KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN KULLANDIKLARI ÖRNEKLERİN SINIFLANDIRILMASI VE ÖĞRETİMSEL AÇIKLAMA BOYUTLARIYLA İLİŞKİSİNİN İNCELENMESİ

**DOKTORA TEZİ**

**Sevilay ALKAN**

**TRABZON**
**Haziran, 2016**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ**

**ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

# MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN KULLANDIKLARI ÖRNEKLERİN SINIFLANDIRILMASI VE ÖĞRETİMSEL AÇIKLAMA BOYUTLARIYLA İLİŞKİSİNİN İNCELENMESİ

**Sevilay ALKAN**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora (Matematik Eğitimi) Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tez Danışmanı**

**Prof. Dr. Bülent GÜVEN**

**TRABZON**

**Haziran, 2016**

**KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne**

**Bu çalışma jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı'nda DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 28/06/2016**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Bülent GÜVEN** ..........................

**Üye : Prof. Dr. Adnan BAKİ** ..........................

**Üye : Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU** ..........................

**Üye: Doç. Dr. Derya ÇELİK** ..........................

**Üye: Doç. Dr. Yaşar AKKAN** ..........................

**Onay**

**Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.**

**Doç. Dr. Nevzat YİĞİT**

**Enstitü Müdürü**

# BİLDİRİM

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Sevilay ALKAN
28/06/2016

## ÖN SÖZ

Etkili bir matematik öğretiminde örnekler ve açıklamaların önemi göz önünde bulundurularak; matematik öğretmenlerinin kullandığı örneklerin sınıflandırılması ve bu sınıflamalar ışığında onların öğretimsel açıklamalarıyla kullandıkları örnekler arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Doktora tezim boyunca danışmanlığımı yürüten ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, sabır ve hoş görüyle birlikte bilgi ve deneyimleriyle yol gösteren, bugüne gelmemde büyük emek ve pay sahibi olan değerli hocam Prof. Dr. Bülent GÜVEN'e sonsuz şükranlarımı sunarım.

Tez sürecimde görüşleri ve öneriyle beni yönlendiren, yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ'ye ve değerli hocam Doç. Dr. Derya ÇELİK'e çok teşekkür ederim. Doktora öğrenim sürecinde verdiğim seminerlerde yapıcı eleştirilerde bulunan ve önerileri ile tezimin gelişimine katkı sağlayan sayın hocam Doç.Dr.Selehattin ARSLAN'a, Yrd.Doç.Dr. Müjgan BAKİ'ye ve Yrd.Doç.Dr. Temel KÖSA'ya teşekkürlerimi sunarım. Çalışmaya gönüllü olarak katılan, bilgi, düşünce ve uygulamalarını paylaşmaktan çekinmeyen değerli meslektaşlarıma çalışmamın yürütülmesi sırasındaki anlayışlarından dolayı şükranlarımı sunarım.

Çalışmalarım sırasında benden her türlü desteklerini esirgemeyen sevgili arkadaşlarım Yrd.Doç.Dr. Burçin GÖKKURT'a, Yrd.Doç.Dr. Seyhan ERYILMAZ TOKSOY'a, Yrd.Doç.Dr. Mustafa YADİGAROĞLU'na, Öğr.Dr. Şerife YILMAZ'a, fizik öğretmeni Yasin ŞAHİN'e, biyoloji öğretmeni Sibel GÜNER GENÇ'e, coğrafya öğretmeni Esra BORAN'a, edebiyat öğretmeni Keziban NADİR'e ve fizik öğretmeni Dr. Özgül KAYA'ya sonsuz teşekkür ederim.

Doktora çalışmamda maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen, sevgili annem Saadet ALKAN'a, sevgili babam Osman ALKAN'a ve canım kardeşim Mehmet Sercan ALKAN'a, sonsuz teşekkür ederim. Son olarak her konuda beni destekleyen mesafelerin kardeşler için geçerli olmadığını bana yardımları ile sürekli hissettiren canım abim Serkan ALKAN'a teşekkür ederim.

Sevilay ALKAN

Haziran, 2016

## İÇİNDEKİLER

**ÖN SÖZ** ........ **iv**

**İÇİNDEKİLER** ........ **v**

**ÖZET** ........ **viii**

**ABSTRACT** ........ **x**

**TABLOLAR LİSTESİ** ........ **xii**

**ŞEKİLLER LİSTESİ** ........ **xiv**

**KISALTMALAR LİSTESİ** ........ **xxviii**

**1. GİRİŞ** ........ **1**

1.1. Araştırmanın Amacı ........ 5

1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi ........ 6

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları ........ 11

1.4. Varsayımlar ........ 11

1.5. Tanımlar ........ 11

**2. LİTERATÜR TARAMASI** ........ **12**

2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi ........ 12

2.1.1. Örnek Nedir? ........ 12

2.1.2. Örneklerin Sınıflandırılması ........ 13

2.1.3. Öğretimsel Açıklama ........ 22

2.1.3.1. Matematik Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutları ........ 23

2.1.3.1.1. Öğretimsel Açıklama Boyutları ........ 23

2.1.3.1.2. Matematik Öğretmeye Yönelik Öğretmen Rolleri ........ 26

2.1.3.1.3. Öğretimsel Açıklamalar ile Öğretmen Rolleri Arasındaki İlişki ........ 28

2.2. Literatürdeki Çalışmalar ........ 29

2.2.1. Öğretmenin Örnek Seçimi Ve Örnek Türlerini İncelemeye Yönelik Çalışmalar ........ 30

2.2.2. Öğretmenin Öğretimsel Açıklamalarını İncelemeye Yönelik Çalışmalar ........ 38

2.3. Literatür Taramasının Sonucu ........ 40

**3. YÖNTEM** ........ **43**

3.1. Araştırmanın Yöntemi ........ 43

3.2. Araştırmanın Tasarlanması Ve Yürütülmesi ........ 44

3.2.1. Pilot Çalışma ........ 47

3.2.2. Asıl Çalışma ........ 49
3.3. Katılımcılar ........ 50
3.4. Veri Toplama Araçları ........ 53
3.4.1. Mülakat ........ 54
3.4.2. İnformal Mülakatlar ........ 54
3.4.3. Gözlem ........ 55
3.4.4. Doküman İncelemesi ........ 56
3.5. Araştırmada Elde Edilen Verilerin Analizi ........ 56
3.5.1. Örneklerin Sınıflandırmasına Yönelik Elde Edilen Verilerin Analizi ........ 57
3.5.1.1. Gözlemlerden Elde Edilen Verilerin Analizi ........ 57
3.5.1.2. Dokümanlardan Elde Edilen Verilerin Analizi ........ 58
3.5.1.3. İnformal Mülakatlardan Elde Edilen Verilerin Analizi ........ 59
3.5.2. Öğretimsel Açıklamalara Ait Gözlemlerden Elde Edilen Verilerin Analizi ........ 60
3.6. Araştırmada Geçerlik Ve Güvenirlik ........ 63
**4. BULGULAR ........ 65**
4.1. Öğretmenlerin Derste Kullandıkları Örneklerin Sınıflandırılmasına İlişkin Bulgular ........ 65
4.1.1. Başlangıç Örneklerine İlişkin Bulgular ........ 65
4.1.2. Standart Örneklere İlişkin Bulgular ........ 79
4.1.3. Geliştirici Örneklere İlişkin Bulgular ........ 92
4.1.4. Uç Örneklere İlişkin Bulgular ........ 109
4.1.5. Örnek Dışı Örneklere İlişkin Bulgular ........ 114
4.1.6. Karşıt Örneklere İlişkin Bulgular ........ 120
4.2. Öğretmenlerin Derste Kullandıkları Örneklerin Sınıflandırılmasına İlişkin Kümeleme Analizine Ait Bulgular ........ 122
4.3. Matematik Öğretmenlerinin Kullandıkları Örnek Türleri İle Öğretimsel Açıklama Boyutları Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular ........ 125
4.3.1. Öğretmenlerin Polinomlar Konusunda Kullandıkları Öğretimsel Açıklama Boyutları Ve Açıklamalarda Yararlandıkları Örnekler ........ 125
4.3.1.1. Ö1 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 125
4.3.1.2. Ö2 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 137
4.3.1.3. Ö3 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 152

4.3.1.4. Ö6 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 167
4.3.2. İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına İlişkin Yapılan Açıklamalara Ait Bulgular ........ 183
4.3.2.1. Ö1 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 183
4.3.2.2. Ö2 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 221
4.3.2.3. Ö3 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 249
4.3.2.4. Ö6 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri ........ 280

**5. TARTIŞMA ........ 308**
5.1. Örneklerin Sınıflandırılmasına Yönelik Tartışma ........ 308
5.2. Öğretimsel Açıklama Boyutlarına İlişkin Tartışma ........ 320
5.2.1. Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutlarına İlişkin Tartışma ........ 320
5.2.2. Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutları İle Kullandıkları Örnek Türleri Arasındaki İlişkiye Yönelik Tartışma ........ 325

**6. SONUÇ VE ÖNERİLER ........ 334**
6.1. Sonuçlar ........ 334
6.1.1. Öğretmenlerin Örnekleri Altı Farklı Kategoride Sınıflandırılabilir ........ 334
6.1.2. Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutlarının İşlemsel ve Açıklayıcı Boyutlarda Olduğu, Bununla Birlikte Bu Boyutların Konulara Göre Değişmediği Belirlenmiştir ........ 337
6.1.3. Öğretimsel Açıklamaları Açıklayıcı ve İşlemsel Boyutta Olan Öğretmenlerin Derslerinde Ağırlıklı Olarak Standart ve Geliştirici Örneklere Yer Verdikleri Görülmüştür ........ 338
6.2. Öneriler ........ 339
6.2.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler ........ 339
6.2.2. İleride Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler ........ 340

**7. KAYNAKLAR ........ 341**

**8. EKLER ........ 352**

**9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ ........ 355**

# ÖZET

## Matematik Öğretmenlerinin Kullandıkları Örneklerin Sınıflandırılması ve Öğretimsel Açıklama Boyutlarıyla İlişkisinin İncelenmesi

Uzun yıllardan bu yana, matematiğin nasıl daha iyi öğretilebileceği üzerine birçok farklı düşünce ortaya atılmakla birlikte, bu düşüncelerin üzerinde uzlaşılan noktalardan biri, örneklerin matematik eğitimi için güçlü bir öğretimsel araç olduğu gerçeğidir. Çünkü insanlar özellikle örnekler aracığıyla kavramları ve matematiksel ilişkileri yapılandırma eğilimindedir. Bu durum örneklerin ve bu örneklere eşlik eden açıklamaların öğrenme ortamlarında etkili bir şekilde kullanımını gerektirmektedir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, örnek türleri ve bu örnek türlerinin yer aldığı çeşitli örnek sınıflandırmalarına rastlanılmıştır. Fakat yapılan bu sınıflandırmaların doğrudan öğretmenlere yönelik olmadığı, bazı noktalarda eksik olduğu ve bu sınıflandırmalarla ilgili bir karmaşa olduğu görülmüştür. Bu doğrultuda çalışmamız iki temel amaç etrafında şekillendirilmiştir. Bunlardan birincisi öğretmenlerin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması, ikincisi ise öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları ile kullandıkları örnekler arasındaki ilişkinin tespit edilmesidir. Çalışma iki farklı Anadolu Lisesinde görev yapan 5 matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları örneklerin sınıflandırılmasına yönelik verilerin elde edilmesinde, iki yıl toplam 275 ders saati gözlem yapılmıştır. Bu gözlemlerin yanı sıra ders öncesi ve ders sonrası öğretmenler ile informal mülakatlar yapılmıştır. Bununla birlikte öğretmenlerin dersteki öğretimsel açıklama boyutları ile kullandıkları örnek çeşitleri arasındaki ilişkinin belirlenmesinde, veriler sadece gözlemler yoluyla elde edilmiştir. Araştırmada elde edilen verilerin analizinde; örneklerin sınıflandırılmasında içerik analizinden ve öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının tespit edilmesinde ise Kinach tarafından geliştirilen çatı doğrultusunda betimsel analiz tekniklerinden yararlanılmıştır. İçerik analizinin sonuçları doğrultusunda oluşturulan örneklere ait kodların bir araya getirilmesi ile meydana gelen kategorilerin doğruluğunu desteklemek amacıyla kümeleme analizi kullanılmıştır.

Araştırmada öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin başlangıç, standart, geliştirici, uç, örnek dışı ve karşıt örnekler olmak üzere altı farklı şekilde sınıflandırılabileceği sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte açıklayıcı ve işlemsel boyutta olan öğretmenlerin derslerinde en çok standart ve geliştirici örneklere yer verdikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra açıklayıcı boyuttaki öğretmenlerin örnek dışı örnekleri derslerinde daha çok kullandıkları görülmüştür. Öğretmenlerin derslerinde konulara ait

tanım, kural ve ilişkilerin anlamlarını açıklamaktan ziyade bunların çeşitli işlemler vasıtasıyla nasıl kullandığını göstermeye yönelik örnekleri daha çok tercih etmelerinin görülmesi üzerine; öğretmenlere derslerinde tanım ve kuralların üzerinde daha fazla durmaları ve özellikle tanım ve kuralları açıklarken standart ve geliştirici örneklerin yanı sıra örnek dışı örneklere de yer vermeleri önerilmiştir.

**Anahtar Kelime:** Örnek, Örneklerin sınıflandırılması, Öğretimsel açıklama

## ABSTRACT

### The Classification of Examples Used by Teachers and the Analysis of Its Relationship with Dimensions of Instructional Explanation

For many years, there have been so many different on how to teach mathematics better. In spite of the differences among them, they are all agreed on the importance of the examples in mathematics education as an instructional tool because people tend to associate the concepts and especially mathematical relations through examples. This situation requires the efficient usage of examples and the explanations carried out by these examples in the classroom. In the studies, the types of examples and various example classifications which these types of examples belong to, have been encountered. However, these classifications are not directly related to the teachers, and they have some deficiencies in some points and there seems to be confusion about these classifications. In the light of these facts, our study aims to fulfill two main goals. The first one is the classification of examples used by teachers, and the second one is to identify the relationship between the instructional explanations and the examples used by teachers. Within this context, the study has been carried out with five mathematics teachers in two different Anatolian High Schools. Accordingly, collecting the data to classify the examples used by teachers took two years and 275 lessons were observed. In addition to these observations, the informal interviews were conducted with teachers before and after the lessons. Moreover, the data were collected only through observations to find out the relationship between the type of examples used by teachers and the dimensions of the instructional explanations in their lessons. For analyzing the data obtained in the research, we benefited from both content analysis and descriptive analysis. The content analysis is used to classify the examples. The descriptive analysis is utilized according to the roof developed by Kinach to identify the dimensions of teachers' instructional explanations developed by Kinach. In accordance with the results of the content analysis, the example codes are created and brought together to form the categories. Furthermore, the accuracy of these categories are checked by applying the Clustering analyze technique.

In this thesis, we conclude that the examples used by teachers can be classified into six different categories: start up examples, extreme examples, non-examples, counter examples, improving examples and standard examples. In addition, it is found that the teachers in descriptive and operational dimension use mostly standard and improving examples. Also it is seen that the teachers in descriptive dimension use non-example

more in their lesson. Since it has been seen that the teachers prefer the examples which show how to use definitions, rules and relations by various operations more rather than explaining the meanings of these in their lessons, the teachers have been recommended to spend more time for the definitions and the rules and especially to give place to the non-examples as well as the standard examples and improving examples while illustrating the definitions and the rules.

**Keywords:** Examples, Classification of examples, Instructional explanation

## TABLOLAR LİSTESİ


| Tablo No | Tablo Adı | Sayfa No |
|---|---|---|
| 1. | Örneklerin sınıflandırılması | 20 |
| 2. | Örnek türleri ve özellikleri | 20 |
| 3. | Öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri | 26 |
| 4. | Matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarındaki öğretmen rolleri | 28 |
| 5. | Çalışmaya katılan katılımcıların demografik özellikleri | 50 |
| 6. | Veri toplama araçları ve kullanılma nedenleri | 53 |
| 7. | Gözlem yapılan ders saatleri ve sınıf düzeyleri | 56 |
| 8. | Öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri | 61 |
| 9. | Başlangıç örneğinin kullanım amaçları ve açıklamaları | 78 |
| 10. | Standart örneklerin kullanım amaçları ve açıklamaları | 92 |
| 11. | Geliştirici örnek türünün kullanım amaçları ve açıklamaları | 109 |
| 12. | Uç örneklerin kullanım amaçları ve amaçlara ait açıklamaları | 113 |
| 13. | Örnek dışı örneklerin kullanım amaçları ve açıklamaları | 119 |
| 14. | Karşıt örnek kullanım amaçları ve açıklamaları | 122 |
| 15. | En uzak komşuluk yöntemi birleştirme sonuçları | 123 |
| 16. | En uzak komşuluk yöntemi ile elde edilen küme üyelikleri | 125 |
| 17. | Ö1 öğretmeni polinom konusuna ait öğretimsel açıklama boyutları, kategorileri ve frekanslar | 136 |
| 18. | Ö1 öğretmeni polinom konusundaki açıklamalarına ait örnek türleri | 137 |
| 19. | Ö2 öğretmeni polinom konusuna ait öğretimsel açıklama boyutları, boyutlara ait kategorileri ve frekansları | 151 |
| 20. | Ö2 öğretmeni polinom konusuna ait kullandığı örnek türleri | 152 |
| 21. | Ö3 öğretmeni polinom konusunda öğretimsel açıklama boyutları, kategoriler ve frekanslar | 166 |
| 22. | Ö3 öğretmeni polinom konusunda açıklamalarında kullandığı örnek türleri | 167 |
| 23. | Ö6 öğretmeninin polinom konusuna ait öğretimsel açıklama boyutları, kategorileri ve frekansları | 181 |
| 24. | Ö6 öğretmeninin polinomlar konusunda açıklamalarında kullandığı örnek türleri | 182 |

25. Öğretmenlerin polinom konusunda öğretimsel açıklama boyutları ve kullandıkları örnek türlerine ait frekanslar ............ 182
26. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutları, kategorileri ve frekanslar ............ 220
27. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait örnek türleri ............ 221
28. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutları, kategorileri ve frekanslar ............ 248
29. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait örnek türleri ............ 249
30. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına öğretimsel açıklama boyutları, kategorileri ve frekanslar ............ 279
31. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait açıklamak için kullandığı örnek türleri ............ 280
32. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutları, kategorileri ve frekansları ............ 305
33. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait örnek türleri ............ 306
34. Öğretmenlerin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutları ve örnek türlerine ait frekanslar ............ 307

## ŞEKİLLER LİSTESİ


| Şekil No | Şekil Adı | Sayfa No |
|---|---|---|
| 1. | Kaldırılabilir süreksizlik | 16 |
| 2. | Sıçrama süreksizliği | 16 |
| 3. | Öğretimsel açıklama boyutları | 23 |
| 4. | Araştırmada izlenen adımlara ilişkin akış şeması | 46 |
| 5. | Başlangıç örneğine ait kodlar ve kodlara ait frekansı | 66 |
| 6. | EBOB ve EKOK konusuna ait başlangıç örneği (BK1) | 67 |
| 7. | Modüler aritmetik konusuna ait başlangıç örneği (BK3) | 68 |
| 8. | EBOB ve EKOK konusuna ait başlangıç örneği (BK2 ve BK1) | 69 |
| 9. | Rasyonel sayılar konusuna ait başlangıç örneği (BK2) | 69 |
| 10. | Devirli ondalıklı ifadelere ait başlangıç örneği (BK2) | 70 |
| 11. | Rasyonel sayılar konusuna ait başlangıç örneği (BK1) | 70 |
| 12. | Rasyonel sayılar konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK2) | 71 |
| 13. | İkinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3) | 72 |
| 14. | İkinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) | 72 |
| 15. | İkinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3) | 73 |
| 16. | Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3) | 74 |
| 17. | Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) | 74 |
| 18. | Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) | 75 |
| 19. | Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3) | 76 |
| 20. | Dizi konusuna ait başlangıç örneği (BK2) | 76 |
| 21. | Dizi konusuna ait başlangıç örneği (BK2) | 77 |
| 22. | Logaritma konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3) | 77 |
| 23. | Standart örneğe ait kodlar ve kodların kullanım frekansı | 79 |
| 24. | Köklü ifadeler konusuna ait standart örnek (SK2) | 80 |
| 25. | Mutlak değer konusuna ait standart örnek (SK1ve SK2) | 81 |
| 26. | Asal sayılar konusuna ait standart örnek (SK1) | 81 |
| 27. | Fonksiyon konusuna ait standart örnek ( SK2 ve SK3) | 82 |
| 28. | Polinom kavramının tanımı | 83 |

29. Polinomlar konusuna ait standart örnek (SK1) ........ 83
30. İki değişkenli polinom tanımı ........ 83
31. İki değişkenli polinoma ait standart örneği (SK1) ........ 84
32. Asal polinom standart örneği (SK1) ........ 84
33. Polinomlarda toplama işleminin standart örneği (SK3) ........ 85
34. İkinci dereceden kök formülü ........ 85
35. İkinci dereceden kök formülünün standart örneği (SK3) ........ 86
36. İkinci dereceden denklemler konusuna ait formüller ........ 86
37. İkinci dereceden denklemler konusuna ait formüllerin standart örneği (SK3) ........ 87
38. Toplam sembolü standart örneği (SK2 ve SK3) ........ 87
39. Tepe noktası bilinen parabolün denklemi (SK3) ........ 88
40. Trigonometri konusu derecenin radyana dönüştürme formülü ........ 88
41. Derecenin radyana dönüştürme formülünün standart örneği (SK2 ve SK3) ........ 89
42. Karmaşık sayıların kutupsal biçimde yazılmasının standart örnek (SK3)... 89
43. Karmaşık düzleme ait standart örnek (SK1) ........ 90
44. Parabol konusu ile ilgili standart örnek (SK3) ........ 91
45. Logaritma konusuna ait standart örnek (SK3) ........ 91
46. Geliştirici örneğe ait kodlar ve bu kodların kullanım frekansı ........ 93
47. Fonksiyonlar konusuna ait geliştirici örnek (GK1) ........ 94
48. Eşitsizlikler konusuna ait geliştirici örnek (GK3) ........ 95
49. Polinom geliştirici örneği (GK1) ........ 95
50. Polinom konusuna ait geliştirici örnek (GK1) ........ 96
51. Polinom konusuna ait geliştirici örnek (GK2 ve GK3) ........ 97
52. Polinomlar konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 98
53. Eşitsizlikler konusu geliştirici örneği (GK3) ........ 98
54. Parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 99
55. Parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 99
56. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 100
57. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 101
58. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 101
59. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 102
60. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 102
61. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 103
62. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 104

63. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ... 104
64. Parabol ve eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ... 105
65. Polinom konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ... 106
66. Karmaşık sayılar konusuna ait geliştirici örnek (GK3) ... 106
67. Karmaşık sayılar konusuna ait geliştirici örnek (GK3) ... 107
68. Logaritma konusuna ait geliştirici örnek (GK1) ... 108
69. Uç örneğin kullanım frekansları ... 110
70. Polinomlar konusuna ait uç örnek ... 110
71. Polinomlar konusuna ait uç örnek ... 111
72. Kümeler konusuna ait uç örnek ... 112
73. Kümeler konusuna ait uç örnek ... 112
74. Bağıntı konusuna ait uç örnek ... 113
75. Örnek dışı örneğin kullanım frekansları ... 114
76. Polinomlar konusuna ait örnek dışı örnekler (ÖDK1) ... 115
77. Polinomlar konusuna ait örnek dışı örnekler (ÖDK1) ... 115
78. Polinom konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1) ... 115
79. Diziler konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1) ... 116
80. Bağıntı konusuna ait örnek dışı örnek (d ve e) (ÖDK2) ... 117
81. Fonksiyon konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK2) ... 117
82. Mantık konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1) ... 118
83. Fonksiyona konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK2) ... 119
84. Karşıt örneğe ait kod ve bu kodun kullanım frekansı ... 120
85. İşlem konusuna ait karşıt örnek ... 121
86. Fonksiyon konusuna ait karşıt örnek ... 121
87. İşlem konusuna ait karşıt örnek ... 122
88. En uzak komşuluk yöntemine ilişkin dendogram ... 124
89. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklaması (İB1) ... 126
90. Ö1 öğretmeni polinomlara ait standart örneği (SK1) ... 126
91. Ö1 öğretmeni polinomlar konusu ilgili standart örneği (SK1) ... 127
92. Ö1 öğretmeni polinomlar ile ilgili standart, geliştirici ve örnek dışı örnekleri (SK1, GK1 ve ÖDK1) ... 127
93. Ö1 öğretmeni polinom konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 129
94. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 130
95. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici ve standart örneği (SK3 ve GK3) ... 130
96. Ö1 öğretmeninin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ... 131

97. Ö1 öğretmeninin polinomlar konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3 ve AB2) ... 132
98. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3) ... 132
99. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ... 133
100. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ... 134
101. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 134
102. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 135
103. Ö2 öğretmeninin polinom konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1) ... 138
104. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK1) ... 138
105. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart, geliştirici ve örnek dışı örnekleri (SK1, GK1 ve ÖDK1) ... 139
106. Ö2 öğretmeni polinom konusuna ait standart örneği (SK1) ... 140
107. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 141
108. Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 142
109. Ö2 öğretmeninin polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (SK3 ve GK3) ... 143
110. Ö2 öğretmeni fonksiyonların tersini hatırlatma ... 143
111. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2) ... 144
112. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart (SK2) ... 144
113. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ... 145
114. Ö2 öğretmeni polinomlarda bölme işleminin temsili ... 146
115. Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ... 146
116. Ö2 öğretmeni polinomlar konusunda ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ... 147
117. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ... 147
118. Ö2 öğretmeni açıklayıcı boyuttaki açıklaması ile standart ve geliştirici örnekleri (SK2 ve GK2) ... 148
119. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ... 149
120. Ö2 öğretmenin polinomlar konusunda açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ... 149
121. Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ... 150
122. Ö3 öğretmeni polinom konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1) ... 152

123. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK1) ................ 153
124. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)........................................................................................ 154
125. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart ve örnek dışı örnekleri (SK1 ve ÖDK1) ........................................................................ 154
126. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 155
127. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait uç örneği ................................... 156
128. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK1 ve GK1)........................................................................... 156
129. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ............................................................................................ 157
130. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................. 158
131. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örnek (GK3) ................. 158
132. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)........................................................................................ 159
133. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................. 159
134. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................. 160
135. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örnek (SK3) .................. 161
136. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)........................................................................................ 161
137. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................. 162
138. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 162
139. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ................ 163
140. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................. 164
141. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel açıklaması (İB2 ve İB3)......................................................................................... 164
142. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ............... 165
143. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)........................................................................................ 167
144. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK1) ................. 168
145. Ö6 öğretmeninin polinom konusuna ait standart, geliştirici, örnek dışı ve uç örnekleri (SK1, GK1, ÖDK1 ve UK1) ............................................ 169
146. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)............................................................................. 169
147. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)............................................................................. 170

148. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................ 171
149. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 171
150. Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1) ................ 172
151. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK1) ................ 172
152. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 173
153. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ................ 174
154. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ................ 174
155. Ö6 öğretmenin polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 175
156. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 176
157. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................ 176
158. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................ 177
159. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklaması (İB2) ................ 177
160. Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3) ................ 178
161. Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ................ 178
162. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2 ve AB3) ................ 179
163. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK2) ................ 180
164. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 180
165. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) ................ 184
166. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3) ................ 185
167. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması ile ilgili açıklaması (İB2) ................ 185
168. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örnek (SK3) ................ 186
169. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................ 187
170. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3) ................ 188
171. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklaması (AB3) ................ 189
172. İkinci dereceden denklemler konusuna ait standart örnek ve geliştirici örnek (SK3 ve GK2) ................ 189

173. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1 ve AB2) ........ 190
174. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait geliştirici örnek (GK2) ........ 191
175. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ........ 191
176. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3) ........ 192
177. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ........ 193
178. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ........ 193
179. Ö1 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ........ 194
180. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ........ 195
181. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ........ 195
182. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1 ve AB2) ........ 196
183. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) ........ 197
184. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) ........ 198
185. Ö1 öğretmenin eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ........ 199
186. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ........ 199
187. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3) ........ 200
188. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ........ 201
189. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3) ........ 201
190. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ........ 202
191. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ........ 203
192. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ........ 204
193. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ........ 204
194. Ö1 öğretmeni parabol konusu ile ilgili başlangıç örneği (BK3) ........ 205

195. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait işlemsel ve açıklayıcı boyuttaki açıklaması (İB2 ve AB1)............................................................................206
196. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici ve standart örnekleri (SK2 ve GK2)............................................................................207
197. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2)............................................................................207
198. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2)............................................................................208
199. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)......................209
200. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2, İB3 ve AB1) ..........209
201. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3).....................210
202. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3).....................211
203. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3).....................212
204. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2 ve İB3)...................212
205. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2).............................213
206. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)......................214
207. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait standart örneği (SK3) ................215
208. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2)......................215
209. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ............................................................................216
210. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ............................................................................217
211. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)......................218
212. Ö1 öğretmenin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)..................218
213. Ö1 öğretmeni parabol konusu ile ilgili geliştirici örneği (GK3).................219
214. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)............................................................................222
215. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)............................................................................223
216. Ö2'nin ikinci dereceden kök bulma formülünün ispatı.............................224
217. Ö2 öğretmenin ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ..................................................................224
218. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusu ait standart örneği (SK3) ............................................................................225
219. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3)............................................................................226

220. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ..... 226
221. Ö2 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3) ..... 227
222. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart ve geliştirici örnekler (SK3 ve GK2) ..... 228
223. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ..... 229
224. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ..... 230
225. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3) ..... 230
226. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) ..... 231
227. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna ait açıklaması (AB2) ..... 232
228. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna ait açıklaması (AB2) ..... 232
229. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizliklerin işaret değişimi ve Tablosu (AB2) ..... 232
230. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3) ..... 233
231. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3) ..... 234
232. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ..... 235
233. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ..... 236
234. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ..... 237
235. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ..... 238
236. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait standart örneği (SK3) ..... 239
237. Ö2 öğretmeni parabol grafikleri ile ilgili işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3) ..... 240
238. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3) ..... 240
239. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ..... 241
240. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2) ..... 242
241. Ö2 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ..... 242
242. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3) ..... 243
243. Ö2 öğretmenin parabol konusundaki açıklaması (İB2 ve İB3) ..... 244

244. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3) ..................... 244
245. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması ve standart örneği (İB2, İB3 ve SK3) ..................... 245
246. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması ve standart örneği (İB2, İB3 ve SK3) ..................... 246
247. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (AB2) ..................... 246
248. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK2) ..................... 247
249. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler başlangıç örnekleri (BK3) ..... 250
250. Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlere ait başlangıç örneği (BK3) ..................... 250
251. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemlere ait açıklaması (İB2) ..................... 251
252. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemlere ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ..................... 252
253. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ..................... 252
254. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait standart örneği (SK3) ..................... 253
255. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait standart örneği (SK3) ..................... 253
256. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ..................... 254
257. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK1) ..................... 255
258. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3) ..................... 256
259. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ..................... 257
260. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ..................... 257
261. Ö3 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3) ..................... 258
262. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3) ..................... 259
263. Ö3 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3) ..................... 259
264. Ö3 öğretmeninin eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) ..................... 261
265. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait standart örneği (SK3) ..................... 261

266. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) .................. 262
267. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) .................. 263
268. Ö3 öğretmeni eşitsizlik sistemine ait geliştirici örneği (GK2) .................. 264
269. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) .................. 264
270. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) .................. 265
271. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) .................. 266
272. Ö3 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) .................. 266
273. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) .................. 267
274. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) .................. 268
275. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3 ve AB2) .................. 269
276. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) .................. 270
277. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili işlemsel ve açıklayıcı boyuttaki açıklaması (İB2 ve AB2) .................. 270
278. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3) .................. 271
279. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2) .................. 272
280. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3) .................. 272
281. Ö3 öğretmeni Parabol konusuna ait standart örnek (SK3) .................. 273
282. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3) .................. 273
283. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2) .................. 274
284. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3) .................. 274
285. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3) .................. 275
286. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) .................. 276
287. Ö3 öğretmeninin parabol konusuna ait standart örneği (SK3) .................. 277
288. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3) .................. 278

289. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)..................... 278
290. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)........................................................................................ 281
291. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemlere ait standart örneği (SK3) .... 282
292. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ....................................................................................... 283
293. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ....................................................................................... 284
294. Ö6 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)..................................................................... 284
295. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ....................................................................................... 285
296. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ....................................................................................... 286
297. Ö6 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)..................................................................... 287
298. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart Örneği (SK3)........................................................................................ 287
299. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3) ................................................................... 288
300. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örnek (SK3)........................................................................................... 288
301. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden simetrik kök kavramına ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1) ................................................................... 289
302. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1, İB2 ve İB3) ........................................................................... 290
303. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (iB2 ve İB3).................................................................................... 291
304. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait standart örneği (SK3) .................... 292
305. Ö6 öğretmeninin eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) .............. 292
306. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3) ................... 293
307. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örnek (GK3) .................... 294
308. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2) ................... 295
309. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örnek (GK3) .................... 295
310. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) ............................................................................................. 296

311. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2 ve İB3) .................. 297
312. Ö6 öğretmeni Parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1) .................. 298
313. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı ve işlemsel boyutta açıklaması (AB1, İB2) .................. 298
314. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3) .................. 299
315. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait standart örnek (SK2 ve SK3) .................. 300
316. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait standart örnek (SK3) .................. 301
317. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2) .................. 302
318. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2) .................. 302
319. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2) .................. 303
320. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2) .................. 304
321. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3) .................. 304
322. Standart örnekler .................. 314
323. Geliştirici örnekler .................. 316
324. Uç örnekler .................. 317
325. Karşıt örnekler .................. 319
326. Öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin sınıflandırılması .................. 337

## KISALTMALAR DİZİNİ

**MEB** **:** Milli Eğitim Bakanlığı

**NCTM** **:** National Council of Teachers of Mathematics

# 1. GİRİŞ

Matematiğin formal bir disiplin haline gelmesinden bu yana, matematiğin nasıl daha iyi öğrenilebileceği ve öğretilebileceği üzerine farklı birçok düşünce ortaya atılmıştır. Bu farklı düşünceler arasındaki ortak noktalardan biri örneklerin, matematik öğretimi için güçlü birer pedagojik araç olduğu gerçeğidir (Watson ve Mason, 2002). Çünkü insanlar, örnekler üzerinden kavramları ve ilişkileri yapılandırma eğilimindedir ve bu durum örneklerin öğrenme ortamlarında etkili bir şekilde kullanılmasını gerektirmektedir (Bills, Mason, Watson ve Zaslavsky, 2006; Watson ve Mason, 2002a; Zazkis ve Chernoff, 2008; Zodik ve Zaslavsky, 2008).

Örnekler, öğrenme ve öğretme sürecinde özellikle kavramsallaştırma, genelleştirme, soyutlama ve tartışma bakımından matematiksel düşünmenin gelişmesini sağlar. Ayrıca örnekler genelleme yapmak, matematiksel ilişkileri ve tümevarımsal sorgulatmayı başlatmak, ilke ve kavramları gösteren daha geniş bir sınıfı belirtmek, kavramları ve sonuçları desteklemek (Michener, 1978) ve matematiksel tekniklerin nasıl uygulandığını göstermek gibi birçok durumda kullanılır (Muir, 2007; Watson ve Mason, 2002a, 2002b; Zaslavsky, 2010). Örneklerin bu özellikleri, zihnimizde soyut birer düşünce olan kavramları somut bir yapıya dönüştürmemizi sağlar. Böylelikle kavramları (Gökbulut, 2010) ve tanımları daha anlamlı hale getirmemizi, matematiksel ifadeleri sınıflandırmamızı ve bu ifadelerin birbirleriyle olan benzer durumlarını ilişkilendirmemize yardımcı olur (Watson ve Mason, 2002b). Bu durum, aynı zamanda matematiksel düşünme ve kavramlar arası ilişkilendirme becerilerimizin de gelişmesinde önemli bir rol oynar (Bills ve diğ., 2006).

Örnek kelimesi matematik eğitiminde çok farklı şekillerde kullanılmaktadır. Bu yüzden araştırmacılar örnek kavramının tanımını ve özelliklerini inceleyerek çeşitli sınıflandırmalar yapma yoluna gitmişlerdir. İlgili literatür incelendiğinde ‘örnek’ kavramı ile ilgili çeşitli tanımlamalar yapılmıştır. Bu tanımlarda Watson ve Mason (2005); matematikte örnek kelimesini, ilke ve kavramları göstermek için kullanılan her şey olarak ifade ederken; Tsamir, Tirosh ve Levenson (2008), kavramlara ait tanımları ya da özellikleri göstermek için kullanılan her şey olarak tanımlamışlardır. Gökbulut ve Ubuz (2013) ise, kavramlara ait genel prensiplerin ifade edilmesinde kullanılan kavramların misalleri ya da temsilleri olarak isimlendirmişlerdir. Örnek kelimesi Türk Dil Kurumunda [TDK] ise, bir düşünceyi, kuralı, gözlemi veya savı desteklemek ve açıklamak amacıyla ileri sürülen söz, yapılan davranış, misal olarak tanımlanmaktadır. Örnek kelimesi ile ilgili yapılan tanımlar göz önünde bulundurulduğunda; bu araştırmada, örnek kavramı, kavramlara ait tanımların yanı sıra kavramlara ait olmayan durumlarında açıklanmasında, matematiksel kuralların ve ilkelerin anlamlarının ifade edilmesinde veya bu durumlara ait prosedürlerin nasıl uygulandığına dair açıklamaların yapılmasında kullanılan özel durumlar olarak tanımlanmıştır.

Örnekler kavram oluşum sürecindeki önemli öğretimsel araçlardan biridir. Özellikle örnekler, uzun ve karmaşık bir süreç olan kavram oluşum sürecinde, öğretmen ile öğrencilerin aynı şeyi görmelerini ve algılamalarını sağlayan, önemli iletişim araçlarından biri olup öğrencide kavram imgesinin oluşmasına yardım eder (Bills ve diğ., 2006; Peled ve Zaslavsky, 1997; Tsamir ve diğ., 2008; Zaslavsky ve Lavie, 2005). Buna bağlı olarak kavrama ait bilgilerin daha iyi kavranılmasını sağlar. Kavram imgesinin oluşmasında kavrama ait görsel sunumlar, izlenimler ve tecrübelerle (Tsamir ve diğ., 2008) birlikte farklı örnek türlerinin irdelenmesi de oldukça önemlidir (Özyürek, 1984). Senemoğlu (1997), herhangi bir kavramı öğretirken, kavrama ait örneklerin yanı sıra kavrama ait olmayan durumlarında örneklendirilmesinin önemli olduğunu belirtmiştir. Ancak bu sayede öğrencilerin kavramı tanımlayan nitelikleri daha iyi anlayabileceklerini ve bu kavramı diğer kavramlardan daha kolay ayırabiliceklerini vurgulamıştır (Senemoğlu, 1997). Bununla birlikte öğrencilerde olası kavram yanılgılarının sayılarının azalabiliceği söylenebilir. Lakoff (1984) yapmış olduğu çalışmasında, kavram oluşum sürecinde tek başına bir örneğin her zaman kavrama ait bütün anlamları ifade edemeyeceğini belirtmiştir (akt. Watson ve Mason, 2005). Bu durum, öğretim sürecinde farklı örnek türlerinin kullanımını gerekli kılmaktadır. Bu nedenledir ki, örnekler kullanım amaçlarına göre farklılık gösterebilmektedir. Örnekler, ilk olarak Polya (1973; 1981), daha sonra Michener (1978) tarafından kullanım amaçlarına göre sınıflandırılmıştır. Polya (1973; 1981) ve Michener (1978)'den sonra Bills ve diğerleri (2006) örneklerin genel olarak bir çatı altında toplanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu çalışmaların yanı sıra Tsamir ve diğerleri (2008) ve Houstan (2009) öğrenme ve öğretme ortamlarında ne tür örneklerin kullanıldığıyla ilgili bilgilendirme yapmışlardır. Polya (1981) örnekleri yol gösteren, önerisel ve uç örnekler olmak üzere üç kategoride incelemiştir (akt. Watson ve Mason; 2005). Yol gösteren örnekler, bir kavramın başlangıç örnekleri olarak tanımlanan ve kavramın özelliklerini yerine getirmek amacıyla kullanılan basit örneklerdir. Önerisel örnekler, tanımda verilen bilginin açıklanması rolünü üstlenen ve kavramın bütün kritik özelliklerini içeren örneklerdir. Uç örnekler ise, herhangi bir varsayımın her zaman doğru olmadığını göstermek için kullanılan örnekler olarak tanımlanmıştır. 1978'de Michener tarafından örnekler; başlangıç, model, referans ve karşıt örnekler olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. Michener (1978), başlangıç örneklerini; temel tanımları ve sonuçları desteklemeye yardımcı olan ve aynı zamanda yeni bir konuda sezgilerin oluşmasını sağlayan örnekler olarak tanımlamıştır. Model örnekleri de, kavramlar ya da teoremler hakkındaki beklentileri ve varsayımları özetleyen genel durumlara ait örnekler olarak tanımlamıştır. Referans örnekler; bir kavramın, bir sonucun veya bir teorinin gelişmesinde defalarca anılan standart örneklerdir. Bununla birlikte çalışmada karşıt örnekler ise, kavramların sınırlarını keskinleştirmek ve sonuçların her zaman genellenemeyeceğini göstermek için kullanılan örnekler olarak nitelendirilmiştir (Michener, 1978; Watson ve Mason, 2005). Örnek türlerinin öğrenme sürecindeki etkisiyle birlikte farklı araştırmacılar örnekleri sınıflandırmaya devam etmiştir. Bills ve diğerleri (2006) yapmış oldukları çalışmalarında, örneklerin her ne kadar çeşitli araştırmacılar tarafından farklı isimler altında sınıflandırılmış olsa dahi, en genel anlamıyla işlevlerine göre jenerik, karşıt ve örnek dışı örnekler olmak üzere üç özel tanımlayıcı isim altında toplanabileceğini ifade etmişlerdir. Bills ve diğerleri (2006) yapmış oldukları çalışmada var olan örnek türlerini sentezleyerek bir çatı oluşturmuşlardır. Buna göre jenerik örnekler, kavrama ait genel durumu açıkça sergileyen örneklerdir. Karşıt örnekler, bir düşüncenin ya da bir iddianın yanlışlığını göstermek için kullanılan örneklerdir. Örnek dışı örnekler ise bir kavramın eşitini (sahip olmadığı özellikleri vurgulayarak) ifade eden, sınırlarını açıklayan ya da bir teoremdeki şartlarını belirgin bir şekilde ifade etmek için kullanılan örneklerdir. Tsamir ve diğerleri (2008) yapmış oldukları bir çalışmada sınıf içinde kullanılan örnekleri; prototip, örnek olmayan ve ek örnekler şeklinde incelemiştir. Buna göre öğrenci tarafından genellikle ilk olarak kavranılan ve öğretmen tarafından, bir kavramın karşılaştırılmasında ilk olarak sunulan örnekler, prototip örnekler olarak tanımlanmaktadır. Prototip örneklerin arkasından pekiştirme amaçlı kullanılan örnekler ek örnekler ve öğretilmek istenen kavrama benzer fakat bir yönüyle ait olmayan örneklere ise örnek olmayan örnekler şeklinde ifade edilmektedir (Altneave, 1957; Posner ve Keele, 1968; Reed, 1972; Rosch, 1973).

Örnekler her ne kadar farklı araştırmacılar tarafından farklı şekillerde sınıflandırılmış olsa da, Bills ve diğerlerinin (2006)'da ifade ettiği gibi bazı örnekler birbirlerinin aynısı olmakla birlikte, farklı isimler verilmiştir. Mesela Michener'ın model örnek olarak ifade ettiği örnekler ile jenerik örneklerin aynı olduğu hatta kavram hakkında genel bir bilgi sunması bakımından bu örnek türlerinin prototip örneklerle de benzer oldukları görülmüştür. Bunun yanı sıra bu örnek türlerinin tepit edilmesine yönelik herhangi bir kriterin olmadığı ve bu örnek türlerinin tespit edilmesinde örneklere ait sınırların net bir şekilde belli olmadığı da farkedilmiştir. Ayrıca yapılan bu sınıflandırmaların (Polya, 1981 ve Michener, 1978) teorik olarak yapıldığı ve bunun yanı sıra bazı örnek türlerininde öğrenme ortamlarından gözlemler sonucunda oluşturulmadığı da dikkat çekmektedir. Bu durum örneklerin öğrenme ortamlarında kullanım şekillerine göre incelendiğinde ne gibi sonuçlar ortaya çıkarabileceği düşüncesinin gelişmesine sebep olmuştur.

Araştırmacılar örnekleri kendi içinde kullanım amaçlarına göre teorik olarak sınıflandırmış olsalar da, amaca uygun örnek kullanımında öğretmenlerin rolleri göz ardı edilmemelidir. Öğretmenlerin de derslerinde kullandıkları örnekler dikkate alınmalıdır. Çünkü öğretmenlerin örnekleri seçme nedenleri, kullanacakları örnek türünü etkileyebilir. Öğretmenlerin örnekleri seçme nedenleri inelendiğinde; Zodik ve Zaslavsky (2007), öğretmenlerin derslerinde kullanacakları örnekleri seçme nedenlerini dört ana temada toplamışlardır. Benzer ve basit durumları ifade etmek, öğrencilerin muhtemel hatalarını engellemek, ilgili özelliklere dikkat çekmek ve genel durumu ifade etmek bu temaları oluşturmaktadır. Watson ve Mason (2005) ise yaptıkları çalışmada öğretmenlerin örnekleri, bazen öğrencilerin kavramları zihninlerinde nasıl yapılandırdığını ortaya çıkarmak için bazen de öğrenciyi düşündürmek için tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerin basit ve benzer durumları ifade etmek ya da öğrencilerde oluşacak muhtemel hataları engellemek veya genel durumu göstermek için hangi tür örnekleri tercih ettikleri önem taşımaktadır. Öğretmenlerin bu tercihleri onların doğrudan alan ve pedagojik alan bilgileri ile ilişkilidir (Rowland, Thwaites ve Huckstep; 2003). Benzer şekilde, Shulman (1986, 1987), öğretmenlerin tercih ettiği örneklerde, alan bilgileri, alanı öğretme bilgileri ve öğrencilerin ön öğrenme bilgilerinin büyük rol oynadığını ifade etmiştir. Bu durumda öğretmenlerin kullanmış olduğu örnek türleri ile onların alan ve pedagojik alan bilgileri arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenebilir. Hatta bunlara bağlı olarak, alan (matematik) ve pedagoji bilgisinin bir karışımı olan alanı (matematik) öğretme bilgisi ile öğretmenlerin tercih ettiği örneklerin ilişkili olduğu söylenebilir.

Matematiği öğretme bilgisinin temelinde, matematik bilgisini, öğrencinin kolayca anlayabileceği şekle dönüştürme yer alır. Matematiği öğretme bilgisi, öğretmenlerin en etkili sunuş şekillerini, açıklamaları, analojileri, gösterimleri ve örnekleri kullanabilmesini içerir. Aynı zamanda konuyu öğrencilerin daha iyi kavrayabilecekleri hale dönüştürmenin bilgisini barındırır (Baki, 2013; Newsome, 1999). Öğretmenin matematiği öğretme bilgisi ders sürecindeki öğretimsel açıklamalarından gözlemlenebilir. Öğrencinin anlamasını kolaylaştırmak için kullanılan etkili öğretimsel açıklamalar iyi bir matematiksel bilginin yanı sıra doğru ve kapsamlı matematiksel açıklamaların düzenlenmesini, uygun gösterimlerin kullanılmasını ve işlemlerin altında yatan anlamların açıklanmasını içermektedir (Ball ve Bass, 2003; Charalambous, Hill ve Ball, 2011). Bu açıklamalarda kullanılan örneklerin her biri, tanımların anlaşılması ve problemlerin çözümlenmesi için önemli bir rol üstlenmektedir (Leinhardt, 2001).

Alan bilgisinin matematiği öğretme bilgisine dönüşüm sürecine odaklanan Kinach (2002a) yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının alan bilgilerinin öğretimsel açıklamalarına nasıl yansıdığını incelemek için Skemp (1978), Perkins ve Simmon'ın

(1988) matematik bilgisini temel alan kuramsal bir çatı geliştirmiştir. Bu çatıya göre alan bilgisini en genel anlamda işlemsel (instrumental) ve ilişkisel (relational) olmak üzere ikiye ayırmıştır. Bu çatıda işlemsel (konu boyutu) anlama 'ne' ve 'nasıl' bilgisi ya da 'nedensiz kurallar' bilgisini, ilişkisel (kavram, problem çözme, epistemik) anlama ise 'ne' ve 'nasıl' ın ardında yer alan nedenleri anlamayı içerir. Örneğin, öğretmenin iki negatif tam sayının çarpımının daima pozitif bir sayıya eşit olduğunu söyleyip bunun gerçekte neden pozitif olduğunu açıklamazsa işlemsel boyut ama bunun gerekçelerini ve altında yatan gerçek sebeplerini ifade ediyorsa bu ilişkisel anlama boyutundadır (Toluk-Uçar, 2011). Öğretmenlerin matematiksel kavramlara vermiş olduğu öğretimsel açıklamalar hakkında elde edilen bilgiler, onların matematik bilgileri üzerine de bir ışık tutar (Toluk-Uçar, 2011). Bu açıklamalar boyunca öğretmenlerin en önemli rollerinden biri öğrencilerin farklı ihtiyaç ve özelliklerini ele alarak, yeterince büyük bir çeşitlilik içeren, öğrenme fırsatları sunan örnekler seçmektir (Zaslavsky, 2010). İlgili literatür incelendiğinde öğretmenlerin derslerinde öğretimsel açıklama boyutlarına bağlı olarak hangi tür örnekleri tercih ettiklerine yönelik bir bilginin olmadığı görülmüştür.

Bu tez çalışmasında öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişki de araştırılmıştır. Bu doğrultuda araştırmada cevap aranan problemler ise şu şekildedir:

1. Öğretmenlerin kullandıkları örnekler nasıl sınıflandırılabilir?
2. 10. sınıf matematik öğretmenlerin kullandıkları örnek sınıfları ile öğretimsel açıklamaları arasında nasıl bir ilişki vardır?

### 1. 1. Araştırmanın Amacı

İnsanların özellikle örnekler aracığıyla soyut olan kavramları ve matematiksel ilişkileri yapılandırma eğiliminde olması, örneklerin ve bu örneklerle birlikte açıklamaların öğrenme ortamlarında etkili bir şekilde kullanımını gerektirmektedir. Açıklamalar esnasında kullanılan örnekler öğrenmeyi kolaylaştırmakla birlikte yanlış kullanıldığı takdirde, öğrencilerde kavramların eksik veya yanlış anlaşılmasına sebep olabilmektedir (Zaslavsky, 2010). Buna ithafen, öğretmenlerin derslerinde örnek kullanımları önem taşımaktadır. Bununla birlikte öğretmenlerin, etkili bir matematik öğretiminde açıklamalarında ne tür örneklere yer vermelerinin, daha iyi olacağı noktasında yeteri kadar bilgilendirmelerin yapılmadığı görülmüştür (Zaslavsky ve diğ., 2006). Aynı zamanda örnek türlerini içeren çalışmalarda, örnekler ile ilgili çeşitli sınıflandırmaların yapıldığı, fakat bu sınıflandırmalarda yer alan bazı örneklerin birbirlerinin aynısı olduğu ve farklı araştırmacılar tarafından farklı isimlerle adlandırıldığı belirlenmiştir. Bunun yanı sıra var olan bu sınıflandırmaların doğrudan öğretmenlerin kullandıkları örneklere yönelik olmadığı tespit edilmiştir. Özetle bu sınıflandırmalarda bir takım eksiklikler ve karmaşa olduğu söylenebilir. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekleri kendi tecrübe ve deneyimleri doğrultusunda oluşturmaları, çeşitli zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır (Rowland, 2008). Tüm bunlar öğretmenlerin örnek ve örnek çeşitleri ile ilgili önceden bilgilendirilmelerini gerekli kılmaktadır. Bu doğrultuda araştırmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve ulaşılan örnek sınıflarının özelliklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun yanı sıra araştırmada 10. sınıf matematik öğretmenlerinin kullandıkları örnek sınıfları ile öğretimsel açıklama boyutları arasındaki ilişkinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

### 1. 2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Matematiğin bir bilim dalı olarak gelişmesinde ve etkili bir şekilde öğretilmesinde hiç şüphesiz ki örneklerin rolü büyüktür. Örnekler, matematiksel tanımlar, teoremler ve kanıtlar için önemli bir bakış açısı sağlar ve bunların daha iyi bir şekilde kavranılmasına (Fukawa- Connelly ve Newton, 2014; Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1997) yardımcı olur, matematiksel ifadelerin açıklanmasında kullanılır (Leinhardt, 2001). Bu yüzden örneklerin, matematiksel bir düşüncenin kavramsal olarak gelişmesinde oldukça önemli bir yeri olduğuna inanılmaktadır (Bills ve Tall, 1998; Mason ve Watson, 2005; Tall ve Vinner, 1981). Matematik öğretiminin verimli bir şekilde gerçekleşmesinde örnek kullanımı oldukça önemlidir. Bu nedenle, örneklerin öğrenme ortamına uygun bir şekilde seçilmesine dikkat edilmelidir. Çünkü doğru örneklerle zenginleştirilmemiş öğrenme ortamlarında öğrencilerin güçlü matematiksel anlamalar geliştirebilmeleri oldukça zordur (Zazkis ve Chernoff, 2008).

Bilindiği üzere örnekler; açıklamalar ve matematiksel söylemler için temel olan bir iletişim aracıdır (Leinhardt, 2001). Matematik öğretimi için bir açıklama (tanım) inşa etmek oldukça zor bir görev (Ball, 1988; Kinach 2002a, 2002b) olmakla birlikte Leinhardt, Zaslavsky ve Stein (1990) açıklamalarda örnek kullanımının önemini şu şekilde ifade etmişlerdir:

> Açıklamalar; gösteriler, analojik temsiller ve örnekler tarafından bir orkestra edasıyla oluşturulurlar. […]. Açıklamaların birincil özelliği, iyi inşa edilmiş, tam konuya parmak basan fakat genellemeler yapıp kafa karıştırmayan, kafa karıştırabilecek bazı zıt durumları iyi dengeleyen örnekler kullanılmasıdır (syf6).

Açıklamalar esnasında kullanılan örnekler öğrenmeyi kolaylaştırabilir fakat yanlış kullanıldığı takdirde, öğrencilerde kavramların tam olarak anlaşılmamasına veya yanlış anlaşılmasına sebep olabilir (Zaslavsky, 2010). Yapılan çalışmalar incelendiğinde (Tsamir ve diğ., 2008; Vinner, 1983), matematiksel bir kavramın tanımından ziyade kavrama ait sunulan temsillerin ve örneklerin öğrencilerin zihninde daha çok yer edindiğini vurgulamışlardır. Zamanla bu örneklerin tanımların yerlerini aldığını ve bu yüzden öğrencilerin kavramı anlamakta sorun yaşadığını göstermektedir. Buna bağlı olarak örneklerin öğrenme ortamlarında dikkatli bir şekilde kullanılmasının yararlı olabileceğini söylenebilir. Mesela, fonksiyonlar konusu ile ilgili yapılan çalışmalarda (Bayazıt ve Gray, 2004; Vinner, 1983); öğrencilerin önemli bir çoğunluğunun fonksiyon kavramını öğrenirken kavrama ait tanımı değil de, kavramı açıklamak için kullanılan ilk örnekleri zihinlerine kodladıkları tespit edilmiştir. Bu ilk örnekler, bir tür kavram imgesi eğilimi göstermekte ve bunun sonucunda öğrenciler başarısızlık yaşayabilmektedir (Vinner, 1983). Bu nedenle öğretmenlerin derslerinde kullanmış olduğu örnekler ve örnek çeşitleri oldukça önem taşımaktadır. Bu kapsamda öğretmenlerin de açıklamalarında kullandıkları örneklerin farklı türlerden olması oldukça önemlidir.

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekler ile ilgili literatür incelendiğinde birçok çalışmanın (Bills ve Bills, 2005; Chick ve Harris, 2007; Rowland ve diğ., 2003; Rowland, 2008; Watson ve Mason, 2005; Zaslavsky ve Lavie, 2005; Zaslavsky ve diğ., 2006; Zodik ve Zaslavsky, 2007) öğretmenin örnek seçimine odaklandığını göstermektedir. Özellikle yapılan çalışmalarda öğretmenlerin sınıftaki örnek kullanımının karmaşıklığına dikkat çekilmiş ve öğretmenlerin örneklerini kendi tecrübelerine göre yapılandırdığını vurgulanmıştır. Öğretmenlerin örnek seçimi ve kullanımı ile ilgili daha önce bir eğitim almadığını ve bununla ilgili bilgi sahibi olmadıkları ifade edilmiştir. Bu çalışmalardan Zodik ve Zaslavsky (2008), öğretmenlerin örnek seçiminin önemli olduğunu belirtmiştir. Rowland (2008), matematiğin öğretimi sürecinde ilkokul düzeyinde kullanılan örneklerin niteliğinin oldukça önemli olduğunu ifade etmiştir. Hatta Rowland ve diğerleri (2003), ilkokulda derse giren matematik öğretmeni adaylarının örnek seçiminde zorluk yaşadıklarını ve seçtikleri örneklerin pedagojik anlamda oldukça zayıf örnekler olduğunu belirtmiştir. Watson ve Mason (2005) öğretmenlerin, örneklerini bazen öğrenenlerin kavramlarını açığa çıkarmak, bazen de problemlere ait örnekler sunarak öğrenciyi düşündürmek için tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Levenson (2014) özellikle kavram oluşum sürecinde seçilen örneklerin, kavramın özellikleri bakımından çeşitlilik içermesi ve bu çeşitlilikte örneklerin sunumunun önemli olduğunu belirtmiştir. Bu çeşitlilikte örneklerin sadece kavrama ait özelliklerini vurgulamaktan ziyade, kavrama ait olmayan özelliklerini de vurgulayacak şekilde seçilmesinin önemli olduğunu da vurgulamıştır. Watson ve Mason (2006); Zodik ve Zaslavsky (2008), örneklerin seçiminde çeşitliliğin önemli olduğunu vurgulamışlar ve örneklerin yapılandırılmasın da benzer bir yol önermişlerdir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğretmenin örnek seçiminin önemli olduğu ve örnek seçimi esnasında dikkat etmeleri gereken noktalar hakkında bilgilendirme yaptıkları tespit edilmiştir. Fakat literatürde bu seçim sürecinde öğretmenlerin, öğretme ortamındaki açıklamalarında 'ne tür örnekler' kullanmalarıyla ilgili net bir bilgilendirmenin olmadığı ve sadece öğretmenlerin derslerinde kullanabilecekleri örneklere yönelik bir sınıflandırmanın yer almadığı görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin örneklerini kendi deneyimlerine göre rastgele oluşturmalarına sebep olmaktadır. Rastgele seçilen örneklerin sonucunda ise öğretmenlerin kullandığı örnekler öğrencilerin kavramları tam olarak anlamamasına ya da yanlış anlamasına sebep olabilir. Matematik öğretmeni eğitim programlarının çoğu, örneklerin kullanımı ve seçimi ile ilgili sistematik olarak hazır olmamakla birlikte bu durumun önemi de öğretmen adaylarına vurgulanmamaktadır (Bills ve diğ., 2006; Rowland ve Zaslavsky, 2005; Zaslavsky, Harel ve Manaster, 2006; Zaslavsky, 2010; Zodik ve Zaslavsky, 2007, 2008). Bu durum, matematik öğretiminde kullanılan örnekler kadar örnek çeşitlerinin de önemli olduğunu göstermektedir.

Örnek türleri ile ilgili literatür (Alcock ve Inglis, 2008; Watson ve Mason, 2002; Watson ve Shipman, 2008; Zaskis ve Chernoff, 2008) incelendiğinde, genelde öğrencilerin kullandıkları örnek türlerine odaklanıldığı belirlenirken; öğretmenlerin derslerinde kullanacakları örnek türlerini içeren bir sınıflandırmaya da rastlanılmamıştır. Başka bir ifade ile literatürde öğretmenlerin açıklamalarında ne tür örnekler kullanacaklarını ifade eden çalışmalar görülmemiştir. Ayrıca örneklerle ilgili var olan sınıflandırmaların da, öğretmenlerden bağımsız bir şekilde yapıldığı görülmüştür (Bills ve diğ., 2006; Michener, 1978; Polya, 1981). Bu sınıflandırmalar incelendiğinde, bazı örnek çeşitlerinin birbirinin aynısı (protoip örnek ile jenerik ve model örneklerin aynı olması gibi) oluğu halde farklı isimlendirildiği tespit edilmiştir. Ayrıca bazı araştırmacıların (Polya ve Michener) sadece kavrama ait örneklerin önemine vurgu yaptığı kavrama ait olmayan örneklerden bahsetmedikleri görülmektedir. Bunun aksine Bills ve diğ. (2006) yapmış oldukları çalışmada örnek olmayan durumlara ait örneklere de vurgu yapmış ve örneklerin genel olarak üç çatı altında toplanabileceğini belirtmiştir. Ayrıca kavrama ait olmayan örneklerin de öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde önemli etkilere sahip olduğu literatürde (Tsamir ve diğ., 2008) tespit edilmiştir. Bu bilgiler ışığında, örnek çeşitleri ile ilgili yapılmış sınıflandırmalarda bir karmaşa olduğu belirlenmiştir. Doğal olarak, yapılmış çalışmalar öğretmenlerin öğrenme ortamlarında 'hangi tür örneklerin' kullanılması gerektiği sorusuna yeteri kadar cevap verememektedir. Bu durum örnekler ile yapılan sınıflandırmalardan hangisinin daha geçerli olduğu noktasında sağlıklı bir sonuca ulaşmamızı engellemektedir. Bu nedenledir ki, öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin yeniden sınıflandırmasının gerekli olduğu düşüncesi gelişmiştir.

Öğretmenlerin kullandığı örnekler öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgisi ile doğrudan ilişkilidir (Zaslavsky ve diğ., 2006; Zazkis ve Leikin, 2008). Hatta matematik ve pedagoji bilgisinin bir karışımı olan 'matematiği öğretme' bilgisi ile bağlantılıdır. Matematiği öğretme bilgisi, matematiği öğrencilerin daha iyi kavrayabilecekleri hale dönüştürmenin bilgisini içermektedir. Buna bağlı olarak öğretmenin matematiği öğretme bilgisi ders sürecinde kullandığı öğretimsel açıklamalar yardımıyla gözlemlenebilir. Eğer öğretmenin matematik bilgisi birbirleriyle bağlantısı olmayan konular ve işlemleri kapsarsa, öğretimsel açıklamaları da bağlantısız olacak ve işlemler üzerine odaklanacaktır. Öğretmenin bilgisi matematiksel düşüncenin kavramsal bir ağını kapsar ise öğretimsel açıklamaları da aynı kavramsal yapıda olacaktır (Thompson, Carson ve Silverman, 2007). Matematiği öğretme bilgisinin önemli bileşenlerinden biri de öğrencilere matematiksel kavram ve ilişkilere yönelik anlamlı öğretimsel açıklamalar yapabilmeyi içermektedir (Baki, 2013). Matematiksel kavramların öğretimi açıklamaların yanı sıra örnekleri de kapsamaktadır (Levenson, 2014). Açıklamalar ile ilgili çalışmalar incelendiğinde; birçok çalışmada, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının genelde ne boyutta olduğunu tespit etmeye yönelik olduğu görülmüştür (Alkan, Akşan ve Güven, 2014; Kinach, 2002a, 20002b; Kılcan, 2006; Thanheiser, 2009; Toluk-Uçar, 2011). Bu çalışmaların yanı sıra, öğretmenlerle öğrenciler tarafından kullanılan açıklama çeşitleri (Bowers ve Doerr, 2001), matematiksel açıklamaları verme ve değerlendirmeye ilişkin sosyomatematiksel normlar ile ilgili çalışmalara da rastlanılmıştır (Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2009). Bu çalışmaların öğretmenlerin açıklama boyutlarıyla ya da dolaylı olarak öğrencilerin kavram gelişimleriyle ilgili olduğu gözlemlenirken, örneklerin açıklamalarla nasıl ilişkilendirilebileceğine ve bu ilişkinin, öğretmenlerin kavramları sunma biçimleri hakkında "nasıl" bilgi edinileceği üzerine özellikle odaklanmadığı görülmüştür (Levenson, 2014). Watson ve Chick'e (2011) göre, öğrencilerin örnekler aracılığıyla öğrendikleri ve bir örneğin "neyin örneği" olduğunu görmeleri için örneğin öğeleri arasındaki ilişkilere yönelmeyi içeren bir süreç gereklidir. Bu süreç ise öğrencilerin örnekler üzerinde "dikkatli bir biçimde odaklanmalarına" yardımcı olan açıklamaları içermektedir. Levenson (2014) yaptığı araştırmada öğrencilerin açıklamaları ile bu açıklamalarla birlikte kullandıkları örnekleri: "Farklı örnekler farklı açıklamalara sebebiyet verir mi ya da bazı açıklamalar farklı örnekler dikkate alınmaksızın diğerlerinden daha kapsamlı mıdır? Öğrenciler kavramın farklı örnekleri gösterilmesine rağmen bir kavram için sürekli olarak aynı açıklamaları verir mi ya da farklı örnekler için farklı açıklamalar verirler mi?" şeklindeki sorularla incelemiştir. Levenson (2014) öğrenciler ile yaptığı çalışmanın, örnekler ve açıklamalar boyutunda araştırmaya katkı sağlayacağı gibi bu durumun öğretmenler ile yapılmasının da literatür açısından önemli olduğunu belirtmiştir. Levenson'nın bu ifadesi dikkat çekici bulunmuş ve literatürde bu tarz bir çalışmaya rastlanılmamış olması; "öğretmenler ne tür açıklamalarda daha çok hangi tür örneklerden yararlanmaktadır ya da açıklamaları ile kullandıkları örnekler arasında nasıl bir ilişki var?" sorusunu akla getirmiştir.

Öğretimsel açıklamalar, analojik gösterimler ve örneklerin düzenlenmesiyle; iyi açıklamalar ise örneklerin seçimiyle ve üretilmesiyle (Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990; Leinhardt, 2001) oluşturulur. Bu durum öğretmenlerin örnekleriyle açıklamaları arasındaki ilişkinin tespit edilmesi gerektiği düşüncesini doğurmuştur. Bu doğrultuda yapılan literatür taraması sonucunda ülkemizde, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının boyutları ile ilgili çalışmaların olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları ve onların kullandıkları örnek türleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu gösteren çalışmalara ise rastlanılmamıştır. Bu çalışmada, öğretmenlerin açıklamaları ve örnek türleri arasındaki ilişkinin tespit edilmesi literatür açısından oldukça önemlidir. Ayrıca öğretmenlerin açıklamalarına göre, hangi tür örnek kullandıklarında daha etkili bir öğrenme ortamı sağlayabileceklerini belirlemek açısından da önem taşımaktadır.

Sonuç olarak; öğretmenlerin örnek kullanımı ile ilgili yapılmış olan çalışmalarda; matematik eğitiminde örnek seçiminin oldukça karmaşık ve zor bir süreç olduğu (Zaslavsky ve Lavie, 2005; Zodik ve Zaslavsky, 2008) görülmektedir. Hatta ilgili literatürde öğretmenlerin yaptığı iyi öğretimsel açıklamaların temelinde örneklerin önemli bir rol oynadığı fazlasıyla belirtilmiştir (Leinhardt ve Schwarz, 1997). Ancak öğretmenlerin bu açıklamalar için ne tür örneklere derslerinde yer vermeleri gerektiğini gösteren çalışmalara rastlanılmamıştır. Az sayıda da olsa yapılan çalışmaların öğretmenlerin örnek kullanımı ve seçimi ile ilgili olduğu tespit edilmiştir. Ülkemizde ise bu konu ile ilgili yapılan çalışmalara rastlanılmamıştır. Bu nedenle, araştırmanın matematik eğitimcilerine, öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yeni kapılar açacağı ön görülmektedir.

Öğretmenlerin matematik derslerinde kullandıkları örneklerin sınıflandırılmasını amaçlayan bu çalışmanın belirtilen eksikliklerin giderilmesi bakımından, literatüre katkıda bulunulacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin kullandığı örneklerin sınıflandırılması; ders planlarının daha sağlıklı hazırlanılmasına, öğretim etkinliklerinin daha verimli tasarlanmasına ve öğretmenlerin alan bilgilerinin geliştirilmesine (Zaslavsky, 2008) katkı sağlayacaktır. Ders kitabı hazırlayan uzmanların, daha etkili örnekler yazmasına da yardımcı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğretmen yetiştirme programlarında örnekler üzerinde bilgilendirme yapılması, öğretmen adaylarının mesleki hayatlarında daha bilinçli örnek kullanmalarını sağlayabilir.

### 1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Araştırma 2011-2012 ve 2012-2013 eğitim-öğretim yıllarında Trabzon ilinde yer alan iki Anadolu Lisesinde görev yapmakta olan 5 matematik öğretmeni ile sınırlıdır.
2. Bu liselerden birinde 4 matematik öğretmeni ile çalışılırken diğer lisenin yeni Anadolu Lisesi olmasından dolayı sadece 1 matematik öğretmeni ile çalışılarak araştırma sınırlandırılmıştır.
3. Araştırma da örnek türlerinin sınıflandırılması 9., 10., ve 11. sınıfların gözlemleriyle sınırlandırılmıştır. Araştırmada 12.sınıf öğrencilerinin üniversite sınavına hazırlanmalarından dolayı gözlemlere dahil edilmemiştir.
4. Araştırma 10.sınıf matematik öğretmenlerinin polinom, ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularındaki öğretimsel açıklama boyutlarının gözlenmesi ile sınırlandırılmıştır.

### 1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmadan elde edilen verilerin analizinin etkili bir şekilde gerçekleştirilmesi amacıyla

1. Araştırmanın örneklemini oluşturan öğretmenlerin veri toplama araçlarını cevaplandırırken gerçek duygu ve düşüncelerini yansıttıkları varsayılmıştır.
2. Gözlemler sürecinde araştırmacının sınıfta bulunmasından dolayı dersin işlenişinde herhangi bir değişimin olmadığı varsayılmıştır.

### 1. 5. Tanımlar

Bu kısımda, tez kapsamında sıklıkla kullanılan kavramların tanımları yapılmıştır.

Örnek: Kavramlara ait tanımların yanı sıra kavramlara ait olmayan durumlarında açıklanmasında, ilkelerin veya prosedürlerin nasıl uygulandığına dair açıklamalarda kullanılan özel durumlar olarak tanımlanmıştır.

Öğretimsel Açıklama: Öğretmenin, bir kavramın öğretimi ve geliştirilmesi sürecinde ortaya koyduğu bütün etkinliklerdir (örnekler, analojik gösterimler, etkili sunuş biçimleri,vb….)(Leinhardt, 2001).

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde, araştırmanın problemi kapsamında geçen kavramlara ilişkin açıklamalara yer verilmiş olup söz konusu kavramların literatürdeki açıklamaları ve matematik eğitimindeki yeri tartışılmıştır.

### 2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Bu başlık altında, araştırmanın daha iyi anlaşılmasına yardımcı olabilecek teorik bilgiler sunulmaktadır. Örnek kavramı, örnek türleri ve öğretimsel açıklamalar ile ilgili bilgiler ifade edilmektedir.

#### 2. 1. 1. Örnek Nedir?

Genel olarak farklı anlamlar yüklenen örnek kavramına bu tez kapsamında hangi anlam yüklendiği bu bölümde ele alınmıştır.

Örnek kavramı, öğrencilerin matematiksel genellemelere ulaşmalarını sağlayan ifadeleri açıklamak amacıyla kullanılmaktadır (Watson ve Mason, 2005). Örnekler, öğretmenler ve öğrenenler arasında kavramları iletmek ve bu kavramların ne anlama geldiğini açıklamak için kullanılan önemli araçlardan biridir. Örnekler; matematiksel metotların gösterilmesinde, kavramlar arası ilişkilerin gelişmesinde, açıklamalarda ve kanıtlama sürecinde oldukça önemlidir. Watson ve Mason (2005), "örnek" kelimesinin matematik eğitiminde kullanım yerinin oldukça yaygın olduğunu belirtmişlerdir. Watson ve Mason (2005) örneklerin aşağıda verilen amaçlar doğrultusunda kullanıldığını ifade etmişlerdir.

1. Kavramların ve ilkelerin gösterilmesi,
2. Genel tanım ve teoremlerin yerine kullanılan vekillerin temsil edilmesi,
3. Tümevarımsal sorgulamalar için ham materyal olarak kullanılan sınıfların temsil edilmesi (yani bir durumun özel olaylarında üretilen ve daha sonra örüntüler için incelenen sayılar gibi...)
4. Bir ispatta rolün belirtilmesinde; hangi durumların varlığında ispatın doğru olduğu ya da hangi durumların yokluğunda ispatın nasıl başarısız olduğunun gösterilmesi
5. Bir tanımda ya da teoremde yer alan bir durumun ne içerdiğinin ve bu durumla neyin kapsam dışında bırakıldığını gösterilmesi

6. Ders kitaplarında ya da öğretmenler tarafından, özel tekniklerin kullanımının gösterilmesinde (Bunlar genellikle literatürde çözümlü örnekler olarak yer almaktadır. Bu örnekler bir öğretmenin herhangi bir problemin çözümünü açıklarken; öğrencilerine çeşitli hatırlatmalar yapması ve bu hatırlatmalar ile birlikte sorduğu sorularla öğrencileri 'yönlendirerek' birlikte çözümlemesidir. (Atkinson ve diğ., 2000; Renkl, 2002)
7. Öğrenenlerin aşina olduğu, basit konularda oluşan karmaşık yapıların gösterilmesinde (örneğin 3.(4+5) çarpma işleminin toplama işlemi üzerinde dağılıma özelliğinin açıklanması)

Örneklerin matematik öğretimi ve öğrenimindeki öneminden dolayı araştırmacılar örnek kavramının tanımını ve özelliklerini inceleyerek çeşitli sınıflandırmalar yoluna gitmişlerdir. Litaretür incelendiğinde 'örnek' kavramı ile ilgili çeşitli tanımlamalar yapılmıştır. Bu tanımlarda, Michener (1978), matematiksel kavramların temsillerini örnek olarak tanımlarken; Watson ve Mason (2005), matematikte örnek kavramını, ilke ve kavramları göstermek için kullan her şey olarak ifade etmiştir. Bills ve diğerleri (2006) yaptıkları çalışmada örnek kelimesini, matematiksel kavramlar için kullanılan ifadeler olarak tanımlamışlardır. Bu ifadeler, ilişkileri ve tümevarım mantığını gösteren; kavramlar ve ilkeleri temsil etmek amacıyla kullanılan her şeyi içermektedir (Bills ve diğ., 2006). Tsamir ve diğerleri (2008), kavramlara ait tanımların ya da özelliklerin açıklanması ya da gösterilmesi için kullanılan her şey olarak tanımlamışlardır. Gökbulut ve Ubuz (2013) ise, kavramlara ait genel prensiplerin ifade edilmesinde kullanılan açıklamaları, kavramların misalleri ya da örnekleri olarak isimlendirmişlerdir.

Örneğin tanımıyla ilgili görüşler ve kullanım amaçları göz önünde bulundurularak bu araştırma kapsamında, matematikte örnek kavramı, kavramlara ait tanımların yanı sıra kavramlara ait olmayan durumlarında açıklanmasında, matematiksel kuralların ve ilkelerin anlamlarının ifade edilmesinde veya bu durumlara ait prosedürlerin nasıl uygulandığına dair açıklamaların yapılmasında kullanılan özel durumlar olarak tanımlanmıştır.

### 2. 1. 2. Örneklerin Sınıflandırılması

Örnek kelimesi 2.1.1' de görüldüğü üzere oldukça kapsamlı bir kavram olup; bu araştırma kapsamında, matematikte örnek kavramı, kavramlara ait tanımların açıklanması, matematiksel kuralların ve ilkelerin anlamlarının ifade edilmesinde veya bu durumlara ait prosedürlerin nasıl uygulandığına dair açıklamaların yapılmasında kullanılan özel durumlar olarak tanımlanmıştır.

Örnekler, tanımların daha anlamlı hale gelmesini, matematiksel ifadelerin sınıflandırılmasını ve birbiriyle olan benzer durumlarının ilişkilendirilmesini sağlayarak (Watson ve Mason, 2002) öğrencilerin kavrama ait bilgilerinin daha anlamlı olmasına yardımcı olur. Tek başına bir örneğin her zaman kavrama ait bütün anlamları ifade etmesi mümkün olmayabilir (Lakoff, 1984). Bu bakımdan örnekler kullanım amaçlarına göre farklılık göstermektedir. Örneklerin kullanım amaçlarındaki farklılıklar örneklerde çeşitliliği sağlamış ve bu çeşitliliğe göre çeşitli sınıflandırmalar yapılmıştır. İlk olarak örnekler, Polya (1973; 1981), Michener (1978) ve daha sonra Bills ve diğerleri (2006) araştırmacıları tarafından kullanım amaçlarına göre sınıflandırılmıştır.

Polya (1981) örnekleri, *yol gösteren*, *önerisel* ve *uç* örnekler olmak üzere üç kategoriye ayırmıştır. *Yol gösteren örnekler*, bir kavramın tanımı ve kavrama ait özellikleri ifade etmek için kullanılan örnek türüdür. Bu örnek türü, kavrama ait basit temsiller olup kavram ile ilgili öğrencilerin fikir edinmelerine yardımcı olur. Yol gösteren örnekler, başlangıç düzeyinde kullanımlara daha uygun olmakla birlikte konuyla ilgili tecrübesi olmayan öğrenciler için yararlıdır. Polya ikinci olarak; yol gösteren örneklerden daha çok değişken özellikler içeren ve öğrenciye kavrama ait tanım ve özelliklerle ilgili doğru yönde rehberlik anlamına gelen *önerisel örneklerden* bahsetmektedir. Önerisel örnekler kavramın niteliklerinin anlaşılmasında yardımcı olur ve aynı zamanda kavramın sınırlarının daha net bir şekilde ortaya konulmasına katkı sağlayan örnekler olarak ifade edilmiştir. Bu örnek türünün kavram için detaylı bilgi sağlayarak, öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmasına engel olabileceği vurgulanmıştır. Üçüncü olarak, bir hipotezin her zaman doğru olmadığının gösterilmesine yarayan örnek türü de *uç örneklerdir* (Akt. Watson ve Mason, 2005). Örneğin; herhangi bir çarpma işleminin sonucunun, her zaman çarpılan sayılardan daha büyük bir sonuç vereceğinin düşünülmesine ait varsayım, bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Çarpma işlemi pozitif tam sayılarla gerçekleştirildiğinde sonucun sürekli büyüyeceğinin düşünülmesi doğrudur. Fakat sayılardan birinin negatif tam sayı olması durumunda, çarpılan sayılardan daha küçük bir sonuç elde edilmesi çarpma işleminde elde edilen sonucun daima çarpılanlardan büyük olamayacağının göstergesidir. Watson ve Mason (2005), bu şekilde uç örnekler kullanılarak farklı düşünme yollarının göz önünde bulundurulması konusunda öğrencileri cesaretlendirilebileceğini ifade etmişlerdir.

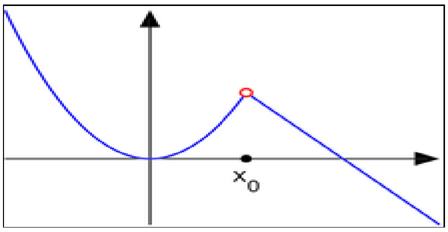
Örnekler, Michener (1978) tarafından model, *referans, karşıt* örnekler ve *başlangıç* örnekleri olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. *Başlangıç örnekleri*, temel tanımları ve sonuçları desteklemeye yardımcı olan ve aynı zamanda eski bilgiyi sezgi yoluyla yeni bir konuya aktaran örneklerdir (Michener, 1978). Michener (1978), başlangıç örneklerinin sahip olması gereken özellikleri şu şekilde ifade etmiştir:

1. İlk olarak temel kavramları destekler.
2. Kendi kendine anlaşılabilir.
3. Özel bir durumun genel bir duruma taşınmasında yardımcı olur.
4. Basit ve görsel bir algıma oluşturur.

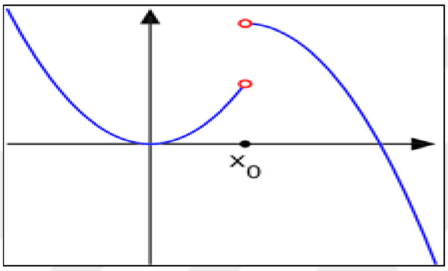
Örneğin; y= $ax^2+bx+c$ (a farklı olacak sıfır sayısından) şeklinde tanımlanan ikinci dereceden bir denkleme uygun olarak y= $x^2+5x+6$ şeklindeki ikinci dereceden bir denklem verilmesi (Watson ve Mason, 2005).

*Referans örnekler*; bir kavramın, bir sonucun veya bir teorinin gelişmesinde kullanılan standart örneklerdir (Michener, 1978). Referans örnekler, öğrenciler tarafından bir kavramı ya da bir varsayımı doğrulamak için sıkça kullanılan örnekler olarak tanımlanmaktadır. Bu tanıma bağlı olarak bu tür örnekler öğrencinin, kavram algısının kontrol edilmesinde standart olarak kullanılan (öğrenci tarafından en çok tercih edilen) örneklerdir. Referans örnekler, birçok sonuç ve kavramın birbirine bağlı olmasını sağlayan ve yaygın olarak kullanılan, temel örneklerdir (Watson ve Mason, 2005). Örneğin; $(x+1).(x-3)=0$, $(x+1)^2-4=0$ veya $x^2-2x-3=0$ soru çözümünde öğrenciler tarafından ikinci dereceden denklemlerin birer referans örneği olarak tercih edilebilir (Bills ve diğ., 2006). Bills ve diğerleri (2006) referans örneklerini bir kavrama ait kullanımının yanı sıra model ve karşıt örneğin standart aşamalarında kullanılan örnekler şeklinde belirtmişlerdir. Watson ve Mason (2005) varsayımları test etme, teoremlerin anlamını gösterme ve bir teoremin önemini artırmada referans örneklerinin oldukça önemli olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda referans örneklerinin, karşıt örnek bulma sürecinde oldukça önemli olduğu söylenebilir. Mesela; “$a>b$ ve $a+b=1$ olmak şartıyla $a^2+b= a+b^2$“ dir. Bu önermenin doğruluğu için 1/3 ve 2/3 kesirlerini ele almak ya da “-1 ve 2” veya “0 ve 1” gibi tamsayılarının kullanılmasının yararlı birer referans örneği olabileceğini ifade etmişlerdir.

*Model örnekler;* Michener (1978), sonuçlar ve kavramlar ile ilgili varsayımları ve beklentileri özetlemeye yarayan örnekler olarak tanımlamıştır. Başka bir deyişle, kavramlar veya sonuçlar hakkında genel durumu resmetmek amacıyla kullanılabileceğini ifade etmiştir. Bu duruma benzer olarak Mittal ve Paris (1993) model örneklerin, jenerik (generic) örnekler olarak da kabul edilebileceğini belirtmişlerdir. Bu ifadelerden hareketle model örnekler, özel bir örnek aracılığıyla kavramın genel durumu hakkında bilgi sahibi olmamızı sağlayan örneklerdir (Mason ve Pimm, 1984). Watson ve Mason (2005), herhangi bir kavramla ilgi giriş yapılırken kullanılan örneklerde model örneklerin önemli olabileceğini de belirtmişlerdir. Model örnek olarak; Watson ve Mason (2005), “$y=x^2$“ ifadesinin ikinci dereceden tüm denklemlerin bir model örneği olarak kullanılabileceğini belirtmiştir. Bunun yanı sıra Şekil 1 ve Şekil 2’de sürekli olmayan fonksiyonların genel davranışlarını gösteren model örnekler olarak verilebilir. Bu örnekler Michener (1978) sürekli olmayan fonksiyonlar için sunduğu model örneklere benzer nitelikte hazırlanılmıştır.




Şekil 1. Kaldırılabilir süreksizlik




Şekil 2. Sıçrama süreksizliği

*Karşıt örnekler*, bir varsayımın yanlışlığını veya varsayımın tersi durumunda doğru olduğunu gösteren örneklerdir. Bir teoremin ve tanımların şartlarının ya da varsayımların önemini göstermek için kullanılırlar (Michener, 1978).

Örnekleri pedagojik açıdan, kavramlara ait tanımların ya da kuralların örnekleri (üçgenin tanımı, 3 ile bölünebilmenin kuralı ve polinomun tanımı, vb…) ve bir prosedürün uygulamasındaki örnekler (bir üçgenin alanın bulunması, bir tamsayının üç ile bölünebilmesinin bulunması, bir polinomun köklerinin bulunması, vb...) olmak üzere Bills ve diğ. (2006) yaptıkları araştırmada ikiye ayırmışlardır. Bu kategoriyi ise, örneklerin işlevlerine göre '*jenerik'*, '*karşıt* 've '*örnek dışı'* örnekler olarak üç özel tanımlayıcı isim altında oluşturmuşlardır.

*Jenerik örnekler*; kavramların, prosedürlerin veya bir teoremin açıklanmasında (teoremin doğruluğunu göstermek için) kullanılan örnekler olmakla birlikte herhangi bir kavrama ait genel durumu açıkça sergileyen özel örneklerdir (Bills diğ., 2006). Bu örnek türü ilk olarak Mason ve Pimm tarafından 1984 yılında tanımlanmıştır. Mason ve Pimm (1984) jenerik örnekleri, bir örneğin özel durumlarını görmezden gelerek sadece genel durumları ifade etmek olarak tanımlamışlardır. Bu durumu jenerik örneklerin, öğrenciler tarafından genele bakarak algılanan, genel bir durumu ya da ilkeyi göstermek için kullanılan örnekler olduğunu belirtmişlerdir. 1988 yılında jenerik örnekler ile ilgili olarak

Balacheff bir çalışmasında, bir iddianın açıklamasında veya nedenlerin sunulmasında kullanılan örnekler olarak ifade etmiştir. Jenerik örnekler ile ilgili daha sonra Movshovitz-Hadar (2002) yapmış oldukları çalışmalarında, bir teoremin doğrulanmasında bu örneklerin açık bir kanıtlama sağlayacağını belirtmiştir. Örneğin; iki tek sayının toplamının bir çift sayı olduğunu ispatlarken, 137+2451= (136+1)+(2452-1) şeklinde yazılması ve sonucun 136+2452 olarak kullanılması bir jenerik örnek aracılığıyla kanıtlama sağlar (Bills ve diğ., 2006). Buna bağlı olarak bir teoremin doğru olduğunu göstermek için bu örneklere yer verilebileceği söylenebilir. Ayrıca Zaslavsky (2010)'da jenerik örneklerin öğrencilerin, bir ilkeyi ya da genel bir durumun algılamasına yardımcı olabileceğini belirtmiştir. Örneğin; irrasyonel sayılarla ilgili $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ gibi sayılar birer jenerik örnektir. İrrasyonel sayıları ifade etmek için test kitaplarında genelde bu örneklere yer verilmektedir (Zaskis ve Leikin, 2008). Jenerik örneklerin dışında Bills ve diğerleri (2006) bir düşüncenin ya da bir iddianın yanlışlığını göstermek için kullanılan örnekler olarak karşıt örnekleri ifade etmişlerdir. Bunun yanı sıra *örnek olmayan durumların örneği* ise kavrama ait olmayan örnekler olup bir kavramın eşitini ifade etmek, sınırlarını açıklamak ya da bir teoremdeki şartları belirgin bir şekilde ortaya koymak için kullanılan örnekler olarak tanımlanmıştır (Bills ve diğ., 2006). Örneğin; *y=mx+n* şeklinde tanımlanmış bir doğru denklemi için *x=a* bir örnek olmayan kabul edilebilir. Aslında bu örnek doğru denkleminin bir eşiti fakat verilen doğru denklemine uygun olmayan bir örnektir.

Bills ve diğerleri 2006 yılında yapmış oldukları çalışmada örnekleri aslında sınıflandırmadıkları var olan örnek türlerini üç kategori altında topladıkları görülmüştür. Benzer şekilde Tsamir ve diğerleri (2008) yapmış oldukları çalışmada örnekleri sınıflandırmamışlar sadece belli örnek türlerin kullanımının önemli olduğunu belirtmişlerdir. Bu örnekler *prototip* örnekler, *örnek olmayan* örnekler ve *ek* örnekler şeklindedir. *Prototip örnekler*, herhangi bir sınıflandırmada ya da karşılaştırmada kavramlar ile ilgili temel olarak sunulan ilk örneklerdir. Bir kavramı en iyi temsil eden ve kavrama ait özellikleri taşıyan örnekler prototip olarak değerlendirilmiştir. Bu örnekler kavramların sezgisel inşasına yardım eder (Tsamir ve diğ., 2008). İlk olarak bu örnek türü Rosch tarafından 1975 yılında herhangi bir kavramın temsil eden örnekler olarak ortaya atılmıştır. Bu örnekler öğrenme sürecinde öğrenenlerin nasıl mantık yürüttüklerini ortaya çıkarmak için kullanılan örnekler olarak ifade edilebilir. Schwarz ve Hershkowitz (1999) daha sonra bu örnek türünü öğrencilerin bir kavramın açıklanmasında bilişsel referans noktaları olarak kullandıklarını ifade etmişlerdir. Prototip örnekler kavram oluşumunda önemli rol oynamakla birlikte öğrencilerin kavrama ait kavram imgesini, sezgisel olarak oluşturulmasına yardımcı olurlar. Prototip örnekler kavram öğretiminde referans olarak kullanılabilir ve bu örnekleri, öğrenenlerin kavramla ilgili genelde ilk örnekleri oluşturur. Bu örnek türünün öğrencilerin kavram imgesini sınırlandırabileceği söylenebilir. (Schwarz ve Hershkowitz, 1999). Tsamir ve diğerleri (2008), prototip örnekler verildikten sonra pekiştirme amaçlı kullanılan örnekleri de *ek örnekler* olarak tanımlamışlardır. Bu örnekler, öğrencilerin herhangi bir kavram ile ilgili algılarını geliştirmek amacıyla sunulan örneklerdir. Öğretilmek istenen kavrama benzer fakat herhangi bir yönüyle kavrama ait olmayan örnekler ise tersine örnek ya da *örnek olmayan örnekler* olarak tanımlanmıştır.

Etkili bir matematik öğretiminde Houstan (2009), *standart*, *aşikâr*, *uç*, *örnek olmayan* ve *karşıt* örneklerin kullanılmasını tavsiye etmektedir. *Standart* örnekler, öğrencilerin tanımı anımsamasına yardımcı olan ve kavrama ait özellikleri açıkça sergileyen örneklerdir. Bu örnek türü ayrıca herhangi bir teoremi incelemek ya da kavramsal anlamayı derinleştirmek için kullanılabilen örneklerdir. Bunun yanı sıra Houstan (2009), standart örnekleri tanımların yerine kullanılabileceğini, fakat tanımların yerine kullanırken çok dikkatli olunması gerektiğini, çünkü bazen bu örneklerin öğrencilerin kavramın sınırlarını görmesine engel olabileceğinden dolayı onları yanıltabileceğini ifade etmiştir. Örneğin; Houstan (2009), asal sayıları kapsayan yeni bir tanımla karşılaşıldığında çoğu zaman *3, 5, 13* asal sayılarını kullanılmasının bu duruma ait birer standart örnek olabileceğini ifade etmiştir. Bu sayıların standart örnek olarak kullanılmasında hesap yapmak için yeterince küçük sayılar olmasının da etkili olduğunu belirtmiştir. Houstan (2009) özellikle sonsuz kümelerle ilgili teoriksel çalışmalarda, tam sayılar kümesinin kullanılmasının standart bir örnek olacağını ifade etmiştir.

*Aşikâr örnekler* ise, tanımdan açıkça anlaşılabilen durumlara ait örneklerdir. Aşikâr örnekler, çok basit örnekler olup, öğrencilerde bir tanım için gerekli bilinci geliştirmeye yardımcı olur. Bu örnekler ayrıca teoremlerin ispatlanması sürecinde de kullanılabilir. Örneğin; asal sayılarla ilgili bir durumda ‘1’ sayısının asal sayı olmaması örnek verilebilir. Çünkü asal sayının tanımından bu durum açıkça bellidir. Aynı zamanda kümeler konusunda yerine göre boş küme de aşikâr örnek olarak kullanılabilir. Çünkü boş kümenin elemanı yoktur ve ‘boş küme sonlu bir kümedir’ ifadesinin de cevabı oldukça açıktır. Örneğin; A=$\{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin alt kümelerini ifade ederken kendisinin ve boş kümenin bu duruma örnek olarak verilebilir. Bu durumda boş küme ve kümenin kendisi, aşikâr birer örnek olarak değerlendirilebilir. Benzer şekilde bir dik açılı üçgende *a=1*, *b=1* o halde c=$\sqrt{2}$ bir aşikâr örnektir. Benzer şekilde *a=1* ve *b=2* o halde, c=$\sqrt{5}$ ‘dir (Houstan, 2009). Özetle aşikar örnekler tanımdan ya da matematiksel herhangi bir durum içerisinde açıkça belli olan örneklerdir. Aşikâr örneklerden sonra Houstan (2009) uç örnekleri tanımlamıştır. Houstan (2009) kavramın sınırlarını belirtmek için kullanılan kavrama ait örnekleri, *uç örnek* olarak ifade etmiştir. Houstan (2009) uç örnekleri kavrama ait olup kavrama bağlı olan ve kavramın sınırlarını belirten örnekler olarak tanımlamıştır. Bu ifadesine uygun olarak şu örneği kullanmıştır: Mesela; asal sayılarla ilgili olarak, *2* sayısı bir asal sayılar kümesinde uç örnektir. Çünkü *2* ilk asal ve tek çift asal olmasından dolayı bir uç örnek olarak kabul edilmektedir. Herhangi bir *X* kümesinin alt kümelerinin tanımında *{ }* ve X uç örneklerdir. Çünkü X 'in boş kümden daha küçük bir alt kümesi ve kümenin kendisinden daha büyük bir alt kümesi yoktur. Houstan uç örneklerin, bir varsayımı çürütme ya da doğrulama sürecinde etkili olabileceğini ifade etmiştir. Mesela; Houstan bir dik açılı üçgende a ve b eşit birer rasyonel sayı olması durumunda hipotenüsün bir rasyonel sayı olmamasının bir uç örnek kabul edilebileceğini ve bu duruma bağlı olarak $c^2=2a^2$, dolayısıyla c=$\sqrt{2a}$ olacağını belirtmiştir. Buna bağlı olarak a rasyonel olduğunda c'nin rasyonel olmayacağı anlamına geldiğini vurgulamıştır. Houstan, kavramın sınırlarının görülmesinde ve kavrama ait tanımın öneminin anlaşılmasında uç örneklerin yanı sıra kavrama ait olmayan örneklerinde, yani örnek olmayan örneklerin de önemli olduğunu belirtmiştir. Tanımın koşullarını sağlamayan örnekleri *örnek olmayan örnekler* ya da *örnek dışı* olarak tanımlanmıştır. Houstan (2009) bu örnek türünün, karşıt örnek türü (bir önermenin yanlış olduğunu gösteren) ile karıştırılmaması gerektiğini vurgulamıştır. Örnek olmayanların, kavrama ait olmayan durumların örnekleri olduğunu belirtmiştir. Bu örnek türünün, önermelere karşıt örnekler bulurken yararlı olduğu gibi öğrencinin kavramın sınırlarını görmesine de yardımcı olacağını ifade etmiştir. Örneğin; Houstan (2009), sürekli fonksiyonların tanımını hatırlatırken örnek dışı bir örneğin, yani süreksiz bir fonksiyonun, göz önünde bulundurulabileceğini ifade etmiştir. Mesela; dik açılı olmayan üçgenlerde, Pisagor bağıntısının geçerli olmaması bu duruma örnek olarak gösterilebileceğini, böylelikle öğrenenin Pisagor bağıntısını dik açılı üçgenlerde geçerli olduğuna vurgu yapılacağını belirtmiştir. Houstan, örnek olamayan örneklerin karşıt örnekler oluşturma sürecine de katkı sağlayacağını vurgulayarak *karşıt örnekleri,* bir varsayımın bazı durumlarda geçersiz olduğunu göstermek için kullanılan örnek türleri olup kavramlar arasındaki kesin çizgilerin oluşmasına yardımcı olabilecek örnekler olarak ifade etmiştir (Houstan, 2009).

İlgili alan yazında da görüldüğü gibi örnek türleri ile ilgili bazı araştırmacılar tarafından çeşitli sınıflandırmalar yapılmıştır. Michener (1978), Polya (1981), Bills ve diğerleri (2006) tarafından Tablo 1'deki gibi sınıflandırılmıştır.

Tablo 1. Örneklerin Sınıflandırılması

| Polya'nın sınıflandırması(1981) | Michener'in sınıflandırması (1978) | Bills ve diğ. Sınıflandırması (2006) |
|---|---|---|
| • Yol gösterici örnekler<br>• Önerisel örnekler<br>• Uç örnekler | • Başlangıç örnekleri<br>• Model örnekler<br>• Referans örnekler<br>• Karşıt örnekler | • Jenerik örnekler<br>• Karşıt örnekler<br>• Örnek dışı örnekler |

Örnek türlerinin özellikleri incelendiğinde her bir örneğin sahip olduğu özellikler ise Tablo 2'de şu şekilde özetlenmiştir.

Tablo 2. Örnek Türleri ve Özellikleri

| Örnek Türleri | Özellikleri |
|---|---|
| Yol gösteren (Polya, 1981) | • Kavramlara ait basit temsillerdir.<br>• Kavramlar ile ilgili sezgilerin oluşmasını sağlar.<br>• Başlangıç düzeyi için uygun örneklerdir.<br>• Konu ile ilgili tecrübesi olmayan kullanıcılar için uygundur. |
| Önerisel (Polya,1981) | • Kavramların anlaşılması yolunda rehberlik eder.<br>• Kavramların niteliklerinin verilmesinde yardımcı olur.<br>• Kavramların sınırlarının daha net bir şekilde ortaya konulmasını sağlar.<br>• Kavramlar için detaylı bilgi sağlar. |
| Uç (Polya, 1981) | • Varsayımların her zaman doğru olmadığını göstermek için kullanılır. |
| Başlangıç (Michener, 1978) | • Temel kavramları desteklemek için kullanılır.<br>• Özel bir durumun genel bir duruma taşınmasında yardımcı olur.<br>• Basit ve görsel bir algıma oluşturmasından dolayı kendi kendine anlaşılabilir. |
| Referans (Michener,1978) | • Bir teorinin gelişmesinde yardımcı olan standart örneklerdir (Watson ve Mason,2005; Michener, 1978)<br>• Öğrenenin kavram algısını kontrol etmek için kullanılır (Michener, 1978).<br>• Sonuç ve kavramları birbirine bağlamaya çalışırken kullanılan standart örneklerdir (Watson ve Mason, 2005).<br>• Varsayımları test etmek için kullanılır (Watson ve Mason, 2005).<br>• Teoremlerin anlamını göstermek için kullanılır (Watson ve Mason, 2005; Bills ve diğ. 2006).<br>• Bir kavram, model ve karşıt örneğin standart aşamaları olarak kullanılır (Bills ve diğ. 2006). |
| Model (Michener, 1978) | • Sonuçlar ve kavramlarla ilgili varsayımları test etmek için kullanılır (Michener, 1978).<br>• Sonuçlar ve kavramlar hakkında beklentileri özetler (yani genel bir bilgi verir), başka bir ifade ile kavrama ait genel durumu resmeder (Michener, 1978; Mason ve Pimm, 1984).<br>• Jenerik durumların örnekleridir (Michener, 1978). |
| Örnek Dışı | • Kavramın koşullarını sağlamayan örnekler (Bills ve diğ.,2006; Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008; Houstan, 2009).<br>• Kavrama ait olmayan durumları ifade etmesinden dolayı kavramın sınırlarının belirlenmesine yardımcı olur (Bills ve diğ.,2006; Houstan, 2009). |
| Karşıt | • Bir varsayımın yanlışlığının gösterilmesini sağlar (Michener, 1978; Bills ve diğ. 2006; Houstan, 2009)<br>• Kavramlar arasındaki kesin çizgilerin oluşmasına yardımcı olur (Houstan, 2009).<br>• Tanımların, teorilerin ya da varsayımların önemini gösterir (Bills ve diğ. 2006). |

Tablo 2'nin Devamı

| | |
|---|---|
| Jenerik (Mason ve Pimm, 1984) | • Bir kavramı açıklamak amacıyla ya da bir prosedürün işleniş sürecini ifade etmek için kullanılan örneklerdir (Bills ve diğ. 2006).<br>• Bir iddianın açıklanmasında (kanıtlama sürecinde doğrulama amacıyla) ve nedenlerin sunulmasında kullanılır (Balacheff, 1988; Movshovitz-Hadar, 2002; Bills ve diğ. 2006).<br>• Herhangi bir kavrama ait genel durumu resmetmek için kullanılan örneklerdir (Mason ve Pimm, 1984). |
| Prototip (Rosch, 1975) | • Kavramı temsil etmek amacıyla kullanılan temel örneklerdir (Rosh, 1975).<br>• Kavramın genel özelliklerini taşır (Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008).<br>• Kavramın sezgisel inşasına yardım eder (Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008).<br>• Öğrenen tarafından kolayca algılanabilen örneklerdir (Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008).<br>• Herhangi bir durumda öğrencilerde bilişsel referans olarak kullanılır (Schwarz ve Hershkowitz, 1999).<br>• Kavram öğretiminde öğreneni kısıtlayabilir (Hershkowitz, 1990; Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008). |
| Standart (Houstan, 2009) | • Öğrenenin tanımı anımsanmasına yardım eder.<br>• Tanımların yerine kullanılır.<br>• Bir teorinin gelişmesinde, teorinin doğrulanma sürecinde kullanılır. |
| Aşikâr (Houstan, 2009) | • Kavrama ait tanımdan açıkça anlaşılabilen basit örneklerdir.<br>• Öğrenende kavramla ilgili bilincin gelişmesine yardımcı olur. |
| Uç (Houstan, 2009) | • Kavrama ait olup kavramın sınırında olan örneklerdir.<br>• Herhangi bir teoremin ispatı sürecinde yer alabilir. |

Tablo 2'deki örnek ve örnek türleri incelendiğinde her bir örneğin sahip olduğu özellikler ile birlikte belli bir amaca hizmet ettiği görülmektedir. Bu örnek türleri incelendiğinde bazılarının belli özellikler bakımından birbirleriyle benzer olduğu göstermektedir. Mesela; Polya'nın ifade ettiği yol gösterici örneğin kavramlara ait basit temsiller olması ve kavramlarla ilgili sezgilerin oluşmasına katkı sağlaması gibi özellikleri bakımından Michener'ın ifade ettiği başlangıç özelliklerine benzemektedir. Bunun birlikte yol gösterici örneklerin bu özelliklerinin yanı sıra başlangıç düzeyi için uygun olması ve konu ile ilgili tecrübesi olmayan öğrenenler için uygun olması açısından prototip örneklerle de benzer olduğu söylenebilir. Hatta kavrama ait tanımdan açıkça anlaşılan aşikâr örneklerle de, basit ve kolay anlaşılabilir olma özelliği yönünden benzediği ifade edilebilir. Bu yönüyle aşikar örneklerin başlangıç örnekleriyle de benzediği söylenebilir. Ayrıca standart örneklerin tanımların yerine kullanılabilen örnekler olması model, jenerik ve prototip örnekler ile benzer bir özelliğe sahip olduğunu göstermektedir. Bunun yanı sıra Mittal ve Paris (1993) model örnek ile jenerik örneklerin aynı olduğunu ifade etmişlerdir. Kısacası, Tablo 2'de de görüldüğü üzere örnekler belli özellikler bakımından birbirlerine benzemektedir. Bu duruma bağlı olarak örnek türleri ile ilgili sınırların net olmadığını ve bu nokta da bir karmaşa olduğu söylenebilir.

### 2. 1. 3. Öğretimsel Açıklamalar

Öğretimsel açıklama, öğretilecek konuyla öğrenci arasında uygun bir iletişimin oluşturulmasını sağlayan etkinlikler olarak tanımlanmaktadır (Leinhardt, 2001). Öğrencinin anlamasını kolaylaştırmak için kullanılan etkili öğretimsel açıklamalar, iyi bir matematiksel bilginin yanı sıra doğru ve kapsamlı matematiksel açıklamaların düzenlenmesini, uygun gösterimlerin kullanılmasını ve işlemlerin altında yatan anlamların açıklanmasını içermektedir (Ball ve Bass, 2003; Charalambous, 2011). Bu açıklamalar öğretmenlerin sahip olduğu alan bilgisi ve pedagojik bilgisiyle hatta bu iki bilginin karışımı olan matematiği öğretme bilgisi ile doğrudan ilişkilidir.

Alan bilgisi, öğretmenlerin zihinlerinde var olan bilgilerin miktarı ve organizasyonu (Shulman, 1986, s.9) olarak tanımlanmaktadır. Koehler ve Mishra (2009) alan bilgisini, öğrenilecek ya da öğretilecek konu hakkında sahip olunan bilgi olarak ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin pedagoji bilgisini; öğrencilerinin nasıl öğrendiklerini anlaması, sınıf yönetimi, ders planı yapma, uygun öğretim yöntem ve teknikleri hakkındaki bilgilerle ölçme-değerlendirme stratejilerine ait bilgileri oluşturmaktadır (Koehler ve Mishra, 2009).

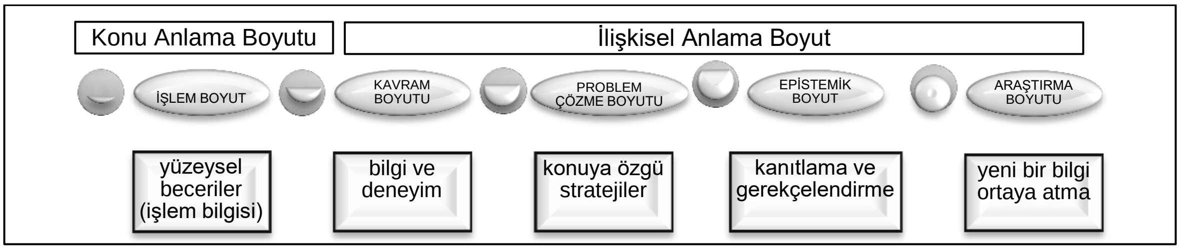
Pedagoji ve alan bilgisinin karışımı olarak son zamanlarda matematiği öğretme bilgisi ortaya çıkmıştır. Matematiği öğretme bilgisi, matematiği öğrencilerin daha iyi kavrayabilecekleri hale dönüştürmenin bilgisini içermektedir (Baki, 2013). Bu dönüştürme sürecinde öğretmenlerin, öğrencilerinin kavram yanılgılarını, ön kavramalarını ve matematiksel gelişimlerini bilme gibi öğrenci bilgisine; bu bilgiyi öğrenciye sunma yöntemleri bilgisine ve öğretim programı bilgisine sahip olmaları oldukça önemlidir (Baki, 2013; Baykul, 1999). Bununla birlikte öğretmenin dönüştürülecek öğe olan matematiksel bilgiye de hakim olması gereklidir. Buna bağlı olarak matematiği öğretme bilgisini; öğretmenin etkili sunuş şekilleri, açıklamaları, analojileri, gösterimleri ve örnekleri kullanabilmesi oluşturmaktadır. Sunuşların, açıklamaların, örneklerin, gösterimlerin, sembollerin öğrencinin bilişsel gelişimine uygun olması gerekmektedir. Bu nedenle öğretmenin belli bir konunun öğretilmesinde öğrenmeyi kolaylaştıracak ve zorlaştıracak unsurları bilmesi önemlidir (Baki, 2013). Bu bilginin yanı sıra matematiksel kural ve kavramlar için öğretmenlerin iyi bir öğretimsel açıklama yapabilmeleri de önem taşımaktadır. Buna bağlı olarak öğretmenin iyi öğretimsel açıklamalar yapabilmesi onun matematiği öğretme bilgisi ile doğrudan ilişkilidir. Bu yüzden *öğretimsel açıklamalar* matematiği öğretme bilgisinin merkezinde yer alır (Cai, 2005; Charalambos, Hill ve Ball, 2011; Leinhartd, 1991). Öğrencinin anlamasını kolaylaştırmak ya da daha iyi kavramasını sağlamak için kullanılan etkili öğretimsel açıklamaların temelinde iyi bir matematiksel bilginin yanı sıra kapsamlı ve doğru matematiksel açıklamaların düzenlenmesi, uygun gösterimlerin kullanılması ve işlemlerin altında yatan anlamların açıklanması yer almaktadır (Baki, 2013). Öğretmenlerin sahip olduğu bilgi bağlantısız konu ve işlemleri kapsıyorsa, onların öğretimsel açıklamaları da bağlantısız konular ve işlemler üzerine odaklanacaktır. Öte yandan öğretmenlerin sahip oldukları bilgi matematiksel fikirlerin kavramsal bir ağını kapsar ise öğretimsel açıklamaları da aynı kavramsal yapıda olur (Thompson, Carson ve Silverman, 2007). Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları bu bağlamda oldukça önem taşımaktadır.

#### 2. 1. 3. 1. Matematik Öğretmenlerinin Öğretimsel Açıklama Boyutları

Bu başlık altında matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklama boyutlarının tespit edilmesi için öğretmenlerin rolleri ile matematik bilgilerinin öğretimsel açıklamaları üzerindeki etkisine yönelik bilgilere yer verilmiştir. 2.1.3.1.1. Öğretimsel Açıklama Boyutlar ve 2.1.3.1.2 Matematik Öğretmeye Yönelik Roller başlıkları altında bu bilgiler daha kapsamlı bir şekilde açıklanmıştır.

#### 2. 1. 3. 1. 1. Öğretimsel Açıklama Boyutları

Öğretmenin sahip olduğu matematiksel bilginin öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını etkileyebilir mi? düşüncesinden hareketle Kinach (2002a), öğretmen adaylarının matematik bilgilerinin önemini ve bu bilginin öğretimsel açıklamaları üzerindeki etkisini tespit etmek istemiştir. Bu amaçla Skemp (1978), Perkins ve Simmon'ın (1988) matematik bilgisini temel alan, matematik ve pedagojik alan bilgisinin niteliğini değerlendirmeye yarayan bir değerlendirme çerçevesi geliştirmiştir. Bu çerçeve doğrultusunda Kinach (2002a; 2002b) öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını aşağıdaki gibi karakterize etmiştir. Kinach (2002a) Skemp'in (1978) yaptığı çalışmadan yararlanarak bu değerlendirme çerçevesinin temelini işlemsel (konu boyutu)ve ilişkisel (kavram, problem çözme, epistemik ve araştırma) boyutları anlamayı içerecek şekilde hazırlamıştır.




Şekil 3. Öğretimsel açıklama boyutları

İşlemsel boyut, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında sadece yöntem, kural ve işlemleri adım adım ifade etmesi, ancak bunların gerçek sebebinin ne olduğunu açıklamamasıdır (Kinach, 2002a). Kinach (2002a; 2002b) işlemsel boyutta öğretimsel açıklamalar yapan öğretmenlerin derslerinde kullandığı tanımların gerçekte ne ifade ettiğinin üzerinde durmadıklarını ayrıca süreçte başvurmuş oldukları yöntem ve işlemlerin gerekçelerini sunmadıklarını ve sadece kurallar doğrultusunda açıklamalar yaparak kuralların arkasında yatan nedenin ne olduğunu belirtmediklerini ifade etmiştir. Bazen öğretmenler öğrenme ortamında anlamsız ifadeler kullanarak açıklama yapmaya çalışmaktadırlar. Toluk-Uçar (2011) da yaptığı araştırmada ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel durumlara vermiş oldukları öğretimsel açıklamaların niteliğini değerlendirmek amacıyla Kinach'ın geliştirmiş olduğu değerlendirme çerçevesinden yararlanmıştır. Öğretmen, derste yapmış olduğu öğretimsel açıklamalarında, sadece kuralın nasıl uygulandığını adım adım anlattıysa ya da var olan bir durumu anlamsız, matematiksel olmayan ifadelerle açıkladıysa bunu konu boyutunda yapılmış bir açıklama olarak Toluk-Uçar (2011) tarafından değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Baki (2013) yaptığı çalışmada, sınıf öğretmen adaylarına "B*asamak tablosunu kullanarak 4057:15 bölme işlemini öğrencilerinize açıklıyormuş gibi yapınız*" sorusunu sorarak, verdikleri cevaplarını alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisi yönünden değerlendirmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda Kinach (2002a; 2002b) geliştirmiş olduğu öğretimsel açıklamaları değerlendirme çerçevesinden yararlanmıştır. Buradan yola çıkarak öğretmenlerin işlemsel boyutta yaptıkları öğretimsel açıklamalarını, *ne* ve *nasılın* arkasında yatan nedenleri açıklamadan algoritmaları ve kuralları matematiksel işlemlerin yürütülmesinde bir araç olarak kullanmaları olarak değerlendirmiştir. Bu duruma örnek olarak öğretmenlerin dersinde kesirlerde toplama ve çıkarma işlemini öğretirken payda eşitlemeye odaklanması, çarpma ve bölmede paydaların eşitlenmeyeceğine vurgu yapması bunun neden öyle olduğuna dair öğretimsel açıklamalarda bulunmamaları verilebilir.

İlişkisel boyutu Kinach (2002a; 2002b)'de; kavram, problem çözme, epistemik ve araştırma boyutları olmak üzere dörde ayırarak incelemiştir. Kinach (2002a, 2002b) bu boyutlar arasında hiçbir hiyerarşi olmadığını belirtmektedir. Bu doğrultuda kavram boyutunun, kavram ve süreç hakkında deneyim ve bilgileri içeren genel ifadeler olduğu söylenebilir (Kinach, 2002a). Başka bir ifadeyle kavram boyutundaki bir öğretmenin, yapmış olduğu açıklamalarında kavramın özelliklerini ve bu kavramı ifade eden farklı anlamları kullandığını belirtmektedir (Kinach, 2002a, 2002b; Toluk-Uçar, 2011). Öğrenme ortamlarında, ne ve nasılın arkasında yatan nedenleri ifade ederek, matematikte yapılan tanımları, çözümleri ve genellemeleri açıklar ve bunlarla ilgili incelemeler yapar (Baki, 2013). Bu duruma örnek olarak bir kesri sayı doğrusunda veya modelleyerek göstermek verilebilir.

Bir öğretmen problem çözme boyutunda ise, açıklamalarında daha çok genel ve alana özgü stratejiler ile birlikte kendi düşünce sürecini yansıtan deneyimsel şemalarını kullanarak farklı çözüm yollarına başvurur (Kinach 2002a; 2002b). Bu boyuttaki bir öğretmenin davranışına örnek olarak; matematiksel modelleme gibi analitik stratejiler kullanma ve kavramın ya da sembollerin farklı anlamlarını bir problem durumu içerisinde şekil ile rahatlıkla destekleyebilme verilebilir (Toluk-Uçar, 2011). Bunların yanı sıra bu boyutta bulunan öğretmenler, matematiksel bir konu, kavram, özellik veya problemler ilgili özgün, bilimsel yorum yapabilirler ve stratejiler geliştirebilirler (Baki, 2013). Bu duruma öğretmenin kesirlerde toplama işlemini bir problem durumu içinde kullanması ve bunu farklı şekillerde çözmesi örnek olarak verilebilir.

Epistemik (Bilimsel Bilgi) boyutta yer alan bir öğretmen öğretimsel açıklamalarının mantıksal çerçevede gerekçelerini sunmaktadır (Kinach 2002a; 2002b). Öğretmen bilginin kaynağının farkındadır ve bunun gerekçelerini de ifade edebilir. Öğretmenler ayrıca, kavram ve problem çözme boyutunda yapılan açıklamaların gerekçelerinin ne olduğunu bilmektedirler ve bunu açıklamalarıyla ifade ederler. Öğretmen yaptığı açıklamalarında kuralın nedenini, altında yatan matematiksel prensiplere göre sebepleriyle birlikte destekleyerek ifade edebilir (Toluk-Uçar, 2011). Başka bir ifade ile öğretmen, matematiksel durumların veya önermelerin doğruluklarıyla ilgili kanıtlamalarda gerek ve yeter şartı kullanarak, soyutlama ve formal çıkarımlar yapabilir (Baki, 2013). Bu duruma da örnek olarak $0!=1$ olma gerekçesini veya $0^0$ neden belirsiz olduğu örnek olarak verilebilir.

Son olarak bir öğretmen yeni bilgilerin keşfedilmesini ifade eden öğretimsel açıklamalardan yararlanıyorsa bu durumda onun araştırma boyutunda olduğu ifade edilebilir (Kinach 2002a; 2002b).

Bunlardan hareketle öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları öğrencilerinde oluşturmayı hedefledikleri öğrenme şekline göre Tablo 3’deki gibi sınıflandırılabilir.

Tablo 3. Öğretimsel açıklama boyutları ve kategorileri

<table>
<tr><th colspan="2">Öğretimsel Açıklama Boyutları</th><th>Boyutlara Ait Kategoriler</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Konu Anlama Boyutu</td><td rowspan="3">İşlemsel</td><td>Tanımı doğrudan ifade etme</td></tr>
<tr><td>Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme</td></tr>
<tr><td>Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme</td></tr>
<tr><td rowspan="14">İlişkisel Anlama Boyut</td><td rowspan="3">Kavramsal</td><td>Tanımın ne anlama geldiğini açıklama</td></tr>
<tr><td>İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama</td></tr>
<tr><td>Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Problem çözme</td><td>Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma</td></tr>
<tr><td>Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma</td></tr>
<tr><td>Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Epistemik (Bilimsel Bilgi)</td><td>Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma</td></tr>
<tr><td>Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma</td></tr>
<tr><td>Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Araştırma</td><td>Açıklamalar ile öğrencileri onlar için yeni olan matematiksel ilişkileri keşfetmeye yönlendirme</td></tr>
<tr><td>Öğrencileri konu ile ilgili problemler oluşturmaya yönlendirme</td></tr>
</table>

Tablo 3'de öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ile bu boyutlara ait kategorileri sunulmuştur. Bu kategoriler araştırma kapsamında uzman (altı matematik eğitimci) görüşler doğrultusunda oluşturulmuştur. Buna göre öğretmenlerin açıklamaları konu anlama (işlemsel) ve ilişkisel anlama (kavramsal, problem çözme, epistemik ve araştırma) boyutları şeklindedir. Açıklama boyutlarına ait her bir alt gösterge kategoriler kısmında gösterilmiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarına ait kategorilerin bu son hali bu araştırmanın pilot çalışma sürecinde altı matematik eğitimcisinin görüşleri doğrultusunda oluşturulmuştur.

### 2. 1. 3. 1. 2. Matematik Öğretmeye Yönelik Öğretmen Rolleri

Matematik öğretmenlerinin sahip oldukları inançları, bakış açıları ve tercihleri öğretim sırasındaki açıklamaları ile birlikte davranışlarını da şekillendirmede önemli bir role sahiptir (Thompson, 1984). Öğrenme ortamlarında öğretmenlerin açıklamaları ve davranışlarında alan bilgilerinin yanı sıra bu açıklama ve davranışlarında öğretmenlerin sahip oldukları inançları da etkilidir (Erickson, 1993). Öğretmenlerin alan bilgileri ve inançları, öğretmenlerin öğretimsel kararlarında birlikte rol almaktadır. Başka bir ifadeyle öğretmenin bilgisi onun bilişsel, inançları ise duyuşsal bir ürünüdür (Ernest, 1989). Kısacası; öğretmenlerin inançları ve pratikleri birbirlerini etkilemektedir (Thompson, 1992). Özellikle öğretmenlerin açıklamalarında kullanmış oldukları gösterimler, analojiler ve örnekler öğrencilerine onların sahip oldukları matematik ve onun doğası hakkındaki bilgileriyle ilgili mesajlar verir (Mc Diamird, Ball ve Anderson, 1983). Bu durumda öğretmenlerin açıklamaları, onların matematiği öğretme bilgisi hakkında mesaj verirken matematiğin doğası ile ilgili görüşleri ve anlayışları hakkında da bilgi verdiği söylenebilir. Öğretmenin matematiğin doğasına ilişkin görüşleri aynı zamanda onun öğrenme ve öğretme ile ilgili inançlarına da temel oluşturmaktadır (Thompson, 1992).

Öğretmenlerin matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenilmesi ile ilgili inançları; sınıf içi pratikleri ve materyal kullanımlarıyla birlikte onların öğretimsel açıklamalarının belirleyicisi niteliğindedir. Öğretmenin matematik öğretimi hakkında sahip olduğu inanç, öğretmenin sınıf içindeki rolüne ilişkin anlayışını şekillendirmektedir. Öğretmen bu inancı sonucunda öğretici, açıklayıcı ya da kolaylaştırıcı gibi roller benimseyebilir (Ernest, 1991). Öğretici rolündeki bir öğretmenin asıl amacı prosedürleri ustalıkla uygulamaktır. Bu öğretmenin rolü; materyali göstermek, açıklamak ve tanımlamak, onu en iyi şekilde sergilemektir (Thompson, 1992). Açıklayıcı role sahip öğretmen ise matematiksel bilgide kavramsal anlayışa sahip olmaktadır. Öğretmen, açıklamalarında konunun içeriğine odaklanır. Öğretmenin asıl amacı matematiksel kavram, formül ve işlemleri en iyi şekilde kavratmaktır (Thompson, 1992). Kolaylaştırıcı role sahip öğretmenin ise öğretimde asıl amacı problem çözmedir. Öğretim öğrencilerin fikirlerine ve ilgilerine dayanmakla birlikte öğretimsel bütün aktiviteleri öğrenciler gerçekleştirir. Öğretmen, öğrencilerinin matematiksel araştırma yapmalarına fırsat verecek görevler ve sorular oluşturur.

Ernest (1991)'ın öğretmeye yönelik inanç modelleri ele alınarak öğretici, açıklayıcı ve kolaylaştırıcı rollerindeki öğretmenlerin sahip olması gereken rollere ilişkin özellikler ve göstergeler Tablo 4'de sunulmuştur.

Tablo 4. Matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarındaki öğretmen rolleri

| Öğretmen rolü | Öğretmen |
|---|---|
| Öğretici | • İşlemleri ve prosedürleri ön planda tutar<br>• Matematiksel sembollerin ustalıkla kullanılmasını vurgular<br>• Ders sürecinde bir materyali öğrencilerin sonuç çıkarmaları için değil bir algoritmayı göstermek için kullanır<br>• Tekrarlar ders içinde önemli bir yer tutar<br>• Geri bildirimler doğru ya da yanlış şeklindedir. Gerekli durumlarda işlemler veya tekrarlar yeniden anlatılır |
| Açıklayıcı | • Dersi öğrencilere kavramsal bir yaklaşımla sunar<br>• Matematiksel kavram, formül ve işlemleri bol açıklamalarla en iyi şekilde kavratır<br>• Geri bildirimleri öğrencinin yanlış anlamasının olası sebeplerini açıklayan ipuçlarını doğrudan verir<br>• Materyaller kavramsal anlama için öğretmenin açıklamaları eşliğinde kullanılır |
| Kolaylaştırıcı | • Problem çözme ortamlarında matematik öğretimini sürdürür<br>• Etkinlikler boyunca keşfedici bir yaklaşım esas alınır<br>• Öğrencilerin ilgilileri ve günlük faaliyetleri etkinlik tasarımlarında dikkate alınır<br>• Öğrencilerin yanlış anlamalarını gidermek için yanlış anlamalarını giderebilecekleri yeni görevler tanımlanır<br>• Öğrencilere matematik öğrenmelerine yönelik görev ve sorumluluklar verir |

#### 2. 1. 3. 1. 3. Öğretimsel Açıklama Boyutları ile Öğretmen Rolleri Arasındaki İlişki

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları, onların matematik bilgilerinin yanı sıra matematiğe bakış açıları hakkında da bilgi verir (Mc Diamird, Ball ve Anderson, 1983). Bilindiği üzere Kinach (2002) yapmış olduğu çalışmasında matematik öğretmenlerinin matematiği anlama boyutlarını öğretimsel açıklamalarından, yani aslında matematiği öğretme bilgilerinden belirlemeye çalışmıştır. Ernest (1989) ise öğretmenlerin, matematiği öğretme bilgisinin, matematik öğretmenlerinin inançlarından ve bakış açılarından etkilendiğini ve bu durumun Thompsan (1992)'ın da belirttiği gibi öğretmenlerin sınıf içi etkinliklerini yani öğretimsel açıklamalarını etkilediği söylenebilir. Ernest ve Kinach'de öğretmenlerin matematiği öğretme bilgilerinden yola çıkarak onları tanımlamaya çalışmışlardır. Bu tanımlamada Kinach öğretmenlerin açıklamalarından yola çıkarak onların matematiği anlama boyutlarına odaklanırken; Ernest ise bu açıklamalar ve sınıf içindeki rollerini de dikkate alarak onların matematiğe bakış açıları hakkında bilgi edinmek istemişlerdir. Ernest öğretmenlerin inançları doğrultusunda işlemci, açıklayıcı ve problem çözücü olmak üzere üç farklı öğretmen modeli ortaya koymuştur. Kinach ise öğretmenlerin açıklamalarını işlemsel, kavramsal, problem çözme, epistemik ve araştırma boyutu olmak üzere beş farklı boyutta incelemiştir. Öğretmenin sınıf içindeki rolleri açıklamalarını etkilediği göz önüne alınarak bu açıklama boyutları ile öğretmenlerin sahip olduğu roller kıyaslanabilir. Kinach ve Ernest aslında öğretmenlerin açıklamalarını ve davranışlarını inceleyerek matematiği öğretme bilgisinin temelini araştırmak istemişlerdir. Buna göre Kinach tarafından ifade edilen kavramsal boyuttaki öğretmenin sahip olduğu özellikler ile Ernest tarafından ifade edilen açıklayıcı role sahip öğretmenlerin ortak özelliklere sahip oldukları görülmektedir. Ernest açıklayıcı öğretmenlerin; matematiksel bilgide kavramsal anlayışa sahip olacağını ve açıklamalarında konunun içeriğine odaklanacağını ifade etmiştir. Öğretmenin asıl amacı matematiksel kavram, formül ve işlemleri en iyi şekilde kavratmaktır (Thompson, 1992). Benzer şekilde Kinach kavramsal boyutta açıklama yapan öğretmenlerin açıklamalarında kavramın özelliklerini ve bu kavramı ifade eden farklı anlamlarını kullanacağını ifade etmiştir (Kinach, 2002a, 2002b; Toluk-Uçar,2011). Ayrıca kavramsal boyuttaki öğretmenler; öğrenme ortamlarında, ne ve nasılın arkasında yatan nedenleri ifade ederek, matematikte yapılan tanımları, çözümleri ve genellemeleri açıklar ve bunlarla ilgili incelemeler yapar (Baki, 2013). Öğrenme ortamlarındaki rolleri bakımından incelersek Kinach'in kavramsal boyutta açıklama yapan öğretmenin özellikleri ile Ernest'ın ifade etmiş olduğu açıklayıcı öğretmenin özelliklerinin aynı olduğu söylenebilir.

Bu araştırma kapsamında öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları onların sınıf içindeki açıklamalarından gözlemler yoluyla tespit edilmek istenmiştir. Öğretmenlerin sınıf içindeki rollerinden onların açıklama boyutları hakkında bilgi edinmek amaçlanmıştır. Bu yüzden araştırmada öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarını tespit etmek için kullanılacak çatıdaki (Kinach (2002) tarafından geliştirilen) kavramsal boyut açıklayıcı boyut olarak değiştirilmiştir.

### 2. 2. Literatürdeki Çalışmalar

Bu başlık altında araştırma ile ilgili literatürdeki çalışmalar sunulmaktadır. Örnek türleri ve öğretmenlerin örnek seçimleri ile ilgili literatürdeki çalışmaların az sayıda olduğu görülmüştür. Literatürdeki çalışmalar başlığı altında öğretmenlerin örnek seçimleri, örnek türleri ile ilgili çalışmalara ve aynı zamanda öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları ile ilgili çalışmalara yer verilmiştir.

### 2. 2. 1. Öğretmenin Örnek Seçimi ve Örnek Türlerini İncelemeye Yönelik Çalışmalar

Bu başlık altında öğretmenlerin örnek seçimleri ve örnek türlerini incelemeye yönelik araştırmalar sunulmuştur. Bu araştırmalar çalışmanın konusunun ve gerekçesinin oluşturulması sırasına göre verilmiştir.

Araştırmanın amaçları doğrultusunda literatürde öğretmenlerin sınıf içinde kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ile ilgili çalışmalara rastlanılmamıştır. İlgili literatürde genelde öğretmenlerin örnek kullanımı, örnek seçimleri, kullandıkları örneklerin nitelikleri ve örnek türlerine yönelik çalışmaların olduğu görülmüştür. Ayrıca örnek türleri ile ilgili yapılan çalışmalarda genelde kavram öğretimi, varsayımları doğrulama ya da varsayımları çürütme sürecinde kullanılan örneklere yer verildiği belirlenmiştir. Bu çalışmaların bir kısmına aşağıda yer verilmiştir.

Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson ve Zaslavsky (2006),makalelerinde örneklendirme ve matematik eğitiminde görülen örneklere tarihsel bir bakış açısı vererek örnekleri açıklamak istemişlerdir. Çalışmalarında matematik eğitiminde örneğin, tarihsel gelişiminden günümüzdeki yerine kadar değinmişlerdir. Matematik öğretme ve öğrenmede örneklerin öneminin yanı sıra öğrencilerin ne tür örnekler kullandıklarına da yer vermişlerdir. Öğretmenlerin örnekleri seçerken dikkat ettikleri unsurlara yer verirken örnek kullanımları hakkında bilgilendirmelerde bulunmuşlardır. Çalışmalarında öğrencilerin örnek kullanımı üzerine pek çok araştırmanın olduğunu fakat öğretmenlerin örnek kullanımıyla pek az çalışmanın yapıldığını da vurgulamışlardır.

Araştırma sürecinde ilk okunulan makalelerden biri olan Bills ve diğ. (2006) ait bu çalışma ile "*örnek nedir?", "örneklendirme nedir?*", örnek kelimesinin tarihsel gelişimi ve matematik eğitimindeki yeri hakkında bilgi edinilmiştir. Ayrıca bu makale ile birlikte örnek türleri ile ilgi bilgi edinilmesinin yanı sıra öğrencilerin öğrenme ortamlarında hangi tür örnekleri tercih ettikleri ve bununla birlikte öğretmenlerin öğrenme ortamlarında örnek seçimleri ile ilgili bilgi edinilmiştir. Makalede öğretmenlerin örnek kullanımıyla ile ilgili çalışmaların literatürde az rastlanıldığının söylenilmesi araştırmacının öğretmenler ile ilgili çalışmalara yönelmesini sağlamıştır. Bunun üzerine öğretmenlerin örnek seçimleri ile ilgili çalışmalar incelenmeye başlanmıştır.

Öğretmenlerin öğrenme ortamlarında örnek kullanımları ile ilgili çalışmalarda ilk olarak Zaslavsky, Harel ve Manaster (2006)'ın yapmış oldukları çalışmaya rastlanılmıştır.

Zaslavsky, Harel ve Manaster (2006), öğretmenlerin derslerinde örnek kullanımını ve seçimlerini incelemişlerdir. Öğretmenlerin matematik dersleri için tercih ettikleri örneklerin yapısını analiz etmişlerdir. 5 deneyimli (en az 10 yıl) matematik öğretmeni ile çalışmışlardır. Araştırmalarında gözlem ve informal mülakat tekniklerinden yararlanmışlardır. Bu gözlemlerde 3 tane 7. sınıf, 6 tane 8.sınıf, 6 tane 9.sınıf olmak üzere 15 farklı grup ile çalışılmıştır. Toplam 54 ders saati boyunca gözlemlerle birlikte dersin başında ve dersin sonunda öğretmenlerle kullandıkları örneklerle ilgili informal mülakat yapılmıştır. Ayrıca konuyla ilgili çeşitli dokümanlar ve literatür taramasına da yer verilmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları örneklerde alan ve pedagojik alan bilgisinin etkili olduğunu ve bu bilgilerin önemli olduğunu vurgulamışlardır. Öğretmenler tarafından kullanılan örneklerin onların alan ve pedagojik alan bilgilerine bağlı olarak öğrencilerin anlamasını destekleyebileceği gibi sınırlandırabileceğini de vurgulamışlardır. Benzer şekilde Zazkis ve Leikin (2007), matematik öğretmeni adaylarının matematiksel kavramları açıklarken kullandıkları örnekleri incelemişlerdir. Aday öğretmenlerin kullandıkları örneklerin, matematiksel kavramları nasıl anladıkları hakkında önemli bilgiler sunduğunu belirtmişlerdir. Bir grup aday ortaokul öğretmeninin karenin tanımı için kullandıkları örnekleri incelemişlerdir. Araştırmada toplanan verilerin analizi için *erişebilirlik*, *doğruluk*, *zenginlik* ve *genellenebilirlik* gibi kriterlerlerden yararlanılmıştır. Sonuç olarak matematik öğretmeni adaylarının kullandığı örneklerin onların matematik bilgisini ve matematiği anlama bilgisini gösterdiğini ifade etmişlerdir. Çok bilindik bir kavram olan kare kavramında bile öğretmen adaylarının çok çeşitli örnekler üretebileceğini tespit etmişlerdir. Öğretmenin bilgisinin öğrencilerin başarısı için bir ön koşul olduğunu belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra kavramların daha iyi anlaşılması için öğretmenin pedagojik ve alan bilgilerinin zengin öğrenme aktiviteleri oluşturmayı gerektirdiğini ifade etmişlerdir.

Öğretmenlerin örnek seçerken nelere dikkat ettiklerini belirlemek amacıyla 2008 yılında Zodik ve Zaslavsky çalışma yapmışlardır. Zodik ve Zaslavsky (2008), matematik öğretmenlerinin örnek seçimlerinin bazı özelliklerini vurgulamayı amaçlamışlardır. Çalışma matematik öğretmenlerinin sınıflarındaki örnek kullanımlarını değerlendiren bir takım çalışmaların (Zaslavsky ve diğ., 2006; Zaslavsky and Lavie, 2005; Zodik and Zaslavsky, 2007) bulguları üzerine yapılmıştır. Araştırmada gözlem ve informal mülakat tekniklerinden yararlanılmıştır. Sınıf seviyeleri 7. sınıftan 9. sınıfa kadar (yaşları 13-15) çeşitlenen sınıflarda gözlemler yapılmıştır. Gözlemlerin çoğunda ders öncesi ve ders sonrası informal mülakatlara yer verilmiştir. Bu mülakatlar, öğretmenlerin örnek seçimlerindeki düşüncelerini ve amaçlarını öğrenmek için yapılmıştır. Öğretmenlerin örneklerini; benzer ve basit durumları ifade etmek, öğrencilerin muhtemel hatalarını engellemek, ilgili özelliklere dikkat çekmek ve genel durumu ifade etmek için seçtiklerini belirtmişlerdir. Sınıftaki örneklerin kullanımının karmaşık bir alan olduğunu vurgulamışlardır.

Zaslavsky ve Lavie (2005), matematik derslerinde öğretmenlerin kullandıkları örnekleri incelemişlerdir. Herhangi bir konuda öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekleri öğretimsel örnekler olarak nitelendirmişlerdir. Çalışmanın temel amacı öğretmenlerin derslerinde kullandıkları öğretimsel örnekleri belirlemek ve tanımlamak, aynı zamanda öğretmenlerin kendi öğrenmeleri ile kullandıkları örnekler arasındaki ilişkiyi incelemektir. Araştırmada böylece öğretmenlerin öğretimsel örnek seçimindeki düşüncesi, uygulaması ve kendi öğrenmelerinde kullandıkları öğretimsel örneklerin ilişkisi bir arada ele alınmıştır. Araştırmada gözlemler ile birlikte ders öncesi ve sonrası mülakatlara yer verilmiş ve temellendirilmiş teori yöntemlerine uygun olarak sürdürülmüştür. Araştırma 12 ortaokul matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar en az matematik veya matematik öğretmenliği ya da öğretmen eğitimi sertifikasına sahip kişilerden oluşmaktadır. Katılımcıların derslerinde kullandıkları örneklerin özelliklerine ve bu örnekleri hangi durumlarda kullandıkları gözlenmiştir. Matematik öğretiminde yer alan öğretimsel örneklerin öğrencilerin öğrenmesinde oldukça önemli olduğunu vurgulamışlardır.

Chick ve Harris (2007), öğretmenlerin oran konusunun öğretiminde kullandıkları soru tiplerini incelemeyi ve aynı zamanda bu konunun öğretiminde sınıfta kullandıkları örnek seçimlerinden sahip oldukları pedagojik alan bilgisi ile bir çıkarımda bulunmayı amaçlamışlardır. Çalışma 14 ilköğretim matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Çalışmada veri toplama aracı olarak görüşmeler, mülakatlar, gözlemler ile video ve ses kayıtları kullanılmıştır. Çalışmada yapılan gözlemler sonucunda öğretmenlerin konuyu öğrencilere sunma şekilleri arasında çok fazla fark olmamasına rağmen kullandıkları örneklerin oldukça farklılaştığı görülmüştür. Bazı öğretmenler öğrencilerin seviyelerine uygun sorular seçerken bazı öğretmenler ise bu seviyeye dikkat etmemişlerdir. Bununla birlikte oran konusunu matematiğin diğer konuları ile bağdaştıran öğretmenlerin yanında konuyu doğrudan anlatan öğretmenler de görülmüştür. Buradan hareketle bazı öğretmenlerin soru ve örnek seçimlerinde zorlandıkları, öğrencilerin bilişsel seviyelerini dikkate almadıkları ve konular arasında ilişki kurmakta eksik oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Chick ve Harris (2007)’in yapmış oldukları çalışmada dikkat çeken öğretmenlerin konuyu sunma şekilleri aynı olmasına rağmen kullandıkları örneklerin birbirlerinden farklılaşması ve öğretmenlerin bazılarının örnek seçimlerinde zorlandıklarının tespit edilmesidir. Zodik ve Zaslavsky (2008); Zazkis ve Leikin (2007); Zaslavsky ve diğerleri (2006), yapmış oldukları çalışmada öğrenme ortamlarında örnek kullanımının önemli olduğu belirtmiş ve öğretmenlerin sınıflarında seçtikleri örneklerin karmaşık bir yapıda olduğunu ifade etmişlerdir. Bu araştırmalarda dikkat çeken bir diğer durum ise öğretmen eğitiminde öğretmen adaylarının örneklerin seçimi ile ilgili daha önce bir eğitim almamaları ve örnekleri kendi tecrübelerine göre yapılandırmalarıdır. İncelenen bu araştırmalar çalışmanın katılımcılarının belirlenmesinde etkili olmuştur. Bu araştırmalar ile birlikte öğretmenler ve onların örnek kullanımları ile ilgili literatür taranmaya devam edilmiştir.

Zaslavsky ve Peled (1996), ikili işlemin değişme ve birleşme özellikleri ile ilgili matematik öğretmenlerinin ve aday öğretmenlerin karşılaştıkları güçlükleri belirlemek istemişlerdir. Ayrıca bu çalışmada belirlenen güçlüklerin olası kaynaklarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Çalışmada katılımcılardan karşıt örnekler (birleşmeli olup da değişmeli olmayan bir ikili işlem, vb.) oluşturmaları istenmiştir. Elde edilen bulgular; doğruluk, verimlilik (doğruluk ve niteliğe bakılmaksızın oluşturulan örnek sayısı), matematiksel içerik ve öne çıkan güçlükler olmak üzere dört kategoriye göre analiz edilmiştir. Analiz sonucunda her iki grubun da doğru bir örnek üretmedeki başarısızlığı ve sınırlı bir içerik kullanması ile zayıf bir kavrayışa sahip olduğu belirtilmiştir. Değişmeli olup da birleşmeli olmayan bir ikili işlemin olmayacağı yanlış inanışına sahip olanların yüzdesinin yüksek olduğu bulunmuştur. Ayrıca öğretmenlerin, doğruluk ve verimlilik kategorilerinde, aday öğretmenlerden daha iyi olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Zaslavsky ve Peled (1996) tarafından yapılan çalışma ile öğretmenlerin ve aday öğretmenlerin örnek oluşturmada problem yaşadıklarına dikkat çekilmiştir. Ayrıca bu araştırma ile karşıt örnek hakkında bilgi edinilmiştir.

Zodik ve Zaslavsky (2007), matematik öğretmenlerinin örnek kullanımı ve seçimi ile ilgili araştırma yapmışlardır. Bu çalışmada, yinelemeli bir şekilde sağlanan, çok boyutlu bir sınıflandırma şeması geliştirilmiştir. Araştırmada iki bakış açısına odaklanılmıştır. Bunlardan biri öğretmenlerin sınıf içi çalışmalarını göstermek, bir diğeri ise öğretmenlerin bakış açılarının ne olduğunu incelemektir. Mesleki deneyimleri en az on yıl olan 5 matematik öğretmeni ile çalışmışlardır. Öğretmenlerin kullandıkları örnekleri tespit etmek için çok boyutlu bir kategorizasyon şema oluşturmuşlardır. 5 farklı ortaokul öğretmenin 54 dersi gözlenmiştir. Sınıf içi gözlemleri analiz edilmiştir. Ders başında ve ders sonunda öğretmenlerle mülakat yapılmıştır. Öğretmenlerin ders öncesi hazırladıkları örnekler ile ders esnasında spontane gelişen örneklerini incelemişlerdir. Araştırmada öğretmenlerin örneklerini derse girmeden önce hazırladıkları fakat sınıf içinde herhangi bir durumdan ötürü yeni örneklere ihtiyaç duydukları görülmüştür. Bu örnekler ise spontane örnekler olarak isimlendirilmiştir. Öğretmenlerin spontane örnekleri; matematiksel bir kavramın, teoremin ya da bir prosedürün ne anlama geldiğini ifade etmeye ihtiyaç duymaları durumunda kullandıkları tespit edilmiştir.

Bills ve Bills (2005), tecrübeli öğretmenlerin aday öğretmenlere sunmak için seçtikleri örneklere odaklanmışlardır. Araştırma kapsamında 12 uzman ve 14 aday matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. Bu katılımcılar beş gruba ayrılmıştır. Gruplar en az iki uzman öğretmen ve en az iki aday öğretmenin katılımıyla oluşturulmuştur. Çalışma esnasında ses kaydı alınmış ve daha sonra bu ses kayıtları analiz edilmiştir. Genel durumu ifade etmek için seçilen özel örneklerin pedagojik rolünün öneminin büyük olduğunu vurgulamışlardır. Örneklerin bir kavramın öğretiminde veya bir prosedürün açıklanmasında kullanıldığını belirtmişlerdir. Araştırmalarında öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının temelinde çözümlü örneklerin olduğunu vurgulamışlardır.

Bills ve Bills (2005) bu çalışması ile birlikte örneklerin ne amaçla kullanıldığı hakkında bilgi edinilmiş ve bu bilginin yanı sıra kullanılan örneklerin pedagojik rolünün önemli olduğu fark edilmiştir.

Rowland, Thwaites ve Huckstep (2003), matematik öğretiminde aday ilkokul öğretmenlerinin öğretim sürecinde örnek seçimlerini incelemişlerdir. Aday ilkokul öğretmenlerinin derslerinde video kaydı alınarak devam edilen çalışmanın sadece bir boyutunu bu araştırmada sunmuşlardır. Araştırmada temellendirilmiş teori metodu kullanılmış ve 149 acemi ilkokul öğretmeninin 24 matematik dersi gözlenmiştir. Gözlemler esnasında video kaydı alınmıştır. Aynı zamanda gözlemciler tarafından derste ne olduğu hakkında bilgi veren dersin özeti yazılmıştır. Araştırmada 18 farklı kod tespit edilmiş ve özellikle bu araştırmada tespit edilen kodlardan sadece biri üzerine odaklanılmıştır. Öğretmenin alan bilgisi veya alan bilgisine ait eksikliklerin derslerinde kullandıkları örneklerden ortaya çıkabileceğini ifade etmişlerdir. Araştırmada öğretmen adaylarının örnek seçimlerinde bazı tehlikelerin var olduğu ve bu adayların örnek seçimleri ile ilgili bir eğitime ihtiyaçları oldukları vurgulanmıştır.

Rowland (2008), çalışmasını aday ilkokul öğretmenlerinin matematik derslerinde kullandıkları örneklerin niteliğini tespit etmek için yapmıştır. Ders gözlemleri video kaydı alınarak yapılmıştır. Temellendirilmiş teori yöntemine uygun olarak dersler keşfedilmeye çalışılmış ve bu doğrultuda teoriler inşa edilmiştir. Aday öğretmenlerin bilgisi onların hazırladıkları ders planlarından ve derslerinden gözlemlenebileceğini ifade etmiştir. Öğretmenlerin bilgisini belirgin olarak onların örnek kullanımı ve seçimi boyutunda olduğunu görmüştür. Öğretmenlerin farklılıklarına bağlı olarak dört farklı örnek kullanımı tanımlanmış ve örneklendirilmiştir. Araştırmada aday öğretmenlerin belirli rehberliğe ihtiyaç duyduklarını, matematik öğretiminde örneklerin farklı rollerinin olduğunu ve bu rollerden dolayı örnek seçimine dikkat edilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Ülkemizde ise öğretmenlerin örneklendirmeleri ile ilgili doğrudan yapılmış çalışmalara rastlanılmamıştır. Ancak herhangi bir kavrama ilişkin öğretmen adaylarının örneklendirmelerinin geçtiği Gökbulut ve Ubuz (2010)'un yapmış oldukları çalışmaya rastlanılmıştır.

Gökbulut ve Ubuz (2010), sınıf öğretmeni adaylarının prizma kavramına ilişkin bilgilerini oluşturdukları tanım ve örneklendirmeleri inceleyerek ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırmaya aşırı veya aykırı durum örneklemesi ile belirlenen 2'si kız ve 2'si erkek olmak üzere toplam dört öğretmen adayı katılmıştır. Veri toplama aracı olarak çalışmada kullanılan beş açık uçlu soruda; prizma ile ilgili örnek çizim, özelliklerin açıklanması, farklı örnekler çizilmesi, farklı tanımların oluşturulması ve günlük hayattan örnekler verilmesini gerektirmektedir. Verilerin analizi betimsel analiz yöntemiyle erişebilirlik, doğruluk, zenginlik ve genellenebilirlik kriteri (Zazkis ve Leikin, 2008) kullanılarak incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda; katılımcıların konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Elde edilen bulgulara göre, sınıf öğretmenliği programındaki, matematik konu alan bilgisini ihtiva eden derslerin içerikleri, kavramların tanımlanması ve örneklendirilmesi göz önünde bulundurularak gözden geçirilmesi gerektiği düşünülmüştür.

Örnek türleri ile ilgili çalışmalar araştırılmış ve bu çalışmalar ile birlikte var olan örnek türleri hakkında bilgi edinilmiştir.

Michener (1978), yapmış olduğu çalışmasında kavramların, örneklerin ve sonuçların matematiğin anlaşılmasında ve öğretilmesinde önemli olduğunu ifade etmiştir. Epistemik açıdan örnekleri sınıflandırmıştır. Öğrenme ve öğretme ortamında kavramları ve sonuçları desteklemek amaçlı kullandıkları örnekleri başlangıç, referans, model ve karşıt örnekler olmak üzere dört gruba ayırmıştır.

Mason ve Pimm (1984), yaptıkları çalışmalarında genel kavramı ile jenerik (generic) kavramı üzerinde durmuşlardır. Bu durumu günlük hayatta kullanılan kelimeler ile matematikte kullanılan ifadeler arasında ilişki kurarak açıklamaya çalışmışlardır. Sonuç olarak jenerik kelimesinin özel bir örnek ile geneli görmemizi sağlayan örnekleri içerdiğini belirtmişlerdir.

Mason ve Pimm (1984) yapmış oldukları çalışma ile ilk kez jenerik örnek kavramını kullanarak bu kavram hakkında bilgi sahibi olunmasını sağlamışlardır. Michener (1978) ise yapmış olduğu çalışma ile başlangıç, referans, model ve karşıt örnekler hakkında bilgi sahibi olunmasını sağlamışlardır. Fakat araştırmada Michener'ın sınıflandırmasının epistemik bir sınıflandırma olduğu ve sınıflandırmasının teorik olarak oluşturulduğu görülmüştür. Bu çalışmaların ardından örnek tiplerinin sınıflandırılması ile ilgili çalışmalar araştırılmaya devam edilmiştir. Mittal ve Paris (1993)'in örnek tiplerinin sınıflandırılması ile ilgili çalışmasına da rastlanılmıştır.

Mittal ve Paris (1993), örnek tiplerinin sınıflandırılması ve içeriğinin değerlendirilmesi ile ilgili bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada örnek tiplerinin sınıflandırılması ve örneklerin sunum şekillerinin önemli olduğu vurgulanmıştır. Farklı durumlar genellikle farklı sayıda ve farklı tipte örneklerin varlığını gerektirir. Örneklerin bulunduğu rehber açıklamaları üretebilmek için hangi içerikte, nasıl bir tanımlama sunduğuyla ve bunların etkili bir şekilde nasıl kullanılabileceğinin tanımlanmasını tartışmışlardır. Çalışmalarında farklı tip örneklerin belli kurallar çerçevesinde ne zaman ve nasıl sunulması gerektiğinin önemli bir mesele olduğunu ifade etmişlerdir. Çalışmalarında Polya ve Michener'ın örnek sınıflandırmalarından yararlanarak aslında örneklerin sınıflandırılmasında üç farklı boyutun etkili olduğunu iddia etmişlerdir. Bu boyutlardan birincisinin bir içerikte geçen tanımların ifade edilmesi, ikincisinin öğrenenlerin örneği nasıl yönlendirdiklerine göre üçüncüsünün boyut olarak bilginin çeşidine göre sınıflandırılabileceği şeklinde olduğunu ifade etmiştir.

Tsamir, Tirosh ve Levenson (2008), örnek olmayan örnek türünün iki farklı tipini incelemişlerdir. Araştırmada bu iki tür sezgisel olanlar ve sezgisel olmayan olarak tanımlanmıştır. Çalışmaya başlamadan önce bir pilot çalışma yapmışlardır. Çalışmanın bu aşamasında fen, matematik ve mühendislik bölümlerinden 28 öğrenciyle yaptıkları araştırmada, bu öğrencilerden üçgen olmayan bir şeye örnek vermeleri istenmiştir. Benzer şekilde 75 tane aday ortaokul öğretmenine üçgen olamayan şeye bir örnek vermeleri istenmiştir. Son olarak dört ve beş yaşlarında 22 anaokulu öğrencisine bu soruyu yöneltmişlerdir. Katılımcıların çoğu ilk olarak üçgen olmayan iki boyutlu şekle çember daha sonra kare örneğini vermişlerdir. Araştırmanın asıl kısmında 65 ana okul öğrencisi yaşları 4 ve 5 olan öğrencilerle çalışmışlardır. Öğrencilerin tanımlamalarına ve çizdikleri şekilleri neden bu şekilde çizdiklerini açıklamaları dikkate alınmıştır. Araştırmada katılımcılara sormak için 14 farklı şekil kullanılmış, bu şekillerin yedi örnek ve yedi örnek olmayan örnek kullanılmıştır. Örnek olan sezgisel iki şekil, sezgisel olmayan beş şekil kullanılmıştır. Bunun yanı sıra örnek olmayan şekillerden üç sezgisel dört sezgisel olmayan şekillerden yararlanılmıştır. Bu soruların yanı sıra iki mülakat sorusu sorulmuştur. Bu sorular ise "*Bu üçgen mi?*" ve "*Neden?*" şeklindedir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin örnek olmayan durumları örneklendirirken kavramın niteliklerini ön plana çıkararak açıklama yaptıysa sezgisel olmayan örnek olmayanlardan yararlandıklarını eğer kavramının niteliklerine vurgu yapmadan açıklama yaptılarsa sezgisel olan örnek olmayan örneklerden yararlandıklarını belirtmişlerdir. Araştırmaya katılan çocukların çoğunun üçgen olmayan şekiller ile ilgili gerekçelerinin tutarlı olmadığını göstermiştir. Bütün çocuklar tarafından kare, elips, beşgen örnek olmayan durumlar olarak hemen tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin şekilleri doğrulamak için tanımını göz önünde bulundurmadıkları görülmüştür. Örnek olmayan durumlarda da prototiplerin öğrencilerin seçiminde etkili olduğu bu araştırmada da tespit edilmiştir.

Watson ve Shipman (2008), yeni bir kavram öğrenirken öğrencilerin ürettiği örneklerin neler olduğunu tespit ederek, onların örnek uzaylarını geliştirmeyi ve genişletmeyi amaçlamışlardır. Araştırmada önce öğrencilerin yeni bir kavram öğrenirken o kavram ile ilgili örnekler üretmeleri istenmiştir. Öğrencilerin kullandıkları örneklerin onların kavramı nasıl öğrendikleri ile ilgili bilgi sunduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenme sürecinde kişinin kendi aktivitelerinin önemli olduğunu ve başarısı düşük gruplarda özellikle örneklendirme istenilmesinin öğrencilerin derse karşı ilgi, gerçeklik ve duygusal bağlar sağladığını ifade etmişlerdir. Buna bağlı olarak kavram öğretiminde kişinin örneklendirmeleri ve tecrübesinin birbiriyle ilişkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Alcock ve İnglis (2008) doktora öğrencilerinin varsayımları ispatlama ve değerlendirmede örnek kullanımlarını incelemişlerdir. Araştırmada iki doktora öğrencisinin sayılar teorisi dersinde varsayımları ispatlama ve değerlendirme süreçleri incelenmiştir. Katılımcıların farklı derecelerde örnek kullanımları sergiledikleri görülmüştür.

Watson ve Mason (2002), çalışmalarında öğrenciler tarafından kullanılan örnekleri incelemişlerdir. Öğrencilerin açıklamalarda kullandıkları örneklerin onların örnek uzaylarının kavramsal gelişimine katkı sağladığını belirtirken, kullanılan örneklerin kişiye ve duruma göre değiştiğini ifade etmişlerdir.

Zaskis ve Chernoff (2008), karşıt örneklerin örneklendirmedeki yeriyle ilgili yaptıkları çalışmalarında temel ve destekleyici örneklerin bu süreçteki yerinden ve öğrencilerin zihinsel karışıklığını çözmedeki rolünden bahsetmişlerdir. İki aday ilköğretim öğretmeniyle klinik mülakatlar yapılmıştır. Araştırmada karşıt örneklerin, zihinsel karmaşadaki gücünün kişilerin sahip oldukları örnek uzaylarının büyüklüğüne göre değiştiğini ifade etmişlerdir. Mason ve Pimm (1984) temel ve destekleyici örneklerin jenerik örnekler ile bağlantılı olduğunu belirtmişlerdir. Destekleyici örneklerin kişinin sahip olduğu bilgiden genel kavram bilgisine giderken kullanılan örnekler olduğunu ve bu yönüyle jenerik örneklerine benzediğini ifade etmişlerdir. Temel (pivotal) ve destekleyici (bridging-pivotal) örneklerin öğrencilerin zihinsel karmaşasını çözmek için yardımcı olabilecek stratejik örnekler olduğunu, fakat bu örneklerin her öğrenci için yararlı olamayacağını vurgulamışlardır.

Ubuz ve Kırkpınar (2000), jenerik (generic) örneklerin kavram oluşturmadaki kullanımı üzerine bir literatür taraması yapmışlardır. Araştırma 1999-2000 güz yarıyılı Orta Doğu Teknik Üniversitesi Teknik Yüksek Eğitim Okulu Matematik 1 dersi, diğer grup ise özel bir kolej de eğitim alan 9. sınıfların yazılı kağıtları üzerinden yapılmıştır. Araştırma öğrencilerin sınav kağıtlarındaki yanıtları ile birlikte yapılan literatür taraması üzerine yoğunlaştırılmıştır ve şu önerilerde bulunulmuştur. Bunlardan birincisi, tüm jenerik örneklerin verilmesi daha sonra ise alıştırmalara geçilmesi şeklinde olabilir. İkinci ise jenerik örneklerin seçiminde paralel olma ilkesi yanında paralel olmama ilkesinin de kullanılması şeklindedir.

İlgili literatür incelendiğinde örnek türleri ile ilgili çalışmaların yapıldığı fakat yapılan bu çalışmaların özellikle öğretmenlere yönelik olmadığı, genelde öğrencilerin kullandıkları örnek türleri ile ilgili olduğu görülmüştür. Yapılan bu çalışmalar araştırmacının örnek çeşitleri hakkında bilgi edinmesinde de yardımcı olmuştur. Ayrıca bu çalışmalar, örneklerle ilgili yapılacak araştırmalarda hangi yöntem ve tekniklerin kullanılmasının araştırmaya daha iyi katkı sağlayacağını ve veri analizinde hangi tekniklerinin kullanılmasının etkili olacağıyla ilgili araştırmacının bilgi edinmesini sağlamıştır.

### 2. 2. 2. Öğretmenin Öğretimsel Açıklamalarını İncelemeye Yönelik Çalışmalar

Bu başlık altında öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarını incelemeye yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

Toluk-Uçar (2011), yaptığı araştırmada ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel durumlara vermiş oldukları öğretimsel açıklamaların incelenmesi ve bu açıklamalar ile matematiksel bilgileri arasındaki etkileşimin tespit edilmesi amaçlamıştır. Araştırmaya 37 sınıf ve 46 matematik öğretmeni adayı katılmış. Veri analizi öğretmen adaylarının bazı konularda matematiksel bilgilerinin yanlış olduğunu, matematiksel anlamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu ve buna bağlı olarak verdikleri öğretimsel açıklamaların da işlemsel düzeyde olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının genelde kuralları vermeyi öğretimsel açıklama için yeterli gördükleri, bu kuralların neden böyle olduğunu açıklamaya gerek duymadıklarını belirlemişlerdir. Matematiksel bilgileri yetersiz olan öğretmen adaylarının açıklamalarında bazen bir kaçış yolu olarak çeşitli biçimsel oyunlara başvurdukları görülmüştür.

Dellalbaşı ve Soylu (2012), matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlamışlardır. Çalışmaya 41 ilköğretim matematik öğretmeni katılmış ve çalışmada, nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Bu amaçla, çalışmada sekiz açık uçlu soru hazırlanmış ve verilerin toplanmasında yarı yapılandırılmış mülakat ile birlikte öğretmenlerin yazılı açıklamaları kullanılmıştır. Verilerin analizinde ise, betimsel analiz ve içerik analizinden yararlanılmıştır. Elde edilen verilere göre, öğretmenlerin pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasında yakın bir ilişki olduğu ortaya çıkmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin çoğunun bazı konularda matematiksel bilgilerinin matematik öğretimi için yetersiz olduğunu, matematiksel anlamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu ve buna bağlı olarak verdikleri öğretimsel açıklamaların da işlemsel düzeyde olduğunu göstermektedir. Yine çalışmadan elde edilen verilerden, az sayıda öğretmenin kavramsal düzeyde (kavram düzeyi, epistemik düzey, problem çözme düzeyi) öğretimsel açıklama yaptığı ve bu düzeyde öğretimsel açıklama yapan öğretmenlerin çoğunun, verilen bazı matematiksel durumlarla ilgili matematiksel alan bilgilerinin doğru olduğu görülmüştür.

Gökkurt, Şahin ve Soylu (2012), matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri alan bilgileri arasındaki ilişkiyi incelemişler ve öğretmenlerle yaptıkları görüşmelerde, öğretmenlerden sekiz açık uçlu soruda yer alan matematiksel ifadeleri, kuralları ve işlemleri yazılı olarak cevaplandırmalarını istenmişlerdir. Araştırmayı 41 ilköğretim matematik öğretmeni ile yürütmüşlerdir. Çalışmadan elde edilen sonuçlarda, öğretmenlerin çoğunun belli konularda matematiksel bilgilerinin matematik öğretimi için yetersiz olduğunu ortaya koymuşlardır. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu ve kuralların altında yatan mantıksal gerekçeyi açıklamada zorlandıkları tespit etmişlerdir. Çalışmada elde edilen verilerden, az sayıda öğretmenin kavramsal düzeyde (kavram düzeyi, epistemik düzey, problem çözme düzeyi) öğretimsel açıklamalara yer verdiklerini görmüşlerdir.

Baki (2013), çalışmasında sınıf öğretmenliği lisans programında yer alan Matematik Öğretimi-I dersinin dönem sonu sorduğu sorulardan biri olan "B*asamak tablosunu kullanarak 4057:15 bölme işlemini öğrencilerinize açıklıyormuş gibi yapınız"* sorusuna öğretmen adaylarının verdikleri cevapların alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisi yönünden değerlendirilmeye çalışan bir nitel çalışma yapmıştır. Toplam 228 öğretmen adayının, 153'ü (%67) bölme işlemini işlemsel olarak doğru yaparken 75'i (% 33) bölme işlemini yanlış yaptığını tespit etmiş. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevapları sadece işlemsel olarak doğru veya yanlış şeklinde değerlendirmemiştir. Özellikle içerik analizi yapılırken öğretmen adaylarının cevapları basamak kavramını kullanarak yaptıkları öğretimsel açıklamalara odaklanılarak değerlendirmiştir. Bölme işlemini doğru yapan öğretmen adaylarının 87'si basamak kavramına göre bölme işleminin algoritmasının matematiksel anlamını anladığını ve uygun öğretimsel açıklamalar yapabilirken, 66'sı bölme işleminin basamak kavramına bağlı algoritmasının matematiksel anlamını anlamadıkları gibi öğretimsel açıklamaları da yetersiz kaldığı sonucuna ulaşmıştır.

Alkan, Akşan ve Güven (2014), bu çalışma ile öğretmenlerin, öğrencilerin en çok problem yaşadığı konu olan tamsayılarla dört işlem ile ilgili öğretimsel açıklamalarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma Trabzon ilinde yer alan bir ilköğretim okulunda görev yapan 4 matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Çalışmanın veri analizinde Kinach (2002a,2002b)'in geliştirmiş olduğu matematiksel anlama boyutları çerçevesi temel alınmıştır. Tamsayılarla dört işlem konusu ile ilgili senaryolar hazırlanmıştır. Hazırlanan bu senaryolarda yapay öğretme durumları uzman görüşler doğrultusunda hazırlanılmıştır. Araştırmada elde edilen veriler öğretmenlerin tamsayılarla dört işlem konusu ile ilgili modelleme ya da sayı doğrusunu kullanarak açıklamaktan ziyade matematiksel oyunları kullanarak açıkladıkları belirlenmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin tamsayılarla toplama işlemini açıklamada hiçbir güçlük yaşamadıkları görülmüştür. Ancak bununla birlikte öğretmenlerin çoğu çıkarma işleminde ikinci işaretin ve benzer şekilde araştırmada çarpma ve bölme işlemlerinde işaretlerin neden değiştiğini tam olarak ifade edemedikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin bu konuyla ilgili kuralları bilmelerine rağmen, bu kuralların altında yatan gerçek nedenleri bilmedikleri tespit edilmiştir.

Gökkurt, Koçak ve Soylu (2014), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirler konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini, pedagojik alan bilgisinin iki alt bileşeni olan konu alan bilgisi ve öğretim stratejiler bilgisini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda yürüttükleri çalışmanın katılımcılarını 12 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmada gözlem, görüşme ve dokuman analizi tekniklerinden yararlanmışlardır. Öğretmen adaylarının yaşadıkları zorlukların başında kesirlerde çarpma işleminin kuralının altında yatan mantıksal gerekçeyi ifade edememe, kesirlerle ilgili bölme işlemine yönelik problem kuramama, küme modelini kullanamama olduğu görülmüştür.

Özellikle bu çalışmalarda öğretimsel açıklamaları değerlendirmek için kullanılan yöntem ve veri toplama araçları hakkında bilgi edinilmiştir. Araştırmalarda Kinach (2002a, 2002b) tarafından geliştirilen çatı doğrultusunda verilerin analiz edildiği görülmüştür. Öğretimsel açıklamalar ile ilgili toplanan bu verilerin bu çatıya göre nasıl analiz edildiği öğrenilmeye çalışılmıştır.

### 2. 3. Literatür Taramasının Sonucu

Örnek ve örnek türleri ile ilgili yapılmış çalışmalar incelendiğinde, birçok çalışmada örnek ve örnek çeşitlerinin tanımı, örneklerin matematik eğitimindeki yeri ve önemine yönelik açıklamaların yapıldığı görülmüştür. Bunun yanı sıra literatür taramasının sonucunda örneklerin sınıflandırılmasına yer veren çalışmaların sayısının az olduğu tespit edilmiştir. Bu çalışmalarda sınıflandırmaların öğrencilerin matematik dersinde ürettikleri örneklerin sınıflandırılmasıyla ilgili olduğu görülmüştür. Ayrıca yapılan sınıflandırmaların teorik olduğu ve bu sınıflandırmaların nasıl yapıldığı ile ilgili bu çalışmalarda yeterli bilgi verilmediği tespit edilmiştir.

Literatürde yer alan çalışmaların genellikle; karşıt örneklerin sınıflandırılması, örnek dışı örneklerin öğrencilerin kavram imgelerine etkisi, prototip örneklerin kavram oluşumuna katkısı, çözümlü örneklerin bireysel öğrenmelere etkisi veya jenerik örneklerin kanıtlama sürecine etkisi üzerine yapıldığı görülmüştür. Bu çalışmalar aracılığıyla örnek türleri ve örnek türlerinin öğrenme üzerindeki faydası hakkında bilgi toplanılmıştır. Özellikle Bills ve diğerleri (2006) çalışmalarında örnekler ile ilgili genel bir bilgilendirme yapmışlardır. Yapmış oldukları bilgilendirmede öğretmenlerin örnek seçimleri ve örnek kullanımları üzerine yapılan çalışmaların sınırlı sayıda olduğunu ifade etmişlerdir. Bu çalışma üzerine öğretmenlerin örnek kullanımları ile ilgili çalışmalara yönelik araştırmalar incelenmiştir. İlgili çalışmalarda öğretmenlerin öğrenme ortamlarında kullandıkları örneklerin önemli olduğu ifade edilmiştir. Araştırmalarda öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin onların alan ve pedagojik alan bilgileri ile ilişkili olduğu vurgulanmıştır. Özellikle öğretmenlerin öğrenme ortamlarında kullandıkları örneklerin karmaşıklığından ve öğretmenlerin örnek seçimleri ile ilgili yaşadıkları zorluklardan bahsedilmiştir. Ayrıca bu çalışmalarda öğretmenlerin örnek seçimleri ile ilgili yeterince bilgi sahibi olmadıkları ve genelde örnekleri kendi tecrübelerine göre yapılandırdıkları görülmüştür. Genelde yapılan çalışmalarda dikkat çeken bir diğer durum ise öğretmenlerin kullandıkları örnekleri çözümlü örnekler ya da egzersizler olarak değerlendirilmesidir.

Literatürde öğretmenlerin örnek kullanımları ile ilgili bilgilendirmenin yetersiz olduğu, fakat örnek kullanımının önemli olduğu ve öğrencilerin öğrenmelerinde öğretmenlerin örnek seçimlerinin etkili olduğu belirtilmiştir. Buna karşın öğretmenlerin derslerinde etkili öğrenme sürecini gerçekleştirebilmeleri için ne tür örneklere yer vermelerinin iyi olacağı noktasında yeteri kadar bilgilendirme yapılmadığı görülmüştür. Ayrıca örnek türleri ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde (Bills ve diğ., 2006; Houstan, 2009; Michener, 1978; Tsamir ve diğ., 2008) bazı örneklerin (jenerik, model, prototip ve standart) birbirlerinin aynısı olduğu fakat farklı isimlerle anıldığı görülmüştür. Bu durum örnekler ile ilgili literatürde bir karmaşa olduğunu göstermektedir. Bu karmaşaya bağlı olarak öğretmenlerin örneklerinin tespit edilmesi ve bu tespit edilen örneklerin literatürde yer alan örnekler ile kıyaslanarak yeniden sınıflandırılmasının literatür açısından yararlı olacağı düşünülmüştür. Buradan hareketle, araştırmada öğretmenlerin kullandığı örnek türlerinin de derste kullanım amaçları doğrultusunda sınıflandırılmasının, öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin düzenlenmesine katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

Örnekler ile ilgili yapılan çalışmaların karmaşıklığından dolayı araştırmanın temellendirilmiş teori yöntemine göre yürütülmesine karar verilmiştir. Böylelikle öğretmenlerin kullandığı örneklerin analizinde içerik analizi tekniğinden yararlanılmıştır. Ayrıca literatürde yapılan çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda öğretmenlerin örneklerinin belirlenmesi sürecinde informal mülakatlara yer verilmesinin araştırma açısından faydalı olacağına karar verilmiştir.

Örnekler ile ilgili literatürde dikkat çeken bir diğer durum ise öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinin onların örnek kullanımlarını etkilediğinin tespit edilmesidir. Bu tespit doğrultusunda araştırmacı öğretmenlerin derste kullandıkları örnekler ile onlara eşlik eden dersteki açıklamaları arasında nasıl bir ilişki olduğunu tespit etmeye de karar vermiştir. Başka bir deyişle öğretmenin öğretimsel açıklama boyutu ile kullandığı örnek türünün belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmenin öğretimsel açıklama boyutunda en çok hangi örnek türlerinden yararlandığı belirlenmeye çalışılmıştır. Buna bağlı olarak araştırmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarına yönelik çalışmalar için literatürden yararlanılmıştır. Öğretimsel açıklamalar ile ilgili çalışmaların genelde öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ve alan bilgisinin niteliğini tespit etmeye yönelik çalışmalar olduğu görülmüştür. Literatürde öğretimsel açıklamalar ile ilgili yapılan çalışmalarda veri toplama tekniği olarak gözlem, yarı yapılandırılmış mülakatlar, senaryolar, açık uçlu sorular ya da informal mülakatlardan yararlanılmıştır. Bu çalışmaların veri analizinde, betimsel ve içerik analizlerinden yararlandıkları gözlenmiştir. Betimsel analiz tekniğinden yararlanan çalışmalarda Kinach (2002a ve 2002b)'in öğretmen adaylarının matematiği anlama düzeylerine yönelik geliştirdiği çatının kullanıldığı görülmüştür. Kinach tarafından geliştirilen bu çatının kullanıldığı çalışmaların analizlerinde netlik olmadığı da tespit edilmiştir. Bu durumun ise Kinach'in geliştirmiş olduğu çatıdan kaynaklandığı düşünülmüştür. Bu doğrultuda geliştirilmiş bu çatının araştırma için revize edilmesinin araştırmanın analizini kolaylaştıracağına karar verilmiştir. Araştırma kapsamında ülkemizde yapılan diğer araştırmalardan farklı olarak Kinach'ın "düzey" diye ifade edilen kelimenin yerine "boyut" kelimesinin kullanılmasının araştırma için yararlı olabileceği düşünülmüştür. Çünkü öğretmenlerin öğretimsel açıklama düzeyleri ifade olarak kendi içinde bir hiyerarşi olduğu algısı oluşturmaktadır. Oysaki Kinach'in öğretimsel açıklamaları incelendiğinde hiçbiri arasında bir hiyerarşi olmadığı ve öğretmenlerin açıklamalarının hem işlemsel hem de kavramsal olabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca Kinach tarafından geliştirilen bu çatının her bir boyutu için kategorilerin geliştirilmesinin araştırmanın analizinin daha kolay yapılmasına olanak sağlayacağı varsayılmıştır.

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde de özellikle öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin sınıflandırılması ile ilgili çalışmanın olmadığı genelde yapılan çalışmaların öğrencilerin ürettiği örnek türleri ya da bu örnek türlerinin öğrenimdeki yerlerine ilişkin olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda araştırmanın öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin sınıflandırılmasına ışık tutmuştur. Yeni bir sınıflandırmanın ortaya konulması düşüncesinden dolayı araştırmanın temellendirilmiş teori yöntemine göre sınıflamanın verilerden elde edilen kodlar etrafında oluşturulmasının daha yararlı olacağı varsayılmıştır. Öğretmenin örnek kullanımı ile ilgili araştırmalarda öğretmenlerle informal mülakatlar yapılmasının, araştırmada öğretmenlerin kullandıkları örneklerin amaçlarının tespiti için yararlı olabileceği düşünülmüştür.

# 3. YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın yöntemi, tasarlanması, yürütülmesi, örneklem seçimi, veri toplama araçlarının hazırlanması ve toplanan verilerin analizi sürecinde yapılan işlemler hakkında bilgiler yer almaktadır.

## 3. 1. Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışma, matematik öğretmenlerinin öğrenme ve öğretme sürecinde kullandıkları örneklerin, sınıflandırılması ve öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişkinin tespit edilmesi olmak üzere iki amaç doğrultusunda yürütülmüştür.

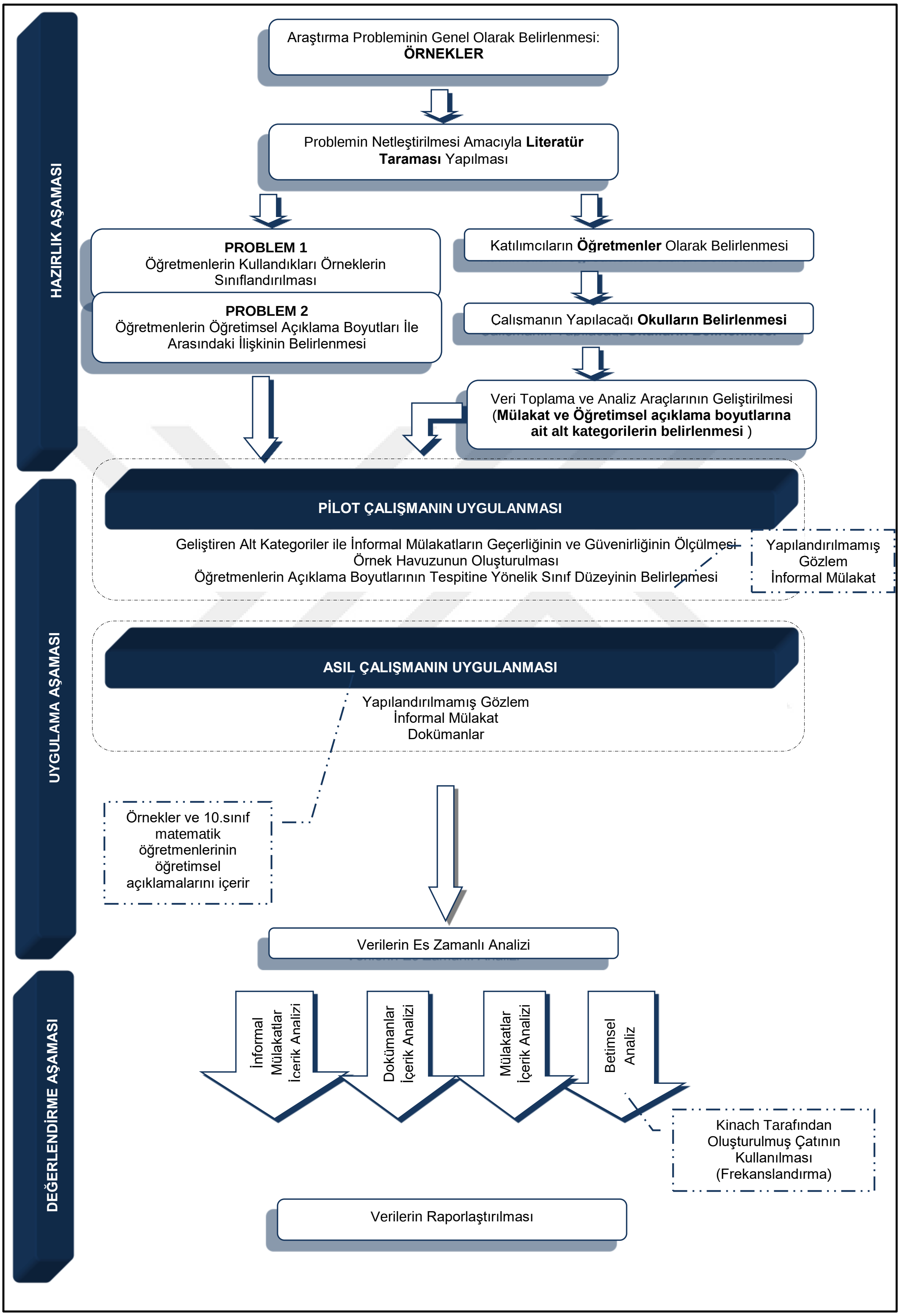
Çalışmada öncelikle, öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekleri tespit etmek ve sınıflandırmak amaçlanmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda örnekler ile ilgili yapılmış çalışmalar incelenmiş ve bu çalışmalarda örneklerle ilgili çeşitli sınıflandırmalara rastlanmıştır. Örneklerin sınıflandırılmasına yönelik yapılan bu çalışmaların sadece öğretmenlerin kullandıkları örneklere yönelik olmadığı görülmüştür (Bills ve diğ., 2006; Michener, 1978; Polya, 1981). Ayrıca bu sınıflandırmalar incelendiğinde; bazı örnek çeşitlerinin farklı araştırmacılar tarafından birbirinin aynısı (protoip örnek ile jenerik ve model örneklerin aynı olması) olmasına rağmen bu örnekleri farklı isimlerle adlandırdığı, bazı araştırmacıların ise sınıflandırmalarda sadece kavrama ait örnek çeşitlerine yer verdiği, kavrama ait olmayan örneklerden bahsetmediği görülmüştür. Bu doğrultuda örneklerin sınıflandırılması ile ilgili yapılmış çalışmalarda bir karmaşa olduğu görülmüştür. Bu nedenle öğrenme ortamlarında hangi sınıflandırmanın kullanılmasının ya da hangi tür örneklerin yer alması gerektiğini içeren sorulara ilgili literatürün yeteri kadar cevap veremediği belirlenmiştir. Bu yüzden sınıflandırmaya araştırmanın verileri doğrultusunda inşa edilmesine karar verilmiştir. Başka bir ifadeyle sınıflandırmanın verilerin temelinde geliştirilmesine, yani verilerle temellendirilmek istenmiştir. Bu yüzden çalışmada temellendirilmiş teori yöntemi kullanılmıştır. Araştırma kapsamında da öğretmenlerin derslerde kullandıkları örnekleri, onların kullanım amaçları doğrultusunda sınıflandırılma yoluna gidilmiştir. Örneklerin sınıflandırılması süreci, öğretmenlerin derste kullandıkları örneklerin gözlenmesi ve öğretmenlerle yapılan informal mülakatlardan elde edilen verilerin temellendirilmesi ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları örnekleri sınıflandırmaya karar vermeden önce konu ile ilgili literatür taranarak ön bilgi elde edilmiştir. Araştırmacının ön bilgilerinin araştırma sürecinde örnek ile ilgili verilerin daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayabileceği düşüncesi göz önünde bulundurulmuş ve araştırmaya başlamadan önce literatür taranmıştır. Literatürün ne zaman taranması gerektiği temellendirilmiş teoride önemli problemler arasında yer almaktadır. Fakat bu durumla ilgili de farklı görüşler bulunmaktadır. Örneğin; Glaser ve Strauss 1967'de yayınladıkları kitaplarında araştırmanın ilk aşamalarında, problem hakkında bilgi sahibi olmadan, bilgileri, deneyimleri ve literatürü incelemeden alana girilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Fakat bu durumun başlangıç seviyesinde olan bir araştırmacı için oldukça zor olabileceğini belirtmiştir. Çünkü literatür okumak genelde araştırmacıların düşüncelerini düzenlemelerine ve araştırma başlıklarını daraltmalarına yardımcı olmaktadır (Backman ve Kyngas, 1999). Goulding (2002) kimsenin alana boş bir zihin ile giremeyeceğini belirtmiştir. Bu durumda Strauss ve Corbin'in araştırmacının araştırmak istediği alana ilişkin biraz bilgisi varsa temellendirilmiş teori kullanılabileceğine ilişkin öneride bulunmuştur (akt. Bailey, 1997). Bu şekilde araştırılan konu hakkında yeni bir bakış açısı yakalanabilir ancak araştırmacının bu durumda araştırılan alana ilişkin neler bildiğinin farkında olması ve veriye ön yargıyla yaklaşmaması gerekmektedir (Punch, 2005). Nitekim; araştırmacı alana girmeden önce literatürde örnek kavramının hangi anlamlarda kullanıldığını ve örnek çeşitliliğini öğrenmek için ilgili alan yazınlarından yararlanmıştır. Backman ve Kyngas (1999), bu önbilgilerin araştırma sürecinin daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayabileceğini ifade etmişlerdir.

Araştırmada örnek türlerinin sınıflandırılmasına karar verildikten sonra çalışmanın ikinci aşaması olan 10. sınıf matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişkinin belirlenmesine geçilmiştir. Çalışmanın bu ikinci aşaması için öncelikli olarak öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarını tespit etmek amaçlanmıştır. Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarını belirleyebilmek için sınıf içinde gözlemlere yer verilmiştir. Öğretmenlerin derste yapmış olduğu bütün açıklamalar ayrıntılı olarak not edilmiştir. Elde edilen veriler sistematik bir biçimde toplanmış ve değişkenler arasındaki ilişki bulunmaya çalışılmıştır. Araştırma boyunca mülakat, gözlem ve öğretmenlerle öğrencilerin ders notlarına ilişkin dokümanlardan yararlanılmıştır. Farklı veri toplama araçları kullanılarak araştırmanın güvenirliği sağlanmaya çalışılmıştır.

### 3. 2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi

Araştırma; hazırlık, uygulama ve değerlendirme olmak üzere üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın hazırlık aşamasında, araştırma probleminin genel olarak belirlenmesi ile başlanmıştır. Araştırma problemi doğrultusunda literatür taranmıştır. Yapılan literatür taramalarında öğretmenlerin kullandıkları örnekler ile ilgili yapılan çalışmaların sayısının az olması dikkat çekmiştir. Ayrıca ilgili literatürde öğretmenlerin derste kullandıkları örneklerin sınıflandırılmasına yönelik çalışmalara rastlanılmamış olması, bu araştırmanın öğretmenlerle yürütülmesi gerektiğini düşündürmüştür. Literatür taramasının sonucunda araştırmanın katılımcılarına karar verilmiştir. Bununla birlikte araştırma problemine uygun yöntem belirlenmiştir. Katılımcıların ve araştırma yönteminin belirlenmesi ile birlikte çalışma için Trabzon ilinde iki farklı Anadolu Lisesi seçilmiştir. Bu okullarda araştırma yapabilmek için gerekli izin Milli Eğitim Müdürlüğünden alınmıştır (EK1). Seçilen liselerden biri düz lise iken yeni Anadolu Lisesi olmuş bir okul iken diğer lise, yüksek puanla öğrenci alan bir Anadolu lisesidir. Araştırma için iki farklı okul seçilmesinde; örneklerin kullanım amaçlarının öğrenci başarı düzeyine göre farklılaşabileceği ve bu durumun kullanılan örneklerin çeşitliliğini etkileyebileceği düşüncesi etkili olmuştur.

Araştırmanın hazırlık aşaması bittikten sonra uygulama aşamasına geçilmiştir. Uygulama aşaması, pilot ve asıl çalışma olmak üzere iki aşamada yürütülmüştür. Araştırma için uygulama alanına girmeden önce öğretmenler ile görüşülmüş, araştırmanın amacı ve nasıl yürütüleceği konusunda onlara bilgi verilerek onayları alınmıştır. 2011-2012 yılında araştırmada kullanılacak olan veri toplama araçlarının (mülakat ve öğretimsel açıklama boyutlarının analiz edilmesi için geliştirilen rubrik) geçerliğini, güvenirliğini ölçmek, örneklerle ilgili veri toplamak ve öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ile ilgili araştırma yapılacak sınıf düzeyini belirlemek amacıyla pilot çalışma yapmak için alana giriş yapılmıştır. Pilot çalışmadan sonra 2012-2013 yılında araştırmanın asıl çalışma kısmına geçilmiştir. Asıl çalışmada örnekler ile ilgili veri toplamaya devam edilmiş ve 10. sınıf matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklama boyutlarını belirlemek için gözlemlere devam edilmiştir. Araştırmanın değerlendirme aşamasında ise 2011-2012 ve 2012-2013 yılları arasında öğretmenlerin kullandıkları örneklerin tespit edilmesi ile ilgili gözlem ve informal mülakatlar analiz edilmiştir. Aynı zamanda 10. sınıf matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklama boyutlarına yönelik elde edilen veriler analiz edilmiştir. Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekler iki yıl boyunca gözlenmiştir. Araştırmada izlenen adımlar Şekil 4'de sunulmuştur.




Şekil 4. Araştırmada izlenen adımlara ilişkin akış şeması

### 3. 2. 1. Pilot Çalışma

Araştırmada pilot çalışma, araştırmanın amaçlarına yönelik iki alt aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşama; öğretmenlerin kullandıkları örnekleri belirlemek amaçlı veriler toplamaya başlamaktır. Bu aşama aynı zamanda örnekler ile ilgili tecrübe kazanmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. İkinci aşamada ise hangi sınıflarda derse giren öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının belirlenmesinin araştırma için daha uygun olacağına karar verilmesidir. Bunun yanı sıra araştırmada öğretimsel açıklamalara ait verilerin analizinde kullanmak amacıyla Kinach (2002a; 2002b) tarafından geliştirilen çatının araştırmaya uygun bir şekilde alt kategorilerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bununla birlikte mülakatların geçerliğini ve güvenirliğini ölçülmesi amaçlanmıştır. Pilot çalışma, araştırmacının uygulama alanın sınırlılıklarını görmesi ve deneyim kazanması için gerçekleştirilmiştir. İlgili literatürü incelediğimizde ülkemizde öğretmenlerin kullandıkları örnek türleri ile ilgili çalışmalara rastlanılmamıştır. Bununla beraber yurt dışında ise öğretmenlerin kullandıkları örneklerin seçimleri ile ilgili çalışmaların sınırlı sayıda olduğu ve derste kullandıkları örneklerin sınıflandırılmasıyla ilgili çalışmalara ise rastlanılmamıştır. Literatürde var olan sınıflandırmaların ise teorik olarak yapıldığı, sadece öğretmenlere ait olmadığı ve onların derslerinin gözlenmesi sonucu elde edilmediği görülmüştür. Bunun yanı sıra var olan örnek türlerinin de bazılarının birbirlerine benzediği (prototip, model, jenerik ve standart örnek türleri gibi...) ve bu örnek türlerinin birbirlerinden ayırmak için belli kriterlerin olmadığı görülmüştür. Özetle; öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin amaçları doğrultusunda sınıflandırılmasına ilgili literatürde rastlanılmamıştır. Bu durum araştırmacı için alanda yapılmış önceki çalışmaları inceleyerek kendi çalışmasına yön verme imkânını azaltmıştır. Bu yüzden araştırmacı alanın sınırlılıklarını görmek ve tecrübe kazanmak için alanda uzun süre kalarak örnekler ile ilgili daha çok veri toplamaya çalışmıştır. Pilot çalışma iki farklı Anadolu Lise'sinde görev yapan 5 matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları örnekleri incelemek için ders öncesi öğretmenlerden derste kullanmayı planladıkları örneklerle ilgili bilgi alınmış ve dersin gözlemi yapıldıktan sonra ders boyunca kullandıkları örneklerle ilgili ders sonrasında da informal mülakatlar yapılmıştır. Bu informal mülakatlarda öğretmenlere kullandıkları örneklerin kullanım amaçları tek tek sorulmuştur. Çalışma sırasında toplam 110 ders saati gözlenilmiştir. Bir öğretmenin aynı düzeydeki iki sınıfı gözlenmek istenmiştir, fakat öğretmenlerin "aynı notu kullanıyorum, gelmenize gerek yok bir sınıf takip edin yeterli" demesinden dolayı birer sınıfları gözlenmiştir. Fakat dönem sonlarında yapılan yarı yapılandırılmış mülakatta ise bununla ilgili "Sınıftan sınıfa notlarınız değişiklik gösteriyor mu?" sorusuna; "*tabi ki değişebilir, hemen hemen aynı düzey olsa da sıralamasında,* *yerinde bir değişiklik yapıyorum. Unutuyorum bazen diğer sınıfta aklıma geliyor, değiştiriyorum".* Benzer şekilde araştırmaya katılan başka bir katılımcı da bu soruya "*değiştirmiyorum aynı şekilde elimde önceden hazırladığım örnekleri sunuyorum.*" şeklinde görüş bildirmiştir. Fakat dönem sonun da girdiği diğer sınıftaki öğrenci notları alındığında ise örneklerin zaman zaman değiştiği görülmüştür. Öğretmenlerin bu şekilde vermiş oldukları cevaplardan dolayı gözlem yapılamayan aynı düzeydeki sınıflardan da ders notları alınmıştır. Böylece araştırmaya veri toplama aracı olan gözlem ve mülakatların dışında öğretmen ve öğrencilere ait dokümanlara da yer vermenin yararlı olacağı düşünülmüştür. Öğrencilerden alınan bu notlar tek tek incelenmiş ve farklı görülen örneklerin ise kullanım amaçları öğretmenlere tek tek sorulmuştur. Ayrıca öğretmenlerin gözlemlerden önce ders notları da incelenmiş ve sınıf içinde hazırladıkları örneklerin dışında yeni örnekler oluşturup oluşturmadıklarına bakılmıştır. Böylece örnekler ile ilgili bir havuz oluşturulmuş ve bu havuzda örnek çeşitleri ne kadar fazla olursa örneklerin sınıflandırması ile ilgili geçerliğin ve güvenirliğinde o kadar artacağı düşünülmüştür. Örnekler ile ilgili pilot çalışma sürecinde toplanan veriler bu süreçte analiz edilmeye başlanılmıştır.

Çalışmanın bir diğer amacı, öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişkinin tespit edilmesidir. Bu doğrultuda öncelikle öğretmenlerin açıklama boyutlarının belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu yüzden pilot çalışmada hangi sınıf düzeyinde derse giren öğretmenlerin gözlenmesinin araştırma için daha yararlı olacağına karar vermek amaçlanmıştır. Bu amacın yanı sıra öğretimsel açıklama boyutlarına yönelik gözlemlerin analiz edilmesi sürecinde kullanılacak olan boyutlara ait alt kategorilerin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Yapılan gözlemlerin analizinde Kinach (2002a) tarafından geliştirilen çatının kullanılmasının uygun olacağına karar verilmiştir. Fakat araştırmada gözlemlerin analizinde kullanılması için bu çatıda bir takım eksiklerinin olduğu görülmüştür. Örneğin, bu çatıda yer alan kategorilerin (işlemsel düzey, kavramsal, problem çözme, epistemik ve araştırma düzeyleri) tam olarak tespit edilebilmesi için herhangi bir alt kategorilerin olmadığı ve bu kategorilerin birbirlerinde net olarak ayıran sınırların olmadığı görülmüştür. Bu doğrultuda öncelikli olarak Kinach (2002a) tarafından geliştirilen çatının her bir boyutuna ait alt kategoriler geliştirilmiştir. Daha sonra Kinach (2002a) tarafından geliştirilen bu çatı Ernest (1991)'ın öğretmen rolleri ile ilgili düşünceleri göz önünde bulundurularak revize edilmiştir. Revize edilen bu çatı da "*kavramsal boyut*" yerine Ernest tarafından tanımlanan "*açıklayıcı*" öğretmen rolünden esinlenerek *"açıklayıcı boyut"* olarak değiştirilmiştir. Bu durum ile ilgili açıklamalar araştırmanın literatür kısmında ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Geliştirilen bu alt kategorilerin kapsam geçerliliği için matematik eğitimi alanında uzman altı öğretim üyesinin görüşleri alınmıştır. Alınan görüşler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılarak asıl çalışmada uygulamak için bu alt kategorilere son hali verilmiştir. Buna göre verilerin analizinde bu alt kategorilere göre frekanslandırmaların yapılmasına karar verilmiştir. Bu görüşler ve gözlemler sonucunda elde edilen veriler doğrultusunda Kinach tarafından geliştirmiş olan çatıdan *“araştırma boyutu”* çıkarılmıştır. Çünkü yapılan gözlemler ve matematik eğitimi alanında uzman altı öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda; bu boyutun ortaöğretim seviyesindeki yapılan açıklamalar için üst düzey olduğu görüşüne varılmıştır.

Pilot çalışma sürecinde 9.sınıf öğretmenlerinin konularını yetiştirmede sıkıntı yaşadıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin son konular olan oran orantı, denklemler ve problemler konusunda hazır ders notları kullandıkları gözlenmiştir. Benzer şekilde öğretmenlerin 10. sınıfda çarpanlara ayırma ve trigonometri konusunun bazı bölümlerinde, 11. sınıfta istatistik, permütasyon, kombinasyon, binom ve olasılık konularında hazır ders notları kullandıkları görülmüştür. Bu nedenle yapılan gözlemler sonucunda asıl çalışmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları için sadece 10. sınıf öğretmenleri ile çalışılmaya karar verilmiştir. Örneklerin sınıflandırması için 9. 10. ve 11. sınıflar gözlenmesine devam edilmeye karar verilmiştir. Ayrıca 12. sınıfta üniversiteye hazırlık çalışmalarından dolayı eğitim öğretim programında aksamalar olduğundan bu sınıflarda gözlem yapılmamıştır.

Özetle pilot çalışma ile birlikte;

- Araştırma alanına ait sınırlılıklar görülmüş ve tecrübe kazanılmıştır.
- Örnekler ile ilgili veri toplanmıştır.
- Veri toplama araçları (gözlem, mülakat ve dokümanlar) ile ilgili tecrübe edinilmiştir.
- 10. sınıf matematik öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının incelenmesine karar verilmiştir.
- Öğretimsel açıklama boyutlarına ait gözlemlerin analizinde kullanmak amacıyla rubrik geliştirilmiştir.

### 3. 2. 2. Asıl Çalışma

2011-2012 yılında başlanan çalışmaya 2012-2013 yılında da devam edilmiştir. Bu çalışma yılında da 9., 10. ve 11. sınıf matematik öğretmenlerinin derslerinde kullandıkları örneklerin gözlemlerine devam edilmiştir. Aynı zamanda 10. sınıf matematik öğretmenlerinin de öğretimsel açıklama boyutlarının belirlenmesi için gözlemlere devam edilmiştir. Asıl araştırma olarak nitelendirilen 2012-2013 eğitim-öğretim yılında toplam 165 saat gözlem yapılmıştır. 9., 10. ve 11. sınıf matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin amaçlarını öğrenmek için ders bitiminde informal mülakatlara devam edilmiştir.

Yapılan mülakatlar ve gözlemler aynı süreç içerisinde analiz edilmeye başlanmıştır. Ayrıca bu süreçte 10. sınıf matematik öğretmenlerinin özelliklerini daha detaylı ortaya çıkarmak için gözlemler öncesinde onlarla matematik ve matematik öğretimine yönelik yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır.

### 3. 3. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, 2011-2012 ve 2012-2013 eğitim-öğretim yıllarında Trabzon ilinde yer alan iki farklı Anadolu Lisesinde görev yapan 6 öğretmen oluşturmaktadır. 2011-2012 yılları arasında araştırmaya katılan öğretmenlerden birinin sadece 12. sınıflarda derse girmesinden dolayı 2012-2013 yılında bu öğretmen ile çalışılamamıştır. Bu öğretmenin yerine araştırmaya 9. sınıflarda derse giren yeni bir öğretmen dahil edilmiştir. Araştırmaya katılacak öğretmenlerin hizmet süreleri (en az 15 yıl) ile 9., 10. ve 11. sınıf öğretmenleri olmalarına dikkat edilmiştir. Araştırmada 12.sınıfların üniversite sınavına hazırlanmak için ara dönem içinde rapor alabilecekleri ve derslerin bu durumlarda aksayabileceği düşüncesinden dolayı bu sınıflar gözlenmemiştir.

Çalışmaya katılan ortaöğretim matematik öğretmenlerinin özellikleri Tablo 5'de özetlenmiştir. Çalışmaya katılan öğretmenler Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 kodları ile sunulmuştur.

Tablo 5. Çalışmaya Katılan Katılımcıların Demografik Özellikleri

| Çalıştığı Lise Türü | Katılımcılar | Cinsiyet | Lisans Mezuniyeti | Eğitim Düzeyi | Mesleki Deneyim Yılı |
|---|---|---|---|---|---|
| Anadolu Lisesi | Ö1 | K | Eğitim Fakültesi | Lisans | 21 |
| | Ö2 | K | Eğitim Fakültesi | Yüksek Lisans | 19 |
| | Ö3 | K | Fen Edebiyat Fakültesi | Lisans | 16 |
| | Ö4* | E | Eğitim Fakültesi | Yüksek Lisans | 18 |
| | Ö5* | E | Fen Edebiyat Fakültesi | Lisans | 15 |
| Anadolu Lisesi (Yeni) | Ö6 | E | Fen Edebiyat Fakültesi | Lisans | 20 |

* Bu öğretmenler araştırma sürecinde 1 yıl çalışılmıştır.

Araştırmada yer alan öğretmenlerin demografik özellikleri şöyledir:

Araştırmaya katılan katılımcılardan Ö1 öğretmeni, eğitim fakültesi mezunu olup 21 yıldır öğretmenlik yapmaktadır. Ö2 öğretmeni, eğitim fakültesi mezunu olup yüksek lisansını fen edebiyat fakültesinde yapmış ve 19 yıldır öğretmenlik yapmaktadır. Ö3 öğretmeni, fen edebiyat fakültesi mezunu olup eğitim fakültesinde pedagojik formasyon eğitimi almış ve 16 yıldır öğretmenlik yapmaktadır. Aynı okulda öğretmenlik yapan Ö4 öğretmeni eğitim fakültesi mezunu olup aynı fakültede yüksek lisansını yapmıştır. Ö4 öğretmeni 18 yıldır görev yapmaktadır. Yeni açılmış bir Anadolu lisesinde görev yapan Ö6 ise fen edebiyat fakültesi mezunu olup pedagojik formasyon almıştır. Ö6, 20 yıldır matematik öğretmenliği yapmaktadır. 2011-2012 yıllarında pilot çalışmada üç tane 9. sınıf, bir tane 10.sınıf ve bir tane 11.sınıf öğretmenleri ile çalışılmıştır. 9. sınıf öğretmenlerinden biri yeni bir Anadolu lisesinde görev yapmaktadır. Bu okulda sadece 9. sınıflar olmasından dolayı bir tane öğretmen ile çalışılmıştır. Çalışmanın amaçlarından biri örnekleri sınıflandırmak olduğu için örnek havuzunda ne kadar çok örnek olursa sınıflandırmanın geçerliği ve güvenirliği daha fazla olacağı düşüncesiyle birlikte araştırmaya 2012 – 2013 yılında da örnekler ile ilgili veri toplanılmasıyla devam edilmiştir. 2012-2013 yılında öğretmenlerden Ö4 öğretmeninin 12. sınıfların dersine girmesinden dolayı gözlenememiştir. Gözleme 9. sınıfların dersine giren ve okula yeni atanan Ö5 dahil edilmiştir. Ö5 öğretmeni, fen edebiyat fakültesi mezunu olup 15 yıldır matematik öğretmenliği yapmaktadır. 2011-2012 yıllarında 9. sınıfların derslerine giren Ö1, Ö2 ve Ö6 asıl çalışma da 10.sınıfların dersine girmektedir. Benzer şekilde Ö3 öğretmeni ise bir sonraki yıl hem 10. sınıf hem de 11.sınıfların derslerine girmiştir. Bu öğretmenler ile birlikte örnekler ile ilgili veri toplama sürecinde gözlemlere 9. sınıflarda derse giren Ö5 öğretmeni de dahil edilmiştir. 2011-2012 yıllarında örnekler ile ilgili verilerin toplanmasının yanı sıra öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının belirlenmesi için de veriler toplanmıştır. Öğretimsel açıklama boyutları ile ilgili verilerin toplanmasında sadece 10. sınıflarda derse giren Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö6 öğretmenleri gözlenmiştir.

Öğretmenlerin demografik özelliklerinden kısaca yukarıda bahsedilmiştir. Ayrıca öğretimsel açıklama boyutları tespit edilmek istenen öğretmenlerin matematik ve matematik öğretimi ile ilgili düşüncelerini öğrenmek için yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Bu mülakatlar ile birlikte öğretimsel açıklama boyutları tespit edilecek öğretmenler ile ilgili veriler sadece gözlemlerden elde edilmiş ve bu mülakatlar ile onların ders içindeki bazı açıklamalarının altında yatan gerekçeler tespit edilmeye çalışılmış ve bu bilgiler araştırmanın tartışma bölümünde kullanılmıştır. Bunun yanı sıra öğretmenlerin örneklerini nasıl hazırladıkları ile ilgili mülakatlar da yapılmıştır. Araştırmada öğretimsel açıklama boyutlarını tespit etmek için gözlem yapılan öğretmenlerin matematik ve matematik öğretmeye yönelik düşünceleri şu şekildedir:

Ö1 öğretmeni *“sizce matematik nedir?”* sorusunu, *“doğru düşünebilme sanatı”* olarak yanıtlamıştır. Matematik eğitiminin öğrencilerin yorum yapabilme yeteneğini ve düşünme becerisini geliştirdiğini ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, matematik eğitiminin öğrencilerin daha sistematik düşünmesini sağladığını ve matematiğin aslında bir doğru düşünme sanatı olduğunu belirtmiştir. Matematik eğitiminde kavramsal bilginin işlemsel bilgiye göre daha önemli olduğunu vurgulamıştır. Ö1 öğretmeni derslerinde bazı kuralların nereden geldiğini açıklamak için ispat yaptığını belirtmiştir. Ö1 öğretmeni dersteki örneklerini bazen kendisinin oluşturduğunu bazen de ders kitapları ya da ekstra soru bankalarından seçtiğini ifade etmiştir. Örnek seçiminin sınıfın yapısına ve durumuna göre değişebileceğini belirtmiştir. Çünkü öğrencilerin dersteki soruları ya da konu ile ilgili açıklamalarına bağlı olarak yeni örneklere ihtiyaç duyabileceğini ifade etmiştir. Örneklerin açık, anlaşılır olmasına dikkat ettiğini belirtmiştir.

Ö2 öğretmeni *"sizce matematik nedir?"* sorusuna "*doğru yorum yapabilme"* olarak cevaplamıştır. Matematik eğitiminin öğrencilerde doğru yorum yapabilme yeteneğini, işlem becerilerini ve problemler çözme becerilerini geliştirdiğini belirtmiştir. Matematik eğitiminin öğrencilerin doğru düşünebilme, öğrendiklerini günlük hayatta uygulayabilme, yorum yapabilme yeteneklerini geliştirdiğini ve öğrencilere farklı bakış açıları kazandırdığını ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, öğrencilerin matematiksel yeteneklerinin doğuştan geldiğini ve öğrencilerin çalışarak sadece belli bir yere kadar gelebileceğini düşünmektedir. Matematik eğitiminde kavramsal bilginin daha önemli olduğu söylemekle birlikte işlemsel bilginin gelişmesi için de uygulamalara daha fazla yer verilmesi gerektiğini de vurgulamaktadır. Matematik öğretirken önce gerekli ispatlar yaptığını daha sonra basitten zora doğru yorum içeren sorulara yer verdiğini ifade etmiştir. Derslerinde ilişkilendirme ve yorum içeren örneklere daha çok yer verdiğini belirtmiştir. Örneklerini okul ders kitaplarının yanı sıra belirli kaynaklardan seçtiğini söylemiştir. Örnek seçiminin sınıfın yapısına ve durumuna göre değişebileceğini ifade etmiştir.

Ö3 öğretmeni, "*sizce matematik nedir?"* sorusunu "*hayatı boyunca bir sonraki ihtimalleri hesap edebilme ihtimallerinin farkında olabilmek"* diye yanıtlamıştır. Öğrencinin matematik dersinde başarısız olmasını düzensiz ve disiplinsiz çalışmasının yanı sıra temeldeki işlem bilgisinin eksikliğinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Ö3 öğretmeni matematik eğitiminde işlemsel bilginin daha önemli olduğunu düşünmektedir. Üniversite sınavı için özellikle işlemsel bilginin daha önemli olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin özellikle formüllerin nasıl uygulandığını bilmesi gerektiğini vurgulayarak öğrencilerinin bol soru çözerek konuyu daha iyi öğrenebileceklerini belirtmiştir. Öğrencilerin tanımlar ve kuralların anlamlarından ziyade örneklerle konuyu daha iyi anlayabileceklerini ifade etmiştir. Örneklerini yapılandırırken belli kaynaklardan seçtiğini kendisi oluşturmadığı belirtmiştir. Konuların birbirleri ile bağlantılı olmasını sağlayan, tanımın niteliklerini içeren, geçmiş konularla bağlantılı, öğrenciyi düşündüren örnekleri tercih ettiğini belirtmiştir. Örneklerinin sınıflara göre değişiklik göstermeyeceğini de vurgulamıştır.

Ö6 öğretmeni, "*sizce matematik nedir?*" sorusuna *"dört işlem yapabilme yeteneği, hesaplama yapmak"* şeklinde cevap vermiştir. Öğretmenin açıklamasına göre matematiği hesaplamalar ve işlemler olarak tanımlamıştır. Ö6 öğretmeni, matematik eğitiminde işlemsel bilginin kavramsal bilgiye göre daha önemli olduğunu ifade etmiştir. Çünkü öğrencilerin üniversite sınavında işlemsel bilgiye daha çok ihtiyaç duyacaklarını belirtmiştir. Matematik eğitiminde tanım ve kurallardan ziyade öğrencilerinin bu bilgileri nasıl kullanıldığını bilmesinin daha önemli olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin matematikte bol soru çözerek ve matematiğe ilgileri varsa başarılı olabileceğini belirtmiştir. Öğrencilerin konuları bol soru ve örnekler aracılığıyla kavrayacağını belirtmiştir. Bu yüzden örneklerini yapılandırırken özellikle formüllerin nasıl uygulandığını göstermek, konular arası bağlantıları sağlamak ve tanımlara ait özellikleri göstermek için örneklerden yararlandığını ifade etmiştir. Örneklerini yapılandırırken ders kitaplarından ve özel yayınlardan yararlandığını belirtmiştir.

### 3. 4. Veri Toplama Araçları

Bu kısımda araştırmada kullanılan yarı yapılandırılmış mülakatlar, informal mülakatlar, yapılandırılmamış gözlemler ve dokümanlar hakkında bilgi verilecektir. Araştırma sürecinde kullanılan veri toplama araçları ve bu araçların kullanılma nedenlerine ilişkin bilgiler Tablo 6' da yer almaktadır.

Tablo 6. Veri Toplama Araçları ve Kullanılma Nedenleri

<table>
<tr><th colspan="2">Veri Toplama Araçları</th><th>Veri Toplama Aracının Kullanılma Nedenleri</th></tr>
<tr><td colspan="2">Yarı yapılandırılmış mülakatlar</td><td>Öğretmenlerin demografik özelliklerini açıklamak için matematik ve matematik öğretmeye yönelik görüş almak</td></tr>
<tr><td colspan="2">Yapılandırılmamış gözlemler</td><td>Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekleri ve açıklamaların neler olduğunu tespit etmek</td></tr>
<tr><td colspan="2">İnformal mülakatlar</td><td>Öğretmenlerin ders sonrası, derslerinde kullandıkları örneklere ilişkin görüş almak</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Dokümanlar</td><td>Öğrenci ders notları</td><td>Öğretmenlerin gözleme gidilemeyen zamanlarda ve aynı düzeydeki farklı bir sınıfta derslerinde kullanılan örneklerin neler olduğunu tespit etmek</td></tr>
<tr><td>Ders notları</td><td>Öğretmenlerin derslerinde öğrencileri için hazırladıkları notları incelemek</td></tr>
</table>

### 3. 4. 1. Mülakat

Bu araştırmada öğretmenlerin demografik özelliklerini ifade etmek, bunun yanı sıra onların matematik ve matematik öğretmeye yönelik görüşleri hakkında bilgi sahibi olmak için yarı yapılandırılmış mülakat tekniğinden yararlanılmıştır. Çünkü matematik öğretmenlerinin sahip oldukları matematik ve matematik öğretmeye yönelik inançları, bakış açıları ve tercihleri onların öğretim sırasındaki açıklamalarını ve davranışlarını şekillendirmede etkilidir (Thompson, 1984; Erickson, 1993). Buna bağlı olarak, mülakatlarda öğretmenlerin matematik ve matematik öğretme hakkındaki düşünceleri ile ilgili bilgi almanın yararlı olabileceği düşünülmüştür. Bu doğrultuda Bütün (2005) tarafından geliştirilen "öğretmenlerin matematiğin doğasına bakışları ve inançları" ile ilgili soruların bir kısmından yararlanılmış ve öğretmenlerin matematik ve matematik öğretmeye yönelik görüşleri alınmıştır. Ayrıca araştırmada öğretmenlerin örnek seçimlerinde nelere dikkat ettiklerini, örneklere ne zaman ihtiyaç duyduklarını, örneklerini yapılandırırken nelerden faydalandıklarını belirlemek amacıyla da yarı yapılandırılmış mülakat sorularından yararlanılmıştır. Katılımcıların dersteki açıklamalarının ve örneklerinin altında yatan nedenleri tam olarak ortaya koymak için bu mülakatlardan yararlanılmıştır. Yarı yapılandırılmış mülakat soruları uzman görüşler eşliğinde önceden hazırlanmıştır.

Bu araştırmada, mülakatlarda katılımcıların sorulara verdikleri cevaplara göre soruların yerleri değiştirilmiş veya konu dışına çıkılması önlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca katılımcıların verdikleri cevaplar yeterince açık olmadığında tekrar soru sorularak durum daha açıklayıcı hale getirilmeye çalışılmış, katılımcıların cevaplarını tamamlaması için gerekli zaman verilmiştir. Katılımcılarla yapılan mülakatlar ses kayıt cihazıyla kayda alınmış ve böylelikle veri kaybı önlenmeye çalışılmıştır. Mülakat soruları EK2'de sunulmuştur.

### 3. 4. 2. İnformal Mülakatlar

Bu çalışmada öğretmenlerin öğrencileri için seçtikleri örnekler, açıklamaları, ders ortamında gözlenmiştir. Gözlemler sırasında dikkat çeken durumlar not edilerek ders öncesinde ve sonrasında, öğretmenler odasında informal olarak katılımcılarla görüşülmüştür. Bu şekilde 'neyi' 'neden' yaptıkları ile ilgili düşünceleri hakkında bilgi edinilmiştir. Özellikle ders bitiminde öğretmenlerin derste kullandıkları örneklerin amacını öğrenmek için informal mülakatlardan yararlanılmıştır. Öğretmenler ile yapılan informal mülakatlarda onlara "*Bu örneği dersinizde kullanım amacınız nedir?*", *"Bu örneği neden* *burada kullandınız?”*, *“ Daha önceden öğrendikleri konuya ait bu örneği tercih etmenizin amacı ne?”* şeklinde sorular sorulmuştur.

### 3. 4. 3. Gözlem

Araştırmada bir diğer önemli veri toplama tekniği olan gözlemlerden yararlanılmıştır. Gözlemler, mevcut olayın ya da durumun doğallığının mümkün olduğu kadar bozulmadan anlaşılması için kullanılabilecek en etkili tekniklerden biri (Maykut ve Morehouse, 1994) olmasından dolayı araştırma için tercih edilmiştir. Ayrıca nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan gözlem, herhangi bir ortamda oluşan davranışlarının daha ayrıntılı bir şekilde incelenmesine olanak verir, araştırmacının ilk elden veri toplamasını sağlar (Ekiz, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bunun yanı sıra özellikle öğretmenlerin kullandıkları örneklerin tespit edilmesi ile ilgili literatür incelendiğinde (Chick ve Harris, 2007; Gökbulut ve Ubuz, 2010; Rowland ve diğ., 2003; Zaslavky ve diğ., 2006; Zaskis ve Leikin, 2007) gözlemlerden yararlanıldığı ve buna bağlı olarak bu araştırmada da verilerin toplanmasına katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Ayrıca araştırma amaçlarından biri olan öğretimsel açıklama boyutlarının tespit edilmesinde öğretmenlerin sınıf içindeki davranışları ve açıklamalarının gözlenmesinin araştırma için daha sağlıklı verilerin toplanmasına olanak sağlayacağı düşüncesi etkili olmuştur. Gözlem, katılımcıların yaptıklarıyla ifade ettiklerinin tutarlılığını belirleme fırsatı sunması açısından da oldukça önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Araştırmada gözlemler yapılmadan önce öğretmenlere gözlemlerin yapılma amaçlarından bahsedilmiş ve onların rızaları alınmıştır. Araştırmada öğretmenlerin izninin olmamasından dolayı gözlemler esnasında video kaydı alınamamıştır. Bundan dolayı sadece alan notları alınarak veriler toplanmıştır. Gözlemler esnasında sınıfın en arkasında oturularak ortamın bozulmamasına dikkat edilmiştir. Alana ilk girildiğinde öğretmen ve öğrencilerin birçok davranışı gözlenilmeye çalışılmıştır, daha sonra gözlem verilerinin analizi ile gözlenilecek davranışlar sınırlandırılmıştır. Uzun süreli gözlem yapıldığı için katılımcıların araştırmacıya olan güveninin arttığı ve ortamda doğal davrandıkları düşünülmektedir. Aynı zamanda gözlemler ile öğretmenlerin derslerinde kullandıkları bütün örnekler ve açıklamaları tek tek not edilmiştir. Yapılan gözlemlere ilişkin bilgiler Tablo 7’de yer almaktadır.

Tablo 7. Gözlem Yapılan Ders Saatleri ve Sınıf Düzeyleri

| Okul türü | Katılımcılar | Gözlem Süresi(ders saati) | Uygulama Zamanı | Sınıf Düzeyi |
|---|---|---|---|---|
| Anadolu Lisesi | Ö1 | 28 | 2011-2012 | 9.sınıf |
| | | 34 | 2012-2013 | 10.sınıf |
| | Ö2 | 10 | 2011-2012 | 9.sınıf |
| | | 32 | 2012-2013 | 10.sınıf |
| | Ö3 | 27 | 2011-2012 | 10.sınıf |
| | | 28 | 2012-2013 | 11.sınıf |
| | Ö4 | 29 | 2011-2012 | 11.sınıf |
| | Ö5 | 33 | 2012-2013 | 9.sınıf |
| Anadolu Lisesi (Yeni) | Ö6 | 16 | 2011-2012 | 9.sınıf |
| | | 36 | 2012-2013 | 10.sınıf |

Çalışmanın ilk yılında 2011-2012 toplam 110 ders saati kadar gözlem yapılırken, çalışmanın ikinci yılında 2012-2013 toplam 165 ders saati kadar gözlem yapılmıştır.

### 3. 4. 4. Doküman İncelemesi

Doküman incelemesi araştırmanın amacı doğrultusunda toplanan kayıtların analizini içeren bir veri toplama tekniğidir (Ekiz, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2013). Dokümanların diğer veri toplama teknikleriyle kullanılması araştırmayla ilgili farklı bakış açılarının yansıtılmasına olanak sağlamakla birlikte araştırmanın geçerliğini artırmaktadır (Baş ve Akturan, 2008). Yapılan araştırmada doküman olarak öğretmenlerin derslerinde kullanmak için hazırladığı ders notları, çalışma kâğıtları ve öğrencilerin ders notları kullanılmıştır. Bu dokümanların kullanılmasında araştırmacının gözlemleyemediği “farklı bir örnek türüne rastlanabilir mi?” düşüncesi etkili olmuştur. Araştırmaya katılan Ö1, Ö2 ve Ö3 öğretmenlerinin gözlem yapılan sınıflarının dışında bu sınıflarla aynı düzeydeki (Mesela; aynı öğretmenin gözlem yapılan 10. sınıf ile gözlenemeyen 10.sınıf) öğrencilerden birinin ders notu alınmıştır.

### 3. 5. Araştırmada Elde Edilen Verilerin Analizi

Bu bölümde, araştırma sürecinde elde edilen verilerin analizinin nasıl gerçekleştiğine yer verilmiştir. Örneklerin sınıflandırılmasına yönelik elde edilen verilerin analizleri ile öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının belirlenmesine yardımcı olan verilerin analizi ayrı başlıklar altında açıklanmıştır.

### 3. 5. 1. Örneklerin Sınıflandırmasına Yönelik Elde Edilen Verilerin Analizi

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin sınıflandırması aşamasında kullanılan gözlem, doküman ve informal mülakatların analizlerinin nasıl gerçekleştirildiği ilgili başlıklar altında ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

#### 3. 5. 1. 1. Gözlemlerden Elde Edilen Verilerin Analizi

Çalışmaya öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnek türlerinin belirlenmesiyle başlanılmıştır. 2010-2011 ve 2011-2012 yıllarında gözlemlenen her bir öğretmen için gözlem defterleri kullanılmıştır. Gözleme ilişkin veriler tarayıcıda taranarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Veriler bilgisayar ortamına kaydedildikten sonra analiz edilmeye başlanmıştır. Gözlemlerden elde edilen veriler içerik analizine göre analiz edilmiştir. Buna göre örnekler, öğretmenlerin derste kullanım amaçlarına göre tek tek incelenip sınıflandırılmaya çalışılmıştır. Gözlem verileri analiz edilirken ilgili ifadenin sonuna kodu yazılmıştır. Örneğin; Ö5 öğretmeninin gözlemine ait bir bölümüne ilişkin örnek kodlama şu şekilde yapılmıştır:

> *"Çocuklar bugün günlerden Cuma ve nöbetçiyim, benim nöbetimi 4 güne bir tutuğumu düşünürsek benim 3. nöbet günümü veya 20. nöbet günümü tek tek saymadan bu konu aracılığıyla bulabiliriz. Hatta sizin hangi gün doğduğunuzu da bulabiliriz."*

Ö5 öğretmeni modüler aritmetik konusuna başlarken dersin işlenmiş olduğu günün onun 3. nöbet günü olduğunu ve dört günde bir nöbet tuttuğuna göre 20. nöbet gününü öğrencilerine sayma işlemi yapmadan bu konu aracılığıyla bulabileceklerini ifade ederek konuya günlük hayattan bir örnek vererek dikkat çekmek istemiştir. Bu örnek dikkat çekme olarak kodlanmıştır. Gözlemlerde özellikle öğretmenlerin öğrencilerin yanlış genelleme içeren ifadelerinin ardından örnekler oluşturdukları görülmüştür. Bu örnekler öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engelleme olarak kodlanmıştır. Kodlamalar tamamlandıktan sonra başka bir araştırmacıyla kodlama güvenirliği sağlanmıştır. Bu süreçte analizlerin daha güvenilir olarak yapılabilmesi için araştırmacıya örnekler ile ilgili bilgilendirme yapılmıştır. Araştırmacıya rastgele seçilmiş iki öğretmenin gözlem notları verilmiştir. Farklı araştırmacının kodlamaları tamamlaması üzerine araştırmacıyla kodlamaları kıyaslanmıştır. Kodlama güvenirlik hesaplaması için Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenirlik formülü (Güvenirlik = Görüş Birliği/ (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)) kullanılmıştır. Buna göre araştırmanın güvenirlik yüzdesi 0,76 elde edilmiştir. Ortak olmayan kodlamalar karşılaştırılmış ve fikir birliği sağlanmıştır. Yapılan kodlamalara göre örnek türleri ile ilgili bilgisayarda bir word dosyası oluşturulmuştur. Kodlarına göre kaydedilen bu örnekler sonra Nvivo 9 programıyla hangi örnek türünün kaç defa kullanıldığı yeniden analiz edilmiştir. Böylelikle hangi örnek türüne kaç kere rastlanıldığı gösterilmiş ve bu durumda araştırmada hangi örnek türünün daha fazla kullanıldığı belirlenmiştir. Gözlemlerin kodlanmasının ardından elde edilen kodlar arasında ilişkiler kurularak kategoriler elde edilmiştir. Elde edilen bu kategorilerin doğruluğu için araştırmada kümeleme analizi yapılmıştır. Bu kodların benzerliklerini ve farklılıklarını belirlemek için bu analiz metodu tercih edilmiştir. Bu analizin amacı, kodlar arasındaki benzerlik veya farklılıkları dikkate alarak kodların gruplanmasına ve buna bağlı olarak kategorilerin ortaya çıkarılmasına olanak sağlamaktadır. Araştırma sürecinde tespit edilen 1245 tane örnek içerik analizinde 13 farklı kod altında toplanmıştır. Elde edilen bu 13 farklı kod 6 farklı kategori altında toplanmıştır. Buna göre içerik analizinden elde edilen BK1, BK2, BK3, SK1, SK2, SK3, GK1,GK2, GK3, UK1, ÖDK1, ÖDK2 ve KK1 kodları sırası ile kümeleme analizinde A1, A2, A3....ve A13 olarak yeniden kodlanmıştır. Bu kodlar aynı zamanda bir excel dosyasına A1, A2, A3, A4,.....A13 şeklinde yazılmış ve araştırmada belirlenen bütün örnekler bu dosyaya yüklenmiştir. Örnekler kullanım amaçlarına göre tekrar bu kodlara atanmıştır. Örnek ilgili koda ait ise “1” değil ise “0” olarak değerlendirilmiştir. Bu kodların kümelenmesinde *En Uzak Komşuluk Yöntemi (Farthest Neighbour Method)* kullanılmış ve verilerdeki bütün kodlar sadece iki değer aldığı (0 ve 1) için uzaklık ölçüsü olarak *Jaccard* seçilmiştir. Bu uzaklık ölçüsünde ortak yokluklar (ölçülecek iki değişkenin 0 olması) göz ardı edilerek ölçüm gerçekleşmektedir. Ölçümde değişkenlerin birbirlerine olan benzerliklerine bakılmaktadır. Ölçüm sonuçları [0,1] aralığında değer alır ve uzaklık ölçüsü benzerlik ile ters orantılıdır. Verilerin analizinde “SPSS 22.0 for Windows” istatistiksel paket programı kullanılmıştır.

#### 3. 5. 1. 2. Dokümanlardan Elde Edilen Verilerin Analizi

Araştırmacı tarafından doküman analizinde, öğrencilerden alınan ders notları ve öğretmenlerin ders notları kullanılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde kullandıkları hazır ders notlarından da yararlanılmıştır. Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnek türlerini belirlemek amaçlandığı için içerik analizinden yararlanılmıştır. Dokümanlardan elde edilen verilerde taranarak bilgisayar ortamına aktarılmış ve gözlemlerin analizde izlenen aşamalarla gerçekleştirilmiştir. Elde edilen veriler gözlemlerde elde edilen veriler ile karşılaştırılmıştır. Bunun yanı sıra dökümanlardan elde edilen farklı örnek türlerinin kullanım amaçlarının tespit edilmesinde öğretmenler ile informal mülakatlar yapılmıştır.

### 3. 5. 1. 3. İnformal Mülakatlardan Elde Edilen Verilerin Analizi

Öğretmenlerin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması sürecinde; öğretmenlerle ders sonrası hangi örneği hangi amaçla kullandıklarıyla ilgili informal mülakatlar gerçekleştirilmiştir. İnformal mülakatlara ilişkin veriler mülakatların hemen ardından araştırmacı tarafından not edilmiş ve elde edilen veriler içerik analizine göre analiz edilmiştir. Ses kayıt cihazı ile kaydedilen veriler transkript edildikten sonra satır satır kodlanmıştır. Bu şekilde açık kodlama süreci başlamıştır. Açık kodlama sürecinde katılımcıların kendi kelimelerinin kullanılmasına önem gösterilmiştir. Kodlar verilirken kodlanan bölümü en iyi ifade eden kodların kullanılmasına dikkat edilmiştir. Açık kodlama sürecine bu şekilde devam edilerek bir kod listesi oluşturulmuştur. Kategorilerin belirlenmesi sürecinde ise açık kodlamada elde edilen kodlar arasındaki ilişkilerin ortaya konulması ve kodlar arası benzerliklerin belirlenmesi üzerinde durulmuştur. Birbirleriyle ilişkili olan kodlar bir araya getirilerek kategorilerin ortaya çıkması sağlanmıştır.

Araştırma kapsamında araştırmacı dışında farklı bir araştırmacı tarafından veriler yeniden kodlanmış, daha sonra elde edilen bu kodlar araştırmacının kodlamaları ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan bu kodlarda "görüş birliği" ve "görüş ayrılığı" olan kodlar tartışılmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Araştırmanın güvenirlik hesaplaması için Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenirlik formülü (Güvenirlik = Görüş Birliği/ (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)) kullanılmıştır. Buna göre araştırmanın güvenirlik yüzdesi %82,3 bulunmuştur. Güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması, araştırma için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994).

Derslerde yapılan gözlemler ile tespit edilen örneklerin kullanım amaçları öğretmenlere sorulmuştur. Öğretmenlere daha çok "*bu örneği niçin dersinizde kullandığınız?"* sorusuna vermiş oldukları cevaplara göre açık kodlama sürecine başlanmıştır. Örneğin; öğretmenin örnekleri kullanım amaçları *hatırlatmak*, *günlük hayatla ilişki sağlamak* veya *konuya dikkat çekmek* şeklinde ilk olarak açık kodlamada belirlenmiştir. Açık kodlamada elde edilen bu kodlar daha sonra *konuya öğrencilerin dikkatini çekme ve hatırlatma* adı altında tek bir kodda toplanmıştır. Benzer şekilde öğretmenlerin *tanımı hissettirmek, tanımla ilgili zemin oluşturmak, tanımla ilgili sezgi oluşturmak* şeklindeki kodları ise *tanımı sezdirmek* kodu altında toplanmıştır. Öğretmenlerin *eski konuyla bağlantı sağlamak, önceki konuyla ilişkilendirmek* gibi kodları ise *konular arası ilişki sağlayarak konuya giriş yapma* kodu altında değerlendirilmiştir. Öğretmenlere ait verilerin kodlamaları onların bu örnekleri kullanım yerleri dikkate alınarak aynı kategori içinde değerlendirilmiştir. Öğretmenlerin bu örnekleri yeni bir konu ya da yeni bir bilgiyi ifade etmeden önce kullanmasından dolayı *başlangıç örnekleri* kategorisi adı altında toplanmıştır. Benzer şekilde diğer örnek türleri de bu şekilde analiz edilerek kategoriler oluşturulmuştur. Araştırmada özellikle karşıt örneklerin tespit edilmesinde gözlemler sonra yapılan informal mülakatlar etkili olmuştur. Çünkü öğretmenlerin informal mülakatlarda öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmasını engellemek için kullandığını ifade etmesi üzerine bu örnekler KK1 olarak kodlanmıştır. Araştırmacının uygulama alanında zamanla tecrübe kazanması ile birlikte bu koda ait örnekleri sadece gözlem yaparakta farkedebilmiştir.

### 3. 5. 2. Öğretimsel Açıklamalara Ait Gözlemlerden Elde Edilen Verilerin Analizi

Çalışmanın bir diğer amacı içerisinde yer alan öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının tespit edilmesine ilişkin gözlemlerden elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Betimsel analiz, araştırmada elde edilen verilerin özetlenmesi ve sergilenmesini içermektedir (Sönmez ve Alacapınar, 2013). Betimsel analizin amacı elde edilen verileri düzenli bir şekilde sunmaktır. Bu analiz sırasında öncelikle bir çerçeve oluşturulur, çerçeveye göre veriler düzenlenir, düzenlenen veriler tanımlanır ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda öğretmenlerin "öğretimsel açıklamalarının" ne boyutta olduğunu tespit etmek için Kinach (2002a, 2002b) tarafından geliştirilen çatı uzman görüşler doğrultusunda yeniden yapılandırılarak oluşturulmuştur. Uzman görüşler ve ilgili literatür doğrultusunda (Baki, 2013; Toluk-Uçar, 2011) Kinach tarafından geliştirilen çatıdan "araştırma boyutu" gözlem çizelgesinden çıkarılmıştır. Ayrıca bu çalışmada uzman görüşler doğrultusunda var olan öğretimsel açıklama boyutlarının her birine ait kategoriler geliştirilmiştir. Gözlemlerden elde edilen verilerinin analizinde ise Tablo 8'de öğretimsel açıklama boyutlarına ait kategorilerden yararlanılmıştır.

Tablo 8. Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Kategorileri

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Açıklamalar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme (İB1) | Tanımları ifade ederken tanıma vurgu yapmadan, tanımın matematiksel ifadesinin dışında ne anlama geldiğini yorumlamadan, hiçbir açıklama yapmadan doğrudan tanımı okuması |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2) | Kuralları ve ilişkileri işlemlerin yürütülmesinde adım adım açıklama yapmadan kullanması, sadece işlemlere vurgu yapması, tanımla ya da başka kurallarla ilgili hiçbir bağlantı veya ilişki kurmaması, kuralın hangi durumlarda geçerli hangi durumlarda geçerli olmadığını ifade etmemesi |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) | İşlem ve algoritmaları kullanırken nedenlerini ifade etmeden sadece işlem adımlarına vurgu yapması |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1) | Tanımı yorumlaması, vurgu yapması ve mantıksal bir çerçeve içerisinde öğrencilerine tanımı açıklaması, gerektiğinde tanımı açıklarken şekil, grafik gibi görsel öğelerden yararlanması |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2) | Matematiksel bir ilişkiyi mantıksal olarak birbiriyle bağlantılı şekilde yorumlayarak açıklaması |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) | Öğretmenlerin ders süresi boyunca yapmış oldukları tüm işlemlerin nedenini, sonuçlarını mantıksal olarak açıklaması gerektiğinde grafik, ya da şekil gibi görsel öğelerden yararlanması |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma (PB1) | Gerçek hayat durumlarının işleyişini, yapısını anlamlandırmak için matematiğin sembolik diline aktarılan ifadelerden yararlanması ve her aşamasında analitik stratejiler kullanması |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma (PB2) | Açıklamalarında önemli kavramları bir problem durumu içinde ele alarak açıklaması |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme (PB3) | Öğretim sürecinde yer verdiği problem durumlarını farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak bu stratejileri gerekçeleri ile birlikte açıklaması |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma (EB1) | Matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapması, öğretim sürecinde kullanılan matematiksel bilginin kaynağını, nereden geldiğini tam olarak belirtmesi |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma (EB2) | İlgili konuyu diğer disiplinlerle ilişkilendirerek diğer disiplinlerde konunun ne amaçla kullanıldığını ve neden önemli olduğunu gerekçelendirerek açıklaması |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama (EB3) | İlgili konuya matematiksel ilişkilerin nedenlerini ispatını yaparak açıklaması ve bu açıklamalarında konunun bilimsel kaynağına vurgu yapması |

Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının tespit edilmesi için tabloda yer alan kategorilerden yararlanılmıştır. Öğretmenlerin açıklamalarında bu kategorilere göre frekanslandırma yapılmıştır. Öğretmenin açıklaması tek bir kategoriye göre değerlendirilmemiştir. Örneğin; Ö2 öğretmenin bir parabolün nasıl çizildiğini öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:

*"Şimdi bir parabolü çizerken öncelikle x yerine sıfır yazarsanız parabolün y ekseninde kestiği noktayı bulursunuz. Eğer y eksenini sıfır verirseniz x eksenini kestiği noktaları bulursunuz. Daha sonra çocuklar parabolün tepe noktası bulunur. Tepe noktası bulunurken önce apsisi bulunur daha sonra ordinatı bulunur. Ordinatı bulmak için öncelikle apsisi bulmak daha iyi olur. Apsisi bulurken* $-\frac{b}{2a}$ *formülünü uygulayacağız. Apsis aynı zamanda parabolün simetri eksenidir. Daha sonra bunu getirip fonksiyonda yerine yazıp tepe noktasının ordinatını bulacağız. Dediğim gibi eğer a sıfırdan büyük ise parabolün kollar yukarı doğru olur. Bu durumda parabol en küçük değerini alır. Şayet a sayısı sıfırdan küçük ise parabol en büyük değerini alır."*

Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta hem İB2 hem de İB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmenin açıklamalarında, parabolün tepe noktasının apsisinin neden " $-\frac{b}{2a}$ " formülüne göre bulunduğunu öğrencilerine gerekçelendirmemiş, doğrudan ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin parabolün grafiğinin nasıl çizildiğini de ifade ettiği fakat bu ifadelerinin ne anlama geldiğini öğrencilerine açıklamamasından dolayı bu açıklaması aynı zamanda İB3 olarak da değerlendirilmiştir.

Öğretmenin açıklamaları sadece aynı boyutun farklı kategorilerini sağlaması durumunda değerlendirilmemiştir. Öğretmenin bir açıklaması farklı iki boyutta da yerine göre değerlendirilmeye alınmıştır. Örneğin; Ö1 öğretmeninin parabol konusundaki açıklaması:

*"$a(x-r)^2$ bu ifade tam kare ifadesi bu da aslında $x^2$ parabolünün x ekseni boyunca ötelenmesi sonucu oluşan grafiklerdir. Mesela $(x-2)^2$ parabolünün grafiği 2 birim sağa ötelenmesi $(x+1)^2$ parabolünün grafiği ise 1 birim sola ötelenme grafiğidir."*

Ö1 öğretmeninin açıklamasında bu grafiğin nasıl çizildiğini gerekçelendirmemesi ve sadece prosedürün nasıl uygulandığını göstermeye yönelik olmasından dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilirken öte yandan kuralın ne anlam ifade ettiğini vermiş olduğu örnekler aracılığıyla açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları yukarıda açıklandığı şekilde kodlanılmış ve kodlara göre frekanslandırılmıştır. En fazla frekans değerine göre öğretmenin öğretimsel açıklama boyutu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türleri birlikte araştırmanın bulguları kısmında şu şekilde sunulmuştur. Örneğin;

Ö1 öğretmeni *“ Köklerinden biri 2$\sqrt{3}$-1 olan ikinci dereceden bir denklemin diğer kökü 2$\sqrt{3}$+1 dir. Onun eşleniğidir. Çünkü köklerin bulunuş formülünü hatırlarsanız eksi b artı eksi kök delta bölü iki a formülünde gelmektedir. Kökleri bilinen ikinci dereceden bir denklemi yazarken kökler toplamı ve çarpımına ihityacımız vardır. Çünkü ikinci dereceden bir denklemin çarpanlarını ayırırken ne yapıyorduk?...kökler (x-2$\sqrt{3}$-1).(x-2$\sqrt{3}$+1) burdan da yazılabilir....”* şeklindeki ifadesinde kullandığı örneği geliştirici bir örnek olarak ve aynı zamanda öğretmenin örneğin çözüm adımlarını gerekçeleleri ile birlikte açıklaması ise açıklayıcı boyutta değerlendirilmiştir.

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları ile kullandığı örnekler arasındaki ilişkinin belirlenmesi ise, her bir öğretmene ait öğretimsel açıklama boyutlarından frekansça en fazla olan ile bu açıklamalar esnasında en fazla kullandığı örnek türüne ait frekans sonuçları dikkate alınarak tespit edilmiştir.

### 3. 6. Araştırmada Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramı araştırmada nitelik olarak değerlendirilmektedir. Başka bir ifade ile araştırmanın niteliği o araştırmanın geçerlik ve güvenirlik kavramlarıyla ilgilidir. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramları yerine Lincoln ve Guba (1985) tarafından ortaya konulan dört kritere dikkat edilir. Bunlar: inandırıcılık (iç geçerlik), aktarılabilirlik (dış geçerlik, genelleme ), tutarlık (iç güvenirlik), teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) şeklindedir.

Araştırmacı 2011-2012 ve 2012- 2013 eğitim-öğretim yıllarında, gözlem yaparak veri kaynakları ile uzun süreli etkileşim sağlamıştır. Bu bağlamda çalışmanın inandırıcılığını artırmak için veri kaynakları ile uzun süreli etkileşim gerçekleştirilmiştir. Veri toplama sürecinde inandırıcılık adına; mülakatlar, dokümanlar, gözlemler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Araştırmada gözlem ve dokümanlardan elde edilen veriler informal mülakatlar ile desteklenmeye çalışılmıştır. İnformal mülakatlar ses kayıt cihazlarıyla kayıt altına alınmıştır. Elde edilen veriler daha sonra katılımcılara teyit ettirilmiştir. Katılımcıların düşüncelerinin verilere doğru aktarılıp aktarılmadığı konusunda da görüş alınarak çalışmanın inandırıcılığı sağlanmaya çalışılmıştır.

Nitel araştırmalarda genelleme ya da dış geçerlik yerine kullanılan bir diğer kriter de aktarılabilirliktir. Bu çalışmada aktarılabilirliğin artırılması adına; araştırma sürecinde elde edilen veriler hiçbir yorum katılmadan, okuyucuya verinin doğasına bağlı kalarak temalar ve kategoriler altında düzenlenerek sunulmuştur. Buna bağlı olarak okuyucular araştırılan konuya ilişkin sonuçlara daha net bir şekilde ulaşacaktır ve okuyucular kendi oluşturduğu araştırma durumlarına bu sonuçları aktarma fırsatı elde edebilmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırma sonuçlarının genellenmesinden ziyade benzer durumlara aktarılabilirliği (Yıldırım ve Şimşek, 2008) sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun için araştırmada seçilen yöntem ve nedenleri ile veri toplama araçları ve verilerin analizinde geçen sürece ilişkin açıklamalara yapılmaya çalışılmıştır.

Tutarlık için araştırmada öğretmenlerin kullandıkları örneklerin tespit edilmesi ve öğretimsel açıklamalarının belirlenmesi için gözlemler gerçekleştirilmiş. Bu gözlemlerde öğretmenin bütün açıklamaları ve kullandığı örnekler ayrıntılı bir şekilde not edilmiştir. Gözlemlerin yanı sıra dokümanlardan yararlanarak da veri toplanmaya devam edilmiştir. Ayrıca gözlem ve dokümanlardan elde edilen veriler informal mülakatlarla desteklenmiştir. Böylelikle üçgenleme yapılarak araştırmanın tutarlığı sağlanmıştır. Ayrıca araştırma sürecinde alanın sınırlılıkları görmek ve veri toplama araçları için pilot çalışma yapılmıştır. Araştırmada katılımcılar ve yöntem ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Araştırmada elde edilen veriler sistematik bir şekilde toplanmaya çalışılmış ve araştırma süresince değişkenler arasındaki ilişkiler bulunmaya çalışılmıştır. Bu ilişkiler sebep sonuç bakımından ayrıntılı bir şekilde irdelenmiştir. Araştırmanın doğasına uygun olacak şekilde veriler toplanmış ve bu doğrultuda veriler kayıt altına alınmıştır.

Nitel çalışmalarda bir diğer kriter ise araştırmacının elde ettiği sonuçların veri tarafından desteklenmesidir. Bu araştırmada da bulgular kısmında katılımcıların doğrudan ifadelerine yer verilerek teyit edilebilirlik sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun yanı sıra araştırmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarına ait verilerin analizi için uzman görüşler doğrultusunda Kinach (2002a) tarafından geliştirilen çatı revize edilmiştir. Öğretimsel açıklamalara ait verilerin analizde kullanılan bu çatının son hali okuyucuyla paylaşılmıştır. Veri toplama araçları hakkında bilgiler sunulmuş ve araştırmada yer verilen mülakatlar okuyucuya sunulmuştur. Ayrıca araştırma kapsamında teyit edilebilirliği sağlamak için araştırmacı dışında farklı bir araştırmacı tarafından veriler yeniden kodlanmıştır. Daha sonra elde edilen bu kodlar araştırmacının kodlamaları ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan bu kodlarda “görüş birliği” ve “görüş ayrılığı” olan kodlar tartışılmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Böylelikle araştırmada teyit edilebilirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

# 4. BULGULAR

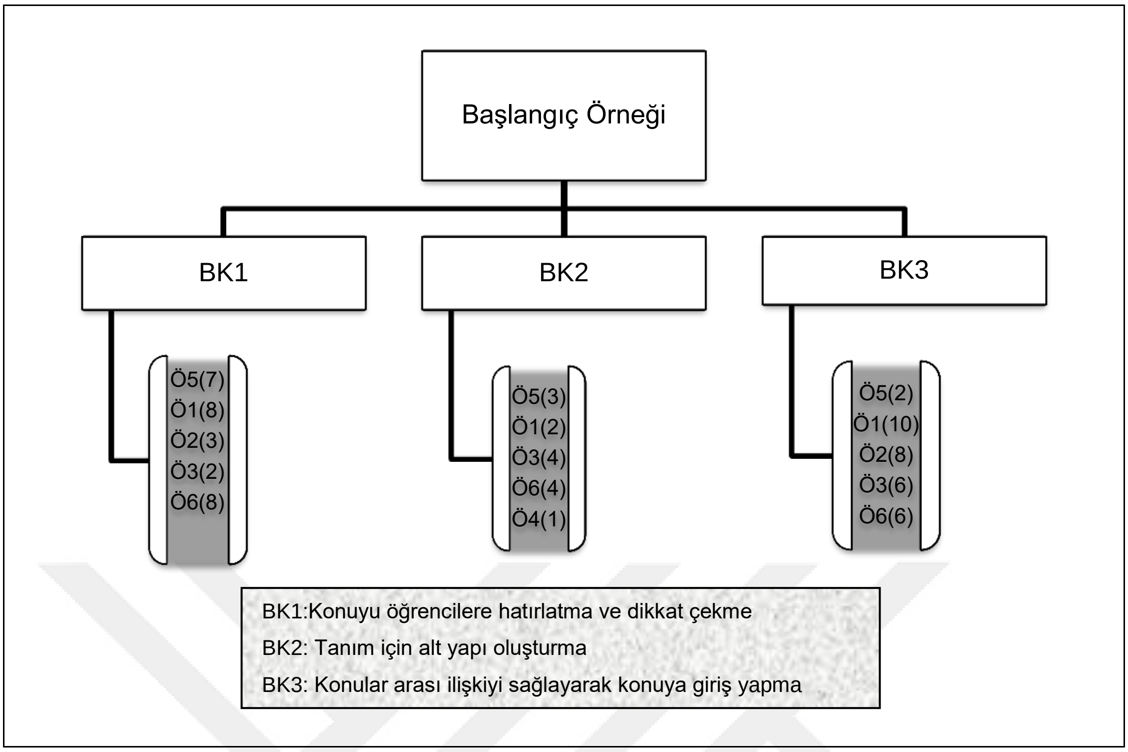
Bu bölümde, çalışma süresince toplanan verilerden elde edilen bulgular sunulmaktadır. Bulgular araştırmanın problemleri doğrultusunda iki ayrı başlık altında sunulmuştur. Birinci başlıkta araştırmanın ilk problemi olan matematik öğretmenlerinin derste kullandıkları örneklerin sınıflandırılmasına yer verilirken, ikinci başlıkta öğretmenlerin derslerinde yapmış oldukları öğretimsel açıklamaların örnek türleri ile ilişkisine yer verilmiştir.

## 4. 1. Öğretmenlerin Derste Kullandıkları Örneklerin Sınıflandırılmasına İlişkin Bulgular

Bu başlık altında örnek türleri, öğretmenlerin derslerinden elde edilen verilere göre belirlenmiştir. Öğretmenlerin derslerinden elde edilen verilerden önce kodlar ve daha sonra bu kodlardan temalara ulaşılmıştır. Elde edilen temalara ait örnekler çalışmanın amacı doğrultusunda sunulmuştur. Yapılan içerik analizi sonucunda örnekler 6 kategoride toplanmıştır. Bu örnek türleri şunlardır: 1) Başlangıç örnekleri (Tablo 9) 2) Standart örnekler (Tablo 10) 3) Geliştirilmiş örnekler (Tablo 11) 4) Uç örnekler (Tablo 12) 5) Örnek dışı (Tablo 13) 6) Karşıt örnekler (Tablo 14).

### 4. 1. 1. Başlangıç Örneklerine İlişkin Bulgular

Bu bölümde öncelikle başlangıç örnekleri olarak kabul edilen örneklere yer verilmiş ve bunların neden başlangıç örneği olarak nitelendirildiğine dair öğretmenlerle yapılan mülakatların analizleri sunulmuştur. Şekil 5'de bu örnek türüne ait kodlar ve bu kodların hangi öğretmenler tarafından ne sıklıkla kullanıldığı gösterilmiştir.



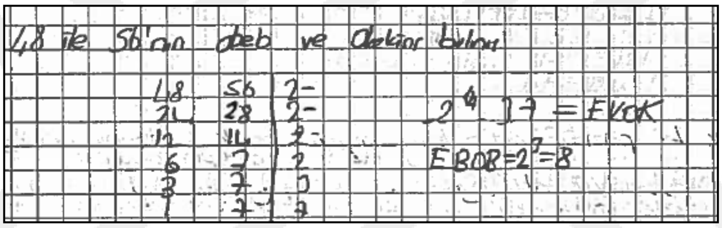

Şekil 5. Başlangıç örneğine ait kodlar ve kodlara ait frekansı

Şekil 5'de görüldüğü üzere başlangıç örnekleri üç kod altında toplanmıştır. Bu kodlar öğretmenlerin derslerinde örnekleri 'hangi amaçla' kullandıkları sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda oluşturulmuştur. Öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre, konuya öğrencilerin dikkatlerini çekmek ve hatırlatmak (BK1), tanım için alt yapı oluşturma (BK2) ve konular arası ilişkiyi sağlayarak konuya giriş yapma (BK3) şeklinde kodlar oluşturulmuştur. Buna göre, gözlem süresince öğretmenlerin derslerinde öğrencilerin konuya dikkatini çekmek ve hatırlatmak için Ö5 öğretmeni, 7; Ö1 öğretmeni 8; Ö2 öğretmeni, 3; Ö3 öğretmeni, 2 ve Ö6 öğretmeni ise 8 defa BK1 kodlu örnekleri kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin ilgili konu kapsamında konuya ait tanımı ifade etmeden önce öğrencilerde tanımla ilgili gerekli alt yapıyı oluşturmak için Ö5 öğretmeni, 3; Ö1 öğretmeni, 2; Ö3 öğretmeni, 4; Ö6 öğretmeni, 4 ve Ö4 öğretmeni, 1 defa BK2 kodlu örnekleri kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin yeni konuya başlarken öğrencilerin önceki bilgileri ile ilgili konuyu ilişkilendirmek için Ö5 öğretmeni, 2; Ö1 öğretmeni, 10; Ö2 öğretmeni, 8; Ö3 öğretmeni, 6 ve Ö6 öğretmeni, 6 tane BK3 kodlu örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir.

Ö5 öğretmeni, 9. sınıflarda yürütmüş olduğu derste EBOB ve EKOK konusuna şu şekilde açıklama yaparak başlamıştır: *"Arkadaşlar bu konuyu 6.sınıfta görmüştünüz. Hatırlarsanız EBOB; en büyük ortak kat, EKOK; en küçük ortak kat demekti. Aslında*

*EKOK'u rasyonel sayılarda payda eşitleme işleminde kullanıyorsunuz. Benzer şekilde EBOB'u sınıfımız yerlerine bakacak olursak eşit boyda fayanslarla döşenmiştir. Düz zemini eş parçalara ayırmada kullanmış olduk…."* şeklinde açıklama yapmıştır.

Ö5 öğretmeni, 9. sınıflarda yürütmüş olduğu derste en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat kavramlarını açıklarken; öğrencilerinin bu konuyu 6.sınıfta gördüklerini ve rasyonel sayılarda EKOK'un ve günlük hayatta EBOB'un kullanım yerine vurgu yapmıştır. Ö5 öğretmeni, rasyonel sayılarda payda eşitleme işleminin bir en küçük ortak kat bulma durumu olduğunu veya sınıfın tabanının eş fayanslarla eşit bir şekilde döşenmesinin de aslında kenarları bölen, en büyük ortak bölen ile gerçekleştirildiğini ifade ederek derse başlamıştır. Bunun yanı sıra Ö5 öğretmeni dersinde, öğrencilerine EBOB ve EKOK nasıl bulunduğunu Şekil 6'daki gibi hatırlatmıştır. Ö5'in derste kullandığı başlangıç örneği Şekil 6'da gösterilmiştir.




Şekil 6. EBOB ve EKOK konusuna ait başlangıç örneği (BK1)

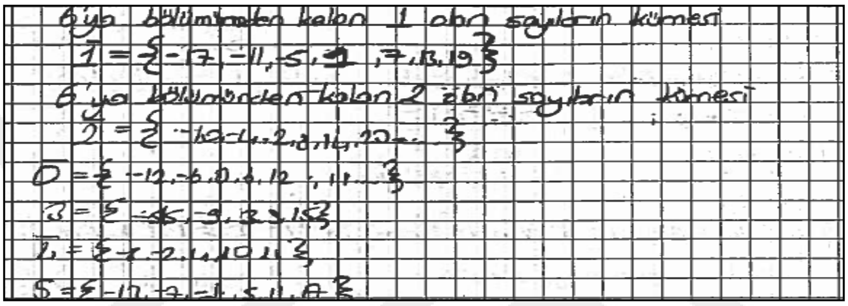
Bu örnek ile Ö5 öğretmeni EBOB ve EKOK'un nasıl bulunduğunu 56 ve 48 sayılarını kullanarak öğrencilerine hatırlatmıştır. Öğretmen ile ders sonunda yapılan görüşmede bu örnek ile neden derse başladığı sorulduğunda aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

> *"EBOB ve EKOK konusuna başlarken öğrencilere EBOB neydi EKOK neydi dedim ve nasıl bulunurdu onu gösterdim, zaten öğrenciler bunu öğrenmişti biz bunu ilerleyen zamanlarda sadece bir araç olarak kullanacağız. Günlük hayatta nerde kullanacağımızı belirttim örneği yazmadan önce… "*

Ö5 öğretmeni, yapmış olduğu açıklamada öğrencilerinin EBOB ve EKOK'u aslında işlemsel olarak bildiğini ve bu işlemi hatırlatmak için kullandığını belirtmiştir. Öğrencilerine bu örneği sunarken yaptığı açıklamalarda, günlük hayatta nerede kullanıldığını açıklayarak konuya onların dikkatini çekmek istemiştir. Benzer şekilde Ö5 öğretmeni, modüler aritmetik konusuna başlarken, bölen ile kalan ilişkisini örneklendirmiş ve bu bilgiyi sunarken öğrencilerin bölünebilme konusundaki bilgileriyle açıklamıştır. Aynı zamanda modüler aritmetik konusuna öğrencilerin dikkatini çekmek için günlük hayattan şu örneği vererek başlamıştır:

*“Çocuklar bugün günlerden Cuma ve nöbetçiyim, benim nöbetimi 4 güne bir tutuğumu düşünürsek benim 3. nöbet günümü veya 20. nöbet günümü tek tek saymadan bu konu aracılığıyla bulabiliriz. Hatta sizin hangi gün doğduğunuzu da bulabiliriz.”*

Ö5 öğretmeni modüler aritmetik konusuna başlarken dersin işlenmiş olduğu günün onun 3. nöbet günü olduğunu ve dört güne bir nöbet tuttuğuna göre 20.nöbet gününü öğrencilerine sayma işlemi yapmadan bu konu aracılığıyla bulabileceklerini ifade etmiş. Ö5, böylelikle konuya günlük hayattan bir örnek vererek onların konuya dikkatini çekmek istemiştir. Öğretmenin bu amacı başlangıç örneği BK1 olarak kodlanmıştır. Ö5 öğretmeni, konuyla ilgili bölen ve kalan ilişkisini ise Şekil 7’deki örnek ile örneklendirmiştir.



Şekil 7. Modüler aritmetik konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

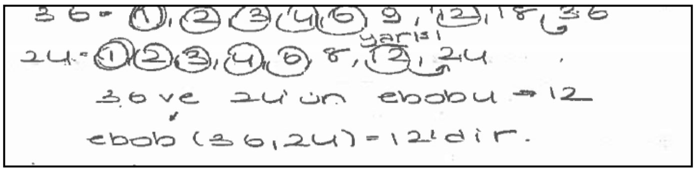
Ö5 öğretmeni, 6 ile bölümünden 1 kalan sayıların kümesini, 6 ile bölümünden 2 kalanını veren sayıları benzer şekilde 0, 3, 4 ve 5 kalan sayıların kümesini de öğrencileriyle birlikte Şekil 7’deki gibi yazmışlardır. Ders bitiminde yapılan görüşmede ise Ö5 öğretmeni, bu örneklerin kullanım amaçlarını da aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

*“Bu örnek ile modüler aritmetikte kalan bulma ile bölme bölünebilme konusu ile ilişkilendirmeye çalıştım. Tabi birde konuya öğrencinin dikkatini çekmek içinde nerelerde kullanabileceğimizi açıkladım.”*

Yukarıdaki açıklamalarda ifade ettiği gibi Ö5 öğretmeni, modüler aritmetik konusunu bölme bölünebilme konusu ile ilişkilendirmiştir. Bu yüzden Ö5 öğretmeninin konular arası ilişkileri sağlayarak modüler aritmetik konusuna başlamasından dolayı Şekil 7’deki örnek başlangıç örneği BK3 olarak kodlanmıştır. Ö5 öğretmeninin Şekil 7’deki örnekler ile günlük hayatta konunun nerede kullanıldığını ifade etmek ve öğrencilerin eski bilgilerini kullanarak yeni konuyla ilişkisini sağlamak için kullandığı tespit edilmiştir.

Ö1 öğretmeni de 9.sınıflardaki dersinde, en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat kavramlarını öğrencilerine öğretirken bu konunun günlük hayatta nerede kullanıldığını ve bunların matematiksel olarak ne anlama geldiğini açıklamıştır. Açıklamalarında Şekil

8’deki örnekten yararlanmıştır. Öğrencilerine Şekil 8’deki örnek üzerinden tanım için gerekli alt yapı oluşturmak istemiştir.



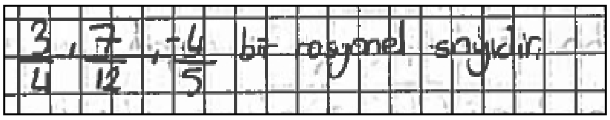

Şekil 8. EBOB ve EKOK konusuna ait başlangıç örneği (BK2 ve BK1)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda bu örneği niçin kullandığını öğrenmek amacıyla yapılan görüşmede şu şekilde açıklamıştır:

*“EBOB’un ne olduğunun tanımını vermeden öğrencilere örnekle ifade etmek istedim zaten öğrenciler önceden onu görmüşlerdi.”*

Ö1 öğretmeni ile yapılan mülakatta öğrencilerinin EBOB kavramını bildiğini belirtmiş ve bu örnekle birlikte tanım için gerekli alt yapıyı oluşturmak istemiştir. Öğretmenin açıklamasında EBOB kavramını hem hatırlatmak hem de öğrencilerde bu konu için bir alt yapı oluşturmaya çalışmıştır. Bundan dolayı bu örnek, başlangıç örneği BK1 ve BK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö5 öğretmeni, rasyonel sayılar ve devirli ondalıklı ifadeler konusunda başlangıç örneklerinden yararlanmıştır. Rasyonel sayılar için tanımı vermeden önce Şekil 9’daki örneklerden yararlanmıştır. Öğretmen rasyonel sayılar tanımını ise Şekil 9’daki örnekten sonra sunmuştur. Ö5 öğretmeninin başlangıç örneği ve açıklaması şu şekildedir:

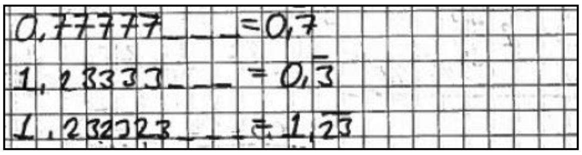



Şekil 9. Rasyonel sayılar konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK2)

Öğretmen öğrencilerine rasyonel sayılar ile ilgili bu örnekleri sunmuş ve öğrencileriyle birlikte bunların neden birer rasyonel sayı olduklarını açıklayarak konuya başlamıştır. Ders bitiminde niçin örneklerle başladığı sorulduğunda ise Ö5 şu şekilde ifade etmiştir:

*“Konuya direk tanımı yazarak başlamak istemedim onun yerine arkadaşlar bunlar biliyorsunuz birer rasyonel sayıydı, o zaman bir şeyi rasyonel sayı olması için ne gibi özellikleri olması gerekiyordu şeklinde sorular sorarak öğrencilerle birlikte tanımı yapmış olduk.”*

Ö5 öğretmeni, rasyonel sayının tanımını yazdırmadan önce Şekil 9'daki örnek aracılığıyla tanıma ait özellikleri, öğrencileri ile birlikte açıklayarak belirlemiştir. Ö5 öğretmeninin bu açıklaması ile rasyonel sayıların tanımı için bir alt yapı hazırlamak istemiştir. Bundan dolayı, öğretmenin bu örneği, başlangıç örneği BK2 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekildeki örneklendirmeleri, devirli ondalıklı ifadeler konusunda yaptığı gözlenmiştir. Bu konuyla ilgili örneği ve açıklaması Şekil 10'da sunulmuştur.

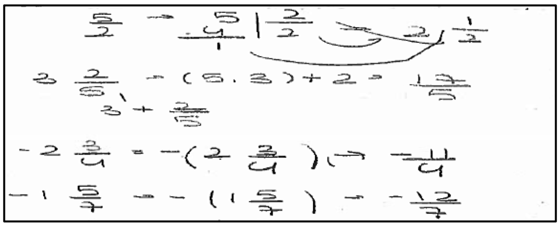



Şekil 10. Devirli ondalıklı ifadelere ait başlangıç örneği (BK2)

Ö5 öğretmeninin Şekil 10'daki örnek ile ilgili açıklaması:

*"Bu ifadelerin birer devirli ondalıklı ifadeler olduğunu ifade ederek tanımı yazdırmadan açıklamış oldum, zaten bu daha önceden bildikleri bir konuydu bu örneklerle konuya giriş yapmış olduk. Bir de öğrenciler tanımları okumuyor ve yazdırsanız sıkılacak o yüzden tanımı örnekler ile açıklamak istedim. Tanımı örnekten sonra yazdırmayı tercih ettim."*

Ö5 öğretmeni, rasyonel sayı ve devirli ondalıklı ifadeleri gösterirken tanımları doğrudan sunmak yerine, bu ifadeleri örnekler üzerinden açıklamış ve daha sonra gerekli tanımı öğrencilerine ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin bu örneği kullanım amacı başlangıç örneği BK2 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde, Ö1 öğretmeni de kesir çeşitlerinin tanımlarını yazdırmadan önce örnekler üzerinden kesir çeşitlerini göstermeyi tercih etmiştir. İlgili örnekleri öğrencileri ile birlikte inceledikten sonra tanımı öğrencilerine ifade etmiştir. Şekil 11'deki gibi açıklamıştır.



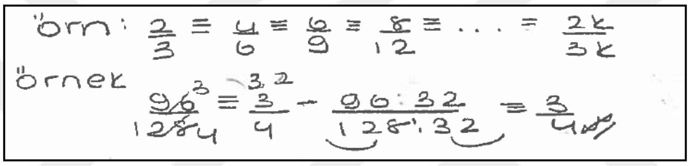
Şekil 11. Rasyonel sayılar konusuna ait başlangıç örneği (BK1)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu durumu şu şekilde ifade etmiştir:

*“Bileşik kesirden tamsayılı kesire nasıl geçiş yapıldığını hatırlatmak istedim ve benzer şekilde bileşik kesire nasıl çevrileceğini göstermek istedim böylelikle ilerleyen zamanlarda rasyonel sayılar da işlem yaptığımızda soru çözerken sıkıntı yaşamayacaklar çünkü sorularda buna ihtiyaç duyacaklardır.”*

Ö1 öğretmeni, bu örnekler aracılığıyla bileşik kesirden tam sayılı kesire ve tam sayılı kesirden ise bileşik kesire nasıl dönüştürüldüğünü hatırlatmak istemiştir. Öğrencilerin daha önceden bunu bilmesi ve sadece hatırlatmak istemesinden dolayı, öğretmenin bu örneği kullanım amacı başlangıç örneği BK1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, kesirlerde genişletme ve sadeleştirme işleminin tanımını ifade etmeden önce öğrencilere örnekler üzerinden bu işlemlerin nasıl uygulandığını açıklamıştır. Bu kesirlerin hepsinin bir birbirine denk olduğunu ve birbirlerinin yerine kullanabileceğini Şekil 12’deki örneklerde görüldüğü gibi ifade etmiştir.



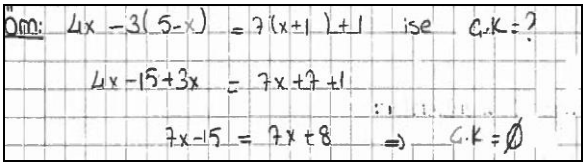

Şekil 12. Rasyonel sayılar konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK2)

Ders sonunda Ö1 öğretmeni ile yapılan görüşmede neden tanımı örneklerden önce yazdırmadığı sorulmuştur. Ö1 öğretmeni ise bu durumu aşağıdaki gibi açıklamıştır:

*“Bu ifadeler öğrencilerin bu zamana kadar öğrendikleri kavramlardır. Bunun yerine onlara akıllarında daha rahat kalabilecek basit örneklerle açıklamak daha mantıklı. Zaten bunu tanımı yazdır örneği sun, öğrenci sıkılır bu tarz ifadelerde durumu açıklayan örnekler ve sonra tanımı öğrenciler ile birlikte yazmak daha kalıcı olur.”*

Ö1 öğretmeni, öğrencilerinin bu konuyu önceden bildiğini ve bu yüzden tanımı sunmadan önce örnekler aracılığıyla onlara, konuyu hatırlatmayı daha sonra formal tanımı sunmayı tercih ettiğini belirtmiştir. Öğretmenin bu örneği hem hatırlatmak hem de tanım için alt yapı oluşturmak amacıyla kullanmasından dolayı, başlangıç örneği BK1 ve BK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu açıklamadan önce, birinci dereceden denklemlerin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu ifade ederek konuya giriş yapmıştır. Bu durumu ise Şekil 13 ‘de sunulan örnekle ifade etmiştir.



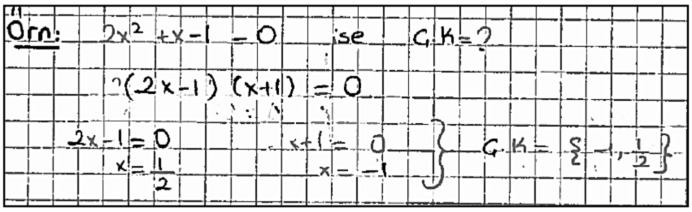

Şekil 13. İkinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3)

Örneği kullanım amacını ise Ö3 öğretmeni şu şekilde ifade etmiştir:

*"Öğrenciler birinci dereceden denklemleri çözmeyi biliyorlar bu bilgileri ile çözüm kümesi neydi onu hatırlatmak aynı zamanda ikinci dereceden bir denklem olsaydı bu durumu nasıl ifade edebiliriz nasıl çözebiliriz acaba diye dikkat çekmek istedim."*

Ö3 öğretmeni bu tarz örneklere yer vererek öğrencilerini ikinci dereceden denklemler konusuna hazırlamak istemiştir. Aynı zamanda birinci dereceden denklemlerin çözüm kümesi ile ikinci dereceden denklemlerin çözüm kümesini nasıl bulunduğunu ilişkilendirmelerini amaçlamıştır. Ö3 öğretmeni, öğrencilerin ön bilgilerini düzenlemek ve ikinci dereceden denklemler konusuna onların dikkatini çekmek, bunun yanı sıra merak uyandırmak amacıyla birinci dereceden denklemlere ait örnekler ile konuya hazırlık yaptığını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu örneği, kullanım amacına göre başlangıç örneği BK3 ve BK1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusunda kök bulma kurallarını öğrencilerine açıklamadan önce, çarpanlara ayrılabilen ifadeleri örneklendirerek dersine başlamıştır. Ö3 öğretmeninin bu tarz örnekleri, öğrencilerinin çarpanlarını kolayca bulamayacakları denklemlere kadar devam ettirdiği gözlenmiştir. Bu durum ile ikinci dereceden bir denklemin kökünün olup olmadığına öncelikli olarak bakılmasının ve bunun için gerekli formülleri kullanılabileceğini ifade etmiştir. Bu süreçte kullandığı örneklerden biri Şekil 14'de sunulmuştur.

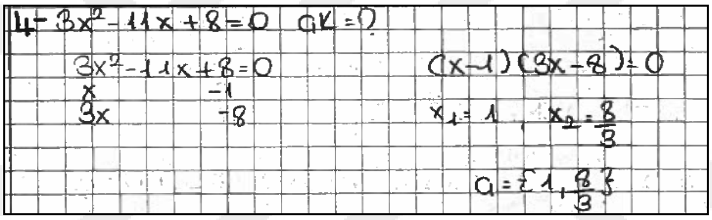



Şekil 14. İkinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö3 öğretmeni, bu örneğin kullanım amacını ise şöyle ifade etmiştir:

*“Bu ifade çarpanlara ayrılabiliyor hatta iki farklı kökü var ama her zaman bu şekilde öğrenciler rahatlıkla çarpanlarını bulamayabilir. Bunun için onlara kuralın gerekliliğine hissettirmem lazım hem de aynı ifadeyi iki farklı şekilde çarpanlarına ayırabileceklerini göstermem gerek. Yani çarpanlara ayırma ve ikinci dereceden denklemler birbirleriyle ilişkili konular öğrencilere bunu da göstermek lazım…”*

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusuna başlarken önce çarpanlarına ayrılabilen örnekler sunduğu gözlenmiştir. Bu örnekleri kullanım amacı sorulduğunda ise çarpanlara ayırma konusu ile ikinci dereceden denklemler konusunu ilişkilendirmek istediğini ifade etmiştir. Öğretmenin bu açıklamasından dolayı kullandığı örnek, başlangıç örneği BK3 olarak kodlanmıştır. Ö2 öğretmeni de, ikinci dereceden denklemler konusuna Ö3 öğretmeni gibi çarpanlarına ayrılabilen ifadeler yazarak başlamış ve bu durumu öğrencilerinin çarpanlarını daha zor bulacakları ifadelere kadar devam ettirdiği görülmüştür.



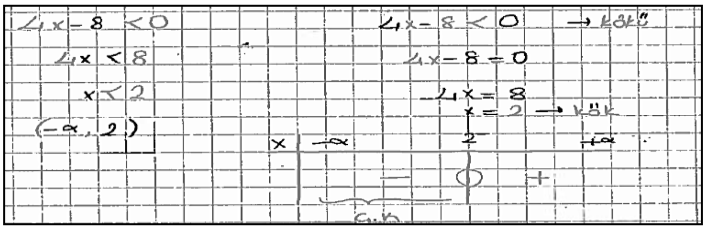

Şekil 15. İkinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3)

Bu tarz örnekler ile neden derse başladığı sorulduğunda ise şu şekilde ifade etmiştir:

*“Bu tarz örneklerle öğrencilerin ikinci dereceden denklemler konusunda kök bulma kurallarının gerekliliğini hissettirmek istiyorum. Çarpanlara ayrılan ifadelerle başladım ve çarpanlarına direk ayıramayacakları ifadelere kadar devam ettik.”*

Ö2 öğretmeni ve Ö3 öğretmeni, çarpanlara ayırma konusundan yola çıkarak ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulma formüllerinin gerekliliğine öğrencilerini hissettirmek istemiştir. Öğretmenlerin bu örnekler aracılığıyla ikinci dereceden denklemlerin kök formüllerine dikkat çekmeyi amaçlamışlardır. Bu yüzden öğretmenlerin bu amacı BK1 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin bununla birlikte öğrencilerinin çarpanlara ayırma konusuyla ikinci dereceden denklemler konusunu ilişkilendirmelerini sağlamayı da amaçlamıştır. Bu yüzden kullanılan bu örnek, aynı zamanda amacına göre başlangıç örneği BK3 olarak kodlanmıştır. Benzer şekilde Ö3 öğretmeni, eşitsizlikler konusuna geçtiğinde bu konuyu 9. sınıfta gördükleri basit eşitsizlikler konusuyla aynı olduğunu sadece biraz daha ayrıntılı olduğunu belirtmiştir.

Basit eşitsizlikler konusunu Şekil 16'daki örnek aracılığıyla öğrencilerine ilgili özellikleri hatırlattığı görülmüştür.

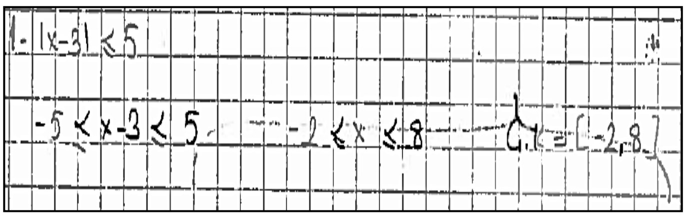



Şekil 16. Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3)

Ö3 öğretmeni, dersinde bu örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Arkadaşlar bu birinci dereceden eşitsizlikleri siz geçen yıl 9. Sınıfta gördünüz biz size o zaman tablo yaptırmadan direk çözüm yapmayı gösterdik şimdi farklı olarak tablo yaptık. Bu tablo yöntemi daha çok ikinci dereceden eşitsizliklerde çözüm kümesi bulmamızda bize yardımcı olacak."*

Ö3 öğretmeni bu örneğin, geçen yıl gördükleri basit eşitsizlikler konusuna ait olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin bildikleri çözüm yöntemi ile yapabileceklerini belirtmiştir. Fakat öğretmenin öğrencilerine bu örnek ile asıl vurgulamak istediği şeyin farklı çözüm olarak denklemin kökünü bulmaları ve buna göre tablo yapabileceklerini ifade etmiştir. Öğrencilerin ikinci dereceden bir denklemin çözümünü yaparken tablo yapmalarının gerekli olduğunu ve bu yüzden bu örnek ile ikinci çözüm yoluna vurgu yapmak istediğini belirtmiştir. Ö3 öğretmeninin kullanım amacına göre, hem hatırlatma hem de konular arası ilişki sağlaması bakımından örnek, BK1 ve BK3 olarak kodlanmıştır. Ö3 öğretmeni, daha sonra tahtaya Şekil 17'deki mutlak değerli ifadeyi yazmıştır.



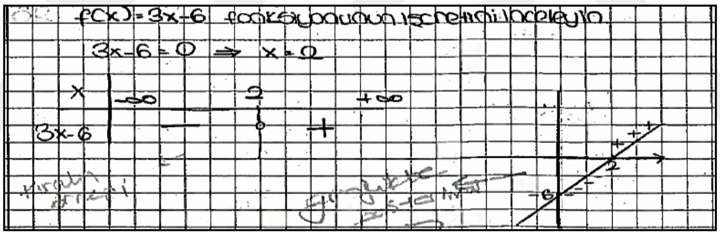

Şekil 17. Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö3 öğretmeninin Şekil 17'deki başlangıç örneğini kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Öğrenciler bunu 9.sınıfta mutlak değer konusunda öğrendiler. Bu örnek ile onların bilgilerini tazelemek istedim. Bir de bilirsin eşitsizliklerde falan soru çözerken lazım olacak onlara böyle basit bir örnekle yeni konuya hazırlık yaptım."*

Ö3 öğretmeni, mutlak değerli bir eşitsizliğin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu da öğrencilerine Şekil 17'deki örnek ile öğrencilerine hatırlatmak istemiştir. Eşitsizlik ifadeleri ile ilgili soruların içinde mutlak değerli ifadelerinde olacağını, bunun için ufak bir hatırlatma yapmanın öğrenciler için yararlı olacağını belirtmiştir. Aynı zamanda öğretmenin açıklamasında mutlak değerli ifadeler ile eşitsizlik ifadelerini de ilişkilendirmeyi amaçladığı belirlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin kullanmış olduğu bu örnek, BK3 olarak kodlanmıştır.

Ö2 öğretmeni, birinci dereceden eşitsizlik ifadelerini örnekler üzerinden öğrencilerine açıklamıştır. Basit eşitsizlikler konusunu öğrencilerin geçen yıl öğrenmiş olmalarından dolayı örnekler üzerinden derse başlamayı tercih ettiğini ifade etmiştir. Bir eşitsizliğin çözüm kümesi için gerekli olan tabloyu grafik üzerinden öğrencilerine örneklendirerek Şekil 18'deki gibi açıklamıştır.



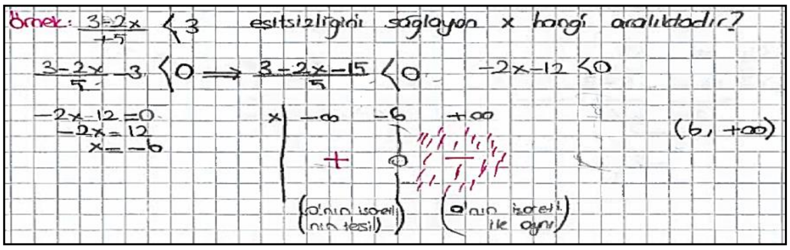

Şekil 18. Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö2 öğretmeni, örneği kullanım amacını ise şu şekilde belirtmiştir:

*"Öğrencilerim 3x+6 ifadesinin grafiğini çizebiliyor bende onların bu bilgisinden yararlanarak işaretin nasıl değiştiğini göstermek istedim. Böylelikle işaret tablosunda kök olduğunda işaretin nasıl değiştiğini açıklamış oldum."*

Ö2 öğretmeni, öğrencilerin birinci dereceden denklemler bilgisi ile birlikte grafik üzerinden işaret tablosunu incelemiştir. Ö2 öğretmeni, bu örneği ikinci dereceden eşitsizliklerin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu göstermek için bir araç olarak kullanmıştır. Ö2 öğretmeni, basit eşitsizliklerin çözümünü geçen seneden farklı olarak tablo yöntemiyle öğrencilerine açıkladığını, böylelikle öğrencilerinin bildiği bir durumu farklı bir şekillerde ifade ederek yeni konuya hazırlamaya çalıştığını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu örneği BK3 olarak değerlendirilmiştir.

Benzer şekilde Ö6 öğretmeni, eşitsizlikler konusuna geçen yıl öğrencilerinin bildiği basit eşitsizlikler konusuyla Şekil 19'daki örneği yazarak başlamıştır.



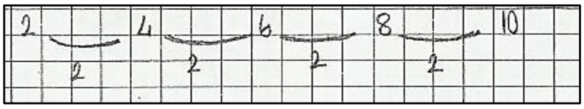
Şekil 19. Eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3)

Ö6 öğretmeni, Şekil 19'daki örneği kullanım amacını, ders bitiminde yapılan görüşmeyle şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Öğrenciler zaten birinci dereceden eşitsizlikleri gördüler onlara bu durumu hatırlattım yalnız bu durumu hatırlatırken çözümde tablo yaptım çünkü ikinci dereceden eşitsizlikler konusunda yapmak zorundalar ve orda bu köklerde işaret neden değişiyor ya da değişmiyor hazırlamam lazım."*

Ö6 öğretmeni, bu örneği kullanım amacını, birinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözümünü hatırlatmak ve birinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin tablodan yararlanarak çözüm aralığının nasıl bulunduğunu göstermek istemiştir. Ö6 öğretmeni böylelikle ikinci dereceden denklemlerin çözüm aralığının bulunması için yapılan tabloyu, öğrencilerine bağlantı kurarak açıklamayı hedeflemiştir. Öğrencilerinin eski bilgilerini hatırlatarak, yeni öğrenecekleri konuyla ilişkilendirmeyi amaçlamışlardır. Öğretmenin bu yüzden kullanmış olduğu bu örnek BK1 ve BK3 olarak kodlanmıştır.

Ö3 öğretmeni, aritmetik dizi konusuna Şekil 20'deki örnekle derse başladığı gözlenmiştir. Öğrencilerine bu sayılar arasındaki farka dikkat etmelerini söylemiş ve bu sayılar arasındaki fark daima sabit ise bunun bir aritmetik dizi olacağını bu örnek üzerinden açıklamıştır.

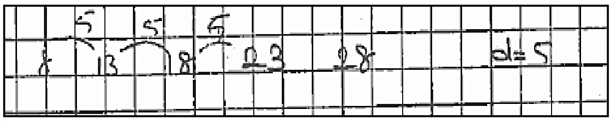



Şekil 20. Dizi konusuna ait başlangıç örneği (BK2)

Ö3 öğretmeni öğrencilerine neden tanımı ifade etmediğini ve bu durumu neden örnek ile ifade ettiğini ise yapılan görüşmede şu şekilde belirtmiştir:

*“Aritmetik dizinin tanımını vermeden öğrencilerin tanımın özelliklerini hissetmesini istedim arada fark bakın her zaman sabit olacak bu örnek ile tanımı birlikte ifade ettik.”*

Ö3 öğretmeni, aritmetik dizinin tanımını vermeden öğrencileri ile birlikte tanıma ait özellikleri incelemek istemiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeni aritmetik dizinin tanımını öğrencilerine hissettirmek için bu örnekten yararlanmıştır. Bundan dolayı kullanmış olduğu bu örnek BK2 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekildeki Ö4 öğretmeni de dersinde öğrencilerine, Şekil 21’deki örnek ile göstermiştir:



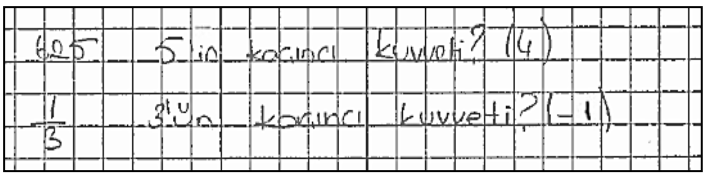

Şekil 21. Dizi konusuna ait başlangıç örneği (BK2)

Ö4 öğretmeni, bu örneği sunma amacını ise şu şekilde ifade etmiştir:

*“Evet, bu örnek ile sayılar arasındaki farkın sabit olduğunu ve bu şekilde sayılar arasındaki fark daima sabit oluyorsa bunun bir aritmetik dizi olduğunu tanımı yazdırmadan önce ifade etmiş oldum. Öğrenciler genelde tanımı okumuyor ama böyle yapınca tanımı yazdırırken daha çok dikkat ediyorlar bence.”*

Ö4 öğretmeni de, benzer şekilde tanımdan önce tanımı örnekler ile öğrencilerine açıklamak istemiştir. Öğretmen dersinde aritmetik bir dizide sayılar arasındaki farkın sabit olması gerektiğini bu örnek aracılığıyla ifade etmiştir. Öğretmenin tanımı ifade etmeden önce tanıma ait bu özelliği öğrencilerine vurgulamayı amaçlamasından dolayı öğretmenin bu örneği kullanım amacı BK2 olarak kodlanmıştır.

Ö4 öğretmeni, logaritma konusuna başladığında üslü ifadelerden yararlanarak konuya öğrencilerini hazırlamak istemiştir. Bu duruma uygun örneği ise Şekil 22’de sunulmuştur.




Şekil 22. Logaritma konusuna ait başlangıç örneği (BK1 ve BK3)

Ö4 öğretmeni Şekil 22’deki örneği kullanım amacını ise şu şekilde ifade etmiştir:

*“Bu örnekle amacım öğrencilerin logaritma konusuna dikkatini çekmek ve üslü ifadeler ile ilişkisine vurgu yapmak istedim.”*

Ö4 öğretmeni, öğrencilerin konuya dikkatini çekmek için;  bu konuyla ilişkili olan üslü sayılar konusuna ait bir örnek ile logaritma konusuna başladığı görülmüştür. Öğretmenin bu örneği kullanım amacı bu yüzden BK1 ve BK3 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekler Tablo 9’da kullanım amaçlarına göre üç kod altında toplanmıştır. Bu kodların hepsi de başlangıç örneği temasının altında toplanmıştır.

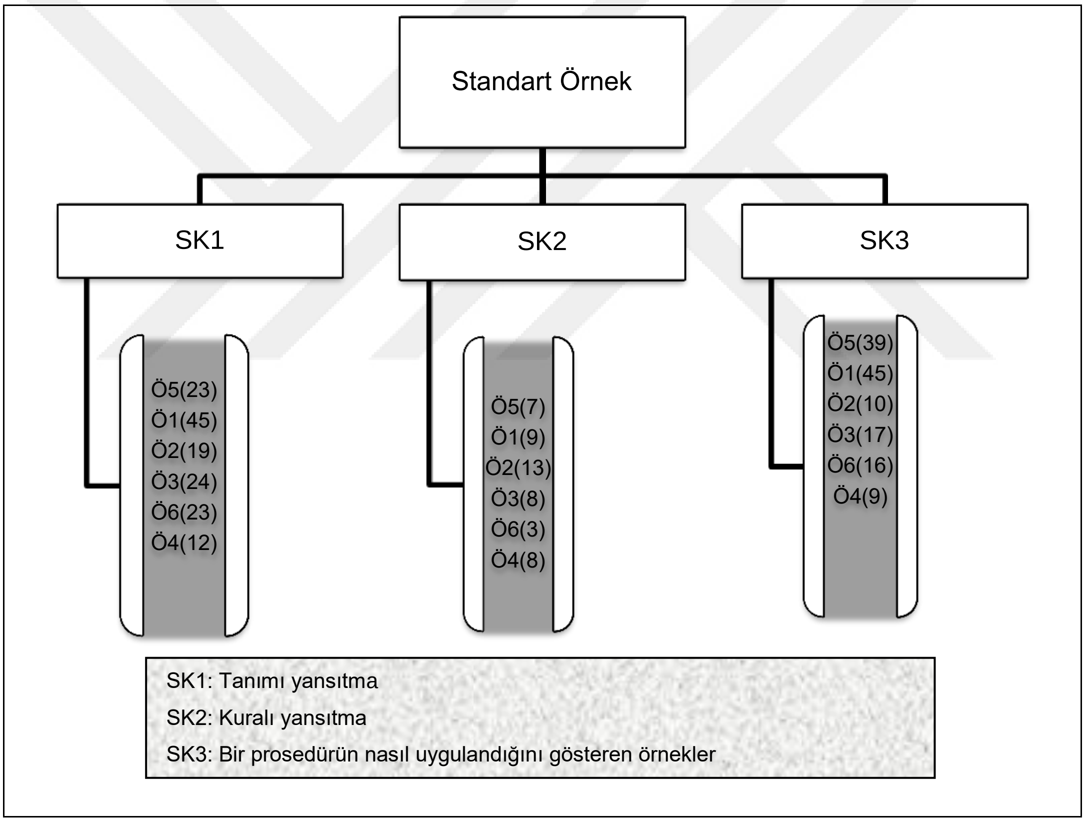
Tablo 9. Başlangıç Örneğinin Kullanım Amaçları Ve Açıklamaları

| Örnek Türü | Kullanım Amaçları | Açıklama |
|---|---|---|
| Başlangıç Örneği | Konuya öğrencilerin dikkatini çekme ve hatırlatma(BK1) | Bir konunun başında öğrencilerin konuya ilgisini çekmek ve öğrencilerinin eski bilgilerini hatırlatmak amacıyla sunulan örneklerdir. |
| | Tanım için alt yapı oluşturma (BK2) | Bir konunun başında öğrencilerine konu için bilmeleri gereken bilgileri içeren örneklerdir. |
| | Konular arası ilişkiyi sağlayarak konuya giriş yapma (BK3) | Yeni bir konuya başlarken bu konuya eski bir konuyla bağlantı sağlamak için sunulan örneklerdir. |

Tablo 9’da görüldüğü gibi, yapılan mülakatlar ve gözlemlerden elde edilen verilerden öğretmenlerin derslerinde; ilgili konuya dikkatini çekmek ve hatırlatmak, tanım için alt yapı oluşturmak ve konular arası ilişkileri sağlamak amacıyla başlangıç örneklerinden yararlandıkları tespit edilmiştir. Başlangıç örneklerinin bir konuya giriş yaparken ya da herhangi bir kavrama ait tanımı vermeden önce kullandığı belirlenmiştir. Öğretmenlerin bazen her hangi bir konuya başlarken, öğrencilerin dikkatini çekmek için kullandıkları örneklerdir. Bu durumu ise konunun günlük hayatla ilişkisini içeren örneklerle ya da öğrencilerin önceden öğrendikleri ve bildiğini düşündüğü bir bilgiyi hatırlamak için kullandıkları örnekler ile gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Bu iki amaç doğrultusunda kullanılan bu örnekler araştırmada başlangıç örneği BK1 olarak değerlendirilmiştir. BK1 kodunda öğretmenin amacı ilgili konu kapsamında öğrencilerin dikkatini çekmek ve hatırlatmak olarak belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin belirli örnekler ile konu kapsamında her hangi bir tanımı vermeden önce öğrencileri ile birlikte tanımın sahip olabileceği nitelikleri belirlemeye çalıştıkları görülmüştür. Bununla birlikte bu örneklerden sonra öğretmenlerin ilgili tanımı ifade ettikleri tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bu süreçte kullanmış olduğu bu örnek BK2 olarak kodlanmıştır. Bu kod tanım için alt yapı oluşturma olarak değerlendirilmiştir. Araştırmada son olarak öğretmenlerin konular arası ilişkiyi sağlayarak öğrencilerine yeni bilgiye ihtiyaç duymalarını sağlamayı hedefledikleri tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bu hedefler doğrultusunda kullanmış oldukları bu örnekler, BK3 olarak kodlanmıştır. Bu kod konular arası ilişki sağlayarak konuya giriş yapma olarak adlandırılmıştır.

### 4. 1. 2. Standart Örneklere İlişkin Bulgular

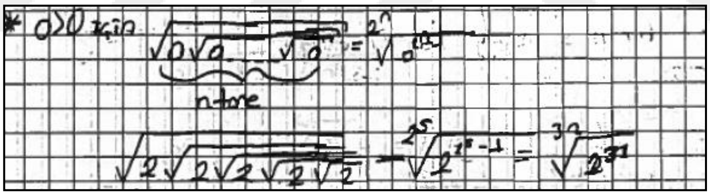
Bu başlık altında standart örnek olarak kabul edilen örneklere yer verilmiş ve bu örneklerin sahip olduğu özellikler öğretmenlerle yapılan mülakatlar ve gözlemler aracılığıyla sunulmuştur. Şekil 23'de bu örnek türüne ait kodlar ve bu kodların hangi öğretmenler tarafından ne sıklıkla kullanıldığı gösterilmiştir.




Şekil 23. Standart örneğe ait kodlar ve kodların kullanım frekansı

Araştırma kapsamında standart örnekler Şekil 23'de görüldüğü gibi üç kod altında toplanmıştır. Bu kodlar öğretmenlerin derslerinde örnekleri 'hangi amaçla' kullandıkları sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda oluşturulmuştur. Bu amaçlar doğrultusunda öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre, bir kavramı tanımladıktan sonra tanımı yansıtan prototip örnekler (SK1), bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan prototip örnekler (SK2) ve öğretmenin öğrencilerine bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek amacıyla kullanılan örnekler (SK3) şeklinde kodlar oluşturulmuştur. Buna göre, gözlem süresince öğretmenlerin derslerinde öğrencilerine tanımın ne anlama geldiğini ifade etmek için Ö5 öğretmeni, 23; Ö1 öğretmeni, 45; Ö2 öğretmeni, 19; Ö3 öğretmeni, 24; Ö6 öğretmeni, 23 ve Ö4 öğretmeni,12 defa SK1 kodlu örneklerden yararlandıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin konuyla ilgili bir kuralı ifade ettikten sonra bu kuralın ne anlama geldiğini örneklendirmek için Ö5 öğretmeni, 7; Ö1 öğretmeni, 9; Ö2 öğretmeni,13; Ö3 öğretmeni, 8; Ö6 öğretmeni, 3 ve Ö4 öğretmeni, 8 defa SK2 kodlu örnekleri kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin karmaşık olmayan bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek amacıyla, yani polinomlarda toplama veya bir fonksiyonun tersini alma gibi işlemsel ifadeleri yüzeysel olarak ifade etmek için Ö5 öğretmeni, 39; Ö1 öğretmeni, 45; Ö2 öğretmeni, 10; Ö3 öğretmeni, 17 ve Ö6 öğretmeni, 16 ve Ö4 öğretmenin, 9 tane SK3 kodlu örneklerden faydalandığı tespit edilmiştir.

Ö5 öğretmeni, 9.sınıflarda köklü ifadeler konusunda öğrencilerine gerekli kuralları verdikten sonra bu kurallara uygun birer tanede örnek verdiği gözlenmiştir. Şekil 24'de Ö5 öğretmenin dersinde öğrencilerine sunduğu içe içe geçmiş sonlu bir karekök ifadesinin eşitinin nasıl ifade edileceğine dair kural ve ona uygun prototip örneği sunulmuştur:

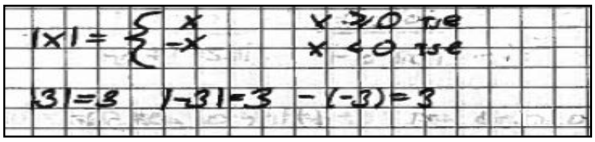


Şekil 24. Köklü ifadeler konusuna ait standart örnek (SK2 ve SK3)

Ders sonunda Ö5 öğretmeni ile Şekil 24'deki örneği neden kullandığıyla ilgili mülakat yapılmıştır. Ö5 öğretmeni bu durumu şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Şimdi öğrencilere harflerle bir konuya ait gerekli kuralı yazıyoruz, fakat öğrencilere bu kurallar bu şekilde karmaşık geliyor. Bunu açıklayan veya temsil eden bir örnek kullanırsak öğrenciler için daha anlamlı oluyor."*

Ö5 öğretmeni, öğrencilerine konu ile ilgili bir kural verdikten sonra bu kuralların ne anlama geldiğini açıklamak için kullandığını ifade etmiştir. Öğretmenin kurala uygun bir prototip oluşturmaya çalıştığı belirlenmiştir. Öğrencilerine sunduğu bu tarz örnekleri, kuralı açıklamak için kullanmasından dolayı SK2 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenin bu kuralın nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı, bu örnek SK3 olarak da değerlendirilmiştir. Bunun haricinde Ö5 öğretmeni, mutlak değer konusunda da mutlak değerin tanımını ifade ettikten sonra, tanımı öğrencilerine Şekil 25'deki örnek ile açıklamıştır.

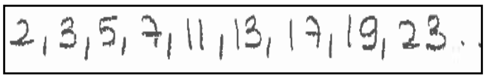



Şekil 25. Mutlak değer konusuna ait standart örnek (SK1 ve SK2)

Ders sonun da yapılan görüşmede bu örneği niçin kullandığını Ö5 öğretmeni, şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Mutlak değerin tanımını verdim ve öğrencilere bu tanımın ne anlama geldiğini bu örnekle açıklamak istedim. Çünkü genelde öğrenciler mutlak değer negatif çıkmaz o zaman neden '–x' olduğunu soruyorlar. Bu örnekle tanımın bu kısmına da açıklık getirmiş oldum."*

Ö5 öğretmenin mutlak değeri açıklarken x sıfırdan büyük ve eşit ise pozitif olarak mutlak değerin dışına çıkacağını, eğer sıfırdan küçük ise negatif olarak dışarı çıkacağını belirtmiştir. Bununla ilgili olarak mutlak değer 3 ve -3 örneklerini kullanmıştır. Yapılan görüşme ile Ö5 öğretmeninin öğrencilerine mutlak değerin tanımını açıklamak için örneklerden yararlandığı tespit edilmiştir. Mutlak değerin tanımını ifade etmek amacıyla kullandığı bu örneklerin, tanımı kolayca ifade eden basit prototip örnekler olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin kullandığı bu örnek standart SK1 olarak kodlanmıştır. Aynı zaman da öğretmenin mutlak değer kavramına ilişkin vermiş olduğu kuralı açıklamasından dolayı SK2 kodu altında değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö1 öğretmeni, asal sayılar konusunu işlerken önce öğrencilerine asal sayının tanımını '*birden büyük bir ve kendisinden başka böleni olmayan doğal sayılara asal sayı denir.'* şeklinde ifade etmiş ve bu tanımın ardından Şekil 26'daki örneği sunmuştur.



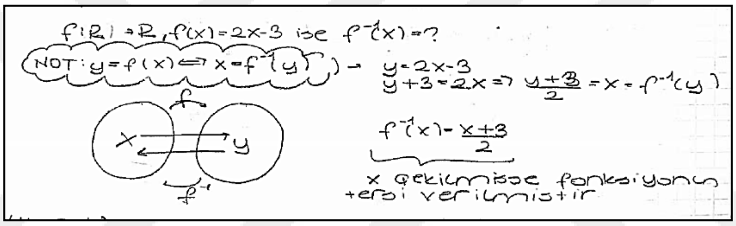

Şekil 26. Asal sayılar konusuna ait standart örnek (SK1)

Ö1 öğretmeni, Şekil 26'daki örneği niçin kullandığıyla ilgili görüşlerini ise şu şekilde belirtmiştir:

> *"Öğrencilerime asal sayının tanımını yaptım ve bu tanımı ifade eden basit ve temel örnekler sunmam gerekiyordu."*

Ö1 öğretmeni öğrencilerine önce asal sayının tanımını yaptığını ve bu tanımı yaptıktan sonra bunu ifaden basit ama temel örnekler sunduğunu ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, asal sayının tanımını ifade etmek için basit prototip örneklerden yararlanmıştır. Bu örneği kullanmasının amacı ise öğrencilerine, asal sayının tanımını açıklamak ve 2, 3, 5, 7… gibi sayılarında asal sayılar tanımını temsil eden, basit temel örnekler olarak değerlendirmiştir. Öğretmenin örneği kullanım amacından dolayı bu standart örnek SK1 olarak kodlanmıştır.

Ö1 öğretmeni 9. sınıflarda, fonksiyon konusunu işlerken bir fonksiyonun tersinin nasıl alınacağını şu şekilde ifade etmiştir: “*Bir fonksiyonun tersini alırken y=f(x) ifadesinde x’e bağlı olan fonksiyon ifadesinde x’i yalnız bırakıp ifadeyi y türünden yazdıktan sonra x gördüğümüz yere* $f^{-1}(x)$ *y yerinede x yazılarak fonksiyonunun tersi alınmış olur”.* Bu açıklamadan sonra Şekil 27’deki örnekten yararlanmıştır.



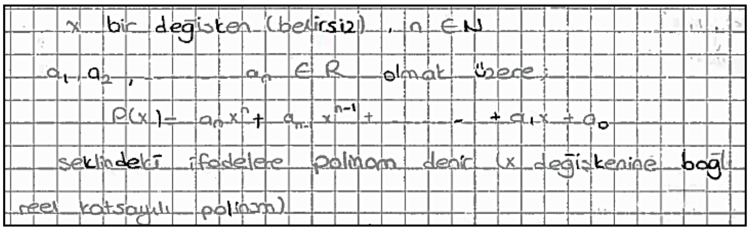

Şekil 27. Fonksiyon konusuna ait standart örnek ( SK2 ve SK3)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede, Şekil 27’deki örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

> *“Fonksiyonun tersinin nasıl alınacağını öğrencilerime anlattım. İşte x’i yalnız bırakıp y türünde yazarız sonra y gördüğümüz yere x, x gördüğümüz yere de f(x) yazarız dedim. Sonra bu örnek yardımıyla da bu sürecin nasıl gerçekleşeceğini göstermiş oldum.”*

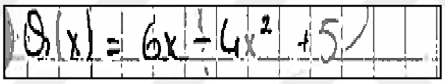
Öğretmen öncelikle öğrencilerine bir fonksiyonun tersinin nasıl bulunduğunu açıklamıştır. Daha sonra bu örnek ile öğrencilerine bir fonksiyonun tersinin nasıl bulunduğunu ifade etmeye çalıştığını belirtmiştir. Öğretmenin bu ifadesine bağlı olarak, bir fonksiyonun tersini bulma işleminin nasıl gerçekleştiğini göstermek için bu tarz örneklerden yararlandığı tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeni fonksiyonun tersini alma işlemini yüzeysel olarak bu örnek ile ifade etmeye çalışmıştır. Öğretmenin kullanım amacı doğrultusunda bir prosedüre ait örnek olarak değerlendirilmiştir. Bu yüzden SK3 olarak kodlanmıştır. Aynı zaman da fonksiyonun tersini bulma işlemiyle birlikte bu duruma ait kuralın ne anlama geldiğini ifade etmek istemesinden dolayı bu örnek, SK2 olarak da değerlendirilmiştir.

10 sınıflarda Ö3 öğretmeni polinom kavramının tanımını derste öğrencilerine Şekil 28'de görüldüğü gibi ifade etmiştir.




Şekil 28. Polinom kavramının tanımı

Polinom kavramının tanımını açıklamak için birkaç tane örnek kullandığı görülmüştür. Bu örneklerden bir tanesi ise Şekil 29'da belirtilmiştir.

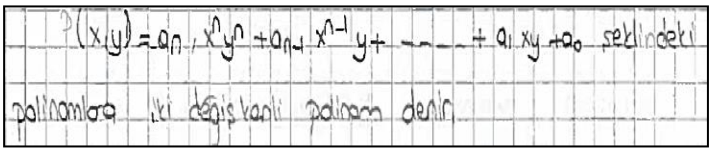



Şekil 29. Polinomlar konusuna ait standart örnek (SK1)

Ö3 öğretmeni bu örneği neden dersinde kullandığını şu şekilde ifade etmiştir:

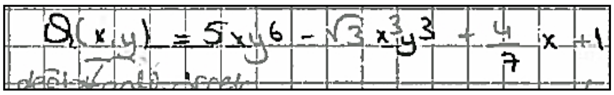
*"Polinomun tanımını verdim ve bu da o tanıma uygun sunduğum bir örnek. Bakın bu ifade benim size anlatmak istediğim ifadenin matematiksel temsili demek için kullandım."*

Ö3 öğretmeni, öğrencilerine polinom kavramının tanımını açıkladıktan sonra bu tanımın ne anlama geldiğini ifade etmek için cebirsel olarak temsil eden örneklerden yararlanmıştır. Öğretmenin bu örneği polinomun tanımını cebirsel olarak ifade etmek istemesinden dolayı SK1 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö6 öğretmeni de, 10.sınıflarda polinomlar konusunda, çok değişkenli polinomun tanımını öğrencilerine Şekil 30'da gösterildiği gibi ifade etmiştir.




Şekil 30. İki değişkenli polinom tanımı

Ö3 öğretmeni, çok değişkenli polinom olarak öğrencilerine iki değişkenli polinomun tanımını ifade etmiş ve bu tanıma uygun olarak Şekil 31'deki örneği öğrencilerine sunmuştur.

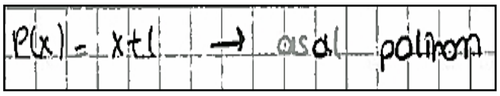



Şekil 31. İki değişkenli polinom standart örneği (SK1)

Ders bitiminde yapılan görüşmede Ö6 öğretmeni, öğrencilere tanımı verdikten sonra tanıma uygun örnekler vermenin önemli olduğunu şu şekilde ifade etmiştir:

*"Çok değişkenli polinomlara uygun olarak sundum. Çünkü öğrencilerin aklında tanım kalmıyor ama ona uygun örnek kalıyor."*

Ö6 öğretmeni bu örneği çok değişkenli polinomlara uygun olarak sunduğunu, bununla birlikte öğrencilerin tanımlardan ziyade tanıma ait örnekleri hatırladıklarını belirtmiştir. Başka bir ifade ile Ö6 öğretmeni öğrenciler için tanımdan ziyade, tanımı ifade eden örneklerin onların öğrenmesinde daha kalıcı olacağını ifade etmiştir. Tanımdan sonra tanımı ifade eden örneklerin kullanımının önemli olduğunu vurgulamıştır. Bu yüzden öğretmenin bu örneği tanımın cebirsel olarak yansıması olarak değerlendirilip, SK1 olarak kodlanmıştır. Benzer durumda Ö2 öğretmeni polinomlar konusunda, asal polinomun tanımını *"iki ya da daha çok polinomun çarpımı şeklinde yazılamayan polinomlara indirgenemeyen polinom, başkatsayısı 1 olan indirgenemeyen polinoma asal polinom denir."* şeklinde ifade ettikten sonra bu durumu Şekil 32'deki gibi örneklendirmiştir.



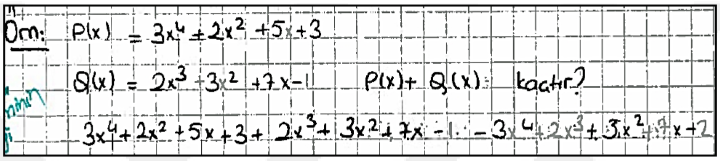

Şekil 32. Asal polinom standart örneği (SK1)

Ö2 öğretmeni bu örnekle ilgili görüşlerini ders sonrası yapılan görüşmede, şu şekilde belirtmiştir:

*"Asal polinomun tanımını verdim bu da ona uygun olarak sunduğum basit bir örnektir."*

Ö2 öğretmeni asal polinom tanımını verdiğini ve bu örneği de tanımı açıklamak için kullandığını ifade etmiştir. Ayrıca bu örneğin basit bir örnek olduğunu belirtmiştir. Ö2 öğretmeni asal polinom tanımını ifade eden bu örneği, tanımdan sonra tanımı temsil etmek için kullanmayı tercih ettiği görülmüştür. Ö2 öğretmeninin bu örneği kullanım amacı SK1 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö3'ün, Ö1'in ve Ö6'nın da yukarıdaki örnekleri tanımdan sonra tanımı açıklamak için kullandığı yapılan görüşmelerle tespit edilmiştir.

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine polinomlar konusunda toplama ve çıkarma işlemleri ile ilgili herhangi bir tanım ya da kural yazdırmadığı, bu durumu öğrencilerine Şekil 33'deki gibi örneklendirdiği görülmüştür.

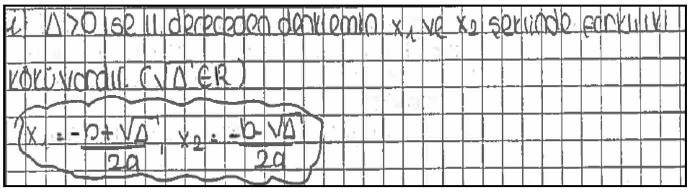



Şekil 33. Polinomlarda toplama işleminin standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeni ile ders sonrası yapılan görüşmede, bu örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

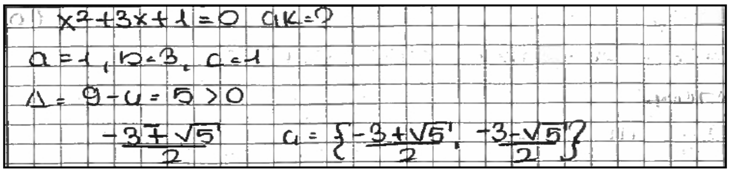
*"Polinomlar da toplama işleminin nasıl yapılacağını göstermek istedim bunu da basit bir ifade ile açıkladım."*

Ö1 öğretmeninin, öğrencilerine polinomlar konusunda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin, nasıl yapıldığını örneklendirerek açıkladığı gözlenmiştir. Ö1'in bu duruma ait herhangi bir tanım ya da kuralı ifade etmeden toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini örnekler üzerinden nasıl gerçekleştiğini öğrencilerine açıklaması bu durumun bir prosedüre ait örnek olduğunu göstermiştir. Ayrıca Ö1 öğretmeni, bu örneği işlemlerin nasıl yapıldığını göstermek için tercih ettiğini ifade etmesinden dolayı, örnek SK3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden denklemin köklerinin bulunması ile ilgili formülleri Şekil 34'de gösterilmiştir.




Şekil 34. İkinci dereceden kök formülü

Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin deltasının sıfırdan büyük olması durumunda iki farklı reel kökü olduğunu ve bu köklerin Şekil 35'de ifade ettiği kural ile bulunabileceğini belirtmiştir. Ö2 öğretmeni, kuraldan sonra bu formüllerin nasıl kullanıldığını ise Şekil 35'deki örnek ile açıklamıştır.




Şekil 35. İkinci dereceden kök formülünün standart örneği (SK2 ve SK3)

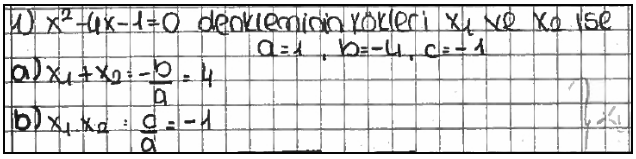
Bu durumu Ö2 öğretmeni ders sonunda yapılan görüşme ile şu şekilde ifade etmiştir:

> *"İkinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması ile ilgili kural vermiştim bu da o kurala uygun basit bir örnek. Amacım öğrencinin kuralı nasıl kullanacaklarını görmesidir."*

Ö2 öğretmeni öğrencilerine, ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunması için verdiği formülün nasıl uygulanması gerektiğini örnekler aracılığıyla açıklamıştır. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemlerin çözüm kümesinin bulunması için vermiş olduğu kuralın nasıl uygulandığını göstermek istemiştir. Bu durum için basit örnekler tercih ettiğini belirtmiştir. Öğretmenin bu örnek ile prosedürün nasıl gerçekleştiğini basitçe açıklamak istemesinden dolayı, bu örnek SK3 kodu ile adlandırılmıştır. Ö2 öğretmeni, benzer şekilde kökler toplamı ve çarpımı ile ilgili formülü öğrencilerine Şekil 36'daki gibi ifade etmiştir.


Şekil 36. İkinci dereceden denklemler konusuna ait formüller

Ö2 öğretmeni öğrencilerin ikinci dereceden denklemlerin kökler toplamını, çarpımını ve farkını bulabilmeleri için vermiş olduğu bu formülün nasıl uygulandığını ise Şekil 37'deki örnek ile açıklamıştır.



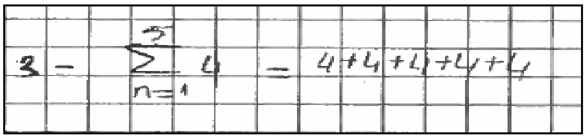

Şekil 37. İkinci dereceden denklemler konusuna ait formüllerin standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

> *“İkinci dereceden bir denklemin köklerini bulmadan kökler toplamını ve köklerin çarpımının basitçe bulunabileceğini ifade ettim bu örnekte basit bir şekilde bu kuralı ifade etmek istedim.”*

Ö2 öğretmeni öğrencilerine, ikinci dereceden bir denklemin köklerini bulmadan da kökler toplamını ve kökler çarpımını nasıl bulabileceklerini bir kural aracılığıyla açıklamıştır. Bu kuralın da nasıl uygulandığını göstermek için Şekil 37’deki örnekten yararlandığını ifade etmiştir. Öğretmenin bu kurala ait prosedürün nasıl gerçekleştiğini göstermek amacıyla bu örneği kullanmasından dolayı, örnek SK3 olarak kodlanmıştır.

Ö4 öğretmeni, toplam sembolü konusunda kurallarla ilgili örneklere sıkça yer vermiştir. Sabit bir sayının toplamını ise Şekil 38’deki gibi örneklendirmiştir.



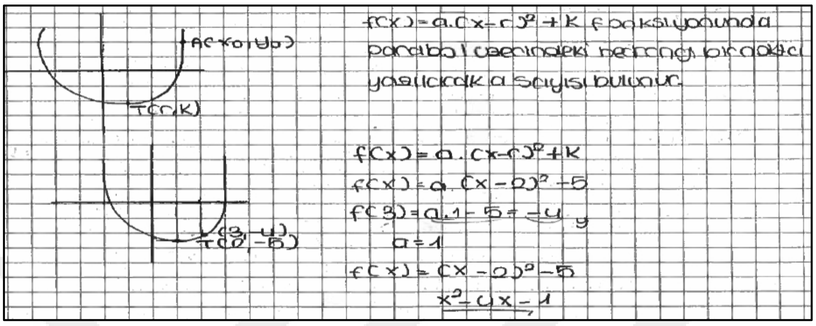

Şekil 38. Toplam sembolü standart örneği (SK2 ve SK3)

Ö4 öğretmeninin Şekil 38’deki örneği kullanım amacını ders sonrası yapılan görüşmede şu şekilde ifade etmiştir:

> *“Aslında burada toplam sembolünün ne anlama geldiğini öğrencilere anlatmak istedim ve aynı zamanda buradaki sayınız sabit olursa durum değişmeyecek terim sayısı kadar dört yazılır dedim. Hatta daha sonra derste de söyledim sabit olursa bu şekilde arkadaşlar direk terim sayısıyla çarpın aynı sonucu bulursunuz dedim.”*

Ö4 öğretmeni, bu ifadeyle aslında toplam sembolünün anlamını açıklamak ve bu kuralın nasıl gerçekleştiğini Şekil 38’deki örnekle ifade etmek istemiştir. Ö4 öğretmeni, bu örnek ile toplam sembolüne ait prosedürün nasıl uygulandığını göstermek ve aynı zamanda toplam sembolünde sabit sayı olması durumunda neden terim sayısı ile sabitin çarpıldığını açıklamak istemiştir. Öğretmenin kullanım amaçlarından dolayı bu örnek SK2 ve SK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, parabol ile ilgili kuralları ifade ettikten sonra hepsini tek tek örneklendirmiştir. Tepe noktası bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazıldığını Şekil 39'daki gibi örneklendirmiştir.



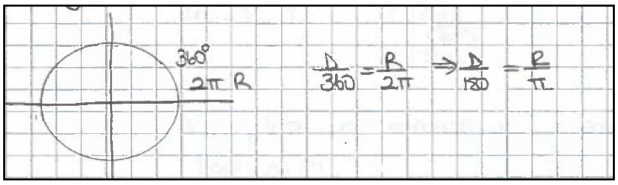

Şekil 39. Tepe noktası bilinen parabolün denklemi (SK3)

Ö4 öğretmeni, tepe noktası bilinen parabolün denklemi ile ilgili sunmuş olduğu örneği kullanım amacına ait görüşlerini ise şu cümleler ile ifade etmiştir:

*"Parabolün grafiği verildiğinde denklemini yazmak istersek bununla ilgili kural vermiştim bu örnek ile bu kuralın nasıl uygulandığını açıklamak istedim."*

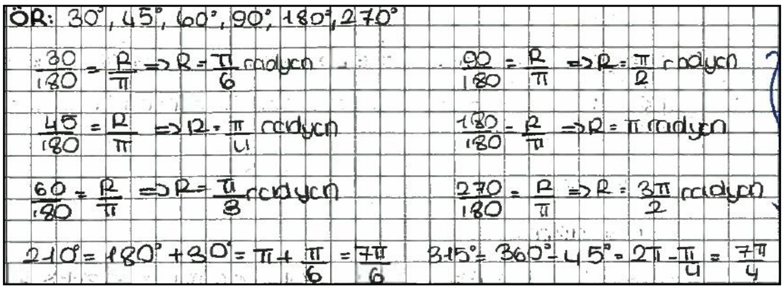
Ö2 öğretmeni, parabolün tepe noktası ve herhangi bir noktasının bilinmesi durumunda, parabolün denkleminin nasıl yazıldığını açıklamak için kural verdiği gözlenmiştir. Bu kuralın nasıl uygulandığını göstermek için bu örnekten yararlandığını ifade etmiştir. Öğretmenin bu örneği kurala ait bir prosedürün nasıl gerçekleştiğini ifade etmek amacıyla kullanmasından dolayı, bu örnek SK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, trigonometri konusunda derece cinsinden verilen bir açının radyan cinsinde nasıl yazılacağını Şekil 40'daki kural ile ifade etmiştir.




Şekil 40. Trigonometri konusu derecenin radyana dönüştürme formülü

Ö2 öğretmeni öğrencilerine derece cinsinden verilen bir açıyı radyana dönüştürmeleri için Şekil 40'daki kuralı vermiş, sonra bu kuralı Şekil 41'deki örnek ile örneklendirmiştir.



ÖR: $30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°$

$\frac{30}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{6}$ radyan $\quad \frac{90}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{2}$ radyan

$\frac{45}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{4}$ radyan $\quad \frac{180}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \pi$ radyan

$\frac{60}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{3}$ radyan $\quad \frac{270}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{3\pi}{2}$ radyan

$210° = 180° + 30° = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \quad 315° = 360° - 45° = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$

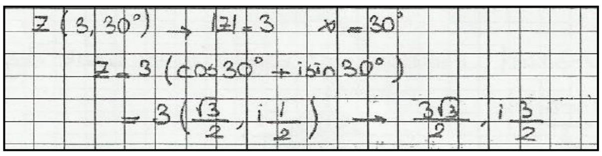
Şekil 41. Derecenin radyana dönüştürme formülünün standart örneği (SK2 ve SK3)

Ö2 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede ise, görüşlerini şu cümleler ile ifade etmiştir:

*"Öğrencinin radyanında bir açı ölçüsü olduğunu bilmesi gerekir ve bunların derecelere çevrilebileceğini benzer şekilde derecenin radyan olarak ifade edilebileceğini öğretmem gerekirdi bunlarla ilgili basit birkaç tane örnekle açıklamak istedim. Çünkü konunun ilerleyen bölümlerinde bunlara takılı kalmalarını istemiyorum. İşte $\pi/2$ dediğimde $90^o$ olduğunu bilmeli."*

Ö2 öğretmeni, trigonometri konusunun başında öğrencilerine radyan ve derecenin tanımını ifade etmiş ve bunların birbirlerine nasıl dönüştürülebildiğini belirtmiştir. Ö2 öğretmeni, bu dönüşüm için gerekli olan kuralı ifade ettikten sonra bu kurala uygun, kuralları yansıtan standart örnekler kullanmıştır. Ayrıca bu örneklerin basit anlaşılır örnekler olduğunu vurgulamıştır. Öğretmenin bu örneği kullanım amacından dolayı SK2 olarak değerlendirilmiştir. Aynı zamanda öğretmenin bu kuralın nasıl uygulandığını göstermesinden dolayı SK3 olarak da değerlendirilmiştir.

11. sınıflarda Ö3 öğretmeni, karmaşık sayılar konusunu işlerken dersinde, kutupsal biçimde verilen bir karmaşık sayının standart bir biçimde nasıl yazılacağını ise Şekil 42'deki örnek ile örneklendirmiştir.



$z(3, 30°) \rightarrow |z| = 3 \quad \theta = 30°$

$z = 3(\cos 30° + i \sin 30°)$

$= 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, i\frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2}, i\frac{3}{2}$

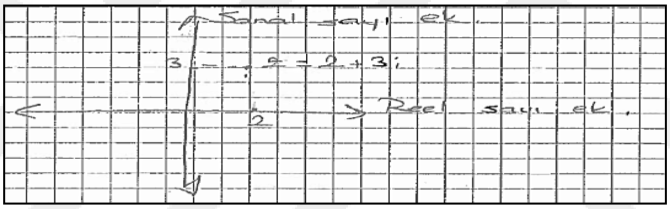
Şekil 42. Karmaşık sayıların kutupsal biçimde yazılmasının standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede Şekil 42'deki örneği kullanım amacını şu şekilde açıklamıştır:

*"Öğrencilere kutupsal koordinatları verdik bununla birlikte nasıl standart biçimde yazılacağını da göstermem gereklidir. Benzer şekilde standart biçimde verilen bir ifadeyi de kutupsal biçimde nasıl yazılacağını da anlattık."*

Ö3 öğretmeni, karmaşık sayıların standart biçimden kutupsal biçime dönüştürülmesi sürecinde Şekil 42'deki örnekten yararlanmıştır. Öğretmenin kutupsal koordinatları verilmiş olan ifadenin standart biçimde nasıl yazıldığını öğrencilerine öğretmek istediğini belirtmiştir. Öğretmenin prosedürün nasıl gerçekleştiğini ifade etmek istemesinden dolayı, bu örnek SK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö4 öğretmeni, karmaşık sayılarda reel eksen ve sanal eksen kavramlarını Şekil 43'deki örnek ile açıklamıştır.



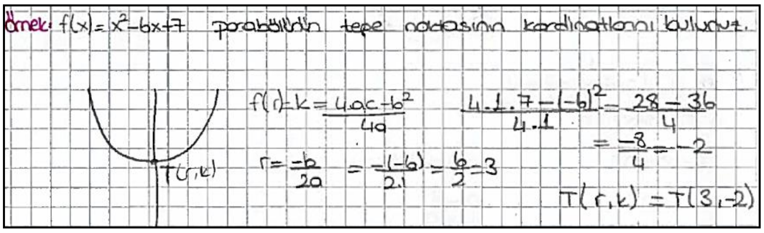

Şekil 43. Karmaşık düzleme ait standart örnek (SK1)

Ö4 öğretmeni yapılan görüşmede Şekil 43'deki örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Mesela bakın bu örnekte işte reel eksen elamanını ve sanal eksen elemanını tanıttık. Aynı zaman da karmaşık sayı tanımına uygun bir örnek vermek istedim."*

Ö4 öğretmeni, karmaşık sayılar konusuna geçtiğinde öğrencilerine önce karmaşık sayının tanımını vermiş, daha sonra Şekil 43'deki örnek üzerinden tanıma uygun bir karmaşık sayı belirlemiş ve sanal eksenin, reel eksenin ne olduğunu göstermiştir. Öğretmenin karmaşık sayılar tanımını ifade etmek ve bu tanıma bağlı olarak sanal eksen ve reel eksen kavramlarını açıklamak istemesinden dolayı bu örnek SK1 kodu ile değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin belirttiği eğrinin parabol grafiği olduğunu ve bunun tepe noktasının ve ordinatının nasıl bulunduğunu Şekil 44'deki örnek ile öğrencilerine açıklamıştır.



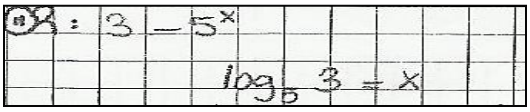

Şekil 44. Parabol konusu ile ilgili standart örnek (SK3)

Ö6 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede, Şekil 44’deki örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*“Bu örnek ile öğrencilerin bir parabol denklemi verildiğinde tepe noktasının apsisi nasıl bulunur ordinatı nasıl bulunur bunu öğretmek zaten formüllerini vermiştim şimdi bu formülleri nasıl kullanacaklarını ifade ettim.”*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine bir parabolün tepe noktasını ve apsisini nasıl bulabileceklerini verdiği kural doğrultusunda anlatmıştır. Ö6 öğretmeni, Şekil 44’deki örnek ile öğrencilerinin bu kuralı nasıl kullanabileceklerini göstermiş ve bu örnek aracılığıyla prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmeyi amaçlamıştır. Öğretmenin bu açıklamasına göre kullanım amacı SK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö4 öğretmeni, üstel bir fonksiyon verildiğinde öğrencilerinin bunu nasıl logaritma ifadesi biçiminde yazabileceklerini şu şekilde ifade etmiştir: “*her iki tarafın istenen tabanda logaritması alınır böylelikle x yalnız bırakılmış olur.* “ Bu durumu anlatırken Şekil 45’deki örnekten yararlandığı gözlenmiştir.




Şekil 45. Logaritma konusuna ait standart örnek (SK3)

Ö4 öğretmeninin Şekil 45’deki örneği kullanım amacını şu şöyle ifade etmiştir:

*“Bu örnek ile öğrencilerin üslü bir ifadeyi nasıl logaritma biçiminde yazabileceklerini gösterdim.”*

Ö4 öğretmeninin, üstel bir fonksiyonu logaritma fonksiyonu biçiminde nasıl yazılabileceğini Şekil 45’deki gibi standart örneklerden yararlanarak açıklamıştır. Ö4 öğretmeni, üstel fonksiyonun logaritma fonksiyonu şeklinde yazılması prosedürünü bu örnek aracılığıyla öğrencilerine açıklamak istediğini belirtmiştir. Öğretmenin bu örneği kullanım amacından dolayı SK3 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmenlerin derslerinde kullanmış oldukları örnekleri kullanım amaçlarına göre Tablo 10'da üç kod altında toplanmıştır. Her bir kodun ne anlama geldiği ise açıklamalar kısmında bahsedilmiştir. Bu kodlar standart örnek temasının altında toplanmıştır.

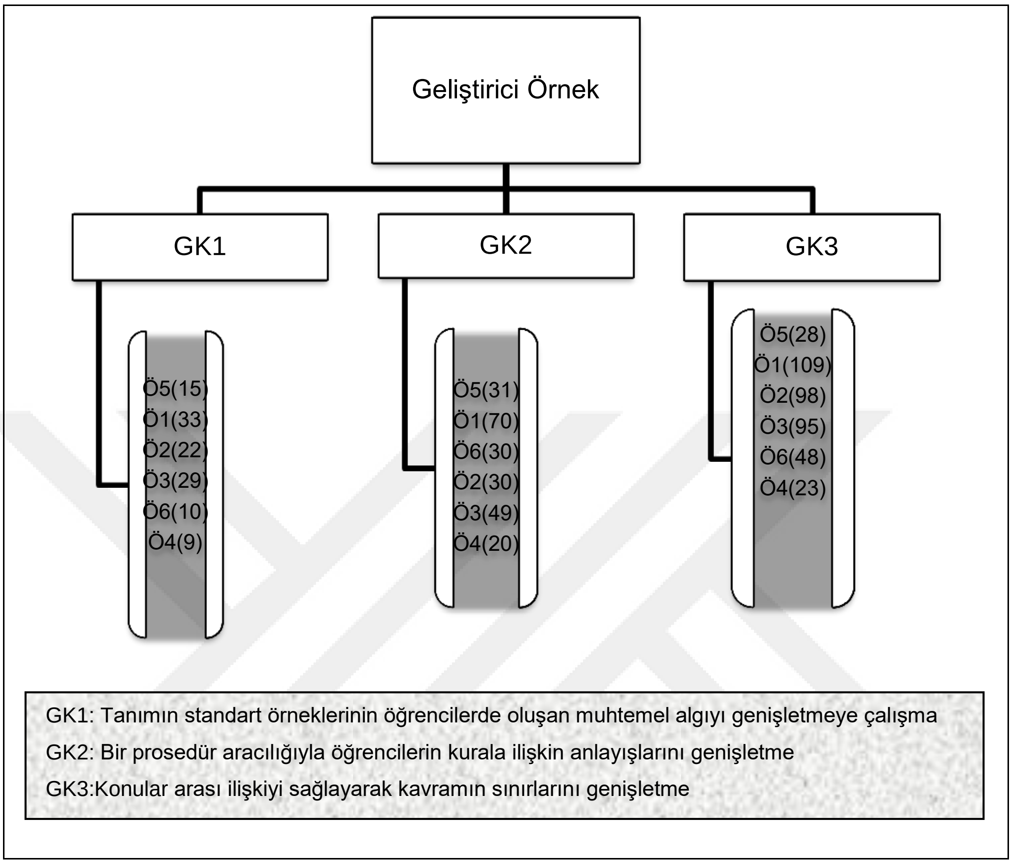
Tablo 10. Standart Örneklerin Kullanım Amaçları ve Açıklamaları

| Örnek Türü | Kullanım Amaçları | Açıklamalar |
|---|---|---|
| Standart Örnek | Tanımı yansıtma (SK1) | Tanımın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir. |
| | Kuralı yansıtma (SK2) | Bir kuralın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir. |
| | Bir prosedürün nasıl uygulandığını gösteren örnekler (SK3) | Bir işlemsel sürecin basitçe nasıl gerçekleştiğini ifade eden örneklerdir. |

Tablo 10'da görüldüğü gibi yapılan gözlem ve mülakatlardan elde edilen veriler göre öğretmenlerin, her hangi bir konuda kavramlara ait tanımların, kuralların ne anlama geldiğini açıklamak ve konuyla ilgili çok karmaşık olmayan bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek için standart örnek olarak isimlendirilen örnek türünden yararlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin, kavrama ait tanımı verdikten sonra, tanımının ne anlama geldiğini ifade etmek amacıyla tanıma ait prototip örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Bu örnekler tanımı yansıtma (SK1) şeklinde kodlanmıştır. SK1 kodlu standart örneklerin kavramın tanımına ait belirgin özelliklerini ifade etmek ve öğretmenlerin, öğrencileri için karmaşık olmayacak türden seçtikleri örnekler olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin, kavrama ait kuralları ifade ettikten sonra, bu kuralların ne anlama geldiğini açıklamak için çeşitli örneklerden yararlandıkları belirlenmiştir. Bu örnekler kuralı yansıtma (SK2) şeklinde kodlanmıştır. Öğretmenlerin kuralı ifade etmek için seçmiş oldukları örneklerin, öğrenciler için karmaşık olmayan, basit düzeyde ve sadece kuralın ne anlama geldiğini ifade etmeye yönelik kullanılan örnekler olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin, bir işlemin nasıl gerçekleşeceğini açıklaması ise prosedüre ait örnekler (SK3) olarak isimlendirilmiştir. Bu örneklerin, basit işlemlerin nasıl yapılacağını açıklamak amacıyla öğretmenler tarafından tercih edildiği tespit edilmiştir.

#### 4. 1. 3. Geliştirici Örneklere İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öncelikle geliştirici örnekler olarak kabul edilecek örneklere yer verilmiştir ve bunların neden geliştirici örnek olarak nitelendirildiğine dair öğretmenlerle yapılan mülakatların ve gözlemlerin analizleri sunulmuştur. Şekil 46'da bu örnek türüne ait kodlar ve bu kodların hangi öğretmenler tarafından ne sıklıkla kullanıldığı gösterilmiştir.

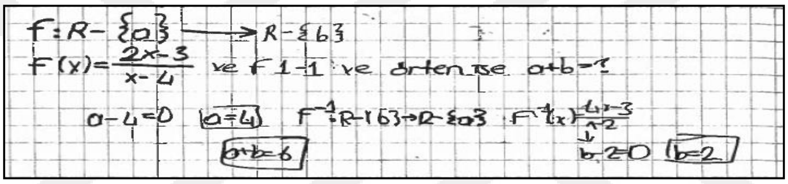



Şekil 46. Geliştirici örneğe ait kodlar ve bu kodların kullanım frekansı

Şekil 46'da görüldüğü gibi geliştirici örnek türüne ilişkin örnekler GK1, GK2 ve GK3 kodlarının birleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Bu kodların her birinin altında, yapılan mülakatlar sonucunda öğretmenlerin örnekleri kullanım amaçlarına yönelik sayıları belirtilmiştir. Bu kodlar öğretmenlerin derslerinde örnekleri 'hangi amaçla' kullandıkları sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda oluşturulmuştur. Bu amaçlar doğrultusunda öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre, tanımı öğrencilerine yazdırdıktan sonra tanımın standart örnekleriyle öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma (GK1), bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın öğrencilerde oluşturduğu algıyı bir prosedür aracılığıyla genişletmek için kullanılan örnekler (GK2), konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletme (GK3) olarak kodlanmıştır. Buna göre, gözlem süresince derslerinde öğrencilerine tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışan örneklerden Ö5 öğretmeni, 15; Ö1 öğretmeni, 33; Ö2 öğretmeni, 22; Ö3 öğretmeni, 29;

Ö6 öğretmeni, 10 ve Ö4 öğretmeni, 9 defa GK1 kodlu örnekleri kullandıkları gözlenmiştir. Konuyla ilgili bir kuralı ifade ettikten sonra bu kuralın öğrencilerde oluşturduğu algıyı genişletmek için Ö5 öğretmeni, 31; Ö1 öğretmeni, 70; Ö2 öğretmeni, 30; Ö3 öğretmeni, 49; Ö6 öğretmeni, 30 ve Ö4 öğretmeni, 20 defa GK2 kodlu örnekleri kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmada konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletmek için Ö5 öğretmeni, 28; Ö1 öğretmeni, 109; Ö2 öğretmeni, 98; Ö3 öğretmeni, 95 ve Ö6 öğretmeni, 48 ve Ö4 öğretmeni, 23 tane GK3 kodlu örneklerden kullandığı gözlenmiştir.

9. sınıflarda Ö1 öğretmeni fonksiyonun tanımını öğrencilerine açıklamış ve bu tanıma uygun örneklerden dersinde yararlandığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni, fonksiyonlar konusunda tanım kümesi ve değer kümesinin önemli olduğunu, tanım ve değer kümesinin fonksiyona göre değişebileceğini Şekil 47'deki örnek ile açıklamak istemiştir.



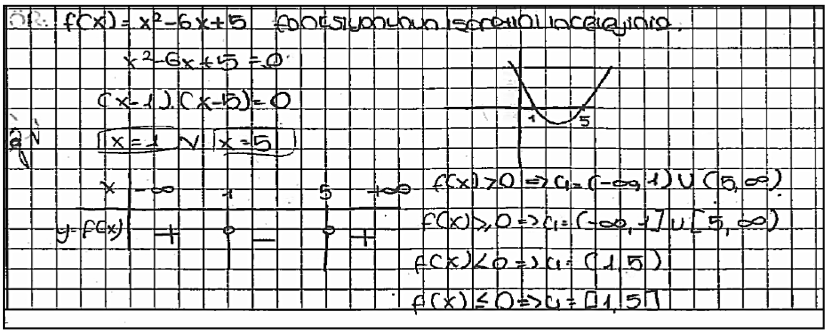

Şekil 47. Fonksiyonlar konusuna ait geliştirici örnek (GK1)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede Şekil 47'deki örneği kullanım amacını şu şekilde açıklamıştır:

> *"Aslında bu örnek ile bir fonksiyonun birebir ve örten olması isteniyorsa tanım ve değer kümesinin bu duruma uygun olması gerektiğini ifade etmek istedim. Çünkü her fonksiyon birebir ve örten olamaz. Zaten fonksiyon olma şartını biliyorlardı biz şimdi bu örnekle tanım kümesi ve değer kümesinin verilen fonksiyona uygun nasıl yazabileceğimizi açıklamak istedim."*

Ö1 öğretmeni her fonksiyonun birebir ve örten olmayacağını belirtmiş, bu yüzden tanım ve değer kümesinin önemli olduğunu vurgulamak istemiştir. Bu yüzden Şekil 47'deki örneği öğrencilerine sunmuştur. Ö1 öğretmeni ile yapılan görüşmede bu örnek aracılığıyla fonksiyonlar konusunda tanım ve değer kümesi kavramlarına vurgu yaparak öğrencilerde tanımın standart örneklerinin oluşturduğu muhtemel algıyı genişletmeye çalıştığı anlaşılmaktadır. Öğretmenin bu örneği kullanım amacı bundan dolayı GK1 olarak kodlanmıştır.

Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözüm kümesininin belirlenmesinde tablo yönteminde yapılan işlemleri parabol grafiği ile açıkladığı gözlenmiştir. Özellikle köklere göre işaretlerin neden değiştiğini vurgulamıştır. Ö2 öğretmeni öğrencilerine, parabolün grafiğini yorumlayarak tablo çizmeden bulabileceklerini ifade etmiştir. Bu duruma uygun olarak derste örneklendirmiş olduğu örneklerden biri Şekil 48'de sunulmuştur.




Şekil 48. Eşitsizlikler konusuna ait geliştirici örnek (GK3)

Ö2 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede neden Şekil 48'deki örneği öğrencilerine sunduğunu ise şöyle ifade etmiştir:

*"Bu örnekle öğrencilerime çözüm kümesini göstermek istedim özellikle denklemin grafiğini çizdim çünkü genelde öğrenciler grafikte çözüm kümesi bulmakta zorlanıyorlar onlara grafikle tablonun örtüştüğünü göstermiş oldum. Birde tabloya ait bu işaretlerin bu fonksiyonun grafiğine göre çıkarıldığını görmelerini istedim."*

Ö2 öğretmeni öğrencilerinin genelde grafikte çözüm kümesi bulmakta zorlandıklarını bu yüzden, ikinci dereceden bir denklemin çözüm tablosu ile bu denkleme ait parabol grafiğini ilişkilendirmek istediğini belirtmiştir. Ö2 öğretmeni, grafiği verilen herhangi bir ifadenin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu Şekil 48'deki örnek aracılığıyla öğrencilerine açıklamıştır. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması ile örneği kullanım amacı, konular arası ilişki sağlayarak ikinci dereceden eşitsizlik konusunun sınırlarını genişletmek olarak tespit edilmiştir. Bu yüzden örnek GK3 olarak kodlanmıştır.

Ö1 öğretmeni, polinom konusunda, sabit polinomun tanımını ifade ettikten sonra, sabit polinomda değişken kavramına dikkat çekmek için Şekil 49'daki örneği sunmuştur:


Şekil 49. Polinom geliştirici örneği (GK1)

Ö1 öğretmeni Şekil 49'daki örneği kullanım amacını ders sonunda yapılan görüşmede şu şekilde ifade etmiştir:

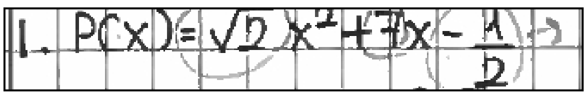
*"…sabit polinomun tanımını verirken hep p(x)=5 veya p(x)=3 gibi sayıları kullanıyoruz bu durumda bazen öğrencilerimizin soru çözerken yanlış yapmalarına sebep oluyor bu durumu engellemek için tanımı daha belirgin ifade etmesi için sundum. P polinomunda değişkenden farklı kullanılan durumlarda bakın sabittir demek için."*

Ö1 sabit polinomun tanımını verirken genelde p(x)=5 ya da p(x)=3 gibi örneklerden yararlandıklarını fakat bu durumun öğrencilerinin yanlış anlamalarına sebep olduğunu belirtmiştir. Öğretmenin polinomda x değişkeninden farklı kullanılan durumlarda polinomun sabit olarak değerlendirileceğini vurgulamıştır. Ö1 öğretmeni, sabit polinom kavramının değişkene bağlı olmayan bir ifade olduğunu ve bu değişken kavramının bilinmeyenle karıştırılmamasını istemiştir. Bu yüzden Şekil 50'deki örneği kullanmaya gerek duyduğunu ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, böylelikle sabit polinom tanımına ait standart örneklerin öğrencilerde oluşturduğu muhtemel algıyı bu örnek ile genişletmeye çalışmıştır. Öğretmenin bu örneği kullanım amacı GK1 olarak tespit edilmiştir.

Ö1 öğretmeni polinom konusunda, polinom kavramının tanımında katsayıların birer reel sayı olması gerektiğini şu şekilde ifade etmiştir:

*"Arkadaşlar üsler doğal sayı olacak ama katsayılar reel sayılar kümesine ait bir sayı olacak…"*

Ö1 öğretmeni, polinom kavramına ait özelliklerden üslerin bir doğal sayı olmasının yanı sıra katsayılarının da herhangi bir reel sayı olabileceğini vurgulamıştır. Öğretmenin öğrencilerin irrasyonel bir katsayı gördüklerinde polinom olup olmadığı noktasında tereddüt etmelerini engellemek için bu açıklamayı yapttığı tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamasına uygun olarak Şekil 50'deki örneği öğrencilerine sunmuştur.



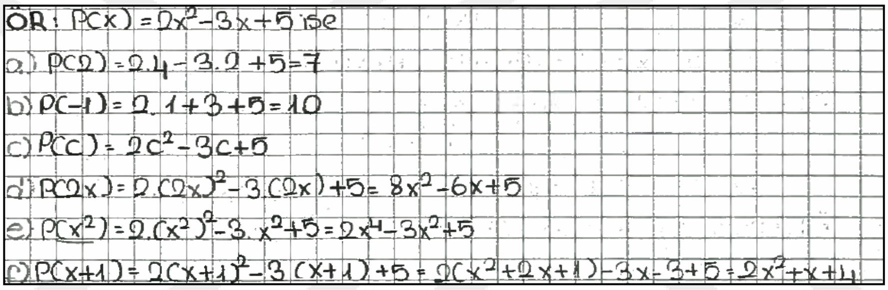

Şekil 50. Polinom konusuna ait geliştirici örnek (GK1)

Ö1 öğretmeni Şekil 50'deki örnek ile ilgili düşüncelerini ise şu cümleler ile ifade etmiştir:

*"polinomun tanımında x'in kuvvetlerinin bir doğal sayı olması şartı var bunun yanında katsayılar reel sayının elemanıdır. Doğal sayılara sürekli vurgu yapılmasından katsayılara çok dikkat etmeyebilirler ve bu durumun daha belirgin hale gelmesi için farklı sayı kümelerinin katsayı olarak kullanılması gereklidir. "*

Ö1 öğretmeni, öğrencilerin polinomların katsayılarını ve kuvvetlerini ait olduğu sayı kümelerini karıştırmamaları için Şekil 50'deki örnekten yararlanmıştır. Öğretmenin açıklamasında polinom kavramında genelde kuvvetin doğal sayı olmasına vurgu yapılmasının öğrencilerde katsayılar noktasında tereddüt yaşamalarına sebep olduğunu belirtmiştir. Burada Ö1 öğretmeni, tanımın sınırlarına vurgu yapmayı ve standart örneklerle öğrencilerde oluşan kavramsal algıyı geliştirmeyi amaçladığı tespit edilmiştir. Öğretmenin örneği kullanım amacından dolayı GK1 olarak kodlanmıştır.

Ö2 öğretmeni, polinom kavramının fonksiyon kavramının özel bir durumu olduğunu ifade etmiş ve işlemler açısından benzer yönlerini açıklamıştır. Öğretmenin polinomlarla da işlemleri geliştirmek ve konular arası ilişki sağlamak amacıyla Şekil 51'deki örnekten yararlanmıştır.

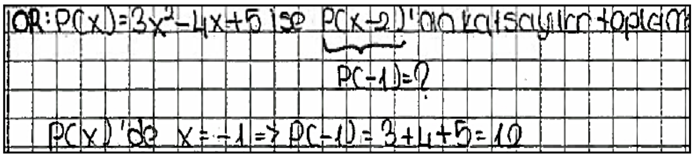



Şekil 51. Polinom konusuna ait geliştirici örnek (GK2 ve GK3)

Ö2 öğretmeni ile ders sonunda yapılan mülakatta Şekil 51'deki örneği neden kullandığını şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Bir polinomda değişkenin yerine herhangi bir sayının ya da başka bir ifadenin yazılabileceğini öğrencilere göstermem gerekli çünkü polinomlarda pratik bölme işlemi yapmak istediğimizde de bu bilgiye ihtiyaç duyacağız, aynı zamanda polinom ile fonksiyonun da ilişkili olduğunu göstermiş oldum."*

Ö2 öğretmeni, Şekil 51'deki örnek ile polinomlar konusunun fonksiyonlar konusuna benzerliğine dikkat çekmiş ve bununla birlikte daha sonra anlatacağı polinomlarda bölme işlemini yapmadan kalanın nasıl bulunduğunu da öğrencilerine göstermek istediğini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin bu örnek ile iki amacının olduğu bunlardan birincisinin, prosedürü geliştirmek ikincisinin de, konular arası ilişki sağlayarak konunun sınırlarını genişletmek olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenin örneği kullanım amaçlarından dolayı GK2 ve GK3 olarak kodlanmıştır. Aynı zamanda Ö2 öğretmeni bu bilgiden yola çıkarak, bir polinomun katsayılar toplamının da nasıl bulunduğunu standart örneklerle ifade etmiş ve bu kuralın kullanımını bir prosedür aracılığıyla genişletmek için Şekil 52'deki örnekten yararlanmıştır.



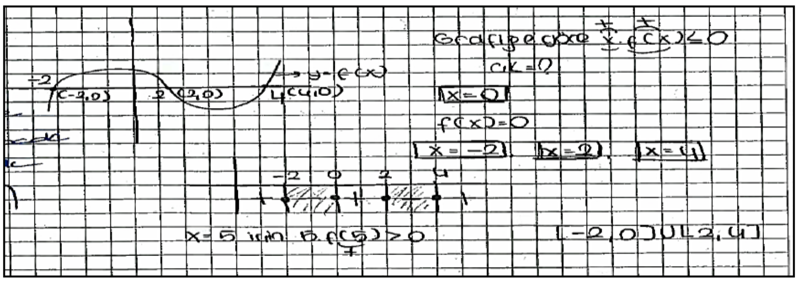
Şekil 52. Polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö2 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede, Şekil 52'deki örneği niçin kullandığını şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Burada katsayılar toplamında pratik olarak x gördüklerinde 1 yazabileceklerini söyledim bu durumda p(1) bulmak katsayı bulmak oluyordu fakat bu polinomun farklı bir durumunda sorulan polinom ifadesinde x yerine bir yazmaları gerektiğini böylelikle p(-1) bulmaları p(x-2) polinomunun katsayılar toplamı olduğunu göstermiş oldum. Yani her zaman p(1) katsayılar toplamı değildir."*

Ö2 öğretmeni, polinomların katsayıları toplamına ait kuralın kullanımı ile ilgili öğrencilerin yanlış yapmasını engellemek amacıyla bu kuralı bir prosedür aracılığıyla geliştirerek Şekil 52'deki gibi örneklendirmiştir. Ö2 öğretmeni bir p(x) polinomunda katsayılar toplamının sorulması durumunda x yerine 1 yazabileceklerini ve p(1) değerini bulduklarını öğrencilerine ifade ettiğini fakat Ö2 öğretmeni öğrencilerine pratiklik sağlasın diye vermiş olduğu bu kuralın kullanım alanını genişletmek için Şekil 52'deki örneği kullandığını ifade etmiştir. Öğretmenin örneği kullanım amacından dolayı GK2 olarak kodlanmıştır.

Ö1 öğretmeni, eşitsizlik sistemlerini fonksiyon grafiği ile ilişkilendirerek öğrencilerine Şekil 53'deki gibi örneklendirmiştir.



Şekil 53. Eşitsizlikler konusu geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeni Şekil 53'deki örneği kullanım amacı ilgili görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir:

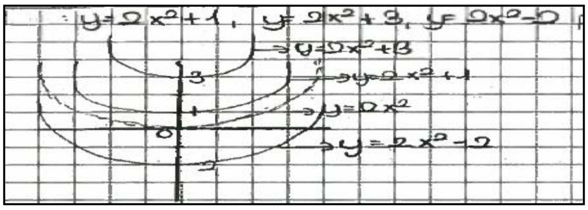
*"Eşitsizlikler konusunda öğrenciler grafik verildiğinde zorlanıyorlardı bu yüzden böyle bir örnek gösterdim. Birde biliyorsunuz artık birçok kaynakta bu tarz örnekler yer alıyor. Bir de fonksiyonu cebirsel olarak değil de grafikte tanımlı olsun istedim."*

Ö1 öğretmeni, eşitsizlikler ile fonksiyon grafiklerini ilişkilendirmek istediğini ifade etmiştir. Öğrencilerinin grafik üzerinden fonksiyonların istenilen aralıklarda çözüm kümelerinin nasıl bulunabileceğini göstermiştir. Ö1 öğretmeninin bu örnek vasıtasıyla fonksiyon grafiği ile eşitsizlik konusunu ilişkilendirmeyi amaçladığı tespit edilmiştir. bu yüzden Şekil 53'deki örnek GK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, öğrencilerinin parabol grafiklerinden $y=x^2$ veya $y=2x^2$ gibi ifadeleri bildiklerini ve bunu akıllarında tutmalarının kolay olduğunu belirtmiştir. Bazı grafiklerin ise bildikleri grafiklerin ötelenmiş halleri olabileceğini şu şekilde ifade etmiştir:

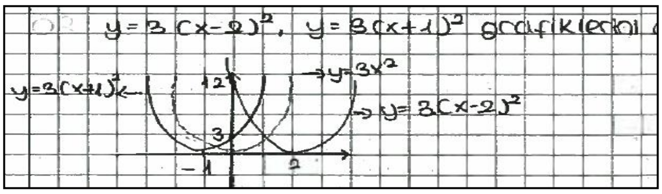
*"Arkadaşlar $y=x^2$ ve $y=2x^2$ bu grafikler yardımıyla biz bunların x ekseninde veya y ekseninde ötelenmiş grafiklerini kolaylıkla çizebiliriz."*

Bu durumu açıklayan örneği ise Şekil 54'de sunmuştur.




Şekil 54. Parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeni, Şekil 54'deki örnek ile parabol grafiğinin y ekseni üzerinde ötelenmesi sonucu oluşan parabol denklemlerini göstermiştir. Benzer şekilde Şekil 55'deki örnek ile x ekseni üzerindeki parabol grafiklerinin denklemlerini göstermiştir.



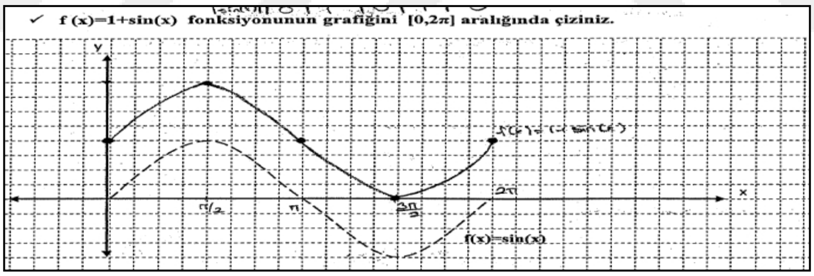

Şekil 55. Parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede, Şekil 54 ve 55'deki örnekleri kullanım amacını şu şekilde açıklamıştır:

*"Öğrencilere bir parabolün grafiğini pratik olarak nasıl çizebileceklerini göstermek istedim. Yani öğrenciler p(x)= 2x² grafiğini tepe noktası orijinde olan bir eğrinin grafiği olduğunu biliyorlar bu bilgiden yola çıkarak y ekseni boyunca ötelenmiş olanları da göstermek istedim. Benzer durumun x ekseninde nasıl gerçekleştiğini görsünler istedim."*

Ö1 öğretmeni bir parabol grafiğini pratik olarak nasıl çizildiğini göstermek için öğrencilerin bildiği bir parabol grafiğini kullanmış ve bu grafik üzerinden ötelemeler yaparak yeni parabol grafikleri çizmiştir. Özetle Ö1 öğretmeninin, öğrencilerin bildiği grafikleri kullanarak, bu grafikleri Şekil 54 ve Şekil 55'deki örnekler aracılığıyla geliştirmeyi amaçladığı tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeni, benzer durumu trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çiziminde de göstermiştir. Ö1 öğretmeni grafikleri örneklendirmeden önce öğrencilerine şu şekilde açıklamada bulunmuştur:

*"Şimdi arkadaşlar trigonometrik fonksiyonların grafiklerini sizlerle beraber çizdik. Şimdi bu grafikler yardımıyla bunların ötelenmiş fonksiyonlarının grafiğini çizebiliriz."*



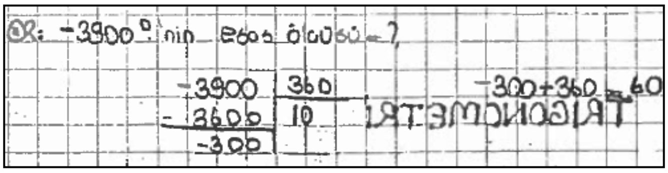

Şekil 56. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeni, Şekil 56'daki örneği kullanım amacı ile ilgili yaptığı açıklaması şu şekildedir:

*"Öğrencilere trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çizimini göstermiştim. Şimdi de bu grafikler yardımıyla işi biraz daha karmaşık görünen trigonometrik fonksiyonların çizimini pratik olarak gösterdim."*

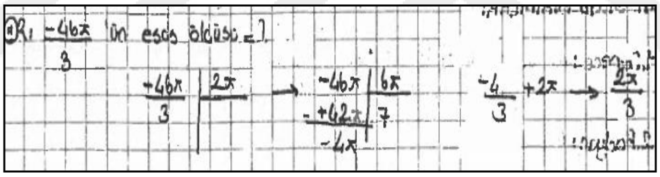
Öğretmenin trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin nasıl çizildiğini önceden öğrencilerine açıkladığı görülmüştür. Ö1 öğretmeni, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlara ait grafiklerin çizimini geliştirmek istemiştir. Bunu daha önceden çizmiş olduğu grafiklerin üzerinden öteleme yaparak açıklamıştır. Böylelikle öğrenciler bir fonksiyonun ötelenmesi kurallarıyla grafiği daha kısa sürede çizebileceklerini ifade etmiştir. Öğretmenin bu örneği kullanım amacı GK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, trigonometri konusunda esas ölçünün pozitif açılarda nasıl bulunduğunu açıkladıktan sonra, negatif açıların esas ölçüsünün de nasıl bulunduğunu Şekil 57'deki örnek ile açıkladığı gözlenmiştir:



Şekil 57. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö3 öğretmeni, herhangi negatif açılı bir değerin derece cinsinden değil de radyan olarak verilmesi durumunda, nasıl bulunması gerektiğini de Şekil 58'deki örnek ile açıklamıştır:



Şekil 58. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö3 öğretmeni, Şekil 57 ve 58'deki örnekleri kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

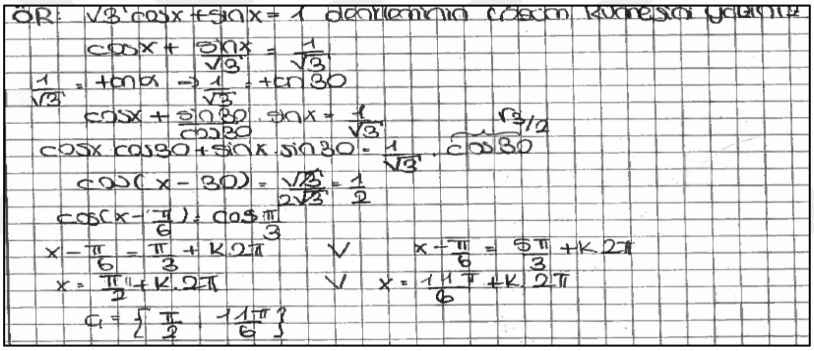
> *"Öğrenciler pozitif ölçü olunca bunun nasıl bulunması gerektiğini kuralla açıkladım ama negatif olunca daha farklı yapmaları gerekiyor bu yüzden bu örnekleri tercih ettim…her zaman esas ölçü bulurken pozitif ölçülü ifadelerin olmayacağını bunun negatif ölçülerde de olacağını bilmelerini istedim."*

Ö3 öğretmeni, pozitif değerli bir açının esas ölçüsünün nasıl bulunduğunu ifade etmiş ve bununla birlikte negatif değere sahip bir açının esas ölçüsünün nasıl bulunduğunu göstermek istediğini belirtmiştir. Ö3 öğretmeni kuralı negatiflerde nasıl uygulanacağını Şekil 57 ve 58'deki örneklerde de görüldüğü gibi bir prosedür aracılığıyla gerçekleştirmiştir. Bundan dolayı öğretmenin örnekleri kullanım amacı GK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni trigonometrik denklemlerin çözüm kümesini anlatırken öğrencilerine şu açıklamalarda bulunmuştur:

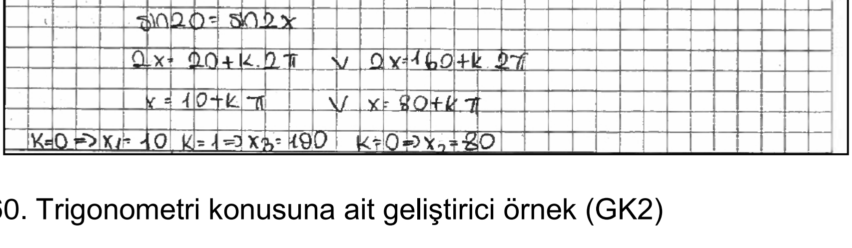
> *“Arkadaşlar trigonometrik denklemleri çözerken her zaman direk çözüm kümesine ulaşamayabilirsiniz. Bazı durumlarda bu denklemleri düzenlemeniz yeri geldiğinde yarım açı, dönüşüm, ters dönüşüm ve toplam formüllerinden yararlanmanız gerekebilir.”*

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine trigonometrik denklemlerin çözüm kümeleri ile ilgili kuralı yansıtan örnekleri ifade ettikten sonra, her zaman kuralı direk kullanabilecekleri ifadelerle karşılaşamayacaklarını açıklamıştır. Bazı durumlarda denklemleri düzenlemeleri gerektiğini bu gibi durumlarda yeri geldiğinde dönüşüm, yarım açı veya ters dönüşüm gibi trigonometrik ifadelerden yararlanmaları gerektiğini de ifade etmiştir. Bu açıklamasını Şekil 59 ve 60’daki örnekler ile desteklediği gözlenmiştir.



Şekil 59. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö2 öğretmeni Şekil 59’daki örneği açıklamasında sonra Şekil 60’daki örnek ile trigonometrik denklemin çözüm kümesinin bulunmasına yönelik yapmış olduğu açıklamasını desteklemeye devam ettiği gözlenmiştir.



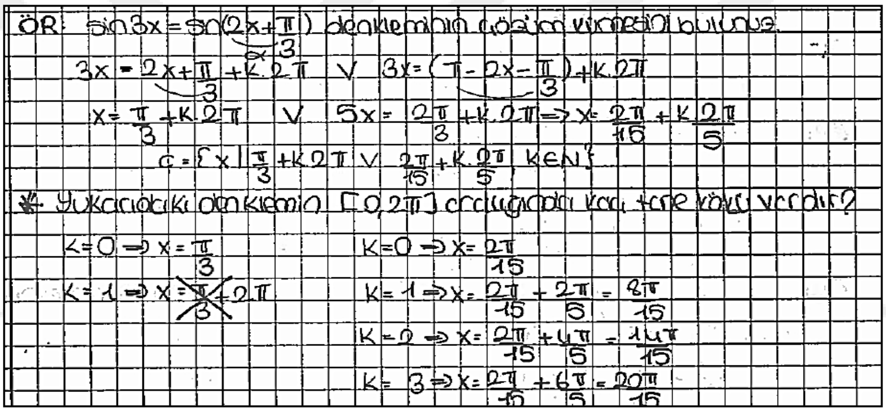
Şekil 60. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö2 öğretmeni, bu örnekleri kullanım amacını ise şu şekilde ifade etmiştir:

*"Öğrencilerin denklem çözerken bazen direk çözüme ulaşamayacaklarını yeri geldiğinde dönüşüm veya yarım açı gibi derste de söylediğim gibi trigonometrik ifadelerden yararlanmaları gerekebilir."*

Ö2 öğretmeni, trigonometrik ifadelere ait denklemlerin çözüm kümesini bulurken, trigonometrik dönüşümlerden ya da yarım açı formüllerinden yararlanabileceklerini Şekil 59 ve Şekil 60'daki örnekler aracılığıyla açıklamak istediğini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, trigonometrik denklemlerin çözüm kümesinin bulunması ile ilgili prosedürü bu örnekler ile geliştirmeye çalışmıştır. Bu yüzden öğretmenin bu örnekleri kullanım amacı GK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, trigonometrik bir denklemin çözüm aralığının önemli olduğunu vurgulamak için Şekil 61'deki örnekten yararlanmıştır:




Şekil 61. Trigonometri konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine çözüm kümesini bulurken trigonometrik denklemin tanım aralığına dikkat edilmesi gerektiğini şu şekilde açıklamıştır:

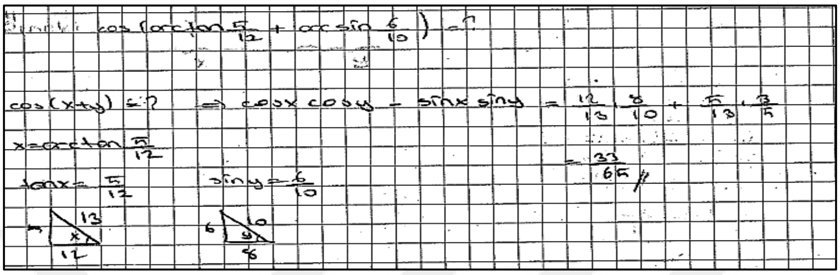
*"Arkadaşlar bulduğunuz çözümleri size verilen çözüm aralığını dikkat ederek alın."*

Ö2 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu örneği kullanım amacını şu şekilde açıklamıştır:

*"Trigonometrik denklemin çözüm kümesini göstermek bununla birlikte çözüm aralığını da dikkate almalarını istedim."*

Ö2 öğretmeni, trigonometrik denklemlerin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu öğrencilerine daha önce açıkladığı gözlenmiştir. Öğretmenin bu örnek ile çözüm kümesine trigonometrik denklemin tanımlı olduğu aralığa göre değişebileceğini ve bu yüzden buldukları bazı köklerin çözüm kümesine alınmaması gerektiğini belirtmiştir. Öğretmenin kuralı prosedürler aracılığıyla geliştirmek istemesinden dolayı örneği kullanım amacı GK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni trigonometri konusunda ters trigonometrik fonksiyonlar ile toplam ve fark formüllerini anlattıktan sonra bu iki ifadenin birbirleriyle ilişkili olarak kullanabileceğini göstermek için Şekil 62'deki örneği kullanmıştır.

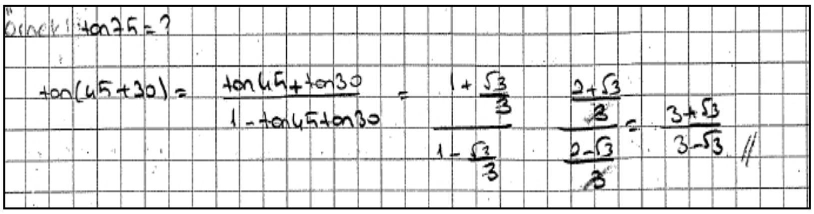


Şekil 62. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö6 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Ya burada Arc'lı ifadeler ile kosinüste toplam formüllerini ilişkilendirmek istedim."*

Ö6 öğretmeni ters trigonometrik ifadeler ile kosinüs fonksiyonuna ait toplam formülünü birlikte kullanabileceklerini göstermek için Şekil 62'deki örnekten yararlandığını belirtmiştir. Öğretmenin kuralı prosedürler aracılığıyla geliştirmek istemesinden dolayı bu örneği GK2 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö6, açı değeri bilinmeyen trigonometrik ifadelerin toplam ve fark formülü ile bulunabileceğini Şekil 63'deki örnek ile ifade etmiştir:

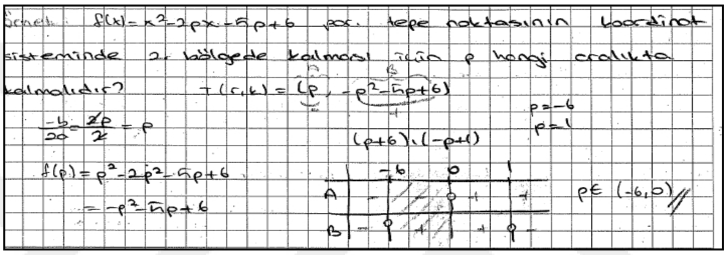


Şekil 63. Trigonometri konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeni, bu durumu ise yapılan görüşmede şu şekilde açıklamıştır:

*"Şimdi öğrenci 75 derecenin kaça eşit olduğunu bilmiyor bunun için trigonometrik cetvele bakmadan bilindik açı değerleriyle trigonometrik değeri hesaplayabilir."*

Ö1 öğretmeni, Şekil 63'deki örneği kullanım amacını, toplam fark formüllerinin matematikte değeri tam olarak bilinmeyen trigonometrik ifadeleri bulurken kullanıldığını belirtmiştir. Öğretmenin bu örneği öğrencilerde oluşan algıyı prosedür aracılığıyla genişletmek için kullandığı tespit edilmiş ve bu yüzden GK2 olarak kodlanmıştır. Ö1 öğretmeni, öğrencilerinin konular arası ilişkileri sağlayarak kavramın sınırlarını genişletmek için parabol ve eşitsizlikler konusunu içeren Şekil 64'deki örneği derste öğrencilerine sunmuştur.


Örnek: $f(x)=x^2-2px-5p+6$ par. tepe noktasının koordinat sisteminde 2. bölgede kalması için p hangi aralıkta kalmalıdır?

$T(r,k)=(p, -p^2-5p+6)$

$\frac{-b}{2a}=\frac{2p}{2}=p$

$p=-6$
$p=1$

$(p+6).(-p+1)$

$f(p)=p^2-2p^2-5p+6$
$=-p^2-5p+6$

$p\in(-6,0)$

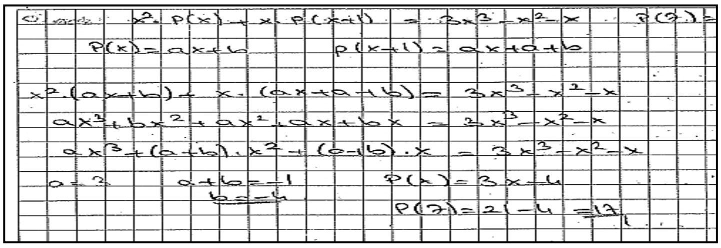
Şekil 64. Parabol ve eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeni ile yapılan görüşmede Şekil 64'deki örneği kullanım amacını şu şekilde açıklamıştır.

*"Biz öğrencilere sadece konuları öğretmeyi hedeflemiyoruz, onların matematiksel düşünme becerilerini de geliştirmeyi hedefliyoruz bu örnek ile biraz onları düşündürmek ve bu konuları ilişkilendirmelerini istedim."*

Ö1 öğretmeni Şekil 64'deki örnek ile öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek istediğini belirtmiştir. Bunun için de parabol ve eşitsizlik konularını bir arada kullanabilecekleri bu örneği sunduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin örneği kullanım amacı konuları birbirleri ilişkilendirmek olduğu için bu örnek GK3 olarak kodlanmıştır.

Ö1 öğretmeni, polinomlar konusunda öğrencilerinin konuyla ilgili muhtemel algılarını geliştirmek için Şekil 65'deki örnekten yararlanmıştır. Bununla ilgili görüşlerini ise ders sonunda yapılan görüşmede açıklamıştır.



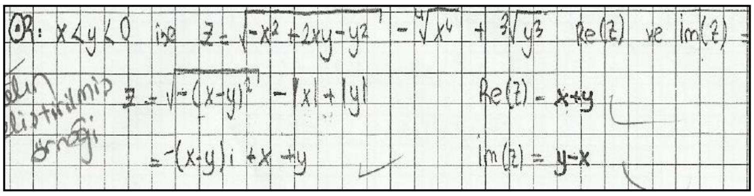

Şekil 65. Polinom konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeni ile ders sonun da yapılan görüşmede bu örneği neden tercih ettiğini şu şekilde ifade etmiştir:

*“Öğrencilerimin biraz daha düşünme becerilerini geliştirmek istedim aslında. Çünkü yeni bir polinom belirlemeleri gerekiyordu bunu yaparken eşitliğin diğer tarafındaki polinomu dikkate almaları gerekiyordu. Polinom dereceleri düşünerek yeni polinomu belirleyeceklerini belirtmek istedim.”*

Ö1 öğretmeni, Şekil 65’deki örnek ile verilen eşitliği dikkatte alarak yeni bir polinomun nasıl belirlenebileceğini ifade etmek istemiştir. Aynı zamanda bu polinomu belirlerken polinomların eşitliği ve polinomların derecelerine dikkat ederek yapabileceklerini göstermek istemiştir. Öğretmenin standart örneklerin öğrencilerde oluşturduğu algıyı bir prosedür aracılığıyla genişletmek için kullandığı tespit edilmiş ve bu yüzden GK2 olarak kodlanmıştır.

Ö3 öğretmeni, karmaşık sayılar konusunda reel sayılar kavramıyla karmaşık sayılar kavramını ilişkilendirmek için Şekil 66’daki örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 66. Karmaşık sayılar konusuna ait geliştirici örnek (GK3)

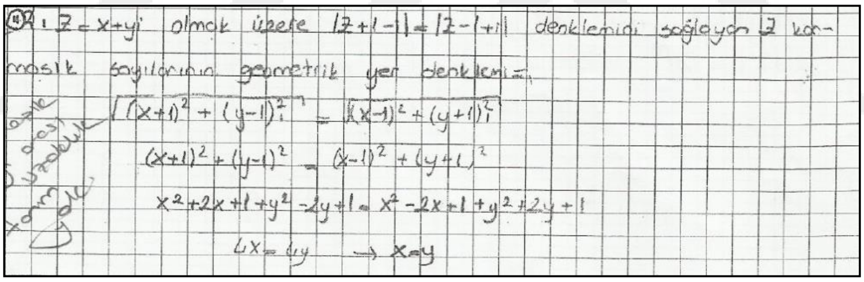
Ö3 öğretmeni ile ders sonunda yapılan mülakatta Şekil 66’daki örneği niçin kullandığını şu şeklide ifade etmiştir:

*“Burada öğrencinin hem mutlak değer bilgisine hem de bu bilgiyi karmaşık sayı ile nasıl birleştirmesi gerektiğini göstermeye çalıştım.”*

Ö3 öğretmeni, öğrencilerinin köklü ifadeler ve mutlak değer bilgileriyle, karmaşık sayılar konusuna ait özellikleri ilişkilendirmelerini amaçlamıştır. Çift kök derecesine sahip bir ifadenin reel sayı olması için kök içinin sıfırdan büyük eşit olması gerektiğini, eğer kök içi sıfırdan küçük ise bunun bir karmaşık sayı belirttiğini ifade etmiştir. Ayrıca çift köklü bir ifadenin kökten kurtulduğunda mutlak değerce dışarı çıkması gerektiğini vurgulamıştır. Şekil 66'daki örnekte hem köklü ifade hem de mutlak değer bilgisini, karmaşık sayılar konusuyla birlikte birleştirildiği gözlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin de amacı doğrultusunda bu örnek GK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, karmaşık sayılarla ilgili bir ifadenin geometrik yerlerinin ne olacağını da Şekil 67'deki örnek ile öğrencilerine gösterdiği gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni öğrencilerine, çalışma kitaplarında bu tarz örneklere çok rastlayabileceklerini şu şekilde ifade etmiştir:

*"Arkadaşlar karmaşık sayıların düzlemde sahip oldukları bir görüntü vardır. Bu örnek ile bu eşitlikte belirtilen ifadenin düzlemde ne ifade ettiğine bakacağız. Ayrıca bu örneği birçok kitapta görmemizde mümkündür."*



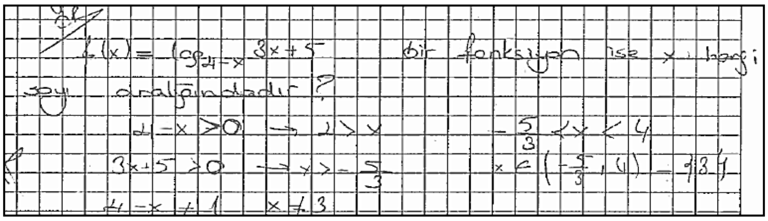

Şekil 67. Karmaşık sayılar konusuna ait geliştirici örnek (GK3)

Ö3 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede Şekil 67'deki örneği niçin kullandığını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Geometrik yer denilince öğrenci ne yapacağını bilmiyor burada iki karmaşık sayının düzlemde belirttiği görüntüyü göstermiş olduk ayrıca soru kitaplarında falan da çokça yer alıyor. Öğrencilerimin de biraz bu örnek ile dikkatlerini çekerek biraz onları düşündürmek istedim."*

Ö3 öğretmeni, karmaşık iki sayının düzlemde aslında geometriksel olarak bir yere sahip olduğunu göstermek istediğini belirtmiştir. Bu yüzden öğretmenin bu amacla Şekil 67'deki örnekten yararlandığı tespit edilmiştir. Ö3 öğretmeni, öğrencilerinin bu örnek ile karmaşık sayı konusuna ait bilgileri ile analitik geometri bilgilerini birleştirerek karmaşık sayı kavramının sınırlarını genişletmek istemiştir. Yani, karmaşık iki sayının düzlemde sahip oldukları görüntüyü resmetmeyi amaçlamıştır. Öğretmenin bu örneği kullanım amacından dolayı, GK3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö4 öğretmeni, öğrencilerine logaritmanın tanım kümesinin sınırlarını belirgin bir şekilde sunmak, tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmek için Şekil 68'deki örneği kullanmıştır.



Şekil 68. Logaritma konusuna ait geliştirici örnek (GK1)

Ders sonunda yapılan görüşmede Şekil 68'deki örneği dersinde kullanım amacı sorulduğunda Ö4 öğretmeni şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Logaritmanın tanımını öğrencilere sundum buna ait örneklerde verdim ama bu durumun daha belirgin bir şekilde ifade edebilmek için bilinmeyenleri işe katarak aralığın bu duruma göre değişebileceğini göstermek istedim."*

Ö4 öğretmeni ile yapılan görüşmede, logaritmanın tanımlı olduğu aralığa vurgu yapmak istediğini belirtmiştir. Bu örnek ile logaritma fonksiyonun tanım aralığının sınırlarını belirgin bir şekilde ifade etmeyi amaçladığı fark edilmiştir. Öğretmenin logaritmanın tanımına ait standart örneklerin öğrencilerde oluşturduğu muhtemel algıyı genişletmek istemesinden dolayı, bu örnek GK1 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerin; kullanım amaçlarına ve bu amaçların ne anlama geldiği dair açıklamaları Tablo 11'de gösterilmiştir. Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları geliştirici örnekleri üç kod altında toplanmıştır. Bu kodlara ait tanımlar ise açıklamalar kısmında verilmiştir.

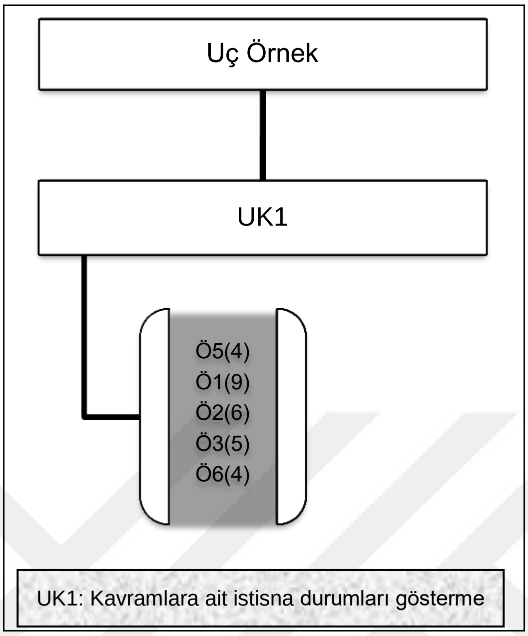
Tablo 11. Geliştirici Örnek Türünün Kullanım Amaçları ve Açıklamaları

| Örnek Türü | Kullanım Amaçları | Açıklama |
|---|---|---|
| Geliştirici Örnek | Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma (GK1) | Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışmak için sunulan örneklerdir. |
| | Bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın başka durumlarla ilişkisini gösterme (GK2) | Öğretmenin dersinde bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralı başka durumlarla ilişkisini göstermek için sunulan örneklerdir. |
| | Konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletme (GK3) | Konular arası ilişkiyi göstererek öğrencilerde kavramın sınırlarını genişletmek amacıyla sunulan örneklerdir. |

Araştırmada yapılan gözlem ve mülakatlardan elde edilen kodlar doğrultusunda öğretmenlerin, tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşturduğu muhtemel algıyı genişletmeye çalışmak, kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın öğrencilerde oluşturduğu algıyı bir prosedür aracılığıyla genişletmek ve konular arası ilişkiyi sağlayarak öğrencilerin zihninde kavramın sınırlarını genişletmek için geliştirici örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin, bir kavramın tanımına ait standart bir örnek sunmasının ardından, öğrencilerde kavramla ilgili algıyı genişletmek için derslerinde GK1 kodlu geliştirici örneklere ihtiyaç duydukları görülmüştür. Benzer şekilde, öğretmenlerin bir prosedür aracılığıyla yine standart örneklerin oluşturduğu algıyı geliştirmek için GK2 kodlu geliştirici örneklerden yararlandıkları gözlenmiştir. Bunun yanı sıra bir konun başka bir konuyla ilişkisini göstererek öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme yeteneğini geliştirmek ve matematiksel ifadelerde konuyla ilgili farklı yorumlar yapabileceklerini göstermek için derslerinde GK3 kodlu geliştirici örneklerden yararlandıkları belirlenmiştir. Öğretmenler, bu örnek türü ile öğrencilerin kavrama ait bilgilerinin sınırlarını genişletmeyi hedefledikleri tespit edilmiştir. Özetle, öğretmenlerin derslerinde geliştirici örnekleri; tanıma ait standart örneklerin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletme, bir kurala ait standart örneklerin dışında kuralın başka durumlarla ilişkisini gösterme ve konular arası ilişkiyi sağlayarak ilgili konunun sınırlarını genişletme amacıyla kullandıkları görülmüştür.

#### 4. 1. 4. Uç Örneklere İlişkin Bulgular

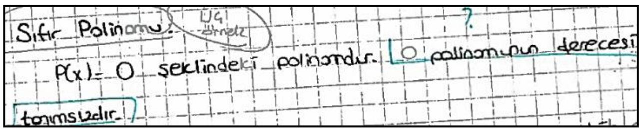
Bu bölümde öncelikle uç örnekler olarak kabul edilen örneklere yer verilecek ve bunların neden uç örnek olarak nitelendirildiğine dair öğretmenlerle yapılan mülakatların analizlerine yer verilecektir. Şekil 69'da bu örnek türüne ait kodlar ve bu kodların hangi öğretmenler tarafından ne sıklıkla kullanıldığı gösterilmiştir.




Şekil 69. Uç örneğin kullanım frekansları

Şekil 69'da görüldüğü gibi uç örnekler bir kod altında toplanmıştır. Bu kod öğretmenlerin derslerinde örnekleri 'hangi amaçla' kullandıkları sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda oluşturulmuştur. Bu amaçlar doğrultusunda öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre, bu örnekleri kavramlara ait istisna durumları göstermek için kullanmaktadır. Buna göre, gözlem süresince derslerinde öğrencilerine kavramın istisna durumunu içeren örneklerden Ö5 öğretmeni, 4; Ö1 öğretmeni, 9; Ö2 öğretmeni, 6; Ö3 öğretmeni, 5 ve Ö6 öğretmeni, 4 defa kullandıkları gözlenmiştir.

10. sınıflarda sıfır polinomunun tanımını Ö3, Ö1, Ö2 ve Ö6 öğretmenleri kavrama ait özel bir durum olarak ifade etmişlerdir. Şekil 70'de Ö3 öğretmeninin sıfır polinomun tanıma ait açıklaması sunulmuştur.



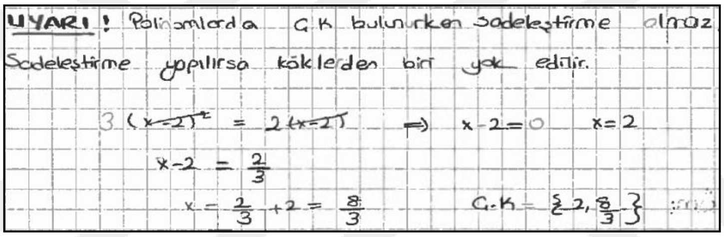

Şekil 70. Polinomlar konusuna ait uç örnek

Ö3 öğretmeni ile yapılan görüşmede bu durumu şu şekilde açıklamıştır:

*"P(x)=0 polinomu bence özel bir durumdur. Bir polinom ifadesinin eşitinde bütün katsayılar 0 olacaktır. Polinomun tanımına göre bu polinomun bütün kat sayıları var ama sıfır, bu bilgiyi öğrenci bilmelidir."*

Ö3 öğretmeni sıfır polinomunun, polinomun tanımına uygun olduğunu sadece bu tanım dikkate alındığında, bu polinomun bütün kat sayılarının sıfır olduğunu belirtmiştir. Ayrıca benzer açıklamalarda Ö1 öğretmeni de yapmıştır. Ö1 öğretmeni sıfır polinomunun diğer polinomların aksine derecesinin eksi sonsuz olduğunu belirtmiştir. Bütün katsayılarının sıfır olması ve derecesinin eksi sonsuz olması özel bir durum olarak ifade edilmiştir. Bundan dolayı, bu durum sıfır polinomu kavramına ait bir istisna durum olarak tespit edilmiş ve bu yüzden uç örnek olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, 10. sınıflarda polinomlar konusunu işlerken derste öğrencilerinin hangi durumda sadeleştirme yapabileceklerini Şekil 71'deki örnek ile açıklamıştır.



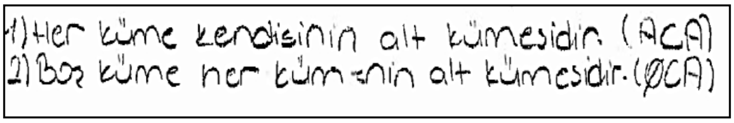

Şekil 71. Polinomlar konusuna ait uç örnek

Ders sonunda yapılan görüşmede ise bu durumu şu şekilde ifade etmiştir:

*"x=2 olursa 0 sayısını 0 sayısına bölmüş olurlar bu durumda belirsizliktir. Öğrenciler aynı ifade olduğunu görünce sadeleştirmeye çalışıyorlar bundan dolayı bu örneği seçtim."*

Ö3 öğretmeni, herhangi bir eşitlikte sadeleştirme işleminin her durumda yapılamayacağını ifade etmek istemiştir. Şekil 71'deki örnek ile sıfır sayısının sıfır sayısına bölümünün belirsiz olduğunu ve bu durumun çözüm kümesini etkilediğini belirtmiştir. Sıfırın sıfıra bölümünün belirsiz olması özel bir durum olarak kabul edilmiş ve bu yüzden Şekil 71'deki bir uç örnek olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 ve Ö5 öğretmenleri, 9. sınıflarda kümeler konusunda her kümenin kendisinin bir alt kümesi olduğunu ve aynı zamanda boş kümenin de her kümenin bir alt kümesi olduğunu ifade etmişlerdir. Ö5 öğretmenin, kümeler konusu ile ilgili uç örneği Şekil 72'de gösterilmiştir.

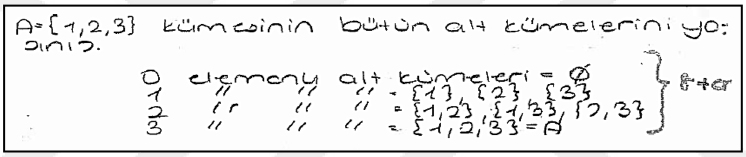



Şekil 72. Kümeler konusuna ait uç örnek

Ö5 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu durumu şöyle ifade etmiştir:

*"Yani şimdi her kümenin kendisinin bir alt kümesi olması ve boş kümeninde bütün kümelerin alt kümesi olması özel bir durumdur. Bir küme verip bunun alt kümelerini gösterin dediğimde bu iki durumuda düşünmek zorundalar."*

Ö5 öğretmeni, her kümenin kendisinin bir alt kümesi ve boş kümenin bütün kümelerin alt kümesi olmasının özel bir durum olduğunu ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni ise, bu durumu Şekil 73'deki gibi örneklendirmiştir:



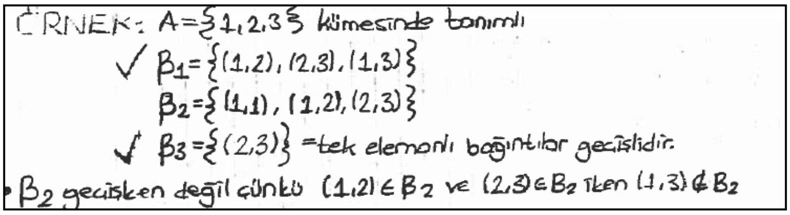

Şekil 73. Kümeler konusuna ait uç örnek

Ö1 öğretmeni ile yapılan görüşmede Şekil 73'deki örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Bu A kümesinin sahip olabileceği bütün alt kümeleri göstermek istedim. Bu alt kümeler içinde kümenin elemanlarıyla oluşturulabileceği gibi istisna ve özel olan bir durum daha vardır. Bunlar boş küme ve kümenin kendisidir."*

Ö1 öğretmeni, bu durumun özellikle alt küme kavramıyla ilgili özel bir durum olduğunu ve küme ile ilgili yorumsal ya da işlemsel sorularda düşünmeleri gerektiğini belirtmiştir. Boş kümenin bütün kümelerinin alt kümesi olması özel bir durum olarak kabul edilmiş ve bu yüzden Şekil 73'deki örnek uç örnek olarak değerlendirilmiştir.

Ö5 öğretmeni, yine 9.sınıflarda bağıntı konusunda bağıntı çeşitlerini anlatırken, tek elemanlı kümenin daima geçişken bir bağıntı olduğunu Şekil 74'deki örnek ile örneklendirmiştir.




Şekil 74. Bağıntı konusuna ait uç örnek

Ö5 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Şimdi tek elemanlı bir küme geçişken özellik sağlar. Bu durum geçişken bağının tanımından anlaşılamayabilir. Bu yüzden örneklendirdim. Aslında ince bir ayrıntıdır."*

Ö5 öğretmeni, Şekil 74'deki örnek ile tek elemanlı bir bağıntının geçişken bağıntı olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin bu durumun geçişken bağıntı kavramına ait istisna bir durum olduğunu ve aslında geçişken bağıntı tanımının ayrıntılı bir şekilde irdelendiğinde bu durumun görülebileceğini belirtmiştir. Öğretmenin bu açıklamasında örneği kullanım amacına göre uç örnek olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 ve Ö5 öğretmenleri, 9.sınıflarda faktöriyel konusunu anlatırken 0!=1 olduğunu bunun bir matematiksel kabul olduğunu belirtmişlerdir.

Ö1: *"Arkadaşlar 0!=1 bu matematiksel bir kabuldür."*
Ö5: *"Şimdi çocuklar matematikte bazı kabuller vardır. Mesela 0!=1 bu bir kabuldür. Yani işlemlerimizde bu durumu bu şekilde kullanacağız."*

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerini kullanım amaçlarına göre Tablo 12'de bir kod altında toplanmıştır. Bu kod uç örneği temasının altında ifade edilmiştir. Kod ile ilgili tanım ise Tablo 12'de açıklamalar kısmında yapılmıştır.

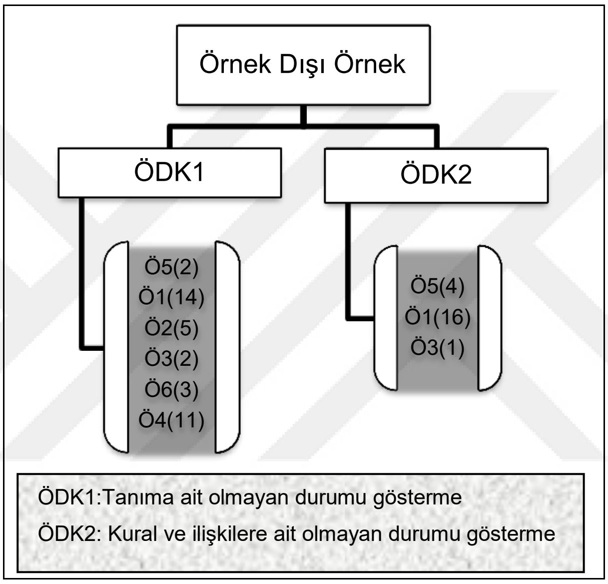
Tablo 12. Uç Örneklerin Kullanım Amaçları ve Amaçlara Ait Açıklamaları

| Örnek Türü | Kullanım Amaçları | Açıklama |
|---|---|---|
| Uç Örnek | Kavramlara ait istisna durumları gösterme (UK1) | Kavramlara ait istisna durumu içeren örneklerdir. |

Öğretmenler ile yapılan gözlemler ve mülakatlardan elde edilen veriler doğrultusunda, öğretmenlerin uç örnekleri bir kavramın istisna durumlarını örneklendirmek için kullandıkları tespit edilmiştir. Bu örnek türünün öğretmenler tarafından bir kavrama ait en ince ayrıntılara öğrencilerinin dikkatini çekmek için kullandıkları tespit edilmiştir.

### 4. 1. 5. Örnek Dışı Örneklere İlişkin Bulgular

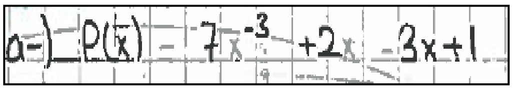
Bu bölümde öncelikle örnek dışı örnekler olarak kabul edilen örneklere yer verilecek ve bunların neden örnek dışı örnek olarak nitelendirildiğine dair öğretmenlerle yapılan mülakatların analizlerine yer verilecektir. Şekil 75'de bu örnek türüne ait kodlar ve bu kodların hangi öğretmenler tarafından ne sıklıkla kullanıldığı gösterilmiştir.




Şekil 75. Örnek dışı örneğin kullanım frekansları

Şekil 75'de görüldüğü gibi örnek dışı örnekler iki kod altında toplanmıştır. Bu kodlar öğretmenlerin derslerinde örnekleri 'hangi amaçla' kullandıkları sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda oluşturulmuştur. Bu amaçlar doğrultusunda öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre, öğrencilere tanıma ait olmayan durumu gösteren örnekler (ÖDK1), bir kuralı ifade ettikten sonra kurala ait olmayan durumu gösteren örnekler (ÖDK2) iki kod altında toplanmıştır. Gözlem süresince derslerden elde edilen verilerden tanıma ait olmayan örneklerden Ö5 öğretmeni, 2; Ö1 öğretmeni, 14; Ö2 öğretmeni, 5; Ö3 öğretmeni, 2; Ö6 öğretmeni, 3 ve Ö4 öğretmeni,1 defa kullandıkları gözlenmiştir. Herhangi kuralı yazdırdıktan sonra kurala ait örneklerin yanı sıra kurala ait olmayan örneklerden Ö5 öğretmeni, 4; Ö1 öğretmeni, 16 ve Ö3 öğretmeni, 1 defa kullandıkları gözlenmiştir.

Ö3 öğretmeni, 10. sınıflarda polinomlar konusunda, polinom kavramının tanımına ait örnekler sunmasının yanı sıra polinoma ait olmayan örnekleri de sunmuştur. Bu duruma ait örneklerden iki tanesi Şekil 76 ve 77'de sunulmuştur.

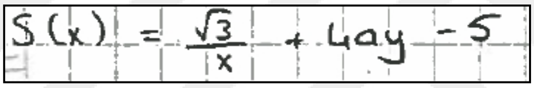



Şekil 76. Polinomlar konusuna ait örnek dışı örnekler (ÖDK1)

Ö3 öğretmeninin Şekil 76'daki örneği öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:

*"Çocuklar bakın bu yazdığım ifadede x'in kuvvetlerinden -3 olan var bu bir polinom değildir."*

Ö3 öğretmeni bu duruma benzer olarak Şekil 77'deki örneği de öğrencilerine polinoma ait olmayan örnek olarak sunmuştur.

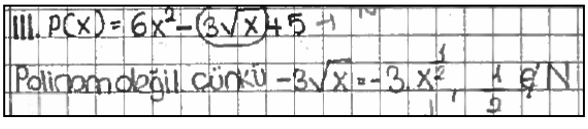



Şekil 77. Polinomlar konusuna ait örnek dışı örnekler (ÖDK1)

Ö3 öğretmeni, bu örnekleri kullanım amaçlarını ise şu şekilde ifade etmiştir:

*"Bu ikisi de polinom değil, çünkü kuvvetleri birer tamsayı oysaki polinom olması için kuvvet doğal sayı olmalıydı."*

Ö3 öğretmeni, polinomun tanımına dikkat çekmek ve öğrencilerin tanımı daha iyi kavraması için polinoma ait örneklerin yanı sıra Şekil 76 ve 77'deki gibi polinoma ait olmayan örneklere de derslerinde yer vermişlerdir. Öğretmenin dersinde sunmuş olduğu bu örnekler polinomun tanımına ait olmayan örnekler olmasından dolayı ÖDK1 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde, Ö2 öğretmeni de, 10.sınıflarda polinomlar konusunda polinoma ait örneklerin yanı sıra polinoma ait olmayan örneklere de yer verdiği gözlenmiştir. Bu örneklerden biri Şekil 78'de sunulmuştur.



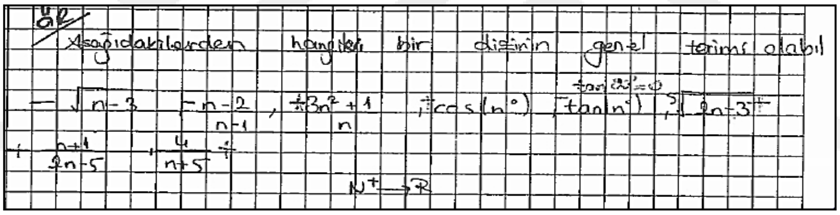

Şekil 78. Polinom konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1)

Ö2 öğretmeni, Şekil 78'deki örneği kullanım amacını dersten sonra yapılan görüşmede şu şekilde açıklamıştır:

> *"Öğrencilere polinomun ne olduğunu ifade ettim bu örnekle de bakın bu da polinom değil neden değil dedim, çünkü bilinmeyenin kuvvetleri birer doğal sayı olacaktı. Aslında amacımız değişkenin kuvvetinin tanımda dediği gibi doğal sayı olması gerektiğine dikkat çekmek."*

Ö2 öğretmeni ile yapılan görüşmede Şekil 78'deki örneği kullanım amacının polinom olan ifadelerin yanı sıra polinom olmayan ifadelere de örneklendirmek istemiştir. Ayrıca öğretmen bu örnek ile polinomun tanımına dikkat çekmek istediğini belirtmiştir. Öğretmenin bu amacından dolayı örnek ÖDK1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö4 öğretmeni, 11. sınıflarda diziler konusunu işlerken dizilere ait örneklerden yararlandığı gözlenmiştir. Öğretmenin bu örneklerin yanı sıra kavramın sınırlarını belirgin hale getirmek için dizi olmayan örneklerde kullandığı görülmüştür. Bu duruma uygun Ö4'e ait örneklerden biri Şekil 79'da sunulmuştur.



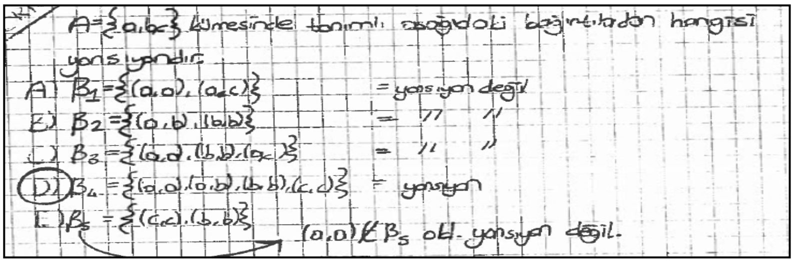

Şekil 79. Diziler konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1)

Ders sonunda Ö4 öğretmeni ile yapılan görüşmede bu örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Neyin bir dizi belirttiğini ve neyin bir dizi belirtemeyeceğini görsünler istedim, çünkü tanımda çeşitli kısıtlamalar var ve benim bunlara öğrencilerin dikkatini çekmem lazım."*

Ö4 öğretmeni, dizi kavramının daha iyi anlaşılması için tanıma ait örneklerin yanında tanıma ait olmayan örneklere de yer vermek istediğini ifade etmiştir. Ö4 öğretmenin bu örneği dizinin tanımına uygun olmayan örnek ÖDK1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö5 öğretmeni, 9. sınıflarda bağıntı konusunda, bağıntının özelliklerini anlatırken bu özelliklere uygun örnekler sunduğu gibi, uygun olmayan örneklerden de yararlanmıştır. Şekil 80'deki örnekte ise Ö5'e ait yansıyan ve yansıyan olmayan bağıntılara uygun örnekleri verilmiştir.



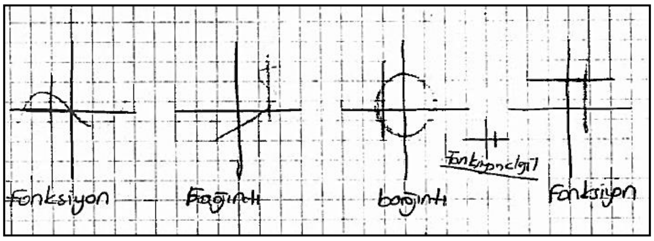

Şekil 80. Bağıntı konusuna ait örnek dışı örnek (d ve e) (ÖDK2)

Ö5 öğretmeni ile yapılan görüşmede Şekil 80'deki örneği niçin kullandığını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Yansıyan bağıntı olma şartlarını belirgin bir şekilde öğrenciler fark etsinler diye yansıyan olmayanları da gösterdim."*

Ö5 öğretmeni, bir bağıntının yansıyan bağıntı olması için kümedeki her elemanın kendisi ile bir sıralı ikili oluşturması gerektiğini ifade etmiştir. Eğer bu durumu sağlamayan bir eleman dahi olsa bu bağıntının yansıyan olmayacağını ifade etmiştir. Şekil 80'deki örnekte de Ö5 öğretmeni, yansıyan bağıntı kuralına uygun olmayan örnek göstermiştir. Ö5 öğretmeninin Şekil 80'deki örnek (d ve e) bağıntı özelliklerinden yansıyanlığı sağlamamasından dolayı ÖDK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö5 öğretmeni, 9.sınıflarda grafiklerden hangilerinin fonksiyon hangilerinin fonksiyon olmadığını Şekil 81'deki örnek aracılığıyla açıklamıştır.



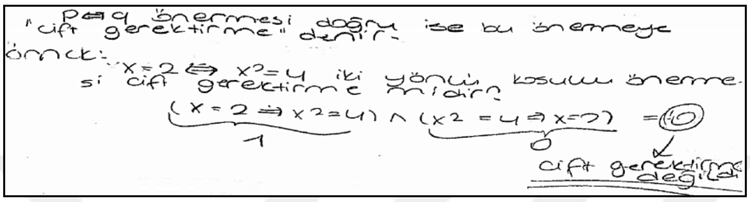

Şekil 81. Fonksiyon konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK2)

Ö5 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede bu örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Bağıntıyla fonksiyon arasındaki farklılıkları ortaya koymak için bu örnekleri sundum. Burada aynı zaman da her bağıntı fonksiyon olmadığını da ifade etmek istedim. Fonksiyon olması için kurallar vardı bu kurallara uymayanları bağıntı olarak yazdıklarım fonksiyon değiller…"*

Ö5 öğretmeni, bir bağıntının fonksiyon olması için belirli kuralları sağlaması gerektiğini ifade etmiştir. Bu kurallara ait olan ve olmayanları Şekil 81'deki gibi örneklendirmek istediğini belirtmiştir. Öğretmenin örneği kullanım amacı bu yüzden ÖDK2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni 9.sınıflarda mantık konusunu işlerken, tahtaya çift gerektirme kavramının tanımını yazmış ve hangi durumda çift gerektirme olamadığını ise Şekil 82'deki örnek ile açıklamıştır.

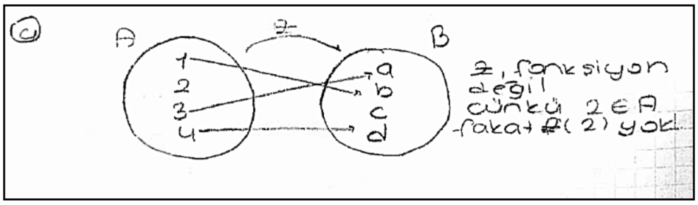



Şekil 82. Mantık konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede Şekil 82'deki örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Çift gerektirme olması için gerekli koşullu ifade ettim bu örnekle de bakın arkadaşlar sonuç yanlış çıktı o zaman çift gerektirme olmaz çünkü doğru çıkmalıydı sonucumuz diyerek tanımın sınırlarını ortaya koymuş olduk."*

Ö1 öğretmeni öğrencilerine, mantık konusunda '*ancak ve ancak'lı* bir bileşik önermenin sonucunun doğru olması durumunda, önermenin bir *çift gerektirme* denildiğini ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni bu tanıma vurgu yapmak için Şekil 82'deki örneği öğrencilerine sunmuştur. Öğretmen tanıma ait olmayan bu örnek ile tanımın koşullarına vurgu yapmıştır. Bu yüzden örnek ÖDK1 olarak kodlanmıştır. Ö1 öğretmenin 9. sınıflarda fonksiyonlar konusunda, fonksiyon olan ifadeleri öğrencilerine sunduktan sonra fonksiyon olmayan ifadeleri de örnekler ile sunduğu gözlenmiştir. Bu durumla ilgili ders sonunda yapılan görüşmede öğretmen, öğrencilerinin fonksiyon kavramının şartlarını daha belirgin bir şekilde öğreneceklerini ifade etmiştir. Bu duruma uygun olarak Ö1 öğretmeninin örneklerinden biri de Şekil 83'deki örnek sunulmuştur.



Şekil 83. Fonksiyona konusuna ait örnek dışı örnek (ÖDK1 ve ÖDK2)

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede ise Şekil 83'deki örneği kullanım amacını şu şekilde ifade etmiştir:

*"Öğrencinin bir bilgiyi yani bir tanımı falan öğrenebilmesi için tanımın geçerli olmadığı durumları da bilmesi gereklidir. Fonksiyon olması için gerekli şartları bildiği gibi olmama durumlarını da bilmeli yanı tanımın sınırlarını çizdik. Böylelikle bu kavramı daha iyi öğrenirler."*

Ö1 öğretmeni ile yapılan görüşmede fonksiyon örneklerinin yanı sıra fonksiyon olmayan örneklere de yer verilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu örneklerin öğrencilerin fonksiyon kavramını daha iyi anlamasına katkı sağlayacağını belirtmiştir.

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerini kullanım amaçlarına göre Tablo 13'de iki kod altında toplanmıştır. Bu kodların hepsi de örnek dışı örnek temasının altında toplanmış olup açıklamalarıyla birlikte sunulmuştur.

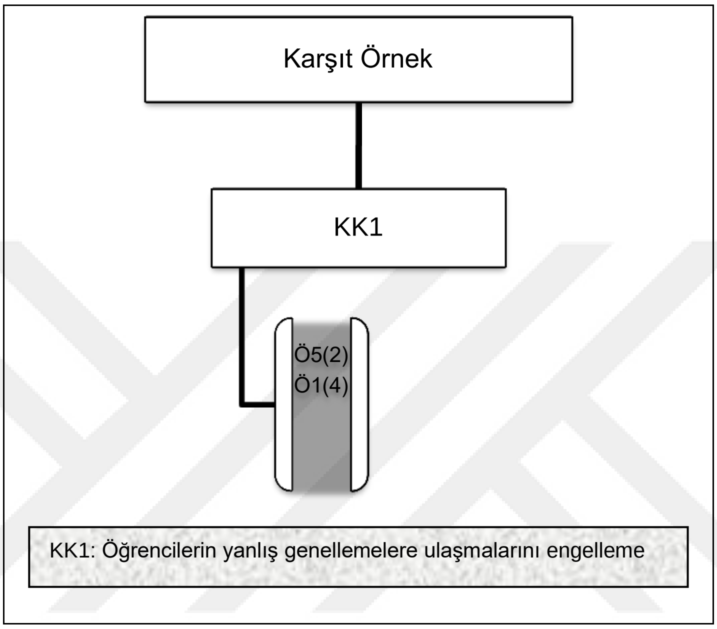
Tablo 13. Örnek Dışı Örneklerin Kullanım Amaçları ve Açıklamaları

| Örnek Türü | Kullanım Amaçları | Açıklama |
|---|---|---|
| Örnek Dışı Örnek | Tanıma ait olmayan durumu gösterme (ÖDK1) | Tanıma ait olamayan durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir. |
| | Kurala ait olmayan durumu gösterme (ÖDK2) | Kurala ait olmayan durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir. |

Öğretmenlerin bir kavramı öğretirken, kavrama ait örnekleri kullandıkları gibi kavrama ait olamayan örnekleri de kullandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bir kurala ait olan durumları içeren örneklerle birlikte kurala ait olmayan örnekleri de sundukları gözlenmiştir. Kısacası, yapılan gözlem ve mülakatlardan elde edilen verilere göre öğretmenlerin örnek dışı örnekleri iki amaçla kullandıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin bu amaçları, tanıma ait olmayan durumları örneklendirmek ya da herhangi bir kurala ait olamayan durumları örneklendirmek şeklinde tespit edilmiştir.

### 4. 1. 6. Karşıt Örneklere İlişkin Bulgular

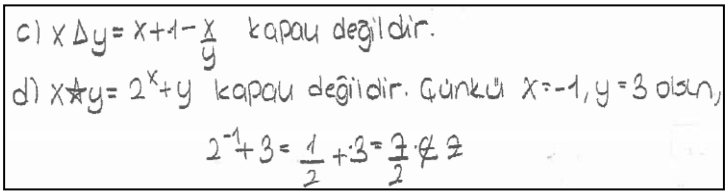
Bu bölümde öncelikle karşıt örnekler olarak kabul edilen örneklere yer verilecek ve bunların neden karşıt örnek olarak nitelendirildiğine dair öğretmenlerle yapılan mülakatların analizlerine yer verilecektir. Şekil 84'de bu örnek türüne ait kodlar ve bu kodların hangi öğretmenler tarafından ne sıklıkla kullanıldığı gösterilmiştir.




Şekil 84. Karşıt örneğe ait kod ve bu kodun kullanım frekansı

Şekil 84'de görüldüğü gibi karşıt örnekler bir kod altında toplanmıştır. Bu kod öğretmenlerin derslerinde örnekleri 'hangi amaçla' kullandıkları sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda oluşturulmuştur. Bu amaçlar doğrultusunda öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre, öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engelleme (KK1) kodu şeklinde oluşturulmuştur. Buna göre, gözlem süresince öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek için Ö5 öğretmeninin, 2 ve Ö1 öğretmeninin, 4 tane karşıt örnek kullandığı gözlenmiştir.

Ö1 öğretmeni 9.sınıflarda işlem konusunda öğrencinin *'o zaman tam sayılar kümesinde verilen her işlem kapalılık özelliğine sahiptir diyebiliriz.'* şeklindeki açıklaması üzerine Şekil 85'deki örnekler aracılığıyla bu ifadenin yanlış olduğunu açıklamıştır.



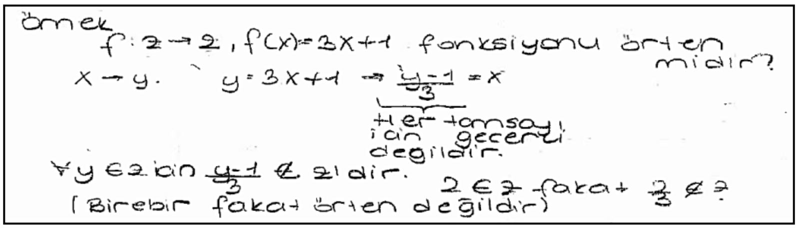

Şekil 85. İşlem konusuna ait karşıt örnek

Ö1 öğretmeni ile ders sonunda yapılan görüşmede Şekil 85'deki örneği kullanım amacını şu şekilde açıklamıştır:

> *"Öğrencilerin her işlemin kapalılık özelliği olmadığını bunun işlemin tanımlandığı kümeye bağlı olduğunu görmelerini istedim. Biz bu işlemleri tam sayılar kümesinde tanımladık ve kümede bu işlem kapalı olmaz. Yani tam sayılar kümesinin kapalılık özelliği olabilir ama burada tanımlanan işleme göre yok. Yanlış genellemelere ulaşmasınlar istedim."*

Ö1 öğretmeni öğrencilerinin, tam sayılar kümesinde tanımlanan her işlemin kapalılık özelliğine sahip olamayacağını Şekil 85'deki örnek ile göstermek istemiştir. Ö1, öğrencilerinin yanlış genelleme yapmalarını engellemek için Şekil 85'deki örneğe ihtiyaç duyduğu tespit edilmiştir.

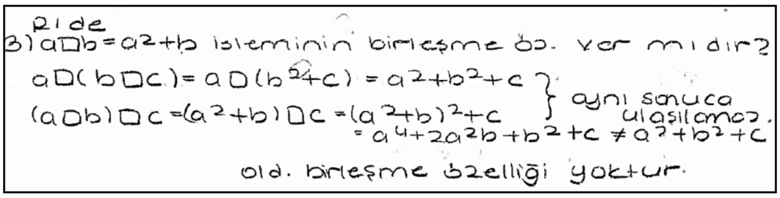
Ö1 öğretmeninin 9. sınıflarda fonksiyon çeşitlerini anlatırken örten fonksiyonu tanımlamış ve öğrencilerinden örten fonksiyon tanımına uygun örnek vermelerini istemiştir. Bunun üzerine öğrencilerinden biri doğrusal bir fonksiyonun her zaman örten olacağını ifade etmiştir. Öğretmenin her zaman mı sorusuna karşılık tam sayılar ve doğal sayılarda olabileceğini ifade etmiştir. Öğretmen öğrencinin bu açıklaması üzerine tahtaya Şekil 86'daki örneği yazmıştır.




Şekil 86. Fonksiyon konusuna ait karşıt örnek

Ö1 öğretmeni, örten fonksiyon olmadığını sağlayan yalnız bir örneğin bulunmasının yeterli olacağını Şekil 86'daki örnek aracılığıyla öğrencilerine açıklamıştır. Öğretmenin öğrencisinin fonksiyonlar konusunda örtenlik kavramı ile ilgili yanlış bir genellemeye ulaşmasını engellemek için bu örneği sunduğu tespit edilmiştir.

Benzer şekilde Ö1 öğretmeni 9.sınıflarda işlem konusunda, verilen herhangi bir işlemin birleşme özelliğine sahip ise çift taraflı bakılması gerektiğini eğer iki sonuç bir birine eşit değilse birleşme özelliğinin olmadığını Şekil 87'deki gibi ifade etmiştir.




Şekil 87. İşlem konusuna ait karşıt örnek

Öğretmenlerin bu örnek türünü öğrencilerin yanlış genellemelere sahip olmalarını engellemek için kullandıkları tespit edilmiştir.

Tablo 14'de öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örneklerini kullanım amaçlarına göre bir kod altında toplanmıştır. Bu kod ise karşıt örnek temasının altında toplanmıştır.

Tablo 14. Karşıt Örnek Kullanım Amaçları ve Açıklamaları

| Örnek Türü | Kullanım Amaçları | Açıklama |
|---|---|---|
| Karşıt Örnek | Öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engelleme (KK1) | Öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla kullanılan örneklerdir. |

Öğretmenlerle yapılan mülakat ve gözlemlerden elde edilen verilere göre öğretmenlerin öğrencilerinin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla karşıt örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Karşıt örneklerin, öğrencilerin genelleme içeren sorularına, öğretmenler tarafından verilen cevaplar doğrultusunda oluşturulduğu gözlenmiştir.

### 4. 2. Öğretmenlerin Derste Kullandıkları Örneklerin Sınıflandırılmasına İlişkin Kümeleme Analizine Ait Bulgular

Bu başlık altında hiyerarşik kümeleme analizi sonucunda elde edilen çıktıların tablosuna ve bu tabloların yorumlanmasına ilişkin bilgiler sunulmuştur.

Öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekler amaçlarına göre kodlandıktan sonra bu kodların yer aldıkları kategoriler kümeleme analizi yapılarak doğrulukları test edilmiştir. Araştırmada tespit edilen 1245 tane örnek içerik analizi yapılarak 13 farklı kod altında toplanmıştır. İçerik analizinden elde edilen BK1, BK2, BK3, SK1, SK2, SK3, GK1,GK2, GK3, U1, ÖDK1, ÖDK2 ve KK1 kodları sırası ile kümeleme analizinde A1, A2, A3....ve

A13 olarak yeniden kodlanmıştır. Bu kodların yer aldığı kategorileri belirlemek amacıyla kodların kümelenmesinde, En Uzak Komşuluk Yöntemi (Farthest Neighbour Method) kullanılmış ve uzaklık ölçüsü olarak Jaccard seçilmiştir. Jaccard uzaklık ölçüsü [0,1] arasında değer almakta olup değer 1'e yaklaştıkça yani iki küme arasındaki mesafe arttıkça benzerlik artmaktadır. Bu durum ise bu iki kümenin birleştirilebileceği anlamına gelmektedir. Buna göre araştırmada elde edilen veriler ışığında yapılan kümeleme analizine ait sonuçlar Tablo 15'de sunulmuştur.

Tablo 15. En Uzak Komşuluk Yöntemi Birleştirme Sonuçları

| Aşama | Birleştirilmiş Küme | | Katsayılar | Kümelerin İlk Görüldüğü Aşamalar | | Sonraki |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Küme 1 | Küme 2 | | Küme 1 | Küme 2 | |
| 1 | 1 | 3 | ,304 | 0 | 0 | 5 |
| 2 | 8 | 9 | ,289 | 0 | 0 | 6 |
| 3 | 4 | 6 | ,263 | 0 | 0 | 7 |
| 4 | 11 | 12 | ,191 | 0 | 0 | 9 |
| 5 | 1 | 2 | ,122 | 1 | 0 | 8 |
| 6 | 7 | 8 | ,122 | 0 | 2 | 11 |
| 7 | 4 | 5 | ,090 | 3 | 0 | 12 |
| 8 | 1 | 13 | ,000 | 5 | 0 | 9 |
| 9 | 1 | 11 | ,000 | 8 | 4 | 10 |
| 10 | 1 | 10 | ,000 | 9 | 0 | 11 |
| 11 | 1 | 7 | ,000 | 10 | 6 | 12 |
| 12 | 1 | 4 | ,000 | 11 | 7 | 0 |

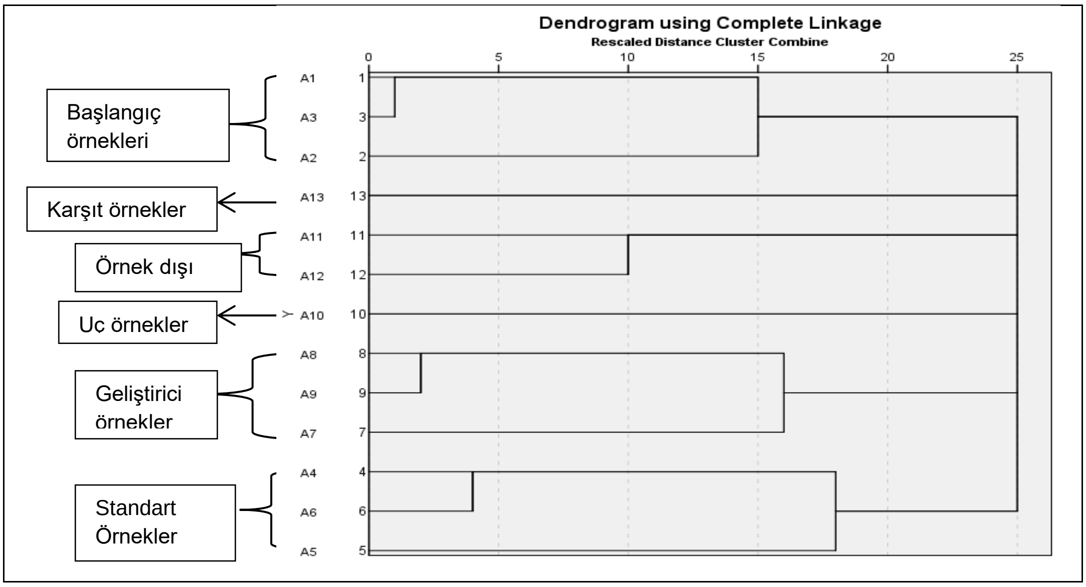
Tablo 15 incelendiğinde, ilk satırın kümeleme analizinin ilk aşamasını gösterdiği ve 12 kümeden oluştuğu görülmektedir. Birleştirilmiş küme sütunu ise incelendiğinde, birinci aşamada küme 1'deki 1 no'lu örnek kodu ile küme 2'deki 3 no'lu örnek kodu arasındaki mesafenin 0,304 ve 5.aşamadaki küme 1'deki 1 no'lu kod ile ile 2 no'lu kod arasındaki mesafenin 0,122 olduğu görülmüştür. Bu durum birinci satırda yer alan 1 ve 3 no'lu kodların beşinci aşamada aralarına 2 no'lu kodu alarak ilk kümeyi oluşturacakları anlaşılmaktadır.

Üçüncü aşamada küme 1'de yer alan 4 no'lu kod ile küme 2'deki 6 no'lu kod arasındaki mesafenin 0,263 olduğu ve yedinci aşamada küme 1'de yer alan 4 no'lu kod ile 5 no'lu kod arasındaki mesafenin 0,090 olduğu görülmüştür. Bu durum üçüncü aşamada yer alan 4 ve 6 no'lu kodların yedinci aşamada aralarına 5 no'lu kodu alarak ikinci kümeyi oluşturacakları belirlenmiştir. Benzer şekilde iki satırda yer alan küme 1'deki 8 no'lu kod ile

9 no'lu kod arasındaki mesafenin 0,289 olduğu vealtıncı satırda yer alan 7 no'lu kod ile 8 no'lu kod arasındaki mesafenin 0,122 olduğu görülmüştür. Bu duruma bağlı olarak ikinci satırda yer alan kümeler ile altıncı satırda yer alan kümelerin birleştirilerek tek bir küme altında toplanabileceğini ve üçüncü kümeyi oluşturabilecekleri tespit edilmiştir.

Dördüncü aşamada yer alan 11 ve 12 no'lu kodlar arasındaki mesafenin 0,191 olduğu görülmüş ve bu iki kodun aynı kümede yer alarak dördüncü kümeyi oluşturabilecekleri görülmüştür. Bunun dışında 10 ve 13 no'lu kodların ise yapılan ölçümlerde uzaklık mesafelerinin sıfır çıkması bunların diğer kodlardan farklı olduğu ve bağımsız kümelerde yer alabileceğini göstermektedir. Başka bir ifadeyle 10 no'lu kod ile 13 no'lu kodlar farklı birer küme oldukları görülmüştür.

Araştırmada tespit edilen Tablo 16'daki kodlar arasındaki mesafeler kümeleme analizinden elde edilen sonuçlar dendogramla da ile Şekil 88'de gösterilmiştir. Dendogramda, yatay eksende yeniden ölçeklendirilmiş bağlantı uzaklıkları, dikey eksende ise örneklere ait kodlar kısaltmaları ile birlikte verilmiştir. Dendogram incelendiğinde, yatay eksen boyunca sağa gidildikçe birbirine uzaklıkları daha az olan kodları içine alan küme oluşumları ortaya çıkmaktadır. Burada küme içerisindeki homojen yapıyı ve kümeler arasındaki heterojen yapıyı bozmamak suretiyle küme sayısının belirlenmesi önemlidir. Bu işlem esnasında yatay eksen boyunca sağdan sola doğru gidilerek birleşimler arasındaki boşluklar dikkate alınmıştır.




Şekil 88. En uzak komşuluk yöntemine ilişkin dendogram

Şekil 88'deki dendogram 15-20 arası mesafede 6 kümeye işaret etmektedir. Bu kodların yer aldıkları kümeler Tablo 16'da gösterilmiştir.

Tablo 16. En Uzak Komşuluk Yöntemi ile Elde Edilen Küme Üyelikleri

| Case | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 | A11 | A12 | A13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 Clusters | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |

Tablo 17'de en uzak komşuluk yöntemi ile elde edilen küme üyelikleri incelendiğinde A1, A2, A3 no'lu kodların küme 1 ile gösterilen kümede ele alınabileceği, yani BK1, BK2 ve BK3 olarak başlangıç örnekleri kategorisinin altında bu kodların yer alabileceğini göstermektedir. A4, A5 ve A6 no'lu kodların ise küme 2 yani, bu kodların temsil ettiği SK1, SK2 ve SK3 kodlarının standart örnekler kategorisi altında toplanabileceğini belirtmektedir. Benzer şekilde; A7, A8 ve A9 no'lu kodların ise küme 3, yani GK1, GK2 ve GK3 olarak geliştirici örneklere kategorisinde; A10 no'lu kodun küme 4'te, uç örnek olarak; A11 ve A12 no'lu kodların ise küme 5'te ÖDK1 ve ÖDK2 örnek dışı örnekler kategorisinde yer alabileceğini göstermiştir. Son olarak A13'ün ise küme 6'da, yani KK1 kodunu temsil eden bu örneklerin karşıt örnek kategorisinde yer alacağı görülmüştür.

### 4. 3. Matematik Öğretmenlerinin Kullandıkları Örnek Türleri ile Öğretimsel Açıklama Boyutları Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının konular bazında farklılık gösterebileceği düşünülerek bu bölümde öğretmenlerin kullandıkları örnek türleri ile öğretimsel açıklama boyutları konulara göre sunulmuştur.

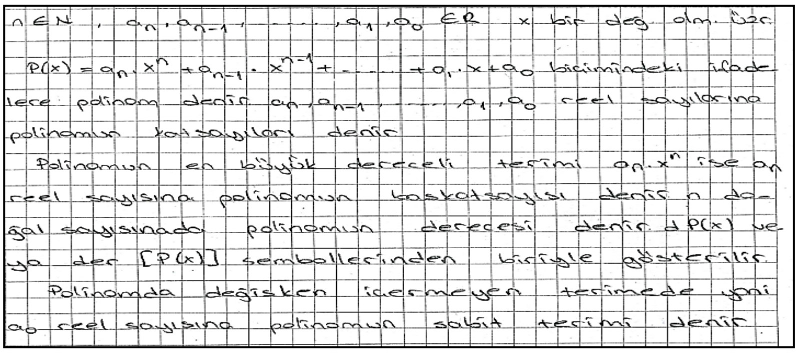
#### 4. 3. 1. Öğretmenlerin Polinomlar Konusunda Kullandıkları Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Açıklamalarda Yararlandıkları Örnekler

Bu başlık altında her bir öğretmenin polinomlar konusunda yaptığı açıklamaları ile birlikte konuyla ilgili öğrencilerine derslerinde sundukları örnekler sunulmuştur.

##### 4. 3. 1. 1. Ö1 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö1 öğretmenin polinomlar konusuna ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine yer verilmiştir.

Ö1 öğretmeni, polinomlar konusuna başlarken öğrencilerine*: "arkadaşlar polinom dediğimiz ifade aslında fonksiyonlara benzer sadece fonksiyonda tanım ve değer kümesi farklı sayı kümeleri arasında olabilirdi fakat polinom da reel sayılardan reel sayılara tanımlı olmak zorunda bir de bunun yanında polinom ifadesin de x değişkeninin kuvveti bir doğal sayı olmak zorunda."* ifadesini kullanmıştır. Ö1 öğretmeni açıklamasını öğrencilerin fonksiyon bilgisi üzerine inşa etmiş ve polinomların özel bir fonksiyon olduğunu, hangi şartlara sahip olması gerektiğini vurgulamıştır. Bununla birlikte polinomlar konusu için gerekli olan terminoloji ise Şekil 89'daki gibi açıklamıştır.

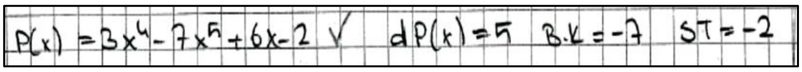

$n \in N$, $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0 \in R$ x bir değ. olm. üzr.
$P(x) = a_n . x^n + a_{n-1} . x^{n-1} + \ldots + a_1 . x + a_0$ biçimindeki ifadelere polinom denir. $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ reel sayılarına polinomun katsayıları denir.
Polinomun en büyük dereceli terimi $a_n . x^n$ ise $a_n$ reel sayısına polinomun başkatsayısı denir. n doğal sayısınada polinomun derecesi denir. d P(x) veya der [P(x)] sembollerinden biriyle gösterilir.
Polinomda değişken içermeyen terimede yani $a_0$ reel sayısına polinomun sabit terimi denir.

Şekil 89. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklaması (İB1)

Ö1 öğretmeni polinomlar konusu ile ilgili şu açıklamalarda bulunmuştur:

*"en büyük dereceli terimin katsayısı baş katsayıdır ve en büyük derece polinomun derecesidir. Biz, dp(x) ya da der(p(x)) şeklinde gösteririz. Değişken içermeyen ifademize sabit terim deriz buradaki değişkenin derecesi aslında 0 dır."*

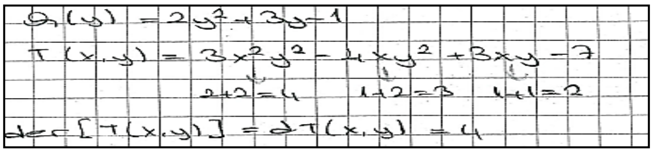
Ö1 öğretmeni, önce polinomlar konusunu fonksiyonlar konusuyla bağlantılı olduğunu ifade etmiş ve özelliklerinin niçin önemli olduğunu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeninin, polinom kavramına ait baş katsayı, derece, sabit terim gibi kavramları ise yeteri kadar açıklamadığı, doğrudan ifade ettiği için işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, polinoma ait bu açıklamayı yaptıktan sonra tanıma uygun bir standart örnek sunmuş ve tanımı birde bu örnek üzerinden açıklamıştır.


$P(x) = 3x^4 - 7x^5 + 6x - 2$ √ $dP(x) = 5$ B.K $= -7$ ST $= -2$

Şekil 90. Ö1 öğretmeni polinomlara ait standart örneği (SK1)

*"p(x) ifadesini incelersek bu ifadede x'lerin kuvveti birer doğal sayı o zaman bu bir polinom. Polinom ise derecesi nedir. En büyük kuvvet polinomun derecesi o zaman derece 5 bu derecenin katsayısına baş katsayı denir bu durumda baş katsayı -7 dir. Sabit terim değişkeni olmayan terim yani -2 dir."*

Ö1 öğretmeni Şekil 90'daki standart örnek ile bir cebirsel ifadenin polinom olma durumunun özelliklerine vurgu yaptığı; bu özelliklerle birlikte, baş katsayı, derece ve sabit terim kavramlarını öğrencilerine açıkladığı gözlenmiştir. Aynı zamanda Ö1'in iki değişkenli polinomun tanımını öğrencilerine örnek üzerinden ifade ettiği ve bu örnek üzerinden benzer şekilde polinomun derecesinin ve katsayısının ne olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin bu ifadesi AB1 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmenin polinomun tanımını bu örnek ile açıklamaya çalıştığı görülmüştür.

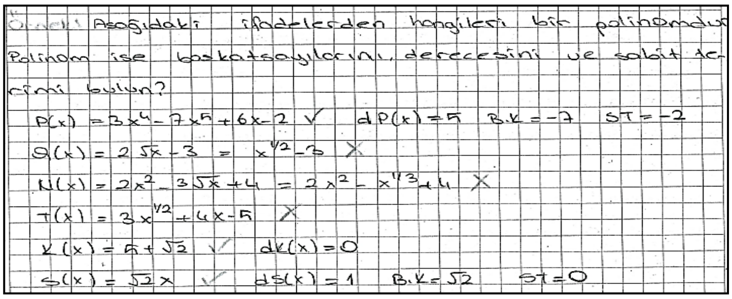



Şekil 91. Ö1 öğretmeni polinomlar konusu ilgili standart örneği (SK1)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"İki değişkenli polinomların derecesini bulurken kuvvetler toplamı hangi terimde fazlaysa onu derece ve bu terimin kat sayısını da baş katsayı kabul ediyoruz."*

Ö1 öğretmenin iki değişkenli bir polinomun derecesini bulurken; değişkenlerin kuvvetlerini toplamaları ve bu toplam içerisinden en büyük olan sayının polinomun derecesi olduğunu ifade etmiştir. Ö1 öğretmeninin, iki değişkenli polinom kavramını öğrencilerine açıklamadığı, fakat iki değişkenli polinomların derecesinin nasıl bulunduğunu göstermek için, Şekil 91'deki standart örnekten yararlandığı gözlenmiştir. Öğretmenin öğrencilerine çözüm adımlarını gerekçelendirmediği sadece nasıl bulunduğunu ifade etmiştir. Ö1'in bu durumla ilgili açıklamalarının işlemsel boyutta, İB3 olduğu tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine, polinoma ait standart ve geliştirici örneklerin yanında örnek dışı örneklere de yer verdiği gözlenmiştir.




Şekil 92. Ö1 öğretmeni polinomlar ile ilgili standart, geliştirici ve örnek dışı örnekleri (SK1, GK1 ve ÖDK1)

Ö1 öğretmeni şu şekilde açıklamıştır:

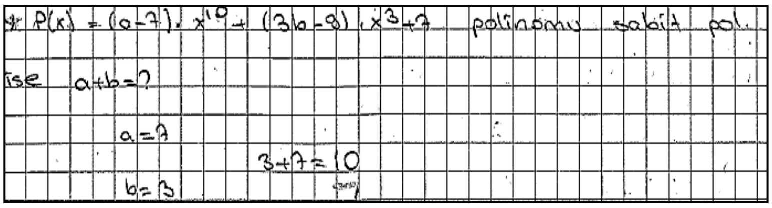
*"Çocuklar birinci ifade polinomdur. Çünkü dereceleri birer doğal sayıdır. Bu polinomun derecesi nedir?.... Buna göre başkatsayısı?.... O zaman sabit terimide -2 dir. İkinci ifademiz polinom değil. Çünkü $\sqrt{x}$ yani kuvveti $\frac{1}{2}$. Benzer şekilde üçüncü ve dördüncü ifade de polinom değildir. Beşinci ifade bu sabit polinomdur çocuklar değişken yok. Çünkü değişkenin derecesi sıfırdır. Son örneğimizde x'in derecesi 1 dir. Katsayısı irrasyoneldir. Biliyorsunuz katsayı reel sayı kümesine ait herhangi bir sayı olabilirdi."*

Ö1 öğretmeni *P(x)* ifadesinin bir polinom olduğunu çünkü polinom olan ifadelerin *x* değişkenine ait kuvvetinin birer doğal sayı olması gerektiğini ve *p(x)* polinomunun bu şartları sağladığını ifade etmiştir. Öğretmen polinom olan ifadelerin yanı sıra polinom olmayan örneklere de açıklamasında yer verdiği görülmüştür. *N(x)* ifadesinin bir polinom olmadığını çünkü değişkenin kuvvetinin bir rasyonel sayı olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin polinom kavramını açıklarken polinom ifadesinde değişkenin kuvvetinin bir doğal sayı olması gerektiği gibi katsayılarında birer reel sayı olması gerektiğini kullandığı SK1, ÖDK1 ve GK1 örnekleri ile açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, bu örnekte matematiksel bir ifadenin polinom olma şartlarını ayrıntılı bir şekilde açıkladığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni, polinoma ait özelliklerin ne anlama geldiğini Şekil 92'de örnekler aracılığıyla açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenin sabit polinom kavramını öğrencilerine K*(x)* polinomu ile açıkladığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni, sabit polinomun tanımını değişkeni olmayan ifade olarak açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklamasının sabit polinomu tanımlamak için yetersiz olmasından dolayı bu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, sabit polinomun ve sıfır polinomun tanımını şu şekilde öğrencilerine açıklamıştır:

*"p(x)=a, (a∈ R) şeklindeki polinomlara sabit polinom denir. Yani sabit polinom değişkenden bağımsız olan polinom, yani değişkeni olmayan ve bu polinomun derecesi sıfırdır. Burada değişken x a ise sabit sayı olmuş oluyor. Mesela p(x)= 5 gibi x yerine ne yazarsanız yazın değişmez. Bir de sıfır polinomu var. Bu polinomunda bütün katsayıları sıfırdır ve bu polinomun derecesi tanımsızdır. Yani p(x)=0"*

Ö1 öğretmeni, sabit polinomun tanımını değişkeni olmayan ve derecesi sıfır olan polinom olarak tanımlarken; sıfır polinomunu ise, bütün katsayıları sıfır olan ve derecesi tanımsız olan polinom olarak ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, öğrencilerine sabit ve sıfır polinomun tanımlarının ne anlama geldiğini açıklamasından dolayı, öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından, işlem içerisinde nasıl kullanıldığını göstermek için Şekil 93'deki geliştirici örneği sunduğu sabit ve sıfır polinoma ait standart örneklerden yararlanmadığı gözlenmiştir.



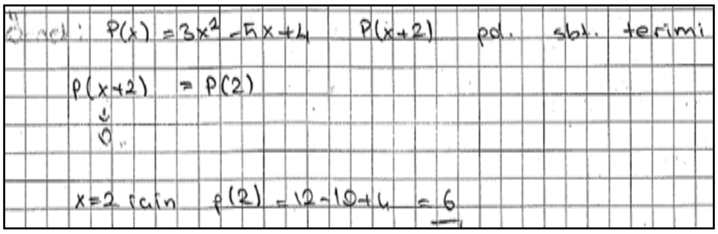
Şekil 93. Ö1 öğretmeni polinom konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Bu örneği Ö1 öğretmeni, öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:

*"sabit polinom neydi?...değişken içermeyecekti peki o zaman değişken olan terimlerin kat sayılarını 0 yaparsak onlardan kurtuluruz ve böylelikle sadece değişkensiz terim kalır. Şöyle düşünün P(x)=5 örneğindeki gibi değişken yok çünkü değişken olsa işlemin sonucu değişir."*

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine sabit polinom kavramını Şekil 93'deki örnek ile açıklamıştır. Ö1 öğretmeni sabit polinom kavramıyla ilgili olarak öğrencilerinin *p(x)=5* gibi bir sabit polinom örneğini akıllarında tutmalarını ve bu örnekte olduğu gibi sabit polinomun *x* değişkeni olmayan bir polinom olduğunu bilmelerini istemiştir. Bu örneği açıklarken öğretmen, çözüm adımlarını ve gerekçelerini sabit polinom kavramının tanımı ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

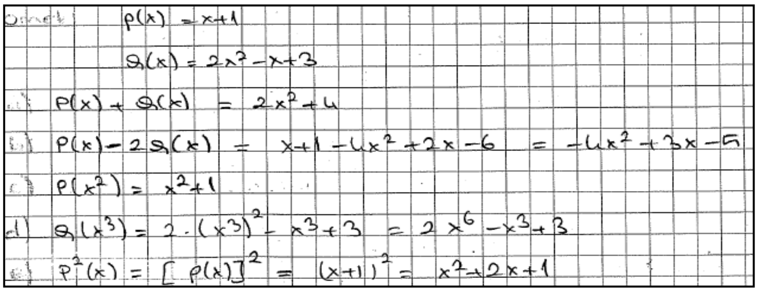
Ö1 öğretmeni, öğrencilerin bir polinomun sabit terim ve katsayılar toplamını kolayca bulabilmeleri için şu açıklamaları yapmıştır: *"Bir polinomun sabit terimini bulmak için değişkenin yerine 0 yazılır. Katsayılar toplamını bulmak için değişkenin yerine 1 yazılır."* Ö1 öğretmeni, bu açıklamasını gerekçelendirmediği başka bir ifade ile neden *x* yerine *1* ve *0* yazmaları gerektiğini öğrencilerine ifade etmediği görülmüştür. Ö1 öğretmeni, bu kuralın anlamını açıklamadan ifade etmiş ve bu yüzden açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1'in bu açıklamasının ardından sabit terimle ilgili Şekil 94'de geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 94. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine bir polinomun çift dereceli ve tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulurken neler yapmaları gerektiğini şu şekilde ifade etmiştir: "*Bir p(x) polinomun çift dereceli terimlerinin kat sayılar toplamını bulmak için P(1) ve P(-1) toplamanın yarısı alınır. Eğer tek dereceli terimlerinin toplamını bulmak isterseniz o zaman P(1) ve P(-1) farklarının yarısını alırsınız.*" Ö1 öğretmeninin, neden 1 ve -1 yazılıp toplama ya da çıkarma işleminin yapılması gerektiğine yönelik açıklama yapmadığı görülmüştür. Ö1 öğretmeni, bu kuralı doğrudan ifade etmiş İB2 ve prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olduğunu göstermiştir. Ö1 öğretmeni, bu kuralın ardından, öğrencilerinin bu kuralı nasıl kullanıldığını açıklamak için bir tane standart ve bir tanede geliştirici örnekten yararlandığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine, kuralı işlem içerisinde nasıl kullanacaklarını açıklamıştır. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, polinomlar da toplama ve çıkarma işlemini öğrencilerine *"P(x) ve Q(x) polinomların da toplama ve çıkarma işlemi aynı dereceli terimlerin katsayıları arasında işlem yapılır. Dereceleri aynı olan ifadelerin kat sayıları toplanır veya çıkarılır."* şeklinde ifade etmiştir. Ö1'in bu ifadeyi öğrencilerine yeterli açıklama yapmadan doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Öğretmenin prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı, açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, bu ifadesinin ardından öğrencilerine Şekil 95'de standart ve geliştirici örnekleri sunmuştur.

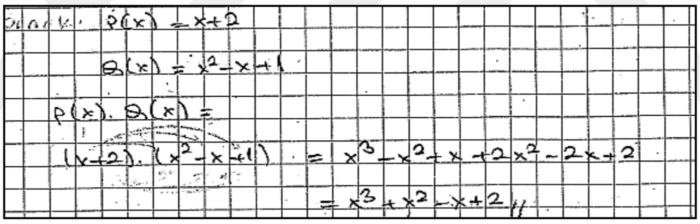



Şekil 95. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici ve standart örneği (SK3 ve GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“Toplama ve çıkarma işlemini dereceleri aynı olan ifadelerin katsayılarını toplayarak ve çıkararak yapabiliriz. Buna göre x‘ler birbirini götürür. Geriye $2x^2$ +4 ifadesi kalır. İkinci örnekte ise önce Q(x) ifadesini -2 ile çarpalım daha sonra P(x) ile toplayalım. Buna göre x ile 2x ifadesini toplarsınız. O zaman sonuç $-4x^2+3x-5$ olur. Diğer örneğimizi ise fonksiyonlarda yaptığımız gibi yapacağız yani x gördüğümüz yere $x^2$ yazarız…..”*

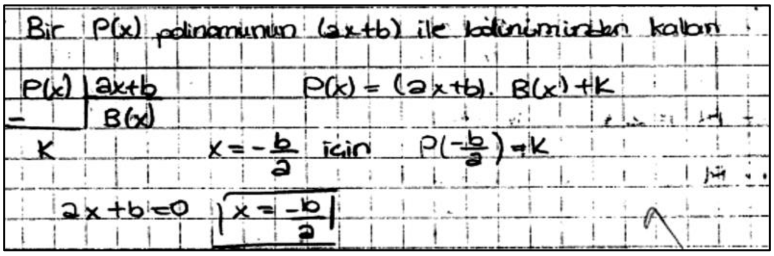
Ö1 öğretmeni, herhangi iki polinomun toplama ve çıkarma işlemleri yapılırken dereceleri aynı olanların kat sayıları üzerinden yapılacağını ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni bu açıklaması ile birlikte polinomlarda dört işlem yapmayı Şekil 95’deki örnekler aracılığıyla öğrencilerine örneklendirmek istemiştir. Fakat Ö1 öğretmeni, işlemlerin nasıl yapılacağını önceden açıklamadığı ve bununla birlikte sunmuş olduğu bu örnekde çözüm adımlarını açıklamadan işlemlere ait adımları doğrudan ifade etmiştir. Öğretmenin bu açıklaması bu yüzden işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni daha sonra öğrencilerine çarpma işlemini ise Şekil 96’daki standart örnekle açıklamıştır.




Şekil 96. Ö1 öğretmeninin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeni “*Arkadaşlar çarpma işlemi buradaki sizin bildiğiniz çarpma işlemidir. Çarpmanın dağılma özelliğini kullanırsak x ile $x^2$’i çarparsak ne olur?... $x^3$ sonra x ile –x çarparsanız?... $–x^2$ , x ile 1 çarparsak?... x, peki şimdi +2 ile tek tek çarparsak…. O zaman çıkan sonuçları toplarsak sonuç….”* şeklinde öğrencilerine işlem adımlarını tek tek açıklamış, işlem adımlarının gerekçelerine de vurgu yaparak açıklamasından dolayı öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, polinomlar konusuna ait işlemlerin nasıl yapıldığını örnekler ile öğrencilerine açıklamaya çalışmıştır. Bu örneklerden Şekil 95’de işlem adımlarını doğrudan öğrencilerine nasıl yapıldığını açıklamadan ifade ettiği bunun yanı sıra çarpma işlemi için sunmuş olduğu Şekil 96’daki standart örnekte ise çarpma işleminin nasıl yapılacağını çözüm adımlarını vurgu yaparak açıkladığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine, polinomlarda bölme işlemini de benzer şekilde açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, polinomlarda bölme işlemini yapmadan kalanın nasıl bulduğunu şu şekilde ifade etmiştir.

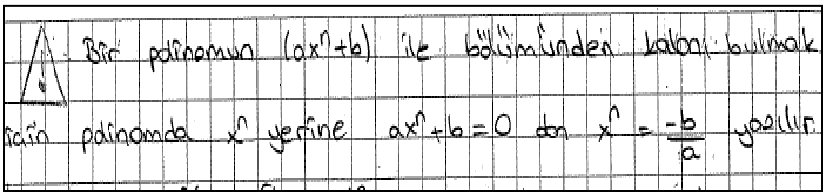



Şekil 97. Ö1 öğretmeninin polinomlar konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3 ve AB2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

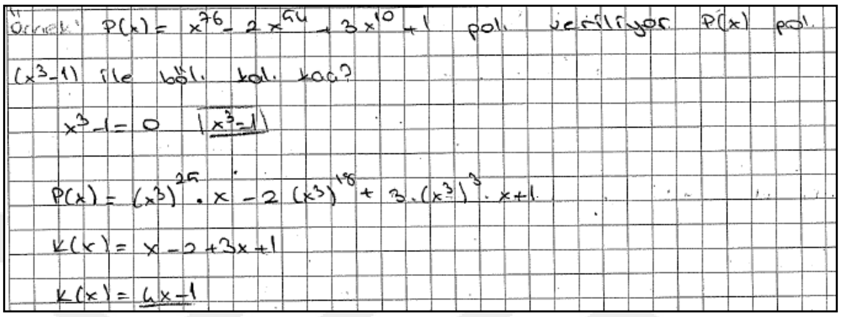
*"Arkadaşlar P(x) polinomunu ax+b şekilndeki bir ifadeye bölmeniz istenirse ne yaparsınız?... Şu şekilde bölme algoritmasını yazalım amacım kalanı bulmak olduğu için sizce ne yaparız? B(x) ifadesini yok ederiz yani ax+b=0 işleminde x yerine –b/a yazarsak P(-b/a)=Kalan olur. Siz bu işlemlerle normal bölme işlemi yapmadan direk kolayca kalanı bulabilrsiniz."*

Ö1 öğretmeni, polinomlarda bölme işlemi yapmadan direk kalanın nasıl bulunduğunu öğrencilerine Şekil 97'deki gibi açıkladığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni ispatını yaparken, öğrencilerin bildiği bölme algoritmasından yararlanarak bölen ifadesini yok etmiş ve bunun sonucunda direk kalana ulaşabileceklerini açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, bölme işlemi yapmadan, kalanın nasıl bulunduğunu ispatını yaparak açıklamıştır. Ö1 öğretmeni bölme işlemi ile ilgili kuralı açıklamıştır. Aynı zamanda bu bölme işleminin nasıl gerçekleştirileceğini de çözüm adımları ve gerekçeleri ile birlikte açıklamasından dolayı öğretmenin açıklaması AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra bölen ifadesinin değişmesi durumunda kalanın nasıl bulunduğunu ise şekildeki gibi açıklamıştır.




Şekil 98. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

Ö1 öğretmeninin: *"Arkadaşlar polinom bölmesinde kalan bulurken bölen önemlidir. Biliyorsunuz ki kalan bölen ifadeden küçük olmak zorunda buna göre bölen çarpanlarına ayrılan ikinci dereceden bir ifadeyse kalan birinci derecedendir. Şayet bölen $ax^n$+b şeklindeyse bu ifadeyi sıfıra eşitleriz ve $x^n$ =-b/a bulunur daha sonra bu ifadeyi polinom da* *getirip $x^n$ gördüğümüz yere yazarız….”* şeklinde kuralı doğrudan ifade ettiği neden sıfıra eşitleyip daha sonra $x^n$ yerine yazıldığını açıklamamıştır. Ö1 öğretmeninin kuralın altında yatan gerçek sebebi ifade etmediği fakat kuralın bir prosedür içerisinde nasıl uygulanacağını ifade ettiği görülmüştür. Öğretmenin açıklaması bu yüzden işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamasının ardından öğrencilerine Şekil 99'daki standart örneği sunmuş ve öğretmenin bölme işlemi yapmadan kalanı bulma kuralını açıklamak için bu örnekten yararlandığı gözlenmiştir.

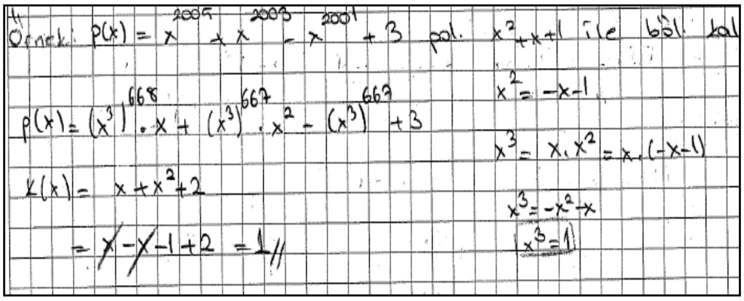


Şekil 99. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“$x^3$-1= 0 yaparsanız $x^3$=1 olur. Polinomda verilen ifadeyi buna göre düzenleyecek olursak $x^{76}$ terimini $x^{75}$.x şeklinde yazarız. $X^{75}$ ise $(x^3)^{25}$ şeklinde yazarız çünkü biz $x^3$'ün 1 olduğunu biliyoruz ve bu durumda $x^3$'ün bütün kuvvetlerinin sonucu da 1 olur. Bu durumda $x^3$ yerine 1 yazarak işlemi tamamlarız yalnız bu işlemde bulunan ifadenin derecesi bölenin derecesinden küçük olmak zorunda bölme işleminin bitmesi için.”*

Ö1 öğretmeni, Şekil 99'daki standart örnek ile bölme işlemi yapmadan kalanın nasıl bulunduğunu açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklamalarında verilen cebirsel ifadeyi $x^3$'ün kuvveti biçiminde önce yazılması gerektiğini, $x^3$ yerine daha sonra 1 yazarak kalanın bulunduğu ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamalarında çözüm adımlarını, çözüm adımlarının öğrencilerine açıklamıştır. Fakat öğretmenin bu açıklamasında çözüm adımlarının gerekçelerini tam olarak ifade edemediği görülmüştür. Çünkü *$x^3$=1* ifadesinde neden *x* yerine *1* yazılmadığını ve bunun yerine polinomu *$x^3$'e* benzetmeye çalıştıklarını açıklamamasından dolayı İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra Şekil 100'deki geliştirici örnek ile dersine devam etmiştir.

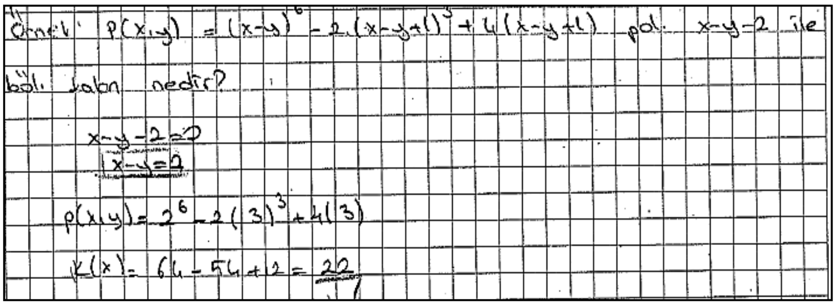



Şekil 100. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“Çocuklar $x^2$+x+1 ifadesi ile bölecek olursak ne yapacağız ifadeyi sıfıra eşitleyeceğiz bakın bu ifade çarpanlarına ayrılmıyor zaten bu yüzden $x^2$ terimini yalnız bırakırsak bu terim yerine-x-1 yazmaya çalışırsak bulmamız zor olur. Çünkü terimlerin kuvveti çok büyük işlem yapamazsınız. Peki ne yapabiliriz?... Bu ifadeyi x-1 ile çarpalım ve $x^3$’ lüterime benzetelim….”*

Ö1 öğretmeni, Şekil 100’deki geliştirici örneği ile bölme işlemi yaparken, bölen ifadesinin her zaman direk sıfıra eşitlemenin kolaylık sağlamayacağını belirtmiştir. Bu yüzden bölen ifadenin çarpanlara ayırma konusu ile ilişkilendirerek küp açılımına benzetmenin kalanı bulmada kolaylık sağlayacağını ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine çözüm adımlarını çarpanlara ayırma konusu ile gerekçelendirerek açıklamıştır. Bundan dolayı Ö1 öğretmeninin, bu açıklaması AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeninin, pratik bölme işlemini iki değişkenli polinomlarda nasıl yapılacağını Şekil 101’deki geliştirici örnek ile açıkladığı gözlenmiştir.



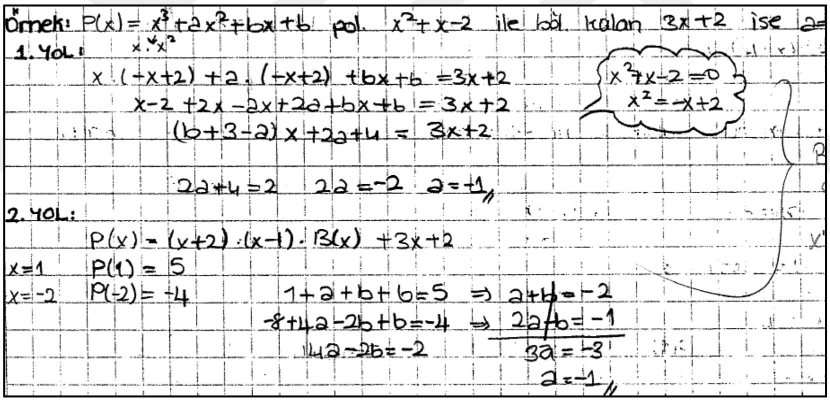

Şekil 101. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“Çocuklar bu iki değişkenli ifade de diğer polinomlarda yaptığımız gibi böleni sıfıra eşitleyin. Daha sonra polinomlarda x-y ifadesi yerine 2 yazarak direk kalanı bulursunuz.”*

Ö1 öğretmeni, iki değişkenli polinomlarda bölme işlemi yaparken, tek değişkenli polinomlarda bölme işlemi yapmaktan çok farklı olmadığını ve bölen ifadeyi sıfıra eşitlemenin yeterli olacağını ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamalarında çok değişkenli polinomlara vurgu yapmamış, diğer polinomlardan farkının ne olduğunu ve bu polinomlarda bölme işlemine neden gerek duyulduğunu açıklamamıştır. Ö1 öğretmeni öğrencilerine iki değişkenli polinomlarda bölme işleminin nasıl yapıldığını, prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö1 öğretmenin bu açıklaması bir prosedürün neden uygulandığına dair gerekçelerini ifade etmediği için İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeninin dersinde, bölme işleminde bölen çarpanlara ayrılabiliyorsa, bölen çarpanlarına ayrılmıyorsa ya da bölen ifade *(x+a)*$^n$ biçiminde olması şeklindeki kuralları öğrencilerine doğrudan ifade ettiği, kuralların ne anlama geldiğini yeteri kadar açıklamadığı ve kuralları öğrencilerine standart ve geliştirici örnekler aracılığıyla açıkladığı gözlenmiştir. Öğretmenin dersinde bazı soruları farklı çözüm yolları kullanarak çözdüğü gözlenmiştir.




Şekil 102. Ö1 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeninin Şekil 102'deki örnek ile ilgili açıklaması şu şekildedir:

> *"Bu polinomda kalanı size verdim a ve b değerlerini istiyorum sizden bu örnekte böleni sıfıra eşitlersek x*$^2$ *yerine getirip x-2 yazabiliriz. Çünkü polinomda verilen x değerlerinin kuvveti görüldüğü üzere küçük sayılardan oluşmakta bu birinci yolumuz olsun başka nerden yapabiliriz?.... Bir de çocuklar bölme algoritmasını yazalım P(x)=(x+2).(x-1).B(x)+3x+2 bu ifade de B(x) ifadesini yok etmek için x yerine 1 ve x yerine -2 yazabiliriz. Zaten benim size verdiğim polinom ifadesinde de iki bilinmeyen var ve iki bilinmeyenli denklemlerden bu ifadeyi rahatlıkla çözebiliriz…. "*

Ö1 öğretmeninin Şekil 102'deki geliştirici örneği öğrencilerine açıklarken, farklı çözüm stratejilerinden yararlandığı gözlenmiştir. Öğretmenin birinci yolu bölen bir ifade çarpanlarına ayrılmaması durumunda öğrencilerine verdiği kural ile açıkladığı, ikinci yolda ise bölen ifadenin ikinci dereceden çarpanlarına ayrılan bir ifade olması durumunda kalanın bulunması ile ilgili kuraldan yararlanarak açıkladığı gözlenmiştir. Öğretmenin bu iki farklı kuralın yerine göre aynı şeyi ifade ettiğini, sadece çözüm için sağladığı kolaylıkların değişebileceğini belirtmiştir. Ö1 öğretmeni çözüme ait adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması problem çözme boyutu PB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeninin polinomlar konusu ile ilgili yapmış olduğu öğretimsel açıklama boyutları Tablo 17'de yer verilmiştir.

Tablo 17. Ö1 Öğretmeninin Polinom Konusuna Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategorileri ve Frekanslar

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 3 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 8 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 26 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 3 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 2 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 34 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 2 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 1 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö1 öğretmeninin polinomlar konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklamalarının büyük bir kısmının açıklayıcı boyutta olduğu gözlenmiştir. Öğretmenin polinomlar konusuna ait açıklayıcı (39) ve işlemci (37) boyuttaki açıklamalarının sayısı birbirine yakın olduğu, çok az bir farkla açıklayıcı boyuttaki açıklamalarının daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte problem çözme (2) ve epistemik (1) boyutta yapmış olduğu öğretimsel açıklamaların ise oldukça az olduğu tespit edilmiştir. Ö1 öğretmenin genelde tanımları, kuralları ve konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği görülmüştür. Ö1 öğretmeninin, genelde dersinde sunmuş olduğu örneklerin veya soruların çözüm adımlarını ve gerekçelerini büyük çoğunlukla açıkladığı tespit edilmiştir. Ö1 öğretmenin, polinomlar ile ilgili sadece iki örneği farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözdüğü gözlenmiştir. Ö1, polinomlar konusuna ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı da tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin polinomlar konusunu fonksiyonlar konusuyla bağlantı kurarak açıklaması matematiksel bilginin kaynağına ve gelişime vurgu yapma olarak değerlendirilmiş ve öğretmenin epistemik boyutta sadece bir açıklama yaptığı tespit edilmiştir.

Tablo 18. Ö1 Öğretmeninin Polinom Konusundaki Açıklamalarına Ait Örnek Türleri

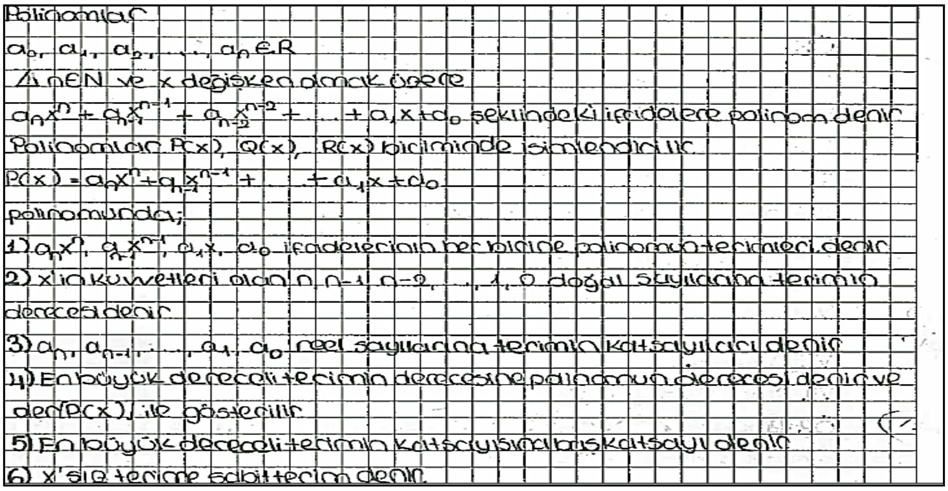
| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| Ö1 | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 10 | 3 | 10 | 5 | 2 | 5 | 0 | 0 |
| Toplam | 0 | | | 15 | | | 18 | | | 2 | 5 | | 0 |

Ö1 öğretmeninin açıklamalarında en fazla geliştirici örneklere yer verdiği tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeninin, polinomlar konusunda başlangıç ve karşıt örneklerden ise hiç yararlanmadığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamalarında en çok bir prosedürün nasıl uygulandığını gösteren SK3 kodlu standart örneklerle birlikte bu prosedürleri geliştirmeye yönelik GK2 kodlu geliştirici örneklere, daha çok yer verdiği tespit edilmiştir.

#### 4. 3. 1. 2. Ö2 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine yer verilmiştir.

Ö2 öğretmeni, polinomlar konusuna başlarken öğrencilerine polinomların fonksiyonlara benzediğini, fakat fonksiyonların daha kapsamlı bir konu olduğunu ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra tahtaya polinomlar ile ilgili Şekil 103'deki ifadeyi yazmış ve şöyle açıklamıştır:

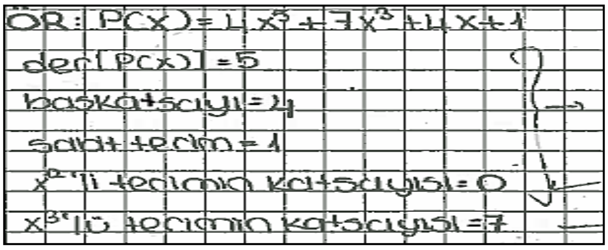


Polinomlar
$a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n \in R$
$n \in N$ ve x değişken olmak üzere
$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$ şeklindeki ifadelere polinom denir
Polinomlar P(x), Q(x), R(x) biçiminde isimlendirilir.
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$
polinomunda;
1) $a_n x^n$, $a_{n-1}x^{n-1}$, $a_1 x$, $a_0$ ifadelerinin her birine polinomun terimleri denir
2) x'in kuvvetleri olan n, n-1, n-2, ..., 1, 0 doğal sayılarına terimin derecesi denir
3) $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ reel sayılarına terimin katsayıları denir
4) En büyük dereceli terimin derecesine polinomun derecesi denir ve der(P(x)) ile gösterilir
5) En büyük dereceli terimin katsayısına baş katsayı denir
6) x'siz terime sabit terim denir.

Şekil 103. Ö2 öğretmeninin polinom konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)

*“$a_1$, $a_2$….$a_n$ ∈ Rve x’in kuvvetleri birer doğal sayı olmak koşulu ile bu şekilde olan ifadelere polinom denir. En büyük dereceli terimin derecesine polinomun derecesi denir. derp(x) ile gösterilir. En büyük dereceli terimin katsayısına baş katsayı denir. x’siz terime sabit terim denir.”*

Ö2 öğretmeni, matematiksel bir ifadenin polinom olabilmesi için katsayılarının birer reel sayı ve aynı zamanda *x* değişkeninin kuvvetlerinin de doğal sayı olması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak bu şekildeki ifadelere polinom denildiğini ifade etmiştir. Bu açıklamalarının yanında Ö2 öğretmeni, katsayı, baş katsayı, polinomun derecesi ve sabit terim gibi ifadelerin tanımlarını öğrencilerine yeteri kadar ifade etmemiştir. Ö2 öğretmeni, bu ifadelerin ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklamaları İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu açıklamalarının ardından Şekil 104’deki standart örnek ile yapmış olduğu tanımların ne anlama geldiğini öğrencilerine açıkladığı gözlenmiştir.



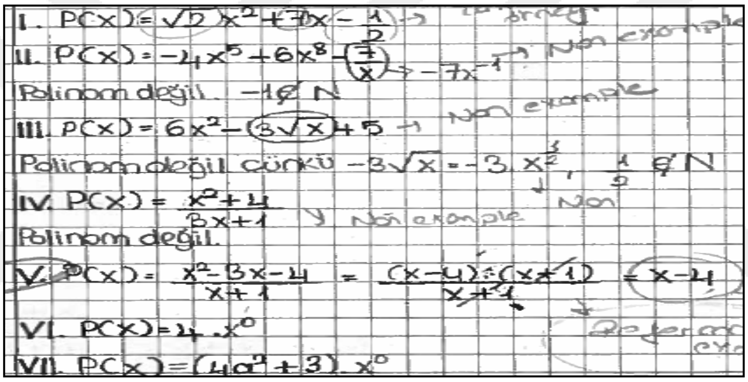
ÖR: $P(x) = 4x^5 + 7x^3 + 4x + 1$
der[P(x)] = 5
başkatsayı = 4
sabit terim = 1
$x^2$'li terimin katsayısı = 0
$x^3$'lü terimin katsayısı = 7

Şekil 104. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örnek (SK1)

Ö2 öğretmeninin Şekil 104’deki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*“Çocuklar yazdığım bu matematiksel ifadeye bakarsanız, bu bir polinomdur. Neden?...Çünkü x’lerin kuvveti birer doğal sayıdır. Peki, bu polinomun en büyük derecesi 5 dir. Kuvvetler 5,3,1 ve sabitin derecesi 0’dır. Biz buna polinomun derecesi diyoruz. En büyük derecenin katsayısı nedir?....4 bu da polinomun baş katsayısıdır. $X^2$ ifadesinin katsayısı 0 çünkü böyle bir terimimiz yok. $X^3$ ifadesinin katsayısı 7 dir….”*

Ö2 öğretmeni, katsayı, baş katsayı, polinomun derecesi ve sabit terim gibi kavramların ne anlama geldiğini standart bir örnek aracılığıyla tek tek açıklamıştır. Bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, aynı zamanda polinomun özelliklerine vurgu yapmış, fakat polinomun neden derecelerinin birer doğal sayı olduğunu açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Polinomun sahip olması gereken özellikleri geliştirici, standart ve örnek dışı örneklerle Şekil 105’de şu şekilde açıklamıştır:

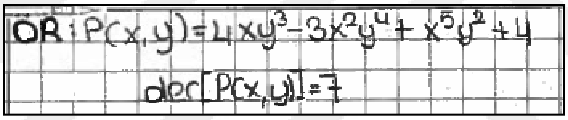



Şekil 105. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart, geliştirici ve örnek dışı örnekler (SK1, GK1 ve ÖDK1)

Ö2 öğretmeninin Şekil 105’deki örnekleri şu şekilde açıklamıştır:

*“Çocuklar bunlardan hangileri polinom hangileri polinom değil birlikte inceleyecek olursak, birinci ifadenin polinom olduğu çünkü x değişkenin kuvvetleri birer doğal sayı olduğu görülüyor. Bizim için katsayıların doğal sayı olmasına gerek yok. Çünkü onlar reel sayının elemanı olması yeterli. İkinci örneğe bakacak olursak bu polinom değil ,çünkü x payda da o zaman kuvveti?...evet $x^{-1}$ olur -1 sayısı negatif bir tamsayı polinom olmaz bu. Üçüncü örnek √x bu da $x^{1/2}$ kuvvet rasyonel polinom değil. Dördüncü örnek bu ifadeyi çarpanlarına ayırırsanız sadeleşir ve x-4 bu da polinom olur. Beşinci örnek sabit polinom bunun yanında x değişkeni var fakat kuvveti 0 dır. Altıncı örnek bu da sabit bir polinomdur. Değişken x olduğu için $4a^2+3$ ifadesi bir reel sayıyı temsil eder. Yani bu da polinomdur.”*

Ö2 öğretmeni, bir ifadenin polinom olması için gerekli şartların ne anlama geldiğini geliştirici, standart ve örnek dışı örnekler aracılığıyla açıklamıştır. Birinci örnek, bir geliştirici örnek olup polinomun katsayılarının reel sayı olmasını vurguladığı, ikinci, üçüncü ve dördüncü örnekler de ise hangi durumlarda bir ifadenin polinom olmadığını, beşinci örneği ile sadeleşebilen bir rasyonel ifadenin sonucunun bir polinom olduğunu belirtmiştir. Altıncı örnekte ise sabit polinom ile ilgili standart bir örnek sunmuş ve yedinci örnekte de sabit polinoma ait geliştirici bir örnek sunarak kavramın sınırlarını genişletmeye çalıştığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeni bu özellikleri ile polinomun ne olduğunu ayrıntılı bir şekilde açıklamış ve bu yüzden öğretmenin açıklaması, açıklayıcı AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, polinom kavramı ile ilgili örneklerden sonra, iki değişkenli polinomun tanımını şu şekilde ifade etmiştir: *"Birden fazla bilinmeyenli polinomlar yazılabilir çocuklar. Biz iki bilinmeyenli bir polinomu p(x,y) şeklinde yazarız ve böyle bir polinomdaki terimler* $kx^ny^m$ *biçimindedir. Böyle bir polinomun derecesi en büyük n+m'dir."* şeklindeki açıklamasında iki değişkenli polinomun tanımını doğrudan ifade etmiş, tanımın ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 106'daki tanımı yansıtan standart örneği öğrencilerine sunmuştur.

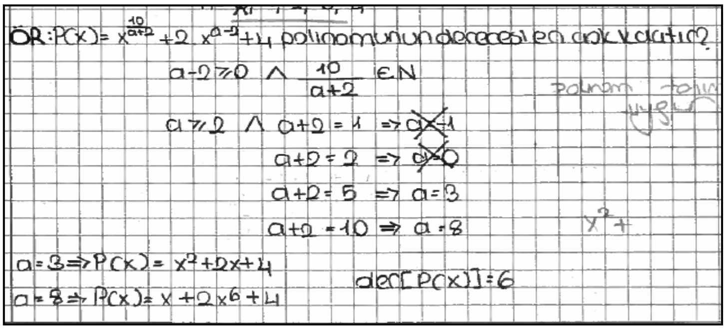



Şekil 106. Ö2 öğretmeni polinom konusuna ait standart örneği (SK1)

Ö2 öğretmeninin Şekil 106'daki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Çocuklar bu iki değişkenli bir polinomdur. x ve y' ye bağlıdır. Peki derecesi?.... 5+2=7 kuvvetler toplamı en çok olandır."*

Ö2 öğretmeni, iki değişkenli polinom kavramını ifade etmek için Şekil 106'daki standart örnekten yararlanmış ve bu örneği öğrencilerine doğrudan ifade etmiş yani, çok değişkenli polinoma ait özellikleri veya farklı durumları açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, polinom ifadesinin kuvvetlerinin birer doğal sayı olması gerektiğini Şekil 107'deki geliştirici örnek aracılığıyla öğrencilerine açıklamıştır.




Şekil 107. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö2 öğretmeninin Şekil 107'deki örneği şu şekilde açıklamıştır:

> *"Bir ifadenin polinom olabilmesi için x'in kuvveti doğal sayı olacaktı bu yüzden 10/a+2 ifadesi bir doğal sayı olmalı bunun için a+2 sayısı 10'nun bölenleri olmalı ve aynı zamanda a-2≥0 olması durumunda a≥2 olmalı…."*

Ö2 öğretmeni Şekil 107'deki cebirsel ifadenin polinom olabilmesi için *"10/a+2" ve "a-2"* ifadelerinin birer doğal sayı olması gerektiğini vurgulamıştır. Ö2 öğretmeni, Şekil 107'deki örneği açıklarken öğrencilerine her bir işlemin altında yatan gerekçeleri açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, polinom kavramını geliştirici bir örnek aracılığıyla açıklamış ve polinom kavramının sahip olduğu özelliklere vurgu yapmıştır. Öğretmenin, çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine, sabit ve sıfır polinomun tanımını ise şu şekilde açıklamıştır:

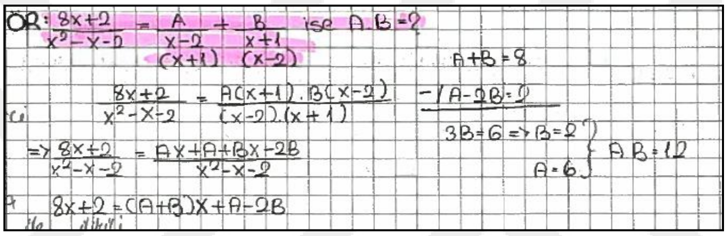
> *"x'e bağlı olmayan polinoma sabit polinom denir ve p(x)=c şeklindedir. Bu polinomun derecesi sıfırdır. Sabit terimi sıfır olan sabit polinoma ise sıfır polinomu denir. Bu polinom da p(x)=0 şeklindedir ve derecesi ise belirsizdir."*

Ö2 öğretmeni sabit polinomun tanımını x'e bağlı olmayan polinomlar olarak tanımlamış ve sıfır polinomu ise sabit terimi sıfır olan sabit polinom olarak tanımlamıştır. Öğretmenin bu açıklamasında tanımları yeteri kadar açıklamadığı görülmüştür. Ayrıca Ö2 öğretmeninin sıfır polinomunun derecesi hakkında öğrencilerine yanlış bilgi verdiği tespit edilmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine, sabit ve sıfır polinomu doğrudan ifade etmiş, tanımın ne anlama geldiğini tam olarak ifade etmemesinden dolayı açıklaması, işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine iki polinomun eşitliğini şu şekilde ifade etmiştir:

*”p(x) ve q(x) polinomları aynı dereceleri ve aynı dereceli terimlerin katsayıları birbirine eşit ise bu polinomlara eşit polinom denir.”*

Ö2 öğretmeni, iki polinomun eşit olması için dereceleri aynı olan ifadelerin kat sayıları da eşit ise bu polinomlara eşit polinomlar denildiğini ifade etmiş fakat bu tanımlamasını yeteri kadar açıklamamıştır. Ö2 öğretmeni eşit polinom tanımını doğrudan ifade etmiş ve iki polinomun birbirine eşit olmasını açıklayan herhangi bir standart örnekten yararlanmadığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmenin açıklaması, işlemsel boyutta olup iki polinomun eşit olması durumunu tam olarak açıklamamıştır. Bu açıklaması İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine, polinomların eşitliğini Şekil 108’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

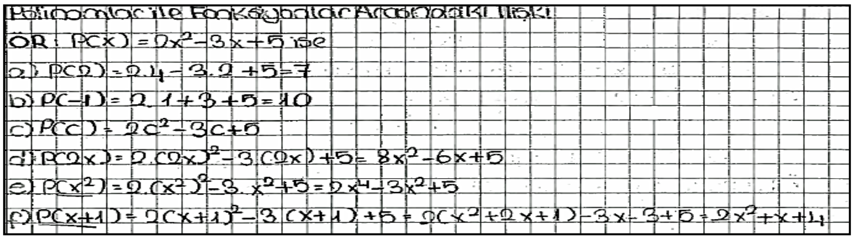


Şekil 108. Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö2 öğretmeninin Şekil 108’deki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*“Böyle bir ifade de çocuklar öncelikle rasyonel bir ifade ve bu ifadeler toplama işlemi ile verilmiştir. O zaman önce payda eşitleriz. Sonra paydalar eşitleyince her iki eşitliğin paydaları eşit ise paylarıda eşit olmalı değil mi?...o zaman polinomlarda eşitlik ifadesine göre dereceleri aynı olan terimlerin katsayılarıda aynı olacak.”*

Ö2 öğretmeni, Şekil 108’deki örnekte iki polinomun eşitliğine dair işlemlerin nasıl yapılacağını bu örnek ile ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni açıklamasına rasyonel iki ifadenin toplanması durumunda önce paydanın eşitlenmesi gerektiğini, daha sonra paydası eşit olan bu ifadelerin paylarının da eşit olması gerektiğini belirtmiştir. Bu eşitlik esnasında polinomda eşitlik kuralının kullanıldığını ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, prosedürün nasıl uygulandığını açıklamış ve bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsle boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine polinom ve fonksiyonlar konusu arasındaki ilişkiyi göstermek için Şekil 109’daki standart ve geliştirici örneklerden yararlandığı gözlenmiştir.

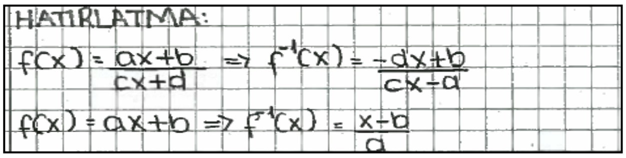



Şekil 109. Ö2 öğretmeninin polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (SK3 ve GK3)

Ö2 öğretmeninin Şekil 109'daki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Arkadaşlar bu ifadeler aslında sizin fonksıyonlardan bildiğiniz bir durum. Biz birinci durumda ne yapacağız x gördüğümüz yere getirip 2 yazacağız sonraki örnekte x yerine -1 yazacağız. Tıpkı fonksiyonlarda yaptığımız gibi."*

Ö2 öğretmeni, Şekil 109'daki geliştirci örneği ile fonksiyonlar ve polinomlar konusu arasındaki ilişkiyi göstermek istemiştir. Fakat Ö2 öğretmeni, öğrencilerinin Şekil 109'daki ifadelerin benzerlerini fonksiyonlar konusunda öğrenmelerinden dolayı işlemlerin ne anlama geldiğini açıklamamış ve sadece prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni polinomlar ve fonksiyonlar konusundaki ilişkiye dikkat çekmek için şu şekilde açıklama yapmıştır: "*Polinomlarda bazı ifadelerde fonksiyonların tersini kullanabiliriz biliyorsunuz bu konuda da aslında fonksiyonun özel bir durumunu inceliyoruz."* şeklinde belirtti. Fonksiyonların tersini almayı öğrencilerine Şekil 110'deki gibi hatırlatmıştır.

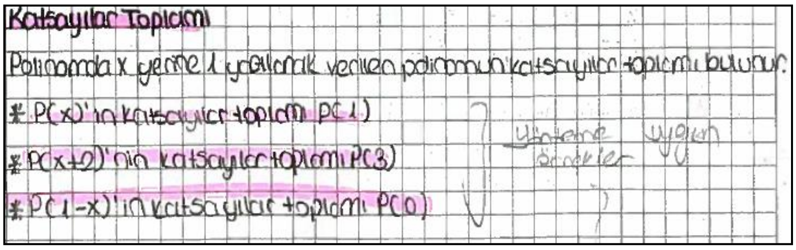



Şekil 110. Ö2 öğretmeni fonksiyonların tersini hatırlatma

Ö2 öğretmeni fonksiyonların polinomlar konusu ile ilişkili olmasından dolayı soru çözerken bazen fonksiyonların tersini alma işlemlerine ihtiyaç duyabileceklerini ifade etmiştir. Fakat Ö2 öğretmeni, öğrencilerin bu bilgiyi daha önceden bildiklerini düşündüğü için ayrıntılı açıklamadığı kuralı doğrudan tahtaya yazarak ifade ettiği gözlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması İB2 olarak değerlendirilmiştir.

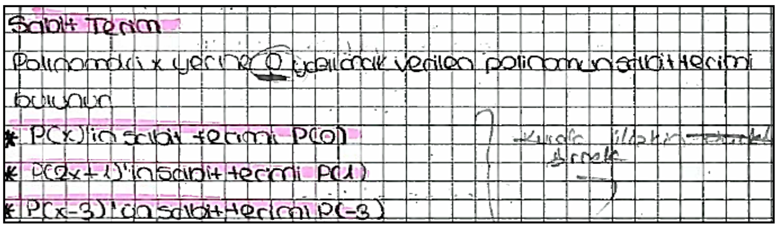
Ö2 öğretmen polinomlarda kat sayılar toplamının nasıl bulunduğunu Şekil 111'deki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"polinomda x yerine 1 yazılarak verilen polinomun katsayılar toplamı bulunur. Örneğin p(x)'in katsayılar toplamı p(1), p(x-2)'nin katsayılar toplamı p(-1) ve p(1-x) polinomunun katsayılar toplamı nedir bu durumda?... p(0) dır. Yani şunu yapıyoruz çocuklar hangi polinomu soruyorsa getirip orda x yerine 1 yazıyoruz."*




Şekil 111. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2)

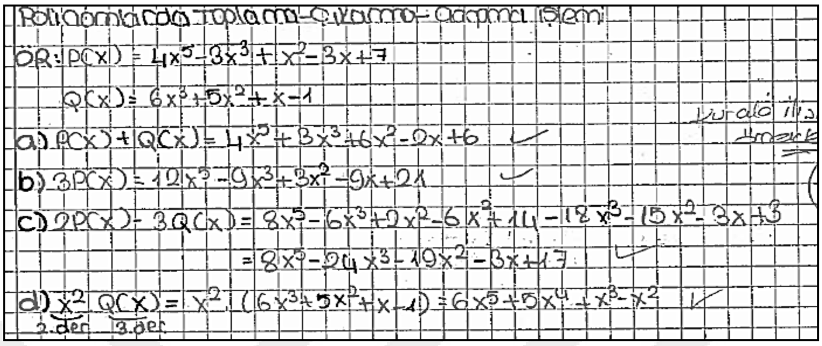
Ö2 öğretmeninin katsayılar toplamını bulmak için istenilen polinom ifadesinde *x* yerine *1* yazılması gerektiğini ifade etmiştir. Fakat Ö2 öğretmeni, açıklamasında neden bir yazılması gerektiğini açıklamamış ve öğrencilerine sadece prosedürün nasıl gerçekleştiğini ifade etmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin yapmış olduğu açıklamaları işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde sabit terimin nasıl bulunduğunu da öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır: *"polinomda x yerine 0 yazılarak verilen polinomun sabit terimi bulunur. Mesela; P(x) sabit terimi P(0), P(2x+1)'in sabit terimi P(1) ve P(x-3)'ün sabit terimi P(-3) tür. Yani yine hangi polinom diyorsa gidip o polinomda x yerine 0 yazacağız. "* Bu açıklamasını Şekil 112'deki gibi ifade ettiği gözlenmiştir.




Şekil 112. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart (SK2)

Öğretmen bir polinomun sabit terimini bulurken *x* değişkeninin yerine sıfır yazılmasının yeterli olacağını ifade etmiştir. Fakat Ö2 öğretmeni bir polinomun sabit terimini bulurken neden *x* yerine *0* yazmalarını ifade etmemiştir. Ö2 öğretmenin Şekil 112'deki örneklerini sadece bir prosedürün nasıl uygulandığını açıklamak istemiştir. Ö2 öğretmeni açıklamasında gerçekte neden sabit terimi bulmak için sıfır yazıldığını açıklamadığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, polinomlarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini örnekler üzerinden öğrencilerine açıklamıştır. Öğretmenin derste kullandığı standart örnekler Şekil 113'de sunulmuştur.




Şekil 113. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

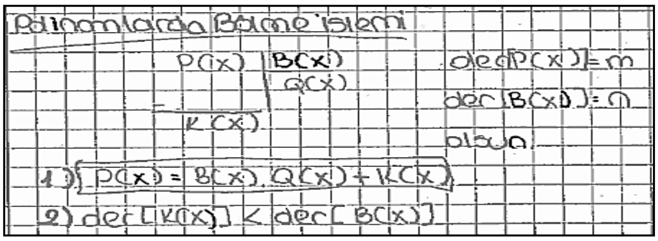
Ö2 öğretmeninin Şekil 113'deki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Çocuklar toplama işlemi yaparken dereceleri aynı olan ifadelerin katsayılarını topluyoruz, yani $x^2$ ile $5x^2$ ,-3x ile x ve 7 ile -1 toplarsak $4x^5+3x^3+6x^2-2x+6$ olur. Diğer örneğimizde p(x) ifadesinin 3 katını alacağız yani her bir terimi 3 ile çarpacaksınız…."*

Ö2 öğretmeni Şekil 113'de standart örnek ile polinomlar konusunda toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini örnekler üzerinden öğrencilerine açıklamaya çalıştığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeninin prosedürün nasıl uygulandığını örnek üzerinden basitçe öğrencilerine ifade etmiştir. Açıklamasında toplama işlemi yaparken özellikle aynı dereceli ifadelerin katsayılarının toplanması gerektiğini ve bir polinomu herhangi bir sayı ile çarparken polinom ifadesindeki bütün terimleri tek tek çarpılması gerektiğini ifade etmiştir. öğretmenin açıklamalarında işlemlerin daha çok nasıl uygulandığına vurgu yaptığı tespit edilmiştir. Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bölme işlemini de öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:

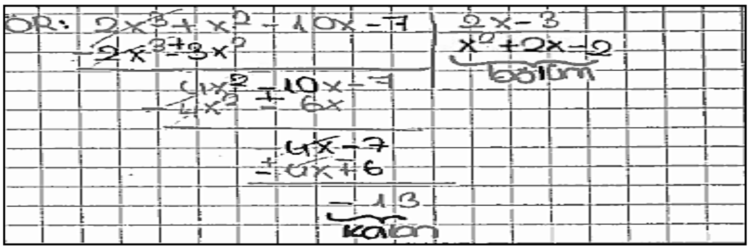
*"bölme işlemi yaparken bölen ifadenin derecesi çocuklar kalan ifadenin derecesinden büyük olmalı, aksi takdirde bölme işleminiz devam eder, aslında bildiğiniz bölme işlemi ve bölme algoritmasını şu şekilde ifade edebiliriz P(x)=B(x).Q(x)+K(x)."*

Ö2 öğretmeni bölme işlemi yaparken bölen ifadenin derecesinin kalan ifadenin derecesinden büyük olması gerektiğini ve bölme işleminin algoritmasını ifade etmiştir. Bu ifadenin ardından tahtaya Şekil 114’deki ifadeleri yazmıştır.



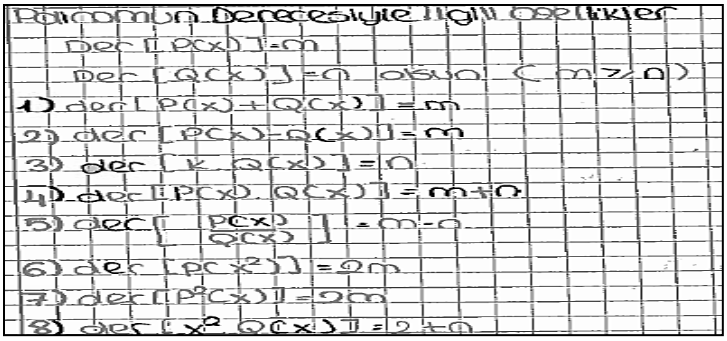

Şekil 114. Ö2 öğretmeni polinomlarda bölme işleminin temsili

Ö2 öğretmeni, polinomlarda bölme işleminin öğrencilerinin bildiği bölme işleminden farklı olmadığını belirtmiş ve bölenin derecesinin her zaman kalanın derecesinden büyük olması gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmenin açıklamalarının yanında bölme işlemine ait algoritmayı da yazdığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeninin, bölme işleminin özelliklerine dikkat çektiği ve bu özelliklerin anlamını mantıksal olarak ifade ettiği gözlenmiştir. Öğretmenin bu açıklamasının açıklayıcı boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö2 öğretmenin açıklayıcı boyuttaki bu açıklaması AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından öğrencilerine Şekil 115’deki bölme işlemine ait standart örneği sunmuştur.



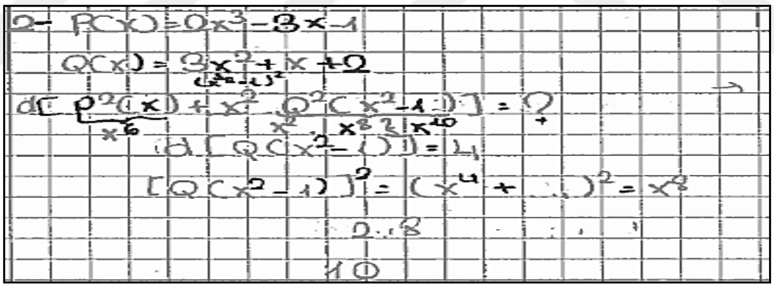

Şekil 115. Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeni, polinomlarda bölme işleminin nasıl yapıldığını Şekil 115’deki standart örnek ile öğrencilerine açıklamıştır. Ö2 öğretmenin bölme işlemine ait çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamasından dolayı açıklaması, AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2’nin bölme işleminin ardından polinomların dereceleri ile ilgili Şekil 116’daki özellikleri öğrencilerine ifade ettiği gözlenmiştir.


Polinomun Derecesiyle İlgili Özellikler
Der[P(x)]=m
Der[Q(x)]=n olsun (m≥n)
1) der[P(x)+Q(x)]=m
2) der[P(x)-Q(x)]=m
3) der[k.Q(x)]=n
4) der[P(x).Q(x)]=m+n
5) der[P(x)/Q(x)]=m-n
6) der[P(x²)]=2m
7) der[P²(x)]=2m
8) der[x².Q(x)]=2+n

Şekil 116. Ö2 öğretmeni polinomlar konusunda ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö2'nin özellikleri açıklama yapmadan doğrudan elindeki notlardan bakarak ifade ettiği gözlenmiştir. Ö2 öğretmeni: "*Bu özelliklerin ne anlama geldiğini örnekler ile birlikte açıklayacağım şimdilik bunları yazın*" şeklinde belirtmiştir. Ö2 öğretmeninin, polinomlar konusunda dereceler konusu ile ilgili bu özellikleri açıklama yapmadan ifade etmesi işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu özelliklerden sonra Şekil 117'deki geliştirici örneği öğrencilerine şu şekilde sunmuştur:

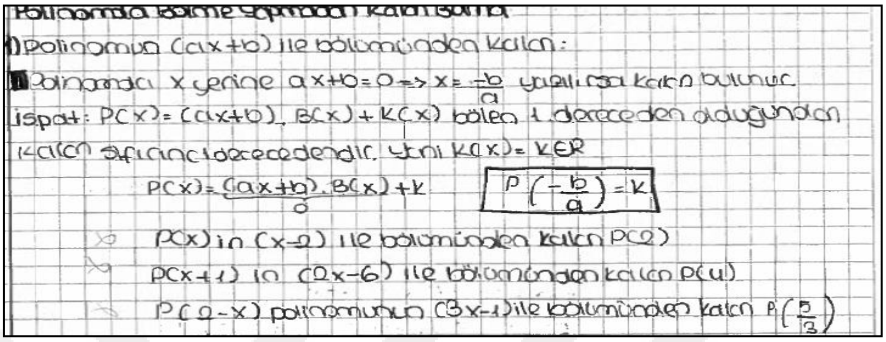

2- P(x)=2x³-3x-1
Q(x)=3x²+x+2
d[P²(x)+x².Q²(x²-1)]=?
x⁶ x².x⁸ | x¹⁰
d[Q(x²-1)]=4
[Q(x²-1)]²=(x⁴+ ...)²=x⁸
2.8
10

Şekil 117. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

*"dP(x)=3 ve dQ(x)=2 buna göre P(x) 'in karesini alırsanız dereceyi 2 ile çarpmış oluruz üslü ifadelerden kuvvetin kuvveti alındığında yaptığımız işlemin aynısı ve Q polinomun da x yerine $x^2$-1 yazacağız burada en büyük x terim yerine en büyük ifadeyi yazın yani $x^2$ ifadesinde x yerine $x^2$ yazın o zaman $(x^2)^2$ olur. Birde bunu ne ile çarpmamızı istiyor $x^2$ bu durumda $x^2.x^4= x^6$ olur.d$P^2$(x)=6 ve dQ(x)=6 toplarsak derece büyük olana eşit olur yani 6."*

Ö2 öğretmeni, polinomların derecelerinin bulunması ile ilgili özellikleri doğrudan ifade ettiği, bununla ilgili standart örneklerden yararlanmadan özelliklerin birbirleriyle olan ilişkilerini gösteren, geliştirici örnekten yararlandığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine Şekil 117'deki örnekte polinomların tek tek derecelerini bulmuş ve bulmak istediği ifadede yerine yazmıştır. Bu işlemleri açıklarken üslü ifadelerden yararlanmıştır.

Ö2 öğretmeni, çözüm adımlarını ve çözüm adımlarının altında yatan gerekçelerini açıklamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine, dereceler ile ilgili örneklerden sonra polinomlarda bölme işlemi yapmadan kalanı pratik olarak bulabileceklerini Şekil 118'deki gibi ifade etmiştir:




Şekil 118. Ö2 öğretmeni açıklayıcı boyuttaki açıklaması ile standart ve geliştirici örnekleri (SK2 ve GK2)

*"bölen ax+b biçiminde ise ax+b=0 şeklinde yazıldıktan sonra x yerine –b/a ifadesi yazılarak kalan bulunur."Ö2 öğretmeni, bu bölme işleminin ispatını şekil… gibi öğrencilerine adım adım açıklamıştır. Ayrıca Ö2, bu duruma uygun standart örnekleri de öğrencilerine şu şekilde sunmuştur: "P(x) ifadesini x-2 ile bölümünden kalanı bulmak demek aslında polinom ifadesinde P(2) bulmaktır. P(x+1) in 2x-6 ile bölümünden kalanı bulmak demek P(4) ve P(2-x) polinomunun 3x-1 ile bölümünden kalanı bulmak P(5/3) bulmaktır."*

Ö2 öğretmeni polinomlarda pratik bölme işlemi ile kalanın bulunduğunu ifade etmiştir. Bu ifadesinde bölen ifade *ax+b* şeklindeyse kalanı bulmak için *P(x)=(ax+b) Q(x)+K(x)* matematiksel eşitliğinde *x* yerine *–b\a* yazarak sadece kalanın bulunduğunu açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, kuralın ne anlama geldiğini ve nasıl uygulandığını örnekler aracılığıyla açıklamıştır. Ö2 öğretmeninin bu kuralı çözüm adımları ile birlikte gerekçelerini açıklamıştır. Öğretmenin bu yüzden açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak tespit edilmiş, ayrıca öğretmenin sunmuş olduğu örnekler ile kuralı nedeni ile birlikte mantıksal olarak açıklamasından dolayı AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu durumla ilgili olarak Şekil 119'daki standart örneği sunmuştur.

$P(x)=2x^3-6x-11$ ise $P(x)$in $(x-2)$ ile bölümünden kalanı?
$x-2=0 \Rightarrow x=2$ ise $P(2)$
$P(2)=-7$

Şekil 119. Ö2 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin Şekil 119'daki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Aslında bölme işlemi yapmadan kalanı bulmak için bölen polinom sıfıra eşitlenir. En büyük dereceli terim yalnız bırakılıp polinom da yerine yazılır. Bu ifade de x-2 sıfıra eşitlenir ve x=2 bulunur bunu p(x) polinom da x yerine yazarsak kalan bulunmuş olur."*

Ö2 öğretmeni Şekil 119'daki standart örneği ile bölme işlemi yapmadan kalanın nasıl bulunduğunu basitçe açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, bu açıklamalarında prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği çözüm adımına ait gerekçeleri açıklamadığı için açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü Ö2 öğretmeni böleni sıfıra eşitledikten sonra bulunan değeri neden tekrar polinomda yerine yazıldığını açıklamadan sadece böyle bir prosedürün nasıl gerçekleştiğini ifade etmiştir.

Ö2 öğretmeni, bölme yapmadan kalanı bulma konusunda öğrencilerine bölen ifade çarpanlarına ayrılırsa bu işlemin nasıl yapılacağını şu şekilde açıklamıştır:

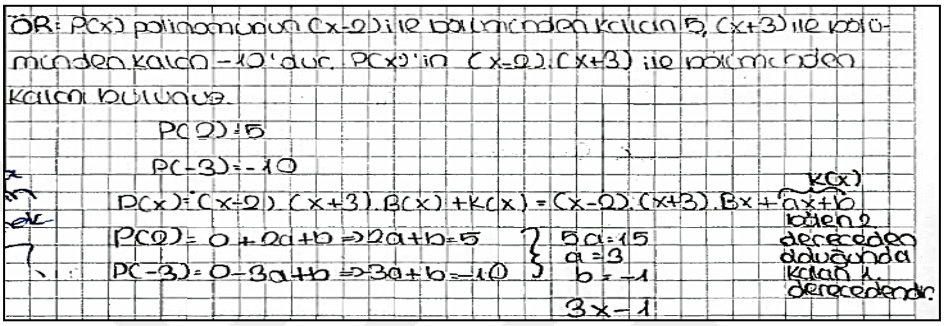
*"bölen çarpanlarına ayrılabiliyorsa ikinci dereceden bir ifade ise örneğin (x-a).(x-b) şeklindeyse kalan ifade kesinlikle birinci dereceden ya da sabit olmak zorundadır. Çünkü bölme işleminde biliyorsunuz kalan bölen ifade den küçük olmak zorunda. Tam bölünüyorsa zaten bölenin çarpanlarından biri kesinlikle bölünen ifadenin de çarpanıdır ve kalan sıfır olur."*

Ö2 öğretmeni, bu açıklamasını Şekil 120'deki gibi öğrencilerine yazdırdığı gözlenmiştir.

Bir Polinomun $(x-a).(x-b)$ ile Bölünebilmesi
$P(x)$ polinomu $(x-a).(x-b)$ ile tam bölünüyor ise $P(x)$; $(x-a)$ ve $(x-b)$ ile tam bölünür. Tersi de doğrudur

Şekil 120. Ö2 öğretmenin polinomlar konusunda açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö2 öğretmeni bir polinomu bölen ifade (x-a). (x-b) şeklinde ve polinom bu ifadeye tam bölünüyorsa P(x) polinomunun (x-a) ve (x-b) ifadeleri ile tam bölündüğünü ve bu durumun tersininde doğru olduğunu ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, bölme işleminde bölünen ifade bölene tam bölünüyorsa, bölen ifadenin kesinlikle bölünen ifadenin çarpanlarından biri olduğunu ve eğer tam bölünmüyorsa kalan ifadenin birinci dereceden veya sabit olacağını belirtmiştir. Ö2 öğretmeninin kural olarak vermiş olduğu, bu ifadeyle ne demek istediğini açıklamıştır. Ö2 öğretmenin bu açıklaması AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından öğrencilerine Şekil 121'deki standart örneği sunmuştur.



ÖR: P(x) polinomunun (x-2) ile bölümünden kalan 5, (x+3) ile bölümünden kalan -10'dur. P(x)'in (x-2).(x+3) ile bölümünden kalanı bulunuz.

P(2)=5

P(-3)=-10

P(x)=(x-2).(x+3).B(x)+K(x) = (x-2).(x+3).Bx + ax+b

K(x) = ax+b bölen 2 dereceden olduğunda kalan 1. derecedendir.

P(2)= 0+2a+b ⇒ 2a+b=5

P(-3)= 0-3a+b ⇒ 3a+b=-10

5a=15
a=3
b=-1
3x-1

Şekil 121. Ö2 öğretmenin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin Şekil 121'deki örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Bölme işleminin kuralına göre bölen ifadeleri sıfıra eşitlersek P(2)=5 ve P(-3)=-10, sorulan ifadenin çarpanları olduğundan bölen çarpanlarına ayrılabilen bir ifadedir. İkinci dereceden bir ifadeye böleceğimiz için kalan ne olmak zorunda?....birinci dereceden bu durumda ax+b şeklinde olduğunu düşünelim. Buna göre bölen ifadeleri tek tek yerlerine yazarsak 2a+b=5 ve 3a+b=-10 olur iki bilinmeyenli denklem sistemini çözersek a=3 ve b=-1, o zaman kalan 3x-1 dir."*

Ö2 öğretmeninin, Şekil 121'deki standart örnek ile prosedürün nasıl gerçekleştiğini basitçe açıklamıştır. Ö2 öğretmeni açıklamasında çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıkladığı görülmüştür. Bu yüzden Ö2'nin açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmen ikinci dereceden bir ifade ile bölündüğünde kalanın birinci dereceden olacağını bu yüzden *ax+b* şeklinde bir ifade belirlenmesi gerektiğini ve bölen ifadenin çarpanlara ayrılmasından dolayı tek tek bu çarpanlara bölündüğünde de aynı kalanı vereceğini bu yüzden çözüm yönteminin bu şekilde olacağını açıklamıştır.

Tablo 19. Ö2 Öğretmenini Polinom Konusuna Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Boyutlara Ait Kategorileri ve Frekansları

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 6 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 8 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 30 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 2 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 3 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 43 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö2 öğretmeninin polinomlar konusundaki öğretimsel açıklamalarının büyük bir kısmının açıklayıcı boyutta olduğu gözlenmiştir. Öğretmenin polinomlar konusuna ait açıklayıcı (48) ve işlemci (44) boyuttaki açıklamalarının sayısının birbirine yakın olduğu, çok az bir farkla açıklayıcı boyuttaki açıklamalarının daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte problem çözme ve epistemik boyutta hiç açıklama yapmadıkları belirlenmiştir. Ö2 öğretmenin genelde tanımları, kuralları ve konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği görülmüştür. Bununla birlikte genelde dersinde sunmuş olduğu örneklerin veya soruların çözüm adımlarını ve gerekçelerini büyük çoğunlukla açıkladığı tespit edilmiştir. Ö2, polinomlar konusuna ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı da tespit edilmiştir. Öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenin polinomlar konusunun kaynağına ve gelişime vurgu yapmadığı, polinomlar konusunun diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı tespit edilmiştir. Bu yüzden öğretmenin epistemik boyutta hiç açıklama yapmadığı görülmüştür.

Tablo 20. Ö2 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Kullandığı Örnek Türleri

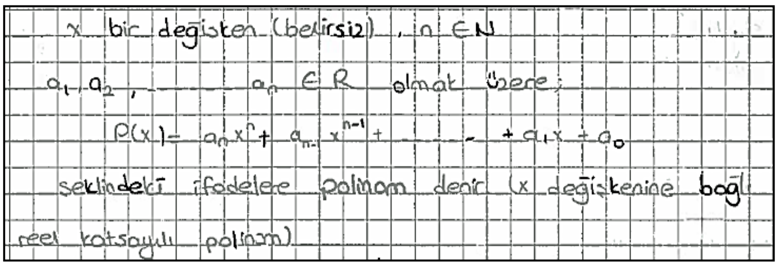
| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 0 | 3 | 4 | 14 | 2 | 19 | 3 | 2 | 4 | 0 | 0 |
| Toplam | 0 | | | 21 | | | 24 | | | 2 | 4 | | 0 |

Ö2 öğretmeninin polinomlar konusunda geliştirici örneklerden daha fazla yararlandığı tespit edilmiştir. Ö2 öğretmeninin açıklamalarında prosedürler aracılığıyla kurallara ilişkin anlayışlarını genişletmek için GK2 kodlu örneklerden diğer örneklere göre daha fazla yararlandığı görülmüştür. Polinom konusuna ait prosedürleri basitçe nasıl uygulandığını göstermek için SK3 kodlu örneklerden de derslerinde faydalandığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra Ö2 öğretmeninin polinomlar konusunda başlangıç ve karşıt örneklerden hiç yararlanmadığı tespit edilmiştir.

#### 4. 3. 1. 3. Ö3 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö3 öğretmenin polinomlar konusuna ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine yer verilmiştir.

Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna, polinomun tanımı ve polinom ile ilgili bilinmesi gereken özelliklerle derse başlamıştır. Ö3 öğretmeninin tanım ve tanımla ilgili özellikleri öğrencilerine doğrudan ifade ettiği, konunun önemi ya da diğer konularla bağlantısından bahsetmediği gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni, polinomu Şekil 122'deki gibi tanımladığı gözlenmiştir.

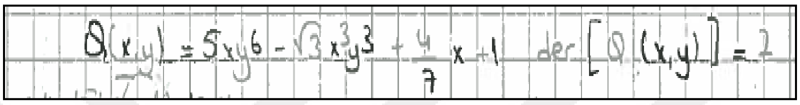



Şekil 122. Ö3 öğretmeni polinom konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)

Ö3 öğretmeni, polinom kavramını tanımlarken şu şekilde açıklamıştır:

*"$a_1$, $a_2$, …$a_n \in R$ olacak ve x'in kuvvetleri birer doğal sayı olmak zorunda bu şekilde olan ifadelere polinom diyeceğiz."*

Ö3 öğretmeni bir ifadenin polinom olabilmesi için kat sayılarının birer reel sayı ve x değişkeninin kuvvetlerinin birer doğal sayı olması gerektiğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni öğrencilerine, polinomun tanımını doğrudan ifade etmiş, polinomun başka konularla bağlantısı olup olmadığını açıklamamıştır. Ö3 öğretmeni, ayrıca polinomun neden kuvvetlerinin birer doğal sayı olduğunu açıklamamıştır. Öğretmenin açıklaması bu yüzden işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Polinomun tanımını ifade ettikten sonra iki değişkenli polinoma ait Şekil 123'deki örneği sunmuştur.



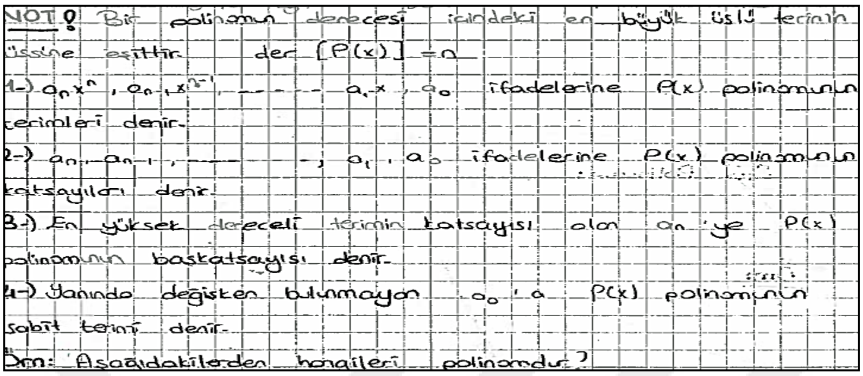

Şekil 123. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK1)

Ö3 öğretmeni Şekil 123'deki örnek ile iki değişkenli polinomları örneklendirmiş ve şu şekilde açıklamıştır:

*"çok değişkenli polinom; bir polinom da birden daha fazla değişken kullanırsanız bu çok değişkenli bir polinom olur. Bu polinomun derecesi değişkenlerin kuvvetleri toplamı en büyük olana eşittir. Örneğin buradaki $x^1$ ile $y^6$ kuvvetler toplamı 7 polinomun derecesi...."*

Ö3 öğretmeni dersinde polinomun tanımı ile ilgili örneklere yer vermeden çok değişkenli bir polinom ile ilgili geliştirici bir örneğe yer vermiştir ve bu örnek ile iki değişkenli polinomun tanımını açıklamıştır. Öğretmen açıklamasında birden fazla değişkenin kullanılmasının çok değişkenli polinom belirttiğini ifade etmiştir. Öğretmenin tanımı öğrencilerine yeteri kadar açıklamadığı ve tanımı ifade etmede yetersiz olduğu görülmüştür. Şekil 123'de örneğin iki değişkenli bir polinom olduğunu ve bu polinomun derecesinin değişkenlerin kuvvetler toplamının en büyük olanına eşit olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin çok değişkenli polinomun tanımını yeterli bir şekilde açıklamıştır. Bu yüzden bu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilirken, polinomun derecesinin nasıl bulunduğunu ifade etmesi ise işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, Şekil 123’deki geliştirici örnekten sonra öğrencilerine, polinomun derecesi, baş katsayısı, sabit terimi, katsayılarının ne olduğunu öğrencilerine Şekil 124’deki gibi doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir.



NOT: Bir polinomun derecesi içindeki en büyük üslü terimin üssüne eşittir. der[P(x)] = n

1-) $a_n x^n, a_{n-1}x^{n-1}, \ldots, a_1 x, a_0$ ifadelerine P(x) polinomunun terimleri denir.

2-) $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ ifadelerine P(x) polinomunun katsayıları denir.

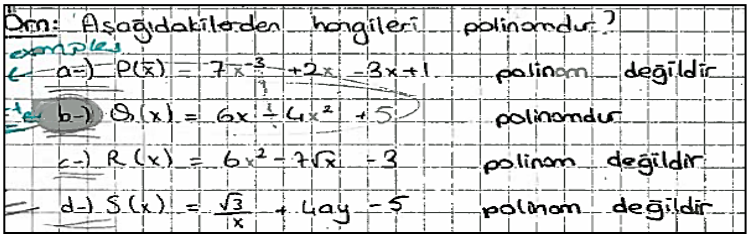
3-) En yüksek dereceli terimin katsayısı olan $a_n$'ye P(x) polinomunun başkatsayısı denir.

4-) Yanında değişken bulunmayan $a_0$'a P(x) polinomunun sabit terimi denir.

Örn: Aşağıdakilerden hangileri polinomdur?

Şekil 124. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)

Ö3 öğretmeni polinomun derecesini, terimlerini, katsayılarını, baş katsayını ve sabit terimini Şekil 124’deki gibi öğrencilerine doğrudan ifade ettiği hiçbir açıklama yapmadan elindeki ders notlarından okuyarak tahtaya yazdığı gözlenmiştir. Ö3 öğretmeninin polinomlara ait bu kavramların ne anlama geldiğini yeteri kadar açıklamamasından dolayı işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö3, bu ifadelerden sonra öğrencilerine Şekil 125’deki standart ve örnek dışı örnekleri sunmuştur.



Örn: Aşağıdakilerden hangileri polinomdur?

examples

a-) $P(x) = 7x^{-3} + 2x - 3x + 1$ polinom değildir

b-) $Q(x) = 6x \div 4x^2 + 5$ polinomdur

c-) $R(x) = 6x^2 - 7\sqrt{x} - 3$ polinom değildir

d-) $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{x} + 4ay - 5$ polinom değildir

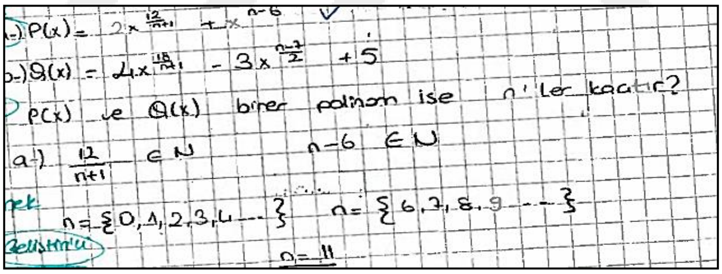
Şekil 125. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart ve örnek dışı örnekleri (SK1 ve ÖDK1)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Bakın çocuklar polinom olması için ne olmalıydı?.... x’in kuvvetleri birer doğal sayı olacaktı katsayılar ise reel sayı olmalıydı. Buna göre bu ifadelere bakacak olursanız birinci ifade de kuvvet -3 bir tamsayı olmaz. İkinci ifade kuvvetler doğal sayı o zaman polinomdur. Üçüncü ifade √x bunun kuvveti $x^{1/2}$ kuvvet rasyonel sayı olmaz. Sonuncu ifadede x payda da bulunmakta o zaman $x^{-1}$ olur ki bu da polinom olmadığını gösterir bize…. Dikkat ettiyseniz katsayıların köklü olması negatif olması bizi ilgilendirmiyor niye? Çünkü katsayılar reel sayı olacaktı.”*

Ö3 öğretmeni, polinomlarla ilgili önce örnek dışı (a) örneği açıklamış ve bu ifadede *x'in* kuvvetlerinden birinin *-3* olmasından dolayı polinom olmadığı, çünkü bir cebirsel ifadenin polinom olabilmesi için önce değişkenin (x) kuvvetlerinin birer doğal sayı olması gerektiğini açıklamıştır. Öğretmen örnek dışı örneğinden sonra standart örneği (b) ile bu cebirsel ifadenin bir polinom belirttiğini çünkü değişkenin kuvvetlerinin birer doğal sayı olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca öğretmen açıklamalarında polinomun kat sayılarının birer reel sayı olması gerektiğini vurgulamıştır. Ö3 öğretmeni, Şekil 125'deki standart ve örnek dışı örnekler ile polinom kavramına ait özelliklerin ne anlama geldiğini açıklamıştır. Açıklamalarında, cebirsel ifadelerin polinom ise neden polinom olduğunu ve polinom değil ise neden polinom olmadığını açıklamasından dolayı Ö3 öğretmenin açıklamaları açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni: *"n. dereceden bir polinomun n+1 tane terimi vardır ve yazılmayan terimin katsayısı 0 dır."* şeklinde bir açıklama yaptı ama bu açıklamasının ne anlama geldiğini açıklamamasından dolayı işlemsel boyut olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca Ö3 öğretmeni bu açıklamasına uygun bir önek kullanmadığı gözlenmiştir. Ö3, dersinde polinom kavramına ait özellikleri Şekil 126'daki geliştirici örnek içerisinde ele alarak şu şekilde açıklamıştır:



Şekil 126. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

*"Bunun bir polinom olması için kuvvet doğal sayı olmalı o zaman n+1 sayı 12 sayısının böleni olmalı ama n-6 ifadesi de doğal sayı olacak o zaman n yerine yazacaklarımız 6 dan başlayarak deneyeceğiz…"*

Ö3 öğretmeni Şekil 126'daki geliştirici örneği ile cebirsel bir ifadenin polinom olabilmesi için gerekli şart olan kuvvetin birer doğal sayı olması gerektiğini vurgulamış ve *n+1* sayısının *12* sayısının böleni aynı zaman da *n-6* ifadesinin de bir doğal sayı olması gerektiğini ifade etmiştir. Fakat Ö3 öğretmeni açıklamalarında işlem adımlarını ve işlemlerin altında yatan gerekçeleri açıklamadığı sadece işlemlerin nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade etmesinden dolayı, bu açıklaması İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, daha sonra sıfır ve sabit polinomun tanımını öğrencilerine şu şekilde ifade etmiştir:


Şekil 127. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait uç örneği

Ö3 öğretmeninin sıfır polinumunun tanımını yeteri kadar öğrencilerine açıklamadığı yani P(x)=0 ifadesinin ne anlama geldiğini ifade etmemiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin sıfır polinomun tanımını öğrencilerine yanlış ifade ettiği görülmüştür. Öğretmenin sıfır polinomunu eksi sonsuz olan derecesini öğrencilerine tanımsız olarak ifade etmiştir. Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin bu açıklamasının ardından sabit polinomun tanımını öğrencilerine şu şekilde yapmıştır:

*"a∈R olmak üzere p(x)=a şeklindeki ifadelere sabit polinom denir."*

Benzer şekilde Ö3'ün sabit polinomun tanımını da yeteri kadar açıklamamıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerine eksik bilgiler verdiği görülmüştür. Mesela; bir polinomun sabit bir polinom ise derecesinin ne olduğunu ifade etmemiştir. Ö3, bu durumu daha detaylı açıklamak için hem standart örnek hem de geliştirici örnek sunmuştur.


Şekil 128. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK1 ve GK1)

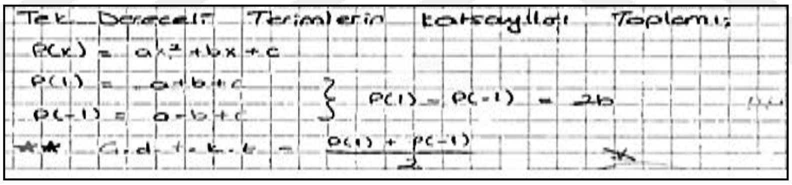
Bu örnekleri sunarken açıklamasına şu şekilde devam etmiştir:

*"Sabit olması için ifadenizin p'nin bağlı olduğu değişkenden farklı olması yeterlidir ille de sayı olması gerekmez."*

Ö3 öğretmeni, sabit polinom tanımını ifade etmek için Şekil 128'deki standart ve geliştirici örneklerden yararlanmıştır. Öğretmen açıklaması ile polinomun bağlı olduğu değişkenden farklı bir bilinmeyene eşit olmasının da bir polinom belirttiğini Şekil 128'deki geliştirici örnek ile açıklamıştır. Ö3 öğretmeni bu örnekler ile sabit polinom kavramını tanımın ne anlama geldiğini ifade etmiştir. Fakat öğretmenin bilgilendirmesinin eksik olduğu görülmüştür. Çünkü öğretmenin polinomun *x* değişkenine bağlı olarak tanımlandığını öğrencilerine vurgulamadığı polinomun bağlı olduğu değişkenden farklı olmasının o polinomun sabit olması için yeterli olduğunu ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin açıklaması, işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, sabit polinomun tanımına benzer şekilde sıfır polinomun tanımının da ne anlama geldiğini örnekler aracılığıyla açıkladığı gözlenmiştir. Ö3, öğrencilerine katsayılar toplamını ve sabit terimin nasıl bulunacağını ise şu şekilde açıklamıştır:

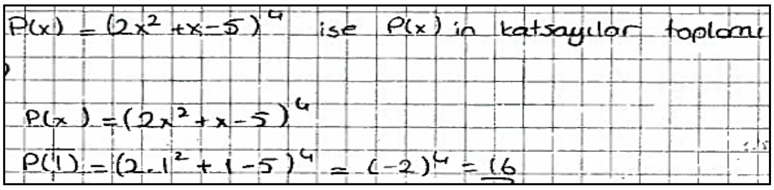
> *"herhangi bir polinomda katsayılar toplamını bulmak için x'in yerine 1, sabit terimini bulmak için x yerine 0 yazılır. Yani p(x), p(0) sabit terim; p(1) katsayılar toplamı bulmamıza yarar. Özellikle işlemlerimiz kalabalık olursa bu kural daha çok işimize yarar. Yani 10. Kuvvetten bir ifade verdi nasıl açacağız değil mi?... onun yerine hemen bu kurala uygun şekilde yazarız. Benzer şekilde tek dereceli ve çift dereceli terimlerin katsayılar toplamı sorulursa şu kuralı uygulayacaksınız."*

Ö3 öğretmeninbu açıklaması ile birlikte Şekil 129'daki ifadeyi tahtaya yazmıştır.




Şekil 129. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö3 öğretmeni polinomlarda çift dereceli ve tek dereceli terimlerin katsayılar toplamını bulurken *x* yerine *1* ve *-1* sayıları yazılması gerektiğini belirtmiştir. Bulunan değerlerin toplamının yarısı çift dereceli terimlerin kat sayılar toplamını verdiğini eğer bu değerlerin farklarının yarısı alınırsa da tek dereceli terimlerin kat sayılar toplamının kolaylıkla bulunacağını ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni yaptığı açıklamada niye bu kurala gerek duyulduğunu ikinci dereceden bir denklem üzerinden mantıksal olarak açıklamıştır. Öğretmenin kuralın ne anlama geldiğini mantıksal olarak açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Fakat neden katsayılar toplamında *x* yerine *1* ve neden sabit terimde *0* yazmaları gerektiğini hiçbir şekilde ifade etmemesi, prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı bu durumla ilgili açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, katsayılar toplamı ile ilgili vermiş olduğu kurala uygun Şekil 130'daki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.



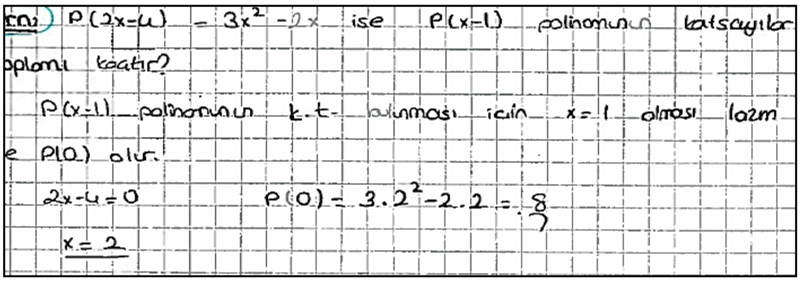

Şekil 130. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Arkadaşlar burada x yerine 1 yazmanız yeterli olacaktır. Öteki türlü 4. Kuvvet açılımı yapıp katsayılarını bulup toplamanız gerekirdi. Tabi bu kuvvet açılımı o kadar da kolay değil. Uğraştırır sizleri.”*

Ö3 öğretmeni Şekil 130’da verilen P(x) polinomunun katsayılar toplamını bulmada bu kuralın kolaylık sağladığını, aksi taktirde dördüncü dereceden verilen bu polinom ifadesinin katsayılarını bulabilmek için önce kuvvet açılımı yapmaları gerektiğini fakat bu kural sayesinde açılım yapmadan daha kolay bulunabileceğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, bu örnek ile kuralın neden önemli olduğunu açıklamıştır. Fakat öğretmen, kuralın neden bu şekilde ifade edildiğiyle ilgili hiçbir açıklama yapmamış sadece kuralın bir prosedür içinde nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, işlemsel boyutta prosedürün nasıl uygulandığını açıklama olarak İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu kuralı Şekil 131’deki örnek ile geliştirmek istemiştir.

”Eğer size hangi polinomu soruyorsa getirip orda x yerine 1 yazacaksınız.”




Şekil 131. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örnek (GK3)

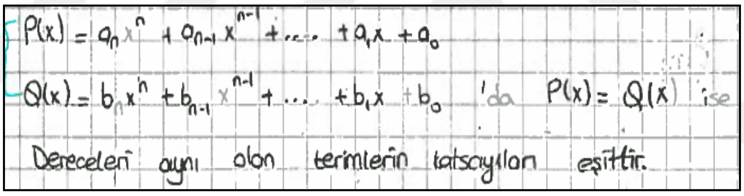
Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Çocuklar katsayılar toplamının bulunması için x yerine getirip 1 yazacağız fakat bu polinomda nerde x yerine getirip 1 yazacağız?.... Sorulan polinomda yani P(0) bulmamız gerekiyor bakın bizim amacımız P(1) bulmak değil sorulan polinomun katsayılarını bulmak bu yüzden sorulan polinomda katsayıları bulmak için x yerine 1 yazılır çünkü 1 çarpanın etkisiz elemanı, bu durumda da P(0) buluruz. P(0) için 2x-4*

*ifadesini sıfır yapmalıyız bu yüzden fonksiyonlarda yaptığımız gibi x yerine 2 yazarız. Böylelikle P(x-1) polinomunun katsayılar toplamı bulunmuş olur.”*

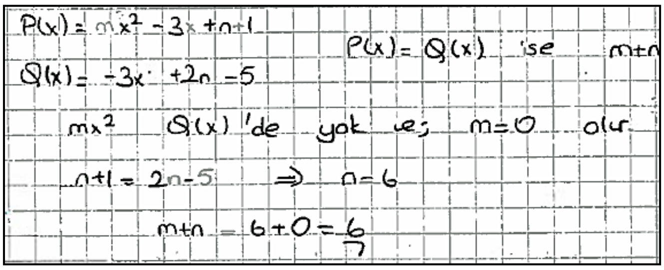
Ö3 öğretmeni, Şekil 131’deki geliştirici örneği ile polinomun katsayılar toplamının daha kolay bulunması için vermiş olduğu kuralı geliştirmek istemiştir. Bu örnek ile bir polinomun katsayılar toplamını bulurken *x* yerine *1* yazılması gerektiğini ama bu durumun sorulan polinoma göre değişebileceğini açıklamıştır. Açıklamasında *P(x-1)* polinomun katsayılar toplamını bulmak için yazılan *1* ile *P(0)* bulunduğunu, bu değerin *P(x-1)* polinomun kat sayılar toplamını verdiğini çözüm adımları ve gerekçeleri ile açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Aynı zamanda Ö3 öğretmeni, bu örnek ile öğrencilerinin kuralı farklı durumlarda nasıl kullanacaklarını açıklamıştır.

Ö3 öğretmeni, dersinde eşit polinomları ise şu şekilde tanımlamıştır: *”dereceleri aynı olan polinomların katsayıları birbirine eşittir.”* Bu ifadeden sonra tahtaya Şekil 132’deki eşit polinom tanımını yazmıştır.




Şekil 132. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)

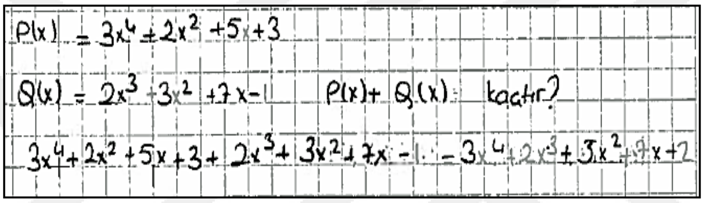
Ö3 öğretmeni, eşit polinomun tanımını dereceleri aynı olan terimlerin kat sayılarının da eşit olması olarak tanımlamıştır. Fakat Ö3 öğretmeninin eşit polinom kavramına ait tanımı öğrencilerine doğrudan ifade etmiş, polinomların eşit olmasının ne anlama geldiğini yeteri kadar açıklamamıştır. Bu yüzden, bu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu ifadesinden sonra Şekil 133’deki örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 133. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Bu örneği ise şu şekilde açıklamıştır: “İki polinomun birbirinin aynı olması demek yani *dereceleri aynı olan ifadeleri eşitleyecek olursak $x^2$’li bir terim yok o zaman m=0 olmalı sabitler birbirine eşit olmalı, bu durumda n+1=2n-5….”* Şeklinde işlemsel kısmı açıklayarak anlatmaya devam etmiştir. Ö3 öğretmeni iki polinomun birbirine eşit olabilmesi için dereceleri aynı olan ifadelerin katsayılarının da aynı olması gerektiğini belirtmiştir. Ö3 öğretmenin Şekil 133’deki standart örnek ile tanımın nasıl uygulandığını ifade etmeye çalıştığı ve bunu ifade ederken çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, polinomlarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işleminin nasıl yapıldığına dair açıklama yapmadığı, bu durumu Şekil 134’deki standart örneklerle ifade ettiği gözlenmiştir.



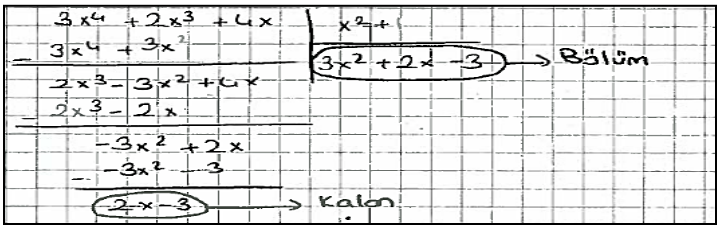

Şekil 134. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Bakın burada dereceleri aynı olan ifadelerin katsayılarını topluyoruz bu sizin bildiğiniz cebirsel bilgi…”*

Ö3 öğretmeninin polinomlarda toplama işlemini, öğrencilerin bildiği bir cebirsel bilgi olduğunu belirtmiş ve sadece dereceleri aynı olan ifadelerin toplanması olarak açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin yaptığı bu açıklamasında prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı işlemsel boyutta İB3 ve toplama işlemine ait kuralı açıklamamasından dolayı İB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, bölme işlemini de Şekil 135’deki standart örnek ile açıklamıştır. Bölme işlemini nasıl gerçekleştiğini tek tek öğrencilerine açıkladığı gözlenmiştir.

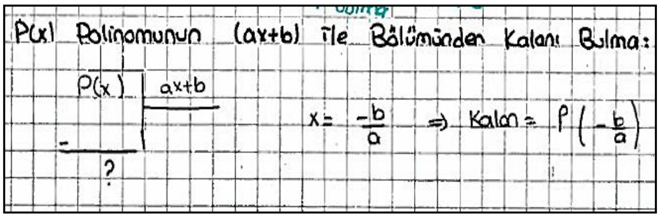



Şekil 135. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örnek (SK3)

Ö3 öğretmeni, dersinde işlemlerin ve algoritmaların altında yatan gerekçeleri açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni çözüm adım ve gerekçelerini öğrencilerine açıklaması ve bu süreçte bölme işlemini anlatmasından dolayı AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni daha sonra öğrencilerinin bölme işlemi yapmadan kalanı bulabileceklerini ise şu şekilde ifade etmiştir:

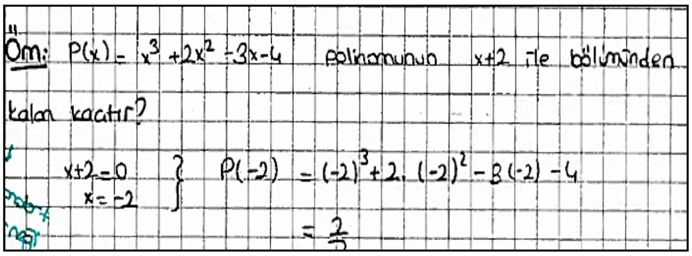
> *“Bölme işlemi yapmadan kalanı bulabilir yalnız bunda böleceğimiz ifadeler önemlidir. Örneğin bölen ax+b biçiminde ya da bölen (x-a).(x-b) şeklinde çarpanlara ayrılabiliyorsa gibi… durumlar önemli tabi ki... Şimdi önce bölen ax+b biçiminde ise ax+b=0 şeklinde yazıldıktan sonra x yerine –b/a ifadesi polinomda yerine yazılır. Bulduğunuz sonuç size polinomun kalanını verir.”*

Ö3 öğretmeni, bu açıklamayı yaparken aynı zamanda tahtaya Şekil 136’daki ifadeleri yazmıştır.




Şekil 136. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

Öğretmen bölme işlemi yapmadan kalanı bulmak için bölen ifade ax+b şeklindeyse sıfıra eşitleyip bulunan x değerinin polinom ifadesinde yerine yazılması durumunda kalanın bulunduğunu ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni öğrencilerine, pratik bölme işlemi yapmadan kalanı bulma işlemini, doğrudan sadece işlemsel sürecin nasıl gerçekleşeceğini ifade etmiştir. Öğretmenin açıklamasında neden bölen ifadenin sıfıra eşitlendiğini ve neden bulunan x değerini polinom da yazıldığında kalanı verdiğini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmenin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 ve kuralı doğrudan ifade etmesinden dolayı aynı zaman da İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu ifadesinden sonra Şekil 137'deki standart örnek ile bu işlemsel süreci nasıl gerçekleştirileceğini açıklamıştır.

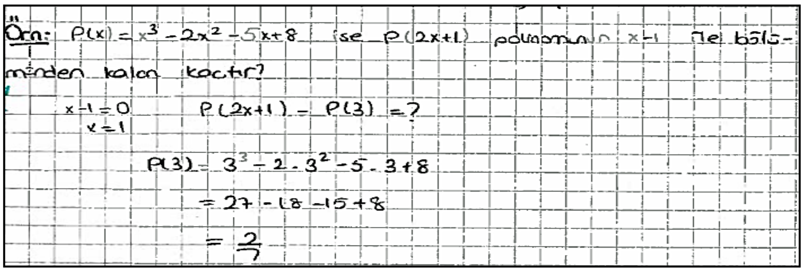



Şekil 137. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"x+2 polinomunu sıfıra eşitleyin x=-2 dir. P(x) polinomunda x gördüğünüz yere -2 yazalım….bu durumda p(-2)=2 olur."*

Ö3 öğretmeni, P(x) polinomunun *x+2* ile bölümünden kalanı bulmak için *x+2* ifadesini sıfıra eşitlemiş ve polinom ifadesinde *x* yerine *2* yazılarak kalanın bulunduğunu ifade etmiştir. Fakat açıklamalarında Ö3'ün kuralı işlem içerisinde nasıl kullanacaklarını tam olarak açıklamadığı ve bölme işlemine ait bu prosedürü doğrudan ifade ettiği görülmüştür. Bu yüzden Ö3 öğretmenin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu kuralı Şekil 138'deki geliştirici örnek ile öğrencilerine daha ayrıntılı açıklamaya çalışmıştır.

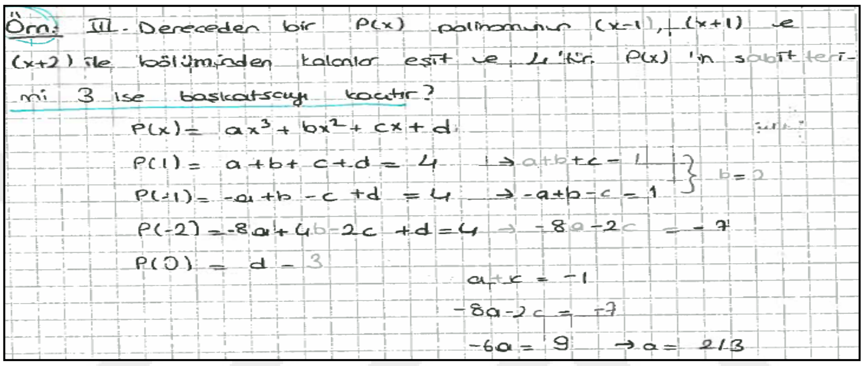



Şekil 138. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Arkadaşlar burada da yine katsayılar toplamında yaptığımız gibi hangi polinomun kalanını soruyorsa bulduğumuz x değerini o polinom da yazıyoruz. Bura da bize o zaman P(3) değerini soruyor…".*

Ö3 öğretmeni yaptığı açıklamasında, bir kuralı başka işlemler içerisinde nasıl kullanıldığını açıklamaya çalışmıştır. Ö3 öğretmeni, bölen ifadeyi önce sıfıra eşitlenmesi gerektiğini daha sonra katsayılar toplamında yapmış olduğu çözüme benzer işlemlerin yapılması gerektiğini ifade etmiş fakat neden *P(3)* polinomunun bulunmasının nasıl kalan olduğunu gerekçelendirmemiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeni, çözüm adımlarını açıklamış, sadece prosedürün nasıl gerçekleştiğini ifade etmiştir. Öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni öğrencilerinin polinom kavramına ait özellikleri bir arada kullanarak Şekil 139'daki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

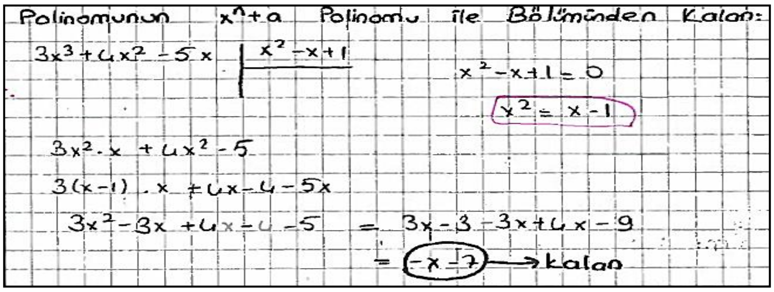



Şekil 139. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö3 öğretmeni, bu örneği öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:

*"Çocuklar üçüncü dereceden bir polinom dediği için temsili bir 3. Dereceden polinom yazalım hani doğrusal bir fonksiyon dendiğinde de ax+b yazıyorduk ya şimdi de üçüncü dereceden bir polinom derse* $ax^3$*+bx+c modelinde bir polinom belirleyeceğiz. Bu ifadeniz x-1, x+1 ve x+2 ile bölünmesi dediği için de bölme işleminde bölen birinci dereceden olursa ne yapıyorduk?...x yerine 1 ,-1 ve -2 yazarsak çıkan sonuçlar 4 eşit olacakmış. Bir de sabit terimi 3 diyor yani x yerine sıfır yazarsak bu işlemin d'si 3 olur."*

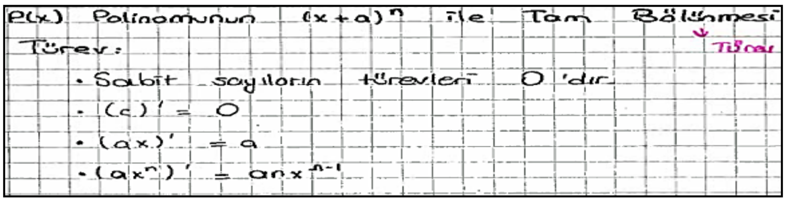
Ö3 öğretmeni verdiği örnekte üçüncü dereceden bir polinom dediği için üçüncü dereceden bir polinom belirlediğini ve bu durumu daha önce fonksiyonlarda doğrusal fonksiyon denildiğinde tıpkı doğrusal fonksiyon belirlemeyle aynı olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra bölme kuralı ile açıklamasına devam ettiği gözlenmiştir. Ö3 öğretmeninin Şekil 139'daki geliştirici örneği ile öğrencilerinin daha önce fonksiyonlarda yapmış oldukları gibi bir polinom belirleyeceklerini ifade etmiş ve daha sonra polinomlarda bölme işlemi yapmadan kalanı bulmak için yapılan çözüm adımlarını gerçekleştirmiştir. Ö3 öğretmeni, çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamasından dolayı açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni daha sonra bölen $x^n+a$ şeklinde ise kalanın nasıl bulunacağını Şekil 140'daki standart örnek ile şu şekilde açıklamıştır:




Şekil 140. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

*"Bölen ifadeyi sıfıra eşitleriz ve en büyük x kuvvetli terimi yalnız bırakırız sonra polinomu bu kuvvete göre düzenleriz. Bu örneğimizde $x^2$ li ifadeye göre polinomu düzenleyeceğiz ve $x^2$ gördüğümüz yere x-1 yazacağız. .. İşlem yaparken dikkat ettiyseniz bir daha $x^2$ terimi çıktı karşımıza o zaman bir daha x-1 yazacağız. Çünkü kalan bölenden daima küçük olmalı ki bölme işlemi bitsin."*

Ö3 öğretmeni kalanın bulunması işleminde öncelikle bölen ifadenin sıfıra eşitlenmesi ve en büyük kuvvetli terimin yalnız bırakılması gerektiğini ifade etmiştir. Bundan sonrada polinomu buna göre düzenlenmesi gerektiğini belirtmiştir. Ö3 öğretmeni, yapmış olduğu bu açıklaması ile kuralın nasıl uygulandığını açıklamıştır. Yalnız Ö3 öğretmeni açıklamalarında işlemlerin altında yatan anlamdan ziyade prosedürün nasıl uygulandığını açıklamaya çalışmıştır. Bu yüzden açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö3 öğretmeni, $(x\text{-}a)^n$ şeklinde böleni olan bir polinomda kalanı türev yardımıyla daha pratik bir şekilde bulabileceklerini ifade etmiştir. Bunun için öğrencilerine biraz türev anlatmıştır. Bu ifadesini Şekil 141'deki gibi açıklamıştır.

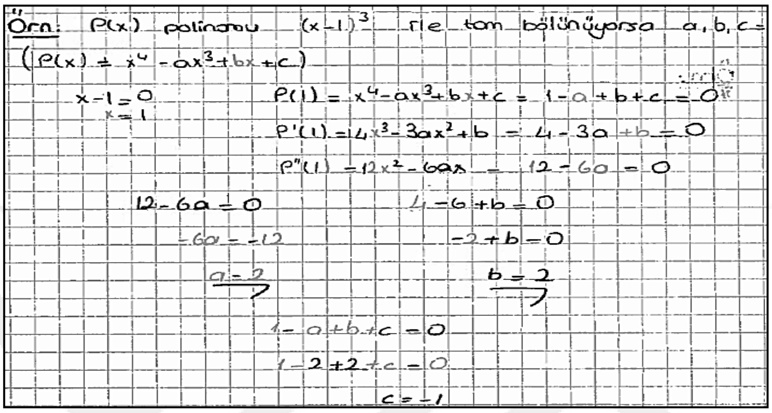



Şekil 141. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel açıklaması (İB2 ve İB3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu tarz ifadelerin kalanlarını bulmak için türevden yardım almamız gerek öncelikle size biraz türev anlatayım. Sabit bir sayının türevi daima sıfırdır. $X^n$ şeklindeki bir ifadenin türevi ise kuvvet başa çarpan olarak yazılır ve kuvvetin derecesi 1 azaltılır. Yani $n.x^{n-1}$ olur. Toplama ve çıkarma işlemlerinde ifadelerin tek tek türevlerini alıp sonra toplama ve çıkarma işlemine devam edebilirsiniz. Çarpma ve bölmesine şuan da bilmenize gerek yok. Zaten 12. Sınıfta daha ayrıntılı göreceksiniz."*

Ö3 öğretmeni, türev yardımıyla neden kalanı bulmaya çalıştığını öğrencilerine açıklamamış, fakat açıklamasında prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö3 öğretmeninin, kural ile ilgili açıklamalarını doğrudan ifade ettiği neden türevle bulmanın daha kolay olduğunu açıklamamasından dolayı işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, Şekil 142'deki geliştirici örneği öğrencilerine şu şekil açıklamıştır:




Şekil 142. Ö3 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

*"bölen $(ax+b)^n$ kuvveti biçiminde ise kalanı bulurken verilen böleni sıfıra eşitliyoruz. Bu durumda x-1=0 yazarsak buradan x=1 çıkar. Ne demiştim size?...kuralda polinomun kendisinde ve üçüncü kuvvet olduğu için bu polinomun birinci ve ikinci türevlerinde de yerine yazılırsa kalan sıfır olacak. Çünkü p(x) polinomu ile tam bölünen bir ifade onun türevlerine de tam bölünür. Peki buna göre bu ifadenin türevini alırsak…."*

Ö3 öğretmeninin, önce *P(x)* polinomu ile tam bölünmesinden dolayı, *x* yerine *1* yazdığı ve daha sonra *P(x)* ile tam bölünen bir ifadenin, onun türevlerine de tam bölüneceğini ifade ederek daha kısa bir çözüm yolu uygulayabileceklerini ifade etmiştir. Fakat neden bu ifadenin türevlerine de tam bölündüğünü açıklamamıştır. Ö3 öğretmeninin çözüm adımlarını ve bu adımların her birini açıklamış ama gerekçelerini açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeninin, polinomlar konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklama boyutları, bu boyutlara ait kategorileri ve frekansları Tablo 21'de sunulmuştur.

Tablo 21. Ö3 Öğretmeninin Polinomlar Konusunda Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategoriler ve Frekanslar

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 5 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 8 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 28 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 1 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 2 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 24 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö3 öğretmeni, polinomlar konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklamaların büyük bir kısmı işlemsel (41) ve açıklayıcı (28) boyutta olduğu gözlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklamalarının işlemsel boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö3 öğretmenin dersinde genelde tanımları ve kuralları ya da konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği görülmüştür. Ö3 öğretmenin genelde kurallardan veya dersinde yapmış olduğu uyarılardan sonra prosedürün nasıl uygulanabileceğini doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni, konuya ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenin polinomlar konusunu kaynağına ve gelişime vurgu yapmadığı, polinomlar konusunun diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı tespit edilmiştir. Bu yüzden öğretmenin epistemik ve problem çözme boyutunda hiç açıklama yapmadığı görülmüştür.

Tablo 22. Ö3 Öğretmeni Polinomlar Konusunda Açıklamalarında Kullandığı Örnek Türleri

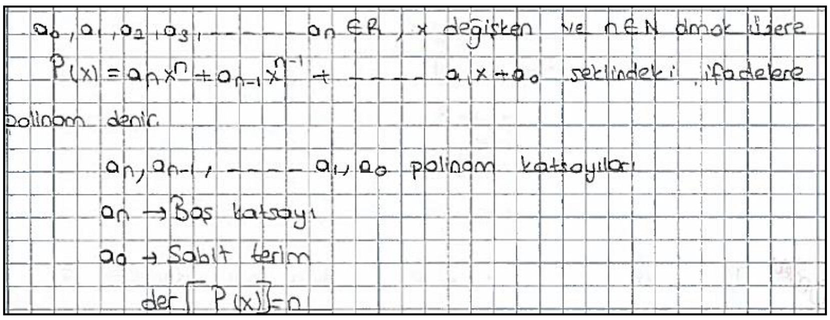
| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö3 | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 15 | 2 | 11 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| Toplam | 0 | | | 21 | | | 15 | | | 2 | 2 | | 0 |

Ö3 öğretmeninin, polinomlar konusunu açıklarken standart örneklere dersinde daha fazla yer verdiği, özellikle prosedürlerin nasıl gerçekleştiğini göstermek SK3 kodlu örneklerden daha fazla yararlandığı tespit edilmiştir. Ö3 öğretmeninin dersinde açıklamalarında geliştirici örneklere de yer verdiği ve özellikle prosedürler aracılığıyla kurallara ilişkin öğrencilerin anlayışlarını geliştirmek için GK2 kodlu örneklerden daha çok yararlandığı görülmüştür. Ö3 öğretmenin başlangıç ve karşıt örneklerden ise açıklamalarında hiç yer vermediği tespit edilmiştir.

#### 4. 3. 1. 4. Ö6 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine yer verilmiştir.

Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna, polinomun tanımını ifade ederek derse başlamıştır. Ö6 öğretmeni, tanımı tahtaya yazdıktan sonra polinomun katsayısını, baş katsayısını, sabit terimini ve derecesini öğrencilerine açıklamıştır.

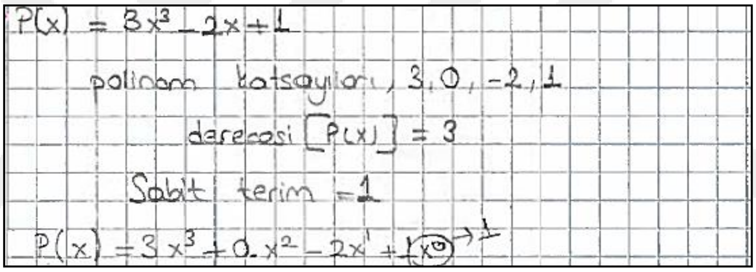



Şekil 143. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)

Ö6, dersinde bu ifadeleri şu şekilde açıklamıştır:

*"çocuklar $a_0$, $a_1$,$a_2$, …$a_n \in R$ olmak üzere x değişkenin kuvvetleri de birer doğal sayı olmak şartıyla belirtilen bu ifadeye bir polinom denir. $a_0$, $a_1$,$a_2$, …$a_n$ bu ifadelere polinomun katsayıları denir. En büyük derece polinomun derecesidir ve bunun katsayısına baş katsayı denir. Aslında polinomda fonksiyonlara benzer sadece biz bu dediğim özellikte olan ifadelerle işlem yapacağız. Bazı işlemleri görünce fonksiyonlar gelecek aklınıza…."*

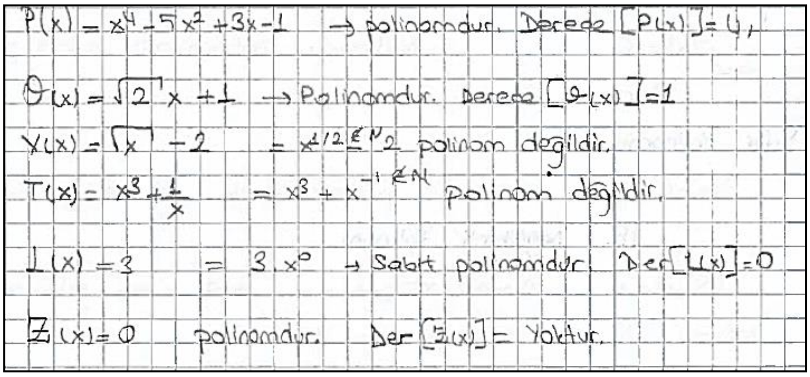
Ö6 öğretmeni polinomları, kuvveti birer doğal sayı ve katsayıları birer reel sayı olan ifadeler olarak tanımlamıştır. Bu tanımından sonra polinomun derecesini ve baş katsayısını ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni, bu tanımı öğrencilerine doğrudan ifade etmiş ve tanımın ne anlama geldiğini tam olarak açıklamamasından dolayı, yapmış olduğu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, polinomların fonksiyonlara benzediğini fakat hangi yönüyle benzediğini ya da hangi yönleriyle farklılık gösterdiğini açıklamamıştır. Polinomun tanımına uygun Şekil 144'deki standart örneği kullanmış ve şu şekilde açıklamıştır:




Şekil 144. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK1)

*"Bu polinomun katsayıları 3,0,-2 ve 1'dir. 0 burada derecesi 2 olan ifadenin katsayısıdır. Polinomun derecesi azalarak devam eder. Bu sıralamaya göre olmayan derece varsa katsayısı sıfırdır. Polinomun derecesi 3 en büyük kuvvet dereceydi biliyorsunuz. Sabit terimi ise 1 dir. Bakın azalarak gider demiştik kuvvetler için sabit terimin derecesi o zaman ne olur?....evet sıfır…."*

Ö6 öğretmeni, Şekil 144'deki standart örnek aracılığıyla polinomun derecesi, katsayıları, sabit terimini açıklamıştır. Ö6 öğretmeni polinom kavramına ait tanımların (sabit terim, katsayılar ve derece) ne anlama geldiğini standart örnek aracılığıyla açıklamıştır. Ö6 öğretmeni polinomlar kavramına ait tanımları örnek üzerinden tek tek açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, Şekil 144'deki standart örneğin ardından polinom olan ifadeler ile birlikte polinoma ait olmayan örnek dışı örneklerden yararlandığı gözlenmiştir. Ö6 öğretmeni, Şekil 145'deki örneklerle öğrencilerine polinom kavramını açıklamaya devam etmiştir.



$P(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 1$ → polinomdur. Derece $[P(x)] = 4$,

$\theta(x) = \sqrt{2}x + 1$ → Polinomdur. Derece $[\theta(x)] = 1$

$Y(x) = \sqrt{x} - 2 = x^{1/2} \notin N$ polinom değildir.

$T(x) = x^3 + \frac{1}{x} = x^3 + x^{-1} \notin N$ polinom değildir.

$L(x) = 3 = 3.x^0$ → Sabit polinomdur. $Der[L(x)] = 0$

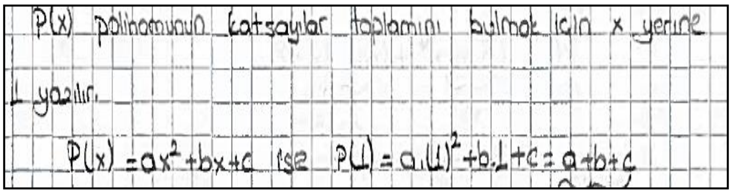
$Z(x) = 0$ polinomdur. $Der[Z(x)] =$ Yoktur.

Şekil 145. Ö6 öğretmeninin polinom konusuna ait standart, geliştirici, örnek dışı ve uç örnekleri (SK1, GK1, ÖDK1 ve UK1)

Ö6 öğretmeninin Şekil 145'deki örnek ile ilgili açıklaması:

*"Arkadaşlar dikkat ederseniz kuvveti doğal sayı olanlar birer polinom. Fakat kuvveti rasyonel ve tamsayı olanlar birer polinom değildir. L(x)=3 bir sabit polinomdur bunun derecesi 0'dır. Son örneğim z(x)=0 bakın bu da sıfır polinomdur. Derecesi yoktur. Yani burada kısacası dikkat etmeniz gereken değişkenin kuvvetinin doğal sayı olmasıdır. Yoksa bizim kat sayılarla falan işimiz yok."*

Ö6 öğretmeninin Şekil 145'deki örnekler ile ilgili açıklamasında bir ifadenin polinom olabilmesi için değişkenin kuvvetinin önemli olduğunu, katsayının önemli olmadığını belirtmiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamasında sabit polinom ve sıfır polinom örneklerine de yer vermiş fakat tanımını yeteri kadar açıklamamış ve bunun yanı sıra sıfır polinomun derecesini öğrencilerine yanlış ifade etmiştir. Sıfır polinomunun derecesinin tanımsız değil eksi sonsuz olduğunu öğrencilerine ifade etmemiştir. Öğretmenin açıklamasının işlemsel boyutta olduğu tespit edilmiştir. Polinomun tanımına vurgu yapmadığı için İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni polinomun katsayılar toplamı ve sabit teriminin nasıl bulunduğunu öğrencilerine açıklamıştır. Ö6 öğretmeni, polinomun, katsayılar toplamını ve sabit terimini bulurken neden *x* yerine *1* ve *0* yazdığını öğrencilerine açıklamamıştır. Bu durumu Şekil 146 ve 147'deki gibi ifade ettiği gözlenmiştir.

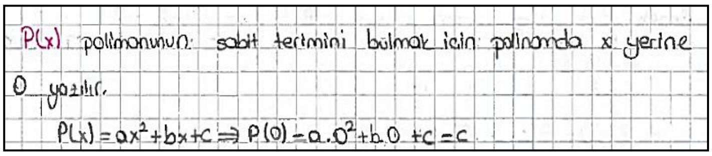


P(x) polinomunun katsayılar toplamını bulmak için x yerine 1 yazılır.

$P(x) = ax^2 + bx + c$ ise $P(1) = a.(1)^2 + b.1 + c = a + b + c$

Şekil 146. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3) *“p(x) polinomunda size kat sayılar toplamı sorulursa x yerine 1 yazarsınız. Böylelikle $p(x)=ax^2+bx+c$ ifadesinde p(1)’i bulmuş olursunuz….”*

Ö6 öğretmeninin Şekil 147’deki polinomun katsayılar toplamını bulmak için *x* yerine *1* yazılması gerektiğini ifade etmiştir. Fakat Ö6 öğretmeni neden *1* yazmanının kolaylık sağlayacağını açıklamamıştır. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir.


P(x) polinomunun sabit terimini bulmak için polinomda x yerine 0 yazılır.

$P(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow P(0)=a.0^2+b.0+c=c$

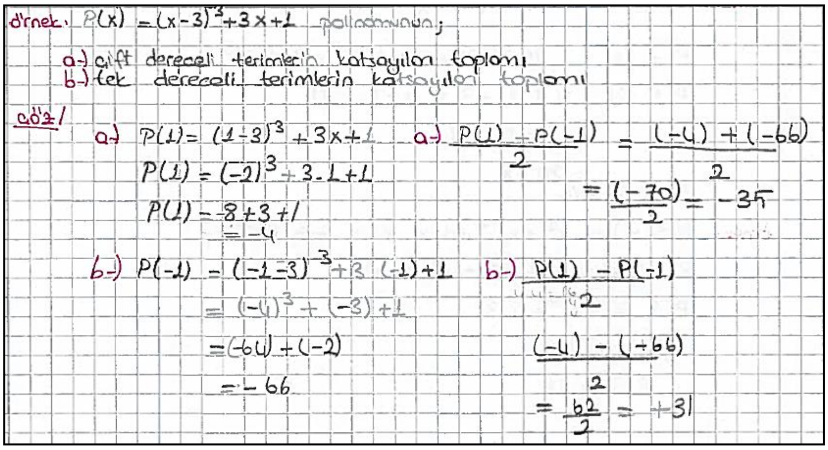
Şekil 147. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)

*“Şayet size P(x) polinomunda sabit terim sorulursa x yerine 0 yazarsınız. Böylelikle $P(x)=ax^2+bx+c$ ifadesinde P(0)’i bulmuş olursunuz….”*

Ö6 öğretmeni polinomun sabit terimini pratik olarak *x* yerine *0* yazılarak bulunabileceğini ifade etmiş, fakat neden 0 yazmaları gerektiğini ifade etmediği görülmüştür. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö6 öğretmeninin, polinomun tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı ve çift dereceli terimlerin kat sayılar toplamını şu şekilde ifade etmiştir:

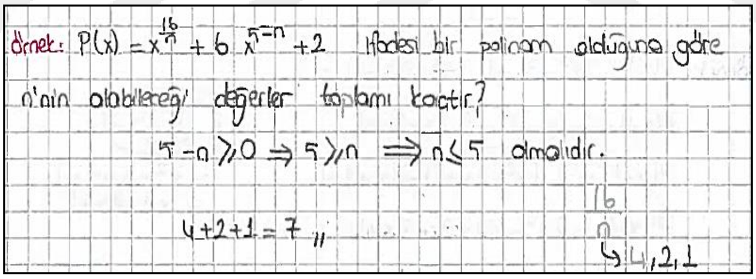
*“Arkadaşlar polinomun çift dereceli katsayılar toplamını bulmak istersek x yerine polinomda 1 ve -1 yazıp bulduğumuz sonuçları toplayıp ikiye böleriz. Benzer şekilde tek dereceli terimlerin katsayılar toplamını ise x yerine 1 ve -1 yazar bulduğumuz sonuçlardan P(1)’ den P(-1)’i çıkarıp ikiye bölerek buluruz.”*

Ö6 öğretmeninin, polinomun çift dereceli katsayılar toplamını bulmak için *x* yerine *1* ve *-1* yazıp, toplamı ikiye bölerek pratik olarak bulunabileceğini ifade etmiştir. Benzer şekilde tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı hesaplanırken de yapılabileceğini sadece bulunan değerlerin farkının ikiye bölünmesi gerektiğini belirtmiştir. Ö6 öğretmeninin kuralı doğrudan ifade ettiği ve öğrencilerine bu kuralın nereden geldiği veya ne gibi kolaylıklar sağlayabileceği konusunda hiçbir açıklama yapmadığı gözlenmiştir. Ö6 öğretmenin bu açıklaması, işlemsel boyutta prosedürün doğrudan ifade edilmesi İB3 ve kuralın ne anlama geldiğini açıklamadığı için İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu ifadenin ardından Ö6 öğretmeni öğrencilerine, Şekil 148’deki örneği sunmuştur.




Şekil 148. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeni çift dereceli ve tek dereceli terimlerin katsayılar toplamının nasıl bulunduğunu Şekil 148’deki standart örnek ile öğrencilerine açıklamıştır. Ö6 öğretmeni, kuralın nasıl uygulandığını ve çözüm adımlarını açıklamasından dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bir polinomun sahip olması gereken özelliklere dikkat çekmek amacıyla Şekil 149’daki örneği öğrencilerine sunmuştur.



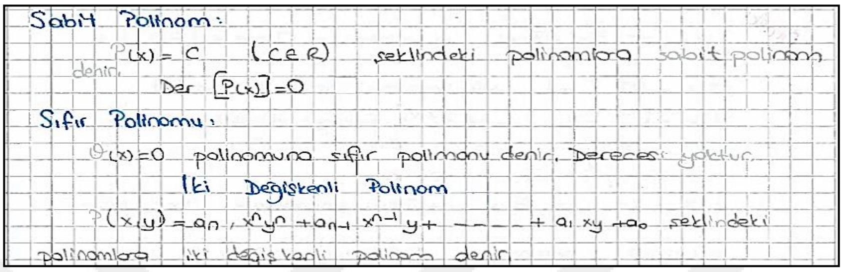

Şekil 149. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeni, Şekil 149’daki geliştirici örneği öğrencilerine sunarken şu şekilde açıklamada bulunmuştur:

> *“Arkadaşlar polinom olması için ne olması gerekiyordu öncelikle onları hatırlamamız gerekir. x’in kuvvetleri birer doğal sayı olacaktı o zaman 5-n≥0 ve 16/n ifadeleri birer doğal sayıyı temsil etmeli… Bunun için n yerine yazılacak ifadeler 5’ten küçük eşit fakat bu sayılar 16/n ifadesini de doğal sayı yapacak o zaman 16’ın bölenleri de olmalı….”*

Ö6 öğretmeni, bir ifadenin polinom olabilmesi için gerekli şartlardan birinin polinomun kuvvetlerinin bir doğal sayı olmasının ve buna göre verilen kuvvetlerden *5-n* ve *16\n* ifadelerinin bir doğal sayı belirtmesinin gerekli olduğunu açıklamıştır. Ö6 öğretmeninin, öğrencilerine açıklamalar yaparken çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamış ve aynı zamanda polinomun tanımına tekrar vurgu yapmıştır. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

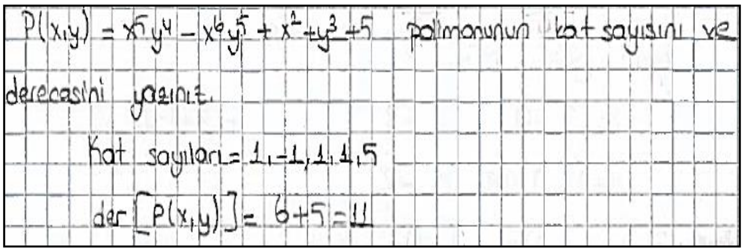
Ö6 öğretmeni, dersinde sabit polinom, sıfır polinom ve iki değişkenli polinomların tanımlarını elindeki ders notlarından okumuş ve Şekil 150'deki gibi tahtaya şu açıklamaları yazmıştır:


Sabit Polinom:
$P(x) = c$ $(c \in R)$ şeklindeki polinomlara sabit polinom denir.
$Der\,[P(x)] = 0$
Sıfır Polinomu:
$O(x) = 0$ polinomuna sıfır polinomu denir. Derecesi yoktur.
İki Değişkenli Polinom
$P(x,y) = a_n \cdot x^n y^n + a_{n-1} x^{n-1} y + ---- + a_1 xy + a_0$ şeklindeki polinomlara iki değişkenli polinom denir.

Şekil 150. Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1)

*"Sabit ve sıfır polinomu size daha önce açıklamıştım biliyorsunuz."*

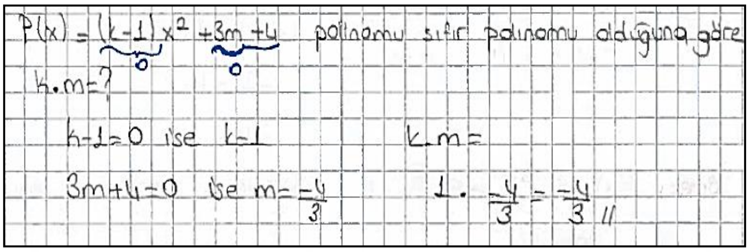
Ö6 öğretmeni, sabit, sıfır ve iki değişkenli polinomların tanımını öğrencilerine yeteri kadar açıklamadığı görülmüştür. Ayrıca öğretmenin sıfır polinomu hakkında öğrencilerini yanlış bilgilendirdiği görülmüştür. Öğretmenin bu açıklamasından sonra sadece iki değişkenli polinomu Şekil 151'deki standart örnek üzerinden şu şekilde açıklamıştır:


$P(x,y) = x^5y^4 - x^6y^5 + x^2 + y^3 + 5$ polinomunun kat sayısını ve derecesini yazınız.
Kat sayıları $= 1, -1, 1, 1, 5$
$der\,[P(x,y)] = 6+5 = 11$

Şekil 151. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK1)

*"Bu polinomun katsayıları bakın 1,-1,1,1 ve 5'tir. Derecesi ise kuvvetler içerisinde toplamı en büyük olandır. Yani 6+5=11 dir."*

Ö6 öğretmeninin iki değişkenli polinom kavramının katsayılarını ve kuvvetlerini Şekil 151'deki standart örnek ile öğrencilerine ifade etmiştir. Ö6 öğretmeninin, çok değişkenli polinomun ne anlama geldiğini açıklamadığı sadece tanıma ait özellikleri öğrencilerine sunmasından dolayı açıklaması, işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Aynı zamanda çok değişkenli polinomun kuvvetini ise, kuvvetler içerisinde toplamı en büyük olan olarak açıklamış ve bu açıklaması ise İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde, sabit ve sıfır polinomları kavramlarına ait özellikleri de geliştirici örnekler aracılığıyla öğrencilerine açıklamıştır. Ö6 öğretmeninin sıfır polinoma ait geliştirici örneği ise Şekil 152'de sunulmuştur.




Şekil 152. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

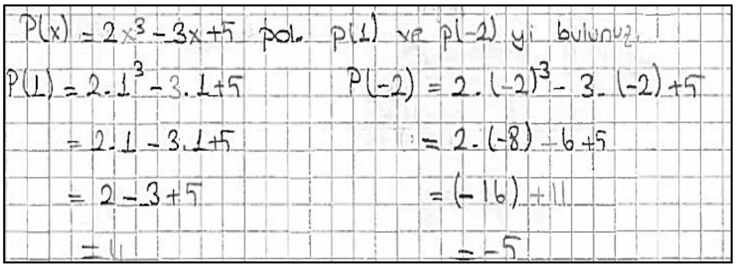
Ö6 öğretmeninin Şekil 152'deki geliştirici örneği sunarken yaptığı açıklamaları ise şu şekildedir:

> *"Arkadaşlar sıfır polinomunda tanımına dikkat ederseniz değişkenlerin katsayıları 0 olacak. Yani P(x)=0 olacaktır. Buna sabit teriminizde dahil. O zaman k-1=0 ise k=1 ve 3m+4=0 ise 4 eşitliğin diğer tarafına -4 diye geçer her iki tarafı sonra 3 ile bölersek m=-4/3 olur. Ben size neyi sordum? k.m= -4/3 olur."*

Ö6 öğretmeni, sıfır polinom tanımını öğrencilerine doğrudan ifade etmesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Fakat sıfır polinom ile ilgili sunduğu Şekil 152'deki geliştirici örnek ile öğrencilerine tanımın sahip olduğu özellikleri vurguladığı, aynı zamanda bu işlemsel süreci ifade ederken, çözüm adımlarının altında yatan anlama vurgu yaptığı ve işlemleri adım adım öğrencilerine açıkladığı görülmüştür. Ö6 öğretmeninin açıklaması, bu yüzden açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni polinomlarda bilinmeyen değerin yerine herhangi bir sayısal ifade yazılarak polinomun sayısal değerinin bulunacağını şu şekilde ifade etmiştir:

> *"Polinomlarda bilinmeyenler yerine sayı yazılması ile elde edilen sonuçlar polinomun sayısal değeri bulunur. Bunu fonksiyonlarda da yapıyorduk"*

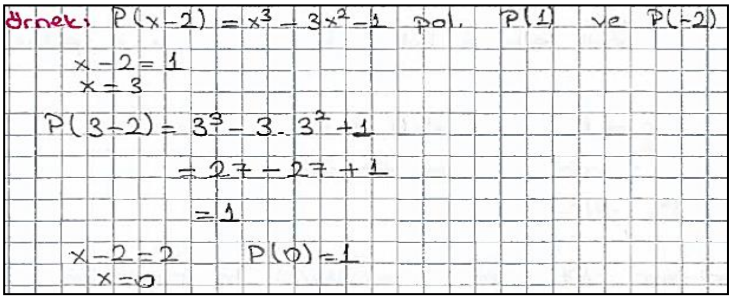
Bu açıklamasının ardından bu duruma uygun Şekil 153'deki standart örneği öğrencilerine şu şekilde sunmuştur:




Şekil 153. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

*"P(x) polinomunda daha önce fonksiyonlarda da yaptığımız gibi x gördüğümüz yere 1 yazacağız ve benzer şekilde -2 yazıp P(-2) değerini bulmuş olacağız…"*

Ö6 öğretmeni, *P(x)* ifadesi için sorulan değerlerin bulunmasını fonksiyonlardaki gibi yapıldığını açıklamıştır. Fonksiyonlar konusunda yaptıkları gibi *x* gördükleri yere sorulan *1* ve *-2* değerlerinin yazılmasıyla sonucunun bulunduğunu ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklaması ile polinomlar ve fonksiyonlar konusunu ilişkilendirmiştir. Ö6 öğretmeni, çözüm adımlarını fonksiyonlarla ilişkilendirmesine rağmen yeteri kadar açıklamamasından dolayı prosedürün doğrudan uygulanması şeklinde değerlendirilmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu durumu farklı bir problem durumu içerisinde nasıl kullanıldığını Şekil 154'deki geliştirici örneklerle açıklamaya devam ettiği gözlenmiştir.

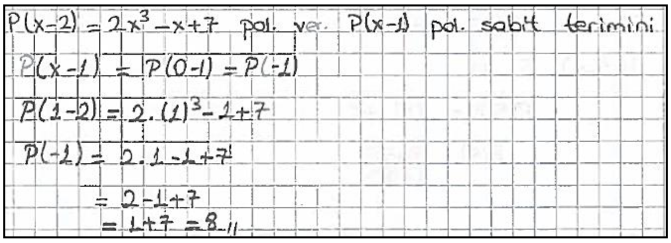



Şekil 154. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö6 öğretmeninin Şekil 154'deki örnek ile ilgili açıklaması:

*"Çocuklar ben size P(x-2) polinomunu verdim sizden bunun P(1) ve P(2) değerlerini bulmanızı istiyorum. Ne yapıyorduk fonksiyonlardan hatırlarsak x-2 ifadesini 1 yapmaya çalışacağız. Çünkü bu ifadenin yerine 1 ve -2 gelmesini istiyoruz. O zaman ne yapmalıyız?.... Bunun için x yerine 3 yazarsak olur değil mi?...."*

Ö6 öğretmeni, *P(x-2)* polinomunu verip öğrencilerinin *P(1)* ve *P(-2)* gibi değerlerin nasıl bulunduğunu Şekil 154'deki geliştirici örnek ile açıklamıştır. Ö6 öğretmeninin, çözüm adımlarını fonksiyonlar konusuna olan benzerliği ile gerekçelendirdiği ve çözüme ait adımları tek tek açıkladığı görülmüştür. Öğretmenin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni bu örneğe benzer olarak sabit teriminde sorulabileceğini belirtmiş ve Şekil 155'deki geliştirici örnek ile şu şekilde açıklamıştır.



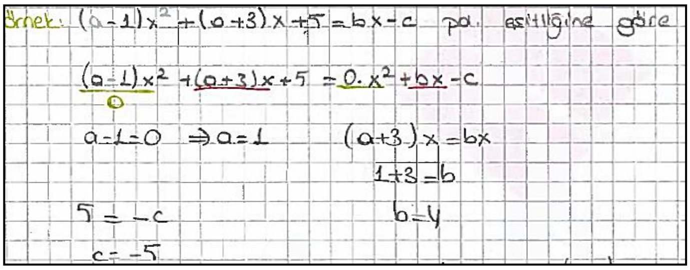

Şekil 155. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

> *"Polinomun sabit terimini bulmak için ne demiştim ?....evet x yerine getirip sıfır yazacaksınız peki hangi polinomda diyorsa o polinomda yazarız. Yani P(x-1) 'x' yerine '0' yazarsanız bize aslında P(-1) soruyordur. Bu polinomda P(-1) bulmak demek aslında o polinomun sabitini bulmak demektir. Böylelikle x yerine sıfır yazarak biz değişkenleri yok etmiş oluyoruz. Biliyorsunuz ki fonksiyonlar konusunda da yapıyorduk hangi fonksiyonda soruyorsa ordaki x' leri yok etmeye çalışıyoruz. Böylelikle sabit terimi buluyorduk. Şimdi biz P(-1) bulacağız bu durumda P(x-2) polinomu '-1' yapmak için x yerine '1' yazarsak bu işlemin sonucunu bulmuş oluruz."*

Ö6 öğretmeni öğrencilerine, bu örnekle *P(x-1)* polinomunun sabit teriminin nasıl bulunduğunu açıklamak istemiştir. Öğretmen açıklamasında x yerine sıfır yazılması gerektiğini böylelikle polinomdaki değişkenlerin yok edildiğini belirtmiş ve polinom ifadesinde *P(-1)'i* bulmanın bu polinomun sabitini bulmak olduğunu ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni çözüm adımlarını ve çözüm adımlarının altında yatan gerekçeleri açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması açıklayıcı boyutta, AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, öğrencilerine daha sonra eşit polinom kavramını şu şekilde açıklamıştır:

> *"İki polinomun eşit olması için aynı dereceli terimlerin katsayıları eşit olmalıdır. Bu polinomları dereceleri de aynı olmalı tabi "*

Ö6 öğretmeni, iki polinomun eşit olmasının matematiksel olarak ne anlama geldiğini açıklamamış sadece dereceleri aynı olan terimlerin kat sayılarının eşit olması olarak ifade etmiştir. Ö6 öğretmeninin tanımı doğrudan ifade etmesi ve yeteri kadar açıklamamasından dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni ardından Şekil 156'daki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

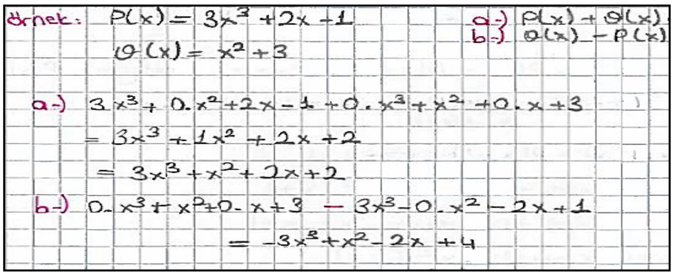



Şekil 156. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu örnekte polinomlardan biri birinci dereceden biri ikinci dereceden ve bunlar eşit diyoruz. O zaman ikinci dereceden olan polinomun katsayısı sıfır olmalı. Çünkü eşit olan polinomların dereceleri de birbirine eşit olmak zorundadır. Birinci dereceden ifadeler ise birbirine eşit olacak bu durumda a+3=b ve c=-5 peki a-1=0buradan a=1 olur o zaman b=4…."*

Ö6 öğretmeni, Şekil 156'daki geliştirici örnek ile birlikte eşit iki polinomun tanımını dereceleri aynı olan terimlerin katsayılarının ve bu polinomların derecelerinin de aynı olması gerektiği şeklinde tekrarlamıştır. Bu doğrultuda, çözüm adımlarını açıkladığı ve aynı zamanda iki polinomun eşit olmasının ne anlama geldiğini ifade etmeye çalıştığı gözlenmiştir. Ö6 öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine polinomlarda toplama veya çıkarma işleminin nasıl yapılacağını ise şu şekilde ifade etmiştir: *"İki polinom toplanırken veya çıkarılırken aynı dereceli terimlerin katsayıları toplanır veya çıkarılır."* şeklindeki ifadeyi öğrencilerine açıklama olarak not ettirmiş, sonra bu duruma uygun Şekil 157'deki standart örnekleri sunmuştur.

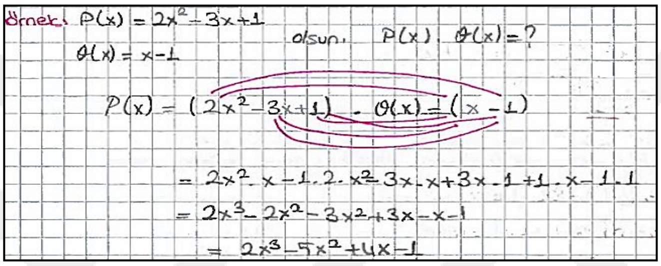



Şekil 157. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“Toplarken derecesi 3 olan ifade var mı?...o zaman $3x^3$ direk yazılır. Peki derecesi $x^2$ olan var mı? O zaman onu da direk yazarız 2x ile toplayacağım ifadede yok bu durumda bir tek sabit terimleri toplarız …”*

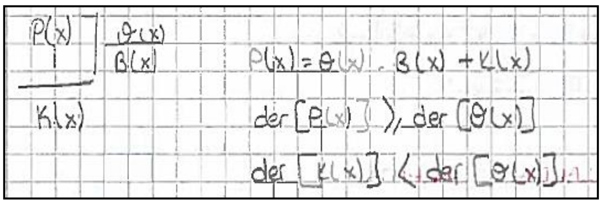
Ö6 öğretmeni toplama ve çıkarma işlemleri için polinomları birbirine benzetmeye çalışmıştır. Yani, iki polinomu da azalan üçüncü dereceden bir ifadeye benzettikten sonra toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaya çalışmıştır. Ö6 öğretmeninin çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, polinomlarda çarpma işlemini ise Şekil 158’deki standart örnek ile öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:




Şekil 158. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

*“Çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak ifadeleri tek tek çarpacağız. Yani $2x^2$ ile önce x’i sonra -1 çarparız daha sonra -3x ile x’i ve -1 çarparız….. Biliyorsunuz $2x^2$ ile x çarparken üsleri toplarız değil mi ?.... Ne gelir oradan $2x^3$….”*

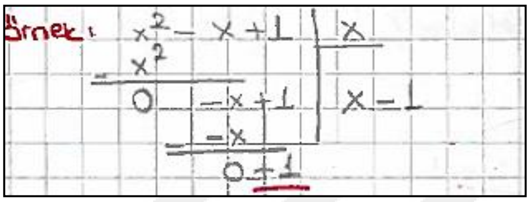
Ö6 öğretmeni, çarpma işleminin nasıl yapılacağını adım adım gerekçeleri ile açıklamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine bölme işlemine ait kurallardan bahsetmiş ve bölmenin nasıl yapılabileceğini Şekil 159’daki gibi açıklamıştır:




Şekil 159. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklaması (İB2)

*“Bölme işlemi aslında bildiğiniz bölmenin aynısı bölünen ifade bölen ifadenin derecesiyle aynı ya da daha büyük olmalı. Biliyorsunuz bölme işleminin bitmesi için kalanın derecesinin bölenin derecesinden kesinlikle küçük olması gerekmektedir.”*

Ö6 öğretmeni polinomlarda bölme işleminin öğrencilerin daha önce öğrendiği bölme işlemlerinden farklı olmadığını, bölünen ifadenin bölen ifadenin derecesiyle aynı ya da daha büyük olması gerektiğini, kalanın ise bölenden küçük olması gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmenin açıklamalarının gerekçesini ifade etmemiştir. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeninin, bölme işlemine ait gerekli kuralları açıklamasının ardından Şekil 160'daki standart örneği sunarak bölme işleminin nasıl uygulandığına dair prosedürü açıklamıştır.



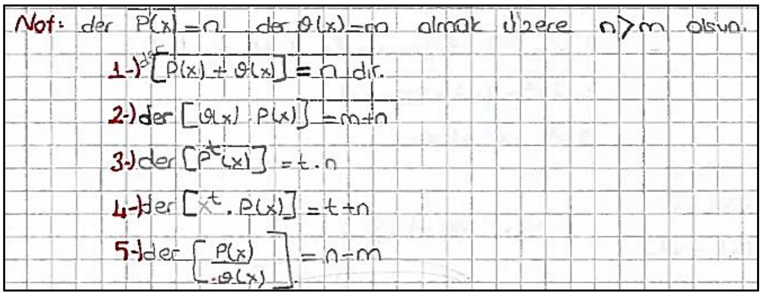

Şekil 160. Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"Bölme işlemi yaparken $x^2$ i x'e bölerken 'x' ile çarparız daha sonra bulduğumuz sonucu çıkarırsak yok edecek yani bölünen ifadenin aynısını elde etmeye çalışıyoruz."*

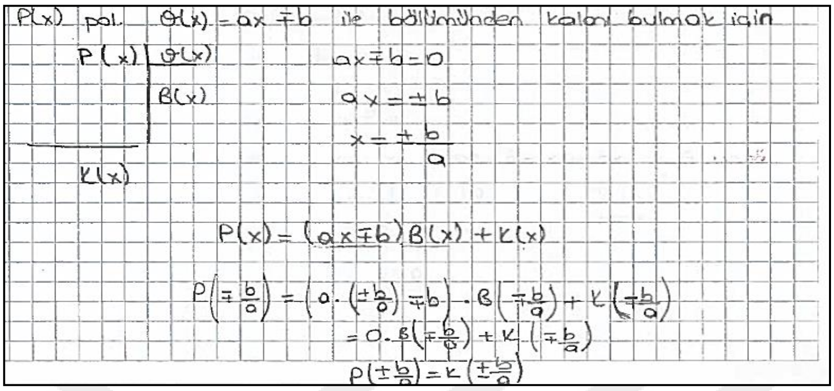
Ö6 öğretmeni *$x^2$'i x'e bölerken x ile çarparız* şeklindeki açıklaması ile sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, polinomların dereceleri ile ilgili açıklamaları ise doğrudan Şekil 161'deki gibi öğrencilerine ifade etmiştir.




Şekil 161. Ö6 öğretmeninin polinomlar konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine dereceler ile ilgili açıklama yapmadığı, Şekil 161'deki kuralları doğrudan ifade ettiği ve bu duruma ait kuralları örnekler üzerinden açıklama yapmayı düşündüğünü belirtmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, öğrencilerine daha sonra bölme işlemi yapmadan kalanın bulunabileceğini Şekil 162’deki gibi ifade etmiştir.

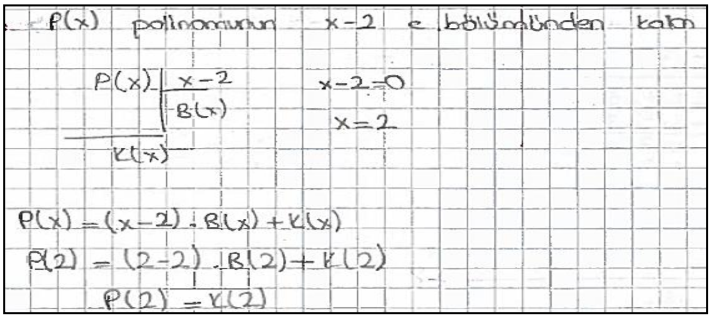


Şekil 162. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2 ve AB3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“Bölen ax+b şeklindeyse bu ifadeyi sıfıra eşitleyin ve bu yazdığım bölme algoritmasında yerine yazın. Bakın ilk kısım komple sıfır oluyor buradan sadece kalan ifadeniz kalmış olur….”*

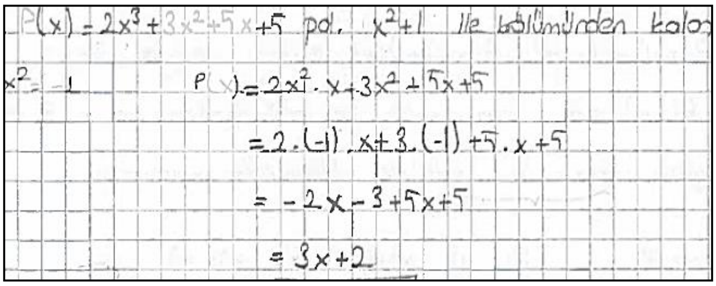
Ö6 öğretmeni, bölme işleminde kalanı pratik olarak bulmak için öğrencilerine çeşitli kurallar verdiği gözlenmiştir. Bunlar içerisinden eğer bölen *ax+b* şeklinde ise kalanı bulmak için ifadeyi sıfıra eşitleyip ‘*x*’ değerini bulmalarını çünkü bölme algoritmasında bölümle ilgili olan tarafı sıfır yapmış ve böylelikle sadece kalan ifadesini bulabileceklerini belirtmiştir. Ö6 açıklamasında neden sıfıra eşitlemeleri gerektiğini açıklamıştır. Bölme işlemine ait çözüm adımlarını ve gerekçelerini ifade etmiştir. Aynı zaman da pratik bölme işlemine ait kuralın ne anlama geldiğini de açıkladığı gözlenmiştir. Ö6 öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklamasının ardından kuralı yansıtan Şekil 163’deki standart örneği sunmuş ve şu şekilde açıklamıştır:




Şekil 163. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait standart örneği (SK2)

*“Bölen ax+b şeklindeyse ne yapıyorduk?.... O zaman x-2 sıfıra eşitlersek x yerine 2 yazacağız. Bölme algoritmasını yazarsak P(x)=(x-2).B(x)+K(x) şimdi x yerine 2 yazarsak….P(2)=K(2) olur.”*

Ö6 öğretmeni, Şekil 163’deki standart örnek ile bölme işlemi yapmadan pratik olarak kalanın nasıl bulunduğunu açıklamıştır. Ö6 öğretmeni, bölen *ax+b* şeklinde o zaman sıfıra eşitleyip bölme algoritmasında yerine yazılarak kalanın bulunabileceğini belirtmiştir. Öğretmenin açıklamalarında çözüm adımları ve gerekçeleri ile birlikte kuralında ne anlama geldiğini açıklamasından dolayı; bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu tarz standart birkaç örnek öğrencilerine sunduktan sonra Şekil 164’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 164. Ö6 öğretmeni polinomlar konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin Şekil 164’deki örnek ile ilgili açıklaması:

*“Bu örnekte de aynı şeyi yapacağız yine sıfıra eşitleyin. Bu sefer polinom da $x^2$ gördüğümüz yere getirip -1 yazacağız. Bakın $x^3$ bu ifadeyi $x^2$ çarpı x olarak ayrın yani her terimi $x^2$ benzetmeye çalışın sonra da zaten -1 yazacaksınız o zaman kalanı bulmuş olursunuz.”*

Ö6 öğretmeninin Şekil 164’deki geliştirici örneği ile bölen ifadesi $x^2+1$ şeklinde yani doğrusal olmayan bir ifade ile bölünmesi durumunda kalanın nasıl bulunduğunu açıklamıştır. Ö6 öğretmeni çözüm adımlarının gerekçelerini sunmadığı sadece prosedürün nasıl uygulandığını öğrencilerine göstermesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 polinomlar konusuna ilişkin öğretimsel açıklama boyutları Tablo 23'de şu şekilde sunulmuştur.

Tablo 23. Ö6 Öğretmeninin Polinomlar Konusuna Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategorileri ve Frekansları

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 5 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 8 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 28 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 1 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 2 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 29 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö6 öğretmeni, polinomlar konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklamaların büyük bir kısmı işlemsel (41) ve açıklayıcı (32) boyutta olduğu gözlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklamalarının işlemsel boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö6 öğretmenin dersinde genelde tanımları ve kuralları ya da konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği görülmüştür. Bununla birlikte kurallardan veya dersinde yapmış olduğu uyarılardan sonra prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Ö6 öğretmeni, konuya ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenin polinomlar konusunu kaynağına ve gelişime vurgu yapmadığı, polinomlar konusunun diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı tespit edilmiştir. Bu yüzden öğretmenin epistemik ve problem çözme boyutunda hiç açıklama yapmadığı görülmüştür.

Tablo 24. Ö6 Öğretmenin Polinomlar Konusunda Açıklamalarında Kullandığı Örnek Türleri

| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö6 | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 16 | 1 | 7 | 5 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| Toplam | 0 | | | 20 | | | 13 | | | 2 | 2 | | 0 |

Ö6 öğretmenin polinom konusunu açıklarken ağırlıklı olarak standart örneklerden yararlandığı tespit edilmiştir. Ö6 öğretmeni öğrencilerine bir prosedürün nasıl uygulandığını basit bir şekilde açıklamak için SK3 kodlu standart örneklerden daha fazla yararlanmıştır. Bunun yanı sıra Ö6 öğretmeninin, polinomlar konusunda bir prosedür aracılığıyla öğrencilerin herhangi bir kurala ilişkin anlayışlarını geliştirmek için GK2 kodlu örneklerden yararlandığı tespit edilmiştir. Ö6 öğretmenin derslerinde başlangıç ve karşıt örneklerden ise hiç faydalanmadığı belirlenmiştir.

Öğretmenlerin polinomlar konusunda yapmış oldukları öğretimsel açıklama boyutları ve bu konuyu açıklarken sunmuş oldukları örnek türlerine Tablo 25'de yer verilmiştir.

Tablo 25. Öğretmenlerin Polinom Konusunda Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Örnek Türlerine Ait Frekanslar

| Öğretmenler | Öğretimsel Açıklama Boyutları | | | | Örnek Türleri | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | İşlemsel Boyut | İlişkisel Boyut | | | | | | | | |
| | İşlemsel | Açıklayıcı | Problem Çözme | Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Başlangıç Örneği | Standart Örnek | Geliştirici Örnek | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | Karşıt Örnek |
| Ö1 | 37 | 39 | 2 | 1 | 0 | 15 | 18 | 2 | 5 | 0 |
| Ö2 | 44 | 48 | 0 | 0 | 0 | 21 | 24 | 2 | 4 | 0 |
| Ö3 | 41 | 28 | 0 | 0 | 0 | 21 | 15 | 2 | 2 | 0 |
| Ö6 | 41 | 32 | 0 | 0 | 0 | 20 | 13 | 2 | 2 | 0 |
| T | 163 | 146 | 2 | 1 | 0 | 77 | 70 | 8 | 13 | 0 |

Öğretmenlerin polinomlar konusunu açıklarken kullanmış oldukları örnek türleri ile açıklama boyutlarına ait frekanslar Tablo 25'de sunulmuştur. Tablo 25'de görüldüğü üzere açıklayıcı boyutta açıklama yapan öğretmenlerin derslerinde geliştirici örneklerden, standart örneklere göre daha fazla yaralandıkları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra açıklamaları açıklayıcı boyutta olan öğretmenlerin örnek dışı örneklere işlemsel boyuttaki öğretmenlere göre daha fazla yararlandığı görülmüştür. İşlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlerin ders boyunca açıklamalarında standart örneklerden daha çok yararlandıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin işlemsel ve açıklayıcı boyuttaki açıklamaları birbirine çok yakın olduğu gibi, bu açıklamalarda kullanmış oldukları standart ve geliştirici örnek sayıları da birbirlerine oldukça yakın olduğu gözlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden Ö1 dışında hiçbir öğretmenin problem çözme ve epistemik boyutta açıklama yapmadığı görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerin başlangıç ve karşıt örneklerden açıklamaları esnasında hiç yararlanmadıkları tespit edilmiştir.

### 4. 3. 2. İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına İlişkin Yapılan Açıklamalara Ait Bulgular

Bu başlık altında her bir öğretmenin ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusunda yaptığı açıklamaları ile birlikte konuyla ilgili öğrencilerine derslerinde sundukları örnekler sunulmuştur.

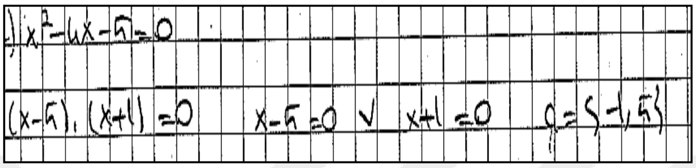
#### 4. 3. 2. 1. Ö1 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö1 öğretmenin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine sırasıyla yer verilmiştir.

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusuna başlarken önce ikinci dereceden denklemin tanımını ifade etmiştir. Öğretmenin konunun öneminden ya da nerelerde öğrencilerin kullanabileceği ile ilgili hiçbir açıklama yapmadığı gözlenmiştir. Öğretmenin açıklaması şu şekildedir:

*"a,b,c $\in$ R olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ biçimindeki denklemlere ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir. Tabi burada a sayısı sıfırdan farklı olmak zorunda, a,b ve c sayılarına denklemin kat sayıları, x değerlerine ise denklemin kökü denir. Bu x değerlerine çözüm kümesinin elemanları denir. Bu ikinci dereceden bir denklem ve bu denklemin en fazla iki kökü olabilir."*

Ö1 öğretmeni, bir denklemin ikinci dereceden bir denklem olabilmesi için gerekli olan şartları ifade etmiş, fakat bu tanımı ifade ederken ikinci dereceden bir denklemin matematiksel olarak neden önemli olduğu veya ne anlama geldiğini açıklamadığı, sadece tanımı ve tanım için gerekli olan koşulları doğrudan ifade etmiştir. Ö1 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni bu açıklamasının ardından öğrencilerine ikinci dereceden denklemler ile ilgili Şekil 165'deki başlangıç örneğini sunmuştur.

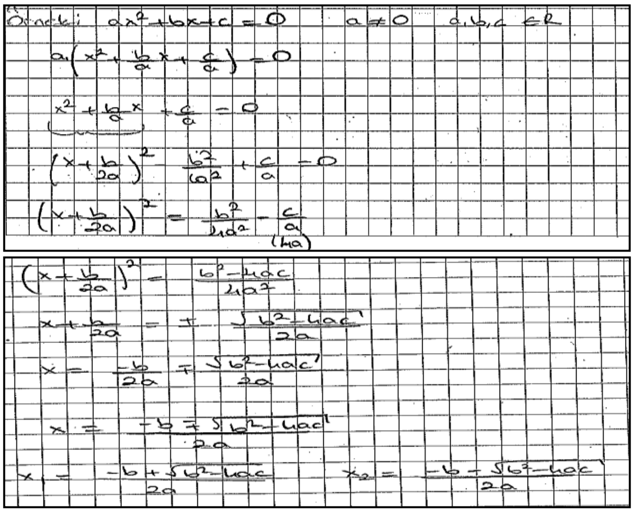



Şekil 165. Ö1öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

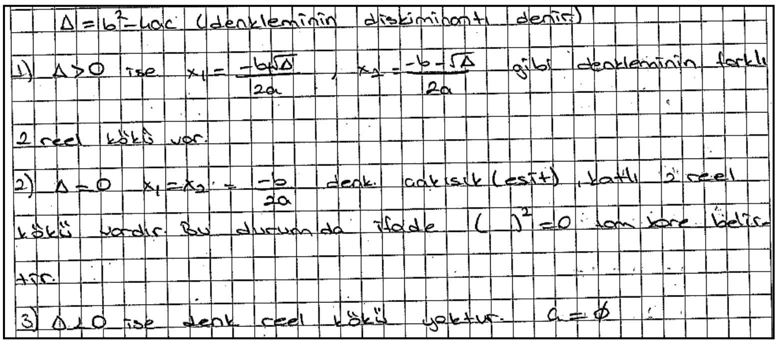
*"Çocuklar biliyorsunuz ki bu ifade çarpanlarına ayrılabilen ikinci dereceden bir denklem bunun çarpanları neler?....(x-5).(x+1)=0 peki buna göre çarpımları sıfır ise x+5=0 veya x+1=0 buna göre denklemlerin kökleri x=5 ve x=-1,bunu ise şu şekilde gösteririz Ç.K ={-1,5} dir."*

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine hem ikinci dereceden denklemlere uygun olması hem de çarpanlara ayırma bilgilerini hatırlatmak için Şekil 165'deki başlangıç örneğini kullanmıştır. Ö1 öğretmeni, Şekil 165'deki örneği sunarken öğrencilerinin bildiğini düşündüğü için çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamadığı, bunu yerine prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin açıklamaları işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeninin, buna benzer birkaç örnek daha derste sunmuştur. Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin çarpanlarına ayrılamaması durumunda köklerinin bulunabilmesi için Şekil 166'daki ikinci dereceden denklemin köklerini nasıl bulunabileceğini öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır.




Şekil 166. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3)

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunmasında gerekli olan Şekil 166'daki formüllerin ispatını yapmıştır. Ö1 öğretmeninin ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunmasına yönelik verdiği formülü çarpanlara ayırma bilgisini kullanarak öğrencilerine açıklamış. Bu yüzden Ö1 öğretmenini bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasında her bir çözüm adımını ve gerekçelerini öğrencilerine ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen daha sonra öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerinin olup olmadığını, denklemin deltasına göre bulunduğunu ifade etmiş ve bu durumla ilgili açıklamasını ise Şekil 167'deki gibi belirtmiştir:

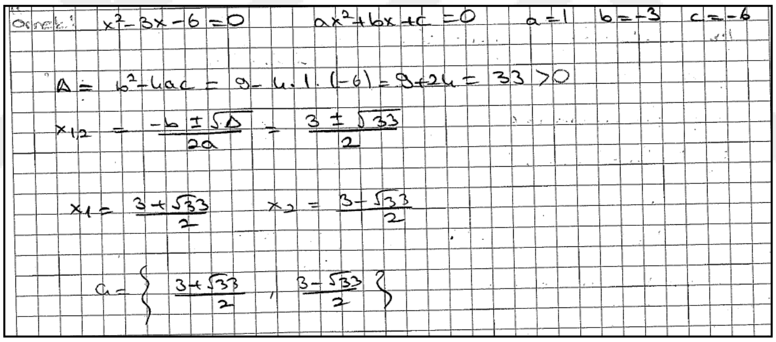



Şekil 167. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması ile ilgili açıklaması (İB2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Önce bu tarz denklemlerde çarpanlarına ayrılıp ayrılmadığına bakalım ama bazı denklemleri ayırmak zordur. Buna göre önce denklemin diskriminantına bakarız. Nedir bu ?... $b^2$-4ac ifadesine göre kökler tahmin edilir. Mesela, Δ>0 ise denklemin iki farklı reel kökü vardır. Bu kökler $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ şeklinde bulunur. Δ=0 ise denklemin çakışık yani birbirine eşit iki reel kökü vardır. Eğer Δ<0 ise bu denklemin reel kökü yoktur ve çözüm kümesi ∅ dir."*

Ö1 öğretmeni, delta sıfırdan büyük ise denklemin iki farklı kökü olduğunu, sıfıra eşit ise eşit iki kökünün olduğunu, sıfırdan küçük ise reel kökünün olmadığını ifade etmiş ve var olan köklerin bulunması için gerekli kökler formülünü de $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ şeklinde öğrencilerine belirtmiştir. Fakat Ö1 öğretmeni, bu kurallarla ilgili açıklamasında reel kökün olmamasını ya da çakışık kök gibi ifadelerin ne anlama geldiğini yeteri kadar açıklamamıştır. Ö1 öğretmeni, kuralın hangi durumlarda kullanılabileceğini doğrudan ifade etmiş olmasından dolayı açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu ifadenin ardından Ö1 öğretmeni, Şekil 168'deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 168. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örnek (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

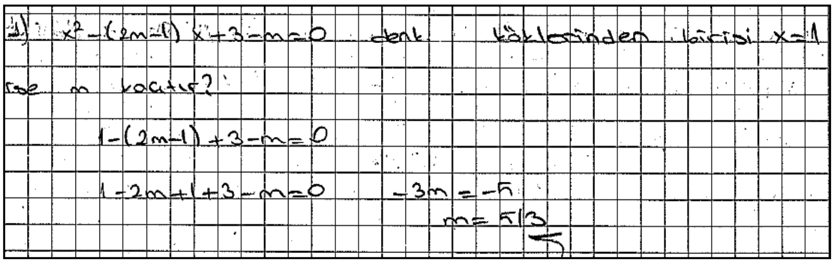
*"Şimdi çocuklar önce bu ifade çarpanlarına ayrılıyor mu? Ayrılmıyorsa daha doğrusu çarpanlarını bulmakta zorlanıyorsanız, o zaman deltaya bakacağız delta bize bu denklemin çarpanlarının olup olmadığını söyler. Bu denklemin deltası nedir? Δ =$b^2$-4ac yaparsak a=1, b=-3 ve c=-6 yazarsak Δ>0 bu durumda denklemin iki farklı reel kökü var bu kökleri nasıl buluyorduk?...$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{2}$ olur. Ç.K: {$\frac{-3+\sqrt{33}}{2}$,$\frac{-3-\sqrt{33}}{2}$} olur."*

Ö1 öğretmeni öğrencilerine, ikinci dereceden bir denklem verildiğinde denklemin köklerini bulurken denklemin önce çarpanlarına ayrılan bir ifade olup olmadığına bakmalarının yararlı olabileceğini belirtmiştir. Cebirsel ifadenin çarpanlarını bulmakta zorluk yaşamaları durumunda ise ikinci dereceden bu denklemin deltasına bakılması gerektiğini vurgulamıştır. Ö1 öğretmeni, öğrencilere ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunması ile ilgili çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamasında deltanın ikinci dereceden bir denklemin kökleri hakkında bilgi verdiğini ifade etmesi, yani deltanın ne anlama geldiğini vurgulaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunması ile ilgili bütün durumlara ilişkin örnekler sunmuştur. Ö1 öğretmeni öğrencilerine ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması ile ilgili örnekler sunduktan sonra parametreli denklemin tanımını yapmıştır. Öğretmen tanımı şu şekilde açıklamıştır:

> *"içinde x değişkeninden başka m,n,a,…gibi bilinmeyenler bulunan denklemlere parametreli denklemler denir."*

Ö1 öğretmeni, parametreli denklem tanımını sadece *m, n, a…* gibi *x* değişkeninden başka değişkenlerin bulunması durumu olarak ifade etmiş ve parametreli denklem kavramının ne anlama geldiğini, ikinci dereceden denklemler konusu ile ilişkisinin ne olduğunu açıklamamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Bu ifadesinden sonra Şekil 169'daki örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 169. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

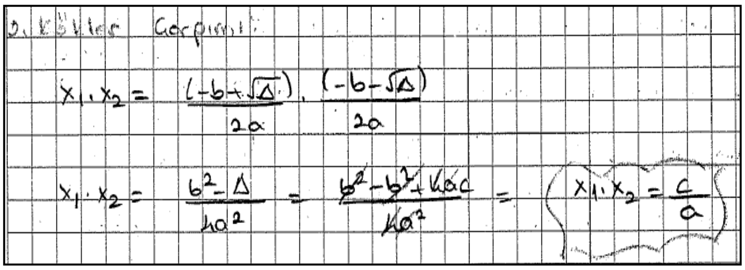
> *"bu parametreli denklemde x yerine 1 yazalım. Çünkü bu denklemin kökü biliyorsunuz denklemi sağlar. O zaman oluşan bu yeni denklemde m'yi buluruz…."*

Ö1 öğretmeni, bu örnek ile öğrencilerine denklemin bir kökünün belli olması durumunda bu kökü denklemde yerine yazdıklarında denklemi sağlamak zorunda olduğunu ifade etmiş ama bunun parametreli bir denklem olmasıyla ilgili hiçbir bağlantı kurmamıştır. Öğretmenin parametreli denklemlerin tanımını öğrencilerine neden verdiğini ifade etmemiştir. Böyle bir durumda prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, daha sonra dersinde ikinci dereceden bir denklemin köklerini bulmadan kökler toplamını nasıl bulunduğunu şöyle ifade etmiştir.

Ö1 öğretmeni açıklaması:

*"Kökler olan* $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ *ve* $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ *bu ifadeleri toplarsanız* $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ *olur".*

Ö1 öğretmeni, köklerin her birinin nasıl bulunduğunu daha önce açıklamıştır. Bu doğrultuda bu bilgiyi kullanarak ikinci dereceden bir denklemin kökler toplamını veren formülün ispatını yaptığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni, kökler toplamının nasıl bulunduğunu öğrencilerine göstermiş, fakat kökler toplamının bu formülünün neden önemli olduğu, öğrencilerin nerede kullanacaklarını açıklamamıştır. Bu yüzden ifadesi işlemsel boyutta İB3 ve İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, ikinci dereceden denklemin kökler çarpımını ise Şekil 170'deki gibi öğrencilerine açıklamıştır.




Şekil 170. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"kökleri* $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ *ve* $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ *bu ifadeleri çarparsınız* $x_1 . x_2=\frac{c}{a}$ *olur ".*

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin köklerini veren formül ile kökler çarpımını ve kökler toplamının nasıl bulunduğunu ifade etmiştir. Fakat Ö1 öğretmeni, bu kuralın ne anlama geldiğini açıklamamış sadece kökler çarpımının " $\frac{c}{a}$ " olduğunu ifade etmiş ve öğrencilerinin bu kuralı nerede kullanacaklarını açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması sadece işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö1, daha sonra öğrencilerine soru çözerken pratiklik sağlaması için köklerin çarpma işlemine göre terslerinin toplamını Şekil 171'deki gibi yazdığı ve ispatladığı gözlenmiştir.

4) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{-b}{c}$

Şekil 171. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklaması (AB3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Çocuklar bunu aslında sizde formülüze edebilirsiniz. Rasyonel iki ifade olursa ne yapıyorduk?... evet paydaları eşitleriz o zaman ifade* $\frac{x_1+x_2}{x_1.x_2}$ *olur.Peki kökler toplamı ve kökler çarpımı neydi?...*$\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{-b}{c}$*olur. "*

Ö1 öğrencilerine, köklerin çarpma işlemine göre terslerinin toplamına ait formülün altında yatan nedeni kökler toplamı ve kökler çarpımına ait formüllerle gerekçelendirerek ispatladığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin, kuralları öğrencilerine sunarken açıklayıcı boyutta açıklama yaptığı görülmüştür. Öğretmenin çözüm adımlarını açıklamasından dolayı, açıklaması AB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmen kuralın ispatını yaparken çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, daha sonra derste öğrencilerine bu kurallara ait Şekil 172'deki standart örnekleri sunmuştur.

Örnek: $x^2-4x-1=0$ denk. kökleri $x_1$ ve $x_2$

a) $x_1+x_2 \quad \frac{4}{1}=4$

b) $x_1 \cdot x_2 \quad \frac{-1}{1}=-1$

c) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} \quad \frac{4}{-1}=-4$

d) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

$=16+2=18$

e) $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2.(x_1+x_2)$

$=64+3.(4)$

$=64+12$

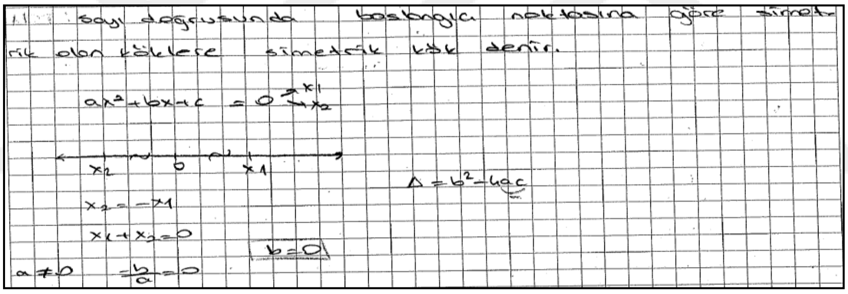
$=76$

Şekil 172. İkinci dereceden denklemler konusuna ait standart örnek ve geliştirici örnek (SK3 ve GK2)

Ö1, öğrencilerine Şekil 172'deki örnekleri şöyle ifade etmiştir:

*"Çocuklar kökler toplamının formülü neydi?...buna göre o zaman 4 bölü 1 eşittir 4. Kökler çarpımı c bölü a dır. O zaman -1 bölü 1 'den -1 olur. Peki köklerin çarpma işlemine göre tersi 4 bölü -1'den -4 olur. Köklerin kareleri toplamı ne olur?...burada tam kare ifadeleri hatırlarsak bu ifade $(x_1+ x_2)^2$ $-2.x_1.x_2$ o zaman kökler toplamının karesi 16 kökler çarpımını 2 katından çıkarırsak 16+2=18 olur. … Küplerde küp açılımından yazacağız. Neydi küp kök açılımı…$(x_1+ x_2)^3$ $-3.x_1.x_2(x_1+ x_2)$…"*

Ö1 öğretmeni, Şekil 172'deki standart örnekle birlikte ikinci dereceden denklemlerin kökler toplamı, kökler çarpımı gibi daha önce formüllerini verdiği kuralla göre açıklamıştır. Bu örnekler ile birlikte bu kuralların nasıl uygulandığını örneklendirmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine, bu örneklere ait çözüm adımlarını ve çözüm adımlarının gerekçelerini açıkladığı gözlenmiştir. Geliştirici örnekler (d ve e) tam kare açılım ve küp açılımından yararlanarak açıklamış ve bu açılımlarda kökler toplamı ve kökler çarpımını kullanmıştır. Öğretmenin bu yüzden açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine simetrik kök kavramının ne anlama geldiğini ise şu şekilde ifade etmiştir:

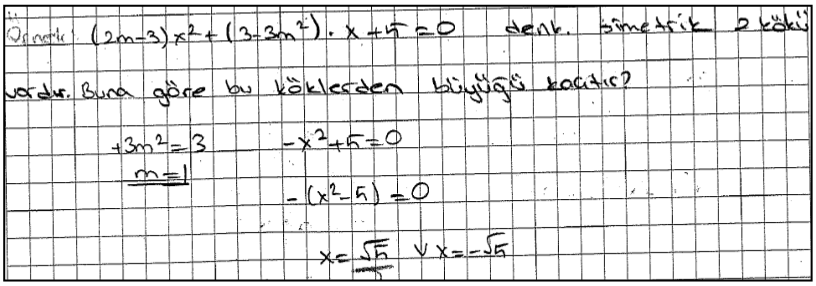



Şekil 173. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1 ve AB2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Sayı doğrusunda başlangıç noktasına göre simetrik olan köklere simetrik kök denir."*

Ö1 öğretmeni öğrencilerine, simetrik kök kavramının ne anlama geldiğini açıklamak için bir sayı doğrusu çizmiş ve bu sayı doğrusu üzerinde başlangıç noktasına göre simetrik iki nokta olduğunu ifade etmiştir. Simetrik olan bu iki noktanın sayısal değerlerinin toplamının sıfır olduğunu göstermiştir. Yani Ö1 öğretmeni, öğrencilerine simetrik kök kavramını mantıksal olarak açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Aynı zamanda öğretmen köklerin simetrik kök olması için kökler toplamının sıfır olmasının gerekçesini açıklamasından dolayı da açıklaması AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 174'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

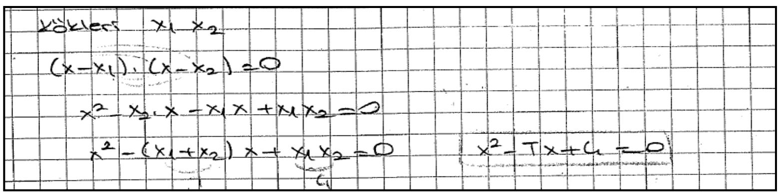



Şekil 174. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeni, bu örneği öğrencilerine şu şekilde açıklamıştır:

*"simetrik kök demek kökler toplamı sıfır olacak demek aslında bu durumda biliyorsunuz denklemin x'li teriminin katsayısının sıfır olmasıdır.Çünkü simetrik kök sayı doğrusunu hatırlarsanız artı eksi kök demekti. Buna göre 3-3m$^2$=0 olursa m +1 ve -1 olabilir ve biz -1 sayısını alacağız, çünkü denklemin aslında reel kökü olmasını istiyorum bu da -1 alırsak olur…"*

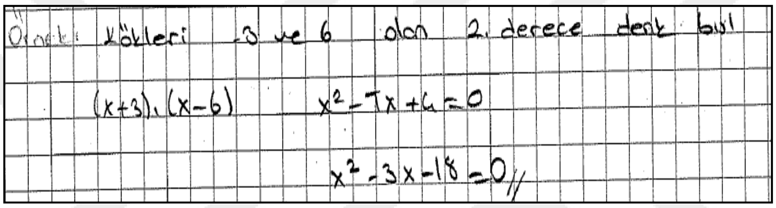
Ö1 öğretmeni öğrencilerine, simetrik kök kavramıyla ilgili sunmuş olduğu bu örnekte denklemin reel kökü olması durumuna da dikkat çekmek istemiştir. Öğretmenin, açıklamasında simetrik köklerin kökler toplamının sıfır olduğuna ve daha önce simetrik kök kavramını anlatırken çizmiş olduğu sayı doğrusuna vurgu yaparak ifade etmiştir. Bununla birlikte Şekil 174'deki geliştirici örneğin çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine kökleri belli olan bir ifadenin denklemini nasıl yazabileceklerini sormuştur. Öğrencilerden gelen yorumları dinledikten sonra Şekil 175'deki ifadeleri tahtaya yazarak şu açıklamaları yapmıştır:




Şekil 175. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

*"Çocuklar bu kökler aslında bu denklemin çarpanları değil mi?..Peki biz bu çarpanları nasıl yazıyorduk?... yani $(x-x_1).(x-x_2)$ şeklinde yazarız. Bu ifadeyi dağıtırsanız karşınıza $x^2-(x_1+x_2)x+x_1.x_2=0$ şeklinde bir ifade çıkar. Bunu daha kolay aklınızda tutmak isterseniz $x^2+T\,x+Ç=0$ şeklinde kodlayabilirsiniz."*

Ö1 öğretmeninin, kökleri verilen bir ifadenin denklemini $(x-x_1).(x-x_2)$ şeklinde yazıp daha sonra çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak ikinci dereceden bir denklemi yazabileceklerini ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, böylelikle kökleri verilen ikinci dereceden bir denklemin nasıl yazılabileceğini öğrencilerine gerekçeleri ile birlikte ifade etmesinden ve kuralın ne anlama geldiğini açıklamasından dolayı AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamasından sonra duruma uygun olarak Şekil 176'daki standart örneği sunmuştur.



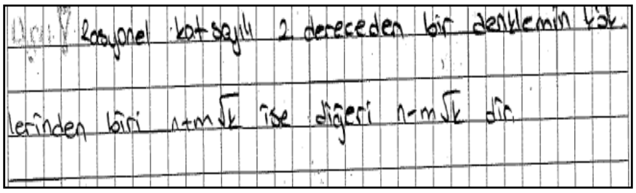

Şekil 176. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"ikinci dereceden denklemin kökleri verildiğinde bunu bir ifadenin çarpanları gibi düşünün. Mesela -3 kök olması için x+3 çarpanı olmalı ve 6 kök olması için x-6 çarpanı olması gerekmektedir. Yani ikisinin çarpımı size ikinci dereceden denkleminizi verir. Bunun yerine verdiğim formülden de bu şekilde yazabilirsiniz."*

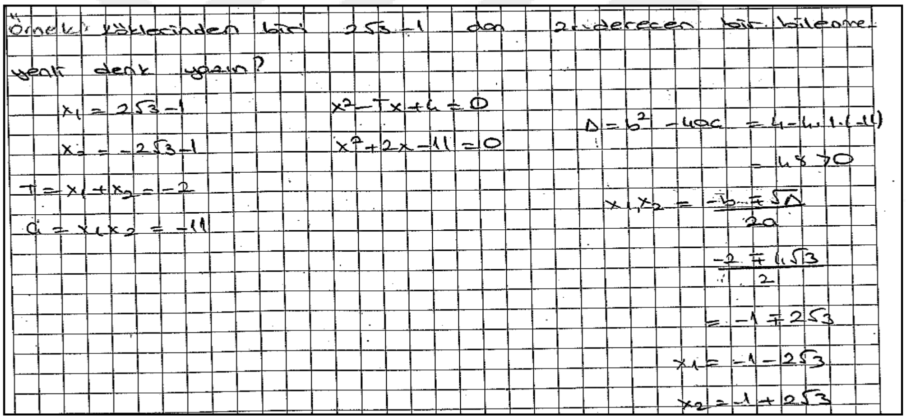
Ö1 öğretmeni, öğrencilerine kökleri verilen bir denklemin nasıl yazılabileceğini Şekil 176'daki standart örnek ile açıklamaya devam etmiştir. İkinci dereceden verilen denklemin köklerinin aslında bu denklemin çarpanları olduğunu ifade etmiş ve bu çarpanların her birini yazmıştır. Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin yazılması ile ilgili çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine, rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden birinin verilmesi durumunda şu açıklamayı yapmıştır:

*"Rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri n+m $\sqrt{k}$ ise diğeri n-m $\sqrt{k}$ dır."*




Şekil 177. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö1 öğretmeninin rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden birinin n+m $\sqrt{k}$ ise diğerinin bu temsili sayının eşleniği yani n-m $\sqrt{k}$ olacağını ifade etmiştir. Ö1'in ikinci dereceden bir denklemin köklerinde birinin irrasyonel olması durumunda diğer kökün onun neden eşleniği olduğunu ifade etmemiştir. Kuralı doğrudan ifade etmesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni bu kurala uygun olarak Şekil 178'deki geliştirici örnek ile açıklamaya devam ettiği görülmüştür.



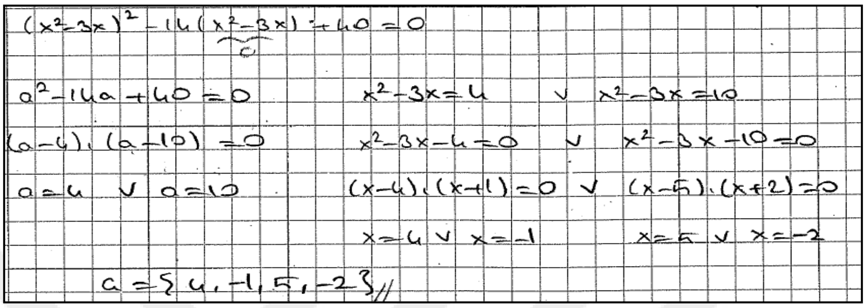

Şekil 178. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Köklerinden biri 2√3-1 ise diğer kök bunun eşleniğiydi. Neden?...bakın kökler formülüne* $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ *bu durumda diğer kök tam tersi olur. O zaman kökler biliniyorsa ikinci dereceden denklemi şu şekilde yazabiliriz.* $x^2$*-Tx+Ç=0 şimdi kökleri toplarsanız toplam 2 çarpım -11 bulduğumuz değerleri formülde yerine yazalım. Denklem* $x^2$*+2x-11=0 olur."*

Ö1 öğretmeni, irrasyonel köklerden biri belli ise diğer kökünde onun eşleniği olduğu bilgisini öğrencilerine sunmuş ve bu bilginin ardından öğrencilerine Şekil 178'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur. Öğretmen, köklerin birbirlerinin neden eşleniği olduğunu, bu örnek ile açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, Şekil 178'deki geliştirici örneği çözüm adımlarını ve bu çözüm adımlarına ait gerekçeleri açıkladığı gözlenmiştir. Bu köklerden birinin neden diğer ifadenin eşleniği olarak kabul etmeleri gerektiğini kökleri bulma formülü aracılığıyla açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlere dönüştürülebilen ifadeler ile ilgili Şekil 179'daki geliştirici örnekleri öğrencilerine sunmuştur.

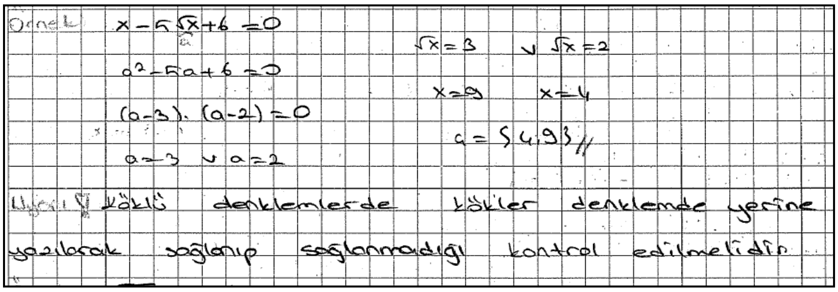



Şekil 179. Ö1 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"şimdi çocuklar bu örnek aslında yine ikinci dereceden denklemlere dönüştürerek çözüme ulaşabileceğiniz bir örnektir. Bu durumda ($x^2$-3x) ifadesine a derseniz sizin denkleminiz ikinci dereceden bir denklem olmuş olur. Böylelikle denklemi daha rahat çözersiniz. Öteki türlü işlemleriniz karmaşık ve zor bir hal alır. Peki…. buna göre yeni denklemimiz ne?.... $a^2$-14a+40=0 olur. Bu denklemin kökleri nedir?.... 4 ve 10 peki aslında biz a değişkenini bulduk gerçekte a=($x^2$-3x) o zaman bulduğumuz değerleri bu ifadeye eşitlersek çözüm kümesini bulmuş oluruz…"*

Ö1'in ikinci dereceden bir denklemin çözüm kümesinin bulunmasına ilişkin kuralı, kuralı yansıtan standart örneklerin yanı sıra kuralı geliştirmek amacıyla Şekil 179'daki gibi geliştirici örneklerden yararlandığı gözlenmiştir. Şekil 179'daki örneğin çözüm kümesini bulurken, benzer olan ifadeye farklı bir değişken ismi vererek ikinci dereceden denkleme dönüştürmelerinin, denklemin çözüm kümesini daha kolay bir şekilde bulunmasını sağlayacağını ifade etmiştir. Ö1 öğretmeninin, çözüm adımlarını ve gerekçelerini öğrencilerine açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu duruma benzer birkaç örnek ile açıklamalarına devam ettikten sonra, köklü denklem olması durumunda çözüm kümesinin nasıl bulunabileceğini açıkladığı gözlenmiştir.

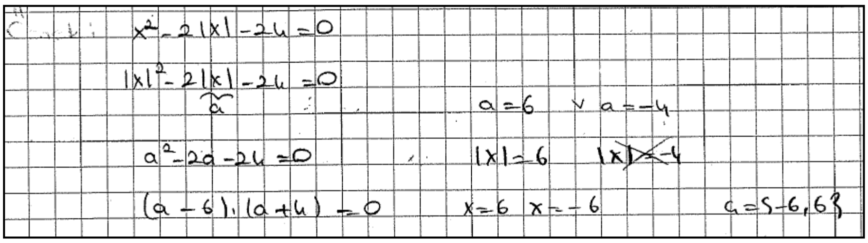



Şekil 180. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Köklü denklemlerde çocuklar kökü ya yalnız bırakacaksınız ya da bu örnekte olduğu gibi x'li teriminiz varsa ona $a^2$ diyerek çözüme ulaşabilirsiniz. Bu durumda denklem $a^2$-5a+6=0 ifadesini çarpanlara ayırırsanız a sayısını 3 ve 2 buluruz. Buna göre x dediğimiz 9 veya 4 tür. Yalnız köklü denklemlerde kökler denklemde yerine yazılarak sağlayıp sağlamadığı kontrol edin, sağlamayan kökü çözüm kümesine almıyoruz."*

Ö1'in öğrencilerine, köklü denklemlerin çözümünü Şekil 180'deki geliştirici örnek aracılığıyla açıklamıştır. Çözüme ait çözüm adımlarını tek tek açıkladığı gözlenmiştir. Buna karşın Ö1'in neden bu çözüm metodunu tercih ettiğini açıklamadığı görülmüştür. Ayrıca neden köklü denklemlerde bulunan çözümün yerine yazılıp bakılması gerektiğini ifade etmemiştir. Ö1 öğretmeninin, prosedürün nasıl uygulandığını gerekçelerini açıklamaması ve doğrudan ifade etmesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeninin, bu duruma uygun birkaç örnek daha sunduktan sonra mutlak değerli bir denklemin çözümünün nasıl yapılabileceğini Şekil 181'deki gibi geliştirici örneklerle açıkladığı gözlenmiştir.




Şekil 181. Ö1 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

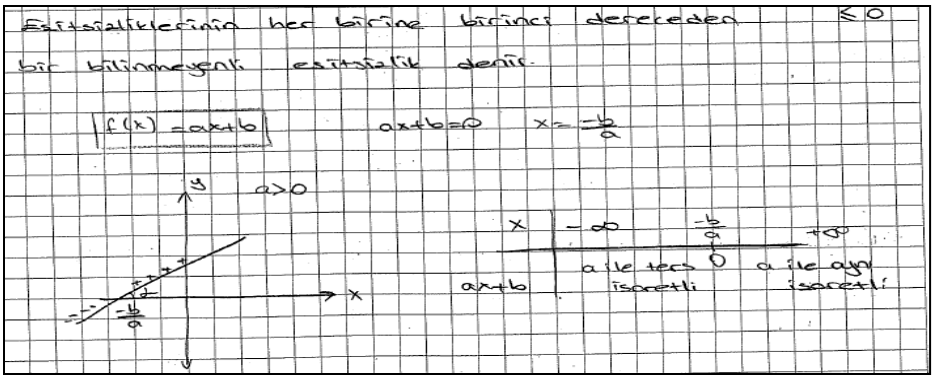
Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Mutlak değerli ifadeye çocuklar a derseniz $x^2$ ifadeniz de aslında mutlak x ifadesinin karesidir. O zaman o da $a^2$ olur. Denklem $a^2$-2a-24=0 bu denklemi çözersek a=6 veya a=-4 ama burada dikkat edin a -4 olmaz çünkü mutlak x ifadesine eşittir. Çözüm kümesi -6 veya 6 olur."*

Ö1 öğretmeni, mutlak değerli bir denklemin çözüm kümesini, mutlak değerli ifadeyi yeniden parametrelendirdikten sonra ikinci dereceden bir denkleme dönüştürerek çözmüştür. Ö1, bu çözümü gerçekleştirirken tek tek çözüm adımlarını açıklamış fakat çözüm adımlarına ait gerekçelerinden bahsetmemesinden dolayı açıklaması sadece prosedürün nasıl uygulandığına yönelik olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeninin, açıklaması bu yüzden işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

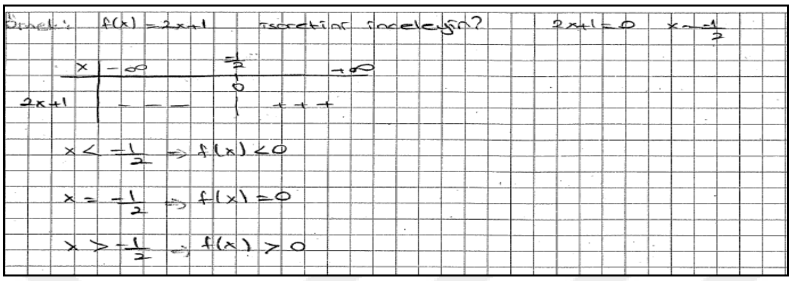
Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusundan sonra ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerine geçmiştir. Ö1 öğretmeni, eşitsizlikler konusuna önce bir bilinmeyenli eşitsizliğin tanımını açıklayarak şu şekilde başlamıştır:

*"a sıfırdan farklı olmak üzere ax+b≥0, ax+b>0, ax+b$<0$ şeklindeki denklemlere çocuklar birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik denir. Eşitsizlikler çözülürken önce denklemi sıfıra eşitleyip denklemin kökünü bulun. Şimdi çocuklar biz bu denklemin grafiğini çizersek nasıl bir görüntü çıkar?.... (öğrenci doğrusal ) evet doğrusal bir grafik yani doğru denklemi peki grafiği çizelim…. Denklemin kökü $\frac{-b}{a}$ bu durumda x eksenin altındaki görüntü ne olur?.... (öğrenci 0 dan küçük) yani negatif x eksenini üst kısmında görüntü o zaman pozitiftir yani sıfırdan büyüktür.Bunu tablo yöntemi ile gösterecek olursak tablo da a katsayısının işaretinin aynısı ile başlarız kök olduğunda işaret değişir a'nın işaretinin tersini alırız. Çözüm olarak neresi istenirse o kısmı alırız."*




Şekil 182. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1 ve AB2)

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine birinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözüm kümesini bulurken yapmaları gerekenleri, çözüm adımlarını ve bu çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamıştır. Bununla birlikte eşitsizlik kavramının ne anlama geldiğini doğru grafiği ve eşitsizliklere ait tablo ile açıklamıştır. Tabloda kök varken işaretin neden değiştiğini doğru grafiği ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB1 ve AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte öğretmenin, kavramı açıklamasının yanı sıra eşitsizliklerin nasıl çözülebileceğinin ve çözüm kümesinin nasıl bulunabileceğinin üzerinde de durmuştur. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu noktadaki açıklamaları da açıklayıcı boyutta AB3 olarak tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeni, konu ile ilgili yapmış olduğu açıklamasının ardından Şekil 183'deki standart örneği öğrencilerine şöyle ifade etmiştir:



Şekil 183. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

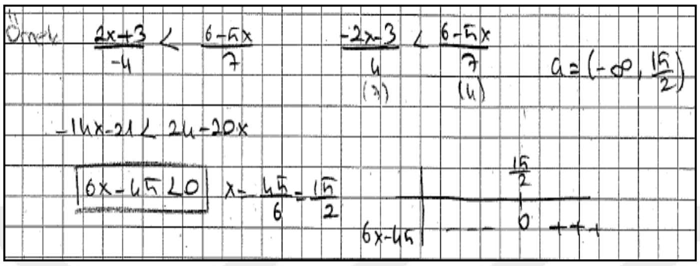
*"Şimdi çocuklar önce ne yapıyoruz denklemin kökünü buldunuz mu?... evet kökü $\frac{-1}{2}$o zaman tablo yaparsak önce işaret olarak x'in katsayının işareti ile başlıyoruz.nedir o?... '+' Eğer bu ifadenin grafiğini çizerseniz $\frac{-1}{2}$ den büyük olduğu yerde grafik x ekseninin üst tarafında ve artı yani pozitiftir. İşte bu yüzden tabloda en büyük dereceli terimin işareti ile başlıyoruz, sonra kök var işaret değişir '– ' pekişimdi bizden sıfırdan küçük sayıların çözüm kümesini isterse x<$\frac{-1}{2}$yani f(x)<0 eğer x=$\frac{-1}{2}$ise f(x)=0 ve x>$\frac{-1}{2}$ise f(x) >0 dır."*

Ö1 öğretmeni, bu örnek ile birlikte birinci dereceden bir eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu tablo üzerinden öğrencilerine Şekil 183'deki başlangıç örneğini kullanarak açıkladığı gözlenmiştir. Bu örnek ile birlikte işaret değişiminin ne anlama geldiğini açıklamış ve aynı zamanda bir prosedürün nasıl uygulandığını da çözüm adımları ve gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Öğretmenin işaret tablosunda neden x değişkeninin işareti ile başlandığını ve neden kök olması durumunda işaret değiştirildiğini açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB1, AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, öğrencilerine eşitsizlik ifadelerinin çözümünde nelere dikkat etmeleri gerektiğini şu şekilde açıklamıştır:

*"Eşitsizliklerin çözümlerinde, öncelikle verilen soruda eşitsizliğin bir tarafı mutlaka sıfır yapılmalıdır. Daha sonra sadeleştirme işlemi veya içler dışlar çarpımı yapılmaz. Ayrıca çözüm kümesine ifadeyi tanımsız yapan 'x' değerleri çözüm kümesine alınmaz."*

Ö1 öğretmeninin, eşitsizlik ifadelerinin çözüm kümesini bulurken dikkat etmeleri gereken hususları açıkladığı, fakat bu açıklamasında bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ve kuralın anlamını açıklamadan ifade ettiği gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine, eşitsizliğin bir tarafının neden sıfıra eşitlenmesi gerektiğini ve neden eşitsizlikler konusunda içler dışlar çarpımı gibi bir matematiksel işlem yapılmaması gerektiğini açıklamamasından dolayı açıklaması işlemsel boyutta ve sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmesinden ötürü İB3 ve İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra bu açıklamasıyla neyi ifade ettiğini belirtmek için Şekil 184'deki örneği öğrencilerine sunmuştur.



Şekil 184. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö1 öğrencilerine, Şekil 184'deki örneği şu şekilde açıklayarak başlamıştır:

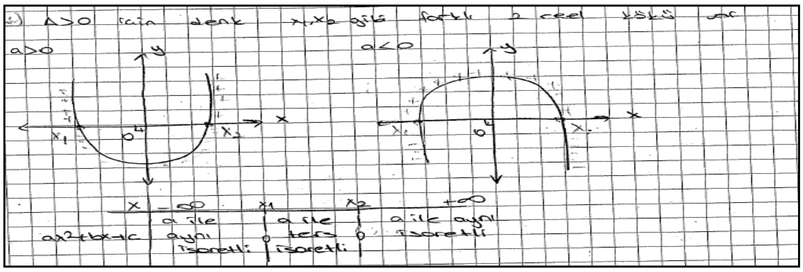
*"Rasyonel bir ifade öncelikle paydalarını eşleyelim kaçta eşlenir bunlar?....peki paydalarını eşledikten sonra ne yapacağız eşitsizliğin bir tarafını sıfıra eşitliyoruz , yani bütün ifadeleri aynı yere yazarsak ne olur?...6x-45<0 buradan da x=*$-\frac{45}{6}=-\frac{15}{2}$ *peki tablo yaparsak başlangıç işareti ne?... evet '+' ile başlarız sonra kök var '-' olur. Çözüm kümesi sıfırdan küçükler olacak, o zaman Ç=(∞,*$-\frac{15}{2}$*) olur."*

Ö1 öğretmeninin rasyonel ifadelerin eşitsizliğinde önce paydaları eşitlediği daha sonra bütün işlemleri aynı eşitsizlik tarafında birleştirdiği görülmüştür. Öğretmenin eşitsizlik ifadesinde paydaları sadeleştirdiği gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni, bu açıklamasında bir prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade etmiş ve çözüm adımlarının altında yatan gerekçeleri açıklamamasından dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin bu açıklamasında da neden eşitsizliğin bir tarafını sıfıra eşitlediklerini ifade etmemiştir.

Ö1 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerini şu şekilde tanımlamıştır:

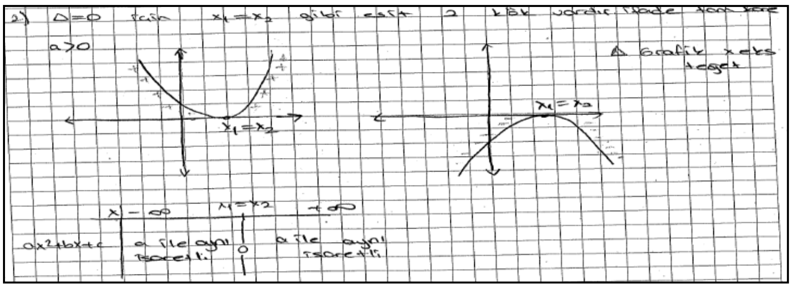
*"a≠ 0 a,b ve c∈R olmak üzere* $ax^2+bx+c\geq 0$*, <0….şeklindeki her bir ifadeye ikinci dereceden eşitsizlik denir. Şimdi çocuklar delta sıfırdan büyük olursa denklemin iki farklı reel kökü vardı. Eğer denklemin baş katsayısı sıfırdan büyük olursa şekildeki gibi grafiğin kolları yukarı doğru olur. Eğer baş katsayınızı sıfırdan küçük olursa grafiğin kolları aşağı doğru olur. Peki bu grafiğin bölgelere göre işaretleri nasıl olur?....evet x ekseninin üst kısmı kollar artı alt kısmı eksi. Bu denklemin köklerini birinci dereceden denklemlerde olduğu gibi tablo yaparsak ….a'nın işaretinin aynısı kök var işaret değişir bakın grafikte değişmiş tekrar kök var yine işaret değişir."*

Ö1 öğretmeni, bu açıklamasını Şekil 185'deki gibi devam etmiştir.




Şekil 185. Ö1 öğretmenin eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin açıklamasında öğrencilerine kuralın ne anlama geldiğini neden köklerde işaret değiştirdiklerini açıklamak için Şekil 185'deki grafikleri çizip bu grafikler ile birlikte işaret değişimini ifade etmiştir. Öğrencilerine bu grafikler sayesinde köklerden sonra işaretin neden değiştiğini açıklamıştır. Eşitsizlik ifadesinde tablo yaparken eğer denklemin iki farklı reel kökü varsa bu denklemin Şekil 185'de belirttiği gibi bir parabol olduğu ve işaretin ise denklemin baş katsayısına bağlı olarak değişeceğini ifade etmiştir. Öğretmenin bir eşitsizliğin iki farklı reel kökünün olması durumunda işaret tablosunu gerekçeleri ile birlikte açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, daha sonra köklerin birbirine eşit olması durumunda işaret tablosunun nasıl olacağını ise Şekil 186'da açıklamıştır:

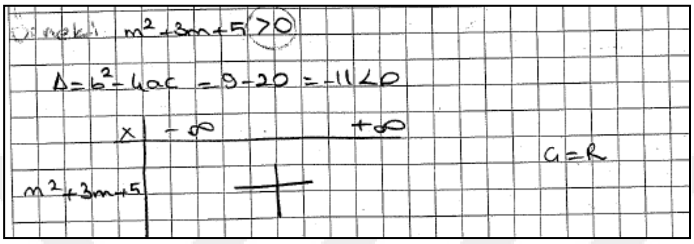



Şekil 186. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

*"Şimdi peki çocuklardelta sıfıra eşit olursa ne oluyordu? … çift katlı kök yani x eksenine teğet peki grafiğe bakarsanız işaret değişmemiş çünkü ya x ekseninin üstünde ya da x ekseninin altında. O zaman kökler birbirine eşit ise yani çift katlı kök ise tabloda işaret değişmez."*

Ö1 öğrencilerine, eşit iki kök olduğunda tabloda neden işaretin değişmediğini Şekil 186'daki grafik aracılığıyla açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin eşit iki kökünün olması durmunda x eksenine teğet bir parabol grafiği çizmiş ve işaret tablosunda neden işaretin değişmediğini bu grafik üzerinden açıklamıştır. Ö1 öğretmeni kuralın ne anlama geldiğini açıkladığı gözlenmiştir. Öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde denklemin kökünün olmaması durumunda açıkladığı gözlenmiştir.

Ö1 öğretmeni, bu açıklaması ile kuralın ne anlama geldiğini açıklamış ve ardından bu durumu daha somut bir şekilde açıklamak için Şekil 187'deki standart örnekten yararlandığı gözlenmiştir.

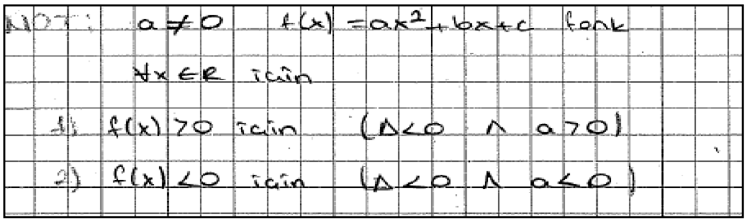



Şekil 187. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Çocuklar önce bu ifadenin çarpanlarının olup olmadığına bakalım bu ifadenin deltası nedir?... -11 yani delta sıfırdan küçük o zaman kök yok. Peki işaret tablosunu nasıl yaparız? ….Hatırlarsanız grafiklerini çizmiştim size x eksenini kesmez grafik. Kök olmadığı için baş katsayının işareti ile başlarsınız nedir o? … artı bizden istenen çözüm ifadenin sıfırdan büyük olan kısmı tabloya bakarsanız hepsi artı o zaman çözüm kümeniz bütün reel sayılardır. Sizden sıfırdan küçük olan ifadeleri bulmanız istenseydi o zaman çözüm kümeniz boş küme olur."*

Ö1 öğretmeni, Şekil 187'deki standart örnek ile birlikte öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin kökünün olmaması durumunda eşitsizliğin çözümünün nasıl bulunduğunu açıklamıştır. Öğretmenin deltanın sıfırdan küçük olması durumunda çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu açıklamış ve bu örnekte de bu açıklamasına vurgu yapmıştır. Ö1'in önceden bu duruma ait kuralın ne anlama geldiğini açıkladığı ve bu açıklamayı yaparken kullandığı örnek ile çözüm adımlarını tek tek açıkladığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmenini bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni daha sonra, bu ifadeyi öğrencilerine Şekil 188'de görüldüğü gibi not olarak yazdırdığı görülmüştür.

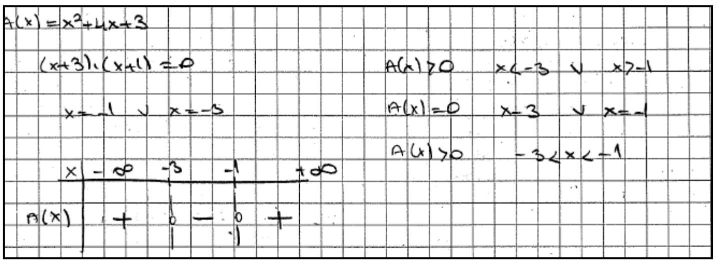



Şekil 188. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Öğretmenin açıklaması:

*"delta sıfırdan küçük olması durumunda bütün reel sayılar kümesinde çözüm olabilmesi için fonksiyonun sıfırdan büyük değerler için çözümünün olması yani a'nın sıfırdan büyük olması gerek çünkü kök yok a'nın işareti ile devam edeceğiz. Benzer şekilde sıfırdan küçükler için çözüm istenirse bu durumda a'nın sıfırdan küçük olması gerekmektedir."*

Ö1'in denklemin kökünün olmaması durumunda bütün reel sayılarda çözümün olabilmesi için gerekli kuralı doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni delta sıfırdan küçük ise bütün reel sayılarda çözümünün olabilmesinin denklemin baş katsayısına bağlı olduğunu ifade etmiştir. Bu ifadesinde Ö1 öğretmeni kuralı daha önceden açıklamış bu not ile yeniden özetlemiştir. Fakat bu ifadesini doğrudan belirtmesinden dolayı işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, bu açıklamasının ardından deltanın sıfıra eşit olması durumunda öğrencilerinin nasıl bir yol izlemeleri gerektiğini standart örnek ile açıkladığı gözlenmiştir. Benzer şekilde Ö1, iki farklı kök olması durumunda eşitsizlik tablosunun nasıl yapıldığını ise Şekil 189'daki standart örnek ile ifade etmiştir.



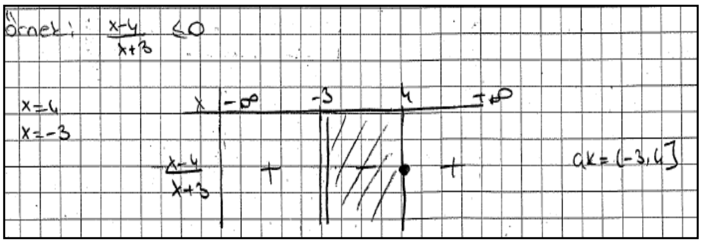

Şekil 189. Ö1 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3)

*"Bu denklemin kökleri nedir?... -1 ve 3 o zaman tablo yaparsanız tabloda baş katsayının işareti ile başlıyoruz nedir onun işareti? … evet artı kök var işaretin değişmesi gerekir eksi tekrar kök var işaret yeniden artı. Şimdi çocuklar bunu yaptıktan sonra sizden çözüm olarak sıfırdan büyükler istenirse artıların olduğu yeri alacaksınız yani x< -3 ve x>-1, eğer sıfıra eşit olan yerler deseydi köklerin direk kendilerini alırdınız ya da sıfırdan küçük derse eksinin olduğu aralığı çözüm kümesi olarak alacağız."*

Ö1 öğretmeni, Şekil 189'daki standart örneği ile ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözüm kümesinin nasıl bulunabileceğini ifade ettiği gözlenmiştir. Ö1 öğretmeninin denklemin sıfırdan büyük, denklemin sıfıra eşit ve denklemin sıfırdan küçük olması durumunda çözüm aralığının ne olduğunu açıklamış ve bu açıklamasıyla birlikte bir prosedürün nasıl uygulandığını da ifade etmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmenin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu durumu açıkladıktan sonra bir eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesini bulurken nelere dikkat etmeleri gerektiğini öğrencilerine şu şekilde ifade etmiştir:

*"Eşitsizlikte bulunan tüm çarpanların varsa kökleri bulunur. Tabi burada köklerin sayısına dikkat edin. Yani tek katlı mı? Yoksa çift katlı mı? Bunları ayırın. Daha sonra bulunan kökleri sayı doğrusunda sıralayın. İşaretleri belirleyin. Eşitsizlikteki çarpanların en büyük dereceli terimlerinin katsayı işaretlerinin çarpımı ile tablonun en sağındaki aralığın işareti bulun. Bu arada rasyonel ifadelerin paydasını sıfır yapan x değerleri çözüm kümesine alınmaz bunu unutmayın."*

Ö1 öğretmeni eşitsizlikte bulunan tüm çarpanların köklerinin bulunmasını ve bu köklerin tek katlı ya da çift katlı kök olup olmamalarına dikkat etmeleri gerektiğini belirtmiş. Bu işlemlerin ardından tablo için işaretin bulunması gerektiğini açıklamıştır. Ö1 öğretmeni bir eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesinin nasıl bulunması gerektiğini adım adım ifade etmiş fakat neden bu şekilde çözüm yapıldığını açıklamamıştır. Ö1 öğretmeni sadece prosedürün nasıl uygulandığını belirtmesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, bu açıklamasının ardından öğrencilerine aşağıdaki geliştirici örnek ile açıklamaya devam ettiği gözlenmiştir.



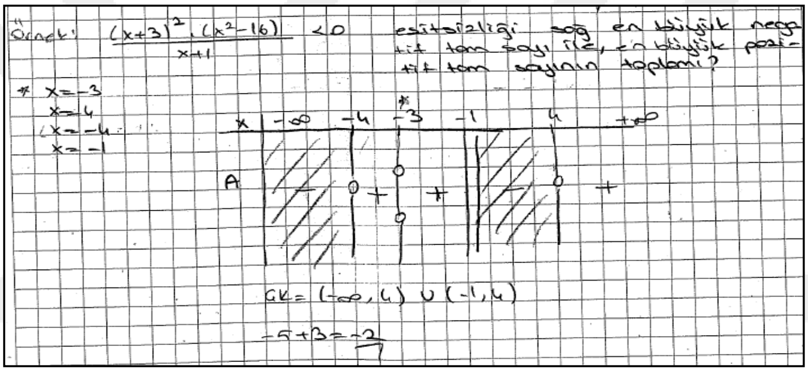

Şekil 190. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Şimdi bu ifadenin önce köklerini bulalım. Bu ifadenin kökleri 4 ve -3 fakat -3 paydayı tanımsız yapan kök dikkat edin. Çünkü bu kökü çözüme almayacağız denklemin kökü olamaz. Bu kökleri sayı doğrusunda yazalım. İşaretimiz ne olacak?... payın işareti artı paydanın işareti artı o zaman artının artıya bölümünden işaretimizi artı olacak*

*tablonun sağından artı ile başlıyoruz kök var işaret ne olur?...eksi peki tekrar kök var işaret yine değişir bizden sıfırdan küçük ve eşit olanları istiyor. Bu durumda eksi olan yeri birde ifadeyi sıfır yapan x değerini alıyoruz. Tanımsız yapan -3 çözüme alınmaz."*

Ö1 öğretmeni, eşitsizlik ifadesinde verilen denklemlerin tek tek köklerini bulmuş ve bu kökler doğrultusunda eşitsizlik tablosunu oluşturmuştur. Ö1 öğretmeni bu tablodan sonra işaretlerin nasıl olması gerektiğini açıklamıştır. Ö1 öğretmeni Şekil 190'daki geliştirici örneği ile daha önce ifade ettiği kuralı açıklamak istemiş ve çözüme ilişkin bütün adımları gerekçeleri ile birlikte açıkladığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra Şekil 191'deki geliştirici örnek ile beraber kuralları belirgin şekilde ifade etmeye çalıştığı gözlenmiştir.

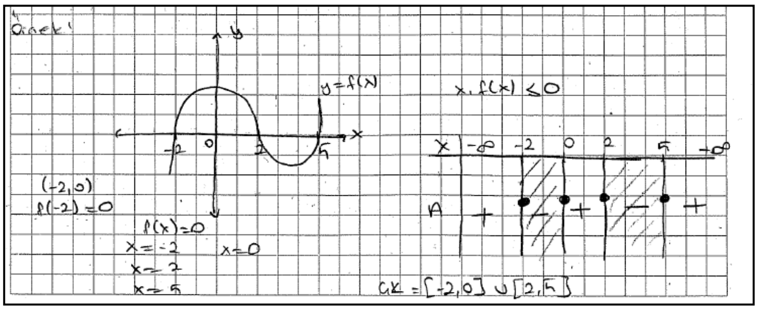



Şekil 191. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu ifadenin tek tek köklerini bulalım. Buna göre denklemin kökleri -3 ,+4 ve -4 birde tanımsız yapan -1 kökümüz var. İşaret tablosunda bu kökleri yazacak olursak birde işaretlerine bakalım her bir ifadenin işareti artı o zaman işlemin sonucu da artı olur. İşaret tablosunda artıyla başlıyoruz daha sonra kök var eksi tanımsız kök var yine işaret değişir sadece çift katlı kökte değişmez. Çift katlı kök var işaret değişmez artı çünkü hatırlayın delta sıfıra eşit ise tabloda işaret değişmiyordu açıklamıştım size parabolün grafiğinden. artı ile devam kök var eksi olur. Bizden ifadenin sıfırdan küçük olduğu yerleri istiyor. O zaman çözüm kümesi…"*

Ö1 öğretmeni, Şekil 191'deki geliştirici örneği ile bir eşitsizlik ifadesinde çift katlı kök olması ve paydayı tanımsız yapan kök olması durumunda öğrencilerinin nelere dikkat etmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni çift katlı kökte işaretin neden değişmediğini önceden açıklamış ve tabloda hangi işaret ile başlanması gerektiğini belirtmiştir. Bu ifade ile çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Ö1 öğretmenin, bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, eşitsizlik sistemlerinin fonksiyon grafikleri ile birleştirerek, eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesinin geliştirmek istemiş ve bunun için Şekil 192'deki geliştirici örnekten yararlanmıştır.

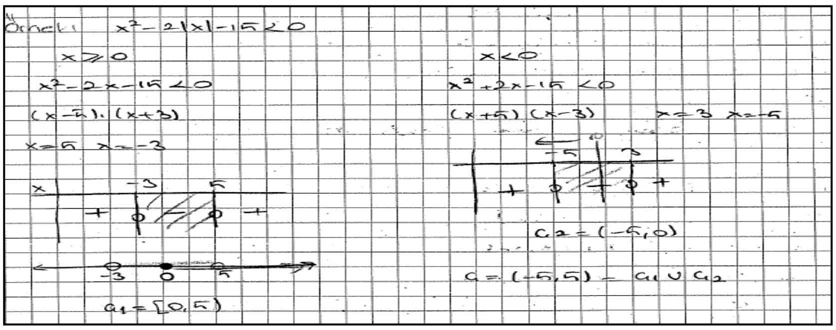



Şekil 192. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Çocuklar grafikle birlikte olması durumunda biliyorsunuz size işaret değişim tablosunu anlatırken grafiklerden yararlanmıştım. Şimdi grafik yardımıyla f fonksiyonunu sıfır yapan x değerlerini bulalım. x eksenin kestiği yerler fonksiyonu sıfır yapan değerlerdir. Bunu fonksiyonlardan biliyorsunuz. Buna göre -2,2,5 değerleri peki birde x çarpanı var fonksiyonun yanında bununda kökü 0 zaten, o zaman bu değerleri tabloya yazalım. Peki sırada işareti tespit edelim sağdan başlıyoruz 5 ile fonksiyon 5 ten büyük olursa işareti grafiğe bakarsanızartı o zaman artı ile başlıyorsunuz …."*

Ö1 öğretmeni Şekil 192'deki geliştirici örneği ile grafiği verilen bir fonksiyon ile oluşturulan eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu açıklamıştır. Ö1 açıklamasında eşitsizlik tablolarını oluştururken fonksiyon grafiklerinden yararlanarak anlattığı için bu örneğinde de bu duruma vurgu yapmış ve örneğin çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmenin, bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, mutlak değerli bir ifadeyle karşılaşmaları durumunda nasıl çözülmesi gerektiğini Şekil 193'deki geliştirici örnek ile açıklamıştır.



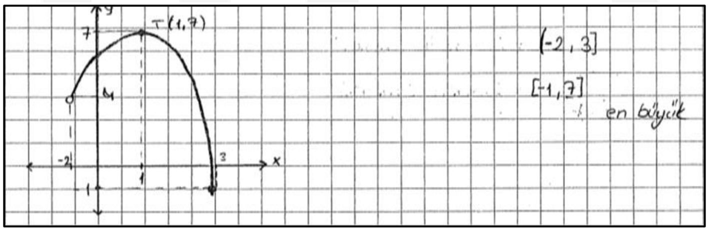

Şekil 193. Ö1 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Önce mutlak değerli ifadenin kritik noktasını bulun. Yani mutlak değerin içini sıfır yapan x değerini daha sonra kritik noktaya göre çözümü ikiye ayıracağız x sıfırdan büyük eşit olursa bu birinci denklem birde x sıfırdan küçük eşit olursa bu da ikinci denklem bu iki denklemin ayrı ayrı tablolarını yaparız. Sonra ortak çözüm kümesini çözüme alacağız."*

Ö1 öğretmeni eşitsizlik ifadelerinde, mutlak değerli bir ifadenin de yer alması durumunda çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu Şekil 193'deki geliştirici örnek ile açıklamak istediği gözlenmiştir. Ö1'in Şekil 193'deki örnekte mutlak değerli bir ifade olmasından dolayı bir pozitif bir de negatif olması durumu olmak üzere iki farklı eşitsizlik oluştuğunu ve bunların ayrı ayrı köklerinin bulunup buna göre çözüm kümesinin belirlenmesi gerektiğini açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, bu örnekte kullandığı bütün çözüm adımlarını tek tek gerekçeleri ile birlikte açıklamasından dolayı, açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, eşitsizlikler konusundan sonra parabol konusuna başlangıç yapmıştır. Ö1 öğretmeni, parabol konusuna öğrencilerin fonksiyon bilgilerinden yararlanarak Şekil 194'deki başlangıç örneğini kullanarak başlamıştır.

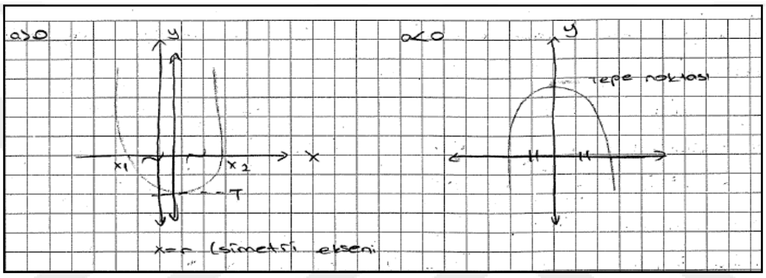



Şekil 194. Ö1 öğretmeni parabol konusu ile ilgili başlangıç örneği (BK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Arkadaşlar bu grafiği fonksiyonlardan hatırlarsanız tanım kümesi nedir?....(-2,3) peki görüntü kümesi nedir?... -1 ve 7 kapalı aralığıdır. Buna göre çocuklar grafiğin en büyük değeri kaçtır?...evet 7 bu değeri aldığı x noktası kaçtır?... 1 peki çocuklar bu bulduğunuz 1 ve 7 parabolün tepe noktasıdır daha sonra ayrıntılı olarak işleyeceğiz. Bakın bu bir parabol dediğimiz ifadenin apsisi bu değer x eksenindeki diğer iki değere dikkat ettiyseniz eşit uzaklıktadır. Simetri noktasıdır. Hatta kökler toplamının yarısı bakın.7 ise tepe noktasının ordinatıdır. Bu sayıdan daha büyük değer alamaz…Biz bu konuda ikinci dereceden bir denklemin grafiğinin nasıl çizildiğini göreceğiz bu tepe noktası da bizim için bu noktada önemli olacaktır."*

Ö1 öğretmeni Şekil 194'deki başlangıç örneğinde parabol konusunu fonksiyonlar konusu ile ilişkilendirmiş ve tepe noktası hakkında öğrencilere bilgi vermiştir. Öğretmen grafikte fonksiyonun tanım ve değer kümesine de vurgu yapmıştır. Ö1 öğretmeni, tepe noktasının apsisinin parabolün simetri ekseni olduğunu ve ordinatın ise çizdiği parabolün en büyük değeri olduğunu açıklamıştır. Öğretmen açıklamalarında grafikte tanım ve görüntü kümesi ile tepe noktasının koordinatlarının ne anlama geldiğini ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra parabolün tanımını ise şu şekilde yapmıştır. *"İkinci dereceden bir denklemin belirttiği eğriye parabol denir."* Ö1 bu açıklamasının ardından tahtaya aşağıdaki parabol şekillerini çizmiştir.

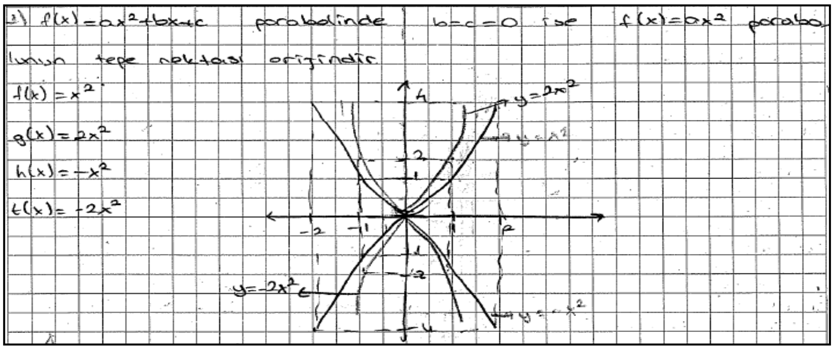



Şekil 195. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait işlemsel ve açıklayıcı boyuttaki açıklaması (İB2 ve AB1)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Denklemin baş katsayısı sıfırdan büyük bir reel sayı ise denklemin kolları yukarı doğru olur. Eğer baş katsayınız sıfırdan küçük ise denklemin kolları şekildeki gibi aşağı doğru olur. Denklemin köklerinin orta noktası grafiğin simetri eksenidir. Grafiği iki eş parçaya böler."*

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden denklemin baş katsayısı olan a sayının işaretine göre parabolün yönünün belirlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu ifadesinde a pozitif ise kolların yukarı doğru olduğunu ve a negatif ise kolların aşağı doğru çizilmesi gerektiğini belirtmiştir. Fakat bu açıklamasında parabolün kollarının neden yukarı ve neden aşağı doğru olduğunu açıklamadığı görülmüştür. Bu kuralın ne anlama geldiğini açıklamaması ve kuralı doğrudan ifade etmesinden dolayı bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte Ö1, simetri ekseni kavramının ne anlama geldiğini şekil ile birlikte açıklamış ve bu yüzden bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö1, daha sonra öğrencilerine bazı özel parabolleri aşağıdaki gibi açıkladığı gözlenmiştir. İlk olarak $f(x)=ax^2$ grafiğinin nasıl bir grafik olduğunu ifade etmiştir.

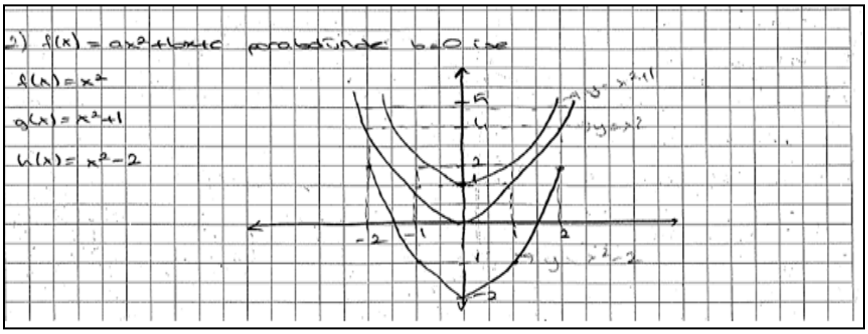



Şekil 196. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici ve standart örnekleri (SK2 ve GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“$ax^2$+bx+c=0 parabolünde b ve c sıfır olursa parabolün tepe noktası orijin olan $ax^2$ olan parabol olur. Örneğin $x^2$, $2x^2$,- $x^2$,-2 $x^2$ bu parabolleri incelersek grafiklerde baş katsayısı mutlak değerce büyüdükçe parabolün kolları y eksenine yaklaşmaktadır.”*

Ö1 öğretmeni, $ax^2$ ifadesinin neden tepe noktası orijin olan bir parabol olduğunu açıklamış ve a sayının mutlak değerce büyüdüğünde neden kolların y eksenine yaklaştığını tek tek değer vererek açıklamıştır. Öğretmenin açıklamalarında standart ve geliştirici örneklerden yararlandığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmenin açıklaması grafiklerin çiziminde çözüm adımlarını ifade etmesinden dolayı, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni daha sonra bu grafikte sadece x’li terimin katsayısının sıfır olması durumunda parabolün grafiğinin nasıl olacağını ise aşağıdaki şekildeki gibi açıkladığı gözlenmiştir.

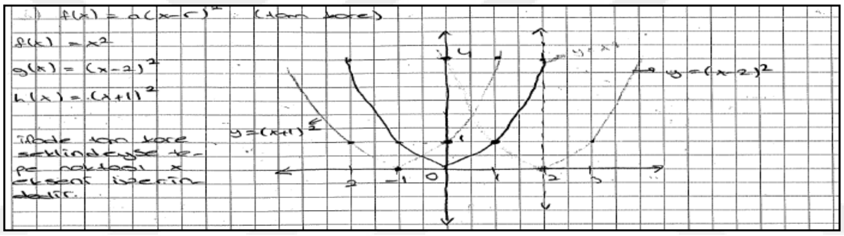



Şekil 197. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"$ax^2+bx+c=0$ parabolünde b sıfır ise örneğin $x^2$ parabolü ya da $x^2+1$ veya $x^2-2$ bu parabol grafiklerini incelersek aslında $x^2$ parabolünün y ekseni boyunca ötelenmesi söz konusudur. Mesela $x^2+1$ parabol bir birim yukarı ötelenmiştir. $x^2-2$ ise 2 birim aşağı ötelenmiş halidir."*

Ö1 öğretmeni, x'li terimin katsayısının sıfır olması durumunda, aslında $x^2$ parabolünün y ekseni boyunca ötelenen bir grafik olduğunu standart örneklerle birlikte açıkladığı gözlenmiştir. Bu durumda Ö1 öğretmeni, kuralın ne anlama geldiğini açıkladığı görülmüştür. Öte yandan Ö1 öğretmeninin, bu grafiklerin nasıl çizildiğini açıklamadığı (İB3) fakat parabolde sabit sayının değişmesi durumunda parabolün şeklinin nasıl değiştiğini örnekler aracılığıyla açıkladığı (AB2) gözlenmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin açıklaması hem işlemsel boyutta İB3 olarak hem de açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö1 öğretmenin daha sonra $a(x-r)^2$ şeklindeki tam kare ifadenin grafiğini ise aşağıdaki gibi açıkladığı gözlenmiştir.

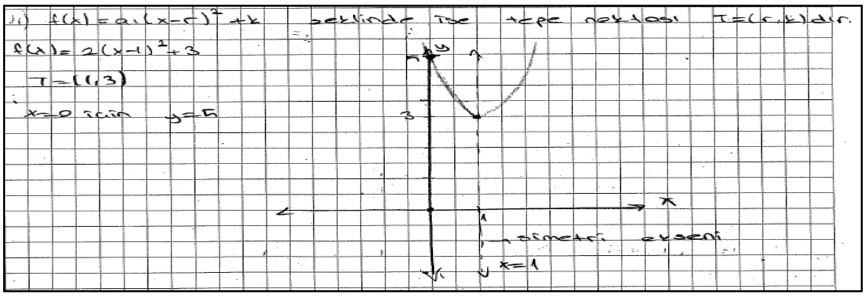



Şekil 198. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"$a(x-r)^2$ bu ifade tam kare ifadesi bu da aslında $x^2$ parabolünün x ekseni boyunca ötelenmesi sonucu oluşan grafiklerdir. Mesela $(x-2)^2$ parabolünün grafiği 2 birim sağa ötelenmesi $(x+1)^2$ parabolünün grafiği ise 1 birim sola ötelenme grafiğidir."*

Ö1 öğretmeni, parabole ait bu grafiklerin nasıl çizildiğini açıklamadığı fakat parabolde x ekseninde öteleme olması durumunda parabolün şeklinin nasıl değiştiğini örnekler aracılığıyla açıklamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin açıklaması prosedürün nasıl uygulandığını göstermeye yönelik olmasından dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilirken öte yandan kuralın ne anlam ifade ettiğini vermiş olduğu örnekler aracılığıyla açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Yani Ö1 öğretmeni, $a(x-r)^2$ ifadesinin grafiğinin aslında $x^2$ parabolünün x ekseni boyunca ötelenmesiyle elde edilebileceğini $(x-2)^2$ standart örneği ile açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, $a(x-r)^2$ ifadesi ile ilgili vermiş olduğu kuralın ne anlama geldiğini açıklamıştır. Ö1, daha sonra bu durumu biraz daha genellemek amacıyla $a(x-r)^2+k$ şeklindeki bir ifadenin grafiğinin nasıl çizilebileceğini açıkladığı gözlenmiştir.



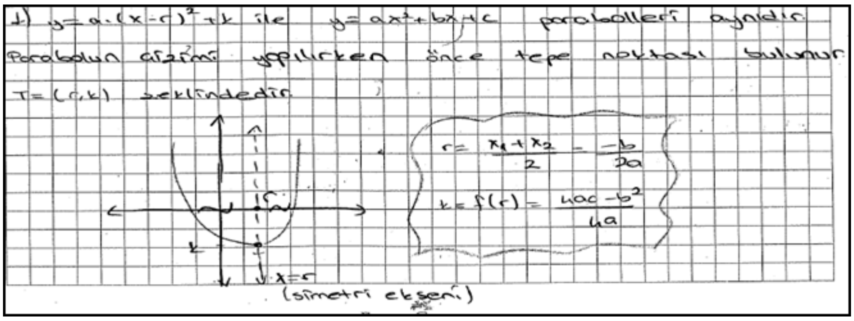

Şekil 199. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"$a(x-r)^2+k$ bu ifade ise parabolün tepe noktası T(r,k) olan bir parabol grafiğidir. Örneğin $2(x-1)^2+3$ ikinci dereceden denklemini incelersek bu aslında tepe noktası (1,3) olan bir paraboldür. Bu parabol grafiğini çizersek y eksenini kestiği nokta için x sıfır için y=5 olur. x=1 aynı zamanda tepe noktasının apsisi dışında parabolün simetri eksenidir."*

Ö1 öğretmeni, $a(x-r)^2+k$ şeklindeki ifadenin aslında daha önceki parabolün x ekseni boyunca r birim sağ tarafa ve k birim yukarı ötelenen bir grafik olduğunu belirtmiştir. Ö1, bu ifadesinin yanı sıra parabolün tepe noktasının nasıl bulunduğunu ve bu grafiğin nasıl çizildiğini, sebeplerini sunmadan ifade etmiştir. Öğretmenin açıklamalarında parabolün tepe noktasının neden (1,3) noktası olduğunu ifade etmemiştir. Bu yüzden bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Fakat bunun yanı sıra Ö1, bu kuralın ne anlama geldiğini Şekil 199'da sunmuş olduğu örnek ile açıklamıştır. Bundan dolayı bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine bir parabolün grafiği çizilirken izlenecek yolu şu şekilde açıklamıştır:

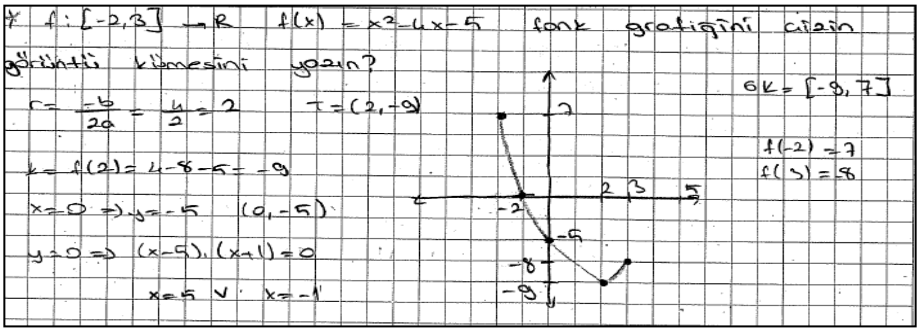



Şekil 200. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2, İB3 ve AB1)

*"a(x-r)$^2$+k bu ifade ile çocuklar ax$^2$+bx+c=0 ifadesi aynı şeydir. Parabolün çizimi yapılırken öncelikle parabolün tepe noktası bulunur. Yani T(r,k) bulunur. Burada r aynı zamanda parabolün simetri eksenidir. Parabolün simetri ekseni demek eksenleri kestiği noktanın orta noktası demektir. Tepe noktasının apsisini verilen denklemde yazarsanız parabolün tepe noktasının ordinatını bulmuş olursunuz. Tepe noktasının ordinatını $\frac{4ac-b^2}{4a}$ formülü ile de bulabilirsiniz. Daha sonra y eksenini hangi noktada kestiğini bulmak için x yerine sıfır, benzer şekilde x eksenini kestiği noktaları bulmak için y yerine sıfır yazılır. "*

Ö1 öğretmeni açıklamasında *a(x-r)$^2$+k ve ax$^2$+bx+c=0* bu iki ifadenin de birbirinin aynısı olduğunu ifade etmiştir. Bir parabol çizilirken tepe noktasının koordinatlarını bulunurken ordinat için $\frac{4\text{ac}-b^2}{4\text{a}}$ formülünü uygulamalarını ve y eksenini bulmak için x değerine sıfır yazmalarını, x eksenini kestiği noktalar için y değerine sıfır yazmalarını ifade ederek prosedürün nasıl gerçekleştiğini belirtmiştir. Ö1 öğretmeni, yapmış olduğu bu açıklamasında parabolün grafiğini çizerken öğrencilerinin neler yapması gerektiğini açıklamış, fakat bu açıklamalarının gerekçelerini belirtmemiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Tepe noktasının bulunması için vermiş olduğu kuralların ne anlama geldiğini ifade etmemesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilirken simetri eksenin ne demek olduğunu açıklaması ise açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, bir parabolü çizerken sınırları belirgin hale getirmek için Şekil 201'deki geliştirici örneği sunmuştur.




Şekil 201. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

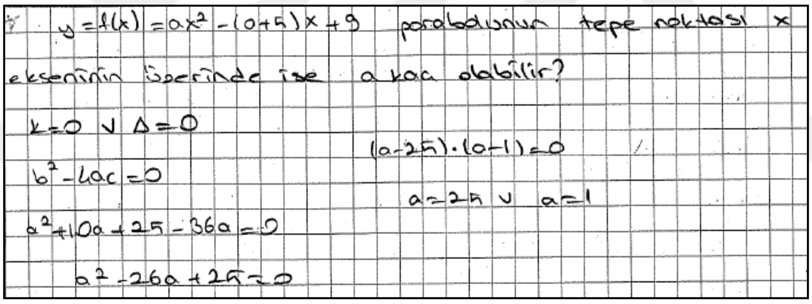
Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu örneğin diğer örnekten farkı çocuklar burada tanım aralığı verdim size bu aralık fonksiyonun grafiğinin maksimum ve minimum noktalarını bulmamıza yarar. Şimdi parabolün tepe noktasının koordinatlarını bulalım. Apsis –b/2a formülünden yani kökler toplamının yarısı 4/2 ve 2 dir. Apsisi yerine yazarsak tepe noktasının ordinatı -9 olur. Daha sonra eksenleri kestiği noktayı bulalım x yerine sıfır yazarsak y eksenini -5*

*noktasında keser, y yerine sıfır yazarsak ifadeyi çarpanlarına ayırarak eksenleri kestiği noktayı buluruz….Şimdi tanım aralığındaki noktaları da fonksiyonda yerine yazalım görüntüleri 7 ve 8 peki ordinat ne çıkmıştı?... O zaman fonksiyonun en küçük değeri -9 ve en büyük değeri 8 olur. Görüntüsü -9 ve 8 kapalı aralığında olur. Bu durumda çocuklar bir parabolün alabileceği en büyük ve en küçük değer parabolün ordinatıdır. Ama burada tanım kümesine de dikkat edin apsis tanım kümesinin elemanı olmalı. Eğer tanım kümesi vermezse parabolün ordinatıdır. Zaten grafiğe bakarsanız en küçük değerin -9 olduğu ve en büyük değerinde 8 olduğu görülmektedir.”*

Ö1 öğretmeni, Şekil 201’deki geliştirici örnek ile parabolün tanım kümesine göre alabileceği en büyük ve en küçük değerin değişebileceğini, parabolün grafiğinin nasıl çizeleceğini, çözüm adımları ve gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Ö1 öğretmeni açıklamasında parabolün tepe noktasını ve eksenleri kestiği noktaların nasıl bulunduğunu ifade etmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, daha sonra tepe noktası x ekseninde olan bir parabolün durumunu Şekil 202’deki geliştirici örnek ile örneklendirmiştir.

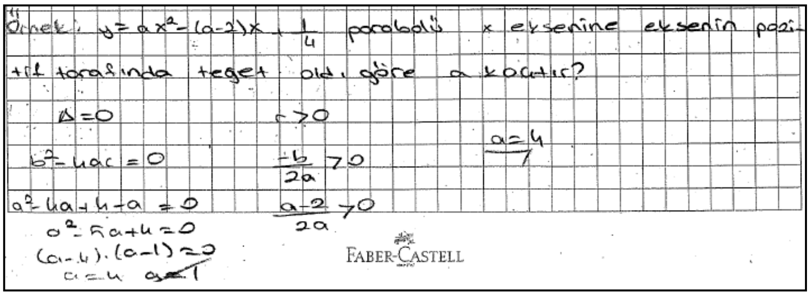



Şekil 202. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“parabol x eksenine pozitif tarafta teğet denirse denklemin deltasını sıfıra eşit ve tepe noktasının apsisini de sıfırdan büyük kabul edeceğiz. Eğer x eksenine negatif tarafta teğet denirse delta sıfıra eşit ve apsis sıfırdan küçüktür. Soruda size parabolün tepe noktası pozitif tarafta ve y ekseni üzerinde ise o zaman apsis sıfır ve ordinat sıfırdan büyük olmalıdır. Şayet size parabolün tepe noktası x ekseninin altında ve y ekseninin üzerinde ise bu durumda da yine apsis sıfır olur ve ordinatınız sıfırdan büyük olur.”*

Ö1 öğretmeni Şekil 202’deki geliştirici örnek ile sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş, bunun yanı sıra açıklamasında herhangi bir parabol grafiğinden yararlanarak açıklamamış ve çözüm adımlarına ait gerekçelerini ifade etmemiştir. Açıklamasında sadece x ekseni üzerinde olabilmesi için deltanın sıfıra eşit olması gerektiğini ve pozitif veya negatif tarafta olması için parabolün apsisinin ne olması gerektiğini ifade etmiştir. Bu açıklamalarında ise sadece böyle bir durumda ne yapılması gerektiğini ifade etmiş, yani prosedürün nasıl uygulanması gerektiğini belirtmiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından Şekil 203'deki geliştirici örneği sunmuştur.



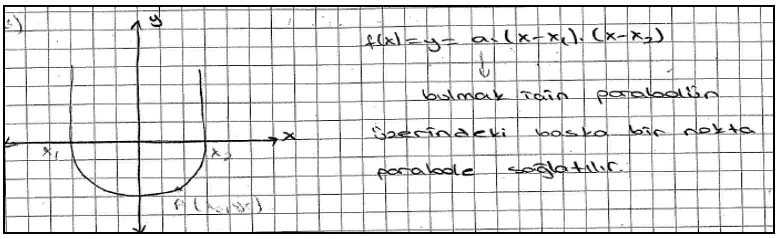

Şekil 203. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"x eksenine pozitif tarafında teğet ise deltası sıfıra eşit olmalıdır. Birde pozitif tarafında olmasını istiyor o zaman apsis ne olmalı? Herkes defterine pozitif tarafta teğet olacak şekilde bir parabol örneği çizsin defterine (öğretmen tek tek defterlere bakıp öğrenci çizimlerini kontrol etti yanlış olanları düzeltmiştir) evet sıfırdan büyük olmalı….a sayısı 4 ya da a=1 ama apsis sıfırdan büyük dediği için a 4 olmalıdır Çünkü apsis için yazdığımız ikinci şartta r büyük sıfır ifadesinde a yerine 4 yazarsanız sıfırdan büyük oluyor."*

Ö1 öğretmeni, Şekil 203'deki geliştirici örneği ile verilen bir parabolün x eksenine teğet olması için deltanın sıfıra eşit olması gerektiğini ve özellikle pozitif tarafta olması için de a değişkeninde bulunan değerlerin bu şartı sağlamasına dikkat edilmesi gerektiğine dair çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni bir parabol grafiğinin eksenleri kestiği noktası biliniyorsa parabolün denkleminin nasıl bulunduğunu Şekil 204'deki gibi açıklamıştır.

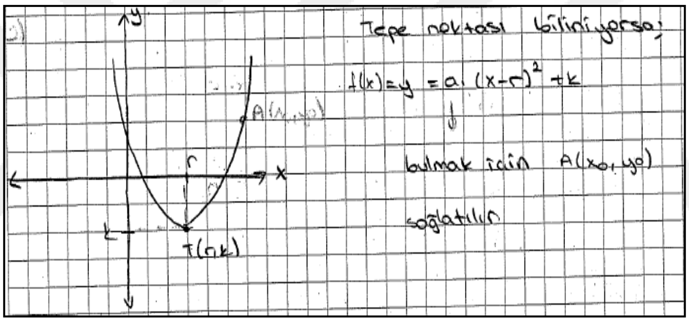



Şekil 204. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2 ve İB3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Eksenleri kestiği nokta $x_1$ ve $x_2$ olsun o zaman parabolün denklemi $y=a.(x- x_1).(x- x_2)$ şeklinde yazıldıktan sonra parabol üzerindeki başka bir nokta parabol denkleminde yerine yazılır ve bu nokta parabol denklemini sağlamak zorundadır."*

Ö1 öğretmeni, bir parabolde eksenleri kestiği nokta biliniyorsa parabolün denkleminin nasıl yazılması gerektiğini öğrencilerine kural ile ifade etmiştir. Bu ifadesinde sadece prosedürün nasıl gerçekleştirileceğini belirtmiş ve kuralın nasıl oluşturulduğu hakkında öğrencilerini bilgilendirmemiş, sadece parabol grafiğini çizmiş, fakat bu çizimle ilgili bir açıklamada bulunmamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra tepe noktası bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazılacağını ise Şekil 205'deki gibi açıklamıştır.

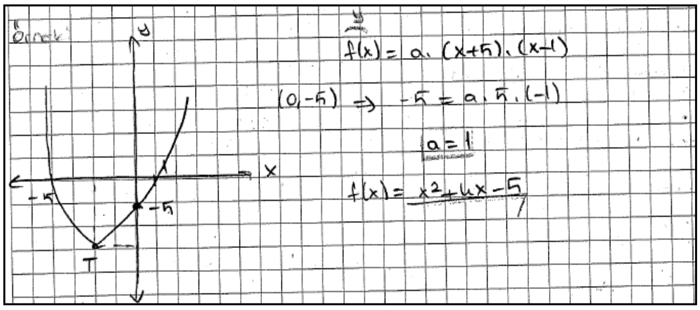



Şekil 205. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Eğer parabolün tepe noktası biliniyorsa $y=a.(x-r)^2+k$ şeklindeki ifade ile parabolün denklemi yazılabilir."*

Ö1 öğretmeni parabolün tepe noktası biliniyorsa $y=a.(x-r)^2+k$ matematiksel ifadesi ile parabolün denkleminin yazıldığını ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni, parabolün tepe noktasının bilinmesi durumunda uygulanacak formülü doğrudan ifade etmiş, bu formülün nereden geldiğini ispatlamamıştır. Ö1 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bununla ilgili olarak Ö1 Şekil 206'daki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 206. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

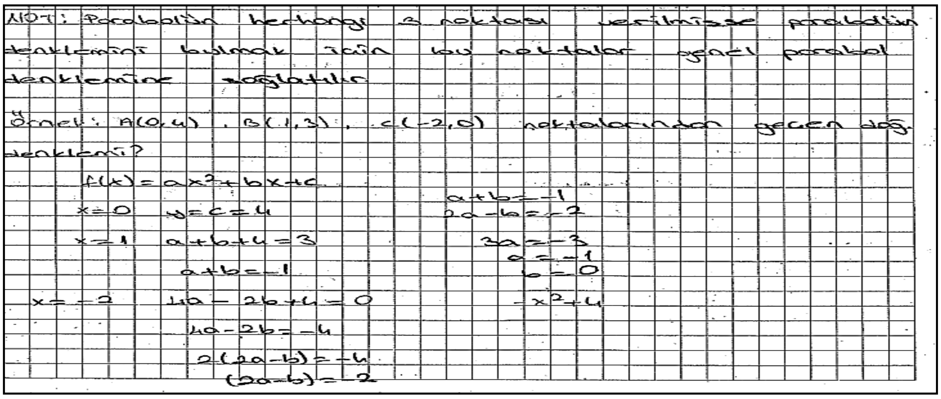
Ö1 öğretmeninin açıklaması:

> *“Parabolün eksenleri kestiği nokta belli o zaman y=a.(x+5).(x-1) ifadesini yazarız. Bu ifadeyle birlikte a’yı bulmalıyız. a için parabol üzerindeki(0,5) noktasını yerine yazarsanız a=1 olur…”*

Ö1 öğretmeni öğrencilerine, bir prosedürün nasıl uygulanabileceğini Şekil 206’daki standart örnek aracılığıyla ifade etmiştir. Ö1 öğretmeni açıklamasında sadece vermiş olduğu kuralın nasıl uygulandığını belirtmiş ve bu kuralın kullanılma sebepleri ya da işlemlere ait çözüm adımları ile ilgili açıklamalarda bulunmamıştır. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra herhangi üç noktası verilmiş olan bir parabol denkleminin nasıl bulunacağını şu şekilde ifade etmiştir:

> *”Üç nokta verildi ve parabolün denklemini yazmanız istenirse parabolün genel denklemini yazın, daha sonra bu noktaları parabol denkleminde yazın .”*

Ö1 öğretmeni bir parabole ait herhangi bir üç nokta verilmesi durumunda parabolün genel denkleminde bu noktaların yazılması gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmen bu açıklamasında sadece prosedürün nasıl uygulanması gerektiğini açıklamıştır. Ö1 öğretmeni prosedürün neden bu şekilde uygulamaları ile ilgili öğrencilerini bilgilendirmemiştir. Bu yüzden Ö1 öğretmeninin bu açıklaması İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu duruma uygun olarak Şekil 207’deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.

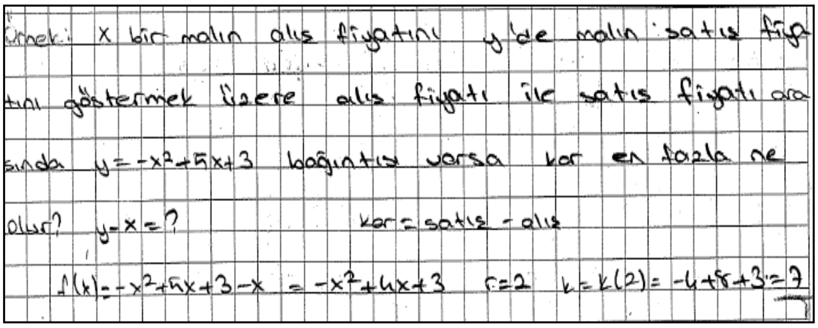



Şekil 207. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Üç noktası verildi o zaman parabolün genel denklemini yazalım $ax^2+bx+c$ bu noktaları sırasıyla yazalım x yerine 0 yazıp sonucu 4' e eşleyelim benzer şekilde diğerleri içinde yaparsak parabol denklemindeki bütün katsayıları bulmuş oluruz ..."*

Ö1 öğretmeninin, üç noktası bilinen parabol denkleminde öncelikle $ax^2+bx+c$ ifadesinde verilen bu noktaların yerine yazılarak denklemin bulunacağını ifade ettiği ama neden bu şekilde bir çözüm yaptıklarını açıklamadığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeni öğrencilerine sadece bir prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği ve kuralın ne anlama geldiğini açıklamadığı görülmüştür. Ö1 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni Şekil 208'deki geliştirici örneği sunmuştur.



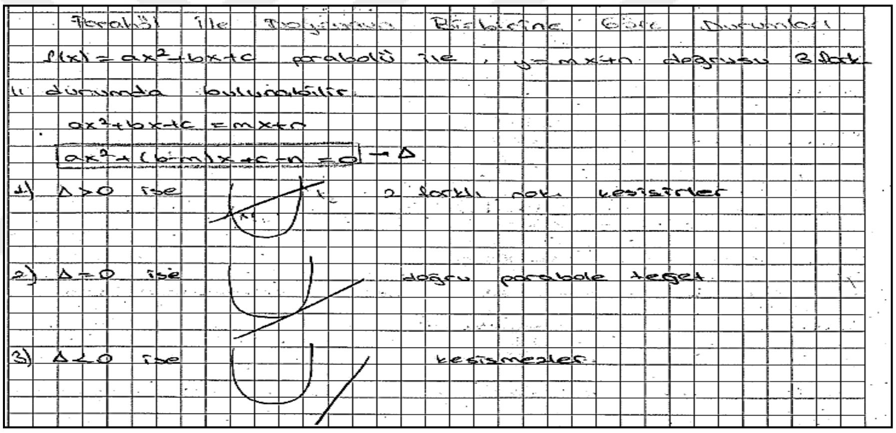

Şekil 208. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu örnek ile bize aslında parabolün tepe noktasını soruyor. Satış fiyatından alış fiyatını çıkarırsak kâr buluruz. O zaman kâr en fazla buna göre denklemimiz ne olur?*

*$-x^2+4x+3$ olur. Bu biliyorsunuz düzlemde bir parabol belirtir. Parabol şeklini göz önünde bulundurursanız en büyük değeri neresiydi? Evet tepe noktasıydı. O zaman tepe noktasının ordinatını bulalım. Çünkü bu denklemin en büyük değeri tepe noktasını geçemez. Çizdiğimiz grafiklerden hatırlayalım. Buna göre apsis 2 peki denklemde yerine yazarsak ordinat 7 olur."*

Ö1 öğretmeni, Şekil 208'deki geliştirici örnek ile verilen cebirsel ifadenin düzlemde bir parabol belirttiğini ve bu parabolün tepe noktasının aslında hesaplanmak istenen kàr değerini vereceğini açıklamıştır. Buna bağlı olarak parabolün tepe noktasının ordinatını bulunması gerektiğini çünkü daha önce çizdikleri parabol grafiklerinden hatırlayacakları gibi grafiğin en büyük değerinin bu nokta olduğunu vurgulamıştır. Ö1 öğretmeni açıklamasında çözüm adımlarını ve gerekçelerini belirttiği için açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, daha sonra bir parabol ile bir doğrunun birbirine göre durumlarını Şekil 209'da açıklamıştır.

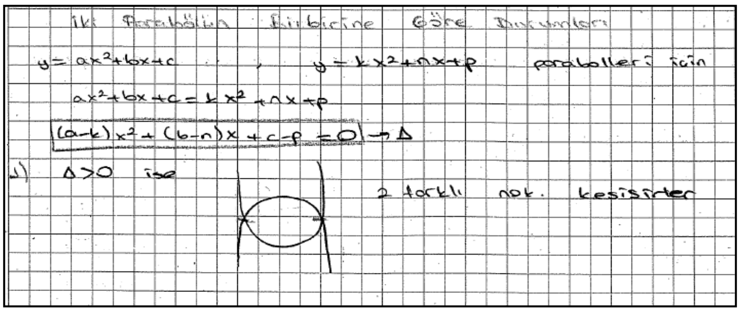



Şekil 209. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"Doğru ile parabol arasında üç durum söz konusudur çocuklar, birinci durum doğru parabolü iki noktada kesebilir ki, ikinci dereceden bir denklemin deltasının sıfırdan büyük olmasıdır. İkinci durum doğru parabole teğet olabilir. Bu durumda deltanın sıfıra eşit olması durumudur. Üçüncü durum ise doğru ile parabol kesişmeyebilir o zaman delta sıfırdan küçüktür."*

Ö1 öğretmeni, parabol ile doğru arasındaki ilişkiyi göstermek için önce parabol ve doğrular çizmiş, daha sonra bu üç durumu ikinci dereceden denklemler konusuna vurgu yaparak açıklamıştır. Öğretmenin parabol ile doğrunun birbirlerine göre olan durumlarını, iki farklı noktada kesişme, teğet olma ya da parabol ile doğrunun kesişmemesi olarak açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, böylelikle vermiş olduğu kuralın ne anlama geldiğini açıklamış ve bu yüzden açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, bu durumu iki parabol arasında da geçerli olduğunu Şekil 210'daki gibi ifade etmiştir.

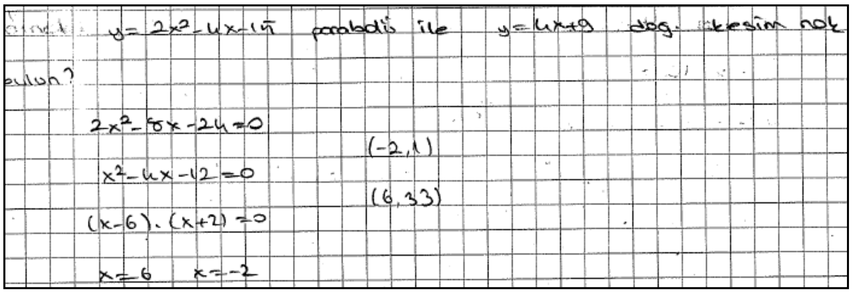



Şekil 210. Ö1 öğretmeninin parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*"İki parabol denklemi birbirinden çıkarılır. Elde edilen yeni denklemin deltasını yine inceleyeceğiz. Eğer delta sıfırdan büyükse ikinci dereceden denklemlerden bu iki parabol iki noktada kesişiyordur."*

Ö1 öğretmeni iki parabolün birbirlerine göre durumlarını belirlerken öncelikle parabollerin birbirinden çıkarılması gerektiğini daha sonra elde edilen ikinci dereceden denklemin deltasına bakılması gerektiğini ifade etmiştir. Eğer delta sıfırdan büyük ise paraboller iki noktada kesişeceğini şekillerini çizerek açıklamıştır. Benzer şekilde iki parabol birbirine teğet olması durumunda deltanın sıfıra eşitlenmesi gerektiğini şayet, bu iki parabolün birbirlerini kesmemeleri durumunda ise deltanın sıfırdan küçük olması gerektiğini açıklamıştır. Ö1 öğretmeninin, bu kuralların ne anlama geldiğini, ikinci dereceden denklemler konusu ile ilişkilendirerek açıkladığı gözlenmiştir. Ö1 öğretmeninin bu açıklamaları, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından parabol ile doğru arasındaki durumlara uygun olarak Şekil 211'deki standart örnekleri sunmuştur.

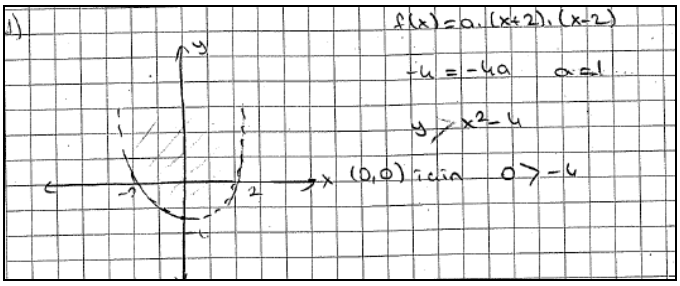



Şekil 211. Ö1 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“Parabol denkleminden doğrunun denklemini çıkarırsak oluşan denklem $x^2$-4x-12=0 bu ifadeyi de çarpanlarına ayırabiliriz. Çarpanları 6 ve -2 demek ki iki noktada kesmiştir.”*

Ö1 öğretmeninin Şekil 211’deki standart örnek ile prosedürü nasıl uyguladığını ifade ettiği gözlenmiştir. Fakat öğretmenin çözüm adımlarında parabol ve doğruya ait grafiklerden yararlanmadığı sadece yapılması gereken işlem adımlarına vurgu yaptığı görülmüştür. Çözüme ait gerekçelerini belirtmediği için açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni parabol ile ilgili eşitsizlik ifadelerini Şekil 212’deki geliştirici örnek ile ifade ettiği görülmüştür.

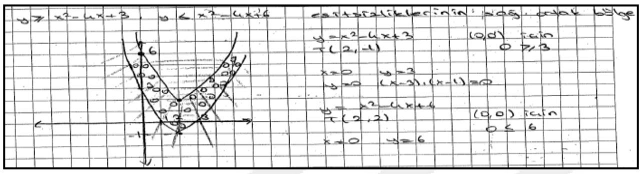



Şekil 212. Ö1 öğretmenin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmeninin açıklaması:

*“parabol denklemini nasıl yazıyorduk?...eksenleri kestiği nokta belli olduğu için a.(x+2).(x-2) ifadesinde x yerine sıfır yazarsak a=1 olur. O zaman parabolün denklemi $x^2$-4 olur. Şimdi parabolün iç kısmı tarandığı için ve çizgi kesik olduğundan öncelikle eksenler kesik kesik çizgi olacak. İç kısmı taranmış bu kısımdan bir nokta alalım hangi durumda taranan yer doğru olur grafikte yazınca. Mesela (0,0) noktasını alırsak denklemde yerine yazalım 0>-4 doğru olur. Eşitsizlik ifadesi y> $x^2$-4 olur.”*

Ö1 öğretmeni, yapmış olduğu açıklamasıyla aslında grafikte verilen bir eşitsizlik ifadesinin nasıl gösterebileceğini belirtmiştir. Bu durum için önce öğrencilerinin parabol bilgilerini kullanmalarını ve daha sonra eşitsizlik ifadesinin nasıl bir ilişkisi olduğunu açıklamıştır. Ö1 öğretmeni, bu durumda yapmış olduğu açıklamasında çözüm adımlarını ve gerekçelerini belirtmiştir. Öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö1 öğretmeni, açıklamış olduğu bu standart örnekten sonra aşağıdaki geliştirici örneği dersinde sunduğu gözlenmiştir.



Şekil 213. Ö1 öğretmeni parabol konusu ile ilgili geliştirici örneği (GK3)

Ö1 öğretmenin açıklaması:

*“Böyle bir durumda çocuklar önce bu iki parabolün grafiklerini çizelim daha sonra tarama işlemini yani aslında bu grafiklerin ayrı ayrı çözüm kümelerinin neresi olduğunu gösterelim. Şimdi herkes grafikleri çizsin…. Grafikleri çizerken eşitlik ifadeleri de olduğu için düz çizgilerle çizeriz. Şayet eşitsizlik olsaydı kesik çizecektik. Çünkü çözüm kümesine dahil değil. Ne tarafı tarayacağımıza karar verirken orijin noktasını alıp iki denklemde de yerine yazalım. Çünkü aldığınız nokta eşitsizliği sağlarsa çözüm kümesinin elemanıdır, sağlamazsa çözüm kümesinin elemanı olmaz. Taradığımız yer çözüm olabilecek yerler zaten. $x^2$-4x+3 parabolünün iç kısmını ve $x^2$-4x+6 parabolünü dışını tararsak ortak çözümümüz ikisinin arasıdır.”*

Ö1 öğretmeni, kavramın sınırlarını genişletmek amacıyla kullandığı bu geliştirici örnekte çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıkladığı gözlenmiştir. Öğretmenin açıklamasında ayrı ayrı iki parabolü de çizdiği ve bu çizimlerini yaptıktan sonra eşitsizlik ifadelerine göre ne tarafın taranması gerektiğini göstermek için orjin noktasını ele almıştır. Öğretmenin açıklamasında orjin çözümü sağlarsa onun olduğu tarafın taranması gerektiğini, eğer sağlanmazsa tersi yönün taranması gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmenin çözüme ait adımları tek tek açıklamasından dolayı öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden fonksiyonlar ve eşitsizlikler konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklama boyutları, boyutlara ait kategorileri ve frekansları Tablo 26’da sunulmuştur.

Tablo 26. Ö1 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategorileri ve Frekansları

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 4 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 16 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 77 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 6 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 19 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 86 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö1 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklamaların işlemsel (97) ve açıklayıcı (111) boyutta olduğu gözlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklamalarının genelde açıklayıcı boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö1 öğretmenin dersinde genelde tanımları ve kuralları ya da konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği fakat örneklerin veya soruların çözüm adımlarını ve gerekçelerini genelde açıkladığı tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeni, konuya ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenin konunun matematiksel kaynağına ve gelişime vurgu yapmadığı, diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı tespit edilmiştir. Bu yüzden öğretmenin epistemik ve problem çözme boyutunda hiç açıklama yapmadığı görülmüştür.

Tablo 27. Ö1 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Örnek Türleri

| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö1 | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 12 | 0 | 0 | 27 | 0 | 16 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Toplam | 12 | | | 27 | | | 29 | | | 0 | 0 | | 0 |

Ö1 öğretmeninin, ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol konusu ile ilgili açıklamalarında en çok geliştirici örneklerden ve bununla birlikte özellikle bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek SK3 kodlu örneklerden yararlandığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusuna başlarken BK3 kodlu örneklerden dersinde kullandığı görülmüştür. Ayrıca öğretmenin çeşitli prosedürler aracılığıyla öğrencilerin ilgili konulara ait kurallara ilişkin anlayışlarını genişlemek ve konular arası ilişki sağlayarak öğrencilerde ilgili konunun sınırlarını genişletmek için GK2 ve GK3 kodlu örneklere derslerinde yer verdiği tespit edilmiştir. Ö1 öğretmeninin ayrıca bu konular ile ilgili örnek dış, uç ve karşıt örneklerden hiç yararlanmadığı tespit edilmiştir.

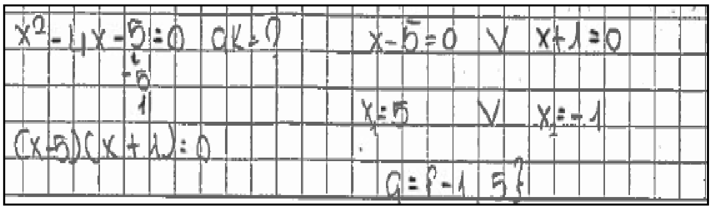
#### 4. 3. 2. 2. Ö2 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö2 öğretmenin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine sırasıyla yer verilmiştir.

Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin tanımını açıklayarak derse başlamıştır ve açıklaması şu şekildedir:

> *"a,b,c ∈ R ve a sayısı sıfırdan farklı olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ biçimindeki denklemlere ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir. a,b ve c sayılarına denklemin kat sayıları, x değerlerine ise denklemin kökü denir. Bu x değerlerine çözüm kümesinin elemanları denir. İkinci dereceden bir denklemin köklerini çarpanlara ayırma yöntemiyle de bulabilirsiniz "*

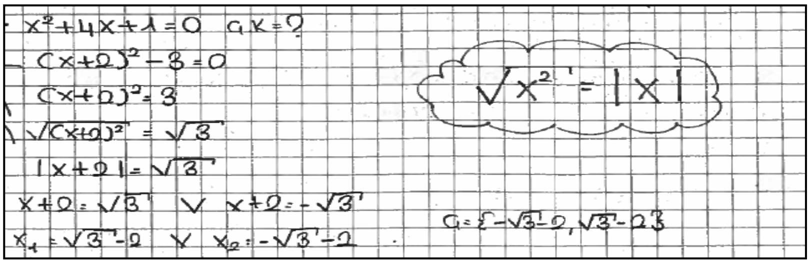
Ö2 öğretmeni $ax^2+bx+c=0$ cebirsel ifadesine ikinci dereceden denklem denildiğini bu denklem için a sayısının sıfırdan farklı olması gerektiğini ve a, b, c sayılarının birer reel sayı olması gerektiğini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusuna denklemin tanımını doğrudan ifade ederek başlamıştır. İkinci dereceden denklemlerin tanımını yapmış fakat ne anlama geldiğini ifade etmemesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Tanımın ardından ikinci dereceden denkleme örnek olarak Şekil 214'de başlangıç örneğini kullanmıştır.




Şekil 214. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

*"$x^2$-4x-5=0 ifadesinin çözüm kümesini istesem sizden. Bu ifadenin çarpanlarını bulabilirsiniz değil mi? Bunu biz daha önce öğrendik aslında basit bir çarpanlara ayırma ifadesi aynı zamanda bu ifade ikinci dereceden bir denklem. Son terim olan -5 sayısının çarpanları neler?...Peki, hatırlarsanız çarpanları neler? (x-5).(x+1)=0 bu durumda x=5 veya x=-1 olmak zorunda, çözüm kümemizin elemanlarını bulmuş oluruz."*

Ö2 öğretmeni, çarpanlara ayrılabilen ikinci dereceden denklemlerle ilgili başlangıç örneklerinden yararlandığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeni, öğrencilerinin verilen bir ifadenin çarpanlarını bulmayı daha önceden öğrendiklerini, bu yüzden bu ifadeyi rahatlıkla çarpanlarına ayırarak denklemin köklerini bulabileceklerini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, öğrencilerine işlemlerin çözüm adımlarını ve bu çözüm adımlarının gerekçelerini açıkladığı görülmüştür. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasından sonra Ö2 öğretmeni öğrencilerine, şu açıklamada bulunmuştur: "*a$x^2$+bx+c=0 denkleminde a+b+c=0 ise denklemin köklerinden biri 1'dir. Denklemin (x-1) şeklinde çarpanı vardır, bunu unutmayın bu işlemlerinizde pratiklik sağlayabilir."* Ö2 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerini bulmada pratiklik sağlaması amacıyla, bu kuralı ifade etmiş fakat nedenini açıklamamıştır. Bundan dolayı öğretmenin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin açıklamasına uygun örneklerden ise yararlanmadığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeni, Şekil 215'deki başlangıç örneğini öğrencilerine sunmuştur.



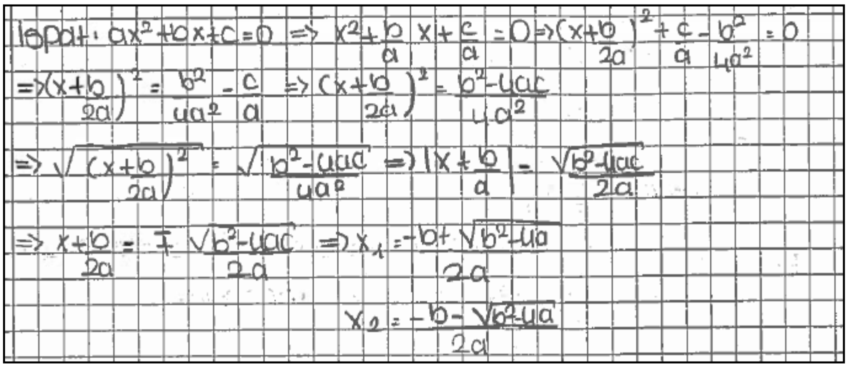
Şekil 215. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Çarpanlarına kolayca ayırılamayan Şekil 215'deki örnek ile ikinci dereceden denklemlerin kök bulma formüllerine dikkat çekmek istemiştir.

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"$ax^2+bx+c=0$ denklemin köklerini araştırırken diyelim ki ifadenin çarpanlarını bulamadınız belki de reel çarpanları yoktur. Peki bunu nasıl anlayacağız?... Böyle bir durumda denklemin deltasına ya da diskriminantına bakacağız. Δ şeklinde gösterilir ve $\Delta = b^2-4ac$ formülü ile bulunur. Peki, bulduğumuz sayı ne işimize yarayacak? Şimdi eğer bu sayı sıfırdan büyük ise iki farklı reel kökünüz var, eğer bu kökler birbirine eşit ise eşit iki kökünüz var ve diyelim ki bu sayı sıfırdan küçük o zaman reel kökünüz yoktur. Delta sıfırdan büyük olunca iki farklı reel kökü nasıl bulacağız?... Bunun için $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ve $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ formüllerini kullanacağız."*

Ö2 öğretmeni, bu açıklaması ile ikinci dereceden bir denklemin çarpanlarının nasıl bulunduğunu açıklamış ve bu açıklamasında deltanın ikinci dereceden bir denklemin kökleri hakkında bilgi sahibi olunmasına katkı sağladığını ifade etmiştir. Fakat deltanın formülünün nereden geldiğini açıklamamıştır. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin deltanın $b^2$-4ac formülü ile bulunduğunu belirtmiş ve delta sıfırdan küçük ise reel kök olmadığını, delta sıfıra eşit ise eşit iki reel kök olduğunu ifade etmiştir. Bunun yanı sıra delta sıfırdan büyük ise iki farklı reel kök olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca öğretmenin köklerin bulunabilmesi ile ilgili prosedür için $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ve $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ formüllerinin kullanılacağını ifade etmiş, bu açıklaması da işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Açıklamasında kök bulma formüllerini verdikten sonra öğrencilerine ispatını Şekil 216'daki gibi yaptığı gözlenmiştir.



İspat: $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}=0$

$\Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a} \Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

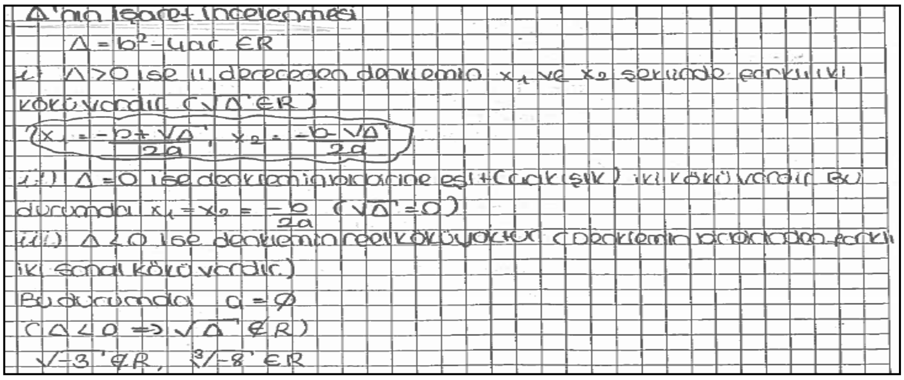
$\Rightarrow \sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \Rightarrow \left|x+\frac{b}{a}\right|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\mp\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4a}}{2a}$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4a}}{2a}$

Şekil 216. Ö2'nin ikinci dereceden kök bulma formülünün ispatı

Ö2, kök bulma ile ilgili geçen ifadelerin ispatını öğrencilerine yapmış ve bu ifadenin nasıl bu şekilde formülüze edildiğini ifade etmiş fakat yeteri kadar açıklamamıştır. Yani Ö2 öğretmeni, matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirmeye çalışmış fakat bu gerekçelendirme sürecini öğrencilerine açıklamadığı görülmüştür. Ö2 öğretmeninin açıklamasında köklerin bulunmasına ilişkin formülleri ispatını yapmış fakat öğrencilerine ispatı gerçekleştirirken neden her tarafı a sayısına böldüğünü ya da neden tam kare ifadesine benzetmeye çalıştığını açıklamamış yani ispat adımlarını yeteri kadar ifade edememesinden dolayı, açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra deltanın sıfır olması durumunda kök bulma formülünü şu şekilde ifade etmiştir:



Δ'nın işaret incelemesi

$\Delta=b^2-4ac \in R$

i) $\Delta>0$ ise II. dereceden denklemin $x_1$ ve $x_2$ şeklinde farklı iki kökü vardır ($\sqrt{\Delta}\in R$)

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a},\ x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

ii) $\Delta=0$ ise denklemin kökleri birbirine eşit (çakışık) iki kökü vardır. Bu durumda $x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$ ($\sqrt{\Delta}=0$)

iii) $\Delta<0$ ise denklemin reel kökü yoktur (denklemin birbirinden farklı iki sanal kökü vardır.)

Bu durumda $Ç=\varnothing$

($\Delta<0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}\notin R$)

$\sqrt{-3}\notin R$, $\sqrt[3]{-8}\in R$

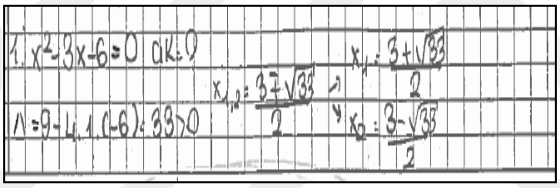
Şekil 217. Ö2 öğretmenin ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Çocuklar delta sıfır olursa eşit kök var demiştik. Bunu da yukarda verdiğim formülde delta yerine sıfır yazarsanız $\frac{-b}{2a}$ olur. Eşit kök demek aynı zaman da çakışık kök var demektir. Yani bu durumda delta sıfıra eşit olur. Eğer delta sıfırdan küçük ise*

*denklemin reel kökü yoktur. Bu durumda ilk defa duyacağınız iki sanal ya da karmaşık sayı vardır. Kök yok değil yani sadece bir reel sayı değildir. Örneğin; karekök -3 normalde böyle bir sayı yoktu değil mi ?..Çünkü reel sayılarda çift kökün içi asla negatif olmazdı. Küp kök -3 olsa sorun yok bu bir reel sayıdır. Karekök -3 aslında bir sanal yani karmaşık sayıdır. "*

Ö2 öğretmeninin, ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunmasında önemli olan delta kavramına ait üç farklı durumu tanımlamış ve bu durumların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Mesela; Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin köklerinde deltanın sıfırdan küçük olması durumunda, denklemin reel sayılarda kökü olmadığını belirtmiş ve bu kökün karmaşık sayı kümesine ait bir eleman olduğunu belirtmiştir. Öğretmeninin bu açıklamaları, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile ilgili kuralların ne anlama geldiğini açıklamasının ardından kuralın nasıl uygulandığını ifade etmek için Şekil 218'deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 218. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusu ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine şu açıklamayı yapmıştır*:*

*"çocuklar önce deltasına bakıyoruz…. Deltası 33 çıktı o zaman iki farklı reel kökü vardır. Bu kökler,* $x_1=\frac{3+\sqrt{33}}{2}$ *ve* $x_2=\frac{3-\sqrt{33}}{2}$ *. "*

Ö2 öğretmeni açıklamasında önce denklemin deltasının bulunması gerektiğini belirtmiştir. Denklemin deltasının 33 çıkması denklemin iki farklı reel kökü olduğunu ve bu kökleri ifade ettiği görülmüştür. Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması ile ilgili vermiş olduğu kuralı Şekil 218'deki örnek ile öğrencilerine açıklamış ve açıklamalarında çözüm adımlarını açıklamadığı ve sadece kuralın nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, öğrencilerine deltanın sıfırdan küçük olması durumunu Şekil 219'daki gibi örneklendirdiği gözlenmiştir.

$x^2-x+1=0$ ÇK=?

$a=1$, $b=-1$, $c=1$

$\Delta = 1-4=-3<0$

Ç $=\emptyset$

Şekil 219. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Çocuklar ne yapıyoruz yine ?....deltasına bakarsak Δ=-3, -3 sıfırdan küçük olduğuna göre bu ifadenin çözüm kümesi boş kümedir."*

Ö2 öğretmenini deltanın sıfırdan küçük olması durumunda denklemin çözüm kümesinin boş küme olduğunu ifade etmiştir. Bu durumun sadece reel sayılar için geçerli olduğunu ifade etmemiştir. Ö2 öğretmeni, kurala ait formülün nasıl uygulandığını göstermek amacıyla sunduğu Şekil 219'daki standart örneğin çözüm adımlarını ve gerekçelerini yeteri kadar ifade etmediği sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade ettiği gözlenmiştir. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmen öğrencilerine şu açıklamayı yapmıştır:

*"İçinde x değişkeninden başka m,a,….gibi bilinmeyenler bulunan denklemlere parametreli denklemler denir. Bu denklemde bir parametreli denklemdir."*

Ö2 öğretmeni x değişkeninden başka bilinmeyen bulunan denklemlere parametreli denklemler denildiğini ifade etmiş, fakat Ö2 öğretmeni, öğrencilerine parametreli denklemin niçin önemli ya da ne işe yarayacağı hakkında hiçbir açıklamada bulunmamıştır. Bu yüzden açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerini bulmadan kökler toplamı, kökler çarpımını ve kökler arasındaki farkın nasıl bulunacağını şu şekilde açıklamıştır:

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri $x_1$ ve $x_2$ olsun.

1) $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$

2) $x_1.x_2=\dfrac{c}{a}$

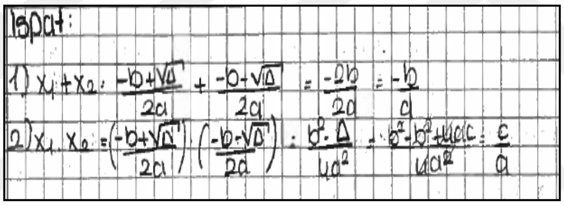
3) $|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

Şekil 220. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö2 öğretmeni, bu açıklamasını aynı zamanda tahtaya Şekil 220'deki gibi yazmış ve şu şekilde açıklamıştır:

> *"Çocuklar bir denklemin köklerinin toplamını bulmak için sizin o denklemin köklerini bulmanıza gerek yok veya kökler çarpımını sorduğumda da aynı şekilde. Köklerin katsayılarla olan ilişkisi yardımıyla bulacağız. Mesela kökler toplamı için $ax^2+bx+c=0$ ifadesinde $-\frac{b}{a}$, çarpımı için $\frac{c}{a}$ ve köklerin farkı için $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ dır."*

Ö2 öğretmeninin ikinci dereceden denklemlerin kökler toplamı, kökler çarpımı ve kökler farkına ait formülleri doğrudan ifade ettiği, öğrenciler için bu formülleri neden bilmeleri gerektiğini açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca Ö2 öğretmeninin, bu açıklamasında kökler toplamı, kökler çarpımı ve kökler farkını veren formülleri doğrudan ifade ettiği, bu kuralların hepsinin ispatını yapmadığı sadece kökler toplamı ve kökler çarpımının ispatını Şekil 221'deki gibi yaptığı gözlenmiştir.

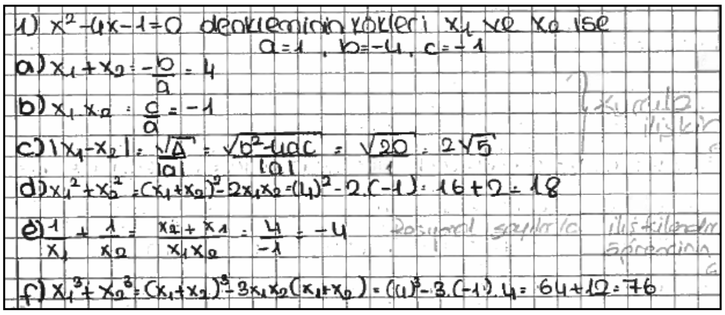



Şekil 221. Ö2 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

> *"kökler toplamı için siz köklerin nasıl bulunduğunu biliyorsunuz… kökler $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ve $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ kökleri toplarsanız $\frac{-2b}{2a}$ olur. Bu ifadeyi sadeleştirirseniz o zaman ikinci dereceden bir denklemin kökler toplamı $-\frac{b}{a}$ olur. Kökler çarpımı $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ bu ifadenin paydasında iki kare farkı uygularsanız ….o zaman kökler çarpımı $\frac{c}{a}$."*

Ö2 öğretmeni, denklemin kökler toplamı ve kökler çarpımına ait formüllerin ispatlarını yapmış fakat ispatın matematiksel olarak gelişimi ve önemi hakkında açıklama yapmamıştır. Ö2 öğretmeninin ispat yaparken, ispatın çözüm adımlarına dair gerekçelerinin her bir adımını ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin, bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu standart örneklerin dışında kuralın başka durumlar ile ilişkisini göstermek için Şekil 222'deki geliştirici örnekleri (d,e,f) öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 222. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart ve geliştirici örnekler (SK3 ve GK2)

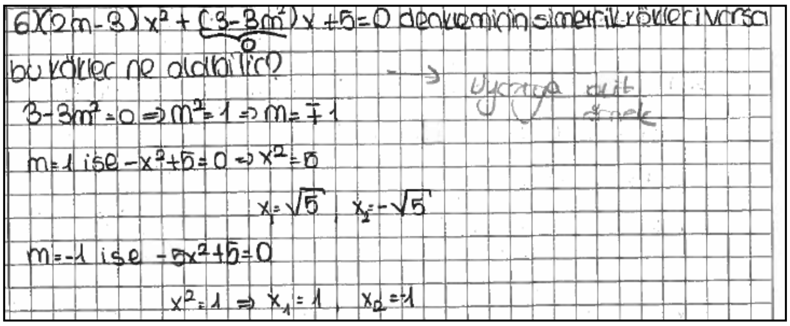
Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu denklemin 'a' sayısı 1, 'b' sayısı -4 ve 'c' sayısı ise -1 dir. Buna göre kökler toplamı –b bölü a' dan 4 olur. Kökler çarpımı 1 dir. Kökler farkı formülden ne olur?.... Köklerin kareler toplamı ise çarpanlara ayırmadan köklerin toplamının karesinden köklerin çarpımının iki katını çıkarırsanız …. 18 olur. Köklerin çarpma işlemlerine göre terslerinin toplamı payda eşitlerseniz o zaman kökler toplamı bölü kökler çarpımı olur. Bu durumda -4 olur. Köklerin küplerinin toplamı ise küp açılımından 76 olur."*

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine kurala ait formüllerin nasıl uygulandığını göstermek amacıyla sunmuş olduğu standart örneklerle, işlemlere ait prosedürü doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bunun yanı sıra Ö2 öğretmeninin geliştirici örnekleri ise çözüm adımlarını ve gerekçelerini ifade ettiği gözlenmiştir. Bu yüzden bu açıklaması ise açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Mesela; *d* şıkkında köklerin kareler toplamını tam kare ifadelerden açılımını yazarak ve buradan da kökler toplamı ve kökler çarpımına ait formülleri kullanarak açıklamıştır. Ö2 öğretmeninin bu tarz örneklere yer verdikten sonra simetrik kök kavramını şu şekilde açıklamıştır:

*"$ax^2+bx+c=0$ denkleminin simetrik kökleri varsa b=0 olmalıdır. Yani $x_1+x_2=0$ olacaktır."*

Ö2 öğretmeni ikinci dereceden bir denklemin simetrik kökleri varsa denklemin kökler toplamının sıfır olması gerektiğini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, simetrik kök kavramına ait özellikleri doğrudan ifade ettiği ve simetrik kök kavramının ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Ö2 öğretmeni simetrik kök olması için gerekli olan şartları belirtmiş ve bunun gerekçesini öğrencilerine açıklamamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, simetrik kök kavramıyla ilgili Şekil 223'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 223. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

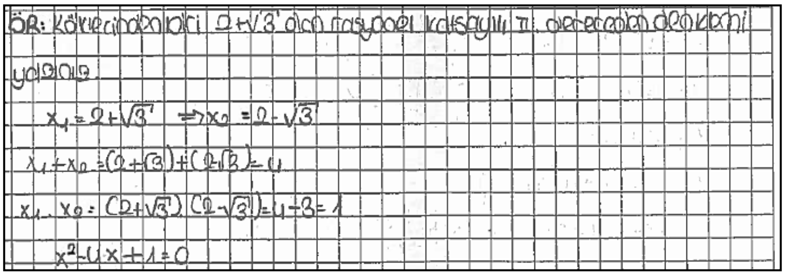
Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"simetrik kök demek denklemin x'li katsayısının sıfıra eşit olması demektir. Bu durum da m sayısı -1 veya +1 olur. Eğer m 1 olursa x artı eksi kök beş olur. Eğer m -1 olursa 'x' 1 veya -1 olur."*

Ö2 öğretmeni, simetrik kök tanımını doğrudan ifade etmiştir. Öğretmenin kavramın ne anlama geldiğini, simetrik köke sahip denklemlerin nasıl bir yapıya sahip olduklarını açıklamadığı gözlenmiştir. Bununla birlikte Ö2 öğretmeninin, simetrik kök kavramı ile ilgili sunduğu geliştirici örneğin çözüm adımlarını ifade ettiği, fakat gerekçeleri hakkında öğrencilerine bilgi vermediği görülmüştür. Ö2 öğretmeninin açıklaması prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmeye yönelik olmasından, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra dersinde rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir ifadenin denkleminin nasıl yazıldığını aşağıdaki gibi açıklamıştır:

*"Rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemin köklerinden biri a+$\sqrt{b}$ ise diğeri a-$\sqrt{b}$ dir."*

Ö2 öğretmeninin açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü Ö2 öğretmeni, köklerden birinin diğerinin neden eşleniği olduğunu açıklamamıştır. Ö2 bu açıklamasına uygun olarak Şekil 224'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 224. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

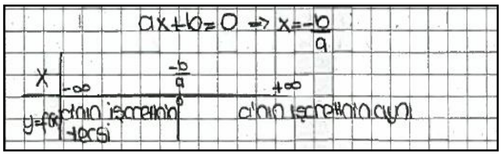
Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*“köklerden biri belli ise diğeri onun eşleniği olduğunu unutmayalım buna göre kökler toplamını bulursak… kökler toplamı 4 kökler çarpımı ise 1 dir. Buna göre kökleri belli ikinci dereceden bir denklemin formülünü yazarsanız …”*

Ö2 öğretmeni, prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş fakat neden köklerden birinin diğer kökün eşleniği olduğunu açıklamamıştır. Bundan dolayı Ö2 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusundan sonra ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna geçmiştir. Ö2 öğretmeni, dersine öncelikle birinci dereceden basit eşitsizliklerin tanımı hatırlatarak başladığı gözlenmiştir. Birinci dereceden basit eşitsizliklerin tanımını ise şu şekilde ifade etmiştir:

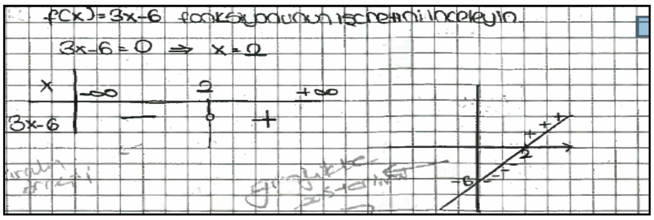
*”a,b∈R, a sayısı sıfırdan farklı olmak şartıyla ax+b<0, ax+b≥0…şeklindeki ifadelerinin her birine birinci dereceden eşitsizlik denir. Bu tür eşitsizliklerin çözüm kümesi bulunurken; basit eşitsizlikler yöntemi kullanılır, f(x)=ax+b doğrusal fonksiyonun işareti incelenir. Bunun için şu şekilde bir tablo hazırlayabilirsiniz.”*




Şekil 225. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

*“a’nın işareti ile aynı kök var a’nın işaretinin tersi”*

Ö2 öğretmeni, açıklamasında prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade ettiği, neden kök olunca işaretin değiştiğini açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ne anlama geldiğini daha ayrıntılı açıklamak için Şekil 226'daki başlangıç örneği öğrencilerine sunmuştur.



Şekil 226. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

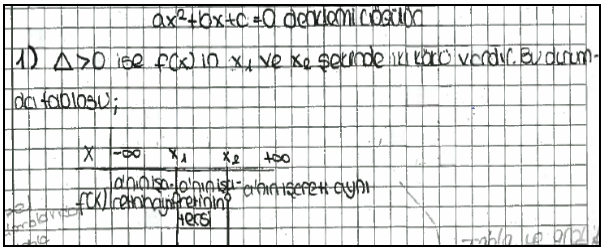
Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu denklemin kökü nedir?....x=2 tabloda yazarsak yerine işaret olarak başlangıç işaretimiz artı kök var eksi aslında bu değişimin gerçek sebebi birinci dereceden bir denklem aslında bir doğru belirtir. Doğruyu çizersek 2 den küçük olursa görüntü eksi 2 den büyük olursa görüntü artı olur. Mesela şu grafiğe bakın denklemin kökü ne?.... -3 ve grafik -3 sayısından küçük ise görüntü artı büyük ise görüntü eksi o zaman tablo yaparken eksi başlayıp daha sonra kökü görünce işareti değiştirip artıya dönüyoruz. Diyelim ki sıfırdan küçük sayılar istendi o zaman çözüm kümesi (-3,∞)…."*

Ö2 öğretmeni, basit eşitsizlik ifadelerini hatırlatmak ve ikinci dereceden eşitsizlik ifadeleri ile ilişkilendirmek için Şekil 226'daki başlangıç örneğini sunmuştur. Öğretmenin prosedürün uygulaması olarak sunmuş olduğu başlangıç örneği ile çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamış, aynı zamanda kökün olması durumunda tabloda işaretin neden değiştiğini fonksiyonun grafiğini çizerek açıklamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir.

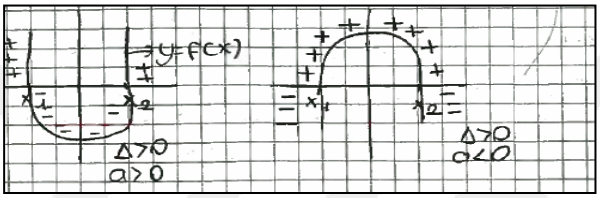
Ö2 öğretmeni, tablo da işaret değişimi ile ilgili kuralın ne anlama geldiğini doğrunun grafiğini kullanarak (başlangıç örnekleri) açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, birinci dereceden eşitsizlikler (basit eşitsizlik) yardımıyla ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna geçiş yapmıştır. Böylelikle başlangıç örnekleriyle öğrencilerin eski bilgilerini hatırlatmış ve yeni konuya geçiş yapmıştır. Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden eşitsizlikler tanımı ile şu şekilde konuya başlangıç yapmıştır:

*"a,b ve c ∈ R ve a sayısı sıfırdan farklı olmak şartıyla* $ax^2+bx+c \geq 0$, $ax^2+bx+c<0$ *…. Şeklindeki ifadelere ikinci dereceden eşitsizlikler denir. Bu eşitsizlikleri çözerken önce ifadenin işaret tablosu incelenir. İşaret tablosu için öncelikle denklemin kökleri kontrol edilir. Diyelim ki delta sıfırdan büyük o zaman ne oluyordu?....evet iki farklı reel kök tabloya yazılır daha sonra işareti belirleyeceğiz.İşaret kısmına a'nın işareti ile başlıyoruz kök olunca işaret değişir."*




Şekil 227. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna ait açıklaması (AB2)

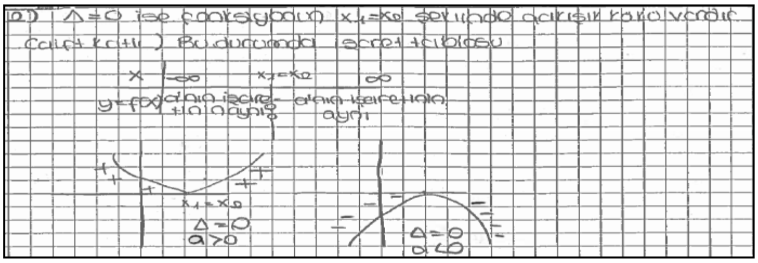
Ö2 öğretmeni, eşitsizlik tablosunu öğrencilerine Şekil 228'deki parabol grafikleriyle de açıklamaya devam etmiştir.




Şekil 228. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna ait açıklaması (AB2)

Bu durumu daha ayrıntılı ifade etmek için Şekil 228'deki parabolleri kullanmıştır. Bu paraboller üzerinden işaret değişimini açıklamıştır. Öğretmen parabolün kolları x ekseninin üstünde ise kolların artı yönü gösterdiğini, x ekseninin altında ise kolların eksi yönü gösterdiğini belirtmiş ve bu yön değişiminde x eksenini kestiği noktaların denklemin kökünü temsil ettiğini açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, tabloda neden kökler arasında işaretin değiştiğini açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden bir ifadenin deltasının sıfıra eşit olması durumunda işaret tablosunun nasıl değişeceğini Şekil 229'daki gibi açıklamıştır.

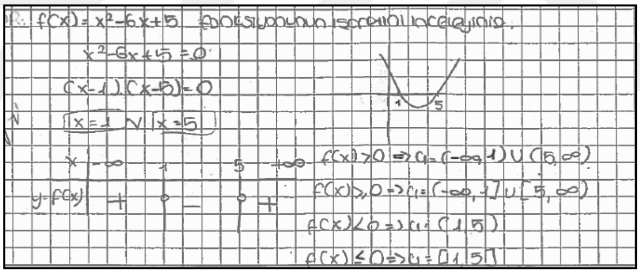



Şekil 229. Ö2 öğretmeni ikinci dereceden eşitsizliklerin işaret değişimi ve tablosu (AB2)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*“a’nın işaretin aynısı fakat çift katlı kök var işaret değişmez. Grafiklere bakacak olursak birinci grafik bakın burada delta sıfıra eşittir. Denklemin baş katsayısı sıfırdan büyük ikinci grafiğe bakarsanız delta sıfıra eşittir ve baş katsayısı sıfırdan küçüktür. Birinci grafikte baş katsayısı sıfırdan büyük olduğu için görüntüsü hep artıdır. İkinci grafik sıfırdan küçüktür ve hep negatif görüntüsü ya da hep pozitif bu yüzden çift katlı kök olunca işaret değişmez.”*

Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin köklere göre çözüm kümelerinin nasıl bulunacağını çözüm adımları ve gerekçeleriyle birlikte açıklamıştır. Benzer şekilde ikinci dereceden denklemin reel kökleri yok ise işaret tablosunun nasıl olacağını Şekil 229’daki gibi açıklamıştır. Ayrıca işaretin kökler arasında neden değiştiğini veya değişmediğini, parabol grafiği çizerek açıklamıştır. Öğretmenin eşitsizlik tablolarına işaret değişimi ile ilgili kuralların ne anlama geldiğini ve bu kuralların nasıl uygulandığını açıklamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 230’daki standart örnekleri öğrencilerine sunmuştur.

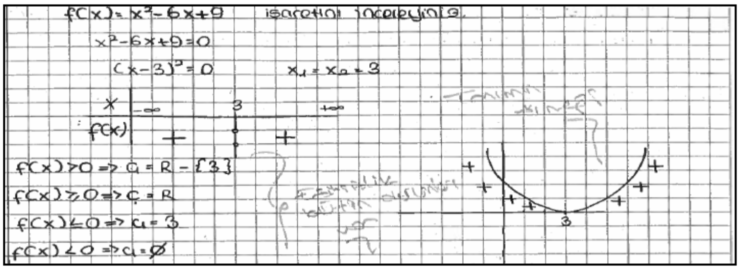



Şekil 230. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*“verilen ifadenin çarpanlarına ayırarak denklemin köklerini bulalım. Denklemin kökleri 1 ve 5 işaret tablosu yaparsak 5’ten büyükler için artı sonra kök var eksi tekrar kök var işaret yine değişir eksi. Yani bunu yine grafikteki gibi gösterecek olursam bakın işaret tablosu aynı. Şimdi eğer fonksiyonun sıfırdan büyük değerleri için derse çözüm kümesi* $(-\infty, 1) \cup (5, \infty)$*…”*

Ö2 öğretmeni, ikinci dereceden denklemin işaret değişimini incelemek istemiş ve bunun için denklemin köklerini bulmuştur. Denklemin kökleri için bir işaret tablosu yapmış ve bu tabloda işaret kavramını, denkleme ait parabol grafiği çizerek açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, bu örnekle birlikte işaret tablosuna ait çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamıştır. Açıklamalarında kuralın ne anlama geldiğini de açıkladığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra Şekil 231’deki standart örneği öğrencilerine sunduğu gözlenmiştir.



Şekil 231. Ö2 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"İfadenin kökleri eşit iki kök yani çakışık iki kökü var o zaman grafiğini çizersem bakın bu grafikte de görüldüğü gibi işareti değişmemiştir. Yani artı çift katlı kök var şekle bakın yine artı. O zaman çözüm kümesinde sıfırdan büyük olan sorulursa reel sayılardan 3 çözüm kümesinden çıkarırız. Eğer sıfırdan büyük eşit sorulursa çözüm kümesi bütün reel sayılar ya da sıfırdan küçük eşit sorulursa çözüm kümesi bir tek 3 olur. Diyelim ki sıfırdan küçük istenirse o zaman çözüm kümesi boş kümedir."*

Ö2 öğretmeni Şekil 231'deki standart örnekte, ikinci dereceden denklemin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamakla birlikte kurala göre işaretin neden değişmediğini de parabol grafiği çizerek açıklamıştır. Böylelikle Ö2 öğretmeni, eşitsizlik tablosunda neden çakışık kökte işaret değişmediğini açıklamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra deltanın sıfırdan küçük olması durumunda çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu benzer şekilde standart örnek ile açıklamıştır.

Ö2 öğretmeni, eşitsizlik ifadelerinde çözüm kümesi bulurken öğrencilerin nelere dikkat etmeleri gerektiğini şu şekilde açıklamıştır:

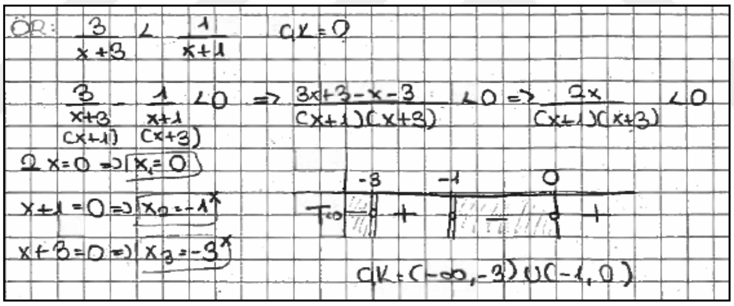
*"Eşitsizliklerin çözümlerinde öncelikle eşitsizliğin bir tarafını mutlaka sıfıra eşitleyin. Eşitsizliklerde sadeleştirme işlemi yapılmaz,çünkü çözüm kümeniz değişir. Benzer şekilde içler dışlar yapılmaz. Bir de en önemlisi tanımsız yapan değerler varsa çözüm kümesinden atılır."*

Ö2 öğretmeni, öğrencilerinin eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini bulurken dikkat etmeleri gereken durumları gerekçeleri ile ifade etmediği sadece bu gibi durumlarla karşılaştıklarında ne yapmaları gerektiğini yani prosedürün nasıl uygulanacağını ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*“P(x),Q(x) ve R(x) polinom olmak üzere P(x).Q(x)/ R(x) biçimindeki bir ifadenin işaret tablosu yapılırken; öncelikle pay ve paydadaki bütün çarpanların varsa kökü bulunur. Ayrıca köklerin sayısı çift ise çift katlı, tek ise tek katlı kök olarak belirlenir. Sonra bulunan kökler tabloya uygun bir şekilde yazılır. En sağındaki kutuya en büyük dereceli terimlerin katsayıları çarpımının işareti yazılır. Tek katlı köklerde işaret değiştirip çift katlı köklerde işaret değişmez. Paydanın kökleri tabloda çift çizgi ile gösterilir. Tablo incelenecek uygun olan çözüm kümesi yazılır.”*

Ö2 öğretmeni rasyonel bir ifade de öncelikle pay ve paydanın bütün çarpanlarının köklerinin bulunması gerektiğini ve bu köklerin çift ise çift katlı kök olduğunu, eğer tek sayıda kök ise tek katlı kök denildiğini ifade etmiştir. Ayrıca tek ketlı köklerde işaretin tabloda değişeceğini fakat çift katlı köklerde işaretin değişmeyeceğini belirtmiştir. Ö2 öğretmeni, eşitsizlik sistemlerinde P(x).Q(x)/ R(x) şeklindeki ifadelerin çözüm kümesini bulurken öğrencilerine prosedürün nasıl uygulanacağını ifade ettiği, fakat gerekçelerini açıklamadığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, Şekil 232’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.



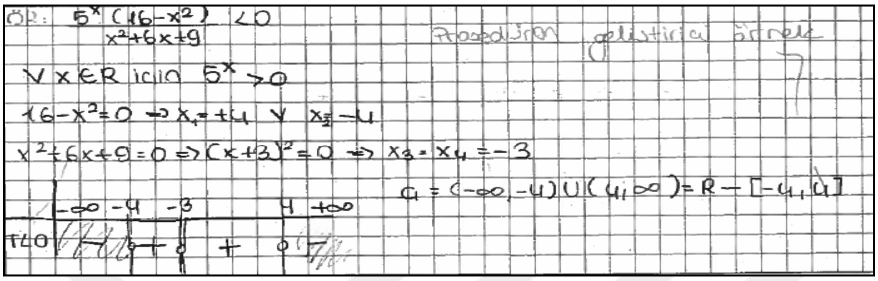
Şekil 232. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*“bakın ne demiştim size uyarıda eşitsizlikleri çözerken bir tarafı sıfıra eşitleyin sonra bu ifadeler rasyonel ifade olduğu için paydalarını eşitleyelim…..Peki ifademizin son halinde payı sıfıra eşitleyelim payın kökü sıfır ve paydayı sıfıra eşitlersek paydanın kökleri -1 ve -3 ama bunlar tanımsız kökler şimdi tablo yapalım. Kökleri sırayla tabloya yazalım. Peki işaret ?....artıyla başlıyoruz kök var eksi kök var yine artı. Bizden istenen sıfırdan küçük olması….”*

Ö2 öğretmeni, standart örneklerin öğrencilerde oluşturduğu muhtemel algıyı genişletmek için Şekil 232’deki geliştirici örnekten yararlanmıştır. Öğretmenin bu örneği açıklarken eşitsizlik ifadesinin bir tarafını sıfıra eşitlemiş, daha sonra paydaları eşitlemeleri gerektiğini ve paydayı sıfır yapan köklerin tanımsız kök olduğunu bundan sonra bulunan kökleri tablo yaparak çözüm kümesinin bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, çözüm adımlarını ifade ettiği, fakat neden bir eşitsizlik ifadesinde bir tarafı sıfıra eşitledikten sonra tablo yapıldığını açıklamamasından dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, eşitsizlik ifadesini üstel fonksiyon ifadesi ile ilişkilendirerek Şekil 233'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

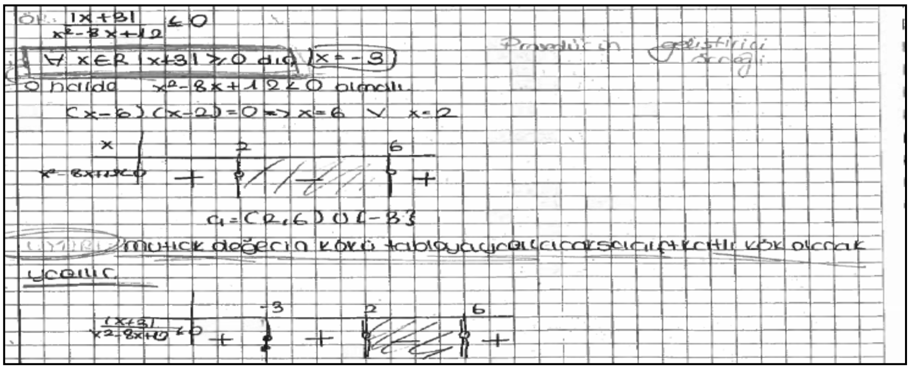



Şekil 233. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Burada üstel ifadenin $5^x$ ifadesi daima sıfırdan büyüktür. Çözüm kümesini etkilemez. $16-x^2=0$ ifadesinin köklerini bulalım. Buradan kökler 4 ve -4 gelir. Paydanın kökü -3 çift katlı kök var ve bu kök tanımsız yapan kök yalnız. Buna dikkat edin. Tabloya yazarsak ifadeleri payın işareti eksi paydanın işareti artı o zaman başlangıç işaretimiz tabloda eksi olur. Bu ifadeye göre çözüm kümemiz…."*

Ö2 öğretmeni $5^x$ ifadesinin daima sıfırdan büyük olduğunu ve çözümü etkilemeyeceğini söylemiş fakat neden bunun çözümü etkilemeyeceğini açıklamamıştır. Cebirsel ifadenin tüm çarpanlarının köklerini bulmuş ve tanımsız köke dikkat etmeleri gerektiğini belirtmiş. Ö2 öğretmeni, yapmış olduğu açıklaması ile prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ayrıca öğretmenin işaret tablosunun hangi işaret ile başlaması gerektiğini ifade etmiştir. Açıklamasında çözüm adımlarının gerekçelerini sunmamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletmek için Şekil 234'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunduğu gözlenmiştir.

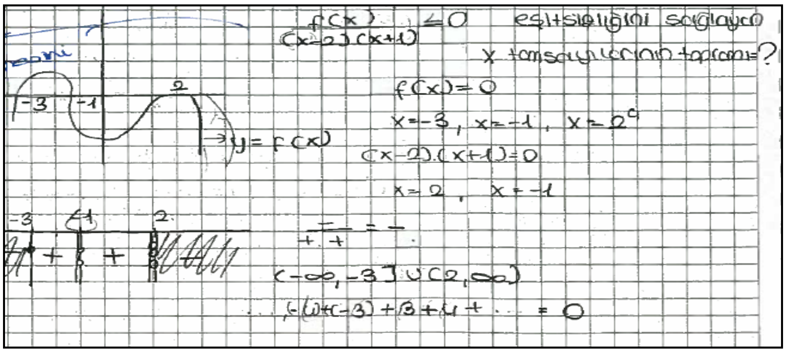


Şekil 234. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"mutlak değerli ifade de daima pozitiftir. Mutlak değer içindeki ifadeyi çift katlı kök gibi düşünebilirsiniz. Şimdi burada çocuklar mutlak değerli ifadeniz daima pozitif o zaman bu işlemin negatif olması için paydadaki ifadenin sıfırdan küçük olması küçük olması gerekir. O halde paydanın köklerini bulalım kökler ne?... 6 ve 2 peki tablo yapalım ama bu kökler yine ifadeyi tanımsız yapıyor. Eğer sadece bu kökler tablo yaparsanız çözüm kümesine -3 de ekleyin ya da -3 sayısını da tabloya ekleyin ama o zaman çift katlı kök olarak tabloda kullanacağız. Başlangıç işareti artı kök var eksi kök var artı mutlak kök var çift katlı kök gibi düşünecektik ya o zaman yine artı. Çözüm kümemiz eksiler…"*

Ö2 öğretmeni, eşitsizlik ifadesinde mutlak değerli bir ifadenin eşitsizlik çözümünü nasıl etkilediğini göstermek için Şekil 234'deki örnekten faydalanmıştır. Öğretmenin açıklamasında mutlak değerli ifadenin daima pozitif olacağı ve tabloda işaret belirlenirken bunun çift katlı kök gibi değerlendirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bunun yanı sıra payda da yer alan ikinci dereceden denklemin çarpanlarını bulmuştur. Öğretmenin ayrıca eşitsizlik ifadesinin sıfırdan küçük olması için paydadaki ikinci dereceden denklemin neden sıfırdan küçük olması gerektiğini açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, açıklamasında her bir çözüm adımını gerekçeleri ile birlikte öğrencilerine açıklamış sadece mutlak değerli bir ifadeyi neden çift katlı kök gibi değerlendirdiğini açıklamamıştır. Öğretmenin bu yüzden açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 ve mutlak değerli ifadenin neden çift katlı kök olduğunu ifade etmemesinden dolayı, işlemsel boyutta İB2 olarak da değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, eşitsizlik sistemlerini geliştirmek için Şekil 235'deki geliştirici örneği sunmuştur.



Şekil 235. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

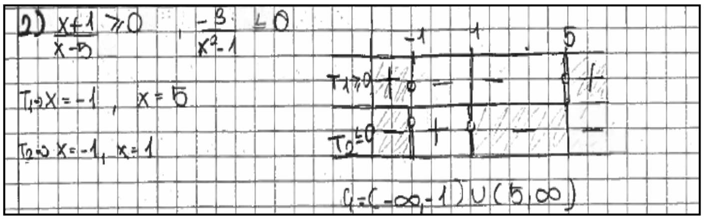
*“f(x) ifadesinin kökleri grafiğe bakarsanız x ekseni üzerindeki kökler bunlar -3, -1 ve 2 yalnız konunun başında x eksenine teğet olursa ne demiştik?.... Çift katlı köktür. Çünkü tabloları yaparken parabol grafiklerinden yararlanmıştım hatırlarsanız… Paydanın kökleri 2 ve -1 dir. Bu kökler tanımsız. İşaret ne…. f(x) eksi paydadaki ifadeler artı. O zaman başlangıç işareti eksi. Tablo yapalım kökleri yazalım. biz den istenen sıfırdan küçük eşit olacak. O zaman çözüm kümesi -2 den büyükler veya -3 den küçük sayılar eşitsizlik ifadesinin çözümünü sağlar.”*

Ö2 öğretmeni, Şekil 235’deki geliştirici örneği açıklarken f(x) ifadesinde ekseni kesen ifadelerin denklemin kökleri olduğunu ve bu köklerin nasıl bulunduğunu daha önceden açıkladığı parabol grafikleri ile ilişkilendirdiği görülmüştür. Ö2 öğretmeninin, işlemlere ait çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamasından dolayı açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu örnek aracılığıyla fonksiyon grafikleri konusu ile eşitsizlik konusunu ilişkilendirmiştir.

Ö2 öğretmeninin eşitsizlik sistemi ile ilgili açıklaması:

*“İki ya da daha çok eşitsizliğin bulunduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir. Her bir eşitsizliğin çözüm kümelerinin ara kesiti eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi olarak yazılır.”*

Öğretmenin iki ya da daha çok eşitsizliğin bulunduğu sisteme eşitsizlik sistemi denildiğini ve çözüm kümesi bulunurken ifadelerin tek tek çözüm kümelerinin bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Daha sonra her iki ifadenin ortak çözüm kümesinin sistemin çözüm kümesi olacağını belirtmiştir. Ö2 öğretmeninin eşitsizlik sisteminin tanımını doğrudan yaptığı, bu ifadenin matematiksel olarak ne anlama geldiğini açıklamamasından dolayı işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu durumla ilgili aşağıdaki Şekil 236’daki standart örneği öğrencilerine sunmuştur. Bu örnek ile prosedürün nasıl uygulanacağını açıklamayı amaçlamıştır.




Şekil 236. Ö2 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

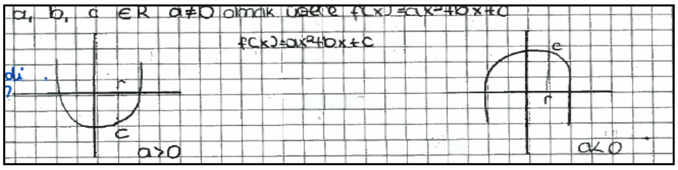
*“İki eşitsizlik ifadesinin köklerini bulalım. Birinci ifadenin kökleri -1 ve 5 diğer ifadenin kökleri 1 ve -1 dir. Şimdi iki ayrı tabloyu birleştirip aynı tabloda birleştireceğiz. Birinci eşitsizlik ifadesine $T_1$ olsun ikinci eşitsizlik ifadesi $T_2$ olsun….”*

Öğretmenin açıklamasında öncelikle sistemde yer alan ifadelerin köklerini bulduğunu ve daha sonra iki ayrı tablo yapıp bunların ortak çözüm aralığını sistemin çözüm kümesi göstererek ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamamış, sadece bir eşitsizlik sisteminin nasıl çözüldüğünü ifade etmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu açıklamasından sonra parabol konusuna geçtiği görülmüştür.

Ö2 öğretmeninin parabol konusunda öncelikle parabolün tanımı ile başladığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeninin parabolün tanımı ile ilgili açıklaması şu şekildedir:

*”İkinci dereceden yani $ax^2+bx+c$ şeklindeki bir ifadenin belirttiği eğriye parabol denmektedir. Eğer bu parabolün a sayısı sıfırdan büyük ise parabolün kolları şekilde olduğu gibi kolları yukarı doğru eğer a sayısı negatif ise kollar aşağı doğrudur.”*

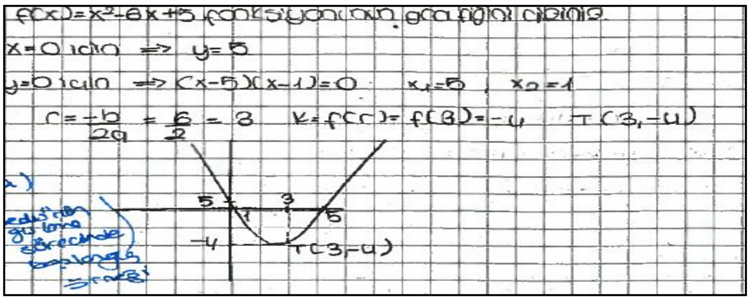
Ö2 öğretmeninin ikinci dereceden bir denklemin belirttiği eğriye parabol denildiğini ve bu denklemin başkatsayısının sıfırdan büyük olması durumunda parabolün kollarnın yukarı doğru olduğunu eğer sıfırdan küçük ise kolların aşağı doğru olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin açıklamasında bu durumu gerekçelendirmemiştir. Bu yüzden açıklaması işlemsel boyutta İB1 ve İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, bu açıklaması ile birlikte tahtaya Şekil 237’deki yönleri farklı olan iki parabol grafiği çizmiştir. Bununla beraber açıklamalara şu şekilde devam etmiştir.



Şekil 237. Ö2 öğretmeni parabol grafikleri ile ilgili işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)

*"Şimdi bir parabolü çizerken öncelikle x yerine sıfır yazarsanız parabolün y ekseninde kestiği noktayı bulursunuz. Eğer y eksenini sıfır verirseniz x eksenini kestiği noktaları bulursunuz. Daha sonra çocuklar parabolün tepe noktası bulunur. Tepe noktası bulunurken önce apsisi bulunur daha sonra ordinatı bulunur. Ordinatı bulmak için öncelikle apsisi bulmak daha iyi olur. Apsisi bulurken* $-\frac{b}{2a}$ *formülünü uygulayacağız. Apsis aynı zamanda parabolün simetri eksenidir. Daha sonra bunu getirip fonksiyonda yerine yazıp tepe noktasının ordinatını bulacağız. Dediğim gibi eğer a sıfırdan büyük ise parabolün kollar yukarı doğru olur. Bu durumda parabol en küçük değerini alır. Şayet a sayısı sıfırdan küçük ise parabol en büyük değerini alır."*

Ö2 öğretmeninin, öğrencilerine parabolü çizerken yapmaları gerekenleri doğrudan ifade ettiği, açıklamasında geçen ifadelerin gerekçelerini açıklamadığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca Ö2 öğretmeni parabolün tepe noktasının koordinatlarının nasıl bulunduğunu gerekçelendirmediği, kuralları doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması aynı zamanda işlemsel boyutta İB2 olarak da değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, öğrencilerine açıkladığı bu prosedürün nasıl uygulanacağını Şekil 238'deki standart örnek ile ifade etmiştir.

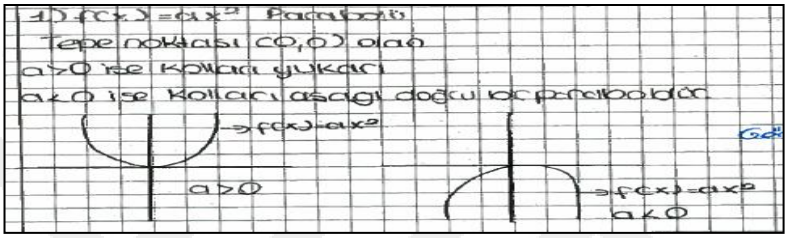


Şekil 238. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Fonksiyonun grafiğini çizerken neler yapacaktık?....y eksenini 5 noktasında kesiyormuş peki x eksenini ise 5 ve -1 noktalarında kesmektedir. Parabolün tepe noktası formülden* $-\frac{b}{2a}$ *yerine yazarsak verilenleri 6/2 den 3 apsisi getirip fonksiyonda yerine yazalım tepe noktasının ordinatı -4. Şimdi bulduğumuz bu değerleri grafikte yerlerine yazalım."*

Ö2 öğretmeni, parabolün grafiğini çizerken yapılması gerekenleri ifade etmiş, fakat bu ifadelerinde çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamadığı gözlenmiştir. Mesela, Ö2 öğretmeninin x yerine sıfır yazıldığında parabolün y eksenini kestiği noktasının, y eksenine sıfır yazıldığında x ekseninin bulunduğunu ifade etmemiş bunun yerine sadece bulduğu değerleri yazmıştır. Öğretmen bu işlem adımlarının altında yatan gerekçeleri açıklamamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni öğrencilerine özel parabol grafiklerini Şekil 239'daki gibi açıkladığı gözlenmiştir.

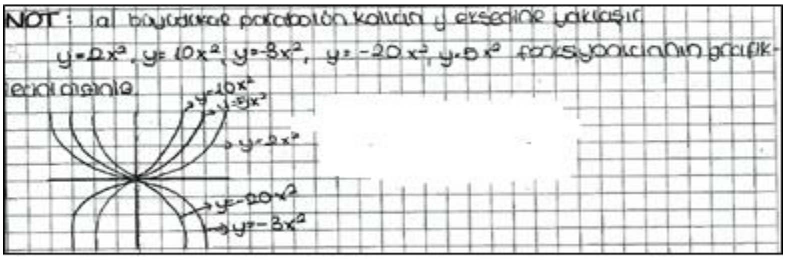



Şekil 239. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Şimdi $ax^2$ parabolünü inceleyelim, bu parabolün tepe noktası orijindir. Eğer a sayısı sıfırdan büyük ise kollar yukarı doğru a sayısı sıfırdan küçük ise kollar aşağı doğrudur."*

Ö2 öğretmeninin $ax^2$ biçimindeki bir parabolün grafiğinin tepe noktasının (0,0) olduğunu ve a sayısına göre parabolün kollarının yukarı ya da aşağı yöne doğru olacağını ifade ettiği, fakat bu parabollerin neden bu şekilde çizildiğini açıklamadığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, daha sonra bu durumla ilgili standart örnekleri öğrencilerine sunmuştur. Bununla beraber öğrencilerine cebirsel ifadenin baş katsayısı büyüdükçe, parabolün kollarının y eksenine yaklaşacağını Şekil 240'daki gibi belirtmiştir. Ö2 öğretmeni, $ax^2$ parabolünün çizimini doğrudan ifade ettiği çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamadığı gözlenmiştir.

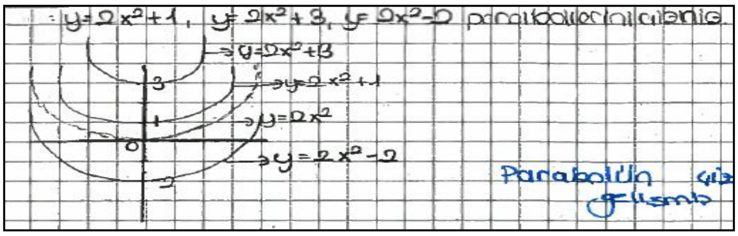



Şekil 240. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart ve geliştirici örneği (SK2 ve GK2)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*“Şimdi çocuklar grafikleri incelerseniz katsayı değeri büyüdükçe grafiğin kolları y eksenine yaklaşmaktadır.”*

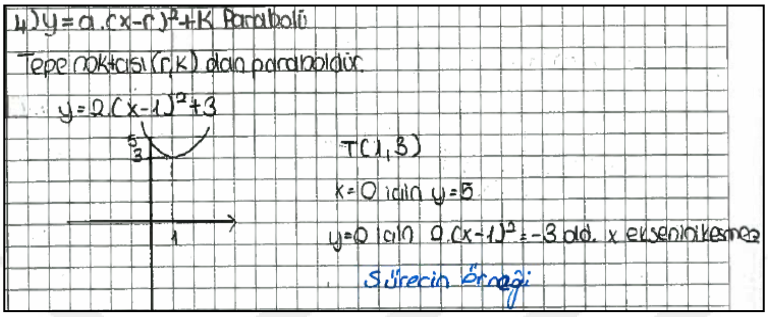
Ö2 öğretmeni, standart ve geliştirici örneklerle birlikte öğrencilerine, bir parabolün baş katsayısı büyüdükçe parabolün kollarının y eksenine yaklaştığını ifade etmiş fakat bu kuralın neden bu şekilde olduğunu yeteri kadar açıklamamıştır. Örnek olarak çizdiği grafikleri hiçbir sayısal değer vermeden, ezbere kurala uygun bir şekilde çizmesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni, özel parabol grafiklerini anlatmaya devam ettiği gözlenmiştir. Parabol grafiklerinden $y=ax^2+c$ ifadesinin grafiğinin çizimini Şekil 240’daki gibi standart ve geliştirici örnekler ile örneklendirmiştir. Ayrıca bu kuralı geliştirmek için Şekil 241’deki geliştirici örneklerden yararlanmıştır.




Şekil 241. Ö2 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö2 öğretmeninin, Şekil 241’deki örneği açıklarken $y=2x^2$ grafiğinden yararlandığı ve diğer grafiklerin bu grafiğin y ekseni boyunca ötelenmiş hali olduğunu ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin bu açıklamasında, çözüm adımlarını gerekçeleri ifade ettiği için açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö2 öğretmeni, $y=a(x-r)^2$ ifadesinin grafiğinin de nasıl çizildiğini $y=ax^2$ ifadesini göz önünde bulundurarak bu grafiğin r birim sağa veya duruma göre r birim sola ötelenmiş halleri olabileceğini belirtmiştir. Fakat öğretmenin bu açıklamasında kuralı ezbere ifade etmiştir. Açıklamasında bu durumla ilişki parabol grafiklerinden yararlanmamıştır. Bu sebepten dolayı öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, öğrencilerine genel parabol denklemini Şekil 242'deki standart örnek ile ifade ettiği ve örneklendirdiği gözlenmiştir.



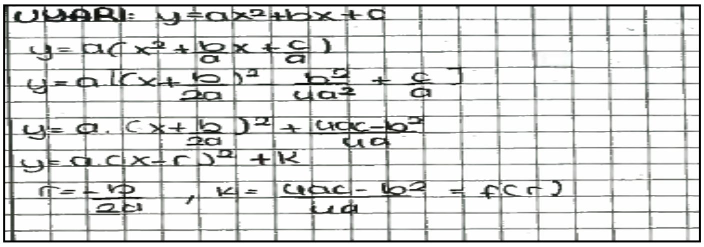

Şekil 242. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Şimdi bu ifadede tepe noktası r ve k olan yine bir paraboldür. Bu denklemde tepe noktasının koordinatları belli sizin bulmanıza gerek yok. Grafiğin en alt kısmı görüldüğü gibi… Aslında bu grafikte hem x ekseninde öteleme hem de y ekseninde öteleme vardır. Örneğin $2(x-1)^2+3$ bu parabolün tepe noktası (1,3) x yerine sıfır yazarsak y eksenini 5 noktasında keser. Y yerine sıfır yazarsak denklemin reel kökleri yok yani x eksenini kesmez. Peki parabol o zaman bu şekilde çizebiliriz."*

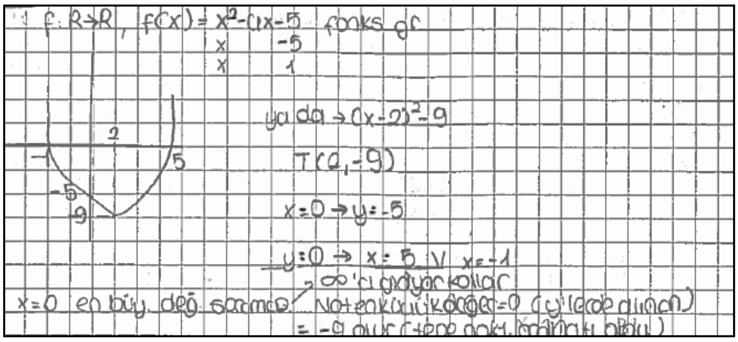
Ö2 öğretmeninin, tepe noktası bilinen bir parabolün nasıl çizildiğini öğrencilerine Şekil 242'deki standart örnek ile açıklamaya çalıştığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeninin, açıklamalarında parabolün grafiğinin gerçekte x ve y eksenleri boyunca ötelenmiş bir denkleme ait olduğunu ifade ettiği, yani kuralın anlamını açıklamaya çalıştığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte Ö2 öğretmeni çözüm adımlarını ve gerekçelerini de açıklamasından dolayı, açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeninin öğrencilerine, parabolün tepe noktasını ve ordinatının nasıl bulunduğunu Şekil 243'deki gibi ispatını yaparak ifade etmiştir.




Şekil 243. Ö2 öğretmenin parabol konusundaki açıklaması (İB2 ve İB3)

Ö2 öğretmeni parabolün tepe noktasının koordinatlarını veren formülü açıklamıştır. Bu açıklamasında öğretmenin neden a parantezine aldığını öğrencilerine açıklamadığı ve neden tam kare ifade oluşturduğunu açıklamadığı görülmüştür. Ö2 öğretmeni ispatın nasıl gerçekleştiğini gösterdiği fakat gerekçelerini sunmamasından dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Dolayısıyla Ö2 öğretmeni parabolün tepe noktasının koordinatlarının bulunması ile ilgili vermiş olduğu formülleri de doğrudan ifade etmiştir. Bu açıklaması aynı zaman da İB2 olarak da değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeninin öğrencilerine parabolün tepe noktasının koordinatlarının nasıl bulunduğunu ifade ettikten sonra, bu kuralın nasıl uygulanacağını göstermek için Şekil 244'deki standart örneği sunduğu gözlenmiştir.



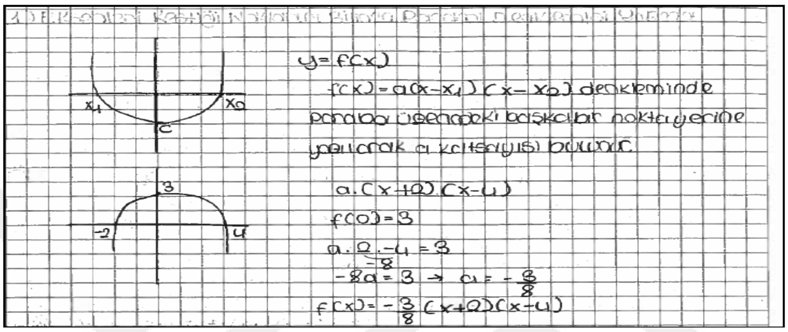

Şekil 244. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"f(x)=$x^2$-4x-5 fonksiyonunun grafiğini çizerken öncelikle x eksenini kestiği noktaları bulalım. İfadenin çarpanları neler?.... 5 ve -1 demek ki x eksenini bu iki noktada kesiyor y eksenini kestiği noktayı bulmak için x yerine sıfır yazalım o zaman -5 noktasından geçecek grafik. Tepe noktasının koordinatları bulalım. Burada bu ifadeyi $(x-2)^2$-9 şeklinde yazabiliriz değil mi?....Bu ifadeye göre tepe noktası T(2,-9) olur. Buna göre grafiği çizersek bakın en küçük değer -9 parabolün tepe noktasının ordinatıdır. En büyük değer kollar uzuyor sonsuza gider."*

Ö2 öğretmeni, Şekil 244'deki standart örnek ile bir parabolün grafiğinin nasıl çizildiğini açıklamıştır. Açıklamasında *$x^2$-4x-5* şeklindeki parabol ifadesini *$y=a(x-r)^2+k$* cebirsel ifadesine benzetmiş ve buna göre parabolün tepe noktasının koordinatlarını bulmuştur. Bununla birlikte bu örnekte kullandığı çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte öğrencilerine açıklamıştır. Ö2 öğretmeninin açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, parabolü verilen bir ifadenin denkleminin nasıl yazılabileceğini de Şekil 245'deki standart bir örnek ile birlikte tahtaya yazarak açıklamıştır.



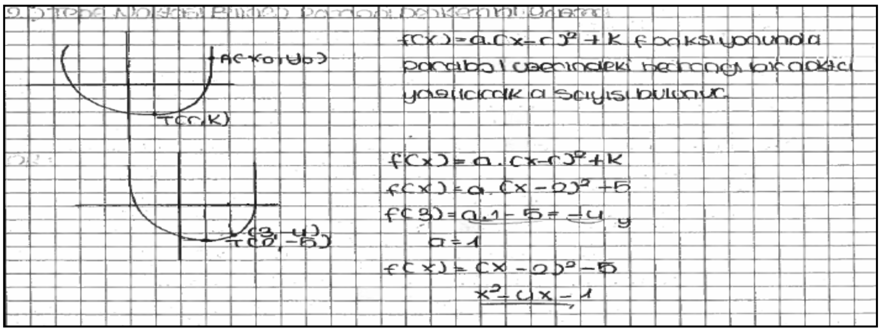

Şekil 245. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması ve standart örneği (İB2, İB3 ve SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"Eksenleri kestiği nokta $x_1$ ve $x_2$ olsun o zaman parabolün denklemi y=a.(x- $x_1$).(x- $x_2$) denkleminde parabol üzerindeki başka bir nokta yerine yazılarak a baş katsayısı bulunur. Örneğin, şu parabole bakalım bunun denklemini yazalım. Parabol x eksenini -2 ve 4 noktalarında kesmiş o zaman size verdiğim bu formülde yerine yazalım. a(x+2)(x-4) şimdi parabole bakarsanız y eksenini 3 noktasında kesmiş. Bu durumda x yerine sıfır yazıp parabolü 3 eşitleyelim böylelikle a sayısını bulmuş oluruz…. A sayısı -3/8 çıkıyor. Denklemde yerine yazarsak parabolün denklemini yazmış oluruz."*

Ö2 öğretmeni, eksenleri kestiği noktalar bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazıldığını Şekil 245'deki gibi açıkladığı ve bu durumu ifade etmek için standart bir örnekten yararlandığı gözlenmiştir. Ö2 öğretmeni, eksenleri kestiği noktalar bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazlıdığını formülü yazarak ifade etmiş ve bu formülün nasıl oluşturduğuyla ilgili öğrencilerini bilgilendirmemiştir. Bu yüzden öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 öğretmeni bu kuralın ardından hemen kuralın nasıl uygulandığını göstermek için standart örnekten yararlanmıştır. Bu standart örneği açıklarken prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş ve açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine tepe noktası bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazıldığını Şekil 246'daki standart bir örnek ile birlikte açıklamıştır.



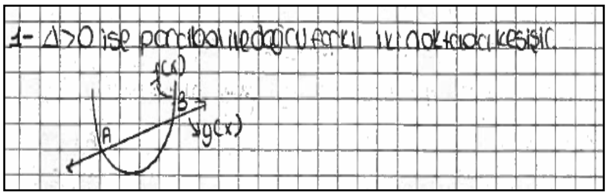
Şekil 246. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması ve standart örneği (İB2, İB3 ve SK3)

Ö2 öğretmeninin açıklaması:

*"a(x-r)$^2$+k fonksiyonunda parabol üzerindeki herhangi bir nokta yazılarak a sayısı bulunur. Hemen bunu şu örnekle size açıklayayım. Şimdi bu parabolün tepe noktası (2,-5) bu getirip size verdiğim formülde yazın a sayısını bulmak içinde bakın parabol üzerindeki (3,-4) noktası verilmiş bunu da parabol denkleminde yazarsak a sayısını bulur böylelikle parabolün denklemini bulmuş oluruz."*

Ö2 öğretmeni, tepe noktası bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazıldığını standart bir örnek ile açıklamıştır. Ö2 öğretmeni, kural olarak verdiği bu ifadenin ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Tepe noktası bilinen bir parabolde verdiği formüle göre çözülmesi gerektiğini ve parabol üzerindeki herhangi bir noktayı da bu formülde yazarak, parabolün denkleminin yazılabileceğini ifade etmiştir. Ö2 öğretmeni, sadece kuralın nasıl uygulandığını göstermiş ve Ö2 öğretmeni bu uygulamayı doğrudan ifade etmesinden dolayı, açıklaması işlemsel boyutta İB3 ve İB2 olarak değerlendirilmiştir.

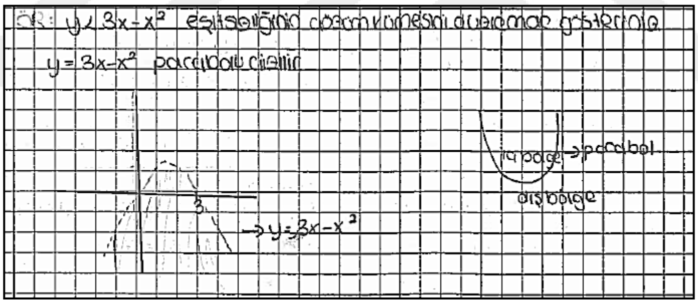
Ö2 öğretmeni, parabol ile doğrunun birbirine göre durumlarını şu şekilde açıklamıştır:



Şekil 247. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (AB2)

*“Parabol ile doğrunun birbirine göre durumlarını incelenirken parabolün denkleminden doğrunun denklemi çıkarılır. Karşımıza çıkan ikinci dereceden denklemden ifadenin kökleri incelenir buna göre delta sıfırdan büyük ise parabol iki farklı noktada kesişir. Şu şekilde (şekil 261)”*

Ö2 öğretmeni parabol ile doğrunun düzlemdeki görüntülerini incelerken parabolün denkleminden doğrunun denkleminin çıkarılmasının ve bunun sonucunda elde edilen ikinci dereceden denklemin deltasının sıfırdan büyük olması durumunda iki farklı noktada kesişeceklerini ifade etmiştir. Benzer şekilde parabol ile doğrunun birbirine teğet ve kesişmeme durumlarını da açıklamıştır. Ö2 öğretmeninin şekiller aracılığıyla bir doğru ile bir parabolün birbirlerine göre durumlarını tek tek incelemiş ve her bir durumun ne anlama geldiğini bu şekiller aracılığıyla açıkladığı gözlenmiştir. Parabol ile doğrunun birbirlerine göre durumlarını çizmiş olduğu parabol ve doğru grafikleri ile öğrencilerine göstermesi ve bununla birlikte parabol ile doğrunun birbirlerine göre durumlarının ne anlama geldiğini açıklamasından dolayı, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö2 parabolde eşitsizlik ifadesini ise Şekil 248’deki standart örnek ile açıklamıştır.




Şekil 248. Ö2 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK2)

*“y <3x-$x^2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini gösterirken önce 3x-$x^2$ ifadesinin parabolü çizin. Şimdi parabolün kolları aşağı doğru olacak ve kolları 0 ve 3 noktasından geçecek eşitsizlik olduğu için kesik kesik çizgilerle çizilecek. Peki çözüm için iç kısım mı dış kısım mı alınacak? Bunun için y küçük ise ifadeden iç kısım taranır. Eğer büyük deseydi dışını alırdık.”*

Ö2 öğretmeni, Şekil 248’deki standart örneği ile sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö2 öğretmeninin, parabolün neden iç kısmının tarandığını öğrencilerine açıklamamış, sadece y‘nin büyük olması durumunda parabolün dışı küçük ise iç taraf taranması gerektiğini belirtmiş ve bunun nedenini açıklamıştır. Öğretmenin örneğe ait çözüm adımlarını doğrudan sunmuş ve gerekçelerini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin, bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmişti

Tablo 28. Ö2 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategorileri ve Frekansları

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 7 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 24 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 60 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 0 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 16 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 70 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö2 öğretmeni ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularında yapmış olduğu öğretimsel açıklamaları, açıklayıcı (86) ve işlemsel boyutlarının (91) birbirlerine oldukça yakın olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenin açıklamalarının işlemsel boyutta olduğu görülmüştür. Ö2 öğretmenin genelde tanımları ve kuralları ya da konuya ait ilişkileri doğrudan ifade etmiştir. Ö2 öğretmenin genelde örneklerin veya soruların çözüm adımlarını ve gerekçelerini büyük çoğunluğunu açıkladığı tespit edilmiştir. Ö2 öğretmeni konuya ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin konunun matematiksel kaynağına ve gelişimine vurgu yapmadığı, diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı görülmüştür. Bu yüzden Ö2 öğretmeninin problem çözme ve epistemik boyutta hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir.

Tablo 29. Ö2 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Örnek Türleri

| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ö2 | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 12 | 0 | 0 | 22 | 0 | 12 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Toplam | 12 | | | 22 | | | 25 | | | 0 | 0 | | 0 |

Ö2 öğretmeninin, ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol konusunu açıklarken en çok geliştirici örneklerden yararlandığı ve bununla birlikte prosedürün nasıl uygulandığını göstermek için SK3 kodlu örneklerden faydalandığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra Ö2 öğretmeninin dersinde uç, örnek dışı ve karşıt örneklerden ise hiç yararlanmadığı görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin çeşitli prosedürler aracılığıyla öğrencilerin ilgili konulara ait kurallara ilişkin anlayışlarını genişletmek ve konular arası ilişki sağlayarak öğrencilerde ilgili konunun sınırlarını genişletmek için GK2 ve GK3 kodlu örneklere derslerinde yer verdikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte Ö2 öğretmeninin konuya öğrencilerin dikkatini çekmek için başlangıç örneklerinden, tanımların ne anlama geldiğini ifade etmek için standart örneklerden ya da tanımları geliştirme amacıyla geliştirici örneklerden ise hiç yaralanmadığı tespit edilmiştir.

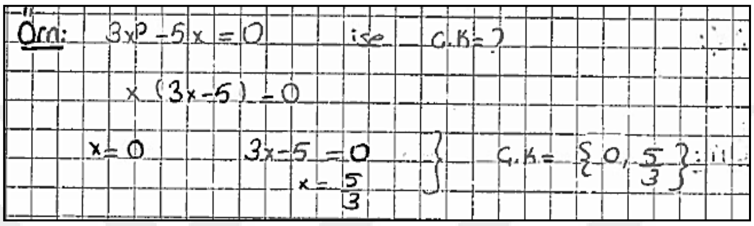
#### 4. 3. 2. 3. Ö3 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö3 öğretmenin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine sırasıyla yer verilmiştir.

Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna öncelikle kavramın tanımını yaparak başlamıştır. Ö3 öğretmeni, dersinde ikinci dereceden denklemin tanımını şu şekilde yapmıştır:

> *"$ax^2+bx+c$ şeklindeki ifadelere ikinci dereceden denklemler denir. Tabi burada a sayısı sıfırdan farklı olmak zorunda. $ax^2+bx+c=0$ x i bulmak için yapılan işlemlere denklemin çözümü, x değerlerine ise denklemin kökleri denir. Bir de arkadaşlar $ax^2+bx+c=0$ ikinci dereceden olduğundan en fazla iki kök bulundurabilir."*

Ö3 öğretmeni $ax^2+bx+c$ şeklindeki ifadelere ikinci dereceden denklem olarak adlandırıldığını ve bu denklemin başkatsayısının sıfırdan farklı bir sayı olması gerektiğini fakat bu sayının hangi sayı kümesine ait olması gerektiğini belirtmemiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamasında a, b ve c sayılarının birer reel sayı olması gerektiğini vurgulamadığı görülmüştür. Öğretmenin ikinci dereceden denklemin tanımını öğrencilerine eksik açıkladığı görülmüştür. Öğretmenin bu yüzden açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, tanımdan sonra şu açıklamayı yapmıştır: *"Bulunan kökler verilen denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir. Denklemi sağlamayan x'ler çözüm kümesinde yer almaz."* Ö3 öğretmeni daha sonra derste çarpanlarına ayrılabilen Şekil 249'daki gibi başlangıç örnekleriyle derse başlamıştır.

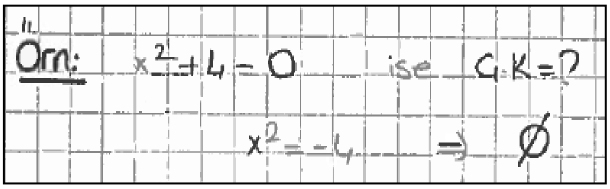



Şekil 249. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler başlangıç örnekleri (BK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Arkadaşlar bu ifadenin köklerini çarpanlara ayırarak bulabiliriz. Ortak x parantezine alırsanız, ifade x.(3x-5)=0 olur buradan da x=0 ve x=$\frac{5}{3}$ Ç.K= {0,$\frac{5}{3}$} "*

Ö3 öğretmeni matematiksel ifadenin köklerini çarpanlara ayırma işlemi ile bulabileceklerini belirtmiş ve x ortak parantezine alındığında ifadenin çarpanlarının bulunduğunu belirtmiştir. Ö3 öğretmeni, Şekil 249'daki örnek ile prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade etmiş ve çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamamıştır. Ö3 öğretmeninin, bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö3, ikinci dereceden bir denklemin kökünün olmaması çözüm kümesinin boş küme olması durumunu da Şekil 250'deki başlangıç örneği ile örneklendirmiştir.

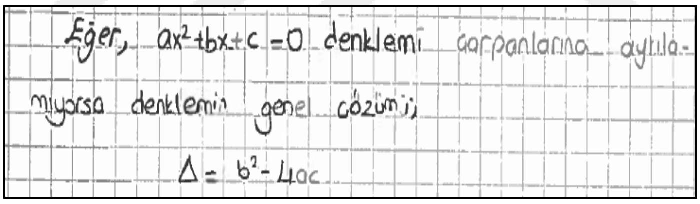



Şekil 250. Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlere ait başlangıç örneği (BK3)

Ö3 öğretmeni, Şekil 250’deki gibi örnekleri öğrencilerinin çarpanlara ayırma bilgisi ile yapabileceklerini ifade etmiştir. Bunun yanı sıra Ö3 öğretmeni, bazı ikinci dereceden denklemleri çarpanlara ayırmakta öğrencilerinin zorlanabileceklerini, bunun için işlerini kolaylaştıracak birkaç formül vereceğini şu şekilde ifade etmiştir:

*”Arkadaşlar ikinci dereceden denklemleri her zaman bu kadar kolay çarpanlarını göremeyebilirsiniz örneğin bir ifadenin çarpanlarına ayrılıp ayrılmayacağını görmemiz lazım önce. Şimdi ben size işinizi kolaylaştıracak birkaç formül vereyim. Öncelikle ikinci dereceden bir denklem çarpanları var mı? yok mu? Bunu tespit etmek için denklemin deltasına ya da diğer adı diskriminantına bakarız, bunu da ∆ ile gösteririz. Delta $b^2$-4ac ile bulunur.”*

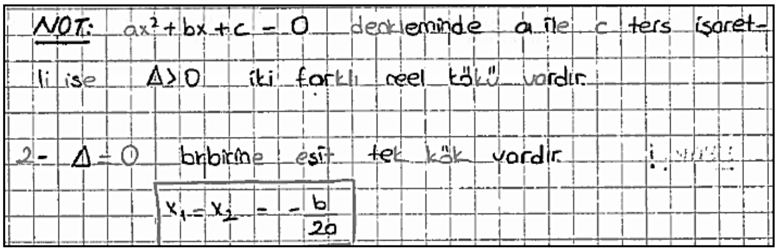
Ö3 öğretmeni, bu ifadesinde ilgili formülleri tahtaya yazmıştır. Ö3 öğretmeni, deltaya ikinci dereceden bir denklemin kökünü bulmak için ihtiyaç duyduklarını ifade etmiştir. Fakat bu kuralın nereden geldiğini ve ne anlama geldiğini tam olarak ifade etmemiştir. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden bir denklemin her zaman kolaylıkla köklerinin bulunamayacağını, bu yüzden delta ile ifade edilen bir formülle köklere bakıldığını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö2 öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir.




Şekil 251. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemlere ait açıklaması (İB2)

*”∆>0 ise denklemin iki farklı reel kökü vardır. Bu kökler* $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ *şeklinde bulunur. ∆=0 ise denklemin eşit iki reel kökü vardır. Denklemin bir tam kare ifade olması gerekir.”*

Ö3 öğretmeni denklemin deltası sıfırdan büyük ise iki farklı reel kökünün olduğunu belirtmiş ve bu köklerin bulunması ile ilgili gerekli olan formülü öğrencilerine vermiştir. Bunun yanı sıra delta sıfıra eşit ise denklemin eşit iki reel kökünün olduğunu ve bu denklemin bir tam kare ifade olduğunu belirtmiştir. Öğretmenin açıklmalarında gerekçelere yer vermediği öğrenciler için bu matematiksel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklamadığı görülmüştür. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamaları Şekil 252’deki gibi tahtaya yazmıştır.


NOT: $ax^2+bx+c=0$ denkleminde a ile c ters işaretli ise $\Delta>0$ iki farklı reel kökü vardır.

2- $\Delta=0$ birbirine eşit tek kök vardır

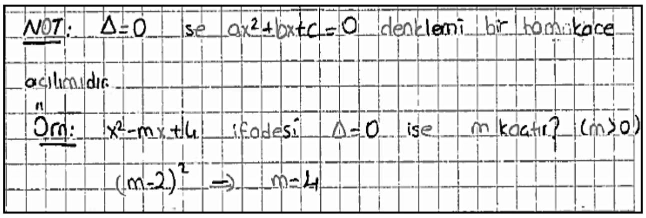
$\boxed{x_1=x_2=-\frac{b}{2a}}$

Şekil 252. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemlere ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö3 öğretmeni, daha sonra açıklamasına şu şekilde devam etmiştir:

*“Delta sıfıra eşit ise o zaman denklemimiz bir tam kare ifadedir.”*

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin çözüm kümesininin bulunmasında, ifadeyi çarpanlarına ayıramamaları durumunda denklemin deltasına bakmaları gerektiğini ve deltanın durumlarına göre köklerini inceleyebileceklerini ifade etmiştir. Buna benzer bir açıklamayı daha önce de yapmış ve bu açıklamasına ek olarak deltanın sıfıra eşit olması durumunda denklemin bir tam kare ifade olduğunu belirtmiştir. Öğretmenin bununla birlikte öğrencilerine delta ve kökler formüllerini doğrudan ifade etmiş ve bu kuralların ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklamaları, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 253’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.


NOT: $\Delta=0$ ise $ax^2+bx+c=0$ denklemi bir tam kare açılımıdır

Örn: $x^2-mx+4$ ifadesi $\Delta=0$ ise m kaçtır? $(m>0)$

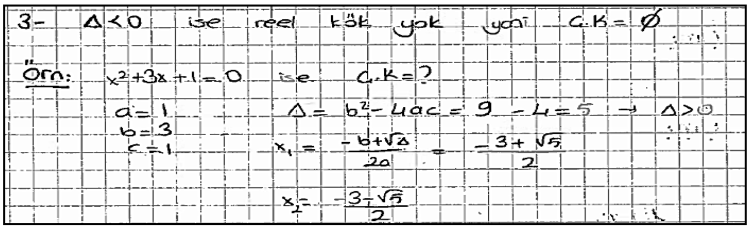
$(m-2)^2 \Rightarrow m=4$

Şekil 253. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö3 öğretmeni Şekil 253’deki örnek ile birlikte şu şekilde bir açıklamada bulunmuştur:

*”Tek kökü varsa, çift katlı kök varsa ve çakışık kökü varsa Δ=0 dır. Eğer Δ<0 ise bu denklemin reel kökü yoktur ve çözüm kümesi ∅ dir. “*

Ö3 öğretmeninin deltanın sıfıra eşit ve sıfırdan küçük olması durumlarının ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile ilişkisini açıklamak istemiştir. Ö3 öğretmeni, kuralı doğrudan ifade ettiği bu durumların ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Ayrıca öğretmenin ikinci dereceden bir denklemin tek kökü varsa gibi bir ifade kullanmasının doğru bir açıklama olmadığı görülmüştür. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 254'deki standart örneği sunmuştur.

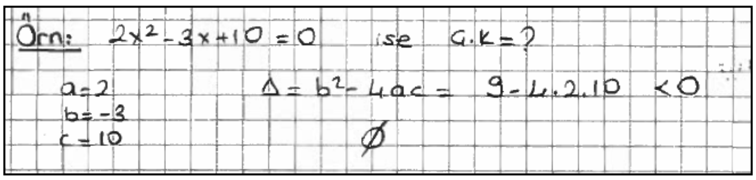



Şekil 254. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeni, Şekil 254'deki standart örneğin çözüm adımlarını ve çözüm adımlarının gerekçelerini şu şekilde açıklamıştır:

*"Önce arkadaşlar bu işlemin deltasına bakarız. Δ=b$^2$-4ac bu formülü uygularsak $\Delta > 0$, o zaman iki farklı reel kökü var. Kökleri de size verdiğim formülde yerine yazarsak buluruz."*

Ö3 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerinin olup olmadığını tespit etmek için denklemin deltasına bakılması gerektiğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, bu duruma ait prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine deltanın sıfırdan küçük olması durumuyla ilişkili olarak Şekil 255'deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.

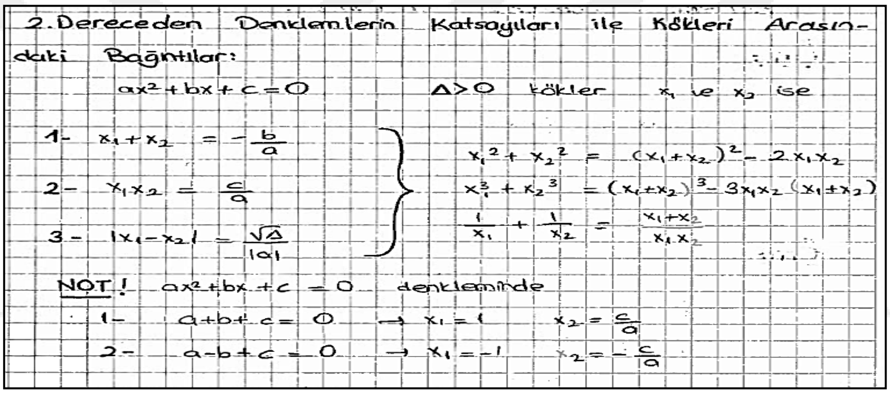



Şekil 255. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklem konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Şimdi ikinci dereceden denklem hemen deltasına bakalım. Bu denklemin a sayısı 2, b sayısı -3 ve c sayısı da 10 buna göre delta sıfırdan küçük. Bu durumda kökleri yok denklemin.”*

Ö3 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin kökünün olmaması ile ilgili olarak Şekil 255’deki standart örneği sunmuş ve bu örnek ile prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Öğretmenin açıklamasında ikinci dereceden bir denklemde ilk önce denklemin köklerine bakılması gerektiğini ifade etmesi ve deltanın sıfırdan küçük bir değer olması durumunda kök yok şeklindeki açıklamaları sadece işlemsel sürece yönelik açıklamalar olarak değerlendirilmiştir. Bundan dolayı Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine ikinci dereceden denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkiyi açıklamıştır.



2. Dereceden Denklemlerin Katsayıları ile Kökleri Arasındaki Bağıntılar:

$ax^2+bx+c=0$ $\quad \Delta>0$ kökler $x_1$ ve $x_2$ ise

1- $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

2- $x_1x_2=\frac{c}{a}$

3- $|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$$\left.\begin{aligned} x_1^2+x_2^2&=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\\ x_1^3+x_2^3&=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)\\ \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}&=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}\end{aligned}\right.$$

NOT! $ax^2+bx+c=0$ denkleminde

1- $a+b+c=0 \to x_1=1 \quad x_2=\frac{c}{a}$

2- $a-b+c=0 \to x_1=-1 \quad x_2=-\frac{c}{a}$

Şekil 256. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö3 öğretmenin açıklaması:

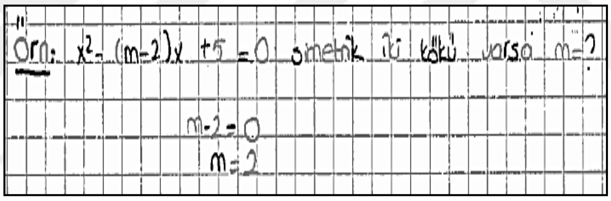
*“Kökleri $x_1$ ve $x_2$ olan bu ifadeleri toplarsanız $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, kökler çarpımı ise $x_1.x_2=\frac{c}{a}$ olur. Bu arada kökler farkı da $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ bulunur. Bunlar en önemlileri birde sorularda köklerin kareleri toplamı sorulursa kökler toplamının parentez karesinden kökler çarpımının iki katını çıkarırsınız. Kökleri küplerinin toplamı sorulursa o zaman küp açılımından şu şekilde yararlanırsınız… Köklerin çarpma işlemine göre terslerinin toplamı sorulursa kökler toplamı bölü kökler çarpımı yaparsanız sonuca ulaşırsınız. İşlemlerinizde pratiklik sağlaması için eğer denklemin katsayılar toplamı sıfır ise köklerden biri 1 diğeri ise $\frac{c}{a}$ ya da eğer a ile c toplamından b‘yi çıkardığınızda sıfır olursa o zaman köklerden biri -1 diğeri $-\frac{c}{a}$ olur. Tabi bunlar soruları çözerken kolaylıklar sağlar size.”*

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin kökler toplamını, kökler çarpımını ve kökler farkını açıklarken, öğrencilerine bu ifadelerin bulunmasına yardımcı olacak formülleri vermiştir. Ö3 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki bağıntıları doğrudan ifade etmiş, bu ifadelere ait formüllerin ispatını ve ne anlama geldiğini açıklamamış sadece ne zaman kullanacaklarını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni simetrik kök kavramını şu şekilde açıklamıştır:

*"Simetrik kökler de arkadaşlar köklerin mutlak değeri eşittir. Yani sadece işaretleri farklıdır. Mesela, 3 ve -3 kökleri gibi düşünebilirsiniz. Köklerden biri $x_1$ ise diğeri $-x_1$ dir. O zaman kökleri toplarsanız toplamı sıfır olur."*

Ö3 öğretmeni, simetrik köklerin birbirlerinin zıt işaretlisi olan kökler olduğunu, bu köklerin mutlak değerce birbirlerine eşit olduğunu ve köklerin toplamının dolayısı ile sıfır olduğunu açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin öğrencilerine simetrik kök kavramının ne anlama geldiğini ifade etmesinden dolayı, öğretmenin açıklaması açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, simetrik kök kavramıyla ilgili öğrencilerine standart örnek sunmadığı bunun yerine Şekil 257'deki geliştirici örneği sunduğu gözlenmiştir.




Şekil 257. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK1)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

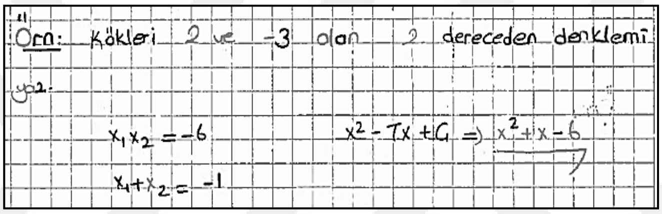
*"$ax^2+bx+c=0$ denklemi simetrik köke sahipse bu denklem iki kare farkıdır aslında. Şimdi iki farkı olan denklemleri göz önünde bulundurursanız, yani $x^2-9$ gibi….bu denklemleri kökler toplamı sıfırdır. Yani bu durum şu demektir. Bu denklemin x teriminin kat sayısı sıfırdır. O zaman m-2=0 m=2 olur."*

Ö3 öğretmeni, simetrik köklere sahip denklemlerin kökler toplamının sıfır olduğunu ve bu denklemlerin iki kare farkı şeklinde yazılan cebirsel ifadelerin olduğunu açıklamıştır. Ö3 öğretmeni bu açıklaması ile çözüme ait adımlarını ve gerekçelerini açıklamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu örnekteki açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki bağıntıları içeren örneklerden sonra kökleri verilen bir ifadenin denkleminin nasıl yazılabileceğini şu şekilde açıklamıştır:

*"Kökleri verilen ikinci dereceden bir denklemi yazarken $ax^2+bx+c=0$ ifadesinde her tarafı a sayısına bölerseniz $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ olur bu da aslında $x^2-(x_1+x_2)x+x_1.x_2=0$ yani $x^2-Tx+Ç=0$ olur."*

Ö3 öğretmeni, kökleri verilen ikinci dereceden bir denklemin nasıl yazıldığını öğrencilerine açıklamıştır. Bu açıklamasında $ax^2+bx+c=0$ şeklindeki ikinci dereceden bir denklemin her tarafını a sayısına bölünmesi durumunda kökler toplamı ve kökler çarpımını veren formüllerin denklemde yer aldığını belirtmiştir. Bu denkleme bağlı olarak, köklerin toplamı ve köklerin çarpımının bulunması durumunda, ikinci dereceden denklemlerin yazılabileceğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu duruma uygun olarak Ö3 öğretmeni kuralı yansıtan Şekil 258'deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 258. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3)

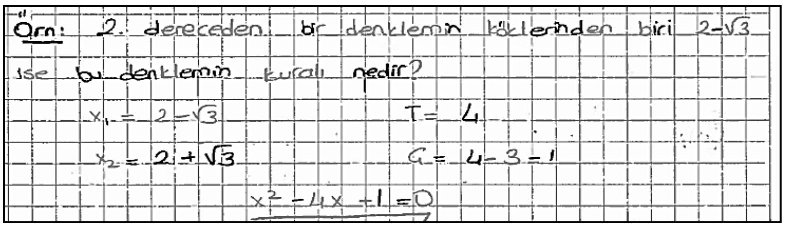
*"Kökleri 2 ve -3 olarak verilen denklemi bulurken kökler toplamı ve kökler çarpımından yararlanacağız. Bu ifadenin kökler çarpımı -6, kökler toplamı ise -1 o zaman $x^2-Tx+Ç=0$ ifadesinde yerine yazarsanız. Denkleminiz $x^2+x-6$ olur."*

Ö3 öğretmeni açıklamasında kökler toplamını ve kökler çarpımını bulduktan sonra ikinci dereceden denklemler için vermiş olduğu *$x^2-Tx+Ç=0$ formülünde* yerine yazılarak denklemin yazılabileceğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemin yazılması ile ilgili kuralı ifade etmek için kullandığı standart örneği yeteri kadar açıklamadığı sadece prosedürün nasıl uygulandığını belirttiği gözlenmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu durumu geliştirmek için köklerden birinin irrasyonel olması durumunda ikinci dereceden bir denklemin nasıl yazılabileceğini şu şekilde ifade etmiştir:

*"Köklerden biri irrasyonel bir kök ise diğeri onun eşleniğidir."*

Ö3 öğretmeni ikinci dereceden bir denklemde köklerden biri irrasyonel ise diğer kökün onun bir eşleniği olduğunu fakat neden onun eşleniği olduğunu açıklamamıştır.

Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni bu açıklamasının ardından Şekil 259'daki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

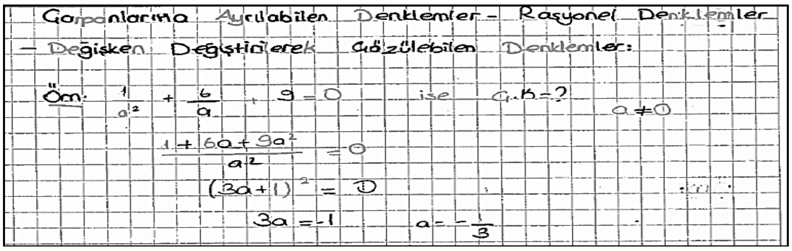



Şekil 259. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Öğretmen Şekil 275'deki geliştirici örneği şu şekilde açıklamıştır:

*"Bu köklerden biri 2-√3 ise diğeri 2+√3 dür. Buna göre kökler toplamı 4 ve çarpımı ise -1 olur. O zaman kökleri verilen ikinci dereceden bir denklem nasıl yazılırdı?...."*

Ö3 öğretmeni irrasyonel bir kökü olan denklemin neden ikinci kökünün bu irrasyonel sayının eşleniği olan başka bir kök olduğunu ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, köklerin irrasyonel olması durumunda bu prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş ve çözüm adımlarına ait gerekçeleri açıklamadığı görülmüştür. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu örnekten sonra Şekil 260'daki geliştirici örnekleri öğrencilerine sunmuştur. Bu örnekleri ikinci dereceden denklemlere dönüştürerek ifade etmişlerdir.



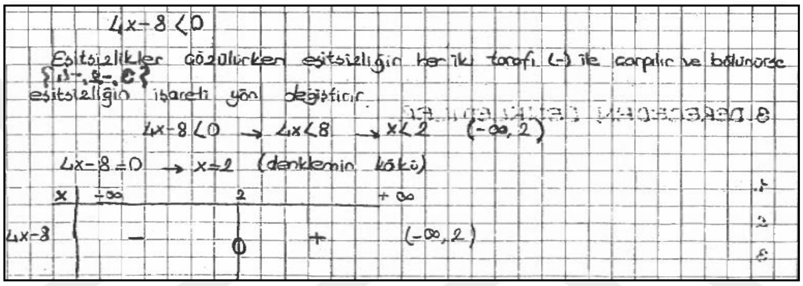

Şekil 260. Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu ifadenin önce paydaları eşitlenir. Daha sonra ifadenin payına bakacağız payı sıfır olacak paydası sıfırdan farklı olacak. Buna göre a sayısı sıfır olamaz payın kökünü bulursanız a sayısı -1/3 olur."*

Ö3 öğretmeni böyle bir ifade de önce paydaların eşitleneceği ve ifadenin payının sıfır olacağını paydasının sıfırdan farklı olacağını belirtmiştir. Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlere dönüştürmek için sunduğu geliştirici örneği yeteri kadar açıklamadığı sadece bu dönüştürme prosedürünü ve ortaya çıkan yeni denklemin nasıl çözüldüğünü ifade ettiği gözlenmiştir. Bundan dolayı Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusundan sonra ikinci dereceden eşitsizlikler konusuna başlamıştır. İkinci dereceden denklemlere başlamadan önce öğrencilerine birinci dereceden eşitsizlik ifadelerini hatırlamak için Şekil 261'deki başlangıç örnekleri ile derse başlamıştır.

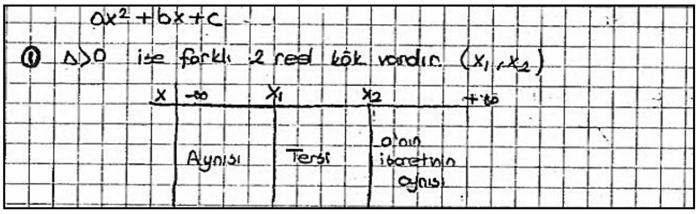



Şekil 261. Ö3 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu ifadeyi çözerken denklem çözer gibi çözüyorsunuz. Sadece hatırlarsanız negatif bir sayı ile çarpar ya da bölersek eşitsizlik yön değişir. Neyse denklemin kökü ne? 2 o zaman bakın çözüm kümesi 2 den küçük sayılar. Birde bunu tablo yöntemiyle de çözüm kümesini gösterebiliriz. Tablo da 2 sağından x'in işareti ile başlıyoruz sonra denklemin kökü olunca işaret değişir. Burada artıyla başlıyoruz kök var işaret eksi olur. Çözüm kümesi negatif sayılar olur."*

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerini anlatmaya başlamadan önce öğrencilerinin 9.sınıfta görmüş olduğu basit eşitsizlikler yani birinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözümünü hatırlatarak başlamıştır. Bu durumda kullanmış olduğu başlangıç örneğini hatırlatma amacıyla kullanmış fakat öğretmenin açıklamalarında neden eşitsizliği eksi ile çarptığında ya da böldüğünde eşitsizliğin yön değiştirdiğini ya da eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesini bulmak için yapmış olduğu tabloda işarete neden "*x*" in işareti ile başladığını açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin açıklaması sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etme olarak değerlendirilmiş ve İB3 olarak kodlanmıştır. Bununla birlikte birinci dereceden bir eşitsizliği iki farklı yoldan çözmüş ve ikinci çözüm yolu aracılığıyla ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözümü için alt yapı oluşturmaya çalıştığı gözlenmiştir. Öğretmenin bu açıklamalarının gerekçelerini ifade etmemesinden dolayı, her ne kadar iki farklı çözüm yolu ile açıklasa da problem çözme boyutu PB3 olarak değerlendirilmemiştir. Ö3 öğretmeni, birinci dereceden eşitsizlikler ile ilgili açıklamalar yaptıktan sonra ikinci dereceden bir eşitsizlik sisteminin çözüm kümesinin nasıl bulunabileceğini ise Şekil 262'deki gibi açıkladığı gözlenmiştir.

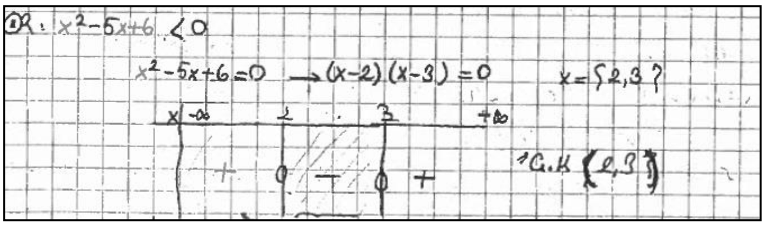



Şekil 262. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"denklemin iki farklı kökü varsa tabloda bu kökleri küçükten büyüğe sırayla yazın sonra tabloda işaretleri yerleştirin sağ taraftan a sayısının işaretinin aynısı kök var a sayısının işaretinin tersi kök var yine aynısı."*

Ö3 öğretmeni öğrencilerine, ikinci dereceden eşitsizlik ifadelerinin çözüm kümesini bulunurken önce köklerin bulunması gerektiğini daha sonra köklerin tabloda yerine yazılıp çözüm aralığına göre çözüm kümesinin bulunması gerektiğini ifade etmiştir. İfadesinde sadece prosedürün nasıl uygulanacağını açıkladığı ve bu durumu gerekçelendirmeği görülmüştür. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamasında a, b ve c sayılarının birer reel sayı olması gerektiğini vurgulamadığı görülmüştür. İkinci dereceden eşitsizlik ifadelerinde, iki farklı reel kökün olması durumunda prosedürün nasıl uygulandığını göstermek amacıyla Şekil 263'deki standart örneği öğrencilerine sunduğu gözlenmiştir.




Şekil 263. Ö3 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmenin açıklaması:

*“Bu ifadenin önce çarpanlarını bulalım. Çarpanları (x-2)(x-3) bu ifadeden kökler 2 ve 3 bu kökleri tabloya yazalım. İşaret artıyla başlıyoruz kök var eksi kök var artı. Bizden ifadenin sıfırdan küçük olan değerleri istemişti. O zaman çözüm kümesi eksilerden oluşacak. Çözüm kümesi (2,3) olur.”*

Ö3 öğretmeni, öğrencilerine sunmuş olduğu bu standart örneği açıklarken prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği neden köklerin değişmesi durumunda işaretin değişmesi gerektiğini açıklamadığı gözlenmiştir. Bu nedenledir ki, Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin köklerinin birbirine eşit olması durumunda çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu da Şekil 263’deki gibi tablo çizerek şu şekilde açıklamıştır.

Ö3 öğretmenin açıklaması:

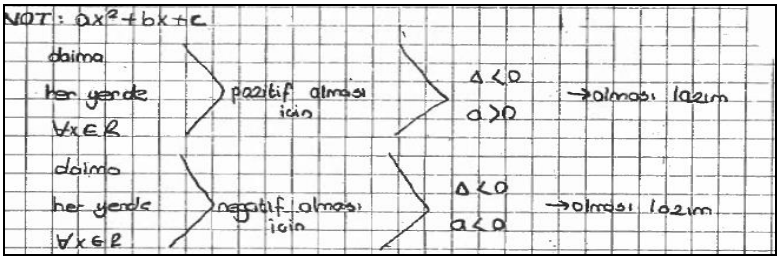
*“Kökler birbirine eşit ise yani delta sıfıra eşit olması durumu tabloda işaret değişmez. Bu duruma çift katlı kök veya çakışık kökte diyebiliriz.”*

Ö3 öğretmeni, köklerin birbirine eşit olması durumunda, eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesine ait yapılan tabloda işaretin aynı olacağını doğrudan ifade ettiği ve neden işaretin değişmediğini açıklamadığı gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklaması ile sadece bir prosedürün nasıl uygulanacağını ifade etmesinden dolayı, açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö3 öğretmeni, eşitsizlik ifadesinin reel kökünün olmaması durumunda işaret tablosunun nasıl olacağını da şu şekilde açıklamıştır.

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Eğer delta sıfırdan küçük ise reel kök yoktur. Tabloda her yerde a’nın işareti ile aynı olur.”*

Ö3 öğretmeni, yine diğer durumlara benzer şekilde ifadenin işaretinin neden değişmediğini açıklamadığı gözlenmiştir. Öğretmenin sadece bu duruma ait prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından öğrencilerine, deltanın sıfırdan küçük olması durumu ile ilgili şu şekilde açıklamada bulunduğu gözlenmiştir.

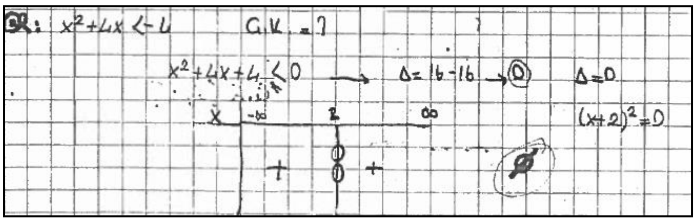



Şekil 264. Ö3 öğretmeninin eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"daima her yerde pozitif olması için delta sıfırdan küçük ve a sayısı sıfırdan büyük olmalı. Şayet daima negatif denilirse o zaman delta sıfırdan küçük ve a sayısı da sıfırdan küçük olmalı."*

Ö3 öğretmeni, bir eşitsizlik ifadesinde çözüm kümesinin daima pozitif reel sayılar kümesinde olması için deltanın sıfırdan küçük ve denklemin baş katsayısının ise sıfırdan büyük olması gerektiğini, bunun yanı sıra bütün negatif reel sayılarda tanımlı olabilmesi için denklemin baş katsayısının sıfırdan küçük olması gerektiğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının gerekçelerini belirtmediği ve öğrencilerine böyle durumlarla karşılaştıklarında ne yapmaları gerektiğini doğrudan ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü kural olarak sunmuş olduğu bu ifadelerin anlamlarını açıklamamıştır. Ö3 öğretmeni, daha sonra deltanın bu durumları ile ilgili Şekil 265'deki standart örnekleri öğrencilerine sunduğu gözlenmiştir.



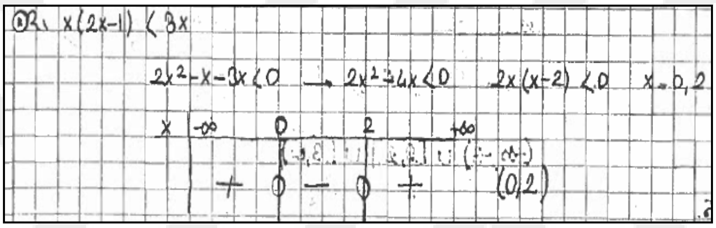

Şekil 265. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Eşitsizlikleri çözerken ifadenin bir tarafını sıfıra eşitleyin. Şimdi bu ifadenin deltası sıfıra eşit o zaman 2 burada çift katlı köktür. Tabloda 2 çift katlı olduğundan işaret değişmez. Çünkü çift katlı köklerde delta sıfıra eşit olursa açıkladığım tabloya*

*bakarsanız işaret değişmezdi. Tablonun her iki tarafı da artıdır. Bizden negatif değerler isteniyor. Bu durumda çözüm kümesi boş kümedir.”*

Ö3 öğretmeni, Şekil 265’deki standart örnek ile çözüm adımlarını açıkladığı gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni, tabloda işaretin neden değişmediğini daha önce kural olarak belirttiği ifadeye vurgu yaparak açıklamıştır. Fakat bu tabloyu açıklarken de öğretmenin çift katlı olarak tabir ettiği kökün işaretinin neden değişmediğini açıklamamıştır. Bundan dolayı Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, dersinde eşitsizlik ifadelerinin farklı uygulamalarını da göstermek için geliştirici örneklerden yararlandığı gözlenmiştir. Bu örneklerden biri ise Şekil 266’daki şu şekilde sunulmuştur.

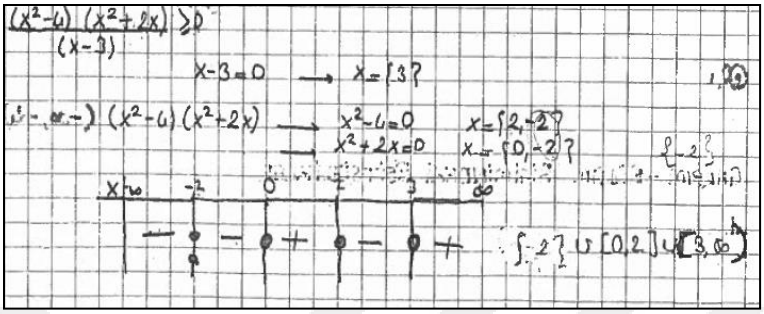



Şekil 266. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Eşitsizlik ifadesini çözebilmemiz için önce bu ifadeyi düzenlemeliyiz. x ile (2x-1) ifadesini çarpalım 3x ifadesini de eşitliğin diğer tarafına atalım sıfıra eşitleyelim. İfadenin kökleri 0 ve 2 işaretler artıyla başlar kök var eksi kök var tekrar artı. Bizden çözüm kümesi olarak neresi istenmekte?....sıfırdan küçükler o zaman (0,2) çözüm olur.”*

Ö3 öğretmeni, Şekil 266’daki geliştirici örneği ile önce öğrencilerinin neler yapmaları gerektiğini adım adım ifade etmiş fakat gerekçelerini açıklamamıştır. Ö3 öğretmeni eşitsizlik ifadesinin çözülebilmesi için önce ifadenin düzenlenmesi gerektiğini ve eşitsizliğin bir tarafını sıfıra eşitlenmesi gerektiğini belirtmiş, fakat çözüme ait bu adımların gerekçelerini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, eşitsizlik ifadelerinde birden çok matematiksel ifade içermesi durumunda öğrencilerinin ne yapacağını da geliştirici örnek aracılığıyla açıkladığı gözlenmiştir. Ö3 öğretmenin bu geliştirci örneğinde ifadenin tek tek çarpanlarının bulunması gerektiğini ve bu söylemi ile birlikte ifadenin çarpanlarını bulduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenin bulduğu kökleri tabloda sırasıyla yazdığı ve çözüm kümesini bulduğu gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni, bu örneğinde de prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş, fakat gerekçelerini açıklamadığı gözlenmiş ve öğretmenin bu açıklaması da işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu örneğinden sonra rasyonel bir ifadenin eşitsizliğinde öğrencilerin nelere dikkat etmesi gerektiğini de Şekil 267'deki geliştirici örnek aracılığıyla açıkladığı gözlenmiştir.



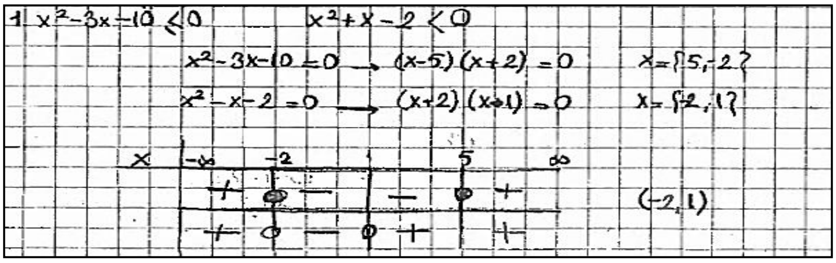
Şekil 267. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Yine bakın verilen matematiksel ifadelerin tek tek köklerini bulalım. Yalnız bu ifade rasyonel ifade olduğu için paydanın sıfır olmaması gerekir o zaman paydadaki kök tanımsız kök diyeceğiz. Tabloya bulduğumuz kökleri yazalım işaret her ifadenin işaretini yazalım birinci ifade artı ikinci ifade artı bu ikisini çarparsanız yine sonuç artı paydadaki ifadeniz artı bu durumda artının artıya bölümü yine artı. Tabloda başlangıç işaretiniz artı sonra tek tek köklerde işaret değişir. Yalnız dikkat ederseniz -2 çift katlı kök bu ifadede işaretiniz değişmeyecek…3 tanımsız sadece işareti değişir sadece eşitlik durumunda çözüm kümesine alınmaz. Şimdi sıfırdan büyük eşit denildiği için çözüm kümesi artılar ve ifadeyi sıfır yapan x değerleri…."*

Ö3 öğretmeni açıklamasında önce matematiksel ifadenin tek tek köklerinin bulunması gerektiğini belirtmiştir. Bu ifadesiyle birlikte matematiksel ifadenin rasyonel olmasından dolayı paydadaki kökün sıfır olmaması gerektiğini, payda da bulunan kökün çözüm kümesine alınmaması gerektiğini belirtmiştir. Ö3 öğretmeni kökler bulunduktan sonra tablonun işaretinin belirlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni Şekil 267'deki geliştirici örnek ile tablonun başlangıç işaretini nasıl tespit ettiğini, eşitsizlik ifadesine ait kökleri nasıl bulduğunu çözüm adımları ile birlikte tek tek açıklamıştır, fakat gerekçelerini açıklamamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin, bu açıklaması açıklayıcı boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, eşitsizlik ifadeleri ile ilgili örneklerden sonra, eşitsizlik sistemlerine ait örnekler öğrencilerine sunmuştur. Bu durumla ilgili Şekil 268'deki geliştirici bir örnek ile açıklama yapmıştır.

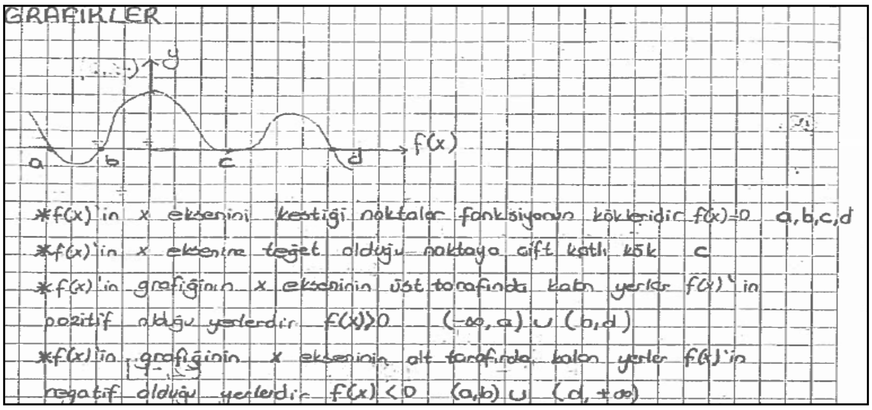



Şekil 268. Ö3 öğretmeni eşitsizlik sistemine ait geliştirici örneği (GK2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“Yine diğer eşitsizlik ifadelerinde yaptığınız gibi herbir çarpanın kökünü bulalım... İki ayrı eşitsizlik olduğu için tabloyu ikiye ayıralım. Bulduğumuz bu kökleri tabloda yazalım şimdi iki ifadeninde işaretlerini tabloya yazalım. Birinci eşitsizlik artı sonra 5 bu ifadenin kökü olduğu için işaret değişir. Sonra 2 bu ifadenin kökü tekrar -2 o zaman işaret değişir. İkinci ifadenin eşitsizliğinde kökleriniz 1 ve -2 başlangıç işareti artı köklerde işareti değişir yine… İki ifade de sıfırdan küçük sayıları çözüm istiyor. İkisininde ortak çözümü alınacak işartlerin aynı olduğu yer yani -2 ile 1 arası çözümünüzdür.”*

Ö3 öğretmeni, eşitsizlik sisteminin ne demek olduğunu açıklamadığı ve geliştirci örnek ile öğrencilerine böyle bir matametiksel bir ifade ile karşılaşmaları durumunda çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, bu ifadesi ile prosedürün nasıl uygulandığını açıklamış fakat uygulama yönteminin gerekçelerini öğrencilerine açıklamamıştır. Örneğin; tabloyu neden ikiye ayırdığını ve ortak çözüm aralığını aldığını açıklamamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerine fonksiyon grafiklerinin çözüm kümelerini bulurken yapmaları gerekenleri ise Şekil 269’daki gibi açıklamıştır.

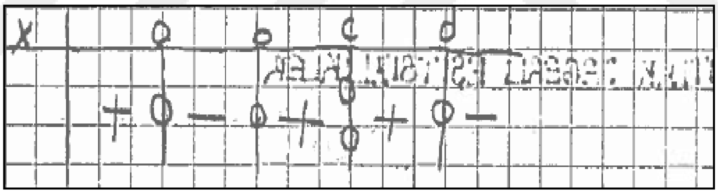



Şekil 269. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“f(x)’in x eksenini kestiği noktalar fonksiyonun kökleridir. Bu köklerden x eksenine teğet olanlar çift katlı köktür. Mesela bu grafikte c noktası. Çünkü hatırlarsanız delta sıfıra eşit oluyordu çift katlı köklerde. Burada grafiğin yönü değişmiyor bu yüzden çift katlı köklerde işaret değişmez. Eğer x ekseninin üst tarafında kalan yerler f(x)’in pozitif olduğu yerlerdir. Bu grafikte eksi sonsuz a arası ve b ile d sayıları arasında pozitiftir. f(x)’in grafiğinin x ekseninin alt tarafında kalan yerler f(x)’in negatif olduğu yerlerdir. Grafiğe bakarsanız bunlar a ile b arası ve d ile sonsuz arasındaki değerlerdir.”*

Ö3 öğretmeni, fonksiyon grafiğine bakılarak, öğrencilerin denklemin kökleri hakkında nasıl bilgi edinebileceğini, hangi durumda tek katlı kök olduğunu veya hangi durumda çift katlı kök olduğunu açıklamıştır. Öğretmenin çift katlı köklerde işaretin neden değişmediğini daha önceki açıklamalarında ifade etmediği fakat bu fonksiyon grafiği ile öğrencilerine açıkladığı gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni bunun yanı sıra fonksiyonun çözüm aralıklarının nasıl bulunabileceğini de grafik üzerinden açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, daha sonra bu grafiği tabloya Şekil 270’deki gibi dönüştürmüş ve bu durumu şu şekilde açıklamıştır.

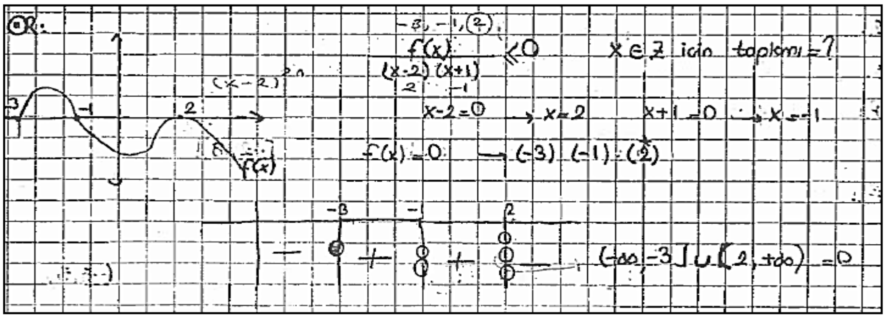



Şekil 270. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“şimdi sayıları tabloya yazdıktan sonra başlangıç işareti grafiğe bakın d sayısından büyük olduğunda grafikte f(x) sıfırdan küçük o zaman eksi ile başlıyoruz. Kök var artı olur grafiğe bakın orası da artı c çift katlı kök işaret değişmez. Diğer köklerde işaretler değişerek devam eder.”*

Ö3 öğretmeni, grafiği inceleyerek çözüm kümesinin bulunması ile eşitsizlik tablosundan çözüm kümesinin bulunmasını ilişkilendirmiştir. Ö3 öğretmeni, bu süreçte köklere bağlı olarak tabloda işaretlerin nasıl değiştiğini gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin kural olarak sunduğu ifadelerin ne anlama geldiğini açıklamasından dolayı, açıklamaları açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından bu ifadeyle birlikte eşitsizlik kavramını geliştirmek için Şekil 271’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 271. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

> *"f(x) ifadesinin köklerini grafikten bakarsanız 2,-1 ve -3 sayılarıdır. Paydanın kökleri ise 2 ve -1 sayılarıdır. Tabi bunlar tanımsız kök. Yalnız dikkat ederseniz 2 ve -1 çift katlı kök oldu. O zaman kökleri tabloya yazarsanız başlangıç işaretimiz f(x) eksi ile başlıyor diğer ifadelerin işareti artı fakat eksinin artıya bölümü eksidir. Tabloda eksi ile başlıyoruz…. Çözüm kümemiz eksi sonsuzdan 3'e kadar 3 'te dahil ve 2'den sonsuza kadar, 2 de çözüme dahil tabi.."*

Ö3 öğretmeninin açıklamalarında f(x) fonksiyonunun köklerini grafikten nasıl bulunduğunu açıklamış bununla birlikte sorulan eşitsizlikle bu durumu nasıl etkilediğini başka bir ifade ile bu ifadenin tablosunun nasıl oluşturulduğunu açıklamıştır. Ö3 öğretmeni, eşitsizlik konusunda geliştirici örneklere yer verdiği görülmüştür. Geliştirici örneklerde fonksiyon grafikleri ile eşitsizlik ifadelerini ilişkilendirmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda sunmuş olduğu geliştirici örneğin çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, eşitsizlik ifadelerinde mutlak değer kavramını içeren sorularında olabileceğini, bu yüzden mutlak değer konusu ile ilgili bazı önemli bilgileri öğrencilerine Şekil 272'deki gibi hatırlatmıştır.

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

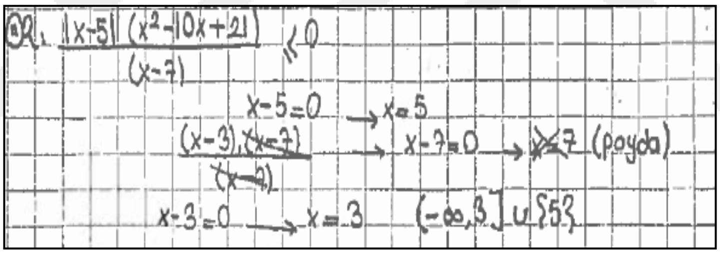
1. $|f(x)| < m$ ise $-m < f(x) < m$
2. $|f(x)| > m$ ise $f(x) > m$ veya $f(x) < -m$ (BİRLEŞİMİ)
3. $n < |f(x)| < m$ ise $n < f(x) < m$ $n < -f(x) < m$ (KESİŞİM)

Şekil 272. Ö3 öğretmeni eşitsizlikler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*“mutlak değerli eşitsizliklerde eğer fonksiyonun mutlak değeri m sayısından küçük ise fonksiyon –m ile +m arasında olması şayet fonksiyonun mutlak değeri m sayısından büyük ise o zaman ne olacaktı?...fonksiyon m sayısından büyük ya da fonksiyon –m sayısından küçüktür. Fonksiyonun mutlak değeri herhangi iki sayı arasında ise bu sayıların bir artılı ifadesi birde eksili ifadesi arasında olacaktır.”*

Ö3 öğretmeni, açıklamasında kuralları doğrudan ifade ettiği, bu kuralların ne anlama geldiği ve neden ihtiyaç duyacakları hakkında öğrencileri bilgilendirmediği gözlenmiştir. Ö3 öğretmeni, öğrencilerinin daha önceden bu kuralları öğrendiğini, bu yüzden hatırlatma yaptığı görülmüştür. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü Ö3 öğretmeni mutlak değerle ilgili bu kuralları gerekçelendirmeden öğrencilerine doğrudan ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından bu durumun konu ile olan ilişiksin göstermek için Şekil 273’deki geliştirici örneği sunmuştur.




Şekil 273. Ö3 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

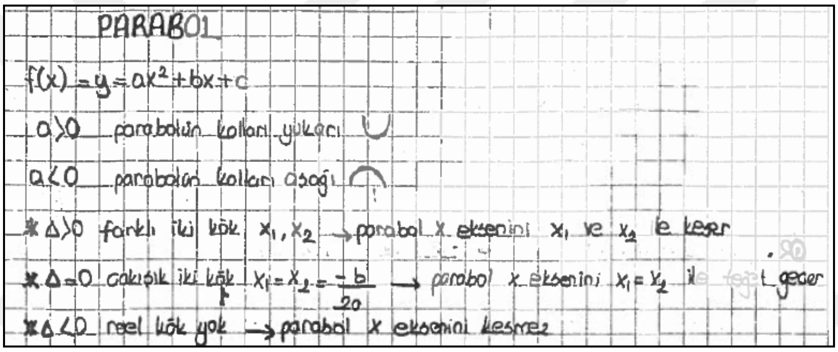
*“mutlak değerli ifadeyi çift katlı kök gibi düşünün onun sonucu daima artıdır. $x^2$-10x+21 ifadesini çarpanlara ayırırsanız payda ile sadeleşir. İfade sıfırdan küçük eşit bu durumda x-3 sıfırdan küçük eşit olacak çözüm kümesi eksi sonsuzdan 3’e kadar ve 3’ten kapalı ama 5 çözüm kümesine ekleyin çünkü sıfıra eşit olanları da çözüme alacağız.”*

Ö3 öğretmeni Şekil 273’deki geliştirici örnek ile prosedürün nasıl uygulandığını ifade ettiği çözüm adımlarını açıkladığı fakat bunların gerekçeleri hakkında öğrencilerini bilgilendirmediği gözlenmiştir. Mesela mutlak değerli bir ifadenin neden çift katlı kök gibi değerlendirilmesi gerektiği hakkında öğrencilerine hiç bir açıklama yapmamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, ikinci dereceden eşitsizlikler konusundan sonra parabol konusuna başlangıç yapmıştır. Ö3 öğretmeni, konuya parabolün tanımını yaparak başlamıştır. Bu durum ile ilgili açıklaması şu şekildedir:

*"İkinci dereceden denklemlerin belirttiği eğriye parabol denir."*

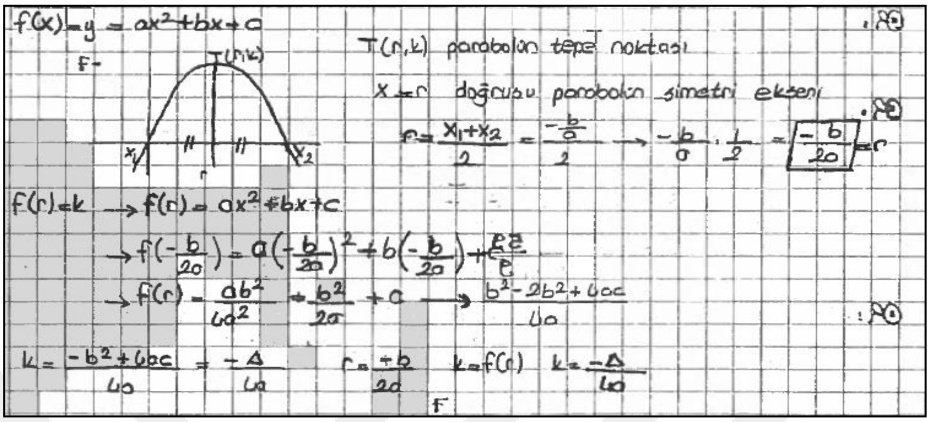
Ö3 öğretmeni, parabolü ikinci dereceden bir denklemin belirttiği eğrinin adının parabol olduğunu ifade ederek tanımlamış, fakat bu ifadesi ile parabolün grafiğini öğrencilerine çizmemiştir. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen bu açıklamasının ardından tahtaya parabol ile ilgili aşağıdaki ifadeleri yazdığı ve şöyle açıkladığı gözlenmiştir:




Şekil 274. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

*" y= ax$^2$+bx+c ifadesinde a sayısı sıfırdan büyük ise parabolün kolları yukarı doğru olur eğer a sayısı sıfırdan küçük ise parabolün kolları aşağıya doğru olur. Sonra parabollerin eksenleri kestiği nokta var mı diye bakmak lazım bunun için neye bakacağız?.... diskriminant değerine yani sıfırdan büyük ise ekseni iki farklı noktada keser, sıfıra eşit ise çakışık iki kökü vardır ve eksene teğettir. Eğer sıfırdan küçük ise reel kökü yoktur. O zaman x eksenini kesmez."*

Ö3 öğretmeni, parabolün kollarının neden yukarı doğru veya neden aşağı doğru olduğunu açıklamadığı, sadece hangi durumda yukarı doğru çizildiğini ya da hangi durumda aşağı doğru çizildiğini ifade ettiği gözlenmiştir. Bununla birlikte Ö3 öğretmeni, parabolün x eksenini hangi durumda kestiği, hangi durumda x eksenine teğet veya x eksenini kesmeyeceğini ifade etmiştir. Bu durumlarla ilişkili olarak Ö3 öğretmeni, kuralın ve ilişkilerin ne anlama geldiğini ifade etmemiştir. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenin parabolün denklemi olarak temsil ettiği ax$^2$+bx+c ifadesinde a, b, c sayılarının reel sayı kümesine ait olduğunu ifade etmediği görülmüştür. Öğretmenin parabolün tanımını eksik yapmasından ötürü açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak da değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine parabolün tepe noktasının koordinatlarının nasıl bulunduğunu şu şekilde açıklamıştır.

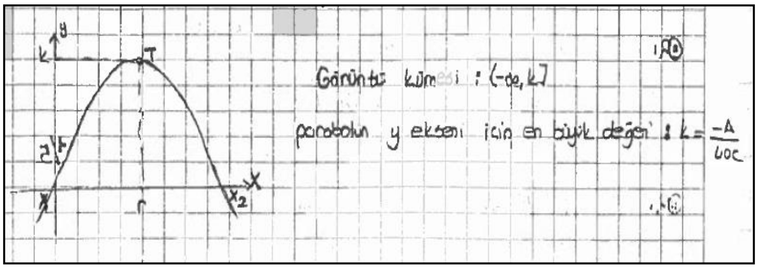



Şekil 275. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3 ve AB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"$ax^2$+bx+c parabolünün tepe noktası T(r,k) olsun. Parabole bakarsanız r burada simetri ekseninin merkezidir. Yani bu nokta kökler toplamının yarısıdır…. Bu noktayı parabol denkleminde yerine yazarsanız tepe noktasının ordinatı olan k değerini bulmuş olursunuz…k noktası bu çizdiğim parabolün dikkat ederseniz en büyük noktasıdır . O zaman ikinci dereceden bir denklemin belirttiği eğri parabol ve bunun en büyük noktası k ise ikinci dereceden bir ifadenin en büyük değeri de k noktasıdır, diyebilirsiniz."*

Ö3 öğretmeni, parabolün tepe noktasının apsisini ve ordinatının nasıl bulunacağını gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır. Ayrıca Ö3 öğretmeni tepe noktasının apsisinin nasıl bulunduğunu ve ne anlama geldiğini; benzer şekilde tepe noktasının ordinatının da ne anlama geldiğini ve nereden geldiğini açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin, parabolün tepe noktasının koordinatlarının nasıl bulunduğunu çözüm adımları ve gerekçeleri ile birlikte açıklamasından dolayı açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Aynı zaman da Ö3 öğretmeninin, tepe noktasının koordinatlarının ne anlama geldiğini açıklaması da açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir.




Şekil 276. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Çizdiğim bu parabole bakarsanız, parabolün kolları aşağıya doğru fonksiyonlar konusundan hatırlarsanız, bu grafiğin görüntü kümesi k ile eksi sonsuz arasındadır. Tabi k tepe noktası, yani parabolün en uç en büyük noktası, o zaman böyle bir ikinci dereceden denklemin belirttiği bu eğriye göre o denklemin en büyük değeri neymiş?.... Parabolün tepe noktası. Parabolün y ekseni için en büyük değeri $\frac{-\Delta}{4ac}$ olur ."*

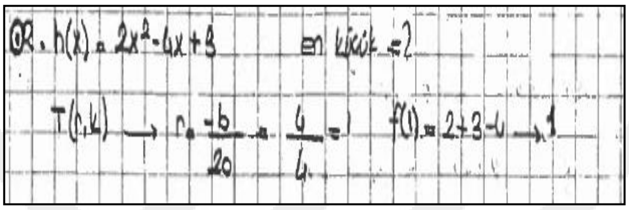
Ö3 öğretmeni, Şekil 276'daki parabolü çizmiş ve parabol üzerinden görüntü kümesi ile birlikte parabolün en büyük değerini de göstermiştir. Parabolün en büyük değerinin parabolün tepe noktasının ordinatı olduğunu açıklamıştır. Ö3 öğretmeni, tepe noktasının ne anlama geldiğini fonksiyonlar konusu ile birlikte ilişkilendirerek açıklamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili açıklamalarına şu şekilde devam etmiştir.


Şekil 277. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili işlemsel ve açıklayıcı boyuttaki açıklaması (İB2 ve AB2)

Ö3 öğretmenin açıklaması:

*"parabolün kolları yukarı doğru ise o zaman görüntü kümesi k sayısından kapalı eksi sonsuz arasındadır yine. Parabolün en küçük değeri şekle bakarsanız k değeridir. Hatta bu ifadenin denklemini şöyle yazabilirsiniz. y= a(x-r)$^2$+k olur."*

Ö3 öğretmeni, parabolün görüntü kümesini ifade etmiştir. Bununla birlikte parabolün en büyük ve en küçük değerinin parabolün tepe noktasının ordinatı olduğunu grafik üzerinde açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeninin tepe noktası bilinen bir parabolün denklemini ise doğrudan ifade ettiği, bu denklem için vermiş olduğu formülü açıklamadığı görülmüştür. Bu yüzden bu açıklaması ise işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamalarının ardından kuralı yansıtmak amaçlı Şekil 278'deki standart örneği sunmuştur. Bu örnek aracılığıyla öğrencilerine parabolün tepe noktasının koordinatlarının nasıl bulunduğunu açıklamıştır.

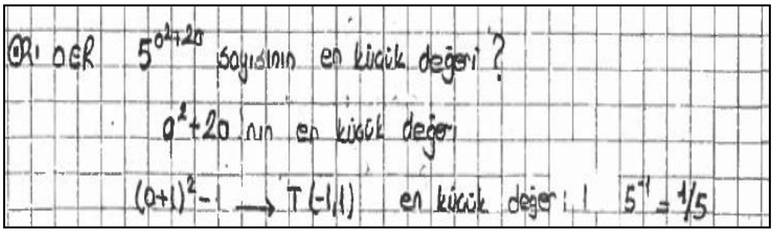



Şekil 278. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3)

Bu örnek ile ilgili yapmış olduğu açıklama ise şu şekildedir:

*"h(x) parabolünün en küçük değerini bulmanızı istedim. En küçük değer parabolün tepe noktasının ordinatıydı yazdırdığım nota bakarsanız. Nasıl bulacaktık ?... Önce apsisi bulalım formülde yerine yazarsanız ya da formülü şöyle düşünün parabolün simetri merkezinin apsisiydi, bu apsis o zaman kökler toplamının yarısı yani orta nokta, bu durum da apsis 1 daha sonra bunu getirip fonksiyonda yerine yazalım. Çünkü parabol üzerindeki nokta parabol denklemini sağlar bu aynı zamanda ordinatı verir bize. O zaman ordinatta 1 bu durumda en küçük değeriniz 1 olmuş olur."*

Ö3 öğretmeni, kuralın nasıl uygulandığını ifade etmek için sunmuş olduğu, bu standart örneğin çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklamıştır. İkinci dereceden bir denklemin bir parabol belirttiğini ve parabolün tepe noktasının ordinatının bulunmasının, bu denklemin en küçük değerini vereceğini açıklamıştır. Bundan dolayı Ö3 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, parabol ile ilgili bu durumun başka durumlarla ilişkisini göstermek için Şekil 279'daki geliştirici örneği sunmuştur.



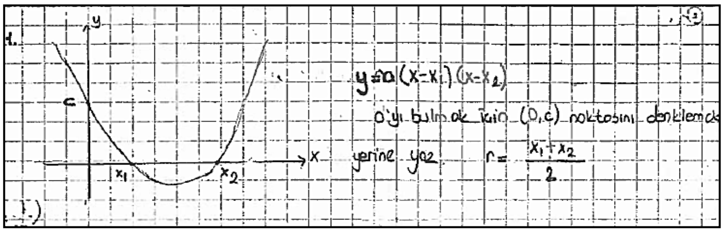

Şekil 279. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö3 öğretmenin açıklaması:

*"Bu ifadeniz asla negatif olmaz çünkü tabanı pozitif bir sayı o zaman en küçük değer için '$a^2$+2a' değerinin en küçük değeri bulunmalıdır. Çünkü $5^2$ mi daha küçük yoksa $5^3$ mü? Tabi ki de karesi bu yüzden kuvvet ne kadar küçük olursa bu ifade o kadar küçük olur. Bu durumda parabolün tepe noktasının ordinatı bulacağız ya da bu ifadeyi tam kareye benzetelim yani $(a+1)^2$-1 şeklinde yazılabilir bakın o zaman ordinat '-1' olur."*

Ö3 öğretmeni, öğrencilerine bu ifadenin en küçük değeri için *'$a^2$+2a'* ifadesinin en küçük değerinin bulunması gerektiğini ve bu ifade ne kadar küçük olursa sorulan ifadenin o kadar küçük olacağını açıklamıştır. Bununla birlikte Ö3 öğretmeni, çözüm adımlarını ve gerekçelerini öğrencilerine açıkladığı gözlenmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö3 öğretmeni, parabolün koordinatları ile ilgili gerekli açıklamayı yaptıktan sonra, parabolün eksenleri kestiği nokta belli ise parabolün denklemini Şekil 280'deki gibi yazabileceklerini ifade etmiştir.



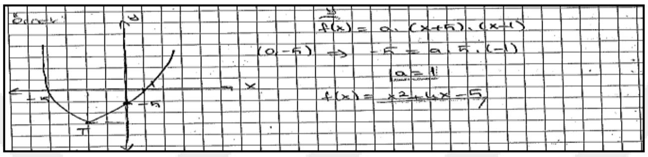

Şekil 280. Ö3 öğretmeni parabol konusu ile ilgili işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"eğer bir parabolün eksenleri kestiği noktayı ve birde bunların dışında parabol üzerindeki herhangi bir noktayı biliyorsanız parabolün denklemini şu şekilde yazabilirsiniz $a(x-x_1)(x-x_2)$ ifadesinde verilenleri yerine yazarsınız. 'a' sayısını bulmak için y ekseni üzerindeki c değerini yerine yazarız. Böylelikle parabolün denklemi*

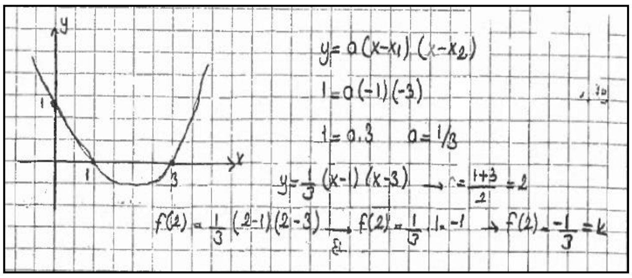
*yazılır. Bu şekilde tepe noktasının apsisini de bulabilirsiniz. Bakın kökler toplamının yarısı."*

Ö3 öğretmeni, eksenleri kestiği nokta biliniyorsa parabolün denkleminin yazılması için gerekli olan formülü ifade etmiş ve prosedürün nasıl uygulandığını açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin bu açıklamasında kuralın nereden geldiğini ifade etmediği görülmüştür. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 ve İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni bu açıklamasının ardında Şekil 281'deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 281. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait standart örnek (SK3)

Ö3 öğretmeni bu örnekte parabol grafiği ile birlikte f(x) fonksiyonun denklemini vermiş ve denklemin baş katsayısının grafik yardımı ile nasıl bulunduğunu öğrencilerine açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması eksenleri kestiği nokta ve parabol üzerindeki herhangi bir nokta belli ise parabol denkleminin nasıl yazıldığını öğrencilerine açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 ve AB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından Şekil 282'deki standart örneği öğrencilerine sunduğu görülmüştür. Bu örnek ile eksenleri bilinen parabolün denkleminin nasıl yazıldığını açıklamıştır.

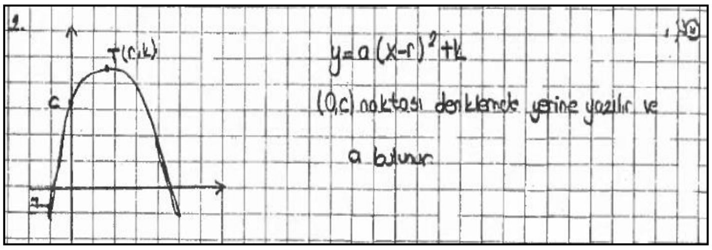



Şekil 282. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"parabolün eksenleri kestiği noktalar belli o zaman a(x-$x_1$)(x-$x_2$) ifadesinde verilenleri yerine yazalım…. 1=a(-1)(-3) bu durumda a=1/3 olur. y=1/3(x-1)(x-3) sizden f(2) değerini bulmanız istenseydi o zamanda denklemde x yerine 2 yazardınız bildiğiniz fonksiyon işlemi."*

Ö3 öğretmeni, eksenleri kestiği nokta biliniyorsa parabolün denklemini yazmış ve verilenleri yerine yazarak f(2) değerinin de bulunabileceğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeni prosedürün nasıl uygulandığını öğrencilerine ifade etmesinden dolayı, açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, tepe noktası bilinen parabolün grafiği aracılığıyla parabol denkleminin nasıl yazılacağını Şekil 283'deki gibi ifade etmiştir.

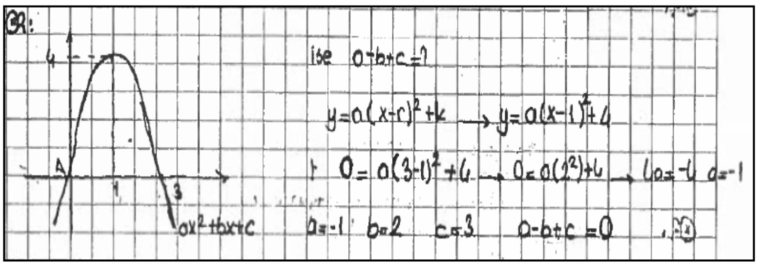



Şekil 283. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"y=a(x-r)$^2$+k şeklinde yazabilirsiniz denklemi grafik üzerinde (0,c) noktasını da denklemde yerine yazarsanız a sayısını bulursunuz. Böylelikle grafiğin denklemini yazmış olursunuz."*

Ö3 öğretmeni, tepe nokta bilinen bir parabolün denkleminin yazılması için gerekli olan kuralı ifade ettiği fakat kurala ait bu formülün nasıl bulunduğunu ifade etmediği gözlenmiştir. Bunun yanı sıra Ö3 öğretmeninin, prosedürün nasıl uygulanacağını açıkladığı gözlenmiştir. Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 284'deki standart örneği öğrencilerine prosedürün nasıl uygulandığını göstermek amacıyla sunmuştur. Bu örnek ile ilgili açıklamaları ise şu şekildedir.

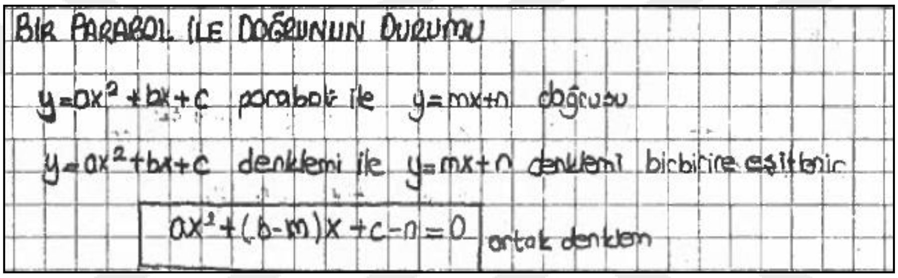



Şekil 284. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmenin açıklaması:

*"parabolün tepe noktası biliniyor. Böyle bir durumda $y=a(x-r)^2+k$ ifadesinde verilenleri yerine yazalım. Tepe noktası (1,4) x yerine 3 yazalım….Buradan a sayısı -1 olur yerine yazıp denklemi açalım böylelikle a,b ve c katsayılarını buluruz."*

Ö3 öğretmeni, yapmış olduğu açıklamasında sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Açıklamalarında çözüm adımlarının gerekçelerinden bahsetmemiştir. Ö3 öğretmeni sadece tepe noktası bilinen bir parabolün denkleminin nasıl yazıldığını, formül aracılığıyla ifade etmiş ve bu ifadesinde bu formülü açıklamamıştır. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Şekil 284'deki standart örnekten sonra öğrencilerine bir parabolün bir doğruya göre durumlarını Şekil 285'deki gibi açıkladığı gözlenmiştir.

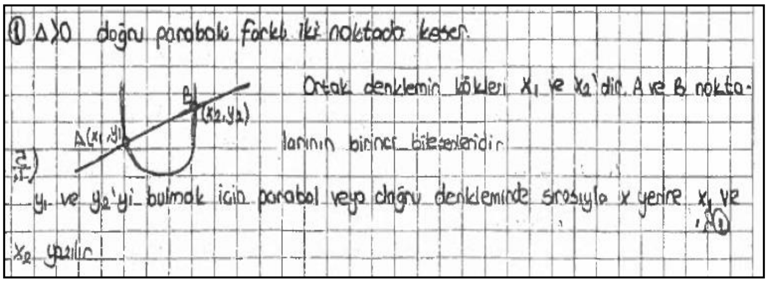



Şekil 285. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"parabol ile doğrunun birbirleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulmak için parabol denkleminden doğru denklemi şu şekilde çıkarılır. Bulunan ikinci dereceden denkleminiz bakın bu şekilde olur."*

Ö3 öğretmeni parabol ile doğrunun birbirleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulmak için parabol denkleminden doğru denkleminin çıkarılması gerektiğini ifade etmiş ve bununla birlikte doğru parabolü iki noktada kesmesi durumunu Şekil 285'deki gibi açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin neden çıkarıldığını ifade etmemesinden dolayı bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir.




Şekil 286. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"delta sıfırdan büyük ise doğru bakın parabolü iki farklı noktada kesmektedir. Bu noktalar $x_1$ ve $x_2$ yani bu noktalara A ve B noktaları denirse bu noktaların birinci bileşenleridir. İkinci bileşenleri bulmak içinde parabol veya doğru denklemlerinde x yerine $x_1$ ve $x_2$ yazarak bulabilirsiniz."*

Ö3 öğretmeni, parabol ile doğrunun iki farklı noktada kesişmesi durumunun ne anlama geldiğini parabol ve doğru çizerek açıklamıştır. Açıklamasında parabol ile doğrunun kesişmesi ile birlikte oluşan ikince dereceden denklemin köklerine bakılarak, parabol ile doğrunun birbirlerine göre durumlarını açıklamıştır. Bu açıklamasına bağlı olarak delta sıfırdan büyük ise denklemin iki farklı reel kökünün olduğunu ve doğrunun parabolü iki farklı noktada kestiğini ifade etmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasından sonra doğrunun parabole teğet olmasını ise Şekil 286'daki gibi şekil çizerek açıkladığı görülmüştür.

Ö3 öğretmeninin bu açıklaması:

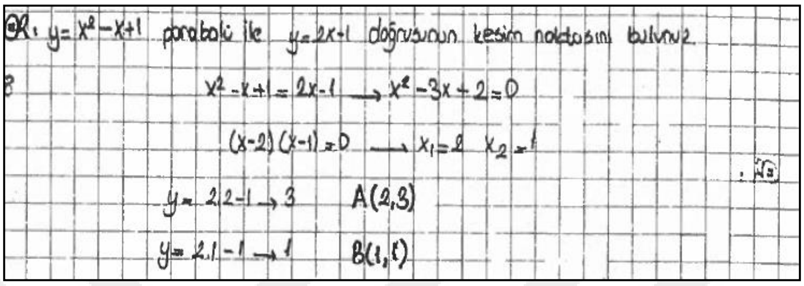
*"delta sıfıra eşit ise parabol doğruya teğettir. Yani ortak denklemin çift katlı kökü vardır. Burada yine $y_1$ noktasını bulmak için x yerine parabol veya doğru denkleminde $x_1$ yazılır. "*

Öğretmenin delta sıfıra eşit ise doğrunun parabole teğet olduğunu başka bir ifade ile bu durumu sağlayan ortak tek bir kökün olduğunu belirtmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından parabol ile doğrunun kesişmemesi durumunu da benzer şekilde parabol ve doğru grafiği çizerek şu şekilde açıklamıştır.

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"delta sıfırdan küçük ise denklemin kökü yoktur. Bu şu anlama gelir doğru parabolle kesişmez."*

Ö3 öğretmeni, bir doğru ile bir parabolün birbirine göre var olan üç durumunu açıklamış ve bu durumların ne anlama geldiğini bir parabol ve bir doğru grafiği çizerek açıklamıştır. Ö3 öğretmeninin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, parabol ile doğrunun durumlarına uygun olarak Şekil 287'deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur. Bu örnek aracılığıyla kuralların nasıl uygulandığını açıkladığı gözlenmiştir.


Ö1: $y=x^2-x+1$ parabolü ile $y=2x-1$ doğrusunun kesim noktasını bulunuz.

$x^2-x+1=2x-1 \rightarrow x^2-3x+2=0$

$(x-2)(x-1)=0 \rightarrow x_1=2 \quad x_2=1$

$y=2.2-1 \rightarrow 3 \quad A(2,3)$

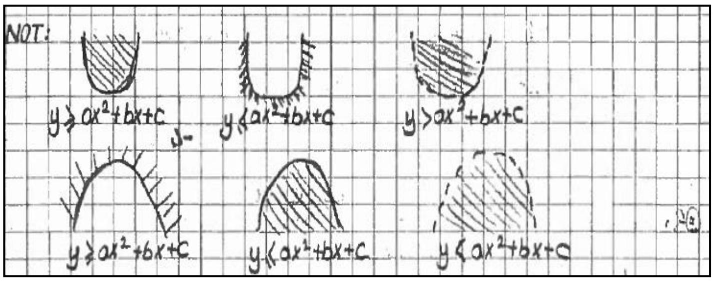
$y=2.1-1 \rightarrow 1 \quad B(1,1)$

Şekil 287. Ö3 öğretmeninin parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Parabolden doğrunun denklemini çıkaralım. Kesim noktasını bulmak için ortak çözüm yapmalıyız. Ortaya çıkan ikinci dereceden bu denklemin kökleri var mı?....evet çarpanlara ayrılıyor demek ki doğru parabolü iki farklı noktada kesiyor. Bu noktalar 2 ve 1 noktası. Bu noktaları doğru denkleminde yerine yazalım kestiği koordinatları buluruz."*

Ö3 öğretmeni, parabol ile doğrunun birbirlerine göre durumlarını ifade ederken; parabol denkleminden doğrunun denkleminin çıkarılmasını ve elde edilen ikinci dereceden denklemin çarpanlarının bulunmasının doğru ile parabolün kesim noktasını verdiğini ifade etmiştir. Ö3 öğretmeninin, prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü Ö3 öğretmeni Şekil 287'deki standart örneği açıklarken parabol ve doğru grafiklerini çizmemiş ve çözüm için yapmış olduğu bu adımların ne anlam ifade ettiğini yeteri kadar açıklamamıştır. Ö3 öğretmeni, doğru ile parabolün durumlarını içeren örnekler öğrencilerine sunduktan sonra iki parabolün birbirlerine göre durumlarını incelemiş ve bunlarla ilgili de standart örneklerden yararlanmıştır. Bu örnekler ile prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmeyi amaçlamasından dolayı örnekleri SK3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, parabollerin birbirlerine göre durumlarını inceledikten sonra, parabolde eşitsizlik kavramını açıklamıştır. Bu kavramlarla ilgili önce Şekil 288'deki parabol grafiklerini çizdiği gözlenmiştir. Daha sonra bu parabol grafiklerinin her birinin ne anlama geldiğini ise şu şekilde açıklamıştır.

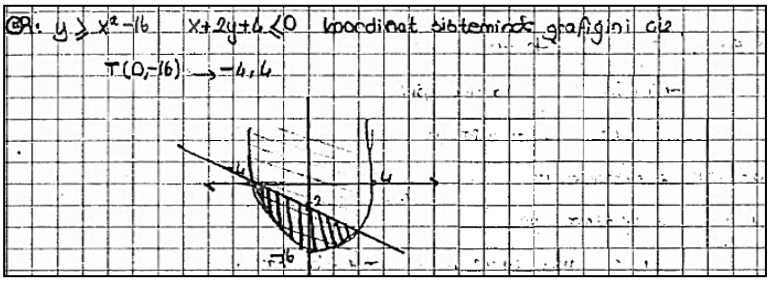



Şekil 288. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"y≥ $ax^2$+bx+c bakın bu şekilde grafiğin iç bölgesini tararız. Eğer küçük eşit olursa o zaman grafiğin dışını tararız. y> $ax^2$+bx+c o zaman eşitlik olmadığından grafik kesik çizgilerle çizeriz ve içini tararız. Şayet küçük olursa dışını tararız…"*

Ö3 öğretmeni, yapmış olduğu bu açıklamasında parabolün neden içini veya neden dışını taradıklarını açıklamadığı sadece bir prosedürün nasıl uygulanacağını ifade ettiği gözlenmiştir. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmeni, bu açıklamasının ardından hemen Şekil 289'daki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 289. Ö3 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö3 öğretmeninin açıklaması:

*"Bu iki ifadenin de grafiklerini çizelim… y≥ $x^2$-16 ifadesinde y büyük ise parabolün içini tararız. Doğru denkleminde ise y değişkenini yalnız bırakırsanız y x ile ifade edilen denklemden küçük olmuş oluyor. Bu durumda doğrunun da alt tarafını tararız. Bu iki ifadenin de taranan yerleri aslında çözüm kümeleridir. İkisinin de ortak taranan yeri sizin bakın bu şekilde çözümünüz olur."*

Ö3 öğretmeni, parabol ve doğru grafiklerinin önce çizilmesini istemiş ve daha sonra Şekli 289'daki açıklamasında olduğu gibi y büyük ise parabolün iç kısmını taranması gerektiğini, doğru grafiği için grafiğin alt tarafının taranması gerektiğini açıklamamıştır. Bu açıklamalarının gerekçelerini ve taralı bölgenin ne anlama geldiğini belirtmiştir. Ö3 öğretmeni prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö3 öğretmeninin açıklamaları işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö3 öğretmenin, ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklama boyutları, bu boyutlara ait kategoriler ve frekanslar Tablo 30'de sunulmuştur.

Tablo 30. Ö3 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategoriler ve Frekansları

| Öğretimsel Açıklama Boyutları | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekanslar |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 5 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 33 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 52 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 2 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 7 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 53 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö3 öğretmeni ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklamaların büyük bir kısmının işlemsel (90) boyutta olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte Ö3 öğretmeninin derslerinde açıklayıcı boyutta (62) öğretimsel açıklamalara da yer verdiği görülmüştür. Ö3 öğretmenin dersinde, genelde tanımları ve kuralları ya da konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği fakat dersinde sunmuş olduğu örneklerin veya soruların çözüm adımlarına ait gerekçelerini açıkladığı tespit edilmiştir. Ö3 öğretmeni konuya ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin konunun matematiksel kaynağına ve gelişimine vurgu yapmadığı, diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı görülmüştür. Bu yüzden Ö3 öğretmeninin problem çözme ve epistemik boyutta hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir.

Tablo 31. Ö3 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler ve Parabol Konularına Ait Örnek Türleri

| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| Ö3 | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | U1 | ÖD1 | ÖD2 | K1 |
| | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 15 | 0 | 10 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Toplam | 11 | | | 15 | | | 25 | | | 0 | 0 | | 0 |

Ö3 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol konusuna ait açıklamak için en çok geliştirici örneklerden yararlanmıştır. Bununla birlikte Ö3 öğretmeninin açıklamalarında hiç örnek dışı, uç ve karşıt örneklerden yararlanmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca Ö3 öğretmeninin, ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol konusunda günlük hayatla ilişkilendirmek için BK1 kodlu veya öğrencilere konulara ait tanımları önceden sezdirmek için hiç BK2 kodlu başlangıç örneklerinden yaralanmamıştır. İkinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusuna başlarken gerek çarpanlara ayırma gerekse de basit eşitsizlik konularından BK3 kodlu örneklerden faydalanmıştır. Bunun yanı sıra SK3, GK2 ve GK3 kodlu örneklere de dersinde yer verdiği görülmüştür. İkinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol kavramlarını ifade eden örneklerden SK1 ve GK1 kodlu örneklerden hiç yararlanmadığı tespit edilmiştir.

#### 4. 3. 2. 4. Ö6 Öğretmeninin İkinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler Konusuna Ait Öğretimsel Açıklamaları ve Kullandığı Örnek Türleri

Bu başlık altında Ö6 öğretmenin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklamaları ve bu açıklamalarda kullandığı örnek türlerine sırasıyla yer verilmiştir.

Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin tanımıyla başlamıştır. İkinci dereceden bir denklemin sahip olması gereken özellikler ile birlikte tanımını şu şekilde ifade ettiği gözlenmiştir:

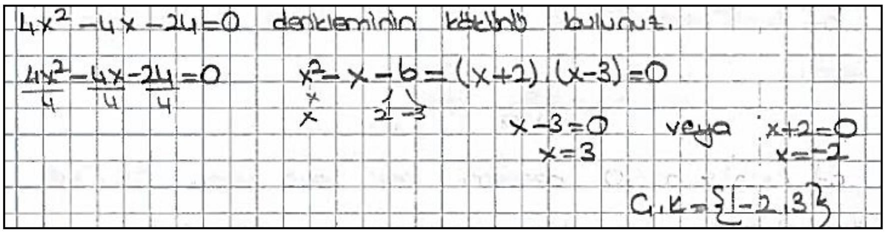
> *“a,b,c ∈ R olmak üzere ax$^2$+bx+c=0 biçimindeki denklemlere ikinci dereceden x’e bağlı bir bilinmeyenli denklem denir. Tabi burada a sayısı sıfırdan farklı olmak zorunda, a,b ve c sayılarına denklemin kat sayıları, x değerlerine ise denklemin kökü denir. Bu denklemi sağlayan x değerlerine denklemin kökleri, köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir.”*

Ö6 öğretmeni, ax$^2$+bx+c=0 biçimindeki denklemlere ikinci dereceden denklem denildiğini ifade etmiştir. İkinci dereceden bir denklemin sahip olması gereken nitelikleri doğrudan ifade etmiş ve tanımın ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Ayrıca tanımı temsil etmesi amacıyla kullandığı ifade de a, b ve c sayılarının hangi sayı kümesine ait olması gerektiğini öğrencilerine açıklamamıştır. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni:

> *“ax$^2$+bx+c=0 denkleminin köklerinin oluşturduğu kümenin bulunmasında iki farklı yol izlenmektedir. Birincisi çarpanlara ayırma yöntemidir. Bu yöntemi biliyorsunuz bir önceki konumuzdu. Bir diğeri ise bir ifadeyi çarpanlarını kolayca bulamıyorsanız uygulayacağınız bir yöntemdir. O zaman burada önemli olan ifadenin çarpanlara ayrılıp ayrılmadığını görmenizdir.”*

Ö6 öğretmeni ax$^2$+bx+c=0 denkleminin köklerinin bulunmasında iki farklı yol izlendiğinin ve bunlardan birincisinin çarpanlara ayırma yöntemi olduğunu belirtmiştir. Bunun yanı sıra bazı ifadelerin çarpanlarını kolayca bulunamıyacağını ve bunun için ifadenin çarpanlarına ayrılıp ayrılmadığını farketmelerinin önemli olduğunu belirtmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 290’daki başlangıç örneğini öğrencilerine sunmuştur.

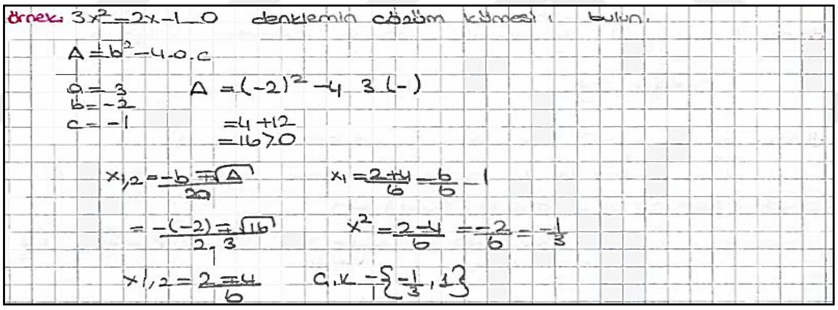



Şekil 290. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait başlangıç örneği (BK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"Eğer $ax^2+bx+c=0$ denklemini çarpanlara ayıramıyorsak bu ifadeyi diskriminant ya da diğer adıyla delta yardımıyla, kökün olup olmadığına bakarız. Diskriminantı $b^2-4ac$ yardımıyla buluruz, burada bulmuş olduğumuz sonuca bakarız eğer bu sonuç sıfırdan büyük ise iki farklı reel kök vardır bu kökleri de sonra şu formüllerle buluruz ($x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ , $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$). Eğer diskriminantı sıfıra eşit ise bu denklemin kökleri çakışık veya tam kare iki kökü vardır. O zaman kökleri diskriminantı yerine sıfır yazarsanız $x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$ formülüyle buluruz. Diyelim ki diskriminantı sıfırdan küçük çıktı o zaman reel kök yoktur ve çözüm kümesi boş küme olur."*

Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması ile ilgili yapmış olduğu bu açıklamada, kural ve ilişkilerin ne anlama geldiğini ya da bu kurallara ait formüllerin gerekçelerini açıklamadığı, sadece kuralın ne olduğunu ifade ettiği gözlenmiştir. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklamasının ardından bu kuralları ifade etmek için Şekil 291'deki standart örnekleri öğrencilerine sunduğu gözlenmiştir.

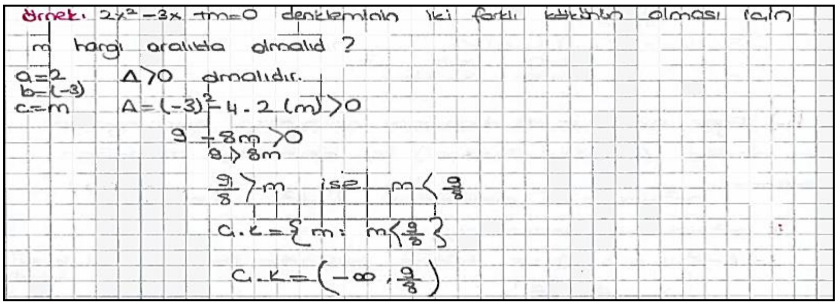


Şekil 291. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemlere ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"ikinci dereceden bu ifadede kökleri bulmak için denklemin deltasına bakalım çünkü denklemin kökü var mı? a dediğimiz sayı 3, b dediğimiz sayı -2 ve c sayısı -1'dir. Buna göre formülde yerine yazalım….delta sıfırdan büyük o zaman iki farklı kök var. Bu kökleri formülde yazalım yerine….."*

Ö6 öğretmeni, Şekil 291'deki standart örnek ile bir prosedürün nasıl uygulandığını öğrencilerine açıklamış fakat bu prosedürün çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamadığı, doğrudan ifade ettiği görülmüştür. Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu örneğin ardından deltanın durumlarını içeren standart örnekler öğrencilerine sunmaya devam ettiği gözlenmiştir. Bu standart örneklerin yanı sıra Şekil 292'deki gibi geliştirici örneklere de yer vermiştir.


Örnek: $2x^2-3x+m=0$ denkleminin iki farklı kökünün olması için m hangi aralıkta olmalıdır?

$a=2$ $\Delta>0$ olmalıdır.
$b=(-3)$
$c=m$ $\Delta=(-3)^2-4.2(m)>0$

$9-8m>0$

$9>8m$

$\frac{9}{8}>m$ ise $m<\frac{9}{8}$

$Ç.K=\{m: m<\frac{9}{8}\}$

$Ç.K=(-\infty, \frac{9}{8})$

Şekil 292. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

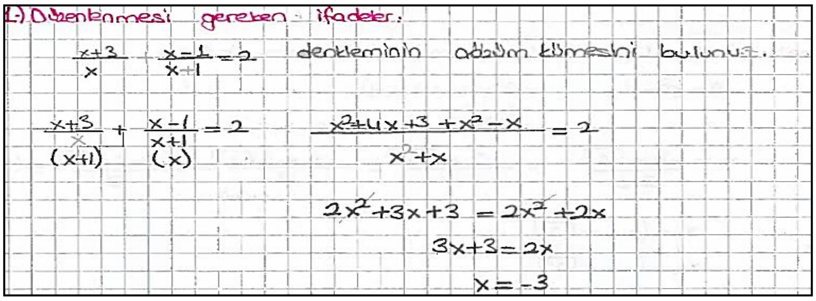
*"iki farklı reel kökünün olması için diyor. Bu sadece deltanın sıfırdan büyük bir sayı olması durumudur. Üç durum var büyük, eşit ve sıfırdan küçük olma durumları. Şimdi bu kurala göre $(-3)^2$-4.2.m>0 buna göre m<9/8 olmalı."*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklamış ve öğrencilerinin ikinci dereceden bir denklemin çözüm kümesinin iki farklı reel sayı olması durumunda deltanın sıfırdan büyük bir sayı olması gerektiğini vurgulamıştır. Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni daha sonra ikinci dereceden olmayan bir denklemin olması durumunda denklemin nasıl çözüm kümesinin bulunabileceğini açıklamıştır.

Ö6 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine ikinci dereceden denklemlere dönüştürülen denklemleri açıkladı:

*"Bize verilen bazı denklemleri gerekli işlemleri yaparak $ax^2+bx+c=0$ biçimine yani ikinci dereceden denklemlere dönüştüreceğiz. Çünkü ikinci dereceden denklemlerin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu öğrendiniz"*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine neden ikinci dereceden bir denkleme dönüştürmeleri gerektiğini açıklamamış ve prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Ö6 öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklamasının ardından Şekil 293'deki örneği öğrencilerine sunmuştur.



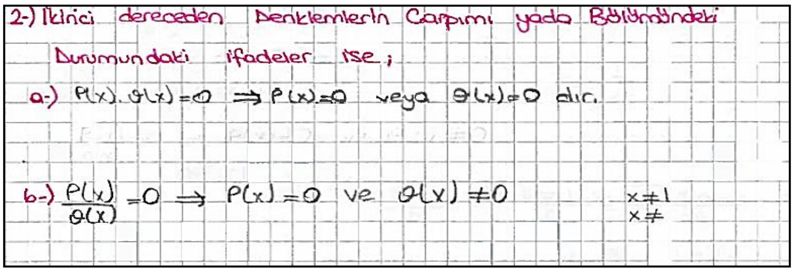

Şekil 293. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden bir denkleme ait bu geliştirici örneği şu şekilde açıklamıştır:

*”Rasyonel bir ifade önce paydayı eşitleriz daha sonra ortak payda da yazarız. x değeri paydayı 0 yapıyorsa çözüm kümesinin elemanı değildir.”*

Ö6 öğretmeni, bu örneğini açıklarken bir prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Öğretmenin çözüm kümesine paydadaki kökün neden alınmaması gerektiğini ve çözüme ait adımların gerekçelerini sunmamıştır. Bundan dolayı Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

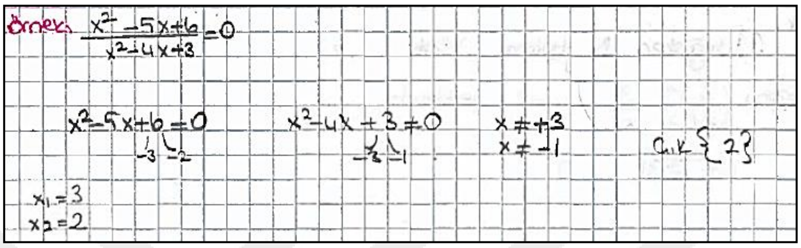
Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin çarpımı ya da bölümündeki ifadelerin çözümlerinin nasıl bulunabileceğini ise Şekil 294’deki gibi açıklamıştır:




Şekil 294. Ö6 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

*“İki polinomun çarpımı sıfır ise bu ifadeleri tek tek sıfıra eşitleyerek çözüm kümelerini bulabiliriz. Eğer iki polinomun bölümünün sonucu sıfır ise payı sıfıra eşitleriz fakat paydanın sıfırdan farklı olacağına dikkat etmelisiniz.”*

Ö6 öğretmeni, iki polinomun çarpımının sıfıra eşit olması durumunda, bu iki ifadeyi sıfır yapan değerlerin bulunması gerektiğini, benzer şekilde bölüm durumunda olan iki polinomun sonucu sıfır ise yine sıfır yapan köklerin bulunması gerektiğini fakat paydayı sıfır yapan kökün çözüm kümesine alınmaması gerektiğini ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden denklemlerin çarpım veya bölüm durumundaki ifadeler olması durumunda öğrencilerin ne yapmaları gerektiğini ifade etmiş, ama neden bu şekilde çözüm kümesini bulmaları gerektiğini açıklamamıştır. Ö6 öğretmeni, prosedürün nasıl uygulanacağını ifade etmiştir. Bundan dolayı Ö6 öğretmeninin açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasına uygun olarak Şekil 295'deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.



Şekil 295. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

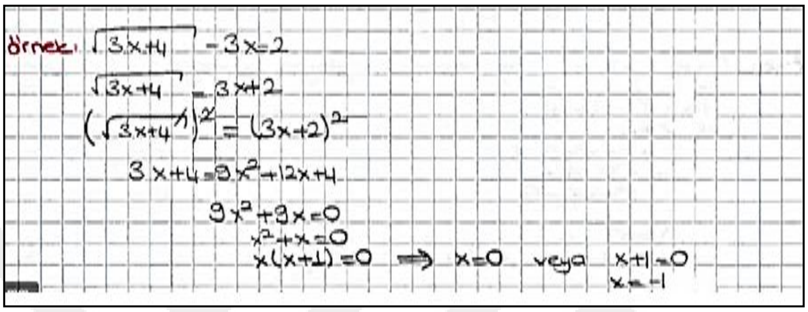
*"Bu rasyonel ifadenin çocuklar ne olacaktı?....Çözüm kümesini bulurken bu ifadenin sonucu sıfır ise demek ki pay sıfır,paydası sıfır olmayacak payını sıfıra eşitleyelim. Her ifadenin çarpanlarını bulalım, buradan kökleri ne çıkar?.... 3 ve 2 bu kökler paydayı sıfır yapıyor mu?.... 3 paydayı sıfır yapıyor o zaman çözüm kümesine bir tek 2 sayısını eleman olarak alırız."*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine sunmuş olduğu bu geliştirici örneğin çözüme ait her bir adımının gerekçeleri ile öğrencilerine sunduğu gözlenmiştir. Sunmuş olduğu örnek ile bölüm durumunda verilmiş denklemlerin çözüm kümesinde paydayı sıfır yapan ifadelerin, ifadeyi tanımsız yaptığını ve bu yüzden çözüm kümesine alınmaması gerektiğini açıkladığı gözlenmiştir. Benzer şekilde işlemin sonucunun sıfır çıkabilmesi için payın sıfır olması gerektiğini ifade etmiştir. Ö6 öğretmeninin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, köklü denklemlerin nasıl çözüleceğini ise şu şekilde açıklamıştır:

*"Mümkünse köklü ifade yalnız bırakılacaktır. Kökten kurtarabilmek için kökün kuvveti alınarak ikinci dereceden denklemlere dönüştürülecektir. Bu denklemin çözüm kümesi bulunduktan sonra ana denklemde yerine yazılacaktır. Denklemi sağlayanlar çözüm kümesinin elemanı, sağlamayanlar ise elemanı değildir."*

Ö6 öğretmeni köklü denklemleri çözüm kümesini bulurken; köklü ifadenin yalnız bırakılması gerektiğini ve daha sonra kökün derecesine göre kuvvet alınması gerektiğini ve daha sonra çözümünün bulunabileceğini ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni, neden bu şekilde çözüm yapılması gerektiğini açıklamamış, sadece prosedürün nasıl uygulanması gerektiğini ifade etmiştir. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, köklü ifadelerin ikinci dereceden bir denkleme dönüştürülerek çözülmesini Şekil 296'daki geliştirici örnek ile öğrencilerine sunmuştur.

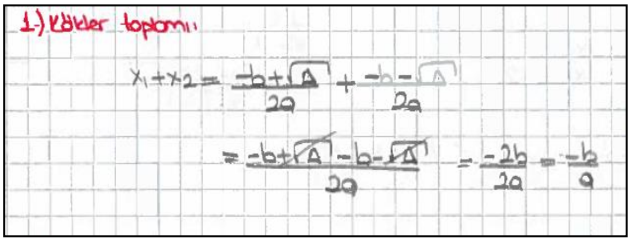



Şekil 296. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"köklü ifadeyi yalnız bırakıp daha sonra kökten kurtarmak için her iki tarafın karesini alacağız. Buna göre elde ettiğimiz ikinci dereceden denklemin $9x^2+9x=0$ ifadesinin kökleri x=0 veya x=-1 olur. Bunu denklemde yerine yazalım sağlayıp sağlamadığına bakalım. -1 bakın çözümü sağlamıyor. O zaman denklemin çözüm kümesi sadece 0 dır."*

Ö6 öğretmeni, köklü ifadelere ait bazı denklemlerinde ikinci dereceden denklemlere dönüştürülerek çözülebileceğini açıklamış ve bununla birlikte bu açıklamasında Şekil 296'daki geliştirici örneğe ait çözüm adımlarını açıklamış ve köklü denklemlerle ilgili prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden bir denklemin köklerini bulmadan kökler toplamını ve kökler çarpımını bulabileceklerini ifade etmiştir. Bu durumla ilgili olarak Şekil 297'deki kuralları açıklamıştır.




Şekil 297. Ö6 öğretmeninin ikinci dereceden denklemler konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB3)

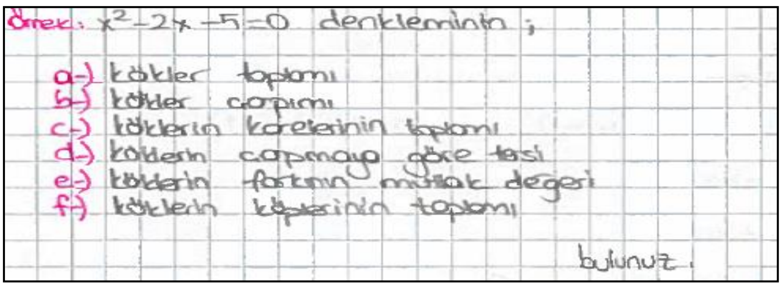
*"Bakın çocuklar kökler toplamı için $x_1$+ $x_2$ yerine $x_1$ yerine $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x_2$ yerine de $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ yazıp toplarsanız -$\frac{b}{a}$ formülünü elde ederiz bundan sonra kökler toplamı sorulduğunda bunu uygulayacağız."*

Ö6 öğretmeni, bu açıklamasıyla kökler toplamı formülünün nereden geldiğini ispatlamış fakat bu ispatın gerekçesini ve önemini öğrencilerine açıklamamıştır. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin bu açıklaması, işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra kökler çarpımı formülünü öğrencilerine benzer şekilde ispatını açıklayarak sunmuştur.

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"Kökler çarpımı için yine kökleri yeri yazıp tek tek çarparsak +b√Δ ile - b√Δ birbirini götürür. Geriye ne kalır?....$\frac{b^2}{4a^2}$ olur. Δ yerine de $b^2$-4ac yazarsak ….$\frac{c}{a}$ olur."*

Ö6 öğretmeni öğrencilerine, kökler çarpımına ait bu formülün ispatını ifade ettiği fakat bu ispatın gerekçelerini öğrencilerine açıklamadığı için işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü Ö6 öğretmenin, sadece böyle bir ispatın nasıl gerçekleştiğine dair çözüm adımlarını öğrencilerine ifade etmiştir. Bu açıklamaların ardından Ö6 öğretmeni kurallara uygun Şekil 298'deki standart örnekleri sunmuştur.

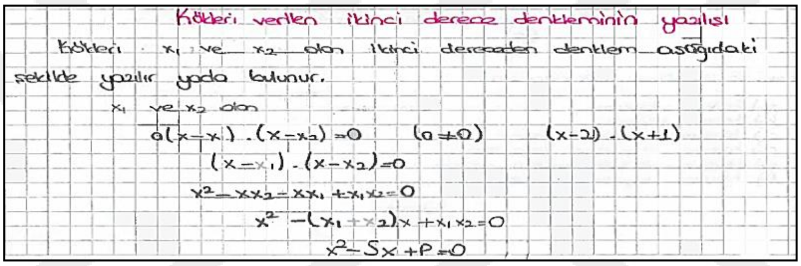



Şekil 298. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

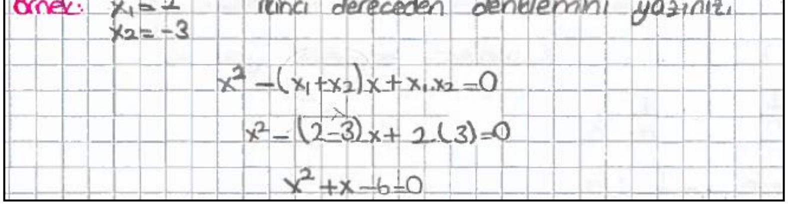
*“Arkadaşlar bunların hepsinin formülünü defterinize yazdırdım şimdi hepsini bu formüllere göre bulalım. (Tahtaya tek tek bütün formüleri yazıyor)….”*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine Şekil 298’deki standart örneği kuralların uygulaması olarak sunmuştur. Öğretmenin kurallara ait bu örneklerin açıklamasını sunarken prosedürün nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği ve işlemlere ait çözüm adımlarını açıklamadığı gözlenmiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, öğrencilerine kökleri verilen bir ikinci dereceden denklemi Şekil 299’daki gibi açıkladığı gözlenmiştir.




Şekil 299. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB3)

Ö6 öğretmeni, açıklamasında ikinci dereceden bir denklemin köklerinin iki tane birinci dereceden denklemlerin çarpımının sıfıra eşit olmasıyla gerçekleştiğini ifade ederek başlamış, kuralın çözüm adımlarını açıklamıştır. Kuralın ispatını yaparken çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıkladığı gözlenmiştir. Ö6 öğretmeninin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra bu kurala uygun olarak Şekil 300’deki standart örneği sunmuştur.

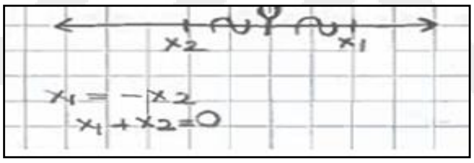



Şekil 300. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler konusuna ait standart örnek (SK3)

Ö6 öğretmeninin Şekil 300'deki standart örneği öğrencilerine şu şekilde ifade etmiştir:

*"Denklem için kökleri belli bu durumda ben size kural olarak verdim. Önce kökler toplamını ve çarpımını bulun daha sonra verdiğim şu formülde yerine yazın. Böylelikle ikinci dereceden denklemi yazmış olursunuz."*

Ö6 öğretmeni, kökleri verilen bir denklemin nasıl yazılacağına dair daha önce öğrencilerine bir kural sunmuştur. Bu kural için önce verilen köklerin toplamını ve çarpımını bulmaları gerektiğini, daha sonra bu kuralda yerine yazmaları durumunda ikinci dereceden denklemi elde etmiş olacaklarını belirtmiştir. Öğretmenin açıklamalarında sadece kökleri verilen bir denklemin nasıl yazıldığını ifade ettiği görülmüştür. Başka bir deyişle; Ö6 öğretmeni yaptığı açıklamasında bir prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, simetrik kök kavramını da Şekil 301'deki gibi açıklamıştır.




Şekil 301. Ö6 öğretmeni ikinci dereceden simetrik kök kavramına ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1)

Ö6 öğretmeni simetrik kök kavramını şu şekilde açıklamıştır:

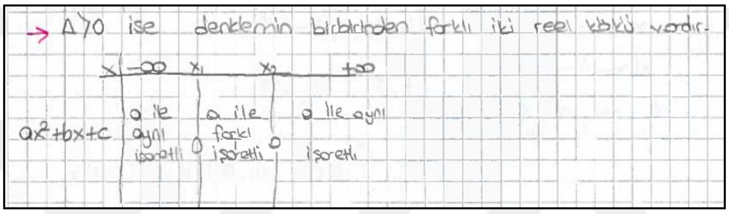
*"Simetrik kökte başlangıç noktasına yani sıfıra eşit uzaklıkta bulunan köklere simetrik kök denir. Bir başka deyişte $ax^2+bx+c=0$ denkleminin simetrik iki kökü varsa b katsayısı sıfır olmalıdır. Çünkü kökler toplamı sıfırdır."*

Ö6 öğretmeni, bu açıklamasını Şekil 301'deki üzerinden simetrik köklerin birbirlerine zıt işaretli iki kök olduğunu ve bu köklerin sıfıra olan uzaklıkları birbirlerine eşit olduğunu ifade etmiştir. Bu köklerin ait olduğu denklemlerde x'li terimin katsayısının sıfır olması gerektiğini belirtmiştir. Bunun sebebinin de kökler toplamının sıfır olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni, simetrik kök kavramının ne anlama geldiğini açıklamış ve bu yüzden öğretmenin açıklaması açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden denklemler konusundan sonra eşitsizlikler konusuna giriş yapmıştır. Eşitsizlikler konusuna, eşitsizlik kavramının tanımıyla başladığı gözlenmiştir.

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*"$ax^2+bx+c \geq 0$, $ax^2+bx+c<0$…. Şeklindeki ifadelere ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler denir. $ax^2+bx+c=0$ denklem sisteminin işaretlerinin incelerken önce denklemin köklerini bulacağız. Delta sıfırdan büyük ise iki farklı reel kökü vardır. Bu kökleri bakın tablo yapıp yazacağız. Sonra işaretlerini tespit edeceğiz. Sağ taraftan başlıyoruz a sayının işaretinin aynısı kök var işaretin tersi ve tekrar kök var işaret yine değişir."*




Şekil 302. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB1,İB2 ve İB3)

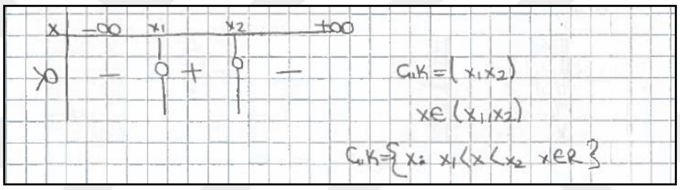
Ö6 öğretmeni, eşitsizlik kavramına ait tanımı ve kuralları doğrudan ifade etmiş, eşitsizlik kavramının formal tanımının ne anlama geldiğini ve deltanın sıfırdan büyük olması ile birlikte neden iki farklı reel kökün olduğunu, bu köklere göre yapılan Şekil 302'deki tabloda işaretlerin neden değiştiğini açıklamamıştır. Ö6 öğretmeninin açıklamasında, bir prosedürün nasıl uygulanabileceğini belirttiği, bu durumla ilgili yeterli açıklamalarda bulunmadığı gözlenmiştir. Öğretmenin açıklamaları bu yüzden işlemsel boyutta İB1, İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamalarında $ax^2+bx+c$ ikinci dereceden denklemin katsayılarının hangi sayı kümesine ait olacağı hakkında açıklama yapmadığı görülmüştür. Öğretmenin tanımı eksik ifade ettiği tespit edilmiştir. Ö6 öğretmeni, eşitsizlik kavramıyla ilgili deltanın sıfıra eşit ve sıfırdan küçük olması ile ilgili kuralları da öğrencilerine benzer şekilde tablo çizerek sunmaya devam etmiştir.

Ö6 öğretmeninin bu durumlar ile ilgili açıklaması ise şu şekildedir:

*"diyelim ki denklemin deltası sıfıra eşit çıktı o zaman şu şekilde yazarız. a sayısının işaretinin aynısı kök var bu kökler aynı işaret değişmez yine a sayısının işaretinin aynısı olur. Yani çift katlı kök olursa eşitsizlik tablosunda işaret değişmez..... denklemin kökü yok ise yani delta sıfırdan küçük ise bu durumda a sayının işaretinin aynısı kalır."*

Ö6 öğretmeni, açıklamasında deltanın sıfıra eşit olması durumunda köklerin birbirine eşit olduğunu bundan dolayı tabloda işaretin değişmediğini ifade etmiştir. Fakat bu açıklamalarını yaparken neden bu durumda işaret değişmediğini ifade etmemiştir. Sadece bir prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş, gerçekte bu kuralın ne anlama geldiğini ve gerekçesini açıklamamıştır. Ö6 öğretmeni, eşitsizlik ifadesinin köklerini incelerken deltanın sıfırdan küçük olması durumunda ifadenin kökü olmadığı için tabloda işaretin değişmeyeceğini belirtmiştir. Fakat yaptığı açıklamasında gerçekte neden işaretin değişmediğini açıklamamıştır. Başka bir ifade ile Ö6 öğretmeni sadece bir prosedürün nasıl uygulanacağını ifade ettiği gözlenmiştir. Öğretmenin bu yüzden açıklaması, işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, bu açıklamalarının ardından eşitsizlik tablosunda çözüm kümesinin nasıl bulunabileceğini Şekil 303'deki gibi ifade etmiştir. Öğretmenin açıklaması şu şekildedir:



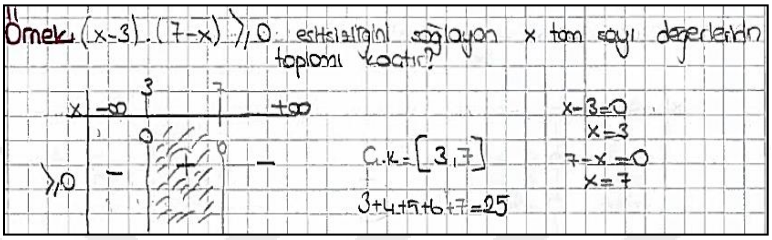

Şekil 303. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait işlemsel boyuttaki açıklaması (İB2 ve İB3)

*"diyelim ki eksi ile başladınız kök var artı sonra diğer kök yine eksi bizden sıfırdan büyük sayılar için çözüm istenirse çözüm kümeniz ($x_1$,$x_2$) aralığında olur bunu farklı şekillerde de gösterebilirsiniz.....Sizden sıfırdan küçük eşit ifadeler istenirse diyelim artıyla başladınız kök var işaret değişir kök var yine işaret değişir. Bu sefer çözüm kümesine köklerin ikisini de dahil ederiz çünkü eşitlik var."*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerinin eşitsizlik ifadelerinde çözüm kümesini nasıl bulunduğunu gerekçelendirmeden, kuralı doğrudan ifade ettiği ve prosedürün sadece nasıl uygulandığını belirttiği gözlenmiştir. Öğretmen, köklere göre tabloda neden işaretlerin değiştiğini açıklamamıştır. Bu durum ise öğretmenin kuralı doğrudan ifade etme ve bu değişimin nasıl gerçekleştiğini ifade etmesi ise prosedürün nasıl uygulandığını gösterme olarak değerlendirilmiştir. Bu yüzden öğretmenin bu açıklamaları işlemsel boyutta İB3 ve İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni öğrencilerine, bu açıklamasının ardından eşitsizlik ifadelerini çözerken dikkat etmeleri gereken yerleri şu şekilde açıklamıştır:

*“Eşitlik varsa çözüm kümesini yazarken kökler kapalı, sonsuzlar varsa açık olarak yapılacaktır. Çözüm kümesini yazarken paydanın kökü çözüm kümesine yazılmayacak buna dikkat edin.”*

Ö6 öğretmeninin, yine açıklamalarını gerekçelendirmediği, sadece kuralı doğrudan ifade ettiği ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını ifade etmesinden dolayı, açıklaması işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasına uygun olarak prosedürün nasıl uygulanacağını ifade eden Şekil 304’deki standart örneği sunmuştur.

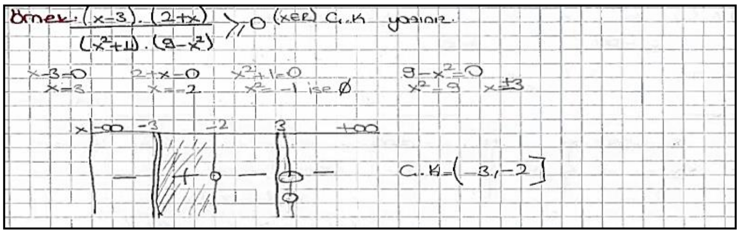


Şekil 304. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeninin Şekil 304’deki standart örneği şu şekilde açıklamıştır:

*“ifadenin kökleri bakın belli biri 3 diğeri 7, tabloda yazalım. Başlangıç ifadesi x’lerin işaretlerinin çarpımı yani eksi. Tabloya eksi ile başlıyoruz kök var artı kök var eksi istenen sıfırdan büyük eşit. Bu durumda kökleri de çözüm kümesine dahil ederiz. O zaman çözüm kümesi 3 den 7’ye kadar olan sayılar….”*

Ö6 öğretmeni Şekil 304’deki standart örnekte eşitsizliğin köklerinin bilindiğini ve buna göre tablo yapılması gerektiğini belirtmiştir. Fakat öğretmen, tabloda işaretin neden değiştiğini açıklamamış, sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Bundan dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, öğrencilerde bu standart örnekle birlikte oluşan algıyı genişletmek için Şekil 305’deki geliştirici örneği sunduğu gözlenmiştir.



Şekil 305. Ö6 öğretmeninin eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

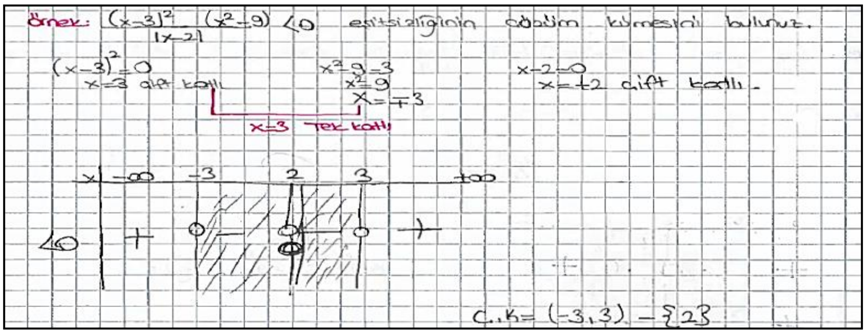
Ö6 öğretmeninin Şekil 305’deki geliştirici örneğe ait açıklaması:

*“ifadenin köklerini bulalım….yalnız $x^2+1$ ifadesinin kökü yok boş küme bu ifadenin sadece işaretini etkiler. $9-x^2$ ifadesini sıfıra eşitlerseniz kökler 3 ve -3 olur. Ama bunlar paydanın kökü tanımsız yapıyor. Çözüme dahil olmaz. Tabloda yazalım kökleri. İşaret ?.... eksi 3 hem tanımsız hem de çift katlı kök çift katlı olduğundan işaret değişmez….sıfırdan büyük eşit kökler istedim o zaman -3 den açık 2 den kapalı. Çünkü -3 payda da tanımsız köktür…”*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerdeki eşitsizlik konusuna ait standart örneklerin oluşturduğu algıyı, prosedür aracılığıyla genişletmek için bu geliştirici örnekten yararlanmıştır. Öğretmenin bu örneği açıklarken çözüm adımlarını ifade etmiş fakat gerekçelerini ifade etmemiştir. Ö6 öğretmeni bu geliştirici örnek ile prosedürün nasıl uygulandığını göstermiştir. Bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, öğrencilerinin eşitsizlik ifadelerini çözerken dikkat etmeleri gereken bir diğer durumun deltanın sıfırdan küçük olması durumu olduğunu ifade etmiş ve bununla ilgili gerekli uyarıyı şu şekilde ifade etmiştir:

*“Eşitsizliklerde $ax^2+bx+c=0$ ifadesinde eğer delta sıfırdan küçük ve a sayısı da sıfırdan büyük olursa ifadeniz daima pozitiftir. Ama diyelim ki bu ifadede delta yine sıfırdan küçük ve a sayısı da sıfırdan küçük ise o zaman sonucunuz daima negatiftir. Birde çocuklar eşitsizlik ifadelerinde çözüm yaparken $x^2$, $2^x$, $\sqrt{x}$, $x+1,(x+1)^4$…. gibi her zaman pozitif olan terimler diğer çarpanlardan ayrı olarak değerlendirebiliriz.”*

Ö6 öğretmeni, eşitsizliklerle ilgili bu kuralları doğrudan ifade ettiği ve bununla birlikte bir prosedürde nasıl uygulanacağını ifade ettiği gözlenmiştir. Öğretmen bu ifadelerin neden sıfırdan büyük olduğunu açıklamamasından dolayı işlemsel boyutta İB2 ve nasıl uygulandığını ifade etmesinden dolayı işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından Şekil 306’daki örneği öğrencilerine sunmuştur.

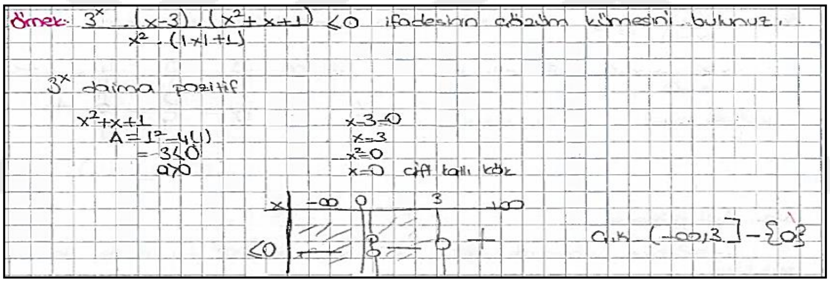



Şekil 306. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö6 öğretmeninin Şekil 306’daki geliştirici örnek ile ilgili açıklamaları:

*“ifadelerin tek tek köklerini bulalım şimdi $(x-3)^2$ bu ifadeyi sıfıra eşitlerseniz çift katlı kök vardır. 3 çift katlı kök $x^2-9=0$ yazarsanız kökler +3 ve -3 burada o zaman 3 artık tek katlı oldu. Mutlak değer x-2 ifadesini sıfıra eşitlerseniz çift katlı kök gibi düşünün kökü 2 olur. Tabloya yazalım. Bakın artıyla başlıyoruz kök var 3 tek kat artık işaret değişir eksi 2 çift katlı kök var işaret değişmez -3 işaret değişir artı olur. Ne istemiştik biz?....sıfırdan küçük olan yani –3 ile +3 olacak fakat 2 çözüm kümesinden çıkaracağız çünkü tanımsız yapıyor.”*

Ö6 öğretmeni, eşitsizlik ifadesinde verilen her bir ifadenin tek tek köklerini bulmuş ve daha sonra bu kökleri eşitsizlik tablosunda küçükten büyüğe göre yazdığı gözlenmiştir. Kökleri yazarken hangilerinin çift katlı, hangilerinin tek katlı kök olduğunu açıklamıştır. Öğretmen bu açıklaması ile birlikte işaret tablosunu da yapmış ve bu tabloda kökler ile birlikte işaretlerin nasıl değiştiğini açıklamıştır. Öğretmenin çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte öğrencilerine açıkladığı gözlenmiştir. Öğretmenin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra Şekil 307’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.




Şekil 307. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örnek (GK3)

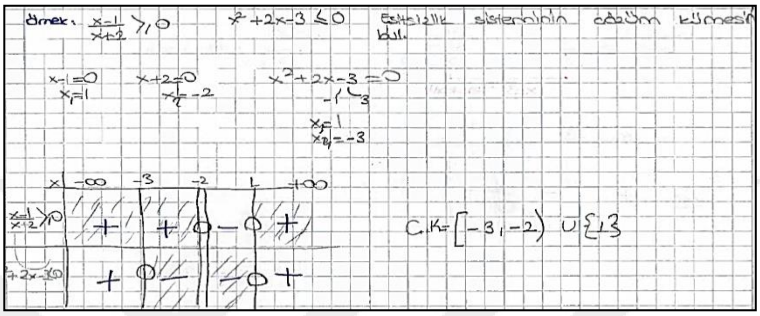
Ö6 öğretmeni Şekil 307’deki geliştirici örneğine ait açıklaması:

*“şimdi burada $3^x$ daima pozitiftir. $X^2+x+1$ ifadesinin kökleri yoktur. Burada sadece 3 kök olarak tabloya yazacağız. Birde payda da çift katlı kök 0 var o da tanımsız kök çözüme alınmayacak. Tabloya bakarsanız çözüm kümesi eksi sonsuz 3 kapalı aralığında ama sıfır çözüm kümesinden çıkarırız. Çünkü tanımsız kök. Bizden istenilen sıfırdan küçük olanlar bu yüzden eksi sonsuz ve 3 aralığını alıyoruz.“*

Ö6 öğretmeni, eşitsizlik ifadelerine ait kökleri tek tek bulmuş ve bu köklerle birlikte işaret tablosunu belirlemiştir. Ö6 öğretmeni eşitsizlik ifadesinin çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu ifade etmiş fakat çözüm adımlarını yeteri kadar açıklamamıştır. Mesela öğretmen, $3^x$ ifadesinin neden daima pozitif olduğunu ve bunu neden örneklendirmek istediğini öğrencilerine açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, eşitsizlik sistemlerinde çözüm kümesinin bulunabilmesi için şu şekilde açıklama yapmıştır:

*“İki veya daha fazla eşitsizlikten oluşan sistemlerde her eşitsizliğin ayrı ayrı çözüm kümesi bulunur. Çözüm kümelerinin kesişimi sistemin çözümü olur.”*

Ö6 öğretmeni, eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesinin nasıl bulunacağını doğrudan ifade etmiştir. Ayrıca öğretmen bu kuralın ne anlama geldiğini açıklamamıştır. Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB2 ve İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu ifadesini ayrıntılı bir şekilde açıklamak için Şekil 308’deki geliştirici örneği sunmuştur.

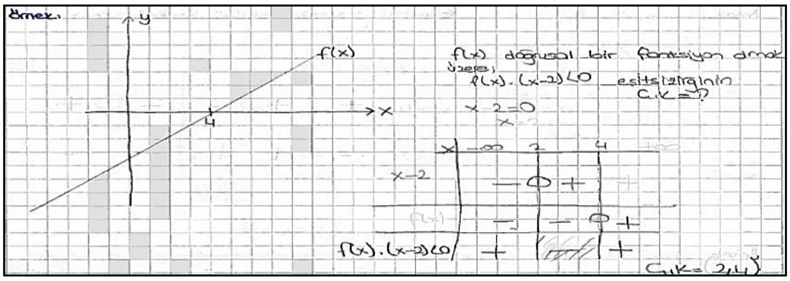


Şekil 308. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin Şekil 308’deki geliştirici örneği şu şekilde açıklamıştır:

*“Eşitsizlik ifadelerini ayrı ayrı çözeriz. Bu ifadelerin köklerini bulalım…. Tabloyu ikiye bölelim birinci eşitsizliği ilk kısma ikinci eşitsizliği ikinci kısma yazalım. Bu tabloları tek tek işaretlerini yazalım. Birinci ifade artı ile başlar bu ifadeye ait köklerde işaret değişir. İkinci ifade artıyla başlar yine bu ifadeye ait köklerde işaretler değişir. … Çözüm kümesi olarak üst üste gelen yerler alınır.”*

Ö6 öğretmeni eşitsizlik sistemlerinde çözüm kümesinin nasıl bulunduğunu Şekil 308’deki geliştirici örnek aracılığıyla ifade etmiş, çözüm adımlarının gerekçelerini ifade etmemiştir. Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu örneğin ardından Şekil 309’daki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.



Şekil 309. Ö6 öğretmeni eşitsizlik konusuna ait geliştirici örnek (GK3)

Ö6 öğretmeninin Şekil 309'daki geliştirici örneği şu şekilde ifade etmiştir:

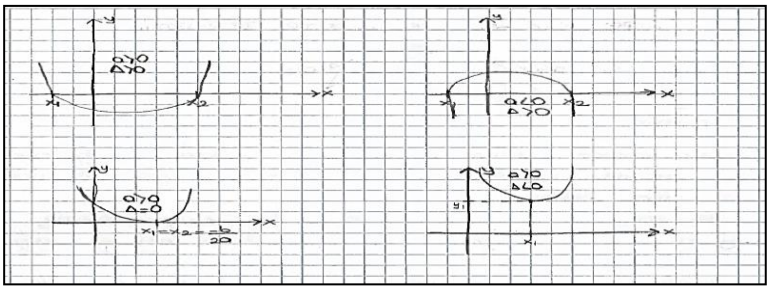
*"fonksiyonun grafiği ve yanında x-2 çarpanı verilmiştir. Bu ifadenin sıfırdan küçük değerler için çözüm kümesini bulurken önce f(x) ifadesinin köklerini bulalım. Bu ifadenin kökleri grafikte x eksenini kestiği noktalardır. Bu nokta 4 yani denklemin kökü, yine eşitsizlik sistemlerinde olduğu gibi iki ayrı tablo yapalım. Tabloda ortak taranan yerler çözüm kümeniz olacak…."*

Ö6 öğretmeni, eşitsizlik ifadesi ile ilgili bu örneğinde çözüm adımlarını gerekçelerini açıklamadığı sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir. Tabloda neden ortak yerlerin tarandığını ve tablo da işaretlerin nasıl belirlendiğini açıklamamıştır. Öğretmenin bu ifadesi bu yüzden işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, eşitsizlikler konusundan sonra parabol konusunun tanımını açıklayarak derse başlamıştır. *"İkinci dereceden fonksiyonların grafiklerine parabol denir. $y=f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonun grafiği paraboldür."* Ö6 öğretmeni, parabolün tanımını doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir. Ayrıca öğretmenin ikinci dereceden denklem ve eşitsizlik kavramlarını tanımlarken katsayıların reel sayı kümesinin elemanı olduğunu vurgulamamıştır, benzer şekilde parabol kavramınının tanımında da aynı şekilde eksik tanımladığı görülmüştür. Tanımı öğrencilerine ifade ettikten sonra parabolün eksenlerle olan ilişkisini açıklamıştır. Bu açıklamasını ise şu şekilde yapmıştır:

*"$y=f(x)=ax^2+bx+c$ için $f(x)=0$ parabolün x eksenini kestiği noktalardır. x yerine sıfır yazarsanız yani $f(0)=c$ parabolü y eksenini kestiği noktadır. Eğer delta sıfırdan büyük ise x eksenini iki farklı noktada keser. Eğer delta sıfır ise parabol x eksenine teğettir. Delta sıfırdan küçük ise parabol x eksenini kesmez."*

Ö6 öğretmeni bu açıklamasıyla birlikte Şekil 310'daki parabol grafiklerini çizmiştir.



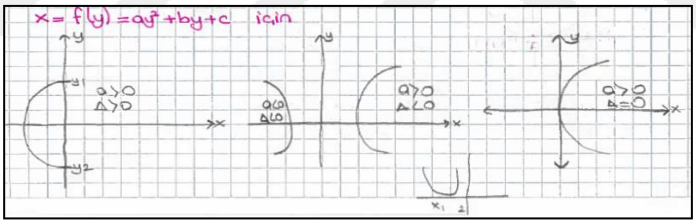

Şekil 310. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö6 öğretmeninin Şekil 310'daki parabol grafiklerini çizerken yapmış olduğu açıklamaları ise şu şekildedir:

*"şimdi delta sıfırdan büyük ve a sayısı sıfırdan büyük ise grafik böyle olur. Eğer a sıfırdan küçük ise parabolün kolları aşağı doğru şekilde görüldüğü gibi olur. Delta sıfıra eşit ve a sayısı sıfırdan büyük olursa o zaman grafik böyle olur. Delta sıfırdan küçük ve tepe noktası (x,y) a sayısı sıfırdan büyük kolları yukarı doğru olur."*

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine ikinci dereceden bir denklemin deltasının sıfırdan büyük olması durumunda x eksenini iki farklı noktada kestiğini ve denklemin baş katsayısının sıfırdan büyük olması durumunda parabolün kollarının yukarı doğru, şayet sıfırdan küçük olması durumunda kolların aşağıya doğru olduğunu belirtmiştir. Öğretmenin bu açıklaması açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklaması ile birlikte ikinci dereceden denklemin deltasının sıfıra eşit olması durumunda grafiğin x eksenine teğet olduğunu da Şekil 310 ile birlikte açıklamıştır. Bu açıklamalarında Ö6 öğretmeni, Şekil 310'daki grafiklerin neden birbirlerinden farklı çizildiğini gerekçeleriyle birlikte açıkladığı görülmüştür. Ö6 öğretmeni, bu açıklamalarının ardından parabol grafiğinin durumlarını şu şekilde ifade etmeye devam ettiği gözlenmiştir.

Ö6 öğretmeni, öğrencilerine standart parabol grafiklerini açıkladıktan sonra parabol kavramının sınırlarını geliştirmek amacıyla Şekil 311'deki parabol grafikleri sunmuştur.

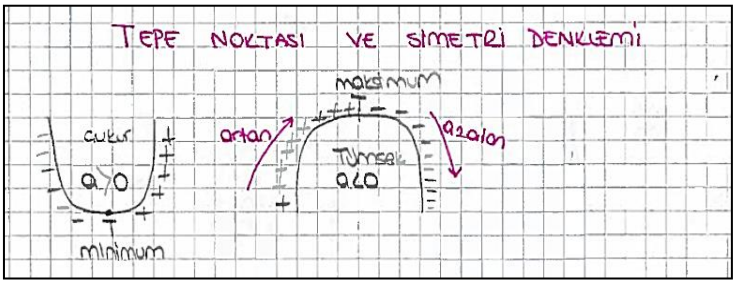



Şekil 311. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait açıklaması (İB2 ve İB3)

Ö6 öğretmeninin Şekil 311'deki parabol grafiklerini çizerken şu açıklamalarda bulunduğu görülmüştür:

*"fonksiyon her zaman x bağlı olacak diye bir şey yok mesela ay$^2$+by+c o zaman y eksenini iki farklı noktada keserse deltası sıfırdan büyüktür. Y eksenini kesmeye bilir veya y eksenine teğet olabilir. "*

Ö6 öğretmeni, parabolün grafiklerini geliştirmek amacıyla farklı parabol şekillerini kullandığı gözlenmiştir. Bununla birlikte Ö6 öğretmeni, parabol kavramına ait kuralların ne anlama geldiğini açıklamamış sadece bu grafiklerin nasıl çizildiğini ifade etmiştir. Öğretmenin bu açıklamaları işlemsel boyutta İB3 olarak ve İB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklamalarının ardından öğrencilerine parabolün simetri ekseni ve tepe noktası kavramlarını açıklamış bu açıklaması için Şekil 312'deki parabol şekillerini tahtaya çizdiği gözlenmiştir.

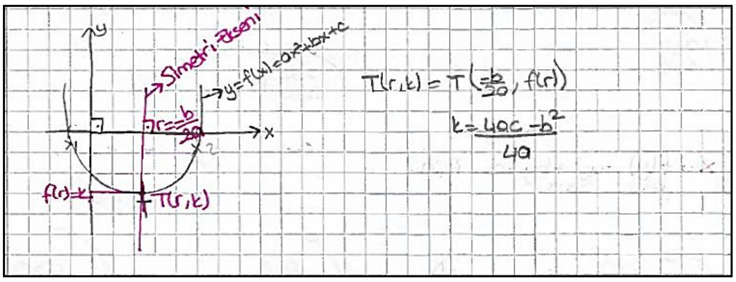



Şekil 312. Ö6 öğetmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB1)

Ö6 öğretmeninin açıklaması şu şekildedir:

*"Çukur şeklindeki parabollerin azalmaktan artmaya geçtiği noktaya tümsek şeklindeki parabollerin ise artmaktan azalmaya geçtiği noktaya parabolün tepe noktası denmektedir. Her parabolün bir tepe noktası vardır çocuklar. Çukur parabollerde fonksiyonun minimum değeri, tümsek parabollerde ise maksimum değeri tepe noktadır. Herhangi bir sınırlama yoksa parabol eksi sonsuz ile artı sonsuz aralığında çizilir. Şayet bir sınırlama varsa parabol o aralığa göre çizilir ve uç noktalar parabollerde belirtilir."*

Ö6 öğretmeni öğrencilerine, parabolün tepe noktasının ordinatının neden maksimum nokta ya da neden minimum nokta olduğunu açıklamış, parabolün tepe noktası kavramının ne anlama geldiğini açıklamıştır. Öğretmenin, açıklamalarında fonksiyonların artan ve azalan olma özelliğinden yararlanmıştır. Öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB1 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, parabolün tepe noktasının ne olduğunu açıkladıktan sonra simetri eksenini şu şekilde açıklamıştır.

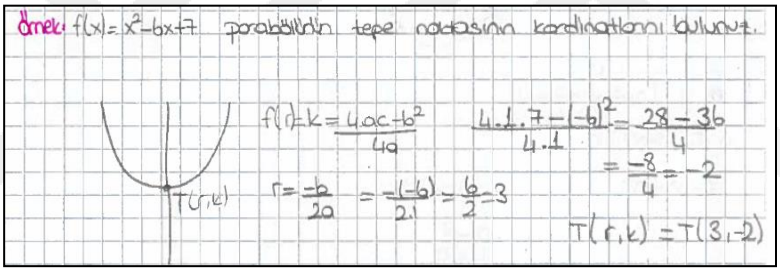



Şekil 313. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı ve işlemsel boyutta açıklaması (AB1, İB2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“Bu çizdiğim parabol grafiğine bakarsanız çocuklar x eksenini iki farklı noktada kesmiştir. Bakın tepe noktası şu uç kısımdır. Bu kısmın apsisi parabolün simetri eksenidir. Simetri ekseni aslında kökler toplamının yarısıdır. Yani -$\frac{b}{2a}$ bu ifade de bulduğunuz sonucu getirip yerine yazarsanız parabolün tepe noktasının ordinatını bulursunuz. Ordinatın formülünden kolaylıkla bulabilirsiniz. Formül $\frac{-b^2+4ac}{4a}$ verilen sayıları yazarsanız ordinatı bulmuş olursunuz.”*

Ö6 öğretmeni, simetri ekseni kavramının ne anlama geldiğini açıklamış, fakat tepe noktasının ordinatına ait formülün neden bu şekilde olduğunu açıklamamıştır. Ö6 öğretmeni, açıklamasında kural ve ilişkileri doğrudan ifade etmiş ve bundan dolayı işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiş. Ö6 öğretmeni, tepe noktasının apsisinin aynı zamanda parabolün simetri ekseni olduğu ve bunun kökler toplamının yarısı olduğunu açıklaması ise açıklayıcı boyutta AB1 olarak tespit edilmiştir. Bu açıklamasının ardından Şekil 314’deki standart örneği öğrencilerine sunmuştur. Standart örnek ile formüllerin nasıl uygulandığını açıklamıştır.




Şekil 314. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait standart örneği (SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“Bu ifadenin tepe noktasının koordinatlarını bulalım. Apsis -$\frac{b}{2a}$ formülünde yerine yazarsanız apsisi 3 olur. Ordinatın formülü neydi?...$\frac{-b^2+4ac}{4a}$ formülünde yerine yazarsanız ordinat 2 olur. Bakın zaten kolları yukarı doğru olan şöyle bir parabol tepe noktası da burasıdır.”*

Ö6 öğretmeni, parabolün tepe noktasının koordinatlarını formül aracılığıyla nasıl bulunduğunu ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni, çözüm adımlarını yeteri kadar açıklamamış, sadece koordinatların nasıl bulunduğunu göstermiş, bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, parabolün ordinatının aynı zamanda ikinci dereceden bir denklemin en küçük ve en büyük değeri olduğunu da benzer bir standart örnek ile öğrencilerine açıklamıştır.

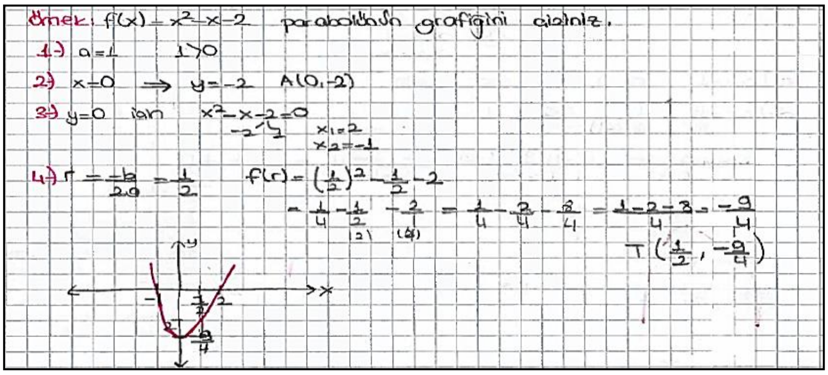
Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“en büyük ve en küçük değeri bulurken parabolün tepe noktasının ordinatını bulacağız. Parabolün kolları aşağı doğru olduğu için en küçük değeri olmaz şekle bakarsanız bunun en büyük değeri vardır. $\frac{-b^2+4ac}{4a}$ formülünde yerine yazarsanız …. Parabolün ordinatı ½ gelir. Yani sadece ordinatı bulacaksınız.”*

Ö6 öğretmeni, parabolün en büyük değeri için ordinatın bulunması gerektiğini parabolü çizerek açıklamış, fakat çözüm adımlarının gerekçelerini ifade etmemiştir. Ö6 öğretmeni sadece prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş, bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Bu açıklamasının ardından parabolü çizerken yapılması gerekenleri şu şekilde açıklamıştır:

*“Parabol grafiğini çizerken x yerine sıfır yazılır ve y eksenini kestiği nokta bulunur. Daha sonra y yerine sıfır yazılıp x eksenini kestiği noktalar bulunur. Tepe noktası r ve f(r) bulunur. Bir de a sayısı sıfırdan büyük ise parabolün kolları yukarıya eğer a sayısı sıfırdan küçük ise kollar aşağıya böylelikle kolların yönü tespit edilir. Yani çocuklar bu dediklerimi yaparak parabolün grafiği oluşturulur. Tümsek veya çukur parabollerin simetri ekseni tepe noktasının apsisi olduğundan tepe.”*

Ö6 öğretmeni, parabol grafiğini çizerken önce x ve y eksenlerini kestiği noktaların bulunması gerektiğini, daha sonra parabolün tepe noktalarının koordinatlarının bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni öğrencilerine, parabolün grafiğinin nasıl çizildiğini açıklarken sadece prosedürün nasıl uygulandığı ifade etmiştir. Bu yüzden öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin, bu açıklamasının ardından Şekil 315’de prosedürün nasıl uygulandığını ifade eden, standart örneği öğrencilerine sunmuştur. Bu örnek ile birlikte tekrar parabolün grafiğinin nasıl çizilebileceğini şu şekilde açıklamıştır:

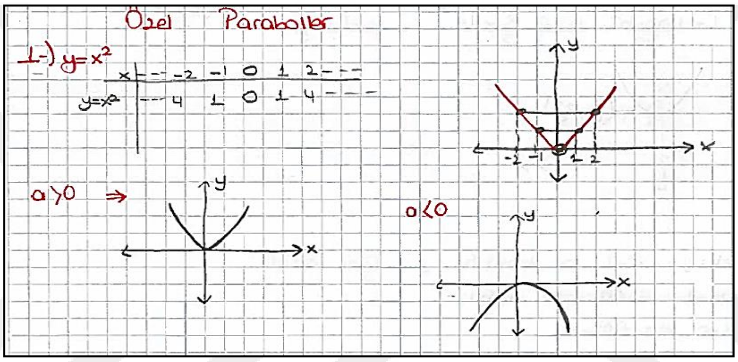



Şekil 315. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait standart örnek (SK2 ve SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“Parabolün grafiğini çizelim a sayısı sıfırdan büyük kollar yukarı doğru olacak x yerine sıfır yazalım y eksenini kestiği noktayı buluruz o da -2 olur. y eksenine sıfır verirsem x eksenini hangi noktalarda keser…2 ve -1 noktalarından geçer. Tepe noktasının apsisini bulun – b/2a o da ½ çıkar fonksiyonda yerine yazın o da size ordinatı verecektir. Ordinat -9/4 verilen noktaları koordinat sisteminde yerine yazalım. Bu noktaları birleştirirseniz parabolü çizmiş olursunuz.”*

Ö6 öğretmeni, parabolün çizimine ait prosedürün nasıl uygulandığını göstermek için yararlandığı bu standart örnekte çözüm adımlarını açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra öğrencilerine bazı özel parabol grafiklerini sunduğu gözlenmiştir. Bu parabol grafiklerini önce değer vererek Şekil 316’daki gibi çizmiştir.

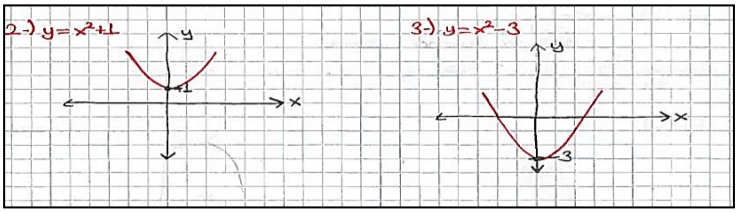



Şekil 316. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait standart örnek (SK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“$y=x^2$ parabolünün grafiğini çizelim bu grafiği çizerken x yerine değerler yazalım. Mesela -2 o zaman $x^2$ ifadesinin değeri 4, -1 yazarsam 1 olur….Şimdi grafiğini çizmek için bu değerleri yerine yazalım noktaları birleştirirsek grafik bu şekilde oluşur. Bu düz çizgiler olarak çizilmez çocuklar. Şimdi bu grafik aklınızda şu şekillerde kalsın. Eğer a sıfırdan büyük olursa kolları yukarı, a sıfırdan küçük olursa kolları aşağı doğru.”*

Ö6 öğretmeni, parabolleri çizerken x eksenine değerler verip fonksiyonun görüntüsü bulmuş ve grafiğini çizmeye çalışmıştır. Bu doğrultuda parabolün grafiğini çizerken, çözüm adımlarını ve gerekçelerini ifade etmiştir. Öğretmenin açıklaması, açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, daha sonra bu grafiklerin y ekseninde belli bir ölçüde ötelendiğinde parabollerin nasıl olacağını Şekil 317’deki geliştirici örnek açıklamıştır.




Şekil 317. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait geliştirici örnek (GK2)

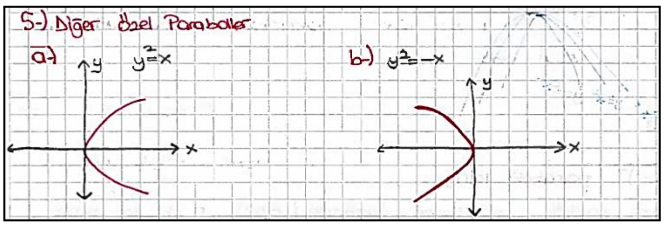
Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“$y=x^2+1$ ifadesine bakın çocuklar bu ifade aslında tepe noktası (0,1) olan $x^2$ fonksiyonunun bir birim yukarı ötelenmiş halidir. Benzer şekilde $x^2-3$ bu parabolde 3 birim aşağı ötelenmiş tepe noktası (0,-3) olan paraboldür.”*

Ö6 öğretmeni, $y=x^2+1$ parabolü, $x^2$ parabolünün 1 birim yukarı ötelenmiş hali olduğunu, benzer şekilde $x^2-3$ parabolünün de, 3 birim aşağı ötelenmiş hali olduğunu ifade etmiştir. Ö6 öğretmeni prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiştir ve bu yüzden öğretmenin açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni, $y=a(x-r)^2$ parabolünün grafiğini çizerken, bu parabolün $y=ax^2$ parabolünün x ekseninde ötelenmiş hali olduğunu ifade etmiş ve bu ifadesine uygun Şekil 317’deki gibi grafikleri çizmiştir. Ö6 öğretmeni, kural olarak vermiş olduğu cebirsel ifadenin grafikleri çizmiş ve ne anlama geldiğini açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklaması, açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, parabolle ilgili $y=ax^2$ ve $y=a(x-r)^2$ ilişki ve kuralların anlamını açıklamış ve daha sonra benzer şekilde parabolün $ax^2+k$ grafiğinin de nasıl çizildiğini açıklamıştır. Ö6 öğretmeni, $y=ax^2+k$ parabolünün aslında $y=ax^2$ parabolünün y ekseni boyunca k birim yukarı ya da k birim aşağı ötelenmiş hali olduğunu ifade etmiş fakat bu ifadesini parabole ait bir grafik üzerinden açıklamadığı için açıklaması, işlemsel boyutta İB2 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmeni öğrencilerin parabol kavramıyla ilgili algılarını genişletmek amacıyla Şekil 318’deki geliştirici örneklerle parabol çeşitlerini açıklamıştır.

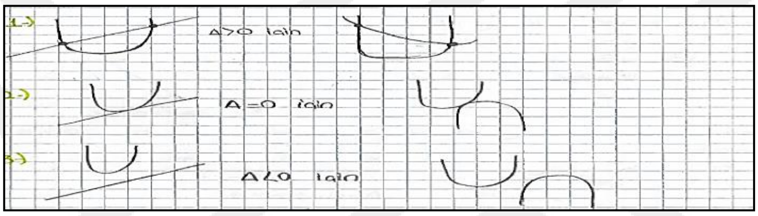



Şekil 318. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“$y^2$=x parabolü ve $y^2$=-x parabolleri bunlar bu parabollerde y değişkenine bağlıdır. Negatif olanın yönü farklıdır sola bakar pozitif olan sağ tarafa bakar.”*

Ö6 öğretmeni, $y^2$=x ve $y^2$=-x parabollerinin grafiklerinin y değişkenine bağlı birer parabol olduğunu ve bunların grafiklerinin Şekil 318’deki gibi göstermiştir. Fakat Ö6 öğretmeni öğrencilerine, parabol örneklerini doğrudan ifade etmiş ve bu grafiklerin nasıl çizildiğini açıklamamıştır. Bundan dolayı öğretmenin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni, bu açıklamalarından sonra doğru ile parabolün birbirlerine göre durumlarını açıklamıştır.

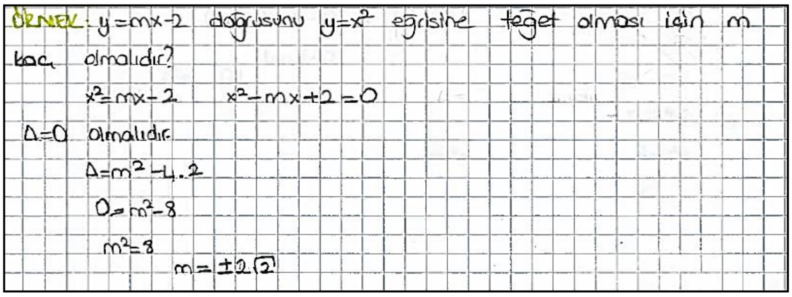



Şekil 319. Ö6 öğretmeni parabol konusuna ait açıklayıcı boyuttaki açıklaması (AB2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“İki grafiğin denklemleri ortak çözüldüğünde ikinci dereceden bir denklem elde edilirse deltasına bakıp grafiklerin durumları tespit edilir. Mesela delta sıfırdan büyük çıktı o zaman doğru şekilde olduğu (1) gibi parabolü iki noktada keser. Delta sıfır olursa da o zaman doğru şu şekilde (2) teğet olur. Sıfırdan küçük olursa delta bu durumda doğru ile parabol arasında hiçbir bağ olmaz kesişmez şekildeki gibi (3).”*

Ö6 öğretmeni, doğru ile parabolün birbirlerine göre durumlarını incelerken parabol ve doğru grafiklerinden yaralandığı gözlenmiştir. Açıklamasında üç farklı durumun söz konusu olduğunu ifade etmiş ve bu ifadelerine uygun şekilleri çizmiştir. Böylelikle deltanın sıfırdan büyük, eşit ve küçük olmasının ne anlama geldiğini açıklamıştır. Öğretmenin bu açıklamaları açıklayıcı boyutta AB2 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeninin, bu durumla ilgili öğrencilerine standart örnek sunmamış Şekil 320’deki geliştirici örneği öğrencilerine sunmuştur.

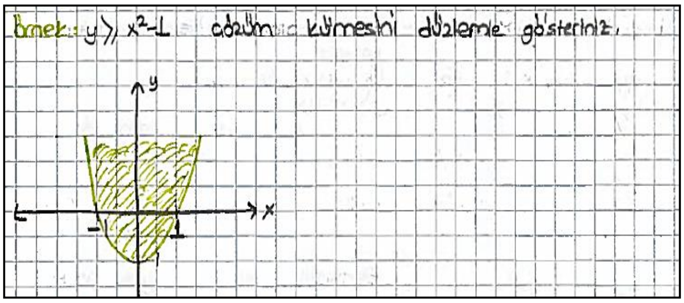



Şekil 320. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK2)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“Bu parabol ile doğrunun teğet olması isteniyor bunun için m sayısı ne olmalı? delta sıfıra eşit olmalı. Parabol ile doğru denklemlerini eşitlerseniz ortaya çıkan denklemin deltasını sıfıra eşitlersiniz…”*

Ö6 öğretmeninin bir doğru ile bir parabolün birbirlerine teğet olabilmesi için bu iki denklemin eşitlenmesi sonucu ortaya çıkan yeni ikinci dereceden denklemin deltasının sıfıra eşit olması gerektiğini ifade etmiş fakat bu ifadelerinin gerekçelerini belirtmemiştir. Ayrıca öğretmenin açıklamasında, doğru ve parabol grafiklerinde yararlanmadığı gözlenmiştir. Ö6 öğretmeni Şekil 320’deki geliştirici örnek ile prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş, çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamadığı için işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir. Ö6 öğretmeni öğrencilerine, Şekil 321’deki standart örnek ile parabollerde eşitsizlik ifadesini şu şekilde açıklamıştır:




Şekil 321. Ö6 öğretmeninin parabol konusuna ait geliştirici örneği (GK3)

Ö6 öğretmeninin açıklaması:

*“parabolün normal grafiğini çizeriz daha sonra eşitlik varsa buradaki gibi düz çizgilerle çizeriz ama eşitlik olmazsa kesik kesik çizeriz. Çözüm kümesi olarak parabolün içi mi dışı mı taranacak? … Böyle bir durumda y büyükse içi küçükse dışı taranır.”*

Ö6 öğretmeni, prosedürün nasıl uygulandığını ifade etmiş ve parabolün çözümü için neden iç kısmının gerçekte tarandığını açıklamamıştır. Bu yüzden öğretmeninin bu açıklaması işlemsel boyutta İB3 olarak değerlendirilmiştir.

Ö6 öğretmenin, ikinci dereceden denklemler ve fonksiyonlar konusunda öğretimsel açıklama boyutları, öğretimsel açıklama boyutlarına ait kategoriler ve frekansları Tablo 32'de sunulmuştur.

Tablo 32. Ö6 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları, Kategorileri ve Frekanslar

| Öğretimsel Açıklama Boyutu | Boyutlara Ait Kategoriler | Frekansları |
|---|---|---|
| İşlemsel | Tanımı doğrudan ifade etme | 4 |
| | Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme | 35 |
| | Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme | 75 |
| Açıklayıcı | Tanımın ne anlama geldiğini açıklama | 5 |
| | İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama | 9 |
| | Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama | 30 |
| Problem çözme | Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma | 0 |
| | Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma | 0 |
| | Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme | 0 |
| Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma | 0 |
| | Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma | 0 |
| | Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama | 0 |

Ö6 öğretmeni ikinci dereceden denklemler ve fonksiyonlar konusunda yapmış olduğu öğretimsel açıklamaların büyük bir kısmı işlemsel (114) boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö6 öğretmeninin açıklamalarının 44 tanesi açıklayıcı boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö6 öğretmenin dersinde genelde tanımları ne anlama geldiğini açıkladığı fakat kuralları ya da konuya ait ilişkileri doğrudan ifade ettiği gözlenmiştir.Ö6 öğretmenin genelde örneklerin veya soruların çözüm adımlarını açıkladığı fakat gerekçelerini açıklamadığı, yani prosedürlerin nasıl uygulandığını doğrudan ifade ettiği tespit edilmiştir. Ö6 öğretmeni konuya ait herhangi bir kavramı bir problem durumu içerisinde ele alarak açıklamadığı ya da modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmadığı görülmüştür.

Bununla birlikte öğretmenin derslerinde problemleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmediği tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenin konunun matematiksel kaynağına ve gelişimine vurgu yapmadığı, diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmadığı ve matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlamadığı görülmüştür. Bu yüzden Ö6 öğretmeninin problem çözme ve epistemik boyutta hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir.

Tablo 33. Ö6 Öğretmeni İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Örnek Türleri

| Öğretmen | Örnek türleri | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Başlangıç Örneği | | | Standart Örnek | | | Geliştirici Örnek | | | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | | Karşıt Örnek |
| Ö6 | BK1 | BK2 | BK3 | SK1 | SK2 | SK3 | GK1 | GK2 | GK3 | UK1 | ÖDK1 | ÖDK2 | K1 |
| | 0 | 0 | 9 | 0 | 0 | 32 | 0 | 8 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Toplam | 9 | | | 32 | | | 18 | | | 0 | 0 | | 0 |

Ö6 öğretmeni, ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait açıklamalarında en çok standart örneklerden yararlandığı tespit edilmiştir. Açıklamalarında kullanmış olduğu bu standart örnekleri ise bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek (SK3) için kullanmış olduğu örneklerdir. Ayrıca öğretmenin açıklamalarında uç, örnek dışı ve karşıt örneklerden hiç yararlanmadığı tespit edilmiştir. Ö6 öğretmeninin, ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol konusunda günlük hayatla ilişkilendirmek veya konuları öğrencilere önceden sezdirmek için hiç başlangıç örneklerinden yaralanmamıştır. İkinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusuna başlarken gerek çarpanlara ayırma gerekse de basit eşitsizlik konularından örneklerden (BK3) faydalanmıştır. İkinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol kavramlarını ifade eden örneklerden SK1, SK2 ve GK1'den hiç yararlanmadığı tespit edilmiştir.

Tablo 34'de öğretmenlerin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutları ve açıklamalarında kullandıkları örnek türlerine ait frekanslarına yer verilmiştir.

Tablo 34. Öğretmenlerin İkinci Dereceden Denklem, Eşitsizlik ve Parabol Konularına Ait Öğretimsel Açıklama Boyutları ve Örnek Türlerine Ait Frekanslarına

| Öğretmenler | Öğretimsel Açıklama Boyutları: İşlemsel Boyut | Öğretimsel Açıklama Boyutları: İlişkisel Boyut | | | Örnek Türleri | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | İşlemsel | Açıklayıcı | Problem Çözme | Epistemik (Bilimsel Bilgi) | Başlangıç Örneği | Standart Örnek | Geliştirici Örnek | Uç Örnek | Örnek Dışı Örnek | Karşıt Örnek |
| Ö1 | 97 | 111 | 0 | 0 | 12 | 27 | 29 | 0 | 0 | 0 |
| Ö2 | 91 | 86 | 0 | 0 | 12 | 22 | 25 | 0 | 0 | 0 |
| Ö3 | 90 | 62 | 0 | 0 | 11 | 15 | 25 | 0 | 0 | 0 |
| Ö6 | 114 | 44 | 0 | 0 | 9 | 32 | 18 | 0 | 0 | 0 |
| T | 392 | 303 | 0 | 0 | 44 | 88 | 97 | 0 | 0 | 0 |

Öğretmenlerin ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutları ve açıklamalarında kullandıkları örnek türlerine ait frekanslar Tablo 34'de sunulmuştur. Tablodan da görüldüğü üzere açıklayıcı boyutta açıklama yapan öğretmenlerden Ö1 derslerinde geliştirici örneklerden, standart örneklere göre daha fazla yaralandıkları tespit edilmiştir. Ö2 ve Ö3 öğretmeni işlemsel boyutta açıklama yapmış ve en çok geliştirici örneklerden derslerinde daha çok yararlanmıştır. Bunun yanı sıra Ö6 öğretmeni açıklamaları işlemsel boyutta olup, bu açıklamalarında ise en fazla standart örneklerden yararlandığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin problem çözme ve epistemik boyutta hiç açıklama yapmadıkları görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerin hepsi uç, örnek dışı ve karşıt örneklerden açıklamaları esnasında hiç yararlanmadıkları tespit edilmiştir.

## 5. TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırma süresince elde edilen bulguların yorumlanmasına ve literatürdeki ilgili çalışmalarla karşılaştırılarak irdelenmesine yer verilmektedir. Tartışma verilerden elde edilen örnek türlerinin birbirleri ile kıyaslanması, literatürde var olan örnek türleriyle olan benzerlikleri ve farklılıkları doğrultusunda sunulmuştur. Bununla birlikte, öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ve kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişkide bu bölümde tartışılmıştır.

### 5. 1. Örneklerin Sınıflandırılmasına Yönelik Tartışma

Bu araştırmada gözlem ve mülakat verilerinin analizinden elde edilen bulgulara göre, öğretmenlerin derslerinde kullandıkları örnekler; başlangıç, standart, geliştirici, uç, örnek dışı ve karşıt örnekler olmak üzere altı başlık altında sınıflandırılmıştır.

Araştırmada öğretmenlerin konuya öğrencilerin ilgisini çekmek ve aynı zamanda konuyla ilgili gerekli ön bilgilerini hatırlatmak, konu için gerekli alt yapıyı oluşturmak amacıyla örneklere ihtiyaç duydukları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin genellikle herhangi konuya ya da kavrama ait bir bilgiyi öğrencilere açıklamadan önce bu örnekleri kullandıkları görülmüştür. Buna bağlı olarak öğretmenlerin kullandıkları bu örnekler başlangıç örnekleri olarak nitelendirilmiştir. Öğretmenlerin bu başlangıçlarında, örnekler ile konular arası ilişkiler sağlamaya çalıştıkları da tespit edilmiştir. Öğretmenlerin örnekleri kullanım amacı ve yeri dikkate alındığında başlangıç örneklerini; öğrencilerin ilgili konuya dikkatini çekmek ve konuyla ilgili ön bilgileri hatırlatmak (BK1), tanım için gerekli alt yapı hazırlamak (BK2) veya konular arası ilişki (BK3) sağlayarak konuya başlangıç yapmak için kullandıkları belirlenmiştir.

Öğretmenlerin, konuya başlarken temel bir bilgiyi hatırlatarak veya konunun günlük hayatta kullanım yerine vurgu yaparak, öğrencilerin dikkatini çekmek amacıyla yararlandıkları örneklerin, BK1 kodlu örnekler olduğu tespit edilmiştir. Bu koda ait örneklerin daha çok öğrencilerin dikkatini konuya çekmek veya öğrencilerde konuyla ilgili gerekli zemini oluşturmak amacıyla kullanıldığı görülmüştür. Örneğin; öğretmenin EBOB ve EKOK'un nasıl bulunduğunu hatırlatmak amacıyla, herhangi iki doğal sayı alması ve bunların EBOB ve EKOK'larını bulması, bu duruma örnek olarak verilebilir. İki veya daha fazla sayıların EBOB ve EKOK'unun nasıl bulunduğunu öğrenciler, ilk olarak ortaokul 6. sınıfta öğrenmeye başladıkları bir konu olduğu için bu örnekler öğretmenler tarafından temel düzeyde hatırlatma amacıyla kullanılabilir. Örneğin, EBOB ifadesinin anlamının en büyük ortak bölen olduğunu ve bunun her sayıyı eşit bölen olarak algılanması gerektiğini vurgulamak isteyen bir öğretmenin, sınıf zemininin eş fayanslarla döşenmesi için yapılan matematiksel işlemin, bu konuyla ilgili olduğunu belirtmesi BK1 kodu kapsamında değerlendirilmiştir. Benzer şekilde modüler aritmetik konusuna öğrencilerin dikkatini çekmek için konunun günlük hayatta kullanımından bahsederken verilen örnek de BK1 kodu altında değerlendirilmiştir. Buna göre BK1 kodu; öğrencilerin eski bilgilerinin hatırlatılmasını, bu bilgiler ışığında farklı ve gelişmiş kazanımlara ulaşılmasını sağlamak amacıyla kullanılan örnekleri içermektedir. Aynı zamanda BK1 örneklerinin konunun günlük hayattaki kullanım yerine vurgu yapılarak öğrencilerin konuya karşı motivasyonlarının artırılıp konuya ilgilerinin çekilmesi için kullanıldığı söylenebilir.

Öğretmenlerin tanım için gerekli alt yapıyı hazırlamak amacıyla kullandığı örnekler BK2 kodu ile değerlendirilmiştir. Araştırmada yine başlangıç örnekleri için kullanılan BK2 kodunun; öğretmenlerin herhangi bir tanımı ifade etmeden önce, öğrencilerine tanımı sezdirmeye çalıştıkları örnekleri içerdiği tespit edilmiştir. Bu örnekler ile öğretmenlerin tanıma ait özelliklere dikkat çektiği ve bu özellikler doğrultusunda öğrencilerin tanımı ifade etmelerini istediği görülmüştür. Örneğin; öğretmenin, aritmetik dizinin tanımını ifade etmeden, önce 1,4,7,10… gibi sayıları kullanması BK2 kodu altında değerlendirilebilir. Özellikle öğretmenin bu örnek aracılığıyla sayılar arasında nasıl bir ilişki olduğunu öğrencileriyle beraber açıklaması ve bu açıklama ile birlikte öğrencilerin aritmetik dizinin tanımına dair bir fikir oluşturması, bu kod kapsamında yer alan örnekler için önemlidir. Benzer şekilde, araştırmada rasyonel sayıları ve devirli ondalıklı ifadeleri tanımlamadan önce kullanılan $\frac{3}{4}, \frac{-4}{5}$…ve 0,333…, 0,0555…. gibi sayılar aracılığıyla açıklamalar yapılarak, tanım için gerekli bir zemin hazırlanılmaya çalışıldığı tespit edilmiştir. Bu noktada BK2 kodu ile tanım için gerekli ön düzenlemelerin oluşturulması amacıyla kullanıldığı ifade edilebilir. İlgili literatürde yer alan örnek çeşitlerinin de BK2 kodlu örneklerle benzer olduğu söylenebilir. Polya (1981), yol gösterici örneklerin öğrenenlerin kavramlar ile ilgili fikir edinmelerine, yani kavramla ilgili sezgilerin oluşmasına katkı sağlayan basit örnekler olduğunu ifade etmiştir. Bunun yanı sıra Polya'ya (1981) göre; bir kavramın tanımını veya özelliklerini temsil eden örnekler de yol gösteren örneklerdir (akt. Watson ve Mason, 2005). Yol gösteren örneklerin bu özelliği, araştırmada tanımlanan başlangıç örneklerinden bu açıdan farklılık göstermektedir. Başlangıç örnekleri ile yol gösteren örnekler arasında öğrenenlerde sadece kavramlarla ilgili fikir oluşturması açısından bir benzerlik olduğu söylenebilir.

Öğretmenlerin, başlangıç örnekleri içerisinde yer alan BK3 kodu konular arası ilişki sağlamak amacıyla kullanılan örnekleri kapsamaktadır. Başka bir ifadeyle BK3 kodu; öğrencilerin konular arası ilişkilerle birlikte yeni bilgiye ihtiyaç duymalarını sağlayacak nitelikteki örnekleri olarak değerlendirilmiştir. Örneğin, öğretmenin ikinci dereceden denklemler konusuna başlarken, önce birinci dereceden denklemler ile ilgili örnekler kullanması ya da eşitsizlikler konusuna başlarken basit eşitsizlikler konusuna ait örnekler kullanması, bu kod kapsamında değerlendirilmiştir. Çarpanlara ayırma konusu ile ikinci dereceden denklemler konusunu ilişkilendirmesi, yani ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulmak için gerekli olan formüllere vurgu yaparak çarpanlara ayırılan örnekler ile derse başlanması bu koda örnek olarak verilebilir.

Araştırmada tespit edilen BK1, BK2 ve BK3 kodları dikkate alındığında; tanım, kural ve konular arası ilişkilerle birlikte bağlam oluşturularak öğrencilerde ön bilgilerin düzenlenmesi, konuyla ilgili sezgilerin oluşturulması amacıyla kullanıldığı tespit edilmiştir. Bu kodlara ait örneklerin ilgili tanım veya kurallardan önce ya da herhangi bir konuya başlarken kullanılmasından dolayı başlangıç örnekleri olarak adlandırılmıştır. Bu örnekler; öğrenci tarafından bilinen olması, amaç olarak öğrenciyi konuya yaklaştırması, çok unsurlu bir yapıya sahip olmaması, sade ve yalın olmasından dolayı bağlam olarak kabul edilebilir. Bu özellikler dikkate alındığında De Jong (2008) tarafından geliştirilen bağlam oluşturma kriterlerini sağladığı görülmektedir. Öğretmenlerin, başlangıç örnekleri aracılığıyla kavrama ait tanım, kural ve ilişkileri hazır hale getirmeye çalıştığı söylenebilir. Öğretmenlerin bu örnekleri bir tanımı veya ilişkiyi ifade etmeden önce, öğrenciler ile birlikte tanımın veya ilişkinin sahip olabileceği nitelikleri belirlemek amacıyla kullandıkları tespit edilmiştir. Aslında öğretmenlerin bir kavramı öğretmek için öğrencilerin konu ile ilgili sezgilerinin oluşmasına yardımcı olmak amacıyla, bu örneklerden yararlandıkları söylenebilir. Örnekler ile ilgili yapılmış çalışmalara bakıldığında, Michener'ın (1978) başlangıç örnekleri olarak adlandırdığı örnek çeşidi ile bu araştırmada belirtilen başlangıç örneği arasında kavramlarla ilgili sezgilerin oluşmasına yardımcı olması bakımından benzerlik olduğu söylenebilir. Fakat Michener'ın (1978) tanımlamış olduğu başlangıç örnekleri; kavramlar ile ilgili sezgilerin oluşmasına yardımcı olmakla birlikte açık ve basit kavramların da örneklerini içermesi bakımından, bu araştırmadaki başlangıç örneklerinden farklılık göstermektedir. Örneğin; $y= ax^2+bx+c$ (a sıfır sayısından farklı olmak koşulu ile) şeklinde tanımlanan ikinci dereceden bir denklemin Michener'ın belirttiği başlangıç örneği olarak $y= x^2+5x+6$ şeklindeki ikinci dereceden bir denklem verilebilir (Watson ve Mason, 2005). Benzer şekilde; Tsamir ve diğerleri (2008) prototip örneklerin kavramlarla ilgili sezgilerin oluşmasında önemli rol oynadığını belirtmiştir. Prototip örneklerin kavramların tanımları veya özelliklerini temsil etmek amacıyla kullanılan örnekler olması nedeniyle bu araştırmadaki başlangıç örneklerinden farklılık gösterdiği söylenebilir. Bu araştırmada belirlenen başlangıç örneklerinin belli özellikler bakımından prototip örnekler ve Michener'ın ifade ettiği başlangıç örneklerinden farklılık gösterdiği söylenebilir.

Öğretmenlerin bu örnekleri herhangi bir konu ya da kavrama ait bilgileri öğrencilerine açıklamadan önce kullanmasından dolayı "başlangıç" örnekleri olarak isimlendirilmiştir.

Genel olarak öğretmen başlangıç örnekleri yardımıyla yeni konu için gerekli olan düşünsel zemini hazırlamaya çalışmaktadır. Öğretmen başlangıç örnekleri ile birlikte öğrencileri yeni konuya hazırlayarak, onların ön öğrenmelerini hatırlatarak öğretimin ana hedeflerine odaklanır. Bir diğer ifade ile öğretmen bu örnek türü ile sezgisel bir anlayış oluşturmaktadır. Böylelikle bilgi, kural veya kavramların derinlemesine mantıksal muhakemeye başvurmadan kavranmasına yardımcı olur. Kavramlar ile ilgili sezgisel anlayış oluşturma, öğrencilerin kavramların ne kadar kolay anlaşılabilir olduğunu hissetmesiyle yakından ilişkili olup, öğrencilerde var olan bilgi birikimleri ile kavramların kolayca algılanması olarak da düşünülebilir (Çakıroğlu, 2013; syf10). Araştırmada elde edilen BK2 kodlu örneklerin özellikle öğrencilerin konuyla ilgili tanımları daha kolay algılamasına yardımcı olacağı söylenebilir.

Öğretmenlerin tercih ettikleri bu örnekler göz önünde bulundurulduğunda; pedagojik alan bilgisinin bir alt bileşeni olan öğrenciyi anlama bilgisinin bu örneklerin dersteki kullanımları için önemli olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciyi anlama bilgisi, öğrencilerin daha önceki deneyimlerinden sahip oldukları ön bilgiyi ve öğretimi yapılacak konuya ilişkin karşılaşabilecekleri öğrenme zorlukları hakkında bilgi sahibi olmayı içermektedir (Halim ve Meerah, 2002; Nilsson, 2008). Öğretim sürecinde öğretmenlerin öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorlukları bilmesi ve buna göre derslerini düzenlemesi önemlidir. Ayrıca yapılandırmacı görüşe göre, bilginin yapılandırılması sürecinde öğrencilerin önceki deneyimlerinin önemli olması (Jang, Guan ve Hsieh, 2009), bu örneklerin önemini ortaya koymaktadır. Bunun yanı sıra Bills ve diğ. (2006) ile birlikte Zaslavsky ve Zodik (2008) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin örnek seçimlerinde öğrencilerin eski deneyimlerini dikkate almalarının öğrenme açısından önemli olduğunu belirtmişlerdir. Bu tavsiyenin özellikle araştırmada elde edilen BK1 kodlu örneklerin önemini ortaya koyduğu söylenebilir. Bills ve diğerleri (2006) yapmış oldukları aynı araştırmada öğretmenlerin yeni bilginin yapılandırılmasına uygun örnek türlerinin de seçilmesinin önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bakımdan başlangıç örneklerinin, yeni bir bilginin yapılandırılmasında konu başlangıçları açısından oldukça önemli olduğu söylenebilir.

Araştırmada öğretmenler ile yapılan mülakatlarda tanım, kural ve ilişkilere ait matematiksel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklamak için örneklere ihtiyaç duydukları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin belirttikleri kural ve ilişkilerin prosedürlerle birlikte nasıl kullanıldığını ifade etmek amacıyla da örneklere ihtiyaç duydukları görülmüştür. Öğretmenlerin amaçları göz önünde bulundurulduğunda kullanılan örnekler ile öğrencilerin konuyla ilgili genel bir bilgi sunmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu örneklerin, tanım ya da kural ve ilişkilere uygun niteliklere sahip olmasından dolayı standart örnekler olarak isimlendirilmiştir. Araştırmada öğretmenlerin, bir kavramın tanımını açıklamak (SK1), kavramla ilgili kuralların ve ilişkilerin ne anlama geldiğini ifade etmek (SK2) ve konuyla ilgili kural ve ilişkileri prosedürler aracılığıyla basitçe nasıl uygulandığını göstermek (SK3) için standart örnek olarak isimlendirilen örnek türünden yararlandıkları tespit edilmiştir.

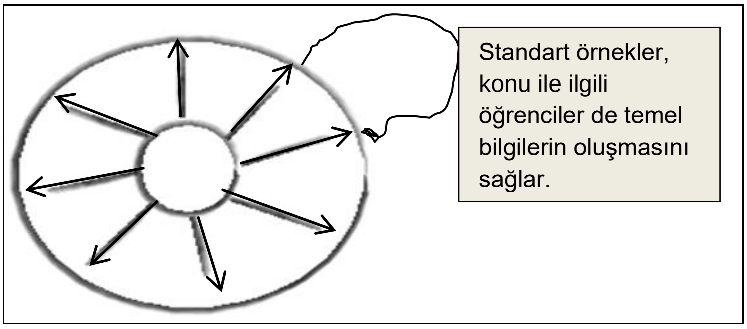
SK1 kodu öğretmenlerin, tanımları açıklamak amacıyla basit ve karmaşık olmayan tanıma ait prototip örnekleri içermektedir. Öğretmenlerin tanımları açıklarken kullanmış olduğu bu örneklerin, tanımın sadece belirgin özelliklerine vurgu yapan ve tanıma ait basit örnekler olduğu tespit edilmiştir. Örneğin; öğretmenlerin polinomun tanımını ifade ettikten sonra $P(x)=7x^4+6x^3+5x^2+3x+1$ cebirsel ifadesini kullanması polinom kavramına ait bir standart (SK1) örnek olarak değerlendirilmiştir. Çünkü bu örnek ile öğretmen polinomun tanımına ait özellikleri açıklamıştır. Araştırmada tespit edilen SK1 kodlu örneklerin, Houstan'ın (2009) standart örnekleri ile Tsamir ve diğerleri (2008) prototip örnekleri; kavramı temsil etme ve kavramın özelliklerini vurgulama amacıyla kullanılan örnekler olması bakımından benzerlik göstermektedir. Bu amaç, Michener'ın (1978) tanımladığı başlangıç örnekleri ile basit ve karmaşık olmayan durumların örnekleri olması bakımından aynı özellikleri taşımaktadır. Ancak bu çalışmada tanımlanan standart örnekler, kurallar veya ilişkilerin basit prosedürler aracılığıyla nasıl uygulandığını ifade etmek amacıyla kullanıldığından diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir. Ayrıca bu araştırmada belirlenen standart örneklerin Houstan (2009) ifade ettiği standart örneklerden bir noktada farklılık gösterdiği söylenebilir. Çünkü Houstan (2009) standart örneklerin, bir teorinin açıklanmasında o teoriyi doğrulama amacıyla kullanılabileceğini belirtmiştir. Bu araştırmaya katılan öğretmenlerin örnekleri, belli bir amaç doğrultusunda oluşturduğu için bu örneklerin bir teorinin açıklanmasında kullanıldığı söylenemez. Çünkü örnekler, araştırmaya katılan öğretmenlerin kullanım amaçları doğrultusunda oluşturulmuş ve bu amaçlarında herhangi bir ispatta örnek kullanmadıkları tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin, kavrama ait kurallar ve ilişkilerden sonra bu kuralların ve ilişkilerin öğrenciler tarafından, nasıl ve hangi durumlarda kullanılabileceğini açıklamak amacıyla her bir kuralı yansıtan, kurala ait prototip örneklerden yararlandıkları (SK2) tespit edilmiştir. Örneğin; öğretmenin deltanın sıfırdan küçük olması durumunda reel kökün neden olmadığını açıklarken delta -3 olsun ve ikinci dereceden denklemlerin kök bulma formülünde yerine yazılmasında $\sqrt{-3}$ reel sayılarda tanımlı olmadığını ifade etmesi SK2 kodlu bir örnek olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin bir kuralın ne anlama geldiğini açıklamak amacıyla kullanmış olduğu örnekler bu kod kapsamında değerlendirilmiştir. Tsamir ve diğerleri (2008) ifade ettiği prototip yani kavramın özelliklerini temsil eden örnekler ile, Houstan'nın (2009) ifade etmiş olduğu standart örneklerin, kuralın ne anlama geldiğini öğrencilere açıklamak için kullanılan karmaşık olmayan, basit düzeyde örnekler olması, araştırmada tespit edilen SK2 kodlu örneklerle benzer bir amaçta kullanıldıkları söylenebilir.

Araştırmada öğretmenlerin, bir prosedürün nasıl uygulandığını basitçe göstermek için yararlandığı SK3 kodlu örnekler tespit edilmiştir. Öğretmenlerin standart örnekler içerisinde en fazla bu kodu tercih ettikleri görülmüştür. Örneğin, öğretmenin tepe noktası bilinen herhangi bir parabolün denkleminin nasıl bulunduğunu açıklarken kullandığı örnekler SK3 kodu altında değerlendirilmiştir. Burada öğretmenin kullanım amacı tepe noktası bilinen bir parabolün denkleminin nasıl bulunduğunu göstermektir. Bu örneklerin basit ve karmaşık olmayan işlemleri öğrencilere göstermek için kullanıldığı tespit edilmiştir. Polya'nın (1981) yol gösteren örnekleri ile Michener (1978) model (jenerik) örnekleri, bir prosedürün uygulanma sürecini ifade etmek için yararlanılabilecek basit örnekler olması bakımından SK3 kodlu örnekler ile benzerlik göstermektedir.

Genel olarak standart örneklerin jenerik örnekler ile kavramın genel durumu resmetmesi veya bir prosedürün işleniş sürecinin basit örnekleri olması bakımından benzerlik gösterdiği söylenebilir. Başka bir ifade ile standart ve jenerik örnekler; kavrama ait tanımların ve kuralların açıklanmasında kullanılması ve bunların prosedürler aracılığıyla nasıl kullandığının ifade edilmesinde kullanılan örneklerdir. Fakat araştırmaya katılan öğretmenlerin standart örnekleri bir teorinin kanıtlanma sürecinde kullanmamaları, çalışmadaki standart örnekler ile jenerik örnekler arasındaki farklılığı ortaya koymaktadır.

Standart örneklerin bir kavrama ait tanım, kural ve özellikleri açıklamak için kullanılan basit örnekler olduğu söylenebilir. Aynı zamanda öğretmenlerin bu örnekleri bir prosedürün nasıl uygulandığını açıklamak için kullandığı basit işlemsel örnekler olduğu da ifade edilebilir. Bu örneklerin öğrencilerin zihninde konuya ait temel bilgilerin oluşmasına yardımcı olabileceği ve aynı zamanda başlangıç örneklerinin konuyla ilgili oluşturduğu algının anlamlı bir hale gelmesini sağlayabileceği söylenebilir. Ayrıca bu örnekler öğrencilerde konuyla bütüne ilişkin bir yüzeysel bilgi oluşturmalarına yardımcı olur. Standart örneklerin başlangıç örneklerinden sonra öğrencilerde konu ile ilgili temel bilgilerin oluşmasını sağladığı söylenebilir ve bu durum Şekil 322'de resmedilmiştir.




Şekil 322. Standart örnekler

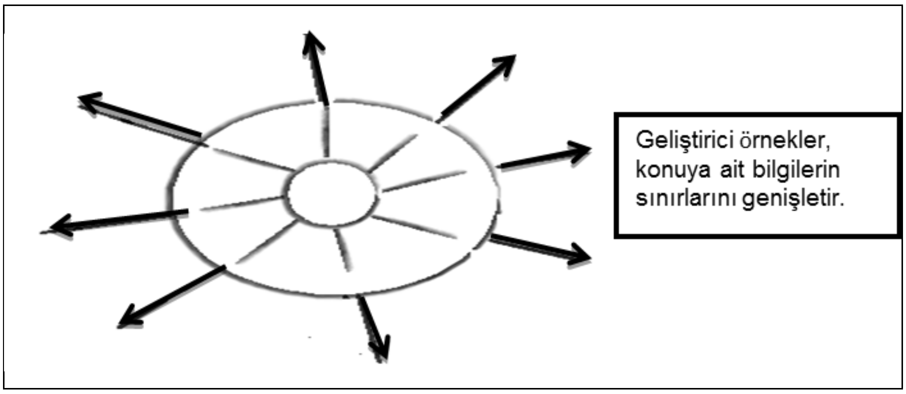
Araştırma kapsamında öğretmenlerin kavrama ait tanım, kural ve ilişkilerin matematiksel olarak ne anlama geldiğini basitçe ifade etmek için standart örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Bu örneklerin yanı sıra öğretmenlerin kavramların sınırlarını genişletmek, değişken özelliklerine vurgu yapmak, ilgili kavramın diğer kavramlarla ilişkilerini açıklayarak öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla da örneklere ihtiyaç duydukları görülmüştür. Öğretmenlerin bu amaçlar doğrultusunda kullandıkları örnekler geliştirici örnekler olarak adlandırılmıştır. Buna bağlı olarak öğretmenlerin, tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşturduğu muhtemel algıyı genişletmek (GK1), bir prosedür aracılığıyla öğrencilerin kural ve ilişkilere ilişkin anlayışlarını genişletmek (GK2) ve konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletmek (GK3) için geliştirici örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin araştırma kapsamında derslerinde en çok yararlandıkları örnek türünün geliştirici örnekler olduğu görülmüştür.

Geliştirici örnekler; öğretmenler tarafından standart örneklerin öğrencilerde oluşan algıyı genişletmek amacıyla kullandıkları örnekler olduğu tespit edilmiştir. Bu örneklerden GK1 olarak kodlanan örneklerin, özellikle standart olarak nitelendirilen tanıma ait örneklerin (SK1) öğrencilerde oluşturduğu algıyı genişletmek ve onlarda oluşacak muhtemel kavram yanılgılarını önlemek amacıyla kullanıldığı belirlenmiştir. Mesela; sabit polinom kavramı ile ilgili sunulan P(x)=5 gibi bir standart örneğin yanında, sabit polinomun değişkenden bağımsız olduğunu vurgulamak amacıyla P(x)=4a-5 gibi bir geliştirici örnek kullanılması, öğrencilerin P polinomunun değişkenin x olduğunu ve 4a-5 ifadesinin sabit olduğu düşüncesine ulaşmasını sağlar. Bu örnekler aracılığıyla tanıma ait sınırların daha belirgin bir şekilde ortaya konulduğu ve öğrencilerdeki tanıma ait muhtemel sınırlı algıyı genişlettiği söylenebilir. Öğretmenlerin GK1 kodlu bu örnekleri tercih etmelerinde onların öğrenciyi anlama bilgilerinin etkili olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciyi anlama bilgisi öğretim yapılacak konuya ilişkin karşılaşılabilecekleri öğrenme zorluklarını veya onların muhtemel kavram yanılgıları hakkında bilgi içermektedir (Halim ve Meerah, 2002; Nilsson, 2008). Bu örnek türünde de öğretmenlerin öğrencilerinin olası yanlışlarını engelemek amacıyla tercih etmeleri onların öğrenciyi anlama bilgisi ile ilişkili olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra Fennema ve Franke (1992) öğrenciyi tanımanın anlamı öğrencilerin neyi anlayabileceklerini, neyi anlamada sorunlar yaşayabileceklerini, konu hakkındaki düşünceleri ve öğrendiklerinin üzerine odaklanmak olarak tanımlanmıştır. Bu bilgi ayrıca öğrencilerin yeni bir konuya öğrenme çabası içine girdiğinde karşılaşabilecekleri zorlukları önceden tahmin etmenin gerekliliğine de vurgu yapmaktadır. Buna bağlı olarak GK1 kodlu örnekler iyi bir öğrenciyi anlama bilgisini gerekli kıldığı söylenebilir.

Öğretmenlerin, öğrencilerin kuralların farklı matematiksel durumlar içerisinde kullanım alanına ilişkin anlayışlarını bir prosedür aracılığıyla genişletmek için GK2 kodlu örneklerden yararlandıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin, herhangi bir matematiksel ifadenin ardından kuralların uygulanamayacağını, bazen bu ifadelerde çeşitli matematiksel düzenlemeler yaptıktan sonra kuralın bir prosedür içerisinde uygulamasını göstermek için geliştirici örnekleri kullandıkları tespit edilmiştir. Örneğin; öğretmen, P(x) polinomunun kat sayılar toplamının yanı sıra P(x-2) polinomunun kat sayılar toplamının nasıl bulunduğunu ifade etmek istemiştir. Öğretmen kat sayılar toplamı için vermiş olduğu polinomda x yerine 1 yazılması ve P(1)'in bulunmasının aslında P(x) polinomu için geçerli olduğunu, gerçekte P(x-2) polinomu için P(-1) ifadesinin bulunması gerektiğini belirtmek için GK2 kodlu örnekler kullanmıştır. Aslında öğretmen P(-1) polinomunu bularak x ekseninde 2 birim sağa ötelenmiş olan yeni polinomun kat sayılar toplamını bulmuş olduklarını ifade etmiştir. Böylelikle bir prosedür aracılığıyla kuralın kullanım alanını geliştirmeyi hedeflemiştir. Öğretmen standart örnekler (SK3) ile bir prosedürün basitçe nasıl gerçekleştiğini ifade ederken, GK2 kodlu örnekler ile bir prosedür aracılığıyla vermiş olduğu kuralları başka durumlara nasıl entegre edileceğini açıklamayı amaçlamıştır.

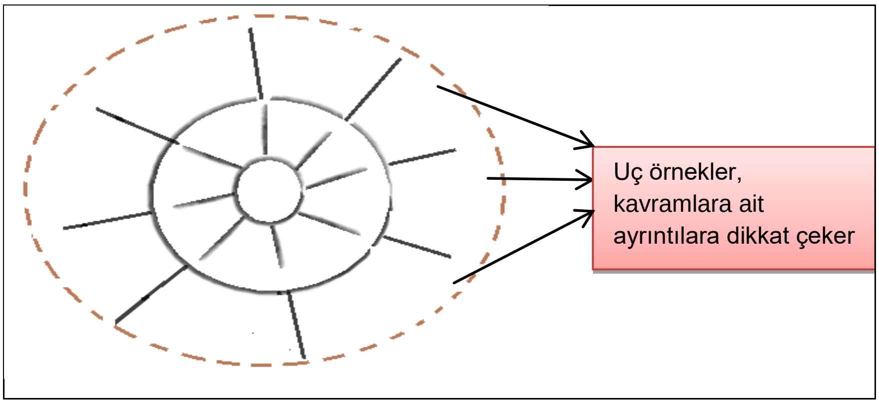
Öğretmenlerin GK3 kodlu örnekleri ise, bir konunun başka bir konuyla ilişkisini ortaya koyarak öğrencilerin, matematiksel ilişkilendirme ve bununla birlikte matematiksel ifadelerde konuyla ilgili farklı yorumlar yapabilmelerini sağlamak için kullandıkları tespit edilmiştir. Mesela, öğretmenin "$x < y < 0 \;\; z = \sqrt{-x^2 - 2xy - y^2} - \sqrt[4]{x^4} + \sqrt[3]{y^3}$" şeklindeki örnek ile karmaşık sayı, mutlak değer ve köklü ifade konularını ilişkilendirmesi GK3 koduna ait bir örnek olarak değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmenlerin bu örnekler ile konular arası ilişkileri sağlayarak öğrencilerin konuyla ilgili düşüncelerini geliştirmeyi hedefledikleri görülmüştür. Bu örnekler öğrencilerin matematiksel konuların birbirleriyle bağlantılı ve ilişkili olduğunu görmelerini sağlayabilir. Böylelikle öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilebileceği söylenebilir.

Öğretmenlerin, geliştirici örnek türü ile kavramlara ait değişkenlerin özelliklerine dikkat çekerek öğrencilerin kavrama ait bilgilerinin sınırlarını genişletmeyi hedefledikleri tespit edilmiştir. Benzer amacı, Polya'nın (1981) önerisel örnekler ile Mason ve Watson'ın (2005) belirttiği gibi referans örneklerin de taşıdığı söylenebilir. Çünkü bu örnek türlerinin de, kavramları birbirleriyle bağlayarak öğrencilerde kavramsal algıyı geliştirmeyi hedeflediği ifade edilmiştir. Ayrıca geliştirici örnekler, Polya'nın (1981) da ifade ettiği, önerisel örneklerin; kavrama ait değişken özellikleri içermesi, kavramın sınırlarının daha net bir şekilde belirtilmesi, hatta kavramın niteliklerinin verilmesi ve kavram hakkında detaylı bilgi sağlama amacı taşıması açısından benzerlik gösterdiği söylenebilir. Geliştirici örnek (GK1) ile önerisel örneğin aynı amaç doğrultusunda kullanıldıkları ifade edilebilir. Araştırmada elde edilen veriler doğrultusunda tanımlanan geliştirici örneklerin önerisel örneklerden farkı konular arası ilişkilendirmeyi (GK3) ve bir prosedür aracılığıyla varolan kuralları başka durumlara (GK2) entegre etmek için kullanılan örnekleri de kapsamasıdır. Bu durum da geliştirici örneklerin önerisel örneklerden daha kapsamlı olduğu söylenebilir. Aynı zamanda bu açılardan referans örneklerinden de farklılık göstermektedir. Referans örnekler de varsayımları test etmek amacıyla kullanıldığından geliştirici örneklerden farklılık göstermektedir. Çünkü araştırmaya katılan öğretmenlerin hiçbiri böyle bir amaç doğrultusunda örnek kullandıklarını ifade etmemişlerdir. Araştırmada öğretmenler tarafından en çok kullanılan örnek türü olmakla birlikte bu örnek türünün konu ile ilgili sınırları genişlettiği ifade edilebilir. Bu durum ise Şekil 323'deki gibi gösterilmeye çalışılmıştır.




Şekil 323. Geliştirici örnekler

Öğretmenlerin derslerinde diğer örneklere nazaran az sayıda da olsa kavramlara ait istisna durumları örneklendirmek için uç örneklere yer verdikleri tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bu örnek türünü, kavrama ait ayrıntılara dikkat çekmek amacıyla kullandığı belirlenmiştir. Bu amaçla kullanılan örneklerin daha çok öğretmenler tarafından matematiksel kabuller olarak görüldüğü tespit edilmiştir. Örneğin, öğretmenin kümeler konusunda; boş kümenin bütün kümelerin alt kümesi ve her kümenin kendisinin bir alt kümesi olduğunu ifade etmesi, bu duruma ait örneklerdir. Öğretmenlerin uç örnekleri kullanım amaçları, matematiksel kabulleri ifade etmenin yanı sıra kavrama ait özel durumları belirtmek olduğu görülmüştür. Aslında öğretmenlerin bu örnekler aracılığıyla kavramın sınırlarını daha net bir şekilde belirtmeye çalıştıkları söylenebilir. Houstan (2009) ise uç örnekleri, tanıma ait örneklerin tanımın sınırında olması durumunda kullanılan ve genel duruma bağlı olan örnekler olarak nitelendirmiştir. Aslında bu amaç, uç örneklerin kavramın istisna durumlarını desteklediği söylenebilir. Houstan (2009) uç örnekleri, teoremlerin ispatlanması sürecinde önemli olabileceğini ifade etmiş fakat bu araştırmadaki öğretmenlerin örnek kullanım amaçlarında teoremlerin ispatı yer almaması nedeniyle kıyaslanamamaktadır. Araştırmada tanımlanan uç örneklerle, Polya'nın (1981) önerisel örneklerinin, daha çok değişken özellikler içerip kavramın sınırlarını daha net bir şekilde ortaya koymak amacıyla kullanılan örnekler olması bakımından benzer oldukları ifade edilebilir. Kavramın sınırlarının ortaya konulmasında kavrama ait istisna durumların da önemli rol oynadığı düşünülecek olursa bu bakımdan önerisel örneklere benzediği söylenebilir. Özetle araştırmada öğretmenlerin uç örnekleri kavramlara ait istisna durumların ifade edilmesinde ve ayrıntılara dikkat çekmek için kullanılan örnekler olup bu durum Şekil 324'deki gibi resmedilmeye çalışılmıştır.



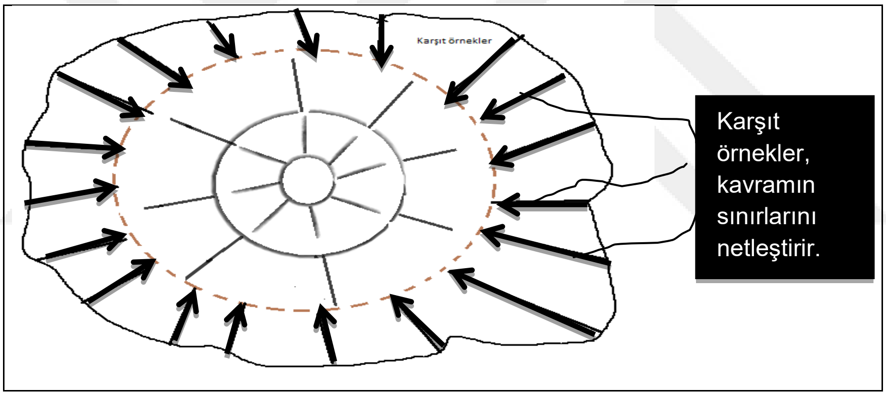

Şekil 324. Uç örnekler

Öğretmenlerin bir kavramı öğretirken, kavramın tanımına ait örneklerden yararlanmalarının yanı sıra etkili öğrenmenin gerçekleşebilmesi için tanıma ait olmayan örnek dışı örneklerden de yararlandıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde, öğretmenlerin öğrencilerine kural ve ilişkilere ait olan durumları içeren örneklerin dışında kural ve ilişkilere ait olmayan örnekleri de sundukları gözlenmiştir. Örneğin; $P(x)= 4x^{-3}+5x-2$ gibi polinom kavramının özelliklerine sahip olmayan örnekler, örnek dışı örnekler olarak değerlendirilmiştir. Örnek dışı (örnek olmayan) örnekler Houstan (2009) tarafından tanımın koşullarını sağlamayan örnekler olarak; Tsamir ve diğerleri (2008) tarafından ise, öğretilmek istenen kavrama benzer fakat bir yönüyle kavrama ait olmayan örnekler olarak tanımlanmıştır. Bu örnekler kavrama ait olmayan örnekler olup, öğretmenlerin bir kavramın eşitini ifade etmek, sınırlarını açıklamak ya da bir teoremdeki şartları belirgin bir şekilde ifade etmek için örnek dışı (örnek olmayan) örnekleri kullandıkları tespit edilmiştir (Bills ve diğ., 2006). Bu örneklerden, bu araştırmada da öğretmenlerin tanım ve kuralların sınırını netleştirmek için yararlandıkları görülmüştür. Ayrıca bu örnekler ile öğrencilerin tanımları ve kuralları daha iyi kavramalarına yardımcı olarak onların bu duruma bağlı olası kavram yanılgıları önlenebilir. Kellogg (1980) bir şeklin belli kritik olmayan özellikleri sık sık görüldüğünde prototiplerin oluştuğunu ve öğrencilerin bu kritik olmayan özellikleri ilişkilendirerek öğrenmeye başladıklarını ifade etmiştir. Prototiplerin etkisini azaltmak için örnek olmayan durumların örneklendirilmesi yararlı olabilir (Wilson,1986). Örnek olmayan durumlar ile öğrenciler bir kavrama ait özellikleri ve ait olmayan özellikleri daha iyi kavrayacaktır (Tsamir ve diğ., 2008). Zodik ve Zaslavsky (2007) yeni bir kavramı öğretirken öğretmenlerin örnek dışı örnekleri kullanmalarının öğrenciler için yaralı olabileceğini ifade etmiştir. Örnek dışı örneklerin özellikle kavram öğretiminde özel bir yeri olup, tanımı özele indirgeyerek öğrencilerin tanımı anlamasını sağlamaktadır (Wilson, 1990; Petty ve Jansson, 1987). Bu durumda tanımların ve kuralların daha iyi bir şekilde öğrenilebilmesi için örnek dışı örneklerin kullanılmasının yararlı olabileceği söylenebilir. Araştırmada yer alan örnek dışı örnekler ile ilgili literatürdeki örnek dışı örneklerin aynı amaçlar doğrultusunda kullanıldığı söylenebilir.

Öğretmenlerin, öğrencilerinin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla karşıt örneklerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Karşıt örneklerin, genelleme içeren ifadelerin her zaman doğru olmadığını öğrencilere göstermek amacıyla kullanıldığı görülmüştür. Örneğin öğrencinin "tam sayılar kümesinde tanımlı her fonksiyon örtendir." şeklindeki yanlış bir genelleme içeren ifadelerine karşılık olarak Ö1 öğretmeni tarafından "$f: Z \to Z \;\; f(x) = 3x + 1$" şeklinde kullanılan örnek bu durumla ilgili olarak sunulabilir. Araştırma kapsamında kullanılan karşıt örneklerin sayısının oldukça az olduğu ve genelde öğretmenlerin derste öğrencilerin soruları doğrultusunda spontane olarak oluşturulduğu tespit edilmiştir. Benzer şekilde Zodik ve Zaslavsky (2008) çalışmalarında tüm karşıt örneklerin derste sınıfın durumuna göre spontane olarak oluştuğunu tespit etmişlerdir. Öğretmenlerin derslerinde planlayarak karşıt örnek hazırlamadıklarını fark etmişlerdir. Bu araştırmada da karşıt örneklerin sınıfın durumuna göre öğretmenler tarafından spontane olarak oluşturulduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin aşırı veya yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla öğretmenler tarafından kullandığı görülmüştür.

Klymchuk'ın (2001), ifade ettiği gibi karşıt örnekler verilen bir durumun (hipotez, kural, özellikler, şart) yanlış olduğunu gösteren örneklerdir. Başka bir ifade ile karşıt örnek bir durumun aksini iddia etmektir. Karşıt örnek, matematik ve diğer alanlarda da önemli bir rol üstlenmekle birlikte öğretimsel bir strateji olarak matematik eğitiminde kullanımı önemlidir. Öğrencilerin matematiksel düşünme becerisini geliştirmesine yardımcı olmakla birlikte, yaygın kavram yanılgılarının giderilmesini (Klymchuk, 2001) ve bir kavramın sınırlarının belirgin hale gelmesini sağlamaktadır. Ayrıca araştırmada öğretmenler tarafından en az kullanılan örnek türünün karşıt örnek olduğu da dikkat çekmiştir. Öğretmenlerin karşıt örnek oluşturmaları onun alan bilgisi ve öğrenciyi anlama bilgisi ile doğrudan ilişkili olduğu söylenebilir.

Karşıt örneklerin öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmasını engellemek ve buna bağlı olarak konunun sınırlarının netleşmesini sağlamak için kullanıldığı görülmüştür. Bu bakımından Şekil 325'deki gibi gösterilebilir.




Şekil 325. Karşıt örnekler

Araştırma kapsamında tespit edilen örneklerin öğretmenler tarafından etkili bir şekilde kullanılabilmesi için öğretmenlerin matematiği öğretme bilgilerinin iyi bir düzeyde olması gerekmektedir. Özellikle matematiği öğretme bilgilerinin alt bileşenlerinden biri olan öğretim stratejileri bilgisi ve öğrenciyi anlama bilgisine hakim olmalarının önemli olduğu söylenebilir. Özellikle öğretim strateji bilgisi öğretmenlere, özel bir konun öğretimi sırasında konu ve öğrenci özelliklerine uygun örneklerin seçilmesinde kolaylık sağlayabileceği düşünülmektedir. Ball, Thames ve Phelps (2008), öğretmenlerin öğrencilerinin zihninin nerede karışacağını, kullandığı örneğin öğrencinin ne kadar ilgisini çekip motive olacağını bilmesinin önemli olduğun belirtmiştir. Ayrıca bunlara bağlı olarak öğrenciyi anlama bilgisinin öğrencilerin matematiksel düşüncesini ve matematiksel anlamalarını bilmesinin öğretmenlerin örnek kullanımlarında önemli olduğu söylenebilir.

Öğretmenlerinin bu bilgilerinin temelinde onların alan ve pedagoji bilgilerine dayanmaktadır. Buna bağlı olarak öğrenme ortamlarına uygun etkili örnekler türlerinin kullanımında öğretmenlerin hem alan hem de pedagoji bilgilerinin önemli olduğu söylenebilir.

### 5. 2. Öğretimsel Açıklama Boyutlarına İlişkin Tartışma

Bu başlık altında araştırmada tespit edilen 10. sınıf matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklama boyutları ve tespit edilen bu boyutlar ile kullanmış oldukları örnek türleri arasındaki ilişki tartışılmıştır. Öğretimsel açıklama boyutlarına ilişkin tartışma 5.2.1 Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarına ilişkin tartışma ve 5.2.2. Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişki tartışma başlıkları altında incelenmiştir.

#### 5. 2. 1. Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutlarına İlişkin Tartışma

Bu başlık altında öğretmenlerin polinomlar konusu ile birlikte ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularına ait öğretimsel açıklama boyutlarına ilişkin bulgular tartışılmıştır.

Araştırmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının çoğunlukla işlemsel ve açıklayıcı boyutlarda olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte, bu durumun konulara göre önemli farklılıklar göstermediği belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle, öğretmenlerin polinom, ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularında açıklamalarının çoğunlukla işlemsel ve açıklayıcı boyutlarda olduğu görülmüştür. Araştırmaya katılan öğretmenlerden, Ö1 dışında hiçbir öğretmenin epistemik ve problem çözme boyutunda açıklamalar yapmadığı görülmüştür. Ö1 öğretmeninin farklı problem çözme tekniklerinden sadece iki defa polinomlar konusunda yararlandığı ve bir defa da polinomu öğrencilerine açıklarken konunun kaynağına, gelişimine vurgu yaptığı görülmüştür. Kısacası; araştırmada Ö2 öğretmeni dışındaki öğretmenlerin konulara göre açıklama boyutlarında farklılık görülmemiştir. Polinomlar konusunda Ö1 ve Ö2 öğretmenlerinin açıklayıcı boyutta, Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinin işlemsel boyutta açıklamalar yaptıkları tespit edilmiştir. İkinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularında ise sadece Ö2 öğretmeninin açıklamalarında farklılık olduğu görülmüştür. Polinomlar konusunda açıklayıcı boyutta olan öğretmenin, bu konularda açıklamalarının işlemsel boyutta olduğu tespit edilmiştir. Ö1, Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinin konulara göre açıklama boyutlarının değişmemesinde, bu öğretmenlerin alan bilgilerinin veya matematiğe karşı inançlarının etkili olduğu söylenebilir. Çünkü öğretmenler ile yapılan mülakatlarda, Ö1 öğretmeni matematik eğitiminde kavramsal öğrenmenin işlemsel öğrenmeden daha önemli olduğunu ifade etmiştir. Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinin ise işlemsel öğrenmenin kavramsal öğrenmeden daha önemli olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenlerin bu noktadaki görüşlerinin onların dersteki açıklamalarını etkilediği söylenebilir. Literatürde öğretmenlerin matematiksel bilgilerinin konulara göre değişebileceği (Dellalbaş ve Soylu, 2012) ve buna bağlı olarak öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının da konulara göre değişiklik gösterebileceği söylenebilir. Bu araştırmada, bu durumun aksine gözlenen konularda (polinom, ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol) Ö2 öğretmeni dışında açıklama boyutlarında pek bir değişim görülmemiştir. Bunun sebebi bu araştırmada diğer araştırmalara göre gözlem süresinin daha uzun süre olması ve diğer araştırmalarda genelde açık uçlu sorularla hazırlanmış mülakatlar ya da senaryo tipi mülakatlarda öğretmenlerin açıklamalarının değerlendirilmesidir. Bu araştırmada ders gözlemlerinin dışında öğretmenlerle açıklamaları ile ilgili mülakat yapılamamıştır.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin açıklama boyutları her ne kadar birbirinden farklı olsa da öğretmenlerin ortak özellikleri, kuralların altında yatan nedenleri (İB2) ve tanımların anlamlarını (İB1) yeteri kadar açıklamamalarıdır. Başka bir ifade ile öğretmenlerin İB1 ve İB2 kodlarının daha fazla olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenlerin özellikle sabit polinom ve sıfır polinomun tanımlarını eksik ya da yanlış açıkladıkları görülmüştür. Bu durumun öğretmenlerin matematiksel kavramları tanımlamada alan bilgilerinin eksik olmasından kaynaklanabilir. Ayrıca farklı araştırmacılar tarafından yapılan benzer çalışmalarda da öğretmenlerin kuralların altında yatan gerekçeleri açıklamadıkları ortaya konulmuştur (Ball, 1990a, 1990b; Even, 1993; Ma, 1999; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2009). Benzer çalışma yapan Toluk-Uçar (2011) öğretmen adaylarının işlemlere ait kuralları bilmelerine rağmen kuralların altında yatan gerekçeleri bilmediklerini, başka bir deyişle matematiksel ilişki ve bu ilişkilerin nasıl elde edildiğini açıklamakta yetersiz olduklarını tespit etmiştir. Bu araştırmada da gözlemlenen öğretmenlerin kuralların altında yatan gerekçeleri açıklamamalarının nedeni alan bilgilerinin yetersizliği olabilir. Araştırma kapsamında öğretmenlerin kuralların altında yatan nedenleri gerçekte bilip bilmedikleri hakkında kesin bir yorum yapılamamaktadır. Bunun sebebi ise araştırmada sadece öğretmenlerin dersteki açıklamalarının ele alınması ve ders sonrasında öğretmenlerin derste yapmış oldukları açıklamaları ile ilgili mülakat yapmak istememeleridir. Araştırmaya katılan öğretmenlerde gönüllülük esas alındığından mülakat yapma konusunda ısrarcı davranılmamıştır. Öğretmenlerin matematik ve matematik öğretmeye yönelik görüşlerini belirlemek için yapılan mülakatlarda ise tanım ve kuralların üzerinde çok durmayı gerekli görmediklerini çünkü tanım ve kuralların öğrencilerin dikkatini çekmediğini belirtmişlerdir. Bu yüzden öğretmenler, tanım ve kuralları örneklerle birlikte ifade ettiklerini ya da prosedürler aracılığıyla, bu kural ve tanımların öğrencilerin nasıl işlerine yarayacağını göstermeye çalıştıklarını vurgulamışlardır. Öğretmenlerin bu ifadeleri ve sınıf içindeki açıklamalarına bağlı kalarak araştırmada tespit edilen durumun öğretmenlerin inançlarından kaynaklandığı söylenebilir. Ayrıca öğretimsel açıklamalar ile ilgili yapılan çalışmaların bazılarında öğretmen adayları ile çalışmalar yapılmış (Baki, 2013; Gökkurt, Koçak ve Soylu, 2014; Toluk-Uçar, 2011), bu çalışmada ise tecrübeli öğretmenler (hizmet süresi 15 yıl üzeri) ile çalışmalar yürütülmüştür. Buna rağmen araştırma sonuçlarında kural ve tanımları açıklama boyutları değişiklik göstermemiştir. Bu durumun öğretmenlerin mesleki tecrübeleri ile ilişkili olmadığı söylenebilir.

Açıklayıcı boyuttaki öğretmenlerin en çok işlemlere ait çözüm adımlarını gerekçeleri (AB3) ile birlikte sunduğu ve benzer şekilde işlemsel boyuttaki öğretmenlerin de bir prosedürü ifade etmeye yönelik (İB3) açıklamalarının daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bu durum öğretmenlerin herhangi bir konuya ait tanım ve kuralların anlamlarını daha çok örnekler ya da sorular üzerinden açıklamayı tercih etmelerinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca araştırmaya katılan öğretmenlerin genelde işlemlerin altında yatan gerekçeleri, yani çözüm adımlarını öğrencilerine açıkladığı tespit edilmiştir. Ball ve Bass, (2003); Charalambous ve diğerleri (2011) çalışmalarında, etkili öğretimsel açıklamaların temelinde, işlemlerin altında yatan anlamların açıklanması olduğunu vurgulamışlardır. Toluk-Uçar (2011), öğretmen adaylarının genelde kural ve yöntemlerin ne olduğunu ve nasıl uygulanacağını bilmesine rağmen, verilen durumların altında yatan anlama uygun matematiksel açıklamalar oluşturamadıklarını ifade etmiştir. Bu araştırmada öğretmenlerin işlemlerin altında yatan anlamları, yani çözüm adımlarını ve gerekçelerini genelde açıkladığı görülmüştür. Bu durum araştırmaya katılan öğretmenlerin tecrübeli olmasının yanı sıra araştırma kapsamında yer alan konularda onların alan bilgilerinin sunmuş oldukları soru ve örnekleri açıklamada yeterli olmasından kaynaklanabilir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin açıklamalarının problem çözme boyutunda olmadığı tespit edilmiştir. Bunun sebebi ise öğretmenlerin açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden, kavramlara ait tanımları herhangi bir problem durumu içerisinde ele almamalarından ve problemleri farklı problem çözme tekniklerinden yararlanarak yeteri kadar açıklamamalarından kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü Kinach (2002a; 2002b) ve Toluk-Uçar (2011), çalışmalarında, bu boyuttaki bir öğretmenin matematiksel modelleme gibi analitik stratejiler kullanma ve kavramın ya da sembollerin farklı anlamlarını bir problem durumu içerisinde şekil ile rahatlıkla destekleyebileceğini vurgulamışlardır. Bu kriterlere bağlı olarak öğretmenlerin açıklamaları değerlendirildiğinde; matematiği öğretme bilgilerinin problem çözme boyutunda olmadığı söylenebilir. Bu durumun sebeplerini tek

tek inceleyecek olursak; araştırmaya katılan öğretmenlerin hiçbirinin açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmamalarının, öğretim programına uygun olmaması veya öğretmenin konu alan bilgisinin bu noktada yeterli olmamasından kaynaklanabilir. Bunun yanı sıra derslerde yapılan gözlemlerde öğretmenlerin derslerini geleneksel yöntemlere göre işledikleri ve özellikle derslerinde bilgi aktaran konumunda oldukları görülmüştür. Öğretmenlerin derslerinde modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmamalarının sebeplerinden biri bu duruma bağlı olarak onların öğretim stratejileri bilgisi de gösterilebilir. Öğretmenlerin bu bilgilerinin temeli ise öğretmenlerin hem alan hem de pedagojik bilgilerine dayandığı söylenebilir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin derslerinde modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmamaları öğretmenin matematiği öğretme bilgisinin bir alt bileşeni olan öğretim programı bilgisinin eksikliğinden de kaynaklanabilir. Öğretim programımız incelendiğinde (MEB, 2011), programın yapısının modelleme gibi analitik stratejiler için uygun olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilere matematiksel modelleme becerilerini kazandıracak olan kişilerin öğretmenler olduğu göz önünde bulundurulursa, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanmaları oldukça önemlidir. Bu durumda öğretmenlerin öğretim programı bilgisinin yetersiz olduğu söylenebilir.

Problem çözme boyutundaki öğretmenlerin açıklamalarında problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmeleri beklenmektedir (Kinach, 2002a; 2002b; Toluk-Uçar, 2011). Buna göre araştırmaya katılan öğretmenlerden sadece Ö1 öğretmeni polinomlar konusunda açıklamalarında farklı problem çözme tekniklerinden iki defa yararlanmış onun dışında hiçbir öğretmen farklı problem çözme tekniklerinden yararlanmamıştır. Kinach (2002a; 2002b), problem çözme boyutundaki bir öğretmenin, açıklamalarında daha çok genel ve alana özgü stratejiler ile birlikte kendi düşünce sürecini yansıtan deneyimsel şemalarını kullanarak farklı çözüm yollarına başvurabileceğini ifade etmiştir. Bunların yanı sıra bu boyutta bulunan öğretmenler, matematiksel bir konu, kavram, özellik veya problemler ilgili özgün ve bilimsel yorum yapabilirler ve stratejiler geliştirebilirler (Baki, 2013). Bu durumun öğretmenlerin alan bilgilerinin eksik olmasından kaynaklanabilir. Çünkü öğretmenlerin derslerinde sundukları örnekleri farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözmeleri mümkün görülmektedir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının epistemik boyutta olmadığı tespit edilmiştir. Bunun sebebi ise epistemik boyutta olan öğretmenlerden öğretimsel açıklamalarında, matematiksel durumların veya önermelerin doğruluklarıyla ilgili kanıtlamalarda bulunması, ilgili konu kapsamında matematiksel bilginin kaynağına ve gelişimine vurgu yapması beklenmektedir. Bunun yanı sıra matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne de vurgu yapması beklenmektedir (Kinach, 2002a; 2002b; Toluk-

Uçar, 2011; Baki, 2013). Bu kriterler doğrultusunda araştırmaya katılan öğretmenlerin açıklamaları değerlendirildiğinde; öğretmenlerin ilgili konu kapsamında matematiksel bilginin kaynağına ve gelişimine vurgu yapmadığı tespit edilmiştir. Araştırmaya katılan sadece Ö1 öğretmeni açıklamalarında bir defa polinom konusunun kaynağına vurgu yaptığı görülmüştür. Bunun dışında araştırmaya katılan diğer öğretmenlerin açıklamalarında konunun kaynağına yönelik açıklamalarda bulunmadıkları görülmüştür. Bu durumun sebepleri öğretmenlerin bu noktada alan bilgilerinin eksik olmasından kaynaklanabileceği gibi onların inançlarından da kaynaklanabilir. Özellikle Ö3 ve Ö6 öğretmenleri ile yapılan mülakatlarda onların matematiksel inançlarının etkili olduğu söylenebilir. Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinin inançlarına bağlı olarak sınıf içi rolleri dikkate alındığında öğretici öğretmenler oldukları söylenebilir. Öğretici öğretmenlerin sınıf içi etkinliklerde işlemleri ve prosedürleri uygulamaya yönelik davranışları daha ön planda tutmaktadırlar (Ernest, 1991). Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinde sınıflarında modelleme gibi öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini sağlayacak davranışlardan ziyade prosedür ve işlemlere yönelik açıklamalar yaptıkları görülmüştür.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin hiçbiri matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmamıştır. Öğretmenlerin diğer disiplinlerde bu konunun ne amaçla kullanıldığını ve neden önemli olduğunu açıklamadığı görülmüştür. Matematiğin diğer bütün disiplinlerle olan ilişkisi göz önünde bulundurularak; öğretmenlerin, öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini çekme, olumlu tutum geliştirmelerini sağlama, matematiğin hayatın her basamağında vazgeçilmez bir öneme sahip olduğunu anlatmaları önemlidir (Işık, Çiltaş ve Bekdemir; 2008).

Araştırmada, öğretmenlerin matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek (EB3) açıklamadıkları tespit edilmiştir. Örneğin; öğretmenlerin ikinci dereceden denklemler konusunda ispata yer verdikleri, fakat ispatlanan matematiksel ifadenin önemi ve matematiksel kaynağından bahsetmedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin bu noktadaki açıklamalarının EB3 boyutu yerine AB3 veya İB3 boyutunda değerlendirilmesine sebep olmuştur. Öğretmenin ispat yaparken ispata ait adımlarını gerekçeleri ile birlikte açıklıyorsa AB3 olarak değerlendirilmiştir. Şayet sadece ispatın adımlarını öğrencilerine ifade etmiş ve gerekçelerini açıklamamış ise, İB3 olarak değerlendirilmiştir. Örneğin; Ö1 öğretmeninin polinomlarda bölme işlemi yapmadan kalanın bulunmasına yönelik gerekçesi açıklayıcı boyutta AB3 olarak değerlendirilmiştir. Çünkü öğretmen işlem adımlarında bölen ifadesini neden sıfıra eşitlendiğini ifade etmiştir. Şayet öğretmen bu kuralın kim tarafından ve niçin böyle bir kurala ihtiyaç duyulduğunu da ifade etmiş olsaydı açıklaması, epistemik boyutta EB3 olarak değerlendirilirdi. Öğretmenlerin ispatlama sırasında, bir önermeyi açıklaması, neden doğru veya yanlış olduğunu söylemesi, değişik mantıksal düşünme yollarını ve ispat yöntemini kullanması epistemik boyuttaki açıklamalarda önemlidir (Kinach, 2002a; 2002b). İspatın öğrencilerin matematiksel düşünme becerisinin gelişmesinde önemli bir role sahip (Baki, 2008) olmasından dolayı 9–12. Sınıflardaki öğretim programlarında yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011). Bu bakımdan öğrencilere bu becerilerin kazandırılması ve geliştirilmesi amacıyla öğretmenlere büyük bir sorumluluk düşmektedir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Öğretmenlerin, öğrencilere ispatın değişik türleri ile karşılaşabilecekleri elverişli bir öğrenme ortamı sağlamaları (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) ve matematiksel düşünmenin önemini vurgulamaları gerekmektedir (Umay, 2003). Gökkurt ve Soylu (2012), fen bilgisi ve matematik öğretmenliği programında okuyan birinci sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının, ispatın matematik öğretimindeki rolünün farkında olmadıklarını ve birçoğunun ispatı gereksiz bir etkinlik olarak gördüklerini tespit etmişlerdir. Ö3 öğretmeni dışında bu araştırmadaki öğretmenlerin ispatı gereksiz gördükleri söylenemez, çünkü derslerinde ispata yer vermişler fakat ispatların gerekçelerini tam olarak ifade edememişlerdir. Bu durumun da öğretmenlerin alan bilgilerinin eksikliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Ö3 öğretmeni ise yapılan mülakatlarda derslerinde ispat yapmanın gerekli olmadığını, çünkü öğrencilerinin ispattan ziyade kuralların nasıl uygulandığının bilmesinin daha önemli olduğunu ifade etmiştir. Ö3 öğretmeninin bu düşüncesinin altında matematiksel inançlarının etkisi olduğu söylenebilir.

### 5. 2. 2. Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutları ile Kullandıkları Örnek Türleri Arasındaki İlişkiye Yönelik Tartışma

Araştırmada elde edilen bulgulara göre bir konunun öğretiminde farklı öğretimsel açıklama boyutlarında yer alan öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinde farklılaşma tespit edilmiştir. Örneğin; polinomlar konusunda öğretimsel açıklamaları açıklayıcı boyutta yer alan Ö1 ve Ö2 öğretmenlerinin açıklamalarında geliştirici örnekleri diğer örnek türlerine göre daha fazla kullandıkları görülmüştür. Benzer şekilde öğretimsel açıklamaları işlemsel boyutta olan öğretmenlerin de açıklamalarında standart örnekleri diğer örnek türlerine göre daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca polinomlar konusunda açıklayıcı öğretmenlerin örnek dışı örnekleri, işlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlere göre daha fazla kullandıkları görülmüştür. Bu durum açıklayıcı boyutta olan öğretmenlerin matematiksel bilgide kavramsal anlayışa sahip olmaları, yani matematiksel kavram, formül ve işlemleri en iyi şekilde kavratmaya çalışmalarından (Thompson, 1992) kaynaklanabilir. Öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerine bağlı olarak; açıklayıcı boyuttaki öğretmenlerin konuları öğrencilere daha kapsamlı bir şekilde öğretmeye çalıştıkları söylenebilir. Özellikle kavrama ait örneklerin yanı sıra kavrama ait olmayan örneklere daha fazla yer vermeleri bu duruma destek olarak sunulabilir. Araştırmada polinomlar konusunda görülen bu ilişkinin her konu için geçerli olmadığı, bu ilişkinin konulara göre farklılık gösterdiği görülmüştür. Örneğin; ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularında açıklayıcı öğretmenlerden sadece Ö1 öğretmeni yukarıda bahsedilen duruma benzer şekilde geliştirici örneklere açıklamalarında daha çok yer verirken, işlemsel boyutta yer alan Ö2 ve Ö3 öğretmenlerin de açıklamalarında geliştirici örneklere daha çok yer verdiği tespit edilmiştir. Başka bir ifade ile öğretmenlerin açıklama boyutları farklı olmasına rağmen frekanslara göre kullandıkları örnek türünün aynı olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin aynı tür örnekleri daha fazla kullanmasının nedenlerinden biri aynı okulda görev yapmaları olabilir. Çünkü aynı okulda görev yapan Ö1, Ö2 ve Ö3 öğretmenleri ile yapılan görüşmelerde; bu öğretmenler, derslerin işleniş biçimlerini birlikte planladıklarını ve derslerinde benzer örnek türlerine yer vermeye çalıştıklarını ifade etmişlerdir. Bu nedenle öğretmenler derslerinde aynı amaca yönelik örneklere daha çok yer vermiş olabilirler. Her ne kadar aynı örnek türüne derslerinde yer vermiş olsalar da, aslında öğretmenlerin açıklama boyutlarının farklılığını göz önünde bulundurduğumuzda, öğretmenlerin pedagojik bilgilerinin buna bağlı olarak da matematiği öğretme bilgilerinin farklı olduğu söylenebilir. Bilindiği üzere matematiği öğretme bilgisi, öğretmenlerin kullandığı gösterimler, analojiler kadar derste kullandığı örnekler ve bunları açıklamalarından oluşmaktadır (Leinhardt, 2001).

Araştırmada işlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlerin genelde SK3 kodlu örneklere diğer örnek türlerine göre daha fazla yer verdikleri görülmüştür. Bunun sebebi olarak işlemsel boyutta olan öğretmenlerin açıklamalarında, prosedürlerin nasıl uygulandığını göstermeye yönelik açıklamalara önem vermeleri gösterilebilir. Öğretimsel açıklamaları işlemsel boyutta olan öğretmenlerin, kural ve tanımları açıklayan örnek türlerinden ziyade, prosedürlerin nasıl uygulandığını gösteren SK3 kodlu örneklere ağırlık verdikleri söylenebilir. İlgili literatürde Kinach (2002a) işlemsel boyuttaki öğretmenlerin kuralları ve tanımları yeteri kadar açıklamadıkları, sadece prosedürlerin nasıl uygulandığını ifade ettiklerini belirtmiştir. Bu araştırma da Kinach'in açıklamalarıyla benzerlik göstermekte olup, işlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlerin tanım ve kuralların ne anlama geldiğini tam olarak açıklamadıkları, açıklamak için kullandıkları SK1 ve SK2 kodlu örnekleri genelde işlemsel boyutta ifade ettikleri tespit edilmiştir. Başka bir deyişle, tanımları ve kuralları anlamlı hale getirmek için kullandıkları örnek türlerini yeteri kadar ifade etmemişlerdir. Öğretmenlerin tanımların ve kuralların üzerinde çok durmamaları; onların sahip oldukları matematiksel inançlardan kaynaklanabilir. Özellikle

Ö3 ve Ö6 öğretmenleri ile yapılan görüşmelerde; bu öğretmenler, tanım ve kuralların anlamından ziyade işlemlerde bunların nasıl uygulandığının bilinmesinin daha önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin ifadelerine bağlı olarak; bu durumu etkileyen faktörlerden biri onların matematiksel inançları olabilir. Öğretmenlerin matematiksel inançları ile ilgili yapılan araştırmalar, öğretmenlerin öğretme ve öğrenme ile ilgili değer yargılarının ve inanışlarının, onların sınıf içi uygulamalarını etkilediğini göstermektedir (Stipek, Givvin, Salmon and MacGyvers, 2001). Benzer şekilde Helms (1989), bir öğretmenin, alanı ve onun öğretimi hakkındaki inanışlarının sınıf içi uygulamalarını, düşünme sürecini ve hatta verimliliğini etkilediğini belirtmiştir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin genelde kuralların ne anlama geldiğini açıklamaktan ziyade, bu kuralların nasıl uygulandığını göstermeye yönelik örnekleri daha fazla kullandıkları görülmüştür. Örneğin, öğretimsel açıklamaları açıklayıcı boyutta olan Ö1 öğretmeninin geliştirici örnek türlerine daha fazla yer verdiği görülmüş olsa da, örnekler alt göstergeleri ile birlikte incelendiğinde SK3 kodlu örneklerden daha fazla yararlandığı tespit edilmiştir. Buna bağlı olarak, öğretmenlerin kuralların anlamlarından ziyade, kuralların prosedürler aracılığıyla nasıl uygulandığını açıklamaya daha çok önem verdikleri söylenebilir. Bu durum öğretmenlerin açıklamalarıyla da desteklenmektedir. Çünkü açıklama boyutları alt göstergeleri ile birlikte incelendiğinde; öğretmenlerin İB3 ve AB3 kodlarının diğer kodlardan (İB1, İB2, AB1 ve AB2) daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bu durum öğretmenlerin inançlarından veya öğretim stratejileri bilgilerinden kaynaklanabilir. Ö1 öğretmenin açıklayıcı boyutta olması bu durumun inançlardan ziyade öğretim teknik ve stratejilerinden kaynaklandığı göstermektedir. Çünkü Ö1 öğretmeni ile yapılan mülakatlarda; Ö1 öğretmeni tanım ve kuralların öğrenmede önemli olduğunu ve buna bağlı olarak işlemsel bilgi ile kavramsal bilginin dengelenmesi gerektiğini belirtmiştir. Diğer öğretmenler ise mülakatlarda; tanım ve kuralların anlamından ziyade, öğrenciler için işlemlerde nasıl kullanıldığının bilinmesinin daha önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Bu açıdan Ö1 öğretmeni için bu durumun inançlardan ziyade öğretim stratejileri bilgisinden kaynaklandığı söylenebilir. Diğer katılımcılarda -Ö2,Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinde- bu durum hem inançlardan hem de öğretim stratejileri bilgilerinden kaynaklanabilir. Başka bir deyişle, öğretmenlerin derslerini geleneksel öğretim stratejilerine göre işlemelerinden kaynaklanabilir. Çünkü kontrolün öğretmende olduğu geleneksel yaklaşıma dayalı bir öğrenme ortamında öğrencilerin gerekli prosedürleri takip ederek doğru cevaba ulaşmalarını sağlamak ön plandadır (Olkun ve Toluk 2001).

Araştırmada öğretmenlerin herhangi bir konuda öğretimsel açıklama boyutları birbirlerine benzese de kullanmış oldukları örnek türlerinde alt göstergeler bağlamında farklılaşma olduğu tespit edilmiştir. Başka bir ifade ile polinomlar konusunda Ö1 ve Ö2 öğretmenlerinin en fazla açıklayıcı boyutta açıklamalar yaptıkları ve açıklamalarında geliştirici örneklere diğer örneklere göre daha fazla yer verdikleri görülmüştür. Bu öğretmenlerin kullandıkları örnekler incelendiğinde derslerinde standart örneklere yer verdikleri fakat bu örneklerin alt göstergeleri arasında da farklılık olduğu görülmüştür. Mesela; Ö1 öğretmeni SK2 kodlu örneklere açıklamalarında hiç yer vermezken, Ö2 öğretmeni SK2 kodlu örneklere açıklamalarında yer vermiştir. Hatta Ö2 öğretmeni, SK2 kodlu örneklere açıklamalarında tek yer veren öğretmendir. Ö2 öğretmeni SK2 kodlu örnek türünü, kuralların ne anlama geldiğini matematiksel olarak ifade etmek için kullanmıştır. SK2 kodlu örnekleri sadece polinomlar konusunda kullandığı diğer konularda bu örnek türünden yararlanmadığı görülmüştür. Bu durumun konuların farklı olmasından kaynaklanmadığı düşünülmektedir. Çünkü öğretmenler matematiksel kuralların ne anlama geldiğini açıklamak için SK2 kodlu örneklerden yararlanmışlardır. Buna göre öğretmenler ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol gibi konularda da bu kodlu örneklerden yararlanabilirler. Örneğin; ikinci dereceden denklemlerde deltanın sıfırdan küçük olmasının ne anlama geldiğini açıklarken bu örnek türünden faydalanabileceği düşünülmektedir. Öğretmenin başka konularda SK2 kodlu örneklerden yararlanmaması onun öğrencileri anlama bilgisinden kaynaklanabilir. Başka bir deyişle; öğrencilerin neleri kolay neleri zor anladıklarını bilmesi (Gökbulut, 2010) öğretmenin sınıf içinde kullandığı örnek türlerini etkileyebilir. Bu yüzden öğretmen kuralların ne anlama geldiğini açıklamak için SK2 kodlu örneklere ihtiyaç duymamış olabilir.

Araştırmada öğretmenlerin açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türleri alt göstergeleriyle birlikte incelendiğinde; öğretmenlerin açıklamaları ve örnekleri özellikle belli göstergelerde yoğunlaştığı görülmüştür. Öğretmenlerin AK3 kodlu ve İB3 kodlu açıklamalarının diğer açıklama kodlarından daha fazla olduğu, bunun yanı sıra öğretmenlerin SK3, GK3 ve GK2 kodlu örneklere daha çok yer verdikleri görülmüştür. Mesela polinomlar konusunda açıklayıcı öğretmenlerin derslerinde örnek dışı örneklere, konular arası ilişki içeren GK3 ve prosedürü geliştirmek için GK2 kodlu örneklere daha çok yer verdikleri tespit edilmiştir. Bu kodlar ve örnekleri kullanım amaçları göz önünde bulundurulduğunda öğretmenlerin kurallar ve tanımları açıklarken örneklerden daha az yararlandıkları, bu kuralların ve tanımların matematiksel işlemler içerisinde nasıl kullanıldığını göstermek için daha fazla faydalandıkları söylenebilir. Bunun sebebi olarak; öğretmenlerin örneklerini soru bankalarından, üniversiteye hazırlık soruları doğrultusunda oluşturmaya çalışmaları gösterilebilir. Bu duruma bağlı olarak, öğretmenlerin kavramların anlamlarından daha çok prosedürlerin nasıl yürütüldüğünü göstermeye çalıştıkları, derslerindeki açıklamaları doğrultusunda söylenebilir. Benzer şekilde Özçifçi (2007) çalışmasında ülkemizde matematik eğitiminin sınavlara hazırlık için uygulamaya dönük olarak işlendiğini belirtmiş olması bu duruma gerekçe olarak gösterilebilir.

Araştırmada elde edilen bulgularda genel olarak öğretmenlerin açıklama boyutları ile kullandıkları örnek türlerinin sınırlı olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin açıklamalarının işlemsel ve açıklayıcı boyutlarda olduğu bununla birlikte açıklamalarında standart ve geliştirici örneklere daha fazla yer verdikleri görülmüştür. Öğretmenlerin (Ö1 dışında) problem çözme ve epistemik boyutta açıklamalar yapmadığı, bunun yanı sıra karşıt, uç, örnek dışı ve başlangıç örnekleri pek tercih etmedikleri, hatta konulara göre bu örneklerin bazılarını hiç kullanmadıkları görülmüştür. Mesela; öğretmenler polinomlar konusunda örnek dışı ve uç örneklere yer verirken başlangıç ve karşıt örneklere hiç yer vermedikleri tespit edilmiştir. İkinci dereceden denklem, eşitsizlik ve parabol konularında ise başlangıç örneklerini kullanırken uç, örnek dışı ve karşıt örnekleri hiç kullanmadıkları görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin konu alan bilgilerinin ya da pedagoji bilgilerinin yeterli olmamasının yanı sıra (öğretim programı bilgisi) konuların yapı olarak bu örnek türlerini kullanmaya uygun olmamasından da kaynaklanabilir. Öğretmenlerin polinomlar konusunda başlangıç örneklerini kullanmamaları göz önünde bulundurulursa; bu konuda öğretmenlerin fonksiyonlarla ilişki kurarak, başlangıç örneklerinden yararlanabileceği söylenebilir. Mesela; polinomlar konusuna başlarken öğretmenlerin *reel sayılardan reel sayılara tanımlı* $f(x)= 3x+5$, $f(x)=x^2+5x+6$, $f(x)= 2x^3+3x^2+4x+5$*….* gibi fonksiyonların sahip olduğu özellikleri sorgulatması ve bu örneklerin yanında $f(x)= 2x^{-2}$ ifadesine benzer ifadeleri de reel sayılarda fonksiyon olup olmadığını sorgulatarak derse başlaması, bu durumla ilgili başlangıç örneği olarak gösterilebilir. Bu ifadenin fonksiyon olması için tanım kümesinin diğer fonksiyonlardan nasıl farklı olduğunu açıklaması, öğrencilerde konu ile ilgili tanım için alt yapı oluşturmalarına yardımcı olabilir. Öğretmenin başlangıç örneklerini kullanmamasının sebebinin konunun doğasıyla alakalı olmadığı söylenebilir.

Öğretmenlerin polinomlar konusunda örnek dışı örneklere yer verdikleri, fakat bu örnek türlerine ikinci dereceden denklemler, eşitsizlik ve parabol konularında yer vermedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin örnek dışı örnekleri kullanmaları öğrencilerin tanımları ve kuralları kavramalarına yardımcı olabilir. Çünkü Tsamir ve diğerleri araştırmalarında örnek olmayan durumlar ile öğrencilerin bir kavrama ait özellikleri ve ait olmayan özellikleri daha iyi kavradıklarını belirtmişlerdir (Tsamir ve diğ., 2008). Benzer şekilde, Zodik ve Zaslavsky (2007) özellikle yeni bir kavramı öğretirken öğretmenlerin örnek dışı örnekleri kullanmalarının öğrenciler için yararlı olabileceğini ifade etmiştir. Örnek dışı örnekler, tanımı özele indirgeyerek öğrencilerin tanımı daha iyi anlamasını sağlamasından dolayı kavram öğretiminde özel bir yere sahiptir (Wilson, 1990; Petty ve Jansson, 1987). Örnek dışı örneklerin konuların öğretimindeki önemi göz önünde bulundurulduğunda; öğretmenlerin tanımları ve kuralları öğretirken, tanıma ve kurallara ait olmayan örneklerden yararlanmamalarının konudan kaynaklanmadığı söylenebilir. Mesela, öğretmenlerin simetrik kök kavramına uygun olarak Ö1 öğretmeni $x^2-9=0$ standart örneğini kullanmış ve bu örnek ile $x$ değerinin $3$ ya da $-3$ gibi simetrik iki kökü olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin bu örneğinin ardından geliştirici örnekten yararlandığı ve öğrencilerde bu örnek ile birlikte simetrik köke sahip denklemlerin özelliklerine dikkat çekildiği görülmüştür. Bu geliştirici örneklerin yanı sıra öğretmenin simetrik köklere sahip olmayan örneklere yer vermesi, öğrencilerin bu özellikleri kendilerinin fark etmesini sağlayabilirdi. Öğrencilerin kavrama ait özellikleri ve ait olmayan özellikleri görmeleri kavramı daha iyi öğrenmelerini sağlayabilir (Wilson, 1990). Çünkü kavrama ait örnekler, kavramı tanımlayan niteliklerin neler olduğunu gösterirken, örnek dışı örnekler ise kavramı tanımlamayan niteliklerinin neler olmadığını gösterir. Bu bakımdan açıklayıcı boyutta kavramın ne anlama geldiğini ifade etmek için örnek dışı örneklerin yararlı olabileceği söylenebilir. Özyürek (1984) ve Senemoğlu (1997) kavramların öğretilmesinde kavrama ait örneklerin yanı sıra kavrama ait olmayan örneklerinde kullanılmasının gerekli olduğunu ifade etmişlerdir. Bu tarz örnekler öğrencinin, kavramın belirgin özelliklerini tanımasını sağlar. Örnek dışı örnekler, konuya ait örneklerin bazı özelliklerini taşımakla birlikte, hangi özellikler bakımından bu örneklerden farklılaştığını göstermesi açısından önemlidir. Eğer öğrenciler, kavrama ait örneklerin yanında kavrama ait olmayan örnekleri de görürlerse, o kavramı tanımlayan nitelikleri daha iyi anlamlandırarak diğer kavramlardan ayırabilirler. İkinci dereceden denklemler, eşitsizlik ve parabol konularında örnek dışı örneklerden yararlanmamaları; öğretmenlerin bu örnek türünü kullanmayı gerekli görmemelerinden kaynaklanabilir. Başka bir ifade ile öğrencilerin ikinci dereceden bir denklemin sahip olması gereken özellikleri bildiklerini sanmalarından ve bununla ilgili örnekler sunmanın gereksiz olduğunu düşünmelerinden kaynaklanabilir. Bu durum öğretmenlerin öğrenciyi anlama bilgisi ile ilişkili olabilir. Araştırmada öğretmenlerden bu örnek türünü neden kullanmadıkları hakkında görüş alınmamıştır. Bu araştırmada öğretmenlerin açıklama boyutları sadece derslerinde yaptıkları gözlemlerle elde edilmiştir. İlerde böyle bir araştırma yapacak olan araştırmacıların öğretmenlerle mülakat yapmalarının yararlı olacağı ifade edilebilir.

Öğretmenlerin ikinci dereceden denklemler, eşitsizlik ve parabol konularındaki açıklamalarında uç örneklerden hiç yararlanmadıkları, fakat polinomlar konusunda bu örneklere yer verdikleri görülmüştür. Mesela; öğretmenler polinomlar konusunda sabit polinom ve sıfır polinomlarının aslında polinom kavramına ait istisna bir durum olduğunu ve kavrama ait tanımların özel bir durumu olduğunu ifade ederek, derslerinde uç örneklere yer vermişlerdir. Buna göre öğretmenlerin ikinci dereceden denklemler, eşitsizlik ve parabol konularında uç örneklerden yararlanmamaları; öğretmenlerin konu alan bilgilerinin yanı sıra bu konularda uç örnek kullanmayı gerekli görmemelerinden kaynaklanabilir. Alan bilgisi öğretmenlerin matematik konularının öğretiminde kullanılan tanımları, kuralları, ilişkileri, formülleri, ispat yöntemlerini bilmeyi içermektedir (Ball, 1991). Ayrıca araştırmada öğretmenlerin açıklama boyutları göz önünde bulundurulursa özellikle bu konularda Ö1 öğretmeni dışındaki Ö2, Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinin işlemsel boyutta olmalarının bu durumu desteklediği söylenebilir. Öğretmenlerin konu alan bilgilerinin bu anlamda eksik olduğu söylenebilir. Çünkü konu alan bilgisi, öğretilen konunun kavramsal anlaşılmasını gerektirir (Zeidler, 2002). İşlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlerin de açıklamalarında kavramlardan ziyade prosedürlere ağırlık verdikleri görülmüştür.

Öğretmenlerin özellikle açıklamalarında karşıt örnekleri hiç kullanmadıkları görülmüştür. Öğretmenlerin bu örnekleri öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek için kullandıkları göz önünde bulundurulursa, derslerinde öğretmen merkezli bir ders işledikleri ya da öğrencilerin gerek polinomlar konusunda gerek ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler ve parabol konularında yanlış genelleme içeren açıklamalarda bulunmadıkları söylenebilir. Oysaki karşıt örneklerin, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmesine yardımcı olmakla birlikte, yaygın kavram yanılgılarının giderilmesini (Klymchuk, 2001) sağladığı söylenebilir. Öğretmenlerin derslerinde karşıt örnek kullanmamaları onların alan bilgilerinin veya pedagojik alan bilgilerinin eksikliğinden kaynaklanabilir. Çünkü Arslan-Kılcan’na (2006) göre, matematik bilgisi yetersiz olan öğretmenler, derslerini öğretmen merkezli anlatırlar. Bu öğretmenler derslerinde öğrenci sorularına yer verilmeyen, öğrenci katılımının gerçekleşmediği öğrenme ortamları sunarlar (Arslan-Kılcan, 2006). Akkaş ve Türnüklü (2014) çalışmalarında öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini incelemek istemişler ve bu çalışmalarının sonucunda öğretmenlerin büyük çoğunluğunun öğretmen merkezli ders işlediklerini fark etmişlerdir. Aynı çalışmada öğretmenlerin öğrencilerde işlenen konuya göre yaşanan öğrenme güçlüklerinden haberdar olduklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmada da öğretmenlerin karşıt örnek kullanmamaları öğretmenlerin, öğrencilerin konulardaki öğrenme güçlüklerinin farkında olmalarından kaynaklanabilir. Çünkü bilindiği üzere araştırmada öğretmenler karşıt örnekleri öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek için öğrencilerin soruları doğrultusunda oluşturmuşlardır.

Matematiksel tanımlar, matematiğin aksiyomatik yapısını oluşturmada önemli bir yer tutmakla birlikte, öğrencilerin matematik derslerinde verilen bir kavramı daha iyi anlaması için önemli bir araç görevi görmektedirler (Edwards ve Ward, 2008). Ayrıca tanımlar problem çözerken ya da teoremleri ispatlarken kullanılır (Vinner, 1991). Ancak araştırmada öğretmenlerin genelde tanımları ve kuralları doğrudan ifade ettiği, hatta bazen eksik veya yanlış ifade ettikleri gözlenmiştir. Yapılan araştırmalar, ortaokul ve ortaöğretim öğrencilerinin yeni tanımları anlamlandırmada ve amacına uygun bir biçimde kullanmada problem yaşadıklarını, ispat yapma sürecinde veya problemlerin çözümlerinde tanımın öneminin farkında olmadıklarını ortaya koymuştur (Edwards ve Ward, 2008). Bu bakımdan, öğrencilerin tanımları anlamasında rol oynayan öğretmenlerin, tanımlara ilişkin alan bilgilerinin yeterli düzeyde olması ve tanımların rolünü öğrencilere kazandırmaları açısında önem arz etmektedir. Öğretmenlerin özellikle ikinci dereceden denklem ve eşitsizlik konularında geçen kavramlara ait tanımları çok fazla vurgulamadıkları ve bu kavramlara ait kritik özellikler üzerinde durmadıkları görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerin bu konuda SK1, SK2, GK1 ve örnek dışı örneklere yer vermemesi de öğretmenlerin bu konulara ait tanımların ve kuralların üzerinde pek durmadıklarını göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin derslerinde var olan kuralların anlamalarından ziyade nasıl uygulandığını göstermeye önem verdiklerini göstermektedir. Benzer şekilde öğretmenlerin özellikle bu konularda kullanmış oldukları örneklerde SK3, GK2 ve GK3'ün daha fazla olduğu görülmektedir. Mesela polinomlar konusunda açıklayıcı öğretmenler tanımlar ve kurallardan sonra kuralların prosedürler aracılığıyla basitçe nasıl uygulandığını göstermek (SK3) ve geliştirmek (GK2) için örneklerden yararlanmışlardır. Öğretimsel açıklamaları açıklayıcı boyutta olan öğretmenler kuralları ve tanımları işlemsel boyutta açıklayarak kullanmış oldukları bu örneklerin çözüm adımlarını ve gerekçelerini ifade etmiş, böylelikle tanımın ve kuralın ne anlama geldiğini açıklamaya çalışmışlardır. Bunun aksine işlemsel boyutta açıklama yapan Ö3 ve Ö6 öğretmenlerinin ise tanım ve kuralları işlemsel boyutta açıkladıkları gibi bunlardan sonra kullanmış oldukları SK3 ve GK2 kodlu örnekleri de genelde işlemsel boyutta açıkladıkları görülmüştür.

BK1 ve BK2 kodlu örneklerin kullanım amaçları; konuya öğrencilerin dikkatini çekme, günlük hayattan bir örnek sunma ya da tanım için gerekli alt yapı oluşturma şeklindedir. Bu amaçlar doğrultusunda problem çözme boyutunda açıklama yapan öğretmenlerin ise modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanması, kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanarak açıklaması bu örneklerden yararlanmalarına olanak sağlayabilir. Öğretmenlerin bu örnekleri kullanım amaçları ile problem çözme boyutundaki açıklamaları uyuşmaktadır. Araştırma kapsamında ise öğretmenlerin BK1 ve BK2 kodlu örneklere açıklamalarında hiç yer vermedikleri tespit edilmiştir. Bu durum öğretmenin program bilgisine ait eksikliklerden de kaynaklanabilir. Çünkü öğretmenin program bilgisi, ders içi ve ders dışı ilişkilendirme yapabilmesini de içermektedir (Hashweh, 2005). Öğretmenlerin açıklama boyutlarında işlemsel ve açıklayıcı boyutta olmaları bu durumu desteklemektedir. Çünkü öğretmenlerin açıklamalarında tanım ve kuralların anlamlarını pek açıklamadıkları genelde doğrudan ifade ettikleri görülmüştür. Öğretmenlerin açıklamalarında genelde prosedürlere yönelik açıklamalara daha ağırlık verdikleri görülmüştür. Araştırmada öğretmenlerin kullandıkları örnekler ile bu bakımından açıklamalarının birbirlerini desteklediği söylenebilir.

Araştırma kapsamında öğretmenlerin epistemik boyutta hiç açıklama yapmadıkları tespit edilmiştir. Özellikle EB1 ve EB2 kodlu epistemik boyuttaki açıklamalarda öğretmenler BK1 ve BK2 kodlu örneklerden yararlanabilir. Çünkü bu örneklerin kullanım amaçlarında konuya dikkat çekmek ve tanım için gerekli alt yapıyı sağlayarak öğrenciye tanımı sezdirmek için kullanılan örneklerdir. Özellikle öğretmenlerin matematiksel bilginin kaynağına ve gelişimine vurgu yaparken ya da matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapmak amacıyla açıklamalarında BK1 ve BK2 kodlu örneklerden yararlanabilecekleri söylenebilir.

Özetle araştırmada öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının işlemsel ve açıklayıcı boyutlarda olduğu (sadece Ö2 öğretmenin açıklama boyutu konuya göre farklılık göstermiştir) ve açıklamalarında en çok standart ve geliştirici örneklerden yararlandıkları görülmüştür. Özellikle öğretimsel açıklamaları açıklayıcı boyutta olan öğretmenlerin işlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlere göre derslerinde geliştirici örnekleri daha fazla kullandıkları bunun yanı sıra örnek dışı örnekleri de işlemsel boyutta açıklama yapan öğretmenlerden daha çok yer verdikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin konulara göre kullandıkları örneklerin çeşitliliği ve sayısı değişim göstermiştir. Başka bir ifade ile bir konuda işlemsel boyuttaki öğretmenlerin açıklamalarında en çok standart örneklere yer verdiği görülürken başka bir konuda açıklayıcı boyuttaki öğretmenler kadar geliştirici örnekleri kullandıkları görülmüştür. Buna bağlı olarak öğretimsel açıklamaları işlemsel ve açıklayıcı boyutta olan öğretmenlerin,  genel olarak derslerinde standart ve geliştirici örnek türlerini diğer örnek türlerine göre daha fazla kullandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin açıklamalarında örnekleri kullanım amaçları dikkate alındığında standart örnekleri tanımı ifade etmek, kuralı ifade etmek veya bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek amaçlı kullandıkları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin açıklamalarında geliştirici örnekleri de tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı, prosedürler aracılığıyla öğrencilerin kurala ilişkin anlayışlarını ve benzer şekilde prosedürler aracılığıyla konular arası ilişkiler sağlayarak kavramın sınırlarını genişletmeyi hedeflemişlerdir. Bu hedeflerden de en çok öğretmenlerin açıklamalarında prosedüre yönelik olan örnekleri tercih ettikleri belirlenmiştir.

# 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen sonuçlara ve eğitim-öğretimin daha verimli olması, sonraki araştırmaların daha iyi yürütülmesi adına oluşturulan önerilere yer verilmektedir.

## 6. 1. Sonuçlar

Çalışma iki temel amaç doğrultusunda yürütülmüştür. Bu amaçlardan birincisi öğretmenlerin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve ikincisi ise öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları ile kullandıkları örnek türleri arasındaki ilişkinin incelenmesidir. Araştırmanın ilk amacı olan örneklerin sınıflandırılması; elde edilen verilerin içerik ve kümeleme analizi tekniklerinden yararlanarak elde edilmiştir. Araştırmanın bir diğer amacı olan öğretmenlerin dersteki öğretimsel açıklamaları ile onların derslerinde kullandıkları örnekleri arasındaki ilişkinin incelenmesinde ise öncelikli olarak betimsel analiz tekniklerinden yararlanarak öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutları tespit edilmiştir. Öğretimsel açıklama boyutları belirlenen bu öğretmenlerin, derslerinde kullandıkları örnekler incelenmiş ve son olarak bu örnekler ile açıklamaları arasındaki ilişki irdelenmiştir.

Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar öncelikli olarak araştırmanın amaçları doğrultusunda sunulacaktır.

### 6. 1. 1. Öğretmenlerin Örnekleri Altı Farklı Kategoride Sınıflandırılabilir

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin derslerinde kullandıkları örnekler amaçları doğrultusunda öncelikli olarak 13 üst kodda gruplandırılmış daha sonra bu üst kodlar 6 temaya dönüştürülerek 6 örnek türü tanımlanmıştır. Bu örnek türleri: 1) Başlangıç Örnekleri; 2) Standart Örnekler; 3) Geliştirici Örnek; 4) Uç Örnek; 5) Örnek Dışı Örnek; 6) Karşıt Örnek şeklindedir.

Öğretmenlerin konuya öğrencilerin ilgisini çekmek ve aynı zamanda konuyla ilgili gerekli ön bilgilerini hatırlatmak, konu için gerekli alt yapıyı oluşturmak amacıyla örneklere ihtiyaç duydukları görülmüştür. Öğretmenlerin genellikle konu ya da kavrama ait bir bilgiyi öğrencilere açıklamadan önce bu örnekleri kullanmalarına bağlı olarak kullandıkları bu örnekler başlangıç örnekleri olarak nitelendirilmiştir. Başlangıç örnekleri ile öğretmenlerin öğrencilerin ön öğrenmelerini sağlamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu bağlamda başlangıç örnekleri öğrencilerin konu ile ilgili düşünsel bir temel oluşturmaktadırlar. Öğretmenler bu örnekler ile birlikte öğrencilerin ön bilgilerini tazeleyerek konularla ilgili onların bilincinin gelişmesine ve ilerleyen konuyu öğrenmesine odaklanır. Başka bir ifade ile öğretmenler bu örnek türü ile konularla ilgili sezgisel bir anlayış oluşturmayı hedeflemektedir. Bunların yanı sıra başlangıç örneklerinin, öğrencilerin mevcut bilgilerinden yola çıkarak sunulan örnekler olduğu ve bu örneklerin kullanımında öğrencilerde bilişsel sorgulamalara yol açarak onların yeni konuya hazır hale gelmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmada öğretmenlerin, tanım, kural ve ilişkilere ait matematiksel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklamak, konuyla ilgili karmaşık olmayan bir prosedürün nasıl uygulandığını göstermek için standart olarak adlandırılan örneklerden yararlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu örnekler, öğrencilerde konu ile ilgili temel bilgilerin oluşmasını sağlar. Standart örnekler; konu ile ilgili başlangıç örneklerinin öğrencilerde oluşturduğu algıyı, tanım ve kuralları destekleyerek anlamlı hale gelmesini sağlayabilen örneklerdir. Standart örnekler öğrencilerin, konunun bütünü hakkında genel bir bilgi sahibi olmalarını, başka bir ifade ile bütünü görmelerini sağlar.

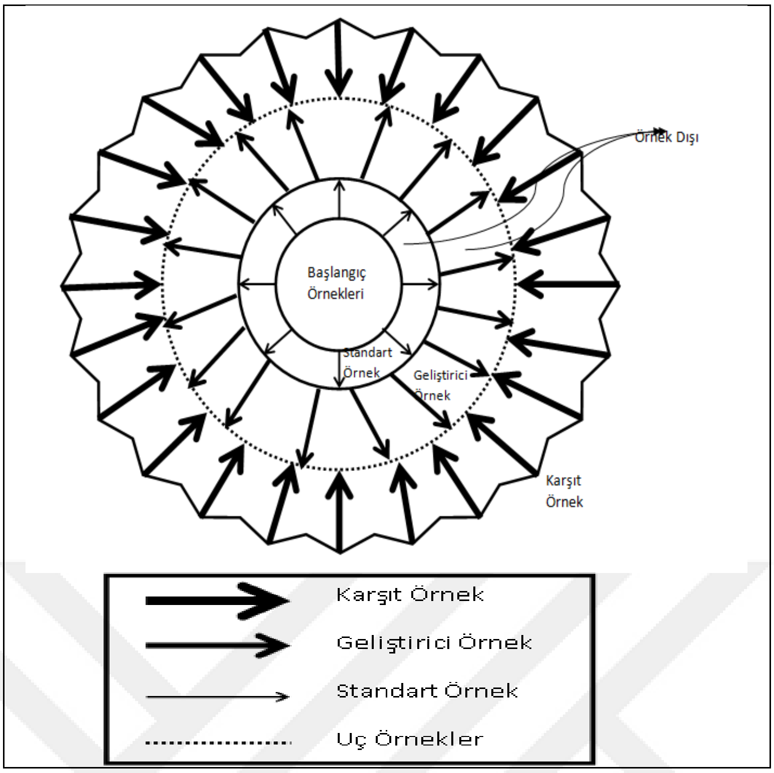
Standart örneklerin öğrencilerde oluşturduğu muhtemel algıyı genişletmek, ilgili konuya ait kuralların ve ilişkilerin prosedürler aracılığıyla başka durumlarla olan ilişkisini göstermek amacıyla geliştirici örneklerden yararlanmışlardır. Aynı zamanda öğretmenlerin bir konunun başka bir konuyla ilişkisini ortaya koyarak öğrencilerin, matematiksel ilişkilendirme ve bununla birlikte konuyla ilgili farklı yorumlar yapabilmelerini sağlamak için bu örneklerden yararlanmışlardır. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde en çok geliştirici örneklere yer verdikleri görülmüştür. Öğretmenler bu örnekler aracılığıyla öğrencilerin, konuların birbirleriyle bağlantılı ve ilişkili olduğunu görmelerini sağlamakla birlikte onların konuya ilişkin bilgilerinin gelişmesine yardımcı olur. Bu örnekler öğrencilerin konuyu derinlemesine öğrenmelerine yardımcı olmakla birlikte olası kavram yanılgılarının da oluşmasını engelleyebilir. Buna bağlı olarak öğrenciler, bu örnekler ile birlikte konuyla ilişkili genellemelere daha rahat ulaşabilirler.

Öğretmenlerin kavramlara ait istisna durumları veya matematiksel kabulleri göstermek amacıyla derslerinde uç örneklerden yararlandıkları görülmüştür. Geliştirici örneklerle genişleyen konunun önemli ayrıntılarına dikkat çekilerek kavramlara ait sınırlar belirgin bir şekilde ortaya koyma çalışmışlardır.

Öğretmenler, öğrencilerin yanlış genellemelerini engellemek için karşıt örneklerden yararlanmışlardır. Bu örnekleri derslerde spontane bir şekilde oluşturulduğu, yani bu örnekleri önceden planlamadıkları, öğrencilerinin yanlış genellemelerini düzeltmek için kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin kavram yanılgılarının giderilmesi ve kavramın sınırlarının belirginleştirilmesi için bu örneklere yer verilmiştir.

Öğretmenlerin bir kavramı öğretirken, kavramın tanımına ait örneklerin yanı sıra etkili öğretimin gerçekleşebilmesi için tanıma ait olmayan örnek dışı örneklere de yer verdikleri görülmüştür. Benzer şekilde, öğretmenlerin öğrencilerine bir kural ve ilişkilere ait olan durumları içeren örnekler ile birlikte kural ve ilişkilere ait olmayan örnekler de kullanmışlardır. Bu örneklerin tanımın ya da kuralın herhangi bir özelliğine vurgu yapmak için kullanıldığı sonucuna varılmıştır.

Özetle, öğretmenlerin derslerinde herhangi bir konu ile ilgili öğrencilerin ön bilgilerini düzenlemek ve konu ile sezgilerin oluşmasını sağlamak için başlangıç örneklerini daha sonra konuyla ilgili hem temel bir bilgi vermek hem de konuyla ilgili tanım, kural ve bunların bir prosedür içerisinde nasıl kullanıldığını göstermek için standart örnekleri tercih etmişlerdir. Bunun yanı sıra öğrencilerde konuyla ilgili oluşan bu yüzeysel bilgiyi geliştirmeyi hedeflemişlerdir. Buna bağlı olarak standart örneklerin oluşturmuş olduğu muhtemel algıyı genişletmek, konuya ait tanım ve kuralların değişken özelliklerine dikkat çekmek, prosedürler aracılığıyla başka konular ile ilişki kurarak konunun sınırlarını genişletmek amacıyla geliştirici örnekler kullanmışlardır. Ayrıca öğretmenlerin ilgili konularda geçen kavramlara ait istisna durumlara dikkat çekmek ve bununla birlikte kavramın sınırlarını belirginleştirmek amacıyla uç ve karşıt örneklerden yararlanmışlardır. Özellikle karşıt örnekleri öğrencilerin yanlış genellemelerini engellemek, kavrama ait bilgilerini netleştirmek için tercih etmişlerdir. Bütün bunların yanı sıra öğrencilerin kavramlara ait olmayan durumları da örneklendirerek tanım ve kuralların özelliklerine vurgu yapmak için örnek dışı örnekler de derslerinde yer vermişlerdir. Bunlara bağlı olarak öğretmenlerin araştırma kapsamında tespit edilen örnekleri kullanım amaçlarını Şekil 326'daki gibi gösterilebilir.




Şekil 326. Öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin sınıflandırılması

### 6. 1. 2. Öğretmenlerin Öğretimsel Açıklama Boyutlarının İşlemsel ve Açıklayıcı Boyutlarda Olduğu, Bununla Birlikte Bu Boyutların Konulara Göre Değişmediği Belirlenmiştir

Araştırma kapsamında öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının genelde işlemsel ve açıklayıcı boyutlarda olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenlerin (Ö1 dışında) problem çözme ve epistemik boyuttaki açıklamalara hiç yer vermedikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin tanım ve kuralların ne anlama geldiğini öğrencilerine açıklamada yeterli olmadıkları, hatta bazen eksik ya da yanlış tanımladıkları matematiksel kavramlar tespit edilmiştir. Bu doğrultuda genelde yapmış oldukları açıklamaların işlemsel boyutta olduğu görülmüştür. Hatta öğretmenlerin tanım ve kuralların anlamlarından ziyade işlemler aracılığıyla bunların nasıl uygulandığına yönelik açıklamalara derslerinde daha çok yer vermişlerdir. Burada da açıklayıcı boyutta olan öğretmenlerin genelde açıklamalarında işlemlere ait çözüm adımlarını gerekçeleri ile birlikte sundukları görülmüştür. Bu duruma paralel olarak işlemsel boyutta olan öğretmenlerin ise tanım ve kuralların yanı sıra açıklamalarında sadece işlemlere vurgu yaparak çözüm adımlarını gerekçelendirmedikleri görülmüştür. Öte yandan araştırmaya katılan öğretmenlerin açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden hiç yararlanmadıkları, kavramlara ait tanımları herhangi bir problem durumu içerisinde ele almadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenlerden biri dışındaki diğer hiçbir öğretmenin farklı problem çözme tekniklerine derslerinde yer vermedikleri tespit edilmiştir. Bu tespitler doğrultusunda öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının problem çözme boyutunda olmadığı sonucuna varılmıştır. Öğretmenin açıklamalarında, matematiksel durumların veya önermelerin doğruluklarıyla ilgili kanıtlamalarda zaman zaman bulundukları, fakat bu kanıtlamalarında konunun bilimsel kaynağına vurgu yapmadıkları, hatta bazen bu kanıtlama süreçlerinde sadece ispatın işlemsel adımlarına vurgu yaptıkları ve ispatın gerekliliğini öğrencilerine açıklamadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenlerin ilgili konular kapsamında hiçbir matematiksel bilginin kaynağına ve gelişimine vurgu yapmamışlardır. İlgili konuları matematik dışında diğer disiplinlerle ilişkilendirerek bu konuların diğer disiplinlerde ne amaçla kullanıldığını ve neden önemli olduğuna dair açıklamalara yer vermemişlerdir. Bunlara bağlı olarak, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının epistemik boyutta olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Özetle; öğretmenlerin açıklamalarının genelde işlemsel ve açıklayıcı boyutlarda olduğu tespit edilmiştir. İşlemsel ve açıklayıcı boyutların belirlenmesi amacıyla kullanılan alt göstergeler değerlendirildiğinde ise öğretmenlerin araştırmada yer alan konulara ait tanım ve kuralların anlamlarını açıklamaya yeterince önem vermedikleri, derslerinde tanım ve kuralların anlamından ziyade bu kuralların nasıl uygulandığına yönelik açıklamalara daha çok yer vermişlerdir. Ayrıca araştırmada yer alan konular bağlamında öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları incelendiğinde bu durumun bir öğretmenin dışında öğretimsel açıklama boyutlarında değişim görülmemiştir.

### 6. 1. 3. Öğretimsel Açıklamaları Açıklayıcı ve İşlemsel Boyutta Olan Öğretmenlerin Derslerinde Ağırlıklı Olarak Standart ve Geliştirici Örneklere Yer Verdikleri Görülmüştür

Araştırma kapsamında öğretmenlerin açıklama boyutlarına bağlı olarak kullandıkları örnek türleri ile aralarındaki ilişki; açıklayıcı boyutta ve işlemsel boyutta olan öğretmenlerin açıklamalarında genelde standart ve geliştirici örnekleri diğer örnek türlerine göre daha çok kullandıkları şeklindedir. Bu durumun konulara bağlı olarak değişim gösterdiği görülmüştür. Bir konuda açıklayıcı boyutta olan öğretmenlerin geliştirici örnekleri, işlemsel boyutta olanların ise standart örnekleri diğer örneklere göre daha fazla kullandıkları görülürken, başka bir konuda açıklama boyutları genelde işlemsel olan öğretmenlerin de geliştirici örnekleri açıklayıcı boyuttaki öğretmenler kadar kullandıkları belirlenmiştir. Başka bir ifade ile farklı öğretimsel açıklama boyutlarına sahip olan öğretmenlerin bir konuda (polinom konusu) kullandıkları örnek türlerinde farklılaşma olduğu, fakat bu durumun araştırmadaki diğer konular için geçerli olmadığı görülmüştür. Öğretmenlerin özünde konulara göre açıklamalarında yer verdikleri örnek türlerinin çeşitlerinde ve sayılarında farklılık görülse de derslerinde standart ve geliştirici örnekleri daha çok tercih etmişlerdir. Öğretmenlerin açıklama boyutları göz önüne alındığıda ise açıklayıcı ve işlemsel boyutta oldukları görülmüştür. Bunun yanı sıra açıklayıcı boyuttaki öğretmenlerin derslerinde örnek dışı örnekleri de işlemsel boyuttaki öğretmenlere göre daha fazla kullanmışlardır.

### 6. 2. Öneriler

Bu bölümde, araştırmanın sonuçları ve sınırlılıkları dikkate alınarak ortaya çıkan öneriler alt başlıklar halinde sunulmuştur.

### 6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Yapılan araştırma sonucunda öğretmenlerin kullandıkları örneklerin altı farklı şekilde sınıflandırılabileceği görülmüştür. Ancak bu sınıflandırmada yer alan bazı örnek türlerinin öğretmenler tarafından daha az kullanıldığı, hatta bazı konularda ise hiç kullanılmadıkları görülmüştür. Çalışma kapsamında, öğretmenlerin derslerinde ağırlıklı olarak standart ve geliştirici örneklere yer verdikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin özellikle tanım ve kurallarla ilgili öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı geliştirmek amacıyla derslerinde, standart örneklerin yanı sıra geliştirici örneklere de yer vermelerinin öğrencilerin, bu tanım ve kurallarla ilgili daha ayrıntılı bilgi edinmeleri açısından yararlı olabileceği görülmüştür. Buna bağlı olarak öğretmenlerin derslerinde standart örneklerin yanı sıra bu örnek türlerine de yer vermeleri önerilir. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde konulara ait tanım, kural ve ilişkilerin anlamlarını açıklamaktan ziyade bunların çeşitli işlemler vasıtasıyla nasıl kullandığını göstermeye yönelik örnekleri daha çok tercih ettikleri görülmüştür. Buna bağlı olarak öğretmenlerin derslerinde tanım ve kuralların üzerinde daha fazla durmaları ve özellikle tanım ve kuralları açıklarken standart ve geliştirici örneklerin yanı sıra örnek dışı örneklere de yer vermeleri önerilir. Öte yandan öğretmenlerin derslerinde karşıt ve uç örneklerden çok az yararlandıkları, hatta karşıt örnekleri önceden derslerinde kullanmak için plan yapmadıkları ve bu örnekleri, öğrencilerinin yanlış çıkarımları doğrultusunda oluşturdukları tespit edilmiştir. Bu yüzden, öğretmenlerin derslerinde karşıt örnek kullanımına daha çok yer vermeleri ve önceden ders planlarını hazırlarken bu örnek türünün yer alabileceği ortamlar tasarlamaları önerilir. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde ulaşılan bir sonucun tersinin de doğru olup olmadığını öğrencileriyle örnekler üzerinden tartışabilir. Tartışmalarda kullanılan bu örneklerin özellikle öğrencilerin kavram yanılgılarına düşmelerini engelleyen, özel durumları ifade eden, karşıt ya da uç örnekleri kullanmaları önerilir. Diğer bir yandan, öğretmenlerin başlangıç örneklerinden de derslerinde daha az kullandıkları ve her konuda bu örnek türüne yer vermedikleri belirlenmiş. Bu örnek türünün özelliklerine bağlı olarak öğretmenlerin; kavram öğretiminde, öğrencilerin kavramla ilgili sezgilerinin oluşmasını sağlamak, ön bilgilerini düzenlemek ve onların konuya dikkatini çekmek için öğretmenler tarafından başlangıç örneklerinin kullanılması önerilir.

Öğretmenlerin örnek kullanımları ile ilgili bilgilerinin gerek literatürde gerekse araştırmada tespit edilen durumlarda yetersiz olduğu belirlenmiştir. Öğretmenlerin örnek kullanımının önemli olduğu ve öğrencilerin öğrenmelerinde öğretmenlerin örnek seçimlerinin etkili olduğu göz önünde bulundurulursa; öğretmenlere farklı örnek çeşitlerinin kullanılmasının önemli olduğu noktasında bilgilendirmeler yapılabilir. Özellikle üniversitede öğretmen adaylarının alan öğretimi ile ilgili derslerinde örnek ve örnek çeşitleri ilgili bu bilgilerin entegre edilmesi önerilir.

Öğretmenlerin açıklamalarının problem çözme ve epistemik boyutta olmadığı hatta bir öğretmen dışında genel olarak açıklamalarının işlemsel boyutta olduğu görülmüştür. Bu durumun temelinde ise öğretmenlerin alan bilgisi, öğretim programları bilgisi ve bazen de onların matematiği öğretme ve öğrenmeye ilişkin inançlarından kaynaklandığı görülmüştür. Bu yüzden öğretmenlerin hizmet içi eğitimlerinde matematiği öğrenme ve öğretmeye yönelik inançlarını gözden geçirmelerine ve matematik bilgilerinin programın hedeflediği amaçlara uygun öğretim yapmalarını sağlayacak şekilde bilgilendirmelerin yapılması önerilir.

#### 6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Çalışma iki farklı Anadolu Lise'sinde yürütülmüştür. Bu doğrultuda Fen Liseleri, Meslek Liseleri gibi farklı okul türlerinde benzer çalışmalar yürütülebilir ve bu çalışmanın sonuçlarıyla karşılaştırabilir. Benzer şekilde araştırma, ortaöğretim matematik öğretmenleri ile yürütülmüştür. Buna benzer çalışmalar, ilkokul ve ortaokul matematik öğretmenleri ile yürütülebilir. Ayrıca örneklerin sınıflandırılması sürecinde, 9. 10. ve 11. sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan konular ele alınmıştır. Bu bakımdan örnekler ile ilgili çalışmalarda özellikle 12.sınıfta yer alan konulara odaklanılması önerilir.
Öğretmenlerin öğretimsel açıklama boyutlarının tespit edilmesi sürecinde öğretmenlerle derste yapmış oldukları açıklamaları üzerine informal mülakatlar yapılabilir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin alan bilgilerinin tespit edilmesi için ders içi gözlemlerin yanı sıra, öğretmenlere gözlem yapılan konularda alan bilgisini ölçmeye yönelik açık uçlu sorulardan oluşan mülakat formu uygulanabilir.

## 9. KAYNAKLAR


Akkaş, E., N. ve Türnüklü, E. (2014, Eylül). Ortaokul matematik öğretmenlerinin dörtgenler konusunda pedagojik alan bilgilerinin öğrenci bilgisi bileşeninde incelenmesi. International Ejer Congress, İstanbul.

Alcock, L. and Inglis, M. (2008). Doctoral students' use of examples in evaluating and proving conjectures. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 111-129.

Alkan S., Güven B. and Yılmaz Ş. (2015, Kasım). The types of examples teachers use ın teachıng functıon concept. 4th World Conference on Educational and Instructional Studies, Antalya.

Alkan, S., Akşan, E. ve Güven, B. (2014, Eylül). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Tamsayılarda Dört İşlem Konusu Hakkında Öğretimsel Açıklamaları, XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Adana.

Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25–37.

Altneave, F. (1957). Transfer of experience with a class schema to identification of patterns and shapes. *Journal of Experimental Psychology*, 54, 81–88.

Antonini, S. (2006). Graduate students' processes in generating examples of mathematical objects. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 57-64).

Antonini, S., Furinghetti, F., Morselli, F. and Tosetto, E. (2007). University students generating examples in real analysis: Where is the definition? Proceedings of CERME 5: Fifth conference of the European Society for Research in Mathematics Education, (pp. 22–26).

Arslan-Kılcan, S. (2006). İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Atkinson, R. Derry, S. Renkl, A. and Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research*, 70(2), 181-214

Backman, K. and Kyngäs, H. A. (1999). Challenges of the grounded theory approach to a novice researcher. *Nursing & Health Sciences*,1(3), 147-153.

Bailey, P. H. (1997). Finding your way around qualitative methods in nursing research. *Journal of advanced nursing*, 25(1), 18-22.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (4.Baskı). Ankara: Derya Kitabevi.

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim,* 38(167).

Ball, D. L. (1988). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation (pp. 1-48). National Center for Research on Teacher Education, Michigan State University.

Ball, D. L. (1990a). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal,* 90(4), 449–466.

Ball, D. L. (1990b). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education,* 21(2), 132–144.

Ball, D. L. and Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), A Research Companion to principles and standards for school mathematics (pp. 27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education,* 59(5), 389–407.

Baş, T. ve Akturan, U. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri: Nvivo 7.0 ile nitel veri analizi*. Seçkin Yayıncılık.

Bayazit, I. and Gray, E. (2004). Understanding inverse functions: The relationship between teaching practice and student learning. In M. J. Honies & A. B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of 28th Conference of the International Groupforthe Psychology of Mathematics Education(Vol. 2, pp. 103-110). Bergen, Norway.

Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi*, Öğretmen El Kitabı: Modül 6, Ankara, Milli Eğitim Yayınları

Bills, L. and Tall, D. (1998). Operable definitions in advanced mathematics: The case of the least upper bound. In Proceedings of the Conference of the International Group for (p. 111).

Bills, L. and Rowland, T. (1999). Examples, generalization and proof. In L. Brown (Ed.), Making meaning in mathematics. A collection of extended and refereed papers from BSRLM – the British Society for Research into Learning Mathematics, Visions of Mathematics No. 2, Advanced in Mathematics Education No. 1 (pp. 103–116). York, UK: QED.

Bills, C. and Bills, L. (2005). Experienced and novice teachers' choice of examples. In Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol. 1, pp. 146-153).

Bills, L., Mason, J., Watson, A. and Zaslavsky, O. (2006). Exemplification: The use of examples in teaching and learning mathematics. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(Vol. 1, pp.125-154).

Bowers, J. and Doerr, H. (2001). An analysis of prospective teachers' dual roles in understanding the mathematics of change: Eliciting growth with technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 115-137.

Bütün, M. (2005). İlköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin nitelikleri üzerine bir çalışma. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Cai, J.(2005). U.S and Chinese teachers' consruction, knowing and evaluating representation to teach mathematics. *Mathematical Thinking and Learning,* 7(2), 135-169.

Charalambos, Y. C., Hill, H., C. and Ball, D. L. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: How does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education,* 14(6), 441-463.

Chick, H. L. (2007). Teaching and learning by example. *Mathematics: Essential research, essential practice*, *1*, 3-21.

Chick, H. L. and Harris, K. (2007). Pedagogical content knowledge and the use of examples for teaching ratio. Proceedings of the annual conference of the Australian Association for Research in Education. 25 - 28 November, Fremantle, WA.

Cuoco, A.,Goldenberg, E. P. and J. Mark (1997). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curriculum. *Journal of Mathematical Behavior, 15*(4), 375-402.

Çakıroğlu E. (2013) Matematik kavramlarının tanımlanması. İ.Ö.Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Edt.) Tanımları ve Tarihsel Gelişimleri ile Matematiksel Kavramlar (s.10). Ankara: Pegem Akademi.

Dahlberg, R. P. and Housman, D. L. (1997). Facilitating learning events through example generation. *Educational Studies in Mathematics,* 33(3), 283–299.

De Villiers, M. (1998). To teach definıtıons in geometry or teach to defıne? InA. Olivier & K. Newstead (Eds), Proceedings of the 22nd International Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education (Vol.2, pp. 248-255) Univ Stellenbosch: South Africa.

De Jong, O. (2008). Context-based chemical education: How to improve it. *Chemical Education International*, *8*(1), 1-7.

Dellalbaşı, O. ve Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies,* 5(8), 997-1012.

Denscombe, M. (2014). *The good research guide: For small-scale social research projects*. UK: McGraw-Hill Education.

Edwards, B. and Ward, M. B. (2008). The role of mathematical definitions in mathematics and in undergraduate mathematics courses. In M. P. Carlson and C. Rasmussen (Eds.), Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics (pp. 223-232). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Erickson, D. K. (1993, Nisan). Middle school mathematics teachers' view of mathematics and mathematics education, their planning and classroom instruction, and student beliefs and achievement. Proceedings of the Annual Conference of the American Educational Research Association, Atlanta, GA.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching,*15(1),13-33.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education.* Hampshire: The Falmer Press.

Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (2. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education,* 24(2), 94–116.

Fukawa-Connelly, T. P. and Newton, C. (2014). Analyzing the teaching of advanced mathematics courses via the enacted example space. *Educational Studies in Mathematics*,87(3), 323-349.

Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: An introduction and orientation. In Examining pedagogical content knowledge (pp. 3-17). Springer Netherlands.

Goldenber, P. and Mason, J. (2008). Shedding light on and with example spaces. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 183-194.

Goulding, C. (2002). *Grounded theory: A practical guide for management, business and market researchers*. Sage.

Gökbulut, Y. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri. Yayımlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Gökbulut, Y. ve Ubuz, B. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının prizma bilgileri: Tanım ve örnekler oluşturma. *İlköğretim Online,* 12(2), 401-412.

Gökkurt, B., Koçak, M. ve Soylu, Y. (2014, Eylül). Öğretmen adaylarının kesirler konusuna yönelik konu alan bilgileri ve öğretim stratejileri bilgilerinin incelenmesi.11.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Adana.

Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2012). Üniversite öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*,1(4), 56-64.

Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerininmatematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies,* 5(8), 997–1012.

Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education.* New York: Teachers College Press.

Halim, L. and Meerah, S. M. M. (2002). Science trainee teachers' pedagogical content knowledge and its influence on physics teaching. *Research in Science & Technological Education*, 20(2), 215-225.

Hashweh, M. Z. (2005). Teacher pedagogical constructions: A reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and teaching: Theory and Practice,* 11(3), 273-292.

Helms, J., M. (1989). Pre-service secondary mathematics teachers' beliefs about mathematics and teaching of mathematics: Two case studies, Georgia University, Georgia.

Hemmi, K., Lepik, M. and Viholainen, A. (2013). Analysing proof-related competencies in Estonian, Finnish and Swedish mathematics curriculam – towards a framework of developmental proof. *Journal of Curriculum Studies*, 45(3), 354-378.

Houston, K. (2009). *How to think like a mathematician: A companion to undergraduate mathematics*. Cambridge University Press.

Işık, A., Çiltaş, A. ve Bekdemir, M. (2008). Matematik eğitiminin gerekliliği ve önemi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17*,* 174-184.

Jang, S. J., Guan, S. Y. and Hsieh, H. F. (2009). Developing an instrument for assessing college students' perceptions of teachers' pedagogical content knowledge. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 596-606.

Kellogg, R. (1980). Feature frequency and hypothesis testing in the acquisition of rule-governed concepts. *Memory & Cognition*, 8, 297–303.

Kılcan, S. A. (2006). İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, BİBÜ.

Klymchuk, S. (2001). Counter examples and conflicts as a remedy to eliminate misconceptions and mistakes. Proceedings of the 25th International Conference for Psychology in Mathematics Education. Utrecht, The Netherlands. (*1*) 326.

Krummheuer, G. (2000). Mathematics learning in narrative classroom cultures: Studies of argumentation in primary mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 22–32.

Leikin, R. and Zazkis, R. (2010). On the content-dependence of prospective teachers' knowledge: a case of exemplifying definitions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(4), 451-466.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O. and Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, 60(1), 1-64.

Leinhardt, G., Putnam, R. T., Stein, M. K. and Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. In J. Brophy (Ed.), Advances in research on teaching: Teachers' knowledge of subject matter as it relates to their teaching practice (Vol. 2, pp. 87-113). Greenwich, CT: Jai Press, Inc.

Leinhardt, G. and Schwarz, B. B. (1997). Seeing the problem: An explanation from Polya. *Cognition and Instruction*, 15(3), 395-434

Levenson, E., Tirosh, D. and Tsamir, P. (2009). Students' perceived sociomathematical norms: The missing paradigm. *Journal of Mathematical Behavior*, 28(2-3), 83-95.

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A common place for teaching and location for contrast. *Handbook of research on teaching*, *4*, 333-357.

Levenson, E., Barkai, R. and Larsson, K. (2013). Functions of explanations: Israeli and Swedish elementary school curriculum documents. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), SEMT '13 – International Symposium Elementary Mathematics Teaching (pp. 188-195). Prague, Czech Repulic: Charles University.

Levenson, E. S. (2014). Exploring the relationship between explanations and examples: parity and equivalent fractions. Research Reports Kno–Pı, 105. 2014. In Liljedahl, P., Oesterle, S., Nicol, C. and Allan, D. (Eds.) Proceedings of the Joint Meeting 4 - 105 of PME 38 and PME-NA 36 (Vol. 4, pp. 105-112). Vancouver, Canada: PME.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Mason, J. and Pimm, D. (1984). Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics,* 15*,* 227-289.

Mason, J. and Watson, A. (2001). Getting students to create boundary examples. *MSOR connections*, 1(1), 9-11.

Mason, J. (2002). What makes an example exemplary? Pedagogical and research issues in transitions from numbers to number theory. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th PME International Conference, 1, 224-229.

Mason, J. (2006). What makes an example exemplary: Pedagogical and didactical issues in appreciating multiplicative structures. In R. Zazkis y S. R. Campbell (Eds.), Number theory in mathematics education perspectives and prospects (pp. 41-68). New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Maykut, P. and Morehouse, R. (1994) *Beginning qualitative research: A philosophical and practical guide.* London: The Falmer Press.

McDiarmid, G,W., Ball, D.L. and Anderson, C. (1989). Why staying one chapter ahead doesn't really work: Subject specific pedagojy. In M. C.Reynolds (Ed.), Knowledge Base For the Beginning Teacher (pp.193-205). Elmsford, NY: Pergamon Pres.

Michener, E. (1978). Understanding mathematics. *Cognitive Science,* 2*,* 361-383.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2011). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı. Ankara

Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Beverly Hills: Sage Publications.

Mittal, V. O. and Paris, C. L. (1995). Generating explanations in context: The system perspective. *Expert Systems with Applications*, 8(4), 491-503.

Movshovitz-Hadar, N. (2002). The “because for example…” phenomenon, or transparent pseudo-proofs revisited. Paper presentation at the International Congress of Mathematicians, Beijing, China.

Morselli, F. (2006). Use of examples in conjecturing and proving: An exploratory study. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, and N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 185-192). Prague, Czech Republic: PME.

Muir, T. (2007). Setting a good example: Teachers' choice of examples and their contribution to effective teaching of numeracy. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), Mathematics. Essential research, essential practice. Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Hobart, (pp. 513-522). Adelaide, SA: MERGA.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standarts for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Newsome, J. G. (1999). Pedagogıcal content knowledge: An ıntroduction and orıentation. In Gess-Newsome, J.,ve Ledermen, N.G.(Eds.), Examining Pedagogical Content Knowledge (pp.3-17). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Nilsson, P. (2008). Teaching for Understanding: The complex nature of pedagogical content knowledge in pre-service education. *International Journal of Science Education*, 30(10), 1281-1299.

Nunokawa, K. (2010). Proof, mathematical problem-solving, and explanation in mathematics teaching. In G. Hanna, H. N. Jahnke, & H. Pulte (Eds.), Explanation and proof in mathematics: Philosophical and educational perspectives (pp. 223-236). New York: Springer.

Olkun, S. & Toluk, Z. (2001). *İlköğretimde matematik öğretimi 1-5 Sınıflar*. Ankara: Artım Yayıncılık.

Özçifçi, R. (2007). Rasyonel sayıların öğretimindeki hatalar ve alınması gereken tedbirler, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.

Özyürek, M (1984). Kavram öğrenme ve öğretme. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi,* 16(2), 347-366.

Peled, I. and Zaslavsky, O. (1997). Counter-example that (only) prove and counter-example that (also) explain. *FOCUS on Learning Problems in Mathematics,* 19(3), 49-61.

Petty, O. S. and Jansson, L. C. (1987). Sequencing examples and non-examples to facilitate concept attainment. *Journal for Research in Mathematics Education,* 18(2), 112-125.

Posner, M. I. and Keele, S. W. (1968). On the genesis of abstract ideas. *Journal of experimental psychology*, *77*(3), 353-363.

Punch, K.F. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş: Nicel ve nitel yaklaşımlar*. (Çev: D. Bayrak, H.B. Arslan & Z. Akyüz). Ankara: Siyasal Kitabevi.

Reed, S. K. (1972). Pattern recognition and categorization. *Cognitive psychology*, 3(3), 382-407.

Renkl, A. (2002). Worked-out examples: Instructional explanations support learning by self-explanations. *Learning and Instruction, 12*, 529–556

Rissland, E. L. (1991). Example-based reasoning. In J. F. Voss, D. N. Parkins, & J. W. Segal (Eds.), Informal Reasoning in Education (pp. 187-208). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Rosch, E. (1975). Cognitive reference points. *Cognitive psychology*, *7*(4), 532-547.

Rowland, T., Thwaites, A. and Huckstep, P. (2003, September). Novices' choice of examples in the teaching of elementary mathematics. In A. Rogerson, (Ed.), *Proceedings of the International Conference on the Decidable and the Undecidable in Mathematics Education* (pp. 242-245). Brno, Czech Republic.

Rowland, T. and Zaslavsky, O. (2005). Pedagogical example-spaces. Notes for the miniconference on Exemplification in Mathematics, Oxford University.

Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *69*(2), 149-163.

Senemoğlu, N. (1997). *Gelişim öğrenme ve öğretim kuramdan uygulamaya.* Ankara: Spot Matbaacılık.

Schwarz, B. B. and Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 362-389.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Faundations of the new reform. *Harvard Educational Review,* 57*,* 1-22.

Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M. and MacGyvers, V. L. (2001). Teacher's beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education,* 17*, 213-226.*

Strauss, A. and Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (2nd edition). United States: SAGE Publications.

Sowder, L. (1980). Concept and principle learning. In R. J. Shumway (Ed.), Research in Mathematics Education (pp. 244–285). Reston, Virginia: NCTM.

Sönmez, V. ve Alacapınar, FG (2013). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri,* Ankara: Anı Yayıncılık.

Tall, D. and Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.

Thanhieser, E. (2009). Preservice elementaray school teachers' conceptions of multidiğit whole numbers. *Journal for Research in mathematics Education*, *40*, 252-281.

Thompson, A. G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational studies in mathematics*, *15*(2), 105-127.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions. Grouws, Douglas A. (Edt.), A synthesis of the research (p.127-146). Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc, xi, 771 pp.

Thompson, P.W., Carson, M. and Silverman, J. (2007). The desing of task in support of teachers'development of coherent masthematical meanings. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 415- 432.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers‟ knowledge of children‟s conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education,* 31(1), 5–25.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education,* 25(1), 166–175.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 2(2), 87-102.

Tsamir, P., Tirosh, D. and Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics,* 69(2), 81-95.

Ubuz, B. and Kırkpınar, B. (2000). The role of examples in the formation of mathematical concetps. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(19),134-138

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24, 234-243.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (pp. 65-81). Hingham, MA: Kluwer Academic Publishers.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Watson, A. and Mason, J. (2002a). Extending example spaces as a learning/teaching strategy in mathematics. In PME Conference (Vol. 4, pp. 4-377).

Watson, A. and Mason, J. (2002b). Student-generated examples in the learning of mathematics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 2*(2), 237-249.

Watson, A. and Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Watson, A. and Mason, J. (2006). Seeing an exercise as a single mathematical object: Using variation to structure sense-making. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(2), 91-111.

Watson, A. and Shipman, S. (2008). Using learner generated examples to introduce new concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 97-109.

Watson, A. and Chick, H. (2011). Qualities of examples in learning and teaching. *ZDM*, 43(2), 283-294.

Wilson, S. (1986). Feature frequency and the use of negative instances in a geometric task. *Journal for Research in Mathematics Education,* 17(2), 130-139.

Wilson, S. (1990). Inconsistent ideas related to definitions and examples. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 12, 31-47.

Zaslavsky, O. and Peled, I. (1996) Inhibiting factors in generating examples by mathematics teachers and student teachers: the case of binary operation. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27, 67–78.

Zaslavsky, O. and Ron, G. (1998). Students' understanding of the role of counter-examples. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.*),* Proceedings of the 22nd conference of the international group for the psychology of mathematics education, (Vol 4, pp. 225–232). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.

Zaslavsky, O. and Lavie, O. (2005). Teachers' use of instructional examples. Paper presented at the 15th ICMI study conference, Águas de Lindóia, Brazil, May.

Zaslavsky, O., Harel, G. and Manaster, A. (2006). A teacher's treatment of examples as a reflection of her knowledge-base. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(Vol. 5, pp. 457-464). Prague: PME.

Zaslavsky, O. (2008, March). What knowledge is involved in choosing and generating useful instructional examples? In Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI (pp. 5-8).

Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. In Instructional explanations in the disciplines (pp. 107-128). Springer US.

Zazkis, R. and Chernoff, E. (2006). Cognitive conflict and its resolution via pivotal/bridging example. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 5, pp. 465-472). Prague: PME.

Zazkis, R. and Chernoff, E. J. (2008). What makes a counter example exemplary? *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 195-208.

Zazkis, R. and Leiken, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics,* 69*,* 131-148.

Zeidler, D. L. (2002). Dancing with maggots and saints: Visiens for: Subject matter knowledge content knowledge in science teacher education reform. *Journal of Science TeacherEducation,* 13(1), 27-42.

Zodik, I. and Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 165-182.

# 10. EKLER

**Ek 1. İzin Belgesi**

T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.61.09.00.604.99/ 35443 22 KASIM 2011

Konu : Araştırma İzni.

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : 01/11/2011 tarihli ve B.30.2.KTÜ.0.43.00/320/1292 sayılı yazı.

Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Sevilay ALKAN' ın "Matematik Öğretmenlerinin Öğretme-Öğrenme Sürecinde Kullandıkları Örnekler ve Örnek Seçimini Etkileyen Faktörler" konulu tez çalışmasını Anadolu Lisesi, Anadolu Lisesi ve Okullarında uygulamak isteği Müdürlüğümüz Bilimsel Araştırma Değerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiştir.

Adı geçen kişinin, "Matematik Öğretmenlerinin Öğretme-Öğrenme Sürecinde Kullandıkları Örnekler ve Örnek Seçimini Etkileyen Faktörler" konulu tez çalışmasını Anadolu Lisesi, Anadolu Lisesi ve Okullarında uygulamak isteği Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Selim Yavuz SANDIKÇI
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
22/11/2011
Hüseyin ECE
Vali a.
Vali Yardımcısı

T.C. MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI TRABZON İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ 1923

Trabzon Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü
Ayrıntılı bilgi: A.AKSOY İl Milli Eğitim Şb.Md.
Tlf:462 230 20 94 (323) – 230 39 95
Faks: 230 20 96
e-posta : trabzonmem@meb.gov.tr
bilgiedinme61@meb.gov.tr
kultur61@meb.gov.tr

## Ek 2: Öğretmenlerin Matematik ve Matematik Öğretmeye Yönelik Görüşleri ile İlgili Mülakat Soruları

**1.**Eğitim Fakültesi mezunu musunuz, yoksa Fen Edebiyat Fakültesi mi? (Formasyon aldı mı?)

**2.** Bitirdiğiniz ilköğretim ve orta öğretim okulları hakkında bilgi verir misiniz? (ilkokul, Lise vs.).

**3.** Matematik öğretmeni olmaya ne zaman karar verdiniz ve niçin bu mesleği seçtiniz? (Bu mesleği seçmenizde etkili olan birileri var mı?)

**4.** Sizin bakış açınıza göre, matematik eğitimin amacı nedir? Okullarda niçin matematiği bir ders olarak okutuyoruz? Düşüncelerinizi paylaşır mısınız?

**5.** Öğretmenlik mesleğini kaç yıldır yapıyorsunuz? Deneyimlerinizi paylaşır mısınız?

**6.** Sınıfınızda bir öğrenciniz size matematiğin ne olduğunu sorarsa ne cevap verirsiniz? Sizce matematik bilme ne anlama gelmektedir?

**7.** Matematik öğretirken sizin odaklandığınız işlemsel bilgi mi, kavramsal bilgi mi? Yani genel anlamda öğrencilerinizin ne öğrenmesini bekliyorsunuz? Niçin?

**8.** Sizce matematik en iyi nasıl öğretilir? Tüm öğrencilerinizin matematik öğrenmesini bekler misiniz?

**9.** Matematik öğretirken nasıl bir yol takip ediyorsunuz? Sizce en iyisi bu yöntem mi?

### Öğretmenlerin Örnek Kullanımı ve Seçimi ile ilgili Mülakatlar

**1.** Derste örnek seçiminizi etkileyen faktörler nelerdir?

**2**. Derste kullandığınız örnekleri siz mi yapılandırıyorsunuz, yoksa belli bir kaynaktan mı seçiyorsunuz? Bu kaynakları açıklayınız?

**3.** Önceden hazırladığınız bu örnekler ile ders esnasında ortaya çıkan örnekler arasında farklılıklar oluyor mu? Örnekleriniz sınıflara göre farklılık gösteriyor mu?

## 9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

Araştırmacı 1984 yılında Mersin ilinde doğdu. İlköğrenimini Mersin Mürüvvet Faik Uğuz İlkokulu'nda, ortaokul ve liseyi ise sırasıyla Anafartalar İlköğretim Okulu ve Cemile Hamdi Ongun Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi'nde tamamladı. 2002 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'ne yerleşti. 2006 yılında mezun oldu ve aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde tezsiz yüksek lisans eğitimine başladı. 2008 yılında mezun oldu ve aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı'nda doktora eğitimine başladı. Araştırmacının yabancı dili İngilizcedir.

**İLETİŞİM BİLGİLERİ**

**E-mail**: svlyalkn@gmail.com

**Adres:** Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi D Blok TRABZON

**Tel:**