anlama					
	Basitleştirme	✓	✓	✓	✓	✓
	Matematikselleştirme	✓	✓			
	Matematiksel çalışma yapma	✓	✓	✓	✓	
	Yorumlama		✓			✓
Merdiven Problemi	Doğrulama				✓	
	Problemi anlama					
	Basitleştirme	✓		✓	✓	✓
	Matematikselleştirme					
	Matematiksel çalışma yapma					
Dönme Dolap Problemi	Yorumlama					
	Doğrulama					
	Problemi anlama					
	Basitleştirme	✓	✓	✓		✓
	Matematikselleştirme	✓	✓	✓		✓
Dönme Dolap Problemi	Matematiksel çalışma yapma		✓	✓	✓	
	Yorumlama					
	Doğrulama	✓	✓	✓	✓	✓

Tablo 24 incelendiğinde, her üç teorik modelleme probleminde tüm gruplar matematiksel modelleme sürecinin “basitleştirme” basamağında teknolojiye en fazla yararlanmışlardır. Bununla birlikte yine tüm gruplar matematiksel modelleme sürecinin “problemi anlama” basamağında teknolojiye faydalanmamıştır.

Tablo 24’e göre “Deniz Feneri” probleminde problemi anlama basamağı dışında modelleme sürecinin tüm basamaklarında teknolojik araçlar kullanılmıştır. “Merdiven Problemi” nde ise G2 grubu dışındaki tüm gruplar yalnızca basitleştirme basamağında teknolojiye faydalanmıştır. Gruplar, Merdiven Probleminin basitleştirme basamağında teknoloji aracılığıyla geometrik yapıyı kurma konusunda yaşadıkları güçlükler nedeniyle sürecin ilerleyen basamaklarında teknolojiye çözüm süreçlerine dahil etmemiş ve kağıt-kaleme dayalı bir çözüm takip etmişlerdir. G2 grubu ise bu problem için modelleme sürecinin hiçbir aşamasında teknolojik araçlara başvurmamıştır. “Dönme Dolap Problemi” ne gelindiğinde grupların hiçbiri problemi anlama ve yorumlama basamaklarında teknolojiyi kullanmamıştır. Teorik modelleme problemleri incelendiğinde yalnızca “Deniz Feneri” probleminin yorumlama basamağında teknoloji kullanıldığı görülmektedir. G2 ve G5 grupları bu problemin “yorumlama” basamağında teknolojiye, çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amaçlı (internet vasıtasıyla) faydalanmıştır.

Grupların teorik modelleme problemlerinin çözümünde teknoloji kullanımının, modelleme sürecinin basamaklarına göre dağılımı Grafik 2’de verilmiştir.



Grafik 2. Gruplarının teorik modelleme problemlerinde teknoloji kullanma durumları

Grafik 2’ye bakıldığında, en genel anlamda, öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini çözerken modelleme sürecinin problemi anlama basamağı hariç diğer basamaklarında teknolojiyi az yada çok kullandıkları söylenilebilir. Buna ek olarak teknoloji kullanımının modelleme sürecinin özellikle “basitleştirme” basamağında ön plana çıktığı görülmektedir.

Teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolüne yönelik yapılan içerik analizinden elde edilen kodlar matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak Tablo 25’te özetlenmiştir.

Tablo 25. Teorik Modelleme Problemlerinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Kodlar

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Basitleştirme	Modelde kullanılacak değişkenleri belirleme	Varsayımları ve durumu etkileyen değişkenleri belirlemek için problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerini araştırma amaçlı interneti kullanma
	Değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma	Modelde kullanılacak değişkenlerin gerçek hayattaki sayısal değerlerini elde etmek amaçlı interneti kullanma
	Değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma	Matematiksel modeli oluşturmak için belirlenen değişkenleri içeren dinamik yapının kurulması ve bu yapı yardımıyla ilişkilerin keşfedilmesi, açıklanması ve test edilmesi

Tablo 25'in devamı

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Basitleştirme	Sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme	Değişkenlere yönelik sayısal verilerin elde edilmesi ve bu verilere ait grafiğin çizilerek ilişkilerin incelenmesi
Matematikselleştirme	Grafik Analizi	Ulaşılan gerçek hayat verileri veya problem durumu için oluşturulan veriler ile aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modellerin incelenmesi ve bunlardan en uygununa karar verilmesi
	Problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturma	Belirlenen değişkenlere yönelik kurulan dinamik yapı yardımıyla çözüme ilişkin verileri elde etme
Matematiksel Çalışma	Matematiksel hesaplama yapma	Oluşturulan matematiksel modeller ile ilgili sayısal hesaplamaların yapılmasına yönelik yürütülen matematiksel çalışmalar
	Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme	Matematiksel modelin geçerliliğini araştırmak amacıyla problem için oluşturulan verilerin dışında ek matematiksel sonuçların elde edilmesi
Yorumlama	Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme	Matematiksel modelden elde edilen sonuçların, gerçek yaşamdaki karşılığını araştırmak amaçlı interneti kullanma
Doğrulama	Gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma	Oluşturulan model için kâğıt-kalem ile çizilen şeklin, GeoGebra yazılımına aktarılarak şekil üzerinde yapılan ölçümlerle modelin doğruluğunun incelenmesi
	Modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme	Problem için oluşturulan sayısal verilerin haricinde farklı sayısal değerler için modelin doğru sonuç verip vermediğinin araştırılması

Bundan sonraki kısımda teknolojinin matematiksel modelleme sürecindeki rollerine yönelik elde edilen kodlar matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında ele alınacaktır. Elde edilen kodları desteklemek amacıyla her bir koda yönelik çalışma kâğıtlarından, bilgisayar ekranı görüntülerinden örneklere ve betimsel analizlere yer verilecektir.

4. 1. 2. 1. Basitleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Teorik modelleme problemlerini çözme sürecinin basitleştirme basamağında teknoloji *modelde kullanılacak değişkenleri belirleme, değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma, değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma, sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme,*

rollerini üstlenmiştir. Gruplar bu basamağa yönelik teknolojik araç olarak internetten ve GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Basitleştirme basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26. Basitleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü

Basitleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven Problemi	Dönme Dolap Problemi
Modelde kullanılacak değişkenleri belirleme	G2	-	-
Değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma	G2, G3, G4, G5	-	-
Değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma	G1	G1, G3, G4, G5	G2
Sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme	G2	-	G1, G2, G3, G5

Tablo 26'da görüldüğü gibi basitleştirme basamağı altında ele alınan modelde kullanılacak değişkenleri belirleme kodu yalnızca G2 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma kodu ise G2, G3, G4 ve G5 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma kodu Deniz Feneri probleminde G1 grubunda, Dönme Dolap probleminde G2 grubunda, Merdiven probleminde ise G2 grubu hariç tüm gruplarda ortaya çıkmıştır. Sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme kodu ise Deniz Feneri probleminde G2 grubunda, Dönme Dolap probleminde ise G4 grubu hariç tüm gruplarda ortaya çıkmıştır.

Modelde Kullanılacak Değişkenleri Belirleme

Teknolojinin modelde kullanılacak değişkenleri belirleme rolü problem durumu hakkında bilgi edinme, varsayımları ve durumu etkileyen değişkenleri belirleme amacıyla problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerinin araştırılmasını ifade etmektedir. Burada teknolojik araç olarak internet ön plana çıkmıştır. İnternet matematiksel modelleme probleminin basitleştirilmesi ve değişkenlerin belirlenmesi açısından öğretmen adaylarına araştırma yapma imkanı sağlamıştır. Böylelikle modelleme sürecinde internetin varlığı problemi etkileyen durumların tartışılması ve en uygun değişkene karar verilmesi açısından gruplara yardımcı olmuştur.

Modelde kullanılacak değişkenleri belirleme kodu yalnızca G2 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G2 grubu Deniz Feneri

probleminde durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı ve en uygun değişkenin hangisi olduğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu nedenle G2 grubu değişkenler hakkında bilgi edinme, varsayımlarını ve durumu etkileyen değişkenleri belirleme amacıyla internette araştırma yapmaya karar vermiştir. G2 grubu modelde kullanacakları değişkenleri belirlemek amacıyla problemin içeriği ile ilgili internet aracılığıyla bilgi toplamıştır. Deniz Feneri probleminde bu durum üzerine G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

G: *Bence deniz fenerlerini bir araştırırım. Mesela yüksekliklerini inceleyelim. Deniz fenerlerinin özellikleri yazsana.*

H: *(İnternette araştırıyor)*

G: *Bak burada deniz fenerlerinin çeşitleri varmış. Kıyı fenerleri, ada fenerleri falan.*

N: *Onarla gerek yok. Devam et.*

S: *Işıkların da çeşitleri de varmış. Beyaz ışık, sarı ışık, kırmızı ışık diyor. Bunların hepsi farklı uzaklıklardan görünüyormuş.*

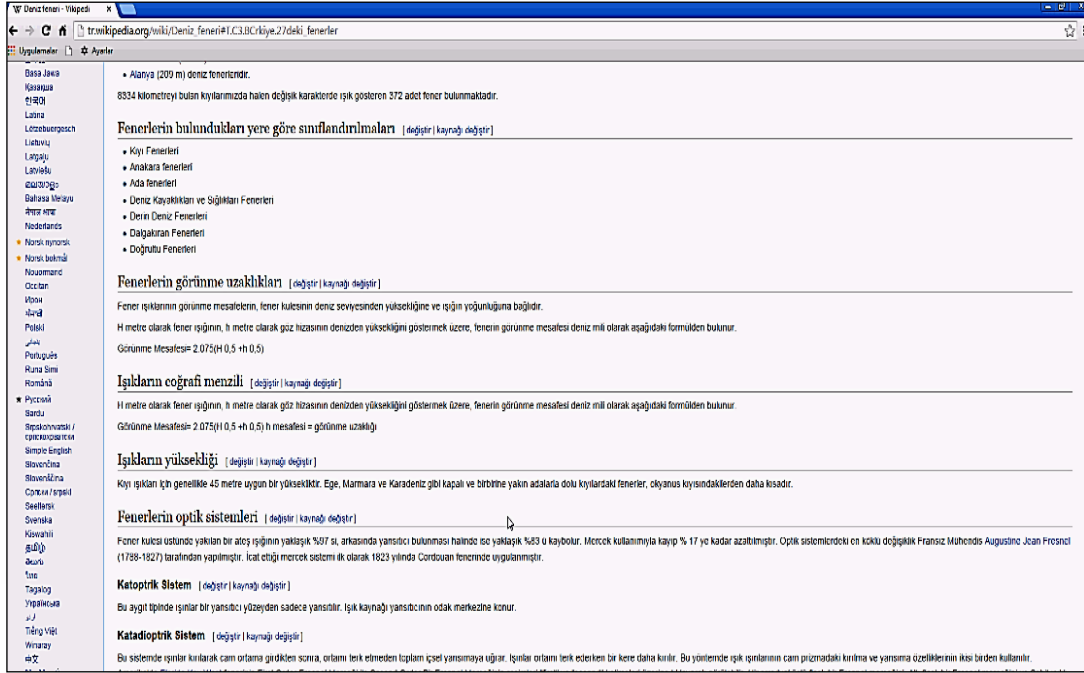
H: *Onları ihmal ederiz. Sonuçta hepsi için ayrı denklem yazamayız. Daha genel bir şey bulmamız lazım bizim.*

G: *Türkiye'deki deniz fenerlerine bak.*

S: *Baya deniz feneri varmış.*

G: *Bence bu deniz fenerlerinin boylarına göre görüş mesafelerine bakalım. Böyle birkaç tane bulursak aralarında belki bir bağıntı vardır.*

G2 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri deniz fenerleri hakkında bilgi toplamaya karar vermiştir. Bu doğrultuda G2 grubu deniz fenerleri ile ilgili internette araştırma yapmıştır. Grup üyeleri deniz fenerlerinin çeşitleri, ışık türleri gibi özelliklerini araştırmış, bunlardan hangilerini modelde kullanacakları, hangilerini ihmal edecekleri konusunda fikir sahibi olmuştur. Deniz Feneri problemine ait G2 grubunun modelde kullanılacak değişkenleri belirleme koduna yönelik bilgisayarda yaptığı çalışmalar Şekil 42'de verilmiştir.



Şekil 42. G2 grubunun modelde kullanılacak değişkenleri belirlemeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu deniz fenerinin genel özellikleri ilgili internette araştırma yapmıştır. Grup üyeleri deniz fenerlerine ait sınıflandırmaları, fenerlerin ışık türleri gibi bilgileri elde etmiş ve bunları ihmal edebileceklerine karar vermiştir. G2 grubu daha sonra Türkiye'deki deniz fenerlerinin boylarına ve görüş mesafelerine ait verileri araştırarak bu iki değişken arasında bir bağıntı elde etmeye karar vermiştir.

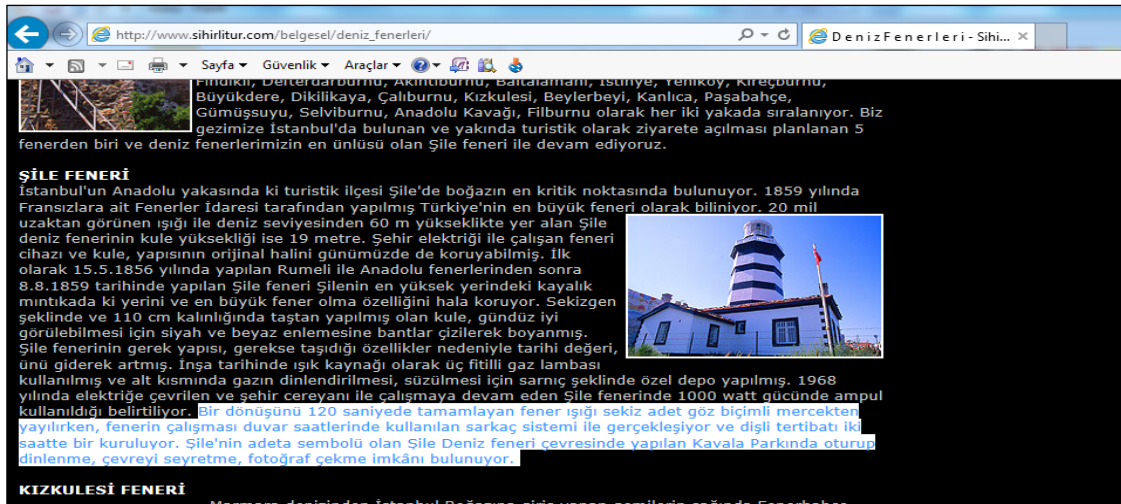
Değişkenler ile ilgili Sayısal Verilere Ulaşma

Teknolojinin değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma rolü modelde kullanılacak değişkenlerin gerçek hayattaki sayısal değerlerini elde etmek amacıyla değişkenlere yönelik gerçek hayat verilerinin araştırılmasını ifade etmektedir. Burada da teknolojik araç olarak internet ön plana çıkmıştır. İnternet matematiksel modelde kullanılacak değişkenlerin sayısal değerlerinin elde edilmesi, sürecin ilerleyen kısımlarında bu veriler ile matematiksel modelin elde edilmesi ve sayısal hesaplamaların yapılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Böylelikle teorik modelleme sürecinde internetin varlığı, değişkenlerin sayısal olarak ifade edilmesi ve modele daha kolay ulaşılması açısından öğretmen adaylarına yardımcı olmuştur.

Değişkenler ile ilgili sayısal verilere ulaşma kodu G2, G3, G4 ve G5 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışmaları sırasında ortaya çıkmıştır. G3 grubu modelde değişken olarak kullanmayı düşündükleri deniz fenerlerinin görüş açısı ile ilgili internette araştırma yapmıştır. Bu durum üzerine G3 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- A: Şimdi bizden istenen şu uzaklık. Ama bizim bunun için şu x'i belirlememiz lazım. O x'de fenerin gördüğü açıyla alakalı.
- Ş: O zaman internetten bakalım bunu.
- S: Ne diye bakacağız.
- Ş: Şile deniz fenerinin 1 turdaki görüş açısına bakacağız. (İnternette araştırma yapıyor). Aa bulduk işte, bak yazıyor burada. Şile deniz feneri bir dönüşünü 120 saniyede tamamlıyor.
- S: Yani o zaman 360 dereceyi 120 saniyede tamamlıyorsa, 1 saniyede 3 derece alabiliriz bu açıyı.
- A: Ben anlamadım.
- Ş: Şimdi bak. 120 saniyede bu çevreyi tamamlıyorsa o zaman burası hani hep eşit olacak zaten, hani döndüğü şey yarıçapı. O zaman mesela şu çember etrafında görebilir sadece şeyi, yani gemiyi. Çemberin içine girdiği zaman gemiyi görmeye başlar. O zaman şu çapı olacak, şuradan gördüğü uzunluğu, şurası da açı olacak, yani 3 derece alacağız burayı.

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri modelde kullanacakları görüş açısı değişkeni için internette araştırma yapmaya karar vermiştir. G3 grubu internette yaptığı araştırma sonucunda Şile Deniz Feneri'nin bir turu 120 saniyede tamamladığı bilgisine ulaşmıştır. Daha sonra bu bilgi yardımıyla Şile deniz fenerinin 1 saniyede 3 derecelik açı göreceği sonucuna varmış, böylelikle değişkenleri ile ilgili bilgiyi elde etmiştir. Deniz Feneri problemine ait G3 grubunun modelde kullanılacak değişkenler ile ilgili bilgi toplamaya yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 43'te verilmiştir.



Şekil 43. G3 grubunun modelde kullanılacak değişkenler ile ilgili bilgi toplamaya yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G3 grubu internette yaptığı araştırma sonucunda Şile Deniz Fenerinin bir dönüşünü 120 saniyede tamamladığı bilgisine ulaşmıştır. G3 grubu daha sonra bu bilgiden yararlanarak modelde kullanacağı görüş açısı değişkeninin sayısal değerini elde etmiştir.

G4 ve G5 grupları ise deniz feneri problemini okuduktan sonra problemi tartışmış, dünyanın yuvarlak olduğunu ve modelde dünyanın yarıçapını kullanmaları gerektiğini ifade etmiştir. Bu nedenle bu gruplar dünyanın yarıçapını öğrenmek amacıyla internette araştırma yapmıştır. Deniz Feneri probleminde G5 grubu içinde bu durum üzerine gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

S: *Şimdi şu yüksekliği (Deniz fenerinin kıyıdan yüksekliği) biliyoruz. Bize ne lazım?*

T: *Dünyanın yuvarlak olmasını kullanacağız burada.*

S: *Dünya küre olsun, küre olmasın tam yuvarlak olsun. Dünyanın yarıçapını bir söyle bana. Dünyanın yarıçapı ne kadarmış?*

M: *Dünyanın yarıçapı...(internette araştırma yapıyor)*

T: *Ama yani sen küre olsun diyorsun şu anda. Dünyanın küre olduğunu varsayıyorsun.*

M: *Buldum. 6.371 km'ymiş.*

S: *Tamam yarıçapı da elde ettik. Şimdi buradan denklemi bulacağız.*

G5 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri dünyanın yuvarlak olduğunu ve bu nedenle matematiksel modelde dünyanın yarıçapını kullanmaları gerektiğini ifade etmiştir. Bu doğrultuda G5 grubu Dünyanın yarıçapını öğrenmek amacıyla internette araştırma yapmıştır. G5 grubu sürecin ilerleyen kısımlarında elde ettikleri matematiksel modelde bu veri yardımıyla deniz fenerinin görüş mesafesini hesaplamıştır.

G2 grubu ise modelde kullanmayı düşündükleri deniz fenerlerinin boyları ve görüş mesafeleri değişkenleri için gerçek hayat verilerine ulaşmaya çalışmıştır. Bu doğrultuda G2 grubu internette araştırma yaparak Türkiye'deki deniz fenerlerinin boylarına ve görüş mesafelerine yönelik veriler elde etmiştir. G2 grubunun yaptıkları araştırma sonucunda değişkenlere yönelik elde ettiği veriler ile ilgili yazılı yanıt kağıdından bir bölüm Şekil 44'te verilmiştir.

Türkiye'de bulunan diğer deniz fenerlerinin görüş mesafesinde yola çıktık

	<u>Boy</u>	<u>Denizden yüksekliği</u>	<u>Görüş mesafesi</u>
Rumeli :	30 m	58 m	18 mil
Anadoluf :	20 m	75 m	16 mil

Şekil 44. G2 grubunun değişkenlere yönelik internetten elde ettiği veriler

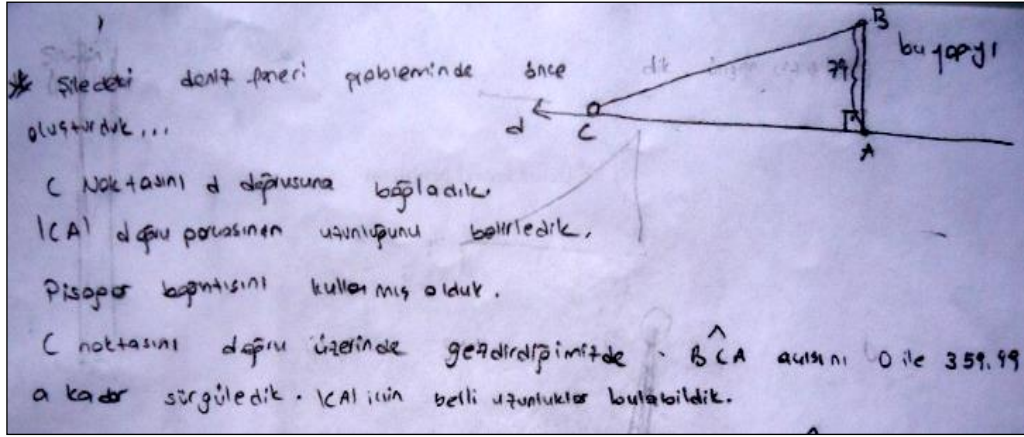
Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu Türkiye'de bulunan deniz fenerlerinden Rumeli Feneri ve Anadolu Feneri'nin boyu, denizden yüksekliği ve görüş mesafesi verilerine ulaşmıştır. G2 grubu sürecin ilerleyen basamaklarına bu veriler arasında bir ilişki yakalayarak matematiksel modeli elde etmeye çalışmıştır. Bu doğrultuda basitleştirme basamağında internet kullanımı, teorik modelleme problemine ait değişkenlerin sayısal olarak ifade edilmesi ve modele daha kolay ulaşılması açısından öğretmen adaylarına yardımcı olmuştur.

Değişkenleri İçeren Dinamik Yapıyı Kurma

Teknolojinin değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma rolü, matematiksel modeli oluşturmak için belirlenen değişkenleri içeren yapının teknoloji yardımıyla dinamik bir şekilde kurulmasını ve bu dinamik yapı vasıtasıyla ilişkilerin açıklanmasını, test edilmesini ve keşfedilmesini ifade etmektedir. Burada GeoGebra yazılımı ön plana çıkmış olup problemin basitleştirilmesinde, ilişkilerin dinamik olarak incelenmesinde ve keşfedilmesinde yazılımın önemli katkıları olmuştur. Bunun yanında gruplar kurdukları dinamik yapılar ile birçok ihtimali deneyerek çıkarımlarda bulunmuş ve bu çıkarımlarla ilgili fikir yürütmüştür.

Teorik modelleme problemleri incelendiğinde Deniz Feneri probleminde G1 grubu, Dönme Dolap probleminde G2 grubu, Merdiven probleminde ise G2 grubu hariç tüm gruplar GeoGebra yazılımını kullanarak değişkenleri içeren dinamik bir yapı oluşturmaya çalışmıştır. Gruplar oluşturdukları bu yapılar yardımıyla değişkenler arasındaki ilişkileri görmeye çalışmıştır.

G1 grubu Deniz Feneri probleminde bir doğru çizmiş (d doğrusu), daha sonra bu doğruya dik bir doğru parçası olarak deniz fenerini belirlemiştir. Ardından bu doğru üzerinde bir nokta (C noktası) olarak gemiyi belirlemiştir. G1 grubu deniz feneri olarak belirledikleri doğru parçasının uç noktalarından (A ve B noktaları) ve gemi için belirledikleri noktadan (C noktası) oluşan bir dik üçgen oluşturmuştur. G1 grubunun Deniz Feneri problemine yönelik GeoGebra yazılımında oluşturduğu yapıya ait yazılı yanıt kâğıdındaki açıklamaları Şekil 45'te verilmiştir.

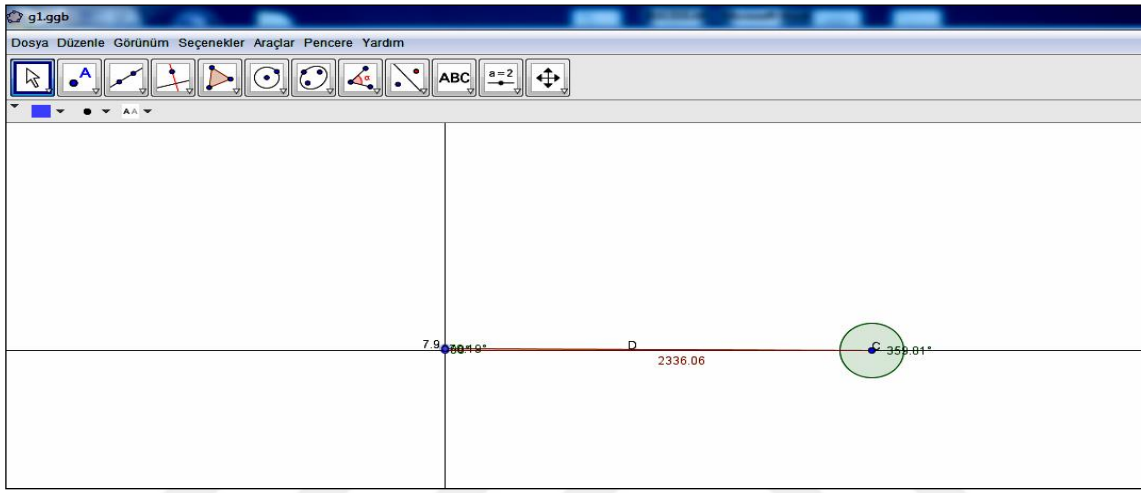


Şekil 45. G1 grubunun deniz feneri problemi için oluşturduğu geometrik yapıya ait çözüm kağıdındaki açıklamaları

Şekilde görüldüğü gibi G1 grubu değişkenlere yönelik bir geometrik yapı oluşturmuş ve yazılımın sürgü özelliğinden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkileri incelemiştir. G1 grubu kurmuş olduğu dinamik yapıda gemi için belirlediği C noktasını doğru üzerinde hareket ettirerek, BCA açısının 0 derece olduğu anda deniz fenerinden uzaklığını incelemiştir. Deniz Feneri Probleminde bu durum üzerine G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- B: Yapıyı kurduk. Şimdi ne yapıyoruz?
- H: Şimdi şöyle yapacağız. Şimdi bizim gemiden deniz fenerini ilk gördüğümüz açı 0 dereceden çok çok az büyük bir açı. 0,001 gibi yani çok çok küçük.
- S: 0 zaman 0 dereceden başlayıp 90'a kadar gidelim.
- H: Tamam 0 dereceden başlayalım. C açısını yavaş yavaş büyütelim. Bakalım uzaklık nasıl değişecek.
- B: Ama bu açiyı nasıl ayarlayacağız? Tam 0,01 değildir ki ilk görüş açısı.
- H: Ya zaten biz yaklaşık bir hesap yapıyoruz. Hemen hemen yakındır yani. Belki birkaç metre oynayabilir.
- B: Tamam neyse yapalım.
- H: Tamam, C açısını ilerlet şimdi 0'a kadar. Dümdüz olsun şu D doğrusu.
- B: Tamam.
- H: Kaç oldu?
- B: 23360. Baya büyük çıktı.
- H: Sonuçta 79m için bu uzaklık olabilir yani.

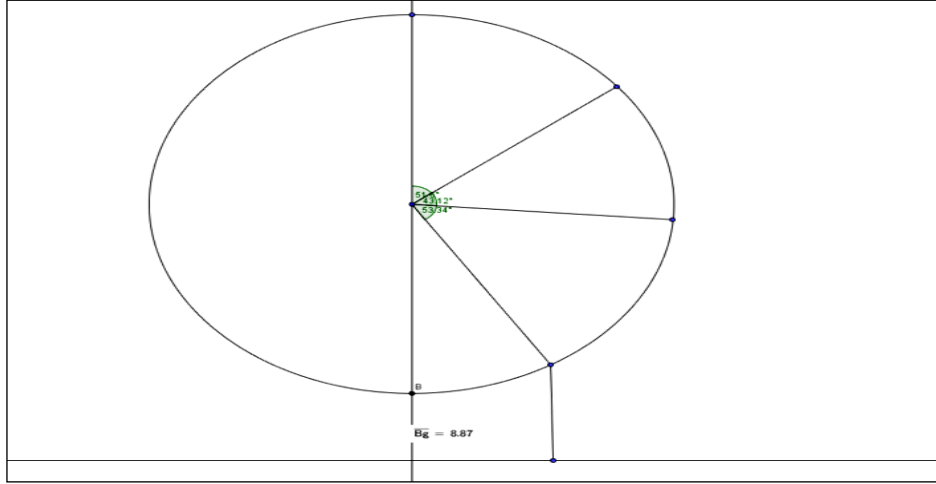
Görüldüğü gibi G1 grubu Deniz fenerine ait yapıyı kurduktan sonra geminin deniz fenerini ilk kez gördüğü andaki açının 0 dereceden çok küçük bir açı olacağını ifade etmiştir. Grup üyeleri denizden gerçek yüksekliği 79m olan deniz fenerinin yüksekliğini GeoGebra yazılımında 7.9 cm olarak belirlemiştir. Daha sonra GeoGebra'da kurdukları yapı yardımıyla gemi için belirledikleri C noktasını hareket ettirerek C açısını 0 dereceye yaklaştırmıştır. G1 grubunun Deniz Feneri Probleminde kurduğu dinamik yapı ve değişkenleri incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 46'da verilmiştir.



Şekil 46. G1 grubunun değişkenin alabileceği değerleri dinamik olarak incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G1 grubu GeoGebra yazılımında kurmuş olduğu dinamik yapı yardımıyla açı değişkeni ile uzunluk değişkeni arasındaki ilişkileri incelemiştir. G1 grubu kurduğu dinamik yapıda gemi olarak belirlediği C noktasını taşıyarak, açının 0 dereceye yaklaştığı anda geminin deniz fenerinden uzaklığını yazılım yardımıyla dinamik olarak incelemiştir. G1 grubu tüm süreç boyunca modellerini bu yapı yardımıyla belirlemeye çalışmıştır.

G2 grubu ise Dönme Dolap probleminde GeoGebra yazılımı ile değişkenlere yönelik bir geometrik yapı oluşturmuştur. G2 grubu bir çember çizmiş ve koltuğun belli noktalarda yerden yüksekliğini belirlemeye çalışmıştır. G2 grubunun GeoGebra yazılımını kullanarak kurmuş olduğu geometrik yapı Şekil 47'de verilmiştir.



Şekil 47. G2 grubunun dönme dolap problemi için kurmuş olduğu geometrik yapı

Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu çizdiği çemberi açılara bölmüştür. Grup üyeleri daha sonra her bir açının belirlemiş olduğu yarıçaptan, zemin olarak belirledikleri doğruya dik bir doğru parçası çizmiştir. G2 dönme dolabın bir turu dönme sürecinde koltuğun yerden yüksekliğindeki değişimi yazılımın sürgü özelliği yardımıyla dinamik olarak incelemeye çalışmıştır. Ancak grup üyeleri sürgüyü oluşturmakta zorluk yaşamıştır. Bu nedenle G2 grubu sürgüyü oluşturmaktan vazgeçmiş ve doğru parçalarının uzunluğunu ölçerek, bu uzunluklar ve açılar arasında bir ilişki yakalamaya çalışmıştır. G2 grubu daha sonra açı değişkeninin yerine zaman değişkenine odaklanmaları gerektiğini düşünmüştür. Grup üyeleri bu nedenle dönme dolabın yarıçapı ve dakikada 3 tur döndüğü bilgisinden hareketle beşer saniyelik zaman dilimlerinde koltuğun yerden yüksekliğine ait sayısal veriler oluşturmuştur. G2 grubu daha sonra bu verileri GeoGebra yazılımında analiz etmiştir. Dolayısıyla G2 grubunun çözüme ulaşmasında oluşturduğu dinamik yapı etkili olmamıştır.

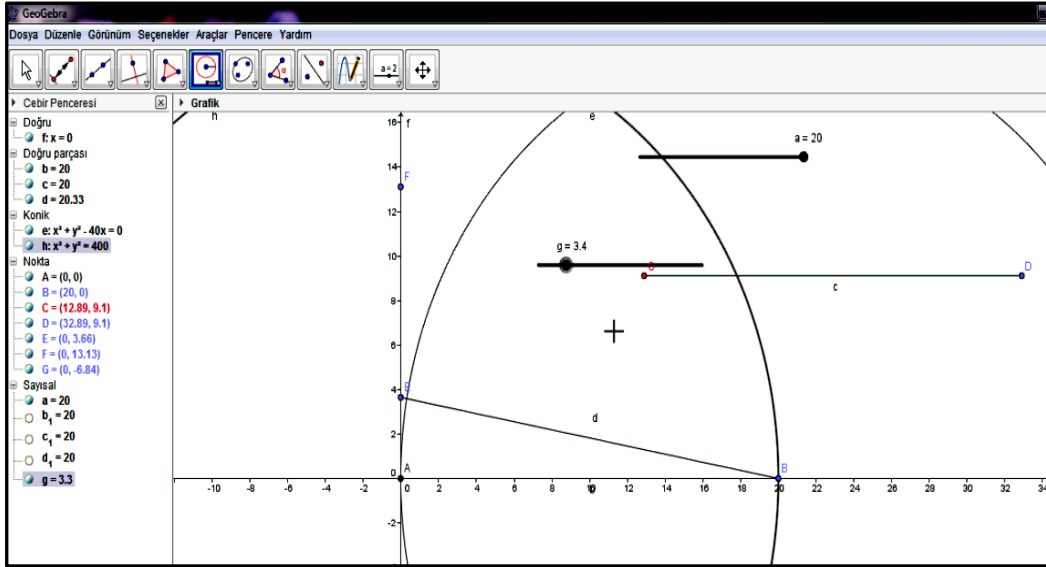
Merdiven Probleminde ise G2 grubu hariç tüm gruplar GeoGebra yazılımında merdivene ait geometrik bir yapı oluşturmuş ve bu yapı yardımıyla merdivenin kayma sürecinde merdiven üzerindeki noktanın eksenlerden uzaklığı arasındaki ilişkiyi görmeyi amaçlamıştır. Gruplar sabit uzunluklu bir doğru parçası olarak koordinat düzleminde merdiveni çizmiştir. Daha sonra merdivenin kayma sürecindeki eksenlerden uzaklığını belirlemek amacıyla yazılımın sürgü özelliğini kullanmaya çalışmıştır. Merdiven Probleminde problem durumuna ait geometrik yapıyı kurma üzerine G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

E: Bence GeoGebra'da yapabiliriz ya bunu.

T: Evet bir bakalım (Geogebra yazılımını açıyor).

- S: *Bir tane doğru parçası al.*
- T: *Önce bir duvarları çizelim. Dik duvar. Direk koordinat ekseninde çizelim. Şimdi bir doğru parçası alalım. Şu anda şey yapmamız lazım. Şurada (merdiven için belirlediği doğru parçası üzerinde) bir nokta alalım.*
- M: *Sürgü yapmamız lazım.*
- T: *Şimdi bu uzunluğun (doğru parçasının uzunluğunun) sabit kalması lazım tamam mı? Sonra bunu (doğru parçasını) kaydıracağız. Sonra da iz bıraktıracağız.*
- M: *Ama duvarlara yapışık olması lazım doğru parçasının.*
- T: *Şimdi benim A ile D'yi (doğru parçasının uç noktalarını) aynı anda kaydırmam lazım. Yani aynı anda kayması lazım. Şunun sabit olması lazım.*
- S: *Şimdi sürgü oluştursana.*
- T: *D noktasına mı?*
- S: *Bir tane D'ye bir tane C'ye. Sürgünün biri aşağıya doğru gidince, diğeri yukarıya doğru gidecek. İkisini birlikte çalıştıracağız.*
- T: *Tamam sürgüyü oluşturduk. Canlandıralım.*
- E: *Olmadı. Merdivenin boyu değişiyor.*
- T: *Neden yapamadık. Baştan kuralım bence.*

G5 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında merdiven problemine ait bir yapı oluşturmaya karar vermiştir. G5 grubu ilk önce koordinat eksenlerini duvar ve zemin olarak kabul edip, eksenler üzerinde sabit uzunluklu bir doğru parçası olarak merdiveni oluşturmuştur. G5 grubu daha sonra merdivenin uç noktaları için sürgü oluşturarak yazılımın iz bırakma özelliğini kullanmayı planlamıştır. Ancak grup üyeleri bunu yapmakta zorlanmış, sürgüyü oluştururken merdivenin boyunu sabit tutmayı başaramamıştır. G5 grubunun Merdiven Probleminde problem durumuna ait geometrik yapıyı kurmaya yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar Şekil 48'de verilmiştir.



Şekil 48. G5 grubunun problem durumuna ait geometrik yapıyı kurmaya yönelik yaptığı çalışmalar

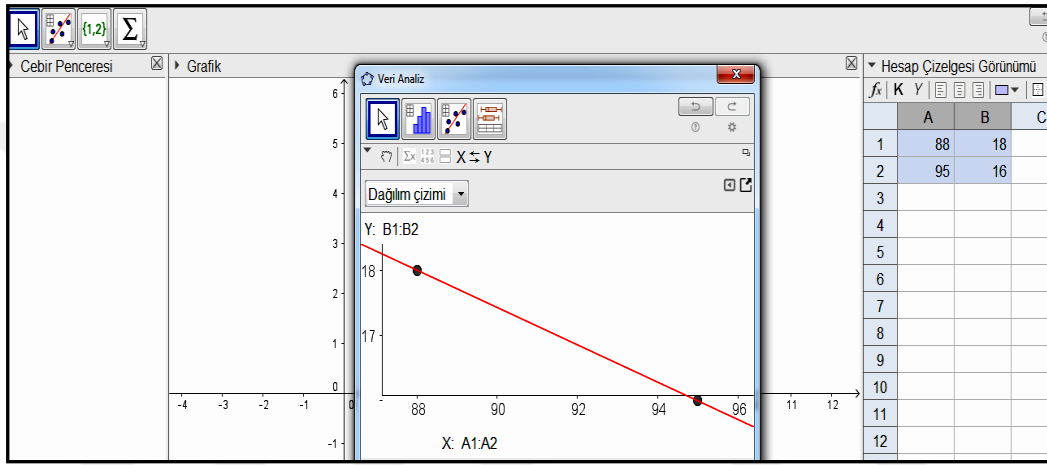
Şekilde görüldüğü gibi G5 grubu koordinat eksenleri üzerinde sabit uzunluklu bir doğru parçası almıştır. Daha sonra merdivenin uç noktaları için sürgü oluşturarak yazılımın iz bırakma özelliğini kullanmaya çalışmıştır. Ancak G5 grubu sürgüyü doğru şekilde uygulayamamıştır. Benzer şekilde G1, G3 ve G4 grupları da merdivenin her iki ucunun ayna anda hareket etmesini ve merdivenin boyunun sabit kalmasını sağlayacak geometrik yapıyı oluşturmakta zorlanmıştır. Gruplar yaşadıkları bu zorluğun dinamik yapıları kurmaya yönelik yeterince pratik yapmamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir. Merdiven probleminde G1, G3, G4 ve G5 grupları GeoGebra yazılımı ile dinamik yapıyı uygun şekilde oluşturamasa da G5 grubunun oluşturduğu dinamik yapı, merdiven üzerindeki noktanın hareketi boyunca oluşturduğu şeklin elips olduğunu fark etmelerini sağlamıştır. G5 grubu oluşturduğu dinamik yapıda merdivenin uzunluğunu sabit tutamasa da, noktanın her iki eksene olan uzaklığının değiştiğini ve bu uzaklıkların toplamının sabit olduğunu görmüştür.

Sayısal Veri Oluşturarak Grafiğini Çizme

Teknolojinin sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme rolü, veriden daha çok teoriye dayanan bir çözüm süreci içeren teorik modelleme problemlerinde değişkenlere yönelik sayısal verilerin elde edilmesini ve bu verilere ait grafiğin çizilerek ilişkilerin incelenmesini ifade etmektedir. Burada teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol teorik verilerin sayısallaştırılarak analiz edilmesine ve böylelikle değişkenler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesine katkıda bulunmuştur.

Sayısal veri oluşturarak grafiğini çizme kodu G2 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ve G1, G2, G3, G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışmaları

sırasında ortaya çıkmıştır. G2 grubu Deniz Feneri probleminde, G1, G2, G3 ve G5 grupları ise Dönme Dolap probleminde problem durumu için veriler oluşturarak, problemi deneysel modelleme problemine dönüştürme şeklinde bir yol takip etmiştir. G2 grubu Deniz Feneri probleminde internet aracılığıyla Türkiye'deki deniz fenerlerinin yüksekliklerini ve görüş açılarını incelemiştir. Daha sonra ulaştıkları verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girerek grafiğini çizmiş ve veriler arasındaki ilişkileri incelemiştir. G2 grubunun Deniz Feneri Probleminde problem için oluşturduğu verilerin grafiğini çizmeye yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar Şekil 49'da verilmiştir.



Şekil 49. G2 grubunun deniz feneri probleminde problem için oluşturduğu verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 50'de görüldüğü gibi G2 grubu internette yaptığı araştırma sonucunda sadece iki deniz fenerine ait uzunluk ve görüş mesafesine ulaşmış ve bu iki veriyle bir grafik oluşturmuştur. G2 grubu grafiği inceleyerek deniz fenerlerinin uzunluğu ile görüş mesafeleri arasında ters orantılı doğrusal bir ilişki olduğunu ifade etmiştir.

Dönme Dolap probleminde ise G1, G2, G3 ve G5 grupları başlangıçta kağıt kaleme dayalı bir model oluşturma süreci takip etmiştir. Ancak modeli oluşturmak için matematiksel bilgiyi kullanma yönündeki eksikleri nedeniyle bu gruplar uygun matematiksel modelleri elde edememiştir. G1, G2 ve G3 grupları Dönme Dolap probleminde başlangıçta probleme fizik problemi gibi yaklaşmış ve fiziksel birimlere odaklı bir matematikselleştirme süreci izlemiştir. Bu gruplar dönme dolabın hareketini dairesel hareket ile ilişkilendirmiş ve dairesel hareket formüllerini kullanarak matematiksel modeli oluşturmaya çalışmıştır. G3 grubunun Dönme Dolap problemini matematikselleştirmeye yönelik yaptığı çalışmaların bir bölümü Şekil 50'de verilmiştir.

$$\frac{m \cdot h}{r} \cdot \frac{h}{(m \cdot h)} + \frac{2\pi r}{T} \cdot (0,104) = mg$$

$$h + \frac{2\pi r}{T} (0,104) = mg$$

$$h + \frac{2\pi \cdot 25}{3} \cdot (0,104) = mg$$

$$h = mg - \pi \cdot (0,126) \quad \Rightarrow \quad \text{Bir } 5 \text{ sn de } 25 \text{ m yarıçapındaki tekerlekten dakikada 3 tur} \\ \text{başlayıp } m \text{ değeri buldık.}$$

$$25 = m \cdot 10 - 3 \cdot (0,126) \Rightarrow m = 2,598 \text{ kg}$$

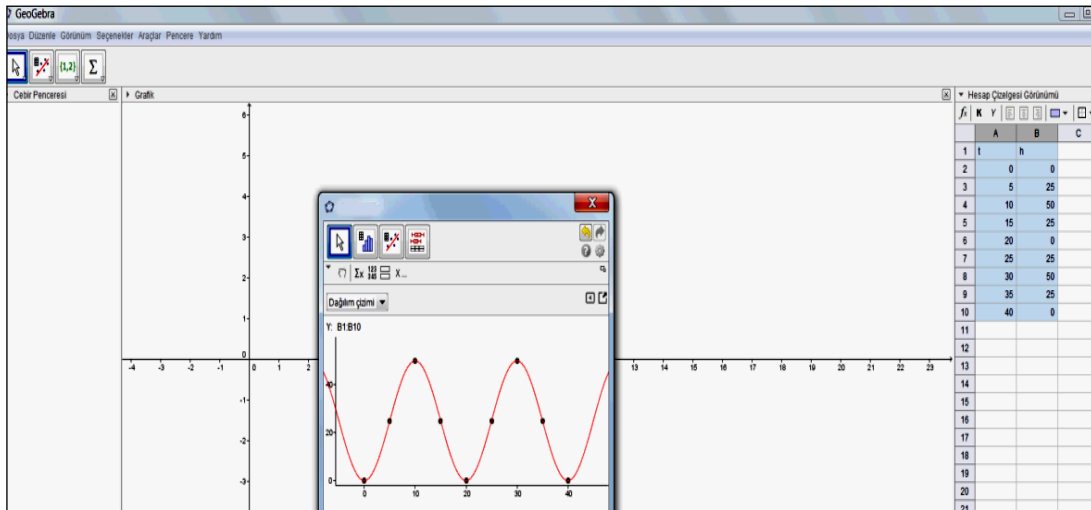
Şekil 50. G3 grubunun dönme dolap problemini matematikselleştirmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 51’de görüldüğü gibi G3 grubunun oluşturduğu modelde kütle ve yer çekimi değişkenleri bulunmaktadır. Problemde koltuğun kütlelerine ait bir sayısal veri olmadığından grup üyeleri koltuğun kütlelerini hesaplamaya çalışmıştır. G3 grubu daha sonra yaptıkları çözümün problemde istenen durumu yansıtmadığını fark ederek bu çözümden vazgeçmiştir. Benzer şekilde G1 ve G2 grubu da dairesel hareket ve fiziksel birimleri kullanarak matematiksel modele ulaşamamıştır. G5 grubu ise koltuğun zamana bağlı yüksekliğindeki değişimin periyodik olduğunu belirlemiş ancak matematiksel modeli oluşturmakta zorlanmıştır. G5 grubu da yapılan görüşmede matematiksel modelin sinüs fonksiyonu olduğunu fark ettiklerini ancak matematiksel bilgi eksiklikleri nedeniyle matematiksel modeli oluşturamadıklarını ifade etmiştir. G1, G2, G3 ve G5 grupları matematiksel modeli oluşturmaya yönelik yaşadıkları güçlükler nedeniyle GeoGebra yazılımına yönelmiştir. Bu doğrultuda G1, G2, G3 ve G5 grupları sayısal veri oluşturmaya dayalı bir çözüm yolu takip etmiştir. Bu gruplar dönme dolabın bir turu dönme sürecinde koltuğun belli noktadaki yerden yüksekliğine ait veriler oluşturmuştur. Gruplar bu verileri elde ederken problemde geçen “25 metre yarıçapındaki dönme dolabın dakikada 3 tur dönmektedir” ifadesinden hareketle kağıt-kalemle hesaplamalar yapmış ve verilerini oluşturmuştur. Bu doğrultuda gruplar beşer saniye aralıkla koltuğun yerden yüksekliğini hesaplamıştır. G1, G2, G3 ve G5 grupları daha sonra bu verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girerek grafiğini çizmiştir. Gruplar oluşturdukları veriler için çizdikleri grafik yardımıyla veriler arasındaki ilişkileri inceleyebilmiştir. Dönme Dolap probleminde bu durum üzerine G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

S: *Bir şey diyeyim mi? Bize yerden yüksekliği diyor ya bak, normalde bu ne kadar, 3 tur, dakikada 3 tur dönüyor. Mesela bunu dörde böldüğümüz zaman mesela şu yerden yüksekliği diyelim şu noktaya geldi ya, yükseklik bak tam yarıçapa geldiği zaman bu dakikada ne kadar yol almış oluyor?*

- H: *Bir turda 3 tur gidiyorsa demek ki 20 saniyede gidiyor.*
- S: *Tamam demek ki bir turu 20 saniyede gidiyor. O zaman dörde böldüğümüz zaman 20 yi.*
- H: *Yani beşer saniyede almış oluyor.*
- S: *Hah, beşer saniyede yarıçap... Beşer saniyede yarıçap yüksekliği oluyor. Sonra tekrar bu sefer de ne oluyor, beşer de aşağıya iniyor. Hani şöyle önce yükseklik artıyor, sonra üst noktaya geldikten sonra azalmaya başlıyor. Anladın mı?*
- H: *O zaman neyin grafiğini çizeceğiz. Yani bu zamana karşı yol mu?*
- S: *Yerden yükseklik ve zaman.*
- H: *Şimdi şuradan başlıyor, 10 saniyede maksimuma geliyor. 20 saniyede tekrar sıfır oluyor. Tamam. E şeyi hesap edelim. 5. saniyedeki yerden yüksekliği kaçtır? 25 m değil mi?*
- S: *Evet.*
- H: *10. saniyedeki yerden yüksekliği 50 m. 15. saniyede yeniden 25. 20. saniyede tekrar 0.*
- B: *Ya size bir şey söyleyeceğim. Şimdi elimizde veriler var. O yüzden hani biz bu verileri GeoGebra'ya girsek bu verilerden bir şey elde edemez miyiz?*
- H: *Bunun grafiğini elde edebiliriz.*
- S: *Evet.*
- H: *Tamam yerleştirelim o zaman.*

G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri dönme dolabın belli zaman dilimlerindeki yerden yüksekliğini belirlemiştir. Daha sonra bu yükseklikle ait verilerin grafiğini GeoGebra yazılımında çizmeye karar vermiştir. Dönme Dolap Probleminde G1 grubunun problem için oluşturulan verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 51'de verilmiştir.



Şekil 51. G1 grubunun problem için oluşturulan verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G1 grubu problem durumu için oluşturduğu verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girmiştir. Daha sonra bu verilerin grafiğini çizerek veriler arasındaki ilişkileri incelemiştir. Grupların bu yaklaşımı veriler arasındaki ilişkileri görmelerini ve uygun matematiksel modele ulaşmalarını kolaylaştırmıştır.

4. 1. 2. 2. Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Teorik modelleme problemlerini çözme sürecinin matematikselleştirme basamağında teknoloji *grafik analiz* ve *problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturma* rollerini üstlenmiştir. Gruplar matematikselleştirme basamağında teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımından yararlanmıştır. Matematikselleştirme basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 27’de verilmiştir.

Tablo 27. Matematikselleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü

Matematikselleştirme Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven Problemi	Dönme Dolap Problemi
Grafik Analizi	G2	-	G1, G2, G3, G5
Problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturma	G1	-	-

Tablo 27’de görüldüğü gibi matematikselleştirme basamağı altında ele alınan grafik analizi kodu G2 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ve G1, G2, G3 ve G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışmaları sırasında ortaya çıkmıştır. Problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturma kodu ise yalnızca G1 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

Grafik Analizi

Teknolojinin grafik analizi rolü ulaşılan gerçek hayat verileri veya problem durumu için oluşturulan veriler ile aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modellerin incelenmesini ve bunlardan en uygununa karar verilmesini ifade etmektedir. Burada teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Grafik analizi kodu G2 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışmasında ve G1, G2, G3, G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol yazılım aracılığıyla olası fonksiyonların üretilmesine ve bu fonksiyonlar içinden veriler için en uygun olanının belirlenmesine katkıda bulunmuştur.

G2 grubu Deniz Feneri, G1, G2, G3, G5 grupları ise Dönme Dolap teorik problemleri için sayısal veriler oluşturma ve bu problemleri deneysel modelleme problemlerine dönüştürme şeklinde bir yol takip ettiğini daha önce ifade etmiştik. Öğretmen adayları probleme ait verileri oluşturduktan sonra modeli belirlerken grafik analizine dayalı bir matematikselleştirme süreci takip etmiştir.

G2 grubu Deniz Feneri probleminde gerçek yaşam verilerini araştırmıştır. Grup üyeleri bu doğrultuda internet aracılığıyla Türkiye’deki deniz fenerlerinin yüksekliklerini ve görüş açılarını incelemiştir. G2 grubu internette yaptığı araştırma sonucunda sadece iki deniz fenerine ait uzunluk ve görüş mesafesine ulaşmıştır. Grup üyeleri daha sonra GeoGebra yazılımında bu iki veriyle regresyon analizi uygulamış ve matematiksel modellerini oluşturmuştur. G2 grubunun Deniz Feneri problemine yönelik GeoGebra yazılımında oluşturduğu modele ait yazılı yanıt kâğıdındaki açıklamaları Şekil 52’de verilmiştir.

GeoGebra’da hesap cizelgesine fenerlerin yerdan yükseklikleri ve görüş mesafelerini (deniz milini metreye çevirdik) yazdık. Sonra regresyon analizini uyguladık. Doğrusal modeli seçtik. Çünkü fenerlerin yükseklikleri ve görüş mesafeleri arasında ters orantı var.

$$y = -514,29x + 77657,14$$

formülüne ulaştık.

Şekil 52. G2 grubunun GeoGebra yazılımında oluşturduğu modele ait yazılı yanıt kâğıdında yaptığı açıklamalar

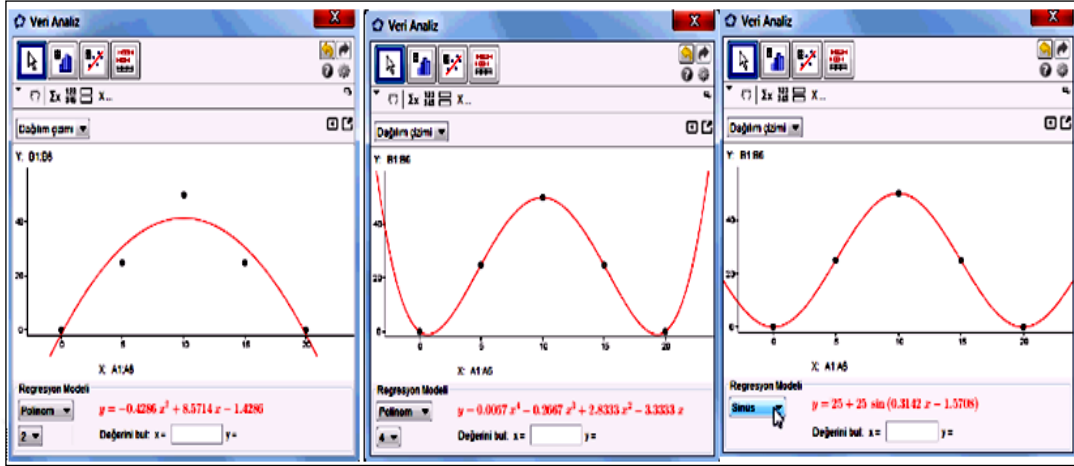
Şekil 53'te görüldüğü gibi G2 grubu internet aracılığıyla ulaştıkları deniz fenerlerinin yükseklikleri ve görüş mesafelerine ait verileri GeoGebra yazılımında analiz etmiştir. G2 grubu değişkenler arasında ters orantılı bir ilişki olduğu için doğrusal modeli seçtiklerini ifade etmiştir.

Dönme Dolap probleminde G1, G2, G3 ve G5 grupları problemde verilenlerden hareketle beşer saniye aralıkla koltuğun yerden yüksekliğini hesaplayarak verilerini oluşturmuştur. Bu gruplar daha sonra elde ettikleri veriler ile GeoGebra yazılımı yardımıyla regresyon analizi yapmaya karar vermiştir. Bu süreçte gruplar tıpkı deneysel modelleme problemlerinde yaptıkları gibi GeoGebra yazılımında yer alan doğrusal, üstel, üs, logaritmik, polinom, sinüs fonksiyonları tek tek deneyerek elde ettikleri her bir modelin grafik üzerindeki noktaların ne kadarına karşılık geldiğini araştırmıştır. Yalnızca G5 grubu öncelikli olarak verileri incelemiş periyodik yapıyı fark etmiş ve verileri trigonometrik bir fonksiyonla modellenmesi gerektiği yönünde karar vermiştir. G1, G2 ve G3 grupları ise deneysel modelleme problemlerinde yaptıkları gibi veri noktalarının hepsinin üzerinden geçen modeli en uygun model olarak belirleme yaklaşımında bulunmuştur. Bu gruplar polinom ve sinüs modellerinden hangisinin uygun olduğunu belirleme noktasında kararsız kalmıştır. Dönme Dolap probleminde modeli belirlemeye yönelik G3 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- A: *Bildiğin parabol oluyor bu.*
- Ş: *Doğrusal, üstel, logaritmik bunların hiçbiri olmaz. Noktaların üzerinden bile geçmiyor.*
- M: *Bak bu olabilir, polinom. Noktaların üzerinden geçiyor baksana. Ama sinüs de olabilir.*
- A: *Size bir şey söyleyeyim mi, onu nasıl anlayacaksınız biliyor musunuz? Aç bir Sinüs'ü. Bak görüyor musunuz bunda da üzerinden geçmiş ama polinomda 40'ın üzerinden geçmiş. Diğerinde 0'da 20'nin altında.*
- S: *Noktaların nereden geçtiği önemli. Bak buradan mesela 40'ın üzerinden geçiyor. Bence sinüs modeli olacak.*
- Ş: *Bence de sinüs modeli olması lazım.*

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problem için oluşturduğu verilerin grafiğini çizmiş ve farklı regresyon modellerinin grafiklerini incelemiştir. G3 grubu incelediği regresyon modellerinden doğrusal, üstel ve logaritmik modellerin noktaların üzerinden geçmediğini ifade etmiştir. Grup üyeleri polinom ve sinüs modellerinin noktaların üzerinden geçtiğini belirlemiş ve hangi modelin daha uygun olduğunu

belirlemeye çalışmıştır. Dönme Dolap probleminde G3 grubunun noktaların en yakınından geçen grafik modelini belirlemeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 53'te verilmiştir.



Şekil 53. G3 grubunun noktaların en yakınından geçen grafik modelini belirlemeye yönelik yaptığı çalışmalar

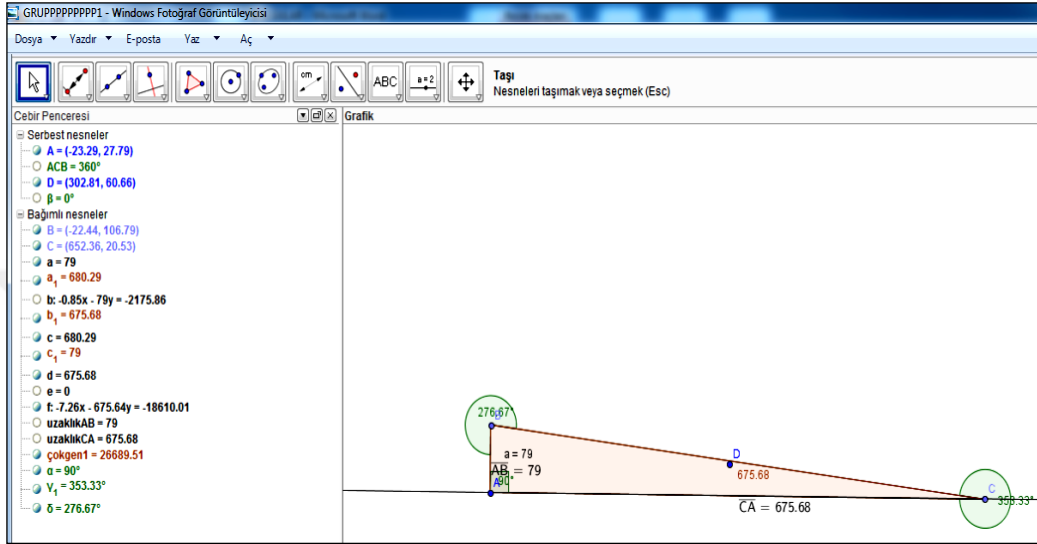
Şekilde görüldüğü gibi G3 grubu 2. ve 4. Dereceden polinom modeli grafiklerini ve sinüs modeli grafiğini incelemiştir. G3 grubu 4. Dereceden polinom modeli veya sinüs modelinden hangisinin uygun olacağını belirleme konusunda kararsız kalmıştır. Bunun üzerine grup üyeleri grafiğin y eksenini kestiği noktaları incelemiştir. Grup üyeleri sıfırıncı saniyede koltuğun 40m yükseklikte olamayacağından hareketle sinüs modelinin verileri daha iyi karşıladığını ifade etmiştir. Bu nedenle G3 grubu en uygun model olarak sinüs modelini seçmiştir. Bu doğrultuda teknoloji kâğıt-kalem ile ulaşılması zor olan modelin oluşturulmasını ve veriler için en uygun modelin belirlenmesini kolaylaştırmıştır.

Problem Durumunu Yansıtan Dinamik Bir Model Oluşturma

Teknolojinin problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturma rolü, belirlenen değişkenlere yönelik kurulan dinamik yapı yardımıyla matematiksel ilişkilerin elde edilmesini ve problemde istenen sonuçlara ulaşılmasını ifade etmektedir. Burada GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol öğretmen adaylarının varsayımlarını test etmelerine ve kendi deneyimleri ile çıkarımda bulunmalarına katkı sağlamıştır. Bu kod yalnızca G1 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

G1 grubu Deniz Feneri probleminde kurmuş olduğu dinamik yapı ile matematiksel modelini oluşturmuş ve ilişkileri dinamik olarak incelemiştir. Diğer gruplar Deniz Feneri probleminin model oluşturma aşamasında kâğıt-kalem çalışmalarına ağırlık verirken G1 grubu bu problemin model oluşturma aşamasında GeoGebra yazılımından yararlanmıştı.

G1 grubu bu problem için GeoGebra yazılımında geometrik bir yapı oluşturmuş ve bu yapı yardımıyla istenen sonuca ulaşmaya çalışmıştır. G1 grubu Deniz Feneri Probleminde kağıt-kaleme dayalı herhangi bir çalışma yapmamış, süreç boyunca oluşturduğu dinamik yapı üzerinden çalışmalarını tamamlamıştır. Deniz feneri probleminde G1 grubunun oluşturduğu dinamik model Şekil 54'te verilmiştir.



Şekil 54. G1 grubunun deniz feneri problemi için oluşturduğu dinamik model

Şekilde görüldüğü gibi G1 grubu GeoGebra yazılımında önce bir doğru çizmiş, sonra bu doğru üzerinde aldığı AB dik doğru parçasını deniz feneri olarak belirlemiştir. Daha sonra doğru üzerinde bir C noktası olarak gemiyi belirlemiştir. G1 grubu problemde 79m olarak verilen Şile Deniz Feneri'nin uzunluğunu yazılımda cm cinsinden ele almıştır. Daha sonra kurdukları dinamik yapı yardımıyla geminin deniz fenerini ilk kez gördüğü açı (0 derece) için deniz fenerine olan uzaklığını hesaplamıştır.

Bunun yanında G1 grubu yazılımın cebir penceresinde kurmuş oldukları yapı için bir model verdiğini ve modellerinin bu yapı olduğunu ifade etmiştir. Deniz Feneri probleminde bu durum üzerine G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- S: Şimdi biz bu yapıyı oluşturduk. Bizim modelimiz ne oluyor? Buradan bir fonksiyon nasıl elde edeceğiz?
- H: Ya zaten bu yapı bizim modelimiz.
- B: Zaten programda şey var ya, kenarda gösteriyor fonksiyonu. Bu yaptığımız üçgenin fonksiyonunu. Oradaki fonksiyon da bizim modelimiz olmuş oluyor işte.

H: Yani aynen. Yanda cebir penceresine baksana. Orada fonksiyonu veriyor zaten bak. Zaten model illa fonksiyon olacak diye bir şey yok ki. Bu yaptığımız da bir model yani.

G1 grubuna ait konuşmalardan görüldüğü gibi grup üyeleri oluşturduğu geometrik yapının matematiksel modelleri olduğunu ifade etmiştir. G1 grubu GeoGebra yazılımının cebir penceresinde, kurmuş oldukları geometrik yapı için fonksiyon verdiğini ifade etmiştir. Grup üyeleri oluşturduğu dinamik yapıyı ve bu yapıya ait fonksiyonu matematiksel modelleri olarak kabul etmiştir. Böylelikle matematikselleştirme basamağında GeoGebra yazılımı geometri penceresi ve cebir penceresinin karşılıklı etkileşimini sağlayarak geometrik ve cebirsel ilişkileri aynı anda incelenmesine yardımcı olmuştur. Bunun yanında yazılım matematiksel modelin hem dinamik olarak, hem de cebirsel olarak temsil edilmesini sağlamıştır.

4. 1. 2. 3. Matematiksel Çalışma Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Teorik modelleme problemlerini çözme sürecinin matematiksel çalışma basamağında teknoloji *matematiksel hesaplama yapma* ve *çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme* rollerini üstlenmiştir. Gruplar matematiksel çalışma basamağında teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Matematiksel çalışma basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 28’de verilmiştir.

Tablo 28. Matematiksel Çalışma Basamağında Teknolojinin Rolü

Matematiksel Çalışma Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven Problemi	Dönme Dolap Problemi
Matematiksel hesaplama yapma	G2, G3, G4, G5	-	G1, G2, G3, G4, G5
Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme	-	-	G1, G4, G5

Tablo 28’de görüldüğü gibi matematiksel çalışma basamağı altında ele alınan matematiksel hesaplama yapma kodu Deniz Feneri probleminde G1 grubu hariç tüm gruplarda ve Dönme Dolap probleminde tüm gruplarda ortaya çıkmıştır. Çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme kodu ise G1, G4 ve G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışmalarını sırasında ortaya çıkmıştır.

Matematiksel Hesaplama Yapma

Teknolojinin matematiksel hesaplama yapma rolü oluşturulan modeller ile ilgili matematiksel sonuçların elde edilmesine yönelik yapılan matematiksel çalışmaları ifade etmektedir. Matematiksel hesaplama yapma kodu Deniz Feneri probleminde G1 grubu hariç tüm gruplarda ve Dönme Dolap probleminde tüm gruplarda ortaya çıkmıştır. Merdiven probleminde ise gruplar teknoloji yardımıyla matematiksel hesaplama yapmamıştır. Gruplar oluşturdukları matematiksel modeller ile ilgili matematiksel hesaplamaları yaparken GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Teknolojinin oynadığı bu rol, karmaşık gerçek yaşam verileri ile ilgili hesaplamaları yapmada öğretmen adaylarına büyük kolaylık sağlamıştır. Öğretmen adayları GeoGebra yazılımı ile hızlı ve hatasız bir şekilde hesaplamalarını yapabilmştir.

G2 grubu Deniz Feneri problemi için regresyon analizi ile belirlediği matematiksel modellerle ilgili hesaplamalarını GeoGebra yazılımında yapmıştır. G2 grubu deneysel modelleme problemlerinde olduğu gibi yazılımın model için değer bulma özelliği ile hesaplamalarını yapmıştır. G3 grubu ise Deniz Feneri Problemini başlangıçta maksimum-minimum problemi olarak düşünmüş ve fonksiyonun 1. Dereceden türevini almaya karar vermiştir. G3 grubu oluşturduğu fonksiyonun türevini almakta zorlanmış ve GeoGebra yazılımını kullanmaya karar vermiştir. Grup üyeleri yazılımı kullanarak türev ile ilgili işlemlerini ve hesaplamalarını yapmıştır. G4 ve G5 grupları Deniz Feneri problemi için kağıt- kalem ile elde ettiği modele yönelik hesaplamalarını GeoGebra yazılımında yapmıştır. Bu gruplar giriş çubuğuna seçtikleri modeli fonksiyon olarak yazarak deniz fenerinin görüş açısını hesaplamıştır. Deniz Feneri Probleminde matematiksel hesaplama yapmaya yönelik G4 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

D: Tamam bu bizim modelimiz. Şimdi 2. soruyu cevaplayalım.

Ö: x yerine 79 yazacağız. Oo bunu nasıl hesaplayacağız?

İ: Yazsana işte Geogebra'ya.

A: Aynen ya. Söyle bana modeli.

D: $y = \sqrt{(x + 6371000)^2 - 6371000^2}$

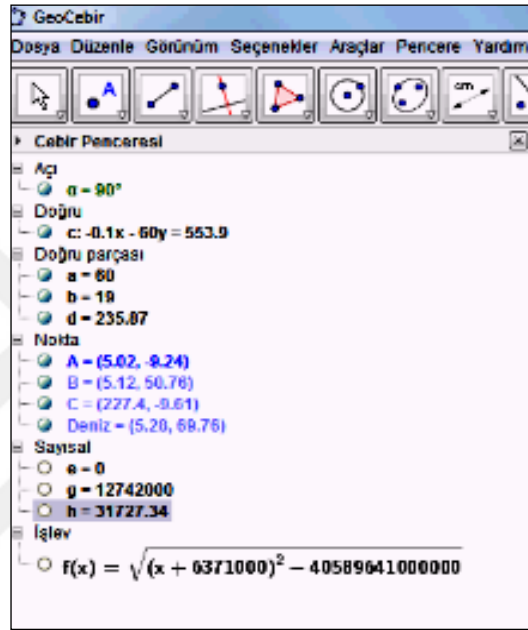
*A: (Modeli Geogebra yazılımında fonksiyon olarak giriş çubuğuna yazıyor).
Tamam yazdım.*

D: Şimdi x yerine yaz 79.

A: Baya bir fazla çıkacak sanki. f (79). 31 km çıktı.

D: Bulduk işte, tamam.

G4 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri modellerini oluşturduktan sonra köklü bir ifadeyle karşılaşmıştır. İşlem kolaylığı sağlaması amacıyla modeli GeoGebra yazılımına fonksiyon olarak girmeye karar vermiştir. Bunun üzerine G4 grubu modeli yazılımda yer alan giriş çubuğuna yazmıştır. Daha sonra problemde sorulan değeri fonksiyonda yerine yazarak hesaplamalarını yapmıştır. G4 grubunun Deniz Feneri probleminde matematiksel hesaplamalar yapmaya yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar Şekil 55'te verilmiştir.



Şekil 55. G4 grubunun GeoGebra yazılımında yaptığı matematiksel hesaplamalar

Şekilde görüldüğü gibi G4 grubu oluşturduğu matematiksel modeli GeoGebra yazılımında fonksiyon olarak yazmıştır. Grup üyeleri problemde sorulan değeri GeoGebra yazılımında kolaylıkla hesaplayabilmıştır.

Dönme Dolap probleminde ise G1, G4 ve G5 grupları GeoGebra yazılımında elde ettikleri modelleri kullanarak verilerin fonksiyondaki değerlerini hesaplamıştır. Bu gruplar Dönme Dolap problemlerinde seçtikleri modeller için verilerin değerini bulma ve test etme gibi matematiksel çalışmalarını yaparken GeoGebra yazılımından yararlanmıştır. Bu doğrultuda GeoGebra yazılımı karmaşık hesaplamaların hızlı ve hatasız bir şekilde yapılmasını sağlamış ve zaman kaybını önlemiştir.

Çözümün Doğrulanması İçin Ek Sonuçlar Elde Etme

Teknolojinin çözümün doğrulanması için ek sonuçlar elde etme rolü matematiksel modelin geçerliliğini araştırmak amacıyla problem için oluşturulan verilerin dışında ek matematiksel sonuçların elde edilmesini ifade etmektedir. Çözümün doğrulanması için ek

sonuçların elde edilmesinde teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır. Teknolojinin oynadığı bu rol G1, G4 ve G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. GeoGebra yazılımı ile elde edilen ek sonuçlar modelin doğrulanması, düzenlenmesi ve geliştirilmesine katkıda bulunmuştur.

G1, G4 ve G5 grupları Dönme Dolap problemi için oluşturdukları matematiksel modelin geçerliliğini sağlamak amacıyla koltuğun yerden yüksekliği için ek sonuçlar elde etmişlerdir. Bu gruplar farklı veriler için elde ettikleri sonuçlar yardımıyla modellerinin geçerli olup olmadığını sorgulamıştır. G1 ve G5 grupları koltuğun belirli saniyelerde yerden yüksekliğine ait oluşturduğu verilerle regresyon analizi yapmış ve matematiksel modellerini oluşturmuştur. Bu gruplar daha sonra farklı saniyeler için modelin doğruluğunu incelemek amacıyla ek hesaplamalar yapmıştır. G4 grubu ise matematiksel modelini kâğıt-kalem ile oluşturmuş, daha sonra oluşturdukları fonksiyonu GeoGebra yazılımında giriş çubuğuna yazarak farklı verileri için hesaplamalar yapmıştır. Dönme Dolap Probleminde bu durum üzerine G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

M: Bak mesela, hani şey yapalım tamam mı? Burada bulunmayan, ilerleyen, ileriki saniyelerde bir saniye söyle.

E: 72.

M: Tamam. 72 mi yazayım? (Matematiksel modelde zaman değişkeni için 72 yazıyor). 45 küsur çıktı bak. 45,224. Bak şimdi 72...

T: 12. saniyedeki ile aynı yere denk geliyor.

M: Evet 12. saniyedeki ile aynı olması lazım.

S: Değişmedi.

M: Gördün mü bak değişmedi. Yani hep aynı şeyleri veriyor.

T: Zaten sonuç bu yani. Bu model olacak.

M: Ya zaten biz bunun sinüs grafiği olduğunu söyledik. Periyodik olduğunu.

T: Sinüs olacak.

G5 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri elde ettikleri modelin kendi oluşturdukları problem verileri dışındaki farklı veriler için geçerli olup olmadığını merak etmiştir. Bu doğrultuda G5 grubu farklı değerler için hesaplama yaparak ek sonuçlar elde etmiştir. Grup üyelerinin elde ettikleri ek sonuçlar modelin belirlenmesine, doğrulanmasına, düzeltilip geliştirilmesine yardımcı olmuştur.

4. 1. 2. 4. Yorumlama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Teorik modelleme problemlerini çözüme sürecinin yorumlama basamağında teknoloji *çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme* rolünü üstlenmiştir. Gruplar yorumlama basamağında teknolojik araç olarak internetten yararlanmışlardır. Yorumlama basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 29’da verilmiştir.

Tablo 29. Yorumlama Basamağında Teknolojinin Rolü

Yorumlama Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven Problemi	Dönme Dolap Problemi
Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme	G2, G5	-	-

Tablo 29’da görüldüğü gibi yorumlama basamağı altında ele alınan çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme kodu yalnızca G2 ve G5 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Merdiven ve Dönme Dolap problemlerinde ise gruplar teknolojiden yararlanarak çözümü yorumlamaya yönelik bir çalışma yapmamıştır.

Çözümün Gerçek Yaşamdaki Karşılığını İnceleme

Teknolojinin çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme rolü matematiksel modelden elde edilen sonuçların, gerçek yaşamdaki karşılığının internet aracılığıyla araştırılmasını ifade etmektedir. Teknolojinin yorumlama basamağında oynadığı bu rol, matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişi kolaylaştırmıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarının elde ettikleri sonuçların internet aracılığıyla araştırılması ve gerçek yaşam değerlerine yakın değerler olduğunu görmesi gerçek yaşam problemlerine yönelik ilgi ve motivasyonlarını güçlendirmiştir.

Çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme kodu yalnızca G2 ve G5 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışmaları sırasında ortaya çıkmıştır. Her iki grup Deniz Feneri problemi için istenen modeli oluşturduktan sonra matematiksel sonuçlar elde etmiştir. Daha sonra gruplar modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki değerini merak etmiştir. Bunun üzerine G2 ve G5 grupları Deniz Feneri Probleminde çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını araştırırken internette araştırma yapmaya karar vermiştir. Deniz Feneri Probleminde çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- N: *Şimdi bizim modelimize göre 37 km çıktı değil mi?*
- S: *Evet de bence yine baksak gerçekte ne kadar uzaklığı görüyormuş? Arasana bir internette.*
- G: *Neyi?*
- S: *Şile deniz feneri gerçekte ne kadar görüş mesafesine sahip diye yaz.*
- G: *(İnternette araştırıyor).*
- N: *Çıktı işte, 20 mil görüş mesafesine sahipmiş. 20 mil kaç kilometre ki?*
- G: *Ona da bakalım (İnternette araştırıyor). 1 mil 1,6 kilometremiş. O zaman 20 mil 32 km eder.*
- S: *Biz de 37 km bulmuştuk.*
- N: *Yakın bence.*
- S: *Yani gerçek değere yakın bence de.*
- G: *Aynen o zaman gerçek hayata uygun diyebiliriz sonucumuz için.*

G2 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri oluşturduğu modelden elde ettiği sonucun gerçek yaşam için anlamlı olup olmadığını merak etmiştir. G2 grubu bunun üzerine internette araştırma yapmaya karar vermiştir. G2 grubu internette yaptığı araştırma sonucunda Şile Deniz Feneri'nin gerçek yaşamda ne kadar görüş mesafesine sahip olduğu bilgisine ulaşmıştır. G2 grubunun Deniz Feneri probleminde çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 56'da verilmiştir.



Şekil 56. G2 grubunun çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını incelemeye yönelik yaptığı internet araştırması

Şekilde görüldüğü gibi G2 grubu internet aracılığıyla Şile Deniz Feneri'nin görüş mesafesine yönelik araştırma yapmıştır. G2 grubu yaptığı bu araştırma sonucunda Şile Feneri'nin görüş mesafesinin 20 deniz mili olduğu bilgisine ulaşmıştır. G2 grubu daha

sonra bir deniz milinin ne kadar uzaklıkta olduğunu araştırmış ve yaptıkları hesaplamalar sonucunda 20 deniz milinin 32 km'ye karşılık geldiğini görmüştür. G2 grubu bu değeri modelden elde ettikleri sonuçla karşılaştırmıştır. Grup üyeleri modelden elde ettikleri sonucun gerçek yaşam değerine yakın bir değer olduğu ve oluşturdukları modelin gerçek yaşam için uygun bir model olduğu sonucuna varmıştır.

4. 1. 2. 5. Doğrulama Basamağında Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Teorik modelleme problemlerini çözüme sürecinin doğrulama basamağında teknoloji *gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma* ve *modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme* rollerini üstlenmiştir. Gruplar doğrulama basamağında teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımından yararlanmıştır. Doğrulama basamağında teknolojinin rolüne ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 30'da verilmiştir.

Tablo 30. Doğrulama Basamağında Teknolojinin Rolü

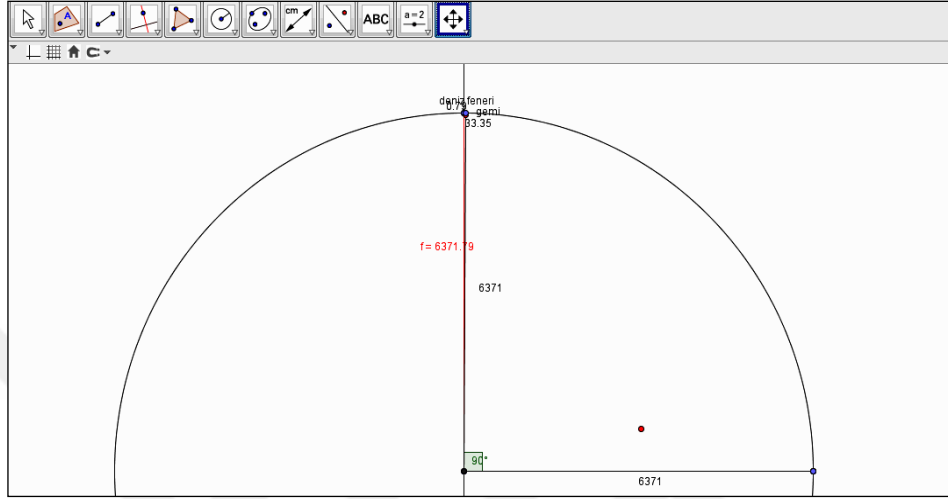
Doğrulama Basamağında Teknolojinin Rolü			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven Problemi	Dönme Dolap Problemi
Gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma	G4	-	-
Modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme	-	-	G1, G3, G5

Tablo 30'da görüldüğü gibi doğrulama basamağı altında ele alınan gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma kodu yalnızca G4 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme kodu ise yalnızca G1, G3 ve G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

Gerçek Ölçüleri Yansıtan Bir Çizimle Doğrulama Yapma

Teknolojinin *gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma* rolü elde edilen çözümü doğrulamak amacıyla, GeoGebra ekranında problemde verilen ölçüleri birebir yansıtan bir çizim yapıp, bu çizimdeki diğer ölçülerle model yardımı ile elde ettikleri ölçüleri karşılaştırmayı içermektedir. Teknolojinin oynadığı bu rol yalnızca G4 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G4 grubu Deniz Feneri Probleminde kağıt-kalem çalışmasıyla oluşturduğu modelin (Bkz. Şekil 57) doğruluğunu

G4 grubuna ait konuşmalardan anlaşılacağı gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında modelin doğruluğunu kontrol etmede kolaylık sağlaması amacıyla problemdeki birimleri cm cinsine dönüştürmüştür. G4 grubunun Deniz Feneri Probleminde modelin doğruluğunu test etmeye yönelik yazılım üzerinde yaptığı çalışmalar Şekil 58'de verilmiştir.



Şekil 58. G4 grubunun modelin doğruluğunu şekil çizerek test etmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G4 grubu GeoGebra yazılımında bir çember çizerek dünyayı belirlemiş, deniz fenerini belirlemek için ise dünyanın merkezine dik bir doğru parçası çizmiştir. Daha sonra çember üzerinde bir nokta olarak gemiyi belirlemiştir. G4 grubu daha sonra köşeleri çemberin merkezi, deniz fenerinin en üst noktası ve gemi için belirledikleri nokta üzerinde olan bir dik üçgen oluşturmuştur. Grup üyeleri daha sonra çizdiği dik üçgende geminin deniz fenerine olan uzaklığını belirlemek amacıyla üçgenin dik kenar uzunluğunu ölçmüştür. Öğretmen adayları GeoGebra yazılımında çizdikleri şekilden elde ettiği değer gerçek hayat değerine yakın olduğunu gördüğünde yaptıkları çözümün doğru olduğuna ikna olmuştur.

Modelin Doğruluğunu Farklı Değerler İçin Test Etme

Teknolojinin modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme rolü problem için oluşturulan sayısal verilerin haricinde farklı sayısal değerler için modelin doğru sonuç verip vermediğinin araştırılmasını ifade etmektedir. Teknolojinin oynadığı bu rol matematiksel modellerin ve bu modeller yardımıyla elde edilen gerçek yaşam verilerinin problem durumuna gerçekçi bir çözüm getirip getirmediğinin sorgulanmasını sağlamıştır. Modelin doğruluğunu farklı değerler için test etme kodu G1, G3 ve G5 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmış olup teknolojik araç olarak GeoGebra yazılımı ön plana çıkmıştır.

Dönme Dolap probleminde G1, G3 ve G5 grupları problem için oluşturdukları verilerin haricinde farklı değerler için modellerinin doğru sonuç verip vermediğini araştırmıştır. Bu doğrultuda gruplar GeoGebra yazılımında elde ettikleri ek sonuçlar yardımıyla oluşturdukları matematiksel modellerin geçerli olup olmadığını tartışmıştır. G1 grubunun modeli farklı değerler için test etmeye yönelik çözüm kâğıdında yaptığı açıklamalar Şekil 59'da verilmiştir.

eldeki verileri GeoGebra programında regresyon denklemini elde ettik

$$y = 27 + 27\sin(0.3142x - 1.9708)$$

denklemini elde ettik

→ verilen

$x=7 \rightarrow y=25$

$x=10 \rightarrow y=50$

$x=15 \rightarrow y=25$

$x=20 \rightarrow y=0$

verilerin sıfırlaması yapıldı, ve sonuç ulaşıldı.

denkleminde

örneğin;

$x=11m \quad y=48.78 \approx 49 \text{ cm}$

$x=14m \quad y=32.73 \text{ cm}$

$x=17m \quad y=10.31 \text{ cm}$

Şekil 59. G1 grubunun modeli farklı değerler için test etmeye yönelik çözüm kâğıdında yaptığı açıklamalar

Şekilde görüldüğü gibi G1 grubu GeoGebra yazılımında regresyon analizi sonucunda elde ettiği modeli hem kendi oluşturduğu problem verileri için, hem de farklı değerler için test etmiştir. G4 grubu ise kâğıt-kalem ile oluşturduğu modeli GeoGebra yazılımında farklı değerler için test ederek doğrulamıştır. Dönme Dolap Probleminde modelin doğruluğunu farklı değerler için test etmeye yönelik G4 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- D: Deneyelim bir şunu (matematiksel modeli kastediyor) programda.
- Ö: (GeoGebra'da giriş çubuğuna oluşturdukları modeli fonksiyon olarak giriyor)
Evet, yazdım.
- D: $h(10)$ yaz.
- Ö: (GeoGebra'da yazıyor)
- D: 50, tamam. $h(4)$ yaz.
- Ö: (GeoGebra'da yazıyor)

A: 17,27m. Tamam, burası 20m. Şurası yaklaşık olarak 17m.

D: Yani, mantıklı. $h(15)$ yaz.

Ö: (GeoGebra'da yazıyor)

D: 25. $h(20)$ yaz.

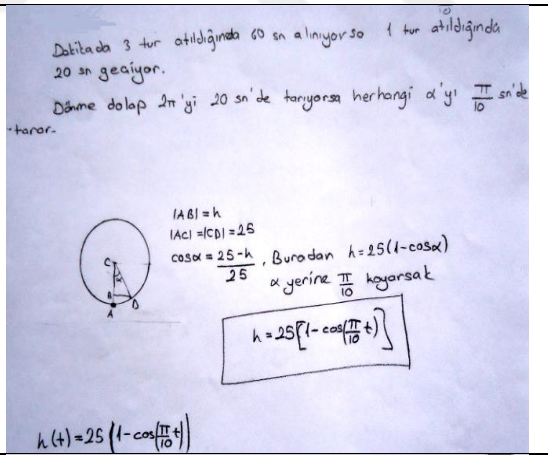
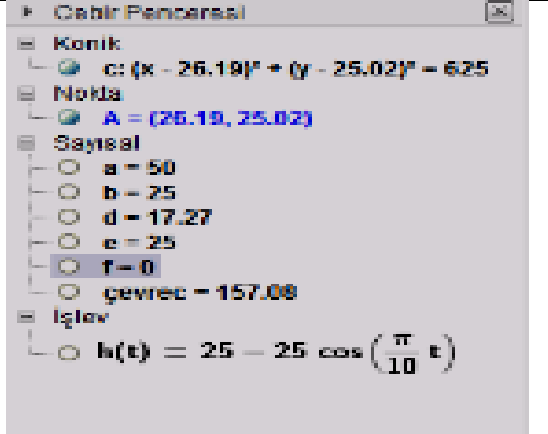
Ö: (GeoGebra'da yazıyor)

D: 0, tamam. 50 yaz.

Ö: (GeoGebra'da yazıyor). Tamam 50 yazınca 50 gelecek zaten. Tamamdır. Aynı değerleri veriyor model.

G4 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri kağıt-kalem ile oluşturduğu modeli GeoGebra yazılımında test etmeye karar vermiştir. Bu doğrultuda G4 grubu oluşturduğu modeli yazılımda fonksiyon olarak yazmış ve farklı değerleri bu fonksiyon yardımıyla test etmiştir. G4 grubunun modeli oluşturmaya yönelik çözüm kağıdında yaptığı çalışmalar ve GeoGebra yazılımında modeli doğrulamaya yönelik yaptığı çalışmalar Tablo 31'de verilmiştir.

Tablo 31. G4 Grubunun Dönme Dolap Probleminde Modeli Oluşturmaya ve Doğrulamaya Yönelik Yaptığı Çalışmalar

<p>G4 grubunun modeli oluşturmaya yönelik çözüm kâğıdında yaptığı çalışmalar</p>	 <p>Dolapta 3 tur atıldığında 60 sn alıyor. 1 tur atıldığında 20 sn geçiyor. Dönme dolap 2π'yi 20 sn'de tanyorsa herhangi α'yı $\frac{\pi}{10}$ sn'de tanyor.</p> <p>$AB = h$ $AC = CD = 25$ $\cos \alpha = \frac{25-h}{25}$, Buradan $h = 25(1 - \cos \alpha)$ α yerine $\frac{\pi}{10}$ koyarsak</p> <p>$h = 25 \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{10} t \right) \right]$</p> <p>$h(t) = 25 \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{10} t \right) \right)$</p>
<p>G4 grubunun GeoGebra yazılımında modeli doğrulamaya yönelik yaptığı çalışmalar</p>	 <p>Algebra Penceresi</p> <ul style="list-style-type: none"> Konik <ul style="list-style-type: none"> $c: (x - 26.19)^2 + (y - 25.02)^2 = 625$ Nokta <ul style="list-style-type: none"> $A = (26.19, 25.02)$ Sayısal <ul style="list-style-type: none"> $a = 50$ $b = 25$ $d = 17.27$ $e = 25$ $f = 0$ gevrec = 157.08 İşlev <ul style="list-style-type: none"> $h(t) = 25 - 25 \cos \left(\frac{\pi}{10} t \right)$

Tabloda görüldüğü gibi G4 grubu kağıt-kalem ile oluşturduğu modeli GeoGebra yazılımında farklı değerler için test ederek doğrulamıştır. G4 grubu oluşturduğu $h(t)$ fonksiyonu için GeoGebra yazılımında farklı değerler girmiştir. Daha sonra bu değerlerin fonksiyondaki karşılığını incelemiş ve sonuçları tartışmıştır. Grup üyeleri elde ettikleri değerlerin yakın sonuçlar olduğunu görmüş ve modellerinin doğru bir model olduğuna karar vermiştir. Benzer şekilde G5 grubu problem için oluşturduğu verilerle regresyon analizi sonucunda oluşturduğu modeli farklı değerler için test etmiştir. Dönme Dolap probleminde bu durum üzerine G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

E: Sinüs ya da polinom olacak bence.

T: Bence sinüs mantıklı gözüküyor. Şimdi bir saniye. Şuradan değerleri yazalım. Bakalım değerler nasıl çıkıyor. Söyle bana bir tane değer.

M: Bildiğimiz bir saniye olsun. Bizim yazdığımız değerlerden söyle.

S: Mesela 10 yaz.

T: 50 çıkıyor, tamam.

S: Bir tane de bilmediğimiz bir değer yaz. 1 yaz mesela.

T: 1, 22 çıktı.

M: Olabilir bence.

S: 12 yaz.

T: 45 çıktı. Olabilir sonuçta 10 saniyede tepeye çıkıyor. 12'de 50'den az olması lazım. Şimdi polinom için ilerdeki değerler yakın çıkmadı.

S: Sinüs modeli doğru o zaman.

G5 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri sinüs ve polinom modellerinden uygun olanına karar verme konusunda kararsız kalmıştır. G5 grubu sinüs modelinin daha uygun olduğunu ifade etmiş ve GeoGebra yazılımında veriler aracılığıyla modeli test etmiştir. Grup üyeleri elde ettikleri değerlerin yakın sonuçlar olduğunu görmüş ve sinüs modelinin doğru bir model olduğuna karar vermiştir.

Teknolojinin deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde oynadığı roller incelendiğinde her iki modelleme türünde benzer kodların ortaya çıktığı görülmektedir. Gruplar teorik modelleme problemlerinden Dönme Dolap problemi için sayısal veriler oluşturarak problemi deneysel modelleme problemine çevirmiştir. Deniz Feneri teorik modelleme probleminde ise G2 grubu internet aracılığıyla gerçek yaşam verilerine ulaşmıştır. Gruplar daha sonra GeoGebra yazılımında bu verilerin grafiğini çizmiş ve veriler ile regresyon analizi yapmıştır. Bu bağlamda hem deneysel hem de teorik

modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında teknoloji grafik çizme rolünü, matematikselleştirme basamağında ise grafik analizi rolünü üstlenmiştir. Matematiksel çalışma basamağında ise teknoloji her iki modelleme türü için hesaplama yapma ve çözümün doğrulanması için ek sonuç elde etme rollerini üstlenmiştir. Yorumlama basamağında hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde teknoloji çözümün gerçek yaşamdaki karşılığını inceleme rolünü üstlenmiştir. Her iki problem türünde internet modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam verileri ile karşılaştırılması ve tartışılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır.

Bunun yanında deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin oynadığı roller incelendiğinde farklı kodların da ortaya çıktığı görülmektedir. Gruplar deneysel modelleme problemlerinde problemi anlama amacıyla interneti kullanarak araştırma yaparken, teorik modelleme problemlerini basitleştirme amacıyla interneti kullanmıştır. Deneysel modelleme problemlerinde internet problemin bağlamını araştırmak amacıyla kullanılırken, teorik modelleme problemlerinde internet varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Deneysel modelleme problemlerinin gerçek yaşam verilerinden oluşan büyük veri grupları içermesi nedeniyle verilerin düzenlenmesinde GeoGebra yazılımı önemli bir rol üstlenmiştir. Böylelikle teknoloji gerçek yaşam verilerinin hızlı ve hatasız bir şekilde daha rahat çalışılabilir duruma dönüştürülmesini sağlamıştır. Bunun yanında deneysel modelleme problemlerinde modelin yenilenebilirliğinin araştırılmasında internet ve GeoGebra yazılımı önemli bir rol üstlenmiştir. Bu teknolojik araçlar doğrulama basamağında elde edilen modelin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığının araştırılmasına yardımcı olmuştur. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin oynadığı olumsuz bir rol ise teknolojiye aşırı güven nedeniyle modelin doğrulanmasını göz ardı etme şeklindedir. Teknolojinin oynadığı bu rol yalnızca G3 grubunda ortaya çıkmış olup, teknolojik yazılımların her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesi G3 grubunun modelin geçerliliğini sağlamayı ihmal etmesine neden olmuştur. Teorik modelleme problemlerinde ise teknoloji değişkenleri içeren dinamik yapıyı kurma rolünü üstlenmiştir. Gruplar GeoGebra yazılımında oluşturdukları dinamik yapılar ile değişkenler arasındaki ilişkileri dinamik olarak inceleyebilmiştir. Bunun yanında gruplar kurdukları dinamik yapılar ile birçok ihtimali deneyerek çıkarımlarda bulunmuş ve bu çıkarımlarla ilgili fikir yürütmüştür. Teorik modelleme problemlerinden Deniz Feneri probleminde teknoloji dinamik bir model oluşturma ve gerçek ölçüleri yansıtan bir çizimle doğrulama yapma rollerini üstlenmiştir. G2 grubu bu problemde belirlenen değişkenlere yönelik kurduğu dinamik yapı yardımıyla matematiksel ilişkileri elde etmiş ve problemde istenen sonuçlara ulaşmıştır. G4 grubu ise GeoGebra ekranında problemde verilen

ölçüleri birebir yansıtan bir çizim yapıp, bu çizimdeki ölçüler ile model yardımı ile elde ettikleri ölçüleri karşılaştırmıştır.

4. 2. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Bu bölümde öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler üzerine bulgular yer almaktadır.

4. 2. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Bulguların bu kısmında öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemleri ile çalışmaları sırasında karşılaştıkları güçlükler üzerine içerik analizinden elde edilen kodlar matematiksel modelleme sürecinin temel basamakları altında açıklanmıştır. Öncelikle grupların her bir deneysel modelleme probleminin zorluk düzeyine yönelik görüşleri sunulmuştur. Deneysel modelleme problemlerinin zorluk düzeyine ilişkin grupların görüşleri Tablo 32'deki gibidir.

Tablo 32. Deneysel Modelleme Problemlerinin Zorluk Düzeyine İlişkin Öğretmen Grupların Görüşleri

Zorluk Derecesi	1 Mil Dünya rekoru					Dünyadaki Sıcaklık Artışı					Yağış Miktarı				
	G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5
Çok kolay															
Kolay				✓	✓		✓	✓						✓	
Orta	✓	✓				✓			✓	✓	✓	✓		✓	✓
Zor															
Çok zor			✓												

Tablo 32'de görüldüğü gibi gruplar çalışmada uygulanan deneysel modelleme problemlerinin genellikle kolay ve orta düzeyde olduğu görüşündedir. Yalnızca G3 grubu 1 Mil Dünya rekoru problemini çok zor olarak derecelendirmiştir. Bunun dışında hiçbir grup çalışmada uygulanan problemlerin zor olduğunu düşünmemektedir.

Deneysel modelleme problemlerinde karşılaşılan güçlükler üzerine yapılan içerik analizinden elde edilen kodlar matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak Tablo 33'de özetlenmiştir.

Tablo 33. Deneysel Modelleme Problemlerinde Karşılaşılan Güçlüklerle İlişkin Kodlar

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Problemi Anlama	Problemde istenenleri belirleme	Problemde verilenlerle istenenlerin ilişkilendirilmesinde yaşanan güçlükler
	İlgili- ilgisiz verileri ayırt etme	Modelin oluşturulması için gerekli veya gereksiz olan verilerin ayırt edilmesinde yaşanan güçlükler
Basitleştirme	Gerçek yaşam durumunu matematiksel forma dönüştürme	Gerçek yaşam durumunun matematiksel forma dönüştürülmesi için izlenecek yöntem ve stratejiye karar verilmesinde yaşanan güçlükler
	Değişkenleri belirleme	Bağımlı ve bağımsız değişkenlerin belirlenmeden verilerin analiz edilmesi sonucunda modelin oluşturulması için gerekli değişkenlere karar verilmesinde yaşanan güçlükler
	Veriler arasındaki ilişkileri belirleme	İki niceliğin eş zamanlı değişimini içeren durumların, verilerin eğiliminin, artan ve azalan oranların yorumlanmasında yaşanan güçlükler
	Verilerin grafiğini uygun şekilde çizme	Verilerin bütünsel olarak ele alınmaması nedeniyle kâğıt-kalem ile çizilen grafiklerde yapılan ölçeklendirme hataları ve teknolojik araçları kullanma konusunda yapılan teknik hatalar nedeniyle uygun grafiklerin oluşturulmasında yaşanan güçlükler
	Verilerin grafiğini yorumlama	Verilerin karakteristiği hakkında düşünmeden kâğıt-kalem veya GeoGebra yazılımı ile oluşturulan grafiklerin yorumlanmasında yaşanan güçlükler
Matematikselleştirme	Doğrusal modelleme eğilimi	Matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda ortaya çıkmış olup, daha önceki deneyimlerin ağırlıklı olarak doğrusal modellemeye ilişkin olması, diğer fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleri hakkındaki eksik veya hatalı bilgiler nedeniyle uygun modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri
	En iyi model en çok noktadan geçen modeldir inancı	Yazılımın veriler için sunduğu birden fazla fonksiyondan uygun olanının seçilmesinde modelin tüm noktaların üzerinden geçmesi gerektiği düşüncesi sonucunda modelin belirlenmesinde yaşanan güçlükler

Tablo 33'ün devamı

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Matematiksel Çalışma	Gerçek yaşam verileri ile matematiksel işlem yapma	Gerçek yaşam verilerinin küsuratlı, çok büyük ya da çok küçük olması nedeniyle matematiksel hesaplamalarda yaşanan güçlükler
	Yazılımın çıktılarını yorumlama	Yazılımın model için verdiği çıktıların yorumlanarak matematiksel çözümlere ve sonuçlara ulaşılmasında yaşanan güçlükler
Yorumlama	Matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma	Oluşturulan matematiksel modelin sonuçlarının gerçek yaşam ile olan ilişkisini incelemenin göz ardı edilmesi sonucunda modelin sonuçlarının yorumlanmasında yaşanan güçlükler
	Çözümün gerçekçi olup olmadığını yorumlama	Oluşturulan matematiksel modelin sağladığı sonuçların, gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminlerle uygun şekilde yorumlanmasında yaşanan güçlükler
	Çözümün gerçek yaşam yeterliliğini inceleme	Oluşturulan matematiksel modelin hangi durumlarda geçerli olduğunu ve bu durumun çözüm için bir sorun yaratıp yaratamayacağını ortaya koyma konusunda yaşanan güçlükler
Doğrulama	Modelin geçerliliğini sağlama	Oluşturulan matematiksel modellerin geçerliliğinin sağlanması gerektiğinin dikkate alınmaması veya modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik yeterli çalışma yapılmaması nedeniyle modeli doğrulanmasına yönelik yaşanan güçlükler
	Modeli farklı modellerle kıyaslayarak uygunluğuna karar verme	Oluşturulan modelin sağladığı sonuçların ve grafiğinin, yazılımın sağladığı diğer modellerin sonuçları ve grafikleri ile karşılaştırılarak modelin yeterliliğine karar verilmesinde yaşanan güçlükler

Bundan sonraki kısımda öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde yaşadığı güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında ele alınacaktır. Elde edilen kodları desteklemek amacıyla her bir koda yönelik çalışma kâğıtlarından, bilgisayar ekranı görüntülerinden örneklerle ve betimsel analizlere yer verilecektir.

4. 2. 1. Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Gerçek yaşam problemini anlama, yapılaşdırma ve içeriğini yorumlama gibi çalışmaların yürütüldüğü ve problemin analiz edildiği bu basamakta öğretmen adayları özellikle problemde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Problemi anlama basamağında karşılaşılan güçlüklerle ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 37’te verilmiştir.

Tablo 34. Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Problemde istenenleri belirleme	-	-	G2, G3, G4

Tablo 34’te görüldüğü gibi grupların problemi anlama basamağına yönelik yaşadığı güçlük *problemde istenenleri belirleme* şeklindedir.

Problemde İstenenleri Belirleme

Problemi anlama basamağında ele alınan bu kod problemde verilenlerle istenenlerin ilişkilendirilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G2, G3 ve G4 gruplarının Yağış Miktarı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Bu gruplar Yağış Miktarı probleminde verilenlerle istenenleri ilişkilendirme, dolayısıyla ne istendiğini belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu gruplar problem cümlesinde geçen yıllık yağış miktarı ifadesini yorumlamakta zorlanmıştır. Grupların yaşadığı bu güçlük değişkenlerin belirlenmesinde de güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Yağış Miktarı probleminde istenenleri belirlemeye yönelik G3 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

M: *Şimdi bizim bu bulacağımız bu yılın denklemi olacak değil mi?*

A: *Ama elimizde bir kaç yıl olacak ki biz de o denklemi...*

M: *O zaman denklemi bu yıl için bulacağız bence. Denklem bu yıl için bulunacak.*

Ş: *Evet, Doğru diyor.*

A: *O zaman aylar olacak x, y’ler de yağış miktarı olacak.*

M: *Bence ayrı ayrı bulacağız. Chicago için ayrı, Hawaii için ayrı.*

Ş: *Tamam orada bir sıkıntı yok. Orada bir şey yok. Orası tamam.*

A: *Orada hemfikiriz hepimiz.*

M: Tamam.

A: Orada bir sıkıntımız yok. Sadece şu kafamızı karıştırdı. Şimdi yıllık diyor ya, ama ayları vermiş, yani yıllık verse o zaman yapardık ama.

Ş: Şimdi mesela şöyle olsaydı, mesela burada sana ocak ayını değil de 1991 yılını verseydi tamam. Onu öyle bir şey yapabilirdik ama sana ay verdiği için onu öyle yapamayız. Yani bizim sadece bir yılın ortalama miktarlarına göre biz diğer yılları hesaplayamayız ki. Benim aklıma şöyle bir şey geliyor. Eee...Mesela hani grafik yapacağız ya biz şimdi. Bu grafikte birlikte diğer yılların da yağış miktarını elde etsek. Mesela burada Ocak'ta 1,53 ya, grafiğe göre gene Ocak'ta ne olacağını bulsak. Mesela 1,57 gelecek.

A: Bence çok zorlamayalım. Direk 12 ayı yazacağız, y'ye de yağış miktarını yazacağız. Bence bu kadar. Yıllığı aylar üzerinden düşüneceğiz anladın mı? Bence yıllık yağış miktarı aylar üzerinden hesaplanacak.

M: Tamam ya bence de öyle yapalım.

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problemde verilenlerle istenenleri bağdaştırma konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri problemde aylar için verilen yağış miktarları ile modeli oluşturamayacaklarını ifade etmiştir. G3 grubu daha sonra yıllık yağış miktarı ifadesini aylar üzerinden düşünceleri gerektiğini ifade etmiş ve x değişkenine ayları, y değişkenine de yağış miktarı verilerini yazmaya karar vermiştir. G2 ve G4 grupları ise problemde verilen Chicago ve Hawaii eyaletlerine ait veriler ile iki ayrı model oluşturmaları gerektiğini belirlemede zorlanmıştır. G2 ve G4 grupları başlangıçta bu verilerle tek bir model oluşturmaları istendiğini düşünmüştür. Bunun üzerine gruplar başlangıçta iki ayrı veri grubu ile tek bir model oluşturmuştur. Gruplar daha sonra oluşturduğu modelin uygun bir model olmadığını fark etmiş ve probleme tekrar dönmüştür. G2 ve G4 grupları problemi tekrar yorumlayarak iki ayrı model oluşturmaları gerektiğini fark etmiştir. G2 grubunun yaşadığı bu güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Bu problemi anlamakta zorlandınız mı?

H: Evet zorlandık.

Arş: Neden zorlandınız?

S: Ya aslında biz başta şöyle düşündük. Hani sanki diğer yılların da yağış miktarını bu grafikte bulacağımızı düşündük.

B: Evet biz orada bir karışıklık yaşadık. Hâlbuki sadece bir yıllık isteniyormuş. Onu sonradan anladık.

Arş: *Nasıl anladınız?*

H: *Biz bu verilerin hepsiyle bir model oluşturmaya çalıştık ama olmadı. Sonuçlar doğru çıkmadı. Dedik ki problemi tekrar okuyalım.*

S: *Evet tekrar okuduk. Sonra iki model oluşturmamız gerektiğini anladık.*

Arş: *Neden ilk başta anlayamadınız?*

S: *Neden... Ya aslında biz hep tek bir model oluşturmaya çalışıyoruz ya sanırım ondan. Hani problemi düzgün okumadan direk modeli oluşturmaya çalışıyoruz biz.*

B: *Yani. Problemden ne istendiğini anlamaya çalışmadık aslında. Direk çözmeye başladık.*

G2 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi öğretmen adayları başlangıçta iki ayrı veri grubu ile tek bir model oluşturmaya çalışmıştır. G2 grubu problemi düzgün bir şekilde okumadan matematiksel modeli oluşturmaya çalıştıklarını ifade etmiştir. Bu nedenle G2 grubunun bu yaklaşımı problemde istenenleri belirleme konusunda güçlükler yaşatmıştır. Grup üyeleri yaşadığı bu güçlüğü problemde ne istendiğini anlamaya çalışmadan doğrudan çözüme başlamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir.

4. 2. 2. Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Gerçek yaşam problemine ait veriler arasındaki ilişkileri inceleme, modelde kullanılacak değişkenleri belirleme, varsayımda bulunma gibi çalışmaların yürütüldüğü bu basamakta öğretmen adayları çeşitli güçlükler yaşamıştır. Basitleştirme basamağında karşılaşılan güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 35'te verilmiştir.

Tablo 35. Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
İlgili- ilgisiz verileri ayırt etme	G1, G2, G4, G5	-	G1
Çözüm yolunu belirleme	G1, G3	-	G1
Değişkenleri belirleme	-	G1	G1

Tablo 35'in devamı

Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Veriler arasındaki ilişkileri belirleme	G1, G2, G3	G2, G3	G1, G2, G3, G4, G5
Verilerin grafiğini uygun şekilde çizme	G1	G3	G1
Verilerin grafiğini yorumlama	G1, G2, G3, G4	-	G2

Tablo 35'te görüldüğü grupların basitleştirme basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *ilgili- ilgisiz verileri ayırt etme, çözüm yolunu belirleme, değişkenleri belirleme, veriler arasındaki ilişkileri belirleme, verilerin grafiğini uygun şekilde çizme ve verilerin grafiğini yorumlama* şeklindedir.

İlgili- İlgisiz Verileri Ayırt Etme

Basitleştirme basamağı altında ele alınan bu kod matematiksel modelin oluşturulması için gerekli veya gereksiz olan verilerin ayırt edilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G1, G2, G4 ve G5 gruplarının 1 Mil Dünya Rekoru problemi ile çalışması ve G1 grubunun Yağış Miktarı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde G1, G2, G4, G5 grupları verileri günlük yaşamla ilişkilendirerek modelin elde edilmesinde ilgili-ilgisiz olan verileri ayırt etme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu gruplar problemde verilen 1 mil rekorlarının kırıldığı tarihe ait verileri nasıl kullanacakları konusunda kararsız kalmıştır. Grup üyelerinden bir kısmı güne ait verilerin modelde kullanılmaması gerektiğini savunurken, diğer kısmı bu verilerin modelin oluşturulmasında önemli veriler olduğunu ifade etmiştir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde bu durum üzerine G4 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

D: *Bizim günle bir alakamız yok.*

İ: *Hayır, günü de yazalım. Bir dakika günü de yazalım.*

D: *Hayır olayı aya bağlayacağız, niye biliyor musun?*

V: *E niye bağlıyor musuz? Değişken değil ki?*

D: *Bak şimdi, ay değişken, bak şimdi aynı ayda tamam mı?...*

A: *Tamam ben senin ne demek istediğini anladım. Aya göre aynı değeri alıyor ama belki tesadüftür.*

İ: *Zaten sapma olacak. Bizim fonksiyonda sapma olması lazım. Dört dörtlük bulamazsın.*

- D: *Bak şimdi aynı yılın aynı ayında tamam mı, bu adamlar aynı süreyi koşmuş. Başka var mı aynı süreyi koşan, yok. Bak şuradaki bir aydan daha az zaman farkı var. Gördün mü? Bir aydan daha az zaman farkı var.*
- A: *Ya ne olacak, günle daha iyi olur ya.*
- D: *Ama ay değişmiş mesela bak. Biri beş, biri altı, bunla alakamız yok. Günle daha da karışacak.*
- İ: *Karışmaz ya niye karışsın. Ya şurada ekleyeceğimiz 30 y, artı 30. Başka hiç bir şey değil. Normali bu. Verilen bilgi bu. Değiştirilecek bir şey yok bunda.*
- D: *Ya değişiyor ya. Bak şimdi şurada günle alakalı bir şey var mı?*
- İ: *Olmaz olur mu? Boşa mı vermişler onu. Bu bilgiyi boşa mı vermişler?*
- D: *Belki kafamızı karıştırmak için vermişler. Bak günle bir işimize bak bakayım zamanda bir değişim var mı?*
- İ: *Ya bak biz yaklaşık fonksiyon bulacağız. Bire bir bulamayız zaten.*
- D: *Bak diyor ki hangi yıl, hatta ayla bile bağlantı yapmamıza gerek yok yani. Bak diyor ki, hangi yıl?*
- A: *Tamam hangi yıl diyor. Sadece bizden yılı istiyor. Tamam, anlıyorum ben seni. Ama biz daha hassas bir ölçüm yapmak istiyoruz.*
- D: *Hayır hassas bir ölçüm yapmıyoruz. Senin dediğine göre bak, sen diyorsun ki aynı günde aynı süreyi koşarlardı o zaman. Öyle mi diyorsun sen?*
- A: *Yoo. Regresyon bize zaten tahmini oranı verecek.*
- D: *Tamam hadi öyle yapalım. Ben kabul etmiyorum ama sizin dediğiniz gibi yapalım.*

G4 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problemde verilen gün, ay ve yıla ait verilerin hangilerini modelde kullanmaları gerektiğine karar vermekte zorlanmıştı. Öğretmen adaylarının yaşadığı bu güçlük problemde verilen 1 milin koşulma süresinin güne bağlı olup olmadığını yorumlayamamalarından kaynaklanmıştır. Grup üyelerinden biri güne ait verilerin 1 milin koşulma süresini etkilemeyeceğini savunmuştur. Diğer grup üyeleri ise günü de hesaba katmaları gerektiğini, böylelikle daha hassas bir model elde edeceklerini ifade etmiştir. Bu doğrultuda G4 grubu güne ait verilerin modelin elde edilmesinde ilgili veya ilgisiz bir veri olup olmadığını ayırt etmekte güçlük yaşamıştır. Grup üyelerinden üçü güne ait verilerin problemde boşuna verilmemiş olduğunu ve bu verilerin de kullanılması gerektiğini savunmuştur. Diğer grup üyesi ise bu verinin kafa karıştırmak için verilmiş olduğunu, modelin oluşturulmasında etkili bir veri olmadığını ifade etmiştir. Benzer şekilde G1, G2 ve G5 grupları da gün ve aya ait verileri modelin

oluşturulmasında önemli bir veri olup olmadığını yorumlama konusunda zorlanmıştır. Bu doğrultuda grupların problemde verilen her bilginin kullanılması gerektiği inancı ilgili-ilgisiz verilerin ayırt edilmesinde güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Grupların yaşadıkları bu güçlük problemde verilen her bilginin kullanılması gerektiği inancından ve problemin bağlamını yorumlayamamalarından kaynaklanmıştır.

Yağış Miktarı probleminde ise G1 grubu aylara ait verilerin modelin belirlenmesinde etkili olup olmadığına karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri ayların nicel bir değişken belirtmediğini ve modelin belirlenmesi için ilgili bir veri olmadığını ifade etmiştir. G1 grubunun yaşadığı bu güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Problemi anladınız mı?

H: Problemde ne sorulduğunu anladık ama ayların değerlerinin nicel bir değer ifade etmemesi kafamızı karıştırdı.

Arş: Neden?

H: Şimdi dedik ki biz, ne yapalım bu ayları, yani 12. Ay demek mesela. Ay çarpı bilmem işte yolu düşünelim mesela, birinci ayda gittiği yolla on ikinci ayda gittiği yolu düşünelim. 1 çarpı yol, 12 çarpı yol olmuyor yani.

B: O mantıksız hocam.

Arş: Neden?

H: 1. Ay ile 12. Ay orada bir nicelik vermiyor.

B: Aralık vermiyor ki.

H: Matematiksel bir değeri yok diye düşündük. Yani bunu anlamakta zorlandık.

Arş: Neden?

H: Çünkü ayların nicel bir değeri yok gibi düşündük. Yani ayların nicel bir değişken olmaması bizi zorladı. Ne yapsak dedik, orada çok zorlandık.

G1 grubu ile yapılan görüşmelerden görüleceği gibi grup üyeleri problemde verilen aylara ait verilerin nicel bir veri olmadığını ifade etmiş ve bu verileri modelde nasıl bir şekilde kullanacaklarını belirlemede zorlanmıştır. Grup üyeleri yıllık yağış miktarına ait modelin oluşturulmasında aylara ait verilerin gereksiz olduğunu ifade etmiştir. Bu noktada G1 grubu problemin bağlamını yorumlayamamış, problemde verilen aylara ait verilerin modelin elde edilmesinde ilgili-ilgisiz bir veri olup olmadığını ayırt etmekte güçlük yaşamıştır.

Gerçek Yaşam Durumunu Matematiksel Forma Dönüştürme

Basitleştirme basamağı altında ele alınan bu kod, gerçek yaşam durumunun matematiksel forma dönüştürülmesi için izlenecek yöntem ve stratejiye karar verilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G1 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemleri ile ve G3 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

G1 grubu Yağış Miktarı probleminde çözüme başlarken verileri hangi grafik türü ile temsil etmeleri gerektiği noktasında kararsız kalmıştır. Bu problemde G1 grubundaki öğretmen adaylarının kararsızlıklarını yansıtan diyaloglar aşağıdaki gibidir:

H: Ya benim kafama şu takılıyor. Bu verileri nasıl temsil ederiz? Mesela sütun grafiği ve histogram tarzı bir şey kullanamaz mıyız?

B: Oradan bir şey elde edebilir miyiz ki?

H: Mesela bu değerleri sütun grafiği gibi bir şeyde yerleştirsek...

S: Eee...

H: Ondan sonra bunların uç noktalarını birleştiresek bir şey elde edemez miyiz?

B: Ama oradan sonra ne yapacağız?

H: Mesela oradan bir grafik geldi diyelim.

B: Şimdi bizim o çizdiğimiz grafik çok doğru bir grafik olmayacak. Çünkü değerleri mesela buradan atlatarak yazacağız ya bu grafikten bir sonuca varabilir miyiz ki?

S: Bence doğru sonucu vermesi için Excel'den mi yapsak?

H: İşte nasıl yapabiliriz bilmiyorum?

G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problem verilerini basitleştirmek amacıyla grafiksel yöntemleri kullanmayı düşünmüştür. Ancak gerçekleşen diyaloglar hangi grafik türünün hangi veri gruplarını temsil etmede kullanıldığı konusunda çok yeterli bilgi sahibi olmadıklarını göstermektedir. Yukarıdaki diyalogda öğretmen adayı aslında sürekli olmayan verileri temsil için kullanılan sütun grafiğinin uç noktalarını birleştirmekten (sürekli bir veri grubunu temsil ediyormuş gibi) bahsetmektedir. Diğer taraftan grup üyeleri tam doğru grafiği çizememek, dolayısıyla mevcut ilişkileri ortaya çıkaramamak endişesiyle bir bilgisayar yazılımından yararlanmak istemişlerdir. Ancak yazılım kullanma ile ilgili teknik bilgi eksiklikleri onları düşündürmüştür. Sonuç olarak farklı matematiksel temsil biçimleri hakkındaki yetersiz bilgi, öncelikli olarak gerçek yaşam durumunu matematiksel forma dönüştürmede adayları zorlamıştır denilebilir.

1 Mil Dünya Rekoru probleminde de G1 ve G3 grupları ellerindeki verileri nasıl matematiksel bir formda ifade etmeleri gerektiği konusunda güçlük yaşamıştır. G3 grubunun bu duruma ilişkin yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Grup raporunuzda çözüme başlarken nasıl başlayacağız diye çok düşündük yazmışsınız. Neden çok düşündünüz?

M: Yani mesela frekans mı kullanalım. Hadi oradan biraz gidelim, yok o olmadı saliseye mi çevirelim diye karar veremedik.

Ş: Hocam orada şöyle bir sıkıntı vardı. Frekans değerleri her yılın farklıydı ya mesela 1942 yılı işte, hani 3 kez kullanmış. İşte her defasında farklı saniyeler çıkmış falan. Onu hesaplamada sıkıntı yaşadık. O frekansı nasıl kullanacağımızı beceremedik.

A: Ayrıca bu yöntem çok zamanımızı alacaktı. Bilgisayarda yapmak kolayımıza geldi.

Arş: Neden bilgisayarda yapmak kolayınıza geldi?

Ş: Burada sayılar büyük, sıkıntılı sayılar işte, saliseler binli çıkıyor, işte yıllar zaten binli falan hani başta da çeviremedik. Onun için programda çözmek daha kolay geldi.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğretmen adayları aynı yıl içinde gerçekleşen farklı koşma sürelerini nasıl ifade edeceklerini belirlemede zorlanmışlardır. Ayrıca sürelerin dakika, saniye ve salise olarak verilmiş olması; başlangıçta öğretmen adaylarının bu verileri nasıl kullanmaları gerektiği konusunda güçlük yaşamalarına sebep olmuş, ardından tek bir birime dönüştürme işi ile ortaya çıkan işlem yükünün altından kalkma konusunda endişelendirmiştir. Bu noktada GeoGebra yazılımını problemin çözümüne entegre etmeye karar vermişlerdir. Grup üyeleri problemde verilen sayıların büyük olması nedeniyle çözümü yazılım yardımıyla yapmanın daha kolay olduğunu ifade etmiştir.

Değişkenleri Belirleme

Bu kod bağımlı ve bağımsız değişkenlerin belirlenmeden verilerin analiz edilmesi sonucunda modelin oluşturulması için gerekli değişkenlere karar verilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G1 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemleri ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

G1 grubu Dünyadaki Sıcaklık Artışı ve Yağış Miktarı problemlerinde uygun değişkenleri belirlemede güçlük yaşamıştır. G1 grubu Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirlemeden verileri GeoGebra yazılımına

rastgele girerek analiz etmiştir. G1 grubu yaptığı regresyon analizi sonucunda uygun bir matematiksel model elde edememiş, daha sonra hesap çizelgesinde verilerin yerlerini değiştirerek tekrar regresyon analizi yapmıştır. G1 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde değişkenleri belirlemeye yönelik yaşadığı bu güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Problemdaki değişkenleri nasıl belirlediniz?

H: Yıla bağlı sıcaklık değişiminden.

Arş: Nasıl yani? Değişkenleriniz ne oluyor bu durumda?

S: Yıla bağlı sıcaklık yani, bağımlı değişken sıcaklık oluyor, çünkü bağlı olduğu değer yıl. Bağımsız değişken de yıl oluyor.

Arş: Grup raporunuzda x ve y değişkenlerinin yerlerini belirlerken güçlük yaşadık. Yerlerini değiştirerek sonuca ulaşmaya çalıştık fakat yine eski haline döndürdük şeklinde bir ifade kullanmışsınız. Neden böyle bir şey yaptınız?

H: Orada şöyle bir şey oldu hocam. Şimdi yıl dediğimiz olayın yine bir nicel bir belirtisi olmadığı için biz grafikte en doğru sonucu elde etmeye çalıştık. Yani noktalara en yakın grafiği elde etmeye çalıştık ama tam böyle yakın değerler elde edemediğimiz için onu değiştirdik. Değiştirsek dedik, çünkü orada (GeoGebra yazılımında) x ok işareti y değiştirme butonu vardı, ona bastık. Acaba dedik hani değiştirsek nasıl bir sonuç elde ederiz. Öyle daha uzak, yani bulduğumuzdan daha uzak şeyler bulduk. O yüzden eski haline çevirdik. Orada bir sıkıntı yaşamıştık.

Arş: Neden böyle bir şey yaptınız?

H: Çünkü bir de tersini deneyelim dedik ama daha uzak bir sonuç elde ettik. O yüzden eski haline geri döndük.

B: Verileri yerine yazdık hocam biz, x'e yazınca y'ler farklı çıktı, sağlamadı o yüzden çevirdik.

G1 grubu ile yapılan görüşmeden grup üyelerinin başlangıçta problemde istenenleri ve değişkenleri belirlemeden GeoGebra yazılımını kullanarak verileri rastgele hesap çizelgesine yerleştirdiği anlaşılmaktadır. G1 grubu daha sonra belirledikleri model için problem verilerini test etmiştir. G1 grubunun belirlediği model veriler için uygun sonuçlar vermediğinden yazılım acılığıyla bağımlı ve bağımsız değişkenleri değiştirmeye karar vermiştir. Grup üyeleri elde ettiği yeni model ile problem verilerine daha uzak sonuçlar elde etmiş ve değişkenleri tekrar ilk haline döndürmüştür. G1 grubunun yaşadığı bu güçlük problemde istenenleri, bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirlemeden GeoGebra yazılımına yönelerek deneysel verileri analiz etmelerinden kaynaklanmıştır.

Yağış Miktarı probleminde ise G1 grubu uygun değişkenleri belirlemekte güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri problemde verilen birbirinden bağımsız iki ayrı veri grubu ile tek bir model elde etmeye çalışmıştır. G1 grubu bu doğrultuda aylar ve iki farklı eyalete ait yağış miktarı verilerini üç farklı değişken olarak düşünmüştür. Grup üyeleri uygun değişkenleri belirleyemediğinden matematiksel modeli oluşturma noktasında da güçlük yaşamıştır. G1 grubunun yaşadıkları bu güçlük ve nedenleri odak grup çalışması ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Değişkenleri belirlerken zorluk yaşadınız mı?

H: Evet hocam, bizi burada zorlayan şey, belki tek Chicago'yu ya da Hawaii'yi sorsaydı regresyondan yapardık ama iki şeyi birleştirmeye çalıştık önce. İkisinin bağımsız olması bizi zorladı. Zaten regresyon iki, hani burada x ve y değişkeni var.

B: Evet, üç tane değişken olması sıkıntı yarattı.

Arş: Neden?

H: Çünkü hocam, biz bu verilerin birbirinden bağımsız olduğunu düşünemedik başta. Hep üç değişken üzerinden gitmeye çalıştık.

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri Yağış Miktarı probleminde iki ayrı eyalet için verilen yağış miktarı verileri ile tek bir model oluşturacaklarını düşünmüştür. G1 grubu aylar ve iki farklı eyalete ait yağış miktarı verilerini üç farklı değişken olarak ele almıştır. Grup üyeleri yağış miktarı verilerinin birbirinden bağımsız değişkenler olduğunu belirleme konusunda zorluk yaşamıştır.

Veriler Arasındaki İlişkileri Belirleme

Bu kod iki niceliğin eş zamanlı değişimini içeren durumların, verilerin eğiliminin, artan ve azalan oranların yorumlanmasında yaşanan zorlukları ifade etmektedir. Basitleştirme basamağı altında ele alınan bu kod G2 ve G3 gruplarının tüm deneysel modelleme problemleri ile çalışmasında, G1 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemleri ile çalışmasında, G4 ve G5 gruplarınsa Yağış Miktarı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

1 Mil Dünya Rekoru probleminde G1, G2 ve G3 grupları veriler arasındaki ilişkileri belirlemekte zorlanmıştır. Bu gruplar verilerin azalan olduğunu belirlemiş fakat ne şekilde azaldığını belirleme noktasında güçlük yaşamıştır. G1 grubu veriler arasında üstel bir ilişki olduğunu ifade etmiş ve matematiksel modeli üstel fonksiyonla tanımlamıştır. G3 grubu ise verilerin artarak azaldığını ve ilişkinin doğrusal olamayacağını ifade etmiştir. Bu noktada G1 ve G3 grupları veriler arasında doğrusala yakın bir ilişki olduğunu belirleyememiştir. G2 grubu ise 1 milin koşulma süresi ile zaman arasında ters orantılı bir

ilişki olduğunu ve bu nedenle ilişkinin doğrusal olduğunu ifade etmiştir. G2 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesi aşındaki gibidir:

Arş: Veriler arasındaki ilişki nasıldı sizce?

G: Mesela zaman arttıkça azalması lazım. Ters orantılı bir ilişki çıktı yani.

Arş: Ters orantılı ama nasıl, doğrusal mı, üstel mi, parabolik mi?

S: Yani git gide azalıyordu. Yıl arttıkça zaman azalıyordu. Doğrusal yani.

Arş: Azalan diye doğrusal mıdır her fonksiyon?

G: O an öyle düşündük. Daha doğrusu diğerlerine, üstele falan tam hâkim değildik.

N: Daha sade bir model olması için doğrusal olarak aldık.

S: Diğer türlü \ln 'li ifadeler falan giriyor işin içine.

Arş: Yani modeli oluşturmak kolaylaşsın diye mi ilişkiyi doğrusal olarak aldınız?

G: Daha sade bir model olması için doğrusaldır dedik.

G2 grubu ile yapılan görüşmelerden görüleceği gibi grup üyeleri 1 milin koşulma süresi ile zaman arasında ters orantılı bir ilişki olduğunu ve bu nedenle ilişkinin doğrusal olduğunu ifade etmiştir. G2 grubu doğrusal ilişkiler dışındaki diğer ilişkileri tanımlamaya hâkim olmadıklarından söz etmiştir. Grup üyeleri bu nedenle daha sade bir model elde etmek amacıyla ilişkiyi doğrusal olarak aldığını belirtmiştir. Bu doğrultuda G2 grubu matematiksel bilgi eksikliği nedeniyle veriler arasındaki ilişkileri yorumlamakta zorlanmıştır.

Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde ise G2 ve G3 grupları veriler arasındaki ilişkileri belirlemede zorlanmıştır. Bu gruplar sıcaklık artışına ait veriler arasındaki artış miktarını hesaplamıştır. G2 ve G3 grupları veriler arasındaki artışların düzensiz olduğunu, bu nedenle verilerin nasıl arttığını belirlemede zorlandıklarını ifade etmiştir. G2 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde veriler arasındaki ilişkileri incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 60'da verilmiştir.

Aşağıdaki tabloda 100 yıl boyunca dünyadaki sıcaklık artışı değerleri verilmiştir.

Yıl	Dünyadaki Sıcaklık Artışı (°C)
1880	0,01
1890	0,02
1900	0,03
1910	0,04
1920	0,06
1930	0,08
1940	0,10
1950	0,13
1960	0,18
1970	0,24
1980	0,32

Şekil 60. G2 grubunun veriler arasındaki ilişkileri incelemeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 60'da görüldüğü gibi G2 grubu veriler arasındaki ilişkileri belirlemek amacıyla sıcaklık artışı verileri arasındaki artış miktarını hesaplamıştır. G2 ve G3 grupları veriler arasında düzensiz bir artış olduğunu ifade etmiştir. Her iki grup da veriler arasındaki ilişki için "artarak artan" ifadesini kullanmıştır. Fakat gruplar verilerin ne şekilde arttığını belirleyememiştir. G2 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde veriler arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Problem verileri nasıldı sizce?*

H: *Düzenli bir artış vardı, sonradan bozuluyordu.*

G: *Hocam normalde şuraya kadar 0.01 di. Sonra 0.02 oldu (Sıcaklık artışı verileri arasındaki farkın ilk 4 yıl için 0.01 olduğunu, daha sonra aradaki farkın değiştiğini kastediyor).*

H: *Sonra farklı bir artış oldu.*

G: *Evet şuraya kadar düzenliydi.*

Arş: *Nasıl yani? Artış nasıldı sizce?*

S: *Artarak artıyordu.*

G: *Hep artıyordu ama şey değildi. Düzenli değildi ama artıyordu sürekli.*

Arş: *Düzenliden kastınız ne mesela?*

G: *Arada belli bir artış farkı olması lazım.*

Arş: *Hep aynı artış mı olacak?*

G: *En azından yaklaşık da olabilirdi. Mesela şurayı alabilirdik (0.04'e kadar). Ama şurası (0.04'ten sonrası) biraz karıştı yani. 5, 6, 8 artmış. Bu yüzden tam belirleyemedik hani nasıl arttığını.*

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri verilerin başlangıçta düzenli bir şekilde arttığını, fakat sonradan bu düzenli artışın bozulduğunu ifade etmiştir. G2 grubu verilerin artarak arttığını fakat bu artışın düzenli olmadığını, belli bir artış farkı olmadığını ifade etmiştir. G2 grubu bu nedenle verilerin nasıl arttığını belirleyemediklerinden söz etmiştir. G2 grubuna ait ifadelerden görüleceği gibi grup üyeleri sadece veriler arasındaki farka odaklanmış, verileri oranlamayı düşünmemiştir. Bu durum öğretmen adaylarının ilişkileri belirleme konusunda doğrusallık eğiliminde olmasından ve doğrusal olmayan durumları yorumlama konusunda yetersiz olmalarından kaynaklanmıştır. Grupların veriler arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik yaşadıkları güçlükler modelin belirlenmesi ve doğrulanması gibi sürecin ilerleyen basamaklarında da güçlükler yaşamalarına sebep olmuştur.

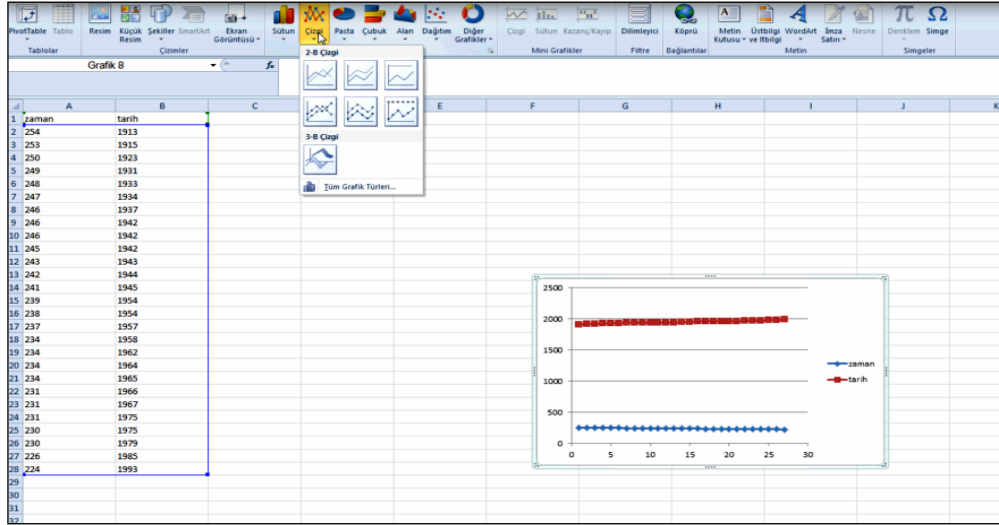
Verilerin Grafiğini Uygun Şekilde Çizme

Basitleştirme basamağı altında ele alınan bu kod verilerin bütünsel olarak ele alınmaması nedeniyle kağıt-kalem ile çizilen grafiklerde yapılan ölçeklendirme hatalarını ve teknolojik araçları kullanma konusunda yapılan teknik hatalar nedeniyle uygun grafiklerin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu doğrultuda G1 ve G3 grupları verilerin grafiğini hem kâğıt-kalem hem de teknolojik araçlar yardımıyla çizme konusunda güçlük yaşamıştır. Grupların verileri bütünsel olarak ele almamaları ve kağıt-kalem ile grafiği çizerken yaptıkları ölçeklendirme hataları, uygun matematiksel modellere karar vermelerine yardımcı olacak uygun grafiği oluşturmalarını engellemiştir. Bunun yanında grupların iki değişkene ait verileri birbirinden bağımsız olarak çizdirme gibi teknolojik araçları kullanma konusunda yaptıkları hatalar uygun grafiklerin oluşturulmasını zorlaştırmıştır.

G1 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemlerinde, G3 grubu ise Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde verilerin grafiğini çizmekte zorlanmıştır. G1 grubu 1 Mil Dünya Rekoru probleminde verilerin grafiğini öncelikle Excel programını kullanarak çizmeye çalışmıştır. Bu doğrultuda G1 grubu problem verilerini Excel programına girmiştir. G1 grubu Excel programında grafiği oluşturmakta zorlanmış ve bunun üzerine grup üyeleri iki bölüme ayrılmıştır. Bir grup verilerin grafiğini kâğıt-kalem ile oluşturmaya çalışırken diğer grup GeoGebra programı ile verilere ait grafiği oluşturmaya çalışmıştır. G1 grubunun Excel programı ile grafiği çizmede yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

- Arş: Problemde en çok hangi aşamada zorlandınız?*
- H: Programı kullanarak grafiği çizmek için çok uğraştık, epey zorlandık. Zaten Excel'i kullanarak grafiği çizemedik.*
- Arş: Neden?*
- B: Ya hocam, verileri girdik ama grafiği bir türlü çizdiremedik.*
- Arş: Neden çizdiremediniz?*
- B: Başta Excel'de deneyelim dedik. Verileri yazdık ama nasıl grafik oluşturacağımızı açıkçası unutmuştuk yani, hani grafiği çizemedik yapamadık.*
- Arş: Daha sonra grafiği nasıl çizdiniz?*
- H: Hocam kağıt üzerinde uğraştık işte. İkişerli ayrıldık artık hani kağıt üzerinde de bir şey yapamayınca birimiz de bilgisayardan filan, Geogebra'dan uğraşalım dedik. İki kişi ayrı, iki kişi ayrı uğraştı işte.*
- S: Biz elimizle çizmeye çalıştık işte kağıtta. Sonra işte Burcular da bilgisayardan takip ediyorlardı. Kâğıda çizdik ama çok uzun sürdü, çok küsurlü sayılar vardı zaten. Daha sonra dedik ki işte Geogebra ile bakalım, yapmaya çalışalım. Ondan sonra değerleri bu işte hesap çizelgesine girdik. Verilerin hepsini işaretledik ve programdaki regresyon analizini seçtik. Oradan grafik çıktı zaten.*

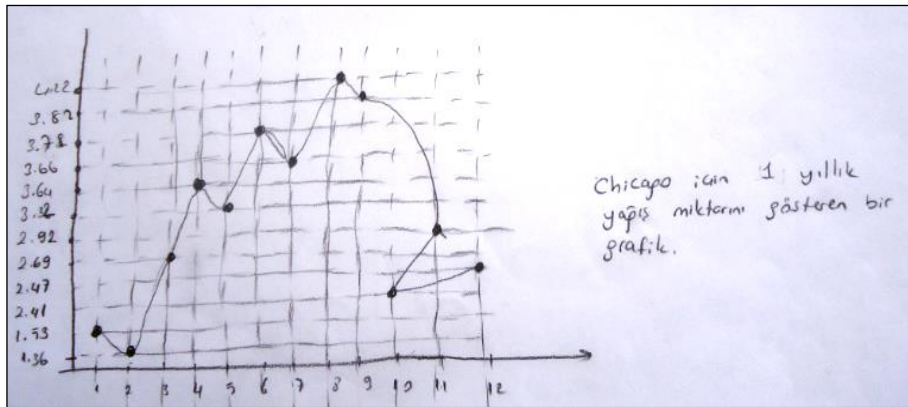
G1 grubu ile yapılan görüşmelerden görüleceği gibi grup üyeleri verilerin grafiğini çizmek amacıyla öncelikle Excel programını kullanmaya çalışmıştır. Grup üyeleri Excel yardımıyla uygun grafiği çizememiştir. G1 grubu Excel programı ile grafik oluşturmayı unutmuş olmalarını yaşadıkları bu güçlüğe sebep olarak göstermiştir. G1 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde verilerin grafiğini çizmeye yönelik Excel programında yaptığı çalışmalar Şekil 61'de verilmiştir.



Şekil 61. G1 grubunun Excel programında verilerin grafiğini çizmeye yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 61’de görüldüğü gibi G1 grubu Excel programına girmiş olduğu veriler arasındaki ilişkiyi gösteren bir çizgi grafiği oluşturmaya çalışmıştır. Ancak programı kullanma konusunda yaptıkları teknik hatalar nedeniyle uygun bir grafik çizememiştir. G1 grubu Excel’de çizdiği grafikte her iki değişkene ait verileri birbirinden bağımsız olarak çizdirmiştir. Bu doğrultuda grup üyeleri iki değişkene ait verilerin birlikte değişimini veren bir grafik oluşturamamıştır. G1 grubu daha sonra ikişer kişilik iki gruba ayrılmıştır. Gruplardan biri kâğıt-kalem ile verilerin grafiğini oluşturmaya çalışırken diğeri GeoGebra yazılımına verileri girerek grafik oluşturmuştur.

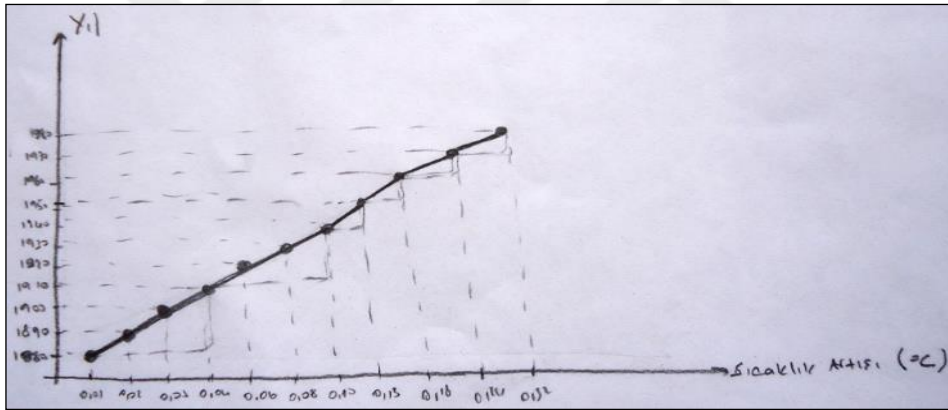
Yağış miktarı probleminde ise G1 grubu başlangıçta kâğıt-kalem ile verilerin grafiğini çizmeye çalışmıştır. Öğretmen adaylarının trigonometrik bir modele ulaşmalarının beklendiği bu problemde G1 grubu grafiği uygun şekilde çizememiştir. G1 grubunun kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafik Şekil 62’de verilmiştir.



Şekil 62. G1 grubunun yağış miktarı probleminde kâğıt-kalem ile çizdiği grafik

Şekil 62'de görüldüğü gibi G1 grubu kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafikte verileri uygun aralıklarla yerleştirememiştir. Bu durum G1 grubunun veriler arasındaki ilişkileri görmelerini ve modele yönelik tahminde bulunmalarını zorlaştırmıştır. Grup üyeleri daha sonra verileri Excel programına girerek sütun grafiği oluşturmuştur. G1 grubunun çizmiş olduğu sütun grafiği veriler arasındaki ilişkileri görmelerini kolaylaştırmıştır. G1 grubu daha sonra verilerin grafiğini GeoGebra yazılımı aracılığıyla tekrar çizmeye karar vermiştir. Grup üyelerinin GeoGebra yazılımında çizmiş olduğu grafik veriler arasındaki trigonometrik ilişkiyi fark etmelerine yardımcı olmuştur.

Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde ise G1 ve G3 grupları uygun grafiği çizmekte zorlanmıştır. Grupların üstel bir modele ulaşmalarının beklendiği bu problemde G3 grubu başlangıçta verilerin grafiğini kâğıt-kalem ile çizmiştir. G3 grubu çizmiş olduğu grafikte verileri uygun aralıklarla yerleştirememiştir. Bu durum G3 grubunun doğrusal ilişki gösteren bir grafik elde etmelerine neden olmuştur. G3 grubunun kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafik Şekil 63'te verilmiştir.



Şekil 63. G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı probleminde kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafik

Şekil 63'te görüldüğü gibi G3 grubu çizdiği grafikte verileri düzgün aralıklarla yerleştirememiştir. Bu durum G3 grubunun veriler arasında doğrusal bir ilişki olduğunu düşünmelerine neden olmuştur. Bu nedenle G3 grubu sürecin bir sonraki basamağı olan matematikselleştirme basamağında veriler aracılığıyla doğrusal bir model elde etmeye çalışmıştır. Sürecin doğrulama basamağında ise G3 grubunun oluşturduğu doğrusal model veriler için uygun sonuçlar vermemiştir. Bu doğrultuda G3 grubu veriler için uygun bir model oluşturamadığını fark etmiştir. Bunun üzerine G3 grubu GeoGebra yazılımını kullanmaya karar vermiştir. G3 grubu yazılım aracılığıyla verilerin grafiğini çizmiş ve modeli GeoGebra yazılımını kullanarak oluşturmuştur. Bu doğrultuda teknolojik araçlar

verilerin grafiğini çizme konusunda kâğıt kalem ile yapılan ölçeklendirme ve çizim hatalarının önüne geçilmesine katkıda bulunmuştur.

Verilerin Grafiğini Yorumlama

Bu kod verilerin karakteristiği hakkında düşünmeden, kâğıt-kalem veya GeoGebra yazılımı ile oluşturulan grafiklerin yorumlanmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde G1 grubu hem kâğıt-kalem ile hem de GeoGebra yazılımı ile çizdiği grafiklerin her ikisini de yorumlamakta güçlük yaşamıştır. G2, G3 ve G4 grupları ise bu problem için GeoGebra yazılımı ile çizdiği grafiği yorumlamakta güçlük çekmiştir. Yağış Miktarı probleminde ise G2 grubu yazılım ile oluşturduğu grafiği uygun şekilde yorumlayamamıştır. Bu gruplar verilerin karakteristiği hakkında düşünmeden yazılımdaki tüm hazır fonksiyonlarla model oluşturma yaklaşımında bulunmuştur. Grupların matematiksel modeli oluşturma konusundaki odakları ise en fazla noktadan geçen modeli bulmak şeklinde olmuştur.

G3 ve G4 grupları deneysel modelleme problemlerinin hiç birinde GeoGebra yazılımı ile veriler için oluşturduğu grafiği yorumlamamış, verilerin nasıl bir dağılıma sahip olduğunu tartışmamıştır. Bu gruplar veriler için yazılımdaki modelleri deneyerek hangi modelin verilere ait noktaları daha çok sağladığını araştırmıştır. G3 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde verilerin grafiğini yorumlamaya yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Verilerin grafiği sizce nasıl bir grafikti?

M: Yıl arttıkça süre azalıyordu. Azalan bir grafikti.

Arş: Peki nasıl azalan bir grafik?

Ş: Hımm... Üstel değildi. Üstelle denedik olmadı. Doğrusal bence. Doğrusal galiba.

Arş: Niye o zaman polinom fonksiyonunu seçtiniz?

A: Doğrusal olduğunu düşündük zaten.

Ş: Hayır, doğrusal değildi bence. Bence artarak azalandı. Yani gittikçe daha azalıyordu süre.

Arş: Verilerin grafiğinin nasıl bir grafik olduğunu tartışmadınız mı?

Ş: Ya aslında biz şey yaptık... Şimdi grafiği çizdik dedik ya, o grafikte hangi mesela elimizdeki noktalar hangisinden daha çok geçiyor diye baktık.

Arş: Grafiği tartışmadınız mı yani?

M: Yok aslında tartışmadık. Sadece noktalar hangisinden daha çok geçiyor, ona baktık.

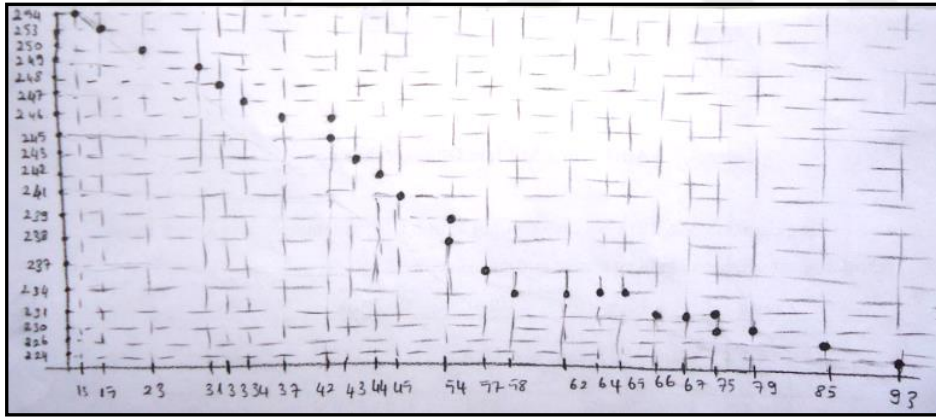
Arş: *Neden tartışmadınız?*

A: *Kolayımıza geldi diyelim bilgisayara verileri girmek.*

Ş: *Geogebra'yı kullanmak bize daha kolay geldi. Orada zaten modeli belirleyebiliyoruz yani.*

Görüldüğü gibi yapılan görüşmede G3 grubu verilerin grafiğinin nasıl bir dağılıma sahip olduğunu yorumlama konusunda güçlük yaşamıştır. G3 grubu verilerin grafiğinin azalan bir grafik olduğunu ifade etmiş fakat, grafiğin nasıl bir şekilde azaldığını açıklamakta zorlanmıştır. Grup üyelerinin ikisi grafiğin üstel azalan bir grafik olduğunu ifade ederken diğer iki grup üyesi ise grafiğin doğrusal azalan bir grafik olduğunu ifade etmiştir. G3 grubu çözüm süreci sırasında grafiğin nasıl bir dağılıma sahip olduğunu tartışmamıştır. GeoGebra yazılımının veriler için modeli vermesi G3 grubunun verilerin grafiğini yorumlamadan matematiksel modeli oluşturma gayreti içine girmesine neden olmuştur.

G1 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru probleminde verilerin grafiğini Excel programında uygun şekilde çizememiş ve kâğıt-kalem ile grafiği oluşturmuştur. G1 grubunun kâğıt-kalem ile veriler için oluşturduğu grafik Şekil 64'te verilmiştir.



Şekil 64. G1 grubunun 1 mil dünya rekoru probleminde kâğıt-kalem ile çizmiş olduğu grafik

Şekil 65'te görüldüğü gibi G1 grubu kâğıt-kalem ile verilerin grafiğini oluşturmuştur. Grup üyeleri daha sonra çizdikleri bu grafiği yorumlamaya çalışmıştır. G1 grubunun çizmiş olduğu bu grafiği yorumlamak amacıyla aralarında geçen diyaloglar aşağıda verilmiştir:

H: *Bu grafik şöyle bir şey...*

S: *O neyin grafiği olabilir? Üstelin grafiği mi?*

H: *Yani azalan bir grafik gibi bence kesinlikle.*

B: Ama işte neyin grafiği?

H: Logaritmik mi? Doğru denklemini de değil.

B: Bence GeoGebra'da yapalım ya. Programda daha rahat buluruz.

G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri kâğıt-kalem ile oluşturduğu grafiği yorumlamaya çalışmıştır. Grup üyeleri grafiğin azalan bir grafik olduğunu ifade etmiş, fakat grafiğin ne şekilde azaldığını belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Bunun üzerine G1 grubu GeoGebra yazılımında modeli daha rahat bulabileceklerini ifade etmiş ve GeoGebra yazılımını kullanarak grafiği tekrar oluşturmuştur. G1 grubu da G3 grubuna benzer şekilde GeoGebra yazılımı ile modeli elde etmeye çalışmıştır. Öğretmen adaylarının grafiği yorumlamaları veya yanlış şekilde yorumlamaları matematikselleştirme aşamasında da güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur.

G2 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru probleminde veriler arasındaki ilişkileri yorumlamada yaşadığı güçlüğü benzer şekilde GeoGebra yazılımında çizdiği grafiği yorumlamada da güçlük yaşamıştır. 1 Mil Dünya Rekoru problemine ilişkin G2 grubu ile grafiği yorumlama üzerine yapılan odak grup görüşmesi aşağıdaki gibidir:

Arş: Grafik sizce nasıldı?

G: Mesela zaman arttıkça azalması lazım. Ters orantılı bir grafik çıktı yani.

Arş: Ters orantılı ama nasıl?

S: Üstündeki noktalar o doğrunun (GeoGebra yazılımındaki regresyon doğrusunun) yanlarındaydı. Yani git gide azalıyordu. Yıl arttıkça zaman azalıyordu.

N: Aslında doğrusal dedik. Ama önceden de dediğimiz gibi çözümün basit olması için doğrusal aldık.

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri grafiğin ters orantılı azalan bir grafik olduğunu ifade etmiştir. G2 grubu grafiğin türünü yorumlamakta zorlanmış ve çözümün basit olması için grafiği doğrusal olarak ele almıştır. Öğretmen adaylarının grafiği yorumlamaları veya yanlış şekilde yorumlamaları uygun modellerin elde edilmesini zorlaştırmıştır.

GeoGebra yazılımı veri grubunu temsil edebilecek birden fazla fonksiyonun durumunu karşılaştırmalı olarak görme fırsatı vermesine rağmen G5 grubu dışındaki gruplar tarafından uygun olmayan bir şekilde kullanılmıştır. Bu gruplar gerçek yaşam durumlarının her zaman tam olarak bir fonksiyonun modelini yansıtmadığını dikkate

almamış, gerçek yaşam durumunun açıklamasında ilgili fonksiyonun ne kadar yardımcı olduğunu belirlemede yetersiz kalmıştır.

4. 2. 3. Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Grafik, denklem, eşitsizlik gibi matematiksel yapılar oluşturularak gerçek yaşam durumunu temsil edecek veya tanımlayacak matematiksel modellerin formüle edildiği bu basamakta öğretmen adaylarının yaşadığı güçlükler 2 başlık altında toplanmıştır. Matematikselleştirme basamağında karşılaşılan güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 36'da verilmiştir.

Tablo 36. Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Doğrusal modelleme eğilimi	G3	G1, G2, G3	-
En iyi model en çok noktadan geçen modeldir inancı	G1, G2, G3, G5	-	G2, G3, G4

Tablo 36'da görüldüğü gibi grupların matematikselleştirme basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *doğrusal modelleme eğilimi ve en iyi model en çok noktadan geçen modeldir inancı* şeklindedir.

Doğrusal Modelleme Eğilimi

Bu kod özellikle matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda ortaya çıkmış olup, daha önceki deneyimlerin ağırlıklı olarak doğrusal modellemeye ilişkin olması, diğer fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleri hakkındaki eksik veya hatalı bilgiler nedeniyle uygun modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir.

G4 ve G5 grupları deneysel modelleme problemlerinde teknolojiye dayalı bir model oluşturma süreci takip etmiştir. Bu gruplar modeli oluştururken GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Bu doğrultuda doğrusal modelleme eğilimi kodu G4 ve G5 gruplarında ortaya çıkmamıştır. G3 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde, G1 ve G2 grupları ise yalnızca Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde matematiksel modelleri kâğıt-kalem ile formüle etmeye çalışmış fakat grupların doğrusal modelleme eğiliminde olması uygun modeli oluşturmalarında güçlük yaşatmıştır. Gruplar

bu nedenle daha sonra GeoGebra ile modellerini oluşturmaya yönelmiştir. Yağış Miktarı probleminde ise tüm gruplar modellerini GeoGebra ile oluşturmuştur. G3 grubu 1 Mil Dünya rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinin her ikisinde doğrusal bir model elde etmeye çalışmıştır. Bu amaçla noktaların eğiminden yararlanarak doğru denklemleri oluşturmuştur. G3 grubunun üstel bir modele ulaşmalarının beklendiği Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemine yönelik kağıt üzerine yaptığı çalışmaların bir bölümü Şekil 65'te verilmiştir.

$$y = ax + b$$

$$\begin{array}{l} -1880 = a_1 \cdot 0,01 + b_1 \\ 1890 = a_1 \cdot 0,02 + b_1 \\ \hline 10 = a_1 \cdot 10^{-2} \rightarrow a_1 = 10^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -1990 = a_2 \cdot 0,04 + b_2 \\ 1920 = a_2 \cdot 0,06 + b_2 \\ \hline 10 = a_2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \\ a_2 = \frac{1}{2} \cdot 10^4 \end{array}$$

Şekil 65. G3 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 65'te görüldüğü gibi G3 grubu ikişer nokta belirleyerek doğru denklemlerinin eğimini elde etmiştir. Grup üyeleri tüm veriler için elde ettikleri eğimler yardımıyla ortalama bir eğim elde etmeyi amaçlamıştır. Daha sonra bu ortalama eğim yardımıyla doğrusal bir model elde etmeye çalışmıştır. Ancak öğretmen adayları işlemlerin uzun sürmesi ve sayıların küsuratlı sayılar olması nedeniyle işlem hataları yapmıştır. G3 grubu bu nedenle kağıt üzerindeki çözümden vazgeçerek GeoGebra yardımı ile modeli oluşturmaya karar vermiştir. G3 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaşadıkları güçlükler odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Kağıt üzerinde yaptığınız çalışmaları anlatır mısınız?

M: Şimdi önce şeyleri çizdik. Ee... Burada yıllarımızı, burada da onların sıcaklık artışlarını çizdik. İşte bunlara böyle baktık. Mesela şurada ilk dördünün eğimlerinin aynı olduğunu fark ettik.

Arş: Sonra ne yaptınız?

M: Sonra, sonraki üçünün eğimlerinin aynı olduğunu fark ettik. Sonraki eğimler hep değişiyordu.

Ş: Evet, sonra burada düşündük ki, buradan benzerlik kurabiliriz diye düşündük. Hani eğimlerden dolayı bir benzerlik kurabiliriz diye düşündük. Oradan sorunun cevabı gelir modellemeye ulaşırız diye düşündük.

A: *Mesela ben dedim ki 6 tane üçgen oluyor ya burada. Şurada bir tane x_1 , x_2 değeri, burada da işte yine aynı şekilde y_1 , y_2 değeri alsam acaba bunların 5 tanesi ile bunu teker teker benzerlik işlemlerine soksam, oradan bir şey gelir mi. Ama baktım çok uzun işlemler o yüzden hiç devam etmedim.*

M: *Yani denedik birkaç tanesini ama sonra çok zorladı bizi.*

Arş: *Neden?*

Ş: *Hocam çok uzun işlemler, sayılar küsuratlı. Çok zaman aldı, bir türlü sonuca ulaşamadık.*

A: *Mesela ben şey düşündüm. Hepsini ben şunun, şu denklemin, 6 tane denklem oluyor ya. Hepsinin denklemlerinin hani a ve b değerlerinin ortalamasını alıp yeni bir ortalama denklem çıkarsam mı acaba diye düşündüm. O zaman da dediler ki bana değerleri sadece bu aralıkta alacağın için ya bundan küçük ya bundan büyük olacak hani o aralıktaki ortalamalar. O zaman olmaz dediler bana.*

Arş: *Neden?*

M: *O zaman biz ileriye modelleyemeyeceğiz.*

Ş: *Biz 1980'in ilerisini düşünüyoruz. Onun için o model bizim işimizi görmez dedik. Sonra GeoGebra'ya döndük.*

Arş: *Neden döndünüz? Neden işlemlerinizi devam ettirmediniz?*

Ş: *Şimdi sayılar çok şey geliyor hani, matematiksel işlem yapmak zor olan sayılar geliyor.*

M: *Mesela şu bir iki tanesini yaptık ya. Şurada bile işlem hataları yapmıştık hani. Sonra onları düzelttik.*

Ş: *Mesela 178'i 120 bulmuşuz falan. Sıkıntı oldu hani baktık işin içinden çıkamıyoruz, GeoGebra'ya döndük. Mesela uğraşsak farklı yollar denenebilir ama o zaman alır.*

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri veri noktalarının eğimini elde etmiştir. Daha sonra grafik üzerinde eğimlerin oluşturduğu üçgenler arasında benzerlik oluşturmaya çalışmıştır. G3 grubu işlemlerin çok uzun sürmesi nedeniyle bu yöntemden vazgeçmiştir. Grup üyeleri daha sonra noktaların eğiminden yararlanarak doğru denklemleri oluşturmuştur. G3 grubu bu denklemlerin katsayılarının ortalamalarını alarak ortalama bir denklem elde etmeye çalışmıştır. Fakat işlemlerin uzun sürmesi ve sayıların küsuratlı sayılar olması nedeniyle işlem hataları yapmıştır. Bu bağlamda veri grubunun büyük olması ve yuvarlak olmayan sayılar kâğıt kalem ile doğrusal modellemeyi güçleştirmiştir. Ayrıca grup üyeleri bulacakları ortalama denklemin ileriye dönük sonuçlar

vermeyeceğini ifade etmiştir. G3 grubu bu nedenle modeli GeoGebra yazılımı ile oluşturmaya karar vermiştir.

G1 ve G2 grupları ise Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde başlangıçta matematiksel modeli kâğıt-kalem ile formüle etmeye çalışmış fakat uygun modeli oluşturmakta güçlük yaşamıştır. G1 ve G2 grupları üstel bir modele ulaşmalarının beklendiği Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde veriler arasındaki artışların düzenli olmadığını ifade etmiştir. Gruplar bu nedenle modellerini elde etmekte güçlük yaşadığını belirtmiştir. G2 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Çözüm kâğıdınızda “verileri incelediğimizde düzenli bir artış olmadığından oran-orantı ya da doğrusal bir grafikten çözüme ulaşamadık” şeklinde bir ifade kullanmışsınız. Düzenli bir artışla neyi kastettiniz?

G: Ya hocam en azından biz şöyle düzenli bir artış olsaydı direk bir grafik çizerdik.

Arş: Neden? Artışlar düzenli olmayınca yapamıyor musunuz?

H: Yani yapamayız sanırım.

Arş: Hiç üstel model oluşturmadınız mı?

G: Oluşturduk aslında ama biz üstele hiç girmedik burada yani.

Arş: Neden?

H: Yani kendimiz yapamayız sanırım onları.

Arş: Neden?

G: Doğrusal daha sıcak geliyor bize.

H: Üstel bize uzak geliyor.

Arş: Neden hemen doğrusal modele yöneliyorsunuz?

G: Hocam insan alıştığı şeyleri değiştiremiyor. Üstel de aslında güzel de biz hep doğrusala alışmışız.

Arş: Neden alıştınız?

H: Kolaya kaçıyoruz galiba.

G: Biz hep direk işte y eşittir oradan bir formül, yani hiç böyle şu üzeri şu ya da logaritmaya gidelim, yani ln kullanalım gibi şeylere girmiyoruz.

Arş: Neden böyle yapıyorsunuz peki?

H: Daha zorluyor sanki.

Arş: Zorladığı için mi?

G: Tabii hocam daha zor yani değerler açısından. Bunu genellemek. Modeli oluşturmak çok zor oluyor.

G: Hepsine uygulanınca en azından çıkması lazım yaklaşık olarak. Ama mesela doğrusal yapınca hemen y yerine koy x çıkıyor direk. Üstel daha karmaşık. En azından genellemek karmaşık bütün veriler için.

G2 grubu ile yapılan görüşmelerden görüleceği gibi grup üyeleri veriler arasında belirli bir artış farkı olmadığı için modeli oluşturmakta güçlük çektiklerini ifade etmiştir. G2 grubu doğrusal modele alıştıklarını ve üstel modeli oluşturmakta zorlandıklarını ifade etmiştir. Ayrıca öğretmen adayları doğrusal modelin daha kolay olduğunu ve doğrusal modeli daha sık kullandıkları için daha alışkın olduklarını belirtmiştir. G2 grubu doğrusal modele yönelmelerinin sebebini kolay kaçma olarak açıklamıştır. Ayrıca grup üyeleri üstel modeli oluşturmanın zor olduğunu ve üstel modeli veriler için genellemekte güçlük çektiklerini ifade etmiştir. Bu bağlamda grupların daha önceki deneyimlerinin ağırlıklı olarak doğrusal modellemeye ilişkin olması, diğer fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleri hakkındaki eksik veya hatalı bilgileri yaşanan bu güçlüğü sebebi olarak düşünülebilir. G2 grubu üstel modeli oluşturmada yaşadığı bu güçlük nedeniyle daha sonra GeoGebra yazılımına yönelmiş ve matematiksel modeli GeoGebra aracılığıyla oluşturmuştur.

En İyi Model En Çok Noktadan Geçen Modeldir İnancı

Bu kod yazılımın veriler için sunduğu birden fazla fonksiyondan uygun olanının seçilmesinde modelin tüm noktaların üzerinden geçmesi gerektiği düşüncesi ile modelin belirlenmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G1, G2, G3 ve G5 gruplarının 1 Mil Dünya Rekoru problemi ile çalışmasında ve G2, G3 ve G4 gruplarının Yağış Miktarı problemleri ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

Tüm gruplar deneysel modelleme problemlerinde verilen gerçek hayat verilerini GeoGebra yazılımında analiz etmiştir. Gruplar verileri analiz etmek için yazılımda yer alan regresyon analizini kullanmıştır. Bu doğrultuda yazılımda yer alan doğrusal, üstel, üs, logaritmik, polinom, sinüs modellerini tek tek inceleyerek her bir modelin grafik üzerindeki noktaların ne kadarına karşılık geldiğini araştırmıştır. Ancak gruplar veriler için uygun modeli belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. G2 ve G3 grupları 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemlerinde veriler için uygun modeli belirlemede güçlük yaşamıştır. G1 ve G5 grupları 1 Mil Dünya Rekoru probleminde, G4 grubu ise Yağış Miktarı probleminde uygun modeli belirlemede zorlanmıştır. Gruplar GeoGebra yazılımında yer alan modelleri tek tek inceleyerek her bir modelin grafik üzerindeki noktaların ne kadarına karşılık geldiğini araştırmıştır. Grupların veriler için en uygun modelin tüm noktaların üzerinden

geçmesi gerektiği düşüncesi uygun matematiksel modellerin belirlenmesini zorlaştırmıştır. Gruplar zaman zaman regresyon modellerinde grafik üzerinde yer alan veri noktalarını tek tek saymıştır. Özellikle G3 grubu tüm deneysel modelleme problemlerinde noktaların tamamının üzerinden geçen grafik modelini en uygun model olarak belirlemiştir. Bu nedenle G3 grubu karmaşık, kullanışsız ve yalnızca problem verileri için geçerli olan modeller elde etmiştir. G3 grubunun Yağış Miktarı problemi için GeoGebra yazılımında belirlemiş olduğu model Şekil 66'da verilmiştir.

+ GeoGebra programında tek değişkenli regresyon analizi kullanarak aylara göre eyaletlerin yağış miktarını yazdık Chicago ve Hawaii için ayrı ayrı regresyon analizleri yaptık. Bunların sonuçları;

Chicago için elde ettiğimiz model;

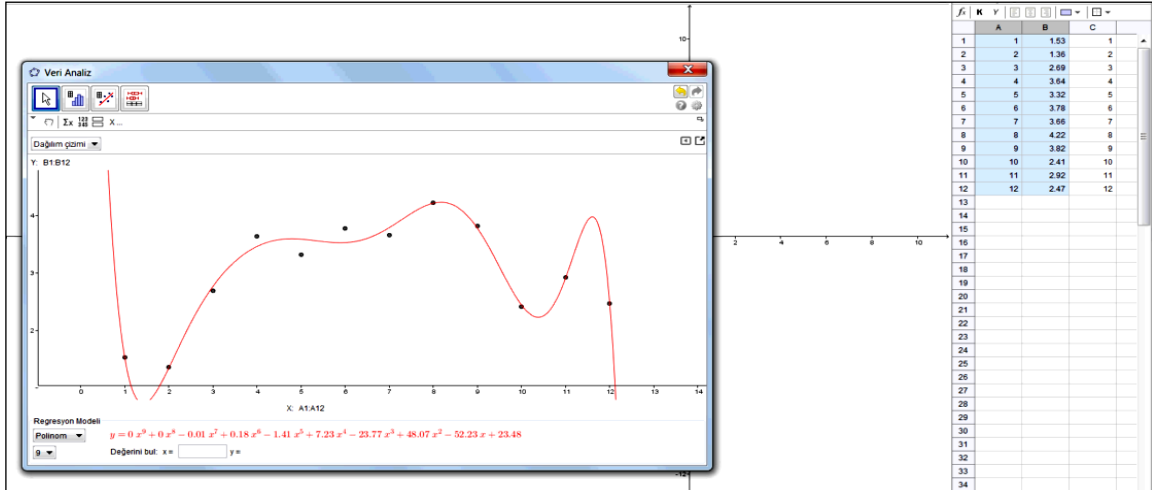
$$y = 0x^9 + 0x^8 - 0,01x^7 + 0,18x^6 - 1,41x^5 + 7,23x^4 - 23,77x^3 + 41,07x^2 - 52,23x + 24,6$$

Hawaii için elde ettiğimiz model:

$$y = 0x^9 - 0x^8 + 0,01x^7 - 0,14x^6 + 1,03x^5 - 4,54x^4 + 11,88x^3 - 16,18x^2 + 8,35x + 3,17$$

Şekil 66. G3 grubunun yağış miktarı problemi için GeoGebra yazılımında belirlemiş olduğu model

Şekil 66'da görüldüğü gibi G3 grubu trigonometrik bir modele ulaşmasının beklendiği bu problemde 9. Dereceden polinom fonksiyonunu model olarak belirlemiştir. G3 grubu veri noktalarının tamamının üzerinden geçen grafik modelini en uygun model olarak belirleme yaklaşımında bulunmuştur. Bu yaklaşım G3 grubunun sadece belli bir veri grubuna odaklanmasına sebep olmuştur. Bu nedenle G3 grubunun belirlediği model yalnızca problemde verilen veri aralığı için geçerli olmuştur. G3 grubunun G3 grubunun Yağış Miktarı problemi için GeoGebra yazılımında yapmış olduğu çalışmalar Şekil 67'de verilmiştir.



Şekil 67. G3 grubunun veriler için uygun modeli belirlemeye yönelik GeoGebra'da yaptığı çalışmalar

Şekilde görüldüğü gibi G3 grubu problem verileri için oluşturdukları grafikte noktaların üzerinden en fazla geçen model olarak 9. Dereceden polinom modelini seçmiştir. G3 grubunun matematiksel modeli belirleme aşamasında yaşadıkları güçlükler odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Matematiksel modelinizi nasıl belirlediniz?*

A: *Hocam şimdi şöyle yaptık. GeoGebra'da hesap çizelgesinde x, y'ye değerlerini yazdık. Oradan regresyonu seçtik. Sonra oradan bütün modellere tek tek baktık. En çok noktadan geçeni aldık.*

Ş: *Evet. 9. Dereceden polinomu seçtik.*

Arş: *Neden bu denklemi seçtiniz peki?*

Ş: *Hocam 9. Dereceden sağlıyordu. Noktaların geçişine bakıyoruz ya biz her zaman. 9. Dereceden denklem hemen hemen hepsinin üzerinden geçiyordu.*

Arş: *Peki seçtiğiniz model kullanışlı bir model mi bu?*

Ş: *Hayır, kullanışlı değil bence.*

Arş: *Neden?*

Ş: *Çünkü çok karmaşık. Zaten program olmasa biz bu modeli hayatta bulamazdık.*

Arş: *Neden bulamazdınız?*

M: *Zor oluyor hocam. Çok zaman alırdı.*

A: *Yani böyle bir şey bulamazdık ama belki 3. Dereceden polinom olurdu. Ama daha kullanışlı olurdu. Bu belki çözüme daha yakın olurdu, belki bizimki biraz daha uzak olurdu.*

Ş: *Hani net bir çözüm vermezdi bizim yaptığımız model.*

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modeli oluşturmak amacıyla GeoGebra yazılımına verileri girmiş ve verileri analiz etmiştir. G3 grubu matematiksel modeli belirlemek amacıyla bütün modelleri tek tek incelemiştir. Grup üyeleri modeli belirlerken en çok noktadan geçen modeli seçtiklerini belirtmiştir. Bu doğrultuda G3 grubu 9. Dereceden polinom modelini en uygun model olarak belirlemiştir. Ayrıca G3 grubu belirlediği modelin karmaşık olduğu için kullanışsız bir model olduğunu ifade etmiştir. Bunun yanında GeoGebra yazılımı olmasaydı bu modeli bulamayacaklarını, modeli oluşturmanın zor olacağını ve çok zaman alacağını ifade etmiştir. Grup üyeleri yazılım olmadan oluşturacakları modelin 3. Dereceden bir polinom modeli olacağından söz etmiştir. Ayrıca yazılım olmadan oluşturacakları modelin daha kullanışlı fakat net sonuçlar vermeyen bir model olacağını ifade etmiştir.

G5 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru probleminde GeoGebra yazılımında yaptığı regresyon analizi sonucunda veriler için en uygun modeli belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. G5 grubunun yaşadığı bu güçlük ve nedenleri odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Grup raporunuzda en uygun modeli seçerken zorlandık demişsiniz. Neden zorlandınız?*

T: *Evet. Çünkü bu verileri, hani biz GeoGebra'ya girip de veri analizi yapıyoruz ya, oradaki grafiklerden seçerken zorlandık. Hani noktalar uyuşuyor falan deniyoruz.*

M: *Ya hepsi aslında birbirine yakın çıkıyor.*

T: *Verdiğimiz değerler birbirine çok yakın çıkıyorlardı. Hani her ikisinin de olasılığı var. Bir de gerçek yaşamda hangisi daha mantıklı olur hangisi mantıklı olmaz falan çok düşündük.*

Arş: *Neden?*

M: *Ya çünkü hep doğrusal şekilde gözüküyordu işte bütün modellerde. Ve hep mesela bize verilen yıllardan birini denediğimiz zaman hep bir yıl sapma, iki yıl sapmayla buluyorduk hani. Şey olmuyordu mesela hepsini denedik, birinde beş yıl sapma olmuş, işte en az sapma şunda olmuş diyemiyorduk. Hepsi aynı oranda sapma veriyordu. Ondan dolayı hangisini seçsek diye çok kararsız kaldık.*

G5 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında problem verileri için grafik modellerini incelemiştir. G5 grubu yazılımda yer alan tüm modellerde problem verilerinin değerlerini hesaplamıştır. Grup üyeleri tüm modellerde birbirine yakın sonuçlar elde ettikleri için hangi modelin en uygun olduğuna karar verme konusunda güçlük yaşadıklarını belirtmiştir. G5 grubu ayrıca modellerden hangisinin gerçek yaşam için uygun olduğunu belirleme konusunda da güçlük yaşadığını ifade etmiştir. G1 grubu ise doğrusal bir modele ulaşmalarının beklediği 1 Mil Dünya Rekoru probleminde matematiksel modeli üstel fonksiyon olarak belirlemiştir. G1 grubu üstel fonksiyonu noktaları en çok sağlayan model olduğu için seçtiklerini ifade etmiştir. Bu doğrultuda grupların problemin bağlamını göz ardı etmesi ve en iyi model noktaların tamamını sağlar şeklindeki düşüncesi G1 grubunun uygun matematiksel modeli belirlemesini zorlaştırmıştır. Benzer şekilde G3 grubu noktaları en çok sağlayan model olduğu için 6. Dereceden polinom denklemini model olarak belirlemiştir. G3 grubu ile 1 Mil Dünya Rekoru probleminde modeli belirlemek için yaptıkları çalışmalara yönelik yapılan odak grup görüşmesi aşağıda verilmiştir:

Arş: Matematiksel modelinizi nasıl belirlediniz?

Ş: İki değişkenli regresyon analizi yaptık GeoGebra'da. Daha sonra o noktalardan geçen hani, hangisi daha çok geçiyor diye fonksiyonları araştırmaya başladık.

M: Polinom fonksiyonuydu.

Ş: Evet ve de derecesini artırdıkça hassaslaştı böyle daha çok noktalardan geçmeye, değmeye hani başladı. Ama en yakın polinomun grafiği yakın geçiyordu bir de dokuzuncu dereceden geçiyordu.

A: Sonra hangisinin olunabilirliğini tartıştık. Sonra en son altıncı dereceden modeli seçtik.

Arş: Sizce kullanışlı ve uygun bir model mi buldunuz?

Ş: Yani kullanışlı değil. Çok büyük bir tarih çıkmıştı. 2048 miydi neydi? 2046'ydi. Grafiği değiştirdince mesela grafik polinomdu, doğrusal yapınca 2011 falan bulmuştuk. O daha mantıklıydı. Ama mesela polinom daha çok noktadan geçiyordu.

A: Bilgisayarda da doğrusal fonksiyon vardı.

Arş: Neden doğrusal modeli düşünmediniz?

Ş: Ama oradaki doğrusal hiç noktalardan geçmiyordu. Birkaç noktadan geçiyordu. Bilgisayar daha detaylı, daha hassas yaptığı için o yüzden bence.

G3 grubu ile yapılan görüşmelerden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra'da verileri analiz ettikten sonra veri noktalarından en çok geçen fonksiyonu araştırmıştır. G3 grubu polinom modeli en çok noktadan geçtiği için polinom modelini en uygun model olarak belirlemiştir. Grup üyeleri GeoGebra'da polinom modelinin derecesini artırdıkça grafiğin daha çok noktadan geçtiğini belirtmiştir. G3 grubu bu doğrultuda 6. Dereceden polinom modelini en uygun model olarak belirlemiştir. Grup üyeleri belirlediği modelin kullanışlı olmadığını, doğrusal modelden daha mantıklı sonuçlar elde ettiğini ifade etmiştir. Ancak polinom fonksiyonu grafiğinin, doğrusal fonksiyon grafiğine göre noktaların üzerinden daha çok geçmesi nedeniyle polinom modelini seçmiştir. Bu durum G3 grubunun problemin gerçek yaşam için anlamlı olmasını dikkate almamasından kaynaklanmıştır.

4. 2. 4. Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Matematiksel modelleme sürecinin matematiksel çalışma basamağı altında çalışma grupları oluşturdukları matematiksel modeller aracılığıyla problemin çözümünü gerçekleştirmeye ve matematiksel sonuçlar elde etmeye çalışmıştır. Sürecin bu basamağında öğretmen adayları matematik bilgilerini ve teknolojiyi kullanarak matematiksel çözümlere ve sonuçlara ulaşmaya çalışmıştır. Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerinde bu basamağa yönelik yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 37'de verilmiştir.

Tablo 37. Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Gerçek yaşam verileri ile matematiksel işlem yapma	G3	G1, G2, G3	G3
Yazılımın çıktılarını yorumlama	G3	G1	G3

Tablo 37'de görüldüğü gibi grupların matematiksel çalışma basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *gerçek yaşam verileri ile matematiksel işlem yapma* ve *yazılımın çıktılarını yorumlama* şeklindedir.

Gerçek Yaşam Verileri ile Matematiksel İşlem Yapma

Bu kod gerçek yaşam verilerinin küsuratlı, çok büyük ya da çok küçük olması nedeniyle matematiksel hesaplamalarda yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. G3 grubu tüm deneysel modelleme problemlerinde bu güçlüğü yaşarken, G1 ve G2 grupları yalnızca Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde gerçek yaşam verileri ile çalışırken zorlanmıştır. G4 ve G5 grupları ise bu konuda güçlük yaşamazken, G5 grubu gerçek yaşam verilerini yuvarlayarak matematiksel işlemleri yapmıştır.

G1 grubu Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde sayıların küçük ve ondalık olması nedeniyle matematiksel işlem yapmakta zorlandıklarını ve bu nedenle modeli kağıt-kalem ile oluşturmakta güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. G3 grubu deneysel modelleme problemlerinde sayıların küsuratlı, çok büyük ya da çok küçük olması nedeniyle matematiksel işlem yapmakta zorlandıklarını ve bu nedenle modeli oluştururken teknolojiden yararlandıklarını ifade etmiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde G3 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinde grup üyelerinin bu durum üzerine konuşmaları aşağıda verilmiştir:

Arş: Modeli GeoGebra yazılımında oluşturdunuz. Peki, modeli oluşturmak için başka yöntemler denediniz mi?

Ş: Şimdi denedik ama sayılar çok şey geliyor hani küsuratlı, matematiksel işlem yapmak zor olan sayılar geliyor.

M: Mesela şu bir iki tanesini yaptık ya. Hani iki denklem oluşturduk. Şurada bile işlem hataları yapmıştık hani. Sonra onları düzelttik.

Ş: Sıkıntı oldu bu sayılarla işlem yapmak. Hani baktık işin içinden çıkamıyoruz GeoGebra'ya döndük. Mesela uğraşsak, farklı yollar denenebilir ama o zaman alır.

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modeli GeoGebra yazılımı ile oluşturmuştur. G3 grubu modeli oluşturmak için kağıt üzerinde çalışmalar yapmış, fakat problem verilerinin küsuratlı sayılar olması nedeniyle matematiksel işlem yapmakta zorlanmıştır. G3 grubu gerçek yaşam verileri ile işlem yaparken işlem hataları yaptıklarını ve bu yolla çözüme devam edemedikleri için GeoGebra'ya döndüklerini ifade etmiştir. G3 grubu benzer şekilde 1 Mil Dünya Rekoru probleminde de başlangıçta matematiksel modeli teknoloji kullanmadan kağıt üzerinde oluşturmaya çalışmıştır. G3 grubunun sayıların büyük olması nedeniyle matematiksel işlem yapmakta zorluk yaşadıklarını ifade etmiştir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde G3 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinde grup üyelerinin bu durum üzerine konuşmaları aşağıda verilmiştir:

Arş: Çözüme başlarken ilk başta nasıl başlayacağız şeklinde de çok düşündük demişsiniz. Neden?

M: Yani mesela frekans mı kullanalım. Hadi oradan biraz gidelim, yok o olmadı verileri saliseye mi çevirelim diye düşündük.

A: Yani hocam bilgisayardan mı yapsak yoksa frekansı falan mı hesaplasak diye çok düşündük.

Arş: Neden o yöneme devam etmediniz? Sadece programı kullandınız?

Ş: Burada sayılar büyük, sıkıntılı sayılar işte saliseler binli çıkıyor, işte yıllar zaten binli falan hani başta da çeviremedik onun için programda çözmek daha kolay geldi.

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri çözüme başlarken modeli teknoloji veya kâğıt- kalem ile çözme arasında kararsız kalmıştır. G3 grubu sayıların büyük olması nedeniyle hesaplamalarda zorlandığını bu nedenle modeli kağıt-kalem ile oluşturmaktan vazgeçtiklerini ve GeoGebra ile oluşturduklarını ifade etmiştir. Bu doğrultuda teknoloji karmaşık gerçek yaşam verileri ile ilgili hesaplamaların yapılmasını kolaylaştırmıştır.

G2 grubu ise Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde GeoGebra yazılımı olmadan matematiksel modele yönelik hesaplamaları yapamayacaklarını ifade etmiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde G2 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinde grup üyelerinin bu durum üzerine konuşmaları aşağıda verilmiştir:

Arş: Modele yönelik hesaplamalarınızı GeoGebra olmadan yapamazdık demişsiniz. Neden?

S: Üstel modele hesaplama yapmak çok zor çünkü.

G: Biz hep direk işte y eşittir oradan bir formül, yani hiç böyle şu üzeri şu ya da logaritmaya gidelim, yani ln kullanalım gibi şeylere girmiyoruz.

Arş: Neden böyle yapıyorsunuz peki?

H: Daha zorluyor sanki.

N: Kolaya kaçıyoruz galiba.

Arş: Neden?

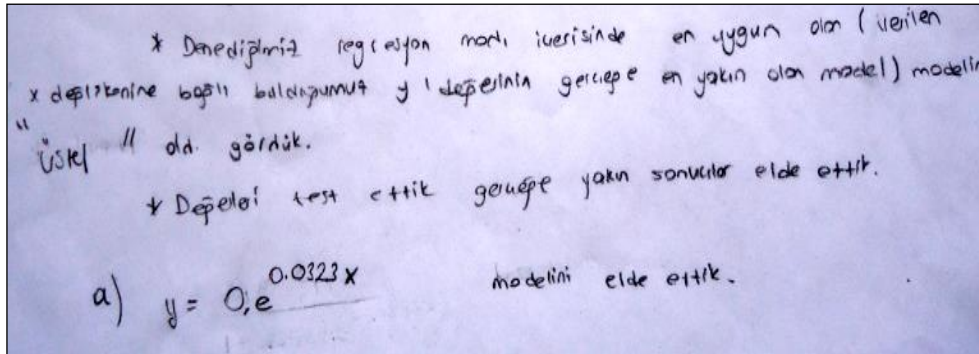
G: Mesela doğrusal yapınca hemen y yerine koy x çıkıyor direk. Üstel daha karmaşık. Üstel modelde yeterince pratikleşemediğimiz için oluyor bence.

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri üstel modelle hesaplama yapmanın zor olduğunu ve bu nedenle modelle ilgili hesaplamalarını

GeoGebra yazılımı ile yaptıklarını ifade etmiştir. G2 grubu doğrusal modelle hesaplama yapmanın kolay olduğunu, ancak üstel modelle hesap yapmanın karmaşık olduğunu belirtmiştir. Ayrıca üstel modelde yeterince pratikleşemediklerini belirtmiştir. Öğretmen adaylarının çözüm için matematiksel bilgiyi kullanma konusunda yaşadıkları güçlükler doğrusal fonksiyon dışındaki diğer fonksiyon türleri ile işlem yapmaya yönelik bilgilerinin yetersiz olmasından kaynaklanmıştır.

Yazılımın Çıktılarını Yorumlama

Bu kod yazılımın model için verdiği çıktıların yorumlanarak matematiksel çözümlere ve sonuçlara ulaşılmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G3 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemleri ile çalışmasında ve G1 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Bu gruplar yazılımdan elde ettikleri modelleri yorumlayarak sayısal sonuçlara ve matematiksel çözüme ulaşmakta güçlük yaşamıştır. Bu nedenle gruplar yazılımın değer bulma özelliğini kullanmış ve herhangi bir matematiksel çözüm yapmadan yazılımda verileri hesaplatmıştır. Öğretmen adayları yaşadıkları bu güçlüğü fonksiyon türleri ve kullanımına yönelik bilgilerinin yetersiz olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. G1 grubu Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde GeoGebra yazılımıyla verileri analiz ederek üstel modeli seçmiştir. GeoGebra yazılımı üstel modelin baş katsayısını 0 olarak vermiştir. G1 grubu yazılımın belirlediği üstel modelin baş katsayısı olan sıfırın ne anlama geldiğini yorumlamakta zorluk çekmiştir. Burada yazılımın üstel model için verdiği 0 baş katsayısı sıfıra yakın bir ondalık sayıyı ifade etmektedir. Ancak yazılımın verdiği şekliyle matematiksel model öğretmen adaylarını 0 sonucuna ulaştırmaktadır. Grup üyeleri bu nedenle modeli kullanarak matematiksel çözüme ulaşmakta güçlük çekmiştir. G1 grubunun bu problem için GeoGebra yazılımında belirlediği üstel model Şekil 68'de verilmiştir.



Şekil 68. G1 grubunun dünyadaki sıcaklık artışı problemi için GeoGebra da belirlediği üstel model

G1 grubu Şekil 69'da belirlediği modeli mevcut matematiksel bilgilerini kullanarak anlamlandırmamış ve modeli kullanarak çözüme ulaşamamıştır. G1 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde bu duruma yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Bu problem için üstel modeli belirlediniz. Peki, modelinizin baş katsayısındaki 0 neyi ifade ediyor?*

S: *Hocam virgüllü bir şey diye düşündük. Hani 0,1 üzeri bilmem ne gibi bir şey.*

Arş: *O değeri neden bulamadınız?*

B: *Hocam aslında ben denedim, ama bulamadım.*

H: *Oradaki sıfır neyi ifade ediyor ben anlamadım.*

S: *Sıfır nokta bir şey bence.*

H: *Sıfıra yakın olduğunu ifade ediyor sanırım. Bilgisayarda x, y değeri gösteriyordu. Kutucuk gösteriyordu. Biz oraya verileri yazdığımız zaman sonuç çıkıyor. Ama biz işlemsel olarak yapmaya çalışsak böyle bir şey çözemeyiz zaten.*

Arş: *Neden çözemezsiniz?*

B: *Hesap makinesi ile istatistikte kullandığımız hesap makinesi ile yaptım, kendi telefonumda mı yanlışlık var diye, onda da o şekilde çıktı yani. Hani bu şekilde yazdık ama sonuca ulaşamadık hocam.*

Arş: *Neden ulaşamadınız?*

H: *Şimdi bu modeli zaten bu şekilde bulamazdık. Çünkü biz üstel modeli çok kullanmadığımız için pek hakim değiliz. GeoGebra olmadan bu denklemi hayatta bulamazdık. Zaten çok karışık bir formülü var. Bunda o değerleri hesaplamak çok zorladı bizi. Kendimiz yapamadık zaten. GeoGebra'da çözdürdük.*

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında belirlediği üstel modelin baş katsayısını yorumlamakta güçlük çekmiştir. Grup üyeleri modelin katsayısının sıfıra yakın bir sayı olduğunu fakat bu sayıyı bulamadıklarını ifade etmiştir. G1 grubu bu nedenle çözüm için hesaplama yapamadıklarını ve çözümü GeoGebra yazılımının değer bulma özelliği ile yaptıklarını belirtmiştir. Grup üyeleri yazılım olmasaydı bu çözümü kendilerinin yapamayacağını ifade etmiştir. G1 grubu bu durumun üstel modeli çok kullanmadıkları için bu modele hâkim olmamalarından kaynaklandığını belirtmiştir. G1 grubu üstel modelin karışık bir formülü olduğunu, GeoGebra olmadan bu modeli oluşturamayacaklarını ve çözemeyeceklerini ifade etmiştir.

G3 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru ve Yağış Miktarı problemlerinde benzer güçlüğü yaşamıştır. G3 grubu her iki problem için karmaşık matematiksel modeller belirlemiştir. G3 grubu da belirlediği modellerin baş katsayısındaki 0 sayısının ne anlama geldiğini yorumlamakta zorlanmıştır. Yağış Miktarı probleminde G3 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinde grup üyelerinin bu durum üzerine konuşmaları aşağıda verilmiştir:

Arş: Modeli belirledikten sonra çözüme nasıl ulaştınız?

Ş: Şimdi 9. dereceden polinomu seçtik ya...

M: İşte seçtiğimiz model için hesaplamaları yaptırdık programa.

Ş: Şimdi yaptık da, ben neyi anlamıyorum biliyor musunuz? Mesela 7. Dereceden denklem denesek aslında çünkü bunların (9. Ve 8. Dereceden katsayıları kastediyor) katsayısı 0 ya, katsayısı 0 normalde bu 7. Dereceden denklemi sağlıyor olması lazım. Ama sağlamıyor. 9. Dereceden denklemi sağlıyor. Biz bunu bu şekilde hesaplasak sonucu bulamayız.

A: Ben de onu anlamıyorum aslında. 0. 0001 gibi bir sayı galiba. Yani sonunda herhalde bir basamağı var ki bunun çünkü bir etkisi oluyor.

Arş: Bu denklemi GeoGebra'sız bulamazdık demişsiniz. Neden?

Ş: Evet, böyle bir fonksiyonu kendimiz bulamazdık, sonucu da hesaplayamazdık, çok zor olurdu.

Arş: Neden?

A: Çünkü hocam, bizim bilgimiz bir yerden sonra yetmiyor.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra'da belirlediği model için hesaplamalarını yazılım aracılığıyla yapmıştır. G3 grubu yazılımda belirlediği 9. Dereceden polinom fonksiyonunun 0 olan katsayılarının ne anlama geldiğini anlayamadıklarını belirtmiştir. Grup üyeleri modele yönelik hesaplamalarını GeoGebra yazılımı olmadan yapamayacaklarını ifade etmiştir. G3 grubu yaşadığı bu zorluğun yeterli matematiksel bilgiye sahip olmamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir.

4. 2. 5. Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Matematiksel çözümlerin ve modelin sonuçlarının gerçek yaşam durumu açısından incelendiği bu basamakta çalışma gruplarından yalnızca G2, G3 ve G5 grupları yorumlama yaklaşımlarında bulunurken G1 ve G4 grupları belirledikleri modellerin gerçek yaşam karşılığını belirlemeye yönelik bir çalışma yapmamış, modellerini olduğu gibi kabul etmiştir. Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerinde yorumlama

basamağına yönelik yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 38'de verilmiştir.

Tablo 38. Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekoru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma	G1, G4	G1, G4	G1, G3, G4
Çözümün gerçekçi olup olmadığını yorumlama	G3	-	-
Çözümün gerçek yaşam yeterliliğini inceleme	G5	-	-

Tablo 38'de görüldüğü gibi grupların yorumlama basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *matematiksel modelden gerçek hayat durumuna geçişi dikkate alma*, *çözümün gerçekçi olup olmadığını yorumlama* ve *çözümün gerçek yaşam yeterliliğini inceleme* şeklindedir.

Matematiksel Modelden Gerçek Yaşam Durumuna Geçişi Dikkate Alma

Bu kod oluşturulan matematiksel modelin sonuçlarının gerçek yaşam ile olan ilişkisini incelemenin göz ardı edilmesi sonucunda modelin sonuçlarının yorumlanmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. G1 ve G4 grupları tüm deneysel modelleme problemlerinde, G3 grubu ise Yağış Miktarı probleminde matematiksel modellerini belirledikten sonra gerçek yaşam durumunun modelle olan ilişkisine bakmamış, matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma konusunda güçlük yaşamıştır. Bu gruplar matematiksel modellerini elde ettikten sonra modeli gerçek hayata taşımamış ve çözümlerini olduğu gibi kabul etmiştir. Bu bağlamda gruplar elde ettikleri matematiksel modellerin ve sonuçlarının gerçek yaşam durumunda işleyişini yorumlama konusunda yetersiz kalmıştır. G1 grubu tüm deneysel modelleme problemlerinde yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmış, belirledikleri model verilere yakın değerler verdiği için gerçek yaşam için uygun olduğunu ifade etmiştir. G1 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde yorumlama basamağına ilişkin çözüm sonrası grup raporunda yaptığı açıklamalar aşağıdaki gibidir:

Sizce çözümünüz gerçek hayat için uygun mu? Nedenleri ile birlikte açıklayınız.

Doğruel drayon forksiyonlar için deçenelleri geozelora ispednole
kelriedde. Verilere en yakın değeri bulduğumuz için; gerçek hayat
için uygun dard değertenolirebilir.

Şekil 69. G1 grubunun grup raporunda yorumlama basamağına yönelik yaptığı açıklamalar

Şekil 69'da görüldüğü gibi G1 grubu çözümün gerçek yaşamdaki anlamını tartışmamıştır. Grup üyeleri yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmıştır. G1 grubu belirledikleri modelde verilere yakın değerler buldukları için çözümlerinin gerçek hayat için uygun olduğunu ifade etmiştir. Grupların gerçek yaşam durumunu yorumlamaya yönelik yaşadıkları bu güçlük sürecin bir sonraki aşaması olan doğrulama basamağında da güçlükler yaşamalarına sebep olmuştur. Ayrıca bu durum öğretmen adaylarının belirledikleri modellerin uygun ve geçerli bir model olup olmadığına karar vermelerini zorlaştırmıştır. Benzer yaklaşımı G4 grubu ise 1 Mil Dünya rekoru probleminde göstermiştir. Dünyadaki Sıcaklık Artışı ve Yağış Miktarı problemlerinde ise G4 grubu varsayımlarının modelin gerçek yaşam için uygunluğunu etkilediğini, bu nedenle elde ettikleri modellerin gerçek yaşam için uygun olmadığını ifade etmiştir. G4 grubunun bu algısı yorumlama basamağında uygun yaklaşımlar sergilemelerine engel olmuştur. G4 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde bu duruma yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Grup raporunuzda çözümümüz gerçek hayat için çok uygun değil demişsiniz. Neden?

D: İlk başta varsayımlarımıza araç sayısını sabit kabul ettik ya, gerçek hayatta araç sayısı sabit değil ki. Günden güne hızla artıyor. Ozon tabakasının delinme etkisi var. Bu yüzden dolayı biz bunları sabit kabul ettik. Bu yüzden dolayı da şey değil yani, gerçek hayata uygun değil.

Arş: Problemin çözümü sırasında elde ettiğiniz sonuçların gerçek hayattaki karşılığını tartışmadınız. Neden?

İ: Gerek yok ki. Zaten varsayımlarımıza göre modeli oluşturduk. Bu varsayımlara göre gerçek hayata uygun olamaz. O yüzden bakmadık sonuçlara.

Arş: Bulduğunuz sonuç için ne düşünüyorsunuz? Kaç bulmuştunuz?

D: 2071.

Arş: *Nasıl bir sonuç sizce?*

Ö: *Artış hızına bakarsak uygun bence.*

Arş: *2071'e kadar 7 derece artar mı sizce?*

D: *Evet artabilir.*

Arş: *Neden o zaman uygun değil demişsiniz?*

D: *Hani bizim varsayımlarımıza göre artar.*

Ö: *Belki daha da çok artabilir.*

D: *Şeye göre evet, daha da çok artabilir, daha da az artma ihtimali var. Olma ihtimali de var, olmama ihtimali de var. Mesela bir şey olur, güneşte bir patlama meydana gelir, dünya daha çok ısınır. Veya dünya daha çok uzaklaşır güneşten veya dünyanın yapısı değişir. Bu yüzden dolayı olmama ihtimalleri de var yani.*

G4 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri varsayımlarından ötürü elde ettikleri matematiksel modelin zaten gerçeği yansıtmadığı şeklinde bir fikre sahiptir. Bu ise modelleme problemi çözme sürecini aslında verilen bir görevi yerine getirmiş olmak, bir şekilde bu probleme çözüm sunmak şeklinde bir algının sonucu olabilir. Diğer taraftan grup üyeleri elde ettikleri sonucun geçerliliğinin birçok değişkene bağlı olması durumunu da modelin bir zayıflığı gibi algılamaktadır. Oysa bu durum tüm modeller için geçerli olabilecek bir şeydir. Yine bu da elde edilen modelin tamı tamına her şart altında gerçeği yansıtmaması gerektiği şeklinde bir inancın ürünü olabilir. G4 grubunun bu düşüncelerinin yorumlama basamağında matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi göz ardı etmelerine sebep olduğu söylenebilir. G4 grubu benzer şekilde Yağış Miktarı probleminde de rüzgârın, ters akıntılarının ve doğa olaylarının sıcaklık artışını ve dolayısıyla yağış miktarını etkilediğini ifade etmiştir. Grup üyeleri bu nedenle varsayımlarına göre modelin gerçek yaşam için uygun olmadığını ve bu nedenle sonuçların gerçek yaşamdaki anlamını tartışmadıklarını belirtmiştir.

Çözümün Gerçekçi Olup Olmadığını Yorumlama

Yorumlama basamağında yaşanan bu güçlük oluşturulan matematiksel modelin sağladığı sonuçların, gerçek yaşam deneyimlerine dayalı tahminlerle uygun şekilde yorumlanmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G3 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G3 grubu 1 Mil Dünya Rekoru probleminde GeoGebra yazılımı aracılığıyla belirlediği matematiksel modelden elde ettiği sonucun gerçek yaşam için anlamlı olup olmadığını tartışmıştır. Grup üyelerinden üçü modelden elde ettikleri sonucun gerçek yaşam için mantıklı bir sonuç olmadığını belirtmiş, modeli belirlerken bir yanlışlık yaptıklarını ifade etmiştir. Diğer grup

üyesi ise modelin gerçek yaşam sonuçlarını dikkate almadan modellerinin doğru olduğunu savunmuş bu durum sonucunda grup içi anlaşmazlık oluşmuştur. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde bu durum üzerine G3 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- M: *Modeli bulduk galiba.*
- A: *Şeyi yap şimdi bakim. Şu son soruyu. 3 dakika 40 saniye demiştik ya.*
- Ş: *Kaçtı onun sonucu?*
- A: *13200 salise.*
- Ş: *(Belirledikleri modelde x yerine 13200 yazıyor). 2278 yılı.*
- S: *Vay be, ne biçim yıl o.*
- A: *Yuh artık. Daha neler.*
- M: *Torunlarım koşacak herhalde.*
- A: *Yanlış yaptınız bir yerde.*
- Ş: *Yanlış değil, 13200 yani. Doğru. Niye kabul etmiyorsun?*
- A: *Ya 2278 ne demek.*
- Ş: *İyi de, zaten bak 13407. Arada 200 salise yapıyor. Her salise ne kadar yıl fark ettiriyor burada.*
- A: *Valla bana mantıklı gelmedi bu sonuç.*
- S: *Acaba yanlış mı yaptık?*
- Ş: *Ya hayır ya doğru.*
- S: *Bana da doğru geliyor ama...*
- Ş: *Ya model bu, değerleri doğru veriyor sonuçta.*

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri 1 Mil Dünya Rekoru probleminde sorulan 3 dakika 40 saniyenin koşulacağı yılı, belirledikleri matematiksel model için hesaplamıştır. Grup üyelerinden üçü buldukları sonucun mantıksız olduğunu, bu nedenle de yanlış bir model oluşturduklarını belirtmiştir. Diğer grup üyesi ise modellerinin problem verileri için doğru sonuçlar verdiğini ve bu nedenle buldukları sonucun doğru olduğunu ifade etmiştir. Bu doğrultuda G3 grubu yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmış, oluşturdukları matematiksel modelin verilere yakın sonuçlar vermesi nedeniyle modeli olduğu gibi kabul etmiş ve tekrar gözden geçirmemiştir. Bu bağlamda G3 grubu matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişte güçlük yaşamıştır.

Çözümün Gerçek Yaşam Yeterliliğini İnceleme

Yorumlama basamağında ortaya çıkan bu güçlük, oluşturulan matematiksel modelin hangi durumlarda geçerli olduğunu ve bu durumun çözüm için bir sorun yaratıp yaratamayacağını ortaya koyma konusunda yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G5 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G5 grubu 1 Mil Dünya Rekoru problemi için GeoGebra'da elde ettiği çözümün gerçek yaşam için yeterliliğini inceleme, yani belirledikleri modelin hangi durumlarda geçerli olduğunu ortaya koyma açısından güçlükler yaşamıştır. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde bu durum üzerine G5 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

- T: *Fakat bu model nereye kadar geçerli, o aralığı belirlememiz lazım.*
- S: *Belirli bir yere kadar geçerli olması lazım.*
- T: *Belli bir yılda, o belli yılı belirtmemiz lazım. Modelimizin 0 olduğu noktayı niye bilmiyoruz ki biz?*
- S: *Ya $y=0$ için x 'i bulsana.*
- M: *(Modelde değişkenlerin yerini değiştiriyor) Sonsuz veriyor. Demek ki 0 saniyede koşması imkansız.*
- S: *0 saniye demek zaten başlamadan bitmesi demek.*
- T: *Evet işte ben de onu diyorum. Adam koşmadan yarışı bitirecek.*
- S: *Şu bitiş noktasını bir belirlesek.*
- T: *En azından şu yıllar arasında desek, 1993 ile 2050 yılları arasında geçerli bir model desek mesela.*
- S: *Ama o yılı belirleyemiyoruz işte.*
- M: *Şimdi doğrusal bir model seçtiğimiz zaman ilerleyen zamanlarda 1 mili 0 saniyede koşması gerekiyor.*
- S: *Aynen.*
- M: *Şimdi bizim onun önüne geçmemiz için o aralığı belirlememiz gerekli ama nasıl?*
- T: *Yani gerçek yaşama uyarladığımızda bir yerden sonra sabit kalması gerekiyor.*
- M: *Bu model şu değerler arasında sabit dememiz gerekiyor.*
- T: *Ama onu bulamıyoruz işte...*

Görüldüğü gibi G5 grubu GeoGebra'da belirlediği modelin hiçbir zaman 0 değerini vermemesi gerektiğini belirtmiştir. G5 grubu belirlediği matematiksel modelin belirli bir

aralık için geçerli olması gerektiğini ifade etmiş fakat bu aralığı belirleyememiştir. G5 grubu matematiksel modeli gerçek yaşama uyarlamış ve modelin bir yerden sonra sabit kalması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak öğretmen adayları modelin geçerli olduğu aralığı belirleyememiştir. Bu anlamda G5 grubu belirlediği matematiksel modelin gerçek yaşam için yeterliliğini inceleme konusunda güçlük yaşamıştır. G5 grubunun çözümün gerçek yaşam karşılığını incelemeye yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Grup raporunuzda modelin hangi aralıkta geçerli olduğunu bulma konusunda zorlandık demişsiniz. Neden zorlandınız?

M: Şimdi hocam biz dedik ki bu modelin bir yerden sonra sabit kalması lazım. Çünkü sonuçta gerçek hayat için düşündüğümüzde 1 milin koşulması hani bir yerden sonra sabitleşir.

T: Yani şöyle aslında bu adamlar 0 saniyede koşamazlar sonuçta. Belli bir yerde o süre sabitlenecek. Ama ne zaman sabitlenecek işte onu bulamadık.

Arş: Neden bulamadınız?

T: Şimdi doğrusal modele göre bakarsak belli bir yerde sıfırlanır mantık olarak. Bunun önüne geçmek için bir aralık belirlemeye çalıştık. Ama yapamadık, bulamadık programda o aralığı.

S: Hocam şimdi programda o aralığı belirleyemedik biz. Grafikte o noktanın nerede sıfırlandığını bulamadık. Yani sanırım bilgimiz eksik. Programı yeterince kullanamıyoruz galiba.

G5 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında belirlemiş olduğu modelin bir noktadan sonra sabit kalması gerektiğini fakat ne zaman sabitleneceğini bulamadığını ifade etmiştir. G5 grubu 1 milin koşulacağı sürenin sabitleneceği aralığı programda bulamadıklarından söz etmiştir. G5 grubu bunun sebebinin bilgi eksikliğinden ve programı yeterince kullanamamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir.

4. 2. 6. Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Doğrulama basamağı altında öğretmen adayları belirledikleri matematiksel modelin sonuçlarını test etme ve modeli eleştirme şeklinde çalışmalar yürütmüştür. Bu doğrultuda gruplar belirledikleri modelin gerçek yaşam durumu için uygun olup olmadığını test etmiş ve modelin geçerliliğini sorgulamaya çalışmıştır. Öğretmen adaylarının deneysel modelleme problemlerinde bu basamağa yönelik yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen

kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 39'da verilmiştir.

Tablo 39. Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Deneysel modelleme problemleri		
	1 Mil Dünya Rekuru	Dünyadaki Sıcaklık Artışı	Yağış Miktarı
Modelin geçerliliğini sağlama	G1, G2, G3	-	G2, G3, G4
Modeli farklı modellerle kıyaslayarak uygunluğuna karar verme	G5	G3, G4, G5	-

Tablo 39'da görüldüğü gibi grupların doğrulama basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *modeli geçerliliğini sağlama* ve *modeli farklı modellerle kıyaslayarak uygunluğuna karar verme* şeklindedir.

Modelin Geçerliliğini Sağlama

Bu kod oluşturulan matematiksel modellerin geçerliliğinin sağlanması gerektiğinin dikkate alınmaması veya modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik yeterli çalışma yapılmaması nedeniyle modeli doğrulanmasına yönelik yaşanan güçlükleri ifade etmektedir.

G1, G2, G3 grupları 1 Mil Dünya Rekuru ve Yağış Miktarı problemlerinde, G4 grubu ise yalnızca Yağış Miktarı probleminde elde ettikleri modellerin geçerliliğini sağlamaya yönelik güçlükler yaşamıştır. Öğretmen adaylarının doğrusal bir modele ulaşmasının beklendiği 1 Mil Dünya Rekuru probleminde G1 grubu modelini üstel model olarak belirlemiştir. G1 grubu modeli belirledikten sonra doğrulama aşamasında modeli yalnızca birkaç problem verisi için test etmiştir. G1 grubu bu verileri sağlaması nedeniyle belirlediği üstel modelin doğru bir model olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda G1 grubu modelin geçerliliğini sağlamada yetersiz kalmıştır. G2 grubu ise 1 Mil Dünya Rekuru problemi için doğrusal modeli seçmiş fakat modelin doğrulanmasına yönelik bir çalışmada bulunmamıştır. G2 grubu çözüm sonrası grup raporunda modelin doğruluğundan emin olmadıklarını ifade etmiştir. G2 grubu ile yapılan odak grup görüşmesi sonucu grup üyeleri doğrusal modeli kolay olduğu için seçtiklerini ifade etmiştir. Ayrıca G2 grubu diğer fonksiyonlara hâkim olmadıkları için doğrusal modeli seçtiklerini ifade etmiştir. Bu bağlamda G2 grubu modelin geçerliliğini sağlamakta yetersiz kalmıştır. G3 grubu ise 1 Mil Dünya Rekuru problemi için modelini 6. Dereceden polinom modeli olarak belirlemiştir. Grup üyeleri GeoGebra'da modeli belirlerken en çok noktadan geçen modeli seçtiklerini belirtmiştir. Bu nedenle G3 grubu 6. Dereceden polinom modelini en uygun model olarak belirlemiştir. G3 grubu da G1 grubuna benzer şekilde modeli belirledikten sonra

doğrulama aşamasında modeli birkaç problem verisi için test etmiştir. G3 grubu belirlediği polinom modelinin verileri sağlaması nedeniyle doğru bir model olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda G3 grubu da G1 ve G2 grupları gibi modelin geçerliliğini sağlamada yetersiz kalmıştır. G3 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Sizce uygun bir model buldunuz mu?

Ş: Yani uygun değil sanki. Çok büyük bir tarih çıkmıştı. 2048 miydi neydi? 2046'ydi. Grafiği değiştirince, mesela grafik polinomdu, doğrusal yapınca 2011 falan bulmuştuk. O daha mantıklıydı.

Arş: Peki neden polinomu seçtiniz o zaman?

M: Çünkü hocam polinom daha çok noktadan geçiyordu. O yüzden o doğrudur dedik.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri belirlediği polinom modelinin uygun bir model olmadığını farkında görünmektedir. G3 grubu belirlediği polinom modelinde problemde sorulan 1 milin 3 dakika 40 saniyede koşulacağı yılın çok büyük bir tarih çıktığını belirtmiştir. G3 grubu sonucu diğer matematiksel modellerde de test etmiş ve doğrusal model için elde ettikleri sonucun daha mantıklı olduğunu ifade etmiştir. Ancak grup üyeleri polinom modelinin grafiği daha çok noktadan geçtiği için bu modeli doğru olarak kabul etmiştir. 1 Mil Dünya Rekoru probleminde G1 ve G2 gruplarının modeli sadece birkaç problem verisi için test etmesi ve G3 grubunun teknolojiye aşırı güven duyması modelin geçerliliğini göz ardı etmelerine sebep olmuştur.

Öğretmen adaylarının trigonometrik bir modele ulaşmasının beklendiği Yağış Miktarı probleminde ise yalnızca G1 ve G5 grupları uygun matematiksel modellere ulaşmıştır. Diğer gruplar ise matematiksel modellerini polinom modeli olarak belirlemiştir. G2, G3 ve G4 grupları belirledikleri polinom modelinin geçerli olup olmadığını belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu gruplar belirledikleri modeli sadece problem verileri için test etmiştir. G2, G3 ve G4 grupları modelin geçerli ve genellenebilir olup olmadığını sorgulamakta zorlanmıştır. G4 grubunun Yağış Miktarı probleminde modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Neden polinom denklemini seçtiniz?

D: En çok noktayı o sağladı.

İ: Hocam parabol olmalı sonuçta, geri dönecek aynı yere.

D: Evet noktaları koyduğumuzda da zaten o şekil bir şey geliyor.

Ö: Artış zaten parabolik.

- Arş: *Emin misiniz? Sizce bulduğunuz model doğru bir model mi?*
- D: *Yani... Doğrudur çünkü verileri denedik, en çok polinom sağlıyordu.*
- Arş: *Peki bir sonraki yıl nasıl olacak?*
- İ: *Trigonometrik olur o zaman.*
- Arş: *Siz neden parabolik yaptınız o zaman?*
- D: *Ama biz sadece tek yıl için değerlendirdik.*
- İ: *Aynen tek yıl için değerlendirdiğimiz için doğru oluyor.*

G4 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri yalnızca problem verileri için modelin doğruluğunu test etmiştir. Öğretmen adaylarının yorumlama basamağında modelin gerçek yaşam yeterliliğini incelemeye yönelik yaşadıkları güçlükler modelin doğrulanması aşamasında da güçlük yaşatmıştır. Bu bağlamda G4 grubunun varsayımlarının modelin geçerliliğini etkilediği düşüncesi grup üyelerinin modelin gerçek yaşamdaki anlamını sorgulamasının önüne geçmiştir. Bu nedenle G4 grubu sadece problem verilerine odaklanmıştır. Grup üyeleri çözümlerini gerçek hayata taşımamış ve modelin gerçek yaşam için geçerli olup olmadığını sorgulamamıştır. G2 grubu da G4 grubuna benzer şekilde belirlediği polinom modelinin doğruluğunu yalnızca problem verileri için test etmiştir. G2 grubu yağış miktarı verilerini sadece bir yıllık olarak ele almış, modelin daha sonraki yıllarda da doğru sonuç vermesi gerektiğini göz ardı etmiştir. Bu bağlamda G2 grubu da G4 grubu gibi çözümlerini gerçek hayata taşımamış ve problemin bağlamını dikkate almamıştır. Yağış Miktarı probleminde G2 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıdaki gibidir:

- Arş: *Matematiksel modelinizi polinom modeli seçmişsiniz. Neden?*
- N: *Noktaları en iyi o karşıladığı için hocam. Noktalara hangisi denk geliyorsa onu seçtik yani hocam.*
- Arş: *Bir sonraki yıl için modelinizin doğruluğunu düşündünüz mü?*
- G: *Aaa... Biz ona hiç bakmadık.*
- Arş: *O zaman bunun hangi fonksiyon olması gerekirdi?*
- G: *Sinüs mü? Aaa... biz devamını hiç düşünmedik.*
- N: *Evet biz bir yıllık düşündük. Ama sadece bir yıl bu.*
- G: *Genellemedik ama böyle düşünmedik devamını. Bunu bir tanesinde daha yapmıştık biz. Bir tanesinde daha devamını düşünmeyip orada bırakmıştık.*
- Arş: *Modelinizi doğrulamadınız mı?*

S: *Doğruladık ama sadece problemdeki veriler için baktık.*

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri veri noktalarını en iyi karşıladığı için polinom modelini belirlediklerini ifade etmiştir. G2 grubu modelin bir sonraki yıl için doğru sonuç verip vermediğini düşünmemiş, sadece bir yıllık verilere odaklanmıştır. Bu bağlamda G2 grubu sadece problem verileri için modelin doğruluğunu incelemiş ve problemin geçerliliğini sağlama konusunda yetersiz kalmıştır. G3 grubu da Yağış Miktarı probleminde G2 ve G4 grupları gibi polinom modelini seçmiştir. G3 grubu bu gruplara benzer şekilde sadece bir yıllık verilere odaklanmış ve problemin bağlamını göz ardı etmiştir. Bu nedenle G3 grubu da problemin geçerliliğini sağlama konusunda yetersiz kalmıştır.

Modeli Farklı Modellerle Kıyaslayarak Uygunluğuna Karar Verme

Bu kod oluşturulan modelin sağladığı sonuçların ve modelin grafiğinin, yazılımın sağladığı diğer modellerin sonuçları ve grafikleri ile karşılaştırılarak modelin yeterliliğine karar verilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir.

Öğretmen adayları modellerini belirledikten sonra modeli doğrulamak amacıyla farklı modellerin grafiklerini inceleyerek kendi modelleri ile karşılaştırmıştır. Ancak G3 ve G4 grupları Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde, G5 grubu ise 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde modelin uygunluğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. G5 grubu 1 Mil Dünya Rekoru problemi için belirlediği logaritma modelini GeoGebra yazılımındaki diğer matematiksel modeller ile karşılaştırmıştır. Ancak grup üyeleri problem verilerinin tüm modellerde yakın sonuçlar vermesi ve tüm modellerde grafiklerin benzer şekilde olması nedeniyle modelin doğruluğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. G5 grubunun 1 Mil Dünya Rekoru probleminde modelin uygunluğuna karar vermeye yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Grup raporunuzda modelin doğruluğuna karar verirken zorlandık demişsiniz. Neden zorlandınız?*

T: *Evet zorlandık. Çünkü bu verileri, hani biz GeoGebra'ya girip de veri analizi yapıyorduk ya, oradaki grafiklerden seçerken hani noktalar uyuyor falan deniyoruz.*

M: *Ya hepsinde aslında birbirine yakın çıkıyor.*

T: *Verdiğimiz değerler birbirine çok yakın çıkıyorlardı. Hani her ikisinin de olasılığı var. Bir de gerçek yaşamda hangisi daha mantıklı olur hangisi mantıklı olmaz falan diye çok düşündük. Epey zorladı bizi karar vermek.*

Arş: *Peki neden zorlandınız?*

M: Ya çünkü hep doğrusal şekilde gözüküyordu işte bütün modellerde. Ve hep mesela bize verilen yıllardan birini denediğimiz zaman hep bir yıl sapma, iki yıl sapmayla buluyorduk hani. Şey olmuyordu mesela hepsini denedik, birinde beş yıl sapma olmuş, işte en az sapma şunda olmuş diyemiyorduk. Hepsi aynı oranda sapma veriyordu. Ondan dolayı hangisinin doğru olduğunu belirlemede kararsız kaldık.

Arş: Modelinizin doğruluğuna nasıl karar verdiniz peki?

M: Buna şöyle karar verdik. Diğerlerinde mesela 0,009 küsurlu değerler çıkıyordu. Hani en sade formül buydu. Hani en sadesi olsun istedik.

T: Bir de mesela şeyde hani \ln 'in içinde koyacağımız değerde, sonuçta biz x 'i süre olarak aldığımız için mesela hani 1 saniyenin altında da zaten çok süre kısaltıkça onlar bize biraz daha ütöpik gelmeye başladı. Hani şeyin tartışmasını yapmıştık. O zaman beklemeden mi şampiyon olacak diye tartışıyorduk. Yani tanımsız olma durumu da bizi biraz etkiledi. Hani onun içine zaten 0 koyamıyoruz, ya da 1 den küçük değer koyamıyorduk diye düşündük.

G5 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında belirlediği modeli farklı modellerle karşılaştırarak modelin doğruluğuna karar vermeye çalışmıştır. Grup üyeleri karşılaştırdığı tüm modeller için problem verilerinin yakın sonuçlar vermesini ve tüm modellerin grafiklerinin benzer şekilde olmasını yaşadığı bu zorluğun sebebi olarak ifade etmiştir. G5 grubu daha sona modeli belirlerken en sade model olduğu için logaritma modelini seçtiğini belirtmiştir. Ayrıca G5 grubu seçtiği logaritma modelinin doğruluğuna karar verirken gerçek yaşam durumunu da göz önünde bulundurmıştır. Grup üyeleri 1 mil için koşulan süre olarak belirledikleri x değişkeninin hiçbir zaman 0 olamayacağını belirtmiştir. Bu anlamda G5 gurubu, logaritma fonksiyonunda 0 değerinin tanımsız olduğunu, bu nedenle logaritma modelinin diğer modellere göre daha uygun olduğunu ifade etmiştir.

Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde ise G3, G4 ve G5 grupları GeoGebra yazılımında belirlediği modelleri farklı modellerle kıyaslamış ancak modelin uygunluğuna karar verme noktasında güçlük yaşamıştır. G4 grubu logaritma modelini, G3 ve G5 grupları ise üs modelini en uygun model olarak belirlemiştir. Bu gruplar modellerini doğrulamak amacıyla modelin grafiğini polinom modeli ve üstel model grafikleriyle karşılaştırmıştır. Gruplar bu modellerin grafiklerinin problem verilerini sağlaması ve veriler için çok yakın sonuçlar vermesi nedeniyle modelin uygunluğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. G3 grubunun Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde modelin uygunluğuna karar vermeye yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Modelinizin doğruluğundan emin misiniz? Modeli doğrulamak için neler yaptınız?*

Ş: *Diğer denklemleri denedik. Aslında polinomun 3. Dereceden denklemi çok mantıklı geliyordu. Çünkü noktaları çok güzel sağlıyordu ama onda eğim çok fazlaydı. Hani küresel ısınma hani az buçuk güncel bilgilerimizi de kullanarak dedik ki bu kadar büyük artış göstermiyor.*

A: *Hani noktaları evet çok güzel sağlıyor o aralıktaki noktaları 1880 ile 1980 arasındaki ama hani bir anda büyük bir artış olmayacağını düşündüğümüz için o denklemin olmayacağını düşündük. Sonra üs ve üsteli denedik.*

M: *Üsse karar verdik.*

Arş: *Neden?*

Ş: *Aslında üstelin de noktaları daha yakın olduğunu gördük.*

A: *Hatta üsle logaritma arasında çok kararsız kaldık. Çok milim, santim bir şey var.*

Ş: *Sonra şeye baktık, 1980 yılında hangisindeki yani hangi denklemdenki değer daha yakın diye ona baktık. Gördük ki üstün denklemi daha yakın.*

A: *1980'deki nokta şurada hocam, şimdi bu daha çok yakın. Ama logaritma olduğu zaman bu biraz daha uzak kalıyor. Yani eğim biraz daha aşağıda. O yüzden biz de üs denklemi doğrudur dedik.*

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında belirlemiş olduğu matematiksel modeli doğrulama amacıyla diğer modelleri incelemiştir. G3 grubu polinom, logaritma ve üs modelleri arasından hangi modelin daha uygun olduğunu belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Öğretmen adayları bu modellere ait grafiklerin birbirine çok yakın olması nedeniyle belirlediği üs modelinin uygun bir model olup olmadığına karar verme konusunda zorlanmıştır. G3 grubu bunun üzerine veri grubunda verilen en son değeri bu modellerde yerine yazmıştır. Üs modeli problem verilerine daha yakın bir sonuç verdiği için üs modelinin daha uygun olduğuna karar vermiştir.

4. 2. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Bulguların bu kısmında öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini çözümleri sırasında karşılaştıkları güçlükler matematiksel modelleme sürecinin temel basamakları altında açıklanmıştır. Bu anlamda içerik analizi sonucunda elde edilen kodlar modelleme sürecinin basamakları altında incelenmiştir. Öncelikle öğretmen adaylarının

her bir teorik modelleme probleminin zorluk düzeyine yönelik görüşleri sunulmuştur. Teorik modelleme problemlerinin zorluk düzeyine ilişkin öğretmen adaylarının görüşleri Tablo 40'daki gibidir.

Tablo 40. Teorik Modelleme Problemlerinin Zorluk Düzeyine İlişkin Öğretmen Adaylarının Görüşleri

Zorluk Derecesi	Deniz Feneri					Merdiven					Dönme Dolap					
	G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5	G1	G2	G3	G4	G5	
Çok kolay															✓	✓
Kolay												✓		✓		
Orta	✓	✓		✓		✓							✓			
Zor			✓		✓			✓	✓	✓						
Çok zor							✓									

Tablo 40'da görüldüğü gibi G1, G2 ve G4 grupları Deniz Feneri probleminin orta zorlukta olduğunu düşünürken G3 ve G5 grupları problemin zor olduğu görüşündedir. Merdiven Problemi için G3, G4 ve G5 grupları problemin zor olduğunu, G2 grubu çok zor olduğunu ve G1 grubu problemin orta zorlukta olduğunu düşünmektedir. Dönme Dolap probleminde ise G1, G3 ve G5 grupları problemin kolay olduğu, G4 grubu çok kolay olduğu ve G2 grubu orta zorlukta olduğu görüşündedir. Grupların teorik modelleme problemlerine yönelik görüşleri incelendiğinde gruplar genel olarak Deniz Feneri probleminin orta zorlukta olduğunu, merdiven probleminin zor olduğunu ve Dönme Dolap probleminin ise kolay bir problem olduğunu düşünmektedir.

Teorik modelleme problemlerinde karşılaşılan güçlükler yönelik yapılan içerik analizinden elde edilen kodlar matematiksel modelleme süreci dikkate alınarak Tablo 41'de özetlenmiştir.

Tablo 41. Teorik Modelleme Problemlerinde Karşılaşılan Güçlükler İlişkin Kodlar

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Problemi Anlama	Problemde istenenleri belirleme	Problem ifadesinde geçen durumun yorumlanmasında ve problemde istenenleri belirlemeden problemin basitleştirilmeye çalışılması nedeniyle ortaya çıkan güçlükler
	Problem durumunu zihinde canlandırma	Problemde istenen durumun zihinsel olarak temsil edilmesinde yaşanan güçlükler
	Gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleme	Matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyecek olan gerçek yaşamla ilişkili önemli durumların tespit edilmesinde yaşanan güçlükler

Tablo 41'in devamı

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Basitleştirme	Uygun varsayımlar belirleme	Gerçek yaşam durumlarından kaynaklanan ve uygun matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyen faktörlerin belirlenmesinde yaşanan güçlükler
	Değişkenleri belirleme	Problem verilerinin az olması, bilinmeyen sayısının fazla olması ve problem ifadesinde geçen farklı disipline ilişkin kavramlara (hız, hareket gibi) odaklanılması nedeniyle modelin oluşturulması için gerekli olan değişkenlerin belirlenmesinde yaşanan güçlükler
	Değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme	İki değişkenin eş zamanlı değişimini içeren durumlarını incelemeye yaşanan güçlükler
	Uygun şekli çizme	Değişkenler arasındaki ilişkileri görmek ve matematiksel modele ulaşmak amacıyla problem durumunu yansıtan şeklin uygun şekilde çizilmesinde yaşanan güçlükler
	Teknoloji aracılığıyla probleme ait yapıyı kurma	Yazılımın fonksiyonlarını kullanmaya yönelik yapılan teknik hatalar nedeniyle dinamik yapıların kurulmasında yaşanan güçlükler
Matematikselleştirme	Temel matematiksel kavramlar ile ilgili bilgi eksikliği	Temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği nedeniyle matematiksel modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükler
	Farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin dikkati dağıtması	Problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri (özellikle fizik) çağrıştıran kelimelerin, farklı disiplinlere yönelik değişkenler ve kavramların kullanılmasına neden olması sebebiyle istenen duruma uygun matematiksel modellerin oluşturulmasında yaşanan güçlükler
	Kağıt-kalem ile uygun modeli oluşturma	Matematiksel modelin oluşturulmasına yönelik yapılan kâğıt-kalem çalışmalarında uygun grafik veya şekillerin çizilmemesi veya yapılan işlem hataları nedeniyle uygun modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükler
	Teknoloji aracılığıyla uygun modeli oluşturma	Gerçek yaşam durumuna ait önemli durumların belirlenmesinde yaşanan güçlükler nedeniyle uygun dinamik modelin oluşturulmasında ve yeterli sayıda veri oluşturulamaması nedeniyle uygun regresyon modellerinin oluşturulmasında yaşanan güçlükler
	Sözel ifadeleri cebirselleştirme	Sözel olarak ifade edilen matematiksel ilişkilerin formüle edilmesinde yaşanan güçlükler

Tablo 41'in devamı

Matematiksel Modelleme Süreci	Kodlar	Açıklama
Matematiksel Çalışma	Çözüm için matematiksel bilgiyi uygun şekilde kullanma	Temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği ve matematiksel modelin çözümüne yönelik yapılan işlem hataları nedeniyle matematiksel çalışmalarda yaşanan güçlükler
	Çözüm için teknoloji bilgisini uygun şekilde kullanma	Oluşturulan matematiksel modelin çözümüne ilişkin yazılımı kullanmaya yönelik yapılan teknik hatalar nedeniyle matematiksel çalışmalarda yaşanan güçlükler
Yorumlama	Matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma	Oluşturulan matematiksel modelin sonuçlarının gerçek yaşam ile olan ilişkisini incelemenin göz ardı edilmesi sonucunda modelin sonuçlarının yorumlanmasında yaşanan güçlükler
Doğrulama	Modelin geçerli ve genellenebilir olmasını dikkate alma	Oluşturulan matematiksel modellerin geçerliliğini sağlanmaya ve modelin farklı durumlar için genellenebilir olup olmadığını incelemeye yönelik çalışma yapılmaması nedeniyle modelin doğrulanmasına yönelik yaşanan güçlükler
	Modelin geçerliliği hakkında karar varma	Oluşturulan matematiksel modellerin geçerliliğinin bazı özel durumlar için incelenmesi ve modelin geçerliliğinin tüm durumlar için sağlanamaması nedeniyle modelin doğruluğuna karar verme konusunda yaşanan güçlükler

Bundan sonraki kısımda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yaşadığı güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar matematiksel modelleme sürecinin basamakları altında ele alınacaktır. Elde edilen kodları desteklemek amacıyla her bir koda yönelik çalışma kağıtlarından, bilgisayar ekranı görüntülerinden örneklerle ve betimsel analizlere yer verilecektir.

4. 2. 2. 1. Problem Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Teorik modelleme problemlerinin analiz edildiği bu basamakta öğretmen adaylarının yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 42'de verilmiştir.

Tablo 42. Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Problemi Anlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Problemde istenenleri belirleme	-	G1, G2, G3	G1
Problem durumunu zihinde canlandırma	G1, G5	G3, G4	-
Gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleme	G1, G2, G3	-	G2, G3

Tablo 42’de görüldüğü gibi grupların problemi anlama basamağına yönelik yaşadığı güçlükler: *problemde istenenleri belirleme*, *problem durumunu zihinde canlandırma* ve *gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleme* şeklindedir.

Problemde İstenenleri Belirleme

Bu kod problem ifadesinde geçen durumun yorumlanmasında yaşanan güçlükleri ve problemde istenenleri belirlemeden problemin basitleştirilmeye çalışılması nedeniyle ortaya çıkan güçlükleri ifade etmektedir. Öğretmen adayları Deniz Feneri probleminde istenenleri belirlemede güçlük yaşamazken G1 grubu Merdiven ve Dönme Dolap problemlerinde, G2 ve G3 grupları ise yalnızca Merdiven probleminde istenenleri belirlemede zorlanmıştır. G1 grubu Dönme Dolap probleminde istenenleri tam olarak belirlemeden problemi basitleştirmeye çalışmıştır. Bu nedenle grup üyeleri dönme dolap üzerindeki koltuğun yerden yüksekliğine odaklanmak yerine dönme dolabın bir tur için aldığı yola odaklanmıştır. G1 grubu üyelerinden biri yanlış düşündüklerini problemde dönme dolap üzerindeki koltuğun zamana bağlı yerden yüksekliğini bulmaları gerektiğini ifade etmiştir. Dönme Dolap probleminde istenenleri belirlemeye yönelik G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

B: *Şu h ne?*

H: *h dediğim şu yerden yüksekliği*

B: *Bunun sanki bir formülü vardı.*

H: *Ama sana bir şey söyleyeyim mi? Bunun aldığı yol şurası yani $2\pi r$ ’den.*

S: *Ama bize ne diyor...*

B: *Sabit hareketten değil mi?*

H: *Sabit hareket ama dairesel hareket. Bak şimdi biz aldığı yolu bulmaya çalışıyoruz. Bir turda aldığı yol $2\pi r$. Yani 2π çarpı 3 tur.*

S: *Bence $2r$. Bir turda yerden yüksekliği ne olur? $2r$ olur. Bir de diyor ki bak koltuğun zamana bağlı diyor yerden yüksekliği...*

B: Ama diyor ki 3 tur dönecek.

H: Biz bir turda aldığı yol diyoruz. Sadece bir tur döndüğünde aldığı yol.

B: Ben anlamadım. 3 tura bakmamız gerekmiyor mu?

S: Ama bize diyor ki, zamana bağlı yerden yükseklik.

H: Sen şimdi bir dakikada aldığı yolu diyorsun. Bir turda aldığı yolu diyorsun değil mi?

S: Ama bize sanki onu sormuyor. Diyor ki yerden yüksekliğini soruyor bize. Yani şimdi mesela şu dönme dolabın, diyelim şu koltuğun yerden yüksekliği.

G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problemde istenenleri belirlemeden basitleştirme işlemlerine başlamıştır. Grup üyelerinden biri problemde istenenin bu olmadığını belirtmiş, problem cümlesini tekrar okumuştur. Diğer grup üyeleri ise bu durumu dikkate almadan dönme dolabın bir turda aldığı yolu nasıl hesaplayacaklarını tartışmaya devam etmiştir. Aynı grup üyesi problemde bu durumun sorulmadığını dönme dolap üzerindeki koltuğun yerden yüksekliğini bulmaları gerektiğini ifade etmiştir. G1 grubu uzun bir süre problemde dönme dolabın bir turda aldığı yolun hesaplanmasının istendiğini düşünmüştür. Daha sonra diğer grup üyesinin ısrarlarıyla problemde istenenin bu olmadığını anlamış ve çözüm yolunu değiştirmiştir.

Merdiven probleminde ise G2 grubu problemde ne sorulduğunu anlayamamıştır. Grup üyeleri yapılan odak grup görüşmesinde problemde ne istendiğini belirleme konusunda güçlük yaşadığını belirtmiştir. Problemde geçen sabit hız ifadesi G2 grubunun problemde fiziksel birimlere odaklı bir çözüm yaklaşımı benimsemesine neden olmuştur. G1 ve G3 grupları ise problemde geçen merdiven üzerindeki noktanın kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel model ifadesi ile ne istendiğini anlayamadıklarını belirtmiştir. G3 grubunun Merdiven probleminde istenenleri belirlemeye yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Problemi anladınız mı?

A: Biz soruyu anlamamışız.

Arş: Neden anlayamadınız?

A: Neden biliyor musunuz? Kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel model... Diyorum hareketi ne... Sanki şey, kayma sürecindeki hareketi diyor ya, yani bunu denklemle ifade edeceğiz değil mi bunu?

Ş: Biz kayma hareketini düşme hareketi olarak düşünüyoruz.

Arş: Problem ifadesini mi anlamadınız?

Ş: *Aslında anladık ama biz şöyle düşündük, yere doğru bir düşüş hareketi yaptığını düşünmüştük.*

A: *Biz bunu düşünmedik. Biz sanıyoruz ki hareketini ifade eden matematiksel modelden bir kere biz bir şey anlamamışız. Ben onu anladım. Bizim hiç aklımıza herhangi bir denklem vereceği geldi mi gelmedi. Biz sadece açısı azaldıkça düşecek dedik, bu kadar basit biz hep böyle düşündük.*

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problemde istenenleri belirlemede güçlük yaşamıştır. G3 grubu problemi anlamadığını ifade etmiştir. Grup üyeleri problemde istenen merdiven üzerindeki noktanın kayma sürecindeki hareketi ifadesini yorumlamakta güçlük yaşamıştır. G3 grubu problem ifadesini anladıklarını fakat yanlış düşündüklerini belirtmiştir. Grup üyeleri problem için bir denklem elde edeceklerini düşünmekte güçlük yaşamıştır.

Problem Durumunu Zihinde Canlandırma

Bu kod problemde istenen durumun zihinsel olarak temsil edilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G1 ve G5 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışmasında ve G3 ve G4 gruplarının Merdiven problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G5 grubu Deniz Feneri problemi için doldurduğu çözüm sonrası grup raporunda problemi zihinde canlandırma konusunda zorlandığını ifade etmiştir. G1 grubu ise Deniz Feneri problemini aklında canlandırmakta zorlandıklarını bu nedenle problemi anlamakta güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. G1 grubunun bu duruma yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Problemi anlamakta bir güçlük yaşadınız mı?*

S: *Yaşadık aslında.*

Arş: *Neler yaşadınız?*

H: *Öncelikle anlamakta başta güçlük çektik. Çünkü biraz şey bir soru yani, görüş açısı işte, göreceli bir kavram gibi aslında. Fizik içeriyor gibi. Onu biraz düşünmek, acaba nasıl olur diye aklımızda canlandırmaya çalıştık ama çok zorlandık.*

Arş: *Neden?*

H: *Çünkü soyut bir durumdu yani aslında. Ondan biraz sıkıntı yaşadık.*

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri problemi anlamakta güçlük yaşadığını ifade etmiştir. G1 grubu problemdeki görüş açısı ifadesinin göreceli bir kavram olduğunu, fizik içerdiğini ve bu durumu aklında canlandırmakta zorlandığını

belirtmiştir. Grup üyeleri yaşadığı bu güçlüğü problem durumunun soyut bir durum olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir.

G3 ve G4 grupları ise Merdiven problemini zihninde canlandırmakta güçlük yaşamıştır. G3 grubu yapılan odak grup görüşmesinde noktanın hareketini görebilmek için bir cisim alarak kaydardıklarını, fakat problem durumunu iki boyutlu düşündüklerini ifade etmiştir. G4 grubu da G3 grubu gibi merdiven üzerindeki noktanın merdivenin kayma sürecindeki hareketini anlamakta zorlanmıştır. G4 grubunun bu durum ile ilgili yaşadığı güçlüğü yönelik odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıda verilmiştir:

Arş: Problemi anlamakta zorlandınız mı?

D: Evet zorlandık, çünkü noktanın hareketini anlamakta zorlandık.

Arş: Neden zorlandınız?

İ: Göremedik hocam.

D: En çok zorlandığımız nokta elips oluşturduğunu görmektir.

İ: Aslında görmeye de çalışmadık. Direk biz doğrusal olarak kabul ettik. Yani tek hatamız oydu. Direk doğrusal oluştuğunu düşündük.

Arş: Neden?

D: İşte hocam 3 boyutlu düşünemedik. O hareketi kafamızda canlandıramadık.

G4 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri problemi anlamakta güçlük yaşadığını belirtmiştir. G4 grubu noktanın hareketini anlayamadıklarını, hareketin elips oluşturacağını göremediklerini ifade etmiştir. Grup üyeleri hareketi doğrusal kabul ettiklerini ve hata yaptıklarını belirtmiştir. G4 grubu bu durumun üç boyutlu düşünememelerinden ve hareketi zihinde canlandıramamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir.

Gerçek Yaşam Durumuna Ait Önemli Durumları Belirleme

Bu kod matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyecek olan gerçek yaşamla ilişkili önemli durumların tespit edilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G1, G2 ve G3 gruplarının Deniz Feneri Problemi ile çalışması sırasında ve G2, G3 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G4 ve G5 grupları ise tüm teorik modelleme problemleri için gerçek yaşam durumu ile ilgili önemli durumları tespit edebilmiştir. Deniz Feneri Probleminde G1, G2 ve G3 grupları kıydan yaklaşan bir geminin deniz fenerini her konumda görememesinin dünyanın yuvarlak oluşundan kaynaklandığını belirleyememiştir. Grupların gerçek yaşam durumuna ait bu durumu belirleyememesi, uygun basitleştirme yaklaşımlarının sergilenmesini ve uygun matematiksel modellere ulaşılmasını zorlaştırmıştır. Deniz Feneri probleminde gerçek

yaşam durumuna ait önemli durumları belirlemeye yönelik G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

H: Şimdi bak, normalde deniz fenerinin amacı nedir? Kıyıya yaklaşanların yönünü bulmasıdır değil mi?

B: Evet.

H: Ama sen çok uzak bir şeye açılırsan deniz fenerini göremezsin.

B: Göremezsin, evet.

H: Diyor ki sana, tam diyor gördüğü, görünmeye başladığı noktadan uzaklığı nedir diyor, yükseklik böyle iken. Anladın mı?

B: Anladım, tamam.

H: Mesela deniz fenerinin boyu ne kadar yüksek olursa o kadar açıdan daha çok görür değil mi?

B: Tamam

H: Ama kısa olursa daha çok yaklaşması gerekir. Yani ikisi de artan değerler. Eğer bir fonksiyon olacaksa bu, şu şekilde artan bir değer olması gerekiyor bunun.

G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri gerçek yaşam durumunu tartışmıştır. Grup üyeleri deniz fenerinin boyu ne kadar yüksek olursa deniz fenerinin daha çok mesafeden görüneceğini, kısa olursa geminin kıyıya daha çok yaklaşması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak grup üyeleri kıyıda yaklaşan bir geminin deniz fenerini her konumda görememesinin nedeninin dünyanın yuvarlaklığından kaynaklandığını belirleyememiştir. Grupların gerçek yaşam durumuna ait bu önemli durumu belirleyememesi sürecin basitleştirme, matematikselleştirme gibi sonraki basamaklarında güçlük yaşamasına sebep olmuştur. Bu doğrultuda G1, G2 ve G5 grupları Deniz Feneri probleminde uygun değişkenleri belirleyememiş ve uygun matematiksel modellere ulaşmakta güçlük yaşamıştır.

Dönme Dolap probleminde ise G2 ve G3 grupları problemin gerçek yaşamdaki anlamını düşünmeden probleme matematiksel olarak yaklaşmıştır. Bu gruplar dönme dolap üzerindeki koltuğun sadece bir turda aldığı yola odaklanmıştır. G2 ve G3 gruplarının bu yaklaşımı sürecin ilerleyen aşamalarında uygun modellere ulaşılmasında güçlük yaşatmıştır. Dönme Dolap probleminde gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirlemeye yönelik G2 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

H: Mesela şu koltuğun bir noktadan başka bir noktaya geldiği zaman şu dik yüksekliği istiyor ya benden.

B: Tamam.

H: Şuradaki hareketi etkileyen şey yer çekimi ivmesi değil mi?

B: Evet.

H: Yer çekimi ivmesi için de buna bağlı denklemleri yazacağız. Ama dur, aynı zamanda hıza bağlı da gider mi bu?

E: Ama bu yarıçapa bağlı.

H: Yarıçapı nerede kullanacağız ki?

E: İşte tepede yerden yüksekliği 2r.

H: Bir turda aldığı yolu bulacağız.

B: Ama 3 tur diyor burada.

H: Tamam biz bir turu bulalım önce.

G2 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri problemin gerçek yaşam anlamını düşünmeden matematiksel işlemlere odaklanmıştır. Grup üyeleri dönme dolap üzerindeki koltuğun hareketinin yer çekimine bağlı olduğunu ve yerçekimine bağlı bir denklem oluşturmaları gerektiğini ifade etmiştir. G2 grubu dönme dolabın bir turda aldığı yol için modeli oluşturacaklarını ifade etmiştir. G2 grubunun bu yaklaşımı sürecin ilerleyen basamaklarında trigonometrik ilişkiyi görmelerini zorlaştırmıştır.

4. 2. 2. 2 Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Matematiksel modelleme sürecinin basitleştirme basamağında gruplar problem durumunu matematiksel bir forma dönüştürmek amacıyla ön çalışmalarda bulunmuştur. Grupların basitleştirme basamağına yönelik yaşamış olduğu güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 43'te verilmiştir.

Tablo 43. Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Kod	Basitleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler		
	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Uygun varsayımlar belirleme	G2, G3	G2	G1, G3
Değişkenleri belirleme	G1, G2, G3, G4, G5	G1, G2, G4	G1, G2, G3
Değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme	-	G1	-
Uygun şekli çizme	G5	-	-
Teknoloji aracılığıyla probleme ait yapıyı kurma	G1	G1, G3, G4, G5	G2, G3

Tablo 43'te görüldüğü gibi grupların basitleştirme basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *uygun varsayımlar belirleme, değişkenleri belirleme, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme, uygun şekli çizme ve teknoloji aracılığıyla probleme ait yapıyı kurma* şeklindedir.

Uygun Varsayımlar Belirleme

Bu kod teorik modelleme problemlerinde gerçek yaşam durumlarından kaynaklanan ve uygun matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyen faktörlerin belirlenmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu bağlamda G1, G2 ve G3 grupları modele kolaylıkla ulaşmak için bazı önemli durumları ve değişkenleri ihmal ederken G4 ve G5 grupları uygun varsayımlarda bulunabilmiştir. G1 ve G3 grupları Dönme Dolap Probleminde dönme dolabın kendine ait yerden yüksekliği olduğunun farkında olmasına rağmen bu durumun oluşturacakları matematiksel modele ulaşmada zorluk yaşatacağını düşünmüştür. Bu nedenle dönme dolabın yerden yüksekliğinin olmadığını varsayımıştır.

G2 ve G3 grupları ise Deniz Feneri problemi ile ilgili çözüm sonrası grup raporunda uygun varsayımlar belirleyemediklerini ifade etmiştir. G2 ve G3 grupları değişkenlerin fazla olması nedeniyle uygun varsayımları belirlemede güçlük yaşamıştır. G3 grubunun Deniz Feneri probleminde bu duruma yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Grup raporunuzda uygun varsayım belirleyemedik demişsiniz. Neden belirleyemediniz?

M: Hocam biz şimdi şöyle düşündük. Üçgen gibi düşündük bunu. Hani önce kayalığı alacak mıyız almayacak mıyız, buradan bunu görürken şunun etkisi var mı yok mu diye düşündük. Ama biz ne burayı (geminin deniz fenerine uzaklığı) biliyoruz ne de burayı (hipotenüsünü) biliyoruz. Hani işte Pisagor'dan gitsek ya da işte benzerlikten gitsek diyoruz ama bir şey bulamıyoruz.

Arş: Neden bulamadınız?

Ş: Çünkü çok fazla değişken vardı. Buradan ileri gidemedik yani neyi varsaymayalım diyoruz, burayı varsayamayız, e burayı varsaymasak sonucu bulamayız. O yüzden çok zorlandık.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi öğretmen adayları hangi değişkenleri modelde kullanmaları gerektiğini ve hangi değişkenleri ihmal edeceklerini belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri çok fazla değişken olması nedeniyle varsayımlarını belirlerken zorlandıklarını ifade etmiştir.

Değişkenleri Belirleme

Bu kod problem verilerinin az olması, bilinmeyen sayısının fazla olması ve problem ifadesinde geçen farklı disipline ilişkin kavramlara (hız, hareket gibi) odaklanılması nedeniyle modelin oluşturulması için gerekli olan değişkenlerin belirlenmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod Deniz Feneri probleminde tüm gruplarda, Merdiven probleminde G1, G2, G4 gruplarında ve Dönme Dolap probleminde G1, G2 ve G3 gruplarında ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adaylarının ön bilgileri, geçmiş deneyimleri, problemi uygun şekilde anlamlandırmaları, problemin bağlamı ile teknoloji aracılığıyla ulaştıkları ve inceledikleri veriler bu değişkenlerin belirlenmesinde etkili olmuştur. Deniz Feneri probleminde tüm gruplar uygun değişkenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu problemde tüm gruplar problem verilerinin çok az olduğunu ve bu nedenle değişkenleri belirlemede zorlandıklarını ifade etmiştir. G4 grubunun bu duruma yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Bu problemde en çok hangi aşamada zorlandınız?

D: İlk başta şeyi bulana kadar, dünyanın yarıçapını kullanalım diyene kadar şuraya geldik, mesela dik üçgeni çizdik, ondan sonrası kaldı.

Ö: Orada kaldık öylece.

Arş: Neden kaldınız?

D: Çünkü elimizde sadece tek veri var. Ama bilinmeyen bir sürü şey, iki tane bilinmeyenimiz var. Hangilerini değişken olarak alalım diye çok düşündük, bilinmeyen çok fazlaydı. O yüzden bir şey yapamadık başta.

G4 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri problemi basitleştirmek amacıyla bir şekil çizmiştir. Fakat şekil üzerinde değişkenleri belirleme konusunda güçlük çekmiştir. G4 grubu bu durumun ellerinde sadece tek bir veri olmasından ve bilinmeyen sayısının fazla olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. Grup üyeleri bilinmeyenlerden hangilerini değişken olarak kullanacakları konusunda kararsız kalmıştır. Daha sonra grup üyelerinden birinin aklına dünyanın yarıçapını kullanmak gelmiş ve değişkenlerini uygun şekilde belirleyebilmiştir. Bu doğrultuda gerçek yaşam durumuna ait önemli durumların belirlenmesi uygun değişkenlerin belirlenmesinde etkili olmuştur.

Merdiven probleminde ise problem cümlesinde yer alan sabit hız kavramı G5 grubu dışındaki diğer grupların fizik disiplinine yönelmesine sebep olmuştur. G1, G2, G3 ve G4 grupları başlangıçta değişkenlerini belirlerken yatay ve düşey düşme hareketi denklemlerine yönelik hız, zaman, kütle, yer çekimi gibi değişkenleri dikkate almıştır. G3

grubu dışındaki diğer gruplar bu değişkenler ile problemde istenen duruma ulaşamayacaklarını fark ederek değişkenlerini tekrar gözden geçirmiştir. Ancak G1, G2 ve G4 grupları uygun değişkenleri belirleme konusunda güçlükler yaşamıştır. Gruplar değişkenleri belirleme konusunda yaşadıkları güçlüğü bilinemeyen sayısının fazla olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. G2 grubunun değişkenleri belirlemeye yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Bu problemde neden zorlandınız?*

H: *Hız mı var, ne var anlayamadık. Fiziğe girsek mi karar veremedik.*

G: *Hocam yani fizik gibi geldi zaten.*

Arş: *Neden? Biz sizden matematiksel bir ilişki oluşturmanızı istedik.*

G: *Hocam hız deyince benim aklıma hiç matematiksel bir şey gelmiyor. Ben sabit hızla deyince sadece belli bir hızda belli bir mesafe, belli bir yol alacak gibi düşündüm ama fiziğe yöneldik yine de.*

Arş: *Grup raporunuzda sayısal bir veri olmaması nedeniyle alacağı yol hakkında sadece tahminde bulunabildik demişsiniz. Bunu açıklayabilir misiniz?*

H: *Bir tane şey dese, mesela hareket ettirince şu kadar yol alıyor dese, sonra tekrar bir tane daha verse.*

G: *Zamanı verse daha şey olabilir. Mesela şu kadar dakikada şu kadar, 10 dakikada şu kadar yol alsın.*

H: *Sayısal veri olmaması biraz karıştırdı o süre, hız, değişkenler.*

G: *Aslında biz eğimden gitmeye çalıştık ama yok yani. Kullandık ama hiçbir şeye yaramadı. Çünkü gerçekten değer almamız gerekiyordu. Ama almamışız.*

S: *Yani arada bir açı var.*

Arş: *Modeli neden oluşturamadınız?*

G: *Oradan gidemedik. Ya hocam, soru biraz zordu.*

Arş: *Neden zordu?*

H: *Açıkçası o şeyler, hız falan dikkatimizi dağıttı.*

G: *Evet yani çok şey, hiç değer yoktu.*

Arş: *Grup raporunuzda model oluşturmada değişkenlerin çok fazla olması nedeniyle zorluk yaşadık demişsiniz. Açıklar mısınız bu cümleyi.*

H: *İşte o hızlar falan.*

G: Merdivenin boyu yok. Yani duvarın boyu yok, açı yok, hareket süresi yok. Bir sürü değişken yani. Neyi kullanacağımıza karar veremedik.

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri problemde geçen sabit hız ifadesi nedeniyle hız değişkenine odaklanmıştır. G2 grubu başlangıçta fizik disiplinine yönelik değişkenler belirlemiştir. Grup üyeleri bu değişkenlerle istenen durumu elde edemeyeceklerini fark etmiş ve değişkenlerini yeniden düzenlemeye karar vermiştir. Ancak G2 grubu problemde sayısal bir veri olmaması nedeniyle değişkenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri problemin zor olduğunu, hız kavramının dikkatlerini dağıttığını ve sayısal değer olmadığı için zorlandıklarını ifade etmiştir. G2 grubu merdivenin boyu, duvarın boyu, açı ve hareket süresi gibi çok fazla değişken olması nedeniyle hangi değişkenleri kullanacağı konusunda kararsız kalmıştır.

Dönme Dolap probleminde ise G1, G2 ve G3 grupları başlangıçta problemi fizik disiplini ile ilişkilendirmiş, dönme dolabın hareketini dairesel harekete benzetmiştir. Bu nedenle öğretmen adaylarının ön bilgileri ve geçmiş deneyimleri değişkenleri belirlemelerinde fizik disiplinine yönelmelerine sebep olmuştur. G1, G2 ve G3 grupları başlangıçta fiziksel birimlere odaklı değişkenler belirlemelerine rağmen bu değişkenlerle istenen durumu elde edemeyeceklerini anlamıştır. Bu nedenle gruplar değişkenlerini tekrar gözden geçirmiştir. Daha sonra her üç grup dönme dolap üzerindeki koltuğun belli sürelerdeki yerden yüksekliğine ait veriler oluşturmuş ve değişkenlerini uygun şekilde belirleyebilmiştir. Dönme Dolap problemin için G1 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinde öğretmen adaylarının değişkenleri belirlemeye yönelik yaşadığı güçlüğe ilişkin konuşmaları aşağıdaki gibidir:

Arş: En çok hangi aşamada zorlandınız?

B: Veriler çok azdı, hangi değişkenleri kullanacağımıza karar veremedik.

H: Yani mesela şu denklemi oluştururken veri oluşturup, hani şöyle bir grafik oluşturmak mesela aklımıza sonradan geldi. Bunu eğik atışla bağdaştırmaya çalıştık. Fakat hani sabit bir hız var. Ama eğik atışta hani azalan, 0 olan bir hız var.

E: Hız değişimi bizi biraz zorladı. O yüzden dedik ki hızdan değil de yoldan gidelim. Hani hız-zaman grafiği yerine yol-zaman grafiği. Daha sonra yol-zaman grafiğinin eğiminden hıza geçelim dedik. Bunun eğimini de burada açı olmadığı için bulamadık.

B: Değişkenlere karar veremedik. Orada bir sıkıntı yaşadık.

G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri en çok değişkenleri belirleme konusunda zorlandıklarını ifade etmiştir. Öğretmen adayları bu durumun

verilerin az olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. G1 grubu diğer modelleme problemlerinde olduğu gibi fiziksel birimlere odaklı değişkenler belirlemiştir. Fakat açılış değişkenini belirleyemedikleri için bu değişkenlerle istenen durumu elde edemeyeceklerini anlamıştır. G1 grubu daha sonra problem durumu için veriler oluşturularak matematiksel modellerini oluşturmuştur.

Değişkenler Arasındaki İlişkiyi Belirleme

Bu kod iki değişkenin eş zamanlı değişimini içeren durumlarını incelemeye yönelik yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleme kodu yalnızca G1 grubunun Merdiven problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G1 grubu merdiven üzerindeki noktanın konumu ile noktanın kayma sürecinde aldığı yol arasındaki ilişkiyi belirlemede oldukça zorlanmıştır. Merdiven probleminde değişkenler arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik G1 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

H: *O zaman hareket şöyle oluyor ya... Şu (eline kalemi alarak merdivenin hareketini gösteriyor) mesela sadece yatayda yol alıyor. Bir merdivenin düşüşünü hayal et. Çektiğini hayal et. En üstteki şu merdivenin birinci hali olsun. Şu (kalemin ucu) yere gelecek, şu (kalemin arka ucu) ileri gidecek.*

S: *Evet.*

H: *Şöyle en üstteki nokta boyu kadar yol alır. Merdiven en üstü merdivenin boyu kadar yol alır.*

S: *Evet doğru.*

H: *Merdivenin altı yine boyu kadar yol alır. Değil mi?*

S: *Evet, tamam.*

H: *Ortası yarısı kadar yol alır. Yere dik uzaklığı kadar yol alır. O zaman şöyle diyebilir miyim? Merdiven üzerindeki her nokta yere dik uzaklığı kadar mı alır? Ama yok... O zaman en alttaki nokta da boyu kadar yol alıyor. En üstteki de boyu kadar alıyor.*

B: *Eee, ne oluyor bu durumda?*

H: *Bak şimdi şu merdivenin ortasındaki yarısı kadar yol almıyor mu?*

B: *Alıyor mu?*

H: *Off, nasıl oluyor ya...*

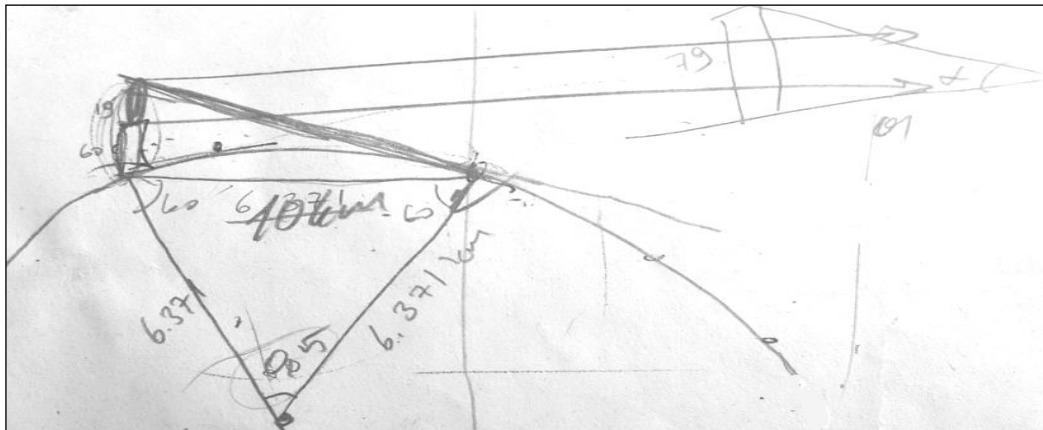
G1 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri merdiven üzerindeki noktanın belli konumları için aldığı yolu incelemeye çalışmıştır. G1 grubu bu amaçla bir kalem alarak durumu canlandırmaya çalışmıştır. Grup üyelerinden biri kalemi zemin üzerinde kaydırarak kalemin iki ucunun aldığı mesafeyi tartışmıştır. Ancak grup üyeleri

noktanın hareketi ile aldığı yol arasındaki ilişkiyi belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Yapılan odak grup görüşmesinde G1 grubu yaşadığı bu güçlüğü problem durumunu zihinde canlandıramamalarından ve üç boyutlu düşünememelerinden kaynaklandığını ifade etmiştir. Ayrıca G1 grubu GeoGebra'da dinamik yapıyı oluşturamamaları nedeniyle değişkenler arasındaki ilişkiyi görmekte zorlandıklarını ifade etmiştir. G1 grubunun değişkenleri ilişkilendirmeye yönelik yaşadığı bu güçlük uygun matematiksel modelleri oluşturmalarında da güçlük yaşamalarına sebep olmuştur.

Uygun Şekli Çizme

Bu kod değişkenler arasındaki ilişkileri görmek ve matematiksel modele ulaşmak amacıyla problem durumunu yansıtan şeklin uygun şekilde çizilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G5 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

Gruplar teorik modelleme problemlerinde ilişkileri daha iyi görebilmek amacıyla problem durumuna ve değişkenlere ait şekiller çizmiştir. Öğretmen adaylarının çizmiş olduğu şekiller uygun matematiksel modele ulaşmalarına büyük ölçüde katkı sağlamıştır. Ancak G5 grubu Deniz Feneri probleminde uygun şekli çizmekte zorlanmıştır. G5 grubu başlangıçta çizmiş olduğu şekilde dünyanın tamamını çizmemiştir. Ayrıca G5 grubu deniz feneri için çizdiği doğru parçasını dünyanın merkezine dik olarak çizmemiştir. Bu nedenle öğretmen adayları ilişkileri görmekte ve matematiksel modele ulaşmakta güçlük yaşamıştır. G5 grubunun Deniz Feneri problemi için çizdiği şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 70. G5 grubunun deniz feneri problemi için çizdiği şekil

Şekil 70'de görüldüğü gibi G5 grubu dünyayı yay şeklinde çizmiştir. Ayrıca G5 grubu deniz fenerini dünyanın merkezine dik olarak çizmemiştir. Bu durum yarıçapı kullanarak ilişkilerin belirlenmesini zorlaştırmıştır. G5 grubunun Deniz Feneri probleminde bu duruma yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Problemi zor olarak değerlendirmişsiniz, neden zor?*

M: *Bunu oturtamadık biz. Şu şekli böyle çizemedik.*

S: *Şu şekli bulmak biraz zordu hocam. Orası biraz sıkıntıydı.*

Arş: *Neden?*

M: *Hani dünya yuvarlak tamam, tamamı görünmez o da tamam.*

T: *Evet, hepsini biliyoruz.*

M: *Ama yay şeklinde çizdik. Hiç tamamını çizip de bakmaya çalışmadık başta.*

T: *Şu aradaki açıdan gitmeye çalıştık falan bir şeyler yaptık.*

S: *Bir de aslında hocam hep hatamız şuradaydı. Şunu (deniz fenerini) şöyle dik çiziyorduk. Bunu (geminin deniz fenerine uzaklığını) da böyle. Yani çapa eşit çizdiğimizde gördük yani. Hep şöyle dik çizdik, hiç aklımıza gelmedi yani.*

G5 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri probleme ait şekli uygun şekilde çizmekte zorlanmışlardır. Grup üyeleri modeli oluştururken dünyanın yuvarlak oluşundan yararlanacaklarını belirlemiştir. Fakat G5 grubu şekli çizerken dünyanın tamamını çizmemiş, dünyayı yay şeklinde çizmiştir. Ayrıca deniz feneri için çizdiği doğru parçasını dünyanın merkezine dik olarak çizmemiştir. G5 grubu şekli uygun biçimde çizmediği için matematiksel modele ulaşmakta zorluk yaşamıştır. Grup üyeleri daha sonra şekil üzerinde dünyanın tamamını çizmeleri gerektiğini fark etmiş, böylelikle ilişkileri görebilmiştir.

Teknoloji Aracılığıyla Probleme Ait Yapıyı Kurma

Bu kod yazılımının fonksiyonlarını kullanmaya yönelik yapılan teknik hatalar nedeniyle dinamik yapıların kurulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Deniz Feneri probleminde G1 grubu, Merdiven probleminde G2 hariç tüm gruplar ve Dönme Dolap probleminde ise G2 ve G3 grupları yazılımda dinamik yapıları oluşturma konusunda güçlük yaşamıştır. G1 grubu Deniz feneri probleminde bir doğru çizmiş, daha sonra bu doğruya dik bir doğru parçası olarak deniz fenerini belirlemiştir. Daha sonra bu doğru üzerinde bir nokta alarak gemiyi belirlemiştir. G1 grubu gemi olarak belirlediği doğru üzerindeki noktayı sürgüye bağlayarak açının sıfır derece olduğu anda geminin deniz fenerine uzaklığını incelemeyi amaçlamıştır. Ancak G1 grubu noktayı sürgüye bağlama konusunda güçlük yaşamıştır. G1 grubunun bu duruma yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Nasıl bir çözüm yolu belirlediniz?*

H: *Yani öncelikle şöyle düşündük. Yani bu fenerle birlikte mesela 60m rakım diyor. Yüksekliği de 19m. O zaman dedik ki deniz seviyesinden 79m*

yukarıdadır. Aradaki uzaklık da x olsun dedik. Orada bir diklik oluştuğunu ve bir üçgen oluşturabileceğimizi düşündük. Ama burada açımız değiştiği için aslında başta üçgen olmamış oluyor.

B: *Evet, önce bir bocaladık nasıl olacak falan diye. Yani şunu düşündük bizim ilk gördüğümüz açı 0 dereceden çok çok az büyük bir açı ile biz ilk görüşümüzü yapacağız. 0,001 gibi yani, çok çok küçük. Dolayısıyla sıfırdan başlayıp 90'a kadar gidebilecek bir şey oluşturduk, programda oluşturmaya çalıştık.*

Arş: *Programı kullanma konusunda biraz sıkıntı yaşadık demişsiniz. Ne yönden sıkıntı yaşadınız?*

B: *Aslında açıkçası biz bu Geogebra'da geometrik olarak gördüğümüz işlemlerde bunları oturtamadık. Ben noktayı doğruya bağlamakta falan sıkıntı çektim açıkçası.*

Arş: *Neden?*

B: *Bağlamayı buldum ama bağlayamadık yani, oradaki butona tıkladık ama bağlayamadık. Neden kaynaklandığını bilmiyoruz aslında*

H: *Biz dinamik yapı oluşturmaya çalıştık ama olmadı yani. Daha sonra en sonunda işte bu c (gemi için belirledikleri nokta) noktasını sabitledik d doğrusuna. Ve şu noktayı da sabit tutunca bunun giderek açısını büyütüp küçültebildik. C yi sürgüleyebildik yani. Biraz zor oldu ama yaptık.*

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında problem durumuna ait yapıyı oluşturmaya çalışmıştır. Ancak G1 grubu yazılımı kullanma konusunda güçlükler yaşamıştır. G1 grubu yazılımda gemi olarak belirledikleri noktayı (c noktası) doğruya bağlama konusunda güçlük yaşadığını belirtmiştir. Grup üyeleri bu durumun neden kaynaklandığını bilmediklerini ifade etmiştir. G1 grubu dinamik yapıyı oluşturmakta zorluk yaşadıklarını ancak daha sonra yapabildiklerini ifade etmiştir.

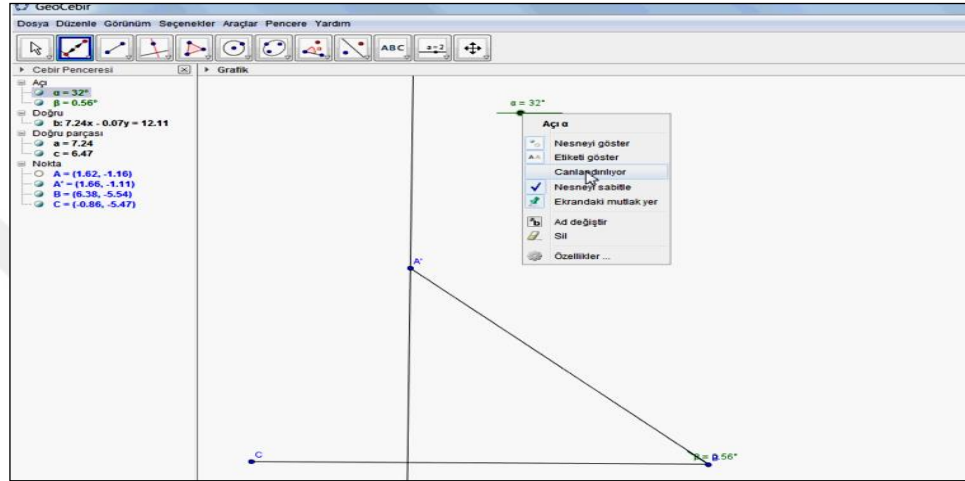
Merdiven Probleminde ise G2 grubu hariç tüm gruplar GeoGebra yazılımında merdivene ait dinamik bir yapı oluşturarak ilişkileri görmeyi amaçlamıştır. Gruplar koordinat düzleminde sabit bir uzunluk alarak merdiveni çizmiştir. Daha sonra merdivenin kayma sürecinde merdiven üzerindeki noktanın eksenlerden uzaklığını belirlemek amacıyla yazılımın sürgü özelliğini kullanmaya çalışmıştır. Ancak gruplar sürgüyü oluşturma konusunda güçlük yaşamıştır. Merdiven probleminde GeoGebra yazılımında probleme ait yapıyı kurmaya yönelik G3 grubu içinde gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir:

A: *Aaa şey yapalım. Sürgüyle yapalım. Şey vardı ya, sürgü, oynuyordu.*

S: *Mantıklı. GeoGebra'da yapalım.*

- A: *Şimdi bir merdiven boyu belirleyelim tamam mı? Bir tane doğru parçası al şuradan.*
- S: *Doğru parçasından önce sürgüleri yazmamız gerekiyordu hatırlıyor musun?*
- A: *O zaman tamam sürgüyü yapalım.*
- S: *Sürgünün boyu şimdi bizde önemli. Biz boyu bilmiyoruz.*
- Ş: *Şimdi bu diyor ki, ben seni anladım. Açığı sürgüleyelim diyor. Mesela diyor ki 45-90 arasındaki açığı sürgü yapalım diyor. Sen boydan bahsediyorsun.*
- S: *Şimdi açı ilk başta 90'ken... En başta 90. .*
- A: *O zaman buna alfa diyelim.*
- Ş: *Bence maksimum 90 olacak. Minimum 0 olacak. Ya da 45-90 ayrı ayrı değerlendireceğiz. 0-45, 45-90 diye.*
- A: *Artış?*
- Ş: *Bence beş beş olsun. Çünkü ne kadar azaltırsan o kadar iyi.*
- A: *Şimdi ben bunun buraya dayanmasını istiyorum. Merdiven olarak doğruya. Ama onu nasıl yapacağız işte?*
- Ş: *Önce doğruyu seçeceğiz.*
- A: *Uzunluk da var mı acaba?*
- Ş: *Uzunluğu sürgüye bağlayabiliyoruz.*
- A: *Acaba dik mi ya? Dik bir doğru mu yapsak?*
- Ş: *Şey yapsak, dik üçgen çizsek.*
- S: *Şunların hepsini bir kaldırın bence.*
- Ş: *Önce bir dik doğru çizelim. Tamam. Şimdi dik üçgen oluşturalım.*
- S: *Şimdi biz bunu nasıl sürgüye bağlayacağız?*
- Ş: *Şimdi biz AA'yü sürgüye bağlayacağız şu anda.*
- S: *Neden olmadı? Of üçgenden olmayacak o zaman. Biz açığı bağlayacaktık o zaman. Alfaya bağlayacaktık. Alfa 57 derece.*
- Ş: *Canlandır de bir bakalım?*
- A: *Neden bizim açımız ters işliyor? Açımızı ters yaptık. Saat yönünün tersi yapacaktık.*
- Ş: *Neden olmuyor?*
- A: *Biz niye bunu yapamadık ya...*

G3 grubun ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri GeoGebra yazılımında merdiven problemine ait bir yapı oluşturmaya çalışmıştır. Grup üyeleri sabit uzunluklu bir doğru parçası olarak merdiveni oluşturmuştur. G3 grubu sürgüyü doğru parçasına mı, açığa mı bağlayacakları konusunda kararsız kalmıştır. G3 grubunun Merdiven probleminde geometrik yapıyı kurmaya yönelik GeoGebra'da yaptığı çalışmalar Şekil 71'de verilmiştir:



Şekil 71. G3 grubunun merdiven probleminde geometrik yapıyı kurmaya yönelik GeoGebra'da yaptığı çalışmalar

Şekil 71'de görüldüğü gibi G3 grubu açığa bağlı değişen bir sürgü oluşturmaya çalışmıştır. Grup üyeleri oluşturdukları sürgüyü canlandırmış fakat uygun bir yapı kuramadıkları için sürgü çalışmamıştır. G3 grubunun bu duruma yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Modeli neden oluşturamadınız?*

Ş: *Hocam biz bunu belki GeoGebra'da görebilseydik bunu yapabiliirdik.*

Arş: *Neden göremediniz?*

A: *Hocam şimdi biz ne yapmak istedik. Sürgü oluşturmak istedik. Dikey, yatay koordinat düzleminde bir merdiven yapacaktık. Sonra onu canlandırıp izini açacaktık. Yaptığı hareketi görmüş olacaktık.*

Ş: *Evet ama biz onu göremedik*

A: *Biz onu yapamadığımız için göremedik.*

Arş: *Neden yapamadınız?*

A: *Yapamadık, çok uğraştık.*

- Ş: *Geogebra'yi kullanamadık işte.*
- M: *Biz hatta bunu yapmaya karar verdiğimizde üçümüz bununla uğraştık. Ayça başka bir bilgisayarda sürgüyle uğraştı ama yine olmadı.*
- Ş: *Mesela açığı bile ayarlayamadık. Elimiz ayağımıza karıştı. Öyle bir durum oldu.*
- A: *Aslında ben bir ara çok yaklaştığımı hissettim de hocam şu doğru üzerinde şu noktayı bir türlü oynatamadım gitti ya.*
- Ş: *Onun için biz sıkıntı yaşadık.*
- Arş: *Güçlüğü daha çok GeoGebra programını kullanırken yaşadık demişsiniz.*
- Ş: *Sürgüyü oluşturamadık. O noktayı oynatamadık. O şeyi hani biz mesela oradaki geometrik yer ifadesini kullanacaktık aslında. Geometrik yeri gördük. Ama biz orada onu bağdaştıramadık yani.*
- A: *Geometrik yeri bulmaya gerek yoktu ki ya şunu yapabilseydik, eğer şu koordinatta şu doğruyu noktaya bağlayabilseydim, şuradaki dik doğruya bağlayabilseydim, onun izini açtığım zaman o açığı bağlı olarak sürgüyü değiştirecektik. Böyle hareket edecekti işte.*
- Ş: *Zaten o bahsettiğin geometrik yer oluyor senin. Noktanın hareketi geometrik yer oluyor.*
- A: *İzini açacaktık işte aynı şeydi, olmadı yapamadık.*
- Arş: *Neden yapamadığınızı düşünüyorsunuz?*
- Ş: *İşte kullanamadık programı, yani beceremedik, unutmuşuz. Hocam onu orada görüyoruz mesela bir şeyler yapıyoruz ama açığı olmuyor. Onu kuramadık şeyde GeoGebra'da.*
- A: *Bence yeterince pratik yapmadığımız için zorlanıyoruz. Üzerinde daha çok çalışmamız lazım.*

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri sürgü oluşturarak merdiven üzerindeki noktanın hareketini görmek istemiştir. Ancak G3 grubu sürgüyü oluşturmakta güçlük yaşamıştır. Grup üyelerinin her biri bu yapıyı oluşturmak için ayrı ayrı çalışmıştır. Fakat öğretmen adayları doğru parçası üzerindeki noktayı sürgüye bağlayamadığından noktanın hareketini görememiştir. G3 grubu programı kullanamamalarını ve yeterince pratik yapmamalarını yaşadıkları bu güçlüğü sebebi olarak göstermiştir.

Dönme dolap probleminde ise G2 ve G3 grupları GeoGebra yazılımında dönme dolaba ait yapıyı kurmaya çalışmıştır. Gruplar bu amaçla yazılımda bir çember çizmiştir.

Daha sonra çember üzerinde bir nokta belirleyerek bu noktayı sürgüye bağlamaya çalışmıştır. Ancak grup üyeleri Merdiven probleminde olduğu gibi noktayı sürgüye bağlama konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri bu nedenle uygun yapıyı oluşturamamıştır.

4. 2. 2. 3. Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Matematiksel modelleme sürecinde gerçek dünyanın matematiksel dünyaya dönüştürüldüğü bu basamak altında öğretmen adayları matematiksel modele ulaşmakta çeşitli güçlükler yaşamıştır. Grupların sürecin önceki basamakları olan problemi anlama ve basitleştirme aşamasında yaşadıkları güçlükler matematikselleştirme basamağındaki yaklaşımlarını etkilemiş, bu basamağın uygun bir şekilde tamamlanmasını güçleştirmiştir. Öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde matematikselleştirme basamağına yönelik yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 44'te verilmiştir.

Tablo 44. Matematikselleştirme Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Temel matematiksel kavramlar ile ilgili bilgi eksikliği	-	G1, G2, G3	G1, G2, G3
Farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin dikkati dağıtması	-	G1, G2, G3	G1, G2, G3
Kağıt-kalem ile uygun modeli oluşturma	G3	G1, G2, G3	G1, G2, G3
Teknoloji aracılığıyla uygun modeli oluşturma	G1, G2	-	G3
Sözel ifadeleri cebirselleştirme	G4	G2, G3	-

Tablo 44'te görüldüğü gibi öğretmen adaylarının matematikselleştirme basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *temel matematiksel kavramlar ile ilgili bilgi eksikliği, farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin dikkati dağıtması, kâğıt-kalem ile uygun modeli oluşturma, teknoloji aracılığıyla uygun modeli oluşturma ve sözel ifadeleri cebirselleştirme* şeklindedir.

Temel Matematiksel Kavramlar İle İlgili Bilgi Eksikliği

Bu kod temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği nedeniyle matematiksel modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G1, G2, G3

gruplarının Merdiven ve Dönme Dolap problemlerinde ortaya çıkmıştır. Merdiven probleminde grupların elips ve geometrik yer bulma kavramlarına ilişkin matematiksel bilgi eksiklikleri uygun matematiksel modeli oluşturmaları konusunda güçlük yaşatmıştır. Benzer şekilde Dönme Dolap probleminde periyot ve trigonometrik fonksiyon kavramlarına ilişkin bilgi eksiklikleri ve bu probleme yönelik basitleştirme basamağında yaşadıkları güçlükler (uygun grafiği çizme, değişkenler arası ilişkileri belirleme) grupların uygun matematiksel modele ulaşmalarını zorlaştırmıştır. G3 grubunun Dönme Dolap probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Arş: Neden problemi matematiksel olarak ele almıyorsunuz?

A: Bu zaten sinüs ya da kosinüs denklemlerinden birine benziyor. Ama biz hiç sinüs grafiğini hareket problemine bağlandıran bir problem çözmedik ki hiç. Biz bütün hareket problemlerini fizik yöntemleriyle çözmeye çalıştık.

S: Evet doğru söylüyor hocam. Matematiğe bile aktarılan hareket problemleri çok az yani.

A: Belli başlı şeyler. Sinüs grafiğini tek şey, sinüs konusunu işleriz, en son grafiği verirler. O kadar. Bu konuda çok fazla bilgimiz yok. Ne bileyim periyot olsun, sinüs grafiği falan olsun bunları çok kullanmadık biz. O yüzden de kullanmakta, ya da görünce bu sinüs denklemdir demekte güçlük çekiyoruz.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri trigonometrik fonksiyonların uygulamalarına ait deneyimlerinin az olduğunu ifade etmiştir. G3 grubu hareket problemlerini daha çok fiziksel yöntemlerle çözmeye çalıştıklarını ve bu problemleri sinüs grafiği ile ilişkilendiren bir uygulama yapmadıklarını belirtmiştir. Grup üyeleri periyot ve sinüs gibi kavramları çok kullanmadıklarını, bu nedenle bu kavramlara yönelik uygulamalarda zorlandıklarını ifade etmiştir.

Benzer şekilde G2 grubu da Dönme Dolap probleminde trigonometrik fonksiyonları günlük hayatla ilişkilendiren çok fazla uygulama yapmadıklarını ve bu nedenle matematiksel modeli oluştururken güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. G2 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıdaki gibidir:

Arş: Matematikse modeli oluştururken neden zorlandınız?

G: Çünkü yeterince bilgimiz yok.

N: Ya da bilgiyi kullanacak böyle problemlerle çok karşılaşmıyoruz. O yüzden bilgilerimizi de kullanamıyoruz.

S: *Evet, keşke her konuyla ilgili böyle problemler çözsük. Gerçek hayatla ilişkili daha fazla soru çözmemiz lazım bence. O zaman belki fizik gibi düşünmeyiz hep. Matematiksel düşünürüz.*

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri yeterli bilgilerinin olmadığını ifade etmiştir. G2 grubu matematiksel modeli oluştururken yaşadıkları yeterince bilgilerinin olmamasından veya bilgilerini kullanacakları gerçek yaşam problemleriyle çok karşılaşmamalarından kaynaklandığını belirtmiştir. Grup üyeleri her matematik konusuna yönelik gerçek yaşamla ilişkili daha çok deneyim yaşamalarının gerektiğini ve böylelikle fiziksel çözümler yerine matematiğe yöneleceklerini ifade etmiştir.

G1 grubu ise Merdiven probleminde matematiksel modeli bazı özel durumlar için incelemiş ve matematiksel modele ulaşamadığı için çözümü yarıda bırakmıştır. Grup üyeleri temel matematiksel kavramların uygulamalarına yönelik yeterli bilgilerinin olmadığını ve bu nedenle matematiksel modeli oluşturmakta güçlük çektiklerini ifade etmiştir. G1 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıdaki gibidir:

Arş: *Sizce uygun bir model oluşturdunuz mu?*

B: *Şimdi hani burada biraz sonuna doğru, aslında gidiş yolumuz doğruydu başta. Ama sonuna doğru işin içinden çıkamadık, bu şekilde bıraktık.*

Arş: *Neden bıraktınız?*

H: *Buradan böyle bana bir şey gibi geldi, sanki hiperbolik bir denklem, parabolik bir denklem, o tarz bir şey olacağını tahmin ediyorum ama elimde bilgi yok yani, ilerletemiyorum onu. Fizikten öteye gidemedik açıkçası, matematiğe döndüremedik.*

S: *Yani bir yönden yol aldığı zaman artış var, bir yönden azalış var ama matematiğe çeviremiyoruz.*

Arş: *Neden çeviremiyorsunuz?*

H: *İşte çünkü yeterli bilgimiz yok hocam.*

Arş: *Ne yönden yeterli bilginiz yok?*

H: *Ne yönden yok, mesela işte hani deseniz ki bu hiperbolik bir denklem oluşturacak. Hiperbol denklemini ben şu anda bilirim ama bunu ona nasıl uyarlarım, pratik yok mesela. Daha çok bilinen sorular üzerinde uygulayabiliriz biz mesela hiperbolü.*

Arş: *Neden? O denklemleri ilgili hiç uygulama yapmadınız mı?*

H: *Aldık hocam, analitik geometride aldık da nasıl çalıştık mesela.*

B: Günlük hayatla ilgili şeyler yapmadık.

H: Normal problemler üzerinde çözdük, işte belli şekiller üzerinde alıştırmaya çözdük. Onun haricinde şu problem hiperbol oluştuğunu gösterir, şu şekilde kullanılır yani o tarz bir şeyimiz olmadı.

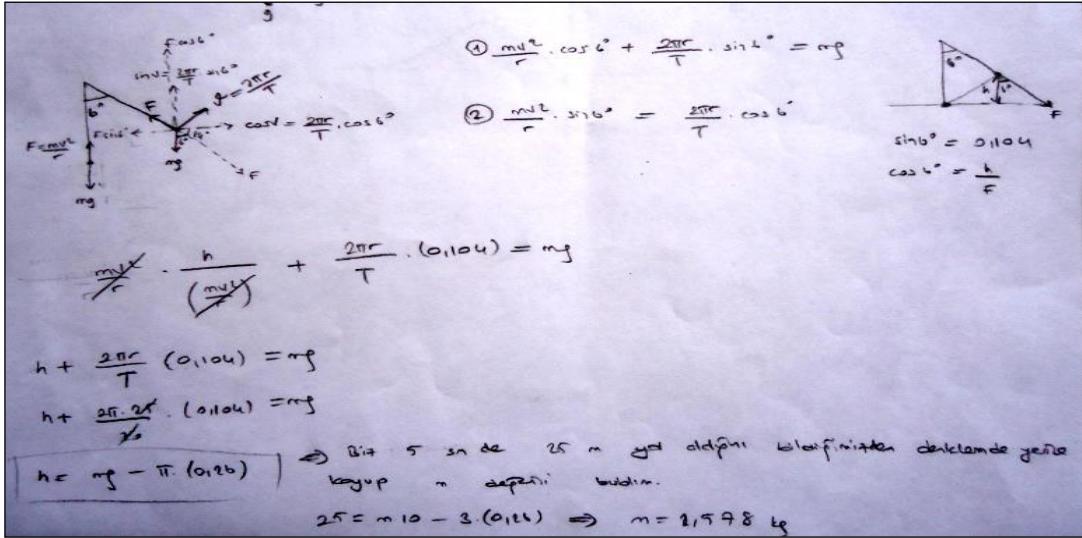
S: Yani günlük hayat ile ilişkilendirmedik. O yüzden modeli tam yapamadık yani.

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri çözümlerini yarıda bırakmıştır. Öğretmen adayları matematiksel modelin hiperbolik şekilde olacağını tahmin etmiş fakat bu durumu matematikselleştirmekte zorlanmışlardır. Grup üyeleri yaşadığı bu güçlüğün yeterli matematiksel bilgiye sahip olmamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir. Ayrıca G1 grubu hiperbol denkleminin ne olduğunu bildiklerini fakat bu denklemleri kullanarak pratik yapmadıklarını belirtmiştir. G1 grubu bunun yanında hiperbol denklemini gerçek hayatla ilişkilendiren problemler çözmediklerini, normal problemler üzerinde alıştırmaya problemleri çözdüklerini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının yaşadığı bu güçlük matematiksel kavramlar ile gerçek yaşamı ilişkilendiren uygulamalara yönelik deneyimlerinin az olmasından kaynaklanmıştır.

Farklı Disiplinleri Çağrıştıran Kelimelerin Dikkati Dağıtması

Bu kod problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri (özellikle fizik) çağrıştıran kelimelerin, farklı disiplinlere yönelik değişkenler ve kavramların kullanılmasına neden olması sebebiyle istenen duruma uygun matematiksel modellerin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G1, G2 ve G3 gruplarının Merdiven ve Dönme Dolap problemleri ile çalışmaları sırasında ortaya çıkmıştır.

G1, G2 ve G3 gruplarının Merdiven ve Dönme Dolap problemlerine başlangıçta fizik problemi gibi yaklaşımları uygun matematiksel modellerin oluşturulmasını güçleştirmiştir. Özellikle G3 grubu bu modelleme problemlerinde matematiksel işlemlerden çok fizik disiplinine yönelik işlemler yapmıştır. G3 grubu dairesel hareketle ilişkilendirdiği Dönme Dolap Probleminde fizik disiplinine yönelik formüllerle modeli elde etmeye çalışmıştır. G3 grubu dairesel harekete yönelik değişkenleri içeren bir şekil çizmiş, kütle, yer çekimi ivmesi, merkez kaç kuvveti, çizgisel hız gibi fizik disiplinine ait değişkenler ve kavramlardan yararlanmışlardır. G3 grubu dönme dolabın 1 saniyede kaç derecelik açı taradığını belirleyerek dairesel hareket formülünü yazmış ve fiziksel yöntemler kullanarak bir matematiksel model oluşturmaya çalışmıştır. G3 grubunun Dönme Dolap probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptıkları çalışmalar Şekil 72'de verilmiştir.



Şekil 72. G3 grubunun dönme dolap probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekil 72'de görüldüğü gibi G3 grubu dairesel hareket formülünü yazmıştır. Grup üyeleri fiziksel yöntemler kullanarak matematiksel modeli oluşturmaya çalışmıştır. Ancak grup üyeleri problemde istenen duruma uygun bir model oluşturamamıştır. G3 grubunun Dönme Dolap probleminde matematiksel modeli oluşturmaya yönelik yaşadığı güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Modelinizi oluştururken genellikle fiziksel birimleri kullanıyorsunuz. Neden?

Ş: Çünkü zamana bağlı bir şey düşündüğümüzde benim hemen aklıma hız-zaman problemleri geliyor. Hareket problemleri geliyor.

Arş: Neden, matematik derslerinde bu tarz problemler çözmediniz mi?

Ş: Yoo, sadece hız-zaman problemleri çözdük biz sadece matematikte.

M: Bunları daha çok fizikte çözdük.

Ş: Bir de biz fizik dersi aldık ya hocam bu tarz problemlerde direk gözümüzde canlanıyor.

G3 grubu ile yapılan görüşmelerden görüleceği gibi grup üyeleri hız-zaman kavramlarının fizik disiplinini çağrıştırdığını belirtmiştir. Ayrıca günlük hayatla bu kavramları ilişkilendiren problemlere yönelik çok fazla deneyiminin olmadığını, bu nedenle de problemi basitleştirmede daha çok fizik bilgilerinden yararlandıklarını ifade etmiştir. Benzer şekilde G1 ve G2 grupları da Dönme Dolap problemine başlangıçta fizik problemi gibi yaklaşmış ve fiziksel birimlere odaklı bir matematikselleştirme süreci takip etmiştir. Ancak gruplar bu yolla uygun bir matematiksel modele ulaşamamıştır. G1, G2 ve G3 grupları Merdiven probleminde de matematiksel modeli fizik disiplinine yönelik

formüllerle elde etmeye çalışmıştır. Bu gruplar yapılan görüşmelerde hız denince akıllarına fizik problemlerinin geldiğini, bu nedenle fizik formüllerinden yararlandıklarını belirtmiştir. Merdiven probleminde G2 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıda verilmiştir:

Arş: Matematiksel modeli neden oluşturamadınız?

G: Aslında biz eğimden gitmeye çalıştık ama yok yani. Kullandık ama hiçbir şeye yaramadı.

H: Çünkü hareketi hep yatayda düşündük.

G: Ya hocam, soru biraz zordu.

H: Açıkçası o şeyler, hız falan dikkatimizi dağıttı.

A: Peki neden hızı fiziksel olarak düşünüyorsunuz? Matematik problemlerinde hiç hızı kullanmadınız mı?

S: Hareket problemlerinde çözüyoruz.

N: Hocam hız deyince benim aklıma hiç matematiksel bir şey gelmiyor. Ben sabit hızla deyince sadece belli bir hızda belli bir mesafe, belli bir yol alacak gibi düşündüm ama fiziğe yöneldik yine de.

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri hareketi hep yatayda düşündüklerini, problemde geçen hız kavramının kafalarını karıştırdığını ifade etmiştir. Grup üyeleri hız denince akıllarına matematiksel bir şey gelmediğini ve fiziğe yöneldiklerini ifade etmiştir. G2 grubu tüm konularla ilgili gerçek yaşam problemi çözmelerinin fiziğe yönelmelerinin önüne geçebileceğinden söz etmiştir.

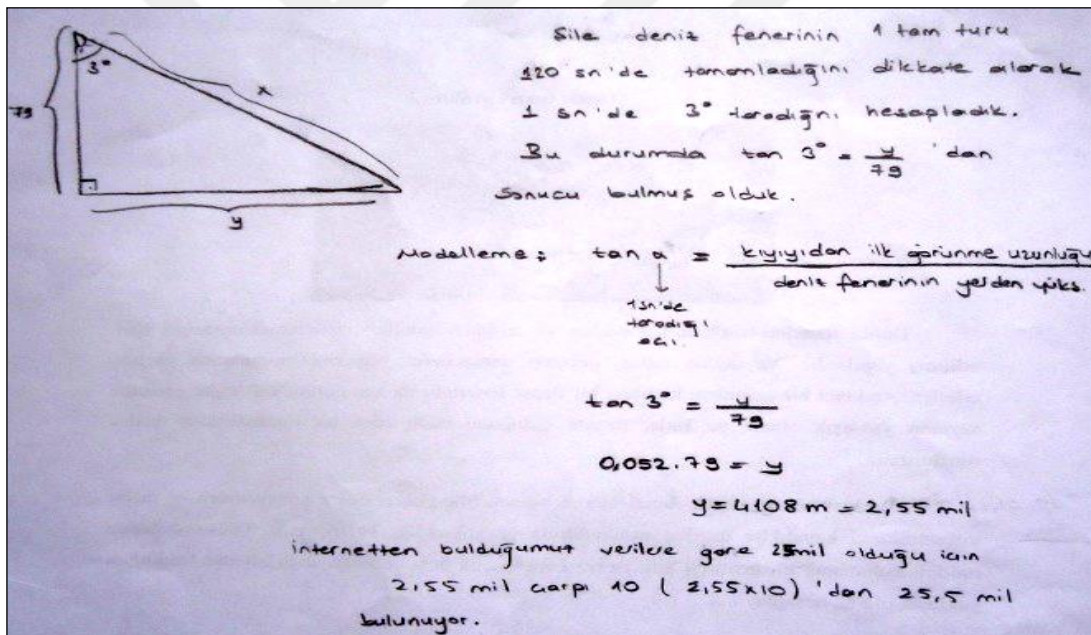
Kağıt-Kalem ile Uygun Modeli Oluşturma

Bu kod matematiksel modelin oluşturulmasına yönelik yapılan kâğıt-kalem çalışmalarında uygun grafik veya şekillerin çizilmemesi veya yapılan işlem hataları nedeniyle uygun modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G3 grubunun tüm teorik modelleme problemleri ile çalışması sırasında ve G1, G2 gruplarının Merdiven ve Dönme Dolap problemleri ile çalışmaları sırasında ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde matematiksel modelleri kâğıt-kalem ile formüle ederken genel bir modele ulaşma veya özel durumları sözel veya cebirsel olarak ifade etme şeklinde bir yol izlemiştir. Grupların sürecin bir önceki aşaması olan basitleştirme basamağında uygun grafik veya şekilleri çizme konusunda yaşadıkları güçlükler uygun matematiksel modeli oluşturmalarını etkilemiştir. G4 grubu tüm teorik modelleme problemlerinde kâğıt-kalem ile uygun matematiksel modellere ulaşmış ve

uygun bir model elde edebilmiştir. G5 grubu ise Deniz Feneri Problemi ve Merdiven Problemi'nde kâğıt-kalem ile uygun modellere ulaşabilmiştir. G1, G2 ve G3 grupları ise teorik modelleme problemlerinde kâğıt-kalem ile uygun modeli oluşturma konusunda güçlükler yaşamıştır. G1, G2 ve G3 gruplarının yaşamış oldukları bu güçlük grupları teknoloji yardımıyla matematiksel modellerini oluşturmaya yönlendirmiştir.

Deniz Feneri probleminde G1 ve G2 grupları kağıt üzerinde modeli oluşturmaya yönelik bir çalışma yapmamış, matematiksel modeli teknoloji aracılığıyla oluşturmaya çalışmıştır. G3, G4 ve G5 grupları ise kağıt üzerinde çalışmalar yaparak modeli oluşturmaya çalışmıştır. G3 grubu internette Şile Deniz Feneri'nin bir turluk dönüşü 120 saniyede tamamladığı bilgisine ulaşmıştır. Daha sonra bu bilgi yardımıyla Şile Deniz Feneri'nin 1 saniyede 3 derecelik açı göreceği sonucuna varmıştır. Grup üyeleri bu bilgiler yardımıyla matematiksel modeli oluşturmaya çalışmıştır. G3 grubunun Deniz Feneri probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 73'te verilmiştir.

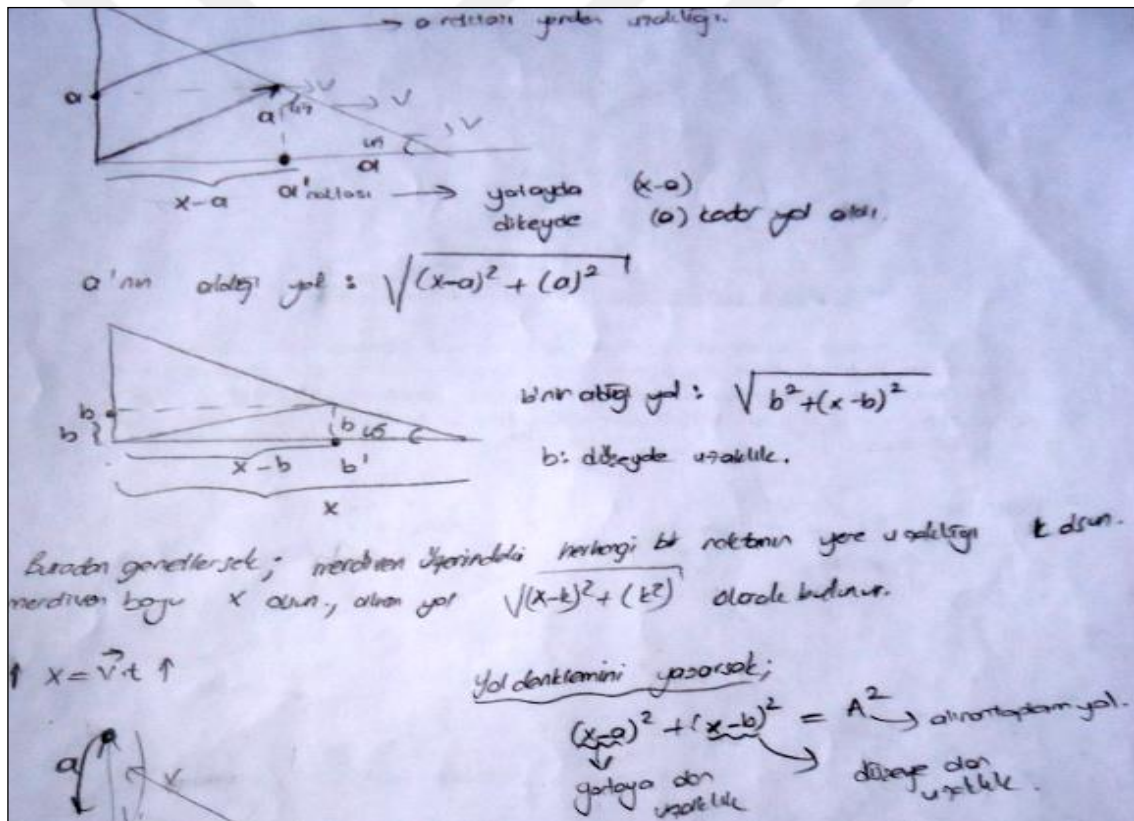


Şekil 73. G3 grubunun deniz feneri probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 73'te görüldüğü gibi G3 grubu Şile Deniz Feneri için internette bulduğu bilgiler yardımıyla matematiksel modeli oluşturmaya çalışmıştır. Grup üyeleri internette yaptıkları araştırma sonucunda Şile Deniz Feneri'nin 25 mil görüş mesafesine sahip olduğunu öğrenmiştir. G3 grubunun oluşturduğu model bu sonucu vermediği için grup üyeleri modeli 10 ile çarparak sonuca ulaşmıştır. Bu doğrultuda G3 grubu uygun bir matematiksel model

oluşturamamıştır. Ayrıca G3 grubunun oluşturduğu matematiksel model genel bir model olmayıp sadece Şile Deniz Feneri için geçerli bir model olmuştur.

Gruplar teorik modelleme problemlerinden en çok Merdiven Problemini matematikselleştirme konusunda güçlük yaşamıştır. Merdiven Probleminde G1, G2, G3 ve G4 grupları kâğıt-kalem ile matematiksel modeli oluşturmakta güçlük yaşamıştır. G1 grubu bu problemde uygun basitleştirme yaklaşımları izlemesine rağmen problem durumuna yönelik bazı özel durumları incelemiş, buradan genel bir model elde etme konusunda güçlük yaşamıştır. G1 grubunun merdiven üzerindeki noktanın hareketine yönelik elde ettiği model, sadece merdivenin orta noktasında olma durumu için geçerli olmuştur. G1 grubunun Merdiven Probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 74'te verilmiştir.



Şekil 74. G1 grubunun merdiven probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar

Görüldüğü gibi G1 grubunun oluşturduğu model yalnızca merdiven üzerindeki noktanın orta noktada olma durumu için geçerlidir. G1 grubu buradan genel bir model elde etmekte güçlük yaşamış ve matematiksel modeli bu şekilde bırakmıştır. G1 grubunun matematiksel modeli oluşturmaya yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Matematiksel modeli nasıl oluşturduunuz?*

H: *Şimdi hocam, şu nokta, başnoktası (a) ve son noktası (b)... şu nokta (a noktası) son konumda şuraya geliyor, bu nokta (b noktası) da buraya geliyor. Yani şu iki noktanın aldığı yol çubuğun boyu kadar olmuş oluyor düşüncesi ile hareket ettik. Orta noktasının da aldığı yolu şurada gösterdik. Mesela orta noktası kabul ettik bunu. Kendi işte x eksenini a ya a olarak düşündük. O zaman dedik a'nın aldığı yol bu şekilde.*

B: *Hani aldığı yolla bir denklem oluşturmaya çalıştık. Alınan toplam yolla zamanı bağdaştırarak kaçınıcı saniyede hangi yolda olduğunu, o tarz bir şey üretmeye çalıştık yani ama sonu gelmedi.*

Arş: *Neden gelmedi?*

B: *Buradan genel bir modele ulaşamadık.*

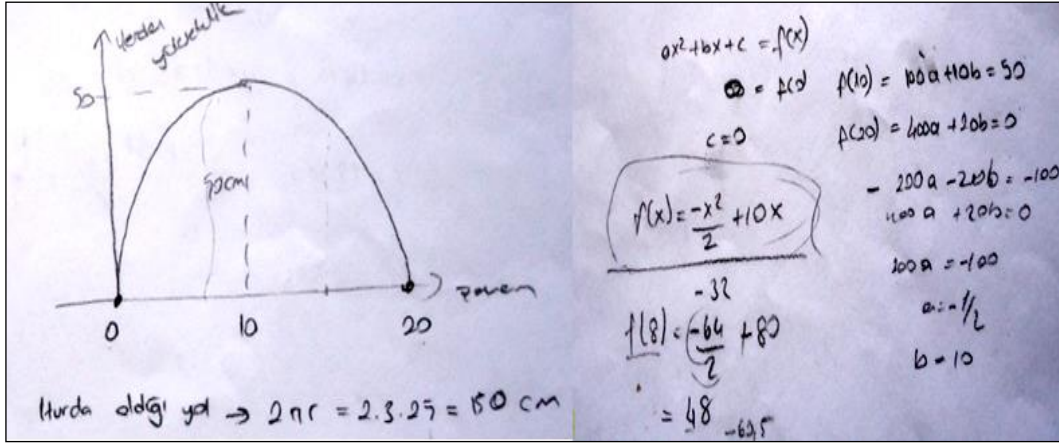
H: *Yani bizim modelimiz noktanın tüm durumlarını vermiyor. Buradan bu modeli genelleyemedik.*

Arş: *Neden?*

H: *Yani çok uğraştık. Aslında düşünüyoruz ama bunu matematiksel olarak ifade edemiyoruz. Epey zorlandık bu soruda.*

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri noktanın bazı özel durumlarını incelemiştir. Öğretmen adayları bu doğrultuda matematiksel modeli noktanın merdivenin uç noktalarında ve orta noktasında olma durumu için oluşturmuştur. G1 grubu inceledikleri bu durumlar yardımıyla genel bir modelle ulaşamadıklarının ifade etmiştir. Grup üyeleri düşündüklerini matematiksel olarak ifade edemediklerini ve noktanın tüm durumları için genel bir model elde etmekte zorlandıklarını ifade etmiştir. G2 grubu da benzer şekilde matematiksel modeli kâğıt üzerinde oluşturmakta güçlük yaşamış, noktanın merdiven üzerindeki bazı özel durumlarını incelemiştir. G2 grubu bu problemde merdivenin kayma sürecine yönelik birkaç özel durumu çizdikleri şekiller yardımıyla incelemiştir. Grup üyeleri merdivenin bazı konumları için şekil üzerinde değişkenleri belirlemiş, daha sonra sözel ifadeler yardımıyla çözüm kağıtlarında bu durumları ve ilişkileri ifade etmiştir. G3 grubu ise Merdiven problemini basitleştirme aşamasında incelemiş oldukları özel durumları sözel olarak çözüm kağıtlarına yazmış, uygun genel bir matematiksel modele ulaşamamıştır.

Dönme Dolap Probleminde ise G1 ve G2 gruplarının uygun grafiği çizememeleri resmin bütününe görmelerini zorlaştırmıştır. Gruplar grafiğin periyodik şekilde devam edeceğini fark edememiş, grafiğin belli bir kısmını ele almıştır. G1 grubunun Dönme Dolap Probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 75'te verilmiştir.



Şekil 75. G1 grubunun dönme dolap probleminde modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 75'te görüldüğü gibi G1 grubu dönme dolabın sadece bir turu için koltuğun yerden yüksekliğini veren bir grafik çizmiştir. Bu durum G1 ve G2 gruplarının trigonometrik bir fonksiyon yerine polinom fonksiyonuna odaklanmalarına neden olmuştur. Bu gruplar kağıt-kalem ile problem için oluşturdukları veriler yardımıyla polinom denklemi yazmış, fakat yazdıkları denklem uygun sonuçlar vermemiştir. G1 grubunun Dönme Dolap Probleminde uygun modeli oluşturmaya yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Bu problemde teknoloji kullanmadan önce modeli oluşturmak için neler yaptınız?*

S: *Şimdi ilk başta tepeye kadar her saniyedeki yüksekliğini bulduk. Sonra bu yüksekliklerin grafiğini çizdik. Grafik parabolik olduğu için polinom denklemden bir formül elde ettik. Sonra inişinde nasıl bir yol izleyeceğimize karar vermekte güçlük yaşadık, çünkü formülümüz inişte işe yaramıyordu.*

G: *Evet yaramıyordu.*

Arş: *Neden?*

G: *Çünkü yükseklik azalacaktı ama biz koyduğumuzda zamana göre artması gerekiyordu yani.*

Arş: *Sonra ne yapmaya karar verdiniz?*

H: *Onun için farklı bir formül bulmaya çalıştık. Ama olmadı, yapamadık.*

Arş: *Neden yapamadınız?*

S: *Çünkü bulduğumuz denklemler verileri sağlamıyordu. Dedik ki çözüm yolumuzda sıkıntı var. Sonra anladık zaten verileri artırdığımızda polinom modeli olmayacağını anladık. Periyodik olması gerekiyordu modelimizin.*

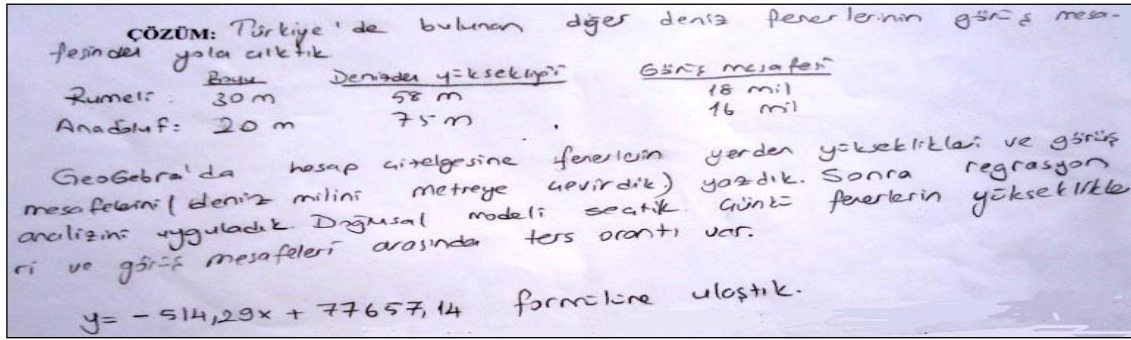
Arş: Daha sonra ne yaptınız?

H: Sonra bu kendimiz bulduğumuz değerleri GeoGebra'da yazmaya karar verdik. Aklımıza regresyon analizi geldi. Sonuçta veriler oluşturduk. Regresyon analizi ile bunların analizini yapabiliriz dedik.

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri başlangıçta koltuğun yerden yüksekliği için elde ettiği verilerin grafiğini çizmiş ve grafiğin parabolik olacağını düşünmüştür. Bu nedenle G1 grubu polinom denklemi oluşturmaya çalışmıştır. G1 grubunun oluşturduğu model koltuğun inerkenki yüksekliği için geçerli olmamıştır. Bu nedenle G1 grubu farklı bir matematiksel model oluşturmaya çalışmış fakat başaramamıştır. G1 grubu daha sonra çözüm yolunda bir sıkıntı olduğunu düşünmüş ve matematiksel modelin polinom modeli olmayacağını anlamıştır. Grup üyeleri daha sonra verileri GeoGebra yazılımına yazarak regresyon analizi yapmaya karar vermiş ve uygun matematiksel modele ulaşabilmiştir.

Teknoloji Aracılığıyla Uygun Modeli Oluşturma

Bu kod gerçek yaşam durumuna ait önemli durumların belirlenmesinde yaşanan güçlükler nedeniyle uygun dinamik modelin oluşturulmasında ve yeterli sayıda veri oluşturulamaması nedeniyle uygun regresyon modellerinin oluşturulmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu kod G1 ve G2 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışmasında ve G3 grubunun Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G1 ve G2 grupları Deniz Feneri Probleminde matematiksel modeli teknoloji ile oluşturmuştur. G1 grubu bu problemde problem durumunu yansıtan dinamik bir model oluşturmuştur. Ancak bu yapının oluşturulmasında gerçek yaşam durumuna ait önemli durumların belirlenmesinde yaşanan güçlükler G1 grubunun uygun matematiksel modeli oluşturmasını zorlaştırmıştır. G1 grubunun Deniz Feneri probleminde GeoGebra aracılığıyla oluşturduğu dinamik model Şekil 76'da verilmiştir.



Şekil 77. G2 grubunun deniz feneri probleminde matematiksel modeli oluşturmaya yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 77'de görüldüğü gibi G2 grubu yeterli sayıda veriye ulaşamamış ve matematiksel modeli sadece iki veri için uyguladığı regresyon analizi ile oluşturmuştur. G2 grubu internet aracılığıyla yeterli veriye ulaşamadığından teknoloji aracılığıyla uygun matematiksel modeli oluşturmakta zorlanmıştır.

Dönme Dolap Probleminde ise G4 grubu dışındaki tüm gruplar problem için veriler oluşturmuş ve teorik modelleme problemini deneysel modelleme problemine dönüştürme yaklaşımında bulunmuştur. G1, G2, G3 ve G5 grupları bu problemde oluşturdukları veriler yardımıyla GeoGebra yazılımını kullanarak regresyon analizi yapmış ve veriler için en uygun modeli belirlemeye çalışmıştır. Ancak G3 grubu bu problem için en uygun modeli belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri dönme dolabın bir tam turu için koltuğun yerden yüksekliğine ait veriler oluşturarak bu verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girmiştir. G3 grubu daha sonra veriler için regresyon analizi uygulamış ve uygun matematiksel modeli belirlemeye çalışmıştır. Ancak grup üyeleri dönme dolabın bir tam turuna ait verilere odaklanmıştır. Bu nedenle öğretmen adayları polinom ve sinüs modellerinden en uygununu belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. G3 grubu başlangıçta polinom modelini belirlemiştir. Fakat grup üyeleri sürecin ilerleyen zamanlarında modellerini gözden geçirmiş ve fonksiyonun periyodik bir fonksiyon olması gerektiğini fark etmiştir. G3 grubunun Dönme Dolap probleminde bu duruma yönelik yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: Matematiksel modelinizi nasıl oluşturduunuz?

Ş: Koltuğun belli konumları için veriler oluşturduk, sonra regresyon analizinden şey yazdık. Hani bu 0'da, 25'te nerede olacağını biliyoruz ya biz bunun (koltuğun), hangi yükseklikte, hangi saniyede olacağını. Onun için bir grafik çizdirdik GeoGebra'da. Sonra oradan denklemi elde etmeye çalıştık.

Arş: Modelinizi belirlerken nasıl güçlükler yaşadınız?

M: İki şey arasında kaldık.

A: Bunun sinüs mü, parabol mü olduğunu düşündük. Ona karar vermekte zorlandık biraz.

Arş: Neden?

Ş: Çünkü hocam şeklin tamamını düşünmedik. Bu aslında bir periyoda bağlı bir fonksiyon olacaktı. Ama biz bunu düşünemedik başta. İki modelde de grafik noktaların çok yakınından geçiyordu.

Arş: Sonra nasıl belirlediniz modeli?

Ş: Sonra dedik ki verileri artıralım. Verileri artırıncaya programda grafiğin periyodik olduğunu fark ettik.

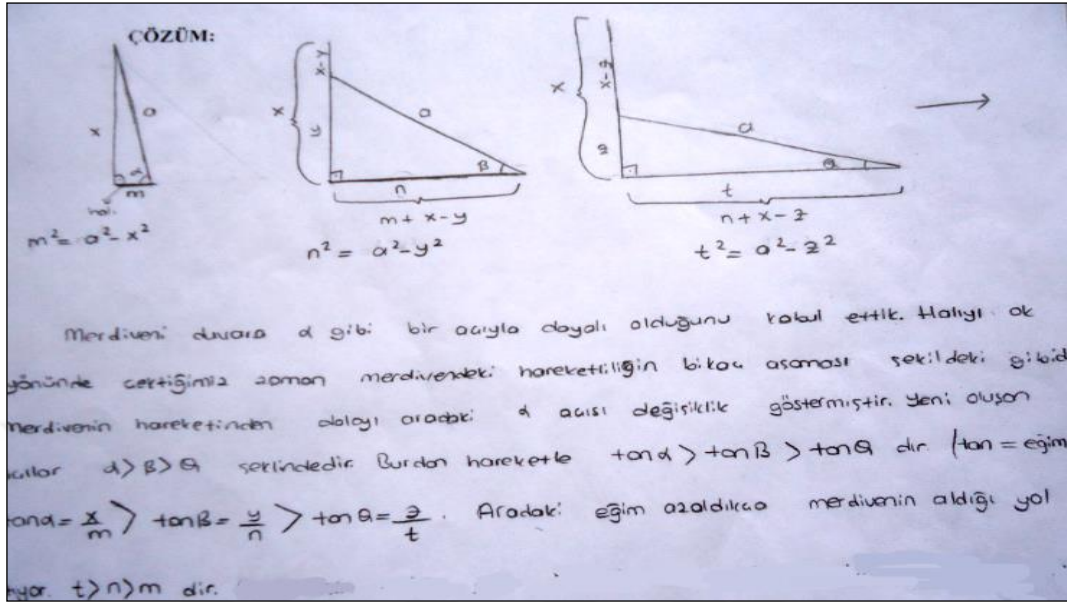
A: Evet. O yüzden dedik ki bu sinüs modelidir. Başta bizi grafik yanılttı. Programda da iki model için de noktalar çok yakın geçiyordu. Bunu belirlemek epey zaman aldı.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri dönme dolabın bir tam turu için koltuğun yerden yüksekliğine ait veriler oluşturmuştur. Daha sonra bu verileri GeoGebra'da hesap çizelgesine girerek regresyon analizi yapmıştır. G3 grubu regresyon analizi onucunda polinom ve sinüs modelleri arasında kalmış, uygun modeli belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri şeklin tamamını düşünememelerini yaşadığı bu güçlüğü sebebi olarak göstermiştir. Ayrıca G3 grubu grafiğin onları yanılttığını, noktaların iki model için de çok yakın geçtiğini belirtmiştir. Grup üyeleri daha sonra verileri artırmaya karar vermiş ve matematiksel modelin periyoda bağlı bir fonksiyon olacağını anlamıştır. G3 grubu uygun matematiksel modeli belirlemenin çok zaman aldığını ifade etmiştir.

Sözel İfadeleri Cebirselleştirme

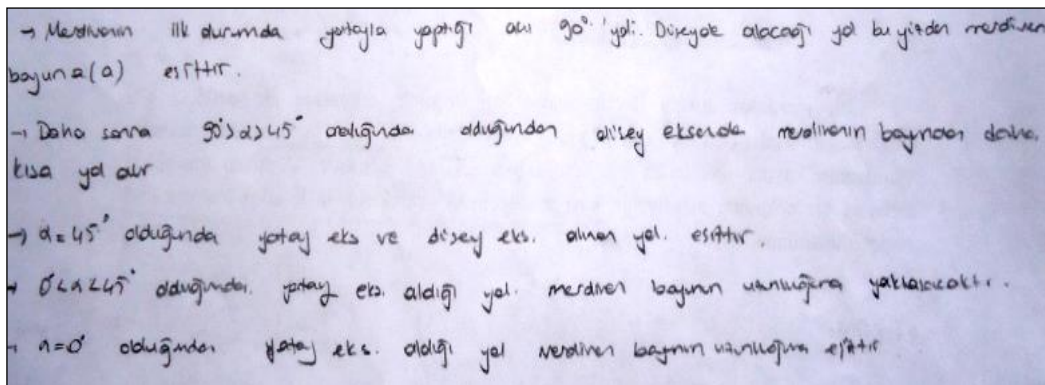
Bu kod sözel olarak ifade edilen matematiksel ilişkilerin formüle edilmesinde yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G4 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ve G2, G3 gruplarının Merdiven problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G4 grubu Deniz Feneri probleminde yaşadığı en büyük güçlüğü matematikselleştirme basamağı olduğunu ifade etmiştir. Grup üyeleri sözel olarak düşündüklerini matematikselleştirmekte zorlandıklarını belirtmiştir. G2 ve G3 grupları ise Merdiven Probleminin matematikselleştirme basamağında bazı özel durumları inceleyerek merdivenin belli konumları için aldığı yolu sözel olarak ifade etmiştir. G2 grubu bu problemde merdivenin kayma sürecine yönelik birkaç özel durumu çizdikleri şekiller yardımıyla incelemiştir. Grup üyeleri merdivenin bazı konumları için şekil üzerinde

değişkenleri belirlemiştir. G2 grubunun Merdiven Problemine yönelik yaptıkları çalışmalar Şekil 78'de verilmiştir.



Şekil 78. G2 grubunun merdiven problemine yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekil 78'de görüldüğü gibi G2 grubu merdivenin zeminle yaptığı açıyla ilgili üç farklı duruma ait şekil çizmiştir. Daha sonra bu üç durumdaki eğimleri karşılaştırmış ve ilişkileri sözel ifadeler yardımıyla çözüm kağıdında açıklamıştır. Çözüm sonrası yapılan odak grup görüşmesinde G2 grubu problemde sayısal veri olmaması nedeniyle matematiksel modeli oluşturmakta zorlandıklarını bu nedenle sözel ifadelerle durumu anlattıklarını ifade etmiştir. G3 grubu ise Merdiven probleminde sözel olarak ifade ettikleri ilişkileri cebirselleştirmekte güçlük yaşamış, uygun matematiksel modeli oluşturamamıştır. G3 grubunun Merdiven Problemine yönelik yaptıkları çalışmalar Şekil 80'de verilmiştir.



Şekil 79. G3 grubunun merdiven problemini matematikselleştirmeye yönelik yaptıkları çalışmalar

Şekil 79'da görüldüğü gibi G3 grubu Merdiven Probleminde genel bir modele ulaşamamış, bazı özel durumları sözel olarak ifade etmiştir. G3 grubu belli açılar ve aralıklar için merdiven üzerindeki noktanın alacağı yolları sözel olarak ifade etmiştir. G3 grubu sözel olarak ifade ettiği ilişkileri cebirselleştirmekte güçlük yaşamıştır. G3 grubunun bu durumla ilgili yaşadıkları güçlük odak grup görüşmesi ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır:

Arş: *Bu problem için çözümünüz hakkında ne düşünüyorsunuz?*

A: *Şimdi şöyle, bence bizim yaptığımız şey doğru ama sorunun cevabı bu değil. Bizim modelimiz biraz sözel aslında buradaki biraz. Biz size hareketi bildiğiniz anlattık yani.*

Arş: *Neden?*

Ş: *Çünkü hocam matematiksel olarak ifade edemediğimiz için.*

Arş: *Neden ifade edemediniz?*

A: *Biz iki boyutlu olarak düşündük kısaca bu olay. İki boyutlu olarak düşünüp sözel bir ifadeyle matematiksel modellememizi yaptık.*

Ş: *Mesela biz düşeydeki hareketini düşünemedik.*

Arş: *Neden düşünemediniz?*

A: *Çünkü görüntü bizi şaşırttı.*

Ş: *Biz sürekli mesela hepimiz bunu yaptık. Bilgisayara şöyle bir cisim dayayıp şöyle indirdik aşağıya. Hepimiz bunun x teki ve y deki hareketini gördük. Z de mesela hareket edeceğini mesela göremedik. Direk biz aslında üçgen alıyoruz. Halbuki orada şöyle bir eğim de geliyor aşağıya merdiven gelirken. Ama biz bunu göremedik.*

Arş: *Neden?*

A: *Ben kesin olarak göremediğim bir şeyi soyut olarak düşünüp yapamıyorum zaten.*

Ş: *Biz sadece olan şeyi anlattık aslında. Yatayda ve dikey ekseninde hareketi var. Böyle gidiyor dedik o kadar. Bizim hiçbir model bulduğumuz yok aslında zaten. Bunları sözel olarak yazdık ama buradan matematiksel modele ulaşamadık. Ulaşamayınca da öyle kaldı.*

Arş: *Neden bu şekilde bıraktınız?*

A: *Hocam şimdi eğer sonucu bilmiyorsanız, bildiğiniz en yakın sonucu yazarsınız. Biz de öyle yaptık.*

Görüldüğü gibi G3 grubu merdiven üzerindeki noktanın hareketini matematiksel olarak ifade edememiştir. Bu nedenle noktanın hareketini sözel olarak ifade ettiklerini belirtmiştir. G3 grubu noktanın hareketini iki boyutlu olarak düşünmüş, düşeyde hareket ettiğini düşünememiştir. Grup üyeleri bir cisim yardımıyla noktanın hareketini incelemeye çalışmış fakat hareketi iki boyutlu olarak ele almıştır. G3 grubu kesin olarak göremediği şeyleri soyut olarak düşünmekte güçlük çektiğini ifade etmiştir. Grup üyeleri aslında bir model bulmadıklarını, sadece düşündüklerini sözel olarak ifade ettiklerini belirtmiştir. G3 grubu matematiksel modele ulaşamadıkları için bildikleri en yakın sonucu yazdıklarını ifade etmiştir.

4. 2. 2. 4. Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının matematiksel modelin çözümünü gerçekleştirdikleri ve matematiksel sonuçlar elde etmeye çalıştığı bu basamağa yönelik yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 45'te verilmiştir.

Tablo 45. Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Kod	Matematiksel Çalışma Basamağında Karşılaşılan Güçlükler		
	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Çözüm için matematiksel bilgiyi uygun şekilde kullanma	G3, G5	-	-
Çözüm için teknoloji bilgisini uygun şekilde kullanma	G1,G3	-	-

Tablo 45'te görüldüğü gibi grupların matematiksel çalışma basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *çözüm için matematiksel bilgiyi uygun şekilde kullanma* ve *çözüm için teknoloji bilgisini uygun şekilde kullanma* şeklindedir.

Çözüm İçin Matematiksel Bilgiyi Uygun Şekilde Kullanma

Bu kod temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği ve matematiksel modelin çözümüne yönelik yapılan işlem hataları nedeniyle matematiksel çalışmalarda yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G3 ve G5 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Bu grupların matematiksel bilgiyi kullanma yönündeki eksiklikleri grupların doğru çözümlere ulaşmasında güçlük yaşatmıştır. G3 grubu Deniz Feneri problemini maksimum- minimum problemi gibi düşünmüş ve bu duruma yönelik bir matematiksel model oluşturmuştur. Ancak G3 grubunun türev alma konusundaki

eksiklikleri uygun çözüme ulaşmalarını etkilemiştir. G3 grubu daha sonra internet aracılığıyla gerçek yaşam verilerine ulaşmış ve eğimden yararlanarak başka bir matematiksel model oluşturmuştur. Ancak grup üyeleri çözüm sırasında işlem hataları yapmıştır. G3 grubu bu çözüm yardımıyla uygun sonuca ulaşamadığı için matematiksel modeli 10 ile çarpmıştır. G3 grubunun Deniz Feneri probleminde matematiksel modelin çözümüne yönelik yaptığı çalışmalar Şekil 80'de verilmiştir.

Modelleme : $\tan a = \frac{\text{kıyıdan ilk görünme uzunluğu}}{\text{deniz fenerinin yelden yüksekliği}}$

$\tan 3^\circ = \frac{y}{79}$

$0,052 \cdot 79 = y$

$y = 4108 \text{ m} = 2,55 \text{ mil}$

internetten bulduğumuz verilere göre 25 mil olduğu için
2,55 mil çarpı 10 ($2,55 \times 10$)'den 25,5 mil bulunuyor.

Şekil 80. G3 grubunun deniz feneri probleminde matematiksel modelin çözümüne yönelik yaptığı çalışmalar

Şekil 80'de görüldüğü gibi G3 grubu oluşturduğu matematiksel modeli çözmek için matematiksel çalışmalar yapmıştır. Ancak G3 grubu oluşturduğu matematiksel model ile uygun bir matematiksel sonuç bulamamıştır. Grup üyeleri bu nedenle gerçek yaşam sonucuna ulaşmak için matematiksel sonucu 10 ile çarpmıştır. Bu durum üzerine G3 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinden bir kesit aşağıda verilmiştir:

Arş: İlk modelinizi çözüm sırasında türevden yararlanmıştınız. Neden bu çözüme devam etmediniz?

A: Ben yapacaktım, o yolda ilerleyemedik. Türevi unutmuşuz.

Ş: Onu yaptık, sonra bunun minimum problemi olmayacağını fark ettik. Ben burada şöyle düşündüm, bu benim fikrimdi hani şunu şöyle yapmak. Hocam biz bir internette bir şey okuduk. Şile feneri için tabii bu geçerliydi. 120 saniyede tamamlıyormuş 360 dereceyi hocam. O zaman dedik ki bir saniyede 3 dereceyi tamamlıyor. O zaman şurayı (geminin deniz feneri ile yaptığı açı) 3 derece alabiliriz dedik. Çünkü mesela hani fener dönecek ya, ışık böyle, dedik ki o zaman hani bir çap uzunluğu kadar bizim x'imiz olacak dedik oradan y'(kıyıdan görünme uzaklığı) yi elde etmeye çalıştık.

A: *Sonra yine internetten aldığımız yardımdan dolayı normalde şunun cevabı var galiba değil mi 25 mil diye? Biz de 2,55 mil bulduk, demek ki 10 la çarpmamız gerek dedik, o yüzden 10 ile çarptık.*

Arş: *Neden 10 ile çarptınız?*

A: *Çünkü 2,5 i 25 yapmanın tek yolu oydu.*

Ş: *Hocam biz orada şöyle bir sıkıntı yaşadık.*

M: *Karalama yapıp çözdüğümüzde doğru bulmuştuk.*

Ş: *Başta biz karalama yapıp çözdük, sonra burada çözünce baktık bunu elde edemeyince dedik bugün doğru hesap yapamıyoruz hiç, kontrol ettik, 10'la çarpmamız gerektiğini fark ettik ve çarptık.*

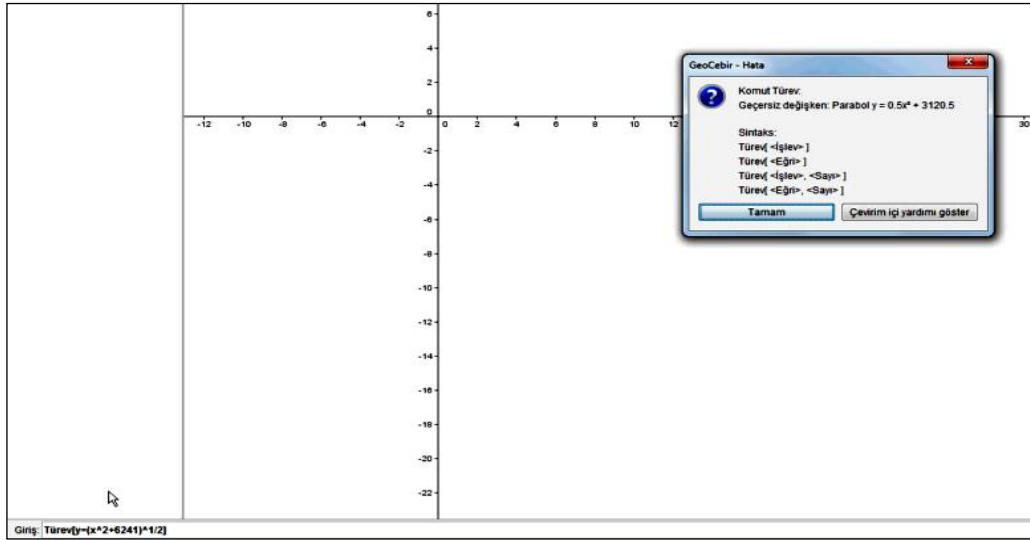
G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri başlangıçta oluşturduğu matematiksel modeli çözme konusunda güçlük yaşamıştır. Grup üyeleri türev almakta zorlandığı için çözüme ulaşamamıştır. G3 grubu daha sonra problemin minimum problemi olmadığını anlamış ve internette araştırma yaparak problem ile ilgili gerçek yaşam verilerini elde etmiştir. Grup üyeleri bu veriler yardımıyla başka bir model oluşturmuştur. Ancak G3 grubu bu modelin çözümü sırasında da güçlük yaşamış ve doğru sonucu elde edememiştir. Bu nedenle doğru sonuca ulaşmak için modeli 10 ile çarptıklarını ifade etmiştir. G3 grubu başlangıçta karalama yaparak doğru çözüme ulaştıklarını ifade etmiştir. Ancak daha sonra işlemlerini kontrol etmiş ve doğru hesaplama yapamadıklarını fark etmiştir. Bu nedenle öğretmen adayları doğru çözüme ulaşmak için sonucu 10 ile çarptıklarını ifade etmiştir. G5 grubu ise Deniz Feneri problemi için çizmiş olduğu şekil yardımıyla çemberde kuvvet formülünü uygulamaya çalışmıştır. Ancak G5 grubu çemberde kuvvet formülünü hatırlamadığı için matematiksel bilgiyi kullanma konusunda güçlük yaşamıştır. G5 grubu daha sonra internetten yararlanarak çemberde kuvvet formülünü araştırmıştır. Grup üyeleri daha sonra formülü uygulayarak uygun çözüme ulaşabilmiştir.

Dönme Dolap probleminde G4 grubu dışındaki gruplar problem için veriler oluşturarak teknolojiye dayalı bir matematikselleştirme süreci takip etmiştir. Bu gruplar matematiksel çalışmalarını yine teknoloji aracılığıyla yürütmüştür. G4 grubu ise modelini kağıt-kalem ile oluşturmuş ve çözüm için matematiksel bilgiyi uygun şekilde kullanabilmiştir. G4 grubu elde ettiği trigonometrik modeli mevcut bilgilerini kullanarak uygun şekilde çözebilmiştir. Merdiven probleminde ise G4 ve G5 grupları dışındaki gruplar matematiksel modeli elde edemediğinden matematiksel çalışma basamağına yönelik bir çalışmada bulunmamıştır.

Çözüm İçin Teknoloji Bilgisini Uygun Şekilde Kullanma

Bu kod oluşturulan matematiksel modelin çözümüne ilişkin yazılımı kullanmaya yönelik yapılan teknik hatalar nedeniyle matematiksel çalışmalarda yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G1 ve G3 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G1 grubu matematiksel modelini GeoGebra yazılımında kurduğu dinamik yapı ile elde etmiş ve çözüm için yine bu dinamik yapıyı kullanmıştır. Ancak G1 grubunun modeli oluşturma aşamasında gemi için belirlediği noktayı sürgüye bağlayamaması G1 grubunun uygun çözüme ulaşmasında güçlük yaşatmıştır. G1 grubu teknolojiyi uygun şekilde kullanamadığından oluşturduğu dinamik yapıda noktayı ileri geri hareket ettirerek sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Grup üyeleri açının 0 derece olduğu durumda geminin kıyıya uzaklığını elde etmeye çalışmış fakat doğru bir sonuç elde edememiştir.

G3 grubu ise Deniz Feneri problemini başlangıçta maksimum- minimum problemi olarak düşünmüş ve bu duruma yönelik bir matematiksel model oluşturmuştur. Ancak G3 grubu yaptıkları matematiksel çalışmalar sırasında türev alamamış ve GeoGebra yazılımını kullanarak türev almaya karar vermiştir. Bu doğrultuda grup üyeleri GeoGebra yazılımında giriş çubuğuna model için belirlediği fonksiyonu yazmış ve türevini almaya çalışmıştır. G3 grubunun matematiksel modelin çözümüne yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çalışmalar Şekil 81’de verilmiştir.



Şekil 81. G3 grubunun matematiksel modelin çözümüne yönelik GeoGebra’da yaptığı çalışmalar

Şekil 81’de görüldüğü gibi G3 grubu fonksiyonu giriş çubuğuna uygun şekilde yazmakta güçlük yaşamış ve çözüme ulaşamamıştır. G3 grubunun matematiksel modeli

GeoGebra yazılımında çözmeye yönelik yaptıkları grup tartışmasından bir kesit aşağıda verilmiştir:

- A: *Bunun gel de şimdi türevini al. Aaa...GeoGebra'dan yapamaz mıyız?*
- Ş: *Yapabiliriz.*
- S: *Girişe türev yaz.*
- Ş: *Kapalı türev neydi?*
- S: *Kapalı demene gerek yok ki.*
- Ş: *Burada bir şey kapalı türev alıyordu, ama hangisi?*
- A: *Onu geç, işleve gel.*
- S: *Bence de sadece işleve gel.*
- Ş: $y^2 = x^2 + 6241$
- A: *Ya da $y = x^2 + 6241$ 'in karekökü içinde yazabilirsin. Bunu kabul etmezse öyle yazarız.*
- Ş: *(Fonksiyonu giriş çubuğuna yazıyor). Niye geçersiz?*
- A: *Hiperbol çünkü bu.*
- S: *Tamam öyle yap, Ayça'nın dediği gibi yap, karekök içinde yap.*
- Ş: *Şimdi nasıl karekök yapacağız?*
- M: *1/2. kuvveti yaz.*
- Ş: *Evet, buranın 1/2. kuvveti yapacağız (Fonksiyonu giriş çubuğuna yazıyor). Yok. Yine geçersiz, niye olmuyor ya...*

G3 grubuna ait konuşmalardan görüleceği gibi grup üyeleri model için oluşturduğu fonksiyonun türevini almak amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmaya karar vermiştir. Grup üyeleri GeoGebra'da giriş çubuğuna fonksiyonu yazmış ve türevini almaya çalışmıştır. Ancak G3 grubu teknoloji bilgisini uygun şekilde kullanmakta zorlanmıştır. Grup üyeleri yazılımın türev alma özelliğini kullanamamış ve çözüme ulaşamamıştır.

Dönme Dolap probleminde ise G4 grubu dışındaki gruplar problem için veriler oluşturmuş ve GeoGebra yazılımında regresyon analizi yaparak modellerini elde etmiştir. Bu problemde gruplar çözüm için teknoloji bilgilerini uygun şekilde kullanabilmiştir.

4. 2. 2. 5. Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Matematiksel modelleme probleminin çözümünden elde edilen matematiksel sonuçların analiz edildiği, gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlandığı ve çözümün kelimelerle ifade edildiği bu basamak altında gruplar elde ettikleri modelleri gerçek yaşama taşımakta güçlükler yaşamıştır. Öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde yorumlama basamağına yönelik yaşadıkları güçlüklerle ilişkin elde edilen kod ve bu kodun hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 46'da verilmiştir.

Tablo 46. Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Kod	Yorumlama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler		
	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma	G1, G3	G4, G5	G1, G2, G3, G4

Tablo 46'da görüldüğü gibi grupların yorumlama basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlük *matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma* şeklindedir.

Matematiksel Modelden Gerçek Yaşam Durumuna Geçişi Dikkate Alma

Bu kod oluşturulan matematiksel modelin sonuçlarının gerçek yaşam ile olan ilişkisini incelemenin göz ardı edilmesi sonucunda modelin sonuçlarının yorumlanmasında yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G1 ve G3 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışmasında, G4 ve G5 gruplarının Merdiven problemi ile çalışmasında ve G1, G2, G3, G4 gruplarının Dönme Dolap problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır.

G1 ve G3 grupları Deniz Feneri probleminde matematiksel modellerini belirledikten sonra modelin sonuçlarının gerçek yaşam durumu ile olan ilişkisine bakmamıştır. Bu doğrultuda bu gruplar matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma konusunda güçlük yaşamıştır. G1 grubu çözümünü GeoGebra'da kurmuş olduğu dinamik yapı ile yapmış, bulduğu sonucun gerçek yaşamdaki anlamını sorgulamamıştır. G1 grubu çözüm sonrası grup raporunda limit ve dik üçgen bağıntılarını kullandıkları için çözümün gerçek yaşam için uygun olduğunu ifade etmiştir. Bu anlamda G1 grubu yorumlama basamağında doğrulama basamağı gibi yaklaşmış ve çözümü uygun bir şekilde tartışmamıştır. G1 grubu ile bu duruma yönelik yapılan odak grup görüşmesinden bir kesit aşağıda verilmiştir:

Arş: Çözümünüz gerçek hayat için uygun mu? Bunu çözüm sırasında düşündünüz mü?

H: Düşünmedik ama içimize sindi yani. Bizim kaçırdığımız bir nokta olabilir ama en mantıklısı bu geldi bize yani.

B: Biz hepsini aslında günlük hayata uyarlayacak şekilde düşünmeye çalıştık. Yani 0 derece mantiken düşündüğümüzde yani o açının ilk gördüğümüz an mutlaka bir açı ile o feneri göreceğiz biz. En küçük yani sıfırdan küçük bir açı ile göreceğiz biz. Bunu bildiğimiz için en küçük sıfırdan biraz büyük değeri almayı düşündük.

S: Hani mutlaka yani açılarda belki sorun olmuş olabilir. Ya da düşüncemiz yani ya da çözüm yolumuz şey olabilir ama hemen hemen yakındır yani. Belki birkaç metre oynayabilir.

G1 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri çözüm sırasında modelden elde ettiği sonucun gerçek yaşam için anlamlı olup olmadığını düşünmemiştir. G1 grubu yapılan görüşmede çözümlerinin içlerine sindiğini ve mantıklı geldiğini ifade etmiştir. Grup üyeleri modelin gerçek hayattaki anlamını tartışmak yerine çözüm yolunun doğruluğu üzerine tartışmıştır. Bu bağlamda G1 grubu çözümün gerçekçi olup olmadığını yorumlayamamıştır. G3 grubu ise Deniz Feneri probleminde modelde kullanacakları değişkenleri belirlemek amacıyla internette araştırma yaparken, problemde sorulan Şile Deniz Feneri'nin görüş mesafesine ulaşmıştır. Grup üyeleri kendilerini bu veriye ulaştırarak olan matematiksel modeli oluşturmaya çalışmıştır. Bu nedenle G3 grubu sonucu veren matematiksel modeli oluşturmuş ve çözümü yorumlamamıştır.

Merdiven probleminde ise G1, G2 ve G3 grupları matematiksel modeli elde edemediğinden yorumlama yaklaşımında bulunmamıştır. Bu problemde yalnızca G4 ve G5 grupları uygun matematiksel modeli oluşturabilmiştir. Ancak G4 ve G5 grupları modele ulaştıktan sonra çözümü gerçek hayata taşımamıştır. G1, G2 ve G3 grupları ise matematiksel modeli elde edemediğinden yorumlama yaklaşımında bulunmamıştır. G4 grubu çözüm sonrası grup raporunda varsayım oluşturmadıkları için çözümün gerçek hayat için uygun olduğunu ifade etmiştir. G4 grubunun bu algısı öğretmen adaylarının matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate almasını zorlaştırmıştır. G5 grubu ise GeoGebra'da yapıyı kurup göremedikleri için çözümü yorumlama konusunda güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir.

Dönme Dolap probleminde ise G5 grubu dışındaki gruplar belirledikleri modellerin gerçek yaşamdaki karşılığını belirlemeye yönelik bir çalışma yapmamış, modellerini olduğu gibi kabul etmiştir. Dönme Dolap probleminde ise yalnızca G5 grubu kendi mantık ve deneyimleri doğrultusunda problemi yorumlayabilmiştir. G5 grubu grup raporunda

modelden elde ettiği sonuçların mantıklı olduğunu ifade etmiştir. Grup üyeleri elde ettikleri modelde koltuğun belli saniyeler için tahmin ettikleri yüksekliğe ulaştığını ifade etmiştir. G1 ve G4 grupları ise varsayımları gerçek hayata uygun olduğu için çözümlerinin de gerçek hayata uygun olduğunu ifade etmiştir. G1 ve G4 grupları bu nedenle kendi mantık ve deneyimlerinden yararlanarak çözümü gerçek yaşama taşıyamamıştır. G2 ve G3 grupları ise yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmıştır. Bu gruplar modelin gerçek yaşamdaki anlamını tartışmak yerine çözüm yolunun doğruluğu üzerine tartışmıştır.

4. 2. 2. 6. Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Bulgular

Matematiksel modelin çözümünün test edildiği ve modelin geçerliliğinin sorgulandığı bu basamağa yönelik öğretmen adaylarının yaşadığı güçlüklerle ilişkin elde edilen kodlar ve bu kodların hangi grupların çalışmalarında ve hangi modelleme problemlerinde ortaya çıktığına ilişkin bilgiler Tablo 47’de verilmiştir.

Tablo 47. Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler

Doğrulama Basamağında Karşılaşılan Güçlükler			
Kod	Teorik modelleme problemleri		
	Deniz Feneri	Merdiven	Dönme Dolap
Modelin geçerli ve genellenebilir olmasını dikkate alma	G1, G3	G2, G3	G2, G3
Modelin geçerliliği hakkında karar varma	G2	G5	-

Tablo 47’de görüldüğü gibi grupların doğrulama basamağına yönelik yaşamış oldukları güçlükler: *modelin geçerli ve genellenebilir olmasını dikkate alma* ve *modelin geçerliliği hakkında karar varma* şeklindedir.

Modelin Geçerli ve Genellenebilir Olmasını Dikkate Alma

Bu kod oluşturulan matematiksel modellerin geçerliliğini sağlanmaya ve modelin farklı durumlar için genellenebilir olup olmadığını incelemeye yönelik çalışma yapılmaması nedeniyle modelin doğrulanmasına yönelik yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G1 ve G3 gruplarının Deniz Feneri problemi ile çalışmasında ve G2, G3 gruplarının Merdiven ve Dönme Dolap problemleri ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. Deniz Feneri probleminde G1 ve G3 grupları modeli elde ettikten sonra modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik bir çalışma yapmamıştır. G1 ve G3 grupları çözüm sonrası grup raporunda modelin doğruluğundan emin olmadıklarını ifade etmiştir. Deniz Feneri

probleminde G3 grubu ile durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıda verilmiştir:

Arş: Çözümünüz başka deniz fenerleri için de geçerli mi?

Ş: Geçerli olur yani hocam yani bence.

A: Ama başka deniz fenerlerinde ne kadar derece yaptığı önemli.

Ş: Tamam şu değerler Şile için geçerli.

A: Sadece Şile için geçerli ama.

Ş: Ama mesela atıyorum başka bir fener için şu alfabı bulursak sağlar. Mesela atıyorum Rumeli Feneri 360 dereceyi 360 saniyede tamamlıyorsa o zaman o her dönüşünde 1 derecelik alan görüyordur hani.

A: Herhangi bir değeri yazmadık ki Şile'ye.

M: Sadece şu bilgisini kullandık kaç saniyede tamamladığını.

Arş: Modelinizi kontrol etmediniz mi yani?

A: Nasıl edelim. Artı veriler vermemiş ki bize.

Arş: Çözümünüzün doğruluğundan emin misiniz?

Ş: Bize başka veriler verilmediği için emin değiliz. Mesela başka bir fener için de bunu deneseydik o zaman emin olurduk.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modelin başka deniz fenerleri için genellenebilir olup olmadığını dikkate almamıştır. G3 grubu matematiksel modeli Şile Deniz Feneri için belirlediği verilerle oluşturduğundan matematiksel model yalnızca Şile Deniz Feneri için geçerli olmuştur. G3 grubu problemde veri verilmediğinden elde ettiği modelin doğruluğunu kontrol etmediğini ifade etmiştir. Grup üyeleri problemde başka veriler verilmediği için modelin doğruluğundan emin olmadıklarını belirtmiştir. Ayrıca G3 grubu başka deniz fenerleri için modelin doğruluğunu test etmediklerinden modelin geçerli olup olmadığına karar verememiştir. G1 grubu ise GeoGebra'da oluşturduğu dinamik yapı için herhangi bir doğrulama işlemi yapmamıştır. G1 grubu matematiksel modeli yazılım aracılığıyla oluşturduklarından çözümlerinin doğru olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının teknolojik araçlara aşırı güven duyması modelin doğrulanmasını göz ardı etmelerine neden olmuştur.

Merdiven probleminde ise G2 ve G3 grupları bazı özel durumları incelemiş ve bu durumları sözel olarak ifade etmiştir. Bu gruplar uygun matematiksel modeller elde edememiş ve modelin geçerli ve genellenebilir olmasını dikkate alma konusunda güçlük yaşamıştır. G2 ve G3 grupları özel durumlar için belirledikleri matematiksel modelleri

doğrulamak için yine özel durumları incelemiştir. Bu anlamda çalışma grupları matematiksel modelin geçerliliğini sağlayamamıştır. Merdiven probleminde G3 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir bölüm aşağıda verilmiştir:

Arş: Çözümünüzün doğrulamak için bir çalışma yaptınız mı?

Ş: Hayır, yapmadık.

Arş: Neden yapmadınız?

M: Zaten bizim çözümümüz biraz sözel oldu.

A: Yani, zaten bu yazdıklarımız olan şeyler. Durumu anlattık biz.

Arş: Çözümünüzün doğruluğundan emin misiniz?

A: Hocam bizim bulduğumuz şey yanlış bir şey değil bence. Doğru bir şey. Ama sizin sorduğunuzun cevabı mı orası tartışılır.

Ş: Evet bence de.

M: Çünkü hocam bunlar fizik formülleri.

Ş: Çünkü burada yanlış bir şey yok ki, burası 45, 45. 90-45-45 üçgeni. Şu yolla şu yol eşit yani.

A: Bence bizim yaptığımız şey doğru ama cevabı bu değil. Bizim modelimiz biraz sözel aslında buradaki biraz. Biz size hareketi bildiğiniz anlattık yani.

G3 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri çözümlerinin doğrulamak için bir çalışma yapmamıştır. G3 grubu merdiven üzerindeki notanın hareketini sözel bir şekilde açıkladıklarını ifade etmiştir. Grup üyeleri problemde sorulan durumun cevabını bulmadıklarını ancak fizik formüllerini kullandıkları için çözümlerinin doğru olduğunu ifade etmiştir. G2 grubu da G3 grubuna benzer şekilde merdiven üzerinde bulunan noktanın hareketi için bazı özel durumları incelemiş ve uygun bir model oluşturamamıştır. G2 grubu sayısal veri olmamasının kafalarını karıştırdığını, sayısal veri olmadığı için sadece tahminde bulunabildiklerini ve modellerinin geçerli bir model olmadığını ifade etmiştir.

Dönme dolap probleminde ise G1, G4 ve G5 grupları elde ettikleri modelleri farklı değerler için test ederek doğrulamıştır. Ancak G2 ve G3 grupları elde ettiği matematiksel modelin geçerli ve genellenebilir olup olmadığını dikkate almamış, modeli doğrulamaya yönelik bir çalışma yapmamıştır. G2 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir kesit aşağıda verilmiştir:

Arş: Çözümünüzün doğrulamak için bir çalışma yaptınız mı?

S: Hayır, yapmadık.

Arş: *Neden?*

G: *Çözümü bulunca direk yazdık. Doğruluğunu kontrol etmedik.*

Arş: *Çözümünüzün doğruluğundan emin misiniz peki?*

G: *Yani... Doğru yaptık bence.*

Arş: *Mesela bu modelde size 200. Saniyede koltuğun yüksekliği nedir desek bu modelle bulabilir misiniz?*

G: *Hiç bakmadık ama buluruz herhalde yani hocam.*

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri çözümün geçerli ve genellenebilir olmasını dikkate alma konusunda güçlük yaşamıştır. G2 grubu çözümü doğrulamak adına bir çalışma yapmamış, çözümü bulunca direk yazdıklarını ifade etmiştir. G2 grubu elde ettiği modelin genellenebilir olup olmadığını yorumlama konusunda zorlanmıştır. Benzer şekilde G3 grubu Dönme Dolap probleminde modeli doğrulamak için bir çalışma yapmamıştır. G3 grubu modeli GeoGebra ile oluşturdukları için çözümün doğru olduğunu ifade etmiştir.

Modelin Geçerliliği Hakkında Karara Varma

Bu kod oluşturulan matematiksel modellerin geçerliliğinin bazı özel durumlar için incelenmesi ve modelin geçerliliğinin tüm durumlar için sağlanamaması nedeniyle modelin doğruluğuna karar verme konusunda yaşanan güçlükleri ifade etmektedir. Bu güçlük G2 grubunun Deniz Feneri problemi ile çalışmasında ve G5 grubunun Merdiven problemi ile çalışması sırasında ortaya çıkmıştır. G2 grubu Deniz Feneri probleminde internetten farklı deniz fenerlerine ait yükseklik ve görüş mesafesi verilerine ulaşmıştır. G2 grubu bu veriler yardımıyla GeoGebra yazılımında regresyon analizi uygulamış ve modeli elde etmiştir. Ancak G2 grubu yeterli sayıda veriye ulaşamadığından oluşturdukları matematiksel modelin farklı veriler için geçerliliğini sağlama noktasında güçlük yaşamıştır. Bu durum üzerine G2 grubu ile yapılan odak grup görüşmesinden bir kesit aşağıda verilmiştir:

Arş: *Çözümünüzün doğruluğundan emin misiniz?*

G: *Yani iki tane değerle genelleme yapmak doğru değildi ama başka değer bulamadık.*

Arş: *Neden bulamadınız?*

S: *Bulamadık hocam. İki tane veri bulabildik.*

G: *Çünkü görüş mesafesi iki tanesinin milini veriyor. Diğerlerinkini vermiyordu, göstermiyordu daha doğrusu. Onla da genelleme yapılamaz iki veriyle ama başka bir şey aklımıza gelmeyince bari bunu deneyelim dedik.*

Arş: *Yani doğru bir çözüm yaptınız mı sizce?*

S: *Yani, sonuçta iki veri için oluşturduk denklemi. Kesin doğru yaptık diyemeyiz.*

G2 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri internette yaptığı araştırmada deniz fenerlerinin görüş mesafelerine ait sadece iki tane veri bulabildiklerini ifade etmiştir. Grup üyeleri bu iki veri ile matematiksel modeli oluşturmuştur. G2 grubu sadece iki veri ile genelleme yapmanın doğru olmadığını, başka bir yöntem düşünemedikleri için bu yolu kullandıklarını belirtmiştir. Grup üyeleri çözümlerinin kesin doğru olmadığını ifade etmiş, modelin geçerliliği hakkında karar varamamıştır.

Merdiven probleminde ise G5 grubu oluşturduğu matematiksel modelin geçerliliği hakkında karar varma konusunda güçlük yaşamıştır. G5 grubu oluşturduğu matematiksel modelin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla bazı değerler için modeli incelemiştir. G5 grubu matematiksel modelin seçtikleri özel değerler için mi yoksa tüm durumlar için mi doğru olduğunu belirleme konusunda zorlanmıştır. G5 grubu ile bu durum üzerine yapılan odak grup görüşmesinden bir kesit aşağıda verilmiştir:

Arş: *Grup raporunuzda çözümünüzün doğruluğuna karar verme noktasında zorlandık demişsiniz. Neden zorlandınız?*

T: *Çünkü değerler deniyorduk. Ya da hani biz özel değerler seçtiğimiz için mi uyuyor mesela, yoksa normalde uymaz mı diye çok düşündük.*

S: *Mesela bu değerleri değiştirdik falan bir sürü uğraştık.*

T: *Bir de şey vardı. Mesela 6, 8, 10 üçgeni seçtik. Oradan seçtiğimizde oluyor. Ama mesela özel üçgenler seçtiğimiz için mi oluyor falan diyoruz. Hani o açıdan çok şey yapamadık. Biz sadece özel noktalar seçtiğimiz için mi geliyor, yoksa bütün değerleri sağlar mı diye hani ona karar veremedik. O yüzden çok zorlandık.*

G5 grubu ile yapılan görüşmeden görüleceği gibi grup üyeleri matematiksel modeli doğrulamak amacıyla modeli bazı değerler için test etmiştir. G5 grubu modelin bazı özel durumlar için sağlamasını yapmıştır. Grup üyeleri modelin yalnızca bu özel durumlar için geçerli olup olmadığını belirlemekte zorlandığını ifade etmiştir. Bu anlamda G5 grubu oluşturduğu modelin tüm değerleri sağlayıp sağlamadığına karar verme noktasında güçlük yaşamıştır.

4. 3. Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Görüşleri

Bu bölümde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşlerine yönelik bulgular yer almaktadır. Çalışmanın sonunda çalışmaya katılan grupların matematiksel modelleme

problemlerini çözüme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin düşüncelerini almak amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde gruplara teknolojinin sağladığı kolaylıklar, ortamda teknoloji olmazsa yaşanabilecek güçlükler, modelleme sürecinde teknolojik araç kullanımının öğretmen adaylarının bakış açısına etkileri, teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisi ve ortamda teknoloji olmasaydı elde edilecek modellere ilişkin görüşlerini almak amacıyla katılımcılara 5 soru yöneltilmiştir.

Gruplara yöneltilen bu sorulardan birincisinde matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin sağladığı kolaylıklar hakkında öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. Grupların bu soruya yönelik verdiği cevaplar Tablo 48'de sunulmuştur.

Tablo 48. Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojinin Sağladığı Kolaylıklar

Kod No	Modelleme Sürecinde Teknolojinin Sağladığı Kolaylıklar	Gruplar
A1	Zaman kaybını önleme	G1, G3, G4, G5
A2	Hesaplama kolaylığı	G1, G3, G5
A3	Görselleştirme imkânı	G4, G5
A4	Çözüme ulaşma kolaylığı	G1, G2, G4
A5	Gerçeğe yakın modeller elde etme	G2, G5
A6	Farklı modelleri inceleme fırsatı	G5
A7	Modelin doğruluğunu test etme	G3

Tablo 48'de görüldüğü gibi grupların teknolojinin sağladığı kolaylıklar hakkındaki görüşleri yedi kategori altında toplanmıştır. Gruplar matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların zaman kaybını önleme ve görselleştirme imkânı sağladığını, farklı modelleri inceleme fırsatı bulduklarını, teknolojik araçların hesaplamada, çözüme ulaşmada, gerçeğe yakın modeller elde etmede ve modelin doğruluğunu test etmede kolaylık sağladığını ifade etmiştir. Grupların ilgili kodlara (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7) yönelik ifadeleri aşağıdaki gibidir:

(G5) *“Bu süreçte teknoloji bize çok fazla yardımcı oldu. Karmaşık işlemleri otomatik hesaplayarak zaman kaybını önledi. Ayrıca probleme değişik açılardan bakmamızı sağladı. Şöyle ki bazı verileri direk grafiğe dökmemize olanak verdiği için görsel hale getirme konusunda oldukça yararlı oldu. Birden fazla grafik türünü görerek ve deneyerek seçmemizi sağladı. Örneğin regresyon analizi yaptıktan sonra verileri sağlayan en uygun denklemi seçmek için regresyon modeli seçmemiz yeterli oluyordu.” (A1, A2, A3, A5, A6)*

(G1) *“Modelleme sürecinde yapmış olduğumuz çalışmalarda hesap makinesi kullanımı ve veri analizi hususunda teknoloji zaman kazanma yönünden oldukça faydalı bir uygulama deneyimi sağlamamıza sebep oldu. Grafik*

oluşturma ve GeoGebra programındaki regresyon denklemi uygulaması soru çözümümüzde büyük kolaylık sağladı...” (A1, A2, A4)

(G3) *“Nerdeyse tüm sorularımızı GeoGebra programını kullanarak çözdük. Hesaplayamayacağımız işlemler olduğunda programdan elde ettiğimiz veriler ile çözdük. Onun dışında üzerinde işlem yapabildiğimiz sorular olduğunda kendi elde ettiğimiz sonuçları ve programdan elde ettiğimiz sonuçları karşılaştırdık. Modelin doğruluğunu kontrol etmede program işimizi kolaylaştırdı. Doğru olduğunu gördüğümüzde cevap olarak sunduk.” (A1, A2, A7)*

(G4) *“Problemleri çözerken harcadığımız zamanı azalttı. Çünkü bazı sorularda regresyon analizi kullanarak veya hızlı hesap işlemleri yaparak zamandan tasarruf ettik. Problemleri çözerken görsel olarak problemin çözümünü daha iyi görmemize yardımcı oldu. Çünkü bazı çözümleri GeoGebra üzerinden yaptık ve çözümüne daha kolay ulaştık ya da çözümünde yardımcı oldu.” (A1, A3, A4)*

(G2) *“Teknoloji büyük kolaylık sağladı. Verileri girdiğimizde oluşturulan matematiksel ifadeler, grafikler yardımıyla modeli kolaylıkla elde edebildik. Ayrıca programları kullanarak gerçeğe daha yakın modeller elde ettik.” (A4, A5)*

Grupların matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin sağladığı kolaylıklara ilişkin görüşleri incelendiğinde teknolojinin matematiksel işlemlerin hızlı bir şekilde yapılmasını kolaylaştırdığı ve öğrencileri sıkıcı hesaplamalardan kurtararak kavramsal anlama üzerinde yoğunlaşmalarını sağladığı görülmektedir. Bunun yanında gruplar matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin hesaplamalarda zaman kaybını önlediğini ifade etmiştir. Ayrıca gruplar modelleme sürecinde teknolojinin görselleştirme imkânı sağladığını ve böylelikle ilişkileri görmeyi kolaylaştırdığını ifade etmiştir. Bununla birlikte teknolojik araçlar sonuçları desteklemek için farklı durumları araştırma imkânı sağlamıştır.

Gruplara yöneltilen ikinci görüşme sorusunda *“Matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojik araçlar olmasaydı ne tür güçlüklerle karşılaştırdınız?”* sorusuna cevap vermeleri istenmiştir. Grupların bu soruya yönelik verdiği cevaplardan elde edilen kodlar Tablo 49’da sunulmuştur.

Tablo 49. Matematiksel Modelleme Sürecinde Ortamda Teknoloji Olmazsa Yaşanabilecek Güçlükler

Kod No	Ortamda Teknoloji Olmazsa Yaşanabilecek Güçlükler	Gruplar
B1	İşlemlerin zaman alması	G2, G4, G5
B2	Modeli oluşturma zorluğu / Gerçekçi olmayan modeller oluşturma	G2, G3, G5
B3	Gerçek yaşam verilerini araştırma zorluğu	G1, G2, G3
B4	Hesaplama hataları	G1, G5
B5	Grafik çizimi hataları	G1
B6	Veriler arası ilişkileri görme zorluğu	G4
B7	Modelin doğruluğunu sağlama zorluğu	G2
B8	Karmaşık fonksiyonları inceleme zorluğu	G3

Tablo 49’da görüldüğü gibi grupların ortamda teknolojik araçlar olmasaydı yaşayabilecekleri olası güçlüklerle ilişkin görüşleri sekiz kategori altında toplanmıştır. Gruplar ortamda teknolojik araçlar olmasaydı işlemlerin zaman alacağını, modeli oluşturmada zorluk yaşayacaklarını veya oluşturdukları modelin gerçekten uzak modeller olacağını ifade etmiştir. Bunun yanında ortamda internet olmasaydı problem ile ilgili gerçek yaşam verilerini araştıramayacaklarından söz etmiştir. Ayrıca gruplar teknolojik araçlar olmasaydı hesaplama ve grafik çizimi hataları yapabileceklerini, veriler arasındaki ilişkileri görmede, modelin doğruluğunu sağlamada ve karmaşık fonksiyonları incelemede zorlanacaklarını ifade etmiştir. Grupların ilgili kodlara (B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8) yönelik ifadeleri aşağıdaki gibidir:

(G5) *“Teknolojik yazılımlar veya internet olmasaydı ileri seviyede düşünemezdik belki, düşünseydik bile onu modellemekte zorlanırdık. Biz teknoloji kullanmadan modeller oluşturmak için elimizde ki verileri işimizi kolaylaştıracak şekilde yuvarlama yapardık. Bu da gerçek değerlere yakın sonuçlar verse de yeteri kadar doğru sonuçlar elde edebileceğimiz modellere ulaşmamız zor olurdu. Ayrıca oldukça fazla işlem yapacağımız için modelleme yaparken hem zaman açısından kayıp yaşadık hem de işlem hataları yapma olasılığımız yüksek olurdu. Bu yazılımların en iyi yanı bizi işlemlerden kurtarması ve zaman kaybını önlemesi diyebiliriz.”* (B1, B2, B3)

(G3) *“Teknoloji olmasaydı çok zorlanırdık. Mesela bir problemde GeoGebra yardımıyla sonucu 9. Dereceden bir polinom denklemi bulduk. Eğer GeoGebra olmasaydı biz bunları bulamazdık, bizim bulabileceğimiz maksimum 3. Dereceden polinom denklemi olabilirdi. Ve bu durum doğru sonuca ulaşmamızı engellerdi. Ayrıca internetin olmaması bizi veri araştırması yaparken kolaylık sağladı, olmasaydı daha fazla zorlanırdık.”* (B2, B3, B8)

- (G2) *“Eğer program kullanmasaydık modele ulaşmak daha zor olurdu. Biz daha önceki matematik ve hayat dersinde genelde verilerden bir grafik çizip oradan modele ulaşmaya çalışırdık. Bu da çok zamanımızı alırdı. Ulaştığımız modelin doğru olup olmadığını bilemezdik. Zaten çok genel bir modele ulaşırdık. Çok gerçekçi olmazdı.” (B1, B2, B6)*
- (G1) *“Öncelikle verilerle grafik oluşturma hususunda ve gerçek verilere ilişkin araştırma yaparak veri elde etmede başarılı olamazdık. Bunun sebebi el ile yapılan ölçümlerin gerçek değerle uyuşmaması olabilirdi. Hesaplama yaparken tam sayı olmayan reel sayılarda yaptığımız çalışmalarda hesaplama hatası olabilirdi.” (B3, B4, B5)*
- (G4) *“Verilen verilerin arasındaki ilişkiyi bulmada zorluk yaşayabilirdik. İşlemler daha fazla zaman alırdı. Çünkü GeoGebra işlemleri yapmamızı kolaylaştırdı.” (B1, B6)*

Grupların ifadeleri incelendiğinde matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ortamda teknoloji olmasaydı işlemlerin çok zaman alacağı, modelin oluşturulmasında zorluk yaşanacağı veya oluşturulacak modellerin gerçekten uzak modeller olacağı ifadelerinin sıklıkla kullanıldığı görülmüştür. Gruplar teknoloji olmasaydı oldukça fazla işlem yapmalarının gerektiğini ve bu durumun çok fazla zaman alacağını ifade etmiştir. Bunun yanında öğretmen adayları gerçek yaşam verileri ile çalıştıklarından verilerle yaklaşık hesaplamalar yapacaklarını, böylelikle elde edecekleri modellerin yeterince doğru sonuçları vermeyeceğini ifade etmiştir. Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı daha iyi modellere daha hızlı bir şekilde ulaşılmasını sağlamıştır. Bununla birlikte öğretmen adaylarının büyük kısmı internet olmasaydı modelleme problemleri ile ilgili gerçek yaşam verilerini araştıramayacaklarını ve bu durumun daha fazla zorluk yaşamalarına sebep olacağını ifade etmiştir. Bu doğrultuda modelleme sürecinde internetin varlığı gerçek yaşam problemine yönelik araştırma yapma imkânı sağlamıştır. Bunun yanında gruplar teknoloji olmasaydı hesaplama ve grafik çizimi hataları yapabileceklerini, veriler arasındaki ilişkileri görmede, modelin doğruluğunu sağlamada ve karmaşık fonksiyonları incelemede zorluk yaşayabileceklerini belirtmiştir. Bu doğrultuda matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların varlığı daha doğru sonuçlar elde etme ve veriler arasındaki ilişkileri görmeyi kolaylaştırmanın yanında, modelin kontrol edilme sürecine yardımcı olmuştur.

Gruplara yöneltilen bir diğer soruda matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojik araçların kullanımının öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik bakış açılarında bir değişiklik oluşturup oluşturmadığı ve nasıl

etkileri olduğu araştırılmıştır. Grupların bu soruya yönelik verdiği cevaplara ilişkin elde edilen kodlar Tablo 50’de sunulmuştur.

Tablo 50. Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojik Araçların Kullanımının Öğretmen Adaylarının Bakış Açısına Etkileri

Kod No	Teknolojinin Bakış Açısına Etkileri	Gruplar
C1	Matematiksel modelleme problemlerinin zor olduğu fikrini değiştirme	G2, G3, G4, G5
C2	Matematiksel modellemede kendini yeterli hissetme	G1
C3	Teknolojinin ilerideki meslek hayatı için yararlı ve gerekli olduğunu düşündürme	G5

Tablo 50’de görüldüğü gibi matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının öğretmen adaylarının bakış açısına etkileri üç kategori altında toplanmıştır. Matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı tüm grupların matematiksel modellemeye yönelik bakış açılarında değişiklik oluşturmuştur. Grupların ilgili kodlara (C1, C2, C3) yönelik ifadeleri aşağıdaki gibidir:

- (G1) *“Evet oldukça değiştirdi ve artık grupça modellemede kendimizi daha yeterli hissediyoruz. Öğrencilerimize konuyu daha iyi kavrayabilmeleri için bu programları kullanmayı düşünüyoruz.” (C2)*
- (G2) *“Evet. Önceden çok uğraşırdık, çok zor gelirdi ama aslında daha kısa yolu varmış. Hem teknolojiyi kullanarak model oluşturmak daha kolay. Daha gerçekçi ya da gerçeğe yakın sonuçlar elde ettik.” (C1)*
- (G3) *“Evet. Aslında matematikte çok kullandığımız ve bildiğimiz şeylerin teknoloji ile daha kolay ve daha doğru sonuçlara ulaşabilmemizi sağladı. Bu programa aşına olunca matematiksel modelleme daha kolay geldi bizim için. Teorik olarak gördüğümüz birçok konunun bize öğretildiği gibi günlük hayattaki problemlerle çözülebildiğini programlarla görmüş olduk.” (C1)*
- (G4) *“Evet değiştirdi. Matematiksel modelleme problemlerinin teknolojiyle daha basit çözüleceğini gördük. Eskiden modelleme problemleri daha zor ve karmaşık geliyordu. Şimdi bu problemleri çözmek daha eğlenceli geliyor. ” (C1)*
- (G5) *“Evet. Önceden matematiksel modelleme daha zor geliyordu. Bir problemi oluştururken nereden başlamamız neler yapmamız gerektiği konusunda zorlanıyorduk. Bu yazılımlar sayesinde zorlanmadan bir problemin yapısını kurabiliyoruz. Ayrıca teknolojinin problem çözümümüzü oldukça kolaylaştırmasının yanı sıra ileri de öğretmenlik hayatımızda konu anlatmak dersimize ilgi çekmek için ne kadar yararlı olduğunu düşündürdü. Ayrıca bu*

gibi programların biz öğretmen adaylarına daha ayrıntı daha fazla anlatılması gerektiğine bunun ne kadar yararlı olduğu anlamış olduk.” (C1, C3)

Grupların ifadeleri incelendiğinde matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı tüm grupların matematiksel modellemeye yönelik bakış açısında olumlu değişiklikler oluşturmuştur. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojiyi kullanmadan önce matematiksel modellemenin karmaşık ve zor olduğu düşüncesi teknolojik araçların kullanımı ile beraber değişiklik göstermiştir. Teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinin daha kolay ve eğlenceli olduğunu düşünmelerine katkıda bulunmuştur. Bunun yanında teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının matematiksel modellemede kendilerini daha yeterli hissetmelerini ve teknolojinin ilerideki meslek hayatlarında yararlı ve gerekli olduğunu düşünmelerini sağlamıştır.

Gruplara yöneltilen diğer bir soruda teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisi ile ilgili görüşleri araştırılmıştır. Grupların bu soruya yönelik verdiği cevaplara ilişkin elde edilen kodlar Tablo 51’de sunulmuştur.

Tablo 51. Teknolojinin Matematiksel Modelleme Sürecine Etkisi

	Kod No	Teknolojinin Matematiksel Modelleme Sürecine Etkisi	Çalışma Grupları
Olumlu Etki	D1	Kısa sürede modele ulaşma	G2, G3, G5
	D2	Gerçek hayat verileri ile çalışma nedeniyle hesaplama yapmayı kolaylaştırma	G1, G5
	D3	Daha güvenilir sonuçlara ulaşma	G2, G3
	D4	Verileri grafiğe aktarma kolaylığı	G1
Olumsuz Etki	D5	Problem üzerinde düşünmeyi azaltma	G2, G5
	D6	Teknolojiyi kullanmada yaşanan güçlüklerin çözüme ulaşmayı engellemesi	G4

Tablo 51’de görüldüğü gibi teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkisine yönelik öğretmen adaylarının görüşleri olumlu ve olumsuz etki olmak üzere iki tema altında toplanmıştır. Öğretmen adayları teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olumlu etkilerinin kısa sürede modele ulaşma, gerçek hayat verileri ile çalışma nedeniyle hesaplama yapmayı kolaylaştırma, daha güvenilir sonuçlara ulaşma ve verileri grafiğe aktarma kolaylığı olduğunu ifade etmiştir. Bunun yanında öğretmen adayları teknolojik araçların modelleme sürecine olumsuz etkilerinin problem üzerinde düşünmeyi azaltması ve teknolojiyi kullanmada yaşanan güçlüklerin çözüme ulaşmayı engellemesi olduğunu ifade etmiştir. Çalışma gruplarının ilgili kodlara (D1, D2, D3, D4, D5, D6) yönelik ifadeleri aşağıdaki gibidir:

- (G1) *“Oldukça etkili olduğunu düşünüyoruz. Bunun sebebini matematiksel modellemede kullanılan verilerin günlük hayatta yapılabilecek olan hesaplar gibi olmaması olarak görüyoruz. Örneğin; bize uygulamada verilen verilerin çoğu çok basamaklı ve ondalıklıydı. Oysa biz günlük hayatta daha çok tamsayı işlemlerle uygulamalar yapıyoruz. Ayrıca teknoloji kullanımı verisel bilgilerin grafiğe aktarımı hususunda çok yardımcı bir uygulama olduğunu düşünüyoruz.” (D2, D4)*
- (G2) *“Kısmen etkili. Çünkü modelleme oluştururken programlardan faydalanmak bir süre sonra ezber giriyor. Her soruda aynı şeyi yapayım sonuç çıksın düşüncesi oluşuyor. Bir süre sonra artık soru üzerinde düşünmemeye başlıyoruz. Ama iyi yanı daha kısa zamanda sonuca götürüyor. Daha gerçekçi sonuçlara ulaşmamızı sağlıyor.” (D1, D3, D5)*
- (G3) *“Kesinlikle. Daha kolay ve daha hızlı ve daha güvenilir sonuçlara ulaşmamızı sağladı. Ayrıca programlar şimdiye kadar ki öğrendiğimiz bilgileri görselleştirmemizde yarar sağladı.” (D1, D3)*
- (G4) *“Her zaman etkili değildir. Çünkü bazı problem çözümlerinde teknolojiyi istediğim gibi kullanamıyorum. Bu durum problemi çözmemi engelliyor. Bu durumda yapılması gereken problemi teknoloji kullanmadan yapmaya çalışmam oluyor.” (D6)*
- (G5) *“Evet, çünkü karmaşık işlemleri yapmak hem zaman alıcı hem de işlem hatası yapma olasılığı çok yüksek. Teknolojik yazılımlar ve internet bizi bu olumsuzluklardan kurtarıyor.... Bu problemleri teknoloji kullanmadan çözmek isteseydik herkes farklı sonuçlara ulaşacaktı fakat GeoGebra ile çözerken yaptığımız iş verileri sisteme girip en doğru modeli seçmek oldu. Bunun yaratıcı düşünmemizi engellediği söylenebilir fakat bunun dışında kesinlikle teknoloji modelleme konusunda etkili bir araçtır.” (D1, D2)*

Grupların ifadeleri incelendiğinde teknolojik araçların kısa sürede modele ulaşma, gerçek yaşam verileri ile çalışma nedeniyle hesaplamaları kolaylaştırma, daha güvenilir sonuçlara ulaşma gibi olumlu etkilerinin yanında bazı olumsuz etkilerinin de olduğu ifade edilmiştir. Gruplar matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların olumsuz etkilerinin problem üzerinde düşünmeyi azaltması ve teknolojiyi kullanma konusunda yaşanan güçlüklerin çözüme ulaşmayı engellemesi olduğunu belirtmiştir.

Gruplara yöneltilen son soruda ortamda teknoloji olmasaydı elde edilecek modeller hakkında öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. Grupların bu soruya yönelik verdiği cevaplar Tablo 52’de sunulmuştur.

Tablo 52. Ortamda teknolojik Araçlar Olmasaydı Elde Edilecek Modellere İlişkin Görüşler

Modelleme Problemleri	Kod No	Ortamda Teknolojik Araçlar Olmasaydı Elde Edilecek Modellere İlişkin Görüşler	Gruplar
Deneysel	E1	Modeli elde edemedik	G1, G2, G3
	E2	Sadece verilere ait grafiği çizdik	G1, G2
	E3	Grafik ve eğimden yararlanarak modeli elde etmeye çalışırdık	G1, G2, G3, G4, G5
	E4	Doğrusal olmayan modelleri elde etmede zorlanırdık	G4, G5
Teorik	E5	Modeli elde edemedik	G1, G2, G3
	E6	Modeli elde edebilirdik	G4
	E7	Modeli elde edebilirdik ancak çok zaman alırdı	G5

Tablo 52’de görüldüğü gibi G1 ve G2 grupları ortamda teknolojik araçlar olmasaydı deneysel modelleme problemlerinde modeli elde edemeyeceklerini ve sadece verilere ait grafiği çizebileceklerini ifade etmiştir. G3, G4 ve G5 grupları verilerin grafiği ve eğiminden yararlanarak modeli elde etmeye çalışacaklarını belirtmiştir. G4 ve G5 grupları ortamda teknoloji olmasaydı doğrusal olmayan modelleri elde etmede zorlanacaklarını ifade etmiştir. Teorik modelleme problemlerinde ise G1, G2 ve G3 grupları ortamda teknolojik araçlar olmasaydı modeli elde edemeyeceklerini, G4 grubu modeli elde edebileceğini, G5 grubu ise modeli elde edebileceklerini ancak çok zaman alacağını ifade etmiştir. Grupların ilgili kodlara (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7) yönelik ifadeleri aşağıdaki gibidir:

(G1) *“Teknoloji olmasaydı çözemeyecektik bu soruyu. Yapamazdık yani yarıya kadar gelirdik. Önce grafiğe bakardık. Eğimden bir denklem elde etmeye çalışırdık. Aslında çok uzak değerler bulurduk. Hani sağlamayan değerler bulurduk. Çünkü kendi elimizde yaptığımız için çok net bir şey olmazdı. Model elde edemedik yani.”* (E1, E2, E3)

“Bu sorularda da teknoloji olmadan modeli elde edemedik. Hani nasıl yapacağımızı tahmin ederdik ama denklemi oluşturmakta çok zorlanırdık.” (E5)

(G2) *“Teknoloji olmasaydı grafik çizdik hocam. Oradan bir tahmin yürütürdük. Ama formülü bulabilir miydik bilmiyorum. Çok zorlanırdık. Yazsak bile bu kadar karmaşık formüller yazamazdık. Daha basit bir şey olurdu yani. Tahmini bir değer olurdu yani. Gerçeğe uygun olmazdı. Doğru modeli elde edemedik.”* (E1, E2, E3)

“Program olmasaydı modeli elde edemedik. GeoGebra bizim kurtarıcımız oldu.” (E5)

(G3) *“GeoGebra olmasaydı bu soruları çözemerdik. Grafik çizerdik hocam. Onun mesela eğimini falan hesaplamaya çalışırdık. Öyle bir şeyler yapardık. Aralıklar içerisinde eğim hesaplardık. Ama zorlanırdık yani şöyle şuraya bakınca çok karmaşık gözüküyor. 1,53, 1,36. o sayılar 15, 18, 21 gibi olsa ben bir şeyler bulmaya çalışırdık belki.” (E1, E3)*

“Bunu belki şöyle yapsaydık, ilerletseydik belki grafiğin nasıl olduğunu fark ederdik. Ama denklemi yazamazdık. Sadece grafiğin ne olduğunu fark ederdik yani.” (E5)

(G4) *“Program olmasaydı grafiğini çizerdik. Noktaları koyduğumuz zaman zaten noktalar ne tür bir grafik çıkacağını bize belli ediyor. Ona göre oradan ne olacağını üç aşağı beş yukarı kestirirdik. Mesela \ln mi geliyor, üstel fonksiyon mu geliyor, yoksa polinom mu geliyor onu oradan kestirirdik. Oradan modeli elde edebilirdik. Ama grafik doğrusal çıkmazsa zorlanırdık yani modeli yazmakta.” (E3, E4)*

“Bu problemleri zaten teknoloji kullanmadan çözdük. Çözüm yolunu bulunca kâğıt üzerinde yaptık. Teknoloji olmadan da modeli elde edebilirdik yani.” (E6)

(G5) *“Teknoloji olmadan da yapardık bu soruları ama daha uzun sürerdi. Çünkü programda verileri yazıyorsun, analiz et diyorsun, direk hani formül çıkıyor. Hani regresyonda nasıl ki noktaları grafiğe döküyor, oradan o noktaları sağlayacak denklemi oluşturmaya çalışıyor, biz de aynı şekilde noktaları grafiğe döküp, grafiğin şeklinden yola çıkarak bir formül oluşturmaya çalışırdık. Doğrusal denklemi çok rahat yazabilirdik ama diğer denklemleri yazarken zorlanabilirdik. Çünkü doğrusal denklemi yazmak bizim için daha kolay.” (E4, E5)*

“Teknoloji olmadan da çözebilirdik. Ama çözüm yolunu hemen bulamayabilirdik. Daha çok zaman alırdı çözmemiz.” (E7)

Grupların ifadeleri incelendiğinde hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde modelin elde edilmesinde teknolojik araçların önemli bir rol oynadığı görülmektedir.

5. TARTIŞMA

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknolojinin rolünün ortaya koyulmasını, deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünde nasıl bir farklılaşma olduğunun incelenmesini amaçlayan çalışmanın bu bölümünde araştırmacının alt problemleri doğrultusunda elde edilen bulgular, literatür ile tartışılacak ve karşılaştırmalı olarak yorumlanacaktır. Bu kapsamda deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde kullanılan yaklaşımlar açısından teknolojinin rolü, deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaşılan güçlükler açısından teknolojinin rolü ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşlerine ilişkin tartışmalara yer verilmiştir.

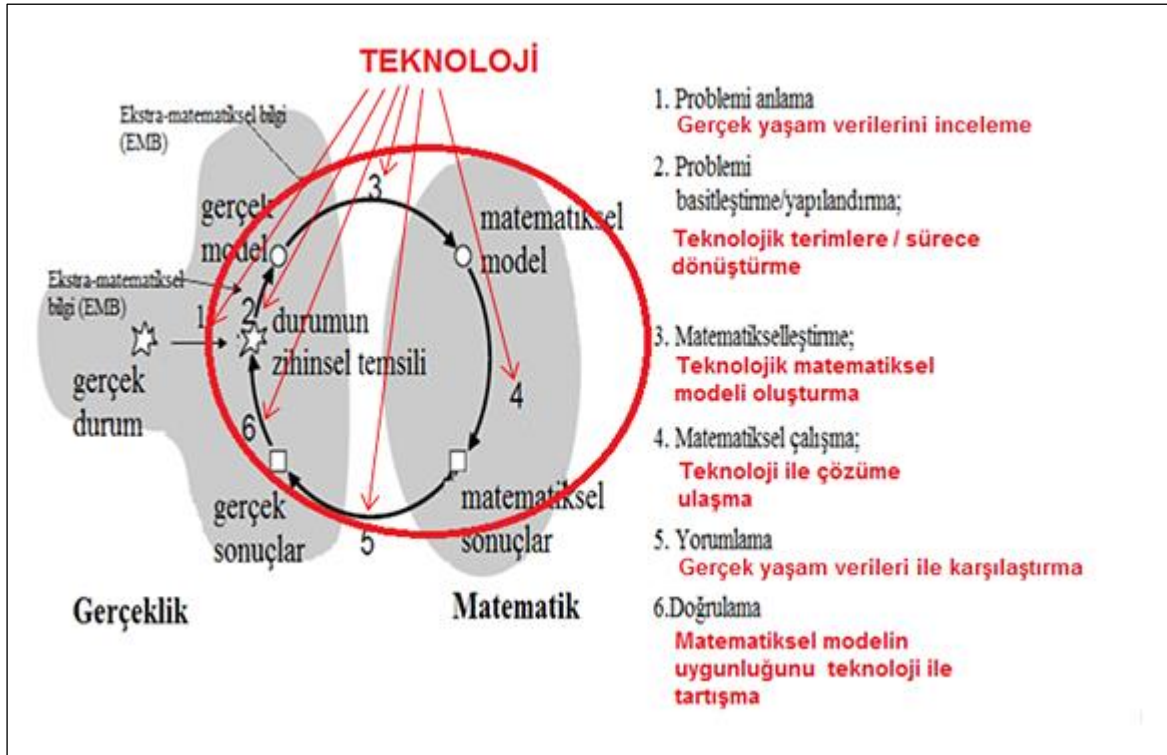
5. 1. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma

Deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünü belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde modelleme sürecinin tüm basamaklarında, teorik modelleme problemlerinde ise problemi anlama basamağı dışında modelleme sürecinin tüm basamaklarında teknolojiyi aktif olarak kullanmıştır. Deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde problemi anlama basamağında teknoloji araştırma yapma rolünü üstlenmiştir. Bu basamakta internetin varlığı gerçek yaşam verilerinin incelenmesi ve bu veriler yardımıyla problemin bağlamının yorumlanması ve problemin yapılandırılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Böylelikle Geiger'in (2011) de belirttiği gibi internet erişimine sahip bilgisayarlar gerçek yaşam problemine yönelik araştırma yapılmasına ve böylelikle gerçek problemlerin anlaşılmasına yardımcı olmuştur.

Her iki problem türü için de teknolojik araçlar basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarında önemli roller üstlenmiştir. Basitleştirme basamağında gerçek yaşam problemine ait değişkenler teknolojik terimlere ve yapılara dönüştürülerek matematiksel modelleme süreci teknolojik bir sürece dönüştürülmüştür. Bu bağlamda problem durumuna ait değişkenler grafiksel veya dinamik olarak temsil edilmiştir. Böylelikle değişkenler arasındaki ilişkilerin araştırılması açısından matematiksel süreç, teknolojik bir sürece dönüştürülmüştür. Bunun yanında basitleştirme basamağında teknolojik araçlar problemin görselleştirilmesi, uygun

varsayımların belirlenmesi ve ilişkilerin keşfedilmesine katkıda bulunmuş olup öğretmen adaylarına farklı buluşsal stratejiler üretme imkânı sunmuştur. Bu bakımdan Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez'in (2011) belirttiği gibi modelleme etkinliklerinde teknolojik araçların kullanımı, öğretmen adayları için modellerinde gömülü matematiksel ilişkileri ortaya çıkarma ve farklı buluşsal stratejiler üretme imkânı sunması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Matematikselleştirme basamağında ise tanımlanan değişkenler kullanılarak teknolojik araçlar yardımıyla matematiksel model formüle edilmiştir. Bu durumda oluşturulan model teknolojik bir modeldir. Öğretmen adayları matematiksel modeli oluştururken, dinamik bir yapı oluşturarak teknolojik bir model elde etme veya problem durumları için veriler oluşturarak, bu verileri analiz etme şeklinde farklı çözüm yolları izlemiştir. Bu doğrultuda Ferruci ve Carter'ın (2003) ifade ettiği gibi teknolojik araçlar öğrencilerin dinamik gösterimler, cebirsel ve istatistiksel analiz biçimlerini içeren farklı temsilleri seçme ve bu temsiller arasında geçiş yapmalarına olanak sağlamıştır. Matematiksel çalışma basamağında oluşturulan matematiksel modelin çözümü teknolojik araçlar ile elde edilmiştir. Öğretmen adayları elde ettikleri modeller ile ilgili hesaplamalar yapma ve matematiksel sonuçları elde etme amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Bu bağlamda Ang'in (2010) de belirttiği gibi teknolojik araçların kullanımı, öğretmen adaylarının karmaşık veya sıkıcı sayısal hesaplamalar ile mücadele etmek yerine modelin uygulanmasına ve matematiğe odaklanmalarına yardımcı olmuştur. Yorumlama basamağında ise modelden elde edilen sonuçlar ilgili gerçek yaşam verileri ile karşılaştırılarak matematiksel çözümden, çözümün gerçek dünyadaki anlamına geçilmiştir. Bu basamakta internetin varlığı matematiksel sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığının araştırılmasına katkıda bulunmuştur. Bu bakımdan Kissane'nin (2010) de belirttiği gibi matematiksel modelleme sürecinde internetin varlığı gerçek yaşam verilerine ulaşılmasına ve sonuçların tartışılmasına yardımcı olmuştur. Doğrulama basamağında ise teknolojik araçlar oluşturulan modellerin geçerliliğinin tartışılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Bu basamakta GeoGebra yazılımı problem verilerinin test edilmesinde, matematiksel modelin farklı modellerle karşılaştırılmasında ve böylelikle oluşturulan modelin eksik veya üstün yanlarının incelenmesinde kolaylık sağlamıştır. Bu bağlamda Lingefjård'ın (2000) da belirttiği gibi teknolojik araçlar modelin doğrulanmasına yönelik yaklaşımlara yardımcı olmuştur.

Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda çalışmada kullanılan ve bilişsel modelleme perspektifi altında yer alan Borromeo-Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme döngüsü, teknoloji boyutu eklenerek Şekil 82'deki gibi yeniden düzenlenmiştir.



Şekil 82. Teknoloji ile genişletilmiş bilişsel modelleme döngüsü

Şekil 82'de görüldüğü gibi teknoloji matematiksel modelleme sürecinin tüm aşamalarında rol oynamıştır. Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ortaya çıkan yaklaşım ve düşünme süreçlerini inceleyen Hıdıroğlu (2012) çalışmasının sonucunda modelleme sürecinin basamaklarının tümünün teknolojiye bağımlı olmadığını ancak basamakların büyük çoğunluğunun teknolojinin etkisiyle şekillendiğini ifade etmiştir. Bu çalışmada ise Hıdıroğlu'nun (2012) çalışmasından farklı olarak teknoloji modelleme sürecinin tüm basamaklarına etki etmiştir. Ortaya çıkan bu farklılığın süreç boyunca kullanılan teknolojik araçlardaki farklılıktan kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim bu çalışmada Hıdıroğlu'nun (2012) çalışmasından farklı olarak kullanılan internet erişimine sahip bilgisayarlar özellikle problemi anlama, basitleştirme ve yorumlama basamaklarında önemli bir rol üstlenmiştir. Bu bağlamda bu çalışmada teknolojik araçlar yalnızca grafik çizimi veya hesaplama aracı olmaktan çıkıp gerçek yaşam durumu ile ilgili araştırılma yapılmasını, yeni fikir ve çözüm stratejilerinin ortaya çıkmasını sağlamıştır.

Bundan sonraki kısımda matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin tartışmalar "deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde kullanılan yaklaşımlar açısından teknolojinin rolüne ilişkin tartışma" ve "teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde kullanılan yaklaşımlar açısından teknolojinin rolüne ilişkin tartışma" başlıkları altında detaylı olarak ele alınmıştır.

5. 1. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma

Öğretmen adayları deneysel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde teknolojiyi aktif olarak kullanmış, çözüm yaklaşımlarının temelini teknolojiye dayandırmıştır. Özellikle matematiksel modelleme sürecinin basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma ve doğrulama basamaklarında teknolojinin rolü ön plana çıkmıştır. Basitleştirme basamağında Excel ve GeoGebra yazılımının verileri düzenleme, verilere ait grafiği çizme ve veriler arasındaki ilişkileri ortaya koyma açısından sağladığı fırsatlar, süreç boyunca teknolojinin aktif rol oynamasını sağlayan temel etken olarak düşünülebilir. Benzer şekilde Hıdıroğlu'nun (2012) çalışmasında öğretmen adayları sistematik yapıyı kurma aşamasında ve özellikle genel çözüm stratejisini oluşturmada GeoGebra' yı aktif olarak kullanmış ve çözüm stratejilerinin temelini GeoGebra' ya dayandırmıştır. Bu durumun deneysel modelleme problemlerinin yapısı itibariyle çok sayıda gerçek yaşam verisi içermesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim gruplar kâğıt-kalem ile yapılan çalışmalarda verilerin düzenlenmesi ve grafik çizimine yönelik güçlükler yaşamıştır. Özellikle G1 ve G3 grupları deneysel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde başlangıçta kâğıt-kaleme dayalı bir yaklaşım benimsemiştir. Fakat bu grupların çok sayıdaki gerçek yaşam verilerini düzenleme, verilerin grafiğini çizme ve veriler arasındaki ilişkileri belirleme gibi basitleştirme basamağına yönelik yaşadıkları güçlükler onları teknoloji kullanımına yönlendirmiştir. Benzer şekilde lise öğrencilerinin farklı teknolojik araçları (hareket sensörü, GeoGebra yazılımı, grafik hesap makineleri) kullanımını inceleyen Arzarello, Ferrara ve Robutti'nin (2012) çalışmasında da öğrenciler başlangıçta kâğıt-kaleme yönelmiş zaman içinde yaşadıkları güçlükler nedeniyle teknolojik araçlardan yararlanarak matematiksel modeli oluşturmuştur. Bu bağlamda Ang'in (2010) de belirttiği gibi matematiksel modelleme problemlerinde gerçek hayat verileri ile çalışıldığından elde edilecek sonuçların karmaşıklığı teknolojik araçlar sayesinde en aza indirgenmiştir.

Deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde problemin anlaşılması ve modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam verileri ile karşılaştırılması açısından internet önemli bir rol oynamıştır. Öğretmen adayları internet aracılığıyla problem durumu ve değişkenlere yönelik araştırma yapmıştır. Öğretmen adaylarının problem durumu ile ilgili elde ettiği bilgiler problemin anlaşılması ve yapılandırılması açısından önemli fırsat sağlamıştır. Benzer şekilde Geiger (2011) internet erişimine sahip bilgisayarların gerçek yaşam problemine yönelik araştırma yapılmasına ve böylelikle gerçek problemlerin anlaşılmasına yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda problemi anlama basamağında teknolojinin problemin anlaşılmasını kolaylaştırdığı ve problemde istenenlerin belirlenmesine yönelik yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunduğu

görülmektedir. Bunun yanında internet matematiksel modelleme sürecinin yorumlama basamağında da önemli fırsatlar sağlamıştır. Öğretmen adayları modelin çözümünden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırma imkânı bulmuştur. Bu bağlamda Kissane'nin (2010) de belirttiği gibi matematiksel modelleme sürecinde internetin varlığı gerçek yaşam verilerine ulaşma açısından öğrencilere yardımcı olmuştur. Matematiksel modelleme sürecinde internetin varlığı öğretmen adaylarını elde edilen sonuçların gerçek yaşamdaki değerlerini araştırmaya teşvik etmiştir. Böylelikle yorumlama basamağının göz ardı edilmesinin önüne geçilmiştir.

Basitleştirme basamağında Excel ve GeoGebra yazılımı verileri düzenleme, veriler arasındaki ilişkileri ortaya koyma ve verilere ait grafiği çizme açısından öğretmen adaylarına büyük kolaylık sağlamıştır. Özellikle GeoGebra yazılımının varlığı basitleştirme basamağında önemli fırsatlar sağlamıştır. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinde verilen çok sayıdaki gerçek yaşam verisini yazılım aracılığıyla tanımladığı çok değişkenli fonksiyon yardımıyla kısa sürede düzenleyebilmiştir. Bu durum Arzerello, Ferrera ve Robutti'nin (2012) ortaya koymuş olduğu teknolojik araçların öğrencileri dinamik düşünmeye ve formül arayışı için yeni stratejiler benimsemeye teşvik ettiği sonucuyla paralellik göstermektedir. Bunun yanında öğretmen adayları GeoGebra yazılımı yardımıyla verileri hesap çizelgesine girerek verilerin grafiğini kolaylıkla çizebilmiş ve grafiği inceleyerek veriler arasındaki ilişkileri görebilmiştir. Benzer şekilde 8. Sınıf öğrencilerinin doğrusal modelleme etkinlikleri ile çalışmaları sırasında GeoGebra yazılımının öğrencileri nasıl yönlendirdiğini araştıran Carreira, Amado ve Canário'nun (2013) çalışmasında da öğrenci gruplarının büyük kısmı verilerin grafiğini çizmek amacıyla GeoGebra yazılımının hesap çizelgesi görünümünü kullanmış ve yazılım ilişkilerin görülmesine ve modelin keşfedilmesine katkıda bulunmuştur. Bu bağlamda basitleştirme basamağında teknolojik araçların kullanımı verilerin görselleştirilmesini sağlamış ve veriler arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılmasını kolaylaştırmıştır.

Matematikselleştirme basamağında ise tüm gruplar GeoGebra yazılımını kullanmış ve regresyon analizi ile matematiksel modellerini oluşturmuştur. Modelin oluşturulmasında GeoGebra yazılımının kullanımı öğretmen adaylarının aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modelleri kolaylıkla oluşturmalarını sağlamıştır. Gruplar matematiksel modelin belirlenmesinde Zbiek'in (1998) çalışmasında olduğu gibi yazılım aracılığıyla olası fonksiyonları üretmiş ve bu fonksiyonlar içinden veriler için en uygun olanı belirlemeye çalışmıştır. Bu bağlamda teknolojik araçlar öğretmen adaylarını hangi modelin en uygun model olduğunu belirleme gibi daha üst düzey bilgi ve beceri kullanmalarını gerektiren durumlarla karşı karşıya bırakmıştır. Bu doğrultuda Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez'in (2011) çalışmasına paralel olarak bu çalışmada da matematiksel modelleme sürecinde

teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarına matematiksel sonuçları yeniden yapılandırma ve geliştirme için yeni yollar keşfetme imkânı sağlamıştır. Öğretmen adaylarının veriler için en uygun modeli belirlemeye yönelik yaptıkları çalışmalar Zbiek'in (1998) belirttiği gibi modelleyicinin en uygun modeli seçme konusundaki kendi algısına bağlı olarak değişiklik göstermiştir.

Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinde elde ettikleri modeller ile ilgili hesaplamalar yapma ve matematiksel sonuçları elde etme amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Matematiksel çalışma basamağında teknolojik araçların kullanımı Ang'in (2010) de belirttiği gibi karmaşık veya sıkıcı sayısal hesaplamalar ile mücadele etmek yerine modelin uygulanması ve matematiğe odaklanmada öğretmen adaylarına destek olmuştur. Ayrıca bu durum Geiger'in (2011) ortaya koymuş olduğu sınırlı bir zamanda öğretmen adayları tarafından ulaşılması güç olan sayısal ve cebirsel sonuçlara hızlı bir şekilde ulaşılması konusunda teknolojik araçların büyük kolaylık sağladığı sonucuyla paralellik göstermektedir. Bununla birlikte öğretmen adayları elde ettikleri matematiksel modellerin geçerliliğini sağlamak amacıyla ek sonuçlar elde etmiştir. Bu doğrultuda gruplar modelin doğrulanması, düzenlenmesi ve geliştirilmesi amacıyla GeoGebra yazılımını kullanarak elde ettikleri modellerde problem verilerini kısa sürede hesaplayabilmiştir. Bu sonuca paralel olarak birçok çalışma sonucunda da matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların hesaplamalarda kolaylık sağladığı sıkça ulaşılan sonuçlardan biridir (Ang, 2010; Carreira, Amado ve Canário, 2013; Daher ve Shahbari, 2013; Geiger, 2011; Ghosh, 2012; Hıdıroğlu, 2012; Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis ve Christou, 2010; Yang ve Yin, 2015). Bu bağlamda matematiksel çalışma basamağında teknolojik araçların kullanımı kâğıt-kalemle hesaplanması oldukça zor olan işlemlerin kolaylıkla yapılmasını sağlamıştır.

Deneysel modelleme problemlerinin doğrulama basamağında ise GeoGebra yazılımı önemli bir rol oynamıştır. Öğretmen adayları modelin doğruluğunu ve genellenebilirliğini inceleme amacıyla GeoGebra yazılımını kullanarak problem verilerini test etmiştir. Bu durum Geiger'in (2011) ortaya koyduğu teknolojik araçların elde edilen modelin kontrol edilme sürecini desteklediği sonucuyla paralellik göstermektedir. Benzer şekilde Lingefjard (2000) da teknolojinin doğrulama aşamasında önemli bir rol oynadığını ifade etmiştir. Bunun yanında tüm gruplar GeoGebra yazılımı yardımıyla belirledikleri modelleri diğer modeller ile kolaylıkla karşılaştırabilmiştir. Bu bağlamda Ang'in (2010) de belirttiği gibi teknoloji öğretmen adaylarının oluşturdukları modellerin davranışını ve eğilimlerini inceleme açısından önemli bir ortam sağlamıştır. Öğretmen adayları farklı modellerin grafiklerini inceleyerek ve bu modellerde verileri test ederek modellerini eleştirme fırsatı bulmuş, böylelikle modellerinin uygun bir model olup olmadığını ve diğer

modellere göre eksik veya üstün yanlarını kolaylıkla inceleyebilmiştir. Bu bağlamda Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez'in (2011) de belirttiği gibi teknolojik araçlar sonuçları desteklemek için farklı durumları araştırma imkânı sağlamıştır.

Doğrulama basamağında teknolojik araçların kullanımı bu imkânları sağlamanın yanında bazı olumsuzluklara ve kavram yanılgılarına da yol açmıştır. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde teknolojiye çok fazla güvenmiş ve bu durum modelin geçerliliğini sağlama aşamasının göz ardı edilmesine sebep olmuştur. Özellikle G3 grubu tüm deneysel modelleme problemlerinde verilere ait noktaların tamamının üzerinden geçen grafik modelini en uygun model olarak belirleme yaklaşımında bulunmuştur. Bu doğrultuda G3 grubu sadece matematiğe odaklanarak modelin gerçek yaşamda anlamlı olma durumunu dikkate almamıştır. Paralel olarak Lingefjard'ın (2000) çalışmasında da öğretmen adayları teknolojiye çok fazla güvenmiş ve bu durum öğretmen adaylarının modelin geçerliliğinin sağlanması gerektiğini göz ardı etmesine sebep olmuştur.

5. 1. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Kullanılan Yaklaşımlar Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma

Teorik modelleme problemleri ile çalışma sürecinde öğretmen adayları problemi anlama basamağı dışında modelleme sürecinin tüm basamaklarında teknolojik araçlardan yararlanmışlardır. Teknoloji kullanımı modelleme sürecinin özellikle basitleştirme basamağında ön plana çıkmıştır. Basitleştirme basamağında öğretmen adayları problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşma ve inceleme amacıyla internetten yararlanmışlardır. Bu durumun teorik modelleme problemlerinin genel yapısı itibarıyla uygun varsayım ve değişkenlere karar verilmesinde yaşanan güçlüklerden kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim öğretmen adayları değişkenlerin fazlalığı ve en uygun değişkenin hangisi olduğuna karar verme konusunda güçlük yaşamıştır. Öğretmen adayları bunun üzerine problem durumu ile ilgili gerçek hayat verilerine ulaşma ve inceleme amacıyla internette araştırma yapmıştır. Bu bağlamda Geiger'in (2011) de belirttiği gibi internet erişimine sahip bilgisayarlar gerçek yaşam problemine yönelik araştırma yapılmasına ve böylelikle gerçek yaşam probleminin basitleştirilmesine yardımcı olmuştur. Ayrıca matematiksel modelleme sürecinde internetin varlığı, uygun varsayımların belirlenmesi ve modelde kullanılacak değişkenlerin gerçek yaşam değerlerinin elde edilmesi açısından öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamıştır. Benzer şekilde Kissane (2010) de matematiksel modelleme sürecinde internetin öğrencilere gerçek yaşam verilerine erişme kolaylığı sağladığını ifade etmiştir.

Teorik modelleme problemlerinin basitleştirilmesinde internetin yanı sıra GeoGebra yazılımı da önemli bir rol oynamıştır. Tüm gruplar teorik modelleme problemlerinde GeoGebra yazılımını kullanarak dinamik yapılar oluşturmaya çalışmıştır. Öğretmen adaylarının yazılımda oluşturdukları dinamik yapılar değişkenler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesi ve gerçek yaşam durumunun görselleştirilmesi açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Benzer şekilde Mousoulides, Chrysostomou, Pittalis ve Christou (2010) çalışmasında teknolojik araçların modelin görselleştirilmesine ve ilişkilerin keşfedilmesine yardımcı olduğunu ifade etmiştir. G1 grubu Deniz Feneri problemine yönelik dinamik bir yapı oluşturmuş, yazılımın sürgü özelliğinden yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkileri incelemiştir. Merdiven probleminde ise G2 grubu dışındaki tüm gruplar GeoGebra yazılımında geometrik bir yapı oluşturarak, bu yapı yardımıyla ilişkileri görmeyi amaçlamıştır. Öğretmen adayları sabit bir uzunluk alarak koordinat düzleminde merdiveni çizmiştir. Daha sonra merdivenin kayma sürecindeki eksenlerden uzaklığını belirlemek amacıyla yazılımın sürgü özelliğini kullanmaya çalışmıştır. Bu anlamda Geiger'in (2011) de belirttiği gibi GeoGebra yazılımı gerçek yaşam durumuna ait olasılıkların simüle edilmesinde öğretmen adaylarına yardımcı olmuştur. G5 grubu GeoGebra yazılımında oluşturduğu dinamik yapı ile merdivenin kayma sürecinde merdiven üzerindeki noktanın x ve y eksenlerine uzaklıkları toplamının sabit olduğunu fark etmiştir. G5 grubunun oluşturduğu bu dinamik yapı, merdivenin kayma sürecinde merdiven üzerindeki noktanın geometrik yerinin elips olduğunu fark etmelerini kolaylaştırmıştır. Bu doğrultuda Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez'in (2011) belirttiği gibi modelleme etkinliklerinde teknolojik araçların kullanımı, öğretmen adayları için modellerinde gömülü matematiksel ilişkileri ortaya çıkarma ve farklı buluşsal stratejiler üretme imkânı sunması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır.

Bunun yanında öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde verilen problem durumu için veriler oluşturarak problemi deneysel modelleme problemine dönüştürme şeklinde bir yol takip etmiştir. G2 grubu Deniz Feneri probleminde internet aracılığıyla Türkiye' deki deniz fenerlerinin yüksekliklerini ve görüş açılarını incelemiştir. Daha sonra ulaştıkları verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girerek grafiğini çizmiş ve veriler arasındaki ilişkileri incelemiştir. Bu bağlamda ortamda internetin varlığı öğretmen adaylarını veri seti oluşturarak analiz etme şeklinde farklı çözüm stratejilerine yönlendirmiştir. Gruplar Dönme Dolap probleminde de benzer şekilde veriler oluşturmuş ve bu verileri GeoGebra yazılımında hesap çizelgesine girerek grafiğini çizmiştir. Bu gruplar oluşturdukları veriler için çizdikleri grafik yardımıyla veriler arasındaki ilişkileri inceleyebilmiştir. Bu bağlamda Siller ve Greefrath'ın (2010) da belirttiği gibi teorik

modelleme problemlerinde teknolojik araçların kullanımı öğrencileri farklı stratejiler belirlemeye yönlendirmiştir.

Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde modelin oluşturulmasında farklı yollar izlemiştir. Deniz Feneri probleminde G1 ve G2 grupları matematiksel modellerini teknoloji yardımıyla oluşturmuştur. G1 grubu bu problemde problem durumunu ve belirlenen değişkenleri yansıtan dinamik bir model oluşturmuştur. G1 grubu Deniz Feneri problemi için GeoGebra yazılımında değişkenleri içeren dinamik yapı yardımıyla modeli oluşturmuş, herhangi bir fonksiyon elde etmeye çalışmamıştır. Paralel olarak Daher ve Shahbari'nin (2013) çalışmasında da bazı öğrenci grupları matematiksel bir model oluşturmak yerine teknolojik bir model oluşturmayı tercih etmiştir. Dönme Dolap ve Deniz Feneri problemlerinde ise öğretmen adayları problem için oluşturdukları verilere ait grafiği GeoGebra yardımıyla çizmiş ve yazılım yardımıyla verileri analiz etmiştir. Bu bağlamda öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde modeli oluştururken, dinamik bir yapı oluşturarak teknolojik bir model elde etme veya problem durumları için veriler oluşturarak bu verileri analiz etme şeklinde farklı çözüm yolları izlemiştir. Bu doğrultuda Ferruci ve Carter'ın (2003) çalışmasına paralel olarak bu çalışmada da teknolojik araçlar öğrencilerin grafik, tablo, dinamik gösterimler, cebirsel ve istatistiksel analiz biçimlerini içeren farklı temsilleri seçme ve bu temsiller arasında geçiş yapmalarına olanak sağlamıştır.

Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinde olduğu gibi teorik modelleme problemlerinde de seçtikleri modeller için verilerin değerini bulma ve test etme gibi matematiksel çalışmalarını yaparken GeoGebra yazılımından yararlanmışlardır. Bu doğrultuda Ghosh (2012)' un da belirttiği gibi teknolojik araçlar öğretmen adaylarını sıkıcı hesaplamalardan kurtararak modeli keşfetmeye ve çözümü yorumlamaya odaklanmalarını sağlamıştır. Teorik modelleme problemlerinin yorumlama basamağında ise yalnızca G2 ve G5 grupları elde ettikleri çözümlerin gerçek yaşamdaki karşılığını incelemiştir. Bu gruplar deneysel modelleme problemlerinde olduğu gibi çözümlerinin gerçek yaşamdaki karşılığını araştırırken internetten yararlanmışlardır. Bu doğrultuda modelin sonuçlarının gerçek yaşamdaki karşılığının incelenmesi ve tartışılması açısından internet öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamıştır. Modelin doğrulanmasında ise öğretmen adayları GeoGebra yazılımını kullanarak elde ettikleri modelleri farklı değerler için test etme imkânı bulmuştur. Bunun yanında G4 grubu Deniz Feneri Probleminde kâğıt-kalem ile oluşturduğu modelin doğruluğunu incelemek amacıyla problem durumuna ait çizdiği şekli GeoGebra yazılımına aktarmıştır. Öğretmen adayları GeoGebra yazılımında çizdikleri şekil üzerinde ölçümler yapmış ve elde ettikleri değer gerçek hayat değerine yakın olduğunu görmüştür. Paralel olarak Lingefjärd (2000) da çalışmasında bilgisayar yazılımlarının, matematiksel modellerin görüntülerini sunduğu ve modelin doğrulanmasına

yönelik yaklaşımlara yardımcı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Hıdıroğlu (2012) da çalışmasında GeoGebra yazılımının doğrulama basamağında önemli fırsatlar sağladığını ifade etmiştir.

Teknolojinin deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde oynadığı roller incelendiğinde her iki modelleme türünde benzer rollerin ortaya çıktığı görülmektedir. Gruplar teorik modelleme problemlerinden özellikle Dönme Dolap probleminde sayısal veriler oluşturarak problemi deneysel modelleme problemine çevirmiştir. Gruplar daha sonra GeoGebra yazılımında bu verilerin grafiğini çizerek, veriler ile regresyon analizi yapmıştır. Bu bağlamda hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında teknoloji grafik çizme rolünü, matematikselleştirme basamağında ise grafik analizi rolünü üstlenmiştir. Matematiksel çalışma basamağında ise teknoloji her iki modelleme türü için hesaplama yapma ve çözümün doğrulanması için ek sonuç elde etme rollerini üstlenmiştir. Yorumlama basamağında hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde internet modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam verileri ile karşılaştırılması ve tartışılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Ortaya çıkan bu benzerliklerin öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerini deneysel modelleme problemlerine dönüştürme yaklaşımı içine girmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Bunun yanında deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin farklı rollerinin de ortaya çıktığı görülmektedir. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin rolü basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma ve doğrulama basamaklarında ön plana çıkarken, teorik modelleme problemlerinde daha çok basitleştirme basamağında ön plana çıkmıştır. Her iki problem türünde internetin kullanım amacı da farklılık göstermiştir. Deneysel modelleme problemlerinde internet problemin bağlamını araştırmak amacıyla kullanılırken, teorik modelleme problemlerinde varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Bu durumun teorik modelleme problemlerinde durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı nedeniyle uygun varsayımların belirlenmesinin daha karmaşık olmasından kaynaklandığı söylenebilir.

Deneysel modelleme problemlerinde teknolojik araçlar grafiksel gösterimlerin kullanılmasını sağlarken, teorik modelleme problemlerinde hem grafiksel hem de dinamik gösterimlerin bir arada kullanılmasını sağlamıştır. Deneysel modelleme problemlerinin gerçek yaşam verilerinden oluşan büyük veri grupları içermesi nedeniyle verilerin düzenlenmesinde GeoGebra yazılımı gerçek yaşam verilerinin hızlı ve hatasız bir şekilde daha rahat çalışılabilir duruma dönüştürülmesini sağlamıştır. Teorik modelleme problemlerine gelindiğinde ise teknoloji değişkenleri içeren dinamik yapıların oluşturulmasını sağlamıştır. Kurulan dinamik yapılar öğretmen adaylarının farklı ihtimalleri

deneyerek çıkarımlarda bulunmasına yardımcı olmuştur. Her iki modelleme türünde teknolojinin rolüne yönelik ortaya çıkan farklılıkların deneysel ve teorik modelleme problemlerinin yapısından kaynaklı farklı çözüm süreçleri içermesinden kaynaklandığı söylenebilir.

5. 2. Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma

Öğretmen adayları modelleme sürecinin her bir basamağında çeşitli güçlüklerle karşılaşmıştır. Öğretmen adaylarının teorik ve deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler incelendiğinde teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha çok güçlük yaşandığı görülmektedir. Bu durum Berry ve Houston'ın (1995) çalışmasında ortaya koyduğu teorik modelleme problemlerinin deneysel modelleme problemlerine göre daha karmaşık ve zor olduğu sonucuyla paralellik göstermektedir. Bunun yanında matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının süreçte karşılaştıkları güçlüklerin giderilmesine büyük ölçüde katkı sağlamıştır. Bu bağlamda deneysel modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının daha az güçlük yaşamasının sebebinin teknolojiyi uygun bir şekilde çözüm süreçlerine dâhil etmelerinden kaynaklandığı söylenebilir. Paralel olarak Ang (2010) teknolojik araçların matematiksel modelleme sürecinde öğrencinin önüne çıkan engellerin ve süreçte karşılaştıkları güçlüklerin önüne geçilmesinde önemli bir rolü olduğunu ifade etmiştir. Bu çalışmada Ang'in (2010) ortaya koymuş olduğu bu çıkarım sürecin her bir basamağı için ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır.

Teknolojik araçlar matematiksel modelleme sürecinde önemli fırsatlar sağlamıştır. Buna karşın bu araçların uygun şekilde kullanılmaması bazı güçlüklerin yaşanmasına sebep olmuştur. Öğretmen adayları GeoGebra yazılımı ile dinamik yapıların oluşturulmasında ve Excel programında grafik çizerken programı kullanmaya yönelik yaptıkları teknik hatalar nedeniyle güçlükler yaşamıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarının teknolojiye çok fazla güvenmesi, uygun matematiksel modellerin oluşturulmasında ve modelin doğrulanmasında güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur. Benzer durum Lingefjärd'in (2000) çalışmasında da ortaya çıkmıştır. Lingefjärd (2000) çalışmasında öğrencilerin teknoloji kaynaklı kavram yanılgıları yaşadıklarını, bilgisayar ve hesap makinesinin her zaman doğru sonuç verdiği düşüncesiyle modelin oluşturulmasında güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur.

Bundan sonraki kısımda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları güçlüklerle ilişkin tartışmalar "deneysel modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaşılan güçlükler açısından teknolojinin rolüne ilişkin tartışma" ve "deneysel

modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaşılan güçlükler açısından teknolojinin rolüne ilişkin tartışma” başlıkları altında detaylı olarak ele alınmıştır.

5. 2. 1. Deneysel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma

Teknolojiye dayalı bir çözüm yaklaşımının benimsendiği deneysel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde öğretmen adayları çeşitli güçlükler yaşamıştır. Deneysel modelleme problemlerinde modelleme sürecinin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında öğretmen adayları problemde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır. Öğretmen adaylarının yaşamış olduğu bu güçlük problemde ne istendiğini anlamaya çalışmadan doğrudan çözüme başlamalarından kaynaklanmıştır. Paralel olarak Kant'ın (2011) çalışmasında öğrencilerin problemi anlama ve analiz etmek için yeterli zaman harcamadan hızlı bir şekilde çözüme ulaşma isteği problemi anlama basamağında güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Benzer şekilde Maaß (2007) öğrencilerin problemi durumunu anlamada ve problemde istenenleri belirleme konusunda güçlük yaşadıklarını, bu durumun problem metnini, durumu anlamayı güçleştirecek şekilde hızlı okumalarından kaynaklandığını ifade etmiştir. Ancak bu çalışmalardan farklı olarak yapılan tez çalışmasında problemi anlama basamağında interneti kullanan G2 grubu problemin bağlamını araştırmış ve problemde istenenleri kolaylıkla belirleyebilmiştir. Bu bağlamda teknoloji kullanımı problemi anlama basamağında yaşanan bu güçlüğü gidermiştir.

Basitleştirme basamağında ise öğretmen adayları ilgili- ilgisiz verileri ayırt etme, gerçek yaşam durumunu matematiksel forma dönüştürme, değişkenleri belirleme, veriler arasındaki ilişkileri belirleme, verilerin grafiğini uygun şekilde çizme ve verilerin grafiğini yorumlamada güçlük yaşamıştır. Öğretmen adaylarının değişkenleri belirleme konusunda yaşadıkları güçlüklerin, problemde istenenleri belirlemeden GeoGebra yazılımına yönelerek deneysel verileri analiz etmelerinden kaynaklandığı söylenebilir. Bu bağlamda ortamda teknolojinin varlığı özellikle G1 grubunun problemi anlamak için yeterli zaman ayırmadan basitleştirme işlemlerine yönelmesine sebep olmuştur. Bunun yanında öğretmen adayları modelin oluşturulması için gerekli veya gereksiz verileri ayırt etme konusunda zorlanmıştır. Bu durumun problemde verilen her bilginin kullanılması gerektiği düşüncesinden ve öğretmen adaylarının mevcut bilgi ve deneyimleri ile problemin bağlamını yorumlayamamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının problemi anlama basamağında yaşadığı güçlüğü, basitleştirme basamağında da güçlük yaşamalarına sebep olduğu görülmektedir. Bu durum Sol,

Giménez ve Rosich'in (2011) çalışmasında ortaya koyduğu öğrencilerin problemi anlama ve değişkenleri belirleme konularında güçlük yaşadığı sonucuyla paralellik göstermektedir.

Öğretmen adayları verilerin grafiğini uygun şekilde çizme konusunda da çeşitli güçlükler yaşamıştır. G1 ve G3 grupları başlangıçta verilere ait grafiği çizmek amacıyla kâğıt-kaleme dayalı bir yaklaşım izlemiştir. Ancak bu gruplar, grafikte verileri uygun aralıklarla yerleştirememiştir. Bu durum grupların veriler arasındaki ilişkileri görmelerini ve modele yönelik tahminde bulunmalarını zorlaştırmıştır. G1 ve G3 gruplarının kâğıt-kalem ile uygun grafiği çizememesi, veriler arasında üstel yerine doğrusal bir ilişki olduğunu düşünmelerine neden olmuştur. Bunun sonucunda bu gruplar sürecin bir sonraki basamağı olan matematikselleştirme basamağında doğrusal bir model elde etmeye çalışmıştır. Sürecin doğrulama basamağında ise bu grupların oluşturduğu doğrusal model veriler için uygun sonuçlar vermemiştir. Bunun üzerine G1 ve G3 grupları teknolojiyi kullanarak verilerin grafiğini oluşturmaya karar vermiş ve uygun grafikleri çizebilmiştir. Bu bağlamda teknolojinin yaşanan bu güçlüğü önüne geçilmesinde öğretmen adaylarına yardımcı olduğu söylenebilir. Bu durum Carreira, Amado ve Canário (2013)'nin çalışmasında ortaya koyduğu öğrencilerin grafik çizmek amacıyla kâğıt-kalem yerine GeoGebra yazılımını kullandıkları ve yazılımın grafik çiziminde öğrencilere kolaylık sağladığı sonucuyla paralellik göstermektedir. Bununla birlikte G1 grubu verilerin grafiğini çizmek amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmadan önce Excel programını kullanmayı tercih etmiştir. G1 grubu problem verilerini Excel programına girerek veriler arasındaki ilişkiyi gösteren bir çizgi grafiği oluşturmaya çalışmıştır. Ancak grup üyeleri grafik çizdirmek amacıyla programı kullanmaya yönelik yaptıkları teknik hatalar nedeniyle uygun bir grafik çizememiştir. Öğretmen adayları bu nedenle Galbraith ve Stillman'ın (2006) da belirttiği gibi grafiksel gösterimi üretmek için teknolojiyi kullanma konusunda güçlük yaşamıştır.

Öğretmen adayları deneysel veriler arasındaki ilişkiyi ortaya koyma ve verilerin grafiğini yorumlama konusunda zorlanmıştır. Öğretmen adayları problemde verilen deneysel verileri incelemiş verilerin artan ya da azalan olduğunu belirlemiş, fakat verilerin nasıl arttığını ya da azaldığını belirleme noktasında güçlük yaşamıştır. Gruplar veriler arasındaki ilişkiyi belirlerken "artarak artan" ifadesini sıklıkla kullanmıştır. Öğretmen adayları verilerin artarak arttığını fakat bu artışın düzenli olmadığını, belli bir artış farkı olmadığını ifade etmiştir. Bu anlamda çalışmaya katılan öğretmen adaylarının genellikle veriler arasındaki ilişkilerin doğrusal olması gerektiğini düşündüğü söylenebilir. Benzer şekilde Kertil, Erbaş ve Çetinkaya'nın (2014) çalışmasında da öğretmen adayları doğrusal olmayan grafikleri yorumlarken "artarak artan", "azalarak artan", "azalarak azalan" ve "azalarak artan" gibi sadece bağımlı değişkendeki değişime odaklanan ifadeler

geliştirmişlerdir. Öğretmen adaylarının veriler arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik yaşadıkları güçlükler, modelin belirlenmesi ve doğrulanması gibi sürecin ilerleyen basamaklarında da güçlükler yaşamalarına sebep olmuştur. Paralel olarak Schaap, Vos ve Goedhart'ın (2011) çalışmasında da öğrenciler veriler arasındaki ilişkileri belirleme konusunda güçlük yaşamıştır.

Matematikselleştirme basamağında ise öğretmen adaylarının yaşadıkları güçlükler doğrusal modelleme eğilimi ve en iyi model en çok noktadan geçen modeldir inancı şeklindedir. G1, G2 ve G3 grupları deneysel modelleme problemlerinde başlangıçta kâğıt-kalem ile modellerini formüle etmeye çalışmış, G4 ve G5 grupları ise teknolojiye dayalı bir model oluşturma süreci takip etmiştir. Grupların üstel bir modele ulaşmalarının beklendiği Dünyadaki Sıcaklık Artışı probleminde G3 grubu ikişer nokta belirleyerek doğru denklemlerinin eğimini elde etmiştir. Grup üyeleri tüm veriler için elde ettikleri eğimler yardımıyla ortalama bir eğim elde ederek doğrusal bir model oluşturmayı amaçlamıştır. Benzer şekilde Zbiek (1998)' in çalışmasında da öğretmen adayları matematiksel modelleri elde ederken genellikle doğrusal modeller elde etmeye çalışmıştır. G1, G2 ve G3 grupları işlemlerin uzun sürmesi ve sayıların küsuratlı sayılar olması nedeniyle doğrusal modelleri elde ederken işlem hataları yapmış ve uygun modeli elde edememiştir. Paralel olarak Korkmaz'ın (2010) çalışmasında da öğretmen adayları modelin oluşturulmasında özellikle grafikten denklem yazma konusunda zorlanmış ve zaman zaman işlem hataları yapmıştır. Yapılan görüşmelerde gruplar veriler arasındaki artışların düzenli olmadığını, bu nedenle kâğıt üzerinde modellerini elde etmekte güçlük yaşadıklarını belirtmiştir. Bu bağlamda bu grupların doğrusal olmayan modelleri formüle etme konusunda zorlandıkları söylenebilir. Nitekim G1 grubu veriler arasındaki ilişkinin üstel olduğunu fark ettiklerini, fakat üstel fonksiyonun karmaşık olduğunu ve üstel modeli oluşturamayacaklarından söz etmiştir. Öğretmen adayları yaşadıkları bu güçlüğü nedenlerini; üstel fonksiyonda pratikleşememeleri, üstel fonksiyonu derslerde çok nadir kullanmaları, genellikle üstel fonksiyonların türevini ve integralini alma gibi işlemler yapmaları, üstel fonksiyonu oluşturmaya yönelik çok fazla çalışma yapmamaları, geçmiş deneyimlerinin doğrusal modelleme ağırlıklı olması olarak sıralamıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının modelin oluşturulmasında matematiksel bilgiyi kullanma konusunda güçlük yaşadıkları görülmektedir. Bu durum Korkmaz'ın (2010) çalışmasında ortaya koyduğu öğretmen adaylarının denklem çeşitlerine yönelik bilgi eksiklikleri olduğu ve matematiksel bilgiyi kullanma konusunda zorluk yaşadıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. Gruplar matematiksel modelin oluşturulmasında yaşadıkları bu güçlükler nedeniyle GeoGebra yazılımına yönelmiştir. Bu gruplar yazılımda regresyon analizi ile verileri analiz ederek matematiksel modellerini oluşturmuştur. Bu bağlamda teknoloji,

kâğıt-kalemle modelin oluşturulmasında yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur.

Deneysel modelleme problemlerinde en fazla güçlük teknoloji aracılığıyla veriler için uygun modelin belirlenmesinde yaşanmıştır. G1, G2 ve G3 gruplarının uygun modeli belirlemeye yönelik yaşadığı güçlüklerin grafik okuma, grafiği yorumlama ve fonksiyon türlerine yönelik bilgi ve deneyim eksikliklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim veriler için en uygun modelin noktaların tamamının üzerinden geçmesi gerektiği düşüncesi, öğretmen adaylarının uygun matematiksel modeli belirlemeleri konusunda güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Bu doğrultuda bazı gruplar karmaşık, kullanışsız ve yalnızca problem verileri için geçerli olan modeller elde etmiştir. Bu anlamda deneysel modelleme problemlerinde teknolojik araçların uygun şekilde kullanılmamasının özellikle G1, G2 ve G3 gruplarının sadece problem verilerine odaklanmalarına sebep olduğu ve bu durumun gerçek yaşam için anlamlı ve geçerli bir model oluşturmalarının önüne geçtiği söylenebilir. Bu durum Galbraith ve Stillman'ın (2006) belirttiği gibi öğretmen adaylarının problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırmada güçlük yaşadığı sonucuyla paralellik göstermektedir.

Matematiksel çalışma basamağında ise öğretmen adayları gerçek yaşam verileri ile matematiksel işlem yapma ve yazılımın çıktılarını yorumlama konularında zorlanmıştır. Öğretmen adayları oluşturdukları modellerin karmaşık ifadeler içerdiğini ve bu nedenle modelin çözümüne yönelik hesaplama yapmakta güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. Bunun yanında öğretmen adayları küsuratlı ve büyük sayılarla işlem yaparken zorlanmıştır. Öğretmen adayları modelin çözümü için gerçek yaşam verileri ile matematiksel işlem yapma konusunda yaşadıkları güçlükler nedeniyle hesaplamalarını GeoGebra yazılımı ile yapmıştır. Bu bağlamda Geiger'in (2011) de belirttiği gibi teknolojik araçlar gerçek yaşam verilerine ait çoklu hesaplamaların kolay bir şekilde yapılmasına yardımcı olmuştur. Bunun yanında G1 ve G3 grupları yazılım aracılığıyla elde ettikleri çıktıları yorumlayarak sayısal sonuçlara ve matematiksel çözüme ulaşmakta güçlük yaşamıştır. Bu gruplar yazılımdan elde ettikleri modelleri yorumlayarak sayısal sonuçlara ve matematiksel çözüme ulaşamamıştır. Bu nedenle gruplar yazılımdan elde ettiği fonksiyonlar için yazılımın değer bulma özelliğini kullanmış ve herhangi bir matematiksel çözüm yapmadan yazılımda verileri hesaplatmıştır. Bu bağlamda teknolojik araçlar matematiksel sonuçlara ulaşma açısından kolaylaştırıcı bir rol üstlenmiştir.

Matematiksel çözümlerin ve modelin sonuçlarının gerçek yaşam durumu açısından incelendiği yorumlama basamağında ise öğretmen adayları elde ettikleri matematiksel modellerin ve sonuçlarının gerçek yaşam durumunda işleyişini, modelin hangi durumlarda geçerli olduğunu, elde ettikleri modelin yeterli bir model olup olmadığını inceleme

konusunda güçlükler yaşamıştır. Bununla beraber G1 ve G4 grupları matematiksel modellerini belirledikten sonra gerçek yaşam probleminin modelle olan ilişkisine bakmamıştır. Bu gruplar matematiksel modellerini elde ettikten sonra modeli gerçek hayata taşımamış, çözümlerini olduğu gibi kabul etmiştir. Bu anlamda G1 ve G4 grupları matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate almamıştır. Bu durum Maaß'ın (2007) ortaya koyduğu öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlamaları gerektiğinin farkında olmadıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. G4 grubunun oluşturduğu varsayımların modelin gerçek yaşam için uygunluğunu etkilediği düşüncesi modeli yorumlama basamağında uygun yaklaşımlar sergilemeleri açısından güçlük yaşatmıştır. G1 grubu ise yorumlama basamağına doğrulama basamağı gibi yaklaşmış, bu durum modelin sonuçlarını gerçek yaşama taşımalarında güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. G3 ve G5 grupları ise çözümün deneyimleri çerçevesinde gerçekçi olup olmadığını yorumlama konusunda güçlük yaşamıştır. Benzer şekilde Kant'ın (2011) çalışmasında da öğrenciler gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma konusunda güçlük yaşamıştır. Buna karşın G2 grubu 1 Mil Dünya Rekoru ve Dünyadaki Sıcaklık Artışı problemlerinde ve G5 grubu Yağış Miktarı probleminde matematiksel modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırma fırsatı bulmuştur. Bu bağlamda teknoloji matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişi kolaylaştırmıştır.

Doğrulama basamağında ise öğretmen adayları modelin geçerliliğini sağlama ve modeli farklı modellerle kıyaslayarak uygunluğuna karar verme konusunda güçlükler yaşamıştır. G5 grubu dışındaki tüm gruplar modelin hangi durumlar için yetersiz kaldığını incelemekte zorlanmışlardır. Bu gruplar belirledikleri modeli sadece bir kaç problem verisi için test etmiş, modelin genellenebilir ve geçerli olup olmadığını sorgulama konusunda yetersiz kalmıştır. Bu sonuca paralel olarak birçok çalışma sonucunda da öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlamada güçlük yaşadıkları sıkça ulaşılan sonuçlardan biridir (Bukova-Güzel, 2011; Borromeo-Ferri, 2009; Kant, 2011; Maaß, 2007; Sol, Giménez ve Rosich, 2011). Modelin geçerliliğini sağlamaya yönelik yaşanan bu güçlüğü öğretmen adaylarının teknolojiye çok fazla güvenmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde Lingefjard'ın (2000) çalışmasında da öğrenciler teknolojiye çok fazla güvenmiş ve bu durum öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlama aşamasını göz ardı etmesine neden olmuştur. Bu durum teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmış olup modelin doğrulanmasına yönelik yaklaşımları etkilemiştir.

5. 2. 2. Teorik Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Karşılaşılan Güçlükler Açısından Teknolojinin Rolüne İlişkin Tartışma

Öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemleriyle çalışma süreçleri incelendiğinde, teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha çok zorluk yaşandığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının teknolojik araçlar yardımıyla değişkenleri içeren dinamik yapıları oluşturmada yaşadıkları güçlükler, teorik modelleme problemlerinde daha fazla güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Bunun yanında teorik modelleme problemlerinin doğasından kaynaklı olarak sayısal veriler içermemesi, uygun varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesi açısından öğretmen adaylarının daha fazla güçlük yaşamalarına sebep olmuştur.

Teorik modelleme problemlerinin problemi anlama basamağında öğretmen adayları problemde istenenleri belirleme, problem durumunu zihinde canlandırma ve gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleme konularında güçlük yaşamıştır. Öğretmen adaylarının yaşadığı bu güçlük, deneysel modelleme problemlerinde olduğu gibi genelde problemde istenenleri netleştirmeden basitleştirme işlemlerine başlamalarından kaynaklanmıştır. Bunun yanında öğretmen adayları problem durumunun soyut olması nedeniyle problem durumunu zihinde canlandırmakta zorluk yaşadıklarını ve bu nedenle problemi anlamakta zorlandıklarını ifade etmiştir. Bununla birlikte gruplar problem durumunun gerçek yaşamdaki anlamını tartışma ve süreç boyunca oluşturacakları matematiksel modelleri etkileyecek olan gerçek yaşamla ilişkili önemli durumları tespit etmekte güçlük yaşamıştır. Bu grupların gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleyememesi sürecin basitleştirme, matematikselleştirme gibi sonraki basamaklarında çeşitli güçlükler yaşamalarına sebep olmuştur. Benzer şekilde Şahin ve Eraslan'ın (2016) çalışmasında öğrenciler modelleme sürecinin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında özellikle nitel verileri yorumlama konusunda güçlükler yaşamıştır. Şahin ve Eraslan (2016) öğrencilerin problemi anlama konusunda yaşadıkları güçlüklerin, modeli oluşturma konusunda da güçlükler yaşamalarına sebep olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada diğer çalışmalardan farklı olarak teknoloji kullanan gruplar problemde istenenleri kolaylıkla belirleyebilmiştir. Problemi anlama basamağında internetin kullanımı problem durumunun anlaşılması, içeriğin tartışılması ve problemin bağlamının yorumlanması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Bu bağlamda teknoloji kullanımı problemde istenenlerin belirlenmesinde yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur.

Basitleştirme basamağında ise öğretmen adayları uygun varsayımları belirleme, değişkenleri belirleme, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme, uygun şekli çizme ve teknoloji aracılığıyla probleme ait yapıyı kurma konularında güçlük yaşamıştır. Öğretmen

adaylarının teorik modelleme problemlerinde en fazla güçlük yaşadıkları konulardan birisi gerçek yaşam durumlarından kaynaklanan ve uygun matematiksel modeli oluşturmalarını etkileyen faktörleri belirleme olmuştur. Öğretmen adaylarının uygun varsayımları belirlemeye yönelik yaşadığı bu güçlüğün modele kolaylıkla ulaşmak için bazı önemli durumları ve değişkenleri ihmal etmelerinden kaynaklandığı söylenebilir. Bu durum Galbraith ve Stillman'ın (2006) ortaya koyduğu öğrencilerin stratejik etkenlerin doğru elemanlarını belirleme konusunda güçlük yaşadığı sonucuyla paralellik göstermektedir. Benzer şekilde Schaap, Vos ve Goedhart'ın (2011)' çalışmasında da öğrenciler problem durumunu rastgele değerlendirmiş ve hatalı varsayımlarda bulunmuştur. Yapılan görüşmelerde öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinin sayısal veriler içermemesi ve çok fazla değişken olması nedeniyle modelde kullanılacak değişkenleri belirleme konusunda güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. Benzer şekilde Schaap, Vos ve Goedhart'ın (2011) çalışmasında da öğrenciler basitleştirme basamağında güçlük yaşamıştır. Araştırmacılar bu durumun öğrencilerin problem cümlesinde gerekli ipuçları, kurallar veya gerekli verilerin bulunmasına yönelik beklenti içinde olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. Bunun yanında G5 grubu değişkenler arasındaki ilişkileri görmek ve matematiksel modele ulaşmak amacıyla problem durumunu yansıtan uygun şekli çizmede zorlanmıştır. Bu durum öğretmen adaylarının değişkenler arasındaki ilişkileri görmesini ve uygun matematiksel modele ulaşmasını zorlaştırmıştır. Benzer şekilde Borromeo-Ferri'nin (2009) çalışmasında da öğrenciler problemi yapılandırmakta ve ilişkileri görmekte zorlanmıştır. Bu çalışmalardan farklı olarak yapılan tez çalışmasında teknoloji kullanan gruplar basitleştirme basamağında daha az zorlanmıştır. Gerçek yaşam durumu ile ilgili internette araştırma yapan gruplar uygun varsayım ve değişkenleri belirlerken daha az zorlanmıştır.

Basitleştirme basamağında yaşanan bir diğer zorluk ise yazılımın fonksiyonlarını kullanmaya yönelik yapılan hatalar nedeniyle dinamik yapıların kurulamamasıdır. Paralel olarak Galbraith ve Stillman (2006) öğrencilerin teknolojiyi kullanma ve teknolojik gösterimleri doğru bir şekilde yapma konularında zorluk yaşayabileceklerini ifade etmiştir. Yapılan görüşmelerde öğretmen adayları yaşadıkları bu güçlüğün yazılımla ilgili yeterince pratik yapmamalarından kaynaklandığını belirtmiştir. Öğretmen adayları bu güçlüğün ortadan kalkması için GeoGebra yazılımı ile daha çok çalışma yapmalarının gerektiğini ifade etmiştir.

Matematikselleştirme basamağında gruplar temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgi eksikliği nedeniyle modeli oluşturmada zorlanmıştır. Benzer güçlük Maaß (2007) ve Korkmaz'ın (2010) çalışmasında da ortaya çıkmıştır. Yapılan görüşmelerden elde edilen bulgular neticesinde grupların yaşadıkları bu güçlüğün temel matematiksel kavramların

uygulamalarına yönelik yeterli deneyimlerinin olmamasından kaynaklandığı söylenebilir. Bunun yanında problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri çağrıştıran kelimeler uygun matematiksel modellerin oluşturulmasını zorlaştırmıştır. Öğretmen adaylarının geçmiş öğrenim yaşantılarındaki matematik derslerinin daha çok konu odaklı olması ve konuların günlük hayatla ilişkisini ortaya koyan yeterli deneyime sahip olmamaları yaşanan bu güçlüğü sebebi olarak düşünülmektedir. Nitekim bu gruplar gerçek hayat problemleri ile fizik derslerinde daha çok karşılaştıklarını ifade etmiştir. Öğretmen adayları matematiksel modelleri oluştururken kâğıt-kalem veya teknolojiden yararlanmışlardır. Matematiksel modeli kâğıt-kalem ile oluşturan grupların, basitleştirme basamağında uygun grafik veya şekilleri çizme konusunda yaşadıkları güçlükler uygun modelin oluşturulmasını zorlaştırmıştır. Bunun yanında gruplar kâğıt-kalem ile yaptıkları hesaplamalarda işlem hataları yapmış bu durum matematiksel modelin oluşturulmasını zorlaştırmıştır. Benzer şekilde Korkmaz'ın (2010) çalışmasında da öğretmen adayları zaman zaman işlem hataları yapmış ve matematiksel modeli oluştururken zorlanmışlardır.

Matematiksel modeli oluşturmak amacıyla GeoGebra yazılımında çalışan gruplar ise oluşturdukları veriler için regresyon analizi yapmış ve matematiksel modellerini kolaylıkla oluşturmuştur. Bu bağlamda matematikselleştirme basamağında teknoloji kullanımı matematiksel modelin oluşturulmasında yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Ancak gruplar zaman zaman uygun regresyon modellerine karar verilmesinde ve dinamik modellerin oluşturulmasında zorlanmışlardır. G1 grubunun gerçek yaşam durumuna ait önemli durumları belirleyememesi uygun değişkenleri içeren dinamik modeli oluşturmalarını zorlaştırmıştır. Paralel olarak Maaß'ın (2007) çalışmasında da öğrenciler problem durumu ile ilgili önemli durumları belirleyemediğinden modeli oluştururken güçlük yaşamıştır. Problem için sayısal veri oluşturarak regresyon analizi yapan G2 ve G3 grupları ise yeterli sayıda veriye ulaşamadığı için uygun modeller oluşturamamıştır. Bunun yanında G2, G3 ve G4 grupları sözel olarak ifade ettikleri matematiksel ilişkileri formülleştirmekte zorlanmışlardır. Özellikle G2 ve G3 grupları problem için bazı özel durumları inceleyerek değişkenler arasındaki ilişkileri sözel olarak ifade etmiştir. Bu durum Schaap, Vos ve Goedhart'ın (2011) çalışmasında ortaya koyduğu öğrencilerin matematiksel ilişkileri formülleştirmekte güçlük yaşadıkları sonucuyla paralellik göstermektedir.

Matematiksel çalışma basamağında ise öğretmen adayları çözüm için matematik ve teknoloji bilgisini kullanma konularında güçlük yaşamıştır. G3 ve G5 gruplarının matematiksel kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri oluşturulan modellerin çözümünde güçlük yaşamalarına sebep olmuştur. Bunun yanında G3 grubu matematiksel çözüm sırasında işlem hataları yapmış ve uygun çözüme ulaşamamıştır. G1 ve G3 grupları ise

Deniz Feneri probleminde matematiksel modelin çözümüne ilişkin GeoGebra yazılımını kullanmaya yönelik yaptıkları teknik hatalar nedeniyle uygun çözümlere ulaşmakta zorlanmıştır. Bu durum Galbraith ve Stillman'ın (2006) çalışmasında ortaya koyduğu öğrencilerin uygun formülü uygulama ve hesaplamayı yapmak için teknolojiyi kullanma konusunda güçlük yaşayabileceği sonucuyla paralellik göstermektedir. Buna karşın özellikle Dönme Dolap probleminde teknolojiyi uygun bir şekilde kullanan G1, G2, G4 ve G5 grupları GeoGebra yazılımı ile matematiksel çözümlerini kolaylıkla elde edebilmiştir. Bu bağlamda modelin çözümü için teknolojinin uygun şekilde kullanımı matematiksel hesaplamaların yapılmasını kolaylaştırmıştır.

Yorumlama basamağında gruplar zaman zaman matematiksel modelin sonuçlarının gerçek yaşam ile olan ilişkisini incelemeyi göz ardı etmiştir. Bu durum Kant'ın (2011) ortaya koyduğu öğrencilerin gerçek hayat probleminin modelle olan ilişkisine bakmadıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. Bu durumun Zbiek ve Conner'in (2006) belirttiği gibi yorumlamanın bilinçaltı bir eylem olmasından ve her zaman açıkça ifade edilmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Buna karşın Deniz Feneri probleminde G2 ve G5 grupları matematiksel modelden elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırmıştır. Bu grupların Deniz Feneri probleminden elde ettikleri sonuçları araştırmak amacıyla teknolojiye başvurma nedeninin problemin yapısından kaynaklandığı söylenebilir. Bu problemde öğretmen adaylarından teorik bir model elde etmeleri ve bu model yardımıyla matematiksel bir sonuca ulaşmaları istenmiştir. Buna karşın Merdiven ve Dönme Dolap problemlerinde öğretmen adaylarından yalnızca teorik bir modele ulaşmaları istenmiştir. Bu problemlerde öğretmen adaylarının oluşturdukları model ile bir sonuca ulaşmalarının istenmemesinin, yorumlama basamağını göz ardı etmelerine sebep olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde sadece matematiğe odaklandıkları ve matematiksel modelin gerçek yaşamdaki işleyişini göz ardı ettikleri söylenebilir.

Doğrulama basamağında ise G3 grubu tüm teorik modelleme problemlerinde, G2 grubu Merdiven ve Dönme Dolap problemlerinde, G1 grubu ise Deniz Feneri probleminde oluşturdukları modellerin geçerliliğini sağlama ve modelin farklı durumlar için genellenebilir olup olmadığını dikkate alma konularında zorlanmıştır. Bu gruplar matematiksel modelin doğruluğunu incelemek için bir çalışma yapmamıştır. Paralel olarak Maaß (2007) da çalışmasında öğrencilerin modelin geçerliliğini sağlamaları gerektiğinin farkında olmadıkları sonucuna ulaşmıştır. Aydın-Güç (2015) de matematiksel modelleme yeterliliklerini geliştirmek amacıyla tasarladığı öğrenme ortamında kullandığı etkinliklerin neredeyse tamamında doğrulama yapmaya yönelik yönergeler yer almasına rağmen, öğretmen adaylarının bu yeterliklerinin gelişiminin dirençli olduğunu ifade etmiştir. Aydın-

Güç (2015) bu durumun öğretmen adaylarının tek ve kesin bir sonuç bulmaya yönelik problem çözme deneyimlerinden kaynaklı geliştirdikleri inançlardan kaynaklandığını ifade etmiştir. Buna karşın bu çalışmada G4 grubu Deniz feneri probleminde, G1 ve G5 grupları ise Dönme Dolap probleminde GeoGebra yazılımından yararlanarak modellerini doğrulamıştır. G4 grubu kâğıt-kalem ile oluşturduğu modele yönelik GeoGebra yazılımında yaptığı çizimle modelden elde ettikleri sonuçları doğrulamıştır. G1 ve G5 grupları ise Dönme Dolap problemi için GeoGebra yazılımı ile elde ettiği matematiksel modelleri farklı değerler için test etme imkânı bulmuştur. Bu bağlamda matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin varlığı öğretmen adaylarını farklı doğrulama yaklaşımlarına yönlendirmiş ve bu grupların doğrulama basamağını ihmal etmelerinin önüne geçmiştir.

Öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler incelendiğinde, her iki modelleme türünde benzer güçlüklerin ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmen adayları hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde problemde istenenleri belirlemede zorlanmıştır. Öğretmen adaylarının problemde istenenleri netleştirmeden basitleştirme işlemlerine başlaması problemi doğru bir şekilde anlayıp uygun işlemler yapmaları açısından zorluk çıkartmıştır. Buna karşın G2 grubu problemin bağlamını yorumlamak amacıyla internette araştırma yapmış ve problemde istenenleri uygun bir şekilde belirleyebilmiştir. Bu bağlamda problemi anlama basamağında teknoloji kullanımının, problemin anlaşılmasını kolaylaştırdığı görülmektedir. Bunu yanında her iki modelleme türünde de öğretmen adayları değişkenleri belirleme ve değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koyma konusunda zorlanmıştır. Öğretmen adaylarının ön bilgileri, geçmiş deneyimleri ve problemi uygun şekilde anlamlandırmaları matematiksel modeli oluşturmak için uygun değişkenleri belirlemelerini etkilemiştir. Bununla birlikte G2 grubu Deniz Feneri teorik problemi için internette yaptığı araştırma sonucunda modelde kullanacağı değişkenleri kolaylıkla belirleyebilmiştir. Yine her iki problem türünde öğretmen adayları değişkenleri içeren uygun şekil ve grafikleri çizme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu güçlük özellikle kâğıt-kalemle yapılan çalışmalarda ortaya çıkmış olup. Gruplar yaşadıkları güçlükler nedeniyle GeoGebra yazılımına yönelmiştir. Özellikle deneysel modelleme problemlerinde grafik çizimi amacıyla GeoGebra yazılımının kullanılması kâğıt-kalemle yapılan ölçeklendirme hatalarının ve çizim zorluklarının giderilmesine katkıda bulunmuştur. Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında özellikle matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri matematiksel modelin oluşturulmasında güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur. Buna karşın özellikle deneysel modelleme problemlerinde

GeoGebra yazılımının kullanımı farklı matematiksel modellerin kolaylıkla oluşturulmasını sağlamıştır. Her iki modelleme türü için öğretmen adayları oluşturdukları matematiksel modellerin sonuçlarının gerçek yaşam durumunda işleyişini ve elde ettikleri modelin yeterli bir model olup olmadığını inceleme konusunda güçlükler yaşamıştır. Ancak G2 ve G5 grupları hem deneysel hem de teorik modelleme problemleri için elde ettikleri sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını internet aracılığıyla araştırmıştır. Bu gruplar modelden elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam değeriyle karşılaştırarak yorumlayabilmiştir. Bu bağlamda yorumlama basamağında teknoloji kullanımı matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişte yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Doğrulama basamağında ise öğretmen adayları modelin farklı durumlar için geçerli ve genellenebilir olup olmadığını dikkate alma konusunda zorlanmıştır. Buna karşın G1, G4 ve G5 grupları GeoGebra yazılımını kullanarak oluşturdukları modelin geçerliliğini farklı durumlar için incelemiştir. Bu bağlamda doğrulama basamağında teknolojinin varlığı öğretmen adaylarının doğrulama basamağını ihmal etmelerinin önüne geçmiştir.

Bunun yanında deneysel ve teorik modelleme problemlerinde farklı güçlüklerin de ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında modelin oluşturulması için gerekli veya gereksiz olan verilerin ayırt edilmesinde güçlükler yaşamıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise gerçek yaşam durumlarından kaynaklanan ve uygun matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyen uygun varsayımların belirlenmesinde güçlükler yaşamıştır. Deneysel modelleme problemlerinin matematikselleştirme basamağında matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda daha önceki deneyimlerin ağırlıklı olarak doğrusal modellemeye ilişkin olması, diğer fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleri hakkındaki eksik veya hatalı bilgiler nedeniyle uygun modelin oluşturulmasında güçlükler yaşamıştır. Teorik modelleme problemlerinde matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda ise problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin, farklı disiplinlere yönelik değişkenler ve kavramların kullanılmasına neden olması sebebiyle istenen duruma uygun matematiksel modellerin oluşturulmasında güçlükler yaşamıştır. Deneysel modelleme problemlerinin matematiksel çalışma basamağında öğretmen adayları kâğıt-kaleme dayalı yaptıkları çalışmalarda gerçek yaşam verileri ile hesaplama yapmakta zorlanmıştır. Öğretmen adayları daha sonra yaşadıkları bu zorluk nedeniyle hesaplamalarını yapmak amacıyla GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Bu bağlamda teknoloji hesaplama zorluklarının giderilmesine katkıda bulunmuştur. Teorik modelleme problemlerinde ise öğretmen adayları çözüm için matematiksel bilgiyi ve teknoloji bilgisini kullanmakta zorlanmıştır.

Öğretmen adayları özellikle dinamik yapıların oluşturulmasında ve yazılımın sürgü özelliğini kullanma konusunda zorlanmıştır.

5. 3. Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinde Teknolojinin Rolüne İlişkin Görüşlerine Yönelik Tartışma

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemleri ile çalışmaları sırasında teknoloji kullanımı konusunda serbest bırakıldığı bu çalışmanın sonunda çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin düşünceleri alınmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin sağladığı kolaylıklara ilişkin görüşleri incelendiğinde teknolojinin matematiksel modellerle ilgili hesaplamaları kolaylaştırdığı, zaman kaybını önlediği, gerçeğe yakın modeller elde etmeyi ve çözüme ulaşmayı kolaylaştırdığı ifadelerinin sıklıkla kullanıldığı görülmüştür. Benzer şekilde Jiang (2003) teknolojik araçların işlemlerin hızlı bir şekilde yapılmasını kolaylaştırdığını ve öğrencileri sıkıcı hesaplamalardan kurtararak kavramsal anlama üzerinde yoğunlaşmalarını sağladığını ifade etmiştir. Paralel olarak Ghosh'un (2012) çalışmasında da öğrenciler matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin hesaplamalarda zaman kaybını önlediğini ifade etmiştir. Bunun yanında öğretmen adayları modelleme sürecinde teknolojinin görselleştirme imkânı sağladığını ve böylelikle ilişkileri görmeyi kolaylaştırdığını ifade etmiştir. Bu doğrultuda Mousoulides ve diğerlerinin (2010) de belirttiği gibi modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının, öğretmen adaylarının keşfetme ve görselleştirme becerilerini geliştirdiği söylenebilir. Bununla birlikte öğretmen adayları teknolojik araçların farklı modelleri inceleme fırsatı sağladığını ve modelin doğruluğunu test etmeyi kolaylaştırdığını ifade etmiştir. Bu durum Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez'in (2011) çalışmasında ortaya koyduğu teknolojik araçların sonuçları desteklemek için farklı durumları araştırma imkânı sağladığı sonucuyla paralellik göstermektedir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ortamda teknoloji olmasaydı karşılaşılabilecek güçlüklerle ilişkin düşünceleri incelendiğinde işlemlerin çok zaman alacağı, modelin oluşturulmasında zorluk yaşanacağı veya oluşturulacak modellerin gerçekten uzak modeller olacağı ifadelerinin sıklıkla kullanıldığı görülmüştür. Öğretmen adayları teknoloji olmasaydı oldukça fazla işlem yapmalarının gerektiğini ve bu durumun çok fazla zaman alacağını ifade etmiştir. Bunun yanında öğretmen adayları gerçek yaşam verileri ile çalıştıklarından verilerle yaklaşık hesaplamalar yapacaklarını, böylelikle elde edecekleri modellerin yeterince doğru sonuçları vermeyeceğini ve gerçekçi bir model olmayacağını ifade etmiştir. Benzer şekilde Yang ve Yin (2015) de modelleme sürecinde teknolojik araçların varlığının daha iyi

modellere daha hızlı bir şekilde ulaşılmasını sağladığını ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının büyük kısmı internet olmasaydı modelleme problemleri ile ilgili gerçek yaşam verilerini araştıramayacaklarını ve bu durumun daha fazla zorluk yaşamalarına sebep olacağını ifade etmiştir. Bu bağlamda Geiger (2011) ve Kissane'nin (2010) de ifade ettiği gibi matematiksel modelleme sürecinde internetin problem durumunun ve gerçek yaşam sonuçlarının incelenmesinde önemli bir yeri olduğu görülmektedir. Bunun yanında gruplar teknoloji olmasaydı hesaplama ve grafik çizimi hataları yapabileceklerini, veriler arasındaki ilişkileri görmede, modelin doğruluğunu sağlamada ve karmaşık fonksiyonları incelemeye zorluk yaşayabileceklerini belirtmiştir. Paralel olarak Ghosh'un (2012) çalışmasında da teknoloji ilişkilerin keşfedilmesine, kâğıt-kalemle çözülemeyecek karmaşık fonksiyonların kolaylıkla incelenmesinde öğrencilere yardımcı olmuştur.

Matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı tüm grupların matematiksel modellemeye yönelik bakış açılarında olumlu değişiklikler oluşturmuştur. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojiyi kullanmadan önce matematiksel modellemenin karmaşık ve zor olduğu düşüncesi teknolojik araçların kullanımı ile beraber değişiklik göstermiştir. Teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik olumlu düşünceler geliştirmesini sağlamış, bunun yanında matematiksel modelleme problemlerinin daha kolay ve eğlenceli olduğunu düşünmelerine katkıda bulunmuştur. Paralel olarak Ghosh'un (2012) çalışmasında da öğrenciler matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı sonrasında matematiksel modellemeyi ilgi çekici bulduklarını ifade etmiştir. Matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımı Jiang'ın (2003) da belirttiği gibi öğrencilerin motivasyonunu büyük ölçüde artırmıştır. Bunun yanında teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının matematiksel modellemede kendilerini daha yeterli hissetmelerini ve teknolojinin ilerideki meslek hayatlarında yararlı ve gerekli olduğunu düşünmelerini sağlamıştır. Benzer şekilde Santos-Trigo ve Reyes-Rodríguez'in (2011) çalışmasında da öğretmenler matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların kullanımının dersleri düzenlemede etkili ve yararlı olacağını ve öğrencilere önemli fırsatlar sağlayacağını ifade etmiştir. Öğretmen adayları teknolojik araçların kısa sürede modele ulaşma, gerçek yaşam verileri ile çalışma nedeniyle hesaplamaları kolaylaştırma, daha güvenilir sonuçlara ulaşma gibi olumlu etkilerinin yanında bazı olumsuz etkilerinin de olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların problem üzerinde düşünmeyi azalttığını ifade etmiştir. Bu durumun öğretmen adaylarının teknolojiye çok fazla güvenmesinden ve yazılımın her zaman doğru sonuçları verdiği düşüncesinden kaynaklandığı söylenebilir. Nitekim özellikle G1, G2 ve G3 gruplarında ilk deneysel modelleme problemine ait modeli GeoGebra yazılımıyla oluşturduktan sonra,

yazılımın her zaman en iyi modeli vereceği algısı oluşmuştur. Bu gruplar daha sonraki uygulamalarda da benzer şekilde verileri yazılımda hesap çizelgesine girerek analiz etmiştir. Ancak bu gruplar hangi modelin en uygun olduğunu sorgulamadan en çok noktadan geçen modele odaklanmıştır. Bu nedenle teknolojik araçların değil, grupların bu algısının problem üzerinde düşüncelerini azalttığı söylenebilir. Bunun yanında öğretmen adayları teknolojinin diğer bir olumsuz etkisinin teknolojiyi kullanma konusunda yaşanan güçlüklerin çözüme ulaşmayı engellemesi olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda teknolojik araçları kullanmaya yönelik mevcut bilgi ve becerilerin matematiksel modelleme sürecini doğrudan etkilediği söylenebilir.

G1, G2 ve G3 grupları matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde ortamda teknoloji olmasaydı matematiksel modeli elde edemeyeceklerini ifade etmiştir. G1 ve G2 grupları deneysel modelleme problemlerinde GeoGebra yazılımı olmasaydı sadece verilere ait grafiği çizebileceklerini, grafik ve eğimden yararlanarak matematiksel modeli elde etmeye çalışacaklarını ancak çok zorlanacaklarını ifade etmiştir. G4 ve G5 grupları ise GeoGebra yazılımı olmasaydı doğrusal olmayan modelleri elde etmede zorlanacaklarını ifade etmiştir. Bu bağlamda deneysel modelleme problemlerinde modelin elde edilmesinde teknolojik araçların önemli bir rol oynadığı görülmektedir. Bu durumun deneysel modelleme problemlerinin yapısından kaynaklı olarak çok sayıdaki kusurlu veya işlem yapmayı zorlayacak şekilde büyük sayılar içermesinden kaynaklandığı söylenebilir. Nitekim G1 ve G3 grupları başlangıçta kâğıt-kaleme dayalı bir çözüm yaklaşımı benimsemişken verileri düzenleme, verilerin grafiğini çizme veya veriler arasındaki ilişkileri görme gibi aşamalarda yaşadıkları güçlükler, teknolojiye dayalı bir model oluşturma süreci benimsemelerinde etkili olmuştur. Bununla birlikte öğretmen adayları teknolojik araçlar olmadan doğrusal olmayan modelleri elde etmekte zorlanmaktadır. Bu durumun öğretmen adaylarının fonksiyon türleri ve kullanımı ile grafik okuma gibi konulara yönelik bilgi eksikliğinden ve doğrusal olmayan fonksiyonlara yönelik deneyimlerinin yetersiz olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde Korkmaz (2010)' in çalışmasında da öğretmen adayları grafikten denklem yazma ve fonksiyon türlerine yönelik bilgi ve deneyim eksikliği nedeniyle modeli oluşturmakta zorlanmıştır.

Teorik modelleme problemlerinde ise yalnızca G4 ve G5 grupları teknolojik araçlar olmadan da matematiksel modelleri elde edebileceklerini ifade ederken G1, G2 ve G3 grupları modeli elde edemeyeceklerini ifade etmiştir. Bu doğrultuda teorik modelleme problemlerinde modelin oluşturulmasında teknolojik araçların önemli bir rolü olduğu görülmektedir. Teorik modelleme problemleri veriden daha çok teori oluşturmaya dayanan bir problem çözme süreci olduğundan deneysel modelleme problemlerine göre daha

karmaşık bir çözüm süreci içermektedir. Benzer şekilde Berry ve Houston (1995) teorik modelleme problemlerinin daha karmaşık bir süreç içerdiğini ifade etmiştir. Bu doğrultuda teorik modelleme problemlerinde teknolojik araçların kullanımı varsayımların belirlenmesi, problem için gerekli olan verilerin araştırılması, modelleme problemine yönelik dinamik yapıların oluşturulması ve böylelikle problemin görselleştirilmesi ve ilişkilerin keşfedilmesi açısından öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamıştır.



6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde öncelikle çalışmadan elde edilen sonuçlara, daha sonra da bu sonuçlardan ve araştırmacının süreç içerisinde kazandığı deneyimlerden hareketle sunduğu önerilere yer verilmiştir.

6. 1. Sonuçlar

Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde kullandığı yaklaşım ve yaşadığı güçlükler açısından teknolojinin rolünün ortaya koymak, deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünde nasıl bir farklılaşma olduğunu incelemektir. Bu bağlamda bulgular kısmında matematiksel modelleme sürecinin her bir basamağında teknolojik araçların kullanılan yaklaşımlar ve karşılaşılan güçlükler açısından nasıl bir rol oynadığı hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulardan hareketle çalışmanın sonuçlar kısmında matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin olumlu ve olumsuz rolleri, deneysel ve teorik modelleme problemlerinde teknolojinin rolünün farklılaşıp farklılaşmadığı, eğer farklılaşma var ise modelleme sürecinin hangi aşamalarında ve nasıl farklılaştığı hakkında karşılaştırmalar yapılmıştır. Bunun yanında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinin her bir aşamasında yaşadıkları güçlükler, yaşanan güçlüklerin deneysel ve teorik modelleme problemlerine göre farklılık gösterip göstermediği, teknolojinin ortaya çıkan güçlüklerin ortadan kaldırılmasındaki yeri ile ilgili sonuçlara ulaşılmıştır. Çalışma kapsamında ayrıca öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşleri de incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırmadan elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

1. Teknolojinin matematiksel modelleme sürecini desteklemeye yönelik olumlu rolleri ortaya çıkmıştır.

Teknolojik araçların kullanımı karmaşık ve zor bir süreç olarak tanımlanan matematiksel modelleme sürecinde kolaylaştırıcı bir rol oynamıştır. Sürecin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında teknoloji araştırma yapma rolünü üstlenmiştir. Bu basamakta internetin varlığı gerçek yaşam durumu ile ilgili bilgilere ulaşılmasına ve problemin bağlamının yorumlanmasına katkıda bulunmuştur. Basitleştirme basamağında ise teknolojik araçlar öğretmen adaylarına gerçek yaşam verilerinin grafiğini çizme ve problem durumuna ait geometrik yapılar oluşturma fırsatı sağlayarak problem verilerinin görselleştirilmesinde önemli bir rol üstlenmiştir. Ayrıca veriler arasındaki ilişkileri ve

değişkenleri dinamik olarak inceleme imkânı sağlayarak ilişkilerin araştırılması açısından önemli fırsatlar sağlamıştır. Buna ek olarak GeoGebra yazılımı verilerin düzenlenmesini kolaylaştırmıştır. Matematikselleştirme basamağında GeoGebra yazılımı verilerin formüle edilmesinde önemli bir rol oynamıştır. Bu basamakta teknoloji kullanımı öğretmen adaylarının aynı veri grubuna ait farklı matematiksel modelleri kolaylıkla oluşturmalarını sağlamıştır. Bu durum en uygun modeli belirleme gibi daha üst düzey bilgi ve beceri kullanmalarını gerektiren durumlarla öğretmen adaylarını karşı karşıya bırakmıştır. Bunun yanında matematikselleştirme basamağında teknoloji, dinamik bir model elde etme veya sayısal veriler oluşturularak bu verileri analiz etme gibi farklı çözüm stratejilerinin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Matematiksel çalışma basamağında ise GeoGebra yazılımı gerçek yaşam verileri ile ilgili hesaplamaların hızlı ve hatasız bir şekilde tamamlanmasını sağlamıştır. Yorumlama basamağında internet modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığının incelenmesi ve tartışılması açısından önemli bir rol üstlenmiştir. Doğrulama basamağında ise GeoGebra yazılımı problem verilerinin test edilmesini, matematiksel modelin farklı modellerle karşılaştırılarak oluşturulan modelin eksik veya üstün yanlarının incelenmesini desteklemiştir.

2. Teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde olumlu rollerinin yanında bazı olumsuz rolleri de ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleri oluşturma ve bu modelleri doğrulama esnasında teknoloji yardımıyla elde ettikleri sonuçlara çok fazla güvenmesi teknolojinin olumsuz bir rolü olarak ortaya çıkmıştır. Özellikle deneysel modelleme problemlerinde veriler için en uygun modelin verilere ait noktaların tamamının üzerinden geçmesi gerektiği düşüncesi, uygun olmayan matematiksel modellerin oluşturulmasına sebep olmuştur. Bununla birlikte teknoloji yardımıyla elde edilen sonuçlara çok fazla güvenilmesi modelin geçerliliğini sağlama aşamasının göz ardı edilmesine sebep olmuştur.

3. Deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin rollerine ilişkin farklılıklar gözlenmiştir.

Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin rolü matematiksel modelleme sürecinin tüm basamaklarında ortaya çıkarken, öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinin problemi anlama basamağında teknolojiye başvurmamıştır. Deneysel modelleme problemlerinde teknolojinin rolü basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma ve doğrulama basamaklarında ön plana çıkarken, teorik modelleme problemlerinde daha çok basitleştirme basamağında ön plana çıkmıştır. Deneysel modelleme problemlerinde grafiksel ve cebirsel gösterimler ön plana çıkmış olup, teorik modelleme problemlerinde grafiksel, cebirsel ve dinamik gösterimler bir arada kullanılmıştır. Her iki problem türünde internetin kullanım amacı da farklılık göstermiştir.

Deneysel modelleme problemlerinde internet problemin bağlamını araştırmak amacıyla kullanılırken, teorik modelleme problemlerinde varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Deneysel modelleme problemlerinin doğası gereği büyük veri grupları içermesi nedeniyle GeoGebra yazılımı basitleştirme basamağında verilerin düzenlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Teorik modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında ise GeoGebra yazılımı değişkenleri içeren dinamik yapıların oluşturulmasını ve böylelikle farklı ihtimallerin denenerek çıkarımlarda bulunulmasını sağlamıştır. Deneysel ve teorik modelleme problemlerinde farklı doğrulama yaklaşımları da ortaya çıkmıştır. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemleri için oluşturduğu modellerin benzer şartlardaki durumlar için geçerli olup olmadığını internet ve yazılım aracılığıyla test etmiştir. Teorik modelleme problemlerinde ise model için kâğıt-kalem ile çizilen şekil, GeoGebra yazılımına aktararak şekil üzerinde yapılan ölçümlerle modelin doğruluğunun incelenmiştir.

4. Deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojinin benzer rolleri de ortaya çıkmıştır.

Hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında teknoloji grafik çizme rolünü, matematikselleştirme basamağında ise grafik analizi rolünü üstlenmiştir. Matematiksel çalışma basamağında teknoloji her iki modelleme türü için hesaplama yapma ve çözümün doğrulanması için ek sonuç elde etme rollerini üstlenmiştir. Yorumlama basamağında ise hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinde internet modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam verileri ile karşılaştırılması rolünü üstlenmiştir.

5. Öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecinin her bir basamağında çeşitli güçlükler yaşamıştır.

Öğretmen adayları modelleme sürecinin her bir basamağında çeşitli güçlüklerle karşılaşmıştır. Döngüsel bir süreç olarak kabul edilen matematiksel modelleme sürecinin herhangi bir basamağında yaşanan güçlükler sürecin sonraki basamaklarında da çeşitli güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur. Modelleme sürecinin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında öğretmen adaylarının problemde istenenleri netleştirmeden basitleştirme işlemlerine başlaması problemi doğru bir şekilde anlayıp uygun işlemler yapmaları açısından zorluk çıkartmıştır. Basitleştirme basamağında ise öğretmen adayları değişkenleri belirleme ve değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koyma konusunda zorlanmıştır. Öğretmen adaylarının ön bilgileri, geçmiş deneyimleri ve problemi uygun şekilde anlamlandırmaları matematiksel modeli oluşturmak için uygun değişkenleri belirlemelerini etkilemiştir. Bunun yanında öğretmen adaylarının değişkenleri içeren uygun şekil ve grafikleri çizme konusunda yaşadıkları güçlükler, değişkenler arasındaki ilişkilerin

görülmesinde ve uygun matematiksel modellere ulaşmalarında öğretmen adaylarına güçlükler yaşatmıştır. Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında özellikle matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri matematiksel modelin oluşturulmasında güçlükler yaşanmasına sebep olmuştur. Yorumlama basamağında öğretmen adayları oluşturdukları matematiksel modellerin sonuçlarının gerçek yaşam durumunda işleyişini, elde ettikleri modelin yeterli bir model olup olmadığını incelemede güçlükler yaşamıştır. Doğrulama basamağında ise öğretmen adayları modelin farklı durumlar için geçerli ve genellenebilir olup olmadığını dikkate alma konusunda zorlanmıştır.

6. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları güçlükler deneysel ve teorik modelleme problemlerine göre farklılık göstermiştir.

Deneysel modelleme problemlerinde en fazla güçlük yaşanan modelleme basamakları matematikselleştirme ve doğrulama basamakları olup, öğretmen adayları en fazla güçlüğü teknoloji aracılığıyla veriler için uygun modeli belirleme ve modelin uygunluğuna karar vermede yaşamıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise en fazla güçlük yaşanan modelleme basamakları basitleştirme ve matematikselleştirme basamakları olup, en fazla güçlük teknoloji ile probleme ait yapıların kurulmasında yaşanmıştır. Deneysel modelleme problemlerinin basitleştirme basamağında modelin oluşturulması için gerekli veya gereksiz olan verilerin ayırt edilmesinde güçlükler yaşanmıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise gerçek yaşam durumlarından kaynaklanan ve uygun matematiksel modelin oluşturulmasını etkileyen uygun varsayımların belirlenmesinde güçlükler yaşanmıştır. Bunun yanında öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinde uygun grafikleri çizme konusunda zorlanırken, teorik modelleme problemlerinde değişkenleri içeren uygun şekilleri çizme konusunda zorlanmıştır.

Deneysel modelleme problemlerinin matematikselleştirme basamağında matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda daha önceki deneyimlerin ağırlıklı olarak doğrusal modellemeye ilişkin olması, diğer fonksiyon türleri ve karakteristik özellikleri hakkındaki eksik veya hatalı bilgiler nedeniyle uygun modelin oluşturulmasında güçlükler yaşanmıştır. Teorik modelleme problemlerinde matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda ise problem ifadesinde geçen farklı disiplinleri çağrıştıran kelimelerin, farklı disiplinlere yönelik değişkenler ve kavramların kullanılmasına neden olması sebebiyle istenen duruma uygun matematiksel modellerin oluşturulmasında güçlükler yaşanmıştır. Deneysel modelleme problemlerinin matematiksel çalışma basamağında öğretmen adayları gerçek yaşam

verileri ile hesaplama yapmakta zorlanmıştır. Teorik modelleme problemlerinde ise öğretmen adayları çözüm için matematiksel bilgiyi ve teknoloji bilgisini kullanmakta zorlanmıştır.

7. Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha çok zorlanmıştır.

Teorik modelleme problemlerinin doğasından kaynaklı olarak sayısal veri içermemesi ve istenen durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı nedeniyle uygun varsayımların ve değişkenlerin belirlenmesinde öğretmen adaylarının daha fazla güçlük yaşamasına sebep olmuştur. Bunun yanında öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde fiziksel birimlere yönelik yaptıkları basitleştirme işlemleri, istenen duruma uygun matematiksel modellerin oluşturulmasını zorlaştırmıştır. Yapılan odak grup görüşmelerinin analizi sonucunda öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde farklı bir disipline yönelik bu yaklaşımı kullanma nedenleri aşağıda verilmiştir:

1. Fizik derslerinde gerçek hayat problemleri ile daha çok karşılaşılması,
2. Hareket-hız- zaman-görüş açısı kavramlarının fizik disiplinini çağrıştırmaması,
3. Geçmiş öğrenim yaşantılarında matematik derslerinin daha çok konu odaklı olması-konuların günlük hayatla ilişkisinin ortaya koyulmaması,
4. Matematikte günlük hayat problemlerini çözmeye yönelik deneyimlerinin yeterli olmaması.

8. Teknolojik araçların kullanımı matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan güçlüklerin giderilmesine büyük ölçüde katkı sağlamıştır.

Matematiksel modelleme sürecinin problemi anlama basamağında internetin kullanımı problem durumunun anlaşılması, içeriğin tartışılması ve problemin bağlamının yorumlanması açısından önemli fırsatlar sağlamış olup, problemde istenenlerin belirlenmesinde yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Benzer şekilde basitleştirme basamağında durumu etkileyen değişkenlerin fazlalığı ve en uygun değişkenin hangisi olduğuna karar verme konusunda yaşanan güçlüklerin giderilmesinde internet öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamıştır. Bunun yanında GeoGebra yazılımı özellikle deneysel modelleme problemlerinin kusurlu ve büyük sayılar içermesi nedeniyle verilerin düzenlenmesi ve elle yapılan grafik çizimlerinde ölçeklendirme hataları nedeniyle yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Matematikselleştirme basamağında matematiksel modelin kâğıt-kalem ile oluşturulmasına yönelik yapılan çalışmalarda temel matematiksel kavramlara yönelik bilgi eksiklikleri nedeniyle modelin oluşturulmasında yaşanan güçlükler teknolojik araçlarla beraber büyük ölçüde giderilmiştir. Matematiksel çalışma basamağında ise teknolojik araçlar gerçek yaşam verileri ile çalışma zorluğu ve işlem hataları nedeniyle yaşanan güçlüklerin giderilmesini

sağlamıştır. Yorumlama basamağında matematiksel modelden elde edilen sonuçların gerçek yaşam değerlerinin internet aracılığıyla araştırılması matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişte yaşanan güçlüklerin giderilmesine katkıda bulunmuştur. Doğrulama basamağında ise teknolojinin varlığı modelden elde edilen sonuçların farklı değerler için test edilmesi, modelin farklı durumlar için genellenebilir olup olmadığının incelenmesi gibi farklı doğrulama yaklaşımlarına yönlendirmiş ve öğretmen adaylarının doğrulama basamağını ihmal etmelerinin önüne geçmiştir.

9. Teknolojinin uygun olmayan şekilde kullanımı veya teknoloji kullanımı konusunda yapılan teknik hatalar matematiksel modelleme sürecinin uygun bir şekilde tamamlanmasını etkilemiştir.

GeoGebra yazılımı deneysel modelleme problemlerinde aynı veri grubunu temsil edebilecek birden fazla fonksiyonun durumunu karşılaştırmalı olarak görme fırsatı vermesine rağmen zaman zaman uygun olmayan bir şekilde kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının en iyi model en çok noktadan geçen modeldir şeklindeki inancı karmaşık, kullanışsız ve yalnızca problem verileri için geçerli olan modellerin elde edilmesine sebep olmuştur. Bunun yanında öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde teknolojik araçları kullanma konusunda yaptıkları teknik hatalar nedeniyle değişkenleri içeren dinamik yapıları oluşturmada güçlükler yaşamıştır. Öğretmen adayları özellikle yazılımın sürgü özelliğini kullanma konusunda zorlanmıştır. Bu durum ilişkilerin görülmesini ve problemin matematikselleştirilmesini olumsuz olarak etkilemiştir.

10. Çalışmaya katılan öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin önemli bir rolü olduğu görüşündedir.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. *Teknolojik araçların sağladığı kolaylıklar*; matematiksel modelleme sürecinde görselleştirme imkânı sağlaması ve zaman kaybını önlemesi, farklı modelleri inceleme fırsatı sağlaması, teknolojik araçların hesaplamada, çözüme ulaşmada, gerçeğe yakın modeller elde etmede ve modelin doğruluğunu test etmede kolaylık sağlaması şeklindedir.
2. *Ortamda teknoloji olmazsa yaşanabilecek güçlükler*; işlemlerin zaman alması, modeli oluşturma zorluğu, gerçek yaşam verilerini araştırma zorluğu, hesaplama hataları, grafik çizimi hataları, veriler arası ilişkileri görme zorluğu, modelin doğruluğunu sağlama ve karmaşık fonksiyonları inceleme zorluğu şeklindedir.
3. *Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine olumlu etkileri*; kısa sürede modele ulaşma, gerçek hayat verileri ile çalışma nedeniyle hesaplama yapmayı

kolaylaştırma, daha güvenilir sonuçlara ulaşma ve verileri grafiğe aktarma kolaylığı şeklindedir. *Teknolojinin modelleme sürecine olumsuz etkileri*; problem üzerinde düşünmeyi azaltması ve teknolojiyi kullanmada yaşanan güçlüklerin çözüme ulaşmayı engellemesi şeklindedir.

4. Matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknolojik araçların kullanımı tüm grupların matematiksel modellemeye yönelik bakış açılarında olumlu değişiklikler oluşturmuştur. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçları kullanmadan önce matematiksel modellemenin zor ve karmaşık olduğu düşüncesi teknolojik araçların kullanımıyla beraber değişiklik göstermiştir. Teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik olumlu düşünceler geliştirmesine, matematiksel modelleme problemlerinin daha kolay ve eğlenceli olduğunu düşünmelerine katkıda bulunmuştur. Bunun yanında teknolojik araçların kullanımı öğretmen adaylarının matematiksel modellemede kendilerini daha yeterli hissetmelerini ve teknolojinin ilerideki meslek hayatı için yararlı ve gerekli olduğunu düşünmelerini sağlamıştır.
5. Ortamda teknoloji olmasaydı elde edilecek modeller hakkında öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde Graplardan ikisi deneysel modelleme problemlerinde modeli elde edemeyeceklerini ve sadece verilere ait grafiği çizebileceklerini ifade etmiştir. Graplardan üçü verilerin grafiği ve eğiminden yararlanarak modeli elde etmeye çalışacaklarını belirtmiştir. Diğer iki grup ise ortamda teknoloji olmasaydı doğrusal olmayan modelleri elde etmede zorlanacaklarını ifade etmiştir. Teorik modelleme problemlerinde ise graplardan üçü ortamda teknolojik araçlar olmasaydı modeli elde edemeyeceklerini, bir grup modeli elde edebileceğini, diğer grup ise modeli elde edebileceklerini ancak bunun çok zaman alacağını ifade etmiştir.

6. 2. Öneriler

Öğretmen adaylarının deneysel ve teorik modelleme problemlerini çözme sürecinde yaşadıkları güçlükleri ve teknolojik araçların bu süreçte nasıl bir rol oynadığını incelenmeyi amaçlayan bu çalışmanın sonunda, öğretmen adaylarının modelleme sürecinin bütün aşamalarında çeşitli güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Bunun yanında teknolojinin yaşanan güçlüklerin önüne geçilmesinde ve modelleme sürecinin tüm aşamalarında önemli bir rol oynadığı görülmüştür. Bu bölümde çalışmada ulaşılan sonuçlar doğrultusunda araştırmacının araştırma sürecindeki izlenim ve deneyimlerine bağlı olarak öneriler sunulmuştur.

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak:

1. Matematiksel modelleme sürecinde teknolojik araçların varlığı öğretmen adaylarına önemli fırsatlar sağlamış ve yaşanan birçok güçlüğün önüne geçilmesinde etkili olmuştur. Bu bağlamda teknolojinin öğrenciler için sağladığı zengin bilişsel ortam ve modelleme sürecinde sağladığı fırsat ve imkânlar düşünüldüğünde öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri ile çalışmaları sürecinde uygun teknolojik araçların sağlanması önerilmektedir.
2. Matematiksel modelleme derslerinin içeriğinde teknoloji destekli matematiksel modellemeye yer verilmesi, teknoloji ile matematiksel modellemeyi entegre edecek modelleme etkinlikleri geliştirilmesi ve uygulanması önerilmektedir.
3. Çalışmanın sonuçları doğrultusunda öğretmen adaylarının teknolojiyi kullanarak gerçek yaşam durumuna ait dinamik yapıları oluşturma konusunda güçlük yaşadığı görülmüştür. Bu güçlüğün ortadan kaldırılması için bilgisayar destekli matematik öğretimi derslerinde matematiksel modelleme problemlerine yer verilmesi ve öğrencilerin gerçek yaşam durumlarına ait geometrik yapıları oluşturma konusunda deneyim kazanması önerilmektedir.
4. Öğretmen adayları deneysel modelleme problemlerinin modeli oluşturma basamağında GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmış ancak veriler için uygun modeli belirleme konusunda önemli güçlükler yaşamıştır. Öğretmen adaylarının yaşadığı bu güçlüğün grafik okuma, grafiği yorumlama ve fonksiyon türlerine yönelik bilgi ve deneyim eksikliklerinden kaynaklandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu güçlüğün giderilmesi için öğretmen adaylarının yetiştirilmesinde bu kavramları içeren günlük yaşam etkinliklerine yer verilmeli, verilerin eğilimi ile ilgili tartışmalar yapılmalıdır. Bunun yanında temel matematik ya da matematik öğretimi derslerinde matematiksel modelleme kavramından yararlanılması önerilmektedir.
5. Grupların çoğu modelleme sürecinin yorumlama basamağını göz ardı etmiş ve matematiksel modelden gerçek yaşam durumuna geçişi dikkate alma konusunda güçlük yaşamıştır. Bu güçlüğün ortadan kaldırılması için öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını yorumlamasına ve matematik ile ilişkilendirmesine olanak sağlayan matematiksel modelleme etkinlikleriyle güçlü deneyimler yaşatılması gereklidir. Bunun yanında her bir etkinliğin ardından sınıf içi tartışmalar yapılarak sonuçların yorumlanmasının gerekliliğine dikkat çekilmeli ve öğrencilerin bu basamağı göz ardı etmelerinin önüne geçilmelidir.

6. Grupların büyük kısmı doğrulama basamağında modelin geçerli bir model olup olmadığını sorgulama konusunda güçlük yaşamıştır. Bu güçlüğü giderilmesi amacıyla doğrulamanın hangi aşamaları içermesi gerektiği açıklanmalı ve bununla birlikte öğrencilerin çözümlerini sınıf arkadaşlarına sunmaları ve çözümün doğruluğunu sınıfça tartışmaları sağlanmalıdır. Öğrencilerin çözüm sürecinin tümünü doğrulamaya ve hata belirledikleri takdirde varsayımlarını, modellerini ve çözümlerini eksiksiz bir şekilde düzeltmesi sağlanmalıdır.
7. Öğretmen adayları modelleme problemlerinde problemi anlamaya yeterince zaman ayırmamış ve hızlıca modeli oluşturmaya çalışmıştır. Bu nedenle öğretmen adayları problemde istenenlerin belirlenmesinde güçlük yaşamıştır. Bu güçlüğü ortadan kaldırılması için öğrencilerin problem üzerinde düşünmesi ve problemi anlamaya yönelik matematik okuryazarlığının geliştirilerek matematik dilini kullanmaları sağlanabilir.
8. Öğretmen adayları teorik modelleme problemlerinde deneysel modelleme problemlerine göre daha fazla güçlük yaşamıştır. Öğretmen adayları yaşadığı bu güçlüğü teorik modelleme problemlerinin sayısal veri içermemesinden kaynaklandığını ve bu durumun değişkenlerin belirlenmesinde ve çözüm yoluna karar vermede güçlük yaşamalarına sebep olduğunu ifade etmiştir. Bu güçlüğü giderilmesi için öğretmen adaylarının teoriye dayalı gerçek yaşam durumları ile daha fazla deneyim yaşamaları sağlanabilir.
9. Grupların büyük kısmı teorik modelleme problemlerine başlangıçta fizik problemi gibi yaklaşmış, fizik disiplinine yönelik basitleştirme işlemleri yapmıştır. Bu durum uygun değişkenlerin belirlenmesi açısından öğretmen adaylarına güçlük yaşatmıştır. Öğretmen adayları fizik derslerinde gerçek hayat problemleri ile daha çok karşılaşmalarını, geçmiş öğrenim yaşantılarında matematik derslerinin daha çok konu odaklı olmasını ve konuların günlük hayatla ilişkisinin ortaya koyulmamasını, matematikte günlük hayat problemlerini çözmeye yönelik deneyimlerinin yeterli olmamasını böyle bir yaklaşımı benimsemelerine sebep olarak göstermiştir. Öğretmen adaylarının bu düşüncelerinden hareketle farklı disiplinlerden öğretmenlerin işbirliği ile öğrencilerin disiplinler arası matematiksel modelleme problemleri ile karşılaşabilecekleri uygulamalar gerçekleştirilmesi önerilmektedir.

6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak ileride yapılabilecek çalışmalar aşağıda verilmiştir:

1. Bu çalışmada teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde önemli bir rol üstlendiği görülmüştür. Teknolojik araçların matematiksel modelleme sürecine sağladığı imkânlar düşünüldüğünde ilerideki çalışmalarda teknoloji destekli matematiksel modellemeye yönelik bir öğrenme ortamı tasarlanarak etkililiği araştırılabilir.
2. Bu çalışma öğretmen adayları ile yürütülmüş olup literatürde modelleme sürecinde yaşanan güçlüklerle yönelik öğretmenlerle yürütülen çalışmalar noktasında eksiklikler bulunmaktadır. İleriki çalışmalar matematik öğretmenleri ile yürütülebilir.
3. Bu çalışmada ele alınan matematiksel modelleme problemleri deneysel ve teorik modelleme problemleri ile sınırlı tutulmuştur. İleride yapılacak çalışmalarda matematiksel modelleme problemlerine yönelik farklı sınıflandırmalar ele alınarak matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolü ve yaşanan güçlüklerde farklılık oluşturup oluşturmadığı incelenebilir.
4. Benzer özellikte iki farklı çalışma grubundan birine teknoloji destekli matematiksel modelleme süreci, diğerine kâğıt-kaleme dayalı bir matematiksel modelleme süreci yaşatılarak teknolojinin matematiksel modelleme yeterliklerindeki değişime etkisi incelenebilir.

7. KAYNAKLAR

- Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator*, 6(1), 63-75.
- Ang, K. C. (2006). Mathematical modelling, technology and H3 mathematics. *The mathematics Educator*, 9(2), 33-47.
- Ang, K. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*. Retrieved November 10, 2015 from http://atcm.mathandtech.org/ep2010/invited/3052010_18134.pdf.
- Arzarello, F., Ferrara, F. and Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: the role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications*, 31(1), 20-30.
- Aydın-Güç, F. (2015). Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Yayıncılık.
- Bal, A. P. ve Doğanay, A. (2014). Sınıf öğretmenliği adaylarının matematiksel modelleme sürecini anlamalarını geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1363-1384.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 293-301.
- Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: The role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*. 34(5), 212-220.
- Berry, J. and Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Block, E., (1986). The comprehension strategies of second language readers. *TESOL Quarterly*, 20(3), 463-491.
- Blomhøj, M. and Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22 (3), 123-139.
- Blomhøj, M. and Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through Project work. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 163-177.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching - A review of arguments and instructional aspects. In M. Niss, W. Blum, and I. Huntley (Eds.),

Teaching of mathematical modelling and applications (pp. 10-29). England: Ellis Horwood.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education-Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1/2), 149-171.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15-30). New York: Springer.

Blum, W. and Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.

Blum, W. and Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.

Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (1992). *Qualitative research for education: Introduction and methods*. Boston: Allyn and Bacon.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86–95.

Borromeo-Ferri, R. (2014, Nisan 1-4). *Okullarda ve öğretmen eğitiminde matematiksel modelleme-kavramlar ve örnekler*. 3. Meb-magıt matematik eğitimi uygulamaları konferansı ve çalıştayı: “matematiksel modelleme ve simülasyonu öğrenme ve öğretme” . İzmir, Türkiye.

Borromeo-Ferri, R. and Blum, W. (2012). *Barriers and motivations of primary teachers for implementing modeling in mathematics lesson*. Paper presented at 8th Congress of European Research in Mathematics Education. Antalya, Türkiye. Retrieved January 05, 2013, from http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/wg_papers.html.

Bowling, A. (2002). *Research Methods in Health: Investigating health and health services*. Philadelphia, PA: McGraw-Hill House.

Brown, J. and Ikeda, T. (2015). Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. In B. Kaur and J. Dindyal (Eds.), *In The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 469-473). Singapore: World Scientific Publishing.

Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Modelling and Its Applications*, 39, 19-36.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, E. Ö., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (15. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

- Carreira, S., Amado, N. and Canário, F. (2013). *Students' modelling of linear functions: how geogebra stimulates a geometrical approach*. Paper presented at CERME 8. Antalya, Turkey. Retrieved April 03, 2015 from http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG6/WG6_Carreira.pdf.
- Chamberlin, S. A. and Moon, S. M. (2006). Model-eliciting activities: An introduction to gifted education. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17, 37-47.
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed method approaches* (4nd ed.). Thousand Oaks, California: Sage Publications.
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (3. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çiltaş, A, ve Işık, A. (2013). Matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1177-1194.
- Çokluk, Ö., Yılmaz, K., ve Oğuz, E. (2011). Nitel bir görüşme yöntemi: Odak grup görüşmesi. *Kuramsal Eğitimbilim*, 4(1), 95-107.
- Daher, W. M. and Shahbari, J. A. (2015). pre-service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 25-46.
- de Villiers, M. (2007). *Mathematical applications, modeling and technology*. Paper presented at the 13th Annual National Congress of AMESA. Mpumalanga, South Africa.
- Department for Education and Employment. (1999). *Mathematics: The national curriculum for England*. London: HMSO.
- Dışbudak, K. (2014). Model oluşturma etkinliklerinin 6.sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Doerr, H. M. ve English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal of Research in Mathematics Education*, 34(2), 110–136.
- Doerr, H. M. ve Tripp, J. S. (2010). Understanding how students develop mathematical models. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 231–254.
- Doruk, B. K. (2010). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. Yayınlanmamış doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Doruk, B. K. ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41).

- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303–323.
- English, L. D. ve Watters, J. (2004). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59–80.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10 (1), 364-37.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14 (4), 1-21.
- Ferrucci, B. J. and Carter, J. A. (2003). Technology-active mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 663-670.
- Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, and M. Chinnappan (Eds.), *Proceedings 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia 1* (pp. 221-228). Canberra, Australia: MERGA.
- Galbraith, P. and Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models – Meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 137-163.
- Galbraith, P. and Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *The International Journal on Mathematics Education*, 38 (2), 143-162.
- Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J. and Edwards, I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. In L. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: education, engineering and economics* (pp. 130-140). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- García, F.J., Gascón, J., Ruiz Higuera, L. and Bosch, M.(2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 226-246.
- Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers' adoption of innovative practices with technology and mathematical modeling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and Learning of Mathematical Modeling*, (ICTMA 14) (pp 305 – 314). New York: Springer.
- Geiger, V., Faragher, R. and Goos, M. (2010). CAS-enabled technologies as 'agents provocateurs' in teaching and learning mathematical modelling in secondary school classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 48-68.
- Ghosh, J. B. (2015). Learning mathematics in secondary school: the case of mathematical modelling enabled by technology. In S. J. Cho (Ed.). *Selected Regular Lectures*

from the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 203-222). Switzerland: Springer International Publishing.

- Gravemeijer, K. and Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In Gravemeijer, K., Lehrer, R., Oers, B. and Verschaffel, L. (Eds.), *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (pp. 145-169). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Greefrath, G., Siller, H. S. and Weitendorf, J. (2011). Modelling considering the influence of technology. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 315-329). Netherlands: Springer.
- Haines, C. and Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 417-424). New York; NY: Springer.
- Hidroğlu, Ç. N. (2012). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Hickman, F. (1987). Application of AI techniques to formulation in Mathematical Modelling. *Mathematical Modelling*, 8, 43-47.
- Huang, C. H. (2011). Assessing the modelling competencies of engineering students. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(3), 172-177.
- Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K. and Neil, N. (2003). Assessing the impact of teachings mathematical modeling: Some implications. In S. J. Lamon, W. A. Parker, and K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life* (pp. 165-177). Chichester: UK: Horwood Publishing.
- Jiang, Z., (2001). The use of technology in a college mathematical modeling class. Retrieved November 06, 2015 from <http://epatcm.any2any.us/EP/EP2003/index.html>.
- Kadijevich, D., Haapasalo, L. and Hvorecky, J. (2005). Using technology in applications and modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2/3), 114.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling education, engineering and economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., (2010). Introduction: ICTMA and the teaching of modeling and applications. Lesh, R., Galbraith P. L., Haines C. R. and Hurford A. (Eds.). *Modeling students' mathematical modeling competencies*. ICTMA 13, Netherlands: Springer.
- Kaiser, G. and Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.

- Kaiser, G., Blomhøj, M. and Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *The International Journal on Mathematics Education*, 38 (2), 82-85.
- Kant, S. (2011). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri ve karşılaşılan güçlükler. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13(2), 185-192.
- Karasar, N. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemi* (19. Baskı). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Kayacan, N., (2005). Lise hazırlık sınıfı öğrencileri tarafından kullanılan İngilizce okuma stratejilerinin sesli düşünme yöntemiyle bulunması ve tanımlanması. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta.
- Kertil, M. (2008). Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Kertil, M., Erbaş, A. K. ve Çetinkaya, B. (2014). *Öğretmen adaylarının iki niceliğin eş zamanlı değişimini içeren durumları modellerken grafik oluşturma ve yorumlama süreçlerinin incelenmesi*. 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, Çukurova Üniversitesi, Adana, Türkiye.
- Kissane, B. (2010). Using ICT in applications of primary school mathematics. In B. Kaur and J. Dindyal (Eds.), *Mathematical Applications and Modelling: Yearbook 2010* (pp. 178-198). Singapore: World Scientific Publishing.
- Korkmaz, E. (2010). İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri. Yayınlanmamış doktora tez, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Lanier, S. M. (1999). Students' understanding of linear modeling in a college mathematical modeling course. Doctoral Dissertation, The University of Georgia, Georgia.
- Lesh, R. A. and Doerr, H. (2003). Foundations of model and modelling perspectives on mathematic teaching and learning. In R. A. Lesh, and H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspectives on mathematics teaching, learning and problem solving* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R. and Caylor, B. (2007). Introduction to the special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of computers for mathematical Learning*, 12(3), 173-194.
- Lesh, R. and Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual developing. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 157-189.
- Lesh, R. and Yoon, C. (2007). What is distinctive in (our views about) models & modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching?. In W. Blum,

- P. L. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: 14th ICMI Study* (pp. 161-170). New York: Springer.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. and Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh, and A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R.A. and Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A Project of the national council of teachers of mathematics*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lingefj rd, T. (2000). Mathematical modeling by prospective teachers using technology
Doctoral dissertation, University of Georgia, United States.
- Lingefj rd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2), 96-112.
- Lingefj rd, T. and Holmquist, M. (2005). To assess students' attitudes, skills and competencies in mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 123-133.
- Maa , K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Maa , K. (2007). Modelling tasks for low achieving students – first results of an empirical study. In D. Pitta-Pantazi, and G. Philippou (Eds.), *Proceedings of The Fifth Congress of The European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2120-2129). Larnaca: University of Cyprus.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: a source book of new methods*. London: SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2005). *Ortaoğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) oğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2011). *Ortaoğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) oğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2012a). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik uygulamaları I. Dönem oğretmenler için oğretim materyali*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2012b). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik uygulamaları II. Dönem oğretmenler için oğretim materyali*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaoğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) oğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.

- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim matematik dersi (1-5.sınıflar) öğretimi programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Mousoulides, N. and English, L. D. (2008). *Modeling with data in cyriot and Australian classrooms*. Paper presented at the 32nd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Morelia, Mexico.
- Mousoulides, N. (2007). A modeling perspective in the teaching and learning of mathematical problem solving. Unpublished doctoral dissertation. University of Cyprus.
- Mousoulides, N., Chrysostomou, M., Pittalis, M. and Christou, C. (2009). *Modeling with technology in elementary classrooms*. Paper presented at CERME 6. Lyon, France. Retrieved February 16, 2014 from www.inrp.fr/editions/cerme6.
- Mousoulides, N., Sriraman, B. and Christou, C. (2007). From problem solving to modeling the emergence of models and modelling perspectives. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(1), 23–47.
- Mousoulides, M., Sriraman, B., Pittalis, M. and Christou, C. (2007). Tracing students' modeling processes in elementary and secondary school. Paper presented at 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-5), Cyprus.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M., Blum, W. and Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In M. Niss, W. Blum, H. Henn, and P. L. Galbraith (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 3-32). New York: Springer.
- Özaltun, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula, S. ve Bukova-Güzel, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının modelleme sürecinde kullandıkları gösterim şekilleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 4(2), 66-88.
- Özdemir, E. and Üzel, D. (2013). A case study on teacher instructional practices in mathematical modeling. *The Online Journal of New Horizons in Education*, 3(1), 1-14.
- Özdemir, G. ve Işık, A. (2015). Katı cisimlerin alan ve hacimlerinin matematiksel model ve matematiksel modelleme yöntemiyle öğretimine yönelik öğretmen görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1251-1276.
- Özturan Sağırlı, M. (2010). Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods (3rd ed.)*, Thousand Oaks, CA: Sage.
- Pollak, H. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 2, 393-404.
- Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In UNESCO (Ed.), *New Trends in Mathematics Teaching IV* (pp. 232–248). Paris: UNESCO.
- Sandalcı, Y. (2013). Matematiksel modelleme ile cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmelerine etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Rize.
- Santos-Trigo, M. and Reyes-Rodríguez, A. (2011). Teachers' use of computational tools to construct and explore dynamic mathematical models. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(3), 313-336.
- Schaap, S., Vos, P. and Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: Exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 137-146). Netherlands: Springer.
- Schorr, R. and Lesh, R. (2003). A modeling approach for providing teacher development. In R. Lesh and H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective* (pp. 141–158). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Siller, H. S. and Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, S. and Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2136-2145). France: Lyon.
- Siriraman, B. (2005). *Conceptualizing the notion of model eliciting*. Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Retrieved May 03, 2015 from <http://fractus.uson.mx/Papers/CERME4/Papers%20definitius/13/sriraman.pdf>. Spain: Sant Feliu De Guíxols.
- Sol, M., Giménez, J. and Rosich, N. (2011). Project modelling routes in 12–16-year-old pupils. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 231-240). Netherlands: Springer
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. and Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: essential research, essential practice*, 2, 688-697.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67.

- Şen-Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modeling processes and their views about factors affecting these processes*. Doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Tekin Dede, A. ve Bukova-Güzel, E. (2013). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 300-322.
- Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Thomas, G. B., Weir, M. D., Hass, J. and Giordano, F. R. (2010). *Thomas calculus 1* (2. Baskı, çev. Recep Korkmaz). İstanbul: Beta Basım AŞ.
- Voskoglou, M. (2007). A stochastic model for the modeling process. In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modeling (ICTMA-12): Education, engineering and economics* (pp. 149-157). Chichester: Horwood Publishing.
- Yang, Z. and Yin F. (2015). The interaction between mathematical modeling and computer. In Yang, L. and Zhao, M. (Eds), *International Industrial Informatics and Computer Engineering Conference (IIICEC 2015)* (pp.685-688). China: Atlantis Press.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (6.baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yoon, C., Dreyfus, T. and Thomes, M. (2010). How high is the tramping track? Mathematizing and applying in a calculus model-eliciting activity. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 141-157.
- Zawojewski, J. S. and Lesh, R. (2003). A models and modelling perspective on problem solving. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: a models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching* (s. 35-58). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Zbiek, R. M. (1998). Prospective teachers' use of computing tools to develop and validate functions as mathematical models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 184-201.
- Zbiek, R. M. and Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in mathematics*, 63(1), 89-112.



8. EKLER

Ek 1. Ön Mülakat Formu

Sevgili Öğretmen Adayları,

Bu form bir doktora tez çalışmasına veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Size yöneltilen soruları kendi bilgi ve birikiminiz doğrultusunda içtenlikle yanıtlamanız, çalışmadan elde edilen sonuçların güvenilirliği açısından son derece önemlidir. Yanıtlarınız sadece araştırma amaçlı kullanılacak ve kimlik bilgileriniz gizli tutulacaktır.

Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Arş. Gör. Ebru SAKA

1) “Matematiksel modelleme” ifadesinden ne anladığınızı açıklayınız.

2) Matematiksel modellemeye ilişkin bir örnek veriniz.

3) Üniversite süresince aldığınız eğitimin matematiksel modelleme ile ilgili bilgi ve becerinizi geliştirmeye faydasının olup olmadığını açıklayınız (Üniversitede aldığınız eğitimin açısından düşündüğünüzde hangi ders/derslerin faydası olduğunu nedenleri ile birlikte açıklayınız).

Ek 1'in devamı

- 4) Bir matematik öğretmeni adayı olarak üniversite eğitiminiz süresince matematiksel modelleme üzerine bir dersin verilmesi ile ilgili düşüncelerinizi açıklayınız.
- 5) Bu ders kapsamında size gösterilen yazılımların (Excel, Geocebra) her birini kullanma açısından kendinizi ne kadar yeterli gördüğünüzü (iyi, orta, zayıf) belirtiniz.



Ek 2. Çalışmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Problemleri

1. 1 Mil Dünya Rekoru

Aşağıdaki tabloda 1913 ve 1993 yılları arasında 1 mil mesafe için kırılan dünya rekorlarına ait süreler (dakika ve saniye cinsinden) verilmiştir.

Zaman	İsim	Ülke	Tarih	Yer
4:14.4	John Paul Jones	USA	31.5.1913	Cambridge,
4:12.6	Norman Taber	USA	16.7.1915	Cambridge
4:10.4	Paavo Nurmi	FIN	23.8.1923	Stockholm
4:09.2	Jules Ladoumegue	FRA	4.10.1931	Paris
4:07.6	Jack Lovelock	NZL	15.7.1933	Princeton, N.J.
4:06.8	Glen Cunningham	USA	16.6.1934	Princeton, N.J.
4:06.4	Sydney Wooderson	GBR	28.8.1937	Motspur Park
4:06.2	Gunder Hagg	SWE	1.7.1942	Göteborg
4:06.2	Arne Anderson	SWE	10.7.1942	Stockholm
4:04.6	Gunder Hagg	SWE	4.9.1942	Stockholm
4:02.6	Arne Anderson	SWE	1.7.1943	Göteborg
4:01.6	Arne Anderson	SWE	18.7.1944	Malmö
4:01.4	Gunder Hagg	SWE	17.7.1945	Malmö
3:59.4	Roger Bannister	GBR	6.5.1954	Oxford
3:58.0	John Landy	AUS	21.6.1954	Turku, Finland
3:57.2	Derek Ibbotson	GBR	19.7.1957	London
3:54.5	Herb Elliott	AUS	6.8.1958	Dublin
3:54.4	Peter Snell	NZL	27.1.1962	Wanganui
3:54.1	Peter Snell	NZL	17.1.1964	Auckland
3:53.6	Michel Jazy	FRA	9.6.1965	Rennes
3:51.3	Jim Ryun	USA	17.7.1966	Berkeley, Calif.
3:51.1	Jim Ryun	USA	23.6.1967	Bakersfield
3:51.0	Filbert Bayi	TAN	17.5.1975	Jamaica
3:49.4	John Walker	NZL	12.8.1975	Göteborg
3:49.0	Seb Coe	GBR	17.7.1979	Oslo
3:46.31	Steve Cram	GBR	27.7.1985	Oslo
3:44.39	Noureddine Morceli	ALG	5.9.1993	Rieti

Bu veriler doğrultusunda aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Yıllara göre bir milin koşulma süresini veren bir matematiksel model oluşturunuz.
- Bu modeli kullanarak 1 milin yaklaşık olarak hangi yıl 3 dakika 40 saniyede koşulacağını tahmin ediniz.

Ek 2'nin devamı

2. Dünyadaki Sıcaklık Artışı

Aşağıdaki tabloda 100 yıl boyunca dünyadaki sıcaklık artışı değerleri verilmiştir.

Yıl	Dünyadaki Sıcaklık Artışı (°C)
1880	0,01
1890	0,02
1900	0,03
1910	0,04
1920	0,06
1930	0,08
1940	0,10
1950	0,13
1960	0,18
1970	0,24
1980	0,32

- c) Yukarıdaki verileri kullanarak yıllar ile sıcaklık artışı arasındaki ilişkiyi gösteren bir matematiksel model oluşturunuz.
- d) Oluşturduğunuz modeli kullanarak dünyadaki sıcaklık artışının ne zaman 1980'deki değerden 7°C fazla olacağını bulunuz.

3. Yağış Miktarı

Aşağıdaki tabloda Amerika Birleşik Devletleri'nin Chicago ve Hawaii eyaletlerinde metrekareye düşen yıllık ortalama yağış miktarları verilmiştir.

Aylar	Yağış miktarı (Chicago)	Yağış miktarı (Hawaii)
1	1.53	3.55
2	1.36	2.21
3	2.69	2.20
4	3.64	1.54
5	3.32	1.13
6	3.78	0.50
7	3.66	0.59
8	4.22	0.44
9	3.82	0.79
10	2.41	2.28
11	2.92	3.00
12	2.47	3.80

Bu verileri kullanarak her bir eyalet için aylara göre yağış miktarını veren bir matematiksel model oluşturunuz.

Ek 2'nin devamı

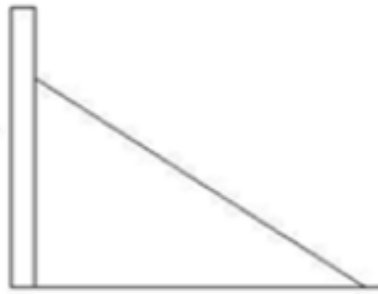
4. Deniz feneri problemi



Deniz fenerleri tehlikeli kayalıkları ve tehlikeli sahilleri işaretlemek amacıyla inşa edilmiş yapılardır. Yayıdıkları ışıkla, geceleri denizcilerin yönlerini bulmalarına yardım ederler. Açıktaki bir gemiden, kıyıda bir deniz fenerinin ilk kez görüldüğü anda, geminin kıyıdan yaklaşık olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade eden bir matematiksel model oluşturunuz.

Türkiye'nin en büyük feneri olarak bilinen Şile Feneri deniz seviyesinden 60 metre yükseklikteki kayalıklar üzerine inşa edilmiş ve yüksekliği 19 metredir. Oluşturduğunuz modeli kullanarak bir geminin Şile Deniz Fenerini ilk defa gördüğü anda kıyıdan uzaklığını yaklaşık olarak hesaplayınız.

5. Merdiven Problemi



Bir merdiven duvara dayalı olarak halı üzerinde kaymadan ilk şekildeki gibi durmaktadır. Halı çekilince merdivenin ayağı duvardan sabit hızla uzaklaşmaktadır. Merdivenin kayma sürecinden bir kesit ikinci şekilde verilmiştir. Merdiven üzerindeki herhangi bir noktanın, merdivenin kayma sürecindeki hareketini ifade eden matematiksel model oluşturunuz.

Ek 2'nin devamı

6. Dönme Dolap Problemi



25 metre yarıçapındaki bir dönme dolap dakikada 3 tur dönmektedir. Dönme dolap hareketsizken en alt noktasındaki koltuğun zamana bağlı olarak yerden yüksekliğindeki değişimi veren bir matematiksel model oluşturunuz.

Ek 3. Etkinlik Sonrası Grup Görüşme Formu

(Her bir etkinlik sonrasında grupların matematiksel modelleme süreçlerini ve yaşadıkları güçlükleri ortaya çıkarmak amacıyla uygulanan form)

Grup Adı	Problemin Adı	Tarih

1) Problemi anlamakta güçlük yaşadınız mı? Problemden anladıklarınızı kendi cümlelerinizle ifade edebilir misiniz?

2) Problem için uygun varsayımlar belirleyebildiniz mi? Açıklayınız.

3) Problemin çözümü için nasıl bir çözüm yolu belirlediniz? Bu aşamada herhangi bir güçlük yaşadınız mı? Açıklayınız.

4) Problemdeki değişkenleri nasıl belirlediniz? Açıklayınız.

5) Matematiksel modeli nasıl oluşturduunuz? Matematiksel modeli oluşturmada güçlük yaşadınız mı? Açıklayınız.

Ek 3'ün devamı

6) Oluşturduğunuz modeli problemin çözümü için nasıl kullandınız? Çözüm sırasında herhangi bir güçlük yaşadınız mı? Açıklayınız.

7) Sizce çözümünüz gerçek hayat için uygun mu? Nedenleri ile birlikte açıklayınız.

8) Çözümünüzün doğruluğundan nasıl emin olabilirsiniz? Çözümü başka bir yöntem kullanarak kontrol ettiniz mi?

9) Problemden teknolojiden yararlandınız mı? Yararlandıysanız hangi aşamalarda teknoloji kullandınız?

10) Problemden en çok hangi aşama veya aşamalarda zorluk yaşadınız? Nedenleri ile birlikte açıklayınız.

11) Bu problemin zorluk derecesini işaretleyiniz.

- | | |
|-----------|--------------------------|
| Çok kolay | <input type="checkbox"/> |
| Kolay | <input type="checkbox"/> |
| Orta | <input type="checkbox"/> |
| Zor | <input type="checkbox"/> |
| Çok zor | <input type="checkbox"/> |

Ek 4. Son Görüşme Soruları

(Çalışma sonunda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin rolüne ilişkin görüşlerini almak amacıyla uygulanan görüşme soruları)

1. Matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknoloji (Geogebra, Excel, İnternet vb) size ne tür kolaylıklar sağladı? Nedenleri ile birlikte açıklayınız.
2. Matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknoloji (Geogebra, Excel, İnternet vb) olmasaydı ne tür güçlüklerle karşılaştınız. Nedenleri ile birlikte açıklayınız.
3. Matematiksel modelleme problemlerini çözme sürecinde teknoloji (Geogebra, Excel, İnternet vb) kullanımı bakış açınızı değiştirdi mi? Ne gibi farklılıklar oluştu?
4. Matematiksel modelleme problemlerinde teknoloji sizce etkili bir araç mı? Açıklayınız.
5. Matematiksel modelleme problemleri ile çalışma sürecinde ortamda teknoloji olmasaydı matematiksel modeli elde edebilir miydiniz? Elde edeceğiniz modeller nasıl olurdu?

9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

1985 yılında Trabzon'da doğdu. İlkokulu Beşikdüzü Merkez İlköğretim Okulu'nda, ortaokulu Vakfıkebir Anadolu Lisesi'nde ve lise öğrenimini Beşikdüzü Anadolu Öğretmen Lisesi'nde tamamladı. 2003 yılında Atatürk Üniversitesi Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Matematik Öğretmenliğini kazandı. 2004 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Matematik Öğretmenliği programına yatay geçiş yaptı ve 2008 yılında mezun oldu. 2009 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim dalında doktora eğitimine başladı. 2008-2011 yılları arasında özel eğitim kurumlarında matematik öğretmenliği yaptı. 2011 yılında Kafkas Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi A.B.D.'da araştırma görevlisi unvanı ile göreve başladı. Halen bu göreve devam etmekte olup yabancı dili İngilizcedir. Evli ve bir erkek çocuk annesidir.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Adres : Kafkas Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi
A.B.D. Kars

E-Posta : ebrudmirci@gmail.com