

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU KULLANAN  
İŞBİRLİKLİ ÇOK ATLAMALI AĞLAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mustafa Cihan TAŞTAN**

**Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Telekomünikasyon Mühendisliği Programı**

**MAYIS 2015**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU KULLANAN  
İŞBİRLİKLİ ÇOK ATLAMALI AĞLAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mustafa Cihan TAŞTAN  
(504121325)**

**Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Telekomünikasyon Mühendisliği Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. H.Ümit AYGÖLÜ**

**MAYIS 2015**



İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504121325 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Mustafa Cihan TAŞTAN**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **“UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU KULLANAN İŞBİRLİKLİ ÇOK ATLAMALI AĞLAR”** başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :** **Prof. Dr. H.Ümit AYGÖLÜ** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :** **Yrd. Doç. Dr. Ertuğrul BAŞAR** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Hacı İLHAN** .....  
Yıldız Teknik Üniversitesi

**Teslim Tarihi :** **4 Mayıs 2015**  
**Savunma Tarihi :** **27 Mayıs 2015**



*Anneme,*





## **ÖNSÖZ**

Yüksek lisans öğrenimim süresince ve tez çalışmalarımın her aşamasında değerli zamanımı ve emeğini benim için harcayan saygın hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. H.Ümit Aygözü'ne sonsuz saygı ve şükranlarımı sunarım. Bugüne kadarki yaşadığım zorlu ve sıkıntılı süreçlerde hep yanımda olan biricik anneme hayatım boyunca bana verdiği destekten dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Saygılarımla...

Mays 2015

Mustafa Cihan TAŞTAN  
(Elektronik Mühendisi)



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

<b>ÖNSÖZ</b> .....	vii
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	ix
<b>KISALTMALAR</b> .....	xi
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> .....	xiii
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	xv
<b>ÖZET</b> .....	xvii
<b>SUMMARY</b> .....	xix
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar .....	1
1.2 Tezin Konuya Katkıları .....	4
<b>2. UZAYSAL MODÜLASYON</b> .....	7
2.1 Uzaysal Modülasyon'da İşaret Modeli .....	7
2.2 Uzaysal Modülasyon'da Alıcı Yapısı.....	9
2.3 Uzaysal Modülasyon'un Avantajları ve Dezavantajları.....	11
<b>3. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU</b> .....	13
3.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda İşaret Modeli .....	13
3.2 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda Alıcı Yapısı .....	15
<b>4. İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM</b> .....	21
4.1 İşbirlikli İletişimde Aktarım Yöntemleri.....	22
4.1.1 Kuvvetlendirir- ve-aktar işbirlikli iletişim yöntemi .....	22
4.1.2 Çöz-ve-aktar işbirlikli iletişim yöntemi .....	23
4.1.3 Kodlamalı işbirlikli iletişim yöntemi .....	24
4.2 İşbirlikli İletişim Protokolleri .....	25
4.2.1 Sabit röleli iletişim.....	25
4.2.2 Seçici röleli iletişim .....	26
4.2.3 Artırımlı röleli iletişim.....	26
<b>5. ÇOK ATLAMALI AĞLAR</b> .....	27
<b>6. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONUNUN ÇOK ATLAMALI AĞLARA UYGULANMASI</b> .....	29
6.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunun Çok Atlamalı Ağlar İçin Bit Hata Analizi .....	30
6.2 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunun Çok Atlamalı Ağlar İçin Servis Kesilme Analizi .....	38
<b>7. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU İÇİN İŞBİRLİKLİ ÇOK ATLAMA</b> .....	47
7.1 Yüksek Başarılı Çöz-ve-Aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu .....	49
7.1.1 $N_t = 2$ için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu .....	49
7.1.2 $N_t = 2$ için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun 3 atlamalı yapıya genelleştirilmesi .....	63

7.1.3 $N_t \geq 2$ için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu .....	69
7.1.4 Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonun $N$ -atlama için genelleştirilmesi ve hata başarımlı analizi .....	76
7.1.5 Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı işbirlikli ağlarda servis kesilme analizi .....	99
<b>8. SONUÇ</b> .....	<b>107</b>
<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>108</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>110</b>

## **KISALTMALAR**

<b>AWGN</b>	: Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	: Bit Error Rate
<b>BPSK</b>	: Binary Phase Shift Keying
<b>C-MRC</b>	: Cooperative Maximum Ratio Combining
<b>CRC</b>	: Cyclic Redundancy Check
<b>dB</b>	: Decibel
<b>DF</b>	: Decode-and-Forward
<b>MIMO</b>	: Multi-input multi-output
<b>ML</b>	: Maximum Likelihood
<b>MRC</b>	: Maximum Ratio Combining
<b>OFDM</b>	: Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
<b>QAM</b>	: Quadrature Amplitude Modulation
<b>SM</b>	: Spatial Modulation
<b>SNR</b>	: Signal-to-noise Ratio
<b>SSK</b>	: Space Shift Keying
<b>V-BLAST</b>	: Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time



## ÇİZELGE LİSTESİ

	<b><u>Sayfa</u></b>
<b>Çizelge 2.1</b> : Uzaysal modülasyon yönteminde $N_t = 2$ anten ve $M = 2$ için modülator çıkışı.....	9
<b>Çizelge 3.1</b> : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda $N_t = 4$ anten için etkin antenin ve $x$ vektörünün durumu.....	14





## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1 : Uzaysal modülasyon sistem modeli .....	8
Şekil 3.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu sistem modeli .....	13
Şekil 4.1 : İşbirlikli iletişim temel modeli .....	21
Şekil 4.2 : Kuvvetlendir-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim yöntemi .....	23
Şekil 4.3 : Çöz-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim .....	24
Şekil 4.4 : Kodlamalı röleli işbirlikli iletişim .....	25
Şekil 5.1 : Çok atlamalı ağ modeli.....	27
Şekil 5.2 : Çok atlamalı işbirlikli model.....	28
Şekil 6.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun DF kullanan çok atlamalı ağlara uygulanması.....	29
Şekil 6.2 : 2 atlama için uçtan-uca hata durumu.....	31
Şekil 6.3 : 2 iletim 1 alıcı anten için kuramsal-benzetim bit hata olasılıkları.....	32
Şekil 6.4 : 8 iletim 2 alıcı anten için kuramsal - benzetim bit hata olasılıkları.....	33
Şekil 6.5 : 8 iletim anteni için bit hata olasılıkları.....	34
Şekil 6.6 : 4 iletim anteni için bit hata olasılıkları.....	35
Şekil 6.7 : Artan uzaklık (a) ve sabit uzaklık (b) için çok atlamalı iletim.....	36
Şekil 6.8 : 8 iletim anteni için bit hata olasılıkları.....	37
Şekil 6.9 : 4 iletim anteni için bit hata olasılıkları.....	38
Şekil 6.10 : Çok atlamalı ağın servis kesilme olasılığı.....	41
Şekil 6.11 : 1 alıcı anten için çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı.....	43
Şekil 6.12 : 8 iletim anteni için servis kesilme olasılığı.....	44
Şekil 6.13 : 4 iletim anteni için servis kesilme olasılığı.....	45
Şekil 6.14 : 8 iletim anteni için servis kesilme olasılığı (kaynak - hedef arası sabit uzaklık).....	46
Şekil 7.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu işbirlikli iletişimi.....	47
Şekil 7.2 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu .....	51
Şekil 7.3 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu bit hata olasılığı.....	62
Şekil 7.4 : 2 verici 1 alıcı anten için doğrudan iletim ve çöz-ve-aktar işbirlikli iletim için SSK-PSK bit hata olasılıkları.....	63
Şekil 7.5 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun üç atlamalı yapıda kullanılması .....	64
Şekil 7.6 : 2 ve 3 atlamalı yapıda sistem hata durumları .....	67
Şekil 7.7 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun dört atlamalı yapıda kullanılması.....	77
Şekil 7.8 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun beş atlamalı yapıda kullanılması.....	83
Şekil 7.9 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı kuramsal hata başarımı.....	90
Şekil 7.10 : Çok atlamalı ağlarda SSK bit hata olasılığı ve kuramsal alt sınırı.....	95

<b>Şekil 7.11</b> : 2 verici 1 alıcı anten için çok atlamalı işbirlikli ağlarda SSK-PSK bit hata olasılığı .....	96
<b>Şekil 7.12</b> : 8 iletim anteni için bit hata olasılığı .....	97
<b>Şekil 7.13</b> : 4 iletim anteni için bit hata olasılığı .....	98
<b>Şekil 7.14</b> : 8 iletim anteni için bit hata olasılığı (kaynak - hedef arası sabit uzaklık).....	99
<b>Şekil 7.15</b> : 1 alıcı anten için işbirlikli çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı.....	103
<b>Şekil 7.16</b> : İşbirlikli çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı.....	104
<b>Şekil 7.17</b> : İşbirlikli çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı (kaynak-hedef arası sabit uzaklık).....	105

## UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU KULLANAN İŞBİRLİKLİ ÇOK ATLAMALI AĞLAR

### ÖZET

Günümüzde telsiz iletişim sistemlerinde ses ve veri iletimi için talep edilen servis miktarı gittikçe artmaktadır. Bu ihtiyacı karşılamak için çok-giriş çok-çıkışlı telsiz iletişim sistemlerinin kullanılması önerilmiştir. Bu çalışmada, çok-giriş çok-çıkışlı sistemler için tanımlanan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu çok atlamalı sistemlere uygulanmıştır. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu uzaysal modülasyonun özel bir biçimi olup çok-giriş çok-çıkışlı yapıların sahip olduğu yüksek karmaşıklık ve maliyet gibi negatif etkileri azaltırken, yüksek veri hızları için başarımları azalmamakta, alıcı birimde çok sayıda anten kullanılması durumunda ise başarımları diğer yöntemlere göre artmaktadır. Kaynaktan hedefe iletilmek istenen işaret doğrudan iletilmediği durumlarda ya da iletildiğinde istenilen başarımları elde edilemediği durumlarda, iletişim aktarıcılar veya aktarıcı grupları ile gerçekleştirilmektedir. Aktarıcı birimlerin kullanıldığı iletişim yapılarına çok atlamalı ağlar (multihop networks) adı verilmektedir. Son yıllarda gelişen teknoloji ile birlikte talep edilen daha güvenilir, daha geniş kapsama alanlarına sahip sistemlerin gerçekleştirilmesinde çok atlamalı ağlar kilit rol oynamaktadır. Geleneksel yöntemler ile karşılaştırıldığında alıcı ve verici birimlerin sabit olduğu ve aktarıcı birimlerin bu iki birim arasında kullanıldığı çok atlamalı telsiz iletişim yöntemi çok daha verimli olmaktadır. Dolayısıyla çok atlamalı sistemlerin 4G gibi hücresel ağlarda ve gelecekte onu izleyecek yeni hücresel ağlarda kullanılması öngörülmektedir. Klasik iletim yöntemine alternatif olarak önerilen işbirlikli iletişim yöntemi alıcı ve verici birimlerinin birbirleriyle iletişiminde ek olarak bir aktarıcı birimin daha kullanılması ile sistemin başarımlarını ve çeşitlilik derecesini arttıran bir yöntemdir. Bu çalışmada çok atlamalı olmayan, kod çöz ve aktar tekniğine dayalı işbirlikli yapılarda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilmiş yüksek başarımlı iletim modeli çok atlamalı telsiz ağlar için geliştirilmiştir.

Tez çalışmasının birinci aşamasında geleneksel yöntemlerden farklı olarak yalnızca etkin anten indisi kullanılarak hedefe bilgi iletilen uzay-kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için hata başarımları ve servis kesilme olasılıkları için bilgisayar benzetimleri yapılmış, kuramsal sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Tez çalışmasının ikinci aşamasında ise daha önce çok atlamalı olmayan kod çöz ve aktar tekniğine dayalı işbirlikli yapılarda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilmiş yüksek başarımlı iletim modeli çok atlamalı telsiz ağlar için geliştirilmiştir. Geliştirilmiş yapının hata başarımları ve servis kesilme olasılıkları bilgisayar benzetimleri ve kuramsal analizle incelenmiştir. Devamında ise işaret kaynağının ve hedef birimin arasındaki uzaklığın sabit olduğu durumda farklı sayıda aktarıcı birim var iken hata başarımları ve servis kesilme olasılıkları bilgisayar benzetimleriyle değerlendirilmiştir.



# **MULTI-HOP COOPERATIVE COMMUNICATION FOR SPACE SHIFT KEYING MODULATION**

## **SUMMARY**

Nowadays the amount of demanded voice and data services in wireless communication is increasing dramatically. One of the suggested technique to fulfill this requirement is the multiple input multiple output (MIMO) communication where multiple transmit and receive antennas are deployed during the transmission. MIMO systems provide capacity and/or diversity gain to improve the achievable system performance. However, like each communication system, MIMO systems have their own disadvantages beside the cited advantages. MIMO systems increase the system complexity and cost. Since several signal sequences are simultaneously transmitted from multiple antennas, inter-antenna synchronization and interchannel interference problems occur in a MIMO system, which get difficult their realization especially at the user terminals.

Spatial modulation is one of the approaches to overcome these disadvantages of the MIMO systems. Spatial modulation reveals with its relatively low-complexity low-cost transmitter-receiver structure and high spectral efficiency while providing high error performance and high data rates. In spatial modulation, information is transmitted by the indices of the available transmit antennas in addition to the classical amplitude/phase modulated symbols. Since only one of the transmit antennas is activated during each transmission interval, only one radio frequency chain is needed at the transmitter, which relaxes the inter-antenna synchronization problem of the MIMO systems while reducing the total power consumption. Its error performance gets better compared to the other modulation techniques when the number of antennas is increased at the receiver.

Space-shift keying is a special form of the spatial modulation where only antenna indices convey information. Space-shift keying lowers the detection complexity while the performance remaining comparable to the spatial modulation. Since the amplitude/phase modulation is cancelled transceiver requirements are also relaxed.

On the other hand, if the signal can not be sent directly from the transmitter to the receiver or the system performance gets below than the required level, relay/relays are used to provide communication. The communication systems which consist of a relay chain are named as multihop networks. In recent years, multihop wireless networks have been an intense research area due to their advantages over direct transmission between source and destination, the increased coverage area and battery life, and also due to their inherent cooperative transmission structures.

In this thesis, space-shift keying modulation is applied to the multihop wireless networks. In the second and third sections, spatial modulation and its special form space-shift keying modulation are overviewed in detail, respectively. Pairwise error probability derivation of a two-transmit antennas space-shift keying modulation scheme is explained. Fourth section deals with the cooperative communication techniques which use auxiliary transceiver node (relay) to improve the system performance by providing diversity, used to reach the performance of the MIMO systems when the deployment of more than one antenna is not practical at the communicating nodes. Relaying protocols as amplify-and-forward, decode-and-forward, selective and incremental relaying, widely used in cooperative transmission, are also briefly reviewed.

In the fifth section, general multihop wireless networks which are the key structure to wider the coverage area or improve the long distance system performance, and the multihop and cooperative multihop network structures considered in the thesis are presented. It is noted in the literature that the complexity of these networks makes it very difficult to evaluate their performance in a general framework.

Section 6 is destined to the application of space-shift keying modulation to the multihop wireless networks. The first considered network is the one where the distance between successive nodes are kept constant and the distance between source and destination is increased with the number of hops. All channels are assumed equidistant, subject to independent and identically distributed fading coefficients modelled as zero-mean complex Gaussian random variables. All relay nodes perform decode-and-forward transmission strategy. The bit error probability of this scheme is analytically derived and compared to the computer simulation results. It is shown that the theoretical and simulation curves match perfectly. The bit error performance is given for 8 and 4 transmit and 4, 2 and 1 receive antennas case while the number of hops is taken as equal to 1, 2, 3, 5 and 10. The performance gets better with increased number of receive antennas and gets worse with increased number of hops. The considered second network structure is the one where the distance between source and destination is kept constant and the distance between nodes are decreased with the number of hops. The performance results are given in the context of the same scenarios stated above. In this case, the performance gets better with increased number of hops. Afterwards, the outage probability analysis is performed and it is shown that the number of receive antennas determines the diversity order. The theoretical outage performance results are supported by those obtained via computer simulations where both multihop network structures cited above are considered.

In the seventh section of the thesis, multihop diversity network using high performance cooperative space-shift keying modulation technique is considered. In multihop diversity network, each relay and destination receives signals from their two previous nodes. This provides a kind of diversity named as multihop diversity. In classical source-relay-destination cooperation scheme where relay applies decode-and-forward strategy, diversity order of two can not be reached due to the error propagation and the error performance becomes even worse than the direct transmission case. The detection technique, previously proposed to improve the error performance of the decode-and-forward source-relay-destination cooperative communication scheme by decreasing the negative effect of the source-relay channel, is extended to 3-, 4-, 5- and 6-hop cases to derive the exact bit error probability of the network using space-shift keying modulation. A lower bound on the bit error probability of the general N-hop case is also provided. All theoretical bit error

probability curves are found consistent with the computer simulation curves. The results include again the 8 and 4 transmit and 4, 2, 1 receive antennas with 2, 3, 5 and 10 hops scenarios for both multihop network structures with fixed hop and fixed source-destination distances. Theoretical outage probability analysis for the multihop diversity network using high performance cooperative space-shift keying modulation is also derived and shown that the reached diversity order is equal to two times the received antenna number. Theoretical outage probability curves which are obtained for 8 and 4 transmit and 4, 2, 1 receive antennas with 2, 3 and 5 hops, are again found matched with those obtained via computer simulations. The error performance is improved for this multihop diversity network structure compared to the non-cooperative multihop network.





# 1. GİRİŞ

## 1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar

3G teknolojisinin kullanılmaya başlanması ile gezgin kullanıcı terminalleri tarafından gittikçe daha fazla kullanılmaya başlanan video ve internet gibi hizmetler, ihtiyaç duyulan veri aktarım miktarlarını aşırı bir şekilde arttırmıştır. Bu artış ses iletimi için kullanılan telsiz iletişim teknolojilerinin büyük bir değişim geçirmesine ve hızla gelişmesine yol açmıştır. Hızla artan video ve internet servisi talebinden dolayı sağlanması gereken kapasite ihtiyacı artarken, bu servisler yapıları gereği belirli bir kalitede ve yüksek veri hızlarında işaret iletimi gerektirmektedir. Çok yönlü işaret yayılımı nedeniyle, telsiz kanal karakteristiği hem iyi bir kalitede hem de yüksek veri hızlarında işaret iletimine olanak tanımamaktadır.

Yüksek veri hızı ihtiyacını karşılarken hata başarımının kötüleşmediği bir iletim modeli üzerinde yapılan çalışmalar çok antenli iletişim tekniklerinin önerilmesine yol açmıştır. Özellikle yüksek veri miktarı iletim potansiyelinden dolayı son yıllarda çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) yapılar üzerine yapılan çalışmalar oldukça fazladır [1]. Tüm sistemlerde olduğu gibi MIMO iletişim tekniklerinin de avantajları ve dezavantajları mevcuttur. MIMO sayesinde çeşitlilik artırılabilen ve anten kazançları sağlanabilmektedir, fakat bu avantajlarının yanında sistem karmaşıklığı ve maliyet açısından MIMO yapısı dezavantajlıdır. MIMO yapılarda her bir antenden aynı anda farklı veri dizileri iletebilmektedir. Dolayısıyla çoklu simgeler uzayda ve zamanda birlikte kullanıldığı için kanallar arası girişim oluşmaktadır. Bir diğer dezavantaj ise farklı antenlerin eş zamanlı olarak bilgi dizilerini iletebilmesi için sağlanması gereken eşzamanlamadır.

MIMO sistemler için belirttiğimiz bu dezavantajlar özellikle kullanıcı terminalleri için MIMO sisteminin gerçekleşmesini zorlaştırmaktadır. MIMO sistemlerin dezavantajlarını mümkün olduğunca ortadan kaldırarak, iletişim sistemlerinde daha verimli bir biçimde kullanabilmek ve gerçekleştirilebilirliğini arttırmak amacıyla yeni araştırmalar yapılmıştır. Uzaysal modülasyon bu araştırmalar ile ortaya çıkan ve

sistem karmaşıklığı ile beraber çoklu antenlerin maliyetini en aza indirmeyi hedefleyen bir modülasyon yöntemidir. Uzaysal modülasyon aynı zamanda sistem başarımı ve yüksek veri hızlarının iletimine olanak tanması sayesinde düşük karmaşıklıkla alıcı-verici yapısı ve yüksek band verimliliği ile öne çıkmaktadır [2].

Uzaysal modülasyon yönteminde iletim sırasında her bir zaman diliminde kullanılabilir antenlerden sadece bir anten kullanılmakta ve bu anten indisi ile bilgi taşınmaktadır. Diğer modülasyonlar ile karşılaştırıldığında çoklu antenler ile yapılan veri iletimi sırasında karşılaşılan antenler arası girişim, eşzamanlama gereksinimi ve donanımsal ihtiyaçlar uzaysal modülasyonda ortadan kalkmaktadır. Uzaysal modülasyon tekniğinde iletilecek bilgi bitlerine göre seçilen farklı simge ve tek bir zaman diliminde etkin olan tek bir anten ile iletim yapılması [3], [4], alıcı yapısında da en büyük oranlı birleştirme (MRC) algoritmasının kullanılması önerilmiştir. Dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM) iletim tekniğinin Rayleigh sönümlenmeli kanalda kullanıldığı bir çalışma yapılmış ve uzaysal modülasyon MIMO sistemler için kullanılan V-BLAST ve Alamouti uzay zaman blok kodları ile karşılaştırılmıştır. Sistem karmaşıklığı bakımından çok daha üstün olan uzaysal modülasyon tekniği, hata başarımı açısından da diğer çok antenli algoritmalara göre öndedir [4].

Jeganathan tarafından yapılan çalışmada daha önce önerilen MRC alıcı yapısının başarımının optimuma yakın olduğu, fakat en büyük olabirlikli (ML) alıcı kullanılması halinde optimum başarımlar sağlanacağı gösterilmiştir [5]. En büyük olabirlikli alıcı yapısının kullanıldığı durumda alıcı tarafta en büyük olabirlikli karar kuralına göre simge ve anten indisine birlikte karar verilmektedir. Uzaysal modülasyon tekniğinin önerilmesinin ardından uzaysal modülasyon tekniğini temel alan yeni fikirler ortaya çıkmıştır. [6]'da yapılan çalışmada uzaysal modülasyon tekniği ile uzay zaman blok kodlama birleştirilerek her ikisinin de avantajlı yönlerinin kullanılması amaçlanmıştır. Önerilen iletim tekniği ile iletilecek istenilen bilgi, uzay ve zaman bölgelerini kullanmasının yanı sıra uzaysal modülasyon tekniği sayesinde anten indislerini kullanarak çok anten kullanımının sağladığı yüksek spektral verimliliği ve uzay zaman blok kodlama sayesinde kodlama ve çeşitleme kazançları sağlamaktadır. Mesleh'in yaptığı çalışmada [7] ise uzaysal modülasyonun başarımını ilintili kanallarda arttırmayı sağlayan kafes kodlamalı uzaysal modülasyon önerilmiştir. Bu önerilen yöntemde antenler arasında olası en büyük sönümlenme katsayıları arası uzaklık göz önüne alınarak anten kümeleri

oluşturulmakta ve böylece antenler arası ilinti miktarı en aza indirilerek en büyük olabilirlik yöntemi için daha başarılı sonuç elde edilmektedir.

Uzaysal modülasyon için literatürde verilen birçok farklı sistemin yanında uzaysal modülasyonun daha basit bir hali olan uzay kaydırmalı anahtarlama (SSK) modülasyonu Jeganathan v.d. tarafından önerilmiştir [8]. SSK de çoklu verici ve alıcı anten yapısı için genlik ve/veya faz modülasyonu kullanılmayarak iletilmek istenen bilginin sadece anten indisleri kullanılarak iletilmesi önerilmiştir. Genlik ve faz modülasyonunun çıkarılması sayesinde spektral verimlilik ve sistem başarımı açısından önemli derecede bir başarımlı kaybı yaşanmadan sistem karmaşıklığı çoklu anten yapısı için oldukça azaltılmıştır. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu sayesinde aynı zamanda basitleşen sistem karmaşıklığı ile beraber alıcı-verici yapısı basitleşmiş ve gerçekleştirilebilirliği artmıştır.

Varolan modülasyon yöntemleri göz önünde bulundurulduğunda uzaysal modülasyonda ya da uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda vericide bulunan anten sayısından bağımsız olarak her bir zaman diliminde tek bir antenin etkin olmasından dolayı sistemin verici tarafında çeşitleme kazancı sağlanamamaktadır. Çeşitleme kazancı sağlanabilmesi amacıyla uzaysal modülasyon ve uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için işbirlikli iletişim yöntemleri önerilmiştir.

Mesleh v.d. kod çöz ve aktar tekniği ile çalışan birden çok röleli işbirlikli iletişimli uzaysal modülasyon yapısı önererek kaynaktan gelen işaretlerin çözülerek hedefe iletilim yapıldığı bu yapı için başarılı sonuçlara varmışlardır [10].

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için işbirlikli iletişimin olmadığı, çift atlamalı kuvvetlendir ve aktar tekniğinin kullanıldığı röleli sistemi yine Mesleh ve çalışma arkadaşları önermişlerdir. Önerilen bu yapıda varolan tek röle kaynaktan gelen işareti normalize edilmiş güç katsayısı ile çarparak hedefe iletmektedir. Alıcı röleden gelen işareti en büyük olabilirlik yöntemini kullanarak çözmektedir. Önerilen bu yapıda kaynaktan hedefe doğrudan iletilim olmaması nedeniyle alıcı tarafında çeşitleme kazancı elde edilememektedir. Mesleh v.d. [11] yaptıkları bir diğer çalışmada ise kaynak ve hedef arasında doğrudan iletilimin de varolduğu çok röleli kuvvetlendir ve aktar, çöz-ve-aktar yapıları için asimptotik bit hata olasılıklarını elde etmişlerdir. Yapılan bu çalışmalarda rölenin kaynaktan gelen işareti doğru çözdüğü varsayılmıştır. Beklenildiği üzere artan röle sayısı ile bağlantılı olarak sistem

başarımı ve çeşitleme mertebesi artmakta olup bu olgu benzetim ve kuramsal hesaplamalar ile gösterilmiştir [12].

Binol tarafından yapılan tez çalışmasında işbirlikli iletişim için uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ele alınmış ve kaynak, tek bir röle ve hedeften oluşan bir iletişim sistemi için yüksek başarılı iletim modeli önerilmiştir [13]. Önerilen bu yöntemde hedefe röle üzerinden iletim ile birlikte kaynaktan hedefe doğrudan iletim de olduğu varsayılmaktadır. Röle üzerinden iletilen işaret hedefte kaynak-röle, röle-hedef kanal sönümlenme katsayıları arasındaki uzaklık değerlerinin minimumu ile çarpılmaktadır. Bu çarpım rölenin hatalı iletimi nedeniyle sistem hata başarımındaki bozucu etkiyi ortadan kaldırarak çeşitlilik derecesini 2 ye yakınlaştırmaktadır. Önerilen bu yaklaşımın getirdiği kazanç hata analizi ve bilgisayar benzetimleriyle ortaya konmuştur.

Boyer v.d. tarafından çok atlamalı sistemler üzerine yapılan çalışmada [14] ise farklı iletim biçimleri için sistem başarımı ve çeşitlilik dereceleri karşılaştırılmıştır. Bu inceleme sonucunda çok atlamalı yapılarda işbirlikli iletişim için çeşitlilik derecesinde kod çöz ve aktar yöntemi için kazanç olmayacağı belirtilmiştir.

## **1.2 Tezin Konuya Katkıları**

Bu tezde uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu çok atlamalı ağlara uygulanmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde öncelikle MIMO sistemlerde ortaya çıkan kanallar arası girişim, antenler arası eşzamanlama ve çok antenli donanım gereksinimleri gibi dezavantajları ortadan kaldırmak için önerilen uzaysal modülasyon ayrıntılı olarak incelenmekte genlik-faz modülasyonu ve etkin anten indislerinin veri iletimi için birlikte kullanıldığı yapısı incelenmektedir. Ardından üçüncü bölümde uzaysal modülasyonun özel bir biçimi olan ve bu çalışmada kullanılacak olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ele alınmaktadır. Genlik-faz modülasyonunun kullanılmaması dolayısıyla sadece etkin olan anten indisi aracılığı ile bilgi iletilmesinin uzaysal modülasyon ile farklılığı ortaya konmaktadır. İki verici anten için Jeganathan'ın [8] makalesinde tanımlanan çiftsel hata olasılığı hesabı ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Dördüncü bölümde çok-giriş çok-çıkışlı anten yapılarının başarımına yaklaşmak için kullanılan işbirlikli iletişim yöntemleri anlatılmaktadır. İşbirlikli iletişimde röle ve alıcı için çalışma protokolleri kısaca tanımlanmaktadır.

Tezin beşinci bölümünde çok atlamalı ağların tanımı yapılarak daha sonraki bölümlerde ele alınacak ağ yapısı tanıtılmaktadır. Altıncı bölümünde öncelikle Jeganathan'ın makalesinde önerilen [8] uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı ağlarda kullanıma biçimi ve iletim modeli açıklanmıştır. Ele alınan ilk modelde her atlama için uzaklık sabit tutulmuştur. Bu bilgiler ışığında uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için çok atlama durumunda kuramsal bit hata olasılıkları hesaplanmıştır. Kuramsal bit hata olasılıkları, bilgisayar benzetimleri ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak kuramsal sonuçların benzetim sonuçları ile örtüştüğü gösterilmiştir. Aynı bölümde bilgisayar benzetimleriyle bit hata olasılıkları verici birimde 8 ve 4 anten, alıcı birimde ise 4, 2 ve 1 anten kullanıldığında 1, 2, 3, 5 ve 10 atlama durumu için elde edilmiştir (8 verici 4 alıcı anten, 8 verici 2 alıcı anten vb.). İkinci olarak, anten sayıları ve atlama sayıları aynı kalmak üzere işaret kaynağı ve hedef arası uzaklığın sabit kaldığı aktarıcı rölelerin bu iki birim arasında eşit aralıklarla yerleştiği durum için bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Ardından servis kesilme olasılığının kuramsal çıkarımı yapılarak çeşitlilik derecesinin alıcı anten sayısına bağlı olduğu gösterilmiştir. Elde edilen kuramsal servis kesilme olasılığı sonuçları bilgisayar benzetimleri ile desteklenmiştir. Kuramsal olarak elde edilen servis kesilme olasılığının yanı sıra verici birimde 8 ve 4, alıcı birimde ise 4, 2 ve 1 anten kullanıldığında 1, 2, 3 ve 5 atlama için bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Bit hata olasılığı benzetimlerinde olduğu gibi, kaynak ve hedef arası uzaklığın sabit olduğu aktarıcı rölelerin ise eşit aralıklarla bu iki birim arasında konumlandığı çok atlamalı iletişim yapısı için servis kesilme olasılığı içinde bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir.

Tezin yedinci bölümünde, daha önce önerilen yüksek başarılı işbirlikli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu [13] ele alınmıştır. Daha önce iki atlama ve çöz-ve-aktar yöntemi için önerilen bu yöntem üç, dört, beş ve altı atlama için genelleştirilerek bit hata başarımı kuramsal yöntemlerle incelenmiştir.  $N$ -atlama sayısı için jenerik bir kuramsal bit hata olasılığı alt sınır ifadesi verilmiştir. Kuramsal bit hata olasılığı sonuçları bilgisayar benzetimleri ile elde edilen bit hata oranları ile

karşılaştırılarak, sonuçların örtüştüğü gösterilmiştir. Bilgisayar benzetimleriyle elde edilen bit hata olasılığı eğrileri verici birimde 8 ve 4 anten alıcı birimde ise 4, 2 ve 1 anten kullanıldığında 2, 3, 5 ve 10 atlama durumlarını kapsamaktadır. Daha önceki bölümde olduğu gibi kaynak hedef arası uzaklığın sabit olduğu, aktarıcı rölelerin ise eşit aralıklarla bu iki birim arasında konumlandığı çok atlamalı iletişim yapısı için de bit hata olasılığı benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Ardından servis kesilme olasılığının kuramsal çıkarımı yapılarak çeşitlilik derecesinin işbirlikli çok atlamalı durumda alıcı anten sayısının iki katına eşit olduğu gösterilmiştir. Servis kesilme olasılığı kuramsal ifadesinin bilgisayar benzetimleriyle elde edilen sonuçlarla örtüştüğü gösterilmiştir. Servis kesilme olasılığı benzetimleri verici birimde 8 ve 4 anten alıcı birimde ise 4, 2 ve 1 anten kullanıldığında 2, 3 ve 5 atlama durumları için gerçekleştirilmiştir.

## 2. UZAYSAL MODÜLASYON

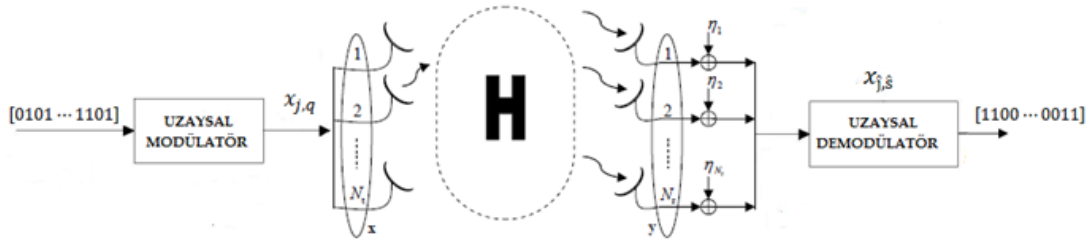
Son yıllarda iletişim sistemlerinden beklenen servis ihtiyaçlarını karşılamak amacıyla çok antenli telsiz iletişim yöntemleri üzerine yapılan çalışmalar yoğunlaşmıştır. Yapılan çalışmalarda çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin çoğullama, çeşitleme yada anten kazancı sağlama amaçlanmıştır [2]. Bu avantajların yanında çok-girişli çok-çıkışlı sistemler için bazı dezavantajlar da mevcuttur. Bu dezavantajlar üç ana nedenden kaynaklanmaktadır: aynı vericideki birden fazla antenin aynı anda iletimi ile oluşan kanallar arasında meydana gelen girişim, farklı antenlerden iletilen sinyallerin alıcıda doğru bir şekilde çözülebilmesi için verici antenlerinde sağlanması gereken eşzamanlama gereksinimi ve çoklu anten yapısının eş zamanlı çalışabilmesi için sahip olması gereken donanımsal gereksinimler. Doğal olarak çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin dezavantajlarından kurtularak avantajlı özelliklerini kullanmaya yönelik yeni yöntem arayışları üzerine çalışmalar son yıllarda yoğunlaşmıştır. Bu yeni yöntemlerinden biri de uzaysal modülasyon yöntemidir. Uzaysal modülasyon yöntemi varolan klasik genlik ve faz modülasyonlarına ek olarak anten indislerinin aracılığı ile fazladan bilgi iletimi sağlayacak biçimde çalışmaktadır [15]. Anten indisleri aracılığı ile bilgi iletilmesi özelliğinden dolayı çok-girişli çok-çıkışlı sistemler için oldukça ilgi çeken bir yöntem olmuştur.

Uzaysal modülasyon yönteminde anten indisinin bilgi iletimi için kullanılması ve her zaman diliminde sadece tek bir antenin etkin olması nedeniyle yukarıda bahsettiğimiz kanallar arası girişim, anten kümesi için eşzamanlama gereksinimi ve donanımsal gereksinimler gibi dezavantajlar ortadan kalkmaktadır [2]. Uzaysal modülasyonu diğer iletim yöntemlerinden ayıran ve avantajlı konuma getiren farklılık, iletim yöntemi sayesinde çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin bu gibi dezavantajlarını ortadan kaldırmasından kaynaklanmaktadır.

### 2.1 Uzaysal Modülasyon'da İşaret Modeli

Uzaysal modülasyon yönteminde çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin sahip olduğu birden çok sayıda verici anten, giriş bitlerine göre tek bir zaman diliminde sadece bir

tanisi iletim yapacak şekilde koordine edilmekte ve bu sayede bilgi dizisi alıcı tarafa iletilmektedir. Jenerik bir tanım yapılacak olursa uzaysal modülasyonun temel ilkesi, bilgi bit dizisinin her bir bloğunun bir bölümünün genlik-faz modülasyonu ile bir kısmının ise verici birimde daha önceden tanımlı etkin anten birimi ile iletmektir. Varolan farklı modülasyon yöntemlerine ek olarak getirilen etkin anten bilgisi genlik ve faz modülasyonu ile gelen iki boyuta ek olarak üçüncü bir boyutu kullanmak anlamına gelmektedir. Uzaysal modülasyonlu sistem modeli Şekil 2.1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.1 : Uzaysal modülasyon sistem modeli.

Uzaysal modülasyon yönteminde vericideki anten sayısı  $N_t$ , kullanılan genlik-faz modülasyonunun derecesi  $M$  olmak üzere: verici birimden gönderilmek istenilen  $\log_2(M \cdot N_t)$  bitten oluşan bit bloğu iki alt bloğa ayrılır. Bit ayrımı  $\log_2(N_t) + \log_2(M)$  şeklinde yapılmalıdır ve  $\log_2(N_t)$  anten indisi aracılığı ile iletilecek bit dizisi uzunluğu olmak üzere anten sayısına göre değişir ve antenlerle kaç bitin temsil edileceğini gösterir.  $\log_2(M)$  değeri ise genlik-faz modülasyonu ile kaç bitin iletileceğini göstermektedir. Birim zamanda 2 bitin iletildiği örnek bir tablo Çizelge 2.1 ile verilmiş olup ilk bit anten indisleri ile iletilen biti ikinci bit ise BPSK modülasyonu ile iletilen biti ifade etmek için kullanılmaktadır.

Çizelge 2.1 : Uzaysal modülasyon yönteminde  $N_t = 2$  anten ve  $M = 2$  için modülasyon çıkışı.

Bit Bloğu	Anten indisleriyle ifade edilecek bitler	BPSK ile ifade edilecek bitler	Modülasyon Çıkışı	
			Etkin Anten	İletilen İşaret
00	0	0	1	$s_0$
01	0	1	1	$s_1$
10	1	0	2	$s_0$
11	1	1	2	$s_1$



$N_t$  : Verici anten sayısı,

$N_r$ : Alıcı anten sayısı,

$m = \log_2(M \cdot N_t)$ : Birim zamanda iletilen bit sayısı,

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$  : İşaret vektörü,

$j$  : Etkin olan antenin indisi,

$x_q$ : Genlik-faz modülasyonu ile belirlenen işaret,

$\mathbf{H}$  :  $N_r \cdot N_t$  boyutlu, elemanları kanal sönmleme katsayıları olan kanal matrisi,

$\mathbf{h}_j$  :  $\mathbf{H}$ 'nin  $j$ . sütunu,

$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{N_r}]^T$  :  $N_r$  boyutlu toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) vektörü,

$\rho$  : Alıcı antendeki işaret-gürültü oranı (SNR) olmak üzere ve

$CN(0,1)$  : 0 ortalamalı 1 varyanslı kompleks Gauss dağılımını göstermek üzere:

$\mathbf{H}$  ve  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden

oluşturduğuna göre hedefte alınan işaret

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kanal matrisi  $\mathbf{H}$  ile çarpılan işaret vektörü  $\mathbf{x}$ , iletilecek bit bloğuna göre etkin olacak anten indisi göz önünde bulundurularak

$$\mathbf{x}_{j_q} \triangleq [0 \ 0 \ \dots \ x_q \ \dots \ 0 \ 0]^T \quad (2.2)$$

$\uparrow$   
 $j$ . konum

şeklinde yazılabilir. Bu durumda hedefte alınan işaret

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j x_q + \boldsymbol{\eta} \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir.

## 2.2 Uzaysal Modülasyon'da Alıcı Yapısı

Uzaysal modülasyon yöntemi ile haberleşen sistemlerin verici birimindeki farklı antenler ile alıcıdaki tek yada çoklu anten birimleri arasındaki iletim ortamları her bir anten için farklı kanal özelliğine sahiptir. Kanallar arasındaki bu farklılıktan ötürü iletilen işaret modüle edilmektedir [2]. Alıcı birimde alınan işaretlerin çözülebilmesi, iletim kanallarının sönmleme katsayılarının bilinmesi ile gerçekleştirilebilir. Meslek ve çalışma arkadaşları tarafından önerilen uzaysal modülasyon yönteminde [3] alıcı birimde en büyük oranlı birleştirme tekniğinin kullanılması ile karar verilmektedir.

$\mathbf{h}_j$ ,  $\mathbf{H}$ 'nin  $j$ . sütununu ve  $\mathbf{h}_j^H$ ,  $\mathbf{h}_j$  vektörünün Hermitian'ını gösterebilir.  $j = 1 : N_t$  için alıcının karar yöntemi

$$k_j = \mathbf{h}_j^H \mathbf{y} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{k} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_{N_t}]^T \quad (2.5)$$

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \|\mathbf{k}\|_F \quad (2.6)$$

$$\hat{s} = D(k_{(j=\hat{j})}) \quad (2.7)$$

olarak verilebilir [3].  $\hat{j}$  kestirilen anten indisini,  $\hat{s}$  kestirilen simgeyi göstermektedir. Alıcı birim ilk olarak  $\mathbf{h}_j$  vektörünün Hermitian değerini elde ederek alınan işaret  $y$  ile çarpılmaktadır. Çarpımı her  $j$  değeri için hesaplayarak oluşturduğu  $\mathbf{k}$  vektörünün Frobenius normunu en büyük yapan  $j$  değerini bularak işleme devam eder. Frobenius normunu en büyük değere ulaştırarak işleme bakarak, gelen işaretin hangi antenden gönderildiğini kestirmektedir. Sonrasında ise bu bilgiyi kullanarak,  $k_{\hat{j}}$ 'ya genlik-faz demodülasyon fonksiyonu ( $D(\cdot)$ ) uygulanmakta ve gönderilen simge ( $\hat{s}$ ) kestirilmektedir. Son olarak ise takip edilen adımlar sonrasında kestirilen anten indisi ve simge bilgileri kullanılarak gönderilen bit dizisine karar verilmektedir.

Yukarıda tanımlanan alıcı algoritması ile çalışan uzaysal modülasyon yönteminin optimuma yakın olmasına rağmen optimum karar yönteminin en büyük olasılık tekniği ile sağlanabileceğini Jeganathan v.d. bir başka makale ile göstermişlerdir [5]. Optimum alıcı yapısında kaynaktan hangi işaretin hangi antenden gönderildiği ayrı ayrı değerlendirilmeden, ortak olarak karar verilir.

Alıcı,  $1 \leq j \leq N_t$  ve  $1 \leq s \leq M$  olmak üzere tüm farklı kombinasyonları karar mekanizmasında kullanarak:

$$[\hat{j}, \hat{s}] = \underset{j,s}{\operatorname{argmaks}} p_Y(\mathbf{y} | x_{js}, \mathbf{H}) \quad (2.8)$$

$$[\hat{j}, \hat{s}] = \underset{j,s}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j x_s\|_F^2$$

şeklinde karar vermektedir. Burada  $p_Y(\mathbf{y} | x_{js}, \mathbf{H})$ ,  $\mathbf{y}$ 'nin  $x_{js}$  ve  $\mathbf{H}$ 'ye koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonlarını göstermektedir.  $\|\cdot\|_F$  ise vektörün veya ilişkili matrisin Frobenius normunu göstermektedir.

### 2.3 Uzaysal Modülasyon'un Avantajları ve Dezavantajları

Çok-girişli çok-çıkışlı sistemler için tanımladığımız avantajlar ve dezavantajlar uzaysal modülasyon yönteminin kullanılması ile çeşitli biçimde değişikliğe uğramıştır. Uzaysal modülasyonun çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerde uygulanması ile elde edilen avantajlar ve dezavantajlar tanımlanacak olursa, avantajlı yönleri şu şekilde listelenebilir:

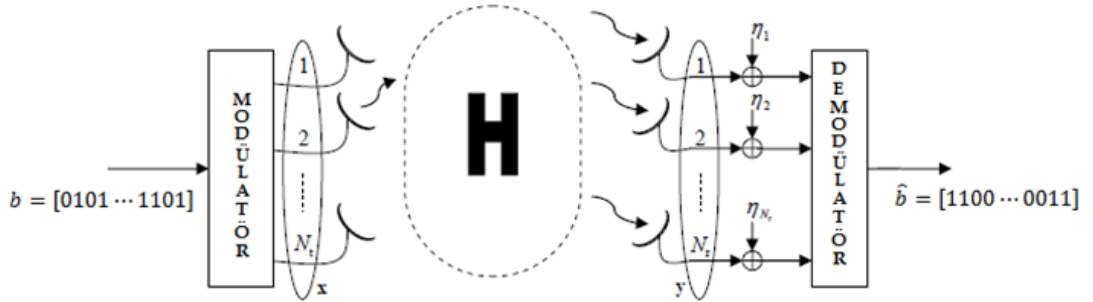
- Uzaysal modülasyon yöntemi için, varolan çok-girişli çok-çıkışlı iletişim sistemlerinin neden olduğu kanallar arası girişim, antenler arası eşzamanlama ihtiyacı ve çok anten için donanım gereksinimi yoktur [1]. Bunun nedeni ise uzaysal modülasyon yönteminde iletim yapılırken verici birimdeki birden fazla sayıdaki antenden sadece bir tanesinin belirli bir zaman diliminde etkin olmasıdır.
- Belirli bir zaman diliminde sadece tek bir antenin ilemesi sayesinde çoklu anten iletimi sırasında karşılaşılan kanallar arası girişim olmadığı için alıcı yapısının karışık girişim giderme algoritmalarına gereksinimi yoktur. Alıcı yapısı optimum yöntem olarak tanımlanan en büyük olabilirlik yöntemiyle çalışan tek bir RF donanımdan oluşmaktadır [2].
- Çok-girişli çok-çıkışlı iletişim sistemlerinden olan V-BLAST için sistem başarımının istenilen değerlerde olması alıcı anten sayısının verici anten sayısına eşit veya büyük olması halinde mümkün olmaktadır [8]. Boyut olarak küçük olan gezgin aygıtlar göz önüne alındığında bu durum gerçekleştirilebilir olmaktan çok uzaktadır. Uzaysal modülasyonda ise alıcı anten sayısı verici anten sayısından bağımsızdır ve artan alıcı anten sayısı sayesinde çeşitleme kazancı sağlanmaktadır.
- Uzaysal modülasyonu temel alan fakat çok daha basit bir biçimi olan uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda genlik-faz modülasyonu da devre dışı bırakılarak kullanılmamaktadır [8].
- Uzaysal modülasyona özel olarak kullanılan uzaysal boyut, verici anten sayısı ile logaritmik olarak artmasından dolayı sağladığı çoğullama kazancı da orantılı olarak artmaktadır [4].

Uzaysal modülasyonun kullanımı sayesinde çok-girişli çok-çıkışlı iletişim sistemleri için gelen avantajların yanında bir takım dezavantajlar da birlikte gelmektedir. Bu dezavantajlar aşağıdaki gibi listelenebilir:

- Uzaysal modülasyon yönteminin uygulanabilmesi için verici birimde iletilmek istenen bit dizisine bağlı olarak en az 2 veya daha fazla sayıda anten olmak zorundadır [2].
- Alıcı birim tarafından iletilen bit dizisine karar verilmesi ancak alıcının kanal sönmleme katsayılarını tam olarak bilmesi halinde mümkün olabilir [5]. Bu katsayıların en iyi şekilde elde edilmesi amacıyla kullanılan kanal kestirimi ve gerekli donanımsal ihtiyaçlar donanım karmaşıklığını arttırmaktadır [2].
- Uzaysal modülasyon yönteminde kanal sönmleme katsayılarının arasındaki Öklid uzaklığı sistem başarımında oldukça önemli bir role sahiptir çünkü kanallar arasındaki uzaklık azaldıkça karar verilen anten indisinin doğruluğu azalmaktadır ve verici birimdeki antenlerin artan sayısı yüksek spektral verimlilik sağlamasına karşın, antenlerin uzaklıkları göz önünde bulundurulduğunda sistem başarımını etkilemeyecek şekilde gerçekleşmesini zorlaştıracaktır [2].

### 3. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU

Uzaysal modülasyonun kullanılması ile çok-girişli çok-çıkışlı sistemler için tanımlanan avantajlar ve dezavantajlar değişikliğe uğrayarak bir çok açıdan daha pozitif ve gerçekleştirilebilir bir sistem elde edilmektedir. Uzaysal modülasyonun ortaya atılmasının ardından bu konu üzerindeki çalışmalar devam etmiş ve uzaysal modülasyonu temel alan fakat genlik ve faz modülasyonunun hiç kullanılmadığı yeni bir modülasyon yöntemi önerilmiştir. Önerilen bu yeni yöntemde iletmek istenen bilgi sadece anten indisleri kullanılarak iletilmekte ve başarımdan ödün vermeden vericiden gönderilen işarete alıcıda çok daha basit bir yapı kullanarak karar verilmektedir. Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonu olarak adlandırılan bu yöntem sağladığı basit yapı sayesinde mevcut iletişim sistemleri ile çok daha kolay bir biçimde entegre olabilecektir [8]. Şekil 3.1'de gösterildiği üzere  $b$  kaynaktan iletilen bitleri,  $\hat{b}$  ise alıcı birim tarafından karar verilen bitleri sembolize etmektedir. Şekilde  $H$  ile belirtilen kanal etkisi her bir iletim ve alıcı anten arasında farklı değere sahiptir ve alıcı tarafından bu farklı değerler kullanılarak iletilen işarete karar verilmektedir.



Şekil 3.1 : Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonu sistem modeli.

#### 3.1 Uzak Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda İşaret Modeli

Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda iletmek istenen bit dizisi genlik ve faz modülasyonu kullanılmadığı için doğrudan anten sayısı ile bağlantılıdır,  $m = \log_2(M)$  bitten oluşan bit bloğu  $x_j$  işaretine eşlenir ve  $j$  numaralı anten aracılığı ile

iletilir [8].  $M$  değeri modülasyon derecesini gösterir ve verici anten sayısı  $N_t$  tanımlanan yapı dolayısıyla  $M$ 'ye eşittir. Belirli bir zaman diliminde etkin olan anteni o an gönderilmekte olan bit dizisi belirlemektedir.  $x_j$   $j$  numaralı anten tarafından iletilen modülasyona uğramamış sinüzoidal taşıyıcıdır. Belirli bir zaman aralığında 2 bitin iletiildiği sistemi özetleyen tablo Çizelge 3.1 ile verilmiştir. Bu çizelgede görüleceği üzere  $2^2=4=N_t = M$  farklı anten aracılığı ile 2 bit her bir zaman aralığında iletilmektedir.

**Çizelge 3.1 :** Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda  $N_t = 4$  anten için etkin antenin ve  $\mathbf{x}$  vektörünün durumu.

Bit Bloğu	Simge	Anten İndisi	$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$
00	0	1	$[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
01	1	2	$[0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$
10	2	3	$[0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$
11	3	4	$[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$

Uzak kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için işaret modeli şu şekilde açıklanabilir:

$N_t$  : Verici anten sayısı,

$N_r$ : Alıcı anten sayısı,

$m = \log_2(N_t)$ : Birim zaman aralığında iletilen bit sayısı,

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$  : İşaret vektörü,

$j$  : Etkin olan antenin indisi,

$\mathbf{H}$  :  $N_r \cdot N_t$  boyutlu, her bir elemanı kanal sönümleme katsayılarından oluşan kanal matrisi,

$\mathbf{h}_j$  :  $\mathbf{H}$ 'nin  $j$ . sütunu,

$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{N_r}]^T$  :  $N_r$  boyutlu toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) vektörü,

$\rho$  : Alıcı anten için işaret-gürültü oranı (SNR) olmak üzere ve

$CN(0,1)$  : 0 ortalamalı 1 varyanslı kompleks Gauss dağılımı ve  $\mathbf{H}$  ve  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluştuğuna göre hedefte alınan işaret

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \quad (3.1)$$

ile ifade edilebilir. Ve bu ifadeye ait matris içeriği ise

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \times \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & \cdots & h_{N_r N_t} \end{bmatrix} \times [0 \ 0 \ \cdots \ 1 \ \cdots \ 0 \ 0]^T + [\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_{N_r}]^T \quad (3.2)$$

biçiminde gösterilebilir ve indisleri ile beraber yazılacak olursa alıcı birimdeki işaret

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \eta_j \quad (3.3)$$

biçiminde gösterilebilir. Burada  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{N_r})^T$  dir.

### 3.2 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu'nda Alıcı Yapısı

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda alıcı en büyük olabilirlik yöntemi kullanarak işaret kestirimini en iyi şekilde yapar. Tıpkı uzaysal modülasyon yönteminde olduğu gibi işaretin iletildiği kanal katsayılarının alıcı birim tarafından bilindiği varsayılmaktadır. Kestirilen indis  $\hat{j}$  olmak üzere şu şekilde kestirilir:

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmaks}} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y} | x_j, \mathbf{H}) = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \|(\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)\|_{\mathbb{F}}^2. \quad (3.4)$$

Denklemden tanımlanan  $p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y} | x_j, \mathbf{H})$  değeri  $\mathbf{y}$ 'nin  $x_j$  ve  $\mathbf{H}$ 'ye bağlı koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu belirtmektedir. Bir diğer ifade olan  $\|\cdot\|_{\mathbb{F}}$  ifadesi ise ilgili vektörün ya da matrisin Frobenius normunu tanımlar. Tanımladığımız bu kestirim ifadesi aşağıdaki şekilde açılabilir:

$$\begin{aligned} \hat{j} &= \underset{j}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)^H (\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)\} \\ \hat{j} &= \underset{j}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbf{y}^H - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H) (\mathbf{y} - \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j)\} \\ \hat{j} &= \underset{j}{\operatorname{argmin}} \{(\mathbf{y}^H \mathbf{y} - \mathbf{y}^H \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j - \mathbf{y} \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H + \rho \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j)\} \quad (3.5) \\ \hat{j} &\triangleq \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \{(\mathbf{y}^H \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \mathbf{y} \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H - \rho \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j)\} \\ \hat{j} &\triangleq 2\sqrt{\rho} \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \operatorname{Re} \left\{ \left( \mathbf{y}^H \mathbf{h}_j - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j \right) \right\} \\ \hat{j} &\triangleq 2\sqrt{\rho} \underset{j}{\operatorname{argmaks}} \operatorname{Re} \left\{ \left( \mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_j \right\}. \end{aligned}$$

Bu ifadede  $(\cdot)^H$  vektörün veya matrisin transpozunun eşleniğini (Hermitian) tanımlamaktadır.  $\mathbf{H}$  matrisi bilindiği varsayımı altında  $j$ . antenden iletim yapılmışken  $\hat{j}$  antenine karar vererek hata yapma olasılığı,

$$P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}} | \mathbf{H}) = P\left( \text{Re} \left\{ \left( \mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_{\hat{j}} \right)^H \mathbf{h}_j \right\} > \text{Re} \left\{ \left( \mathbf{y} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_{\hat{j}} \right\} \right) \quad (3.6)$$

olarak yazılır. (3.6) da  $\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta}$  ifadesi yerine konulursa

$$\begin{aligned} &= P\left( \text{Re} \left\{ \left( \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_{\hat{j}} \right)^H \mathbf{h}_j \right\} > \text{Re} \left\{ \left( \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta} - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j \right)^H \mathbf{h}_{\hat{j}} \right\} \right) \\ &= P\left( \text{Re} \left\{ \sqrt{\rho} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta}^H \mathbf{h}_j - \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_{\hat{j}}^H \mathbf{h}_j \right\} > \text{Re} \left\{ \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta}^H \mathbf{h}_j \right\} \right) \quad (3.7) \end{aligned}$$

$$= P\left( \text{Re} \left\{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \right\} > \text{Re} \left\{ \frac{\sqrt{\rho}}{2} \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j - 2\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_{\hat{j}} + \mathbf{h}_{\hat{j}}^H \mathbf{h}_j \right\} \right)$$

$$P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}} | \mathbf{H}) = P\left( \text{Re} \left\{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \right\} > \frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}}\|_{\mathbb{F}}^2 \right)$$

olarak çiftsel hata olasılığı daha sade bir biçimde ifade edilmiş olur.  $\eta_{iR}$  ve  $\eta_{iI}$  değerleri kompleks gürültü vektörünün gerçel ve sanal kısımlarını temsil etmektedir ve  $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0, 1/2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı olacaktır. Bu bilgiler ışığında çiftsel hata olasılığı ifadesi daha ayrıntılı yazılacak olursa

$$\text{Re} \left\{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \right\} = \quad (3.8)$$

$$\text{Re} \left\{ \left[ (\eta_{1R} - j\eta_{1I}) \quad \dots \quad (\eta_{N_r R} - j\eta_{N_r I}) \right] \cdot \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_{1\hat{j}R} - \mathbf{h}_{1jR}) + j(\mathbf{h}_{1\hat{j}I} - \mathbf{h}_{1jI}) \\ \vdots \\ (\mathbf{h}_{N_r \hat{j}R} - \mathbf{h}_{N_r jR}) + j(\mathbf{h}_{N_r \hat{j}I} - \mathbf{h}_{N_r jI}) \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \eta_{1R} (\mathbf{h}_{1\hat{j}R} - \mathbf{h}_{1jR}) + \eta_{1I} (\mathbf{h}_{1\hat{j}I} - \mathbf{h}_{1jI})$$

+ ...

$$+ \eta_{N_r R} (\mathbf{h}_{N_r \hat{j}R} - \mathbf{h}_{N_r jR}) + \eta_{N_r I} (\mathbf{h}_{N_r \hat{j}I} - \mathbf{h}_{N_r jI})$$

$$= \sum_{i=1}^{N_r} \eta_{iR} (\mathbf{h}_{i\hat{j}R} - \mathbf{h}_{ijR}) + \sum_{i=1}^{N_r} \eta_{iI} (\mathbf{h}_{i\hat{j}I} - \mathbf{h}_{ijI})$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu noktada

$$\mathbf{A} \triangleq \text{Re} \left\{ \boldsymbol{\eta}^H (\mathbf{h}_{\hat{j}} - \mathbf{h}_j) \right\}$$



değeri tanımlanacak olursa A'nın beklenen değeri ve varyansı hesaplanmak istendiğinde,  $\boldsymbol{\eta}$ 'nin tüm bileşenlerinin beklenen değerinin 0 olması nedeniyle A'nın beklenen değeri,  $E[A] = 0$  olacaktır. A'nın varyansı şu şekilde gösterilebilir

$$\sigma_A^2 = \text{var}(A) = E[A^2] - E[A]^2 = E[A^2]. \quad (3.9)$$

$A^2$ 'nin açık olarak yazılması durumunda varyans değeri daha kolay bulunacaktır.

$$\begin{aligned} A^2 &= \left( \sum_{i=1}^{N_r} \eta_{iR} (h_{iR} - h_{iJR}) + \sum_{i=1}^{N_r} \eta_{iI} (h_{iI} - h_{iJI}) \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{N_r} \eta_{iR}^2 (h_{iR} - h_{iJR})^2 + \sum_{i=1}^{N_r} \eta_{iI}^2 (h_{iI} - h_{iJI})^2 \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} \eta_{iR} \eta_{kI} (h_{iR} - h_{iJR}) (h_{kI} - h_{kJI}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

şeklinde  $A^2$  gösterilir. Bu ifadenin son kısmının beklenen değeri  $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$  olduğu için sıfıra eşit olacaktır.  $E[\eta_{iR}^2] = E[\eta_{iI}^2] = 1/2$ ,  $\forall i$  için ise A'nın varyansı şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} E[A^2] &= E[\eta_{iR}^2] \sum_{i=1}^{N_r} (h_{iR} - h_{iJR})^2 + E[\eta_{iI}^2] \sum_{i=1}^{N_r} (h_{iI} - h_{iJI})^2 + 2(E[\eta_{iR}]) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} (h_{iR} - h_{iJR})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} (h_{iI} - h_{iJI})^2, \\ \sigma_A^2 &= \frac{1}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F^2. \end{aligned} \quad (3.11)$$

A değerine ait beklenen değer ve varyansın bulunması sonrası (3.6) da verilen koşullu olasılık tekrar ifade edilecek olursa

$$P(A > \frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F^2 \mid \mathbf{H}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A^2}} \int_{\frac{\sqrt{\rho}}{2} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F^2}^{\infty} \exp(-A^2/2\sigma_A^2) dA \quad (3.12)$$

şeklinde olur. Denklemden

$$\psi \triangleq \frac{A}{\sigma_A} = \frac{A}{\frac{1}{\sqrt{2}} \|\mathbf{h}_j - \mathbf{h}_j\|_F} \quad (3.13)$$

dönüşümü gerçekleştirildiği zaman ise

$$P(A > \frac{\sqrt{\rho}}{2} \| \mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}} \|_F^2 \mid \mathbf{H}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\sqrt{\rho}}{2} \| \mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}} \|_F^2}^{\infty} \frac{\exp(-\Psi^2/2) d\Psi}{\frac{1}{\sqrt{2}} \| \mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}} \|_F} \quad (3.14)$$

$$= Q \left( \sqrt{\frac{\rho}{2}} \| \mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}} \|_F \right) = Q(\sqrt{K})$$

ifadesine ulaşılır. Burada  $K \triangleq \frac{\rho}{2} \| \mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}} \|_F^2$  açık olarak yazılacak olursa

$$K = \frac{\rho}{2} \left( |h_{1j} - h_{1\hat{j}}|^2 + |h_{2j} - h_{2\hat{j}}|^2 + \dots + \dots + |h_{N_r j} - h_{N_r \hat{j}}|^2 \right) \quad (3.15)$$

ifadesi elde edilir.  $K$  değerini daha da açık şekilde yazarsak,

$$K = \frac{\rho}{2} \left( (h_{1j} - h_{1\hat{j}})_R^2 + (h_{1j} - h_{1\hat{j}})_I^2 \right. \\ \left. + (h_{2j} - h_{2\hat{j}})_R^2 + (h_{2j} - h_{2\hat{j}})_I^2 \right. \\ \left. + \dots \right. \\ \left. + (h_{N_r j} - h_{N_r \hat{j}})_R^2 + (h_{N_r j} - h_{N_r \hat{j}})_I^2 \right) \quad (3.16)$$

elde edilir.

$$K \triangleq \frac{\rho}{2} \| \mathbf{h}_j - \mathbf{h}_{\hat{j}} \|_F^2 = \sum_{i=1}^{2N_r} \alpha_n^2 \quad (3.17)$$

ifadesinde  $\alpha_n \sim CN(0, \sigma_n^2)$  dağılımlıdır,  $E[\alpha_n] = 0$  olduğu bilindiğine göre

$$\sigma_n^2 = E[\alpha_n^2] - E[\alpha_n]^2 = E[\alpha_n^2] = E \left[ \frac{\rho}{2} (h_{ij} - h_{i\hat{j}})_{R veya I}^2 \right] \quad (3.18)$$

$$= E \left[ \frac{\rho}{2} (h_{ij,R,I}^2 - 2h_{ij,R,I} h_{i\hat{j},R,I} + h_{i\hat{j},R,I}^2) \right]$$

biçiminde ifade edebiliriz. Sonuç olarak

$$\sigma_n^2 = \frac{\rho}{2} \left( E[h_{ij,R,I}^2] - 2E[h_{ij,R,I} h_{i\hat{j},R,I}] + E[h_{i\hat{j},R,I}^2] \right), \quad (3.19)$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\rho}{2} \left( \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2} \right) = \frac{\rho}{2}$$

elde edilir. Burada  $K$ 'yı oluşturan  $\alpha_n$  in beklenen değeri elde edilir.  $K$  rastgele değişkeni  $2N_r$  tane  $CN(0, \sigma_n^2)$  dağılımlı bağımsız  $\alpha_n$  'in toplamından oluştuğu için

chi-kare dağılıma sahiptir, dolayısıyla  $t = 2N_r$  serbestlik derecesine sahiptir [6]. Chi-kare dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu ise [9]

$$p_K(z) = \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})}. \quad (3.20)$$

şeklinde gösterilir. Elde edilen bu denklemler kullanılarak çiftsel hata olasılığı şu şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} P(x_j \rightarrow x_j) &= E[P(x_j \rightarrow x_j | \mathbf{H})] \\ &= \int_{z=0}^{\infty} Q(\sqrt{z}) p_K(z) dz. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Denklem içerisindeki ifadede  $p_K(z)$  yerine koyulacak olursa

$$P(x_j \rightarrow x_j) = \int_{z=0}^{\infty} Q(\sqrt{z}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz \quad (3.22)$$

şeklinde ifade edilebilir. Hedefte birden fazla anten olduğu durum için çiftsel hata olasılığı,

$$\gamma_\alpha \triangleq \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right)$$

biçiminde tanımlanmak üzere [6],

$$P(x_j \rightarrow x_j) = \gamma_\alpha^{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} \binom{N_r-1+l}{l} [1 - \gamma_\alpha]^l \quad (3.23)$$

şeklinde ifade edilir. Hedefte tek alıcı anten olduğu durumda ise bu ifade şu şekilde sadeleştirilebilir:

$$P(x_j \rightarrow x_j) = \gamma_\alpha = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right). \quad (3.24)$$

(3.23) de verilen çiftsel hata olasılığı ve birleşim üst sınırı kullanılarak, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için ortalama bit hata olasılığı şu şekilde üstten sınırlanır:

$$P_{e,bit} = E_j \left[ \bigcup_{\hat{j} \neq j} N(j, \hat{j}) P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) \right]$$

$$\leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}})$$

ve

$$P_{e,bit} \leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_\alpha^{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} \binom{N_r-1+l}{l} [1-\gamma_\alpha]^l. \quad (3.25)$$

Denklemden  $N(j, \hat{j})$ , kaynaktan  $j$ . anten ile gösterilen bit dizisi gönderildiğinde ve hedefte ise  $\hat{j}$ . antene karar verildiğinde elde edilen bit dizisi sonrası oluşan hatalı bit sayısını göstermektedir. Alıcı birimde tek anten bulunduğu durum için

$$P_{e,bit} \leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \gamma_\alpha$$

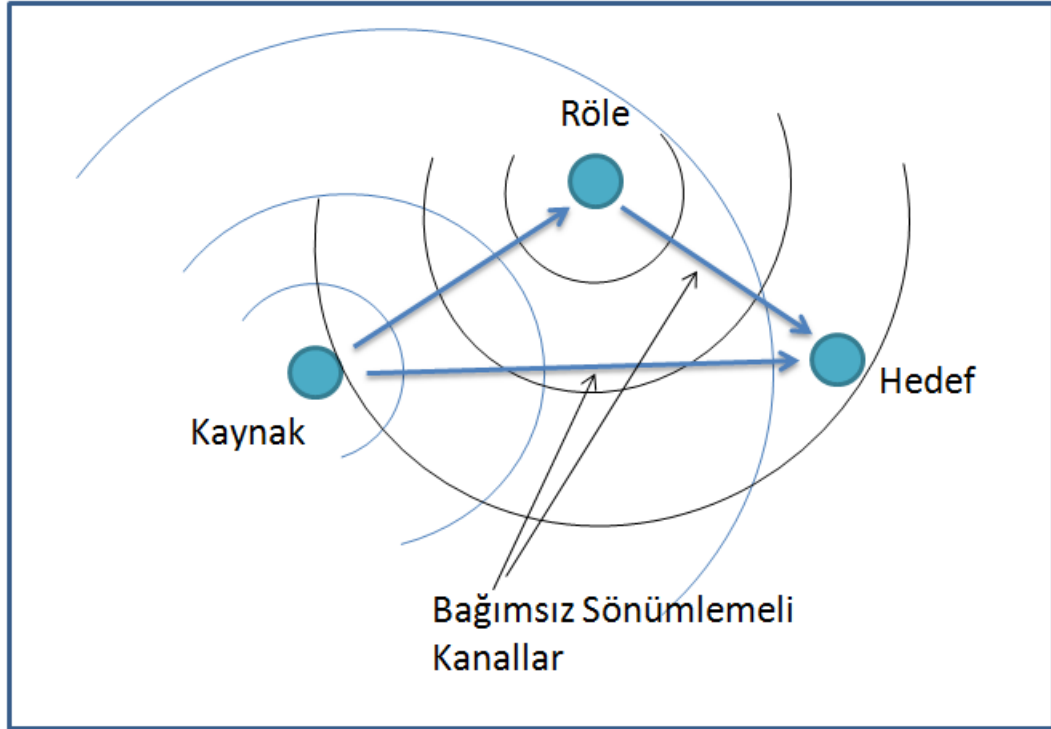
ve

$$P_{e,bit} \leq \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2}} \right) \quad (3.26)$$

ile ifade daha öz bir biçimde verilebilir.

#### 4. İŞBİRLİKLİ İLETİŞİM

Telsiz iletişimde band genişliklerinin sınırlı olması nedeniyle gezgin birimlerde kullanılmaya başlanan çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemler gibi yeni teknolojiler sayesinde band genişliği başına saniyede iletilen bit miktarı oldukça artmıştır. Fakat boyut, maliyet ve donanım kısıtlamaları nedeniyle gezgin birimlerde anten sayısı oldukça sınırlıdır. İşbirlikli iletişim kullanılarak telsiz ağ içerisindeki farklı birçok kullanıcı birlikte iletişime geçerek sanal anten dizisi oluşturmaktadırlar. Oluşturulan bu sanal anten dizisi sayesinde istenilen çok-girişli çok-çıkışlı çeşitleme düzeyine ulaşılabilmektedir. İşbirlikli iletişim sayesinde çok-girişli çok-çıkışlı çeşitleme derecesine ulaşılarak kanal kapasitesi, enerji ve bant verimli bir şekilde kullanılmaktadır. Şekil 4.1’de işbirlikli iletişimin temel modeli gösterilmiştir.



Şekil 4.1 : İşbirlikli iletişim temel modeli.

İşbirlikli iletişim temel olarak iki zaman diliminde gerçekleşmektedir, ilk zaman aralığında kaynak tarafından iletilen işaret röle ve hedef tarafından alınmaktadır.

İkinci zaman aralığında ise röle tarafından alınan işaret hedefe aktarılmaktadır. Aktarım yöntemleri bir sonraki bölümde detaylı olarak tanımlanmaktadır.

Bu iletişim yapısında tek antenli kaynak tek başına uzaysal çeşitleme sağlayamamaktadır, fakat kaynağın yakınındaki, kaynaktan gelen işareti hedefe ileten ikincil bir birim kullanılmaktadır ve bu durumunda farklı ve istatistiksel bağımsız sönmüleme yollarından hedefe iletilen aynı işaretlerin olması uzaysal çeşitleme kazancı getirmektedir. Kaynaktan hedefe gönderilen işaret kanal sönmülemesinden olumsuz etkilendiğinde diğer kanaldan gelen işaret bu durumu büyük olasılıkla gidermektedir [17].

#### **4.1 İşbirlikli İletişimde Aktarım Yöntemleri**

İşbirlikli iletişim için kaynaktan gelen işaretin röle tarafından hedefe iletilmesinde farklı yöntemler mevcuttur. Bu yöntemler şu şekildedir:

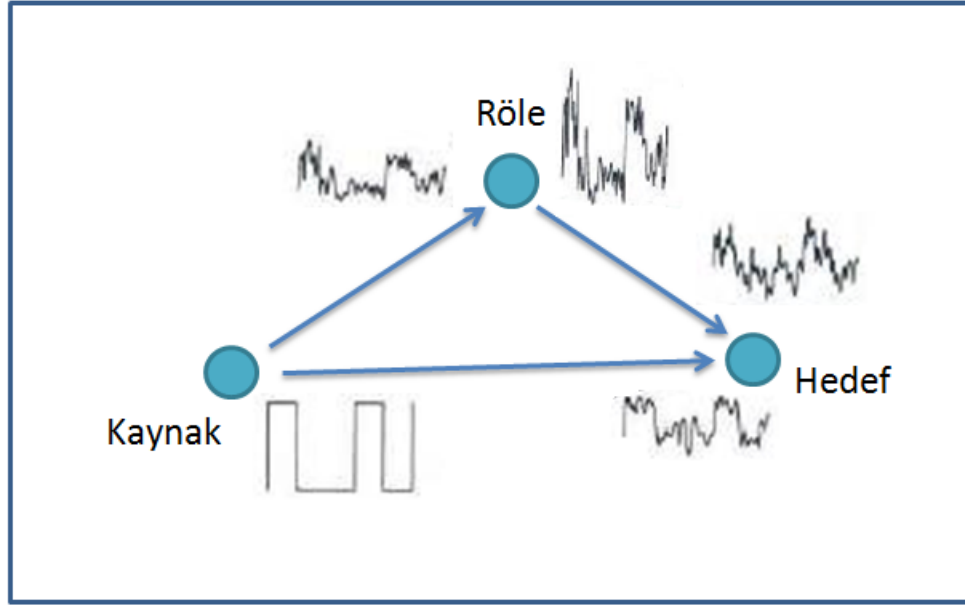
- Kuvvetlendir-ve-aktar
- Çöz-ve-aktar
- Kodlamalı işbirliği

##### **4.1.1 Kuvvetlendir-ve-aktar işbirlikli iletişim yöntemi**

Kuvvetlendir-ve-aktar yönteminde işbirliği yapan kullanıcı (röle), ortak kullanıcısı tarafından hedefe iletilen işaretin gürültü eklenmiş bir kopyasını alır. Aldığı bu işaret üzerinde bir işlem, bir kestirim uygulamadan işareti kuvvetlendirerek tekrar iletir. Hedef iki farklı yoldan gelen bu işaretleri alıp birleştirir ve gönderilen işarete karar verir. Kuvvetlendir-ve-aktar işbirlikli iletişim modelinde gürültünün de kuvvetlendirilerek iletiliyor olmasına rağmen hedef birime ulaşan iki bağımsız sönmülemeli kanaldan iletilmiş işaretler sayesinde gönderilen işaretin kestirimi daha başarılı sonuç vermektedir. Şekil 4.2'de kuvvetlendir-ve-aktar işbirlikli iletişim modeli gösterilmiştir.

Kuvvetlendir-ve-aktar işbirlikli iletişim yönteminin verimli olarak gerçekleştirilmesi için, alıcının kaynakla hedef arasında, kaynakla röleler arasında ve rölelerle hedef arasındaki tüm kanal sönmüleme katsayılarını bilmesi gereklidir. Sonuç olarak

işbirlikli iletişimin devam ettiği süre boyunca tüm kanal sönümlenme katsayılarının alıcıya iletilmesi ya da alıcıda kestirilebilmesi gereklidir.



Şekil 4.2 : Kuvvetlendir-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim yöntemi.

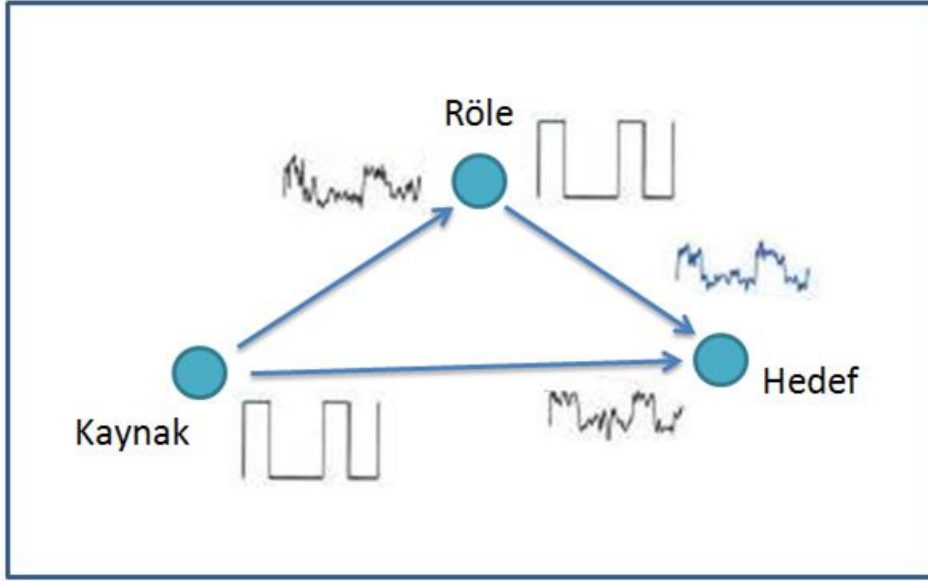
#### 4.1.2 Çöz-ve-aktar işbirlikli iletişim yöntemi

Çöz-ve-aktar işbirlikli iletişim yönteminde işbirliği yapan kullanıcı (röle) ortak kullanıcılarından gelen bitleri doğru olarak sezmeye çalışır. Sonrasında kestirilen bu bitler hedefe gönderilmek amacıyla tekrar modüle edilir ve aktarılır. Çöz-ve-aktar işbirlikli iletişim yönteminin gösterimi Şekil 4.3'te verilmiştir.

Bu yöntemde iletişim farklı şekillerde gerçekleştirilebilir. Röle biriminin kaynaktan gelen işareti nasıl kullanacağına bağlı olarak bu yöntemler değişmektedir. Röle kaynak tarafından iletilen işareti çözüp daha sonra yeniden ve farklı biçimde kodlayarak gönderebilir ve yahut simge temelli olarak çözdükten sonra aynı şekilde gönderebilir. Bir diğer biçimde ise röle birimi kaynak birimden gelen işareti doğrudan hedef birime iletmez onun yerine (CRC) kodu yardımıyla hatalı olarak kestirilmiş işareti algılayıp gerekli görmesi halinde göndermemeyi seçebilir [16].

Alıcı birimde ise tıpkı kuvvetlendir-ve-aktar yönteminde olduğu gibi karar verirken her iki birimden gelen işaretler kullanılır. Çöz-ve-aktar iletişim yönteminde röleden gelen işaret röle tarafından kestirilerek tekrar modüle edilmiş işaret olduğu için

kaynak ile röle arasındaki kanal bilgisine hedefin ihtiyacı yoktur. Sadece röle ile hedef arasındaki ve kaynak ile hedef arasındaki kanalların bilgisi gerekmektedir.



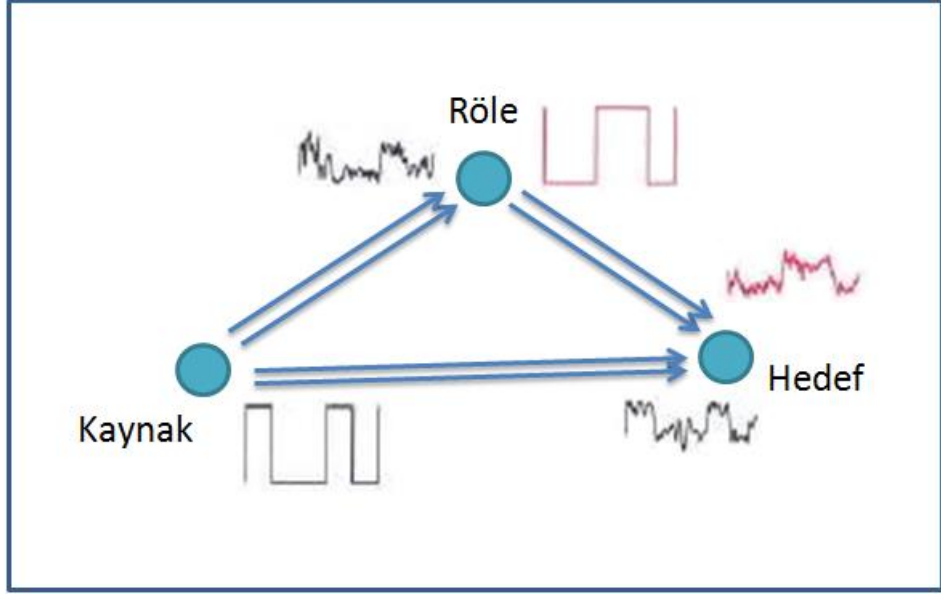
Şekil 4.3 : Çöz-ve-aktar röleli işbirlikli iletişim.

#### 4.1.3 Kodlamalı işbirlikli iletişim yöntemi

Kodlamalı işbirlikli iletişim yönteminde ise kanal kodlama ile işbirlikli iletişim birleştirilerek kullanılmaktadır [17]. Bu yöntemde işbirliği kullanıcılara ait kod sözcüklerinin farklı parçalarının iki bağımsız sönmülemeli kanaldan gönderilmesi ile yapılır. Artımlı fazlalık mantığı ile çalışmaktadır. İşbirliğinin mümkün olmadığı durumlarda normal iletişim gerçekleştirir. Kodlamalı işbirliğin avantajı geri beslemeye ihtiyaç duymaksızın kod tasarımı sayesinde otomatik olarak çalışmasıdır. Şekil 4.4'te kodlamalı röleli işbirlikli iletişim yapısı gösterilmektedir.

Kodlamalı işbirliğinde kullanıcı bilgileri  $N_1$  ve  $N_2$  bit içeren iki parça halinde kod sözcüğüne kodlanmış olarak gönderilir. İlk zaman aralığında kullanıcılar  $N_1$  bit uzunluğundaki kendi bitlerini gönderirken ortak oldukları kullanıcının bitlerini de çözmeye çalışırlar. Bu bitlerin doğru çözülüp çözülmediği ise CRC kodları ile kontrol edilebilmektedir. Ortak kullanıcının bitlerinin doğru olarak çözüldüğü CRC kodları ile kontrol edildikten sonra ikinci zaman aralığında ise  $N_2$  bitlik eş kullanıcı bitleri iletilir. Toplamda ise  $N=N_1+N_2$  bit iletilmiş olur [16].





Şekil 4.4 : Kodlamalı röleli işbirlikli iletişim.

## 4.2 İşbirlikli İletişim Protokolleri

Kaynak ve hedefin doğrudan iletişimi yerine röle biriminin gönderilen işareti aktarması ile işbirlikli iletişim gerçekleşmektedir. İşbirlikli iletişimin gerçekleşmesini sağlayan rölenin işbirliğini nasıl sağlayacağı rölenin ve alıcının kullandığı protokole göre değişmektedir. Bu protokoller ile tanımlanan işbirlikli iletişim tipleri

- Sabit Röleli İletişim
- Seçici Röleli İletişim
- Arttırımlı Röleli İletişim

olarak sıralanabilir.

### 4.2.1 Sabit röleli iletişim

Sabit röleli iletişim kaynaktan hedefe yapılan iletimde rölenin her an etkin işbirliği yaptığı iletişim protokolüdür. Röleden yapılan iletimde daha önce anlatılan çöz-ve-aktar, kuvvetlendir-ve-aktar veya kodlamalı işbirlikli yöntemlerden herhangi biri gerçekleştirilebilir. İletimde görev alan rölenin etkin iletimi, artan başarımlı oranı ile birlikte uzaysal çeşitleme kazancı sağlar.

#### 4.2.2 Seçici röleli iletişim

Seçici röleli iletişimde kaynak-röle, röle-hedef ve kaynak-hedef arasındaki kanal sönümlenme katsayılarına bağlı olarak etkin iletim kanalı belirlenmektedir. Kaynağın hedefe uzak olduğu durumda kaynak-hedef arası sönümlenmenin fazla olması halinde, hedefe gönderilecek işaretler hem kaynak, hem de hedefe yakın olan röle aracılığıyla iletilir. Kaynağın röle üzerinden yaptığı iletimin sönümlenme nedeniyle olumsuz etkilendiği durumda ise kaynak işareti hedefe daha güçlü ve tekrar tekrar göndermeyi dener. Belirtilen her iki senaryodan hangisinin etkin olacağı anlık kanal sönümlenme katsayısına bağlı olarak elde edilen eşik değerleri ile belirlenir.  $h_{sr}$  kaynak-röle arası anlık sönümlenme katsayısı olarak tanımlanır ise ve  $h_{eşik}$  tanımlanan eşik değeri olmak üzere  $h_{sr} > h_{eşik}$  iken iletim röle üzerinden yapılmaktadır,  $h_{sr} < h_{eşik}$  için ise iletim rölenin devre dışı olduğu biçimde kaynak hedef arasında doğrudan yapılmaktadır [16].

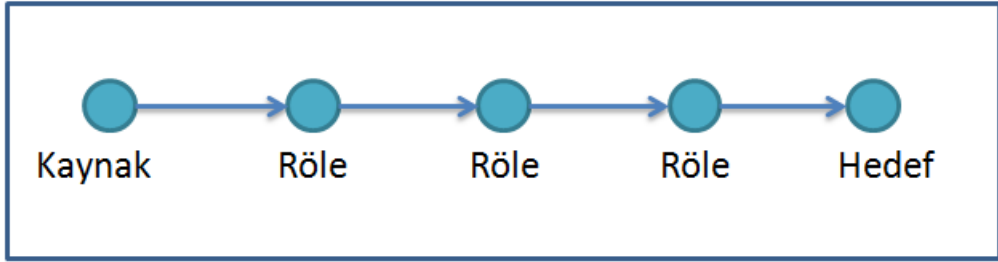
#### 4.2.3 Artırmalı röleli iletişim

Artırmalı röleli iletişimde röle kullanılmak üzere hazır durumda bulunan yedek iletim kanalı olarak görev almaktadır. Doğrudan hedefe iletim yapıldığında iletimin kaliteli olmaması ve hata başarımının azalması durumunda hedef kaynağı ve röleyi duruma ilişkin bilgilendirir. Sonrasında hatalı karar verilen işaretleri röle hedefe tekrar göndererek, doğrudan iletme ek olarak röle üzerinden de yapılacak iletimle hata başarımını arttırmayı amaçlamaktadır. Bu sayede çeşitleme kazancı da elde edilmektedir. Kaynak ile hedef arasında işaret-gürültü oranının kaliteli iletim için yeterli olması halinde rölenin çalışmaması kanal ve güç tüketimi açısından verimlilik sağlamaktadır [16].

## 5. ÇOK ATLAMALI AĞLAR

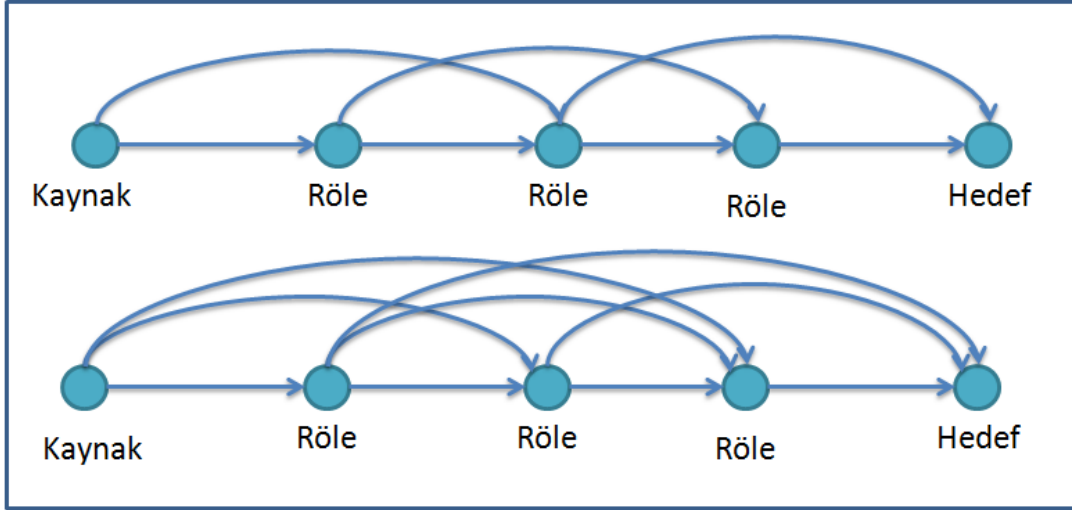
Çok atlamalı ağlar sayesinde, kaynak ile hedef arasında doğrudan bir iletim yolu olmadığı durumlarda bile gezgin kullanıcıların röle görevi görmesi yoluyla iletimin devam ettirilmesi sağlanabilir. Röleli sistemler iletişimin kurulması, devam ettirilmesi açısından alışlagelmiş doğrudan iletme göre daha iyi başarımlar göstermektedir. Çok atlamalı ağlar daha geniş bir kapsama alanı sağlamakla birlikte daha fazla iletim kapasitesi, daha düşük girişim ve daha uzun pil ömrü sağlamaktadır [14].

Şekil 5.1’de çok atlamalı ağlara ilişkin bir örnek verilmiştir. Şekilde de görüleceği gibi kaynak ve hedef arasındaki uzaklık doğrudan iletme olanak tanımadığı durumda çok atlamalı ağ yapısı sayesinde iletim sağlanabilmektedir.



Şekil 5.1 : Çok atlamalı ağ modeli.

Çok atlamalı ağlar aynı zamanda işbirlikli iletişim için de kullanılmaktadır. Bu sayede işbirlikli iletişimin getirdiği avantajlar çok atlamanın sağladığı faydalar ile birleşmektedir. İşbirliği olmayan modele göre biraz daha karmaşık yapıda olan işbirlikli çok atlamalı ağlar hem çeşitlilik kazancı sağlamakta hem de daha geniş bir kapsama alanı sağlamaktadır. Şekil 5.2’de örnek çok atlamalı işbirlikli ağlara örnekler verilmiştir.



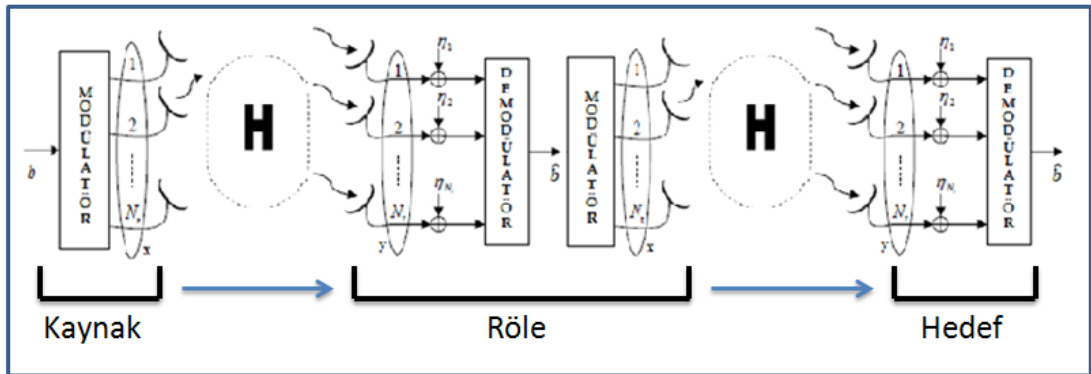
Şekil 5.2 : Çok atlamalı işbirlikli model.

Çok atlamalı ağlarda her atlama tek aktarıcı birim üzerinden yapılırken, her alıcı yalnızca kendinden önceki vericiden aldığı işareti kullanmaktadır. Çok atlamalı işbirlikli ağlarda ise atlamalar modele bağlı olarak bir veya birden fazla aktarıcı birim üzerinden yapılmakta, alıcı ise birden çok birimden aldığı işareti kullanmaktadır (ilk röle hariç). Çok atlamalı ağlar için AF ve DF aktarım yöntemleri önerilmiştir [18].

## 6. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONUNUN ÇOK ATLAMALI AĞLARA UYGULANMASI

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunu 3.Bölümde tanımlamış ve hata başarımının kuramsal çıkarımını vermiştik. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu yönteminin sağladığı kanallar arası girişimden kurtulmak, antenler arası eşzamanlama gereksiniminin kalkması ve daha az karmaşık donanım yapısı gibi avantajlara daha geniş kapsama alanı ve daha yüksek iletişim kapasitesi gibi yetenekler eklemek amacıyla uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı ağlara uygulanması düşünülmüştür.

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda kaynak tarafından veri dizisine bağlı olarak etkinleştirilen antenler ile iletilen işaret alıcı tarafından alınmakta ve gönderilen işarete karar verilmektedir. Çok atlamalı ağlarda ise bu işlem kaynak tarafından gönderilen işaretin DF kullanan röle tarafından alınarak iletilen işarete karar verilmesi ve karar verilen işaretin bir sonraki röle veya hedefe aktarılması ile gerçekleştirilir. Çok atlamalı ağlar, tek atlamalı ağlar ile karşılaştırıldığında bir takım avantajlar sağlarken her bir rölede kestirilen işaretlerin hatalı kestirilme olasılığı eklenerek uçtan uca hatalı karar verme olasılığı röle sayısına bağlı olarak artmaktadır. Şekil 6.1’de iki atlamalı iletim gösterilmektedir.



Şekil 6.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun DF kullanan çok atlamalı ağlara uygulanması.

Görüleceği üzere kaynak tarafından iletilen işaret röle tarafından alındıktan sonra hangi anten tarafından iletiildiğine karar verilmektedir. Karar verilen anten bilgisi kullanılarak iletilmek istenen veri dizisine karar verilir ve karar verilen bu dizi yine anten indisleri kullanılarak sonraki iletişim birimine (hedefe) aktarılır. Röle tarafından aktarılan işareti alan hedef ise karar verdiği anten indisi aracılığı ile kaynak tarafından iletilen işareti belirlemektedir.

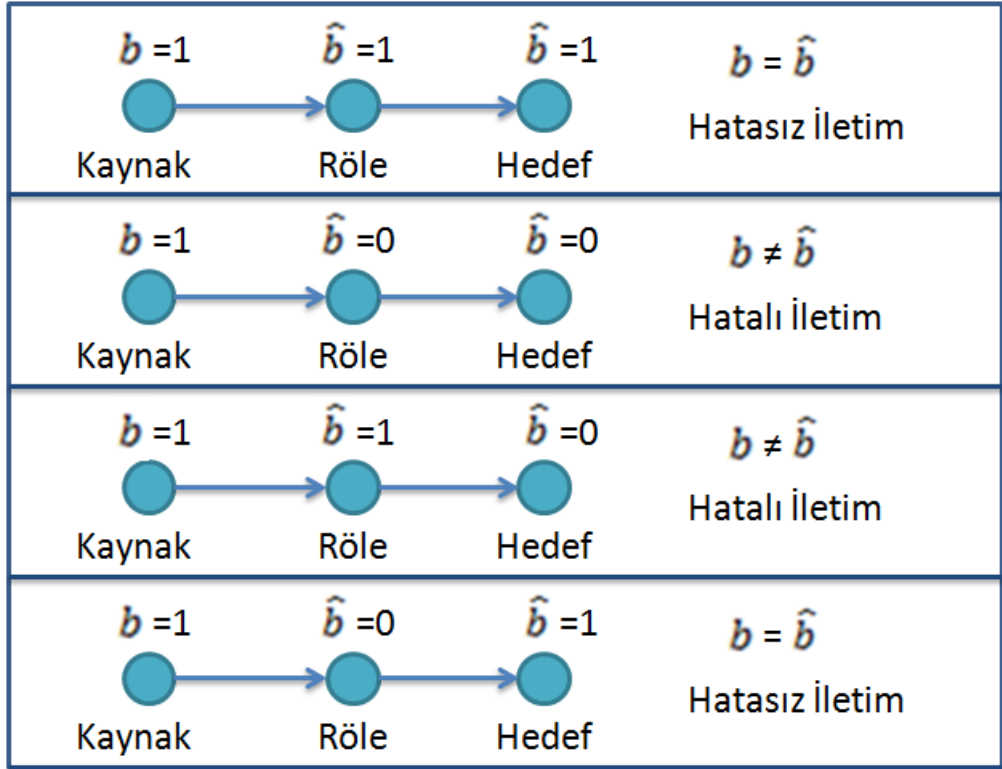
Bu çalışmada, öncelikle iletim biriminde 2 anten ve alıcı birimde 1 anten bulunduğu durumda çok atlamalı ağlar için bit hata oranı (BER) kuramsal çıkarımı yapılmış ve benzetim sonuçları ile doğrulanmıştır. Sonrasında yapılan benzetimlerde ise iletim biriminde 8 ve 4 anten bulunduğu durumda alıcıda ise 4, 2 ve 1 anten bulunan farklı senaryolar için uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu çok atlamalı ağlara uygulanmıştır.

### **6.1 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunun Çok Atlamalı Ağlar İçin Bit Hata Analizi**

Bölüm 3.2 de tek atlama durumunda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için bit hata olasılığı ifadesi  $P_{e,bit}$  elde edilmiştir. Elde edilen bu ifade ( $P_{e,bit}$ ) kullanılarak çok atlama için bit hata oranı elde edilebilir. İletim biriminde 2 anten alıcı birimde ise 1 anten olduğu durum için incelenecek olur ise, 2 anten aracılığı ile sadece 1 bit (0 ya da 1) iletebilmektedir. Dolayısıyla çok atlamalı durumda hata olasılığı hesaplanırken uçtan-uca hatalı iletim hesabında 2 durum için hatalı 2 durum için ise doğru iletim sağlanacaktır:

- Her iki birimde de doğru karar verme: Hatasız iletim,
- İlk birimde hatalı ikinci birimde doğru karar verme: Hatalı iletim,
- İlk birimde doğru ikinci birimde hatalı karar verme: Hatalı iletim,
- Her iki birimde de hatalı karar verme: Hatasız iletim.

Şekil 6.2'de iki atlama için hatalı-hatasız bit iletimi verilmiş olup çok atlamalı ağlarda da bit hata olasılığı kaynaktan iletilen bit sayısı ile hedefte doğru karar verilen bit sayısı arasındaki farkın toplam iletilen bit sayısına oranı olarak belirtilmektedir.



Şekil 6.2 : 2 atlama için uçtan-uca hata durumu.

İki atlama için bit hata olasılığı  $P_{e,bit}$  tek atlama için hata olasılığını göstermek üzere:

$$P_{2hop} = 1 - (1 - P_{e,bit})^2 - (P_{e,bit})^2 \quad (6.1)$$

olarak ifade edilebilir.

Üç, dört ve beş atlama için hata olasılıkları tanımlanacak olursa

$$P_{3hop} = 1 - 3(1 - P_{e,bit})^1(P_{e,bit})^2 - (1 - P_{e,bit})^3, \quad (6.2)$$

$$P_{4hop} = 1 - 6(1 - P_{e,bit})^2(P_{e,bit})^2 - (1 - P_{e,bit})^4, \quad (6.3)$$

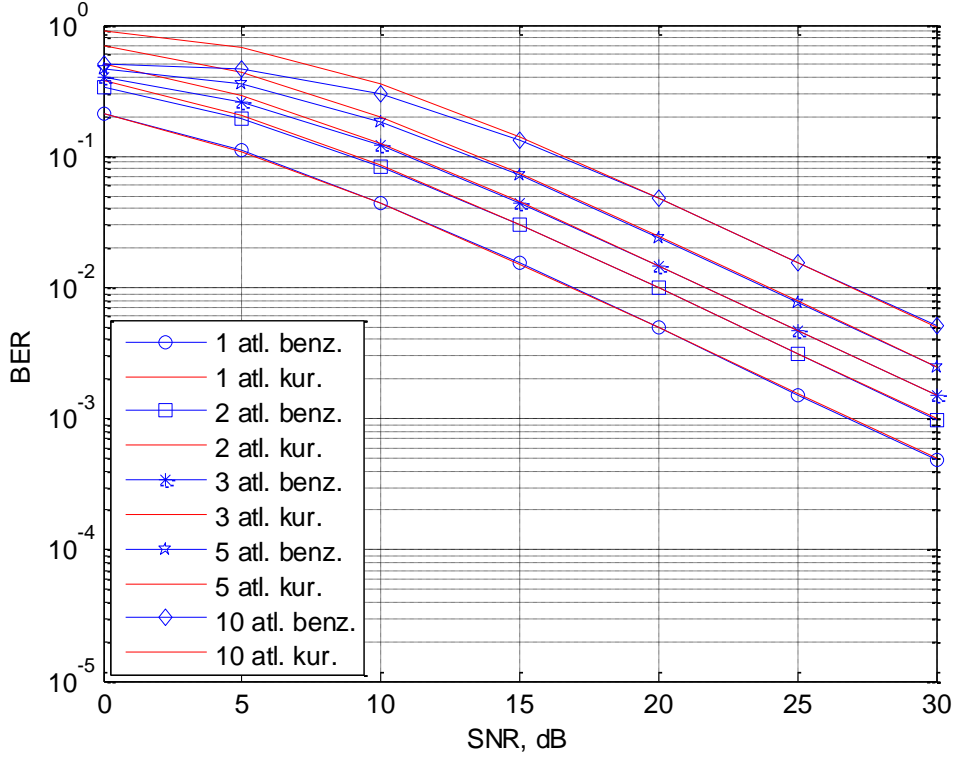
$$P_{5hop} = 1 - 10(1 - P_{e,bit})^3(P_{e,bit})^2 - 5(1 - P_{e,bit})^1(P_{e,bit})^4 - (1 - P_{e,bit})^5 \quad (6.4)$$

elde edilir.

Bu yaklaşımı sadeleştirerek  $N$  atlama durumunda bit hata olasılığı için basit bir tanım yazabiliriz.  $P_{e,bit}$  değeri kuvvetleri alındığında küçük bir değer olduğundan  $N$  atlama için bit hata olasılığını yaklaşık olarak

$$P_{Nhop} \cong 1 - (1 - P_{e,bit})^N \quad (6.5)$$

olarak tanımlayabiliriz. Şekil 6.3'de gösterildiği üzere 2 iletim anteni ve 1 alıcı anten olduğu durumda 1, 2, 3, 5 ve 10 atlama için bulunan kuramsal hata değerleri benzetim değerleriyle özellikle yüksek işaret-gürültü oranlarında çakışmaktadır.

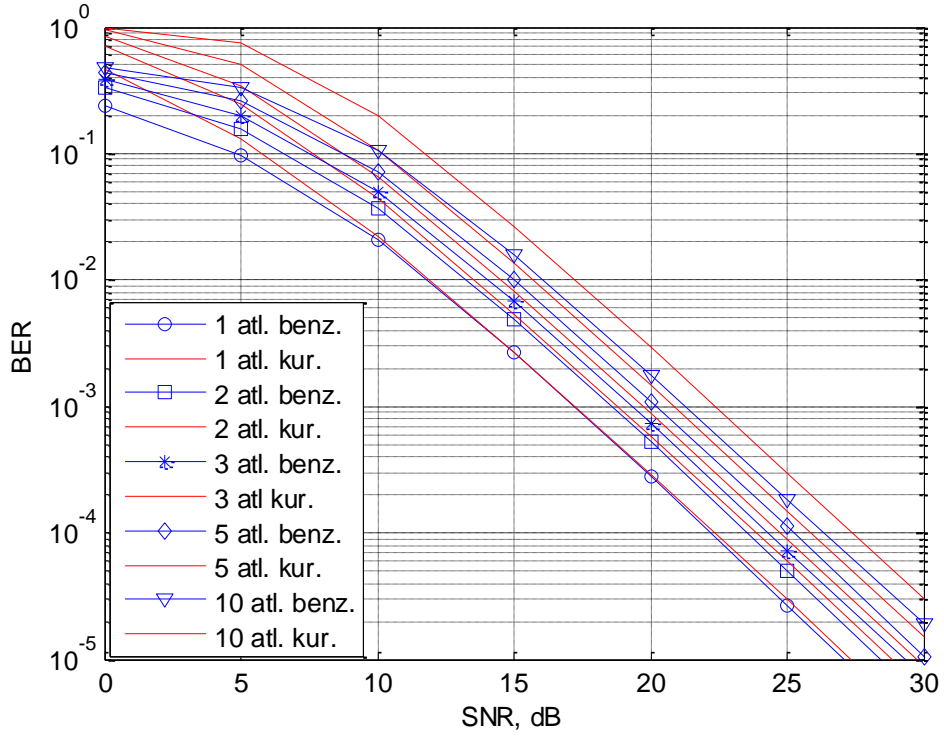


Şekil 6.3 : 2 iletim 1 alıcı anten için kuramsal-benzetim bit hata olasılıkları.

Artan atlama sayısı ile birlikte bit hata olasılığı artmaktadır. 20 dB SNR da bit hata olasılığı incelendiğinde tek atlama için  $5 \times 10^{-3}$  olmakta iken bu değer iki atlamada  $10^{-2}$  üç atlamada ise yaklaşık  $1,5 \times 10^{-2}$  olmaktadır. Burada SNR verici gücünün gürültü gücüne oranı olarak alınmıştır.  $N$  atlama için bulduğumuz bu yaklaşık hata olasılığı ifadesini sadece iki iletim anteni ve tek alıcı anten için değil farklı sayıda iletim ve alıcı anten için de kullanabiliriz.

Şekil 6.4 incelendiğinde artan atlama sayısı ile birlikte kuramsal ve benzetimsel bit hata olasılığı değerleri arasındaki fark artmaktadır. Bunun nedeni ise hata hesabında göz ardı edilen kısım ve uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda tek atlama için kuramsal hata olasılığının üst sınır ile tanımlanmasıdır.

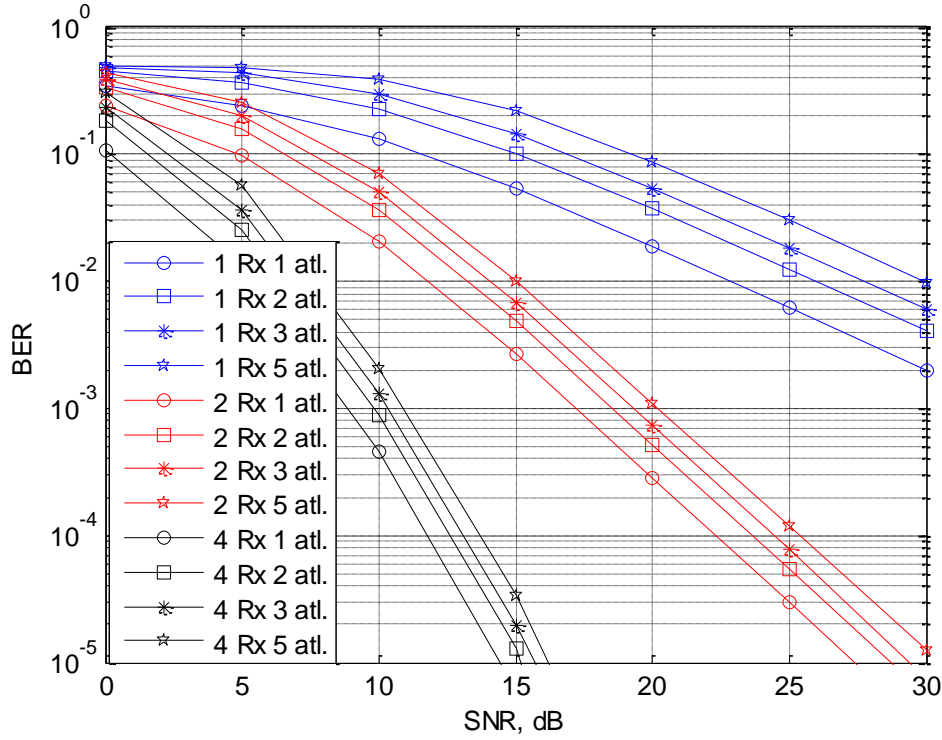




**Şekil 6.4 :** 8 iletim 2 alıcı anten için kuramsal - benzetim bit hata olasılıkları.

Kuramsal hata analizi ile birlikte farklı iletim ve alıcı anten sayılarının olduğu senaryolar için hata olasılıkları bilgisayar benzetimleriyle bulunmuştur. Benzetimlerde 8 ve 4 iletim anteni ile 4, 2 ve 1 alıcı anten için hata başarımları incelenmektedir. Bu senaryolarda 1, 2, 3 ve 5 atlama durumları göz önüne alınmaktadır. Şekil 6.4 te 4 iletim anteni ve 4 alıcı anten olduğu senaryoyu ele alırsak kaynak tarafından iletilen işaret röle tarafından 4 anteni ile alınmakta, alınan işaretler kullanılarak iletilen bit dizisine karar verilmekte ve rölenin antenleri kullanılarak sonraki birime bu işaret gönderilmektedir. Çöz-ve-aktar yöntemini kullanan röle ve kaynak tarafından iletilen işaret hedef birimde çözülerek işarete karar verilmektedir.

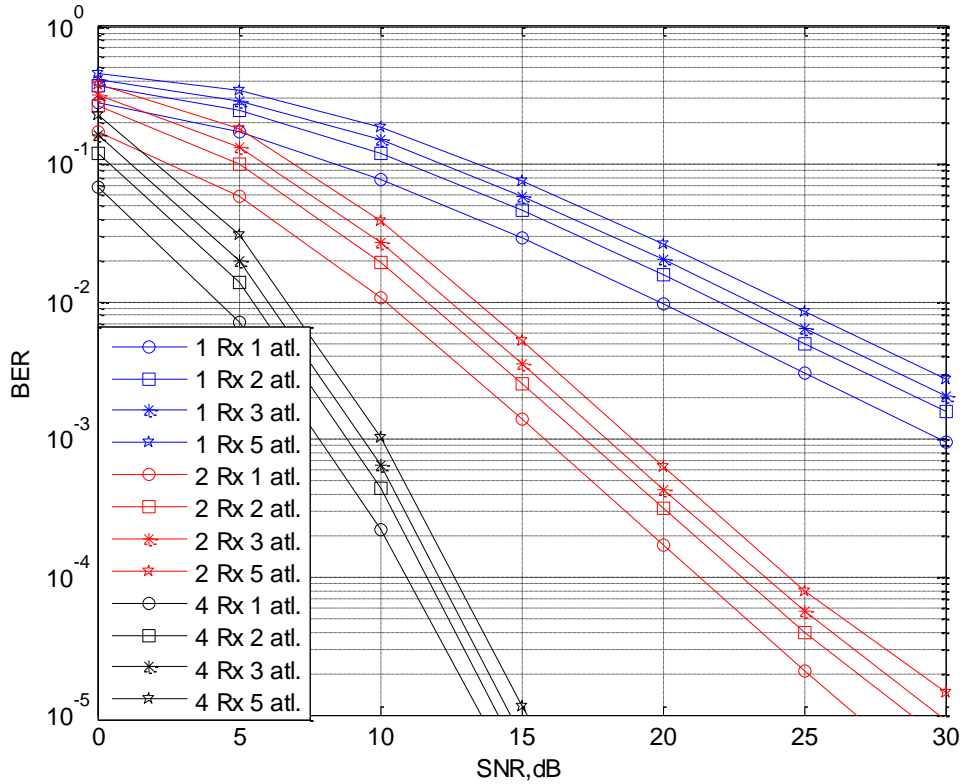
Şekil 6.5'te görülen hata eğrileri grupları farklı renklerle ayrılmıştır, her bir renk grubu farklı bir alıcı sayısını temsil etmektedir. Siyah renk ile röle ve hedefte tek alıcı anten olduğu durumdaki hata başarımları, mavi renkteki eğriler röle ve hedefte iki alıcı olduğu durum, kırmızı ile gösterilen grup ise röle ve hedefte dört alıcı anten olduğu durumu göstermektedir.



Şekil 6.5 : 8 iletim anteni için bit hata olasılıkları.

Tek alıcı anten için bit hata olasılıklarının değişimi incelenecek olursa, tek atlama durumu ile iki atlama durumu arasında  $10^{-2}$  hata olasılığı için yaklaşık olarak 4 dB'lik bir SNR kaybı söz konusudur. İki atlama ve üç atlama karşılaştırıldığında ise bu kayıp yaklaşık olarak 2.5 dB olmaktadır. Dolayısıyla artan atlama sayısı ile birlikte atlama başına kayıp orantılı olarak artmamaktadır. Yine iki alıcı anten için bit hata olasılıkları incelenirse tek atlama durumu ile iki atlama durumu karşılaştırıldığında  $10^{-3}$  hata olasılığı için yaklaşık olarak 2.5 dB'lik bir SNR kaybı iki atlama durumunda yaşanmaktadır. İki atlama ile üç atlama karşılaştırıldığında ise yaklaşık olarak 1 dB'lik bir kayıp üç atlama durumunda yaşanmaktadır. Tek ve iki alıcı anten durumu göz önüne alındığında alıcı anten sayısı arttıkça atlama başına kaybın azaldığı görülmektedir. Aynı zamanda artan atlama sayısı hata başarımında çeşitlilik kaybına neden olmamaktadır. Benzetimlerde her bir rölede aynı güç kullanıldığı için, toplam güç aktarım birimleri arasında bölüştürülmemektedir. Farklı renk grupları farklı sayıda alıcı anten ile çözülen işarete ait olduğundan çeşitlilik değerleri de buna bağlı olarak 4, 2 ve 1 e yakındır. İletim biriminde 4 anten alıcı antende ise 4, 2 ve 1 anten olduğu durum için de benzetimler aynı şekilde yapılmıştır. Şekil 6.6'da verilen bit hata olasılıkları 8 iletim anteni olduğu durumla

karşılaştırıldığında aynı alıcı anten sayısı ve atlama sayısı için 8 iletim anteni ile 4 iletim anteni arasında yaklaşık olarak 2.5 db'lik bir SNR kaybı yaşanmaktadır.

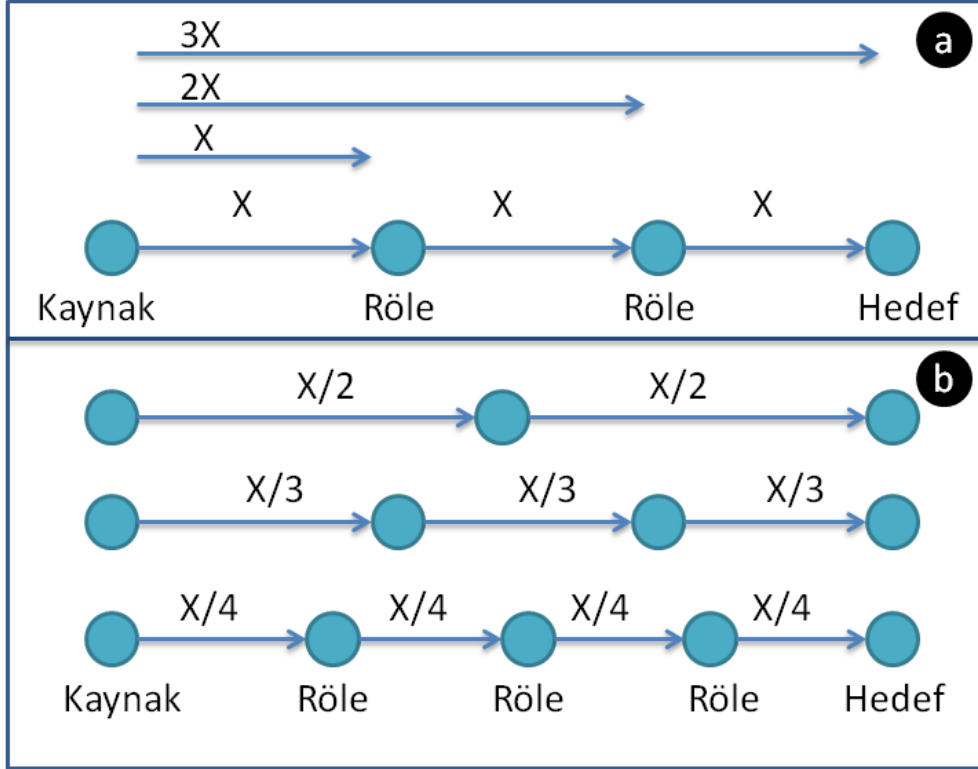


Şekil 6.6 : 4 iletim anteni için bit hata olasılıkları.

Örneğin  $10^{-3}$  hata olasılığı için 8 iletim anteni 2 alıcı anten ve tek atlama için 20 dB SNR da gerçekleşmekte iken 4 iletim anteni 2 alıcı anten ve tek atlama için 17.5 dB SNR da gerçekleşmektedir. Dolayısıyla 8 iletim anteni olduğu durumda 2.5 dB'lik bir kayıpla aynı hata olasılığı elde edilmektedir. Sonuç olarak sekiz yerine dört iletim anteni olduğu durumda hata daha az olmaktadır fakat çeşitlilik değeri değişmemektedir. Bununla birlikte anlık olarak iletilen bit sayısı  $m = \log_2(N_t)$  bağıntısına bağlı olarak üç yerine iki olmaktadır.

Buraya kadar yapılan benzetimlerde eklenen her yeni röle ile uzaklık aynı oranda artmaktadır. Bu sayede daha fazla uzaklıklar için kaynak, hedef iletimi sağlanabilmekte ve kapsama alanı genişlemektedir. Bir diğer yaklaşım ise kaynak ve hedef arasındaki uzaklığın sabit olduğu ve rölelerin bu iki birim arasında konumlandığı senaryodur. Şekil 6.7'de bu iletim yapıları artan uzaklık ve sabit uzaklık durumları için gösterilmiştir. Her iki yaklaşımda da rölelerin konumlarının

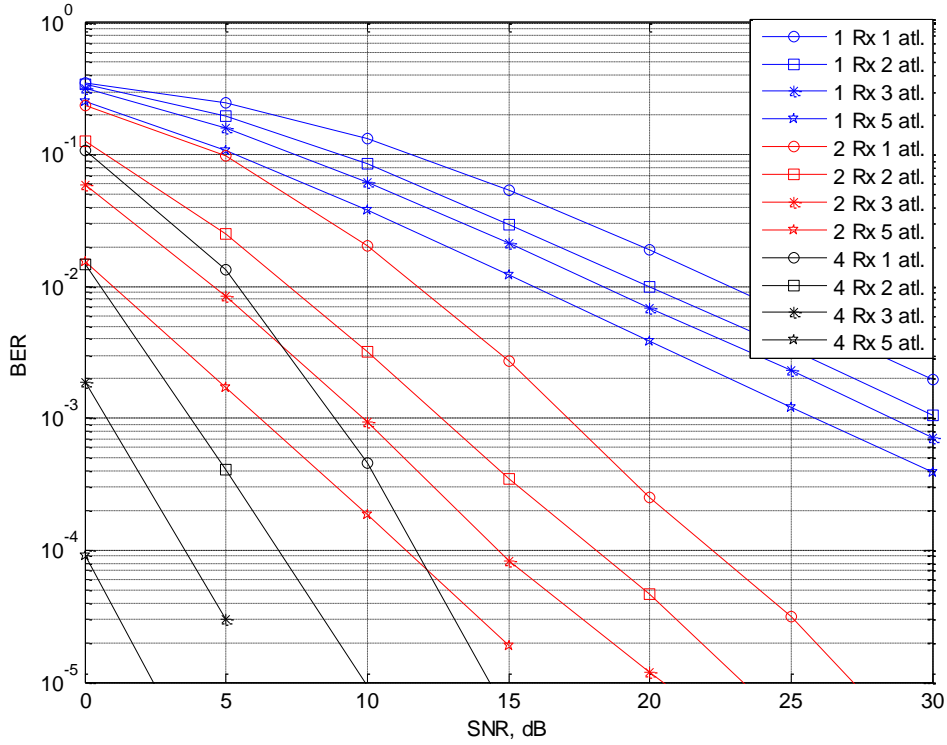
eşit aralıklarla olduğu varsayılarak hedef ve kaynağın sabit olduğu ve bu iki birim arasında rölelerin konumlandığı yaklaşım için aynı benzetimler tekrar edilmiştir.



Şekil 6.7 : Artan uzaklık (a) ve sabit uzaklık (b) için çok atlamalı iletim.

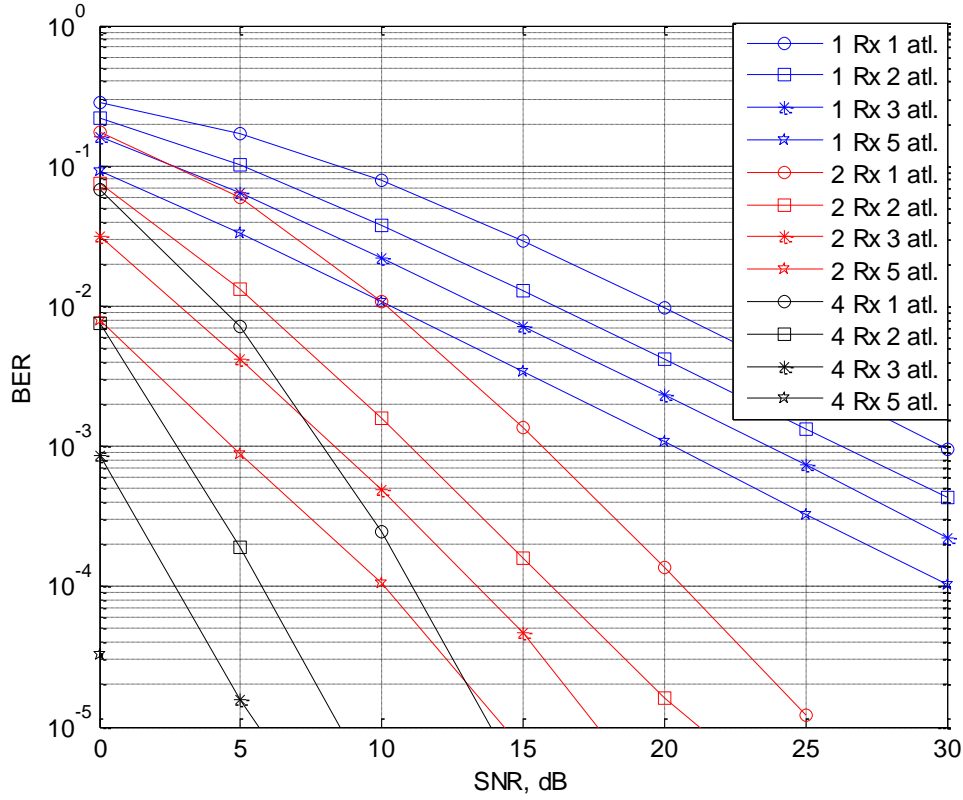
Yapılan bilgisayar benzetimleri sonucunda öncelikle 8 iletim anteni ve farklı alıcı anten sayıları ile benzetimler yapılmış ve Şekil 6.8'de bit hata olasılığı sonuçları paylaşılmıştır. Tek alıcı anten için tek atlama ve iki atlama durumunda bit hata olasılıkları karşılaştırıldığında 20 dB SNR'da tek atlama  $2 \times 10^{-2}$  bit hata olasılığına sahipken iki atlama için bu değer  $10^{-2}$  olmaktadır. Yine iki alıcı anten için tek atlama ve iki atlama bit hata olasılıkları karşılaştırıldığında 20 dB SNR'da tek atlama için  $3 \times 10^{-4}$  bit hata olasılığına sahipken iki atlama için bu değer  $4 \times 10^{-5}$  olmaktadır. Elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında kaynak ve hedef birimlerin sabit olduğu modelde artan atlama sayısının hata başarımını iyileştirdiği görülmektedir. Bunun nedeni ise atlama başına uzaklığın azalmasıdır. Yine alıcı anten sayısındaki artış ile bit hata olasılığının iyileşmesi daha fazla olmaktadır. Bilgisayar benzetimleri sonuçlarında farklı renk grupları farklı alıcı anten sayısını göstermektedir.

Aynı koşullar altında bilgisayar benzetimleri 4 iletim anteni ve 4, 2 ve 1 alıcı anten için tekrar edilmiştir. Elde edilen bit hata olasılıkları karşılaştırıldığında Şekil 6.8'de 8 iletim anteni ve tek alıcı anten için tek atlama bit hata olasılığı 20 dB SNR'da  $2 \times 10^{-2}$  iken 4 iletim anteni ve tek alıcı anten için tek atlama bit hata olasılığı 20 dB SNR'da  $10^{-2}$  olmaktadır. İki atlama için bit hata olasılıkları ise 8 iletim anteni için  $10^{-2}$  iken 4 iletim anteni için  $4 \times 10^{-3}$  olmaktadır.



Şekil 6.8 : 8 iletim anteni için bit hata olasılıkları.

Elde edilen bit hata olasılıkları farklı alıcı anten grupları için karşılaştırıldığında 8 iletim antenine göre 4 iletim anteninin bit hata olasılığı daha iyi başarımlı göstermektedir. Yine her iki iletim anteni durumu için çeşitlilik derecesinde kayıp yaşanmadığı görülmektedir. Şekil 6.9'da 4 iletim anteni ve iki alıcı anten için tek atlama bit hata olasılığı 10 dB SNR'da  $10^{-2}$  iken 4 iletim anteni ve iki alıcı anten için iki atlama bit hata olasılığı  $1.5 \times 10^{-3}$ , üç atlama bit hata olasılığı  $5 \times 10^{-4}$ , beş atlama bit hata olasılığı  $10^{-4}$  olmaktadır.



Şekil 6.9 : 4 iletim anteni için bit hata olasılıkları.

## 6.2 Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunun Çok Atlamalı Ağlar İçin Servis Kesilme Analizi

Servis kesilme olasılığı iletilen bir işaretin SNR değerinin kanalın o anda izin verdiği belirli bir  $SNR_{eşik}$  değerinin altında kalma olasılığı olarak tanımlanmaktadır. Klasik MIMO yöntemlerini uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ile servis kesilme olasılığı açısından karşılaştırdığımızda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu iletim anten sayısı açısından dezavantajlıdır. Bunun nedeni ise tek bir zaman diliminde sadece bir iletim anteninin aktif olmasıdır. Birden çok iletim antenine sahip olan bir iletişim biriminin işaret iletimi sırasında bir antenden iletilen işaretin alıcıya iletiminde belirli bir eşik değerinin altında kalması durumunda servis kesilme durumunun gerçekleştiği düşünülmektedir. Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda ise bu durum sadece alıcı anten sayısı ile belirlenmektedir. Çok atlamalı alıcı çeşitlenmeli M-SSK ağlarda servis dışı kalma analizi yapılacak olursa,

$N_t$ : İletim anteni sayısı,

$N_r$ : Alıcı anten sayısı,

$h_{kl,j}$ :  $k$ . düğümden  $l$ . düğümün  $j$ . antenine olan kanalın sönlümleme katsayısı  $j= 1, 2, \dots, N_r$ ,

$I_l$ :  $l$ . düğüme ulaşan kanalın karşılıklı bilgi miktarının ani değeri olmak üzere,

$$I_{Ri} = \log\left(1 + \sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (6.6)$$

olmaktadır, bu tanımda  $i=1, 2, \dots, n$ . değerini almaktadır.

$I$ :  $n$  atlama için karşılıklı bilgi miktarının ani değeri olmak üzere

$$I = \frac{1}{n} \min\{I_{R1}, I_{R2}, \dots, I_{Rn}\} \quad (6.7)$$

şeklinde tanımlanır. Servis dışı kalma olayı ise

$$\min\{\gamma_{R1}, \gamma_{R2}, \dots, \gamma_{Rn}\} < \gamma_{th} \quad (6.8)$$

$$\gamma_{Ri} = \sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 \quad (6.9)$$

olarak belirtilebilir. Bu durumda daha detaylı olarak servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{out}(\gamma_{th}) = P[\min\{\gamma_{R1}, \gamma_{R2}, \dots, \gamma_{Rn}\} < \gamma_{th}] \quad (6.10)$$

$$= 1 - P(\gamma_{R1} > \gamma_{th})P(\gamma_{R2} > \gamma_{th}) \dots P(\gamma_{Rn} > \gamma_{th}) \quad (6.11)$$

olup burada,

$$P(\gamma_{Ri} > \gamma_{th}) = P\left(\sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 > \gamma_{th}\right) \quad (6.12)$$

olacaktır. Üstel dağılımlı  $2 N_r$  rastgele değişkeninin toplamının olasılık dağılım fonksiyonu [9]

$$F(\gamma_{th}) = 1 - e^{-\gamma_{th}/(\bar{\gamma}/N_r)} \sum_{k=0}^{N_r-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}/N_r}\right)^k$$

$$F(\gamma_{th}) = 1 - e^{-\gamma_{th}N_r/\bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{N_r-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\gamma_{th}N_r}{\bar{\gamma}}\right)^k \quad (6.13)$$

olup buna göre (6.10), ( $\bar{\gamma} = 2N_r\sigma^2$ )

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - (1 - F(\gamma_{th}))^n \quad (6.14)$$

$$= 1 - \left( 1 - \left( 1 - e^{-\gamma_{th} N_r / \bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{N_r-1} \frac{1}{k!} \left( \frac{\gamma_{th} N_r}{\bar{\gamma}} \right)^k \right) \right)^n \quad (6.15)$$

$$= 1 - \left( e^{-\gamma_{th} N_r / \bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{N_r-1} \frac{1}{k!} \left( \frac{\gamma_{th} N_r}{\bar{\gamma}} \right)^k \right)^n \quad (6.16)$$

olarak elde edilir. Bu noktada Taylor serisi açılımının:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots$$

$a = 0$  için

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots$$

$$f(\gamma_{th}) = e^{-\gamma_{th} N_r / \bar{\gamma}} = 1 - \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \gamma_{th} + \frac{1}{2!} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^2 \gamma_{th}^2 - \frac{1}{3!} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^3 \gamma_{th}^3 + \dots \quad (6.17)$$

olduğu göz önüne alınarak

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - \left[ e^{-\gamma_{th} N_r / \bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{N_r-1} \frac{1}{k!} \left( \frac{\gamma_{th} N_r}{\bar{\gamma}} \right)^k \right]^n \quad (6.18)$$

$$= \left\{ \left[ 1 - \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \gamma_{th} + \frac{1}{2} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^2 \gamma_{th}^2 - \frac{1}{6} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^3 \gamma_{th}^3 + \dots \right] \left[ 1 + \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \gamma_{th} + \frac{1}{2} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^2 \gamma_{th}^2 + \frac{1}{6} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^3 \gamma_{th}^3 + \dots \right] \right\}^n$$

$$= 1 - \left( 1 + \frac{1}{N_r!} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^{N_r} \gamma_{th}^{N_r} + \dots \right)^n \quad (6.19)$$

elde edilir. Çeşitleme derecesi

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} - \frac{\log P_{out}(\gamma_{th})}{\log \bar{\gamma}} \quad (6.20)$$

olmak üzere

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} - \frac{\log \left( 1 - \left( 1 + \frac{1}{N_r!} \left( \frac{N_r}{\bar{\gamma}} \right)^{N_r} \gamma_{th}^{N_r} + \dots \right)^n \right)}{\log \bar{\gamma}} \quad (6.21)$$



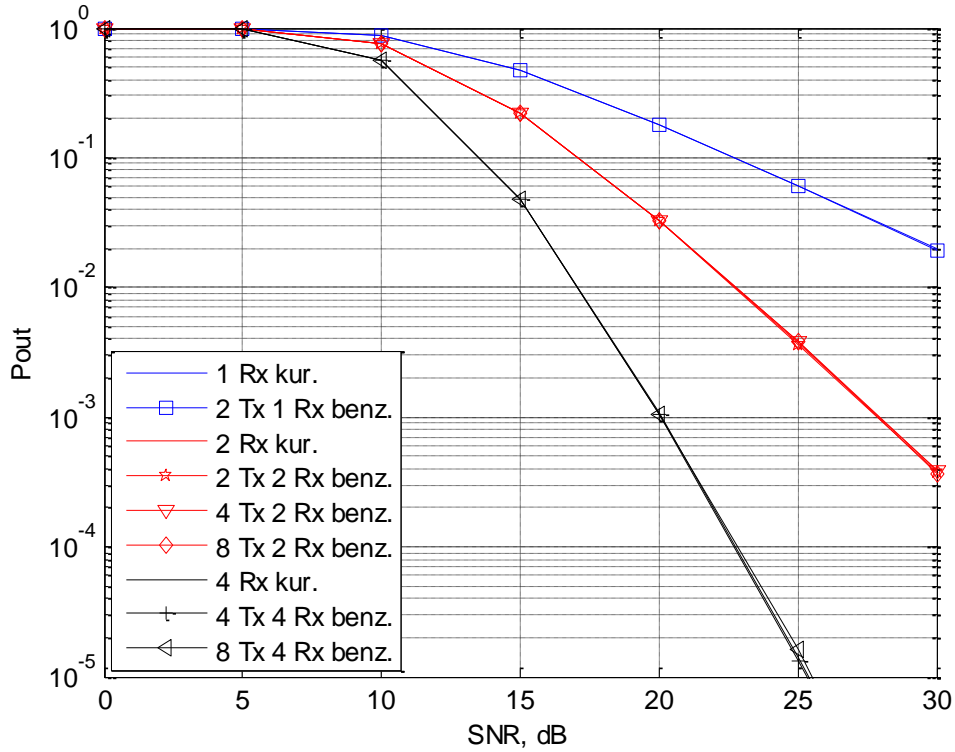
yazılır, burada Binom açılımı  $(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$  kullanıldığında ve  $\frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$  terimleri yüksek SNR için ihmal edildiğinde

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} - \frac{\log\left(-\frac{n}{N_r!} \left(\frac{N_r}{\bar{\gamma}}\right)^{N_r} \gamma_{th}^{N_r}\right)}{\log \bar{\gamma}} \quad (6.22)$$

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \left( -\frac{\log\left(\frac{1}{\bar{\gamma}}\right)^{N_r}}{\log \bar{\gamma}} \right) + \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \left( -\frac{\log\left(-\frac{n}{N_r!} N_r^{N_r} \gamma_{th}^{N_r}\right)}{\log \bar{\gamma}} \right) = N_r \quad (6.23)$$

olacaktır. Sonuç olarak çeşitlilik derecesi alıcı anten sayısı olarak elde edilmektedir. Dolayısıyla artan iletim anteni sayısı servis kesilme olasılığına etki etmez iken artan alıcı anten sayısı ile servis kesilme olasılığı azalmaktadır.

Şekil 6.10'da gösterildiği üzere iletim anteni sayısından bağımsız olarak servis kesilme olasılığı uzay kaydırmalı anahtarlama için alıcı anten sayısına bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 6.10 : Çok atlamalı ağın servis kesilme olasılığı.

Bu doğrultuda örnek verecek olursak 8 iletim anteni 2 alıcı anten, 4 iletim anteni 2 alıcı anten ve 2 iletim anteni 2 alıcı anten senaryoları için servis kesilme olasılığı aynı olmaktadır. Servis kesilme olasılığı benzetimlerinde ve kuramsal çıkarımlarda eşik değeri  $\gamma_{th} = 20$  dB olarak alınmıştır. Bununla birlikte tüm aktarım birimlerinde aynı güç kullanıldığı varsayılmaktadır. Toplam harcanan güç değeri, kullanılan aktarım elemanı sayısına bölünerek birim başına harcanan güç belirlenmemektedir. Dolayısıyla artan aktarım elemanı ile birlikte toplam harcanan güç doğrusal olarak artmaktadır.

Kuramsal olarak servis kesilme olasılığı şu şekilde hesaplanmıştır:

$\gamma_{th}$  = Eşik SNR (dB) değeri,

$\bar{\gamma}$  = Değişen SNR (dB) değerleri,

olmak üzere

$$P(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} e^{-\gamma/\bar{\gamma}}, \quad \gamma = |h|^2 \quad (6.24)$$

$$\int_0^{\gamma_{th}} \frac{1}{\bar{\gamma}} e^{-\gamma/\bar{\gamma}} d\gamma = -e^{-\gamma/\bar{\gamma}} I_0^{\gamma_{th}} = 1 - e^{-\gamma_{th}/\bar{\gamma}} \quad (6.25)$$

$$P_{out}(\gamma_{th}) = (1 - e^{-\gamma_{th}/\bar{\gamma}}) \quad (6.26)$$

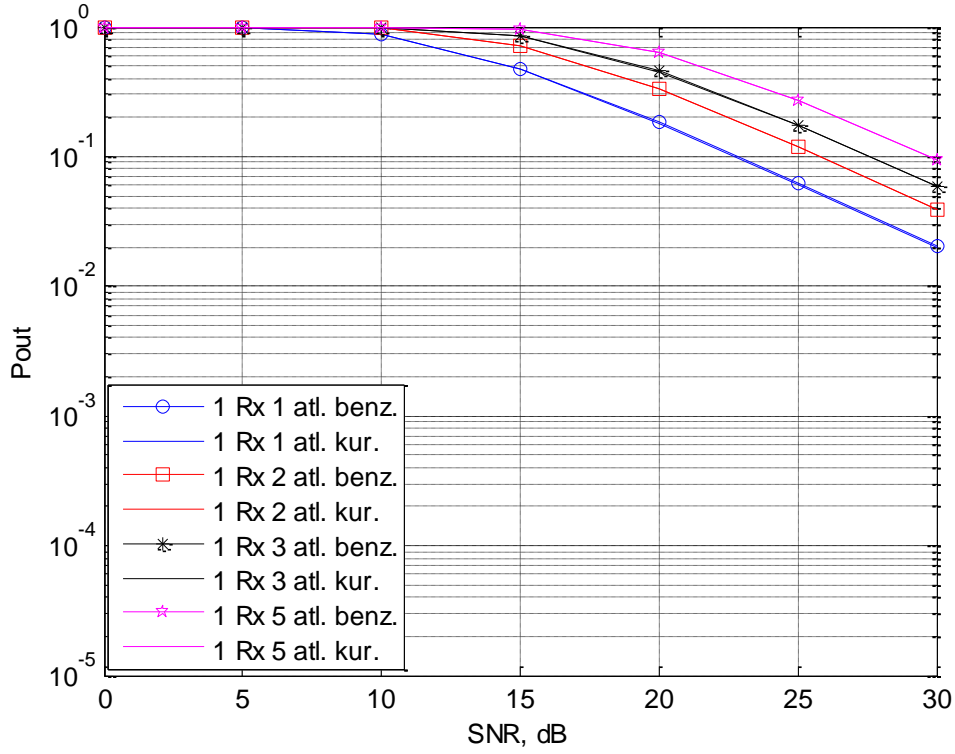
ifadesi tek alıcı anten olduğu durumda servis kesilme olasılığını eşik değere bağlı olarak vermektedir.

Her bir alıcı antenin servis kesilme olasılığı birbirinden bağımsızdır dolayısıyla alıcı anten sayısının değişimi ile birlikte servis kesilme olasılığı değişecektir. Alıcı anten sayısına bağlı olarak servis kesilmesinin değişimi de

$$P_{out}(\gamma_{th}) = (1 - e^{-\gamma_{th}/\bar{\gamma}})^{N_r} \quad (6.27)$$

olmaktadır [21]. Alıcı anten sayısının değişimi dışında atlama sayısının değişimi ile de servis kesilme olasılığı değişmektedir.

Şekil 6.11'de görüldüğü üzere  $10^{-1}$  servis kesilme olasılığı tek atlama durumunda 22,5 dB SNR da gerçekleşmekte iken iki atlama için bu değer yaklaşık olarak 26 dB de gerçekleşmekte, üç atlama için ise 27,5 dB de gerçekleşmektedir.



Şekil 6.11 : 1 alıcı anten için çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı.

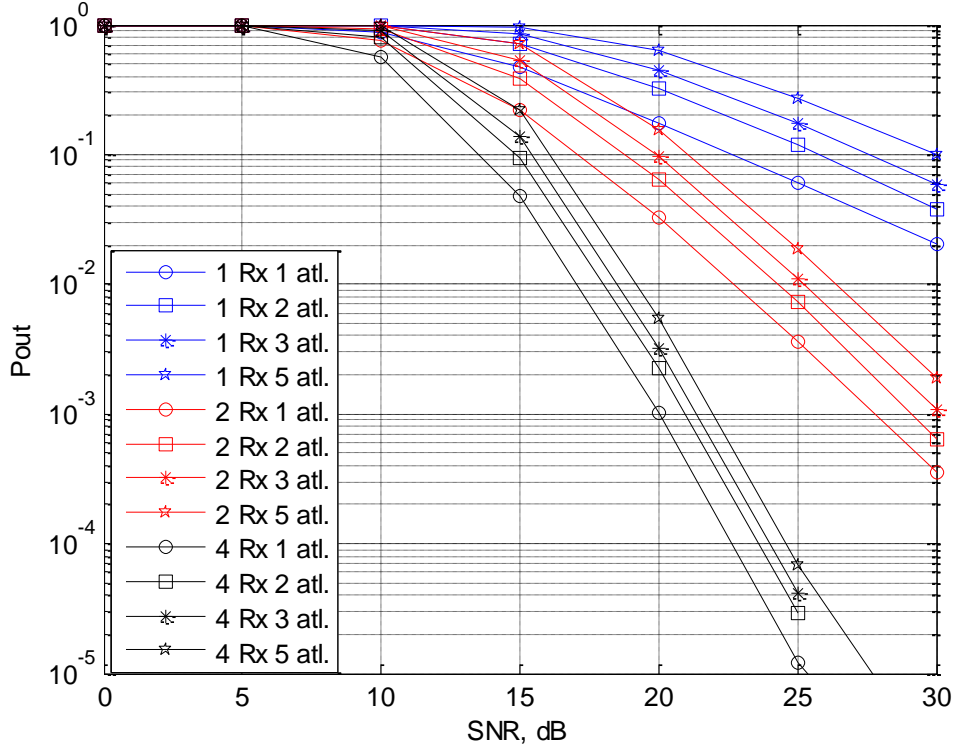
Sonuç olarak atlama sayısının artışı ile birlikte aynı SNR değeri için servis kesilme olasılığı da artmaktadır. Atlama sayısı ile bağlantılı olarak tek alıcı anten için servis kesilme olasılığı tek atlama için tek alıcı anten eşitliği (6.26) kullanılarak

$$P_{out}(\gamma_{th})_{N \text{ hop}} = (1 - e^{-\gamma_{th} N / \bar{\gamma}}) \quad (6.28)$$

olarak elde edilmektedir. Bu eşitlikte  $N$  atlama sayısını belirtmektedir. Tüm aktarım birimlerinde eşit güç kullanıldığı ve aktarım birimleri arttıkça harcanan toplam güç arttığı için, artan atlama sayısı ile birlikte servis kesilme olasılığının artışı azalmaktadır.

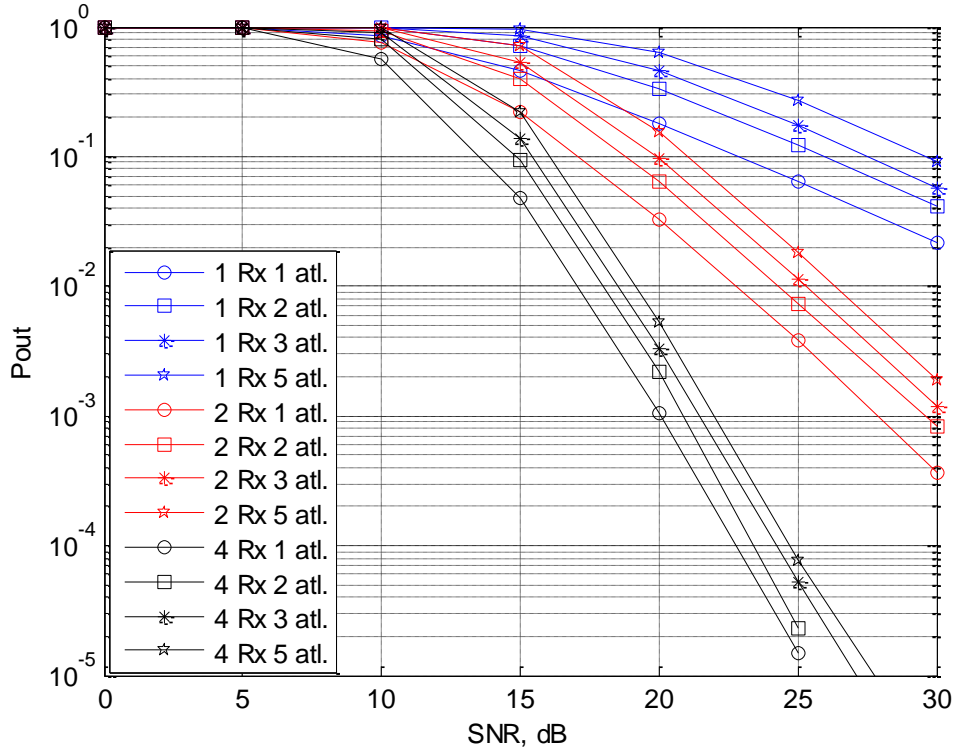
Daha önce yapılan bit hata olasılığı benzetimlerinde olduğu gibi 8 ve 4 iletim anteni ile 4, 2 ve 1 alıcı anten olduğu durumda farklı senaryolar için servis kesilme olasılıklarının benzetimleri yapılmıştır. Yapılan bilgisayar benzetimleri sonucunda değişen alıcı anten grupları için servis kesilme olasılıklarının değiştiği görülmektedir. Şekil 6.12'de iki alıcı anten için tek atlama durumunda 20 dB SNR da bit hata olasılığı  $3 \times 10^{-2}$  iken iki atlama için bu değer  $7 \times 10^{-2}$ , üç atlama için ise  $9 \times 10^{-2}$

olmaktadır. Dolayısıyla atlama başına artış miktarı artan atlama sayısı ile birlikte azalmaktadır. Dört alıcı anten için tek atlama durumunda 20 dB SNR da bit hata olasılığı  $10^{-3}$  olmaktadır.



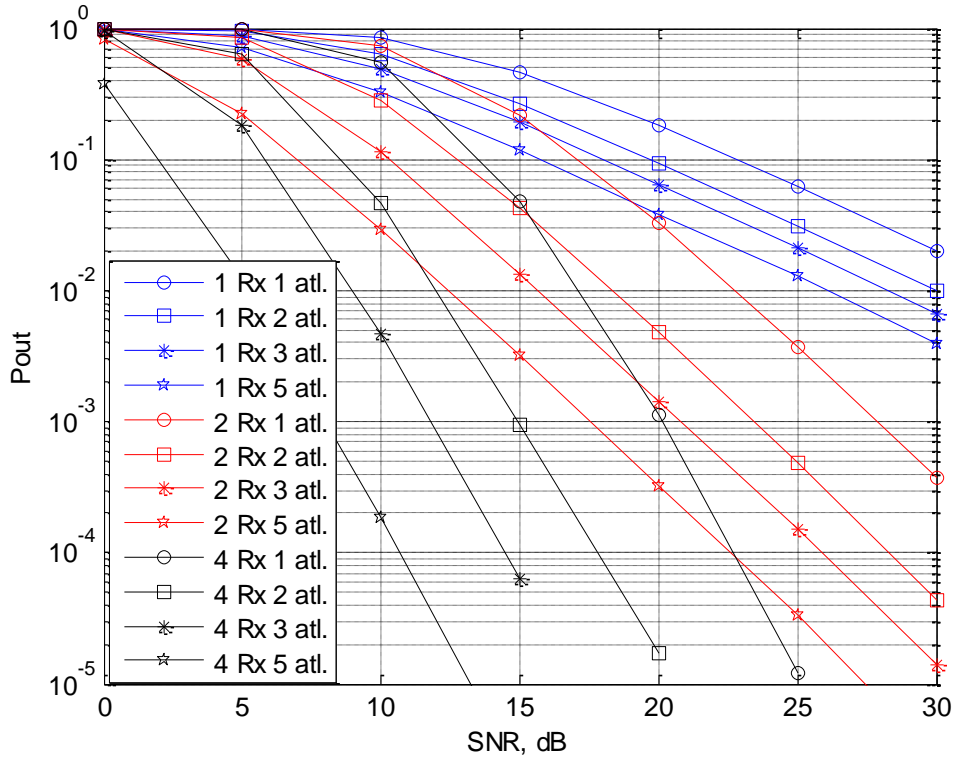
Şekil 6.12 : 8 iletim anteni için servis kesilme olasılığı.

Alıcı anten sayısı arttıkça servis kesilme olasılığı azalmaktadır. Bununla birlikte artan atlama sayısı ile birlikte sağlanan çeşitlilik değerinin değişmediği görülmektedir. 8 iletim anteni ve 4 iletim anteni olduğu durumlara ait benzetim sonuçları incelendiğinde servis kesilme olasılıklarının aynı olduğu gözlenmektedir. Şekil 6.13 incelendiğinde tıpkı Şekil 6.12'de gösterilen 8 iletim anteni için elde edilen servis kesilme olasılıklarında olduğu gibi iki alıcı anten için tek atlama durumunda 20 dB SNR da bit hata olasılığı  $3 \times 10^{-2}$  iken iki atlama için bu değer  $7 \times 10^{-2}$ , üç atlama için ise  $9 \times 10^{-2}$  olmaktadır. Daha önce belirtildiği üzere anlık iletim sırasında tek bir anten aktif olduğu için servis kesilme olasılıkları iletim anten sayısından bağımsız olmaktadır.



Şekil 6.13 : 4 iletim anteni için servis kesilme olasılığı.

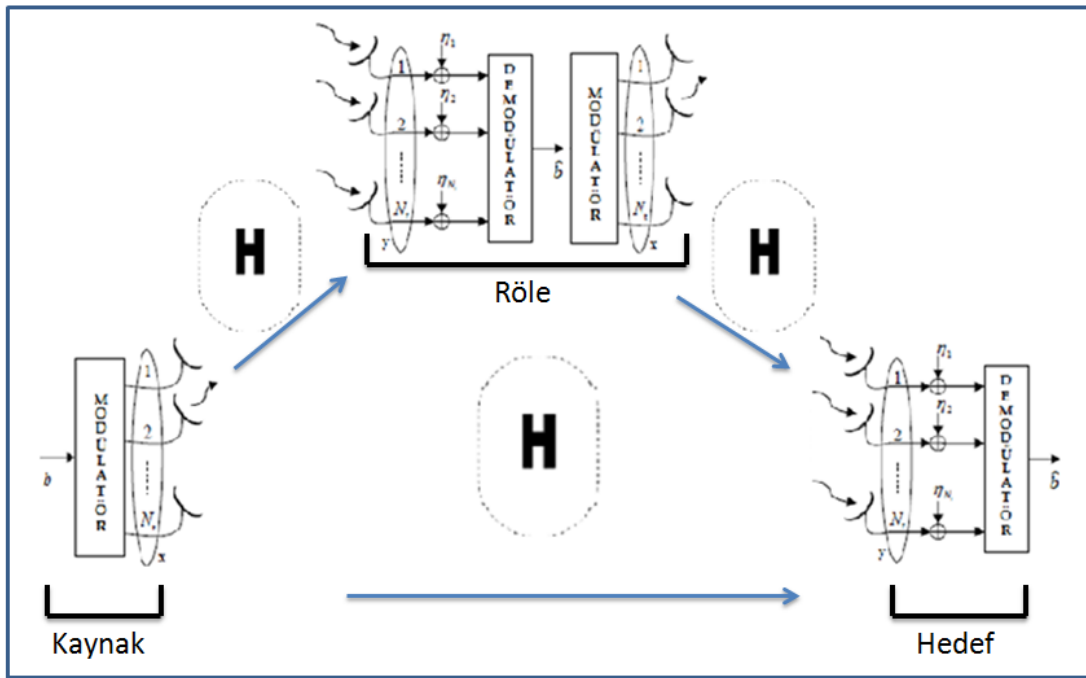
Daha önce bit hata olasılıkları bilgisayar benzetimleri yapılan kaynak-hedef arası sabit uzaklık çok atlamalı iletim sistemi için servis kesilme olasılıkları bilgisayar benzetimleriyle incelenmiştir. Yapılan bu benzetimler sonucunda kaynak ve hedefin sabit uzaklıkta olduğu ve rölelerin aradaki uzaklığın eşit aralıklar ile konumlandığı durumda servis kesilme olasılığının artan röle sayısı ile birlikte iyileştiği görülmektedir. Şekil 6.14'te görüldüğü üzere  $10^{-2}$  servis kesilme olasılığı tek alıcı anten ve iki atlama için 30 dB de gerçekleşmekte iken üç atlama için 28 dB de, beş atlama için ise 25,5 dB de gerçekleşmektedir. Dolayısıyla aynı servis kesilme olasılığı röle sayısı arttıkça daha düşük SNR ile gerçekleşmektedir. Yine aynı servis kesilme olasılığında 4 alıcı anten durumu incelenecek olursa iki atlama yaklaşık 12 dB de, üç atlama yaklaşık 9 dB de, beş atlama ise yaklaşık olarak 5dB de gerçekleşmektedir. Sonuçlardan da anlaşılacağı üzere artan alıcı anten sayısı ile servis kesilme olasılığı iyileşirken yine atlama başına SNR kazancı da artmaktadır.



Şekil 6.14 : 8 iletim anteni için servis kesilme olasılığı (kaynak - hedef arası sabit uzaklık).

## 7. UZAY KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU İÇİN İŞBİRLİKLİ ÇOK ATLAMA

Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun işbirlikli olarak iletilmesi sırasında rölede çöz-ve-aktar yöntemi uygulandığında iletişim iki aşamada gerçekleşmektedir. Kaynak tarafından iletilen işaret röle tarafından alınır, alınan bu işaret röle tarafından iletilen bit dizisine karar vermek amacıyla kullanılır. Karar verilen bit dizisi röle tarafından hedefe iletilirken hedef birimi hem kaynaktan hem de röleden iletilen işareti kullanarak kaynak tarafından iletilen işarete karar verir. Şekil 7.1’de işbirlikli haberleşmenin kullanıldığı durumda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çalışma modeli gösterilmiştir.



Şekil 7.1 : Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu işbirlikli iletişimi.

Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda, kaynağın iletim yaptığı birinci aşamada rölede ve hedefte alınan işaretler  $y_{SR}$  ve  $y_{SD}$  sırasıyla aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$y_{SR} = \sqrt{\rho_{SR}} \mathbf{H}_{SR} \mathbf{x} + \eta_{SR} = \sqrt{\rho_{SR}} h_{SR,j} + \eta_{SR}. \quad (7.1)$$

$$y_{SD} = \sqrt{\rho_{SD}} \mathbf{H}_{SD} \mathbf{x} + \eta_{SD} = \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD,j} + \eta_{SD}. \quad (7.2)$$

Burada  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$  uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun işaret vektörünü belirtmektedir.  $\mathbf{H}_{SR}$  ve  $\mathbf{H}_{SD}$  ise Kaynak-Röle ve Kaynak-Hedef arası  $N_t \times N_r$  boyutunda, elemanları kanal sönümlenme katsayıları olan kanal matrisini göstermektedir.  $h_{SR,j}$  ve  $h_{SD,j}$  etkin anten indisi  $j$ 'ye göre etkin olan kanal sönümlenme katsayılarıdır.  $\rho_{SR}$ ,  $\rho_{SD}$  değerleri ise kaynaktan gönderilen işarete ait röle ve hedefteki işaret-gürültü oranlarıdır.  $CN(0, \sigma^2)$ , 0 ortalamalı  $\sigma^2$  varyanslı kompleks Gauss dağılımını göstermek üzere  $h_{SR,j} \sim CN(0, \sigma_{SR}^2)$ 'e göre,  $h_{SD,j} \sim CN(0, \sigma_{SD}^2)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlıdır.  $\eta_{SR}$  ve  $\eta_{SD}$  sırasıyla kaynaktan gelen işarete rölede ve hedefte eklenen beyaz Gauss gürültü terimlerini belirtirken, her ikisi de  $CN(0, N_0)$ 'e göre dağılmaktadır.

Bu durumda ikinci aşamada hedefte alınan işaret

$$y_{RD} = \sqrt{\rho_{RD}} \mathbf{H}_{RD} \hat{\mathbf{x}}_R + \eta_{RD} = \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD,r} + \eta_{RD}. \quad (7.3)$$

şeklinde olacaktır.

Burada  $\mathbf{H}_{RD}$  röle-hedef arasındaki  $N_t \times N_r$  boyutlu, elemanları kanal sönümlenme katsayıları olan kanal matrisini ifade etmektedir.  $h_{RD,r}$  rölede çözülen anten indisi  $r$ 'ye göre etkin olan kanal sönümlenme katsayısıdır ve  $CN(0, \sigma_{RD}^2)$ 'e göre istatistiksel bağımsızdır ve her  $r$  için aynı dağılıma sahiptir.  $\rho_{RD}$  röleden gönderilen işaret için hedefteki işaret-gürültü oranını tanımlamaktadır.  $\eta_{RD}$  röleden gelen işarete hedefte eklenen beyaz Gauss gürültü terimi olup,  $CN(0, N_0)$  dağılımına sahiptir.

Alıcıda karar verme işbiriksiz durumdaki gibi en büyük olabilirlik yöntemiyle gerçekleştirilir.  $\hat{j}$  alıcıda kestirilen anten indisini belirtmektedir:

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left( \|y_{SD} - \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD,j}\|_F^2 + \|y_{RD} - \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD,j}\|_F^2 \right). \quad (7.4)$$

Alıcının karar verebilmesi için kaynak-hedef, röle-hedef arasındaki sönümlenme katsayılarını bilmesi gerekir. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun işbirlikli iletişimi kuvvetlendir-ve-aktar yöntemindeki gibi çeşitleme kazancı sağlamamaktadır. Bu nedenle çöz-ve-aktar yöntemini kullanan işbirlikli iletişimin hata başarımı sınırlanmaktadır.



Literatürde çöz-ve-aktar yöntemi ile röleme yapılan ve çeşitleme kazancı sağlayan yüksek başarılı uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu önerilmiştir [13].

## **7.1 Yüksek Başarılı Çöz-ve-Aktar Röleli Uzay Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu**

Klasik çöz-ve-aktar röleli işbirlikli sistemde rölede hatalı karar verme durumunda hata yayılımından dolayı bütün sistemin ortalama bit hata olasılığının sınırlandığı açıktır. Uçtan uca bit hata olasılığını düşük tutmak ve çeşitleme kazancı sağlamak için kaynak-röle arasındaki işaret-gürültü oranının yüksek tutulması gerekir. Ancak bu yaklaşım pratik bir yaklaşım değildir bu nedenle kaynak-röle arası işaret-gürültü oranını yüksek tutmaksızın daha verimli çalışabilen yeni bir yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli yapı önerilmiştir [20]. Önerilen bu yapı [13] de uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonuna uyarlanmış, sistemin kuramsal hata başarımları ifadelere elde edilerek ve bilgisayar benzetimleriyle de desteklenerek yeni yöntemin başarımları ortaya konmuştur. Şimdi bu yaklaşım ele alınacaktır.

Daha önceki bölümde anlatıldığı üzere çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda işbirlikli iletim çeşitleme sağlamamaktadır. Bunun nedeni ise rölede yapılan hatanın hedefte karar vermeyi olumsuz etkilemesidir. Önerilen bu yeni işbirlikli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu yönteminde hedefte karar verirken, röleden gelen işareti ağırlıklandırarak olumsuz etkisini düşüren ve olumlu etkisini arttıran uyarlamalı bir yaklaşım uygulanmaktadır. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için önerilen yüksek başarılı yeni yöntemin kuramsal analizi alt bölümlerde verilmiştir. Yeni yöntem ilk önce uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun en basit hali olan  $N_t = 2$  için anlatılmış olup, sonrasında ise tüm  $N_t$ 'ler için genel olarak verilmiştir. Tüm  $N_t$ 'ler için hedefte tek alıcı anten olduğu varsayılmıştır. Daha sonrasında bu yapının çok atlamalı iletişimde  $N$ -atlama için genelleştirilmiş ifadesi elde edilerek kuramsal çıkarımlar ve benzetim sonuçları verilmiştir.

### **7.1.1 $N_t = 2$ için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu**

Bu bölümde kullanılan büyüklükler şunlardır:

$N_t$  : verici anten sayısı,

$N_r$  : alıcı anten sayısı,

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_t}]^T$  : işaret vektörü,

$j$  : etkin olan antenin indisi,

$\hat{j}$  : hedefte karar verilen anten indisi,

$\mathbf{h}$  :  $N_t$  boyutlu elemanları kanal sönümleme katsayıları olan kanal vektörü,

$h^j$  :  $\mathbf{h}$ 'ın  $j$ . bileşeni veya  $j$ . antene karşılık düşen kanal sönümleme katsayısı,

$h_{SD}, h_{RD}, h_{SR}$  : kanal-hedef, röle-hedef, kaynak-röle arası kanal sönümleme katsayıları,

$\eta_{SD}, \eta_{RD}, \eta_{SR}$  sırasıyla kanal-hedef, röle-hedef, kaynak-röle arası toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) bileşenleri,

$\rho_{SD}, \rho_{RD}, \rho_{SR}$  : kaynak-hedef, röle-hedef, kaynak-röle arası işaret-gürültü oranları,  
 $\mathcal{Y}_{SD}, \mathcal{Y}_{RD}, \mathcal{Y}_{SR}$  : kaynaktan iletilip hedefte alınan, röleden iletilip hedefte alınan, kaynaktan iletilip rölede alınan işaretlerdir. Bütün  $h^j$ 'ler ,  $\eta$ 'ler  $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı bileşenlerden oluşmaktadır.

Kaynaktan iletilen işaretin hedefte çözülmesi sırasında röleden gelen işaretin bozucu etkisini azaltmak için hatalı karar vermede etken olan kanallar arası uzaklık göz önüne alınmaktadır. Bu uzaklıklar daha önce Som v.d. tarafından arttırımlı röle ve seçimli birleştirme için kullanılarak, bit hata olasılığı başarımına etkisi kuramsal olarak ve bilgisayar benzetimleri ile gösterilmiştir [19]. Kanal katsayıları arasındaki minimum uzaklığın çarpılması ile bu bozucu etki telafi edilmektedir. Çöz-ve-aktar röleli sürekli işbirliği durumunda, başarımı doğrudan etkileyen anlık kanal sönümleme katsayıları arası Öklid uzaklığına bağlı ağırlıklar  $N_t = 2$  durumu için kaynak-röle ve röle-hedef arası için sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$w^{SR} \triangleq |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2, \quad (7.5)$$

$$w^{RD} \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2. \quad (7.6)$$

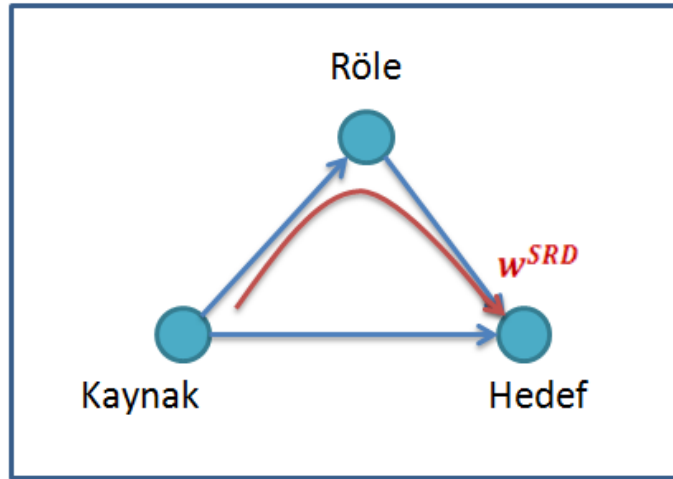
Rölede hatalı karar verme durumunda  $w^{SR}$ 'nin küçük olduğu düşünülebilir. Röleden gelen doğru işaretin hedefte hatalı karar verilmesi durumunda ise  $w^{RD}$ 'nin küçük olduğu düşünülebilir. Kaynak hedef arasındaki iletişim tek bir yol olarak düşünüldüğünde, ağırlık değeri her iki iletim aşamasının en az Öklid uzaklığına sahip olduğu durum olarak tanımlanabilir.

$$w^{SRD} \triangleq \min(w^{SR}, w^{RD}). \quad (7.7)$$

Kanallar arasındaki Öklid uzaklıkları ile belirlenen  $w^{SRD}$  ağırlığı sayesinde, kaynak-röle veya röle-hedef arasındaki iletimde hata olması durumunda sisteme etkisini iyileştiren uyarlamalı bir model üretilmiştir. Bu modelde hedefte karar verilirken kaynaktan doğrudan gelen işaretin karar vermeye olan etkisi değişmez iken, röleden gelen işaretin etkisi  $w^{SRD}$  ile çarpılmaktadır:

$$\hat{j} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left( \|(y_{SD} - \sqrt{\rho_{SD}} h_{SD}^j)\|_F^2 + w^{SRD} \|(y_{RD} - \sqrt{\rho_{RD}} h_{RD}^j)\|_F^2 \right). \quad (7.8)$$

Şekil 7.2’de  $w^{SRD}$  ağırlığının kullanıldığı yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için iki atlamalı iletim modeli gösterilmiştir.



Şekil 7.2 : Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu.

Sistemin bit hata olasılığının hesaplanması için rölenin hata yaptığı ve yapmadığı her iki durumun da göz önünde bulundurulması gerekmektedir.  $P_{e,r}$  ile rölenin kaynaktan gelen işarete hatalı karar verme olasılığı gösterildiği durumda,  $(1 - P_{e,r})$  rölenin kaynaktan gelen işarete doğru karar verme olasılığını gösterecektir.  $P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$  rölede kaynaktan gelen işaretin doğru çözüldüğü durumda hedefteki bit hata olasılığını ifade etmektedir.  $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$  ise kaynaktan gelen işaretin rölede hatalı çözüldüğü durumda hedefteki bit hata olasılığını ifade etmektedir. Bu durumda sistemin anlık bit hata olasılığı

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = (1 - P_{e,r}) P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) + P_{e,r} P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) \quad (7.9)$$

şeklinde tanımlanacaktır.

Bütün sistemin hata olasılığı rölede hata yapılmadığı durumda hedefte hata yapılması olasılığı ve rölede hata yapıldığında hedefte hata yapılması olasılığı toplamıdır.

Kaynaktan  $i$  indisli antenden iletim yapıldığı durumda hedefte

$$y_{SD} = \sqrt{\rho} h_{SD}^i + \eta_{SD} \quad (7.10)$$

işareti alınacaktır. İletim anteni sayısı  $N_t = 2$  ( $i = 0,1$ ) iken  $h_{SD}^0$  ile 0 iletildiğinde hedefte  $h_{SD}^1$ e karar verilirse hatalı iletim yapılmış olur. Aynı şekilde  $h_{SD}^1$  iletildiğinde  $h_{SD}^0$  e karar verilerek hatalı iletim yapılmış olur. (7.7) ye ve rölede doğru veya hatalı karar verme durumlarına bağlı olarak dört farklı koşullu olasılık tanımına ihtiyaç vardır.

**Koşullu olasılık 1 ( $P_1$ ):**  $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$  için, kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede doğru olarak bu işarete karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı

$$P_1 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P\left(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2\right) \quad (7.11)$$

şeklinde gösterilebilir.

$$w^{SRD} = w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \text{ yerine koyulursa}$$

$$P_1 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 >$$

$$|\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2) \quad (7.12)$$

olur. Daha açık şekilde yazılacak olursa

$$P_1 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\}) \quad (7.13)$$

olarak ifade edilir.

Sadeleştirmeler sonucunda ise

$$\begin{aligned}
P_1 &= P(\rho|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} + \\
&\quad \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho}\text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} < 0) \\
&= P(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \\
&\quad \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2) \tag{7.14}
\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir.

$$P_1 = P(A_1 > B_1) \tag{7.15}$$

olarak ifade edildiğinde

$$A_1 \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \tag{7.16}$$

$$B_1 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \tag{7.17}$$

olarak tanımlanır.  $A_1$  in beklenen değeri

$$E[A_1] = E[|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\}]. \tag{7.18}$$

olup,  $\eta_{RD}$  ve  $\eta_{SD}$   $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olmasından dolayı  $E[A_1] = 0$  bulunmaktadır. Şimdi de  $A_1$ 'in varyansını hesaplayalım.

$$\begin{aligned}
\eta_{RD} &= \eta_{RD,R} + j\eta_{RD,I} \\
\eta_{SD} &= \eta_{SD,R} + j\eta_{SD,I} \\
h_{RD} &= h_{RD,R} + jh_{RD,I} \\
h_{SD} &= h_{SD,R} + jh_{SD,I} \tag{7.19}
\end{aligned}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned}
\text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} &= \text{Re}\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I})[(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + j(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I]\} \\
&= \eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I \\
\text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} &= \text{Re}\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I})[(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + j(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I]\} \\
&= \eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I \tag{7.20}
\end{aligned}$$

olarak yazılabilir.

Buna göre

$$A_1 \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \\ + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \quad (7.21)$$

olup  $A_1$ 'in varyansı,  $\sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] - E[A_1]^2 = E[A_1^2]$  ilişkisinden

$$\sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] = \left[ \left( |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \right. \right. \\ \left. \left. + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \right)^2 \right]$$

bulunur. Bu ifadelerde  $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$  olduğundan

$$\sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (7.22)$$

olacaktır. Buna göre

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_1}^2}} \int_{B_1}^{\infty} \exp(-A_1^2/2\sigma_{A_1}^2) dA_1$$

yazılır. Burada  $\Psi \triangleq A_1/\sigma_{A_1}$  dönüşümü kullanılırsa

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.23)$$

olacaktır.

$$P_1 = P(A_1 > B_1) = Q\left(\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}\right) \\ = Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right) \quad (7.24)$$

olarak bulunur.

**Koşullu olasılık 2 ( $P_2$ ):**  $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$  için, kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede doğru olarak bu işarete karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2 \\ &> |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2) \end{aligned} \quad (7.25)$$

şeklinde gösterilebilir.

$w^{SRD} = w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$  yerine koyulursa

$$\begin{aligned} P_2 &= P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \\ &|\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2) \end{aligned} \quad (7.26)$$

olur. Daha açık şekilde yazılacak olursa

$$\begin{aligned} P_2 &= P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \\ &\rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \\ &|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \\ &\operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\}) \end{aligned} \quad (7.27)$$

olarak ifade edilir, sadeleştirmeler sonucunda ise

$$\begin{aligned} P_2 &= P(\rho|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - \\ &h_{RD}^1)\} + \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} < 0) \\ &= P(|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \\ &\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2) \end{aligned} \quad (7.28)$$

ifadesi elde edilir.

$$P_2 = P(A_2 > B_2) \quad (7.29)$$

$$A_2 \triangleq |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (7.30)$$

$$B_2 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (7.31)$$

olarak tanımlanır.

$A_2$  in beklenen değeri

$$E[A_2] = E[ |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot Re\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + Re\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} ]$$

olup,  $\eta_{RD}$  ve  $\eta_{SD}$   $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olmasından dolayı  $E[A_2] = 0$  bulunmaktadır. Şimdi de  $A_2$ 'in varyansını hesaplayalım.

$$\begin{aligned} Re\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} &= Re\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I})[(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + j(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I]\} \\ &= \eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I \end{aligned} \quad (7.32)$$

$$\begin{aligned} Re\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} &= Re\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I})[(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + j(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I]\} \\ &= \eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I \end{aligned} \quad (7.33)$$

olarak yazılabilir. Buna göre

$$\begin{aligned} A_2 &\triangleq |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \\ &\quad + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \end{aligned} \quad (7.34)$$

olup  $A_2$ 'nin varyansı,  $\sigma_{A_2}^2 = E[A_2^2] - E[A_2]^2 = E[A_2^2]$  ilişkisinden

$$\begin{aligned} \sigma_{A_2}^2 &= E[A_2^2] = E\left[ \left( |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \right)^2 \right] \end{aligned}$$

olarak bulunur. Bu ifadelerde  $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$  olduğundan

$$\sigma_{A_2}^2 = \frac{1}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (7.35)$$

olacaktır. Verilenler ışığında

$$P(A_2 > B_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_2}^2}} \int_{B_2}^{\infty} \exp(-A_2^2/2\sigma_{A_2}^2) dA_2$$

yazılır. Burada  $\Psi \triangleq A_2/\sigma_{A_2}$  dönüşümü kullanılırsa

$$P(A_2 > B_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_2}{\sigma_{A_2}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.36)$$

olacaktır. Sonuç olarak,



$$\begin{aligned}
P_2 &= P(A_2 > B_2) = Q\left(\frac{B_2}{\sigma_{A_2}}\right) \\
&= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right)
\end{aligned} \tag{7.37}$$

olarak bulunur.

**Koşullu olasılık 3 ( $P_3$ ):**  $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$  için, kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede bu işarete hatalı karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı

$$\begin{aligned}
P_3 &= P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > \\
&\quad |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2)
\end{aligned} \tag{7.38}$$

şeklinde gösterilebilir.  $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$  yerine koyulursa

$$\begin{aligned}
P_3 &= P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > \\
&\quad |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2)
\end{aligned} \tag{7.39}$$

olur. Daha açık şekilde yazılacak olursa

$$\begin{aligned}
P_3 &= P(|\eta_{SD}|^2 + \rho |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \\
&\quad \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} > \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 \\
&\quad + |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2)
\end{aligned} \tag{7.40}$$

olarak ifade edilir, sadeleştirmeler sonucunda ise

$$\begin{aligned}
P_3 &= P(\rho |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + 2\sqrt{\rho} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} > \\
&\quad \rho |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\}) \\
&= P(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \\
&\quad \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4)
\end{aligned} \tag{7.41}$$

ifadesi elde edilir.

$$P_3 = P(A_3 > B_3)$$

olarak ifade edildiğinde

$$A_3 \triangleq |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \tag{7.42}$$

$$B_3 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 \quad (7.43)$$

olarak tanımlanır.

$$E[A_3] = E[A_1] = 0 \quad (7.44)$$

$$\sigma_{A_3}^2 = \sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (7.45)$$

olacaktır. Verilenler ışığında

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_3}^2}} \int_{B_3}^{\infty} \exp(-A_3^2/2\sigma_{A_3}^2) dA_3 \quad (7.46)$$

olup burada  $\Psi \triangleq A_3/\sigma_{A_3}$  dönüşümü kullanılarak

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.47)$$

yazılır. Sonuç olarak

$$\begin{aligned} P_3 = P(A_3 > B_3) &= Q\left(\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}\right) \\ &= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}}\right) \end{aligned} \quad (7.48)$$

olarak bulunur.

**Koşullu olasılık 4 ( $P_4$ ):**  $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$  için, kaynaktan 0 iletildiğinde ve rölede bu işarete hatalı karar verildiğinde hedefte hata yapma olasılığı

$$\begin{aligned} P_4 = P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) &= P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > \\ &|\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \end{aligned} \quad (7.49)$$

şeklinde yazılabilir.  $w^{SRD} = w^{RD} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$  yerine koyulursa

$$P_4 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (7.50)$$

olur. Daha açık şekilde yazılacak olursa

$$P_4 = P(|\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} > \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (7.51)$$

olarak ifade edilir, sadeleştirmeler sonucunda ise

$$\begin{aligned} P_4 &= P(\rho|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} > \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\}) \\ &= P(|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2) \end{aligned} \quad (7.52)$$

ifadesi elde edilir.

$$P_4 = P(A_4 > B_4)$$

olarak ifade edildiğinde

$$A_4 \triangleq |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (7.53)$$

$$B_4 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 \quad (7.54)$$

olarak tanımlanır.

$$E[A_4] = E[A_2] = 0, \quad (7.55)$$

$$\sigma_{A_4}^2 = \frac{1}{2}|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2. \quad (7.56)$$

olacaktır. Verilenler ışığında

$$P(A_4 > B_4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_4}^2}} \int_{B_4}^{\infty} \exp(-A_4^2/2\sigma_{A_4}^2) dA_4 \quad (7.57)$$

olur.

Burada  $\Psi \triangleq A_4/\sigma_{A_4}$  dönüşümü kullanılarak

$$P(A_4 > B_4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_4}{\sigma_{A_4}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.58)$$

yazılır ve

$$P_4 = P(A_4 > B_4) = Q\left(\frac{B_4}{\sigma_{A_4}}\right) \quad (7.59)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right)$$

olarak bulunur.

Bu koşullu hata olasılığı tanımlarını ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) ve  $P_{e,r}$  tek yönlü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu hata olasılığı tanımını kullanarak hedefte hata yapma olasılığı  $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$  ve  $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$  durumları için şu şekilde yazılabilir:

**1. durum:**  $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$  için hedefte bit hata olasılığı

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = (1 - P_{e,r}) P_1 + P_{e,r} P_3$$

$$= \left(1 - Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2}\right)\right) \cdot$$

$$Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right)$$

$$+ Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2}\right) \cdot$$

$$Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right). \quad (7.60)$$

biçimindedir.

**2. durum:**  $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$  için hedefte bit hata olasılığı

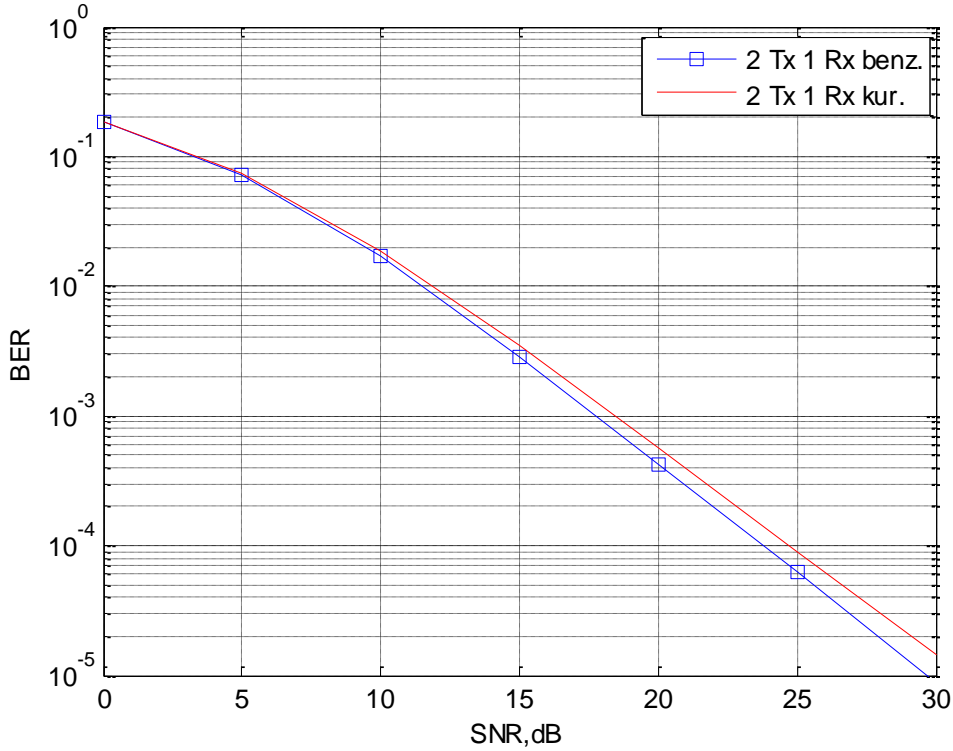
$$\begin{aligned}
P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) &= (1 - P_{e,r}) P_2 + P_{e,r} P_4 \\
&= \left( 1 - Q \left( \sqrt{\frac{\rho}{2}} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \right) \right) \\
&\quad \cdot Q \left( \frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}} \right) + \\
&\quad Q \left( \sqrt{\frac{\rho}{2}} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \right) Q \left( \frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2 \cdot |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^4 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}} \right).
\end{aligned} \tag{7.61}$$

biçimindedir.

Tüm sistemin ortalama bit hata olasılığını bulabilmemiz için iki farklı durum için tanımladığımız anlık bit hata olasılık ifadelerinin beklenen değeri alınmalıdır. Tek yönlü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılığı hesabında gösterildiği gibi  $Q(\cdot)$  fonksiyonu içerisindeki rastlantısal değişkenler Chi-kare dağılımlı olduğundan Chi-kare dağılımını kullanarak hedefte ortalama bit hata olasılığı şu şekilde bulunabilir:

$$\begin{aligned}
P_{e,bit,ort}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) &= P(x_j \rightarrow x_j) = E[P(x_0 \rightarrow x_1 | \mathbf{H})] \\
&= \int_{z=0}^{\infty} P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz.
\end{aligned} \tag{7.62}$$

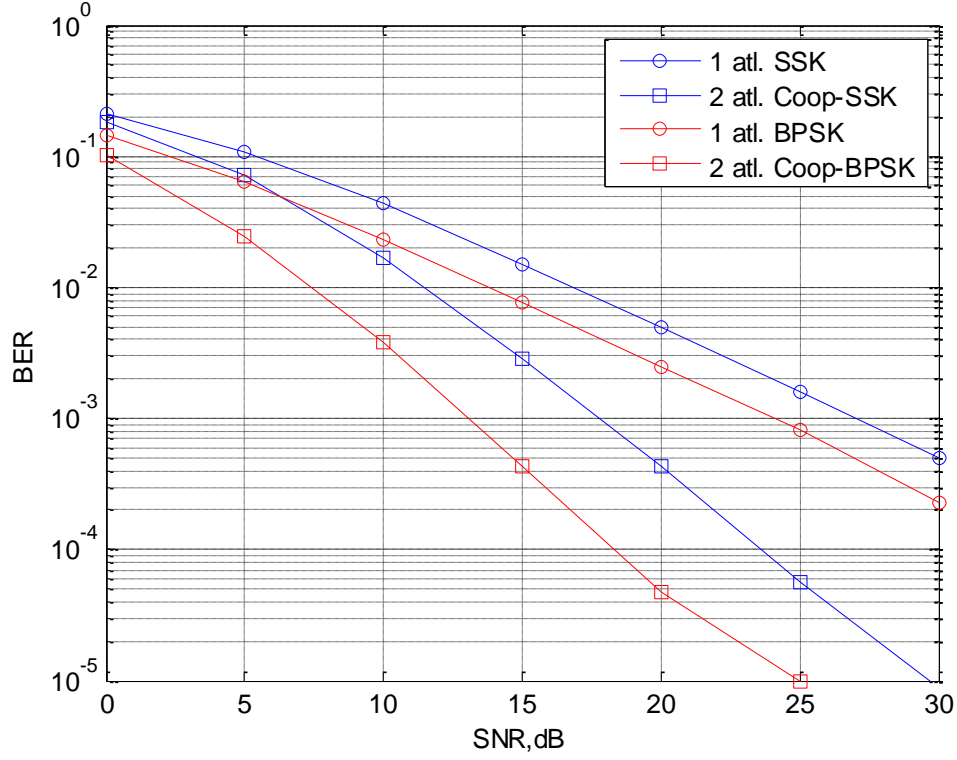
Bu integrali analitik olarak hesaplamak mümkün olmadığından dolayı hedefteki ortalama bit hata olasılığı bilgisayar ortamında anlık bit hata olasılık değerlerinin beklenen değeri alınarak sayısal bir şekilde elde edilebilmektedir. Şekil 7.3'de yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için bit hata olasılığı eğrileri verilmektedir.



**Şekil 7.3 :** Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu bit hata olasılığı.

Şekil 7.4’de ise 2 iletim anteni ve 1 alıcı antene sahip birimlerin kullanıldığı ağda doğrudan ve işbirlikli iletim için uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu ve faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için bilgisayar benzetimleriyle elde edilen bit hata olasılıkları verilmiştir. İşbirlikli faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için literatürde önerilen C-MRC yöntemi kullanılmış [20] ve her iki yöntem için de işbirlikli iletişimde 1.7 çeşitlilik derecesinin elde edildiği görülmüştür.

Sonuçlar karşılaştırıldığında işbirlikli SSK de 20 dB SNR değerinde bit hata olasılığının iki atlamalı ağ için  $4 \times 10^{-4}$ , işbirlikli BPSK de ise  $4 \times 10^{-5}$  olduğu görülmektedir. İşbirlikli BPSK bit hata olasılıklarının, işbirlikli SSK ye göre daha iyi olması kullanılan anten sayısından kaynaklanmaktadır. SSK yöntemi 4 iletim anteni ve 2 alıcı anten veya daha yüksek sayıda anten kullanıldığı durumda PSK yöntemine göre daha iyi bit hata olasılıkları sağlamaktadır [8]. Bu nedenle daha fazla sayıda verici ve alıcı anten kullanıldığı (min 4 Tx, 2 Rx) durumda işbirlikli SSK yöntemine ait bit hata olasılıkları işbirlikli PSK yöntemine göre daha iyi olacaktır.



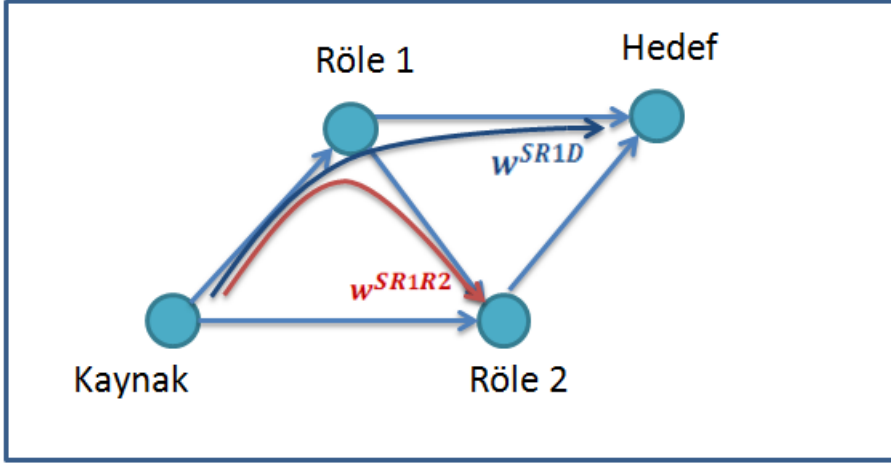
Şekil 7.4 : 2 verici 1 alıcı anten için doğrudan iletim ve çöz-ve-aktar işbirlikli iletim için SSK-PSK bit hata olasılıkları.

### 7.1.2 $N_t = 2$ için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun 3 atlamalı yapıya genelleştirilmesi

Bu bölümde daha önce klasik DF işbirlikli iletişim için önerilen yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu, çok atlamalı işbirliği sağlayan yapılar için genelleştirilmiştir. Genelleştirilmiş yapıyı ortaya koymak için öncelikle üç atlama için gerçekleşen değişiklikleri incelemek gerekecektir.

Kaynak-Röle-Hedef birimlerinden oluşan sistemi iki atlama olarak tanımlarsak, rölede hatalı olarak çözülen işaret bu sistemin başarımını doğrudan etkileyecektir. Böyle bir durumda röle tarafından çözülen hatalı işaretin sistemin genel başarımını etkilememesi için rölenin ilettiği işarete ilişkin metrik alıcıda  $w^{SRD}$  katsayısı ile çarpılarak hesaba katılmaktadır. İkinci bir rölenin eklendiği durumda birinci rölenin aktardığı sistem başarımında etkili olan işaret aynı zamanda hem hedefe hem de ikinci röleye aktarılmaktadır. Dolayısıyla bu işaretin hem hedefte hem de ikinci rölede  $w^{SRD}$  katsayısı kullanılarak hesaba katılması gerekmektedir. Şekil 7.5'te

gösterildiği üzere literatürde önerilen yapıya yeni bir birim eklenmesi ile Röle 1 in aktardığı işaretler aynı zamanda Kaynak (Röle 2 için) ve Röle 2 (Hedef için) tarafından iletilmektedir.



**Şekil 7.5 :** Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun üç atlamalı yapıda kullanılması.

Şekil 7.5'te gösterildiği gibi Röle 1 tarafından iletilen işaretlere ilişkin metrikler ilgili katsayılar  $w^{SR1R2}$  ve  $w^{SR1D}$  ile çarpılarak karar denkleminde kullanılırlar:

$$\hat{J}_{Röle2} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left( \|y_{SR2} - \sqrt{\rho_{SR2}} h_{SR2}^j\|_F^2 + w^{SR1R2} \|y_{R1R2} - \sqrt{\rho_{R1R2}} h_{R1R2}^j\|_F^2 \right), \quad (7.63)$$

$$\hat{J}_{Hedef} = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \left( \|y_{R2D} - \sqrt{\rho_{R2D}} h_{R2D}^j\|_F^2 + w^{SR1D} \|y_{R1D} - \sqrt{\rho_{R1D}} h_{R1D}^j\|_F^2 \right). \quad (7.64)$$

(7.63), (7.64) karar denklemlerinde kullanılan ağırlık katsayıları ise

$$w^{SR1} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2, \quad (7.65)$$

$$w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2, \quad (7.66)$$

$$w^{SR1R2} \triangleq \min(w^{SR1}, w^{R1R2}) \quad (7.67)$$

$$w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2, \quad (7.68)$$



$$w^{SR1D} \triangleq \min(w^{SR1}, w^{R1D}) \quad (7.69)$$

olarak tanımlanır.

Daha önce iki atlama için hedefte hata olasılığı hesaplandığında rölede hatalı işarete karar verildiğinde ve hatasız karar verildiğinde hedefte hata olasılıklarını toplayarak sistemin bit hata olasılığının kuramsal çıkarımını elde etmiştik. Şekil 7.6'de kırmızı ile hatalı karar verilen birimler gösterilmiştir. İki atlama için Şekil 7.6 a ve b'de sistemin hatalı karar verme durumları elde edilirken 3 atlama için Şekil 7.6 c, d, e ve f'deki senaryolar gerçekleştiğinde sistem hatalı karar vermektedir.

Her bir iletim adımında hata olasılıkları hesaplanırken Şekil 7.6-c senaryosunda her bir iletim Şekil 7.6-b senaryosu için tanımlanan koşullu olasılıklar ile belirtilebilir. Bunun nedeni ise 3 atlamalı modelde hem Röle 2 için hata hesabı yapılırken, hem de hedef için hata hesabı yapılırken işaret aktaran iki birimde de işarete doğru karar verilmesidir.

Yine Şekil 7.6-e senaryosunda Şekil 7.6-a senaryosu için tanımlanan koşullu olasılık kullanılabilir. Şekil 7.6-d ve Şekil 7.6-f senaryoları için yeni koşullu olasılık ifadeleri tanımlamak gerekecektir. Şekil 7.6-d senaryosunda Röle 1 tarafından doğru karar verilmiş işaret, Röle 2 tarafından ise hatalı karar verilmiş işaret iletilindiğinde hedefte hatalı karar verme olasılığı

$$\begin{aligned} & P(|\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SR1D} |\eta_{RD}|^2 \\ & > |\eta_{SD}|^2 + w^{SR1D} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2) \end{aligned} \quad (7.70)$$

olarak tanımlanır. Bu tanımlı

$$P(A > B) = 1 - P(B > A) \quad (7.71)$$

dönüşümünü uygulayarak

$$\begin{aligned} & 1 - P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > \\ & |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \end{aligned} \quad (7.72)$$

olarak yazabiliriz. 2 atlamalı yüksek başarımlı model incelendiğinde

$$\begin{aligned} & P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > \\ & |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \end{aligned} \quad (7.73)$$

olasılığının ağırlık katsayısının durumuna göre Bölüm 7.1.1'de (7.48) ve (7.59) ile tanımlanan  $P_3$  ya da  $P_4$  olasılığına eşit olduğu görülmektedir. Dolayısıyla 7.6-d deki senaryo için Röle 1 tarafından doğru çözülmüş işaret iletildiğinde ve Röle 2 tarafından hatalı çözülmüş işaret iletildiğinde hedefte hata yapma olasılığı ağırlık katsayısının durumuna bağlı olarak  $(1-P_3)$  ya da  $(1-P_4)$  ile tanımlanabilir.

Şekil 7.6-f senaryosunda Röle 1 tarafından hatalı çözülmüş işaret ve Röle 2 tarafından da hatalı çözülmüş işaret iletildiğinde hedefte hatalı karar verme olasılığı

$$P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2) \quad (7.74)$$

olarak tanımlanır. Bu tanımları

$$P(A > B) = 1 - P(B > A) \quad (7.75)$$

dönüşümünü uygulayarak

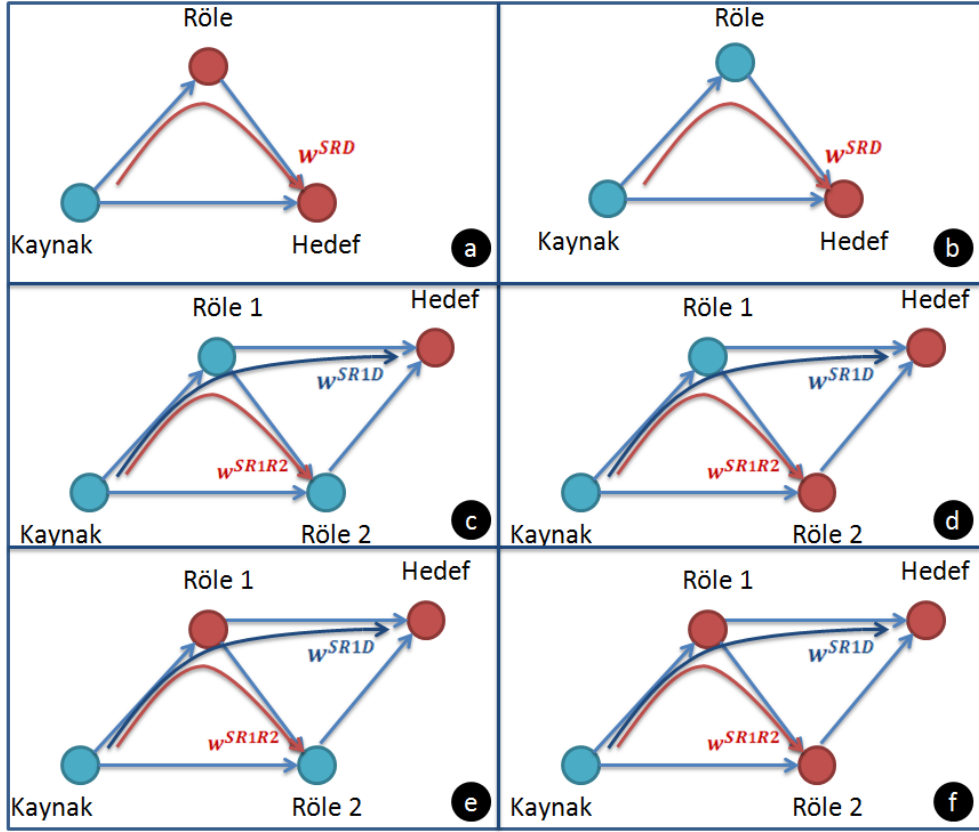
$$1 - P(|\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \quad (7.76)$$

olarak tanımlayabiliriz. 2 atlamalı yüksek başarımlı model incelendiğinde

$$P(|\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 > |\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \quad (7.77)$$

olasılığının ağırlık katsayısının durumuna göre Bölüm 7.1.1 de tanımlanan  $P_1$  ya da  $P_2$  olasılığına eşit olduğu görülmektedir. Dolayısıyla Şekil 7.6-f senaryosu için Röle 1 tarafından hatalı çözülmüş işaret iletildiğinde ve Röle 2 tarafından hatalı çözülmüş işaret iletildiğinde hedefte hata yapma olasılığı ağırlık katsayısının durumuna bağlı olarak  $(1-P_1)$  ya da  $(1-P_2)$  ile tanımlanabilir. Burada  $P_1$  ve  $P_2$ , (7.24) ve (7.37) deki gibidir.

İki atlamalı modelde sistemin hata olasılığı için kuramsal çıkarım yapılırken ağırlık katsayısının durumuna göre ( $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$  veya  $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$ ) iki farklı durum tanımlanarak bu durumlar için ayrı ayrı hata olasılıkları kuramsal olarak hesaplanmıştır. Üç atlamalı modelde ise iki yerine dört farklı durum tanımlanması gerekmektedir.



Şekil 7.6: 2 ve 3 atlamalı yapıda sistem hata durumları.

**1. Durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_2 + (1 - P_{e,r}) P_2(1 - P_4) + P_{e,r} P_4(1 - P_2) + P_{e,r}(1 - P_4) P_4 \quad (7.78)$$

olarak yazılır.

**2. Durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_2 + (1 - P_{e,r}) P_1(1 - P_4) + P_{e,r} P_3(1 - P_2) + P_{e,r}(1 - P_3) P_4 \quad (7.79)$$

olarak yazılır.

**3. Durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) &= (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 \\ &+ (1 - P_{e,r}) P_2(1 - P_3) + P_{e,r} P_4(1 - P_1) + P_{e,r}(1 - P_4) P_3 \end{aligned} \quad (7.80)$$

olarak yazılır.

**4. Durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) &= (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 \\ &+ (1 - P_{e,r}) P_1(1 - P_3) + P_{e,r} P_3(1 - P_1) + P_{e,r}(1 - P_3) P_3 \end{aligned} \quad (7.81)$$

olarak yazılır.

Tüm sistemin ortalama bit hata olasılığını bulabilmemiz için dört farklı durum için tanımladığımız anlık bit hata olasılık ifadelerinin beklenen değeri alınmalıdır. Tek yönlü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılığı hesabında (3.20) gösterildiği gibi  $Q(\cdot)$  fonksiyonu içerisindeki rastlantısal değişkenler Chi-kare dağılımlı olduğundan Chi-kare dağılımını kullanarak hedefte bit hata olasılığı:

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P(x_j \rightarrow x_j) = E[P(x_0 \rightarrow x_1 | \mathbf{H})] \quad (7.82)$$

$$= \int_{z=0}^{\infty} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz.$$

olarak tanımlanır. (7.82) yi kuramsal olarak hesaplamak mümkün olmadığından hedefteki ortalama bit hata olasılığı bilgisayar ortamında anlık bit hata olasılık değerlerinin beklenen değeri alınarak sayısal bir şekilde elde edilmiştir.

### 7.1.3 $N_t \geq 2$ için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu

İletim anteni sayısının anlık bit iletim değeri ile olan bağıntısı göz önünde bulundurulduğunda artan iletim anteni sayısı sayesinde anlık iletilen bilgi miktarı artmaktadır. Dolayısıyla daha önce Bölüm 7.1.1 de  $N_t = 2$  için verilen kuramsal ve bilgisayar benzetim sonuçları bu bölümde  $N_t \geq 2$  içinde verilmiştir.

$a \neq b$  olmak üzere, kaynaktan  $a$  indise sahip antenden iletim yapıldığında hedefte  $b$  indisli antene karar verilmesi durumunda bu durum hatalı karar verme anlamına gelmektedir.  $N_t = 2$  iletim antenine sahip sistemde,  $w^{SR}$  ve  $w^{RD}$  ağırlıkları en fazla iki farklı kanal sönümlenme katsayısı ile hesaplanabilmekteydi. Ancak,  $N_t \geq 2$  için  $a$  ve  $b \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$  olacaktır. Dolayısıyla  $N_t \geq 2$  durumunda 2'den fazla kanal sönümlenme katsayısı varolduğundan dolayı ağırlıklandırma tüm kanal sönümlenme katsayıları arasında Öklid uzaklıklarının en küçüğü kullanılarak elde edilecektir. Sonuç olarak

$$w^{SR} \triangleq |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2 = \min(|h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2, \dots, |h_{SR}^a - h_{SR}^b|^2) \quad (7.83)$$

$$w^{RD} \triangleq |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 = \min(|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2, \dots, |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2) \quad (7.84)$$

$$w^{SRD} \triangleq \min(w^{SR}, w^{RD}) \quad (7.85)$$

en küçük Öklid uzaklığına sahip anten indisleri  $c$  ve  $d$  ile gösterilen eşitlikler ile ifade edilebilir. (7.83 - 7.85) de tıpkı  $a, b$  gibi  $c, d \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$  ve  $c \neq d$  olacaktır. (7.83)'de kaynak ile röle arasındaki mevcut tüm kanallar arası Öklid uzaklıkları içerisinde en küçük olanı hesaplanarak  $w^{SR}$  değeri elde edilir, (7.84)'da röle hedef arasındaki mevcut tüm kanallar arası Öklid uzaklıkları içerisinde en küçük olanı hesaplanarak  $w^{RD}$  değeri elde edilmektedir. Bu iki değer elde edildikten sonra  $w^{SRD}$  değeri bu iki değerden küçük olanı olarak seçilir ve kaynak, röle ve hedef iletim yapısında kullanılan ağırlıklandırma katsayısı elde edilmiş olur.

Elde edilen anlık ağırlık değerleri kullanılarak bir önceki bölümde  $N_t = 2$  iletim anteni için tanımladığımız bit hata olasılığı aracılığı ile  $P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$ ,  $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$  ve  $P_{e,r}$  olasılıklarının hesabı  $N_t \geq 2$  için elde edilir. Elde edilen bu değerler ile iletim anten sayısı 2 ve üzeri iken tüm sistemin anlık bit hata olasılığı elde edilmektedir.

Kanal katsayılarının küçük olduğu durumun değişimine bağlı olarak dört farklı koşullu olasılık tanımına ihtiyaç vardır.

**Koşullu olasılık 1 ( $P_1$ ):**  $a, b, c$  ve  $d \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$  olmak üzere  $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2$  durumunda (7.84) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak kaynaktan  $a$  iletildiğinde ve röle tarafından doğru karar verildiği durumda hedefte hatalı olarak  $b$ 'ye karar verme olasılığı

$$P_1 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P\left(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^a - h_{SD}^b) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^a - h_{RD}^b) + \eta_{RD}|^2\right) \quad (7.86)$$

şeklinde gösterilebilir.

$$w^{SRD} = w^{RD} = |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \text{ yerine koyulursa}$$

$$P_1 = P\left(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^a - h_{SD}^b) + \eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^a - h_{RD}^b) + \eta_{RD}|^2\right) \quad (7.87)$$

olur. Daha açık şekilde yazılacak olursa:

$$P_1 = P\left(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 > \rho|h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^a - h_{SD}^b)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^c - h_{RD}^d)\}\right) \quad (7.88)$$

olarak ifade edilir, sadeleştirmeler sonucunda ise

$$P_1 = P\left(\rho|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^a - h_{RD}^b)\} + \rho|h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^a - h_{SD}^b)\} < 0\right) \\ = P\left(|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^b - h_{RD}^a)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^b - h_{SD}^a)\}\right) \\ > \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2) \quad (7.89)$$

ifadesi elde edilir.

$$P_1 = P(A_1 > B_1)$$

olarak ifade edildiğinde

$$A_1 \triangleq |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^b - h_{RD}^a)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^b - h_{SD}^a)\} \quad (7.90)$$

$$B_1 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 \quad (7.91)$$

olarak tanımlanır.

$$E[A_1] = E[|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^b - h_{RD}^a)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^b - h_{SD}^a)\}] \quad (7.92)$$

olmak üzere  $\eta_{RD}$  ve  $\eta_{SD}$   $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olmasından dolayı  $E[A_1] = 0$  bulunur.  $A_1$ 'in varyansı ise daha açık biçimde yazılırsa,

$$\begin{aligned} & \text{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^b - h_{RD}^a)\} \\ &= \text{Re}\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I}) [(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_R + j(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_I]\} \\ &= \eta_{RD,R}(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_I \end{aligned} \quad (7.93)$$

$$\begin{aligned} & \text{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^b - h_{SD}^a)\} \\ &= \text{Re}\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I}) [(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_R + j(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_I]\} \\ &= \eta_{SD,R}(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_I \end{aligned} \quad (7.94)$$

elde edilir.

$$\begin{aligned} A_1 \triangleq & |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_I) \\ & + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_I) \end{aligned} \quad (7.95)$$

olmak üzere,  $A_1$ 'in varyansı,  $\sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] - E[A_1]^2 = E[A_1^2]$

$$\begin{aligned} \sigma_{A_1}^2 = E[A_1^2] = E\left[ \left( |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot (\eta_{RD,R}(h_{RD}^b - h_{RD}^a)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^b - \right. \right. \\ \left. \left. h_{RD}^a)_I) + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^b - h_{SD}^a)_I) \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (7.96)$$

olarak yazılır.

Bu ifadelerde  $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$  olduğundan

$$\sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 \quad (7.97)$$

olacaktır.

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_1}^2}} \int_{B_1}^{\infty} \exp(-A_1^2/2\sigma_{A_1}^2) dA_1 \quad (7.98)$$

ifadesinde  $\Psi \triangleq A_1/\sigma_{A_1}$  dönüşümü kullanılarak

$$P(A_1 > B_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.99)$$

yazılır. Buna göre,

$$P_1 = P(A_1 > B_1) = Q\left(\frac{B_1}{\sigma_{A_1}}\right) \quad (7.100)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2}}\right)$$

olarak bulunur.

**Koşullu olasılık 2 ( $P_2$ ):**  $a, b, c$  ve  $d \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$  olmak üzere  $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2$  olması durumunda (7.83) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak kaynaktan  $a$  iletildiğinde ve röle tarafından doğru karar verildiği durumda hedefte hata yapılarak  $b$ 'ye karar verme olasılığı hesaplanan tüm ifadelerde  $|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2$  yerine  $|h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2$  yazılarak sağlanabilir.

$$P_2 = P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD}) \quad (7.101)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2}}\right)$$

olarak elde edilir.



$P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$  elde edildikten sonra  $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$  de benzer iki durum dikkate alınarak bulunacaktır. Çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunda rölede hata yapıldığında hedefte hata yapma olasılığı,  $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$ ,  $w^{SRD} \triangleq w^{RD}$  ve  $w^{SRD} \triangleq w^{SR}$  olmak üzere iki durum göz önünde bulundurulur hesaplanır. Her iki durum için  $P_{e,d}(r,d)$ 'nin elde edilişi aşağıda ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

**Koşullu olasılık 3 ( $P_3$ ):**  $a, b, c$  ve  $d \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$  olmak üzere  $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2$  durumunda (7.84) denkleminde verilen karar kuralı kullanılarak kaynaktan  $a$  iletildiğinde ve röle tarafından hatalı karar verildiği durumda hedefte hatalı olarak  $b$ 'ye karar verme olasılığı

$$P_3 = P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD}) = P(|\eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^a - h_{RD}^b) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^a - h_{SD}^b) + \eta_{SD}|^2 + w^{SRD} |\eta_{RD}|^2) \quad (7.102)$$

şeklinde gösterilebilir.

$$w^{SRD} = w^{RD} = |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2 \text{ kullanılarak}$$

$$P_3 = P(|\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\sqrt{\rho}(h_{RD}^a - h_{RD}^b) + \eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^a - h_{SD}^b) + \eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (7.103)$$

olur. Daha açık şekilde yazılacak olursa:

$$P_3 = P(|\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^a - h_{RD}^b)\} > \rho|h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^a - h_{SD}^b)\} + |\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |\eta_{RD}|^2) \quad (7.104)$$

olarak ifade edilir, sadeleştirmeler sonucunda ise

$$P_3 = P(\rho|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + 2\sqrt{\rho}|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^a - h_{RD}^b)\} > \rho|h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + 2\sqrt{\rho} \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^a - h_{SD}^b)\} + |\eta_{SD}|^2 + |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^b - h_{RD}^a)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^b - h_{SD}^a)\}) >$$

$$\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 \cdot |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 ) \quad (7.105)$$

ifadesi elde edilir.

$$P_3 = P(A_3 > B_3)$$

olarak ifade edildiğinde

$$A_3 \triangleq |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 \cdot \text{Re}\{\eta_{RD}^* (h_{RD}^b - h_{RD}^a)\} + \text{Re}\{\eta_{SD}^* (h_{SD}^b - h_{SD}^a)\} \quad (7.106)$$

$$B_3 \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 \cdot |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \quad (7.107)$$

olarak tanımlanır.  $A_3=A_1$  eşitliği göz önünde bulundurulduğunda  $A_3$ 'ün beklenen değeri ve varyansı da  $A_1$  için elde edilen beklenen değer ve varyans kullanılarak yazılabilir:

$$E[A_3] = E[A_1] = 0, \quad (7.108)$$

$$\sigma_{A_3}^2 = \sigma_{A_1}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2. \quad (7.109)$$

olacaktır.

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_3}^2}} \int_{B_3}^{\infty} \exp(-A_3^2/2\sigma_{A_3}^2) dA_3 \quad (7.110)$$

ifadesinde  $\Psi \triangleq A_3/\sigma_{A_3}$  dönüşümü kullanılarak

$$P(A_3 > B_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.111)$$

yazılır. Buna göre

$$P_3 = P(A_3 > B_3) = Q\left(\frac{B_3}{\sigma_{A_3}}\right) \quad (7.112)$$

$$= Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 \cdot |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2}}}\right)$$

olarak bulunur.

**Koşullu olasılık 4 ( $P_4$ ):**  $a, b, c$  ve  $d \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$  olmak üzere  $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2$  olsun. Kaynaktan  $a$  iletiildiğinde ve röle tarafından hatalı karar verildiği durumda hedefte hatalı olarak  $b$ 'ye karar verme olasılığı Koşullu Olasılık 3 deki denklemlerde  $|h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2$  yerine  $|h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2$  yazılarak elde edilebilir. Buna göre

$$P_4 = P_{c,e}(h_{SD}, h_{RD}) \quad (7.113)$$

$$= Q \left( \frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2 \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2}} \right)$$

olarak elde edilir.

$P_{c,d}(h_{SD}, h_{RD})$  ve  $P_{e,d}(h_{SD}, h_{RD})$  nin hesaplanmasının ardından röle tarafından kaynaktan gelen işarete hatalı karar verme olasılığı,  $P_{e,r}$  (3.14) denklemi kullanılarak tek yönlü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için elde edilen olasılık ifadesi aracılığı ile

$$P_{e,r} = Q \left( \sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^k - h_{SR}^l|^2} \right) \quad (7.114)$$

şeklinde elde edilmektedir.

Bölüm 3.2'de tanımladığımız birleşim üst sınırı ve çiftsel hata olasılık ifadeleri kullanılarak tüm sisteme ait anlık olasılık ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$a, b, c$  ve  $d \in (0, 1, \dots, N_t - 1)$ ,  $a \neq b$ ,  $c \neq d$  ve  $w^{SRD} \triangleq \min(w^{SR}, w^{RD})$   
 $= \min(|h_{SR}^c - h_{SR}^d|^2, |h_{RD}^c - h_{RD}^d|^2)$  olmak üzere her  $N_t$  iletim anteni sayısı için yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun anlık bit hata olasılığı da

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) \leq \left( 1 - \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) Q \left( \sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^a - h_{SR}^b|^2} \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) Q \left( \frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2}} \right) \\
& + \frac{1}{N_t \log_2(N_t)} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{\hat{j}=j+1}^{N_t} 2N(j, \hat{j}) Q \left( \sqrt{\frac{\rho}{2} |h_{SR}^a - h_{SR}^b|^2} \right) \\
& \cdot Q \left( \frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 - \frac{\sqrt{\rho}}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{SD}^a - h_{SD}^b|^2 + \frac{1}{2} w^{SRD} \cdot |h_{RD}^a - h_{RD}^b|^2}} \right) \quad (7.115)
\end{aligned}$$

şeklinde üstten sınırlanmaktadır.

Önceki bölümde anlattığımız üzere, tüm sistemin ortalama bit hata olasılığı bulabilmemiz için iki farklı durum için tanımladığımız anlık bit hata olasılık ifadelerinin beklenen değeri alınmalıdır. Tek yönlü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılığı hesabında gösterildiği gibi  $Q(\cdot)$  fonksiyonu içerisindeki rastlantısal büyüklükler Chi-kare dağılımlı olduğundan Chi-kare dağılımını kullanarak hedefte hata yapma olasılığı şu şekilde bulunabilir:

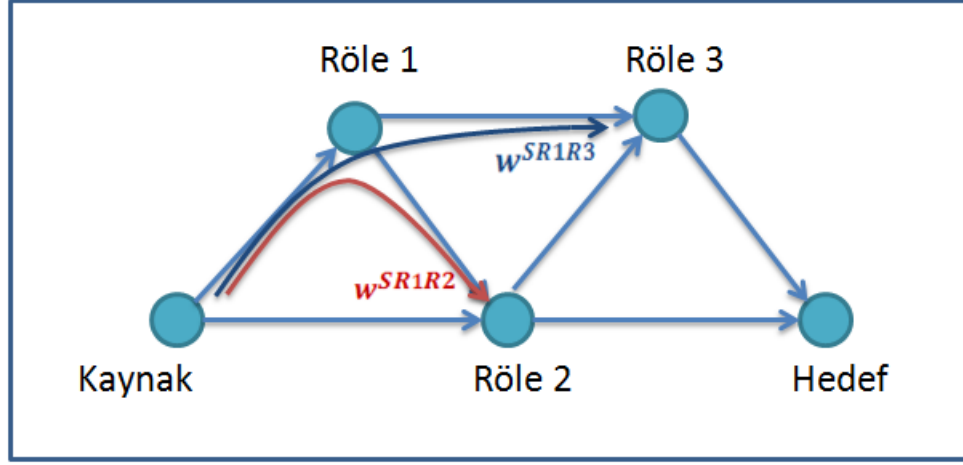
$$\begin{aligned}
P_{e,bit,ort}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) &= P(x_j \rightarrow x_{\hat{j}}) = E[P(x_k \rightarrow x_l | \mathbf{H})] \quad (7.116) \\
&= \int_{z=0}^{\infty} P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz.
\end{aligned}$$

Bu ifadeyi analitik olarak hesaplamak mümkün olmadığından hedefteki ortalama bit hata olasılığı bilgisayar ortamında anlık bit hata olasılık değerlerinin beklenen değeri alınarak  $N_t = 2, 4, 8$  için sayısal olarak elde edilmiştir.

#### 7.1.4 Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun $N$ -atlama için geliştirilmesi ve hata başarımlı analizi

Bu bölümde daha önce iki ve üç atlama için tanımladığımız yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu çok atlama için geliştirilecektir. Bu sayede uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı sistemlerde uygulanabilirliği ve beklenen hata başarımlı değerleri gösterilmiş

olacaktır. Öncelikle dört ve beş atlama için incelenecek olursa artan atlama sayısı ile birlikte eklenen ağırlık katsayıları ile birlikte hata analizi için incelenecek durum sayısı  $2^{n-1}$  olmaktadır.  $n$  in atlama sayısını ifade ettiği bu değer düşünüldüğünde dört ve beş atlamada dahi sekiz ve onaltı farklı durum ortaya çıkacaktır. Bu durum da hem benzetim hem de kuramsal hesapların karmaşıklığını arttıracaktır. Şekil 7.7’de örnek olarak dört atlamalı model için iletim yapısı gösterilmiştir.



**Şekil 7.7 :** Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun dört atlamalı yapıda kullanılması.

Ancak yapılan bilgisayar benzetim çalışmalarında görülmüştür ki üç atlamadan sonra ağırlık katsayılarının kullanılması bit hata olasılıklarını etkilememektedir. Hedefte karar verilir iken 3 atlamadan sonra ağırlık katsayısı hesaba katılmadan işaretin çözülmesi sistem başarımını arttırmaktadır. Bu sayede anlık bit hata olasılıkları hesabı da 4 farklı durum için yapılmaktadır.

### **Dört atlamalı ağ modeli**

Tanımladığımız bu yeni yapıda (Şekil 7.7) üç atlamadan sonraki aktarım aşamalarında ve hedefte karar verme durumları için yeni koşullu olasılıkların tanımlanması gerekmektedir. Bu olasılıklar katsayıların kullanılmadığı durumda metriklerin değişiminden kaynaklanmaktadır. Tanımlanması gereken yeni koşullu olasılıklar şu şekildedir:

**Koşullu olasılık - her iki rölede doğru karar verildiğinde sonraki birimde hatalı karar verme olasılığı - ( $P_{e/cc}$ )**

Daha önceki her iki birimden hatasız karar verilen işaretin iletildiği durumda bir sonraki birimde ağırlık katsayısı kullanılmıyor iken hata yapma olasılığı şu şekilde tanımlanır:

$$P_{e/cc} = P \left( \begin{array}{l} |\eta_{SD}|^2 + |\eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 \\ + |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 \end{array} \right). \quad (7.117)$$

Daha açık şekilde yazılacak olursa

$$P_{e/cc} = P( |\eta_{SD}|^2 + |\eta_{RD}|^2 > \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} + |\eta_{SD}|^2 + \rho|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} + |\eta_{RD}|^2 ). \quad (7.118)$$

olarak ifade edilir, sadeleştirmeler sonucunda ise

$$\begin{aligned} P_{e/cc} &= P( \rho|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \cdot \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^0 - h_{RD}^1)\} + \rho|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 + 2\sqrt{\rho} \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^0 - h_{SD}^1)\} < 0 ). \\ &= P \left( \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} > \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \right). \end{aligned} \quad (7.119)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade

$$P_{e/cc} = P(A_C > B_C) \quad (7.120)$$

olarak yazıldığında

$$A_C \triangleq \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (7.121)$$

$$B_C \triangleq \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2}|h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2 \quad (7.122)$$

olarak tanımlanır.

$$E[A_C] = \operatorname{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} + \operatorname{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \quad (7.123)$$

olup,  $\eta_{RD}$  ve  $\eta_{SD}$   $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olmasından dolayı  $E[A_C] = 0$  bulunur.  $A_C$ 'in varyansı ise şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned}\eta_{RD} &= \eta_{RD,R} + j\eta_{RD,I} \\ \eta_{SD} &= \eta_{SD,R} + j\eta_{SD,I} \\ h_{RD} &= h_{RD,R} + jh_{RD,I} \\ h_{SD} &= h_{SD,R} + jh_{SD,I}\end{aligned}\tag{7.124}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} & \text{Re}\{\eta_{RD}^*(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)\} \\ &= \text{Re}\{(\eta_{RD,R} - j\eta_{RD,I})[(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + j(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I]\} \\ &= \eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I \\ & \text{Re}\{\eta_{SD}^*(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)\} \\ &= \text{Re}\{(\eta_{SD,R} - j\eta_{SD,I})[(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + j(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I]\} \\ &= \eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I\end{aligned}\tag{7.125}$$

olarak yazılabilir.

$$\begin{aligned}A_C &\triangleq (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \\ &+ (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I).\end{aligned}\tag{7.126}$$

olup  $A_C$ 'in varyansı,  $\sigma_{A_C}^2 = E[A_C^2] - E[A_C]^2 = E[A_C^2]$

$$\begin{aligned}\sigma_{A_C}^2 &= E[A_C^2] = \left[ \left( (\eta_{RD,R}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_R + \eta_{RD,I}(h_{RD}^1 - h_{RD}^0)_I) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\eta_{SD,R}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_R + \eta_{SD,I}(h_{SD}^1 - h_{SD}^0)_I) \right)^2 \right]\end{aligned}$$

olarak ifade edilir. Bu ifadelerde  $\eta_{iR}, \eta_{iI} \sim CN(0,1/2)$  olduğundan

$$\sigma_{A_C}^2 = \frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2\tag{7.127}$$

olacaktır.

$$P(A_C > B_C) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{A_C}^2}} \int_{B_C}^{\infty} \exp(-A_C^2/2\sigma_{A_C}^2) dA_C$$

olup, burada  $\Psi \triangleq A_C/\sigma_{A_C}$  dönüşümü kullanılarak

$$P(A_C > B_C) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{B_C}{\sigma_{A_C}}}^{\infty} \exp(-\Psi^2/2) d\Psi \quad (7.128)$$

yazılır. Sonuçta olasılık ifadesi

$$P_{e/cc} = P(A_C > B_C) = Q\left(\frac{B_C}{\sigma_{A_C}}\right) \quad (7.129)$$

$$P_{e/cc} = Q\left(\frac{\frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{\sqrt{\rho}}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}{\sqrt{\frac{1}{2} |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2 + \frac{1}{2} |h_{SD}^0 - h_{SD}^1|^2}}\right)$$

olarak bulunur.

**Koşullu olasılık -her iki rölede hatalı karar verildiğinde sonraki birimde hatalı karar verme olasılığı - ( $P_{e/ee}$ )**

Daha önceki her iki birimden hatalı karar verilen işaretin iletildiği durumda bir sonraki birimde ağırlık katsayısı kullanılmıyor iken hata yapma olasılığı

$$P_{e/ee} = P\left(\begin{array}{l} |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 \\ > |\eta_{SD}|^2 + |\eta_{RD}|^2 \end{array}\right) \quad (7.130)$$

şeklinde tanımlanır. Daha önce tanımladığımız her iki birimden hatasız çözülen işaretin iletildiği durumda hatalı karar verme olasılığı

$$P_{e/cc} = P\left(\begin{array}{l} |\eta_{SD}|^2 + |\eta_{RD}|^2 > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 \\ + |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 \end{array}\right) \quad (7.131)$$

göz önüne alındığında her iki rölede hatalı karar verildiğinde sonraki birimde hatalı karar verme olasılığı

$$P_{e/ee} \approx (1 - P_{e/cc}) \quad (7.132)$$

şeklinde ifade edilebilir.



**Koşullu olasılık - rölelerden birinde hatalı diğerinde hatasız karar verildiğinde sonraki birimde hatalı karar verme olasılığı - ( $P_{e/ce}$ )**

Daha önceki her iki birimden bir tanesinin hatalı karar verilen işareti ilettiği bir diğerinin ise hatasız karar verilen işareti ilettiği durumda bir sonraki birimde ağırlık katsayısı kullanılmıyor iken hata yapma olasılığı

$$P_{e/ce} = P \left( \begin{array}{l} |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |\eta_{SD}|^2 \\ > |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 + |\eta_{RD}|^2 \end{array} \right) \quad (7.133)$$

ya da

$$P_{e/ce} = P \left( \begin{array}{l} |\sqrt{\rho}(h_{RD}^0 - h_{RD}^1) + \eta_{RD}|^2 + |\eta_{RD}|^2 \\ > |\sqrt{\rho}(h_{SD}^0 - h_{SD}^1) + \eta_{SD}|^2 + |\eta_{SD}|^2 \end{array} \right) \quad (7.134)$$

şeklinde tanımlanır. Her iki tanımlamada da  $\eta_{RD}$  ve  $\eta_{SD}$   $CN(0,1)$ 'e göre istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı rastlantı değişkenleri olması nedeniyle,  $h_{SD}$  ve  $h_{RD}$  aynı dağılıma sahip olduğu için  $P_{e/ce} \approx 0.5$  olacaktır.

Tanımladığımız bu yeni koşullu olasılık ifadeleri kullanılarak dört atlamalı model için sistem hata olasılığı yine dört farklı durum ile tanımlanabilecektir.

**1. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = & (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_2 P_{e/ce} + \\ & (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_2) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_4) P_{e/ee} + \\ & (1 - P_{e,r}) P_2 P_4 P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - P_2) P_{e/ee} + P_{e,r} P_4 P_2 P_{e/ce} + \\ & P_{e,r} (1 - P_4) P_4 P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - P_4) P_{e/cc} \end{aligned} \quad (7.135)$$

olarak yazılır.

**2. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) &= (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_2 P_{e/ce} + \\
&(1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_2) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_1(1 - P_4) P_{e/ee} + \\
&(1 - P_{e,r}) P_1 P_4 P_{e/ce} + P_{e,r} P_3(1 - P_2) P_{e/ee} + P_{e,r} P_3 P_2 P_{e/ce} + \\
&P_{e,r}(1 - P_3) P_4 P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_3)(1 - P_4) P_{e/cc}
\end{aligned} \tag{7.136}$$

olarak yazılır.

**3. durum:**  $W^{SR1R2} \triangleq W^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$

$$W^{SR1D} \triangleq W^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) &= (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 P_{e/ce} \\
&+ (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_1) P_{e/cc} \\
&+ (1 - P_{e,r}) P_2(1 - P_3) P_{e/ee} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 P_{e/ce} \\
&+ P_{e,r} P_4(1 - P_1) P_{e/ee} + P_{e,r} P_4 P_1 P_{e/ce} \\
&+ P_{e,r}(1 - P_4) P_3 P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_4)(1 - P_3) P_{e/cc}
\end{aligned} \tag{7.137}$$

olarak yazılır.

**4. durum:**  $W^{SR1R2} \triangleq W^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$W^{SR1D} \triangleq W^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) &= (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 P_{e/ce} \\
&+ (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_1) P_{e/cc} \\
&+ (1 - P_{e,r}) P_1(1 - P_3) P_{e/ee} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_3 P_{e/ce} \\
&+ P_{e,r} P_3(1 - P_1) P_{e/ee} + P_{e,r} P_3 P_1 P_{e/ce} + P_{e,r}(1 \\
&- P_3) P_3 P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_3)(1 - P_3) P_{e/cc}
\end{aligned} \tag{7.138}$$

olarak yazılır.

Tıpkı iki ve üç atlama için olduğu gibi tüm sistemin ortalama bit hata olasılığını bulabilmemiz için dört farklı durum için tanımladığımız anlık bit hata olasılık ifadelerinin beklenen değeri alınmalıdır. Tek yönlü uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun ortalama bit hata olasılığı hesabında gösterildiği gibi (7.62)  $Q(\cdot)$  fonksiyonu içerisindeki rastlantı değişkenleri Chi-kare dağılımlı olduğundan Chi-kare dağılımını kullanarak hedefte hata yapma olasılığı:

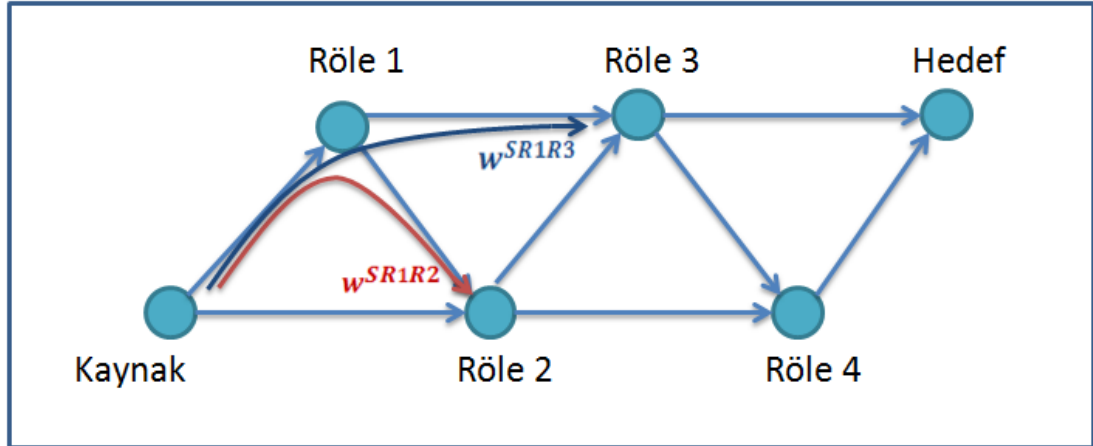
$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P(x_j \rightarrow x_j) = E[P(x_0 \rightarrow x_1 | \mathbf{H})] \quad (7.139)$$

$$= \int_{z=0}^{\infty} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) \frac{z^{\frac{t}{2}-1} \exp(-\frac{z}{2\sigma_n^2})}{(2\sigma_n^2)^{\frac{t}{2}} \Gamma(\frac{t}{2})} dz$$

olarak tanımlanır. Ancak bu integralin analitik sonucunun elde edilmesi mümkün olmadığından hedefteki ortalama bit hata olasılığı bilgisayar ortamında anlık bit hata olasılık değerlerinin beklenen değeri alınarak elde edilmiştir.

### Beş atlamalı ağ modeli

Şekil 7.8 de gösterilen beş atlamalı ağ modeli için tüm sistemin anlık bit hata olasılığı incelenirse, dört farklı durumda hata tanımları elde edilecektir.



Şekil 7.8 : Yüksek başarımli çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun beş atlamalı yapıda kullanılması.

**1. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2D}, h_{R3D}) = & (1 - P_{e,r})(1 - \\
& P_2) P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + \\
(1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_2) P_{e/cc} P_{e/ce} + & (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - \\
P_2) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_4) P_{e/ee} P_{e/ee} + & (1 - \\
P_{e,r}) P_2 (1 - P_4) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} + & \\
(1 - P_{e,r}) P_2 P_4 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - P_2) P_{e/ee} P_{e/ee} + & \\
P_{e,r} P_4 (1 - P_2) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} + & \\
P_{e,r} P_4 P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - & \\
P_4) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_4 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - & \\
P_4) P_{e/cc} P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - P_4) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} & \quad (7.140)
\end{aligned}$$

olarak yazılır.

**2. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2D}, h_{R3D}) = & (1 - P_{e,r})(1 - \\
P_1) P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + & \\
(1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_2) P_{e/cc} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - & \\
P_2) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_4) P_{e/ee} P_{e/ee} + (1 - & \\
P_{e,r}) P_1 (1 - P_4) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} + & \\
(1 - P_{e,r}) P_1 P_4 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 (1 - P_2) P_{e/ee} P_{e/ee} + & \\
P_{e,r} P_3 (1 - P_2) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} + & \\
P_{e,r} P_3 P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - & \\
P_3) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_3) P_4 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - & \\
P_4) P_{e/cc} P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - P_4) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} & \quad (7.141)
\end{aligned}$$

olarak yazılır.

**3. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2D}, h_{R3D}) = & (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + \\ & (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_1) P_{e/cc} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_1) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_3) P_{e/ee} P_{e/ee} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_3) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} + \\ & (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - P_1) P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} P_4 (1 - P_1) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} + \\ & P_{e,r} P_4 P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_3 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - P_3) P_{e/cc} P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - P_3) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} \end{aligned} \quad (7.142)$$

olarak yazılır.

**4. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2D}, h_{R3D}) = & (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + \\ & (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_1) P_{e/cc} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_1) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_3) P_{e/ee} P_{e/ee} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_3) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} + \\ & (1 - P_{e,r}) P_1 P_3 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 (1 - P_1) P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} P_3 (1 - P_1) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} + \\ & P_{e,r} P_3 P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_3) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_3) P_3 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - P_3) P_{e/cc} P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - P_3) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} \end{aligned} \quad (7.143)$$

olarak yazılır.

## Altı atlamalı ağ modeli

Sistemin bit hata olasılığını altı atlama için inceleyecek olursak:

**1. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken altı atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
 P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2R4}, h_{R3R4}, h_{R3D}, h_{R4D}) = & \\
 (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + & \\
 (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_2 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - & \\
 P_2) P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_2 (1 - P_{e/ce}) (1 - & \\
 P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_2) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + & \\
 (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_2) P_{e/cc} (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - & \\
 P_2) (1 - P_2) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_2) (1 - & \\
 P_{e/cc}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_4) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + & \\
 (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_4) P_{e/ee} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - & \\
 P_4) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_4) (1 - P_{e/ee}) (1 - & \\
 P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + & \\
 (1 - P_{e,r}) P_2 P_4 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_4 (1 - & \\
 P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_4 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + & \\
 P_{e,r} P_4 (1 - P_2) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} P_4 (1 - P_2) P_{e/ee} (1 - & \\
 P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - P_2) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - & \\
 P_2) (1 - P_{e/ee}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} P_4 P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + & \\
 P_{e,r} P_4 P_2 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + & \\
 P_{e,r} P_4 P_2 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - & \\
 P_4) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_4 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + & \\
 P_{e,r} (1 - P_4) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_4 P_{e/ce} (1 - & \\
 P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) P_4 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - & \\
 P_4) P_4 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - & \\
 P_4) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - P_4) P_{e/cc} (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + & \\
 P_{e,r} (1 - P_4) (1 - P_4) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - P_4) (1 - &
 \end{aligned}$$

$$P_4) (1 - P_{e/cc})(1 - P_{e/cc})P_{e/ce}$$

(7.144)

olarak yazılır.

**2. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken altı atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned} P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2R4}, h_{R3R4}, h_{R3D}, h_{R4D}) = \\ (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\ (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_2 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - \\ P_1) P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_2 (1 - P_{e/ce}) (1 - \\ P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_2) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + \\ (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_2) P_{e/cc} (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - \\ P_1) (1 - P_2) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_2) (1 - \\ P_{e/cc}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_4) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\ (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_4) P_{e/ee} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - \\ P_4) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_4) (1 - P_{e/ee}) (1 - \\ P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\ (1 - P_{e,r}) P_1 P_4 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_4 (1 - \\ P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_4 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + \\ P_{e,r} P_3 (1 - P_2) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} P_3 (1 - P_2) P_{e/ee} (1 - \\ P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 (1 - P_2) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 (1 - \\ P_2) (1 - P_{e/ee}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} P_3 P_2 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\ P_{e,r} P_3 P_2 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 P_2 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + \\ P_{e,r} P_3 P_2 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - \\ P_3) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_3) P_4 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + \\ P_{e,r} (1 - P_3) P_4 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_3) P_4 P_{e/ce} (1 - \\ P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) P_4 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - \\ P_3) P_4 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P_4) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - P_4) P_{e/cc} (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + \\
& P_{e,r} (1 - P_3) (1 - P_4) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - P_3) (1 - \\
& P_4) (1 - P_{e/cc}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce}
\end{aligned} \tag{7.145}$$

olarak yazılır.

**3. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken altı atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
& P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2R4}, h_{R3R4}, h_{R3D}, h_{R4D}) = \\
& (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - \\
& P_2) P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) P_1 (1 - P_{e/ce}) (1 - \\
& P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_2) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + \\
& (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_1) P_{e/cc} (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - \\
& P_2) (1 - P_1) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_2) (1 - P_1) (1 - \\
& P_{e/cc}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_3) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_3) P_{e/ee} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - \\
& P_3) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 (1 - P_3) (1 - P_{e/ee}) (1 - \\
& P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 (1 - \\
& P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + \\
& P_{e,r} P_4 (1 - P_1) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} P_4 (1 - P_1) P_{e/ee} (1 - \\
& P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - P_1) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 (1 - \\
& P_1) (1 - P_{e/ee}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} P_4 P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& P_{e,r} P_4 P_1 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_4 P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + \\
& P_{e,r} P_4 P_1 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} (1 - \\
& P_4) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_3 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + \\
& P_{e,r} (1 - P_4) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} (1 - P_4) P_3 P_{e/ce} (1 -
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_4) P_3 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r}(1 - \\
& P_4) P_3 (1 - P_{e/ce})(1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_4)(1 - \\
& P_3) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_4)(1 - P_3) P_{e/cc}(1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + \\
& P_{e,r}(1 - P_4)(1 - P_3) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r}(1 - P_4)(1 - \\
& P_3) (1 - P_{e/cc})(1 - P_{e/cc}) P_{e/ce}
\end{aligned} \tag{7.146}$$

olarak yazılır.

**4. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

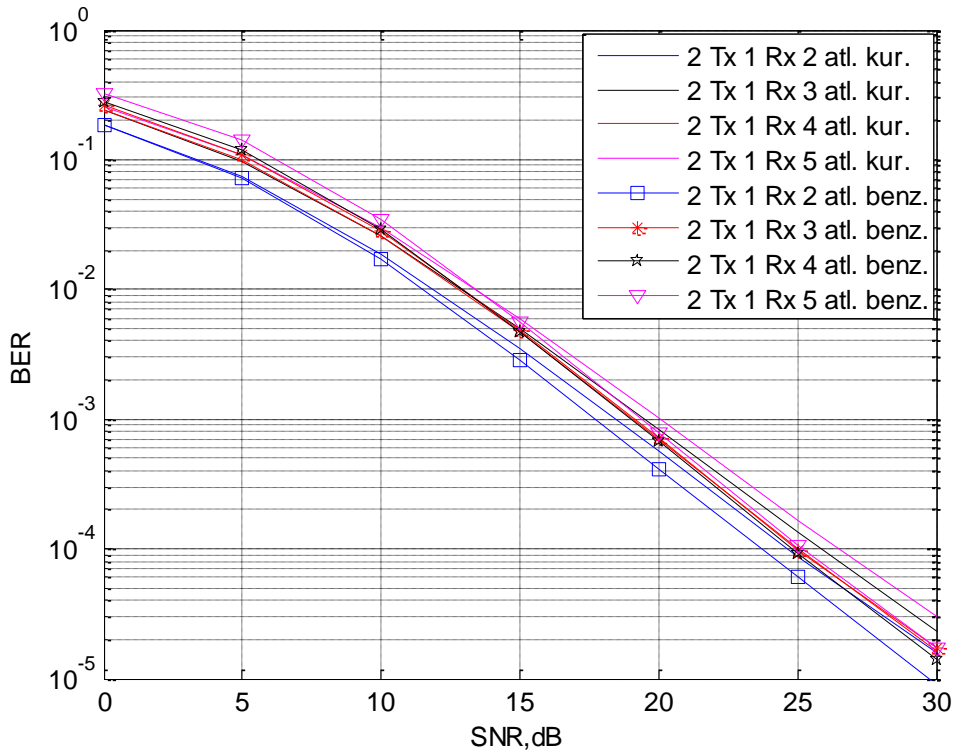
iken altı atlama için bit hata olasılığı

$$\begin{aligned}
& P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1R3}, h_{R2R3}, h_{R2R4}, h_{R3R4}, h_{R3D}, h_{R4D}) = \\
& (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - \\
& P_1) P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) P_1 (1 - P_{e/ce}) (1 - \\
& P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_2) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + \\
& (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_1) P_{e/cc} (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - \\
& P_1) (1 - P_1) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + (1 - P_{e,r})(1 - P_1) (1 - P_1) (1 - \\
& P_{e/cc}) (1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_3) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_3) P_{e/ee} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - \\
& P_3) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 (1 - P_3) (1 - P_{e/ee}) (1 - \\
& P_{e/ce}) P_{e/cc} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& (1 - P_{e,r}) P_2 P_3 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_3 (1 - \\
& P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + (1 - P_{e,r}) P_1 P_3 (1 - P_{e/ce}) (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + \\
& P_{e,r} P_3 (1 - P_1) P_{e/ee} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r} P_3 (1 - P_1) P_{e/ee} (1 - \\
& P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 (1 - P_1) (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 (1 - \\
& P_1) (1 - P_{e/ee})(1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r} P_3 P_1 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + \\
& P_{e,r} P_3 P_1 P_{e/ce} (1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r} P_3 P_1 (1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} P_{e/ce} + \\
& P_{e,r} P_3 P_1 (1 - P_{e/ce})(1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + P_{e,r}(1 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P_3) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r}(1 - P_3) P_3 P_{e/ce}(1 - P_{e/ee}) P_{e/ce} + \\
& P_{e,r}(1 - P_3) P_3 P_{e/ce} P_{e/ee} P_{e/ee} + P_{e,r}(1 - P_3) P_3 P_{e/ce}(1 - \\
& P_{e/ee}) P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_3) P_3 (1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r}(1 - \\
& P_3) P_3 (1 - P_{e/ce})(1 - P_{e/cc}) P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_3)(1 - \\
& P_3) P_{e/cc} P_{e/ce} P_{e/ce} + P_{e,r}(1 - P_3)(1 - P_3) P_{e/cc}(1 - P_{e/ce}) P_{e/cc} + \\
& P_{e,r}(1 - P_3)(1 - P_3) (1 - P_{e/cc}) P_{e/cc} P_{e/cc} + P_{e,r}(1 - P_3)(1 - \\
& P_3) (1 - P_{e/cc})(1 - P_{e/cc}) P_{e/ce}
\end{aligned} \tag{7.147}$$

olarak yazılır.

Şekil 7.9’da elde edilen bu denklemler sonucundaki kuramsal bit hata olasılığı değerleri ve bilgisayar benzetim sonuçları karşılaştırılmıştır. Artan atlama sayısı ile birlikte bit hata olasılığı artmakta iken çeşitlilik değerinin değişmediği görülmektedir.



**Şekil 7.9 :** Yüksek başarılı çöz-ve-aktar röleli uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı kuramsal hata başarımı.

Elde edilen bu olasılık ifadeleri atlama sayısı arttıkça çok daha karmaşık hale gelmektedir. Bu ifadelerin yapıları nedeni ile atlama sayısı  $N$  ile bağlantılı olarak bir ifade vermek mümkün değildir. Bu nedenle denklemleri  $N$  atlama sayısı ile ifade

edilebilecek genelleştirilmiş bir şekilde tanımlamak için bazı sayısal sonuçlardan ve varsayımlardan yararlanılacak olursa, daha önceki her iki birimden hatasız karar verilmiş işaretler iletildiğinde sonraki birimde hata yapma olasılığı sayısal olarak diğer olasılık ifadeleri ile karşılaştırıldığında çok düşük bir mertebede kaldığı için  $P_1$ ,  $P_2$  ve  $P_{e/cc}$  yaklaşık sıfır kabul edilebilir. Bu durumda  $(1 - P_1)$ ,  $(1 - P_2)$  ve  $(1 - P_{e/cc})$  değerleri yaklaşık olarak 1 kabul edilebilir. Yapılan bu kabuller kullanılarak sadeleştirilen ifadeler sonucunda farklı atlama sayıları ve ağırlık katsayıları durumları için şu denklemler elde edilir:

### **2 atlama için:**

**1.durum:**  $w^{SRD} \triangleq w^{RD} = |h_{RD}^0 - h_{RD}^1|^2$

iken iki atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = P_{e,r} P_3 \quad (7.148)$$

şeklinde yazılır.

**2. durum:**  $w^{SRD} \triangleq w^{SR} = |h_{SR}^0 - h_{SR}^1|^2$

iken iki atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SD}, h_{SR}, h_{RD}) = P_{e,r} P_4 \quad (7.149)$$

şeklinde yazılır.

### **3 atlama için:**

**1. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_4 ((1 - P_4) + (1 - P_2)) \quad (7.150)$$

şeklinde yazılır.

**2. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_3 ((1 - P_4) + (1 - P_2)) \quad (7.151)$$

şeklinde yazılır.

$$\mathbf{3. durum:} \quad w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_4 ((1 - P_3) + (1 - P_1)) \quad (7.152)$$

şeklinde yazılır.

$$\mathbf{4. durum:} \quad w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken üç atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_3 ((1 - P_3) + (1 - P_1)) \quad (7.153)$$

şeklinde yazılır.

#### 4 atlama için:

$$\mathbf{1. durum:} \quad w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_4 ((1 - P_4) + (1 - P_4) P_{e/ce} + (1 - P_2)) \quad (7.154)$$

şeklinde yazılır.

$$\mathbf{2. durum:} \quad w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_3 ((1 - P_4) + (1 - P_4) P_{e/ce} + (1 - P_2)) \quad (7.155)$$

şeklinde yazılır.

**3. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_4 ((1 - P_3) + (1 - P_3) P_{e/ce} + (1 - P_1)) \quad (7.156)$$

şeklinde yazılır.

**4. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken dört atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_3 ((1 - P_3) + (1 - P_3) P_{e/ce} + (1 - P_1)) \quad (7.157)$$

şeklinde yazılır.

### **5 atlama için:**

**1. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_4 ((1 - P_4) + (1 - P_4) P_{e/ce} + (1 - P_4)(1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + (1 - P_2)) \quad (7.158)$$

şeklinde yazılır.

**2. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2,$

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{R1D}^0 - h_{R1D}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_3 ((1 - P_4) + (1 - P_4) \frac{P_e}{ce} + (1 - P_4)(1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + (1 - P_2)) \quad (7.159)$$

şeklinde yazılır.

**3. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{R1R2}^0 - h_{R1R2}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_4 ((1 - P_3) + (1 - P_3) P_{e/ce} + (1 - P_3)(1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + (1 - P_1)) \quad (7.160)$$

şeklinde yazılır.

**4. durum:**  $w^{SR1R2} \triangleq w^{R1R2} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$ ,

$$w^{SR1D} \triangleq w^{R1D} \triangleq |h_{SR1}^0 - h_{SR1}^1|^2$$

iken beş atlama için bit hata olasılığı indirgenmiş olarak

$$P_{e,bit}(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) = P_{e,r} P_3 ((1 - P_3) + (1 - P_3) P_{e/ce} + (1 - P_3)(1 - P_{e/ce}) P_{e/ce} + (1 - P_1)) \quad (7.161)$$

şeklinde yazılır.

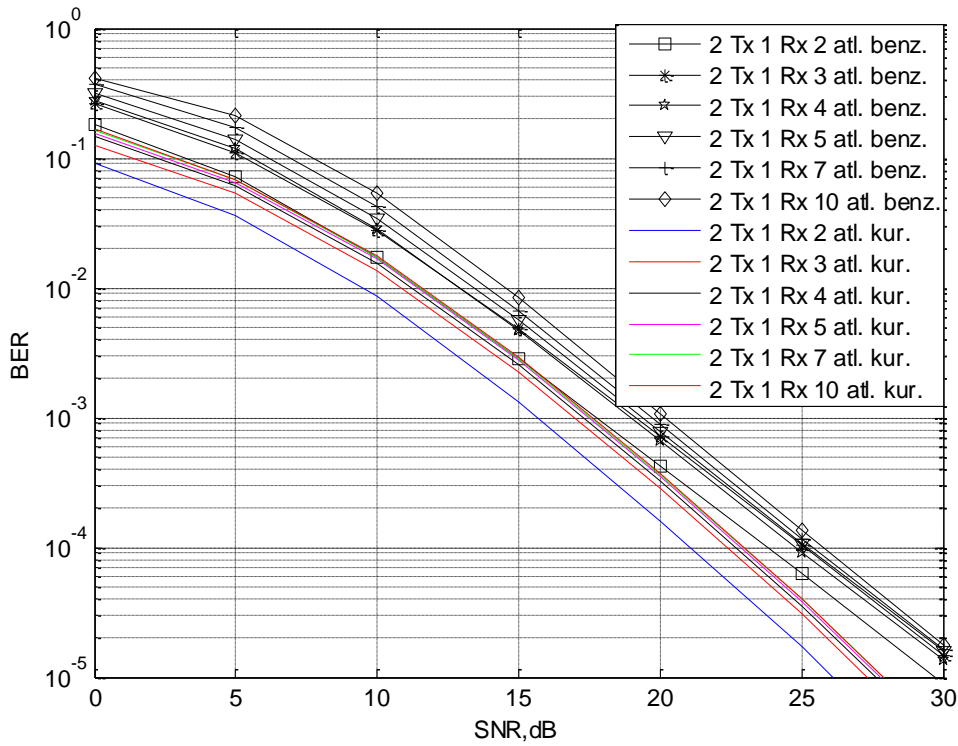
Yapılan bu sadeleştirmelere ek olarak  $P_{e/ce} \approx 0.5$  bilgisini kullanarak ve  $(1 - P_{e/ce}) = P_{e/ce}$  olarak,  $N$  atlama için genelleştirilmiş bir kuramsal sistem hata başarımlı olasılığı belirtebiliriz. Buna göre  $N \geq 3$  için  $N$  atlamalı ağın bit hata olasılığı alt sınırı

$$P_{e,bit}^N(h_{SR1}, h_{SR2}, h_{R1R2}, h_{R1D}, h_{R2D}) > P_{e,r} P_{3,4} ((1 - P_{3,4}) \sum_{n=0}^{N-3} 0.5^n + (1 - P_{1,2})) \quad (7.162)$$

olarak verilir.

(7.162) ifadesiyle kuramsal bit hata olasılığı alt sınırı  $N$  atlama sayısı için genelleştirilmiş olarak oldukça sade bir biçimde verilebilmektedir. (7.162) deki ifade ile hesaplanan bit hata olasılığı eğrileri bilgisayar benzetimleri ile elde edilen bit hata olasılığı eğrileri ile karşılaştırıldığında  $10^{-3}$  lük bit hata olasılığı için yaklaşık olarak 2 dB'lik bir farka sahiptir. Şekil 7.10'da (7.162) ile elde edilen kuramsal hata olasılığının iki atlama için gerektirdiği SNR değeri 17 dB iken bilgisayar benzetim sonuçları için 19 dB olmaktadır. Yine on atlama durumu karşılaştırıldığında  $10^{-3}$  lük bit hata olasılığı için kuramsal hata olasılığı alt sınırında yaklaşık 18 dB SNR

gerekirken bilgisayar benzetimlerinde bu değer 20 dB olmaktadır. Sonuç olarak değişen SNR değerleri ile birlikte kuramsal sonuçlar ile benzetim sonuçları arasındaki fark yaklaşık olarak aynı kalmaktadır. Yüksek başarımı, çöz-ve-aktar röleli işbirlikli, SSK modülasyonu kullanan ağların 8 ve 4 iletim anteninin 4, 2 ve 1 alıcı antenin olduğu 2, 3 ve 5 atlamalı senaryolar için bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Benzetim sonuçları kuramsal hata başarımlarında olduğu gibi çeşitlilik derecesinin yaklaşık olarak 1.7 mertebesinde olduğunu, hata başarımının SNR değerine bağlı değişiminde çeşitlilik derecesinin artan alıcı anten sayısına bağlı olarak arttığını göstermektedir. Elde edilen benzetim sonuçlarından artan atlama sayısı ile birlikte hata başarımı kötüleşirken çeşitlilik değerinin değişmediği gözlemlenmektedir. Artan atlama sayısı ile birlikte bit hata olasılığı artışının da yine benzer şekilde olduğu görülmektedir.

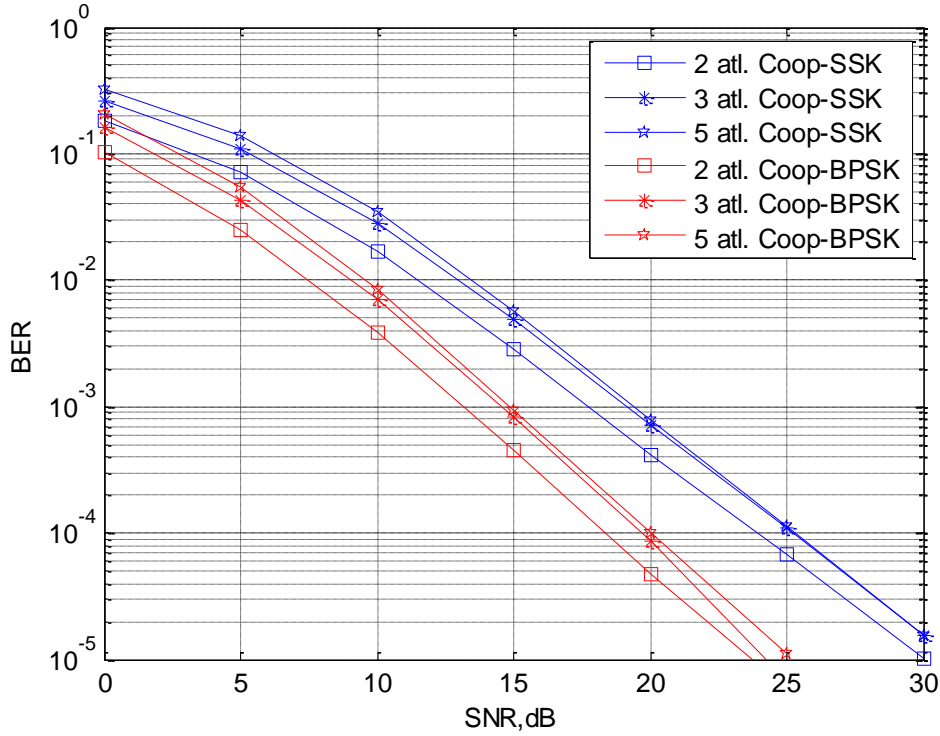


**Şekil 7.10:** Çok atlamalı ağlarda SSK bit hata olasılığı ve kuramsal alt sınırı.

Şekil 7.11'de 2 iletim anteni ve 1 alıcı antene sahip birimlerin yer aldığı sistemde işbirlikli iletim durumu için literatürde yer alan C-MRC faz kaydırmalı anahtarlama modülasyonu [20] ile uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu karşılaştırılmış, atlama sayısına bağlı olarak bit hata olasılıkları verilmiştir. Sonuçlar

karşılaştırıldığında uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu kullanan iki atlamalı ağ için  $10^{-3}$  bit hata olasılığı 17.5 dB SNR değerinde sağlanırken, üç atlamalı ağ için 19 dB SNR da, beş atlama ağ için ise 19.5 dB SNR da sağlanmaktadır. Aynı bit hata olasılığı işbirlikli BPSK için incelendiğinde iki atlamalı ağ için 12.5 dB SNR, üç atlamalı ağ için 14.5 dB SNR , beş atlama ağ için ise 15 dB SNR olduğu görülmektedir.

Şekil 7.11'den de görüleceği gibi uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu bit hata olasılıkları artan atlama sayısı ile artmasına rağmen çeşitlilik derecesi 1.7 olarak kalmaktadır. İşbirlikli BPSK bit hata olasılıklarının, işbirlikli SSK ye göre daha iyi olmasının sebebi kullanılan anten sayısından kaynaklanmaktadır. SSK yöntemini 4 iletim anteni ve 2 alıcı anten veya daha yüksek sayıda anten kullanıldığı durumda PSK yöntemine göre daha iyi bit hata olasılıkları sağlamaktadır [6]. Bu nedenle daha fazla sayıda verici ve alıcı anten kullanıldığı (min 4 Tx, 2 Rx) durumda işbirlikli SSK yöntemine ait bit hata olasılıkları işbirlikli PSK yöntemine göre daha iyi olacaktır.

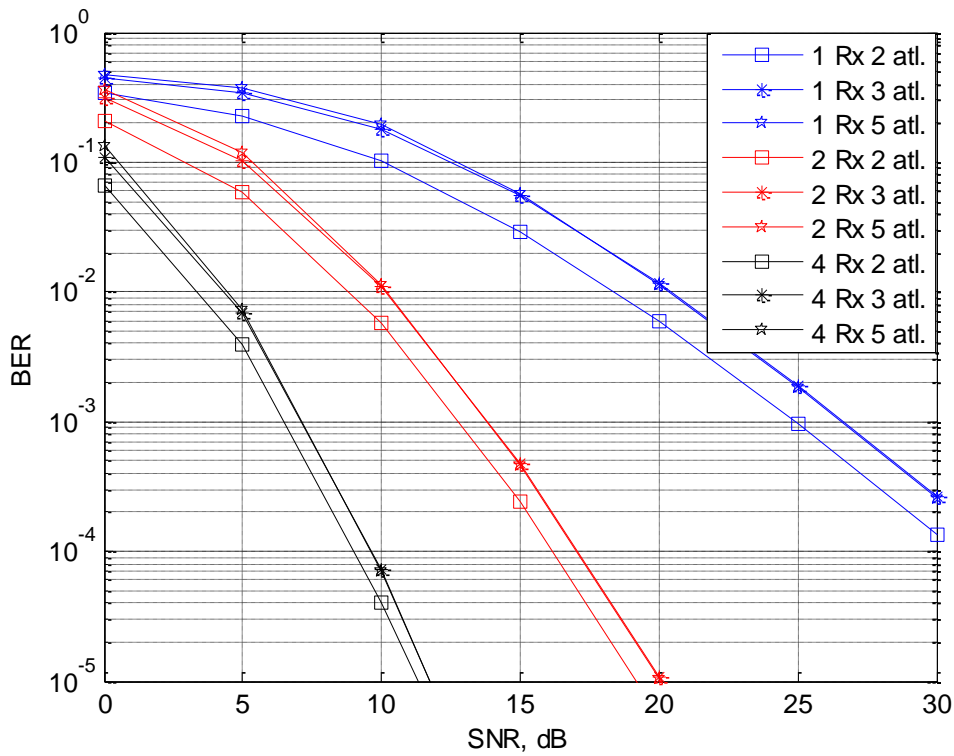


Şekil 7.11 : 2 verici 1 alıcı anten için çok atlamalı işbirlikli ağlarda SSK-PSK bit hata olasılığı.



Her iki yöntem için de artan atlama sayısı ile birlikte çeşitlilik değerinin azalmaması, daha önce literatürde [14] belirtilen çöz-ve-aktar yöntemi kullanan işbirlikli sistemlerde çeşitlilik değerinin elde edilememesi sorununun bu tezde uygulanan yöntemle aşıldığını göstermektedir.

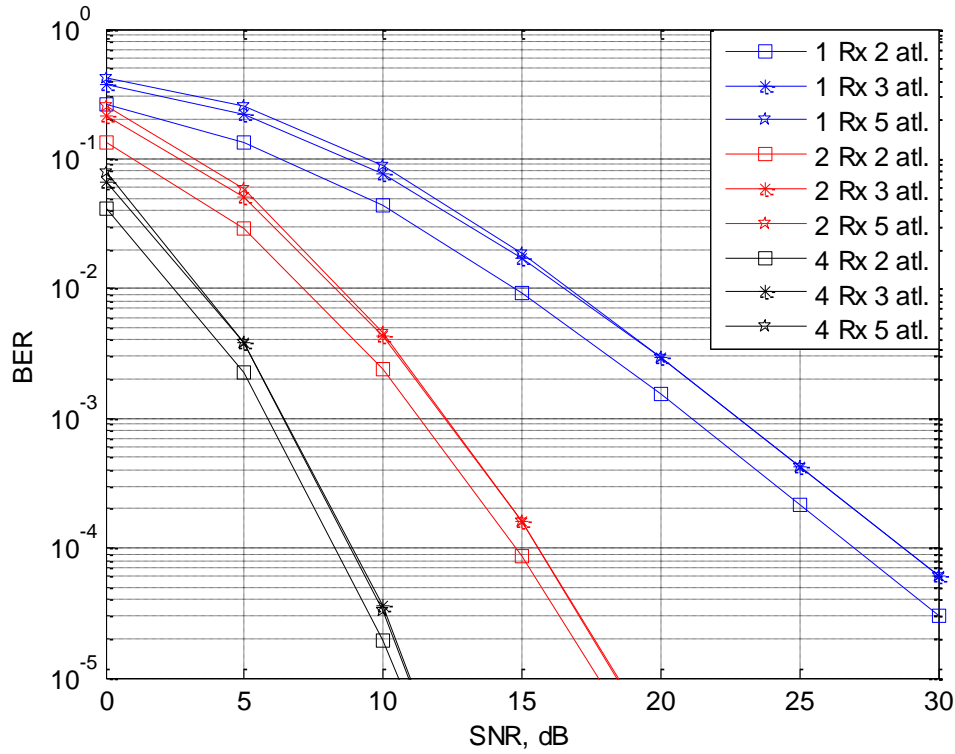
Şekil 7.12’de 8 iletim anteni ve farklı alıcı anten sayıları için bilgisayar benzetim sonuçları verilmiştir. Sonuçlar karşılaştırıldığında tek alıcı antenli durumda 15 dB SNR değerinde bit hata olasılığı iki atlamalı ağ için  $3 \times 10^{-2}$ , üç atlamalı ağ için  $5 \times 10^{-2}$ , beş atlama ağ için ise  $6 \times 10^{-2}$  olduğu görülmektedir. Aynı şekilde iki alıcı antenli durumda 15 dB SNR değerinde bit hata olasılığı iki atlamalı ağ için  $2 \times 10^{-4}$ , üç atlamalı ağ için  $4 \times 10^{-4}$ , beş atlama ağ için ise  $5 \times 10^{-4}$  olduğu görülmektedir. Sonuçlar göz önüne alındığında artan atlama sayısı ile bit hata başarımının düştüğü alıcı anten sayısı arttığında ise arttığı görülmektedir.



Şekil 7.12 : 8 iletim anteni için bit hata olasılığı.

Şekil 7.12’de 8 iletim anteni için incelenen senaryolar 4 iletim anteni için de ele alınmış ve sonuçlar Şekil 7.13’de verilmiştir. 8 iletim anteni tek alıcı anten ve iki atlama durumu için 25 dB SNR da bit hata olasılığı  $10^{-3}$  iken, 4 iletim anteni için bu değer  $2 \times 10^{-4}$  olmaktadır. Diğer bit hata olasılıkları da incelendiğinde 4 iletim anteni

olduğu durumda bit hata olasılıklarının 8 iletim anteni olduğu duruma göre daha iyi olduğu, çeşitlilik derecelerinin ise değişmediği görülmektedir. Örneğin 8 iletim anteni için bit hata olasılıkları tek alıcı anten durumunda 25 dB SNR değerinde 2 atlama için  $10^{-3}$  , 3 atlama için  $2 \times 10^{-3}$  ve 5 atlama için yaklaşık  $2,5 \times 10^{-3}$  olmakta iken 4 iletim anteni için bu değer 2 atlama için  $2 \times 10^{-4}$  , 3 atlama için  $4 \times 10^{-4}$  ve 5 atlama için yaklaşık  $4,5 \times 10^{-4}$  olmaktadır. Bu farkın sebebi ise alıcı tarafta karar verilen anten indis sayısının değişiminden dolayı kaynaklanmaktadır.

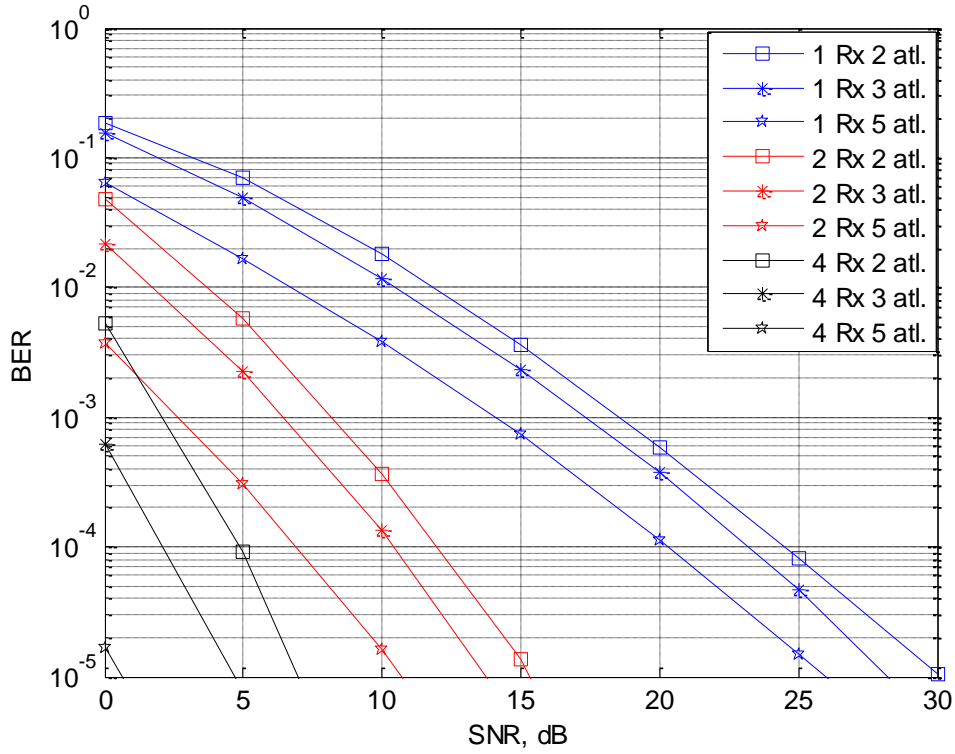


Şekil 7.2 : 4 iletim anteni için bit hata olasılığı.

Yapılan bu benzetimlerde artan röle ve atlama sayısı ile birlikte iletim yapılan uzaklık da artmaktadır. Dolayısıyla iletim uzaklığı ve kapsama alanı genişlemektedir, bununla birlikte kaynak ve hedefin sabit uzaklıkta bulunduğu ve kullanılan rölelerin bu iki birim arasında kısalan uzaklıklar ile konumlandırıldığı durumda da bilgisayar benzetim sonuçları elde edilerek kapsama alanı yada iletim uzaklığı artırılması yerine başarımla iyileştirilmesinin amaçlandığı durum göz önüne alınmıştır. Sonuçlar ise Şekil 7.14'de sunulmaktadır.

Bilgisayar benzetimleri sonucunda artan röle sayısı ile birlikte atlama başına iletim uzaklığının azalması nedeniyle hata başarımlarının iyileştiği gözlenmiştir. Şekil 7.14'de

2 alıcı anten grubu için 2 atlama ve 10 dB SNR da bit hata olasılığı yaklaşık olarak  $3 \times 10^{-4}$  iken 3 atlamada bu değer yaklaşık olarak  $10^{-4}$ , 5 atlamada ise bu değer  $2 \times 10^{-5}$  olmaktadır. Bununla birlikte artan röle sayısı ile bit hata başarımının iyileşmesine rağmen çeşitlilik derecesinin değişmediği gözlenmiştir.



Şekil 7.3: 8 iletim anteni için bit hata olasılığı (kaynak - hedef arası sabit uzaklık).

### 7.1.5 Uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonunun çok atlamalı işbirlikli ağlarda servis kesilme analizi

Daha önce Bölüm 6.2'de işbirliğinin uygulanmadığı çok atlamalı ağlarda uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu için servis kesilme olasılığının kuramsal analizi verilmiştir. Bu bölümde de işbirlikli çok atlamalı ağlarda servis kesilme olasılığı hesaplanacaktır.

$h_{kl,j}$ :  $k$ . düğümden  $l$ . düğümün  $j$ . antenine olan kanalın sönmülme katsayısı  $j= 1, 2, \dots, N_r$ ,

$I_l$ :  $l$ . düğüme ulaşan kanalın ulaşılabilir karşılıklı bilgi miktarının ani değeri olmak üzere Röle 1 için ulaşılabilir karşılıklı bilgi miktarı ( $I_{R1,j}$ )

$$I_{R1,j} = \log\left(1 + |h_{SR1,j}|^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.163)$$

olarak tanımlanır. Röle 2 için ulaşılabilir karşılıklı bilgi miktarı ( $I_{R2,j}$ ) ise

$$I_{R2,j} = \log\left(1 + |h_{R1R2,j}|^2 \frac{E_s}{N_0} + |h_{SR2,j}|^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.164)$$

olmaktadır. Röle 2 iki farklı birimden ortak erişim (multiple access) ile işareti almaktadır. Bu durumda Röle 1 dışındaki ağ birimleri için kanalın ulaşılabilir karşılıklı bilgi miktarının anlık değeri

$$I_{Ri,j} = \log\left(1 + |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 \frac{E_s}{N_0} + |h_{R(i-2)Ri,j}|^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.165)$$

olarak yazılır.  $i = 3, 4, 5, \dots, n-1$  için hedef birimde ulaşılabilir karşılıklı bilgi miktarı anlık değeri ise

$$I_{D,j} = \log\left(1 + |h_{R(i-1)D,j}|^2 \frac{E_s}{N_0} + |h_{R(i-2)D,j}|^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.166)$$

olarak tanımlanır. Bu durumda  $j$  farklı alıcı antenlerini belirtmek üzere ağ dahilindeki birim için ulaşılabilir karşılıklı bilgi miktarı çoklu alıcı anten durumu için

$$I_{Ri} = \log\left(1 + \sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-2)Ri,j}|^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.167)$$

olarak tanımlanır.  $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$  için

$$|h_{R(i-1)Ri,j}|^2 = (Re\{h_{R(i-1)Ri,j}\})^2 + (Im\{h_{R(i-1)Ri,j}\})^2 \quad (7.168)$$

olmak üzere

$$I_{Ri} = \log\left(1 + \sum_{j=1}^{N_r} (Re\{h_{R(i-1)Ri,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} (Im\{h_{R(i-1)Ri,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} (Re\{h_{R(i-2)Ri,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} (Im\{h_{R(i-2)Ri,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.169)$$

$$I_D = \log\left(1 + \sum_{j=1}^{N_r} (Re\{h_{R(i-1)D,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} (Im\{h_{R(i-1)D,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} (Re\{h_{R(i-2)D,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0} + \sum_{j=1}^{N_r} (Im\{h_{R(i-2)D,j}\})^2 \frac{E_s}{N_0}\right) \quad (7.170)$$

$n$  atlama için karşılıklı bilgi miktarının ani değeri

$$I = \frac{1}{n} \min\{I_{R1}, I_{R2}, \dots, I_{Rn-1}, I_D\}$$

olup, servis dışı kalma olayı:

$$\min\{\gamma_{R1}, \gamma_{R2}, \dots, \gamma_{Rn-1}, \gamma_D\} < \gamma_{th}$$

$$\gamma_{Ri} = \sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 \quad (7.171)$$

olarak tanımlanır. Servis dışı kalma olasılığı:

$$P_{out}(\gamma_{th}) = P[\min\{\gamma_{R1}, \gamma_{R2}, \dots, \gamma_{Rn-1}, \gamma_D\} < \gamma_{th}]$$

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - P(\gamma_{R1} > \gamma_{th})P(\gamma_{R2} > \gamma_{th}) \dots P(\gamma_{Rn-1} > \gamma_{th})P(\gamma_D > \gamma_{th}) \quad (7.172)$$

$$P(\gamma_{Ri} > \gamma_{th}) = P(\sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-1)Ri,j}|^2 + \sum_{j=1}^{N_r} |h_{R(i-2)Ri,j}|^2 > \gamma_{th})$$

$$\begin{aligned} P(\gamma_{Ri} > \gamma_{th}) &= P\left(\sum_{j=1}^{N_r} (\text{Re}\{h_{R(i-1)Ri,j}\})^2 + \sum_{j=1}^{N_r} (\text{Im}\{h_{R(i-1)Ri,j}\})^2\right. \\ &\quad \left.+ \sum_{j=1}^{N_r} (\text{Re}\{h_{R(i-2)Ri,j}\})^2 + \sum_{j=1}^{N_r} (\text{Im}\{h_{R(i-2)Ri,j}\})^2 > \gamma_{th}\right) \end{aligned}$$

olarak ifade edilebilir.

0 ortalamalı,  $\sigma^2$  varyanslı  $4N_r$  Gauss rastgele değişkeninin toplamının toplamsal dağılım fonksiyonu ( $\bar{\gamma} = 4N_r\sigma^2$ ,  $2\sigma^2 = \frac{\bar{\gamma}}{2N_r}$ ) olmak üzere

$$\begin{aligned} F(\gamma_{th}) &= 1 - e^{-\gamma_{th}/(\bar{\gamma}/2N_r)} \sum_{k=0}^{2N_r-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}/2N_r}\right)^k \\ F(\gamma_{th}) &= 1 - e^{-2\gamma_{th}N_r/\bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{2N_r-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{2\gamma_{th}N_r}{\bar{\gamma}}\right)^k \quad (7.173) \end{aligned}$$

biçimindedir [9]. Buna göre,

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - (1 - F(\gamma_{th}))^n \quad (7.174)$$

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - \left(1 - \left(1 - e^{-2\gamma_{th}N_r/\bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{2N_r-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{2\gamma_{th}N_r}{\bar{\gamma}}\right)^k\right)\right)^n$$

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - \left( e^{-2\gamma_{th}N_r/\bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{2N_r-1} \frac{1}{k!} \left( \frac{2\gamma_{th}N_r}{\bar{\gamma}} \right)^k \right)^n \quad (7.175)$$

olarak elde edilir. Bu noktada Taylor serisi açılımının:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$$

$a = 0$  için

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots$$

$$f(\gamma_{th}) = e^{-\gamma_{th}N_r/\bar{\gamma}} = 1 - \frac{N_r}{\bar{\gamma}}\gamma_{th} + \frac{1}{2!}\left(\frac{N_r}{\bar{\gamma}}\right)^2\gamma_{th}^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{N_r}{\bar{\gamma}}\right)^3\gamma_{th}^3 + \dots \quad (7.176)$$

olduğu göz önüne alınarak

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - \left[ e^{-2\gamma_{th}N_r/\bar{\gamma}} \sum_{k=0}^{2N_r-1} \frac{1}{k!} \left( \frac{2\gamma_{th}N_r}{\bar{\gamma}} \right)^k \right]^n \quad (7.177)$$

$$P_{out}(\gamma_{th}) = \left\{ \left[ 1 - \frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\gamma_{th} + \frac{1}{2}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^2\gamma_{th}^2 - \frac{1}{6}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^3\gamma_{th}^3 + \dots \right] \left[ 1 + \frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\gamma_{th} + \frac{1}{2}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^2\gamma_{th}^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^3\gamma_{th}^3 + \dots \right] \right\}^n$$

$$P_{out}(\gamma_{th}) = 1 - \left( 1 + \frac{1}{2N_r!}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^{2N_r}\gamma_{th}^{2N_r} - \frac{1}{(2N_r+1)!}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^{2N_r+1}\gamma_{th}^{2N_r+1} + \dots \right)^n$$

ifadesi yazılır. Çeşitleme derecesi

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} - \frac{\log P_{out}(\gamma_{th})}{\log \bar{\gamma}} \quad (7.178)$$

olmak üzere

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} - \frac{\log \left( 1 - \left( 1 + \frac{1}{2N_r!}\left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^{2N_r}\gamma_{th}^{2N_r} + \dots \right)^n \right)}{\log \bar{\gamma}}$$

şeklinde yazılır ve burada Binom açılımı  $(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$  kullanıldığında ve  $\bar{\gamma} \rightarrow \infty$  için  $\frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$  kısmı ihmal edildiğinde:

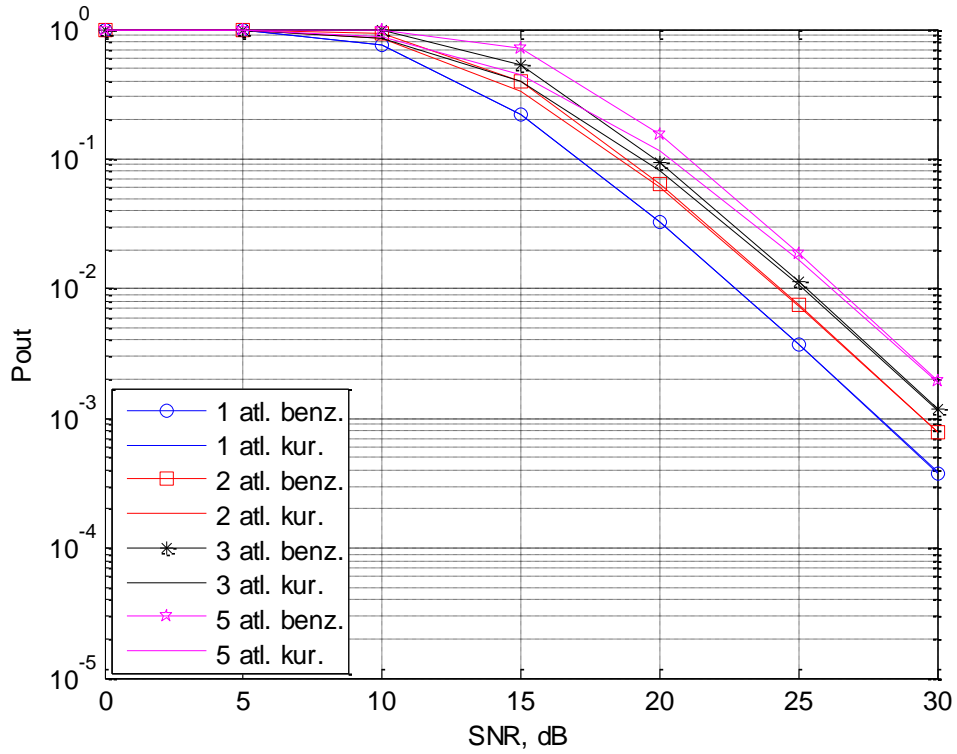
$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} - \frac{\log\left(-\frac{n}{2N_r!} \left(\frac{2N_r}{\bar{\gamma}}\right)^{2N_r} \gamma_{th}^{2N_r}\right)}{\log \bar{\gamma}} \quad (7.179)$$

$$D = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \left( -\frac{\log\left(\frac{1}{\bar{\gamma}}\right)^{2N_r}}{\log \bar{\gamma}} \right) + \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \left( -\frac{\log\left(-\frac{n}{2N_r!} 2N_r^{2N_r} \gamma_{th}^{2N_r}\right)}{\log \bar{\gamma}} \right) = 2N_r \quad (7.180)$$

elde edilir.

Sonuç olarak çeşitlilik derecesi alıcı anten sayısının iki katı olarak elde edilmektedir. Her bir iletim anında daha önceki iki birimden iletim sağlanması nedeniyle Bölüm 6.2'de elde edilen sonuç ile uyumlu bir çeşitlilik elde edilmiştir. Dolayısıyla artan iletim anteni sayısı servis kesilme olasılığına etki etmezken artan alıcı anten sayısı ile servis kesilme olasılığı azalmaktadır.

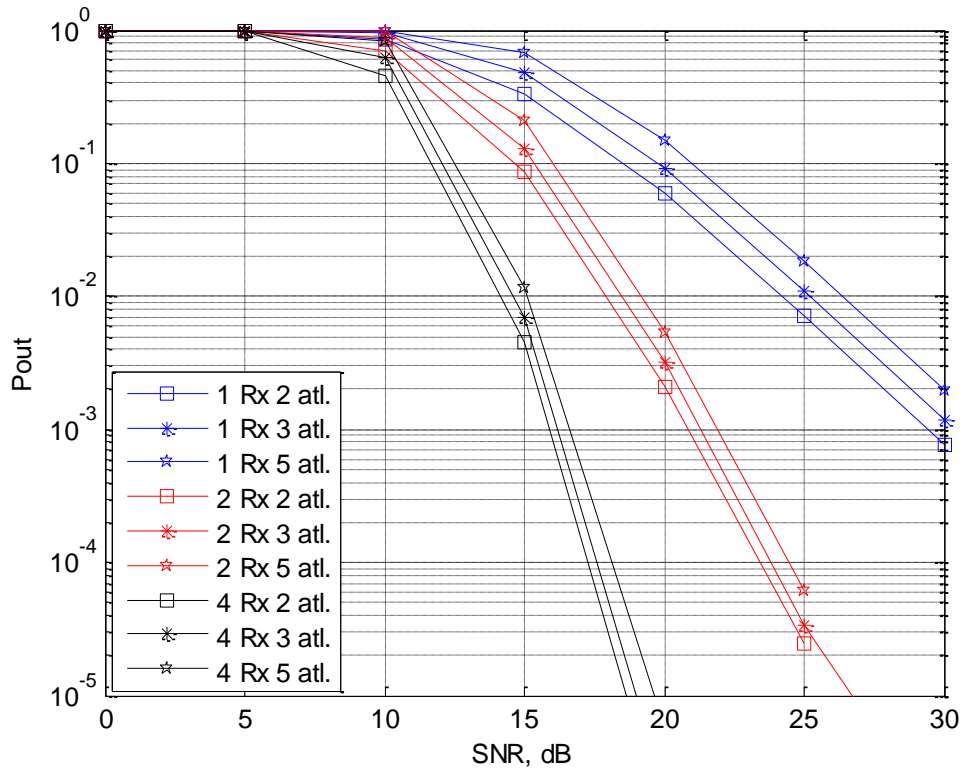
Şekil 7.15'de verilen işbirlikli çok atlamalı iletim için servis kesilme olasılıkları incelendiğinde  $2N_r$  derecesinde çeşitlilik sağlandığı görülmektedir.



Şekil 7.4 : 1 alıcı anten için işbirlikli çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı.

Çeşitlilik derecesinin  $2N_r$  olmasının nedeni ise birbirinden bağımsız iki farklı aktarım biriminden gelen işaretlerin birbirinden bağımsız kanal sönmüleme katsayılarından etkilenmesidir. Dolayısıyla elde edilen benzetim ve kuramsal sonuçlarda işbirlikli iletişim olmadığı durumda kullanılan anten sayısının yarısı işbirlikli iletişimde kullanıldığında birebir aynı servis kesilme olasılığı sağlanmaktadır. Şekil 7.15’de 1 alıcı anten için işbirlikli çok atlamalı durumda elde edilen sonuçlarda çeşitlilik derecesi 2 iken daha önce Şekil 6.11’de verilen 1 alıcı antene sahip işbiriksiz çok atlamalı durumda çeşitlilik derecesi 1 olmaktadır.

Servis kesilme olasılığı kuramsal analizini destekleyen bilgisayar benzetimleri 8 ve 4 iletim anteni 4, 2 ve 1 alıcı anteni için Şekil 7.16’da verilmiştir. Benzetimlerde alıcı anten sayısı ile birlikte servis kesilme olasılıklarının değiştiği fakat uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu yapısı nedeniyle iletim anten sayısına bağlı bir değişim olmadığı gözlenmektedir. Ancak alıcı anten ve atlama sayısına bağlı olarak servis kesilme olasılığı değişmektedir.

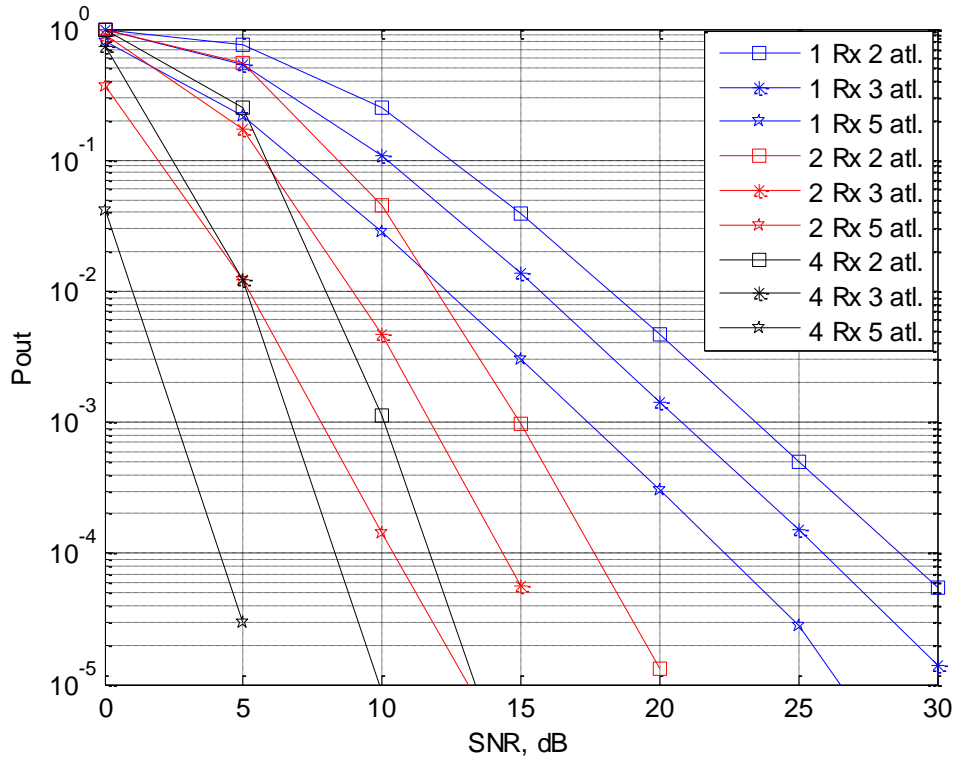


Şekil 7.5 : İşbirlikli çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı.



Şekil 7.16'da tek alıcı anten ve iki atlama için servis kesilme olasılığı 26 dB de  $10^{-2}$  olmakta iken, iki alıcı anten için 19 dB de 4 alıcı anten için ise 15 dB de bu değere ulaşılmaktadır. Artan atlama sayısı ile birlikte servis kesilme olasılığı artarken çeşitlilik değeri değişmemektedir. Örneğin 20 dB SNR da iki atlama için bit olasılığı  $6 \times 10^{-3}$  iken üç atlama için  $3 \times 10^{-3}$  ve beş atlama için ise  $2 \times 10^{-3}$  olmaktadır.

Şekil 7.17'de kaynak ve hedefin sabit uzaklıkta bulunduğu ve kullanılan rölelerin bu iki birim arasında kısalan uzaklıklar ile konumlandırıldığı durumda da bilgisayar benzetim sonuçları elde edilmiştir. Kapsama alanı yada iletim uzaklığı arttırılması yerine başarımla iyileştirilmesinin amaçlandığı durum göz önüne alınmıştır.



Şekil 7.6 : İşbirlikli çok atlamalı sistemde servis kesilme olasılığı (kaynak-hedef arası sabit uzaklık).

Şekil 7.17'de tek alıcı anten için 15 dB SNR da iki atlama servis kesilme olasılığı yaklaşık olarak  $4 \times 10^{-2}$  iken üç atlama için  $10^{-2}$  ve beş atlama için ise  $3 \times 10^{-3}$  olmaktadır. İki alıcı anten için 10 dB SNR da iki atlama servis kesilme olasılığı yaklaşık olarak  $5 \times 10^{-2}$  iken üç atlama için  $4 \times 10^{-3}$  ve beş atlama için ise yaklaşık olarak  $10^{-4}$  olmaktadır.

Dört alıcı anten için ise 5 dB SNR da iki atlama servis kesilme olasılığı yaklaşık olarak  $2 \times 10^{-1}$  iken üç atlama için  $10^{-2}$  ve beş atlama için ise yaklaşık olarak  $3 \times 10^{-5}$  olmaktadır. Dolayısıyla artan röle sayısı ile birlikte birimler arasındaki uzaklık azaldığından servis kesilme olasılığı da azalmaktadır. Ancak artan atlama sayısı ile birlikte servis kesilme olasılığı azalırken çeşitlilik değeri değişmemektedir.

## 8. SONUÇ

Bu tezde, uzay kaydırmalı anahtarlama modülasyonu çok atlamalı telsiz iletişim ağlarına uygulanmıştır. Çalışmada ilk olarak SSK modülasyonu kullanan çok atlamalı ağlarda bit hata olasılığı ve servis kesilme olasılığı ifadeleri kuramsal olarak elde edilmiş, sonuçlar farklı iletim ve verici anten sayıları ve farklı atlama sayıları için irdelenmiş, bilgisayar benzetim sonuçlarıyla uyumlu oldukları gözlemlenmiştir. SSK modülasyonunda, bilginin belli sayıda anten arasından seçilen tek antenin indisinde taşınması nedeniyle verici çeşitlemesi sağlanamamakta, çeşitle derecesini alıcı anten sayısı belirlemektedir. Tezde ikinci olarak işbirlikli iletişim modeli ele alınmıştır. Rölede çöz-ve-aktar tekniği kullanıldığında temel işbirlikli iletişim modeli çeşitleme sağlayamamaktadır. Bunun nedeni rölede verilen hatalı kararların hedefe yayılmasıdır. Literatürde çöz-ve-aktar (DF) tekniğinin bu dezavantajını ortadan kaldırmaya yönelik yüksek başarılı bir yaklaşım daha önce klasik işbirlikli iletişim yapısı için SSK modülasyonuna uygulanmıştır. Bu yaklaşım tezde SSK modülasyonu kullanan işbirlikli çok atlamalı ağlara genelleştirilmiştir. Sistemin kesin bit hata olasılığı ifadeleri önce atlama sayısının küçük değerleri için kuramsal olarak türetilmiş, daha sonra genel  $N$  atlama durumu için bir alt sınır elde edilmiştir. Diğer yandan SSK kullanan çok atlamalı işbirlikli ağlar servis kesilme analizi yapılarak genel  $N$  atlama için çeşitleme derecesinin alıcı anten sayısının iki katı olduğu gösterilmiştir. Elde edilen tüm kuramsal sonuçlar bilgisayar benzetim sonuçlarıyla uyum içerisindedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Mietzner J., Schober R., Lampe L., Gerstacker W.H. ve Hoehner P.A. (2009). Multiple-Antenna Techniques for Wireless Communications - A Comprehensive Literature Survey, *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, Volume 11, Issue. 2, Sf. 87–105.
- [2] Di Renzo M., Haas H. ve Grant P. M. (2011). Spatial Modulation for Multiple-Antenna Wireless Systems: A Survey, *IEEE Communications Magazine*, Volume 49, Issue 12, Sf. 182-191.
- [3] Mesleh, R., Haas, H., Ahn, C. W. ve Yun, S. (2006). Spatial Modulation - A New Low Complexity Spectral Efficiency Enhancing Technique, *Communications and Networking in China*, Beijing, China.
- [4] Mesleh, R., Haas, H., Sinanovic, S., Ahn, C. W. ve Yun, S. (2008). Spatial Modulation, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Volume 57, Issue 4, Sf. 2228–2241.
- [5] Jeganathan, J., Ghrayeb, A., ve Szczecinski L. (2008). Spatial Modulation: Optimal Detection and Performance Analysis, *IEEE Commun. Lett.*, Volume 12, Issue 8, Sf. 545–47.
- [6] Başar, E., Aygolu, U., Panayirci, E., ve Poor, H. V. (2011). Space-time Block Coded Spatial Modulation, *IEEE Trans. Commun.*, Volume 59, Issue 3, Sf. 823–832.
- [7] Mesleh, R., Renzo, M. D., Haas, H. ve Grant, P. M. (2010). Trellis Coded Spatial Modulation, *IEEE Trans. Wire. Commun.*, Volume. 9, Issue 7, Sf. 2349–2361.
- [8] Jeganathan, J., Ghrayeb, A., Szczecinski, L. ve Ceron, A., (2009). Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Volume 8, Issue 7, Sf. 3692–3703.
- [9] Proakis, J. G. (1995). *Digital Communications*, McGraw-Hill Higher Education.
- [10] Mesleh, R. ve Ikki, S. S. (2013). Performance Analysis of Spatial Modulation with Multiple Decode and Forward Relays, *IEEE Wireless Commun. Lett.*, Volume 2, Issue 4, Sf. 423–426.
- [11] Mesleh, R., Ikki, S. ve Alwakeel, M. (2011). Performance Analysis of Space Shift Keying with Amplify and Forward Relaying, *IEEE Commun. Lett.*, Volume 15, Issue 12, Sf. 1350–1352.
- [12] Mesleh, R., Ikki, S., Aggoune, E. M., ve Mansour, A. (2012). Performance Analysis of Space Shift Keying (SSK) Modulation with Multiple Cooperative Relays, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*.

- [13] **Binol, S.** (2014). Uzak Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu İçin Yüksek Başarımli İşbirlikli İletişim, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.
- [14] **Boyer, J., Falconer, D. D. ve Yanikomeroglu, H.** (2004). Multihop Diversity in Wireless Relaying Channels, *IEEE Trans. Commun.*, Volume 52, Sf. 1820–1830.
- [15] **Yang, P., Zhang B., Xiao Y., Li S., El-Hajjar M. ve Hanzo, L.** (2013). Detect-and-Forward Relaying Aided Cooperative Spatial Modulation for Wireless Networks, *IEEE Trans. Commun.*, Volume 61, Issue 11, Sf. 4500–4511.
- [16] **Nosratinia, A., Hunter, T. E., ve Hedayat, A.** (2004). Cooperative Communication in Wireless Networks, *IEEE Commun. Magazine*, Volume 24, Issue 3, Sf. 74 -80.
- [17] **Laneman, J. N., Tse, D. N. C. ve Wornell, G. W.** (2004). Cooperative Diversity in Wireless Networks: Efficient Protocols and Outage Behavior, *IEEE Trans. Inform. Theory*, Volume 50, Issue 12, Sf. 3062–3080.
- [18] **Jing, Y. ve Jafarkhani H.** (2009). Single and Multiple Relay Selection Schemes and Their Achievable diversity orders, *IEEE Trans.on Wireless Commun.*, Volume 8, Issue 3, Sf. 1414–1423.
- [19] **Som, P. ve Chockalingam, A.** (2013). End-to-End BER Analysis of Space Shift Keying in Decode-and-Forward Cooperative Relaying, *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Sf. 3465-3470.
- [20] **Wang, T., Cano A., Giannakis G. B. ve Laneman J. N.** (2007). High Performance Cooperative Demodulation with Decode-and-Forward Relays, *IEEE Transactions on Communications*, Volume 55, Issue 7. Sf. 1427-1438.
- [21] **Bao, Q. ve Kong, Y.** (2009). Error Probability Performance for Multi-hop Decode-and-Forward Relaying over Rayleigh Fading Channels, *ICACT- 2009*.
- [22] **Som, P. ve Chockalingam, A.** (2013). BER Analysis of Space Shift Keying in Cooperative Multi-Hop Multi-Branch DF Relaying, *IEEE Vehicular Technology Conference*, Sf. 1-5.

## ÖZGEÇMİŞ



**Ad Soyad:** Mustafa Cihan TAŞTAN  
**Doğum Yeri ve Tarihi:** Üsküdar, İSTANBUL / 11.03.1988  
**Adres:** İSTANBUL  
**E-Posta:** mcihantastan@gmail.com  
**Lisans:** İSTANBUL KÜLTÜR ÜNİVERSİTESİ  
Elektronik Mühendisliği (2007-2012)