

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**DUVAL'IN BİLİŞSEL MODELİNE UYGUN TASARLANAN  
ÖĞRENME ORTAMININ DEĞERLENDİRİLMESİ**

**DOKTORA TEZİ**

**Yavuz KARPUZ**

**TRABZON  
Haziran, 2018**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**DUVAL'IN BİLİŞSEL MODELİNE UYGUN TASARLANAN  
ÖĞRENME ORTAMININ DEĞERLENDİRİLMESİ**

**Yavuz KARPUZ**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Doktora Unvanı  
Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı  
Prof. Dr. Bülent GÜVEN**

**TRABZON  
Haziran, 2018**

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir. 13 / 06 / 2018

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Bülent GÜVEN



Üye : Prof. Dr. Adnan BAKI



Üye : Prof. Dr. Ahmet IŞIK



Üye : Doç. Dr. Derya ÇELİK



Üye : Doç. Dr. Yaşar AKKAN



Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Nevzat YİĞİT  
Enstitü Müdür V.

## ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Karadeniz Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

Yavuz KARPUZ

13 / 06 / 2018



## ÖN SÖZ

Geometri öğrenmenin diğer bilim dallarında olduğu gibi sabır ve çalışma gerektirdiği Euclid'in dönemin kralına söylediği "Geometriye giden bir kral yolu yoktur" sözünden daha güzel anlatılamaz. Fakat her şeye rağmen bu yol daha iyi ve güzel hale getirilemez mi? İşte bu çalışma böyle bir motivasyonla başlamıştır. Ve amacı daha iyi geometri öğretimi için ne yapılabileceğini araştırmak ve bir çözüm ortaya koymaktır. Umarım geometri öğrenmek veya öğretmek isteyenlerin içinde faydalanabilecekleri bir şeyler bulacağı bir çalışma olmuştur.

Doktora eğitime başladığım andan itibaren hayatımda derin etkiler bırakan, kendime örnek aldığım, öğrencisi olmaktan her zaman gurur duyduğum, bugünlere gelmemde büyük emeği ve payı olan, bilgisiyle beni her zaman aydınlatan ve yetiştiren değerli hocam Prof. Dr. Bülent GÜVEN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmam sırasında yapıcı görüş ve önerileriyle tezimin gelişmesine katkı sağlayan bilgilerinden istifade etme onuruna eriştiğim değerli hocalarım başta Prof. Dr. Adnan BAKI olmak üzere Doç. Dr. Derya ÇELİK, Prof. Dr. Selahattin ARSLAN ve Dr. Öğr. Üyesi Temel KÖSA'ye teşekkürü bir borç bilir, saygı ve şükranlarımı sunarım.

Doktora eğitimim süresince her zaman desteklerini hissettiğim kendileriyle aynı ortamda çalışmaktan onur duyduğum sayın Öğr. Gör. Hüseyin KÖSOĞLU ve Öğr. Gör. Adem KALENDER'e ve tüm mesai arkadaşlarıma, ihtiyacım olduğunda benden yardımlarını esirgemeyen Dr. Öğr. Üyesi Tuğba ÖZTÜRK, Dr. Öğr. Üyesi Zeynep Medine ÖZMEN ve Dr. Kadir GÜRSOY'a ayrıca çalışmanın yürütülmesi sırasında uygulamalara katılan öğretmen ve öğrencilere teşekkürü bir borç bilir saygı ve şükranlarımı sunarım.

Son olarak çalışmam süresince maddi ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan annem Hamide KARPUZ, babam Abdullah KARPUZ, kardeşim Fatih KARPUZ ve değerli dostum Öğr. Gör. Vehbi AKDİ'ye ayrıca bu zor süreçte bana sonsuz destek veren değerli eşim Songül KARPUZ ve çocuklarım İrem Bengü ile Abdullah'a minnet ve şükranlarımı sunarım.

Yavuz KARPUZ  
Trabzon 2018

## İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	XI
ABSTRACT.....	XIII
TABLolar LİSTESİ.....	XV
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	XIX
GRAFİKLER LİSTESİ.....	XXVI
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
1. 2. Araştırmanın Amacı.....	6
1. 3. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi.....	8
1. 4. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	11
1. 5. Araştırmanın Varsayımları.....	11
1. 6. Tanımlar.....	11
<b>2. LİTERATÜR TARAMASI.....</b>	<b>12</b>
2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi.....	12
2. 1. 1. Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi.....	12
2. 1. 2. Duval'in Bilişsel Modeli.....	19
2. 1. 2. 1. Bilişsel Süreçler.....	19
2. 1. 2. 2. Algısal Süreçler.....	24
2. 1. 3. Konu ile İlgili Araştırmalar.....	36
2. 1. 3. 1. Geometrik Düşünmeyi İnceleyen Çalışmalar.....	36
2. 1. 3. 2. Geometrik Düşünmeyi Geliştirmeye Yönelik Çalışmalar.....	41
2. 2. Literatür Taramasının Sonucu.....	44
<b>3. YÖNTEM.....</b>	<b>47</b>
3. 1. Araştırmanın Modeli.....	47
3. 2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi.....	47
3. 2. 1. Pilot Çalışma.....	50
3. 3. Araştırma Grubu.....	52
3. 4. Verilerin Toplanması.....	52
3. 4. 1. Bilişsel Süreç Testlerinin Geliştirilmesi.....	52

3. 4. 2. Gözlem Notları .....	55
3. 4. 3. Klinik Mülakatlar .....	56
3. 5. Öğrenme Ortamının Tasarımı .....	57
3. 5. 1. Bilişsel Süreç Modelleri .....	57
3. 5. 2. Etkinlik ve Materyal Hazırlama Süreci .....	60
3. 5. 3. Deney Grubunda Derslerin Yürütülmesi .....	63
3. 5. 4. Kontrol Grubunda Derslerin Yürütülmesi .....	65
3. 6. Verilerin Analizi .....	66
3. 6. 1. Kategorik Puanlama Cetvellerinin Geliştirilmesi ve Analiz Süreci .....	66
3. 6. 2. Bilişsel Süreç Testlerinden Elde Edilen Nicel Verilerin Analizi .....	69
3. 6. 3. Mülakat Verilerinin Analizi .....	70
3. 6. 4. Gözlem Verilerinin Analizi .....	70
<b>4. BULGULAR .....</b>	<b>71</b>
4. 1. Öğrencilerin Teorik Muhakeme Sürecine Yönelik Bulguları .....	71
4. 1. 1. Öğrencilerin Matematiksel Bir Durumu Önerme Şeklinde İfade Edebilmelerine Yönelik Bulgular .....	71
4. 1. 1. 1. Uygulama Öncesi .....	71
4. 1. 1. 2. Uygulama Sürecinde .....	74
4. 1. 1. 3. Uygulama Sonunda .....	79
4. 1. 2. Öğrencilerin Çıkarımda Bulunurken Tanım ve Teoremleri Kullanabilmelerine Yönelik Bulgular .....	84
4. 1. 2. 1. Uygulama Öncesi .....	84
4. 1. 2. 2. Uygulama Sürecinde .....	87
4. 1. 2. 3. Uygulama Sonunda .....	91
4. 1. 3. Öğrencilerin Çıkarım Basamaklarından Birinden Elde Ettiği Sonucu Diğer Basamaklarda Kullanabilmelerine Yönelik Bulgular .....	98
4. 1. 3. 1. Uygulama Öncesi .....	98
4. 1. 3. 2. Uygulama Sürecinde .....	102
4. 1. 3. 3. Uygulama Sonunda .....	107
4. 1. 4. Öğrencilerin Geometrik Bir Durumu İfade Ederken Matematiksel Kavramları Kullanabilmelerine Yönelik Bulgular .....	114
4. 1. 4. 1. Uygulama Öncesi .....	114
4. 1. 4. 2. Uygulama Sürecinde .....	117
4. 1. 4. 3. Uygulama Sonunda .....	122

4. 1. 5. Öğrencilerin Şekil Üzerinde Yapılan Değişiklikleri Geçerli Muhakeme Süreci İçinde Tanım ve Teoremleri Kullanarak Gerekçelendirebilmelerine Yönelik Bulgular .....	128
4. 1. 5. 1. Uygulama Öncesi .....	128
4. 1. 5. 2. Uygulama Sürecinde .....	136
4. 1. 5. 3. Uygulama Sonunda .....	146
4. 1. 6. Öğrencilerin Teorik Muhakeme Süreçlerindeki Gelişimi Belirlemek İçin Yapılan Testlerin İstatistiksel Analizi Sonuçları İle İlgili Bulgular .....	152
4. 1. 7. Öğrencilerin Teorik Muhakeme Süreçlerini Karşılaştırmaya Yönelik İstatistiksel Analiz Sonuçları İle İlgili Bulgular .....	152
4. 2. Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerine Yönelik Bulgular .....	156
4. 2. 1. Öğrencilerin Verilen Geometrik Şeklin Boyutunu Söyleyebilmesi ile İlgili Bulgular .....	157
4. 2. 1. 1. Uygulama Öncesi .....	157
4. 2. 1. 2. Uygulama Sürecinde .....	159
4. 2. 1. 3. Uygulama Sonunda .....	163
4. 2. 2. Öğrencilerin Verilen Geometrik Şeklin ve Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varması ve Adını Söyleyebilmesi ile İlgili Bulgular .....	165
4. 2. 2. 1. Uygulama Öncesi .....	165
4. 2. 2. 2. Uygulama Sürecinde .....	167
4. 2. 2. 3. Uygulama Sonunda .....	170
4. 2. 3. Öğrencilerin Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilmesi ve Doğru Çıkarımlarda Bulunabilmesine Yönelik Bulgular .....	173
4. 2. 3. 1. Uygulama Öncesi .....	173
4. 2. 3. 2. Uygulama Sürecinde .....	177
4. 2. 3. 3. Uygulama Sonunda .....	179
4. 2. 4. Öğrencilerin Verilen Sözel Bilgileri Görsel Bilgilere Doğru Çevirebilmeleri ile İlgili Bulgular .....	183
4. 2. 4. 1. Uygulama Öncesi .....	183
4. 2. 4. 2. Uygulama Sürecinde .....	186
4. 2. 4. 3. Uygulama Sonunda .....	188
4. 2. 5. Öğrencilerin Bir Alet Yardımı ile Verilen Geometrik Bir Şekli Kurma Ve Kuruluşunu Tarif Etmesi ile İlgili Bulgular .....	189
4. 2. 5. 1. Uygulama Öncesi .....	189

4. 2. 5. 2. Uygulama Sürecinde .....	192
4. 2. 5. 3. Uygulama Sonunda .....	195
4. 2. 6. Öğrencilerin Verilen Geometrik Bir Şeklin veya Şekle Ait Parçaların Konumunu veya Yönünü Değiştirebilmesi ile İlgili Bulgular .....	199
4. 2. 6. 1. Uygulama Öncesi .....	199
4. 2. 6. 2. Uygulama Sürecinde .....	202
4. 2. 6. 3. Uygulama Sonunda .....	208
4. 2. 7. Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerindeki Gelişimini Belirleyebilmek İçin Uygulanan Testlerin İstatistiksel Analiz Sonuçları ile İlgili Bulgular .....	212
4. 2. 7. 1. Öğrencilerinin Şekle Bakma Süreçlerini Karşılaştırmaya Yönelik İstatistiksel Analiz Sonuçları İle İlgili Bulgular .....	213
4. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamından Yansımalar .....	217
4. 3. 1. Hazırlık .....	218
4. 3. 2. Bir Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamının $180^\circ$ , Dış Açılar Ölçüleri Toplamının $360^\circ$ Olduğunu Gösterir .....	223
4. 3. 3. İki Üçgenin Eşliğini Açıklar, İki Üçgenin Eş Olması İçin Gerekli Asgari Koşulları Belirler .....	227
4. 3. 4. Bir Üçgende Daha Uzun Olan Kenarın Karşısındaki Açının Ölçüsünün Daha Büyük Olduğunu Gösterir .....	236
4. 3. 5. İki Üçgenin Benzerliğini Açıklar, İki Üçgenin Benzer Olması İçin Gerekli Asgari Koşulları Belirler .....	242
4. 3. 6. Bir Açının Açıortayını Çizer ve Özelliklerini Açıklar .....	245
4. 3. 7. Üçgenin Kenarortaylarının Bir Nuktada Kesiştiğini Gösterir .....	247
4. 4. Geleneksel Öğrenme Ortamından Yansımalar .....	250
4. 4. 1. Bir Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamının $180^\circ$ , Dış Açılar Ölçüleri Toplamının $360^\circ$ Olduğunu Gösterir .....	251
4. 4. 2. İki Üçgenin Eşliğini Açıklar, İki Üçgenin Eş Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşulları Belirler .....	251
4. 4. 3. Bir Üçgende Daha Uzun Olan Kenarın Karşısındaki Açının Ölçüsünün Daha Büyük Olduğunu Gösterir .....	251
4. 4. 4. İki Üçgenin Benzerliğini Açıklar, İki Üçgenin Benzer Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşulları Belirler .....	252
4. 4. 5. Bir Açının Açıortayını Çizer Ve Özelliklerini Açıklar .....	252
4. 4. 6. Üçgenin Kenarortaylarının Bir Nuktada Kesiştiğini Gösterir .....	252

<b>5. TARTIŞMA</b> .....	<b>253</b>
5. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Teorik Muhakeme Becerisinin Gelişimine Etkisine Yönelik Tartışma.....	253
5. 1. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Verilen Matematiksel Bir Durumu Önerme Şeklinde Yazma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	254
5. 1. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Çıkarımda Bulunurken Tanım ve Teoremleri Kullanma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	256
5. 1. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Çıkarım Basamaklarından Birinden Elde Ettiği Bir Sonucu Diğer Basamaklarda Kullanma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	259
5. 1. 4. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Geometrik Bir Durumu İfade Ederken Matematiksel Kavramları Kullanma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	261
5. 1. 5. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Şekil Üzerinde Yapılan Değişiklikleri Geçerli Muhakeme Süreci İçinde Tanım ve Teoremleri Kullanarak Gerekçeleştirme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	263
5. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerinin Gelişimine Nasıl Etki Ettiğine Yönelik Tartışma .....	265
5. 2. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Verilen Geometrik Bir Şeklin Boyutunu Söyleyebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	267
5. 2. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Verilen Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varma ve Adını Söyleyebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	269
5. 2. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilme ve Doğru Çıkarımda Bulunabilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	270
5. 2. 4. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Sözel Verilen Bilgileri Görsel Bilgilere Doğru Çevirebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	272
5. 2. 5. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Bir Araç Yardımı ile Verilen Geometrik Bir Şekli Oluşturma ve Nasıl Oluşturulduğunu Tarif Etme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	274

5. 2. 6. Tasarılan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Verilen Geometrik Bir Şeklin Konumunu veya Yönünü Değiştirebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma .....	276
5. 3. Araştırmanın Sınırlılıklarına Yönelik Tartışma.....	279
<b>6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....</b>	<b>281</b>
6. 1. Sonuçlar .....	281
6. 1. 1. Tasarılan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Teorik Muhakeme Becerilerine Daha Olumlu Etki Ettiği Görülmüştür.....	281
6. 1. 2. Tasarılan Öğrenme Ortamı ile Geleneksel Öğrenme Ortamı Arasında Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerinin Gelişimine Etki Bakımından Anlamlı Bir Farklılık Ortaya Çıkmamıştır .....	283
6. 1. 3. Teorik Muhakeme Süreçlerindeki Gelişim Şekle Bakma Süreçlerinin Gelişimini Baskı Altına Almıştır .....	287
6. 2. Öneriler .....	287
6. 2. 1. Araştırmanın Sonuçlarına Dayalı Öneriler.....	287
6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler.....	290
<b>7. KAYNAKÇA .....</b>	<b>292</b>
<b>8. EKLER .....</b>	<b>300</b>
<b>9. ÖZGEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ.....</b>	<b>329</b>

## ÖZET

### **Duval'in Bilişsel Modeline Uygun Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi**

İnsanoğlunun geometrik düşünmeyi yeni kuşaklara aktarma isteği dün olduğu gibi bugün de önemini korumaktadır. Fakat bunun nasıl yapılacağı hala birçok matematik eğitimcisi için bir araştırma konusu olmaya devam etmektedir. Çünkü eğitim alanında ortaya çıkan her yeni gelişme öğrenme ortamlarının düzenlenmesine yeni bir bakış getirmiştir. Örneğin Van Hiele'nin geometrik düşünme modeli ile tanışan matematik eğitimcileri bu yaklaşımdan hareketle geometri öğretimine ve öğretim müfredatlarının hazırlanma sürecine konu merkezli bir bakış ortaya koymuşlardır. Fakat her bilimsel yaklaşımda olduğu gibi zamanla bu yaklaşım da bütün problemleri çözmede yetersiz kalmış ve yeni arayışlar yeni yaklaşımları doğurmuştur. Böylece geometrik düşünmeyi konu merkezli bir bakış üzerinden değil de bilişsel süreçler üzerinden açıklamanın doğru olacağını düşünen birçok yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşımlar geometrik düşünmeyi bilişsel süreçlerin birbiri ile etkileşiminin bir sonucu olarak görmekte ve etkili bir geometri öğretimi için bazı ilkeler ortaya koymaktadır. Bu çalışma ile yaklaşımlardan biri olan Duval'in bilişsel modelinin incelenmesi ortaya koyduğu ilkelerin belirlenmesi ve bu ilkelerden hareketle bir öğrenme ortamının tasarlanması ve değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Böylece geometri öğretimi için bir öğretim modeli ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu amaç doğrultusunda bir devlet lisesinde daha önceden oluşturulmuş sınıflardan rasgele seçilen iki 9.sınıftan birinde tasarlanan modelle öğretim diğerinde ise geleneksel öğretim yapılmış ve bu iki öğrenme ortamının öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerine nasıl etki ettiği incelenmiştir. Araştırmanın verileri; teorik muhakeme ve şekle bakma bilişsel süreç testleri, yarı yapılandırılmış mülakatlar ve alan notları aracılığıyla elde edilmiştir. Uygulanan testler geliştirilen kategorik puanlama cetveline göre değerlendirilmiş ve elde edilen verilerle istatistiksel analizler yapılmıştır. Nitel verilerin analizinde ise betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

Araştırmanın sonucunda tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin teorik muhakemelerinin geliştirilmesine geleneksel öğrenme ortamına göre daha olumlu bir etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Fakat iki öğrenme ortamı arasında öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişimi açısından bir farklılaşma olmadığı belirlenmiştir. Böyle bir durumun oluşması teorik muhakemenin gelişiminin şekle bakma süreçlerinin gelişimini baskı altına almasıyla açıklanmış ve iki sürecin eş zamanlı geliştirilmemesi gerektiği



sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen sonuçlar üzerinden öğretmen ve araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Geometri Öğretimi, Duval'in Bilişsel Modeli, Öğrenme Ortamı Tasarımı, Teorik Muhakeme Süreci, şekle Bakma Süreçleri.



## **ABSTRACT**

### **The Evaluation of the Learning Environment Designed in Accordance with Duval's Cognitive Model**

Human beings' desire to transfer geometrical thinking to new generations has maintained its importance since history. However, the way to do this still continues to be a research topic for many mathematics educators since every new development that emerges in the field of education has brought a new approach to designing learning environments. For instance, based on this approach, mathematics educators who became familiar with Van Hiele's geometric thinking model have put forward a subject-centered approach in geometry teaching and the preparation of geometry curricula. However, as in all scientific approaches, this approach has also become insufficient in solving all problems and, hence, new pursuits have led to new approaches. Thus, numerous approaches that explain geometrical thinking in terms of cognitive processes, rather than as a subject-centered approach, have emerged. These approaches consider geometric thinking as an outcome of the interaction among cognitive processes and put forward some principles for effective geometry teaching.

The present study aimed to examine one of these models– the Duval's cognitive model– to identify the principles it puts forward and to design and evaluate a learning environment based on these principles. Thus, it was an attempt to produce an instructional model for geometry teaching. To this end, the designed instructional model was employed in one of the two 9th grade classes randomly selected from the classes in a state high school, while a traditional teaching approach was assumed in the other class. In both classes, the effect of the learning environments on students' way of looking at geometric figures and their theoretical reasoning processes were investigated.

The data of the research study were obtained by means of theoretical reasoning and way of looking at geometric figure processing tests. The tests administered were evaluated in accordance with the developed categoric scoring table, and statistical analyses were run with the obtained data. The qualitative data were analyzed using the descriptive analysis method.

The results of the study indicated that the designed learning environment, as opposed to the traditional learning environment, had a more positive impact on the development of students' theoretical reasoning process. However, no significant difference was found between the two learning environments in terms of the development

in students' way of looking at geometric figure. Based on these findings, the conclusion that has been arrived at is that the development of theoretical reasoning has suppressed the development of way of looking at geometric figure and thus the two processes should not be developed simultaneously. Recommendations have been made to teachers and researchers based on the obtained results.

**Keywords:** Geometry Teaching, Duval's Cognitive Model, Designe Learning Environment, Theoretical Reasoning Process, The Way of Looking Geometric Figure.



## TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Görsel ve Sözel Algı Arasındaki İlişki .....	27
2.	Şekle Bakma Süreçlerinin Göstergeleri .....	35
3.	Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testlerindeki Soruların İçeriği ve Geliştirilmesinde Referans Olarak Alınan Göstergeler.....	53
4.	Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testlerinde Yer Alan Soruların İçeriği ve Geliştirilmesinde Referans Olarak Alınan Göstergeler.....	54
5.	Mülakat İçin Seçilen Öğrenciler .....	56
6.	Bilişsel Süreç Modelleri .....	58
7.	Deney Grubunda Derslerin Yürütülmesi .....	64
8.	Şekle Bakma Bilişsel Süreç Ön Testin Üçüncü Sorusunun Kategorik Puanları.....	68
9.	Kullanılan İstatistiksel Testler ve Kullanım Amacı.....	69
10.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	72
11.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	75
12.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	79
13.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	84
14.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı.....	88
15.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı.....	92
16.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı.....	99
17.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	103
18.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	108

19.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	115
20.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	118
21.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	123
22.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı.....	129
23.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	136
24.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	146
25.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri ile İlgili Özet İstatistiği .....	152
26.	Deney Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları.....	153
27.	Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları.....	154
28.	Ön Test Puanların Karşılaştırılmasına Yönelik Bağımsız t-Testi Sonuçları.....	155
29.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları.....	155
30.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Ara Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları .....	155
31.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Son Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları.....	156
32.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Son Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları .....	156
33.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Puanlarına Göre Dağılımı.....	157
34.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	160
35.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	163

36.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	166
37.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	167
38.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	170
39.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	173
40.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	177
41.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	180
42.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı .....	183
43.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	186
44.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	188
45.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	190
46.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	192
47.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	195
48.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	199
49.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	203
50.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı.....	208
51.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri ile İlgili Özet İstatistiği .....	213
52.	Deney Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları.....	214
53.	Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları.....	215

54.	Ön Test Puanların Karşılaştırılmasına Yönelik Bağımsız t-Testi Sonuçları.....	215
55.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testi Ara Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları.....	216
56.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testi Ara Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları .....	216
57.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Son Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları.....	217
58.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Son Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları .....	217
59.	Birinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları .....	222
60.	İkinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları.....	227
61.	Üçüncü Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları.....	235
62.	Dördüncü Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları.....	240
63.	Beşinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları.....	244
64.	Altıncı Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları .....	246
65.	Yedinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları .....	250

## ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	ABCD dörtgeni .....	13
2.	ABC ikizkenar üçgeni .....	13
3.	İkizkenar üçgenin eşkenarlar karşısındaki açılarının da eş olduğunun ispatlama süreci.....	14
4.	ABCD karesi ve GEFH dikdörtgeni.....	15
5.	O merkezli çember .....	15
6.	M noktasının O merkezli çember üzerinde hareket ettirilmesi.....	16
7.	Paralelkenar olanların seçilmesi istenen çokgenler .....	17
8.	Herhangi bir dörtgende kenar orta noktalarının birleştirilmesi ile oluşan dörtgen .....	18
9.	Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu.....	20
10.	Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılması probleminin çözümü .....	20
11.	Teorik muhakeme sürecini açıklamak için kullanılan problem durumu.....	22
12.	Teorik muhakeme sürecini açıklamak için kullanılan problemin çözümü .....	22
13.	Duval (1998)'e göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşim.....	23
14.	Görsel algıya örnek bir durum .....	25
15.	Verilen geometrik şeklin ne olduğu ile ilgili soru .....	26
16.	DP, PQ ve QB uzunlukları arasındaki ilişki.....	28
17.	Paralelkenarın farklı alt şekilleri.....	29
18.	Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu.....	29
19.	ABCD dikdörtgenini oluşturan bazı alt şekiller. ....	30
20.	Pisagor teoreminin bir ispatı.....	30
21.	Dar açılı üçgen içerisine kare yerleştirilmesi.....	31



22.	ABCD paralelkenarı .....	32
23.	Sözel algıdan görsel algıya geçiş .....	32
24.	ABCD paralelkenarının köşegenlerinin birbirini ortalaması .....	33
25.	DGE, FGB, DGF ve EGB açıları.....	33
26.	FGB, EGD, DGF ve EGB üçgenleri.....	34
27.	DEBF dörtgeni .....	34
28.	Matematiksel ve acemi davranış biçimleri .....	35
29.	Araştırmanın tasarımı ve yürütülmesi ile ilgili şema .....	50
30.	Etkinlik ve materyal hazırlama süreci .....	61
31.	Öğretmen kılavuz kitabından bir bölüm .....	63
32.	Kontrol grubu ders işleme süreci .....	65
33.	Kategorik puanlama cetvelinin geliştirilme süreci .....	67
34.	Şekle bakma bilişsel süreç ön testi 2. sorusu .....	67
35.	Şekle bakma bilişsel süreç ön testi üçüncü sorusuna verilen yazılı cevap .....	68
36.	Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan bir öğrencinin yazılı cevabı.....	73
37.	1 puan kategorisinde yer alan K9 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	74
38.	0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan K14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	76
39.	Kontrol grubundan K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	77
40.	Deney grubundan D24 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	78
41.	0 (sıfır) puan kategorisinden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	81
42.	2 puan kategorisinde bulunan D7 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	82
43.	3 puan kategorisinde bulunan D20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	82
44.	0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	85

45.	1 puan kategorisinde yer alan K17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	86
46.	2 puan kategorisinden D25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	87
47.	Kontrol grubunda öğretmenin tahtaya çizdiği şeklin görünüşü .....	90
48.	0 (sıfır) puan kategorisinden K9 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	91
49.	0 (sıfır) puan kategorisinde D15 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	94
50.	0 (sıfır) puan kategorisinden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	94
51.	2 puan kategorisinde yer alan D1 kodlu öğrencinin verdiği cevap .....	95
52.	0 (sıfır) puan kategorisinden K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	97
53.	1 puan kategorisinde yer alan D3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	100
54.	1 puan kategorisinde bulunan D24 kodlu öğrencinin yazılı cevabı .....	100
55.	0 (sıfır) puan kategorisinden K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	101
56.	0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D26 kodlu öğrencinin yazılı cevabı .....	104
57.	1 puan kategorisinde yer alan K12 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	105
58.	2 puan kategorisinde yer alan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	105
59.	Birbiriyle aynı üçgenler etkinliğinden bir öğrencinin çalışma yaprağı .....	107
60.	0 (sıfır) puan kategorisinden D15 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	110
61.	0 (sıfır) puan kategorisinden D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	111
62.	1 puan kategorisinde yer alan K17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	112
63.	Kontrol grubundan K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	113

64.	2. kategoride yer alan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	114
65.	0 (sıfır) puan kategorisinden D1 kodlu öğrencinin yazılı cevabı.....	116
66.	0 (sıfır) puan kategorisinden K4 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	116
67.	1 puan kategorisinden D25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	117
68.	0 (sıfır) puan kategorisinden D14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	119
69.	0 (sıfır) puan kategorisinden K4 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	120
70.	0 (sıfır) puan kategorisinden K6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı bir cevap.....	120
71.	1 puan kategorisinde bulunan D13 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	121
72.	2 puan kategorisinde yer alan D20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	122
73.	D6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	125
74.	K20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	126
75.	1 puan kategorisinde yer alan D24 kodlu öğrencinin yazılı cevabı.....	127
76.	2 puan kategorisinde yer alan K26 kodlu öğrencini yazılı cevabı.....	128
77.	Deney grubundan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	130
78.	Kontrol grubundan K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	131
79.	Kontrol grubundan K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	133
80.	Deney grubundan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	135
81.	Deney grubundan D17 kodlu öğrencinin ifade ettiği demir kalıp.....	135
82.	Kontrol grubundan K20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	138
83.	0 (sıfır) puan kategorisinden K6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	139
84.	0 (sıfır) puan kategorisinden D4 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	140
85.	1 puan kategorisinden K14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	141
86.	1 puan kategorisinden D13 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	142

87.	D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	143
88.	K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	143
89.	D1 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	144
90.	K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	145
91.	0 (sıfır) puan kategorisinden K18 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	149
92.	1 puan kategorisinden D11 kodlu öğrencilerin verdiği yazılı cevap .....	150
93.	2 puan kategorisinden D24 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	151
94.	0 (sıfır) puan kategorisinden D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	158
95.	Şekil, kavram ve semboller etkinliğinde kullanılan DGY ile oluşturulan boyut ile ilgili modeller.....	161
96.	D17 kodlu öğrencinin yazdığı geometrik şekiller.....	169
97.	Deney grubundan D3 kodlu öğrencinin ön, ara ve son testlerin 2.sorusuna verdiği yazılı cevaplar .....	172
98.	Kontrol grubundan K11 kodlu öğrencinin ön, ara ve son teste verdiği yazılı cevaplar.....	172
99.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinden bazılarının verdikleri yazılı cevaplar .....	174
100.	1 Puan kategorisinde bulunan D11 ve K14 kodlu öğrencilerinden verdikleri yazılı cevaplar.....	176
101.	1 puan kategorisinden D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	179
102.	4 puan kategorisinden D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	181
103.	1 puan kategorisinde yer alan D1 ve K25 kodlu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar .....	184
104.	1 puan kategorisinden K27 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	187
105.	1 puan kategorisinden D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.....	190
106.	0 (sıfır) puan kategorisinden D7 ve K3 kodlu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar.....	191
107.	0 (sıfır) puan kategorisinden D5 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	193
108.	0 (sıfır) puan kategorisinden K2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	194

109.	0 (sıfır) puan kategorisinden D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	196
110.	Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan iki öğrencinin verdiği yazılı cevap. ....	200
111.	2 puan kategorisinden K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	201
112.	0 (sıfır) puan kategorisinden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	202
113.	0 (sıfır) puan kategorisinden D8 ve K20 öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar .....	204
114.	0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	205
115.	2 puan kategorisinden D12 ve K21 kodlu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar .....	206
116.	0 (sıfır) puan kategorisinde K2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	211
117.	0 (sıfır) puan kategorisinden K21 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap .....	212
118.	Bir öğrencinin Sıra Sende-1 etkinliğinde yer alan sorulara verdiği cevaplar .....	219
119.	Öğretmenin Sıra Sende-1 etkinliği için tahtaya çizdiği şekil .....	220
120.	Niçin doğru etkinliğinde gerekçe bölümünü doğal muhakemeyle dolduran öğrencinin cevapları .....	222
121.	Ne Biliyorum etkinliğinde üçgenin iç ve dış açılarını gösteren öğrencilerden birinin cevabı .....	224
122.	Öğrencilerden birinin Hareketli Açılımları-1 etkinliğinde verdiği yazılı cevaplar .....	225
123.	$mA + mB + mC = 360o$ 'dir .....	225
124.	Öğrencilerden birinin Sıra Sende-2 etkinliğine verdiği yazılı cevaplar .....	226
125.	Öğrencilerden birinin aynısını çiz etkinliğine verdiği yazılı cevaplar .....	228
126.	Öğrencinin matematiksel özelliklerini belirlemeye çalıştığı üçgenler .....	229
127.	İki öğrencinin Ne Görüyorsun-3 etkinliğine ait çalışma yapraklarından bir bölüm.....	230

128.	Birbiriyle Aynı Üçgenler etkinliğinde şart-sonuç ilişkisini kullanan bir öğrencin çalışma yaprağı .....	231
129.	Görsel İspat-1 etkinliğinde animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi doğru yazan bir öğrencinin çalışma yaprağı .....	234
130.	Bir öğrencinin Ne Görüyorsunuz-4 etkinliğinde verdikleri yazılı cevaplar .....	238
131.	Verilen ispatı doğru tamamlayan bir öğrencinin çalışma yaprağı .....	239
132.	İspatı tamamla etkinliği için verilen ispatı tamamlayamayan bir öğrencinin çalışma yaprağı .....	240
133.	Örnek bir öğrenci cevabı .....	243
134.	Öğretmenin tahtaya çizdiği şekil .....	245
135.	Kenarortayları bir noktada kesiştiren ve uygun görsel bilgiler oluşturan öğrencilerden birinin çalışma yaprağı .....	248
136.	B noktasının AD doğru parçasına göre simetriğini gösteren bir öğrencinin çalışma yaprağı .....	249

## GRAFİKLER LİSTESİ

<u>Grafik No</u>	<u>Grafik Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	76
2.	Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	80
3.	Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	83
4.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	89
5.	Ön, ara ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrenci yüzdeleri .....	93
6.	Ön, ara ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrenci yüzdeleri .....	96
7.	Ön ve ara test sonuçlarına göre kategorilere düşen deney ve kontrol grubu öğrenci yüzdeleri .....	104
8.	Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorilere düşen öğrenci yüzdeleri .....	109
9.	Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorilere düşen öğrenci yüzdeleri .....	109
10.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	119
11.	Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	124
12.	Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	124
13.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	137
14.	Ön, ara ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	147
15.	Ön, ara ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	148
16.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	162

17.	Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	165
18.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	168
19.	Deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	171
20.	Kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	171
21.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	178
22.	Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	182
23.	Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	182
24.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	187
25.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	189
26.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorilere düşen ön ve ara test yüzdeleri.....	195
27.	Ön, ara ve son test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	198
28.	Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test yüzdeleri.....	207
29.	Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	209
30.	Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri .....	209



## KISALTMALAR LİSTESİ

- MEB** : Millî Eğitim Bakanlığı  
**DGY** : Dinamik Geometri Yazılımları  
**BSM** : Bilişsel Süreç Modelleri



## 1. GİRİŞ

Günlük hayatın pratik ihtiyaçlarından doğan Euclid geometrisi, Euclid'in elinde şekillenmiş ve bu haliyle tüm diğer disiplinler için bugün bile özenilen bir model olmuştur. Euclid'in Elementler adlı eseri ile ortaya koymuş olduğu aksiyomatik sistem sahip olduğu mantıksal yapı ile insan düşüncesinin "yetkin" bir ürünü olarak görülmüş ve yüzyıllar boyunca insanoğlunun doğru bilgiye ulaşmasında bir araç olarak kullanılmıştır. Euclid'in az sayıda aksiyom, postulat ve tanımdan, tümdengelim dayalı çıkarımlarla, geriye kalan diğer önermelerin ispatını vermesi, geometriyi felsefe ve doğa bilimleri dahil diğer birçok disiplinin hayranlıkla takip ettiği bir sistem haline getirmiştir (Yıldırım, 2000). Gerek bu sistemin ortaya koyduğu geometrik düşünce yapısının diğer kuşaklara aktarılma ihtiyacı gerekse de iş hayatı ve diğer disiplinler için sahip olduğu potansiyel, geometriyi tüm dünyada okul matematiğinin ayrılmaz bir parçası haline getirmiştir.

Geometrinin yeni kuşaklara aktarılma ihtiyacına bağlı olarak 20. yüzyılın başlarından günümüze kadar geometri öğrenme ve öğretme süreçlerinin zenginleştirilmesine yönelik birçok araştırma yapılarak geometrik düşünmenin doğası ve nasıl geliştirilebileceği açıklanmaya çalışılmıştır (Fujita, Jones ve Yamamoto, 2004). Bu açıklamaları temelde gelişimsel ve bilişsel yaklaşımlar olarak ikiye ayırmak mümkündür (Duvall, 2000). Gelişimsel yaklaşımlar, bireyin geometrik düşünme sürecini birbirleriyle hiyerarşik ilişkili seviyeler halinde ele almakta ve bu seviyeler arasındaki geçişi geometride yetkinliğin bir göstergesi olarak görmektedir (Clements, 2003). Geometrik düşünmeyi açıklamaya yönelik bilinen gelişimsel bir yaklaşım Van Hiele geometrik düşünme modelidir. Bilişsel yaklaşımlar ise geometrik düşünme sürecini, bilişsel süreçler bu süreçlerin işlevleri ve birbirleriyle etkileşimleri üzerinden ele almakta ayrıca gelişimsel yaklaşımların aksine bu süreçler arasında hiyerarşik bir ilişkiden söz etmemektedir. Fishbein'in şekilsel kavram (figural concepts) teorisi ile Duval'in bilişsel modeli geometrik düşünme sürecini bilişsel olarak açıklamaya çalışan yaklaşımlardır (Jones, 1998).

Gelişimsel bir yaklaşımla geometrik düşünme sürecini ele alan Van Hiele'e göre her matematiksel işlem ya da kavramda olduğu gibi geometrik düşünme süreci de belirli seviyelerden geçmektedir (Y. Güven, 2006). Bu seviyeler öğrenci ile temel geometri konuları arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmaktadır (Ding ve Jones, 2007). Van Hiele geometrik düşünme modelinde öğrenci ile konular arasındaki ilişki sezgisel ve şekil odaklı bir durumla başlayıp alınan eğitim ile birlikte daha soyut ve kavramsal bir düzey ile bitmektedir (B. Güven, 2006).

Geometrik düşünmeyi bilişsel bir yaklaşımla ele alan Fischbein'e göre bilişsel psikolojide var olan kavram (çoğu zaman soyut ve sözeldirler) ve görsel imgenin (nesnenin veya olayın duyuşsal temsili) birbirlerinden farklı zihinsel yapılar olarak düşünülmesi geometrik şekiller için geçerli değildir (Fischbein, 1993). Kavram, bir nesnenin veya olayın özelliklerinin genellenmesi sonucunda elde edilen soyut ve genel bir temsilken görsel imgeler, şekil, yer, büyüklük gibi uzamsal özelliklere (uzunluk, alan, hacim gibi ölçülebilir özelliklerde dâhil) sahip zihinsel resimlerdir (Fischbein, 1993). Bilişsel psikolojide bu iki kategori (kavramlar ve görsel imgeler) genellikle, etkileşimli olmakla birlikte, ayrı süreçler olarak ele alınmaktadır. Fischbein (1993) bilişsel psikolojide var olan bu ayrımın geometrik şekiller için geçerli olmadığını, geometrik şekillerin doğaları gereği bu iki kategoriyi yani şekil ve kavram olma özelliklerini aynı anda (eş zamanlı olarak) içerdiklerini ve üçüncü bir kategori oluşturduklarını belirtmiştir. Bu nedenle bu iki kategoriye ek üçüncü bir kategori olarak şekilsel kavram (figural concept) kategorisini tanımlamış ve geometrik düşünmenin şekil-kavram etkileşimin yapısı ile açıklanabileceğini ifade etmiştir (Fischbein, 1993; Fischbein ve Nachlieli, 1998). Bir diğer bilişsel yaklaşım olan Duval'in bilişsel modeli ise geometrik düşünmeyi belirli bilişsel ve algısal süreçler üzerinden ele almaktadır (Jones, 1998). Duval (1998) kendi içinde farklı işlevlere sahip bilişsel süreçleri: Görselleştirme, kurma, muhakeme olmak üzere üçe ayırmıştır. Duval (1998) geometride yetkinlik kazanmanın bu süreçler arasında güçlü etkileşimlerin sağlanması ile mümkün olabileceğini belirtmiş ve muhakeme sürecini genel olarak mevcut bilgide bir değişimin meydana gelmesi olarak tanımlamıştır. Modelde bu değişim belirli temsiller (gösterimler) üzerinden gerçekleşmekte ve her bir temsil farklı muhakeme süreçlerini oluşturmaktadır (Duval, 1998). Duval (1998) geometride doğal dil (gündelik dil), sembolik dil (matematiksel dil) ve şekil ile gösterim (temsil) olmak üzere kullanılan gösterim biçimlerine göre ortaya çıkan muhakeme süreçlerini doğal ve teorik muhakeme olmak üzere ikiye ayırmıştır. Doğal muhakeme, bilginin doğal dil ve şekil ile temsil edildiği ve bu temsiller üzerinden mevcut bilgide bir değişimin meydana geldiği muhakeme sürecidir. Bu muhakeme sürecinin en karakteristik özelliği bir problem durumu için şekilsel temsiller üzerinden doğal dil kullanılarak belirli sonuçlara ulaşılmasıdır. Bu süreçte ulaşılan sonuçlar matematiksel ilkelerle gerekçelendirilemez. Teorik muhakeme ise bilginin sembolik gösterimler kullanılarak temsil edildiği ve tümdengelim düşünme üzerinden bilgide bir değişimin meydana geldiği muhakeme sürecidir. Bu muhakeme sürecinde aksiyom, tanım ve teoremlerle kullanılarak belirli sonuçlara ulaşılır. Bu süreçte ulaşılan sonuçlar matematiksel ilkelerle gerekçelendirilebilir (Duval, 1998). Ayrıca Duval, bilişsel süreçler arasındaki etkileşimi güçlendiren ve bu etkileşimin sağlanmasında önemli bir yeri olan birbirinden farklı dört algısal süreç de tanımlamıştır. "Şekle bakma süreçleri"

olarak ifade ettiği bu süreçler *görsel algı*, *sözel algı*, *sıralı algı* ve *işlevsel algı* 'dan oluşmaktadır. Bu süreçlerin her biri şekil üzerindeki matematiksel bilginin fark edilmesine (görülmesine) imkân sağlayacak farklı işlevler yerine getirmektedir (Duval, 1995, 1998, 1999).

Gelişimsel ve bilişsel yaklaşımlar incelendiğinde aslında geometrik düşünmeyi temelde iki süreç üzerinden açıklamaya çalıştıkları anlaşılmaktadır. Bunlar: Şekilsel (geometrik şeklin taşıdığı ölçülebilir uzaysal özellikler) ve teorik süreçlerdir (kavram bilgisi, tanım, teorem ve aksiyom bilgisi). Fakat farklı modeller bunların geometrik düşünme içerisindeki işlevini farklı şekillerde ortaya koymuştur. Örneğin, Van Hiele modelinde geometrik düşünme şekilsel süreçlerle başlamakta ve birey geometride yetkinlik kazandıkça bu zamanla yerini daha teorik/kavramsal süreçlere bırakmaktadır (B. Güven, 2006). Bu bakış açısı daha çok öğretim programlarının ve ders kitaplarının şekillenmesine genel bir perspektif sağlaması açısından önemli katkılar sağlamaktadır. Nitekim NCTM'in (National Council of Teachers of Mathematics) 2000 yılında ortaya koyduğu ve öğretim programlarının şekillenmesinde kullanılan geometri ile ilgili standartlar Van Hiele seviyeleri dikkate alınarak hazırlanmıştır. Fischbein ise Van Hiele'in modelinin aksine şekilsel ve kavramsal süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olmadığını düşünmektedir. Fischbein'in modeline göre şekilsel ve kavramsal süreçler birlikte düşünülmelidir. Çünkü geometri doğası gereği bizi buna zorlamaktadır. Ayrıca öğrencilerin şekil-kavram birlikteliğini geliştirememesi geometrik düşünme sürecini olumsuz etkilemekte ve bu durum problem çözme sürecinde belirli güçlüklerin yaşanmasına neden olmaktadır (Fischbein, 1993; Fischbein ve Nachlieli, 1998; Mariotti, 1996; Mariotti ve Fischbein, 1997)

Duval bilişsel modelinde Fischbein gibi şekilsel ve kavramsal süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olmadığını düşünmektedir. Fakat Fischbein'in iki süreci birlikte ele alan yaklaşımını benimsememektedir. Duval'e göre bu süreçler birbirinden ayrı düşünülmeli ve her bir sürecin kendi içindeki alt süreçlere, bu süreçler arasındaki etkileşime odaklanılmalıdır. Bu nedenle Duval, Fischbein'in modelinden farklı olarak hem şekilsel (görselleştirme, kurma, doğal muhakeme süreci) hem de kavramsal süreçleri (teorik muhakeme süreci) kendi içerisinde etkileşimli ayrı süreçler olarak ele almıştır. Bununla birlikte Fishbein gibi bir problem durumunda geometrik şekillerin kavramlarla birlikte kullanılması gerektiğini de düşünmektedir (Duval, 1995, 1998, 1999). Dolayısıyla Duval'in bilişsel modelini Fischbein'in şekilsel-kavram yaklaşımını da içine alan bütüncül bir teori olarak görmek mümkündür.

Öğrenme kuram ve yaklaşımları öğrenme ortamı tasarımının zeminini oluşturmaktadır (Reigeluth ve Carr-Chellman, 2009). Çünkü bu yaklaşımların ortaya koyduğu problemler ve getirdikleri çözüm önerileri, ortaya konan süreçler öğrenme-

öğretme sürecinin planlanmasında önemli bir rehberdir. Örneğin geometri özelinde Van Hiele, öğrencilerin bir ispatı yaparken zorlanmalarını öğrenme ortamları için bir problem durumu olarak ortaya koymuştur. Ortaya koyduğu bu probleme çözüm üretmeye çalışan Van Hiele, ispat yaparken öğrencilerin başarılı olabilmelerini daha önceden geçilmesi gereken belirli seviyelere bağlamıştır (Usiskin, 1982). Ayrıca bu seviyelerin geçilebilmesi için belirli bir sıra içeren bir öğretim modeli ortaya koymuştur (1-Bilgi aşaması, 2-Yönelme, 3-Açıklama yapma, 4-Serbest Çalışma, 5-Bütünleştirme) (Crowley, 1987; Erdoğan, Akkaya ve Akkaya, 2009). Böylece birçok araştırmada öğrenme ortamları öğrencilerin bu seviyeleri geçmelerine hizmet edecek şekilde düzenlenmeye çalışılmıştır (Breen, 1999; Johnson, 2002; Larew, 1999).

Fischbein öğrencilerin şekil ve kavram arasında doğru etkileşimler kuramamasını öğrenme ortamları için bir problem olarak görmüştür. Fishbein' e göre böyle bir etkileşimin kurulabilmesi ve üst düzey düşünme becerisinin kazanılabilmesi için öğrenme ortamlarında şekil-kavram etkileşiminin sağlanabilmesine imkân sağlayacak etkinliklere yer verilmeli ve bu etkinlikler öğrencilerin şekil ile kavram arasında yaşadıkları muhtemel uyumsuzlukları kavramın kontrolünde çözmeleri gerektiğini anlamalarına hizmet edecek şekilde düzenlenmelidir (Fischbein, 1993; Fischbein ve Nachlieli, 1998).

Duval (1998) geometrik düşünmeyi bilişsel ve algısal süreçler üzerinden ele alarak bu süreçler üzerinden geometri öğretimi için üç problem durumu belirtmiş ve bu problem durumlarını çözmeye yönelik kendi araştırma sonuçlarına dayanarak belirli analizlerde bulunmuştur. Modelin ortaya koyduğu problemler ve analizler şu şekildedir:

1. Liselerde geometri öğretiminde görselleştirme, kurma ve muhakeme süreçleri arasındaki etkileşim nasıl sağlanabilir?
2. Geometri öğrenme-öğretme sürecinde öğrenciler doğal muhakeme sürecinden teorik muhakeme sürecine nasıl geçirilebilir?
3. Öğrencilerin geometrik bir şekil üzerindeki matematiksel ilişkileri görebilmesi/fark edebilmesi nasıl sağlanabilir?

Modelin geometri öğretimi için ortaya koyduğu ilkeleri yansıtan ve yukarıda ifade edilen problemlere çözüm niteliğindeki analizler şöyledir:

1. Öğrencilerde görselleştirme, kurma ve muhakeme süreçleri arasındaki etkileşimin sağlanabilmesi için bu süreçler ayrı ayrı geliştirilmelidir.
2. Öğrencilerin teorik muhakeme sürecine geçebilmesi için bilişsel süreçler ve algısal süreçler arasındaki etkileşimlerin doğru kurulması gerekir. Bunun için bu süreçler ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.

3. Öğrencilerin geometrik bir şekil üzerindeki matematiksel ilişkileri görebilmesi için algısal süreçler arasındaki etkileşimlerin doğru kurulması gerekir. Bunun için algısal süreçler ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.

Verilen analizlerden görüldüğü gibi bilişsel model için öğrenme ortamlarında karşılaşılan güçlüklerin giderilebilmesi bilişsel ve algısal süreçlerin ayrı ayrı geliştirilmesine ve süreçler arasında doğru etkileşimlerin kurulmasına bağlıdır. Nitekim bilişsel ve algısal süreçlerin ayrı ayrı geliştirilmesi öğrencilerin bu süreçler arasında karşılaştırma yapmasına ve aralarındaki farklılıkları anlamasına imkân tanırken aralarında uygun etkileşimlerin sağlanması bu süreçler arasında gerekli ilişkilerin kurulmasına imkân tanıyacaktır. Bu bağlamda Duval'in bilişsel modelinde öğrenme ortamlarında karşılaşılan güçlüklerin çözülebilmesi için "farklılaştırma" ve "ilişkilendirme" olmak üzere temelde iki kavram üzerinden öğrenme ortamlarının düzenlenmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Çünkü bilişsel modelde bilişsel ve algısal süreçlerin ayrı ayrı geliştirilmesi "farklılaştırma" kavramı ile aralarında etkileşim sağlanması ise "ilişkilendirme" kavramı ile açıklanabilir. Fakat genelde sınıflarda uygulanan etkinliklerde bilişsel ve algısal süreçler iç içe yer almakta ve öğrencilerden bu süreçleri geliştirmeleri beklenmektedir.

Her bir yaklaşımın geometrik düşünmenin nasıl geliştirilebileceği ve bunun için öğrenme ortamlarının nasıl düzenlenmesi gerektiği ile ilgili önemli tespitleri olmasına rağmen bir yaklaşımın bazı durumlar için ortaya koyduğu kısıtlı bakış açısı diğer yaklaşımları biraz daha ön plana çıkarmaktadır. Örneğin Van Hiele modelinin gerek öğretim programlarının geliştirilmesi gerekse de ders kitaplarının şekillendirilmesi gibi durumlara, genel bir perspektif sağlaması açısından, getirdiği önemli katkıları olmasına rağmen geometrik düşünmeye konu veya kavram öğretimi merkezinden bakması ve geometrik bir problemin çözümünde yaşanan bilişsel ve algısal süreçleri ihmal etmesi diğer yaklaşımları biraz daha ön plana çıkarmaktadır. Çünkü matematik sadece birileri tarafından bulunmuş matematiksel sonuçlardan ve kavramlardan ibaret bir bilim dalı değil, bir düşünme biçimidir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996). Bu düşünme biçimini oluşturan da bireyin bilişsel ve algısal süreçleridir (Duval, 1998). Bu noktada da daha çok Fischbein ve Duval'in ortaya koyduğu bilişsel bakış açısı daha fazla ön plana çıkmaktadır. Özellikle Fischbein'e göre bilişsel süreçleri daha detaylı ele alan bununla birlikte Fischbein'den farklı olarak algısal süreçlere de yer veren Duval'in bilişsel modelinin öğrencilerin problem çözme ve muhakeme becerilerinin geliştirilmesine yönelik önemli tespitlerinin olduğu ve diğer yaklaşımlara göre bu modelin ortaya koyduğu analizlerin öğrenme ortamlarında kullanılmasının geometrik düşünmenin geliştirilmesine önemli katkıları olacaktır.

Literatür incelendiğinde yapılan birçok çalışmada öğrencilerin geometrik kavramları (açı, üçgen, dikdörtgen vb.) öğrenirken (Hershkowitz, 1987; Lehrer, Jenkins ve Osana,

1998; TIMSS, 1999) ve ispat yaparken güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir (Healy ve Hoyles, 1998; McCrone ve Martin, 2004; Senk, 1985; Usiskin, 1982). Duval'e göre yaşanan bu güçlüklerin temel nedeni öğrencilerin bilişsel süreçler arasında doğru etkileşimler kuramamalarıdır (Duval, 1998). Fakat Duval'in bilişsel modeli ile ilgili yapılan birçok çalışma incelendiğinde betimsel bir karakter taşıdığı ve daha çok öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin incelenmesine odaklandığı görülmektedir (Charalambos,1997; Deliyianni, Elia, Gagatsis, Monoyiou ve Panaoura, 2009; Elia, Gagatsis, Deliyianni, Monoyiou ve Michael, 2009; Gagatsis vd., 2010; Michael, Gagatsis, Avgerinos ve Kuzniak, 2011; Michael-Chrysanthou ve Gagatsis, 2013; Michael, 2013; Torregrosa ve Quesada, 2008). Sadece durum tespiti ile sınırlı kalan bu çalışmaların yanında geometri öğretiminde ortaya çıkan güçlüklerin aşılmasına hizmet edecek çalışmalara da ihtiyaç olduğu anlaşılmaktadır. Bunun için Duval'in bilişsel modelinin ilkelerine göre hazırlanacak bir öğrenme ortamının tasarlanması ve ortaya çıkan ürünlerin değerlendirilmesi geometri öğretimine betimsel bir yaklaşımın ötesinde uygulamaya yönelik bir perspektif sağlayacaktır. Böylece geometrik düşünmeyi açıklayan bir yaklaşım, ortaya koyduğu ilkelerden hareketle, öğrenme ortamlarının tasarımına yön verecek bir öğretim modeline dönüşecektir.

Duval'in bilişsel modeli incelendiğinde modelin lise düzeyinde yaşanan en temel problemi öğrencilerin şekilsel (görselleştirme, kurma) kavramsal süreçler (doğal ve teorik muhakeme) arasında doğru etkileşimler kuramaması olarak görüldüğü anlaşılmaktadır. Duval'e göre bu durumun üstesinden gelebilmek için şekilsel ve kavramsal süreçler birbirinden bağımsız geliştirilmeli ve aralarındaki etkileşime odaklanılmalıdır (Duval, 1998). Bu tespitlerden hareketle mevcut çalışma öğrencilerin hem şekilsel hem de kavramsal süreçlerinin gelişimini sağlayabilecek bir öğrenme ortamının tasarlanmasına odaklanmaktadır. Böylece Duval'in bilişsel modeli olabildiğince bir bütün olarak ele alınabilecek ve öğrenme ortamlarının yapısına ve kalitesine katkı sağlayabilecek sonuçlar elde edilebilecektir. Bu bağlamda araştırmanın problemleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1. Duval'in Bilişsel modelinin ilkelerine uygun hazırlanan öğrenme ortamı öğrencilerin teorik muhakeme sürecine geçebilmesini nasıl etkilemektedir?
2. Bilişsel modelin ilkelerine uygun hazırlanan öğrenme ortamı öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin geliştirilmesini nasıl etkilemektedir?

## **1. 2. Araştırmanın Amacı**

Matematik eğitiminde yapılan araştırmaların amaçlarından biri matematiksel kavramları öğrenirken öğrencilerin yaşadıkları zorlukları ve bu zorlukların temelinde yatan nedenleri saptamak ve öğrencilere yardım etme amacıyla neler yapılabileceğini

belirlemektir (Çekmez, 2013). Öğrenciler için öğrenmeyi sağlayacak öğretim yöntemini seçmek buna uygun planlamalar yapmak “öğrenme ortamı tasarımı” olarak adlandırılabilir (Lefoe, 1998; Güven ve Karataş, 2004)).

Uluslararası karşılaştırmalı sınavlardan (TIMSS-R, PISA) elde edilen sonuçlar incelendiğinde ülkemizdeki öğrencilerin matematik başarılarının ortalamasının altında olduğunu görülmektedir. Ayrıca matematiği kendi içinde değerlendirecek olursak geometrideki başarı matematiğin diğer alanlarına oranla daha düşüktür (Ubuz, Ustun ve Erbaş, 2009). Uluslararası sınavlardan elde edilen sonuçlar bir anlamda ülkemizde matematik öğretiminin ne düzeyde olduğunu da bizlere göstermektedir. Bu bağlamda geometri özelinde “Geometride başarılı öğretim için nasıl bir öğrenme ortamı olmalıdır?” sorusu cevaplanması gereken önemli bir sorudur. Fakat bu soruya doyurucu cevaplar verebilmek için geometrik düşünceyi inceleyen yaklaşımların ortaya koyduğu sonuçların incelenmesi ve bu sonuçlardan hareketle öğrenme ortamlarının düzenlenmesi gerekmektedir. Çünkü geometrik düşünmeyi inceleyen yaklaşımların temel amaçları geometrik düşünmeyi açıklamak ve bu açıklamalardan hareketle en iyi öğrenmenin nasıl gerçekleşebileceğine yönelik sonuçlar ortaya koymaktır.

Ülkemizde matematik ve geometri eğitimini iyileştirmeye yönelik birçok girişimde bulunulmuştur. Örneğin öğretim programında çağın gerekliliklerine uygun öğrenciler yetiştirmek adına son yıllarda Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından 2005 ve 2013 yıllarında iki değişiklik yapılmıştır (MEB, 2005, 2013). Fakat öğretim programı kendi kendini öğretemeyeceğinden çağın gereklerine uygun bir öğretim programının yanında programın etkili ve verimli olmasına hizmet edecek öğrenme ortamlarının da tasarlanmasına ihtiyaç vardır. Bu tasarımlar öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarına, materyal hazırlama ve bu materyalleri kullanma süreçlerine rehberlik yapmalıdır. Bunun gerçekleştirilebilmesi için geometrik düşünme süreçlerini ve nasıl geliştirilmesi gerektiğini inceleyen yaklaşımların anlaşılması ve bu yaklaşımların öğrenme ortamları için ortaya koyduğu ilkelerin belirlenmesi önemlidir.

Her yaklaşımın kendi içinde dikkate değer tespitleri bulunmasına rağmen Duval'in bilişsel modelinin geometride bilişsel süreçlerle birlikte algısal süreçlere de yer vermesi modeli diğer yaklaşımlardan farklı kılmaktadır. Geometriyi sadece gelişimsel bakış açısı ile ele alan ve daha çok öğretim programlarının geliştirilmesi için önemli fikirler sunan ya da geometriyi sadece bilişsel yönden ele alan ve algısal süreçleri ihmal eden yaklaşımların aksine geometriye algısal ve bilişsel süreçlerin birlikteliği üzerinden bakan Duval'in bilişsel modelinin geometri öğretimine önemli katkılarının olacağı düşünülmektedir. Çünkü geometrinin hem şekilsel (algısal) hem de kavramsal (bilişsel) yönü düşünüldüğünde geometri öğretimine sadece bilişsel veya sadece gelişimsel



yaklaşımlar üzerinden bakmak geometrik düşünmenin bazı boyutlarının eksik kalmasına neden olacaktır.

Geleneksel öğrenme ortamlarının şekillendirdiği geometri öğretiminde teoremler son hali ile öğrencilere verilmekte, öğretmen gerekli görürse teoremin ispatını yapmakta ayrıca teoremin doğrudan uygulamasını içeren çok sayıda örnek çözülmektedir. Dersin sonunda öğrencilere alıştırmalar verilerek teoremin uygulanmasında öğrencilerin pratiklik kazanmaları sağlanmaktadır (Güven ve Karataş, 2005). Fakat böyle bir öğrenme ortamı bilişsel süreçlerin birçok fonksiyonunu ihmal etmektedir. Örneğin görselleştirme ile elde edilebilecek öznel doğrulama (formel ispat yapmadan geometrik şekilleri kullanarak öğrenciyi ikna etme) ya da kurma ile elde edilebilecek bir geometrik şekli bir araç yardımı ile kurma ve şeklin modelini oluşturarak şekil ile ilgili bilgi edinme ayrıca teorik muhakeme ile tümdengelim düşünmenin nasıl işlediğinin farkına varabilme gibi süreçler ihmal edilmektedir. Böyle ortamlarda bilişsel süreçlerde olduğu gibi algısal süreçlerin de birçok fonksiyonu ihmal edilmekte ve sadece çözülen örneklerle bu süreçlerin gelişimi beklenmektedir. Bu nedenle geleneksel öğretimin eksikliklerini giderecek bir öğrenme ortamının tasarlanması önemli görülmektedir.

Gerek geometride başarılı bir öğretim için nasıl bir öğrenme ortamı olması gerektiği ile ilgili soruya cevaplar arama gerekse algısal süreçler ile bilişsel süreçlerin birlikte ele alınmasının gerekliliği; ayrıca geleneksel öğrenme ortamına alternatif öğrenme ortamı oluşturma gibi ihtiyaçlar bizi Duval'in bilişsel modelinin ve bu modelin öğrenme ortamlarına nasıl adapte edilebileceğinin incelenmesine götürmüştür. Böylece bu çalışma ile, Duval'in bilişsel modelinin ilkelerine uygun bir öğrenme modeli oluşturulması, modelin uygulanabilmesi için materyallerin (çalışma yaprakları, animasyonlar, dinamik geometri yazılımları...) geliştirilmesi, geliştirilen bu materyallerin gerçek sınıf ortamına uygulanması ve ortaya çıkan öğrenme ürünlerinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

### **1. 3. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi**

Yapılan birçok çalışmada öğrencilerin geometrik kavramları (açı, üçgen, dikdörtgen vb.) öğrenirken (Hershkowitz, 1987; Lehrer, Jenkins ve Osana, 1998) ve ispat yaparken güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir (Healy ve Hoyles, 1998; McCrone ve Martin, 2004; Senk, 1985; Usiskin, 1982). Bu güçlüklerin neden yaşandığı bilişsel ve gelişimsel yaklaşımların perspektifinden incelenebilir (Gal ve Linchevski, 2010), fakat geometri öğretimi açısından asıl önemli olan bu güçlüklerin giderilmesi için öğrenme ortamlarında neler yapılabileceğini ortaya koyabilmektir. Bu ancak belirli teorik çerçeveler ışığında gerçek sınıf ortamında yapılacak çalışmalarla mümkün olacaktır. Nitekim eğitim alanında yapılan birçok çalışma daha çok teorik düzeyde kalmakta ve uygulayıcı pozisyonundaki

öğretmenlere hitap etmemektedir. Dolayısıyla öğretmenler eğitim araştırmalarını kendilerine uzak ve gerçek sınıf ortamından kopuk olarak algılamaktadır. Bu bağlamda gerçek sınıf ortamında yürütülen çalışmalar öğrenme ortamlarının düzenlenmesine gerçekçi katkılar sağlayacaktır (Güven, 2002).

Geometriyi sadece gelişimsel veya bilişsel bakış açısıyla ele alan ve algısal süreçleri ihmal eden yaklaşımların aksine geometriyi algısal ve bilişsel süreçlerin birlikteliği üzerinden ele alan Duval'in bilişsel modeli geometri öğrenme ve öğretme sürecine kendi paradigması üzerinden açıklamalar getirmiş ve belirli süreçler ortaya koymuştur. Bu süreçler üzerinden bazı problemler ve analizler ortaya koyan yaklaşımın temel amacı kuşkusuz öğrenme ortamlarında karşılaşılan güçlüklerle çözümler üretmek ve etkili öğrenme ve öğretmeyi gerçekleştirmektir. Fakat bilimdeki her yaklaşım gibi bu yaklaşımında sınanmaya ihtiyacı vardır. Böylece teorik birçok açıklamanın gerçek sınıf ortamında incelenmesine ve yaklaşımın geometri öğretimi için sunduğu problemler için getirdiği çözüm önerilerinin değerlendirilebilmesine imkân tanınmış olacaktır. Bunun yapılabilmesi için yaklaşımın ortaya koyduğu ilkelere uygun öğrenme ortamının tasarlanması ve ortaya çıkan sonuçların değerlendirilmesi gerekir. Bu şekilde mevcut öğrenme ortamlarının yapısına ve öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin geliştirilmesine yönelik önemli sonuçların ortaya çıkacağı düşünülmektedir.

Geometrik düşünmeyi açıklamaya çalışan yaklaşımlar birçok nokta da farklılık göstermesine rağmen öğrencilerin geometri dersinde yaşadığı bazı güçlüklerde benzer tespitlerde bulunmuşlardır. Van Hiele, Fischbein ve Duval'in ortaya koydukları yaklaşımlar öğrencilerin geometrinin tümdengelimsel yapısını (teorik muhakeme becerisi) anlamada ve bu düşünme biçimini davranışa dönüştürmede (ispat yapma) güçlükler yaşadığı konusunda hemfikirdirler (Duval, 1998; Fischbein, 1993; Usiskin, 1982). Nitekim Lise öğrencileri üzerinde yapılan bazı araştırmalar da bunu desteklemektedir (Healy ve Hoyles, 1998; McCrone ve Martin, 2004; Senk, 1985; Usiskin, 1982). Her ne kadar bazı araştırmalarda bu güçlüklerin yaşanmasındaki temel neden öğrencilerin gerekli Van Hiele düzeyinde olmamaları ile açıklanmış olsa da (Coşkun, 2009; Senk, 1989) geometrik düşünmeyi açıklamaya çalışan diğer yaklaşımların bakış açılarına göre de öğrencilerin teorik açıklamalar oluştururken neden güçlükler yaşadıklarının belirlenmesi gerekir. Bunun için diğer yaklaşımların öğrenme ortamlarına adapte edilmesi ve öğrenme ürünlerinin bu yaklaşımlara göre değerlendirilmesi gerekir. Bu çalışma Duval'in bilişsel modeli bağlamında öğrencilerin teorik açıklamalar oluştururken neden ve nasıl güçlükler yaşadıkları konusunda belirli sonuçlar içermesi bakımından önemli görülmektedir.

Yapılan birçok araştırmada gerek lise gerekse de üniversite öğrencilerinin teorik düşünme becerisinin yeterli olmadığı tespit edilmiştir. Bu araştırmalarda öğrencilerin

çoğunlukla deneysel ve dışsal ispat şemalarına sahip oldukları görülmüştür (Harel ve Sowder, 2007). Oysaki lise düzeyinde öğrencilerin geometri dersinde tümdengelimsel düşünme becerisini kazanması ve verilen bir önermenin ispatını yapabilmesi beklenmektedir (NCTM, 1998, 2000). Bunun için öğrenme ortamları öğrencilerin teorik düşünme becerisini kazanmalarına hizmet edecek şekilde düzenlenmelidir. Çünkü teorik düşünme becerisi kazanamayan öğrenciler kendilerini veya başkalarını ikna etmek için başka ispat şemaları kullanacaklardır (Harel ve Sowder, 2007). Fakat analitik ispat şemasına sahip bireyler yetiştirmek lise ve üniversite düzeyinde matematik öğretiminin amaçlarından biridir. Bu nedenle çalışma matematik öğretiminin amaçlarından birini gerçekleştirmek için bilimsel bir çabayı içermektedir.

Geometri problemlerinin çözümünde şekil kullanımının faydası oldukça açıktır. Çünkü geometrik şekiller, geometrik ilişkilerin bütüncül temsilini sunmaktadır (Parzysz, 1991). Bu temsiller üzerinden geometrik ilişkilerin belirlenmesi problem çözme sürecinin en kritik basamağını oluşturmaktadır. Fakat geometrik bir şekil üzerindeki matematiksel ilişkilerin belirlenebilmesi her öğrenci için aynı dereceden güçlükler içermemektedir. Bazı öğrencilerin bir anda fark ettiği bir ilişkiyi bazı öğrencilerin hiç görememesi (Duval, 1995) birçok matematik öğretmenin karşılaştığı olağan durumlardan biridir. Ülkemizde geometri dersi için kullanılan “Geometride görmek çok önemlidir”, “Geometri bir görme dersidir” gibi sözler bu problemin kalıplaşmış bir dışavurumundan başka bir şey değildir. Ayrıca bu tür söylemler öğrenme-öğretme süreci içerisinde yaşanan güçlükler “görememe” kavramı üzerinden bir bakış ortaya koyduğundan, yaşanan güçlüklerin giderilmesine yönelik çözüm üretme ihtiyacı yerini durumu kabullenmeye bırakmaktadır. Böyle bir kabul doğal olarak geometride başarı veya başarısızlığın doğuştan gelen bireysel özellikler üzerinden açıklanmasına neden olmuştur. Bu da bir anlamda öğretmenin geometri dersi için öğrenme-öğretme faaliyetleri ile ilgili sorumluluğunu üzerinden atması anlamına gelecektir (Mariotti, 1995). Çünkü öğretmene göre öğrenme ortamlarında artık matematiksel ilişkileri “gören” veya “göremeyen” öğrenci vardır. Geometride “görme” kavramı pedagojik bir zemine taşınmadan öğrenme ortamlarında yaşanan bu gibi güçlükler tam anlamıyla anlaşılamayacak ve giderilemeyecektir. Nitekim bu çalışmanın bir boyutu da şekle bakma süreçleri bağlamında “görme” kavramını pedagojik bir zemine taşınması ve bu süreçlerin geliştirilmesi için uygun öğrenme ortamının tasarlanması, ortaya çıkan sonuçların değerlendirilmesidir.

#### 1. 4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Duval'in bilişsel modeline uygun öğrenme ortamı tasarımı 9.sınıf, üçgende açılar, üçgenlerde eşlik, üçgenlerde benzerlik, üçgende açı-kenar bağıntıları ve üçgenin yardımcı elemanları konuları ile sınırlı tutulmuştur.

#### 1. 5. Araştırmanın Varsayımları

Araştırma bulgularının etkili bir şekilde çözümlenmesi ve yorumlanması amacıyla;

1. Mülakatlara cevap veren öğrencilerin samimi oldukları varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin araştırma çerçevesinde uygulanan testlerde gerçek düşüncelerini yansıttıkları varsayılmıştır.

#### 1. 6. Tanımlar

*Bilişsel Yaklaşım:* Geometrik düşünmeyi bilişsel süreçler üzerinden açıklayan yaklaşımlardır.

*Gelişimsel Yaklaşım:* Geometrik düşünmeyi birbiri ile hiyerarşik ilişkili seviyeler halinde ele alan yaklaşımlardır.

*Bilişsel Süreç Modelleri ile Öğretim:* Duval'in bilişsel modelinin ilkelerine göre tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen öğretimdir.

*Geleneksel Öğretim:* Kavramların açıklanması, kuralların verilmesi ve örnek soruların çözülmesi şeklinde yürütülen öğretimdir.

## **2. LİTERATÜR TARAMASI**

### **2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi**

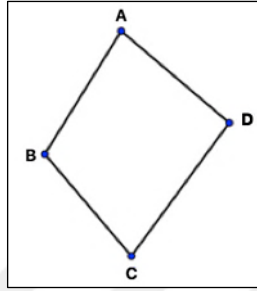
Literatür taramasının bu bölümünde; Fischbein'in şekilsel kavram teorisine, Duval'in bilişsel modeline, araştırma konusu ile ilgili daha önce yürütülen çalışmalara ve bu çalışmaların sonuçlarına yönelik literatür sunulmuştur.

#### **2. 1. 1. Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi**

Bilişsel psikolojide kavram ve imge birbirlerinden belirgin olarak ayrılmakta ve bu iki unsur farklı zihinsel kategoriler olarak düşünülmektedir. Kavram, nesnelerin ve olayların ortak özelliklerini ortak bir ad altında toplayan genel tasarım olarak düşünülürken; imge, bir kavramın zihnimize oluşan ve uzamsal özellikler (ölçülebilir özellikler; uzunluk, alan, hacim, vs.) içeren resmidir (Fischbein, 1993). Yani kavram soyut ve genel bir yapıyı temsil ederken zihinsel imge bu soyut ve genel yapının somut halidir. Örneğin, "masa" bir kavramdır, masa sözcüğünü duyduğumuzda masa ile ilgili zihnimize oluşan resim ise masaya ait imgeyi oluşturmaktadır. Dolayısıyla bu ikisinin ortaya koyduğu zihinsel ürün farklı özellikler taşımaktadır. Çünkü masa kavramı soyut ve bütün masaların ortak özelliklerini içinde barındıran zihinsel bir yapıyı temsil ederken, zihnimizdeki masa imgesi ise somut ve içinde öznel öğeler barındıran bir yapıyı temsil etmektedir. Örneğin, imgemizdeki masa dört ayağa sahip olabilirken gerçekte masa kavramının kendinde bu özellik zorunlu değildir.

Efraim Fischbein (1993), bilişsel psikolojide var olan bu ayrımın geometrik şekiller için geçerli olmadığını, geometrik şekillerin doğaları gereği bu iki kategoriye aynı anda (eş zamanlı olarak) içerdiğini ve üçüncü bir kategori oluşturduğunu belirtmiştir. Öyle ki masa kavramı ile masa imgesi arasındaki muhtemel uyumsuzluk geometrik şekiller için geçerli değildir. Örneğin kâğıt üzerine bir masa çizdiğinizde çizdiğiniz bu masanın özelliklerinin (rengi, ayak sayısı vb.) bütün masaların özelliklerini taşıyan masa kavramı ile özdeş değildir. Fakat kâğıt üzerine bir üçgen çizildiğinde bu üçgenin sahip olduğu özelliklerin (iç açılarının ölçüleri toplamı, büyük açı karşısında büyük kenarın yer alması vb.) bütün üçgenler için geçerli olduğu söylenebilir. Çünkü zihindeki üçgen kavramı ile kâğıt üzerine çizilen üçgen imgesi arasında bir fark yoktur. Bu nedenle Fischbein (1993), geometrik şekilleri diğer şekillerden ayrı konumlandırmış ve üçüncü bir kategorinin varlığını belirterek bunu "Şekilsel Kavram" olarak isimlendirmiştir.

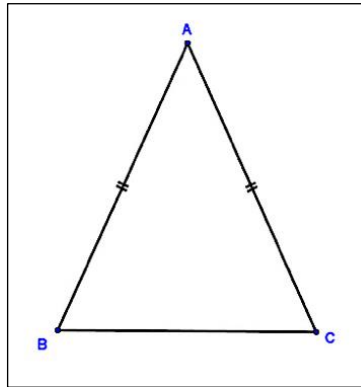
Herhangi bir ABCD dörtgeni (bkz. Şekil 1) çizildiğinde çizilen şekil hem bir kavram hem de zihinsel bir imgedir. Çünkü çizilen şeklin belirli bir dörtgeni değil de ait olduğu dörtgenler sınıfını temsil etmesi kavram olma özelliğini gösterirken şeklin uzamsal özellikler taşıması ve somut bir yapı ortaya koyması ise geometrik şeklin zihinsel imge olma özelliğini göstermektedir. Böylece kâğıt üzerine çizilen ABCD dörtgeni hem zihinsel imgenin temsilini (şekil) hem de şekle ait kavramı aynı anda içermektedir.



Şekil 1. ABCD dörtgeni

Fischbein'in (1993) geometrik şekillerin ve geometride muhakeme süreçlerinin doğaları gereği niçin şekilsel kavram ile açıklanması gerektiğini göstermek için bir önerme ve bu önermenin ispatını kullanmıştır. Bu önerme ve ispatı aşağıdaki gibidir.

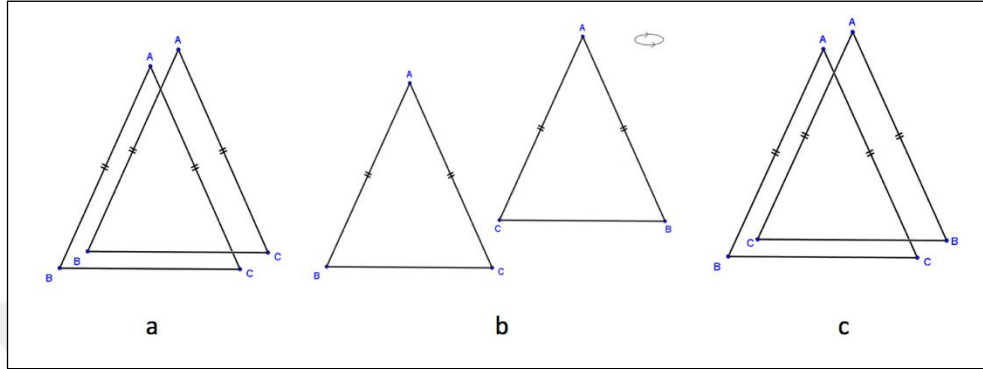
Önerme: AB ve AC uzunlukları eşit olan bir ABC üçgeninin (bkz. Şekil 2) B ve C açılarının ölçüleri eşittir.



Şekil 2. ABC ikizkenar üçgeni

İspat: Bu önerme şu şekilde ispatlanabilir: ABC üçgenini kendisinden ayırdığımızı (bkz. Şekil 3a), AC kenarı sol tarafta AB kenarı sağ tarafta olacak şekilde çevirdiğimizi (bkz. Şekil 3b) ve orijinal üçgen ile çevrilmiş üçgeni karşılaştırdığımızı düşünelim (bkz. Şekil 3c).

A açısı değişmediğinden ve AB ile AC kenarları aynı uzunlukta olduğundan AC kenarı AB kenarı ile sol tarafta, AB ve AC kenarı da sağ tarafta tam olarak üst üste çakışır. Bu yüzden çevrilmiş üçgen ile orijinal üçgen tamamen üst üste getirilebilir (Kenar-Açı-Kenar eşlik aksiyomu). Sonuç olarak B ve C açıları eş olur.

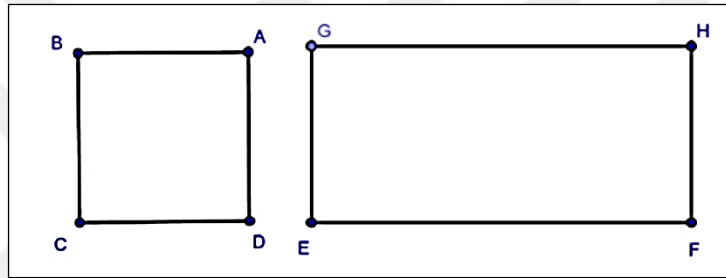


Şekil 3. İkizkenar üçgenin eşkenarlar karşısındaki açıların da eş olduğunun ispatlama süreci

İspattan görüleceği gibi birbirinden bağımsız olmamak üzere şekiller ve kavramlar iç içe geçerek sürecin tamamlanmasında rol oynamıştır. Çünkü ispat sürecinde kenar, açı, üçgen gibi kavramların kullanılmasının yanında kendinden ayırma, ters çevirme, orijinal üçgenin üzerine koyma gibi görsel süreçler kavramlarla etkileşimli olarak yaşanmıştır. Burada “şekil” bileşeni, zihinsel döndürme, yapıştırma, taşıma, yerini değiştirme, kesme, çakıştırma gibi işlemleri mümkün kılarken “kavram” bileşeni ise sonucun genellenebilirliğini (her ikizkenar üçgen için sağladığını) ve bu işlemlerin mantıksal tutarlılığının kontrolünü sağlamaktadır. Dolayısıyla bu aşamada “Bu ispatlama sürecinde kavramların ve şekillerin heterojen bir karışımı mı kullanılmıştır?” sorusu akla gelmektedir. Ancak bilindiği gibi kavramlar, kendinden koparılamaz, ters çevrilemez ya da üst üste getirilemez. Diğer taraftan gerçekte (duyularla algıladığımız gerçeklik) bir şekil kendinden koparılıp eşi üretilemez. Bu yapılan işlemlerin gerçeklikle bir ilgisi bulunmamaktadır. O halde ideal bir dünyada ideal nesnelere işlem yapılmıştır. İşte bu dünyada yer alan geometrik şekillerin ayrıca bunlar üzerinde yapılan işlemlerin var olabilmesi ancak geometrik şekillerin eş zamanlı olarak kavramsal ve uzamsal özelliklere sahip zihinsel yapılar olarak düşünülmesiyle mümkündür.

Şekilsel kavram teorisine göre geometrik muhakeme sürecinin yapısı, kavram ve şekil arasında kurulan ilişkinin niteliği ile belirlenmektedir. Bu ilişkide kavramın şekli yönettiği durumlar üst düzey muhakeme süreci olarak görülmektedir. Çünkü şeklin kavramı yönettiği süreçlerde çözüm adımlarının mantıksal tutarlılığını ve sonucun

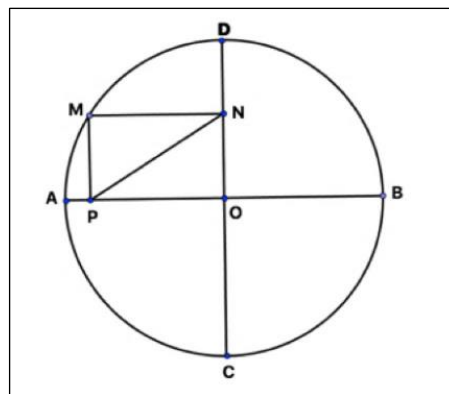
genellenebilirliğini sağlayan geometrinin tümdengelimli yapısı eksik kalmakta ve bu eksiklik problem durumlarında sezgileri baskın olarak ön plana çıkartarak muhakeme sürecinde hataların önemli bir kaynağını oluşturmaktadır. Örneğin Şekil 4'te verilen ABCD karesi ile GEFH dikdörtgeni üzerinde çalışan bir öğrencinin muhakeme süreci Şeklin kontrolünde ise muhtemelen bu iki Şekil arasındaki ilişkiyi anlayamayacaktır. Çünkü ğrencinin vereceği kararı Şekillerin görünüşleri etkileyecektir. Fakat geometrik Şekillerin aynı zamanda kavramsal yönünü de (dikdörtgenin tanımı) dikkate alan bir ğrenci "Her kare aynı zamanda da bir dikdörtgendir" ilişkisini bu çalışmalar neticesinde anlamlandırabilecektir. Bununla birlikte sadece kavramın kontrolünde gerçekleşen muhakeme süreçlerinde bir problemin zm ya da bir önermenin ispatı için ihtiyaç duyulan sezgi ve keşif boyutları eksik kalacaktır.



Şekil 4. ABCD karesi ve GEFH dikdörtgeni

Bu bağlamda geometride bir problem üzerinden geometrik muhakeme sürecinin nasıl açıklanabileceği aşağıdaki gibidir:

Problem: Şekil 5'deki O merkezli emberde DC apı BA çapına diktir. Çember üzerinde bir M noktası alınıyor, bu noktadan çizilen MN ve MP doğru parçaları çemberin çaplarına diktir. M noktası çember üzerinde hareket ettirilirken PN doğru parçasının uzunluğu için ne söylenebilir? (Fischbein, 1993, s.142).

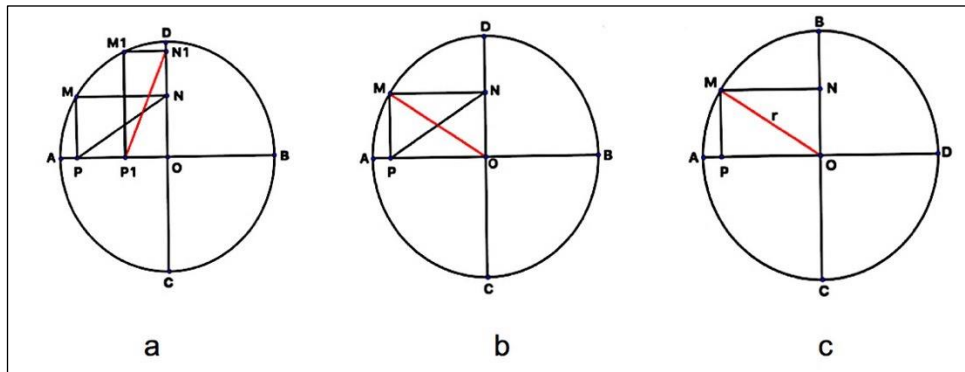


Şekil 5. O merkezli ember



Çözüm: İlk olarak bizi çözüme götürecek ipuçlarını şekil üzerinden elde etmeye çalışılır. Çünkü bu ipuçları ile çözüme ait bazı sezgisel tahminler üretilebilecektir. Bunun için önce M noktası D noktasına doğru hareket ettirilir (bkz. Şekil 6a). Görüleceği gibi M noktası D noktasının üzerinde iken PN uzunluğu çemberin yarıçapına eşit olacaktır. Fakat böyle bir keşiften sonra sezgilerimizle cevaplayamayacağımız “Acaba PN uzunluğu büyüyerek mi yarıçapa eşit hale gelmiştir yoksa PN uzunluğu sabit midir?” gibi sorular ortaya çıkmaktadır. Bu sorulara cevap verebilmek için ise problemde verilen kavramların da sürece katılması ve şekil-kavram etkileşiminin sağlanması gerekir. Bunun için verilen doğru parçaları, diklik, çember, çap gibi kavramlardan hareket ederek muhakeme süreci kavramların kontrolünde sürdürülmelidir. Problem içinde verilen doğru parçaları çemberin çaplarına dik olduğundan MNOP dörtgeni bir dikdörtgendir. Çünkü şekil üzerinde gösterilen MNOP dörtgeninin özellikleri dikdörtgenin tanımla belirlenmiş özellikleri ile örtüşmektedir. Ayrıca dikdörtgenin köşegen uzunlukları birbirine eşit olduğundan (bkz. Şekil 6b)  $|PN| = |OM|$ 'dir ve OM doğru parçası (bkz. Şekil 6c) aynı zamanda çemberin yarıçapıdır. Bu nedenle M noktası hareket ettirildiğinde yarıçap sabit kalacağından PN uzunluğu da sabit kalacaktır. Bu sonuç kâğıt üzerine farklı yarıçapta çizilen çemberlerden de bağımsızdır.

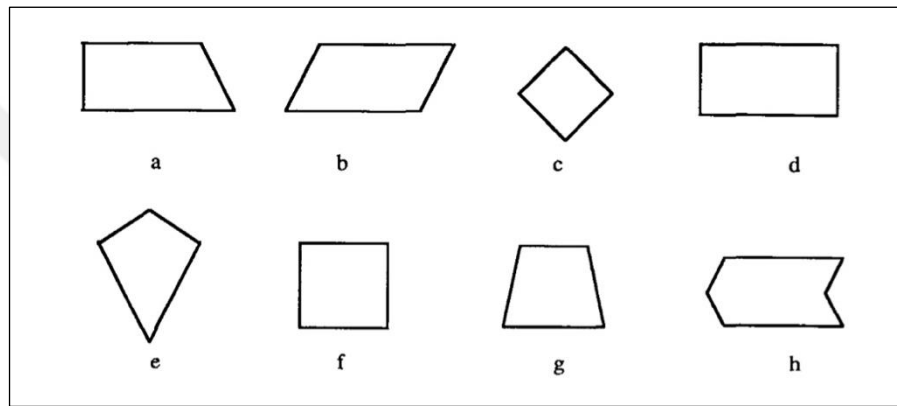
Yukarıda verilen açıklamalardan görüldüğü gibi çözüme şekil ve kavram etkileşimi ile ulaşılmıştır. Şekil, sezgilerin kullanılmasını ve bu sayede çözüm için tahminlerde bulunulmasını sağlarken kavramlar sezgiler kullanılarak ulaşılan sonuçların matematiksel olarak temellendirilmesini ve çözüm adımlarının mantıksal tutarlılıklarının oluşturulmasını sağlamıştır. Yani çözüm adımlarının doğruluğunu kontrol eden birinin kendine sorduğu “Neden MNOP dikdörtgen olarak alındı?” ya da “Niçin  $|PN| = |OM|$ 'dir?” gibi soruların cevaplarını verebilmek kavramlar sayesinde mümkün olabilmektedir. Bu da sonucun genellenebilmesini sağlamıştır.



Şekil 6. M noktasının O merkezli çember üzerinde hareket ettirilmesi

Daha önce belirtildiği gibi Fischbein (1993), geometrik muhakemeyi şekil ve kavram arasındaki etkileşim ile açıklamış ve bu etkileşimin yapısına göre şeklin ya da kavramın birbirlerini yönetebileceğini belirtmiştir. Fischbein (1993)'e göre kavramın şekli yönettiği durumlar üst düzey muhakeme sürecidir. Aşağıda kavram ve şekil bileşenlerinin şekilsel kavram bilgisine dönüşmediği ve muhakeme sürecinin şeklin kontrolünde olduğu durumlarda öğrencilerin yaşayabilecekleri bazı zorluklar gösterilmiştir.

Fischbein ve Nachlieli (1998), 14-17 yaş grubu öğrencileri üzerinde yaptıkları çalışmada öğrencilerden önce paralelkenarı tanımlamalarını daha sonra da Şekil 7'de verilen geometrik şekiller içinden paralelkenar olanları seçmelerini istemiştir.



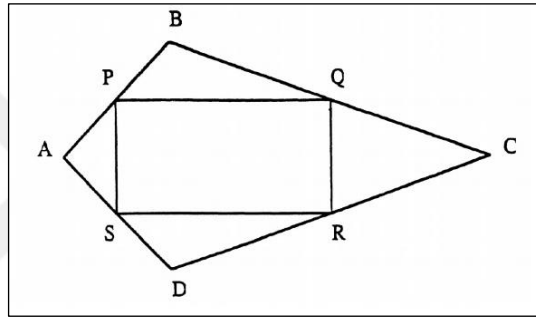
Şekil 7. Paralelkenar olanların seçilmesi istenen çokgenler

Yapılan analizler öğrencilerin yaklaşık %90'ının paralelkenarı doğru şekilde tanımlayabilmelerine rağmen sadece %72'sinin verilen şekiller içerisinde paralelkenar olanları doğru şekilde belirleyebildiğini göstermiştir. Öğrencilerin %69'u hem tanımı doğru yapabilmiş hem de doğru şekilleri seçebilmiştir. Analizler öğrencilerin, tanımı doğru yapabilseler bile paralelkenarın özel halleri olan kare ve dikdörtgeni paralelkenar olarak işaretlemediklerini göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin paralelkenara ait kavramsal bilgiye sahip olmalarına rağmen bu bilginin onların şekil bilgilerini yönetemediği, sınırlandıramadığı ya da genişletemediği anlamına gelmektedir. Öğrencilerin seçimlerini kavramın tanımı değil o şekil için belirledikleri prototip algıları (sahip oldukları imgeler) belirlemiştir.

Bir diğer araştırmada Fischbein ve Kedem (1982) kavram ve şekil arasında kurulan ilişkiyi 396 öğrencinin ispatlama süreci üzerinden incelemiştir. Araştırmada öğrencilere "ABCD herhangi bir dörtgen ve P, Q, R ve S bu dörtgende buldukları kenarların orta noktaları olmak üzere PQRS dörtgeni bir paralelkenardır" (bkz. Şekil 8) teoremi, ispatı ile birlikte gösterilmiş ve katılımcılara bazı sorular sorulmuştur. Bu sorulardan bazıları aşağıdaki gibidir:

1. Sizce yapılan ispat doğru mudur?
2. İspatı okuyan biri, PQRS dörtgeninin paralelkenar olduğunun gösterilebilmesi için ispatın en az 100 farklı dörtgen için test edilmesi gerektiğini düşünmektedir. Sizin bu konuda fikriniz nedir?

Öğrencilerin %40'ı yapılan ispatın doğru olduğunu söylerken önemli bir kısmı herhangi bir dörtgen için yapılan bu ispatın kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi özel dörtgenler için de yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu durum, bir önceki örnekte olduğu gibi öğrencilerin şekil ve kavram arasındaki etkileşimi sağlayamadıklarını ve muhakeme süreçlerinin şeklin kontrolünde gerçekleştiğini göstermektedir. Çünkü öğrencilerin önemli bir kısmı şeklin geneli temsil ettiğinin farkında değillerdir.



Şekil 8. Herhangi bir dörtgende kenar orta noktalarının birleştirilmesi ile oluşan dörtgen

Fischbein (1993)'e göre şekil-kavram etkileşiminin gelişmesi doğal bir süreç değildir. Yani bu sürecin geliştirilebilmesi öğrenme ortamının yapısına bağlıdır. Öğrenme ortamları düzenlenirken öğrencilerin şekil ve kavram arasındaki etkileşimi görebilecekleri örneklerin sınıf ortamına getirilmesi çok önemlidir. Bu örnekler öğrencilerin kavram ve şekil arasında gerçekleşecek muhtemel uyumsuzlukları kavramın kontrolünde çözmeleri gerektiğini anlamalarına hizmet edecek şekilde hazırlanmalıdır. Örneğin sınıf içi bir etkinlikte kare ile dikdörtgenin şekilsel özelliklerine bakıp, aralarındaki ilişkiyi anlayamayan öğrencilerin kavramsal yönlerini güçlendirmek gerekmektedir. Çünkü dikdörtgenin, tanımı gereği kareyi de içine alan geometrik bir şekil olduğu ancak kavram bilgisi ile çözülebilecek bir süreçtir (Fischbein ve Nachlieli, 1998). Ayrıca ilköğretimin ilk yıllarında başlayan şekillerden hareketle geometrik şekillerin özelliklerini anlama veya ortak özelliklerini belirleme yaklaşımı zamanla yerini tanımlamaların, aksiyomların veya teoremlerin yönettiği bir sürece bırakmalıdır. Öğrencilere tanımların rolü fark ettirilmeli ve geometrik şekillerin özellikleri belirlenirken tanımdan hareket edebilmelerinde yardımcı olunmalıdır.

## 2. 1. 2. Duval'ın Bilişsel Modeli

Fransız psikolog Raymond Duval, geometrik düşünmeyi bilişsel ve algısal boyutlar üzerinden açıklamış ve bu boyutlara yönelik bazı süreçler ortaya koymuştur (Jones, 1998). Duval'e göre geometrideki yetkinlik, bilişsel ve algısal süreçlerin kendi aralarındaki etkileşimine bağlıdır (Duval, 1995, 1998). Bu bölümde Duval'ın ortaya koyduğu bilişsel ve algısal süreçler incelenmiştir.

### 2. 1. 2. 1. Bilişsel Süreçler

Duval (1998), geometrik düşünme için görselleştirme, oluşturma ve muhakeme olmak üzere üç bilişsel süreç tanımlamıştır. Bu süreçlerin her biri farklı bilişsel işlevler yerine getirmekte ve aralarındaki etkileşimin gücü geometride yetkinliğin kaynağını oluşturmaktadır. Aşağıda bu süreçler açıklanmıştır:

**Görselleştirme süreci:** Bir durumun görsel gösterimi, mevcut duruma genel bir bakış, anlık algılar ve öznel doğrulama gibi işlevleri yerine getirebilmek için uzayın görsel olarak temsil edilme sürecidir. Bu görsel temsiller kendi içinde matematiksel özellikler içeren geometrik şekillerdir. Fakat uzayın geometrik şekiller ile temsil edilmesi yani görselleştirilmesi geometrik ilişkilerin belirlenebilmesi için yeterli değildir. Bunun için görselleştirme süreci ile iç içe bazı algısal süreçlerin de yaşanması gerekir. Duval (1995) bu süreçleri "Şekle Bakma Süreçleri" olarak ifade etmektedir. Bu süreçler Algısal Süreçler başlığı altında detaylı olarak incelenecektir.

**Oluşturma süreci:** Oluşturma süreci, geometrik bir şeklin bir modelinin oluşturulabilmesi için pergel, cetvel, dinamik geometri yazılımları gibi araçlar yardımıyla geometrik şekillerin inşa edilmesi veya inşa sürecinin açıklanmasını içermektedir. Geometrik şeklin bir modelinin inşa edilmesi şeklin görselleştirilmesini sağlayarak şekle ait matematiksel özelliklerin model üzerinden incelenmesine, fark edilmesine imkân sağlamaktadır. Bu nedenle geometrik şekillerin inşası şekle ait matematiksel özelliklerin görülebilmesi açısından da oldukça önemlidir.

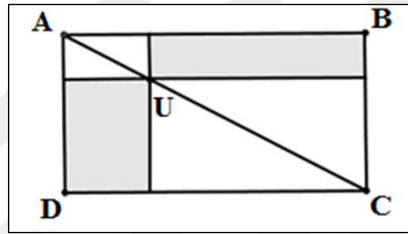
**Muhakeme süreci:** Duval'ın bilişsel modelinde muhakeme süreci üç bilişsel süreçten biridir. Duval, bilişsel modelinde muhakeme sürecini bilginin temsil edilmiş biçimine göre ele almıştır ve mevcut bilgide bir değişimin veya bir artışın meydana gelmesi olarak tanımlamaktadır. Bilgide meydana gelen değişim veya artış belirli temsiller üzerinden gerçekleşmekte ve her bir temsil muhakeme sürecine farklı yönleriyle etki etmektedir (Duval, 1998).

Geometride üç çeşit temsil (gösterim) biçiminden bahsetmek mümkündür. Bunlar: Doğal dil (gündelik dil), sembolik dil (matematiksel dil) ve şekil ile gösterimdir (Mesquita,

1998). Bu gösterimlerin her biri matematiksel bilginin elde edilme sürecine farklı yönleriyle katkı sağlamaktadır. Duval (1998), kullanılan gösterim biçimlerinin özelliklerine göre ortaya çıkan muhakeme süreçlerini doğal muhakeme süreci ve teorik muhakeme süreci olmak üzere ikiye ayırmıştır.

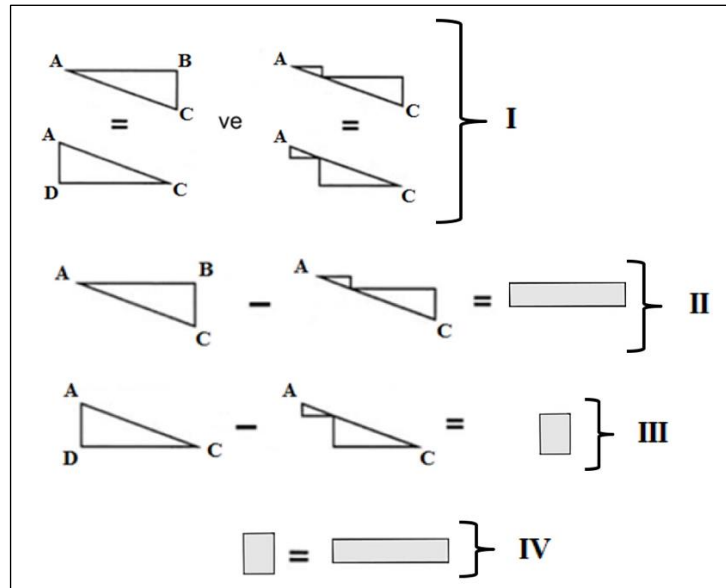
Doğal muhakeme süreci: Bilginin doğal dil ve şekil ile temsili üzerinden yürütülen şekil odaklı muhakeme sürecidir. Bu muhakeme sürecinde çıkarımlar matematiksel ilkelerle desteklenmez. Bunun yerine şekilsel temsiller kullanılarak sonuçlar elde edilmeye çalışılır (Duval,1998). Bir örnek problem ve bu problemin çözümü üzerinden bu süreci aşağıdaki gibi açıklamak mümkündür.

Problem: Şekil 9'da ABCD bir dikdörtgen ve AD köşegen olmak üzere, taralı dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırınız (Duval, 1998, s.42).



Şekil 9. Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu

Çözüm:



Şekil 10. Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılması probleminin çözümü

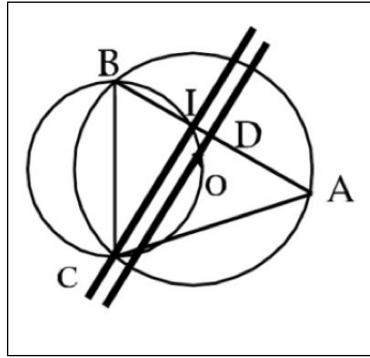
Şekil 10'da gösterilen çözüm sürecinin I. basamağında başlangıçta verilen geometrik şekil alanları birbirine eşit parçalara ayrılmıştır. Ayrılan parçaların alanlarının eşitliği şekillerin üst üste gelebilmesi üzerinden belirlenmiştir. II. ve III. basamakta ise I. basamakta belirlenen şekiller birbirlerinden görsel olarak çıkarılarak taralı alanlar elde edilmiştir. Çıkarma işleminde kullanılan şekillerin alanları birbirine eşit olduğundan işlemin sonucunda elde edilen taralı alanlar da birbirine eşittir. Dolayısıyla çözüm süreci geometriye has kavram ve ilişkiler yerine (üçgenlerin eşliği gibi) doğal dil (günlük konuşma dili) kullanılarak elde edilmiştir. Bu bağlamda doğal muhakeme sürecini karakterize eden davranışlar şu şekilde ifade edilebilir:

1. Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır.
2. Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir fakat önerme şeklinde ifade edemez.
3. Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanamaz fakat günlük dili kullanarak açıklamalar getirebilir.
4. Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri açıklayabilir fakat gerekli tanım, aksiyom ve teoremleri kullanarak yapılan değişiklikleri gerekçelendiremez.

Teorik muhakeme süreci: Bilginin sembolik gösterimi üzerinden yürütülen tümdengelsel ilişkiler sürecidir. Bu muhakeme sürecinde çıkarımlar matematiksel olarak aksiyom, tanım ve teoremlerle temellendirilir (Duval, 1998). Duval (2002)'e göre teorik muhakeme süreci iki aşamadan oluşmaktadır: Bunlardan ilki tümdengelim çıkarım basamağı, diğeri de bu çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçlardan yeni sonuçların elde edildiği basamaktır. Duval birinci basamağı lokal basamak, ikinci basamağı global basamak olarak adlandırmaktadır (Duval, 1998).

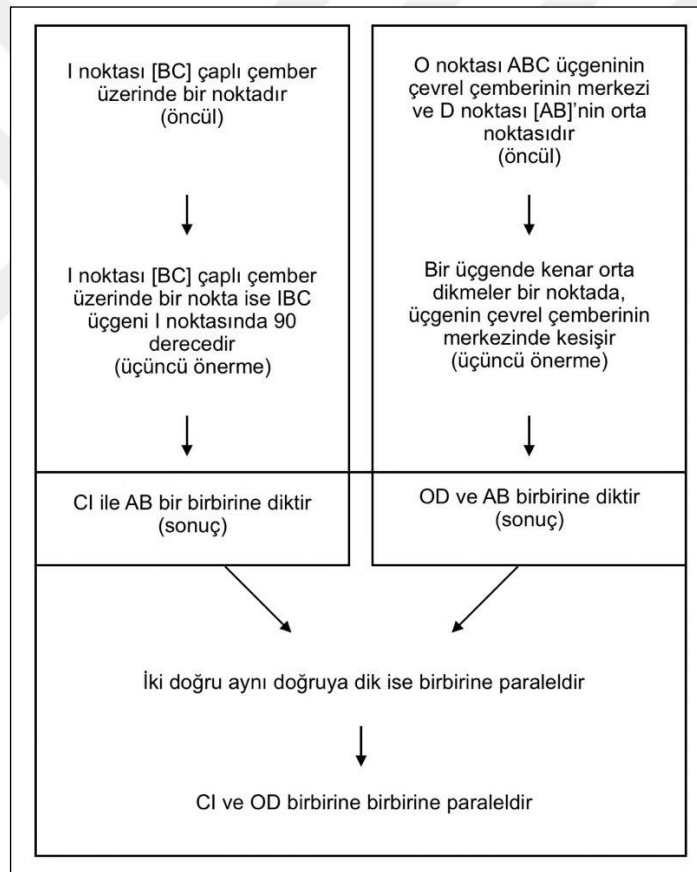
Lokal basamakta en az üç önerme konumlarına göre organize edilerek bir sonuca ulaşılır. Bir önermenin konumu önermenin tümdengelim düşünme içinde yürüttüğü fonksiyonu ifade etmektedir. Örneğin bir önerme öncül, üçüncü önerme (tanım, aksiyom fakat çoğunlukla teorem) ve sonuç fonksiyonlarından birini yerine getirir (Duval, 2007). Global basamakta ise lokal basamaktan elde edilen sonuçlar birbirine bağlanarak bir sonuca ulaşılır (Duval, 1998). Bir örnek problem ve bu problemin çözümü üzerinden bu süreci aşağıdaki gibi açıklamak mümkündür.

Problem: O merkezli bir çember üzerinde A, B ve C olmak üzere üç nokta alınıyor. [BC] çaplı çember [AB]'yi I noktasında kesiyor. D noktası [AB]'nin orta noktası olduğuna göre OD doğrusu ile CI doğrusunun paralel olduğunu ispatlayınız (Duval, 2007, s141).



Şekil 11. Teorik muhakeme sürecini açıklamak için kullanılan problem durumu

Çözüm:



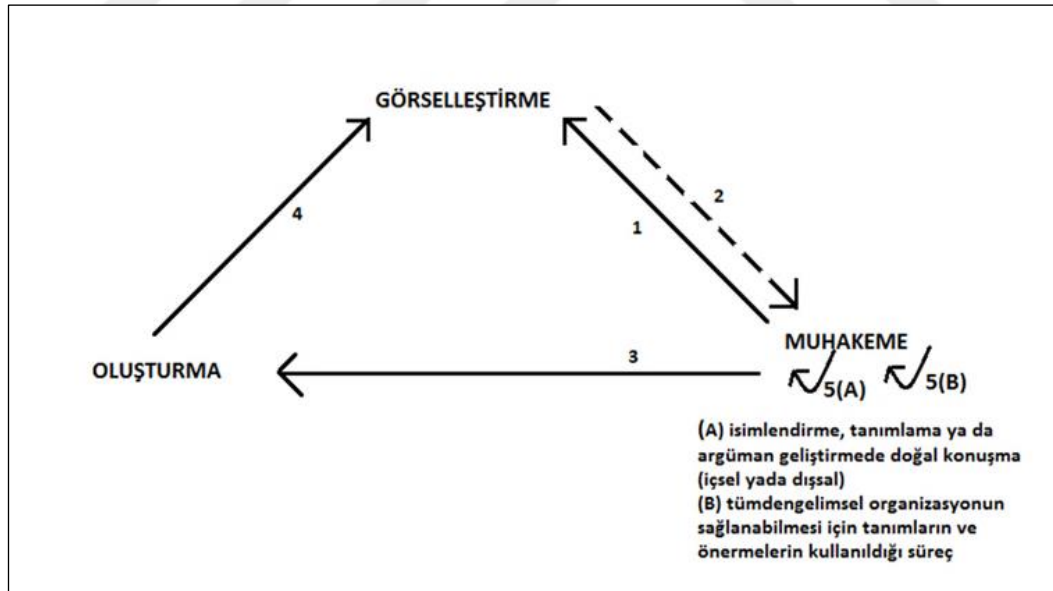
Şekil 12. Teorik muhakeme sürecini açıklamak için kullanılan problemin çözümü

Şekil 12'de görüldüğü gibi verilen önermenin ispatında öncül-üçüncü önerme-sonuç bölümlerinden oluşan lokal basamaklar farklı dikdörtgenlerle gösterilmiştir. Her bir lokal basamağın sonuçları bir araya gelerek global basamağı başlatmaktadır. Bu bağlamda teorik muhakeme sürecini karakterize eden davranışlar şu şekilde ifade edilebilir:

1. Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.

2. Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır. Şeklin görüntüsünden hareketle bir sonuca ulaşmaz.
3. Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.
4. Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamak da kullanabilir.
5. Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir.

Duval (1998) görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreçleri arasındaki ilişkiyi Şekil 13'deki gibi göstermiştir (bkz. Şekil 13). Şekil 13'de gösterilen oklar bilişsel süreçlerin birbirlerini destekleme yönlerini göstermektedir. Ayrıca 5(A) ile doğal muhakeme süreci gösterilirken 5(B) ile de teorik muhakeme süreci gösterilmektedir. 2 numaralı ok görselleştirmenin her zaman muhakemeye yardım etmeyebileceğini göstermek için noktalı olarak verilmiştir. 5(B) (teorik muhakeme süreci) numaralı ok muhakemenin oluşturma ve görselleştirme süreçlerinden bağımsız olarak da gelişebileceğini belirtmek için döngüden ayrı gösterilmiştir. Bununla birlikte geometrik bir şekil oluşturulurken aynı zamanda görselleştirildiğinden oluşturma sürecinden muhakeme sürecine görselleştirmeden bağımsız bir geçiş yoktur.



Şekil 13. Duval (1998)'e göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşim.

Duval'e (1998) göre bu üç bilişsel süreç birbirinden bağımsızdır. Örneğin, görselleştirme süreci oluşturma sürecine bağlı değildir. Benzer şekilde oluşturma, nihayetinde görselleştirmeye yol açsa da aslında oluşturma süreci sadece ilgili geometrik şekillerin özelliklerine ve kullanılan aracın teknik sınırlılıklarına bağlıdır. Görselleştirme bir



ispat yapmak için sezgisel anlamda muhakemeye yardımcı olsa da, muhakeme temelde tanımlar, aksiyomlar ve teoremlere ihtiyaç duyar. Hatta bazı durumlarda hatalı görselleştirmeler yanlış muhakemelere bile sebep olabilir. Fakat bu süreçler birbirinden bağımsız ele alınabilmelerine rağmen birbirleriyle yakından ilişkilidir ve aralarındaki etkileşimin gücü geometride yetkinlik kazanabilmek için gereklidir.

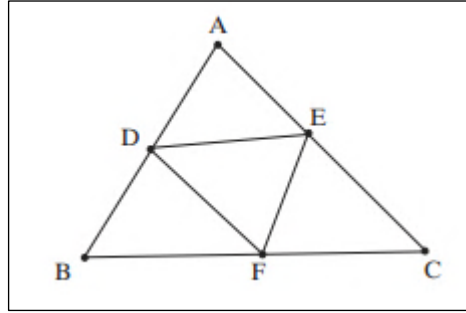
Duval (1998) okul matematiğinin temel problemini öğrencilerin bilişsel süreçler arasındaki ilişkiyi öğrenememesi olarak görmekte ve bu problemin çözümü için birbirinden bağımsız olan bu bilişsel süreçlerin ayrı ayrı geliştirilmesi gerektiğini düşünmektedir. Bu ise bilişsel süreçlerin ön koşul ilişkileriyle birbirine bağlı olmadığını göstermekle beraber geometrik düşünme sürecini hiyerarşik basamaklar halinde ele alan gelişimsel yaklaşım ile bilişsel yaklaşım arasındaki temel farkı yansıtmaktadır.

### **2. 1. 2. 2. Algısal Süreçler**

Benzer matematiksel özellikler içeren fakat farklı geometrik şekillerin kullanıldığı problem durumlarında öğrenci cevaplarında meydana gelen değişim ve bir şekil üzerinde bazı öğrencilerin bir anda fark ettikleri bir ilişkiyi bazı öğrencilerin hiç görememesi öğretmenlerin sıklıkla karşılaştığı durumlardır. Örneğin benzerlik konusu ile ilgili aksiyom ve teoremleri bilen öğrencilerden bazılarının şekil üzerinde hemen fark ettikleri benzer üçgenleri bazılarının fark edememesi böyle durumlar arasındadır. Geometride karşılaşılan böyle durumları açıklamak için genelde öğrenme ortamlarında “Geometride görmek çok önemlidir”, “Geometri bir görme dersidir” gibi cümleler kullanılmaktadır. Bu cümlelerle anlatılmak istenen aslında muhakeme süreci ve diğer bilişsel süreçlerle etkileşimli geometride algısal süreçlerin de var olduğudur. Bu bağlamda konuyu ele alarak inceleyen Duval (1995), bilişsel modelinde bilişsel süreçlere ek olarak algısal süreçler de ortaya koymuştur. Böylece bir geometrik şekle bakıldığında hangi süreçlerin yaşandığını açıklamaya çalışmıştır. Bu algısal süreçleri şekle bakma süreçleri olarak ifade eden Duval, birbirleriyle hiyerarşik ilişkisi olmayan dört algısal süreç tanımlamıştır. Bu süreçlerin her biri şekil üzerindeki matematiksel bilginin fark edilmesine imkân sağlayacak farklı işlevler yerine getirmekte ve bir problemin çözümünde birbiriyle etkileşimli olarak hareket etmektedir. Duval (1995) bu süreçleri görsel algı, sözel algı, sıralı algı ve işlevsel algı olarak isimlendirmiştir.

**Görsel algı:** Bir şekle ilk bakışta elde ettiğimiz bilgileri içeren aşamadır. Şeklin adı ve boyutu hakkında bilgi verme, şekli oluşturan temel geometrik elemanların (nokta, doğru parçası, üçgen, çember, vs.) farkına varma gibi süreçleri içerir. Aynı zamanda şeklin alt şekillerinin belirlenmesi de görsel algı süreci içinde yer alır. Bu algı statiktir ve algıyı

örgütlenme yasalarına göre çalışır; fakat bu algıyla alt şekiller arasındaki ilişkiler fark edilememektedir (Duval, 1995, 1998). Görsel algıya örnek bir durum aşağıdaki gibidir:



Şekil 14. Görsel algıya örnek bir durum

Şekil 14 üzerinde öğrencilerin muhtemel görsel algı süreci aşağıdaki gibi olabilir:

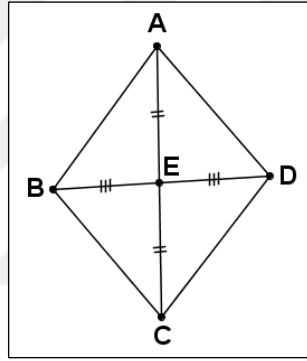
1. Şekil iki boyutludur
2. ABC üçgeni ve DEF üçgenleri vardır.
3. ABC üçgeninin içinde DBFE, DFCE, DFEA olmak üzere üç tane dörtgen vardır.
4. Şekilde A, B, C, D, E, F olmak üzere altı tane nokta vardır.

Bu ifadeler öğrenciden öğrenciye değişebileceği gibi yukarıda belirtilen ifadelerin dışında cevaplar da verilebilir.

Sözel algı: Görsel koşullar aynı kalmasına rağmen bir şeklin özellikleri ile ilgili söylenebilecek farklı sözcükler o şekil ile ilgili farklı deneyimlerin/algıların ortaya çıkmasına neden olabilmektedir. Örneğin tahtaya bir ikizkenar üçgen çizdiğinizizi bu üçgenin bir köşesini tepe noktası ve bir kenarını da taban olarak seçtiğinizi düşünün; daha sonra aynı üçgenin farklı bir köşesini tepe noktası ve farklı bir kenarını taban olarak seçin. Wittgenstein'e göre her seferinde farklı bir deneyim/algı içerisine girmişsinizdir ve bunu sağlayanda da başlangıçta şekil ile ilgili verilen bilgilerdir (Altınörs, 2003; Magee ve Searle, 1987). Yaşanan farklı deneyimler şeklin diğer özelliklerinin belirlenmesinde (hangi açılardan eş olduğunun belirlenmesi gibi) farklı sonuçlar ortaya çıkaracağından sadece görsel algı geometrik bir şeklin taşıdığı matematiksel özellikleri belirlemek için yeterli değildir. Bunun için şekil ile ilgili bazı bilgilerin verilmesi ve bazılarının da bu bilgilerden çıkarılması (tanımlar ve teoremler yardımıyla) gerekmektedir (Duval, 1995). Çünkü şekil ile ilgili bazı bilgiler olmadan geometrik şekil belirsizdir ve kişiler aynı şekli ve özellikleri göremezler. Örneğin, öğrencilerden bazıları bir geometrik şekle bakarak sadece görsel algı ile "Bu iki doğru paraleldir" biçiminde şekle ilişkin bir yargıda bulunabilir. Aslında bu ifadenin doğru ya da yanlış olması olasıdır. Bu olasılık tamamen başlangıçta şekille ilgili verilen bilgilerle bağlıdır. Bu bilgiler bir geometri problemini çözme sürecinde "problemin

verilenlerini” oluşturmaktadır. Verilenlerden istenenlere doğru gerçekleşecek çıkarım sürecinde şekil ile matematiksel ilkeler (tanım, teorem, aksiyom, vb.) arasında ilişki kurma süreci ise sözel algı olarak adlandırılmaktadır (Torregrosa ve Quesada, 2008).


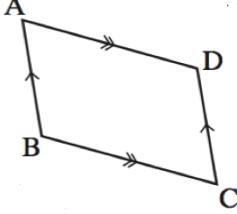
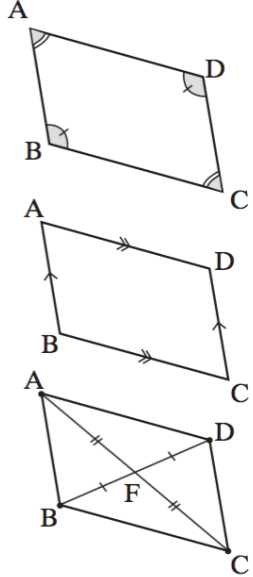
Görsel algı ve sözel algı aslında birbirine zıt iki algısal süreçtir. Görsel algı şeklin görünüşünden hareketle bir sonuca ulaşılmasını sağlarken sözel algı şekil ve şekil ile ilgili matematiksel ilkelerle bir sonuca ulaşılmasını sağlar (Duval, 1995). Örneğin aşağıda verilen geometrik şeklin (bkz. Şekil 15) ne olduğu ile ilgili sorulacak soruya görsel algıdan hareketle eşkenar dörtgen cevabı verilebilecekken sözel algıdan hareketle şeklin bir paralelkenar olduğu söylenir. Çünkü köşegenler birbirini ortalamakta böylece karşılıklı kenarlar birbirine paralel olmaktadır. Dolayısıyla şekil paralelkenar olma şartlarını yerine getirmektedir; fakat bu bilgilerden hareketle şeklin eşkenar dörtgen olduğu söylenemez (Tapan-Broutin, 2016, s 315).



Şekil 15. Verilen geometrik şeklin ne olduğu ile ilgili soru

Duval (1998, s. 40) görsel ve sözel algı arasındaki ilişkiyi aşağıdaki gibi göstermiştir (bkz. Tablo 1).

Tablo 1. Görsel ve Sözel Algı Arasındaki İlişki

Görsel Algı		Sözel Algı
I. Görsel Algı	II. Görsel Algıdan Sözel Algıya Geçiş	III. Sözel Algıdan Görsel Algıya Geçiş
 <p>İlk bakışta bu şekil bir çatı, bir masanın üst yüzeyi, bir dikdörtgenin farklı bir açıdan (örneğin eğik dikdörtgenler prizmasının yan yüzeyi) görüntüsü olarak algılanabilir</p>	 <p>“ABCD bir paralelkenardır.”</p> <p>Yukarıdaki ifadede ABCD'nin bir paralelkenar olarak ifade edilmesi şekle sözel sürecin hükmetmeye başlamasına sebep olur. Böylece şeklin artık kenarlarına (karşılıklı kenarlar paraleldir gibi), köşelerine, açılara odaklanılmaya ve aralarındaki ilişkiler görülmeye başlanır.</p>	<p>“ABCD bir paralelkenar olsun...”</p> <p>Bu sözel ifade ile önermeye bağlı olarak paralelkenar olma koşulunu sağlayan birçok farklı görsel algı oluşturulabilir. Örneğin;</p> 

Sıralı algı: Gelişigüzel yapılan çizimlerin aksine geometrik şekillerin bir araç yardımı ile inşa edilmesi yani şeklin bir modelinin oluşturulması, şekil ile ilgili bilgi edinimini sağlayacak ve şekil ile ilgili algıları etkileyecektir. Bu nedenle Duval'in bilişsel modelinde geometrik bir şeklin bir araç yardımı ile inşa edilmesi ve inşa sürecinin tarif edilmesini algısal süreçler içine almakta ve sıralı algı olarak adlandırılmaktadır (Duval, 1995).

Şeklin inşası için kullanılan araçların (pergel, cetvel, vs.) yapısı ile şeklin matematiksel özellikleri arasındaki ilişki sıralı algı sürecini etkileyen temel faktördür (Duval, 1995). Çünkü geometrik şekiller inşa edilirken önce araca daha sonra şeklin matematiksel özelliklerine bakılır ve ikisi arasında kurulan ilişki ile geometrik şekiller inşa edilir. Örneğin kâğıt katlayarak bir doğru parçasının orta dikmesini inşa etmeye çalışan bir kişi ilk olarak kâğıt katlamanın bir simetri oluşturduğunu bilmesi gerekir. Sonraki aşamada ise inşa edeceği şeklin yani bir doğru parçasının orta dikmesinin aynı zamanda simetri doğrusu olduğunu bilmelidir. Son olarak orta dikmenin özelliği ile kâğıt katlama arasındaki ilişkiyi kullanarak şekli oluşturmalıdır.

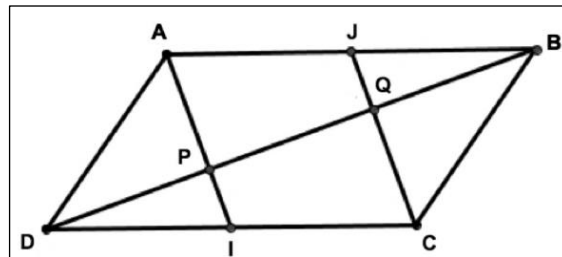
Bir şeklin farklı araçlarla oluşturulması sıralı algıda önemli bir süreçtir. Çünkü kullanılan araçlar öğrencilerin şekle ilişkin algılarını etkileyebilmektedir. Örneğin bir üçgenin çevrel çemberinin pergel ve ölçüsüz cetvel ile inşa süreci ile bir dinamik geometri yazılımında üç noktadan geçen çember (orta dikmelerin kesim noktası kullanılmadan) komutu yardımıyla inşa süreci öğrencilerde üçgenin çevrel çemberine yönelik farklı algıların gelişmesine sebep olabilir. Bu durum, öğrencilerin üçgenin çevrel çemberini içeren bir probleme yaklaşımlarında ve çevrel çemberin özelliklerini problem çözme sürecinde kullanma durumlarında da farklılaşmalar oluşturabilir.

Sıralı algı ile ilgili verilen açıklamalardan anlaşılacağı gibi sıralı algı ile bilişsel süreçlerde ele aldığımız oluşturma süreci birbiri ile aynı niteliktedir. Bu da oluşturma sürecinin hem bilişsel hem de algısal süreçlerin içinde yer aldığını ve her iki sürece de hizmet ettiğini göstermektedir.

İşlevsel algı: Geometride problem çözme süreci çoğunlukla verilen şeklin ilk görünümünü (görsel algı) değiştirmeyi gerektirir. Şekli değiştirme süreci zihinden yapılabileceği gibi fiziksel yollarla da yapılabilir. Burada amaç çözüm için ipucu yakalama gayretidir (Torregrosa ve Quesada, 2008). Bu aynı zamanda şekil hakkında bilgi edinme sürecini de harekete geçirecektir. Bu bilgi edinme süreci için şeklin ilk görüntüsü üzerinde yapılan değişiklikler (yardımcı doğrular çizmek, bir nesneyi silmek veya eklemek, şeklin konumunu değiştirmek, vs.) ve şeklin bazı parçalarını diğerlerine göre daha fazla düşünme işlevsel algı olarak adlandırılmaktadır (Duval, 1999; Gonzalez, 2013).

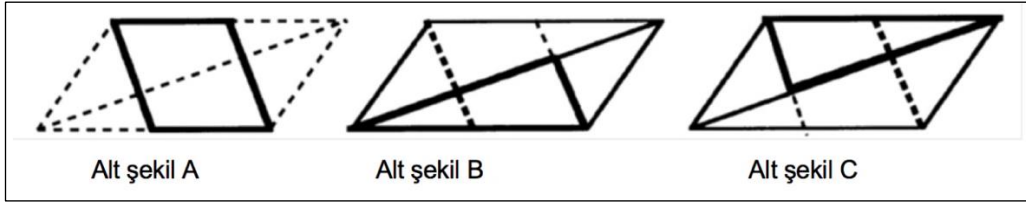
Duval (1998), şekil üzerinde yapılan değişikliklere göre farklı işlevsel algıların oluşabileceğini belirtmektedir. Buna örnek olarak da aşağıdaki problem durumları ve bunların çözümlerini vermiştir (Duval, 1998, s41- 44).

Problem: I ve J noktaları ABCD paralelkenarının sırasıyla CD ve AB kenarlarının orta noktaları olsun. DP, PQ ve QB uzunluklarının eşit olduğunu gösteriniz (bkz. Şekil 16).



Şekil 16. DP, PQ ve QB uzunlukları arasındaki ilişki

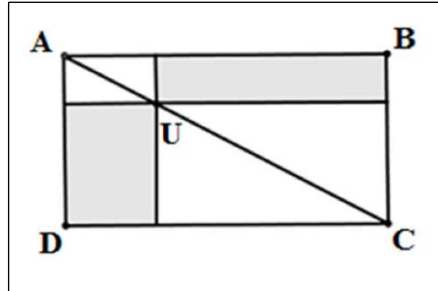
Çözüm: Paralelkenarda (bkz. Şekil 16) birçok alt şekil olmakla birlikte bu alt şekillerden bazılarını odaklanmak (bkz. Şekil 17) ve şeklin bir kısmını yok saymak, kişiyi çözüme götürebilir.



Şekil 17. Paralelkenarın farklı alt şekilleri

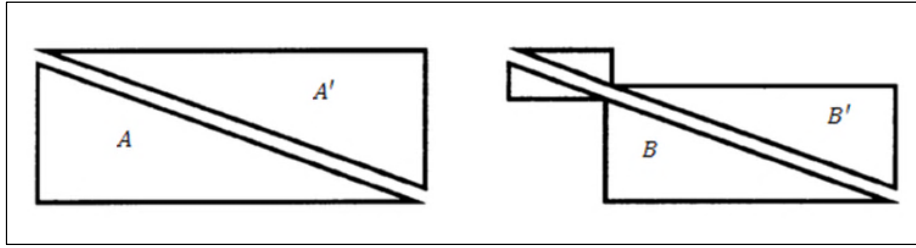
Öğrencinin B ve C alt şekillerine odaklanması ve üçgenin orta tabanı ile ilgili özellikleri kullanması (sözel algılar bu aşamada kullanılır), öğrenciyi ilk şekilde göremediği orta taban ilişkisini görme fırsatı vermektedir. Bu çözümde öğrenciyi çözüme götüren alt şekillere odaklanmak ve bunlar arasındaki ilişkiyi görmek olmuştur. Ancak bu süreçte öğrencinin tanımlardan (orta taban, paralelkenar) ve ön teoremlerden (orta taban ile ilgili teorem) de yararlandığı göz önüne alınmalıdır. Bazı durumlarda şekli oluşturan alt şekilleri ayırtmak ve bunlar arasındaki ilişkileri belirledikten sonra şekli yeniden bir araya getirmek de öğrenciyi çözüme götürebilir. Hatta bu çözümlerde öğrenci çoğu kez ön teorem ya da tanımlardan da yararlanmayabilir. Böyle durumlar için aşağıdaki problemi ve çözümünü verilebilir.

Problem: Şekil 18'de AC doğru parçası, ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinden biridir. U noktası köşegen üzerinde hareketli bir nokta olduğuna göre taralı dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırınız.



Şekil 18. Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu

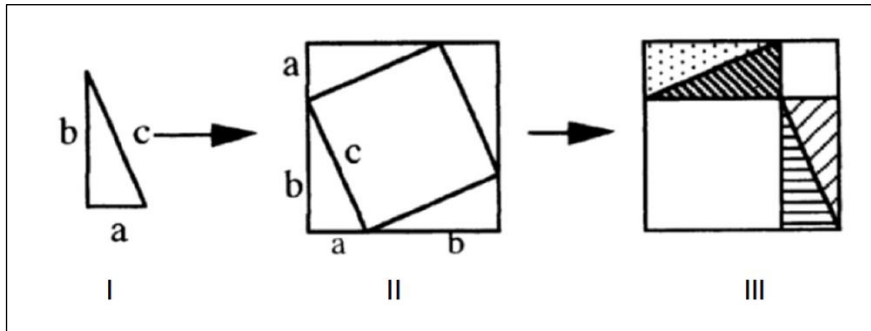
Çözüm: Şekilde birçok alt şekil bulunmakla birlikte Şekil 19'daki alt parçalar çözüme yardımcı olmaktadır.



Şekil 19. ABCD dikdörtgenini oluşturan bazı alt şekiller

U noktası köşegen üzerinde hareket ettiğinde A ve A' alt şekillerinde herhangi bir değişikliğin olmayacağı kolayca görülebilmektedir. Ayrıca U noktasının konumundan bağımsız olarak B ve B' alt şekillerinin A ve A' alt şekilleri içerisinde kalacağı ve B ile B' şekillerinin üst üste gelebileceği görülmektedir. Bu karşılaştırmanın sonucu olarak taralı alanların eşit olduğu kolaylıkla görülebilir. Görüldüğü gibi, biraz da problemin doğası gereği, çözüme götüren süreçte herhangi bir ek teorem kullanılmamıştır. Bununla birlikte çözüme götüren süreçteki en zor kısmı B ve B' alt şekillerini görebilmektir.

Yukarıdaki iki problemde de şekil üzerinde önemli değişiklikler (döndürme, yeni şekil ekleme, bir şeklin yerini değiştirme gibi) yapılmamış daha çok alt parçalara odaklanmak, şekli bölmek gibi işlemler ele alınmıştır. Ancak bazen problem çözümlerinde bu işlemler tek başına yeterli olmayabilir. Buna örnek bir durum olarak Duval (1998) Pisagor teoreminin ispatını vermiştir.



Şekil 20. Pisagor teoreminin bir ispatı

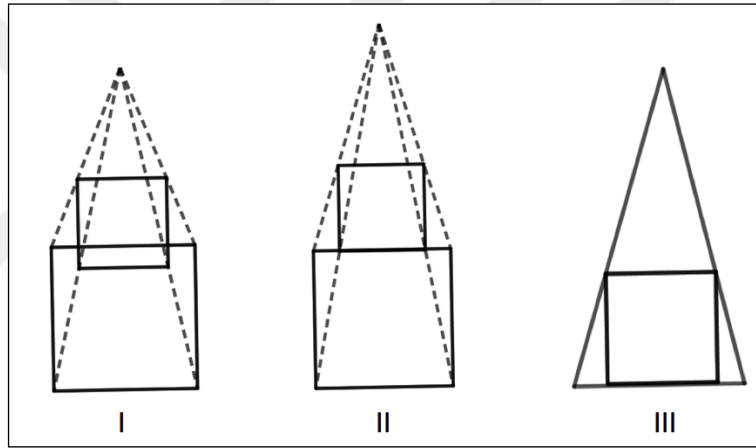
İspat sürecini analiz edecek olursak, başlangıç şeklimizin bir dik üçgen olduğu görülecektir. Bir sonraki aşamada kenarları  $a + b$  olan karenin içine dik kenarları  $a$  ve  $b$  olan dik üçgenler yerleştirilmiştir. Karenin içerisindeki dik üçgenlerin konumları değiştirilerek III. şekil elde edilmiştir. II. ve III. şeklin her ikisi de dört adet küçük dik üçgen içerdiğinden bunların dışında kalan alanlar (II. şekil için  $c^2$ , III. şekil için  $a^2 + b^2$ ) birbirine eşittir.

Duval (1999), işlevsel algıya bir başka örnek olarak Polya'nın (1957) da üzerinde durduğu aşağıdaki problemi kullanmıştır.

Problem: Verilen dar açılı bir üçgenin içerisine, iki köşesi bu üçgenin iki kenarı üzerinde, bir kenarı ise bu üçgenin üçüncü kenarı üzerinde olan bir kare çiziniz (Duval, 1998).

Çözüm: Bir üçgenin içerisine köşeleri bu üçgen üzerinde olan bir kare çizilmesi problemi şekil 21'deki gibi üç aşamada çözülebilir.

1. İlk aşamada bir kare ve bu karenin büyütülmüş hali çizilmiştir. Şekildeki homotetik dönüşüm üç boyutlu algı yaratmaktadır.
2. Bu algıdan faydalanarak küçük karenin hareket ettirilmesi ve büyük olanın üstüne yerleştirilmesi II. aşamayı oluşturmaktadır.
3. III. aşamada ise kesikli çizgiler silinerek çözüme ulaşılmıştır.



Şekil 21. Dar açılı üçgen içerisine kare yerleştirilmesi

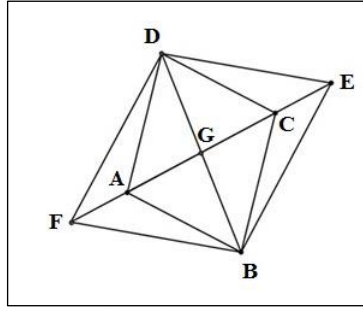
Duval'in açıklamalarından ve örneklerinden işlevsel algı için verilen bir geometrik şekli parçalara ayırabilme ve farklı bir yapıda yeniden bir araya getirme, şeklin içinde yeni alt şekiller oluşturabilme, şeklin konumunu ve yönünü değiştirebilme, verilen şekli farklı bir boyutta (derinlik hissi gibi) yeniden düşünebilme, şekil üzerinde ek çizimler yapabilme süreçlerinin yaşandığı görülmektedir.

Daha önce belirtildiği gibi şekle bakma süreçleri birbirleriyle hiyerarşik ilişkisi olmayan birbirinden bağımsız dört süreçten oluşmaktadır. Bu süreçlerin her biri şekil üzerindeki matematiksel bilginin fark edilmesine imkân sağlayacak farklı işlevler yerine getirmekte ve bir problemin çözümünde birbiriyle etkileşimli olarak hareket etmektedir (Duval, 1995, 1998). Bir önermenin ispatı üzerinden bu etkileşim aşağıdaki gibi gösterilebilir. Bu süreçte öğrenciden beklenen davranışlar numaralandırılarak her bir bilişsel sürecin ispat yapılırken ki fonksiyonu öğrenci davranışının yanına parantez içinde



yazılmıştır. Bununla birlikte aşağıda verilen sıra sübjektif olup farklı bireylerde farklı sıralar gözlemlenmek mümkündür.

Önerme: ABCD dörtgeni paralelkenar ve  $IAFI = ICEI$  olmak üzere DEBF dörtgeni de paralelkenardır (bkz. Şekil 22).



Şekil 22. ABCD paralelkenarı

Çözüm:

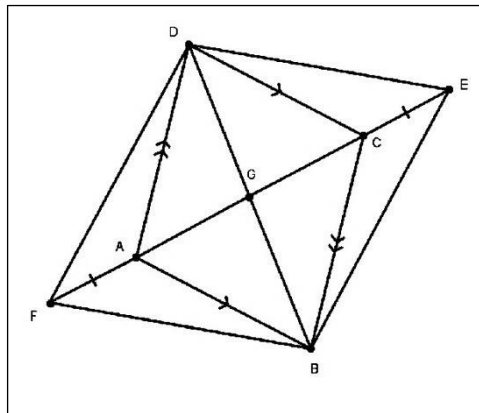
1. Çoğu geometri problemi gibi bu problemde de şekil ile birlikte bazı ön bilgiler verilmiştir. Öğrencilerden beklenen ilk olarak problemin verilen ve istenenlerini belirlemeleri ve sözel olarak verilen bilgileri şekil üzerinde görsel bilgiye dönüştürmeleridir (bkz. Şekil 23) (sözel algıdan görsel algıya geçiş).

Verilenler:

- a) ABCD paralelkenar (karşılıklı kenarlar birbirine paralel),
- b)  $IAFI = ICEI$

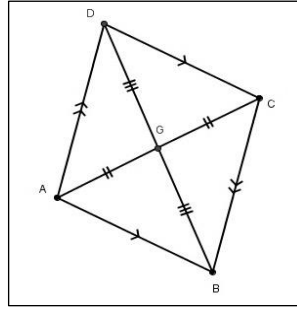
İstenenler:

- c) DEBF paralelkenar,



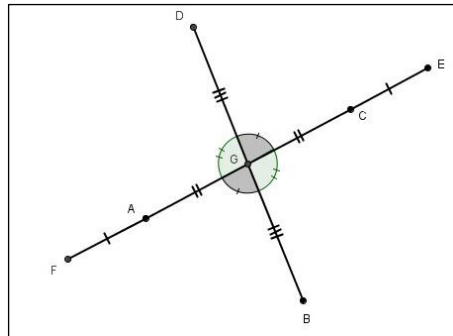
Şekil 23. Sözel algıdan görsel algıya geçiş

2. Sadece ABCD paralelkenarına odaklanarak (işlevsel algı) paralelkenarın köşegenlerinin özellikleri ile ilgili teorem bilgisinin kullanılması (sözel algı), bu bilgi ile köşegenlerin birbirlerini ortaladığının belirlenmesi ve bu özelliğin şekil üzerinde gösterilmesi (bkz. Şekil 24) (sözel algıdan görsel algıya geçiş).



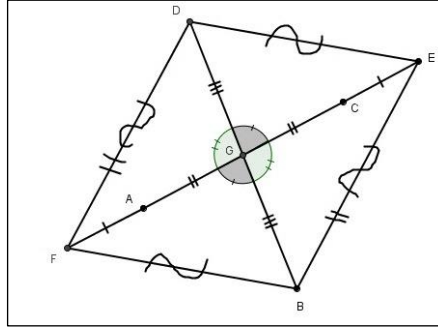
Şekil 24. ABCD paralelkenarının köşegenlerinin birbirini ortalaması

3. DGE, FGB, DGF ve EGB açılarına (bkz. Şekil 25) odaklanarak (işlevsel algı) bu açıların ters açı olmalarından dolayı eş olduklarının belirlenmesi (görsel algıdan sözel algıya geçiş) ve açılarının kolları üzerindeki doğru parçalarına odaklanarak (işlevsel Algı),  $IGEI = IGFI$  eşliğinin belirlenmesi (görsel algıdan sözel algıya geçiş).



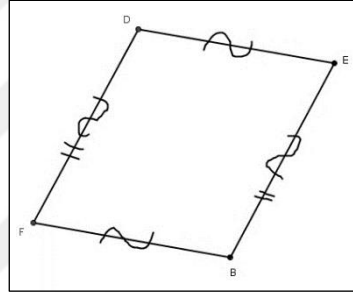
Şekil 25. DGE, FGB, DGF ve EGB açıları

4. FGB üçgeni ile EGD üçgenlerine odaklanıp (bkz. Şekil 26) (işlevsel algı) Kenar-Açı-Kenar (K-A-K) eşliğinin belirlenmesi (görsel algıdan sözel algıya geçiş) ve bu eşlikten yararlanarak  $IFBI=IDEI$  çıkarımının yapılması ve bu sonucun şekil üzerinde gösterilmesi (sözel algıdan görsel algıya geçiş).
5. Benzer şekilde DGF ve EGB üçgenlerine odaklanarak (bkz. Şekil 26) benzer süreçler ile  $IDFI = IEBI$  çıkarımının yapılması ve bu sonucun şekil üzerinde gösterilmesi.



Şekil 26. FGB, EGD, DGF ve EGB üçgenleri

6. DEBF dörtgenine odaklanıp (bkz. Şekil 27) (işlevsel algı) karşılıklı kenarların eşliği kullanılarak bu dörtgenin paralelkenar olduğunun söylenmesi (görsel algıdan sözel algıya geçiş).



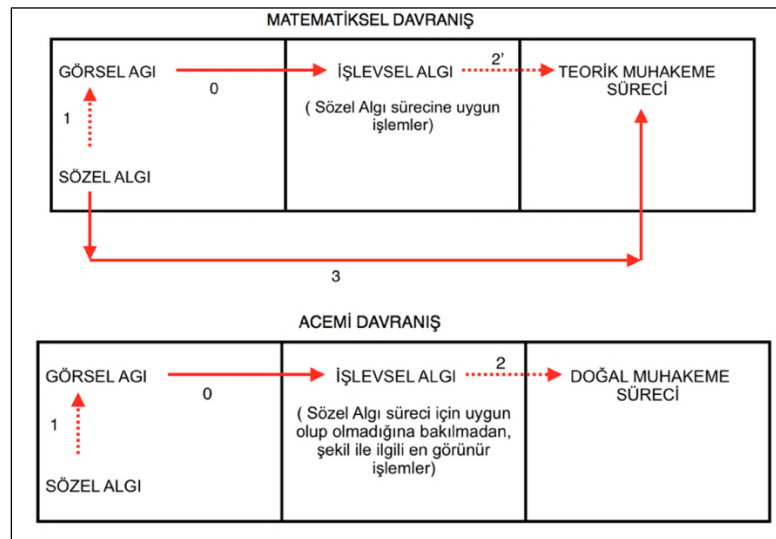
Şekil 27. DEBF dörtgeni

Verilen çözümden görüldüğü gibi her bir algısal süreç farklı işlevler yerine getirerek önermenin ispatında rol oynamıştır. Örneğin şekli belirli parçalara ayırıp bu parçalardan birine odaklanılması işlevsel algının, şekil ile ilgili matematiksel ilişkilerin şekil üzerinde belirli işaretler kullanılarak gösterilmesi görsel algıdan sözel algıya geçişin ya da şekil üzerinde matematiksel ilişkileri gösteren işaretlerden hareketle yeni matematiksel ilişkilere ulaşılması sözel algıdan görsel algıya geçişin önermenin ispatında yerine getirdiği rollerdir. Bu roller bir anlamda bir davranışta içerdiğinden (verilen matematiksel bilgileri şekil üzerinde gösterme gibi) şekle bakma süreçlerinin yerine getirdiği roller öğrenci davranışına dönük göstergeler şeklinde ifade edilebilir. Bu bağlamda şekle bakma süreçlerinin göstergeleri Tablo 2'deki gibi gösterilebilir:

Tablo 2. Şekle Bakma Süreçlerinin Göstergeleri

Görsel Algı	Sözel Algı	İşlevsel Algı	Sıralı Algı
Verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.	Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.	Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.	Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir.
Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir.	Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.	Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.	Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir.
	Şekil üzerinde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye sembol, gösterim ve matematiksel kavramları kullanarak doğru çevirebilir.	Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.	

Duval (1998)'e göre şekle bakma süreçleri ile muhakeme süreçleri arasında gerçekleşen farklı etkileşimler kişinin geometride bir problemi çözerken veya geometrik bir ilişkiyi ispatlarken ki davranışlarının da belirleyicisidir. Duval (1998) bu davranışları geometride yetkinlik kazanmamışların davranışlarını temsilen “*acemi davranış*” ve geometride yetkinlik kazanmışların davranışlarını temsilen “*matematiksel davranış*” olmak üzere ikiye ayırmış ve aralarındaki ilişkiyi aşağıdaki gibi göstermiştir:



Şekil 28. Matematiksel ve acemi davranış biçimleri

Şekil 28'de görüldüğü gibi acemi davranış biçimi görsel algı ile başlamakta (0) ve işlevsel kavrama ile doğal muhakeme süreci arasındaki etkileşimle (2) devam etmektedir.

Matematiksel davranış biçimi ise sözel kavrama süreci ile başlamakta ve teorik süreç ile etkileşimli olarak devam etmektedir (3). Matematiksel davranış içerisinde belirtilen işlevsel kavrama süreci doğrudan teorik muhakemeye etki etmediğinden bu iki süreç arasındaki ilişki kesikli çizgi ile gösterilmektedir (2'). Bununla birlikte işlevsel kavrama kullanılacak teoremlerin seçimine karar verme gibi önemli fikirlerin elde edilme işlevini yerine getirmektedir. Ayrıca her iki davranış biçiminde de işlevsel kavrama sürecinin sözel kavrama sürecinden bağımsız olduğunu göstermek için kesikli çizgi kullanılmıştır (1) (Duval, 1998).

### **2. 1. 3 Konu ile İlgili Araştırmalar**

Bu çalışma ile Duval'in bilişsel modelinin ilkelerine uygun hazırlanan öğrenme ortamının öğrencilerin teorik muhakeme sürecine geçişine ve algısal süreçlerin gelişimine nasıl etki ettiği, geleneksel öğrenme ortamı ile kıyaslanarak incelenmiştir. Araştırma raporunun bu bölümünde araştırmanın yürütülmesine temel oluşturan ve mevcut probleme nasıl çözüm getirileceği ile ilgili fikir veren çalışmalara yer verilmiştir. Literatür taramasına yön veren sorular şu şekildedir:

1. Geometrik düşünmeyi inceleyen ne tür çalışmalar yapılmıştır? Yapılan bu çalışmaların sonuçları nelerdir?
2. Geometrik düşünmeyi geliştirmeye yönelik ne tür çalışmalar yapılmıştır? Yapılan bu çalışmaların sonuçları nelerdir?

#### **2. 1. 3. 1. Geometrik Düşünmeyi İnceleyen Çalışmalar**

Geometrik düşünmeyi inceleyen yaklaşımları temelde bilişsel ve gelişimsel yaklaşımlar olarak ikiye ayırmak mümkündür. Fakat çalışmanın kuramsal temelini oluşturan Duval'in bilişsel modeli ve Fischbein'in şekilsel kavram modeli geometrik düşünmeyi bilişsel perspektiflerden ele aldıklarından bu bölümde bilişsel perspektiften geometrik düşünmeyi inceleyen çalışmalara yer verilmiştir.

Geometrik düşünmeyi bilişsel perspektiften ele alan çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların geometrik düşünmeyi,

1. Algısal Süreçler (Şekle bakma süreçleri)
2. Şekil-kavram etkileşimi
3. Teorik düşünme becerisi (Tümdengelim düşünme)

olmak üzere üç boyut üzerinden ele aldıkları görülmüştür.

Geometrik düşünmeyi algısal süreçler üzerinden inceleyen birçok çalışmada farklı sınıf seviyelerinde bulunan öğrencilerin algısal süreçleri incelenmiştir. Michael (2013)

doktora çalışmasının bir boyutunda farklı sınıf seviyelerinde (9, 10 ve 11. sınıf) bulunan lise öğrencilerinin şekle bakma süreçlerini incelemiştir. 881 öğrenci üzerinde gerçekleştirilen bu çalışmanın verileri 16 soruluk bir testten elde edilen nicel verilerden ve 9 öğrenci ile açık uçlu 4 soru üzerinde gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen nitel verilerden oluşmaktadır. Test soruları her bir şekle bakma sürecinden dört soru olarak, şekle bakma süreçlerinin işlevlerini yansıtacak şekilde hazırlanmıştır. Öğrencilerin testte ve yarı yapılandırılmış mülakatlarda yer alan sorulara verdikleri cevapların analizi sonucunda, bir sınıf seviyesinden diğerine öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin çoğunlukla geliştiği, öğrencilerin en fazla sıralı ve sözel algı ile ilgili sorularda zorlandıkları ve öğrencilerin soruları cevaplarken yaptıkları hataların çoğunlukla görsel algı sürecinin diğer süreçlere baskın gelmesinden kaynaklandığı; ayrıca şekle bakma süreçlerinden sözel algı ile işlevsel algı arasında ve sözel algı ile sıralı algı arasında güçlü ilişkilerin olduğu tespit edilmiştir.

Michael, Gagathis, Avgerinos ve Kuzniak (2011) ise yaptıkları çalışmada 9 ve 10. sınıf öğrencilerinin işlevsel algı süreçlerini incelemiştir. 616 öğrenci üzerinde yapılan çalışmada işlevsel algının özelliklerini (parçalama, büyütme ve yer değiştirme) yansıtan çoktan seçmeli üç soru hazırlanmıştır. Sorulara verilen cevaplar, cevap doğru ise 1 değilse veya soru boş bırakılmışsa 0 (sıfır) puan verilerek değerlendirilmiştir. 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin aldıkları puanlar t testi kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin en az başarıyı işlevsel algının bir göstergesi olan şekli parçalarına ayırma ve bu parçaları birleştirerek başka şekiller oluşturma davranışında gösterdiği ve 10. sınıf öğrencilerinin 9.sınıf öğrencilerine göre işlevsel algılarının daha iyi olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç Michael (2013)'ün çalışmasından elde edilen bir sınıf seviyesinden diğerine şekle bakma süreçlerinin geliştiği sonucu ile tutarlılık göstermektedir. Fakat Michael-Chrysanthou ve Gagathis (2013) 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin işlevsel algılarını inceledikleri çalışmalarında 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin işlevsel algıları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığını tespit etmişlerdir. Dolayısıyla farklı çalışmalarda bir sınıf seviyesinden diğerine öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişmesi ile ilgili farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bu durum şekle bakma süreçlerinin her zaman bir sınıf seviyesinden diğerine gelişmeyebileceği şeklinde yorumlanabilir.

Geometrik düşünmeyi algısal süreçler üzerinden ele alan çalışmaların yanında geometrik düşünmeyi şekil-kavram etkileşimi üzerinden inceleyen çalışmalarda bulunmaktadır. Bu çalışmalarda geometrik düşünme kavram ve şekil arasında doğru etkileşimler kurma olarak görülmektedir. Fischbein ve Nachlieli (1998) yaptıkları çalışmada öğrencilerin şekil ve kavram arasında kurdukları etkileşimi yaş ve matematiksel yeterlilik değişkenlerine göre incelemişlerdir. 14-17 yaşları arasında 218 lise (9, 10 ve 11.

sınıf) öğrencisi ile gerçekleştirilen çalışmada öğrenciler yaşlarına ve yaşlarına bakılmadan üç matematiksel yeterlilik (matematik de iyi olan öğrencilerden kötü olanlara doğru) seviyesine ayrılmıştır. Öğrencilere paralelkenarı tanımlama ve verilen geometrik şekiller içinden paralelkenarı seçme, bir üçgenin yüksekliğini tanımlama ve verilen üçgenlerin yüksekliklerini çizme, farklı konumlarda verilen dik üçgenleri belirleme, deltoit'in tanımından hareketle verilen geometrik şekiller arasından deltoit'i belirleme alanlarında sorular sorulup öğrenciler verdikleri cevaplar yaş ve matematiksel yeterliliğe göre sınıflandırılmıştır. Elde edilen bulguların analizinde şekil ve kavram etkileşiminin sağlanmasında yaş değişkeninin öğrencilerin başarısında bir etkisinin olmadığı bunun yanında öğrencilerin matematiksel yeterliliklerinin şekil ve kavram etkileşimi üzerinde etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Çalışmada öğrenme ortamlarının yapısının şekil ve kavram etkileşimi üzerinde etkili olduğu (matematikte iyi öğrencilerin yetişmesi açısından) dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin şekil ve kavram etkileşimini sağlayabilecekleri etkinliklere öğrenme ortamlarında yer vermesi ve bu etkinlikleri öğrencilerin şekil ve kavram arasında ortaya çıkan uyumsuzluğu kavramların kontrolünde çözmeleri gerektiğini anlamalarına hizmet edecek şekilde düzenlemesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Böyle bir sonuç öğrencilerin geometrik düşünme becerisi kazanabilmesinde öğrenme ortamlarının etkisinin dikkate alınması gerektiğini göstermesi bakımından önemlidir.

Geometrik düşünmenin bir bileşeni olan teorik muhakeme sürecini inceleyen çalışmalarda ise farklı kuramsal çerçeveler kullanılarak teorik muhakeme sürecinin doğası ve nasıl geliştirilebileceğine yönelik açıklamalar yapılmıştır. Bu teorik çerçevelerden biri Houdement ve Kuzniak'ın ortaya koyduğu geometrik paradigmalardır (Houdement ve Kuzniak, 2003; Houdement, 2007). Doğal geometri, doğal aksiyomatik geometri, formalist aksiyomatik geometri olarak adlandırılan (Dedeoğlu, 2014) ve birbirinden farklı geometrik düşünme süreçleri içeren bu paradigmlar deneysel doğrulamadan teorik muhakemeye doğru bir geçişi içermektedir. Michael (2013) doktora çalışmasının bir boyutunda Houdement ve Kuzniak'ın ortaya koyduğu geometrik paradigmlar bağlamında öğrencilerin mevcut durumlarını incelemiştir. 881 öğrenci üzerinde gerçekleştirilen bu çalışmada 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin baskın olarak doğal geometri (Natural Geometry) paradigması içinde buldukları, 11. sınıfa doğru ise öğrencilerin bir kısmının doğal aksiyomatik geometri (Natural Axiomatic Geometry) paradigmasına geçiş yaptıkları tespit edilmiştir. 9.sınıf öğrencilerinin doğal geometri paradigması içinde bulunması onların deneysel doğrulama ve algılarını kullanarak bir çıkarımda bulduklarını göstermektedir (Dedeoğlu, 2016). Çalışmada 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin baskın olarak doğal geometri paradigması içinde yer alması genel de birçok öğretim müfredatında 10.sınıfa geçen yani

9.sınıfı bitiren öğrencilerden beklenen baskın olarak doğal aksiyomatik geometri paradigmasında olma durumunun karşılanmadığını göstermektedir.

Panaoura ve Gagatsis (2009) de yaptıkları çalışmada ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik muhakeme süreçlerini Houdement ve Kuzniak'ın ortaya koyduğu geometrik paradigmalara bağlamında incelemiştir (Houdement ve Kuzniak, 2003; Houdement, 2007). Bunun için düzlem geometrisi konularını içeren üç soru hazırlanmış ve öğrencilerin verdikleri cevaplar, kullanılan strateji ve yapılan genel yanıtlar bağlamında değerlendirilmiştir. Yapılan analizler neticesinde öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve yaptıkları hataların içinde buldukları geometrik paradigmadan kaynaklandığı sonucuna varılmıştır. Doğal geometri paradigmasında bulunan öğrencilerin geometrik şekilleri teorik bir nesne olarak görmedikleri bu nedenle soru çözerken tümdengelim düşünmeye dayalı çıkarımlar yapamadıkları ve şeklin görsel özelliklerini kullanarak bir sonuca ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Michael (2013) bunu görsel algının baskın olmasına ve diğer şekle bakma süreçlerini etkilemesine bağlamaktadır. Duval (1998)'e ise göre şekil ile ilgili bir sonuca varma sözel algı ile başlamalıdır. Eğer sözel algı muhakeme sürecine hâkim değilse görsel algı baskın gelmekte ve öğrencilerin muhakemelerini etkilemektedir. Farklı kavramlar kullanmalarına rağmen Fischbein (1993)'de Duval (1998) gibi kavramsal süreçlerin yani sözel bilgilerin muhakeme sürecine hâkim olmadığı durumlarda şeklin görüntüsünün şekil ile ilgili varılacak sonuçları etkileyeceğini düşünmektedir (Fischbein, 1993; Fischbein ve Nachlieli, 1998). Harel ve Sowder (1998) ise şeklin görüntüsüne göre bir sonuca varmayı öğrencilerin algısal ispat şemasında (Perceptual Proof Scheme) olmalarına bağlamaktadır. Harel ve Sowder (1998)'e göre bu şemaya sahip öğrenciler şekli statik olarak algılamakta ve şeklin farklı durumlarını dikkate alamamaktadır. Panaoura ve Gagatsis (2009) ise yaptıkları araştırmanın sonuçlarına dayanarak öğretmenlere geometri öğretimi boyunca öğrencilerine şekil odaklı doğal geometri paradigmasından şekil kullanmaya tanım, teorem ve aksiyomlarında dahil olduğu doğal aksiyomatik paradigmaya geçebilmede yardımcı olmayı amaç edinmelerini önermektedir.

Houdement ve Kuzniak'ın ortaya koyduğu geometrik paradigmalara dışında teorik muhakeme sürecini Duval'ın bilişsel modeli perspektifinden ele alan Torregrosa ve Quesada (2008) ise sınıf öğretmeni adayları ile yaptığı çalışmada aday öğretmenlerin geometri de verilen bir önermenin ispatını yaparken ki sözel ve işlevsel algılarını incelemiş böylece öğretmen adaylarının ispat yaparken geometrik şekli ve matematiksel ilkeleri nasıl kullandıklarını anlamayı ve açıklamayı amaçlamıştır. 55 öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada öğrencilere bazı önermeler verilerek ispatlamaları istenmiştir. Elde edilen verileri değerlendirebilmek için yapılan ispatlar küçük parçalara ayrılarak numaralandırılmış ve her bir numara önceden belirlenen şekle bakma süreçlerinin



göstergeleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmelerde öğrenci çözümlerinden üç farklı durumun ortaya çıktığı tespit edilmiştir:

1. Şekil ile matematiksel ilkeler arasında kurulan koordinasyonun (sözel algı ile işlevsel algı arasındaki koordinasyonun) matematiksel ilkelerin kontrolünde (sözel algının) gerçekleşerek verilen önermenin ispatının yapıldığı durumlar (Truncation)
2. Şekil ile matematiksel ilkeler arasında gerçekleşen etkileşimin matematiksel ilkelerden bağımsız bireyin öznel varsayımlarının ve şeklin görünüşünün kontrolünde gerçekleştiği formel ispatın yapılamadığı durumlar (Unproved conjecture).
3. Şekil ile matematiksel ilkeler arasında kurulan koordinasyonun yetersiz olduğu bu nedenle formel ispatın yapılamadığı durumlar (Closed loop).

Tespit edilen bu üç durum içinde öğretmen adaylarının çoğunun teorik muhakeme sürecine geçmelerini sağlayacak sözel algı ile işlevsel algı arasındaki koordinasyonu sağlamada yetersiz kaldıkları belirlenmiştir. Torregrosa ve Quesada (2008)'ya göre elde edilen bu sonuç bir anlamada bazı öğrencilerin formel ispat yaparken neden güçlük yaşadıklarının da bir açıklamasıdır.

Benzer şekilde Llinares ve Clemente (2014) yaptıkları çalışma ile sınıf öğretmeni adaylarının geometride bir önermenin ispatını yaparken şekil ile matematiksel ilkeler arasında nasıl ilişkiler kurduklarını karakterize etmeye çalışmışlardır. 97 öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada geometrik şeklin beraberinde verildiği iki geometrik ispat sorulmuş ve öğrencilerden verilen ispatları yapmaları istenmiştir. Verilerin analizi neticesinde elde edilen sonuçlar öğretmen adaylarının ispat yaparken iki farklı şekilde geometrik şekil ile matematiksel ilkeler arasında ilişki kurduklarını göstermektedir. Birincisi sözel ve işlevsel algı arasındaki etkileşimden ortaya çıkan ilişki, ikincisi ise sözel ve işlevsel algı arasında gerçekleşen etkileşimden elde edilen bilgilerin tümdengelim mantık içerisinde düzenlenerek yeni bir bilginin elde edilmesini sağlayan ilişkidir. Llinares ve Clemente (2014) bu iki farklı süreç için geometrik bir ispatta şekli uygun alt parçalara ayırmanın yeterli olmadığını, bunun yanında öğrencilerin işlevsel ve sözel algı etkileşimi ile elde ettikleri bilgileri tümdengelimsel düşünme içerisinde düzenlemesi ve yeni bir bilginin elde edilmesi için kullanması gerektiğini ifade etmektedir. Elde edilen sonuçlardan hareketle öğrencilerin ispat yapabilmesinin, sözel algıdan hareketle elde ettikleri bilgileri mantıksal bir düzen içerisinde ilişkilendirmelerine (tümdengelim düşünme) ayrıca sözel algı ile işlevsel algı arasında etkileşim sağlamalarına bağlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerini ispat kavramı üzerinden inceleyen Harel ve Sowder (1998, 2007) ise teorik muhakeme becerisini farklı ispat şemalarından

biri olarak ele almıştır. Harel ve Sowder (1998, 2007)'a göre ispat bir konu üzerindeki şüphelerin birey veya toplum tarafından giderilmesidir. Farklı bireylerin veya toplumların farklı ikna olma süreçleri olacağından tek bir ispattan bahsetmek doğru değildir. Bireylerin veya toplumların farklı ikna olma ve ikna etme biçimleri onların ispat şemalarını oluşturmaktadır. Ve bu ispat şemaları bireyin düşünme biçimine (way of thinking) etki etmektedir.

Harel ve Sowder (2007)'a göre temelde dışsal dayanaklı (external), deneysel (emprical) ve tümdengelim (deductive) ispat şeması olmasına rağmen eğitimin amaçlarından biri tümdengelim ispat şemasına sahip bireyler yetiştirmektir. Dışsal ispat şemasında öğrenci öğretmen, kitap gibi dış kaynaklara bağlı olarak verilen matematiksel bir önermenin doğru veya yanlış olduğuna karar verir. Bu şemada bulunan öğrenciler için anlamsız sembolik manipülasyonlar sadece görünüş olarak bir ispata benzediğinden dolayı doğru olarak kabul edilir. Deneysel ispat şemasında ise öğrenci bir önermenin doğru olup olmadığına birkaç örnek üzerinden deneyimlerinden hareketle karar verir. Tümdengelim ispat şemasında deneysel ispat şemasında bulunan öğrenci verilen bir önermenin doğruluğuna karar verirken birkaç örnek üzerinden bir değerlendirmeye varmaktansa tümdengelim düşünme içerisinde mantıksal çıkarımlar kullanarak önermenin doğru veya yanlış olduğuna karar verir (Ören, 2007).

Öğrencilerin ispat şemalarını inceleyen çalışmalara bakıldığında öğrencilerin gerek lise gerekse üniversite düzeyinde verilen bir önermenin doğruluğunu belirlerken tümdengelim ispat şeması ile hareket etmedikleri daha çok dışsal dayanaklı ve deneysel ispat şemasına sahip oldukları görülmektedir (Fischbein ve Kedem, 1982; Harel ve Sowder, 1998; Healy ve Hoyles, 2000; Ören, 2007; Schoenfeld, 1985). Örneğin Ören (2007) dört liseden toplamda 224 10.sınıf öğrencisinin ispat şemalarını incelediği çalışmasında öğrencilerin çoğunlukla dışsal dayanaklı ispat şeması ve deneysel ispat şemalarını analitik ispat şemalarına göre önemli ölçüde daha fazla kullandığını tespit etmiştir.

### **2. 1. 3. 2. Geometrik Düşünmeyi Geliştirmeye Yönelik Çalışmalar**

Geometrik düşünmenin, bilişsel perspektiften, bileşenleri: Teorik düşünme becerisi (Tümdengelim düşünme) şekil-kavram etkileşimi ve algısal süreçlerdir (Şekle bakma süreçleri). Bu bağlamda sırası ile bu bileşenlerden hareketle, geometrik düşünmeyi geliştirmeye yönelik çalışmalar ele alınacaktır.

Teorik muhakeme becerisinin öğrenme ortamlarında geliştirilmesi temelde öğretmenlerin ispat ile ilgili anlayışları ve ispat öğretimi için seçtikleri yöntemlerle yakından ilişkilidir. Nitekim Knuth (2000)'e göre öğretmenlerin ispatın ileride matematik üzerine

çalışmayı düşünen öğrencilere öğretilmesi gerektiği anlayışı derslerde ispata yer verilmesini engellemektedir. Ayrıca öğretmenler teorik muhakeme becerisini geliştirmek için genelde derslerde öğrencileri ispat sürecine dahil etmeden tamamlanmış ispatları sunma, nedenlerini öğrencilerin bulmalarını isteyerek mantıksal basamakları ifade etme, ispat yapma ve uygulama esnasında da öğrencilerden aynı mantığı kullanacakları türden başka bir ifade verme şeklinde bir yol izlemektedirler (İskenderoğlu, 2010). Dolayısıyla öğretmenler çoğunlukla öğrencileri ispat sürecine dâhil etmeden sadece ispatı anlatarak ispat öğretimi gerçekleştirmektedir (Öztürk, 2016). Bu da bir ispatın yapılabilmesi için gerekli bazı bilişsel süreçlerin ihmal edilmesi anlamına gelmektedir. Çünkü öğrenme ortamlarında görselleştirme, muhakeme ve kurma arasında oluşturulamayan etkileşimler başarısız sonuçlar ortaya çıkaracaktır (Duval, 1998). Bu durum teorik muhakeme becerisinin geliştirilmesinde bir değişime ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Nitekim lise öğrencileri üzerinde yapılan bazı araştırmalar öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun teorik açıklamalar oluştururken güçlükler yaşadıklarını göstermektedir (Healy ve Hoyles, 1998; McCrone ve Martin, 2004; Senk, 1985; Usiskin, 1982). Bu güçlüklerin ortadan kaldırılmasına yönelik bazı araştırmacılar önerilerde bulunmuşlardır. Örneğin Romberg (1992) ispatın tamamlanmış, bir ürün olarak sunulmasından vazgeçilmesini ve öğrencilerin keşfetmelerine imkân verecek olanakların artırılması gerektiğini ifade etmiştir. Edwards (1997) ise keşfetmenin ispat için gerekli kavramsal alt yapıyı oluşturmaya yardımcı olduğunu ve ispatın son aşamasına odaklanılmasının yanlış olacağını belirtmektedir. Araştırmacılarından bazıları ise ispatın bir süreç olduğuna yönelik vurgu yaparak çeşitli aşamalar tanımlamışlardır. Boero (1999) teorik muhakemenin gelişebilmesinin ve bunun doğal sonucu olarak bir ispatı yapabilmeyenin belirli basamaklar halinde oluşturulacak etkinlikler yardımıyla mümkün olabileceğini ifade etmektedir. Ve bu aşamaları varsayımın oluşturulması, varsayımın formüle edilmesi, tam olarak ifade edilmiş varsayımın keşfi ve onun geçerliliği için uygun tartışmaların belirlenmesi, tümdengelimsel bir zincirdeki tutarlı tartışmaların secimi ve birleşimi, bu tartışmaların matematiksel standartlara göre düzenlenmesi ve formal ispatın yapılması şeklinde ifade etmiştir. Nguyen (2012) ise öğrencilerin dinamik geometrik bir ortamda ispat yapmayı yedi seviyeye ayırarak tanımlamıştır. Bu seviyeler; Seviye 0 (Bilgi), Seviye 1 (Yapılandırma), Seviye 2 (Değişmezlik), Seviye 3 (Varsayım), Seviye 4 (Tartışma), Seviye 5 (İspat), Seviye 6 (Derinlemesine Araştırma)'dır. Seviye 0 (Bilgi) problemi anlama aşaması, seviye 1 (Yapılandırma) dinamik geometri yazılı ile geometrik şekillerin kurulduğu aşama, seviye 2 (Değişmezlik) ispatlara yönelik fikirler elde etmek için kurulan şekil üzerinden değişmezlerin belirlendiği aşama, seviye 3 (Varsayım) değişmezlerden hareketle varsayımlar oluşturma aşaması, seviye 4 (Tartışma) gözlenen olayları ve geçerli

varsayımları açıklayacak gerekçeler sunma aşaması, seviye 5 (İspat) üretilen gerekçelere dayalı olarak ispat yazma aşaması, seviye 6 (Derinlemesine Araştırma) genelleme, özelleştirme, benzetme gibi aktiviteler için öğrencilerin problemi derinlemesine araştırmaların yapıldığı aşamadır. Edwards (1997) de ispat yapabilmek için çeşitli muhakeme aktivitelerinin gerçekleşmesi gerektiğini belirtmektedir. Bu muhakeme aktivitelerini fark etme, tanımlama, varsayımda bulunma, tümevarımsal muhakeme, tümdengelimsel muhakeme olmak üzere beş aşamaya ayırmaktadır. Bu aşamalardan fark etme aşaması örüntüleri keşfetme, farkına varma aşamasıdır. Tanımlama aşamasında belirlenen örüntüler kelimelerle açıklanmakta, resim veya diyagramlar gibi diğer temsil şekilleri ile ifade edilmektedir. Varsayımda bulunma aşamasında daha önceki basamaklarda elde edilen bilgilerden hareketle varsayımlar oluşturulur. Varsayımların doğruluğuna yönelik çeşitli kontroller yapılarak varsayımlar yeniden düzenlenir. Bu aşamada önermeleri üretmek ve test etmek için dinamik yazılımlardan da yararlanılabilir. Tümevarımsal muhakeme aşamasında varsayımın doğru olup olmadığını anlamak için özel durumlar kontrol edilir. Bu aşamada varsayımların özel örnekler üzerinden incelenerek test edildiği aşamadır. Tümdengelimsel muhakeme aşamasında ise varsayımın niçin doğru olduğu geçerli muhakeme süreci içinde ispat edilir.

Fischbein (1993), geometrik düşünmeyi şekil ve kavram arasındaki etkileşim ile açıklamıştır. Ayrıca bu etkileşimin yapısına göre şeklin ya da kavramın birbirlerini yönetebileceğini belirtmiştir. Fischbein'e göre kavramın şekli yönettiği durumlar üst düzey muhakeme sürecidir. Dinamik geometri yazılımlarının (DGY) geometrik yapıyı oluşturma, bu yapı üzerinden ölçümler yapma, varsayımda bulunma, varsayımları test etme, genellemeler yapma gibi olanaklar tanınması (Güven, 2002) bu yazılımları şekil-kavram etkileşiminin doğru oluşturulabilmesinde önemli bir noktaya taşımaktadır. Yazılımların yapıyı oluşturma, ölçümler yapma gibi fonksiyonları geometrik düşünmenin şekil boyutuna katkı sağlarken varsayımda bulunma, varsayımları test etme gibi olanaklar sunması ise geometrik düşünmenin kavram boyutuna katkı sağlamaktadır. Ayrıca yazılımların şekil üzerinde manipülasyonda bulunma sürecini matematiksel mantığın temel ilkeleri üzerine inşa etmesi (Mariotti, 2001) şekil-kavram etkileşimine zemin hazırlamaktadır. Nitekim yapılan birçok çalışma DGY'lerinin kullanıldığı öğrenme ortamlarda şekil-kavram etkileşiminin kavramsal süreçlerin şekli yönettiği üst düzey düşünmeye dönüşmedeki potansiyeline vurgu yapmaktadır (Hoyle ve Jones, 1998; Jones, 2000; Mariotti, 2001). Örneğin Jones (2000) ilköğretim öğrencileri ile yaptığı çalışmada dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş öğrenme ortamlarında öğrencilerin doğal muhakemelerinin teorik muhakemeye doğru evrildiğini gözlemlemiştir.

Geometrik düşünmenin boyutlarından biri algısal süreçlerdir. Fakat literatür incelendiğinde algısal süreçleri geliştirmeye yönelik doğrudan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bununla birlikte öğrencilerin algısal süreçlerini inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır (Charalambos,1997; Deliyianni vd., 2009; Elia vd., 2009; Gagatsis vd., 2010; Michael vd., 2011; Michael-Chrysanthou, Gagatsis, 2013; Michael, 2013; Torregrosa ve Quesada, 2008). Michael (2013) öğrencilerin algısal süreçlerini incelediği çalışmasında öğrencilerin en fazla sıralı ve sözel algı ile ilgili sorularda zorlandığını tespit etmiştir. Bununla birlikte DGY'ları sıralı algının geliştirilebilmesi için önemli fırsatlar sunması (Duval, 1998) öğrenme ortamlarında kullanılan klasik pergel-cetvel çizimlerinin yapısını değiştirmiştir. Artık yazılımın sahip olduğu farklı araçlar yardımı ile de geometrik şekiller kurulabilmektedir. Ayrıca yapılan araştırmalar farklı araçlar kullanılarak yapılan kurma sürecinin öğrencilerin akademik başarılarını ve van hiele geometri anlama düzeyini arttırdığını göstermektedir (Y. Güven, 2006). Bununla birlikte DGY'ları işlevsel algının geliştirilebilmesi içinde önemli potansiyele sahiptir. Fakat bunun için yazılımın işlevsel algının fonksiyonlarını yerine getirecek şekilde düzenlenmesi gerekir (Duval, 1998). Bu bağlamda şekillere hareket verme, parçalara ayırma işlemlerini daha görsel ve kolay yapabilmek için flash animasyon programı önemli fırsatlar sunabilir.

## 2. 2. Literatür Taramasının Sonucu

Literatür taraması sonucundan geometrik düşünmeyi inceleyen bilişsel yaklaşımların belirli süreçler ortaya koydukları anlaşılmaktadır. Fischebein (1993) geometrik şeklin doğası ve bir problem durumunda nasıl hem şekil hem de kavram olarak düşünülmesi gerektiğiyle ilgili önemli açıklamalarda bulunmuştur. Duval (1995, 1998) bir problem durumunda şekil, kavram birlikteliğiyle ilgili durumu kabul etmekle birlikte bunların kendi içlerinde farklı alt süreçlerini de ortaya koymuştur. Bu durum Duval'ın bilişsel modelini daha kapsamlı ve bütüncül bir konumda olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla Duval'ın bilişsel modeline uygun tasarlanacak öğrenme ortamı bir bakıma Fischbein'in öğrenme ortamlarından beklentilerini de yansıtacaktır. Bu nedenle tasarlanacak öğrenme ortamı için Duval'ın bilişsel modelinin ilkelerinin kullanılmasına karar verilmiştir.

Literatür taraması bölümünde referans verilen araştırma raporlarının ortaya koyduğu sonuçlar tasarlanan öğrenme ortamını iki açıdan şekillendirmiştir. Bunlardan ilki lise öğrencilerinin teorik muhakeme becerisinin ve şekle bakma süreçlerinin geliştirilmesine yönelik bir öğrenme ortamı tasarımının, ikincisi ise tasarlanan bu öğrenme ortamı için oluşturulacak etkinliklerin ve ölçme araçlarının yapısının belirlenmesidir. Araştırmanın şekillenmesini sağlayan bu iki husus aşağıda özetlenmiştir.

Yapılan birçok çalışmada öğrencilerin geometrik kavramları (açı, üçgen, dikdörtgen vb.) öğrenirken (Hershkowitz, 1987; Lehrer, Jenkins ve Osana, 1998) ve ispat yaparken güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir (Healy ve Hoyles, 1998; McCrone ve Martin, 2004; Senk, 1985; Usiskin, 1982). Bu güçlüklerin neden yaşandığı bilişsel ve gelişimsel yaklaşımların perspektifinden incelenebilir (Gal ve Linchevski, 2010), fakat geometri öğretimi açısından asıl önemli olan bu güçlüklerin giderilmesi için öğrenme ortamlarında neler yapılabileceğinin tespit edilmesidir. Bu tespitler ancak belirli teorik çerçeveler ışığında gerçek sınıf ortamında yapılacak çalışmalarla mümkün olacaktır. Literatür incelendiğinde geometrik muhakemeyi bilişsel perspektiften ele alan ve bir öğrenme ortamının tasarlanma sürecine hizmet edecek iki yaklaşım olduğu tespit edilmiştir. Bunlardan ilki Fischbein (1993)'in şekil-kavram yaklaşımı diğeri ise Duval (1998)'in bilişsel modelidir. Fischben'den farklı olarak geometrik şekiller için algısal süreçler de tanımlayan Duval'in bilişsel modeli tasarlanacak öğrenme ortamı için referans olarak alınmıştır. Duval'in yaptığı çalışmalarında modeli için ortaya koyduğu ilkelerden hareketle tasarım oluşturulmuş ve görselleştirme, kurma ve muhakeme süreci arasında kurulacak etkileşim geometride yetkinlik kazanmak için gereklidir prensibi tasarımın temel ilkesi olarak belirlenmiştir (Duval, 1995, 1998, 1999).

Yapılan birçok çalışmada öğrencilerin algısal süreçlerinin incelendiği (Charalambos, 1997; Deliyianni vd., 2009; Elia vd., 2009; Gagatsis vd., 2010; Llinares ve Clemente, 2014; Michael vd., 2011; Michael-Chrysanthou ve Gagatsis, 2013; Michael, 2013; Torregrosa ve Quesada, 2008) fakat bu süreçlerin geliştirilmesi ile ilgili bir çalışmanın yapılmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca bazı çalışmalarda öğrencilerin bir sınıftan diğerine geçerken şekle bakma süreçlerinin gelişmediği ile ilgili tespitler (Michael-Chrysanthou ve Gagatis, 2013) şekle bakma süreçlerinin gelişiminin doğal seyrine bırakılmamasının ve özel olarak geliştirilmesinin gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Bu nedenle böyle bir boşluğun giderilmesi için tasarlanan öğrenme ortamında şekle bakma süreçlerinin geliştirilmesine yönelik etkinliklere yer verilmiştir. Etkinlikler geliştirilirken şekle bakma süreçlerinin göstergeleri dikkate alınmıştır. Bu göstergeler oluşturulurken ve ölçülürken (şekle bakma bilişsel süreç testleri) Duval (1995, 1998)'in çalışmalarına ek olarak Michael (2013)'ün çalışmasından yararlanılmıştır. Özellikle Michael (2013)'in öğrencilerin şekle bakma süreçlerini belirlemek için kullandığı soruların bir kısmı testlerde hiç değiştirilmeden kullanılmıştır.

Yapılan bazı çalışmalarda 9.sınıf öğrencilerinin doğal muhakeme süreci içinde olduğu tespit edilmiştir (Michael, 2013). Yani bu öğrenciler verilen bir matematiksel ilişkiyi deneysel olarak doğrularken, çıkarımda bulunurken de çoğunlukla algılarını kullanmaktadırlar. Geometrik nesnelere bu aşamada fiziksel modeller olarak algılanmakta

ve doğrulamanın, problem çözümlerinin yegâne aracı olarak görülmektedir (Dedeoğlu, 2016). Fakat Ülkemizde 9.sınıfın teorik muhakemeye geçiş basamağı olarak görülmesi (MEB, 2013) dikkate alındığında 9. sınıfların baskın olarak doğal aksiyomatik (teorik muhakeme süreci) geometri paradigmasında olması beklenmektedir. Bu nedenle bu çalışmanın bir boyutunda öğrencileri doğal muhakeme sürecinden teorik muhakeme sürecine geçirmek amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda özellikle Duval'in çalışmalarından hareketle teorik muhakeme sürecinin göstergeleri belirlenmiştir (Duval, 2002, 2007). Bu göstergeler üzerinden ölçme araçları geliştirilmiştir.

Duval'e göre şekle bakma süreçleri içinden işlevsel algının fonksiyonu keşfetmedir (Tapan-Brouin, 2016) ve şekli parçalara ayırma, döndürme, üst üste getirme gibi deneyimlerin öğrencilere yaşatılması oldukça önemlidir. DGY'larının geometrik ilişkilerin keşfedilme sürecindeki rolü çok önemli olmakla birlikte (Güven, 2002) şekli parçalarına ayırma, döndürme, üst üste getirebilmek için DGY yazılımlarının bir şekilde düzenlenmesi gerekir (Duval, 1998). Yapılan incelemelerde DGY'larından bu türeden işlemlerin tasarlanmasının oldukça zahmetli olduğu görülmüştür. Bu nedenle şekillere hareket verme, parçalara ayırma işlemlerini daha görsel ve kolay yapabilmek için flash animasyon programının kullanılmasına karar verilmiştir. Bununla birlikte DGY'larının sıralı algının geliştirilebilmesi için önemli fırsatlar sunması (Duval, 1998) öğrenme ortamlarında kullanılan klasik pergel-cetvel çizimlerinin yapısını değiştirmiştir. Artık yazılımın sahip olduğu farklı araçlar yardımı ile de geometrik şekiller kurulabilmektedir. Bu nedenle DGY'ları sıralı algının geliştirilmesi ile ilgili etkinliklerde kullanılmasına karar verilmiştir.

Dinamik geometri yazılımlarının (DGY) geometrik yapıyı oluşturma, bu yapı üzerinden ölçümler yapma, varsayımda bulunma, varsayımları test etme, genellemeler yapma gibi olanaklar tanınması (Güven, 2002) öğrencilerin öğrenme-öğretme süreçlerine aktif katılımına olanak tanımaktadır. Bu nedenle dinamik geometri yazılımı kullanılarak geometrik şekillerin kurulduğu ve kurulan bu şekil üzerinden matematiksel ilişkilerin incelendiği durumlar oluşturularak etkinlikler hazırlanmıştır. Bu etkinliklerde yazılımın sürüklenme fonksiyonu kullanılarak öğrencilerin bilişsel ve algısal süreçleri geliştirilmeye çalışılmıştır.

Literatür incelendiğinde öğrencilerin şekle bakma süreçlerini incelemek için bazı çalışmalarda hem açık uçlu hem de çoktan seçmeli soruların (Michael, 2013) bazılarında sadece çoktan seçmeli soruların (Michael vd., 2011) bazı çalışmalarda da sadece açık uçlu soruların kullanıldığı (Llinares ve Clemente, 2014; Torregrosa ve Quesada, 2008) görülmüştür. Fakat Duval (1995, 1998, 1999)'in şekle bakma süreçlerini açıklamak için açık uçlu sorular kullanması dikkate alınarak teorik muhakeme ve şekle bakma bilişsel süreç testleri hazırlanırken açık uçlu sorular kullanılmasına karar verilmiştir.

### **3. YÖNTEM**

Tezin bu bölümünde araştırmanın modeli ve tasarımı, araştırmanın yürütülmesinde benimsenen yöntem, veri toplama araçları ve verilerin nasıl analiz edildiği açıklanmıştır.

#### **3. 1. Araştırmanın Modeli**

Bu çalışma ile, Duval'in bilişsel modelinin ilkelerine uygun bir öğrenme modeli oluşturulması, modelin uygulanabilmesi için materyallerin geliştirilmesi, geliştirilen bu materyallerin gerçek sınıf ortamına uygulanması ve ortaya çıkan öğrenme ürünlerinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda bir devlet lisesinde daha önceden oluşturulmuş sınıflardan rasgele seçilen iki sınıftan birinde Bilişsel Süreç Modelleri (BSM) ile öğretim diğerinde ise geleneksel öğretim yapılmasına ve bu iki öğrenme ortamının öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerine nasıl etki ettiğinin belirlenmesine karar verilmiştir. Bu süreçte öğretmen değişkeninin sürece etkisini azaltmak için her iki grupta da aynı öğretmen dersi yürütmüştür. Çalışmanın doğasına ve amacına uygun olarak yarı deneysel yöntem tercih edilmiştir. Çünkü yarı deneysel yöntem kişilerin deney ve kontrol gruplarına rasgele dağıtılmasının imkânsız olduğu durumlarda etkisi ölçülecek değişkenlerin belirli kurallar ve koşullar altında katılımcılara uygulandığı ve katılımcıların değişkenlere verdiği yanıtların ölçüldüğü ve elde edilen sonuçların karşılaştırılarak bir karara varıldığı araştırma türüdür (Çepni, 2007; Johnson ve Christensen, 2012).

#### **3. 2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi**

Bu bölümde çalışmanın dört temel aşamasını oluşturan araştırmanın tasarımı, pilot uygulama, asıl uygulama ve verilerin analiz edilme süreçleri özetlenmiştir.

Çalışmanın tasarım aşamasında gerekli literatür taraması yapılarak Duval'in etkili geometri öğretimi için ortaya koyduğu ilkeler ile şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerinin göstergeleri belirlenmiştir (göstergeler için bkz. Ek7). Ortaya konan ilkelerden hareketle Bilişsel Süreç Modelleri (BSM) tasarlanmıştır (ileriki bölümlerde tanıtılacaktır). Tasarlana bu modellerin gerçek sınıf ortamında uygulanabilmesi için 9.sınıf geometri konuları üzerinden 38 ders saatini kapsayacak şekilde bir uygulama planı oluşturulmuştur. Uygulama planı oluşturulduktan sonra şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerinin göstergelerinden hareketle çalışma yapıları ve materyaller tasarlanmıştır. Ayrıca deney ve kontrol grubunda yürütülen öğretimin öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme



süreçlerine etkisini kıyaslayabilmek için bilişsel süreç testleri (ön, ara ve son paralel testleri) ve verilen cevapları değerlendirebilmek için ise kategorik puanlama cetvelleri (şekle bakma kategorik puanlama cetveli ve teorik muhakeme kategorik puanlama cetveli) üç uzman matematik eğitimcisinin görüşleri alınarak geliştirilmiştir. Deney grubu için hazırlanan çalışma yaprakları ve materyallerin, öğrenme ortamında, BSM'ye göre uygulanabilmesine yardımcı olabilmek için ise öğretmen kılavuz kitabı hazırlanmıştır.

Çalışmanın uygulama aşaması pilot ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. Çalışmanın pilot uygulaması ile hazırlanan çalışma yaprakları ve materyalleri gerçek sınıf ortamında uygulayarak işlevselliğini belirlemek, araştırmacının deneyim kazanmasını sağlamak, öğretmen kılavuz kitabının verimliliğini, bilişsel süreç testlerinin güvenilirlik ve geçerliliğini belirlemek ve kategorik puanlama cetvellerine son şeklini vermek amaçlanmıştır. Bu bağlamda belirlenen bir devlet lisesinde rasgele belirlenen bir 9.sınıfta 38 ders saati boyunca, tasarlanan Bilişsel Süreç Modelleri ile öğretim yapılmıştır. Öğretimin başında derse giren matematik öğretmenine hazırlanan öğretmen kılavuz kitabı tanıtılmış ve bu kılavuz kapsamında her dersin başında öğretmen ile derste nelere dikkat edilmesi gerektiği konuşulmuştur.

Pilot çalışmanın sonunda öğrencilerin bilişsel süreç testlerine verdikleri cevaplar ve bu testler üzerinden yürütülen klinik mülakat verileri, araştırmacının doğal gözlem notları ve çalışma yapraklarından elde edilen veriler üç uzman matematik eğitimcisi ile değerlendirilip gerek görülen düzeltmeler yapılarak asıl uygulama için gerekli öğretmen kılavuz kitabına, bilişsel süreç testlerine, kategorik puanlama cetvellerine, çalışma yaprakları ve materyallere son halleri verilmiştir.

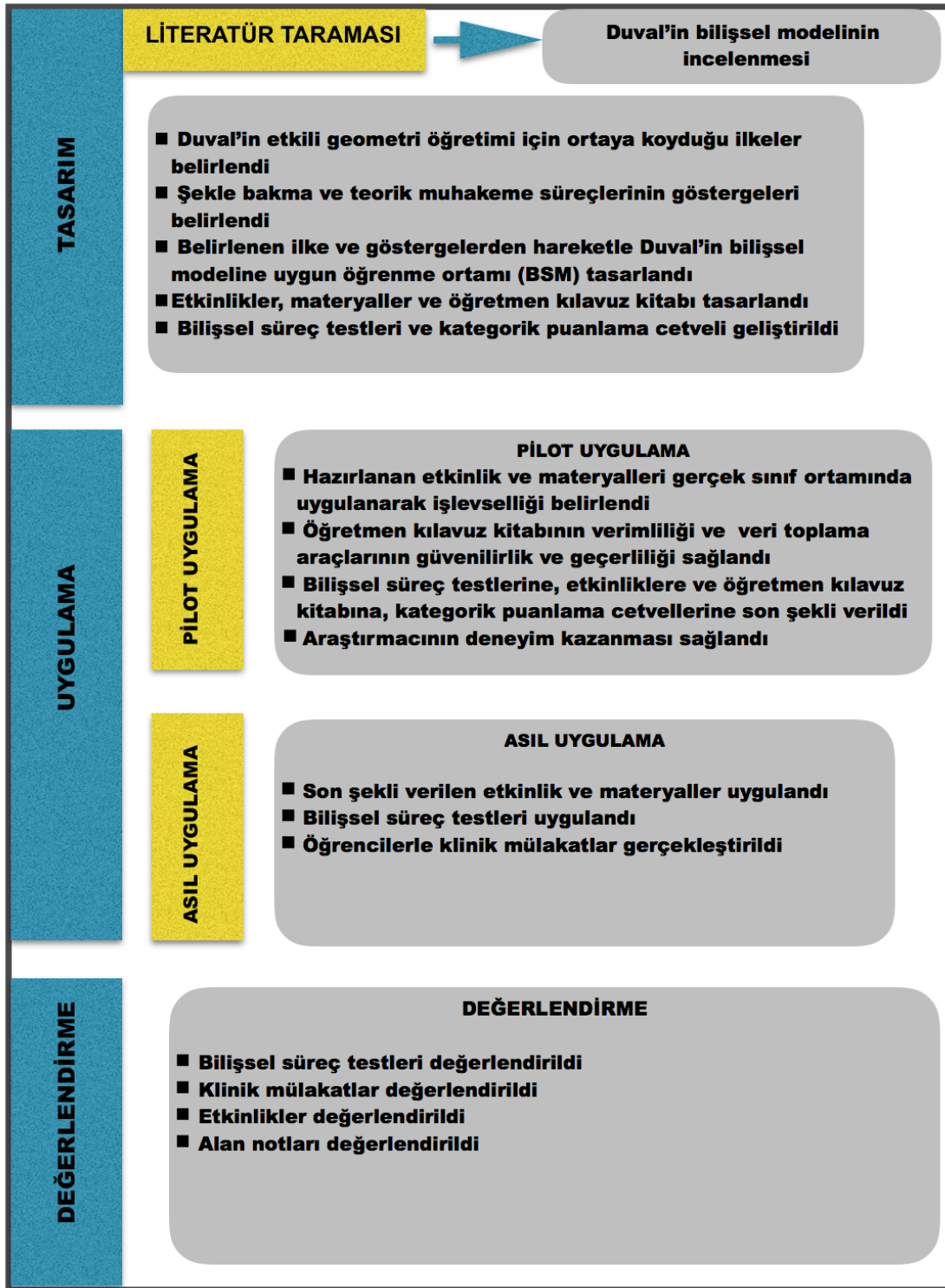
Çalışmanın asıl uygulaması bir devlet lisesinde öğrenim gören iki 9.sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamada derse giren öğretmen 9.sınıfların derslerine girmediğinden asıl uygulama başka bir öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte deney grubu olarak belirlenen sınıfta BSM'ye göre hazırlanan öğretmen kılavuz kitabı takip edilmiş ve her dersin başında öğretmen ile derste nelere dikkat edilmesi gerektiği konuşulmuştur. Kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yapılmıştır. Her iki grupta da dersleri aynı matematik öğretmeni yürütmüş ve araştırmacı her iki grupta da bulunarak gözlem notları tutmuştur. Öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini kıyaslayabilmek için ön, ara ve son test olmak üzere her bir süreç için üç paralel test uygulanmıştır (toplamda 6 test- bilişsel süreç testleri). Testler uygulandıktan sonra bazı öğrenciler ile testlerde yer alan sorular üzerinden klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Böylece öğrenme ortamlarını değerlendirebilmek için nicel ve nitel veriler elde edilmiştir.

Çalışmanın son aşamasında ise uygulama sonunda elde edilen verilerin analizi yapılmıştır. Bilişsel süreç testleri önceden hazırlanan kategorik puanlama cetvellerine göre

değerlendirilmiştir. Öğrencilerin her bir testten aldıkları puanların istatistiksel analizi için Rasch ölçüm modellerinden kısmi puan modeli kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının her bir test maddesi için aldığı ham puanlar Rasch puanlarına dönüştürülmüştür. Rasch analizinin kullanılma sebebi kategorik puanlama cetvellerinde yer alan kategoriler arasındaki farkın eşit olmamasından kaynaklanabilecek sorunların üstesinden gelebilmektir. Rasch analizi sonucunda elde edilen lineer puanlarla istatistiksel analizler yapılmıştır. Bununla birlikte klinik mülakatlardan, doğal gözlem notlarından ve çalışma yapraklarından elde edilen veriler nitel olarak değerlendirilmiştir. Böylece elde edilen verilerin analizinde birçok farklı kaynaktan yararlanılmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın tasarımı ve yürütülmesi ile ilgili bütün süreçleri aşağıdaki gibi (bkz. Şekil 29) bir şemayla özetlemek mümkündür:





Şekil 29. Araştırmanın tasarımı ve yürütülmesi ile ilgili şema

### 3. 2. 1. Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışması 2013-2014 öğretim yılı ikinci döneminde belirlenen bir devlet lisesindeki 9. sınıfta öğrenim gören öğrencilerle yürütülmüştür. Pilot uygulamada 9.sınıf geometri dersi kazanımları dikkate alınmıştır. Öğrencilerin şekle bakma ve teorik

muhakeme süreçlerini geliştirmek için bilgisayar destekli etkinlikler tasarlandığı için dinamik geometri yazılımı 6 ders saati süresince tanıtılmıştır. Pilot uygulama süresince derse giren öğretmen kendisine tanıtılan öğretmen kılavuz kitabını takip etmiştir. Ayrıca her derse başlamadan önce derste nelere dikkat edilmesi gerektiği öğretmenle konuşulmuştur. Pilot çalışmanın araştırmancının asıl uygulamasına çeşitli yönlerden etkileri olmuştur. Bu etkiler şu şekildedir:

1. Pilot çalışmada hazırlanan çalışma yaprakları ve materyallerin işlevselliği test edilmiştir. Öğrencilerin çalışma yapraklarında yer alan yönergeleri anlamada yaşadıkları sıkıntılar belirlenip düzeltmeler yapılarak asıl çalışmada kullanıma hazır hale getirilmiştir.
2. Pilot çalışma sonucunda hazırlanan bilişsel süreç testleri içerisinde yer alan soruların işlevselliği test edilmiştir. Soruların ifade edilme biçiminde veya içeriğinde öğrencilerin anlamada zorlandıkları yerler belirlenip düzeltilerek asıl çalışmada kullanıma hazır hale getirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin öğrenme eşliğinin üzerinde olduğu tespit edilen sorular testten çıkarılarak yeni sorular hazırlanmıştır.
3. Hazırlanan öğretmen kılavuz kitabında öğretmenin anlamakta güçlük çektiği bölümler belirlenip düzeltilerek asıl uygulamaya hazır hale getirilmiştir.
4. Pilot uygulamada bilgisayar destekli etkinliklerde tablet kullanılmış. Fakat dokunmatik ekranlarda geometrik şekilleri kurma sürecinde öğrencilerin güçlük yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu nedenle asıl uygulamada bilgisayar destekli etkinliklerin bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmesine karar verilmiştir.
5. Bilgisayar destekli etkinlikler gibi animasyon içeren etkinliklerinde bilgisayar laboratuvarında işlenmesine karar verilmişti fakat bu şekilde etkinliklerin beklenenden uzun zaman alacağı gözlemlendiğinden animasyonların sınıfta bulunan akıllı tahtada izletilmesine karar verilmiştir.
6. Bilişsel süreç testlerinden elde edilen verilerden hareketle kategorik puanlama cetvellerine son şekli verilmiştir.
7. *Geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları:* Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini kıyaslayabilmek için geliştirilen testlerin geçerlilik ve güvenilirlik çalışmaları pilot çalışmada yapılmıştır. Testlerin kapsam geçerliliği için uzman görüşüne başvurulmuştur. Problem ifadelerinin anlaşılır, problemlerin öğrenci düzeyine uygun ve belirlenen göstergeleri (bkz. Ek7) ortaya çıkarabilecek düzeyde olmasına özellikle dikkat edilmiştir. Bu anlamda yeterli olmadığı düşünülen sorular testlerden çıkarılıp yerine yeni sorular eklenmiştir. Pilot çalışma sonrasında ön, ara ve son testte yer alan ikişer soru

araştırmanın amacına hizmet edemediği düşüncesi ile değiştirilmiştir. Sorulardan biri 9.sınıf öğrenci düzeyine göre zor olması bunun sonucu olarak da öğrencilerin tamamının soruya doğru cevap verememesi diğer soru ise öğrencide ortaya çıkarması beklenen davranışı (göstergeleri) ortaya çıkaramaması üzerine testlerden çıkarılmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

### **3. 3. Araştırma Grubu**

Duval, bilişsel modelinde geometri öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerin doğal muhakeme sürecinden teorik muhakeme sürecine nasıl geçirilebileceğini bir problem durumu olarak ortaya koymuştur. Gerek ülkemizde gerekse de başka ülkelerde lise döneminin öğrencilerin teorik muhakemeye geçiş basamağı olarak görülmesi (MEB, 2013; Moore, 1994; NCTM, 2000) ve ülkemizde öğrencilerin 9.sınıf geometri derslerinde formel ispat ile tanışmaya başlaması bir boyutuyla öğrencilerin teorik muhakeme süreçlerinin inceleneceği bu araştırmanın 9.sınıf lise öğrencileri üzerinde yürütülmesine karar verilmesinde etkili olmuştur.

Araştırmanın çalışma grubu 2014-2015 öğretim yılında Rize’de bir devlet Anadolu lisesinde okuyan 51 dokuzuncu sınıf öğrenci (14-15 yaş) oluşturmaktadır. Bu öğrencilerden 25’i deney grubu 26’sı kontrol grubu öğrencileridir. Seçilen okul öğrencilerini merkezi sınavla seçmektedir ve Anadolu Liseleri, mesleki eğitim veren okullar hariç akademik alanda öğrenci yetiştirmeyi amaçlayan diğer liseler arasında en çok tercih edilen lise türüdür. Böylece araştırmada genel öğrenci düzeyi yakalanmaya çalışılmıştır.

### **3. 4. Verilerin Toplanması**

Çalışmanın bu bölümünde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini kıyaslayabilmek için kullanılan bilişsel süreç testlerinin nasıl geliştirildiği, klinik mülakatların ve gözlemlerin nasıl gerçekleştirildiği ve açıklanmıştır.

#### **3. 4. 1. Bilişsel Süreç Testlerinin Geliştirilmesi**

Bilişsel süreç testleri deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini uygulamanın başında, arasında ve sonunda birbirleriyle kıyaslayabilmek için geliştirilmiş testlerdir. Bu testler şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel süreç testleri olmak üzere iki testten oluşmaktadır.

Bilişsel süreç testleri geliştirilirken ilk olarak Duval’in bilişsel modeli ile ilgili literatürden yararlanılarak şekle bakma, doğal ve teorik muhakeme süreçlerinin öğrenci davranışına dönük göstergeleri belirlenmiştir (bkz. Ek7). Belirlenen bu göstergeler

kullanılarak şekle bakma süreçleri için altı, teorik muhakeme süreci için beş soru hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular üç uzman matematik eğitimcisinin, soruların ölçülmek istenen davranışı yansıtip yansıtmadığı konusundaki görüşleri alınarak gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca pilot çalışma ile hazırlanan soruların ifade edilme biçiminde veya içeriğinde öğrencilerin anlamada zorlandıkları yerler belirlenip düzeltilmiş beklenen amaca hizmet etmeyen sorular değiştirilmiştir.

Şekle bakma süreçlerinin göstergeleri kullanılarak hazırlanan şekle bakma bilişsel süreç testlerindeki (ön-ara-son test) soruların içeriği ve geliştirilmesinde referans olarak alınan göstergeler aşağıda belirtilmiştir. Hazırlanan sorular ise Ek 1’de verilmiştir.

Tablo 3. Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testlerindeki Soruların İçeriği ve Geliştirilmesinde Referans Olarak Alınan Göstergeler

Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Soruları		
	Soruların İçeriği	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler
S1	Birinci soruda öğrencilere bir şekil verilerek bu şeklin boyutunu yazmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin şeklin boyutu ile ilgili bilgilerini ölçmek amaçlanmıştır.	Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir.
S2	Bu soruda birinci soru için verilen geometrik şekil kullanılarak öğrencilerden verilen şeklin hangi geometrik şekillerden oluştuğunu yazmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin şekli oluşturan temel geometrik şekilleri fark edip edemeyeceklerini ölçmek amaçlanmıştır.	Verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.
S3	Bu soruda bir geometrik şekil, üzerinde belirli matematiksel özellikleri gösteren işaretlerle birlikte verilerek öğrencilerden şekil ile ilgili çıkarılabilecek kesin matematiksel özellikleri yazmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirip çeviremeyeceklerini ve bu sözel bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunup bulunamayacaklarını belirlemek amaçlanmıştır.	Şekil üzerinde görsel verilen bilgileri (iki doğru parçası veya iki açının eşitliği vb. gibi) sözel bilgilere çevirerek doğru çıkarımlarda bulunabilir. Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz. Şekil üzerinde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye sembol, gösterim ve matematiksel kavramları doğru kullanarak çevirebilir.
S4	Bu soruda öğrencilere bir şekil ve şekil ile ilgili bazı sözel bilgiler verilerek öğrencilerin şekil ile ilgili verilen sözel bilgileri şeklin üzerinde doğru işaretlemeler kullanarak göstermeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin sözel verilen bilgileri görsel bilgilere doğru çevirip çeviremeyeceklerini belirlemek amaçlanmıştır.	Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.
S5	Bu soru ile öğrencilerin kendilerine verilen bir aracı (kareli kâğıt, cetvel, pergel gibi) kullanarak verilen geometrik şekli inşa etmeleri ve şeklin inşa sürecini tarif etmeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin bir araç yardımıyla bir şekli kurup kuramayacakları ve şeklin kuruluşunu tarif edip edemeyeceklerini ölçmek amaçlanmıştır.	Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir. Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir.

Tablo 3'ün devamı

Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Soruları	
Soruların İçeriği	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler
S6 Bu soruda öğrencilere iki geometrik şekil verilerek öğrencilerden herhangi bir uzunluğa ihtiyaç duymadan verilen iki şekil arasında şeklin ilk görüntüsünü değiştirerek karşılaştırma yapmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin verilen şekiller üzerinde bir değişim yapıp yapamayacaklarını ölçmek amaçlanmıştır.	Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.  Verilen geometrik şekil üzerinde değişiklik yapabilmek için sayısal verilere ihtiyaç duymaz (örneğin; kenar uzunluğu verilmeyen bir doğru parçasına kendince sayısal bir değer atama)  Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu veya yönünü değiştirebilir.  Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.

Şekle bakma bilişsel süreç testlerinin yanında öğrencilerin muhakeme becerilerini de kıyaslayabilmek için teorik muhakeme bilişsel süreç testleri geliştirilmiştir. Belirlenen (bkz. Ek7) teorik ve doğal muhakeme sürecinin göstergeleri kullanılarak hazırlanan teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinde (ön-ara-son test) yer alan soruların içeriği ve geliştirilmesinde referans olarak alınan göstergeler aşağıdaki gibidir. Hazırlanan sorular ise Ek 2'de verilmiştir.

Tablo 4. Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testlerinde Yer Alan Soruların İçeriği ve Geliştirilmesinde Referans Olarak Alınan Göstergeler

Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri Soruları	
Soruların İçeriği	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler
S1 Birinci soruda öğrencilere geometrik şekiller kullanılarak matematiksel bir ilişki anlatılmış ve öğrencilerden anlatılan bu ilişkiyi önerme şeklinde yazmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin bu ilişkiyi bir önerme şeklinde yazıp yazamayacaklarını ölçmek amaçlanmıştır.	Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.
S2 İkinci soruda öğrencilerin çıkarımda bulunurken şekilsel temsilleri mi yoksa tanım ve teoremleri mi kullandıklarını ölçmek amaçlanmıştır. Bunun için öğrencilere bir geometrik şekil verilip bu şekil üzerinden çıkarımda bulunmaları istenmiştir.	Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır.

Tablo 4'ün devamı

Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri Soruları		
Soruların İçeriği	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler	
S3	Bu soruda öğrencilere belirli bir aşamaya kadar çözülen veya yapılan bir ispat verilerek eldeki öğrencilerden çözümü veya ispatı devam ettirmeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin belirli bir aşamaya kadar çözülen bir soruyu veya yapılan bir ispatı eldeki verileri kullanarak devam ettirip ettiremeyeceklerini ölçmek amaçlanmıştır.	Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamak da kullanabilir.
S4	Bu soruda öğrencilere geometrik bir şekil verilerek bu şekli hiç görmeyen birine tarif etmeleri istenmiştir. Matematiksel ilişkiler içeren böyle bir şeklin tarifi ile öğrencilerin geometrik kavramları kullanarak geometrik bir durumu açıklayıp açıklayamayacağını ölçmek amaçlanmıştır.	Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanamaz fakat günlük dili kullanarak açıklamalar getirebilir. Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir.
S5	Bu soruda öğrencilere bir soru/ispat verilerek soruda ya da ispatta geçen işlemleri gerekçelendirmeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin bir problemin çözümünü ya da verilen bir ispatı geçerli muhakeme süreçlerini kullanarak gerekçelendirip gerekçelendiremeyeceklerini ölçmek amaçlanmıştır.	Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.

Sonuç olarak deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini kıyaslayabilmek için geliştirilen bilişsel süreç testleri: Şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel süreç testleri olmak üzere iki testten oluşmaktadır.

### 3. 4. 2. Gözlem Notları

Öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini ölçmek için için bilişsel süreç testleri geliştirilmiş olmasına rağmen gerek öğrenme ortamlarında ortaya çıkabilecek ve öğrenme-öğretme sürecine olumlu ya da olumsuz katkısı olan durumların belirlenebilmesi gerekse de bilişsel süreç testlerinin analizinden elde edilen sonuçların geçerliliğinin artırılabilmesi için deney ve kontrol grubunda gözlemler yapılmıştır. Öğrenme ortamlarında yaşanan ve öğrenme-öğretme sürecine olumlu ya da olumsuz etki edebilecek durumların ne şekilde ve nasıl ortaya çıkabileceği önceden belirlenemeyeceğinden sistematik gözlemler yerine informal gözlemlerin yapılmasının uygun olacağı düşünülmüştür. Çünkü informal gözlemlerde olaylar, kendi doğal şartları içinde herhangi bir müdahalede bulunulmadan gözlemlenmekte ve sistematik gözlemde olduğu gibi önceden belirlenen davranışlara değil her davranışa odaklanılmaktadır (Selçuk, 1999). Bu bağlamda araştırmacı deney ve kontrol gruplarında derse girerek dikkatini çeken her durumu yazılı olarak kayıt altına almıştır. Araştırmacı kontrol grubunda



yaptığı gözlemlerde öğretmenin ders işleme sürecini ve sınıf içi faaliyetlerine odaklanmıştır. Deney grubunda ise uygulanan etkinliklerin beklenen amaca hizmet edip etmediğine etmemiş ise nasıl problemler ortaya çıktığına odaklanılmıştır.

Araştırmacı kendini gruba aday öğretmen olarak tanıtmış ve araştırmacı kimliğini gizlemiştir. Böylece araştırmacı sınıfta bulunurken öğrencilerde meydana gelebilecek olumsuz durumların (kaygı, izlendiğini düşünme, kontrollü davranma, düşüncesini ifade ederken samimi davranmama vb.) oluşmaması amaçlanmıştır.

### 3. 4. 3. Klinik Mülakatlar

Öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini değerlendirebilmek için geliştirilen bilişsel süreç testleri açık uçlu sorular içerdiğinden öğrencilerin bilişsel süreç testlerine verdikleri yazılı cevaplarının gerekçelerini ve bu cevapların altında yatan fikirleri belirlemek için öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Çünkü klinik mülakatlarla öğrencilerin fikir ve anlamalarındaki zihinsel süreçler hakkında veriler toplanabilmekte, analiz edilebilmekte ve öğrencilerin düşünceleri altında yatan fikirler ortaya çıkarılabilmektedir (Clements, 2003). Bu çalışmada da öğrencilerin bilişsel ve algısal süreçleri ortaya çıkartılmaya çalışıldığından deney grubundan altı ve kontrol grubundan altı olmak üzere teorik muhakeme bilişsel süreç ön test sonuçlarından elde edilen lineer puanlara (bkz. Tablo 5) göre farklı puanlarda olmalarına, düşüncelerini ifade edebilme durumlarına dikkat edilerek toplam 12 öğrenci ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakatlar bilişsel süreç testleri uygulandıktan bir gün sonra testlerde yer alan sorular üzerinden yürütülmüştür. Yaklaşık 20-25 dakika süren bu görüşmelerde öğrencilerden verdikleri cevapları açıklamaları ve gerekçelendirmeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin yazılı cevaplarının gerekçeleri ve düşünceleri altında yatan fikirler ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrencinin durumu ile testteki durumu arasında bir farklılık ortaya çıktığında öğrencinin mülakat verileri dikkate alınmıştır.

Tablo 5. Mülakat İçin Seçilen Öğrenciler

Deney Grubu	Şekle Bakma Süreçleri Ön Test Lineer Puanlar	Teorik Muhakeme Ön Test Lineer Puanlar	Kontrol Grubu	Şekle Bakma Süreçleri Ön Test Lineer Puanlar	Teorik Muhakeme Ön Test Lineer Puanlar
D1	3,32	3,62	K1	1,61	2,75
D2	0,4	1,42	K3	1,61	1,23
D11	-0,52	0,91	K14	-0,14	-1,63
D16	-1,57	0,46	K25	-1,54	-3,89
D17	-1,57	0,46	K17	-0,14	-1,63
D24	-3,03	0	K20	-0,75	-1,63

Tablo 5'te mülakat yapılan öğrencilerin isimlerinin yerine deney grubu öğrencileri için D1, D2... şeklinde kontrol grubu için ise K1, K2... şeklinde kısaltmalar kullanılmıştır. Burada kullanılan harf (D: Deney grubu, K: Kontrol grubu) öğrencinin yer aldığı grubu, kullanılan sayı ise öğrencinin sınıf listesindeki sırasını göstermektedir. Örneğin D1: Deney grubundan sınıf listesinde birinci sırada yer alan öğrenci anlamına gelmektedir.

### 3. 5. Öğrenme Ortamının Tasarımı

Duval'in bilişsel modeli ile ilgili gerçekleştirilen literatür taramasının sonucunda modelin ilkelerinden hareketle Bilişsel Süreç Modelleri (BSM) oluşturularak bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Bu modeller deney grubunda uygulanırken kontrol grubunda geleneksel öğretim yapılmıştır. Bu bölümde BSM'nin özellikleri, etkinlik ve materyal hazırlama süreci ile deney ve kontrol grubunda derslerin nasıl yürütüldüğü açıklanmıştır.

#### 3. 5. 1. Bilişsel Süreç Modelleri

Bilişsel Süreç Modelleri oluşturulurken Duval'in bilişsel modelinin geometri öğretimi için ortaya koyduğu ilkeler referans alınmıştır. Bilişsel modelin belirlenen ilkeleri aşağıdaki gibidir (Duval, 1998):

1. Öğrencilerde görselleştirme, kurma ve muhakeme süreçleri ayrı ayrı ve birbiri ile etkileşimli gerçekleştirilmelidir.
2. Öğrencilerin teorik muhakeme sürecine geçebilmesi için bilişsel süreçler ve algısal süreçler arasındaki etkileşimlerin doğru kurulması gerekir. Bunun için bu süreçler ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.
3. Öğrencilerin geometrik bir şekil üzerindeki matematiksel ilişkileri görebilmesi için algısal süreçler arasındaki etkileşimlerin doğru kurulması gerekir. Bunun için algısal süreçler ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.

Bu ilkeler incelendiğinde başarılı bir geometri öğretimi için Duval (1998)'in iki unsuru ön plana çıkarttığı görülmektedir. Bunlar: Bilişsel ve algısal süreçlerin ayrı ayrı geliştirilmesi ve bu süreçler geliştirilirken birbirleriyle etkileşimin sağlanmasıdır. Bu iki unsur dikkate alınarak Bilişsel Süreç Modelleri aşağıdaki gibi tasarlanmıştır.

Tablo 6. Bilişsel Süreç Modelleri

BİLİŞSEL SÜREÇ MODELLERİ		
Model-1	Model-2	Model-3
A. Görselleştirme	A. Görselleştirme	A. Oluşturma
➤ Görsel Algı	➤ Görsel Algı	➤ Sıralı Algı
➤ Sözel Algı	➤ Sözel Algı	B. Görselleştirme
B. Görselleştirme	B. Görselleştirme	➤ Görsel Algı
↓	↓	➤ Sözel Algı
Muhakeme	Muhakeme	C. Görselleştirme
➤ İşlevsel Algı	➤ İşlevsel Algı	↓
C. Muhakeme	C. Muhakeme	Muhakeme
D. Uygulama	D. Oluşturma	➤ İşlevsel Algı
	➤ Sıralı Algı	D. Muhakeme
	E. Uygulama	E. Uygulama

Tablodan görüldüğü gibi her bir model belirli bilişsel süreç (görselleştirme, kurma, muhakeme) aşamalarından oluşmaktadır. Bu aşamalarda bilişsel süreçler ayrı ayrı ele alınmış ve aralarındaki etkileşim için Duval (1998)'in ortaya koyduğu bilişsel süreçlerin birbirlerini destekleme yönü kullanılmıştır (bkz. Şekil 13). Geometri öğrenme ve öğretme süreçlerinde algısal süreçleri bilişsel süreçlerden tamamen ayırmak imkânsız olduğundan algısal süreçlere bilişsel süreçlerin içinde ve bilişsel süreçleri destekleyecek şekilde yer verilmiştir. Nitekim Duval (1998) görselleştirme sürecinin aynı zamanda görsel, sözel ve işlevsel algı süreçlerini kapsadığını ifade etmektedir. Bu nedenle görselleştirme sürecinin geliştirilmesinin amaçlandığı basamaklarda bu algısal süreçlere yer verilmiştir.

Tasarlanan modellerin aşamaları bilişsel süreçlerin birbirlerini destekleme yönüne göre belirli bir sıra içermektedir. Yani Model-1 ile derse başlayacak bir öğretmen ilk olarak öğrencilerin görselleştirme süreçlerinin geliştirilmesi ile ilgili etkinliklere yer vermeli sonrasında modelde görselleştirme sürecinden sonra gelen diğer aşamaya geçmelidir ve modelin sırası bitirilmelidir. Bu süreçte zamandan ziyade bilişsel ve algısal süreçler arasındaki etkileşim önemli olduğundan modelin aşamaları bir ders saatinin bölümlerine indirgenmemelidir. Yani bir ders saati modellerde belirtilen bütün alt alanları içermek zorunda değildir. Örneğin bir ders saati sadece görselleştirme basamağı ile geçebileceği gibi modele ait bütün alt alanların tamamlanması bir haftalık ders saati boyunca da sürebilir. Burada önemli olan belirlenen kazanım ile ilgili yapılacak sınıf içi etkinliklerin

seçilen modelin alt alanlarına uygun olarak düzenlenmesi ve bitirilmesi. Ayrıca hangi modelin nerede kullanılması gerektiği tamamen kazanımın doğası ile ilgilidir.

Modellere ait alt bölümlerin özellikleri ve bu bölümlerde öğrencilere hangi davranışların kazandırılmaya çalışıldığı aşağıda açıklanmaktadır.

Görselleştirme, Model-1 ve Model-2 de birinci basamağı Model-3'de ise ikinci basamağı oluşturmaktadır. Bu bölüm öğrencilerin kazanımın gerektirdiği kavramsal sürece girmeden önceki hazırlık aşamasıdır. Bu bölümde, öğrencilerin görsel ve sözel algı süreçlerinin göstergelerini içeren aşağıdaki davranışları kazanmalarına yönelik etkinlikler yer almalıdır.

1. Verilen geometrik bir şeklin boyutunu söyler.
2. Sembol ve gösterimleri doğru kullanır.
3. Verilen şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyler.
4. Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgilerden hareketle doğru sonuçlara ulaşır.
5. Verilen sözel bilgiyi görsel bilgiye, görsel verilen bilgiyi ise sözel bilgiye doğru çevirir.
6. Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.

Görselleştirme-Muhakeme bölümü, öğrencilerin şekille ilgili kavramsal sürece girdiği aşamadır. Fakat bu kavramsal süreç görselleştirme sürecinin etkisi ile şeklin kontrolünde gerçekleşmelidir. Şeklin kontrolünde gerçekleşen bu süreçte matematiksel kavramlar günlük konuşma dili ile açıklanmalı yani doğal muhakeme süreci kullanılmalıdır. Örneğin bu basamakta “iki üçgen eşit” yerine “iki üçgen birbirleriyle aynıdır” veya “Üçgenler üst üste getirildiklerinde tam örtüşürler” cümlesi tercih edilmelidir. Bu bölümde öğrencilerin işlevsel algı ve doğal muhakeme sürecinin göstergelerini içeren davranışları kazanmalarına yönelik etkinlikler yer almalıdır. Bu davranışlar aşağıdaki gibidir:

1. Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirir.
2. Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirir.
3. Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirir.
4. Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır.
5. Matematiksel bir ilişkiyi günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklar.

Muhakeme bölümü, modelin teorik bölümüdür. Bu bölümde öğrencilerin geometrinin tümdengimsel yapısını öğrenmelerini sağlayacak açıklama ve etkinlikler yer almaktadır. Ayrıca kazanımın gerektirdiği tanım, sembol ve gösterimler bu bölümde öğrencilere verilmektedir. Yapılan etkinliklerde öğrencilerin geometrinin tümdengimsel yapısını

öğrenmeleri amaçlanmaktadır. Bu nedenle geometrik şekillerin özelliklerinin ispatı bu bölümde yer almalıdır. İspat süreci öğrencilere öğretilirken farklı ispat yöntemleri kullanılabilir. Her bir ispatta önemle üzerinde durulması gereken bölüm ispatın gerekçe bölümüdür. Bu bölüm özellikle öğrencilerin kullandıkları matematiksel özellikleri gerekçelendirebilmelerine odaklanmaktadır. Bu bölümde, öğrencilerin teorik muhakeme sürecinin göstergelerini içeren davranışları kazanmalarına yönelik etkinlikler yer almalıdır.

1. Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade eder.
2. Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır.
3. Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.
4. Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamak da kullanabilir.
5. Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir.

Oluşturma bölümü, öğrencilerin belirli araçlar yardımı ile (Dinamik Geometri Yazılımları, Cetvel ve pergel, kâğıt...) geometrik şekilleri kurdukları bölümdür. Ve Model-3'de dersin giriş aşamasını oluşturmaktadır. Bu bölümde sıralı algı sürecinin göstergelerini içeren davranışları kazanmalarına yönelik etkinlikler yer almalıdır.

- Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurar
- Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif eder.

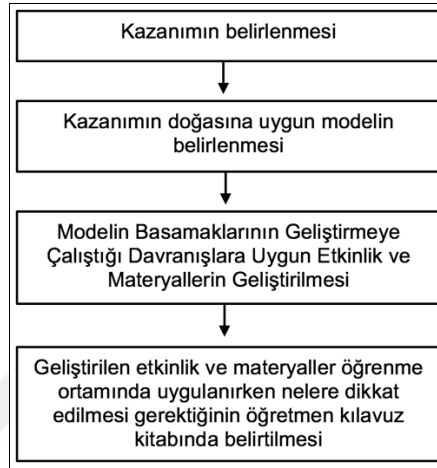
Uygulama bölümde, öğrencilerin öğrendikleri ilke ve kavramları kullanmalarına imkân tanıyacak sorular yer almaktadır. Bu bölüm için dikkat edilmesi gereken hususlar şunlardır:

1. Sorular tahtaya yazılırken zaman kazanmak adına soru içinde verilen sözel bilgiler öğretmen tarafından sorunun üzerinde gösterilmemelidir. Soruların çözümünde bu işlemler ya öğrenci tarafından ya da çözümü öğretmen yapıyorsa öğretmen tarafından yapılmalıdır.
2. Geometri dersinin genelinde ve özellikle uygulama bölümünde geometrik ilişkilerin şekil üzerinde gösterilmesini kolaylaştırmak için farklı renkte kalemlerin kullanılmasına dikkat edilmelidir.
3. Soru üzerinde farklı renkte kalemler kullanılması şekil üzerinde ilişkilerin fark edilmesini kolaylaştırdığı için öğrencilerinde geometri dersi için farklı kalemler kullanmaları teşvik edilmelidir.

### **3. 5. 2. Etkinlik ve Materyal Hazırlama Süreci**

Tasarlanan Bilişsel Süreç Modellerinin öğrenme ortamlarında etkili uygulanabilmesi için modellerin basamaklarının göstergelerine uygun etkinlik ve materyaller tasarlanmıştır.

Ayrıca bu etkinlik ve materyaller uygulanırken nelere dikkat edilmesi gerektiği ile ilgili bilgiler içeren bir öğretmen kılavuz kitabı hazırlanmıştır (bkz. Ek 4). Etkinlik ve materyaller tasarlanırken her bir bilişsel sürecin öğrencide geliştirmek istediği davranışlar dikkate alınmıştır (etkinlikler kazandırılmak istenen davranışlar için bkz. Ek 6). Bir kazanımın bilişsel süreç modellerine göre nasıl ele alındığı aşağıdaki şemada özetlenmiştir.



Şekil 30. Etkinlik ve materyal hazırlama süreci

Şekil 30'da görüldüğü gibi etkinlik ve materyal hazırlama süreci ele alınacak kazanımla başlamaktadır. Çünkü seçilecek Bilişsel Süreç Modeli ele alınacak kazanıma göre değişebilmektedir. Kazanımın doğasına göre bir BSM belirlendikten sonra (burası tamamen sübjektif bir tercih olmakla birlikte) seçilen modelin alt basamaklarına uygun etkinlik ve materyallerin geliştirilme süreci başlamaktadır. Araştırmada kullanılan bir kazanım üzerinden bu süreç şöyle açıklanabilir:

**Kazanımın Belirlenmesi:** Araştırma 9. sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirildiğinden kazanımlar 9. sınıf matematik dersi geometri konuları ile ilgili kazanımlarından (MEB, 2013) oluşmaktadır. Bu kazanımlardan biri "Bir üçgende daha uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir" kazanımıdır. Kazanım belirlendikten sonra ikinci aşama hangi BSM modelinin seçileceğinin belirlenmesidir.

**Bilişsel Süreç Modellerinden Birinin Belirlenmesi:** Mevcut çalışmada kazanım üçgenin açıları ile kenarları arasında bir ilişki içerdiğinden ve bu ilişkinin en uygun "kurma" süreci ile başlayacak etkinliklerle yapılandırılacağı düşüncesinden hareketle Model-3'ün kullanılmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

**Model-3'ün Basamaklarına Uygun Etkinlik ve Materyallerin Geliştirilmesi:** Model-3'de oluşturma, görselleştirme, görselleştirme-muhakeme, muhakeme olmak üzere dört aşama bulunmaktadır. İlk aşama oluşturma basamağı olduğundan bu basamakta öğrencilerin bir

yapıyı kurmalarını sağlayacak “Ölçüm Yapıyorum” etkinliği hazırlanmıştır (bütün etkinlikler için bkz. Ek 4). Bu etkinlikde öğrencilerden bir dinamik geometri yazılımı kullanarak bir üçgen çizmeleri ve üçgenin iç açılarının ölçüleri ile kenar uzunluklarını ölçüp ölçtükleri açı ve kenarlar arasında bir ilişkiye ulaşmaları istenmiştir.

Sonraki aşamada görselleştirmeye basamağına geçilerek görselleştirme basamağı için “Ne Görüyorsun-4” etkinliği geliştirilmiştir (bkz. Ek 4). Bu etkinlikte öğrencilere bazı geometrik şekiller, üzerlerinde kenar veya açılar arasında bazı matematiksel ilişkileri gösterecek işaretlerle birlikte verilerek öğrencilerden şekil üzerinden çıkarılabilecek kesin matematiksel ilişkileri belirlemeleri istenmiştir. Bu sayede öğrencilerde “Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgilerden hareketle doğru sonuçlara ulaşır”, “Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirir ve doğru sonuçlara ulaşır”, “Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz” davranışlarının geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Görselleştirme basamağından sonra görselleştirme-muhakeme basamağı için “Açı Kenar Bağlantıları” etkinliği geliştirilmiştir (bkz. Ek 4). Bu etkinlikte bir açısı diğerinden büyük olan bir üçgen ve bu üçgenin 180 derece döndürülmüş hali verilerek öğrencilerden üçgenleri üst üste getirmeleri ve yeni oluşacak şekli çizmeleri ve üçgenin verilen iki kenarını karşılaştırmaları istenmiştir. Sürecin sonunda öğrencilerden kendilerinden yapmaları istenen durumları (üçgenin döndürülmesi ve üst üste getirilmesi) görselleştirebilmeleri için bir animasyon hazırlanmıştır. Bu animasyonda üçgenler üst üste getirilerek animasyonda kullanılan pergel yardımıyla kenarlar karşılaştırılmıştır. Böylece öğrencilerde “Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirir”, “Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır”, “Matematiksel bir ilişkiyi günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklar” davranışlarının geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Görselleştirme-muhakeme basamağından sonra modelin en teorik bölümü olan muhakeme basamağı gelmektedir. Bu basamakta öğrencilerde geliştirilmesi istenen “Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır”, “Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir”, “Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamak da kullanabilir”, “Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir” davranışlarını içerecek “İspatı Tamamla” etkinliği geliştirilmiştir. Bu etkinlikte büyük açı karşısında büyük kenarın bulunduğunu belirten önermenin ispatı belirli bir aşamaya kadar yapılarak öğrencilerden ispatı tamamlamaları istenmiştir (bkz. Ek 4). Son olarak uygulama basamağında öğrencilerde geliştirilmesi istenen birçok davranışı içerecek sorular hazırlanmıştır.

Son olarak hazırlanan etkinlik ve materyaller öğrenme ortamında uygulanırken nelere dikkat edilmesi gerektiği öğretmen kılavuz kitabında belirtilmiştir (öğretmen kılavuz kitabı için bkz. Ek 4). Örneğin “Ne Görüyorsun-4” etkinliği için nelere dikkat edilmesi gerektiği ile ilgili öğretmen kılavuz kitabından bir bölüm aşağıdaki gibidir:

**B. GÖRSELLEŞTİRME**

• Bu bölümde aşağıda verilen şekiller tahtaya çizilerek şekil üzerinde verilenlerden hangi matematiksel ilişkilerin kesin olarak çıkarılabileceği öğrencilere sorulmalıdır. Bu aşamada öğrencilerin şeklin görünüşünden etkilenecek çıkarım da bulunabilirler. Eğer öğrenciler bu şekilde bir hata yaparsa “NE GÖRÜYORSUN-1 ve 2?” etkinlikleri hatırlatılmalı ve geometride şeklin görünüşüne göre karar vermemeleri gerektiği söylenmelidir.

**NE GÖRÜYORSUN-4**


• Öğrenciler şekiller için birçok matematiksel özellik söyleyebilirler. Fakat öğrencilerden özellikle kenar-açı ilişkisini dikkate alarak matematiksel özellikleri söylemeleri istenmelidir. (Örneğin: bir üçgende 90 derece varsa bu açının karşısındaki kenar en uzun kenardır ya da ikizkenar üçgende taban açıları dar açıdır gibi)

Yapılan açıklamalar

Şekil 31. Öğretmen kılavuz kitabından bir bölüm

Şekil 31’de görüldüğü gibi öğretmen kılavuz kitabında etkinliği uygulayacak öğretmene açıklamalar yer almaktadır. Bu açıklamalarda etkinlik uygulanırken öğretmenin dikkat etmesi beklenen hususlar yer almaktadır.

Özetle bir kazanım belirlendikten sonra kazanıma uygun bir modelin belirlenmesi ve belirlenen modelin alt basamaklarına uygun etkinliklerin hazırlanma süreci öğrencilerde geliştirilmek istenen davranışlar üzerinde gerçekleşmektedir. Ayrıca bu davranışların geliştirilebilmesini sağlayacak birçok etkinlik tasarlanabileceğinden bir etkinliğin geliştirilmek istenen davranış için en uygun etkinlik olduğu düşünülmemelidir. Bunun için uygulamalardan elde edilecek dönütler dikkate alınmalıdır.

### 3. 5. 3. Deney Grubunda Derslerin Yürütülmesi

Deney grubunda bilişsel süreç modelleri ile öğretim yapılmıştır. Dersler haftada altı ders saati olacak şekilde, Bilişsel Süreç Modelleri dikkate alınarak hazırlanan öğretmen kılavuz kitabı takip edilerek aşağıda verilen plan dikkate alınarak yürütülmüştür.



Tablo 7. Deney Grubunda Derslerin Yürütülmesi

Ders Saati	Konu-Kazanım	Ünite
2	<i>Bilişsel süreç ön testleri</i>	
6	Geogebra'ya tanıma etkinlikleri	
4	Bir önceki öğretim döneminde kullanılan kavramlar, semboller hatırlatılmakta ve şeklin aldatıcılığını gösteren etkinliklere yer verilmektedir	Hazırlık
4	Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının $180^\circ$ , dış açıları ölçüleri toplamının $360^\circ$ olduğunu gösterir.	Üçgenlerin Eşliği
6	İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	Üçgenlerin Eşliği
2	<i>Bilişsel süreç ara testleri</i>	
4	Bir üçgende daha uzun olan kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir.	Üçgenlerin Eşliği
6	İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	Üçgenlerin Benzerliği
4	Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.	Üçgenin Yardımcı Elemanları
4	Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.	Üçgenin Yardımcı Elemanları
2	<i>Bilişsel süreç son testleri</i>	
Toplam: 38		

Derslerden önce derse giren öğretmen ile öğretmen kılavuz kitabı (bkz. Ek 4) üzerinden ders sırasında nelere dikkat edilmesi gerektiği ile ilgili görüşmeler yapılmıştır. Ders sırasında öğretmen bilişsel ve algısal sürecin geliştirilmesi ve birbiriyle etkileşimini sağlamak için geliştirilen etkinlik ve materyalleri uygulamıştır. Etkinlik ve materyallerin uygulanma sürecinde öğretmen yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının ilkelerine göre hareket etmiştir. Bu ilkeler şu şekilde özetlenebilir (Baki, 2006):

1. Öğretmen kavramların keşfedilerek öğrenilmesinde öğrenciye yardımcı olan bir rehber rolünü üstlenmelidir.
2. Öğretmen, öğrencilere kendilerine sunulan etkinlikler üzerinde matematiksel bilgilerini ifade etme ve kullanma fırsatı vermelidir.
3. Çalışma yaprakları uygulanırken öğrencilere minimum yardım sağlanmalıdır.

Öğretmen çalışma yapraklarının uygulanması sırasında doğru ya da yanlış gibi hüküm verici bir tavır içinde olmamalı bunun yerine cevabın, çözümün en sonunda öğrenciler tarafından bulunması sağlanmalıdır.

Bu ilkelerden hareketle daha önceden tasarlanmış etkinlikler öğrenme ortamlarında uygulandıktan sonra öğrencilerin öğrendikleri ilke ve kavramları kullanmalarına imkân tanıyacak sorular Bilişsel Süreç Modellerinin uygulama basamağında ya öğrencilerle beraber çözülmüş ya da ödev olarak öğrencilere bırakılmıştır. Sorular sınıfta öğrencilerle beraber çözülürken öğretmen aşağıda verilen süreçlere dikkat etmiştir:

1. Sorular tahtaya yazılırken zaman kazanmak adına soru içinde verilen sözel bilgiler öğretmen tarafından sorunun üzerinde gösterilmemiştir. Soruların çözümünde bu işlemler ya öğrenci tarafından ya da çözümü öğretmen yapıyorsa öğretmen tarafından yapılmıştır.
2. Geometri dersinin genelinde ve özellikle uygulama bölümünde geometrik ilişkilerin şekil üzerinde gösterilmesini kolaylaştırmak için farklı renkte kalemlerin kullanılmasına dikkat edilmiştir.
3. Soru üzerinde farklı renkte kalemler kullanılması şekil üzerinde ilişkilerin fark edilmesini kolaylaştırdığı için öğrencilerinde geometri dersi için farklı kalemler kullanmaları teşvik edilmiştir.

### 3. 5. 4. Kontrol Grubunda Derslerin Yürütülmesi

Kontrol gurubunda öğretmen daha önceden derslerinde uyguladığı öğretimi sürdürmüştür. Araştırmada boyunca sürdürülen bu öğretim geleneksel öğretim olarak adlandırılmıştır. Kontrol grubunda da deney grubunda olduğu gibi haftada altı ders saati olacak şekilde aynı kazanımlar üzerinden öğretim yapılmıştır. Öğretmen derslerine kazanımın gerektirdiği kavramları açıklayarak başlamış ve daha sonra kavramlar arasındaki ilişkileri ifade eden teoremler kural olarak öğrencilere yazdırılmıştır. Dersin büyük bir bölümü kuralların uygulamalarını içeren farklı soru ve çözümlerin genelde öğretmen tarafından tahta da çözülmesinden oluşmaktadır. Öğretmen kendisi için temel düzey soru olarak kabul ettiği soruları çözdükten sonra bazı soruları tahtaya yazarak öğrencilerden de cevaplamalarını istemiştir. Deney grubunda olduğu gibi kontrol grubunda da öğrencilerin evde çözmeleri için sorular verilerek ödevlendirilmiştir. Ayrıca öğretmen gerekli ve önemli gördüğünde bazı teoremlerin ispatlarını da derste öğrencilere yazdırmıştır. Kısaca “kuralı yazdır ve problem çöz” şeklinde özetlenebilecek bu süreç aşağıdaki gibidir:



Şekil 32. Kontrol grubu ders işleme süreci

Şekil 32'de görüldüğü gibi derse başlarken öğretmen kavramların açıklanması ile başlamakta sonrasında kavramlar arasındaki ilişkileri belirten kurallar vermektedir. Son olarak da örnek ve problem çözümü ile dersi bitirmektedir. Bu süreç boyunca öğretmen herhangi bir etkinlik ve materyalden de yararlanmamış ve hiçbir geometrik şekli bir araç yardımıyla kurmamıştır.

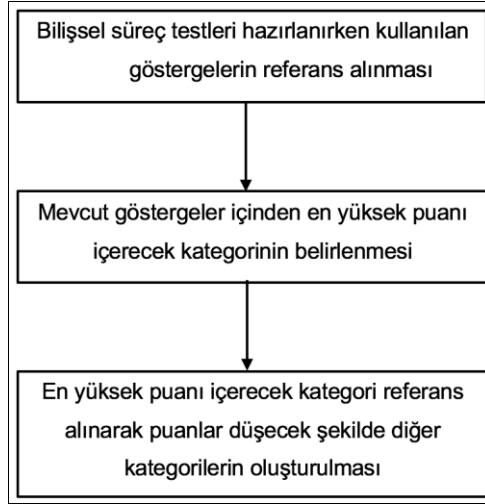
### **3. 6. Verilerin Analizi**

Araştırmadan elde edilen veriler iki aşamada analiz edilmiştir. Birinci aşamada deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçleri bilişsel süreç testlerinden elde edilen nicel veriler analiz edilmiştir. İkinci aşamada ise 12 öğrenci ile yürütülen klinik mülakatlardan ve gözlem notlarından elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir. Elde edilen bu nicel ve nitel verilerin nasıl analiz edildiği ile ilgili bilgiler aşağıdaki bölümlerde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

#### **3. 6. 1. Kategorik Puanlama Cetvellerinin Geliştirilmesi ve Analiz Süreci**

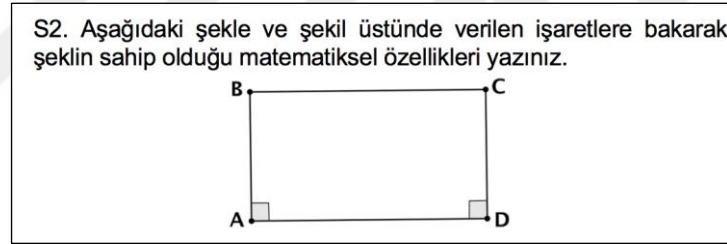
Öğrencilerin bilişsel süreç testlerine verdikleri cevapları değerlendirebilmek için iki kategorik puanlama cetveli geliştirilmiştir (bkz. Ek 3). Bu cetveller, şekle bakma kategorik puanlama cetveli ve teorik muhakeme kategorik puanlama cetveli olarak adlandırılmıştır. Öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerini değerlendirebilmek için benzer süreçler izlenerek kategorik puanlama cetvelleri oluşturulmuştur.

Kategorik puanlama cetvelleri geliştirmek için temel olarak bilişsel süreç testlerindeki sorular hazırlanırken kullanılan göstergeler referans alınmıştır. Göstergelerden hareketle puanlama cetvelinde en yüksek puanı içerecek kategori belirlenmiştir. Daha sonra bu kategori referans alınarak ve pilot uygulamada öğrenci cevapları incelenerek puanlar düşecek şekilde diğer kategoriler oluşturulmuştur. Bu puanlamada en yüksek puan öğrenciden beklenen en iyi düzeyi göstermektedir. Dolayısıyla puanlar düştükçe öğrencinin şekle bakma veya teorik muhakeme süreçlerinin niteliği de düşmektedir. Kategorik puanlama cetvelinin geliştirme süreci bir şema ile aşağıdaki gibi özetlenebilir:



Şekil 33. Kategorik puanlama cetvelinin geliştirilme süreci

Şekil 33'de ortaya konan kategorik puanlama cetveli hazırlama sürecinin nasıl işlediği şekle bakma bilişsel süreç ön testinin üçüncü sorusu (bkz. Şekil 34) üzerinden aşağıdaki gibi açıklanabilir:



Şekil 34. Şekle bakma bilişsel süreç ön testi 2. sorusu

İlk olarak sorunun öğrencide ortaya çıkartmaya çalıştığı göstergeler dikkate alınmıştır. Bu göstergeler seçilen soru için aşağıdaki gibidir:

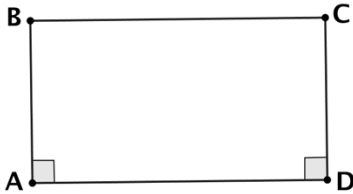
1. Şekil üzerinde görsel verilen bilgileri (iki doğru parçası veya iki açının eşitliği vb. gibi) sözel bilgilere çevirerek doğru çıkarımlarda bulunabilir.
2. Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.
3. Şekil üzerinde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye sembol, gösterim ve matematiksel kavramları doğru kullanarak çevirebilir.

İkinci aşama göstergelerden en yüksek puanı içerecek kategorinin belirlenmesidir. Bunu yaparken öğrenciden beklenen en iyi düzey ortaya konmalıdır. Üçüncü sorunun göstergeleri içinde belirlenen en iyi düzey öğrencilerin görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirerek bu sözel bilgileri kullanarak doğru çıkarımlarda bulunabilmesidir. Çünkü diğer kategoriler (şeklin görünüşüne aldanmama ya da görsel bilgileri sözel bilgilere çevirme)

dolaylı olarak bu kategori içinde yer almaktadır. Böylece kategorik puanlama cetvelinde en yüksek puan bu göstergeye verilerek bir üst kategori oluşturulmuştur.

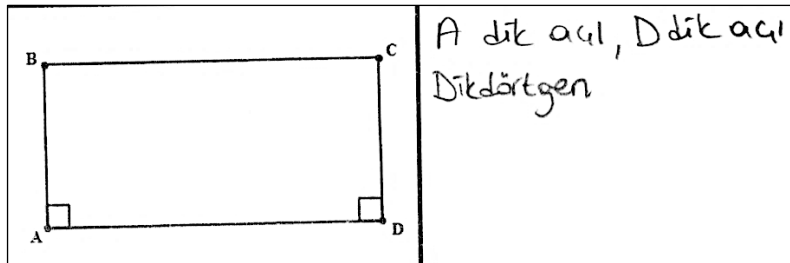
Son olarak ise en yüksek puanı içeren kategori referans alınarak ve pilot uygulama dikkate alınıp puanlar düşürülerek diğer kategoriler oluşturulmasıdır. Böylece Tablo da verilen kategoriler oluşturulmuştur.

Tablo 8. Şekle Bakma Bilişsel Süreç Ön Testin Üçüncü Sorusunun Kategorik Puanları

<p>S2. Aşağıdaki şekle ve şekil üstünde verilen işaretlere bakarak şeklin sahip olduğu matematiksel özellikleri yazınız.</p>	<p>Soruya verilecek cevapları değerlendirebilmek için oluşturulan kategorik puanlar</p>
	<p>0: Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır  1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur  2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz  3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere <u>çevirmez</u> fakat doğru çıkarımda bulunur  4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur</p>

Tablodan görüleceği gibi beklenen öğrenci cevaplarına niteliğine göre sıfırdan dörde kadar puanlar verilmiştir. Sıfır puan öğrencilerin soruyu boş bırakmasını ya da kendisinden beklenen hiçbir davranışı göstermemesini, dört puan ise beklenen en iyi davranış düzeyini içermektedir.

Kategorik puanlama cetveli öğrencilerin bilişsel süreç testlerine verdikleri yazılı cevapları puanlamak için kullanılmıştır. Puanlamanın nasıl yapıldığı bir öğrencinin şekle bakma bilişsel süreç ön testinin üçüncü sorusuna verdiği yazılı cevap üzerinden şu şekilde açıklanabilir:



Şekil 35. Şekle bakma bilişsel süreç ön testi üçüncü sorusuna verilen yazılı cevap

Verilen cevap incelendiğinde öğrenci kendisine verilen şekil ile ilgili "A dik açı", "D dik açı" ve "dikdörtgen" çıkarımlarında bulunduğu görülmektedir. Bu durum öğrencinin

şekil üzerinde verilen görsel bilgileri sözel bilgilere doğru dönüştürdüğünü fakat elde edilen sözel bilgilerden zorunlu olarak çıkarılamayacak bir çıkarımda bulunduğunu göstermektedir. Soru için belirlenen kategorilere bakıldığında bunu 1 puan kategorisinde yer alan “Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur” gösterge ile açıklanabileceği görülmektedir. Dolayısıyla bu öğrenciye bu soru için 1 puan verilmiştir. Diğer sorulara verilen yazılı cevaplarda benzer şekilde puanlanmıştır.

### 3. 6. 2. Bilişsel Süreç Testlerinden Elde Edilen Nicel Verilerin Analizi

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma ve teorik muhakme süreçlerini değerlendirebilmek için geliştirilen bilişsel süreç testlerindeki her bir soru kategorik puanlama cetveline göre puanlanmıştır (bkz. Ek 3). Puanlamaya ait güvenilirliği sağlamak için puanlama işlemi matematik eğitimi alanında doktora derecesine sahip bir uzman ile ayrı ayrı yapılmış ve puanlamalar arasında %85 oranında bir uyum olduğu belirlenmiştir. Ortaya çıkan farklı puanlamalar için ise ortak bir karara varılmıştır. Tavşancıl ve Aslan (2001)’a göre puanlayıcılar arası uyum yüzdesinin %70’den daha yüksek olması gerekmektedir. Dolayısıyla kodlama güvenliğinin kabul edilebilir düzeyde sağlandığı söylenebilir. Sonrasında elde edilen puanlar Excel dosyasına yazılarak analizler için Winsteps 3.91.0 programına aktarılmıştır. Bu program aracılığıyla öğrencilerin bilişsel süreç testlerinden aldıkları kategorik puanlar Rasch analizi kullanılarak lineer puanlara dönüştürülmüştür. Rasch analizi kategorik puanlama cetvelinde yer alan kategoriler arasındaki farkın eşit olmamasından kaynaklanabilecek sorunların üstesinden gelebilmek için tercih edilmiştir. Analizi sonucunda elde edilen lineer puanlarla istatistiksel analizler yapılmıştır. İstatistiksel analizler yapabilmek için kullanılan testler ve bu testlerin hangi varsayımları sağladığına yönelik bilgiler bu testlerin kullanılma amaçlarıyla birlikte aşağıda Tablo 9’da sunulmuştur:

Tablo 9. Kullanılan İstatistiksel Testler ve Kullanım Amacı

İstatistiksel Testler	Varsayımlar	Kullanım Amacı
Bağımsız t Testi	Bağımsız gruplar Normal dağılıma uygun olması	Uygulamalar öncesinde deney ve kontrol grubu arasında teorik muhakeme ve şekle bakma süreçleri bakımından aralarında anlamlı bir farklılığın olup olmadığının belirlenmesi
Kovaryans Analizi (ANCOVA)	Bağımsız gruplar Grupların varyansının eşit olması	Uygulama sürecinde ve uygulamalar sonrasında deney ve kontrol grubunun teorik muhakeme ve şekle bakma süreçleri bakımından aralarında anlamlı bir fark olup olmadığını ve varsa bu farkın gerçekten deneysel koşullara bağlı olarak ortaya çıkıp çıkmadığının belirlenmesi

### **3. 6. 3. Mülakat Verilerinin Analizi**

Bilişsel süreç testleri öğrencilere uygulandıktan sonra bu testlerde yer alan sorular üzerinden deney ve kontrol grubundan ön test sonuçlarına göre farklı başarı düzeylerinden 12 öğrenci ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Yaklaşık 20-25 dakika süren bu görüşmelerde öğrencilerden verdikleri cevapları açıklamaları ve gerekçelendirmeleri istenmiş ve öğrencilerle yapılan her bir mülakat yazılı olarak kayıt altına alınarak her bir öğrenci için mülakat dökümleri oluşturulmuştur. Böylece öğrencilerin yazılı cevaplarının gerekçeleri ve düşünceleri altında yatan fikirler ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır.

Mülakat verilerinin analiz edilirken öğrencilerin bilişsel süreç testlerindeki sorulara verdikleri yazılı cevapların gerekçelerini açıkladıkları bölümler belirlenmiştir. Böylece öğrencilerin yazılı cevaplarının altında yatan gerekçeler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ortaya çıkarılan gerekçeler bulgular bölümünde öğrencilerin bilişsel süreç testlerinden elde edilen nicel verilerin yorumlanmasında kullanılmıştır.

### **3. 6. 4. Gözlem Verilerinin Analizi**

Öğrenme ortamlarında yaşanan ve öğrenme-öğretme sürecine olumlu ya da olumsuz etki edebilecek durumların belirlenebilmesi için deney ve kontrol grubunda informal gözlemler yapılmıştır. Deney ve kontrol grubunda yürütülen derslerin gözlemlenmesi ile elde edilen ve yazılı olarak kayıt altına alınan gözlem notları deney ve kontrol grubunda derslerin nasıl yürütüldüğünün resmedilmesinde ve öğrenme ortamında karşılaşılan ve araştırmacının önemli gördüğü bazı durumların yansıtılmasında, etkinliklerin beklenen amaca hizmet edip etmediği etmemiş ise ne tür problemlerle karşılaşıldığının belirlenmesinde kullanılmıştır.

## **4. BULGULAR**

Bu bölümde çalışma kapsamında oluşturulan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında teorik muhakeme ve şekle bakma süreçleri ilgili bulgular yer almaktadır. Bunun için öğrencilerin bilişsel süreç testlerinde yer alan sorulara verdikleri cevaplardan ve öğrencilerle yapılan klinik mülakatlardan elde edilen veriler sunulmuştur. Çalışma kapsamında elde edilen veriler, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme sürecine yönelik bulgular ve şekle bakma süreçlerine yönelik bulgular başlıkları altında verilmiştir.

### **4. 1. Öğrencilerin Teorik Muhakeme Sürecine Yönelik Bulguları**

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme sürecine yönelik bulguları yer almaktadır. Bulgular teorik muhakeme sürecinin göstergeleri üzerinden beş alt başlıkta sunulmuştur. Her bir başlıkta yer alan göstergeler için elde edilen bulgular: Uygulama öncesi, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta ele alınmıştır. Her bir gösterge için ön, ara ve son testten elde edilen ham puanlardan ve klinik mülakatlardan elde edilen veriler betimsel olarak sunulduktan sonra öğrencilerin teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinden elde ettikleri ham puanlar lineer puanlara dönüştürülerek uygulama sonunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme süreçleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı bazı istatistikler testler yardımıyla belirlenmeye çalışılmıştır.

#### **4. 1. 1. Öğrencilerin Matematiksel Bir Durumu Önerme Şeklinde İfade Edebilmelerine Yönelik Bulgular**

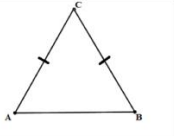
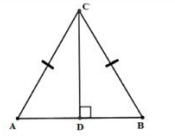
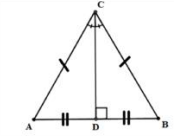
Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilmelerine yönelik bulgular sunulmuştur.

##### **4. 1. 1. 1. Uygulama Öncesi**

Öğrencilerin teorik muhakeme becerisinin bir göstergesi: Verilen matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilmedir. Uygulama öncesinde bu beceri teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinin birinci sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 3'e kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre göre dağılımı aşağıdaki gibidir:



Tablo 10. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Bir öğrenci sırası ile aşağıdaki işlemleri yaparak ikizkenar üçgene ait bir özelliği size göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı matematiksel ilişkiyi bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.				
ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER				
ABC ikizkenar üçgeni çizilir. Bu üçgende $IACI = IBCI$ 'dir.	C köşesinden, AB doğru parçasına dik CD doğru parçası çizilir.	Yapılan ölçümler neticesinde ACD açısının DCB açısına eşit olduğu ve AD doğru parçasının uzunluğunun DB doğru parçasının uzunluğuna eşit olduğu görülür.		
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.	0: Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur. 1: Günlük konuşma dilini kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz (tasvir yapar) 2: Günlük konuşma dilini kullanır ve doğru bir yargı cümlesi yazar 3: Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	15	60,00%	14	53,85%
1	8	32,00%	10	38,46%
2	1	4,00%	1	3,85%
3	1	4,00%	1	3,85%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=26	Toplam=%100

Tablo 10'dan görüleceği gibi deney grubundan yirmi beş kontrol grubundan yirmi altı öğrenci sınava katılmış ve her iki grupta da en fazla öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer almıştır. 1 puan kategorisinde deney grubundan 8, kontrol grubundan 10 öğrenci bulunurken 2 ve 3 puan kategorilerinde deney ve kontrol grubundan birer öğrenci yer almıştır.

Deney grubundan 15 kontrol grubundan 14 öğrenci bu gösterge için ön testten 0 (sıfır) puan alırken sadece birer öğrenci tam puan alabilmiştir. Bu durum hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunun verilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazamadıkları anlamına gelmektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme bilişsel süreç ön testine verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin verilen matematiksel ilişki için yanlış açıklamalarda/yargılarda buldukları tespit edilmiştir. Anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi yanlış açıklayan ve sıfır (0) puan alan deney grubundan bir öğrencini verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

**Cevap:** Açıortay çizip üçgeni ikiye bölmüş ve 2 tane dik üçgen elde etmiştir.

(Açıortay çizip üçgeni ikiye bölmüş ve 2 tane dik üçgen elde etmiştir)

Şekil 36. Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan bir öğrencinin yazılı cevabı

Şekil 36'dan görüldüğü gibi öğrenci ikizkenar üçgenin açıortayı, kenarortayı ve yüksekliği arasındaki ilişki yerine matematiksel ilişkiyi anlatmak için verilen geometrik şekillerin görünüşüne odaklanmıştır. Öğrenci matematiksel bir ilişki yazmak yerine "Açıortay çizip üçgeni ikiye bölmüş..." şeklinde ikizkenar üçgenin kenarortay ve yüksekliğini içermeyen yanlış bir açıklamada bulunmuştur. Görsel algının baskın olduğu ve sözel algıyı yönettiği bu süreçte şekil ile ikizkenar üçgenin matematiksel özellikleri arasında bir ilişki kurulamamıştır. Verilen yazılı cevaptan öğrencinin geometrik şekli kendi içinde birbirine matematiksel ilişkilerle bağlı teorik bir nesne olarak göremediği anlaşılmaktadır. Deney ve kontrol grubundan öğrencilerle yapılan mülakatlardan elde edilen veriler de bunu desteklemektedir. Deney grubundan bir öğrenci (D11) ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir (Verilen kesitte parantez içinde yazılmış ifadeler araştırmacıya aittir ve öğrencinin konuşmalarını açıklamaktadır).

**Araştırmacı:** Bu soruda geometrik şekiller kullanılarak sana bir ilişki anlatılmaya çalışılmakta. Bu ilişkiyi anlayabildin mi?

**Öğrenci:** Hayır anlayamadım

**Araştırmacı:** Peki o zaman şöyle bir soru sorayım: İkizkenar üçgenin tabanına çizilen yükseklik, açıortay ve kenar ortay ile ilgili bir kural hatırlıyor musun?

**Öğrenci:** Hatırlamıyorum...

**Öğretmen:** Soruda verilen üçüncü şekle baktığında nasıl bir kural görüyorsun?

**Öğrenci:** İki dik üçgen şu üstteki açılar eşit... Yani şuralarda aynı çizgiler var (eş doğru parçalarını belirtmek için kullanılan işaretleri gösteriyor) bu kenarlar birbirine eşit.

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenciye ikizkenar üçgenin tabanına çizilen yükseklik, açıortay ve kenarortay arasındaki ilişki sorulduğunda böyle bir ilişkiyi hatırlamadığını ifade etmektedir. İkizkenar üçgenin yardımcı elemanları arasındaki ilişkiyi bilmediği anlaşılan bu öğrenci için sözel algı artık görsel algının kontrolünde şekillenmekte bu nedenle geometrik şekil ile matematiksel ilkeler (teoremler) arasında ilişki kurma süreci

şeklin görünüşü üzerinden açıklamalara dönüşmektedir. Bu nedenle yapılan açıklamalar şeklin görünüşünü anlatan açıklamaların dışına çıkamamaktadır. Öğrenci geometrik şekli kendi içinde birbirine matematiksel ilişkilerle bağlı teorik bir nesne olarak değil de kâğıt üzerinde bir resim olarak görmekte ve şekli görsel algısı ile anlamlandırmaya çalışmaktadır.

Tablo 10'da dikkat çeken bir başka durum ise deney ve kontrol grubundan bazı öğrencilerin (deney grubundan 8, kontrol grubundan 10 öğrenci) önerme yazmak yerine verilen matematiksel ilişkiyi göstermek için yapılan işlemleri günlük konuşma dili kullanarak açıklamaya, tasvir etmeye çalışmasıdır. Soruda verilen matematiksel ilişkileri tasvir etmekle yetinen bu öğrenciler bir cümlenin önerme olması için gerekli doğru ya da yanlış bir yargıda bulunma davranışını gösterememiştir. Verilen matematiksel ilişkileri tasvir eden ve kategorik puanlama cetveline göre 1 puan alan K9 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

*Cevap: İkizkenar bir üçgen çizmiştir. İki kenarı birbirine eşit  
İki kenarı eşit olduğu için çizgi çizmiştir. Sonra  
(AB) kenarına dik bir kenarortay çizmiştir ve en son  
onu ortaya çizip onu ikiye ayırıp  $(AD)=DB$   
yapmıştır*

(İkizkenar bir üçgen çizmiştir. İki kenarı birbirine eşit iki kenarı birbirine eşit olduğu için çizgi çizmiştir. Sonra IAB kenarına dik bir kenarortay çizmiştir ve en son açortay çizip onu ikiye ayırıp IADI=IDBI yapmıştır)

Şekil 37. 1 puan kategorisinde yer alan K9 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Şekil 37'den görüldüğü gibi öğrenci verilen geometrik şekiller ile ilgili bir yargıda bulunmak yerine yapılan işlemleri sırası ile tasvir etmiştir. Doğal muhakeme süreci içinde günlük konuşma dilinin hâkim olduğu (altı çizili sözcükler: çizgi çekmiştir, ikiye ayırmıştır gibi) bu süreçte öğrencinin görsel algısını kullanarak geometrik şekillerin görünüşlerinden hareketle bir açıklama yazdığı anlaşılmaktadır. Sözel algının harekete geçirilmediği böyle bir durumda geometrik şekil ile matematiksel ilkeler (teoremler...) arasında ilişki kurulup bir önerme yazılamamıştır.

#### 4. 1. 1. 2. Uygulama Sürecinde

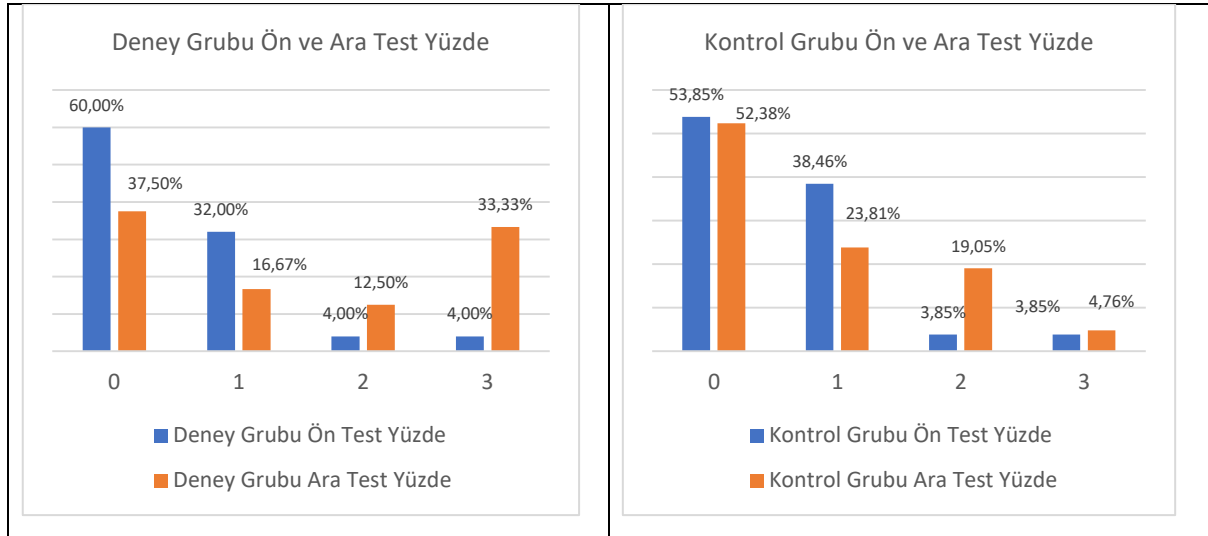
Teorik muhakeme bilişsel süreç ön testi uygulandıktan sonra yapılan 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır.

Bu testte de birinci soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin gösterilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazıp yazamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 11. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
<p>Bir öğrenci üçgenlere ait bir özelliği göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı özelliği bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.</p> <p>ÜÇGENLERE AIT BİR ÖZELLİK</p> <p> <math>m(A) = m(D)</math>  <math> AC  =  DF </math>  <math> AB  =  DE </math> </p> <p> <math>m(B) = m(E)</math>  <math>m(C) = m(F)</math>  <math> BC  =  EF </math> </p>				
Kategorik Puanlama Cetveli				
Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.	<p>0: Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur.            1: Günlük konuşma dili kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz (tasvir yapar)            2: Günlük konuşma dilini kullanır ve doğru bir yargı cümlesi yazar            3: Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar</p>			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	9	37,50%	11	52,38%
1	4	16,67%	5	23,81%
2	3	12,50%	4	19,05%
3	8	33,33%	1	4,76%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=21	Toplam=%100

Tablo 11'den görüleceği gibi deney grubundan 24, kontrol grubundan 21 öğrenci ara teste katılmıştır. 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 9, kontrol grubundan 11 öğrenci yer almaktadır. 1 ve 2 puan kategorisinde deney grubundan sırasıyla 4 ve 3 öğrenci, kontrol grubundan ise 5 ve 4 öğrenci yer almaktadır. İki grup arasında en fazla fark 3 puan kategorisinde yer alan öğrenciler arasında bulunmaktadır. Deney grubundan 8, kontrol grubundan 1 öğrenci bu kategoride yer almaktadır. Bu durum ön testten ara teste en üst kategoride bulunan öğrenci sayısı bakımından deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğunu göstermektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre nasıl bir değişim gösterdiklerinin daha iyi anlaşılabilmesi için hazırlanan ve kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren grafik şu şekildedir:



Grafik 1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 1'den görüleceği gibi deney grubu öğrenci yüzdesi ara testte ön teste göre, 0 (sıfır) puan kategorisinde azalmıştır. Buna rağmen kontrol grubunda dikkate değer bir değişiklik olmamıştır. Deney grubu öğrenci yüzdesi ara testte ön teste göre 3 puan kategorisinde artarken kontrol grubu öğrenci yüzdesinde dikkate değer bir değişiklik olmamıştır. Bununla birlikte kontrol grubu öğrencilerinde kayda değer bir artışın 2 puan kategorisinde gösterilmiştir.

0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde hala bazı öğrencilerin şekli oluşturan parçalar arasındaki matematiksel ilişkiler yerine şeklin görünüşünden hareketle açıklamalarda buldukları bazılarının da sadece hüküm bölümünde verilen geometrik şekilleri dikkate alarak önerme yazdıkları tespit edilmiştir. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan ve şeklin görünüşünden hareketle açıklamalarda bulunan öğrencilerden birinin (K14) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

**Cevap:** Üçgenler tek başına çeşitkenar üçgenlerdir. İki üçgeni karşılaştırdığımız zaman bazı açı ve uzunlukların birbirine eşit olduğu görülmektedir.

(Üçgenler tek başına çeşitkenar üçgenlerdir. İki üçgeni karşılaştırdığımız zaman bazı açı ve uzunlukların birbirine eşit olduğu görülmektedir)

Şekil 38. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan K14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci verilen geometrik şekillerin görsel algı ile belirlenebilecek özelliklerini (kenarlar uzunlukları, açı ölçüleri gibi) kullanarak bir açıklamada bulunmuştur. Fakat yapılan açıklamada şekli oluşturan parçalar arasındaki matematiksel ilişkiye değinilmemiştir. Yapılan görüşmelerde öğrencinin iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları bilmediği anlaşılmıştır. Kontrol grubundan K14 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** İki üçgenin eş olması ile ilgili bir kural hatırlıyor musun?

**Öğrenci:** Hatırlıyorum. Üçgenlerin açı ve kenarları aynı olmalı

**Araştırmacı:** Peki bu açı ve kenarlar hangi şartlarda aynı olur

**Öğrenci:** Üçgenler eşit (eş olmalarını kast ediyor) olduklarında

**Araştırmacı:** Bu dediğin doğru...fakat başka şartlar var mı?

**Öğrenci:** Bilmiyorum

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci iki üçgenin eş olması ile ilgili tanımı bilmesine rağmen eşlik için gerekli asgari koşulları (Kenar-açı-kenar gibi) bilmemektedir. Zihninde eş üçgenlerle ilgili bir kurallar bilgisi olmadığı anlaşılan öğrenci şekil ile ilişkilendirebileceği matematiksel ilkelere yoksundur. Bu durum öğrencinin sözel algısını kullanarak verilen geometrik şekiller ile bir önerme yazamamasının bir nedeni olarak görülebilir.

Hüküm bölümündeki geometrik şekiller üzerinden bir önerme yazmaya çalışan ve 0 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise bu öğrencilerin sadece hüküm bölümü için oluşturulan geometrik şekillere odaklandığı hipotez bölümüne dikkat etmediği anlaşılmaktadır. Bu öğrencilerden K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

**Cevap:** Açılar birbirine eşitse açılar <sup>ortasında</sup> kalan kenarlarda birbirine eşit olur.

(Açılar birbirine eşitse açılarının ortasında kalan kenarlarda birbirine eşit olur)

Şekil 39. Kontrol grubundan K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci "ise" bağlacı ile bir cümle yazmıştır. Fakat hüküm bölümünde yer alan geometrik şekillerden hareketle yazılan bu cümle yanlıştır. İki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulların belirtilmediği cümlede hüküm bölümünde verilen geometrik şekillerin açıklaması yer almaktadır. Öğrenci ile yapılan görüşmede

(K25), hipotez bölümü için verilen geometrik şekilleri matematiksel ilişkiyi yazarken neden kullanmadığı sorulduğunda hipotez bölümünde verilenlerin hüküm bölümünde de yer almasını gerekçe olarak sunmuştur. Matematikte koşul cümlesinin nasıl işlediğini anlayamayan bu öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı:* Verilen geometrik şekillerde ise bağlacı kullanılarak matematiksel bir ilişki anlatılmak istenmektedir. Sana göre burada anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir.

*Öğrenci:* Şuradan anladığıma göre (verilen şekillerden hüküm bölümünü göstermekte) açılarının hepsi eşit bu nedenle üçgenlerin kenarları da eşittir.

*Araştırmacı:* Verilen geometrik şekillerden başta verilen geometrik şekilleri neden dikkate almadın.

*Öğrenci:* Burada eşit olarak verdikleri zaten burada da var (hipotez bölümünde verilen matematiksel özelliklerinin hüküm bölümünde de bulunduğunu göstermektedir)

*Araştırmacı:* Yani...

*Öğrenci:* Buraya bakılınca hepsi görülüyor (hüküm bölümünü kastediyor)

Mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci hipotez bölümünde verilen matematiksel özelliklerin hüküm bölümünde de olmasını gerekçe göstererek sadece hüküm bölümüne bakarak önermenin yazılabileceğini düşünmektedir. Bu da öğrencinin koşul cümlelerinin matematikte nasıl işlediğini anlamadığını göstermektedir. Bununla birlikte deney grubundan 8 kontrol grubundan ise 1 öğrenci anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi "ise" bağlacını doğru kullanarak yazabilmiştir. Deney grubundan bir öğrencinin (D24) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

*Cevap:* İki üçgende iki kenar ve bir açı eşitse diğer kenar ve diğer iki açıda otomatikman eşit olur. Kenar-Açı-Kenar Bağıntısı vardır.  
(İki üçgende iki kenar ve bir açı eşitse diğer kenar ve diğer iki açıda otomatikman eşit olur. Kenar –Açı-Kenar bağıntısı vardır)

Şekil 40. Deney grubundan D24 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüldüğü gibi öğrenci önermenin önce hipotez bölümünü daha sonra hüküm bölümünü yazarak anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi doğru yazmıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin ise bağlacının deney grubunda yapılan uygulamada vurgulandığı şekliyle şart-sonuç ikilisi şeklinde düşündüğü görülmektedir. Bu

da şart-sonuç ilişkisi ile matematiksel önermelerin yapısının öğrencilere anlatıldığı etkinliklerin (izle ve karar ver-1, 2 ve 3 etkinlikleri) istenen amaca hizmet ettiğini göstermektedir. Öğrenci (D24) ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Verilen geometrik şekillerde ise bağlacı kullanılarak matematiksel bir ilişki anlatılmak istenmektedir. Sana göre burada anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir.

**Öğrenci:** Burada derste gösterildiği gibi bir şart belirtmiş, burasıda sonuç... bunlara bakınca kenar-açı-kenar özelliğini anlatmaya çalıştığını düşündüm.

**Araştırmacı:** Nedir kenar-açı-kenar özelliği

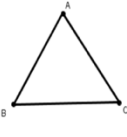
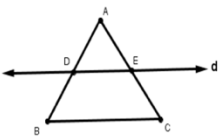
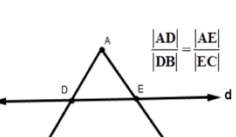
**Öğrenci:** İşte iki üçgenin iki kenar ve bir açısı eşit ise (soruda verilen kenar ve açıları gösteriyor) diğer kenar ve açılarda eşittir

Mülakat kesitinden görüldüğü öğrenci bir önermenin hipotez ve hüküm bölümlerini birbirinden ayırarak anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi açıklayabilmiştir. Kontrol grubundan sadece bir öğrencinin önermeyi doğru yazabildiği düşünüldüğünde deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğu söylenebilir.

#### 4. 1. 1. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmış ve bu testte de birinci soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin gösterilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazıp yazamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 12. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU		
Bir öğrenci sırası ile aşağıdaki işlemleri yaparak üçgene ait bir özelliği göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı özelliği bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.		
ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER		
Bir ABC üçgeni alınız.	$d \parallel [BC]$ çizilir.	$\frac{ AD }{ DB } = \frac{ AE }{ EC }$ olur
		

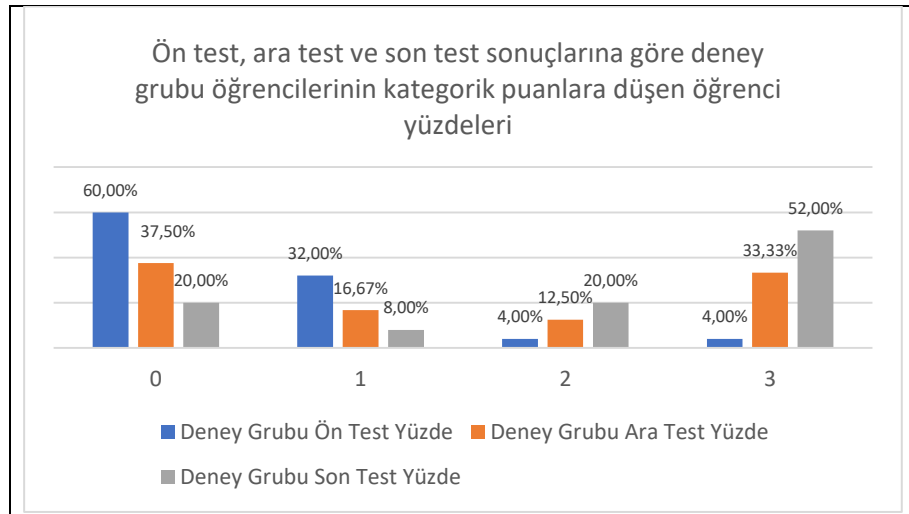


Tablo 12'nin devamı

Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.	0: Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur. 1: Günlük konuşma dili kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz (tasvir yapar) 2: Günlük konuşma dilini kullanır ve doğru bir yargı cümlesi yazar 3: Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar.			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	5	20,00%	9	40,91%
1	2	8,00%	4	18,18%
2	5	20,00%	4	18,18%
3	13	52,00%	5	22,73%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablo12'den görüleceği gibi deney grubundan 25, kontrol grubundan 22 öğrenci son test sınavına katılmıştır. 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 5, kontrol grubundan 9 öğrenci yer almaktadır. 1 ve 2 puan kategorisinde deney grubundan sırasıyla 2 ve 5 öğrenci, kontrol grubundan ise 4'er öğrenci yer almaktadır. İki grup arasında en fazla fark 3 puan kategorisinde yer alan öğrenciler arasında bulunmaktadır. Deney grubundan 13, kontrol grubundan ise 5 öğrenci bu kategoride yer almaktadır. 2 ve 3 puan kategorilerinde deney grubunun %72'si yer alırken kontrol grubunun yaklaşık %41'i yer almaktadır.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerin ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişim olduğunu görebilmek için her bir testin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelere bakmak gerekir. Deney grubu öğrencileri için bu Grafik 2 de aşağıdaki gibi verilmiştir:



Grafik 2. Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 2'den görüleceği gibi deney grubu öğrenci sayısı 0 ve 1 puan kategorisinde ön testten son teste doğru giderek azalırken 2 ve 3 puan kategorilerinde giderek artmıştır. Bu durum uygulama ile birlikte öğrencilerin verilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazabilme becerisinde bir gelişmenin olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin son testte %72'si 2 ve 3 puan kategorilerinde yer alması bu gelişmenin olumlu bir düzeyde olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerin hala %30'u son testte 0 ve 1 kategorisinde kalmıştır. Özellikle öğrencilerin %20'sinin 0 puan kategorisinde kalması bazı öğrencilerin uygulama sonunda hala önerme yazarken güçlükler yaşadığını göstermektedir. Bu öğrencilerin yazılı cevapları incelendiğinde görsel algılardan hareketle bir sonuca vardıkları ve yanlış açıklamalarda buldukları görülmektedir.

**Cevap:** Eğer bir üçgen verilip ortadan paralel bir doğru ile ayırıldı  
gimızda uzunluklar eşit olur.

(Eğer bir üçgen verilip ortadan paralel bir doğru ile ayırdığımızda uzunlukları eşit olur)

Şekil 41. 0 (sıfır) puan kategorisinden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı üzere öğrenci şeklin görünüşüne aldanarak bir açıklama yazmıştır. Son test 1. soruda (bkz. Ek 2) üçgenin tabanına çizilen paralel doğru diğer kenarları ortalyormuş gibi görünse de böyle bir sonuca ulaşılmasını sağlayacak bir bilgi soruda bulunmamaktadır. Buna rağmen öğrenci görsel algısının etkisinde kalarak yazdığı önermede tabana paralel doğruyu orta taban olarak almış ve kenarların eşit olacağını yazmıştır. Bu öğrenci (D2) ile yapılan görüşmede öğrencinin görsel algısını daha önceden bildiği bir teoremin şekillendirdiği anlaşılmaktadır. Öğrenci (D2) ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Bu soruda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi bir cümle ile anlatabilir misin?

**Öğrenci:** Burada temel orantı teoremi anlatılmaya çalışılmış

**Araştırmacı:** Nedir temel orantı teoremi

**Öğrenci:** İşte bir doğru üçgenin ortasından geçince diğer kenarında ortasından geçer.

**Araştırmacı:** Burada verilen şekle baktığında d doğrusu kenarları ortalyor mu?

**Öğrenci:** Evet ortalyor... İşte şu parça ile bu parça eşit. Eşit değil mi yoksa!  
(Şaşırıyor!)

**Araştırmacı:** Sen ne düşünüyorsun

*Öğrenci: Bence eşit yani öyle... Başka bir şey hatırlamıyorum... (bunun dışında geometride hatırladığım bir kural yok demek istiyor)*

Mülakat kesitinden anlaşılacağı üzere, öğrenci zihnindeki, geometrik bir ilişkiyi temsil eden kavram imgesini soruda verilen şekle adapte etmeye çalışmıştır. Bunu yaparken de görsel algısı bu süreci destekleyecek verileri şekil üzerinden elde etmesine yardımcı olmuştur. Bu durum öğrencinin sözel algısı ile görsel algısı arasındaki etkileşimin görsel algısının kontrolünde gerçekleştiğini göstermektedir.

Grafik 2'de dikkat çeken bir durum 2 puan kategorisinde yer alan öğrenci sayısındaki artıştır. Bu öğrenciler verilen matematiksel ilişkiyi doğru bir şekilde önerme olarak yazmalarına rağmen bunu günlük konuşma dilini kullanarak yapmışlardır. Matematiksel dilini yeterli düzeyde kullanamayan bu öğrencilerden birinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir:

*Cevap: Bir üçgene çizilen bir paralelin üçgenin alt kısmı ve üst kısmını orantılı bir şekilde böldüğünü gösterir*

(Bir üçgende çizilen bir paralelin üçgenin alt kısmı ve üst kısmını orantılı bir şekilde böldüğünü gösterir)

Şekil 42. 2 puan kategorisinde bulunan D7 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci geometride matematiksel dil bakımından anlamlı olmayan üçgenin alt kısmı veya üçgenin üst kısmı gibi kelimeler kullanmıştır. Kendi içinde ne anlatılmak istendiği anlaşılmasına rağmen matematiksel dil bakımından yeterli düzeyde bir cümle değildir. Buna rağmen şekil ile matematiksel ilkeler arasında doğru ilişkilerin cümle içinde ifade edilmesi önemlidir.

Günlük konuşma dili ile matematiksel dil arasındaki farkı görmek için 3 puan kategorisinden bir öğrencinin verdiği cevaba bakmak yeterlidir. Konum, yön gibi sübjektif bakışların yansıtılmadığı ve şeklin görünüşünden etkilenmeden olabildiğince matematiksel kavramların kullanıldığı bu kategoriden D20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap şöyledir:

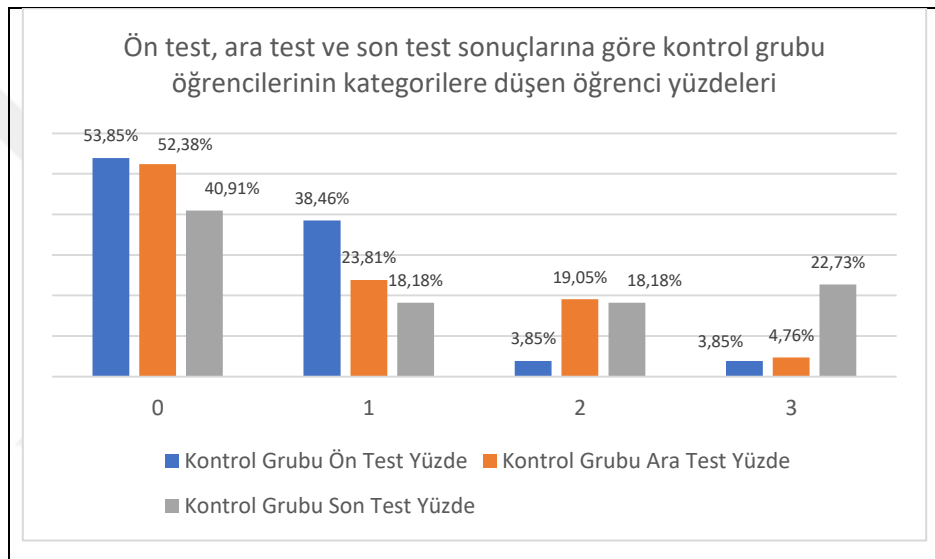
*Cevap: Tabana çizilen paralel kenarları orantılı olarak böler*

(Tabana çizilen paralel kenarları orantılı olarak böler)

Şekil 43. 3 puan kategorisinde bulunan D20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci geometrik kavramları kullanarak bir önerme yazmıştır. Yazılan önermede geometrik kavramlar olması gerektiği gibi kullanılmıştır. Böylece öğrenci bu gösterge için beklenen en üst düzeyde davranışı yerine getirmiştir.

Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test ile ilgili durumları incelendiğinde yapılan uygulamanın öğrencilerin daha üst kategorilere doğru geçişlerini sağladığını göstermektedir. Kontrol grubunda bu durumun nasıl olduğunu görebilmek için ise ön, ara ve son test puanlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren bir grafik hazırlanmıştır, bu grafik aşağıdaki gibidir:



Grafik 3. Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 3'den görüleceği gibi kontrol grubu öğrenci sayısı 0 ve 1 puan kategorilerinde son teste doğru azalmaktadır. Burada dikkat çeken en önemli bulgu son teste 3 puan kategorisindeki öğrenci sayısındaki artıştır. Kontrol grubunun yaklaşık beşte birini oluşturan bu öğrenciler 2 puan kategorisinde yer alan öğrencilerle beraber sınıfın yaklaşık %40'ını oluşturmaktadır. Fakat deney grubu öğrencilerinin 2 ve 3 puan kategorilerinde ki durumu dikkate alındığında (%70) verilen matematiksel bir ilişkiyi önerme olarak yazabilme davranışında deney grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğu görülmektedir. Bununla birlikte geleneksel öğrenme ortamında 2 ve 3 puan kategorisine doğru bir geçişin olduğu da anlaşılmaktadır. Fakat bu geçiş deney grubuna kıyasla daha düşüktür.

#### 4. 1. 2. Öğrencilerin Çıkarımda Bulunurken Tanım ve Teoremleri Kullanabilmelerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta öğrencilerin çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanabilmelerine yönelik bulgular sunulmuştur.

##### 4. 1. 2. 1. Uygulama Öncesi

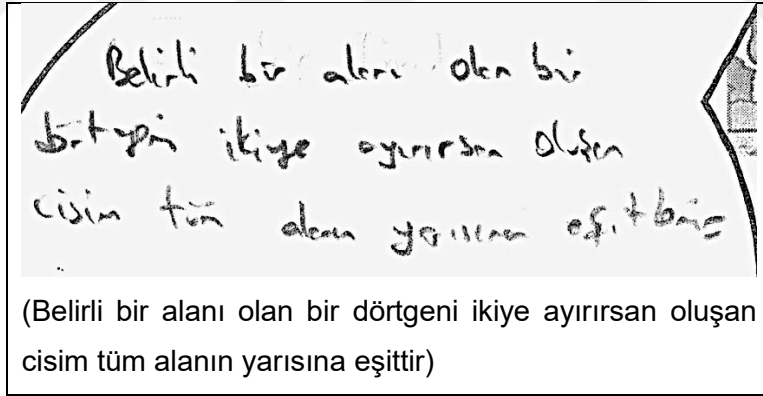
Öğrencilerin teorik muhakeme becerisinin bir göstergesi: Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanmadır. Uygulama süresince ön, ara ve son test olarak uygulanan teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinde bu beceri ikinci soru ile ortaya çıkartılmaya çalışılmış ve 0 (sıfır) dan 2'ye kadar oluşturulan kategorik puanlar kullanılarak öğrencilerin verdikleri cevaplar değerlendirilmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencileri için uygulama öncesi yapılan ön testin analizi neticesinde belirlenen kategorilere düşen öğrenci sayıları ve yüzdesi aşağıdaki gibidir:

Tablo 13. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU				
S2. Aşağıda iki öğrencinin ABCD karesi ile ilgili aralarında geçen konuşmalar verilmiştir. Veli'nin konuşmasını tamamlamaya çalışınız.				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır	0: Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar-Şeklin görünüşünden etkilenip cevap verir. 1: Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur. 2: Matematiksel ilkelere dayanarak doğru çıkarımlarda bulunur.			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	4	16,00%	2	7,69%
1	14	56,00%	20	76,92%
2	7	28,00%	4	15,38%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=26	Toplam=%100

Tablo 13'den görüleceği gibi deney grubundan yirmi beş, kontrol grubundan ise yirmi altı öğrenci sınava katılmıştır. Her iki grupta da en fazla öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. 2 puan kategorisinde deney grubundan 7 ve kontrol grubundan 4 öğrenci bulunmaktadır. Bununla birlikte 1 ve 2 puan kategorilerini birlikte ele aldığımızda deney grubunun %84'ü, kontrol grubunun ise yaklaşık %92 si bu kategorilerde yer almaktadır. Bu iki kategori dikkate alındığında kontrol grubu öğrencilerinin bu göstere için ön testten daha başarılı sonuçlar elde ettiği söylenebilir. Fakat sadece 2 puan kategorisi dikkate alınacak olursa deney grubunun daha başarılı olduğu görülmektedir.

Kategorik puanlardan da anlaşılacağı gibi öğrenciler şeklin görünüşünden etkilenerek yanlış cevap verenler, doğru cevap vermelerine rağmen bunu matematiksel dili tam olarak kullanmayanlar son olarak da hem matematiksel dili doğru kullanıp hem de doğru cevap verenler olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Bunlar içinde birinci grup yani şeklin görünüşünden etkilenerek yanlış cevap verenler, soruda verilen taralı alanın görünüşü üzerinden açıklama yapan öğrencilerdir. Bu öğrenciler kendilerine verilen geometrik bir durumla ilgili soruya herhangi bir kural, prensipten yararlanmadan şeklin görünüşünden hareketle cevap vermişlerdir. Bu kategoride yer alan deney grubu öğrencilerden birinin (D2) verdiği cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 44. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci için bir dörtgenin köşegeni dörtgenin alanını iki eşit alana ayırmaktadır. Yani köşegeni çizmek başlı başına dörtgeni alanını iki eş parçaya ayırmak için yeterlidir. Öğrencinin sezgileri ve deneyimleri böyle bir cevap vermesinde etkili olabileceken sezgilerini oluşturan temel dinamiğin, verilen cevaba göre, şeklin görünüşü olduğu anlaşılmaktadır. Çünkü öğrenci ile yapılan görüşmede (D2) öğrenciden verdiği cevapları gerekçelendirmesi istendiğinde öğrenci şeklin görünüşünü

işaret ederek gerekçelendirilecek bir durumun olmadığını ve şekle bakmanın yeterli olduğunu ifade etmiştir. Yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Neden köşegenin karenin alanını iki eşit alana ayıracağını düşündün?*

*Öğrenci: Ayırmaz mı?*

*Araştırmacı: Sen ayırır demişsin. Bende neden böyle düşündüğünü merak ediyorum*

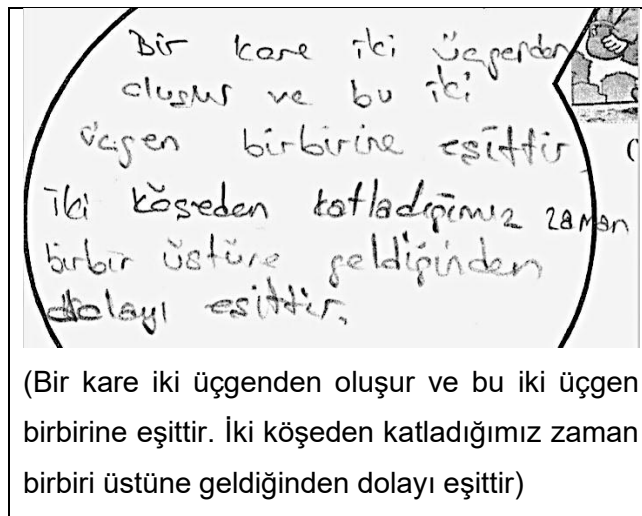
*Öğrenci: Bence ayırır ama şimdi yani nedenini sorunca aklıma bir şey gelmedi*

*Araştırmacı: Bir şey düşünmeden mi yazdın?*

*Öğrenci: Hayır yani ne bilim...Şekle bakınca tam ikiye böldüğü anlaşılıyor yani...ne demek istediğinizi tam anlamadım.*

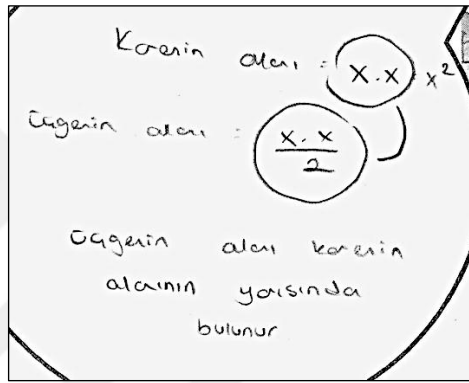
Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci karenin köşegeni ile alan arasındaki ilişkiyi açıklarken şeklin görünüşünü referans vererek açıklama yapmıştır. Ayrıca öğrenciden verdiği cevabını gerekçelendirilmesi istendiğinde böyle bir soru öğrenciye anlamsız gelmiştir. Çünkü öğrenci alanların aynı olmasının şekil üzerinden kesin olarak anlaşılabilen bir durum olduğunu düşünmektedir. Bu durum öğrencinin doğal muhakeme ile bir neticeye varmaya çalıştığını göstermektedir.

İkinci grupta yer alan yani 1 puan kategorisindeki öğrenciler ise şeklin görünüşünü referans vermeden taralı alan ilgili doğru açıklamalarda bulunmuşlardır. Fakat yapılan açıklamalarda matematiksel dil yerine günlük konuşma dili kullanılmıştır. Günlük konuşma dilinde matematiksel kavramlar yerine öğrencinin kendince anlamlandırdığı sözcükler, yer, yön gibi sübjektif anlamlandırmalar yer almaktadır. Hem deney hem de kontrol grubundan en fazla öğrencinin yer aldığı 1 puan kategorisinden K17 kodlu öğrencinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 45. 1 puan kategorisinde yer alan K17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci karenin köşegeninin karenin alanını iki eşit alana ayırmasını karenin köşegen boyunca katlandığında oluşan üçgenlerin üst üste gelmesi ile açıklamaktadır. Matematiksel bir dil kullanılmamasına rağmen sezgilerimiz ve deneyimlerimizle tutarlı olan bu cevabın 0 (sıfır) puan kategorisindeki öğrencinin cevabından farkı şeklin görünüşünün yerine köşegen boyunca katlama davranışının referans olarak gösterilmesidir. Bu cevabın 2 puan kategorisindeki öğrencilerin cevaplarından nasıl ayrıldığını görebilmek için ise bu kategoriden bir öğrencinin cevabına bakmak yeterli olacaktır. Çünkü bu kategorideki öğrencilerin temel referansları daha önceden bildikleri tanım ya da teoremlerdir. 2 puan kategorisinden D25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 46. 2 puan kategorisinden D25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci için karenin alanı dik kenarların çarpımı, üçgenin alanı ise taban çarpı yükseklik bölü ikidir. Bu da öğrencinin kendisine sorulan soruya cevap verirken kare ve dik üçgen ile ilgili bildiği matematiksel ilkeleri kullandığını göstermektedir. Fakat deney ve kontrol grubunda 1 puan kategorisine göre bu kategoride daha az öğrenci yer almaktadır. İlköğretimde daha çok sezgisel doğrulamalara yer verilmesinin ve dersi daha fazla somutlaştırabilmek için somut materyaller üzerinden (kâğıt katlama gibi) matematiksel ilişkilerin açıklanmasının böyle bir neticede etkisi olabileceği düşünülebilir.

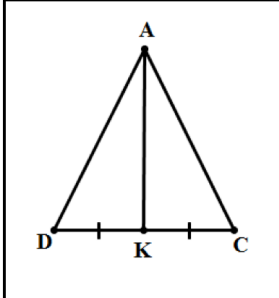
#### 4. 1. 2. 2. Uygulama Sürecinde

Teorik muhakeme bilişsel süreç ön testi uygulandıktan sonra 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de ikinci soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanabilme becerilerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan



kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

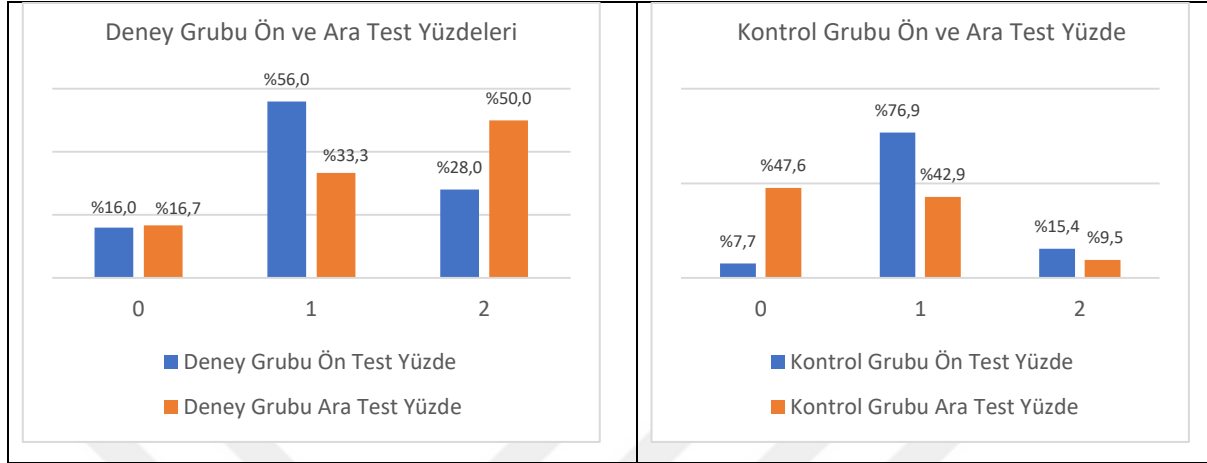
Tablo 14. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU				
<p><b>S2.</b>Aşağıda bazı geometrik şekiller ve bu şekiller ile ilgili verilen bazı bilgiler verilmiştir. Verilen bu bilgilerin doğrulukları veya yanlışlıkları hakkında ne söylenebilir. Yazınız.</p>				
		<p>Verilen Bilgi</p> <p>Yanda verilen ABC üçgeni AK doğru parçası boyunca katlandığında AKC üçgeni ile AKD üçgeni tam üst üste gelir.</p> <p>ABC üçgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p>		
Gösterge		Kategorik Puanlama Cetveli		
Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır		<p>0: Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar-Şeklin görünüşünden etkilenip cevap verir.</p> <p>1: Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur.</p> <p>2: Matematiksel ilkelerden yararlanarak doğru çıkarımlarda bulunur</p>		
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	4	16,67%	10	47,62%
1	8	33,33%	9	42,86%
2	12	50,00%	2	9,52%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=21	Toplam=%100

Tablo 14'den görüleceği gibi deney grubundan yirmi dört kontrol grubundan ise yirmi bir öğrenci sınava katılmıştır. Deney grubu öğrencileri en fazla 2 puan kategorisinde yer alırken, kontrol grubu öğrencileri en fazla 0 (sıfır) puan kategorisinde yer almaktadır. 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 4, kontrol grubundan 10 öğrenci yer alırken 1 puan kategorisinde deney grubundan 8, kontrol grubundan 9 öğrenci yer almaktadır. 1 ve 2 puan kategorileri dikkate alındığında deney grubu öğrencilerinin yaklaşık %83, kontrol grubu öğrencilerinin %42'si bu kategorilerde yer almaktadır. Genel bir bakış ile bu sonuçlar deney grubu öğrencilerinin ara test sonuçlarına göre bu gösterge için daha başarılı olduklarını göstermektedir. Nitekim sadece 2 puan kategorisi dikkate alınsa bile deney grubu öğrencileri (%50) kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılıdır.

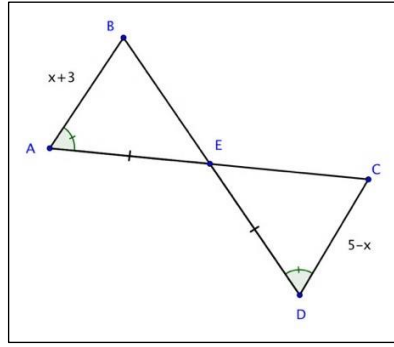
Ön test ve ara test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara dağılımındaki değişim incelendiğinde ise (bkz. Grafik 4) deney grubu öğrencilerinin 0 (sıfır) puan kategorisinde sabit kaldığı bununla birlikte 1 puan kategorisinde azalırken 2 puan kategorisinde arttığı görülmektedir. Kontrol grubu

öğrencileri ise 0 (sıfır) puan kategorisinde artarken 1 ve 2 puan kategorisinde azalmaktadır.



Grafik 4. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Özellikle kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sürecinde 0 (sıfır) puan kategorisinde artması üzerinde durulması gereken önemli bir veridir. Gözlemlerden elde edilen veriler statik şekillerin kullanıldığı ve öğrencilere varsayımda bulunma fırsatı verilmeden geometrik şekil + kural şeklinde matematiksel ilkelerin ezberletildiği geleneksel öğrenme ortamında öğrencilerin geometrik şekli bir resim olarak zihinlerine kaydettikleri ve soru üzerinde bu zihinsel imgelerine benzer bir durumla karşılaştıklarında şekli içeren kuralı söylediklerini göstermektedir. Bu nedenle bir çıkarımda bulunmak için şeklin görünüşünün daha önceden oluşturulan zihinsel imgeye benzemesi öğrenci için yeterlidir. Nitekim kontrol grubunda öğretmen ile öğrenciler arasında yaşanan bir durum bunu göstermektedir. Öğretmenin tahtaya çizdiği geometrik şekilden mantıksal olarak çıkarılamayacak matematiksel kuralların öğrenciler tarafından sadece şeklin görünüşü üzerinden nasıl ifade edildiğini gösteren bu durum öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanarak nasıl çıkarımda bulduklarının göstermesi açısından önemlidir. Öğrencilerle öğretmen arasında geçen konuşma şu şekildedir:



Şekil 47. Kontrol grubunda öğretmenin tahtaya çizdiği şeklin görünüşü

**Öğretmen:** *Evet arkadaşlar  $x$ 'i bulalım... Size biraz zaman vereceğim cevabı bulanlar parmak kaldırsın (belirli bir süre sonra öğretmen parmak kaldıran ve sonucu doğru söyleyen öğrencilerden birini tahtaya kaldırır)*

**Öğrenci:** *Şimdi burada "z" kuralı var şu açılar birbirine eşit (A ve C açılarını gösteriyor)*

**Öğretmen:** *İyi düşün... "z" kuralı olması için ne gerekiyordu onu aklına getirmeye çalış*

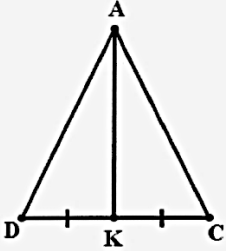
**Öğrenci:** *"Z" olması lazım değil mi hocam*

**Öğretmen:** *Tamam "z" olması lazım ama bir de paralel olması lazım. Bunu özellikle derste vurguladım. Kuralları iyi anlayıp doğru ezberlemelisiniz. Âmâ sonucu doğru buldun. Nasıl yaptın anlat bakalım.*

**Öğrenci:** *Şurada da "z" kuralı var dedim...Bu açılarda birbirine eşit (B ve D açılarını gösteriyor). Alttaki ve üstteki iki üçgende ikizkenar E açıları da ortak yani makas açısı. Buradan kenar-açı-kenardan bunlar eş üçgenler bu nedenle AB ve DC kenarları birbirine eşittir...*

Kontrol grubu öğrenme ortamında gerçekleşen diyalogdan anlaşılacağı gibi öğrenci bir metafor yardımı (Z kuralı) ile iç ters açılardan eş olma durumunu açıklamaya çalışmıştır. Kullanılan bu metafor aynı zamanda öğrencinin iç ters açılar için mevcut zihinsel imgesini de göstermektedir. Sadece görüntü olarak kaydedilen kural artık öğrenci için "z" den ibarettir. Yani nerede "z" var ise orada bu kural uygulanabilir. Bu nedenle öğretmen öğrenciye iç ters açılardan eş olması ile ilgili şartı hatırlatması gerekmiştir. Fakat şekil çiz yanına kural yaz şeklinde ilerleyen geleneksel öğrenme ortamında burada verilen sözlü müdahalenin dışında öğrencilerin düştükleri bu durumu düzeltecek bir etkinlik yapılmamıştır. Her seferinde öğrencilere kuralları daha fazla ezberlemeleri gerektiği telkin edilmiştir.

Öğrenme ortamında yaşanan bu duruma benzer bir durum kontrol grubunda ara teste verilen yazılı cevaplarda da görülmektedir. Sadece şekle bakarak herhangi bir mantıksal gerekçe aramadan verilen yazılı bir cevap aşağıdaki gibidir:

	<p>Verilen Bilgi</p> <p>Yanda verilen ABC üçgeni AK doğru parçası boyunca katlandığında AKC üçgeni ile AKD üçgeni tam üst üste gelir.</p>	<p>ABC üçgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız.</p> <p>CEVAP:</p> <p>Doğrudur çünkü  <math>DK = KC</math>  ve indirgenen dik parça  bu hale getirilince  <math>AD = AC</math></p>
---	---	--

Şekil 48. 0 (sıfır) puan kategorisinden K9 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

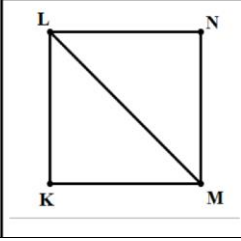
Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci (K9) AK doğru parçasını hem kenarortay hem de dik olarak düşünmüştür. Verilen bilgilerden AK doğru parçasının kenarortay olduğu anlaşılabilirken diklik öğrencinin şeklin görünüşünden çıkardığı bir özelliktir. Herhangi mantıksal bir gerekçe ile söylenemeyecek bu özelliği çıkarım yaparken kullanan öğrenci doğal olarak yanlış bir açıklama yazmıştır.

Elde edilen yazılı cevaplar şeklin görünüşünden hareketle çıkarımda bulunma durumunun sadece kontrol grubuna özgü bir davranış olmadığını ve deney grubu öğrencilerinde de bulunduğunu göstermektedir. Fakat bu durum Grafik 4'den görüleceği gibi süreç içinde ön testten ara teste giderek azalmıştır.

#### 4. 1. 2. 3. Uygulama Sonunda

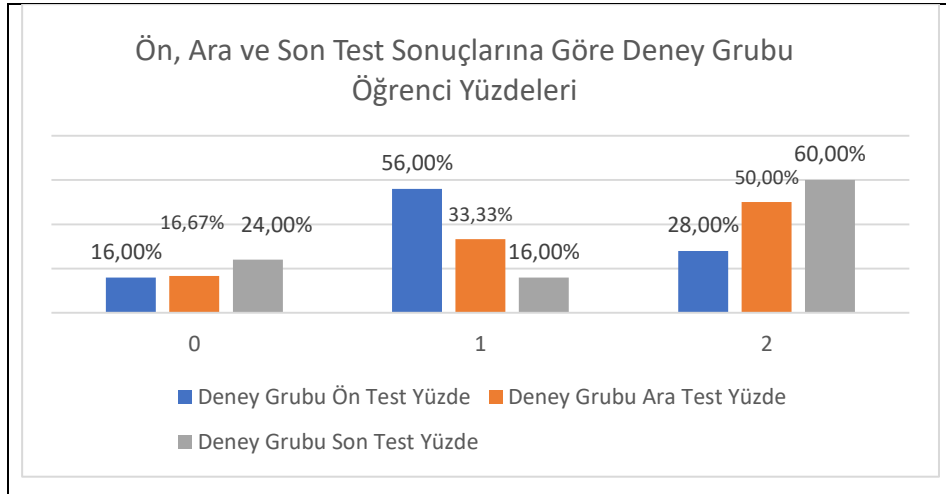
Teorik muhakeme bilişsel süreç ara testinden sonra uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de ikinci soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanıp kullanamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 15. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU				
<p>S2. Aşağıda bazı geometrik şekiller ve bu şekiller ile ilgili bazı bilgiler verilmiştir. Verilen bu bilgilerin doğrulukları veya yanlışlıkları hakkında ne söylenebilir. Yazınız.</p>				
		<p>Verilen Bilgi</p> <p>Yanda verilen KLMN dörtgeni LM doğru parçası boyunca katlandığında LNM üçgeni ile LKM üçgeni tam üst üste gelir.</p>	<p>KLNM dörtgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p>	
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır	<p>0: Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar-Şeklin görünüşünden etkilenip cevap verir.</p> <p>1: Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur.</p> <p>2: Matematiksel ilkelere dayanarak doğru çıkarımlarda bulunur</p>			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	6	24,00%	13	59,09%
1	4	16,00%	5	22,73%
2	15	60,00%	4	18,18%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablo15'den görüleceği gibi deney grubundan 25, kontrol grubundan 22 öğrenci son test sınavına katılmıştır. 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 6, kontrol grubundan 13 öğrenci yer almaktadır. Deney grubundan 4, kontrol grubundan ise 5 öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. 1 ve 2 puan kategorileri birlikte ele alındığında deney grubu öğrencilerinin %76'sı, kontrol grubunun %40'ı bu kategorik puanlarda yer almaktadır. Sadece 2 puan kategorisine bakılacak olursa deney grubunun %60'ı, kontrol grubunun ise yaklaşık %18'i bu kategoride yer almaktadır. Gerek 1 ve 2 puan kategorileri gerekse de sadece 2 puan kategorisine göre deney grubu öğrencilerinin son testte kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinde ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişim olduğunu görebilmek için her bir testin sonuçlarından (ön, ara ve son test) kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerine bakmak gerekir. Deney grubu öğrencileri için bu aşağıdaki gibidir:



Grafik 5. Ön, ara ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrenci yüzdeleri

Grafik 5'den görüleceği gibi deney grubu öğrenci yüzdeleri 0 (sıfır) puan kategorisinde ön ve ara test sürecinde neredeyse sabit olmasına rağmen son teste bir artış görülmektedir. 1 kategorisinde ön testten son teste doğru öğrenci yüzdeleri düşerken 2 puan kategorisinde artmaktadır. Bu da uygulama ile birlikte öğrencilerin çıkarımda bulunurken tanım ve teoremlerden yararlanma davranışlarında bir gelişmenin olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin %60'nın 2 puan kategorisinde yer alması bu gelişimin olumlu bir düzeyde olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte öğrencilerin hala %24'nün 0 (sıfır) puan kategorisinde kalması ise deney grubu öğrencilerinin bazılarının uygulama sonunda hala matematiksel ilkeleri kullanarak bir çıkarımda bulunabilmede güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Son teste öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde bunun nedeninin öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanmasından ve şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmediğinde bir çıkarımda bulunulmaması gerektiği fikrinden kaynaklandığı anlaşılmaktadır.

Teorik muhakeme bilişsel süreç son testinin ikinci sorusuna bakıldığında (bkz. Ek 2) şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmemekte fakat şekil görünüşü olarak kareye benzemektedir. Bu nedenle deney ve kontrol grubundan bazı öğrenciler şekli kare olarak düşünüp bazı açıklamalar yazmışlardır. Şeklin görüntüsünden etkilenecek açıklama yazan deney grubundan D15 kodlu öğrencinin yazılı cevabı aşağıdaki gibidir:

**CEVAP:** Evet bu bir karedir  
tüm kenar uzunlukları eşittir.

(Evet bu bir karedir tüm kenar uzunlukları eşittir)

Şekil 49. 0 (sıfır) puan kategorisinde D15 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaptan görüldüğü gibi öğrenci şekli bir kare olarak görmekte ve ona göre bir açıklama yazmaktadır. Sözel algı ile belirlenmesi gereken matematiksel özelliklerin görsel algı ile belirlenmeye çalışılmasının bir sonucu olan bu davranış aynı zamanda geometrik şeklin hala teorik bir nesne olarak görülemediğini de göstermektedir.

Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan bazı öğrenciler ise şeklin görünüşünden etkilenerek bir cevap vermemelerine rağmen şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmemesini gerekçe göstererek bir açıklama yapılamayacağını ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerden birinin (D2) verdiği cevap aşağıdaki gibidir:

Bize bilgi vermediği için kesin bir şey söylenemez

(Bize bilgi vermediği için kesin bir şey söylenemez)

Şekil 50. 0 (sıfır) puan kategorisinden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmediğinden bir sonuca varılamayacağını ifade etmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede İlk başta mantıklı gözükken bu açıklamanın belirli güçlüklerin ortaya çıkmasına zemin hazırladığı anlaşılmaktadır. Öğrenci ile (D2) yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Şekil üzerinde verilen üçgenler üst üste gelir mi? Ne düşünüyorsun.

**Öğrenci:** Şekil üzerinde bir bilgi yok onun için bir şey söyleyemeyiz

**Araştırmacı:** Nasıl yani? Üst üste gelip gelmeyecekleri ile ilgili mi? Yoksa matematiksel olarak hiçbir şey söylenemez mi?

**Öğrenci:** Bence hiçbir şey söylenemez.

*Araştırmacı: Mesela şekil dörtgen olduğu için iç açıları 360 derecedir diyemez miyiz?*

*Öğrenci: Evet deriz yani doğru...ben öyle düşünmemiştim. Ama biz derste bir bilgi yoksa yorum yapmayın diye öğrendik (Ne görüyorsun-1 etkinliğini ifade ediyor) ...*

Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci için bir çıkarımda bulunma ancak şekil ile ilgili bazı bilgilerin verilmesi ile mümkündür. Bunu derste öğrendiklerini ifade eden öğrencinin verdiği cevaplar öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanmadan çıkarımda bulunabilmeleri için hazırlanan “Ne Görüyorsun-1” etkinliğinin bazı öğrencileri yanlış yönlendirdiğini göstermektedir. Aslında açı ve kenar uzunlukları ile ilgili verilen bilgiden geometrik şekillerin eş olması ile ilgili bir sonuç çıkarılamayacağından şeklin üst üste gelip gelemeyeceği ile ilgili kesin bir cevabın verilemeyeceğini ifade etmeleri beklenen öğrencilerin böyle bir düşünce içine girmesi hazırlanan etkinliklerden birinin her öğrenci için istenen amaca tam olarak hizmet etmediğini göstermektedir. Fakat bu sonuç hazırlanan etkinliklerin her öğrenci için istenen amaca hizmet etmediği fikri oluşturmamalıdır. Bazı öğrenciler etkinlikte verilmek istenen davranışı kazandıklarını verdikleri cevaplarda göstermişlerdir. 2 puan kategorisinde yer alan öğrencilerden (D1) birinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir:

**CÉVAP:** Şekil kare olsaydı olabilirdi. Ama verilen bilgiler yine yeterli değildir.

(Şekil kare olsaydı olabilirdi. Ama verilen bilgiler yine yeterli değildir)

Şekil 51. 2 puan kategorisinde yer alan D1 kodlu öğrencinin verdiği cevap

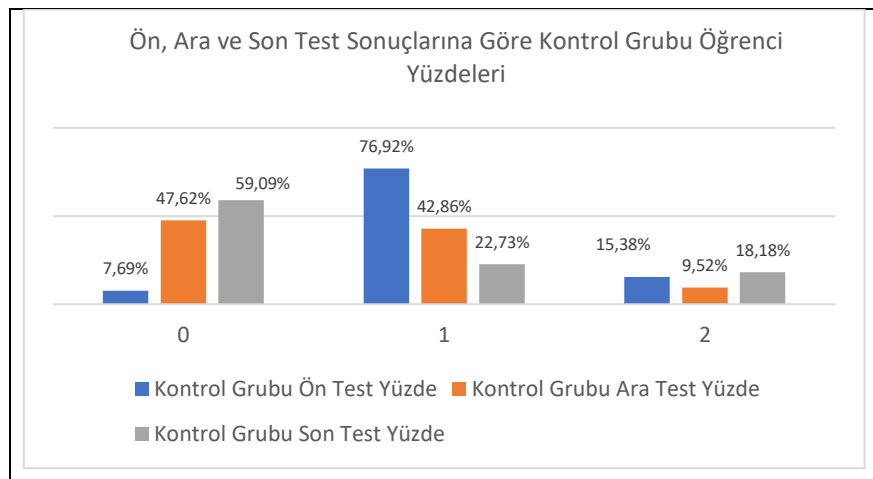
Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci şekil üzerinde verilen bilgilerin yeterli olmadığını ifade etmiştir. Bu durum öğrencinin şeklin kendisini bir bilgi olarak algıladığını göstermektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye hangi bilgilerin yeterli olmadığı sorulmuş, öğrencide üçgenlerin eş olması ile ilgili şartların şekil üzerinde verilen bilgilerle yerine getirilmediğini ifade etmiştir. Şekil üzerinde hiçbir bilgi verilmediği için bir şey söylenemeyeceğini ifade eden öğrencilerden farklı olarak bu öğrenci eşlik aksiyom ve



teoremlerinin şartlarının şekil üzerinde verilen bilgilerle sağlanmadığını ifade etmiştir. Öğrenci (D1) ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

- Araştırmacı:** Şekil üzerinde verilen üçgenler üst üste gelir mi? Ne düşünüyorsun.
- Öğrenci:** Üst üste gelmez
- Araştırmacı:** Neden?
- Öğrenci:** Çünkü burada açı ve kenarla ilgili bir bilgi verilmemiş. Bilgiler eksik üst üste gelip gelmemede...
- Araştırmacı:** Nasıl bir bilgi eksikliği var?
- Öğrenci:** Kenar-açı-kenar gibi yani...Üçgenlerin eş olursa üst üste gelir bunun sağlanması lazım onu demek istedim.
- Araştırmacı:** Şekil üzerinde hangi bilgiler var o zaman?
- Öğrenci:** Yani şu üçgenlerin iç açıları toplamı 180 derecedir. Ya da şu dörtgenin iç açıları toplamı 360 derecedir.

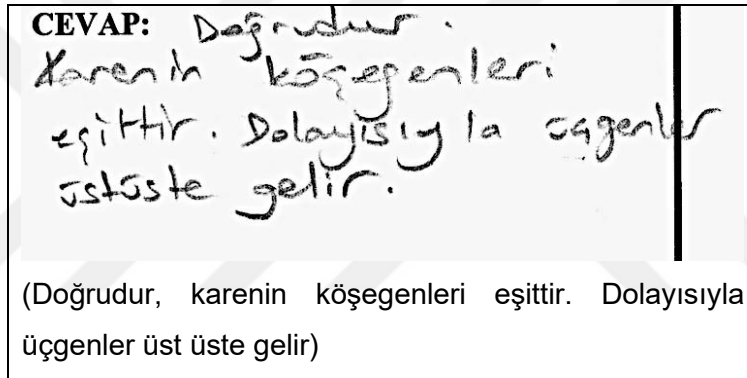
Mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci verilen şekil üzerinde eşlik ile ilgili matematiksel ilkelerin şartlarını sağlayan bilgilerin bulunmadığını verilen bilgilerden de bu bilgilerin elde edilemeyeceğini belirtmiştir. Öğrenciye hangi bilgilerin var olduğu sorulduğunda da üçgenin ve dörtgenin iç açıları toplamını söylemiştir. Bu durum öğrencinin verilen geometrik şekil üzerinde matematiksel ilkelerin şartlarını sağlayacak bilgiler aradığını eğer bu bilgiler yoksa da şeklin kendisini bir bilgi aracı olarak gördüğünü göstermektedir. Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre teorik muhakeme bilişsel süreç test sonuçlarına göre durumu ise Grafik 6'da aşağıdaki gibidir:



Grafik 6. Ön, ara ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrenci yüzdeleri

Grafik 6'dan görüleceği gibi kontrol grubu öğrenci yüzdeleri 0 (sıfır) puan kategorisinde giderek artarken 1 puan kategorisinde giderek azalmaktadır. Yani kontrol

grubu öğrencilerinden bazıları başlangıçta matematiksel ilkeler kullanmamalarına rağmen verilen durumu günlük konuşma dili ile açıklayabiliyorken uygulama sonunda bu öğrencilerin davranışları şeklin görünüşünden etkilenecek açıklama yazmaya doğru değişmiştir. Bununla birlikte ara testten son teste doğru 2 puan kategorisinde öğrenci yüzdesinde bir artış olduğu görülmektedir. Son test öğrenci yüzdelere bakıldığında ise öğrencilerin %18'inin 2 puan kategorisinde yaklaşık %23'nin 1 puan kategorisinde ve %59'unun 0 (sıfır) puan kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu da kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir bölümünün uygulama sonunda hala matematiksel ilkeleri kullanarak bir çıkarımda bulunabilmede güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Son teste verilen cevaplar incelendiğinde bunun nedeninin deney grubunda olduğu gibi öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanarak bir açıklama yazmalarından kaynaklandığı görülmektedir. 0 (sıfır) puan kategorisinden bir öğrencinin (K25) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 52. 0 (sıfır) puan kategorisinden K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüldüğü gibi öğrenci şeklin görünüşüne aldanarak şekli bir kare olarak düşünmekte ve böylece üçgenlerin üst üste geleceğini ifade etmektedir. Ayrıca öğrenci karenin köşegenleri arasındaki ilişkiyi düşüncesini gerekçelendirmeye bir araç olarak kullanmıştır. Fakat şeklin kare olması için gerekli matematiksel şartların oluşup oluşmadığını dikkate almamıştır. Çünkü öğrenci için şeklin görünüşü kare olması için yeterlidir. Van Hiele'nin birinci seviyesini karakterize eden şeklin görünüşüne göre bir sonuca ulaşma davranışı burada da görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmeden öğrencinin (K25) şeklin görünüşünden hareketle şeklin bir kare olduğu sonucuna ulaştığı ve kare olma şartlarını bu sonuç üzerinden belirlediği anlaşılmaktadır.

**Araştırmacı:** Şekil üzerinde verilen üçgenler üst üste gelir mi? Ne düşünüyorsun.

**Öğrenci:** Gelir. Çünkü şekil kare olduğu için bu iki üçgen birbirinin aynısıdır ve üst üste gelir.

**Araştırmacı:** Şeklin kare olduğunu nasıl anladın?

*Öğrenci: Kenarlar eşit ve şu açılar (verilen şeklin iç açılarını gösteriyor) 90 derecedir.*

*Araştırmacı: Kenarların eşit açılarının 90 derece olduğunu nasıl anladın?*

*Öğrenci: Görülüyor zaten.*

Verilen mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci şeklin bir kare olduğu hükmü ile başlamakta bunu kenarların eşit, açılarının 90 derece olması ile gerekçelendirmektedir. Öğrencinin düşünme süreci aşağıdaki gibi gösterilebilir:

*Hüküm: Şekil karedir (şeklin görünüşüne bakarak)*

*Kural: Karenin kenarları eşit ve açıları 90 derecedir*

*Hipotez: Verilen şekilde de kenarlar eşit açılar 90 derecedir (şeklin görünüşüne göre oluşturulan hükmün doğal sonucu)*

Gözlem neticesinde oluşan bir hüküm ile başlayan ve bu hükmü geçerli kılacak olası açıklamalara ulaşmaya çalışan düşünme süreci literatürde geri-çıkartım olarak adlandırılmaktadır (Meyer, 2010). Bu da 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerinin bazılarında uygulama boyunca tümdengelim düşünme yerine geri-çıkartım düşünmenin geliştiğini göstermektedir.

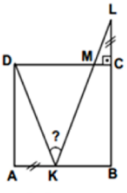
#### **4. 1. 3. Öğrencilerin Çıkartım Basamaklarından Birinden Elde Ettiği Sonucu Diğer Basamaklarda Kullanabilmelerine Yönelik Bulgular**

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta öğrencilerin çıkartım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu diğer basamakta kullanabilmelerine yönelik bulgular yer almaktadır.

##### **4. 1. 3. 1. Uygulama Öncesi**

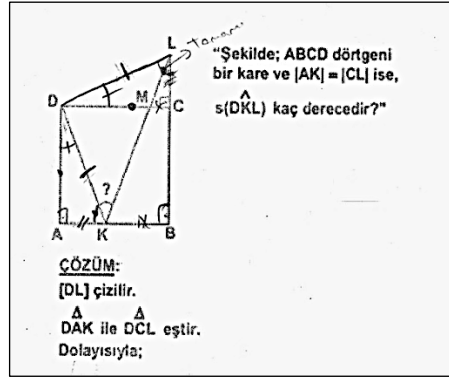
Öğrencilerin teorik muhakeme becerisinin bir göstergesi: Çıkartım basamaklarından elde edilen bir sonucun diğer basamaklarda kullanılabilmesidir. Uygulama süresince ön, ara ve son test olarak uygulanan teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinde bu beceri üçüncü soru ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplar 0 (sıfır) dan 2'ye kadar oluşturulan kategorik puanlar kullanılarak değerlendirilmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencileri için uygulama öncesi yapılan ön testin analizi neticesinde belirlenen kategorilere düşen öğrenci sayıları ve yüzdesi aşağıdaki gibidir:

Tablo 16. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU				
Aşağıda verilen sorunun çözümü belirli bir yere kadar yapılmıştır. Sorunun çözümünü kaldığı yerden devam ettirip sonucu bulmaya çalışınız.				
 <p>"Şekilde; ABCD dörtgeni bir kare ve <math> AK  =  CL </math> ise, <math>\hat{s}(DKL)</math> kaç derecedir?"</p> <p><b>ÇÖZÜM:</b> [DL] çizilir. <math>\triangle DAK</math> ile <math>\triangle DCL</math> eştir. Dolayısıyla; ..... .....</p>				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu diğer basamaklarda kullanabilir	0: Boş bırakır veya çözümü doğru devam ettiremez. 1: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz. 2: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır.			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	19	76,00%	22	84,62%
1	6	24,00%	4	15,38%
2	0	0,00%	0	0,00%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=26	Toplam=%100

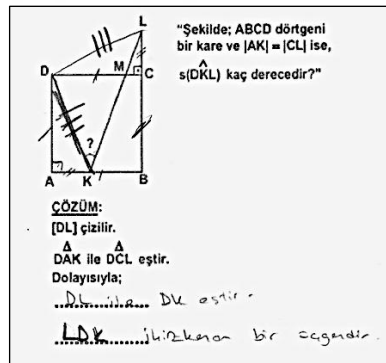
Tablo 16'den görüleceği gibi deney grubundan yirmi beş, kontrol grubundan ise yirmi altı öğrenci sınava katılmıştır. Her iki grupta da en fazla öğrenci 0 puan kategorisinde yer almaktadır. 1 puan kategorisinde deney grubundan 19 ve kontrol grubundan 22 öğrenci bulunmaktadır. Bununla birlikte 2 puan kategorisinde hem deney hem de kontrol grubundan hiç öğrenci yer almamıştır. Bu durum deney ve kontrol grubu öğrencilerinin hiçbirinin çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanarak doğru sonuca ulaşamadığını göstermektedir.

1 puan kategorisindeki öğrenci yüzdelerine bakıldığında deney grubunun %24'ü kontrol grubunun ise yaklaşık %15'i çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanmalarına rağmen doğru sonuca ulaşamadığı görülmektedir. Bu öğrenciler bazı sonuçlar elde etmelerine rağmen bu sonuçlar öğrencilerin doğru cevaba ulaşmalarını sağlamamıştır. Deney grubundan D3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 53. 1 puan kategorisinde yer alan D3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Şekil 53'den görüldüğü gibi öğrenci çözümde verilen bilgileri kullanarak eş üçgenlerin eş açılarını belirlemiştir. Fakat KDL açısının 90 derece olduğunu ve KD ile DL doğru parçalarının eş olmasından dolayı K açısının 45 derece olması gerektiği sonucuna ulaşamamıştır. Deney grubundan bir başka öğrenci ise DKL üçgeninin ikizkenar olduğunu belirttikten sonra yine KDL açısının 90 derece ve K açısının 45 derece olduğunu gösterememiştir. Bu öğrenci (D24) ile yapılan görüşmede öğrenciye çözümü neden devam ettiremediği sorulduğunda başka bir şey bulamadığını ifade etmiştir. Öğrencinin verdiği cevap ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 54. 1 puan kategorisinde bulunan D24 kodlu öğrencinin yazılı cevabı

**Araştırmacı:** DKL üçgeninin ikizkenar olduğunu ifade etmişsin fakat devam etmemişsin. Neden devam etmedin?

**Öğrenci:** Başka bir şey bulamadım

**Araştırmacı:** Bir şeyler bulmaya çalıştın mı?

**Öğrenci:** Baktım ama bulamadım. Karenin kenarları eşit, açıları 90 derece şu kenarlar eşit (eş üçgenlerin kenarlarını gösteriyor) fakat daha ileri gidemedim.

**Araştırmacı:** Şurada KDC açısı ile KDA açısının toplamı kaç derece yapar?

Öğrenci: 90 derece

Araştırmacı: KDA açısı ile CDL açıları arasında nasıl bir ilişki var?

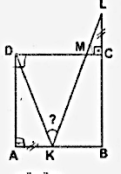
Öğrenci: İkisi de çift çizgiyi gördüğünden eşit

Araştırmacı: O zaman KDL açısı kaç derece olur?

Öğrenci: Anladım burası (KDL açısını gösteriyor) 90 derece olduğundan K açısı 45 derecedir. Kolaymış aslında.

Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci verilen bilgileri kullanarak eş üçgenlerin açılarının ve kenarlarının eş olması gerektiği sonucunu şekil üzerine yansıtmasına rağmen KDL açısının 90 derece olduğunu görememiştir. Fakat kendisine bazı ip uçları verildiğinde çözüme ulaşabilmiştir. Sorunun gerektirdiği konu bilgisine sahip olmasına rağmen çözüme ulaşamayan öğrenci aslında eş üçgenler ile ilgili bilgiyi şeklin üzerine yansıtarak sözel algıdan görsel algıya geçişi yerine getirebilmiş iken daha sonrasında KDC açısının KDA ve CDL açıları ile olan ilişkisini görmesini sağlayacak şeklin belirli bir bölgesine odaklanma ve şekli parçalarına ayırma işlemlerini yapamamıştır. İşlevsel algının süreç içindeki rolünün eksik kaldığı böyle bir çözüm verilen şekil üzerinden yeni matematiksel ilişkilerin ortaya çıkarılmasında konudan ve kural bilgisinden bağımsız bir süreç yaşanması gerektiğini göstermektedir.

Konu bilgisi ya da matematiksel ilkelerin bilinmesi geometride verilen bir problemin doğru sonucunun bulunmasında yeter şart olmamasına rağmen matematiksel ilkelerin bilinmemesi de öğrencilerin doğru sonuca ulaşmasında bir engel teşkil etmektedir. Nitekim öğrencilerin ön teste verdikleri cevaplar incelendiğinde matematiksel ilkelerin bilinmemesinin doğru sonuca ulaşmada büyük bir engel olduğu görülmektedir. 0 puan kategorisinde yer alan bu öğrenciler ya çözümü boş bırakmışlar ya da çözümü doğru devam ettirememişlerdir. Kontrol grubundan (K25) öğrencilerden birinin verdiği cevap aşağıdaki gibidir:



"Şekilde; ABCD dörtgeni bir kare ve  $|AK| = |CL|$  ise,  $\angle(DKL)$  kaç derecedir?"

**ÇÖZÜM:**  
 $[DL]$  çizilir.  
 $\triangle DAK$  ile  $\triangle DCL$  eştir.  
 Dolayısıyla;  
 .....  $\triangle DAK$  bir dik üçgendir  
 .....  $\triangle DCL$  bir ikizkenar üçgendir

Şekil 55. 0 (sıfır) puan kategorisinden K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci DAK ile DCL üçgenlerinin eşliği bilgisini kullanmadan soruya cevap vermeye çalışmıştır. Bunu yaparken de görsel algısını kullanmıştır. Hiçbir bilgi olmamasına rağmen DKM üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu belirten bu öğrenci ile yapılan görüşmede (K25) öğrencinin iki üçgenin eş olması ile ilgili ortaokulda öğrendikleri konuyu hatırlamadığı anlaşılmaktadır. Öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: DKM üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu nereden buldun?*

*Öğrenci: Aslında bir şey aklıma gelmedi. Baktım ikizkenar üçgene benziyor ondan yazdım.*

*Araştırmacı: DAK ile DCL üçgenlerinin eş olmasını neden kullanmadın.*

*Öğrenci: Bir şey anlamadım.*

*Araştırmacı: Ortaokulda iki üçgenin eş olması ile ilgili bir konu görmediniz mi?*

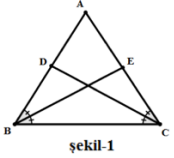
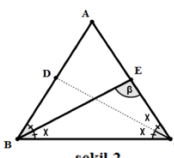
*Öğrenci: Hatırlamıyorum*

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci iki üçgenin eş olmasının ne anlama geldiğini bilmediği için bu bilgiyi sorunun diğer bölümlerinde kullanamamıştır. Bu nedenle görsel algıdan hareketle bir sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bu da öğrencilerin matematiksel ilkeler ile ilgili bilgilerinin geometri problemlerini çözerken ne kadar gerekli olduğunu göstermektedir. Fakat işlevsel algının fonksiyonları dikkate alındığında bunun yeterli olmadığı da anlaşılmaktadır. Bütün bunlar geometri problemlerin çözümünde matematiksel ilkelerin bilgisinin gerek fakat yeter şart olmadığını göstermektedir.

#### **4. 1. 3. 2. Uygulama Sürecinde**

Teorik muhakeme bilişsel süreç ön testi uygulandıktan sonra 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de üçüncü soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin çıkarım basamaklarından elde ettikleri bir sonucu diğer basamaklarda kullanabilme becerilerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin 3.soru için kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 17. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

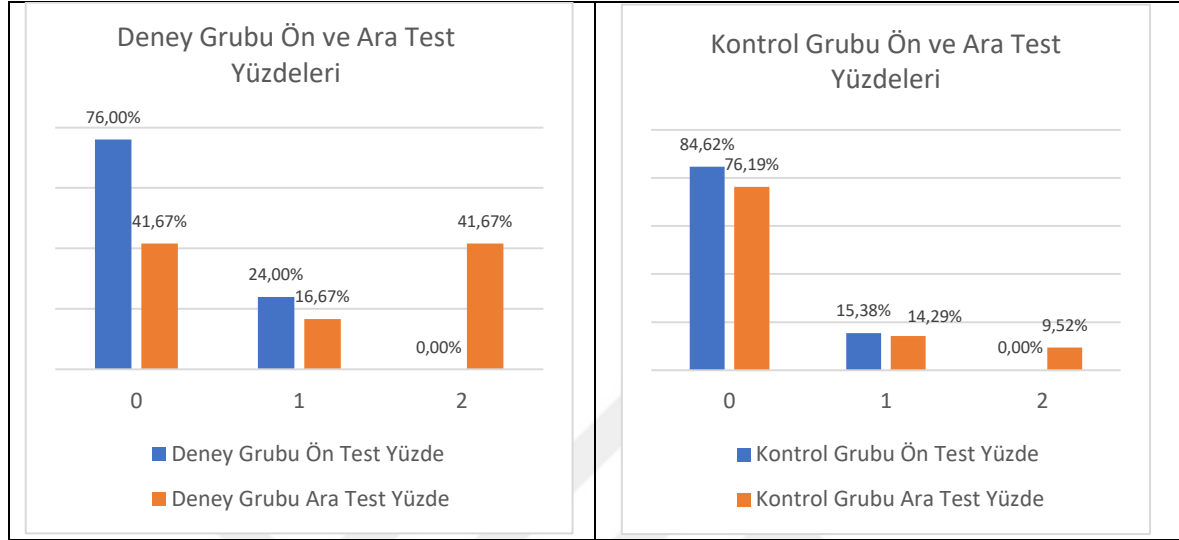
SORU				
<p>S3. Önerme: İkizkenar bir üçgende eş açılardan çizilen açıortayların uzunlukları eşittir.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.</li> </ul> <p>Verilen (hipotez): .....</p> <p>İstenen (hüküm): .....</p> <p>İspat:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>şekil-1</p> </div> <div> <ul style="list-style-type: none"> <li><math> AB = AC </math> ve <math>m(\hat{B}) = m(\hat{C})</math> olacak şekilde ikizkenar bir ABC üçgeni ile B ve C açısına ait açıortayları çizelim (şekil-1).</li> <li><math>m(\hat{EBC}) = x</math> derseniz <math>m(\hat{C}) = 2x</math> olur (şekil-2).</li> <li><math>m(\hat{E}) = \beta</math> olsun (şekil-2).</li> </ul> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><i>Verilen Bilgilerden Hareketle İspatı Devam Ettiriniz</i></p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  <p>şekil-2</p> </div>				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu diğer basamaklarda kullanabilir	0: Boş bırakır veya çözümünü doğru devam ettiremez.			
	1: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz.			
2: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır.				
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	10	41,67%	16	76,19%
1	4	16,67%	3	14,29%
2	10	41,67%	2	9,52%
Toplam=24		Toplam=%100	Toplam=21 Toplam=%100	

Tablo 17'de verilen ara test sonuçlarına göre deney grubundan 10 kontrol grubundan 16 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken 1 puan kategorisinde deney grubundan 4 kontrol grubundan 3 öğrenci yer almaktadır. Deney grubundan 10 kontrol grubundan 2 öğrenci ise 2 puan kategorisinde bulunmaktadır. Kontrol grubu öğrencileri çoğunlukla 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken deney grubu öğrencileri 0 ve 2 puan kategorisine eşit olarak dağılmıştır ve bu iki kategori deney grubunun yaklaşık %83'ünü oluşturmaktadır. 1 puan kategorisinde yer alan deney ve kontrol grubu öğrenci sayıları arasında önemli bir farklılık olmamasına rağmen 2 puan kategorisinde deney grubu öğrencileri daha fazladır. Bu da 2 puan kategorisi dikkate alındığından deney grubu öğrencilerinin bu göstergede kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Ön test ve ara test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara dağılımındaki değişim incelendiğinde ise (bkz. Grafik 7) deney grubu öğrencilerinin 0 (sıfır) ve 1 puan kategorisinde azaldığı bununla birlikte 2 puan kategorisinde arttığı görülmektedir. Kontrol grubu öğrencileri ise 0 (sıfır) ve 1 puan

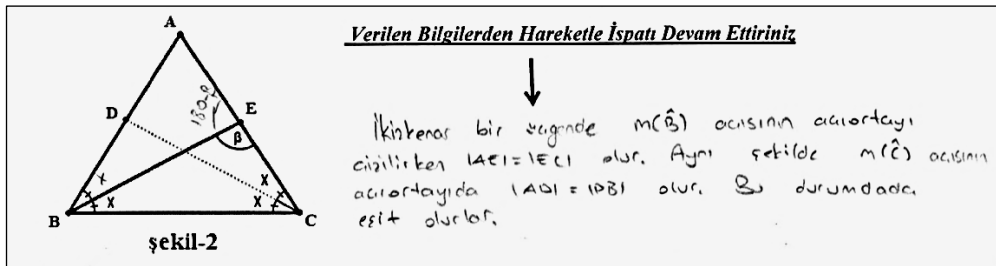


kategorisinde biraz azalırken 2 puan kategorisinde artmıştır. Fakat bu artış deney grubuna göre daha azdır. Böylece deney grubunda yapılan uygulamanın kontrol grubuna göre uygulama sürecinde daha iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.



Grafik 7. Ön ve ara test sonuçlarına göre kategorilere düşen deney ve kontrol grubu öğrenci yüzdeleri

Deney ve kontrol grubu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 0 (sıfır) puan kategorisinde olan öğrencilerin matematiksel ilkeler ile ilgili bilgilerinin yetersiz olduğu bunun görsel algının sözel algıyı yönetmesine böylece çözümün doğru devam ettirilmemesine neden olduğu tespit edilmiştir. Bu kategoride bulunan öğrenciler soruda verilen çıkarım basamaklarını kullanmak yerine görsel algılarından hareketle bir çözüm üretmeye çalışmışlardır. Deney grubundan D26 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

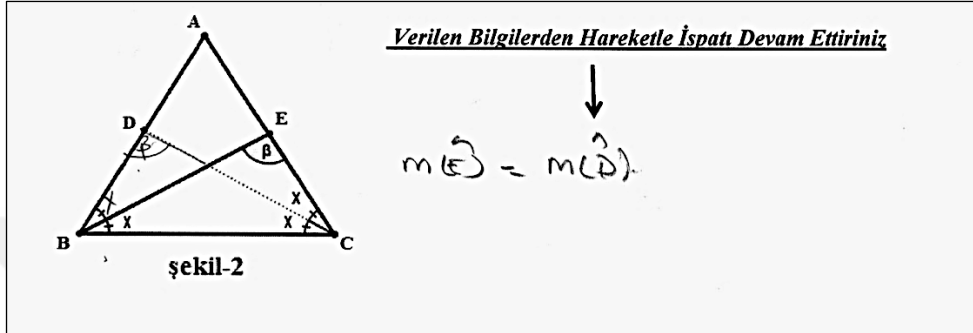


Şekil 56. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D26 kodlu öğrencinin yazılı cevabı

Öğrencinin verdiği cevap incelendiğinde şeklin görünüşünden etkilenerek AE ile EC doğru parçasının uzunluğunu ve AD ile DB doğru parçasının uzunluğunu eşit olarak aldığı

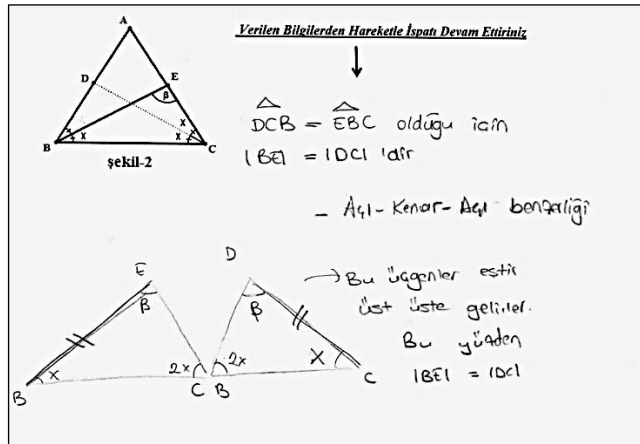
bundan hareketle açıortayların eşit uzunlukta olması gerektiği sonucuna ulaştığı görülmektedir.

1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullandığı fakat şekli uygun alt parçalara ayıramadığı bu nedenle ispatı tamamlayamadığı görülmüştür. Kontrol grubundan K12 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 57. 1 puan kategorisinde yer alan K12 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Öğrencinin verdiği cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci daha önce verilen bilgileri kullanarak E ile D açılarının ölçülerinin eşit olduğunu bulmuştur. Fakat bu bilgiyi kullanarak bir sonraki aşamaya geçememiştir. Bu geçişi ancak 2 puan kategorisindeki öğrenciler yapabilmmiştir. Bu öğrenciler şekli uygun alt parçalara ayırarak DBC üçgeni ile ECB üçgeninin eş üçgenler olduklarını bulmuşlardır. Bu bilgiden hareketle ikizkenar üçgenin açıortaylarının eşit olduğunu ispatlamışlardır. Deney grubundan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 58. 2 puan kategorisinde yer alan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüldüğü gibi öğrenci verilen bilgilerden hareketle şekli uygun alt parçalara ayırarak çözüme ulaşmıştır. Bu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye çözümü nasıl devam ettirdiği sorulduğunda verilen bilgileri kullanarak D ve E açılarının ölçülerini eşit bulduğunu daha sonra üçgenleri birbirinden ayırarak ve açı-kenar-açı benzerliğini kullanarak sonuca ulaştığını ifade etmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Verilen ispatta çözümü nasıl devam ettirdin?*

*Öğrenci: İlk önce açıortaydan şuranın (EBD açısını gösteriyor eşit olduğunu buldum)*

*Öğretmen: Daha sonra*

*Öğrenci: Daha sonra DCB üçgeni ile EBC üçgenini birbirinden ayırdım şu şekilde (kendi yaptığı çizimi gösteriyor). Sonra Açı-Kenar-Açı benzerliğinden BE ile DC birbirine eşit olur.*

*Araştırmacı: Çözümü yazarken bu üçgenler eşit üst üste gelir yazmışsın, üst üste gelmeyi neden yazma ihtiyacı hissettin.*

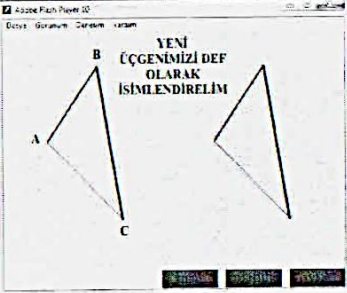
*Öğrenci: Biz derste eşlik konusunu işlerken animasyonda eş üçgenler üst üste geliyordu onun için yazdım.*

Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci işlevsel algısını kullanarak şekli uygun alt parçalara ayırmış ve sözel algısını kullanarak da bu iki üçgenin eş üçgenler olduğunu belirlemiştir. Bununla birlikte öğrenci derste gördükleri ve animasyon içeren etkinliklerden hareketle iki üçgenin eşliğini üst üste gelme ile ifade ettiğini belirtmiştir. Nitekim “Birbiriyle aynı üçgenler”, “İzle ve karar ver-1-2-3” etkinliklerinde öğrencilere iki üçgenin eş olması animasyon kullanılarak üçgenlerin birbirinin üstüne gelebilmesi ile açıklanmıştır. Bu etkinliklerde (bkz. Ek 4, öğretmen kılavuz kitabı) öğrencilere animasyon izletildikten sonra animasyon ile ilgili bazı sorular sorulmuştur. Bu sorular yardımıyla öğrencilerde iki üçgenin eş olması üst üste gelebilme ile ilişkilendirilmiştir. Birbiri ile aynı üçgenler etkinliği için deney grubundan bir öğrencinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:

**BİRBİRLERİYLE AYNI ÜÇGENLER**

Not: Animasyonda yazı ortaya çıktığında animasyon duracaktır. Yazıyı okuduktan sonra OYNAT butonuna basınız

YENİ ÜÇGENİMİZİ DEF OLARAK İSİMLENDİRELİM



- Animasyon aşağıda verilen bölümlerde duracaktır. Burada yazılı sorulara cevap vermeye çalışınız.

- Sizce bu iki üçgenin kenar uzunlukları birbirine eşit midir? Neden?  
Evet gibidir. Çünkü iki üçgen üst üste gelince kenarları eşit olur.
- Acaba bu iki üçgenin açıları birbirine eşit mi? Neden?  
İki üçgen birbiri üstüne gelir ve kenar uzunlukları eşit olur bu yüzden açıları da eşittir.

Şekil 59. Birbiriyle aynı üçgenler etkinliğinden bir öğrencinin çalışma yaprağı

Çalışma yaprağından görüldüğü gibi öğrenciye animasyonu izletildikten sonra üçgenin kenarları ve açıları ile ilgili sorular sorulmuştur. Öğrenci sorulara üçgenlerin üst üste gelmesini gözlemleyerek “iki üçgen birbiri üstüne gelir ve kenar uzunlukları eşit olur bu yüzden açıları da eşittir” cevabını vermiştir. Bu durum animasyon içeren etkinliklerin öğrencilerde doğal muhakemeyi geliştirecek davranışlar ortaya çıkartabildiğini göstermektedir.

#### 4. 1. 3. 3. Uygulama Sonunda

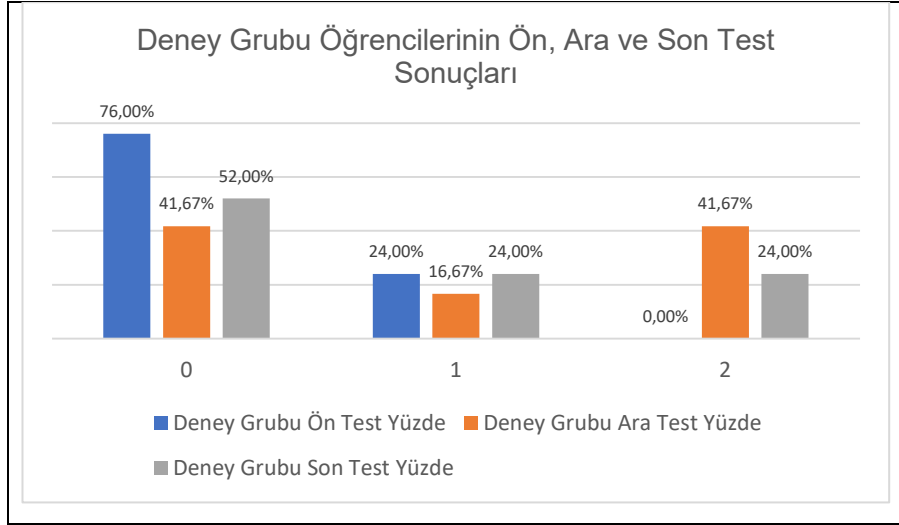
Teorik muhakeme bilişsel süreç ara testinden sonra uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de üçüncü soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu diğer basamaklarda kullanıp kullanamayacaklarını ortaya çıkartabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 18. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
<p>S3. Önerme: Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.</p> <p>Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.            Verilen (hipotez): .....            İstenen (hüküm): .....</p> <p>İspat:            Bir ABC dik üçgeni çizelim ve <math>m(A)=90</math> derece olsun.            D noktasından AB doğru parçasına paralel bir doğru çizelim ve bu doğrunun AC doğru parçasını kestiği noktayı K olarak alalım.</p> <p style="text-align: center;">↓  <u>Verilen Bilgilerden Hareketle İspatı Devam Ettiriniz</u></p> <p>.....            .....</p>				
Gösterge		Kategorik Puanlama Cetveli		
Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu diğer basamaklarda kullanabilir		0: Boş bırakır veya çözümünü doğru devam ettiremez. 1: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz. 2: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır.		
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	13	52,00%	16	72,73%
1	6	24,00%	5	22,73%
2	6	24,00%	1	4,55%
Toplam=25		Toplam=%100		Toplam=22
				Toplam=%100

Tablo 18'de verilen son test sonuçlarına göre deney grubundan 13 kontrol grubundan 16 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer almaktadır. 1 puan kategorisinde ise deney grubundan 6 kontrol grubundan 5 öğrenci bulunmaktadır. Deney grubundan 6 kontrol grubundan 1 öğrenci ise 2 puan kategorisinde yer almaktadır. Kategorilere düşen öğrenci yüzdelerine bakıldığında deney grubunun %48'i kontrol grubunun ise yaklaşık %27'si 1 ve 2 puan kategorisinde yer almaktadır. Sadece iki puan kategorisi dikkate alındığında ise deney grubunun %24'ü kontrol grubunun %4,55'i 2 puan kategorindedir. Gerek 1 ve 2 puan kategorisine düşen öğrenci yüzdeleri gerekse sadece 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdeleri dikkate alındığında deney grubu öğrencilerinin son test sonuçlarına göre kontrol grubundan daha başarılı olduğu söylenebilir.

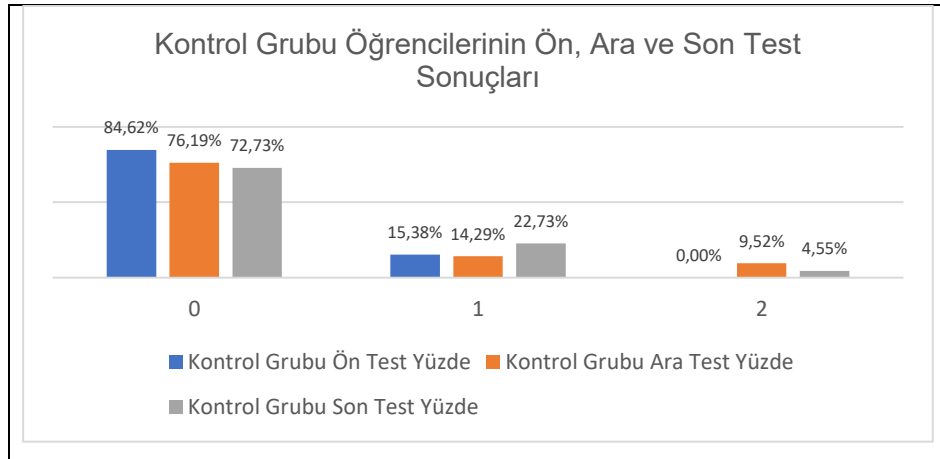
Deney ve kontrol grubu öğrencilerinde ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişim olduğunu görebilmek için her bir testin sonuçlarından (ön, ara ve son test) kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerine bakmak gerekir. Deney grubu öğrencileri için bu aşağıdaki gibidir:



**Grafik 8.** Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorilere düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 8 incelendiğinde deney grubu öğrenci yüzdelerinin son testte ara teste göre 0 ve 1 puan kategorilerinde arttığı bununla birlikte 2 puan kategorisinde azaldığı görülmektedir. Bu da ara testte 2 puan kategorisinde yer alan bazı öğrencilerin 1 ve 0 puan kategorilerine düştüğünü göstermektedir.

Benzer şekilde kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre değişimini gösteren grafik ise şu şekildedir:



**Grafik 9.** Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorilere düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 9 incelendiğinde kontrol grubu öğrenci yüzdelerinin 0 (sıfır) puan kategorisinde giderek azaldığı 1 puan kategorisinde ise ön ve ara teste göre son testte arttığı görülmektedir. 2 puan kategorisinde ise ara teste göre son testte öğrenci yüzdelerinin düştüğü görülmektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 0 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin matematiksel ilkeler ile ilgili bilgilerinin yetersiz olmasının görsel algılarının sözel algılarını yönetmesine ve bunun çözümün doğru devam ettirilmemesine neden olduğu görülmektedir. Deney grubundan D15 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

**İspat:**

- Bir ABC dik üçgeni çizelim ve  $m(A) = 90$  derece olsun.
- D noktasından AB doğru parçasına paralel bir doğru çizelim ve bu doğrunun AC doğru parçasını kestiği noktayı K olarak alalım.

↓

Verilen Bilgilerden Hareketle İspatı Devam Ettiriniz

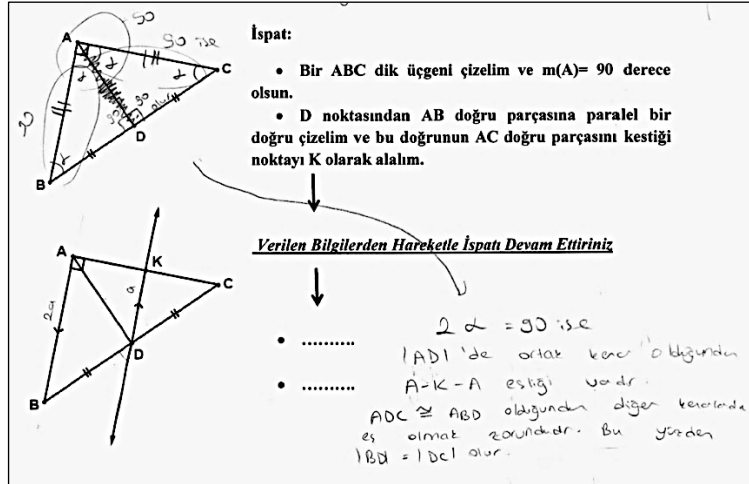
↓

- $\hat{A}BD = \hat{A}CD$  ( $k-A-k$ )
- K kenarortayıdır.  $|AK| = |KC|$
- $\hat{A}DC = 90^\circ$  ve böylelikle  $|AD| = |DC| = |BD|$

○ lwr

Şekil 60. 0 (sıfır) puan kategorisinden D15 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüldüğü gibi öğrenci ABD ve ACD üçgenlerinin eş, D açısını 90 derece ve DK doğrusunun kenarortay olması gibi durumları soruda verilen bilgileri (D noktasından AB doğru parçasına paralel bir doğru çizilmesi gibi) kullanmadan görsel algısı yani şeklin görünüşüne göre belirlemiştir. Soruda D açısı ile ilgili bilgi verilmemesine rağmen öğrencinin bu açıyı 90 derece olarak hiçbir matematiksel gerekçeye başvurmadan alması da bunu göstermektedir. Bu öğrenciler genellikle soruda verilen öncülerden hareket etmek yerine zihinlerinde oluşan imgeleri kullanarak bir sonuca varmaktadırlar. Nitekim hem deney hem de kontrol grubu öğrencileri ile yapılan görüşmelerde 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin soruda verilen bilgilere dikkat etmeden doğrudan şekle odaklandıkları ve şekil üzerinden zihinlerinde oluşan imgeleri kullanarak bir sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir. Deney grubundan (D16) bir öğrencinin verdiği yazılı cevap ve bu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 61. 0 (sıfır) puan kategorisinden D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

**Araştırmacı :** Soruda verilen bilgilerden hareketle ispatı devam ettirmen istenmiş, sende buralara (üçgenin içindeki açılar gösteriyor)  $\alpha$  demişsin neden?

**Öğrenci:** Çünkü AD ile DC kenarları birbirine eşit. Bu yüzden  $2\alpha = 90$  olur.

**Araştırmacı:** Tamamda niye AD ile DC birbirine eşit olsun ki?

**Öğrenci:** Eşlik var hocam...

**Araştırmacı:** Nerede var?

**Öğrenci:** Açık-Kenar-Açık eşliği var (ADC üçgenini gösteriyor)

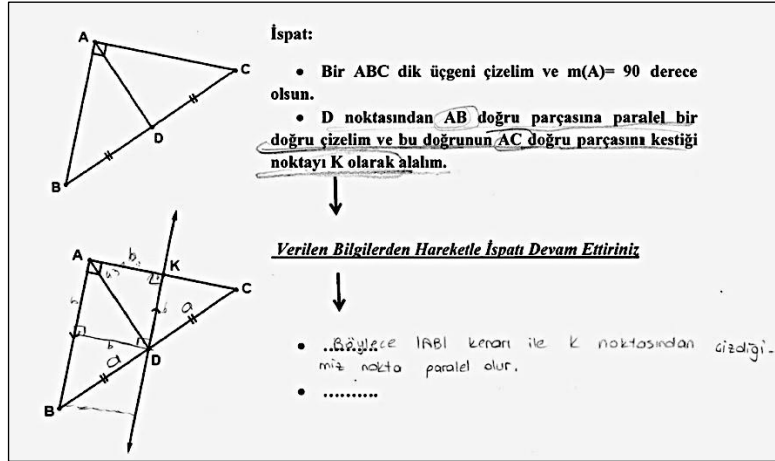
**Araştırmacı:** Niye eş olsun ben anlamadım?

**Öğrenci:** Hocam D açısı 90 derece bunlarda (ADB ve ADC üçgenlerini gösteriyor) ikizkenar üçgen olduğundan buralar  $\alpha$  olur AD kenarı da ortak kenar olduğundan bu üçgenler eş üçgenlerdir.

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci soruda verilen bilgileri kullanmadan doğrudan şeklin görünüşüne aldanarak çıkarımda bulunmuştur. Nitekim mülakat sırasında öğrenciye yapmış olduğu çıkarımları gerekçelendirmesi istendiğinde şekli referans göstererek cevaplar vermiştir. Öğrencinin hiçbir matematiksel gerekçede bulunmaksızın D açısını 90 derece olarak alması bunun en önemli göstergesidir.

Hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin yazılı verdikleri cevaplarda 1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin ispatı devam ettiremedikleri tespit edilmiştir. Gerek yazılı verilen cevaplar gerekse öğrencilerle yapılan görüşmelerden hareketle bu öğrencilerin ispatı devam ettirememesinin temel nedeninin şeklin uygun alt parçalarına odaklanamama ya da şekil ile matematiksel ilkeler arasında uygun etkileşimler kuramama olduğu tespit edilmiştir. Şekil ile matematiksel ilkeler arasında uygun etkileşimler kuramayan kontrol grubundan K17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:





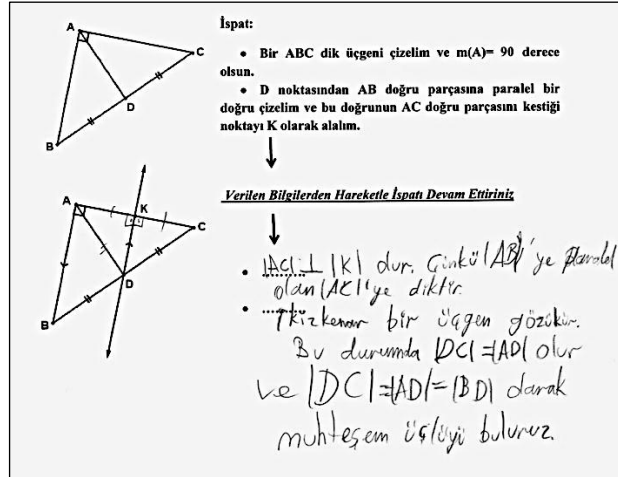
Şekil 62. 1 puan kategorisinde yer alan K17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaptan görüldüğü gibi öğrenci D noktasından çizilen paralelden hareketle K açısının 90 derece olduğunu göstermiştir. Fakat şekil üzerinde yapılabilecek uygun parçalamalar ile (fiziksel ve zihinsel olabilir) çizilen şekil ile temel orantı teoremi arasında ilişki kurarak AK ile KC doğru parçalarının birbirine eş olduklarını bulamamıştır. Bu öğrenci ile (K17) yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

- Araştırmacı:** *K açısının 90 derece olduğunu göstermişsin, neden?*
- Öğrenci:** *Bu kenarlar (AB ve DK' y) gösteriyor paralel olduğundan burası 90 ise burası da 90'dır.*
- Araştırmacı:** *Peki bu paralellikten başka özellik çıkar mı?*
- Öğrenci:** *Bilmiyorum...*
- Araştırmacı:** *Temel orantı teoremini biliyor musun?*
- Öğrenci:** *Bilmiyorum*
- Araştırmacı:** *Ya da üçgenin bir kenarına paralel çizilen doğrular diğer kenarları orantılı parçalar özelliğini biliyor musun?*
- Öğrenci:** *Bilmiyorum*

Mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci şekil üzerinde bazı matematiksel özellikler keşfetmesine rağmen ispatı devam ettirebilmesi için gerekli teoremleri bilmediği için daha ileri gidememiştir. Şekil ile matematiksel ilkeler arasında ilişki kurmak için gerekli teorem bilgisi öğrencide bulunmadığı için yeterli sözel algı kullanılamamış böylece ispat belirli bir yerde durmuştur.

Hem deney hem de kontrol grubundan 2 puan kategorisinde yer alan öğrenciler ise şekil ile matematiksel ilkeler arasında doğru etkileşimler kurarak ispatı tamamlayabilmiştir. Kontrol grubundan K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 63. Kontrol grubundan K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Şekilden görüldüğü gibi öğrenci gerek paralellığı gerekse de temel orantı teoremini doğru kullanarak ispatı tamamlayabilmiştir. Bu öğrenci ile yapılan görüşmelerde öğrencinin matematiksel ilkelere hâkim olduğu ve şekil ile matematiksel ilkeler arasında doğru etkileşimler kurarak ve şeklin uygun bölümlerine odaklanarak sonuca ulaştığı tespit edilmiştir. K17 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Soruda ispatı tamamlaman istenmiş nasıl yaptığınızı açıklar mısınız?

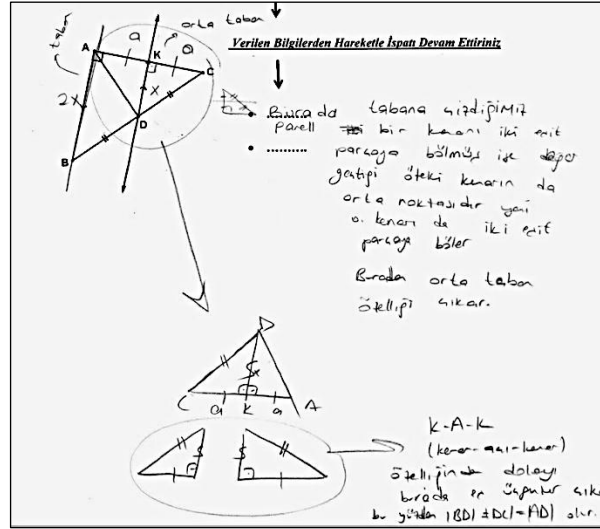
**Öğrenci:** İlk olarak paralellikten K açısının 90 derece olduğunu buldum daha sonra biz şey öğrenmiştik paralel doğru burayı (AC kenarını gösteriyor) ikiye bölerse karşı tarafı da böler. Onu kullandım. Sonra burada ikizkenar üçgen oluştu (ADC üçgenini gösteriyor). Bu nedenle şu kenarlar eşit olur (AD ile DC'yi gösteriyor).

**Araştırmacı:** ADC üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu nasıl anladın?

**Öğrenci:** Burada hem dikme hem de kenarortay var oradan anladım

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci ispat için gerekli matematiksel bilgilere sahip ve bunu geometrik şekil üzerinde gerektiği şekilde kullanabilmiştir. Bu da öğrencinin söze algısını bu soruda olması gerektiği gibi kullanabildiğini göstermektedir. Ayrıca öğrenci şeklin bütününden ADC üçgenini ayırarak bu üçgenin ikizkenar üçgen olduğuna şekil üzerinde verilen bilgileri kullanarak karar vermiştir. Bu durum öğrencinin sonuca ulaşmak için sözel ve işlevsel algısını etkili kullandığını göstermektedir.

Deney grubundan 2 puan kategorisinde bulunan bir başka öğrenci ise yine sözel işlevsel algısını etkili kullanarak ispatı tamamlamıştır. Bu öğrenci diğer öğrenciden farklı olarak işlevsel algısını ADC üçgenini şeklin bütününden ayırarak belirgin bir şekilde kullanmıştır. Deney grubundan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 64. 2. kategoride yer alan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.

Verilen yazılı cevaptan görüleceği gibi öğrenci sözel algısını kullanarak AK ile KC doğru parçalarının uzunluklarının birbirine eşit olduğunu bulmuştur. Bir sonraki aşamada ADC üçgenini parçalara ayıran öğrenci parçalar arasında bir eşlik oluşturmuştur. Oluşturduğu eşlikten yararlanan öğrenci ispatı doğru tamamlayabilmiştir. Bu durum öğrencinin hem sözel hem de işlevsel algısını bu soruda etkili kullanabildiğini göstermiştir.

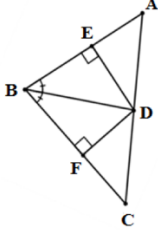
#### 4. 1. 4. Öğrencilerin Geometrik Bir Durumu İfade Ederken Matematiksel Kavramları Kullanabilmelerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilmelerine yönelik bulgular yer almaktadır.

##### 4. 1. 4. 1. Uygulama Öncesi

Öğrencilerin teorik muhakeme becerisinin bir göstergesi: Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilme becerisidir. Uygulama öncesinde bu beceri teorik muhakeme bilişsel süreç ön testinin dördüncü sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 2'ye kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 19. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
S4.Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.				
CEVAP:				
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir	0: Boş bırakır veya günlük konuşma dilini kullanarak şekli yanlış tarif eder 1: Günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder. 2: Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır.			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	23	92,00%	24	92,31%
1	2	8,00%	2	7,69%
2	0	0,00%	0	0,00%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=26	Toplam=%100

Tablo 19'dan görüleceği hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunluğu 0 (sıfır) puan kategorisinde yer almaktadır. 1 puan kategorisinde ise deney ve kontrol grubundan 2 öğrenci bulunmaktadır. Bu durum uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir bölümünün geometrik bir durumu ifade ederken günlük konuşma dilini kullandıklarını ve verilen şekli doğru tarif edemediklerini göstermektedir.

0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin matematiksel kavramlara yeterince hâkim olmadıkları, günlük konuşma dilini kullandıkları ve şeklin görünüşünden etkilenerek subjektif verilerden yararlandıkları tespit edilmiştir. Deney grubundan D1 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

**CEVAP:**  
İlk önce eşkenar üçgen çiz. ABC üçgeni.  
Sonra tepe noktasındaki açıyı tam olarak ikiye bölecek olan bir D doğrusu çiz. Sonra bu D noktasından başlayarak (BA)'ya dik olarak E doğrusunu (BC)'ye dik olarak F doğrusunu çiz. Sonra bu şekli sol tarafa çevir.

(İlk önce eşkenar üçgen çiz. ABC üçgeni sonra tepe noktasındaki açıyı tam olarak ikiye bölecek olan bir D doğrusu çiz. Sonra bu D noktasından başlayarak BA'ya dik olarak E doğrusunu BC'ye dik olarak F doğrusunu çiz. Sonra bu şekli sol tarafa çevir)

Şekil 65. 0 (sıfır) puan kategorisinden D1 kodlu öğrencinin yazılı cevabı

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci şeklin görünüşünden etkilenecek şekilde sola döndürülmüş eşkenar üçgen olarak tarif etmiştir. Verilen şekil üzerinde böyle bilgiler olmamasına rağmen öğrenci şeklin görünüşünü referans almıştır. Matematiksel kavramlarda yer, yön, görünüş gibi sübjektif bilgiler yer almamasına rağmen öğrenci şekli tarif ederken “sol tarafa çevir” gibi yön ifade eden ya da “açıortay” kavramı yerine “tam olarak ikiye bölecek” gibi şeklin görüntüsünü belirten kelimeler kullanmıştır. Benzer bulgular kontrol grubu öğrencilerinde de ortaya çıkmıştır. Kontrol grubundan K4 kodlu bir öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

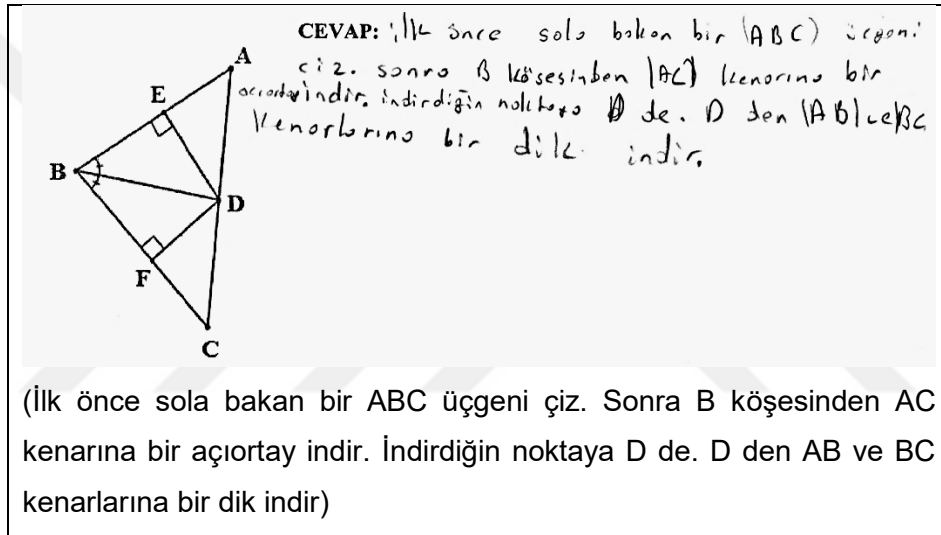
**CEVAP:** Önce sola dayatılmış üçgen çiz. İsimlendir yatan tarafın adı B en üstteki A alttaki C olsun sonra bir kenarı B olan ~~üçgen~~ dörtgen çiz. Ama dörtgen üçgeninde olsun A ve B kenarının ortasında D noktası olsun A ve B kenarının ortasında E olsun B ve C kenarının ortasında F olsun

Şekil 66. 0 (sıfır) puan kategorisinden K4 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevapta öğrenci diğer öğrenci gibi matematiksel kavramları kullanmak yerine “önce sola dayatılmış bir üçgen çiz” veya “yatan tarafın adı B en üstteki A alttaki C olsun”

gibi günlük konuşma dilinin hâkim olduğu ifadeler kullanmıştır. Teorik muhakeme sürecine yaklaşıldıkça kavramların ön plana çıktığı ve günlük konuşma dilinden uzaklaşıldığı düşünüldüğünde uygulama öncesi deney ve kontrol grubu öğrencilerinde matematiksel dil bakımından günlük konuşma dilini bir araç olarak kullanıldığı doğal muhakeme sürecinin hâkim olduğu söylenebilir.

Her iki grupta da 1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrenciler gibi günlük konuşma dilini kullandıkları görülmüştür. Fakat onlardan farklı olarak bu dili kullanırken şeklin görünüşünden etkilenmeden şekli doğru tarif edebilmişleridir. Deney grubundan bir öğrencinin (D25) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 67. 1 puan kategorisinden D25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevapta öğrenci “ilk önce sola bakan bir ABC üçgeni çiz” şeklinde günlük konuşma dili ile şeklin konumunu açıklamaya çalışmıştır. Fakat “açıortay” ve “dik” gibi kavramları kullanarak en önemlisi de şeklin görünüşünden etkilenmeden şekli doğru tarif edebilmiştir. Burada kullanılan günlük konuşma dili 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerden farklı olarak şeklin görünüşünden etkilenmemiştir.

#### 4. 1. 4. 2. Uygulama Sürecinde

Teorik muhakeme bilişsel süreç ön testi uygulandıktan 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de 4. soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanıp kullanamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte

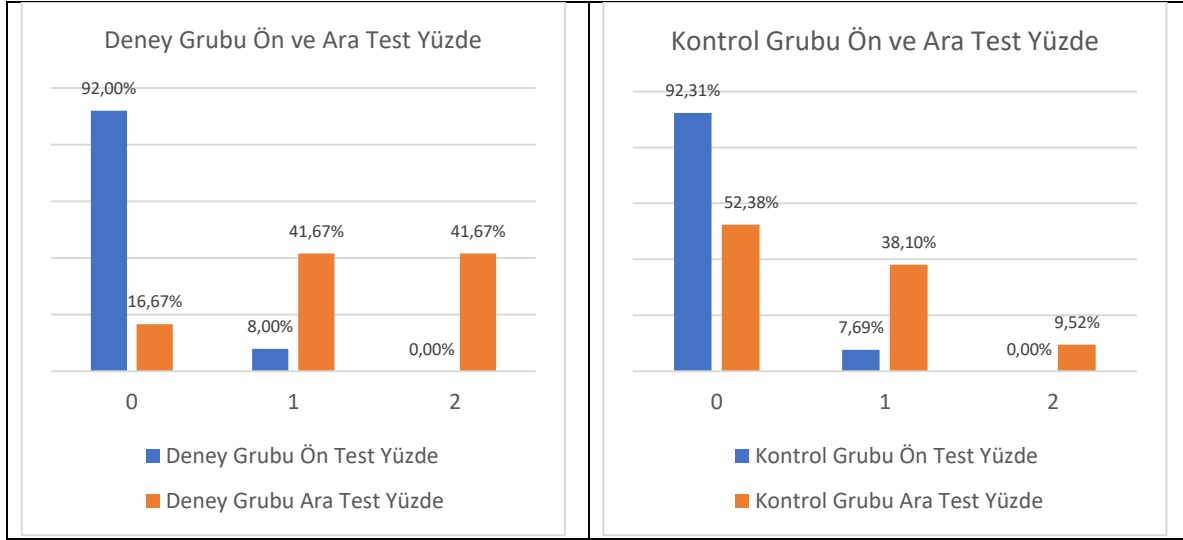
kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 20. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
S4.Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.				
CEVAP:				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir	0: Boş bırakır veya günlük konuşma dilini kullanarak şekli yanlış tarif eder 1: Günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder. 2: Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır.			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	4	16,67%	11	52,38%
1	10	41,67%	8	38,10%
2	10	41,67%	2	9,52%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=21	Toplam=%100

Tablo 20'den görüldüğü gibi deney grubundan 24 kontrol grubundan 21 öğrenci ara teste katılmıştır. 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 4 kontrol grubundan 11 öğrenci yer alırken 1 puan kategorisinde deney grubundan 10 kontrol grubundan 8 öğrenci yer almaktadır. Bu gösterge için en yüksek puanı içeren 2 puan kategorisinde ise deney grubundan 10 kontrol grubundan ise 2 öğrenci bulunmaktadır. 1 ve 2 puan kategorisi birlikte düşünüldüğünde deney grubunun yaklaşık %83'ü kontrol grubunun ise %48'i bu kategorilerde yer almaktadır. 1 ve 2 puan kategorisine düşen öğrenci yüzdeleri dikkate alındığında ara testte deney grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarını karşılaştırabilmek için hazırlanan ve kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren bir tablo ise şu şekildedir:



Grafik 10. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 10'dan görüleceği gibi ön ve ara test sonuçları karşılaştırıldığında her iki grupta da 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdelerinde bir azalma olurken 1 ve 2 puan kategorisinde bir artış ortaya çıkmıştır. 1 puan kategorisinde meydana gelen artış her iki grup için neredeyse aynı iken 2 puan kategorisinde deney grubundaki artış kontrol grubuna göre daha fazladır.

Ara test sonuçlarına göre 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde, bu öğrencilerin günlük konuşma dilini kullandıkları ve çoğunlukla kavram kullanmaktan kaçındıkları, kullandıklarında ise çoğunlukla yanlış kullandıkları bununla birlikte şeklin görünüşüne göre tasvirlerde buldukları, sübjektif veriler (yer, yön gibi) kullandıkları ve şeklin görünüşünden etkilendikleri tespit edilmiştir. Deney grubundan D14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı bir cevap aşağıdaki gibidir:

S2. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağınızı yazınız.

CEVAP: Bir  $\triangle ABC$  dik üçgeni çiz.  $A$  dan bir dik indir. İndirdiğin dik  $ABC$  ikizkenar olduğu için  $AD=BD=DC$  olacaktır

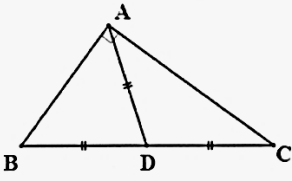
(Bir  $ABC$  dik üçgeni çiz.  $A$  dan bir dik indir. İndirdiğin dik  $ABC$  ikizkenar olduğu için  $AD=BD=DC$  olacaktır)

Şekil 68. 0 (sıfır) puan kategorisinden D14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap



Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci ABC dik üçgenini çizdikten sonra AD doğru parçasını BC doğru parçasına dik olarak çizilmesini istemiştir. Ayrıca ABC üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu ifade etmiştir. Bu durum öğrencinin şeklin görünüşünden etkilendiğini göstermektedir. Benzer bir durum kontrol grubu öğrencilerinde de ortaya çıkmıştır. Örneğin kontrol grubu öğrencilerden biri şeklin görüntüsünden etkilenecek AD doğru parçasını açıortay olarak çizdirmiştir. Bu öğrencinin (K4) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

S2.Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefonda arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağını yazınız.



CEVAP: Bir  $\triangle ABC$  üçgeni çizmeli sonra  $\angle A$ 'nın açıortayını çizmeliyiz,  $|BD|$  kenarı  $|DC|$  eşit olmalıdır.

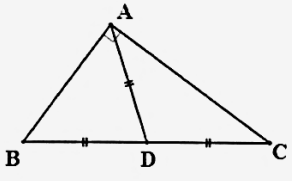
(Bir ABC üçgeni çizmeli sonra AD açıortayı çizmeliyiz, BD kenarı DC ye eşit olmalıdır)

Şekil 69. 0 (sıfır) puan kategorisinden K4 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaptan görüldüğü gibi öğrenci AD doğru parçasını üçgenin açıortayı olarak çizdirmeye çalışmaktadır. Şeklin görünüşünü referans olarak aldığı anlaşılan bu öğrencinin matematiksel kavramlar kullanmasına rağmen kavramların şeklin görüntüsünden bağımsız düşünemediği görülmektedir.

0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan deney ve kontrol grubu öğrencileri içinde şeklin görüntüsünden etkilenecek yanlış açıklamalar yazan öğrencilerle birlikte şekli tarif ederken kendisine göre bazı konum ve yön bilgileri vermeye çalışan öğrenci cevapları da tespit edilmiştir. Kontrol grubundan K6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

S2.Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefonda arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağını yazınız.



CEVAP:  $\triangle ABC$  hafif eğik bir üçgen  $m(\hat{A}) = 90^\circ$   $|AD|$  açıortay ve ortodirajne  $|BD| = |DC| = |AD|$

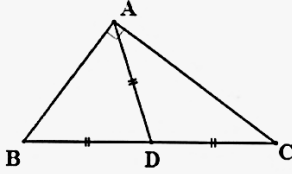
(ABC hafif eğik bir üçgen A açısı 90 derece AD açıortay ve orta dikme  $|BD|=|DC|=|AD|$ )

Şekil 70. 0 (sıfır) puan kategorisinden K6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı bir cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci “hafif eğik bir üçgen çiz” gibi kendisine göre bir yön bildiren sübjektif bir durumu şekli tarif ederken kullanmıştır. Geometrik şekillerin temsil ettikleri kavramların yer, yön gibi öznel verilerden bağımsız olduğunu anlayacak teorik düşünme düzeyinde olmadığı anlaşılan öğrenci AD kenarını açığortay ve orta dikme olarak ifade ederek şeklin görüntüsünden etkilenerek de açıklamalar yazmıştır. Bu durum hem deney hem de kontrol grubunda bulunan bazı öğrencilerin hala doğal muhakemenin göstergesi olan dili kullandıklarını göstermektedir.

Ara test sonuçlarına göre 1 puan kategorisinde yer alan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin yazılı verdikleri cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerde olduğu gibi günlük konuşma dilini kullandıkları fakat farklı olarak şekli tarif ederken şeklin görünüşünden etkilenmedikleri tespit edilmiştir. Deney grubundan D13 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

S2.Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefonda arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağını yazınız.



**CEVAP:**

2 doğru çiz ve arasındaki açı 90° olarak şekilde ayarla. Sonra 2 doğrunun aşağıdaki uçları arasındaki mesafeyi ölç. O mesafenin yarısı kadar A açısından yani 90 derece çizdiğin açıdan aşağıya doğru bir doğru parçası çiz. Sonra B ve C noktalarını birleştir. Yukarıdan aşağıya doğru indirdiğimiz doğru ile B ve C noktaları arasında çizdiğimiz kenarın kesiştiği yer D noktası olsun. 90°'den aşağıya doğru çizdiğimiz doğru aslında üçgenin BC kenarına ait kenarortayı olur.

(2 doğru çiz ve arasındaki açı 90 derece olacak şekilde ayarla. Sonra 2 doğrunun aşağıdaki uçları arasındaki mesafeyi ölç. O mesafenin yarısı kadar A açısından yani 90 derece çizdiğin açıdan aşağıya doğru bir doğru parçası çiz. Sonra B ve C noktalarını birleştir. Yukarıdan aşağıya doğru indirdiğimiz doğru ile B ve C noktaları arasında çizdiğimiz kenarın kesiştiği yer D noktası olsun. 90°'den aşağıya doğru çizdiğimiz doğru aslında üçgenin BC kenarına ait kenarortayı olur)

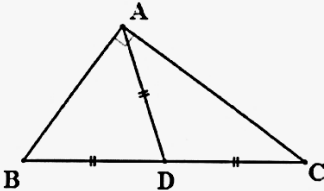
Şekil 71. 1 puan kategorisinde bulunan D13 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci “aşağıya doğru bir doğru parçası çiz” ya da “uçları arasındaki mesafeyi ölç” gibi günlük konuşma dili ile şekli çizdirmeye çalışmıştır.

Kavram kullanmak yerine verilen şeklin görünüşünü karakterize eden durumları günlük dili kullanarak yapan öğrenci bunu yaparken şeklin görüntüsünden etkilenmemiştir.

Hem deney hem de kontrol grubundan 2 puan kategorisinde yer alan öğrenciler ise verilen geometrik durumu matematiksel kavramları sübjektif veriler (konum, yön gibi) kullanmadan ifade edebilmiş ve şeklin görünüşünden etkilenmemiştir. Deney grubundan D20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

S2. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptığınızı yazınız.



**CEVAP:**  
 Bir üçgen çiz. Bu üçgenin tepe açısının ölçüsü 90 derece olacak şekilde ayarla. Tepe noktasından bir kenarortay indir ve tabanı iki eş parçaya böl. Bunları çift çizgiyle göster. Kenarortay ve iki eş parça birbirine eş olacaktır.

(Bir üçgen çiz, bu üçgenin tepe açısının ölçüsü 90 derece olacak şekilde ayarla. Tepe noktasından bir kenarortay indir ve tabanı iki eş parçaya böl. Bunları çift çizgiyle göster. Kenarortay ve iki eş parça birbirine eş olacaklar)

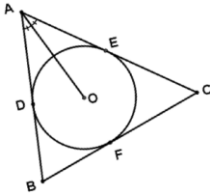
Şekil 72. 2 puan kategorisinde yer alan D20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen öğrenci cevabından görüleceği gibi 2 puan kategorisinde yer alan öğrenciler verilen şekildeki geometrik durumu olabildiğince kavramlarla ifade etmeye çalışmışlardır. Ayrıca şeklin konumu ve yönü gibi (sola yatık üçgen, hafif eğik vb.) öznel veriler kullanmadan mevcut durumu açıklayabilmişlerdir.

#### 4. 1. 4. 3. Uygulama Sonunda

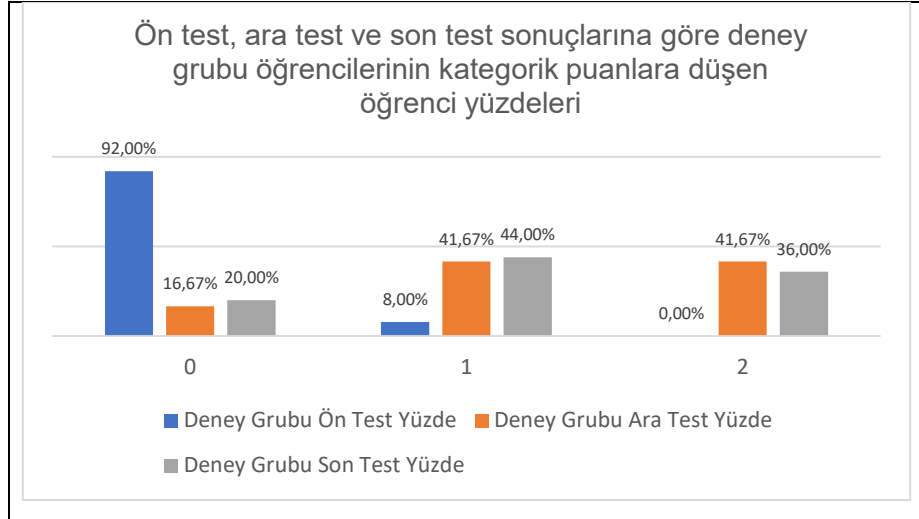
Teorik muhakeme bilişsel süreç ara testinden sonra uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de 4. soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin verilen geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanıp kullanamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 21. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU				
S4. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefonda arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağını yazınız.				
<b>CEVAP:</b>				
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir	0: Boş bırakır veya günlük konuşma dilini kullanarak şekli yanlış tarif eder 1: Günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder. 2: Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır.			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	5	20,00%	9	40,91%
1	11	44,00%	11	50,00%
2	9	36,00%	2	9,09%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablodan görüleceği gibi deney grubundan 5 kontrol grubundan 9 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken her iki gruptan da 11 öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. 2 puan kategorisinde ise deney grubundan 9 kontrol grubundan 2 öğrenci yer almaktadır. 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdeleri dikkate alındığında deney grubu öğrenci yüzdesinin (%36) kontrol grubu öğrenci yüzdesinden (%9) fazla olduğu görülmektedir. Gerek 1 ve 2 gerekse de sadece 2 puan kategorisindeki öğrenci yüzdelerine bakıldığında son testte deney grubunun kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu söylenebilir.

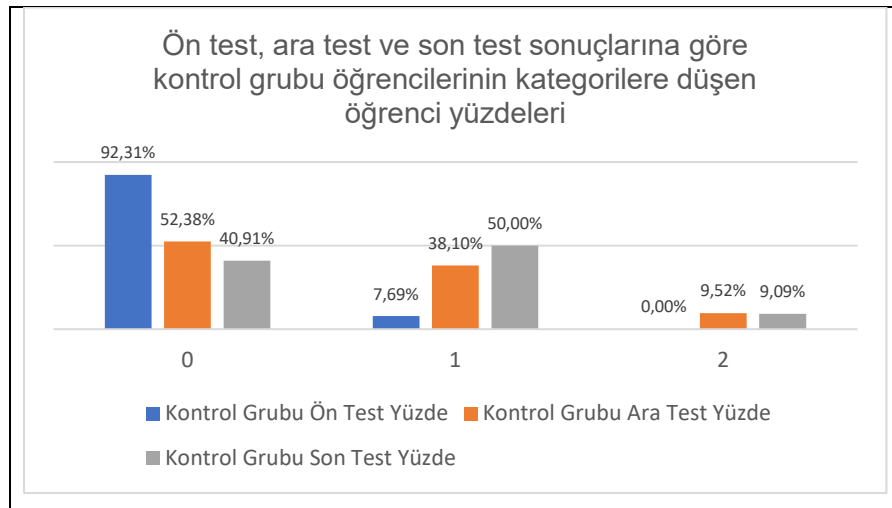
Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişim olduğunu görebilmek için her bir testin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerine bakmak gerekir. Deney grubu öğrencileri için bu Grafik 2 de aşağıdaki gibi verilmiştir:



Grafik 11. Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 11'den görüldüğü gibi deney grubu öğrenci yüzdesi 0 (sıfır) puan kategorisinde ön testten ara teste azalırken ara testten son teste bir miktar (yaklaşık %3) artmıştır. 1 puan kategorisinde ise ön testten son teste doğru öğrenci yüzdeleri sürekli artmıştır. Bu artış ön ve ara test arasından yaklaşık %24 iken ara ve son test arasında yaklaşık %2'dir. 2 puan kategorisinde ise ön testten ara teste öğrenci yüzdesi artarken ara testten son teste öğrenci yüzdesinde fazla bir değişim olmamıştır.

Kontrol grubu öğrencilerinin ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişim olduğunu görebilmek için ise hazırlanan grafik ise aşağıdaki gibidir:



Grafik 12. Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 12'den görüldüğü gibi kontrol grubu öğrenci yüzdesi 0 (sıfır) puan kategorisinde ön testten son teste doğru sürekli azalırken 1 puan kategorisinde sürekli artmıştır. 2 puan kategorisinde ise ön testten ara teste öğrenci yüzdesi artarken ara testten son teste önemli bir değişiklik olmamıştır.

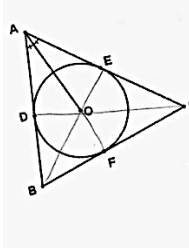
Deney ve kontrol grubu öğrenci yüzdelerinin ön, ara ve son test verilerine göre değişimi birlikte ele alındığında; her iki grubunda 0 (sıfır) puan kategorisinde giderek azaldığı buna karşın 1 puan kategorisinde giderek arttığı görülmektedir. Bu durum her iki uygulamanın da öğrencilerin teorik muhakeme becerilerine katkı sağladığını göstermektedir. Fakat 2 puan kategorisinde yer alan öğrenci yüzdeleri dikkate alındığında deney grubunda yapılan uygulamanın öğrencilerin verilen geometrik bir durumu kavramlar kullanarak açıklayabilme davranışına daha olumlu katkı sağladığı görülmektedir.

Son testte deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ön ve ara testte olduğu gibi 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin günlük konuşma dilini kullandıkları ve çoğunlukla kavram kullanmaktan kaçındıkları kullandıklarında ise çoğunlukla yanlış kullandıkları bununla birlikte şeklin görünüşüne göre tasvirlerde buldukları, sübjektif veriler (yer, yön gibi) kullandıkları ve şeklin görünüşüne aldandıkları tespit edilmiştir. 1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin ise 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerde olduğu gibi günlük konuşma dilini kullandıkları fakat farklı olarak şekli tarif ederken şeklin görünüşünden etkilenmedikleri tespit edilmiştir. Deney ve kontrol grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D6 ve K20 kodlu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:

S2. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefonda arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptığınızı yazınız.

**CEVAP:**

- O ağırlık merkezli bir ABC üçgeni çiz.
- merkezi O olacak şekilde (A) da bir açıortay çiz. (Ama o'ya kadar)
- O merkezden yola çıkarak bir çember çiz. (Bu çember üçgenin kenarortaylarını kessin.)

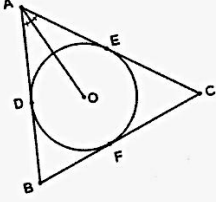


(O ağırlık merkezli bir ABC üçgeni çiz. Merkezi O olacak şekilde A da bir açıortay çiz (Ama o ya kadar). O merkezinden yola çıkarak bir çember çiz (Bu çember üçgenin kenarortaylarını kessin))

Şekil 73. D6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

S2. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağını yazınız.

CEVAP: Sola yatık bir üçgen çiz. Sonra üçgen içine bir çember çiz. Çemberin ortasına nokta koyup ona "O" noktası adını ver. O noktasından A noktasına bir dikme indir. A'yı bölen o dikmenin iki yanına eşit işaretini koy.



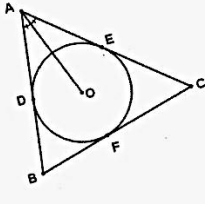
(Sola yatık bir üçgen çiz. Sonra üçgenin içine bir çember çiz. Çemberin ortasına nokta koyup ona O noktası adını ver. A noktasından O noktasına bir dikme indir. A'yı bölen o dikmenin iki yanına eşit işaretini koy)

Şekil 74. K20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Her iki öğrencinin şekli tarif etme biçimine bakıldığında iki öğrencide de günlük konuşma dilini kullanarak şekli tarif etmeye çalıştıkları görülmektedir. Özel olarak deney grubu öğrencisinin verdiği cevaba bakılacak olursa da öğrencinin iç teğet çemberin merkezini ağırlık merkezi olarak ve D, E ve F noktaları ile üçgenin köşeleri birleştirildiğinde oluşacak doğru parçalarını üçgenin kenarortayı olarak gördüğü anlaşılmaktadır. Bu da öğrencinin şeklin görünüşünden etkilenerek tarifte bulunduğunu göstermektedir. Benzer şekilde kontrol grubunda bulunan öğrenci de "A noktasından O noktasına dikme indir" şeklinde bir tarifte bulunarak şekil üzerinde verilmeyen ve şeklin görünüşüne göre elde edilen bir durumu şeklin tarifinde kullanmıştır. Ayrıca kontrol grubunda bulunan öğrenci "sola yatık bir üçgen çiz" ifadesini kullanarak şeklin matematiksel özelliklerini etkilemeyecek öznel verilerden yararlanmıştır.

1 puan kategorisinde bulunan deney ve kontrol grubu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin ön ve ara testte olduğu gibi şekli tarif ederken günlük konuşma dilini kullandıkları fakat şeklin görünüşünden etkilenmeden şekli tarif etmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu öğrenciler kavram kullanma becerisini 2 puan kategorisinde bulunan öğrenciler kadar gösteremese de kavramın yerini tutabilecek ifadeleri günlük konuşma dili ile ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerden D24 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

**CEVAP:**



Önce bir üçgen çiz ve bu üçgeni ABC diye isimlendir. Daha sonra bu üçgenin içine bir yuvarlak çiz ama kenarları üçgene değsin, ve bunlara da sırasıyla D E F noktaları diye isimlendir. Daha sonra tepeden yani A noktasından yuvarlağın ortasına kadar bir doğru çiz ama bu doğru A açısını ikiye bölsün. Doğruya O noktası diye isimlendir.

(Önce bir üçgen çiz ve bu üçgeni ABC diye isimlendir. Daha sonra bu üçgenin içine bir yuvarlak çiz ama kenarları üçgene değsin ve bunları da sırasıyla D, E, F noktaları diye isimlendir. Daha sonra tepeden yani A noktasından yuvarlağın ortasına kadar bir doğru çiz ama bu doğru A açısını ikiye bölsün. Doğruya O noktası diye isimlendir)

Şekil 75. 1 puan kategorisinde yer alan D24 kodlu öğrencinin yazılı cevabı

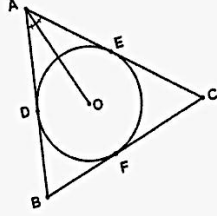
Verilen yazılı cevaptan görüleceği gibi 0 (sıfır) puan kategorisinde olduğu gibi 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerde şekli tarif ederken günlük konuşma dilini kullanmışlardır. Fakat bu dili kullanırken şeklin görünüşünden etkilenmeden şekli tarif edebilmişlerdir. Örneğin D24 kodlu öğrenci "...bu üçgenin içine yuvarlak çiz ..." ya da "...tepeden yani A noktasından yuvarlağın ortasına kadar bir doğru çiz..." cümleleri ile çember kavramının yerine "yuvarlak" çemberin merkezi yerine "yuvarlağın ortası" ifadelerini kullanarak şekli tarif etmeye çalışmıştır.

2 puan kategorisinde bulunan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin 0 (sıfır) ve 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerden farklı olarak geometrik bir durumu olabildiğince kavramları kullanarak tarif etmeye çalıştıkları görülmüştür. 2 puan kategorisinde bulunan K26 kodlu öğrencinin yazılı cevabı aşağıdaki gibidir:



S2. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.

CEVAP: Bir  $(ABC)$  üçgeni çiz.



Bu üçgenin içine bir iç teğet

çemberini çiz.  $\hat{A}$  açısından dairenin merkezi olan O noktasına bir açıortay çiz eş açılardan belirt.

(Bir  $ABC$  üçgeni çiz bu üçgenin içine bir iç teğet çemberi çiz,  $A$  açısından dairenin merkezi olan  $O$  noktasına bir açıortay çiz eş açılardan belirt)

Şekil 76. 2 puan kategorisinde yer alan K26 kodlu öğrencini yazılı cevabı

Verilen yazılı cevaptan görüldüğü gibi öğrenci verilen geometrik durumu iç teğet çember, teğet, eş açılar ve açıortay gibi kavramlar kullanarak tarif etmiştir. Ayrıca şeklin görünüşü ve anlatılmak istenen matematiksel özelliğin genel olma özelliğini etkileyecek öznel ifadelere yer vermiştir.

#### 4. 1. 5. Öğrencilerin Şekil Üzerinde Yapılan Değişiklikleri Geçerli Muhakeme Süreci İçinde Tanım ve Teoremleri Kullanarak Gereçlendirebilmelerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gereçlendirebilmelerine yönelik bulgulara yer verilmiştir.

##### 4. 1. 5. 1. Uygulama Öncesi

Öğrencilerin teorik muhakeme becerisinin bir göstergesi: Şekil üzerinde yapılan değişikliklerin geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gereçlendirilebilmesidir. Uygulama öncesinde bu beceri teorik muhakeme bilişsel süreç ön testinin beşinci sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 2'ye kadar kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 22. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru																																				
<p>S5. Ali ile Veli arasında geçen aşağıdaki konuşmaları okuyunuz. Ve size sorulan sorulara cevap vermeye çalışınız</p> <p>Bak şimdi nasıl yaptığını sana aşamalar halinde anlatmaya çalışacağım.</p> <p>Ali ben bir paralekenarı dikdörtgene dönüştürebiliyor</p> <p>Nasıl yaptığını çok merak ettim, bana da anlatabilir misin?</p> <p>(VELİ) (ALİ)</p>																																				
	<p>VEL: İlk önce bir paralekenar çizelim ve köşelerini ABCD olarak isimlendirelim (solda).</p> <p>ALİ: Tamam çizelim.</p>																																			
	<p>VEL: B köşesinden bir yükseklik çizelim.</p> <p>ALİ: Evet,</p> <p>VEL: Buraya kadar yaptıklarımı anlادين değil mi?</p> <p>ALİ: Evet çok iyi anlamam bir paralekenar çizip bir köşesinden yükseklik çizdik.</p>																																			
	<p>VEL: Şimdi de yükseklik çizdiğimizde oluşturduğumuz BAE üçgenini keşip aldığımız düşünelim ve bu üçgeni paralekenarın diğer tarafına taşıyalım. Gördüğün gibi şekil dikdörtgene dönüştü</p> <p>ALİ: Benim biraz kafam karıştı anlamadığım bazı yerler var. Bu yüzden sana birkaç soru sormam gerekecek. Bu sorularımı cevaplamam gerek.</p> <p>1. BE A üçgenini keşikten sonra paralekenara diğer tarafta çekildiği gibi tam denk getirildi mi nerden biliyoruz? Örneğin: neden BA kenarı CD kenarı ile tam üst üste gelmiş?</p> <p>2. Oluşan şeklin bir dikdörtgen olduğuna nasıl anladık? Belki de dikdörtgen değilmiştir. Ben tam ikna olmadım.</p>																																			
CEVAPLAMANIZ GEREKEN SORULAR BİR SONRAKI SAYFADADIR!																																				
<p>* Sizce Veli'nin yaptığı işlemler sonucunda bir dikdörtgen oluşur mu? (Cevabınızı aşağıdaki kutulardan birine X atarak gösteriniz)</p> <p>EYET, OLUŞUR <input type="checkbox"/> HAYIR, OLUŞMAZ <input type="checkbox"/></p>																																				
<p>Cevabımız <b>EYET</b> ise <b>ALİ</b>'NİN sorduğu soruları nasıl cevaplandırdınız. Aşağıda verilen boşluğu kullanarak yazınız.</p>	<p>Cevabımız <b>HAYIR</b> ise <b>NEDEN</b> dikdörtgen oluşmayacağını aşağıda verilen boşluğa yazınız.</p>																																			
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Gösterge</th> <th colspan="4">Kategorik Puanlama Cetveli</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</td> <td colspan="4">0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar 0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar 1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar fakat bazılarını yapamaz 2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir</td> </tr> <tr> <td>Kategorik Puanlar</td> <td>Deney Grubu Öğrenci Sayısı</td> <td>Deney Grubu Yüzde</td> <td>Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı</td> <td>Kontrol Grubu Yüzde</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>11</td> <td>44,00%</td> <td>16</td> <td>61,54%</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>14</td> <td>56,00%</td> <td>10</td> <td>38,46%</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0</td> <td>0,00%</td> <td>0</td> <td>0,00%</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Toplam=25</td> <td>Toplam=%100</td> <td>Toplam=26</td> <td>Toplam=%100</td> </tr> </tbody> </table>		Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli				Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir	0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar 0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar 1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar fakat bazılarını yapamaz 2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir				Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde	0	11	44,00%	16	61,54%	1	14	56,00%	10	38,46%	2	0	0,00%	0	0,00%		Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=26	Toplam=%100
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli																																			
Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir	0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar 0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar 1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar fakat bazılarını yapamaz 2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir																																			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde																																
0	11	44,00%	16	61,54%																																
1	14	56,00%	10	38,46%																																
2	0	0,00%	0	0,00%																																
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=26	Toplam=%100																																

Verilen tablodan görüleceği gibi deney grubundan 11, kontrol grubundan 16 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken deney grubundan 14, kontrol grubundan 10 öğrenci ise 1 puan kategorisinde yer almaktadır. 2 puan kategorisinde ise her iki gruptan da öğrenci bulunmamaktadır. Bu durum hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinden hiçbirinin geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendiremediğini göstermektedir. Fakat öğrencilerden bazıları bütün gerekçelendirmeleri yapmasalar bile bazılarını doğru yapabilmıştır. Deney grubunun %56'sı ile kontrol grubunun yaklaşık %38'i bazı gerekçelendirmeleri doğru yapabilmelerine karşın bazılarını yanlış yapmıştır.

Deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin yanlış gerekçelendirmeler yaptıkları, gerekçelendirme yapmak yerine şekil üzerinde yapılan işlemleri açıkladıkları

ayrıca gerekçelendirme yaparken şeklin görüntüsünden etkilendikleri tespit edilmiştir. Deney grubundan bir öğrencinin (D2) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

Cevabınız <u>EYET</u> ise <u>ALİ'NİN</u> sorduğu soruları nasıl cevaplandırırdınız. Aşağıda verilen boşluğu kullanarak yazınız.	Ce olu yaz
Çünkü yüksekliğini çizdim sonra bir tane dik üçgen oluşur. Onu oradan kesip diğer tarafına koyarsam bir dikdörtgen oluşur.	

Şekil 77. Deney grubundan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

D2 kodlu öğrenci verdiği cevapta "...yüksekliği çizerim sonra bir tane dik üçgen oluşur, onu oradan kesip diğer tarafa koyarsam bir dikdörtgen oluşur" yazarak paralel kenardan nasıl dikdörtgen elde edildiğini gerekçelendirmeye çalışmıştır. Dikkat edileceği gibi öğrenci bir gerekçelendirme yazmak yerine yapılan işlemleri açıklamıştır. Bu öğrenci ile yapılan görüşmelerde öğrenciye "Paralelkenardan kesilen dik üçgen paralelkenarın diğer tarafına yapıştırıldığında neden dikdörtgen oluşturur" şeklinde bir soru sorulduğunda öğrenci, ilköğretimde öğretmenlerinin aynısını gösterdiğini bu nedenle kuralı daha önceden bildiğini ifade etmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Soruda Veli, Ali'ye bir paralelkenardan nasıl dikdörtgen yapabileceğini anlatmış. Ali de ona iki soru sormuş. Sorulardan biri kesilen dik üçgenin neden paralelkenarın diğer tarafına tam denk geleceği ile ilgili...Sana sorum şu sen Veli'nin yerinde olsan bu soruyu nasıl cevaplandırırdın?

**Öğrenci:** Ben ona buradan bir dik üçgen kesilip diğer tarafa yapıştırılırsa dikdörtgen olması gerektiğini söyledim.

**Araştırmacı:** Neden olsun ki?

**Öğrenci:** Çünkü kural öyle...

**Araştırmacı:** Ne kuralı bu?

**Öğrenci:** İşte şuradan (paralelkenarı gösteriyor) bir dik üçgen kesilip yapıştırılırsa dikdörtgen oluşur.

**Araştırmacı:** Kim öğretti bu kuralı?

**Öğrenci:** Ortaokulda öğretmenimiz göstermişti

*Araştırmacı: Peki oluşan şeklin dikdörtgen olması için ne olması gerekir?*

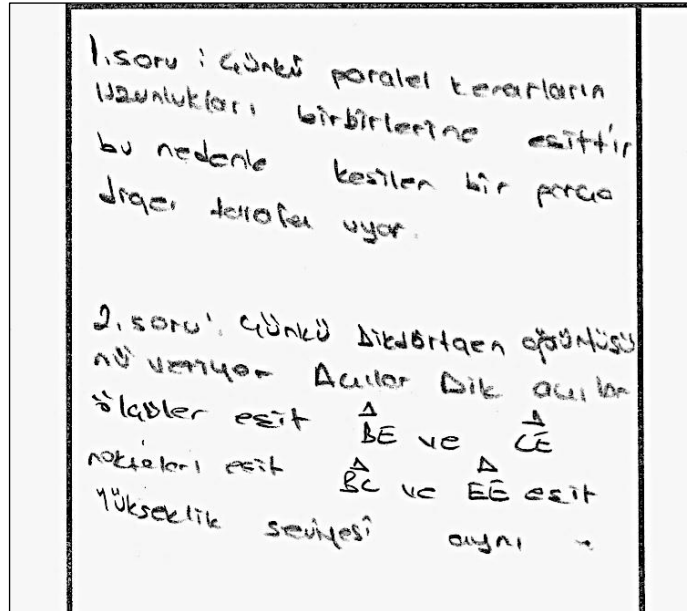
*Öğrenci: Bütün açıların 90 derece olması gerekir*

*Araştırmacı: Peki B açısının 90 derece olduğunu nereden biliyorsun?*

*Öğrenci: Dikdörtgen olduğu için 90 derece olmak zorunda, başka bir şey olamaz...*

Yapılan görüşmelerden anlaşılacağı gibi öğrenciden soruda şekil üzerinde yapılan değişiklikleri gerekçelendirmesi istendiğinde öğrenci daha önceden bildiği kuralı bir gerekçe olarak sunmuştur. Fakat bildiği kuralın neden doğru olması gerektiği ile ilgili bir soru sorulduğunda (neden B açısı 90 derecedir gibi) yine kuralı referans göstererek bir gerekçelendirmede bulunmuştur. Bu durum öğrencinin öğretmenden bir kural öğrendiğinde bunu gerekçesiz kabul ettiğini ve bu kuralın doğruluğuna ikna olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubundan 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin şekil üzerinde verilen bazı gerekçelendirmeleri tanım ve teoremlere uygun yapmalarına rağmen bazı gerekçelendirmeleri buna uygun yapamadıkları tespit edilmiştir. Uygun yapılmayan gerekçelendirmelerde ise öğrencilerin ya şeklin görünüşünden etkilendikleri ya da gerekçelendirmelerini sadece işlevsel algıları ile yaptıkları tespit edilmiştir. Kontrol grubu öğrencilerden birinin (K25) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 78. Kontrol grubundan K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüldüğü gibi öğrenci soruda Ali'nin sorduğu birinci soru için "...paralel kenarların uzunlukları birbirine eşittir bu nedenle kesilen bir parça diğer tarafa uyar" şeklinde doğru bir gerekçelendirmede bulunmuştur. Fakat şeklin neden bir dikdörtgen olması gerektiği ile ilgili soruya şeklin görünüşünü gerekçe göstererek cevap vermeye çalışmıştır. Öğrencinin birinci soru için paralelkenarın karşılıklı kenar uzunluklarının birbirine eşit olmasını gerekçe göstermesi şekil üzerinde yapılan değişikliği açıklamak için doğru bir gerekçe iken ikinci soru için şeklin görünüşünün dikdörtgene benzemesini gerekçe göstermesi yapılan değişikliği açıklamak için doğru bir gerekçe değildir. Nitekim K25 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci yazılı verdiği cevapta olduğu gibi Ali'nin birinci sorusu için doğru gerekçelendirmeler sunarken ikinci soru için şeklin görünüşünden hareketle yanlış gerekçelendirmeler sunmuştur. K25 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı : Soruda Veli, Ali'ye bir paralelkenardan nasıl dikdörtgen yapabileceğini anlatmış. Ali de ona iki soru sormuş. Sorulardan biri kesilen dik üçgenin neden paralelkenarın diğer tarafına tam denk geleceği ile ilgili diğeri ise oluşan şekil neden bir dikdörtgendir. Sana sorum şu sen Veli'nin yerinde olsan bu soruları nasıl cevaplandırırdın?*

*Öğrenci : Birinci soruda şöyle derdim. Buradan kestiğin üçgenin şu kenarı (dik üçgenin hipotenüsünü gösteriyor) paralelkenarın şu kenarına eşittir (paralelkenarın karşılıklı kenarlarını gösteriyor) bu nedenle bu üçgen buraya tam yapışır.*

*Araştırmacı : Peki neden oluşan şekil dikdörtgendir?*

*Öğrenci : Çünkü şekil tam bir dikdörtgen oluyor (şeklin görünüşünü gösteriyor)*

*Araştırmacı : Neden dikdörtgen olsun ki?*

*Öğrenci : Çünkü bütün açılar 90 derece*

*Araştırmacı : Neden 90 derece olsun?*

*Öğrenci : Çünkü dikdörtgen olduğu için*

*Araştırmacı : O zaman şöyle sorayım B açısı kaç derece?*

*Öğrenci : 90 derece*

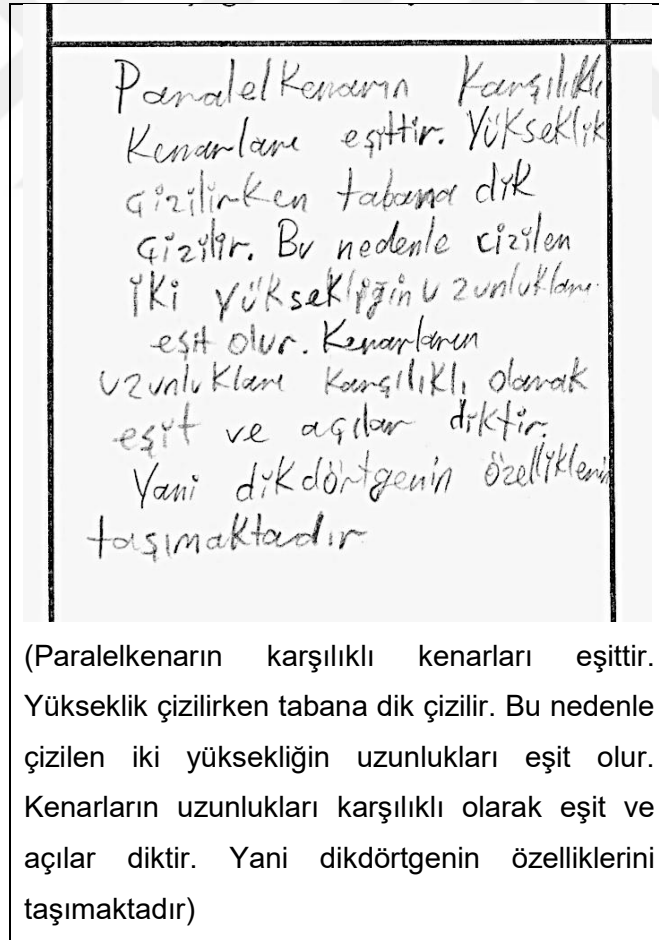
*Araştırmacı : Neden 90 derece?*

*Öğrenci : Çünkü şekil dikdörtgen ise bu açı 90 derece olmak zorunda*

Verilen mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci birinci soru için paralelkenarın karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmasını gerekçe göstererek bir açıklamada bulunmuştur. Fakat ikinci soruda herhangi bir tanım ya da teorem kullanmadan sadece

şeklin görünüşünden etkilenecek bir gerekçe ortaya koymuştur. Ayrıca öğrenci ilk önce şeklin görünüşünden etkilenecek bir hükme ulaştığından (şeklin bir dikdörtgen olması gibi) hükmü ortaya çıkaran varsayımların neden doğru olduğu sorulduğunda her seferinde ulaştığı hükmü gerekçe göstererek varsayımların doğruluğunu açıklamaya çalışmıştır. Oysaki olması gereken varsayımların doğruluğunu gösterdikten sonra bu varsayımlardan elde edilebilecek hükümlere ulaşmaktır.

K25 kodlu öğrenci tanım ve teoremleri kullanmadan yaptığı teorik muhakeme sürecine uygun olmayan gerekçelendirmede şeklin görünüşünden etkilenmiştir. Fakat hem deney hem de kontrol grubundan 1 puan kategorisinde bulunan bazı öğrenciler şeklin görünüşünden etkilenmeden sadece işlevsel algılarını kullanarak da gerekçelendirmelerde bulunmuşlardır. Bu öğrenciler tanım ve teorem kullanmamalarına rağmen diğer öğrencilerden farklı olarak işlevsel algıları ile doğal muhakeme için doğru sayılabilecek gerekçelendirmeler ortaya koymuşlardır. Kontrol grubundan bir öğrencinin (K3) verdiği cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 79. Kontrol grubundan K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

1 puan kategorisinde yer alan K3 kodlu öğrenci Ali'nin sorduğu birinci soruya paralelkenarın karşılıklı kenarlarının eşit olması gerektiğini ifade ederek bir gerekçelendirme sunmuştur. Ali'nin sorduğu ikinci soruya ise kenar uzunlukları karşılıklı olarak eşit ve açılar dik olduğundan şekil dikdörtgendir şeklinde bir cevap vermesine rağmen dikdörtgenin özelliklerinin şekil üzerinde neden var olması gerektiğini belirtmemiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye şeklin dikdörtgenin özelliklerini sağladığına nasıl karar verdiği sorulduğunda sadece işlevsel algısı ile cevap vermiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Burada (yazılı verilen cevaplar gösterilerek) şeklin dikdörtgenin özelliklerini taşıdığını yazmışsın. Böyle bir sonuca nasıl ulaştın?*

*Öğrenci: Çünkü şekil dikdörtgen ise açılar 90 derece kenarların uzunlukları karşılıklı olarak birbirine eşit olmalı*

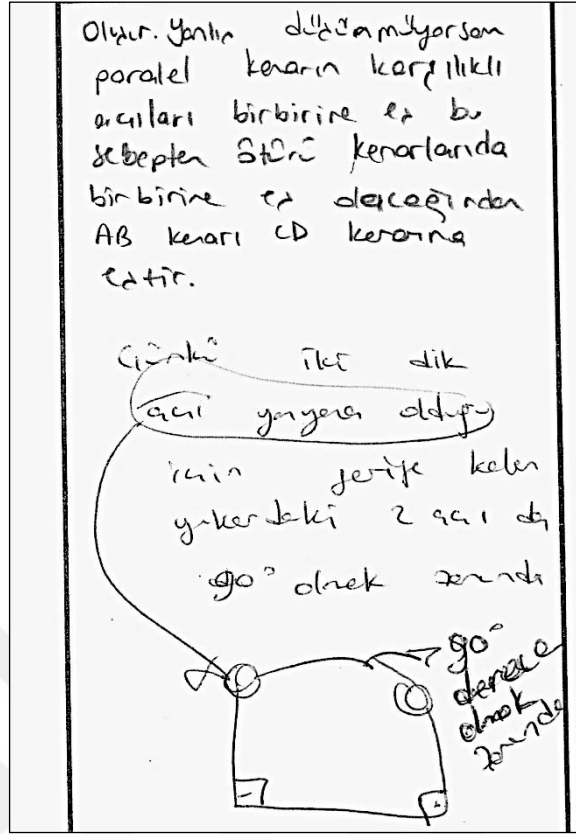
*Araştırmacı: O zaman şöyle sorayım şekil neden dikdörtgendir?*

*Öğrenci: Şimdi yükseklik şuraya dik yani 90 derece, bu şekli bir ray üzerinde kaydırduğımızı düşünürsek ve karşı tarafa yapıştırırsak bir eğilme olmayacak yani aşağısı ile aynı olacak o zaman dikdörtgen olmak zorunda...*

*Araştırmacı: Neden ray olarak düşündün?*

*Öğrenci: Çünkü paralelkenar aynen ray gibi (şekli gösteriyor)*

Verilen mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci şeklin neden bir dikdörtgen olması gerektiğini bir şeklin dikdörtgen olması için gerekli matematiksel ilkelerle değil dik üçgenin bir ray üzerinde sürüklenmesi ile açıklamıştır. Bu durum öğrencinin verilen geometrik bir durumu gerekçelendirirken doğal muhakemesinin etkisinde kaldığını göstermektedir. Bu nedenle öğrenciye şekil üzerinde işlevsel algı ile yapılan gerekçelendirmeler tanım ve teoremlerden daha anlamlı gözükmektedir. Benzer bir durum deney grubundan bir öğrenci ile yapılan (D17) görüşmelerde de ortaya çıkmıştır. Bu öğrenci şeklin dikdörtgen olmasını demir kalıplar üzerinde dik üçgenin sürüklenmesi ile açıklamıştır. Öğrencinin verdiği yazılı cevap ve öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:



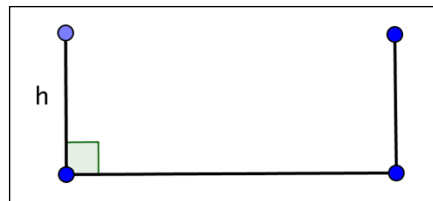
Şekil 80. Deney grubundan D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

**Araştırmacı:** İki dik açı yan yana olduğunda geriye kalan iki açının da dik olması gerektiğini bu nedenle şeklin dikdörtgen olması gerektiğini yazmışsın. Neden bu iki açı (öğrencinin çizdiği şekilde görülen dik açılar)  $90$  derece iken şu açılar (öğrencinin çizdiği şekilde dik olması gerektiğini düşündüğü açılar)  $90$  derece olmak zorunda?

**Öğrenci:** Çünkü şunları demir kalıplar olarak düşünürsek (bkz. Şekil 81) yüksekliği kaydırırsak karşı taraflar birbirine eşit olacak... Ayrıca bu demir kalıbın bozulmaması için üstünde tam  $90$  derece olması gerekecek...

**Araştırmacı:** Neden?

**Öğrenci:** Yoksa eğik olur, yükseklik böyle olmaz



Şekil 81. Deney grubundan D17 kodlu öğrencinin ifade ettiği demir kalıp

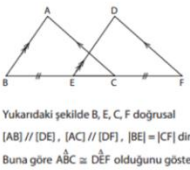


Yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğrenci verilen geometrik durumu tanım ve teoremler yardımıyla gerekçelendirmek yerine demir kalıplar düşünerek işlevsel algısına göre bir açıklamada bulunmuştur. İşlevsel algının ve doğal muhakemenin kullanıldığı böyle gerekçelendirme süreçlerinde şekil ile yapılabilecek gerekçelendirmelerin tanım ve teoremlere göre öğrenciye daha anlamlı gözüktüğü görülmektedir.

#### 4. 1. 5. 2. Uygulama Sürecinde

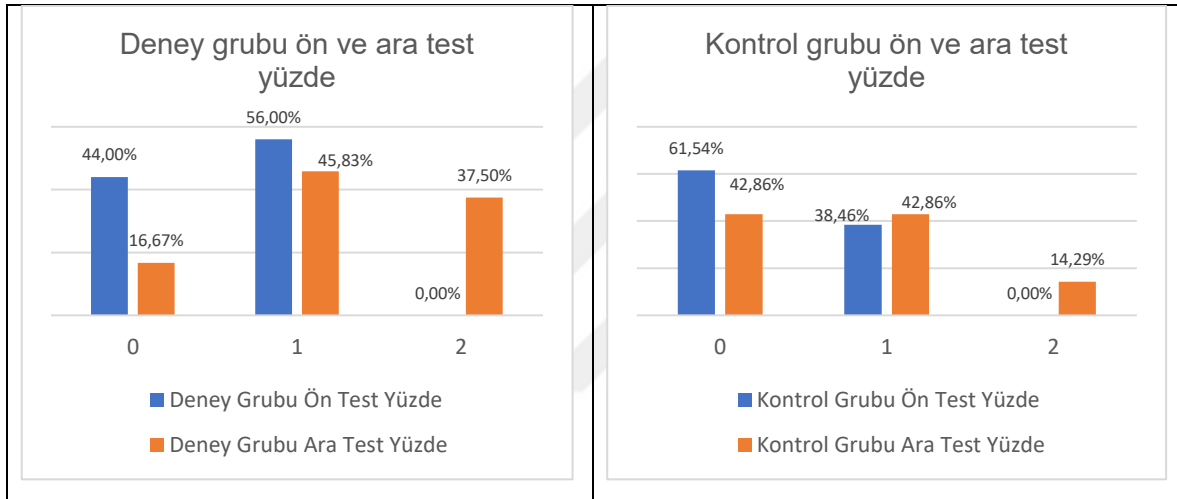
Teorik muhakeme bilişsel süreç ön testinin ardından yapılan 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de beşinci soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirip gerekçelendiremeyeceklerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu gösterge için kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 23. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

Soru											
<p>S5. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.</p>  <p>Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal [AB] // [DE], [AC] // [DF],  BE  =  CF  dir. Buna göre <math>ABC \cong DEF</math> olduğunu gösteriniz.</p> <table border="1" data-bbox="592 1400 1027 1601"> <thead> <tr> <th>ÇÖZÜM</th> <th>GEREKÇE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math> BC  =  EF </math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>ABC \cong DEF</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		ÇÖZÜM	GEREKÇE	$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$		$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$		$ BC  =  EF $		$ABC \cong DEF$	
ÇÖZÜM	GEREKÇE										
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$											
$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$											
$ BC  =  EF $											
$ABC \cong DEF$											
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli										
Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir	<p>0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar</p> <p>0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar</p> <p>1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar fakat bazılarını yapamaz</p> <p>2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir</p>										
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde							
0	4	16,67%	9	42,86%							
1	11	45,83%	9	42,86%							
2	9	37,50%	3	14,29%							
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=21	Toplam=%100							

Tablo 23'ten görüleceği gibi deney grubundan 24, kontrol grubundan 21 öğrenci ara teste katılmıştır. 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 4, kontrol grubundan 10 öğrenci yer alırken 1 puan kategorisinde deney grubundan 11, kontrol grubundan 9 öğrenci yer almaktadır. 2 puan kategorisinde ise deney grubundan 9, kontrol grubundan 3 öğrenci bulunmaktadır. Bu sonuçlara göre her iki grupta neredeyse yarısının 1 puan kategorisinde olduğu bununla birlikte 2 puan kategorisinde deney grubu öğrenci sayısının kontrol grubu öğrenci sayısından daha fazla olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarını karşılaştırabilmek için hazırlanan ve kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren tablo ise aşağıdaki gibidir:



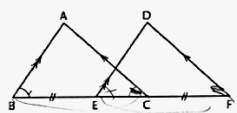
Grafik 13. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 13'den görüleceği gibi hem deney hem de kontrol grubu öğrenci yüzdeleri ön testten ara teste 0 (sıfır) puan kategorisinde azalmıştır. Deney grubu öğrenci yüzdesi 1 puan kategorisinde azalırken kontrol grubu öğrenci yüzdesi artmıştır. 2 puan kategorisinde ise hem deney hem de kontrol grubu öğrenci yüzdesinin arttığı görülmektedir. Deney grubu öğrenci yüzdesindeki bu artış kontrol grubundan daha fazladır. Bu durum 2 puan kategorisine geçişte deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğunu göstermektedir.

0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin ispatlanması gereken hüküm bölümünü gerekçe olarak yazdıkları, şekil ile ilgili verilen bilgilerden elde edilemeyecek matematiksel sonuçları gerekçe olarak sundukları ve şeklin görünüşüne göre bir gerekçelendirme

yaptıkları tespit edilmiştir. Kontrol grubundan 0 puan kategorisinde yer alan bir öğrencinin (K20) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir.

S5. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
[AB] // [DE], [AC] // [DF], |BE| = |CF| dir.  
Buna göre  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$	ABC üçgeni ile DEF üçgeni eş olduğu için
$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$	ABC üçgeni ile DEF üçgeni eş olduğu için
$ BC  =  EF $	Kenarları eş kenar benzerliği vardır. Açısı D açısına eşittir. AB kenarı DE kenarına ve AC kenarı DF kenarına eşittir.
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	Kenar - Kenar - Kenar benzerliği. Tüm kenarları eş olduğu için eşittir.

Şekil 82. Kontrol grubundan K20 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

K20 kodlu öğrencinin gerekçe bölümüne yazdığı ifadelerle bakıldığında öğrencinin ispatlanması gereken iki üçgenin eş olması ile ilgili matematiksel ilişkiyi gerekçe bölümünde kullandığı görülmektedir. Bu durum öğrencinin bir ispatın nasıl işlediğini bilmediği anlamına gelmektedir. Nitekim yapılan görüşmede öğrencinin ispatı bir akış içinde değerlendirmek yerine her bir bilgi için akıştan bağımsız gerekçeler sunduğu tespit edilmiştir. Yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Verilen soruda iki üçgenin nasıl eş oldukları gösterilmiş. Sizden de gerekçe bölümünü doldurmanız istenmiş. Mesela B ve E açısının ölçüsü eşittir denmiş sende gerekçe olarak üçgenlerin eş olmasını göstermişsin. Bu bilgiyi nasıl elde ettin?

**Öğrenci:** Çünkü üçgenler eş ise biliyoruz ki açıları da eşittir. Ondan yazdım...

**Araştırmacı:** Tamam ama üçgenlerin eş olduklarını nasıl anladın

**Öğrenci:** Eş olmadıklarında açılar eşit olmayacak...

**Araştırmacı:** B ve E açıları yondeş açı olsalar (verilen paralellikleri gösterilerek) açılarının ölçüsü eşit olmaz mı?

**Öğrenci:** Olur...

**Araştırmacı:** Yani üçgenlerin eş olması tek seçenek değil...Ayrıca üçgenlerin eş olması soruda verilen bilgilerden çıkarılamaz...

**Öğrenci:** Ben öyle düşünmemiştim...

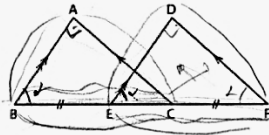
**Araştırmacı:** Peki üçgenlerin eş olmalarını kenar-kenar-kenar eşliği ile açıklamışsın. Kenarların eşit olduğunu nasıl anladın

**Öğrenci:** Kenarlar eşit olmalı ki üçgenler eş olsun diye düşündüm

Yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğrenci B ile E açılarının eşliği için üçgenlerin eş olmasını gerekçe göstererek ispatlanması gereken hüküm bölümünü ispatın içinde bir gerekçe olarak kullanmıştır. Öğrenci B ve E açılarının neden eş olduklarını gerekçelendirirken ispatlaması gereken üçgen eşliğini kullanmıştır. Ayrıca öğrenci ispatı bir akış içinde değerlendirmek yerine ispatın her bir bölümünü doğrulamak için ayrı ayrı gerekçeler sunmuştur. Örneğin bir gerekçelendirmede kenar-açı-kenar yazarken bir diğerinde kenar-kenar-kenar eşlik kuralını yazmıştır.

0 (sıfır) puan kategorisinde hem deney hem de kontrol grubunda, şeklin görünüşünden etkilenecek gerekçelerini oluşturan öğrenciler de bulunmaktadır. Deney (D4) ve kontrol grubundan (K6) iki öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir.

55. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.

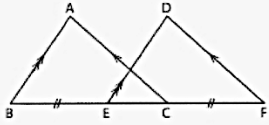


Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{ABC}) = m(\hat{DEF})$	✓ Açılarının gördüğü kenarlar aynıdır.
$m(\hat{ACB}) = m(\hat{DFE})$	✓ Açılarının gördüğü kenarlar aynıdır.
$ BC  =  EF $	Tepe noktalarına 90° derssek gördüğü kenarlar eşittir.
$\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$	✓ Paralellik vardır.

Şekil 83. 0 (sıfır) puan kategorisinden K6 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

S5.Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  olduğunu gösteriniz.

*Sürüklenmiş zaman üst üste gelir.*

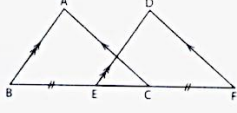
ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$	
$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$	Üçgenin iç açılarının toplamı $180^\circ$ olduğu için
$ BC  =  EF $	İki kenar olduğu için
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	Kenarları aynı olduğu için

Şekil 84. 0 (sıfır) puan kategorisinden D4 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaplardan görüldüğü gibi kontrol grubunda yer alan öğrenci A ve D açılarını 90 derece, deney grubunda yer alan öğrenci ise verilen üçgenleri ikizkenar üçgen olarak alarak şekil için verilen matematiksel bilgilerden elde edilemeyecek fakat şeklin görünüşünden çıkartılabilecek durumları gerekçe olarak yazmışlardır. Nitekim deney grubundaki öğrenci (sorunun altında) şekillerin sürüklendiğinde üst üste geleceğini matematiksel bir gerekçe ifade etmeden şeklin altına yazmıştır. Bu da öğrencinin gerekçe bölümünü doldurmaya başlamadan şekil ile ilgili bir fikre sahip olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubundan 1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin bazı gerekçelendirmeleri doğru yaparken bazılarını yanlış yaptıkları tespit edilmiştir. Özellikle iki üçgenin eş olması ile ilgili gerekçelendirmede öğrencilerin çoğu yanlış gerekçelendirmeler yazmışlardır. Kontrol grubundan 1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerden birinin (K14) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

S5. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{ABC}) = m(\hat{DEF})$	Çünkü aynı paralel olan kenarları görüyor (aynılar yöndeş)
$m(\hat{ACB}) = m(\hat{DFE})$	//
$ BC  =  EF $	Doğru çünkü BE ve CF eşit aralardaki kenar ortak
$ABC \cong DEF$	Çünkü kenarlar birbirine paralel

Şekil 85. 1 puan kategorisinden K14 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaptan görüldüğü gibi öğrenci açılarının eş olması ve BC ile EF kenar uzunluklarının eşit olması ile ilgili gerekçelendirmeleri doğru yapmasına rağmen iki üçgenin neden birbirine eş olması gerektiği ile ilgili gerekçelendirmeyi yanlış yapmıştır. Verilen üçgenlerin neden eş olması gerektiğini “çünkü kenarları birbirine paraleldir” şeklinde gerekçelendiren öğrenci eşlik aksiyom ve teoremleri ile ilgili herhangi bir şey yazmamıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye kenarların paralel olmasının üçgenlerin eşliğine nasıl neden olacağı sorulmuş öğrenci de paralel olan kenarları gören açılar eş olduğunda üçgenlerin de eş olması gerekir ifadesini kullanmıştır. Bu da öğrencinin açıları eş olan üçgenlerin kenarlarının da eş olması gerektiği ile ilgili bir kavram yanlışlığına düştüğünü göstermektedir. Yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** *Gerekçe yazılacak son bölümde, üçgenlerin neden eş olduğu ile ilgili bölüme çünkü kenarlar birbirine paraleldir yazmışsın. Kenarlar paralel olunca üçgenler eş olur mu?*

**Öğrenci:** *Ben şöyle düşündüm. Bu paralel kenarların karşısındaki açılar eşit ya bu yüzden kenarlarda eşittir. Odan dolayı öyle yazdım*

**Araştırmacı:** *Böyle bir eşlik kuralı var mı?*

**Öğrenci:** *Bilmiyorum...*

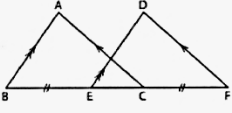
**Araştırmacı:** *O zaman kenarların paralel olması seni üçgenlerin eş olmasına nasıl ikna ediyor?*

**Öğrenci:** *Ben paralel ise eşit (eş demek istiyor) diye düşündüm*

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci kenarları paralel olan üçgenlerin eş üçgen olacağını düşünmektedir. Kendisine böyle bir eşlik kuralının olup olmadığı sorulduğunda ise bilmediğini fakat kenarlar paralel ise eş olması gerektiğini düşündüğünü ifade etmiştir. Eş ve benzer üçgenlerle ilgili birçok soruda açıların eşliği için paralel doğruların kullanılması (Thales teoremi gibi) öğrencide böyle bir fikrin oluşmasına neden olmuş olabilir. Bu durum öğrencinin gerekçe bölümünü yazarken tanım, veya teoremlerden yararlanmak yerine deneyimlerinden yola çıkarak bir sonuca vardığını göstermektedir.

Deney grubunda 1 puan kategorisinde bulunan bir öğrenci ise kontrol grubundaki öğrencilerden farklı olarak işlevsel algısını kullanarak gerekçelendirmeler yapmıştır. Bu öğrenci iki açının eş olmasını açılarının yöndeş olması ile değil de paralellerin sürüklenerek üst üste gelmesi ile açıklamıştır. Deney grubunda D13 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

55. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] // [DE]$ ,  $[AC] // [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$	Paralel olan doğruları vermiş, üst üste gelirse eş olur.
$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$	Paraleller üst üste gelirlerse eş olur.
$ BC  =  EF $	$ BE  =  CF $ eşit $ EC $ zaten eş bu yüzden $ BC  =  EF $
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	

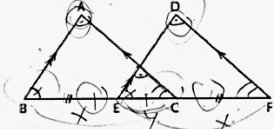
Şekil 86. 1 puan kategorisinden D13 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaptan görüleceği gibi öğrenci B, E ile C, F açılarının ölçülerinin eşit olmasını "paraleller üst üste gelirse eş olur" şeklinde ifade etmiştir. Bu da öğrencinin işlevsel algısını kullanarak paralel doğruları hareket ettirdiğini böylece açılarının ölçülerinin eşit olması ile ilgili bir gerekçe oluşturduğunu göstermektedir. Benzer bir etkinliğin (Çalışma Yaprığı etkinliği bkz. Ek 4) deney grubunda yapılması öğrencide oluşan böyle bir düşüncenin kaynağı olabilir. Çünkü bu etkinlikte dinamik geometri yazılımı kullanılarak açılar paralel kenarlar birbirinin üstüne gelecek şekilde hareket ettirilmiştir.

Deney ve kontrol grubundan 2 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde iki farklı öğrenci cevabı ile karşılaşılmıştır. Bunlardan ilkinde

öğrenciler her bir gerekçelendirme basamağını ayrı ayrı ele alarak cevaplarını yazmışlardır. İkincisinde ise öğrenciler verilen ispatı yaptıktan sonra gerekçe bölümünü doldurmuşlardır. Yani iki üçgenin eş olduğunu kanıtladıktan sonra gerekçe bölümünü soru ile ilgili sorulmuş yeni sorular olarak algılamışlardır. İlk kategoride yer alan deney ve kontrol grubundan iki öğrencinin verdiği yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:

S5.Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.

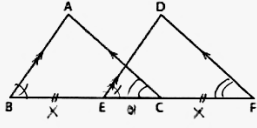


Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{A}BC) = m(\hat{D}EF)$	$ AB  \parallel  DE $ ve yanda açıl
$m(\hat{A}CB) = m(\hat{D}FE)$	$ AC  \parallel  DF $ ve yanda açıl
$ BC  =  EF $	$x+y = x+y$
$\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$	A.L.A kuralında dolayı $\hat{A}BC$ ve $\hat{D}EF$ eşittir.

Şekil 87. D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

S5.Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{A}BC) = m(\hat{D}EF)$	Düz doğru üzerinden geçen paralel iki doğrunun oluşturduğu açılar eşit olur.
$m(\hat{A}CB) = m(\hat{D}FE)$	Düz doğru üzerinden geçen paralel iki doğrunun oluşturduğu
$ BC  =  EF $	$x+y = x+y$
$\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$	A11 - kenar - açıl eşitliği olduğu için.

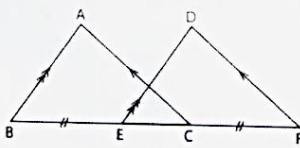
Şekil 88. K25 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap



Verilen yazılı cevaplarda öğrenciler her bir basamağı kendi içinde değerlendirerek ispatı tamamlamışlardır. D17 kodlu öğrenci ölçüleri eşit açılar için yöndeş kavramını kullanmasına rağmen K25 kodlu öğrenci “düz doğru üzerinden geçen paralel iki doğrunun oluşturduğu açılar eşit olur” yazmıştır. Böylece öğrenci yöndeş açılar paralel doğrular ve bir kesenin oluşturduğu açılardan hareketle ifade etmeye çalışmıştır.

2 puan kategoride yer alan bazı öğrenciler ise gerekçe basamaklarını takip etmek yerine gerekçelendirme ile ilgili bölümleri ispat tamamlandıktan sonra cevaplanması gereken sorular olarak anlamışlardır. Bu da öğrencilerin böyle gerekçelendirme biçimine alışık olmadığını göstermektedir. Deney grubunda yapılan uygulamalarda bu yapıda gerekçelendirmeler kullanılmasına rağmen deney grubundan bazı öğrencilerinde bu şekilde davranması yapılan etkinliklerin her öğrenci için aynı derecede etkili olmadığını göstermektedir. İkinci kategoride yer alan deney ve kontrol grubundan iki öğrencinin verdiği yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:

S5. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.

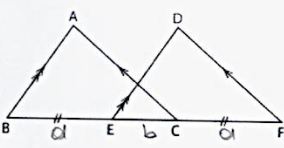


Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\hat{A}\hat{B}\hat{C} \cong \hat{D}\hat{E}\hat{F}$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{A}\hat{B}\hat{C}) = m(\hat{D}\hat{E}\hat{F})$	Bu üçgenler eş üçgenlerdir. Eş üçgenlerde yöndeş açılarıdır.
$m(\hat{A}\hat{C}\hat{B}) = m(\hat{D}\hat{F}\hat{E})$	Eş üçgenlerde yöndeş açılarıdır.
$ BC  =  EF $	BE CF'ye eşit orada kalanda eşittir.
$ABC \cong DEF$	A-K-A epliği vardır.

Şekil 89. D1 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

S5. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
 $[AB] \parallel [DE]$ ,  $[AC] \parallel [DF]$ ,  $|BE| = |CF|$  dir.  
 Buna göre  $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{ABC}) = m(\hat{DEF})$	iki üçgen birbirine eştir. Bu nedenle tüm açı ölçüleri
$m(\hat{ACB}) = m(\hat{DFE})$	birbirine eşittir.
$ BC  =  EF $	Harf verdiğimizde ilvsi de a+b olur.
$ABC \cong DEF$	Açılar ve bir kenar uzunluğu birbirine eşittir. A-K-A

Şekil 90. K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.

Verilen yazılı cevaplardan görüldüğü gibi öğrenciler ABC ve DEF üçgenlerinin eş olmasını neredeyse her bölüme gerekçe olarak yazmışlardır. Ayrıca bu üçgenlerin neden eş olması gerektiğini de doğru gerekçelendirmişlerdir. Bu durum öğrencilerin önce iki üçgenin eşliğini belirlediklerini daha sonra basamaklar halinde verilen ispatın bölümlerini ayrı sorular olarak algıladıklarını göstermektedir. Nitekim bu öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrenciler eşliği belirlediklerini ve bu bilgiyi kullanarak gerekçelendirmeleri yaptıklarını ifade etmişlerdir. Deney grubundan D1 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Burada B ve E açılarının ölçüleri neden eşit olarak verilmiş?

**Öğrenci:** Çünkü yöndeş açılar bunlar ondan...

**Araştırmacı:** Ama sen üçgenlerin eş olmalarından dolayı yazmışsın

**Öğrenci:** Evet üçgenler eş yani A-K-A dan eştir

**Araştırmacı:** Eşliği nereden anladın?

**Öğrenci:** B ile E ve C ile F açıları paralellikten dolayı aynı (yöndeş açılar gösteriyor) arada kalan bu kenarlarda (BC ile EF kenarlarını gösteriyor) aynı o zaman bu üçgenler eş olur

Verilen mülakat kesitinden de anlaşılacağı gibi öğrenci üçgenlerin birbirlerine eş olduklarını belirledikten sonra gerekçe bölümünü doldurmuştur. B ve E açılarının yöndeş açı olmasından dolayı eş olduğunun farkında olan öğrenci gerekçe bölümüne üçgenlerin

eş olmalarını da yazmıştır. Her bir gerekçelendirme bölümünü birbirinden bağımsız ele aldığı ve elde ettiği bütün matematiksel sonuçlar ile bölümleri doldurduğu anlaşılan bu öğrencinin iki kolonlu ispatın işleyişini anlayamadığı görülmektedir.

#### 4. 1. 5. 3. Uygulama Sonunda

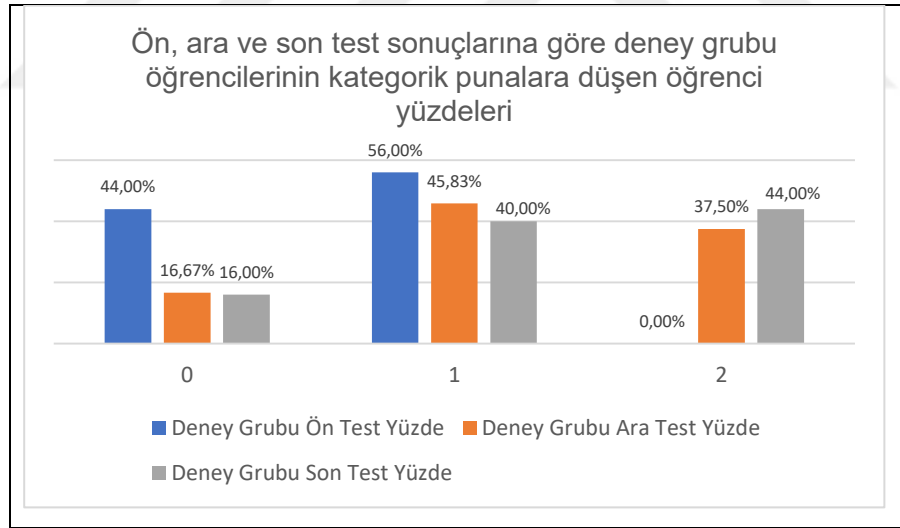
Teorik muhakeme bilişsel süreç ara testinden sonra uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de beşinci soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirip gerekçelendiremeyeceklerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 24. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

Soru				
<p>S5. Önerme: Eş üçgenlerin eş kenarlarına ait kenarortaylar da eştir.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.</li> </ul> <p>Verilen (hipotez): ..... İstenen (hüküm): .....</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Aşağıda bu önermenin ispatı akış diyagramı biçiminde verilmektedir. Her bir dikdörtgenin altına verilen bilginin gerekçesini yazınız.</li> </ul> <p><b>İspat:</b></p> <p><math>\hat{A}BC \cong \hat{D}EF</math> olsun.</p>				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir	0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar 0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar 1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar fakat bazılarını yapamaz 2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	4	16,00%	9	40,91%
1	10	40,00%	10	45,45%
2	11	44,00%	3	13,64%
	Toplam=25	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablodan 24'den görüleceği gibi 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 4, kontrol grubundan 9 öğrenci yer alırken 1 puan kategorisinde hem deney hem de kontrol grubundan 10 öğrenci yer almaktadır. 2 puan kategorisinde ise deney grubundan 11 ve kontrol grubundan 3 öğrenci bulunmaktadır. Her bir kategoride bulunan öğrenci yüzdeleri incelendiğinde ise deney grubu öğrencilerinin %44'nün kontrol grubunun ise yaklaşık %14'ünün 2 puan kategorisinde yer aldığı görülmektedir. 1 ve 2 puan kategorisi birlikte ise deney grubunun %84'ü kontrol grubunun ise yaklaşık %59'unun bu kategorilerde yer almaktadır. Hem 2 puan kategorisi tek başına hem de 1 ve 2 puan kategorisi birlikte ele alındığında elde edilen öğrenci yüzdelerine bakıldığında deney grubu öğrenci yüzdesinin kontrol grubu öğrenci yüzdesinden daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum verilen geometrik bir durumu tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilme davranışında deney grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrenci yüzdelerinde ön, ara ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişiminin olduğunu görebilmek için her bir testin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerine bakmak gerekir. Deney grubu öğrencileri için bu Grafik 14'te aşağıdaki gibidir:

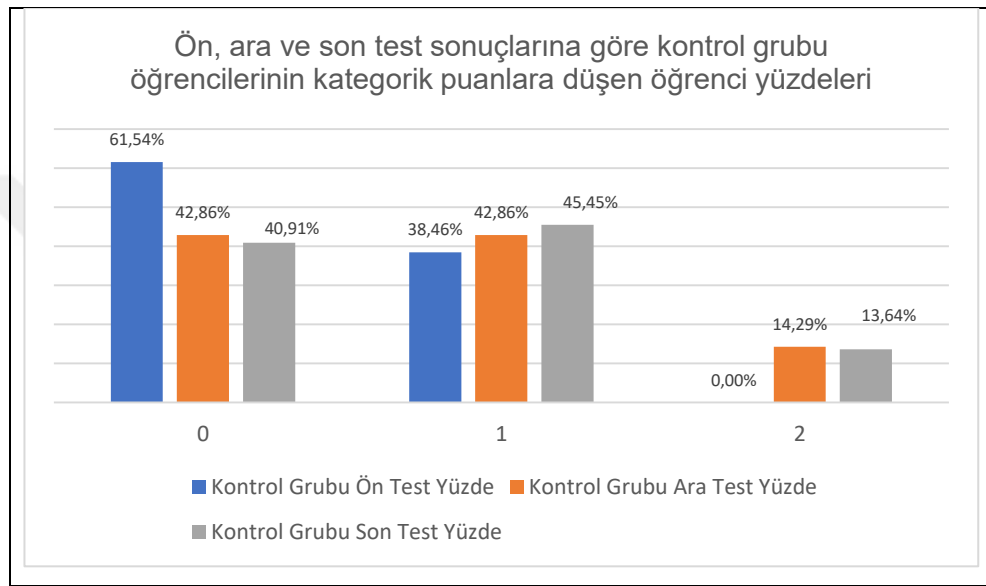


Grafik 14. Ön, ara ve son test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 14'den görüldüğü gibi deney grubu öğrenci yüzdeleri 0 (sıfır) puan kategorisinde ön, ara ve son testte sırasıyla %44, %16,67, %16'dır. Bu sonuçlar öğrenci yüzdesinin ön testten ara testte düştüğünü ve ara ve son test öğrenci yüzdelerinin neredeyse aynı olduğunu göstermektedir. 1 puan kategorisine bakılacak olur ise öğrenci yüzdelerinin giderek düştüğü görülmektedir. 2 puan kategorisinde ise ara testte yaklaşık %38 olan öğrenci yüzdesi son testte %44 olmuştur. Ara teste kadar olan uygulamalar 2

puan kategorisindeki öğrenci yüzdesinde yaklaşık %38 bir artışa neden olurken ara testten son teste kadar olan uygulamalar öğrenci yüzdesinde yaklaşık %7'lik bir artışa neden olmuştur. Bu durum ara teste kadar olan uygulamaların ara testten son teste kadar olan uygulamalardan daha fazla öğrencilerin yapılan bir değişikliği geçerli muhakeme süreci içinde gerekçelendirebilme davranışına etki ettiğini göstermektedir.

Kontrol grubu için öğrenci yüzdelilerindeki değişimin ön, ara ve son testte nasıl olduğunu görebilmek için hazırlanan grafik ise aşağıdaki gibidir:



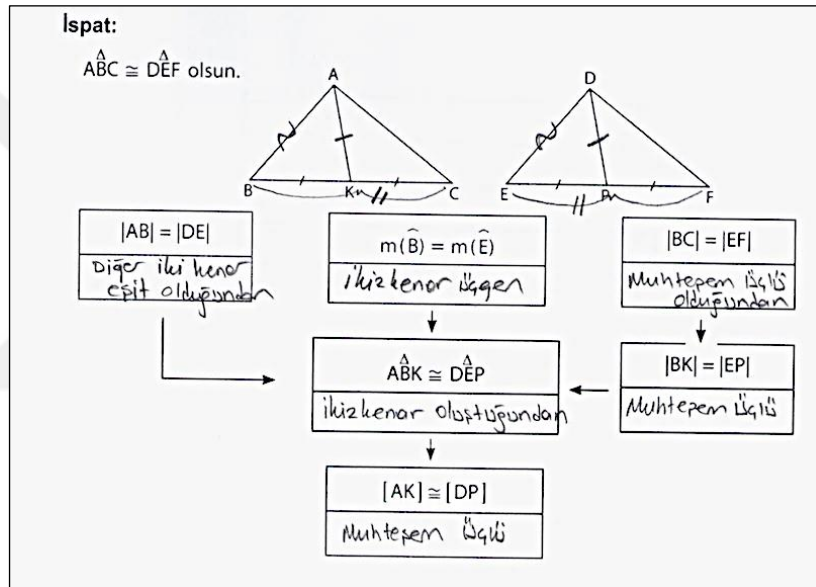
Grafik 15. Ön, ara ve son test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik 15'den görüleceği gibi 0 (sıfır) puan kategorisinde öğrenci yüzdeleri giderek düşmüştür. Deney grubunda olduğu gibi kontrol grubunda da ön testten ara teste öğrenci yüzdesindeki düşüş ara testten son teste öğrenci yüzdesindeki düşüşten daha fazladır. 1 puan kategorisinde ise sürekli fakat %5'i geçmeyen bir artış görülmektedir. 2 puan kategorisinde ise ara testte %14,29 olan öğrenci yüzdesi son testte %13,64 olmuştur. Bütün bu bilgilerden hareketle kontrol grubu öğrenci yüzdelilerinde 0 (sıfır) ve 2 puan kategorilerinde ön testten ara teste önemli bir değişim olmasına karşın ara testten son teste öğrenci yüzdeleri neredeyse sabit kalmıştır. Ayrıca 1 puan kategorisinde az da olsa zamanla öğrenci yüzdelilerinde bir artış meydana gelmiştir.

Deney ve kontrol grubu öğrenci yüzdelilerinin ön, ara ve son test verilerine göre değişimi birlikte ele alındığında; her iki grubun öğrenci yüzdelilerindeki değişimin 0 (sıfır) puan kategorisinde neredeyse benzer olduğu fakat 1 puan kategorisinde kontrol grubu öğrenci yüzdelilerinin zamanla arttığı deney grubu öğrenci yüzdelilerinin ise azaldığı söylenebilir. 2 puan kategorisinde deney grubunda zamanla bir artış varken kontrol grubu

öğrenci yüzdesi ön testten ara teste artarken ara testten son teste önemli bir değişim geçirmemiştir. Elde edilen sonuçlar deney grubunda olduğu gibi kontrol grubu için de ara teste kadar olan sınıf içi faaliyetlerin ara testten sonra yapılan faaliyetlerden daha fazla öğrencilerin matematiksel bir durumu geçerli muhakeme süreci içinde gerekçelendirebilme davranışına etki ettiğini göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son teste verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin yanlış gerekçelendirmeler yaptıkları, tanım, aksiyom ya da teorem kullanarak gerekçe yapmak yerine şeklin görüntüsü üzerinden açıklamalar yazdıkları ve ispatın akışını takip etmedikleri tespit edilmiştir. Kontrol grubundan K18 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

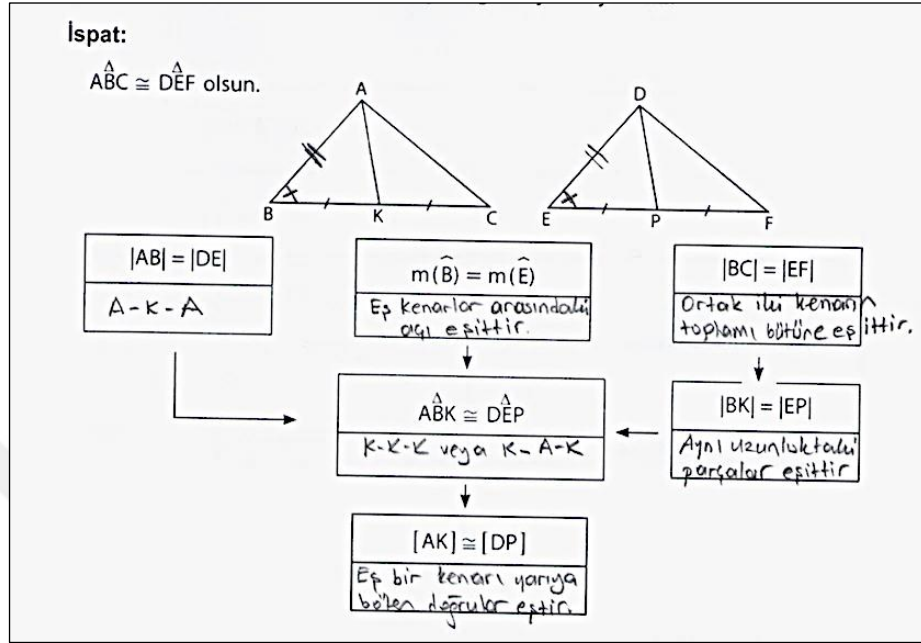


Şekil 91. 0 (sıfır) puan kategorisinden K18 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevap incelendiğinde öğrencinin verilen gerekçelendirmeleri yanlış yaptığı görülmektedir. Yapılan yanlışlara bakıldığında ise öğrencinin şeklin görüntüsünden etkilendiği ve bunu gerekçelendirmede kullandığı anlaşılmaktadır. Nitekim öğrencinin “muhteşem üçlü” gibi şeklin görüntüsünden etkilenecek soru üzerinde verilenlerden elde edilemeyecek bilgileri gerekçe bölümüne yazması bunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin bazı gerekçelendirmeleri doğru yaparken bazılarını yanlış yaptıkları görülmüştür. Yapılan yanlışlar incelendiğinde bunların ispatın bütünü içinde belirli bir muhakeme zinciri ile oluşmadığı aksine her bir gerekçelendirmenin kendi içinde bağımsız değerlendirildiği görülmüştür. Böylece ispatta mantıksal kopukluklar

ortaya çıkmış ve belirli bir bölümü doğruyken belirli bir bölümü yanlış olmuştur. Deney grubundan D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 92. 1 puan kategorisinden D11 kodlu öğrencilerin verdiği yazılı cevap

Verilen yazılı cevaplar incelendiğinde öğrencinin bazı gerekçelendirmeleri matematiksel ilkeleri kullanarak doğru yaptığı bazıları ise yanlış yaptığı görülmektedir. Yanlış yapılan cevaplar incelendiğinde ise yazılan gerekçelerin ispatın bütünü içinde belirli bir muhakeme zinciri ile oluşmadığı görülmektedir. Örneğin D11 kodlu öğrenci  $ABK$  ve  $DEP$  üçgenlerinin eş olmasını "K-A-K veya K-K-K özelliklerinden üçgenler benzerdir" şeklinde ifade etmiştir. K-A-K eşlik kuralından üçgenlerin eş ya da benzer olduğunu yazması bir problem gibi görünmese de K-K-K olarak bir başka eşlik kuralını yazması öğrencinin gerekçelendirmede mantıksal bir zincir takip etmediğini göstermektedir. Nitekim yapılan görüşmede öğrencinin bu bölümü kendi içinde ispatın bütününden bağımsız ele aldığı ve ona göre bir gerekçelendirme yazdığı anlaşılmaktadır. D11 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:**  $ABK$  ve  $DEP$  üçgenlerin eş olması ile ilgili iki farklı eşlik kuralı yazmışsın. Bu kuralları nasıl elde ettin.

**Öğrenci:** İki üçgenin eş olması için ya K-K-K ya da K-A-K olmalı

**Araştırmacı:** Burada verilen soruda hangisi var?

**Öğrenci:** İkisi de var.

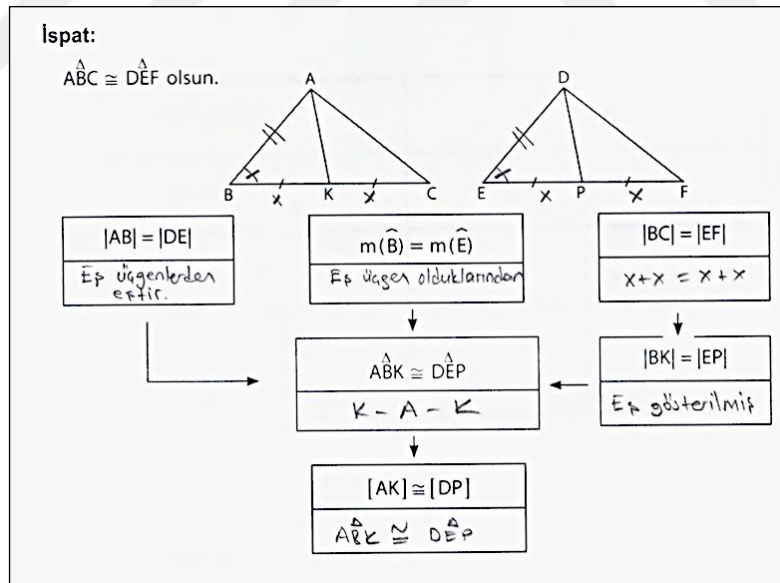
**Araştırmacı:** Nasıl elde ettin açıklayabilir misin?



- Öğrenci: *Büyük üçgenler benzer olduğundan bu üçgenler ikiye bölündüğünde de benzer olurlar...kenarlar ve açılar eşit olur*
- Araştırmacı: *Son gerekçelendirmeye "eş bir kenarı yarıya bölen doğrular birbirine eşittir" yazmışsın. Böyle bir kuralı nasıl çıkardın?*
- Öğrenci: *Üçgenler aynı o zaman bu kenarları yarıya bölen doğrularda aynı olmalı bu üçgenler birbiri ile aynı olduğundan mecbur...*

Verilen mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci verilen ispat ile ilgili sırayı dikkate almadan gerekçe bölümünü doldurmuştur. Ayrıca ABK ve DEP üçgenlerinin ve AK ile DP doğru parçalarının eş olmasını herhangi bir matematiksel ilke kullanmadan sezgileriyle cevaplamaya çalışmıştır. Bu durum öğrencinin bir ispatın nasıl işlediğini bilmediği dolayısıyla teorik muhakeme becerisinin bütün bileşenlerini gösteremediği anlamına gelmektedir.

Deney ve kontrol grubundan 2 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise bu öğrencileri geçerli muhakeme süreci içinde bütün gerekçelendirmeleri doğru yaptıkları tespit edilmiştir. Deney grubundan D24 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 93. 2 puan kategorisinden D24 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci ispatta ayrılan bölümlere geçerli muhakeme süreci içerisinde doğru gerekçelendirmeler yazmıştır. Yazılan gerekçelendirmeler matematiksel bir prensibe dayanmakla beraber mantıksal bir sırayı takip etmektedir.



#### 4. 1. 6. Öğrencilerin Teorik Muhakeme Süreçlerindeki Gelişimi Belirlemek İçin Yapılan Testlerin İstatistiksel Analizi Sonuçları İle İlgili Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan ve öğrencilerin teorik muhakeme süreçlerini ortaya koymaya çalışan ön, ara ve son test sonuçları ile istatistiksel analizlere yer verilmiştir.

#### 4. 1. 7. Öğrencilerin Teorik Muhakeme Süreçlerini Karşılaştırmaya Yönelik İstatistiksel Analiz Sonuçları İle İlgili Bulgular

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme süreçlerinin karşılaştırılabilmesi için ön testler için bağımsız t testi ve ara ve son test için kovaryans (ANCOVA) analizi yapılmıştır. Bu yapılmadan önce öğrencilerin testlerden aldıkları kategorik puanlar lineer puanlara dönüştürülmüştür. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme bilişsel süreç testleri ile ilgili özet istatistiği aşağıdaki gibidir:

Tablo 25. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri ile İlgili Özet İstatistiği

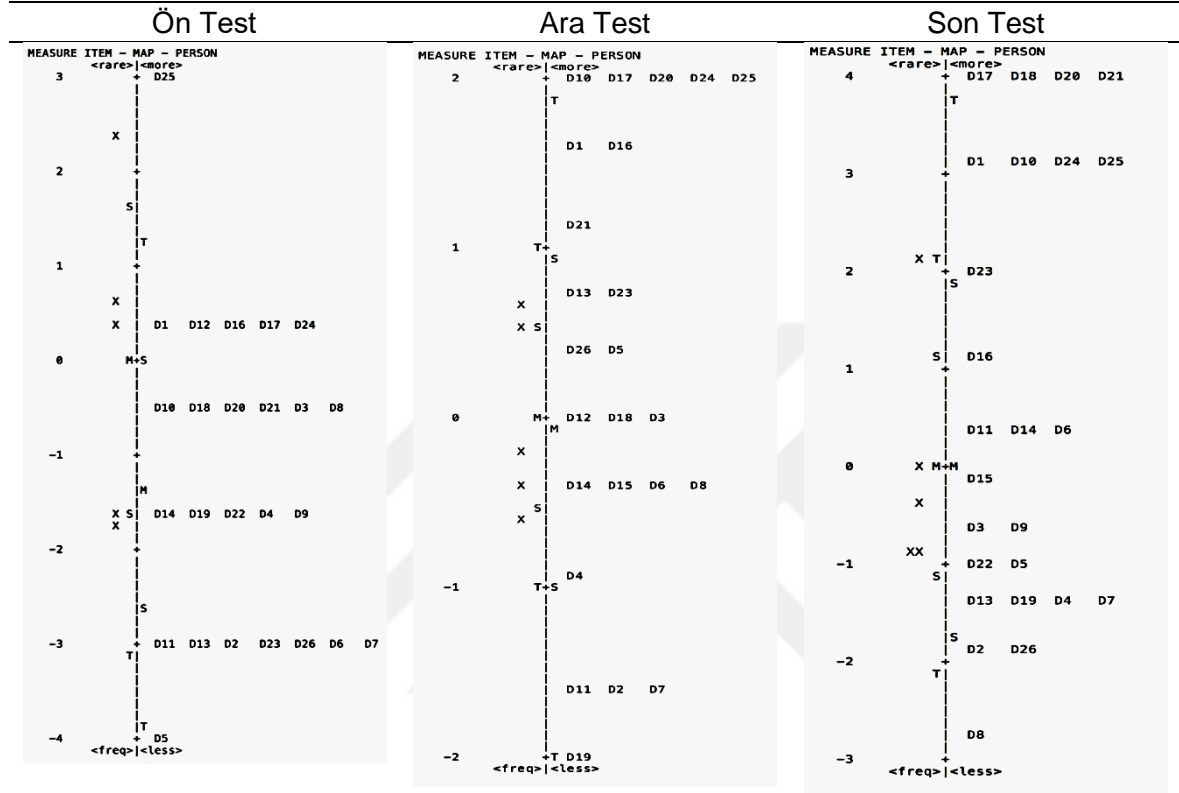
		Ham Puan					Lineer Puan			
		N	$\bar{X}$	SS	Max	Min	$\bar{X}$	SS	Max	Min
Ön Test	Deney	25	2.5	1.6	8	0	-1.26	1.74	3.62	-4.80
	Kontrol	26	2.3	1.4	7	0	-1.73	1.85	2.75	-6.48
Ara Test	Deney	24	6.1	3.3	11	0	0.56	1.93	3.60	-3.93
	Kontrol	21	2.8	2.4	10	0	-1.75	1.71	3.06	-4.28
Son Test	Deney	25	6.5	3.3	11	1	0.81	2.41	4.72	-2.73
	Kontrol	22	3.4	2.0	8	1	-0.73	0.98	1.50	-2.09

Tabloda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ham ve lineer puan ortalamaları ( $\bar{X}$ ) standart sapma (SS), testlerden alınan en yüksek (Max) ve en düşük (Min) puanlar verilmektedir. Dikkat edilecek olursa ham puan ortalamaları lineer puanlara dönüştürüldüğünde negatif puanlar ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin lineer puan ortalamalarının negatif bir değer alması sorulan soruların yarısından daha azına doğru cevap verildiği anlamına gelmektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test ham puan ortalamalarına bakıldığında ortalamaların giderek arttığı lineer puan ortalamaları incelendiğinde ise deney grubu öğrencilerinin ortalamalarının giderek arttığı kontrol grubu öğrencilerinin ortalamalarının ara testte biraz düştüğü fakat son testte tekrar yükseldiği görülmektedir. Bu durum her iki öğrenme ortamında bir şekilde öğrencilerin teorik muhakemelerinde olumlu bir değişimin ortaya çıktığı anlamına gelmektedir. Bu değişimin öğrencilerde nasıl

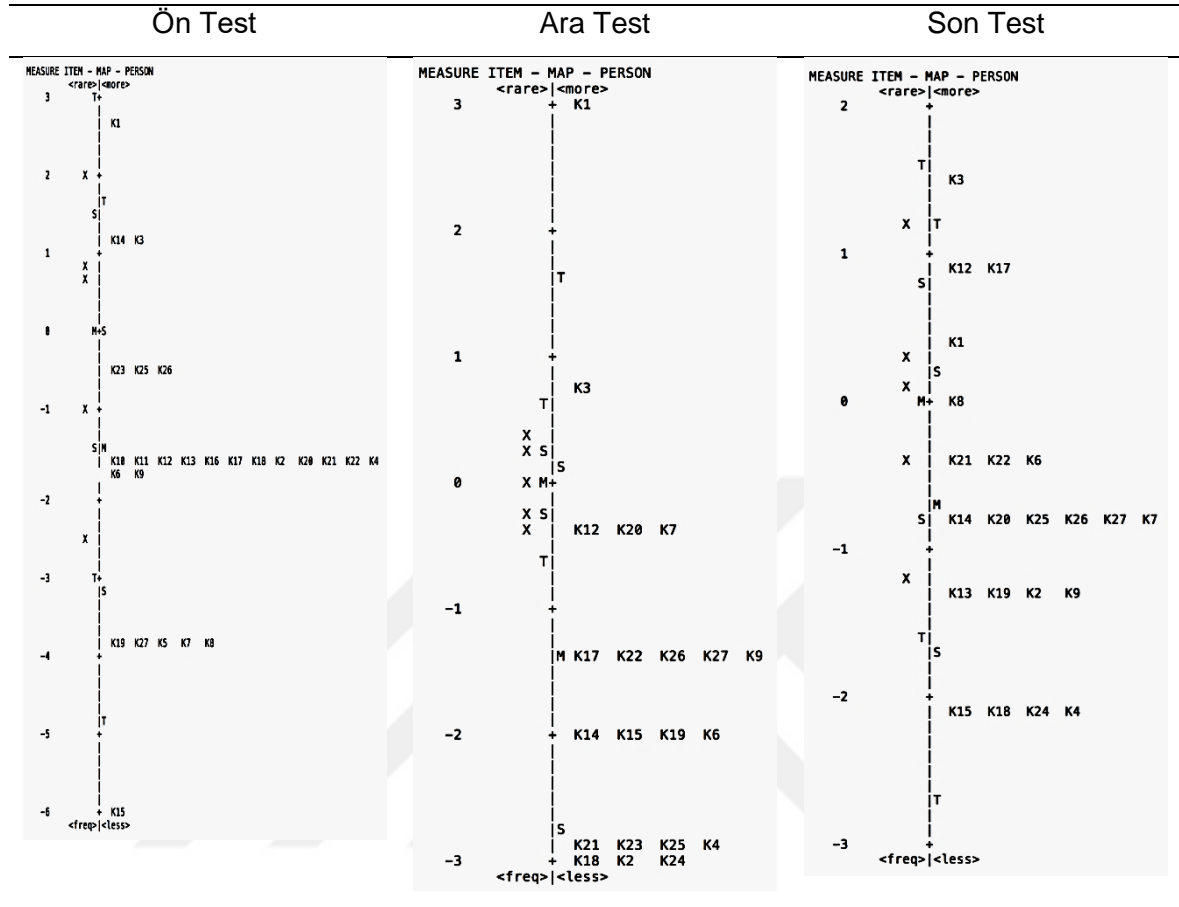
olduğunu görebilmek için madde-kişi haritalarına bakılmıştır. Deney grubu için madde-kişi haritaları aşağıdaki gibidir:

Tablo 26. Deney Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları



Madde-kişi haritalarında öğrenciler belirli sayı değerleri aralığında sınıflandırılmakta ve sayının büyümesi teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinden alınan puanın yükseldiği anlamına gelmektedir. Bu bağlamda verilen tablo incelendiğinde deney grubu öğrencilerin 0 (sıfır) puan üzerinde yer alma durumlarının son teste doğru giderek arttığını göstermektedir. Ön testte 0 (sıfır) puanın üzerinde 6 öğrenci, ara testte 12 öğrenci ve son testte 13 öğrenci yer almaktadır. Bu durum ara ve son testte neredeyse öğrencilerin yarısının 0 (sıfır) puanın üzerinde yer aldığını göstermektedir. Fakat ara test ile son test arasında bir öğrencilik farkın olması öğrencilerdeki teorik muhakeme becerisinin belirli bir aşamadan sonra fazla ilerlemediğini göstermektedir. Kontrol grubu öğrencileri için madde-kişi haritaları ise aşağıdaki gibidir:

Tablo 27. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları



Kontrol grubu öğrencilerinin madde-kişi haritaları incelendiğinde ön test ile ara test arasında öğrencilerin 0 (sıfır) puanın üzerinde yer alma durumlarında dikkate değer bir değişimin olmadığı görülmektedir. Son testte ise hem -1 ve 0 puan aralıklarına doğru hem de hem de 0 ve 1 puan aralıklarına doğru öğrencilerin yükseldiği görülmektedir. Bu durum kontrol grubu öğrencilerinde az da olsa uygulamanın sonlarında bir değişimin başladığını göstermektedir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test lineer puan ortalamalarının incelendiğinde (bkz. Tablo 25) sırası ile -1.26 ve -1.73 olduğu görülmektedir. Buna göre deney grubu öğrencilerinin ön test lineer puan ortalaması kontrol grubu öğrencilerinin ön test lineer puan ortalamasından daha yüksektir. Fakat bu durumun gruplar arasında istatistiksel anlamda anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığının incelenmesi gerekir. Bunun için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Yapılan bu teste yönelik sonuçlar aşağıda verilen tabloda sunulmuştur.

Tablo 28. Ön Test Puanların Karşılaştırılmasına Yönelik Bağımsız t-Testi Sonuçları

Grup	N	$\bar{X}$	SS	Sd	t	p
Deney	25	-1.26	1.74	49	0.918	0.363
Kontrol	26	-1.73	1.85			

Tabloda verilen sonuçlar incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin ortalaması kontrol grubu öğrencilerinden yüksek olmasına rağmen ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığı görülmektedir ( $t=0.918$ ;  $p>0.05$ ). Bu durum uygulamalardan önce deney ve kontrol grupları arasında teorik muhakeme becerisi açısından bir farkın olmadığını göstermektedir. Bu durumun uygulama sürecinde ve uygulama sonunda nasıl olduğunun tespit edilebilmesi için ara ve son test verilerine kovaryans analizi uygulanmıştır. Böylece testlerden elde edilen ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığı varsa bu farkın gerçekten deneysel koşullara bağlı olarak ortaya çıkıp çıkmadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Ara test puanlarına uygulanan kovaryans analizi neticesinde elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

Tablo 29. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları

Grup	N	Ara Test Puanı		Düzeltilmiş Ara Test Puanı	
		$\bar{X}$	SS	$\bar{X}_d$	SH
Deney	24	0.56	1.93	0.589	0.198
Kontrol	21	-1.75	1.71	-1.763	0.212

$\bar{X}_d$ : Düzeltilmiş Ara Test Puan Ortalaması

Tablo 30. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Ara Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	111.126	1	111.126	118.113	0.000
Yöntem	61.933	1	61.933	65.827	0.000
Hata	39.515	42	0.941		
Toplam	211.479	44			

Tablo 30'da yer alan ANCOVA analiz sonuçlarına göre, deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin teorik muhakeme becerisini belirlemeye yönelik başarıları ile ilgili ön test puanları kontrol altına alındığında ara test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmıştır ( $F(1,42) = 65.827$ ,  $p<0,05$ ). Bu durum, uygulama sürecinde, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden ara test puanlarına göre daha

başarılı olduğunu ve bu başarının tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen uygulamalar ile ilişkili olduğunu göstermektedir. Uygulama sonunda yapılan son test puanlarına uygulanan kovaryans analizinin sonuçları ise aşağıdaki gibidir:

Tablo 31. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Son Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları

Grup	N	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		$\bar{X}$	SS	$\bar{X}_d$	SH
Deney	25	0.81	2.41	0.826	0.203
Kontrol	22	-0.73	0.98	-0.762	0.216

$\bar{X}_d$ : Düzeltilmiş Son Test Puan Ortalaması

Tablo 32. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Son Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	120.244	1	120.244	116.989	0.000
Yöntem	29.510	1	29.510	28.711	0.000
Hata	45.224	44	1.028		
Toplam	193.514	46			

Tablo 32’de yer alan ANCOVA analiz sonuçlarına göre, deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin teorik muhakeme becerisini belirlemeye yönelik başarıları ile ilgili ön test puanları kontrol altına alındığında son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmıştır (F (1,44) = 28.711, p<0,05). Bu durum, uygulama sonunda, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden son test puanlarına göre daha başarılı olduğunu ve bu başarının tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen uygulamalar ile ilişkili olduğunu göstermektedir.

Hem ara test hem de son test puanları ile ilgili ANCOVA analiz sonuçları dikkate alındığında tasarlanan öğrenme ortamının derslerin geleneksel öğrenme ortamından öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirme bakımından daha başarılı olduğu anlaşılmaktadır.

#### 4. 2. Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerine Yönelik Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma süreçlerine yönelik bulgular yer almaktadır. Bulgular şekle bakma süreçlerinin göstergeleri üzerinden altı alt başlıkta sunulmuştur. Her gösterge için elde edilen bulgular: Uygulama öncesi, uygulama

sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta ele alınmıştır. Her bir gösterge için ön, ara ve son testlerden elde edilen ham puanlar, klinik mülakatlardan elde edilen veriler betimsel olarak sunulduktan sonra öğrencilerin şekle bakma bilişsel süreç testlerinden elde ettikleri ham puanlar lineer puanlara dönüştürülerek uygulama sonunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma süreçleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı istatistikler testler yardımı ile belirlenmeye çalışılmıştır.

#### 4. 2. 1. Öğrencilerin Verilen Geometrik Şeklin Boyutunu Söyleyebilmesi ile İlgili Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta öğrencilerin verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilmesi ile ilgili bulgular sunulmuştur.

##### 4. 2. 1. 1. Uygulama Öncesi

Öğrencilerin şekle bakma süreçleri ile ilgili bir göstergesi: Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilmesidir. Uygulama öncesinde bu beceri şekle bakma bilişsel süreç testlerinin 1. sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. Sorulan soru, kategorik puanlar ve öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 33. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Puanlarına Göre Dağılımı

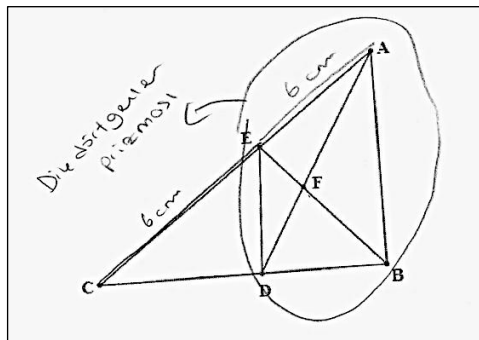
Soru				
Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur?				
<p>Yanda verilen ABC üçgeninde  <math>[ED] \perp [CB]</math>, <math>[AD] \perp [EB]</math> ve  <math> CE  =  CB  = 6</math>, <math>[ED] \parallel [AB]</math>'dir.</p>				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir	0: Verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır 1: Verilen şeklin boyutunu doğru yazar			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	14	53,85%	13	52,00%
1	12	46,15%	12	48,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Tablodan görüleceği gibi deney grubundan 26 kontrol grubundan 25 öğrenci sınava katılmıştır. Deney grubundan 14 kontrol grubundan ise 13 öğrenci 0(sıfır) puan kategorisinde yer almaktadır. Yani öğrenciler verilen şeklin boyutunu ya yanlış yazmış ya da soruyu boş bırakmışlardır. Bu durum her iki grupta da sınıfın yaklaşık yarısının (deney grubunun yaklaşık %54'ü, kontrol grubunun ise %52'si) boyut kavramı ile ilgili güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerde bu güçlüklerin kavramsal ve algısal nedenlerden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bazı öğrencilerin sadece kavramsal bazı öğrencilerin ise hem kavramsal hem de algısal güçlükler yaşadıkları görülmüştür.

Hem deney hem de kontrol grubundan sadece kavramsal güçlük yaşayan öğrenciler ya boyut kavramı ile ilgili bilgilerinin olmadığını ifade etmiş ya da şeklin düzlemsel olduğunu belirlemelerine rağmen şeklin boyutunu yanlış yazmışlardır. Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan ve şeklin 1 boyutlu olduğunu ifade eden bir öğrenci (D17) ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:

- Araştırmacı: Verilen geometrik şekil kaç boyutludur?*  
*Öğrenci: Şekil 1 boyutludur.*  
*Araştırmacı: Neden 1 boyutlu olduğunu düşünüyorsun?*  
*Öğrenci: Çünkü bir derinliği yok, düz görüyorum sadece çizgiler var.*

Mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci derinliği olmayan ya da üç boyutlu olmayan geometrik şekillerin bir boyutlu olması gerektiği ile ilgili bir kavram yanlışlığı içindedir. Bu öğrenci verilen geometrik şeklin düzlemsel olduğunu anlamasına rağmen şeklin boyutunu doğru ifade edememiştir. Hem kavramsal hem de algısal güçlükler yaşayan öğrenciler ise boyut kavramı ile ilgili kavram yanlışları olmasının yanında verilen geometrik şeklin düzlemsel olduğunu da belirleyememişlerdir. Bu öğrenciler verilen geometrik şeklin görüntüsünden etkilenerek şeklin boyutu ile ilgili bir karara varmışlardır. Deney grubundan (D16) bir öğrenci ile yapılan mülakattan bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 94. 0 (sıfır) puan kategorisinden D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap.

- Araştırmacı:* Verilen geometrik şekil kaç boyutludur?
- Öğrenci:* 3 boyutludur.
- Araştırmacı:* Niye böyle düşündün?
- Öğrenci:* Şey düşündüm şurada (EDBA dörtgenini gösteriyor, bkz. Şekil 94) prizma var diye düşündüm (Aslında piramit demesi gerekiyor). Yani F noktası uç noktası.
- Araştırmacı:* Anladığım kadarıyla F noktası uç noktası olmak üzere evin çatısı gibi EDBA dörtgenini görmüşsün.
- Öğrenci:* Evet öyle düşündüm. Bu yüzden üç boyutlu dedim
- Araştırmacı:* Şekil bir boyutlu olsaydı nasıl olması gerekirdi?
- Öğrenci:* Bir tane üçgen olursa tek boyutludur.
- Araştırmacı:* İki boyutlu olursa ne olur?
- Öğrenci:* İki tane üçgen olmaz mı?
- Araştırmacı:* Ben senin fikrini merak ediyorum.
- Öğrenci:* Aslında boyutu bilmiyorum. Şekil dışarı doğru olursa üç boyutlu olur onu biliyorum.

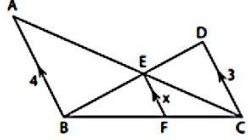
Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrencinin şeklin boyutu ile ilgili yanlış bilgiler vermesinin nedeni şekli yanlış algılamış olmasıdır. Bu öğrenci aslında düzlemsel olan EDBA dörtgenini piramit olarak gördüğü için şeklin üç boyutlu olması gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca üç boyut ile ilgili doğru sezgisel açıklamalarda bulunmasına rağmen aslında boyut kavramını bilmediği anlaşılmaktadır. Nitekim yapılan mülakatta bir ve iki boyut ile ilgili sorulara öğrencinin yanlış cevaplar vermesi de bunu göstermektedir.

#### **4. 2. 1. 2. Uygulama Sürecinde**

Şekle bakma bilişsel süreç ön testinden sonra yapılan 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de birinci soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin verilen geometrik şeklin boyutunu doğru belirleyip belirleyemeyeceklerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:



Tablo 34. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

Soru				
Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur?				
		<p>Yandaki şekilde  <math>[AB] // [EF] // [DC]</math>  <math> AB  = 4 \text{ br}</math>  <math> DC  = 3 \text{ br}</math>                      ise <math> EF  = x</math> değerini bulalım.</p>		
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir	0: Verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır 1: Verilen şeklin boyutunu doğru yazar			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	2	7,69%	13	52,00%
1	24	92,31%	12	48,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam= %100

Tablo 34 incelendiğinde deney grubu öğrencilerinden 24, kontrol grubundan 12 öğrencinin verilen şeklin boyutunu doğru yazdığı görülmektedir. Deney grubunun yaklaşık %92'sine, kontrol grubunun ise %48'ine karşılık gelen bu durum deney grubunda neredeyse sınıfının tamamını bu göstergede başarılı olduğunu göstermektedir.

Öğrenciler ile yapılan görüşmelerde deney grubu öğrencilerinden 1 puan kategorisinde yer alan bazı öğrencilerin "Şekil, Kavram ve Semboller" etkinliğinde (bkz. Ek 4) boyut kavramını açıklamak için dinamik geometri yazılımı kullanılarak oluşturulan modeli (bkz. Şekil 95) referans alarak boyut kavramını yapılandırdıkları görülmüştür. Bu öğrencilerden yazılı verdikleri cevabı açıklaması istendiğinde derste oluşturulan model üzerinden cevap verdikleri görülmüştür. Deney grubundan D17 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerde bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı:* Verilen şekil kaç boyutlu?

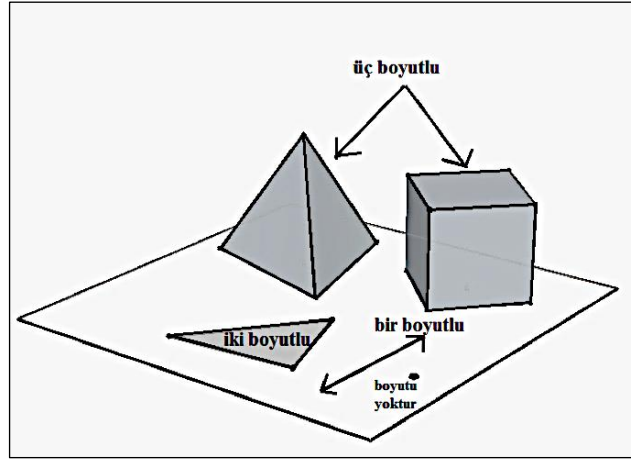
*Öğrenci:* İki boyutlu

*Araştırmacı:* Neden iki boyutlu olduğunu düşünüyorsun?

*Öğrenci:* Düzlemselse iki boyutlu, düzlemin üzerinde bir şekil var ise bu üç boyutlu oluyordu.

*Araştırmacı:* Derste mi öğrendiniz?

*Öğrenci:* Evet hocamız bilgisayar da göstermişti



Şekil 95. Şekil, kavram ve semboller etkinliğinde kullanılan DGY ile oluşturulan boyut ile ilgili modeller.

Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci DGY ile derste oluşturulan modelde olduğu gibi iki boyutlu şekli düzlemsel, üç boyutlu şekli düzlemin üzerinde olarak anlamlandırmıştır. Bu durum deney grubunda başka öğrencilerle de yapılan mülakatlarda da ortaya çıkmıştır. Deney grubundan 1 puan kategorisinde yer alan başka bir öğrenci (D24) ile yapılan görüşmeden bir kesit ise aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı:* Verilen şekil kaç boyutludur?

*Öğrenci:* İki boyutludur.

*Araştırmacı:* Neden iki boyutlu olduğunu düşünüyorsun?

*Öğrenci:* İki boyutlu düz, üç boyutlu olsaydı kâğıt üzerinde havada duruyormuş gibi olurdu.

Yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi D17 kodlu öğrencide olduğu gibi bu öğrenci de iki boyutlu şekli düz yani düzlemsel, üç boyutlu şekli ise kâğıt üzerinde yani düzlemin üzerinde kavramları ile anlamlandırmıştır. Öğrencilerin kullandığı dil teorik olmamasına rağmen boyut kavramı ile ilgili lise düzeyinde böyle bir sezgisel bakış geometri dersi için yeterli görülmelidir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinden 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrenciler ile yapılan görüşmede bu öğrencilerin ön testte olduğu gibi boyut ile ilgili kavramsal ve algısal güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Bazı öğrencilerin sadece kavramsal güçlük yaşadıkları bazı öğrencilerin ise hem kavramsal hem de algısal güçlülükler yaşadıkları görülmüştür. Deney grubundan sadece iki öğrenci ara teste kadar bu güçlüğü aşamamasına rağmen kontrol grubundan 13 öğrenci bu güçlükleri aşamamıştır. Kontrol grubundan K20 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerde hem

kavramsal hem de algısal güçlüklerin neden olduğu durum açıkça görülmektedir. K20 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı:* Verilen şekil kaç boyutludur.

*Öğrenci:* Üç boyutlu

*Araştırmacı:* Neden üç boyutlu olduğunu düşünüyorsun?

*Öğrenci:* Çünkü Piramidin bir kenarı yok gibi duruyor...

*Araştırmacı:* Şeklin piramit olduğunu nasıl anladın?

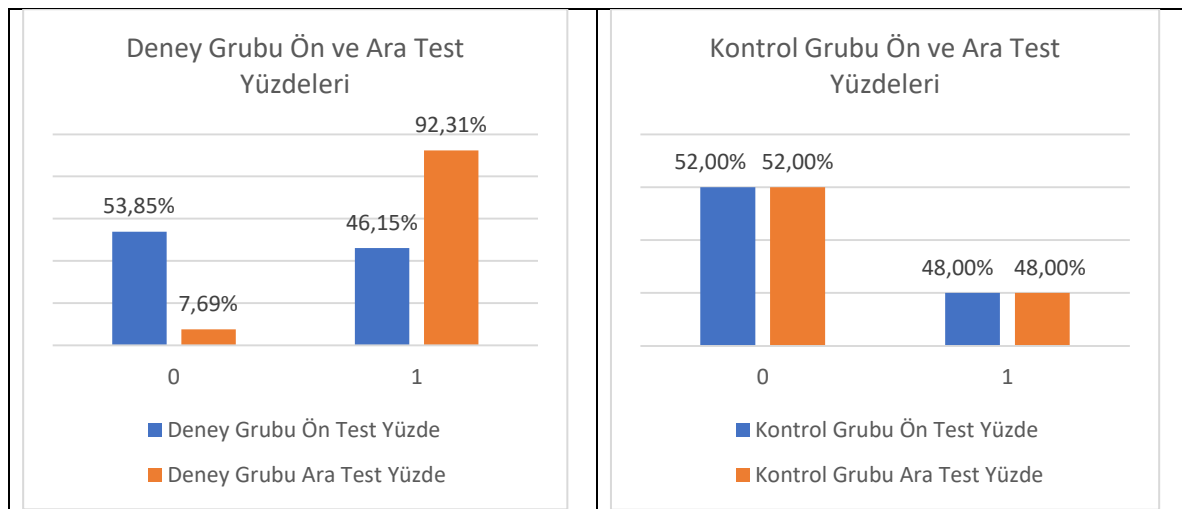
*Öğrenci:* E noktası uç noktası şunlarda (ABE, EBC, EDC üçgenlerini gösteriyor) yanlardan gelmiş piramit oluşturmuş.

*Araştırmacı:* İki boyutlu olabilmesi için şeklin nasıl olması gerekir?

*Öğrenci:* Aslında sadece üç boyutluyu biliyorum...

Yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğrenci hem algısal hem de kavramsal güçlükler yaşamaktadır. Algısal olarak şeklin düzlemsel olduğunu fark edemeyen öğrencinin ayrıca üç boyut dışında başka boyutları bilmediğini söylemesi boyut kavramı ile ilgili kısıtlı bilgiye sahip olduğunu ve hem kavramsal hem de algısal güçlükler yaşadığını göstermektedir.

Boyut kavramı ile ilgili yaşanan güçlükler deney grubunda ön testten ara teste önemli derecede azalmasına rağmen kontrol grubu öğrencilerinde bir değişimin olmadığı görülmektedir. Bu da deney grubunda yapılan etkinliklerin öğrencilerin boyut ile ilgili sezgisel de olsa bir fikir edinmelerine etki ettiğini göstermektedir. Bunu ön test ve ara test sonuçlarını karşılaştırabilmek için hazırlanan ve kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren aşağıdaki grafikte de görmek mümkündür:



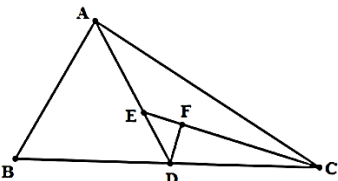
Grafik 16. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Grafik incelendiğinde deney grubu öğrenci yüzdesinin 0 (sıfır) puan kategorisinde ön testten ara teste doğru azaldığı ve 1 puan kategorisinde arttığı görülmektedir. Fakat kontrol grubu öğrenci yüzdesi ön testten ara teste değişmemiştir. Bu da deney grubu öğrencilerinde uygulanan eğitimin öğrencilerin verilen şeklin boyutunu doğru söyleyebilme davranışında kontrol grubunda uygulanan eğitime göre daha başarılı olduğunu göstermektedir.

#### 4. 2. 1. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için hem deney hem de kontrol gruplarına son test uygulanmıştır. Bu testte de birinci soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin verilen geometrik şeklin boyutunu belirleyip belirleyemeyeceklerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 35. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur?				
Şekilde $[AB] \perp [AC]$ , $[DF] \perp [EC]$ $ DF  = 3 \text{ cm}$ , $ BD  =  DC $ ve $[CE]$ C açısının açıortayıdır. $m(\hat{B}) = 54^\circ$ olduğuna göre $ AE  = ?$				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir	0: Verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır 1: Verilen şeklin boyutunu doğru yazar			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	0	0,00%	13	59,09%
1	24	100,00%	9	40,91%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablo 35'den görüldüğü gibi deney grubu öğrencilerinin hepsi verilen şeklin boyutunu doğru yazarken kontrol grubunun ancak yaklaşık %41'i şeklin boyutunu doğru yazabilmiştir. Ön, ara ve son test sonuçlarına bakıldığında ise 1 puan kategorisinde yer alan deney grubu öğrencilerinin giderek arttığı buna karşın kontrol grubu öğrencilerinin azaldığı görülmektedir. Kontrol grubunda yapılan öğretimde öğretmenin boyut kavramına yer vermemesi bunun temel nedeni olabilir. Nitekim deney grubunda öğretmen sadece

dinamik geometri yazılımı ile yaptığı bir etkinlikte boyut kavramına değinmiştir. Yapılan bir etkinlikten sonra deney grubu öğrencilerinin başlangıçtaki durumlarında ortaya çıkan böyle bir değişim aslında bu öğrencilerin boyut kavramını sezgisel olarak doğru anlayabilecek hazırbulunuşluluğa sahip olduğunu göstermektedir. Fakat lise düzeyinde boyut ile ilgili bir deneyim geçirmeyen öğrenciler kaçınılmaz olarak geçmiş deneyimlerinden hareketle verilen şeklin boyutu ile ilgili bir açıklamada bulunacaktır. Nitekim kontrol grubu öğrencileri ile yapılan görüşmelerde bazı öğrenciler ilköğretimde boyut ile ilgili yaşadıkları deneyimleri hatırlamaya çalıştığı görülmüştür. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan K20 kodlu öğrenci ile yapılan mülakattan bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Verilen şekil kaç boyutludur? Sen dört boyutludur demişsin.*

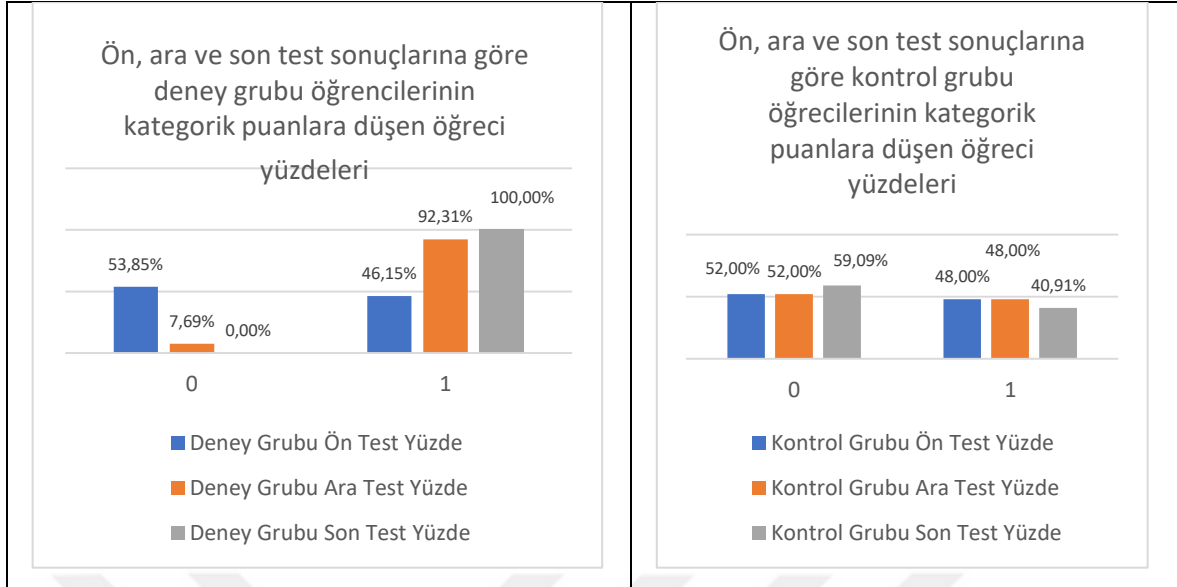
*Öğrenci: Ortaokulda görmüştük ama ben unutmuşum. Öylesine yazdım dört boyutludur diye...*

*Araştırmacı: Lisede boyut ile ilgili bir şey görmediniz mi?*

*Öğrenci: Yok görmedik.*

Mülakat kesitinden de görüldüğü gibi öğrenci ortaokul bilgileri ile soruyu cevaplamaya çalışmıştır. Fakat bu bilgileri hatırlayamadığı anlaşılan öğrenci soruya öylesine cevap verdiğini ifade etmiştir.

Ön, ara ve son test sonuçlarına bütüncül olarak bakılacak olursa deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre başlangıç durumlarına göre ara ve son testte daha başarılı olduğu görülmektedir. Nitekim son testte deney grubu öğrencilerinin tamamı verilen şeklin boyutunu doğru yazmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test ile ilgili sonuçlarını gösteren grafik incelendiğinde bunu görmek mümkündür:



Grafik 17. Ön test, ara test ve son test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafikte deney grubu öğrencileri 0 (sıfır) puan kategorisinde giderek azalırken, kontrol grubu öğrencileri ön testten ara teste bir değişim göstermemiş ve son testte artmıştır. Bununla birlikte 1 puan kategorisinde deney grubu öğrenci yüzdeleri giderek artarken kontrol grubu öğrencileri ön ve ara testte bir değişim göstermemiş fakat son testte azalmıştır.

#### 4. 2. 2. Öğrencilerini Verilen Geometrik Şeklin ve Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varması ve Adını Söyleyebilmesi ile İlgili Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varma ve adını söyleyebilme ile ilgili bulgular sunulmuştur.

##### 4. 2. 2. 1. Uygulama Öncesi

Uygulama öncesinde bu beceri teorik muhakeme bilişsel süreç ön testinin ikinci sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 2'ye kadar kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 36. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen Geometrik Şeklin ve Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varır ve Adını Söyleyebilir.	0: Herhangi bir şekil yazmaz 1: Sadece üçgenleri yazar 2: Farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen, beşgen...)			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	1	3,85%	0	0,00%
1	16	61,54%	15	60,00%
2	9	34,62%	10	40,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Tablodan anlaşılacağı gibi deney grubundan 1 öğrenci 0 (sıfır) puan, 16 öğrenci 1 puan ve 9 öğrenci 2 puan kategorisinde yer almaktadır. Kontrol grubunda ise 0 (sıfır) puan kategorisinde hiç öğrenci bulunmaz iken 1 puan kategorisinde 15, 2 puan kategorisinde 10 öğrenci bulunmaktadır. Bu durum hem deney hem de kontrol grubunun çoğunun sadece üçgen yazdıklarını göstermektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencileri ile yapılan görüşmelerde öğrencilere neden sadece üçgen yazdıkları sorulduğunda bazı öğrenciler dörtgen yazmanın akıllarına gelmediğini bazı öğrenciler ise şekle baktıklarında dörtgen göremediklerini ifade etmişlerdir. 1 puan kategorisinde D24 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır?

**Öğrenci:** CED, CAB, EFD, AFB, DFB, EFA üçgenlerinden

**Araştırmacı:** Hep üçgen yazmışsın. Dörtgen niye yazmadın? Şekil üzerinde fark edemedin mi?

**Öğrenci:** Evet şimdi siz söyleyince fark ettim. Dörtgen yazmak hiç aklıma gelmedi.

Verilen mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci kendisine verilen şekli sadece üçgenleri kullanarak parçalara ayırmıştır. Üçgenler dışında başka herhangi bir geometrik şekil yazmayı düşünemeyen böyle öğrencilerin dışında şekil üzerinde başka geometrik

şekiller aramasına rağmen bulamayan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu öğrencilerden biri ile yapılan (K25) görüşmeden bir kesit ise aşağıdaki gibidir:

- Araştırmacı:* Hep üçgen yazmışsın neden?  
*Öğrenci:* Aslında başka bir şey göremedim.  
*Araştırmacı:* Şu an bakınca görüyor musun?  
*Öğrenci:* Hayır  
*Araştırmacı:* EDBA dörtgen değil mi?  
*Öğrenci:* Aaa! evet görmemişim.

Mülakat kesiti incelendiğinde görüleceği gibi öğrencinin üçgen dışında başka bir şekil yazamamasının nedeni şekil üzerinde başka bir şekil görememesidir. Ancak kendisine verilen şekil içinde gösterince bir dörtgen olduğunu fark edebilmiştir. Bu durum bu öğrencilerin görsel algılarının sınırlı bir yapısının olduğunu bir önceki öğretim basamağında yeterli düzeyde görsel algılarını geliştirmediklerini göstermektedir.

#### 4. 2. 2. 2. Uygulama Sürecinde

Şekle bakma bilişsel süreç ön testinden sonra yapılan 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de ikinci soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varıp varamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 37. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru	
Verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız	
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli
Verilen Geometrik Şeklin ve Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varır ve Adını Söyleyebilir.	0: Herhangi bir şekil yazmaz veya boş bırakır 1: Sadece üçgenleri yazar 2: Farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen, beşgen...)

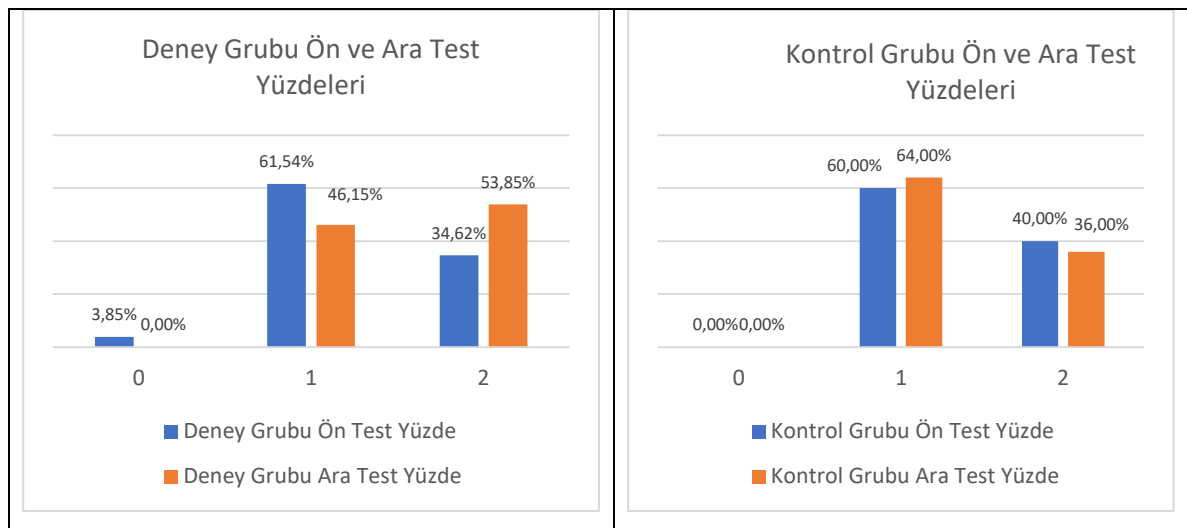


Tablo 37'nin devamı

Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	0	0,00%	0	0,00%
1	12	46,15%	16	64,00%
2	14	53,85%	9	36,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

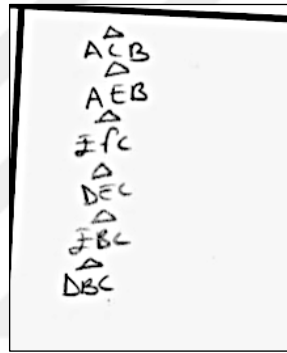
Tablodan görüleceği gibi deney ve kontrol grubundan verilen soru ile ilgili herhangi bir şekil yazmayan öğrenci bulunmamaktadır. Sadece üçgen yazan öğrenciler ise deney grubunun yaklaşık %46'sını kontrol grubunun ise %64'ünü oluşturmaktadır. Farklı geometrik şekil yazan öğrencilere bakıldığında ise deney grubunun yaklaşık %54'ünün kontrol grubunun ise %36'sının üçgenden farklı olarak diğer geometrik şekilleri de yazdığı görülmektedir.

Öğrencilerin ön ve ara test sonuçları için 1 ve 2 puan kategorilerinde yer alan öğrenci sayıları dikkate alınacak olursa deney grubunda 1 puan kategorisinde bulunan öğrenci sayısı azalırken 2 puan kategorisinde artmıştır. Kontrol grubunda ise dikkate değer bir değişiklik olmamıştır. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerinin yaklaşık %50'sinin 1 puan kategorisinde kalması da ön testten ara teste hala sınıfın yarısının görsel algısının üçgen dışında diğer geometrik şekilleri fark edebilecek düzeye ulaşmadığını göstermektedir. Bunu ön ve ara test sonuçlarını karşılaştırabilmek için hazırlanan ve kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren aşağıdaki grafikte de görmek mümkündür:



Grafik 18. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafikten de görüleceği gibi deney grubu öğrencileri 1 puan kategorisinde azalırken 2 puan kategorisinde artmıştır. Kontrol grubu öğrencileri ise 1 puan kategorisinde artarken 2 puan kategorisinde azalmıştır. Fakat deney grubunda 2 puan kategorisinde bir artış olmasına rağmen yine de neredeyse sınıfın yarısı 1 puan kategorisinde kalmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin görsel algılarının sınırlı olduğunu gösteren bu sonuç ön testten ara teste hem deney hem de kontrol grubunda yapılan uygulamaların önemli değişimler oluşturamadığını göstermektedir. Nitekim yapılan görüşmelerde 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerden bazıları, ön testte olduğu gibi, ya başka bir şekil yazmanın akıllarına gelmediğini ya da baktıklarını ama göremediklerini ifade etmişlerdir. Deney grubundan D17 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmelerden bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 96. D17 kodlu öğrencinin yazdığı geometrik şekiller.

*Araştırmacı:* Neden sadece üçgenleri yazdın? Başka şekil yok mu?

*Öğrenci:* Başka bir şekil yazmak aklıma gelmedi. Ama bakınca şimdi dörtgen görebiliyorum.

*Araştırmacı:* Bir örnek verebilir misin?

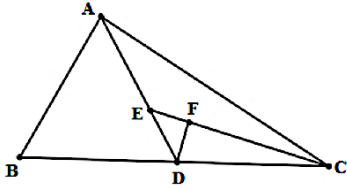
*Öğrenci:* ABFE gibi...

Yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğrenci verilen soru için başka geometrik şekiller yazmanın aklına gelmediğini ifade etmiştir. Fakat öğrenciye başka şekil yok mu sorusu sorulduğunda dörtgen görebildiğini belirtmiştir. Bu durum şekle bakışını değiştirmesine neden olan soru olmasa hala üçgen görmeye/algılamaya devam edecek olan öğrencinin görsel algısının sadece üçgenleri belirleyebilecek sınırlı bilişsel yapıda olduğu göstermektedir.

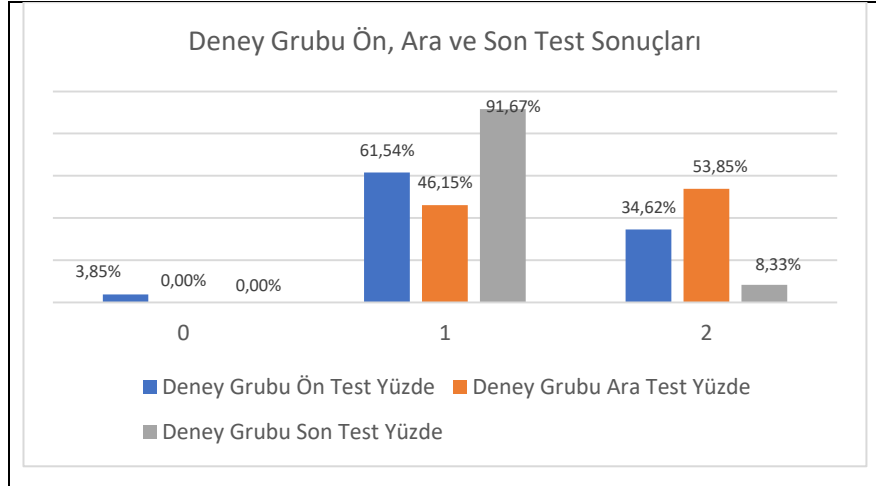
### 4. 2. 2. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de ikinci soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin verilen geometrik bir şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varıp varamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

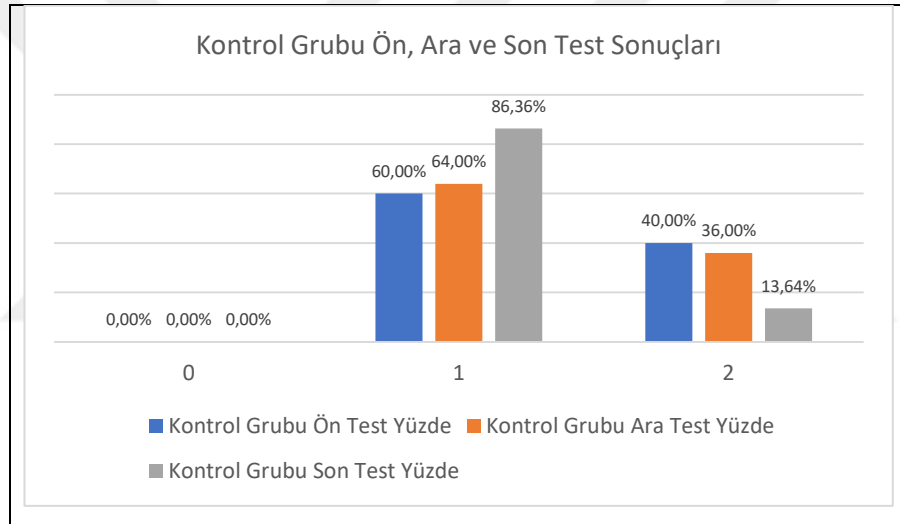
Tablo 38. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız				
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen Geometrik Şeklin ve Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varır ve Adını Söyleyebilir.	0: Herhangi bir şekil yazmaz veya boş bırakır 1: Sadece üçgenleri yazar 2: Farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen, beşgen...)			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	0	0,00%	0	0,00%
1	22	91,67%	19	86,36%
2	2	8,33%	3	13,64%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Verilen tablodan görüleceği gibi hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunluğu 1 puan kategorisinde yer almaktadır. Deney grubundan 22 kontrol grubundan ise 19 öğrencinin 1 puan kategorisinde yer aldığı bilişsel süreç son testinde deney grubundan 2 kontrol grubundan ise 3 öğrenci 2 puan kategorisinde yer almıştır. Ön ve ara test sonuçları ile karşılaştırıldığında hem deney hem de kontrol grubunda 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci sayılarında bir düşüşün olduğu görülmektedir. Bunu aşağıda verilen grafiklerden daha ayrıntılı görmek mümkündür:



Grafik 19. Deney grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri



Grafik 20. Kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafiklerden anlaşılacağı gibi hem deney hem de kontrol grubu son testte 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdelerine göre bir düşüş yaşamıştır. Deney grubunda ön testten ara teste 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdeleri artarken ara testten ön teste öğrenci yüzdeleri azalmıştır. Kontrol grubunda ise sürekli bir azalma görülmektedir.

Öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde hem deney hem de kontrol grubunda yaşanan düşüşün, üçgenler dışında, verilen şekli oluşturan diğer geometrik şekillerin iç bükey olmasından kaynaklanmış olduğu görülmüştür. Çünkü ön ve ara testte yazılan geometrik şekillere bakıldığında 2 puan kategorisinde yer alan bütün öğrencilerin dış bükey dörtgenler veya beşgenler yazdıkları tespit edilmiştir. Deney grubundan D3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:

Ön Test	Ara Test	Son Test
$\triangle CED$ üçgen $\triangle CAB$ üçgen $\triangle EFD$ üçgen $\triangle AFB$ üçgen $\triangle DFB$ üçgen $\triangle EFA$ üçgen	$\triangle AEB$ üçgen $\triangle ABC$ üçgen $\triangle EBF$ üçgen $\triangle EBC$ üçgen $\triangle DEC$ üçgen $\triangle DEC$ dörtgen $\triangle AEFB$ dörtgen $\triangle DBC$ üçgen $\triangle EFC$ üçgen	$\triangle ABD$ $\triangle ADC$ $\triangle EFD$ $\triangle ACD$ $\triangle ABC$ $\triangle FDC$ $\triangle EDC$ $\triangle AEC$

Şekil 97. Deney grubundan D3 kodlu öğrencinin ön, ara ve son testlerin 2.sorusuna verdiği yazılı cevaplar

Verilen yazılı cevaplardan görüleceği gibi öğrenci ön testte sadece üçgenleri yazmıştır; fakat ara testte üçgenlerin dışında “DEFC” ve “AEFB” dış bükey dörtgenlerini de yazmaya başlamıştır. Fakat son teste gelindiğinde öğrenci tekrar sadece üçgenleri yazmıştır. Benzer sonuçlar kontrol grubu öğrencilerinde de ortaya çıkmıştır. Üçgen dışında sadece dış bükey geometrik şekiller yazan öğrenciler son teste iç bükey geometrik şekilleri belirleyememiştir. Kontrol grubundan ön ve ara testte 2 puan kategorisinde yer alan fakat son testte 1 puan kategorisinde bulunan K11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir.

Ön Test	Ara Test	Son Test
Üçgen = $\triangle EFD$ Dörtgen = $AEBFB$ Dış üçgen = $\triangle ABC$ üçgen = $\triangle AFB$	$\triangle AEB$ üçgen $\triangle DEC$ üçgen $\triangle BEC$ üçgen $\triangle ACB$ üçgen $\triangle PBC$ üçgen $\triangle EDCF$ dörtgen $\triangle AEFB$ dörtgen (AEB, DEC, BEC, ACB, DBC, EDCF, AEFB)	$\triangle ABC$ üçgen $\triangle EFD$ üçgen $\triangle FDC$ üçgen $\triangle EDC$ üçgen $\triangle ABC$ üçgen $\triangle AEC$ üçgen

Şekil 98. Kontrol grubundan K11 kodlu öğrencinin ön, ara ve son testte verdiği yazılı cevaplar

Öğrencinin verdiği cevaplara bakılacak olursa ön ve ara testte dış bükey dörtgenleri yazabildiği fakat son teste gelindiğinde üçgen dışında geometrik şekiller yazamadığı görülmektedir. Bu da geometride prototip şekillerin öğrencinin görsel algısında ne kadar etkili olduğunu göstermektedir. Nitekim hem deney hem de kontrol grubunda ağırlıklı olarak üçgenler ele alınmış ve dörtgenlerde sadece dış bükey olanlarla sınırlı kalmıştır.

Dolayısıyla prototip şekil dışında başka şekillerin öğrenme ortamlarında kullanılmamasının görsel algının sınırlı kalmasında etkili olacağı söylenebilir.


#### 4. 2. 3. Öğrencilerin Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilmesi ve Doğru Çıkarımlarda Bulunabilmesine Yönelik Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında olmak üzere üç alt başlıkta öğrencilerin görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirebilme ve doğru çıkarımlarda bulunabilmeye yönelik bulgular sunulmuştur.

##### 4. 2. 3. 1. Uygulama Öncesi

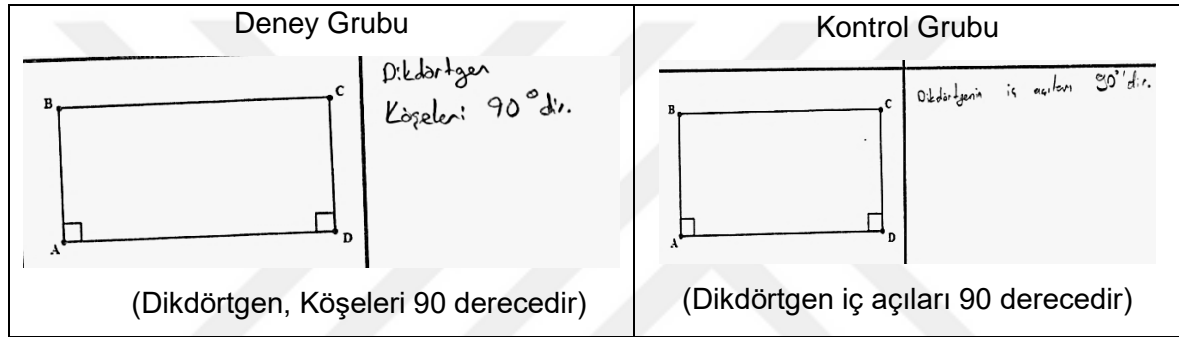
Uygulama öncesinde bu beceri şekle bakma bilişsel süreç testlerinin üçüncü sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 4'e kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 39. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Aşağıda verilen şekle ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şeklin sahip olduğu matematiksel özellikleri yazınız ( <i>Birden fazla özellik yazabilirsiniz</i> )				
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilme ve Doğru Çıkarımlarda Bulunabilme	0: Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır 1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur 2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz 3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere <u>çevirmez</u> fakat doğru çıkarımda bulunur 4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	7	26,92%	12	48,00%
1	7	26,92%	5	20,00%
2	12	46,15%	8	32,00%
3	0	0,00%	0	0,00%
4	0	0,00%	0	0,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Görsel algıdan sözel algıya geçişi ve bu bilgileri kullanarak matematiksel sonuçlar elde etmeyi içeren davranış için deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara göre durumu incelendiğinde öğrencilerin 0 (sıfır), 1 ve 2 puan kategorilerinde buldukları ve diğer kategorilerde bulunmadıkları görülmektedir. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerinin çoğunluğu 2 puan kategorisinde yer alırken kontrol grubu öğrencilerinin çoğunluğu 0 (sıfır) puan kategorisinde yer almaktadır.

0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin yazılı cevapları incelendiğinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin şekil üzerinde verilen işaretlerden hareketle sözel bilgiler üretmedikleri ve doğrudan yanlış matematiksel çıkarımlar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden bazılarının verdikleri yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:



Şekil 99. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinden bazılarının verdikleri yazılı cevaplar

Verilen cevaplardan görüleceği gibi öğrenciler doğrudan şeklin matematiksel özelliklerini yazmaya geçmişlerdir. Görsel algıdan sözel algıya geçiş yapılmadığı ve sözel algı ile elde edilen matematiksel özelliklerden çıkarımda bulunulmadığı için yapılan çıkarımlarda yanlış olmuştur. Deney grubunda 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerle yapılan görüşmelerde (Kontrol grubundan mülakat için seçilen öğrencilerden 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrenci bulunmamaktadır) öğrencilerin görsel algılarından hareketle çıkarımda buldukları ve bu çıkarımlarını destekleyecek matematiksel özellikleri şekli özelliği olarak yazdıkları tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden D24 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** Aşağıda verilen şekle ve şekil üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri söyleyebilir misin?

**Öğrenci:** Şekil dikdörtgendir ve köşeleri  $90$  derecedir.

**Araştırmacı:** Neden dikdörtgen olduğunu düşünüyorsun.

**Öğrenci:** Karşı kenarlar eşit ve açılar  $90$  derecedir.

*Araştırmacı: Bazı açılar ile ilgili bir bilgi verilmemiş örneğin C ve B açıları 90 derece değil. Neden bu açıların 90 derece olduğunu düşündün.*

*Öğrenci: Çünkü düzgün dörtgenlerde hep 90 derece olur.*

*Araştırmacı: Düzgün dörtgenlerden ne anlamamız lazım*

*Öğrenci: Kare, dikdörtgen gibi*

0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D24 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeye bakıldığında öğrencinin doğrudan şeklin dikdörtgen olduğu sonucunu çıkardığı bunu gerekçelendirmesi istendiğinde ise dikdörtgenin özelliklerini söylediği görülmektedir. Anlaşılacağı üzere burada görsel algı sözel algıyı etkilemekte ve sözel algıya hükmetmektedir. Benzer durum başka öğrenciler ile yapılan görüşmelerde de ortaya çıkmıştır. Örneğin D16 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit ise aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Aşağıda verilen şekle ve şekil üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri söyleyebilir misin?*

*Öğrenci: Bu şekil dikdörtgendir.*

*Araştırmacı: Bu sonuca nasıl ulaştın*

*Öğrenci: İç açıları 90 derecedir*

*Araştırmacı: Nasıl çıkardın bu sonucu?*

*Öğrenci: Burada iki açı 90 derece verilmiş zaten diğer iki açının toplamı 180 derece ama sonuçta bunun bir şekli var yani yamuk değil bu nedenle diğer açılarda 90 derece olmalı.*

*Araştırmacı: Olmasa ne olur. Bu sonuç zorunlu mu?*

*Öğrenci: Eğer 90 derece olmazsa şeklin yukarısı yamulur o zaman.*

*Araştırmacı: Şöyle bir şey olur mu mesela yukarıda verilen açılar 89,5 derece ile 90,5 derece olsa sen bunu gözünle hissedebilir misin?*

*Öğrenci: Olur ama bu sefer aşağıdaki açılar da bundan etkilenir.*

*Araştırmacı: Nasıl etkilenir ben anlamadım?*

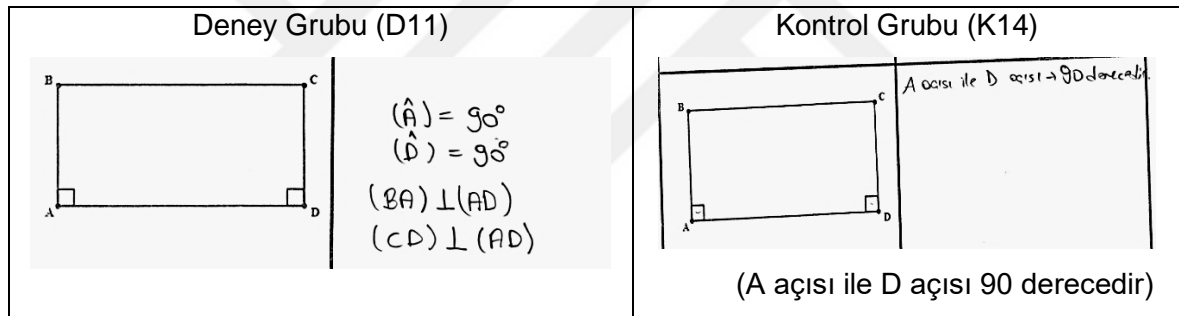
*Öğrenci: Bu şekli demirden bir şekil olarak düşünürsek, yukarıyı büksek aşağısı da bükülür.*

Yapılan görüşmeden incelendiğinde iki durumun ortaya çıktığı görülmektedir. Birincisi D24 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede olduğu gibi öğrencinin görsel algısının sözel algısını yönettiği durum, ikincisi de geometrik şeklin öğrencinin zihnindeki ontolojik konumu ile ilgili durumdur. Öğrencinin görsel algısından hareketle şekli dikdörtgen olarak söylemesi ve bunu gerekçelendirirken yine görsel algısı ile belirlediği "iç açıları 90 derecedir" argümanını kullanması birinci durumu göstermektedir. Bununla birlikte öğrencinin şekli teorik bir nesne olarak görmemesi ve somut modeller üzerinden



(demirden bir şekil) çıkarımlarda bulunması ayrıca şeklin olabildiğince statik olarak düşünülmesi ikinci durumu göstermektedir.

Hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirmesine rağmen yanlış çıkarımlarda buldukları tespit edilmiştir. Yaptıkları yanlış çıkarımlar incelendiğinde ise bunların öğrencilerin görsel algılarından kaynaklandığı görülmüştür. Elde ettikleri sözel bilgileri kullanmayan bu öğrenciler görsel algılarını kullanarak çıkarımlarda bulunmuşlardır. Dolayısıyla elde ettikleri sonuçlar yanlış olmuştur. 2 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin verilen şekil üzerindeki bilgileri sözel bilgilere dönüştürdükleri fakat herhangi bir çıkarımda bulunmadıkları tespit edilmiştir. Bu öğrenciler 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerden farklı olarak elde ettikleri sözel bilgilerin dışında şekil ile ilgili herhangi bir matematiksel özellik yazmamışlardır. Bu öğrencilerden bazılarının verdikleri yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:



Şekil 100. 1 Puan kategorisinde bulunan D11 ve K14 kodlu öğrencilerinden verdikleri yazılı cevaplar

Verilen yazılı cevaplardan görüleceği gibi her iki grupta da öğrenciler A ve D açılarının 90 derece olduğunu belirttikten sonra şekil ile ilgili başka herhangi bir çıkarımda bulunmamışlardır. Fakat yapılan görüşmelerde bu öğrencilerin de 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerde olduğu gibi çıkarımda bulunurken görsel algılarının etkisinde kaldıkları görülmüştür. Nitekim K14 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede şekil ile ilgili sorular sorulduğunda öğrencinin görsel algısı ile hareket ettiği anlaşılmıştır. K14 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

**Araştırmacı:** A açısı ile D açısının 90 derece olduğunu yazmışsın? Sence şekilde başka matematiksel özellikler yok mu? Mesela B ve C açıları ile ilgili ne söyleyebilirsin?

**Öğrenci:** Yani B ve C açıları da 90 derece bence

**Araştırmacı:** Bütün açılar 90 derece mi olduğunu düşünüyorsun?

Öğrenci: Evet. Dikdörtgen oluyor.

Araştırmacı: Şeklin bir dikdörtgen olduğunu nasıl anladın?

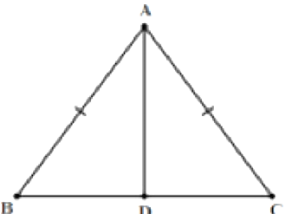
Öğrenci: Görülüyor zaten

Mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci A ve D açılarının dışında B ve C açılarının da 90 derece olduğunu düşünmektedir. Ayrıca şeklin dikdörtgen olduğunu düşünen öğrenci bunu gerekçelendirirken şeklin görünüşünü argüman olarak kullanmıştır. Bütün bunlar 2 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin bir kısmının da görsel algılarının etkisinde kalarak çıkarımda bulunduğunu göstermektedir.

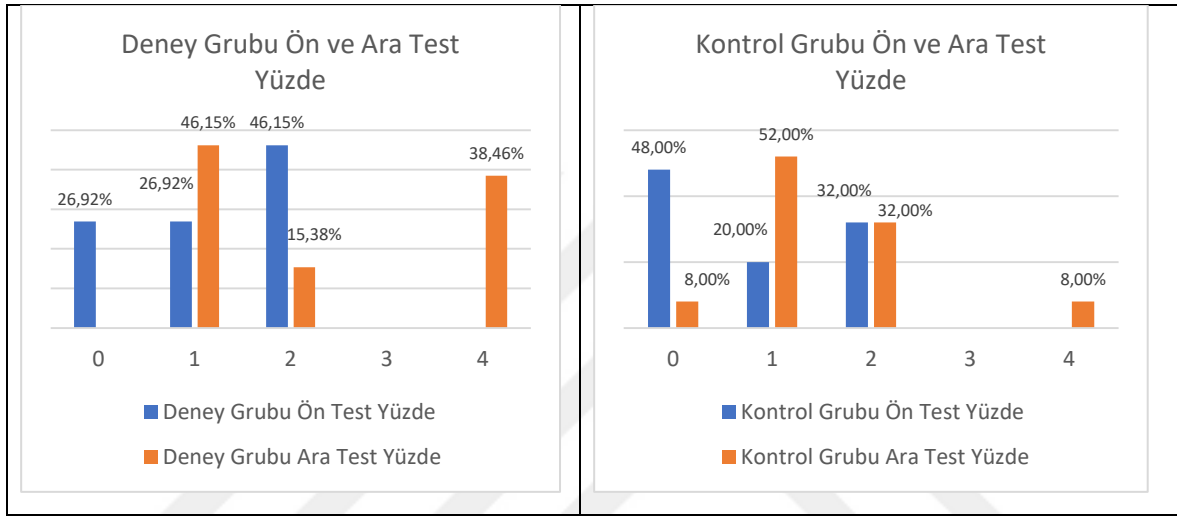
#### 4. 2. 3. 2. Uygulama Sürecinde

Şekle bakma bilişsel süreç ön testinden sonra yapılan 20 saatlik uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de üçüncü soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirip ve doğru çıkarımlarda bulunup bulunamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 40. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Aşağıda verilen şekle ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şeklin sahip olduğu matematiksel özellikleri yazınız ( <i>Birden fazla özellik yazabilirsiniz</i> )				
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilme ve Doğru Çıkarımlarda Bulunabilme	0: Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır 1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur 2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz 3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere <u>çevirmez</u> fakat doğru çıkarımda bulunur 4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere <u>doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur</u>			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	0	0,00%	2	8,00%
1	12	46,15%	13	52,00%
2	4	15,38%	8	32,00%
3	0	0,00%	0	0,00%
4	10	38,46%	2	8,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Verilen tablodan görüleceği gibi deney grubundan 12 kontrol grubundan ise 13 öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. Diğer kategorilere göre en fazla öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. 3 puan kategorisinde her iki gruptan da öğrenci bulunmazken 4 puan kategorisinde deney grubunda 10 kontrol grubundan ise 2 öğrenci bulunmaktadır. Bu sonuçlar ön teste göre her iki grupta bazı değişimlerin olduğunu göstermektedir. Ön test sonuçlarına göre deney ve kontrol gruplarında yeni durumun nasıl olduğunu görebilmek için hazırlanan grafik aşağıdaki gibidir:

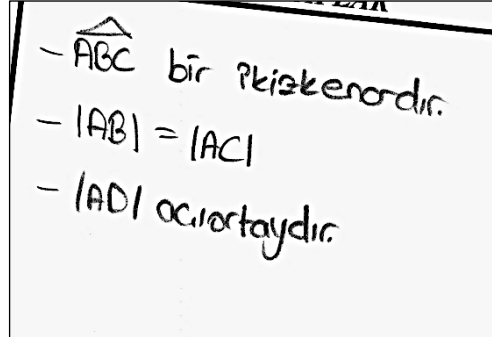


Grafik 21. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Ön ve ara test sonuçlarını kategorilere düşen öğrenci yüzdeleriyle gösteren grafiğe bakıldığında deney grubu öğrencilerinin 1 ve 4 puan kategorilerinde arttığı bununla birlikte 0 (sıfır) ve 2 puan kategorisinde düştüğü görülmektedir. Kontrol grubu ise 1 ve 4 puan kategorilerinde arttığı 0 (sıfır) puan kategorisinde düştüğü ve 2 puan kategorisinde yer alan öğrencilerde bir değişimin olmadığı görülmektedir. 3 puan kategorisinde ise her iki gruptan da öğrenci bulunmamaktadır.

Deney ve kontrol grubunda yürütülen uygulamalardan beklentiyi göstermesi açısından önemli olan 4 puan kategorisinde deney grubunun yaklaşık %39'u yer alırken kontrol grubunun sadece %8'i yer almaktadır. Bu durum deney grubunda ara teste kadar yürütülen uygulamanın kontrol grubuna göre bu gösterge için daha başarılı olduğunu göstermektedir. Fakat deney grubunun yaklaşık %46'sının 1 puan kategorisinde yer alması neredeyse deney grubu öğrencilerinin yarısının hala görsel verilen bilgileri sözel bilgilere dönüştürebilmesine rağmen doğru çıkarımlarda bulunamadıklarını göstermektedir. Gerek öğrencilerin verdikleri yazılı cevapların analizinde gerekse de yapılan görüşmelerde bunun temel sebebinin öğrencilerin görsel algılarından hareketle

çıkarımda bulunmaları olduğu tespit edilmiştir. Nitekim D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap ve bu cevap üzerinden yürütülen görüşmeler bunu göstermektedir:



Şekil 101. 1 puan kategorisinden D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

*Araştırmacı:* Verilen şekil ile ilgili çıkarılabilecek matematiksel sonuçlar nelerdir?

*Öğrenci:* ABC ikizkenar üçgen, AB ve AC birbirine eşit ve AD kenarı açıortaydır.

*Araştırmacı:* AD'nin neden açıortay olduğunu düşünüyorsun?

*Öğrenci:* AD tam ortadan ikiye bölmüş, o nedenle AD açıortaydır diye düşündüm.

Verilen yazılı cevaptan ve yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğrenci AD doğru parçasını görsel algısından hareketle açıortay olarak değerlendirmiştir. Fakat şekil üzerinden elde edilen sözel bilgilerden bunu zorunlu olarak çıkarmak mümkün değildir. Benzer durumlar kontrol grubu öğrencileri içinde ortaya çıkmıştır. Kontrol grubu öğrencilerinin de %52'si 1 puan kategorisinde yer almaktadır ve bu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde deney grubu öğrencilerinde olduğu gibi bu öğrenciler de görsel algılarından hareketle çıkarımda bulunmuşlardır. Dolayısıyla hem deney hem de kontrol grubunda bazı öğrencilerin ara teste kadar yapılan uygulamalara rağmen sözel bilgilerden hareketle çıkarımda bulunma davranışını kazanamadığını söylemek mümkündür. Fakat deney grubu öğrencilerinin yaklaşık %39'unun 4 puan kategorisinde olduğu düşünüldüğünde bilişsel süreç modellerine göre yapılan uygulamanın geleneksel uygulamaya göre daha bu davranış için daha olumlu sonuçların ortaya çıkmasına neden olduğu söylenebilir.

#### 4. 2. 3. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de üçüncü soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin görsel

verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirip çeviremeyecekleri ve doğru çıkarımda bulunup bulunamayacaklarını ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 41. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Testte Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

Soru				
Aşağıda verilen şekle ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şeklin sahip olduğu matematiksel özellikleri yazınız ( <i>Birden fazla özellik yazabilirsiniz</i> )				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilme ve Doğru Çıkarımlarda Bulunabilme	0: Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır 1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur 2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz 3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere <u>çevirmez</u> fakat doğru çıkarımda bulunur 4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	1	4,17%	2	9,09%
1	10	41,67%	12	54,55%
2	0	0,00%	4	18,18%
3	0	0,00%	2	9,09%
4	13	54,17%	2	9,09%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablo incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin genellikle iki kategoride toplandığı bunan rağmen kontrol grubu öğrencilerinin bütün kategorilerde bulunduğu görülmektedir. Deney grubu öğrencilerinin genellikle 1 ve 4 puan kategorisinde toplanması bu öğrencilerin görsel verilen bilgileri sözel bilgilere dönüştürmede bir güçlük yaşamadığı buna karşın çıkarımda bulunurken bazı öğrencilerin yanlış çıkarımlarda bulduklarını göstermektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonunda 4 puan kategorisinde yer alan öğrenci yüzdelerine bakıldığında ise deney grubu öğrencilerini kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı olduğu görülmektedir. Nitekim deney grubunun yaklaşık %54'ü bu kategoride yer alırken kontrol grubunun sadece yaklaşık %9'u bu kategoride yer almıştır. Hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinden 4 puan kategorisinde yer alan öğrencilerle yapılan görüşmede bu öğrencilerin görsel verilen

bilgileri sözel bilgilere doğru çevirdikleri ve sadece elde ettikleri sözel bilgilerden hareketle çıkarımda buldukları tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden D17 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

$m(\hat{A}) = m(\hat{D})$   
 $m(\hat{B}) = m(\hat{E})$   
 $m(\hat{L}) = m(\hat{F})$   
 $\rightarrow \hat{A}BC \text{ ve } \hat{D}EF$   
 üçgenlerinde  $A-A-A$   
 $(\alpha_1 - \alpha_1 - \alpha_1)$   
 benzerliği vardır

Şekil 102. 4 puan kategorisinden D17 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

**Araştırmacı:** Verilen iki şekil ile ilgili ne düşünüyorsun?

**Öğrenci:** Bu iki üçgenin açıları eşit verilmiş, açı-açı-açı dan bunlar benzerdir.

**Araştırmacı:** Bu iki üçgen için eş diyebilir miyiz?

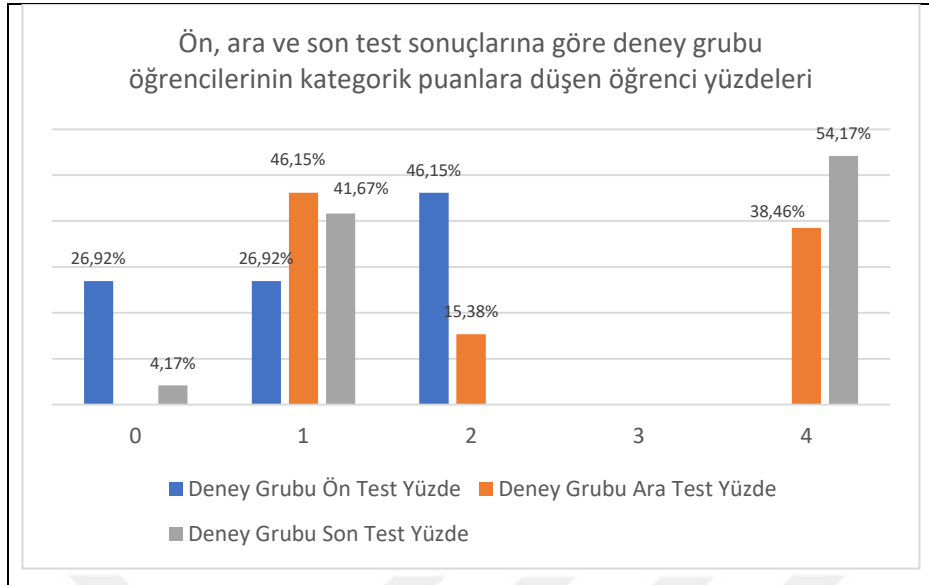
**Öğrenci:** Şu an diyemeyiz. Çünkü başka bilgi verilmemiş.

**Araştırmacı:** Neyin verilmesi gerekirdi?

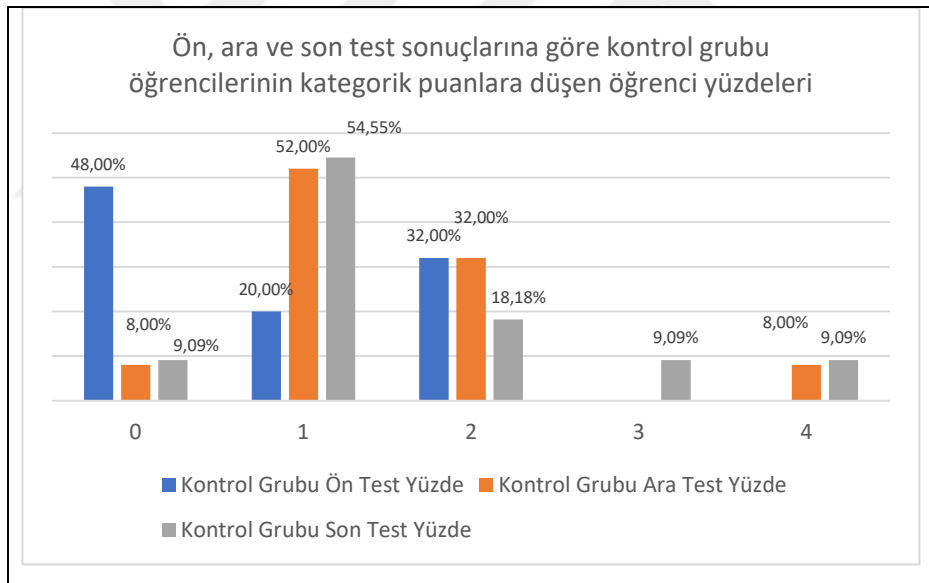
**Öğrenci:** Açı-kenar-açı olsaydı olurdu ama kenar ile ilgili bir şey verilmemiş.

Yapılan görüşmeden anlaşılacağı gibi öğrencinin çıkarım yaparken referans olarak aldığı bilgiler şeklin görünüşü yani görsel algısı ile elde ettiği bilgiler değil elde ettiği sözel bilgilerdir. Nitekim öğrencinin üçgenlerin kenar uzunlukları ile ilgili bir bilginin verilmemiş olmasını gerekçe göstererek üçgenlerin eş olmadıklarını söylemesi de bunu göstermektedir.

Genel olarak grupların son teste kadar olan durumlarına bakılacak olursa deney grubu öğrencilerinin 4 puan kategorisinde giderek daha fazla öğrenci bulunduğu görülmektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerin ön, ara ve son test sonuçlarına göre nasıl bir değişim olduğunu daha iyi görebilmek için hazırlanan her bir testin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdelerini gösteren grafik aşağıdaki gibidir:



Grafik 22. Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri



Grafik 23. Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafikten anlaşılacağı gibi deney grubu öğrencileri 2 puan kategorisinde giderek azalırken 4 puan kategorisinde artmıştır. 3 puan kategorisinde deney grubundan hiçbir öğrenci bulunmazken kontrol grubunda sadece son testte öğrenci bulunmaktadır. Her iki grupta da 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrenciler ön teste kıyasla diğer testlerde azalırken 1 puan kategorisinde bulunan öğrenciler artmıştır. Bununla birlikte her iki grubunda yaklaşık yarısının 1 puan kategorisinde kalması uygulama sonunda dahi her

iki gruptan bazı öğrencilerin sözel algılarından hareketle çıkarımda bulunmak yerine görsel algılarından hareketle çıkarımda bulduklarını göstermektedir.

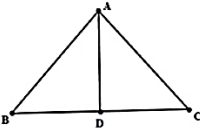
#### 4. 2. 4. Öğrencilerin Verilen Sözel Bilgileri Görsel Bilgilere Doğru Çevirebilmeleri ile İlgili Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin sözel algıdan görsel algıya geçip geçemeyeceklerini belirleyebilmek için bilişsel süreç testlerinden uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında elde edilen bulgulara yer verilmektedir.

##### 4. 2. 4. 1. Uygulama Öncesi

Uygulama öncesinde öğrencilerin verilen sözel bilgileri görsel bilgilere doğru dönüştürüp dönüştüremeyeceklerini belirleyebilmek için oluşturulan bilişsel süreç ön testinin 4. sorusu verilen cevaplar üzerinden 0 (sıfır) dan 3 kadar oluşturulan farklı kategoriler kullanılarak puanlanmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencileri için uygulama öncesi yapılan ön testin analizi neticesinde belirlenen kategorilere düşen öğrenci sayıları ve yüzdesi aşağıdaki gibidir:

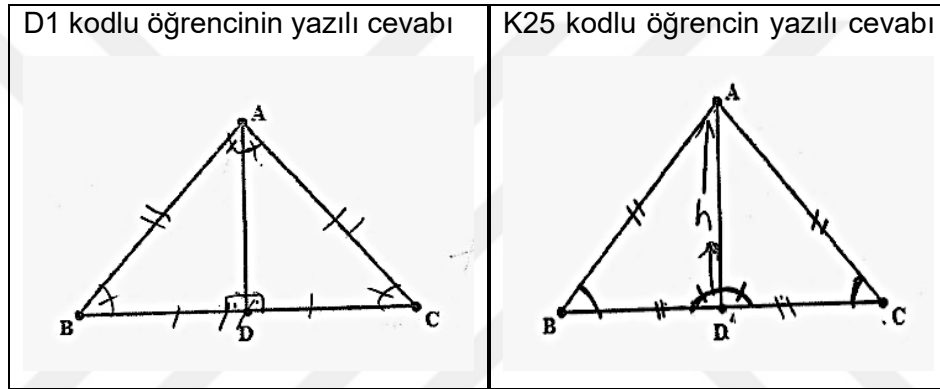
Tablo 42. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Göre Dağılımı

SORU				
Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> AB = AC </math></li> <li>• <math> AC = BC </math></li> <li>• <math>[AD] \perp [BC]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C})=m(\hat{B})</math></li> <li>• <math>[AD]</math>, <math>BAC</math> açısının açıortayıdır</li> <li>• <math>[AD]</math>, kenarortayıdır</li> </ul>				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.	0: Soruyu boş bırakır 1: Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır 2: Doğru gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez 3: Doğru gösterimler kullanarak verilen bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterir			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	1	3,85%	0	0,00%
1	9	34,62%	11	44,00%
2	15	57,69%	13	52,00%
3	1	3,85%	1	4,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100



Tablodan görüleceği gibi deney grubundan 15 ve kontrol grubundan 13 öğrenci 2 puan kategorisinde yer almaktadır. Her iki grubun yarısından fazlasının içinde bulunduğu bu kategori, uygulama öncesinde öğrencilerin çoğunun verilen sözel bilgilerin tamamını şekil üzerinde görsel bilgilere dönüştüremedikleri anlamına gelmektedir. 3 puan kategorisinde ise her iki gruptan birer öğrencinin bulunmaktadır. Yani sadece iki öğrenci verilen sözel bilgileri uygun işaretler kullanarak eksiksiz görsel bilgilere dönüştürebilmiştir.

1 puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin verilen sözel bilgilerden bazıları için doğru bazıları için ise yanlış gösterimler kullandıkları tespit edilmiştir. Deney ve kontrol grubundan bu kategoride bulunan bazı öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:



Şekil 103. 1 puan kategorisinde yer alan D1 ve K25 kodlu öğrencilerinin verdikleri yazılı cevaplar

Şekilde verilen yazılı cevaplar incelendiğinde D1 kodlu öğrencinin üçgen üzerindeki doğru parçalarının uzunlukları ile ilgili verilen sözel bilgileri doğru (AB doğru parçasının uzunluğu ile AC doğru parçasının uzunluğunun birbirine eşit olması gibi) fakat B, BAD, DAC ve C açıları ile ilgili verilen sözel bilgileri yanlış olarak görsel bilgilere dönüştürdüğü görülmektedir. K25 kodlu öğrenci ise B ve C açılarının eş olması ile ilgili sözel bilgiyi doğru fakat BA, AC doğru parçaları ile BD ve DC doğru parçalarının uzunlukları ile ilgili sözel bilgileri bu uzunluklar birbirine eşit olmamasına rağmen aynı işaretlerle göstererek yanlış görsel bilgilere dönüştürmüştür. Böylece şekle bakan birinin yanlış matematiksel sonuçlar elde etmesini sağlayacak görsel bilgiler oluşturulmuştur. Nitekim bu kategoride bulunan öğrencilerle yapılan görüşmede öğrencilere kendi oluşturdukları görsel bilgiler verilerek bu bilgileri sözel bilgilere dönüştürmeleri istendiğinde yanlış matematiksel sonuçların ortaya çıktığı tespit edilmiştir. K25 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Verilen şekil (Öğrencinin kendi oluşturduğu görsel bilgilerden oluşan şekil) üzerindeki işaretlere bakarak şeklin matematiksel özelliklerini yazabilir misin?*

*Öğrenci: Burada AC kenarı ile DC kenarı birbirine eşit verilmiş...*

*Araştırmacı: Başka neler söylenebilir?*

*Öğrenci: BD kenarı, DC kenarı ve AB kenarları da birbirine eşittir. Bir de D'nin orada (ADB ve ADC açılarını gösteriyor) iki eşit açı var.*

Mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci farklı sözel bilgiler için aynı görsel bilgiler oluşturduğundan şekil ile ilgili yanlış sonuçlara ulaşmıştır. Bu da öğrencinin bir geometri problemini çözerken yapması gereken en temel davranışta bile başarısız olduğunu göstermektedir.

Uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunun içinde yer aldığı 2 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin verilen sözel bilgilerden bazılarını görsel bilgilere hatasız çevirdiği buna rağmen bazı sözel bilgileri görsel bilgilere hiç çevirmediği görülmüştür. Bu kategoride bulunan öğrencilere neden bazı sözel bilgileri görsel bilgilere dönüştürmediği sorulduğunda bu öğrencilerin büyük bir bölümü verilen sözel bilgiyi görmediklerini ifade etmiştir. Fakat K17 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede bu öğrenci diğer öğrencilerden farklı olarak her sözel bilgiyi okumadığını bununda bir problem oluşturmadığını ifade etmiştir. Bu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Şekil üzerinde AD kenarının kenarortay olduğunu göstermemişsin.*

*Öğrenci: Orayı okumamışım görmedim.*

*Araştırmacı: Neden okumadın?*

*Öğrenci: Ben soru çözerken de her bilgiyi okumuyorum bir problem olmuyor. Zaten şekil üzerinde veriliyor bilgiler.*

Görüşmeden de anlaşılacağı gibi öğrenci geometride soru çözerken edindiği alışkanlıktan hareketle verilen bazı bilgileri okumadığını bu nedenle bazı bilgileri şekil üzerinde gösteremediğini söylemiştir. Ayrıca bu davranışının daha önceden bir sorun yaratmadığını da ifade etmiştir. Elde edilen bu sonuçlar uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin verilen sözel bilgileri eksiksiz görsel bilgilere dönüştürme gibi geometri için temel sayılabilecek davranışta bile zorlandıklarını göstermektedir.

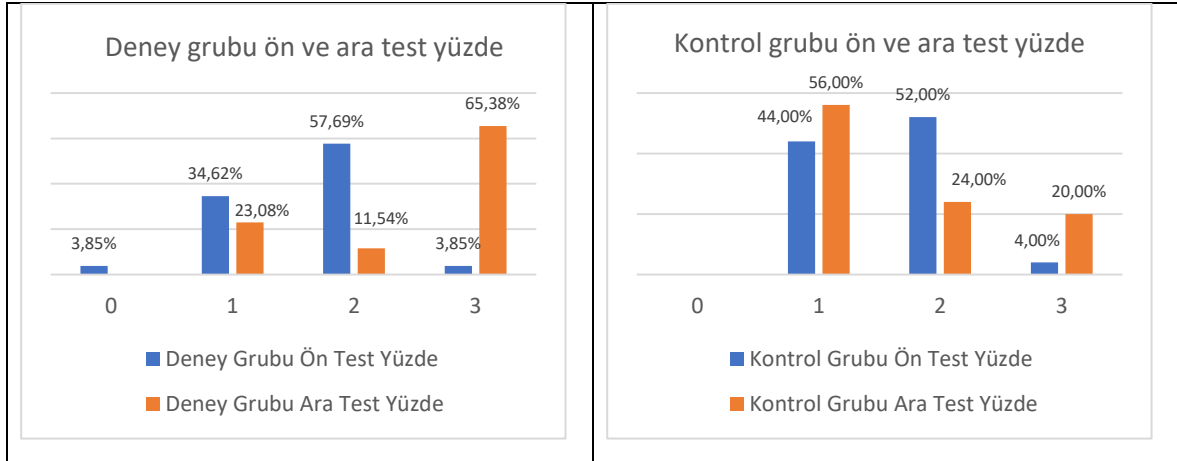
#### 4. 2. 4. 2. Uygulama Sürecinde

Şekle bakma bilişsel süreç ön testi uygulandıktan ve 20 saatlik uygulama sürecinden sonra öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Bu testte de 4. soru ön testte olduğu gibi öğrencilerin verilen sözel bilgileri görsel bilgilere doğru çevirip çeviremeyeceklerini ortaya çıkarabilmek için sorulmuştur. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin 4. soru için kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 43. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> AB = AC </math></li> <li>• <math>[AE] \perp [BC]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C})=m(\hat{B})</math></li> <li>• <math>[AE]</math>, <math>BAC</math> açısının açıortayıdır</li> <li>• <math>D</math> noktası <math>[BE]</math>'nin orta noktasıdır.</li> </ul>				
Gösterge		Kategorik Puanlama Cetveli		
Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.		0: Soruyu boş bırakır 1: Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır 2: Doğru gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez 3: Doğru gösterimler kullanarak verilen bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterir		
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	0	0,00%	0	0,00%
1	6	23,08%	14	56,00%
2	3	11,54%	6	24,00%
3	17	65,38%	5	20,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

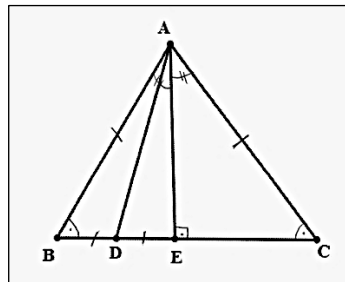
Tablodan görüleceği gibi deney grubundan 17, kontrol grubundan 5 öğrenci verilen sözel bilgilerin tamamını görsel bilgilere dönüştürebilmiştir. Deney grubunun yaklaşık %65'ini kontrol grubunun ise %20'sini oluşturan bu sayılar ön testten ara teste her iki grupta da 3 puan kategorisine giren öğrenci sayılarında bir artışın olduğunu göstermektedir. Fakat kontrol grubunun %56'sının 1 puan kategorisinde kaldığı dikkate alındığında deney grubu öğrencilerinin bu gösterge için daha başarılı olduğu anlaşılmaktadır. Nitekim ön ve ara test sonuçlarının birlikte sunulduğu aşağıda verilen grafik incelendiğinde bunu görmek mümkündür:



Grafik 24. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve ara test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafik incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin ön testten ara teste 0, 1 ve 2 puan kategorilerinde azaldığı buna karşın 3 puan kategorisinde arttığı görülmektedir. Kontrol grubu ise 1 ve 3 puan kategorilerinde artarken 2 puan kategorisinde azalmıştır. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin çoğunluğu 3 puan kategorisinde yer alırken kontrol grubu en fazla 1 puan kategorisinde yer almaktadır. Ön testte her iki grubun çoğunluğunun 2 puan kategorisinde yer aldığı düşünüldüğünde kontrol grubu öğrencilerinin bir kısmının 1 puan kategorisine gerilediği görülmektedir.

1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ya açılı ya da kenar ile ilgili verilen sözel bir bilgiyi diğer sözel bilgiler ile benzer şekilde görsel bilgiye dönüştürdükleri tespit edilmiştir. Kontrol grubundan K27 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 104. 1 puan kategorisinden K27 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap


Verilen yazılı cevaplardan görüleceği gibi öğrenci üçgenin AB kenarı ile AC kenarı arasındaki eşitliği tek çizgi ile gösterirken BD ile DE doğru parçaları arasındaki eşitliği de benzer şekilde tek çizgi ile göstermiştir. Şekle bakıldığında dört farklı doğru parçasının

birbirine eşit olduğu algısını oluşturan böyle bir görselleştirme kuşkusuz öğrencilerin problem çözerken şekil üzerinden yanlış sözel bilgiler elde etmesi ile sonuçlanacaktır.

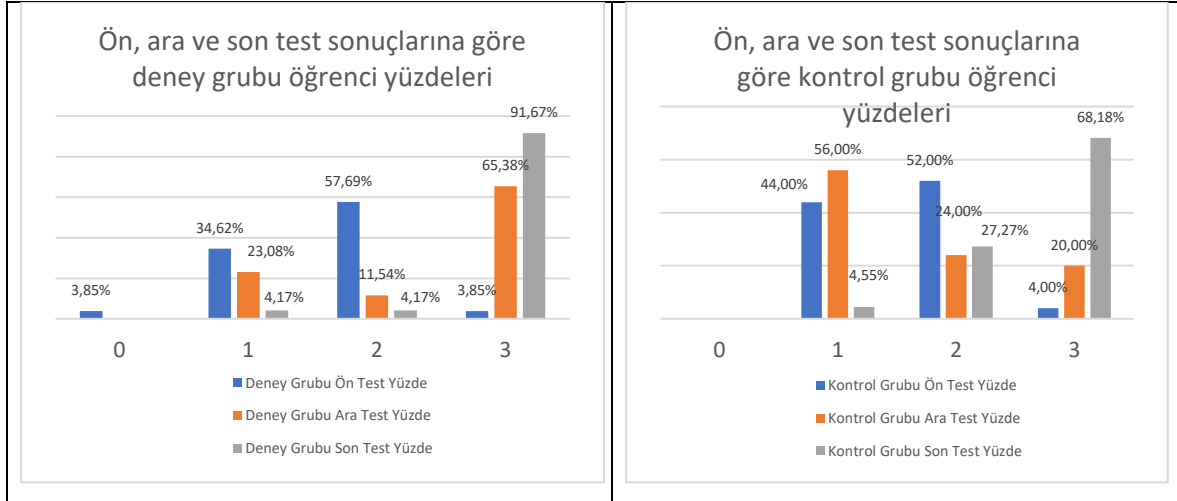
#### 4. 2. 4. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Bu testte de dördüncü soru ön ve ara testte olduğu gibi öğrencilerin verilen sözel bilgileri görsel bilgilere doğru çevirip çeviremeyeceklerini belirleyebilmek için sorulmuştur. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 44. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>[AB] // [DC]</math></li> <li>• <math>[BC] // [AD]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C}) = m(\hat{A})</math></li> <li>• <math>m(\hat{ABC}) = m(\hat{ADC})</math></li> <li>• <math> AB  =  DC </math></li> <li>• <math> AD  =  BC </math></li> </ul>				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.	0: Soruyu boş bırakır 1: Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır 2: Doğru gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez 3: Doğru gösterimler kullanarak verilen bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterir			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	0	0,00%	0	0,00%
1	1	4,17%	1	4,55%
2	1	4,17%	6	27,27%
3	22	91,67%	15	68,18%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Tablodan görüleceği gibi hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunluğu 3 puan kategorisinde yer almaktadır. Deney grubunun yaklaşık %92'sinin 3 puan kategorisinde yer alması bu gösterge için deney grubunun neredeyse tamamının başarılı olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarının ara testten son teste doğru önemli bir gelişme gösterdiği görülmektedir. Nitekim aşağıda verilen grafikten bunun görmek mümkündür:



Grafik 25. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafik incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin ön testten son teste doğru 0,1 ve 2 puan kategorilerinde azaldığı bununla birlikte 3 puan kategorisinde arttığı görülmektedir. Kontrol grubu öğrencileri ise diğer kategorilerde değişkenlik göstermesine rağmen 3 puan kategorisinde sürekli artmıştır. Bütün bunlar her iki grupta yapılan uygulamaların öğrencilerin verilen sözel bilgileri görsel bilgililere dönüştürme davranışına olumlu etkisinin olduğunu göstermektedir. Fakat son test için 3 puan kategorisinde yer alan öğrenci yüzdeleri dikkate alındığında deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı olduğu görülmektedir.

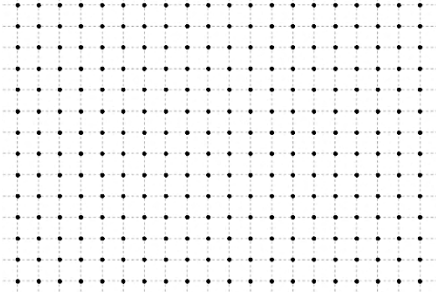
#### 4. 2. 5. Öğrencilerin Bir Alet Yardımı ile Verilen Geometrik Bir Şekli Kurma Ve Kuruluşunu Tarif Etmesi ile İlgili Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin sıralı algılarının bir göstergesi olan bir alet yardımı ile verilen geometrik bir şekli kurma ve kuruluşunu tarif etme ile ilgili uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında şekle bakma bilişsel süreç testleri ile elde edilen bulgulara yer verilmektedir.

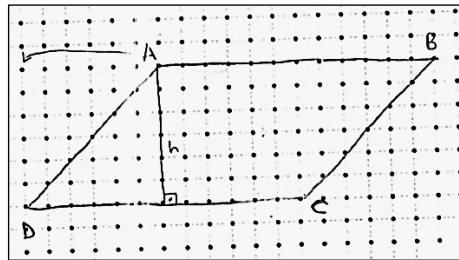
##### 4. 2. 5. 1. Uygulama Öncesi

Uygulama öncesinde bu beceri şekle bakma bilişsel süreç testlerinin beşinci sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 2'ye kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 45. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
Size verilen kareli kâğıt üzerine bir paralelkenar ve bu paralelkenara ait bir yükseklik çiziniz				
				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Bir Alet Yardımı İle Verilen Geometrik Bir Şekli Kurma ve Kuruluşunu Tarif Etme	0: Soruyu boş bırakır veya paralelkenar ile paralelkenara ait yüksekliği doğru çizemez 1: Paralelkenar ve paralelkenara ait yüksekliği doğru çizer ve çizimi nasıl yaptığını doğru açıklar			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	2	7,69%	5	20,00%
1	24	92,31%	20	80,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Tabloda verilenlere göre deney grubunun yaklaşık %92'si kontrol grubunun ise %80'i 1 puan kategorisinde yer almaktadır. Bu da deney ve kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun birim kareleri kullanarak paralelkenar çizmede bir güçlük yaşamadığını göstermektedir. Sıralı algı, kullanılan alet ile kurulacak şeklin matematiksel özellikleri arasında kurulan ilişkiyi ifade ettiği düşünüldüğünde, ön test için her iki gruptan öğrencilerin çoğunun birim kareler ile paralelkenarın matematiksel özellikleri arasında doğru ilişkiler kurabildiği anlaşılmaktadır. Nitekim bu durum öğrenciler ile yapılan görüşmelerde de ortaya çıkmıştır. Öğrencilere şekli nasıl oluşturdukları sorulduğunda öğrencilerin paralelkenarın özellikleri ile birim kareler arasında ilişki kurdukları görülmüştür. Deney grubundan D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap ve bu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:



Şekil 105. 1 puan kategorisinden D16 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

**Araştırmacı:** Paralelkenarı nasıl çizdin?

**Öğrenci:** Paralel olan kenarların eşit uzunlukta olmasına dikkat ettim. Mesela AB kenarı ile DC kenarı birbirine eşit ve AD kenarı da BC kenarına eşit.

**Araştırmacı:** Kenarların paralel olmasını nasıl sağladın?

**Öğrenci:** Yani şöyle çizersem paralel olmaz mı? (Kendi yaptığı çizimi gösteriyor)

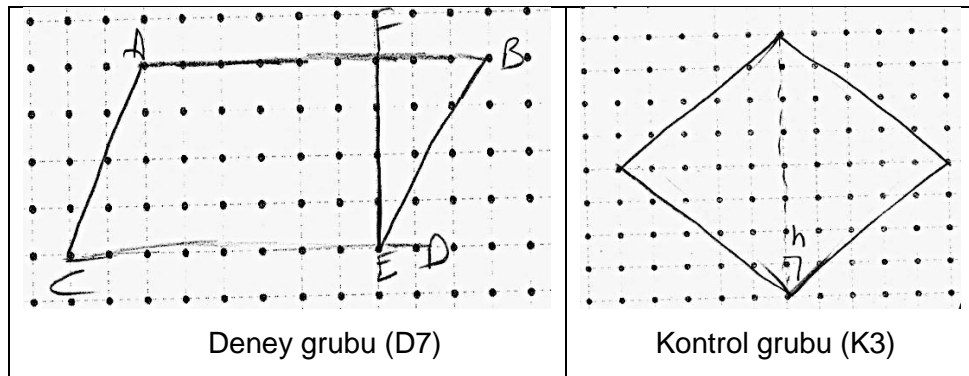
**Araştırmacı:** Bilmiyorum. Sen ne düşünüyorsun?

**Öğrenci:** Yani şu uzunlukları (alt ve üst tabanı gösteriyor) eşit alırsam paralel olur.

**Araştırmacı:** Yüksekliği çizerken nasıl çizdin?

**Öğrenci:** Yüksekliği çizerken noktaları takip ettim DC ye dik çizmeye çalıştım.

Öğrenci ile yapılan mülakat kesitinden görüldüğü gibi öğrenci paralelkenarın karşılıklı kenarlarının eşit ve paralel olduğunu bilerek bu özellikleri birim kareler yardımıyla oluşturmaya çalışmıştır. Fakat 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrenciler bu ilişkiyi kuramadıklarından paralelkenarı ya da paralelkenarın yüksekliğini doğru çizememişlerdir. 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar ve bu öğrenciler ile yapılan görüşmeler incelendiğinde bu öğrencilerin ya yan kenarların paralellliğini sağlayamadıkları ya da paralelkenarın yüksekliğini bilmedikleri görülmüştür. Aşağıda 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan bazı öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplardan bunu görmek mümkündür:



Şekil 106. 0 (sıfır) puan kategorisinden D7 ve K3 kodlu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar

Verilen yazılı cevaplardan görüldüğü gibi deney grubundaki öğrenci yan kenarların paralellliğini sağlayamamıştır. Sadece şeklin görüntüsünü paralelkenara benzetmekle yetinen bu öğrenci paralelkenarın matematiksel özelliklerini birim kareleri kullanarak oluşturamamıştır. Kontrol grubunda bulunan K3 kodlu öğrenci ise paralelkenarı doğru



oluşturmasına rağmen yüksekliği yanlış çizmiştir. Yapılan görüşmede yükseklik ile ilgili kavram yanlışlığına sahip olduğu anlaşılan bu öğrencinin yüksekliği aşağıya doğru çizilen dik bir çizgi olarak gördüğü anlaşılmaktadır. K3 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

*Araştırmacı: Burada paralelkenar çizerken nelere dikkat ettin?*

*Öğrenci: Karşı kenarların birbirine paralel olmasına dikkat ettim*

*Araştırmacı: Paralelkenarın yüksekliğini nasıl belirledin?*

*Öğrenci: Yukarıdan aşağıya doğru dik bir çizgi çizdim ve öyle belirledim.*

Yapılan görüşmeden de görüldüğü gibi öğrenci paralelkenarın yüksekliğini aşağıya doğru çizilen dik bir çizgi olarak kavramsallaştırmıştır. Bu da öğrencinin yüksekliği oluştururken yanlış oluşturmasına neden olmuştur. Geometrik bir şeklin oluşturulması için gereken kavramsal bilginin var olmamasının bir sonucu olan bu durum sıralı algıda kavramsal süreçlerin önemini göstermektedir.

#### 4. 2. 5. 2. Uygulama Sürecinde

Şekle bakma bilişsel süreç ön testinden ve 20 saatlik uygulama sürecinden sonra öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Ön testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin 5.soru için kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

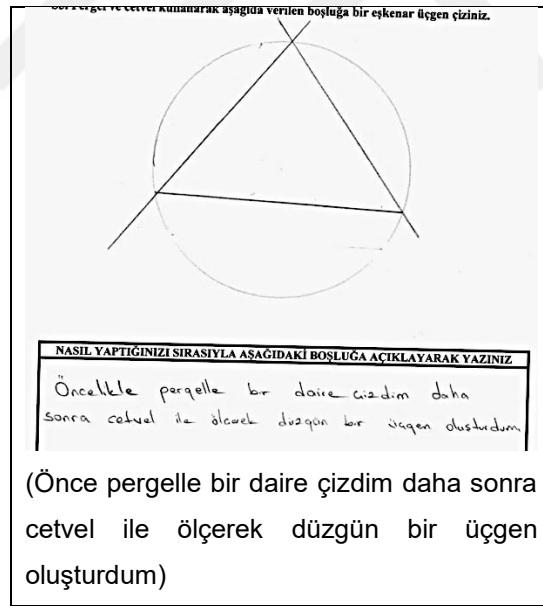
Tablo 46. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
Pergel ve cetvel kullanarak bir eşkenar üçgen çiziniz.				
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Bir Araç Yardımı İle Verilen Geometrik Bir Şekli Kurma Ve Kuruluşunu Tarif Etme	0: Soruyu boş bırakır veya eşkenar üçgeni doğru çizemez 1: Eşkenar üçgeni doğru çizer ve çizimi nasıl yaptığını doğru açıklar			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	4	15,38%	23	92,00%
1	22	84,62%	2	8,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Tabloda verilen bilgiler incelendiğinde deney ve kontrol grubu arasında önemli bir farklılığın ortaya çıktığı görülmektedir. Deney grubu öğrencileri yüksek bir sayıyla cetvel ve pergel kullanarak eşkenar üçgen oluşturulabilmişken kontrol grubunda bu sayı oldukça düşüktür. Deney grubundan 22 öğrenci 1 puan kategorisinde olmasına karşın kontrol

grubundan sadece 2 öğrenci bu kategorisinde bulunmaktadır. Ön testte birim kareler kullanarak geometrik bir şekli inşa etmede kontrol grubunun %80'nin başarılı olduğu düşünüldüğünde cetvel ve pergeli ile bir şekil inşa sürecinde meydana gelen bu durum sıralı algı ile kullanılan araç arasında var olan sıkı ilişkiyi göstermektedir.

Deney ve kontrol grubunda 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin yaptığı hataların üç başlıkta gruplandırılabilceği tespit edilmiştir. Bunlardan ilki; sadece cetvel kullanılarak deneme yanılma ile yapılmaya çalışılan çizimler, ikincisi açıölçer ve cetvel kullanılarak eş açı ve kenarların oluşturulmaya çalışıldığı çizimler, üçüncüsü ise pergeli ve cetvelin amacının dışında (pergel yeni bir nokta oluşturma, ölçüsüz cetvel ise sadece yeni oluşan noktaları birleştirmek ve bir doğru ya da doğru parçası çizmek için kullanılmalıdır) kullanıldığı çizimlerdir. Bu gruplandırmada hem deney hem de kontrol grubundan öğrencilerin ortak olarak içinde bulunduğu grup üçüncü gruptur. Deney grubunda pergeli ve cetvel kullanarak verilen bir geometrik şekli inşa etme ile ilgili etkinlikler yapıldığından kontrol grubunun yaptığı her hata deney grubunda ortaya çıkmamıştır. Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan D5 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

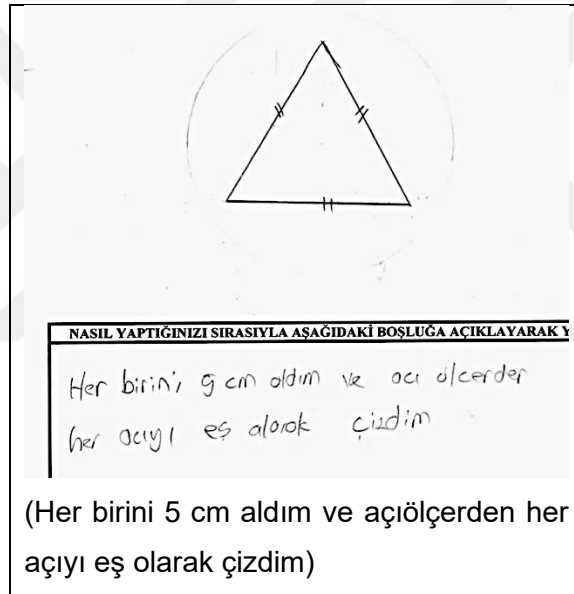


Şekil 107. 0 (sıfır) puan kategorisinden D5 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevapta öğrenci bir çemberin içine cetvel kullanarak bir eşkenar üçgen çizmiştir. Cetveli hem ölçüm yapmak hem de eş kenar üçgenin kenarlarını deneysel olarak oluşturabilmek için, pergeli sadece çember oluşturabilmek için (eşkenar üçgenin oluşturulmasına herhangi bir katkısı olmamasına rağmen) kullandığı anlaşılan öğrenci kendisinden beklenen cetvel ve pergeli kullanımını yapmamıştır. Klasik anlamda cetvel ve

pergel kullanımında cetvel belirli iki noktayı birleştirmek, çember ise yeni noktalar oluşturabilmek için kullanıldığından öğrencinin verdiği bu cevap sıralı algıda şekil-araç ilişkisi bakımından beklenmeyen bir cevaptır.

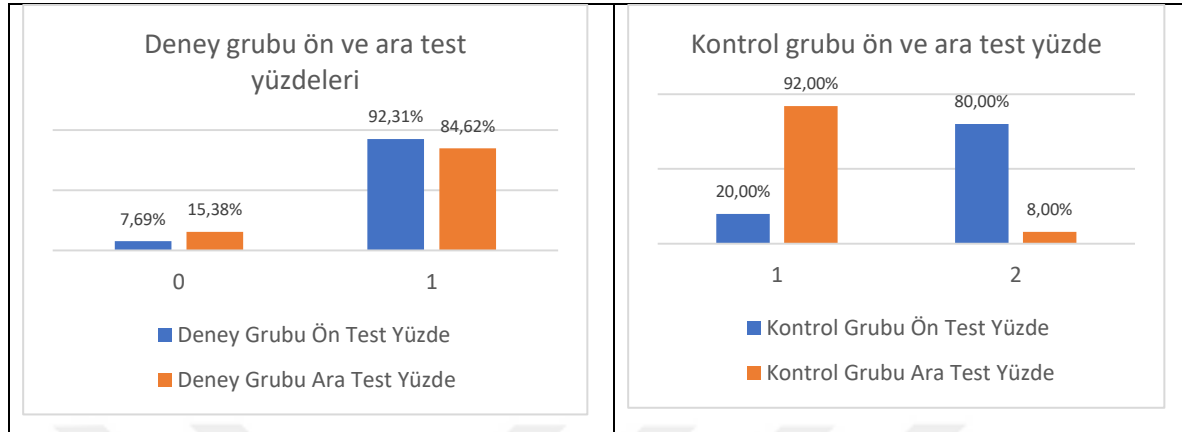
Kontrol grubunda yapılan uygulamalarda öğretmenin geometrik şekillerin bir araç yardımı ile kurulması ile ilgili bir etkinlik yapmadığından öğrenciler soruda sadece cetvel ve pergel kullanılması istenmesine rağmen şekil-araç etkileşiminde kendileri için en uygun aracı belirleyerek çizimi yapmayı tercih etmişlerdir. Bu öğrencilerden bazıları eş kenarlar ile cetvel arasındaki ilişkiyi kullanarak bazıları ise eş açı ve eş kenarlar ile cetvel ve açıölçer arasındaki ilişkiyi kullanarak şekli oluşturmaya çalışmıştır. Bunlardan cetvel ve açıölçer kullanarak şekli oluşturmaya çalışan K2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



Şekil 108. 0 (sıfır) puan kategorisinden K2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan öğrencinin cetvel ile üçgenin kenarlarını, açıölçer ile üçgenin açılarını eş yapmaya çalıştığı anlaşılmaktadır. Kendisinden bu aletlerin kullanılması istenmemesine rağmen öğrencinin böyle bir yol tercih etmesi şekil-araç ilişkisinin sıralı algı üzerindeki belirleyici rolünü göstermektedir. Bazı aletler için bir sıralı algı üreten öğrencinin bazıları için üretmemesi bunun bir sonucudur. Bu nedenle öğrencilerin farklı araçlar üzerinden belirli inşa deneyimleri yaşamaları sıralı algının gelişiminde önemlidir. Dolayısıyla öğrencilere geometrik bir şeklin oluşturulması için kullanılan araçlar ile bir deneyim yaşatılmamasının sıralı algının gelişimini olumsuz etkileyeceği söylenebilir. Nitekim deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarının birlikte verildiği

aşağıdaki grafikte kontrol grubu öğrencilerindeki büyük değişim bu bağlamda değerlendirilebilir.



Grafik 26. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorilere düşen ön ve ara test yüzdeleri

Ön ve ara test sonuçlarının karşılaştırmalı olarak verildiği grafik kontrol grubu öğrencilerinin birim karelerin kullanıldığı oluşturma sürecinden pergel ve cetvelin kullanıldığı oluşturma sürecine geçişte yaşanan değişimi açıkça ortaya koymaktadır. Kontrol grubunun birim karelerin kullanıldığı ön testte %80 olan başarı ara testte %8'e düşmüştür. Bu düşüş kontrol grubunda yapılan uygulamada bu araçların (pergel ve cetvel) kullanıldığı bir oluşturma deneyimi yaşanmamasına bağlanabilir. Çünkü kullandığı aletin oluşturma sürecine nasıl hizmet edeceğini bilmeyen öğrenci ya bildiği araçları kullanacak ya da verilen araçları yanlış kullanacaktır.

#### 4. 2. 5. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 47. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU	
Size verilen kâğıdın üzerine (katlamada kullanabileceğiniz kâğıt araka sayfadır) bir cetvel kullanarak bir ABC üçgeni çizin. Daha sonra bu kâğıdı katlayarak B açısının açıortayını bulmaya çalışın.	
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli
Bir Alet Yardımı İle Verilen Geometrik Bir Şekli Kurma Ve Kuruluşunu Tarif Etme	0: Soruyu boş bırakır veya B açısının açıortayını doğru bulamaz 1: Verilen kâğıdı katlayarak B açısının açıortayını doğru bulur ve nasıl bulduğunu açıklar

Tablo 47'nin devamı

Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	14	58,33%	21	95,45%
1	10	41,67%	1	4,55%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

Verilen tablodan görüleceği gibi deney grubundan 14, kontrol grubundan 21 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken deney grubundan 10, kontrol grubundan ise 1 öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. Bu sonuç kâğıt katlayarak bir açının açığortayını oluşturmada kontrol grubunun neredeyse tamamının deney grubunun da yarısından fazlasının başarısız olduğunu göstermektedir. Kontrol grubu öğrencileri kâğıt katlama ile ilgili bir deneyim yaşamadıklarından bu netice normal görülebilecekken deney grubu öğrencilerinin yarısından fazlasının başarısız olması ancak öğrencilerin şekil-araç etkileşimini sağlayacak düzeyde deneyim yaşamamaları ile açıklanabilir. Yani kâğıt katlama ile ilgili etkinliklerin öğrencilerde yeterli şekil-araç etkileşimini oluşturmada yetersiz olduğu anlaşılmaktadır. Nitekim deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri cevaplar bunu göstermektedir. Bu öğrenciler şekil-araç etkileşimini kuramadıklarından B açısını iki eşit parçaya ayırdıklarını düşündükleri yerden katlayarak istenen açığortayı oluşturmaya çalışmışlardır. Görsel algılarının sıralı algılarını baskı altına aldığı anlaşılan bu öğrencilerle yapılan görüşmelerde, öğrencilerin çizdikleri doğru parçasının açığortay olmasını sezgisel gerekçelerle açıkladıkları görülmüştür. 0 (sıfır) puan kategorisinden D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevaplar ve kendisi ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

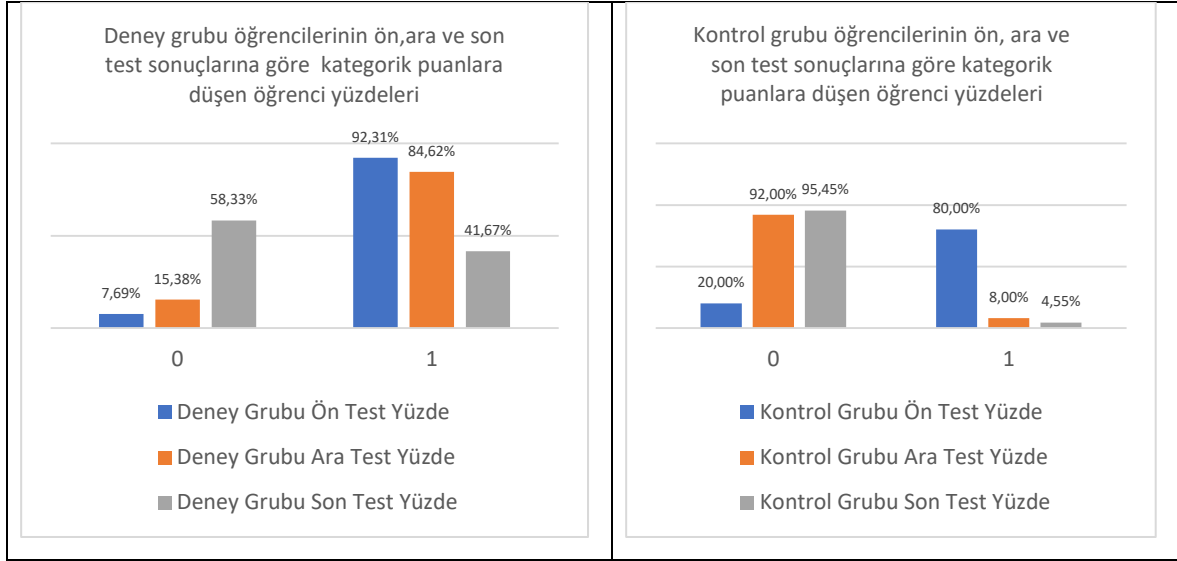
NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUKLARA AÇIKLAYARAK YAZINIZ
<p>Öncelikle bir üçgen çizdim ve kâğıdı B açısından katladım. Kat izi B açısının açığortayı oldu kat izini kalemle belirginleştirerek net görünmesini sağladım</p>
<p>(Öncelikle bir üçgen çizdim ve kâğıdı B açısından katladım. Kat izi B açısının açığortayı oldu kat izini kalemle belirginleştirerek net görünmesini sağladım)</p>

Şekil 109. 0 (sıfır) puan kategorisinden D11 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

- Araştırmacı: B açısının açığortayını nasıl çizdiğini anlatabilir misin?*
- Öğrenci: Öncelikle bir ABC üçgeni çizdim ve kâğıdı B açısından katladım. Bir kat izi oluştu bu kat izini kalemle belirginleştirdim.*
- Araştırmacı: Kâğıdı katladığında açığortay oluştuğunu nasıl anladın.*
- Öğrenci: Tam ortasından katladım ayrıca A ve C açılarını üst üste getirdim*
- Araştırmacı: Tam ortasından katladığını nereden biliyorsun*
- Öğrenci: A ve C açıları üst üste gelirse bu açıda (B açısını gösteriyor) ikiye bölünür.*

Verilen yazılı cevaptan ve öğrenci ile yapılan görüşmeden görüldüğü gibi öğrenci B açısının açığortayını bulurken A ve C açılarının üst üste gelmesini yeterli görmektedir. İkizkenar üçgen için doğru olabilecek böyle bir durum her üçgen için doğru değildir. Fakat öğrencinin sezgileri yaptığı katlama işinin doğru olması gerektiği yönündedir. Görsel algının baskın olduğu bu durumda öğrencinin sözel algısını da kullanarak sezgileri ile matematiksel ilkeler arasında bir denge oluşturması gerekirdi. Çünkü sadece matematiksel ilkeler yardımı ile yapılan çizimin açığortay olup olmadığı değerlendirilebilir. Yapılan görüşmeden öğrencinin böyle bir davranış içine girmediği görülmektedir. Bu durum bir bakıma geometrik bir şeklin inşasında sözel algının gerekçelendirme fonksiyonunu göstermektedir.

Ön, ara ve son testler birlikte ele alındığında öğrencilerin verilen şekli oluşturmada gösterdikleri başarının kullanılan alet ile değişebildiğini göstermektedir. Bu da sıralı algının geliştirilmesinde bir araç yerine birçok aracın kullanılması gerektiğini göstermektedir. Nitekim öğrenci ancak aracın matematiksel fonksiyonunu kavradığında ve istenen şekil ile bu araç arasında bir bağ kurabildiğinde başarılı sıralı algılar üretebilmektedir. Bu nedenle öğrencilerden tanımadıkları araçları kullanarak başarılı sıralı algılar oluşturmaları beklenmemelidir. Aşağıda verilen deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son testlerden aldıkları sonuçlar bu bağlamda değerlendirilmelidir.



Grafik 27. Ön, ara ve son test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafikten görüleceği gibi kontrol grubu öğrencileri ön testten son teste doğru 1 puan kategorisinde azalmaktadır. Birim karelerin kullanıldığı ön testte de kontrol grubu öğrencileri %80 başarı gösterirken pergeli ve cetvelin kullanıldığı ara testte bu başarı %8'e kadar düşmüştür. Gerek yazılı cevaplar gerekse de öğrencilerle yapılan görüşmelerde bunun temel nedeninin öğrencilerin şekil-araç ilişkisini kuramamaları ve testlerde verilen araçla daha önceden yeterli deneyim yaşamamaları olduğu düşünülmektedir. Çünkü kontrol grubunda öğrencilerin sıralı algılarının gelişimi için herhangi bir çalışma-etkinlik yapılmamıştır. Deney grubunda ise gerek cetvel ve pergeli kullanımı ile ilgili gerekse de kâğıt katlama ile ilgili etkinlikler yapılmıştır. Fakat pergeli ve cetvel kullanarak bir eşkenar üçgen oluşturulması istenen soruda öğrencilerin yaklaşık %85'i başarılı olurken kâğıt katlayarak bir açının açıortayının oluşturulması gereken soruda öğrencilerin yaklaşık %42'si başarılı olmuştur. Öğrencilerin başarısındaki bu düşüş sıralı algının oluşmasında kullanılan aracın yapısına ve araç ile geçirilen deneyimin süresine bağlanabilir. Çünkü her bir araç öğrenci için farklı bir sıralı algı deneyimi gerektirmekte ve bir araç ile elde edilen sıralı algı deneyimi başka bir araca (kullanılan aracın doğasından dolayı) aktarılamamaktadır. Öğrenciler için geometrik şekilleri inşaada yaygın olarak kullanılan cetvel ve pergele göre kâğıt katlama yeni bir deneyim olduğundan uygulamada yapılan etkinliklerden daha fazla etkinliğin yapılması dolayısıyla daha fazla süre öğrencinin deneyim kazanması sağlanmalıdır.

#### 4. 2. 6. Öğrencilerin Verilen Geometrik Bir Şeklin veya Şekle Ait Parçaların Konumunu veya Yönünü Değiştirebilmesi ile İlgili Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin işlevsel algılarının bir göstergesi olan verilen şeklin veya şekle ait parçaların konumunu veya yönünü değiştirebilme ile ilgili uygulama öncesinde, uygulama sürecinde ve uygulama sonrasında şekle bakma bilişsel süreç testleri ile elde edilen bulgulara yer verilmektedir.

##### 4. 2. 6. 1. Uygulama Öncesi

Uygulama öncesinde bu gösterge şekle bakma bilişsel süreç testlerinin altıncı sorusu ile ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. 0 (sıfır) dan 2'e kategorik olarak puanlanan cevapların deney ve kontrol gruplarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 48. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
Aşağıdaki A ve B şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur				
I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür. II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir. III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür. IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz				
Gösterge		Kategorik Puanlama Cetveli		
Verilen Geometrik Bir Şeklin Veya Şekle Ait Parçaların Konumunu Veya Yönünü Değiştirebilir		0: Boş bırakır veya yanlış seçeneği işaretler. 1: Ölçüm yaparak doğru cevaba ulaşır 2: Şekil üzerinde ekleme çıkarma yaparak doğru cevaba ulaşır		
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	11	42,31%	1	4,00%
1	7	26,92%	12	48,00%
2	8	30,77%	12	48,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

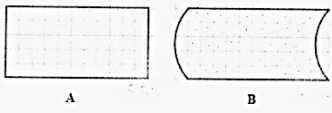
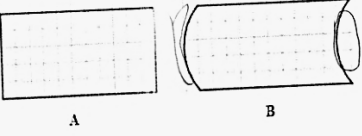
Tablodan görüldüğü gibi uygulama öncesinde deney grubundan 11, kontrol grubundan 1 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken deney grubundan 7, kontrol grubundan ise 12 öğrenci 1 puan kategorisinde yer almaktadır. 2 puan kategorisinde ise deney grubundan 8, kontrol grubundan 12 öğrenci bulunmaktadır. Elde edilen bu sonuçlar doğru cevaba ulaşma bakımından (1 ve 2 puan kategorileri) kontrol grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin yaklaşık %57 si 1 ve 2



puan kategorisinde yer alırken kontrol grubu öğrencilerinin %96'sı bu kategorilerde yer almaktadır.

Verilen yazılı cevaplar incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin çoğunluğunun A şekli ile B şeklinin alanı ile ilgili yanlış seçeneği işaretlediği görülmektedir. 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan bu 11 öğrenciden 4'ü A şeklinin alanı B şeklinin alanından daha büyüktür seçeneğini işaretlerken 7 öğrenci hiçbir bilgi verilmediği için alanların karşılaştırılamayacağını ifade eden seçeneği işaretlemiştir. Hem deney grubunda hem de kontrol grubundan A şeklinin alanının B şeklinin alanından daha küçük olduğunu işaretleyen öğrenci bulunmamaktadır. Kontrol grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan bir öğrenci ise hiçbir bilgi verilmediği için alanların karşılaştırılamayacağını ifade eden seçeneği işaretlemiştir.

A şeklinin alanının B şeklinin alanından daha büyük olduğunu düşünen öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin ya birim kareleri sayarak ya da görsel algılarından hareketle bu neticeye ulaştığı görülmektedir. Birim kareleri sayan öğrenciler kareleri yanlış sayarak, görsel algılarını kullanan öğrenciler ise şeklin bükülmesinden kaynaklanan görsel değişimden etkilenerek yanlış cevap vermişlerdir. Bu öğrencilerden bazılarının verdiği yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:

<p>S6. Aşağıda verilen A ve B şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeniyle açıklayınız.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür. ✓✓✓✓</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir. + + + + +</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür. + + + + +</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz. x + + + +</p>  <p>A B</p> <p>Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız</p> <p>Yanıt I doğrudur. Çünkü kareleri saydığımızda A şeklinin karelerinin daha fazla olduğu dolayısıyla alanın daha büyük olmasına neden olur. Uzunluk verilmeseyse bile kareleri sayarak denenebilir.</p> <p>(D15: Birim kareleri sayarak yanlış seçeneği işaretleyen öğrenci)</p>	<p><input checked="" type="radio"/> I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür. ✓</p> <p><input type="radio"/> II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir.</p> <p><input type="radio"/> III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür.</p> <p><input type="radio"/> IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz</p>  <p>A B</p> <p>Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız</p> <p>Bence; A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür. Çünkü aynı düzleme çizilmişlerdir. A daha çok yer kaplar. B'de boşlukları vardır.</p> <p>(D19: Şeklin görünüşünü dikkate alarak yanlış seçeneği işaretleyen öğrenci)</p>
---	--


Şekil 110. Deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan iki öğrencinin verdiği yazılı cevap.

İşlevsel algısını kullanmadan birim kareleri sayarak doğru cevaba ulaşmaya çalışan D15 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencinin uzunluk ile ilgili bir bilgi verilmemesinden dolayı birim kareler ile alanları karşılaştırılabileceğini düşündüğü ve yaptığı sayım ile A şeklinin alanının B şeklinin alanından daha büyük olduğuna karar

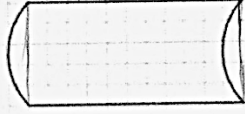
verdiği anlaşılmaktadır. Muhtemelen B şeklinin içerisinde tam birim karelerden oluşmayan bölgeler öğrencinin yanlış hesaplamasına neden olmuştur. Şeklin görünüşünü dikkate alan D19 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap incelendiğinde ise bu öğrencinin B şeklinde bir kenara verilen bükümden etkilenerek A şeklinin B şekline daha fazla yer kapladığı bu nedenle de A şeklinin alanının B şeklinin alanından büyük olması gerektiği sonucuna ulaştığı anlaşılmaktadır. Bütün bu cevaplar işlevsel algının bu öğrencilerde devreye girmediği bunun yerine görsel ve sözel algıların bir şekilde çözüme ulaşmak için harekete geçirildiğini göstermektedir. Fakat bu soru için görsel ve sözel algının yerine işlevsel algının harekete geçirilmesi gerekir. Nitekim 2 puan kategorisinde bulunan ve işlevsel algılarını kullanarak çözüme ulaşan öğrenciler birim kareler ya da şeklin görünüşüne aldanmadan verilen geometrik şeklin bazı parçalarının yerini değiştirerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu öğrencilerden kontrol grubundan K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap ve öğrenci ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

S6. Aşağıda verilen A ve B şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür.  
 II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir.  
 III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür.  
 IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz



A



B

Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız

İkisininde içinde bulunduğu kare sayıları eşit B şeklinde dışarı doğru çıkan parça sağ tarafta içeri doğru girildiği için birbirini eşitliyor. Bu durumda iki şeklin alanları eşittir.

Şekil 111. 2 puan kategorisinden K3 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

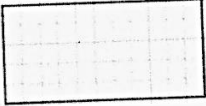
**Araştırmacı:** Verilen soruda A şekli ile B şeklinin alanının eşit olduğuna nasıl karar verdin?

**Öğrenci:** Burada B şeklinin çıkık tarafı boş tarafı doldurur ve A şeklini oluşturur. Böylece alanları eşit olmuş olur.

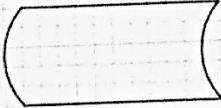
Öğrencinin verdiği cevaplardan anlaşılacağı gibi, öğrenci B şeklini iki parçaya ayırıp ayırdığı parçalardan birinin yerini değiştirerek doğru cevaba ulaşmıştır. Böylece öğrenci B kenarının bükümlü bölümlerindeki birim karelerin sayılmasının zor olma durumunu işlevsel

algısı ile aşmıştır. İşlevsel algıları ile bu güçlüğü aşamayan bazı öğrenciler ise hiçbir bilgi verilmediğinden karşılaştırmanın yapılamayacağını belirtmişlerdir. 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan bu öğrencilerden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap ve yapılan mülakattan bir kesit aşağıdaki gibidir:

I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür.  
 II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir.  
 III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür.  
 IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz



A



B

**Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız**

Çünkü bir soruya yorum yapmak için elimizde bir verilen olması gerekir. Bu soruda herhangi bir sayı verilmediği için yapılan yorumlar sadece tahmin olur.

Şekil 112. 0 (sıfır) puan kategorisinden D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

**Araştırmacı:** *Bu soruda hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz demişsin. Neden böyle düşündün?*

**Öğrenci:** *Yani sorularda hep verilenlerden yola çıkarak işlem yaptığımız için burada herhangi bir şey verilmemiş. Birde şekilde bir yamukluk var sayarak da bulunmaz.*

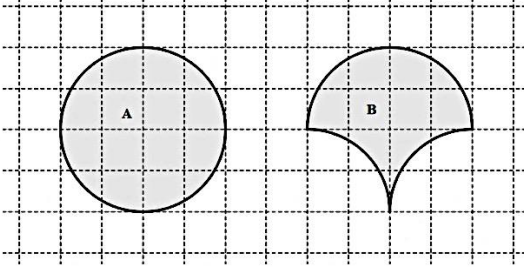
D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevaptan ve mülakat kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci verilen şekillerin alanlarını karşılaştırmak için ölçüm yapmaya çalışmış kenar uzunlukları ile ilgili bir bilgi verilmediğinde bundan vazgeçmiştir. Birim karelerden hareketle ölçüm yaparak alanları karşılaştırmak istediğinde ise B şeklinin yapısından dolayı birim karelerin sayılamayacağını düşünmüştür. Yani öğrenci işlevsel algı ile şekle bakmadığından sayısal verileri kullanarak hesap yapma o da olmadığında birim karelerden hareketle ölçüm yapma gibi daha çok sözel alginın kullanılmasını gerektirecek yöntemler kullanmaya çalışmıştır. Bu yöntemler ile soruyu çözemeyince de bu durumu soruda verilmesi gereken ama verilmeyen bilgilerin varlığı ile açıklamaya çalışmıştır.

#### 4. 2. 6. 2. Uygulama Sürecinde

Şekle bakma bilişsel süreç ön testinden ve 20 saatlik uygulama sürecinden sonra öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimlerini görebilmek için ara test uygulanmıştır. Ön

testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre ara teste giren öğrencilerin 6.soru için kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

Tablo 49. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ara Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

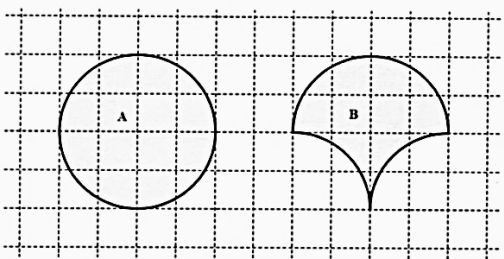
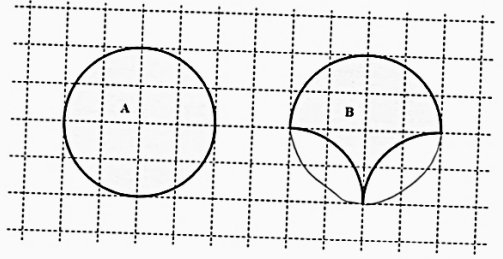
SORU				
Aşağıda verilen A ve B şekillerinin çevre uzunlukları ile ilgili verilen seçeneklerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız				
<p>I. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan büyüktür.            II. A şeklinin çevre uzunluğu ile B şeklinin çevre uzunluğu birbirine eşittir.            III. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan küçüktür.            IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz</p>				
				
Gösterge		Kategorik Puanlama Cetveli		
Verilen Geometrik Bir Şeklin Veya Şekle Ait Parçaların Konumunu Veya Yönünü Değiştirebilir		0: Boş bırakır veya yanlış seçeneği işaretler. 1: Ölçüm yaparak doğru cevaba ulaşır 2: Şekil üzerinde ekleme çıkarma yaparak doğru cevaba ulaşır		
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	14	53,85%	7	28,00%
1	2	7,69%	7	28,00%
2	10	38,46%	11	44,00%
	Toplam=26	Toplam=%100	Toplam=25	Toplam=%100

Tablodan görüleceği gibi deney grubundan 14 kontrol grubundan 7 öğrenci 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alırken deney grubundan 2 kontrol grubundan 7 öğrenci ise 1 puan kategorisinde yer almaktadır. İşlevsel algı kullanılarak verilen şekillerin çevrelerinin doğru karşılaştırıldığı kategoriyi temsil eden 2 puan kategorisinde deney grubundan 10, kontrol grubundan 11 öğrenci bulunmaktadır.

Deney grubunun yaklaşık %54'ünün yanlış seçeneği işaretlediği ara testte kontrol grubunun sadece %28'i yanlış seçeneği işaretlemiştir. 0 (sıfır) puan kategorisindeki bu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ön teste olduğu gibi ya A şeklinin çevresi B şeklinin çevresinden büyüktür (Deney grubundan: 8, kontrol grubundan: 3 öğrenci) ya da hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz (deney grubundan: 6, kontrol grubundan: 4 öğrenci) seçeneklerini işaretledikleri tespit edilmiştir.

A şeklinin çevresinin B şeklinin çevresinden büyük olduğunu düşünen öğrencilerin yazılı cevaplarına bakıldığında bu öğrencilerin şekillerin görünüşünden hareketle böyle bir

sonuca ulaştıkları anlaşılmaktadır. Bu öğrencilerden bazılarının verdikleri yazılı cevaplar aşağıdaki gibidir:

<p>I. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan büyüktür. ✓            II. A şeklinin çevre uzunluğu ile B şeklinin çevre uzunluğu birbirine eşittir. ✓            III. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan küçüktür. ✓            IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz</p>  <p>Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız</p> <p>I doğru çünkü A şeklinin kapladığı alan B şeklinin alanından büyüktür. Bu durumda A şeklinin çevre bakımından büyük olur            Yani doğru cevap sadece "I"dir</p> <p>(D8: I doğru çünkü A şeklinin kapladığı alan B şeklinin alanından büyüktür. Bu durumda A şeklinin çevre bakımından büyük olur)</p>	<p>I. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan büyüktür. ✓            II. A şeklinin çevre uzunluğu ile B şeklinin çevre uzunluğu birbirine eşittir. ✗            III. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan küçüktür. ✗            IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz ✗</p>  <p>Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız</p> <p>Kareler birbirine eş olduğu için şekle bakıldığında A şeklinin çevresi daha büyüktür. B şeklinin alt tarafı içeri doğru kıvrıldığı için A'dan daha küçüktür.</p> <p>(K20: Kareler birbirine eş olduğu için şekle bakıldığında A şeklinin çevresi daha büyüktür. B şeklinin alt tarafı içeri doğru kıvrıldığı için A'dan daha küçüktür)</p>
--	---

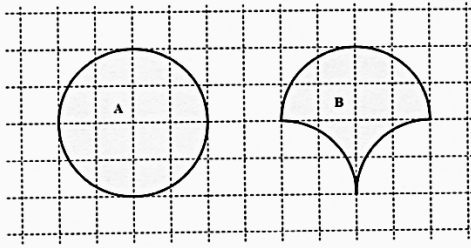
Şekil 113. 0 (sıfır) puan kategorisinden D8 ve K20 öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar

Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin B şeklinin çevresinin, görünüşünden dolayı, A şeklinin çevresinden büyük olduğunu düşündükleri görülmektedir. B şeklinin belirli bir bölümünün içe doğru bükülmesi öğrencilerin görsel algılarını etkileyerek böyle bir sonuca ulaşmalarını sağlamıştır.

Birinci seçenek dışında hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz seçeneğini işaretleyen öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin verilen şekillerin çevrelerini hesaplayıp daha sonra karşılaştırabilmek için sayısal verilere ihtiyaç duydukları bu verilmediği içinde yorum yapılamaz seçeneğini işaretledikleri görülmektedir. Ayrıca deney grubundan bir öğrenci yapılan görüşmede "Ne görüyorsun-1" etkinliğini referans olarak göstererek derste öğretmenin kendilerine şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmediğinde yorum yapılamayacağını söylediğini ifade etmiştir. Deney grubundan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap ve yapılan görüşmeden bir kesit aşağıdaki gibidir:

S6. Aşağıda verilen A ile B şekillerinin çevre uzunlukları ile ilgili verilen seçeneklerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

I. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan büyüktür.  
 II. A şeklinin çevre uzunluğu ile B şeklinin çevre uzunluğu birbirine eşittir.  
 III. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan küçüktür.  
 (IV) Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz



Verdiğimiz cevabın nedenini aşağıya yazınız

Şekillerin görüntüsüne aldanmamamız gerekir. Hiçbir uzunluk verilmediği için bir yorum yapamayız şekli yanlıtır.

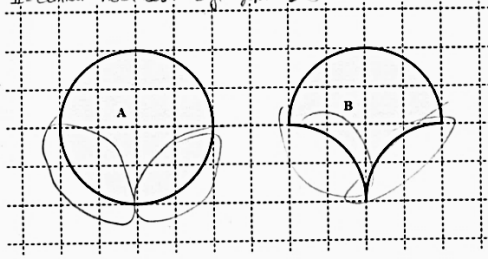
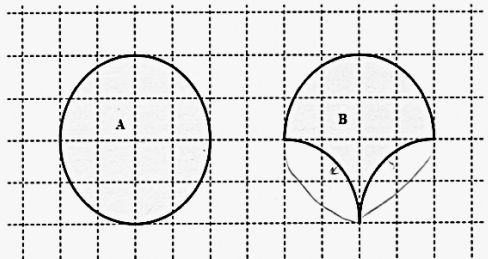
(Şeklin görüntüsüne aldanmamamız gerekir. Hiçbir uzunluk verilmediği için bir yorum yapamayız şekil yanlıtır)

Şekil 114. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan D2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

**Araştırmacı:** Soruda iki şeklin çevre uzunluklarının karşılaştırılması istenmekte ve sen hiçbir uzunluk verilemediğinden yorum yapılamaz seçeneğini işaretlemişsin neden?

**Öğrenci:** Biz derste bir etkinlik yapmıştık (Ne görüyorsun-1) orada öğretmenimiz bize bir şey verilmediğinde yorum yapılmaması gerektiğini söylemişti. Bu yüzden işaretledim o seçeneği

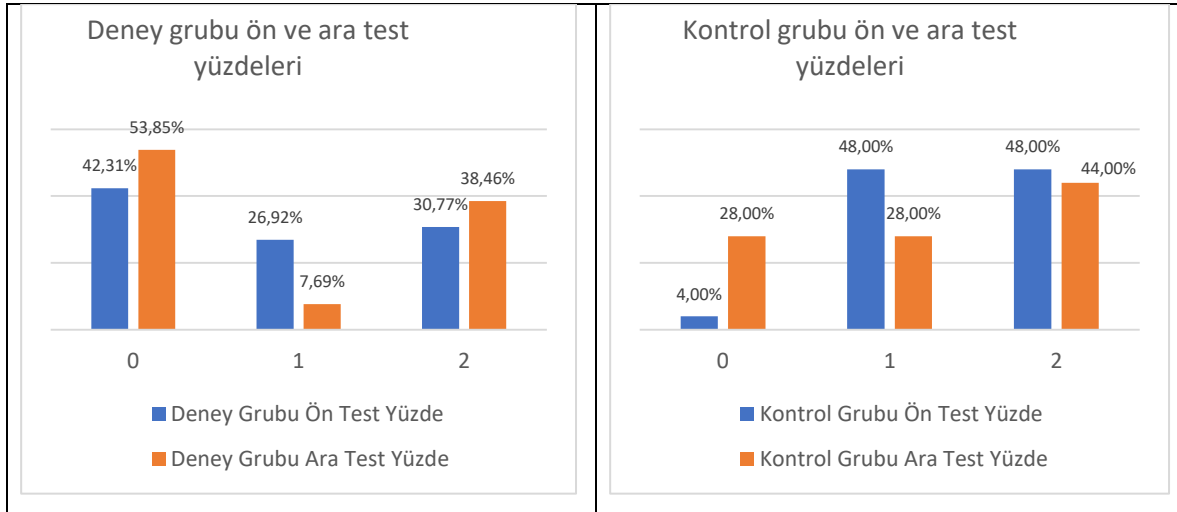
Mülakat kesitinden görüleceği gibi öğrenci yapılan bir etkinlik sonunda öğretmenin kullandığı yanlış bir cümleden etkilenerek bu soru için bir hiçbir yorum yapılamaz seçeneğini işaretlemiştir. Şekil üzerinde sayısal bir değer ya da bir işaret olmadan verilen problemin çözülemeyeceğini düşünen öğrenci sözel algısını harekete geçirecek ön bilgilere ihtiyaç duymaktadır. Oysaki böyle bir güçlüğü üstesinden gelen ve 2 puan kategorisinde bulunan öğrenciler herhangi bir sayısal veriye ihtiyaç duymadan A ya da B şeklini belirli alt parçalara ayırıp tekrar farklı bir düzende birleştirerek çözüme ulaşmışlardır. Deney ve kontrol grubundan iki öğrencinin aşağıda verilen yazılı cevaplarından bunu görmek mümkündür:

<p>I. A şeklin çevre uzunluğu B şeklin çevre uzunluğundan büyüktür. <i>yanlış</i></p> <p>II. A şeklin çevre uzunluğu ile B şeklin çevre uzunluğu birbirine eşittir. <i>doğru</i></p> <p>III. A şeklin çevre uzunluğu B şeklin çevre uzunluğundan küçüktür.</p> <p>IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz</p> <p><i>II çünkü A'da kesip B'yi yapmışlardır</i></p>  <p>Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız</p> <p><i>II doğrudur çünkü A çemberinde kesip çizdiğim noktaları ters çevirip takmışlar çemberi estiler</i></p> <p>(D12: II doğrudur. Çünkü A çemberini kesip çizdiğim noktaları ters çevirip takmışlar)</p>	<p>I. A şeklin çevre uzunluğu B şeklin çevre uzunluğundan büyüktür. ✓</p> <p>II. A şeklin çevre uzunluğu ile B şeklin çevre uzunluğu birbirine eşittir. ✓</p> <p>III. A şeklin çevre uzunluğu B şeklin çevre uzunluğundan küçüktür. ✓</p> <p>IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz ✓</p>  <p>Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız</p> <p><i>Ben içeri kıvrılan parçaları dışarı doğru zihinden aldım ve yandaki şeklin aynısı oluştu. Böylelikle çevreleri eşit oldu.</i></p> <p>(K21: Ben içeri kıvrılan parçaları dışarı doğru zihinden aldım ve yandaki şeklin aynısı oluştu. Böylelikle çevreleri eşit oldu)</p>
---	--

Şekil 115. 2 puan kategorisinden D12 ve K21 kodlu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar

Verilen cevaplar incelendiğinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin verilen şekillerin belirli parçalarının konumunu ve yönünü değiştirerek çözüme ulaştıkları görülmektedir. Deney grubu öğrencisi A şeklinin ilk durumunu değiştirerek, kontrol grubu öğrencisi ise B şeklinin ilk durumunu değiştirerek çevre uzunluklarını karşılaştırmışlardır. Farklı yöntemler kullanmalarına rağmen her iki öğrencide işlevsel algılarını kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır.

Ön test ile ön testten sonra yapılan 20 saatlik uygulama sonrasında yapılan ara test sonuçlarının birlikte ele alınması deney ve kontrol grubu öğrencilerinin başlangıçtaki durumlarına göre nasıl bir değişim içerisinde olduklarının tespiti için önemlidir. Bu nedenle aşağıda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test sonuçlarının birlikte verildiği grafik hazırlanmıştır:



Grafik 28. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve ara test yüzdeleri

Verilen grafikte deney grubunun 0 ve 2 puan kategorilerinde arttığı fakat 1 puan kategorisinde azaldığı, kontrol grubunun ise 1 ve 2 puan kategorisinde azaldığı fakat 0 (sıfır) puan kategorisinde arttığı görülmektedir. Dolayısıyla her iki grupta da 0 (sıfır) puan kategorisinde bir artış ve 1 puan kategorisinde bir düşüş olduğu anlaşılmaktadır. Geometrik şekillerin alanları için birim karelerin etkin kullanılabilmesi ölçüm yapılarak sonuca ulaşmada tercih edilebilirliği arttırdığından 1 puan kategorisindeki düşüş ara testte verilen sorunun doğasına bağlanabilir. Nitekim ön testte sorulan soruda öğrencilerden verilen şekillerin alanlarının karşılaştırılması istenmesine rağmen ara testte şekillerin çevre uzunluklarının karşılaştırılması istenmiştir. Birim kareler ile çevre arasında ilişki kurmak zor olacağından öğrenciler ölçüm yaparak sonuca ulaşma yolunu daha az tercih etmişlerdir.

Deney grubu öğrencilerinin 2 puan kategorisinde artış göstermesine rağmen öğrencilerinin çoğunun hala 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alması 20 saatlik uygulama sürecinde deney grubunun çoğunun işlevsel algısının istenen düzeyde olmadığını göstermektedir. Böyle bir durumun oluşmasına öğrencilerin görsel algılarından hareketle bir sonuca ulaşma davranışının ve şeklin görüntüsüne aldanılmaması bu nedenle hiçbir uzunluk verilmediği için bir yorum yapılmamalı şeklindeki düşüncesinin neden olduğu anlaşılmaktadır. Bunlardan deney grubunda yapılan etkinliklerin uygulamalarının bir neticesi olarak ortaya çıkan durum öğrencilerin şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmediğinde bir yorum yapılmaması gerektiği ile ilgili düşüncesidir. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan ve bu öğrencilerin sınıfın yaklaşık %25'ini (6 öğrenci) oluşturması bu düşünceye sahip öğrencilerin sayısının az olmadığını göstermektedir.

Bununla birlikte kontrol grubu öğrencilerinin 2 puan kategorisinde azalması buna karşın 0 (sıfır) puan kategorisinde artması da dikkat çeken bir durumdur. Öğrencilerin

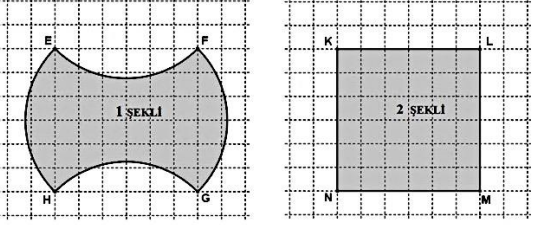


verdikleri yazılı cevaplardan anlaşılacağı gibi 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrenciler ölçüm yapma, soruda ön bilgiler arama bulamadığında görsel algıdan hareketle çıkarımda bulunma ya da yorum yapılamaz gibi davranışlardan dolayı verilen soruyu yanlış yapmışlardır. Bu durum kontrol grubunda ara teste kadar olan uygulamanın öğrencilerin işlevsel algılarını geliştiremediğini göstermektedir.

#### 4. 2. 6. 3. Uygulama Sonunda

Uygulama süreci sonunda öğrencilerin gelişimlerini görebilmek için son test uygulanmıştır. Ön ve ara testte kullanılan kategorik puanlama cetveline göre son teste giren öğrencilerin kategorik puanlara göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

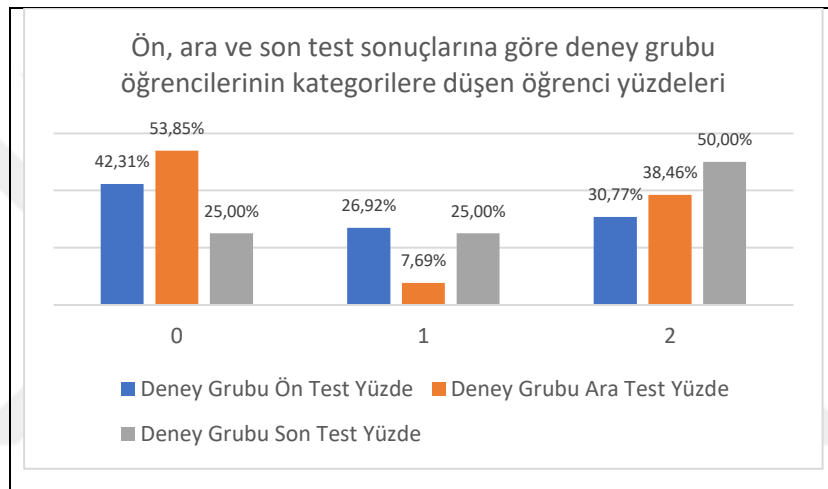
Tablo 50. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Son Test Sonuçlarına Göre Kategorik Puanlara Dağılımı

SORU				
		<p><b>Yukarıda birim kareler üzerinde verilen 1 ve 2 taraflı şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.</b></p> <p>a) 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından büyüktür.  b) 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından küçüktür.  c) 1 şeklin alanı 2 şeklin alanına eşittir.  d) Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz</p>		
Gösterge	Kategorik Puanlama Cetveli			
Verilen Geometrik Bir Şeklin Veya Şekle Ait Parçaların Konumunu Veya Yönünü Değiştirebilir	0: Boş bırakır veya yanlış seçeneği işaretler. 1: Ölçüm yaparak doğru cevaba ulaşır 2: Şekil üzerinde ekleme çıkarma yaparak doğru cevaba ulaşır			
Kategorik Puanlar	Deney Grubu Öğrenci Sayısı	Deney Grubu Yüzde	Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	Kontrol Grubu Yüzde
0	6	25,00%	13	59,09%
1	6	25,00%	3	13,64%
2	12	50,00%	6	27,27%
	Toplam=24	Toplam=%100	Toplam=22	Toplam=%100

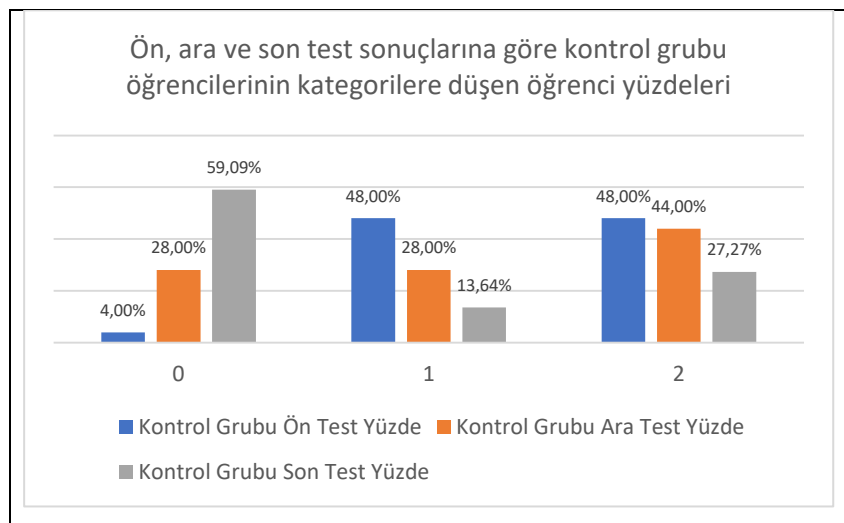
Tabloda verilen bilgilerden anlaşılacağı gibi 0 (sıfır) puan kategorisinde deney grubundan 6, kontrol grubundan 13 öğrenci yer alırken 1 puan kategorisinde ise deney grubundan 6 kontrol grubundan 3 öğrenci yer almaktadır. Deney grubunun %50'sine kontrol grubunun da yaklaşık %70'ine karşılık gelen bu kategorilerdeki toplam öğrenci sayısı hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin yarıdan fazlasının işlevsel algılarını

kullanmadan verilen soruyu çözmeye çalıştıklarını göstermektedir. 2 puan kategorisinde yer alan yani işlevsel algılarını kullanarak verilen soruyu çözen öğrenci yüzdelerine bakıldığında ise deney grubunun %50'sinin kontrol grubunun ise yaklaşık %27'sinin bu kategoride yer aldığı görülmektedir. Bu durum deney grubunda yapılan uygulamaların işlevsel algının geliştirilmesinde kontrol grubunda yapılan uygulamadan daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Ön, ara ve son test sonuçları birlikte ele alındığında deney grubunun 2 puan kategorisinde sürekli arttığı kontrol grubunun ise sürekli azaldığı anlaşılmaktadır. Bu durumu aşağıda verilen grafiklerden de görmek mümkündür:



Grafik 29. Deney grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

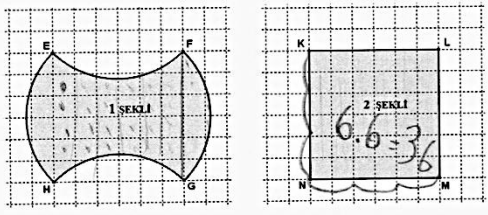


Grafik 30. Kontrol grubu öğrencilerinin ön, ara ve son test sonuçlarına göre kategorik puanlara düşen öğrenci yüzdeleri

Verilen grafiklerden görüleceği gibi deney grubu öğrenci yüzdeleri 0 ve 1 puan kategorilerinde değişkenlik gösterirken 2 puan kategorisinde sürekli artmıştır. Kontrol grubu öğrencileri ise 2 puan kategorisinde sürekli azalmıştır. Bununla birlikte kontrol grubunun %60'ının son testte 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alması ön ve ara test sonuçlarına göre dikkat çeken bir durumdur.

0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan kontrol grubu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin üç farklı davranış ile çözüme ulaşmaya çalıştıkları fakat başarısız oldukları tespit edilmiştir. Bunlardan birincisi, herhangi bir uzunluk verilmediği için alanların karşılaştırılamayacağı düşüncesinden; ikincisi, ölçüm yaparak alanların karşılaştırılabileceği düşüncesinden; üçüncüsü ise sadece sözel algı ile alanların karşılaştırılabileceği düşüncesinden doğan davranışlardır. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan deney grubu öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar incelendiğinde ise bu öğrencilerin sadece birinci ve ikinci davranışı gösterdikleri tespit edilmiştir. Kontrol grubunda birinci davranışı 4, ikinci davranışı 4 ve üçüncü davranışı 5 öğrenci gösterirken deney grubunda birinci davranışı 2 ikinci davranışı 4 öğrenci göstermiştir. Bu davranışlar içinde dikkat çeken ve son testte sadece kontrol grubunda ortaya çıkan üçüncü davranıştır. Çünkü bu davranış her iki grupta ön ve ara testte ortaya çıkmadığı gibi son testte sadece kontrol grubunda ortaya çıkmıştır.

Sadece kontrol grubunda ortaya çıkan üçüncü davranış incelendiğinde öğrencilerin ya soruda verilen birinci şeklin alanını formülle hesaplanamayacağı ya da şeklin alanını hesaplayabilmek için ellerinde bir kural bulunmadığı düşüncesinde oldukları bu nedenle karşılaştırma yapamadıkları anlaşılmaktadır. Her iki durumda da öğrenci zihnindeki sözel algısı ile mevcut problemin üstesinden gelmeye çalışmaktadır bunu gerçekleştirmediğinde ise verilen alanların karşılaştırılamayacağını düşünmektedir. Bu davranışı gösteren kontrol grubu öğrencilerden K2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:



karıda birim kareler üzerinde verilen 1 ve 2 taralı şekillerinin alanları ile ilgili ilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

a) 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından büyüktür.  
b) 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından küçüktür.  
c) 1 şeklin alanı 2 şeklin alanına eşittir.  
d) Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz

Verdiğiniz Cevabın nedenini aşağıya yazınız

Biz daha birinci şeklin alanını bulmayı öğrenmedik

(Biz daha birinci şeklin alanını bulmayı öğrenmedik)

Şekil 116. 0 (sıfır) puan kategorisinde K2 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Verilen cevaptan görüleceği gibi öğrenci alanların karşılaştırılması ile ilgili verilen seçeneklerden herhangi birini işaretlemeden birinci şeklin alanını bulmayı öğrenmediğini yazmıştır ve alanları karşılaştıramamasını öğrenmediğini düşündüğü matematiksel bir prensibe bağlamaktadır. Böylece öğrenci verilen şeklin mevcut sözel algısı ile uyumlu bir şekil olmadığını ifade etmeye çalışmaktadır. İşlevsel algısını devreye koyamadığı anlaşılan bu öğrenci doğal olarak şekli parçalara ayırıp soruyu çözememiştir. Bir başka öğrenci ise şekli sözel algısı ile anlamlandıramadığında şeklin geometrik bir şekil olmadığını düşüncesi içine girmiştir. İşlevsel algısını kullanmayan bu öğrenci de verilen soruyu çözememiştir. Öğrencinin (K21) verdiği yazılı cevap aşağıdaki gibidir:

Verdiğiniz Cevabın nedenini aşağıya yazınız
<p>* 1. şekilde bir düzen yok ve taban, yükseklik unsurları çizilemez</p> <p>* 1. şeklin geometride yeri yok, 2. şekil geometriktir.</p>
<p>(1.şekilde bir düzen yok ve taban yükseklik unsurları çizilemez, 1.şeklin geometride yeri yok, 2.şekil geometriktir)</p>

Şekil 117. 0 (sıfır) puan kategorisinden K21 kodlu öğrencinin verdiği yazılı cevap

Görüldüğü gibi öğrenci sözel algısı ile verilen şekil arasında bir ilişki kurabilmek yükseklik, taban gibi kavramlar odaklanmıştır. Bunları çizemeyince kendisinde şeklin geometrik bir şekil olmadığı düşüncesi oluşmuştur ve bunu birinci şeklin geometride yeri yoktur şeklinde ifade etmiştir. Bütün bunlar üçüncü davranışın oluşmasına öğrencilerin sözel algılarına gereğinden fazla bağlı kalmalarının neden olduğunu göstermektedir. Sözel algının geometride hem teorik muhakeme hem de algısal süreçler için önemi yadsınamazken baskın bir sözel algının öğrencilerin şekli değiştirme, manipüle etme davranışlarını etkilediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle kontrol grubunda son testte 2 puan kategorisinde ortaya çıkan durum çoğunlukla sözel algı üzerinden yapılan geleneksel uygulamanın bir neticesi olarak düşünülebilir. Çünkü sözel algısı dışında farklı bir şekle bakma sürecini geliştirme deneyimi yaşamayan öğrenciler ya sözel algısı ile uyumlu geometrik bir şekil arayacak ya da sözel algısını kullanarak ölçüm yapacaktır. Dolayısıyla 0 (sıfır) ve 1 puan kategorilerinde kontrol grubunun yaklaşık %70'inin bulunması sözel algının diğer şekle bakma süreçlerini baskıladığı şeklinde yorumlanabilir.

Son testten elde edilen bulgular deney grubunun hala %50'sinin istenen düzeyde işlevsel algıya sahip olmadığını göstermektedir. Fakat ön testten son teste doğru 2 puan kategorisinde oluşan sürekli artış uygulamalar devam ettikçe bu öğrencilerinde işlevsel algılarının gelişiminin sağlanabileceği beklentisini oluşturmaktadır. Bunun için daha uzun süreli yapılacak uygulamalarla bunu gözlemlemek ve değerlendirmek gerekir.

#### 4. 2. 7. Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerindeki Gelişimini Belirleyebilmek İçin Uygulanan Testlerin İstatiksel Analiz Sonuçları ile İlgili Bulgular

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan ve öğrencilerin şekle bakma süreçlerini ortaya koymaya çalışan ön, ara ve son test sonuçları ile ilgili istatistiksel analizlere yer verilmiştir.

#### 4. 2. 7. 1. Öğrencilerinin Şekle Bakma Süreçlerini Karşılaştırmaya Yönelik İstatistiksel Analiz Sonuçları İle İlgili Bulgular

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma süreçlerinin karşılaştırılabilmesi için ön testler için bağımsız t testi ve ara ve son test için kovaryans (ANCOVA) analizi yapılmıştır. Bu yapılmadan önce öğrencilerin testlerden aldıkları kategorik puanlar lineer puanlara dönüştürülmüştür. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç testleri ile ilgili özet istatistiği aşağıdaki gibidir:

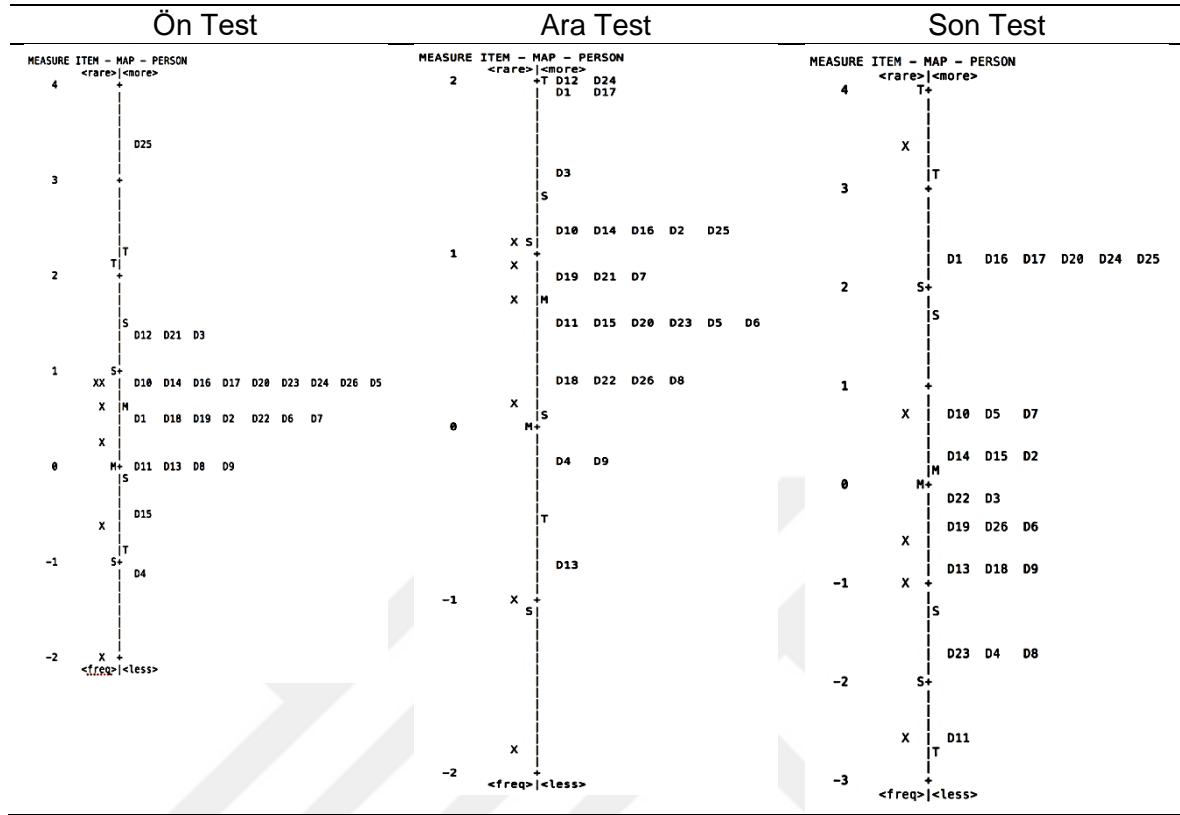
Tablo 51. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri ile İlgili Özet İstatistiği

		Ham Puan					Lineer Puan			
		N	$\bar{X}$	SS	Max	Min	$\bar{X}$	SS	Max	Min
Ön Test	Deney	26	6.4	1.4	10	3	0.67	0.79	3.32	-1.16
	Kontrol	25	6.6	1.5	9	4	0.13	0.89	1.61	-1.54
Ara Test	Deney	26	8.9	2.1	13	5	0.88	0.82	2.82	-0.80
	Kontrol	25	6.2	1.8	9	3	-0.74	1.01	0.53	-2.96
Son Test	Deney	24	9.2	2.3	12	5	0.20	1.46	2.31	-2.56
	Kontrol	22	6.5	2.1	10	3	-0.84	1.62	1.17	-4.61

Tablo incelendiğinde öğrencilerin ön, ara ve son test ham puan ortalamalarının sırası ile deney grubu için: 6.4, 8.9 ve 9.2, kontrol grubu için: 6.6, 6.2 ve 6.5 olduğu görülmektedir. Bu ortalamalar lineer puanlara dönüştürüldüğünde ortaya çıkan yeni ortalamalar ise deney grubu için: 0.67, 0.88 ve 0.20, kontrol grubu için: 0.13,-0.74 ve -0.84'tür. Ortaya çıkan negatif ortalamalar öğrencilerin şekle bakma süreçleri ile ilgili sorulan soruların yarısından fazlasında başarısız olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda deney grubu öğrencilerinin ortalamalarının bütün testler için pozitif olması bu öğrencilerin çoğunun her testte sorulan soruların yarısından fazlasına doğru cevap verdiklerini göstermektedir.

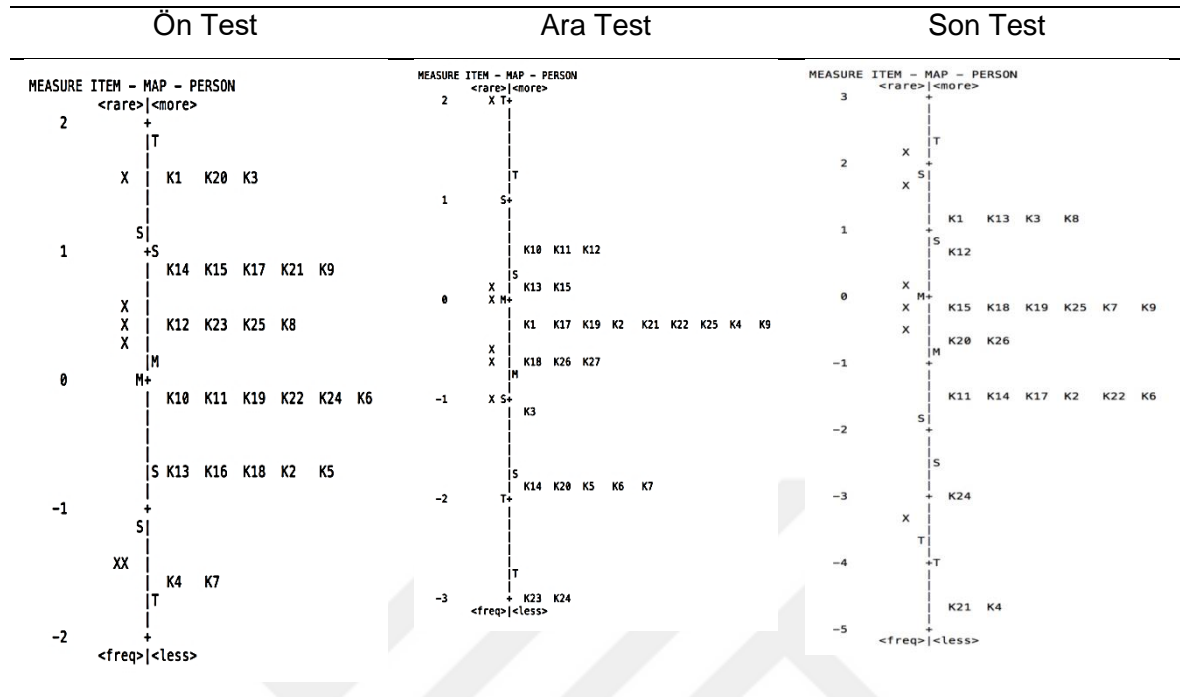
Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç testlerine yönelik başarıları ile ilgili lineer puanlarının ön, ara ve son testlerindeki değişimi görebilmek için madde-kişi haritaları oluşturulmuştur. Deney grubunda yer alan öğrencilerin ön, ara ve son test için madde-kişi haritaları aşağıdaki gibidir:

Tablo 52. Deney Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları



Madde-kişi haritalarında öğrenciler belirli sayı değerleri aralığında sınıflandırılmakta ve sayının büyümesi şekle bakma bilişsel süreç testlerinden alınan lineer puanın da yükseldiği anlamına gelmektedir. Bu bağlamda verilen tablo incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin ön testten ara teste yukarı yönde bir kayma gösterdiği bununla birlikte ara testten son teste bu eğilimin aşağı yönde olduğu anlaşılmaktadır. Buna rağmen ara ve son testte 1 puan üzerinde bulunan öğrenci sayısı değişmemiştir (Her iki testte de 6 öğrenci). Kontrol grubu öğrencileri için madde-kişi haritaları ise aşağıdaki gibidir:

Tablo 53. Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri İçin Madde-Kişi Haritaları



Kontrol grubu öğrencilerinin madde-kişi haritaları incelendiğinde öğrencilerde fazla bir değişimin olmadığı görülmektedir. Ön testte 1 puanın üzerinde 3 öğrenci varken son testte ise 4 öğrenci yer almaktadır. Ara testte ön teste göre öğrencilerde aşağı yönde bir kayma olmasına rağmen son teste gelindiğinde bu eğilim ara teste göre yukarı yönde bir kaymaya dönüşmüştür.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test lineer puan ortalamalarının incelendiğinde (bkz. Tablo 54) sırası ile 0.67 ve 0.13 olduğu görülmektedir. Buna göre deney grubu öğrencilerinin ön test lineer puan ortalaması kontrol grubu öğrencilerinin ön test lineer puan ortalamasından daha yüksektir. Fakat bu durumun gruplar arasında istatistiksel anlamda anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığının incelenmesi için ön test verilerine bağımsız t testi uygulanmıştır. Yapılan bu teste yönelik sonuçlar aşağıda verilen tabloda sunulmuştur.

Tablo 54. Ön Test Puanların Karşılaştırılmasına Yönelik Bağımsız t-Testi Sonuçları

Grup	N	$\bar{X}$	SS	Sd	t	p
Deney	26	0.67	0.79	49	2.159	0.036
Kontrol	25	0.13	0.89			



Tabloda verilen sonuçlar incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin ortalaması kontrol grubu öğrencilerinin ortalamasından yüksek ve ortalamalar arasında istatistiksel olarak bir farkın olduğu görülmektedir ( $t=2.159$ ;  $p<0.05$ ). Bu durumun uygulama sürecinde ve uygulama sonunda nasıl olduğunun tespit edilebilmesi için ara ve son test verilerine ön test kontrol altına alınarak kovaryans analizi uygulanmıştır. Böylece testlerden elde edilen ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığı varsa bu farkın gerçekten deneysel koşullara bağlı olarak ortaya çıkıp çıkmadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Ara test puanlarına uygulanan kovaryans analizi neticesinde elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

Tablo 55. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testi Ara Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları

Grup	N	Ara Test Puanı		Düzeltilmiş Ara Test Puanı	
		$\bar{X}$	SS	$\bar{X}_d$	SH
Deney	26	0.88	0.82	0.631	0.7
Kontrol	25	-0.74	1.01	-0.440	0.72

$\bar{X}_d$ : Düzeltilmiş Ara Test Puan Ortalaması

Tablo 56. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testi Ara Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	35.619	1	35.619	288.886	0.000
Yöntem	13.352	1	13.352	108.295	0.000
Hata	5.918	48	0.123		
Toplam	73.622	50			

Tablo 56'da yer alan ANCOVA analiz sonuçlarına göre, deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin şekle bakma bilişsel süreç ön test puanları kontrol altına alındığında ara test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmıştır ( $F(1,48) = 108.295$ ,  $p<0,05$ ). Bu durum, uygulama sürecinde, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden ara test puanlarına göre daha başarılı olduğunu ve bu başarının tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen uygulamalar ile ilişkili olduğunu göstermektedir. Uygulama sonunda yapılan son test puanlarına uygulanan kovaryans analizinin sonuçları ise aşağıdaki gibidir:

Tablo 57. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Son Test Puanlarına İlişkin Betimsel İstatistik Sonuçları

Grup	N	Son Test Puanı		Düzeltilmiş Son Test Puanı	
		$\bar{X}$	SS	$\bar{X}_d$	SH
Deney	24	0.20	1.46	-0.174	0.182
Kontrol	22	-0.84	1.62	-0.381	0.190

$\bar{X}_d$ : Düzeltilmiş Son Test Puan Ortalaması

Tablo 58. Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Son Test Puanlarına İlişkin Kovaryans (Ancova) Analizi Sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	75.210	1	75.210	99.395	0.00
Yöntem	0.447	1	0.447	0.591	0.446
Hata	32.537	43	0.757		
Toplam	119.627	45			

Tablo 58'de yer alan ANCOVA analiz sonuçlarına göre, deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin şekle bakma süreçleri ile ilgili ön test puanları kontrol altına alındığında son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmamıştır ( $F(1,43) = 0.591, p > 0,05$ ). Bu durum, uygulama sonunda, deney ve kontrol grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişimine katkılarının aynı olduğunu göstermektedir.

Hem ara test hem de son test puanları ile ilgili ANCOVA analiz sonuçları dikkate alındığında ise ön testten ara teste deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma süreçlerinde deney grubu lehine bir gelişme olmasına rağmen son teste gelindiğinde iki grup arasındaki farkın ortadan kalktığı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamı ile geleneksel öğrenme ortamı arasında şekle bakma süreçlerinin gelişimi yönünden bir farklılığın olmadığı görülmektedir.

#### 4. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamından Yansımalar

Bu bölümde deney grubunda tasarlanan öğretim resmedilmeye çalışılmıştır. Böylece bilişsel süreç modellerinin basamaklarının uygulamada nasıl kullanıldığı, öğrencilerin etkinlikler ile nasıl deneyimler yaşadıkları ayrıca süreç boyunca ortaya çıkan olumlu ve olumsuz durumların neler olduğu açıklanmaya çalışılmıştır. Bunun için öğrencilere uygulanan etkinliklerden ve gözlem notlarından yararlanılmış ve elde edilen bulgular her bir kazanım için ayrı ayrı sunulmuştur.

### 4. 3. 1. Hazırlık

Uygulamanın bu bölümünde öğrencilerin bir önceki öğretim döneminde kullandıkları kavramları, sembollerini hatırlamaları ve geometrik şekillerin sözel bilgilerden bağımsız tek başına aldatici olabileceğini anlamaları amaçlanmıştır. Bunun için bilişsel süreç modellerinden Model-1 uygun görülmüştür.

Model-1 basamağının ilk bölümü görselleştirme basamağıdır. Bu bölümde ilk olarak öğrencilere bir önceki öğretim basamağında karşılaştıkları bazı kavram, gösterim ve sembollerini ayrıca kavramları temsil eden geometrik şekilleri hatırlatmak için “Şekil Kavram ve Semboller” etkinliği uygulanmıştır. Etkinliğin başında öğretmen geometride sembol ve gösterimlerin önemli olduğunu söyledikten sonra etkinliği dağıtarak öğrencilerden incelemelerini istemiştir. Öğretmen belirli bir süre verdikten sonra etkinlikte yer alan açılı ve üçgen çeşitlerini tahtaya çizerek açılı, kenar, paralellik ve diklik gibi kavramların hangi semboller kullanılarak gösterildiğini açıklamış ve öğrencilerden bunları defterlerine yazmalarını istemiştir. Etkinliğin sonunda öğretmen öğrencilerine boyut ile ilgili verilen şekli incelemelerini ve düşündüklerini açıklamalarını istemiştir. Öğrencilerden biri ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

*Öğretmen: Arkadaşlar verilen şekil ile ilgili ne düşünüyorsunuz?*

*Öğrenci: Tek çizgi olursa bir boyutlu, üçgen olursa iki boyutlu, şekil yanlardan da gözükmürse üç boyutlu olur...*

*Öğretmen: Kısmen doğru ama ben biraz daha matematiksel kavramlar kullanarak açıklamaya çalışayım...*

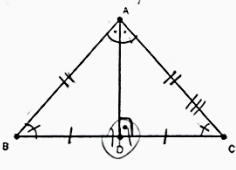
Öğrencinin verdiği cevaptan sonra öğretmen bir dinamik geometri yazılımını kullanarak boyut ile ilgili modelleri bir düzlem üzerinde göstermiştir. Boyut kavramını açıklarken doğruların bir boyutlu, düzlem üzerine çizilen kapalı geometrik şekillerin iki boyutlu, düzlemin dışına çıkan yani bir derinliği olan geometrik şekillerin üç boyutlu olduğunu belirtmiştir. Daha sonra öğrencilere “Sıra Sende-1” etkinliğini dağıtmış ve öğrencilerden etkinlikte yazan sorulara cevap vermelerini istemiştir. Öğrenciler etkinlikte verilen soruları cevaplandırdıktan sonra öğretmen verilen soruları öğrencilere sorup parmak kaldıran öğrencilerden bazılarını tahtaya kaldırmıştır. Tahtaya kalkan öğrenciler sorulara cevap verirken özellikle üçgenin AC ile BC kenarlarının uzunluklarının eşit olduğunu görsel olarak karışıklığı neden olacak şekilde göstermişlerdir. Nitekim öğrencilerden toplanan etkinlikler incelendiğinde bu durumun sınıfın genelinde de var olduğu öğrencilerin farklı sözel bilgiler için aynı görsel bilgiler oluşturdukları, bazı sözel bilgileri görsel bilgilere dönüştürmedikleri, bazı kavramları gösterirken yanlış sembol

kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerden birinin etkinlikteki sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde tespit edilen güçlüklerden bazılarını görmek mümkündür:

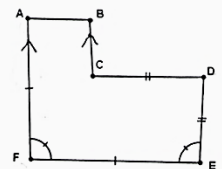
SIRA SENDE //

1) Aşağıda verilen bilgileri verilen şekil üzerinde gösteriniz.

$$\left. \begin{array}{l} |AB| = |AC| \\ |BD| = |DC| \\ |AC| = |BC| = ? \\ |AD| + |BC| = ? \\ m(\hat{C}) = m(\hat{B}) \\ m(\hat{DAC}) = m(\hat{BAD}) \end{array} \right\}$$



2) Şekil üzerinde verilen işaretlerden hareketle şekil ile ilgili elde edilebilecek bilgileri yazınız.

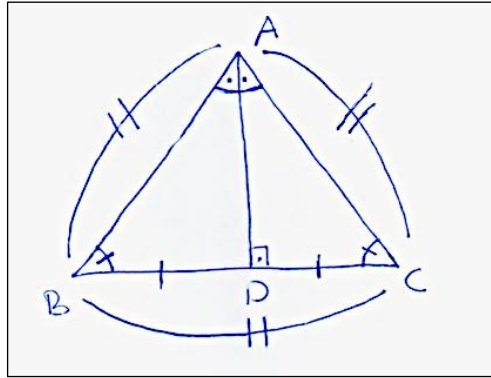


$$\left[ \begin{array}{l} |CD| = |DE| \\ |AF| = |FE| \\ m(\hat{A}) = m(\hat{E}) \\ |AF| \parallel |BC| \end{array} \right]$$

Şekil 118. Bir öğrencinin Sıra Sende-1 etkinliğinde yer alan sorulara verdiği cevaplar

Öğrencinin verdiği cevaplardan görüleceği gibi birinci soruda üçgenin AC ile BC kenar uzunluklarının eşit olması yan yana üç çizgi ile gösterilmiştir. Fakat daha önceden verilen AB ile AC kenarlar uzunluklarının eşit olması yan yana iki çizgi ile gösterildiğinden şekil üzerinde karışıklığa neden olacak gösterimler ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrenci ikinci soruda AF doğru parçası ile BC doğru parçalarının paralel olduklarını göstermek için uzunluk sembolü kullanmıştır. Bu durum öğrencinin hem sözel bilgileri görsel bilgilere hem de görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürürken hatalar yaptıklarını göstermektedir.

Etkinliğin sonunda öğretmen öğrencilere kullanacakları sembollere dikkat etmelerini bir doğru parçası üzerinde yan yana çizgilerle oluşturulan birden fazla gösterim kullanmamalarını söylemiş ve aşağıda verilen şekli tahtaya çizmiştir (şekil araştırmacının gözlem notlarından alınmıştır).



Şekil 119. Öğretmenin Sıra Sende-1 etkinliği için tahtaya çizdiği şekil

Öğretmen çizdiği şekil üzerinden karışıklığa neden olmayacak şekilde farklı uzunluktaki kenarların ve ölçüde açılarının farklı görsel işaretlerle gösterilmesi gerektiğini belirtmiştir. Sıra Sende-1 etkinliğinin ardından öğretmen “Ne Görüyorsun-1 ve 2” etkinliklerini dağıtmıştır. Bu etkinlikler ile geometrik şeklin görünüşünden hareketle çıkarımda bulunmanın yanlış sonuçlara neden olabileceği anlatılmaya çalışılmaktadır. Öğretmen “Ne görüyorsun-1” etkinliğinin sonunda bazı öğrencilere söz hakkı vererek düşüncelerini ifade etmelerini istemiştir. Söz hakkı alan öğrencilerden biri ile öğretmen arasında geçen konuşma şu şekildedir:

**Öğretmen:** *Etkinlikte bize ne anlatılmak istediğini söyleyebilir misin?*

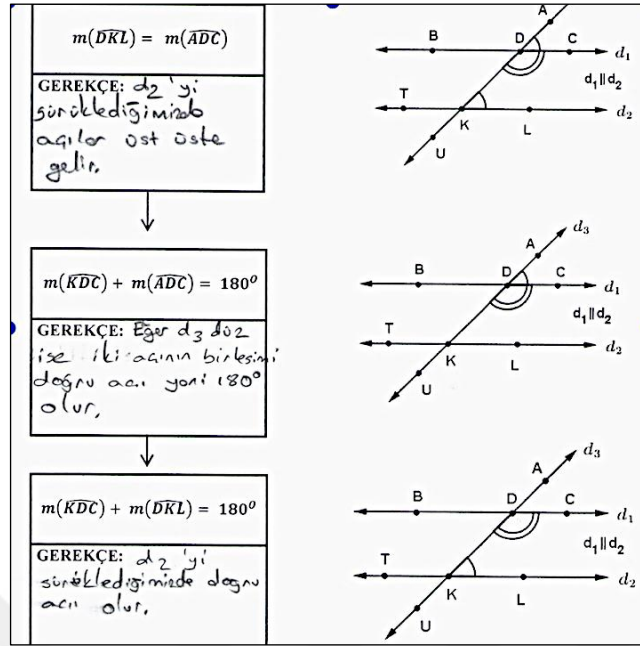
**Öğrenci:** *Şekle bakınca AB kenarı AC kenarından uzun görünüyor ama ölçünce aynı çıkıyor. Yani D şıkkı doğru cevap herhangi bir bilgi verilmeden yorum yapılamaz.*

**Öğretmen:** *Evet arkadaşınızın da belirttiği gibi şekil ile ilgili herhangi bir bilgi yoksa yorum yapmak yanlış olur.*

Deney grubunda ortaya çıkan diyalogdan anlaşılacağı gibi öğretmen ve öğrenci etkinlikte ifade edilen (D şıkkı) herhangi bir bilgi verilmediğinde yorum yapılamaz düşüncesini paylaşmaktadır. Fakat etkinlik sonunda ortaya çıkan ve “geometrik şekillerin üzerinde herhangi bir bilgi verilmediğinde bir çıkarımda bulunulmamalıdır” şeklindeki açıklama aslında yanlıştır. Çünkü başlı başına geometrik şekil, üzerinde herhangi bir bilgi verilmemesine rağmen, geometrik bir ilişki ifade edebilir. Etkinlik uygulanırken fark edilemeyen bu yanlıştın öğrenci üzerindeki etkisi ancak şekle bakma bilişsel süreç ara testinde öğrencilerin son soruya verdikleri cevapla fark edilebilmiştir. Bu durumun düzeltilebilmesi için ara testler uygulandıktan sonra öğrencilere açıklamada bulunulmuş ve “bilgi verilmediğinde çıkarımda bulunulmaz” ifadesi “şeklin görünüşüne aldanmayın” olarak değiştirilmiştir. Fakat bu yanlıştın etkisi uygulama sürecinin sonuna kadar sürmüştür.

Uygulamanın bu aşamasında Model-1'in görselleştirme-muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere "Çalışma Yaprağı" etkinliği dağıtılmıştır. Etkinlik dinamik geometri yazılımı ile hazırlanmış materyallerle iki paralel doğru ve bir kesen ile kesildiğinde oluşan açılar doğal muhakeme ile kavratılmasını amaçlamıştır. Etkinlik bilgisayar laboratuvarında her öğrencinin kendi deneyimini yaşamasına olanak tanıyacak şekilde hazırlanmasına rağmen öğretmen fazla zaman harcanacağı düşüncesi ile etkinliğin sınıfta akıllı tahta üzerinde yapmak istemiştir. Böylece öğrencilerin yapması gerekenleri öğretmen yapmıştır. Bu durum öğrencilerin işlevsel algının gelişimi için sunulan fırsatları doğrudan deneyimlememesine neden olmuştur. Fakat etkinlik sonunda öğrenciler gözlemedikleri şekillerden hareketle çıkarımda bulunabilmişlerdir. Öğrencilerin etkinlik sonunda yaptıkları çıkarımlar incelendiğinde ise genelde matematiksel sonuçları önerme şeklinde ifade ederken güçlükler yaşadıkları ayrıca bazı öğrencilerin önermenin hipotez bölümünü söylemediği bazılarının ise sadece ekran üzerinde gördükleri hareketi tasvir ettikleri görülmüştür. Öğretmen böyle durumları örnek vererek düzeltmeye çalışmıştır. Örneğin "yöndeş açılar birbirine eşittir" şeklinde bir yargıda bulunan öğrenciye doğruların paralel olma şartını da eklemesini aksi durumda yöndeş açılar eşit olamayacağını ifade etmiş ve dinamik geometri yazılımını kullanarak göstermiştir.

"Çalışma Yaprağı" etkinliği bittikten sonra Model-1'in teorik bölümü olan "Muhakeme" basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğretmen öğrencilere önerme, aksiyom ve teorem gibi kavramları tanıtmış ve bir önermenin bölümlerinden bahsetmiştir. "İki paralel doğru bir kesen ile kesildiğinde oluşan iç ters açılar ölçüleri birbirine eşittir" önermesini ispatlayan ve gerekçelerini açıklayan öğretmen öğrencilere "Niçin Doğru" etkinliğini dağıtmıştır. Ve öğrencilerden yapılan ispatın gerekçe bölümünü doldurmalarını istemiştir. Etkinliğin sonunda öğrencilerle yaptıkları gerekçelendirmeler tartışılmıştır. Tartışma sürecinde öğrenciler açıklamalarını doğal muhakemeleri ile yapmışlardır. Çalışma yaprakları incelendiğinde bu durumun öğrencilerin çoğunda var olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler gerekçe bölümüne aksiyom ya da teorem yazmak yerine doğal muhakemeleri ile bir sonuç yazmışlardır. Bu öğrencilerden birinin verdiği gerekçeler aşağıdaki gibidir:



Şekil 120. Niçin doğru etkinliğinde gerekçe bölümünü doğal muhakemeye dolduran öğrencinin cevapları

Gerekçe bölümünde ifade edilen cümlelere bakıldığında öğrencinin matematiksel ilkeler kullanmak yerine “ $d_2$  doğrusu sürüklendiğinde açılar üst üste gelir” şeklinde açıkla yazdığı görülmektedir. Doğal muhakemenin kullanıldığı böyle bir durum için öğretmen matematikte yapılacak gerekçelendirmenin mutlaka matematiksel ilkelerle yapılması gerektiğini söylemiştir.

Sonuç olarak birinci kazanımda Model-1 kullanılmış ve altı etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 59. Birinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Şekil, Kavram ve Semboller	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li> <li>Verilen geometrik bir şeklin boyutunu söyleyebilir</li> </ul>	Bu etkinlikte öğrencilere sembol ve gösterimler tanıtılmış ve boyut kavramı dinamik geometri yazılımı kullanılarak açıklanmıştır. Ve etkinliklerin uygulanması sürecinde herhangi bir problem yaşanmamıştır. Öğrenciler verilen görsel durumu benimsemişlerdir.
Sıra Sende -1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen sözel bilgiyi görsel bilgiye, görsel verilen bilgiyi ise sözel bilgiye doğru çevirebilir</li> </ul>	Etkinlikte öğrencilerin hem verilen sözel bilgileri görsel bilgilere hem de görsel verilen bilgileri sözel bilgilere dönüştürürken hatalar yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu süreçte öğretmen açıklamalar yaparak yapılan hataları düzeltmeye çalışmıştır.

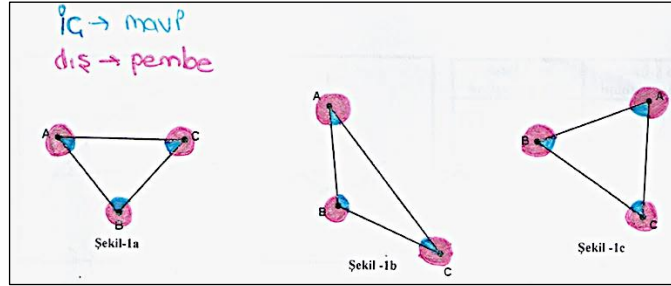
Tablo 59'un devamı

Ne Görüyorsun-1 ve 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz</li> </ul>	Etkinlikte öğrenciler şeklin aldatıcı olabileceğini anlamışlardır. Fakat bu durum, öğretmenin açıklamalarıyla, herhangi bir bilgi verilmediğinde yorum yapılamaz şeklinde yanlış bir açıklamaya dönüşmüştür. Bu açıklama daha sonra düzeltilmesine rağmen etkileri uygulama sonuna kadar devam etmiştir.
Çalışma Yaprağı	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilen şeklin veya şekle ait parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir</li> <li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>• Matematiksel bir ilişkiyi günlük konuşma dilini kullanarak açıklayabilir</li> <li>• Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	Etkinliğin amaçlarından biri öğrencilerin işlevsel algılarını geliştirmektir. Öğretmen akıllı tahta kullanarak öğrencilerin doğrudan deneyim yaşamalarını engellemiştir. Yine de öğrenciler akıllı tahta üzerinden geometrik şekillerin hareketini gözlemlene fırsatı bulmuşlardır. Öğrenciler gözlemledikleri şekillerden hareketle çıkarımda bulunabilmişlerdir. Fakat çıkarımları önerme şeklinde ifade etmede güçlükler yaşamışlardır.
Niçin Doğru?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> </ul>	Öğrenciler gerekçe bölümünü tanım, ya da teorem kullanarak doldurma sürecinde güçlükler yaşamışlar ve çoğunlukla doğal muhakemelerini kullanmışlardır.

#### 4. 3. 2. Bir Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamının $180^\circ$ , Dış Açılarının Ölçüleri Toplamının $360^\circ$ Olduğunu Gösterir.

Uygulamanın bu bölümünde öğrencilerin bir üçgenin iç açıları ölçüleri toplamının  $180^\circ$ , dış açıları ölçüleri toplamının  $360^\circ$  derece olduğunu göstermeleri amaçlanmıştır. Bunun için bilişsel süreç modellerinden Model-1'in kullanılması uygun görülmüştür. Model-1'in ilk basamağı olan görselleştirme basamağında öğrencilere "Ne Biliyorum" etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden bir üçgen çizip iç açıları kırmızı ve dış açıları mavi renkte boyamaları ve üçgenin yardımcı elemanlarını göstermeleri istenmiştir. Etkinliğin sonunda bir öğrenci tahtaya kalkarak üçgenin iç ve dış açıları göstermeye çalışmış fakat yanlış göstermiştir. Bunun üzerine bir başka öğrenci söz hakkı alarak yanlış gösterimleri düzeltmiştir. Öğrencilerden toplanan etkinlikler incelendiğinde de benzer bir durumla karşılaşmıştır. Bazı öğrenciler doğru gösterimler yaparken bazıları yapamamıştır. Etkinliklerde öğrencilerin özellikle üçgenin dış açısını ve dış açıortayı gösterirken güçlükler yaşadıkları görülmüştür. Dış açıyı yanlış gösteren bir öğrencinin etkinliğinden bir bölüm aşağıdaki gibidir:





Şekil 121. Ne Biliyorum etkinliğinde üçgenin iç ve dış açılarını gösteren öğrencilerden birinin cevabı

Verilen cevaptan anlaşılacağı gibi öğrenci üçgenin dış açısının neresi olduğunu bilmemektedir. Etkinliğin sonunda öğretmen öğrencilere üçgenin iç ve dış açıları ayrıca yardımcı elemanlarını tanımlarını yazdırarak şekil üzerinde göstermiştir. Bu durum öğrencilerin bazılarının şekli oluşturan bazı temel geometrik elemanları şekil üzerinde nasıl göstereceklerini bilmediklerini göstermektedir.

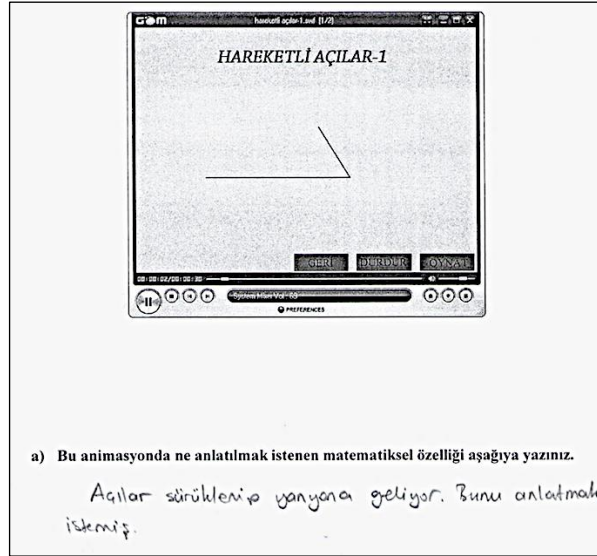
Uygulamanın bu aşamasında görselleştirme-muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere “Hareketli Açılar-1 ve 2” uygulanmıştır. Flash animasyonları ile hazırlanan bu etkinlikte görsel olarak hareket eden üçgenin iç ve dış açıları matematiksel bir prensibi açıklamaya çalışmaktadır. Öğretmen etkinlikleri öğrencilere dağıttıktan sonra akıllı tahta üzerinden animasyonları hareket ettirmiş ve animasyonlarda anlatılmak istenen matematiksel prensibi yazmalarını istemiştir. Etkinliğin sonunda bazı öğrencilere yazdıkları matematiksel ilkeleri açıklamıştır. Bu öğrencilerden bazıları üçgenin iç ve dış açılarının toplamını doğru bir şekilde önerme olarak yazmasına rağmen bir öğrenci animasyonda gerçekleşen durumun tasvirini yapmıştır. Öğretmen ve öğrenci arasında geçen konuşma şu şekildedir:

**Öğretmen:** *Bu animasyonda ne anlatılmak isteniyor (Hareketli Açılar-1)*

**Öğrenci:** *Açılar sürüklenerek bir araya geldiğini ve bir yuvarlak oluşturduğunu anlatıyor.*

**Öğretmen:** *Hayır şimdi burada olan şeyleri düşünme bir kural düşün...Hani önermeden bahsetmiştik geçen derslerde onun gibi bir cümle kur.*

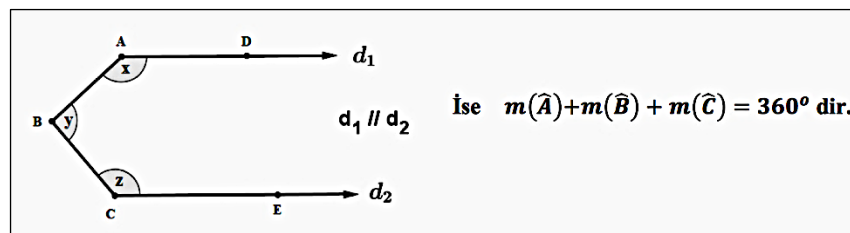
Yukarıda verilen diyalogdan anlaşılacağı gibi öğrenci anlatılmak istenen durumu önerme şeklinde ifade etmek yerine bir tasvirde bulunmuştur. Bunun üzerine öğretmen müdahale ederek yaptığının yanlış olduğunu ve bir önerme söylemesi gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin çalışma yaprakları toplanıp incelendiğinde bu durumun bir öğrenci ile sınırlı olmadığı görülmüştür. Bu öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:



Şekil 122. Öğrencilerden birinin Hareketli Açılırları-1 etkinliğinde verdiği yazılı cevaplar

Verilen yazılı cevaptan da anlaşılacağı gibi öğrenci anlatılmak istenen matematiksel duruma bir önerme yazmak yerine animasyonda geçen hareketi tasvir etmiştir. Bu durum önerme ile ilgili teorik bilgiler öğrencilere verilmesine rağmen hala bazı öğrencilerin önermenin matematik içindeki fonksiyonunu kavrayamadıklarını göstermektedir. Etkinliğin sonunda öğretmen tasvir yapmak yerine önerme yazmaları konusunda öğrencileri uyardıktan sonra Model-1'in son basamağına geçmiştir.

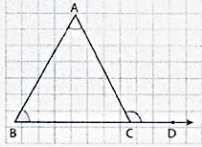
Muhakeme basamağında öğretmen üçgenin iç açıları toplamının 180 derece olduğunu ve geometride çok bilinen aşağıdaki kuralı ispatlamıştır. Ayrıca muhteşem üçlü olarak bilinen bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu ayırdığı parçaların uzunluğuna eşittir kuralını yazdırmış fakat ispatlamamıştır.



Şekil 123.  $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 360^\circ$  dir

Öğretmen kendi yaptığı ispatları öğrencilere yazdırdıktan sonra "Sıra Sende-2" etkinliğini dağıtmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan bir dış açıya eşittir teoremi ispatlanmış şekilde verilmiş ve öğrencilerden her bir ispat basamağını gerekçelendirmeleri istenmiştir. Öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra öğrencilerden biri yaptığı gerekçelendirmeleri sınıf arkadaşları ile paylaşmıştır.

Öğrenci bütün gerekçelendirmeleri doğru yapmıştır. Öğretmen de yapılan gerekçelendirmeleri onayladıktan ve tekrar açıkladıktan sonra bir diğer kazanıma geçmiştir. Fakat öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde bazı öğrencilerin hala belirli güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Gerekçe bölümünü yazarken matematiksel ilkeleri kullanmadıkları ve ispatı bir bütün olarak değerlendiremedikleri anlaşılan bu öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:



Üçgenin bir dış açısının ölçüsü, diğer iki iç açısının ölçüleri toplamına eşittir.

Yandaki şekilde

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = m(\widehat{ACD})$$

• Yukarıda verilen önermenin ispatı aşağıda verilmiştir. Boş bırakılan gerekçe bölümünü, verilen ve istenenleri doldurunuz.

**İSPAT:**

Verilenler: Üçgenin bir dış açısının ölçüsü diğer iki iç açısının ölçüsü

İstenenler: ...birbirine eşittir.

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$	$m(\widehat{C}) + m(\widehat{ACD}) = 180^\circ$
Üçgenin iç açılarının toplamı 180° dir.	Aynı doğru üzerindeki açılar toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = m(\widehat{C}) + m(\widehat{ACD})$$

Çünkü ikisinde 180°.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = m(\widehat{ACD})$$

Çünkü iki dış açının toplamı bir iç açığa eşittir.

Şekil 124. Öğrencilerden birinin Sıra Sende-2 etkinliğine verdiği yazılı cevaplar

Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencinin C ve ACD açılarının toplamının 180 derece olması ile ilgili durumu “Aynı doğru üzerindeki açılar toplamı 180 derecedir” şeklinde gerekçelendirdiği görülmektedir. Bu durum öğrencini hala matematiksel ilkeler kullanmak yerine doğal muhakemesi ile gerekçe oluşturduğunu göstermektedir. Ayrıca ispatın sonunda öğrenci A ve B açılarının toplamının ACD açısına eşit olması ile ilgili durumu “Çünkü iki dış açının toplamı bir iç açığa eşittir” şeklinde gerekçelendirmiştir. Aslında bir önceki basamakta C açısının ölçüsünün eşitliğin her iki tarafından çıkarılması ile elde edilebilecek sonuç bir önceki basamaktan bağımsız gerekçelendirilmiştir. Öğrenci ispatı bir bütün içinde bir önceki ispat basamağı ile ilişkili olarak düşünmediğinden gerekçeyi diğer basamaklardan bağımsız oluşturmuştur. Bu durum öğrencilerin bazılarında bir ispatın işleyişi ile ilgili bilginin var olmadığı anlamına gelmektedir.

Sonuç olarak ikinci kazanımda Model-1 kullanılmış ve dört etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 60. İkinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Ne Biliyorum?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.</li> </ul>	Bu etkinlikte bazı öğrencilerin kavramsal olarak bilmedikleri temel geometrik elemanların adını söylemelerine rağmen şekil üzerinde gösteremedikleri anlaşılmıştır.
Hareketli Açılar-1 ve 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	İşlevsel algının gelişimi için tasarlanan bu etkinlikte animasyon kullanılmıştır. Animasyonda işlevsel algının bazı fonksiyonlarını içerecek (şeklin konumunu ve yönünü değiştirmek gibi) durumlar yer almaktadır. Öğrenciler akıllı tahtada animasyonu izleyerek matematiksel bir sonuca varmaya çalışmışlardır. Elde ettikleri sonuçları önerme şeklinde yazmaları beklenen öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde bazı öğrencilerin önerme yazmak yerine animasyonda yaşanan süreci tasvir ettiği görülmüştür.
Sıra Sende-2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.</li> </ul>	Öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde bazı öğrencilerin hala geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçe oluşturmada belirli güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu güçlüklerden bazıları: Matematiksel ilkelere kullanmak yerine doğal muhakeme ile gerekçe oluşturma, bir bütün içinde bir önceki ispat basamağı ile ilişkili olarak gerekçelendirmeyi düşünmemedir.

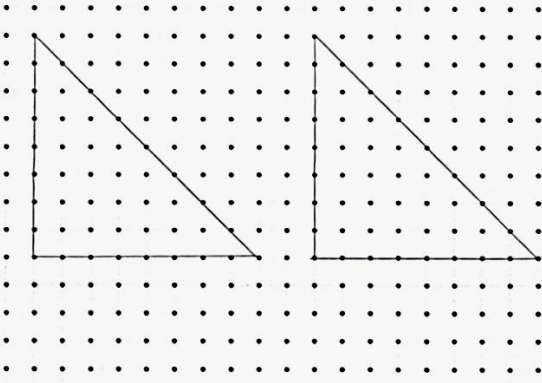
### 4. 3. 3. İki Üçgenin Eşliğini Açıklar, İki Üçgenin Eş Olması İçin Gerekli Asgari Koşulları Belirler

Uygulamanın bu aşamasında öğrencilerin iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirlemeleri amaçlanmıştır. Bunun için Model-3'ün kullanılmasına karar verilmiştir. Model-3'ün ilk basamağı olan oluşturma basamağında öğrencilere izometrik bir kâğıt dağıtılarak birbiri ile aynı iki üçgen çizimleri ve çizimi nasıl yaptıklarını açıklamaları istenmiştir. Etkinliğin sonunda öğretmen bazı öğrencilere söz hakkı vermiştir. Söz hakkı verdiği bir öğrenci iki üçgenin eş olması için kenar uzunluklarının aynı olmasına dikkat ettiğini söylemiştir. Bir başka öğrenci ise söz hakkı alarak kenar uzunluklarının yeterli olamayacağını açılara da bakılması gerektiğini ifade etmiştir. Nitekim öğrencilerin çalışma

yaprakları incelendiğinde bu bölünmüşlüğü çalışma yapraklarında da var olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin çoğu sadece kenar uzunlukların eşit olmasına dikkat ettiklerini belirtirken bazı öğrenciler hem kenar hem de açılarının eşit olmasına dikkat ettiklerini belirtmişlerdir. Kenar uzunluklarının eşitliğine dikkat ettiğini belirten öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:

**AYNISINI ÇİZ**

- Aşağıda verile noktalı yeri kullanarak birbiriyle aynı (eş) olacak şekilde iki üçgen çiziniz.



- Birbiriyle aynı olan iki üçgen çizerken nelere dikkat ettiniz. Yazınız.

Kenarlarını eşit çizmeye.  
Üçgeninde dik açıya olmasına  
Yani birebir aynısını çizmeye

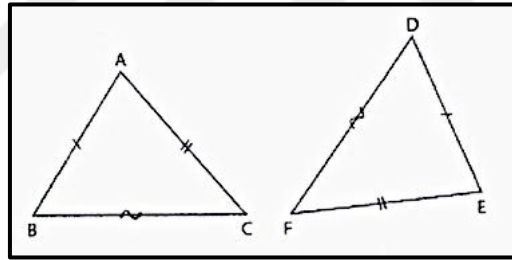
(Kenarları eşit çizmeye, İkisinin de dik üçgen olmasına yani birebir aynısını çizmeye)

Şekil 125. Öğrencilerden birinin aynısını çiz etkinliğine verdiği yazılı cevaplar

Etkinlikteki sorulara verilen cevaplardan anlaşılacağı gibi öğrenci için iki üçgenin eş olması kenar uzunluklarının eşit olması anlamına gelmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu bu fikre sahipken az da olsa diğer öğrenciler iki üçgenin eş olmasını hem açı hem de kenarların eş olması ile açıklamışlardır. Etkinliğin sonunda öğretmen herhangi bir tanım veya açıklama yapmadan her iki görüşü dinledikten sonra Model-3'ün ikinci basamağı olan görselleştirme basamağına geçmiştir. Bu basamakta öğrencilere "Ne Görüyorsun-3" etkinliği dağıtılmıştır. Etkinlikte bazı görsel bilgilerin bulunduğu geometrik şekiller öğrencilere verilerek kesin olarak elde edilebilecek matematiksel ilkelerin yazılması istenmiştir. Etkinliğin sonunda bazı öğrenciler tahtaya kalkarak elde ettikleri çıkarımları arkadaşları ile paylaşmıştır. Tahtaya kalkan öğrencilerin hepsi etkinlikte verilen şekiller üzerindeki görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmelerine rağmen elde ettikleri sözel

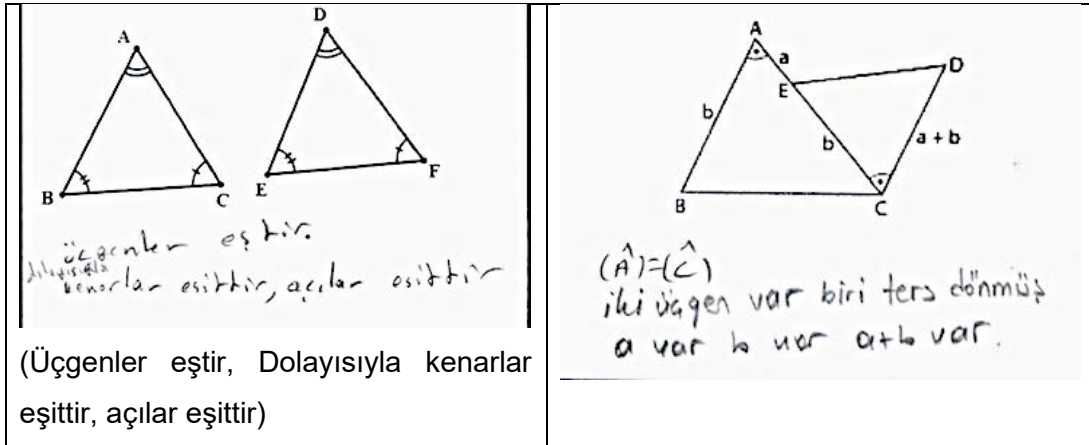
bilgileri kullanarak bir çıkarımda bulunmamışlardır. Örneğin kenar uzunlukları eşit iki üçgen ile ilgili bütün sözel bilgileri yazan öğrenciler bu üçgenlerin eş olduklarını ifade etmemişlerdir. Bir önceki basamakta üçgenlerin kenarlar uzunlukları ile eş (aynı) olmaları arasında ilişki kuran öğrencilerin böyle bir davranışta bulunması öğretmenin de dikkatini çekmiş ve öğretmen öğrencileri elde ettikleri bilgileri kullanmaları konusunda uyarmıştır. Sadece görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmekle yetinen bir öğrenci ile öğretmen arasında geçen konuşma aşağıdaki gibidir:

- Öğretmen: Verilen iki üçgen (bkz. Şekil 126) için hangi bilgiler elde edilebilir?  
 Öğrenci: AB ile DE kenarı, BC ile DF kenarı, AC ile FE kenarı birbirine eşittir.  
 Öğretmen: Başka var mı?  
 Öğrenci: Başka yok hocam.  
 Öğretmen: Bir önceki etkinliği düşün. Kenarları aynı olan üçgenler için ne denmişti?  
 Öğrenci: Birbiri ile aynı demiştik.  
 Öğretmen: Evet bu üçgenlerde birbiri ile aynıdır. Sadece verilen bilgileri yazıp bırakmayın. Daha başka ne olabilir inceleyin.



Şekil 126. Öğrencinin matematiksel özelliklerini belirlemeye çalıştığı üçgenler

Öğretmen ve öğrenci arasında geçen konuşmadan anlaşılacağı gibi öğrenci şekil üzerinde verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürme işlemini yapılabilecek bütün çıkarımlar için yeterli görmüştür. Fakat öğretmen kendisini ve sınıfı uyararak başka sonuçlarında elde edilebileceğini belirtmiştir. Öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde bu durumda bulunan öğrencilerin sınıfın geneline oluşturduğu görülmüştür. Çok az öğrenci bazı şekiller için sözel bilgilerin ötesine geçerek çıkarımda bulunabilmiştir. Çalışma yapraklarından ortaya çıkan bir diğer durum ise bazı öğrencilerin şeklin görünüşünden etkilenerek çıkarımda bulunması ve görsel olarak elde edilebilecek her veriyi matematiksel ilke olarak değerlendirmesidir. Aşağıda verilen çalışma yapraklarından bu tespitleri görmek mümkündür.



Şekil 127. İki öğrencinin Ne Görüyorsun-3 etkinliğine ait çalışma yapraklarından bir bölüm

Verilen yazılı cevaplardan görüldüğü gibi bir öğrenci (sol) üçgenlerin açılarının ve kenarlarının eşit olduğu sonucuna ulaşmıştır. Fakat açıların eşit olduğu görsel bilgilerden çıkarılabilecekken kenarların eşit olduğu çıkarılamaz. Muhtemelen şeklin görünüşte birbiri ile aynı büyüklükte olması öğrencinin muhakemesini etkilemiştir. Diğer öğrencinin çalışma yaprağı incelendiğinde ise bu öğrencinin “İki üçgen var, biri ters dönmüş” ya da “a var b var a+b var” gibi şekil ile ilgili görsel bilgiler yazdığı fakat matematiksel bir ilişki belirtmediği görülmektedir. Bu durum öğrencinin görsel bilgileri kullanarak sözel bilgiler elde edemediği anlamına gelmektedir.

“Ne Görüyorsun-3” etkinliği bittikten sonra öğretmen Model-3’ün bir sonraki basamağı olan görselleştirme-muhakeme basamağına geçmiştir. Bu basamakta ilk olarak “Birbiriyle Aynı Üçgenler” etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte birbiriyle eş üçgenlerin üst üste getirilebileceği bu nedenle bu üçgenlerin açılarının, kenar uzunluklarının ve üçgenin yardımcı elemanlarının birbirlerine eş olacakları animasyon kullanılarak anlatılmaya çalışılmıştır. Animasyon akıllı tahta ile öğrencilere izletilerek etkinlikte verilen sorulara cevap vermeleri istenmiştir. Etkinliğin sonunda öğretmen bir öğrenciyeye animasyon ile anlatılmak istenen matematiksel ilişkinin ne olduğunu sormuştur. Öğrenci bunu kenar ve açılar eşitse bu iki üçgen eşittir şeklinde cevaplamıştır. Çalışma yaprakları incelendiğinde ise bu durumu şart-sonuç ilişkisi şeklinde gösteren öğrencilerin de olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:



**BİRBİRLERİYLE AYNI ÜÇGENLER**

Not: Animasyonda yazı ortaya çıktığında animasyon duracaktır. Yazıyı okuduktan sonra OYNAT butonuna basınız

• Animasyonda aşağıda verilen bölümlerde duracaktır. Burada yazılı sorulara cevap vermeye çalışınız.

- 1) Sizce bu iki üçgenin kenar uzunlukları birbirine eşit midir? Neden?  
Evet. Çünkü üçgenin içinden aldığımız parçalarıdır.
- 2) Acaba bu iki üçgenin açıları birbirine eşit mi? Neden?  
Evet, üst üste geldiği için otomatik olarak olur.
- 3) Buraya kadar animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir? Yazınız.  
Şart kenarlar eş (k-k-k) sonuç Bu iki üçgen eş açıları eş (A-A-A)
- 4) Bu iki üçgenin yardımcı elemanlarının (açıortay, kenarortay, yükseklik) uzunlukları ile ilgili ne söyleyebiliriz?  
Yardımcı elemanlarda aynıdır.
- 5) Animasyonda birbiriyle aynı olan iki üçgenin yardımcı elemanları için anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir?  
Eş üçgenlerde yardımcı elemanlarda aynıdır.

Şekil 128. Birbiriyle Aynı Üçgenler etkinliğinde şart-sonuç ilişkisini kullanan bir öğrencin çalışma yaprağı

Çalışma yaprağına dikkat edildiğinde anlaşılacağı gibi öğrenci anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi şart ve sonuç bölümleri üzerinden ifade etmiştir. Bu durum bazı öğrencilerin matematikte bir önermenin yapısını anladığını göstermektedir. Teorik muhakeme için önemli olan verilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde ifade etme davranışı bu öğrenciler tarafından yerine getirilmiştir.

“Birbiriyle Aynı Üçgenler” etkinliği bittikten sonra öğrencilere “Aynısını Bul” etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte başlangıçta verilen bir üçgene eş olan üçgenlerin bulunması istenmektedir. Öğrenciler işlevsel algılarını kullanarak hiç zorlanmadan eş üçgenleri belirlemişlerdir. Etkinliğin sonunda öğretmen başlangıçtaki üçgen ile konumu ve yönü değiştirilerek oluşturulan diğer üçgenlerin birbirine eş olduklarını belirterek eş üçgenlerin görünüşüne değil kenar ve açılarına bakılması gerektiğini söyleyerek bir sonraki etkinliğe geçmiştir. Flash animasyonları ile hazırlanan bu etkinlik üç parçadan oluşmakta ve her birinde iki üçgenin eş olması için gerekli asgari şartlar anlatılmaktadır. “İzle ve Karar Ver-1-2-3” olarak adlandırılan bu etkinlikler uygulanırken akıllı tahtadan yararlanılmıştır. Her bir etkinlik için hazırlanan animasyonlar öğrencilere izletilerek öğrencilerden animasyonda



anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi ifade etmeleri istenmiştir. Ayrıca her bir etkinliğin sonunda öğretmen animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi şart-sonuç kavramları altında şekil üzerinde göstererek öğrencilere yazdırmıştır. Bu süreçte animasyonda anlatılan matematiksel ilişkiyi ifade etmesi için söz hakkı verilen bazı öğrencilerin animasyonu tasvir ettikleri ve anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi belirleyemedikleri görülmüştür. Sadece “İzle ve Karar Ver-1” etkinliğinde ortaya çıkan böyle durum öğretmenin yönlendirici sorularıyla aşılmaya çalışılmıştır. “İzle ve Karar Ver-1” etkinliğinde bir öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

- Öğretmen: Bu animasyon ile anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir?*
- Öğrenci: Bence iki kenarı ve bir açısı aynı olan doğru parçalarını birleştirdiğimizde aynı üçgenleri elde ederiz.*
- Öğretmen: Sen burada olanları anlattın... Doğru ama biraz daha dikkatli düşünmen gerekiyor... Sana şimdi şöyle sorayım: Aynı üçgenlerin elde edilmesi için başlangıçta hangi şartlar gerekli?*
- Öğrenci: Başlangıçta iki kenar ve bir açı lazım...*
- Öğretmen: Tamam... Şimdi şart ve sonuç ile düşünerek cümleleri söylemeye çalış.*
- Öğrenci: İki kenar ve bir açı eşit olduğunda üçgenler aynıdır*
- Öğretmen: Biraz toparlarsak: İki üçgende iki kenar ve bunların arasındaki açı eşit olursa üçgenler aynıdır.*

Verilen diyalogdan anlaşılacağı gibi öğrenci animasyonda izlediği olayı açıklamakta öğretmen ise ona bir önerme oluşturması için rehberlikte bulunmaktadır. “İzle ve Karar Ver-1-2-3” etkinlikleri ile üçgenlerin eş olması için gerekli asgari şartlar öğrencilere kavratılmaya çalışıldıktan sonra çoğu öğrencinin doğru olarak düşündüğü “İki üçgenin açıları eş ise bu üçgenler eş üçgenlerdir” önermesinin yanlış olduğunu anlatan “Açıları Eş Üçgenler” etkinliğine geçilmiştir. Animasyon kullanılan etkinlikte öğretmen animasyon üzerinden gerekli açıklamalar yaparak (öğrencilerin fikirlerini almadan) iki üçgenin açılarının eş olmasının kenarların eş olmasını gerektirmeyeceğini söylemiş ve yazdırmıştır.

Görselleştirme-muhakeme basamağında son olarak öğrencilere “Görsel İspat-1” etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlik iki aşamadan oluşmaktadır. İlkinde karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit olduğunun ispatlanması istenirken ikinci aşamada ispata yardımcı bir animasyonun izlenmesi ve animasyondan hareketle yapılan ispatın değerlendirilmesi istenmektedir. Etkinliğin birinci aşamasında öğretmen öğrencilere biraz zaman verdikten sonra ispatı yapabilecek öğrenci olup olmadığını sormuştur. Sınıfta birkaç öğrenci parmak kaldırmış ve öğretmen içlerinden birini tahtaya kaldırmıştır. Tahtaya kalkan öğrenci ispatı doğru yapmıştır. Fakat diğer öğrencilerin

çalışma yaprakları incelendiğinde çoğu öğrencinin ispatı yapamadığı tespit edilmiştir. Genellikle verilen sözel bilgileri görsel bilgilere dönüştürebilen bu öğrenciler ispatta daha ileri gidememiştir. Etkinliğin ikinci aşamasında öğretmen animasyonu akıllı tahta üzerinde izletip sınıfa animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkinin ne olduğunu sormuştur. Söz alan öğrencilerden biri ile öğretmen arasında geçen konuşma aşağıdaki gibidir:

*Öğretmen: Animasyonda ne anlatılmak istenmiş?*

*Öğrenci: Karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgende karşılıklı kenarlar birbirine eşittir.*

*Öğretmen: Karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgene biz ne diyoruz?*

(Sınıftan birkaç öğrenci söz almadan paralelkenar yanıtını vermiştir. Bunun üzerine konuşmasına şöyle devam etmiştir)

*Öğretmen: Evet... O zaman şöyle diyebilir miyiz: Bir paralel kenarın karşılıklı kenarları birbirine eşittir.*

*Öğrenci: Evet hocam diyebiliriz.*

Öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyalogdan anlaşılacağı gibi animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi öğrenci dörtgen üzerinden açıklarken öğretmen dörtgeni özelleştirerek paralelkenar üzerinden açıklamıştır. Çalışma yaprakları incelendiğinde diğer öğrencilerinde bezer şekilde dörtgen üzerinden bir açıklama yazdığı görülmüştür. Ayrıca birçok öğrenci ispatı yapamamasına rağmen animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi doğru yazmıştır. Bu öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:

**GÖRSEL İSPAT-1**

- Animasyon başladığında karşınıza aşağıda verilen soru çıkacaktır. Soruya cevap vermeye çalışın ve daha sonra ÇÖZÜM butonuna basarak animasyonu ilerletin.

ABCD  
dörtgeninde  
[AB] // [CD] ve  
[AD] // [BC]

olduğuna göre  $|AB| = |CD|$  ve  $|BC| = |AD|$  olduğunu gösteriniz.

**Sizin Çözümünüz:**

karşılıklı kenarları paralel bir dörtgende, karşılıklı kenarlar birbirine eşittir.   
 ↳ verilen   
 ↳ ispat

- Şimdi çözümün animasyonu nasıl yapıldığını görmek için ÇÖZÜM butonuna basınız ve animasyonu baştan sona kadar izleyiniz. Animasyon çözüm için size bir ipucu verecektir.
- Animasyonu izledikten sonra animasyonu gözünüzde canlandırıp soruya tekrar bakıp çözmeye çalışın ve çözümü aşağıya yazınız.
- Sizce bu animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir? Yazınız.

Şekil 129. Görsel İspat-1 etkinliğinde animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi doğru yazan bir öğrencinin çalışma yaprağı

Verilen çalışma yaprağından görüleceği gibi öğrenci ispat için herhangi bir şey yazmamışken animasyonda anlatılmak istenen ilişkiyi “Karşılıklı kenarları paralel bir dörtgende karşılıklı kenarlar birbirine eşittir” şeklinde ifade etmiştir. Bu durum öğrencinin bir ispatı yapabilecek düzeyde olmamasına rağmen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazma davranışını kazandığını göstermektedir. Öğretmen kılavuz kitabına göre bu etkinlikten sonra “Görsel İspat-2” etkinliğine geçilmesi gerekmesine rağmen süre ile ilgili yaşanabilecek problemlerden dolayı bir sonraki aşamaya geçilmiştir.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3’ün son ve en teorik basamağı olan muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğretmen öğrencilere eş doğru parçaları, eş açılar ve eş üçgenler hakkında bilgiler vermiş ve eş üçgenler arasındaki eşlik ifadesi yazılırken nelere dikkat edilmesi gerektiği anlatılmıştır. Ayrıca bundan sonra “birbiriyle aynı üçgenler” yerine “eş üçgenler” ifadesinin kullanılacağını öğrencilere söylemiştir. Gerekli teorik bilgiler öğrencilere yazdırıldıktan sonra öğretmen tahtaya “Karşılıklı ikişer açılar ve bu açılar arasındaki kenarları eş olan iki üçgen birbirleriyle eştir” önermesini yazarak ispatlamış ve öğrencilere yazdırmıştır. Gerekçe bölümünü özellikle yazmalarını isteyen öğretmen uygulama bölümündeki soruları ödev olarak vermiştir. İspatı yapılması gereken “Önerme-2 ve 3” planlanan sürenin dışına çıkmamak için derste yapılamamıştır. Verilen bazı ödevler sonrasında öğrencilerden toplanarak nerelerde yanlış

yaptıkları kendilerine söylenmiştir. Özellikle öğrencilerin “Şekil Kurma-2 ve 3” etkinliklerindeki yönergeleri anlamadıkları anlaşılmıştır. Bunun üzerine öğretmen bu etkinliklerin nasıl yapılması gerektiğini göstermek için “Şekil Kurma-3” etkinliğinin her bir adımını ilkönce tahtada kendisi daha sonra öğrencilere deftere yaptırarak etkinliği tamamlamıştır. Diğer etkinlikleri ise öğrencilere yapmaları için tekrar ödev olarak bırakmıştır.

Sonuç olarak üçüncü kazanımda Model-3 kullanılmış ve on etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 61. Üçüncü Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Aynısını Çiz	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li> <li>Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li> </ul>	Bu etkinlikte öğrencilerin çoğu izometrik kağıtları kullanarak kendilerine verilen şekli doğru inşa edebilmişlerdir.
Ne Görüyorsun-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li> <li>Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li> <li>Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li> <li>Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir</li> <li>Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li> </ul>	Öğrenciler şekil üzerinde verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürme işlemini yaparken güçlük yaşamamışlar fakat bu işlemi yapılabilecek bütün çıkarımlar için yeterli görmüşlerdir. Yani elde ettikleri sözel bilgileri kullanarak çıkarımda bulunmamışlardır. Ayrıca öğrencilerin bazıları şeklin görünüşüne göre çıkarımda bulunurken bazıları da şekil üzerinden elde edilebilecek bütün görsel bilgileri matematiksel ilke olarak düşünmüşlerdir.
Birbiriyle aynı üçgenler	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	Bu etkinlikte öğrencilerin işlevsel algılarını geliştirmeye yönelik bir animasyon bulunmaktadır. Animasyonun sonunda öğrenciden animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi önerme şeklinde yazması istenmiştir. Gerek sınıfta söz hakkı alan öğrenci gerekse de incelenen çalışma yapraklarında öğrencilerin çoğu anlatılan matematiksel ilişkiyi önerme şeklinde yazarken zorlanmamışlardır.
Aynısını Bul	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> </ul>	Bu etkinlikte başlangıçta verilen bir üçgene eş olan üçgenlerin bulunması istenmektedir. Öğrenciler hiç zorlanmadan eş üçgenleri belirlemişlerdir. Etkinliğin sonunda öğretmen başlangıçtaki üçgen ile konumu ve yönü değiştirilerek oluşturulan diğer üçgenlerin birbirine eş olduklarını belirterek eş üçgenlerin görünüşüne değil kenar ve açılarına bakılması gerektiğini söyleyerek bir sonraki etkinliğe geçmiştir.

Tablo 61'in devamı

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
İzle ve karar ver-1,2 ve 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir</li> </ul>	Bu etkinlikte öğrencilerin işlevsel algılarını geliştirmek için animasyon kullanılmıştır. Animasyonun sonunda öğrencilerden animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi söylemeleri istenmiştir. Birinci etkinlikte söz hakkı alan bir öğrenci animasyondaki matematiksel durumu tasvir etmiş fakat öğretmen gerekli rehberliği yaparak diğer etkinliklerde bu durumun üstesinden gelebilmiştir.
Açıları Eş Üçgenler	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir.</li> </ul>	Etkinlikte öğrencilere açıları eş olan iki üçgenin eş olmayabileceği animasyonla anlatılmaya çalışılmıştır. Animasyon izletildikten sonra öğretmen animasyon üzerinden gerekli açıklamalar yaparak açıları eş olan üçgenlerin kenarlarının eş olmayabileceğini yazdırmıştır.
Görsel İspat 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	Bu etkinlik iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamasında öğrencilerden verilen bir önermenin ispatı istenmektedir. Öğrencilerin teorik muhakemelerine yönelik olan bu durum etkinliğin asıl amacına yönelik değildir. Etkinliğin asıl amacı kullanılan animasyon ile öğrencilerin işlevsel algılarını geliştirmektir. Bunun için öğrencilere bir animasyon izletilmiş ve öğrencilerden animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi ifade etmeleri istenmiştir. İncelenen etkinlikler öğrencilerin çoğunun matematiksel ilişkiyi önerme şeklinde yazarken zorlanmadığını göstermektedir.

#### 4. 3. 4. Bir Üçgende Daha Uzun Olan Kenarın Karşısındaki Açının Ölçüsünün Daha Büyük Olduğunu Gösterir.

Uygulamanın bu aşamasında öğrencilerin üçgenin iç açıları ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyebilmeleri amaçlanmıştır. Bunun için Model-3'ün kullanılmasına karar verilmiştir. Model-3'ün ilk basamağı olan oluşturma basamağında öğrencilere dinamik geometri yazılımı kullanarak bir üçgenin açı ve kenarlarının ölçülmesi ve karşılaştırılmasını içeren "Ölçüm Yapıyorum" etkinliği dağıtılmıştır. Bunun için öğrenciler

bilgisayar laboratuvarına götürülmüş ve uygulama orada yapılmıştır. Öğrenciler daha önceden dinamik yazılımlar tanıtılmasına rağmen etkinlik için kullanacakları uzunluk ve açı ölçme araçları tekrar anlatılmıştır. Etkinlik öğrencilere dağıtıldıktan sonra öğretmen öğrenciler arasında gezerek yazılımı kullanırken problem yaşayan öğrencilere yardımcı olmuştur. Başlangıçta yazılımın pozitif yönlü açıları için ölçüm yapması bazı öğrencilerin üçgenlerin iç açı ölçülerini belirlemesini güçleştirmiştir. Fakat öğretmenin akıllı tahta üzerinde ölçümü nasıl yapacaklarını göstermesi bu güçlüğü aşmıştır.

Etkinliğin sonunda öğretmen bazı öğrencilere etkinlikte anlatılmak istenen matematiksel özelliği sormuş ve söz hakkı verilen öğrenciler anlatılmak istenen matematiksel özelliği doğru ifade etmiştir. Öğrencilerin konuşmalarından keşfettirmeye çalışılan matematiksel ilişkiyi daha önceden bildikleri ortaya çıkmıştır. Nitekim öğretmen ile bir öğrenci arasında geçen konuşma şu şekilde gerçekleşmiştir:

*Öğretmen: Bu etkinlikte anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir?*

*Öğrenci: Biz bunu daha önceden (ilköğretimde) görmüştük.*

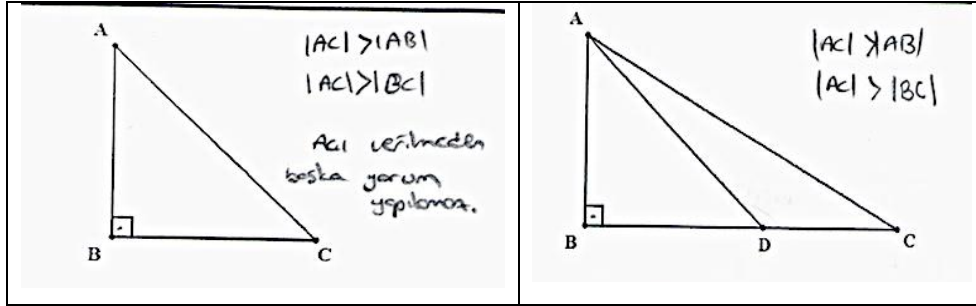
*Öğretmen: Neyi?*

*Öğrenci: Bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar vardır.*

Verilen diyalogdan görüleceği gibi öğrenci için hazırlanan etkinlikte anlatılmak istenen ve öğrencilerin keşfetmesi beklenen matematiksel ilişki daha önceden bildiği bir ilişkidir. Belki de bu neden dolayı toplanan çalışma yapraklarında doldurulamayan açı ölçüsü ve kenar uzunlukları bulunan çalışma yaprakları olmasına rağmen yanlış yazılan matematiksel bir ilişki yoktur. Bu durum öğrencinin sezgisel olarak tatmin olduğu geometrik durumları daha kolay anladığı ve unutmadığı şeklinde yorumlanabilir.

Oluşturma aşamasından sonra Model-3'ün görselleştirme aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada öğrencilere Ne Görüyorsun-4 etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte bazı geometrik şekiller üzerinde görsel bilgilerle verilerek öğrencilerden kesin olarak çıkarılabilecek matematiksel özellikleri yazmaları istenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin çalışma yapraklarını inceleyen öğretmen yazılan matematiksel özellikler içinde bir önceki etkinlikte keşfedilen matematiksel prensibi öğrencilerin kullanmadıklarını fark etmiş bu nedenle öğrencilere "...Bir önceki etkinlikte öğrendiğiniz: Büyük açı karşısında büyük kenar bulunur, kuralını hiç kullanmamışsınız" şeklinde bir uyarıda bulunmuştur. Bunun üzerine bir öğrenci verilen şekiller üzerinde açıları olmadığını belirterek ne yapılması gerektiğini anlamadığını ifade etmiştir. Öğrencilere daha açıklayıcı olabilmek için öğretmen etkinlikte verilen şekillerden birini tahtaya çizerek çıkarılabilecek matematiksel özellikleri yazmış ve nedenini açıklamıştır. Ve öğrencilere geri kalan şekiller üzerinde de benzer ilişkiler aramalarını söylemiştir. Öğrenciler genelde görsel verilen bilgileri sözel bilgilere dönüştürebilmiş ve

basit birkaç çıkarım üretebilmişlerdir; fakat daha ileri düzey çıkarımlar yapamamışlardır. Nitekim incelen çalışma yapraklarında öğrencilerin birkaç basit çıkarımın ötesine geçemedikleri görülmüştür. Bir öğrencinin çalışma yaprağı bu durumu görmek mümkündür:



Şekil 130. Bir öğrencinin Ne Görüyorsu-4 etkinliğinde verdikleri yazılı cevaplar

Verilen cevaplardan görüleceği gibi ilk şekilde (sol) öğrenci 90 derecenin karşısındaki kenarın en uzun kenar olduğunu belirleyebilmiştir. İkinci şekilde de bunu belirleyebilen öğrenci bir aşama daha ileri giderek (iki iç açı kendilerine komşu olmayan bir dış açı prensibini kullanarak) D açısının geniş açı olduğunu bu nedenle AC kenarının AD ve DC kenarlarından da uzun olduğunu belirleyememiştir. Bu durum öğrencilerin var olan görsel bilgileri kullanarak yeni sözel bilgiler oluşturabilme bu sözel bilgileri kullanarak daha başka sözel bilgilere ulaşma gibi uzun muhakeme zincirlerini kullanamadıklarını göstermektedir. Ayrıca işlevsel algının yeni sözel bilgiler elde etmedeki rolü düşünüldüğünde öğrencilerin hem sözel hem de işlevsel algılarının bu etkinlik için yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşmakta mümkündür.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3'ün üçüncü basamağı olan görselleştirme-muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere "Açı-Kenar Bağlılıları" etkinliği uygulanmıştır. Etkinlikte animasyon kullanılarak büyük açı karşısında büyük kenarın var olduğu gösterilmeye çalışılmıştır. Öğretmen yazılı olarak etkinliği dağıttıktan sonra akıllı tahta üzerinden animasyonu oynatmış ve öğrencilerden yönergelerde verilen sorulara cevap vermelerini istemiştir. Etkinlik iki aşamadan oluşmakta ve birinci aşamada öğrencilerden işlevsel algılarını kullanarak biri diğerinin döndürülmüş hali olan üçgenleri ortak bir kenar üzerinde üst üste getirmeleri ve üçgenin kenar uzunlukları ile ilgili yorum yapmaları istenmiştir. İkinci aşamada ise animasyon kullanılarak ikizkenar yamuğun yan kenarlarının köşegenlerinden her zaman kısa olması gerektiği prensibi görselleştirilip büyük açı karşısında büyük kenarın olduğu prensibi açıklanmaya çalışılmıştır. Birinci aşama birçok öğrenci için problemsiz geçmiş ve öğrencilerin çoğu üçgenleri üst üste getirme konusunda bir problem yaşamamıştır. Ayrıca AC ile BC kenarlarını

karşılaştırılmasının istendiği soruya öğrenciler doğru cevap vermişlerdir. Fakat etkinliğin ikinci aşaması öğrencilere anlamsız geldiği gözlemlenmiştir. Öğrencilerden biri “Hocam zaten C açısı B açısından büyük bir daha bunu yapmaya gerek var mı?” şeklinde bir soru sorarak yapılanların kendisine anlamsız geldiğini ifade etmeye çalışmıştır. Böylece etkinlik öğrencilerin bildikleri bir prensibi kullandıkları bir uygulamaya dönüşmüştür.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3’ün muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere belirli bir basamağa kadar yapılmış ve sonraki basamakları boş bırakılmış bir ispat verilmiş öğrencilerden ispatı tamamlamaları istenmiştir. Bu süreçte öğretmen öğrencilerin ispata nasıl başlayacaklarını bilemediklerini fark edince açılırları kullanmaları ve her bir açıya bir harf vermeleri konusunda rehberlik yapmış ve B ile C açısını karşılaştırmalarını istemiştir. Bazı öğrenciler B açısı C açısından büyüktür şeklinde cevap vermesine rağmen öğretmen neden büyük olduğunu göstermeleri gerektiği konusunda öğrencileri uyarmıştır. Bildikleri bir kuralı ispat etmeyi anlamsız buldukları anlaşılan bu öğrenciler bir neden bildirmeden B açısının C açısından büyük olduğunu ifade etmişlerdir. Fakat bir öğrenci parmak kaldırarak neden büyük olması gerektiğini açıklardan yola çıkarak açıklamayı başarmıştır. Bu öğrencinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:

**İspat**

Verilenler:  $\triangle ABC$ ,  $b > c$

İstenen:  $m(\hat{B}) > m(\hat{C})$

$m(\hat{B}) > m(\hat{C})$

$\triangle ABC$  nde  $|AC| > |AB|$  olduğundan  $|AC|$  kenarı üzerinde  $|AB| = |AD|$  olacak şekilde bir D noktası alınabilir.

Alınan bu noktayı B köşesi ile birleştirelim.

↓

İspatı tamamlayınız!

$m(\hat{B}) = a + 2b$

$m(\hat{C}) = a$

$m(\hat{B}) > m(\hat{C})$

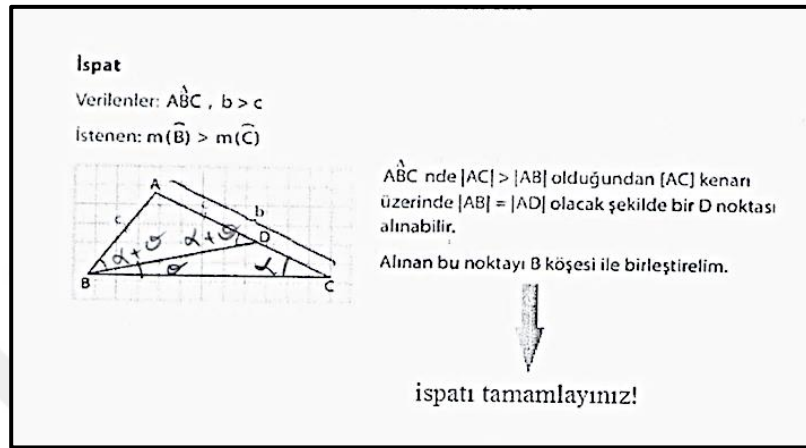
$a + 2b > a$

Şekil 131. Verilen ispatı doğru tamamlayan bir öğrencinin çalışma yaprağı

Çalışma yaprağından görüleceği gibi öğrenci öğretmenin rehberliğinde harflerle belirlenen açılırları karşılaştırarak B açısının C açısından büyük olması gerektiğini ispatlamıştır. Şekil üzerinde verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştüren ve bu bilgileri kullanarak çıkarımda bulunan öğrenci doğru sonuca ulaşabilmiştir. Diğer öğrencilerin



çalışma yaprakları incelendiğinde ise ispatı doğru tamamlayan başka öğrencilerin de olduğu ayrıca bazı öğrencilerin açıları harfle göstermesine rağmen ispatı tamamlayamadıkları görülmüştür. Şekil üzerinde oluşturdukları görsel bilgileri sözel olarak ifade etmedikleri anlaşılan bu öğrenciler çıkarım yapmaları için gerekli hipotezler oluşturamamışlardır. Bu öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:



Şekil 132. İspatı tamamlama etkinliği için verilen ispatı tamamlayamayan bir öğrencinin çalışma yaprağı

Çalışma yaprağından görüleceği gibi öğrenci belirli harfler kullanarak şekil üzerinde görsel bilgiler oluşturmuştur. Fakat bu görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmediğinden çıkarımına temel oluşturacak bilgiler oluşturamamıştır. Bu durum görsel algıdan sözel algıya geçiş yapılamadığında teorik muhakemenin akamete uğrayacağını göstermektedir.

Sonuç olarak dördüncü kazanımda Model-3 kullanılmış ve dört etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 62. Dördüncü Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Ölçüm Yapıyorum	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir</li> <li>Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir</li> </ul>	<p>Başlangıçta yazılımın pozitif yönlü açıları için ölçüm yapması bazı öğrencilerin üçgenlerin iç açı ölçülerini belirlemesini güçleştirmiştir. Fakat öğretmenin akıllı tahta üzerinde ölçümü nasıl yapacaklarını göstermesiyle bu güçlük aşılmıştır. Etkinliğin sonunda öğretmen bazı öğrencilere etkinlikte anlatılmak istenen matematiksel özelliği sormuş ve söz hakkı verilen öğrenciler anlatılmak istenen matematiksel özelliği doğru ifade etmiştir. Öğrencilerin konuşmalarından keşfettirilmeye çalışılan matematiksel ilişkiyi daha önceden bildikleri görülmüştür.</p>

Tablo 62'nin devamı

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Ne Görüyorsunuz-4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li> <li>• Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li> <li>• Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li> <li>• Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir</li> <li>• Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li> </ul>	<p>Öğrenciler genelde görsel verilen bilgileri sözel bilgilere dönüştürebilmiş ve basit birkaç çıkarım üretebilmişlerdir; fakat daha ileri düzey çıkarımlar yapamamışlardır. Nitekim incelen çalışma yapraklarında öğrencilerin birkaç basit çıkarımın ötesine geçemedikleri görülmüştür.</p>
Açı Kenar Bağlantıları	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>• Matematiksel bir durumu önerme şeklinde yazabilir</li> </ul>	<p>Etkinlikte animasyon kullanılarak büyük açı karşısında büyük kenarın var olduğu iki aşamada gösterilmeye çalışılmıştır. Birinci aşamada öğrencilerden işlevsel algılarını kullanarak iki üçgeni ortak bir kenar üzerinde üst üste getirmeleri istenmektedir. Bu aşamada öğrenciler herhangi bir güçlükle karşılaşmamışlar ve bir üçgenin konumunu ve yönünü değiştirerek diğer üçgenin üstüne yerleştirmişlerdir. Etkinliğin ikinci aşaması öğrencilerin işlevsel algıları için tasarlanmış bir animasyondan oluşmaktadır. Bu aşama öğrencilere anlamsız gelmiş ve öğrencilerden biri bunu "Hocam zaten C açısı B açısından büyük bir daha bunu yapmaya gerek var mı?" şeklinde bir soru sorarak ifade etmiştir. Böylece etkinlik öğrencilerin bildikleri bir prensibi kullandıkları bir uygulamaya dönüşmüştür.</p>
İspatı Tamamla	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>• Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>• Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir.</li> </ul>	<p>Etkinlikte bir ispat belirli bir yere kadar yapılmış hali ile verilmiş ve öğrencilerden bunu tamamlamaları istenmiştir. Etkinlik dağıtıldıktan sonra öğretmen öğrencilerin ispata nasıl başlayacaklarını bilemediklerini fark etmiş ve açıları kullanmaları ve her bir açığa bir harf vermeleri konusunda rehberlik yapmıştır. Bu süreçte öğrencilerin bazılarının sezgisel olarak bildikleri matematiksel doğruları gerekçelendirmede problem yaşadıkları gözlemlenmiştir. Fakat söz hakkı alan bir öğrenci şekil üzerinde verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmüş ve bu bilgileri kullanarak doğru çıkarımlarda bulunmuştur. Diğer öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde de ispatı doğru tamamlayan başka öğrencilerin de olduğu görülmüştür. Fakat bazı öğrenciler açıları harfle göstermesine rağmen ispatı tamamlayamamıştır. Şekil üzerinde oluşturdukları görsel bilgileri sözel olarak ifade etmedikleri anlaşılabilir bu öğrenciler çıkarım yapmaları için gerekli hipotezleri oluşturamamıştır.</p>

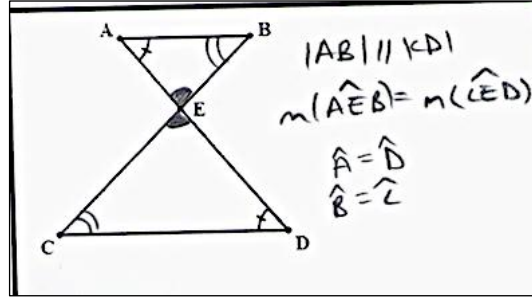
#### 4. 3. 5. İki Üçgenin Benzerliğini Açıklar, İki Üçgenin Benzer Olması İçin Gerekli Asgari Koşulları Belirler

Uygulamanın bu aşamasında öğrencilerin iki üçgenin benzerliğini açıklamaları ve benzer olmaları için gerekli asgari koşulları belirlemeleri amaçlanmıştır. Bunun için Model-3'ün kullanılmasına karar verilmiştir. Model-3'ün ilk basamağı olan oluşturma basamağında öğrencilere dinamik geometri yazılı kullanmaları gereken "Benzer üçgenler-1,2 ve 3" etkinlikleri dağıtılmıştır. Bunun için öğrenciler bilgisayar laboratuvarına götürülmüş ve uygulama orada yapılmıştır. Birinci etkinlikte öğrencilerden bir üçgen oluşturmaları ve bu üçgeni kendilerine gösterilen komutu kullanarak belirli oranlarda (0.5, 1 ve 2) genişletmeleri ve verilen tabloyu doldurarak bir sonuca ulaşmaları istenmektedir.

Öğrenciler daha önceden dinamik yazılımları kullanarak ölçüm yapma ile ilgili bir deneyim yaşadıklarından bu süreçte çok fazla bir güçlük yaşamadan tabloyu doldurabilmişlerdir. Güçlük yaşayan bazı öğrencilere de öğretmen veya arkadaşları yardım etmiş ve tabloyu doldurmaları sağlanmıştır. Etkinliğin sonunda öğretmen öğrencilerden elde ettikleri matematiksel sonucu açıklamalarını istemiş ve söz alan öğrenciler "Üçgenleri belirli bir oranda büyütür veya küçültürsek açılarında herhangi bir değişiklik olmaz" şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Öğrencilerin verdikleri cevabı onaylayan öğretmen ikinci etkinliği dağıtmıştır. Bu etkinlikte de öğrenciler dinamik yazılımı kullanarak bir açısı ortak ve kenarları orantılı bir üçgen inşa etmişlerdir. İnşa ettikleri şekil üzerinde gerekli ölçümleri yapan öğrenciler matematiksel bir ilişkiye ulaşmaya çalışmışlardır. Fakat birinci etkinlikten farklı olarak bu etkinlikte öğrenciler matematiksel ilişkiyi ifade ederken zorlanmışlardır. Söz hakkı alan bir öğrenci bulunduğu matematiksel ilişkiyi "Kenar uzunlukları değişse bile açıları değişmez" şeklinde açıklamıştır. Bir önceki etkinlikle aynı durumu ifade eden öğrenciye diğer öğrencilerden bir düzeltme gelmeyince öğretmen etkinlikte ifade edilmek istenen matematiksel ilişkiyi açıklamıştır. Daha sonra öğrencilere üçüncü etkinliği dağıtan öğretmen diğer etkinliklerde olduğu gibi tabloyu doldurmalarını ve matematiksel bir sonuca ulaşmalarını söylemiştir. Bu etkinlikte de öğrenciler tabloyu doldurmakta ve şekli inşa etmekte bir güçlük yaşamazken matematiksel sonucu ifade ederken zorlanmışlardır. Bir önceki etkinlikte olduğu gibi bu etkinlikte de öğretmen etkinlikte ifade edilmek istenen matematiksel ilişkiyi öğrencilere açıklamıştır.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3'ün görselleştirme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere "Ne görüyorsun-5" etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte üzerinde görsel bilgilerin bulunduğu geometrik şekiller verilerek öğrencilerden elde edilebilecek matematiksel sonuçları yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin çoğu özellikle verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmede başarıyla bazı öğrenciler elde ettikleri sözel

bilgileri kullanıp basit birkaç çıkarımın ötesine geçememiştir. Örnek bir öğrenci cevabı aşağıdaki gibidir:



Şekil 133. Örnek bir öğrenci cevabı

Verilen şekilden anlaşılacağı gibi öğrenci şekil üzerinde görsel verilen bilgileri sözel bilgilere dönüştürebilmiş (A açısının D açısına eşit olması) ve bundan hareketle birçok basit düzeyde çıkarımda bulunmuştur (AB doğru parçası ile CD doğru parçasının paralelliği, B ve C açısının eşit olması vb. gibi). Fakat açılı eş olan üçgenler ile ilgili bir çıkarımda bulunmamıştır. Bu durum öğrencinin birkaç basit çıkarımın ötesine geçip elindeki sözel bilgiler ile bir çıkarımda bulunmadığını göstermektedir.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3'ün görselleştirme-muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere “Kenarları Büyütüyorum” etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte animasyon kullanılarak kenarları aynı oranda büyütülmüş iki üçgenin açılarının eş olacağı anlatılmaya çalışılmıştır. Böylece öğrencilerin işlevsel algılarını geliştirmek ve matematiksel bir durumu önerme şeklinde yazdırmak amaçlanmıştır. Etkinliğin başında öğretmen öğrencilere animasyonu izletmiş ve anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi sormuştur. Öğrenciler daha önceki etkinliklerde de tecrübe ettiklerinden hemen anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi ifade edebilmiştir.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3'ün son aşaması olan muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu aşamada öğretmen benzerlik kavramı ve iki üçgenin benzer olması için gerekli koşulları öğrencilere yazdırmıştır. Daha sonra öğrencilere “Temel Orantı Teoremi ve İspatı” etkinliğini dağıtmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere temel orantı teoreminin ispatı verilmiş ve öğrencilerden yapılan ispat basamaklarını gerekçelendirmeleri istenmiştir. Fakat öğrenciler ispat basamaklarını tek başlarına yaparken güçlükler yaşamışlardır. Özellikle alanlar ile kenarlar arasında orantı kurulduğunda gerekçelendirmeyi nasıl ifade edecekleri konusunda öğretmene sorular sormuşlardır. Derslerde benzerlik şartlarına odaklanan öğrenciler için bu beklenmedik bir durum olmuştur. Bu nedenle öğretmen temel orantı teoreminin ispatını tahtada ispat basamaklarının gerekçelerini de açıklayarak kendisi yapmış ve öğrencilere yazdırmıştır.

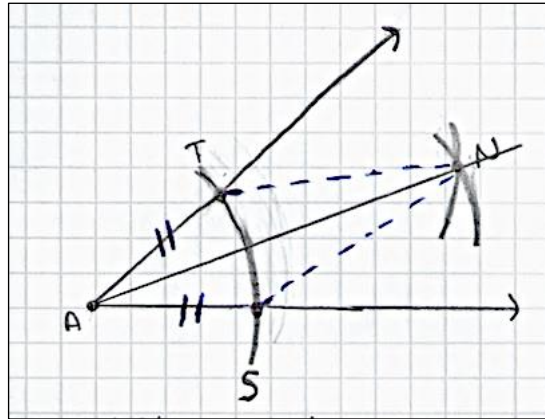
Sonuç olarak beşinci kazanımda Model-3 kullanılmış ve altı etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 63. Beşinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Benzer üçgenler 1,2 ve 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li> <li>Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li> </ul>	Etkinlikler uygulanırken öğrenciler gerek kendilerinden istenen geometrik şekli kurma sürecinde gerekse de ölçüm yapma sürecinde bir güçlük yaşamamıştır.
Ne Görüyorsun-5	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li> <li>Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li> <li>Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li> <li>Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir</li> <li>Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li> </ul>	Öğrencilerin çoğu özellikle verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmede başarıyla bazı öğrenciler elde ettikleri sözel bilgileri kullanıp basit birkaç çıkarımın ötesine geçememiştir.
Kenarları Büyütüyorum	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	Öğrencilerin işlevsel algıları için animasyon izletilmiştir. Animasyonun sonunda öğrenciler matematiksel ilişkiyi ifade ederken zorlanmamışlardır.
Temel Orantı Teoremi ve İspatı	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li> </ul>	Öğrenciler gerekçelendirme yaparken zorlanmışlardır. Alanlar ile kenar uzunlukları arasında bağlantı kurmakta zorlanan öğrenciler bir basamakta elde edilen bir bilgiyi diğer basamakta kullanamamışlardır. Çünkü derslerde benzerlik şartlarına odaklanan öğrenciler için üçgenin alanı ile ilgili bir gerekçelendirme beklenmedik bir durum olmuştur. Bu nedenle öğretmen temel orantı teoreminin ispatını tahtada ispat basamaklarının gerekçelerini de açıklayarak kendisi yapmış ve öğrencilere yazdırmıştır.

#### 4. 3. 6. Bir Açının Açortayını Çizer ve Özelliklerini Açıklar

Uygulamanın bu aşamasında öğrencilerin bir açının açortayını çizmeleri ve özelliklerini açıklamalarını sağlamak amaçlanmıştır. Bunun için Model-3'ün kullanılmasına karar verilmiştir. Model-3'ün ilk basamağı olan oluşturma basamağında öğrencilere "Cetvel ve Pergel Kullanıyorum" etkinliği dağıtılmıştır. Etkinlikte beş adımda bir açının açortayı öğrencilere inşa ettirilmeye çalışılmıştır. Öğrenciler adımları izleyerek şekli oluşturmaya çalışmıştır. Adımlar olabildiğince açık yazıldığından ve öğrenciler daha önceden pergel ve cetvel kullanma deneyimi yaşadıklarından şeklin inşası sırasında bir problemle karşılaşmamıştır. Sadece bir kaç öğrenci üçüncü yönergede verilen "TS uzunluğunun yarısından fazla olacak şekilde pergeli açınız..." açıklama ile ilgili sorular sormuştur. Daha sonra öğretmen Model-3'ün görselleştirme basamağına geçmiştir. Bu basamakta öğrencilere "Ne Görüyorsun-6" etkinliğini dağıtmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere bir önceki etkinlikte inşa ettikleri şekil verilmiş ve elde edilebilecek matematiksel ilişkileri yazmaları istenmiştir. Başlangıçta inşa ettikleri şekil ile ilgili nasıl matematiksel ilişkiler yazacaklarını anlayamayan öğrenciler öğretmene "Öğretmenim şekil üzerinde bir bilgi verilememiş" şeklinde itirazlarda bulunmuşlardır. Bunun üzerine öğretmen pergel ve cetvelle çizdikleri şekilden pergelin uzaklığı taşıma özelliğini kullanarak sözel bilgiler oluşturmayan öğrenciler için öğretmen aşağıdaki şekli çizmiştir (şekil araştırmacının gözlem notlarından alınmıştır).



Şekil 134. Öğretmenin tahtaya çizdiği şekil

Şekilden görüleceği gibi öğretmen öğrencilerin daha kolay sözel bilgiler oluşturması için bazı görsel bilgiler ekleyerek şekli değiştirmiş ve öğrencilerden diğer görsel bilgileri oluşturarak bir sonuca varmalarını istemiştir. Öğrenciler bazı görsel bilgileri oluşturmalarına ve oluşturdukları görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmelerine rağmen ATN ve ASN üçgenlerinin kenar uzunluklarının eşit bu nedenle eş üçgenler oldukları

sonucuna ulaşamamışlardır. Yani işlevsel algılarını kullanıp üçgenlere odaklanamamışlardır. Bu aşamada öğretmen Model-3'ün görselleştirme-muhakeme basamağına geçerek "Üst Üste Gelen Şekiller" etkinliğini dağıtmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere kenar uzunlukları eşit olan üçgenlerin üst üste gelebileceği bu nedenle de açılarının eşit olacağı animasyon kullanılarak anlatılmış böylece öğrencilerin Ne Görüyorsun-6 da verilen şekil üzerindeki eş üçgenleri belirlemeleri kolaylaştırılmaya çalışılmıştır. Etkinlik beklenen amaca hizmet etmiş ve öğrenciler eş üçgenleri ve eş üçgenlerin oluşturduğu açıortayı doğru belirlemişlerdir.

Uygulamanın bu aşamasında Model-3'ün muhakeme basamağına geçilmiştir. Bu basamakta öğrencilere ilk önce "İspatı Tamamla-2" etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte açıortayın kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının birbirine eşit olduğu belirli bir yere kadar ispatlanmış ve öğrencilerden ispatı tamamlamaları istenmiştir. Etkinlik dağıtıldıktan ve öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra söz hakkı alan bir öğrenci tahtada ispatı doğru tamamlamıştır. Bu aşamada öğrencilere "İspatı Yap" dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere bir önceki etkinlikte yer alan önermenin tersi verilerek ispat etmeleri istenmiştir. Fakat öğrenciler önermeyi ve neyin ispatlanması gerektiğini anlamadıklarını belirtmişlerdir. Bunun üzerine öğretmen bir önerme ile tersi arasında nasıl bir ilişki olduğunu anlatmış ve ispatı kendisi yaparak öğrencilere yazdırmıştır.

Sonuç olarak altıncı kazanımda Model-3 kullanılmış ve beş etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 64. Altıncı Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Cetvel ve Pergel Kullanıyorum	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li> <li>Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li> </ul>	Öğrenciler verilen bir açının açıortayını inşa ederken bir güçlük yaşamamıştır.
Ne Görüyorsun-6	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li> <li>Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li> <li>Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li> <li>Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir</li> <li>Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li> </ul>	Başlangıçta şekil üzerinde verilen görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmekte zorlanan öğrencilere pergel ve uzunluk arasındaki ilişkiyi gösteren görsel işaretler verilince bu güçlük aşılmıştır. Fakat öğrenciler bazı görsel bilgileri oluşturmalarına ve oluşturdukları görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürmelerine rağmen ATN ve ASN üçgenlerinin kenar uzunluklarının eşit bu nedenle eş üçgenler oldukları sonucuna ulaşamamıştır.

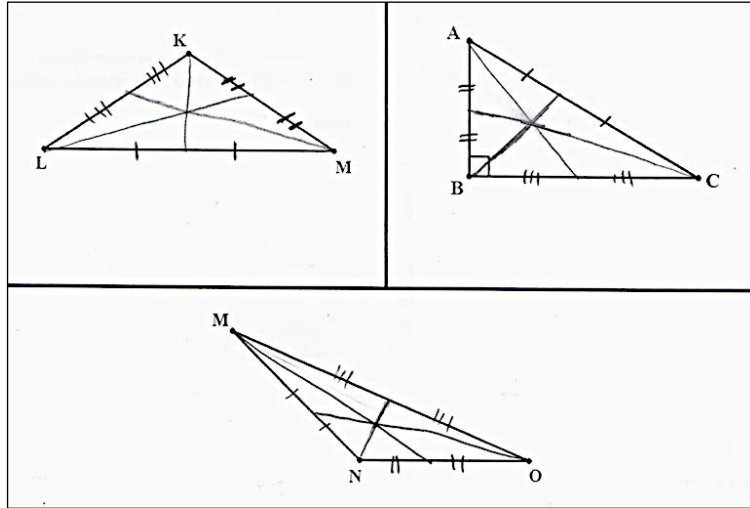
Tablo 64'ün devamı

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Üst Üste Gelen Şekiller	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	Etkinlik beklenen amaca hizmet etmiş ve öğrenciler eş üçgenleri ve eş üçgenlerin oluşturduğu açıortayı doğru belirlemişlerdir.
İspatı Tamamla-2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir.</li> </ul>	Öğrenciler ispatı tamamlarken bir güçlük yaşamamışlardır. Başlangıçta verilen çıkarım basamaklarından birinden elde edilen bir sonucu diğer basamaklarda kullanarak ispatı tamamlamışlardır.
İspatı Yap	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir.</li> </ul>	Bu etkinlikte öğrencilere bir önceki etkinlikte yer alan önermenin tersi verilerek ispat etmeleri istenmiştir. Fakat öğrenciler önermeyi ve neyin ispatlanması gerektiğini anlamadıklarını belirtmişlerdir. Bunun üzerine öğretmen bir önerme ile tersi arasında nasıl bir ilişki olduğunu anlatmış ve ispatı kendisi yaparak öğrencilere yazdırmıştır.

#### 4. 3. 7. Üçgenin Kenarortaylarının Bir Noktada Kesiştiğini Gösterir

Uygulamanın bu aşamasında öğrencilere bir üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini göstermek amaçlanmıştır. Bunun için Model-2'nin kullanılmasına karar verilmiştir. Model-2'nin ilk basamağı olan görselleştirme basamağında öğrencilere "Kenarortay Çiziyorum" etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere üçgenler verilip bu üçgenlere kenarortaylar çizmeleri istenmektedir. Gerek tahtaya kalkan öğrenciler gerekse de diğer öğrencilerin çalışma yapraklarından öğrencilerin tamamının kenarortayları bir noktada kesişecek şekilde doğru oluşturduğu görülmüştür. Fakat az sayıda öğrenci kenarortayların kenarları iki eşit parçaya böldüğünü görsel bilgiler kullanarak göstermemiştir. Kenarortayları bir noktada kesiştiren ve uygun görsel bilgiler oluşturan öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:

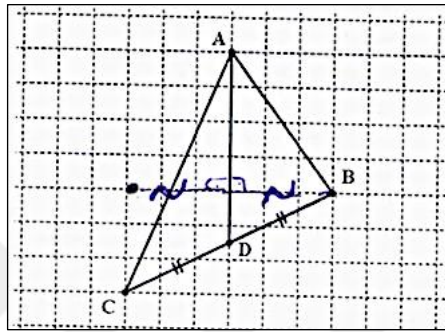




Şekil 135. Kenarortayları bir noktada kesiştiren ve uygun görsel bilgiler oluşturan öğrencilerden birinin çalışma yaprağı

Verilen şekilden de görüleceği gibi öğrenci hem kenarortayları bir noktada kesiştirirken hem de uygun görsel bilgiler ile kenarortayları belirtmiştir. Bu aşamada öğretmen onaylayıcı bir dil kullanmadan Model-2'nin görselleştirme-muhakeme basamağına geçmiştir. Bu basamakta ilk olarak öğrencilere orta dikme ile ilgili kısa bir bilgi verilmiş ve ardından "Kâğıt Katlıyorum" etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere kâğıt üzerine çizilen bir doğru parçasının orta dikmesini nasıl bulunabileceği sorulmuştur. Bu süreçte şekli inşa etmeleri beklenmeyen öğrencilerden sadece orta dikmenin nasıl inşa edilebileceğini söylemeleri ve söyledikleri işlemleri gerekçelendirmeleri istenmiştir. Başlangıçta öğrenciler "Kâğıdın iki kenarını birleştiririz tam orta nokta ve orta dikme oluşur" veya "AB doğru parçasını ortadan katlayınca orta noktayı ve orta dikmeyi buluruz" şeklinde cevaplar vermişlerdir. Öğretmenin verilen cevapların yanlış olduğunu göstermesi üzerine bir öğrenci "A noktasını B noktasının üzerine getirirsek ortası bulunur" cevabını vermiştir. Fakat öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde bu şekilde cevap veren az sayıda öğrenci olduğu bunların da bir gerekçe belirtmediği görülmüştür. Nitekim öğretmen öğrencilere "Neden A noktası B noktasının üstüne geldiğinde orta dikme elde edilir?" şeklinde bir soru sorduğunda hiçbir öğrenci simetri kavramını kullanarak bir açıklama getirememiştir. Bunun üzerine öğretmen kâğıt katlama işleminin bir simetri oluşturduğunu kat çizgisinin bu nedenle doğru parçasına dik olması gerektiğini açıklamıştır. Daha sonra Model-2'nin muhakeme basamağına geçilerek öğrencilere "Şekli Tarif Et" etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere bir üçgen iki kenarortayı ile verilerek öğrencilerden şekli tarif etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu verilen şekli "kenarortay" kavramını doğru kullanıp tarif edebilmiştir. Fakat bazı öğrenciler kenarortay yerine "ikiye ayıran" kavramını kullanmışlardır. Öğretmen şekli tarif ederken kavramlardan yararlanmaları

gerektiğini öğrencilere hatırlatarak “Noktanın Yerini Bul” etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilere üçgenin bir köşesinin verilen bir kenarortaya göre simetrisinin yeri sorulmuştur. Öğrenciler zorlanmadan noktanın yerini bulmuşlardır. Söz hakkı alan bir öğrenci simetri ile kâğıt katlama arasındaki ilişkiyi açıklayarak çözümü nasıl yaptığını arkadaşları ile paylaşmıştır. Çalışma yaprakları incelendiğinde öğrencilerin kenarortaya dikme çizerek çözüme ulaştıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin yaptıkları çıkarımı matematiksel ilkelere dayandırarak yaptıklarını göstermektedir. Öğrencilerden birinin çalışma yaprağı aşağıdaki gibidir:



Şekil 136. B noktasının AD doğru parçasına göre simetrisini gösteren bir öğrencinin çalışma yaprağı

Şekilden görüleceği gibi öğrenci B noktasının AD doğru parçasına göre simetrisini bulurken dikmelerden yararlanmışır. Simetrinin uzaklığı koruyan bir dönüşüm olmasından yararlanan öğrenci çözüm için matematiksel ilkelere başvurmuştur.

Uygulamanın bu aşamasında Model-2'nin son basamağı olan kurma basamağına geçilmiştir. Bu aşamada öğrencilere “Kenarortayların Yeri” etkinliği dağıtılmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden kâğıt üzerine bir üçgen çizip kâğıdı katlayarak üçgenin kenarortaylarını oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerden bazıları kenar orta dikmeleri kenarortay olarak çizmelerine rağmen (çizdikleri şekil eşkenar üçgene çok yakın olduğu için) öğrencilerin çoğu kenarortayları oluşturabilmişler ve kenarortayların bir noktada kesiştiğini ifade edebilmişlerdir. Bazı öğrencilerin kâğıdı katlarken yaptıkları hatadan dolayı kenarortayları tam kesiştirmeseler de kenarortayların bir noktada kesiştiğini yazmışlardır. Bu durum öğrencinin ideal olarak katlama işlemi yaptığında nasıl bir şekil ile karşılaşacağını tahmin edebildiğini göstermektedir.

Sonuç olarak yedinci kazanımda Model-2 kullanılmış ve beş etkinlik uygulanmıştır. Yapılan etkinlikler ve hangi amaçla uygulandıkları dikkate alındığında bu kazanım için ortaya çıkan gözlem notlarının sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tablo 65. Yedinci Kazanım İçin Etkinlikler ve Gözlem Notları

Etkinliğin Adı	Geliştirmeye Çalıştığı Davranışlar	Gözlem Notlarının Sonuçları
Kenarortay Çiziyorum	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.</li> </ul>	Gerek tahtaya kalkan öğrenciler gerekse de diğer öğrencilerin çalışma yapraklarından öğrencilerin tamamının kenarortayları bir noktada kesişecek şekilde doğru oluşturduğu görülmüştür. Fakat az sayıda öğrenci kenarortayların kenarları iki eşit parçaya böldüğünü görsel bilgiler kullanarak göstermemiştir.
Kâğıt Katlıyorum	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> </ul>	Öğrencilerin zihinlerinde kâğıdı döndürerek bir çıkarımda bulunması ayrıca bunu yaparken de şekillerden istifade etmesi için hazırlanan etkinlik bu yönüyle öğrencilere faydalı olmuştur. Çünkü öğrencilerin çoğu yanlıştta olsa şekli zihinlerinde döndürerek bir açıklama yazmıştır. Bu durum öğrencilerin işlevsel algılarını kullanabilmelerine rağmen doğru sonuca ulaşamayabileceklerini göstermektedir.
Şekli Tarif Et	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanır</li> </ul>	Bu etkinlikte öğrencilere bir üçgen iki kenarortayı ile verilerek öğrencilerden şekli tarif etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu verilen şekli "kenarortay" kavramını doğru kullanıp tarif edebilmiştir.
Noktanın Yerini Bul	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir.</li> </ul>	Öğrenciler zorlanmadan noktanın yerini bulmuşlardır. Söz hakkı alan bir öğrenci simetri ile kâğıt katlama arasındaki ilişkiyi açıklayarak çözümü nasıl yaptığını arkadaşları ile paylaşmıştır. Çalışma yaprakları incelendiğinde öğrencilerin kenarortaya dikme çizerek çözüme ulaştıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin yaptıkları çıkarımı matematiksel ilkelere dayandırarak yaptıklarını göstermektedir.
Kenarortayların yeri	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li> <li>Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li> </ul>	Öğrencilerden bazıları kenar orta dikmeleri kenarortay olarak çizmelerine rağmen (çizdikleri şekil eşkenar üçgene çok yakın olduğu için) öğrencilerin çoğu kenarortayları oluşturabilmişler ve kenarortayların bir noktada kesiştiğini ifade edebilmişlerdir. Bazı öğrencilerin kâğıdı katlarken yaptıkları hatadan dolayı kenarortayları tam kesiştirmeseler de kenarortayların bir noktada kesiştiğini yazmışlardır.

#### 4. 4. Geleneksel Öğrenme Ortamından Yansımalar

Bu bölümde kontrol grubunda yürütülen öğretim resmedilmeye çalışılmıştır. Bunun için kontrol grubunda öğrencilerin yaşadıkları deneyimlerin neler olduğu açıklanmıştır. Gözlem notlarından yararlanılarak elde edilen bulgular her bir kazanım için ayrı ayrı sunulmuştur.

#### **4. 4. 1. Bir Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamının $180^\circ$ , Dış Açılarının Ölçüleri Toplamının $360^\circ$ Olduğunu Gösterir**

Öğretmen kontrol grubunda yürüttüğü derslerde bir üçgenin iç açılarının toplamının  $180$ , dış açılarının toplamının  $360$  derece olduğunu göstermek için ilk olarak paralel iki doğru bir kesenle kesildiğinde oluşan açılar ile ilgili temel bilgiler vermiştir. Yöndeş, iç ters ve dış ters açılarının özelliklerini öğrencilerine yazdıran öğretmen doğrudan üçgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamını belirten teoremleri yazmış ve ispatlamıştır. Sonrasında örnek problemler çözerek kuralların nasıl uygulandığını göstermiştir. Örnek problemler çözüldükten sonra üçgen çeşitleri ve üçgenlerin yardımcı elemanları ile ilgili bilgiler veren öğretmen ikizkenar ve eşkenar üçgende açıortay, kenarortay ve yükseklik elemanlarının özelliklerini ispat yapmadan yazdırmıştır.

#### **4. 4. 2. İki Üçgenin Eşliğini Açıklar, İki Üçgenin Eş Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşulları Belirler**

Eş üçgen kavramından ne anlaşılması gerektiği ve iki üçgenin eş olması ile ilgili asgari koşulların ne olduğunu öğrencilere göstermek için öğretmen sürece eş üçgen tanımı ile başlamıştır. İki üçgenin karşılıklı olarak açılarının ölçüsü ve kenarlarının uzunlukları eşit ise bu üçgenlerin eş üçgenler olarak adlandırıldığını ifade eden öğretmen sonrasında sırasıyla Kenar-Kenar-Kenar, Kenar-Açı-Kenar ve Açı-Kenar-Açı eşlik aksiyom ve teoremlerini yazdırmıştır. Verilen kurallar ile ilgili çok sayıda örnek problem çözen öğretmen örnek problemler arasında “Bir ikizkenar üçgende tabana çizilen yüksekliğin ikizkenar üçgeni eş iki üçgene ayırdığını gösteriniz” şeklinde bir soru sorarak cevaplamıştır. Eş üçgenleri kullanarak verilen önermenin ispatını yapan öğretmen bu süreçte “önerme”, “teorem” veya “ispat” gibi kavramlar kullanmamıştır.

#### **4. 4. 3. Bir Üçgende Daha Uzun Olan Kenarın Karşısındaki Açının Ölçüsünün Daha Büyük Olduğunu Gösterir**

Bir üçgende daha uzun olan kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu göstermek için öğretmen tahtaya açılırlar birbirinden farklı olan bir üçgen çizip önce açılırlar daha sonra açılırların karşısındaki kenarları sıralamıştır. Sonrasında kural yazdırılmış ve örnek problemler çözülmüştür.

#### **4. 4. 4. İki Üçgenin Benzerliğini Açıklar, İki Üçgenin Benzer Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşulları Belirler.**

Benzerlik kavramı ve iki üçgenin benzer olması için gerekli asgari koşulların ne olduğunun gösterilmesi için öğretmen sürece benzer üçgenlerin tanımını yaparak başlamıştır. Sonrasında sırasıyla Kenar-Kenar-Kenar, Açık-Açık-Açık ve Kenar-Açık-Kenar teoremlerini yazdırmıştır. Yazdırılan kurallarla ilgili örnek problemler çözen öğretmen eşlik ve benzerlik arasındaki ilişkiyi ve temel orantı teoremini öğrencilere yazdırmıştır. Temel orantı teoreminin ispatını yapılmamış sadece örnek problemler üzerinden uygulamalar yapılmıştır.

#### **4. 4. 5. Bir Açının Açığortayını Çizer Ve Özelliklerini Açıklar**

Bir açının açığortayının özelliklerini göstermek için öğretmen doğrudan kural ile başlamıştır. Her bir kural için en az bir örnek problem çözen öğretmen sırasıyla: Açığortay doğrusu üzerinde alınan bir noktadan kollara çizilen dikmelerin uzunlukları arasındaki ilişki, iç ve dış açığortay teoremleri, iç ve dış teğet çemberlerin merkezi ile ilgili kuralları yazdırmış ve herhangi bir ispat yapmamıştır.

#### **4. 4. 6. Üçgenin Kenarortaylarının Bir Nuktada Kesiştiğini Gösterir**

Öğretmen kenarortayların bir noktada kesiştiğini göstermek için ağırlık merkezinin tanımını kullanmıştır. Öğrencilere “Bir üçgenin kenarortayları bir noktada kesişir bu noktaya ağırlık merkezi denir” tanımını yazdıran öğretmen sonrasında ağırlık merkezinin özellikleri ile ilgili kuralları vermiştir. Örnek problemler üzerinde kuralların nasıl uygulanacağını gösteren öğretmen herhangi bir ispat yapmamıştır.

## 5. TARTIŞMA

Bu bölümde tasarlanan öğrenme ortamı ile geleneksel öğrenme ortamının öğrencilerin teorik muhakeme becerisinin ve şekle bakma süreçlerinin gelişimine nasıl etki ettiğine yönelik tartışmalara yer verilmiştir.

### 5. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Teorik Muhakeme Becerisinin Gelişimine Etkisine Yönelik Tartışma

Araştırmanın alt problemlerinden biri Duval'in bilişsel modeline göre tasarlanan öğrenme ortamının 9.sınıf öğrencilerinin teorik muhakeme becerisinin gelişimine nasıl etki ettiğinin incelenmesidir. Bu problem doğrultusunda oluşturulan deney ve kontrol gruplarına teorik muhakeme ön, ara ve son test uygulanmıştır. Kategorik puanlama cetveline göre analiz edilen test puanları Rasch analizi kullanılarak lineer puanlara dönüştürülmüştür. Yapılan istatistiksel analizler neticesinde öğrencilerin ön test puanları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı fakat uygulanan ara test puanları arasında ANCOVA analiz sonuçlarına göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın ortaya çıktığı tespit edilmiştir ( $F(1,42) = 65.827, p < 0,05$ ). Benzer bir durum uygulama sonunda öğrencilerin son test puanları arasında da ( $F(1,44) = 28.711, p < 0,05$ ) görülmüştür. Dolayısıyla elde edilen bu sonuçlardan tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin teorik muhakemelerinin geliştirilmesinde gelenekse yöntemlere göre daha etkili olduğu söylenebilir.

Testlere verilen yazılı cevaplar incelendiğinde uygulama sonunda deney grubu öğrencileri matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade etme, çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanma, çıkarım basamaklarından birinden elde edilen bir sonucu bir diğer basamakta kullanma, geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanma ve şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirme davranışlarının hepsinde kategorik puanlama cetvelinde tanımlanan en yüksek puanı alan öğrenci yüzdelerine göre kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olmuştur. Bununla birlikte hem deney hem de kontrol grubu öğrencileri çıkarım basamaklarından birinden elde edilen bir sonucu diğer basamaklarda kullanma davranışında diğer davranışlara göre en az gelişim göstermiştir.

### 5. 1. 1. Tasarılan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Verilen Matematiksel Bir Durumu Önerme Şeklinde Yazma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma

Çalışmada incelenen, öğrencilerin teorik muhakeme becerilerinin göstergelerinden ilki matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilmedir. Uygulama öncesinde bilişsel süreç ön testinden edilen bulgular, hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin verilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazmak yerine çoğunlukla şeklin görünüşünden etkilenerek ya yanlış ya da şekli tasvir eden ve bir yargıda bulunmayan açıklamalar yazdıklarını göstermektedir. Ara test sonuçlarına bakıldığında ise uygulama öncesine göre deney grubunda matematiksel ilişkileri önerme şeklinde yazma davranışında bir gelişme olduğu görülmektedir. Uygulama öncesinde deney grubunun sadece %4'ü 3 puan kategorisinde (Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar) yer alırken ara testte bu yaklaşık %33'e kadar yükselmiştir. Fakat kontrol grubu öğrencilerinde dikkate değer bir değişim olmamıştır (uygulama öncesi yaklaşık %4'iken ara testte bu yaklaşık %5'e yükselmiştir). Uygulama sonunda yapılan son testte ise 3 puan kategorisinde her iki grupta da bir artış ortaya çıkmıştır. Son testte deney grubunun %52'si kontrol grubunun ise yaklaşık %23'ü 3 puan kategorisinde yer almıştır. 0 (Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur) ve 1 (Günlük konuşma dilini kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz) puan kategorilerinde yer alan öğrenci yüzdelerine bakıldığında ise deney grubu öğrencilerinin %28'i kontrol grubunun ise yaklaşık %59'unun bu kategorilerde yer aldıkları görülmektedir. Yani kontrol grubu öğrencilerinin çoğunluğu uygulama sonunda hala verilen matematiksel ilişkileri ya yanlış açıklamışlar (bazı öğrenciler şeklin görünüşünden etkilenerek) ya da şeklin görünüşü üzerinden tasvirlerde bulunmuşlardır. Şeklin görüntüsü ile şeklin temsil ettiği kavramlar arasında bir ilişki kurmakta güçlük çeken bu öğrenciler verilen şekli kendi içinde birbirine matematiksel ilişkilerle bağlı teorik bir nesne olarak görmek yerine kâğıt üzerinde bir resim bir görüntü olarak algıladıkları anlaşılmaktadır. Nitekim öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplarda şeklin görsel özelliklerine göre (kavramlara göre değil) açıklamalarda-tasvirlerde bulunmaları bunun bir göstergesidir. Duval (1995)'e göre böyle bir durumun oluşması öğrencilerin görsel algılarının sözel algılarına baskın gelmesinin bir sonucudur. Başka kavramlar kullanmalarına rağmen Fischbein ve Nachlieli (1998) bu durumu görsel süreçlerin kavramsal yani sözel süreçleri etkilemesine bağlamaktadır. Fischbein ve Nachlieli (1998)'in bakış açısıyla bu öğrenciler bir sonuç çıkarmak için gözlemledikleri şekillerin kavramsal yönünden ziyade şekilsel yönüne odaklanmışlardır. Üst düzey geometrik düşünme için kavramların kontrolünde gerçekleşmesi gereken süreç şeklin kontrolüne

girmiştir. Duval (1995)'in bakış açısıyla ise sözel algı ile görsel algı arasında sözel algının kontrolünde gerçekleşmesi gereken etkileşim görsel algının (imgenin) kontrolünde gerçekleşmiştir.

Elde edilen bulgular deney grubunun kontrol grubuna göre daha başarılı olduğunu göstermesine rağmen deney grubunun halen %28'i 0 ve 1 puan kategorisinde yer almaktadır. İlköğretiminde daha çok sezgisel doğrulamalar ve somut materyaller üzerinden matematiksel ilişkilerin açıklanması buna rağmen tasarlanan öğrenme ortamında doğrudan kavramsal açıklamalar yapmaya yönelik etkinliklere geçilmesi böyle bir neticenin oluşmasında etkili olabilir. Nitekim Moore (1994) teorik açıklamalar oluşturmaya ani geçişi öğrenme ortamında birçok öğrencinin yaşadığı güçlüklerin kaynağı olarak görmektedir. Bu durum tasarlanan öğrenme ortamının bazı öğrenciler için doğrudan teorik açıklamalar oluşturmaya geçişi sağlayacak yapıda olmadığı şeklinde yorumlanabilir. Böyle bir durumun üstesinden gelebilmek için etkinlikler grup çalışması dikkate alınarak hazırlanabilir. Nitekim Mercer ve Sams'in (2006) yaptığı çalışma grup çalışması ve öğretmenin rehberliğine dayanan derslerin öğrencilerin kullandıkları matematik diline olumlu katkısının olduğunu göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında yürütülen etkinliklerin uygulama sürecindeki yansımaları incelendiğinde matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazma davranışında deney grubunun daha başarılı olmasında özellikle bilişsel süreç modellerinin görselleştirme-uygulama basamağında yer alan etkinliklerin sonunda öğrencilerden etkinlikte belirtilen matematiksel ilişkileri yazmalarının istenmesi olduğu söylenebilir. Çünkü etkinliklerde belirtilen ilişkinin yazılmasının istenmesi öğrencileri ister istemez verilen ilişkileri önerme şeklinde yazmaya ve şekil ile kavram arasında bir ilişki kurmaya zorlamıştır. Nitekim başlangıçta "Çalışma Yapağı" etkinliğinde öğrenciler önerme yazarken güçlükler yaşamış ve gittikçe bu durum değişmiştir. Böylece "Birbiriyle aynı üçgenler" etkinliğinde öğrencilerin artık verilen ilişkileri öneme şeklinde yazarken zorlanmadıkları gözlemlenmiştir. Fakat kontrol grubunda matematiksel ilişkiler hazır olarak verildiğinden öğrenciler matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade etme gibi bir deneyim yaşamamıştır. Dolayısıyla böyle bir deneyim yaşayan öğrenciler ile yaşamayan öğrenciler arasında bir farklılığın ortaya çıkması doğal görülmelidir. Geleneksel öğrenme ortamının öğrenciyi öğrenme-öğretme sürecinin öznesi olarak görmeyen yapısının ortaya çıkardığı bu durum, keşifler yapma yapılan keşifleri kendi cümleleri ile ifade etme süreçlerinin teorik muhakemenin gelişiminde ne kadar önemli olduğunu göstermektedir.



### 5. 1. 2. Tasarılan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Çıkarımda Bulunurken Tanım ve Teoremleri Kullanma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma

Teorik muhakeme becerilerinin göstergelerinden ikincisi çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanabilmedir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarında deney ve kontrol grubu öğrencileri şeklin görünüşünü referans alarak çıkarımda bulunma, matematiksel ilkelere uygun günlük konuşma dilini kullanarak çıkarımda bulunma ve matematiksel ilkeleri referans alarak çıkarımda bulunma olmak üzere üç farklı davranış göstermiştir. Bunlardan en fazla matematiksel ilkelere uygun günlük konuşma dilini kullanarak çıkarımda bulunma davranışı gösterilmiştir (Deney Grubu: %56, Kontrol Grubu: %76). İlköğretim basamağında daha çok sezgisel doğrulamalara yer verilmesinin ve dersi daha fazla somutlaştırabilmek için somut materyaller üzerinden (kâğıt katlama gibi) matematiksel ilişkilerin açıklanmasının böyle bir neticede etkisi olabilir. Fakat bu davranış lise düzeyinde yerini matematiksel ilkeleri kullanarak çıkarımda bulunma davranışına bırakmalıdır.

Ön testten elde edilen önemli bir sonuç hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin bir kısmının (Deney Grubu: %16, Kontrol Grubu: %7) şeklin görünüşünü referans alarak çıkarımda bulunmasıdır. Bu öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin yaptıkları çıkarım ile ilgili soruları anlamsız buldukları ve şeklin görünüşünü bir çıkarım aracı olarak kullanmayı bir düşünme biçimi haline getirdikleri görülmüştür. Nitekim kendilerine apaçık bir gerecek olarak gözüken bir ilişkinin gerekçesinin sorulması öğrencilere anlamsız gelmiştir. Fischbein (2002)'ne göre bu sezgisel düşünmenin bir göstergesidir. Sezgisel düşüncenin sekiz özelliğinden biri olan apaçık doğru olma öğrencinin bir gerekçe ortaya koymadan matematiksel bir ilişkiyi doğru olarak düşünmesi anlamına gelmektedir. Duval (1998)'e göre ise bu durum öğrencilerin teorik düşünmeye geçmediğini ve doğal muhakeme süreci içinde olduklarını göstermektedir. Lise düzeyine gelen bir öğrencide beklenmeyen bu türden düşünme uygulama öncesinde her iki grupta da tespit edilmiştir.

20 saatlik uygulama sürecinden sonra deney grubu öğrencilerinin 0 puan (Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar-Şeklin görünüşünden etkilenip cevap verir) kategorisinde sabit kaldığı ve 1 puan (Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden (şeklin görünüşü üzerinden) günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur) kategorisinde azalırken 2 puan (Matematiksel ilkelerden yararlanarak doğru çıkarımlarda bulunur) kategorisinde arttığı tespit edilmiştir. Kontrol grubu öğrencileri ise 0 (sıfır) puan kategorisinde artarken 1 ve 2 puan kategorisinde azalmıştır. Bu durum deney grubunda yapılan uygulamanın kontrol grubuna göre uygulama sürecinde daha iyi sonuçlar verdiğini

göstermektedir. Özellikle kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sürecinde 0 (sıfır) puan kategorisinde artması üzerinde durulması gereken önemli bir veridir. Statik şekillerin kullanıldığı ve öğrencilere varsayımda bulunma fırsatı verilmeden *geometrik şekil + kural* şeklinde matematiksel ilkelerin ezberletildiği geleneksel öğrenme ortamında öğrenciler geometrik şekli bir resim olarak zihinlerine kaydetmekte ve soru üzerinde bu zihinsel imgelerine benzer bir durumla karşılaştıklarında şekli içeren kuralı söylemektedirler. Bu nedenle bir çıkarımda bulunmak için şeklin görünüşünün daha önceden oluşturulan zihinsel imgeye benzemesi öğrenci için yeterli olmaktadır. Soru üzerinde olmayan diklikler veya paralelliklerin öğrenciler tarafından düşünülmesi ise bu davranışın öğrenme ortamlarındaki yansımasıdır. Bir bakıma öğrencinin zihnindeki prototip etkisi olarak da ifade edilebilecek bu durum öğrencilerin sadece şekillerden oluşan ve olabildiğince kavramlardan bağımsız prototip repertuarını kullanma davranışı olarak da düşünülebilir. Güven (2002) böyle bir durumun oluşmasını geometride işlenecek konunun prototip şekiller üzerinden kazandırmaya bağlamaktadır. Öğretmenlerin sınıf ortamında, üçgenler, dörtgenler ve diğer geometrik şekilleri çizerken sürekli aynı tip standart geometrik şekilleri çizmeleri, öğrencilerin bu şekilleri model almalarına neden olmaktadır. Bunun sonucu olarak da öğrenciler esnek düşünmemektedir. Yapılan çalışmalar, öğrencilerin prototip şekilleri referans aldıklarında geometrik şekillerin birbiriyle olan ilişkilerini anlamada ve bir kavrama ait olan örneklerin farklı hallerini ayırt etmede güçlükler yaşadıklarını vurgulamaktadır (de Villiers, 1994; Fujita, 2012).

Deney grubunda öğrencilerin ara testte 2 puan kategorisine doğru yükselişi bir bakıma geometrik şekillerin olabildiğince dinamik hale getirilmeye çalışıldığı etkinliklere bağlanabilir (Flash Animasyonları kullanılarak yapılan etkinlikler). Bu etkinlikler geometrik şekilleri dinamik hale getirdiğinden öğrencilerin daha esnek düşünmesine hizmet etmiş olabilir. Ayrıca Bilişsel Süreç Modellerinin görselleştirme basamağında yapılan bazı etkinliklerin de bunda rolü olduğu düşünülmektedir. Örneğin “Ne görüyorsun?” etkinlikleri öğrencilerin verilen geometrik şeklin görünüşünün aldatıcı olabileceği yönünde öğrencilerin önemli bir deneyim yaşamalarını sağlamıştır. Nitekim uygulama sonunda deney grubu öğrencilerinin %60'nın buna karşın kontrol grubunun yaklaşık %18'inin 2 puan kategorisinde yer alması tasarlanan öğrenme ortamında gelişimin olumlu bir düzeyde olduğunu göstermektedir. Fakat öğrencilerin hala %24'nün 0 (sıfır) puan kategorisinde kalması ise deney grubu öğrencilerinin bazılarının uygulama sonunda hala matematiksel ilkeleri kullanarak çıkarımda bulunabilmede güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Son teste öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde bunun öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanmasından ve şekil üzerinde herhangi bir bilgi verilmediğinde bir çıkarımda bulunulmaması gerektiği fikrinden kaynaklandığı

görülmektedir. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan ve uygulama sonunda hala şeklin görünüşünü referans olarak alan öğrenciler ile yapılan görüşmelerde bu öğrencilerin (örnek bir durumun aşağıda verildiği gibi) *Hüküm + Kural + Hipotez* şeklinde bir davranış ile çıkarımda buldukları görülmüştür.

*Hüküm: Şekil karedir (şeklin görünüşüne bakarak, gözlem yaparak)*

*Kural: Karenin kenarları eşit ve açıları 90 derecedir (Öğrencinin belirttiği kural doğru fakat kuralı destekleyecek kanıtlar verilen şekil üzerinde bulunmamaktadır)*

*Hipotez: Verilen şekilde de kenarlar eşit açılar 90 derecedir (şeklin görünüşüne göre bir kanıt zincirinin doğal sonucu)*

Gözlem neticesinde oluşan bir hüküm ile başlayan ve bu hükmü geçerli kılacak olası açıklamalara ulaşmaya çalışan düşünme süreci literatürde geri-çıkarma (abduction) olarak adlandırılmaktadır (Meyer, 2010). Bu da 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrencilerinin bazılarında uygulama boyunca tümdengelim düşünme yerine geri-çıkarma düşünmenin geliştiğini göstermektedir. Bu sonuç geri-çıkarma düşünmenin öğrencileri her zaman yanlış çıkarımlara götüreceği gibi genel bir sonuca ulaştırmamalıdır. Fakat geri-çıkarma sürecinin bir gözlem ile başladığı düşünüldüğünde öğrencilerin yeterli gözlem yapmalarını sağlayacak araçlara sahip olmadıklarında geri-çıkarma akıl yürütme sürecini kullanmalarının onları yanlış çıkarımlara götürebileceği sonucuna varılabilir. Öğrencilerin yeterli gözlem yapmalarını sağlayacak en önemli araç dinamik geometri yazılımlarıdır. Çünkü bu yazılımlar ile bilgisayar ekranında geometrik şekiller rahatlıkla oluşturulabilmekte, açı, kenar, çevre, alan gibi özellikleri ölçülebilmekte ve belli ilişkilendirmelerle oluşturulan geometrik şekiller ekranda hareket ettirebilmektedir. Bu hareket sonucunda şeklin ölçülen tüm özellikleri de dinamik olarak değişmektedir (Güven ve Karataş, 2009). Bu nedenle görsel algılarından hareketle çıkarımda bulunan öğrenciler için DGY ile desteklenmiş öğrenme ortamlarının faydalı olabileceği düşünülmektedir. Çünkü bu ortamlarda bir hükme ulaşmadan geometrik şekillerin özelliklerinin incelenebileceği ortamlar oluşacaktır. Deney grubunda sadece bilişsel süreç modellerinin kurma basamağında dinamik yazılımların kullanılması bu anlamda bir eksiklik olarak düşünülebilir. Yazılımın sadece şekli inşa etme ve ölçüm yaparak bir genellemeye ulaşma şeklinde kullanılması ölçümden bağımsız geometrik şekiller üzerinde sabit ilişkileri ve bu ilişkilerin nedenlerini araştırma gibi daha üst düzey davranışların önüne geçmiştir. Bu bağlamda tasarlanan öğrenme ortamına DGY yazılımlarının zengin içeriğinden istifade edilebilecek etkinliklerin eklenmesinin faydalı olacağı anlaşılmaktadır.

Yapılan çalışma gerek deney gerekse de kontrol grubun da yürütülen uygulamaların öğrencilerin şeklin görünüşünü referans alarak çıkarımda bulunma davranışını tamamen ortadan kaldıramadığını göstermiştir. Böyle bir neticenin oluşması öğrenme ortamlarından

bağımsız geometrik şekillerin harekete geçirdiği sezgisel düşünmenin kırılması zor olan doğasında aramak da mümkündür. Fischbein (2002)'ye göre sezgisel düşünce bir kere yerleştiğinde yapılan öğretimin öğrencide kavramsal bilginin oluşturulmasına etkisi çok azdır. Euclid'in Elementler adlı eserinde ortaya koyduğu birçok sezgisel çıkarımının ancak kendisinden yaklaşık 2000 yıl sonra kavramsal düzeyde temellendirilebilmesi (Katz, 2009) bir bakıma sezgisel düşünmenin geometride ne kadar güçlü bir yer oluşturduğunu göstermektedir. Bu bağlamda kısa süreli tasarlanan öğrenme ortamları ile teorik düşünmenin her bileşeninin her öğrenci için aynı düzeyde gelişmesini beklememek gerektiği söylenebilir.

### **5. 1. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Çıkarım Basamaklarından Birinden Elde Ettiği Bir Sonucu Diğer Basamaklarda Kullanma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Teorik muhakeme becerisinin göstergelerinden üçüncüsü çıkarım basamaklarından birinden elde edilen bir sonucu diğer basamaklarda kullanabilmedir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre deney grubunun %76'sı ile kontrol grubunun %85'i 0 (sıfır) puan kategorisinde (Boş bırakır veya çözümü doğru devam ettiremez) yer alırken deney grubunun %24'ü ile kontrol grubunun %15'i 1 puan kategorisinde (Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz) yer almıştır. En üst basamağı içeren 2 puan kategorisinde (Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır) ise her iki gruptan da öğrenci yer almamıştır.

Ön testten elde edilen bulgular hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunun çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği bir sonucu diğer basamaklarda kullanma davranışında başarısız olduğunu göstermektedir. Bunun temel nedenleri incelendiğinde matematiksel ilkelerin bilinmemesinden ve şeklin uygun alt parçalara ayrılmamasından kaynaklandığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin ilköğretimden yeterli kavramsal bilgi ve işlevsel algıyla gelmediklerini göstermektedir.

Ara test verilerinin analizinden elde edilen bulgular incelendiğinde ise hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin 0 (sıfır) ve 1 puan kategorisinde azaldığı bununla birlikte 2 puan kategorisinde (Deney grubu: %42,67; Kontrol grubu: %9,52) arttığı görülmektedir. Fakat kontrol grubunda ortaya çıkan artış deney grubuna göre daha azdır. Yapılan görüşmelerden elde edilen bulgular böyle bir neticede deney grubunda uygulamalarda kullanılan "Birbiriyle aynı üçgenler", "İzle ve karar ver-1-2-3" gibi etkinliklerinin rolünün olduğunu göstermektedir. Daha çok öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimine odaklanan bu etkinliklerde geometrik şekilleri parçalarına ayırma, şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirme gibi davranışlara odaklanılmıştır.

Böylece öğrenciler çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği bir sonucu kullanabilecekleri diğer şekilleri oluşturabilmişlerdir.

Kontrol grubundaki öğretim neticesinde ara testte az sayıda öğrencinin istenen kategoride yer alması işlevsel algının matematiksel ilkelerin bilinmesinden ayrı bir doğasının olduğunu göstermektedir. Çünkü matematiksel ilkelerin bilinmesi işlevsel algının gelişimi için yeterli olsaydı kontrol grubu öğrencileri de verilen şekli parçalarına ayırıp çıkarımı devam ettirebilirlerdi. Nitekim Duval (1998) de sözel algı ile işlevsel algının birbirinden bağımsız süreçler olduğunu ve birinin geliştirilmesinin diğerinin gelişimini sağlamayacağını ifade etmiştir. Dolayısıyla her iki grupta da öğrencilerin matematiksel ilkeleri uygulaması ve bilmesi yönünde aynı amaca hizmet eden uygulamalar yapılmasına rağmen deney grubunda işlevsel algının gelişimine yönelik tasarlanan etkinlikler bu gösterge için iki grup arasında bir farkın oluşmasına neden olmuştur. Uygulama sonuna gelindiğinde ise bu fark kapanmamış ve 2 puan kategorisinde yer alan öğrenci yüzdeleri bakımından deney grubu kontrol grubuna göre daha başarılı olmuştur. Fakat ara teste göre her iki grupta da 2 puan kategorisinde yer alan öğrenci sayılarında bir azalma meydana gelmiştir. Yani ön testten ara teste 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdeleri artarken ara testten son teste bu yüzdeler azalmıştır. Her iki grupta da meydana gelen bu düşüş bazı faktörler dikkate alınarak açıklamak mümkündür. Bunlardan biri son testte sorulan sorunun doğası ve öğrenci seviyesinden daha fazla bir keşif gerektirecek şekilde düzenlenmesi olduğu düşünülmektedir. Şeklin keşif fonksiyonu olarak adlandırılabilen bu durum aslında bütün geometrik şekillerin ortak özelliğidir. Çünkü her geometrik şekil açık ya da kapalı birçok geometrik özellik taşımaktadır. Bu özelliklerin orantıya çıkarılabilmesi için şeklin uygun alt parçalara bölünmesi ve odaklanması önemlidir. Son testte verilen sorunun temel orantı teoreminin prototip şekline benzemesi için konumunun değiştirilmesi ve bazı parçalarına odaklanılarak diğerlerinin görmezden gelinmesi gerekmektedir. Elde edilen bulgular hem döndürme hem de şeklin bazı parçalarına odaklanma durumunun öğrencilerin yeni sonuçlar elde etmesini zorlaştırdığını göstermektedir. Öğrenciler şeklin uygun bölümlerine odaklanamamış ve şekil ile temel orantı teoremi arasında bir ilişki kuramadıkları için başarısız olmuşlardır. Tasarlanan öğrenme ortamında şeklin uygun alt parçalarına ayrılması için etkinlikler hazırlanmasına rağmen işlevsel algının odaklanma fonksiyonunu geliştirmeye yönelik bir etkinlik bulunmamaktadır. Bu nedenle yeni etkinlikler hazırlanıp sürece dahil edilmeli ve bu etkinliklerde işlevsel algının şeklin uygun bölümlerine odaklanma fonksiyonunu harekete geçirilmelidir. Bunun için bazı görsel uyarıcılarla matematiksel prensipler arasında ilişki kurulması (Örneğin, paralellik varsa eşlik ve benzerlik arayın ya da temel orantı teoremi

uygulamaya çalışın gibi ipuçları verilebilir) ve öğrencilere örnek problemler üzerinden deneyim kazandırılmasının işlevsel algıyı geliştireceği düşünülmektedir.

Bir diğer faktör ise her iki grupta da ortak olarak görülen şekle bakma süreçlerinde yaşanan düşme de olabilir. Öğrencilere uygulanan şekle bakma bilişsel süreç testlerinden son test ortalamalarına (lineer ortalamalar) bakıldığında hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin ortalamalarında ara teste göre bir düşüş görülmektedir. Öğrencilerin şekle bakma süreçlerinde yaşanan bu düşüş çıkarım yapabilmek için şeklin manipüle edilmesini, kullanılmasını gerektirecek durumlara etki etmiş olabilir. Geometrik muhakemeyi şekil-kavram etkileşimi ile açıklayan Fischbein (1999)'in bakış açısı dikkate alındığında muhakemenin birinci boyutunda bir düşüş yaşandığı bunun da doğal olarak geometrik muhakemenin bileşenlerini etkilediği şeklinde bir sonuca varılabilir.

#### **5. 1. 4. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Geometrik Bir Durumu İfade Ederken Matematiksel Kavramları Kullanma Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Teorik muhakeme becerilerinin göstergelerinden dördüncüsü geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilmedir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre deney ve kontrol grubunun yaklaşık %92'si 0 (sıfır) puan kategorisinde (Boş bırakır veya günlük konuşma dilini kullanarak şekli yanlış tarif eder) yer alırken diğer öğrenciler 1 puan kategorisinde (Günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder) yer almıştır. En üst basamağı içeren 2 puan kategorisinde (Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır) ise her iki gruptan öğrenci yer almamıştır. Bu durum uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir bölümünün geometrik bir durumu ifade ederken günlük konuşma dilini kullandıklarını göstermektedir. Teorik muhakeme sürecine yaklaşıldıkça kavramların ön plana çıktığı ve günlük konuşma dilinden uzaklaştığı düşünüldüğünde uygulama öncesi deney ve kontrol grubu öğrencilerine matematiksel dil bakımından günlük konuşma dilini bir araç olarak kullanıldığı doğal muhakeme sürecinin hâkim olduğu söylenebilir. Ara test sonuçlarına bakıldığında ise her iki grupta da 0 (sıfır) puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdelerinde bir azalma olduğu bununla birlikte 1 ve 2 puan kategorisinde bir artışın ortaya çıktığı tespit edilmiştir. 1 puan kategorisinde meydana gelen artış her iki grup için neredeyse aynı iken 2 puan kategorisinde deney grubundaki artış kontrol grubuna göre daha fazladır. Deney grubunun yaklaşık %42'si kontrol grubunun ise yaklaşık %10'u 2 puan kategorisinde yer almıştır. Dolayısıyla deney grubunda yürütülen 20 saatlik uygulamanın kontrol grubunda yürütülen uygulamadan geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanma davranışında daha başarılı olduğu

söylenbilir. Teorik muhakeme sürecinde geometrik kavramların kullanılması bakımından özellikle verilen matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilme davranışı ile geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanma davranışı yakından ilişkilidir. Nitekim ara test sonuçlarından elde edilen bulgulara bakıldığında her iki davranışın da deney grubunda yapılan uygulama ile geliştiği görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin bir önerme yazmalarını gerektirecek etkinliklerin bu davranışa da olumlu katkı yaptığı söylenbilir. Çünkü öğrenciler yazdıkları önermeleri sınıf içinde paylaşmakta ve arkadaşları ile matematiksel kavramları kullanarak bir tartışma içine girmektedirler. Nitekim Mercer ve Sams'in (2006) yaptığı çalışma grup çalışması ve öğretmenin rehberliğine dayanan derslerin öğrencilerin kullandıkları matematik diline olumlu katkısının olduğunu göstermektedir.

Ara test sonuçlarına göre deney grubunun yaklaşık %42'si 2 puan kategorisinde yer almasına rağmen hala yaklaşık %58'i 0 (sıfır) ve 1 bir puan kategorilerinde yer almaktadır. Elde edilen bulgular bu öğrencilerin şeklin görünüşünden etkilenecek ya da günlük konuşma dilini kullanarak matematiksel durumu ifade ettiklerini göstermektedir. Yeşildere (2007)'ye göre matematiksel terimlerin anlamları kavramsal olarak edinilmeden ezberlendiği takdirde öğrenciler bunları niçin kullandıklarını bilememekte ve matematik dili kullanımında hatalar yapabilmektedirler. Kavramsal düzeyde ne söylemesi gerektiğini bilemeyen öğrenci bu açığı günlük konuşma dili ile gidermektedir. Nitekim hem deney hem de kontrol grubundan öğrencilerden bazıları yazılı olarak verdikleri cevaplarda "açıortay" kavramı yerine "tam ortadan ikiye böl" cümlesini tercih etmeleri bunu göstermektedir.

Uygulama sonuna gelindiğinde kontrol grubunun %50'sinin 1 puan kategorisinde ve yaklaşık %9'unun 2 puan kategorisinde yer aldığı bununla birlikte deney grubunun yaklaşık %42'sinin 1 puan kategorisinde ve %36'sinin 2 puan kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Deney ve kontrol grubu öğrenci yüzdelerinin ön, ara ve son test verilerine göre değişimi birlikte ele alındığında; her iki grubun da 0 (sıfır) puan kategorisinde giderek azalırken 1 puan kategorisinde giderek arttığı anlaşılmaktadır. Bu durum bir bakıma her iki uygulamanın da öğrencilerin teorik muhakeme becerilerine katkı sağladığını göstermektedir. Kontrol grubu öğrencilerinin %50'sinin 1 puan (günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder) kategorisine yükselmesi en azından geometrik bir durumu günlük konuşma dilini kullansa bile yanlış tarif etmediğini göstermektedir. Fakat 2 puan kategorisinde yer alan öğrenci yüzdeleri dikkate alındığında deney grubunda yapılan uygulamanın öğrencilerin verilen geometrik bir durumu kavramlar kullanarak açıklayabilme davranışına daha olumlu katkısının olduğu görülmektedir.

Her ne kadar kullanılan etkinlikler matematiksel kavramların gelişimi için öğrencilere fırsatlar sunsada tasarlanan öğrenme ortamında matematiksel dilin gelişimi sürecin doğal bir çıktısı olarak düşünülmüştür. Fakat elde edilen sonuçlar bunun istenen düzeyde olmadığını göstermektedir. Deney grubu tek başına ele alındığında ise öğrencilerinin sadece %36'sının 2 puan kategorisinde yer alması niçin daha fazla sayıda öğrenci bu düzeye ulaşamadı sorusunu akıllara getirmektedir. Fakat yapılan birçok çalışmada lisans düzeyinde bile matematiksel dili doğru kullanabilmede öğrencilerin problemler yaşadıkları görülmektedir (Akyıldız ve Çınar, 2016; Yeşildere, 2007). Bu durum bir bakıma matematiksel dilin gelişmesinin kolay bir süreç olmadığını göstermektedir. Süreci kolaylaştırmak için daha uzun süreli ve grup çalışmasının ağırlıklı olarak kullanıldığı öğrenme ortamları oluşturulabilir.

### **5. 1. 5. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Şekil Üzerinde Yapılan Değişiklikleri Geçerli Muhakeme Süreci İçinde Tanım ve Teoremleri Kullanarak Gerekçeleştirme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Teorik muhakeme becerilerinin göstergelerinden beşincisi şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde tanım ve teoremleri kullanarak gerekçeleştirir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre deney grubunun %44'ü ile kontrol grubunun yaklaşık %62'si 0 (sıfır) puan kategorisinde (Boş bırakır, yanlış gerekçeleştirmeler yapar veya gerekçeleştirme yerine yapılan işlemleri açıklar ya da gerekçeleştirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar) yer alırken deney grubunun %56'sı ile kontrol grubunun yaklaşık %38'i 1 puan kategorisinde (Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçeleştirmeleri yapar fakat bazılarını yapamaz) yer almıştır. En üst basamağı içeren 2 puan kategorisinde (Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçeleştirir) ise her iki gruptan da öğrenci yer almamıştır. Bu durum uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin şekil üzerinde yapılan bir değişikliği gerekçeleştirirken güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Yaşanan güçlükler, öğrencilerin teorik muhakemenin nasıl işlediğini bilmemeleri, gerekçeleştirme yapmak yerine şekil üzerinde yapılan işlemleri açıklamaları ayrıca şeklin görüntüsünden etkilenecek gerekçe yazmalarından oluşmaktadır. Ara test sonuçlarına göre ise hem deney hem de kontrol grubu öğrenci yüzdeleri ön teste göre, 0 (sıfır) puan kategorisinde azalmıştır. Deney grubu öğrenci yüzdesi 1 puan kategorisinde azalırken kontrol grubu öğrenci yüzdesi artmıştır. 2 puan kategorisinde ise hem deney hem de kontrol grubu öğrenci yüzdesi artmıştır. Fakat deney grubu öğrenci yüzdesindeki artış kontrol grubundan daha fazla olmuştur (Deney grubu:



%38,50; Kontrol grubu: %14,29). Bu da 2 puan kategorisine geçişte deney grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğunu göstermektedir. Tasarlanan bilişsel süreç modellerinin muhakeme bölümünde yürütülen etkinliklerle geliştirilmeye çalışılan bu davranış için “Niçin Doğru”, “Sıra Sende-2” ve “Önerme-1” nin ispatı gibi etkinlikler yapılmıştır. Bu etkinliklerde genel olarak öğrencilerden verilen bir önermenin ispatı ile ilgili gerekçe bölümünü doldurmaları istenmiştir. Etkinlik sırasında öğrencilere gerekçe bölümünde matematiksel ilke ve kavramların (tanım ve teorem) kullanılması gerektiği öğretmenler tarafından hatırlatılmıştır. Fakat kontrol grubunda öğretmen matematiksel ilkeleri bir gerekçelendirme yapmadan öğrencilere yazdırmıştır. Dolayısıyla bu iki öğrenme ortamında deney grubunda bulunan öğrencilerin daha başarılı olması gayet doğal karşılanmalıdır. Sınıf içi gözlemlerden elde edilen bulgular deney grubu öğrencilerinin “Niçin Doğru”, “Sıra Sende-2” ve “Önerme-1” etkinliklerinde güçlükler yaşadıklarını göstermesine rağmen elde edilen sonuçlar gerekçe oluşturmanın yapılan öğretim ile geliştirilebileceğini göstermektedir. Nitekim yapılan bazı araştırma incelendiğinde bu düşüncüyü destekleyen sonuçların elde edildiği görülmektedir. Örneği Jones (2000) 12 yaşındaki öğrencilerle dinamik geometri yazılımının kullanıldığı öğrenme ortamında yaptığı çalışmada dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin matematiksel gerekçe oluşturma davranışlarına olumlu katkısının olduğunu belirtmiştir. Miyazaki, Fujita ve Jones (2017) ise 14 yaşındaki öğrencilerle yaptıkları çalışmada bu öğrencilerin bir ispatın mantıksal yapısını yani öncüller ile hüküm arasında uygun gerekçelendirmeler kullanmasını gerektirecek yapıyı öğrenebildiklerini ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da diğer çalışmalara paralel olarak öğrencilerin geometrik bir şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde gerekçelendirebilmeyi öğrenebilecekleri görülmektedir. Nitekim öğrencilere yapılan son testte deney grubu öğrencilerinin %44’ünün 2 puan kategorisinde yer alması bu görüşü desteklemektedir. Kontrol grubu öğrencilerini son test sonuçlarına bakıldığında ise ara testten son teste 2 puan kategorisinde yer alan öğrenci yüzdesinde dikkate değer bir gelişmenin yaşanmadığı görülmektedir (Ara test: %14, 29, son test: %13,64). Bu durum öğrencilerin matematiksel bir gerekçe oluşturabilmeyi öğrenebilmenin tasarlanan öğrenme ortamı ile ilişkili olduğu anlamına gelmektedir.

Son test sonuçlarına göre hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin neredeyse yarısının 1 puan kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Kategorik puanlara göre bu durumdaki öğrenciler aslında matematiksel gerekçelendirmeler oluşturabilecek potansiyeli taşıyan öğrencilerdir. Nitekim 1 puan kategorisi bazı gerekçelendirmelerin doğru bazılarının yanlış yapıldığı durumları temsil etmektedir. Bu kategoride bulunan öğrencilerin yaptıkları yanlışlara bakıldığında, öğrencilerin çoğunlukla gerekçelendirmeleri yaparken ispatı bir bütün içerisinde belirli bir muhakeme zinciri içinde

değerlendiremedikleri ve her bir gerekçelendirmeyi kendi içinde yaptıkları görülmektedir. Bu durum her iki grupta da teorik muhakemenin yapısının nasıl olduğunun bazı öğrenciler tarafından anlaşılamadığını göstermektedir. Teorik muhakemenin global basamağında problem yaşayan bu öğrenciler lokal basamaktaki sonuçları kullanarak bir muhakeme zinciri oluşturamamışlardır. Duval (2002)'ye göre böyle bir durumun oluşmasının nedeni teorik muhakeme içinde kullanılan önermelerin konumundan (öncül, üçüncü önerme, sonuç) ziyade içeriğinin dikkate alınmasıdır. Dolayısıyla verilen önermelerin konumlarını dikkate almayan öğrenciler kendilerine verilen ve gerekçelendirmeleri istenen sonuçların öncesindeki öncül ve üçüncü önermeleri (bkz. Duval, 2007) gerekçe bölümüne yazmak yerine sonucun içeriğine göre bir gerekçe oluşturacaklardır.

Deney ve kontrol grubunda yapılan uygulamalar incelendiğinde her iki grupta da öğrencilerin teorik muhakeme sürecinin nasıl işlediğini anlamalarını sağlayacak herhangi bir etkinlik yapılmadığı görülmektedir. Fakat kontrol grubundan farklı olarak deney grubunda teorik muhakemenin nasıl işlediği bilişsel modelin basamakları arasında bulunan muhakeme bölümünde öğretmen tarafından anlatılmaktadır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar yapılan açıklamaların öğrencilerin tamamı üzerinde etkili olmadığını göstermektedir. Bu durum öğrencilerin bilişsel süreçlerinin gelişimine odaklanan etkinliklere ek olarak teorik muhakemenin nasıl organize edildiğini öğrencilere kazandıracak etkinliklere de öğrenme ortamında yer verilmesi gerektiğini göstermektedir. Yapılan bazı çalışmalar bunun mümkün olduğunu ve yapılan etkinlikler ile öğrencilerin teorik muhakemenin nasıl organize edildiğinin öğrenilebileceği öğrenme ortamlarının oluşturulabileceğini göstermektedir (Miyazaki, Fujita ve Jones, 2015, 2017). Yapılan bu çalışmalarda öğrencilere tümdengelim düşünme ve ispat yapma becerisi kazandırmak için teorik muhakemenin aşamalarının resimlerle görselleştirildiği akış şeması (flow-chart) kullanılmış ve olumlu sonuçlar ortaya çıkmıştır.

## **5. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerinin Gelişimine Nasıl Etki Ettiğine Yönelik Tartışma**

Araştırmanın alt problemlerinden biri tasarlanan öğrenme ortamının 9.sınıf öğrencilerinin şekle bakma süreçlerinin gelişimine nasıl etki ettiğinin incelenmesidir. Lineer puanlar üzerinde yapılan istatistiksel analizler neticesinde öğrencilerin ön test puanları kontrol altına alındığında ara test puanları arasında ANCOVA analiz sonuçlarına göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın ortaya çıktığı tespit edilmiştir ( $F(1,48) = 108.295, p < 0,05$ ). Bu durum uygulama sonuna kadar devam etmemiş deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında, ANCOVA analiz sonuçlarına göre, anlamlı bir farklılığın ortaya çıkmadığı görülmüştür ( $F(1,43) = 0.591, p > 0,05$ ). Teorik muhakeme

bilişsel süreç son testinde deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında deney grubu lehine anlamlı bir farklılığın ortaya çıktığı dikkate alındığında tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirmede geleneksel yöntemle göre daha iyi sonuçlar ortaya çıkardığı bununla birlikte şekle bakma süreçlerinin gelişimi açısından iki öğrenme ortamı arasında bir farklılığın olmadığı söylenebilir. Ortaya çıkan böyle bir sonuç Duval'ın şekle bakma süreçleri ile teorik muhakeme sürecini ayrı süreçler olarak ele alan ve ayrı ayrı geliştirilmesi gerektiğini savunan yaklaşımı ile de uyumludur (Duval, 1998). Yani bir sürecin gelişimi diğer sürecin gelişimi için zorunlu değildir. Böyle bir sonuç tasarlanan öğrenme ortamının yapısı veya bilişsel modelin teorik varsayımları üzerinden yorumlanabilir. Tasarlanan öğrenme ortamının yapısı dikkate alındığında şekle bakma süreçlerinin geliştirmek için tasarlanan etkinliklerin asıl amacının teorik muhakemenin gelişimine hizmet etmek olduğu görülecektir. Nitekim kullanılan bilişsel süreç modellerinin neredeyse tamamının muhakemeyle bitmesi de bunu göstermektedir. Muhakeme basamağında özellikle ara testten sonra önermelerin ispatının yaptırılması teorik muhakeme sürecini öğrenci için asıl hedef haline getirmiş olabilir. Bu nedenle şekle bakma süreçlerini geliştirmek için muhakeme basamağından bağımsız bir modelin kullanılması uygun olabilir. Duval (1998)'in bu iki sürecin birbirinden bağımsız geliştirilmesi gerektiğiyle ilgili düşüncesine de uygun olan bu yaklaşım muhakeme sürecini ulaşılması gereken bir hedef olmaktan çıkarılabileceği düşünülmektedir.

Elde edilen bulgular bir başka yorumun yapılmasına da imkân tanımaktadır. Bunun için bilişsel modelin teorik varsayımları dikkate alınmalıdır. Bilişsel modelin en önemli varsayımı bir sürecin gelişimi diğer süreçlerin gelişiminden bağımsızdır şeklindedir. Elde edilen bulgular ise şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerinin eş zamanlı (aynı kazanım içinde) geliştirilirken böyle bir bağımsızlığın olmadığını göstermektedir. Bir süreç gelişirken diğerinde meydana gelen düşüş, öğrencilerin teorik muhakemesinde ortaya çıkan gelişim öğrencilerin şekle bakma süreçlerindeki gelişimi baskı altına alır şeklinde bir yorumu anlamlı kılmaktadır. Nitekim şekle bakma bilişsel süreç testlerinden elde edilen lineer puan ortalamalarının ön test den ara teste artarken ara testten son teste düşmesi teorik muhakemedeki sürekli artışın bir etkisi olarak yorumlanabilir. Dolayısıyla sıkı aksiyomatik yapının şekilsel süreçleri olumsuz etkilediği şeklinde bir sonuca ulaşılabilir. Bir bakıma matematikçilerin ya sezgisel ya da analitik matematiksel düşünmeye sahip olduğunu ifade eden ünlü matematikçi Poincare (2012)'nin bakış açısı da her iki düşünme biçiminin bir arada ve güçlü bir şekilde bir arada bulunamayacağı anlamına gelmektedir. Ayrıca Fischbein (1993)'e göre her iki sürecin aynı anda bireyde baskın olması geometrik muhakeme açısından istenen bir durum da değildir. Üst düzey geometrik muhakeme için

kavramsal süreçler şekilsel süreçleri yönetmeli yani kavramsal süreçler daha baskın olmalıdır.

Şekle bakma bilişsel süreç testlerine verilen yazılı cevaplar incelendiğinde uygulama sonunda deney grubu öğrencileri verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilme, görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirebilme ve doğru çıkarımlarda bulunabilme, verilen sözel bilgileri görsel bilgilere doğru çevirebilme, bir alet yardımı ile verilen geometrik bir şekli kurma ve kuruluşunu tarif etme ve verilen bir şeklin veya şekle ait parçaların konumunu veya yönünü değiştirebilme davranışlarında kategorik puanlama cetvelinde tanımlanan en yüksek puanı alan öğrenci yüzdelerine göre kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olmuştur. Bununla birlikte hem deney hem de kontrol grubu öğrencileri verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varma ve adını söyleyebilme davranışında diğer davranışlara göre daha az gelişim göstermiştir.

### **5. 2. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Verilen Geometrik Bir Şeklin Boyutunu Söyleyebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden ilki verilen geometrik bir şeklin boyutunu söyleyebilmedir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre deney grubunun yaklaşık %54'ü ile kontrol grubunun %52'si 0(sıfır) puan kategorisinde yer alırken (verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır) deney grubunun yaklaşık %46'sı ile kontrol grubunun %48'i 1 puan kategorisinde (verilen şeklin boyutunu doğru yazar) yer almaktadır. Bu durum uygulama öncesinde her iki grup öğrencilerin yarıdan fazlasının boyut kavramı ile ilgili güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerde bu güçlüklerin kavramsal ve algısal nedenlerden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bazı öğrencilerin sadece kavramsal güçlük yaşadıkları bazı öğrencilerin ise hem kavramsal hem de algısal güçlülükler yaşadıkları görülmüştür. Hem deney hem de kontrol grubundan sadece kavramsal anlamda güçlük yaşayan öğrenciler ya boyut kavramı ile ilgili bilgilerinin olmadığını ifade etmiş ya da şeklin düzlemsel olduğunu belirleyebilmelerine rağmen şeklin boyutunu yanlış yazmışlardır. Hem kavramsal hem de algısal güçlükler yaşayan öğrenciler ise boyut kavramı ile ilgili kavram yanılgıları olmasının yanında verilen geometrik şeklin düzlemsel olduğunu da belirleyememişlerdir. Bu öğrenciler şeklin görünüşüne göre açıklamalarda bulunmuşlardır. Görsel algılarının sözel algılarına baskın olmasından kaynaklanan bu durum öğrencilerin ilköğretimde bir şeklin boyutunu belirleme ile ilgili yeterli ölçütler edinmediklerini göstermektedir. Fakat yapılan bir araştırma lisans düzeyindeki öğrencilerin bile verilen şeklin boyutunu

belirlerken güçlükler yaşadıkları ve uygun ölçütler yardımıyla şeklin boyutuna karar veremediklerini göstermektedir. Ayrıca bu araştırmada boyut ile ilgili yaşanabilecek güçlüklerin giderilebilmesi için geometrik şekillerin boyutları ile ilgili bilgilendirici bir tablonun öğrencilere verilmesi önerilmektedir (Ural, 2011). Mevcut çalışmada böyle bir yöntem izlemek yerine öğrencilere dinamik yazılımlarla oluşturulmuş geometrik şekiller öğrenme ortamında tanıtılmış ve boyut kavramı sınıfta tartışılmıştır. Hazırlık dersinden elde edilen gözlem notları öğrencilerin dinamik yazılımla verilen görsel durumu anlamada herhangi bir güçlük yaşamadıklarını göstermektedir. Nitekim 20 saatlik uygulama süreci sonunda uygulanan ara test sonuçları bu uygulamanın faydalı olduğunu göstermektedir. Deney grubunun yaklaşık %92'sinin 1 puan kategorisinde yer alması ara testte neredeyse sınıfın tamamının verilen geometrik şeklin boyutunu doğru belirleyebildiği anlamına gelmektedir. Buna karşın kontrol grubunda 1 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdesi değişmemiştir. Boyut kavramı ile ilgili herhangi bir bilginin verilmediği ve etkinliğin yapılmadığı kontrol grubunda bu şekilde bir sonucun çıkması boyut kavramının ilköğretimde edinilen bilgilerle sezgisel olarak gelişmeyeceği anlamına gelmektedir. Böylece deney grubunda yürütülen öğretimin öğrencilerin bir şeklin boyutunu söyleyebilme davranışına kontrol grubunda yürütülen öğretime göre daha olumlu katkısının olduğu söylenebilir.

Uygulama sonunda yapılan son test sonuçları incelendiğinde ise deney grubu öğrencilerinin tamamının buna karşın kontrol grubu öğrencilerinin yaklaşık %41'nin 1 puan kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu durum, deney grubunda yürütülen etkinlikler dikkate alındığında, birkaç etkinlik ile öğrencilerin lise düzeyinde boyut kavramını doğru yapılandırabileceğini göstermektedir. Nitekim deney grubunda sadece dinamik geometri yazılımı ile yapılan bir etkinlikle boyut kavramına değinilmiş ve uygulama sonunda öğrencilerin tamamı verilen geometrik şeklin boyutunu belirlemede başarılı olmuştur. Yapılan bir etkinlikten sonra deney grubu öğrencilerinin başlangıçtaki durumlarında ortaya çıkan böyle bir değişim aslında bu öğrencilerin boyut kavramını sezgisel olarak doğru anlayabilecek hazırbulunuşluluğa sahip olduğunu göstermektedir. Fakat lise düzeyinde boyut ile ilgili bir deneyim geçirmeyen öğrenciler kaçınılmaz olarak geçmiş deneyimlerinden hareketle verilen şeklin boyutu ile ilgili bir açıklamada bulunacaktır. Kontrol grubu öğrencileri ile yapılan görüşmelerde bazı öğrencilerin ilköğretimde boyut ile ilgili yaşadıkları deneyimleri hatırlamaya çalışması da bunu göstermektedir.

### 5. 2. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Verilen Şekli Oluşturan Temel Geometrik Elemanların Farkına Varma ve Adını Söyleyebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma

Şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden ikincisi verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varma ve adını söyleyebilme davranışıdır. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre deney grubunun yaklaşık %62'si kontrol grubunun ise %60'ı 1 puan kategorisinde (sadece üçgenler yazar) yer almaktadır. Bununla birlikte deney grubunun yaklaşık %35'i ile kontrol grubunun %40'ı 2 puan kategorisinde (farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen, beşgen...)) yer almaktadır. Elde edilen bu sonuçlar her iki gruptan da öğrencilerin çoğunlukla sadece şekil üzerinde verilen üçgenler yazdıklarını göstermektedir. Deney ve kontrol grubundan 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilere neden sadece üçgen yazdıkları sorulduğunda bazı öğrenciler başka şekil yazmanın akıllarına gelmediğini bazı öğrenciler ise şekle baktıklarında başka şekil göremediklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin üçgenler şekil ve diğer şekilleri zemin olarak algıladıklarını gösteren bu durum sınırlı görsel algının bir sonucu olarak yorumlanabilir. Görsel algının algıyı örgütleme yasalarına (gestalt prensipleri) göre çalıştığı düşünüldüğünde (Duval, 1998) geometrik bir şeklin fark edilmesi bir yönüyle psikolojik bir süreçtir ve şekil-zemin ilişkisi geçmiş deneyimlerden etkilenir (Peterson ve Enns, 2005). Bu bağlamda hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin, ilköğretimde, üçgen şeklini görsel olarak algılamaları gereken birçok deneyim yaşadıkları buna rağmen başka geometrik şekilleri algılamaları gereken yeterli düzeyde bir deneyim yaşamadıkları söylenebilir. Ayrıca böyle bir durum üçgen dışındaki geometrik şekiller ile yeterli deneyim yaşamayan öğrencilerde üçgen şeklinin algıda seçicilik ortaya çıkardığını da göstermektedir. Algıda seçiciliği beklentilerden etkilendiği dikkate alındığında (Plous, 1993) öğrenci için bulunması gereken geometrik şekil sadece üçgendir. Bir başka ifade ile şekil üzerinde üçgen arayan öğrenci sadece üçgen bulacaktır.

20 saatlik öğretim sürecinde deney grubuna uygulanan etkinliklerin yapısı incelendiğinde bir geometrik şekli oluşturan alt şekilleri belirleyebilmenin öğrenme ortamının doğal çıktısı olarak görüldüğü ve özel olarak bu beceriyi geliştirmeye yönelik bir etkinlik tasarlanmadığı görülebilir. Benzer şekilde kontrol grubunda da bu davranışa yönelik bir öğretim gerçekleştirilmemiştir. Fakat 20 saatlik öğretim sonunda uygulanan ara test sonuçlarına göre sadece üçgen yazan öğrenciler deney grubunun yaklaşık %46'sını kontrol grubunun ise %64'ünü oluştururken farklı geometrik şekil yazan öğrenciler ise deney grubunun yaklaşık %54'ünü kontrol grubunun ise %36'sını oluşturmaktadır. Yani iki grup arasında farklı geometrik şekiller yazan öğrenci yüzdeleri arasında bir farklılaşma ortaya çıkmıştır. Geçmiş deneyimlerin ve beklentilerin algıda seçicilik ya da şekil-zemin

ilişkisinde önemli bir bileşen olduğu (Peterson ve Enns, 2005; Plous, 1993) dikkate alındığında deney grubunda yapılan öğretimin öğrencilere üçgenden farklı geometrik şekilleri de belirleyebilecek uygun deneyimler sunduğu söylenebilir.

Öğrencilerin son test sonuçları incelendiğinde ara testten son teste hem deney hem de kontrol grubunda 2 puan kategorisinde bulunan öğrenci sayılarında önemli bir düşüşün olduğu görülmektedir. Son testte deney grubunun %8,33'ü (2 öğrenci) kontrol grubundan ise sadece %13,64'ü (3 öğrenci) 2 puan kategorisinde yer almaktadır. Ara test sonuçlarına göre beklenmedik bir durum olarak ortaya çıkan böyle bir düşüş son test ikinci sorunun doğasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü son testteki soruda üçgenler dışında verilen şekli oluşturan geometrik şekiller iç bükeydir. Nitekim ara testte yazılan geometrik şekiller incelendiğinde iki puan kategorisinde yer alan bütün öğrencilerin dış bükey dörtgenler veya beşgenler yazdıkları görülmektedir. Bu durum hem deney hem de kontrol grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin özellikle belirli bir geometrik şekil grubu için görsel algılarını geliştirdiğini bu nedenle ortaya çıkabilecek diğer geometrik şekiller için öğrencilerin görsel algılarının yeterli olmadığını göstermektedir. Geçmiş deneyimlerin ve beklentilerin algıda seçicilik de önemli bir bileşen olduğu (Peterson ve Enns, 2005; Plous, 1993) dikkate alındığında her iki grup öğrencilerin geçmiş deneyimlerinin yeterli olmadığı ve geniş bir görsel algı oluşturacak öğrenme ortamının her iki grupta oluşturulmadığı sonucuna varılabilir. Bu nedenle tasarlanan öğrenme ortamında farklı geometrik şekilleri belirleme sürecin doğal bir çıktısı olarak görülmemeli bunun yerine özel olarak bu davranışı geliştirecek etkinliklere yer verilmelidir.

### **5. 2. 3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Görsel Verilen Bilgileri Sözel Bilgilere Doğru Çevirebilme ve Doğru Çıkarımda Bulunabilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden üçüncüsü görsel verilen bilgilerin sözel bilgilere doğru çevirebilmesi ve bu bilgilerden hareketle doğru çıkarımlarda bulunulmasıdır. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencileri en fazla 2 puan (%46,15) kategorisinde (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz) yer alırken kontrol grubu öğrencileri 0 (sıfır) puan (%48) kategorisinde (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çeviremez ve yanlış çıkarımda bulunur) yer almıştır. Bununla birlikte her iki gruptan da 3 puan (Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çeviremez fakat doğru çıkarımda bulunur) ve 4 puan (Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur) kategorilerinde hiç öğrenci bulunmamaktadır. Öğrencilerin neden daha üst kategorilerde (3 ve 4) yer alamadığı incelendiğinde elde edilen bulgular bu öğrencilerin ya şekil üzerinde verilen

işaretlerden hareketle sözel bilgiler üretemedikleri ya da doğrudan şeklin görünüşünden hareketle yanlış çıkarımlarda buldukları görülmektedir. Ubuz (1999)'a göre öğrencilerin şeklin görünüşünden etkilenecek bir sonuca varması gerekli Van Hiele düzeyinde olmadıkları anlamına gelmektedir. Michael (2013) ise bunu görsel algının diğer şekle bakma süreçlerine baskın olmasına bağlamaktadır. Michael (2013) ile benzer düşünceleri Duval (1995, 1998)'de dile getirmiştir. Duval (1998)'e göre şekil ile ilgili bir sonuca varma sözel algı ile başlamalıdır. Eğer sözel algı muhakeme sürecine hâkim değilse görsel algı baskın gelmekte ve öğrencilerin muhakemelerini etkilemektedir. Farklı kavramlar kullanmalarına rağmen Fischbein (1993)'de Duval (1998) gibi kavramsal süreçlerin yani sözel bilgilerin muhakeme sürecine hâkim olmadığı durumlarda şeklin görüntüsünün şekil ile ilgili varılacak sonuçları etkileyeceğini düşünmektedir (Fischbein, 1993; Fischbein ve Nachlieli, 1998). Harel ve Sowder (1998) ise şeklin görüntüsüne göre bir sonuca varmayı öğrencilerin algısal ispat şemasında (Perceptual Proof Scheme) olmalarına bağlamaktadır. Harel ve Sowder (1998)'e göre bu şemaya sahip öğrenciler şekli statik olarak algılamakta ve şeklin farklı durumlarını dikkate alamamaktadır.

Şeklin görüntüsünden etkilenecek bir sonuca ulaşan öğrencilerin gerek yazılı cevapları gerekse görüşmelerde verdikleri sözlü cevaplar incelendiğinde öğrencilerin önce şeklin görüntüsünden etkilenecek bir hüküm bildirdikleri daha sonra bu hükmü açıklayacak hipotezler ileri sürdükleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin muhakeme süreci onların teorik düşünme becerisi gösteremediği anlamına gelmektedir. Çünkü teorik düşünmede süreç hipotezlerle başlamakta ve hükmün bu hipotezlerden zorunlu olarak çıkmaktadır (Özlem, 1994). Nitekim benzer sonuçlar Healy ve Hoyles (1998)'un lise öğrencilerinin ispatın rolü hakkındaki görüşlerini ve ispat yapma becerilerini inceledikleri çalışmada da ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada çoğu öğrencinin bir sonuca ulaşırken teorik düşünme becerisi gösteremediği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin şeklin görüntüsünden etkilenecek bir sonuca ulaşmasını gerekli Van Hiele düzeyinde olmamaları ile açıklayan çalışmalarda da (Ubuz, 1999) aslında dolaylı olarak tümdengelim akıl yürütme sürecinin eksikliği vurgulanmaktadır. Çünkü Van Hiele'in üst seviyelerine çıkıldıkça şeklin görüntüsünden etkilenecek bir sonuca varmanın olmayacağı düşüncesi doğal olarak üst seviyelere özgü teorik düşünmeye bir gönderme yapmaktadır.

Ara test sonuçlarına bakıldığında ise deney grubu öğrencilerinin bir kısmının üst kategorilere doğru yükseldiğini görülmektedir (4 puan kategorisi: %36,46). Kontrol grubu öğrencilerinde de benzer şekilde üst kategorilere doğru bir yükseliş yaşanmasına rağmen (4 puan kategorisi: %8) bu oran deney grubuna göre daha düşüktür. Fakat yine de hem deney hem de kontrol grubu öğrencileri çoğunlukla 1 puan kategorisinde (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur) kalmışlardır. Elde



edilen bulgular bunun temel sebebinin hala öğrencilerin görsel algılarından hareketle çıkarımda bulunmaları olduğunu göstermektedir. Nitekim deney grubunda yapılan gözlemler öğrencilerin “Ne Görüyorsun” etkinliklerinde zamanla görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmede bir güçlük yaşamadıklarını göstermektedir. Fakat elde edilen sözel bilgileri kullanarak bir çıkarıma ulaşma öğrenciler için uygulama sonuna kadar güçlüğüne korumuştur.

Uygulama sonunda yapılan son test sonuçları incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin %54,17 sinin buna rağmen kontrol grubu öğrencilerinin sadece %9'unun 4 puan kategorisinde bulunduğu görülmektedir. Bu durum uygulama sonunda görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirebilme ve doğru çıkarımda bulunma davranışında deney grubunun kontrol grubuna göre daha başarılı olduğunu göstermektedir. Böyle bir neticede deney grubunda yürütülen uygulamalarda özellikle bu davranışa yönelik yapılan etkinliklerin önemli katkısının olduğu düşünülmektedir. Nitekim gözlem notlarından elde edilen bulgular öğrencilerin “Ne Görüyorsun-3-4-5-6” etkinlikleri yardımıyla benzer süreçleri deneyimledikleri, şekil üzerinde verilen bilgilerden hareketle çıkarımlarda bulunup yaptıkları ve bu çıkarımları sınıf içinde arkadaşları ile paylaştıklarını göstermektedir. Bu süreçte öğrencilerin yanlışları öğretmen tarafından düzeltilmiştir. Böylece matematiksel düşünmenin gelişmesi için öğrencilerin birbirleriyle etkileşim içinde bulunduğu ve birbirleriyle fikirlerini paylaşabildikleri bir öğrenme ortamı oluşmuştur. Böylece deney grubunda yürütülen uygulama öğrencilerin görsel bilgileri sözel bilgilere dönüştürme ve çıkarımda bulunma davranışına kontrol grubunda yürütülen uygulamaya göre daha olumlu sonuçlar ortaya çıkarmıştır. Fakat hala birçok öğrencinin istenen düzeye ulaşamaması önemli bir bulgudur. Bunun en temel nedeninin öğrencilerin ilköğretimden belirli bir teorik düşünme becerisiyle liseye başlayamamaları olduğu düşünülmektedir. Öntestte hiçbir öğrencinin 3 ve 4 puan kategorisinde yer almaması bunun bir göstergesi olarak düşünülebilir. Bu nedenle tasarlanan öğrenme ortamının daha uzun süreli yapılacak etkinliklerle ya da daha iyi hazırbulunluşluğa sahip öğrencilerle daha iyi sonuçlar ortaya koyacağı düşünülmektedir.

#### **5. 2. 4. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Sözel Verilen Bilgileri Görsel Bilgilere Doğru Çevirebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden dördüncüsü öğrencilerin sözel verilen bilgileri görsel bilgilere doğru çevirebilmesidir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçları incelendiğinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunlukla 1 (Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır) ve 2 (Doğru

gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez) puan kategorisinde oldukları görülmektedir. Ayrıca her iki gruptan da sadece 1'er öğrenci 3 puan kategorisinde (verilen sözel bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterebilir) yer almıştır. Bu durum uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin kendilerine verilen sözel bilgileri görsel bilgilere dönüştürme davranışında başarılı olamadıklarını göstermektedir. Ara test sonuçları incelendiğinde ise deney grubunda yapılan öğretimin öğrencilerin sözel verilen bilgileri görsel bilgilere dönüştürme davranışını kazanmalarına olumlu katkısının olduğu görülmektedir. Başlangıçta 1 öğrencinin bulunduğu 3 puan kategorisinde ara teste 17 öğrenci (%65,38) yer almıştır. Kontrol grubunda ise ön teste göre bir değişim olmasına rağmen bu değişim deney grubuna göre daha azdır. Kontrol grubu öğrencileri çoğunlukla 1 puan kategorisinde (%56) yer alırken 3 puan kategorisinde kontrol grubunun sadece %20'si yer almaktadır. Uygulama sonunda yapılan son test sonuçların incelendiğinde ise deney grubunun neredeyse tamamının 3 puan kategorisine (%91,67) yükseldiği görülmektedir. Buna karşın kontrol grubu 2 (%27,27) ve 3 (%68,18) puan kategorisinde toplanmıştır. Deney grubu öğrencileri 3 puan kategorisinde kontrol grubundan daha fazla sayıda öğrenci ile yer almasına rağmen uygulama sonunda kontrol grubu öğrencilerinin de iyi bir gelişim gösterdiği görülmektedir. Bu durum kontrol grubunda yürütülen uygulamanın süreç sonunda, deney grubun da yürütülen uygulama kadar olmasa da öğrencilerin çoğunun sözel verilen ifadeleri görsel ifadelere doğru çevirmesinde etkili olduğunu göstermektedir. Fakat bu etki geç kalmış bir etki olarak düşünülebilir. Ancak uygulamanın sonuna doğru sınıfın genelinde geliştiği anlaşılan bu davranış aslında en kısa zamanda geliştirilmesi gereken bir davranıştır. Çünkü verilen sözel bilgilerden oluşturulan görsel bilgiler görselleştirme ve muhakeme süreçlerinin düzgün etkileşimi için çok önemlidir (Duval, 1998). Kontrol grubunda yürütülen öğretimin öğrencilere bilişsel bir davranış kazandırma yerine geometrik prensiplerin ezberletilmesi ve uygulanması üzerine kurulu yapısı bu davranışın geç gelişmesinin temel nedenidir. Çünkü kontrol grubunda yürütülen uygulamada, öğretmen sözel verilen bilgileri görsel bilgilere dönüştürme gibi bir davranışa odaklanmamış hatta tahtaya yazdığı birçok soruda zamandan kazanmak için sözel bilgileri görsel bilgilere kendisi dönüştürmüştür. Fakat Duval (1998) ve Fischbein (1993)'in de belirttiği gibi bilişsel süreçler ve şekil-kavram etkileşimi doğal olarak gelişmesi beklenen süreçler değildir. Bunların geliştirilebilmesi için öğrenme ortamlarının özel olarak düzenlenmesi gerekir. Nitekim deney grubunda bu davranışın geliştirilmesi için tasarlanan etkinliklere bakıldığında öğrenme ortamlarında yapılabilecek birkaç basit etkinlikle öğrencilerin sözel bilgiler için doğru görsel bilgiler üretmelerinin sağlanabileceği anlaşılmaktadır. Çünkü deney grubunda ara teste kadar öğrencilerin sözel verilen bilgileri doğru bir şekilde görsel bilgilere dönüştürme davranışını kazanabilmesi için sadece "Sıra

Sende-1” etkinliği yapılmış ve uygulamalarda birkaç soru sorulmuştur. Yapılan etkinlikte öğrencilerden sözel bilgileri görsel bilgilere dönüştürmeleri istenmiştir. Etkinlik sonunda yanlış yapılan gösterimlerim ne türlü hatalara yol açabileceği gösterilmiştir. Ara test sonuçlarından anlaşılacağı gibi yapılan etkinlik olumlu sonuçlar ortaya çıkarmıştır. Dolayısıyla bilişsel süreçlerin gelişimini süreç içinde bir çıktı olarak görmek yerine geliştirilmesine yönelik girişimlerde bulunulması gerekir. Bazen öğrencinin kendi deneyimleri ile kazanabileceğini düşündüğümüz bir davranış için öğrenme ortamlarının özel olarak düzenlenmesi gerekebilir. Örneğin farklı uzunluklarda bulunan doğru parçalarının ya da farklı açđ ölçüsüne sahip açđların farklı görsel işaretlerle gösterilmesi gerektiği bir öğretmen için özel olarak öğretilmesi gereken bir davranış olarak görülmeyebilir fakat hem ön hem de ara test sonuçları incelendiğinde 1 puan kategorisinde bulunan öğrencilerin bu türden hatalar yaptıkları görülmektedir.

### **5. 2. 5. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Bir Araç Yardımı ile Verilen Geometrik Bir Şekli Oluşturma ve Nasıl Oluşturulduğunu Tarif Etme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden beşincisi öğrencilerin bir araç yardımı ile verilen geometrik bir şekli oluşturması ve nasıl oluşturduğunu tarif etmesidir. Duval (1995)’e göre geometrik bir şeklin oluşturulabilmesinde kullanılan araçların yapısı ile şeklin matematiksel özellikleri arasındaki ilişki sıralı algının oluşmasında önemli bir süreçtir. Çünkü geometrik şekiller oluşturulurken önce araca (pergel, cetvel, vs.) daha sonra şeklin matematiksel özelliklerine bakılır ve ikisi arasında kurulan ilişki ile geometrik şekiller oluşturulur. Bu nedenle çalışmada öğrencilerin sıralı algıları farklı araçlar üzerinden değerlendirilmiştir. Örneğin uygulama öncesinde yatay ve dikey olarak eşit aralıklı noktalardan oluşan izometrik kağıtlar, ara testte pergel ve ölçüsüz cetvel son testte ise boş bir kâğıt (katlama işlemi için) kullanılmıştır.

Uygulama öncesi öğrencilere izometrik kağıtlar verilerek kâğıt üzerine bir paralelkenar ve bu paralelkenara ait bir yükseklik çizilmesi istenmiştir. Elde edilen bulgulara göre deney grubunun yaklaşık %92’si kontrol grubunun ise %80’i 1 puan kategorisinde (paralelkenar ve paralelkenara ait yüksekliği doğru çizer ve çizimi nasıl yaptığını doğru açıklar) yer almıştır. Bu da deney ve kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun birim kareleri kullanarak paralelkenar çizmede bir güçlük yaşamadığını göstermektedir. Sıralı algı, kullanılan araç ile inşaa edilecek şeklin matematiksel özellikleri arasında kurulan ilişkiyi ifade ettiği düşünöldüğünde (Duval, 1998, 1995) ön test için her iki grubun çoğunun birim kareler ile paralelkenarın matematiksel özellikleri arasında doğru ilişkiler kurduğu söylenebilir. Nitekim elde edilen bulgular 0 (sıfır) puan kategorisinde

(soruyu boş bırakır veya paralelkenar ile paralelkenara ait yüksekliği doğru çizemez) bulunan öğrencilerin bu ilişkiyi kuramadıklarını bu nedenle paralelkenarı ya da paralelkenarın yüksekliğini doğru çizemediklerini göstermektedir.

Uygulama öncesinde izometrik kâğıt üzerine paralelkenar çizmede bir güçlük yaşamayan öğrencilerden ara testte pergeli ve cetveli kullanarak bir eşkenar üçgen çizmeleri istenmiştir. İki test arasında deney grubunda izometrik kâğıt kullanmaları gereken bir oluşturma etkinliği ile cetvel, pergeli ve açıölçer kullanmaları gereken “Şekil Kuruyorum-3” etkinlikleri öğrencilere uygulanmıştır. Kontrol grubunda ise verilen geometrik bir şekli inşa etmekle ilgili bir etkinlik yapılmamıştır. Süreç sonunda uygulanan ara test sonuçları incelendiğinde iki grup arasında önemli bir farklılık ortaya çıktığı görülmüştür. Deney grubunun yaklaşık %85’i 1 puan kategorisinde (verilen eşkenar üçgeni doğru oluşturabilir) yer alırken kontrol grubunun sadece %8’i 1 puan kategorisinde yer alabilmiştir. Şekli oluşturamayan öğrencilerin yaptıkları hatalara bakıldığında: Sadece cetvel kullanarak deneme yanılma ile şekli oluşturmaya çalışma, soruda kullanılması istenmeyen araçlar kullanma (açıölçer), pergeli ve cetveli amacının dışında kullanma (pergeli yeni bir nokta oluşturma, ölçüsüz cetvel ise sadece oluşan noktaları birleştirmek için kullanılmalıdır) gibi durumların ortaya çıktığı görülmektedir. Bütün bunlar kontrol grubu öğrencilerinin pergeli ve cetveli kullanarak bir geometrik şekil oluşturma ile ilgili sıralı algılarının oluşmadığını göstermektedir. Böyle bir durumun oluşmasında kontrol grubunda öğrencilerin sıralı algılarını geliştirmeye yönelik bir çalışmanın yapılmamasının neden olduğu düşünülmektedir. Çünkü geometrik bir şekli oluşturma bir araç ve matematiksel ilkeler arasında bir ilişki kurma sürecidir (Duval, 1995, 1998). Bunun için de öğrencilerin belirli deneyimler yaşayıp kullanacağı oluşturma aracının fonksiyonlarını içselleştirmesi gerekir. Fakat kontrol grubunda yapılan uygulamadan da anlaşılacağı gibi matematik öğretim programlarında oluşturma ile ilgili etkinlikler yer almasına rağmen bunun öğrenme ortamlarına yansımada büyük problemler vardır (Erduran ve Yeşildere, 2010). Nitekim Karakuş (2014) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının geçmiş deneyimlerinde oluşturma ile ilgili etkinliklerle çok karşılaşmadıklarını tespit etmiştir. Karakuş (2014)’e göre bu durum geometri öğretiminin ülkemizde görselleştirme ve muhakeme üzerine kurulu yapısından kaynaklanmakta ve birçok öğretmen derslerinde geometrik oluşturma etkinliklerini işlemeyen geçmektedir. Dolayısıyla geometrik muhakemeyi oluşturan üç bilişsel süreçten (görselleştirme, muhakeme, oluşturma) biri eksik kalmaktadır. Duval (1998)’e göre böyle bir öğrenme ortamında öğrencilerin geometride yetkin olmaları beklenmemelidir.

Uygulama bittikten sonra öğrencilere son test uygulanmış ve öğrencilere boş bir kâğıt verilerek bir üçgenin açıortayını verilen kâğıdı katlayarak oluşturmaları istenmiştir. Kontrol grubunda daha önce ifade edildiği gibi oluşturma ile ilgili herhangi bir etkinlik

yapılmamıştır, fakat deney grubunda üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini göstermek için verilen bir kâğıdı katlama ile ilgili iki etkinlik ve bir uygulama yapılmıştır (Kâğıt Katlıyorum 1ve 2, Kenarortayların Yeri etkinlikleri). Uygulama sonunda yapılan son test sonuçlarına göre deney grubunun yaklaşık %42'si ile kontrol grubunun yaklaşık %5'i kâğıt üzerine çizilen üçgenin bir açısının açıortayını doğru bulmuştur. Deney grubu öğrencileri ara testte olduğu gibi kontrol grubu öğrencilerinden daha iyi sıralı algı oluşturabilmiştir. Fakat deney grubu kendi içinde değerlendirildiğinde ara testten son teste 1 puan kategorisinde bulunan öğrenci yüzdesinde bir düşüş yaşamıştır (%85'den %42'ye). Deney grubu öğrencilerinin yarıdan fazlasının başarısız olması öğrencilerin öğrenme ortamında şekil-araç etkileşimini sağlayacak düzeyde deneyim yaşamadıklarını göstermektedir. Yani kâğıt katlama ile ilgili etkinlikler öğrencilerde yeterli şekil-araç etkileşimini oluşturmada yetersiz kalmıştır. Nitekim deney grubundan 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri cevaplar da bunu göstermektedir. Bu öğrenciler şekil-araç etkileşimini kuramadıklarından B açısını iki eşit parçaya ayırdıklarını düşündükleri yerden katlayarak istenen açıortayı oluşturmaya çalışmışlardır. Öğrenciler sözel algılarını kullanmadan katlama işlemi görsel algılarını kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Görsel ve sıralı algılarını birlikte kullandıkları anlaşılan bu öğrenciler aslında sözel ve sıralı algılarını birlikte kullanmaları gerekirdi. Çünkü bir geometrik şeklin inşasında sözel algı ile sıralı algı arasında güçlü ilişkiler kurulması gerekir (Michael, 2013). Bu durum deney grubunda kâğıt katlama ile ilgili etkinliklerin bazı öğrencilerin sözel algıları ile sıralı algılarını birlikte kullanabilecekleri bir davranış kazanmalarına imkân hazırlamadığını göstermektedir. Belki etkinlikler çoğaltılarak ve kullanılan araç (kâğıt) ile daha fazla uygulama yapılarak böyle bir davranışın kazanılması sağlanabilir. Çünkü pergel ve cetvel ile izometrik kâğıtlar ile geometrik şekilleri oluşturma kâğıt katlamaya göre öğrenme ortamlarında daha yaygın kullanılan ve öğrencilerin daha fazla aşına olduğu oluşturma araçlarıdır ve bu araçlar ile yakalanan başarının yeterli bir süre geçirilecek deneyimle kâğıt katlama ile de elde edilebileceği düşünülmektedir.

### **5. 2. 6. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Verilen Geometrik Bir Şeklin Konumunu veya Yönünü Değiştirebilme Davranışına Etkisine Yönelik Tartışma**

Şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden altıncısı öğrencilerin verilen geometrik bir şeklin konumunu veya yönünü değiştirebilmesidir. Uygulama öncesinde yapılan ön test sonuçlarına göre 0 (sıfır) puan kategorisinde (boş bırakır veya yanlış seçeneği işaretler) deney grubunun yaklaşık %42'si kontrol grubunun ise %4'ü yer alırken 1 puan kategorisinde (ölçüm yaparak doğru sonuca ulaşır) deney grubunun yaklaşık %27'si

kontrol grubunun ise %48'i yer almaktadır. Bu davranış için belirlenen en yüksek puan olan 2 puan kategorisinde (şekil üzerinde ekleme çıkarma yaparak doğru cevaba ulaşır) ise deney grubunun yaklaşık %31 yer alırken kontrol grubunun %48'i yer almaktadır. Elde edilen bu sonuçlar doğru cevaba ulaşma bakımından (1 ve 2 puan kategorileri) kontrol grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin yaklaşık %57 si 1 ve 2 puan kategorisinde yer alırken kontrol grubu öğrencilerinin %96'sı bu kategorilerde yer almaktadır. Bu durum uygulamalardan önce kontrol grubu öğrencilerinin deney grubu öğrencilerine göre daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Ön teste ara teste kadar geçen 20 saatlik uygulama sürecinde deney grubunda bu davranışı geliştirmeye yönelik "Çalışma Yaprağı, Hareketli Açılar-1 ve 2, Birbiriyle aynı üçgenler, Aynısını Bul, İzle ve karar ver-1, 2 ve 3, Açıları Eş Üçgenler, Görsel İspat 1 ve 2" etkinlikleri uygulanmıştır. Bu etkinliklerde verilen geometrik şekli parçalarına ayırma, şeklin konumunu ve yönünü değiştirme gibi davranışların kazanımına yönelik süreçler yer almaktadır. Kontrol grubunda ise öğretmen bu davranışa yönelik bir etkinlik yapmamış; fakat kazanım ile ilgili formüller verildikten sonraki yapılan uygulamalarda sorunun doğasına göre şekli parçalarına ayırma, yeni geometrik nesnelere ekleme ya da silme gibi süreçler plansız da olsa yaşanmıştır. Çünkü öğretmen farkında olmasa da geometrinin sezgisel yapısı bu tür davranışları içinde barındırmaktadır. Deney ve kontrol grubunda yürütülen çalışmalar için ara test sonuçlarına bakıldığında deney grubunun 0 ve 2 puan kategorilerinde arttığı 1 puan kategorisinde azaldığı, kontrol grubunun ise 1 ve 2 puan kategorisinde azaldığı 0 (sıfır) puan kategorisinde ise arttığı görülmektedir. Dolayısıyla ara testte her iki grubun 0 (sıfır) puan kategorisinde arttığı ve 1 puan kategorisinde azaldığı bununla birlikte deney grubunun 2 puan kategorisinde arttığı (%38,46) kontrol grubunun (%44) ise azaldığı söylenebilir. Bu durum deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimine katkı sağladığını göstermektedir. Fakat deney grubunun çoğunluğunun hala 0 ve 1 puan kategorilerinde kalması yapılan etkinlikler için sorgulanması gereken bazı durumlara işaret etmektedir. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan öğrencilerin verdikleri yazılı cevaplar bu öğrencilerin ya görsel algılarından hareketle bir sonuca ulaşma davranışına ya da hiçbir uzunluk verilmediği için şeklin görüntüsüne aldanılmamalı ve yorum yapılmamalı düşüncesine sahip olduklarını göstermektedir. Gözlem notlarına göre herhangi bir bilgi verilmediğinde bir yorum yapılmaması gerektiği ile ilgili düşünce öğretmenin bazı etkinliklerin sonunda yaptığı bir açıklamadan kaynaklanmaktadır. Bu etkinliklerde öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanmamalarını sağlamak amaçlanmış ve etkinliğin sonunda öğretmen şekil üzerinde herhangi bir bilgi yoksa bir çıkarımda bulunmamaları gerektiğini söylemiştir. 0 (sıfır) puan kategorisinde yer alan bu öğrencilerin sınıfın yaklaşık %25'ini (6 öğrenci) oluşturması sayının az olmadığını

göstermektedir. Bu durum deney grubunda yürütülen bazı etkinlikler için (Ne Görüyorsun etkinlikleri gibi) öğretmen kılavuz kitabındaki ifadelerin değiştirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Kontrol grubu uygulama öncesinde deney grubundan daha iyi işlevsel algıya sahip olmasına rağmen ara testte bir gerileme görülmektedir. Nitekim kontrol grubu öğrencileri 2 puan kategorisinde azalırken 0 (sıfır) puan kategorisinde artmıştır. Böyle bir sonucun ortaya çıkmasına kontrol grubunda çoğunlukla öğrencilerin sözel algılarına hitap eden geometri derslerinin neden olduğu düşünülmektedir. Nitekim Duval (1995) işlevsel algıyı sözel algıdan bağımsız bir süreç olduğunu hatta soruda verilen bazı ön bilgilere yani sözel bilgilere odaklanmanın işlevsel algının fonksiyonlarını engelleyeceğini ifade etmektedir. Buna karşın Michael (2013) yaptığı çalışmada sözel algı ile işlevsel algı arasında güçlü ilişkiler tespit etmiştir. Duval (1998)'e göre ise bu durum sorunun doğası ile ilgili bir durumdur. Bazı sorularda işlevsel algının harekete geçirilmesinde sözel algıya ihtiyaç olmasına karşın bazılarında sözel algıdan bağımsız işlevsel algı harekete geçirilebilir. Mevcut çalışmada sorulan soruya bakılacak olursa sözel algıdan hareketle işlevsel algının harekete geçirilmesini gerektirecek bir durumun olmadığı görülecektir. Bu bağlamda sözel algının baskın olduğu öğrenme ortamlarında işlevsel algının gelişmesini beklemenin anlamsız olacağı söylenebilir.

Son testte deney grubu öğrencilerin %50'si 2 puan kategorisinde yer alırken kontrol grubu öğrencilerinin yaklaşık %27'si bu kategoride bulunmaktadır. Bu durum deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimi açısından daha uygun bir öğrenme ortamı oluşturduğunu göstermektedir. Nitekim deney grubu öğrencilerin giderek 2 puan kategorisinde artması buna rağmen kontrol grubu öğrencilerinin azalması da bunun bir göstergesidir. Bu durumun oluşmasında yapılan etkinliklerin önemli bir rolünün olduğu düşünülmektedir. Çünkü kontrol grubu öğrencileri başlangıçta deney grubu öğrencilerine göre daha iyi bir işlevsel algıya sahip olmasına karşın son teste gelindiğinde deney grubu öğrencilerinin işlevsel algıları daha iyi çıkmıştır. Ders gözlemlerinden elde edilen bulgular birçok etkinlikte (özellikle Flash animasyonları ile hazırlanan etkinliklerde) öğrencilerin sözel algıdan bağımsız şeklin konumunu ve yönünü değiştirme, şekli parçalarına ayırma gibi etkinliklerde bulunmaları onları belirli bir deneyim içine soktuğunu göstermektedir. Ayrıca öğretmenin ara testten sonra öğrencilere şekil üzerinde bir bilgi verilmese de bazı geometrik özelliklerin belirlenebileceği ile ilgili açıklaması daha önceden öğrencilerde var olan yanlış anlamaları büyük ölçüde gidermiştir. Çünkü ara testte herhangi bir bilgi verilmediği için yorum yapılamaz seçeneğini işaretleyen 6 öğrenci varken bu sayı son testte 2 öğrenciye düşmüştür. Fakat uygulama sonunda hala deney grubu öğrencilerin yarısının beklenen düzeyde olmaması üzerinde

durulması gereken bir durumdur. Yapılan etkinliklerin zamanla işlevsel algıyı geliştirmesi uygulama daha uzun sürdüğünde daha iyi sonuçlar ortaya koyacağı şeklinde yorumlanabilir. Bu durum ne kadar fazla deneyim geçirilirse o kadar fazla işlevsel algının gelişeceği anlamına gelmektedir. Böyle bir deneyim yaşamayan kontrol grubu öğrencileri ise daha çok sözel ve görsel algılarıyla soruya çözüm getirme davranışı kazanacaklardır. Son teste verilen yazılı cevaplarda sadece kontrol grubu öğrencilerinin bir formül yardımıyla verilen şekillerin alanlarını karşılaştırmaya çalışması bunun bir sonucu olarak görülmektedir. Duval (1995)'e göre sözel ve görsel algılar ile bir şekle bakma işlevsel algıyı baskı altına alacaktır. Böyle bir durumdan kurtulmak için ise şekle bakma süreçleri özel olarak geliştirilmelidir. Kontrol grubunda bu süreçlerin birbiri içine geçmiş olarak öğrenme ortamının içinde plansız bir şekilde yer alması bu bakış açısına göre işlevsel algının gelişmesini sağlamayacaktır.

### 5. 3. Araştırmanın Sınırlılıklarına Yönelik Tartışma

Mevcut çalışma bir kuramın ilkelerinin uygulamaya dönüştürülmesi ve değerlendirilmesi aşamalarından oluşmaktadır. Çalışmada incelenen kuram öğrencilerin belirli bilişsel davranışları yerine getirdiğinde geometride başarılı olacağını iddia etmekte ve temel ilkeler ortaya koymaktadır. Fakat bu ilkelerin kazandırılması için nasıl bir öğrenme ortamı olması gerektiği, öğretmenin ortamdaki rolü ve etkinliklerin yapısı hakkında bir bilgi yer almamakta, ayrıca daha önce böyle bir çalışma da bulunmamaktadır. Bu durum araştırmacıya kendi öğrenme ortamını oluştururken bir özgürlük sağlarken başka araştırmacıların farklı öğrenme ortamları oluşturabilmesi için de bir zemin oluşturmaktadır. Örneğin bu çalışmada işlevsel algının geliştirilebilmesi için animasyonların etkili olacağı düşüncesi benimsenirken başka bir araştırmacı başka yöntemler deneyebilir. Bu nedenle kuramın farklı bakış açılarıyla farklı şekillerde uygulamaya dönüştürülebileceği unutulmamalıdır.

Tasarlanan öğrenme ortamının ilkelerinden biri bilişsel ve algısal süreçlerin birbirinden bağımsız geliştirilmesi gerektiğidir. Fakat çalışmada bu ilke beimsenmekle beraber süreçlerin eş zamanlı gelişebileceği (aynı kazanım içinde) de varsayılmış ve uygulama süresi içerisinde her iki süreci geliştirmeye yönelik etkinlikler uygulanmıştır. Bu varsayım bilişsel modelin bir ilkesi olmadığından yapılacak diğer çalışmalarda benimsenmesi gerekmez. Nitekim elde edilen bulguların teorik muhakemenin gelişiminin şekle bakma süreçlerinin gelişimini baskı altına aldığı şeklinde bir yoruma izin vermesi tasarlan öğrenme ortamının geliştirilmesi için farklı varsayımların ileri sürülmesinin ve araştırılmasının faydalı olacağını göstermektedir.



Çalışmanın amaçlarından biri öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirmektir. Bu nedenle benzer bir hedefin ortaya konduğu 9.sınıf örneklem olarak seçilmiştir. Seçimde ülkemizin matematik öğretim programı dikkate alındığından daha ilerki sınıflarda teorik muhakemenin geliştirilmesiyle ilgili çalışmaların yapılması çalışmanın kuramsal temellerine aykırı değildir. Ayrıca etkinlikler tasarlanırken 9.sınıf öğretim programının hedefleri dikkate alınmış ve gerçek öğrenme ortamında etkinlikler uygulanmıştır. Böyle bir sınırlandırmaya gidilmeden belirli bir hazırbulunuşluluğa sahip öğrencilerin seçildiği ve öğretim programının hedefleri dikkate alınmadan etkinliklerin tasarlandığı bir öğrenme ortamı da oluşturulabilir. Nitekim uygulamadan önce bazı bilişsel ve algısal süreçlerin diğer süreçlere göre daha az gelişmiş olduğu dikkate alındığında uygulama öncesinde belirli hazırbulunuşluluk düzeyinin dikkate alınması araştırmanın sonuçlarını etkileyebileceği düşünülmektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme becerileri sınıfın geneli üzerinden değerlendirilmiş tek tek öğrenci gelişimlerine odaklanılmamıştır. Bu nedenle sınıfın genel düzeyi bir süreçte iyi olduğunda öğrenciler başarılı olarak değerlendirilmiştir. Dolayısıyla çalışmanın sonuçları bireysel düzeyde nasıl bir değişimin yaşandığıyla ilgili bilgiler içermemektedir. Ayrıca çalışma gerçek öğrenme ortamında yapıldığından uygulama süresi öğretim programını aksatmayacak şekilde belirlenmiştir. Fakat elde edilen bulgular daha uzun süreli bir çalışmanın bazı süreçlerin gelişimini olumlu yönde etkileyebileceğini göstermektedir.

Yürütülen uygulamada öğrencilerin sınıf içi davranışları ve öğretmen-öğrenci etkileşimi informal gözlemler yapılarak kayıt altına alınmıştır. Yapılan analizlerde tutulan kayıtların sınırlı veriler ortaya koyduğu görülmüştür. Sınıf içi uygulamaların video ile kayıt altına alınmasına izin verilmemesinden kaynaklanan bu durum daha kapsamlı bulguların elde edilmesini engellemiştir.

## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

### 6. 1. Sonuçlar

Çalışmanın sonuçları sırasıyla öğrencilerin teorik muhakeme ve şekle bakma süreçlerindeki gelişim açısından aşağıda sunulmuştur.

#### 6. 1. 1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Teorik Muhakeme Becerilerine Daha Olumlu Etki Ettiği Görülmüştür

Çalışmanın problemlerinden biri deney ve kontrol grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin teorik muhakeme becerine nasıl etki ettiğinin belirlenmesidir. Bu bağlamda elde edilen ön test lineer puanlara bağımsız t testi uygulanmış ve iki grubun puanları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı tespit edilmiştir. Fakat öğrencilerinin ara test puanları arasında ANCOVA analiz sonuçlarına göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde uygulama sonunda da her iki grubun son test puanları arasında da anlamlı bir farklılığın ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu durum deney grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirilmesinde kontrol grubunda yürütülen uygulamalara göre daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Uygulama öncesinde hem deney hemde kontrol grubu öğrencilerinin çoğu matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade etme davranışında başarısız olmuştur. Bu öğrenciler verilen matematiksel bir ilişkiyi önerme şeklinde yazmak yerine çoğunlukla şeklin görünüşünden etkilenecek yanlış ya da şekli tasvir eden ve bir yargıda bulunmayan açıklamalar yazmışlardır. Uygulama sonunda ise deney grubu öğrencilerinin çoğu matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade etme davranışında başarılı olurken kontrol grubu öğrencileri aynı başarıyı gösterememiştir. Böyle bir neticenin oluşmasında bazı etkinliklerde öğrencilerden matematiksel ilişkileri önerme olarak yazmalarının istenmesinin etkisi olmuştur. Fakat öğretimin sonunda hala matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edemeyen öğrenciler bulunması tasarlanan öğrenme ortamının öğrencileri doğrudan teorik açıklamalar oluşturabilecek hazırbulunuşlukta görmesinin bir sonucu olarak görülmektedir. Bu bağlamda teorik muhakemeye geçiş yaparken öğrencilerin birbirinden öğrenebilecekleri bir öğrenme ortamının düzenlenmesi böylece matematiksel dilin daha kolay edinilebileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğu uygulama öncesinde çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanma davranışında başarısız olmuştur. Bu öğrenciler

şeklin görünüşünü referans alarak ve günlük konuşma dilini kullanarak çıkarımda bulunma davranışı göstermişlerdir. Tasarlanan öğrenme ortamı uygulama sonunda geleneksel öğrenme ortamına göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Böyle bir sonucun oluşmasında geometrik şekilleri dinamik hale getiren animasyonların ve şeklin görünüşünün aldatici olabileceğini gösteren etkinliklerin rolü bulunmaktadır. Fakat uygulama sonunda hala bazı öğrencilerin geri-çıkarm düşünme biçimi geliştirdikleri ve şeklin görünüşünü referans alarak çıkarımda buldukları tespit edilmiştir. Bu düşünme biçimine sahip öğrencilerin yeterli gözlemler yapabilmeyi öğrenmeleri için tasarlanan öğrenme ortamında DGY'larının sadece verilen geometrik bir şekli inşaa etme ve deneysel doğrulama yapma dışında varsayımda bulunma, sabit ilişkileri araştırma gibi farklı amaçlar içinde kullanılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinden hiçbiri çıkarm basamaklarından elde edilen sonuçları kullanıp doğru sonuca ulaşabilmiştir. Öğrenciler ya boş bırakmış ya da çıkarımı devam ettirememiştir. Elde edilen bulgular bunun temel nedeninin matematiksel prensiplerin bilinmemesi ve şeklin uygun alt parçalara bölünmemesi olduğunu göstermektedir. Ara test sonuçlarında deney grubunda kontrol grubuna göre olumlu bir gelişme göstermiştir. Son testte ise deney grubu öğrencilerinin başarıları ara teste göre düşmüştür. Diğer davranışlarda dikkate alındığında deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu davranışında diğer davranışlara göre en az başarıyı gösterdiği tespit edilmiştir. Böyle bir sonucun oluşmasında sorulan sorunun doğası, şekle bakma süreçlerinde yaşanan düşüş ve geliştirilen etkinliklerin yapısının rolü bulunmaktadır. Bunun için yeni etkinlikler hazırlanması ve bu etkinliklerde bazı görsel uyarıcılarla matematiksel prensipler arasında ilişki kurulması (Örneğin, paralellik varsa eşlik ve benzerlik arayın ya da temel orantı teoremi uygulamaya çalışın gibi ipuçları verilebilir) ve öğrencilere örnek problemler üzerinden bu ilişkiler için deneyim kazandırılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Ön test sonuçlarına göre hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir bölümü matematiksel bir durumu ifade ederken günlük konuşma dilini kullanmaktadır. Bu durum öğrencilerin uygulamadan önce doğal muhakeme süreci içinde olduklarını göstermektedir. Ara test sonuçlarına göre ise tasarlanan öğrenme ortamının geleneksel öğrenme ortamına göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Bazı etkinlikler yer almasına rağmen matematiksel dilin gelişimi tasarlanan öğrenme ortamının doğal bir çıktısı olarak görülmüştür. Fakat deney grubunda kontrol grubuna göre bir başarı olmasına rağmen bu yeterli düzeyde değildir. Benzer bir durum uygulama sonunda da ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda matematiksel dilin gelişiminin zor olduğu ve daha uzun süreli çalışmalarla geliştirilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Uygulama öncesinde hem deney hemde kontrol grubu öğrencilerinin çoğu şekil üzerinde yapılan değişiklikleri tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirmede güçlükler yaşamışlardır. Yaşanan güçlükler; teorik muhakemenin nasıl işlediğini bilmeme, gerekçelendirme yapmak yerine yapılan işlemleri açıklama ve şeklin görüntüsünü referans alarak gerekçelendirme yapma şeklindedir. 20 saatlik uygulama sonunda ise deney grubunun kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu tespit edilmiştir. Böyle bir sonucun oluşmasında tasarlanan öğrenme ortamında uygulanan ve öğrencilerden bir gerekçelendirme yazmalarının istendiği etkinliklerin rolü bulunmaktadır. Benzer bir durum uygulama sonunda da ortaya çıkmıştır ve deney grubu kontrol grubuna göre daha başarılı olmuştur. Bütün bunlarla birlikte deney grubu kendi içinde değerlendirildiğinde uygulama sonunda halen öğrencilerin yarıdan fazlasının gerekçelendirme yaparken güçlükler yaşadıkları görülmektedir. Bunun temel nedeni öğrencilerin teorik muhakemenin yapısının nasıl işlediğini bilmemesi olduğu tespit edilmiştir. Tasarlanan öğrenme ortamında teorik muhakemenin yapısıyla ilgili açıklamalar yapılmasına rağmen teorik muhakemenin nasıl organize edildiğinin görselleştirildiği etkinlikler uygulanmamıştır. Bu bağlamda teorik muhakemenin nasıl organize edildiğinin görselleştirildiği etkinliklere yer verilmesinin gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

### **6. 1. 2. Tasarlanan Öğrenme Ortamı ile Geleneksel Öğrenme Ortamı Arasında Öğrencilerin Şekle Bakma Süreçlerinin Gelişimine Etki Bakımından Anlamlı Bir Farklılık Ortaya Çıkamamıştır**

Çalışmanın problemlerinden biri deney ve kontrol grubunda yürütülen uygulamaların öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişimine nasıl etki ettiğinin belirlenmesidir. Lineer puanlar üzerinde yapılan bağımsız t testi sonuçlarına göre öğrencilerin ön test puanları kontrol altına alındığında ara test puanları arasında, ANCOVA analiz sonuçlarına göre, istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın ortaya çıktığı tespit edilmiş ve bu durum uygulama sonuna kadar devam etmemiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları arasında, ANCOVA analiz sonuçlarına göre, anlamlı bir farklılığın ortaya çıkmadığı tespit edilmiştir. Dolayısı ile ön testten ara teste deney grubu öğrencileri lehine bir gelişme yaşanırken ara testten son teste bu durumun değiştiğini söylemek mümkündür. Süreç bütünüyle değerlendirildiğinde uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının şekle bakma süreçleri arasında anlamlı bir farklılık olmadığını yani gruplarda yürütülen etkinliklerin grupların şekle bakma süreçlerinde bir farklılığa yol açmadığını göstermektedir. Böyle bir durumun oluşması tasarlanan öğrenme ortamının yapısı ile bilişsel sürecin teorik varsayımları üzerinden açıklanmış ve şekle bakma süreçlerinin

geliştirilebilmesi için muhakeme basamağından bağımsız bir bilişsel süreç modelinin kullanılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin verilen geometrik bir şeklin boyutunu söyleyebilme davranışı incelendiğinde uygulama öncesinde her iki grubun yarıdan fazlasının boyut kavramı ile ilgili güçlükler yaşadıkları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin ilköğretimde bir şeklin boyutunu belirleme ile ilgili yeterli ölçütler edinmediklerini göstermektedir. Tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilere dinamik yazılımlarla oluşturulmuş geometrik şekiller tanıtılmış ve boyut kavramı sınıfta tartışılmıştır. 20 saatlik uygulama süreci sonunda uygulanan ara test sonuçları bu uygulamanın faydalı olduğunu göstermiştir. Buna karşın boyut kavramı ile ilgili herhangi bir bilginin verilmediği ve etkinliğin yapılmadığı kontrol grubunda bir değişim olmamıştır. Uygulama sonunda ise deney grubunun neredeyse tamamı verilen soruda başarılı olmuştur. Bu durum, deney grubunda yürütülen etkinlikler dikkate alındığında, birkaç etkinlik ile öğrencilerin lise düzeyinde boyut kavramını doğru yapılandırabileceğini göstermektedir.

Öğrencilerin verilen şekli oluşturan temel geometrik nesnelerin farkına varma davranışı incelendiğinde uygulama öncesinde her iki gruptan da öğrencilerin çoğunlukla sadece şekil üzerinde verilen üçgenleri yazdıkları görülmektedir. Bu durum ilköğretimde üçgen şeklini görsel olarak algılamaları gereken birçok deneyim yaşadıkları buna rağmen başka geometrik şekilleri algılamaları gereken yeterli düzeyde bir deneyim yaşamadıklarını göstermektedir. Ara test sonuçları incelendiğinde ise deney grubunun kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Fakat son testte her iki grupta önemli bir düşüş ortaya çıkmıştır ve diğer davranışlar dikkate alındığında her iki grup içinde bu davranış en az başarının gösterildiği davranış olmuştur. Böyle bir durumun ortaya çıkması son testte sorulan sorunun doğasına bağlanmaktadır. Çünkü son testteki soruda üçgenler dışında verilen şekli oluşturan geometrik şekiller iç bükeydir. Uygulama sürecinde öğrenciler iç bükey dörtgenleri belirlemeleri gereken bir deneyim yaşamamaları böylebir sonucun oluşmasında etkili olmuştur. Bu durum görsel algıyla deneyim arasında önemli bir ilişkiyi göstermektedir. Bu nedenle tasarlanan öğrenme ortamında üçgen dışında farklı geometrik şekilleri belirleme, sürecin doğal bir çıktısı olarak görülmemesi bunun yerine özel olarak bu davranışı geliştirecek etkinliklere yer verilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Verilen görsel bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımda bulunur davranışı incelendiğinde uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin çoğunun başarısız olduğu görülmektedir. Öğrencilerin neden başarısız oldukları incelendiğinde öğrencilerin ya şekil üzerinde verilen işaretlerden hareketle sözel bilgiler üretmedikleri ya da doğrudan şeklin görünüşünden hareketle yanlış çıkarımlarda

buldukları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin muhakeme süreci onların teorik düşünme becerisi gösteremediği anlamına gelmektedir. Ara testte ise deney grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olmuştur. Yine de hem deney hem de kontrol grubu öğrencileri çoğunlukla görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur kategorisinde kalmıştır. Benzer şekilde uygulama sonunda da deney grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı olmuştur. Böyle bir neticede deney grubunda yürütülen uygulamalarda özellikle bu davranışa yönelik yapılan etkinliklerin önemli katkısının olduğu düşünülmektedir. Fakat hala deney grubundan bir çok öğrencinin bu davranışta başarısız olduğu görülmektedir. Bunun en temel nedeninin öğrencilerin ilköğretimden belirli bir teorik düşünme becerisiyle liseye başlayamamalarıdır. Önteste hiçbir öğrencinin üst kategorilerde yer almaması bunun bir göstergesi olarak yorumlanmaktadır. Bu nedenle tasarlanan öğrenme ortamının daha uzun süreli yapılacak etkinliklerle ya da daha iyi hazırbulunuşluluğa sahip öğrencilerle daha iyi sonuçlar ortaya koyacağı sonucuna ulaşılmıştır.

Verilen sözel bilgileri görsel bilgilere dönüştürme davranışı incelendiğinde uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin çoğunun başarısız olduğu görülmektedir. Ara test sonuçlarına bakıldığında ise deney grubu öğrencilerinin çoğunun davranışı yerine getirdiği anlaşılmaktadır. Kontrol grubunda ise ön teste göre bir değişim olmasına rağmen bu değişim deney grubuna göre daha azdır. Uygulama sonunda yapılan son test sonuçların incelendiğinde ise deney grubunun neredeyse tamamının istenen davranışı yerine getirdiği ve kontrol grubunun da iyi bir gelişim gösterdiği görülmektedir. Kontrol grubunda meydana gelen bu gelişimin uygulama sonunda ancak ortaya çıkması bu davranışa yönelik bir çalışmanın yapılmamasından kaynaklanmaktadır. Geliştirilmesi beklenen davranışı öğrenme ortamının doğal bir çıktısı olarak gören bu yaklaşım davranışın gelişimini geciktirmiştir. Fakat tasarlanan öğrenme ortamında bu davranış için özel etkinlikler geliştirilmiş ve etkisi ara testte hemen görülmüştür. Bu durum öğrenme ortamlarında yapılabilecek birkaç basit etkinlikle öğrencilerin sözel bilgiler için doğru görsel bilgiler üretmelerinin sağlanabileceğini göstermektedir. Bu bağlamda algısal süreçlerin gelişimini süreç içinde bir çıktı olarak görmek yerine geliştirilmesine yönelik girişimlerde bulunulması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin sıralı algılarını değerlendirebilmek için uygulama öncesinde izometrik kağıtlar verilerek bir paralelkenar ve bu paralelkenara ait bir yükseklik çizilmesi istenmiştir. Elde edilen bulgular deney ve kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun birim kareleri kullanarak paralelkenar çizmede bir güçlük yaşamadığını göstermektedir. Bu durum her iki grubun birim kareler ile paralelkenarın matematiksel özellikleri arasında doğru ilişkiler kurduğunu göstermektedir. Ara testte ise pergeli ve cetveli kullanarak bir

eşkenar üçgen çizmeleri istenmiştir. Ara test sonuçları incelendiğinde iki grup arasında önemli bir farklılık ortaya çıktığı görülmüştür. Böyle bir durumun oluşmasında kontrol grubunda öğrencilerin sıralı algılarını geliştirmeye yönelik bir çalışmanın yapılmaması neden olmuştur. Deney grubu öğrencileri ara testte olduğu gibi son testte de kontrol grubu öğrencilerinden daha iyi sıralı algı oluşturabilmiştir. Fakat deney grubu kendi içinde değerlendirildiğinde ara testten son teste sıralı algıda bir düşüş ortaya çıkmıştır. Deney grubu öğrencilerinin yarıdan fazlası son testte başarısız olmuştur. Bu durum öğrencilerin öğrenme ortamında şekil-araç etkileşimini sağlayacak düzeyde deneyim yaşamadıklarını göstermektedir. Yani kâğıt katlama ile ilgili etkinlikler öğrencilerde yeterli şekil-araç etkileşimini oluşturmada yetersiz kalmıştır. Pergel ve cetvel ile izometrik kağıtlar ile geometrik şekilleri oluşturma kâğıt katlamaya göre öğrenme ortamlarında daha yaygın kullanılan ve öğrencilerin daha fazla aşına olduğu oluşturma araçlarıdır ve bu araçlar ile yakalanan başarının yeterli bir süre geçirecek deneyimle kâğıt katlama ile de elde edilebileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda etkinlikler çoğaltılarak ve kullanılan araç (kâğıt) ile daha fazla uygulama yapılarak böyle bir davranışın kazandırılabilceği sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin verilen geometrik bir şeklin konumunu veya yönünü değiştirme davranışı yani işlevsel algıları incelendiğinde uygulama öncesinde kontrol grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğu görülmektedir. Ara test sonuçlarına bakıldığında ise deney grubu öğrencilerinin işlevsel algılarında bir gelişme buna karşın kontrol grubunda bir gerileme ortaya çıkmıştır. Benzer bir durum son test sonuçlarında da ortaya çıkması deney grubunda yapılan uygulamaların öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimi açısından daha uygun bir öğrenme ortamı oluşturduğunu göstermektedir. Bu durumun oluşmasında yapılan etkinliklerin önemli bir rolü bulunmaktadır. Ayrıca öğretmenin ara testten sonra öğrencilere şekil üzerinde bir bilgi verilmese de bazı geometrik özelliklerin belirlenebileceği ile ilgili açıklaması daha önceden öğrencilerde var olan yanlış anlamaları büyük ölçüde gidermiştir. Fakat uygulama sonunda hala deney grubu öğrencilerinin yarısı beklenen düzeye ulaşamamıştır. Bunun için öğrencilerin daha uzun süreli deneyim yaşamaları gerekmektedir. Bu bağlamda daha fazla etkinlik yardımıyla öğrencilerin daha fazla deneyim yaşamaları sağlanarak işlevsel algının istenen düzeyde gelişiminin sağlanabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bunun için öğreninin müdahalesine izin veren animasyonların önemli katkısının olacağı düşünülmektedir. Böylece öğrenciler kendi deneyimlerinden kendileri sorumlu olabilecektir.

### **6. 1. 3. Teorik Muhakeme Süreçlerindeki Gelişim Şekle Bakma Süreçlerinin Gelişimini Baskı Altına Almıştır**

Çalışmanın bulgularından elde edilen sonuçlar deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında yapılan istatistiksel analizler neticesinde uygulama öncesinde teorik muhakeme ve şekle bakma süreçleri açısından bir farklılık bulunmamasına rağmen ara testte deney grubu lehine hem teorik muhakeme hem de şekle bakma süreçleri arasında anlamlı farklılık ortaya çıkmıştır. Ancak bu durum uygulama sonunda değişmiş, grupların teorik muhakeme süreçleri arasında bir farklılık ortaya çıkarken şekle bakma süreçleri arasında bir farklılık çıkmamıştır. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin teorik muhakeme bilişsel süreç testlerinden elde edilen lineer puan ortalamalarının her testte bir önceki teste göre artması buna rağmen şekle bakma bilişsel süreç testlerinden elde edilen lineer puan ortalamalarının ön test den ara teste artarken ara testten son teste düşmektedir. Bu durum teorik muhakemedeki sürekli artışın bir süre sonra şekle bakma süreçlerindeki gelişimi etkilediğini göstermektedir. Dolayısı teorik muhakeme süreçlerindeki gelişimin şekle bakma süreçlerindeki gelişimi baskı altına aldığı sonucuna varılabilir.

## **6. 2. Öneriler**

Tasarlanan öğrenme ortamı ile geleneksel öğrenme ortamının öğrencilerin teorik muhakeme ve şekle bakma süreçlerine nasıl etki ettiğinin incelendiği bu çalışmada teorik muhakemenin gelişiminde gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık varken şekle bakma süreçlerinin gelişiminde anlamlı bir farklılık ortaya çıkmamıştır. Bu bölümde ulaşılan sonuçlarla ilgili olarak yapılan öneriler başlıklar halinde sunulmuştur.

### **6. 2. 1. Araştırmanın Sonuçlarına Dayalı Öneriler**

İnsanoğlunun geometrik düşünmeyi yeni kuşaklara aktarma isteği dün olduğu gibi bugün de önemini korumaktadır. Fakat bunun nasıl yapılacağı hala birçok matematik eğitimcisi için bir araştırma konusu olmaya devam etmektedir. Çünkü eğitim alanında ortaya çıkan her yeni gelişme öğrenme ortamlarının düzenlenmesine yeni bir bakış getirmiştir. Örneğin Van Hiele'nin geometrik düşünme modeli ile tanışan matematik eğitimcileri bu yaklaşımdan hareketle geometri öğretimine ve öğretim müfredatlarının hazırlanma sürecine gelişimsel gözle bakmaya başlamışlardır. Fakat her bilimsel yaklaşımda olduğu gibi zamanla bu yaklaşım da bütün problemleri çözmede yetersiz kalmış ve yeni arayışlar yeni yaklaşımlar ortaya çıkarmıştır. Özellikle geometrik düşünmeyi konu merkezli bir bakış üzerinden değil de bilişsel süreçler üzerinden açıklamanın doğru olacağını düşünen birçok yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşımlar



geometrik düşünmeyi bilişsel süreçlerin birbiri ile etkileşiminin bir sonucu olarak görmekte ve bu bağlamda etkili bir geometri öğretimi için bazı ilkeler ortaya koymaktadır. Bu çalışma ile geometrik düşünmeyi bilişsel perspektiften inceleyen bir öğrenme ortamının tasarlanması, değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Böylece etkili geometri öğretimi için bir öğrenme modeli ortaya konmaya çalışılmıştır. Yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlar tasarlanan öğrenme ortamının geleneksel öğrenme ortamına göre öğrencilerin teorik muhakeme becerisine olumlu yönde katkı sağladığını göstermiştir. Dolayısıyla öğrencilerin teorik muhakeme becerisini geliştirmek için bir öğrenme modeline ve etkinliklere ihtiyaç duyan lise öğretmenleri için tasarlanan etkinliklerin faydalı olacağı düşünülmektedir. Bunu yaparken daha iyi sonuçların elde edilebilmesi için öğrencilerin birbiriyle daha fazla etkileşime girebileceği grup çalışmasına ağırlık verilmesi, DGY'larının deneysel doğrulama yapma dışında varsayımda bulunma, sabit ilişkileri araştırma gibi farklı amaçları içinde kullanılması, bazı görsel uyarıcılarla matematiksel prensipler arasında ilişki kurulması (Örneğin, paralellik varsa eşlik ve benzerlik arayın ya da temel orantı teoremi uygulamaya çalışın gibi ipuçları verilebilir) ve öğrencilere örnek problemler üzerinden deneyim kazandırılması, ayrıca teorik muhakemenin nasıl işlediğinin görselleştirildiği yeni etkinliklerin sürece katılması önerilmektedir. Öğrenme ortamında etkinliklerin nasıl uygulanacağını, uygulama sırasında nelere dikkat edileceğini takip etmek için ise tasarlanan öğretmen kılavuz kitabının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Kategorik puanlar dikkate alındığında teorik muhakeme süreçlerinin göstergelerinin tamamında deney grubu öğrencileri kontrol grubuna göre çok daha iyi sonuçlar elde etmiştir. Fakat deney grubu kendi içinde değerlendirildiğinde iki davranışta öğrencilerin çoğunun beklenen davranışı gösteremediği görülmektedir. Bu davranışlar; çıkarım basamaklarından birinden elde edilen bir sonucun diğer bir diğer basamakta kullanma ve geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanmadır. Bu nedenle bu davranışların geliştirilmesinde bazı durumların dikkate alınması gerekmektedir. Bunlardan ilki matematiksel kavramların kullanılmasının uzun süreli çalışmalar gerektireceği, ikincisi ise çıkarım basamaklarından birinden elde edilen bir sonucun diğer basamaklarda kullanılabilmesinde şeklin ilk halinin değiştirilmesi gerekebileceğinden öğrencilerin bu davranışta başarılı olmasının işlevsel algılarının iyi olmasına bağlı olacağı bilinmelidir. Bu bağlamda öğrencilerin kullandıkları dil ile birbirlerini etkileyebilecekleri grup çalışmasına önem verilmesi, ayrıca yapılacak etkinliklerle işlevsel algının gelişimine dikkat edilmesi önerilmektedir.

Geometrinin şekil ve kavramlardan oluşan yapısı dikkate alındığında liselerde öğrencilerin kavramsal yönleri ile birlikte şekilsel süreçlerinin de güçlendirilmesi gerekmektedir. Fakat mevcut çalışmanın sonuçları tasarlanan öğrenme ortamı ile

geleneksel öğrenme ortamı arasında öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişimi bakımından istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın ortaya çıkmadığını göstermektedir. Böyle bir neticenin oluşmasında bilişsel modele uygun öğrenme ortamının tasarlanma sürecinde iki sürecin ayrı fakat eş zamanlı geliştirilebileceği düşüncesinin etkili olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin şekle bakma süreçlerini geliştirmeye çalışan öğretmenlerin çalışmada ortaya konan bilişsel süreç modellerinin basamaklarından muhakeme bölümünü çıkarmaları ve yeni şekliyle etkinlikleri uygulamaları önerilmektedir. Bu yapılırken sözel, görsel ve işlevsel algının daha iyi geliştirilmesi ve öğrencilerde kâğıt katlamayla ilgili bir sıralı algının gelişmesi için birkaç etkinliğin daha sürece katılmasının daha verimli sonuçlar ortaya çıkaracağı düşünülmektedir. Böylece görselleştirme, kurma ile görselleştirme-muhakeme basamakları için tasarlanan etkinlikler kullanılarak öğrencilerin şekle bakma ve doğal muhakeme süreçleri geliştirilebilecektir.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin süreç sonunda şekle bakma süreçleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamasına rağmen kategorik puanlar dikkate alındığında neredeyse şekle bakma süreçlerinin göstergelerinin tamamında deney grubu öğrencileri kontrol grubuna göre çok daha iyi sonuçlar elde etmiştir. Örneğin verilen şeklin boyutunu söyleyebilme davranışında deney grubunun tamamı başarılı olurken kontrol grubunun yarısından fazlası başarısız olmuştur. Bu nedenle özellikle verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilme, görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirebilme ve doğru çıkarımlarda bulunabilme, verilen sözel bilgileri görsel bilgilere doğru çevirebilme ile verilen bir şeklin veya şekle ait parçaların konumunu veya yönünü değiştirebilme davranışlarının geliştirilmesinde hazırlanan etkinliklerin kullanılmasının olumlu sonuçları olacaktır.

Verilen bir şeklin veya şekle ait parçaların konumunu veya yönünü değiştirebilme davranışının geliştirilmesinde özellikle flash animasyonlarından çokça faydalanılmış ve olumlu neticeler elde edilmiştir. Bu nedenle öğrencilerin şeklin konumunun veya yönünün değişimini ve şekli parçalara ayrılıp tekrar birleşmesini izleyebileceği animasyonların öğrenme ortamlarında kullanılması faydalı olacaktır. Fakat animasyonlar öğrencilere sadece durdurma ve devam ettirme dışında bir müdahale imkânı sunmadığından öğrencilerin sürece daha fazla müdahalesini mümkün kılan etkileşimli bilgisayar yazılımlarının kullanılmasının daha başarılı sonuçlar ortaya çıkaracağı düşünülmektedir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar şekle bakma süreçlerinin göstergelerinden biri olan bir araç yardımı ile verilen geometrik şekli kurma ve kuruluşunu tarif etme davranışında öğrencilerin kullanacakları araç ile fazla etkileşime giremediklerinde başarısız olduklarını göstermektedir. Bu nedenle bu davranışın geliştirilmesi için mevcut etkinliklere ek olarak yeni etkinlikler tasarlanması gerektiği düşünülmektedir. Böylece öğrencilerin kullandıkları

araç ile kurulacak geometrik şeklin özellikleri arasında bir etkileşim kurmaları kolaylaşacaktır.

### 6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Daha etkili bir geometri öğretimi için bir bilimsel çabayı içeren bu çalışmada tasarlanan öğrenme ortamı ile öğrencilerin hem teorik muhakeme hem de şekle bakma süreçleri geliştirilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin teorik muhakeme süreçleri geleneksel öğretime göre geliştirilebilmişken şekle bakma süreçleri bakımından iki öğretim arasında bir farklılık ortaya çıkmamıştır. Böyle bir neticenin oluşmasında iki sürecin eş zamanlı (aynı kazanım içinde) geliştirilebileceği düşüncesinin etkili olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle yapılacak olan benzer çalışmalarda farklı dönemlerde ya da farklı kazanımlarla önce teorik muhakemenin daha sonra şekle bakma süreçlerinin geliştirilmeye çalışıldığı ya da tam tersi bir sıranın izlendiği bir öğrenme ortamının tasarlanması bu çalışmanın sonuçlarının değerlendirilmesine katkı sağlayacaktır.

Deney ve kontrol gruplarında yürütülen uygulamalarda öğrencilerin sınıf içi davranışlarını ve öğretmen-öğrenci etkileşimi informal gözlemler yapılarak kayıt altına alınmıştır. Yapılan analizlerde tutulan kayıtların kısıtlı veriler ortaya koyduğu görülmüştür. Örneğin gözlem notlarında "Önerme-1" etkinliğinin öğretmen tarafından yapıldığı ve öğrencilere yazdırıldığı geçmektedir. Fakat bu süreçte öğrencilerin nasıl davrandığı ve ispatı anlayıp anlamadıkları ile ilgili bir bilgi yer almamaktadır. Bu nedenle öğrencilerin bilişsel ve algısal süreçlerinin inceleneceği çalışmalarda görüntülü kayıt cihazının kullanılması detaylı veriler elde edilmesine yardımcı olacaktır (çalışma bir devlet lisesinde yapıldığı için görüntülü kayıt cihazı kullanılamamıştır).

Deney grubunda öğrencilerin işlevsel algılarını geliştirebilmek için flash animasyonları kullanılmış ve kullanılan animasyonlar öğrencilere akıllı tahta ile izletilmiştir. Elde edilen bulgular animasyon içeren etkinliklerin öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimine olumlu etki ettiğini göstermesine rağmen daha iyi sonuçların alınabilmesi için animasyonların öğretmenin değil de öğrencilerin kontrolünde olması gerektiği düşünülmektedir. Çünkü öğrencinin öğrenme nesnesiyle doğrudan etkileşime geçmesi etkili öğrenmenin gerçekleşmesine katkı sağlayacaktır. Bu nedenle öğrencilerin işlevsel algılarının gelişimine odaklanacak çalışmalar için flash animasyonlarını içeren etkinlikler kullanmaları ve bu etkinlikleri kullanırken öğrencilerin animasyonu kontrol edebileceği öğrenme ortamını oluşturmaları önerilmektedir. Bunun için en verimli yöntemin daha önceden animasyonları öğrenci tabletlerine yüklemek olduğu düşünülmektedir.

Elde edilen bulgular zamanla işlevsel algının geliştiğini göstermektedir. Bu durum uygulama daha uzun sürdüğünde daha iyi sonuçların ortaya çıkacağını göstermektedir.

Dolayısıyla ne kadar fazla deneyim geçirilirse o kadar fazla işlevsel algının gelişeceğini söylemek mümkündür. Bu nedenle ileride yapılacak çalışmalarda işlevsel algının gelişimine daha fazla zaman ayrılması önerilmektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamını dersleri yürütecek öğretmene tanıtmak ve tasarlanan etkinlikler uygulanırken ne yapılması gerektiği konusunda bilgi vermek amacıyla öğretmen kılavuz kitabı hazırlanmıştır. Hazırlana kılavuz sayesinde öğretmen araştırmacı dışında bir kaynaktan süreci takip edebilme imkânı bulmuştur. Bu nedenle gerek derslerden önce yapılan bilgilendirme görüşmelerinde gerekse de uygulama sürecinde öğretmen-araştırmacı koordinasyonu açısından bir problem yaşanmamıştır. Bu bağlamda gelecekte yapılacak olan öğrenme ortamı tasarımı içerecek çalışmalarda eğer araştırmacı aynı zamanda uygulayıcı değilse uygun öğretmen-araştırmacı koordinasyonu için bir öğretmen kılavuz kitabının hazırlanmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

## 7. KAYNAKÇA

- Akyıldız, P. ve Çınar, C. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebir dersine yönelik tutumları ve alan dili yeterliklerinin incelenmesi. *Journal of Turkish Educational Sciences*, 14(1), 1-22.
- Altınörs, A. (2003). *Dil felsefesine giriş*. İstanbul: İnkılap Kitapevi.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Breen, J. J. (1999). *Achievement of van Hiele level two in geometry thinking by eight grade students through the use of geometry computer-based guided instruction* (Unpublished doctoral thesis). The University of South Dakota, United States.
- Boero, P. (1999). *Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education*. Retrieved February 10, 2017 from <http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeUK.html>
- Çekmez, E. (2013). *Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Charalambos, L. (1997). A few remarks regarding the teaching of geometry, through a theoretical analysis of the geometrical figure. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 30(4), 2087-2095
- Clements, D. H. (2003). *Teaching and learning geometry*. Retrieved February 11, 2017 from [https://www.researchgate.net/profile/Douglas\\_Clements/publication/258933229\\_Teaching\\_and\\_learning\\_geometry/links/557dd19508aeea18b777c211.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Douglas_Clements/publication/258933229_Teaching_and_learning_geometry/links/557dd19508aeea18b777c211.pdf)
- Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim öğrencilerinin van hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ilişkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Crowley, Mary L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. In M. M. Lindquist (Eds.), *Learning and teaching geometry K-12* (pp. 1-16). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cuoco, A., Goldenberg, E. P. and Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(4), 375-402.
- De Villers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- Dedeoğlu, N. Ç. (2016). Geometrik paradigmlar. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s.291-305). Anlara: Pegem Akademi Yayıncılık.

- Deliyianni, E., Elia, I., Gagatsis, A., Monoyiou, A. and Panaoura, A. (2009). *A theoretical model of students' geometrical figure understanding*. Retrived March 9, 2015 from [https://www.researchgate.net/profile/Athanasios\\_Gagatsis/publication.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Athanasios_Gagatsis/publication.pdf)
- Ding, L. and Jones, K. (2007) *Using the van Hiele theory to analyse the teaching of geometrical proof at Grade 8 in Shanghai*. Retrived March 11, 2015 from [http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/CERME5Papers/WG4-Ding\\_Jones.pdf](http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/CERME5Papers/WG4-Ding_Jones.pdf)
- Duval, R. (1995), Geometrical Pictures: kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 142-157). Berlin: Springer
- Duval, R. (1999). *Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 466 379).
- Duval, R. (2000). *Basic issues for research in mathematics education*. (ERIC Document Reproduction Service No ED 452 031).
- Duval, R. (2002). Proof understanding in mathematics: What ways for students? In F. L. Lin (Ed.), *Proceedings of the international conference on mathematics—“Understanding proving and proving to understand”* (pp. 61–77). Taipei: National Science Council and National Taiwan Normal University.
- Duval, R. (2007). Cognitive functioning and the understanding of the mathematical processes of proof. In P. Boero (Ed.), *Theorems in schools: From history, epistemology, and cognition to classroom practice* (pp. 137-161). Rotterdam: Sense Publishers.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view, In C. Mammana & V. Villani (Ed.), *Perspectives on the Teaching of geometry for the 21st century* (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Edwards, L. D. (1997). Exploring the territory before proof: Students' generalizations in a computer microworld for transformation geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2, 187–215.
- Elia, I., Gagatsis, A., Deliyianni, E., Monoyiou, A. and Michael, S. (2009). A structural model of primary school students' operative apprehension of geometrical figures. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp.1-8). Thessaloniki, Greece: PME.
- Erdoğan, T., Akkaya, R. ve Akkaya, Ç. S. (2009). Van hiele modeline dayalı öğretim sürecinin ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin yaratıcı düşünme düzeylerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(1), 161-194.
- Erduran, A. and Yesildere, S. (2010). The use of a compass and straightedge to construct geometric structures. *Elementary Education Online*, 9(1), 331-345.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.

- Fischbein, E. and Kedem, I (1982). Proof and certitude in the development of mathematical thinking. In A. Vermandel (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 128-131). Belgium: Universitaire Instelling Antwerpen.
- Fischbein, E. and Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1193-1211.
- Fischbein, H. (2002). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60-72.
- Fujita, T., Jones, K., & Yamamoto, S. (2004, July). *The Role of intuition in geometry education: Learning from the teaching practice in the early 20th Century*. Paper presented at 10th International Congress on Mathematical Education (ICME-10), Copenhagen, Denmark.
- Gagatsis, A., Monoyiou, A., Deliyianni, E., Elia, I., Michael, P., Kalogirou, P. and Philippou, A. (2010). One way of assessing the understanding of a geometrical figure. *Acta Didactica Universitatis Comenianae–Mathematics*, 10, 35-50.
- Gal, H. and Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 163-183.
- González, G. (2013). A geometry teacher's use of a metaphor in relation to a prototypical image to help students remember a set of theorems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 397-414.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek geometri öğrenme* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B. (2006). *Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, Y. (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve van hiele geometri anlama düzeylerine etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2004). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sınıf ortamı tasarımları. *İlköğretim Online*, 3(1), 25-34.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2005). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: Bir model. *İlköğretim Online*, 4(1), 62-72.

- Harel, G. and Sowder, L. (1998). Students' proof schemes. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research on collegiate mathematics education* (Vol. III, pp 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Harel, G. and Sowder, L (2007). Toward a comprehensive perspective on proof, In F. Lester (Eds.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 805-842). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Healy, L. and Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics*. Retrieved July 13, 2016 from <http://doc.ukdataservice.ac.uk/doc/4004/mrdoc/pdf/a4004uab.pdf>
- Healy, L. and Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428.
- Hershkowitz, R. (1987). The acquisition of concepts and misconcepts in basic geometry-or when "a little learning is a dangerous thing". In J. Novak (Ed.), *Proceedings of the second international seminar on misconceptions and educational strategies in science and mathematics* (Vol. 3, pp 238–251). Itacha, NY: Cornell University.
- Houdement, C. (2007). Geometrical working space, a tool for comparison. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Ed.), *Proceedings of the fifth congress of the european society for research in mathematics education* (pp. 972–982). Larnaka: University of Cyprus.
- Houdement, C. and Kuzniak, A. (2003). *Elementary geometry split into different geometrical paradigms*. Retrieved November 30, 2016 from [http://www.mathematik.unidortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG7/TG7\\_Houdement\\_cerme3.pdf](http://www.mathematik.unidortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG7/TG7_Houdement_cerme3.pdf)
- İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Johnson, B. and Christensen, L. (2012). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches*. California: Sage.
- Johnson, C. D. (2002). *The Effects of the geometrers' sketchpad on the van hiele levels and academic of high school students* (Unpublished doctoral thesis). Wayne State University, Detroit.
- Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 18(1-2), 29-34.
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 55-85.
- Karakuş, F. (2014). Pre-service elementary mathematics teachers' views about geometric construction. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 7(4), 408-435.



- Katz, V. J. (2009). *History of mathematics (third edition)*. London: Pearson.
- Knuth, E. J. (2000). *The rebirth of proof in school mathematics in the united states?* Retrieved May 21, 2015 from <http://www.lettredelapreuve.it/newsletter/000506theme/00506themeuk.html>
- Larew, L. W. (1999). *The effects of learning geometry using a computer-generated automatic draw tool on the levels of reasoning of college developmental students* (Unpublished doctoral thesis). West Virginia University, Morgantown.
- Lehrer, R., Jenkins, M. and Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137–167). Mahwah: Erlbaum.
- Llinares, S. and Clemente, F. (2014). Characteristics of pre-service primary school teachers' configural reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 234-250.
- Magee, B. and Searle, J. R. (1987). *Bryan magee talks to John Searle about Wittgenstein*. Retrieved May 21, 2015 from <https://www.youtube.com/watch?v=QIK3E9U4Xec>
- Mariotti, M. A. (1995). Images and concepts in geometrical reasoning. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *In Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 97-116). Berlin Heidelberg: Springer.
- Mariotti, M. A. (1996). *The interaction between images and concepts in geometrical reasoning* (Unpublished doctoral thesis). Universita di Pisa and Tel Aviv University.
- Mariotti, M. A. and Fischbein, E. (1997). Defining in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 219-248.
- Mariotti, M. A. (2001). Justifying and proving in the Cabri environment. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 257–281.
- Mercer, N. and Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education*, 20(6), 507-528.
- McCrone, S. M. and Martin, T. S. (2004). Assessing high school students' understanding of geometric proof. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 4(2), 223-242.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınevi.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınevi.
- Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17(2), 183-195.

- Michael – Chrysanthou, P. and Gagatsis, A. (2013). Geometrical figures in geometrical task solving: an obstacle or a heuristic tool? *Acta Didactica Universitatis Comeniana – Mathematics*, 13, 17-30.
- Michael, P. (2013). *Geometrical figure apprehension: cognitive processes and structure* (Unpublished doctoral thesis). The University of Cyprus, Cyprus.
- Michael, P., Gagatsis, A., Avgerinos, E. and Kuzniak, A. (2011). Middle and High school students' operative apprehension of geometrical figures. *Acta Didactica Universitatis Comeniana – Mathematics*, 11, 45, 55.
- Miyazaki, M., Fujita, T. and Jones, K. (2015). Flow-chart proofs with open problems as scaffolds for learning about geometrical proofs. *ZDM: International Journal on Mathematics Education*, 47(7), 1–14.
- Miyazaki, M., Fujita, T. and Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 223–239.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 249-266.
- Nguyen, D. N. (2012). *Understanding the development of the proving process within a dynamic geometry environment*. Retrieved May 22, 2017 from [http://www.mathematik.unidortmund.de/ieem/bzmu2012/BzMU2012\\_Tagungsband\\_Internet\\_Band2.pdf](http://www.mathematik.unidortmund.de/ieem/bzmu2012/BzMU2012_Tagungsband_Internet_Band2.pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1998). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.
- Ören, D. (2007). *Onuncu sınıf öğrencilerinin geometrideki ispat şemalarının bilişsel stilleri ve cinsiyetlerine göre incelenmesine yönelik bir çalışma* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara
- Öztürk, T. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının ispatlama becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Özlem, D. (1994). *Mantık*. İstanbul: Ara Yayıncılık.
- Panaoura, G. and Gagatsis, A. (2009). The geometrical reasoning of primary and secondary school students. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 746-755). Lyon: INRP
- Parzys, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 575-593.

- Peterson, M. A. and Enns, J. T. (2005). The edge complex: Implicit memory for figure assignment in shape perception. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 67(4), 727-740.
- Plous, S. (1993). *The psychology of judgment and decision making*. New York: Mcgraw-Hill Book Company.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Poincaré, H. (2012). *The value of science: Essential writings of Henri Poincaré*. New York: Modern library.
- Romberg, T. A. (1992). Problematic features of the school mathematics curriculum. In P. W. Jackson (Ed.), *Handbook of research on curriculum: A project of the American Educational Research Association* (pp. 749-788). New York: MacMillan.
- Reigeluth, C. M. and Carr-Chellman, A. A. (2009). Understanding instructional theory. *Instructional-design Theories and Models*, 3, 3-26.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Retrieved June 28, 2016 from [http://jwilson.coe.uga.edu/emt\\_725/PSSyn/Pssyn.html](http://jwilson.coe.uga.edu/emt_725/PSSyn/Pssyn.html)
- Selçuk, Z. (1999). *Gelişim ve öğrenme* (6. baskı). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs? *Mathematics Teacher*, 78, 448-456.
- Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 309-321.
- Tapan-Broutin, M. S. (2016). Çizim-geometrik şekil-geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasını etkileyen fatörler. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 307-322). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Tavşancıl, E. ve Aslan, E. (2001). *İçerik analizi ve uygulama örnekleri*. İstanbul: Epsilon Yayınları.
- Torregrosa, G. and Quesada, H. (2008). The coordination of cognitive processes in solving geometric problems requiring proof. In O. Figueras & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME* (Vol. 32, pp. 321-328). Mexico: PME.
- Ural, A. (2011). Matematik öğretmen adaylarının boyut ölçütleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 13-25.
- Ubuz, B., Ustun, I. and Erbas, A. K. (2009). Effect of dynamic geometry environment on immediate and retention level achievements of seventh grade students. *Eurasian Journal of Educational Research*, 9(35), 147-164.

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project)*. Chicago: University of Chicago, Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 220 288).

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.



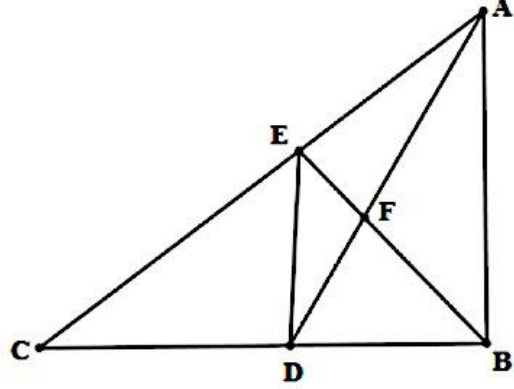


## **8. EKLER**

## EK 1. Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri

## ÖN TEST:

Yanda verilen ABC üçgeninde  
 $[ED] \perp [CB]$ ,  $[AD] \perp [EB]$  ve  
 $|CE| = |CB| = 6$ ,  $[ED] \parallel [AB]$ 'dir.

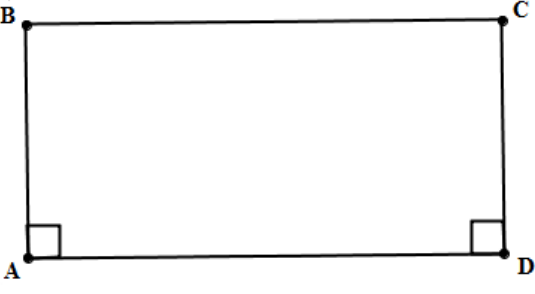


- Yukarıda verilen soru için aşağıdaki soruları cevaplayınız.  
 (NOT: Sadece aşağıda verilen sorulara cevap veriniz soruyu çözmeniz  
 gerekmemektedir)

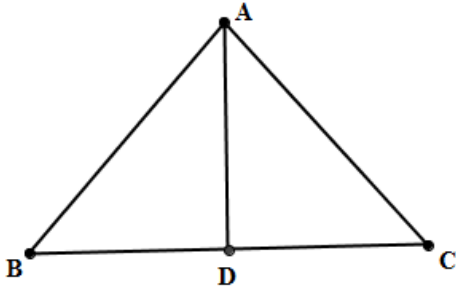
	SORULAR	CEVAPLAR
S1	Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur	
S2	Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.	

Ek 1'in devamı

**S3. Aşağıda verilen şekillere ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri yan tarafta verilen boşluklara yazınız (Birden fazla özellik yazabilirsiniz)**

VERİLEN ŞEKİL	CEVAPLAR
	

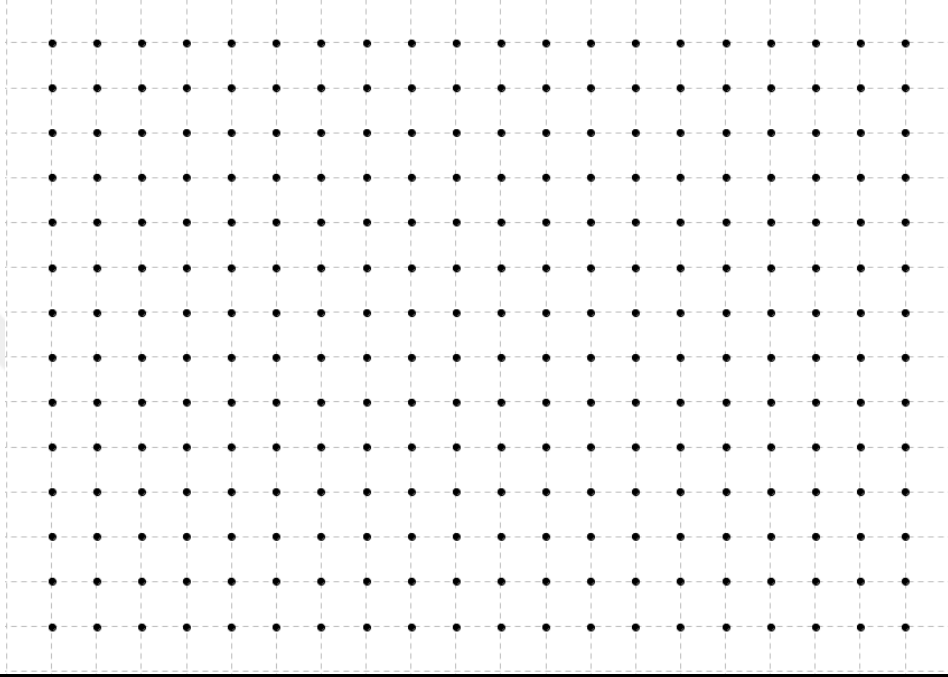
**S4. Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.**

VERİLEN BİLGİLER	GEOMETRİK ŞEKİL
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> AB  =  AC </math></li> <li>• <math> AC  =  BC </math></li> <li>• <math>[AD] \perp [BC]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C}) = m(\hat{B})</math></li> <li>• <math>[AD]</math> BAC açısının açıortayıdır.</li> <li>• <math>[AD]</math>, Kenarortayıdır.</li> </ul>	

Ek 1'in devamı

**S5.Aşağıda verilen kareli kâğıdı kullanarak sizden istenen çizimleri yapınız ve çizimi nasıl yaptığınızı yazarak anlatınız.**

- **Kareli kâğıt üzerine bir paralelkenar ve bu paralelkenara ait bir yükseklik çiziniz.**



NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUĞA  
AÇIKLAYARAK YAZINIZ

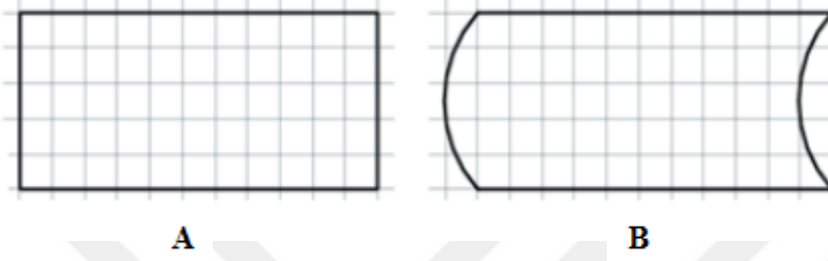
NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUĞA AÇIKLAYARAK YAZINIZ



Ek 1'in devamı

**S6. Aşağıda verilen A ve B şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.**

- I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür.
- II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir.
- III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür.
- IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz

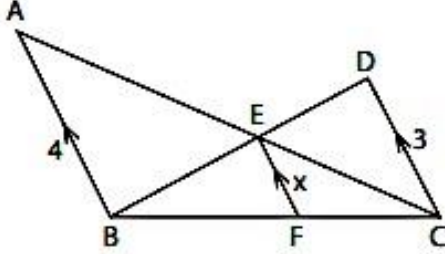


Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız

--

Ek 1'in devamı

**ARA TEST:**



Yandaki şekilde

$$[AB] // [EF] // [DC]$$

$$|AB| = 4 \text{ br}$$

$$|DC| = 3 \text{ br}$$

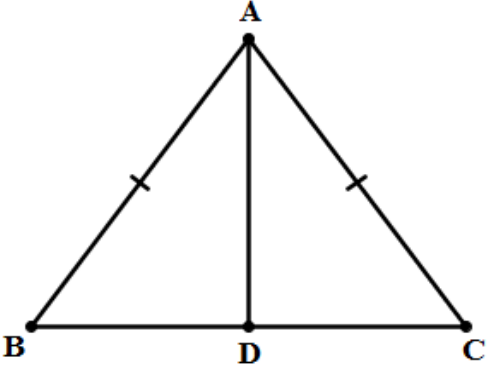
ise  $|EF| = x$  değerini bulalım.

- Yukarıda verilen soru için aşağıdaki soruları cevaplayınız.  
(NOT: Sadece aşağıda verilen sorulara cevap veriniz soruyu çözmeniz gerekmektedir)

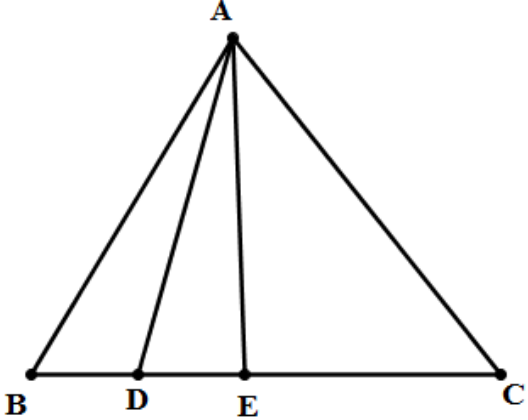
	SORULAR	CEVAPLAR
S1	Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur	
S2	Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.	

Ek 1'in devamı

**S3. Aşağıda verilen şekillere ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri yan tarafta verilen boşluklara yazınız (Birden fazla özellik yazabilirsiniz)**


VERİLEN ŞEKİL	CEVAPLAR
	

**S4. Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.**

VERİLEN BİLGİLER	GEOMETRİK ŞEKİL
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> AB  =  AC </math></li> <li>• <math>[AE] \perp [BC]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C}) = m(\hat{B})</math></li> <li>• <math>[AE]</math>, <math>BAC</math> açısının açıortayıdır.</li> <li>• D noktası <math>[BE]</math>'nin orta noktasıdır.</li> </ul>	

Ek 1'in devamı

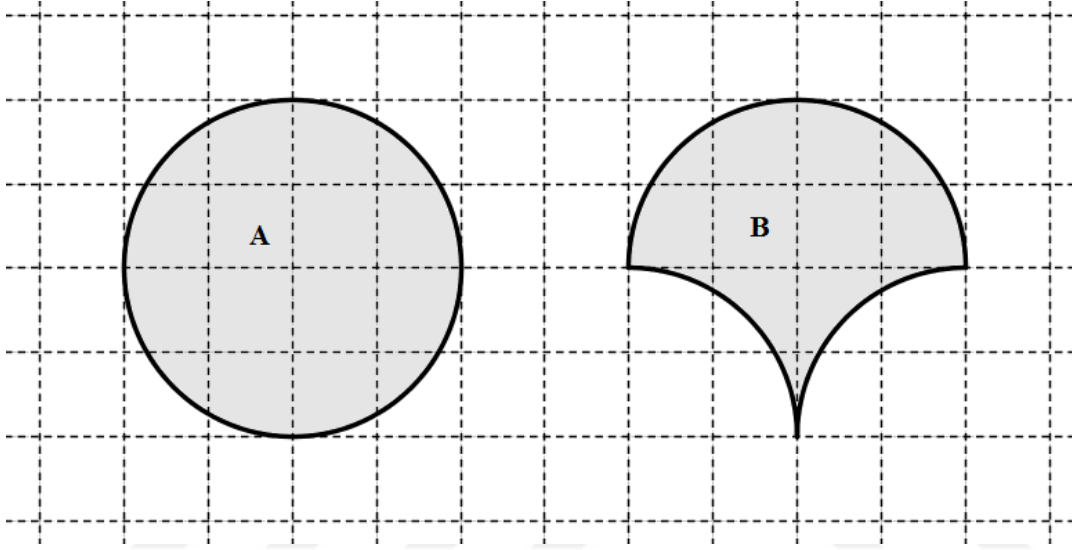
**S5. Pergel ve cetvel kullanarak bir eşkenar üçgen çiziniz**

NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUĞA AÇIKLAYARAK YAZINIZ


Ek 1'in devamı

**S6. Aşağıda verilen A ile B şekillerinin çevre uzunlukları ile ilgili verilen seçeneklerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.**

- V. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan büyüktür.  
VI. A şeklinin çevre uzunluğu ile B şeklinin çevre uzunluğu birbirine eşittir.  
VII. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan küçüktür.  
VIII. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz



Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız

Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız

Ek 1'in devamı

**SON TEST:**

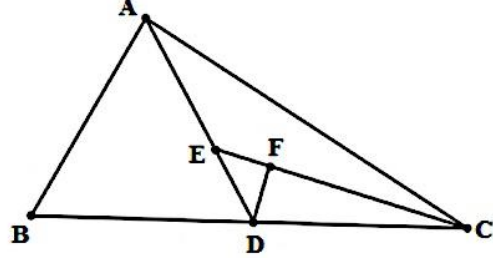
Şekilde  $[AB] \perp [AC]$ ,  $[DF] \perp [EC]$

$|DF| = 3 \text{ cm}$ ,  $|BD| = |DC|$  ve

$[CE]$  C açısının açıortayıdır.

$m(\hat{B}) = 54^\circ$  olduğuna göre

$|AE| = ?$



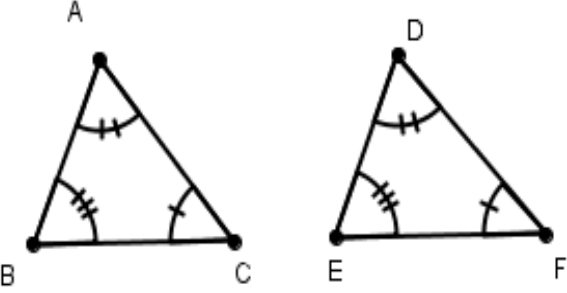
Yukarıda verilen soru için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

(NOT: Sadece aşağıda verilen sorulara cevap veriniz soruyu çözmeniz gerekmektedir)

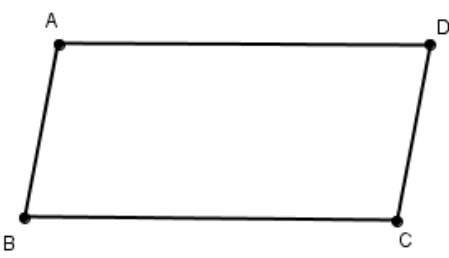
	SORULAR	CEVAPLAR
S1	Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur	
S2	Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.	

Ek 1'in devamı

**S3. Aşağıda verilen şekillere ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri yan tarafta verilen boşluklara yazınız (Birden fazla özellik yazabilirsiniz)**

VERİLEN ŞEKİL	CEVAPLAR
	

**S4. Aşağıda verilen bilgileri verilen şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.**

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>[AB] \parallel [DC]</math></li> <li>• <math>[BC] \parallel [AD]</math></li> <li>• <math> AD  =  BC </math></li> <li>• <math> AB  =  DC </math></li> <li>• <math>m(\hat{C}) = m(\hat{A})</math></li> <li>• <math>m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC})</math></li> </ul>	
--	--

Ek 1'in devamı

**S5. Size verilen kâğıdın üzerine (katlamada kullanabileceğiniz kâğıt araka sayfadadır) bir cetvel kullanarak bir ABC üçgeni çizin. Daha sonra bu kâğıdı katlayarak B açısının açıortayını bulmaya çalışın.**

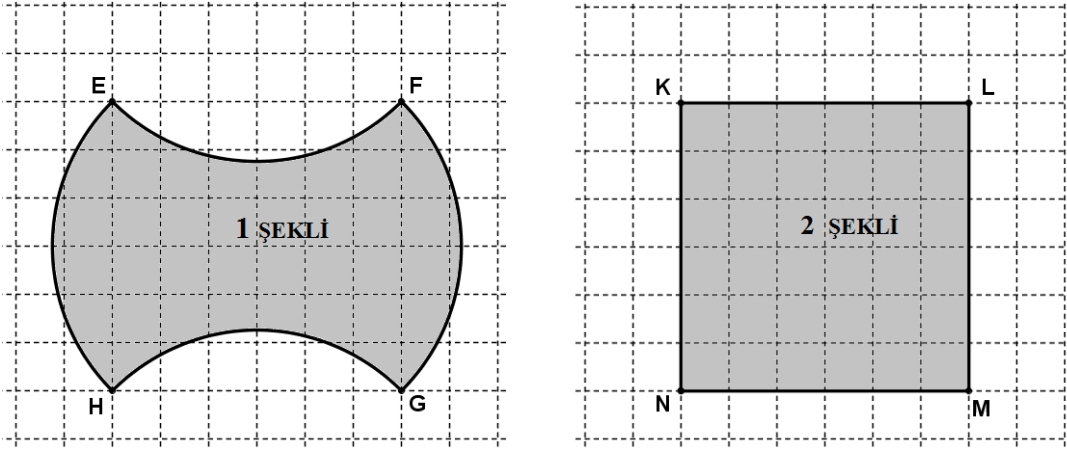
NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUKLARA  
AÇIKLAYARAK YAZINIZ





Ek 1'in devamı

S6.



Yukarıda birim kareler üzerinde verilen 1 ve 2 taralı şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

- 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından büyüktür.
- 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından küçüktür.
- 1 şeklin alanı 2 şeklin alanına eşittir.
- Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz

Verdiğiniz Cevabın nedenini aşağıya yazınız

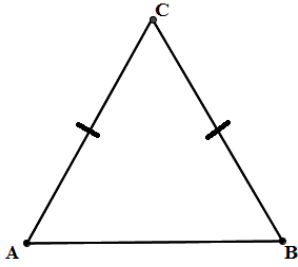
## EK 2. Teorik Muhakeme Süreci Bilişsel Süreç Testleri

ÖN TEST:  
S1.

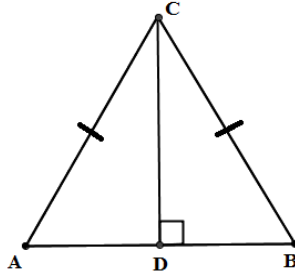
Bir öğrenci sırası ile aşağıdaki işlemleri yaparak ikizkenar üçgene ait bir özelliği size göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı matematiksel ilişkiyi bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.

## ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER

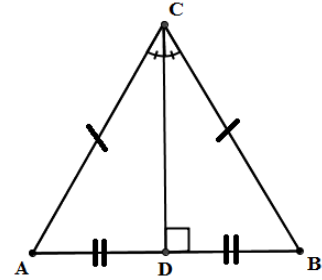
ABC ikizkenar üçgeni çizilir.  
Bu üçgende  $\angle A = \angle B$ 'dir.



C köşesinden, AB doğru parçasına dik CD doğru parçası çizilir.



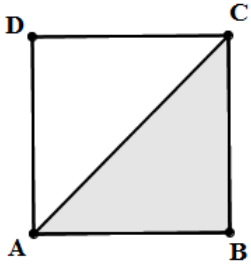
Yapılan ölçümler neticesinde ACD açısının DCB açısına eşit olduğu ve AD doğru parçasının uzunluğunun DB doğru parçasının uzunluğuna eşit olduğu görülür.



Cevap:

Ek 2'nin devamı

**S2.** Aşağıda iki öğrencinin ABCD karesi ile ilgili aralarında geçen konuşmalar verilmiştir. Veli'nin konuşmasını tamamlamaya çalışınız.



ABCD kare

ABCD karesi içinde verilen taralı alan tüm alanın yarısına eşittir

Neden?

Çünkü ...



(VELİ)

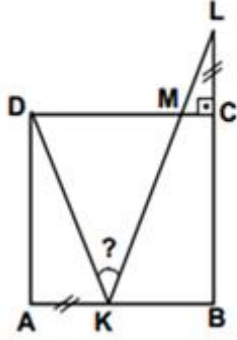


(ALİ)

Ek 2'nin devamı

S3.

Aşağıda verilen sorunun çözümü belirli bir yere kadar yapılmıştır. Sorunun çözümünü kaldığı yerden devam ettirip sonucu bulmaya çalışınız.



“Şekilde; ABCD dörtgeni bir kare ve  $|AK| = |CL|$  ise,  $s(\hat{DKL})$  kaç derecedir?”

**ÇÖZÜM:**

[DL] çizilir.

$\triangle DAK$  ile  $\triangle DCL$  eştir.

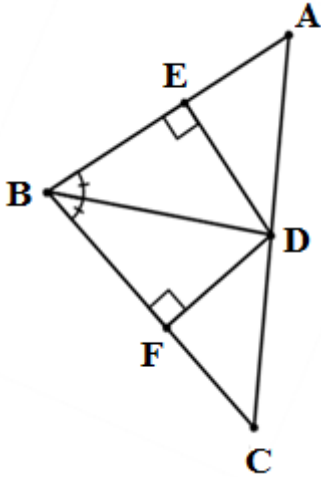
Dolayısıyla;

.....

.....

S4. Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.

CEVAP:



Ek 2'nin devamı

S5. Ali ile Veli arasında geçen aşağıdaki konuşmaları okuyunuz. Ve size sorulan sorulara cevap vermeye çalışınız

Bak şimdi nasıl yaptığımı sana aşamalar halinde anlatmaya çalışacağım.



(VELİ)

Ali ben bir paralelkenarı dikdörtgene dönüştürebiliyorum.



(ALİ)

Nasıl yaptığını çok merak ettim, bana da anlatabilir misin?

	<p>VELİ: İlk önce bir paralelkenar çizelim ve köşelerini ABCD olarak isimlendirelim (solda).</p> <p>ALİ: Tamam çizelim.</p>
	<p>VELİ: B köşesinden bir yükseklik çizelim.</p> <p>ALİ: Evet,</p> <p>VELİ: Buraya kadar yaptıklarımı anladın değil mi?</p> <p>ALİ: Evet çok iyi anladım bir paralelkenar çizip bir köşesinden yükseklik çizdik.</p>
	<p>VELİ: Şimdi de yükseklik çizdiğimizde oluşturduğumuz BAE üçgenini kesip aldığımızı düşünelim ve bu üçgeni paralelkenarın diğer tarafına yapıştıralım. Gördüğün gibi şekil dikdörtgene dönüştü.</p> <p>ALİ: Benim biraz kafam karıştı anlamadığım bazı yerler var. Bu yüzden sana birkaç soru sormam gerekecek. Bu sorularımı cevaplaman gerek.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. BEA üçgenini kestikten sonra paralelkenarın diğer tarafına şekildeki gibi tam denk geleceğini nereden biliyorsun? Örneğin; neden BA kenarı CD kenarı ile tam üst üste gelsin?</li> <li>2. Oluşan şeklin bir dikdörtgen olduğunu nasıl anladın? Belki de dikdörtgen oluşmamıştır. Ben tam ikna olmadım.</li> </ol>

Ek 2'nin devamı

**CEVAPLAMANIZ GEREKEN SORULAR BİR SONRAKİ SAYFADADIR!**

- Sizce Veli'nin yaptığı işlemler sonucunda bir dikdörtgen oluşur mu?  
(Cevabınızı aşağıdaki kutulardan birine X atarak gösteriniz)

EVET, OLUŞUR

HAYIR, OLUŞMAZ

<p>Cevabınız <b><u>EVET</u></b> ise <b><u>ALİ'NİN</u></b> sorduğu soruları nasıl cevaplandırırdınız. Aşağıda verilen boşluğu kullanarak yazınız.</p>	<p>Cevabınız <b><u>HAYIR</u></b> ise <b>NEDEN</b> dikdörtgen oluşmayacağını aşağıda verilen boşluğa yazınız.</p>

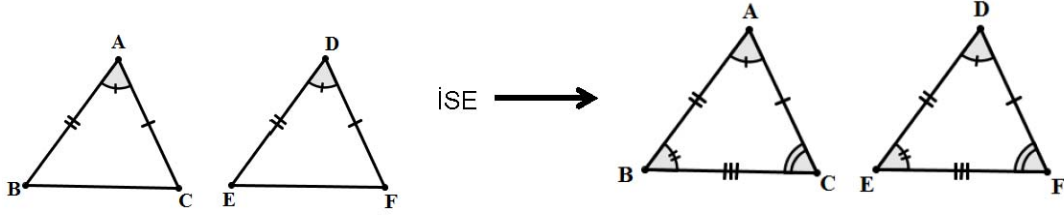
Ek 2'nin devamı

**ARA TEST:**

**S1.**

Bir öğrenci üçgenlere ait bir özelliği göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı özelliği bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.

**ÜÇGENLERE AIT BİR ÖZELLİK**

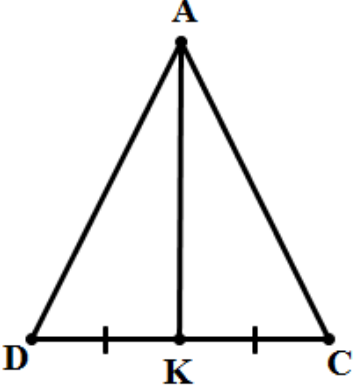


$$\left. \begin{array}{l} m(A) = m(D) \\ |AC| = |DF| \\ |AB| = |DE| \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} m(B) = m(E) \\ m(C) = m(F) \\ |BC| = |EF| \end{array}$$

Cevap:

Ek 2'nin devamı

**S2.**Aşağıda bazı geometrik şekiller ve bu şekiller ile ilgili verilen bazı bilgiler verilmiştir. Verilen bu bilgilerin doğrulukları veya yanlışlıkları hakkında ne söylenebilir. Yazınız.

	Verilen Bilgi	
	<p>Yanda verilen ABC üçgeni AK doğru parçası boyunca katlandığında AKC üçgeni ile AKD üçgeni tam üst üste gelir.</p>	<p>ABC üçgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p>



Ek 2'nin devamı

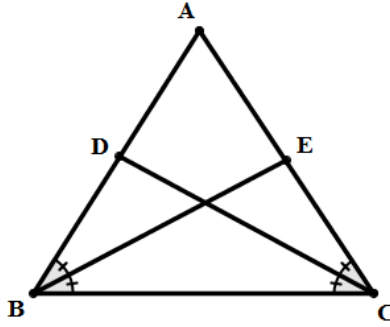
**S3.** Önerme: ikizkenar bir üçgende eş açılardan çizilen açıortayların uzunlukları eşittir.

- Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.

Verilen (hipotez): .....

İstenen (hüküm): .....

İspat:



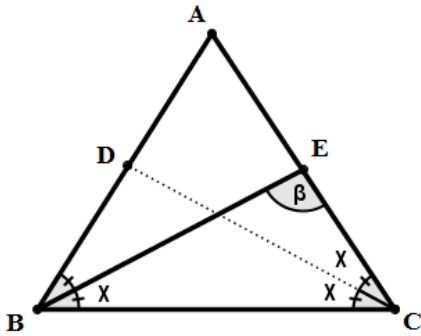
şekil-1

- $|AB|=|AC|$  ve  $m(\hat{B}) = m(\hat{C})$  olacak şekilde ikizkenar bir ABC üçgeni ile B ve C açısına ait açıortayları çizelim (şekil-1).

- $m(\widehat{EBC}) = x$  dersek  $m(\hat{C}) = 2x$  olur (şekil-2).
- $m(\hat{E}) = \beta$  olsun (şekil-2).



Verilen Bilgilerden Hareketle İspatı Devam Ettiriniz

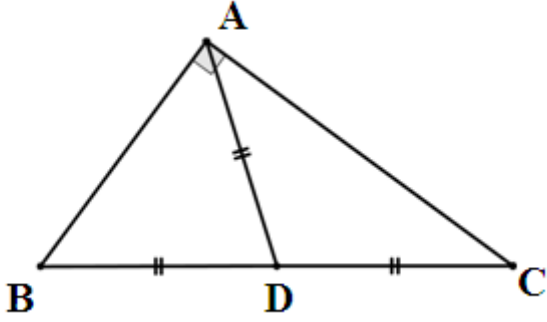


şekil-2

Ek 2'nin devamı

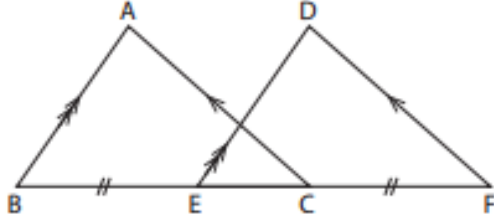
**S4.**Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.

CEVAP:



Ek 2'nin devamı

**S5. Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.**



Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal

$[AB] // [DE]$  ,  $[AC] // [DF]$  ,  $|BE| = |CF|$  dir.

Buna göre  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$	
$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$	
$ BC  =  EF $	
$ABC \cong DEF$	

Ek 2'nin devamı

**SON TEST:**  
**S1.**

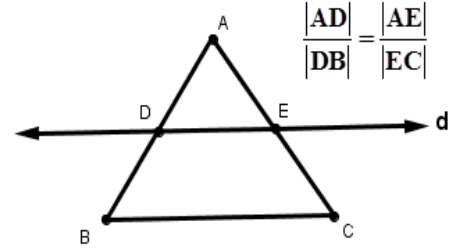
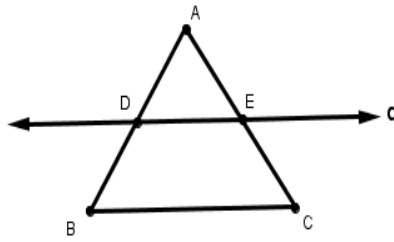
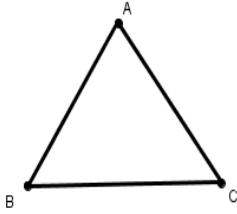
Bir öğrenci sırası ile aşağıdaki işlemleri yaparak üçgene ait bir özelliği göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı özelliği bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.

**ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER**

Bir ABC üçgeni alınız.

 $d \parallel [BC]$  çizilir.

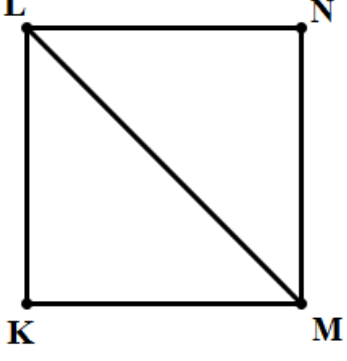
$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} \text{ dur}$$



Cevap:

Ek 2'nin devamı

**S2.** Aşağıda bazı geometrik şekiller ve bu şekiller ile ilgili bazı bilgiler verilmiştir. Verilen bu bilgilerin doğrulukları veya yanlışlıkları hakkında ne söylenebilir. Yazınız.

	<p style="text-align: center;">Verilen Bilgi</p> <hr/> <p>Yanda verilen KLNМ dörtgeni LM doğru parçası boyunca katlandığında LNM üçgeni ile LKM üçgeni tam üst üste gelir.</p>	<p>KLNМ dörtgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p>
---	--	--

Ek 2'nin devamı

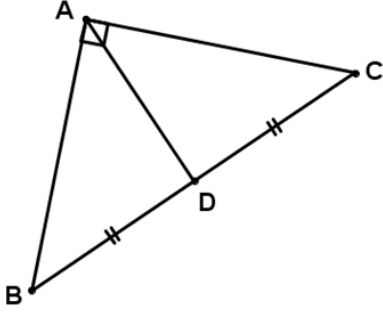
**S3.** Önerme: Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.

Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.

Verilen (hipotez): .....

İstenen (hüküm): .....

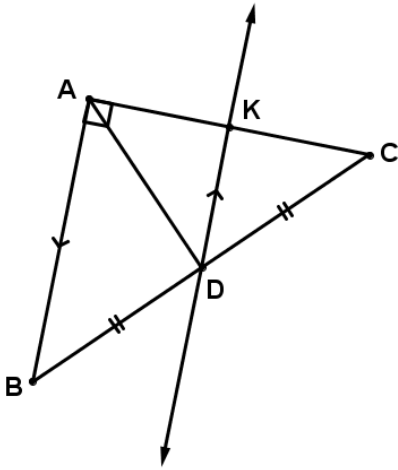
İspat:



Bir ABC dik üçgeni çizelim ve  $m(A) = 90$  derece olsun.  
D noktasından AB doğru parçasına paralel bir doğru  
çizelim ve bu doğrunun AC doğru parçasını kestiği noktayı K  
olarak alalım.



Verilen Bilgilerden Hareketle İspatı Devam Ettiriniz



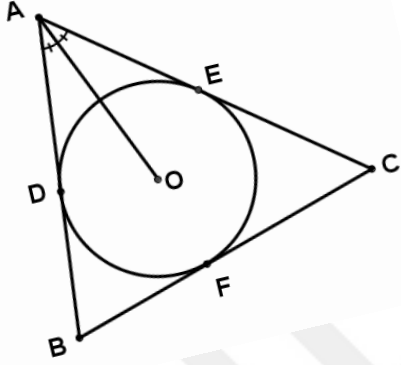
.....

.....

Ek 2'nin devamı

**S4.** Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.

**CEVAP:**



Ek 2'nin devamı

**S5.** Önerme: Eş üçgenlerin eş kenarlarına ait kenarortaylar da eştir.

- Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.

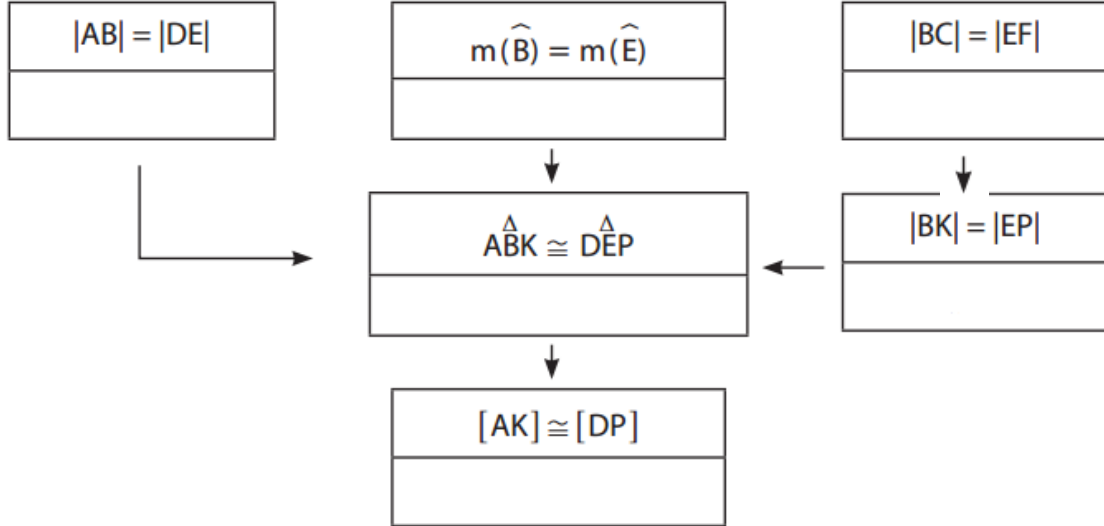
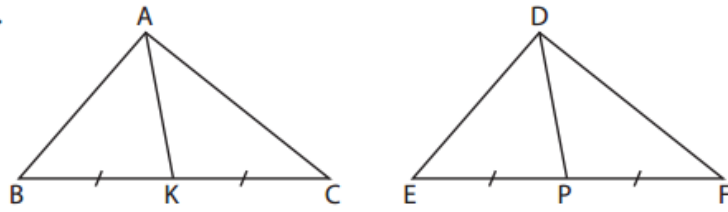
Verilen (hipotez): .....

İstenen (hüküm): .....

- Aşağıda bu önermenin ispatı akış diyagramı biçiminde verilmektedir. Her bir dikdörtgenin altına verilen bilginin gerekçesini yazınız.

**İspat:**

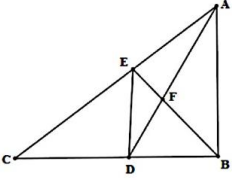
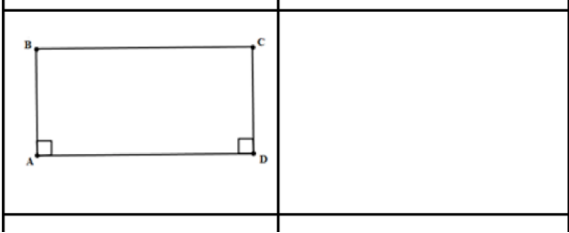
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  olsun.





ŞEKLE BAKMA KATEGORİK PUANLAMA CETVELİ:

ÖN TEST:

<p>Yanda verilen ABC üçgeninde  <math>[ED] \perp [CB]</math>, <math>[AD] \perp [EB]</math> ve  <math> CE  =  CB  = 6</math>, <math>[ED] \parallel [AB]</math>'dir.</p>  <p>• Yukarıda verilen soru için aşağıdaki soruları cevaplayınız.  (NOT: Sadece aşağıda verilen sorulara cevap veriniz soruyu çözeniz  gerekmemektedir)</p> <table border="1" data-bbox="284 651 798 954"> <thead> <tr> <th></th> <th>SORULAR</th> <th>CEVAPLAR</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>S1</td> <td>Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur</td> <td></td> </tr> <tr> <td>S2</td> <td>Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		SORULAR	CEVAPLAR	S1	Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur		S2	Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.		<p>S1</p> <p>0: Verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır</p> <p>1: Verilen şeklin boyutunu doğru yazdı</p>
	SORULAR	CEVAPLAR								
S1	Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur									
S2	Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.									
<p>S3. Aşağıda verilen şekle ve şekil üzerinde verilen işaretlere bakarak şeklin sahip olduğu matematiksel özellikleri yan tarafta verilen boşluklara yazınız (Birden fazla özellik yazabilirsiniz)</p> 	<p>S2</p> <p>0: Herhangi bir şekil yazmaz veya boş bırakır</p> <p>1: Sadece üçgenleri veya sadece dörtgenleri yazar</p> <p>2: Farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen...)</p> <p>S3. Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır</p> <p>1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur</p> <p>2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz</p> <p>3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez fakat doğru çıkarımda bulunur</p> <p>4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur</p>									

S4. Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.

VERİLEN BİLGİLER	GEOMETRİK ŞEKİL
<ul style="list-style-type: none"> <li><math> AB  =  AC </math></li> <li><math> AC  =  BC </math></li> <li><math>[AD] \perp [BC]</math></li> <li><math>m(\hat{C}) = m(\hat{B})</math></li> <li><math>[AD]</math>, <math>BAC</math> açısının açıortayıdır</li> <li><math>[AD]</math>, kenarortayıdır</li> </ul>	

0: Soruyu boş bırakır

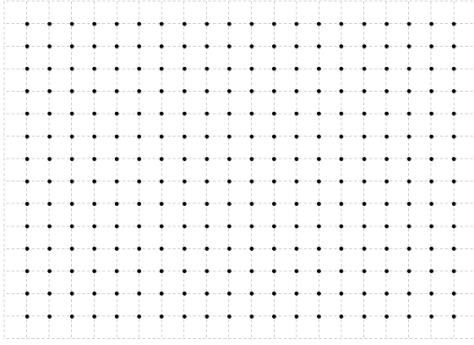
1: Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır

2: Doğru gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez

3: Doğru gösterimler kullanarak verilen bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterir

S5. Aşağıda verilen kareli kâğıdı kullanarak sizden istenen çizimleri yapınız ve çizimi nasıl yaptığınızı yazarak anlatınız.

- Kareli kâğıt üzerine bir paralelkenar ve bu paralelkenara ait bir yükseklik çizmiz.



NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUĞA AÇIKLAYARAK YAZINIZ


0: Soruyu boş bırakır veya paralelkenar ile paralelkenara ait yüksekliği doğru çizemez

1: Paralelkenar ve paralelkenara ait yüksekliği çizer fakat çizimi nasıl yaptığını açıklamaz

2: Paralelkenar ve paralelkenara ait yüksekliği doğru çizer ve çizimi nasıl yaptığını doğru açıklar

S6. Aşağıda verilen A ve B şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

I. A şeklinin alanı B şeklinin alanından büyüktür.  
 II. A şeklinin alanı ile B şeklinin alanı birbirine eşittir.  
 III. A şeklinin alanı B şeklinin alanından küçüktür.  
 IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz



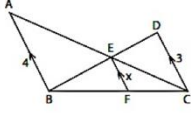
Verdiğimiz cevabın nedenini aşağıya yazınız

0: Boş bırakır veya yanlış seçeneği işaretler.

1: Ölçüm yaparak doğru cevaba ulaşır veya doğru seçeneği işaretler fakat açıklama yapmaz

2: Şekil üzerinde eklemeye çıkarma yaparak doğru cevaba ulaşır

### ARA TEST:



Yandaki şekilde  
 $[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$   
 $|AB| = 4 \text{ br}$   
 $|DC| = 3 \text{ br}$   
 ise  $|EF| = x$  değerini bulalım.

• Yukarıda verilen soru için aşağıdaki soruları cevaplayınız.  
 (NOT: Sadece aşağıda verilen sorulara cevap veriniz soruyu çözmeniz gerekmemektedir)

SORULAR	CEVAPLAR
S1 Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur	
S2 Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.	

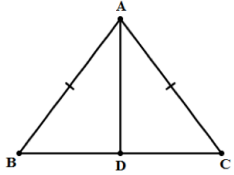
S1

0: Verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır  
 1: Verilen şeklin boyutunu doğru yazdı

S2

0: Herhangi bir şekil yazmaz veya boş bırakır  
 1: Sadece üçgenleri veya sadece dörtgenleri yazar  
 2: Farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen...)

S3. Aşağıda verilen şekillere ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri yan tarafta verilen boşluklara yazınız (Birden fazla özellik yazabilirsiniz)

VERİLEN ŞEKİL	CEVAPLAR
	

0: Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır

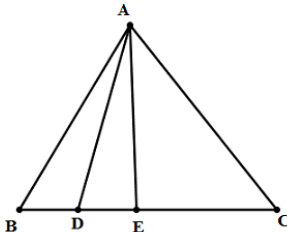
1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur

2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz

3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez fakat doğru çıkarımda bulunur

4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur

S4. Aşağıda verilen bilgileri, geometrik şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.

VERİLEN BİLGİLER	GEOMETRİK ŞEKİL
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> AB  =  AC </math></li> <li>• <math>[AE] \perp [BC]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C}) = m(\hat{B})</math></li> <li>• <math>[AE]</math>, <math>\angle BAC</math> açısının açıortayıdır</li> <li>• D noktası <math>[BE]</math>'nin orta noktasıdır.</li> </ul>	

0: Soruyu boş bırakır

1: Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır

2: Doğru gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez

3: Doğru gösterimler kullanarak verilen bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterir

S5. Pergel ve cetvel kullanarak aşağıda verine boşluğa bir eşkenar üçgen çiziniz.

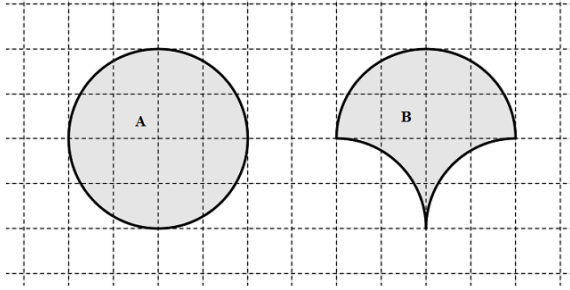
0: Soruyu boş bırakır veya eşkenar üçgeni doğru çizemez

1: Eşkenar üçgeni çizer fakat çizimi nasıl yaptığını açıklamaz.

2: Eşkenar üçgeni doğru çizer ve çizimi nasıl yaptığını doğru açıklar

S6. Aşağıda verilen A ile B şekillerinin çevre uzunlukları ile ilgili verilen seçeneklerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

- I. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan büyüktür.
- II. A şeklinin çevre uzunluğu ile B şeklinin çevre uzunluğu birbirine eşittir.
- III. A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan küçüktür.
- IV. Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz.



Verdiğiniz cevabın nedenini aşağıya yazınız

--

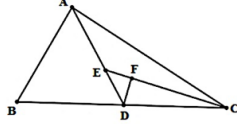
**0: Boş bırakır, yanlış seçeneği işaretler veya yanlış açıklama yapar.**

**1: Ölçüm yaparak doğru cevaba ulaşır (yapılan ölçüm matematiksel olarak doğru olmayabilir) veya doğru seçeneği işaretler fakat açıklama yapmaz.**

**2: Şekil üzerinde ekleme çıkarma yaparak doğru sonuca ulaşır.**

### SON TEST:

Şekilde  $[AB] \perp [AC]$ ,  $[DF] \perp [EC]$   
 $|DF| = 3 \text{ cm}$ ,  $|BD| = |DC|$  ve  
 $[CE]$  C açısının açıortayıdır.  
 $m(\hat{B}) = 54^\circ$  olduğuna göre  
 $|AE| = ?$



Yukarıda verilen soru için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

(NOT: Sadece aşağıda verilen sorulara cevap veriniz soruyu çözmeniz gerekmemektedir)

	SORULAR	CEVAPLAR
S1	Soruda verilen geometrik şekil kaç boyutludur	
S2	Soruda verilen şekil hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Köşe noktalarını kullanarak yazınız.	

S1

**0: Verilen şeklin boyutunu yanlış yazar veya soruyu boş bırakır**

**1: Verilen şeklin boyutunu doğru yazar**

S2

**0: Herhangi bir şekil yazmaz veya boş bırakır**

**1: Sadece üçgenleri veya sadece dörtgenleri yazar**

**2: Farklı geometrik şekiller yazar (üçgen, dörtgen...)**

S3. Aşağıda verilen şekillere ve bu şekiller üzerinde verilen işaretlere bakarak şekillerin sahip olduğu matematiksel özellikleri yan tarafta verilen boşluklara yazınız (Birden fazla özellik yazabilirsiniz).

VERİLEN ŞEKİL	CEVAPLAR

0: Diğer cevaplar (görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez ve yanlış çıkarımda bulunur) veya soruyu boş bırakır

1: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat yanlış çıkarımda bulunur

2: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir fakat herhangi bir çıkarımda bulunmaz

3: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere çevirmez fakat doğru çıkarımda bulunur

4: Görsel verilen bilgileri sözel bilgilere doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur

S4. Aşağıda verilen bilgileri verilen şekil üzerinde işaretler kullanarak göstermeye çalışın.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>[AB] \parallel [DC]</math></li> <li>• <math>[BC] \parallel [AD]</math></li> <li>• <math>m(\hat{C}) = m(\hat{A})</math></li> <li>• <math>m(\hat{ABC}) = m(\hat{ADC})</math></li> <li>• <math> AB  =  DC </math></li> <li>• <math> AD  =  BC </math></li> </ul>	
--	--

0: Soruyu boş bırakır

1: Bazı sözel bilgiler için doğru bazıları için yanlış gösterimler kullanır

2: Doğru gösterimler kullanır fakat bazı bilgileri şeklin üzerinde göstermez

3: Doğru gösterimler kullanarak verilen bilgileri eksiksiz şekil üzerinde gösterir

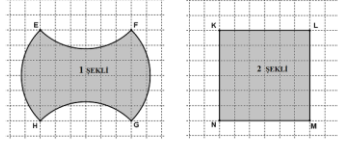
S5. Size verilen kâğıdın üzerine (katlamada kullanabileceğiniz kâğıt arada sayfadadır) cetvel kullanarak bir ABC üçgeni çizin. Daha sonra bu kâğıdı katlayarak B açısının açıortayını bulmaya çalışın.

NASIL YAPTIĞINIZI SIRASIYLA AŞAĞIDAKİ BOŞLUKLARA AÇIKLAYARAK YAZINIZ

0: Boş bırakır veya B açısının açıortayını oluşturamaz

1: B açısının açıortayını oluşturur fakat oluşturma basamaklarını yazmaz

2: B açısının açıortayını doğru oluşturur ve oluşturma basamaklarını yazar



Yukarıda birim kareler üzerinde verilen 1 ve 2 numaralı şekillerinin alanları ile ilgili verilenlerden hangisi doğrudur. Nedeni ile açıklayınız.

- 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından büyüktür.
- 1 şeklin alanı 2 şeklin alanından küçüktür.
- 1 şeklin alanı 2 şeklin alanına eşittir.
- Hiçbir uzunluk verilmediğinden yorum yapılamaz.

Verdiğiniz Cevabın nedenini aşağıya yazınız.

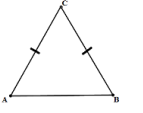
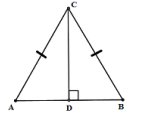
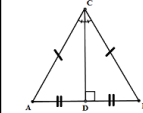
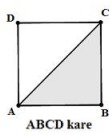


**0: Boş bırakır, yanlış seçeneği işaretler veya yanlış açıklama yapar.**

**1: Ölçüm yaparak doğru cevaba ulaşır (yapılan ölçüm matematiksel olarak doğru olmayabilir) veya doğru seçeneği işaretler fakat açıklama yapmaz.**

**2: Şekil üzerinde ekleme çıkarma yaparak doğru sonuca ulaşır.**

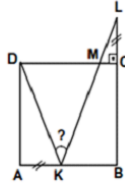
## TEORİK MUHAKEME KATEGORİK PUANLAMA CETVELİ

### ÖN TEST:

<p>Bir öğrenci sırası ile aşağıdaki işlemleri yaparak ikizkenar üçgene ait bir özelliği size göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı matematiksel ilişkiyi bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.</p>			<p><b>0: Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur.</b>  <b>1: Günlük konuşma dili kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz (tasvir yapar)</b>  <b>2: Günlük konuşma dilini kullanır ve doğru bir yargı cümlesi yazar</b>  <b>3: Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar</b></p>
<p>ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER</p>			
<p>ABC ikizkenar üçgeni çizilir. Bu üçgende <math>\angle A = \angle B</math> dir.</p>	<p>C köşesinden, AB doğru parçasına <math>\perp</math> DC doğru parçası çizilir.</p>	<p>Yapılan ölçümler neticesinde <math>\angle ACD</math> açısının <math>\angle DCB</math> açısına eşit olduğu ve AD doğru parçasının uzunluğunun DB doğru parçasının uzunluğuna eşit olduğu görülür.</p>	
			
<p>Cevap:</p>			
<p>S2. Aşağıda iki öğrencinin ABCD karesi ile ilgili aralarında geçen konuşmaları verilmiştir. Velî'nin konuşmasını tamamlamaya çalışınız.</p>			<p><b>0: Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar-Şeklin görünüşünden etkilenip cevap verir.</b>  <b>1: Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden (şeklin görünüşü üzerinden) günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur.</b>  <b>2: Matematiksel prensiplerden yararlanarak doğru çıkarımlarda bulunur</b></p>
<p>              ABCD kare         </p> <p>              (VELİ)         </p> <p>              (ALİ)         </p> <p>           Çünkü ...         </p>			



Aşağıda verilen sorunun çözümü belirli bir yere kadar yapılmıştır. Sorunun çözümünü kaldığı yerden devam ettirip sonucu bulmaya çalışınız.



"Şekilde; ABCD dörtgeni bir kare ve  $|AK| = |CL|$  ise,  $\hat{s}(DKL)$  kaç derecedir?"

**ÇÖZÜM:**

[DL] çizilir.

$\hat{A}DAK$  ile  $\hat{D}CL$  eşittir.

Dolayısıyla;

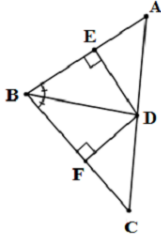
.....

.....

0: Boş bırakır veya çözümü doğru devam ettiremez.  
1: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz.  
2: Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır.

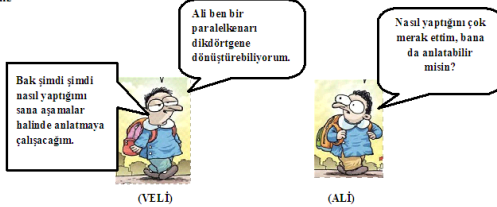
S4.Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşımıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yapacağını yazınız.

CEVAP:



0:Boş bırakır veya günlük konuşma dilini kullanarak şekli yanlış tarif eder  
1: Günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder.  
2: Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır.

S5.Ali ile Veli arasında geçen aşağıdaki konuşmaları okuyunuz. Ve size sorulan sorulara cevap vermeye çalışınız



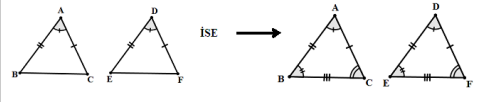
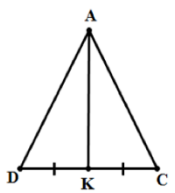
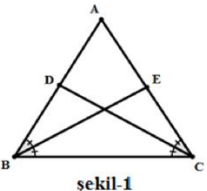
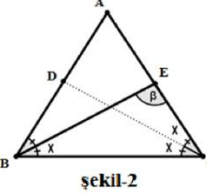
(VELİ)

(ALİ)

	VELİ: İlk önce bir paralelkenar çizelim ve köşelerini ABCD olarak isimlendirelim(solda). ALİ: Tamam çizelim.
	VELİ: B köşesinden bir yükseklik çizelim. ALİ: Evet. VELİ: Buraya kadar yaptıklarımı anlamadın değil mi? ALİ: Evet çok iyi anladım bir paralelkenar çizip bir köşesinden yükseklik çizdik.
	VELİ: Şimdi de yükseklik çizdiğimizde oluşturduğumuz BAE üçgenini kesip aldığımızı düşünelim ve bu üçgeni paralelkenarın diğer tarafına yapıştıralım. Gördüğümüz gibi şekil dikdörtgene dönüştü. ALİ: Benim biraz kafam karıştı anlamadığım bazı yerler var. Bu yüzden sana birkaç soru sormam gerekecek. Bu sorularımı cevaplamam gerek.
	1. BEA üçgenini kestikten sonra paralelkenarın diğer tarafına şekildesi gibi tam denek geleceğini nereden biliyorsun? Örneğin; neden BA kenarı CD kenarı ile tam üst üste gelsin? 2. Otuşan şeklin bir dikdörtgen olduğunu nasıl anladım? Belki de dikdörtgen oluşmamıştır. Ben tam ikna olmadım.

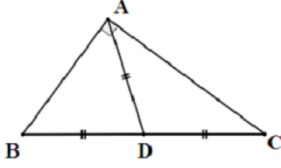
0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar  
0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar  
1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar fakat bazılarını yapamaz  
2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir

## ARA TEST:

<p>Bir öğrenci üçgenlere ait bir özelliği göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı özelliği bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.</p> <p style="text-align: center;"><b>ÜÇGENLERE AİT BİR ÖZELLİK</b></p>  <p> <math>m(\hat{A}) = m(\hat{D})</math>  <math> AC  =  DF </math>  <math> AB  =  DE </math> </p> <p>İSE →</p> <p> <math>m(\hat{B}) = m(\hat{E})</math>  <math>m(\hat{C}) = m(\hat{F})</math>  <math> BC  =  EF </math> </p> <p>Cevap:</p>	<p><b>0:</b> Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur.</p> <p><b>1:</b> Günlük konuşma dili kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz (tasvir yapar)</p> <p><b>2:</b> Günlük konuşma dilini kullanır ve doğru bir yargı cümlesi yazar</p> <p><b>3:</b> Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar</p>				
<p><b>S2.</b> Aşağıda bazı geometrik şekiller ve bu şekiller ile ilgili verilen bazı bilgiler verilmiştir. Verilen bu bilgilerin doğrulukları ve yanlışlıkları hakkında ne söylenebilir. Yazınız.</p>  <table border="1" data-bbox="454 862 885 1131"> <thead> <tr> <th>Verilen Bilgi</th> <th>ABC üçgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Yanda verilen ABC üçgeni AK doğru parçası boyunca iktandığında AKC üçgeni ile AKD üçgeni tam üst üste gelir.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Verilen Bilgi	ABC üçgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:	Yanda verilen ABC üçgeni AK doğru parçası boyunca iktandığında AKC üçgeni ile AKD üçgeni tam üst üste gelir.		<p><b>0:</b> Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar</p> <p><b>1:</b> Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden (şeklin görünüşü üzerinden) günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur.</p> <p><b>2:</b> Matematiksel prensiplerden yararlanarak doğru çıkarımlarda bulunur</p>
Verilen Bilgi	ABC üçgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:				
Yanda verilen ABC üçgeni AK doğru parçası boyunca iktandığında AKC üçgeni ile AKD üçgeni tam üst üste gelir.					
<p><b>S3</b> Önerme: İkizkenar bir üçgende eş açılardan çizilen açıortayların uzunlukları eşittir.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.</li> </ul> <p>Verilen (hipotez): .....</p> <p>İstenen (hüküm): .....</p> <p>İspat:</p>  <p>şekil-1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math> AB  =  AC </math> ve <math>m(\hat{B}) = m(\hat{C})</math> olacak şekilde ikizkenar bir ABC üçgeni ile B ve C açısına ait açıortayları çizelim (şekil-1).</li> <li><math>m(\hat{EBC}) = x</math> dersek <math>m(\hat{C}) = 2x</math> olur (şekil-2).</li> <li><math>m(\hat{B}) = \beta</math> olsun (şekil-2).</li> </ul> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><u>Verilen Bilgilerden Hareketle İspatı Devam Ettiriniz</u></p> <p style="text-align: center;">↓</p>  <p>şekil-2</p>	<p><b>0:</b> Verilen önermenin hipotez ve sonuç bölümlerini birbirinden ayıramaz</p> <p><b>1:</b> Verilen önermenin hipotez ve sonuç bölümlerini birbirinden ayırır</p> <p><b>0:</b> Boş bırakır veya çözümü doğru devam ettiremez</p> <p><b>1:</b> Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz</p> <p><b>2:</b> Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır</p>				
<p><b>S4.</b> Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi</p>	<p><b>0:</b> Boş bırakır veya şekli yanlış tarif eder</p>				

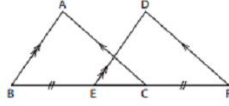
düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.

Cevap:



1: Günlük konuşma dilini kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder.  
2: Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır.

55.Aşağıda verilen sorunun çözümünde boş bırakılan gerekçe bölümünü doldurunuz.

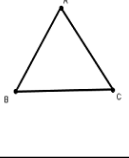
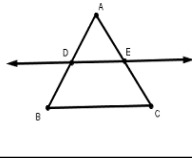
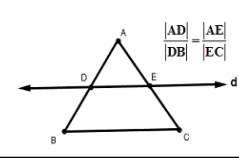
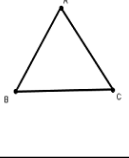
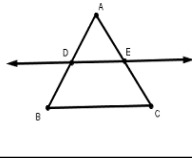
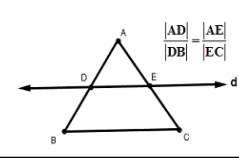
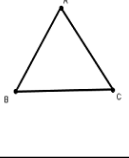
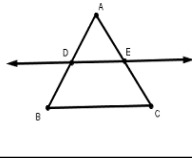
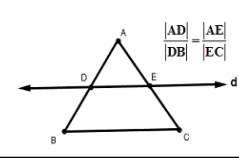
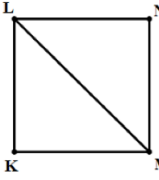
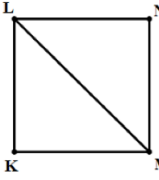
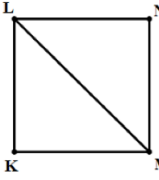


Yukarıdaki şekilde B, E, C, F doğrusal  
[AB] // [DE], [AC] // [DF], |BE| = |CF| dir.  
Buna göre  $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$  olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM	GEREKÇE
$m(\hat{ABC}) = m(\hat{DEF})$	
$m(\hat{ACB}) = m(\hat{DFE})$	
BC  =  EF	
$\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$	

0a: Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar  
0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar  
1: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar bazılarını yapamaz (boş bırakır-yanlış yapar).  
2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir

SON TEST:

<p><b>S1.</b></p> <p>Bir öğrenci sırası ile aşağıdaki işlemleri yaparak üçgene ait bir özelliği göstermeye çalışmaktadır. Öğrencinin göstermeye çalıştığı özelliği bir cümle ile aşağıda verilen boşluğa yazınız.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: center;">ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="width: 33%;">Bir ABC üçgeni alınız.</td> <td style="width: 33%;">d // [BC] çizilir.</td> <td style="width: 33%;"><math>\frac{ AD }{ DB } = \frac{ AE }{ EC }</math> olur</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td colspan="3">Cevap:</td> </tr> </tbody> </table>	ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER			Bir ABC üçgeni alınız.	d // [BC] çizilir.	$\frac{ AD }{ DB } = \frac{ AE }{ EC }$ olur				Cevap:			<p><b>0:</b> Boş bırakır veya verilen şekillerle ilgili yanlış açıklamalarda/yargılarda bulunur.</p> <p><b>1:</b> Günlük konuşma dili kullanarak yapılan işlemleri açıklar fakat bir yargıda bulunmaz (tasvir yapar)</p> <p><b>2:</b> Günlük konuşma dilini kullanır ve doğru bir yargı cümlesi yazar</p> <p><b>3:</b> Matematiksel kavramları kullanarak verilen şekiller ile ilgili doğru bir önerme yazar</p>
ÖĞRENCİNİN SIRASI İLE YAPTIĞI İŞLEMLER													
Bir ABC üçgeni alınız.	d // [BC] çizilir.	$\frac{ AD }{ DB } = \frac{ AE }{ EC }$ olur											
													
Cevap:													
<p><b>S2.</b> Aşağıda bazı geometrik şekiller ve bu şekiller ile ilgili verilen bazı bilgiler verilmiştir. Verilen bu bilgilerin doğrulukları ve yanlışlıkları hakkında ne söylenebilir. Yazınız.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="width: 33%; text-align: center;"></td> <td style="width: 33%;"> <p style="text-align: center;">Verilen Bilgi</p> <p>Yanda verilen KLMN dörtgeni LM doğru parçası boyunca katlandığında LNM üçgeni ile LKM üçgeni tam üst üste gelir.</p> </td> <td style="width: 33%;"> <p>KLMN dörtgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p> </td> </tr> </tbody> </table>		<p style="text-align: center;">Verilen Bilgi</p> <p>Yanda verilen KLMN dörtgeni LM doğru parçası boyunca katlandığında LNM üçgeni ile LKM üçgeni tam üst üste gelir.</p>	<p>KLMN dörtgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p>	<p><b>0:</b> Boş bırakır veya yanlış bir açıklama yazar</p> <p><b>1:</b> Çıkarımda bulunurken şekil üzerinden (şeklin görünüşü üzerinden) günlük konuşma dilini kullanarak doğru açıklamalarda bulunur.</p> <p><b>2:</b> Matematiksel prensiplerden yararlanarak doğru çıkarımlarda bulunur</p>									
	<p style="text-align: center;">Verilen Bilgi</p> <p>Yanda verilen KLMN dörtgeni LM doğru parçası boyunca katlandığında LNM üçgeni ile LKM üçgeni tam üst üste gelir.</p>	<p>KLMN dörtgeni ile ilgili verilen bilginin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Nedeni ile birlikte yazınız. CEVAP:</p>											
<p><b>S3.</b> Önerme: İkizkenar bir üçgende eş açılardan çizilen açıortayların uzunlukları eşittir.</p> <p>• Yukarıdaki önermenin verilen ve istenenlerini belirleyiniz.</p> <p>Verilen (hipotez): .....</p> <p>İstenen (hüküm): .....</p> <p><b>İspat:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bir ABC dik üçgeni çizelim ve m(A)= 90 derece olsun.</li> <li>• D noktasından AB doğru parçasına paralel bir doğru çizelim ve bu doğrunun AC doğru parçasını kestiği noktayı K olarak alalım.</li> </ul> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;"><u>Verilen Bilgilerden Harekete İspat Devam Ettiriniz:</u></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• .....</li> <li>• .....</li> </ul>	<p><b>0:</b> Verilen önermenin hipotez ve sonuç bölümlerini birbirinden ayıramaz</p> <p><b>1:</b> Verilen önermenin hipotez ve sonuç bölümlerini birbirinden ayırır</p> <p><b>0:</b> Boş bırakır veya çözümü doğru devam ettiremez</p> <p><b>1:</b> Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır fakat bir sonuca ulaşamaz</p> <p><b>2:</b> Çıkarım basamaklarından elde edilen sonuçları kullanır ve doğru sonuca ulaşır</p>												
<p><b>S4.</b> Aşağıda gördüğünüz geometrik şekli telefondaki arkadaşınıza çizdirmeyi düşünüyorsunuz. Arkadaşınıza konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.</p>	<p><b>0:</b> Boş bırakır veya şekli yanlış tarif eder</p> <p><b>1:</b> Günlük konuşma dilini</p>												

<p><b>Cevap:</b></p>	<p>kullanır fakat şekli doğru veya eksik tarif eder.  <b>2: Şekli doğru tarif eder ve tarif ederken sadece matematiksel kavramları kullanır.</b></p>
----------------------	--

<p><b>S5. Önerme: Eş üçgenlerin eş kenarlarına ait kenarortaylarda eşitir.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Yukarıdaki önermenin verilen ve istenelerini belirleyiniz.</li> </ul> <p>Verilen (hipotez): .....</p> <p>İstenen (hüküm): .....</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Aşağıda bu önermenin ispatı akış diyagramı biçiminde verilmektedir. Her bir dikdörtgenin altına verilen bilginin gerekçesini yazınız.</li> </ul> <p>İspat:</p> <p><math>\triangle ABC \cong \triangle DEF</math> olsun.</p>	<p><b>0a:Boş bırakır, yanlış gerekçelendirmeler yapar veya gerekçelendirme yerine yapılan işlemleri açıklar</b></p> <p><b>0b: Gerekçelendirmeleri şeklin görüntüsü üzerinden yapar</b></p> <p><b>1:Geçerli muhakeme sürecini kullanarak bazı gerekçelendirmeler yapar bazılarını yapamaz (boş bırakır-yanlış yapar).</b></p> <p><b>2: Geçerli muhakeme sürecini kullanarak şekil üzerinde yapılan bütün değişiklikleri gerekçelendirir.</b></p>
--	---

## ÖĞRETMEN KILAVUZ KİTABI

Bu kılavuz kitabı 9.sınıf matematik dersinin geometri ile ilgili kazanımları temel alınarak hazırlanmıştır. Bu kılavuzun amacı öğretmenlerin ders içi faaliyetlerini düzenlemek ve kazanımlara ulaşmada onlara rehberlik yapmaktır. Bu amaç doğrultusunda ders işleme süreci için belirli modeller belirlenmiştir. Bu modeller üç tane olup “Bilişsel Süreç Modelleri” olarak adlandırılmaktadır (bkzTablo-1). Ders içi faaliyetlerde kazanımın doğası ve öğrencilerin hazırbulunuşluluk düzeyi dikkate alınarak bu modellerden biri kullanılmıştır. Bu nedenle kazanımlar değiştikçe kullanılacak modellerde değişebilmektedir.

Tablo 1: Bilişsel Süreç Modelleri

BİLİŞSEL SÜREÇ MODELLERİ		
Model-1	Model-2	Model-3
A. Görselleştirme B. Görselleştirme $\leftrightarrow$ Muhakeme C. Muhakeme D. Uygulama	A. Görselleştirme B. Görselleştirme $\leftrightarrow$ Muhakeme C. Muhakeme D. Oluşturma E. Uygulama	A. Oluşturma B. Görselleştirme C. Görselleştirme $\leftrightarrow$ Muhakeme D. Muhakeme E. Uygulama

Her bir model belirli alt alanlara bölünmüştür. Belirli bir sıra takip eden bu alt bölümler bir ders saatinin bölümlerini göstermemektedir. Yani bir ders saati modellerde belirtilen bütün alt alanları içermek zorunda değildir. Örneğin bir ders saati sadece görselleştirme basamağı ile geçebileceği gibi modele ait bütün alt alanların tamamlanması bir haftalık ders saati boyunca da sürebilir. Burada önemli olan belirlenen kazanım ile ilgili yapılacak sınıf içi etkinliklerin seçilen modelin alt alanlarına uygun olarak düzenlenmesidir.

Modellere ait alt alanların özellikleri ve bu alanlarda öğretmenlerin dikkat etmesi gereken hususlar aşağıda verilmiştir.

### GÖRSELLEŞTİRME

Görselleştirme, Model-1 ve Model-2 de birinci basamağı Model-3’de ise ikinci basamağı oluşturmaktadır. Bu bölüm öğrencilerin kazanımın gerektirdiği kavramsal sürece girmeden önceki hazırlık aşaması olarak nitelendirilebilir. Bu bölümde, öğrencilerin aşağıda verilen davranışları kazmalarına yönelik etkinlikler yer almaktadır.

- Verilen geometrik bir şeklin boyutunu söyleyebilir.
- Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir.
- Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.
- Bir problemin verilen ve istenenlerini doğru belirleyebilir.
- Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgilerden hareketle doğru çıkarımda bulunabilir.
- Verilen sözel bilgiyi görsel bilgiye, görsel verilen bilgiyi ise sözel bilgiye doru çevirebilir.
- Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.

## GÖRSELLEŞTİRME- MUHAKEME

Bu bölüm öğrencilerin şekille ilgili kavramsal sürece girdiği bölümdür. Fakat bu kavramsal süreç şeklin kontrolünde gerçekleşmektedir. Şeklin kontrolünde gerçekleşen bu bölümde matematiksel kavramlar günlük konuşma dili ile açıklanmaya çalışılmalıdır. Örneğin “iki üçgenin eşitir” yerine “iki üçgen birbirleriyle aynıdır” cümlesi tercih edilmektedir. Fakat matematiksel ilişkileri anlatırken öğrencilere önerme kullanması konusunda rehberlik yapılmalıdır. Bu şekilde muhakeme bölümüne geçiş kolaylaştırılacaktır.

Bu bölümde, öğrencilerin aşağıda verilen davranışları kazmalarına yönelik etkinlikler yer almaktadır.

- Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.
- Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.
- Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.
- Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır
- Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir
- Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.

## MUHAKEME

Bu bölüm dersin teorik bölümüdür. Bu bölümde öğrencilerin geometrinin tümdengelimsel düşünme sürecini öğrenmelerine yardımcı olacak açıklama ve etkinlikler yer almaktadır. Ayrıca kazanımın gerektirdiği tanım, sembol ve gösterimler bu bölümde öğrencilere verilmektedir. Yapılan etkinliklerde öğrencilerin geometrinin tümdengelimsel yapısını öğrenmeleri amaçlanmaktadır. Bu nedenle geometrik şekillerin özelliklerinin ispatı bu bölümde yer alır. İspat süreci öğrencilere öğretilirken farklı ispat yöntemleri kullanılmıştır. Her bir ispatta önemle üzerinde durulması gereken bölüm ispatın gerekçe bölümüdür. Bu bölüm özellikle öğrencilerin kullandıkları matematiksel özellikleri gerekçelendirebilmeleri üzerine odaklanmaktadır. Bu bölümde, öğrencilerin aşağıda verilen davranışları kazmalarına yönelik etkinlikler yer almaktadır.

- Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.
- Verilen bir önermenin hipotez ve sonuç bölümlerini birbirinden ayırabilir.
- Çıkarımda bulunurken sadece aksiyom, tanım ve teoremleri kullanır.
- Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.
- Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamak da kullanabilir.
- Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir.

## KURMA

Uygulama bölümü, öğrencilerin belirli araçlar yardımı ile (Dinamik Geometri Yazılımları, Cetvel ve pergel, kağıt...) geometrik şekilleri kurdukları bölümdür. Bu bölümde, öğrencilerin aşağıda verilen davranışları kazmalarına yönelik etkinlikler yer almaktadır.

- Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir
- Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir.

## UYGULAMA

Bu bölümde öğrencilerin öğrendikleri ilke ve kavramları kullanmalarına imkân tanıyacak sorular yer almaktadır. Uygulamaları öğrenciler ders saati içinde yapabileceği gibi, ders saati dışında da yapabilirler. Fakat öğrencilere dönüt verilebilmesi için verilen sorular mutlaka ders saati içinde çözümlenmelidir. Çözüm için sorular tahtaya yazılırken zaman kazanmak adına soru için verilen sözel bilgiler öğretmen tarafından sorunun üzerinde gösterilmemeli soruların çözümüne geçildiğinde bu işlemler ya öğrenci tarafından ya da çözümü öğretmen yapıyorsa öğretmen tarafından yapılmalıdır.

Geometri dersinin genelinde ve özellikle uygulama bölümünde geometrik ilişkilerin şekil üzerinde gösterilmesini kolaylaştırmak için farklı renkte kalemlerin kullanılmasına dikkat edilmelidir. Soru üzerinde farklı renkte kalemler kullanılması şekil üzerinde ilişkilerin fark edilmesini kolaylaştırdığı için öğrencilerinde geometri dersi için farklı kalemler kullanmaları teşvik edilmelidir.





## 1.BÖLÜM: HAZIRLIK

KONU:

KAZANIM-1: Hazırlık

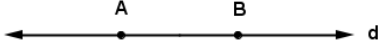

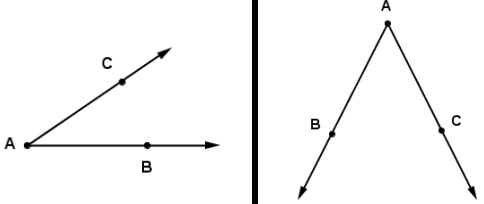
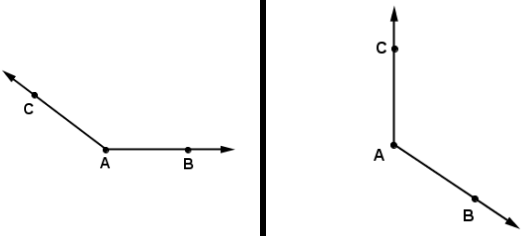
SÜRE:

ARAÇ-GEREÇ: Dinamik Geometri Yazılımı, Cetvel

## DERSİN İŞLENİŞİ

## A. GÖRSELLEŞTİRME

- Dersin bu bölümünde öğrencilere bazı kavramlar, bu kavramları temsil eden geometrik şekiller ve bazı sembol ve gösterimler hatırlatılmaktadır.
- Öğrencilere sembol ve gösterimlerin önemli olduğu söylenmeli ve bir kavram derslerde olabildiğince kendisini ifade eden sembol ve gösterimle kullanılmalıdır. Bununla birlikte öğrencilerin kavramlara ait geometrik şekilleri sabit bir görünüm ile zihinlerinde canlandırmalarını engellemek için geometrik şekillerin farklı görünüşleri de mutlaka çizilmelidir.

Şekil Kavram ve Semboller		
KAVRAMLAR	SEMBOL VEYA GÖSTERİM	GEOMETRİK ŞEKİL
Doğru	AB veya d doğrusu	
Doğru Parçası	[AB]	
Doğru Parçasının uzunluğu	AB	
Dar Açı	$m(\widehat{CAB}) < 90^\circ$ $m(\widehat{A}) < 90^\circ$ $m(\widehat{BAC}) < 90^\circ$	
Geniş Açı	$m(\widehat{CAB}) > 90^\circ$ $m(\widehat{A}) > 90^\circ$ $m(\widehat{BAC}) > 90^\circ$	

Tam Açı		$m(\hat{A}) = 360^\circ$	
Doğru Açı		$m(\hat{A}) = m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$	
Işın	$[AB]$		
İkizkenar Üçgen			
Eşkenar Üçgen		$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = 60^\circ$ 	
Dik Açı		$m(\hat{A}) = 90^\circ$ 	$m(\hat{A}) = 90^\circ$ 
Dik Üçgen			
Diklik	$\perp$		

Paralellik	//		
Komşu Bütünler Açılar			$m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{AOC}) = 180^\circ$ <p><math>\widehat{AOB}</math> ile <math>\widehat{AOC}</math> komşu açılardır.</p>
Ters Açılar			$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{KOL})$ <p><math>\widehat{AOB}</math> ile <math>\widehat{KOL}</math> ters açılardır.</p>
Boyut	Not: Dinamik geometri yazılımı kullanılarak boyut ile ilgili bilgi verilmelidir		

- Temel kavramlar, sembol ve gösterimler öğrencilere hatırlatıldıktan sonra öğrencilere “SIRA SENDE ” çalışma yaprağı dağıtılır. Bu çalışma yaprağı üç sorudan oluşmaktadır. Birinci soru öğrencilerden geometrik şekil ile ilgili verilen sözel bir bilgiyi şekil üzerinde işaretlerle göstermelerini isterken ikinci soru şekil üzerinde işaretlerle verilen bilgilerden hareketle şekil ile ilgili bilgiler istemektedir. Üçüncü soruda ise verilen şekil üzerindeki açıları yazmaları istenmektedir.
- Bu çalışmada, öğrenciler çalışma yaprağını doldurduktan sonra, öğrencilerden verdikleri cevapları tahtada göstermeleri istenmelidir. Bu esnada öğretmen, öğrencilere eş uzunluk veya açılarının, birbirine paralel doğruların/doğru parçalarının aynı işaretle farklı uzunluk veya açılarının farklı işaretlerle

gösterilmesi gerektiğini söylemelidir. Ayrıca kullanılan işaretlerin şekil üzerinde karışıklığa yol açmayacak şekilde olması gerektiği sınıfta vurgulanmalıdır.

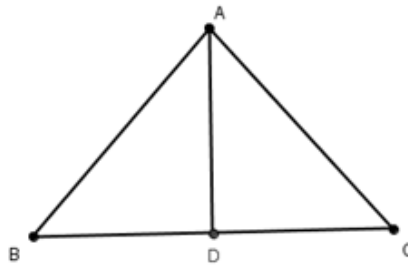
- Öğrencilere açılar yazılırken sadece köşe noktası kullanılabilirler veya üç nokta kullanılarak da açılar gösterebilecekleri söylenmelidir. Fakat köşe noktasının gösterdiği birden fazla nokta var ise üç nokta ile açıyı göstermek göstermenin karışıklığı önleyeceği sınıfta vurgulanmalıdır.

**UYARI!** : Bundan sonraki derslerde bir geometri sorusunu yazarken zaman kazanmak için şekil ile ilgili verilen sözel bilgiler şeklin üzerinde gösterilmemelidir. Bu süreç mutlaka öğrencilere bırakılmalı ve derslerde buna dikkat edilmelidir.

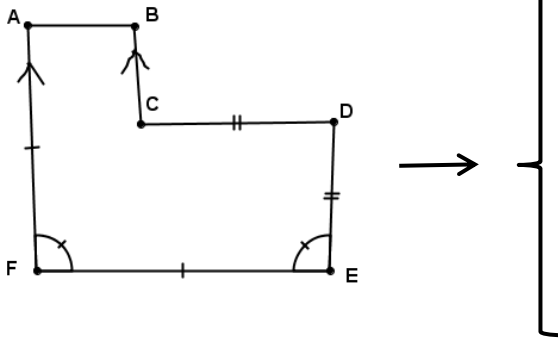
### SIRA SENDE-1

- 1) Aşağıda verilen bilgileri verilen şekil üzerinde gösteriniz.

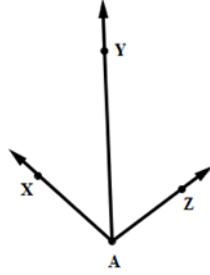
$$\left. \begin{array}{l} |AB| = |AC| \\ |BD| = |DC| \\ |AC| = |BC| \\ [AD] \perp [BC] \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{B}) \\ m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAD}) \end{array} \right\}$$



- 2) Şekil üzerinde verilen işaretlerden hareketle şekil ile ilgili elde edilebilecek bilgileri yazınız.



3) Aşağıda şekil-1 de verilen açıları yanında verilen tabloya yazınız.



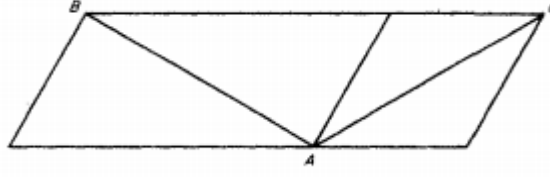
Şekil-1

Şekil-1 de bulunan açılar

- Sözel bilgileri şeklin üzerinde gösterme ve şekil üzerindeki işaretlerden hareketle şekil ile ilgili bilgi edinme çalışması bittikten sonra öğrencilere “NE GÖRÜYORSUN-1 ve 2 ?” etkinlikleri dağıtılır. Bu etkinliklerde öğrencilerden verilen geometrik şekil ile ilgili tahminde bulunmaları ve bu tahminlerini test etmeleri istenmektedir. Şeklin görünüşünden kaynaklanan aldatmaca sınıf içi tartışma ile ele alınmalı ve etkinliğin sonunda öğrencilere şeklin görünüşüne göre bir sonuca varmamaları gerektiği özellikle söylenmelidir. Örneğin iki doğrunun birbirine paralel gibi gözükmesinin onun gerçekte paralel olduğu anlamına gelemeyeceği öğrencilere açıklanmalıdır. Çünkü geometri dersinde öğrencilerin şeklin görünüşüne aldanarak matematiksel çıkarımlar yapmamaları çok önemlidir.



### NE GÖRÜYORSUN-1?



ŞEKİL-1

- Yukarıdaki şekil-1'e bakarak aşağıdaki seçeneklerden doğru olduğunu düşündüğünüzü işaretleyiniz. Eğer cevabınız verilen seçenekler arasında yoksa kendi cevabınızı seçeneklerin altında verilen boşluğa (E Seçeneği ) yazınız.
  - AB doğru parçasının uzunluğu AC doğru parçasının uzunluğundan büyüktür.
  - AB doğru parçasının uzunluğu AC doğru parçasının uzunluğundan küçüktür.
  - AB doğru parçasının uzunluğu AC doğru parçasının uzunluğuna eşittir.
  - Herhangi bir bilgi verilmeden yorum yapılamaz.
  - .....

- Elinizdeki cetveli kullanarak AB ve AC doğru parçalarının uzunluklarını ölçünüz.

$$|AB| = \dots \text{ cm} \quad |AC| = \dots \text{ cm}$$

- Bulduğunuz sonuç ile 1.soruya verdiğiniz cevap arasında bir farklılık var mı? Aşağıdaki kutulardan birini işaretleyiniz.

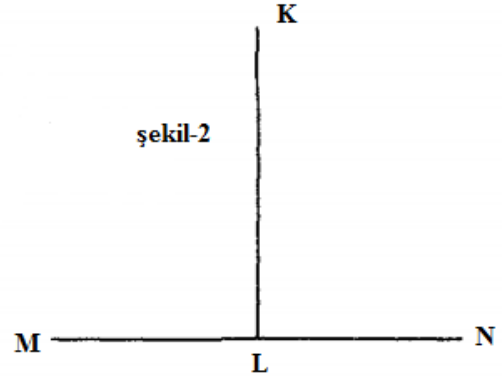
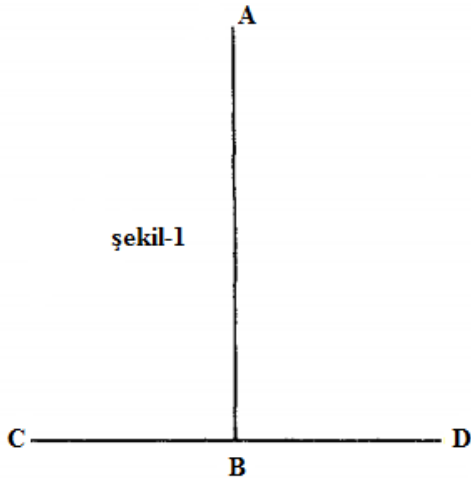
EVET VAR

HAYIR YOK

- Cevabımız "EVET" ise bu farklılığın neden kaynaklandığını düşünüyorsunuz? Aşağıya yazınız.

## NE GÖRÜYORSUN-2?

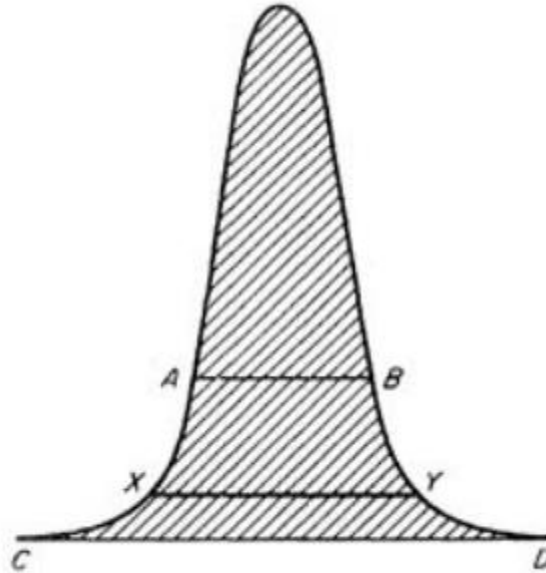
## 1. SORU



Şekil-1 de verilen şekle bakarak AB doğru parçasının uzunluğu ve CD doğru parçasının uzunluğunu karşılaştırmaya çalışınız.

Şekil-2 de verilen şekle bakarak KL doğru parçasının uzunluğu ve MN doğru parçasının uzunluğunu karşılaştırmaya çalışınız.

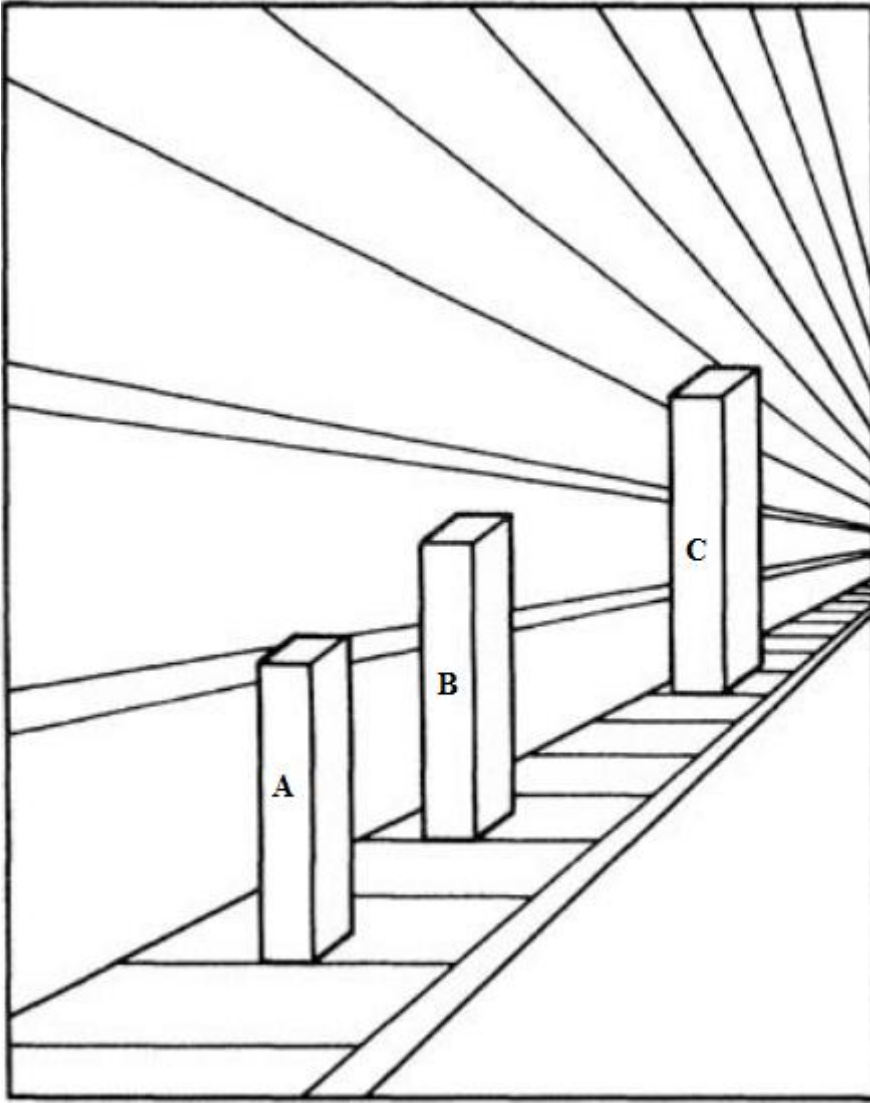
## 2. SORU



Yukarıda verilen şekilde verilen XY ve AB doğru parçalarından hangisi CD doğru parçasının yarısına eşittir.

## NE GÖRÜYORSUN-2?

## 3. SORU



Yukarıda verilen A,B,C sütunlarının uzunluklarını büyükten, küçüğe doğru sıralayınız.

1.sorudaki AB ve CD doğru parçalarının uzunlukları ile KL ve MN doğru parçalarının uzunluklarını ölçüp verdiğiniz cevabın doğruluğunu kontrol ediniz. Elde ettiğiniz sonucu yazınız.

2.sorudaki CD, XY ve AB doğru parçalarının uzunluklarını ölçüp verdiğiniz cevabın doğruluğunu kontrol ediniz. Elde ettiğiniz sonucu yazınız.

3.sorudaki A, B, C sütunlarının yüksekliklerini ölçüp verdiğiniz cevabın doğruluğunu kontrol ediniz. Elde ettiğiniz sonucu yazınız.



## B. GÖRSELLEŞTİRE- MUHAKEME

- “NE GÖRÜYORSUN-2?” etkinliğinden sonra öğrencilere, “ ÇALIŞMA YAPRAĞI ” dağıtılır. Bu çalışma yaprağı öğrencilere iki paralel doğru bir kesen ile kesildiğinde oluşan *yöndeş, iç ters, dış ters ve karşı durumlu* açıların özelliklerini hatırlatmaya yöneliktir. Bu çalışma yaprağında öğrencilerden dinamik ortamda hazırlanan etkinlikler yardımıyla verilen açılar tanımları ve bu açıların özellikleri ile ilgili çıkarımda bulunmaları istenmektedir. Çalışma yaprağını birinci bölümünde öğrencilerden dinamik geometri yazılımı üzerinde gördükleri şekli arkadaşları ile konuşuyor gibi yazmaları istenmektedir. Bu bölümde öğrencilerin gördükleri şekli tarif ederken matematiksel kavramlardan yararlanmaları beklenmektedir. Bu nedenle öğrencilerin “paralel” ve “kesen” kavramlarını kullanmaları önemlidir.
- Etkinliğin sonunda öğrencilerin bu bölüm için verdikleri cevaplar ele alınmalı ve kavramsal olmayan tarifler düzeltilmelidir. Çalışma yaprağının sonunda öğrencilerden elde ettikleri matematiksel sonucu yazmaları istenmektedir. Bu bölümde bazı öğrenciler anlatılmak istenen matematiksel özelliği yazmak yerine, açılar hareketini özellik olarak düşünebilirler. Örneğin, bazı öğrenciler “yöndeş açılar ölçüleri birbirine eşittir” ifadesi yerine “açıları sürüklersek üst üste gelir” ifadesini kullanabilirler. Bu şekilde ifadelerle karşılaşıldığında bunlar düzeltilmeli ve matematiksel özellikten ne anlaşılması gerektiği öğrencilere açıklanmalıdır. Bu açıklamalar yapılırken öğrencilerin bir önceki öğretim basamağında kullandıkları matematiksel özelliklerden örnekler verilmelidir.
- Etkinlik uygulanırken öğrenciler ile birlikte açılar üst üste gelmesinde paralel doğruların rolü incelenmelidir.
- Etkinliğin sonunda bir önceki öğretim basamağında öğrendikleri yöndeş, içters, dış ters ve karşı durumlu açılar ve bu açılar için paralel doğruların işlevi ile ilgili hatırlatmalarda bulunulmalıdır.

**UYARI!** Matematiksel özellik açıklanırken bu aşamada “önerme” ya da “teorem” gibi kavramlar kullanılmamalıdır.

ÇALIŞMA YAPRAĞI

Bilgisayarda size verilen açılar ile ilgili dosyaları sırasıyla açarak aşağıda verilen soruları cevaplandırmaya çalışın				
AÇILAR	Paralelaçı-1	Paralelaçı-2	Paralelaçı-3	Paralelaçı-4
<b>SORULAR</b>				
Ekran da gördüğünüz geometrik şekli telefonda ki arkadaşınıza çizdirmek istiyorsunuz. Arkadaşınızla konuşuyormuş gibi düşünün ve çizimi nasıl yaptıracağınızı yazınız.				
Şekil üzerinde 1 ve 2 olarak isimlendirilen açılar hangi açıyı göstermektedir. İşaretleyiniz.	a) İç ters açılar b) Dış ters açılar c) Yöndeş açılar d) Karşı durumlu açılar	a) İç ters açılar b) Dış ters açılar c) Yöndeş açılar d) Karşı durumlu açılar	a) İç ters açılar b) Dış ters açılar c) Yöndeş açılar d) Karşı durumlu açılar	a) İç ters açılar b) Dış ters açılar c) Yöndeş açılar d) Karşı durumlu açılar
Şimdi ekran üzerinde gördüğünüz “A” noktasını sürükleyerek “B” noktasının üstüne götürünüz. “A” noktası sürüklenirken “1” açısı değişmekte midir?				
“A” noktası ile “B” noktası üst üste geldiğinde “1” ve “2” açılarının ölçüleri ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?				
Bu çalışmadan elde ettiğiniz matematiksel sonucu yazınız.				

## C. MUHAKEME

- Bu bölümde öğrenciler daha önce öğrendikleri yöndeş, içters, dış ters ve karşı durumlu açıların özelliklerinin ispatını öğreneceklerdir. Fakat bu bölüm hazırlık niteliğinde olduğu için bazı ön bilgiler öğrencilere verilmelidir. Bu ön bilgilerin başında “önerme”, “aksiyom” ve “teorem” gibi kavramların tanımları ile bir teorem verildiğinde bu teoremin verilen ve istenenlerin belirlenmesi gelmektedir. Aşağıda bu ön bilgiler ile ilgili açıklamalar yer almaktadır. Bu açıklamalar rehber niteliğinde olup örnekler artırılarak içeriği genişletilebilir.

**Önerme :** “Doğru” veya “Yanlış” tan yalnız biriyle nitelenebilen ifadelere önerme denir.

**Örnek:**

- a) 2 çift bir sayıdır.
- b) Üçgenin 4 kenarı vardır.
- c) 9 asal sayıdır.
- d) 2 asal sayı mıdır? (önerme değildir)

**Aksiyom:** Doğrulukları ispatsız kabul edilen önermelere aksiyom denir.

**Örnek:** Aşağıda matematikte doğrulukları ispatsız kabul edilen bazı önermeler aşağıdaki gibidir.

- a) İki noktadan yalnız bir doğru geçer
- b) İki paralel doğru bir kesenle kesildiğinde oluşan yöndeş açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

**Teorem:** Doğruluğu ispatlanan önermelere teorem denir. Bir teorem verilen (hipotez) ve istenenden (hüküm) oluşmaktadır.

**İspat:** Teoremin verileninden yola çıkıp istenenine ulaşmaya teoremi ispatlamak denir. Bir teorem ispatlanırken daha önceki tanım, aksiyom ve teoremler kullanılır.

**Örnek:** Aşağıda verilen ifadeler birer teoremdir (doğruluğu ispatlanan bir önermedir)

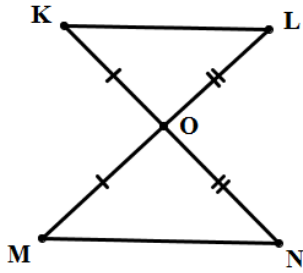
- a) **Teorem:** İki paralel doğru bir kesenle kesildiğinde oluşan iç ters açılarının ölçüleri birbirine eşittir.  
**Verilen:** İki paralel doğru, kesen, iç ters açılar  
**İstenen:** İç ters açılarının ölçüleri birbirine eşittir
- b) **Teorem:** İki paralel doğru bir kesen ile kesildiğinde oluşan karşı durumlu açılarının ölçüleri toplamı  $180^{\circ}$  dir.
- c) **Teorem:** İki paralel doğru bir kesen ile kesildiğinde oluşan dış ters açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

**UYARI!** Öğrencilere bu üç teoremin karşınının da doğru olduğu söylenmeli ve geometride her zaman böyle olmak zorunda olmadığı bir örnekle anlatılmalıdır

**Örnek :** “**TEOREM:** Karenin köşegen uzunlukları birbirine eşittir.” Teoreminin karşıtı doğru değildir.

Yani: “Köşegen uzunlukları birbirine eşit olan bir dörtgen karedir” önermesi doğru değildir. Çünkü bu dikdörtgen de olabilir.

**UYARI!** Öğrenciler genellikle bazı teoremlerin sadece istenen (hüküm) kısmını söylemektedir. Örneğin öğrenciler, “İki paralel doğru bir kesenle kesildiğinde oluşan iç ters açılar ölçüleri birbirine eşittir.” İfadesinin yerine sadece “İç ters açılar ölçüleri birbirine eşittir.” İfadesini kullanmaktadırlar. Öğrencilere bir teoremin verilen ve isteneninin birbirinden ayıramayacağı söylenmelidir. Ayrıca çıkarımda bulunurken sadece hüküm kısmının söylenmesinin yanlış çıkarımlara neden olabileceği aşağıdaki örnek üzerinden anlatılmalıdır.



“ L açısı ile M açısı iç ters açılardır bu nedenle  $m(\hat{L}) = m(\hat{M})$ 'dir.”

İfadesi yanlıştır çünkü yukarıda yazılan ifade hipotez ve hüküm birlikte bulunmamaktadır (Bu ifadeyi öğrencilerin anlamasını kolaylaştırmak için hipotez yerine “ŞART” ve hüküm yerine “SONUÇ” kelimeleri kullanılabilir). Yukarıda verilen ifade de şart bölümü söylenmeden sadece sonuç bölümü(hüküm) söylenmektedir. Yani şart bölümünde söylenmesi gereken “paralel doğrular bir kesen ile kesildiğinde oluşan iç ters açılar ölçüsü.....” cümlesi söylenmemiştir. Şartlar sağlanmadan sonuç söylenemeyeceğinden dolayı (KL ile MN doğru parçalarının

paralelliği ile ilgili bilgi olmadığı gibi eldeki bilgilerden bu iki doğru parçasının paralelliği gösterilemez) yukarıda verilen ifade yanlıştır.

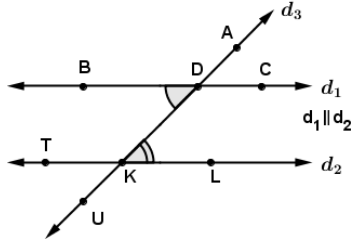
- Teorem yazılırken mutlaka aşağıda verildiği gibi teoremin hipotez ve hüküm bölümlerini hem yazılı hem de şekil ile aşağıda verildiği gibi gösterilmelidir.
- Öğrencilere problem çözerken şartların sağlandığını gördüklerinde sonuç bölümünü şekil üzerinde göstermeleri gerektiği söylenmelidir.

ŞART(HİPOTEZ)	SONUÇ (HÜKÜM)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• İki paralel doğru bir kesen ile kesildiğinde oluşan .....</li> </ul>	$m(\widehat{BDK}) = m(\widehat{LKD})$

- Gerekli ön bilgiler verildikten sonra aşağıdaki teorem yazılarak öğrencilere ispatlanmalıdır.

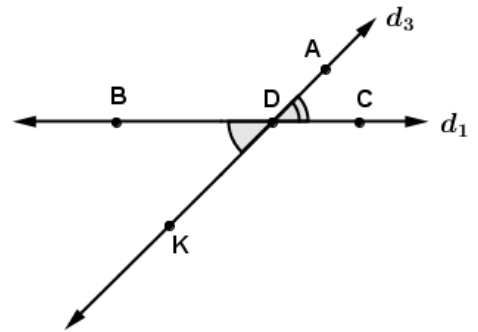
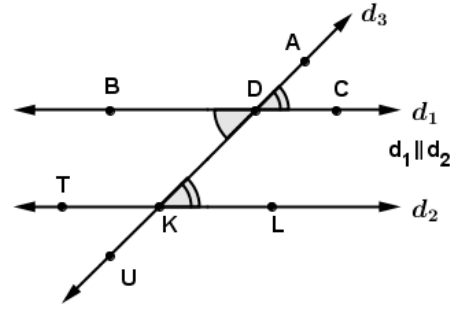
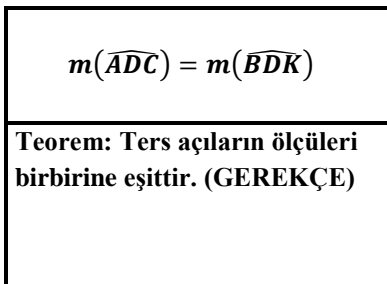
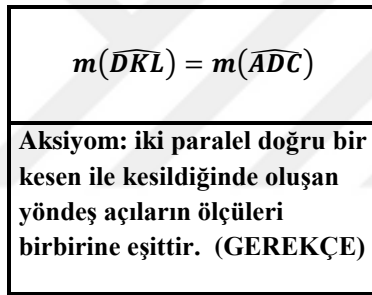
**UYARI!** :İspat yapılırken yöndeş açılar eş olmasının bir aksiyom olduğu ve doğruluğunun ispatsız kabul edildiği öğrencilere hatırlatılmalıdır.

**Teorem: İki paralel doğru bir kesenle kesildiğinde oluşan iç ters açılardan ölçüleri birbirine eşittir.**



**Verilen: İki paralel doğru - bir kesen - iç ters açılar**  $[d_1 \text{ ve } d_2 - d_3 - \widehat{DKL} \text{ ve } \widehat{BDK}]$   
**İstenen: İç ters açılardan ölçüleri birbirine eşittir.**  
 $[m(\widehat{DKL}) = m(\widehat{BDK})]$

**İSPAT:** İspat için akış diyagramı yöntemi kullanılmıştır. İspata geçilmeden önce akış diyagramı ile ispat yöntemi konusunda öğrenciler bilgilendirilmelidir. Özellikle gerekçe bölümüne aksiyom tanım, teoremden birinin yazılması gerektiği anlatılmalıdır. Ayrıca akış diyagramının yanında öğrencilerin ispatı takip edebilmelerine yardımcı olabilmek için şekil kullanılması önemlidir.



- Bu teorem ispat edildikten sonra öğrencilere “NİÇİN DOĞRU?” çalışma yaprağı dağıtılır. Bu çalışma yaprağında bir teorem ve bu teoremin akış diyagramı kullanılarak ispatı verilmiştir. Öğrencilerden bu teoremin verilen ve istenenini belirlemeleri ayrıca ispatın boş bırakılan gerekçe bölümünü yazmaları istenmektedir.

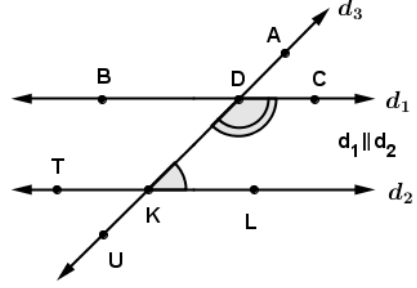
## NİÇİN DOĞRU?

**Teorem:** Paralel iki doğru bir kesenle kesildiğinde oluşan karşı durumlu açların ölçüleri toplamı 180 dereceye eşittir.

- Aşağıda akış diyagramını ile verilen aşağıdaki ispatta teoremin verilen ve istenenini belirleyip gerekçe bölümünü yazınız

Önermenin Verilenleri:.....

Önermenin İstenenleri:.....



İSPAT:

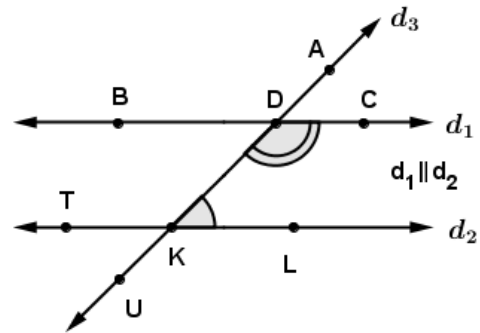
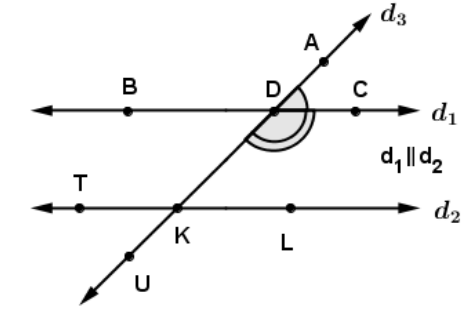
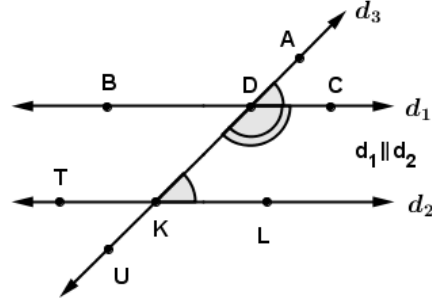
$m(\widehat{DKL}) = m(\widehat{ADC})$
GEREKÇE:



$m(\widehat{KDC}) + m(\widehat{ADC}) = 180^\circ$
GEREKÇE:



$m(\widehat{KDC}) + m(\widehat{DKL}) = 180^\circ$
GEREKÇE:



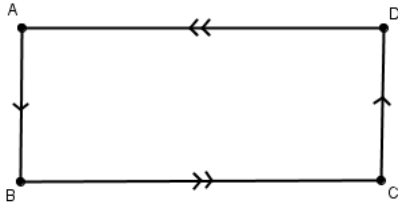
- Çalışma yaprakları doldurduktan sonra öğrencilerin cevaplarını sınıf arkadaşları ile paylaşmasına imkân tanınmalıdır.

- İspat öğrencilere yapılmalı ve ispat ile ilgili öğrencilerin eksik bilgileri giderilmeli yanlış bilgiler düzeltilmelidir.
- Öğrencilere akış diyagramının sonunda elde edilen bilgi ile teoremin isteneni arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmalı ve öğrencilerin fikirleri alınmalıdır.
- Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra ispat yapmanın teoremin istenenine ulaşmak olduğu öğrencilere söylenmeli ve ispatın ne olduğu ile ilgili verilen tanım hatırlatılmalıdır.

### C. UYGULAMA

- Geometride öğrencilerin uygulama yapması çok önemlidir. Bu nedenle her kazanımın sonunda uygulama yapılmalıdır.
- Aşağıda verilen sorular öğrencilere sorulmalı ve öğrencilerin verdikleri cevaplar kontrol edilmelidir. Gerekli rehberlikler yapılarak varsa öğrencilerin hataları düzeltilmeli, eksiklikleri giderilmelidir.

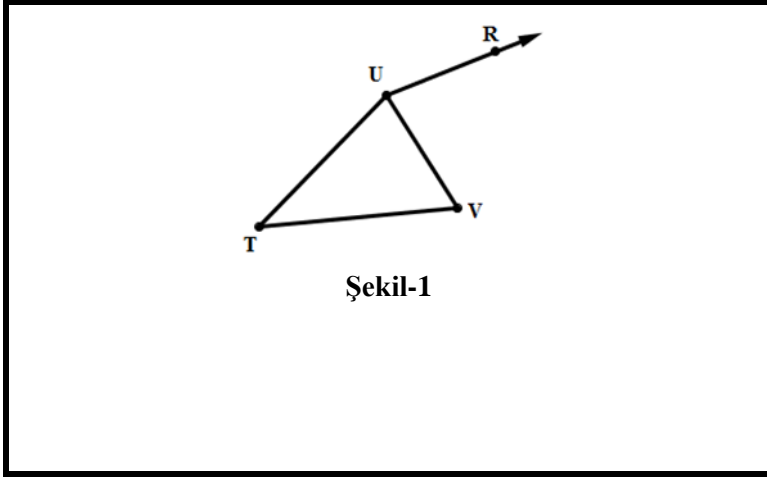
1) Aşağıdaki şekle bakarak yanda verilen hangi sonuçlara ulaşabilirsiniz, gerekçeleri ile yazınız (Birden fazla seçenek kullanılabilir).



- I.  $[AB]//[DC]$
- II. ABCD bir dikdörtgendir
- III.  $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = 90^\circ$
- IV.  $[AD]//[BC]$
- V.  $|AD| = |BC|$  ve  $|AB| = |DC|$

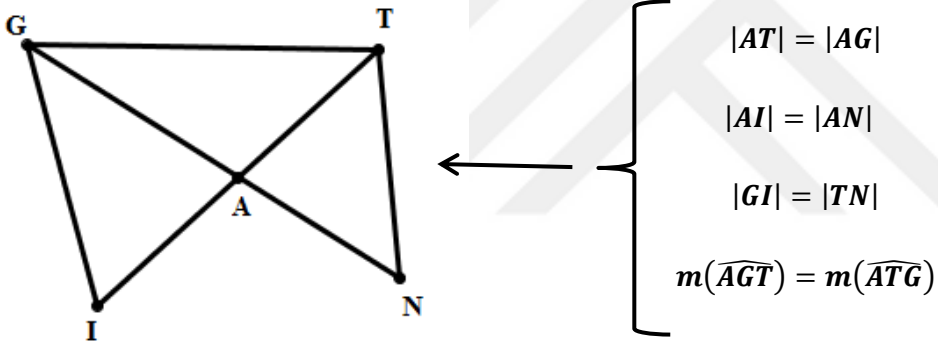
**CEVAP:**

2) Aşağıda verilen şekil-1 deki bütün açıları yan tarafta verilen tabloya yazınız

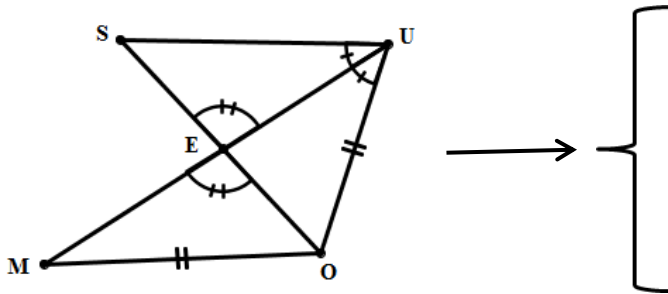


Şekil-1 de bulunan açılar

3) Şeklin yanında verilen bilgileri şeklin üzerine işaretlerle gösteriniz.

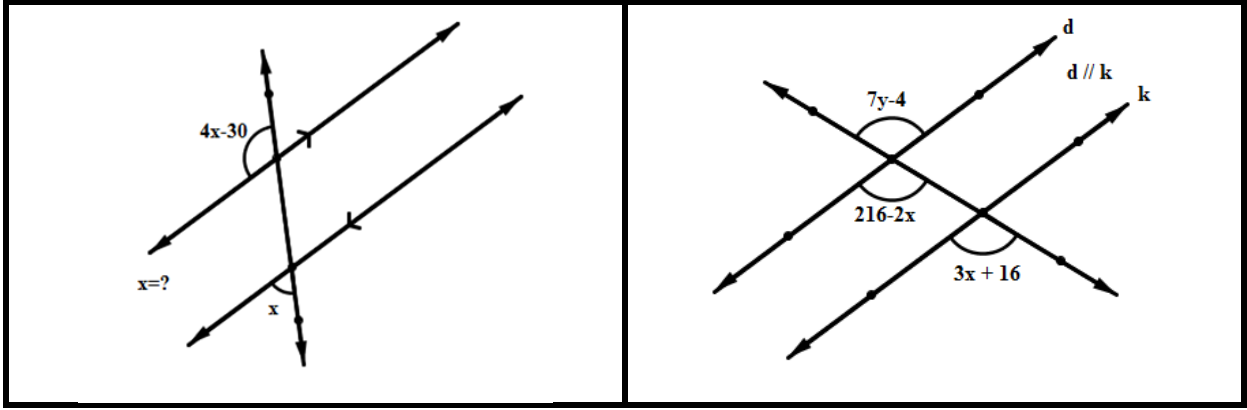


4) Şekil üzerinde verilen işaretlerden hareketle hangi sonuçlara varılabilir.



5) Aşağıda verilen soruları çözünüz





## 2.BÖLÜM: ÜÇGENLER

**KONU:** Üçgende Açılar

**KAZANIM-2:** Bir üçgenin iç açıların ölçüleri toplamının  $180^\circ$ , dış açıları ölçüleri toplamının  $360^\circ$  olduğunu gösterir.

**SÜRE:**

**ARAÇ-GEREÇ:**

### DERSİN İŞLENİŞİ

#### A. GÖRSELLEŞTİRME

- Bu bölümde öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanları, üçgenin iç açıları ve dış açıları ile ilgili geçmiş bilgilerini hatırlamasına yardımcı olabilmek için “NE BİLİYORUM?” çalışma yaprağı dağıtılır.

#### NE BİLİYORUM?

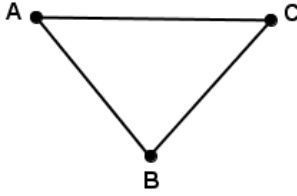
1. Aşağıya bir üçgen çizip bu üçgenin iç açılarını **KIRMIZI** dış açılarını **MAVİ** renge boyayınız.

2. Aşağıda verilen kavramları şekil çizerek gösteriniz.

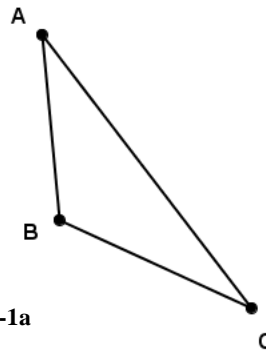
İç Açortay	Dış Açortay	Yükseklik	Kenarortay



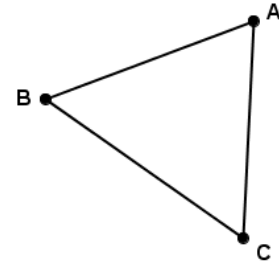
- Öğrenciler çalışma yaprağını doldurduktan sonra öğrencilerin cevaplarını arkadaşlarıyla paylaşmasına imkân verilmelidir. Bu sırada öğrencilerin varsa eksik bilgileri giderilmelidir.
- Çalışma yaprağından sonra, öğrencilerin üçgenin farklı görünüşleri üzerinde çalışabilmeleri için tahtaya farklı görünüşte üçgenler çizilip (Şekil-1a,Şekil-1b,Şekil-1c gibi) öğrencilerden bu üçgenlerin iç ve dış açılarını göstermeleri istenmelidir.



Şekil-1a



Şekil -1b



Şekil -1c

## B. GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME

- “ NE BİLİYORUM?” etkinliğinden sonra öğrencilere “ HAREKETLİ AÇILAR” çalışma yaprağı dağıtılır. Bu çalışma yaprağı “HAREKETLİ AÇILAR-1” ve “HAREKETLİ AÇILAR-2” olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır.

- Bu çalışma yaprağında flash animasyonları kullanılmıştır. Bu animasyonlar öğrencilere okulun imkanları doğrultusunda bilgisayar laboratuvarında izletilebileceği gibi sınıf ortamında akıllı tahta ya da projeksiyon yardımı ile de izletilebilir.

### HAREKETLİ AÇILAR-1

- A. Üçgenin iç açıları ile ilgili “hareketli açılar-1” animasyonunu izleyip aşağıda verilen soruya cevaplar veriniz.



- a) Bu animasyonda ne anlatılmak istenen matematiksel özelliği aşağıya yazınız.

- Öğrenciler “HAREKETLİ AÇILAR—1” ile ilgili çalışma yaprağını doldurduktan sonra animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki ile ilgili öğrencilerin fikirleri alınmalıdır.
- Bazı öğrenciler animasyondaki anlatılmak istenen matematiksel özellik yerine açılardan hareketine odaklanabilirler bu öğrencilere matematiksel özellikleri önerme şeklinde ifade etme konusunda rehberlik yapılmalıdır.

## HARAKETLİ AÇILAR-2

- A. Üçgenin iç açıları ile ilgili “hareketli açılar-2” animasyonunu izleyip aşağıda verilen soruya cevaplar veriniz.



- a) Bu animasyonda ne anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi/özellği aşağıya yazınız.

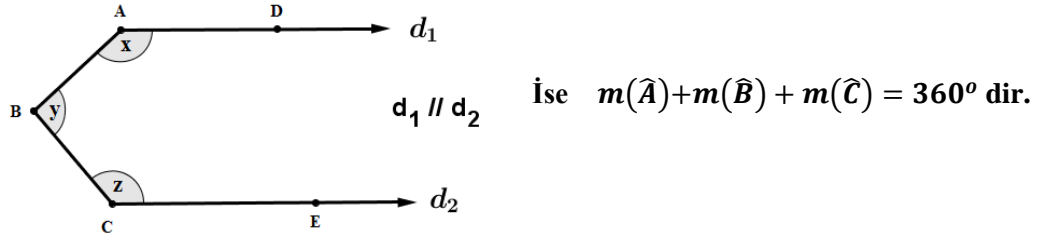
- Bu çalışma yaprağında da diğerinde olduğu gibi animasyonda anlatılmak istenen matematiksel özellik ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınmalıdır.
- Öğrencilere matematiksel özellikleri önerme şeklinde ifade etme konusunda rehberlik yapılmalıdır.

## C. MUHAKEME

- Dersin bu bölümünde ilk olarak bir önceki basamakta çizmeye çalıştıkları bir üçgene ait yardımcı elemanlarının tanımları (açıortay, kenarortay, yükseklik) ve bu elemanlara ait sembol ve gösterimler verilmelidir.
- Daha sonra öğrencilere aşağıda verilen teoremler yazdırılmalı ve ispatlanmalıdır.

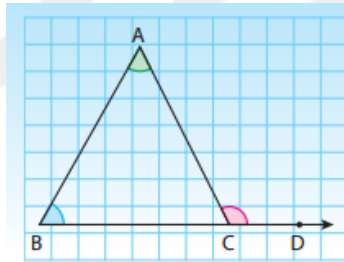
- 1) Bir üçgenin iç açıları toplamı 180 derecedir.
- 2) Bir üçgenin dış açıların ölçüleri toplamı 360 derecedir.
- 3) Bir üçgende bir kenara ait kenarortayın uzunluğu ayırdığı parçaların uzunluğuna eşit ise kenarortayın çizildiği köşenin açısının ölçüsü 90 derecedir.

4)



- İspatlar yapılırken akış diyagramı ile ispat yöntemi kullanılmalıdır.
- İspatlar yapıldıktan sonra öğrencilere “SIRA SİZDE” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerden verilen bir önermenin ispatı ile ilgili gerekçe bölümünü doldurmaları istenmektedir.
- Etkinlik sırasında öğrencilere gerekçe bölümünde matematiksel ilke ve kavramların (aksiyom, tanım ve teorem) kullanılması gerektiği hatırlatılmalı bu konuda rehberlik yapılmalıdır.

#### SIRA SENDE-2



Üçgenin bir dış açısının ölçüsü, diğer iki iç açısının ölçüleri toplamına eşittir.

Yandaki şekilde

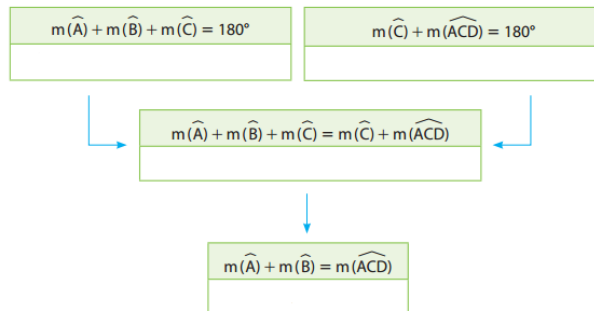
$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = m(\widehat{ACD})$$

- Yukarıda verilen önermenin ispatı aşağıda verilmiştir. Boş bırakılan gerekçe bölümünü, verilen ve istenenleri doldurunuz.

İSPAT:

Verilenler:.....

İstenenler:.....



- Etkinlik sonunda öğrencilerin fikirleri alınmalı ve öğrencilerle birlikte gerekçe bölümü doldurulmalıdır.
- İspat yapıldıktan sonra öğrencilere uygulama kağıdı dağıtılmalıdır. Uygulamaları öğrenciler ders saati içinde yapabileceği gibi, ders saati dışında da yapabilirler. Fakat öğrencilere dönüt verilebilmesi için verilen sorular mutlaka ders saati içinde çözülmelidir.

## D. UYGULAMA

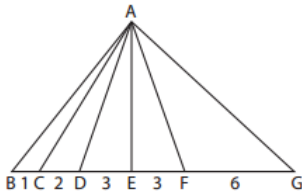
1. açığortay kenar yükseklik

doğru parçası köşe kenarortay

Yukarıda verilen kavramları aşağıdaki boşluklara uygun şekilde yerleştiriniz.

- Bir açıyı iki eşit parçaya bölen ışına o açının ..... denir.
- Üçgende, bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasıyla birleştiren doğru parçasına ..... denir.
- Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenarı taşıyan doğruya indirilen dik doğru parçasına o kenarın ..... denir.

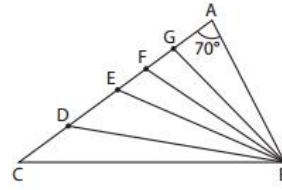
3.



Yukarıda BG doğru parçası, uzunlukları sırasıyla 1, 2, 3, 3 ve 6 birim şeklinde beş parçaya bölünmüştür. Buna göre aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu belirleyerek yanlarındaki boşluğa doğru olanlar için "D"; yanlış olanlar için "Y" yazınız.

- (.....) [AD], ABE üçgeninde kenarortaydır.
- (.....) [AE], ADF üçgeninde kenarortaydır.
- (.....) [AC], ABD üçgeninde kenarortaydır.
- (.....) [AF], ADG üçgeninde kenarortaydır.
- (.....) [AE], ABG üçgeninde kenarortaydır.

2.



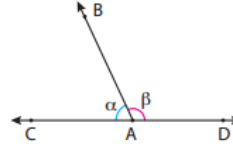
ABC üçgeninde  
 $m(\widehat{ABG}) = 10^\circ$   
 $m(\widehat{GBF}) = 10^\circ$   
 $m(\widehat{FBE}) = 15^\circ$   
 $m(\widehat{EBD}) = 25^\circ$   
 $m(\widehat{DBC}) = 10^\circ$  ve  
 $m(\widehat{CAB}) = 70^\circ$  dir.

Bu verilere göre aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu belirleyerek yanlarındaki boşluğa doğru olanlar için "D", yanlış olanlar için "Y" yazınız.

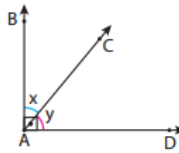
- (.....) [BG], ABF üçgeninde B açısının açığortaydır.
- (.....) [BE], ABC üçgeninde B açısının açığortaydır.
- (.....) [BE], ABD üçgeninde B açısının açığortaydır.
- (.....) [BE], GBD üçgeninde B açısının açığortaydır.
- (.....) [BF], ABC üçgeninin [AC] kenarına ait yüksekliktir.
- (.....)  $m(\widehat{AGB}) = m(\widehat{ABD})$  dir.
- (.....)  $m(\widehat{AGB}) = m(\widehat{AEB}) + m(\widehat{EBD})$  dir.
- (.....) BEC açısı geniş açıdır.
- (.....) BFE açısı dar açıdır.

4. Aşağıda verilen şekillere göre istenenleri yanlarındaki boşluklara yazınız.

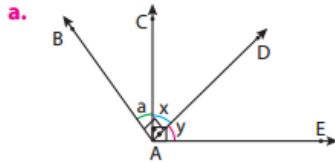
a.  $\alpha + \beta = \dots$



b.  $[AB] \perp [AD]$   
 $x + y = \dots$

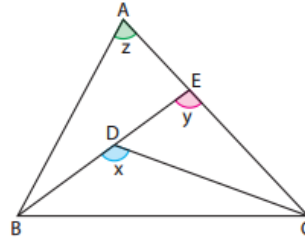


5. Aşağıda verilen şekillerde  $a, x, y, z, \alpha, \beta, \theta$  sıfırdan büyük açı değerleri olmak üzere; eşitliklerde verilen ifadelerin doğruluğunu belirleyiniz ve yanlarındaki boşluğa doğru olanlar için "D", yanlış olanlar için "Y" yazınız.

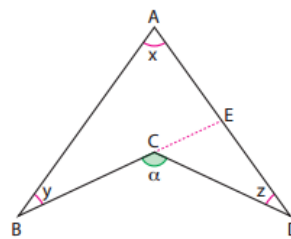
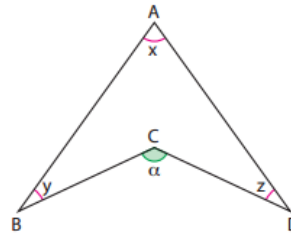


- (.....)  $a + x = 90^\circ$
- (.....)  $a = y$
- (.....)  $a + x + y = 180^\circ$

6. Yandaki şekilde verilen  $x, y, z$  açı ölçülerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.



7. Yandaki şekilde verilenlere göre  $x + y + z = \alpha$  olduğu aşağıda ispatlanmaktadır.



Yandaki şekli dikkate alarak ispat aşamasındaki gerekçeler kısmını doldurunuz.

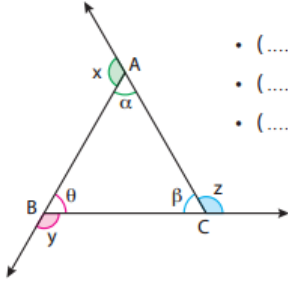
İfadeler Gerekçeler

1  $m(\widehat{BED}) = m(\widehat{A}) + m(\widehat{B})$  .....

2  $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{BED}) + m(\widehat{EDC})$  .....

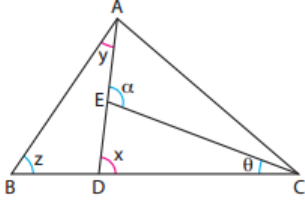
3  $\alpha = x + y + z$  .....

b.



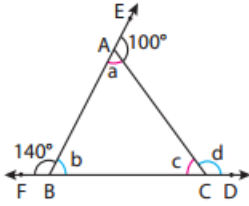
- (.....)  $\alpha + \theta = z$
- (.....)  $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$
- (.....)  $x + y + z = 180^\circ$

c.



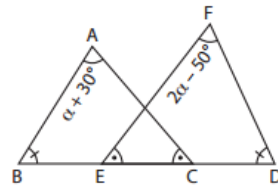
- (.....)  $\alpha > x$
- (.....)  $y + z = x + \theta$
- (.....)  $x > y$
- (.....)  $y + z + \theta = \alpha$

8.



Yandaki şekilde  $m(\widehat{CAE}) = 100^\circ$   
 $m(\widehat{ABF}) = 140^\circ$  olduğuna göre a, b, c, d değerlerini bulunuz.

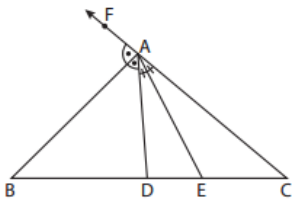
9.



Şekildeki ABC ve FED üçgenlerinde  $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{FDE})$   
 $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{FED})$  dir.

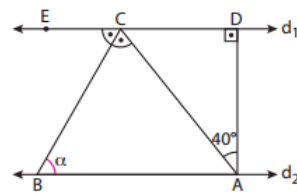
Verilen açı ölçülerine göre  $\alpha$  kaç derecedir?

10.



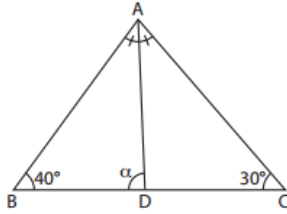
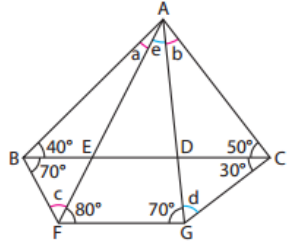
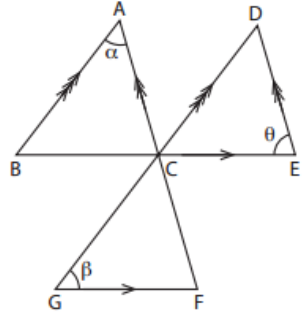
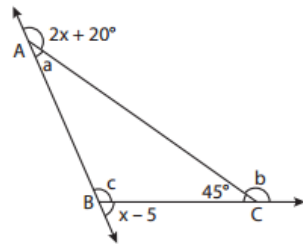
Yukarıda verilen şekilde  $[AE]$ ,  $\widehat{DAC}$  nın,  $[AB]$ ,  $\widehat{DAF}$  nın açıortayı olduğuna göre  $m(\widehat{BAE})$  kaç derecedir?

11.



Yukarıda verilen şekilde  $d_1 \parallel d_2$ ,  $[AD] \perp d_1$   
 $m(\widehat{ECB}) = m(\widehat{BCA})$ ,  $m(\widehat{CAD}) = 40^\circ$  olduğuna göre  $\alpha$  kaç derecedir?



<p><b>12.</b></p>  <p>Yukarıdaki şekilde <math>[AD]</math>, <math>\widehat{BAC}</math> nın açıortayıdır. Verilenlere göre <math>m(\widehat{ADB}) = \alpha</math> kaç derecedir?</p>	<p><b>13.</b></p>  <p>Yandaki şekilde <math>[BC] // [FG]</math> dir. Verilen açı ölçülerine göre a, b, c, d, e ölçülerini bulunuz.</p>
<p><b>14.</b></p>  <p>Yandaki şekilde <math>[AB] // [DE]</math>  <math>[BC] // [EF]</math>  <math>[AC] // [DF]</math> dir. Verilenlere göre <math>\alpha + \beta + \theta</math> kaç derecedir?</p>	<p><b>15.</b></p>  <p>Şekilde ABC üçgeninin iç ve dış açıları gösterilmektedir. Verilenlere göre a, b, c açı ölçülerini bulunuz.</p>

## 2.BÖLÜM: ÜÇGENLER

**KONU:** Üçgenlerin Eşliği

**KAZANIM-3:** İki üçgenin eşliğini açıklar ,iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler.

**SÜRE:**

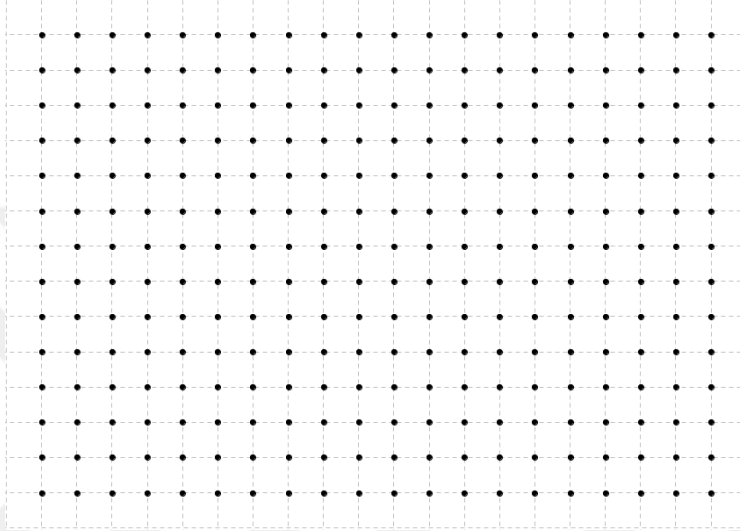
**ARAÇ-GEREÇ:**

A. KURMA

- Bu bölümde ilk olarak öğrencilerden günlük hayatta birbiriyle aynı (eş) nesnelere örnekler vermeleri ve neden bu nesnelere eş olduklarını düşündüklerini açıklamaları istenmelidir. Bu bölümünde “eş” kelimesi yerine öğrencilerin günlük konuşma dilinde kullandığı “birbirleriyle aynı” kelimesi kullanılmalıdır.
- Öğrencilerin fikri alındıktan sonra “AYNISINI ÇİZ” etkinliği dağıtılmalıdır.

### AYNISINI ÇİZ

- Aşağıda verilen noktaları kullanarak birbiriyle aynı (eş) olacak şekilde iki üçgen çizin.



- Birbiriyle aynı olan iki üçgen çizerken nelere dikkat ettiniz. Yazınız.

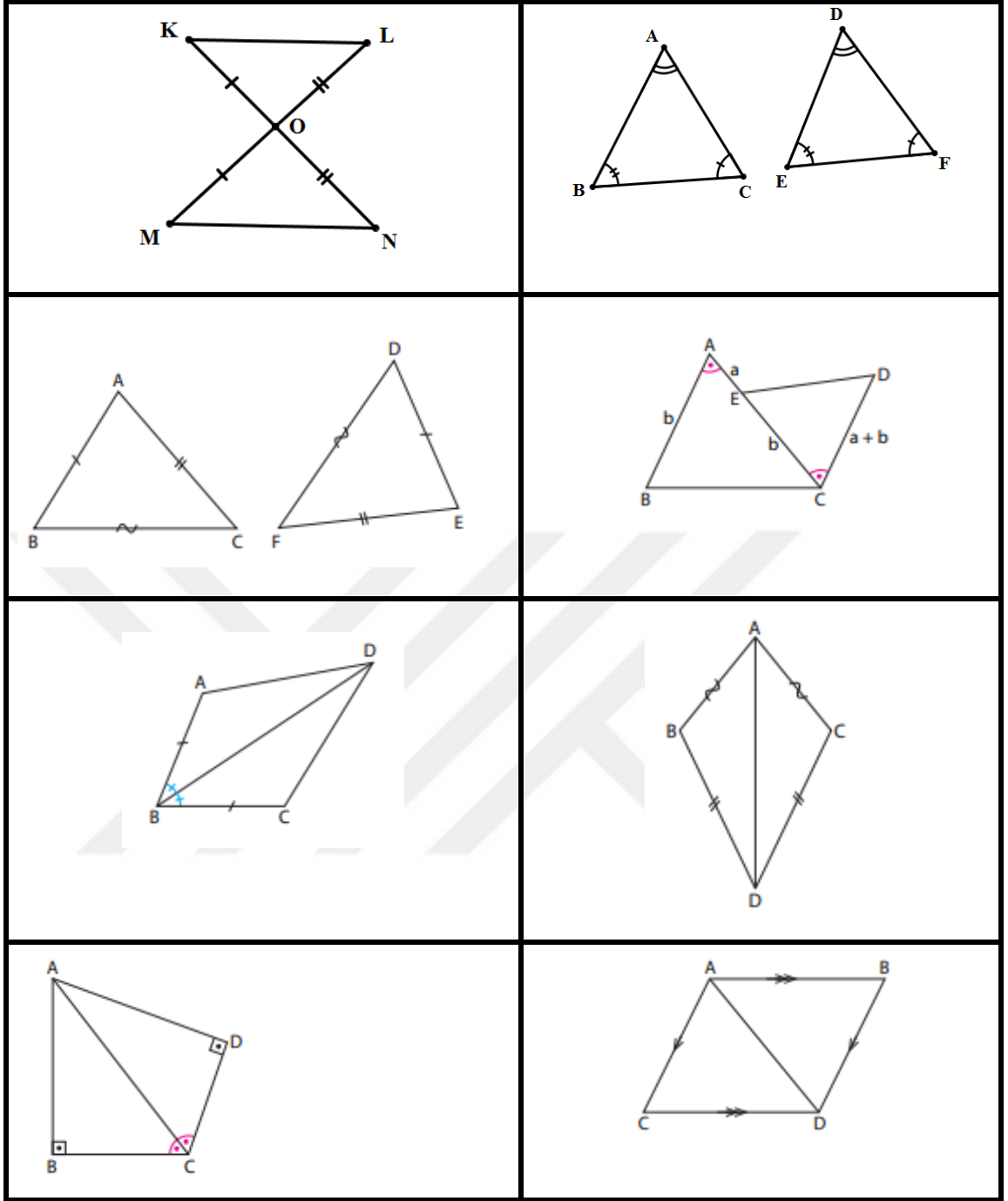
- Etkinlik bittikten sonra öğrencilerin çizimi yaparken nelere dikkat ettikleri konusunda fikirleri alınmalıdır.

### B. GÖRSELLEŞTİRME

- Bu bölümde aşağıda verilen şekiller tahtaya çizilerek, şekil üzerinde verilenlerden hangi matematiksel ilişkilerin kesin olarak çıkarılabileceği öğrencilere sorulmalıdır.

### NE GÖRÜYORSUN-3

--	--



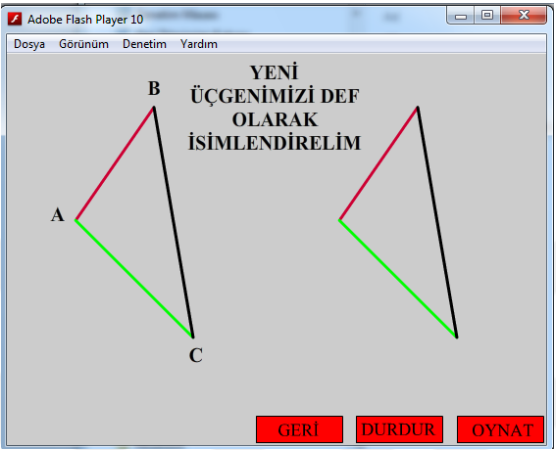
- Sınıf içinde elde edilecek sonuçlar tahtaya yazılmalı ve öğrenciler fikirlerini söylemeleri konusunda cesaretlendirilmelidir.
- Öğrenciler çıkarımda bulunurken şeklin görünüşüne aldanarak çıkarımda bulunabilirler. Bunu için öğrencilere çıkarımda bulunurken şart ve sonuç bölümlerini söylemeden çıkarımda bulunmalarını gerektiği hatırlatılmalıdır.

### C. GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME

- Bu bölümde ilk olarak “BİRBİRLERİYLE AYNI ÜÇGENLER” etkinliği öğrencilere dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte birbiriyle aynı (eş) üçgenlerin üst üste getirilebileceği bu nedenle bu üçgenlerin açılarının, kenar uzunluklarının ve üçgenin yardımcı elemanlarının birbirlerine eş olacakları animasyon kullanılarak anlatılmaya çalışılmıştır.
- Bu aşamada iki üçgenin birbiriyle aynı olması üst üste getirilebilmeleri ile açıklanmalıdır.

**BİRBİRLERİYLE AYNI ÜÇGENLER**

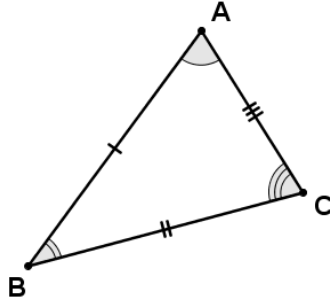
**Not: Animasyonda yazı ortaya çıktığında animasyon duracaktır. Yazıyı okuduktan sonra OYNAT butonuna basınız**



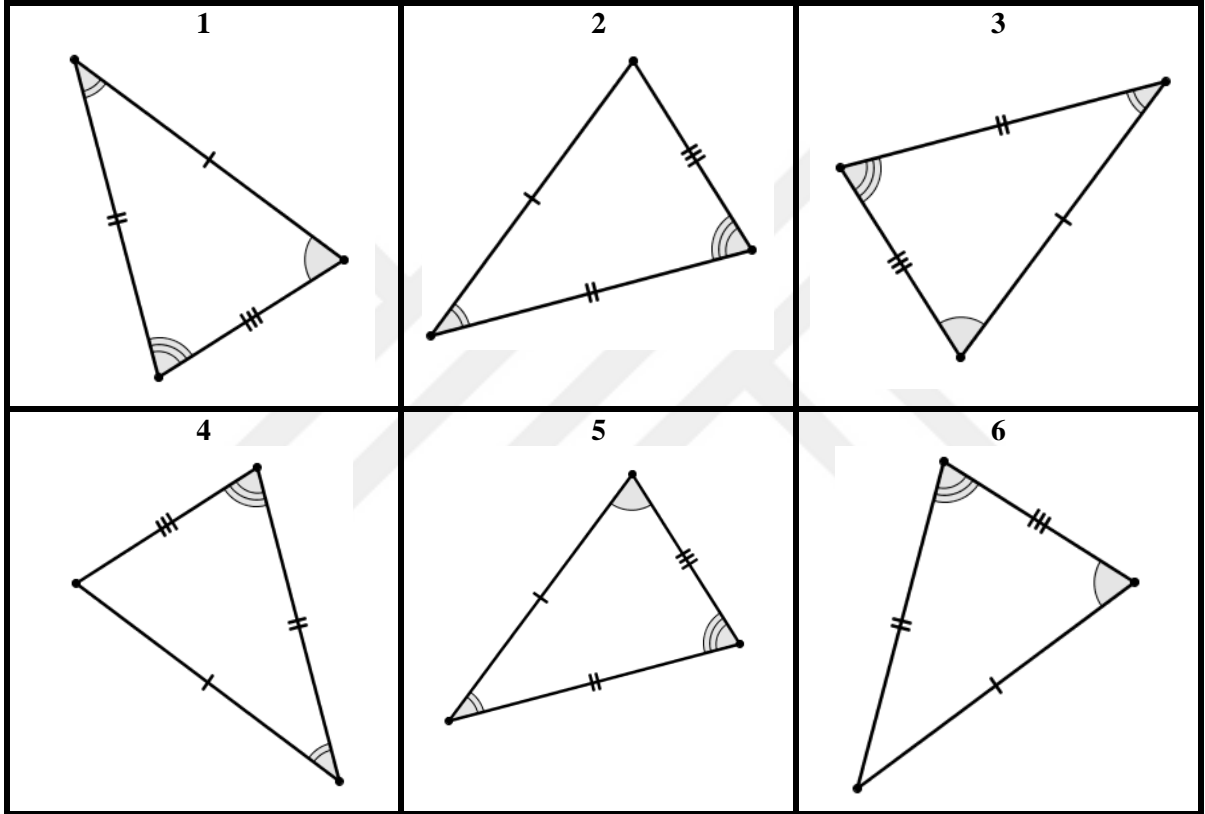
- Animasyon aşağıda verilen bölümlerde duracaktır. Burada yazılı sorulara cevap vermeye çalışınız.
  - 1) Sizce bu iki üçgenin kenar uzunlukları birbirine eşit midir? Neden?
  - 2) Acaba bu iki üçgenin açıları birbirine eşit mi? Neden?
  - 3) Buraya kadar animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir? Yazınız.
  - 4) Kenar uzunlukları ve açıları aynı olan bu iki üçgenin yardımcı elemanlarının (açıortay, kenarortay, yükseklik) uzunlukları ile ilgili ne söylenebilir.
  - 5) Animasyonda birbiriyle aynı olan iki üçgenin yardımcı elemanları için anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir?

- Animasyon izletildikten sonra öğrencilerin verilen sorular ile ilgili fikirleri alınmalıdır. Ayrıca anlatılmak istenen matematiksel ilişki açıklanırken öğrencilerin ilişkiyi önerme şeklinde söylemesi konusunda rehberlik yapılmalıdır.
- “BİRBİRİYLE AYNI ÜÇGENLER” etkinliğinden sonra öğrencilere “AYNISINI BUL” etkinliği dağıtılmalıdır.
- Bu etkinlikte öğrencilerden verilen bir ABC üçgeninin aynısı olan üçgenleri bulmaları istenmektedir.

### AYNISINI BUL



- Aşağıda verilen üçgenlerden hangisi veya hangileri yukarıda verilen ABC üçgeninin aynısıdır.



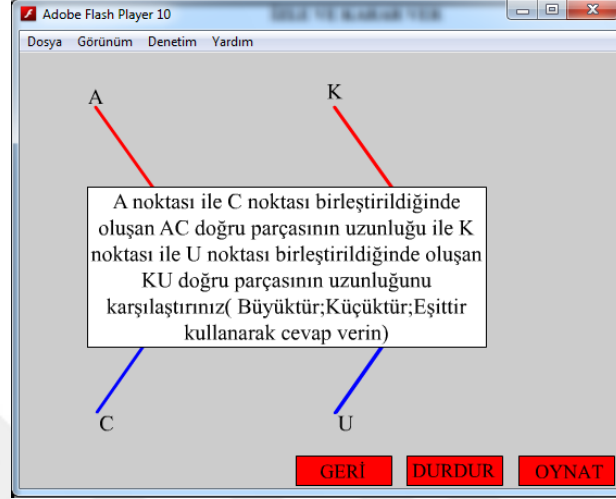
Hangi üçgen veya üçgenler ABC üçgeninin aynısıdır numarasını yazınız:

- Etkinlikte ABC üçgeninin döndürülmesi ile oluşan ve ABC üçgenine eş altı üçgen verilmiştir.
- Öğrenciler etkinliği tamamladıktan sonra ABC üçgeni ile aynı olan üçgenler sınıf içi tartışma ortamı oluşturularak belirlenmeye çalışılmalıdır.
- “AYNISINI BUL” etkinliği bittikten sonra öğrencilere “İZLE VE KARAR VER-1” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte Kenar-Açı-Kenar eşlik kuralı animasyon kullanılarak anlatılmaktadır.
- Animasyonlar izletilmeden önce öğrencilere animasyonda aynı renk ile gösterilen kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin birbiriyle aynı olduğu söylenmelidir.

- Ayrıca animasyonlarda veya çalışma yapraklarında öğrencilerden bir matematiksel ilişkinin açıklanması istendiğinde bu ilişkiyi önerme kullanarak açıklamaları gerektiği söylenmeli ve sınıf içi uygulamalarda öğrencilere bu konuda rehberlik yapılmalıdır.

### İZLE VE KARAR VER-1

- İlk önce “İZLE VE KARAR VER-1” animasyonunu izleyiniz.
- Animasyon aşağıda verilen bölümde duracaktır



- Cevabınızı aşağıya nedeni ile birlikte yazınız.

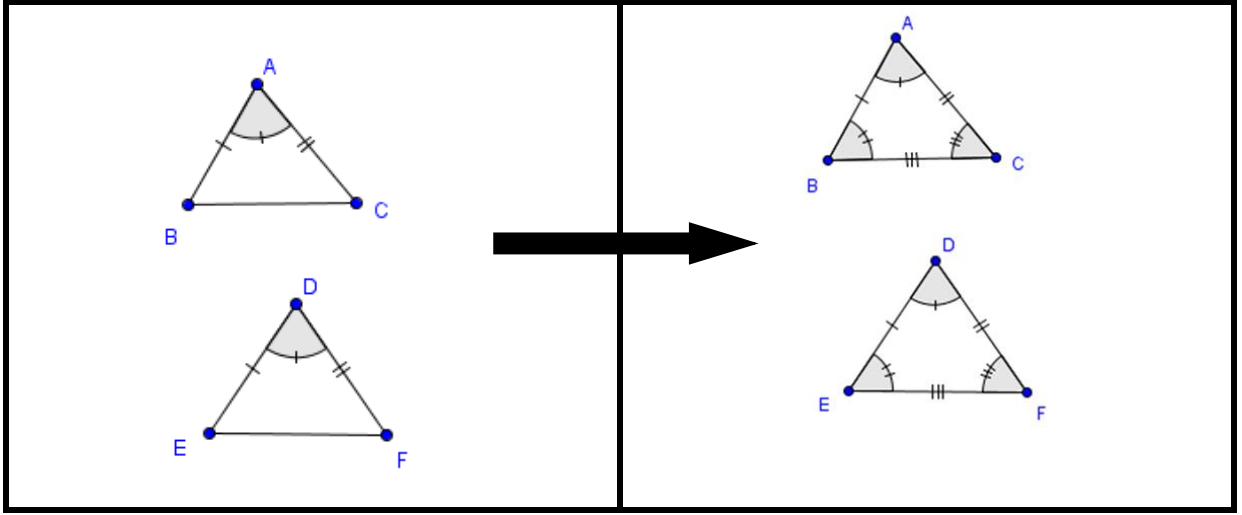
**CEVAP:**

- Cevabınızı yazdıktan sonra OYNAT tuşuna basarak animasyonu tamamlayınız.
- Animasyonu baştan sona kadar izlediniz. Bu animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir. Aşağıya yazınız.

- Etkinlik sonunda sınıf içi tartışma ortamı oluşturularak animasyonda verilen soru ve anlatılmak istenen matematiksel ilişki ele alınmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra öğrencilere aşağıda verilen şart-sonuç ifadesi yazdırılmalıdır. Verilen ifadede birinci bölüm “şart” ikinci bölüm “sonuç” olarak adlandırılmıştır. Öğrencilere problem çözerken şekil üzerinde geometrik özelliğe ait şartların sağlandığını gördüklerinde sonuç bölümünde yazan özellikleri şeklin üzerinde göstermelerinin problem çözme süreci için çok önemli olduğu söylenmelidir. Ayrıca bütün geometrik özelliklerin bu şekilde yazılabileceği öğrencilere gösterilmelidir. Aşağıda verilen tablo “ şartlar sağlanır ise sonuç yazılabilir” şeklinde okunmalıdır. Bu aşamada K-A-K gibi kısaltmalara değinilmemelidir.

**ŞART (HİPOTEZ)**

**SONUÇ(HÜKÜM)**



- Bu etkinlikten sonra öğrencilere “İZLE VE KARAR VER-2” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlik Kenar-Kenar-Kenar eşlik kuralı ile ilgili bir animasyon içermektedir. Öğrencilerden animasyonu izlemeleri ve animasyonda verilen soruya cevap vererek animasyonda anlatılmak istenen ilişkiyi açıklamaları istenmektedir.

#### İZLE VE KARAR VER-2

- İlk önce “İZLE VE KARAR VER-2” animasyonunu izleyiniz.
- Animasyonu aşağıda verilen bölümde duracaktır

KENAR UZUNLUKLARI EŞ OLAN BU İKİ ÜÇGNİN AÇILARIDA EŞ MİDİR? NEDEN?

GERİ DURDUR OYNAT

- Cevabınızı aşağıya nedeni ile birlikte yazınız.

**CEVAP:**

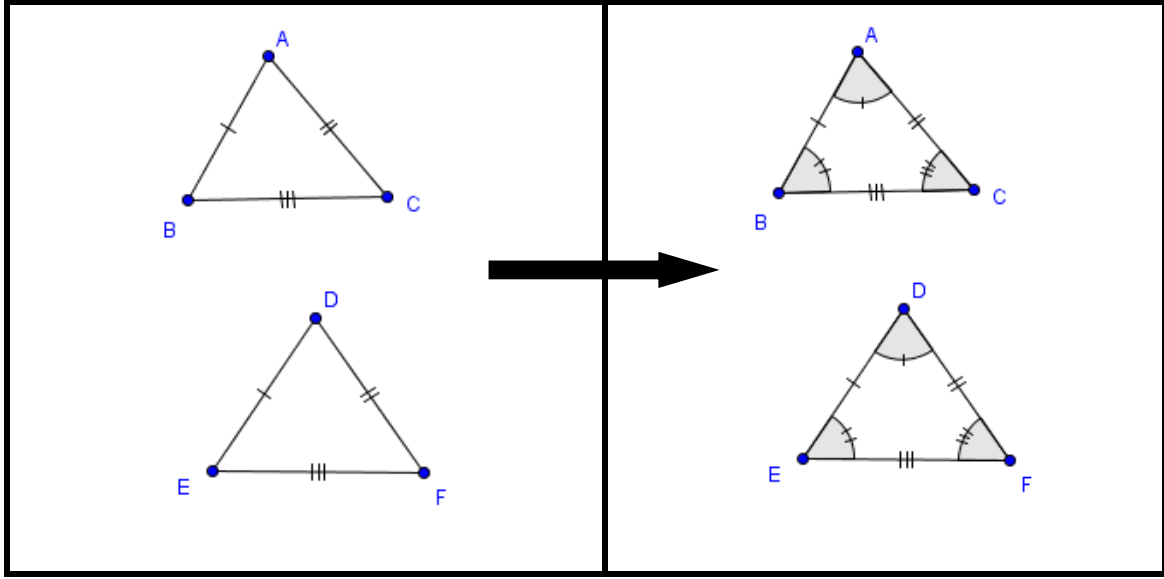
**YAK**

- Cevabınızı yazdıktan sonra OYNAT tuşuna basarak animasyonu bitiriniz.
- Animasyonu baştan sona kadar izlediniz. Bu animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir. Aşağıya yazınız.

- Etkinlik sonunda sınıf içi tartışma ortamı oluşturularak animasyonda verilen soru ve anlatılmak istenen matematiksel ilişki ele alınmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra öğrencilere aşağıda verilen ifade yazdırılmalıdır. Bu aşamada K-K-K gibi kısaltmalara girilmemelidir.

ŞART (HİPOTEZ)	SONUÇ(HÜKÜM)
----------------	--------------

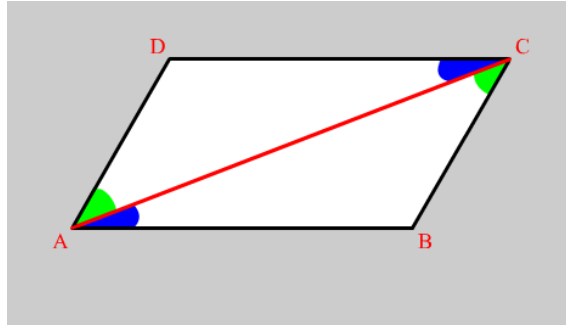




- Bu etkinlikten sonra öğrencilere “İZLE VE KARAR VER-3” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlik Açı-Kenar-Açı eşlik kuralı ile ilgili bir animasyon içermektedir. Öğrencilerden animasyonu izlemeleri ve animasyonda verilen soruya cevap vererek animasyonda anlatılmak istenen ilişkiyi açıklamaları istenmektedir.

### İZLE VE KARAR VER-3

- İlk önce “İZLE VE KARAR VER-3” animasyonunu izleyiniz.



- Animasyonu baştan sona kadar izlediniz. Bu animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir. Aşağıya yazınız.

- Etkinlik sonunda sınıf içi tartışma ortamı oluşturularak animasyonda verilen soru ve anlatılmak istenen matematiksel ilişki ele alınmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra öğrencilere aşağıda verilen ifade yazdırılmalıdır. Bu aşamada A-K-A gibi kısaltmalara girilmemelidir.

ŞART (HİPOTEZ)	SONUÇ(HÜKÜM)

- Bu etkinlikten sonra öğrencilere aşağıda verilen önermeler yazdırılarak bu önermelerin doğru olup olmadıkları sorulmalıdır. Bu aşamada öğrencilerin formel ispat yapması istenmemektedir. Kendi cümleleri ile düşüncelerini açıklamaları yeterlidir.

Önerme-1: İki üçgenin kenarları aynı ise açıları da aynıdır.

Önerme-2: İki üçgenin açıları aynı ise kenarları da aynıdır.

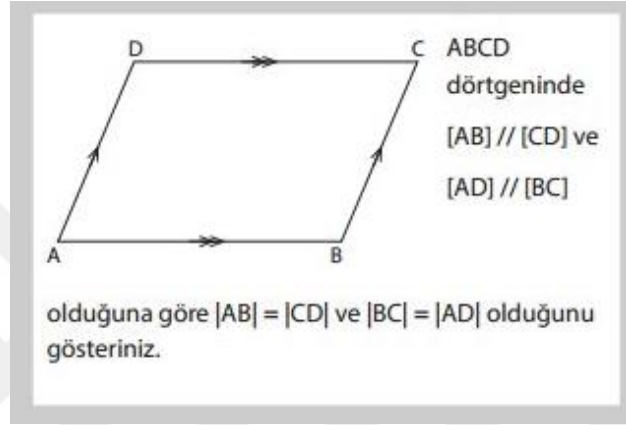
- Öğrencilerin bu önermelerle ilgili fikirleri alınmalı ve bu önermelerin birbirlerinin karşıtı oldukları hatırlatılmalıdır.
- Daha sonra “AÇILARI EŞ ÜÇGENLER” adlı animasyona geçilmeli ve öğrencilere izletilmelidir.

- Animasyon izletildikten sonra öğrencilerin tekrar fikirleri alınmalı ve açıları aynı olan iki üçgenin kenarlarının aynı olması gerektiği söylenmelidir.

- Bu etkinlikten sonra öğrencilere “GÖRSEL İSPAT-1” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olması durumunda birbirine paralel olan bu kenarların birbirine eş olduklarını göstermek amaçlanmıştır.
- Öğrencilere animasyonu izletin ve animasyonda verilen soruya/sorulara verdikleri cevapları kendilerine dağıtılan çalışma yaprağında o bölme ayrılan boşluğa yazmalarını isteyin.

### GÖRSEL İSPAT-1

- Animasyon başladığında karşınıza aşağıda verilen soru çıkacaktır. Soruya cevap vermeye çalışın ve daha sonra ÇÖZÜM butonuna basarak animasyonu ilerletin.



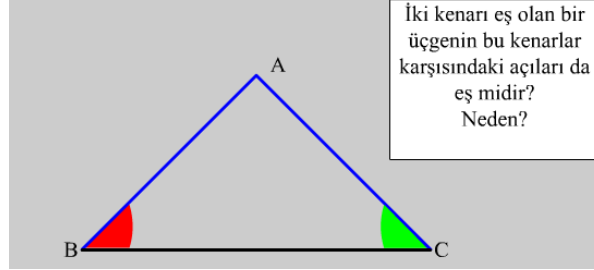
Sizin Çözümünüz:

- Şimdi çözümün animasyonla nasıl yapıldığını görmek için ÇÖZÜM butonuna basınız ve animasyonu baştan sona kadar izleyiniz. Animasyon çözüm için size bir ipucu verecektir.
- Animasyonu izledikten sonra animasyonu gözünüzde canlandırıp soruya tekrar bakıp çözmeye çalışın ve çözümü aşağıya yazınız.
- Sizce bu animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir? Yazınız.

- Bu etkinlikte öğrencilerin animasyona bir problemle başlamaktadır. Öğrencilerden ilk olarak problemi kendi başlarına çözmeleri istenmektedir. Öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra çözüm ile ilgili öğrencilerin fikirleri alınabilir.
- Bir sonraki aşamada öğrencilerin animasyonu izlemeleri sağlanmalıdır. Gerekirse animasyonu öğrencilere birkaç kez izletilmelidir.
- Öğrencilerden animasyonda verilen görsel çözümden yararlanarak soruyu tekrar çözmeleri istenmelidir. Çözüm yapılırken öğrencilere animasyonu gözlerinde canlandırmalarının kendilerine çözümü yaparken yardımcı olabileceğini söyleyin.
- Son olarak öğrencilerin animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkinin ne olabileceği konusundaki fikirleri sorulmalıdır. Bu aşamada öğrenciler matematiksel ilişkiyi animasyonu tasvir ederek açıklamaya çalışabilirler, öğrencilere matematikte ilişkilerin bir önermeyle anlatılması gerektiği hatırlatılmalıdır.
- “GÖRSEL İSPAT-1” bittikten sonra öğrencilere “GÖRSEL İSPAT-2” çalışma yaprağı dağıtılmalıdır.
- Bu çalışma yaprağında iki kenarı birbirine eşit olan bir üçgenin eş kenarlar karşısındaki açılarının da eş olacağını göstermek amaçlanmıştır. Bu amaç için animasyon kullanılmıştır.

## GÖRSEL İSPAT-2

- Animasyon aşağıda verilen bölümde duracaktır. Burada verilen soruya animasyonu devam ettirmeden cevap vermeye çalışınız. Daha sonra animasyonu devam ettirebilmek için “OYNAT” ve daha sonra “ÇÖZÜM” butonuna basınız.



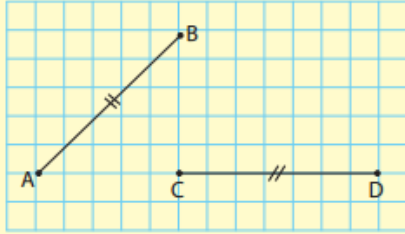
Sizin Çözümünüz:

- Animasyonu baştan sona kadar izleyiniz. Animasyon çözüm için size bir ipucu verecektir.
- Animasyonu izledikten sonra animasyonu gözünüzde canlandırıp soruya tekrar bakıp çözmeye çalışın ve çözümü aşağıya yazınız.
- Sizce bu animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir? Yazınız

## D. MUHAKEME

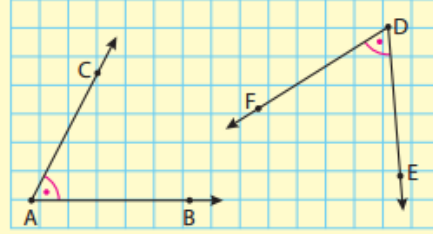
- Bu bölümde “öğrencilere eş doğru parçaları, eş açılar ve eş üçgenler hakkında bilgiler verilmeli ve eş üçgenler arasındaki eşlik ifadesi yazılırken nelere dikkat edilmesi gerektiği anlatılmalıdır. Ayrıca bu aşamadan sonra “birbiriyle aynı üçgenler” yerine “eş üçgenler” ifadesinin kullanılacağı öğrencilere açıklanmalıdır.
- Aşağıda rehber niteliğinde bazı notlar ve örnekler verilmiştir.

Ölçüleri eşit olan açılara **eş açı**, uzunlukları eşit olan doğru parçalarına da **eş doğru parçaları** denir.



Eş doğru parçaları

$$[AB] \cong [CD]$$



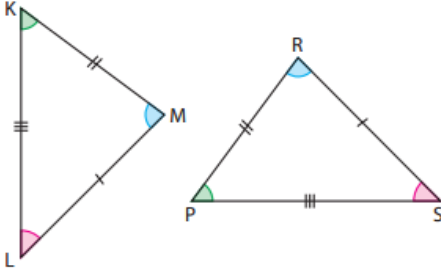
Eş açılar

$$\widehat{CAB} \cong \widehat{FDE}$$

İki üçgenin köşeleri arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı açılar ve kenarlar eş ise bu iki üçgene, **eş üçgenler** adı verilir. Eğer  $\triangle ABC$  ve  $\triangle DEF$  eş ise, bu durum  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  şeklinde gösterilir.

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	Karşılıklı Eş Açılar	Karşılıklı Eş Kenarlar
	$\widehat{A} \cong \widehat{D}$ $\widehat{B} \cong \widehat{E}$ $\widehat{C} \cong \widehat{F}$	$[AB] \cong [DE]$ $[AC] \cong [DF]$ $[BC] \cong [EF]$

### ÖRNEK:



Yandaki şekilde KLM ve PRS üçgenlerinin eş açı ve kenarları gösterilmiştir.

Buna göre, bu üçgenler arasındaki eşlik ifadesini yazalım.

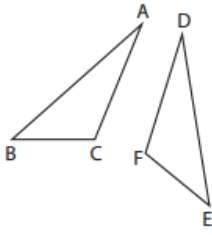
### ÇÖZÜM:

Şekilde de görüldüğü gibi KLM ve PRS üçgenlerinde

**Eş açılar:**  $\widehat{K} \cong \widehat{P}$ ,  $\widehat{L} \cong \widehat{S}$ ,  $\widehat{M} \cong \widehat{R}$

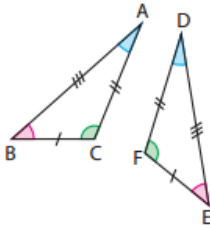
**Eş kenarlar:**  $[KL] \cong [PS]$ ,  $[LM] \cong [SR]$ ,  $[MK] \cong [RP]$  olduğundan iki üçgenin eşlik ifadesinde eş olan elemanlar aynı sırada yazılırsa  $\triangle KLM \cong \triangle PSR$  olur.

### ÖRNEK:



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ise bu üçgenlerin eş açı ve kenarlarını belirleyerek şekil üzerinde gösterelim.

### ÇÖZÜM:



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  eşlik ifadesinde karşılıklı açılar ve kenarlar birbirine eş olacağından

$\widehat{A} \cong \widehat{D}$ ,  $\widehat{B} \cong \widehat{F}$  ve  $\widehat{C} \cong \widehat{E}$  ve

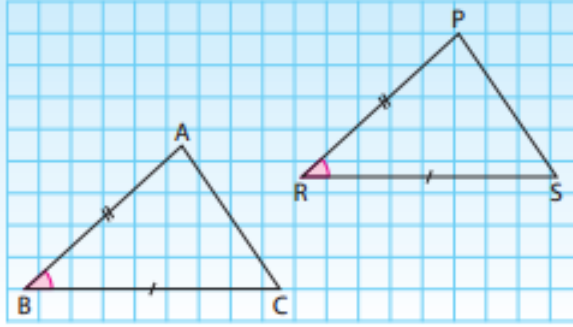
$[AB] \cong [DF]$ ,  $[BC] \cong [FE]$ ,  $[AC] \cong [DE]$  olur.

## Kenar – Açı – Kenar (K. A. K.) Eşlik Kuralı

Üçgenlerin eşliği ile ilgili tanım incelendiğinde, iki üçgenin eş olabilmesi için karşılıklı olarak üçer açı ve kenarlarının eş olması gerektiği görülmektedir. Ancak üçgenin tüm kenarlarını ve açılarını incelemeden bazı kenar ve açılarının incelenmesi ile de iki üçgenin eş olup olmadığına karar verilebilir. İki üçgenin eş olması için asgari durumlar olarak adlandırabileceğimiz bu durumlar, dikkate alınmayan kenar ya da açılardan da eş olmasını garanti altına almaktadır. Bu kısımda, bu asgari durumlardan biri olan Kenar-Açı-Kenar durumu incelenmiştir.

### Kenar – Açı – Kenar Eşlik Kuralı

İki üçgen arasında kurulan birebir eşlemede, karşılıklı ikişer kenar ve bu kenarların oluşturduğu açılar eş ise bu iki üçgen eşdir. Bu eşliğe, **Kenar-Açı-Kenar (K. A. K.) eşlik kuralı** denir.

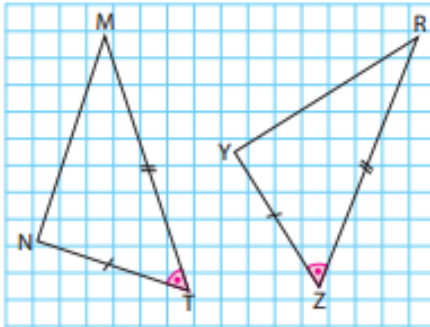


Yandaki şekilde

$$\left. \begin{array}{l} [AB] \cong [PR] \\ \widehat{ABC} \cong \widehat{PRS} \\ [BC] \cong [RS] \end{array} \right\} \text{ ise}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle PRS \text{ dir.}$$

### Örnek



Yandaki üçgenlerde verilenlere göre üçgenlerin eş olup olmadığını belirleyip, eş iseler aralarındaki eşlik ifadesini yazalım.

### Çözüm

İki üçgenin Kenar-Açı-Kenar eşlik kuralına göre eş olabilmesi için karşılıklı ikişer kenarı ve bu kenarların oluşturduğu açılardan eş olması gerekmektedir.

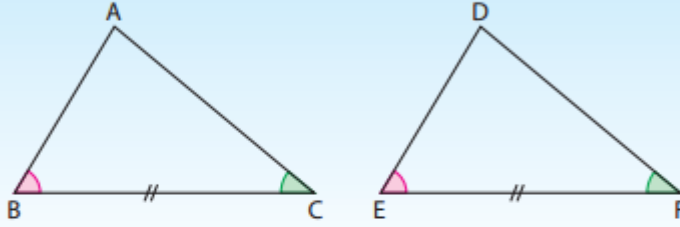
Verilen üçgenlerde  $|NT| = |YZ|$ ,  $m(\widehat{NTM}) = m(\widehat{YZR})$  ve  $|MT| = |ZR|$  olduğundan bu iki üçgen K. A. K. eşlik kuralına göre eşdir. İki üçgen arasındaki eşlik ifadesi yazılırken karşılıklı kenar ve açılar eş olacağından bu eşlik ifadesi  $\triangle NTM \cong \triangle YZR$  şeklinde yazılır.



## Açı – Kenar – Açı (A. K. A) Eşlik Kuralı

İki üçgenin köşeleri arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı ikişer açı ve bu açıların arasında kalan kenarlar eş ise bu iki üçgen eştir.

Bu eşliğe, **Açı – Kenar – Açı (A. K. A) eşlik kuralı** denir.



Yandaki şekilde

$$[BC] \cong [EF]$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

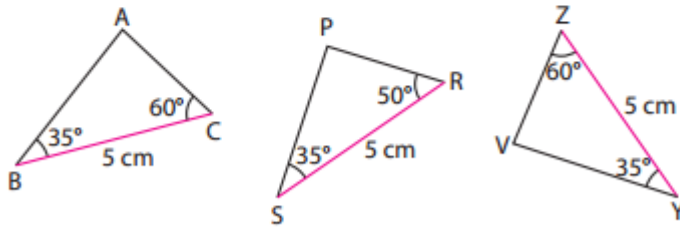
$$\widehat{BCA} \cong \widehat{EFD}$$

ise

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ dir.}$$

## Örnek

Aşağıda verilen üçgenlerden hangilerinin eş olduğunu belirleyip eşlik ifadesini yazalım.



## Çözüm

$\widehat{B} \cong \widehat{Y}$ ,  $[BC] \cong [YZ]$  ve  $\widehat{C} \cong \widehat{Z}$  olduğundan  $\triangle ABC \cong \triangle VYZ$  olur.

## Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) Eşlik Teoremi

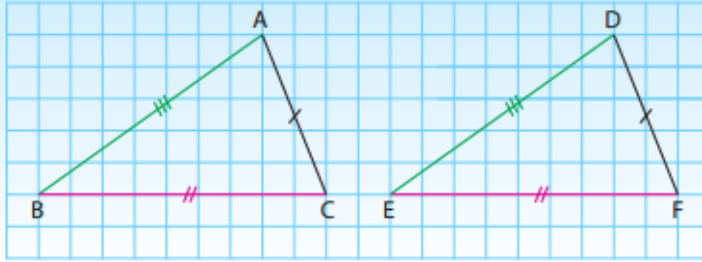
İki üçgenin eş olabilmesi için asgari koşullardan ikisinin K. A. K. ve A. K. A. olduğunu öğrenmiştik. Bu kısımda, bu asgari koşullardan bir diğeri olan Kenar – Kenar – Kenar durumu incelenmiştir.

### Teorem

#### Kenar – Kenar – Kenar Eşlik Teoremi

İki üçgenin köşeleri arasında kurulan birebir eşlemede, karşılıklı kenarlar eş ise bu iki üçgen eştir.

Bu eşliğe, **Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) eşlik teoremi** denir.



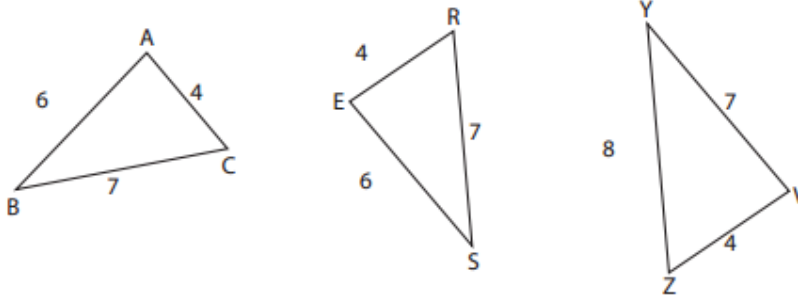
Yandaki şekilde

$$\left. \begin{array}{l} [AB] \cong [DE] \\ [BC] \cong [EF] \\ [AC] \cong [DF] \end{array} \right\} \text{ ise}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ dir.}$$

### Örnek

Aşağıda verilen üçgenlerden hangilerinin eş olduğunu belirleyip eşlik ifadesini yazalım.



### Çözüm

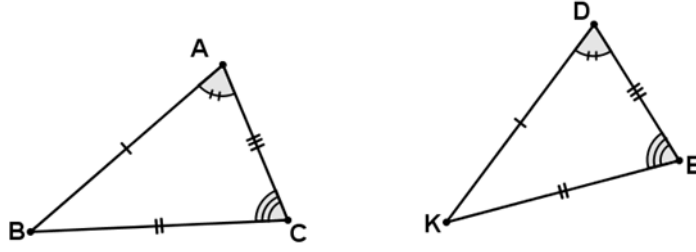
$|AB| = |ES|$ ,  $|AC| = |ER|$  ve  $|BC| = |SR|$  olduğundan K. K. K. eşlik teoremine göre

$$\triangle ABC \cong \triangle ESR \text{ olur.}$$

- Bir önerme olarak aşağıda verilen önerme yazılmalı ve öğrencilere aşağıda verildiği gibi ispatlanmalıdır.

1) Önerme-1: Karşılıklı ikişer açılar ve bu açılar arasındaki kenarları eş olan iki üçgen birbirleriyle eştir (AÇI-KENAR-AÇI).

İspat:



**Verilenler:** Karşılıklı ikişer eş açılar, bu açılar arasında bulunan eş bir kenar

$m(\hat{A}) = m(\hat{D})$  ve  $m(\hat{C}) = m(\hat{E})$  ayrıca  $|AC| = |DE|$  dir.

**İstenenler:** Bu üçgenler eştir.

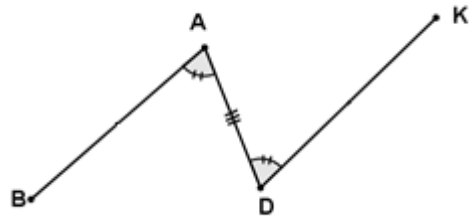
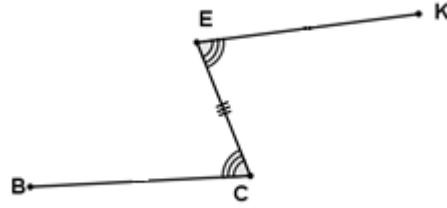
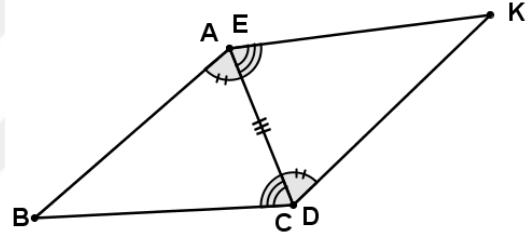
$\hat{ABC} \cong \hat{DKE}$

İlkönce D köşesi C köşesinin E köşesi de A köşesinin üstüne gelecek şekilde  $[AC]$  ve  $[DE]$  doğru parçalarını üst üste getirelim

$|AC| = |AE|$  'dir

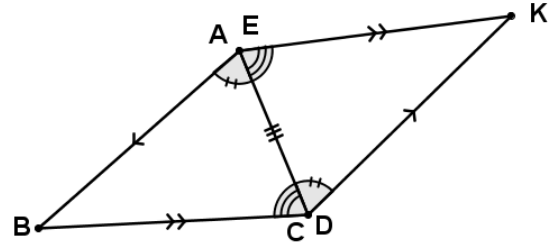
E açısı ile C açısı eş olduğundan EK doğru parçası BC doğru parçasına paraleldir. Benzer şekilde A açısı D açısına eş olduğundan AB doğru parçası DK doğru parçasına paraleldir.

İç ters açılarla ilgili teoremin karşınının da doğru olması



$$|AB| = |DK| \text{ ve } |BC| = |EK|$$

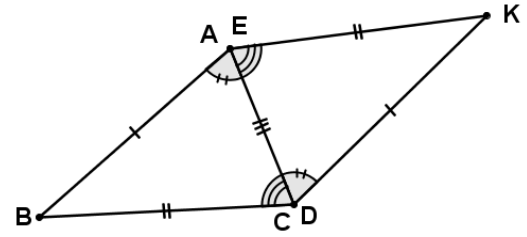
$$[EK] // [BC] \text{ ve } [AB] // [DK]$$



$$\hat{A}BC \cong \hat{D}KE$$

$$|AB| = |DK| \text{ ve } |BC| = |EK| \text{ ve } |AC| = |DE| \text{ 'dir.}$$

(K-K-K eşlik teoremi)



- Yukarıda verilen önermenin ispatına ek olarak aşağıdaki iki önermenin ispatı da yapılabilir. İspat yapılırken istenen herhangi bir ispat yazma yöntemi kullanılabilir.

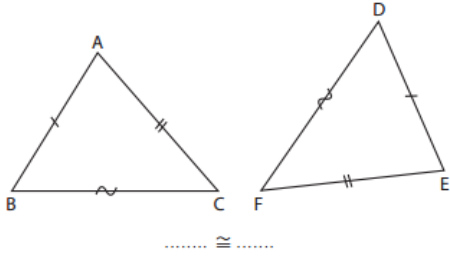
2) Önerme-2: Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgenin karşılıklı kenarları eşittir.

3) Önerme-3: İki kenarı birbirine eşit olan bir üçgende bu kenarların karşısındaki açılarda birbirine eşittir. Ya da bu önerme aşağıdaki gibi de yazılabilir:  
Önerme-2: İkizkenar bir üçgenin taban açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

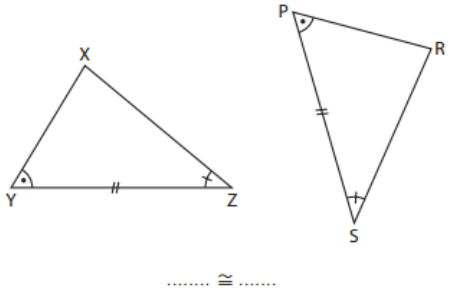
## E. UYGULAMA

Aşağıdaki üçgenlerde karşılıklı eş elemanları belirterek iki üçgen arasındaki eşliği şekillerin altındaki boşluğa yazınız.

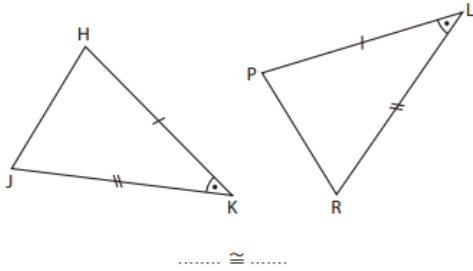
a.



b.



c.



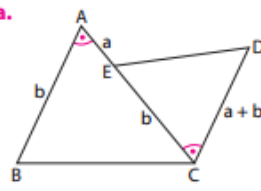
Aşağıdaki ifadelerin yanlarına doğru olanlar için "D", yanlış olanlar için "Y" yazınız.

- a. (.....) İki üçgen eş ise karşılıklı açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşittir.
- b. (.....) İki üçgen eş ise eş kenarlara ait yükseklikler de eştir.
- c. (.....) İki üçgenin eşliği yazılırken kenar ve açı sırasının önemi yoktur.
- ç. (.....) İki üçgenin karşılıklı açıları eş ise bu iki üçgen daima eştir.

3. Aşağıda verilen üçgenlerde eş olan açı ve kenarlar gösterilmiştir.

Buna göre, bu üçgenler arasındaki eşlik kuralını gerekçesiyle birlikte altlarındaki boşluğa yazınız.

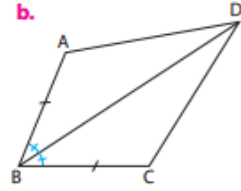
a.



.....  $\cong$  .....

Gerekçesi: .....

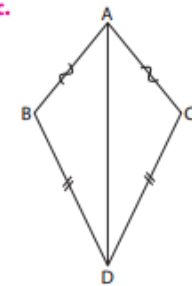
b.



.....  $\cong$  .....

Gerekçesi: .....

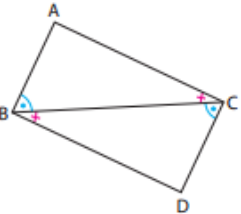
c.



.....  $\cong$  .....

Gerekçesi: .....

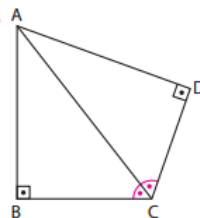
ç.



.....  $\cong$  .....

Gerekçesi: .....

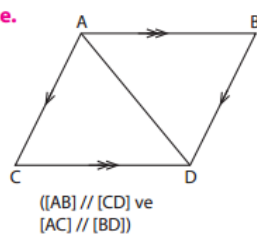
d.



.....  $\cong$  .....

Gerekçesi: .....

e.

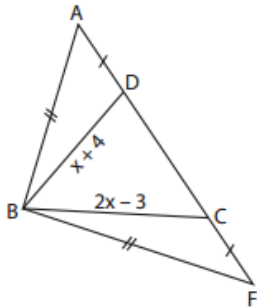
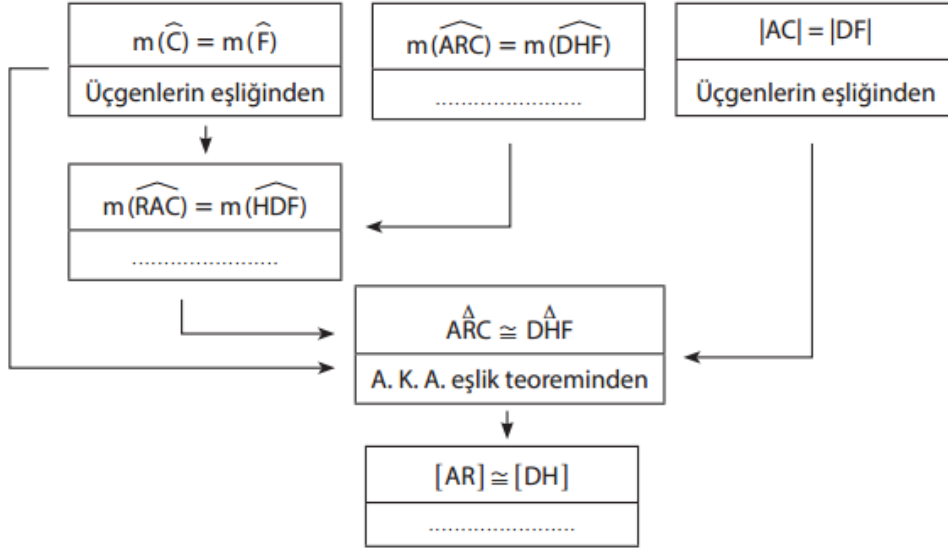
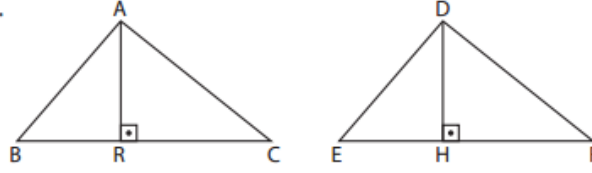


.....  $\cong$  .....

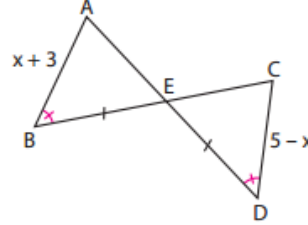
Gerekçesi: .....

Eş üçgenlerin eş kenarlarına ait yüksekliklerinin de eş olduğunun ispatı aşağıda akış diyagramı biçiminde verilmiştir. Buna göre diyagramdaki gerekçe bölümünü doldurunuz.

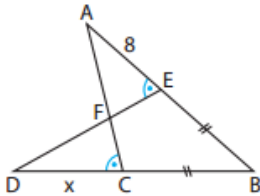
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  olsun.



Yandaki şekilde A, D, C, F doğrusal  
 $|AB| = |BF|$   
 $|AD| = |CF|$   
 $|BD| = x + 4$   
 $|BC| = 2x - 3$  ise  
 x kaçtır?

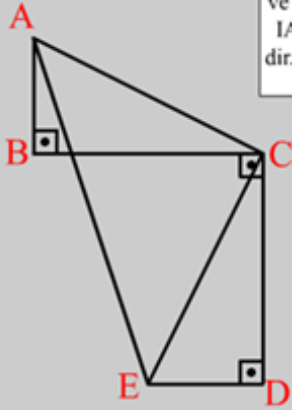


Şekildeki  
 $|BE| = |ED|$   
 B, E, C doğrusal  
 $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{EDC})$   
 olduğuna göre x kaçtır?



Şekilde  
 $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ACD})$   
 $|EB| = |BC|$   
 $|AE| = 8$  birim ise  
 x kaç br dir?

### ANİMASYON PROBLEM-1

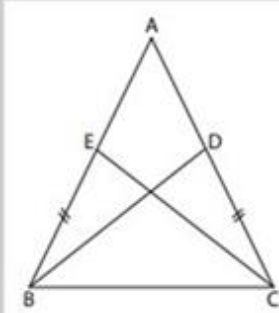


Yandaki şekilde ABC , EDC ve BCD açıları 90 derecedir.  $|AB|=|ED|$  ve  $|BC|=|DC|$  dir. AEC açısı kaç derecedir?

ÇÖZÜM

- Yanda verilen problemin çözümü animasyon hazırlanarak yapılmıştır.
- Bu problemin çözümünde animasyon kullanılmalıdır.

### ANİMASYON PROBLEM-2



ABC ikizkenar üçgen

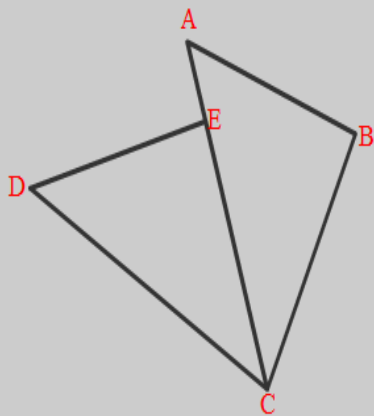
$$|BE| = |DC|$$

$$|AB| = |AC|$$

olduğuna göre  $|BD| = |EC|$  olduğunu gösteriniz.

- Yanda verilen problemin çözümü animasyon hazırlanarak yapılmıştır.
- Bu Problemin çözümünde animasyon kullanılmalıdır.

### ANİMASYON PROBLEM-3



$$\begin{aligned} |CD| &= |CA| \\ |CE| &= |CB| \\ |AB| &= |DE| \end{aligned}$$

Olduğuna Göre Hangi Açılar Birbirine Eşittir

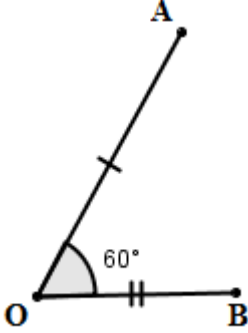
- Yanda verilen problemin çözümü animasyon hazırlanarak yapılmıştır.
- Bu Problemin çözümünde animasyon kullanılmalıdır

## ŞEKİL KURMA-1

- Aşağıda verilen adımları takip ederek sizden istenenleri yapınız  
Araç ve Gereçler: Cetvel, pergeli ve makas

Adım 1 ►

Şeklin yanında verilen noktalı yerleri doldurunuz.



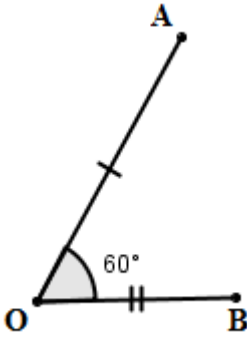
$$m(\widehat{AOB}) = \dots\dots\dots$$

$$|AO| = \dots\dots\dots$$

$$|OB| = \dots\dots\dots$$

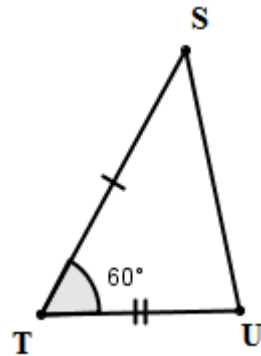
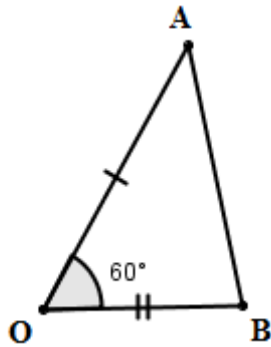
Adım 2 ►

Aşağıda verilen şeklin aynısını yanda verilen kutunun içine çizin ve noktaları S,T,U olarak isimlendiriniz ve AO kenarı ile aynı olan kenarı tek çizgi ile BO kenarı ile aynı olan kenarı çift çizgi ile gösteriniz.



Adım 3 ►

İki şekilde üçgene tamamlayıp makasla keserek üst üste getiriniz. Bu iki üçgenin kenarları ve açıları ile ilgili ne söylenebilir?



Adım 4 ►

Yukarıda verilen üç adımla anlatılmak istenen matematiksel ilişki ne olabilir? Bir cümle ile ifade etmeye çalışınız.



## ŞEKİL KURMA-2

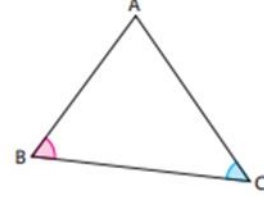
- Aşağıda verilen adımları takip ederek sizden istenenleri yapınız

**Araç ve Gereçler:** Kareli kâğıt, kalem, cetvel, açıölçer, makas

### Adım 1 ▶

Kareli kâğıt üzerinde bir  $\triangle ABC$  çizerek  $[BC]$  nın uzunluğunu ve B ile C açılarının ölçülerini cetvel ve açıölçer yardımıyla ölçerek aşağıya not ediniz.

$$|BC| = \dots\dots\dots \quad m(\widehat{B}) = \dots\dots\dots \quad m(\widehat{C}) = \dots\dots\dots$$



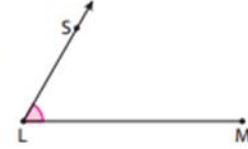
### Adım 2 ▶

Kâğıt üzerinde  $[BC]$  na eş olacak şekilde  $[LM]$  çiziniz.



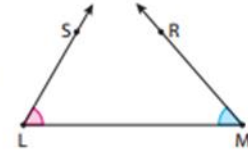
### Adım 3 ▶

Açıölçer yardımıyla köşesi L olan ve ölçüsü B açısının ölçüsüne eşit olan  $\widehat{MLS}$  açısını oluşturarak LS ışını çiziniz.



### Adım 4 ▶

Açıölçer yardımıyla köşesi M olan ve ölçüsü C açısının ölçüsüne eşit olan  $\widehat{LMR}$  açısını oluşturarak MR ışını çiziniz.



### Adım 5 ▶

LS ve MR ışınlarını uzatarak kesiştikleri noktayı K olarak adlandırıp ABC ve KLM üçgenlerini keserek üst üste yerleştiriniz. Bu iki üçgen arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır?

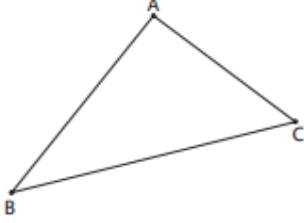
.....

## ŞEKİL KURMA-3

- Aşağıda verilen adımları takip ederek sizden istenenleri yapınız

**Araç ve Gereçler:** Kareli kâğıt, kalem, cetvel, pergeli, makas

Adım 1 ►



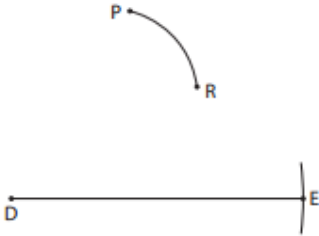
Kareli kâğıt üzerinde bir  $\triangle ABC$  çiziniz.

Adım 2 ►



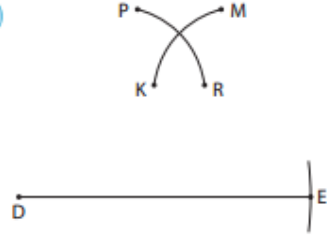
Pergelinizin sivri ucunu B noktasına yerleştirerek pergeli [BC] kadar açıp kareli kâğıt üzerinde [BC] na eş bir [DE] oluşturunuz.

Adım 3 ►



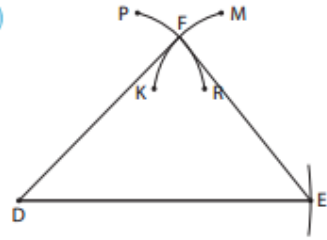
$\triangle ABC$  de pergeli [BA] kadar açarak merkezi D olan  $\widehat{PR}$  nı çiziniz.

Adım 4 ►



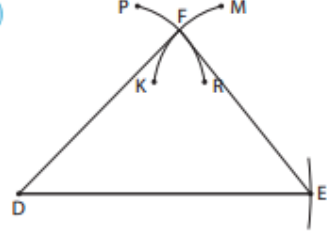
$\triangle ABC$  de pergeli [CA] kadar açarak merkezi E olan  $\widehat{KM}$  nı çiziniz.

Adım 5 ►



$\widehat{PR}$  ve  $\widehat{KM}$  nın kesim noktasını F olarak adlandırıp  $\triangle DEF$  ni oluşturunuz.

Adım 6 ►



$\triangle ABC$  ile  $\triangle FDE$  ni makas ile keserek üst üste yerleştiriniz. Bu iki üçgen arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır?

**Sonuç**

Yukarıda ulaştığımız olduğunuz sonuçları göz önüne aldığınızda, karşılıklı kenarları eş olan üçgenlerin eşliği hakkında ne söyleyebilirsiniz?

## 2.BÖLÜM: ÜÇGENLER

KONU: Üçgenlerin Eşliği

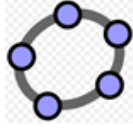
KAZANIM-4: Bir üçgende daha uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir.

ARAÇ-GEREÇ: Dinamik Geometri Yazılımı

### A. KURMA

- Bu bölümde öğrencilere ilk önce aşağıda verilen “ÖLÇÜM YAPIYORUM” etkinliği dağıtılır. Bu etkinlikte öğrencilerin bir üçgen üzerinde ölçümler yaparak kenar uzunlukları ile açı ölçüleri arasında ilişki kurmalarını sağlamak amaçlanmıştır.

Adı/Soyadı: \_\_\_\_\_



ÖLÇÜM YAPIYORUM

1- Geogebra'yı açın ve ekrana bir ABC üçgeni çizin.

2- Çizdiğiniz üçgenin kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini hesaplayıp aşağıdaki tabloyu doldurun.

KENARLAR	KENAR UZUNLUKLARI	AÇI ÖLÇÜLERİ	AÇILAR
a			A açısı
b			B açısı
c			C açısı

3- Üçgeninizi herhangi bir köşeden tutup hareket ettirip açılarını değiştirerek aşağıdaki tabloyu tekrar doldurun.

KENARLAR	KENAR UZUNLUKLARI	AÇI ÖLÇÜLERİ	AÇILAR
a			A açısı
b			B açısı
c			C açısı

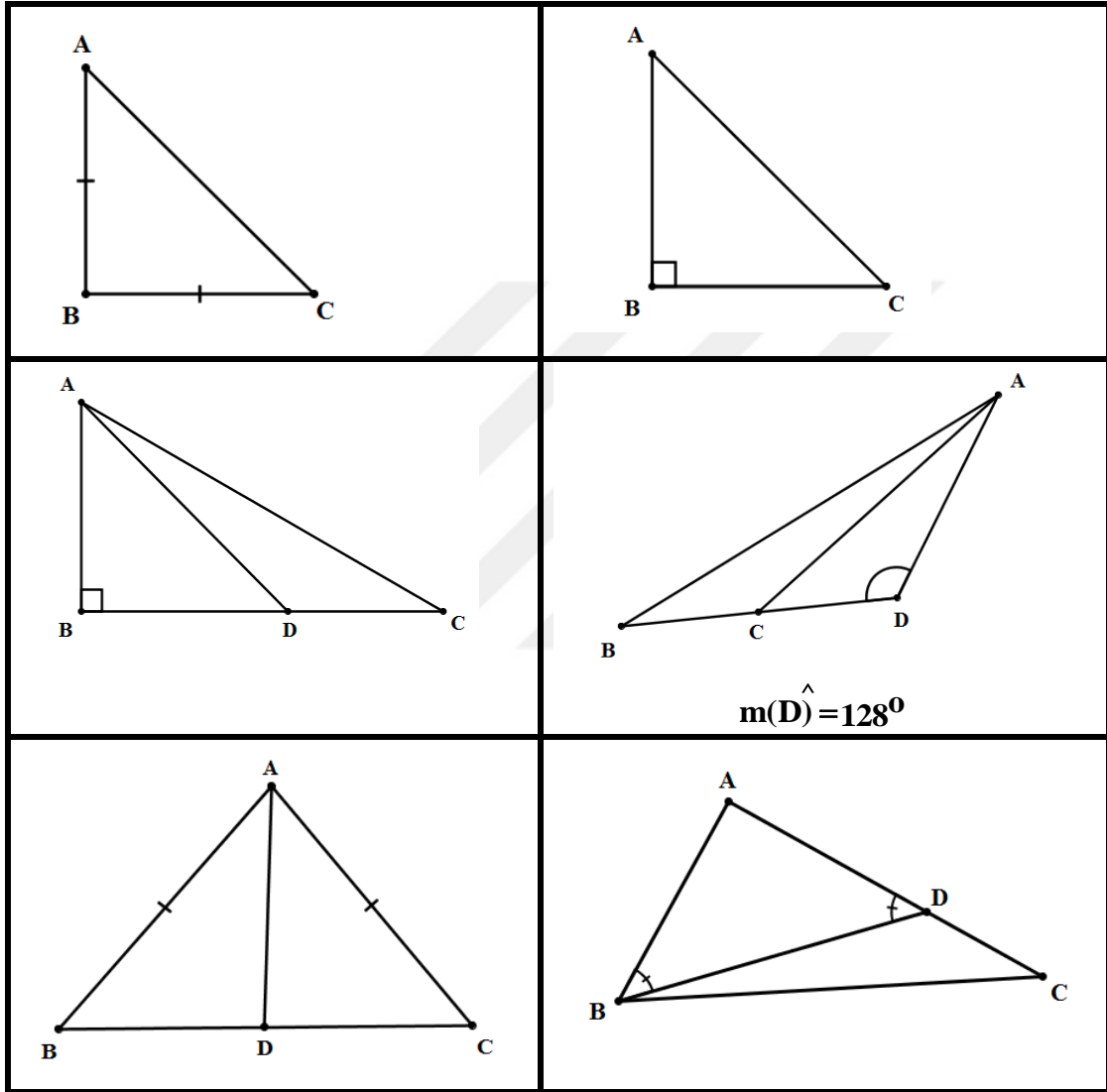
4- Elde ettiğiniz verilere göre üçgenin kenar uzunlukları ile açılarının ölçüleri arasında büyüklük, küçüklük bakımından nasıl bir matematiksel ilişki vardır? Aşağıya yazınız.

\_\_\_\_\_

## B. GÖRSELLEŞTİRME

- Bu bölümde aşağıda verilen şekiller tahtaya çizilerek şekil üzerinde verilenlerden hangi matematiksel ilişkilerin kesin olarak çıkarılabileceği öğrencilere sorulmalıdır. Bu aşamada öğrencilerin şeklin görünüşünden etkilenecek çıkarım da bulunabilirler. Eğer öğrenciler bu şekilde bir hata yaparsa “NE GÖRÜYORSUN-1, 2 ve 3 ” etkinlikleri hatırlatılmalı ve geometride şeklin görünüşüne göre karar vermemeleri gerektiği söylenmelidir.

### NE GÖRÜYORSUN-4



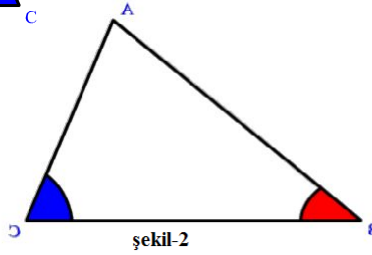
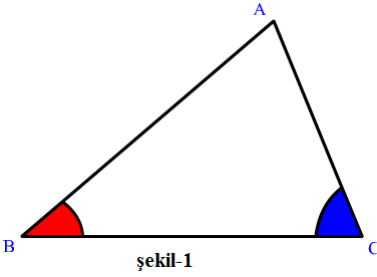
- Öğrenciler şekiller için birçok matematiksel özellik söyleyebilirler. Fakat öğrencilerden özellikle kenar-açı ilişkisini dikkate alarak matematiksel özellikleri söylemeleri istenmelidir. (Örneğin: bir üçgende 90 derece varsa bu açının karşısındaki kenar en uzun kenardır ya da ikizkenar üçgende taban açıları dar açıdır gibi)

## C. GÖRSELLEŞTİRME –MUHAKEME

- Bu bölümde ilk olarak “AÇI KENAR BAĞINTILARI” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte animasyon kullanılarak büyük açının karşısında büyük kenarın olduğu gösterilmektedir.

### AÇI KENAR BAĞINTILARI

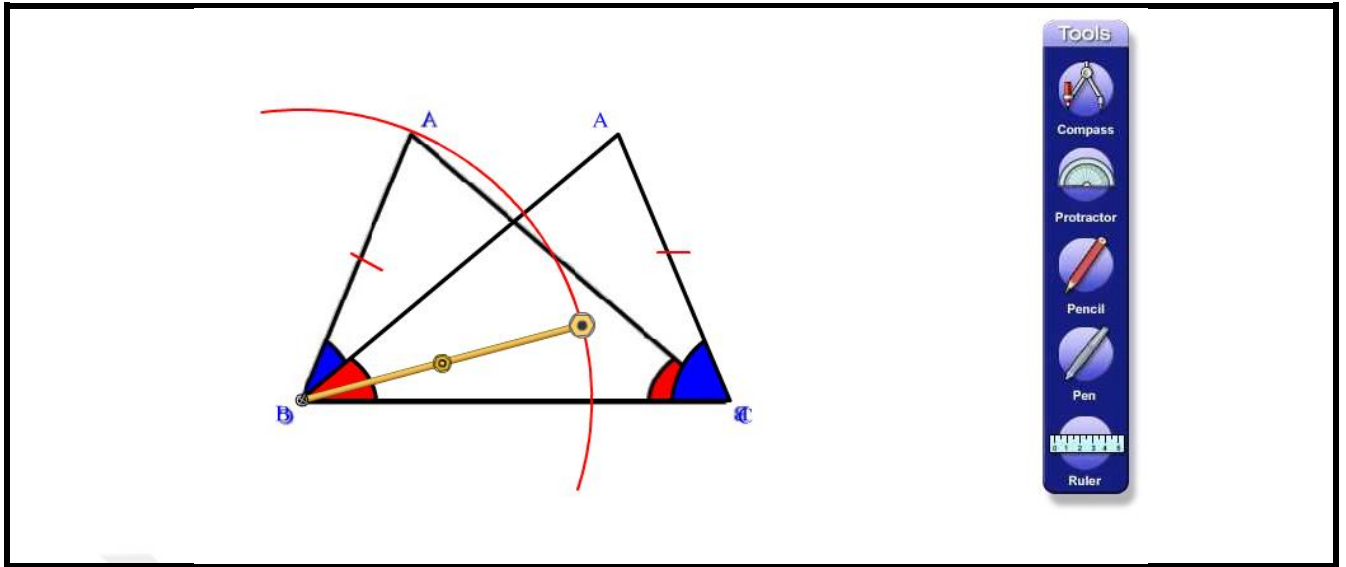
- Aşağıda Şekil-1 de ABC üçgeni ve Şekil-2 de bu üçgenin döndürölmüş hali bulunmaktadır. Bu üçgende C açısının ölçüsü B açısının ölçüsünden büyüktür.



- Bu iki Şekil BC kenarları üst üste gelecek Şekilde bir araya getirilirse nasıl bir Şekil oluşur aşağıya çiziniz.
- Çizdiğiniz bu Şekle bakarak AC ve AB kenarlarının uzunlukları ile ilgili ne söyleyebilirsiniz. Nedeni ile yazınız.

- Etkinlikten sonra öğrencilere animasyon izletilmeli ve animasyon üzerinden öğrencilerin verdikleri cevaplar değerlendirilmelidir.

- Animasyonun sonunda aşağıda verilen şekil çizilerek büyük açının karşısında büyük kenarın olması gerektiği açıklanmalıdır.



#### D. MUHAKEME

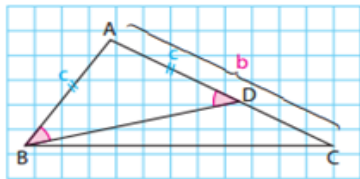
- Bu bölümde öğrencilere “İSPATI TAMAMLA” etkinliği dağıtılır. Bu etkinlikte ispat belirli bir yere kadar yapılmakta fakat geriye kalan bölüm öğrencilere bırakılmaktadır.

#### İSPATI TAMAMLA

##### İspat

Verilenler:  $\triangle ABC$ ,  $b > c$

İstenen:  $m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$



$\triangle ABC$  nde  $|AC| > |AB|$  olduğundan  $[AC]$  kenarı üzerinde  $|AB| = |AD|$  olacak şekilde bir D noktası alınabilir.

Alınan bu noktayı B köşesi ile birleştirelim.



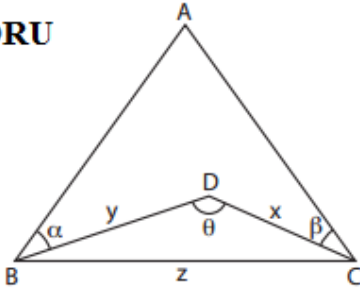
İspatı tamamlayınız!

- Öğrenciler ispatı tamamlarken kesin olarak çıkarılabilecek sonuçlardan hareket etmeleri konusunda rehberlik yapılmalıdır.

### E. UYGULAMA

- Bu bölümde aşağıda verilen sorular öğrencilere araştırma ödevi olarak verilmeli ve öğrencilere çözüm için belirli süre verildikten sonra ( 1 ya da 2gün olabilir) çözümler kontrol edilmelidir.

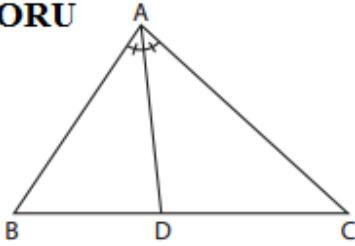
#### 1.SORU



Yandaki şekilde  
ABC ikizkenar dik  
üçgen  
 $|AB| = |AC|$  ve  
 $\alpha > \beta$

olduğuna göre  $x, y, z$  uzunluklarını sıralayınız.

#### 2.SORU



Yandaki ABC  
üçgeninde  $[AD]$ ,  $\widehat{A}$   
nın açıortayı  
olduğuna göre  
aşağıdaki önerme-  
lerin doğruluğunu  
gösteriniz.

- $|AC| > |DC|$
- $m(\widehat{ADC}) > 90^\circ$  ise  $|AC| > |AB|$  dir.

**KONU: Üçgenlerin Benzerliği**

**KAZANIM-5: İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.**

**ARAÇ-GEREÇ: GeoGebra**

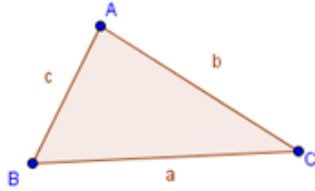
**A. KURMA**

- Öğrencilerin bir üçgenin kenar uzunlukları belirli bir oranda büyütüldüğünde ya da küçültüldüğünde açılarının değişmeyeceğini ve üçgenin “1” oranında büyütülmesinin eş üçgenler oluşturacağını anlamalarına yardımcı olmak için aşağıda verilen “BENZER ÜÇGENLER-1” etkinliği dağıtılır.
- Bu aşamada benzer üçgen kavramı kullanılmamalı, bunun yerine “açıları eş kenarları orantılı üçgenler” ifadesi kullanılmalıdır.
- Etkinliğin sonunda öğrencilerin gözlemledikleri ilişkiyi arkadaşları ile paylaşmalarına imkân tanınmalıdır. Bu sırada gözlemlenen ilişkinin önerme şeklinde dile getirilmesi konusunda öğrencilere gerekli rehberlikler yapılmalıdır.



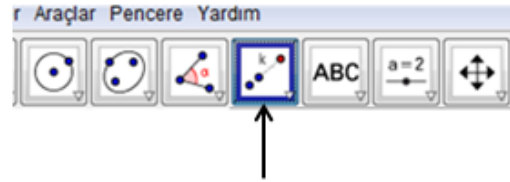
### BENZER ÜÇGENLER-1

- GeoGebra' yı açın ve ekrana bir üçgen çizin (Şekil-1)



Şekil-1

- Geogebra'da aşağıda verilen sembolü aktif hale getirip üçgeni 0,5, 1, 2 oranında genişletin



- Daha sonra elde ettiğiniz bu üçgenlerin kenar uzunluklarını ve iç açılarını hesaplayınız ve aşağıda verilen tabloları doldurunuz

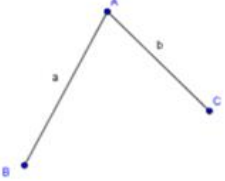
<i>ABC ÜÇGENİN İÇ AÇILARI ÖLÇÜSÜ</i>		<i>ABC ÜÇGENİNİN KENAR UZUNLUKLARININ ÖLÇÜSÜ</i>		<i>0.5 oranında genişletilen üçgenin açılarının ölçüsü</i>		<i>0.5 oranında genişletilen üçgenin kenar uzunlukları</i>	
A açısı		a kenarı		A' açısı		a' kenarı	
B açısı		b kenarı		B' açısı		b' kenarı	
C açısı		ç kenarı		C' açısı		ç' kenarı	
<i>ABC ÜÇGENİN İÇ AÇILARI ÖLÇÜSÜ</i>		<i>ABC ÜÇGENİNİN KENAR UZUNLUKLARININ ÖLÇÜSÜ</i>		<i>1 oranında genişletilen üçgenin açılarının ölçüsü</i>		<i>1 oranında genişletilen üçgenin kenar uzunlukları</i>	
A açısı		a kenarı		A' açısı		a' kenarı	
B açısı		b kenarı		B' açısı		b' kenarı	
C açısı		ç kenarı		C' açısı		ç' kenarı	
<i>ABC ÜÇGENİN İÇ AÇILARI ÖLÇÜSÜ</i>		<i>ABC ÜÇGENİNİN KENAR UZUNLUKLARININ ÖLÇÜSÜ</i>		<i>2 oranında genişletilen üçgenin açılarının ölçüsü</i>		<i>2 oranında genişletilen üçgenin kenar uzunlukları</i>	
A açısı		a kenarı		A' açısı		a' kenarı	
B açısı		b kenarı		B' açısı		b' kenarı	
C açısı		ç kenarı		C' açısı		ç' kenarı	

- Yukarıda verilen tabloyu incelediğinizde *ABC* üçgeni ile diğer üçgenler arasında nasıl bir ilişki gözlemlediğinizi yazınız.


- Bu etkinlikten sonra öğrencilere “BENZER ÜÇGENLER-2” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerin iki üçgenin iki kenarı orantılı ve bu kenarlar arasındaki açıları eş ise bu iki üçgenin bilinmeyen açılarının eş bütün kenarlarının orantılı oldukları gösterilmektedir.

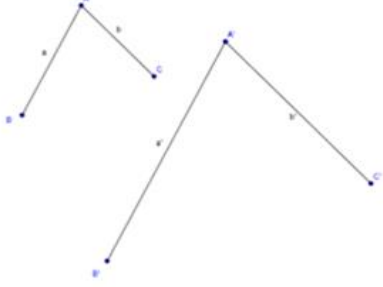
**BENZER ÜÇGENLER-2**

1- Geogebra'yı açın ve iki doğru parçasını aşağıdaki gibi bir araya getirin.



2- İki doğru parçasının uzunluğunu ve arasındaki açının ölçüsünü bulun.

3- Geogebra'da yanda verilen sembolü aktif hale getirip kenar uzunluklarını istediğiniz oranda büyütün veya küçültün.  Nesneyi katsayıyla noktadan genişlet



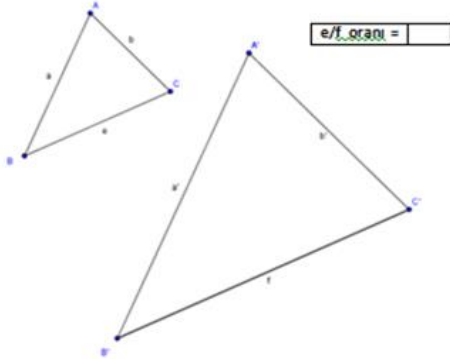
4-Oluşan yeni şekilde doğru parçalarının uzunluklarını ve oluşan yeni açının ölçüsünü bulun. ve aşağıda verilen tabloyu doldurun.

1.ŞEKİL	1.ŞEKİL İLE İLGİLİ ÖLÇÜMLER	2.ŞEKİL	2.ŞEKİL İLE İLGİLİ ÖLÇÜMLER
a uzunluğu		a' uzunluğu	
b uzunluğu		b' uzunluğu	
BAC açısının ölçüsü		B'A'C' açısının ölçüsü	
KENAR UZUNLUKLARI İLE İLGİLİ ORANLAR			
a/a' oranı		b/b' oranı	

Tablo -1

5- Tablo-1 deki verileri dikkate aldığınızda, iki şekil arasında nasıl bir ilişki gözlemlediğinizi aşağıya yazınız.

6- Elinizdeki iki şekli üçgen haline getirerek, çizdiğiniz üçüncü kenarların uzunluklarını (burada e ve f ile gösterilmektedir) ve iki üçgenin açılarını hesaplayıp aşağıda verilen tabloyu doldurunuz.



e/f oranı =

ABC ÜÇGENİN İÇ AÇILARI ÖLÇÜSÜ	A'B'C' ÜÇGENİN İÇ AÇILARININ ÖLÇÜSÜ	KENARLAR ARASINDAKİ ORAN
A açısı	A' açısı	a/a'
B açısı	B' açısı	b/b'
C açısı	C' açısı	e/f

7- Yukarıda verilen tabloya bakıp bu üçgenler arasında nasıl bir matematiksel ilişki vardır. Aşağıya yazınız.

- Bu etkinlik bittikten sonra öğrencilere “BENZER ÜÇGENLER-3” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerin iç açıları eş olan iki üçgenin kenar uzunluklarının orantılı olacağı gösterilmektedir.
- Bu etkinlikte sonra öğrencilerin tabloyla ilgili fikirlerini arkadaşları ile paylaşmalarına imkân verilmelidir. Öğrencilerin fikirleri alınırken matematiksel ilişkiyi önerme şeklinde ifade etmeleri yönünde rehberlik yapılmalıdır.

### BENZER ÜÇGENLER-3

- Aşağıda verilen adımları takip ederek sizden istenenleri yapınız (Bu etkinlikte dinamik geometri yazılımı da kullanılabilir)

**Araç ve Gereçler:** Cetvel, açıölçer, kareli kâğıt, hesap makinesi

#### Adım 1 ▶

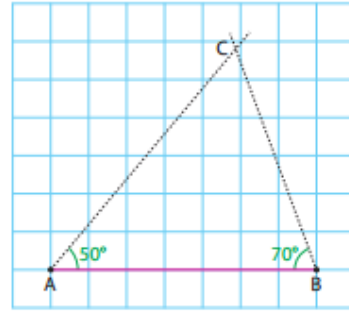
Kareli kâğıt üzerinde  $\frac{|AB|}{|TS|} = 2$  olacak şekilde grup üyelerinden biri [AB] nı çizerken, diğeri [TS] nı oluştursun.



#### Adım 2 ▶

[AB] nı oluşturan grup üyesi açıölçer yardımıyla  $m(\hat{A}) = 50^\circ$  ve  $m(\hat{B}) = 70^\circ$  olacak şekilde ışınlar çizsin. Bu ışınların kesiştiği noktayı C olarak isimlendirsın.

Diğer grup üyesi, işlemleri T ve S noktası için yaparak ışınların kesiştiği noktayı P olarak isimlendirsın.



#### Adım 3 ▶

$\triangle ABC$  ve  $\triangle TSP$  nde ilgili ölçümleri ve hesaplamaları yaparak aşağıdaki tabloyu grup arkadaşınızla birlikte doldurunuz.

$\triangle ABC$			$\triangle TSP$		
AB	BC	AC	TS	SP	TP
$\frac{ AB }{ TS } =$		$\frac{ BC }{ SP } =$		$\frac{ AC }{ TP } =$	

#### Adım 4 ▶

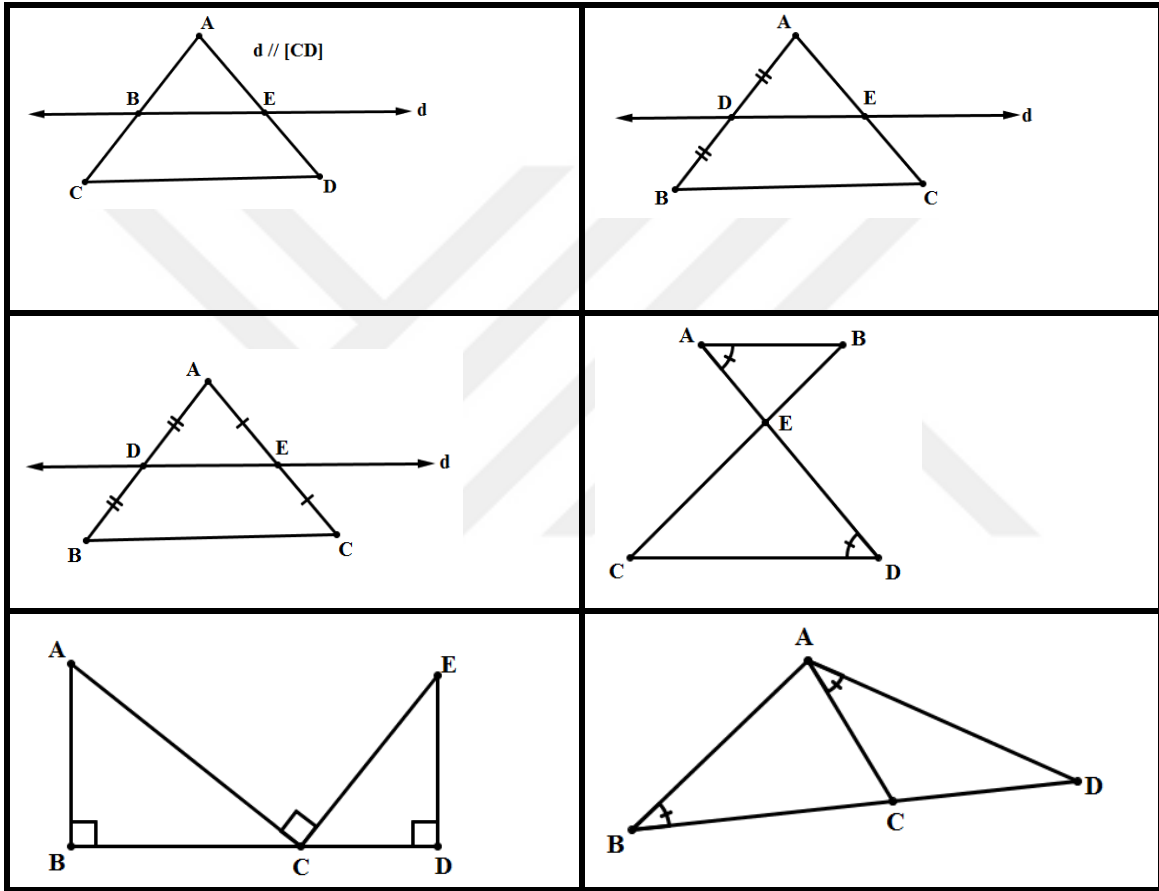
Yukarıdaki tabloya göre  $\triangle ABC$  ve  $\triangle TSP$  üçgenlerinin kenarlarının uzunlukları arasındaki ilişkiyi yazınız.

.....

## B. GÖRSELLEŞTİRME

- Bu bölümde ilk olarak tahtaya aşağıda verilen şekiller çizilerek öğrencilerden şekil üzerinde verilenlerden hareketle hangi matematiksel ilişkilerin kesin olarak çıkarılabileceği sorulmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alınarak matematiksel özellikler tahtaya yazılmalı, şeklin görünüşünden kaynaklanan yanlış çıkarımlar düzeltilmelidir.

### NE GÖRÜYORSUN-5



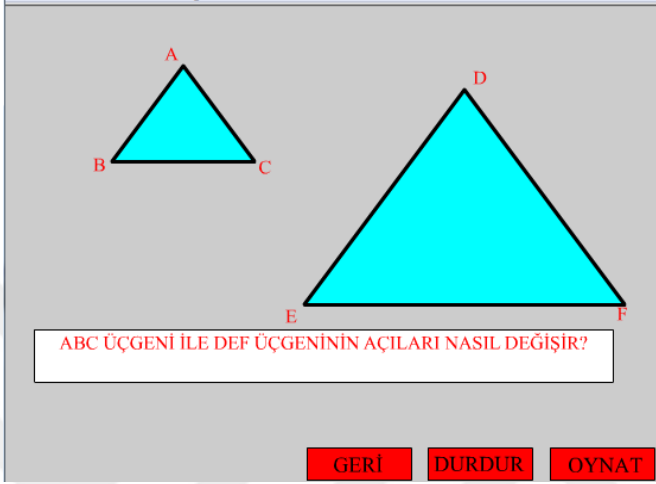
## C. GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME

- Dersin bu bölümünde öğrencilere “KENARLARI BÜYÜTÜYORUM” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerin kenarları aynı oranda büyütülmüş iki üçgenin açılarının eş olacağı animasyon kullanılarak anlatılmaya çalışılmıştır. “BENZER ÜÇGENLER-1” etkinliğinde dinamik geometri yazılımı ile anlatılmak istenen matematiksel ilişki burada animasyon kullanılarak yapılmaya çalışılmıştır.

- Animasyon öğrencilere izletirken animasyonda öğrencilerin cevaplaması için sorular gelecektir. Öğrencilerin bu sorular ile ilgili fikirleri alınmalı ve farklı fikirler sınıf içinde tartışılmalıdır.

**KENARLARI BÜYÜTÜYORUM**

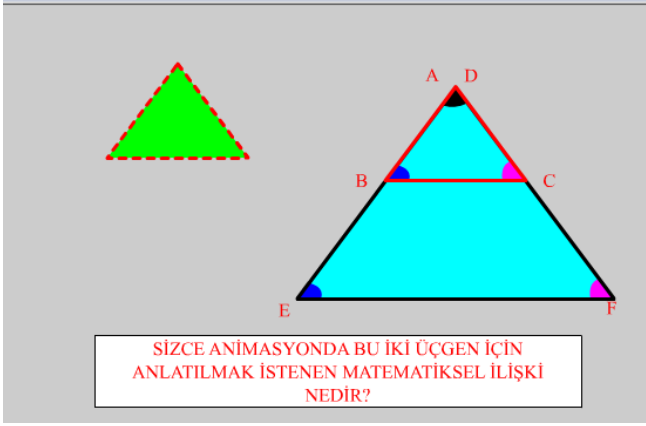
- Animasyon aşağıda verilen bölümde duracaktır. Soruya cevap verdikten sonra animasyonu oynatmak için “OYNAT” butonuna basılmalıdır.



ABC ÜÇGENİ İLE DEF ÜÇGENİNİN AÇILARI NASIL DEĞİŞİR?

GERİ    DURDUR    OYNAT

- Animasyonu sonuna kadar izleyin animasyonun sonunda size sorulan aşağıdaki soruyu animasyonu düşünerek cevap vermeye çalışın.(Animasyonu tekrar izleyebilirsiniz)



SİZCE ANİMASYONDA BU İKİ ÜÇGEN İÇİN  
ANLATILMAK İSTENEN MATEMATİKSEL İLİŞKİ  
NEDİR?

**Animasyonda Anlatılmak istenen matematiksel ilişki nedir?**

**Cevap:**

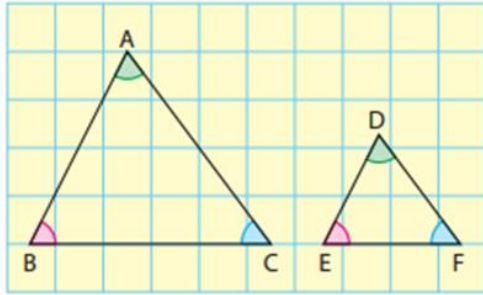
- “KENARLARI BÜYÜTÜYORUM” etkinliğinden sonra öğrencilere aşağıda verilen soru sorulmalıdır. Sorunun çözümü animasyon kullanılarak yapılmıştır. Öğrencilere soruyu çözmeleri için belirli bir süre verildikten sonra animasyon izletilmeli ve sorunun çözümü öğrencilerle birlikte değerlendirilmelidir.

- Soruda kenarları orantılı iki üçgen verilmekte ve üçgenlerden birine ait bir açının ölçüsü sorulmaktadır. Bu aşamada öğrencilere “Benzer Üçgenler” ya da “K-K-K benzerliği” gibi kavramlar kullanılmamalıdır.

#### D. MUHAKEME

- Dersin bu bölümünde ilk olarak benzerlik ve benzerlik kuralları ile ilgili bilgiler verilmelidir. Aşağıda rehber niteliğinde bilgiler verilmiştir. Bu bilgiler örnekler ile zenginleştirilebilir.

İki üçgenin köşeleri arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı açılar eş ve karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise bu üçgenlere **benzer üçgenler** adı verilir. Eğer  $\triangle ABC$  ve  $\triangle DEF$  benzer üçgenler ise bu durum  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  şeklinde gösterilir.



$$\begin{aligned} \widehat{A} &\cong \widehat{D} \\ \widehat{B} &\cong \widehat{E} \text{ ve } \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|AB|}{|DE|} = k, \quad k \in \mathbb{R}^+ \\ \widehat{C} &\cong \widehat{F} \end{aligned}$$

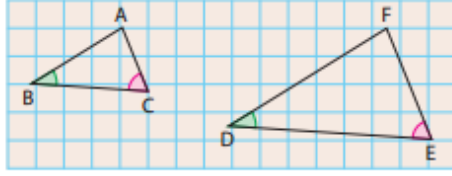
ise  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  olur.

k pozitif gerçek sayısına **benzerlik oranı** adı verilir.

## Benzerlik Kuralları

### a. Açı – Açı (A. A.) Benzerlik Kuralı

İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı iki açısının ölçüleri eşit ise bu üçgenler benzerdir.

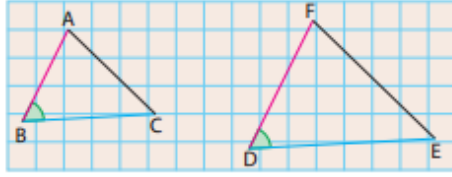


$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{E}) \end{array} \right\} \text{ ise}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle FDE \text{ dir.}$$

### b. Kenar – Açı – Kenar (K. A. K.) Benzerlik Kuralı

İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı iki kenar uzunlukları orantılı ve bu kenarların oluşturduğu açılar eş ise bu üçgenler benzerdir.

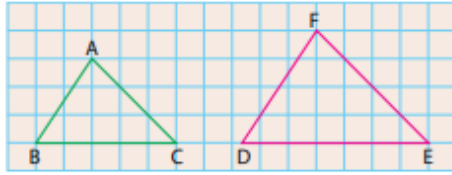


$$\left. \begin{array}{l} \frac{|AB|}{|FD|} = \frac{|BC|}{|DE|} \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) \end{array} \right\} \text{ ise}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle FDE \text{ dir.}$$

### c. Kenar – Kenar – Kenar (K. K. K.) Benzerlik Kuralı

İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı kenarların uzunlukları orantılı ise bu iki üçgen Kenar-Kenar-Kenar (K. K. K) benzerlik kuralına göre benzerdir.



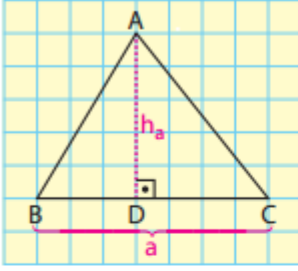
$$\frac{|AB|}{|FD|} = \frac{|AC|}{|FE|} = \frac{|BC|}{|DE|} \text{ ise}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle FDE \text{ dir.}$$

- Öğrencilere gerekli bilgiler verildikten sonra benzerlikte çok önemli olan temel orantı teoreminin ispatı ile ilgili etkinlik öğrencilere dağıtılmalıdır.
- Etkinlik dağıtılmadan önce öğrencilere üçgenin alanı ile ilgili bazı hatırlatmalar yapılmalıdır.

## Hatırlayalım

### Üçgenin Alanı

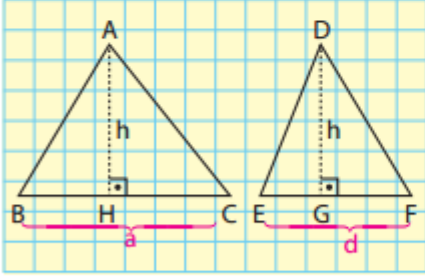


Daha önceki yıllarda bir üçgenin alanının, bir kenarının uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin uzunluğunun çarpımının yarısı olduğunu öğrenmiştik.

$$A(\triangle ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

Aşağıda birer kenarları eş olan üçgenlerin alanları oranının, o kenarlara ait yüksekliklerin uzunlukları oranına, yükseklikleri eş olan üçgenlerin alanlarının oranının ise eş yüksekliklerin çizildiği kenarların uzunlukları oranına eşit olduğu gösterilmiştir.

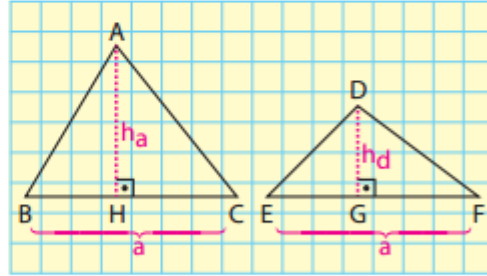
#### Birer Yükseklikleri Eş Üçgenler



$|AH| = |DG| = h$  olmak üzere,

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle DEF)} = \frac{a}{d}$$

#### Birer Kenarları Eş Üçgenler



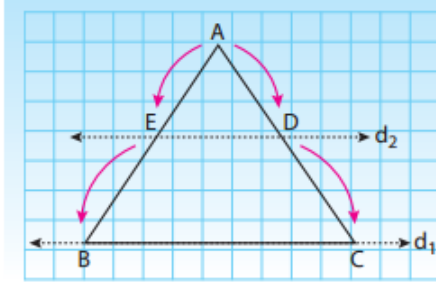
$|BC| = |EF| = a$  olmak üzere,

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle DEF)} = \frac{h_a}{h_d}$$



## TEMEL ORANTI TEOREMİ VE İSPATI

- Aşağıda bir teorem ve onun ispatı gerekçe bölümünden bazıları yazılmadan verilmiştir. Verilmeyen gerekçe bölümünü doldurunuz.



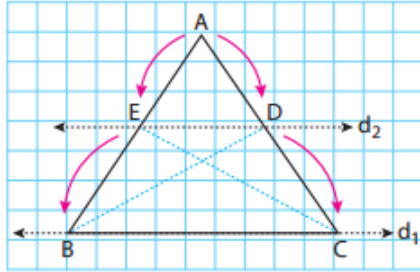
Bir üçgenin, bir kenarına paralel olan ve üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda kesen bir doğru, kestiği kenarları orantılı olarak böler. Yandaki şekilde

$$d_1 // d_2 \text{ ise } \frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|AD|}{|DC|} \text{ dir.}$$

### İspat

Verilenler:  $\triangle ABC$ ,  $d_1 // d_2$

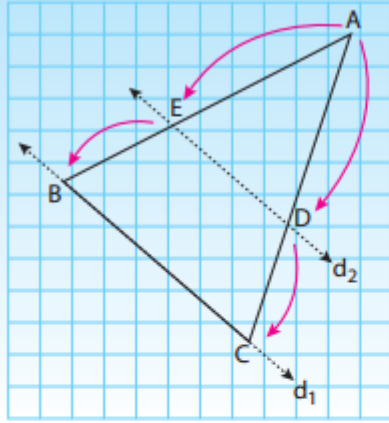
İstenen:  $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|AD|}{|DC|}$  olduğunun gösterilmesi



B ile D, C ile E noktalarını birleştirelim.

	İfade	Gerekçe
1	$\frac{A(\triangle AED)}{A(\triangle EBD)} = \frac{ AE }{ EB }$	$\triangle AED$ ve $\triangle EBD$ nin D köşesinden çizilen yükseklikleri eş
2	$\frac{A(\triangle AED)}{A(\triangle EDC)} = \frac{ AD }{ DC }$	
3	$A(\triangle EBD) = A(\triangle EDC)$	$\triangle EBD$ ve $\triangle EDC$ nin birer kenar ve bu kenarlara ait yükseklikleri eş
4	$\frac{ AE }{ EB } = \frac{ AD }{ DC }$	

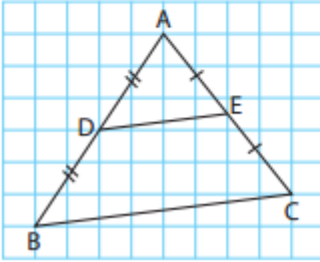
- Gerekçe bölümü doldurulduktan sonra öğrencilere temel oranti teoreminin karşınının da doğru olduğu söylenmelidir. Ve aşağıda verilen bölüm öğrencilere yazdırılmalıdır.



Temel orantı teoreminin karşıtı da doğrudur. Bir doğru, bir üçgenin iki kenarını kestiğinde, kestiği kenarlar üzerinde oluşan karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılı ise bu doğru, üçgenin üçüncü kenarına paraleldir.

Yandaki şekilde

$$\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|AD|}{|DC|} \text{ ise } d_2 // d_1 \text{ dir.}$$



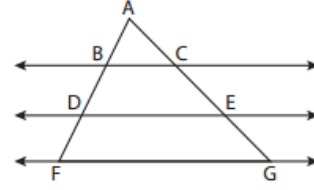
Yandaki ABC üçgeninin [AB] ve [AC] nın orta noktalarını birleştiren [DE] nın, [BC] na paralel olduğu yukarıdaki sonuçtan kolayca görülebilir.

$$\text{Çünkü } \frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} = 1 \text{ dir.}$$

## E. UYGULAMA

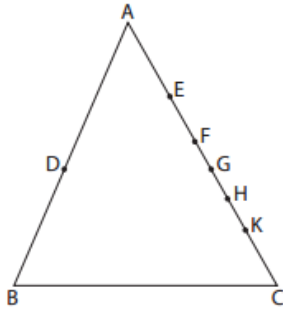
Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına "D" yanlış olanların başına "Y" yazınız.

- a. (.....) Bir üçgenin bir kenarına paralel olacak şekilde çizilen doğru kestiği kenarlar üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur.
- b. (.....) Bir üçgenin bir kenarının orta noktasından diğer kenarlardan birine çizilen paralel doğru üçüncü kenarı ortalar.
- c. (.....) Bir üçgenin iki kenarını orantılı şekilde bölen doğru üçüncü kenara paralel olmayabilir.



Yukarıdaki şekilde  $[BC] \parallel [DE] \parallel [FG]$  olduğuna göre boşlukları uygun biçimde doldurunuz.

- a.  $\frac{|AB|}{|BD|} = \frac{\dots}{|CE|}$
- b.  $\frac{|AD|}{|DF|} = \frac{|AE|}{\dots}$
- c.  $\frac{|BD|}{\dots} = \frac{|CE|}{|EG|}$
- ç.  $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AD|}{\dots}$



Şekildeki ABC üçgeninde

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{3}{2}$$

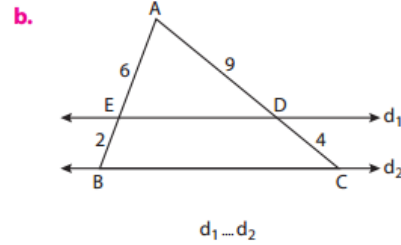
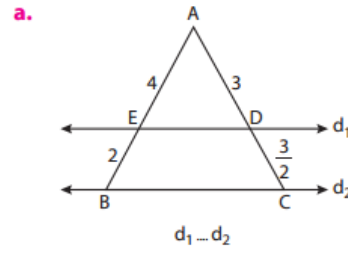
$$|AE| = 3 \text{ br}$$

$$|EF| = |KC| = 2 \text{ br ve}$$

$$|FG| = |GH| = |HK| = 1 \text{ br}$$

olduğuna göre D noktasından  $[BC]$  na çizilen paralel doğru  $[AC]$  üzerinde işaretlenmiş noktalardan hangisinden geçer?

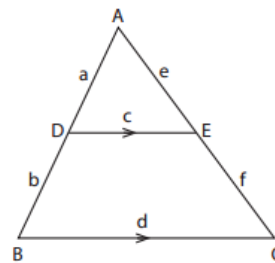
Aşağıdaki şekillerde verilen uzunluk ölçülerine göre  $d_1$  ve  $d_2$  doğruların paralel olup olmadıklarını inceleyiniz.



$\hat{A}BC \sim \hat{A}DEF$  ise aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a.  $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{\dots}{|DF|} = \frac{|BC|}{\dots}$

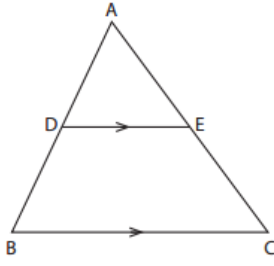
b.  $m(\hat{A}) = \dots, m(\hat{B}) = \dots, m(\hat{C}) = \dots$



Yandaki şekilde  $[DE] \parallel [BC]$  dir.

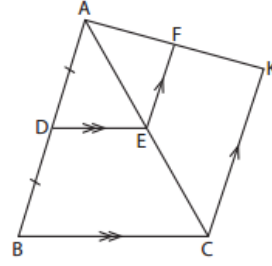
Buna göre aşağıdaki ifadelerin yanlarına doğru olanlar için "D", yanlış olanlar için "Y" yazınız.

- a. ....  $\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$
- b. ....  $\frac{a}{a+b} = \frac{e}{e+f}$
- c. ....  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- ç. ....  $\frac{c}{d} = \frac{e}{e+f}$



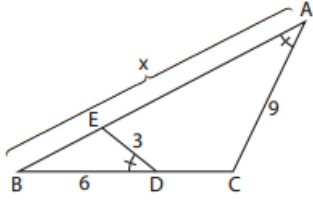
Yandaki şekilde  
 $[DE] \parallel [BC]$   
 olduğuna göre  
 aşağıdaki boşlukla-  
 rı doldurunuz.

- a.  $\frac{|AD|}{\dots} = \frac{|AE|}{|AC|}$     b.  $\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|AE|}{\dots}$   
 c.  $\frac{|DB|}{|AB|} = \frac{|EC|}{\dots}$     ç.  $|AD| \cdot \dots = |AE| \cdot |DB|$



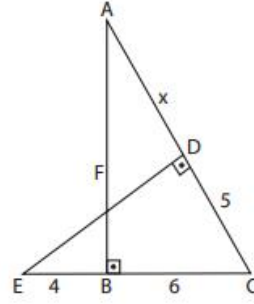
Yandaki şekilde  
 $|AD| = |DB|$   
 $[DE] \parallel [BC]$   
 $[EF] \parallel [CK]$   
 olduğuna göre  
 aşağıdakilerden  
 hangileri kesinlikle  
 doğrudur?

- a.  $|DF| = \frac{|BK|}{2}$     b.  $E \in [BK]$     c.  $|AF| = |FK|$



Şekildeki ABC ve  
 BED üçgenlerinde  
 $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDE})$   
 $|ED| = 3$  br  
 $|BD| = 6$  br  
 $|AC| = 9$  br

olduğuna göre  $|AB| = x$  kaçtır?



Yandaki şekilde  
 $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$   
 $|EB| = 4$  br  
 $|BC| = 6$  br  
 $|DC| = 5$  br  
 olduğuna göre  $|AD| = x$   
 kaçtır?

**Eşlik ve Benzerlik arasında nasıl bir ilişki vardır?**

Yandaki şekilde  
 ABC ve ADE  
 eşkenar üçgen  
 $|AD| = 8$  br  
 $|AF| = 7$  br

olduğuna göre  $|AB| = x$  kaç br dir?

**KONU: Üçgenin Yardımcı Elemanları**

**KAZANIM-6: Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.**

**ARAÇ-GEREÇ: Pergel ve cetvel**

**A. KURMA**

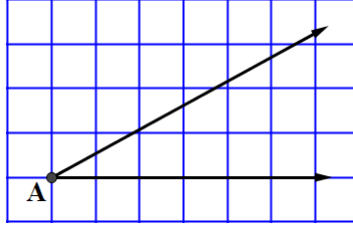
- Bu bölümde cetvel ve pergel ile bir açının açıortayının nasıl elde edileceği incelenecektir. Bunun için öğrencilere aşağıda verilen “CETVEL VE PERGEL KULLANIYORUM” etkinliği dağıtılmalıdır.
- Bu etkinlikte öğrencilere belirli görevler verilmekte ve öğrencilerden bu görevleri takip ederek (cetvel ve pergel kullanarak) bir şekli kurmaları(oluşturmaları) istenmektedir.



## CETVEL VE PERGEL KULLANIYORUM

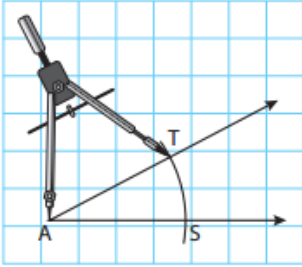
- Aşağıda verilen adımları takip ederek defterinize aşağıda verilen şekilleri çiziniz.

### 1.Adım



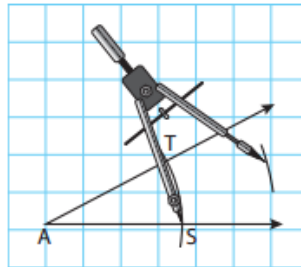
Defterinize şekilde verildiği gibi bir A açısı çiziniz.

### 2.Adım



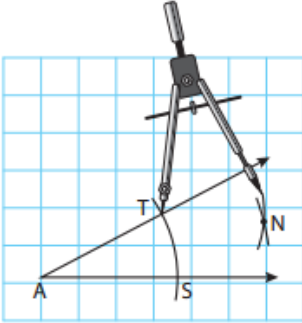
Pergelin sivri ucu A noktasına konularak açının kollarını T ve S noktalarında kesen bir yay çiziniz.

### 3.Adım



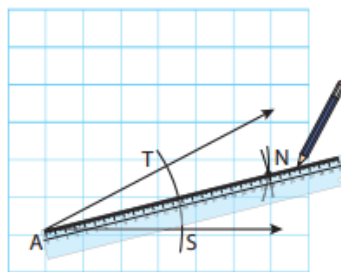
Pergeli [TS] nun yarısından fazla olacak şekilde açınız ve merkezi S olan bir yay çiziniz.

### 4.Adım



Pergelin açıklığını bozmadan merkezi T olan ve bir önceki yayı kesen farklı bir yay çiziniz. Yayların kesim noktasını N olarak isimlendiriniz.

### 5.Adım



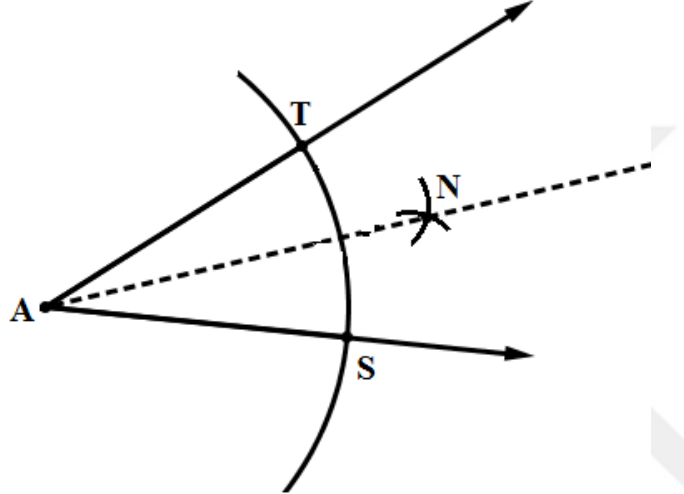
A ile N noktalarını cetvelle birleştiriniz.

## B. GÖRSELLEŞTİRME

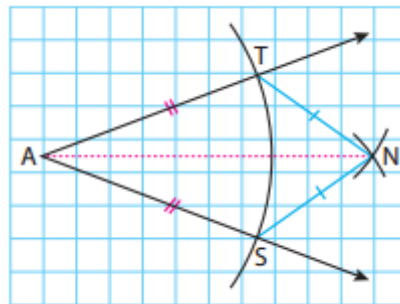
- Bu bölümde öğrencilerden en son elde ettikleri şekil ile ilgili kesin söyleyebilecekleri özellikleri defterlerine yazmalarını isteyiniz. Bunun için aşağıda verilen çalışma yaprağı kullanılabilir.

**NE GÖRÜYORSUN-6**

- Aşağıda 5.adımda elde ettiğiniz şekil verilmektedir. Bu şekil ile ilgili kesin çıkarılabilecek matematiksel özellikleri yazınız.



- Öğrencilerin elde ettikleri sonuçları arkadaşları ile paylaşmalarına izin verilmeli ve bu sırada paylaşılan fikirler sırası ile tahtaya yazılmalıdır.
- Sürecin sonunda öğrencilerden aşağıda verilen şekli elde etmeleri beklenmektedir.



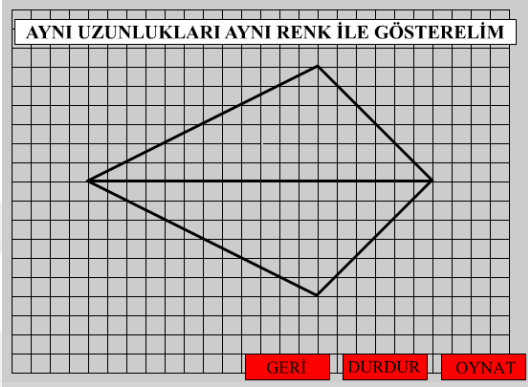
- Şekilden de görüleceğı gibi  $|AT| = |AS|$  ve  $|TN| = |SN|$ 'dir.

## C. GÖRSELLEŞTİRME – MUHAKEME

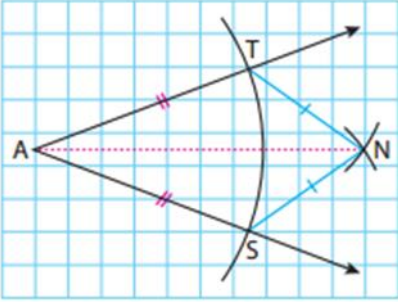
- Bu aşamada öğrencilerin 5.adımda oluşturdukları (kurdukları) şekil ile ilgili başka özellikleri keşfetmeleri beklenmektedir. Bu amaç doğrultusunda “ÜST ÜSTE GELEN ŞEKİLLER” adlı animasyon hazırlanmıştır.
- Hazırlanan animasyonda kenarları eş olan üçgenlerin açılarının da eş olacağı anlatılmaktadır.
- Hazırlanan animasyon öğrencilere izletilmeli ve animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki ile ilgili öğrencilerin fikirleri alınmalıdır.

**ÜST ÜSTE GELEN ŞEKİLLER**

AYNI UZUNLUKLARI AYNI RENK İLE GÖSTERELİM



- Animasyonu baştan sona kadar izleyin ve animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiyi aşağıya yazınız.
- Animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkiden hareketle daha önce cetvel ve pergel kullanarak çizdiğiniz şeklin (aşağıda verilmiştir) matematiksel özellikleri ile ilgili neler söyleyebilirsiniz. Yazınız.



- Hazırlanan animasyon ile TAN üçgeni ile SAN üçgenin eş üçgenler oldukları keşfettirilmeye çalışılmıştır.
- Ayrıca bu keşiften hareketle öğrencilerin AN doğru parçasının aynı zamanda A açısının açıortayı olduğunu göstermeleri beklenmektedir.

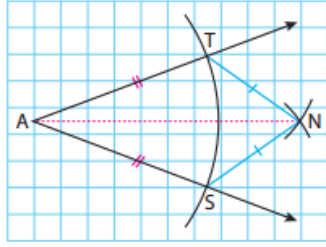


## D. MUHAKEME

- Bu aşamada öğrencilere aşağıda verilen açıklamalar yapılmalıdır. Bu şekilde öğrencilerin bir önceki aşamalarda yapılmış olan açıklamaların matematiksel dil kullanılarak nasıl ifade edileceğini görmeleri amaçlanmıştır.

### AÇIKLAMA:

Yukarıdaki geometrik çizim çalışması sonucunda pergeli ve cetveli kullanarak  $\widehat{A}$ 'nın açıortayını çizdiniz. Şimdi de çizmiş olduğunuz  $[AN]$ 'nin niçin  $\widehat{A}$ 'nın açıortayı olduğunu inceleyelim:



İlk çizilen yayın merkezi A noktası ve bu yay açının kollarını T ve S noktalarında kestiğinden  $[AS] \cong [AT]$  ( $[AS]$  ve  $[AT]$ , A merkezli çemberin yarıçapları)dir. Benzer sebepten dolayı  $[SN] \cong [TN]$  dir. Ayrıca  $[AN] \cong [AN]$  olduğundan K. K. eşlik kuralına göre  $\triangle ATN \cong \triangle ASN$  dir. Eş üçgenlerin karşılıklı açıları eş olduğundan  $\widehat{TAN} \cong \widehat{SAN}$  olur. Böylece  $[AN]$ ,  $\widehat{A}$ 'nı iki eş parçaya ayırır.

- Bu açıklamalar yapıldıktan sonra öğrencilerden aşağıda verilen teoremi ispatlamaları istenmelidir.
- Teorem belirli bir yere kadar yapılmış ve öğrencilerden ispatın tamamlanması istenmektedir.

### İSPATI TAMAMLA-2

- Aşağıda verilen teorem belirli bir yere kadar yapılmıştır. İspatı tamamlamaya çalışınız.

**Teorem**

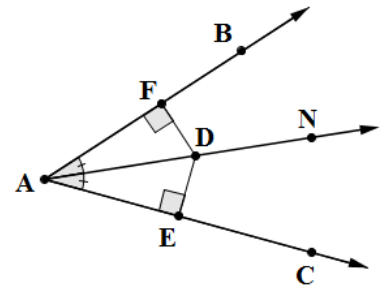
Bir açının açıortayı üzerinde alınan herhangi bir noktadan açının kollarına çizilen dikmelerin uzunlukları eşittir.

#### İspat:

**Verilenler:**  $[AN]$ ,  $\widehat{BAC}$ 'nin açıortayı;  $D \in [AN]$ ,  $[DF] \perp [AB]$  ve  $[DE] \perp [AC]$

**İstene:**  $|DF| = |DE|$

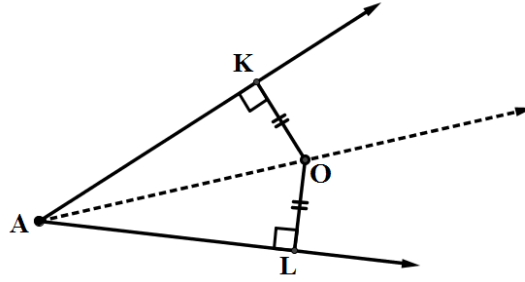
$[AN]$  açıortay ise  $m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC})$  dir.  $m(\widehat{AFD}) = m(\widehat{AED}) = 90^\circ$  olduğundan ...



- Öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra öğrencilerin yaptıkları ispatları arkadaşları ile paylaşması sağlanmalıdır. Verilen cevaplar içinde ispata ulaşamamış ise öğretmen ispatı öğrencilere yapmalıdır. İspat yapılırken istenilen yöntem kullanılabilir.
- İspat yapıldıktan sonra aşağıda verilen teorem öğrencilere dağıtılmalı ve ispatı öğrencilerden istenmelidir.

### İSPATI YAP

**Teorem:** Bir açının iç bölgesinde alınan bir nokta açının kollarına eşit uzaklıkta ise bu nokta açıortay üzerindedir.



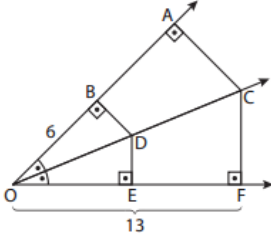
**İspat:**

**Verilenler:**

**İstenenler:**

- Öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra öğrencilerin yaptıkları ispatları arkadaşları ile paylaşması sağlanmalıdır. Verilen cevaplar içinde ispata ulaşamamış ise öğretmen ispatı öğrencilere yapmalıdır. İspat yapılırken istenilen yöntem kullanılabilir.

## E. UYGULAMA



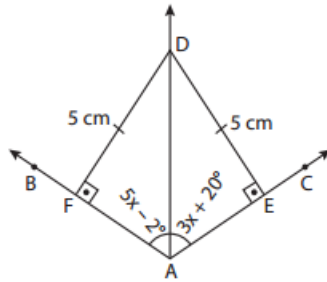
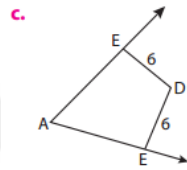
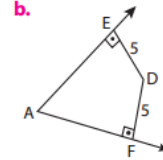
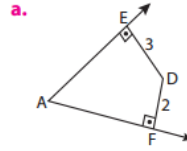
Yandaki şekilde  $\widehat{OC}$ ,  $\widehat{AOF}$  nin açıortayı olmak üzere bu açıortay üzerindeki D ve C noktalarından  $\widehat{AOF}$  nin kollarına dikmeler çiziliyor.

$|OB| = 6 \text{ cm}$ ,  $|OF| = 13 \text{ cm}$  veriliyor.

Buna göre aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.

- a. (...)  $|OE| = 6 \text{ cm}$
- b. (...)  $|OA| = 13 \text{ cm}$
- c. (...)  $|EF| = 7 \text{ cm}$
- ç. (...)  $|AB| = 5 \text{ cm}$

Aşağıdaki şekillerden hangilerinde D noktasının A açısının açıortayı üzerinde olduğu kesinlikle söylenebilir?



Yandaki şekilde verilen D noktası  $\widehat{BAC}$  nin iç bölgesindedir. D noktasının  $\widehat{BAC}$  nin kollarına olan uzaklıkları 5'er cm dir.

$m(\widehat{DAB}) = 5x - 2^\circ$  ve  $m(\widehat{DAC}) = 3x + 20^\circ$  olduğuna göre  $m(\widehat{DAB})$  nin kaç derece olduğunu bulalım.

**KONU: Üçgenin Yardımcı Elemanları**

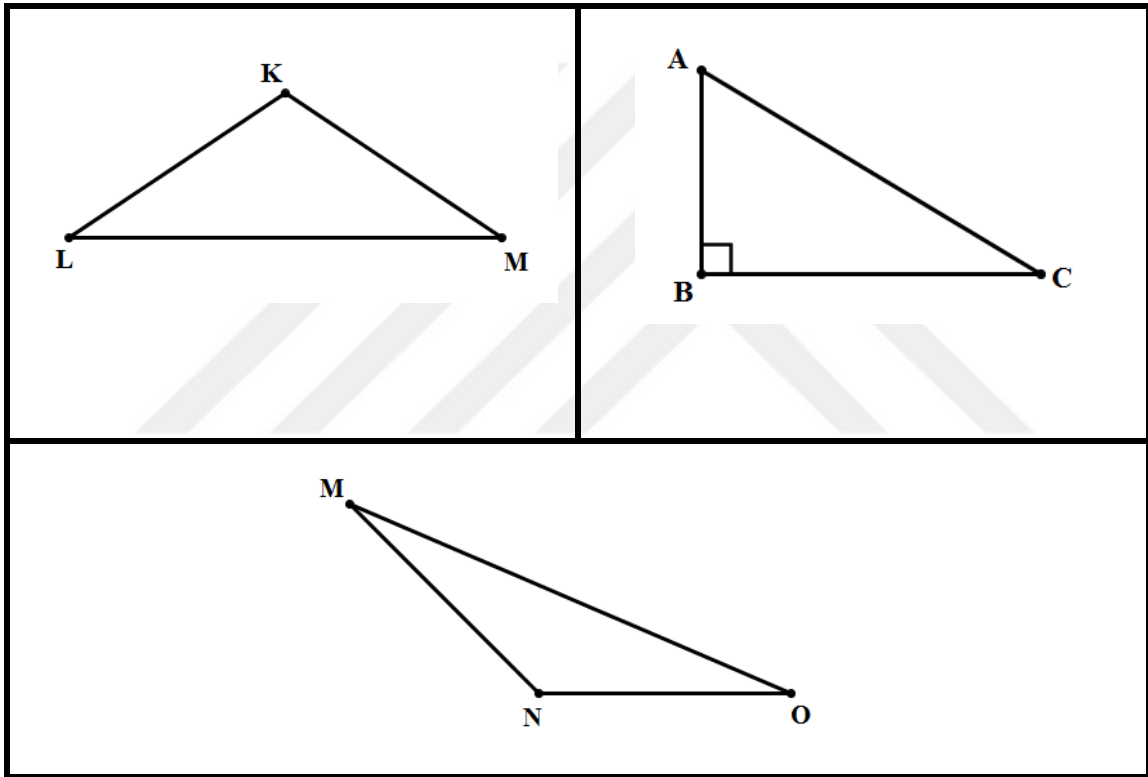
**KAZANIM-7: Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.**

**ARAÇ-GEREÇ: Şeffaf bir kâğıt, cetvel, iletki**

**A. GÖRSELLEŞTİRME**

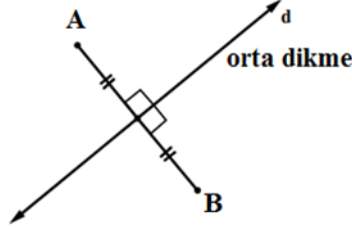
- Bu aşamada tahtaya farklı görünümde üçgenler çizilerek öğrencilerden bu üçgenlerin kenarortaylarını çizmeleri istenmelidir. Öğrenciler kenarortayları bir noktadan kesiştirmeyebilirler, böyle durumlar ile karşılaşıldığında öğrencilerin bu hatası düzeltilmemelidir.
- Ayrıca kenarortaylar çizilirken öğrencilerden her bir kenarortay için farklı kalemler kullanmaları istenmelidir.

**KENAR ORTAY ÇİZİYORUM**



## B. GÖRSELLEŞTİRME – MUHAKEME

- Bu bölümde ilk olarak “orta dikme” ile ilgili kısa bilgi verilmeli ve bir AB doğru parçasına ait orta dikme tahtada gösterilmelidir.



- Bu bölümde öğrencilere ilk olarak “KÂĞIT KATLIYORUM” etkinliği dağıtılır.

**KÂĞIT KATLIYORUM**

- Bir öğrenci elinde bulunan bir kâğıdın üzerine aşağıda verilen AB doğru parçasını çizer.
- Bu öğrenci hiçbir ölçüm yapmadan sadece elindeki kâğıdı katlayarak AB doğru parçasının orta noktasını bulmak ve orta dikme çizmek istiyor.
- Sizce nasıl bir yol izlenmelidir. Cevabınızı yazınız.

**CEVAP:**

- Öğrenciler etkinlikte verilen yönergeleri okuduktan sonra öğrencilere oluşturulmak istenen şekli tahtaya çizmeleri istenmelidir. Şekil tahtaya çizil dirildikten sonra yönergelerde verilen soruya geçilmelidir.
- Etkinliğin sonunda öğrencilerin düşünceleri alınmalı ayrıca öğrencilerin kâğıt katlama işlemi ile elde etmek istedikleri geometrik şeklin matematiksel özelliklerini karşılaştırıp bir sonuca varabilmeleri için gerekli rehberlik yapılmalıdır.
- Öğrencilerin kâğıt katlama işlemi ile simetri arasında ilişki kurmaları sağlanmalıdır.

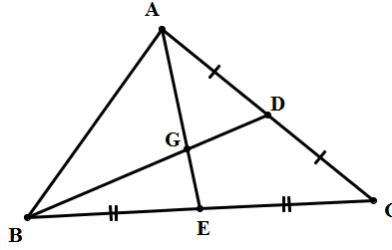
**UYARI! :** Bu aşamada öğrencilerden bir kâğıdı katlayıp orta dikmeyi oluşturması istenmemektedir.

### C. MUHAKEME

- Daha sonra öğrencilere “ŞEKLİ TARİF ET” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilere bir şekil verilmekte ve bu şekli arkadaşlarına tarif etmeleri istenmektedir.
  - Öğrenciler şekli tarif ederken geometrik kavramlardan yararlanmaları (kenarortay gibi) beklenmektedir.
- Etkinlik sonunda kavramsal olmayan tarifler düzeltilmeli ve kavram kullanmanın karışıklığa neden olmadan şekli tarif etmek için gerekli olduğu söylenmelidir

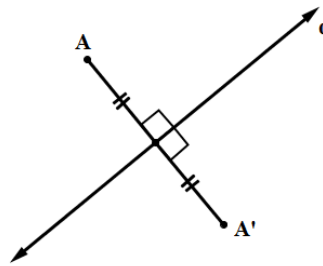
#### ŞEKLİ TARİF ET

- Aşağıda verilen şekli bu şekli hiç görmeyen birine çizdirmek istiyorsunuz. Çizimi nasıl yaptırırız. Yazınız.



- Bu bölümde simetri kavramı ile ilgili teorik bilgiler verilmelidir.
- Öğrencilere bir noktanın doğruya göre simetrisinin nasıl alınacağı aşağıdaki gibi anlatılabilir.

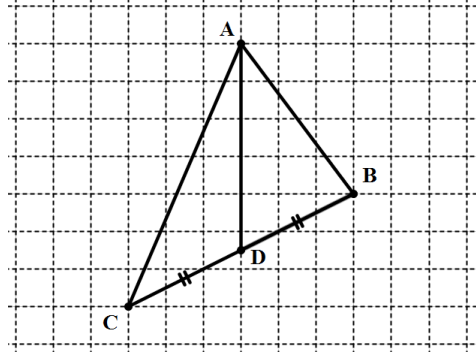
“Bir noktanın simetrisi oluşturulurken simetri eksenine dik inilip uzatılır ve eksenin diğer tarafında bu noktanın eksene uzaklığı ile eşit uzaklıkta olan nokta işaretlenerek simetri noktası bulunur.”



- Öğrencilere simetri ile ilgili bilgiler verildikten sonra “NOKTANIN YERİNİ BUL” çalışma kâğıdı dağıtılmalıdır. Bu çalışma kâğıdında öğrencilerden simetri bilgilerini kullanarak B noktasının AD kenarortayına göre simetrisini kâğıdı katlamadan bulmaları istenmektedir.

### NOKTANIN YERİNİ BUL

- Aşağıda verilen şekilde B noktasının AD kenarortayına göre simetriğini bulunuz.



- Yukarıda verilen soru kâğıt katlama kullanılarak sorulsaydı nasıl sorulabilirdi. Yazınız.

- Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra öğrencilere yukarıda verilen sorunun “ABC üçgeni AD doğru parçası boyunca katlanırsa B noktasının yerini bulunuz” şeklinde de sorulabileceği söylenmeli ve simetri ile kâğıt katlama işlemi arasındaki ilişki hatırlatılmalıdır.

## D. KURMA

- Bu aşamada öğrencilere “KENARORTAYLARIN YERİ” etkinliği dağıtılmalıdır.
- Öğrencilerden daha önce öğrenmiş oldukları kâğıt katlama ve simetri ilişkisini kullanarak etkinlikte istenen şekli oluşturmaları söylenmelidir.

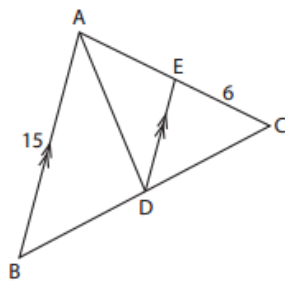
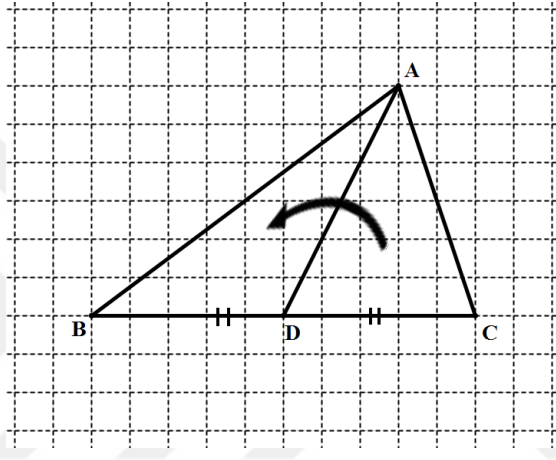
### KENARORTAYLARIN YERİ

- Size verilen kâğıt üzerine cetvelle bir üçgen çiziniz.
- Çizdiğiniz bu üçgenin kenarortaylarını size verilen kâğıdı katlayarak (kat çizgilerini cetvelle çiziniz!) oluşturunuz.
- Kenarortayları nasıl oluşturduğunuzu basamaklar halinde yazınız.
- Yaptığınız çizime bakarak kenarortayların kesim noktalarıyla ilgili nasıl bir matematiksel sonuç elde ettiğinizi yazınız.



## E. UYGULAMA

- ABC üçgeni AD kenarortayı boyunca şekildeki gibi katlanmaktadır. Bu durumda C noktasının yerini belirlemeye çalışın. Cevabınızı nedeni yazın.



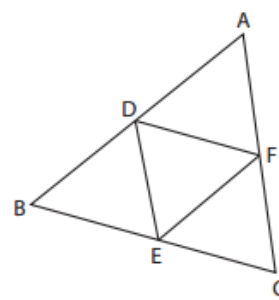
İse  $|AE| + |ED|$  kaçtır?

[AD], ABC üçgeninde BC kenarının kenarortayı

$[AB] \parallel [DE]$

$|AB| = 15 \text{ cm}$

$|EC| = 6 \text{ cm}$



Yanda verilen şekilde D, E ve F noktaları ABC üçgeninin kenarlarının orta noktalarıdır.

Buna göre  $\frac{\text{Çevre}(\triangle ABC)}{\text{Çevre}(\triangle DEF)}$  oranı kaçtır?

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testlerinden  
Aldıkları Kategorik Puanların Lineer Puan Karşılıkları

	Deney Grubu Ön Test	Deney Grubu Ara Test	Deney Grubu Son Test		Kontrol Grubu Ön Test	Kontrol Grubu Ara Test	Kontrol Grubu Son Test
D1	3,62	3,6	4,72	K1	2,75	3,06	1,5
D2	0,4	3,6	4,72	K2	1,23	0,75	0,88
D3	0,4	3,6	4,72	K3	1,23	-0,31	0,88
D4	0,4	3,6	4,72	K4	-0,44	-0,31	0,39
D5	0,4	3,6	3,17	K5	-0,44	-0,31	-0,3
D6	0,4	1,6	3,17	K6	-0,44	-1,39	-0,41
D7	-0,52	1,6	3,17	K7	-1,63	-1,39	-0,41
D8	-0,52	1,12	3,17	K8	-1,63	-1,39	-0,41
D9	-0,52	0,74	1,99	K9	-1,63	-1,39	-0,81
D10	-0,52	0,74	1,13	K10	-1,63	-1,39	-0,81
D11	-0,52	0,38	0,42	K11	-1,63	-2,03	-0,81
D12	-0,52	0,38	0,42	K12	-1,63	-2,03	-0,81
D13	-1,57	0,2	0,42	K13	-1,63	-2,03	-0,81
D14	-1,57	0,2	-0,15	K14	-1,63	-2,03	-0,81
D15	-1,57	0,2	-0,61	K15	-1,63	-2,94	-1,3
D16	-1,57	-0,41	-0,61	K16	-1,63	-2,94	-1,3
D17	-1,57	-0,41	-1,02	K17	-1,63	-2,94	-1,3
D18	-3,03	-0,41	-1,02	K18	-1,63	-2,94	-1,3
D19	-3,03	-0,41	-1,44	K19	-1,63	-4,28	-2,09
D20	-3,03	-0,93	-1,44	K20	-1,63	-4,28	-2,09
D21	-3,03	-1,59	-1,44	K21	-3,89	-4,28	-2,09
D22	-3,03	-1,59	-1,44	K22	-3,89		-2,09
D23	-3,03	-1,59	-1,93	K23	-3,89		
D24	-3,03	-3,93	-1,93	K24	-3,89		
D25	-4,8		-2,73	K25	-3,89		
D26				K26	-6,48		

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testlerinden  
Aldıkları Kategorik Puanların Lineer Puan Karşılıkları

	Deney Grubu Ön Test	Deney Grubu Ara Test	Deney Grubu Son Test		Kontrol Grubu Ön Test	Kontrol Grubu Ara Test	Kontrol Grubu Son Test
D1	3,32	2,82	2,31	K1	1,61	0,53	1,17
D2	1,42	2,82	2,31	K2	1,61	0,53	1,17
D3	1,42	1,95	2,31	K3	1,61	0,53	1,17
D4	1,42	1,95	2,31	K4	0,92	0,17	1,17
D5	0,91	1,47	2,31	K5	0,92	0,17	0,74
D6	0,91	1,15	2,31	K6	0,92	-0,22	-0,13
D7	0,91	1,15	0,76	K7	0,92	-0,22	-0,13
D8	0,91	1,15	0,76	K8	0,92	-0,22	-0,13
D9	0,91	1,15	0,76	K9	0,38	-0,22	-0,13
D10	0,91	1,15	0,23	K10	0,38	-0,22	-0,13
D11	0,91	0,88	0,23	K11	0,38	-0,22	-0,13
D12	0,91	0,88	0,23	K12	0,38	-0,22	-0,71
D13	0,91	0,88	-0,11	K13	-0,14	-0,22	-0,71
D14	0,46	0,59	-0,11	K14	-0,14	-0,22	-1,58
D15	0,46	0,59	-0,44	K15	-0,14	-0,67	-1,58
D16	0,46	0,59	-0,44	K16	-0,14	-0,67	-1,58
D17	0,46	0,59	-0,44	K17	-0,14	-0,67	-1,58
D18	0,46	0,59	-0,91	K18	-0,14	-1,19	-1,58
D19	0,46	0,59	-0,91	K19	-0,75	-1,86	-1,58
D20	0,46	0,26	-0,91	K20	-0,75	-1,86	-2,96
D21	0	0,26	-1,72	K21	-0,75	-1,86	-4,61
D22	0	0,26	-1,72	K22	-0,75	-1,86	-4,61
D23	0	0,26	-1,72	K23	-0,75	-1,86	
D24	0	-0,17	-2,56	K24	-1,54	-2,96	
D25	-0,52	-0,17		K25	-1,54	-2,96	
D26	-1,16	-0,8		K26			



ETKİNLİKLER GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
1. KAZANIM: HAZIRLIK	GÖRSELLEŞTİRME	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Şekil, Kavram ve Semboller</li> <li>Sembol ve gösterimleri doğru kullanılabilir</li> <li>Verilen geometrik bir şeklin boyutunu söyleyebilir</li> </ul>	Bu etkinlikte öğretmenden öğrencilere temel geometrik kavramları ve sembolleri hatırlatması beklenmektedir.
		2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sıra Sende -1</li> <li>Verilen sözel bilgiyi görsel bilgiye, görsel verilen bilgiye ise sözel bilgiye doğru çevirebilir</li> </ul>	Öğrenciler çalışma yaprağını doldurduktan sonra, öğrencilerden verdikleri cevapları tahtada göstermeleri istenmelidir. Bu esnada öğretmen, öğrencilere eş uzunluk veya açıların, birbirine paralel doğruların/doğru parçalarının aynı işaretle farklı uzunluk veya açıların farklı işaretlerle gösterilmesi gerektiğini söylemelidir. Ayrıca kullanılan işaretlerin şekil üzerinde karışıklığa yol açmayacak şekilde olması gerektiği sınıfta vurgulanmalıdır.
		3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ne Görüyorsun-1 ve 2</li> <li>Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz</li> </ul>	Şeklin görünüşünden kaynaklanan aldatmaca sınıf içi tartışma ile ele alınmalı ve etkinliğin sonunda öğrencilere şeklin görünüşüne göre bir sonuca varmamaları gerektiği özellikle söylenmelidir. Örneğin iki doğrunun birbirine paralel gibi gözükmesinin onun gerçekte paralel olduğu anlamına gelemeyeceği öğrencilere açıklanmalıdır.

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER	
1. KAZANIM: HAZIRLIK	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAFEZİME	4	Çalışma Yaprağı	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen şeklin veya şekle ait parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dilini kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	<p>Bu çalışma yaprağında öğrencilerden dinamik ortamda hazırlanan etkinlikler yardımıyla verilen açıları tanımaları ve bu açıların özellikleri ile ilgili çıkarımda bulunmaları istenmektedir. Etkinliğin sonunda öğrencilerin bu bölüm için verdikleri cevaplar ele alınmalı ve kavramsal olmayan tarifler düzeltilmelidir. Çalışma yaprağının sonunda öğrencilerden elde ettikleri matematiksel sonucu yazmaları istenmektedir. Bu bölümde bazı öğrenciler anlatılmak istenen matematiksel özelliği yazmak yerine, açıların hareketini özellik olarak düşünebilirler. Örneğin, bazı öğrenciler “yöndeş açıların ölçüleri birbirine eşittir” ifadesi yerine “açıları sürüklersek üst üste gelir” ifadesini kullanabilirler. Bu şekilde ifadelerle karşılaşıldığında bunlar düzeltilmeli ve matematiksel özellikten ne anlaşılması gerektiği öğrencilere açıklanmalıdır. Bu açıklamalar yapılırken öğrencilerin bir önceki öğretim basamağında kullandıkları matematiksel özelliklerden örnekler verilmelidir. Etkinlik uygulanırken öğrenciler ile birlikte açıların üst üste gelmesinde paralel doğruların rolü incelenmelidir. Etkinliğin sonunda bir önceki öğretim basamağında öğrendikleri yöndeş, içters, dış ters ve karşı durumlu açıları ve bu açıları için paralel doğruların işlevi ile ilgili hatırlatmalarda bulunulmalıdır.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
1.KAZANIM: HAZIRLIK	MÜHAKEME	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> </ul>	<p>Etkinlikten önce öğrencilere önerme, aksiyom ve teorem gibi kavramların tanımları ile bir teorem verildiğinde bu teoremin verilen ve istenenlerinin nasıl belirleneceği anlatılmalıdır. Öğrencilere geometride her teoremin karşıtının doğru olmak zorunda olmadığı örnekler verilerek anlatılmalıdır.</p> <p>Çalışma yaprakları doldurduktan sonra öğrencilerin cevaplarını sınıf arkadaşları ile paylaşmasına imkân tanınmalıdır. İspat öğrencilere yapılmalı ve ispat ile ilgili öğrencilerin eksik bilgileri giderilmeli yanlış bilgiler düzeltilmelidir. Öğrencilere akış diyagramının sonunda elde edilen bilgi ile teoremin isteneni arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmalı ve öğrencilerin fikirleri alınmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra ispat yapmanın teoremin istenenine ulaşmak olduğu öğrencilere söylenmeli ve ispatın ne olduğu ile ilgili verilen tanım hatırlatılmalıdır.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER	
2.KAZANIM: Bir üçgenin iç açıların ölçüleri toplamının 180°, dış açıları ölçülerinin toplamının 360° olduğunu gösterir	GÖRSELLEŞTİRME	6	Ne Biliyorum?	<ul style="list-style-type: none"><li>Verilen ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.</li></ul>	Öğrenciler çalışma yaprağını doldurduktan sonra öğrencilerin cevaplarını arkadaşlarıyla paylaşmasına imkân verilmelidir. Bu sırada öğrencilerin varsa eksik bilgileri giderilmelidir.



		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
2.KAZANIM: Bir üçgenin iç açıların toplamının $180^{\circ}$ , dış açıları ölçülerinin toplamının $360^{\circ}$ olduğunu gösterir	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	7 Hareketli Açılar-1 ve 2	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li><li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir.</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	Çalışma yaprağında animasyonda anlatılmak istenen matematiksel özellik ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınmalıdır. Bazı öğrenciler animasyondaki anlatılmak istenen matematiksel özellik yerine açıların hareketine odaklanabilirler bu öğrencilere matematiksel özellikleri önerme şeklinde ifade etme konusunda rehberlik yapılmalıdır.

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER	
2.KAZANIM: Bir üçgenin iç açılarının toplamının $180^{\circ}$ , dış açıları ölçülerinin toplamının $360^{\circ}$ olduğunu gösterir	MUHAKEME	8	Sıra Sende-2	<ul style="list-style-type: none"><li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.</li></ul>	Bu etkinlikte öğrencilerden verilen bir önermenin ispatı ile ilgili gerekçe bölümünü doldurmaları istenmektedir. Etkinlik sırasında öğrencilere gerekçe bölümünde matematiksel ilke ve kavramların (aksiyom, tanım ve teorem) kullanılması gerektiği hatırlatılmalı bu konuda rehberlik yapılmalıdır.

--	--	--	--	--	--

	ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
--	----------------	---------------------------------------	-------------------------

3.KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler	KURMA	9	Aynısını Çiz	<ul style="list-style-type: none"><li>Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li><li>Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li></ul>	Bu bölümde ilk olarak öğrencilerden günlük hayatta birbiriyle aynı (eş) nesnelere örnekler vermeleri ve neden bu nesnelere eş olduklarını düşündüklerini açıklamaları istenmelidir. Bu bölümünde “eş” kelimesi yerine öğrencilerin günlük konuşma dilinde kullandığı “birbirleriyle aynı” kelimesi kullanılmalıdır. Etkinlik bittikten sonra öğrencilerin çizimi yaparken nelere dikkat ettikleri konusunda fikirleri alınmalıdır.
---	-------	---	--------------	--	--

ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
----------------	------------------------------------	-------------------------

3.KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler	GÖRSELLEŞTİRME	10	Ne Görüyorsun-3	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li><li>• Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li><li>• Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li><li>• Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir</li><li>• Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li></ul>	Öğrenciler çıkarımda bulunurken şeklin görünüşüne aldanarak çıkarımda bulunabilirler. Bunu için öğrencilere çıkarımda bulunurken şart ve sonuç bölümlerini söylemeden çıkarımda bulunmalarını gerektiği hatırlatılmalıdır.
---	----------------	----	-----------------	---	--

	ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
--	----------------	------------------------------------	-------------------------

<p>3.KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler</p>	<p>GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME</p>	<p>11</p>	<p>Birbiriyle aynı üçgenler</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir.</li> <li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	<p>Animasyon izletildikten sonra öğrencilerin verilen sorular ile ilgili fikirleri alınmalıdır. Ayrıca anlatılmak istenen matematiksel ilişki açıklanırken öğrencilerin ilişkiyi önerme şeklinde söylemesi konusunda rehberlik yapılmalıdır.</p>
--	--------------------------------	-----------	---------------------------------	--	--

	<p>ETKİNLİĞİN ADI</p>	<p>GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR</p>	<p>ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER</p>
--	-----------------------	---	--------------------------------

<p>3.KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler</p>	<p>GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME</p>	<p>12</p>	<p>Aynısını Bul</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	<p>Öğrenciler etkinliği tamamladıktan sonra ABC üçgeni ile aynı olan üçgenler sınıf içi tartışma ortamı oluşturularak belirlenmeye çalışılmalıdır.</p>
--	--------------------------------	-----------	---------------------	---	--

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
3. KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	13	İzle ve karar ver-1,2 ve 3	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li><li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul> <p>Etkinlik sonunda sınıf içi tartışma ortamı oluşturularak animasyonda verilen sorular ve anlatılmak istenen matematiksel ilişki ele alınmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra öğrencilere animasyonda anlatılan ilişki şart-sonuç ifadesi şeklinde yazdırılmalıdır. Bu yapılırken K-K-K gibi kısaltmalara değinilmemelidir.</p>



		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
3. KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	14 Açıları Eş Üçgenler	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li><li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	<p>Öğrencilere aşağıda verilen önermeler yazdırılarak bu önermelerin doğru olup olmadıkları sorulmalıdır. Bu aşamada öğrencilerin formel ispat yapması istenmemektedir. Kendi cümleleri ile düşüncelerini açıklamaları yeterlidir.</p> <p>Önerme-1: İki üçgenin kenarları aynı ise açıları da aynıdır.</p> <p>Önerme-2: İki üçgenin açıları aynı ise kenarları da aynıdır.</p> <p>Öğrencilerin bu önermelerle ilgili fikirleri alınmalı ve bu önermelerin birbirlerinin karşılığı oldukları hatırlatılmalıdır. Daha sonra “AÇILARI EŞ ÜÇGENLER” adlı animasyona geçilmeli ve öğrencilere izletilmelidir. Animasyon izletildikten sonra öğrencilerin tekrar fikirleri alınmalı ve açıları aynı olan iki üçgenin kenarlarının aynı olması gerektiği söylenmelidir.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
3.KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	15 Görsel İspat 1 ve 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	<p>Bu etkinlikte bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olması durumunda birbirine paralel olan bu kenarların birbirine eş olduklarını göstermek amaçlanmıştır. Öğrencilere animasyonu izletin ve animasyonda verilen soruya/sorulara verdikleri cevapları kendilerine dağıtılan çalışma yaprağında o bölüme ayrılan boşluğa yazmalarını isteyin. Öğrencilerden animasyonda verilen görsel çözümden yararlanarak soruyu tekrar çözmeleri isteyin. Çözüm yapılırken öğrencilere animasyonu gözlerinde canlandırmalarının kendilerine çözümü yaparken yardımcı olabileceğini söyleyin. Son olarak öğrencilerin animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişkinin ne olabileceği konusundaki fikirleri sorulmalıdır. Bu aşamada öğrenciler matematiksel ilişkiyi animasyonu tasvir ederek açıklamaya çalışabilirler, öğrencilere matematikte ilişkilerin bir önermeyle anlatılması gerektiği hatırlatılmalıdır.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
3.KAZANIM: İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşulları belirler	MUHAKEME	16 Önerme-1,2 ve 3'ün ispatı	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımda bulunurken sadece aksiyom, tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li> <li>Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	<p>Bu bölümde “öğrencilere eş doğru parçaları, eş açılar ve eş üçgenler hakkında bilgiler verilmeli ve eş üçgenler arasındaki eşlik ifadesi yazılırken nelere dikkat edilmesi gerektiği anlatılmalıdır. Ayrıca bu aşamadan sonra “birbiriyle aynı üçgenler” yerine “eş üçgenler” ifadesinin kullanılacağı öğrencilere açıklanmalıdır. Eşlik ile ilgili bilgiler verildikten sonra aşağıda verilen önermelerin ispatı yapılmalıdır. İspat yapılırken istenen herhangi bir ispat yazma yöntemi kullanılabilir.</p> <p>Önerme:1 Karşılıklı ikişer açıları ve bu açılar arasındaki kenarları eş olan iki üçgen birbirleriyle eştir  Önerme-2: Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgenin karşılıklı kenarları eştir.  Önerme-3: İkizkenar bir üçgenin taban açılarının ölçüleri birbirine eşittir.</p>

ARA SINAV YAPILDI

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
4.KAZANIM: Bir üçgende daha uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir.	KURMA	17	Ölçüm Yapıyorum	<ul style="list-style-type: none"><li>• Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir</li><li>• Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir</li></ul>	Bu bölümde öğrencilere ilk önce aşağıda verilen "ÖLÇÜM YAPIYORUM" etkinliği dağıtılır. Bu etkinlikte öğrencilerin bir üçgen üzerinde ölçümler yaparak kenar uzunlukları ile açı ölçüleri arasında ilişki kurmalarını sağlamak amaçlanmıştır.

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
4.KAZANIM: Bir üçgende daha uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir.	GÖRSELLEŞTİRME	18 Ne Görüyorsun-4	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li><li>• Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li><li>• Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li><li>• Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li></ul>	<p>Bu bölümde verilen şekiller tahtaya çizilerek şekil üzerinde verilenlerden hangi matematiksel ilişkilerin kesin olarak çıkarılabileceği öğrencilere sorulmalıdır. Bu aşamada öğrencilerin şeklin görünüşünden etkilenerak çıkarım da bulunabilirler. Eğer öğrenciler bu şekilde bir hata yaparsa “NE GÖRÜYORSUN-1, 2 ve 3” etkinlikleri hatırlatılmalı ve geometride şeklin görünüşüne göre karar vermemeleri gerektiği söylenmelidir. Öğrenciler şekiller için birçok matematiksel özellik söyleyebilirler. Fakat öğrencilerden özellikle kenar-açı ilişkisini dikkate alarak matematiksel özellikleri söylemeleri istenmelidir. (Örneğin: bir üçgende 90 derece varsa bu açının karşısındaki kenar en uzun kenardır ya da ikizkenar üçgende taban açıları dar açıdır gibi)</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
4.KAZANIM: Bir üçgende daha uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir.	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	19 Açı Kenar Bağlıntıları	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li><li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	Bu etkinlikte animasyon kullanılarak büyük açının karşısında büyük kenarın olduğu gösterilmektedir. Etkinlikten sonra öğrencilere animasyon izletilmeli ve animasyon üzerinden öğrencilerin verdikleri cevaplar değerlendirilmelidir.

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
4.KAZANIM: Bir üçgende daha uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün daha büyük olduğunu gösterir.	MUHAKEME	20	İspatı Tamamla	<ul style="list-style-type: none"><li>• Çıkarımda bulunurken sadece aksiom, tanım ve teoremleri kullanır</li><li>• Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li><li>• Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li></ul>	Bu etkinlikte ispat belirli bir yere kadar yapılmakta fakat geriye kalan bölüm öğrencilere bırakılmaktadır. Öğrenciler ispatı tamamlarken kesin olarak çıkarılabilecek sonuçlardan hareket etmeleri konusunda rehberlik yapılmalıdır.

5.KAZANIM: İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	KURMA	21	ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
			Aynı Oran	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li> <li>• Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li> </ul>	<p>“Aynı Oran” etkinliğinde bir üçgenin bir kenarına paralel olan ve üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda kesen bir doğrunun, kestiği kenarları orantılı olarak böleceği anlatılmaya çalışılmıştır. Bunun için dinamik geometri yazılımı kullanılmıştır. Etkinliğin sonunda öğrencilerin sonuç bölümü ile ilgili fikirleri alınmalı bu sırada öğrencilerin ortaya koydukları matematiksel ilişkiyi önerme şeklinde ifade etmeleri söylenmelidir.</p>

ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
----------------	------------------------------------	-------------------------



5.KAZANIM: İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	KURMA	22	Benzer üçgenler 1,2 ve 3	<ul style="list-style-type: none"><li>• Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li><li>• Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li></ul>	“AYNI ORAN” etkinliğinden sonra, öğrencilerin bir üçgenin kenar uzunlukları belirli bir oranda büyütüldüğünde ya da küçültüldüğünde açılarının değişmeyeceğini ve üçgenin “1” oranında büyütülmesinin eş üçgenler oluşturacağını anlamalarına yardımcı olmak için “BENZER ÜÇGENLER-1” etkinliği dağıtılır. Bu etkinlikten sonra öğrencilere “BENZER ÜÇGENLER-2” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerin iki üçgenin iki kenarı orantılı ve bu kenarlar arasındaki açılar eş ise bu iki üçgenin bilinmeyen açılarının eş bütün kenarlarının orantılı oldukları gösterilmektedir. Bu etkinlik bittikten sonra öğrencilere “BENZER ÜÇGENLER-3” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerin iç açıları eş olan iki üçgenin kenar uzunluklarının orantılı olacağı gösterilmektedir. Bu etkinliklerde etkinlik sonunda öğrencilerin tabloyla ilgili fikirlerini arkadaşları ile paylaşmalarına imkan verilmelidir. Öğrencilerin fikirleri alınırken matematiksel ilişkiyi önerme şeklinde ifade etmeleri yönünde rehberlik yapılmalıdır.
---	-------	----	--------------------------	--	--

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
5.KAZANIM: İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	GÖRSELLEŞTİRME	23	Ne Görüyorsun-5	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li><li>• Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li><li>• Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li><li>• Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li></ul>	Bu bölümde ilk olarak tahtaya verilen şekiller çizilerek öğrencilerden şekil üzerinde verilenlerden hareketle hangi matematiksel ilişkilerin kesin olarak çıkarılabileceği sorulmalıdır. Öğrencilerin fikirleri alınarak matematiksel özellikler tahtaya yazılmalı, şeklin görünüşünden kaynaklanan yanlış çıkarımlar düzeltilmelidir.

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
5.KAZANIM: İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	24 Kenarları Büyütüyorum	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li> <li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li> <li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li> <li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li> <li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li> <li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li> </ul>	<p>Dersin bu bölümünde öğrencilere “KENARLARI BÜYÜTÜYÖRÜM” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilerin kenarları aynı oranda büyütülmüş iki üçgenin açılarının eş olacağı animasyon kullanılarak anlatılmaya çalışılmıştır. “BENZER ÜÇGENLER-1” etkinliğinde dinamik geometri yazılımı ile anlatılmak istenen matematiksel ilişki burada animasyon kullanılarak yapılmaya çalışılmıştır. Animasyon öğrencilere izletilirken animasyonda öğrencilerin cevaplaması için sorular gelecektir. Öğrencilerin bu sorular ile ilgili fikirleri alınmalı ve farklı fikirler sınıf içinde tartışılmalıdır.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
5.KAZANIM: İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	MUHAKEME	25 Temel Orantı Teoremi ve İspatı	<ul style="list-style-type: none"><li>• Çıkarımda bulunurken sadece aksiyom, tanım ve teoremleri kullanır</li><li>• Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li><li>• Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li></ul>	Aşağıda bir teorem ve onun ispatı gerekçe bölümünden bazıları yazılmadan verilmiştir. Verilmeyen gerekçe bölümünü doldurunuz. Gerekçe bölümü doldurulduktan sonra öğrencilere temel orantı teoreminin karşıtının da doğru olduğu söylenmelidir. Ve aşağıda verilen bölüm öğrencilere yazdırılmalıdır.

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
6.KAZANIM: Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.	KURMA	26	Cetvel ve Pergel Kullanıyorum	<ul style="list-style-type: none"><li>• Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li><li>• Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li></ul>	<p>Bu bölümde cetvel ve pergel ile bir açının açıortayının nasıl elde edileceği incelenecektir. Bunun için öğrencilere aşağıda verilen “CETVEL VE PERGEL KULLANIYORUM” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilere belirli görevler verilmekte ve öğrencilerden bu görevleri takip ederek (cetvel ve pergel kullanarak) bir şekli kurmaları(oluşturmaları) istenmektedir.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
6.KAZANIM: Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.	GÖRSELLEŞTİRME	27 Ne Görüyorsun-6	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sembol ve gösterimleri doğru kullanabilir</li><li>• Verilen şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir</li><li>• Şekil üzerinde görsel olarak verilen bilgileri kullanarak doğru çıkarımda bulunabilir.</li><li>• Görsel verilen bilgiyi sözel bilgiye doğru çevirebilir Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li></ul>	Bu bölümde öğrencilerden “Cetvel ve Pergel Kullanıyorum” etkinliğinin sonunda elde ettikleri şekil ile ilgili kesin söyleyebilecekleri özellikleri defterlerine yazmalarını isteyiniz. Bunun için “Ne Görüyorsun-6” çalışma yaprağı kullanılabilir. Öğrencilerin elde ettikleri sonuçları arkadaşları ile paylaşmalarına izin verilmeli ve bu sırada paylaşılan fikirler sırası ile tahtaya yazılmalıdır.

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
6.KAZANIM: Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	28 Üst Üste Gelen Şekiller	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li><li>• Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	<p>Bu aşamada “Cetvel ve Pergel Kullanıyorum” etkinliğinin sonunda oluşturdukları (kurdukları) şekil ile ilgili bazı özellikleri keşfetmeleri beklenmektedir. Bu amaç doğrultusunda “ÜST ÜSTE GELEN ŞEKİLLER” adlı animasyon hazırlanmıştır.</p> <p>Hazırlanan animasyonda kenarları eş olan üçgenlerin açılarının da eş olacağı anlatılmaktadır. Hazırlanan animasyon öğrencilere izletilmeli ve animasyonda anlatılmak istenen matematiksel ilişki ile ilgili öğrencilerin fikirleri alınmalıdır. Hazırlanan animasyon ile TAN üçgeni ile SAN üçgenin eş üçgenler oldukları keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ayrıca bu keşiften hareketle öğrencilerin AN doğru parçasının aynı zamanda A açısının açıortayı olduğunu göstermeleri beklenmektedir.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
6.KAZANIM: Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.	MUHAKEME	29 İspatı Tamamla-2	<ul style="list-style-type: none"><li>• Çıkarımda bulunurken sadece aksiyom, tanım ve teoremleri kullanır</li><li>• Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li><li>• Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li></ul>	Öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra öğrencilerin yaptıkları ispatları arkadaşları ile paylaşması sağlanmalıdır. Verilen cevaplar içinde ispata ulaşamamış ise öğretmen ispatı öğrencilere yapmalıdır. İspat yapılırken istenilen yöntem kullanılabilir.



		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
6.KAZANIM: Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.	MUHAKEME	30 İspatı Yap	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımda bulunurken sadece aksiyom, tanım ve teoremleri kullanır</li> <li>Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li> <li>Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li> </ul>	İspat yapıldıktan sonra aşağıda verilen teorem öğrencilere dağıtılmalı ve ispatı öğrencilerden istenmelidir. Öğrencilere belirli bir süre verildikten sonra öğrencilerin yaptıkları ispatları arkadaşları ile paylaşması sağlanmalıdır. Verilen cevaplar içinde ispata ulaşamamış ise öğretmen ispatı öğrencilere yapmalıdır. İspat yapılırken istenilen yöntem kullanılabilir.

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
7. KAZANIM: Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.	GÖRSELLEŞTİRME	31 Kenarortay Çiziyorum	<ul style="list-style-type: none"><li>Verilen ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.</li></ul>	<p>Bu aşamada tahtaya farklı görünümde üçgenler çizilerek öğrencilerden bu üçgenlerin kenarortaylarını çizmeleri istenmelidir. Öğrenciler kenarortayları bir noktadan kesiştirmeyebilirler, böyle durumlar ile karşılaşıldığında öğrencilerin bu hatası düzeltilmemelidir.</p> <p>Ayrıca kenarortaylar çizilirken öğrencilerden her bir kenarortay için farklı kalemler kullanmaları istenmelidir.</p>

		ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
7. KAZANIM: Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.	GÖRSELLEŞTİRME-MUHAKEME	32 Kâğıt Katlıyorum-1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.</li><li>• Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır</li><li>• Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir</li><li>• Matematiksel ilişkileri önerme şeklinde ifade edebilir.</li></ul>	Etkinliğin sonunda öğrencilerin düşünceleri alınmalı ayrıca öğrencilerin kâğıt katlama işlemi ile elde etmek istedikleri geometrik şeklin matematiksel özelliklerini karşılaştırıp bir sonuca varabilmelerini sağlamak için öğrencilere gerekli rehberlik yapılmalıdır. Öğrencilerin kâğıt katlama işlemi ile simetri arasında ilişki kurmaları sağlanmalıdır.

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
7. KAZANIM: Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.	MUHAKEME	33	Şekli Tarif Et	<ul style="list-style-type: none"><li>Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanır</li></ul>	<p>Daha sonra öğrencilere “ŞEKLİ TARİF ET” etkinliği dağıtılmalıdır. Bu etkinlikte öğrencilere bir şekil verilmekte ve bu şekli arkadaşlarına tarif etmeleri istenmektedir. Öğrenciler şekli tarif ederken geometrik kavramlardan yararlanmaları (kenarortay gibi) beklenmektedir.</p> <p>Etkinlik sonunda kavramsal olmayan tarifler düzeltilmeli ve kavram kullanmanın karışıklığa neden olmadan şekli tarif etmek için gerekli olduğu söylenmelidir</p>

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
7. KAZANIM: Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.	MUHAKEME	34	Noktanın Yerini Bul	<ul style="list-style-type: none"><li>• Çıkarımda bulunurken sadece aksiyom, tanım ve teoremleri kullanır</li><li>• Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir</li><li>• Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamakta kullanabilir</li></ul>	<p>Öğrencilere simetri ile ilgili bilgiler verildikten sonra “NOKTANIN YERİNİ BUL” çalışma kâğıdı dağıtılmalıdır. Bu çalışma kâğıdında öğrencilerden simetri bilgilerini kullanarak B noktasının AD kenarortayına göre simetrisini kâğıdı katlamadan bulmaları istenmektedir. Öğrencilerin fikirleri alındıktan sonra öğrencilere yukarıda verilen sorunun “ABC üçgeni AD doğru parçası boyunca katlanırsa B noktasının yerini bulunuz” şeklinde de sorulabileceği söylenmeli ve simetri ile kâğıt katlama işlemi arasındaki ilişki hatırlatılmalıdır.</p>

			ETKİNLİĞİN ADI	GELİŞTİRMEYE ÇALIŞTIĞI DAVRANIŞLAR	ÖĞRETMENDEN BEKLENTİLER
7. KAZANIM: Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir.	KURMA	35	Kenarortayların yeri	<ul style="list-style-type: none"><li>• Geometrik bir şekli bir araç yardımıyla kurabilir</li><li>• Bir geometrik şeklin bir araç yardımıyla kuruluşunu tarif edebilir</li></ul>	<p>Bu aşamada öğrencilere “KÂĞIT KATLIYORUM” ve “KENARORTAYLARIN YERİ” etkinlikleri dağıtılmalıdır. Öğrencilerden daha önce öğrenmiş oldukları kâğıt katlama ve simetri ilişkisini kullanarak etkinlerde verilen şekilleri oluşturmaları istenmelidir. Ve kenarortayların bir noktada kesiştiği öğrencilere kâğıt katlayarak keşfettirilmelidir.</p>

## ŞEKLE BAKMA SÜREÇLERİ VE GÖSTERGELERİ

Şekle Bakma Süreçleri	Tanımı	Göstergeleri
❖ <b>Görsel Algı</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>❖ Bir şekle ilk bakışta elde ettiğimiz bilgileri içeren aşamadır. Şeklin adı ve boyutu hakkında bilgi verme, şekli oluşturan temel geometrik elemanların (nokta, doğru parçası, üçgen çember...) farkına varma gibi süreçleri içerir. Bu algı statiktir ve alt şekiller arasındaki ilişkiler fark edilememektedir (Duval,1995)</li></ul>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.</li><li>2. Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir.</li></ol>
❖ <b>Sözel Algı</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>❖ Verilenlerden istenenlere doğru gerçekleşecek çıkarım sürecinde şekil ile matematiksel prensipler (tanım, teorem, aksiyom...) arasında ilişki kurma <i>Sözel Algı</i> olarak adlandırılmaktadır (Torregrosa&amp;Quesada, 2008).</li></ul>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.</li><li>2. Şekil üzerinde görsel verilen bilgileri (iki doğru parçası veya iki açının eşitliği vb gibi) sözel bilgilere çevirerek doğru çıkarımlarda bulunabilir.</li><li>3. Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.</li><li>4. Şekil üzerinde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye sembol, gösterim ve matematiksel kavramları doğru kullanarak çevirebilir.</li></ol>

<p>❖ İşlevsel Algı</p>	<p>❖ Bir problemi çözebilmek için şeklin ilk görüntüsü üzerinde yapılan değişiklikler işlevsel algı olarak adlandırılmaktadır (Gonzalez,2013; Duval,1999)</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.</li><li>2. Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.</li><li>3. Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir</li><li>4. Verilen geometrik şekil üzerinde değişiklik yapabilmek için sayısal verilere ihtiyaç duymaz (örneğin; kenar uzunluğu verilmeyen bir doğru parçasına kendince sayısal bir değer atama)</li></ol>
<p>❖ Sıralı Algı</p>	<p>❖ Bir şeklin bir araç yardımı ile kurulması ya da şeklin kuruluşunun tarif edilmesidir. (Duval,1995)</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir.</li><li>2. Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir.</li></ol>



## MUHAKEME SÜREÇLERİ VE GÖSTERGELERİ

Muhakeme Süreçleri	Tanımı	Göstergeleri
<p>❖ <b>Doğal Muhakeme Süreci</b></p>	<p>❖ <i>Doğal dil</i> kullanılarak <i>Şekil</i> üzerinden bilgi edinmeyi ifade eden muhakeme sürecidir. Bu muhakeme sürecinde çıkarımlar matematiksel prensiplerle desteklenmez. Bunun yerine şekilsel temsiller kullanılarak çıkarımlar elde edilmeye çalışılır (Duval,1998).</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Çıkarımda bulunurken şekilsel temsillerden yararlanır.</li><li>2. Matematiksel ilişkileri günlük konuşma dili (doğal dili) kullanarak açıklayabilir fakat önerme şeklinde ifade edemez.</li><li>3. Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanamaz fakat günlük dili kullanarak açıklamalar getirebilir.</li><li>4. Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri açıklayabilir fakat geçerli muhakeme süreci kullanarak gerekçelendiremez.</li></ol>
<p>❖ <b>Teorik Muhakeme Süreci</b></p>	<p>❖ Bilginin <i>Sembolik</i> gösterimi üzerinden yürütülen tümdengelsel ilişkiler sürecidir. Bu muhakeme sürecinde çıkarımlar matematiksel olarak aksiyom, tanım ve teoremlerle temellendirilir (Duval,1998)</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Matematiksel bir durumu önerme şeklinde ifade edebilir.</li><li>2. Çıkarımda bulunurken tanım ve teoremleri kullanır. Şeklin görüntüsünden hareketle bir sonuca ulaşmaz.</li><li>3. Şekil üzerinde yapılan değişiklikleri geçerli muhakeme süreci içinde aksiyom, tanım ve teoremleri kullanarak gerekçelendirebilir.</li><li>4. Çıkarım basamaklarından birinden elde ettiği sonucu bir diğer basamak da kullanabilir.</li><li>5. Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel kavramları kullanabilir.</li></ol>

## 9. ÖZGEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

Yavuz KARPUZ, aslen Sivaslı olup 1983 yılında Mesudiye/Ordu'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Terme/Samsun'da bitirdi. 2000 yılında kazandığı Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen Matematik Alanları Eğitimi Matematik Öğretmenliği programını 2005 yılında bitirdi. 2005-2012 yılları arasında çeşitli liselerde matematik öğretmeni olarak görev yaptı. 2012 yılında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu'nda öğretim görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen aynı yerde öğretim görevlisi olarak çalışmakta olup yabancı dili İngilizcedir.

### İLETİŞİM BİLGİLERİ

**Adres** : Yavuz KARPUZ, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, RİZE

**E-Posta** : yavuz.karpuz@erdogan.edu.tr & ykarpuz58@gmail.com