BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOĞAL SAYILARIN TARİHSEL GELİŞİMİ VE İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMINDAKİ DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİ İLE KARŞILATIRILMASI

BERİVAN KARAASLAN

Yüksek Lisans Tezi
Ankara 2015

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOĞAL SAYILARIN TARİHSEL GELİŞİMİ VE İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMINDAKİ DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİ İLE KARŞILATIRILMASI

BERİVAN KARAASLAN

Tez danışmanı: Prof. Dr. Osman ALTINTAŞ

Yüksek Lisans Tezi
Ankara 2015

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOĞAL SAYILARIN TARİHSEL GELİŞİMİ VE İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMINDAKİ DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİ İLE KARŞILATIRILMASI

BERİVAN KARAASLAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez, / /2015 tarihinde aşağıda üye adları yazılı jüri tarafından kabul edilmiştir.

Unvan	Adı Soyadı	İmza
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....

Onay

/ / 20015

Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

Prof. Dr. Sadegül Akbaba Altun

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca çalışmalarıma desteğini esirgemeyen bütün hocalarıma desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Tez aşaması boyunca çalışmanın başından sonuna her adımında yanımda olan, çalışmamda hiçbir desteğini benden esirgemeyen, çalışmamın her aşamasında özenle ve sabırla beni daha iyiye yönlendiren, engin bilgilerini ve deneyimlerini benimle paylaşan ve kıymetli zamanını bana ayıran sayın Prof. Dr. Osman Altıntaş'a çalışmama, dünya görüşüme ve öğretmenlik hayatıma olan katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Yaşantım boyunca hayatıma olan katkıları, destekleri ve varlıkları için aileme, ayrıca; kaynak araştırmalarımda her türlü desteği sağlayan, deneyimleri ve fikirleriyle yol gösteren, her zaman sırtımı yaslayabileceğim, mesleki anlamda model aldığım babama, eğitim hayatımın her aşamasında yanımda yol alan, bütün özverisiyle hayatıma olan desteğinden ve teşviklerinden dolayı anneme, hayatıma girdiği günden beri mutluluğuma da hüznüme de ortak olan kardeşime, sonsuz teşekkür ederim.

Her durumda yanımda olan arkadaşlarıma da desteklerinden dolayı ayrıca teşekkür ederim.

Berivan KARAASLAN

ÖZET

DOĞAL SAYILARIN TARİHSEL GELİŞİMİ VE İLKÖĞRETİM MATEMATİK PROGRAMINDAKİ DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİ İLE KARŞILATIRILMASI

BERİVAN KARAASLAN

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EYLÜL 2015

Bu çalışma, doğal sayıların tarihsel gelişimi ve günümüz ilköğretim programındaki doğal sayıların öğretimi ile karşılaştırılması amacı ile gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla birinci bölümünde İlk Çağ Mağara İnsanından başlanmak üzere, Eski Mısırlılar, Mezopotamyalılar, Eski Yunanlılar, Romalılar, Hintlilerde doğal sayıların gösterimi ve öğretimi araştırılmıştır. Ünlü bazı matematikçilerden ve sıfır'ın tarihsel gelişiminden bahsedilmiştir. İkinci bölümde; günümüz ilköğretim matematik öğretim programı incelenmiş ve doğal sayıların günümüzde öğretimi açıklanmıştır. Üçüncü bölümde ise, doğal sayıların geçmişteki gösterimleri ile günümüzdeki gösterimleri ve doğal sayılarla işlemlerin geçmişte nasıl yapıldığı ile günümüzde nasıl yapıldığı karşılaştırılmıştır. Son bölümde ise üçüncü bölümdeki karşılaştırmalardan çıkarılan öneriler ve sonuç sunulmuştur. Araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğal Sayılar, Sayma Sistemleri, işlemler, Sıfır

Abstract

The Historical Development of Natural Numbers and The Comparison with Teaching of Natural Numbers in Primary School Mathematics Program

Berivan KARAASLAN

Institute of Educational Sciences

Master in Elemantary Education Mathematics Teaching with Thesis

SEPTENBER, 2015

The aim of this study is, making comparison between the historical development of natural numbers and teaching of natural numbers in primary school math program in our age. With this aim, at the first section of this study representation and teaching of natural numbers was investigated that from the people of the first era cave man to, Ancient Egyptions, Mesopotamians, Ancient Greeks, Romans, Indians. It was mentionet about some famous mathematicians and historical development of zero. At second section; today’s primary schoolmath program was studied and currently teaching of natural numbers’ was described. At third section; we have kind of comparision. One of them is displaying natural numbers in the past and now. The other of them is how to make mathematical operation in the past and now. At last section; recommendations and conclusions from the third section was presented. Qualitative research methods were used in this research.

Keywords: Natural Numbers, Counting Systems, Operations, Zero

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER VE TABLOLAR LİSTESİ

SAYFA

GİRİŞ

Matematik eğitiminin temelleri okul öncesi çağlarda atılmaktadır. Hatta bireylerin anlamlı sözcükler kullanmaya başladıktan sonra etrafındaki nesnelerin, oyuncakların adedini, kardeşlerinin sayısını, yaşını söylerken parmaklarıyla birebir eşleme yaparak gösterdiği bilinmektedir. Beşlik sayma sisteminin geçmişte bazı topluklar tarafından kullanıldığı ve bu sistemin bir elin beş parmağı olması sebebi ile kullanıldığı da bazı kaynaklar tarafından desteklenmektedir. [47]

Bireyler okul öncesine başladıklarında ise sayılar onlar için daha anlamlı hale gelmektedir. Öğrencilerin matematik ile tanışmaları doğal sayıların öğretimi ile başlamaktadır. Doğal sayıların öğretiminde sayıların sırasına göre isimlerini öğrenmek "mihaniki sayma" veya saymanın bir şeyin ne kadar olduğunu göstermesi "manalı sayma" yöntemi kullanılmaktadır. Bütün bu sebepler düşünüldüğünde ve insan oğlunun matematikle tanışma sebebinin doğal sayılar olduğu gerçeği bilindiğinden doğal sayıların tarihi, oluşumu ve günümüzde kullanılan haline nasıl geldiği ve geçmişten günümüze doğal sayıların ve doğal sayılarla işlemlerin nasıl öğretildiği matematik öğretimi için önem taşımaktadır.

Bu düşüncelerden yola çıkılarak, bu çalışmada ilköğretim matematik öğretimine ve literatüre katkıda bulunmak amacı ile doğal sayıların tarihsel gelişimi, geçmişte nasıl öğretildiği araştırılmış ve günümüz ilköğretim matematik öğretim programı incelenmiştir. Yapılan kaynak taramaları sonucunda bilgiler derlenmiş, birebir alınan kısımlar tez içinde, diğer faydalanılan kaynaklar ise kaynakça bölümünde gösterilmiştir.

Birinci bölümde ilk çağ mağara insanından başlanmak üzere, Eski Mısırlılar, Mezopotamyalılar, Eski Yunanlılar, Romalılar, Hintlilerde doğal sayıların gösterimi, sayı sistemi kavramı ve doğal sayılarla işlemlerin nasıl yapıldığı örneklerle açıklanmıştır.

Doğal sayıların tarihinin incelendiği bu çalışmada matematiğe katkılarının büyük olduğu aşikar olan ünlü bazı matematikçilerden de bahsedilmiştir. Ayrıca bu bölümün sonunda sıfırın tarihinden bahsedilmiş, bugünkü kullandığımız halinin nasıl oluştuğu ve sıfırın önemi anlatılmıştır. İkinci bölümde ise günümüzde doğal sayıların öğretimi ve doğal sayılarla işlemlerin ilk defa öğretilirken nasıl bir yol izlendiği örneklerle açıklanmıştır. İncelemeler sonucunda görülen farklılıklar ise üçüncü bölümde karşılaştırılmış ve örneklerle ifade edilmiştir. Son bölümde ise yapılan incelemeler ve karşılaştırmalardan yola çıkılarak matematik eğitimine katkı sağlayacağı düşünülen öneriler sunulmuştur.

LİTERATÜR TARAMASI

Farklı tarih dilimlerinde çoğu medeniyet matematiği bir şekilde ağırlamış, matematiğin gelişimine çeşitli katkılar sağlamıştır. (Bayam, 2012) Matematiğin çok kültürlü ve çok tarihli yapısını iyi analiz etmeden, matematikte yetkin olmaya olanak yoktur. Bu doğrultuda matematiğin gelişimine göz atacak olursak, matematiğin tarih sahnesine ilk çıkışı gündelik ihtiyaçları karşılamak için geliştirilmiş basit sayma ve ölçme işlemleri biçiminde olmuştur.

Çeşitli öğrenme alanlarındaki kazanımların matematik tarihi kullanılarak öğrenme ortamına taşındığı çalışmada, öğrencilerin başarılarında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmuş, gerçekleştirilen öğretim, geleneksel öğrenme yöntemlerine göre öğrenci başarısında daha etkili olmuştur

Tuncay (2012), Matematiğin kökeninin sayma kavramına dayandığı düşünülmektedir. Tarihi boyunca insanoğlu zaman, mesafe ve çeşitli büyüklükleri ölçme, kaydetme ve paylaşma ihtiyacıyla yüzleşmiş, bu amaçla çeşitli yöntemler geliştirmiştir. Günümüze kadar ulaşabilen kalıntılardan anlaşıldığı kadarıyla insanoğlunun M.Ö.35.000 yılından itibaren büyüklükleri sayıp kaydedebildiği bilinmektedir.

İnsanlar ellerinde var olan nesnelerin azalıp-azalmadığını anlamak için sayma-eşleme benzeri yollara başvurmuşlardır.

Çoğu toplum, sayı saymaya on parmağı ile başladığından, şu anda var olan sayılama dizgelerinin çoğu on tabanına dayanır. Aritmetik tarihinde, çakıl yığını dizgesi önem taşıyan eski bir dizgedir. İnsanlar bu metotla hesap sanatına başlamıştır.

Tarih öncesi devirlerden başlayan matematik aradan geçen binlerce yıl boyunca gelişerek bugünkü halini almıştır. İnsanlık var oldukça matematik durmaksızın gelişecek ve eskiden olduğu gibi yeni uygarlıklara da hizmet edecektir.

İlköğretimden beri matematik öğretim programlarında yer alan ve matematiğin temel kavramlarını içeren doğal sayılar konusu ile ilgili pek çok kavram yanılgısı tespit edilmiştir(Özdeş,2013). Temel matematiksel kavramları tüm yönleriyle öğrenmemiş öğrenciler, sonraki kavramları da tam olarak öğrenmede ve kavramlar arasındaki ilişkileri kurmada güçlük yasayacaklardır. Bu anlamda hem temel kavramlar, hem de diğer matematiksel kavramların tam olarak, tüm yönleriyle öğrenilmesine dikkat edilmeli, kavramların tanılayıcı ve ayırt edici özellikleri fark ettirilmeli ve bir kavram tam olarak öğrenilmeden bir diğerine geçilmemelidir.

Öğretim esnasında öğretilecek olan kavrama yönelik örnekler verildiği gibi kavrama örnek olmayanlarında sunulması, kavramı öğrenci zihninde daha da netleştirecektir.

Öğretmenler, hazırladıkları sınavlara işlemsel bilgiyi ölçen soruların yanı sıra kavram bilgisini ölçen sorulara da yer vermelidir.

Hazırlanan matematik öğretim programı kılavuzları ve matematik ders kitapları öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanılgıları dikkate alınarak hazırlanmalıdır. Kitap yazarları ve program tasarlayıcıları bu çalışmada ve farklı araştırmalarda tespit edilmiş olan kavram yanılgılarını inceleyerek, öğretmenlere gerekli uyarıları kılavuzlarda yapmalı ve içeriği ona göre hazırlamalıdırlar.

Albayrak M., İpek S., Işık C. (2006)' e göre öğrencilerin taban aritmetiği konusunda bilgi eksiklikleri ve ciddi kavram yanılgıları araştırmada tespit edilmiştir. Matematik tarihinden faydalanılarak 60'lık taban kullanan Babillerin sayı sistemi temel alınarak hazırlanan bir ders öğrencilerin hem ilgisini çekebilir, hem de taban aritmetiği konusunun kalıcı bir şekilde öğrenilmesine neden olabilir. Bunun gibi pek çok konuda matematik tarihinden yararlanmak kavramların öğrenilmesine fayda sağlayabilir.

Sayı kavramının doğada var olan, yaşantımıza bir şekilde girebilen çokluk veya nesneleri belirleme ve ifade edebilme amaçlı yürütülen çalışmaların sonucunda oluştuğu söylenebilir. İnsan yaşantısından soyutlanamayacak olan sayma, çağlar boyu farklı şekillerde (2' lik 5' lik 1O' luk 12' lik 60' lık ...) yapılmıştır. Günümüzde kişiler arasındaki ilişkilerde yaygın olarak kullanılan sayma çeşidi onarlı saymadır. Okullarda öğrencilere ilk olarak öğretilmeye çalışılan sayma, yine onarlı saymadır.

Onluk sistemin öğretilmesi her ne kadar kolay gibi görünse de elbette zor olan yanları da vardır. Yapılan araştırmalarda "özellikle ilköğretimin ilk beş sınıfında" öğrencilerin basamak değerini kavramada ciddi sıkıntılar yaşadıkları tespit edilmiştir.

Sınıf öğretmenleriyle yapılan yüz yüze görüşmeler, iştirak edilen öğretmen toplantıları ve hizmet içi eğitim toplantı sonuçları ile diğer öğretim elemanlarının izlenimlerinden Onluk Sayı Sisteminde genel olarak rakamların öğretilmesi ve sayı sisteminin kavratılması ile ilgili sıkıntılar yaşandığı tespit edilmiştir. Bu bağlamda;

i)Rakamların öğretilmesinde;

a- Kavramsal eksiklikler vardır.

b-Rakamların ifade ettiği anlama dönük çalışmalar yeterince önemsenmemektedir.

c- Rakamlar - sayılar arasındaki ilişkiler geleneksel olarak ifade edilmeye çalışılmakta, rakamların yazılışlarına da gereken özen gösterilmemektedir.

ii) Sayı sisteminin kavratılmasında;

a-Onluk sistem için yapılabilen açıklamalar yetersizdir.

b-Sistemin öğretiminde basamak esasına dayalı bir yol izleme yerine, gelenekse yada rastgele denebilecek (1 ile 0'1 yan yana yaz olsun on, 1 ile ikiyi yan yana yazdığında 12, iki tane 2'nin yan yana yazımı 22, ... 1'in yanına iki tane sıfır yazdın mı eder 100, v.b.) yaklaşımlar kullanılmaktadır.

c-Üç basamaklı sayıların yazılması ve okunması çalışmalarında basamak değeri bağlantılı eksiklikler (örneğin öğrencilerden "yüz bir" yazmaları istendiğinde bir kısım öğrenciler 1001 veya **II** yazmakta, v.b.)dikkate değer bulunmuştur.

Sayı kavramı matematikte ilk ve en çok kullanılan kavramdır. Matematik öğretiminde ilk olarak gerçekleştirilmeye çalışılan onluk sayma çeşididir. Onluk sayma basamak esasına dayalı oluşturulmuş bir sistemdir. Bu durum sistemin öğretiminde önemli ölçüde kolaylıklar sağlar. Saymada her on'a ulaşıldığında sayının adının değişmesiyle sayıların ifade edilmesinde kullanılan rakamların istenildiği kadar kullanılabilmesi basamak esasının önemli getirilerindendir.

Günlük yaşamdaki matematikten söz edildiğinde çoğumuz, gideceğimiz yere vaktinde varabilmek için sabah kaçta kalkmamız gerektiğini hesaplamakla başlayan ve gün boyu evde, yolda, alışverişte, tv izlerken süren dört işlemli hesaplamaları ya da sayma işlemlerini anlarız. Oysa yaşamımızdaki matematik yalnızca bunlardan oluşmaz. Sayılar olmadan düşünürken de günün önemli bir bölümünde matematik kullanıyor olabiliriz. Bir *so*runu çözerken elimizde olanları sıralar, bunlardan yola çıkarak çözümler üretir, bulduklarımızın sonuçlarını irdeler, sonuca en kısa yoldan ulaşmaya çalışırız. Kuşkusuz her düşünme matematiksel değildir, ama sorun çözmede matematiksel düşünmenin katkısı da yadsınamaz.(Umay A., 1996) İnsanlar matematiği okuma-yazmayı bilmeden, anadilini öğrendiği gibi sezgileriyle öğrenir. Nasıl konuşurken sözcükleri ard arda belli kurallar ve yapılara uygun olarak sıralıyorsak düşünürken de matematiksel pek çok kavram ve teknikleri kullanarak bir düşünme zinciri oluşturabilir, problemlerimize çözümler üretebiliriz. Sayılar ve işlemler aynı dildeki harfler ve dilbilgisi kurallarına benzer. Bizler matematiği alır ve amacımıza uygun şekilde kullanırız.

Matematik sadece bilim adamlarına özgü olmayan, günlük yaşamda etkili olan ve herkesin belli bir ölçüde mutlaka bilmesi gereken bir disiplindir(Turanlı N., Keçeli V., Türker N., 2007) Yaratıcı düşünce ve akıl yürütme süreçlerini geliştirdiği ve bir anlamda ülkelerin gelişmişlik seviyesini etkilediği için matematik eğitimi büyük bir önem taşımaktadır. Matematik derslerinde başarının düşük olmasının en önemli sebeplerinden biri kavram yanılgılarıdır. Kavram yanılgıları tespit edilmeli ve yanılgıları azaltıcı veya yok edecek ders materyalleri geliştirilmelidir. Son yıllarda ülkemizde kavram yanılgıları ile ilgili çalışmalarda bir artış gözlenmiştir. Bu çalışmalar daha çok geometri, analiz ve cebir konularına yöneliktir. Yanılgıya düşülen noktalar, öğretmenlerin de dikkat etmediği; ders kitaplarında vurgulanmayan kavramlardır. Ayrıca soruların hazırlanma aşamasında öğretmenlerle yapılan görüşmelerde bu yanılgıların bir kısmına öğretmenlerin de sahip olduğu görülmüştür.

METHOD

Çalışmanın birinci bölümünde sayıların tarihi araştırılırken ulaşılabilen kaynaklar taranmıştır. Ve kaynakların taranması sonucunda günümüz rakamlarının İlk Çağ Mağara insanından başlanmak üzere bugün kullandığımız rakamların temellerinin atıldığı Hintlilere kadar geçmiş toplumlarda nasıl kullanıldığı, sayılarla işlemlerin nasıl yapıldığı kaynaklar derlenerek anlatılmıştır.

İkinci bölümde ise günümüzde kullanılan rakamların nasıl kullanıldığı, nasıl öğretildiği ve sayılarla işlemlerin nasıl yapıldığı geçmiş ve günümüz MEB müfredatları ve güncel kullanılan ilkokul ve ortaokul matematik ders kitapları incelenerek anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde ise birinci ve ikinci bölümdeki benzerlikler ve farklılıklar ortaya konularak geçmiş ve günümüz karşılaştırması yapılmıştır.

Son bölümde ise bulgular ve öneriler bir arada verilmiştir. Karşılaştırmalar sonucunda fark edilen bazı eksiklikler ortaya çıkarılmış ve bu eksikliklerin nasıl giderilebileceğine dair öneriler ve sonuç sunulmuştur.

Geçmişte sayıların nasıl kullanıldığı araştırılırken ulaşılabilen kaynaklardan faydalanılmış olması çalışmayı sınırlı kılan etmenlerdendir.

Çalışma nitel araştırma yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. Nitel araştırma yöntemi daha ayrıntılı bir incelemeye olanak sağlayacağı için tercih edilmiştir.

Prof. Dr. Mustafa Ergün' e göre başlıca iki araştırma metodu vardır. Bunlar niceliksel ve niteliksel araştırma metodudur. Psikoloji, sosyoloji, antropoloji, eğitim gibi sosyal bilim alanlarında insan ve toplum davranışları incelenmektedir. Bu davranışları sayılarla açıklamak zordur. Ölçümler bize kaç kişinin nasıl davrandığını gösterir, ama "niçin?" sorusuna cevap veremez. İnsan ve grup davranışlarının "niçin"ini anlamaya yönelik araştırmalara niteliksel ("qualitative") araştırma denir. İnsanlar niçin böyle davranır? ,Kanaatler ve vaziyet alışlar nasıl oluşur?, İnsanlar çevrelerinde olup bitenden nasıl etkilenir?, Kültürler niçin ve nasıl gelişir?, Sosyal gruplar arasındaki farklar nelerdir? gibi sorulara dünyanın sosyal yönüyle ilgilenen nitel araştırmalar cevap vermektedir. Nitel araştırma bir sosyal olayı doğal ortamı ve doğal oluşumu içinde tasvir eder. Deneysel nicel araştırmalar gibi olayın değişkenleriyle oynamaz. Nitel araştırma bir durumu ilişki bağlantıları içinde anlamaya çalışır. Bir olayı etkileyen değişkenleri kendisi ortaya çıkarır.

BULGULAR

1. BÖLÜM

GEÇMİŞTE DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİ

1.1. İlk çağ mağara insanı ve sayılar

İlk çağ mağara insanının ne zaman saymayı öğrendiği bilinemiyor. Bugün ilkel kabilelerin sayma usulünün ilk çağ mağara insanınınkine benzediği düşünülüyor.

İlk çağ mağara insanı geçen zamanı, mevsimlerin ve ayların döngüsünü atılan bir çentik ile sayıyordu. Sahip olduğu hayvanların sayısını bilip, azalma olup olmadığını anlamak için ve avladıkları hayvanların sayısını belirlemek için ya yaşadıkları mağaranın duvarına çizgiler çiziyorlardı ya da bir ağaç dalına çentikler atıyorlardı. Bazen de iplere düğüm atarak ya da çakıl taşlarını kullanarak sayıyorlardı.

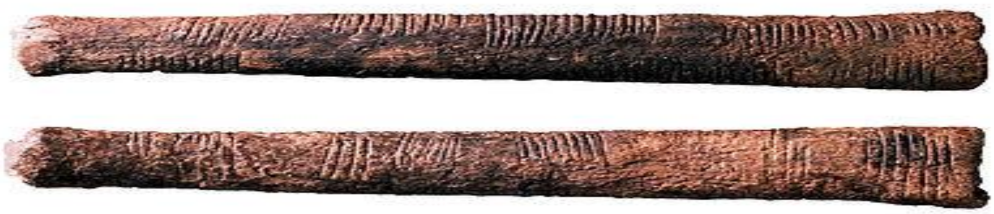
Çağımız ilkel kabilelerinde, Afrika, Avustralya ve Kuzey Amerika'da bulunan Eskimolar, ilk çağ mağara insanının kullandığı sayma sistemini benzer şekilde hala kullanmaktadırlar.

Mağara duvarına çizilen çizgiler, ağaç dallarına atılan çentikler, iplere atılan düğümler ve çakıl taşları ile sayma birebir eşleme ile yapılırdı. Örneğin, koyunlarının eksildiğini fark eden biri birebir eşleme yaparak ne kadar eksilme olduğunu anlayabilirdi.

İlk çağ mağara insanı kil tabletler ya da kesilmiş ağaç dallarına çentikler atmaya başladığında sayıları ilk defa yazılı olarak ifade etmeye başlamıştır.

Günümüze ulaşan en eski matematiksel nesne M.Ö. 35000 yılına ait olduğu düşünülen Swaziland'ın Lebombo dağındaki Border Mağarasında bulunan Lebombo kemiğidir. Bu kemik, üzerinde 29 ayrı çentik bulunan bir maymunun kaval kemiğidir.

Tarih öncesine ait bir kanıt ise, Belçikalı jeolog Jean de Braucourt' un 1960 yılında Nil nehri yakınlarında Ishango Bölgesinde, bulduğu Ishango Kemikleridir.



Şekil 1. Ishango Kemiği

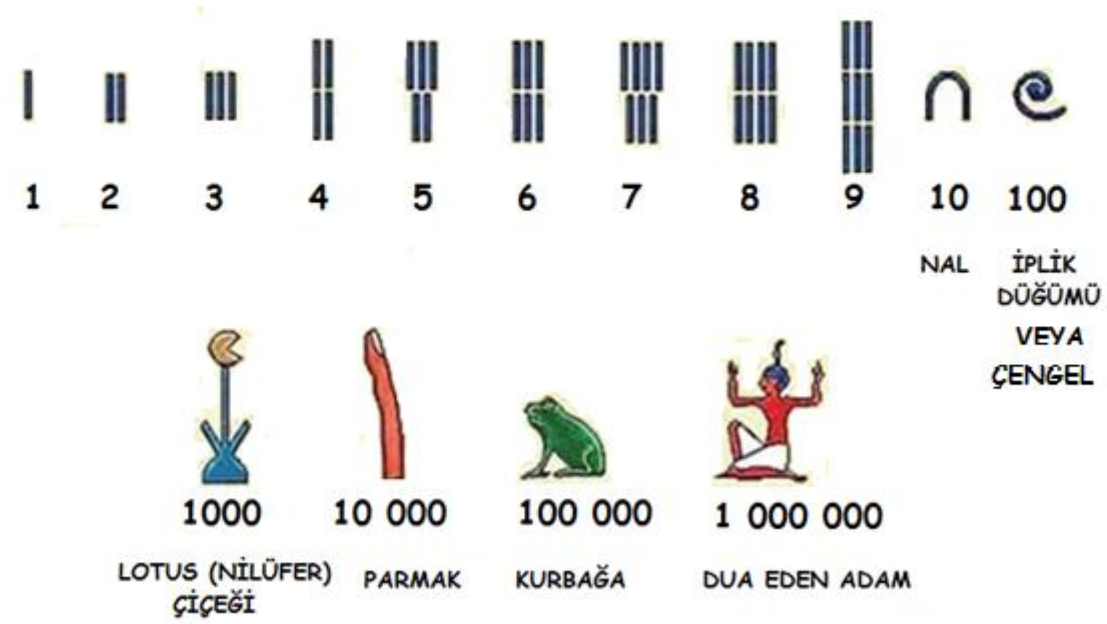
(http://sahmath.com/w/wp-content/uploads/400px-Ishango_bone.jpg)

Ishango kemikleri de öncekiler gibi maymun kemiği üzerine çentikler atılarak oluşturulmuş bir matematik gerecidir. Tahmini olarak M.Ö. 20 000 veya biraz daha eski bir döneme ait olduğu düşünülüyor. Şimdi Brüksel'de, Belçika Doğal Bilimler Enstitüsü' nün 19. katında sergilenmekte olup, özel istek üzerine görülebilmektedir.

1.2. Eski Mısırlılar (M.Ö. 3300)

1.2.1. Sayı Sembolleri

Eski mısırlılara ait sayı sistemi bilinen en eski sistemlerden biridir. Eski Mısırlılar sayıları ifade etmek için "hiyeroglif (resim yazsısı)" kullanmışlardır.



Şekil 2. Eski Mısırlılarda sayı sembolleri

(http://www.mitolojivesembolizm.com/hrglph.htm)

Eski Mısırlıların kullandıkları sayı sistemi ilk çağ mağara insanının kullandığı sayma sisteminin biraz daha geliştirilmişidir.Eski Mısır aritmetiği hakkındaki bilgiler papirüs tomarlarından elde edilmektedir.

Papirüs: Papirüs bir bitki ve bu bitkiden yapılmış kağıdın adıdır. Mısırda Nil kıyısında yetişen bir çeşit kamış.

Şekil 3. Papirüs Kağıdı

(http://www.toplumdusmani.net/modules/wordbook/entry.php?entryID=2246/papirus-nedir+papirus-ne-demek)

Bugün bilinen papirüsler; bilim tarihinde M.Ö:1900-1800 yıllarına ait Kahun ve Berlin matematik papirüsleri ile, M.Ö. 1700-1600 yıllarına ait Hiksoslar döneminden (M.Ö. 1788-1580) kalma Rhind ve Moskova matematik papirüsleridir. Mısır matematiği hakkındaki diğer kaynaklar birkaç parşömen tomarı ile kil ve tahta tabletlere dayanmaktadır.

1.2.2. Sayı Sistemleri ve Sayılarla İşlemler

Eski Mısır sayma sisteminde gruplamalar onluk sisteme göre onarlık yapılıyordu. On adet bir yazısını bir adet "nal resmi(10)" ile, on adet "iplik düğümünü(100)" bir adet lotus çiçeği resmi(1000) ile, on adet "parmak resmi(10 000)" bir adet "kurbağa resmi(100 000)" ile ifade etmişlerdir. Diğer sayıları göstermek için ise sayılar tekrar edilerek yazılmıştır.

Mısır sayıları ile sayıların gösterimi aşağıdaki gibi oluyordu (Mısırlılarda sayıların gösteriminde kullanılan semboller basamak değerine göre sağdan sola ya da soldan sağa doğru olmak zorunda değildi, hatta sayıları ifade eden semboller karışık olarak da yazılabiliyordu. Ancak işlem yaparken kolaylık sağlaması açısından bundan sonra ki sayılar sağdan sola doğru yani en küçük basamaktan başlanarak gösterilecektir.) :

23 sayısı ∩∩|||

121 sayısı 𓍢∩∩|

254 sayısı 𓍢 𓍢∩∩∩∩∩|||| ile gösteriliyordu.

Mısır sayıları ile toplama çıkarma, sembollerin bir arada yazılmasıyla gösteriliyordu.

87+13= ∩∩∩∩∩∩∩∩||||||| + ∩||| sonuç

= ∩∩∩∩∩∩∩∩∩ ||||||||||

= ∩∩∩∩∩∩∩∩∩ ∩ = 𓍢 (yani bir tane düğüm(100))

Mısır sayıları ile çarpma bölme yapmak toplama çıkarma yapmak kadar kolay olmuyordu bunun için mısırlılar çiftleme metodunu kullandılar.

Örneğin; 14 x 22 işlemini yaparken 14 ün altına 1 den başlayarak 14 ü geçmeyecek kadar sayılar bir öncekinin iki katı olacak şekilde yazılır. Daha sona 22'nin altına ise bu sayılara karşılık gelecek kadar ilk önce çarpılacak olan ikinci sayı yani 22 yazılır ve iki sütun aynı uzunluğa gelene kadar iki katı alınır.

14	x	22
1		22
*2		44
*4		88
+ * 8		176

İlk sütundan toplamı 14'ü veren sayılar işaretlenir "8+4+2=14" . ikinci sütunda bu işaretli sayılara karşılık gelen sayılar toplanır ise " 44+88+176=308" sayısı elde edilir ki bu sayı 14 ile 22'nin çarpımı 14x22=308'e eşittir.

Mısırlılar 10 ile çarpıp bölmeyi kolayca yapabilirler. Çarpma işlemi yaparken 10 ile çarptıkları simgenin yerine onun on katı olan simgeyi, bölme işlemi yaparken 10'a böldükleri simgenin yerine o simgenin onda biri olan simgeyi koyarlar.

Mısırlılarda bölme işlemi çarpma işlemi ile benzerdir.

Örneğin; 2016 : 16 işlemini yaparken 16'nın altına 16dan başlamak üzere sayılar 2016'yı geçmeyecek şekilde her sayı bir önceki sayının iki katı alınarak yazılır ve bu sayılara karşılık gelecek şekilde 2016'nın altına ise 1 den başlayarak sayılar bir öncekinin iki katı olacak şekilde yazılır.

2016	:	16
1		16
2		32*
4		64 *
8		128*
16		256*
32		512*
+ 64		1024*

İkinci sütunda toplamı 2016'yı veren sayılar "1024+512+256+128+64+32=2016" işaretlenir ve bu sayılara karşılık gelen birinci sütundaki sayılar toplandığında "2+4+8+16+32+64=126" sayısı elde edilmiş olur ki bu sayı 2016 sayısının 16ya bölümü 2016:16=126'ya eşittir.

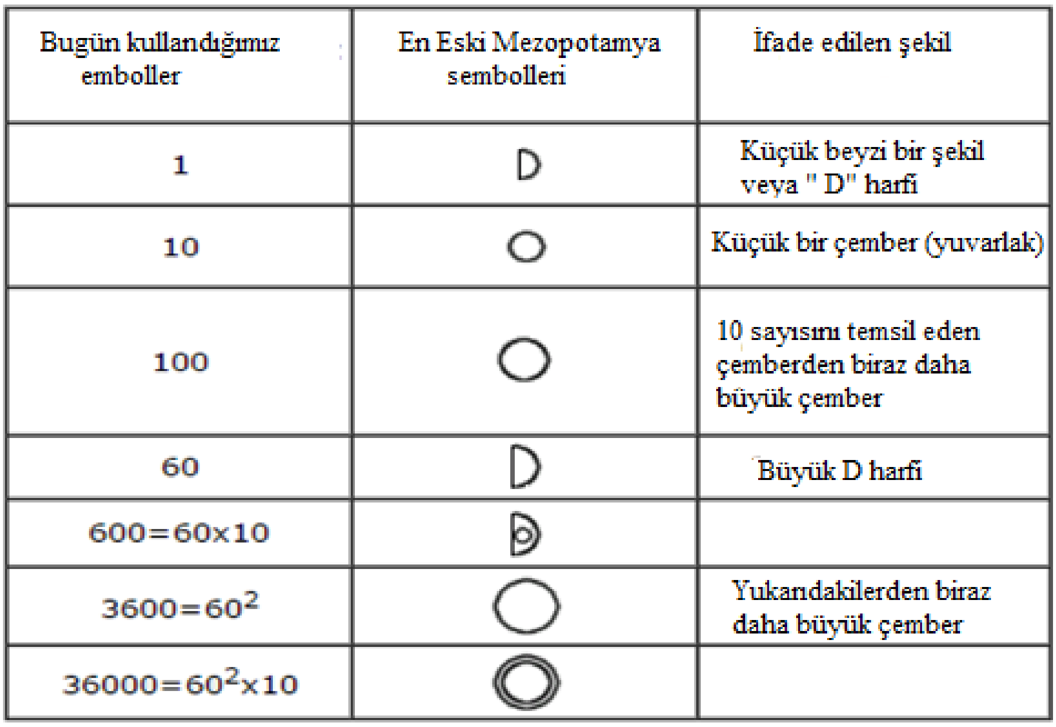
1.3. Mezopotamyalılar (M.Ö. 2500)

1.3.1. Sayı sembolleri

Mezopotamyalıların iki farklı sayı gösterim biçimi olduğu tarihi belgelerden anlaşılmaktadır. Ord. Prof. Dr. Aydın Sayılı'nın araştırmalarına göre; Mezopotamyalılar çivi yazısı bulunmadan önce resim yazısı kullanıyordu, çivi yazısının bulunmasından sonra ise farklı bir sayı gösterim biçimi kullandıkları anlaşılmaktadır (Sayılı A. , 1982).

Mezopotamyalıların çivi yazısı döneminden önce, resim yazısı (hiyeroglif) ile kullandıkları bilinen en eski Mezopotamya sayı sembolleri;

Tablo 1. En eski Mezopotamya sayı sembolleri

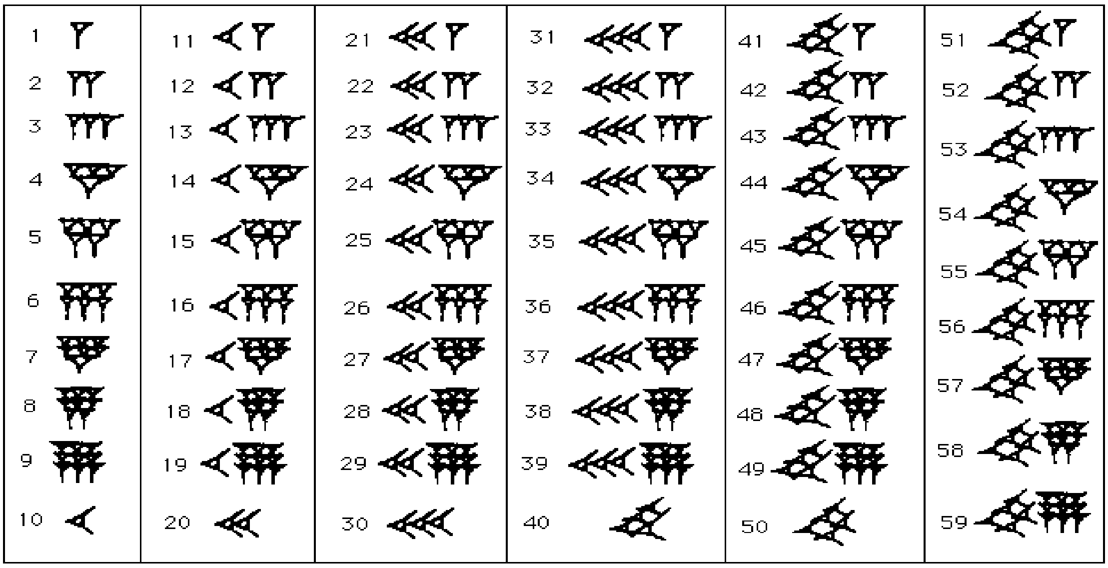


Bugün kullandığımız emboller	En Eski Mezopotamya sembolleri	İfade edilen şekil
1		Küçük beyzi bir şekil veya " D" harfi
10		Küçük bir çember (yuvarlak)
100		10 sayısını temsil eden çemberden biraz daha büyük çember
60		Büyük D harfi
$600=60x10$		
$3600=60^2$		Yukarıdakilerden biraz daha büyük çember
$36000=60^2x10$		

(http://www.angelfire.com/planet/matematikce/mezopar1.htm)

Mezopotamyalıların çivi yazısı ile kullandıkları sayı sembolleri (Mezopotamya Babil sayma düzeni);

Tablo 2. Mezopotamya Babil sayma düzeni



(http://sahmath.com/w/wp-content/uploads/Babylonian_symbols.gif)

M.Ö. 2000 yıllarında Mezopotamya'da yaşayan Babiller kil tablet üzerine sitilüs (sytlus) adı verilen tahta parçası ile yazarlardı. Babilliler sayıları yazarken iki tane sembol kullanıyorlardı.

Babil sayma düzeni ise esas itibariyle iki sembole dayanmaktadır ancak; bu iki sembol ve bu sembollerin tekrarlanması ile yeni semboller oluşmuş ve böylece sayı sisteminde 59 sembol kullanılmıştır ve gruplandırmalarını 60'lık olarak yapmışlardır. Lütfi Göker'e göre Babilliler ilk defa sayılarda basamak fikrini gösterdiler. Ve sayıları sağdan sola doğru yazarak ifade ederlerdi (Göker L. , 1997).

1.3.2. Sayı Sistemi ve Sayılarla İşlemler

Resim yazısı döneminde kullanılan en eski Mezopotamya rakamları olarak bilinen sembollerde 1 ve 10 rakamının esas alındığı görülmektedir. Ayrıca 60, 600, 60^2, 60^3 gibi sembollerde kullanılmıştır. Bu sembollerin kullanılmış olması Mezopotamyalıların altmış tabanlı (seksimal) bir sayı sistemi kullanmış olduklarını işaret eder.

Prof. Dr. Ali Ülger bir yazısında Mezopotamyalıların 60 tabanını kullanması ile ilgili şöyle bir açıklamada bulunmuştur:

"Saatin 60 dakika, günün 24 saat ve dairenin 360 dereceye bölünmüş olması bize bu sayı sisteminden kalan miraslardan sadece bir kaçıdır. Mezopotamyalıların 60 tabanlı bir sayı sistemi seçmiş olmalarının nedeni bilinmemektedir. Bu konuda ileri sürülen belli-başlı üç görüş ya da varsayım şunlardır.

1) 60 sayısının 2,3,4,5,6,10,12,20,30 gibi çok sayıda bölenleri olması onu günlük hayatta çok kullanışlı kılıyordu; bu nedenle 60 tabanlı bir sayı sistemi seçmişlerdir.

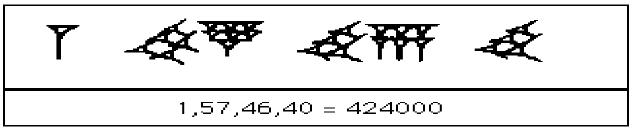
2) 60 tabanlı sayı sisteminin seçiminden önce, o bölgede 10 ve 12 tabanlı sayı sistemlerini kullanan medeniyetler olmuştur. Daha sonra gelen bir medeniyet, daha önceki ölçü birimleriyle uyum sağlamak için, 10 ile 12 nin en küçük ortak katı olan 60 ‘ı sayı sistemlerinin tabanı olarak almışlardır.
3) 60 tabanlı sayı sisteminin seçimi, bir eldeki, baş parmak hariç, dört parmakta bulunan üç eklem yerini o zamanın insanları sayı saymak için kullanıyorlardı; 4 parmakta 12 eklem yeri olduğu ve bir elde de beş parmak olduğu için bu iki sayının çarpımı olan 60 ‘ ı sayı sistemlerinin tabanı olarak almışlardır. Bu konuda görüşler bunlardır. Eğer bir gün 60 sayısının niçin seçildiğini izah eden bir tablet bulunursa o zaman gerçek anlaşılacaktır.” [38]

Mezopotamyalılar resim yazısı ile örneğin; 472 sayısını göstermek için 4 tane büyük çember (400), bir tane büyük D harfi (60), 1 tane küçük çember(10) ve iki tane küçük D harfi kullanılıyorlardı.

472= OOOODODD

Çivi yazısı ile ise;

$424000=1.60^3+57.60^2+40$



Şekil 4. Çivi yazısı ile 424000 sayısının gösterimi

(http://sahmath.com/?p=217)

Mezopotamyalılarda toplama ve çıkarma işlemleri rakamların yan yana yazılması ile yapılıyordu, çarpma bölme işlemlerinde de aynı yöntem kullanılıyordu ancak bu şekilde bu işlemleri yapmak oldukça zordu bu yüzden çarpım tabloları kullanıyorlardı. Çarpma işlemi için kullan tablodan örnek verilecek olunursa (günümüz sayılarıyla aşağıdaki gibi gösterilir) ;

5x1=5	5x6=30	5x11=55	5x16=1,20	5x30=2,2
5x2=10	5x7=35	5x12=1	5x17=1,25	5x40=3,20
5x3=15	5x8=40	5x13=1,05	5x18=1,35	5x50=4,10
5x4=20	5x9=45	5x14=1,1	5x19=1,35	
5x5=25	5x10=50	5x15=1,15	5x20=1,40	

6x1=6	6x6=36	6x11=1,06	6x16=1,36	6x30=3
6x2=12	6x7=42	6x12=1,12	6x17=1,42	6x40=4
6x3=18	6x8=48	6x13=1,18	6x18=1,48	6x50=5
6x4=24	6x9=54	6x14=1,24	6x19=1,54	
6x5=30	6x10=1	6x15=1,30	6x20=2	

1.4. Eski Yunanlılar (M.Ö. 600)

1.4.1. Sayı Sembolleri

Eski Yunanda kullanılan ilk sayı sitemi, onluk sitemde olup, daha önce Eski Mısırlıların kullandıklarından yöntem olarak pek farklı değildi. Belirli sayıların sembolleri vardı ve tüm sayılar bu sembollerle ifade ediliyordu.

Fakat bu sistemde**,** Mısır'da kullanılandan farklı olarak, büyük sayılar, küçüklerin yan yana yazılmasıyla değil, küçüklerin birlikte kullanılmasıyla oluşturulan yeni sembollerle ifade ediliyordu. Ve bu yeni semboller tek türlü değil, yöresel olarak değişiyordu.

Yunanlılar tarafından M.Ö. 450 ile M.Ö.85 yılları arasında kullanılan bir sayı sistemi ise "HERODONİAN" diye isimlendirilen aşağıdaki sistem idi.

Tablo 3. Antik Yunan Sayıları

Δ	𐅄	H	𐅅	X	𐅆	M	𐅇
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000

I	II	III	IIII	Γ	ΓI	ΓII	ΓIII	ΓIIII	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(http://brahms.emu.edu.tr/ersin/documents/mate%20417/MATE%20417-%20Donem3.pdf)

Yunanlılarda sayılar, sayıları ifade etmekte kullanılan kelimelerin ilk harfiyle gösterilmiştir. Bu sistemden sonra, ikinci olarak Antik Yunan döneminde alfabetik sayı sistemi kullanılmıştır. Bu sistemde sayıların sembolleri alfabenin harfleri idi.

Tablo 4. Alfabetik Yunan sayıları

	ALFABE	SEMBOLLER
1	Alpha	α
2	Beta	β
3	Gamma	γ
4	Delta	δ
5	Epsilon	ε
6	Digamma	ϛ
7	Zeta	ζ
8	Eta	η
9	Theta	θ
10	İota	ι
20	Kapa	κ
30	Lambda	λ
40	Mu	μ
50	Nu	ν
60	Ksi	ξ
70	Omicron	ο
80	Pi	π
90	Koppa	ϙ
100	Rho	ρ
200	Sigma	σ
300	Tau	τ
400	Upsilon	υ
500	Phi	φ
600	Chi	χ
700	Psi	ψ
800	Omega	Ω
900	San	ϡ

Önceki sistemde olduğu gibi bu sistemde de daha büyük sayılar, küçüklerin beraber kullanımıyla oluşturulan yeni simgelerle gösteriliyordu.

1.4.2. Sayı Sistemi ve Sayılarla İşlemler

Antik yunanda kullanılan ilk sayı sistemi, onluk sistemdir. Bu sistem Mısırlıların kullandıkları sistemden pek de farklı değildir.

Büyük sayılar için; birim sayının soluna yerleştirilen virgül işareti, verilen sayının bin ile çarpılmış halinin gösteriyordu. Örnek olarak ‚β sayısı 2000 sayısını gösteriyordu 1-9999'a kadar olan sayıların sağına yerleştirilen M harfi sayının 10000 ile çarpılmış halini gösteriyordu. Örnek olarak δM sayısı 40000 sayısını, νM sayısı 500000 sayısını gösteriyordu.

Daha da büyük sayılar için 10000 sayısının üstleri kullanıldı. Örnek olarak εMM sayısı $5x10000^2$ sayısını gösteriyordu. Sayının alfabeden ayırt edilebilmesi için sayının sonunda bir tırnak işareti veya rakam gösteren harflerin üstüne çizgi konuyordu.

Sayıları yazarken en solda en büyük rakamı ve en sağda ise en küçük rakamı kullanıyorlardı. Sayı yeteri kadar açık olduğu zaman virgül işaretini kullanma ihtiyacı duymuyorlardı. Örnek olarak; Çarpma işlemini, önce büyük sayıların çarpımı ile başlayarak küçüklerin çarpımı ile işlemi bitiriyor ve daha sonra bunların tümünü toplayarak çarpımı elde ediyorlardı.

Örneğin;

- 25x36 = (20+5)x(30+6)=20x30+20x6+5x30+5x6 = 900
- $\sigma \lambda \varepsilon$ = 200+30+5 =235
- $\psi \pi \delta$ =700 + 80 + 4 =784

1.5. Romalılar (M.S. 400)

1.5.1. Sayı Sembolleri ve işlemler

Tablo 5. Roma Rakamları

Roma sayma düzeninde	I	V	X	L	C	D	M
Onluk sayma düzeni	1	5	10	50	100	500	1000

İlk defa Romalılar tarafından kullanıldığı için Roma rakamları adını alan bu semboller, Romalıların alfabelerinden 7 ayrı harf, rakamları göstermek için kullanılırdı.

Roma alfabesinin harfleri kullanılarak elde edilen rakamlara örnek verilecek olunursa;

200=CC	60=XXXXXX=IVC	
100-10=900= XC	49≠IC	49=XLIX
10+1=11=XI	54=LIV	43=XLIII
100+10=110=CX	63=LXII	505=VD

Küçük değer ifade eden harflerin soluna büyük değer ifade eden harf yazıldığında, bu değer çıkarılarak sonuç elde edilebilir. Küçük değerli harfler, büyük değerli harflerin soluna yazıldığında, büyük değerlerden küçük değer çıkarılarak farkı gösteren sayı elde edilir.

Roma rakamları yazılırken kullanılan 7 ayrı harf için bazı kurallar vardı. Bu kurallar şu şekilde açıklanabilir; I, X, C harfleri üçten fazla yan yana gelmez; V, L, D, M harfleri de birden fazla yazılmaz. I, sadece X ve V den çıkarılabilir; X, sadece L ve C den çıkarılabilir; C, sadece D ve M den çıkarılabilir.

Roma sayma sistemi toplama ve çıkarma işlemine dayanır, bu sistemde çarpma ve bölme yapabilmek olanaklı değildir. Ayrıca roma sayma sisteminde basamak kavramı yoktur ve bir tabana dayanmaz.

CCXXXII	232	MMCCCII	2302
CCCCXIII	413	+ MCCIII	1203
MCCXXXI	1231	MMMDV	3505
+ MDCCCLII	1852		
MMMDCCXXVIII	3728		

1.6. Hintliler (M.S. 700)

Hintliler sayıların gösteriminde iki farklı rakam grubu kullanmışlardır. Bunlar doğulular arasında kullanılan Hint Rakamları ve batılılar arasında kullanılan Gubar Rakamlarıdır.

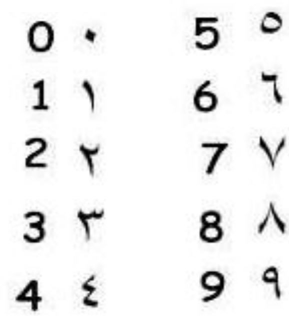
"Basamak değeri sisteminde yeni sembol üretmek yerine, kullanılan rakamların pozisyonu ve sırası büyük sayıyı belirtmektedir. Üzerinde numaralar bulunan ilk metin Kharosthi el yazmasıdır. Bu metin bugünkü Afganistan'da bulunmuş olup, sağdan sola doğru yazılmış bir metindir. Basamak değeri kullanımına ilişkin veriler içermemektedir.

Diğer bulgu da M.Ö.1000 de yazıldığı düşünülen Brahmi metnidir. Bu metinde ilk defa rakamların sembolleri belirtilmiştir ve bu metin Hindistan yarım adasında bulunan diğer tüm metinlere kaynak olmuştur.

Bugün kullandığımız ondalık sistemin ve basamak değeri mantığının ilk olarak içeren metin ise M.Ö.100 yılından kalma olduğu tahmin edilen Nagri metnidir."
(Tuncay, N. ,2012)

Günümüzde kullandığımız sayı sistemine Hint-Arap sayı sistemi diyoruz. Ondalık basamaklı sayı sistemi, Hindistan'dan Arap yarımadasına, oradan da İslam İmparatorluğu'nun genişlemesine parelel olarak Kuzey Afrika ve Endülüs üzerinden Avrupa'ya ulaşmıştır. [45]

Tablo 6. Hint sayıları

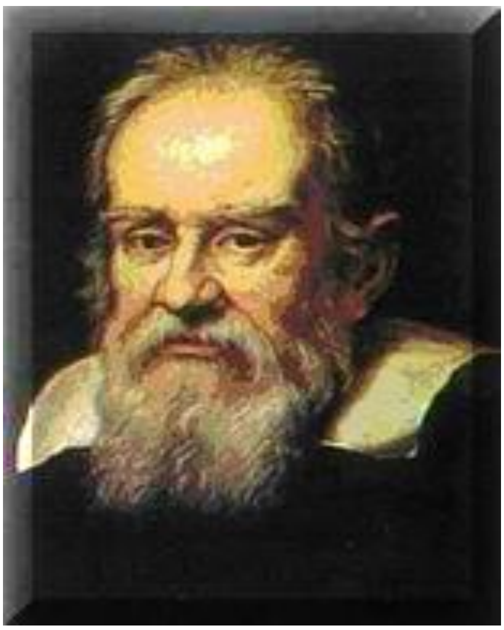


(https://matematikkolik.files.wordpress.com/2011/04/rakam1.jpg)

16. yy’a kadar rakamlar 9 tane idi. 16. yy da rakamların şeklinin değişmesi ve sıfırın katılımıyla on rakam olarak farklılaşmıştır.
Ayrıca Hintliler de onluk sayı sistemi kullanmışlardır.

Bazı Önemli Matematikçiler

Archimedes (Arşimet) (M.Ö. 287-M.Ö. 212)



Eski Yunan matematikçi ve fizikçisidir. Genç yaşta öğrenimini tamamlamak ve ünlü bilim adamı Eukleides’ in derslerini izlemek üzere Antik çağın kültür merkezi olan İskenderi’ ye gitti.

Yer kürenin çevresini zamanına göre çok iyi bir yaklaşımla veren Eratusthenes ile tanıştı. Yurduna döndükten sonra kendini tamamıyla ilmi çalışmalara adadı.

Matematik, fizik ve astronomi üzerinde çalıştı. İlk olarak Arşimet daire çevresinin çapına oran olan pi sayısını ($\pi = 22/7 = 3,14\ldots$), daire içine ve dışına çizilmiş düzgün çokgenler yardımıyla yaklaşıklıkla veren bir metot ortaya koydu.

Çok büyük sayıları kolaylıkla belirtmeye yarayan bir yöntem bularak Yunan sayı sistemini geliştirdi. Yayların toplama ve çıkarma formüllerini buldu. Koniklerin (elips, parabol, hiperbol) kendi çevresinde dönmesiyle oluşan geometrik şekilleri inceledi. Arşimet ‘in mekanik alanda da başarıları vardır. Sonsuz vidanın hareketli makaranın, palanganın ve dişli çarkın bulucusu olarak tanınır. “Bana bir dayanak noktası gösterin dünyayı yerinden oynatayım” sözü Arşimet’e aittir. [40]

Kurumsal çalışmaları yanında bazı pratik çalışmaları da vardır. Bunlardan en ünlüsü rivayete göre; italya'da Sicilya Adası'nın güneyinde bir kent devleti... Syracusa. Kral Hieron kuyumcularına altından bir saç ısmarlamıştır. Taç kısa sürede işlenir ve getirilir.Ne var ki sarayın kuyumcularının altına gümüş karıştırdıklarından şüphe edilmektedir. Kral, çok sevdiği ve güvendiği bilge adamı, Arşimet'i çağırır, durumu anlatır ve, "Tacımın saf altından olup olmadığını anlayabilir misin?" diye sorar, "Fakat sakın denemelerin sırasında tacıma zarar verme." O günün şartlarında çok zor bir problemdir bu. Çünkü milattan önceki yıllarda geçmektedir olay. Yani bundan yaklaşık 2200 yıl kadar önce.

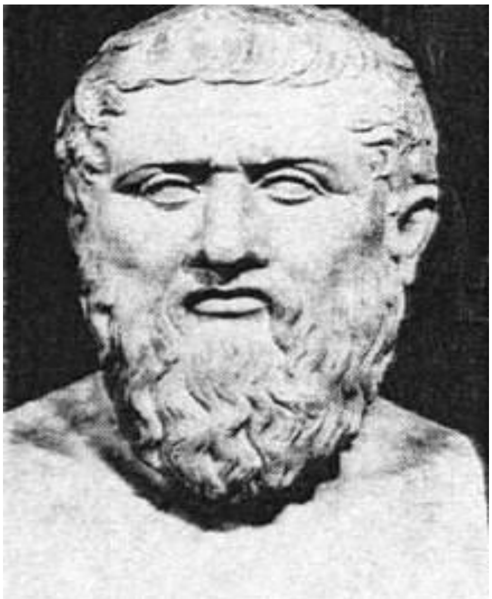
Arşimet günlerce, gecelerce düşünür sorunun yanıtını. Kuyumcular, işinin ehlidir. Böyle bir hile yaptılarsa bile, bunu görünüşten anlamak neredeyse imkânsızdır. Tarihte Arşimet'in bir gün çıplak bir halde hamamdan çıkıp eve doğru koştuğu ve "Euroka!" diye bağırdığı anlatılır. Yani "Buldum!" diyerek.

Gerçekten de sorunun yanıtını bulmuştur ünlü filozof. Hem de hiç ummadığı bir yerde ve hiç ummadığı zamanda. Küvete girdiğinde, su küvetin kenarlarından taşar. O an aklında bir şimşek çakar. Tacı da suya batıracak ve ne kadar su taştığını ölçecektir. Daha sonra, taçla aynı ağırlıkta bir altın külçesini de aynı şekilde suya batıracak ve bu kez taşan suyun hacmiyle karşılaştıracaktır.
Her iki durumda taşan su miktarları eşit çıkarsa tacın saf altından olduğu anlaşılacaktır. Ne var ki, sonuç böyle çıkmaz. Tacın taşırdığı su miktarı daha fazladır. Arşimet daha sonra taca karıştırılan gümüş miktarını da hesaplar.

Kuyumcuların cezalandırılmasıyla sonuçlanan bu olay, Arşimet ilkesi olarak bilinen ilkenin ortaya çıkmasını sağlayacak, sıvılar üzerine yaptığı deneyler sonucunda Arşimet şu değişmez ilkeyi ortaya koyacaktır.

Bir nesne sıvıya batırıldığında taşırdığı sıvının ağırlığına eşit bir kuvvetle yukarı itilir. Suya batırılan cisim, taşırdığı sıvının ağırlığından ağırsa batar; ağırlığı, taşırdığı suyun ağırlığına eşitse yüzer.[41]

Pythagoras (Pisagor) (yaklaşık M.Ö. 580- M.Ö. 500)



Pisagor, M.Ö. 580-M.Ö.500 tarihleri arasında yaşamış olan İyonlu filozof, matematikçi ve Pisagorculuk olarak bilinen akımın kurucusudur.

En iyi bilinen önermesi; adı ile anılan Pisagor Teoremidir. “ Sayıların babası” olarak bilinir. Pisagor ve öğrencileri her şeyin matematik ile ilgili olduğuna; sayıların nihai gerçek olduğuna; matematik aracılığıyla her şeyin tahmin edilebileceğine ve ölçülebileceğine inanmışlardır.

Kendisi filozof yani bilgeliğin dostu olarak adlandırılan ilk kişiydi. Pisagor düşüncelerini yazı ile yaymadığı için onun hakkında bildiklerimiz öğrencilerinin yazıklarında anlattıkları ile sınırlıdır. Pisagor’a atfedilen birçok eser gerçekte onun öğrencilerinin olabilir.

Sisam adasında doğan Pisagor, Pherekydes’in öğrencisi oldu, onun ölümünden sonra Hermodamas’ın öğrencisi oldu. Yurdundan ayrılarak Mısır’a geldi. Antiphon’un “ Erdemde Sivrilenler Üzerine” adlı eserinde söylendiğine göre, Mısırlıların dilini öğrendi. Daha sonra Sisam adasına geri döndüğünde yurdunun tiran Polykrates’in baskısı altında olduğunu görünce İtalya’nın güneyindeki bir Yunan kenti olan Kroton’a gitti. Burada efsanevi şarkıcı Orpheus’un kurduğu Orfeusçuluğun etkisinde gizli dinsel bir topluluk kurdu. Kroton’da kurduğu bu topluluk siyasi bir rol de üstlenmiştir. Topluluktakiler kendilerini matematikçiler (mathematikhoi) olarak adlandırıyorlardı. Bunlar okulda yaşıyorlardı ve kişisel hiçbir şeye sahip değillerdi. Ruh göçü öğretisi etkisinde et yemiyorlardı. Komşu bölgelerde yaşayan öğrencilerin de katılmalarına izin veriliyordu. Bu öğrenciler ise dinleyiciler olarak adlandırılıyorlardı. Matematikçilerin tersine dinleyicilerin et yemelerine ve kendi eşyalarına sahip olmalarına izin vardı.

Brahmagupta (598-670)

Bahmagupta Hindistan’da yaşamış, matematik ve astronomi üzerine önemli eserler yazmıştır. Bunlar arasında özellikle Brahmasphutasiddhanta (Evrenin Açılışı) çok ünlüdür. Bu kitap 25 bölümden oluşmaktadır. İkinci bir eseri ise Khandakhadyaka'dır. Bu kitabı 665 de 67 yaşında iken yazmıştır. O devirde Hindistan'daki matematik dünyasının merkezi sayılan Ujjain'deki gözlem evinin başına getirildi. Brahmagupta'nın sıfır sayısını bulan kişi olduğu sanılmaktadır. [45]

Sıfırın bu günkü anlamdakine en yakın kullanımı, Brahmagupta'nın Brahmasputha Siddhanta adlı eserinde anlatılmaktadır. MS 628 tarihini taşıyan bu eserinde Brahmagupta, sıfır ile dört işlemin kurallarını sıralar. Toplama, çıkarma ve çarpmada sorunsuz sıyrılan Brahmagupta, bölmede zorlanmaktadır. Şöyle diyor:
"-Herhangi bir pozitif ya da negatif sayının sıfır ile bölünmesi durumunda, sonuç paydasında sıfır bulunan bir kesirdir".
"-Herhangi bir pozitif ya da negatif sayı tarafından bölünen sıfır, ya sıfırdır veya payında sıfır, paydasında bir sayı bulunan kesirdir."
"-Sıfır bölü sıfır, sıfırdır."
Daha sonraki yıllarda tanımsız olarak kabul edilen sıfırla bölme işlemi gerçekten hala kafalarımızı karıştırmaya devam ediyor. Halbuki sıfır'ın bir sayıyla bölünmesinde hiçbir sorun yok. Sıfır bölü sıfır ise sıfır değil; o da tanımsız.[46]

Brahmagupta'nın gök bilime de önemli katkıları vardır. Bazı gezegenlerin hareketlerini inceledi, Ay ve Güneş tutulmalarıyla ilgilendi.

Harezmi (780- 850)

Harezmi, Tam adı Ebu Abdullah Muhammed Bin Musa el-Harezmi olan bu büyük bilim adamı, Horasan'ın az kuzeyinde Harezm bölgesinin Hive şehrinde 780 yılında doğmuştur. Harezmi, Harzem Türküdür ve Müslüman dır. Harezm'de temel eğitimini alan Harezmi gençlinin ilk yıllarında Bağdat'taki ileri bilim atmosferinin varlığını öğrenir. Dönemin bilgi merkezi ve şehri olan Bağdat'a ilim öğrenmek için gitti. Burada kıymetli İslam alimlerinden ders aldı ve kendini yetiştirdi. Daha sonra da Bağdat'ta bulunan Bilim Akademisi Darülhikme'de görev alan Harezmi matematik, coğrafya ve astronomi dallarında çalışmalar yapmıştır. 70 tane bilim adamıyla birlikte çalışarak 830 yılında bir dünya haritası çizmiştir. Dünyanın çevresini ve hacmini hesaplama çalışmalarında yer almıştır. Güneş saatleri, usturlaplar ve saatler üzerine yazılmış eserleri de vardır.

830 senesinde heyet başkanı olarak ilmi araştırmalar yapmak için Afganistan yoluyla Hindistan'a gitti. Halifenin isteğiyle Bağdat'taki Şamasiye ve Şam'daki Kasiyûn rasathanelerindeki rasat heyetiyle, yeryüzünün bir derecelik meridyen yayının uzunluğunu ölçmek için Sincar Ovasına gönderildi. Harezmî, Batlamyus'un astronomik cetvellerini de düzeltti. Güneş ve ay tutulmasına dair incelemelerini topladığı Zîcü'l-Harezmî adlı eserinde ise, astronomi için gerekli trigonometri bilgi ve cetvellerini verdi. Matematik'te ilk kez sıfırı kullanan Harezmi, bugünkü cebir ve trigonometrinin kurucusu sayılır. Birinci ve ikinci dereceden denklemleri analitik metotla, tek bilinmeyenli denklemleri ise cebirsel ve geometrik metodlarla çözmenin yollarını buldu. Matematik alanına Cebir kavramını sokan Harezmi ilgi duyduğu matematik, coğrafya ve astronomi dallarında da birçok eser yazdı

Şu andaki haliyle sıfır sayısının kullanılmasını sağlayan kişi matematik ve gökbilimci Hârizmî'dir. Hârizmî, Hindistan'da bulunduğu dönemde Brahmagupta'nın çalışmalarından etkilenmiş ve bu sayıyı geliştirerek kullanmıştır. Sıfır ve diğer dokuz rakam ile aritmetik işlemlerin nasıl yapılacağını adım adım gösteren insandır. Ayrıca Harezmî "cebirin babası" olarak kabul edilen büyük bir matematikçidir[44]

Harezmi, 850 yılında Bağdat'ta 70 yaşında vefat etmiştir. Üç oğlu olup, hepsi de matematik ilmi üzerinde ciddi çalışmalarıyla tanınır. [42]

Leonardo Fibonacci (1170-1250)

Leonardo Fibonacci, (Pisalı Leonardo, Leonardo Pisano d. 1170, ö. 1250), yaygın olarak ismiyle Fibonacci diye anılan, orta çağın en yetenekli matematikçisi olarak kabul edilen İtalyan matematikçi.

Fibonacci için, matematiği Araplardan alıp, Avrupaya aktaran kişidir denebilir. Yaşamı hakkında matematik yazıları dışında pek az şey biliniyor. İlk ve en iyi bilinen kitabı Liber Abaci'nin yazıldığı 1202 tarihine bakılırsa, 1170 dolayında doğmuş olabileceği sanılıyor.

İtalya'nın Pisa kentinde doğmuş olması olası. Fibonacci Hindu – Arap sayılarını batıya tanıtmakla çok büyük bir katkıda bulundu.

Adı orta çağın en büyük matematikçileri arasında geçen Fibonacci'nin hayatı ile ilgili pek fazla bilgi bulunmamaktadır. İtalya'nın Pisa şehrinde 1170'li yıllarda doğduğu sanılmakta, babasının işi nedeniyle Kuzey Afrika'ya ve Cezayir'e gittiği ve burada Arap hocalardan matematik dersleri aldığı bilinmektedir. Hint-Arap sayılarını (1, 2, 3...) öğrenerek, bunları Avrupa'ya tanıtmıştır. Bu bakımdan Fibonacci, matematiği Araplardan alıp Avrupa'ya tanıtan kişi olarak anılır.

"Fibonacci sayıları" ve özellikle "Altın Oran", matematikçilerin oldukça ilgisini çekmiş ve birçok araştırmaya konu olmuş bulgulardır. Bunun sebepleri; Fibonacci dizisindeki sayıların oranı olan 0,61803... sayısıdır ki buna "Altın Oran" denilmektedir.

Fibonacci sayıları:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765…

Altın Oran:

3/2= 1,500	13/8=1,625	144/89=1,618
5/3=1,666	21/13=1,619	233/144=1,618
8/5=1,600	55/34=1,617	377/233=1,618 . . .

Tarihte oyun kartlarından piramitlerin yapımına kadar birçok alanda kullanılmış olması, sayı teorilerinde ortaya çıkması ve doğada birçok varlıkta gözlemlenmesidir.

İlk olarak 1202'de yazdığı Liber Abaci "The Book of Calculation" kitabının yeni versiyonunu 1228'de tamamlayan Fibonacci'nin, "Practica Geometria The Practice of Geometry" (1220) , Flos "The flower" (1225) ve Liber Quadratorum "The Book of Square Numbers" (1225) kitapları ise matematik alanında ele almış olduğu diğer eserlerdir. Bu kitapların içinde en ünlü olanı, Fibonacci sayılarıyla Altın Oran'ın anlatıldığı "Liber Abaci"dir. Kitapta karşılaşılan bir problemin çözümünde Fibonacci dizisi anlatılmaktadır.

Leonardo Fibonacci, her sayının, kendinden önce gelen sayı ile toplanarak bir sonrakinin elde edildiği sayı dizisini keşfetmiştir. (1 sayısı kendisiyle toplanıp 2 sayısını elde edilir ve 2, kendinden önceki sayı olan 1 ile toplanıp 3, 3 sayısı kendinden önceki 2 ile toplayıp 5 ve bu şekilde, her sayı kendinden önceki ile toplanarak bir sonraki sayı elde edilir) Bu diziye, bulucusuna atfen Fibonacci sayıları denir. Bu sayı dizisi, doğadaki birçok oluşumun düzeninde bulunduğu varsayılan Altın Oran`ı kapsar ve birçok bilimsel araştırmaya dayanak teşkil eder.[43]

SIFIRIN TARİHİ

Sıfır rakamı bulunmadan önce sayıların yazılmasında ve işlemlerdeki yaşanan güçlükleri bir örnekle hatırlayalım. Eski Mısırlılarda rakam ve sayılar bazı işaretlerle belirtiliyordu. Örneğin;

Bir	|	(basit çizgi)		
On	∩	(at nalı)	123	𓍢∩∩|
Yüz	𓍢	(çengel)	214	𓍢𓍢∩||||
Bin	𓆼	(nilüfer çiçeği)	1311	𓆼𓍢𓍢𓍢∩|

. . .

Toplama işlemi ise aşağıdaki gibi yapılıyordu.

768	𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩||||||||	(7 tane çengel, 6 tane at nalı, 8 tane çizgi)
+ 543	+ 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩|||	(5 tane çengel, 4 tane at nalı, 3 tane çizgi)
1311	𓆼 𓍢 𓍢 𓍢 ∩|	(1 tane nilüfer çiçeği, 3 tane çengel, 1 tane çizgi)

İşlemlerdeki bu sıkıntının nedeni, sıfır rakamının tanımlanmamış olmasıdır. Bu durum, Babil sayma sisteminde ve Roma rakamları ile yapılan işlemlerde mevcuttur. Bugün kullandığımız rakamlarla yazdığımız “409” sayısı, M.S.5. yüzyılda Eski Hintliler tarafından, tanımlanmadan önce “4 9” biçiminde sıfır yerine boşluk bırakarak yazılmış, ancak bu durum bir takım karışıklıklara neden olmuştur. Daha sonra “4 . 9” biçiminde, boşluk yerine (.) nokta olarak yazılması düşünülmüş ancak bunundа anlaşılması zor olmuştur. Bu sıkıntıyı ortadan kaldırmak için boşluğu belirtmek üzere “0” sembolü kullanılarak “409” biçiminde yazılması düşünülmüş ve bugünkü biçimi elde edilmiştir.

Bugünkü anlamda dokuz ayrı rakama 0 (sıfır) rakamı ilave ederek hesaplama kuralları ilk defa M.S.632 de Hint bilgini Brahmagupta tarafından ortaya konmuştur. İslam dünyasında sıfırı kullanarak aritmetik işlemleri yapan Harezmidir. M.S.1100 yılından itibaren, Harezminin, Latinceye tercüme edilen eserinden yararlanan batılılar, Müslümanların es-sıfır dedikleri sıfırı, cephirium kelimesi ile ifade etmişler ve bu kelime batı dilinde zero, ziferum, chiffer şeklinde kullanılmaya başlanmış.

Dikkat edilirse, Eski Mısırlılar, Babilliler, Eski Yunanlılar ve Romalılar rakamlar yerine kendi ülkelerinin alfabelerindeki sayıyı ifade eden kelimelerin ilk harflerini rakam olarak almışlar ve bunları kullanarak ortaya konulan sayma sistemleri temel işlemlerin yapılmasında yetersiz kalmıştır. Sayıların yazılışında basamak değeri söz konusu olmadığından, örneğin, Eski Mısırda 987 sayısını ifade etmek için 24 tane işaret kullanmak gerekiyordu.

Bugün kullandığımız onluk sistemin daha önce kullanılmamasının nedeni, sıfır rakamının olmaması idi.

Denilebilir ki sıfırın icadı, insanlığın en büyük keşiflerinden biridir. Bilim tarihinde önemli yer tutan Eski Yunanlılar ve Eski Romalılar kullanılabilir bir sayı sistemi elde edememişlerdir, Avrupalılar, Harezmiden 350 yıl sonra sıfırı kullanmaya başlamışlar ve bu süre zarfında Avrupa'da aritmetik ilminde önemli bir gelişme sağlanamamıştır.

Onluk sistemin kullanılmaya başlanması ile birlikte sayıların basamak değeri söz konusu olmaya başlamıştır. Bu durum sayıların yazılmasında ve işlemlerde büyük kolaylıklar sağlamıştır.

Örneğin,

Eski Mısırlılarda kullanılan aşağıdaki sayıyı alalım;

4 tane yüz   8 tane on   5 tane 1

Eğer sayıyı sağdan sola yazarsak,

(4 tane yüz) (8 tane on) (5 tane 1)

400   80   5   yani sayımız 485 tir.

Dikkat edilirse bugün kullandığımız sayma sistemi ve işlemler, günümüzden beş bin yıl önce kullanılan sistemden anlam olarak fazla farklı değildir. Ancak sıfırın matematiğe girmesi ile birlikte onluk sayma sistemine geçilmiş ve sadece sembol değişiklikleri ile sayıların ifadesi ve işlemlerde kolaylıklar sağlanmıştır.

2. BÖLÜM

GÜNÜMÜZDE DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİ

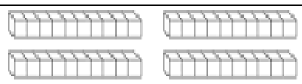
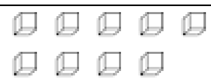
Doğal sayıların öğrenimi okul öncesi çağından önce başlamaktadır. Çocuğun yaşını, boyunu, kilosunu öğrenmesi, yaşıtları ile boylarının farkını kıyaslayabildiğini fark etmesi çocuğun saymaya başladığının örnekleridir. Zamanla para kavramının farkına varması ve paralar arasında büyüklük küçüklük ilişkisi kurması mümkün olmaktadır. Okul öncesi çağına gelen çocuklar ise eşyalar üzerinde azlık çokluk, uzunluk kısalık, kalınlık incelik gibi bazı anlamlar ortaya çıkarabilirler.

Sayıların öğretiminde iki temel yaklaşım görülmektedir. Birinci yaklaşım ritmik saymaların önemini vurgularken, ikinci yaklaşım görsel öğrenmeye önem vermektedir. Sayıların sırasına göre isimlerini öğrenmek “mihaniki sayma”, saymanın bir şeyin ne kadar olduğunu göstermesi “manalı sayma” olarak adlandırılır.

Çocuklar okula başlamadan bile sayılarla ilgili bilgi sahibi oluyorlar. Okul öncesi eğitiminde sayıları tanıyan çocuk ilkokul birinci sınıfa geldiğinde bir sayısının bir taneyi ifade ettiğini, birebir eşleme yöntemi ile fark eder ve bu sayıların belirli bir sıra belirttiğini öğrenir. Öğrendiği sayıları birer birer sıralı sayar ve sonra nesneleri onarlık gruplara ayırır ve onarlık sayar. Böylece öğrenci 100’e kadar olan sayıları birer ve onar ritmik saymayı öğrenmiş olur.

Daha sonraki sınıf seviyesinde sıra bildiren sayıları hatırlar ve deste ve düzine kavramlarıyla tanışır. 100 den küçük sayıların basamaklarını adlandırır ve basamaktaki rakamların basamak değerini belirler.
Örneğin;

Tablo 7. Sayıların basamak değer tablosu

		
Sayı	49	
	4 Onluk	9 Birlik
Basamak Adı	Onlar	Birler
Rakamların basamak değeri	40	9

Ve 100 içinde 5’er, 40 içinde 4’er, 30 içinde 3’er ritmik sayar. 100 den küçük iki doğal sayı arasında karşılaştırma yapar.

Sonraki sınıf seviyesinde, üç basamaklı doğal sayıları öğrenir. Yüzden küçük iki doğal sayıyı sembol kullanarak kıyaslar. Tek, çift sayı kavramını öğrenir. Ayrıca yirmiye kadar Romen rakamlarını öğrenir. Ve 100 içinde 6’şar, 7’şer, 8’er, 9’ar ritmik sayar.

Daha sonra ise dört, beş, altı basamaklı doğal sayıları öğrenir. Ve bu sayıların bölüklerini, basamaklarını ve basamakta ki rakamların basamak değerini belirler ve bu sayıları onluk taban bloklarını da kullanarak çözümler.

Örneğin;

Tablo 8. Sayıların basamak değer tablosu

	Binlikler	Yüzlükler	Onluklar	Birlikler
	1binlik	2 yüzlük	3 onluk	4 onluk
Sayı	**1234**			
Basamak Adları	Binler Basamağı	Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı
Rakamların Basamak Değeri	1000	200	30	4

Grafiği yorumlayacak olursak;

kaç tane binlikten oluştuğunu gösteren basamak binler basamağı,
kaç tane yüzlükten oluştuğunu gösteren basamak yüzler basamağı,
kaç tane onluktan oluştuğunu gösteren basamak onlar basamağı,
kaç tane birlikten oluştuğunu gösteren basamak birler basamağıdır.

Örneğin;

Tablo 9. Sayıların basamak değer ve bölükler tablosu

Bölük Adı	Binler Bölüğü			Birler Bölüğü		
Basamak Adı	Yüz Binler Bas.	On Binler Bas.	Binler Bas.	Yüzler Bas.	Onlar Bas.	Birler Bas.
Sayı	**662015**					
Rakamların Basamak Değeri	600 000	60 000	2000	0	10	5

309914=300 000+0+9000+900+10+4

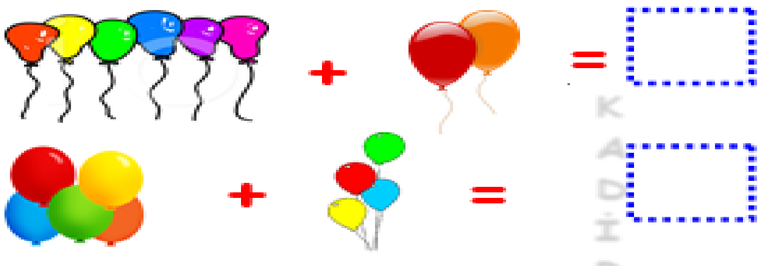
Öğrenci bir sayıyı rakamların basamak değerleri toplamı şeklinde yazarak sayıyı çözümlemiş olur. Ve dört, beş, altı basamaklı sayıları sembol kullanarak sıralamayı öğrenir.

2.1. DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER

2.1.1. TOPLAMA

Toplama işleminin ekleme, çoğalma olduğunu fark eden öğrenci sayısı belirli nesneleri bir araya getirdiğinde toplam nesne sayısını söylerken toplama işlemi yaptığını fark eder. 1 ile 20 arasında iki sayıyı toplar.

Örneğin;



Şekil 5. Basit toplama işlemi

(http://kadirorenilkokulodevleri.blogspot.com.tr/2014/10/1-snf-basit-toplama-islemi-2.html)

Daha sonra toplama işlemini alt alta veya yan yana modelleyerek gösterir. Toplama işleminin sembolünün + olduğu öğretilir. Ve toplama işleminde verilmeyen toplamı bulur. Ve aşağıdaki örneklere benzer örnekleri çözer.

$$\begin{array}{r} 6 \\ +\ 3 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ +\ 2 \\ \hline 17 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +\ 8 \\ \hline 24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ +\ 6 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ +\ 5 \\ \hline 32 \end{array}$$

Toplama işleminde sıfır’ın etkisinin olmadığı modellerle öğrenciye açıklanır.

Örneğin;

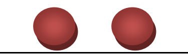
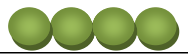
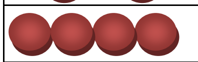
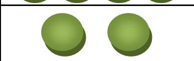
Şekil 6. 0(sıfır) ‘ın toplama işlemine etkisinin modellenmesi

(http://www.egitimhane.com/1-sinif-matematik-ilk-toplama-etkinligi-d161208.html)

6 tane baykuş'u "0 (sıfır tane baykuş)" ile toplarsak sonuç yine 6 tane baykuş eder, gibi örnekler verilebilir.

Bazı toplamların sonucunun aynı sayıyı vereceği fark ettirilir. Örneğin, 4 yeşil elma ile 2 kırmızı elmanın da toplamda 6 tane elma olduğu, 2 yeşil elma ile 4 kırmızı elmanın da toplamda 6 elma olduğu gösterilir ve sayılarla toplama işlemine örnekler verilir.

Ve toplama işleminde toplamların yeri değişse de sonucun değişmeyeceği fark ettirilir.

		2+4=6
		4+2=6

Şekil 7. Toplama işleminde değişme özelliği

Daha sonraki sınıf seviyesinde 100'e kadar olan sayıları eldesiz ve eldeli toplar. Toplama işleminde verilmeyen toplamı bulur. Aşağıdaki işlemleri yapar.

$$\begin{array}{r} 15 \\ +\,12 \\ \hline 27 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 54 \\ +\,32 \\ \hline 86 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 26 \\ +\,34 \\ \hline 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 38 \\ +\,24 \\ \hline 62 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 68 \\ +\,26 \\ \hline 94 \end{array}$$

Toplama işlemini zihinden yapar.

Örneğin;

24+57=(20+4)+(50+7)= 20+50+4+7 =70+11 = 81

Ya da

24+57 (57'ye 3 ekler 60 a tamamlar)
24+60=84 (60 tamamlamak için eklediği 3'ü sayıdan çıkarır)
84-3=81 ise 24+57 işleminin sonucudur, 24+57=81 dir.

Toplama işlemini tahmin eder .

Örneği;

38+43 (iki sayıda en yakın onluğa yuvarlanır)

↓ ↓

40+40 ise 4+4= 8 tane onluk eder , toplamı tahminen 80 eder.

Ya da

38+43 ise 3 onluk+4 onluk= 7onluk eder yani toplam yaklaşık olarak 70 eder.

İşlemin sonucu ise 38+43=81 dir ve sonuç tahminlerle karşılaştırılır.

Sonraki seviyede ise eldeli eldesiz toplama işlemlerini öğrendiği sayılarla yapar ve 3 basamaklı doğal sayıları en yakın onluğa yuvarlar ve toplama işlemini tahmin eder. Ayrıca toplamı 100'ü geçmeyen iki doğal sayıyı zihinden toplar.

Örneğin;

546+312 (sayıları en yakın onluğa yuvarlar)
546 ise 550, 312 ise 310

Not:

Sayıları en yakın onluğa tamamlarken birler basamağı 5den küçük olan sayıları bir önceki onluğa, birler basamağı 5 ve 5'den büyük olan sayılar ise bir sonraki onluğa yuvarlanır.

İşleme devam edilecek olunursa,

550+310=860 sonucu tahmin edilir.

Ya da

546 sayısında 5 yüzlük ve 4 onluk

312 sayısında 3 yüzlük ve 1 onluk

5+3=8 yüzlük , 4+1=5 onluk ise 800+50=850 tahminine ulaşılır.

İşlemin doğru sunucu ise 546+312=858 'dir, tahminler ve sonuç karşılaştırılır.

Ve daha sonraki sınıf seviyesinde öğrendiği 4 basamaklı doğal sayılarla toplama işlemi yapar. Aşağıdaki gibi örnekleri çözer.

$$\begin{array}{r} 3564 \\ 4567 \\ +\quad 36 \\ \hline 8167 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5289 \\ 348 \\ +\quad 27 \\ \hline 5664 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2596 \\ 3546 \\ +\quad 841 \\ \hline 6983 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1582 \\ 968 \\ +\quad 25 \\ \hline 2575 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7561 \\ 256 \\ +1253 \\ \hline 9070 \end{array}$$

4 basamaklı doğal sayılarla 100'ün katlarını zihinden toplar.

Örneğin; 1400+2600=

2756+800=

4 basamaklı sayıları en yakın yüzlüğe tamamlar. En yakın onluğa yuvarlanırken 5'in üzerindeki rakamların bir üst onluğa, en yakın yüzlüğe yuvarlanan 50'nin üzerindeki sayıların ise bir üst yüzlüğe yuvarlandığı vurgulanmalıdır.

Örneğin; 2684 ise 2700, 3154 ise 3200, 6547 ise 6500

En çok 3 basamaklı iki doğal sayının toplamını; bir önceki seviyelerdekine benzer şekilde, en yakın yüzlüğe yuvarlayarak, son üç basamağın sıfır olduğunu kabul ederek ya da birler bölüğünde bulunan sayıları 250 ve katlarına uygun olanlara yuvarlayarak tahmin eder.

Örneğin;

2546+1346

1) 2546 ise 2500
   1346 ise 1300 olarak en yakın yüzlüğe yuvarlanır ve 2500+1300=3800 tahmininde bulunulur.

2) 2546 ise 2000
   1346 ise 1000 olarak son üç basamak 0 (sıfır) kabul edilir ve işlemin sonucu, 2000+3000=5000 olarak tahmin edilir.

3) 2546 ise 2500
   1346 ise 1250 olarak birler bölüğü 250 ve katlarından uygun olanına yuvarlanır ve 1250+2500=370 olarak işlemin sonucu y-tahmin edilir.

İşlemin doğru sonucu ;

2546+1346=3892 sayısı tahminlerle karşılaştırılır.

En çok 4 basamaklı sayılarla toplama işlemi yapar. 4 basamaklı sayılarla eldeli toplama işlemine bir örnek verecek olursak;

Tablo 10. En çok 4 basamaklı sayılarla eldeli toplama işleminin basamak değer tablosu

	Binlik	**Yüzlük**	**Onluk**	**Birlik**
1687	1 tane	6 tane	8 tane	7 tane birlik
3542	3 tane	5 tane	4 tane	2 tane birlik
1 1687 +3542 29	4 tane binlik	11 tane yüzlük	12 tane onluk =1tane yüzlük+ 2 tane onluk	9 tane birlik
11 1687 +3542 229	4 tane	11+1 =12tane yüzlük =1 tane binlik + 2 tane yüzlük	2 tane onluk	9 tane birlik
111 1687 +3542 5229	4+1=5 tane			9 tane birlik

Yukarıdaki işlem benzer şekilde onluk taban blokları ile de gösterilebilir.

2.1.2. ÇIKARMA

Toplama işlemini öğrenen öğrenci çıkarma işlemini yapmaya başlamadan geriye doğru saymayı öğrenir ve 20 den geriye doğru saymaya başlar. Daha sonra çıkarma işleminin azalma, ayrılma, eksiltme anlamalarını nesneler kullanarak öğrenciye fark ettirilir. Çıkarma işleminin anlamlı kavratıldıktan sonra işlem modelle ifade edilir ve matematik cümlesi yazılır. Ve aşağıdaki örneklere benzer örnekler öğrenciler tarafından çözülür.

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\,0 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ -\,3 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ -\,4 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ -\,3 \\ \hline 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ -\,1 \\ \hline 5 \end{array}$$

Ayrıca bir doğal sayıdan aynı doğal sayı çıkarıldığında 'sıfır' elde edileceği de nesneler kullanılarak öğrenciye fark ettirilir. Ve verilmeyeni bulma işlemleri yaptırılır.

Daha sonraki sınıf seviyesinde ise 100'den küçük, 10'luk bozmayı gerektirmeyen iki doğal sayının farkını bulur. Ve sonrasında onluk bozma onluk sayı tabanlarıyla modellenerek gösterilir ve 10'luk bozmayı gerektiren çıkarma işlemi modellenir ve örneklerle pekiştirilir. Çıkarma işlemini zihinden yapar. Eksilen, çıkan, fark kavramlarını öğrenir.

3 basamaklı sayıları öğrendikten sonra ise en çok 3 basamaklı doğal sayılarla çıkarma işlemi yapar. Ve iki basamaklı doğal sayılarla zihinden çıkarma işlemi yapmayı öğrenir.

Bir sonraki aşamada en çok dört basamaklı sayılarla çıkarma işlemi yapar. Üç basamaklı doğal sayılarla 100'ün katlarını zihinden çıkarır.

Eldeli çıkarma işlemine bir örnek verecek olursak;

Tablo 11. Eldeli çıkarma işleminin basamak değer tablosu

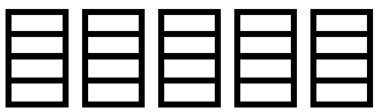
Binler	Yüzler	Onlar	Birler
1 -	2(1) (10) 1	1 onluk bozarsak 5 (4) (14) 7	6 (16) 8
1	1-1=0	14-7=7	16-8= 8

1256-178=1078

2.1.3. ÇARPMA

Sayıları ve sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin anlamlarını öğrenen öğrenciye iki sayının çarpımının ne anlama geldiği modelle açıklanmaktadır. Ve toplamları 20'ye kadar ve toplamları aynı olan toplama işlemlerini, çarpma işlemine dönüştürerek çarpma işlemi yapmaktadır.

Örneğin;



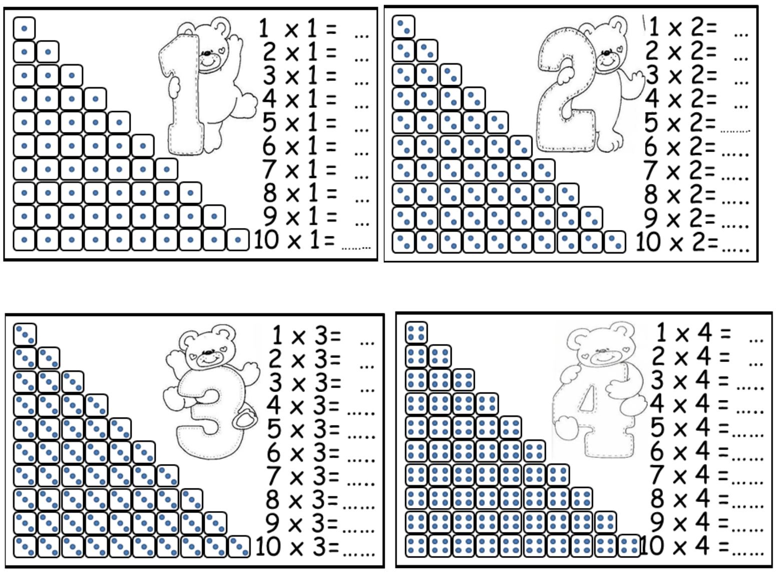
4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20

4 x 5 =20

Şekil 8. Çarpma işleminin toplama işlemi olarak modellenmesi

5 tane 4, 20 eder; 5 kere 4, 20 eder; 5 çarpı 4, 20 eder şeklinde ifade edilir.

10'a kadar olan sayıları 2, 3, 4, 5 sayılarıyla çarpar.



Şekil 9. Çarpım tablosunun toplama işlemi ile modellenmesi

(http://www.sorutest.net/2012/10/2-sinif-carpm-tablosu-ve-pano-afisi.html)

Çarpma işleminde 1 ve 0'ın etkisi açıklanır. Çarpma işleminde 0'ın etkisi gösterilirken, 1 tane sıfırın, sıfır edeceği, 2 tane sıfırın sıfır edeceği gibi örnekler materyallerle gösterilir ve sıfırın ne ile çarpılırsa çarpılsın sıfır sonucu bulunacağı kuralını öğrencilerin fark etmesi sağlanmaktadır.

Sıfır'ın çarpma işlemindeki etkisini anlatırken izlenen yola benzer şekilde bir'in çarpma işlemindeki etkisi anlatılır. 1tane 1'in, 1 edeceği; 2 tane 1'in, 2 edeceği gibi örnekler materyallerle gösterilir ve 1 'in ne ile çarpılırsa çarpılsın o sayının kendisinin elde edileceği bir kurala dönüştürülebileceğinin öğrenciler tarafından fark edilmesi sağlanmaktadır.

Örneğin;

4 x 0 = 0

0 + 0 + 0 + 0 = 0

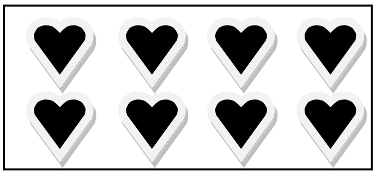
4x1 = 4

1 + 1 + 1 + 1 = 4

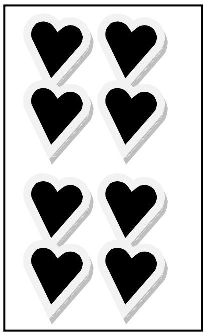
Şekil 10. Çarpma işleminde 0 (sıfır) ve 1'in etkisi

Ve çarpma işleminde çarpanlar yer değiştirdiğinde çarpımın değişmeyeceğinin gösterilmesi sağlanmaktadır.

Örneğin;



2x4=8 tane



4x2=8 tane

Şekil 11. Çarpma işleminin değişme özelliğinin modellenmesi

Yukarıdaki iki şekildeki kalp sayılarının adedi sorulur ve şekil döndürüldüğünde sayının değişmediği fark ettirilir. Ve benzer örneklerle örneğin; 4 tane 3'ün de 12 tane edeceği, 3 tane 4'ün de 12 edeceği gösterilerek çarpma işleminde sayıların yeri değiştirildiğinde sonucun değişmeyeceği fark ettirilmektedir.

Çarpımı 100'ü geçmeyen ve bir çarpanı 10 olan çarpma işlemini zihinden yapmayı öğrenirler. 10 ile çarpma işlemi yapılırken örneğin, 5x10 işleminde 5'in yanına sıfır yazılarak çarpımın bulunacağı örnekler verilerek gösterilir.

Bir sonraki sınıf seviyesinde ise çarpım tablosu oluşturulur.

Tablo 12. Çarpım Tablosu

1 x 1 = 1	2 x 1 = 2	3 x 1 = 3	4 x 1 = 4	5 x 1 = 5
1 x 2 = 2	2 x 2 = 4	3 x 2 = 6	4 x 2 = 8	5 x 2 = 10
1 x 3 = 3	2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	4 x 3 = 12	5 x 3 = 15
1 x 4 = 4	2 x 4 = 8	3 x 4 = 12	4 x 4 = 16	5 x 4 = 20
1 x 5 = 5	2 x 5 = 10	3 x 5 = 15	4 x 5 = 20	5 x 5 = 25
1 x 6 = 6	2 x 6 = 12	3 x 6 = 18	4 x 6 = 24	5 x 6 = 30
1 x 7 = 7	2 x 7 = 14	3 x 7 = 21	4 x 7 = 28	5 x 7 = 35
1 x 8 = 8	2 x 8 = 16	3 x 8 = 24	4 x 8 = 32	5 x 8 = 40
1 x 9 = 9	2 x 9 = 18	3 x 9 = 27	4 x 9 = 36	5 x 9 = 45
1 x 10 = 10	2 x 10 = 20	3 x 10 = 30	4 x 10 = 40	5 x 10 = 50
6 x 1 = 6	7 x 1 = 7	8 x 1 = 8	9 x 1 = 9	10 x 1 = 10
6 x 2 = 12	7 x 2 = 14	8 x 2 = 16	9 x 2 = 18	10 x 2 = 20
6 x 3 = 18	7 x 3 = 21	8 x 3 = 24	9 x 3 = 27	10 x 3 = 30
6 x 4 = 24	7 x 4 = 28	8 x 4 = 32	9 x 4 = 36	10 x 4 = 40
6 x 5 = 30	7 x 5 = 35	8 x 5 = 40	9 x 5 = 45	10 x 5 = 50
6 x 6 = 36	7 x 6 = 42	8 x 6 = 48	9 x 6 = 54	10 x 6 = 60
6 x 7 = 42	7 x 7 = 49	8 x 7 = 56	9 x 7 = 63	10 x 7 = 70
6 x 8 = 48	7 x 8 = 56	8 x 8 = 64	9 x 8 = 72	10 x 8 = 80
6 x 9 = 54	7 x 9 = 63	8 x 9 = 72	9 x 9 = 81	10 x 9 = 90
6 x 10 = 60	7 x 10 = 70	8 x 10 = 80	9 x 10 = 90	10 x 10 = 100

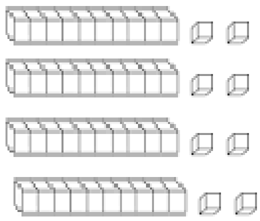
(http://www.umutsinav.com/kategori/php-2)

Yukarıdaki tablonun boş hali öğrencilerle birlikte doldurularak öğrencilerin çarpım tablosunu öğrenmeleri sağlanmaktadır.

Eldeli çarpma işlemi yapar ve elde' nin ne anlama geldiğini açıklar. Önce bir basamaklı doğal sayı ile iki basamaklı doğal sayının, sonra iki basamaklı doğal sayı ile iki basamaklı doğal sayının, da ha sonra da bir basamaklı doğal sayı ile üç basamaklı bir doğal sayının çarpma işlemi yaptırılır.

Örneğin; 4 tane 12 in toplamı olan sayıyı onluk taban bloklarıyla ve çarpma işlemi ile gösterelim.

12+12+12+12+12= 48(4 tane 12   48 eder)



$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{x\ \ 4} \\ 48 \end{array}$$

(4x2=8 tane birlik)   (4x1=4 onluk)

(önce birlikler çarpılır sonra onluklar çarpılır)

Şekil 12. Onluk taban blokları ile çarpma işleminin modellenmesi

Benzer şekilde üç basamaklı bir sayı ile bir basamaklı bir sayının çarpımı da onluk bloklarla gösterilir. Ve yine benzer şekilde eldeli çarpma işlemi modellenir. Örneğin 46 x 2 işleminde birliklerin çarpımından (6x2=12) 1 onluk (elde) ve iki birlik elde edilir, onlukların çarpımından ise (4x2=8 tane onluk) 8 tane onluk elde edilir ve birliklerin çarpımından elde edilen eldeki 1 onluk bu sekiz onluğa eklenir (8+1=9 onluk). Sonuç olarak 46 x 2=92 bulunur. Ve aşağıdakine benzer örnekler çözdürülür.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \underline{x\ 3} \\ 12\ 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{x\ 2} \\ 32 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ \underline{x\,4} \\ 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \underline{x\ \ 3} \\ 96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 40 \\ \underline{x\ 2} \\ 80 \end{array}$$

Ve çarpımları 1000 den küçük olacak şekilde en çok üç basamaklı iki doğal sayıyla çarpma işlemi yapar.

Örneğin;

Tablo 13. Alt alta çarpma işleminin basamak değer tablosunda gösterimi

16x14

Yüzler b.	Onlar b.	Birler b.
	1	6
x	1	4
	2	4
	4	0
	6	0
+ 1	0	0
2	2	4

G

(4x6=24)
(4x10=40)
(10x6=60)
(10x10=100)
(

Üç veya iki basamaklı doğal sayıları yazarken basamaklarda kullanılan sıfırın basamağın yerini tuttuğuna dikkat çekilir. Ve sıfırın matematikte "yokluk anlamına geldiği" veya basamağın yerini tuttuğu belirtilir.

Ayrıca en çok iki basamaklı doğal sayıları 10 ile, 1 basamaklı doğal sayıları 100 ile kısa yoldan çarpar. Örneklerle açıklanacak olursa ;

5x10=**50** 34x10=**340** 372x10=**3720**
(Sayıları 10 ile çarpmak için sayının sonuna bir tane 0 eklenir.)

6x100=**600** 66x100=**6600** 94x100=**9400**
(Sayıları 100 ile çarpmak için sayının sonuna iki tane 0 eklenir.)

4, 5, 6 basamaklı sayıları ve bu sayılarla toplama, çıkarma işlemini öğrenen öğrenci çarpımı en çok 5 basamaklı doğal sayı olacak biçimde iki doğal sayı ile çarpma işlemi yapar.
Aşağıdaki örneklere benzer örnekler çözer.

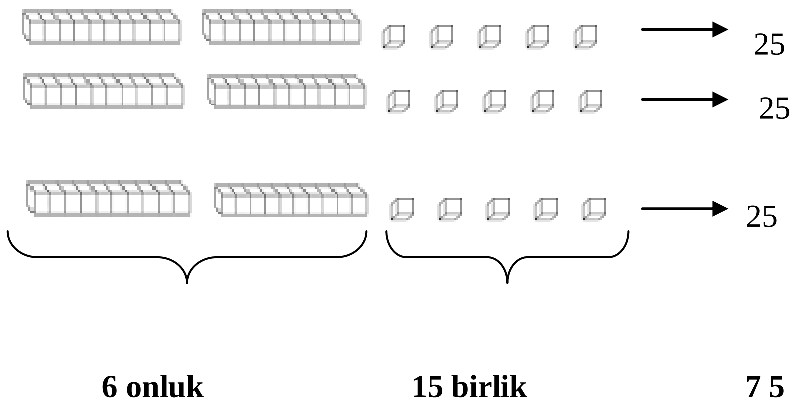
75	58	33	42	26
x 54	x 34	x 50	x 13	x 34
4050	1972	1650	546	884

Ayrıca çarpma işlemini onluk taban blokları ile de modeller.

Örneğin;

3x25 ise

3x25=75

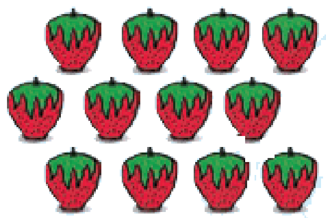


Şekil 13. Onluk taban blokları ile çarpma işlemi

2.1.4. BÖLME

En çok 20 nesneyi 2, 3, 4, 5 eşit gruba ayırır. Ve her gruptaki elaman sayısını belirler.

Örneğin; 12 çileği 3 kişiye eşit şekilde paylaştırdığımızda her kişi kaç çilek alır?

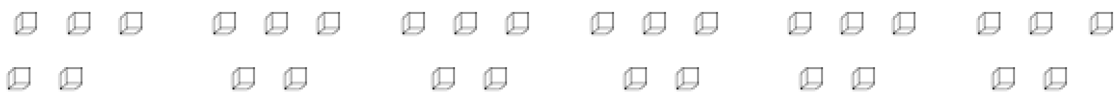


Şekil 14. Bölme işleminim paylaştırma anlamının modellenmesi

(http://testcoz.dersizlesene.com/Ilkogretim/2-Sinif/Matematik-Testleri/Bolme-Islemi-2-755.html)

Bölme işlemini ise ilk olarak ardışık çıkarma işlemi olarak öğrenir.
Örneğin;

30 | 5



Şekil 15. Bölme işleminin paylaştırma anlamının modellenmesi

Yukarıda ki işlemde 30 adet birim küp her grupta 5 adet olacak şekilde gruplandırılmış ve 6 grup oluşmuştur.

30	25	20	1 5	10	5
- 5	- 5	- 5	- 5	-5	-5
25	20	15	1 0	5	0
1.	2.	3.	4.	5.	6. paylaştırma

1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6

30 den başlayarak ard arda 5 sayısını altı kere çıkarma işlemi yapmış oluruz.

30 | 5

- 5 | 1+1+1+1+1+1=6

25

-5 1

20

-5 1

15

-5 1

10

-5 1

5

- 5 1

0

30’ nin içinde kaç tane 5 olduğunu bölme işlemi ile bulabiliriz

30 | 5

-30 | 6 6 x 5=30

00 30 : 5=6

Bir sonraki aşamada ise iki basamaklı doğal sayıları bir basamaklı doğal sayılara böler. Ve daha sonraki sınıf seviyesinde ise zihinden bölme işlemi yapmayı öğrenir. Onluk taban bloklarıyla onluk veya yüzlük bozarak işlemler yapar ve daha sonra bunu sembol kullanarak ifade eder.

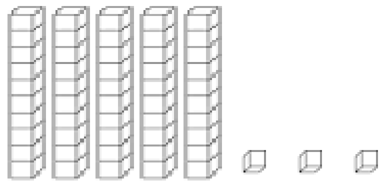
Örneğin ;

53:4 işlemini bir problem cümlesi kurarak, onluk taban bloklarıyla gösterelim,

53 tane misket 4 çocuğa eşit sayıda dağıtılacaktır. Çocukların her birine kaçar tane misket düşer? Geriye misket kalır mı ?

$$\begin{array}{r|l} 53 & 4 \\ \cline{2-2} \underline{-4} & 1 \\ 13\text{(kalan)} & \end{array}$$

Kalan 1 onluk ve 3 birlik 13 birlik eder.



Şekil 16. Bölme işleminin onluk taban blokları ile modellenmesi (1)

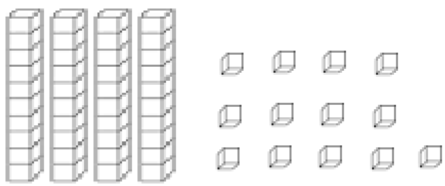
5 tane onluğu 4 eşit gruba ayıralım, her gruba birer onluk düşer ve bir tane onluk

ile 3 tane birlik kalır,

$$\begin{array}{r|l} 53 & 4 \\ \cline{2-2} \underline{-4} & 13 \\ 13 & \\ \underline{-12} & \\ 1 & \end{array}$$

Kalan 13 birlik, 4 gruba eşit olarak dağıtılır. Her gruba 3 er tane birlik düşer,

1 birlik ise geriye kalır.



Şekil 17. Bölme işleminin onluk taban blokları ile modellenmesi (2)

Probleme dönecek olursak, 53 misket 4 çocuğa eşit olarak ancak her birinin 13er tane misketi olacak şekilde dağıtılabilir. Ve bu eşit dağılımın ardından 53 misketten geriye 1 tane misket kalır.

Ayrıca bu bölme işleminde;

53 → **bölünen** (toplam misket sayısı)

4 → **bölen** (kişi sayısı)

13 → **bölüm** (her birine düşen misket sayısı)

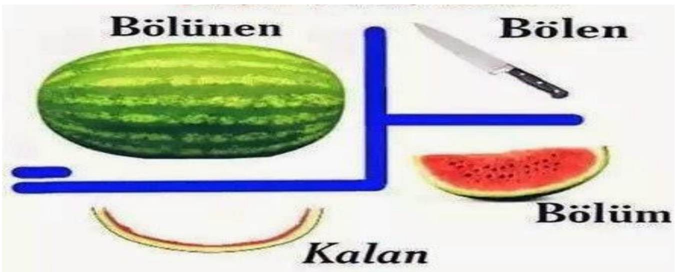
1 → **kalan**

Bölme işleminin ardından ; bir bölme işleminde kalan sayının bölen sayıdan küçük olması gerektiği vurgulanır.

Ve bölme işlemesinin sağlaması yapılırken bölen ile bölüm çarpılır ve sonuca kalan eklenir, bulduğumuz sayı bölünen sayı ise işlemin doğru olduğu söylenir.

Bölünen = Bölen x Bölüm + Kalan

İfadelerin kalıcılığı adına ise aşağıdaki gibi bir görsel kullanılabilir.

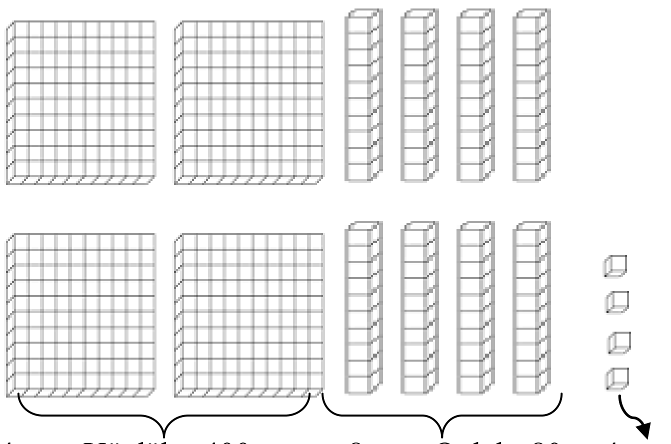


Şekil 18. Bölme işlemini kabaca ifade eden görsel model
(Not: Bölme işlemini tam olarak ifade etmemektedir)

(http://polathoca.blogspot.com/2014/09/ilkokullar-icin-matematikte-bolme.html)

Örneğin;

484:3 bölme işlemini onluk sayı tabanlarını kullanarak gösterelim,

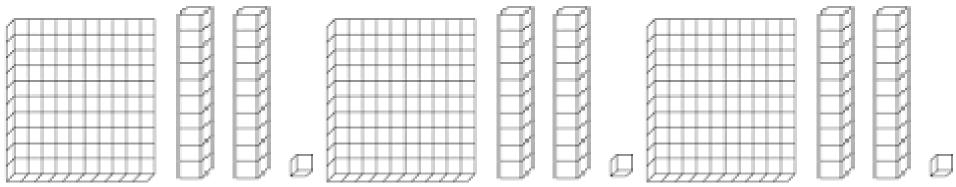


400 + 80 + 4= 484

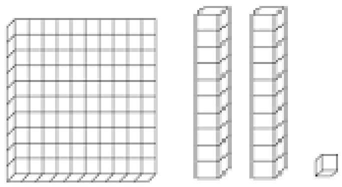
4 tane Yüzlük =400 8 tane Onluk=80 4 tane Birlik=4

Şekil 19. Bölme işleminin onluk taban blokları ile modellenmesi (1)

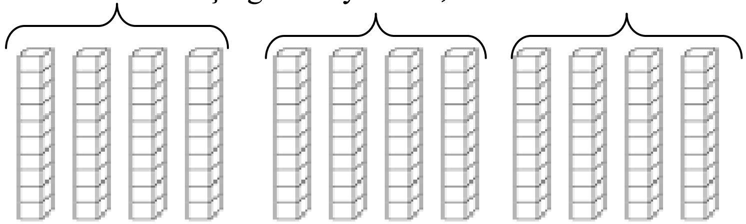
4 tane yüzlük ve 8 tane onluk 3 eşit grup olacak şekilde paylaştırılır. Geriye 1 yüzlük, 2 onluk ve 1 birlik kalır. Kalan yüzlük ise 10 tane onluğa ayrılır. Ve onluklar 3 grup olacak şekilde paylaştırılır.



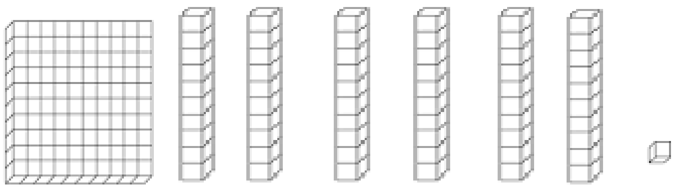
İlk 3 eşit grup oluşturduktan sonra kalanlar;



Kalanları ikinci kez 3 eşit gruba ayırırsak;



Kalan;  (1)

Bölüm;  (161)

Şekil 20 . Bölme işleminin onluk taban blokları ile modellenmesi (2)

Kalan yüzlük 10 tane onluğa ayrıldıktan sona kalan onlukların tümü tekrar 3 parçaya ayrılıp gruplara eklendiğinde geriye 1 tane 1'lik kalır. Yani;

484 | 3

- ___ | 161

1

3. BÖLÜM

GEÇMİŞTE VE GÜNÜMÜZDE DOĞAL SAYILARIN ÖĞRETİMİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

3.1.Sayı sembolleri

Sayılar geçmişte bazı sembollerle ifade ediliyordu. Örneğin; Eski mısırlılar ilk dokuz sayıyı sayı kadar(|) çizgi ile on'u (∩) at nalı ile, yüz'ü(𓍢) çengel ile, bin'i(𓆼) nilüfer çiçeği ile, on bin'i (𓂭)parmak ile, yüz bin'i (𓆐) kurbağa ile, bir milyonu ise(𓁨) dua eden adam figürleri ile ifade ediyorlardı.

Bu sembolleri yan yana yazarak bir sayıyı yazmak büyük sayıları yazarken oldukça zorluk çıkaracak bir durumdu.

Örneğin ;

986 sayısını yazmak için Eski Mısırlılar 23 tane sembol kullanıyorlardı.

986=𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩∩∩||||||

Eski mısırlılardan günümüze gelene kadar bakılacak olunursa başka zaman dilimlerinde de benzer şekilde rakamların farklı sembollerle ve sayılarınsa bu sembollerin yan yana getirilmesiyle ifade edildiği görülebilir. Oysa günümüz harfleri ile geçmişe göre bu sayıyı ifade etmek oldukça kolay, sayıyı ifade edebilmek için kullanmamız gereken sadece 3 tane rakam.

3.2. Sayı Sistemi ve Sayılarla İşlemler

İlk insanlardan bu yana parmak hesabıyla işlemlerin ve hesaplamaların yapılması, onluk sayı sistemini eski toplumlardan günümüze kullanılmasında etkili olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra, onikilik sayı sistemini kullanmış bazı örnekler de tarihin çeşitli dönemlerinde sınırlı da olsa görülmektedir. Mayalar, Aztekler, Keltler ve Basklar eğilince ayak parmağıyla da sayılabileceğini fark etmişler, böylece yirmilik sistemi benimsemişlerdir. Yazının icatçısı olan Sümer'ler ve sıfırı icat eden Babilliler'in altmışlık sayı sistemini benimsedikleri görülmektedir.

Eski mısırlılarda toplama işlemi yapılırken toplanmak istenen semboller alt alta yazılır ve bir araya getirilirdi. 10 tane çizgi bir araya geldiğinde bir tane at nalı, on tane at nalı yan yana geldiğinde bir tane çengel oluşturduğu gibi ifadeler bilinir ve bu şekilde sembollerin bir araya getirilmesi ile toplama işlemi yapılırdı. Çıkarma işleminde benzer şekilde yapıldığı söylenebilir.

Örneğin;

Eski Mısırlılarda toplama işlemi;

| | | | | | | | | | = ∩ = 10 (on tane çizgi = bir tane at nalı)

∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩ = 𓍢 = 100 (on tane at nalı = bir tane çengel)

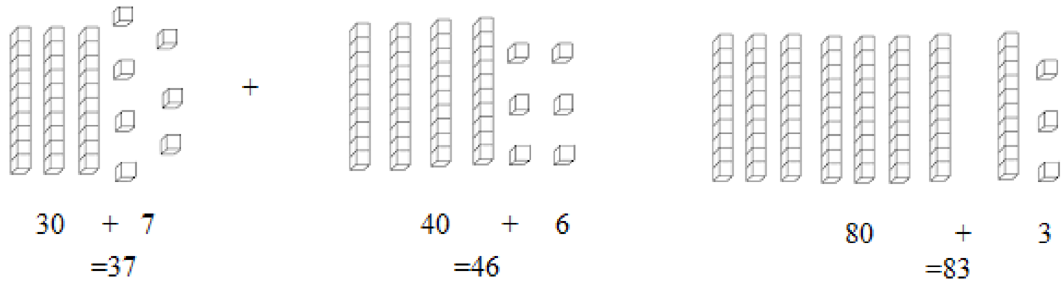
37+46=∩∩∩ | | | | | | | + ∩∩∩∩ | | | | | |

$= \cap\cap\cap\cap\cap\cap\cap\,\underbrace{|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|\,|}\,|\,|\,|$

= ∩∩∩∩∩∩∩ ∩ | | | = 83

Günümüzde toplama işlemi;

37+46=



Şekil 21. Günümüzde toplama işleminin onluk sayı blokları ile modellenmesi

Ancak çarpma ve bölme işlemleri için Eski Mısırlılar farklı bir yöntem kullanırlardı. Birinci bölüm de Eski Mısırlıların sayı sistemleri ve sayılarla işlemleri nasıl yaptıklarından bahsedilirken verilen örnekler ile uygulanan yöntemi tekrar hatırlayacak olursak;

14 x 22 işlemini yaparken 14 ün altına 1 den başlayarak 14 ü geçmeyecek kadar sayılar bir öncekinin iki katı olacak şekilde yazılır. Daha sona 22'nin altına ise bu sayılara karşılık gelecek kadar ilk önce çarpılacak olan ikinci sayı yani 22 yazılır ve iki sütun aynı uzunluğa gelene kadar iki katı alınır.

14 x 22

1 22

*2 44

*4 88

+ * 8 176

İlk sütundan toplamı 14'ü veren sayılar işaretlenir "8+4+2=14" . ikinci sütunda bu işaretli sayılara karşılık gelen sayılar toplanır ise " 44+88+176=308" sayısı elde edilir ki bu sayı 14 ile 22'nin çarpımı 14x22=308'e eşittir.

2016 : 16 işlemini yaparken 16'nın altına 16dan başlamak üzere sayılar 2016'yı geçmeyecek şekilde her sayı bir önceki sayının iki katı alınarak yazılır ve bu sayılara karşılık gelecek şekilde 2016'nın altına ise 1 den başlayarak sayılar bir öncekinin iki katı olacak şekilde yazılır.

2016 : 16

1 16

2 32*

4 64 *

8 128*

16 256*

32 512*

+ 64 1024*

İkinci sütunda toplamı 2016'yı veren sayılar "1024+512+256+128+64+32=2016" işaretlenir ve bu sayılara karşılık gelen birinci sütundaki sayılar toplandığında "2+4+8+16+32+64=126" sayısı elde edilmiş olur ki bu sayı 2016 sayısının 16ya bölümü 2016:16=126'ya eşittir.

Mezopotamyalılar da benzer uygulamalar söz konusuydu. Mezopotamyalılar 60'lık sistemi kullanıyorlardı. Toplama çıkarma işlemini rakamları yan yana yazarak benzer şekilde yapıyorlardı ancak çarpım yapabilmek için günümüzde kullandığımız çarpım tablolarına benzer tablolar oluşturuyorlardı. Kullandığımız çarpım tablosundan farkı ise sayı sistemlerinin farklılığından kaynaklanmaktadır. Mezopotamyalıların kullandığı çarpım tablosuna örnek verilecek olunursa;

7x1=7	7x5=35	7x9=1,03	7x13=1,31	7x17=1,59
7x2=14	7x6=42	7x10=1,10	7x14=1,38	7x18=2,06
7x3=21	7x7=49	7x11=1,17	7x15=1,45	7x19=2,13
7x4=28	7x8=56	7x12=1.24	7x16=1,52	7x20=2,20

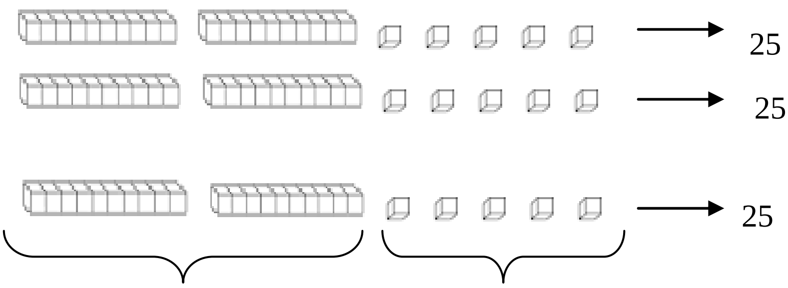
gibidir.

Doğal sayılarla işlemlerin günümüzde nasıl yapıldığına bakılacak olunursa; toplama işleminin bir araya getirme kavramın öğrenciye fark ettirilmesiyle öğrencinin sayarak toplaması sağlanır yani her sayı için belirli semboller kullanıp daha sonra bu sembollerin yan yana getirilmesi ve sembollerin toplamasına lüzum yoktur. Fakat eldeli toplama işleminde bir eldenin bir önceki basamaktaki sayıya ilave edilmesi eski çağlarda yapılan toplama işlemini anımsatmaktadır. Çıkarma işlemi toplama işlemine benzer şekilde yapılmaktadır. Çarpma işlemi ise çarpım tablosu oluşturulma benzerliği ile Mezopotamyalıların yaptığı çarpma işlemini anımsatmaktadır.

Günümüzde ise çarpma ve bölme işlemleri aşağıdaki gibi yapılmaktadır;

3x25 ise

3x25=75



6 onluk **15 birlik** **7 5**

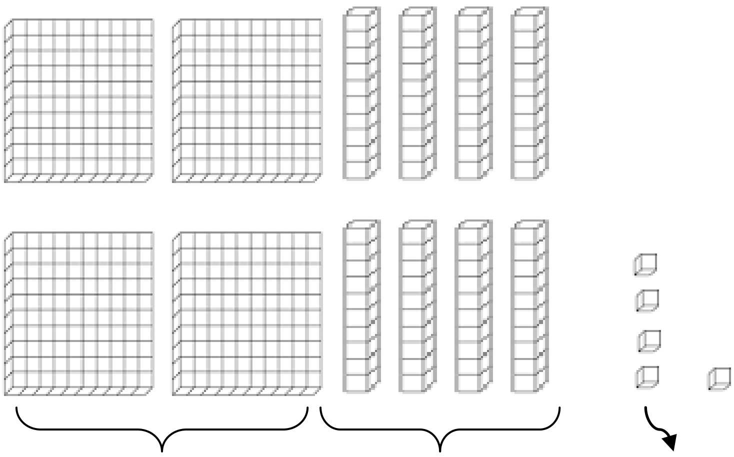
Şekil 22. Onluk taban blokları ile çarpma işlemi

Tablo 14. Alt alta çarpma işleminin basamak değer tablosu ile gösterimi

Yüzler basmağı	Onlar basamağı	Birler basamağı
	1	4
x	2	2
	0	8
	2	0
	8	0
+ 2	0	0
3	**0**	**8**

14 x 22 =308

485:3 bölme işlemini onluk sayı tabanlarını kullanarak gösterelim,

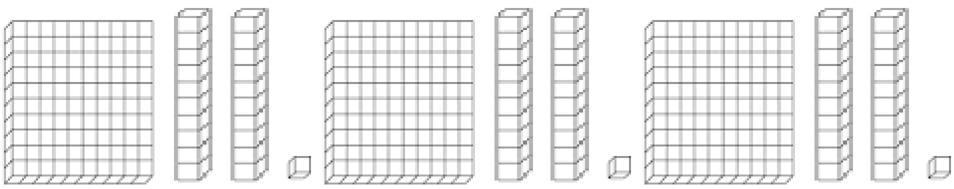


400 + 80 + 5= 485

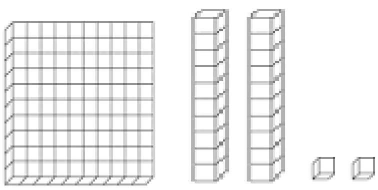
4 tane Yüzlük =400 8 tane Onluk=80 5 tane Birlik=5

Şekil 23. Bölme işleminin onluk taban blokları ile modellenmesi (1)

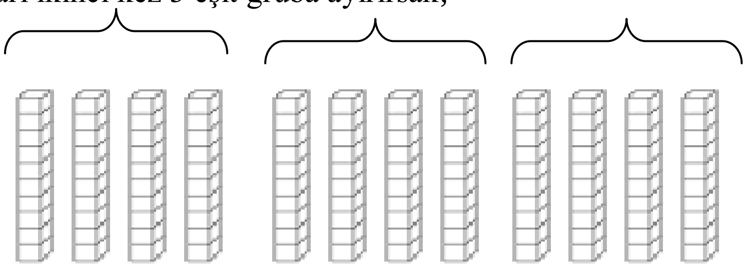
4 tane yüzlük, 8 tane onluk ve 5 tane birlik 3 eşit gruba ayrılırsa geriye 1 yüzlük, 2 onluk ve 2 birlik kalır. Kalan yüzlük ise 10 tane onluğa ayrılır. Ve onluklar 3 eşit gruba paylaştırılır.



İlk 3 grubu eşit paylaştırdıktan sonra kalanlar;



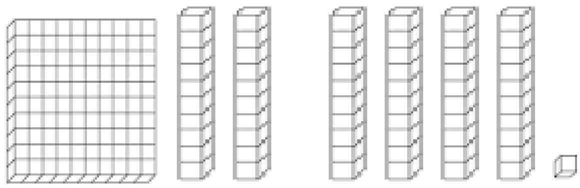
Kalanları ikinci kez 3 eşit gruba ayırırsak;



Kalan;

 (2)

Bölüm;

 (161)

Şekil 24 . Bölme işleminin onluk taban blokları ile modellenmesi (2)

Kalan yüzlük 10 tane onluğa ayrıldıktan sona kalan onlukların tümü tekrar 3 parçaya ayrılıp gruplara eklendiğinde geriye 2 tane 1'lik kalır.

Yani;

485 | 3

\- | 161

2

4. BÖLÜM

ÖNERİLER VE SONUÇ

4.1. ÖNERİLER

1) Milattan önce 3000 li yıllarda Eski mısırlılar sayıları belirli semboller kullanarak isimlendirmişlerdir. Örneğin birden dokuza kadar her bir sayıyı sayı adedi kadar düşey çizgiyle gösterirken bu çizgilerden on adet olduğunda yani on tane birliği ifade etmek için ise at nalını kullanmışlardır. Buna benzer şekilde başka sembollerin varlığı da görülmüştür.

Günümüzde ise Hintlilerden bu yana Arap harfleri olarak da bilinen 0 (sıfır)'dan 9'a kadar olan rakamlar sayıları ifade etmek için kullanılmaktadır. Rakamlar basamak değerlerine göre sıralı bir şekilde soldan sağa doğru en küçük basamak olan birler basamağından başlanmak üzere yazılmaktadır. Kullandığımız bu sistemde büyük sayıları ifade ederken sadece rakamları yan yana yazarak ifade etmek mümkündür. İlköğretim müfredatı incelendiğinde ilköğretim birinci sınıflarda sayıları tanıyan, sayıların sırasına göre isimlerini öğrenerek (mihaniki sayma) ya da saymanın bir şeyin ne kadar olduğunu gösterdiğini (manalı sayma) bilerek saymayı öğrenen ve 20 ye kadar toplama işlemi ve büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarmak üzere 20 den küçük sayılarda çıkarma işlemini de öğrenen öğrencilere ikinci sınıfa geldiklerinde "deste ve düzine" kavramları tanıtılmaktadır. On tane nesnenin bir araya gelmesiyle oluşan topluluğa deste, 12 tane nesnenin bir araya gelmesi ile oluşan topluluğa ise düzine denildiği kavratılmaktadır. Bu tanımların öğretim programında yer alıp almamasının tartışılması gerektiği ayrıca; günümüzde doğal sayıların öğretiminde birlik ve onluk kavramları vardır ancak yüzlük, binlik,… sembolleri mevcut değildir. Geçmişte ki sayı sistemlerinin incelenmesinden sonra günümüzde onluk kavramını ifade ederken deste ifadesi kullanıldığı ancak daha büyük sayıları ifade ederken "yüzlük, binlik, . . . " sembollerinin bulunmaması sebebiyle aşağıdaki gibi bir tabloya ihtiyaç duyulduğu düşünülmektedir.

$\underline{I}$→ Bir	$\underline{Y}$→Yüz	$\underline{M}$→Milyon	$\underline{T}$→Trilyon
$\underline{O}$→On	$\underline{B}$→ Bin	$\overline{\underline{M}}$→Milyar	$\underline{K}$→ Katrilyon …

NOT: Sayıları ifade eden kelimelerin baş harflerini büyük harf kullanarak ve alfabenin harfleri ile karışmaması için ise harfin altına çizgi çekilerek ifade edilmektedir. Sayı büyüdükçe aynı harfle başlayan diğer sayıların karışması için ise büyük sayıyı ifade eden aynı harfin üzerine çizgi çizilmiştir. Ayrıca bu sayılardan daha büyük sayıların varlığı bilinmektedir. Ancak günlük hayatta kullanılmadığı için örneklendirilmeye ihtiyaç duyulmamıştır.

Tablo 15. Sayıların Sembollerle Gösterimi

10 (On) $\underline{O}$	20 (Yirmi) 2$\underline{O}$	30 (Otuz) 3$\underline{O}$	… 90 (Doksan) 9$\underline{O}$	10$\underline{O}$ $\underline{Y}$
100 (Yüz) $\underline{Y}$	200 (İki yüz) 2$\underline{Y}$	300 (Üç yüz) 3$\underline{Y}$	… 900(Dokuz yüz) 9$\underline{Y}$	10$\underline{Y}$ $\underline{B}$
1000 (Bin) $\underline{B}$	2000(İki bin) 2$\underline{B}$	3000(Üç bin) 3$\underline{B}$	… 9000 (Dokuz bin) 9$\underline{B}$	1000$\underline{B}$ $\underline{M}$
Milyon $\underline{M}$	2 Milyon 2$\underline{M}$	3 Milyon 3$\underline{M}$	… 9 Milyon 9$\underline{M}$	1000$\underline{M}$ $\underline{\overline{M}}$
Milyar $\underline{\overline{M}}$	2 Milyar 2$\underline{\overline{M}}$	3 Milyar 3$\underline{\overline{M}}$	… 9 Milyar 9$\underline{\overline{M}}$	1000$\underline{\overline{M}}$ $\underline{T}$
Trilyon $\underline{T}$	2 trilyon 2$\underline{T}$	3 Trilyon 3$\underline{T}$	… 9 Trilyon 9$\underline{T}$	1000$\underline{T}$ $\underline{K}$
Katrilyon $\underline{K}$	2 Katrilyon 2$\underline{K}$	3 Katrilyon 3$\underline{K}$	… 9 Katrilyon 9$\underline{K}$	1000$\underline{K}$ $\underline{\overline{K}}$

$\underline{OI}$=$\underline{O}$ (on tane bir, on eder)

$\underline{OO}$=$\underline{Y}$ (on tane on, yüz eder)

$\underline{OY}$=$\underline{B}$ (on tane yüz, bin eder)

$\underline{BB}$=$\underline{M}$ (bin tane bin , milyon eder)

$\underline{BM}$=$\underline{\overline{M}}$ (bin tane milyon, milyar eder)

$\underline{B\overline{M}}$=$\underline{T}$(bin tane milyar, trilyon eder)

$\underline{BT}$=$\underline{K}$(bin tane trilyon, katrilyon eder)

İşlemler yapılırken ise, örneğin toplama işlemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

386	=	3$\underline{Y}$	8$\underline{O}$	6$\underline{I}$	
$\underline{+827}$	=	$\underline{8Y}$	$\underline{2O}$	$\underline{7I}$	
		12$\underline{Y}$	1$\underline{O}$	3$\underline{I}$	
1213	1$\underline{B}$	2$\underline{Y}$	1$\underline{O}$	3$\underline{I}$	

Benzer şekilde örneklerle ifadenin öğrenciler tarafından algılanması ve anlaşılması kolaylığı sağlanabilir.

2) ilkokul müfredatı incelendiğinde sıfırın toplama ve çıkarma işlemin etkisiz elemanı olduğu birinci sınıf programında ilk olarak toplama işleminde gösterilmektedir. Toplama işleminde sıfır belirli bir topluluğun olduğu bir kutu ile içi boş bir kutu toplandığında ilk kutudaki nesnelerin sayısının toplam nesne sayısına eşit olacağı gibi örneklerle gösterilmektedir. 5+0=5 sıfırın tanımı değil toplama işleminin etkisiz elemanı olma özelliğini ifade etmektedir. Oysa sıfır yokluğu, hiçliği ifade ettiği vurgulanırken ilk olarak çıkarma işleminde sıfırın gösterilmesi örneğin; "Cebimde 5 lira vardı, markete gittim ve paralarımın hepsini harcadım, cebimde ne kadar para kaldı ?" gibi örneklerle sıfırın hiçlik belirttiği anlamı vurgulanmalıdır. 5-5 =0 ifadesi sıfırın tanımına uygun bir örnektir. Bu yüzden sıfırın çıkarma işlemi örnekleri ile tanımı kavratıldıktan sonra, toplama işleminin etkisiz elemanı olma özelliğinden bahsedilmesinin öğrencinin yanılması olasılığını ortadan kaldıracağı gibi, anlam ile çelişmeden bir kavramın öğretilmesini sağlayacağı düşünülmektedir.

3)

Akrep ve yelkovanlı saat (analog saat) Sayısal saat (dijital saat)

Şekil 25. Saat Çeşitleri

(http://onmoda.com/blog/detail/69/YARIN-GECE-SAATLERINIZI-1-SAAT-ILERI-ALMAYI-UNUTMAYIN-)

Onluk sayı sistemi hem diğer sistemlere göre daha kolay, hem de iki elin parmak sayısı on olduğundan parmaklarla sayma ve işlem yapma kolaylığı sağladığından diğer sistemlere nazaran kullanıma daha elverişlidir. Bu sebepler de günümüzde kullanılan onluk sisteminin neden tercih edildiğini açıklayan bazı durumlardandır. Onluk sayı sistemini kullanıyor olmamıza rağmen saat hesabı yaparken 12'lik ve 60'lık sayı sistemlerinin kullanıldığı görülmektedir. İlkokul 4. sınıf ders kitabında yer alan şu ifade: " Akrep ve yelkovanlı saatlerde saniye ibresi 1 dolanım yapınca (sayısal saatte ise saniye göstergesi “00” dan başlayıp “59” a gelip tekrar “00” olunca) 1 dakikalık süre tamamlanır. Bu da 60 saniye eder.” İfadede yer alan saniye göstergesi “00” dan başlayıp “59” a kadar gelip tekrar “00” olunca açıklaması 60 tabanının kullanıldığının göstergesidir. Hatırlanacak olursa Mezopotamyalılarda çivi yazısı bulunduktan sonra Babiller 60’lık sayı sistemini kullanmışlar ve çivi yazısıyla 0 (sıfır) ve sonraki ilk 59 sayıyı farklı sembollerle ifade etmişler ve diğer sayıları da bu sembolleri kullanarak ifade etmişlerdir. Ayrıca hatırlanacak olunursa Mezopotamyalıların sayılarla nasıl işlem yaptığı incelenirken de Mezopotamyalıların çarpım tablolarını kullanarak çarpma işlemi yaptıklarından bahsedilmişti. Çarpım tablosu incelendiğinde 60’ a kadar olan sayıların ifadesinin aynen kaldığı ancak 60’ a gelindiğinde 60 yerine 1 yazıldığı ve bu ifadeden sonraki çarpımlar için sonucun 1’ e eklenerek ifade edildiği görülecektir. Babillerin 60’lık sayı sistemini kullandığı bu bilgilerin varlığından yola çıkılarak ifade edilmekte idi. Ayrıca bazı kaynaklara göre 1 saatin 60 dakika, 1dakikanın 60 saniye oluşunun Babillerden günümüze kalan bir miras olduğu da söylenmektedir. Tekrar saat hesabına dönülecek olunursa 60’lık sistemin kullanıldığı açıktır.

İlköğretim seviyesinde saat-gün, hafta-gün, ay-gün, mevsim-ay, yıl-hafta, yıl-ay ilişkilerini öğrenen öğrenci 1 gün’ün 24 saat olduğunu, 1 haftanın 7 gün olduğunu, 1 yılın ise 12 ay olduğunu ve bu ayların isimlerini ve sıralamasını, saati okumayı, akrep ve yelkovanı, yarım, çeyrek saat kavramlarını, öğleden önce, öğleden sonra kavramlarını ve sayısal saatlerde değişen saat gösterimlerinin farklılığını öğrenir. Daha sonra yıl, ay, hafta, gün arasındaki ilişkiyi ve daha sonra dakika ile saniye arasındaki ilişkiyi açıklar, saat- dakika, dakika-saniye arasındaki dönüşümleri yapar, “7 dakika 13 saniye kaç saniyedir?”, “4 buçuk saat kaç dakikadır?” gibi sorulara cevap verebilecek kadar zaman problemlerinin çözümü hakkında bilgi sahibi olmaktadır.

Örneğin;

Ankara’dan 6 Nisan 2015 Pazartesi günü saat 19:45:36 ‘da Kayseri’ye doğru yola çıkan bir otomobil 4 saat 29 dakika 42 saniye sonra Kayseri’ye varıyor. Araç Kayseri’ye vardığında saat tam olarak kaçtır? Araç aynı gün mü Kayseri’ye varmıştır?

Çözüm;

6 Nisan 2015 Pazartesi	19 : 45 : 39
	+ 04 : 29 : 42
	00 : 15 : 21

Araç Kayseri’ye vardığında saat 00:15:21’ dir. 6 Nisan 2015 Pazartesi günü saat 19:45:36 ‘da yola çıkan araç, 7 Nisan 2015 Salı günün ilk saatlerinde, 00:15:21’ de Kayseri’ye varmıştır.

Yukarıda ki örnekte görüldüğü gibi dijital saat gösterimi ile hesap yapan öğrenci 12’lik ve 60’lık sisteme göre işlem yapmıştır. Zaman ölçme kazanımlarından önce sınıf seviyelerine uygun olarak sayı sistemlerinden bahsetmek gerekliliğine ihtiyaç duyulmaktadır. Böylece öğrenmenin daha anlamlı ve kalıcı olacağı düşünülmektedir. Bu yüzden sayı sistemleri ve sayı sistemlerinin kullanıldığı dönemlerin ve bu sistemlerin kullanılmış olmasının günümüze ne gibi katkıları olduğunun daha detaylı bir araştırmayla incelenmesi ve sınıf seviyelerine uygun anlatım düzeyleri ile ders kitaplarında yer alması önerilmektedir.

4.2.SONUÇ

Birinci bölümde sayıların geçmişteki gösterimi ve geçmişte sayılarla işlemlerin nasıl yapıldığı araştırılmış açıklanmıştır. İkinci bölümde ise günümüzde sayıların nasıl gösterildiği ve işlemlerin nasıl yapıldığı günümüz müfredatı incelenerek açıklanmıştır. Üçüncü bölümde ise geçmişte ve günümüzde sayıların gösterimi ve sayılarla işlemlerin nasıl yapılığı karşılaştırılmış ve bu karşılaştırma sonucunda dördüncü bölümde matematik eğitimine katkı sağlayacağı düşünülen öneriler sunulmuştur.

Sayıların tarihi hakkında bilgi verilirken ulaşılabilen kaynaklar taranmıştır. Sayıların tarihi hakkında farklı kaynaklar araştırılabilir, daha fazla bilgiye ulaşılabilir, farklı gösterim ve öğretimler farklı bakış açılarıyla yorumlar katılarak geliştirilebilir. Günümüz uygulamalarının ise geliştirilen program uygulamaları sayesinde değişiklik gösterebileceği bilinmektedir. Bu yüzden karşılaştırma bölümü yeni geliştirilip uygulamaya konulan programların incelenmesi sonucunda yeniden değerlendirilebilir.

KAYNAKLAR

1. Albayrak M., İpek S. A. & Işık C. (2006), Onluk sayma sisteminin öğretilmesi, *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı 13*
2. Altun M. (1998), Matematik öğretimi, Alfa Yayınları, İstanbul
3. Arık G. (2007), İlköğretim matematik dersi öğretim programı 3-5. Sınıf sayılar öğrenme alanı kazanımlarının NCTM standartları ve Singapur kazanımlarına göre değerlendirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Bölümü Matematik Öğretimi Ana Bilim Dalı, Ankara
4. Aslan E. & Olkun S. (Eylül, 2011), Türkiye Cumhuriyeti'nin ilk müfredatlarında ilköğretim matematiği, *İlköğretim Online, Cilt 10, Sayı 3, 992-1009*
5. Ayatar H. (1961), Aritmetik öğretimi ve başarının ölçülmesi, Ayyıldız Matbaası, Ankara
6. Aydemir T. (Eylül, 2008), Sınıf öğretmeni adaylarının yeni ilköğretim matematik dersi programının sayılar öğrenme alanı içeriğine ilişkin hazır bulunuşluk düzeyleri, Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı Sınıf Öğretmenliği, Denizli
7. Baykul Y. & Tekışık H. H. (1986), Matematik ilkokul 4 öğretmen kılavuzu, Tek Işık Yayıncılık Basım sanayi ve Ticaret A.Ş., Ankara
8. Baykul Y. (2000), İlköğretimde matematik öğretimi, Pegem Yayıncılık, Ankara
9. Bayram S. B. (2012), İlköğretim matematik eğitiminde öğrencilerin matematik tarihi bilmelerinin matematiğe yönelik başarı ve tutumlarına etkisi, Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu
10. Boz S. , Özçelik U. & Kaygusuz Ç. (2012), İlköğretim matematik 1 öğretmen kılavuzu, Devlet kitapları, Saray Matbaacılık, Ankara
11. Çelik B. , Rakamların ve sayıların tarihi gelişimi, http://www.ogrenmen.com/wp-content/uploads/2015/02/rakamlarin_tarihi.pdf
12. Doğan M. , Sınıf öğretmenlerinin matematik alan bilgilerinin seçtikleri öğretim yöntemine yansıması, Yüzüncü Yıl Üniversitesi ,Eğitim fakültesi, İlköğretim Bölümü, Van
13. Dündar S.(Nisan,2014), Matematik tarihi matematik eğitiminde neden kullanılmalı, *Journal of Theory & Practice in Education(JTPE), Cilt 10 , Sayı 2, 522-534*
14. Erdener S. (1970), İlköğretim matematik kılavuzu, T.C. Milli Eğitim Bakanlığı İlköğretim Genel Müdürlüğü yayınları NO:13, İstanbul
15. Ersoy Y.(Ocak, 2006), ilköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler I: Amaç – içerik ve kazanımlar, *İlköğretim Online, Cilt 5, Sayı 1, 30-44*
16. Evyapan i.(1997), Matematik ve evren, Emek, Ankara
17. Fidan E.(2013), İlkokul öğrencileri için matematik dersi sayılar öğrenme alanında başarı testi geliştirilmesi, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Programı, Yüksek Lisans, Ankara

18. Göğün Y. , Karaman U. , Ulubay N. H. & Öncü F. (2009), İlköğretim matematik 1 öğretmen kılavuzu, İhlas Gazetecilik A.Ş., İstanbul
19. Göker L. (1997), Matematik tarihi ve Türk-İslam matematikçilerinin yeri, Düşünce eserleri serisi15, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul
20. Göker, L. (1989), Matematik tarihi, Kültür bakanlığı kaynak eserler dizisi 23, Ofset Repromat,Ankarahttp://www.researchgate.net/publication/266531366_SINIF_RETMELERNN_MATEMATK_ALAN_BLGLERNN_SETKLER_RETM_YNTEMLERNE_YANSIMASI
21. İfrah G. (1995), Rakamların evrensel tarihi I, Bir gölgenin peşinde (Çev. Kurtuluş D.), Tubitak popüler bilim kitapları, Nural Matbaacılık, Ankara
22. İfrah G. (1996), Rakamların evrensel tarihi III, Akdeniz kıyılarında hesap (Çev. Kurtuluş D.), Tubitak popüler bilim kitapları, Nural Matbaacılık, Ankara
23. İfrah G. (1996), Rakamların evrensel tarihi IV, Uzak doğudan maya ülkelerine bir, iki,üç,… , (Çev. Kurtuluş D.), Tubitak popüler bilim kitapları, Nural Matbaacılık, Ankara
24. İfrah G. (1997), Rakamların evrensel tarihi V, Sıfırın gücü, (Çev. Kurtuluş D.), Tubitak popüler bilim kitapları, Nural Matbaacılık, Ankara
25. Kırşen G. , Gökçe A. , Gökçe H. & Kırşen N., (1960), İlkokullar için öğretmen kılavuz kitabı, Modern matematik yapısı ve kullanımı, Mustafa Şen Öğretmen Matbaası Şen Yayın Evi, Ankara
26. Kocaoluk F. & Kocaoluk M. Ş. (1985), İlkokul programı ve beş sınıfın yıllık planı, Kocaoluk yayınları, İstanbul
27. Öcal İ. (2011), İlköğretim 6. sınıf matematik dersi sayılar öğrenme alanı için bilişsel hazır bulunuşluk testinin geliştirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ölçme Değerlendirme Ana Bilim Dalı, Ankara
28. Özdeş H.(2013), 9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları, Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Aydın
29. Sağlamer E. (1973), İlkokulda aritmetik öğretimi, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul
30. Sayılı A. (1982), Mısırlılar ve Mezopotamyalılarda matematik, astronomi ve tıp, Türk Tarih Kurumu Basımevi, Ankara
31. MEB(1968), T.C. Mili Eğitim Bakanlığı İlkokul Programı, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul
32. MEB(1995), T.C. Mili Eğitim Bakanlığı İlköğretim Genel Müdürlüğü İlkokul Programı, Ankara
33. MEB(1983),T.C. Milli Eğitim Gençlik ve Spor Bakanlığı İlkokul Matematik Programı, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul
34. Tepedelenlioğlu N. (1987), Kim korkar matematikten, Bilsan A.Ş., İstanbul

35. Tözluyurt E. (2008), Sayılar öğrenme alanı ile ilgili matematik tarihinden seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşleri, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Orta Öğretim Fen Ve matematik alanları Eğitimi Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı, Ankara

36. Tuncay, N. (2012), İnsanlar ve sayılar, Tezsiz yüksek lisans dönem projesi, Mersin Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Mersin

37. Turanlı N., Keçeli V. & Türker N. K. (2007), Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara Yönelik Tutumları ile Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Ortak Hataları, BAÜ FBE Dergisi, 9(2), 135-149

38. Matematik Tarihi http://brahms.emu.edu.tr/ersin/documents/mate%20417/MATE%20417-%20Donem3.pdf, 5.02.2015

39. Umay A.(1996), Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 12: 145-149

40. Ülger A. , Matematiğin Kısa Bir Tarihi http://portal.ku.edu.tr/~aulger/histofmathematics.html, 10.05.2015

41. Arşimet http://gelisenbeyin.net/arsimet.html, 13.06.2015

42. Arşimet http://donerderebilim.blogspot.com.tr/2011/08/arsimet.html, 15.06.2015

43. El Harezmi Kimdir? El Harezmi Kısa Biyografisi http://e-paylas.com/el-harezmi-kimdir-el-harezmi-kisa-biyografisi.html, 17.06.2015

44. Leonardo Fibonacci http://www.turkcebilgi.com/leonardo_fibonacci#bilgi, 19.06.2015

45. Sıfır Rakamını Kim Buldu? Sıfırın tarihi http://ankaraozelders.info/sifir-rakamini-kim-buldu/ ,17.02.2015

46. Brahmagupta Kimdir, Hakkında Bilgi http://www.rehberim.net/forum/b-454/248092-brahmagupta-kimdir-hakkinda-bilgi.html, 19.04.2015

47. Brahmagupta http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Brahmagupta.html, 19.04.2015

48. Matematik Bir Oyundur http://www.biltek.tubitak.gov.tr/gelisim/matematik/sayilar.htm, 19.06.2015

49. MEB(2015), T.C. Milli Eğitim Bakanlığı İlköğretim Programı http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx, 15.05.2015

50. Ergün M., Bilimsel Araştırma Yöntemleri, Nitel araştırma yöntemleri http://www.egitim.aku.edu.tr/nitelarastirma.ppt, 7.07.2015

ŞEKİLLER VE TABLOLAR KAYNAKÇASI

Şekil 1. Ishango Kemiği

http://sahmath.com/w/wp-content/uploads/400px-Ishango_bone.jpg

Şekil 2. Eski Mısırlılarda sayı sembolleri

http://www.mitolojivesembolizm.com/hrglph.htm

Şekil 3. Papirüs Kağıdı

http://www.toplumdusmani.net/modules/wordbook/entry.php?entryID=2246/papirus-nedir+papirus-ne-demek

Şekil 4. Çivi yazısı ile 424000 sayısının gösterimi

http://sahmath.com/?p=217

Şekil 5. Basit toplama işlemi

http://kadirorenilkokulodevleri.blogspot.com.tr/2014/10/1-snf-basit-toplama-islemi-2.html

Şekil 6. 0(sıfır) ‘ın toplama işlemine etkisinin modellenmesi

http://www.egitimhane.com/1-sinif-matematik-ilk-toplama-etkinligi-d161208.html

Şekil 9. Çarpım tablosunun toplama işlemi ile modellenmesi

http://www.sorutest.net/2012/10/2-sinif-carpm-tablosu-ve-pano-afisi.html

Şekil 14. Bölme işleminim paylaştırma anlamının modellenmesi

http://testcoz.dersizlesene.com/Ilkogretim/2-Sinif/Matematik-Testleri/Bolme-Islemi-2-755.html

Şekil 18. Bölme işlemini kabaca ifade eden görsel model

http://polathoca.blogspot.com/2014/09/ilkokullar-icin-matematikte-bolme.html

Şekil 25. Saat Çeşitleri

http://onmoda.com/blog/detail/69/YARIN-GECE-SAATLERINIZI-1-SAAT-ILERI-ALMAYI-UNUTMAYIN-

Tablo 1. En eski Mezopotamya sayı sembolleri

http://www.angelfire.com/planet/matematikce/mezopar1.htm

Tablo 2. Mezopotamya Babil sayma düzeni

http://sahmath.com/w/wp-content/uploads/Babylonian_symbols.gif

Tablo 3. Antik Yunan Sayıları

http://brahms.emu.edu.tr/ersin/documents/mate%20417/MATE%20417-%20Donem3.pdf

Tablo 6. Hint sayıları

https://matematikkolik.files.wordpress.com/2011/04/rakam1.jpg

Tablo 12. Çarpım Tablosu
http://www.umutsinav.com/kategori/php-2

ÖZGEÇMİŞ

Adı	: BERİVAN	Soyadı	: KARAASLAN
Uyruğu	: TC		
Doğum Tarihi	: 11/12/1989	Doğum Yeri	: ANKARA

Şimdiki
Görev Yeri : TÜMAY DERSHANELERİ & YAYINLARI
Görev Ünvanı : Matematik Öğretmeni
İş Adresi : Mithat Paşa Caddesi No:35 Kızılay Çankaya / ANKARA
e-posta : berivankaraaslan@hotmail.com

İLK VE ORTA ÖĞRENİM DURUMU

Okul	İl/İlçe	Giriş	Çıkış	Mezuniyet Derecesi
Çiğiltepe İlköğretim Okulu	Ankara	1995	2003	
Tuzluçayır Lisesi	Ankara	2003	2007	82.09

YÜKSEKÖĞRENİM DURUMU

Üniversite	Ülke	Giriş	Çıkış	Unvan	Derece
Başkent	Türkiye	2008	2013	Lisans	2,38
Başkent	Türkiye	2013	2015	Y. Lİsans	3,55

ÇALIŞTIĞI KURUMLAR

Kurum	İl/İlçe	Giriş	Çıkış	Görevi
Süleyman Nazif İ.Ö.O	Mamak/ ANK	2013	2014	Mat. Öğrt.
Tümay Dershanesi	Çankaya/ ANK	2014	2015	Mat. Öğrt.