

**ANLIK BASINÇ YÜKÜ ETKİSİ ALTINDAKİ KATMANLI
KOMPOZİT BİR PLAGİN LİNEER OLMAYAN DİNAMİK DAVRANIŞI**

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. Zafer KAZANCI

Anabilim Dalı : Uçak Mühendisliği

Programı : Uçak Mühendisliği

NİSAN 2006

**ANLIK BASINÇ YÜKÜ ETKİSİ ALTINDAKİ KATMANLI
KOMPOZİT BİR PLAĞIN LİNEER OLMAYAN DİNAMİK DAVRANIŞI**

DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Zafer KAZANCI
(511992406)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 18 Kasım 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 26 Nisan 2006

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Zahit MECİTOĞLU
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Süleyman TOLUN (İTÜ)
Prof.Dr. Mehmet OMURTAG (İTÜ)
Prof.Dr. A.Mehmet AKGÜN (Y.Ü.)
Doç.Dr. Özgen Ümit ÇOLAK (Y.T.Ü.)

NİSAN 2006

ÖNSÖZ

Katmanlı kompozit yapılar, mukavemet/ağırlık oranlarının yüksek olması nedeniyle havacılıkta yoğun kullanım alanı bulmaktadır. Bu yapılar, ses üstü süratlerde uçan hava taşıtlarında sonik patlamalara veya civarlarında meydana gelen patlamalardan dolayı anlık basınç yüklerine maruz kalabilmektedirler. Söz konusu yapı elemanları ani yükler altında büyük hasarlar görebilmektedir. Bu yüzden yapıların bu yüklemeler altında nasıl davranacağını önceden bilinmesi önemli bir konudur.

Bu tez Devlet Planlama Teşkilatının 901341998k121980 numaralı “Yapılar Üzerindeki Patlama Etkilerinin Araştırılması” adlı projesinin bir parçasıdır. Sonuçların bir kısmı bu proje kapsamında yayınlanan raporda da sunulmuştur.

Tezin her aşamasında rehberliğini ve değerli vaktini benden esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Zahit MECİTOĞLU’na, fikirleri ile tezin gelişmesine katkıda bulunan hocalarım Prof. Dr. Süleyman TOLUN ve Prof. Dr. Mehmet Hakkı OMURTAG’a ve yetişmemde emeği olan tüm hocalarıma, ihtiyacım olan vaktin sağlanmasında her türlü kolaylığı gösteren değerli komutanım Hv.Müh.Yb. İsmail KILINÇ’a ve onun nezdinde sıralı tüm komutanlarıma en içten saygı ve sevgilerimi sunarım. Çalışmalarım esnasında benden hiçbir zaman desteğini esirgemeyen sevgili eşim Selcen YAROĞLU KAZANCI’ya teşekkür ederim.

Zafer KAZANCI

NİSAN 2006

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
SEMBOL LİSTESİ	vii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Olay ve Önemi	1
1.2 Yapılan Çalışmalar	2
1.3 Amaç ve Kapsam	4
1.4 Tezin Organizasyonu	5
2. TEMEL DENKLEMLER	7
2.1 Genel Hususlar	7
2.2 Yer Değiştirme Alanı	8
2.3 Birim Uzama - Yer Değiştirme Denklemleri	9
2.4 Bünye Denklemleri	10
2.5 Denge Denklemleri	13
2.6 Katmanlı Kompozit Plâğın Hareket Denklemi	14
2.7 Sınır Şartları	18
2.8 Başlangıç Şartları	19
2.9 Yapısal Sönüm	21
2.10 Anlık Basınç Yüğü	22
3. ÇÖZÜM YÖNTEMİ	25
3.1 Yaklaşım Fonksiyonları	25
3.2 Galerkin Yönteminin Uygulanması	27
3.3 Sonlu Farklar Yöntemi	28
3.4 Sonlu Elemanlar Modeli	32
4. SAYISAL SONUÇLAR	34
4.1 Geometri ve Malzeme Özellikleri	34
4.2 Ankastre Plak	35
4.2.1 Nonlineer Statik Analiz	35
4.2.2 Serbest Titreşim Analizi	38
4.2.3 Yakınsama ve Sonuçların Karşılaştırılması	41
4.2.4 Parametrik Çalışmalar	44
4.3 Basit Mesnetli Plak	53
4.3.1 Nonlineer Statik Analiz	53
4.3.2 Serbest Titreşim Analizi	57
4.3.3 Yakınsama ve Sonuçların Karşılaştırılması	59

4.3.4	Parametrik Çalışmalar	63
4.4	Konsol Plak	68
4.4.1	Nonlineer Statik Analiz	69
4.4.2	Serbest Titreşim Analizi	72
4.4.3	Yakınsama ve Sonuçların Karşılaştırılması	75
4.4.4	Parametrik Çalışmalar	77
4.5	Farklı Sınır Koşulları İçin Sonuçların Karşılaştırılması	82
5.	DEĞERLENDİRME	85
	KAYNAKLAR	88
	EKLER	91
	ÖZGEÇMİŞ	93

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Sınır şartları gösterimi	20
Tablo 4.1. Ankastre plak üzerindeki farklı noktalarda nonlineer statik ve geçici (transient) halde maksimum birim uzamaların karşılaştırılması	44

SEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : Katmanlı kompozit plak ve koordinat sistemi	8
Şekil 2.2 : Genel ve katman koordinat sistemi	12
Şekil 2.3 : Tüm kenarlarından ankastre ve basit mesnetli plaklara uygulanan anlık basınç yükünün zamanla değişimi ($p_m = 28.9$ kPa)	24
Şekil 2.4 : Konsol plağa uygulanan anlık basınç yükünün zamanla değişimi ($p_m = 1.0$ kPa)	24
Şekil 3.1 : SHELL 91 eleman	32
Şekil 3.2 : Sonlu eleman modeli	33
Şekil 4.1 : Ankastre halde u 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)	36
Şekil 4.2 : Ankastre halde v 'nin x ile değişimi ($y=b/4$)	36
Şekil 4.3 : Ankastre halde w 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)	37
Şekil 4.4 : Ankastre plak için lineer ve nonlineer halde mikro birim uzamanın x ile değişiminin alt yüzeyde karşılaştırılması ($y=b/2$)	38
Şekil 4.5 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim birinci mod şekli	39
Şekil 4.6 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim ikinci mod şekli	39
Şekil 4.7 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim üçüncü mod şekli	40
Şekil 4.8 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim dördüncü mod şekli	40
Şekil 4.9 : Ankastre plak için zaman adımına göre yakınsamanın incelenmesi ($x=a/2, y=b/2$)	41
Şekil 4.10 : Ankastre plağın alt yüzeyinin orta noktasında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması	43
Şekil 4.11 : Ankastre plağın üst yüzeyinin farklı noktalarında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması (ANSYS)	43
Şekil 4.12 : Ankastre plağın orta noktasının z yönündeki boyutsuz yer değiştirmesinin karşılaştırılması	44
Şekil 4.13 : Ankastre plak için bir kenarın uzunluğu sabit tutularak üst orta noktada açıklık oranlarının karşılaştırılması	46
Şekil 4.14 : Ankastre plak için üst orta noktada farklı açıklık oranlarında mikro birim uzamaların karşılaştırılması	46
Şekil 4.15 : Tüm kenarlarından ankastre plak için orta noktada farklı açıklık oranlarında z yönündeki boyutsuz yer değiştirmelerin karşılaştırılması	47
Şekil 4.16 : Elyaf oryantasyonunun incelenmesi	47
Şekil 4.17 : Ankastre mesnetli halde katman sayısı ile mikro birim uzama değişiminin incelenmesi	48
Şekil 4.18 : Ankastre mesnetli halde katman sayısı ile yer değiştirmedeki değişimin incelenmesi	49

Şekil 4.19: Sönümlü halde zaman adımı yakınsaması	49
Şekil 4.20: Farklı sönüm oranları için ankastre plağın orta noktasındaki ϵ_x birim uzamasının zamanla değişimi	50
Şekil 4.21: Farklı sönüm oranları için ankastre plağın orta noktasındaki ϵ_x birim uzamasında düzlem-içi etkilerin karşılaştırılması	51
Şekil 4.22: Sönümlü halde uzun zaman cevabı	52
Şekil 4.23: Sönümlü halde ANSYS ile uzun zaman cevabının karşılaştırılması ($\zeta=0.3$)	52
Şekil 4.24: Sönümlü ve sönümsüz halde frekansların karşılaştırılması	53
Şekil 4.25: Basit mesnetli halde u'nun x ile değişimi ($y=b/2$)	55
Şekil 4.26: Basit mesnetli halde v'nin x ile değişimi ($y=b/4$)	55
Şekil 4.27: Basit mesnetli halde w'nun x ile değişimi ($y=b/2$)	56
Şekil 4.28: Basit mesnetli plak için lineer ve nonlinear halde mikro birim uzamanın x ile değişiminin karşılaştırılması ($y=b/2$)	56
Şekil 4.29: Basit mesnetli halde serbest titreşim birinci mod şekli	57
Şekil 4.30: Basit mesnetli halde serbest titreşim ikinci mod şekli	58
Şekil 4.31: Basit mesnetli halde serbest titreşim üçüncü mod şekli	58
Şekil 4.32: Basit mesnetli halde serbest titreşim dördüncü mod şekli	59
Şekil 4.33: Basit mesnetli plak için zaman adımına göre yakınsamanın incelenmesi ($x=a/2,y=b/2$)	60
Şekil 4.34: Basit mesnetli plağın alt orta noktasında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması	61
Şekil 4.35: Basit mesnetli plağın üst orta noktasında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması	62
Şekil 4.36: Basit mesnetli plağın orta noktasının z yönündeki yer değiştirmesinin karşılaştırılması	62
Şekil 4.37: Basit mesnetli plağın alt yüzeyinin farklı noktalarında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması (ANSYS)	63
Şekil 4.38: Basit mesnetli plağın orta noktasında alt ve üst yüzeyinin x yönündeki birim uzamalarının karşılaştırılması	63
Şekil 4.39: Basit mesnetli plak için açıklık oranlarının karşılaştırılması	64
Şekil 4.40: Basit mesnetli plağın farklı elyaf oryantasyonları için orta noktada birim uzama değerlerinin karşılaştırılması	65
Şekil 4.41: Basit mesnetli plağın farklı elyaf oryantasyonları için yer değiştirme değerlerinin karşılaştırılması	65
Şekil 4.42: Basit mesnetli halde katman sayısı ile mikro birim uzama değişiminin incelenmesi	66
Şekil 4.43: Basit mesnetli halde katman sayısı ile z yönündeki yer değiştirme değişiminin incelenmesi	66
Şekil 4.44: Basit mesnetli plak için farklı sönüm oranlarında orta noktada x yönündeki birim uzamaların karşılaştırılması	67
Şekil 4.45: Basit mesnetli plak için farklı sönüm oranlarında boyutsuz yer değiştirmelerin karşılaştırılması	68
Şekil 4.46: Sönümlü halde ANSYS ile uzun zaman cevabının karşılaştırılması ($\zeta=0.3$)	68
Şekil 4.47: Konsol plak için lineer ve nonlinear halde mikro birim uzamanın x ile değişiminin karşılaştırılması ($y=b/2$)	70
Şekil 4.48: Konsol plak için x yönündeki birim uzama değerindeki terimlerin karşılaştırılması	70
Şekil 4.49: Konsol plak için u'nun x ile değişimi ($y=b/2$)	71

Şekil 4.50: Konsol plak için v 'nin x ile değişimi ($y=3b/10$)	71
Şekil 4.51: Konsol plak için v 'nin y ile değişimi ($x=a/2$)	72
Şekil 4.52: Konsol plak için w 'nin x ile değişimi ($y=b/2$)	72
Şekil 4.53: Konsol plak için ANSYS serbest titreşim birinci mod şekli	73
Şekil 4.54: Konsol plak için ANSYS serbest titreşim ikinci mod şekli	73
Şekil 4.55: Konsol plak için ANSYS serbest titreşim üçüncü mod şekli	74
Şekil 4.56: Konsol plak için ANSYS serbest titreşim dördüncü mod şekli	74
Şekil 4.57: Konsol plak için zaman adımına göre yakınsamanın incelenmesi ($x=0,y=b/2$)	76
Şekil 4.58: Konsol plak için kökte normal birim uzama ϵ_x 'in zamanla değişiminin karşılaştırılması	76
Şekil 4.59: Konsol plağın serbest uç boyutsuz yer değiştirmesinin karşılaştırılması	77
Şekil 4.60: Konsol plağın alt yüzeyinin farklı noktalarında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması (ANSYS)	77
Şekil 4.61: Konsol plak için açıklık oranlarının karşılaştırılması	78
Şekil 4.62: Konsol plağın farklı elyaf oryantasyonları için kökte birim uzama değerlerinin karşılaştırılması	79
Şekil 4.63: Konsol plağın farklı elyaf oryantasyonları için serbest uç boyutsuz yer değiştirme değerlerinin karşılaştırılması	79
Şekil 4.64: Konsol plağın katman sayısı ile mikro birim uzama değişiminin incelenmesi (kök)	80
Şekil 4.65: Konsol plağın katman sayısı ile z yönündeki yer değiştirme değişiminin incelenmesi (uç nokta)	80
Şekil 4.66: Konsol plak için farklı sönüm oranlarında kökte x yönündeki birim uzamaların karşılaştırılması	81
Şekil 4.67: Konsol plak için farklı sönüm oranlarında serbest uçta z yönündeki yer değiştirmelerin karşılaştırılması	81
Şekil 4.68: Plak üzerindeki farklı noktaların değişik sınır şartlarında normal birim uzaması ϵ_x 'in zamanla değişimi	82
Şekil 4.69: Farklı sınır şartlarında plağın üst orta noktasının normal birim uzaması ϵ_x 'in zamanla değişimi	83
Şekil 4.70: Farklı sınır şartlarında plağın orta noktasının boyutsuz yer değiştirmesi	84

SEMBOL LİSTESİ

E_1, E_2	: 1 ve 2 yönündeki elastisite katsayıları
E_f, E_m	: elyaf ve matris yönündeki elastisite katsayıları
G_{12}	: kayma elastisitesi
G_f, G_m	: elyaf ve matris yönündeki kayma elastisiteleri
M_x, M_y, M_{xy}	: moment bileşenleri
N_x, N_y, N_{xy}	: kuvvet bileşenleri
P	: patlama basıncı
\bar{Q}_{ij}	: katmanlı bir kompozit için elastic sabitler ($i = 1,2,6; j = 1,2,6$)
U, V, W	: yer değiştirme bileşenlerinin zamana bağlı kısımları
a, b	: plak boyutları
d_1, d_2, d_3	: viskoz sönüm katsayıları
h	: plak kalınlığı
h_k	: k'nci katman kalınlığı
J_e	: virtüel iş
m, n	: terim sayısı
\bar{m}	: plağın birim alanının kütlesi
p_m	: basıncın tepe değeri
r	: şok pik uzunluk faktörü
q_x, q_y, q_z	: x, y ve z yönlerindeki yük bileşenleri
t	: zaman
t_p	: basıncın etki süresi
u, v, w	: x, y ve z yönlerindeki yer değiştirme bileşenleri
u^0, v^0, w^0	: x, y ve z yönlerindeki plağın orta yüzeyindeki yer değiştirme bileşenleri
$\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$: hız vektörleri
$\ddot{u}, \ddot{v}, \ddot{w}$: ivme vektörleri
α	: dalga şekli parametresi
$\beta_x, \beta_y, \beta_z$: dönmelerden dolayı gelen terimler
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}$: birim uzamalar
$\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \epsilon_{xy}^0$: membran birim uzamalar
$\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$: dönmelerden dolayı gelen terimler
$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$: plak eğrilikleri
ζ	: sönüm oranı
ν	: Poisson oranı
ν_f	: elyaf poisson oranı
ν_m	: matris poisson oranı
ω	: doğal frekans
ρ	: malzeme yoğunluğu
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$: gerilme bileşenleri

ANLIK BASINÇ YÜKÜ ETKİSİ ALTINDAKİ KATMANLI KOMPOZİT BİR PLAĞIN LİNEER OLMAYAN DİNAMİK DAVRANIŞI

ÖZET

Bu tez çalışması anlık basınç yükü etkisi altındaki katmanlı kompozit bir plağın yapısal sönüm etkilerini içeren lineer olmayan dinamik denklemlerinin türetilmesini ve çözümünü içerir. Çalışmada plağın dört kenarından ankastre ve basit mesnetli olması halleri ile konsol plak hali için çözümler yapılmıştır. Hareketin dinamik denklemleri virtüel iş ilkesi kullanılarak elde edilmiştir. Geometrik nonlineerlik etkileri ince plaklar için von Kármán büyük yer değiştirmeler teorisi kullanılarak hesaba katılmıştır. Uzay bölgesi için yaklaşık bir çözüm kabul edilmiştir. Zaman bölgesinde lineer olmayan diferansiyel denklemleri elde etmek için Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Lineer olmayan bu diferansiyel denklemler yapısal sönüm etkilerini içermektedir. Bağlı ve lineer olmayan diferansiyel denklemlerin çözümü için sonlu farklar yöntemi uygulanmıştır. Problem aynı zamanda ANSYS yazılımı kullanılarak sonlu elemanlar yöntemiyle modellenmiştir. Geometrik nonlineerliklerin hesaba katıldığı analizlerde Newmark zaman integrasyonu yöntemi kullanılmıştır. Çözüm sonucunda plak üzerindeki karakteristik noktalarda enine yer değiştirmenin (çökmenin) ve birim uzamanın zamanla değişimleri elde edilmiştir. Teorik-sayısal analiz ve sonlu eleman analizi sonuçları literatürdeki deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Frekans, genliğin pik değeri ve ilk periyottaki hareket için iyi bir uyum görülmüştür. Farklı sınır şartları altında plağın yüzey alanı sabit kalacak şekilde açıklık oranının, elyaf yönlendirmesinin ve katman sayısının (plak kalınlığının) dinamik davranış üzerindeki etkilerinin incelendiği parametrik bir çalışma yapılmıştır. Ayrıca yapısal sönüm etkileri bu çalışmada hesaba katılmıştır. Sönüm etkileri titreşimin genliğini kısa bir sürede düşürmektedir. Bilindiği gibi, titreşim frekansı yapısal sönüm etkileri ile bir miktar azalmaktadır. Anlık basınç yükü çok büyük yer değiştirmelere yol açtığı ve titreşim frekansını arttırdığı halde, viskoz sönüm etkisi çökmenin ve nonlineerliklerin sınırlandırılmasına sebep olur ve sonuçta titreşim frekansında belirli bir azalma meydana gelir. Ayrıca farklı sönüm oranları için sönüm etkilerinin hesaba katıldığı analiz çalışmaları yapılarak sayısal ve deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır. Plağın uzun zaman cevabının sönümlü ve sönümsüz halde boyutsuz olarak karşılaştırılması yapılmıştır. Farklı sınır şartları altında plakların zaman içinde birim uzama değişimleri seçilen belirli noktalarda karşılaştırılmıştır.

NONLINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF A LAMINATED COMPOSITE PLATE SUBJECTED TO BLAST LOAD

SUMMARY

This research deals with the derivation and solution of nonlinear dynamic equations of a laminated plate exposed to blast load including structural damping effects. Dynamic equations of the motion are derived by the use of the virtual work principle. The geometric nonlinearity effects are taken into account with the von Kármán large deflection theory of thin plates. An approximate solution is assumed for the space domain. The Galerkin Method is used to obtain the nonlinear differential equations in the time domain. These nonlinear differential equations include structural damping effects. The finite difference method is applied to solve the system of coupled nonlinear equations. The problem is modelled by the finite element method using the ANSYS software. In the analyses where geometrical nonlinear effects and stress-stiffness effects are taken into account, Newmark time integration method is used. Comparisons of the transverse displacement-time and strain-time histories on the characteristic points of the plate are obtained. The results of theoretical-numerical analyses and finite element analyses are compared with the experimental results. A good agreement is found for the peak values and frequencies on the first cycle of the motion. A parametric study is applied for different aspect ratios by keeping the plate area constant for several boundary conditions. Fiber orientation effects are investigated for different materials. The effect of structural damping is also taken into account in this study. The damping effects decrease the vibration amplitude in a short time. It is well known that the frequency of vibration is decreased by the structural damping effects slightly. However, if the blast causes to very large deflections and consequent increase in the vibration frequency, the viscous damping effect causes to a restriction on the deflections and nonlinearities and consequent significant decrease on the vibration frequency. Numerical and experimental results of the analyses including structural damping effects are compared for different damping ratios. Comparison of non-dimensional damped and undamped long time responses of the plate is studied. Strain-time histories of the plates are compared for different boundary conditions at the specific points.

1 GİRİŞ

Bu tez çalışmasında anlık basınç yükü etkisi altındaki katmanlı kompozit plakların çeşitli sınır şartları için dinamik davranışları teorik-yaklaşık-sayısal bir çözüm tekniği ile incelenmiştir. Çeşitli geometrik ve malzeme parametrelerinin, sönüm etkilerinin plağın dinamik davranışına etkileri araştırılmıştır. Ayrıca problem ANSYS sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak modellenmiş ve Newmark zaman integrasyonu yöntemiyle çözülmüştür.

Bu bölümün ilk kısmında incelenen olay ve önemi ayrıntılı olarak anlatılmış, ikinci kısmında bugüne kadar yapılan çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir. Son kısmında ise, bu çalışmanın amacı ve kapsamından bahsedilmiştir.

1.1 Olay ve Önemi

Plak yapılar, uçak yapılarında yoğun bir şekilde kullanım alanı bulmaktadır. Uçağın yapısında bulunan bazı panellerin yanı sıra roket kontrol yüzeyleri ve diğer aksesuar parçaları plak yapılara örnek verilebilir. Gemilerin bazı kaplamaları, uzay araçlarının ve otomobillerin çeşitli bileşenleri plak yapılar için birer örnek oluşturmaktadır. Mukavemet/ağırlık oranlarının yüksek olması nedeni ile kompozit malzemelerden oluşan plak yapılar birçok mühendislik alanında kullanılmaktadır. Atmosferde oluşan türbülanslar, nükleer patlamalar, sonik patlamalar (sonic boom), şok dalgaları, yakıt patlamaları v.b. olaylar civarında bulunan yapılar üzerinde basınç kuvvetleri oluşturarak dış uyarımları ortaya çıkarabilir. Sonik patlama, ses üstü uçuş yapan uçaklarda ve roketlerde ses hızının aşılması sırasında oluşur. Uçak yapıları, gerek civarında oluşan patlamalar etkisiyle gerekse ses hızının aşılmasında oluşan güçlü şok dalgaları nedeniyle anlık basınç yüklerine ve dolayısıyla zamana bağlı dış uyarımlara maruz kalabilmektedirler.

İleri kompozit malzemeler mukavemet/ağırlık oranlarının yüksek olması, korozyona dayanımlarının yüksek olması, yorulma ömürlerinin uzun olması gibi nedenlerden dolayı uçak yapıları, uzay istasyonları, otomobiller, gemiler, denizaltılar v.b. birçok farklı mühendislik alanında kullanılmaktadır.

Hava ve uzay yapılarının gerek yüzey kaplamalarında gerekse uçuş ve kumanda kontrol yüzeylerinde en çok karşımıza çıkan yapı elemanları plak ve kabuk elemanlar olup bu tip yapı elemanlarının dinamik analizleri büyük önem taşımaktadır. Bu yüzden, hava-uzay araçlarının tasarımında zamana bağlı dış uyarımlar altındaki elastik yapıların dinamik cevabı incelenmesi gereken bir konudur. Uçak ve uzay yapılarında ağırlık çok önemli bir parametre olduğundan bu çalışmada ince katmanlı kompozit plaklar tercih edilmiştir.

1.2 Yapılan Çalışmalar

Çok büyük yüklerin plaklar üzerindeki geçici (transient) cevapları, genellikle sonik patlama, patlama yükü ve diğer şok tipindeki basınç yükleri kapsamında ele alınırlar. Bu tür patlama yüklerinin etkileri yapıların yüzeyine aynı anda ulaştığı düşünülerek idealize edilir. Dolayısıyla yeterince uzakta anlık basınç yükü etkileri üniform kabul edilmektedir. Kısa zamanlarda oluşan yüksek basınç (anlık basınç yükü) etkilerinin incelendiği literatürdeki birçok çalışma bu kabulü yapmaktadır. Houlston ve arkadaşları [1] yaptıkları deneysel çalışmalarla bu kabulü desteklemektedirler. Bu çalışmada, hava yüküne (air blast) maruz izotropik plak yapıları incelenerek, ADINA sonlu elemanlar yazılımı ile elde edilen sayısal sonuçlar deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Günümüze kadar birçok araştırmacı anlık basınç yükü etkisi altındaki farklı yapıların davranışlarını incelemişlerdir. Bu çalışmaların çoğunda, anlık basınç yükleri adım (step-pulse), N yükü (N-pulse) veya Friedlander fonksiyonu ile tanımlanmıştır [2,3]. Patlamalardan dolayı gelen çok yüksek basınçlar için genellikle düzenlenmiş Friedlander fonksiyonu kullanılmıştır.

Patlama ve ses hızının geçilmesinde oluşan yüksek şiddetli basınç dalgaları ince plaklarda büyük deformasyonlar oluşturur. Dolayısıyla bu yapıların dinamik davranışında geometrik nonlineerlikler önemli etkiler oluşturmaktadır. Birçok araştırmacı katmanlı kompozit plaklarda büyük deformasyon etkilerini incelemişlerdir. Son zamanlarda yapılan bazı çalışmalar şöyledir: Tanrıöver ve Şenocak [4], farklı sınır şartları altında büyük yer değiştirmeler için kompozit bir plağın davranışını incelemişlerdir. Zhang ve arkadaşları [5] katmanlı kompozitlerde geometrik nonlineerlikleri von Kármán büyük yer değiştirmeler teorisini kullanarak hesaba katmışlardır. Büyük yer değiştirmeler için lineer olmayan yeni bir

katmanlama teorisini Tan ve arkadaşları [6] önermişlerdir. Enine ve düzlem-içi yükler altında katmanlı kompozit plakların büyük yer değiştirmeleri Shen [7] tarafından incelenmiştir.

Literatürde izotrop malzemedan yapılmış, anlık basınç yüküne maruz plaklarla ilgili bir takım çalışmalar bulunmaktadır. Gupta ve arkadaşları [8] düzenlenmiş Friedlander fonksiyonu kullanarak, dikdörtgen plaklar üzerindeki patlama yükünü modellemişlerdir. Houlston ve DesRochers [9] savaş gemisi panellerinin modeli olarak kare şeklindeki çelik bir plağın düzgün yayılı anlık basınç yüküne cevabını ADINA sonlu elemanlar yazılımı ile incelemiş ve deneysel verilerle karşılaştırmışlardır. Jacinto ve arkadaşları [10] patlama yüküne maruz metal plakların sayısal sonuçları ile deney cevaplarını karşılaştırmışlardır. Yuen ve Nurick [11] uniform basınç yükü etkisi altındaki dört köşeli narin çelik plakların takviyesiz ve farklı takviye şekillerinde cevapları üzerine deneysel ve sayısal çalışmalar yapmışlardır. Aynı çalışma lokalize basınç yükü için Langdon ve arkadaşları [12] tarafından yapılmıştır. Farklı kalınlıklardaki dört köşeli çelik plakların lokalize basınç yükü etkisi altında deneysel cevapları Jacob ve arkadaşları [13] tarafından incelenmiştir. Uyanık ve Kazancı [14] sonlu elemanlar yöntemi ile anlık basınç yüküne maruz konsol bir plağın dinamik davranışını araştırmışlardır.

Birçok araştırmacı katmanlı kompozit plak ve kabukların anlık basınç yükü altındaki lineer ve nonlinear davranışlarını incelemişlerdir. Reddy [15], sonlu elemanlar yöntemini kullanarak geometrik olarak nonlinear katmanlı kompozit plakların zorlanmış hareketlerini, von Kármán büyük yer değiştirmeler teorisi ile analiz etmiştir. Librescu ve Nosier [16] katmanlı kompozit dikdörtgen düzgün panellerin sonik patlama ve anlık basınç yükleri altındaki davranışlarını araştırmışlardır. Türkmen ve Mecitoğlu [17,18], anlık basınç yüküne maruz katmanlı kompozit plak ve kabukların nonlinear dinamik davranışlarını incelemişler; deneysel, sayısal ve analitik sonuçları karşılaştırmışlardır. Harras ve arkadaşları [19] dört tarafından ankastre katmanlı kompozit ince plakların serbest titreşimlerini araştırmışlardır.

Son yıllarda, Kazancı ve arkadaşları [20] anlık basınç yüküne maruz katmanlı kompozit plakların nonlinear dinamik davranışlarında düzlem-içi katılık ve atalet etkilerini incelemişlerdir. Yine Kazancı ve arkadaşları [21], katmanlı kompozit bir plağın anlık basınç yükü altında nonlinear dinamik davranışını parametrik olarak incelemiş, açıklık oranı ve elyaf oryantasyonu etkilerini araştırmışlardır. Katmanlı

kompozit bir plağın farklı sınır şartları altındaki lineer olmayan titreşimlerini Kazancı ve Mecitoğlu [22] incelemiştir. Louca ve arkadaşları [23] anlık basınç yükü altında takviyeli ve takviyesiz plak yapıların nonlineer analizlerini yapmışlardır.

Literatürde sandviç plakların anlık basınç yükü etkisindeki dinamik davranışları ile ilgili çalışmalar da mevcuttur. Metal sandviç plakların anlık basınç yükü etkisi altındaki performanslarının aynı malzeme ve aynı ağırlıktaki katı plaklarla karşılaştırıldığı bir çalışma Xue ve Hutchinson [24] tarafından yapılmıştır. Hause ve Librescu [25] anizotropik sandviç panellerin patlama yüküne cevabını incelemiştir. Librescu ve arkadaşları [26] patlama yükü altında sandviç yapıların lineer ve lineer olmayan dinamik cevabını araştırmışlardır.

Literatürde genel uçak yapılarının anlık basınç yükü altındaki davranışlarının incelendiği çalışmalar da bulunmaktadır. Marzocca ve arkadaşları [27] sıkıştırılabilir akış alanında iki boyutlu kanat profilinin anlık basınç yüküne aeroelastik cevabı üzerinde çalışmışlardır. Yine Marzocca ve arkadaşları [28] iki boyutlu taşıma yüzeylerinin sağnak ve keyfi patlama yükleri altında aeroelastik cevaplarını incelemiştir.

Anlık basınç yükü etkisi altındaki katmanlı konsol plakların davranışlarını inceleyen çalışmalara literatürde rastlanmamıştır. Uyanık ve Kazancı [14] sonlu elemanlar yöntemi ile anlık basınç yüküne maruz konsol bir plağın dinamik davranışını araştırmışlardır. Literatürde bulunan bazı çalışmalar [2,3] sadece konsol çubukların anlık basınç yükü etkisi altındaki davranışlarını incelemiştir.

Literatürde anlık basınç yükü etkisi altındaki katmanlı kompozit plakların dinamik cevabında sönüm etkilerinin araştırıldığı çalışmalar oldukça az sayıda bulunmaktadır. Nosier ve arkadaşları [29] panel titreşimlerinin viskoz sönümü üzerinde çalışmışlardır. Son yıllarda Kazancı ve Mecitoğlu [30] katmanlı kompozit bir panelin anlık basınç yükü altındaki lineer olmayan sönümlü titreşimlerini incelemiştir.

1.3 Amaç ve Kapsam

Bu çalışmada, anlık basınç yükü altında katmanlı kompozit bir plağın nonlineer dinamik davranışı incelenmiştir. Katmanlı kompozit panellerin anlık basınç yükü altındaki davranışlarının incelendiği araştırmalara bakıldığında, literatürde sönüm

etkilerinin hesaba katıldığı çalışmalara pek rastlanmamaktadır. Yapılan az sayıdaki çalışmada da düzlem-içi ve atalet etkilerinin göz önüne alınmadığı görülmüştür. Ayrıca katmanlı kompozit plağın tamamen ankastre olması haricindeki diğer sınır şartlarının incelendiği çalışmalara rastlanmamıştır. Bu çalışmada, düzlem-içi ve atalet etkileri de göz önüne alınarak, çoğu mühendislik dalında uygulama alanları olan katmanlı kompozit plakların, farklı sınır şartları için, anlık basınç yükü altındaki dinamik davranışları nonlinear, bağlı (coupled) ve sönümlü halde incelenmiştir.

Bu çalışmada, anlık basınç yüküne maruz dikdörtgen katmanlı kompozit bir plağın nonlinear dinamik davranışı incelenmiştir. Katmanlı kompozit plak için tamamen ankastre, tamamen basit mesnetli ve konsol hal sınır şartlarında çözümler yapılmıştır. Kompozit plağın dinamik davranışı ince plaklar için von Kármán nonlinear plak teorisi kullanılarak modellenmiştir. Hareket denklemleri varyasyonel yaklaşımla Hamilton ilkesi kullanılarak elde edilmiştir. Denklemlere sönüm etkileri de dahil edilmiştir. Anlık basınç yükü düzenlenmiş Friedlander fonksiyonu ile ifade edilmiştir. Galerkin metodu kullanılarak hareketin nonlinear ve bağlı diferansiyel denklemleri elde edilmiştir. Zamana bağlı bu denklemlerin çözümü için sonlu farklar yöntemi ile FORTRAN programlama dilinde bir kod yazılmıştır. Sonuçlar ANSYS sonlu elemanlar yazılımı ve literatürdeki deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Açıklık oranının ve elyaf oryantasyonlarının, katman sayısının (kalınlığın) kompozit plağın dinamik davranışına etkileri incelenmiştir.

1.4 Tezin Organizasyonu

Bölüm 2’de çalışmada kullanılan katmanlı kompozit plak modeli tanımlanmıştır. Kinematik denklemler, bünye denklemleri ve enerji ifadeleri elde edildikten sonra varyasyonel formülasyondan anlık basınç yük altındaki plağın dinamik davranışını düzenleyen diferansiyel denklemler türetilmiştir. Sınır şartları ve başlangıç şartları ifade edilmiştir. Sönümün ve anlık basınç yükü ifadelerinin hesaplamalara nasıl katıldığı anlatılmıştır.

Bölüm 3’de uzay bölgesindeki çözüm için incelenen sınır şartlarına uygun çözüm fonksiyonları seçilmiştir. Bunların seçiminde ANSYS yazılımından elde edilen çözümler referans alınmıştır. Uzay bölgesindeki çözüm için Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Zaman bölgesindeki çözüm için sonlu farklar yöntemi kullanılmıştır. Bu amaçla FORTRAN dilinde bir program yazılmıştır.

Sayısal sonuçlar Bölüm 4'de sunulmuştur. Öncelikle incelenecek olan katmanlı kompozit plağın geometri ve malzeme özellikleri belirlenmiştir. Farklı sınır şartları için lineer olmayan statik analizler, serbest titreşim analizleri (ANSYS), yakınsama çalışmaları ve literatür karşılaştırmaları yapılarak problemin çözümü öncesinde hazırlanan programın doğruluğu gösterilmiştir. Daha sonra parametrik çalışmalar kapsamında, açıklık oranı, elyaf oryantasyonu, katman sayısı, sönüm etkileri araştırılmıştır. Farklı sınır koşulları için sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Bölüm 5'de tezin kapsamlı bir değerlendirmesi yapılmış, bulunan sonuçlar yorumlanmıştır. Gelecekte yapılacak çalışmalarla ilgili bilgi verilmiştir.

2 TEMEL DENKLEMLER

Bu bölümün ilk kısmında plak tanımı yapılmış ve plak için yapılan kabuller anlatılmıştır. Plağın yer değiştirme bağıntılarının elde edilmesinde yapılan kabuller verilmiş ve yer değiştirme denklemleri elde edilmiştir. Birim uzama-yer değiştirme ilişkileri verildikten sonra, katmanlı kompozitler için yapılan kabuller anlatılmış ve bünye denklemleri verilmiştir. Vürtüel iş prensibi ve katmanlı kompozit plağın hareket denklemlerinin elde edilmesi anlatılmıştır. Yapısal sönüm etkilerinin hesaba katılması işlemi anlatılarak plağa etki eden basınç yükü ifadesine yer verilmiştir.

2.1 Genel Hususlar

Plak yapılara uygulanan yük kaldırıldıktan sonra, yapı tekrar eski haline dönüyorsa böyle yapılara elastik yapılar denir. Bu çalışmada ele alınan yapı elastiktir.

İnce plakların büyük yer değiştirmeler teorisine göre yapılan kabuller aşağıda verilmiştir [31]:

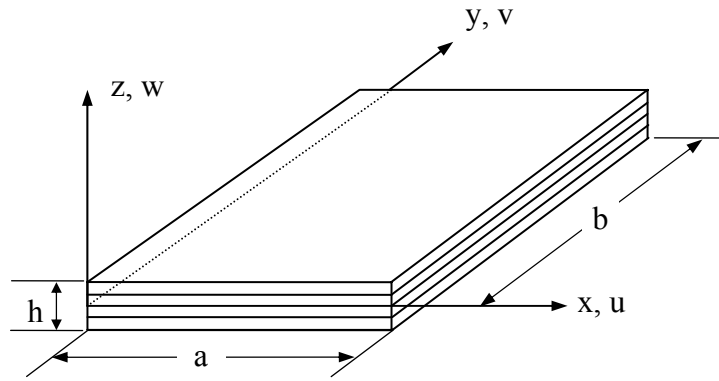
1. Plak malzemesi elastik, homojen ve izotropiktir.
2. Yükleme öncesi plak orta düzlemi düzdür.
3. Plak kalınlığı h , diğer boyutlarına göre çok küçüktür. (en az $1/10$)
4. Plağın orta yüzeyinin normal deformasyon sırasında yüzeye normal kalır.

Çalışma esnasında kullanılan plak, katmanlı kompozit olarak modellenmiştir. Bu çalışmada kullanılan katmanlı kompozit plak modeli ve koordinat sistemi Şekil 2.1'de görülmektedir. Bu bölümde en genel hali ile Klasik Katmanlama Teorisi kullanılmıştır. Bu teori kullanılarak, uzama, eğilme ve burulma deformasyonları bağlı olarak ele alınabilir. İlaveten, aksenal ve kesme yüklerinden dolayı oluşan düzlem-içi yüklemeler ve eğilme ve burulma momentlerini içermektedir. Klasik Katmanlama Teorisinin en önemli sınırlaması, her bir katman düzlem gerilmeleri haizdir. Ancak katmanlar arası gerilmeler ihmal edilmektedir.

Burada kullanılacak olan katmanlama teorisi ile homojen, izotropik plakların klasik teorisi [32] arasındaki en büyük fark, katman gerilme-birim uzama ilişkileridir.

Deformasyon hipotezi, denge denklemleri, birim uzama-yer değiştirme bağintıları gibi teorenin diğer oğeleri klasik plak teorisi ile aynı şekilde kullanılmaktadır.

Katmanlı kompozit plak için yapılan kabullere göre [33], iki katman arasında mükemmel bir yapıştırma olduğu kabul edilmiştir. Böylelikle, iki katman birbiri üzerinde kaymaz ve yapışma bölgesinde yer değiştirmeler sürekli dir. Bu kabuller yapılarak, klasik homojen plak teorisindeki deformasyon hipotezi katmanlı plaklar için kullanılabilir. Ayrıca katmanlı plak kalınlığı diğer boyutlarına göre çok küçük olduğundan ince plak teorisi kullanılabilir.



şekil 2.1 : Katmanlı kompozit plak ve koordinat sistemi

2.2 Yer Değiştirme Alanı

Weierstrass teoremine göre bir aralıktaki sürekli olan herhangi bir fonksiyon bu aralıktaki polinomlar ile ifade edilebilir. Buna göre, yer değiştirmeler z koordinatının nonlineer fonksiyonları olarak gösterilebilir. Böyle bir ifade, bir plak yapı için aşağıda görülmektedir [34]:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u^0(x, y) + z\beta_x(x, y) + z^2\gamma_x(x, y) + \dots \\
 v(x, y, z) &= v^0(x, y) + z\beta_y(x, y) + z^2\gamma_y(x, y) + \dots \\
 w(x, y, z) &= w^0(x, y) + z\beta_z(x, y) + z^2\gamma_z(x, y) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Burada u, v ve w sırasıyla x, y ve z yönündeki yer değiştirmeleri, u^0 , v^0 ve w^0 plak orta yüzeyindeki yer değiştirmeleri, x, y ve z kartezyen koordinatları, β ve γ eğilmelerden dolayı gelen terimleri göstermektedir. Genel bir plak yapıda, plak kalınlığı boyunca yer değiştirme alanı polinomlar veya trigonometrik seriler ile bir fonksiyon halinde ifade edilebilir. Plakın kalınlığı boyunca yer değiştirmeleri ifade

edebilmek amacıyla u , v , w terimleri ile gösterilen yer değiştirmeler seriye açılır ve serinin ilk birkaç terimi dikkate alınırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} u &= u^0 - z \frac{\partial w^0}{\partial x} \\ v &= v^0 - z \frac{\partial w^0}{\partial y} \\ w &= w^0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.3 Birim Uzama - Yer Değiştirme Denklemleri

Bu çalışmada, klasik plak teorisine göre hareket denklemleri çıkarılırken geometrik olarak nonlineerlikler von Kármán büyük yer değiştirmeler teorisine göre hesaba katılmıştır. Von Kármán kabullerine dayanan nonlineer birim uzama-yer değiştirme ilişkileri plaklar için kartezyen koordinatlarda aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Burada, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ kartezyen koordinatlardaki birim uzamaları göstermektedir. (2.2) bağıntıları (2.3) denklemlerinde yerlerine konulursa birim uzama-yer değiştirme ilişkileri plağın orta noktasının yer değiştirmesi cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u^0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^0}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v^0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \right)^2 \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial w^0}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Burada orta düzlemin birim uzamaları

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^0}{\partial x} \right)^2 \\
\varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v^0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \right)^2 \\
\varepsilon_{xy}^0 &= \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} + \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial w^0}{\partial y}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

ve eğrilikler

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \tag{2.6}$$

alınarak birim uzamalar

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \\
\varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \\
\varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{xy}^0 + z\kappa_{xy}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

şeklinde yazılabilir.

2.4 Bünye Denklemleri

Kompozit malzeme için düzlem gerilme halinde gerilme-birim uzama ilişkileri aşağıdaki gibi matris formunda yazılabilir [35]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Burada \bar{Q}_{ij} katmanlı kompozitin dönüşüm yapılarak indirgenmiş katılık matrisidir.

\bar{Q}_{ij} , indirgenmiş katılık matrisi Q_{ij} 'nin koordinat eksenlerine göre dönüşümünden elde edilir. Burada Q_{ij} katmanın elyaf yönü ve ona dik yöndeki özelliklerini göstermekte olan katman katılık matrisidir. Şekil 2.2'de görülen 1-2 sisteminin özelliklerinin, x-y sisteminde elde edilebilmesi için dönüşüm matrisi kullanılarak dönüşüm yapılır. Burada 1 ve 2 sırasıyla elyaf yönü ve ona dik yönü; x ve y genel koordinat eksenlerini, θ elyaf yönlenme açısını gösterir.

Dönüşüm matrisi kullanılarak elde edilen \bar{Q}_{ij} ile Q_{ij} arasındaki ilişki aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\
\bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Burada

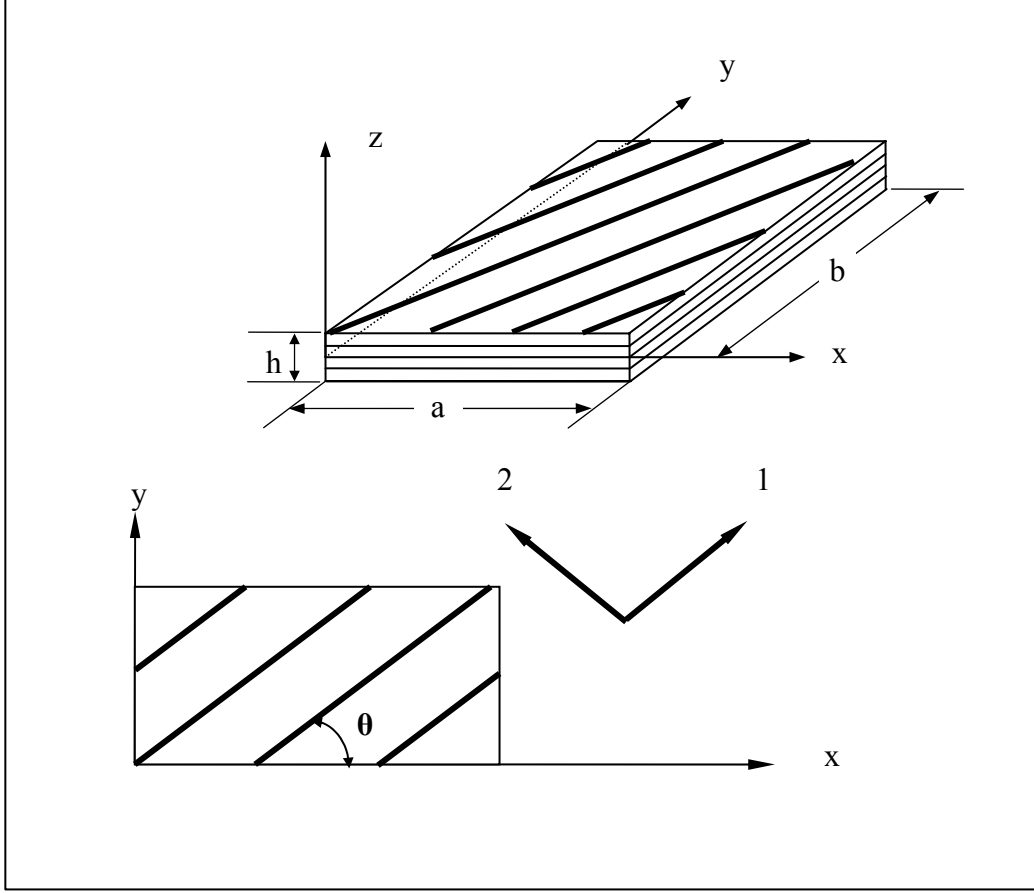
$$\begin{aligned}
Q_{11} &= E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\
Q_{12} &= Q_{21} = \nu_{12} E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\
Q_{22} &= E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\
Q_{66} &= G_{12}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

şeklinindedir. Bu eşitliklerdeki parametreler aşağıdaki şekilde tanımlıdır:

$$\begin{aligned}
E_1 &= E_f \nu_f + E_m (1 - \nu_f) \\
E_2 &= E_f E_m / E_f (1 - \nu_f) + E_m \nu_f \\
G_{12} &= G_f G_m / G_f (1 - \nu_f) + G_m \nu_m \\
\nu_{12} &= \nu_f \nu_f + \nu_m \nu_m \\
\nu_{21} &= E_2 \nu_{12} / E_1 \\
G_f &= E_f / 2(1 + \nu_f) \\
G_m &= E_m / 2(1 + \nu_m)
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Burada sırasıyla E_f ve E_m elyafın ve matris malzemesinin elastisite modüllerini, G_f ve G_m elyafın ve matris malzemesinin kayma modüllerini, ν_f ve ν_m elyafın ve matrisin toplam hacimdeki oranlarını, ν_f ve ν_m elyafın ve matrisin Poisson oranlarını, E_1 , E_2 , G_{12} bir kompozit katmanının elyaf yönündeki, elyafa dik olan yöndeki elastisite

modüllerini ve kayma modülünü, ν_{12} ve ν_{21} elyaf yönü ve ona dik olan yöndeki Poisson oranlarını göstermektedir.



Şekil 2.2 : Genel ve katman koordinat sistemi

Denklem (2.7), orta düzlemden herhangi bir z uzaklığındaki birim uzamayı vermektedir. Örneğin, k 'nci katmandaki gerilme-birim uzama ilişkisi için denklem (2.7), (2.8)'de yerine konursa

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 + z\kappa_x \\ \epsilon_y^0 + z\kappa_y \\ \epsilon_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

elde edilir.

2.5 Denge Denklemleri

Katmanlı kompozit plağın kuvvet bileşenleri her bir katmandaki gerilme bileşenlerinin toplamı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir [35]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (2.13)$$

Aynı tarzda moment bileşenleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k z dz \quad (2.14)$$

Denklem (2.12), sırasıyla (2.13) ve (2.14)'de yerine konursa,

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left(\int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z dz \right) \quad (2.15)$$

ve

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left(\int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} z dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right) \quad (2.16)$$

elde edilir. İntegrasyon işlemleri gerçekleştirilip denklemler yeniden düzenlenirse denklem (2.15) ve (2.16) sırasıyla,

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

ve

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

biçiminde elde edilir. Denklemlerdeki matrislerde katmanların uzama katılıkları

$$A_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \quad (2.19)$$

bağlı katılıkları

$$B_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{Q}_{ij})_k z dz = 1/2 \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (2.20)$$

ve eğilme katılıkları

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{Q}_{ij})_k z^2 dz = 1/3 \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (2.21)$$

şeklinde verilmiştir. Burada alt indisler $i, j = 1, 2$ veya 6 şeklinde değişmektedir.

Kuvvet ve moment bileşenleri birlikte matris formatında

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

veya kısa formda

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

şeklinde gösterilebilir.

2.6 Katmanlı Kompozit Plağın Hareket Denklemi

Hareket denkleminin elde edilmesinde virtüel iş prensibi kullanılmıştır. Bir kuvvetin tasarlanan keyfi bir yer değiştirme esnasında yapacağı işe virtüel iş adı verilir. Virtüel iş prensibi, dengede olan bir sistemin, herhangi bir virtüel yer ve şekil değiştirmesinde, dış kuvvetlerin işi iç kuvvetlerin işine eşit olacaktır şeklinde

tanımlıdır. Bu tanım gereğince virtüel iş denklemi varyasyonel formda aşağıdaki bağıntı ile verilir [36]:

$$\begin{aligned} \delta J_e = \int_T dt \iint_A [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_{xy} \delta \varepsilon_{xy}] dA - \iint_A [q_x \delta u + q_y \delta v + q_z \delta w] dA \\ - \iint_A [\bar{m} (\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v} + \dot{w} \delta \dot{w})] dA = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Burada \bar{m} plağın birim alanının kütesini, q_x , q_y ve q_z sırasıyla x,y ve z yönlerindeki dış kuvvetleri göstermektedir. Terimler üzerindeki noktalar, zamana göre türevleri ifade etmektedir. Denklem (2.7) ve (2.12), (2.24) ifadesinde kullanılarak aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\begin{aligned} \delta J_e = \int_T dt \iint_A [N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \varepsilon_{xy}^0 + M_x \delta \kappa_x + M_y \delta \kappa_y + M_{xy} \delta \kappa_{xy}] dA \\ - \iint_A [q_x \delta u + q_y \delta v + q_z \delta w] dA - \iint_A [\bar{m} (\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v} + \dot{w} \delta \dot{w})] dA = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Bu denklemdeki her bir terime kısmi integrasyon uygulanarak δu , δv ve δw varyasyonları üzerindeki türevler kaldırılır. Elde edilen denklemlerde δu , δv ve δw varyasyonları keyfi bırakılarak katmanlı kompozit plağın hareket denklemleri diferansiyel formda elde edilir.

$$-\frac{\partial N_x}{\partial x} - \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - q_x + \bar{m} \ddot{u} = 0 \quad (2.26)$$

$$-\frac{\partial N_y}{\partial y} - \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - q_y + \bar{m} \ddot{v} = 0 \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - \left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \right) \frac{\partial w^0}{\partial x} - \left(\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \right) \frac{\partial w^0}{\partial y} \\ - \left(N_x \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \right) - q_z + \bar{m} \ddot{w} = 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Denklem (2.22), (2.26), (2.27) ve (2.28) ifadelerinde yerlerine konulursa hareket denklemleri plağın orta noktasının yer değiştirmeleri cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
L_{11}u^0 + L_{12}v^0 + L_{13}w^0 + N_1(w^0) + \bar{m}\ddot{u}^0 - q_x &= 0 \\
L_{21}u^0 + L_{22}v^0 + L_{23}w^0 + N_2(w^0) + \bar{m}\ddot{v}^0 - q_y &= 0 \\
L_{31}u^0 + L_{32}v^0 + L_{33}w^0 + N_3(u^0, v^0, w^0) + \bar{m}\ddot{w}^0 - q_z &= 0
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Denklem (2.29)'da lineer (L_{ij}) operatörlerden birinci satırdakiler

$$\begin{aligned}
L_{11} &= -A_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2A_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - A_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\
L_{12} &= -(A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - A_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - A_{26} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\
L_{13} &= 3B_{16} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + B_{11} \frac{\partial^3}{\partial x^3} + B_{26} \frac{\partial^3}{\partial y^3}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

ikinci satırdakiler

$$\begin{aligned}
L_{21} &= -(A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - A_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - A_{26} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\
L_{22} &= -A_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - A_{22} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2A_{26} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\
L_{23} &= (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2} + B_{22} \frac{\partial^3}{\partial y^3} + 3B_{26} \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + B_{16} \frac{\partial^3}{\partial x^3}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

ve üçüncü satırdakiler

$$\begin{aligned}
L_{31} &= -B_{11} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3}{\partial y^3} \\
L_{32} &= -B_{16} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3}{\partial y^3} \\
L_{33} &= D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + (2D_{12} + 4D_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4}{\partial y^4}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

şeklinde verilir. Denklem (2.29)'daki nonlineer (N_i) operatörler ise

$$\begin{aligned}
N_1(w^0) = & -A_{11} \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} - (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} - A_{16} \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \\
& - 2A_{16} \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} - A_{26} \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} - A_{66} \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
N_2(w^0) = & -(A_{12} + A_{66}) \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} - A_{22} \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} - 2A_{26} \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \\
& - A_{26} \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} - A_{16} \frac{\partial w^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} - A_{66} \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}
N_3(u^0, v^0, w^0) = & 2(B_{66} - B_{12}) \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \right)^2 + 2(B_{12} - B_{66}) \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \right) - A_{11} \left(\frac{\partial^2 u^0}{\partial x^2} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) \\
& - (3A_{11}/2) \left(\frac{\partial w^0}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} - (A_{12} + A_{66}) \left(\frac{\partial^2 v^0}{\partial y \partial x} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) \\
& - 2A_{66} \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y \partial x} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) - 2A_{16} \left(\frac{\partial^2 u^0}{\partial y \partial x} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) - A_{16} \left(\frac{\partial^2 v^0}{\partial x^2} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) \\
& - 3A_{16} \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) - 3A_{16} \left(\frac{\partial w^0}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial y \partial x} - A_{26} \left(\frac{\partial^2 v^0}{\partial y^2} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) \\
& - 4A_{26} \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) - A_{66} \left(\frac{\partial^2 u^0}{\partial y^2} \frac{\partial w^0}{\partial x} \right) \\
& - (A_{66} + A_{12}/2) \left(\frac{\partial w^0}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} - (A_{12} + A_{66}) \left(\frac{\partial^2 u^0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w^0}{\partial y} \right) \\
& - A_{22} \left(\frac{\partial^2 v^0}{\partial y^2} \frac{\partial w^0}{\partial y} \right) - (3A_{22}/2) \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \\
& - A_{26} \left(\frac{\partial^2 u^0}{\partial y^2} \frac{\partial w^0}{\partial y} \right) - 2A_{26} \left(\frac{\partial^2 v^0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w^0}{\partial y} \right) - 3A_{26} \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \right) \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \right)^2 \\
& - A_{16} \left(\frac{\partial^2 u^0}{\partial x^2} \frac{\partial w^0}{\partial y} \right) - A_{66} \left(\frac{\partial^2 v^0}{\partial x^2} \frac{\partial w^0}{\partial y} \right) - (A_{66} + A_{12}/2) \left(\frac{\partial w^0}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \\
& - A_{11} \left(\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \frac{\partial u^0}{\partial x} \right) - A_{12} \left(\frac{\partial v^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \right) - A_{16} \left(\frac{\partial u^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \right) \\
& - A_{16} \left(\frac{\partial v^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} \right) - A_{12} \left(\frac{\partial u^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \right) - A_{22} \left(\frac{\partial v^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -A_{26} \left(\frac{\partial u^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \right) - A_{26} \left(\frac{\partial v^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} \right) - 2A_{16} \left(\frac{\partial u^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \right) \\
& -A_{26} \left(\frac{\partial v^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \right) - 2A_{66} \left(\frac{\partial u^0}{\partial y} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \right) - 2A_{66} \left(\frac{\partial v^0}{\partial x} \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} \right)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

şeklinde verilir.

2.7 Sınır Şartları

En genel halde x değerinin sabit olması durumunda sağlanması gereken sınır şartları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
N_x &= \bar{N}_x \text{ veya } u^0 = \bar{u} \\
N_{xy} &= \bar{T}_{xy} \text{ veya } v^0 = \bar{v} \\
N_x \frac{\partial w^0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w^0}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} &= \bar{V}_x \text{ veya } w^0 = \bar{w} \\
M_x &= \bar{M}_x \text{ veya } \beta_x = \bar{\beta}_x
\end{aligned} \tag{2.36}$$

En genel halde y değerinin sabit olması durumunda sağlanması gereken sınır şartları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
N_{xy} &= \bar{T}_{xy} \text{ veya } u^0 = \bar{u} \\
N_y &= \bar{N}_y \text{ veya } v^0 = \bar{v} \\
N_y \frac{\partial w^0}{\partial y} + N_{xy} \frac{\partial w^0}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} &= \bar{V}_y \text{ veya } w^0 = \bar{w} \\
M_y &= \bar{M}_y \text{ veya } \beta_y = \bar{\beta}_y
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Burada \bar{N} , \bar{V} , \bar{T} , \bar{M} , \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} ve $\bar{\beta}$ önceden belirlenmiş değerleri göstermektedir.

Bu çalışmada ele alınan farklı sınır şartları Tablo 2.1'de gösterilmiştir. Sınır şartlarının matematiksel ifadeleri en genel halden özelleştirilerek elde edilebilir. Plak tüm kenarlarından ankastre ise (2.36) ve (2.37) ile verilen sınır şartları

$$x = 0, a \text{ ve } y = 0, b \text{ 'de } u^0 = v^0 = w^0 = 0$$

$$x = 0, a \text{ 'da } \partial u^0 / \partial x = \partial v^0 / \partial x = \partial w^0 / \partial x = 0 \quad (2.38)$$

$$y = 0, b \text{ 'de } \partial u^0 / \partial y = \partial v^0 / \partial y = \partial w^0 / \partial y = 0$$

haline gelir. Plağın tüm kenarları basit mesnetli ise

$$x = 0, a \text{ ve } y = 0, b \text{ 'de } u^0 = v^0 = w^0 = 0$$

$$x = 0, a \text{ 'da } M_x = 0 \quad (2.39)$$

$$y = 0, b \text{ 'de } M_y = 0$$

elde edilir. (2.36) ve (2.37) denklemleri konsol plak için aşağıdaki hale gelir:

$$x = 0, a \text{ 'da } u^0 = v^0 = w^0 = 0$$

$$x = 0 \text{ 'da } \partial u^0 / \partial x = \partial v^0 / \partial x = \partial w^0 / \partial x = 0$$

$$x = a \text{ 'da } N_{xy} = 0, M_x = 0$$

$$x = a \text{ 'da } N_x \frac{\partial w^0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w^0}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \quad (2.40)$$

$$y = 0, b \text{ 'de } N_{xy} = 0, N_y = 0, M_y = 0$$

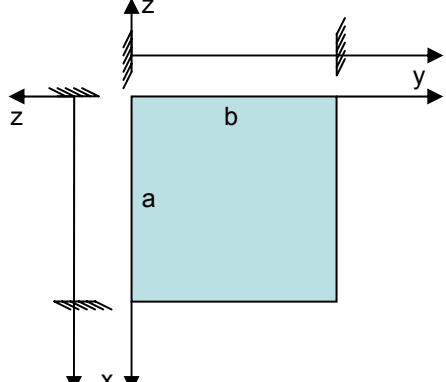
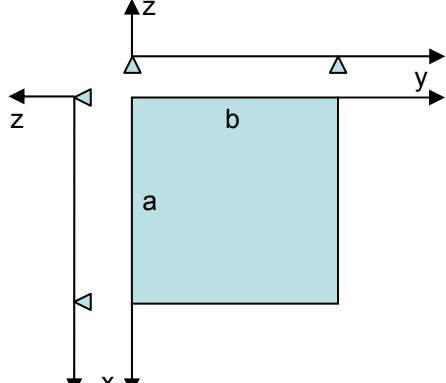
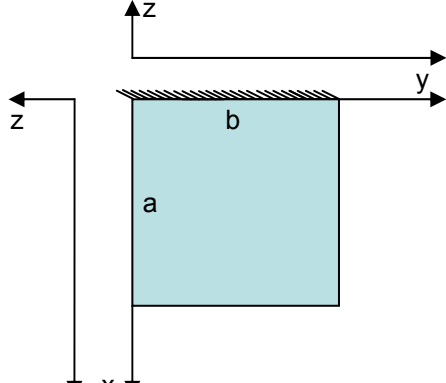
$$y = 0, b \text{ 'de } N_y \frac{\partial w^0}{\partial y} + N_{xy} \frac{\partial w^0}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + 2 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = 0$$

2.8 Başlangıç Şartları

Panelin başlangıçta statik durumda olması sebebiyle tüm ilk yer değiştirme ve hız bileşenleri sıfır olacaktır. Böylece panelin herhangi bir noktasında $t=0$ anındaki yer değiştirme ve hız değerleri sıfır değerini alacaktır. Bu aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} u(a, y, 0) = 0 & \quad v(a, y, 0) = 0 & \quad w(a, y, 0) = 0 \\ \dot{u}(a, y, 0) = 0 & \quad \dot{v}(a, y, 0) = 0 & \quad \dot{w}(a, y, 0) = 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

Tablo 2.1. Sınır şartları gösterimi

DURUM	SINIR ŞARTLARI (GEOMETRİ)
Tüm kenarlar ankastre	
Tüm kenarlar basit mesnetli	
Konsol plak	

2.9 Yapısal Sönüm

Sönüm enerjiyi yok eder. Zamanla serbest titreşimin genliğinin azalmasına neden olur ve doğal frekansla örtüşen yüklemenin titreşim genliğini sınırlar. Sönüm doğal olabilir ya da pik cevabını sınırlandırmak için sonradan eklenebilir. Yapı dinamiğindeki sönümler aşağıdaki şekilde sınıflandırılabilir.

- Viskoz sönüm hızla orantılı olarak ortaya çıkar. Bu çeşit sönüm için kullanılan formül Rayleigh tarafından geliştirilmiştir. Her bir çevrimde yok olan enerji, frekans ve genliğin karesi ile orantılıdır. Viskoz sönüm yapıya eklenen viskoz sönümleyiciler veya civardaki gaz ya da sıvı ile elde edilir.
- Histerisis (Hysteresis) sönüm, ya da katı sönüm, maddenin doğasındadır ve elastik bölgedeki nominal gerilmeler ile çok küçük ölçeklerdeki plastik hareketlerden kaynaklanır. Her çevrimdeki enerji kaybı frekanstan bağımsızdır.
- Coulomb sönüm, histerisis sönüme benzer fakat kuru sürtünme ile birleşiktir, tıpkı bağlantı noktalarındaki kayganlık gibi.
- Radyasyon (radiation) sönüm bağımsız denilebilecek bir çevrede gerçekleşen enerji kaybıdır. Yapıyı destekleyen toprak örneğinde olduğu gibi. Unutmamak gerekir ki, çevrili bir ortam kütleyle katkıda bulunur.

Analiz cevabının doğrudan zaman integrasyonu ile algoritmik sönüm ve sayısal kayıplar mümkündür. Bunlar çözüm algoritmasından kaynaklanan yapay sönümlerdir.

Yukarıda sözü edilen fiziksel sönüm türlerinden sadece viskoz sönüm dinamik denklemlerde ifade edilmesi en kolay olanıdır. Neyse ki, yapısal problemler içindeki sönüm genellikle yeteri kadar küçüktür ve kaynağı ne olursa olsun yapının cevabında etkisini viskoz kabul ederek yeteri kadar iyi modelleyebiliriz.

Katmanlı kompozit bir plağın hareket denklemleri orta noktasının yer değiştirmeleri cinsinden denklem (2.29)'da elde edilmişti. Sönüm etkilerinin hesaba katılması ile bu denklem aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned}
L_{11}u^0 + L_{12}v^0 + L_{13}w^0 + N_1(w^0) + d_1\dot{u}^0 + \bar{m}\ddot{u}^0 - q_x &= 0 \\
L_{21}u^0 + L_{22}v^0 + L_{23}w^0 + N_2(w^0) + d_2\dot{v}^0 + \bar{m}\ddot{v}^0 - q_y &= 0 \\
L_{31}u^0 + L_{32}v^0 + L_{33}w^0 + N_3(u^0, v^0, w^0) + d_3\dot{w}^0 + \bar{m}\ddot{w}^0 - q_z &= 0
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Burada, d_1 , d_2 ve d_3 sırasıyla x, y ve z yönlerindeki viskoz sönüm katsayılarını göstermektedir. Viskoz sönüm katsayıları $d_i = 2\zeta\omega_i\bar{m}$ formülünden hesaplanır. Burada ζ sönüm oranını, ω_i doğal frekansı ve \bar{m} kütleyi ifade etmektedir.

2.10 Anlık Basınç Yüğü

Atmosferde oluşan türbülanslar, nükleer patlamalar, sonik patlamalar, şok dalgaları, yakıt patlamaları v.b. olaylar dış uyarımları ortaya çıkarabilir. Sonik patlama, ses üstü uçuş yapan uçaklarda ve roketlerde ses hızının aşılması sırasında oluşur. Uçak yapıları, gerek civarında oluşan patlamalar etkisiyle gerekse ses hızının aşılmasında oluşan güçlü şok dalgaları nedeniyle anlık basınç yüklerine ve dolayısıyla zamana bağlı dış uyarımlara maruz kalabilmektedirler. Anlık basınç yüğü ifadesi için birçok analitik ifade önerilmiş [3] ve kullanılmıştır. Basınç dalgası çok kısa bir süre içerisinde tepe değerine ulaştığından yapı ani yüklenmiş olarak düşünülebilir. Basınç dalgası (ya da sonik patlama) ile karşılaştırıldığında plak boyutları bağıl olarak küçük olduğundan plak üzerindeki basınç etkisinin uniform yayılı yük olarak kabul edilebileceği deneysel verilerle kanıtlanmıştır [1].

Bu durumda, patlama basıncının zamanla değişimi, patlamanın negatif safhasını da içerecek şekilde düzenlenmiş Friedlander fonksiyonu ile aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir [8]:

$$P(x, y, t) \equiv P(t) = p_m \left(1 - t/t_p\right) e^{-\alpha t/t_p} \tag{2.43}$$

Burada p_m basıncın zaman içindeki maksimum değerini, t_p basıncın pozitif kısımdaki etki süresini, α deneysel verilerle yaklaşım yapılabilecek olan basınç dalga formu parametresini ve t geçen zamanı göstermektedir. Denklem limiti alındığında $\alpha/t_p \rightarrow 0$ olur ve üçgen basınç yüğü ifadesi çıkarılabilir. Bu çalışmada Friedlander basınç fonksiyonu kullanılacaktır.

Sonik patlama etkisi N-basınç dalgası şeklinde modellenebilir. Yeteri kadar uzaklıkta süpersonik bir uçağın, roket veya füzenin dünya atmosferinde oluşturduğu basıncın

pik değeri idealize edilebilir [16]. Bu durumda, sonik patlama etkisi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$P(x, y, t) \equiv P(t) = \begin{cases} p_m (1 - t/t_p) & 0 < t < r t_p \\ 0 & t < 0 \text{ ve } t > r t_p \end{cases} \quad (2.44)$$

Burada r şok pik uzunluk faktörüdür. Sonik patlama yükünün şekli r değerinin değişmesi ile farklılaşmaktadır.

$r = 1$ ise üçgen yükleme

$r = 2$ ise simetrik yükleme

$1 < r < 2$ ise asimetrik yükleme

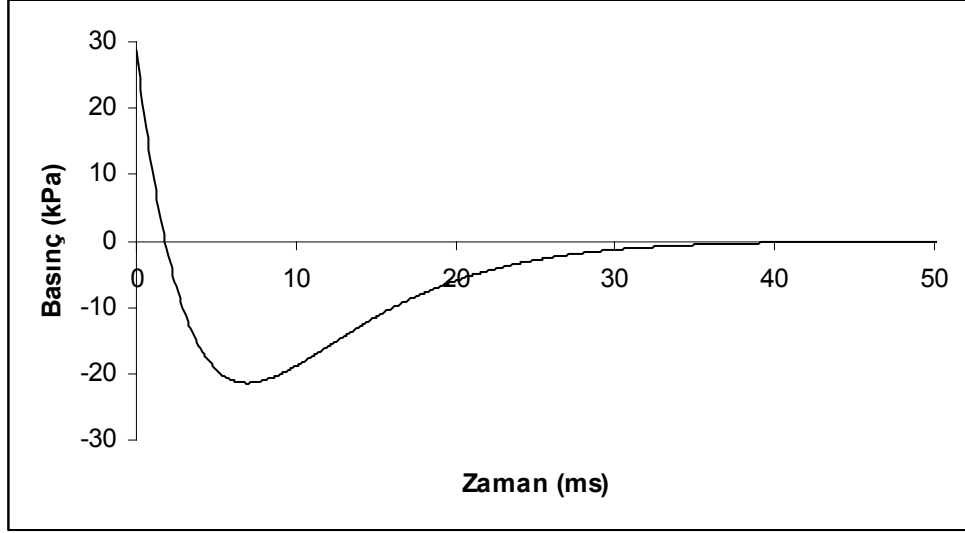
olacağı Denklem 2.44'den kolayca görülebilir. Burada verilen farklı sonik patlama yükleri altında kompozit düzgün panellerin dinamik cevabı Librescu ve Nosier [16] tarafından analiz edilmiştir.

Anlık basınç yüklemeleri için bir diğer özel durum adım yüküdür (step pulse). Denklem 2.43'de, $t_p \rightarrow \infty$ veya Denklem 2.44'de $r=1$ ve $t_p \rightarrow \infty$ alınarak elde edilebilir.

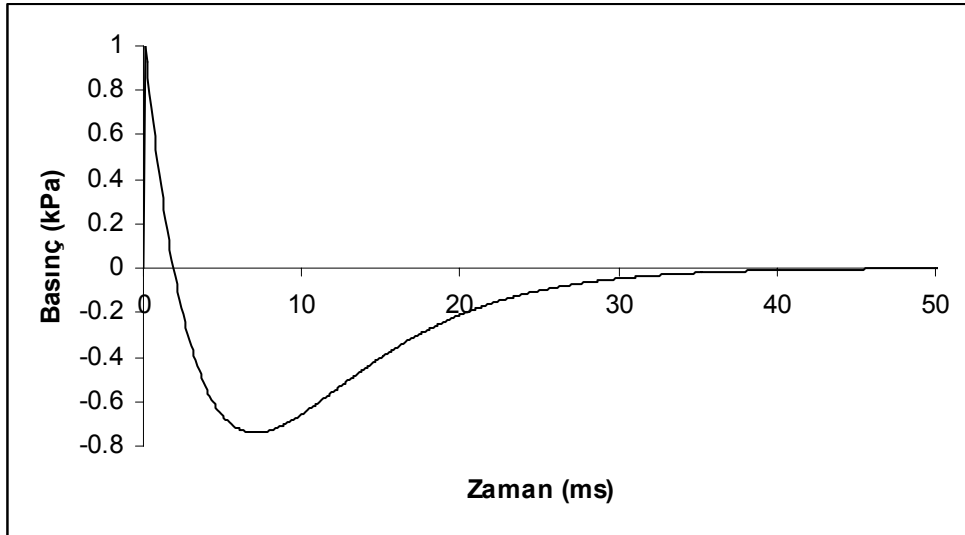
Ayrıca, dikdörtgen basınç yükü aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$P(x, y, t) \equiv P(t) = \begin{cases} p_m & 0 \leq t \leq t_p \\ 0 & t > t_p \end{cases} \quad (2.45)$$

Bu çalışmada yapılan analizlerde düzenlenmiş Friedlander fonksiyonu seçilerek anlık basınç yükleri ifade edilmiştir. Basınç yükü parametreleri ankastre ve basit mesnetli plak için $p_m = 28.9$ kPa ve konsol plak için $p_m = 1.0$ kPa, $\alpha = 0.35$ ve $t_p = 1.8$ ms olarak alınmıştır. Şekil 2.3 ve Şekil 2.4'de uygulanan anlık basınç yüklerinin zamanla değişimi görülmektedir.



Şekil 2.3 : Tüm kenarlarından ankastre ve basit mesnetli plaklara uygulanan anlık basınç yükünün zamanla değişimi ($p_m = 28.9$ kPa)



Şekil 2.4 : Konsol plağa uygulanan anlık basınç yükünün zamanla değişimi ($p_m = 1.0$ kPa)

3 ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Bu bölümde önceki bölümde elde edilen anlık basınç yüküne maruz katmanlı kompozit plağın hareket denklemlerine yaklaşık ve sayısal çözüm teknikleri uygulanarak çözüm yapılmıştır. Problemin uzay bölgesi için yaklaşık bir çözüm tekniği olan Galerkin yöntemi uygulanırken zaman bölgesindeki denklemlerin çözümü için sayısal bir teknik olan sonlu farklar yöntemi tatbik edilmiştir.

Plağın hareket denklemlerinin uzay bölgesindeki çözümüne, incelenen her bir sınır şartı hali için, sınır koşullarını sağlayan yaklaşım fonksiyonları seçilerek yaklaşım yapılmıştır. Daha sonra, hareket denklemlerine Galerkin yöntemi uygulanarak zaman bölgesinde nonlinear ve bağlı diferansiyel denklemler elde edilmiştir. Bu denklemlerdeki katsayıların hesaplanması için MATHEMATICA programı kullanılmıştır. Zaman bölgesindeki nonlinear ve bağlı denklemlerin çözümü sonlu farklar yöntemi ile yapılmıştır. Bu amaçla FORTRAN programlama dilinde bir kod yazılmıştır.

3.1 Yaklaşım Fonksiyonları

(2.42) denklemlerinin çözümü için, yer değiştirme fonksiyonlarına koordinatlara bağlı fonksiyonların zamana bağlı birer katsayıyla çarpılıp toplanmasından elde edilen birer seriyle yaklaşım yapılabilir.

$$\begin{aligned} u^0(x, y, t) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \\ v^0(x, y, t) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn}(t) \lambda_{mn}(x, y) \\ w^0(x, y, t) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) \psi_{mn}(x, y) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Burada ϕ_{mn} , λ_{mn} ve ψ_{mn} yaklaşım fonksiyonlarıdır ve bunların geometrik sınır şartlarını sağlamaları gerekmektedir.

Bu kısımda, Bölüm 2'de belirtilen farklı sınır şartları için yaklaşım fonksiyonlarının seçimi yapılmıştır. Bu çalışmada yer değiştirme fonksiyonlarına tek terimle yaklaşım

yapılmıştır. Çok terim alınması bu tür nonlinear ve bağlı denklemlerin analitik çözümünü pratik olmaktan çıkararak çok sayıda terimle sonuçlandırıldığından çok terim alınarak çözüm yapılmamıştır. Ancak, tek terim çözümlerinde sadece geometrik sınır şartlarının sağlanması sağlıklı çözümler elde etmek için yeterli olmayabilir. Bu çalışmada yaklaşım fonksiyonlarının sınır şartlarını sağlamasının yanısıra çözüm bölgesindeki davranışı da mümkün mertebe yansıtacak şekilde seçilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla ANSYS sonlu eleman yazılımı ile elde edilen lineer olmayan statik çözümlerden yararlanılmıştır. Statik deformasyonların kullanılma nedeni, tek terimli çözümlerde her bir sınır şartı için birinci modu temsil eden yaklaşım fonksiyonlarının seçilmesinin gerekli olması ve statik deformasyonun zaten bu mod biçimini yansıtacak şekilde gerçekleşmesidir.

Tüm kenarlarından ankastre mesnetli plak için (2.38) denklemleri ile verilen sınır şartları ve 4.2.1 kısmında verilen nonlinear statik çözümler dikkate alınarak

$$\begin{aligned}
u^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn}(t) x^{2m} (x-a)^{2m} \left(x - \frac{a}{2}\right)^m \left(1 - \cos \frac{2n\pi y}{b}\right) \\
v^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn}(t) \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{a}\right) y^{2n} (y-b)^{2n} \left(y - \frac{b}{2}\right)^n \\
w^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{a}\right) \left(1 - \cos \frac{2n\pi y}{b}\right)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

çözüm fonksiyonları seçilmiştir.

Benzer tarzda, tüm kenarlarından basit mesnetli plak için (2.40) denklemleri ile verilen sınır şartları ve 4.3.1 kısmında verilen lineer olmayan statik çözümler kullanılarak

$$\begin{aligned}
u^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn}(t) \sin \frac{2m\pi x}{a} y^{2n} (y-b)^{2n} \\
v^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn}(t) x^{2m} (x-a)^{2m} \sin \frac{2n\pi y}{b} \\
w^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

çözüm fonksiyonları elde edilmiştir.

Son olarak konsol plak için (2.40) denklemleri ile 4.4.1 kısmında verilen statik çözümlerden hareketle

$$\begin{aligned}
u^0 &= \sum_{m=1}^M U_m(t) \left(1 - \cos \frac{m\pi x}{2a} \right) \\
v^0 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn}(t) \left(1 - \cos \frac{m\pi x}{a} \right) \cos \frac{n\pi y}{b} \\
w^0 &= \sum_{m=1}^M W_m(t) \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{3a} \right)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

şeklindeki yaklaşım fonksiyonları seçilmiştir.

3.2 Galerkin Yönteminin Uygulanması

Galerkin yöntemi sürekli ortamlar mekaniği problemleri için yaklaşık çözümler elde etmek için kullanılan yaklaşık bir çözüm getiren bir ağırlıklı artıklar yöntemidir. Bu yöntemde yaklaşım fonksiyonlarının çözülecek diferansiyel denklem sistemine konulmasıyla ortaya çıkan artığın (hata fonksiyonunun) ağırlık fonksiyonlarıyla çarpımının çözüm bölgesi üzerindeki integrasyonları sifıra eşitlenerek hata sifıra çekilmeye çalışılır. Galerkin yönteminde ağırlık fonksiyonu olarak yaklaşım fonksiyonlarının kendisi seçilir. Böylece Galerkin yöntemi hatayı mümkün mertebe küçültecek uygun U, V, W katsayılarının hesaplanabilmesini sağlar.

Bu kısımda, katmanlı kompozit plağın hareket denklemlerine, uzay bölgesinde, Galerkin yöntemi uygulanarak zaman bölgesinde bir diferansiyel denklem sistemi elde edilmiştir. Denklem (2.42)'ye Galerkin yönteminin uygulanması aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\iint_A (L_{11}u^0 + L_{12}v^0 + L_{13}w^0 + N_1(w^0) + d_1\dot{u}^0 + \bar{m}\ddot{u}^0 - q_x) \phi dA &= 0 \\
\iint_A (L_{21}u^0 + L_{22}v^0 + L_{23}w^0 + N_2(w^0) + d_2\dot{v}^0 + \bar{m}\ddot{v}^0 - q_y) \lambda dA &= 0 \\
\iint_A (L_{31}u^0 + L_{32}v^0 + L_{33}w^0 + N_3(u^0, v^0, w^0) + d_3\dot{w}^0 + \bar{m}\ddot{w}^0 - q_z) \psi dA &= 0
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Basınç yükü sadece plağın normali doğrultusunda (z yönünde) etki etmektedir. Dolayısıyla, q_x ve q_y değerleri sifır olarak alınmaktadır. Aslında büyük deformasyonlar esnasında basıncın düzlem-içi ve düzleme dik bileşenleri olabilir. Ancak bu çalışmada basıncın sadece z yönünde etki ettiği düşünülecek ve basınç etkisi yüzeye daima dik olarak alınmıştır. İncelenen katmanlı kompozit plakların ince

olmasından dolayı dönel atalet etkileri ihmal edilmiş, ancak düzlem-içi katılık (stiffness) etkileri hesaba katılmıştır.

Yaklaşım fonksiyonlarının ilk terimleri alınarak Denklem (3.5) ile verilen Galerkin yöntemi uygulanmak suretiyle plağın hareketi için aşağıdaki denklem sistemi elde edilebilir.

$$\begin{aligned}
 a_0 \ddot{U} + a' \dot{U} + a_1 U + a_2 V + a_3 W + a_4 W^2 + a_5 &= 0 \\
 b_0 \ddot{V} + b' \dot{V} + b_1 V + b_2 U + b_3 W + b_4 W^2 + b_5 &= 0 \\
 c_0 \ddot{W} + c' \dot{W} + c_1 W + c_2 W^2 + c_3 W^3 + c_4 U + c_5 V + c_6 UW + c_7 VW + c_8 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Bu denklemlerdeki a_5 ve b_5 katsayıları, EK'te görülebileceği gibi q_x ve q_y 'ye bağlı ve sıfırdır. Denklemdaki katsayılar her bir sınır şartı için seçilen yaklaşım fonksiyonlarına göre farklı değerler almaktadır. Bu değerler MATHEMATICA programı kullanılarak hesaplanmıştır. Ele alınan farklı üç sınır şartı için elde edilen katsayılar EK kısmında verilmiştir. Başlangıçta panel hareketsiz olduğu için yer değiştirmeler ve hızların değeri sıfırdır. Denklem (2.41)'deki başlangıç koşullarının sağlanması için yaklaşım fonksiyonlarının zamana bağlı kısımları

$$\begin{aligned}
 U(0) = 0 \quad V(0) = 0 \quad W(0) = 0 \\
 \dot{U}(0) = 0 \quad \dot{V}(0) = 0 \quad \dot{W}(0) = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

şeklinde elde edilir.

3.3 Sonlu Farklar Yöntemi

Bu kısımda, önceki kısımda elde edilen nonlinear ve bağlı bir denklem sistemi sonlu farklar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Bu yöntemi kullanan FORTRAN dilinde bir program yazılmıştır. Bu program kullanılarak denklemler zaman adımlarıyla çözülmektedir.

Sonlu farklar yöntemi sürekli ortamlar mekaniği problemlerine sayısal çözüm sağlamakta kullanılır. Problemin analitik çözümünün imkansız veya zor olduğu durumlarda, yaklaşık çözümün zor olduğu hallerde sayısal çözüm teknikleri kullanılabilen ve mühendislik problemlerine çözüm getirmektedir. Sonlu farklar

yönteminde çözüm bölgesi grid denilen ve genellikle eşit aralıklı noktalara ayrılır. Olaya ait diferensiyel denklemlerdeki türevler, alan değişkeninin bu noktalarda aldığı değerler cinsinden ifade edilerek problem ayrıklaştırılır ve diferansiyel denklem takımı cebrik bir denklem sistemine dönüştürülmüş olur.

Bu çalışmada sonlu farklar yöntemini zaman bölgesindeki bir nonlinear ve bağlı denklem sistemine uygulanacağından grid tek boyutlu olarak zaman üzerinde oluşturulmuştur. Bu amaçla önce (3.6) denklem takımı matris formatında yazılmıştır:

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [C]\{\dot{Q}\} + [K_L]\{Q\} + [K_{NL}]\{Q\} + \{F\} = \{0\} \quad (3.8)$$

Burada yer değiştirme vektörü

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

hız vektörü

$$\{\dot{Q}\} = \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{V} \\ \dot{W} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

ve ivme vektörü

$$\{\ddot{Q}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{V} \\ \ddot{W} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

ile tanımlıdır. $[M]$ matrisi kütle terimlerinin bulunduğu matristir ve aşağıdaki şekildedir.

$$[M] = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & 0 \\ 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$[C]$ matrisi sönüm parametrelerinden oluşmaktadır ve aşağıda verilmiştir.

$$[C]=\begin{bmatrix} a' & 0 & 0 \\ 0 & b' & 0 \\ 0 & 0 & c' \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$[K_L]$ matrisi (3.6) denklemindeki lineer terimlerin katsayılarından teşkil edilmiştir.

$$[K_L]=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_2 & b_1 & b_3 \\ c_4 & c_5 & c_1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Benzer şekilde $[K_{NL}]$ matrisi (3.6) denklemindeki nonlinear terimlerin katsayılarından oluşturulmuştur.

$$[K_{NL}]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & a_4W \\ 0 & 0 & b_4W \\ c_6W & c_7W & (c_2W + c_3W^2) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Son olarak, $\{F\}$ vektörü yüklerle ilgili katsayılardan oluşmaktadır.

$$\{F\}=\begin{Bmatrix} a_5 \\ b_5 \\ c_8 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Denklem (3.8)'deki $\{\ddot{Q}\}$ terimi $\frac{\partial}{\partial t}\{\dot{Q}\}$ ile değiştirilirse,

$$[M]\frac{\partial}{\partial t}\{\dot{Q}\}+[C]\{\dot{Q}\}+[K]\{Q\}+\{F\}=\{0\} \quad (3.17)$$

elde edilir. Burada $[K]=[K_L]+[K_{NL}]$ ile tanımlıdır. Türev tanımı kullanarak (3.17) denklemini aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$[M]\frac{\{\dot{Q}\}^{n+1}-\{\dot{Q}\}^n}{\Delta t}+[C]\{\dot{Q}\}^{n+1}+[K]\{Q\}^{n+1}+\{F\}=\{0\} \quad (3.18)$$

Denklem (3.18) yeniden düzenlenerek ve

$$\{\dot{Q}\}^{n+1} = \frac{\{Q\}^{n+1} - \{Q\}^n}{\Delta t}$$

tanımı kullanılarak

$$\left(\frac{1}{(\Delta t)^2} [M] + \frac{1}{\Delta t} [C] + [K] \right) \{Q\}^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} [M] \{\dot{Q}\}^n + \left(\frac{1}{(\Delta t)^2} [M] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right) \{Q\}^n - \{F\} \quad (3.19)$$

elde edilir. (3.13), (3.14), (3.15) ve (3.16) denklemlerindeki matrisler (3.19) denkleminde yerine konursa, hareket denklemleri kapalı formda

$$\begin{aligned} A_1 U^{n+1} + A_2 V^{n+1} + A_3 W^{n+1} &= A_4 \\ B_1 U^{n+1} + B_2 V^{n+1} + B_3 W^{n+1} &= B_4 \\ C_1 U^{n+1} + C_2 V^{n+1} + C_3 W^{n+1} &= C_4 \end{aligned} \quad (3.20)$$

şeklinde yazılabilir. (3.20) denklemindeki katsayılar

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{a_0}{(\Delta t)^2} + a_1 + \frac{a'}{\Delta t}, \quad A_2 = a_2, \quad A_3 = a_3 + a_4 W^n, \quad A_4 = \frac{a_0}{\Delta t} \dot{U}^n + \frac{a_0}{(\Delta t)^2} U^n + \frac{a'}{\Delta t} U^n - a_5 \\ B_1 &= b_2, \quad B_2 = \frac{b_0}{(\Delta t)^2} + \frac{b'}{\Delta t} + b_1, \quad B_3 = b_3 + b_4 W^n, \quad B_4 = \frac{b_0}{\Delta t} \dot{V}^n + \frac{b_0}{(\Delta t)^2} V^n + \frac{b'}{\Delta t} V^n - b_5 \\ C_1 &= c_4 + c_6 W^n, \quad C_2 = c_5 + c_7 W^n, \quad C_3 = \frac{c_0}{(\Delta t)^2} + c_1 + c_2 W^n + c_3 (W^n)^2 + \frac{c'}{\Delta t} \end{aligned}$$

$$C_4 = \frac{c_0}{\Delta t} \dot{W}^n + \left(\frac{c_0}{(\Delta t)^2} + \frac{c'}{\Delta t} \right) W^n - c_8$$

$$\begin{aligned} D_1 &= B_2 - \frac{B_1 A_2}{A_1} & D_2 &= B_3 - \frac{B_1 A_3}{A_1} & D_3 &= B_4 - \frac{B_1 A_4}{A_1} & E_1 &= C_2 - \frac{C_1 A_2}{A_1} \\ E_2 &= C_3 - \frac{C_1 A_3}{A_1} & E_3 &= C_4 - \frac{C_1 A_4}{A_1} & E_4 &= \frac{E_1 D_3}{D_1} & E_5 &= E_2 - \frac{E_1 D_2}{D_1} \end{aligned}$$

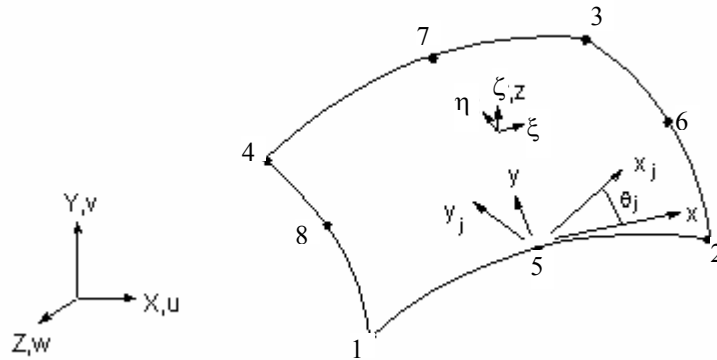
ile tanımlıdır. (3.20) denkleminde aşağıdaki eşitlikler elde edilebilir:

$$U^{n+1} = \frac{1}{A_1} [A_4 - A_2 V^{n+1} - A_3 W^{n+1}] \quad V^{n+1} = \frac{D_3 - D_2 W^{n+1}}{D_1} \quad W^{n+1} = \frac{E_3 - E_4}{E_5}$$

$[K_{NL}]$ matrisindeki nonlinear terimler iterasyon yapılarak lineerleştirilmiştir. Her Δt adımında, W^n ve W^{n+1} ifadeleri aynı oluncaya kadar iterasyon yapılmaktadır. C_4 ifadesindeki W^n değerleri hariç diğer bütün W^n değerleri, aslında W^{n+1} değeridir. İterasyon yapılarak W^n ve W^{n+1} değerlerinin aynı olması sağlanmaktadır.

3.4 Sonlu Elemanlar Modeli

ANSYS sonlu eleman yazılımı ile yapılan analizlerde 8 düğüm noktalı ve her bir düğüm noktasında 3 yer değiştirme ve 3 dönme olmak üzere 6 serbestlik derecesinin tanımlı olduğu SHELL 91 eleman kullanılmıştır. Şekil 3.1'de bu eleman modeli görülmektedir. Elemanın toplam 48 serbestlik derecesi bulunmaktadır. SHELL91 katmanlı kabuki yapıları veya kalın sandviç yapıları modellemekte kullanılmaktadır. 100 katmana kadar olan kabuklarda geometrik nonlineerlikleri modelleyebilme yeteneği vardır.



Şekil 3.1 : SHELL 91 eleman

Elemanın yer değiştirme alanı düğüm noktası yer değiştirmeleri ve dönmeler cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^8 N_i \frac{rt_i}{2} \begin{bmatrix} a_{1,i} & b_{1,i} \\ a_{2,i} & b_{2,i} \\ a_{3,i} & b_{3,i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x,i} \\ \theta_{y,i} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

Burada N_i şekil fonksiyonlarını, u_i , v_i , w_i i. düğüm noktasındaki yer değiştirmeleri, ζ kalınlık koordinatını, t_i i. düğüm noktasındaki kalınlığı, $\{a\}$ ξ yönündeki birim vektörü, $\{b\}$ elemanın düzlemi içindeki ve $\{a\}$ 'ya dik birim vektörü, $\theta_{x,i}$ i düğüm

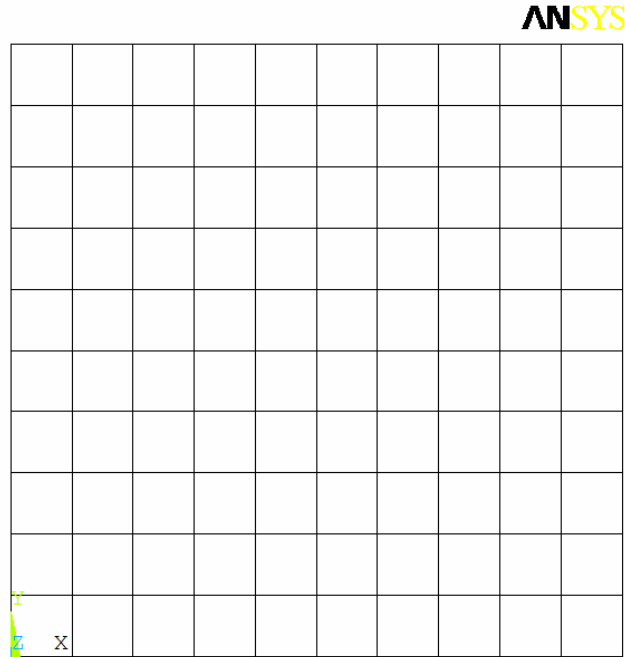
noktasında {a} vektörü etrafındaki dönmeyi ve $\theta_{y,i}$ i düğüm noktasında {b} vektörü
 Düğüm noktası ötelenmelerinin global kartezyen eksen yönlerinde ve düğüm noktası
 dönmelerinin eleman (ξ - η) uzayında olduğuna dikkat ediniz.

$$\begin{aligned}
 N_i &= \frac{1}{4}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1) & (i = 1, 2, 3, 4) \\
 N_i &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta_0) & (i = 5, 7) \\
 N_i &= \frac{1}{2}(1 + \xi_0)(1 - \eta^2) & (i = 6, 8)
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Burada

$$\xi_0 = \xi_i \xi \quad \eta_0 = \eta_i \eta \tag{3.23}$$

şeklindedir. Burada ξ_i ve η_i -1 ile 1 arasında değişen boyutsuz ξ , η eğrisel koordinatlarının i. düğüm noktasında aldığı değerleri göstermektedir. Şekil 3.2’de analizlerde kullanılan sonlu eleman modeli görülmektedir.



Şekil 3.2 : Sonlu eleman modeli

4 SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde anlık basınç yüküne maruz katmanlı kompozit plaklar için yapılan yaklaşık-sayısal ve sonlu eleman analiz sonuçları sunulacaktır. İlk kısımda plak geometrisi ve malzeme özellikleri verilmiştir. Daha sonra üç farklı sınır şartı için sayısal sonuçlar verilmiştir. Her bir sınır şartı için ANSYS yazılımı kullanılarak geometrik nonlinear statik analiz çalışmaları, serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Bu tezde kullanılan sonlu farklar yöntemi için yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Ankastre sınır şartı için plağın orta noktasındaki birim uzama değerleri literatürdeki deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Yine bütün sınır şartları için katmanlı kompozit plağın dinamik davranışına açıklık oranının, elyaf oryantasyonunun ve katman sayısının (kalınlığın) etkileri parametrik olarak incelenmiştir. Sönümlü ve sönümsüz halde plağın anlık basınç yükü altındaki davranışlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Farklı sınır şartları için plağın dinamik davranışı incelenmiş, plağın farklı noktalarında yer değiştirme ve birim uzama analizi sonuçlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Yaklaşık-sayısal çözüm tekniği ile elde edilen sonuçlar ANSYS sonlu elemanlar yazılımı ile bulunan sonuçlarla karşılaştırılıp uyumları değerlendirilmiştir.

4.1 Geometri ve Malzeme Özellikleri

Bu çalışmada Türkmen [17] tarafından deneysel çalışmalarda kullanılan katmanlı kompozit plaklar kullanılmıştır. Seçilen malzeme (90°/0°) elyaf oryantasyonunda örgü kumaş ve yedi katmanlıdır. Her bir kompozit katmanı cam elyafı/epoksi malzemedir. Özellikleri $E_1 = 24.14$ GPa, $E_2 = 24.14$ GPa, $G_{12} = 3.79$ GPa, $\nu_{12}=0.11$, $\rho=1800$ kg /m³ şeklinde verilmiştir. Plağın boyutları $a = 0.22$ m, $b = 0.22$ m ve $h = 1.96$ mm'dir. Her bir katmanın kalınlığı 0.28 mm dir. Analizler düzgün yayılı anlık basınç yükü için yapılmıştır. Deneysel sonuçlar şok tüpünün açık ucundan 1 m uzaklıkta basınç dağılımının düzgün yayılı kabul edilebileceğini göstermektedir [37]. Basınç yükü parametreleri ankastre ve basit mesnetli plak için pik basıncı $p_m = 28.9$ kPa ve konsol plak için $p_m = 1.0$ kPa olarak alınmıştır. Bütün durumlarda Friedlander basınç fonksiyonundaki parametreler $\alpha = 0.35$ ve $t_p = 1.8$ ms olarak alınmıştır.

4.2 Ankastre Plak

Bu kısımda dikdörtgen şeklinde ve tüm kenarlarından ankastre mesnetli katmanlı kompozit plağın (bundan sonra kısaca ankastre plak denilecektir) analiz sonuçları verilmiştir. Problem önce ANSYS sonlu eleman yazılımı ile modellenerek statik ve geçici (transient) analizleri gerçekleştirilmiştir. Önceki bölümde elde edilen hareket denklemlerinin Galerkin metodu ve sonlu farklar metodu kullanılarak elde edilen çözümleri de bu bölümde sunulmuştur. Elde edilen çözümler deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca açıklık oranı, sönüm oranı, elyaf yönlenmesi ve katman sayısı gibi parametrelerin dinamik davranışa etkileri araştırılmıştır.

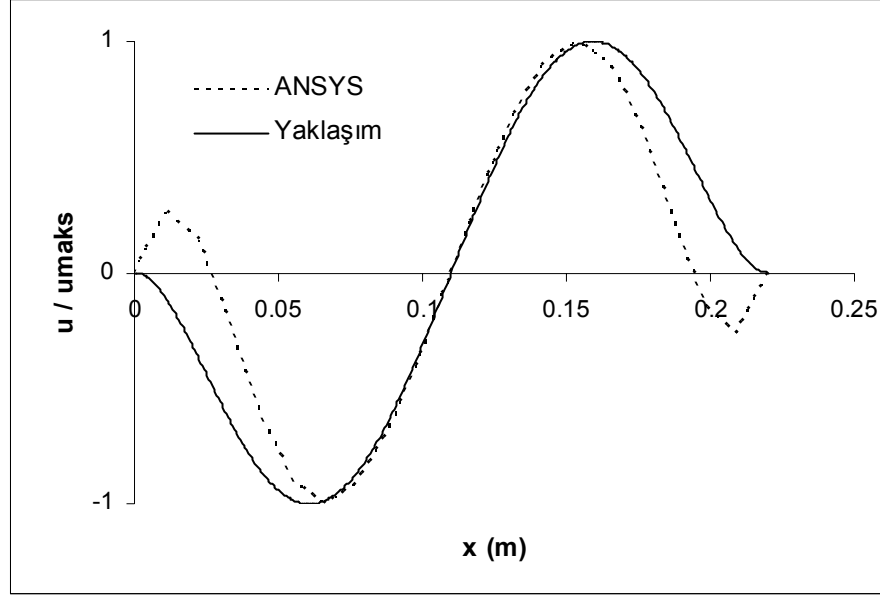
4.2.1 Nonlineer Statik Analiz

Çalışmada önce anlık basınç yükü altındaki ankastre plağın 28.9 kPa üniform basınç yükü altındaki deformasyonu ANSYS yazılımı kullanılarak incelenmiştir. Yaklaşık-sayısal çözümle yapılan dinamik analizlerde yalnız birinci moda karşılık gelen yer değiştirme fonksiyonu kullanılacaktır ve bu modun üniform basınç yükü altındaki plağın deforme olmuş şekli ile aynı olması beklenir. Dolayısıyla, elde edilen statik analiz sonuçları u , v ve w yer değiştirme fonksiyonları için daha sağlıklı bir yaklaşım yapılabilmesini sağlayacağı düşünülmüştür.

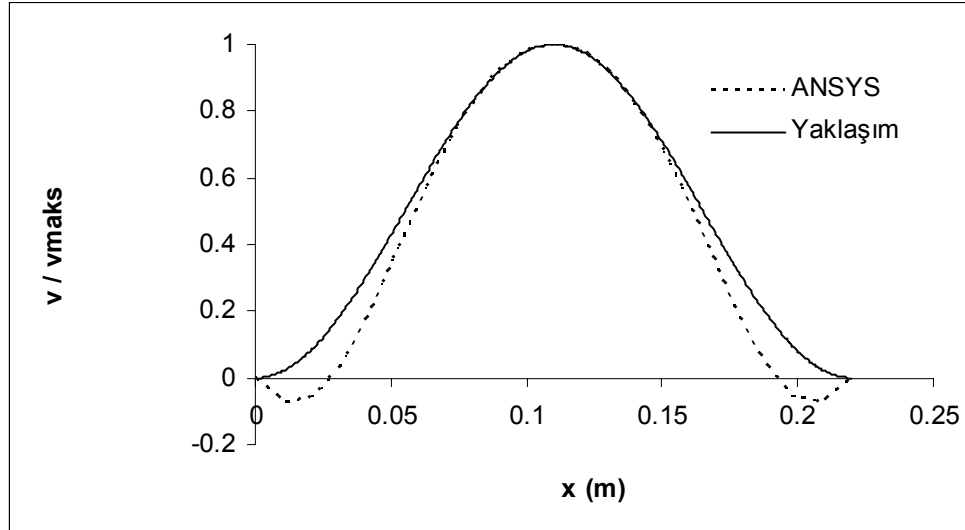
Şekil 4.1- Şekil 4.3 u , v ve w 'nin x ile değişimini göstermektedir. Burada Şekil 4.1'de verilen u 'nun x ile değişimi ve Şekil 4.3'de verilen w 'nin x ile değişimi plağın ortasından geçen $y=b/2$ hattı boyunca alınmıştır. Şekil 4.2'de verilen v 'nin x ile değişimi ise plağın çeyreğinden geçen $y=b/4$ hattı boyunca alınmıştır. Çünkü plağın orta noktasında v ile x değişimi sıfır çıkmaktadır. u 'nun x ile değişimi, v 'nin y değişimi ile aynı olduğundan v 'nin y ile değişimi burada gösterilmemiştir. Benzer şekilde, v 'nin x ile değişimi, u 'nun y ile değişimi ile aynı olduğundan v 'nin y ile değişimi burada gösterilmemiştir. Aynı şekilde, w 'nin x ya da y ile değişimi aynı olduğundan burada sadece w 'nin x ile değişimi gösterilmiştir. Çalışma boyunca tüm w değişimlerinde önce pozitif pik olarak gösterilmiştir. Aslında yükleme negatif z yönünde yapıldığından w 'nin ilk pik değeri negatif z yönündedir, ancak anlaşım kolaylığı açısından böyle yapılmıştır.

Şekil 4.4'de lineer ve nonlineer analizlerden elde edilen ϵ_x birim uzamasının plağın alt yüzeyindeki $y=b/2$ hattında x ile değişimleri verilmiştir. Beklenildiği gibi, nonlineer analiz sonucu elde edilen değerler lineer analiz sonuçlarına göre daha

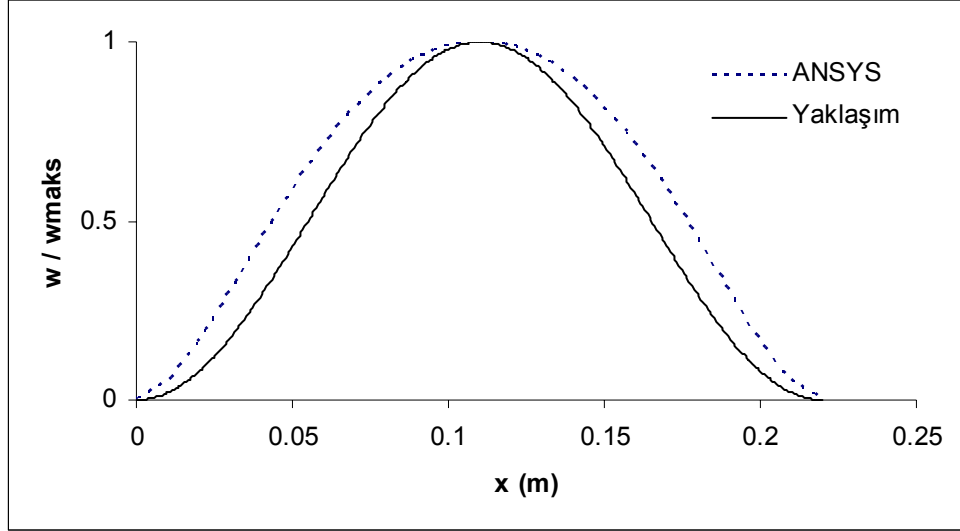
küçüktür. Lineer analiz plağın kenarlarına doğru açıklığının 1/4'ü kadarlık kısımda negatif birim uzamalar verirken orta bölgede pozitif birim uzamalar vermektedir.



Şekil 4.1 : Ankastre halde u 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)

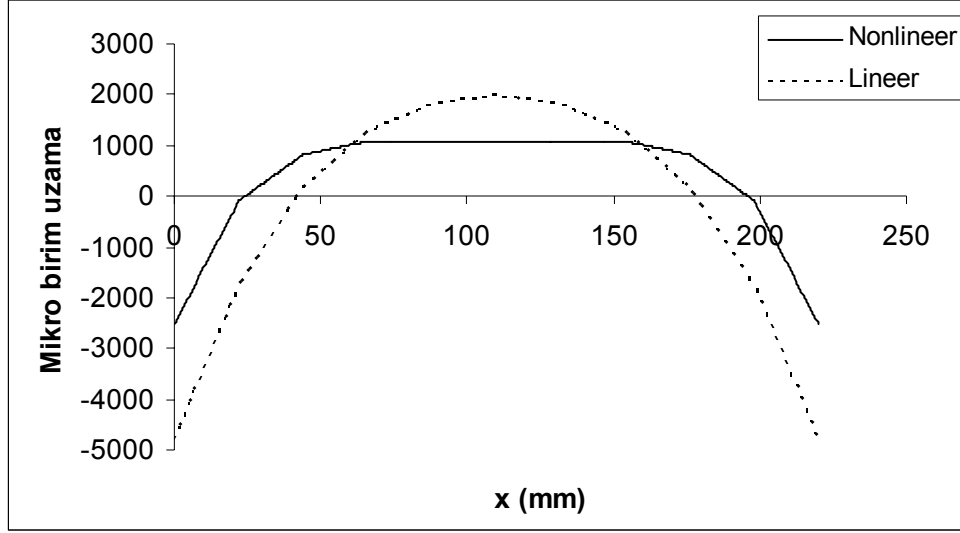


Şekil 4.2 : Ankastre halde v 'nin x ile değişimi ($y=b/4$)



Şekil 4.3 : Ankastrde w'nun x ile değişimi (y=b/2)

ϵ_x 'i veren (2.4) denklemlerinden birincisine bakıldığında birinci terimin düzlem içi etkiyi, ikinci terimin lineer etkiyi, üçüncü terimin nonlineer etkiyi gösterdiği anlaşılmaktadır. Şekil 4.1'den görülebileceği gibi büyük deformasyonlar durumunda kanarlara yakın bölgelerde düzlem içi etkiyi ifade eden $\partial u / \partial x$ türevinin negatif değerler olarak lineer terimden kaynaklanan negatif katkıyı artırırken, orta kısımda bu türevin aldığı pozitif değerler yine lineer terimden gelen pozitif katkıları artırmaktadır. Buradan söylenebilir ki plak alt yüzeyi için düzlem içi katılıklar bütün plak bölgesinde lineer terimden gelen katılarla toplanmaktadır. $\frac{1}{2}(\partial w / \partial x)^2$ nonlineer teriminden gelen katılar ise daima pozitif olduğundan alt yüzeyin kenara yakın bölgelerinde diğer iki terimden kaynaklanan katılarla toplanmakta; plağın orta kısımlarında ise çıkarılmaktadır. Ancak nonlineer davranış halinde lineer terim olan $\frac{h}{2}(\partial^2 w / \partial x^2)$ 'den gelen katılar düzlem içi katılık ve nonlineerliklerin etkisiyle maksimum çökme miktarının azalmasından dolayı düşmektedir.

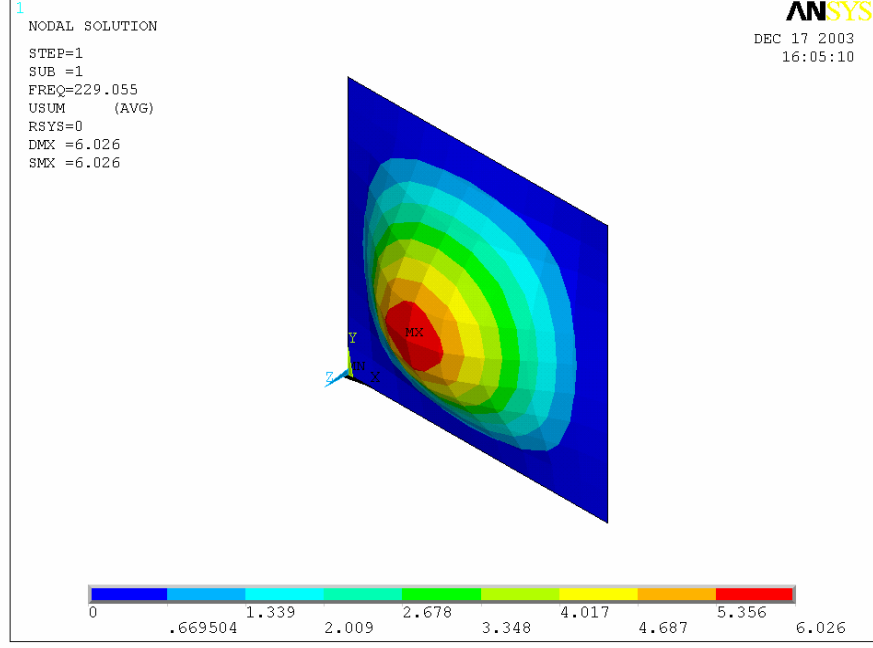


Şekil 4.4 : Ankastré plak için lineer ve nonlinear halde mikro birim uzamanın x ile değişiminin alt yüzeyde karşılaştırılması ($y=b/2$)

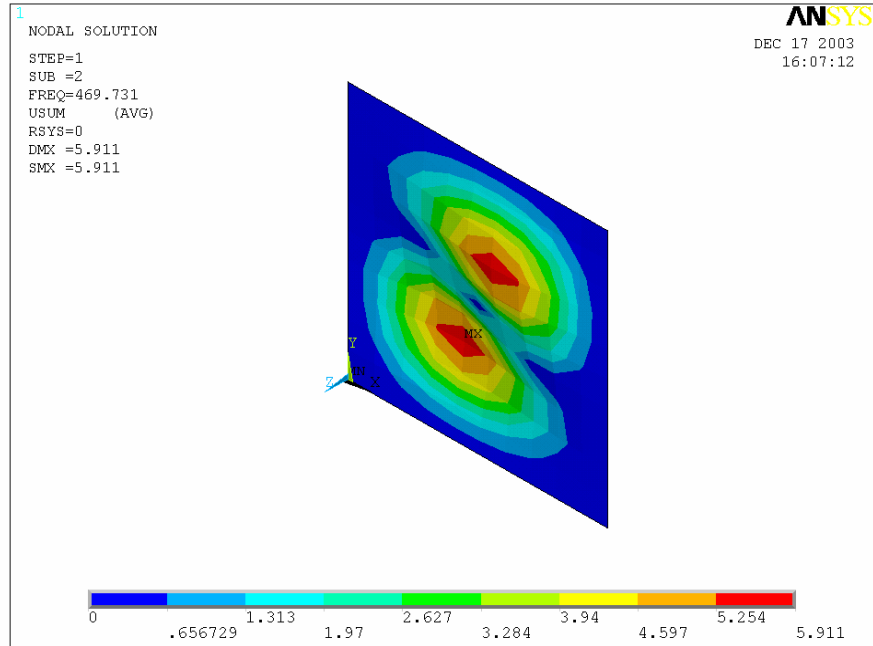
4.2.2 Serbest Titreşim Analizi

ANSYS yazılımı kullanılarak katmanlı kompozit plağın lineer serbest titreşim analizleri yapılmış, farklı mod şekilleri ile titreşim frekansları elde edilmiştir. ANSYS ile elde edilen serbest titreşim analiz sonuçları ve mod şekilleri Şekil 4.5-Şekil 4.8'de verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre $f_{11} = 229.1$ Hz, $f_{12} = f_{21} = 469.7$ Hz, ve $f_{22} = 657.4$ Hz'dir. Plağın anlık basınç yükü etkisi altındaki dinamik davranışının incelenmesinden ilk üç modun katkısının önemli olduğu görülmektedir.

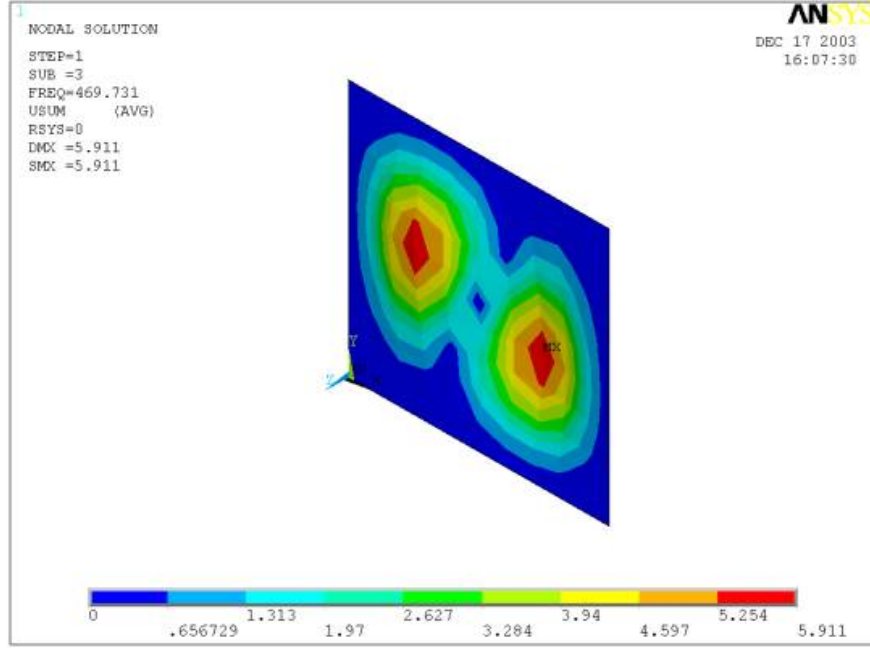
Plağın büyük deformasyonlarında düzlem içi katılıkların (germenin) ve geometrik nonlinearliklerin etkisiyle bu frekanslarda yükselme olacaktır. Dolayısıyla plağın anlık basınç yükü altındaki yüksek genlikli titreşimleri sırasında doğal frekansları sürekli olarak değişecektir. Ancak yapısal sönümlerin etkisiyle genliklerin plak kalınlığından daha aşağı seviyelere düşmesinden sonra plak artık lineer haldeki doğal frekansları ile titreşmeye başlayacaktır.



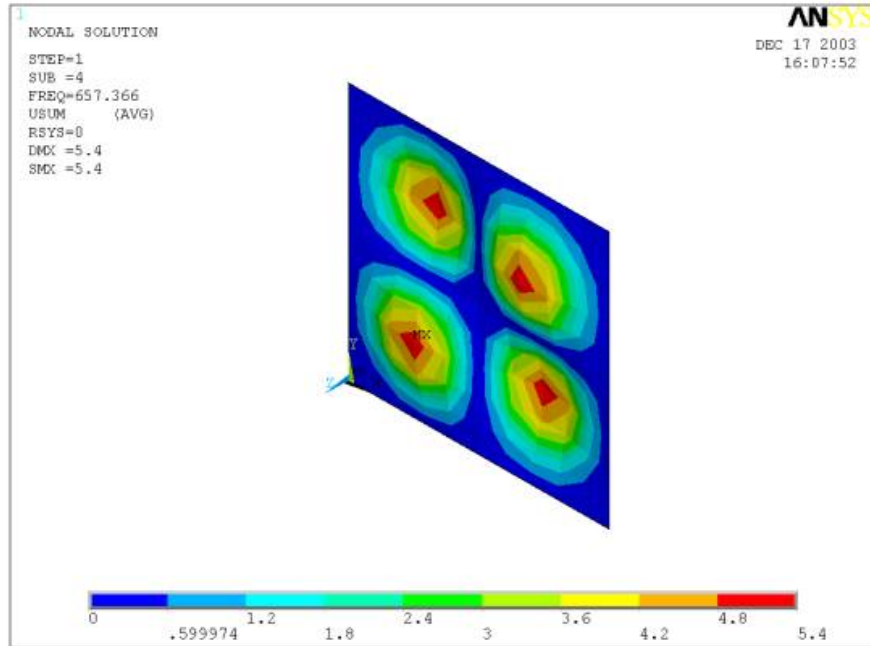
Şekil 4.5 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim birinci mod şekli



Şekil 4.6 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim ikinci mod şekli



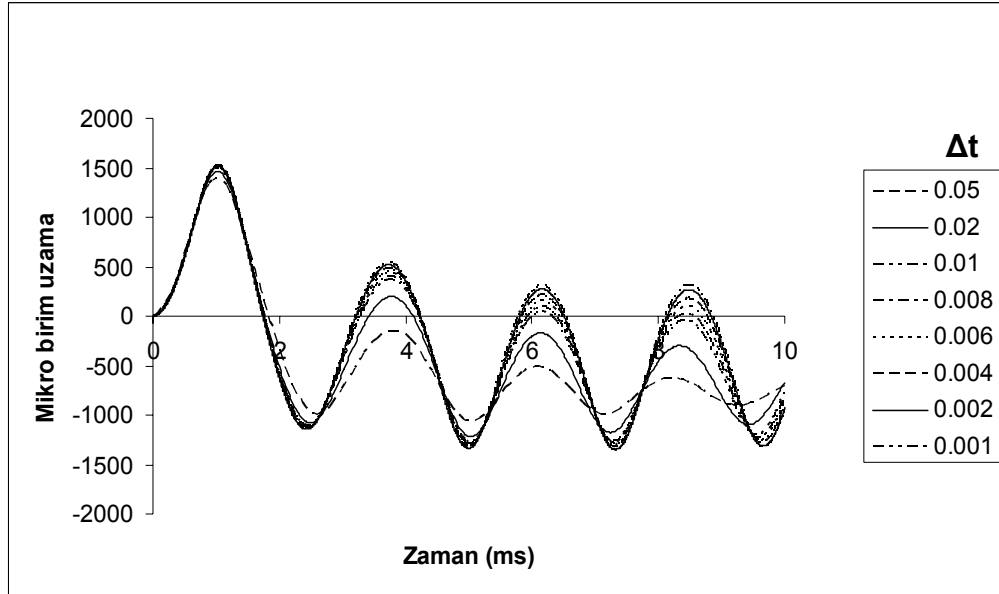
Şekil 4.7 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim üçüncü mod şekli



Şekil 4.8 : Tüm kenarlarından ankastre halde ANSYS serbest titreşim dördüncü mod şekli

4.2.3 Yakınsama ve Sonuçların Karşılaştırılması

Yaklaşım fonksiyonlarının ilk terimi alınarak nonlinear bağlı bir çözüm sonlu farklar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. En uygun zaman adımını tespit edebilmek için ilk önce yakınsama çalışması yapılmıştır. Zaman adımı seçimi için farklı aralıklar seçilerek analiz yapılmıştır. Şekil 4.9'da görülebileceği gibi 0.002 ms'lik bir zaman adımı için yeterli bir yakınsamanın sağlandığı görülmektedir. Bu nedenle bundan sonraki analizlerde zaman adımı 0.002 ms olarak alınmıştır.



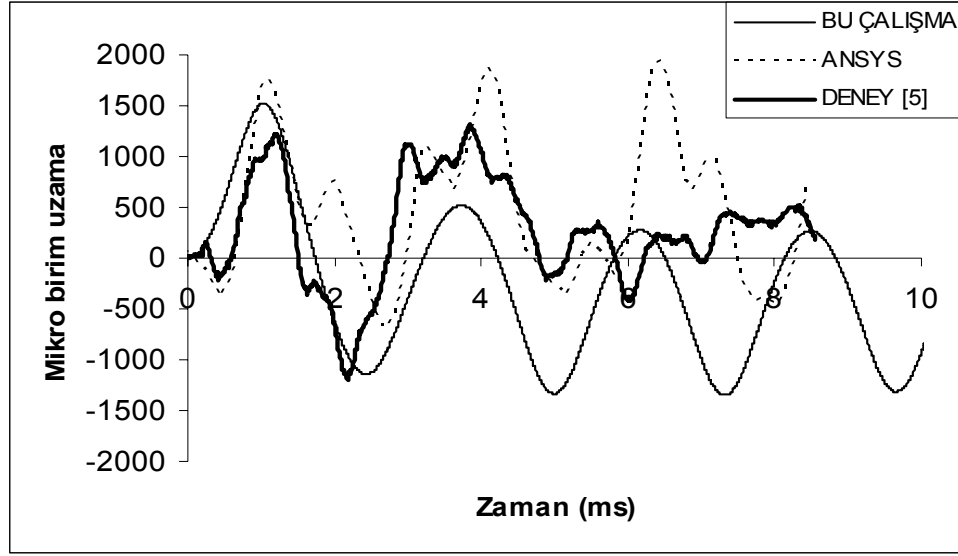
Şekil 4.9 : Ankastre plak için zaman adımına göre yakınsamanın incelenmesi
($x=a/2, y=b/2$)

Ankastre plağın orta noktasındaki birim uzama değerleri için ANSYS, deney [17] ve bu çalışmada elde edilen sonuçların karşılaştırılması Şekil 4.10'da verilmiştir. Nonlinear geometrik teori kullanılarak elde edilen sonuçlar ANSYS ve deney sonuçları ile karşılaştırıldığında ilk 3 ms'de sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmektedir. Bundan sonraki davranış deneysel sonuçlarla ancak niteliksel bir uyum göstermektedir. 3 ms'den sonraki uyumsuzluğa ikinci ve üçüncü modların dinamik davranış üzerinde etkili olmasının ve yapısal sönümün titreşimleri sınırlandırmasının sebep olduğu değerlendirilmektedir. Farklılığın diğer bir kaynağı, anlık basınç yükü ile plak arasında meydana gelen aeroelastik etkileşim olabilir. Türkmen [37] deneysel çalışmaları esnasında, basınç ölçümlerini kalın tahta numunelerde yaptığı halde, birim uzama ölçümlerini katmanlı ince kompozit

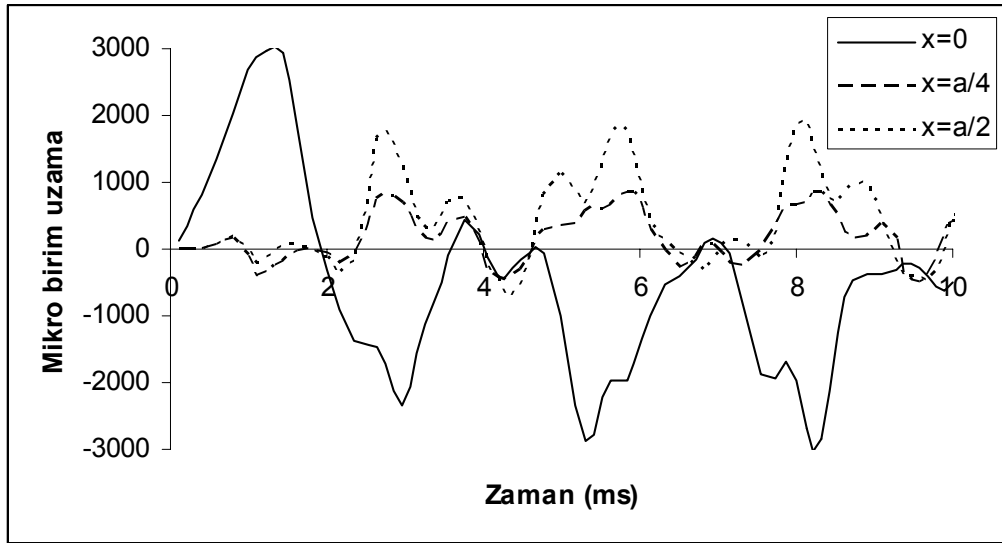
plaklarda yapmıştır. Bundan dolayı, deney sonuçları plak ile anlık basınç yükü arasındaki etkileşimleri içermemektedir.

Şekil 4.11’de ANSYS yazılımı kullanılarak ankastre plağın üst yüzeyinde $y=b/2$ için farklı noktalarda x yönündeki birim uzamaların karşılaştırılması yapılmaktadır. $x=0$ için, yani plak kenarlarında, maksimum birim uzama ortaya çıkmakta ve sadece birinci modun etkisi görülmektedir. $x=a/4$ için, statik analizdekine benzer tarzda, birim uzamalar küçülmektedir. Beklendiği gibi uca doğru gittikçe x yönündeki birim uzamanın azaldığı görülmektedir. Ortada ise nispeten kenardaki değerlerden düşük fakat $a/4$ civarındaki değerlerden de yüksek birim uzamalar elde edilmektedir ki bu da statik davranışta plak üzerinde birim uzamaların değişim karakterine uymaktadır. Dikkat edilirse kenardaki birim uzamalarla ortadaki birim uzamaların salınım formları da birbirine terstir.

Şekil 4.12’de ANSYS ve bu çalışmada elde edilen plağın orta noktasının z yönündeki yer değiştirmeleri karşılaştırılmaktadır. İki çözümün iyi bir uyum içinde olduğu ancak ANSYS ile elde edilen çözümün frekansının daha düşük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni ANSYS çözümünün frekanslar üzerindeki nonlineerlik etkilerini hesaba katmamasıdır. Şekil 4.3 ile verilen nonlineer statik analiz sonuçlarına göre plak ortasındaki maksimum çökme 3 mm olarak elde edilirken, Şekil 4.12’de verilen dinamik analiz sonuçları plak ortasında, 3.8 mm’lik maksimum çökme vermektedir.



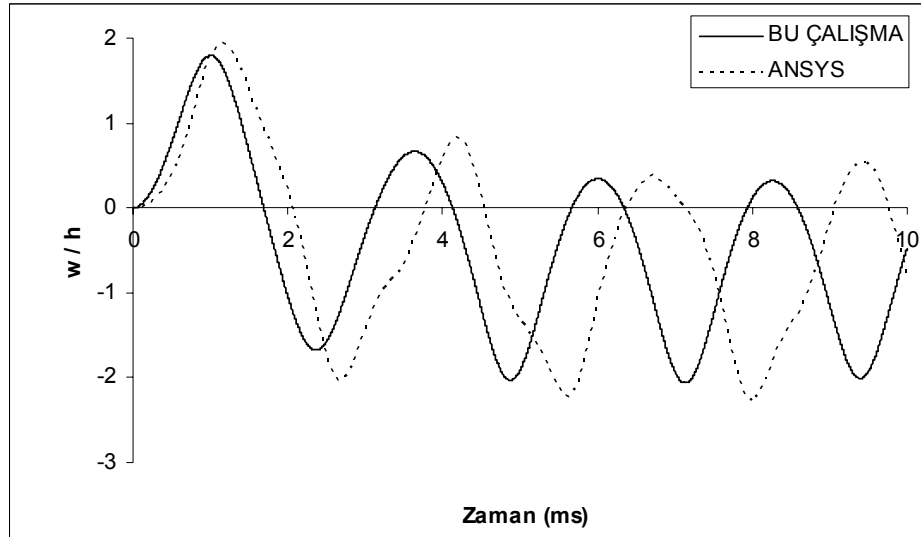
Şekil 4.10 : Ankastre plağın alt yüzeyinin orta noktasında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması



Şekil 4.11 : Ankastre plağın üst yüzeyinin farklı noktalarında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması (ANSYS)

Tablo 4.1. Ankastre plak üzerindeki farklı noktalarda nonlinear statik ve geçici (transient) halde maksimum birim uzamaların karşılaştırılması

X	Maksimum Birim Uzama	
	Nonlinear Statik	Geçici (transient)
$x = 0$	2520	3000
$x = a/4$	950	800
$x = a/2$	1060	1750



Şekil 4.12 : Ankastre plağın orta noktasının z yönündeki boyutsuz yer değişirmesinin karşılaştırılması

4.2.4 Parametrik Çalışmalar

Bu kısımda açıklık oranı, elyaf oryantasyonu, katman sayısı ve sönüm oranlarının incelendiği parametrik çalışmalar yapılarak sonuçları sunulmuştur.

4.2.4.1 Açıklık Oranı

Plak için farklı iki açıklık oranı çalışması yapılmıştır. İlk olarak, ankastre plağın bir kenarının uzunluğu sabit tutulmuş, diğer kenar boyutları değiştirilerek orta noktadaki

birim uzama bakımından açıklık oranlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Bu çalışma Şekil 4.13'te görülmektedir. Karşılaştırmada açıklık oranları 0.5, 1 ve 2 olarak alınmıştır. Analizler, özellikleri 4.1 kısmında verilen 7 katmanlı kompozit malzeme için yapılmıştır. Şekil 4.13'te verilen sonuçlar açıklık oranı arttıkça titreşim genliğinin düştüğünü göstermektedir.

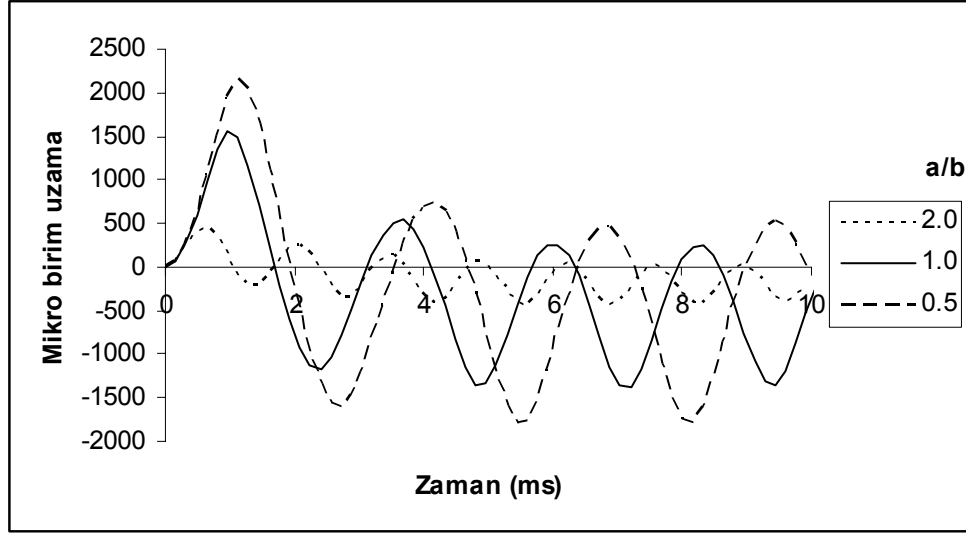
Daha sonra farklı sınır şartları altında plağın yüzey alanı sabit kalacak şekilde açıklık oranları değiştirilerek ikinci bir çalışma yapılmıştır. Tüm kenarlarından ankastre halde farklı açıklık oranları için plağın alt yüzeyindeki $x=a/2$, $y=b/2$ noktası için birim uzamanın zamanla değişimi Şekil 4.14'de ve z yönündeki yer değiştirme değişimi ise Şekil 4.15'te verilmiştir.

Şekil 4.13 ile Şekil 4.14'ün karşılaştırılmasından açıklık oranı analizinde esas alınan kriterin önemli olduğu ortaya çıkmaktadır. Şekil 4.13'te sonuçları verilen yaklaşımda plağın kenar uzunluğu a sabit tutulurken diğer kenar uzunluğu olan b değiştirilmektedir. Dolayısıyla açıklık oranı a/b'nin artması, plak alanının azalması ile sonuçlanmaktadır. Bu da plak üzerindeki basınç yükünün azalmasına yol açacak ve çökme miktarlarında küçülme ile sonuçlanacaktır. Ayrıca plağın bir boyutunun bu şekilde küçültülmesi plağın katılığında artışa neden olacak ve bu durum plağın üzerindeki basınç aynı kalsa bile çökmelerde düşmeye yol açacaktır.

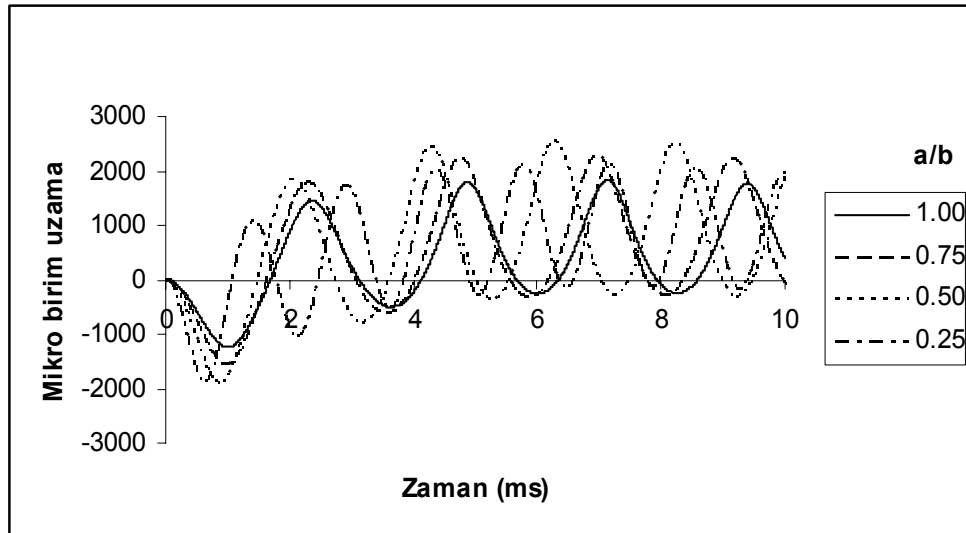
Plak alanının korunduğu ikinci çalışmanın sonuçları mühendislik uygulamaları için daha anlamlı olabilir. Şekil 4.14'te birim uzama sonuçlarının verildiği bu açıklık oranı çalışmasında plak alanı korunarak plağın üzerine gelen yük miktarı sabit tutulmaktadır. Dolayısıyla yalnızca katılık değişiminin plak davranışına etkisi görülmüştür. Buna göre açıklık oranının bir olduğu plağın (kare plak) orta noktasındaki birim uzamanın daha düşük genliğe sahip olduğu görülmektedir. Bu da, mesela bir hava aracındaki anlık basınç yükü etkileri ve diğer basınç etkileri düşünüldüğünde, uçak, helikopter ve roket panellerinin mümkün mertebe kare şeklinde yapılmasının daha uygun olacağını göstermektedir.

Aynı yaklaşımla elde edilen ve açıklık oranının çökme davranışı üzerindeki etkilerini gösteren Şekil 4.15'in değerlendirilmesinden açıklık oranının çökmeler üzerinde daha etkili olduğu söylenebilir. Açıklık oranı arttıkça, esas alınan yaklaşım gereği alan korunacak şekilde a uzunluğu küçülürken b uzunluğu artmaktadır. Alan korunacak şekilde uzunluklardan birinin küçülmesi çökme miktarını düşürücü etki yapmaktadır. Buradan şunu da söylemek mümkündür ki w_{maks}/a oranı, w_{maks}/b

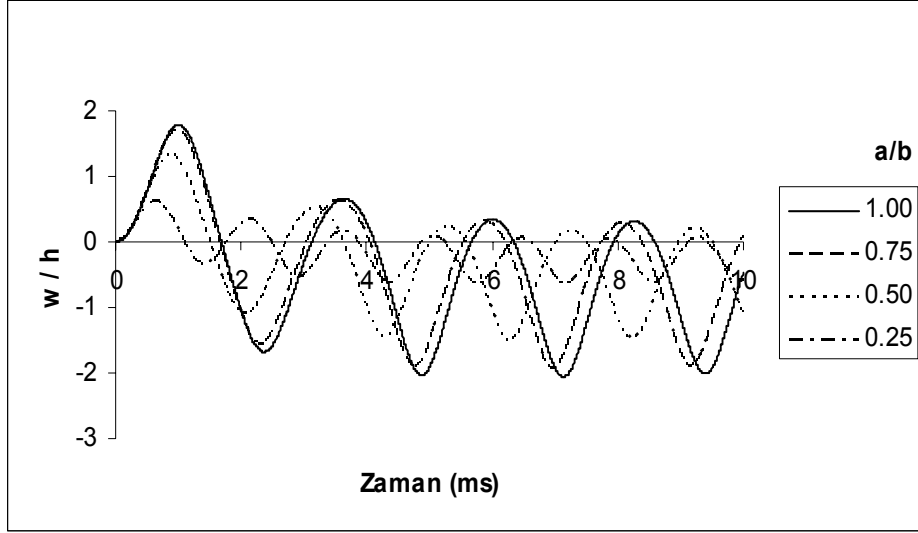
oranına göre daha yüksek olacağından ε_x değeri ε_y değerine göre daha büyük değerler alacaktır. Nonlineerliklerin ve düzlem içi katlıkların ε_x üzerindeki etkileri de ε_y üzerindeki etkilerinden daha yüksek olacaktır. Çökmelerin büyüklüğü esas alındığında kare plağın iyi bir seçim olmadığı görülmektedir. Özellikle nonlineer aeroelastik davranışlarda çökmelerin yüksekliği olumsuz yönde etkili olacaktır.



Şekil 4.13 : Ankastré plak için bir kenarın uzunluğu sabit tutularak üst orta noktada açıklık oranlarının karşılaştırılması



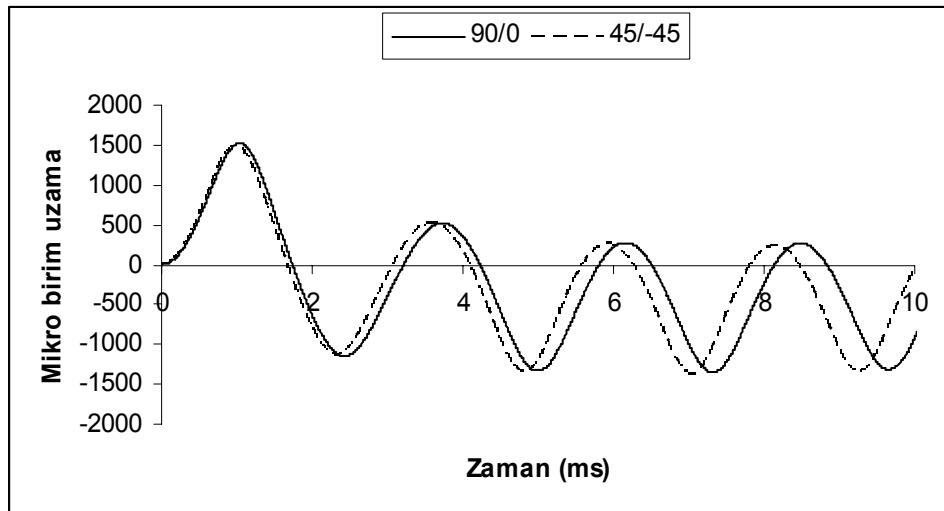
Şekil 4.14 : Ankastré plak için üst orta noktada farklı açıklık oranlarında mikro birim uzamaların karşılaştırılması



Şekil 4.15 : Tüm kenarlarından ankastre plak için orta noktada farklı açıklık oranlarında z yönündeki boyutsuz yer değiştirmelerin karşılaştırılması

4.2.4.2 Elyaf Oryantasyonu

Aynı malzeme için tüm kenarlarından ankastre halde elyaf oryantasyonunun karşılaştırılması da yapılmıştır. Şekil 4.16’da bu karşılaştırma görülmektedir. Yedi katmanlı kompozit plak için birinci durumda elyaf oryantasyonu (90/0), ikinci durumda ise (45/-45) seçilerek aynı basınç yükü altındaki plak davranışı incelenmiştir. İncelenen oryantasyonlar için davranışta önemli bir farklılık görülmemektedir. (45/-45) oryantasyonu titreşim frekansını bir miktar yükseltmektedir.

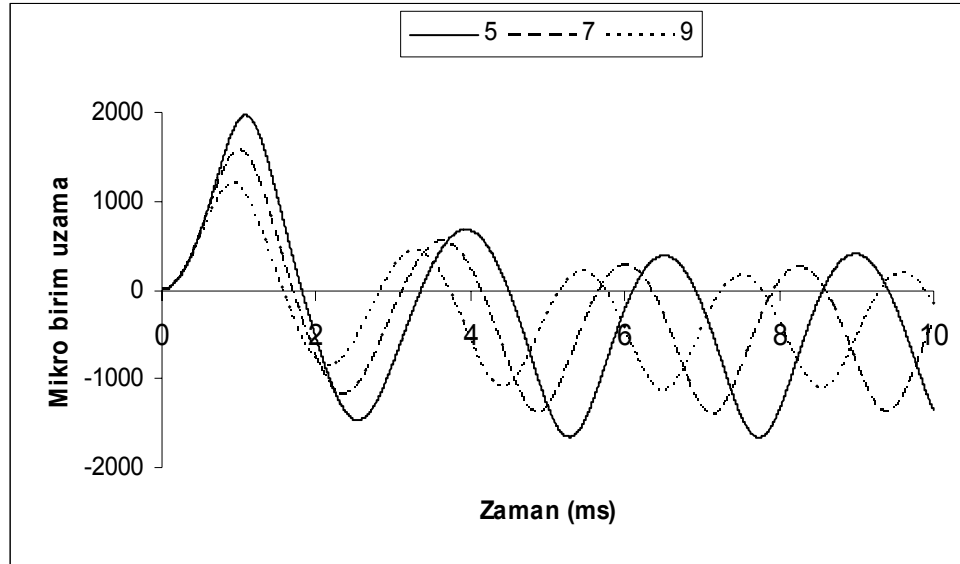


Şekil 4.16 : Elyaf oryantasyonunun incelenmesi

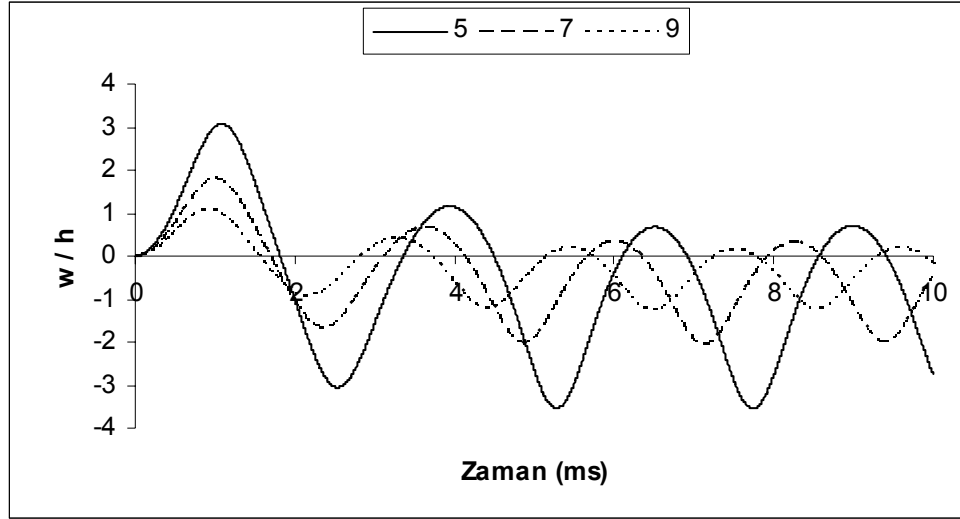
4.2.4.3 Katman Sayısı

Aynı malzeme için tüm kenarlarından ankastre halde katman sayısının karşılaştırılması Şekil 4.17’de görülmektedir. Farklı kalınlıklarda aynı basınç yükü altındaki plağın üst orta noktasında birim uzama değişimleri incelenmiştir. Katman sayısı arttıkça kalınlık da artmaktadır. Bu durumda beklenildiği gibi genlik düşmekte ve frekans artmaktadır. Anlık basınç yükünün uyardığı titreşim modu eğilme modu olduğundan katılık kalınlığın kübü (h^3) ile artarken kütle kalınlıkla orantılı (h) olarak artacaktır. Buna göre grafiği yorumlarsak, 9 katmanlı plağın frekansının 5 katmanlı olanına göre yaklaşık 2 katı kadar olmasını bekleriz. Ancak 5 katmanlı plakta düzlem içi gerilmelerin şiddeti 9 katmanlı olana göre daha yüksek olacaktır. Çünkü aynı basınç yükü altında çökme miktarı 5 katmanlı plakta 9 katmanlı plaktan daha fazla olduğundan düzlem içi katılık katkıları ve nonlinear etkiler daha yüksektir.

Sonuç olarak katman kalınlığı arttıkça düzlem içi ve nonlinear etkilerde meydana gelen azalma ile birlikte bunların frekans artırıcı etkileri de azalmaktadır. Şekil 4.18’deki w-t grafiğinde görüldüğü gibi kalınlık arttıkça nonlinear etkiler düşmektedir. Bu etkiler plağın z yönündeki yer değiştirmesini azaltıcı yönde etki edeceğinden kalınlık azalması ile lineere göre beklenildiğinden az genlik artışı görülmektedir.



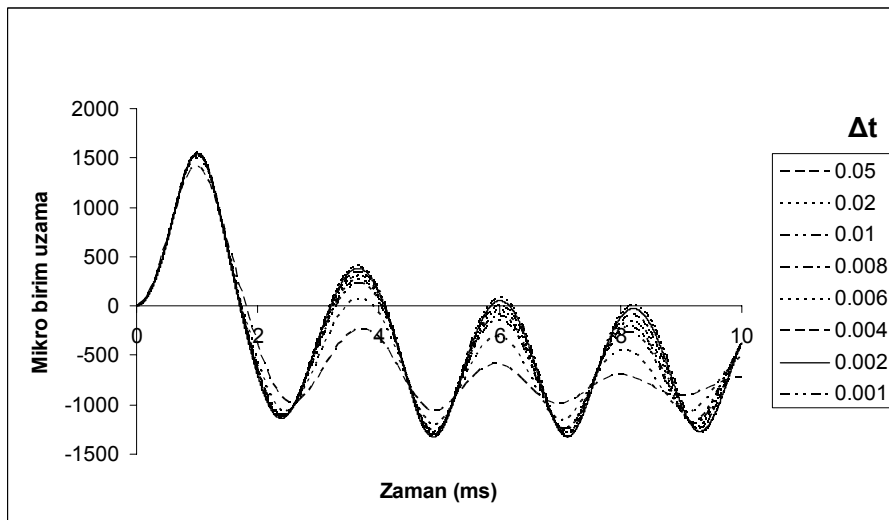
Şekil 4.17 : Ankastre mesnetli halde katman sayısı ile mikro birim uzama değişiminin incelenmesi



Şekil 4.18 : Ankastr mesnetli halde katman sayısı ile yer değiştirmedeki değişimin incelenmesi

4.2.4.4 Sönümlü Titreşimler

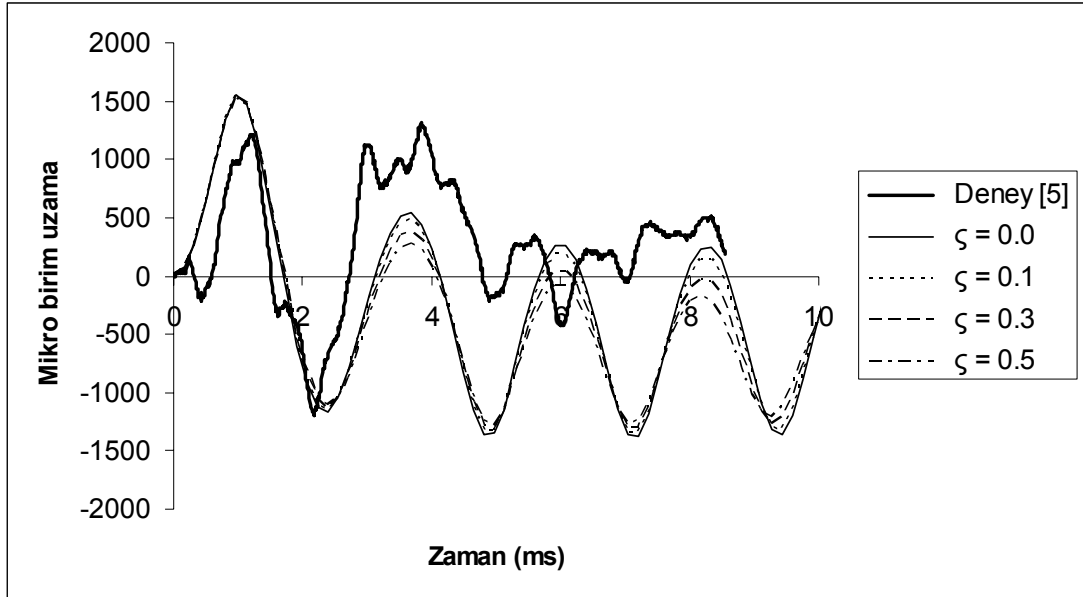
Sönüm etkilerinin hesaba katıldığı analiz çalışmaları öncesinde de bir yakınsama çalışması yapılmıştır. Yakınsama çalışması için tüm kenarlarından ankastr mesnetli plak seçilmiştir. Sönümsüz halde olduğu gibi, zaman adımı seçimi için farklı aralıklar seçilerek analiz yapılmıştır. Viskoz sönüm oranı $\zeta (\equiv d_3/2\omega\bar{m})$, yakınsama çalışması için 0.3 olarak alınmıştır. Burada ω sönümsüz doğal frekansı göstermektedir. Tüm kenarlarından ankastr plak için analiz sonuçları Şekil 4.19’da görülmektedir. Zaman adımı, kararlılığın görüldüğü 0.002 ms olarak alınmıştır.



Şekil 4.19 : Sönümlü halde zaman adımı yakınsaması

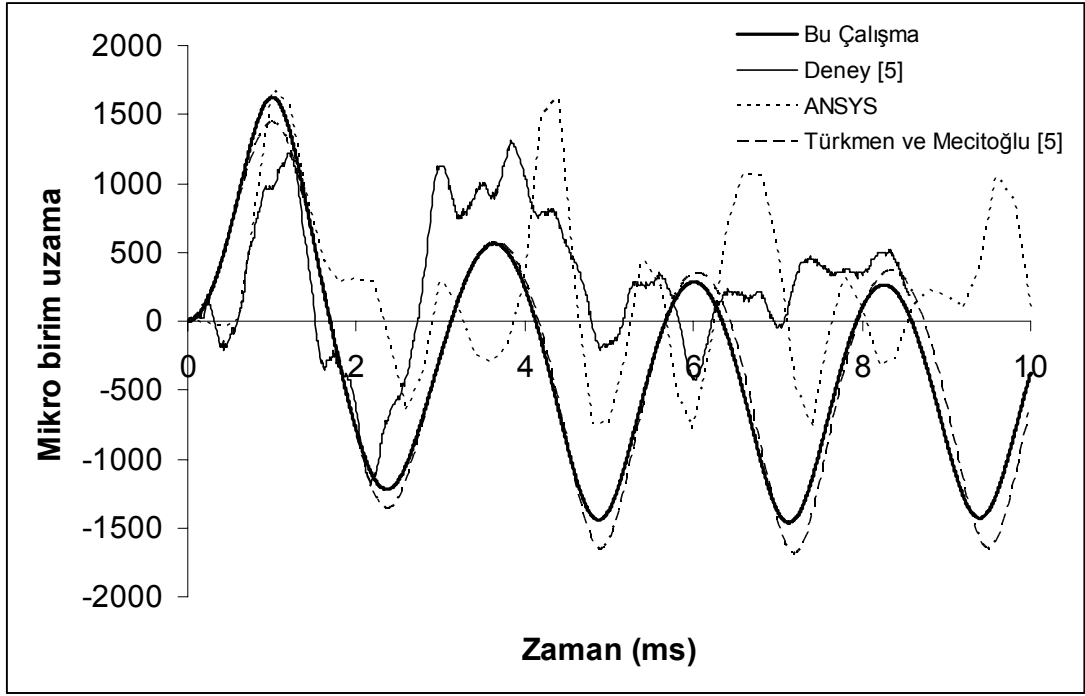
Sönümlü hal için sayısal ve deneysel sonuçlar

Şekil 4.20’de karşılaştırılmıştır. Farklı viskoz sönüm oranları için analiz yapılmıştır. Şekil 4.21’de ise düzlem-içi etkilerin hesaba katıldığı bu çalışma ile daha önce Türkmen ve Mecitoğlu [5] tarafından yapılan ve düzlem-içi etkilerin hesaba katılmadığı çalışma karşılaştırılmıştır. Düzlem-içi etkilerin hesaba katıldığında genliğin düştüğü ve deneye daha yakın sonuçların elde edildiği görülmüştür.



Şekil 4.20 : Farklı sönüm oranları için ankastre plağın orta noktasındaki ϵ_x birim uzamasının zamanla değişimi

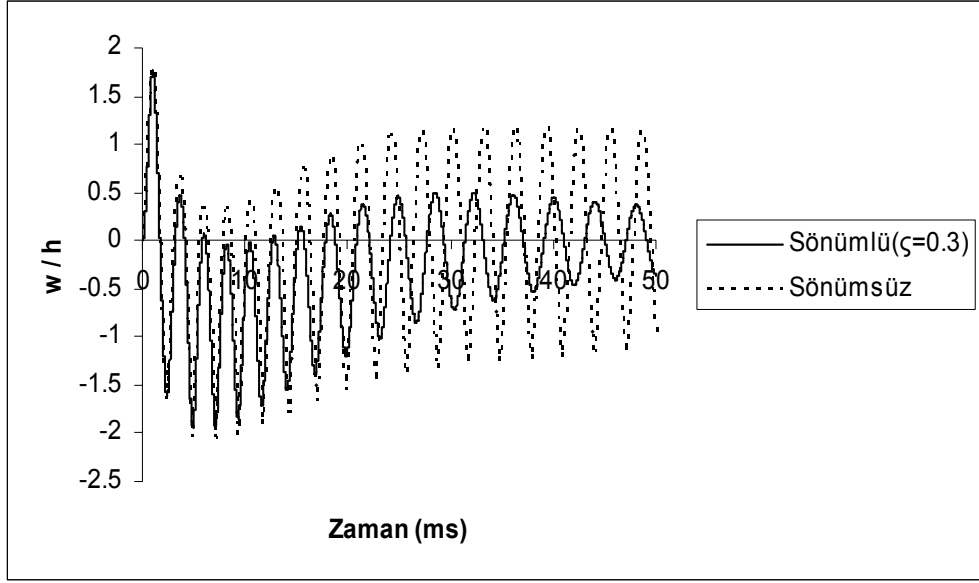
Plağın uzun zaman cevabının sönümlü ve sönümsüz halde boyutsuz olarak karşılaştırılması Şekil 4.22’de gösterilmiştir. Sönümlü hal için viskoz sönüm oranı $\zeta=0.3$ olarak alınmıştır. Plağın yer değiştirme cevabının patlama basıncını takip ettiği görülmektedir. İlk patlama anında, büyük yer değiştirme etkilerinden dolayı yüksek düzlem-içi etkilerin oluşması, plağın dinamik cevabının frekansını artırdığı Şekil 4.22’de görülmektedir. Anlık basınç yükü şiddetini yitirmeye başladığında titreşim genliği plak kalınlığından daha az olmakta ve nonlineer etkiler ortadan kalktığı için frekans düşme eğilimine girmektedir. Şekil 4.23’ te ise $\zeta=0.3$ için plağın orta noktasının yer değiştirmesinin uzun cevabının ANSYS ile karşılaştırılması görülmektedir.



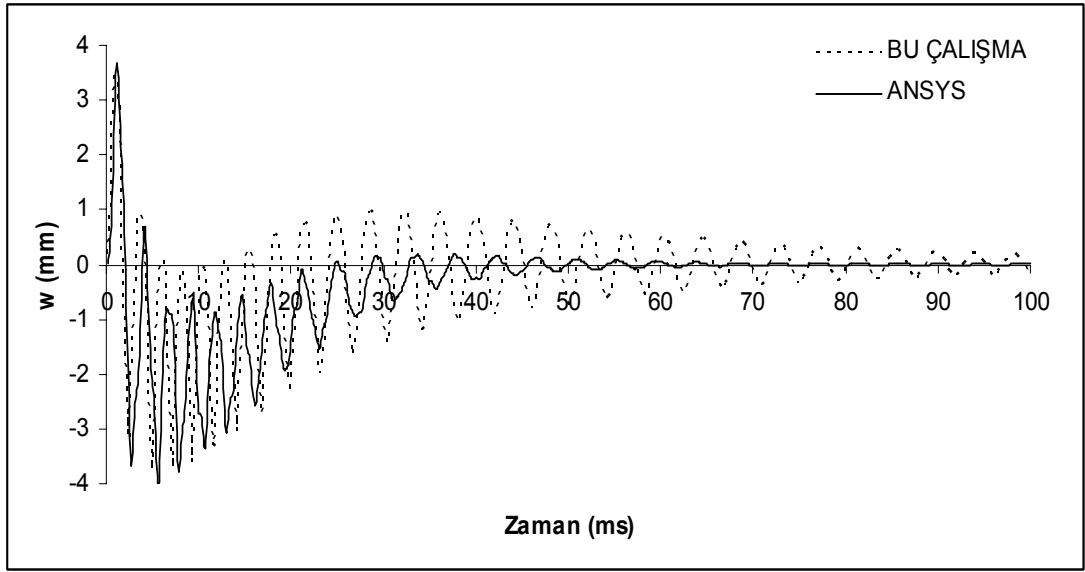
Şekil 4.21 : Farklı sönüm oranları için ankastre plağın orta noktasındaki ϵ_x birim uzamasında düzlem-içi etkilerin karşılaştırılması

Diğer yandan, sönümsüz ve sönümlü cevapların incelenmesinden sönümün plağın titreşim frekansını az miktarda düşürdüğü görülmektedir. Bu düşmeye sönümün doğrudan etkisinin yanı sıra nonlineer davranışında etkisi vardır. Çünkü plağın titreşim genlikleri sönüm nedeniyle azalırken nonlineerlik etkiler de azalmaktadır. Bu da titreşim frekansını azaltıcı etki yapacaktır.

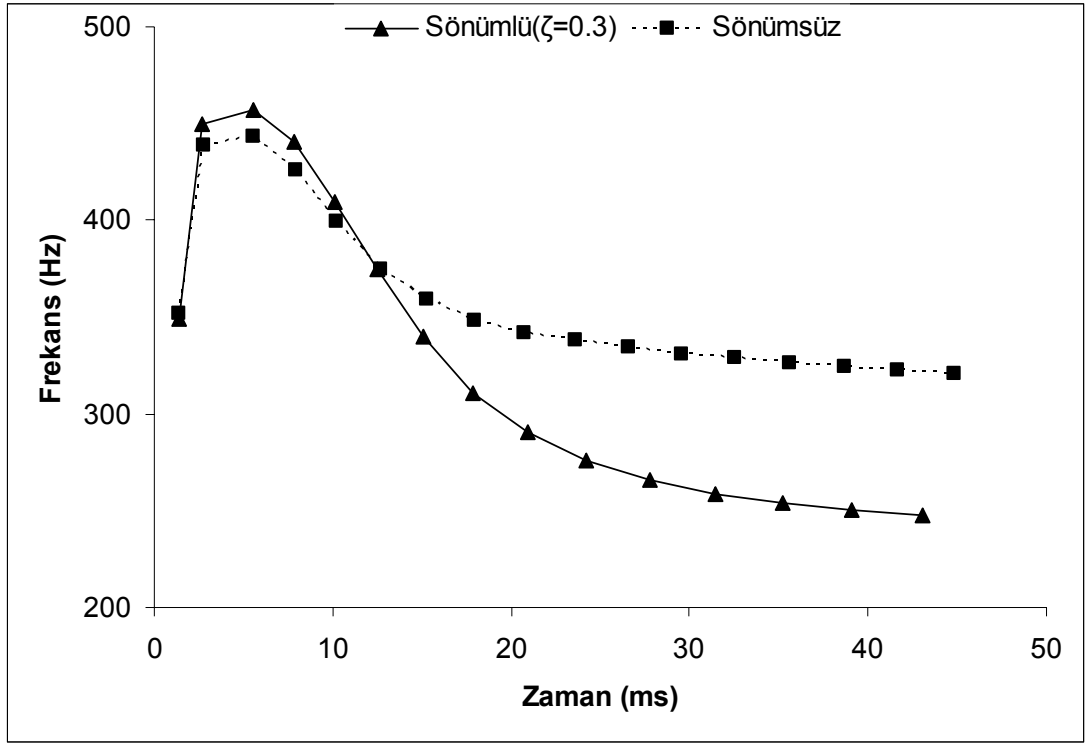
Şekil 4.24'te sönümlü ve sönümsüz halde titreşim frekanslarının zamanla değişimi verilmiştir. Titreşim hareketi sırasında bir çevrimin bitip diğer çevrimin başladığı noktada fonksiyonun ikinci türevinin sıfır olacağı (eyer noktası) kuralı kullanılarak her bir çevrimin frekansı hesaplanmıştır. Şekilden görüleceği gibi hareketin ilk on ms'i için sönümsüz ve sönümlü frekanslar birbirine yakındır. Bu frekanslar Kısım 4.2.2'de verilen plağın ilk doğal frekansı 229.1 Hz'den oldukça yüksektirler. Bunun sebebi bu zaman diliminde oluşan yüksek titreşim genlikleridir. Hareketin daha sonraki kısmında sönümsüz titreşimin genlikleri lineer seviyeye kadar düşmediğinden frekansı da lineer doğal frekansa yaklaşmamaktadır. Sönümlü halde ise genlikler hızla düşmekte ve lineer kabul seviyesinin altına düşmekte, titreşim frekansı da lineer doğal frekansa yaklaşmaktadır.



Şekil 4.22 : Sönümlü halde uzun zaman cevabı



Şekil 4.23 : Sönümlü halde ANSYS ile uzun zaman cevabının karşılaştırılması
($\zeta=0.3$)



Şekil 4.24 : Sönümlü ve sönümsüz halde frekansların karşılaştırılması

4.3 Basit Mesnetli Plak

Bu kısımda dikdörtgen şeklinde ve tüm kenarlarından basit mesnetli (kısaca basit mesnetli plak olarak anılacaktır) katmanlı kompozit plağın analiz sonuçları elde edilmiştir. Uçak gövde ve kanat panellerinin çerçevelere perçinlerle bağlanmış olmasından dolayı bunlar için sınır şartı olarak ankastre mesnete yakın olmakla birlikte bu mesnetlerin tam rijit olmadıkları bir miktar dönmeye müsaade ettikleri düşünüldüğünde sınır şartının ankastre ile basit mesnet arasında olduğu sonucuna varılabilir. Dolayısıyla bu tez çalışmasında tamamen basit mesnetli katmanlı kompozit plakların da anlık basınç yükü altındaki davranışları incelenmiştir.

4.3.1 Nonlineer Statik Analiz

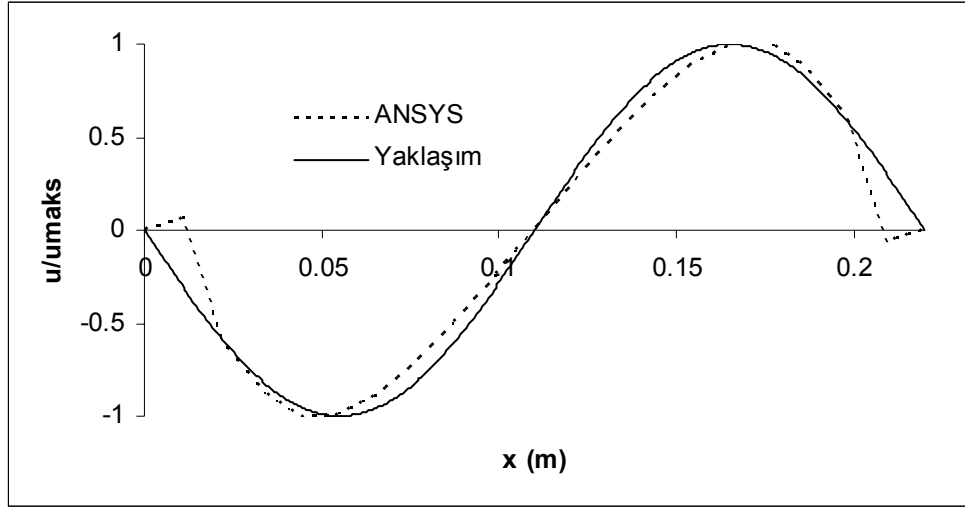
Çalışmada önce anlık basınç yükü altındaki basit mesnetli plağın 28.9 kPa üniform basınç yükü altındaki deformasyonu ANSYS yazılımı kullanılarak incelenmiştir. u , v ve w yer değiştirmelerinin yer değiştirmelerinin grafikleri elde edilmiş ve, sırasıyla, Şekil 4.25, Şekil 4.26 ve Şekil 4.27'de verilmiştir. Şekil 4.25 ve Şekil 4.27'de verilen sonuçlar $y=b/2$ hattı boyunca, sırasıyla, u ve w 'nin x ile değişimidir. Simetriden dolayı $x=a/2$ hattı boyunca v 'nin ve w 'nin y ile değişimleri, sırasıyla, Şekil 4.25 ve Şekil 4.27'de verilen sonuçlarla aynı olacaktır. Şekil 4.26'da $y=b/4$ hattı boyunca

$v(x)$ değişimi verilmiştir ki, benzer tarzda $x=a/4$ hattı boyunca $u(y)$ değişimi bu grafikteki ile aynı olacaktır.

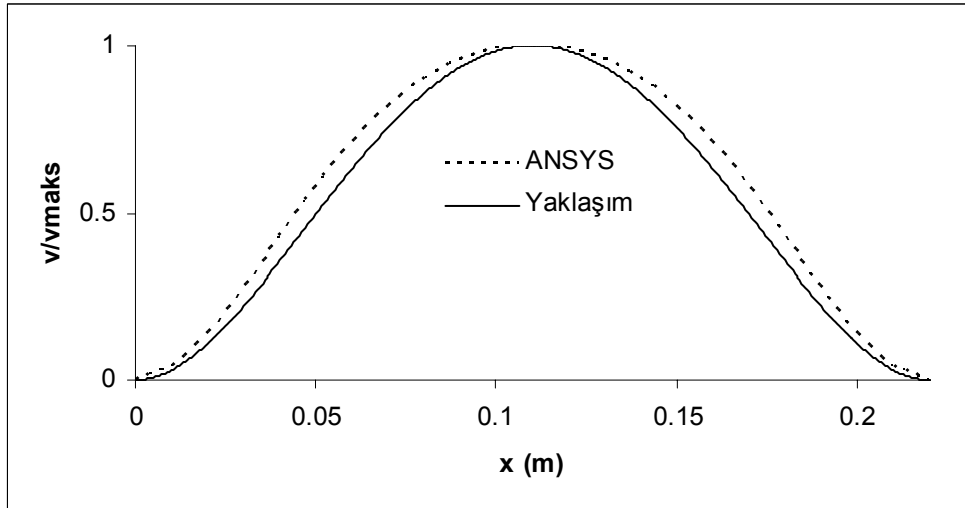
Sayısal analiz sonuçlarından elde edilen bu grafikler çözüm bölgesi içinde yer değiştirmeler için daha uyumlu yaklaşım fonksiyonlarının belirlenmesi için Kısım 3.1’de kullanılmıştır.

şekil 4.1-şekil 4.3 ile şekil 4.25-şekil 4.27’de verilen sonuçlar karşılıklı olarak karşılaştırılacak olursa genel olarak yer değiştirme fonksiyonu karakterleri benzemekle birlikte ankastre plakta kenarlar civarındaki dar bir bölgede farklı değişimlerin olduğu görölmektedir. Ankastre plakta (0.013, 0.013, 3.000) mm seviyelerinde olan maksimum u , v ve w değerleri basit mesnetli plakta (0.027, 0.023, 3.650) mm seviyelerinde gerçekleşmektedir. Birim uzama içindeki terimler u ’nun w ’nin x ’e göre birinci türevlerine bağlı olduğundan ve bu türevlerin değeri u ve w ’nin maksimum değerleri ile artacağından basit mesnetli halde nonlinear etkilerin daha yüksek olacağı söylenebilir.

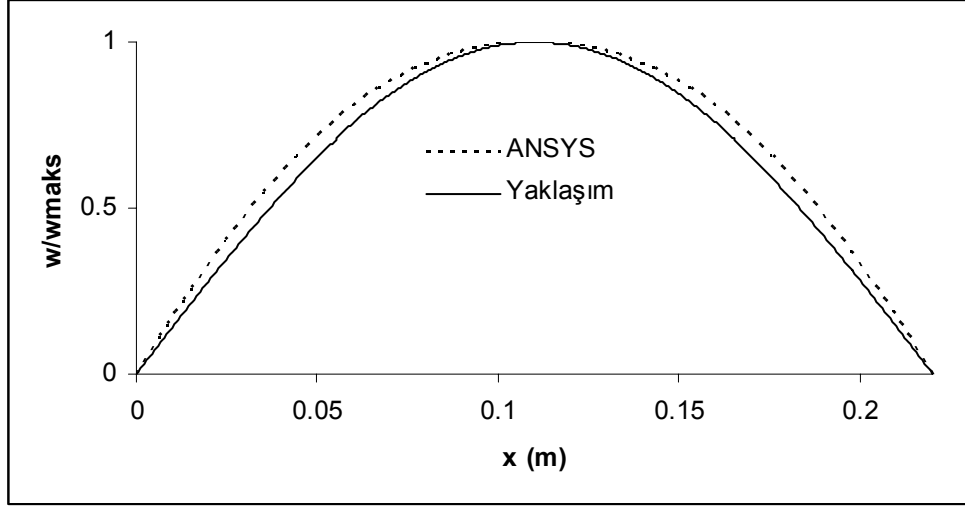
Bu kapsamda, problem şekil 4.28’de lineer ve nonlinear analizlerden elde edilen ϵ_x birim uzamasının plağın alt yüzeyindeki $y=b/2$ hattında x ile değişimleri verilmiştir. Nonlinear etkiler plağın bütün bölgesinde birim uzamayı düşürecek şekilde etki etmektedir. Düzlem içi katılıktan gelen birim uzama katkıları plak kenarına yakın bölgelerde (yaklaşık $a/4$ mesafeye kadar) negatif etki yaparken plak ortasındaki yaklaşık $a/2$ uzunluğundaki bölgede pozitif katkı yapmaktadır. Nonlinear terim bütün bölgede pozitif bir katkı oluşturmakla beraber plağın ortasına doğru etkisi azalmakta ve tam ortada sıfır olmaktadır.



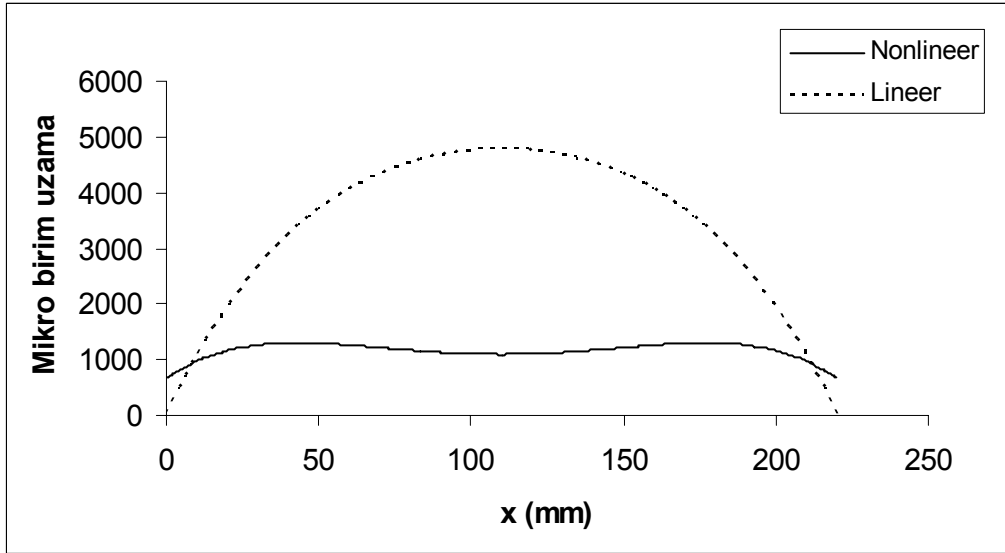
Şekil 4.25 : Basit mesnetli halde u 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)



Şekil 4.26 : Basit mesnetli halde v 'nin x ile değişimi ($y=b/4$)



Şekil 4.27 : Basit mesnetli halde w 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)

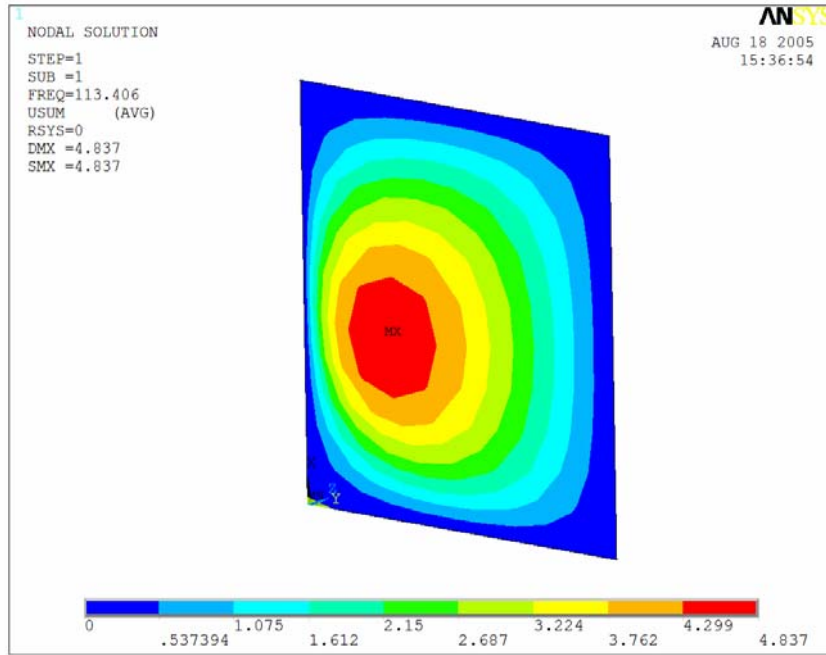


Şekil 4.28 : Basit mesnetli plak için lineer ve nonlinear halde mikro birim uzamanın x ile değişiminin karşılaştırılması ($y=b/2$)

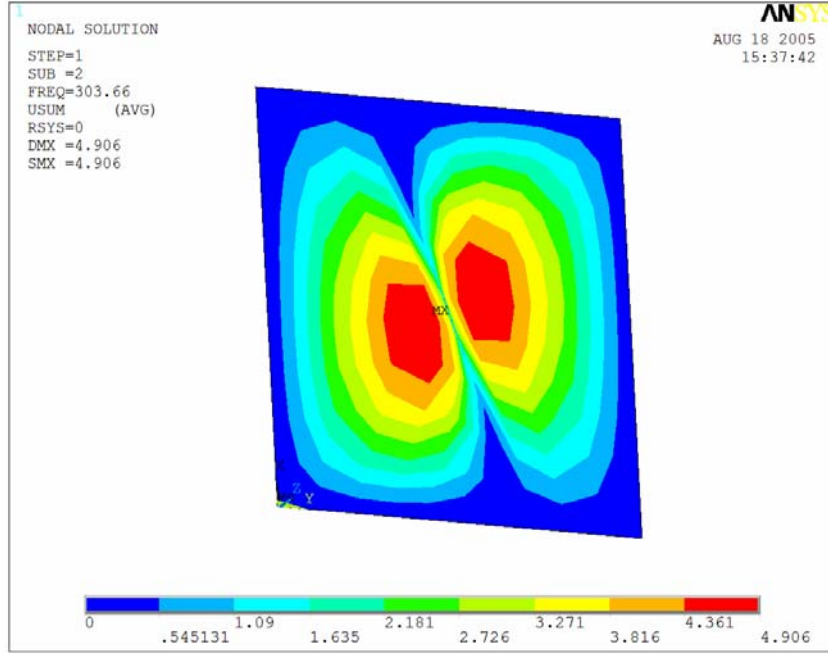
4.3.2 Serbest Titreşim Analizi

Katmanlı kompozit plak, özellikle, ilk bir kaç doğal modunun birleşimiyle anlık basınç yüküne cevap vereceğinden burada bu modlar ve bunlara karşılık gelen doğal frekanslar analiz edilmiştir. ANSYS yazılımı ile elde edilen serbest titreşim analiz sonuçları ve mod şekilleri Şekil 4.29-Şekil 4.32’de verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre $f_{11} = 113.4$ Hz, $f_{12} = f_{21} = 303.7$ Hz, ve $f_{22} = 452.3$ Hz’dir. Plağın anlık basınç yükü etkisi altındaki dinamik davranışının incelenmesinden ilk üç modun katkısının önemli olduğu görülmektedir. Doğal frekanslar ankastre plağın frekanslarına göre önemli ölçüde düşmektedir. İlk frekanstaki düşme yarı yarıyadan daha fazla olmaktadır.

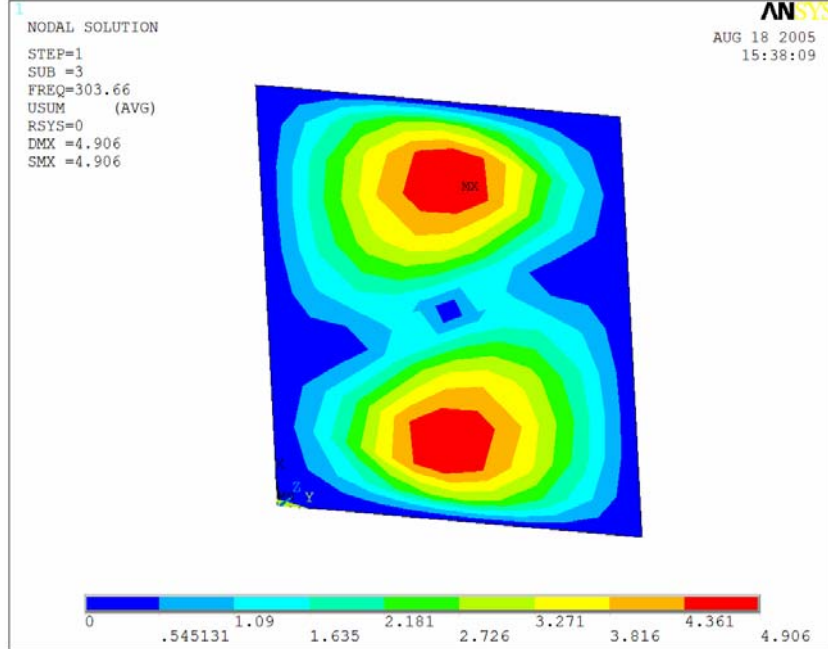
Ankastre plak halinde olduğu gibi basit mesnetli plağın büyük deformasyonlarında da düzlem içi katılık ve geometrik nonlineerliklerin etkisiyle bu frekanslarda yükselme olacaktır.



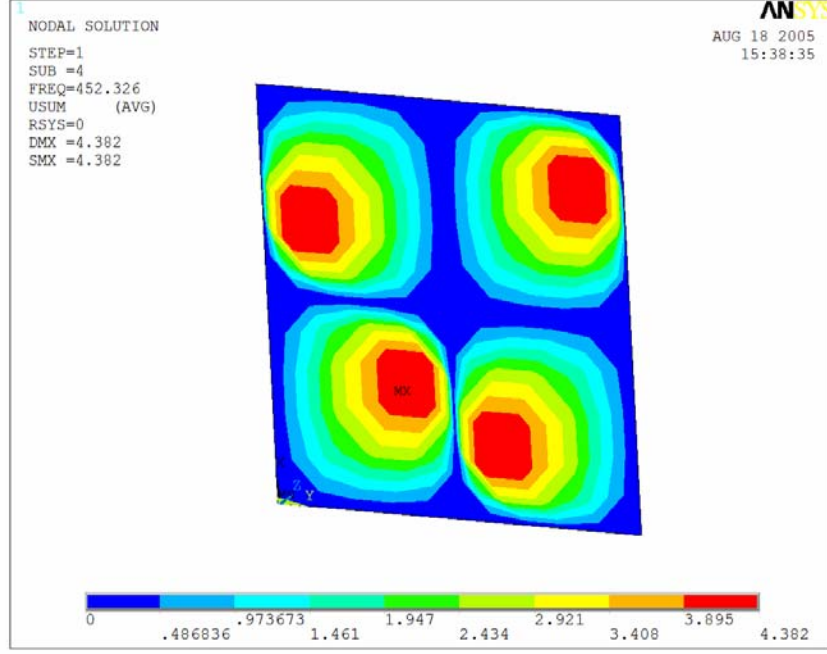
Şekil 4.29 : Basit mesnetli halde serbest titreşim birinci mod şekli



Şekil 4.30 : Basit mesnetli halde serbest titreşim ikinci mod şekli



Şekil 4.31 : Basit mesnetli halde serbest titreşim üçüncü mod şekli



Şekil 4.32 : Basit mesnetli halde serbest titreşim dördüncü mod şekli

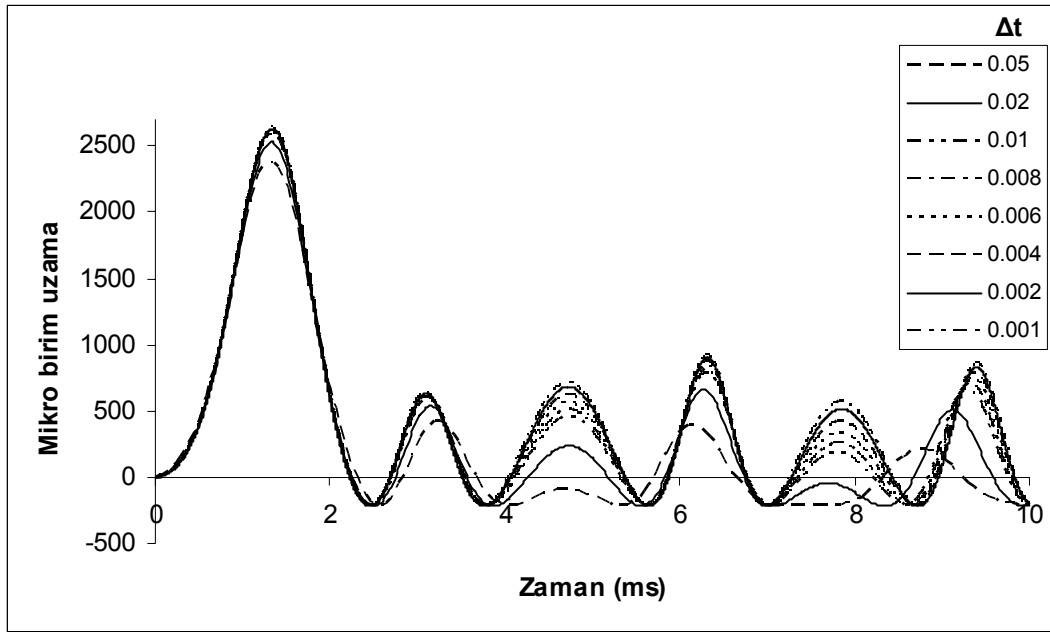
4.3.3 Yakınsama ve Sonuçların Karşılaştırılması

Yaklaşım fonksiyonlarının ilk terimi alınarak nonlinear bağlı bir çözüm sonlu farklar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. En uygun zaman adımını tespit edebilmek için ilk önce yakınsama çalışması yapılmıştır. Zaman adımı seçimi için farklı aralıklar seçilerek plağın üst orta noktasında analiz yapılmıştır. Analizlerde zaman adımı Şekil 4.33'te görülebileceği gibi kararlılığın görüldüğü 0.002 ms olarak alınmıştır.

Yakınsama çalışmasından sonra basit mesnetli plağın alt orta noktasının mikro birim uzaması Şekil 4.34'te, üst orta noktasının mikro birim uzaması Şekil 4.35'te ve z yönündeki yer değiştirmesi Şekil 4.36'da ANSYS sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Şekil 4.37'de ANSYS ile elde edilen farklı noktalardaki birim uzamalar görülmektedir. Şekil 4.38'de basit mesnetli plağın orta noktasında alt ve üst yüzeyinin x yönündeki birim uzamalarının karşılaştırılması yapılmıştır. Bu grafikleri yorumlarken (2.4) denklemleriyle verilen ϵ_x ifadesi göz önünde bulundurulmalıdır. Bu ifadedeki birinci terim düzlem içi etkilerle, ikinci terim eğilme etkisiyle, üçüncü terim nonlinear etkilerle oluşmaktadır. Plağın alt ve üst yüzeylerinin ortalarında aldığımız noktalarda x yönündeki birim uzamayı ele alalım. Anlık basınç yükü etkisi altında gelişen harekette birinci ve üçüncü terimler alt ve üst yüzeydeki nokta için (z den bağımsız) daima pozitifdir. İkinci terim ise plağın alt veya üst yüzeyinde

aldığımız bir nokta için hareket boyunca pozitif ve negatif değerler alabilen bir salınım hareketi sergiler.

Ancak anlık basınç yükünün pik değerinin etkili olduğu ilk 20 ms süresince plak eğilmiş haldeki bir konumu etrafında titreşim hareketi yapmaktadır. Dolayısıyla alt yüzey ortasındaki noktada eğilme terimi büyük bir pozitif üst değerle küçük bir negatif alt değer arasında salınmaktadır. Bunun aksine üst yüzey ortasındaki eğilme terimi yüksek bir negatif alt değerle düşük bir pozitif üst değer arasında değişmektedir. Plağın çökmüş hali etrafında titreştiğini düşündüğümüzde plağın orijinal konumunun altına çok inip üstüne az çıkacağını söyleyebiliriz ki Şekil 4.35 bu durumu göstermektedir. Dolayısıyla daima pozitif olan terimler de plağın orta noktasının orijinal konumundan yer değiştirme miktarına bağlı olarak büyüyüp küçülecektir.

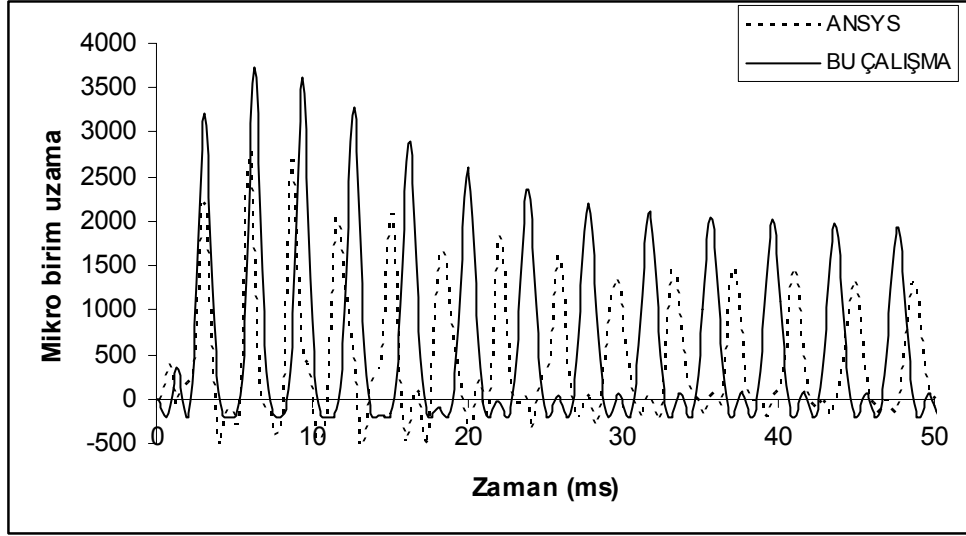


Şekil 4.33 : Basit mesnetli plak için zaman adımına göre yakınsamanın incelenmesi
($x=a/2, y=b/2$)

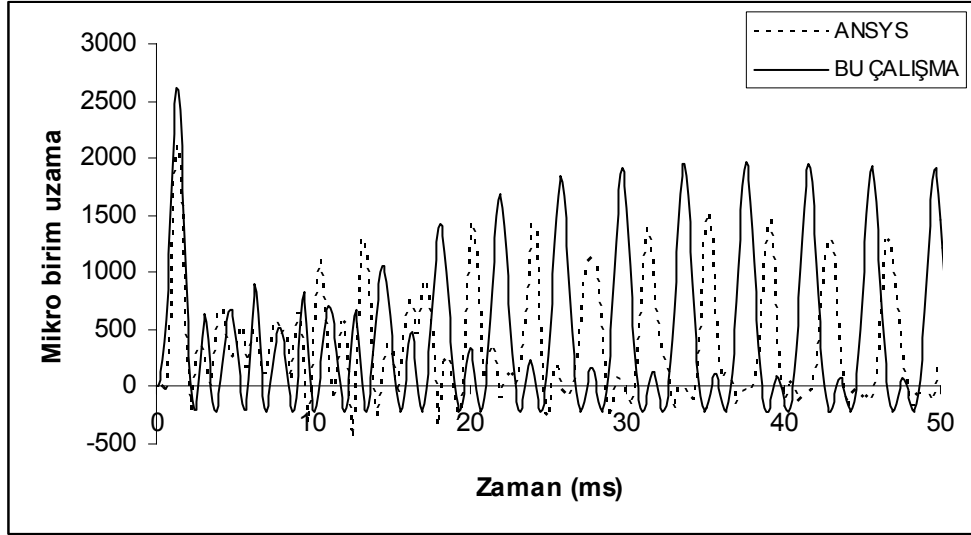
Bu değerlendirmeye göre yaklaşık ilk 20 ms süresince plak alt yüzeyinin ortasındaki ϵ_x değeri, büyük bir pozitif değerden küçük bir negatif değere salınan eğilme terimine yine bu değişime paralel olarak büyük bir pozitif değerden küçük bir pozitif değere salınan birinci ve üçüncü terimin ilave edilmesiyle elde edilecektir. Bu durum Şekil 4.37’de verilen kesiksiz çizgili grafikten görülmektedir. Yine aynı zaman

diliminde, benzer şekilde, plak üst yüzeyinin ortasındaki ϵ_x değeri, büyük bir negatif değerden küçük bir pozitif değere salınan eğilme terimine yine bu değişime paralel olarak büyük bir pozitif değerden küçük bir pozitif değere salınan birinci ve üçüncü terimin ilave edilmesiyle elde edilecektir. Bu durum ise Şekil 4.37’de verilen kesikli çizgili grafikten görülmektedir.

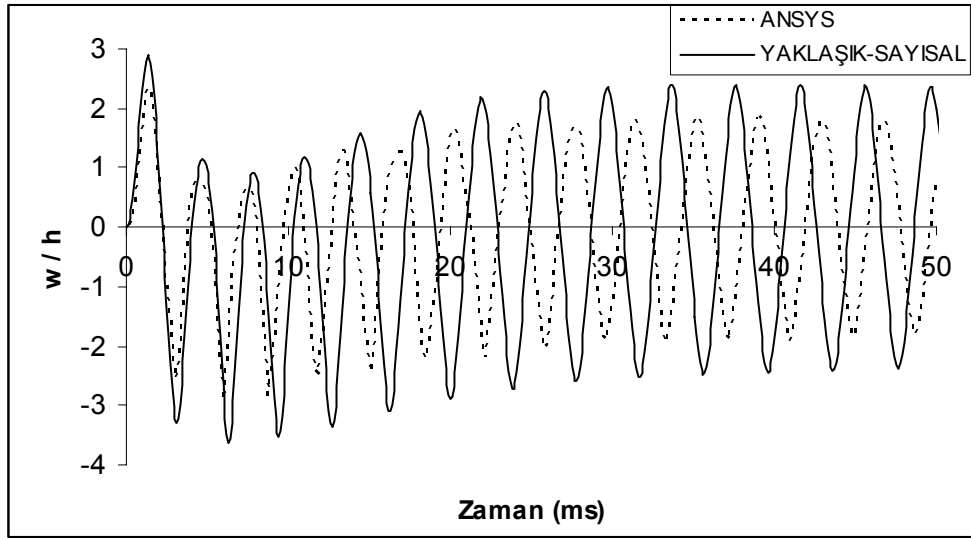
Hareketin 20 ms – 40 ms arasındaki kısmı emme basıncı etkisiyle plak çökmesinin ortadan kalktığı bir geçişi göstermektedir. Bu kısmın sonunda emme basıncı da tamamen ortadan kalkmaktadır. 40 ms’den sonraki hareket için bir nonlineer serbest titreşim hareketi denebilir. Şekil 4.35’ten görüleceği gibi bu kısımda orijinal denge konumu etrafında büyük genlikli bir salınım hareketi söz konusudur. Dolayısıyla alt ve üst yüzey ortasındaki birim uzamaların zamanla değişimi, faz farkıyla, birbirinin aynısıdır.



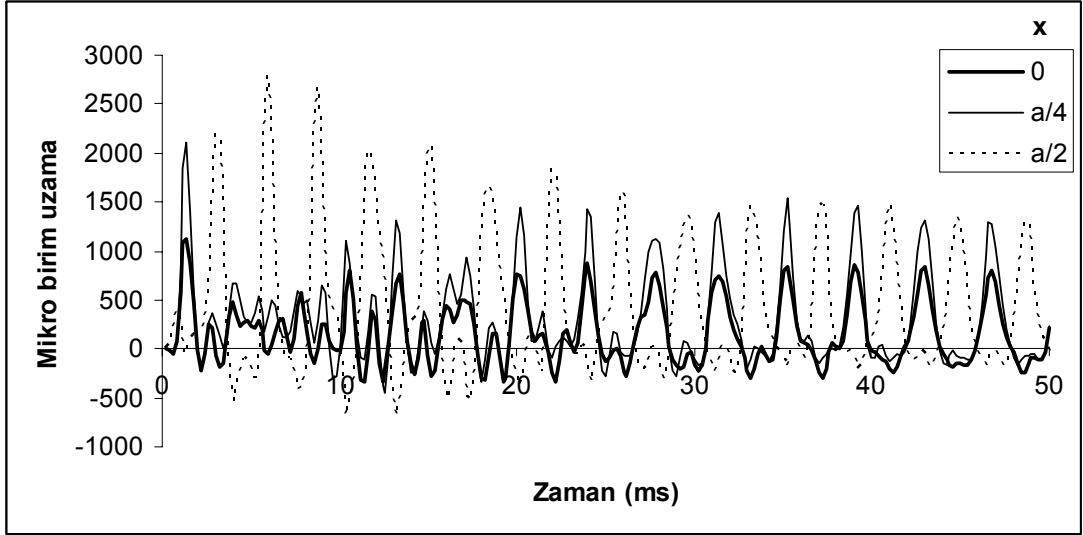
Şekil 4.34 : Basit mesnetli plağın alt orta noktasında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması



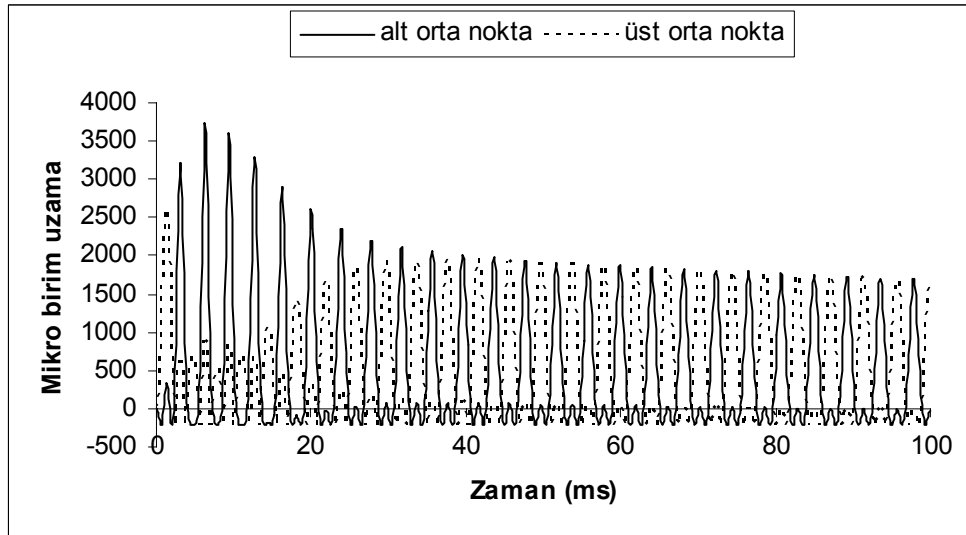
Şekil 4.35 : Basit mesnetli plağın üst orta noktasında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması



Şekil 4.36 : Basit mesnetli plağın orta noktasının z yönündeki yer değiştirmesinin karşılaştırılması



Şekil 4.37 : Basit mesnetli plağın alt yüzeyinin farklı noktalarında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması (ANSYS)



Şekil 4.38 : Basit mesnetli plağın orta noktasında alt ve üst yüzeyinin x yönündeki birim uzamalarının karşılaştırılması

4.3.4 Parametrik Çalışmalar

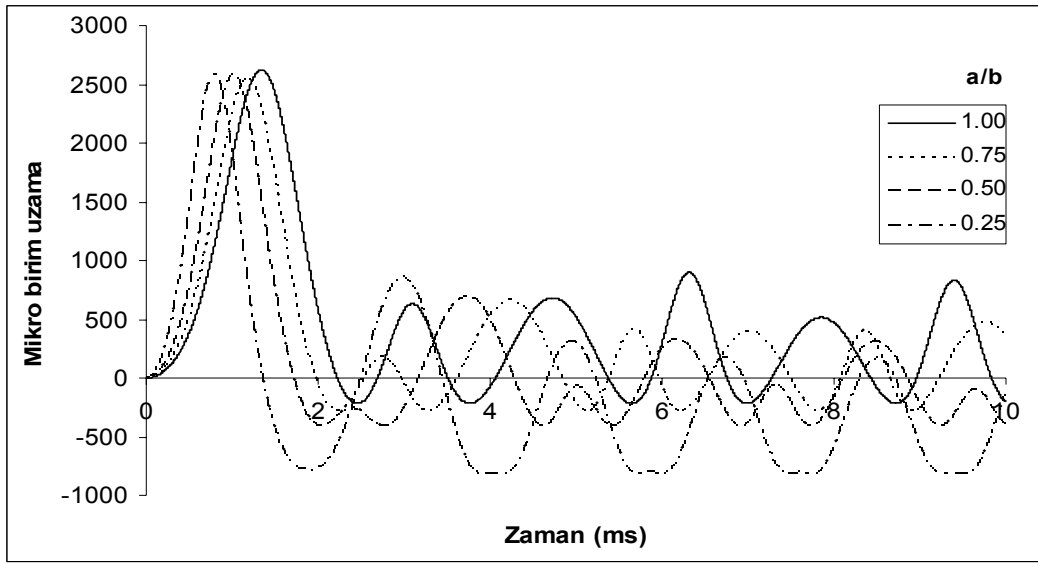
Bu kısımda açıklık oranı, elyaf oryantasyonu, katman sayısı ve sönüm oranlarının incelendiği parametrik çalışmalar yapılarak sonuçlar sunulmuştur.

4.3.4.1 Açıklık Oranı

Bu kısımda farklı sınır şartları altında plağın yüzey alanı sabit kalacak şekilde açıklık oranları değiştirilerek dinamik davranış incelenmiştir. Basit mesnetli halde farklı

açıklık oranları için plağın üst yüzeyindeki $x=a/2$, $y=b/2$ noktası için birim uzamanın zamanla değişimi Şekil 4.39’da verilmiştir.

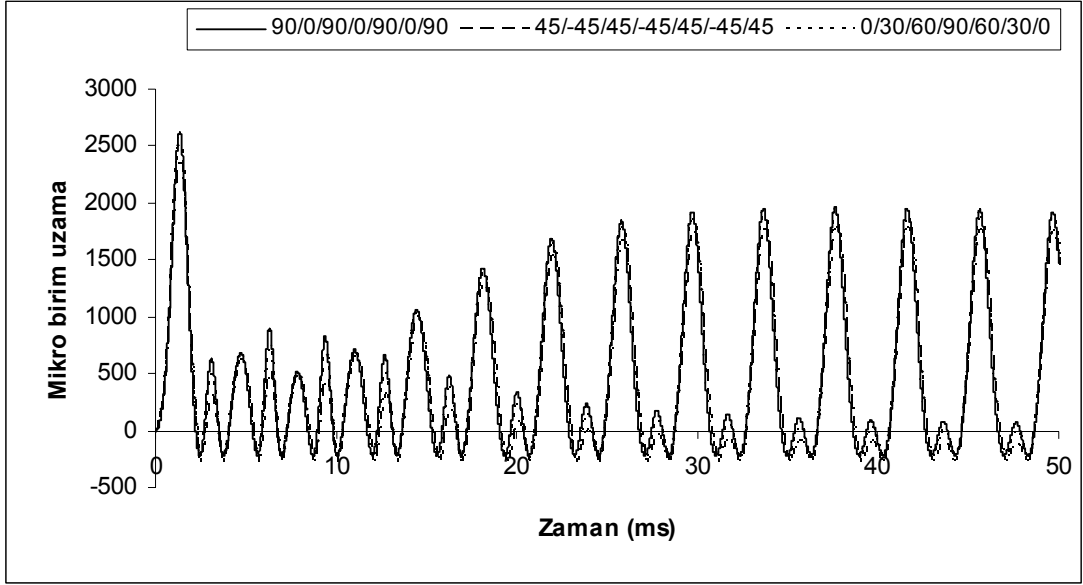
Şekil 4.39’da birim uzama sonuçlarının verildiği bu açıklık oranı çalışmasında plak alanı korunarak plağın üzerine gelen yük miktarı sabit tutulmaktadır. Elde edilen birim uzama sonuçlarından bütün açıklık oranları için ilk pik değerinin birbirine yakın oldukları görülmektedir. Ancak ilk pikten sonraki değişimler açıklık oranlarına göre farklılık göstermektedir. Beklenildiği gibi açıklık oranlarıyla titreşim frekansları farklılık göstermektedir.



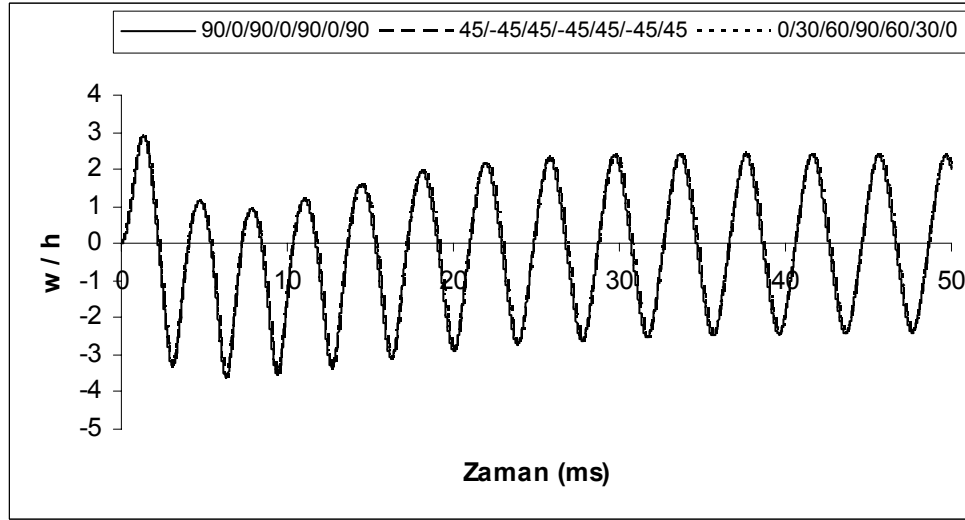
Şekil 4.39 : Basit mesnetli plak için açıklık oranlarının karşılaştırılması

4.3.4.2 Elyaf Oryantasyonu

Basit mesnetli plak için elyaf oryantasyonlarının karşılaştırıldığı çalışmalar bu kısımda yer almaktadır. İnceleme plak üst orta noktası için yapılmıştır. Şekil 4.40’da x yönündeki birim uzama değişimleri, Şekil 4.41’de ise z yönündeki yer değiştirmeler verilmiştir. İncelenen oryantasyonlar için dinamik davranışta önemli bir farklılık görülmemektedir.



Şekil 4.40 : Basit mesnetli plağın farklı elyaf oryantasyonları için orta noktada birim uzama değerlerinin karşılaştırılması

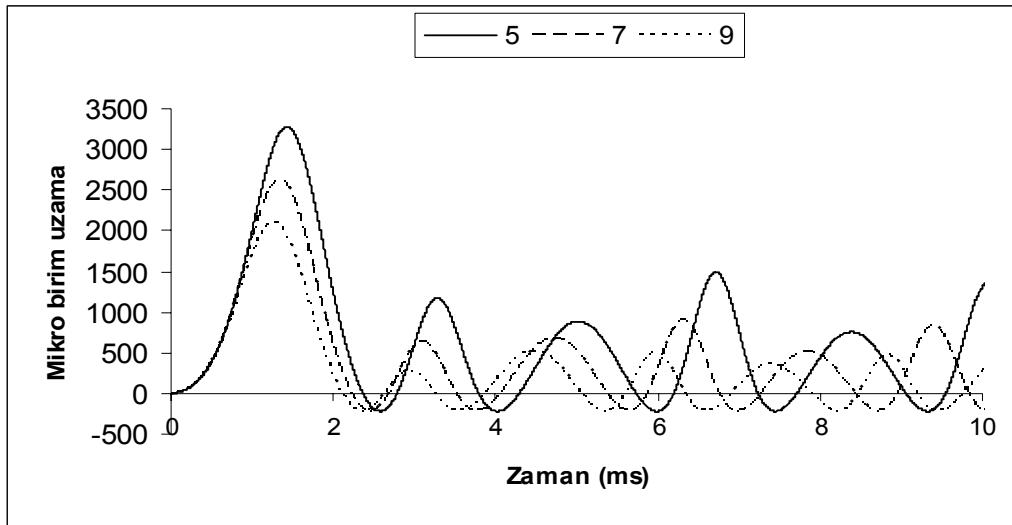


Şekil 4.41 : Basit mesnetli plağın farklı elyaf oryantasyonları için yer değiştirme değerlerinin karşılaştırılması

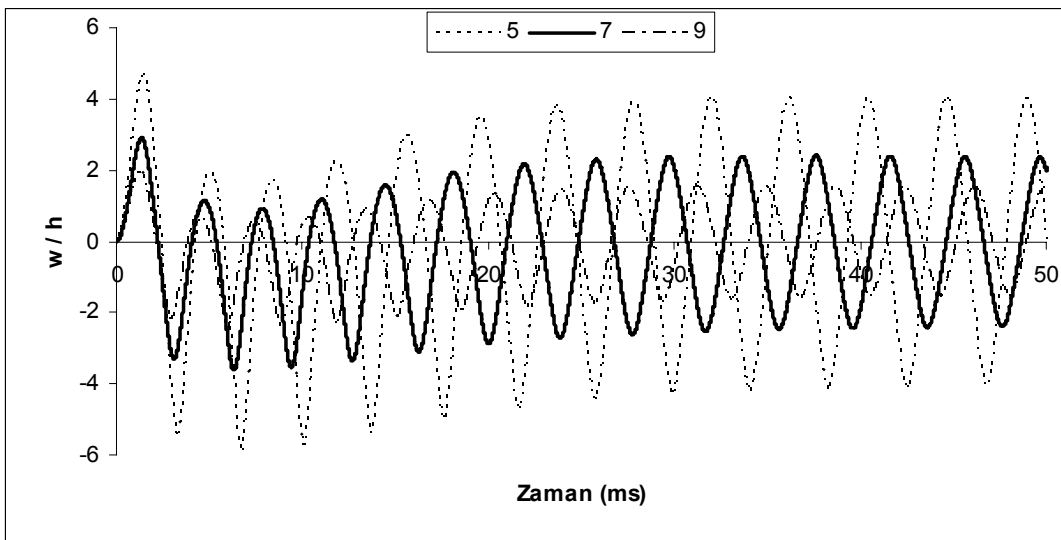
4.3.4.3 Katman Sayısı

Aynı malzeme için basit mesnetli halde farklı katman sayıları için ϵ_x birim uzamasının ve plak çökmesinin zamanla değişimleri, sırasıyla, Şekil 4.42 ve Şekil 4.43'de verilmiştir.

Farklı kalınlıklarda aynı basınç yükü altındaki plağın üst orta noktasındaki birim uzama değişiminin verildiği Şekil 4.42'nin incelenmesinden kalınlık arttıkça, beklenildiği gibi, birim uzama değerlerinin düştüğü görülmektedir. Ancak lineer davranış durumunda kalınlığın karesiyle düşmesi gereken birim uzamalar nonlineerlikler nedeniyle çok daha az düşmektedir. Kalınlık artımıyla titreşim frekanslarının da orantılı olarak artması beklenir. Ancak, Şekil 4.42'de, yine düzlem içi etkiler ve geometrik nonlineerlikler nedeniyle titreşim frekansında kalınlıkla orantılı değişen bir artış görülmemektedir.



Şekil 4.42 : Basit mesnetli halde katman sayısı ile mikro birim uzama değişiminin incelenmesi

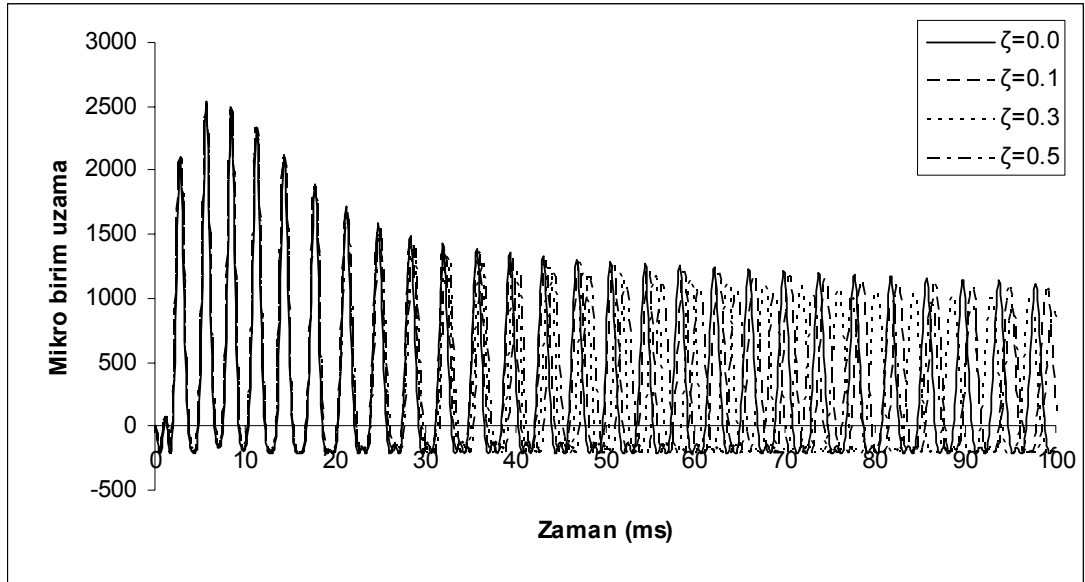


Şekil 4.43 : Basit mesnetli halde katman sayısı ile z yönündeki yer değiştirme değişiminin incelenmesi

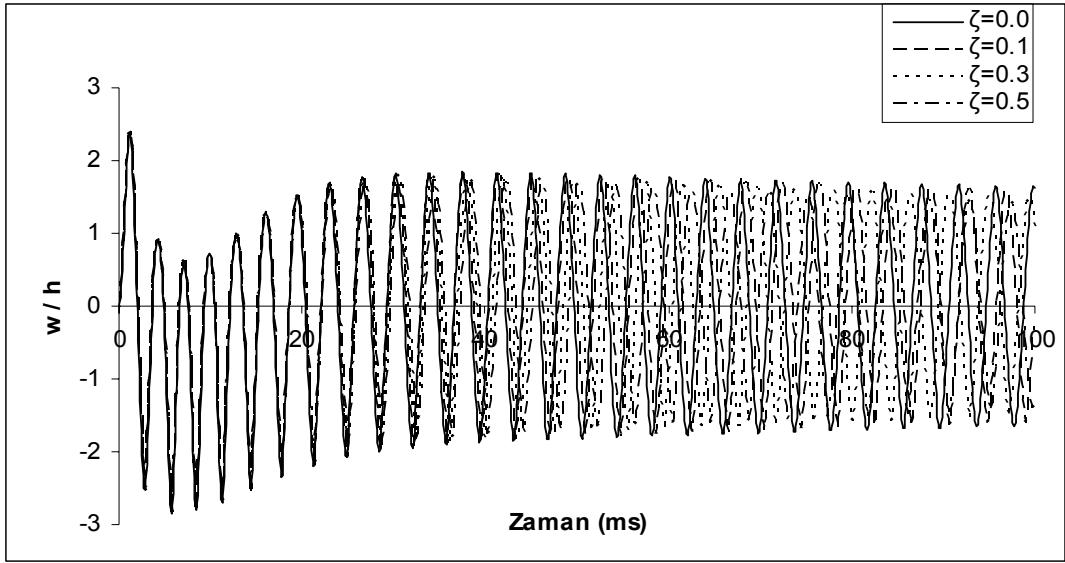
4.3.4.4 Sönümlü Titreşimler

Farklı sönüm oranları için basit mesnetli plağın alt orta noktasında x yönündeki birim uzamanın zamanla değişimi Şekil 4.44'te verilmiştir. Bu çalışma, zaman aralığı 0.002 ms alınarak 100 ms boyunca yapılmış ve alınan sönüm değerleri için sönümün çok etkili olmadığı gözlenmiştir. Şekil 4.45'te ise farklı sönüm oranlarında plağın z yönündeki boyutsuz yer değiştirmesi verilmiştir. Şekil 4.46'da ise sönümlü hal için ANSYS ve bu çalışmanın yer değiştirme sonuçları karşılaştırılmıştır.

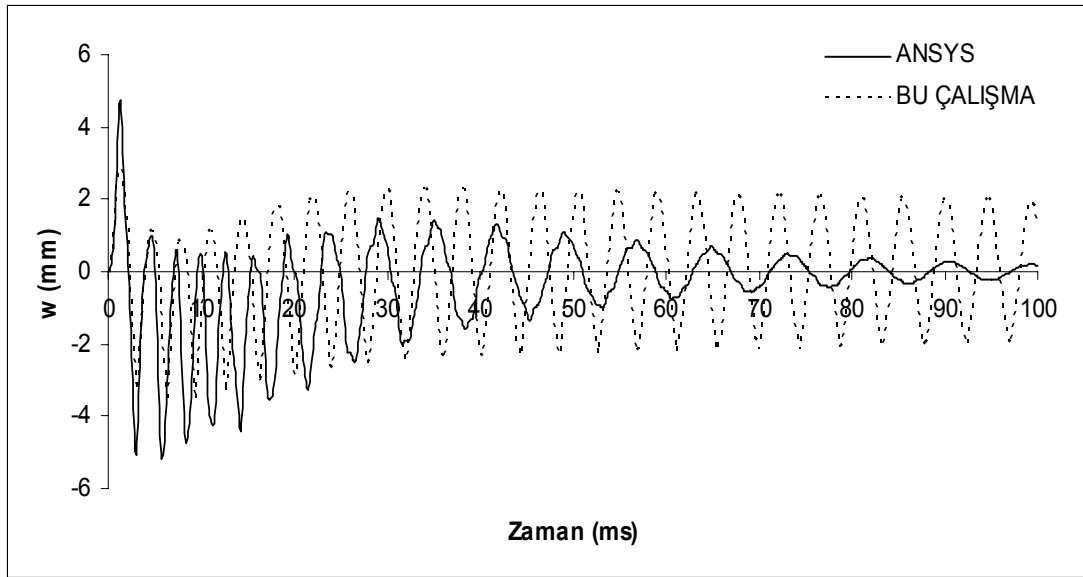
Şekil 4.20 ve Şekil 4.22'de verilen ankastre plak sönümlü titreşim sonuçları, sönümün oldukça etkili olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.44 : Basit mesnetli plak için farklı sönüm oranlarında orta noktada x yönündeki birim uzamaların karşılaştırılması



Şekil 4.45 : Basit mesnetli plak için farklı sönüm oranlarında boyutsuz yer değiştirmelerin karşılaştırılması



Şekil 4.46 : Sönümlü halde ANSYS ile uzun zaman cevabının karşılaştırılması ($\zeta=0.3$)

4.4 Konsol Plak

Bu kısımda dikdörtgen katmanlı kompozit konsol plağın anlık basınç yükü altındaki analiz sonuçları verilmiştir. Konsol plaklar çeşitli mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Roketlerin kontrol yüzeyleri birer konsol plak olarak incelenebilir. Ayrıca uçak kanatları, kontrol yüzeyleri bir takım eşdeğer ortotropik plak

yaklaşımlarıyla modellenerek konsol plak olarak analiz edilebilir. Karayollarında kullanılan bazı trafik levhaları da bir konsol plak şeklindedir.

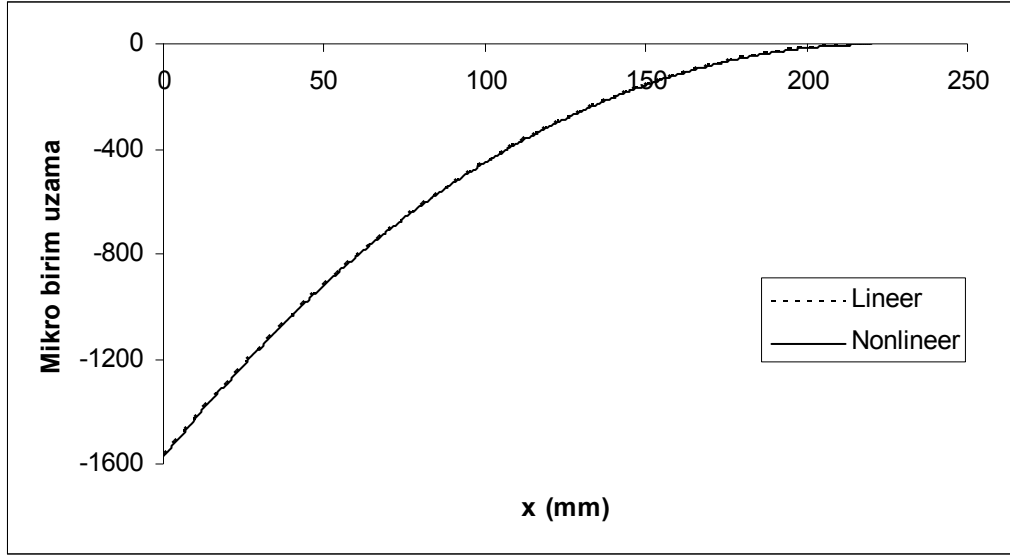
4.4.1 Nonlinear Statik Analiz

Çalışmada önce anlık basınç yükü altındaki konsol plağın 1 kPa üniform basınç yükü altındaki deformasyonu ANSYS yazılımı kullanılarak incelenmiştir. Ankastre ve basit mesnetli plak halinde uygulanan 28.9 kPa'lık basınç yükü incelenen plağın çok narin olmasından dolayı konsol plak halinde uygulanmamıştır.

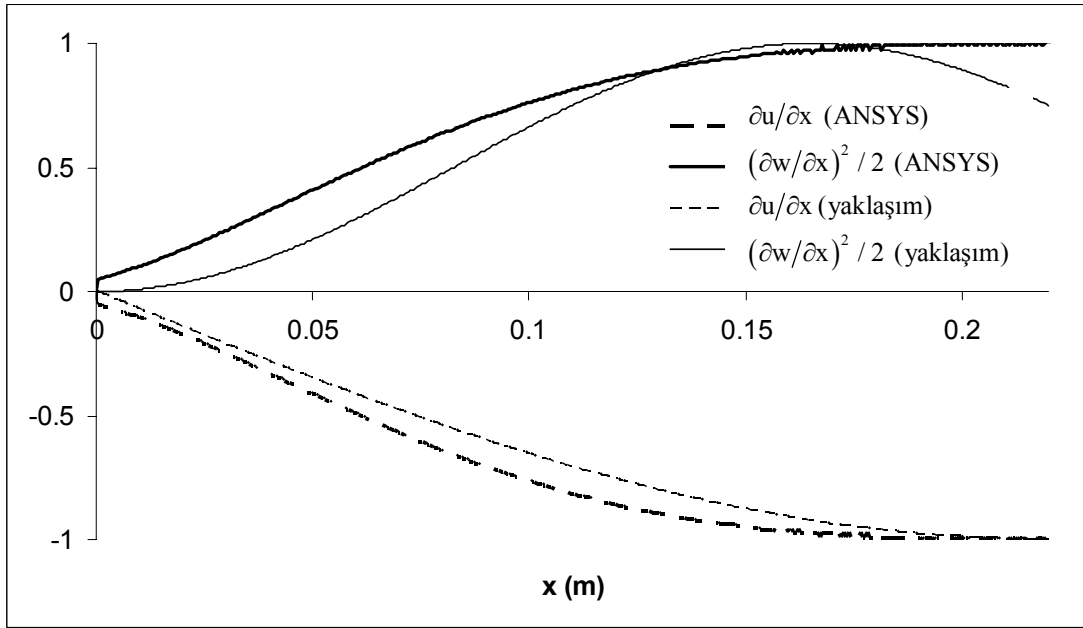
Şekil 4.47'de lineer ve nonlinear analizlerden elde edilen ϵ_x birim uzamasının plağın alt yüzeyindeki $y=b/2$ hattında x ile değişimleri verilmiştir. Bu grafikten konsol plak için lineer ve nonlinear halde x yönündeki birim uzamaların üst üste çıktıkları görülmektedir. Şekil 4.48'de bu durumu analiz etmek için ϵ_x terimi içinde

yer alan $\partial u/\partial x$ türevi ve $\frac{1}{2}(\partial w/\partial x)^2$ değerleri karşılaştırılmıştır. Sonuçta, nonlinear etkilerin olduğu ancak bu iki terimin birbirini götürmesinden dolayı ilginç bir şekilde analizlerde nonlinearlik etkilerinin görülmediği farkedilmiştir.

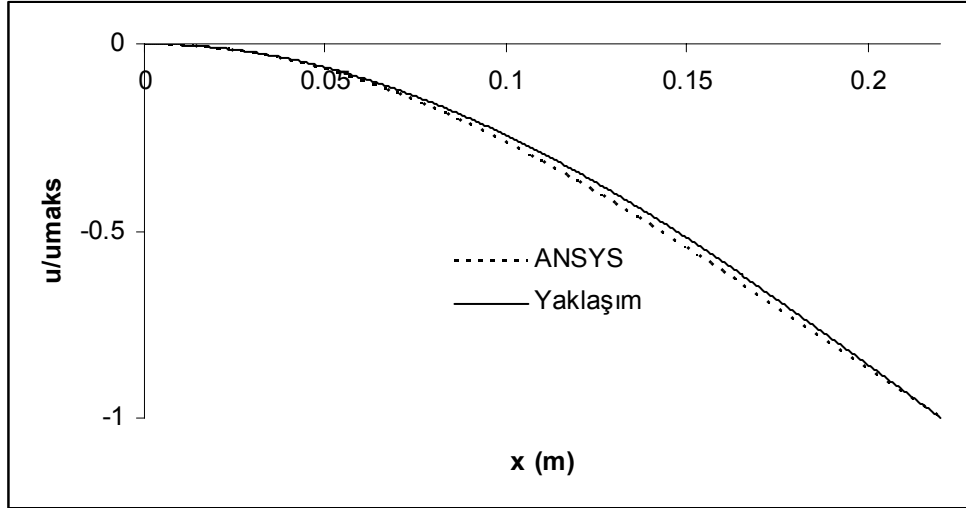
Çalışmanın bu aşamasında daha uyumlu yaklaşım fonksiyonlarının belirlenmesi için yapılan analizler verilmektedir. Bu kapsamda, problem ANSYS yazılımıyla modellenerek 1.0 kPa yük altında x , y ve z yönünde yer değiştirmelerin grafikleri elde edilmiştir. Bu grafikler sırasıyla, Şekil 4.49 - Şekil 4.52'de gösterilmektedir. Şekil 4.50 ve Şekil 4.51'den görüleceği gibi y yönündeki yer değiştirmelerin mertebesi oldukça küçüktür. Ayrıca u ve w 'nin y ile önemli ölçüde değişmediklerinden burada grafik olarak verilmemişlerdir.



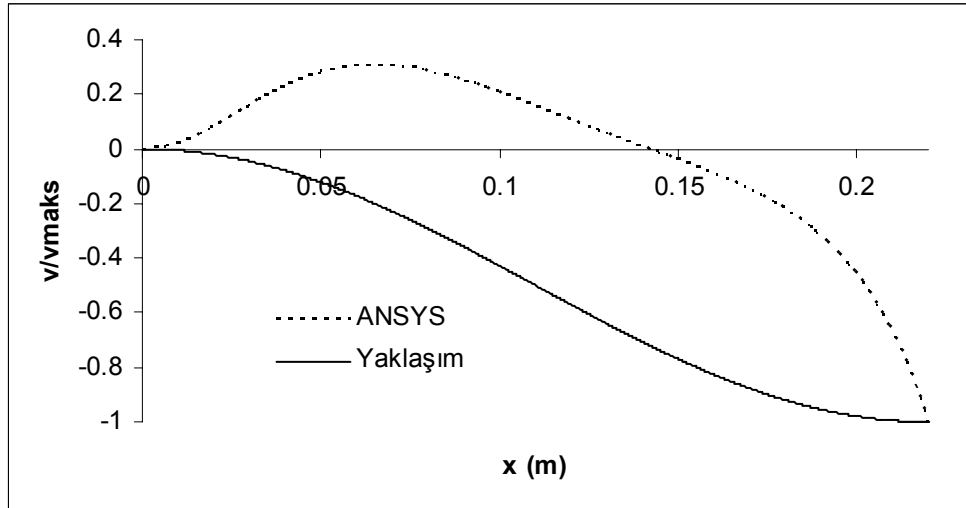
Şekil 4.47 : Konsol plak için lineer ve nonlinear halde mikro birim uzamanın x ile değişiminin karşılaştırılması (y=b/2)



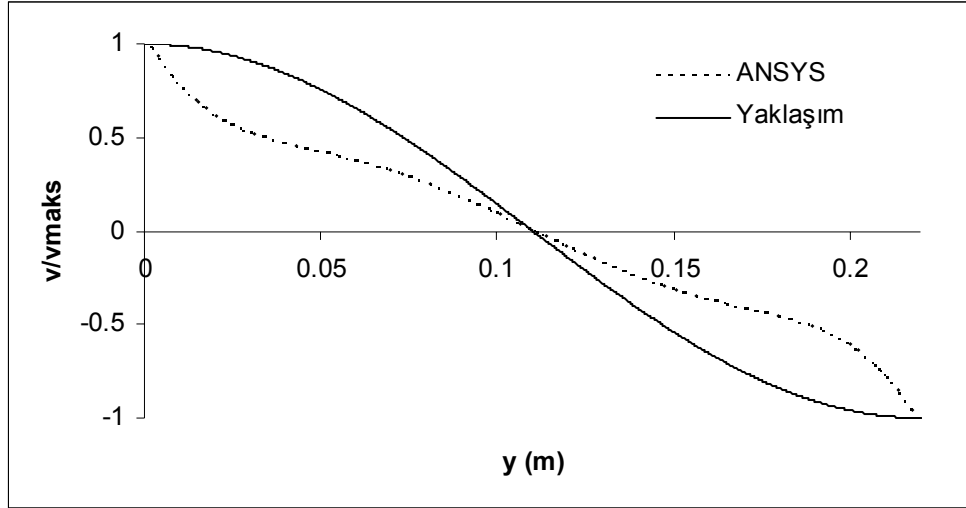
Şekil 4.48 : Konsol plak için x yönündeki birim uzama değerindeki terimlerin karşılaştırılması



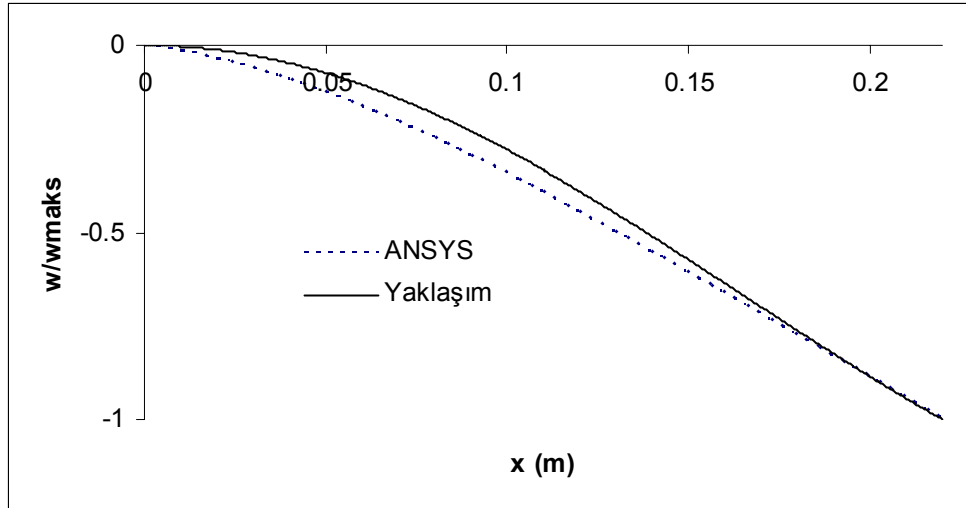
Şekil 4.49 : Konsol plak için u 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)



Şekil 4.50 : Konsol plak için v 'nin x ile değişimi ($y=3b/10$)



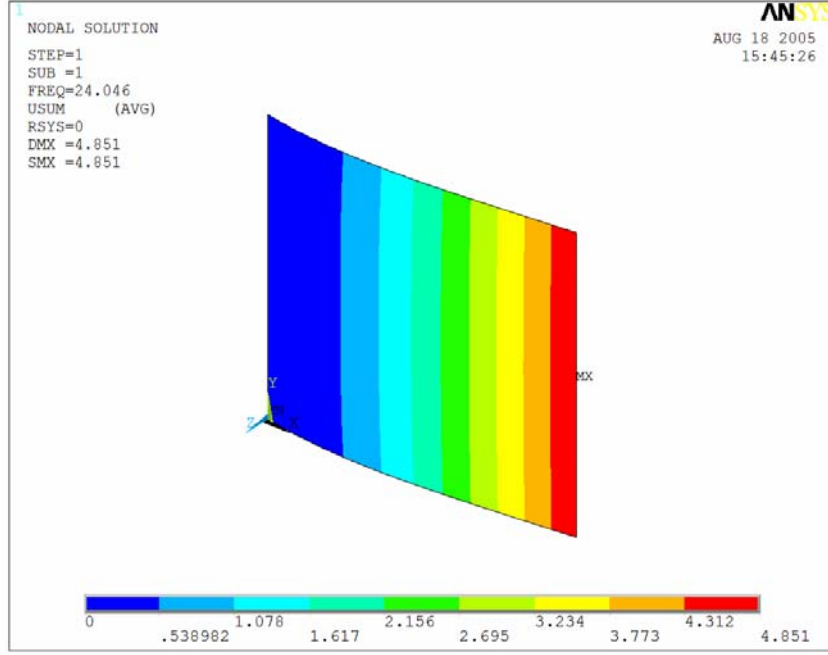
Şekil 4.51 : Konsol plak için v 'nin y ile değişimi ($x=a/2$)



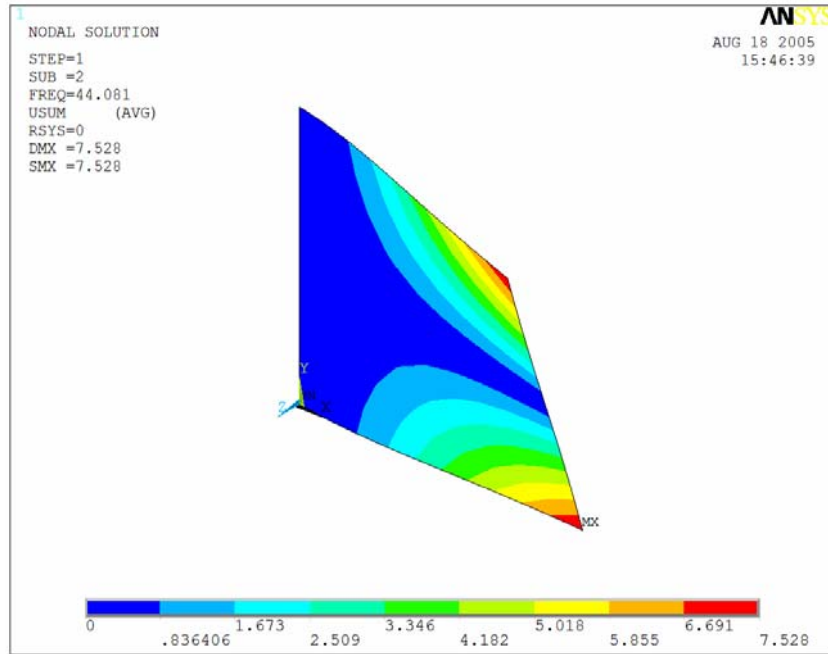
Şekil 4.52 : Konsol plak için w 'nun x ile değişimi ($y=b/2$)

4.4.2 Serbest Titreşim Analizi

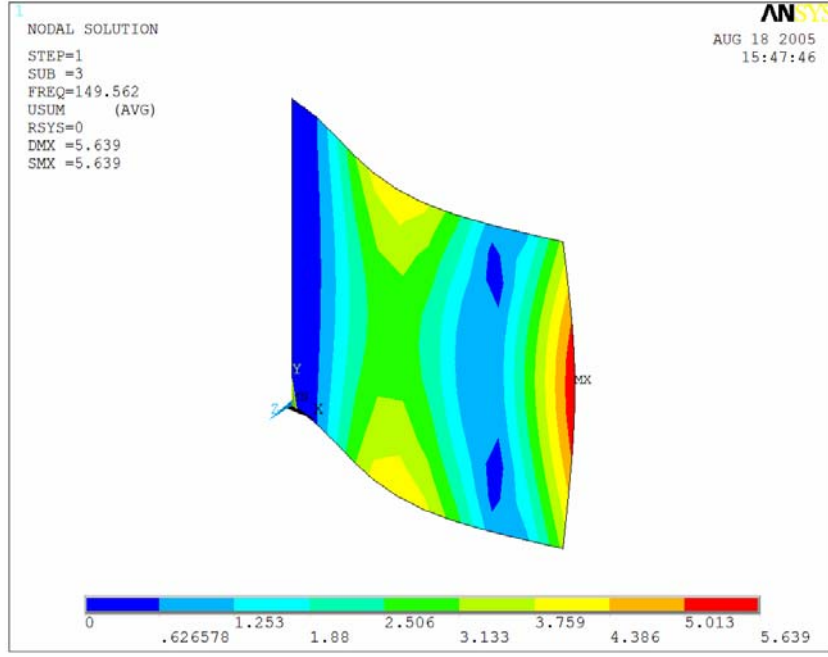
ANSYS ile elde edilen serbest titreşim frekansları ve mod şekilleri Şekil 4.53-Şekil 4.56'da verilmiştir. Birinci frekans 24.06 Hz'dir ve açıklık boyunca eğilme moduna aittir. İkinci doğal frekans 44.08 Hz olup burulma moduna karşılık gelmektedir. Üçüncü frekans 149.56 Hz'dir ve açıklık boyunca ikinci eğilme moduna aittir. Dördüncü doğal frekans 170.55 Hz olup yanal y doğrultusunda bir eğilme moduna karşılık gelmektedir. Konsol plak üzerine anlık basınç yükünün üniform etkimesi durumunda ikinci mod haricindeki diğer üç mod cevaba önemli katkıda bulunabilecektir.



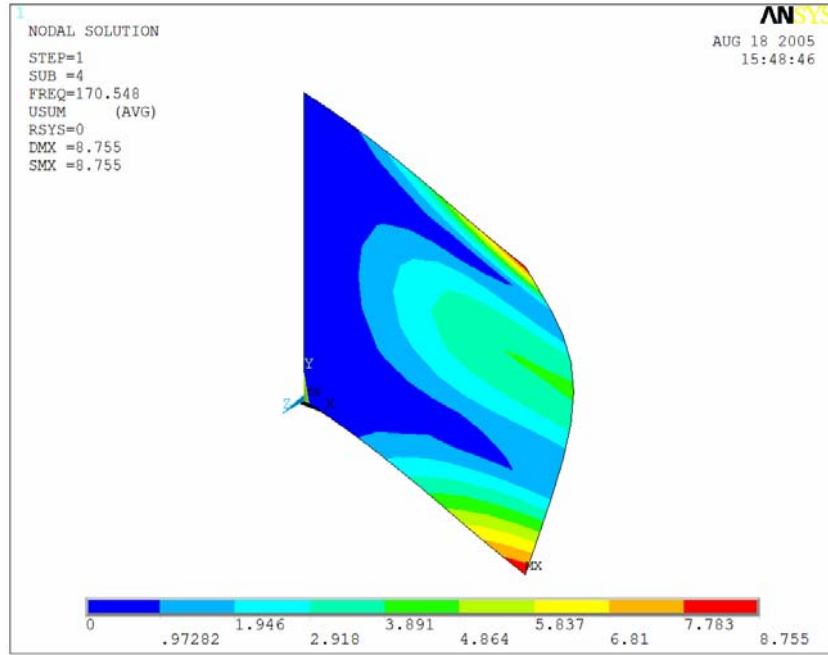
Şekil 4.53 : Konsol plak için ANSYS serbest titreşim birinci mod şekli



Şekil 4.54 : Konsol plak için ANSYS serbest titreşim ikinci mod şekli



Şekil 4.55 : Konsol plak için ANSYS serbest titreşim üçüncü mod şekli



Şekil 4.56 : Konsol plak için ANSYS serbest titreşim dördüncü mod şekli

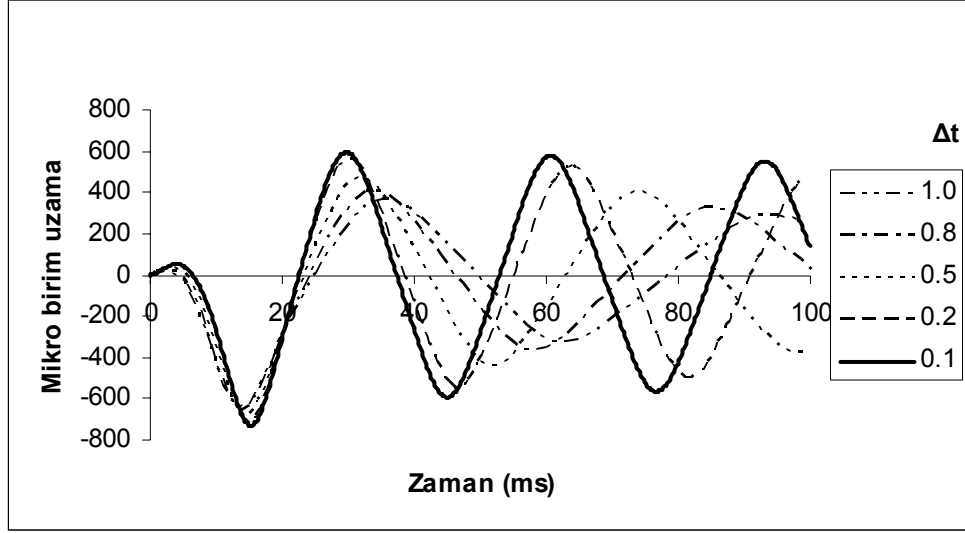
4.4.3 Yakınsama ve Sonuçların Karşılaştırılması

Yaklaşım fonksiyonlarının ilk terimi alınarak nonlinear bağlı bir çözüm sonlu farklar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. En uygun zaman adımını tespit edebilmek için ilk önce yakınsama çalışması yapılmıştır. Zaman adımı seçimi için farklı aralıklar seçilerek analiz yapılmıştır. Analizlerde zaman adımı Şekil 4.57’de görülebileceği gibi kararlılığın görüldüğü 0.1 ms olarak alınmıştır.

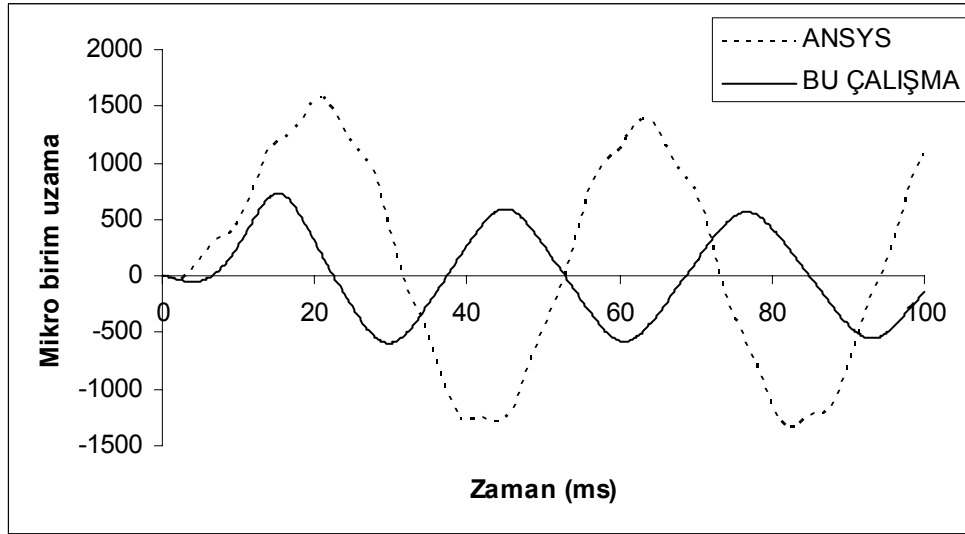
Konsol plak için, maksimum normal birim uzama kökte, maksimum yer değiştirme serbest uçta oluşur. Kökteki normal birim uzama ϵ_x ’in zamanla değişimi Şekil 4.58’de gösterilmiştir. Şekil 4.59’da ise, ANSYS ile elde edilen konsol plağın serbest uç boyutsuz yer değiştirmesinin zamanla değişimi, bu çalışmada elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması verilmiştir. Maksimum yer değiştirme yaklaşık olarak plak kalınlığının 10 katıdır.

ANSYS ile elde edilen plak alt yüzeyinde farklı noktalarda ϵ_x ’in zamanla değişimi Şekil 4.60’ta gösterilmiştir. Bu şekilden görülebileceği gibi orta noktada ikinci modun göreceli etkisi daha belirgin olmaktadır. Bunun nedeni ikinci modun en büyük yanal yer değiştirmesinin plağın ortası civarında meydana gelmesidir.

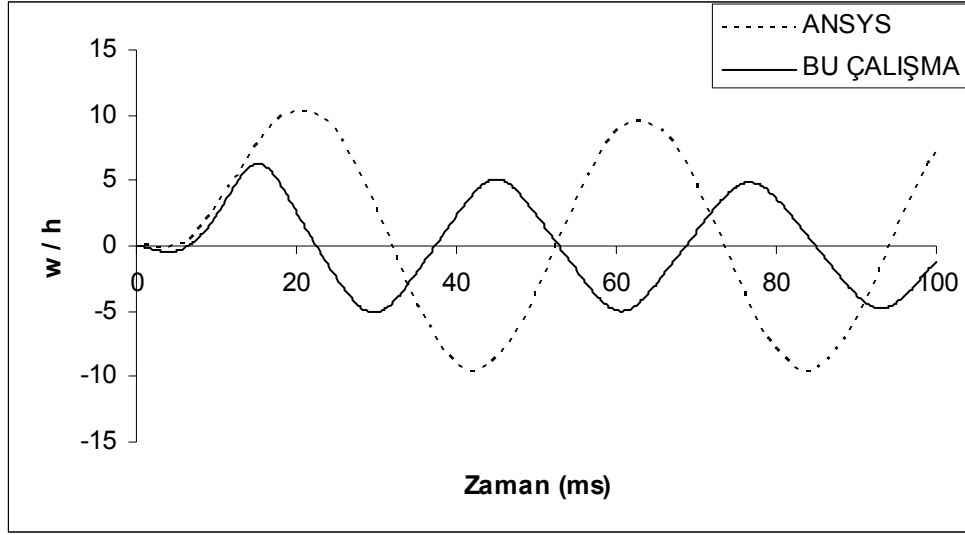
ANSYS sonuçları ile gerek x yönündeki birim uzama (ϵ_x) maksimum değerleri, gerekse çökmenin maksimum değerleri arasında önemli farklılıklar görülmektedir. Tez çalışmasında geliştirilen yaklaşımla bulunan sonuçlar ANSYS sonuçlarına karakterce benzemekle beraber daha küçük çıkmaktadır. Bunun nedeni seçilen yaklaşım fonksiyonu ile ilgilidir. Şekil 4.46’dan görülebileceği gibi seçilen yaklaşım fonksiyonu fiziksel durumu tam olarak modelleyememektedir. Düzlem içi terim nonlinear terimle tam olarak elimine edilemediğinden çözüm fonksiyonu gerçekte olmayan bir katılık katkısı getirmektedir. Dolayısıyla bu çalışmadaki yaklaşımla elde edilen birim uzamalar daha düşük ve frekanslar daha yüksek çıkmaktadır. Tek terim çözümde sadece sınır şartlarını sağlayan fonksiyonlar seçilmesi halinde birim uzamadaki gerçek değişimlere ulaşmak mümkün olmayabileceği gibi, bölgedeki değişimi modelleyen çözüm fonksiyonları bulmak da zor olabilmektedir.



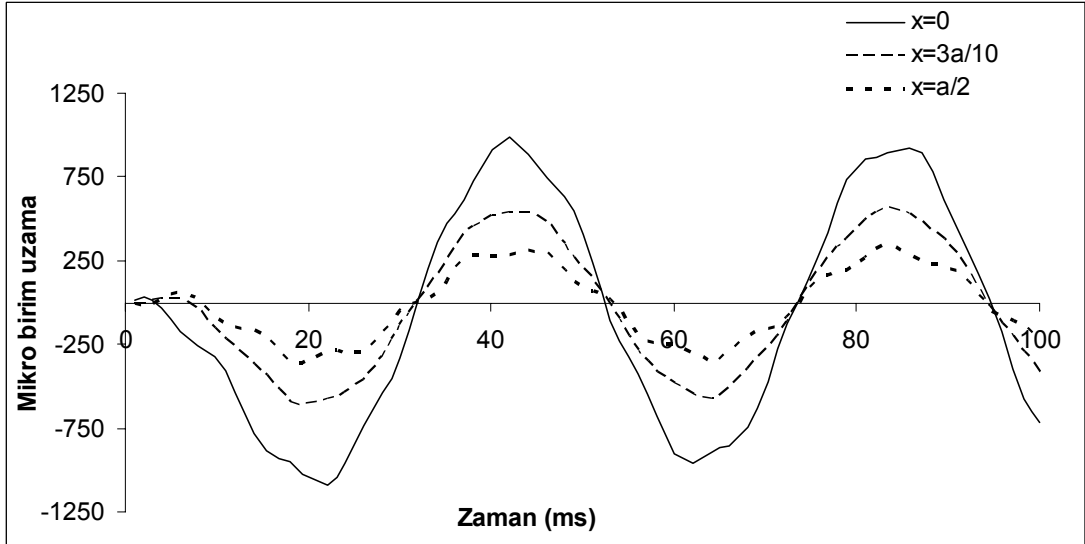
Şekil 4.57 : Konsol plak için zaman adımına göre yakınsamanın incelenmesi
($x=0,y=b/2$)



Şekil 4.58 : Konsol plak için kökte normal birim uzama ϵ_x 'in zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.59 : Konsol plağın serbest uç boyutsuz yer değiştirmesinin karşılaştırılması



Şekil 4.60 : Konsol plağın alt yüzeyinin farklı noktalarında x yönündeki birim uzamanın karşılaştırılması (ANSYS)

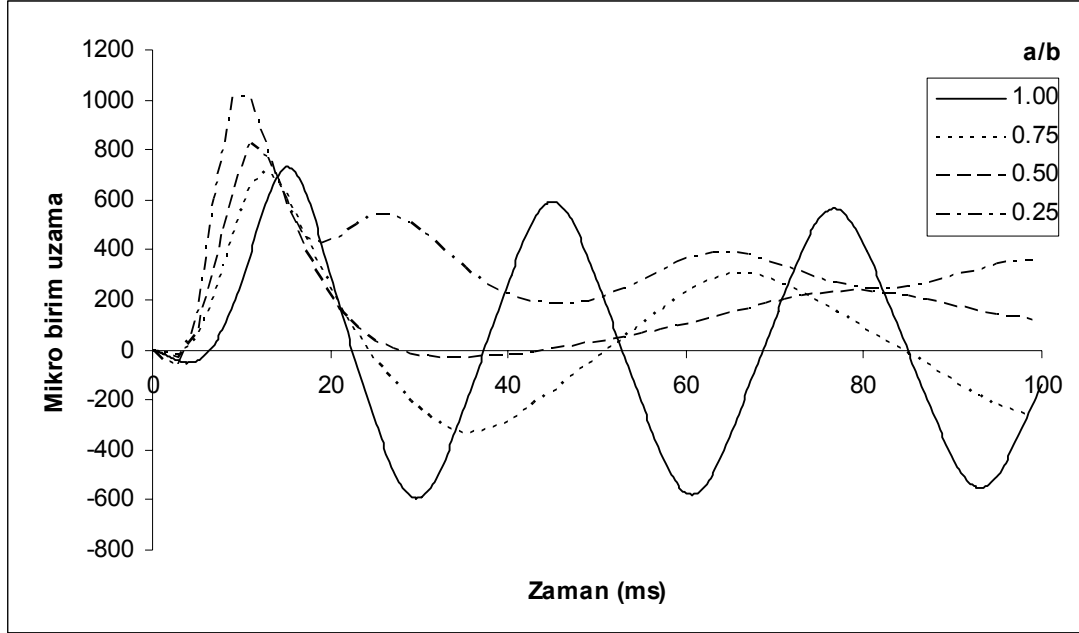
4.4.4 Parametrik Çalışmalar

Bu kısımda açıklık oranı, elyaf oryantasyonu, katman sayısı ve sönüm oranlarının incelendiği parametrik çalışmalar yapılarak sonuçlar sunulmuştur.

4.4.4.1 Açıklık Oranı

Plağın yüzey alanı sabit kalacak şekilde açıklık oranları değiştirilerek bir çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada analiz için seçilen noktalar statik yükleme durumunda en fazla birim uzamanın görüldüğü kritik noktalar. Konsol plağın üst yüzeyindeki

$x=0$, $y=b/2$ noktası için açıklık oranlarının karşılaştırılması Şekil 4.61’de verilmiştir. Beklenildiği gibi açıklık oranı azaldıkça maksimum birim uzama değerleri azalmakta ve frekans değerleri artmaktadır.

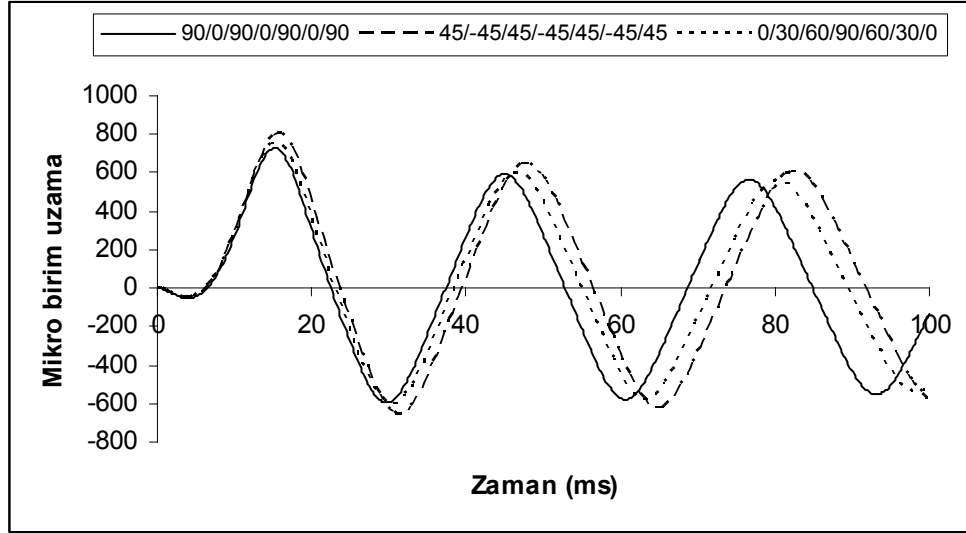


Şekil 4.61 : Konsol plak için açıklık oranlarının karşılaştırılması

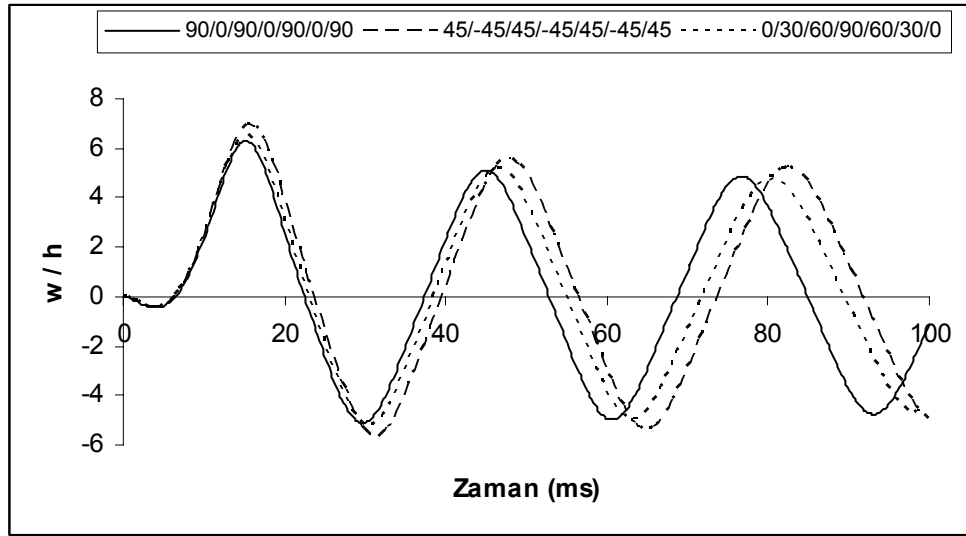
4.4.4.2 Elyaf Oryantasyonu

Konsol plağın birim uzamasının en fazla kökte olacağı düşünülerek plağın kökünde x yönündeki birim uzama değişimleri farklı elyaf oryantasyonları için karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar Şekil 4.62’de gösterilmiştir. Şekilden anlaşılacağı gibi 45/-45 oryantasyonundaki plağın genliği diğer iki oryantasyona göre daha fazladır. Şekil 4.63’de ise farklı elyaf oryantasyonları için konsol plağın serbest uç boyutsuz yer değiştirmeleri karşılaştırılmıştır.

Ankastre plak ve basit mesnetli plak hallerinde çok önemli olmayan elyaf oryantasyonunun konsol plak için önemli olduğu görülmektedir. Özellikle açıklık boyunca yerleştirilen elyafların eğilme yüklerini karşılamada daha etkin olabilecekleri düşünüldüğünde 90/0 elyaf oryantasyonunun avantajlı olacağı beklenen bir sonuçtur.



Şekil 4.62 : Konsol plağın farklı elyaf oryantasyonları için kökte birim uzama değerlerinin karşılaştırılması

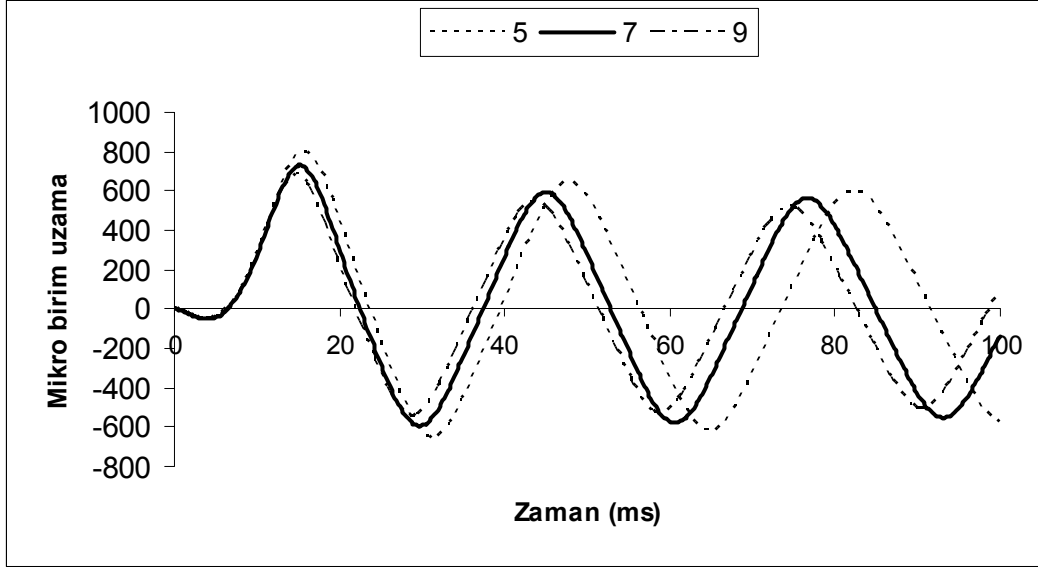


Şekil 4.63 : Konsol plağın farklı elyaf oryantasyonları için serbest uç boyutsuz yer değiştirme değerlerinin karşılaştırılması

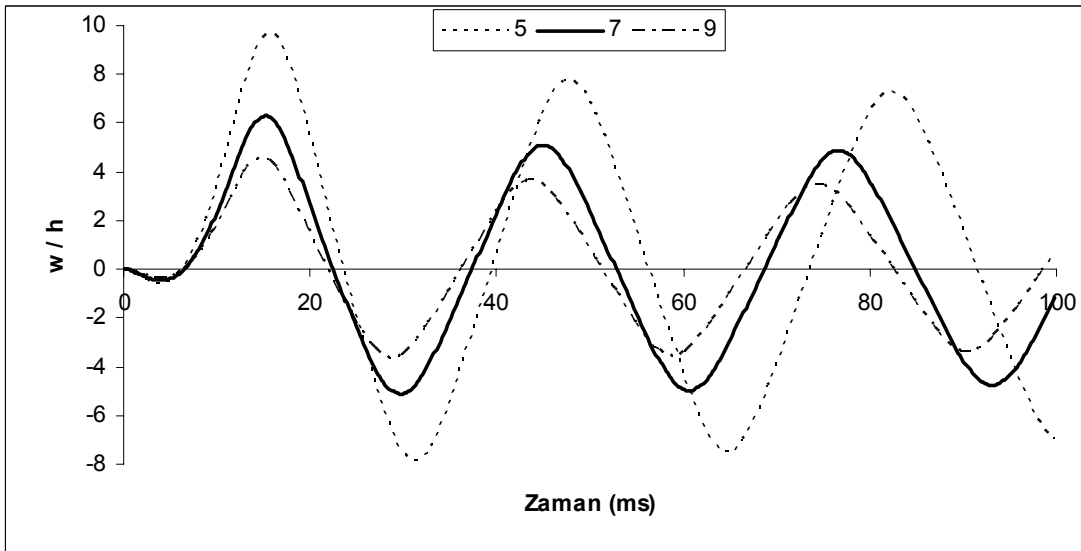
4.4.4.3 Katman Sayısı

Aynı malzeme için konsol plağın katman sayısının karşılaştırılması Şekil 4.64'te görülmektedir. Farklı kalınlıklarda aynı basınç yükü altındaki plağın üst orta noktasındaki birim uzama değişimi incelenmiştir. Kökte mikro birim uzamanın zamanla değişimi Şekil 4.64'te, uçta z yönündeki boyutsuz yer değiştirmenin zamanla değişimi Şekil 4.65'te verilmiştir.

Şekil 4.64'ten görülebileceği gibi katman sayısı arttıkça birim uzama genlikleri düşmekte, titreşim frekansları artmaktadır. Şekil 4.65'ten görüleceği üzere çökme değerleri de katman sayısıyla azalmaktadır.



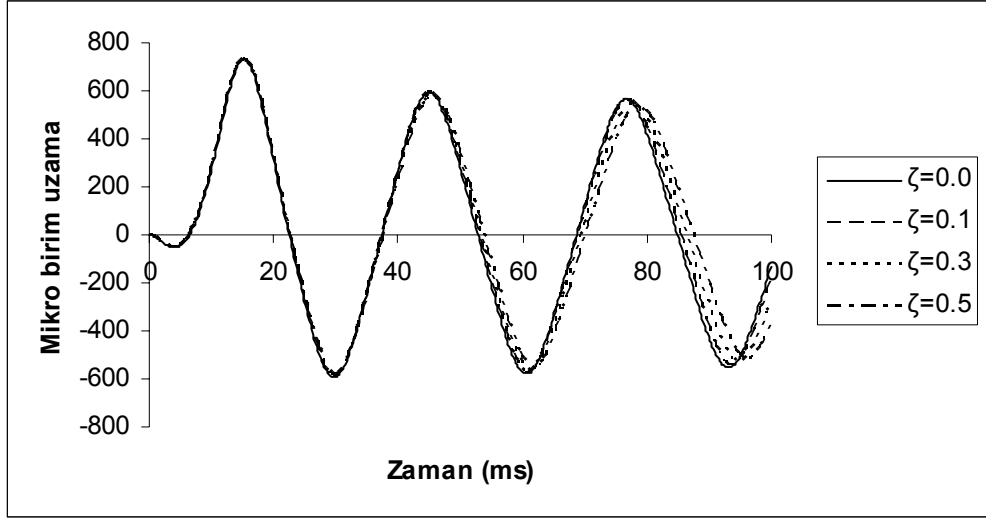
Şekil 4.64 : Konsol plağın katman sayısı ile mikro birim uzama değişiminin incelenmesi (kök)



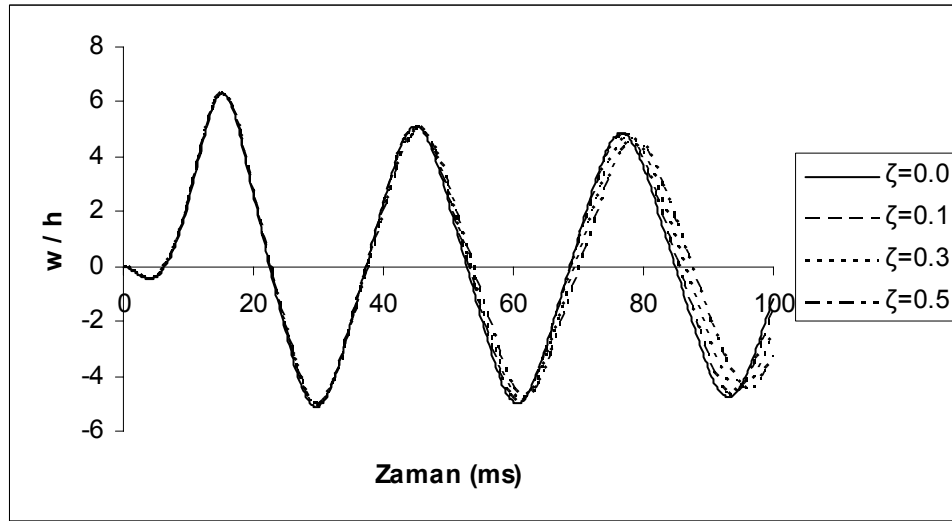
Şekil 4.65 : Konsol plağın katman sayısı ile z yönündeki yer değiştirme değişiminin incelenmesi (uç nokta)

4.4.4.4 Sönümlü Titreşimler

Farklı sönüm oranları için konsol plağın kökünde x yönündeki birim uzamanın zamanla değişimi Şekil 4.66'da verilmiştir. Bu çalışma, zaman aralığı 0.1 ms alınarak 100 ms boyunca yapılmış ve alınan sönüm değerleri için sönümün oldukça etkili olduğu gözlemlenmiştir. Şekil 4.67'de ise farklı sönüm oranlarında plağın ucunda z yönündeki yer değiştirmeleri incelenmiştir. Sönümlü titreşim analizlerinden sönümün titreşim frekansı üzerinde hafif bir azaltma etkisi olduğu görülmektedir.



Şekil 4.66 : Konsol plak için farklı sönüm oranlarında kökte x yönündeki birim uzamaların karşılaştırılması

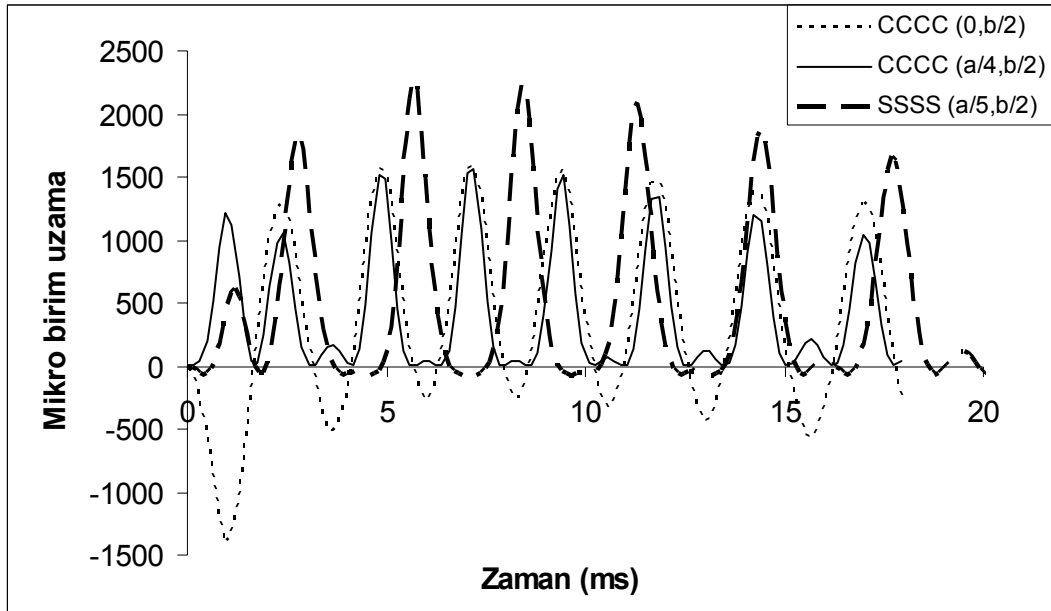


Şekil 4.67 : Konsol plak için farklı sönüm oranlarında serbest uca z yönündeki yer değiştirmelerin karşılaştırılması

4.5 Farklı Sınır Koşulları İçin Sonuçların Karşılaştırılması

Bu kısımda farklı sınır şartları altında daha önce malzeme özellikleri verilen anlık basınç yükü altındaki katmanlı kompozit plağın davranışı incelenmiştir. Farklı sınır şartlarındaki plakların zaman içinde birim uzama değişimi Şekil 4.68’de verilmiştir. Tüm kenarlarından ankastre mesnetli plak CCCC, Tüm kenarları basit mesnetli plak ise SSSS ile gösterilmiştir. Şekil 4.68’deki analizler farklı üç nokta için yapılmıştır. CCCC için $A(0,b/2)$ ve $B(a/4,b/2)$ noktaları, SSSS için ise $C(a/5,b/2)$ noktası ele alınmıştır. A ve B noktaları plağın üst yüzeyinde, C noktası ise alt yüzeyinde alınmıştır. A ve C noktaları statik analizde maksimum normal birim uzamanın görüldüğü noktalardır.

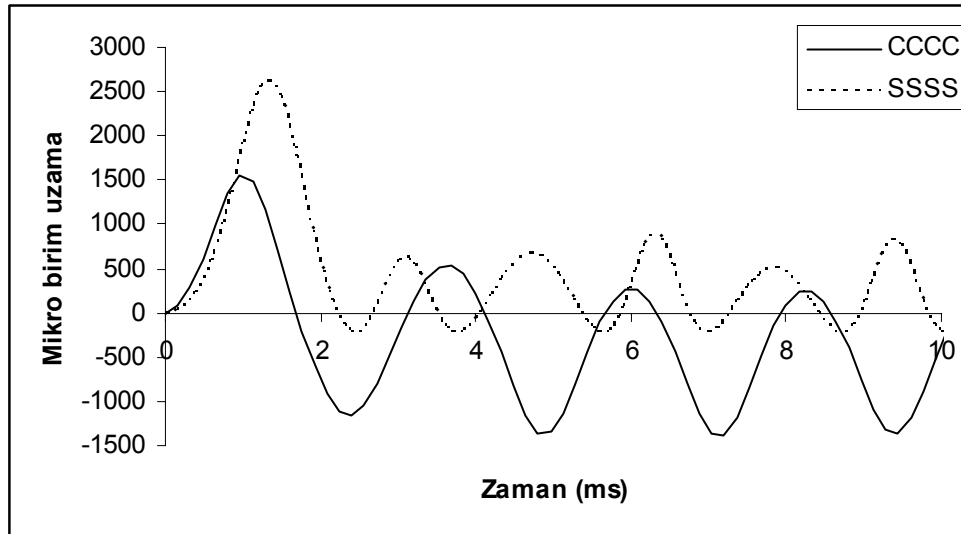
B ve C noktasının zaman ile birim-uzama değişimi çok yakındır. Normal birim uzama ε_x ’in üç terimi de bu noktalardaki normal birim uzamaya katkı da bulunmaktadır. A noktasında w yer değiştirmesinin ilk türevi sıfır olduğundan, bu nokta farklı bir karaktere sahiptir ve normal birim uzamaya katkı da bulunmaz. Tüm kenarlarından ankastre plağın alt tarafındaki birim uzama, patlamanın vakum evresinde maksimum değerine ulaşır. Beklenmedik şekilde, tüm kenarlarından basit mesnetli plağın maksimum birim uzaması, tüm kenarlarından ankastre plağa göre daha fazladır.



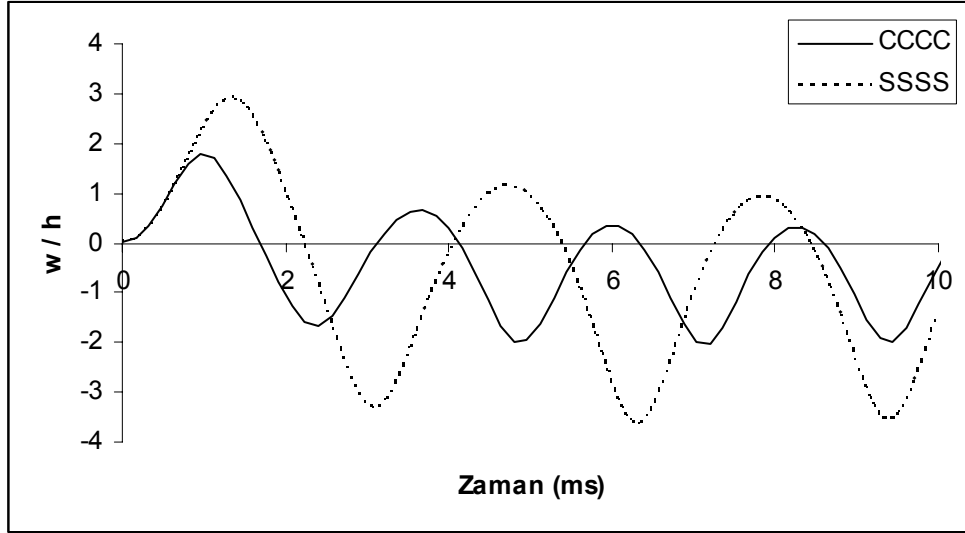
Şekil 4.68 : Plak üzerindeki farklı noktaların değişik sınır şartlarında normal birim uzaması ε_x ’in zamanla değişimi

Şekil 4.69’da tüm kenarlarından ankastre ve basit mesnetli plağın orta noktasının normal birim uzaması ϵ_x ’in zamanla değişimi karşılaştırılmıştır. Analiz yapılan noktalar plağın üst yüzeyinde seçilmiştir. w yer değiştirmesinin birinci türevi plağın orta noktasında sıfır olduğundan, bundan kaynaklanan nonlinearlik etkilerinin plağın orta noktasındaki normal birim uzamalara katkıda bulunmadığına dikkat edilmelidir. Tüm kenarlarından ankastre olan plağın birim uzama genlikleri, pik anı hariç, beklendiği gibi, basit mesnetli olana göre daha yüksektir. Ancak, CCCC plağın temel titreşim frekansı SSSS plağına oranla daha yüksektir.

Farklı sınır şartlarında plağın üst yüzeyinin orta noktasının boyutsuz yer değiştirmesi Şekil 4.70’te gösterilmiştir. Beklenildiği gibi, basit mesnetli plağın orta noktadaki yer değiştirmesi ankastre olana göre daha yüksektir. Basit mesnetli plağın yer değiştirme genlikleri ankastre olarak mesnetlenmiş olana göre daha yüksektir. Aksine basit mesnetli plağın frekansı ankastre olanın daha düşüktür.



Şekil 4.69 : Farklı sınır şartlarında plağın üst orta noktasının normal birim uzaması ϵ_x ’in zamanla değişimi



Şekil 4.70 : Farklı sınır şartlarında plağın orta noktasının boyutsuz yer değıştirmesi

5 DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, mühendislik uygulamalarında pek çok kullanım alanı olan katmanlı kompozit plak yapıların anlık basınç yükü altındaki nonlineer dinamik davranışları parametrik olarak incelenmiştir. Çalışmada dikdörtgen plak yapılar seçilmiştir. Plaklar tüm kenarlarından ankastre, tüm kenarlarından basit mesnetli ve konsol plak olarak mesnetlenmiş ve iki farklı basınç yükü ile analiz edilmiştir. Büyük deformasyonlardan kaynaklanan geometrik nonlineerlikler von Kármán büyük deformasyonlar teorisi kullanılarak hesaba katılmıştır. Hareketin diferansiyel denklemleri virtüel iş ilkesi kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen bağlı (coupled) denklem sistemine yapısal sönüm etkileri de katılmış, sınır şartlarını sağlayan uygun yaklaşım fonksiyonları seçilerek Galerkin yöntemiyle zaman uzayına indirgenmiştir. Zamana bağlı diferansiyel denklemin sayısal çözümü FORTRAN dilinde bir program yazılarak sonlu farklar yöntemi ile yapılmıştır.

İlk olarak ANSYS sonlu eleman yazılım programı kullanılarak farklı sınır şartları altında katmanlı kompozit plağın serbest titreşim analizleri yapılmış ve farklı mod şekilleri ve titreşim frekansları elde edilmiştir. ANSYS yazılımı ile elde edilen frekansların FORTRAN dilinde yazılan programda elde edilen sonuçlarla uyum içerisinde olduğu gözlemlenmiştir.

En uygun zaman adımını belirlemek için FORTRAN dilinde yazılan program ile farklı sınır şartları ve sönümlü hal için yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Analizlerde zaman adımı, tüm kenarlarından ankastre ve tüm kenarlarından basit mesnetli plak için kararlılığın görüldüğü 0.002 ms, konsol plak için ise 0.1 ms olarak alınmıştır.

Dört kenarından ankastre plak halinde, plağın orta noktası için ANSYS ve bu çalışmada geliştirilen yaklaşımla elde edilen x yönündeki birim uzama sonuçları literatürdeki deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. İlk 3 ms'de sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmektedir. Bundan sonraki davranış deneysel sonuçlar ile ancak niteliksel bir uyum göstermektedir. 3ms'den sonraki uyumsuzluğa (i) diğer titreşim modlarının bu çalışmada hesaba katılmamasının (ii) kullanılan basınç fonksiyonunun aeroelastik etkileri içermemesinin yol açtığı düşünülmektedir. Bu tez

çalışması kapsamında çok terim alma için bir çalışma yapılmıştır. Ancak Galerkin yönteminin uygulanması safhasında, hareket denklemlerindeki nonlineer terimler nedeniyle çok sayıda (bin civarında) terimin türev ve integrallerinin alınması gerekmiştir. Böyle bir hesaplama yükünün pratik olmadığı değerlendirilmiştir.

Plak için iki farklı açıklık oranı çalışması yapılmıştır. İlk çalışmada, plağın bir kenarının uzunluğu sabit tutulmuş, diğer kenar boyutları değiştirilerek orta noktasının açıklık oranları karşılaştırılmıştır. Analizler sonucunda, açıklık oranı arttıkça titreşim genliğinin düştüğü görülmektedir. İkinci çalışmada ise, farklı sınır şartları altında plağın yüzey alanı sabit kalacak şekilde açıklık oranları değiştirilmiştir. Bu çalışmada analiz için seçilen noktalar statik yükleme durumunda en fazla birim uzamanın görüldüğü kritik noktalaradır.

Farklı malzemeler için elyaf oryantasyonu etkileri de incelenmiştir. Plağın üst yüzeyinin orta noktası için farklı elyaf oryantasyonlarında normal birim uzama ve yer değiştirmeler karşılaştırılmıştır. Davranışta önemli bir farklılık görülmemiştir.

Farklı sınır şartlarında katmanlama etkisinin incelenmesi için farklı kalınlıklarda aynı basınç yükü altında plakların orta noktalarının birim uzamaları ve z yönündeki yer değiştirmeleri incelenmiştir. Katman sayısı arttıkça kalınlık da artmakta, beklenildiği gibi genlik düşmekte ve frekans artmaktadır. Katman kalınlığı arttıkça nonlineer etkileri (düzlem içi etkiler) düşmekte, dolayısı ile bunların frekans artırıcı etkileri de bununla birlikte azalmaktadır. Bu etkiler plağın z yönündeki yer değiştirmesini azaltıcı yönde etki edeceğinden kalınlık azalması ile lineere göre beklenildiğinden az genlik artışı görülmektedir.

Sönüm etkilerinin hesaba katıldığı analiz çalışmaları öncesinde bir yakınsama çalışması yapılmıştır. Sönümsüz halde olduğu gibi, zaman adımı seçimi için farklı aralıklar seçilerek analiz yapılmıştır. Yakınsama çalışmaları esnasında plak tüm kenarlarından ankastre ve viskoz sönüm oranı 0.3 olarak alınmıştır. Zaman adımı, kararlılığın görüldüğü 0.002 ms olarak alınmıştır. Sönüm etkilerini de içeren sayısal sonuçlar ile literatürdeki deneysel veriler karşılaştırılmıştır. Farklı sönüm oranları için analizler yapılmıştır. İlk büyük yükleme anından sonra sönüm etkileri titreşimin genliğini kısa sürede düşürmektedir. Bu çalışma sonuçlarının ilk çevrim için deneysel sonuçlarla iyi bir uyum içinde olduğu gözlenmiştir. İlk çevrimden sonra sayısal ve deneysel sonuçlar arasında gözlenen farklılığa, yukarıda belirtildiği gibi, plağın yüksek modlarının etkisinin olduğu değerlendirilmektedir. Ayrıca, anlık

basınç yükü ile plak arasında meydana gelen aeroelastik etkileşimlerde bu farklılığa neden olabileceği değerlendirilmektedir. Karşılaştırılan literatür sonuçlarının basınç ölçümleri kalın tahta numunelerle yapıldığı halde, birim uzama ölçümleri katmanlı kompozit plaklar için yapılmıştır. Bundan dolayı, literatürdeki deney sonuçlarının plak ile anlık basınç yükü arasındaki etkileşimleri içermediği düşünülmektedir.

Plağın uzun cevabı incelendiğinde yer değiştirme cevabının patlama basıncını takip ettiği görülmektedir. İlk patlama anında, büyük yer değiştirme etkilerinden dolayı yüksek düzlem-içi etkilerin oluşması, plağın frekans cevabını artırır. Patlama sonrası, titreşim genliği plak kalınlığından daha az olmakta ve nonlinear etkiler ortadan kalktığı için frekans azalma eğilimine girmektedir. Diğer yandan, frekans ve titreşim genliği sönüm etkilerinden dolayı azalmaktadır.

Farklı sınır şartları için plağın davranışı incelenirken değişik noktalar seçilmiştir. Beklenmedik şekilde, tüm kenarlarından basit mesnetli plağın maksimum birim uzaması, tüm kenarlarından ankastre plağa göre daha fazladır. Bu davranışta tamamen basit mesnetli plağın maksimum deformasyonunun tamamen ankastre plağinkine göre yüksek olması ve dolayısıyla basit mesnetli haldeki nonlinear etkilerin ankastre mesnetli plağa göre daha yüksek olması etkili olmaktadır.

Konsol plak için maksimum normal birim uzama kökte, maksimum yer değiştirme serbest uçta oluşmaktadır. Maksimum yer değiştirme plak kalınlığının yaklaşık olarak 10 katı olmaktadır. Konsol plak normal birim uzamadaki nonlinear terimlerin birbirini götürdüğü terimler seçmek gerekmektedir. Bunun yerine doğrudan lineer model kullanılarak analiz de yapılabilir.

Bu tez çalışmasında gerçekleştirilen katmanlı kompozit plakların anlık basınç yükü altındaki dinamik analizleri, plak davranışının incelenmesinde ve değerlendirilmesinde lineer etkilerin ve nonlinear etkilerin katkılarının zamanla değişimlerinin derinlemesine bir etüdünün gerekliliğini göstermiştir. Ayrıca tek terim alınarak yapılan dinamik analizlerde, - ki bir çok durumda bu zorunlu olmaktadır – yaklaşım fonksiyonlarının çözüm bölgesi içindeki fiziksel davranışı mümkün mertebe modelleyecek şekilde seçilmesi hayati öneme sahiptir.

Bu çalışma esnasında, sıcaklık ve kompozitlerde çok önemli olan nem-ısı etkileri hesaba katılmamıştır. Takviyeli plakların anlık basınç yüklerine dinamik cevabı incelenmemiştir. Bu konular, ileri de yapılması anlamlı çalışmalardır.

KAYNAKLAR

- [1] **Houlston, R., Slater, J. E., Pegg, N. and DesRochers, C. G.**, 1985. On Analysis of Structural Response of Ship Panels Subjected to Air Blast Loading, *Computers and Structures*, **21**, 273-289.
- [2] **Na, S., and Librescu, L.**, 2001. Dynamic Response of Elastically Tailored Adaptive Cantilevers of Nonuniform Cross Section Exposed to Blast Pressure Pulses, *International Journal of Impact Engineering*, **25**, 847-867.
- [3] **Na, S., and Librescu, L.**, 2000. Dynamic Response of Adaptive Cantilevers Carrying External Stores and Subjected to Blast Loading, *Journal of Sound and Vibration*, **231**(4), 1039-1055.
- [4] **Tanrıöver, H. and Şenocak, E.**, 2004. Large Deflection Analysis Of Unsymmetrically Laminated Composite Plates: Analytical-Numerical Type Approach, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **39**, 1385–1392.
- [5] **Zhang, Y., Wang, S. and Petersson B.**, 2003. Large deflection analysis of composite laminates, *Journal of Materials Processing Technology*, **138**(1-3), 34-40.
- [6] **Tan, H., F., Tian, Z., H., and Du X., W.**, 2000. A New Geometrical Nonlinear Laminated Theory for Large Deformation Analysis, *International Journal of Solids and Structures*, **37**, 2577-2589.
- [7] **Shen, H., S.**, 1999. Large Deflection of Composite Laminated Plates under Transverse and In-plane Loads and Resting on Elastic Foundations, *Composite Structures*, **45**, 115-123.
- [8] **Gupta A. D., Gregory F. H., Bitting, R. L. and Bhattacharya, S.**, 1987. Dynamic Analysis of an Explosively Loaded Hinged Rectangular Plate, *Computers and Structures*, **26**, 339-344.
- [9] **Houlston, R., and DesRochers, C. G.**, 1987. Nonlinear Structural Response of Ship Panels Subjected to Air Blast Loading, *Computers and Structures*, **26**, 1-15.
- [10] **Jacinto A., C., Ambrosini R., D., and Danesi, R., F.**, 2001. Experimental and Computational Analysis of Plates under Air Blast Loading, *International Journal of Impact Engineering*, **25**, 927-947.
- [11] **Yuen, S., C. K., and Nurick, G., N.**, 2005. Experimental and Numerical Studies on the Response of Quadrangular Stiffened Plates. Part I: Subjected to Uniform Blast Load, *International Journal of Impact Engineering*, **31**, 55-83.
- [12] **Langdon, G., S., Yuen S., C. K., and Nurick, G., N.**, 2005. Experimental and Numerical Studies on the Response of Quadrangular Stiffened Plates.

Part II: Localised Blast Loading, *International Journal of Impact Engineering*, **31**, 85-111.

- [13] **Jacob, N., Yuen S., C. K., Nurick, G., N., Bonorchis, D., Desai, S., A., and Tait, D.**, 2004. Scaling Aspects of Quadrangular Plates Subjected to Localised Blast Loads-Experiments and Predictions, *International Journal of Impact Engineering*, **30**, 1179-1208.
- [14] **Uyanık, H. ve Kazancı, Z.**, 2004. Anlık Basınç Yüğü Etkisi Altındaki Konsol Bir Plağın Dinamik Analizi, *HUTEN Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, **1**(3), 9-17.
- [15] **Reddy, J. N.**, 1983. Geometrically Nonlinear Transient Analysis of Laminated Composite Plates, *AIAA Journal*, **21**(4), 621-629.
- [16] **Librescu, L. and Nosier, A.**, 1990. Response of Laminated Composite Flat Panels to Sonic Boom and Explosive Blast Loadings, *AIAA Journal*, **28**(2), 345-352.
- [17] **Türkmen, H. S. and Mecitoğlu, Z.**, 1999. Nonlinear Structural Response of Laminated Composite Plates Subjected to Blast Loading, *AIAA Journal*, **37**(12), 1639-1647.
- [18] **Türkmen, H. S. and Mecitoğlu, Z.**, 1999. Dynamic Response of a Stiffened Laminated Composite Plate Subjected to Blast Load, *Journal of Sound and Vibration*, **221**(3), 371-389.
- [19] **Harras, B., Benamar, R. and White, R. G.**, 2002. Geometrically Non-Linear Free Vibration of Fully Clamped Symmetrically Laminated Rectangular Composite Plates, *Journal of Sound and Vibration*, **251**(4), 579-619.
- [20] **Kazancı, Z., Mecitoğlu, Z. and Hacıoğlu A.**, 2004. Effect of In-Plane Stiffnesses and Inertias on Dynamic Behavior of A Laminated Composite Plate Under Blast Load, *ASCE Earth&Space-2004*, Houston, Texas, USA, 7-10 March, 484-491.
- [21] **Kazancı, Z., Hacıoğlu, A. ve Mecitoğlu, Z.**, 2004. Kompozit Bir Plağın Anlık Basınç Yüğü Altındaki Davranışının Parametrik Olarak İncelenmesi, *Havacılıkta İleri Teknolojiler Sempozyumu(HİTEK-2004)*, Hava Harp Okulu, Yeşilyurt, İstanbul, 9-10 Aralık, 23-29.
- [22] **Kazancı, Z. and Mecitoğlu, Z.**, 2005. Nonlinear Dynamic Behavior of A Laminated Composite Plate Subject to Blast Load for Different Boundary Conditions, *3rd Ankara International Aerospace Conference (AIAC 2005)*, AIAC 2005-044, Metu, Ankara, TURKEY, August 22-25.
- [23] **Louca, L. A., Pan, Y. G. and Harding, J E.**, 1998. Response of Stiffened and Unstiffened Plates Subjected to Blast Loading, *Engineering Structures*, **20**(12), 1079-1086.
- [24] **Xue, Z., and Hutchinson, J., W.**, 2004. A Comparative Study of Impulse-Resistant Metal Sandwich Plates, *International Journal of Impact Engineering*, **30**, 1283-1305.

- [25] **Hause, T. and Librescu, L.**, 2005. Dynamic Response of Anisotropic sandwich flat panels to explosive pressure pulses, *International Journal of Impact Engineering*, **31**, 607-628.
- [26] **Librescu, L., Oh, S. Y. and Hohe, J.**, 2004. Linear and non-linear dynamic response of sandwich panels to blast loading, *Composites: Part B*, **35**, 673-683.
- [27] **Marzocca, P., Librescu, L. and Chiocchia, G.**, 2002. Aeroelastic Response of A 2-D Airfoil in A Compressible Flow Field and Exposed to Blast Loading, *Aerospace Science and Technology*, **6**, 259-272.
- [28] **Marzocca, P., Librescu, L. and Chiocchia, G.**, 2001. Aeroelastic Response of 2-D Lifting Surfaces to Gust and Arbitrary Loading Signatures, *International Journal of Impact Engineering*, **25**, 41-65.
- [29] **Nosier, A., Librescu, L. and Frederick, D.**, 1990. The Effects of Time-dependent Excitation on the Oscillatory Motion of Viscously Damped Laminated Composite Flat Panels, *Advances in the Theory of Plates and Shells*, 249-268, edited by Voyiadjis, G.Z. and Karamanlidis, D., Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
- [30] **Kazancı, Z. and Mecitoğlu, Z.**, 2005. Nonlinear Damped Vibrations of a Laminated Composite Plate Subject to Blast Load, *46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (SDM 2005)*, AIAA-2005-2339, Austin, Texas, USA, April 18-21.
- [31] **Szilard, R.**, 1974. Theory and Analysis of Plates: Classical and Numerical Methods, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- [32] **Timoshenko, S. A. and Woinowsky-Krieger, S.**, 1959. Theory of Plates and Shells, 2d ed., McGraw-Hill, Inc., New York.
- [33] **Daniel, I. M. and Ishai, O.**, 1994. Engineering Mechanics of Composite Materials, Oxford University Press, Inc., New York.
- [34] **Mecitoğlu, Z.**, 1996. Governing Equations of A Stiffened Laminated Inhomogeneous Conical Shell, *AIAA Journal*, **34**(10), 2118-2125.
- [35] **Gibson, R. F.**, 1994. Principles of Composite Material Mechanics, McGraw-Hill, Inc., New York.
- [36] **Dym, Clive, L.**, 1967. Introduction to the Theory of Shells, Pergamon Press, New York, 29-32.
- [37] **Türkmen, H. S.**, 2002. Structural Response of Laminated Composite Shells Subjected to Blast Loading: Comparison of Experimental and Theoretical Methods, *Journal of Sound and Vibration*, **249**(4), 663-678.

EKLER

Hareketin nonlineer ve bağılı diferansiyel denklemlerindeki katsayılar:

Plak tüm kenarlarından ankastre ise

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{a^{11}b}{18480} \bar{m}, & a' &= \frac{a^{11}b}{18480} d_1, & a_1 &= \frac{a^9(33A_{11}b^2 + a^2A_{66}\pi^2)}{13860b}, \\ a_2 &= \frac{a^5(A_{12} + A_{66})b^5(-15 + \pi^2)^2}{4\pi^8}, & a_3 &= -\frac{a^3(3b^2B_{11} + a^2(B_{12} + 2B_{66}))(-15 + \pi^2)}{b\pi^2}, \\ a_4 &= \frac{5a^3(b^2A_{22}(15 - 4\pi^2) + 3(A_{12} - A_{66})a^2(63 - 4\pi^2))}{64b\pi^2}, & a_5 &= -abq_x, \\ b_0 &= \frac{ab^{11}}{18480} \bar{m}, & b' &= \frac{a^{11}b}{18480} d_2, & b_1 &= \frac{b^9(33a^2A_{22} + A_{66}b^2\pi^2)}{13860a}, \\ b_2 &= \frac{a^5(A_{12} + A_{66})b^5(-15 + \pi^2)^2}{4\pi^8}, & b_3 &= -\frac{b^3(3a^2B_{22} + b^2(B_{12} + 2B_{66}))(-15 + \pi^2)}{a\pi^2}, \\ b_4 &= \frac{5b^3(a^2A_{22}(15 - 4\pi^2) + 3(A_{12} - A_{66})b^2(63 - 4\pi^2))}{64a\pi^2}, & b_5 &= -abq_y, \\ c_0 &= \frac{9ab}{4} \bar{m}, & c' &= \frac{9ab}{4} d_3, & c_1 &= \frac{4\pi^4(3b^4D_{11} + 3a^4D_{22} + 2a^2b^2(D_{12} + 2D_{66}))}{a^3b^3}, \\ c_2 &= \frac{24\pi^4}{ab}(B_{12} - B_{66}), & c_3 &= \frac{20\pi^4(21a^4A_{22} + 10a^2(3A_{12} + 4A_{66})b^2 + 21A_{11}b^4)}{32a^3b^3}, \\ c_4 &= -\frac{a^3(3b^2B_{11} + a^2(B_{12} + 2B_{66}))(-15 + \pi^2)}{b\pi^2}, & c_5 &= -\frac{b^3(3a^2B_{22} + b^2(B_{12} + 2B_{66}))(-15 + \pi^2)}{a\pi^2}, \\ c_6 &= \frac{5a^3(A_{11}b^2(15 - 4\pi^2) - 3a^2(A_{12} - A_{66})(-63 + 4\pi^2))}{32b\pi^2}, \\ c_7 &= \frac{5b^3(A_{22}a^2(15 - 4\pi^2) - 3b^2(A_{12} - A_{66})(-63 + 4\pi^2))}{32a\pi^2}, \\ c_8 &= -abq_z \end{aligned}$$

Basit mesnetli ise

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{ab^9}{1260} \bar{m} & a' &= \frac{ab^9}{1260} d_1 & a_1 &= \frac{3a^2A_{66}b^7 + A_{11}b^9\pi^2}{315} \\ a_2 &= \frac{9a^4b^4(A_{12} + A_{66})}{\pi^6} & a_3 &= \frac{16b^3(b^2B_{11} + a^2(B_{12} + 2B_{66}))(-12 + \pi^2)}{3a^2\pi^3} \\ a_4 &= \frac{b^3(A_{11}b^2(45 + \pi^4) + a^2(90A_{66} - A_{12}(-45 + \pi^4)))}{240a^2\pi} \\ a_5 &= 0 \\ b_0 &= \frac{9a^9b}{1260} \bar{m} & b' &= \frac{9a^9b}{1260} d_2 & b_1 &= \frac{3a^7b^2A_{66} + a^9A_{22}\pi^2}{315b} \end{aligned}$$

$$b_2 = \frac{9a^4 b^4 (A_{12} + A_{66})}{\pi^6} \quad b_3 = \frac{16a^3 (a^2 B_{22} + b^2 (B_{12} + 2B_{66}))(-12 + \pi^2)}{3b^2 \pi^3}$$

$$b_4 = \frac{a^3 (A_{22} a^2 (45 + \pi^4) + b^2 (90A_{66} - A_{12} (-45 + \pi^4)))}{240b^2 \pi}$$

$$b_5 = 0$$

$$c_0 = \frac{ab}{4} \bar{m} \quad c' = \frac{ab}{4} d_3 \quad c_1 = \frac{(b^4 D_{11} + a^4 D_{22} + 2a^2 b^2 (D_{12} + 2D_{66}))\pi^4}{4a^3 b^3}$$

$$c_2 = \frac{8(B_{12} - B_{66})\pi^2}{3ab} \quad c_3 = \frac{(9a^4 A_{22} + 2a^2 (3A_{12} + 4A_{66})b^2 + 9A_{11}b^4)\pi^4}{128a^3 b^3}$$

$$c_4 = \frac{(16b^3 (4b^2 B_{11} + a^2 (B_{12} + 2B_{66})))(-12 + \pi^2)}{3a^2 \pi^3}$$

$$c_5 = \frac{(16a^3 (4a^2 B_{22} + b^2 (B_{12} + 2B_{66})))(-12 + \pi^2)}{3b^2 \pi^3}$$

$$c_6 = \frac{3b^3 (A_{12} + A_{66})}{4\pi} + \frac{A_{11} \left(\frac{b^5}{60} + \frac{3b^5}{4\pi^4} \right) \pi^3}{2a^2} - \frac{A_{12} \left(\frac{b^5}{60} + \frac{3b^5}{4\pi^4} \right) \pi^3}{2b^2}$$

$$c_7 = \frac{3a^3 (A_{12} + A_{66})}{4\pi} + \frac{A_{22} \left(\frac{a^5}{60} + \frac{3a^5}{4\pi^4} \right) \pi^3}{2b^2} - \frac{A_{12} \left(\frac{a^5}{60} + \frac{3a^5}{4\pi^4} \right) \pi^3}{2a^2}$$

$$c_8 = -\frac{4ab}{\pi^2} q_z$$

Konsol plak ise

$$a_0 = \frac{3ab}{2} \bar{m} \quad a' = \frac{3ab}{2} d_1 \quad a_1 = \frac{A_{11} b \pi^2}{2a}$$

$$a_2 = 4(A_{12} + A_{66}) \quad a_3 = -\frac{2bB_{11}\pi^2}{a^2} \quad a_4 = \frac{2A_{11}b\pi^2}{3a^2}$$

$$a_5 = abq_x$$

$$b_0 = \frac{3ab}{4} \bar{m} \quad b' = \frac{3ab}{4} d_2 \quad b_1 = \frac{(3a^2 A_{22} + b^2 A_{66})\pi^2}{4ab}$$

$$b_2 = 0 \quad b_3 = 0 \quad b_4 = 0 \quad b_5 = 0$$

$$c_0 = \frac{3ab}{2} \bar{m} \quad c' = \frac{3ab}{2} d_3 \quad c_1 = \frac{b D_{11} \pi^4}{2a^3}$$

$$c_2 = 0 \quad c_3 = \frac{3A_{11}b\pi^4}{16a^3}$$

$$c_4 = \frac{2bB_{11}\pi^2}{a^2} \quad c_5 = -\frac{(3a^2 B_{22} + b^2 (B_{12} + 2B_{66}))\pi^2}{ab^2}$$

$$c_6 = \frac{4A_{11}b\pi^2}{3a^2} \quad c_7 = \frac{(A_{66} - A_{12})\pi^2}{a}$$

$$c_8 = -abq_z$$

ÖZGEÇMİŞ

18 Temmuz 1974 tarihinde Kahramanmaraş'ta doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Kahramanmaraş'ta 1992 yılında tamamladı. Aynı yıl, İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak Mühendisliği Bölümü'nü kazandı. 1996 yılında mezun oldu ve İTÜ Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans yapma hakkını kazandı. 1997 yılında Hava Kuvvetleri Komutanlığı'nın açtığı sınavı kazanarak muvazzaf subay olarak Hava Harp Okulu'na öğretim elemanı olarak atandı. 2000 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi'nden Uçak Yüksek Mühendisi unvanını aldı ve aynı bölümde doktora eğitimine başladı. Halen Hava Harp Okulu Dekanlığı, Havacılık Mühendisliği Bölümü, Yapı ve Konstrüksiyon Ana Bilim Dalı Başkanlığında öğretim elemanı olarak görev yapmaktadır. İngilizce bilir, evlidir.