

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SALT MANYETİK EYLEMELİ UYDUNUN YÖNELME HAREKETİNİN
BÜTÜNSEL VE DAYANIKLI KONTROLÜ**

DOKTORA TEZİ

Ahmet SOFYALI

Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı

Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı

EYLÜL 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SALT MANYETİK EYLEMELİ UYDUNUN YÖNELME HAREKETİNİN
BÜTÜNSEL VE DAYANIKLI KONTROLÜ**

DOKTORA TEZİ

**Ahmet SOFYALI
(511092115)**

Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı

Uçak ve Uzay Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Elbrus CAFEROV

EYLÜL 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 511092115 numaralı Doktora Öğrencisi Ahmet SOFYALI, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “SALT MANYETİK EYLEMELİ UYDUNUN YÖNELME HAREKETİNİN BÜTÜNSEL VE DAYANIKLI KONTROLÜ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Elbrus CAFEROV**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Fuat Gürleyen**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. S. Murat Yeşiloğlu

İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Feza Kerestecioğlu

Kadir Has Üniversitesi

Prof. Dr. Alpaslan Parlakçı

İstanbul Bilgi Üniversitesi

Teslim Tarihi : **10 Ağustos 2015**

Savunma Tarihi : **28 Eylül 2015**

Eşim Sevtün'e,

ÖNSÖZ

Uzay Mühendisliği'nin özel bir problemine, Kontrol Mühendisliği'nin özel bir yöntemiyle getirilen bir çözüm üzerine kurulu olan bu tez çalışmamın, uzay aracı hareketinin çözümlenmesi ve kontrolü alanına bir katkı yaptığını düşünmekteyim. Çalışmamın, hem bilimsel hem de teknolojik açıdan ilgi çekici olan bu uzmanlaşma alanında çalışan araştırmacılara esin vermesini umuyorum. Söz konusu özel yöntem, lisansüstü öğrenimim boyunca danışmanım olan değerli hocam Prof. Dr. Elbrus Caferov'un uzmanı olduğu ve bana öğrettiği kayma kipli kontrol yöntemidir. Söz konusu özel problemse, Prof. Rafał Wiśniewski tarafından 1996 tarihli doktora teziyle literatüre bir çalışma konusu olarak kazandırılmış olan ve benim daha lisansüstü öğrenimimin başında ilgimin odağına oturan salt manyetik eylemeyle üç ekseninde yönelme kontrolüdür.

Hocam Prof. Dr. Elbrus Caferov'a, kendisini tanıdığım ve kendisiyle çalışmakta olduğum için onur duyduğumu belirtir, bilimsel araştırmaya yönelik ciddiye, ilkeli ve ilerici tutumuna duyduğum saygıyla birlikte, tez çalışmamı yönettiği için içten teşekkürlerimi sunarım. Değerli tez ilerleme jürisi üyeleri Doç. Dr. Fuat Gürleyen ile Prof. Dr. Feza Kerestecioğlu'na, yapıcı ve cesaretlendirici yaklaşımları, bilgi paylaşımları ve yön verici önerilerinden ötürü teşekkür ederim. 2014 yılının ikinci yarısında, beni üç aylığına Danimarka'nın Aalborg Üniversitesi'ndeki Otomasyon ve Kontrol Birimi'nde ağırlayan Prof. Rafał Wiśniewski'ye, en başta, söz konusu problem üzerinde çalışmamın esin kaynağı olduğu için, ayrıca, yanında geçirdiğim üç ayı ilgisi ve bilgisiyle son derece verimli kıldığı ve en önemlisi, an itibariyle getirmiş olduğum çözüme o zaman bir adım daha yaklaşmamı sağladığı için teşekkür ederim.

Ömrümün ikinci yarısını birlikte yaşadığım sevgilim, eşim Sevtün'e, doktora tezi ortaya koymak gibi bir zorluğun üstesinden gelmeyi, hayatımdaki varlığıyla benim için daha kolay kıldığı için teşekkür borçluyum.

Tezli doktora öğrenimim, TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'nın 2211 kodlu Yurt İçi Doktora Burs Programı kapsamında şahsıma bağlanmış olan karşılıksız burs ile desteklenmiştir. Tez çalışmamla ilgili araştırmamı ilerletmek amacıyla, 8 Eylül-6 Aralık 2014 tarihleri arasında gerçekleştirdiğim Aalborg Üniversitesi ziyaretim, TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'nın 2214 kodlu Yurt Dışı Doktora Sırası Araştırma Burs Programı kapsamında desteklenmiştir.

Ağustos 2015

Ahmet Sofyalı
(Yüksek Uzay ve Uçak Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
KISALTMALAR	xi
SEMBOLLER.....	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xvii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xix
ÖZET.....	xxi
SUMMARY.....	xxv
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Tezin Amacı.....	5
1.2 Literatür Araştırması	7
1.3 Hipotez.....	18
2. MANYETİK KONTROL ALTINDAKİ YÖNELME HAREKETİ.....	23
2.1 Çevresel Bozucu Etkisindeki Hareket Denklemleri.....	23
2.2 Model Belirsizliğinin Hesaba Katılması.....	27
2.3 Durum Uzayı Gösterimi	29
2.4 Salt Manyetik Yönelme Kontrol Sisteminin Özellikleri	31
2.5 Model Belirsizlikli Sistemin Durum Uzayı Gösterimi	34
2.6 Basitleştirici Bir Özel Hal.....	37
3. BENZETİM ORTAMI VE KOŞULLARI	39
3.1 Yörünge Modeli	39
3.2 Dünya Manyetik Alanı Modeli	40
3.3 Çevresel Bozucu Torku Modelleri ve Sınır Değerleri.....	42
3.3.1 Kütle-çekim gradyanı torku	42
3.3.2 Aerodinamik sürüklenme kaynaklı tork	44
3.3.3 Güneş radyasyonu basıncı kaynaklı tork	45
3.3.4 Artık manyetik dipol momenti kaynaklı tork.....	46
3.4 Model Belirsizliği	47
3.5 Benzetim Koşulları.....	49
4. MANYETİK KAYMA KIPLI KONTROLÖR.....	59
4.1 Değişken Yapılı Kontrol.....	59
4.2 Literatürden Problemlerle İlgili Örnekler	61
4.3 Eşdeğer Kontrol Yöntemi	62
4.4 Manyetik Kayma Kipli Kontrolör	64
4.4.1 Kayma kipli kontrolör	64
4.4.2 Geleneksel (Klasik) kayma manifoldu	67
4.4.3 Önerilen kayma manifoldu	70
4.4.4 Kayma kipindeki hareketin çözümlenmesi	75
4.4.5 Salt manyetik kayma kipli kontrolör	83
4.4.5.1 Birinci kontrolör	83
4.4.5.2 İkinci kontrolör	86

4.4.6 Benzetim sonuçları.....	87
4.4.6.1 Birinci kontrolör.....	87
4.4.6.2 İkinci kontrolör.....	98
5. MANYETİK İNTEGRAL KAYMA KIPLİ KONTROLÖR.....	107
5.1 Salt Manyetik İntegral Kayma Kipli Kontrolör.....	108
5.2 Benzetim Sonuçları.....	111
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	117
KAYNAKLAR.....	121
EKLER.....	127
ÖZGEÇMİŞ.....	131

KISALTMALAR

AU	: Astronomical Unit
DYP	: Dünya'ya Yönelme Problemi
EYÖMY	: Edilgin Yunuslama Ön-Momentumu Yöntemi
EYP	: Eylemsiz Yönelme Problemi
IAGA	: International Association of Geomagnetism and Aeronomy
IGRF	: International Geomagnetic Reference Field
LQR	: Linear Quadratic Regulator
PD	: Proportional-Derivative
YBKS	: Yönelme Belirleme ve Kontrol Sistemi

SEMBOLLER

A	: Manyetik eyleyicilerin kesit alanı; uzay aracının hücum yüzeyi alanı; yörünge referans eksen takımı
B	: Gövde referans eksen takımı; kontrol (u'nun katsayı) matrisi; Dünya manyetik alanı vektörü; Dünya manyetik alanının şiddeti
C_B	: Yerel jeomanyetik alana dik düzleme izdüşürme (izdüşüm) matrisi
C_D	: Uzay aracının aerodinamik sürükleme katsayısı
C_{RP}	: Uzay aracının radyasyon basıncı katsayısı
C_i	: Doğrultu kosinüsleri (dönme) matrisi (i=1,2,3)
C^{B/A}	: B ile A arasındaki doğrultu kosinüsleri matrisi
C^{A/N}	: A ile N arasındaki doğrultu kosinüsleri matrisi
C^{B/N}	: B ile N arasındaki doğrultu kosinüsleri matrisi
D_B	: Yerel jeomanyetik alana koşut doğrultuya izdüşürme (izdüşüm) matrisi
G	: Kayma yüzeyi vektörünün durum vektörüne göre Jakobiyan matrisi
I	: Birim matris
I_i	: Manyetik eyleyicilere kontrolörce beslenen sürücü akımları (i=1,2,3)
J	: Katı cismin/Uzay aracının eylemsizlik matrisi
J_i	: Uzay aracının asal eylemsizlik momentleri (i=1,2,3)
J_{maks}	: Uzay aracının en büyük asal eylemsizlik momenti
J_{min}	: Uzay aracının en küçük asal eylemsizlik momenti
J_n	: Uzay aracının nominal eylemsizlik matrisi
J_{mb}⁻¹	: Belirsiz matris tersi
K	: Sürekli erişme yasası kazancı matrisi
K_{intq}	: Kayma manifoldu tasarım matrisi
K_q	: Kayma manifoldu tasarım matrisi
K_s	: Sürekli erişme yasası kazancı matrisi
K_{ss}	: Süreksiz erişme yasası kazancı matrisi
M	: Manyetik kontrol dipol momenti vektörü
M_a	: Artık manyetik dipol momenti vektörü
M_{doyma}	: Doyma manyetik dipol momenti
M_i	: Manyetik kontrol dipol momenti vektörünün bileşenleri (i=1,2,3)
M_{intq}	: Kayma manifoldu tasarım matrisi
N	: Eylemsiz referans eksen takımı
P_G	: Güneş'ten 1 AU uzaklıktaki Güneş radyasyonu basıncı
Q	: Toplam kuvaterniyon vektörü
T	: Uzay aracının yörünge periyodu; katı cisme/uzay aracına etki eden net dış tork vektörü
T_G	: Güneş radyasyonu basıncı kaynaklı tork vektörü
T_a	: Aerodinamik sürükleme kaynaklı tork vektörü
T_b	: Çevresel bozucu torku vektörü
T_{kç}	: Kütle-çekim gradyanı torku vektörü
T_m	: Artık manyetik dipol momenti kaynaklı tork vektörü
T_{mb}	: Model belirsizliği kaynaklı bozucu torku vektörü
T_{mk}	: Manyetik kontrol torku vektörü

X	: Uzay aracının B'nin 1 nolu eksenini doğrultusundaki kenar uzunluğu
Y	: Uzay aracının B'nin 2 nolu eksenini doğrultusundaki kenar uzunluğu
Z	: Uzay aracının B'nin 3 nolu eksenini doğrultusundaki kenar uzunluğu
a_i	: A'nın i nolu eksenini doğrultusundaki birim vektör (i=1,2,3)
b	: Kontrol matrisi
b_i	: B'nin i nolu eksenini doğrultusundaki birim vektör (i=1,2,3)
b_n	: Nominal kontrol matrisi
Δb	: Belirsiz kontrol matrisi
d	: Bozucu vektörü
d_A	: Dünya'ya yöneltme probleminde bozucu vektörü
d_N	: Eylemsiz yöneltme probleminde bozucu vektörü
d_{mb}	: Model belirsizliği kaynaklı bozucu vektörü
d_n	: Nominal bozucu vektörü
Δd	: Belirsiz bozucu vektörü
e	: Dönme eksenini doğrultusundaki birim vektör
f	: Sistem vektörü
f_A	: Dünya'ya yöneltme probleminde sistem vektörü
f_N	: Eylemsiz yöneltme probleminde sistem vektörü
f_n	: Nominal sistem vektörü
Δf	: Belirsiz sistem vektörü
h	: Yörünge irtifası
k	: Sürekli erişme yasası tasarım parametresi
k_D	: Türevsel kontrol kazancı katsayısı
k_P	: Oransal kontrol kazancı katsayısı
k_{intq}	: Kayma yüzeyi tasarım parametresi
k_q	: Kayma yüzeyi tasarım parametresi
k_s	: Sürekli erişme yasası tasarım parametresi
k_{ss}	: Süreksiz erişme yasası tasarım parametresi
m	: Yönelme kontrol sisteminin giriş sayısı; uzay aracının kütlesi
n_i	: N'nin i nolu eksenini doğrultusundaki birim vektör (i=1,2,3)
n	: Uzay aracının Dünya etrafındaki açısal dönme hızı, ortalama hareket; manyetik eyleyicilerin sarım sayısı; sistem mertebesi
q_i	: Kuvaterniyon (i=1,2,3,4)
q	: 3x1 boyutlu kuvaterniyon vektörü
q₄	: Skalar kuvaterniyon bileşeni
r	: Uzay aracının Dünya'nın merkezine göre konum vektörü; uzay aracının Dünya'nın merkezine uzaklığı; yarıçap vektörü; yarıçap uzunluğu
r_{s/cG}	: Güneş'in uzay aracına göre B'de ifade edilen konum vektörü
s	: Kayma yüzeyi vektörü (anahtarlama fonksiyonu)
s₀	: İntegral kayma kipinde anahtarlama fonksiyonunun klasik kısmı
t	: (Bağımsız) Zaman değişkeni
t₀	: Kontrol sürecinin başlangıç anı
t_s	: Kayma kipinin başlangıç anı (Durum yörüngesinin kayma manifolduna varma zamanı)
u	: Kontrol vektörü, istenen kontrol vektörü, ideal kontrol vektörü
u_{eşd}	: Eşdeğer kontrol vektörü, istenen (ideal) eşdeğer kontrol vektörü
u_{eriş}	: Eriştirici kontrol vektörü, istenen (ideal) eriştirici kontrol vektörü
u_{kay}	: İdeal kayma kipinin kontrol vektörü
u₀	: İntegral kayma kipli kontrol için nominal (ideal) kontrol vektörü

\mathbf{u}_1	: İntegral kayma kipli kontrol için süreksiz kontrol vektörü
\mathbf{v}	: Uzay aracının B'de ifade edilen hız vektörü; uzay aracının hızı
\mathbf{v}_i	: v'nin B'nin i nolu eksenini doğrultusundaki bileşeni (i=1,2,3)
\mathbf{x}	: Durum vektörü
\mathbf{x}_A	: Dünya'ya yönelme durumu vektörü
\mathbf{x}_N	: Eylemsiz yönelme durumu vektörü
\mathbf{x}'	: İdeal kayma kipinin durum vektörü
\mathbf{z}	: İntegral kayma kipinde anahtarlama fonksiyonunun integral terimli kısmı
$\Delta\mathbf{X}$: Uzay aracının geometrik merkezinin kütle merkezine göre B'de ifade edilen konum vektörünün B'nin 1 nolu eksenini doğrultusundaki bileşeni
$\Delta\mathbf{Y}$: Uzay aracının geometrik merkezinin kütle merkezine göre B'de ifade edilen konum vektörünün B'nin 2 nolu eksenini doğrultusundaki bileşeni
$\Delta\mathbf{Z}$: Uzay aracının geometrik merkezinin kütle merkezine göre B'de ifade edilen konum vektörünün B'nin 3 nolu eksenini doğrultusundaki bileşeni
$\Delta\mathbf{J}$: Uzay aracının eylemsizlik belirsizliği matrisi
Θ	: Dönme açısı
Υ	: İlbahar noktası
θ	: Euler açısı (Dünya'ya yönelme probleminde yunuslama açısı)
λ_i	: Özdeğerler (i=1,2,3)
ρ	: Yerel toplam kütle yoğunluğu
φ	: Euler açısı (Dünya'ya yönelme probleminde yuvarlanma açısı)
ψ	: Euler açısı (Dünya'ya yönelme probleminde sapma açısı)
$\omega^{B/A}$: Bağlı açısal hız vektörü, B'nin A'ya göre açısal hız vektörü
$\omega^{B/N}$: Mutlak açısal hız vektörü, B'nin N'ye göre açısal hız vektörü

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : Benzetimlerde kullanılan yörünge ve uydu modeline ait nicelikler.	50
Çizelge 3.2 : Bozucu torku bileşenlerine ait sınır değerleri.	51
Çizelge 4.1 : Benzetimlerle ilgili nicelikler ve başlangıç koşulları 1.	88
Çizelge 4.2 : Benzetimlerle ilgili nicelikler ve başlangıç koşulları 2.	99
Çizelge 5.1 : Benzetimlerle ilgili nicelikler ve başlangıç koşulları.	111

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : ORBCOMM/MicroStar uydusunun bir çizimi [3].	2
Şekil 1.2 : Ørsted uydusunun 1/1 ölçekli maketi.	2
Şekil 1.3 : GOCE uydusu [5].	3
Şekil 1.4 : Proba-V uydusu [8].	4
Şekil 1.5 : İzdüşürme temelli manyetik kontrol torku üretim yasası.	9
Şekil 1.6 : Referans eksen takımları, [33]'ten uyarlanmıştır.	12
Şekil 3.1 : 60 T boyunca ilerletilmiş örnek bir yörünge.	39
Şekil 3.2 : Dünya manyetik alanı vektörünün bileşenlerinin 30 T boyunca değişimi.	41
Şekil 3.3 : Kontrol edilmeyen haldeki kuvaterniyonlar.	53
Şekil 3.4 : Kontrol edilmeyen haldeki yönelme (Euler) açıları.	54
Şekil 3.5 : Kontrol edilmeyen haldeki mutlak açısal hızlar.	54
Şekil 3.6 : Kontrol edilmeyen haldeki bağıl açısal hızlar.	55
Şekil 3.7 : Kontrol edilmeyen haldeki kütle-çekim gradyanı torku bileşenleri.	56
Şekil 3.8 : Kontrol edilmeyen haldeki aerodinamik sürüklenme torku bileşenleri.	56
Şekil 3.9 : Kontrol edilmeyen haldeki Güneş radyasyonu basıncı torku bileşenleri.	57
Şekil 3.10 : Kontrol edilmeyen haldeki artık dipol momenti kaynaklı tork bileşenleri.	57
Şekil 3.11 : Kontrol edilmeyen haldeki model belirsizliği kaynaklı tork bileşenleri.	58
Şekil 4.1 : Birinci kontrolörce yönetilen kuvaterniyonlar (EYP).	89
Şekil 4.2 : Birinci kontrolörce yönetilen yönelme açıları (EYP).	89
Şekil 4.3 : Birinci kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (EYP).	90
Şekil 4.4 : Birinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörü bileşenleri (EYP).	90
Şekil 4.5 : Birinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (EYP).	91
Şekil 4.6 : Manyetik kontrol torku bileşenleri 1 (EYP).	91
Şekil 4.7 : Kütle-çekim gradyanı torku bileşenleri 1 (EYP).	92
Şekil 4.8 : Aerodinamik sürüklenme torku bileşenleri 1 (EYP).	92
Şekil 4.9 : Güneş radyasyonu basıncı torku bileşenleri 1 (EYP).	93
Şekil 4.10 : Artık dipol momenti kaynaklı tork bileşenleri 1 (EYP).	93
Şekil 4.11 : Model belirsizliği kaynaklı tork bileşenleri 1 (EYP).	94
Şekil 4.12 : Birinci kontrolörce yönetilen Euler açıları (DYP).	94
Şekil 4.13 : Birinci kontrolörce yönetilen bağıl açısal hızlar (DYP).	95
Şekil 4.14 : Birinci kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (DYP).	95
Şekil 4.15 : Birinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörünün şiddeti (DYP).	96
Şekil 4.16 : Birinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (DYP).	96
Şekil 4.17 : Kütle-çekim gradyanı torku bileşenleri 1 (DYP).	97
Şekil 4.18 : Aerodinamik sürüklenme torku bileşenleri 1 (DYP).	97
Şekil 4.19 : Güneş radyasyonu basıncı torku bileşenleri 1 (DYP).	98
Şekil 4.20 : Artık dipol momenti kaynaklı tork bileşenleri 1 (DYP).	98
Şekil 4.21 : Düşük L_2 'li 1. kontrolörce yönetilen yönelme açıları (DYP).	100

Şekil 4.22 : Düşük L_2 'li 1. kontrolörce yönetilen kayma vektörü bileşenleri (DYP).	100
.....	
Şekil 4.23 : Düşük L_2 'li 1. kontrolörce üretilen manyetik momentler (DYP).	101
Şekil 4.24 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce yönetilen yönelme açıları (DYP).	102
Şekil 4.25 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce yönetilen bağıl açısal hızlar (DYP).....	102
Şekil 4.26 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce yönetilen kayma vektörü bileşenleri (DYP).	103
.....	
Şekil 4.27 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce üretilen manyetik momentler (DYP).	103
Şekil 4.28 : İkinci kontrolörce yönetilen yönelme açıları (DYP).	104
Şekil 4.29 : İkinci kontrolörce yönetilen bağıl açısal hızlar (DYP).....	104
Şekil 4.30 : İkinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörü bileşenleri (DYP).	105
.....	
Şekil 4.31 : İkinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (DYP).	105
Şekil 5.1 : İntegral kayma kipli kontrolörce yönetilen yönelme açıları (EYP).	112
Şekil 5.2 : İntegral kayma kipli kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (EYP).	112
Şekil 5.3 : İntegral kayma kipli kontrolörce yönetilen kayma vekt. bileşenleri (EYP).	113
.....	
Şekil 5.4 : İntegral kayma kipli kontrolörce üretilen manyetik momentler (EYP)..	113
Şekil 5.5 : Nominal kontrolörce ideal koşullarda yönetilen yönelme açıları (EYP).	114
.....	
Şekil 5.6 : Nominal kontrolörce ideal koşullarda yönetilen açısal hızlar (EYP).	114
Şekil 5.7 : İkinci kontrolörce yönetilen yönelme açıları (EYP).	115
Şekil 5.8 : İkinci kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (EYP).	115
Şekil 5.9 : İkinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörü bileşenleri (EYP)..	116
Şekil 5.10 : İkinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (EYP).....	116

SALT MANYETİK EYLEMELİ UYDUNUN YÖNELME HAREKETİNİN BÜTÜNSEL VE DAYANIKLI KONTROLÜ

ÖZET

Tez çalışmasının konusu, Dünya'nın yörüngesindeki bir uydunun kendi kütle merkezi etrafındaki hareketinin, yani yönelmesinin uydunun üç gövde eksenini etrafında kontrol edilmesidir. Eyleyici olarak yalnızca manyetik moment üreticileri kullanılmaktadır. Ele alınan problemin birinci zorluğu, gövde eksenleri doğrultusunda birbirine dik olarak yerleştirilerek kullanılan üç manyetik eyleyicinin ürettiği manyetik momentin Dünya'nın manyetik alanıyla etkileşmesi sonucunda elde edilen manyetik kontrol torkunun, daima uydunun bulunduğu konumdaki jeomanyetik alan vektörüne dik olmasıdır. Bu nedenle, salt manyetik kontrol sisteminde jeomanyetik alan vektörü doğrultusunda kontrol torku üretilemez. Eğer uydunun yörünge düzlemi Dünya'nın manyetik ekvator düzlemiyle çakışık değilse, uydunun yörüngesinde ilerlerken, jeomanyetik alan vektörünün gövde eksenleri, yani eyleyicilerin manyetik moment ürettikleri eksenler doğrultusundaki bileşenleri neredeyse periyodik bir değişim gösterir. Bu sayede, kontrol torkunun üretilmediği doğrultu gövde eksen takımına göre her anda farklı olur. Bu olgu, şimdiye dek, birçok küp uydunun yanı sıra, geride kalan yirmi yıl içinde biri yaklaşık 1 tonluk ve diğer ikisi birkaç 10 kg'lık üç uydunun, etkin (active) olarak yalnızca manyetik torkla kontrollü olarak görevlerini yerine getirmesini sağlamıştır. Söz konusu üç uydunun, çevresel bozucu etkiler altında edilgin (passive) kararlılık sahibi olacak şekilde tasarlanmış olduğunu not düşmek gerekmektedir; etkin manyetik kontrol sistemleri bu şekilde desteklenmiştir. Bu arada, salt manyetik yönelme kontrolü yönteminin mühendislik uygulamasının mümkün olmasını kuramsal olarak açıklayan önemli bir çalışma on yıl önce literatürde yerini bulmuştur. Manyetik alan vektörü sistemin hareket denklemlerinde yer almaktadır. Bu vektör yörünge üzerinde zamanla değişken (time varying) olduğundan dolayı sistem de zamanla değişkendir. Ele alınan problemin ikinci zorluğu budur, çünkü zamanla değişken (otonom olmayan) (non-autonomous) kontrol sistemleriyle ilgili olarak bir kararlılık sonucuna varılması, zamanla değişken olmayan (otonom) (autonomous) sistemlere göre daha güçtür.

Tez çalışmasının birinci amacı, ele alınan bu zor probleme bütünsel (global) açıdan yaklaşmak, yani kontrol edilecek sistemi doğrusal olmayan asıl haliyle ele almak ve ardından sisteme bütünsel düzgün (uniform) asimptotik kararlılık kazandıracak bir kontrolör tasarlamaktır. İkinci amaçsa, elde edilen kararlılığın ideal olmayan koşullar altındaki sistem için dahi geçerli olacağını göstermektir. Literatürde ilk amaç doğrultusunda geliştirilmiş az sayıda çözüm bulunmaktadır. İkinci amaca yönelik çalışmaların sayısıysa daha da azdır. Tez çalışmasının, bu çözümlerin sunulduğu literatür araştırması bölümü literatürdeki ilgili mevcut boşluklara dikkat çekilerek tamamlanmıştır. Hipotez bölümünün sonundaysa, tez çalışmasının hipotezinin çıkarım ve sonuçlarla doğrulanması durumunda doldurulmuş olacağı savunulan boşluklara işaret edilmiştir.

Yalnızca manyetik torkla kontrol edilen doğrusal olmayan yönelme hareketi denklemleri, önce sadece çevresel bozucular, ardından da uydunun modelini temsil eden eylemsizlik momentinin belirsizliği hesaba katılarak yazılmıştır. Çevresel bozucular dört farklı tork olarak sisteme girmektedir. Elemanlarının bilinen alt ve üst sınır değerler arasındaki herhangi bir değere sahip olabileceği varsayılarak modellenen belirsiz eylemsizlik matrisinin neden olduğu bozucu etki, sisteme etki eden ayrı bir bozucu torku olarak ifade edilebilmiştir. Kontrol sisteminin, anlık olarak eksik eyleme (instantaneous underactuation) ve zamanla değişkenlik dışında, bozucularının eşleşik (matched) olmaması ve düzenli (regular) biçimde olma özelliklerine de sahip olduğu saptanmıştır.

Benzetim ortamının gerçeğe uygun olmasına önem verilmiştir. Dört çevresel bozucu torku ve model belirsizliği kaynaklı bozucu torku gerçeğe yakın matematiksel modeller tarafından hesaplanmaktadır. Bu beş bozucu torkunun bileşenlerinin alttan ve üstten sınırlandırılmış olduğundan hareketle, bu sınırların kontrol sistemi tasarımı sırasında hesaplanabilmesini sağlayan formüller çıkarılmıştır. Uydunun yörüngesi ile kütle ve boyutsal özellikleri biliniyorsa, dört çevresel bozucu torkuna ait sınır değerleri kontrol süreci başlamadan önce, daha açık deyişle, kontrol sisteminin tasarımı sırasında elde edilebilmektedir. Model belirsizliği kaynaklı torksa, uydunun gövde eksen takımının referans eksen takımına göre açısal durumuna kuvvetli şekilde bağlıdır. Bu nedenle karşılık gelen sınır da değişkendir ve kontrol süreci içerisinde anlık olarak hesaplanmaktadır.

Bu hazırlıkların ardından, tez çalışmasının asıl içeriği dördüncü bölümde sunulmuştur. Önce değişken yapıları kontrol kısaca tanıtılmış, ardından salt manyetik yönelme kontrolü problemine kayma kipli kontrol yönteminin uygulanmasıyla ilgili literatürde yer alan sayılı çalışmanın üzerinden geçilmiştir. Tez çalışmasında kullanılan yöntem geleneksel (klasik) kayma kipli kontrol yöntemi ve uygulanan yaklaşım eşdeğer kontrol yaklaşımıdır. Bu nedenle, manyetik kayma kipli kontrolörün tasarımına eşdeğer kontrol yönteminin çıkarım ve uygulama adımları verildikten sonra geçilmiştir. Momentum aktarımı ya da itki yoluyla sisteme doğrudan etki edecek şekilde üretilebilen tork ile yönelme kontrolü probleminde kullanılagelen kayma manifoldu sergilenmiştir. Bu manifolda eklenen iki integral terimi, yerel jeomanyetik alana bağlı bir manifold elde edilmesini sağlamıştır. Önerilen bu zamanla değişken manifold manyetik alan bilgisini içermesi sayesinde, probleme eşdeğer kontrol yönteminin uygulanmasının önündeki engellerin kalkmasını sağlamıştır. Bu manifoldda bir kayma kipinin var olup olmadığına ilişkin çözümleme de göstermiştir ki, tasarlanan manyetik kayma kipli kontrolör durum değişkenlerinin yörüngelerini manifoldda sonlu zamanda (in finite time) eriştirerek yönelme hareketini kayma kipine sokmaktadır. Bu önemli sonuç, önerilen manifoldda, katı bir uydunun salt manyetik eylemeyle kontrol edilen yönelme hareketi için bir kayma kipinin var olduğu anlamına gelmektedir. Sonraki adımda, kayma kipindeki hareketin referansta son bulunduğundan emin olunması için bu kipteki indirgenmiş mertebeli hareket çözümlenmiştir. Varılan sonuç, kayma kipine ait durum değişkenlerinin monoton bir şekilde referans değerlerine yakınsadığıdır. Böylelikle, tasarlanmış olan kontrolörün salt manyetik yönelme kontrolü problemine bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm getirmiş olduğu anlaşılmıştır. Uygulanan yöntemin dayanıklı (robust) bir kontrol yöntemi olması sayesinde, problem aynı zamanda kararlılık dayanıklılığı (stability robustness) açısından da çözümlü olmuştur. Kontrolör tasarımı, manifoldda sonlu zamanda erişme koşulu çevresel ve model belirsizliği kaynaklı bozucular etkinken dahi sağlanacak şekilde

gerçekleştirilmiştir. Öyleyse, elde edilmiş olan kararlılık bozucu etkilere dayanıklı bir kararlılıktır.

Kuramsal sonuçların sayısal olarak doğrulanıp doğrulanmadığı sınıanmıştır. Gerçekleştirilen benzetimlerde, iki farklı erişme yasası kullanılarak tasarlanan iki farklı manyetik kayma kipli kontrolör tarafından kontrol edilen yönelme durumunun, birbirinden uzak başlangıç ve referans durumları arasında ve ideallikten uzak koşullar altında kuramsal sonuçların işaret ettiği şekilde değiştiği görülmüştür.

Son olarak, önerilen kayma manifoldu kullanılarak probleme integral kayma kipli kontrol yöntemi uygulanmıştır. Bu yolla, katı bir uydunun salt manyetik eylemeyle kontrol edilen yönelme hareketi için aynı zamanda bir integral kayma kipinin de var olduğu gösterilmiştir. Söz konusu kip kontrol sürecinin başlangıcından itibaren geçerli olduğundan dolayı, bu yöntem sayesinde, kontrol edilen harekete geleneksel kayma kipli kontrol yöntemi tarafından sağlanan kararlılık, bozuculara karşı tüm kontrol süresince dayanıklı kılınabilmiştir.

GLOBAL AND ROBUST CONTROL OF SATELLITE ATTITUDE MOTION BY PURELY MAGNETIC ACTUATION

SUMMARY

The topic of the thesis work is to control an Earth orbiting satellite's angular motion around its center of mass, namely its attitude around satellite's three body axes. The sole actuators used are magnetic torquers. The first difficulty of the considered problem is that the magnetic control torque, which is obtained by the interaction between the magnetic moment produced by the magnetic torquer triad and the Earth's magnetic field, is always perpendicular to the geomagnetic field vector at the position of the satellite. Therefore, a purely magnetic control system is unable to produce control torque along the geomagnetic field vector. If the satellite's orbital plane does not coincide with the Earth's magnetic equator plane, the components of the geomagnetic field vector along the body axes, which are also the directions of the moments produced by the actuators, vary almost periodically while the satellite moves in its orbit. By this means, the direction along which no torque can be produced is different at each moment with respect to the body axes system. This fact has enabled in last twenty years the accomplishment of missions of a 1 ton satellite and two other satellites with mass of a few 10 kg's besides many CubeSat's as actively controlled by solely magnetic torque. It is necessary to note that those three satellites were designed as passively stable under environmental effects; their active magnetic control systems were aided by this way. Meanwhile, an important work theoretically explaining the possibility of the engineering application of the purely magnetic attitude control method was added to the literature ten years ago. The magnetic field vector is included in the system's equations of motion. Because that vector is time varying along the orbit, the system is time varying, too. This is the second difficulty of the considered problem because it is more difficult to derive a stability conclusion for non-autonomous systems than it is for autonomous systems.

The first aim of the thesis work is to approach the problem with a global perspective, i.e. to deal directly with the nonlinear system to be controlled, and then to design a controller that provides the system with global uniform asymptotic stability. The second aim is to show that the obtained stability is valid even for the system under non-ideal conditions. In literature, there are limited solutions developed with the first aim. The works with the second aim are even less. The literature survey section of the thesis work, which presents those solutions, was concluded by pointing the related gaps in literature out. At the end of the hypothesis section, the gaps that are to be filled if the hypothesis of the thesis work is verified by derivations and results were indicated.

The nonlinear equations of the attitude motion controlled by solely magnetic torque were written by taking first environmental disturbances and then uncertainty in inertia matrix, which represents the model of the satellite, into account. Environmental torques enter the system as four distinct torques. The perturbing effect caused by the uncertain inertia matrix, which is modelled with elements that

may have any value between known lower and upper bounds, could be expressed as another disturbance torque acting on the system. It was determined that the control system has also properties such as having unmatched disturbances and being in regular form except being instantaneously underactuated and time varying.

The fidelity of the simulation environment was paid importance. The four environmental torques and the disturbance torque due to the model uncertainty were calculated by realistic mathematical models. Regarding the fact that those five disturbance torques' components are lower- and upper-bounded, formulas that make calculation of those bounds possible during the control system design were derived. If the satellite's orbit together with its mass and dimensional properties are known, the bounds on the four environmental torques can be obtained before the control process starts, more clearly, during the control system design. However, the torque due to the model uncertainty depends strongly on the angular orientation of the body axis system with respect to the reference axis system. Thus, the corresponding bound is varying and was calculated during the control process instantaneously.

After these preparations, the main content of the thesis work was presented in the fourth chapter. First, variable structure control was briefly introduced, then limited works dealing with the application of the sliding mode control method to the purely magnetic attitude control problem were covered. The used method in the thesis work is the conventional (classical) sliding mode control method, and the applied approach is the equivalent control approach. Therefore, the design of the magnetic sliding mode control was started after giving the derivation and application steps of the equivalent control method. The sliding manifold that has been employed in the attitude control problem, in which a torque that is produced by momentum exchange or thrust directly acts on the system, was showed. Two integral terms added to that manifold led to a manifold that is dependent on the local geomagnetic field. That proposed time varying manifold including information on magnetic field enabled overcoming the obstacles for the application of the equivalent control method to the problem. The analysis on existence of a sliding mode along that manifold indicated that the designed magnetic sliding mode controller carries the attitude motion into sliding mode by making the state variables' trajectories reach the sliding manifold in finite time. This important result means that there is a sliding mode along the proposed manifold in the attitude motion of a rigid satellite controlled by purely magnetic actuation. In the next step, the reduced order motion in the sliding mode was analysed to make sure that the sliding motion ends at the reference. The conclusion derived is that the state variables of the sliding motion converge to their reference values monotonously. Hereby, it appeared that the designed controller provides the purely magnetic attitude control problem with a globally uniformly asymptotically stable solution. Thanks to the fact that the applied method is a robust control method, the problem was also solved in terms of stability robustness. The controller design was carried out so that the condition of finite time reaching to the manifold is satisfied even under disturbances originating from environmental effects and model uncertainty. Then the obtained stability is such kind of stability that it is robust against perturbing effects.

It was examined if the theoretical results were verified numerically. In simulations carried out, it was seen that the attitude controlled by two different magnetic sliding mode controllers, which were designed by two different reaching laws, varied between distant initial and reference states and under conditions that are far from ideality as the theoretical results indicated.

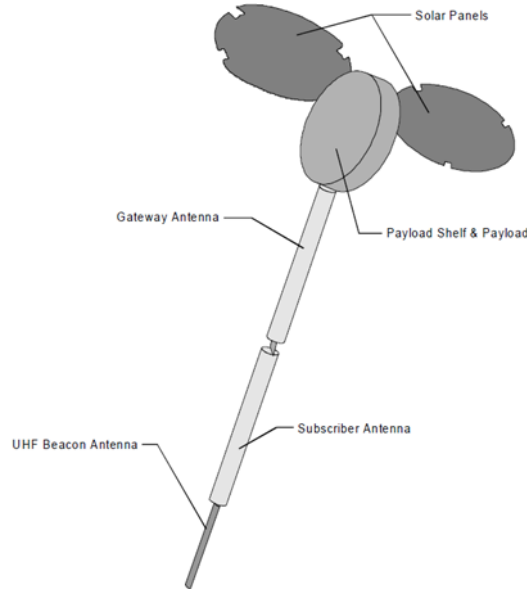
Lastly, the integral sliding mode control method was applied to the problem by using the proposed sliding manifold. It was shown that there is also an integral sliding mode in the attitude motion of a rigid satellite controlled by purely magnetic actuation. Because the reaching phase was eliminated by that method, the stability of the controlled motion was made robust against perturbations for the whole control process.

1. GİRİŞ

Bilimsel ve teknolojik uğraşının hedeflerinden biri, insan tasarımı araçların görevlerini daha etkin şekilde yerine getirmesini sağlayacak yaklaşım ve yöntemler geliştirmektir. Bu hedefe yönelik uğraşı, söz konusu olan uzay araçlarıysa iyice önem kazanmaktadır. Günümüzde, uzay araçlarından daha etkin şekilde yararlanmak denince anlaşılardan biri, belli bir görevin mümkün olan en küçük araçla gerçekleştirilebilmesidir. Küçüklüğün beraberinde getirdikleri, düşük kütle ve boyut, düşük güç tüketimi, kısa tasarım, üretim ve test süreci, görece kolay elde edilebilir ve ucuz bileşenlerden meydana gelme, dolayısıyla düşük maliyettir. Bu tür uydular “küçük uydular” olarak adlandırılmaktadır ve yaygın olarak 0,1-100 kg aralığında değişen kütlelere sahip olarak tasarlanıp üretilmektedir [1].

Bir uzay görevinin en düşük başarımla gerçekleştirilebilmesi için gerekenlerden biri, aracın yörüngesindeki ilerleme ile kendi eksenini etrafındaki dönme, yani yönelme hareketinin, görev tarafından belirlenmiş olan kararlılık ve kontrol isteklerini sağlamasıdır. Yönelme hareketi, ilgili alt sistem olan Yönelme Belirleme ve Kontrol Sistemi (YBKS) tarafından algılanır ve yönetilir. Hareketin etkin şekilde yönetilmesi, bir kısmı ya da tamamı algılanan, algılanamayanları gözlenen veya kestirilen yönelme açıları ve hızlarından yararlanılarak, kontrolör tarafından üretilen kontrol işaretleriyle sürülen eyleyicilerin ürettiği torkla sağlanır. Etkin yönelme kontrolü, güç tüketen üç tür eyleyici sınıfıyla yerine getirilir: tepkisel kontrol iticileri (jetler), momentum çevirici aygıtlar (tepki/momentum tekerlekleri, kontrol moment jiroskopları) ve manyetik eyleyiciler (manyetik sarım/çubuklar). Manyetik eyleyiciler, düşük kütleli, küçük hacimlere uygun tasarımı ve üretimi olanaklı, daha düşük ortalama güç tüketimine sahip, kolay ve düşük maliyetli üretime imkan veren eyleyiciler olmaları dolayısıyla, küçük uydular için çok uygun olarak değerlendirilmiştir. Bu nedenle, bazı yüksek kütleli, çoğunlukla düşük kütleli küçük uyduların YBKS'lerinde birincil eyleyici takımı olarak manyetik eyleyiciler kullanılmaktadır [2].

Yüksek olmayan (1° üstü) bir yönelme doğruluğu isterine sahip ve hızlı kararlılaştırma gereksinimi olmayan, haberleşme, Dünya'yla ilgili bilimsel bilgi toplama vb. görevler için, salt manyetik eylemeye dayalı üç eksenli yönelme kontrol sistemlerinin kullanılması uygundur. Bu saptamanın dayanağı olarak üç örnek uydu gösterilebilir. İlki, bir Amerikan şirketinin mikrouydu programı kapsamında 1995'in Nisan ayında uzaya gönderdiği, ORBCOMM kapsamında geliştirilmiş olan MicroStar uydusudur. Şekil 1.1'de bir çizimi görülen 46 kg'lık bu haberleşme uydusunun yönelmesi 2° 'lik doğrulukla kontrol edilebilmiştir [1].



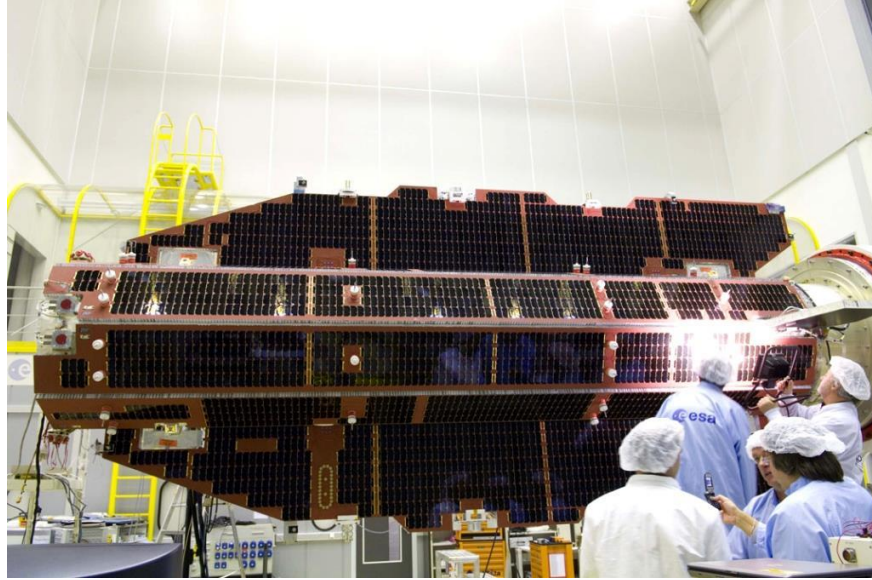
Şekil 1.1 : ORBCOMM/MicroStar uydusunun bir çizimi [3].

İkincisi, Danimarka'nın Ørsted adlı yaklaşık 62 kg kütleli uydusudur. Danimarka'nın başkenti Kopenhag'daki Tycho Brahe Planetaryumu'nda, Ørsted'in 1/1 ölçekli bir maketi sergilenmektedir (Şekil 1.2).



Şekil 1.2 : Ørsted uydusunun 1/1 ölçekli maketi.

Dünya'nın manyetik alanını ölçmek ve Güneş rüzgarı plazması ile etkileşimini incelemekle görevli bu mikrouydu, 1997'nin Mart ayında fırlatılmıştır. Manyetik yönelme kontrol sistemi tarafından karşılanması beklenen Ørsted'in yönelme doğruluğu isterleri, yuvarlanma ve yunuslama eksenleri etrafında 10° , sapma eksenleri etrafındaysa 20° 'dir [4]. Her iki uyduda da, edilgin bir yönelme eyleyicisi olan kütleçekim gradyanı çubuğu bulunmuştur. Üçüncü örneğe, GOCE (The Gravity and steady state Ocean Circulation Explorer) uydusudur (Şekil 1.3).



Şekil 1.3 : GOCE uydusu [5].

GOCE, 17 Mart 2009'da fırlatılmasının ardından, Dünya'nın yer çekimi alanının şeklini ve karakteristiklerini daha önce olmadığı kadar yüksek ayrıntıyla belirlemek olan görevine 12 Eylül 2009'da başlamış ve 11 Kasım 2013'te atmosferin yoğun katmanlarında son bulan görevi boyunca beklentileri karşılayan bir başarıyı sergilemiştir. Avrupa Uzay Ajansı ESA'nın "Living Planet" programının bir parçası olan bu uydu 1052 kg'dır ve 250-280 km'lik irtifa aralığında görev yapmıştır. Salt manyetik yönelme kontrol sistemine dayanan ilk orta büyüklükteki uydu olan GOCE'nin yapısı, alçak görev irtifasındaki görece şiddetli aerodinamik etkiden yararlanmak üzere tasarlanmıştır, bunun sonucu olarak uydu edilgin aerodinamik yönelme kararlılığına sahiptir [6]. 2006 tarihli ([7]'de atıfta bulunulan) ilgili bir yayında, GOCE'nin yönelme doğruluğu isterleri, yuvarlanma ve sapma eksenleri etrafında 8° , yunuslama eksenleri etrafındaysa 3° 'dir. [6]'da paylaşılmış olan uçuş verileri, bu isterlerin sağlanmış olduğunu göstermektedir. Bu son örnek, hem yakın tarihtedir hem de küçük uydu sınıfına girmeyen bir uyduya aittir, dolayısıyla salt

manyetik eylemeyle üç ekseninde yönelme kontrolü yaklaşımının kullanım alanının genişlemekte olduğuna işaret etmesi açısından önemlidir. Bu üç örneğin dışında, “küp uydu (cubesat)” standardına göre, çoğunlukla üniversite laboratuvarları tarafından tasarlanıp üretilen ve kütleleri 0,1-10 kg arasında değişen birçok küçük uyduda da üç ekseninde yönelme kontrolü için salt manyetik eyleme tercih edilmektedir [2]. Bazı küp uydularda, söz konusu kontrol sistemi edilgin yunuslama ön-momentumu yöntemiyle (EYÖMY) desteklenmektedir [2]. Bu edilgin yöntem, yunuslama eksenine yerleştirilen bir momentum tekerleğinin uyduya eylemsiz katılık (rijitlik) sağlayarak sistemin yönelme kontrolü başarımını artırması esasına dayanmaktadır.

ESA'nın “Project for On-Board Autonomy (PROBA)” programı kapsamında, 2001 yılından bu yana bir dizi küçük uydu uzaya gönderilmiştir. Bunlardan 7 Mayıs 2013'te fırlatılan sonuncusu, Şekil 1.4'te görülen, bitki örtüsü gözlemiyle görevli Proba-V (Vegetation)'dir.



Şekil 1.4 : Proba-V uydusu [8].

Görev kipinde kullanılmak üzere tepki tekerlekleri de bulundurması dolayısıyla salt manyetik eylemeli olmayan, 138 kg'lık bu uydu, 820 km'lik irtifada görev yapmaktadır. Proba-V örneğinin bu tez çalışması açısından önemi, MicroStar, Ørsted ve GOCE uydularından farklı olarak herhangi bir edilgin kararlılaştırma desteğine sahip olmayan bu uydunun “manyetik kip” adlı güvenli bir görev kipine sahip

olmasıdır. O kipte, üç eksen etrafındaki yönelme, yalnızca uyduda yer alan manyetik eyleyici üçlüsü kullanılarak kontrol edilmektedir [9].

1.1 Tezin Amacı

Salt manyetik yönelme kontrolü problemi iki zorlayıcı özelliğe sahiptir: manyetik tork üretimi yasasının yapısından kaynaklanan “anlık olarak eksik eyleme”; söz konusu yasanın zamanla değişken yerel jeomanyetik alan vektörüne bağımlı olmasından kaynaklanan “zamanla değişkenlik”.

Söz konusu manyetik tork üretimi yasası

$$\vec{T}_{mk} = \vec{M} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

şeklindedir. Burada, \vec{T}_{mk} 3x1’lik manyetik kontrol torku vektörü, \vec{M} birbirine dik şekilde uzay aracının gövde eksenleri boyunca yerleştirilmiş olan üç manyetik eyleyicinin ürettiği manyetik dipol momentlerinin 3x1’lik bileşke vektörü, yani manyetik kontrol momenti vektörü, \vec{B} uzay aracının bulunduğu konumdaki 3x1’lik Dünya manyetik alanı vektörüdür ve gövde eksen takımında ifade edilmektedir. (1.1)’e göre, manyetik torkun daima yerel jeomanyetik alan vektörüne dik düzlemde bulunacağı aşikârdır, dolayısıyla manyetik alan vektörüne koşut olan doğrultu eylememektedir.

Dünya manyetik alan vektörünün doğrultusu ve şiddeti, düzlemi jeomanyetik ekvator düzlemiyle çakışık olmayan bir yörüngede ilerleyen bir uydunun gövde eksen takımına göre zamanla değişim gösterir. (Jeomanyetik ekvator düzlemi, coğrafi ekvator düzlemiyle çakışık değildir.) Öyleyse, böyle bir yörüngeye sahip bir uydu için \vec{B} , dolayısıyla \vec{T}_{mk} zamanla değişkendir, başka bir deyişle zamanın açık fonksiyonudur. Sonuç olarak, eylemeyen doğrultu görev boyunca gövde eksen takımına göre sabit kalmamaktadır. İşte bu olgu, salt manyetik yönelme kontrolü probleminin “eksik eyleme” değil, “zamanla değişkenlik” özelliğinin bir sonucu olarak “anlık olarak eksik eyleme” özelliğine sahip bir problem olduğunu ortaya koymaktadır.

Katı (rijit) cisim olarak kabul edilebilen uzay araçlarının eksik eyleme halindeki yönelme hareketinin kararlılık ve kontrol edilebilirliği önemli bir araştırma konusu

olmuştur [10]. Tepkisel kontrol iticileri veya momentum çevirici aygıtlar kullanılan yönelme kontrol sistemlerinde meydana gelen bir eyleyici arızası sistemi eksik eyleme haline sokar. Söz konusu sistemlerde, manyetik eyleyici kullanılan sistemlerden farklı olarak, arızalı eyleyicinin eksen doğrultusundaki eylemeyen doğrultu gövde eksen takımına göre sabit kalmaktadır. Literatürden bilinmektedir ki, bu halde, sürekli ve zamanla değişmeyen kontrol yasaları kullanılarak, yönelme kontrolü probleminde bütünsel asimptotik kararlı bir çözüm getirilememektedir [10,11]. Diğer yandan, [12]'de kanıtlandığı gibi, sadece bir manyetik eyleyici üçlüsünün sağladığı manyetik kontrol torqu etkisindeki yönelme hareketi, eğer jeomanyetik alan yörünge boyunca periyodik olarak değişiyorsa, kontrol edilebilir. Yönelme hareketinin salt manyetik eylemeyle kontrol edilebilirliğini ele alan tek çalışma olan bu kaynağa dayanarak, değişimin neredeyse periyodik olmasının da, manyetik alan vektörünün, orijini uydunun kütle merkezinde olan yörünge eksen takımına göre daima dönüyor olması kaydıyla, kontrol edilebilirlik için yeterli olduğu sonucuna varılabilmektedir. Anlık olarak eksik eylemeye rağmen kontrol edilebilir olma özelliğini doğrular nitelikteki bir sonuç, salt manyetik yönelme kontrol sisteminin, üç manyetik eyleyiciyle sağladığı kontrol torqu vektörünü iki manyetik eyleyiciyle de aynen sağlayacak şekilde yeniden yapılandırılmasının mümkün olduğudur [13]. Yeniden yapılandırılmış sistemde, sadece manyetik alan vektörünün gövde eksenlerinden herhangi biri doğrultusunda uzandığı anlarda tekillik ortaya çıkmaktadır. 2×1 'lik manyetik kontrol momenti vektörünün tekillik hallerinde dahi üretilmesi için, sistemin işleyiş niteliğini etkilemeyecek önlemlere başvurulması gerekmiştir.

“Eksik eyleme” ile “anlık olarak eksik eyleme” halleri arasındaki fark, [10] ve [11]'deki kararlaştırılabilirlikle ilgili sonuçların, salt manyetik yönelme kontrolü probleminde geçerli olmadığına işaret etmekte, dolayısıyla bu probleme bütünsel asimptotik kararlı bir çözüm getirmenin mümkün olduğunu düşündürmektedir.

Bu tez çalışmasının birinci amacı, girişte üzerinde durulan hedefe yönelik olarak, sadece bir manyetik eyleyici üçlüsüne sahip bir yönelme kontrol sistemiyle, “çevresel bozucular etkisindeki ve parametrik model belirsizliğine sahip doğrusal olmayan katı uzay aracı dinamiğinin üç ekseninde kontrol edilmesi probleminde bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm getirmek”tir. Problemin çözümü için dayanıklı bir doğrusal olmayan kontrol yönteminden yararlanılacaktır. Böylelikle, tez

çalışmasının ikinci amacı olan, “probleme dayanıklı bir çözüm getirmek” doğrultusunda ilerlenmiş olacaktır. Böyle bir çözüm, salt manyetik kontrol sisteminden kararlılık ve dayanıklılık açılarından daha etkin şekilde yararlanılmasını sağlayacaktır.

Doğrusal olmayan yönelme dinamiğinin kontrolünün ele alınması, bir uzay aracının yörünge ömrünün sadece görev evresine değil, aynı zamanda “yönelme edinimi (attitude acquisition)” evresine yönelik bir kontrol çözümü getirilmesi anlamına gelmektedir. Yönelme edinimi, uzay aracının, manevra planlaması sırasında bilinmeyen bir başlangıç açısız durumundan bir referans açısız durumuna taşınmasıdır [14]. Uzay aracının, fırlatma aracı tarafından yörüngesine yerleştirilmesini ya da ani bir bozucunun yönelme durumunu referanstan uzaklaştırmasını izleyen bu evrede iş görmekle yükümlü bir kontrol yasasının, uzay aracına büyük açı değişimleri yaptırabilmesi ve bu sırada açısız hızı sönmüleyebilmesi gerekmektedir. Manyetik eyleyicilerin tork üretim kapasitesi, küçük uyduların çoğunlukla görev yaptığı 600-800 km’lik alçak irtifa aralığındaki jeomanyetik alan şiddeti tarafından belirlenmekte ve diğer eyleyici sınıflarına göre düşük kalmaktadır. Bu nedenle, uzay aracının başlangıç açısız hızının yüksek olması durumunda, bu tez çalışmasında önerilecek kontrol yasalarının devreye girmesinden önce, yani yönelme edinimi evresine geçilmeden önce bir “açısız hız sönmüleme (detumbling)” evresinden geçilmesi, bu evrede sadece açısız hız sönmülemeyle yükümlü bir salt manyetik kontrol yasasının kullanılması gerekecektir. Küçük uydularda, özellikle de küp uydularda yaygın olarak kullanılan “B-nokta (B-dot) yasası”, böyle bir yasaya örnektir [15].

1.2 Literatür Araştırması

Yönelme kontrolünde manyetik eyleyicilerden yararlanılması, [16]’da görüleceği gibi 1961 yılından beri üzerinde çalışılan bir konudur. 1965 tarihli bir çalışmayla birlikte, manyetik yönelme kontrolü dönme (spin) ile kararlılaştırma yöntemi ile birlikte uygulanmaya başlamıştır [17]. Manyetik yönelme kontrolü yöntemi ikinci uygulamasını, yunuslama ön-momentumuna sahip uyduların üç eksenle kararlılaştırılmasında bulmuştur [18]. 1976 tarihli bir yayında, ön-momentum yöntemi için tümüyle otonom bir üç eksenle manyetik kontrol sistemi tasarlanmıştır. Sistem yanıtının analitik ve sayısal çözümlerinin uyum içinde olduğunun

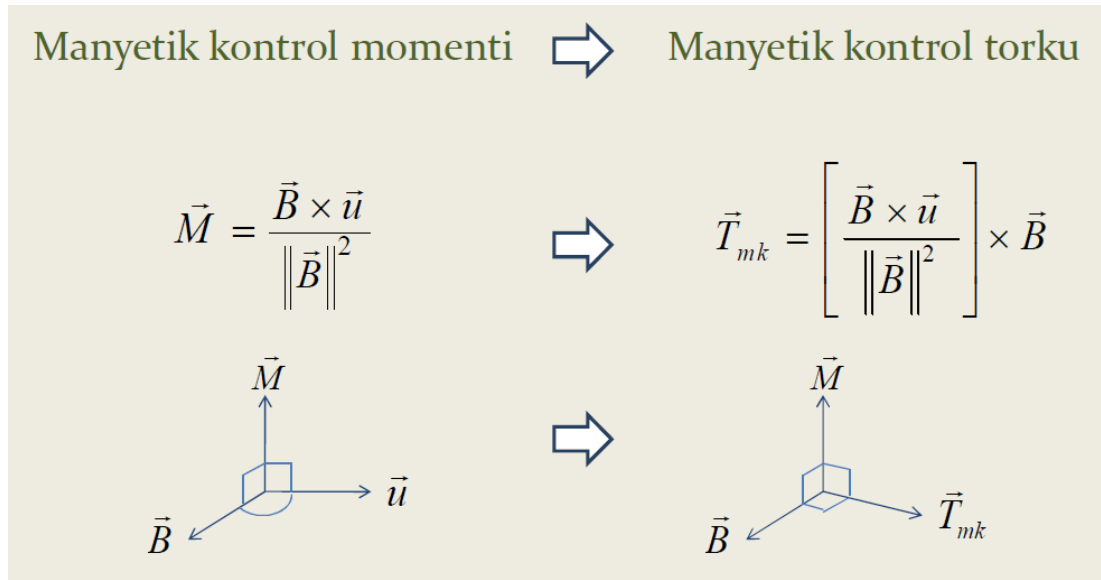
gösterilmesinden hareketle, tasarlanan kontrolörün uygulanabilir olduğu sonucuna varılmıştır [15]. Bu iki tür uygulamaya yönelik çalışmaların kısa bir özeti için [19]'a başvurulabilir. Manyetik eyleyicilerin tepkisel kontrol iticileriyle ortak olan geleneksel işlevleriye, açısal hız sönümlemesi (despin) ile momentum çevirici aygıtların momentum boşaltımı (unloading) ve yönetimi (management) olarak sayılabilir.

Uzay araçlarının yönelme kontrol sistemlerinde, önceki paragrafta bahsi geçen şekillerde ikincil eyleyici olarak kullanılmış olan manyetik eyleyicilerin birincil eyleyici olarak kullanılması, son yirmi beş yılı aşkın sürede birçok yayının konusu olmuş ve girişte gösterildiği gibi uygulama da bulmuştur. Bu yayımlanan çalışmaların bir kısmı EYÖMY destekli üç eksenli manyetik kontrol sistemleri geliştirmeye yönelmiştir [20]. [2]'de bu yaklaşıma sahip yayınlara başka örnekler verilmiştir. Çoğunluğuysa, bu tez çalışmasında ele alınan, sadece elektromanyetik eylemeyle üç eksenli yönelme kontrolü problemi üzerinde durmuştur. Bu alt bölümün sonraki paragraflarında, bu probleme literatürde ne gibi çözümler getirilmiş olduğu aktarılacaktır.

Salt manyetik eylemeyle üç eksenli yönelme kontrolüne ilişkin literatürün büyük bölümü, denge ya da çalışma durumu civarında doğrusallaştırılmış dinamikleri ele alarak probleme getirilmiş olan yerel (local) çözümlerden oluşmaktadır. 1988'de yayımlanan önemli bir çalışmada, manyetik kontrol kütle-çekim gradyanı ile kararlaştırılmış bir uzay aracı için kullanılmıştır [21]. Böyle bir uzay aracı için salt manyetik eyleme ile üç eksenli kararlılık elde edilebileceği öne sürülmüştür. Benzetim sonuçları, doğrusallaştırılmış ve zamanla değişken uzay aracı hareketi modelinin, doğrusal ve zamanla değişmeyen karşılığı ile yaklaşık olarak temsil edilmesi yoluyla geliştirilen kontrol algoritmalarının, geniş bir yörünge yatıklık açısı ve başlangıç yönelmesi aralığı için iyi işlediğini ortaya koymuştur. [21]'in çok önemli bir özelliği, salt manyetik yönelme kontrol sistemi tasarımında yaygın olarak kullanılacak olan

$$\vec{T}_{mk} = \vec{M} \times \vec{B} = \left[\frac{\vec{B} \times \vec{u}}{\|\vec{B}\|_2^2} \right] \times \vec{B} \quad (1.2)$$

manyetik kontrol torku üretim yasasını önermiş olmasıdır. Burada, \vec{u} 3x1'lik tasarlanan kontrol vektörüdür ve “istenen kontrol vektörü” veya “ideal kontrol vektörü” olarak adlandırılır. (1.2) yasasına dayalı olarak tasarlanan kontrolörlere “izdüşürme (izdüşüm) temelli (projection-based)” kontrolör denir. Şekil 1.5'te görüldüğü gibi, bu yasa, kontrol sistemi tarafından üretilen manyetik kontrol torku \vec{T}_{mk} 'yi, tasarlanan kontrol torku \vec{u} 'nun \vec{B} 'ye dik düzleme izdüşümü olarak hesaplar. \vec{T}_{mk} 'nin \vec{u} 'ya eşit olması ancak ve ancak, \vec{u} 'nun \vec{B} 'ye dik düzlemde bulunmasıyla mümkündür. Aksi halde, uzay aracına sadece \vec{u} 'nun \vec{B} 'ye dik bileşeni etki etmektedir.



Şekil 1.5 : İzdüşürme temelli manyetik kontrol torku üretim yasası.

Bu tez çalışmasındaki kontrol sistemi tasarımlarında da, manyetik moment vektörünün tasarlanan kontrol vektöründen elde edilmesini tanımlayan bu izdüşürme (izdüşüm) temelli kontrol yasasına dayanılacaktır. Böylelikle, manyetik eyleyicilerin \vec{T}_{mk} 'ya katkı sağlamayacak şekilde, \vec{B} doğrultusunda da manyetik moment üretmesinin önüne geçilmiş olacaktır. Bu olgu, (1.2) yasasının enerji tüketimini aşağıya çektiğini ortaya koyar.

$$M_i = nAI_i \quad ; \quad i = 1,2,3 \quad (1.3)$$

bağıntısı kullanılarak, bu yasaya göre hesaplanan \vec{M} 'nin bileşenleri olan M_i 'den, karşılık gelen manyetik eyleyiciye kontrolörce beslenecek olan sürücü akımı I_i

hesaplanır. Burada, n ve A , sırasıyla, manyetik eyleyicilerin sarım sayısı ve kesit alanıdır.

Üç ekseninde yönelme kontrolü için salt manyetik kontrol yöntemine ilk kez başvurulmuş çalışmalardan öne çıkanı 1989 yılında yayımlanmıştır [22]. [21]'dekinden farklı bir doğrusal yaklaşım olarak, sonsuz zaman ufuklu (infinite-time-horizon) doğrusal karesel regülasyon (linear quadratic regulation) yönteminin kullanıldığı bu çalışmada, zamanın fonksiyonu olan kontrol yasaları yörüngedeki konumun fonksiyonu olan yasalarla değiştirilmiştir. Uzay aracı bilgisayarlarının işlem gücünün artması dolayısıyla yörüngede kullanılmasının mümkün olduğu öne sürülen bu yöntemin başarımı benzetimlerle sergilenmiştir. 1996 yılında yayımlanan ve ele alınan problem açısından oldukça önemli olan bir doktora tezinde, salt manyetik eyleme ile üç ekseninde yönelme kontrolü probleminin çözümü için çeşitli doğrusal kontrol yasaları önerilmiştir [23]. [22]'nin açtığı yoldan ilerlenerek, kutupsala yakın (yüksek yatıklık açılı) yörüngeler üzerindeki manyetik alan değişiminin periyodik kabul edilebilmesinden hareketle, kütle-çekim gradyanıyla kararlaştırılmış bir uydu için, Floquet yöntemi ile periyodik kararlılık çözümlemesi gerçekleştirilmiş. Ardından doğrusal periyodik sistemler kuramından yararlanılarak, sonsuz ve sonlu zaman ufuklu olmak üzere iki periyodik ve bir sabit kazançlı kontrolör tasarlanmıştır [24]. 2001 tarihli oldukça önemli bir yayında, zamanla değişken, tüm durumları geri besleyen bir doğrusal karesel regülatör (LQR: linear quadratic regulator) tasarlanmıştır [25]. Zamanla değişken Riccati denkleminin sabit yaklaşımına dayalı olan bu tasarım, [24]'tekine benzer olmakla birlikte, altta yatan periyodik LQR problemi ile daha güçlü bir ilişki kurularak, eyleyici doyması (actuator saturation) durumunda kararlı kalır hale getirilmiştir. Bozucuların sürekli haldeki (steady-state) etkilerine karşı koyulması amacıyla kontrolöre integralleyici eklenmiştir. İntegralleme etkisi ve doyma mantığı ilk kez bu çalışmada bir arada kullanılmıştır ki, integralleyicilerin kontrol işaretlerinin doymaya girdiği durumlarda kararlılık sorunu yarattığı bilindiğinden bu önemli bir katkıdır. Salt manyetik yönelme kontrolü problemiyle ilgili ilk literatür taraması yayını olan [26]'da, model temelli öngörme (model-based prediction) ile kontrol yöntemine dayalı olarak yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir. Öncelikle manyetik uzay aracı zamanla değişken olmayan ve üç bağımsız kontrol girişine sahip bir sistem olarak modellenmiş, ardından manyetik eyleyicilerin etkisi uygun bir kısıt topluluğu aracılığı ile sisteme yansıtılmıştır.

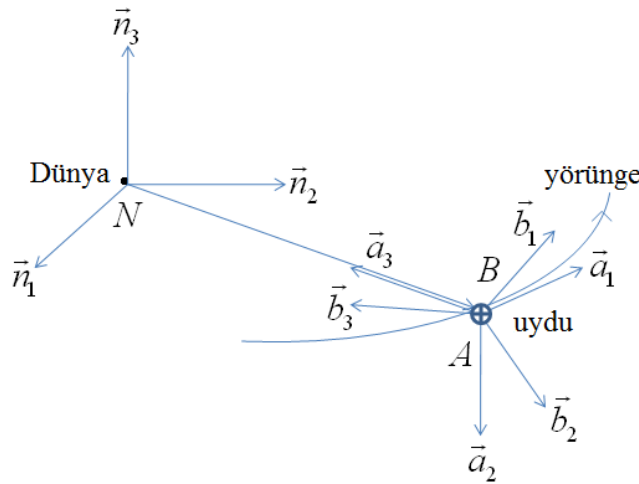
Benzetim sonuçlarıyla, bu kestirimci yaklaşımın uygulanabilirliği sergilenmiştir. Bir başka yayında, biri sabit, diğeri gerçekçi şekilde değişken iki farklı manyetik alan modeli için model öngörmeli (model predictive) kontrolün verdiği sonuçlar karşılaştırılmıştır [27]. Ayrıca, manyetik yönelme kontrolü problemine model öngörmeli kontrol yöntemi kullanılarak önerilen çözümlerin kararlılığı konusundaki çalışma eksikliği, Floquet çözümlerinden yararlanılarak giderilmeye çalışılmıştır. Kontrol sisteminin kararlılığı, hedef (maliyet) fonksiyonu (cost function) için sınır yaptırımı uygulanan ve uygulanmayan durumlar için incelenmiştir. [28]'de, kütleçekim gradyanı çubuğu kullanılarak kararlılaştırılan manyetik uydular için de geçerli olan, bir asal eylemsizlik momenti değerinin diğer ikisine göre oldukça düşük olduğu durum ele alınmıştır. İzdüşürme temelli kontrol sistemi tasarımının bahsi geçen özel uydu modellerine uygulanması halinde düşük başarımla elde edildiği saptamasından hareketle bu çalışmada, bir başarımla göstergesinin (performance index) en küçük kılınmasına dayalı yeni bir yaklaşım önerilmiş ve gerçek (uygulanacak) manyetik momentler bu yaklaşım ile hesaplanmıştır. Yeni yaklaşıma dayalı olarak tasarlanan oransal-türevsel (PD: proportional-derivative) kontrol sisteminin bozuculara karşı koyma yeteneğinin geliştirilmesi amacıyla da, ileri beslemeli bir kontrol yasası geliştirilmiştir. Benzetim sonuçları, yönelmenin 5° doğrulukla kontrol edilebildiğini ortaya koymuştur. [29]'daysa, [27]'de tasarlanmış olan model öngörmeli kontrolör, biri sabit, diğeri harmonik olmak üzere, iki farklı bozucu modelini kullanan durum kestirimcileri ile birleştirilmiştir. Sonlu zaman ufuklu (finite-time-horizon) kontrolörlerin, bozucuların hesaba katılması durumunda nasıl sonuç verdiği ile ilgili mevcut araştırma eksikliğinin giderilmesinin amaçlandığı bu çalışmada, sabit modele dayalı olarak elde edilen sonuçların, bozucusuz model ile elde edilenlerden dikkate değer derecede üstün olduğu gösterilmiştir. Harmonik modele dayalı çözüm ise, sabit modele dayalı çözümün sonuçlarını hafifçe iyileştirmiş, fakat aynı zamanda durum kestirimcisini karmaşıktır. 2009 yılında, yüksek artık manyetik dipol momentleri etkisindeki uyduların doğrusallaştırılmış dinamiği incelenmiş ve söz konusu durum için bir yönelme kontrol yöntemi önerilmiştir [30].

Salt manyetik yönelme kontrolü problemine, doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol kuramı ışığında 2003 yılına kadar önerilmiş olan çözümlerin, yaklaşım yöntemlerine göre sınıflandırılmış bir derlemesi için literatür taraması [26]'ya başvurulabilir. Söz konusu yayında, özellikle doğrusal yaklaşımlarda kullanılan periyodik kontrol

yöntemi üzerinde durulmuştur. 1988-2009 yılları arasındaki ilgili yayınların kronolojik olarak ve ayrıntılı şekilde sunulduğu bir literatür özetiye, [19]'da bulunmaktadır. Bu paragrafta ve devamında, bu tez çalışmasının amaçlarından biri olan, probleme bütünsel asimptotik kararlı bir çözüm getirmeye yönelik olarak geliştirilmiş ve literatürde yerini almış olan sınırlı sayıdaki kontrolör gözden geçirilecektir. Önceki paragrafta bahsi edilen 1996 tarihli doktora tezinde [23], periyodik kontrol kuramından yararlanarak çeşitli doğrusal olmayan kontrol yasaları da önerilmiştir. Jeomanyetik alanın yörünge boyunca periyodik bir değişim gösterdiği kabulüyle tasarlanan bu yasalardan biri Dünya'ya yönelmeyi bütünsel asimptotik kararlı şekilde sağlayan

$$\vec{M} = H(\vec{\omega}^{B/A} \times \vec{B}) + \eta(t)\vec{q} \times \vec{B} \quad (1.4)$$

şeklindeki kontrol yasasıdır. Burada, $\vec{\omega}^{B/A}$ uzay aracının gövde referans eksen takımı B 'nin yörünge eksen takımına göre 3×1 'lik açısal hız vektörü, \vec{q} bu iki eksen takımı arasındaki açısal konumlanmayı ifade eden 3×1 'lik kvaterniyon vektörü, H kesin pozitif sabit bir matris ve η zamanla değişken pozitif bir katsayıdır [31,32]. Yörünge referans eksen takımı A 'nın orijini uzay aracının kütle merkezindedir. Birinci eksen yörüngeye teğet doğrultuda ve ilerleme yönünde pozitif, ikinci eksen yörünge düzlemine dik doğrultuda ve uydunun yörüngedeki dönme açısal hız vektörüne ters yönde pozitif, üçüncü eksen ayakucu (nadir)-başucu (zenit) doğrultusunda ve Dünya'nın kütle merkezini işaret eden ayakucu yönünde pozitifdir (Şekil 1.6).



Şekil 1.6 : Referans eksen takımları, [33]'ten uyarlanmıştır.

“Üç asal eylemsizlik momenti birbirinden farklı (tri-inertial)” olan bir katı uydu için, dairesel bir yörüngede kararlı olan dört denge durumu vardır. Dünya’ya yönelme sağlandığında, yani uydunun asal gövde eksen takımıyla yörünge eksen takımı çakıştığında, uydunun kararlı bir dengede bulunabilmesi için “kütle-çekimsel olarak kararlı” bir eylemsizlik momenti dağılımına sahip olması şarttır [34]. Bu çakışma durumu, bu dört denge durumundan birine karşılık gelmektedir ve (1.4)’teki kontrol yasası, bütünsel ve yalnızca bu denge durumuna asimptotik bir çözüm getirmektedir. Bu yasanın iş yapması, dairesel yörüngedeki katı uydunun kütle-çekimsel olarak kararlı olması ön şartına bağlıdır, aksi takdirde denge kararsız hale gelir ve kontrol sistemi uyduyu dengeden uzaklaştıracak şekilde etki edecek bozucu kütle-çekim gradyanı torkuyla başa çıkmak zorunda kalır. Dairesel yörüngedeki kütle-çekimsel olarak kararlı katı bir uydunun Dünya’ya yöneltmesini ele alan ve “neredeyse bütünsel (almost global)” asimptotik kararlı bir çözüm öneren bir yayında [35], PD-benzeri bir durum geri beslemeli kontrolör olan (1.5) tasarlanmıştır. [36]’ya göre, doğrusal olmayan bir sistemin tüm yörüngeleri sınırlandırılmış (bounded) ise ve yerel asimptotik kararlı olan referans denge durumuna yakınsamayan yörüngelerin başladığı koşullar seti sıfır Lebesgue ölçüsüne (Lebesgue measure) sahipse, bu denge noktası “neredeyse bütünsel” asimptotik kararlıdır.

$$\vec{u} = \begin{cases} -\varepsilon k_d \vec{\omega}^{B/A} & t \leq \bar{t} \\ -\hat{\Gamma}_{ort}^{-1} (\varepsilon^2 k_p \vec{q} + \varepsilon k_d \vec{\omega}^{B/A}) & t > \bar{t} \end{cases} \quad (1.5)$$

Burada, ε üstten sınırlandırılmış pozitif çarpan, k_p ve k_d , sırasıyla, oransal ve türevsel kazanç katsayılarıdır. Katsayı matrisi $\hat{\Gamma}_{ort}$

$$\frac{d\hat{\Gamma}_{ort}}{dt} = \frac{1}{t}\Gamma - \frac{1}{t}\hat{\Gamma}_{ort} \quad t > 0 \quad \text{ve} \quad \hat{\Gamma}_{ort}(0) = \Gamma(0) \quad (1.6)$$

uyarınca zamanla değişmektedir, dolayısıyla bu kontrolör bir uyarılama yapmaktadır. Bu çalışmada “ortalama alma (averaging)” kuramına dayanılmıştır. Bu yapılırken de, uydunun yönelme hareketinin yörünge hareketinden kaynaklanan manyetik alan değişimini sıfırlama ihtimalini geçersiz kılmak adına, açısız hız vektörünün normunun $t > \bar{t}$ için, uydunun yörünge açısız hızından düşük olacak şekilde üstten sınırlandırılmış olduğu kabul edilmiştir. Ayrıntılar ve $\hat{\Gamma}_{ort}$ ’un tanımı için [35]’e

başvurulabilir. \vec{M} , (1.2)'de verilmiş olan izdüşürme (izdüşüm) temelli kontrol yasasına göre hesaplanmaktadır. Çıkarımlarda, Dünya'nın manyetik alanının ele alınan yörünge boyunca periyodik olarak değiştiğine dair, yaygın olarak kullanılan, fakat sadece birinci mertebeden bir yaklaşım için doğru olan kabule dayanılmamıştır.

[36]'da, katı bir uzay aracının açısal durumunu uzayda çakılı hale getirmeyi (eylemsiz yöneltme) sağlayan neredeyse bütünsel asimptotik kararlı kontrol sistemleri tasarlanmıştır. Kullanılan kontrol yasası olan (1.7) durum geri beslemelidir.

$$\vec{u} = -(\varepsilon^2 k_p \vec{q} + \varepsilon k_d \vec{\omega}^{B/N}) \quad (1.7)$$

[37]'deyse, (1.8)'de görüldüğü gibi yalnız yönelmeyi geri besleyen bir kontrol yasasıyla, katı bir uzay aracı için, eylemsiz yöneltme neredeyse bütünsel asimptotik kararlı şekilde sağlanabilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{\delta}} &= \alpha \left(\begin{bmatrix} \vec{q}^T & q_4 \end{bmatrix}^T - \varepsilon \lambda \vec{\delta} \right) \\ \vec{u} &= -\varepsilon^2 J^{-1} \left[k_p \vec{q} + k_d \alpha \lambda W^T(\vec{q}, q_4) \left(\begin{bmatrix} \vec{q}^T & q_4 \end{bmatrix}^T - \varepsilon \lambda \vec{\delta} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.8)$$

Burada, J 3x3'lük eylemsizlik matrisi, α ve λ pozitif çarpanlar ve $\vec{\delta}$ vektörü yardımcı dinamik terimdir. Yönelme kinematik denklemi

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{q}}^T & \dot{q}_4 \end{bmatrix}^T = W(\vec{q}, q_4) \vec{\omega}^{B/N} \quad (1.9)$$

zamanla değişken (dinamik), 4x3'lük $W(\vec{q}, q_4)$ katsayı matrisini tanımlamaktadır. (1.9)'daki q_4 skalar kuvaterniyon bileşeni ve $\vec{\omega}^{B/N}$ uzay aracının gövde referans eksen takımı B 'nin eylemsiz eksen takımına göre 3x1'lik açısal hız vektörüdür. Bu çalışmada da ortalama alma kuramına dayanılmıştır ve \vec{M} yine (1.2)'de verilmiş olan izdüşürme (izdüşüm) temelli kontrol yasasına göre hesaplanmaktadır. Eylemsiz referans eksen takımı N 'nin orijini Dünya'nın kütle merkezindedir. Birinci pozitif ekseni uzayda çakılı olan ilkbahar noktası Υ 'a doğru uzanır, üçüncü pozitif ekseni coğrafi kuzey kutup noktasından dışarıya çıkar, ikinci pozitif ekseni de sağ el kuralına göre bu Kartezyen referans sistemini tamamlar. Çalışmanın sonuçlarının kontrolör parametreleriyle ilgili kısıtlayıcı kabullere dayanmadığı ve sonuçların

kapalı-çevrim sistem için üzerinde “ortalama kontrol edilebilirlik (controllability on average)” özelliğinin yitirilebildiği hiçbir yörüngenin bulunmadığını garanti ettiği belirtilmiştir. Sonuçlar, Dünya’nın manyetik alanının yörünge boyunca periyodik olarak değiştiği kabulüne başvurulmadan elde edilmiştir. [38]’de, [31]’de önerilmiş olan ve yalnız açışal hız vektörünü geri besleyen

$$\vec{M} = H(\vec{\omega}^{B/A} \times \vec{B}) \quad (1.10)$$

kontrolörüyle [32], salt manyetik eylemeyle Dünya’ya yöneltilmek istenen kütleçekimsel olarak kararlı katı bir uydunun, böyle bir uydu eylemsizlik dağılımı ve dairesel uydu yörüngesi için aynı zamanda denge durumu olan söz konusu referans durumuna bütünsel düzgün asimptotik olarak yakınsamasının sağlanabildiği kanıtlanmıştır. Bu yayında belirtildiğine göre, uydudaki üç eksenli manyetik algılayıcı, artık manyetik dipol momenti olarak adlandırılan elektronik donanım kaynaklı manyetik etkiyi de ölçecektir, dolayısıyla periyodik bir manyetik alan algılanabilmesi gerçekte mümkün değildir. Bu nedenle problem zamanla değişken haliyle ele alınmış ve kararlılık çözümlemesi için Matrosov kuramının kullanılmasıyla Dünya manyetik alanının periyodikliği varsayımına olan gereksinim ortadan kalkmıştır.

Bu tez çalışmasının diğer amacı, dayanıklılık özelliği olan bir salt manyetik yönelme kontrol sistemi ortaya koymaktır. [35]’ten esinlenilerek katı bir uydunun Dünya’ya yöneltilmesi için 2010 tarihli [13]’te önerilen

$$\vec{u} = -\varepsilon(\varepsilon k_p \vec{q} + k_d \vec{\omega}^{B/A}) \quad (1.11)$$

kontrol yasası, 2012 yılında dinamik bir yapay sinir ağıyla birlikte kullanılmıştır [39]. Kullanılan yapay sinir ağının dinamik olması sistemi gerçek anlamda uyarlamalı kılarak, kontrolörün çıkışının durum değişkenleri dışında çevresel bozucular ve yerel jeomanyetik alana bağlı hale gelmesini sağlamıştır. Böylelikle, sadece (1.11)’e dayalı olarak tasarlanan kontrol sistemiyle karşılaştırıldığında, çevresel bozucular etkisindeki sürekli hal başarımını (steady-state performance) artıran bir sistem ortaya çıkmıştır. Ayrıca, eylemsizlik matrisinin köşegen elemanlarında büyük bir değişim ortaya çıkması halinde, sistemin ıraksaması engellenmiştir. ε kazancının binde bir olarak seçilmesi, kontrolörün öncelikle açışal

hızı sönümlemesini yerine getirmesini ve böylelikle ardından gelen Dünya'ya yönelme manevrasını daha kolayca gerçekleştirmesini sağlamıştır. Yayında yer verilen benzetim sonuçları dikkat çekici bir olguya işaret etmektedir: Dünya'ya yöneltme problemi için önerilmiş olan (1.4), (1.5) ve (1.10) kontrolörlerinden farklı olarak, dinamik yapay sinir ağıyla birlikte kullanılan (1.11) kontrolörü kütle-çekimsel olarak kararlı olmayan eylemsizlik dağılımına sahip katı uydu modelleri üzerinde de sınanmış ve referansa yakınsama elde edilebilmiştir. Bu, uyduya bozucu olarak etki eden kütle-çekim gradyanı torkuna karşı dayanıklılık göstergesi olarak değerlendirilebilir. Söz konusu kontrolörün parametrelerinin başarımlarını artırımı amacıyla veya farklı modeller için ayarlanması gerekmemektedir, bu da onu PD-benzeri (1.11)'e üstün kılmaktadır. 2015 tarihli bir yayında, yukarıda [36]'dan alınarak (1.7) denkleminde yer verilmiş olan durum geri beslemeli eylemsiz yöneltme kontrolörü ile yine yukarıda [37]'den alınarak (1.8) denkleminde sunulmuş olan çıkış geri beslemeli eylemsiz yöneltme kontrolörünün [36]'daki güncellenmemiş hali yeniden ele alınmıştır. Eylemsizlik matrisinin belirsiz (uncertain) olması halinin ele alındığı bu çalışmada, eğer katı uzay aracının asal eylemsiz momentlerinin sahip olabileceği değerlerin aralık sınırları biliniyorsa, eylemsiz yönelme referansı civarında yerel üstel (exponential) kararlılığın var olduğu gösterilmiştir [40]. Literatürde bulunabilen üçüncü dayanıklı (fakat bu sefer doğrusal olan) yaklaşımsa, salt manyetik yönelme kontrolü problemini, hareket denklemlerinin referans civarında doğrusallaştırılmasıyla elde edilen yerel haliyle ele almıştır. 2013 tarihli olan söz konusu yayında, model belirsizliği altında kararlılık açısından dayanıklılık sağlayan bir kontrolör tasarlanmıştır. Dayanıklı periyodik durum geri beslemeli kontrol yönteminden yararlanılan bu çalışmada, izdüşürme (izdüşüm) temelli kontrolörlerin ayarlanmasını sağlayan bir manyetik H_∞ kontrolör geliştirilmiştir [41].

Bu paragrafta, bu alt bölümde sunulmuş olan literatür araştırmasının sonuçları özetlenecektir:

- 1) Salt manyetik eylemeyle üç ekseninde yönelme kontrolü problemi çoğunlukla yerel olarak ele alınmıştır. Bu nedenle, özellikle uydu görevlerinin yönelme edinimi evresinin kontrolü hedeflenerek, problemin bütünsel olarak ele alındığı çalışmalara halen ihtiyaç vardır.

2) Bütünsel asimptotik kararlı çözüm getirmeye yönelik önceki çalışmaların literatüre kazandırmış olduğu çözümler:

a) Jeomanyetik alanın yörünge boyunca periyodik olarak değiştiği kabulüyle periyodik kontrol kuramından yararlanılarak, sadece "kütle-çekimsel açıdan kararlı bir eylemsizlik dağılımına sahip uyduların Dünya'ya yöneltmesi özel problemine " bütünsel asimptotik kararlı bir çözüm" [31]

b) Jeomanyetik alanın yörünge boyunca periyodik olarak değiştiği kabulü yapılmadan, fakat yörünge periyodu boyunca ortalama alma yaklaşımıyla hesaba katılan jeomanyetik alan değişiminin ortalama kontrol edilebilirlik (controllability on average) sağlamasından yararlanılarak, ortalama alma (averaging) kuramına dayanılarak "2a'daki özel probleme neredeyse bütünsel (almost global) asimptotik kararlı bir çözüm" [35]

Bu çözümde yönelme edinimi ancak, uydunun Dünya etrafındaki açısız dönme hızından önemli oranda düşük olan başlangıç hızları için gerçekleştirilebilmektedir.

c) Ne periyodiklik ne de ortalama kontrol edilebilirlikten yararlanılarak, dolayısıyla ne periyodik kontrol kuramına ne de ortalama alma kuramına dayanılarak, sistem zamanla değişken olan asıl haliyle ele alınarak ve Matrosov önermesi (teoremi) kullanılarak "2a ve 2b'deki özel probleme yalnız açısız hız geri beslemesiyle bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm" [38]

d) 2b'deki gibi ortalama alma (averaging) kuramına dayanılarak "eylemsiz yöneltme problemine neredeyse bütünsel asimptotik kararlı bir çözüm" [36,37]

Görüldüğü gibi literatürde, sistemin durumunu kütle-çekimsel olarak kararsız olan Dünya'ya yöneltme referanslarına bütünsel asimptotik olarak taşıyabilen bir çözüm bulunmamaktadır. Ayrıca sistemin zamanla değişken olan asıl haliyle ele alındığı çalışmalara ihtiyaç vardır. Literatürde bu yaklaşımla geliştirilmiş, durum geri beslemeli ve probleme bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm sağlayan bir kontrolör mevcut değildir. Eylemsiz yöneltme

açısından, zamanla değişken sistemi bütünsel olarak “üstel / düzgün asimptotik” kararlı kılan çözümler beklenmektedir.

3) Doğrusal olmayan asıl haliyle ele alınan probleme dayanıklı çözüm getirmeye yönelik önceki çalışmaların literatüre kazandırmış olduğu çözümler:

a) 2b'deki çözümün dinamik bir yapay sinir ağı kullanılarak, özellikle eylemsizlik matrisinde ortaya çıkabilecek değişimlere ve köşegen olmayan eylemsizlik matrisi kaynaklı bozucu etkiye dayanıklı kılınmış hali [39]

Bu çözümde, Dünya'ya yöneltme problemi açısından bozucu olarak etki yapan kütle-çekim gradyanı torkuna karşı koyulabilmektedir. Dayanıklılık sadece benzetimlerle gösterilebilmiştir, kuramsal olarak ortaya konmamıştır.

b) "Eylemsiz yönelme referansı civarında dayanıklı bir şekilde yerel üstel kararlı olan bir çözüm" [40]

2d'deki çözüm, hesaba katılan eylemsizlik matrisi belirsizliği altında yeniden ele alınarak bu çözüm geliştirilmiştir.

Bu maddede görülen odur ki, bütünsel kararlılığın çevresel ve model belirsizliği kaynaklı bozuculara dayanıklılığını garanti eden bir kontrolör henüz literatürde yer almamaktadır.

1.3 Hipotez

Kayma kipli (sliding mode) kontrol yönteminin sunduğu kayma manifoldu (sliding manifold) tasarımı olanağından yararlanılarak, salt manyetik yönelme kontrolü probleminin zamanla değişkenlik özelliği lehte kullanılabilir ve zamanla değişken bir kayma manifoldu önerilebilir. Önerilen manifold sayesinde, problemin eksik eyleme özelliğinden kaynaklanan engeller aşılarak, probleme eşdeğer kontrol yaklaşımına dayalı klasik kayma kipli kontrol yöntemi ile integral kayma kipli kontrol yöntemi uygulanabilir. Bu yolla tasarlanan manyetik kayma kipli kontrolör, problemin eksik eyleme özelliğine rağmen, durum yörüngelerinin durum uzayında, yerel jeomanyetik alan vektörüne göre kendini ayarlama özelliğine sahip olan önerilen manifolda erişmesini mümkün kılar. Kayma kipinde yörüngeler referansa

taşınır, dolayısıyla kontrollü hareketin zamanla değişken bir kayma kipi vardır. Bu, probleme bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm getirildiği anlamına gelir. Önerilen manifold kullanılarak tasarlanan manyetik integral kayma kipli kontrolörce yönetilen hareketse, kontrol sürecinin başından itibaren bir integral kayma kipindedir.

Bütünsel asimptotik kararlılık sonucunun düzgünlük (uniformity) açısından irdelenmesi, ele alınan problemin zamanla değişken olmasının bir gereğidir. Kullanılan yöntem ve bu yönteme dayalı olarak tasarlanan kontrol sisteminde, durum uzayının herhangi bir noktasından harekete geçen durum yörüngeleri, kontrol etkisi altında hareket ederek zamanla değişken bir kayma manifoldunun içine girer. Yörüngelerin hareketin “erişme kipi (reaching mode)” olarak adlandırılan bu ilk evresini izleyen ve “kayma kipi (sliding mode)” evresindeki, yani kayma manifoldundaki hareketi, manifoldun tasarımı sırasında belirlenmiş olan ve asıl sistemin aksine zamanla değişken olmayan indirgenmiş bir hareket denklemi sistemi tarafından yönetilir. Hareket üstel olarak yakınsak bir bant içinde ilerleyerek referans durumunda sona erer. Bunun koşulu, manifoldun önerilen zamanla değişken kısmında yer alan kayma yüzeyi tasarım parametresinin üstten sınırlandırılmış olmasıdır. Sonuçta, tasarlanan kontrolör tarafından erişme ve kayma kipleri boyunca yönetilen durum yörüngeleri, zamanla değişkenliğin kaynağı olan, gövde referans eksen takımında tanımlı yerel jeomanyetik alan vektörünün bileşenlerinin, sırasıyla, kontrollü hareketin başlangıç anındaki ve kayma kipine girme anındaki değerlerinden bağımsız olarak referansa ulaşır.

Önceki paragrafta sunulan sonuçlar, çevresel bozucular ve model belirsizliği altında dahi geçerlidir. Buradan, probleme aynı zamanda kararlılık açısından dayanıklı bir çözüm getirildiği anlaşılmaktadır. Bir sistemdeki bozucuların eşleşik (matched) olmaması, kontrol ettiği sistemi istenmeyen etkilere karşı dayanıklı, hatta duyarsız (insensitive) kılmasıyla bilinen kayma kipli kontrol yönteminin bozuculara tamamıyla karşı koymasını engeller. Sürekli hal başarımı açısından dayanıklılık, çevresel ve model belirsizliği kaynaklı bozucuların ele alınan sisteme kontrol işaretiyle aynı noktada girmemesi, yani eşleşik olmaması nedeniyle bu problem için sağlanamamaktadır. Bu olgu, bozucular hesaba katılarak gerçekleştirilen gerçeğe yakın benzetimlerin sonuçlarında görülen sürekli hal hatalarının kaynağıdır.

Önerilen kayma manifolduna dayalı bir şekilde tasarlanan manyetik integral kayma kipli kontrolör tarafından yönetilen durum yörüngeleri, durum uzayındaki başlangıç noktalarından referans noktalarına varana dek kayma manifoldunda hareket eder. Dolayısıyla, önerilen kayma manifoldundaki hareketin kararlılığı, bütün kontrol süreci boyunca bozuculara karşı dayanıklıdır.

Salt manyetik eylemeyle üç ekseninde yönelme kontrolü probleminde bu tez çalışmasında getirilen çözüm, önceki alt bölümün son paragrafında özetlenmiş olan literatürde yer alan çözümlerden şu açılardan üstündür:

- 1) Eş eylemsizlikli (isoinertial) olmayan bir uydunun yönelme durumu, eylemsiz yönelme referansına "düzgün asimptotik" olarak taşınabilmektedir. Başlangıç durumu, herhangi bir başlangıç açısal konumlanması ve manyetik eyleyicilerin doymaya girmesine neden olmayacak yükseklikte bir başlangıç açısal hızından oluşmaktadır, dolayısıyla çözüm "bütünsel olarak kararlı"dır. Başlangıç açısal hızları seti, uydunun Dünya etrafındaki açısal dönme hızı mertebesinde hızları da içermektedir.

Daha somut ifadesiyle, önerilen kontrolör sayesinde, sadece simetrik olan (isoinertial) bir uydu değil, ayrıca simetrik olmayan (tri-inertial) bir uydu da uzayda çakılı şekilde yönelmiş hale getirilebilmektedir. Bu çözüme, ne jeomanyetik alanla ilgili periyodiklik kabulü yapılarak ne de alanın yörünge periyodu boyunca ortalaması alınarak, aksine sistem doğrudan zamanla değişken olan asıl haliyle ele alınarak ulaşılmıştır.

- 2) Kütle-çekimsel olarak kararlı olmayan eylemsizlik dağılımına sahip bir uydunun yönelme durumu, Dünya'ya yönelme referansına "düzgün asimptotik" olarak taşınabilmektedir. Bu çözüm de 1'deki gibi "bütünsel olarak kararlı"dır. Başlangıç açısal hızları seti, yine uydunun Dünya etrafındaki açısal dönme hızı mertebesinde hızları içermektedir.

Daha somut ifadesiyle, önerilen kontrolör sayesinde, sadece simetrik olmayan (tri-inertial) ve kütle-çekimsel olarak kararlı bir eylemsizlik dağılımına sahip bir uydu değil, ayrıca simetrik (isoinertial) veya simetrik olmayıp kütle-çekimsel olarak kararsız eylemsizlik dağılımına sahip bir uydu da Dünya'ya yönlenebilmektedir. Bu çözüme de, 1'dekine olduğu gibi, sistem zamanla değişken olan asıl haliyle ele alınarak ulaşılmıştır.

- 3) 1 ve 2'deki çözümler, çevresel bozucular ve parametrik model belirsizliği altında da aynen geçerlidir, çünkü çözümün aynı zamanda “kararlılık açısından dayanıklı” olduğu kuramsal olarak gösterilmiştir. Dayanıklılık çözümlemesinde, yönelme hareketi için etkin olması muhtemel olan dört çevresel bozucu bileşenin dördü de hesaba katılmıştır. Ayrıca, eylemsizlik matrisinin dokuz elemanının tümü belirsiz parametre olarak ele alınarak model belirsizliği genel haliyle dayanıklılık çözümlemesine sokulmuştur.

2. MANYETİK KONTROL ALTINDAKİ YÖNELME HAREKETİ

2.1 Çevresel Bozucu Etkisindeki Hareket Denklemleri

Adım adım çıkarılışı, örneğin, [33]'te yer alan katı cisim hareketinin denklemleri, dinamik ve kinematik denklemlerden oluşmaktadır. Dinamik denklemler, adından da anlaşılacağı gibi, Newton'un ikinci kanununun katı cisim hareketine uygulanmasıyla eylemsiz referans eksen takımında yazılır. Sistemin toplam açısal momentumunun, sisteme etki eden net dış tork altındaki değişimini tanımlayan

$$J\dot{\vec{\omega}}^{B/N} + \vec{\omega}^{B/N} \times J\vec{\omega}^{B/N} = \vec{T} \quad (2.1)$$

diferansiyel denklem takımı, katı cismin eylemsizlik matrisinin zamanla değişmediği kabulü altında, mutlak açısal hız vektörü $\vec{\omega}^{B/N}$ 'nin zamana göre türevini, 3×1 'lik etkin net dış tork vektörü \vec{T} 'ye bağlayan bir takım halini alır. Kinematik denklemlerse, yine adından anlaşılacağı gibi, açısal konumla açısal hız arasında ilişki kuran ve eylemsizlik bilgisi, dolayısıyla da ivme içermeyen bir diferansiyel denklem takımındadır. Hangi açısal hız vektörünün denklemlerde yer aldığı, kinematik ilişkinin hangi iki eksen takımı arasında kurulduğunu belirler. Eğer mutlak açısal hız vektörü $\vec{\omega}^{B/N}$ yer alıyorsa, üst indisin işaret ettiği gibi, ilişki (asal) gövde referans eksen takımı B ile eylemsiz referans eksen takımı N arasında; eğer bağıl açısal hız vektörü $\vec{\omega}^{B/A}$ yer alıyorsa, B ile yörünge referans eksen takımı A arasındadır (Şekil 1.6). Eksen takımlarının bağıl açısal konumlanması üç Euler açısıyla ifade edilebildiği gibi, literatürde ve uygulamada daha yaygın olarak tercih edilen kuvaterniyonlar (Euler parametreleri) kullanılarak da tanımlanabilir. Bu tez çalışmasında da kuvaterniyonlar yeğlenmiştir. N 'den veya A 'dan B 'ye geçiş üç ardışık dönme ile gerçekleştirilebilir. Bu dönmeler her seferinde dönme öncesi eksen takımının bir eksenini etrafında belli bir açı kadardır. Bu üç açı Euler açılarıdır. Sırasıyla hangi eksenler etrafında dönme olduğunun kabul edildiğine bağlı olarak, kinematik denklemler 12 farklı şekilde yazılabilir [14]. Dönmenin her seferinde üç eksenin farklı birinin etrafında gerçekleşmesi halinde, mümkün olan altı dönme sıralaması

için değişmeyen, ilk ve üçüncü açının değişme aralığının $[-180^\circ, +180^\circ]$, ikinci açınınkininse $(-90^\circ, +90^\circ)$ olmasıdır. Görüldüğü gibi, ilk iki açı sınırlanmamışken ikinci açı sınırlanmıştır, çünkü Euler açılarıyla yazılan kinematik denklemlerde ikinci açının $\pm 90^\circ$ 'ye eşit olması sıfıra bölme dolayısıyla tekillik doğurur.

Örnek bir dönme dizisi

$$C_1(\phi) \leftarrow C_2(\theta) \leftarrow C_3(\psi) \quad (2.2)$$

şeklinde. Burada, C_i ($i=1,2,3$) doğrultu kosinüsleri (dönme) matrisidir. ϕ (fi) , θ (teta) ve ψ (psi) Euler açılarıdır ve uzay aracının yönelme açılarına karşılık gelir. A 'dan B 'ye geçişi ele alacak olursak, yani uzay aracının Dünya'ya yöneltmesiyle ilgileniliyorsa, tezin birinci bölümünde Şekil 1.6'ya gönderme yapılarak tanımlanmış olan \bar{a}_1 -ekseni etrafındaki dönme açısı olan ϕ yuvarlanma açısı, \bar{a}_2 -ekseni etrafındaki dönme açısı olan θ yunuslama açısı ve \bar{a}_3 -ekseni etrafındaki dönme açısı olan ψ ise sapma açısı olarak adlandırılır. Eylemsiz yöneltme inceleniyorsa, Euler açıları, N 'dan B 'ye geçiş için gereken ardışık dönmelerin açılarıdır ve yuvarlanma, yunuslama, sapma gibi sadece B ile A arasında anlamlı olan hareketlerin B ile N arasında karşılığı yoktur. Kuvaterniyonların tercih edilmesinin nedeni, hareket denklemlerinin sayısal integrallenmesi sırasında, yukarıda bahsedilen tekillikten muaf olmaktır. Bu getiriyle birlikte, kuvaterniyonlar kullanıldığında, eksen takımlarının bağıl açısal durumu mümkün olan en az, yani üç değişkenle (üç Euler açılarıyla) değil, dört değişkenle, yani dört kuvaterniyon bileşeni q_i ($i=1,2,3,4$) ile tanımlanmış olur. Bunların ilk üçü kuvaterniyon vektörü \bar{q} 'yu meydana getirir. Bu vektörün doğrultusu, bir eksen takımından diğerine geçişin tek bir dönmeyle olması halinde, bu dönmenin etrafında gerçekleştiği doğrultu olan \bar{e} ile

$$\bar{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T = \bar{e} \sin(\Theta/2) \quad (2.3)$$

ilişisine sahiptir. Buradaki Θ , \bar{e} etrafındaki tek dönmenin açısıdır ve dördüncü bileşen olan skalar kuvaterniyon bileşeni q_4 ile

$$q_4 = \cos(\Theta/2) \quad (2.4)$$

şeklinde birbirine bağlıdır. \vec{e} bir birim vektör olduğundan

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (2.5)$$

yazılabilir ki, bu bağıntı dört bileşenden birinin diğer üçüne doğrusal olmayan bir şekilde bağlı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu tez çalışmasında da esas alınan (2.2)'deki dönme dizisi için, Euler açıları kuvaterniyonlardan

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{2(q_2q_3 + q_4q_1)}{1 - 2(q_1^2 + q_2^2)} \right] \quad (2.6a)$$

$$\theta = \sin^{-1} [2(q_2q_4 - q_1q_3)] \quad (2.6b)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left[\frac{2(q_1q_2 + q_3q_4)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)} \right] \quad (2.6c)$$

eşitlikleri kullanılarak hesaplanır. Kuvaterniyonların kullanılması, ayrıca, eksen takımları arasındaki peş peşe geçişlerin sayısal olarak gerçekleşmesi için yapılması gereken çarpım işlemi sayısını azaltır. Kuvaterniyonlarla yazılan doğrultu kosinüsleri matrisinin elemanları trigonometrik fonksiyon içermez, dolayısıyla elemanlar daha hızlı hesaplanır [42]. Sonuç olarak kinematik denklemler,

$$\dot{\vec{q}} = \frac{1}{2}(q_4\vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) \quad (2.7a)$$

$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) \quad (2.7b)$$

şeklindeki dört diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Dünya etrafında dairesel bir yörüngedeki katı bir uzay aracı için mutlak ve bağıl açısal hızlar arasında ilişki

$$\vec{\omega}^{B/N} = \vec{\omega}^{B/A} + \vec{\omega}^{A/N} = \vec{\omega}^{B/A} - n\vec{a}_2 \quad (2.8)$$

olarak ifade edilir. Burada, n ortalama hareket, yani uzay aracının Dünya etrafındaki açısal dönme hızıdır. 3×1 'lik \vec{a}_2 vektörü ise, A 'nın 2 nolu eksenini doğrultusundaki birim vektördür ve (2.2)'deki dönme dizisi için B 'nin eksenleri doğrultusundaki bileşenleri cinsinden, yani B 'de yazılmış hali

$$\vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) \\ 2(q_2q_3 - q_4q_1) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

şeklindedir. \vec{T} , sistemin toplam açısal momentumunun değişmesine neden olmakta olan etkin dış tork vektörlerinin toplamına eşittir. Salt manyetik yönelme kontrolü probleminde bunlardan biri manyetik kontrol torku \vec{T}_{mk} 'dir; diğeri ise, (2.10)'da görüldüğü gibi 3x1'lik çevresel bozucu torku vektörü \vec{T}_b 'dir.

$$\vec{T} = \vec{T}_{mk} + \vec{T}_b \quad (2.10)$$

Dört bileşenin toplanmasıyla

$$\vec{T}_b = \vec{T}_{kç} + \vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m \quad (2.11)$$

olarak elde edilen çevresel bozucu torkunun herhangi bir bileşenini, uzay aracının yapısal tasarımı sırasında uygun bir eylemsizlik dağılımını mümkün kılarak, aracın gövdesine bazı özel malzemeler yerleştirerek veya aracı açılabilir mekanizma ya da panellerle donatarak, edilgin yönelme kontrolü torkuna dönüştürmek mümkündür. Örneğin, 3x1'lik kütle-çekim gradyanı torku vektörü

$$\vec{T}_{kç} = 3n^2 (\vec{a}_3 \times J\vec{a}_3) \quad (2.12)$$

uzay aracının kütle-çekimsel olarak kararlı bir eylemsizlik dağılımına sahip olarak tasarlanması veya görev sırasında yörüngede bir kütle-çekim gradyanı çubuğu açılarak bu dağılıma erişilmesi hallerinde, uzay aracının Dünya'ya yöneltmesi yönünde etki eder, dolayısıyla Dünya'ya yöneltme amacı açısından artık bir bozucu tork değildir. Bu kütle-çekimsel olarak kararlılık haline birinci bölümde de değinilmişti. Diğer yandan, eylemsiz yöneltme amaçlanıyorsa, $\vec{T}_{kç}$ uzay aracının eylemsizlik dağılımından bağımsız olarak daima bozucu bir torktur. (2.12)'deki 3x1'lik \vec{a}_3 vektörü (2.2)'deki dönme dizisi için B 'de

$$\vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_4q_1) \\ 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

şeklinde yazılır. Bu tez çalışmasında, 3x1'lik aerodinamik sürüklenme kaynaklı tork vektörü \vec{T}_a , 3x1'lik Güneş radyasyonu basıncı kaynaklı tork vektörü \vec{T}_G ile 3x1'lik artık manyetik dipol momenti kaynaklı tork vektörü \vec{T}_m , daima çevresel bozucu torku olarak hesaba katılacaktır. Çalışmada hem Dünya'ya yöneltme hem de eylemsiz yöneltme ele alınacağından dolayı, $\vec{T}_{kç}$ hesaba hem yardımcı hem de bozucu etki olarak katılacaktır.

2.2 Model Belirsizliğinin Hesaba Katılması

Yönelmesi üç ekseninde kontrol edilen uzay araçlarında kullanılan eyleyici üçlüleri gövde eksenleri doğrultusunda yerleştirilir, böylelikle kontrol torkunun bileşenlerinin bu eksenler doğrultusunda elde edilmesi amaçlanır. Bu nedenle, hareket denklemlerinde yer alan ve açısal konumlanmayı ve açısal hızı belirten değişken vektörlerin bileşenleri de bu eksen takımına göre yazılır. Genel halde, katı bir uzay aracının gövde referans eksen takımına göre yazılan eylemsizlik matrisi J 'nin dokuz elemanı da sıfırdan farklıdır. Özel bir haldeyse, gövde referans eksen takımı ile asal gövde referans eksen takımı birbiriyle çakışıkır. Bir katı cismin asal eksen takımına göre elde edilen asal eylemsizlik matrisi köşegen bir matris olduğundan, uzay aracının bu özel haldeki eylemsizlik matrisi de, köşegenlerinde asal eylemsizlik momentleri J_1 , J_2 , J_3 'ü içeren ve diğer elemanları sıfır olan bir matristir. Söz konusu iki eksen takımının çakışık olduğunun kabul edilmesi sayesinde, eylemsizlik matrisiyle temsil edilen uzay aracı modeli basitleştirilmiş olur. Bu basitleştirilmiş model kontrolör tasarımında kullanıldığı gibi, açık ve kapalı çevrim yönelme hareketinin kararlılık çözümlemesini de kolaylaştırır.

Uzay aracı modelinin asal eylemsizlik matrisiyle temsil edilmesinin sağladığı kolaylığa, tez çalışması açısından da önemli olan şu örnek verilebilir. Tezin birinci bölümünde bahsedilen “kütle-çekimsel olarak kararlılık”, Dünya etrafında dairesel bir yörüngede dönmekte ve üç asal eylemsizlik momenti değeri birbirinden farklı olan bir katı uydu için, bu değerlerinin büyüklük sıralamasına bakılarak belirlenir.

Dünya'ya yönelme referansı, yani B ile A eksen takımlarının (Şekil 1.6) çakışık olduğu hal civarında gerçekleştirilen kararlılık çözümlemesinin sonucuna göre, “kütle-çekimsel olarak üç ekseninde kararlılık” ya da kısaca “kütle-çekimsel olarak kararlılık”

$$J_2 > J_1 > J_3 \quad (2.14)$$

sıralamasıyla elde edilir [34]. Diğer beş sıralama, Dünya'ya yönelme açısından kütle-çekimsel olarak kararsız bir uydu modeline işaret eder. Eylemsiz yönelme referansı, yani B ile N eksen takımlarının (Şekil 1.6) çakışık olduğu hal, A ile N eksen takımlarının ender gerçekleşebilecek çakışma anı dışındaki hiçbir anda, dairesel yörüngede Dünya'nın kütle-çekim alanı etkisindeki katı bir uydunun yönelme hareketi için bir denge durumu değildir. Öyleyse, yukarıda da belirtildiği gibi, kütle-çekim gradyanı torku altı sıralama için de eylemsiz yönelmeyi bozucu bir tork olarak etki eder.

Gövde eksen takımı ile asal gövde eksen takımının birbiriyle çakışık olması ideal bir haldir ve gerçeklik olasılığı düşüktür. Bu nedenle, kontrolör tasarımında ve kararlılık çözümlemelerinde asal eylemsizlik matrisi kullanılsa da, gerçek uydu modeli dokuz elemanı da sıfırdan farklı olan

$$J \triangleq J_n + \Delta J \triangleq \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta J_{11} & \Delta J_{12} & \Delta J_{13} \\ \Delta J_{21} & \Delta J_{22} & \Delta J_{23} \\ \Delta J_{31} & \Delta J_{32} & \Delta J_{33} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

ile temsil edilmektedir. Bu tanımlamada, J_n uzay aracının nominal eylemsizlik matrisiyken, ΔJ eylemsizlik belirsizliği (uncertainty) matrisidir. Eylemsizlik matrisi tanımı gereği simetrik olduğundan, $\Delta J_{12} = \Delta J_{21}$, $\Delta J_{13} = \Delta J_{31}$ ve $\Delta J_{23} = \Delta J_{32}$ olduğu bilinmektedir. Model belirsizliği hesaba (2.15) kullanılarak katılacaktır. ΔJ matrisinin elemanlarının değerinin alttan ve üstten sınırlandırılmış olduğu kabul edilmektedir, dolayısıyla hesaba katılan parametrik model belirsizliği, yani yapılandırılmış (structured) bir belirsizliktir.

J_n ve J matrisleri tekil değilse, ΔJ 'nin tekil olup olmamasından bağımsız olarak, (2.15)'te tanımlı eylemsizlik matrisinin tersi

$$\begin{aligned}
J^{-1} &= (J_n + \Delta J)^{-1} = J_n^{-1} - (I + J_n^{-1} \Delta J)^{-1} J_n^{-1} \Delta J J_n^{-1} = (I - J^{-1} \Delta J) J_n^{-1} \\
&= J_n^{-1} - J_n^{-1} (I + \Delta J J_n^{-1})^{-1} \Delta J J_n^{-1} = (I - J^{-1} \Delta J) J_n^{-1} \\
&= J_n^{-1} - J_n^{-1} \Delta J (I + J_n^{-1} \Delta J)^{-1} J_n^{-1} = J_n^{-1} (I - \Delta J J^{-1}) \\
&= J_n^{-1} - J_n^{-1} \Delta J J_n^{-1} (I + \Delta J J_n^{-1})^{-1} = J_n^{-1} (I - \Delta J J^{-1}) \\
&\triangleq J_n^{-1} + J_{mb}^{-1}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

şekillerinde elde edilebilir [43]. Burada, I 3x3'lük birim matris, J_{mb}^{-1} ise 3x3'lük belirsiz matris tersidir.

2.3 Durum Uzayı Gösterimi

Denklemleri kuvaterniyonlarla yazılan yönelme hareketinin 7x1'lik durum vektörü

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{q}^T & q_4 & \vec{\omega}^T \end{bmatrix}^T \tag{2.17}$$

olarak yazılır. Sistemin mertebesi $n=7$ 'dir. Gösterim sadeliği amacıyla, (2.17)'de yer alan mutlak açısal hız vektörü için

$$\vec{\omega}^{B/N} \equiv \vec{\omega} \tag{2.18}$$

kabulü yapılmıştır. Artık tüm denklemlerde bu denklik geçerli olacaktır. Daha önce belirtildiği ve (2.19)'da tanımlandığı gibi, hem kuvaterniyon vektörü hem de açısal hız vektörü, B 'nin eksenleri doğrultusundaki bileşenleri cinsinden, yani B 'de yazılıdır (Şekil 1.6).

$$\vec{q} \triangleq q_1 \vec{b}_1 + q_2 \vec{b}_2 + q_3 \vec{b}_3 \tag{2.19a}$$

$$\vec{\omega} \triangleq \omega_1 \vec{b}_1 + \omega_2 \vec{b}_2 + \omega_3 \vec{b}_3 \tag{2.19b}$$

Bu yazım, denklemlerde yer alan diğer tüm 3x1 boyutlu vektörler için geçerlidir. Eylemsiz yönelme referansı, yani B ile N eksen takımlarının çakışık olduğu hale karşılık gelen durum

$$\vec{x}_N \triangleq \begin{bmatrix} \vec{0}_{1 \times 3} & 1 & \vec{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix}^T \tag{2.20}$$

şeklinde; Dünya'ya yönelme referansı, yani B ile A eksen takımlarının çakışık olduğu hale karşılık gelen durumsa (2.8) ve (2.9) uyarınca

$$\bar{x}_A \triangleq [\bar{0}_{1 \times 3} \quad 1 \quad 0 \quad -n \quad 0]^T \quad (2.21)$$

şeklinde tanımlıdır. Salt manyetik eylemeyle kontrol edilen yönelme hareketinin durum denklemi

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{f}(\bar{x}) + b(\bar{x}, t)\bar{u}(\bar{x}, t) + \bar{d}(\bar{x}, t) \quad (2.22)$$

olarak yazılır. Burada;

$$\bar{f}(\bar{x}) \equiv \bar{f}_A(\bar{x}) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4\bar{\omega} + \bar{q} \times \bar{\omega}) + \frac{n}{2}(q_4\bar{a}_2 + \bar{q} \times \bar{a}_2) \\ -\frac{1}{2}(\bar{q} \cdot \bar{\omega}) - \frac{n}{2}(\bar{q} \cdot \bar{a}_2) \\ -J^{-1}(\bar{\omega} \times J\bar{\omega}) + 3n^2 J^{-1}(\bar{a}_3 \times J\bar{a}_3) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

(2.1), (2.7), (2.8), (2.9) ve (2.12) kullanılarak yazılan, 7×1 'lik doğrusal olmayan sistem vektörü;

$$b(\bar{x}, t) = \begin{bmatrix} \bar{0}_{1 \times 3} \\ \bar{0}_{1 \times 3} \\ \bar{0}_{1 \times 3} \\ \bar{0}_{1 \times 3} \\ J^{-1} \frac{\tilde{B}(\bar{x}, t)^T \tilde{B}(\bar{x}, t)}{\|\tilde{B}(\bar{x}, t)\|^2} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & -B_3 & B_2 \\ B_3 & 0 & -B_1 \\ -B_2 & B_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

(1.2)'ye göre yazılan, zamana açık şekilde bağlı 7×3 'lük kontrol matrisi;

$$\bar{d}(\bar{x}, t) \equiv \bar{d}_A(\bar{x}, t) \triangleq \begin{bmatrix} \bar{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J^{-1} [\bar{T}_a(\bar{x}, t) + \bar{T}_G(\bar{x}, t) + \bar{T}_m(\bar{x}, t)] \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

(2.23) dikkate alınarak (2.11)'den yazılan, 7×1 'lik bozucu vektördür. Durum denkleminde görüldüğü gibi, sistem "kontrole göre kaymış (control-affine)"dır. Salt

manyetik kontrol girdisi sistemi zamana açık şekilde bağlı hale getirmiştir. \vec{f}_A ve \vec{d}_A , sırasıyla sistem ve bozucu vektörünün, bu doğrusal olmayan ve zamanla değişken kontrol sistemiyle çözülmek istenen Dünya'ya yöneltme probleminde geçerli olan tanımlamalarıdır. \vec{f}_A , aynı zamanda sistem vektörünün en çok sayıda terim içeren halidir. (2.12) eşitliği kullanılarak basitçe hesaplanabilen kütle-çekim gradyanı torku $\vec{T}_{kç}$, Dünya'ya yöneltme probleminde sisteme hem yardımcı hem de bozucu olarak etki edebildiğinden dolayı, yerini, bozucu vektörünün değil, sistem vektörünün son 3x1'lik bloğunda almıştır. Çözülmek istenen eylemsiz yöneltme problemi olduğunda, sistem vektörü

$$\vec{f}(\vec{x}) \equiv \vec{f}_N(\vec{x}) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) \\ -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) \\ -J^{-1}(\vec{\omega} \times J \vec{\omega}) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

şeklinde sadeleşmektedir. Bu problemde $\vec{T}_{kç}$ daima bozucu bir etki olduğundan dolayı yerini bozucu vektörünün son 3x1'lik bloğunda alır.

$$\vec{d}(\vec{x}, t) \equiv \vec{d}_N(\vec{x}, t) \triangleq \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J^{-1} \vec{T}_b(\vec{x}, t) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

2.4 Salt Manyetik Yönelme Kontrol Sisteminin Özellikleri

Salt manyetik yönelme kontrol sisteminde, kontrol matrisinin rankı 2'ye eşittir. Sistemin giriş sayısı $m=3$ olduğuna göre

$$\text{rank}[b(\vec{x}, t)] < m \quad (2.28)$$

yani sistem, çok kez vurgulanmış olduğu gibi, “eksik eylene (underactuated)” bir sistemdir. Kontrol matrisinin rankının tam olmamasına, (1.2) uyarınca içerdiği, (2.24)'te görülen 3x3'lük

$$\begin{aligned}
C_B(\bar{x}, t) &\triangleq \frac{\tilde{B}(\bar{x}, t)^T \tilde{B}(\bar{x}, t)}{\|\tilde{B}(\bar{x}, t)\|^2} \\
&= \frac{1}{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2} \begin{bmatrix} B_2^2 + B_3^2 & -B_1 B_2 & -B_1 B_3 \\ -B_2 B_1 & B_3^2 + B_1^2 & -B_2 B_3 \\ -B_3 B_1 & -B_3 B_2 & B_1^2 + B_2^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

matrisi neden olmaktadır. C_B bir ‘‘izdüşürme/izdüşüm (projection) matrisi’’dir, çarpıldığı herhangi bir 3×1 'lik vektörün yerel jeomanyetik alan vektörü \vec{B} 'ye dik bileşenini çarpım sonucu olarak verir. (1.2) ve (2.29) eşitliklerine göre, kontrolör tarafından üretilen kontrol vektörü \vec{u} ile uzay aracına etki eden kontrol vektörü \vec{T}_{mk} arasındaki ilişki

$$\vec{T}_{mk} = C_B \vec{u} \triangleq \vec{u}_{\perp \vec{B}} \tag{2.30}$$

şeklindedir. Şekil 1.5'te betimlenmek istendiği gibi, manyetik kontrol torku vektörü \vec{T}_{mk} , istenen kontrol vektörü \vec{u} 'nun \vec{B} 'ye dik düzleme izdüşümüdür, yani o düzlemdeki bileşenidir. \vec{B} 'ye koşut doğrultudaki bileşeniye,

$$\vec{u}_{\parallel \vec{B}} = \vec{u} - \vec{u}_{\perp \vec{B}} = (I - C_B) \vec{u} \triangleq D_B \vec{u} \tag{2.31}$$

olarak tanımlanan ikinci bir 3×3 'lük izdüşürme/izdüşüm matrisi

$$\begin{aligned}
D_B(\bar{x}, t) &\triangleq \frac{\vec{B}(\bar{x}, t) \vec{B}(\bar{x}, t)^T}{\|\vec{B}(\bar{x}, t)\|^2} \\
&= \frac{1}{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2} \begin{bmatrix} B_1^2 & B_1 B_2 & B_1 B_3 \\ B_2 B_1 & B_2^2 & B_2 B_3 \\ B_3 B_1 & B_3 B_2 & B_3^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

ile çarpılmasıyla hesaplanır. $\vec{u}_{\parallel \vec{B}}$, ideal kontrol vektörünün manyetik eylemeyle üretilmeyen bileşenidir.

$$|C_B| = |D_B| = 0 \tag{2.33}$$

yani C_B ve D_B tekil matrislerdir. Özdeğerleri

$$\lambda_{1,2,3}(C_B) = 1, 1, 0 \quad , \quad \lambda_{1,2,3}(D_B) = 0, 0, 1 \quad (2.34)$$

ve endüklenmiş 2-normları

$$\|C_B\|_{i_2} = \|D_B\|_{i_2} = 1 \quad (2.35)$$

olan bu izdüşürme/izdüşüm matrisi çifti için

$$C_B + D_B = I \quad (2.36a)$$

$$C_B D_B = 0_{3 \times 3} \quad (2.36b)$$

$$C_B^k = C_B \quad , \quad D_B^k = D_B \quad ; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.36c)$$

bağıntıları geçerlidir. Tekil C_B 'nin kontrol matrisinde yer alması, manyetik yönelme kontrol sistemi için

$$\vec{d}(\vec{x}, t) = b(\vec{x}, t) \vec{\gamma}(\vec{x}, t) \quad (2.37)$$

eşitliğini sağlayan bir $\vec{\gamma}(\vec{x}, t)$ vektörünün bulunmasını engellemektedir. Öyleyse, doğrusal sistemler için [44]'te tanımlanmış olan “değişmezlik (invariance) koşulu” nun genelleştirilmiş hali olan “eşleşme (matching) koşulu” sağlanmamaktadır [45]. Diğer bir deyişle, bozucular “eşleşik (matched)” değildir, yani kontrol işareti ile bozucular sisteme aynı noktada girmemektedir.

Manyetik yönelme kontrol sistemi, (2.22), (2.24) ve (2.25) eşitliklerinin ortaya koyduğu gibi,

$$\dot{\vec{x}}_1(t) = \vec{f}_1(\vec{x}) \quad (2.38a)$$

$$\dot{\vec{x}}_2(t) = \vec{f}_2(\vec{x}) + b_2(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) + \vec{d}_2(\vec{x}, t) \quad (2.38b)$$

olarak iki bloğa ayrılabilirdiğinden dolayı, “düzenli (regular) biçim”de yazılabilir bir sistemdir [45]. (2.38)'de düzenli biçimde yazılı olan sistemin $n-m=7-3=4$ satır sayılı birinci bloğu kontrol terimi içermez. $m=3$ adet kontrol girişi, $m=3$ satır sayılı ikinci blokta yer alır. Birinci ve ikinci bloğa ait durum vektörleri ile sistem vektörleri, sırasıyla

$$\vec{x}_1 = [\vec{q}^T \quad q_4]^T \quad (2.39a)$$

$$\vec{x}_2 = \vec{\omega} \quad (2.39b)$$

ve

$$\vec{f}_1(\vec{x}) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4\vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) \\ -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) \end{bmatrix} \quad (2.40a)$$

$$\vec{f}_2(\vec{x}) \triangleq -J^{-1}(\vec{\omega} \times J\vec{\omega}) \quad (2.40b)$$

olarak tanımlıdır. Sadece ikinci blokta yer alan kontrol matrisi ile bozucu vektörüye, sırasıyla

$$b_2(\vec{x}, t) \triangleq J^{-1}C_B(\vec{x}, t) \quad (2.41)$$

ve

$$\vec{d}_2(\vec{x}, t) \triangleq J^{-1}\vec{T}_b(\vec{x}, t) \quad (2.42)$$

eşitliklerinde sunulduğu gibi, b 'nin ve \vec{d} 'nin sıfır olmayan son üçer satırına karşılık gelmektedir.

2.5 Model Belirsizlikli Sistemin Durum Uzayı Gösterimi

(2.16) eşitliği (2.22)'de yerine konur, tüm terimler ΔJ içermeyen ve içeren olarak ikiye ayrılırsa, model belirsizlikli sistemin durum denklemi

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}(t) = & \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + \Delta \vec{f}(\vec{x}) \right] \\ & + \left[b_n(\vec{x}, t) + \Delta b(\vec{x}, t) \right] \vec{u}(\vec{x}, t) + \left[\vec{d}_n(\vec{x}, t) + \Delta \vec{d}(\vec{x}, t) \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

yazılabilir. Burada;

$$\vec{f}_n(\vec{x}) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4\vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) + \frac{n}{2}(q_4\vec{a}_2 + \vec{q} \times \vec{a}_2) \\ -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) - \frac{n}{2}(\vec{q} \cdot \vec{a}_2) \\ -J_n^{-1}(\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + 3n^2 J_n^{-1}(\vec{a}_3 \times J_n \vec{a}_3) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

sistem vektörünün en çok sayıda terim içeren hali olan \vec{f}_A 'dan elde edilen nominal sistem vektörü;

$$\Delta \vec{f}(\vec{x}) \triangleq \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ -J_n^{-1}(\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega}) - J_{mb}^{-1}(\vec{\omega} \times J \vec{\omega}) \dots \\ \dots + 3n^2 [J_n^{-1}(\vec{a}_3 \times \Delta J \vec{a}_3) + J_{mb}^{-1}(\vec{a}_3 \times J \vec{a}_3)] \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

\vec{f}_A 'dan elde edilen belirsiz sistem vektörü;

$$b_n(\vec{x}, t) = \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J_n^{-1} C_B(\vec{x}, t) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

nominal kontrol matrisi;

$$\Delta b(\vec{x}, t) = \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J_{mb}^{-1} C_B(\vec{x}, t) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

belirsiz kontrol matrisi;

$$\vec{d}_n(\vec{x}, t) \triangleq \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_n^{-1} [\vec{T}_a(\vec{x}, t) + \vec{T}_G(\vec{x}, t) + \vec{T}_m(\vec{x}, t)] \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

nominal bozucu vektörü;

$$\Delta \vec{d}(\vec{x}, t) \triangleq \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_{mb}^{-1} [\vec{T}_a(\vec{x}, t) + \vec{T}_G(\vec{x}, t) + \vec{T}_m(\vec{x}, t)] \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

belirsiz bozucu vektörüdür.

(2.43)'te yer alan tüm ΔJ içeren, yani model belirsizliği kaynaklı terimler

$$\vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \triangleq \Delta \vec{f}(\vec{x}) + \Delta b(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) + \Delta \vec{d}(\vec{x}, t) \quad (2.50)$$

şeklinde bir araya toplanırsa, model belirsizlikli sistemin durum denklemi

$$\dot{\vec{x}}(t) = \vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) + \vec{d}_n(\vec{x}, t) + \vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \quad (2.51)$$

şeklindeki (2.43)'e göre daha basit ve (2.22)'de verilmiş olan model belirsizliksiz sistemin durum denklemiyle daha kolay karşılaştırılabilir gösterime kavuşur. (2.45), (2.47) ve (2.49), (2.50) eşitliğinin sağ tarafında yerine konur ve J_{mb}^{-1} için (2.16)'dan elde edilen

$$J_{mb}^{-1} \triangleq -J_n^{-1} \Delta J J_n^{-1} = -J^{-1} \Delta J J_n^{-1} \quad (2.52)$$

tanımlarından ilki kullanılırsa, 7×1 'lik model belirsizliği kaynaklı bozucu vektörü, (2.53)'te görüldüğü gibi, \vec{d}_n 'nin sahip olduğu biçimde yazılmış olur.

$$\vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \triangleq \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_n^{-1} \vec{T}_{mb}(\vec{x}, t) \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \vec{T}_{mb} &\triangleq -\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega} + 3n^2 (\vec{a}_3 \times \Delta J \vec{a}_3) \\ &\quad - \Delta J J^{-1} \left[-\vec{\omega} \times J \vec{\omega} + 3n^2 (\vec{a}_3 \times J \vec{a}_3) + C_B \vec{u} + \vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m \right] \\ &= -\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega} + 3n^2 (\vec{a}_3 \times \Delta J \vec{a}_3) \\ &\quad - \Delta J J^{-1} \left(-\vec{\omega} \times J \vec{\omega} + \vec{T}_{mk} + \vec{T}_{kç} + \vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m \right) \\ &= -\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega} + 3n^2 (\vec{a}_3 \times \Delta J \vec{a}_3) - \Delta J J^{-1} \left(-\vec{\omega} \times J \vec{\omega} + \vec{T}_{mk} + \vec{T}_b \right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

3x1'lik model belirsizliği kaynaklı bozucu torku vektörüdür.

2.6 Basitleştirici Bir Özel Hal

Üç asal eylemsizlik momenti birbirine eşit

$$J_1 = J_2 = J_3 \quad (2.55)$$

yani “simetrik” veya diğer deyişle “eş eylemsizlikli (isoinertial)” bir nominal katı uzay aracı modeli, durum denklemini oldukça basitleştirir, çünkü bu basit özel halde J_n , birim matrisin bir pozitif skalar ile çarpımı olarak yazılabildiğinden dolayı

$$(\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) = (\vec{a}_3 \times J_n \vec{a}_3) = \vec{0}_{3 \times 1} \quad (2.56)$$

eşitliği geçerlidir. Öyleyse, böyle bir uydunun Dünya'ya yöneltmesi problemi ele alınırken

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}(t) = & \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) + \frac{n}{2}(q_4 \vec{a}_2 + \vec{q} \times \vec{a}_2) \\ -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) - \frac{n}{2}(\vec{q} \cdot \vec{a}_2) \\ -J_n^{-1}(\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega}) - J_{mb}^{-1}(\vec{\omega} \times J \vec{\omega}) \dots \\ \dots + 3n^2 [J_n^{-1}(\vec{a}_3 \times \Delta J \vec{a}_3) + J_{mb}^{-1}(\vec{a}_3 \times J \vec{a}_3)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J_n^{-1} C_B \end{bmatrix} \vec{u} \\ & + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_n^{-1}(\vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J_{mb}^{-1} C_B \end{bmatrix} \vec{u} + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_{mb}^{-1}(\vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.57)$$

kullanılacaktır. Durum denkleminin (2.51)'deki biçimi kullanılarak elde edilen

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}(t) = & \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) + \frac{n}{2}(q_4 \vec{a}_2 + \vec{q} \times \vec{a}_2) \\ -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) - \frac{n}{2}(\vec{q} \cdot \vec{a}_2) \\ \vec{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J_n^{-1} C_B \end{bmatrix} \vec{u} \\ & + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_n^{-1}(\vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J_n^{-1} \vec{T}_{mb} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.58)$$

(2.57)'ye denk ve daha sadedir. Eğer söz konusu olan, nominal olarak eş eylemsizlikli bir katı uzay aracının eylemsiz yöneltmesiye ve model belirsizliği hesaba katılmıyorsa, yani

$$J = J_n \quad \Rightarrow \quad \Delta J = 0_{3 \times 3} \quad (2.59)$$

ise,

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) \\ -\frac{1}{2}(\vec{q} \cdot \vec{\omega}) \\ \vec{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J^{-1} C_B \end{bmatrix} \vec{u} + \begin{bmatrix} \vec{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ J^{-1}(\vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m) \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

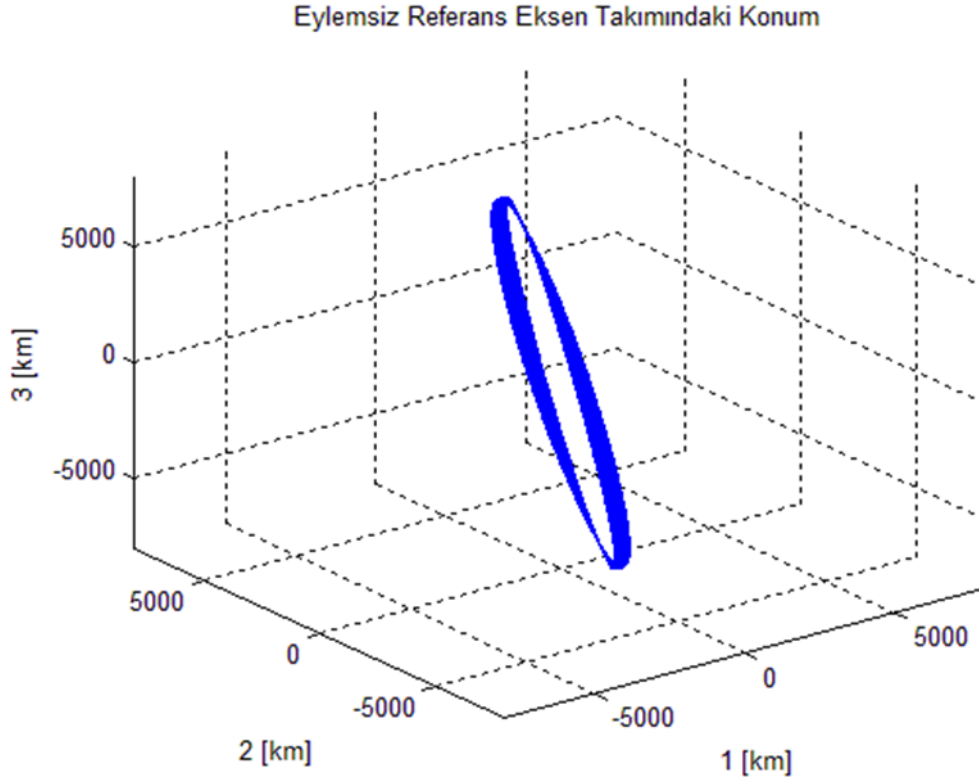
şeklindeki, alabileceği en basit halini alır. \vec{T}_{mb} 'nin, tanımı gereği $\Delta J = 0_{3 \times 3}$ için sıfır vektöre eşit olması, (2.60)'taki sonuca (2.58) eşitliğinden kolayca varılmasını beraberinde getirir.

3. BENZETİM ORTAMI VE KOŞULLARI

3.1 Yörünge Modeli

Yönelme hareketinin gerçeğe yakın benzetimi için, uzay aracının yörünge konumunun bilinmesi gerekmektedir, çünkü jeomanyetik alan, toplam kütle yoğunluğu ve Güneş'in uzay aracına göre konumu, ilgili matematiksel modellerden ancak bu bilginin kullanılmasıyla elde edilebilir.

Uzay aracının yörünge hareketinin denklemleri, bu çalışma için, bozucu etki olarak sadece Dünya'nın basıklığı birinci mertebeden bir yaklaşımla hesaba katılarak yazılmıştır. [19]'da yer verilmiş olan söz konusu diferansiyel denklem takımı sayısal integrallemeyle çözümlenerek, uzay aracının eylemsiz referans eksen takımı N 'de ifade edilmiş 3×1 'lik konum ve hız vektörleri istenen zaman aralığı boyunca kullanılan zaman adımlarında elde edilmektedir. Bu işleme yörünge ilerletme (orbit

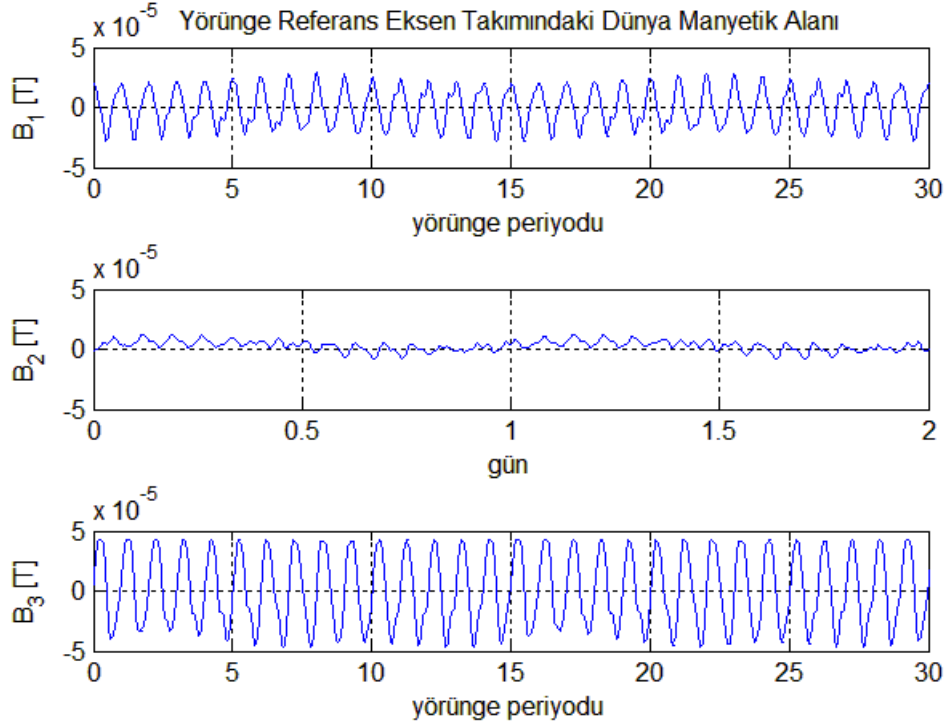


Şekil 3.1 : 60 T boyunca ilerletilmiş örnek bir yörünge.

propagation) denmektedir. Kullanılan yörünge ilerletici bilgisayar programı, otomatik kontrol alanında çalışanlar tarafından en yaygın olarak kullanılan ticari bir yazılımının programlama diliyle yazılmıştır [19]. 60 yörünge periyodu ($60 T$: yaklaşık 4 gün) boyunca ilerletme sonucunda elde edilen örnek bir yörünge Şekil 3.1'de görülmektedir. Şekildeki eksen takımı N 'dir. Hesaba katılan Dünya'nın basıklık etkisi kendisini yörünge düzleminin dönmesi olarak göstermektedir. 1000 km'lik irtifanın üstünde genellikle ihmal edilebilen aerodinamik sürüklenme etkisi ancak 500 km'den düşük irtifalarda önemli bir etki yapar [42]. Yörünge ilerletmesinde bu etki hesaba katılmamaktadır, dolayısıyla benzetim için kullanılacak yörünge 500 km'nin üstünde bir irtifa değerine sahip olacaktır. Bir uydu, aerodinamik sürüklemeye karşı koyarak görev irtifasını koruyabilmek için itki sistemine gereksinim duyar. İtki sistemi kütleli artırdığından dolayı, kütle açısından sınırlandırılmış olan küçük uydularda tercih edilmez. Eğer görev daha alçak irtifalı yörünge gerektirmiyorsa, küçük uyduların görev yörüngeleri çoğunlukla 550 km'nin üstünde seçilmektedir [1]. Bu açıdan, yörünge ilerletmesinin basitliği amacıyla aerodinamik sürüklenme etkisinin hesaba katılmaması ve bunun karşılığında benzetim yörüngesinin irtifasının alttan sınırlandırılmış olması gerçeğe uygundur.

3.2 Dünya Manyetik Alanı Modeli

İlgilenilen bir anda, Dünya'nın etrafındaki bir konumdaki manyetik alanı veren matematiksel modellerden en yaygın olarak kullanılanı küresel harmonik model ve eğik çift kutuplu modeldir. Basit bir çift kutuplu model, Dünya'nın manyetik alanı için iyi bir yaklaşım sağlayabilir, fakat jeomanyetik alan vektörü \vec{B} küresel harmonik bir model ile gerçeğe daha yakın olarak modellenebilir. Bu çalışmada, küresel harmonik bir model olan International Geomagnetic Reference Field (IGRF) kullanılmaktadır. Gerçeğe oldukça yakın olan bu model, International Association of Geomagnetism and Aeronomy (IAGA) tarafından beşin katı olan yıllarda güncellenir ve izleyen beş yıl boyunca geçerlidir [46]. Söz konusu modelin benzetim ortamında nasıl kullanıldığı [19]'da anlatılmıştır. Şekil 3.2'de, Şekil 3.1'deki yörünge boyunca IGRF modeliyle elde edilmiş jeomanyetik alan vektörünün yörünge referans eksen takımı A 'daki bileşenlerinin ilk 30 yörünge periyodundaki (yaklaşık ilk 2 gündeki) değişimi sergilenmiştir.



Şekil 3.2 : Dünya manyetik alanı vektörünün bileşenlerinin 30 T boyunca değişimi.

Şekil 3.1 ile 3.2’de kullanılan yörünge ITUpSAT-1’e aittir. Türkiye’nin ilk üniversite uydusu olan ITUpSAT-1, 10x10x10 cm boyutlu ve yaklaşık 1 kg kütleli bir küp uydudur ve fırlatıldığı 23 Eylül 2009 tarihinden bugüne işaretçi sinyali göndermeyi sürdürmektedir. Neredeyse dairesel olan yörüngesinin irtifası yaklaşık olarak 703 km’dir. Yörüngenin düzlemiyle jeomanyetik alanın kutuplarını birbirine bağlayan hayali eksen arasındaki açı düşüktür, yani yörünge “kutupsala yakın”dır. Jeomanyetik alan çizgileri, çoğunlukla, yaklaşık 98 derece gibi yüksek bir yatıklık açısına sahip olan söz konusu yörünge düzleminin içinde uzanmaktadır. Bu olgu, jeomanyetik alan vektörünün yörünge referans eksen takımındaki, yaklaşık iki günlük değişimini gösteren Şekil 3.2’de ortaya konmuştur. A ’nın, tanım gereği yörünge düzlemine dik olan 2 nolu eksenini doğrultusundaki bileşen, yine tanım gereği yörünge düzleminde yer alan 1 ve 3 nolu eksenler doğrultusundaki bileşenlerden belirgin şekilde düşük genliklidir. Ayrıca düzlem içi bileşenlerin baskın salınımının periyodu yörünge periyoduna eşitken, düzlem dışı bileşenin baskın salınımının periyodu yaklaşık 1 gündür. Bunun nedeni, Dünya’nın, yörüngenin altında günde yaklaşık 1 kez dönmesidir.

3.3 Çevresel Bozucu Torku Modelleri ve Sınır Değerleri

Bu alt bölümde, (2.11)'de gösterildiği gibi dört bileşene sahip olan çevresel bozucu torku \vec{T}_b 'nin gerçeğe yakın şekilde benzetim ortamında nasıl hesaplandığı gösterilecektir. Ayrıca, verili bir yörünge ve uydu için söz konusu torkun alttan ve üstten sınırlandırılmış olduğu gösterilerek tork bileşenlerine ait sınır değerlerini veren eşitlikler sunulacaktır. Bu sınırlar, sonraki bölümlerde görüleceği gibi, kontrolör tasarımında kullanılmıştır.

3.3.1 Kütle-çekim gradyanı torku

Kütle-çekim gradyanı torku $\vec{T}_{k\check{c}}$, (2.12)'de verilmiş olan matematiksel modeli oldukça basit olduğundan kolaylıkla modellenabilmektedir. Hatta, önceki bölümde görüldüğü gibi, (2.14)'teki gibi bir asal eylemsizlik dağılımına sahip ve Dünya'ya yöneltilmek istenen bir uydunun yönelme kontrolü problemi açısından bir bozucu değil, kararlaştırıcı bir sistem dinamiği bileşenidir.

Önceki bölümde anlatıldığı gibi, eğer eylemsiz yönelme problemi ele alınıyorsa, kuvaterniyonlar B 'nin N 'ye göre açısız durumunu ifade eder. Öyleyse, $\vec{T}_{k\check{c}}$ 'nin hesabında kullanılan \vec{a}_3 , sadece Dünya'ya yönelme probleminde geçerli olan (2.13) denkleminde elde edilemez. Yapılması gereken, sadece eylemsiz yönelme probleminde geçerli olan

$$C^{B/N} = \begin{bmatrix} 1-2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 1-2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 + q_4q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_4q_1) & 1-2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} = C^{B/A}C^{A/N} \quad (3.1)$$

eşitliğinden B ile A arasındaki doğrultu kosinüsleri matrisi $C^{B/A}$ 'nın çekilmesidir. Bunun için, [19]'da eliptik yörüngeler için verilmiş olan A ile N arasındaki doğrultu kosinüsleri matrisinin Dünya etrafındaki dairesel bir yörünge için

$$C^{A/N} = \begin{bmatrix} \hat{v}^T \\ (\hat{v} \times \hat{x})^T \\ -\hat{x}^T \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

şeklinde basitleşmiş hali kullanılır. Buradaki \hat{v} ve \hat{x} , sırasıyla, uzay aracının N 'de ifade edilmiş hız ve konum vektörleri doğrultularındaki birim vektörlerdir. Doğrultu kosinüsleri matrisleri ortogonal, yani tersi transpozuna eşit olan matrislerdir. Öyleyse, $C^{B/A}$ (3.1)'den

$$C^{B/A} = C^{B/N} C^{N/A} = C^{B/N} \begin{bmatrix} \hat{v} & (\hat{v} \times \hat{x}) & -\hat{x} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

olarak çekilebilir. \vec{a}_3 , elde edilen $C^{B/A}$ 'nin üçüncü sütunudur. Diğer yandan, eğer Dünya'ya yöneltme problemi ele alınıyorsa

$$C^{B/A} = \begin{bmatrix} 1-2(q_2^2+q_3^2) & 2(q_1q_2+q_3q_4) & 2(q_1q_3-q_2q_4) \\ 2(q_1q_2-q_3q_4) & 1-2(q_1^2+q_3^2) & 2(q_2q_3+q_4q_1) \\ 2(q_1q_3+q_2q_4) & 2(q_2q_3-q_4q_1) & 1-2(q_1^2+q_2^2) \end{bmatrix} = C^{B/N} C^{N/A} \quad (3.4)$$

denklemini yazılabilecektir. O halde, $C^{B/N}$ için

$$C^{B/N} = C^{B/A} C^{A/N} = C^{B/A} \begin{bmatrix} \hat{v}^T \\ (\hat{v} \times \hat{x})^T \\ -\hat{x}^T \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

eşitliği geçerli olacaktır.

Dairesel yörüngedeki bir uydunun görevi boyunca, uydunun gövde referans eksen takımı B 'nin yörünge referans eksen takımı A 'ya yönelme durumuna göre zamanla değişen $\vec{T}_{kç}$ 'nin üç bileşeninden herhangi birinin alabileceği en yüksek değer, yani sonsuz işaret normu

$$\begin{aligned} \|\vec{T}_{kç}[\vec{x}(t)]\|_{\infty} &= \sup_{\tau} \left\{ \max_i \left(|T_{kç}|_i(\tau) \right) \right\} \quad ; \quad i=1,2,3 \\ &= \frac{3}{2} n^2 \max(|J_3 - J_2|, |J_3 - J_1|) \end{aligned} \quad (3.6)$$

olacaktır [47,48]. Dairesel bir yörünge için sabit olan yörünge irtifası h 'nin fonksiyonu olan ortalama hareket

$$n = n(h) = \sqrt{\frac{3,986 \times 10^{14}}{(6,378 \times 10^6 + h)^3}} \frac{\text{rad}}{\text{sn}} \quad (3.7)$$

şeklinde hesaplanır.

3.3.2 Aerodinamik sürüklenme kaynaklı tork

Dörtgen prizma şekline sahip olduğu kabul edilen uzay aracına etki eden aerodinamik sürüklenme torku \vec{T}_a , benzetim ortamında,

$$\vec{T}_a = \sum_{i=1}^3 \vec{T}_{ai} \quad ; \quad \vec{T}_{ai} = -\frac{1}{2} C_D YZ \rho |v_i| \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{sgn}(v_i) X - \Delta X \\ -\Delta Y \\ -\Delta Z \end{array} \right\} \times \vec{v} \quad (3.8)$$

matematiksel modeli kullanılarak hesaplanmaktadır [14,49]. Burada; C_D uzay aracının aerodinamik sürüklenme katsayısı; X , Y , Z , sırasıyla, uzay aracının B 'nin bir, iki, üç nolu eksenleri doğrultusundaki kenar uzunlukları; ρ yerel toplam kütle yoğunluğu; \vec{v} uzay aracının B 'de ifade edilmiş olan 3×1 'lik hız vektörü; v_i ; $i=1,2,3$ \vec{v} 'nin B 'nin i nolu eksenini doğrultusundaki bileşeni; ΔX , ΔY , ΔZ , sırasıyla, uzay aracının geometrik merkezinin kütle merkezine göre B 'de ifade edilmiş olan 3×1 'lik konum vektörünün B 'nin bir, iki, üç nolu eksenleri doğrultusundaki bileşenleridir. Yerel toplam kütle yoğunluğu, benzetim ortamında, gerçeğe oldukça yakın bir atmosfer modeli olan NRLMSISE-00 kullanılarak elde edilmektedir [47]. \vec{T}_a , uzay aracının gövde referans eksen takımının N 'ye yönelmesine bağlıdır, dolayısıyla (3.8)'deki \vec{v} B 'de ifade edilmektedir ve N 'de ifade edilen \vec{v} 'nin $C^{B/N}$ ile soldan çarpılmasıyla elde edilmektedir.

\vec{T}_a 'nin üç bileşeninden herhangi birinin alabileceği en yüksek değer

$$\|\vec{T}_a[\vec{x}(t), t]\|_{\infty} = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 \frac{\min(X, Y, Z)}{5} \quad (3.9)$$

olarak kestirilebilir. Açılabilir güneş paneline sahip olmayan ve dörtgen prizma şeklindeki çeşitli örnek uyduların incelenmesi sonucunda varılan sonuç, geometrik

merkez ile kütle merkezi arasındaki uzaklığın, uzay aracının en kısa kenarının uzunluğunun beşte birini aşmayacağıdır. [47]'ye dayanılarak, hem benzetimlerde hem de (3.9)'daki sınır hesabında

$$C_D = 2,5 \quad (3.10)$$

alınmaktadır. Sadece sınır hesaplanırken, uzay aracının hücum yüzeyi alanı A , en büyük iki kenar uzunluğunun çarpımının bir buçuk katına eşit kabul edilmektedir. Uzay aracının, Dünya etrafındaki dairesel bir yörüngede sabit olan hızı, (3.11)'de görüldüğü gibi yörünge irtifasının fonksiyonudur.

$$v = v(h) = \sqrt{\frac{3,986 \times 10^{14}}{6,378 \times 10^6 + h}} \frac{\text{m}}{\text{sn}} \quad (3.11)$$

(3.9)'daki ρ , 0-1000 km'lik irtifa aralığında geçerli olan üstel atmosfer modeli kullanılarak, yörünge irtifasının fonksiyonu olarak

$$\rho = \rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{h-h_0}{H}} \quad (3.12)$$

denklemlerle hesaplanır [50]. Hesaplama sırasında kullanılan ρ_0 , h_0 , H değerleri yörünge için h değeri için [50]'deki 7.4 nolu tablodan okunur.

3.3.3 Güneş radyasyonu basıncı kaynaklı tork

Dörtgen prizma şekline sahip olduğu kabul edilen uzay aracına etki eden Güneş radyasyonu basıncı torku \vec{T}_G , \vec{T}_a 'ya benzer şekilde,

$$\vec{T}_G = \sum_{i=1}^3 \vec{T}_{Gi} \quad (3.13)$$

$$\vec{T}_{G1} = -C_{RP} Y Z P_G \left\{ \frac{\vec{r}_{s/cG}}{\|\vec{r}_{s/cG}\|} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \operatorname{sgn} \left(\frac{\vec{r}_{s/cG}}{\|\vec{r}_{s/cG}\|} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) X - \Delta X \\ -\Delta Y \\ -\Delta Z \end{bmatrix} \times \frac{\vec{r}_{s/cG}}{\|\vec{r}_{s/cG}\|} \right\}$$

matematiksel modeli kullanılarak hesaplanmaktadır [14,51]. Burada; C_{RP} uzay aracının radyasyon basıncı katsayısı; $P_G = 4,56 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ Güneş'ten bir astronomik birim (AU: astronomical unit) uzaklıktaki Güneş radyasyonu basıncı değeri [51]; $\vec{r}_{s/cG}$ Güneş'in uzay aracına göre B 'de ifade edilmiş olan 3x1'lik konum vektörüdür. N 'de ifade edilen $\vec{r}_{s/cG}$, [50]'deki ilgili matematiksel model kullanılarak elde edilen Güneş'in Dünya'ya göre konum vektöründen uzay aracının N 'de ifade edilmiş konum vektörünün çıkarılmasıyla hesaplanmaktadır. \vec{T}_G de \vec{T}_a gibi uzay aracının gövde referans eksen takımının N 'ye yönelmesine bağlıdır, dolayısıyla (3.13)'teki $\vec{r}_{s/cG}$ B 'de ifade edilmektedir. N 'de ifade edilen $\vec{r}_{s/cG}$ 'den B 'de ifade edilen $\vec{r}_{s/cG}$ 'ye geçiş $C^{B/N}$ aracılığıyla yapılmaktadır.

Alçak irtifalı yörüngedeki bir uzay aracına etki eden \vec{T}_G 'nin üç bileşeninden herhangi birinin alabileceği en yüksek değer

$$\|\vec{T}_G[\vec{x}(t), t]\|_{\infty} = C_{RP} A P_G \left(\frac{1,496}{1,470} \right)^2 \frac{\min(X, Y, Z)}{5} \quad (3.14)$$

olarak öngörülebilir [51]. Hem benzetimlerde hem de (3.14)'teki sınır hesabında, radyasyon basıncı katsayısının alabileceği en yüksek değer olan

$$C_{RP} = 2 \quad (3.15)$$

kullanılmaktadır. $\|\vec{T}_a\|_{\infty}$ için olduğu gibi $\|\vec{T}_G\|_{\infty}$ 'un hesabında da, uzay aracının hücum yüzeyi alanı A , en büyük iki kenar uzunluğunun çarpımının bir buçuk katına eşit alınmaktadır.

3.3.4 Artık manyetik dipol momenti kaynaklı tork

Artık manyetik moment kaynaklı tork \vec{T}_m , uzay aracının 3x1'lik artık manyetik dipol momenti vektörü \vec{M}_a 'nın (1.1)'de yer alan matematiksel modelde yerine konmasıyla modellenmektedir.

\vec{T}_m 'nin üç bileşeninden herhangi birinin alabileceği en yüksek değer

$$\|\vec{T}_m[\vec{x}(t), t]\|_{\infty} = M_a \frac{2 \times 8,1 \times 10^{15} \text{ Tm}^3}{(6,378 \times 10^6 + h)^3} \quad (3.16)$$

olacaktır [52]. Küçük uydularda artık manyetik moment kaynaklı tork diğer çevresel bozucu torklara baskın çıkabilmektedir. Bu nedenle, hem benzetimlerde hem de (3.16)'daki sınır hesabında kullanılacak olan

$$M_a = m \times 1 \times 10^{-3} \frac{\text{Am}^2}{\text{kg}} \quad (3.17)$$

bağıntısı, [42]'deki 8.1 nolu tablodan M_a için uygun görülerek okunmuştur. Burada m uzay aracının kütesidir.

3.4 Model Belirsizliği

(2.15) denkleminde tanımlanmış olan eylemsizlik belirsizliği matrisi ΔJ , eylemsizlik matrisi J 'nin bilinmesindeki, katı cisim modellemesine dayalı hesaplamalar ve ölçümlerin kesin doğru olmamasından kaynaklanan belirsizliğin gerçeğe yakın modelini temsil etmektedir. Söz konusu belirsizliğin, (3.18)'de tanımlandığı gibi iki bileşeni olduğu kabul edilebilir.

$$\Delta J \triangleq \Delta J_1 + \Delta J_2 \quad (3.18)$$

İlk bileşen olan

$$\Delta J_1 \triangleq \begin{bmatrix} \delta_1 J_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 J_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 J_3 \end{bmatrix} ; \quad \delta_1, \delta_2, \delta_3 \in [-0,1; +0,1] \triangleq [-\bar{\delta}_{J_1}; +\bar{\delta}_{J_1}] \quad (3.19)$$

asal eylemsizlik momenti değerlerindeki belirsizlikleri içerir. Köşegeninde yer alan elemanlar, bilinen ve kontrolör tasarımında kullanılan asal eylemsizlik momenti değerlerinin değeri alttan ve üstten sınırlandırılmış bir yüzdesi olarak tanımlanır. İkincisiyse, gövde eksen takımı ile asal gövde eksen takımının birbiriyle çakışık olup olmadığıyla ilgili belirsizliği, (3.20)'de görüldüğü gibi, yine bilinen asal eylemsizlik momenti değerlerine bağlı olarak modellenir.

$$\Delta J_2 \triangleq (1 + \bar{\delta}_{J_1}) \max(J_1, J_2, J_3) \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$;$ $\delta_{ij} \in [-0,15; +0,15] \triangleq [-\bar{\delta}_{J_2}; +\bar{\delta}_{J_2}]$, $i, j = 1, 2, 3$

ΔJ_2 matrisinin elemanlarının değeri de alttan ve üstten sınırlandırılmıştır.

Model belirsizliği kaynaklı bozucu torku \vec{T}_{mb} 'nin herhangi bir işlem anındaki ikinci (Öklid) normu, (2.54) eşitliği için yazılan

$$\begin{aligned} \|\vec{T}_{mb}\|_2 &\leq \|-\tilde{\omega}\Delta J\vec{\omega}\|_2 + 3n^2 \|(\tilde{a}_3\Delta J\tilde{a}_3)\|_2 \\ &\quad + \|-\Delta J J^{-1}\|_{i_2} \left(\|-\tilde{\omega}J\vec{\omega}\|_2 + \|C_B\vec{u}\|_2 + \|\vec{T}_{k\zeta}\|_2 + \|\vec{T}_a\|_2 + \|\vec{T}_G\|_2 + \|\vec{T}_m\|_2 \right) \\ &\leq \|\tilde{\omega}\|_{i_2} \|-\Delta J\|_{i_2} \|\vec{\omega}\|_2 + 3n^2 \|\tilde{a}_3\|_{i_2} \|\Delta J\|_{i_2} \|\tilde{a}_3\|_2 \\ &\quad + \|-\Delta J\|_{i_2} \|J^{-1}\|_{i_2} \left(\|\tilde{\omega}\|_{i_2} \|J\|_{i_2} \|\vec{\omega}\|_2 + \|C_B\|_{i_2} \|\vec{u}\|_2 \dots \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

eşitsizliği kullanılarak hesaplanabilir. Burada,

$$\|\tilde{\omega}\|_{i_2} = \|\vec{\omega}\|_2 \quad (3.22)$$

$\vec{\omega}$ vektörünün çarpık-simetrik (skew-symmetric) matrisinin endüklenmiş 2-normudur. (3.21)'de; (3.19) ve (3.20)'deki tanımlamalar uyarınca

$$\begin{aligned} \|-\Delta J\|_{i_2} &= \|\Delta J\|_{i_2} = \left[\bar{\delta}_{J_1} + \bar{\delta}_{J_2} (1 + \bar{\delta}_{J_1}) \right] \max(J_1, J_2, J_3) \\ &\triangleq (\bar{\delta}_{J_1} + \bar{\delta}_{J_2} + \bar{\delta}_{J_1}\bar{\delta}_{J_2}) J_{\max} \triangleq L_2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

kabulü yapılabilmektedir; n , (3.7) kullanılarak hesaplanabilmektedir;

$$\|\tilde{a}_3\|_{i_2} = 1 \quad \text{ve} \quad \|\vec{a}_3\|_2 = 1 \quad (3.24)$$

sırasıyla, \vec{a}_3 vektörünün çarpık-simetrik matrisinin endüklenmiş 2-normu ve \vec{a}_3 vektörünün Öklid normudur;

$$\|J^{-1}\|_{i_2} = \frac{1}{(1-\bar{\delta}_{J_1})\min(J_1, J_2, J_3)} \triangleq \frac{1}{(1-\bar{\delta}_{J_1})J_{\min}} \triangleq \frac{1}{L_1} \quad (3.25)$$

ve

$$\| -J \|_{i_2} = \| J \|_{i_2} = (1 + \bar{\delta}_{J_1}) J_{\max} \quad (3.26)$$

(3.18), (3.19) ve (3.20) uyarınca yazılabilmektedir.

$$\|C_B\|_{i_2} = 1 \quad (3.27)$$

olduğu (2.35)'ten bilinmektedir. $m \times l$ 'lik bir vektörel işaretin 2-normunun herhangi bir işlem anında alabileceği en yüksek değerle, aynı işaretin sonsuz normu (infinity norm) arasındaki ilişki,

$$\|\vec{T}_{kç}\|_2 + \|\vec{T}_a\|_2 + \|\vec{T}_G\|_2 + \|\vec{T}_m\|_2 \leq \sqrt{m} \left(\|\vec{T}_{kç}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) \quad (3.28)$$

eşitsizliğinin yazılmasını mümkün kılar. Bu eşitsizliğin sağ tarafı (3.6), (3.9), (3.14) ve (3.16) ile (3.17) eşitlikleri kullanılarak hesaplanabilmektedir. Sonuç olarak, (3.21)

$$\|\vec{T}_{mb}\|_2 \leq \frac{L_2}{L_1} \left\{ \left[L_1 + (1 + \bar{\delta}_{J_1}) J_{\max} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 + 3n^2 L_1 \dots \right. \\ \left. \dots + \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{kç}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) + \|\vec{u}\|_2 \right\} \quad (3.29)$$

halini alır.

3.5 Benzetim Koşulları

Bu tez çalışmasındaki tüm benzetimler, ITUpSAT-1'in kutupsala yakın özellikteki, yaklaşık 703 km irtifalı, dairesel kabul edilebilen yörüngesi üzerinde gerçekleştirilecektir. Benzetimlerde kullanılacak olan uzay aracı modeli, girişte bahsedilen Ørsted uydusuna aittir. Bu yörüngeye [53,54] ve bu uydu modeline [23] ait, (3.6), (3.9), (3.14) ve (3.16) ile (3.17) eşitliklerine giren niceliklerin değerleri Çizelge 3.1'de, bunlar kullanılarak hesaplanan çevresel ve model belirsizliği kaynaklı bozucu torklarına ait sınır değerleriyse Çizelge 3.2'de sunulmuştur.

Çizelge 3.1 : Benzetimlerde kullanılan yörünge ve uydu modeline ait nicelikler.

Yörünge Niceliği	Değeri	Uydu Modeli Niceliği	Değeri
h [km]	703,463	X [m]	0,45
n [der/sn]	$6,07 \times 10^{-2}$	Y [m]	0,34
v [km/sn]	7,503	Z [m]	0,68
ρ [kg/m ³]	$3,476 \times 10^{-14}$	A [m ²]	0,459
T [sn]	5931	m [kg]	61,8
		J_1 [kgm ²]	2,904
		J_2 [kgm ²]	3,428
		J_3 [kgm ²]	1,275
		M_{doyma} [Am ²]	20

Çizelge 3.1’de görüldüğü gibi, Ørsted uydusunun asal eylemsizlik momentleri (2.14)’teki büyüklük sıralamasına sahiptir, yani Ørsted kütle-çekimsel olarak kararlı bir eylemsizlik dağılımına sahiptir. Öyleyse, bu uydu modeli kullanılarak gerçekleştirilecek olan Dünya’ya yöneltme benzetimlerinde, kütle-çekim gradyanı torku $\vec{T}_{kç}$ çevresel bozucu olarak değil, sistem vektöründe yer alan bir terim olarak hesaba katılacaktır.

3x1’lik bir vektörel işaret olan model belirsizliği kaynaklı bozucu torku \vec{T}_{mb} için de, (3.28)’e benzer olan,

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \|\vec{T}_{mb}\|_2 \leq \|\vec{T}_{mb}\|_\infty \leq \|\vec{T}_{mb}\|_2 \quad (3.30)$$

eşitsizliği geçerlidir. Öyleyse (3.29) uyarınca, \vec{T}_{mb} ’nin üç bileşeninden birinin alabileceği en yüksek değer, yani sonsuz işaret normu

$$\|\vec{T}_{mb}[\vec{x}(t), \vec{u}, t]\|_\infty = \frac{L_2}{L_1} \left\{ \left[L_1 + (1 + \bar{\delta}_{J_1}) J_{maks} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 + 3n^2 L_1 \dots \right. \\ \left. \dots + \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{kç}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) + \|\vec{u}\|_2 \right\} \quad (3.31)$$

olacaktır. (3.31), kütle-çekim gradyanı torkunun kararlılaştırıcı bir etki olarak ele alındığı Dünya’ya yöneltme probleminde (DYP) kullanılır. $\vec{T}_{kç}$ ’nin çevresel bozucu olarak hesaba katıldığı eylemsiz yöneltme problemindeyse (EYP), $3n^2 L_2$ terimi düşer ve (3.32)’de verilmiş olan sınır denklemi geçerli olur.

$$\|\vec{T}_{mb}[\vec{x}(t), \vec{u}, t]\|_{\infty} = \frac{L_2}{L_1} \left\{ \left[L_1 + (1 + \bar{\delta}_{J1}) J_{\text{maks}} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 \dots \right. \\ \left. \dots + \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_{\infty} + \|\vec{T}_a\|_{\infty} + \|\vec{T}_G\|_{\infty} + \|\vec{T}_m\|_{\infty} \right) + \|\vec{u}\|_2 \right\} \quad (3.32)$$

Çizelge 3.2 : Bozucu torku bileşenlerine ait sınır değerleri.

Bozucu Torku Bileşeni [Nm]	Değeri
$\ \vec{T}_{k\zeta}[\vec{x}(t)]\ _{\infty} \equiv \ \vec{T}_{k\zeta}\ _{\infty}$	$3,625 \times 10^{-6}$
$\ \vec{T}_a[\vec{x}(t), t]\ _{\infty} \equiv \ \vec{T}_a\ _{\infty}$	$7,633 \times 10^{-8}$
$\ \vec{T}_G[\vec{x}(t), t]\ _{\infty} \equiv \ \vec{T}_G\ _{\infty}$	$2,948 \times 10^{-7}$
$\ \vec{T}_m[\vec{x}(t), t]\ _{\infty} \equiv \ \vec{T}_m\ _{\infty}$	$2,819 \times 10^{-6}$
$\ \vec{T}_{mb}[\vec{x}(t), \vec{u}, t]\ _{\infty} \equiv \ \vec{T}_{mb}\ _{\infty}$	$9,345 \times 10^{-6} + 3,894 \ \vec{\omega}\ _2^2 + 7,917 \times 10^{-1} \ \vec{u}\ _2$ (EYP)
$\ \vec{T}_{mb}\ _{\infty}$	$1,24 \times 10^{-5} + 3,894 \ \vec{\omega}\ _2^2 + 7,917 \times 10^{-1} \ \vec{u}\ _2$ (DYP)

Benzetimlerde, 3.3.2 nolu alt bölümde yapılan kabul gereğince, uydunun en kısa kenarının uzunluğunun beşte birini aşmayacak, yani Ørsted için 0,068 m'nin altında kalacak şekilde seçilen

$$\Delta X = -0,035 \text{ m} \quad ; \quad \Delta Y = -0,025 \text{ m} \quad ; \quad \Delta Z = -0,05 \text{ m} \quad (3.33)$$

değerleri kullanılacaktır. [55]'te, Ørsted uydusunun artık manyetik dipol momenti vektörü

$$\vec{M}_a = \begin{bmatrix} 0 & 3 \times 10^{-2} & 0 \end{bmatrix}^T \text{ Am}^2 \quad (3.34)$$

olarak verilmiştir. Ørsted için, \vec{M}_a vektörünün 2-normu, (3.17)'de tanımlanmış olan sınır değerinin altında kalmaktadır. Model belirsizliği benzetimlere

$$\Delta J_1 = \begin{bmatrix} 0,1J_1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,1J_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05J_3 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

ile

$$\Delta J_2 = \begin{bmatrix} -0,02J_1 + 0,01J_2 + 0,01J_3 & -0,1J_1 + 0,09J_2 - 0,01J_3 & & & \\ -0,1J_1 + 0,09J_2 - 0,01J_3 & 0,01J_1 - 0,02J_2 + 0,01J_3 & \dots & & \\ 0,12J_1 - 0,01J_2 - 0,1J_3 & -0,01J_1 - 0,09J_2 + 0,11J_3 & & & \\ & 0,12J_1 - 0,01J_2 - 0,1J_3 & & & \\ \dots & -0,01J_1 - 0,09J_2 + 0,11J_3 & & & \\ & 0,01J_1 + 0,01J_2 - 0,02J_3 & & & \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

olarak sokulacaktır. (3.19) ve (3.20)'de tanımlı olan sınırları aşmayan elemanlara sahip bu iki eylemsizlik belirsizliği matrisi bileşeninden ikincisi, gövde eksen takımının, asal gövde eksen takımının kendi köşegen eksenini doğrultusundaki birim vektör

$$\bar{e} = [1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3}]^T \quad (3.37)$$

etrafında

$$\Theta = 10^\circ \quad (3.38)$$

kadar döndürülmüş haline eşit olduğu kabulüyle elde edilmiştir. Gövde eksen takımıyla asal gövde eksen takımı arasındaki böyle bir açısal fark, birbirinden çok farklı asal eylemsizlik momentlerine sahip uzay aracı modelleri, örneğin Ørsted uydusunun kütle-çekim gradyanı çubuğu açıkkenki modeli [23] olan

$$J_1 = 181,25 \text{ kgm}^2 \quad ; \quad J_2 = 181,78 \text{ kgm}^2 \quad ; \quad J_3 = 1,28 \text{ kgm}^2 \quad (3.39)$$

için dahi (3.20)'deki sınırlar içinde kalan bir ΔJ_2 matrisiyle temsil edilebilmektedir.

Söz konusu matris,

$$\Delta J_2 = J - (J_n + \Delta J_1) = C(J_n + \Delta J_1)C^T - (J_n + \Delta J_1) \quad (3.40)$$

denklemini kullanılarak hesaplanacaktır [56]. Burada

$$C = \begin{bmatrix} 0,989872 & 0,10532 & -0,0951917 \\ -0,0951917 & 0,989872 & 0,10532 \\ 0,10532 & -0,0951917 & 0,989872 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

söz konusu dönmeye ait dönme matrisidir ve (3.37) ile (3.38) için sırasıyla (2.3) ile (2.4) eşitliklerinden

$$[q_1 \ q_2 \ q_3]^T = \left[\sin(10^\circ/2)/\sqrt{3} \quad \sin(10^\circ/2)/\sqrt{3} \quad \sin(10^\circ/2)/\sqrt{3} \right]^T \quad (3.42)$$

ve

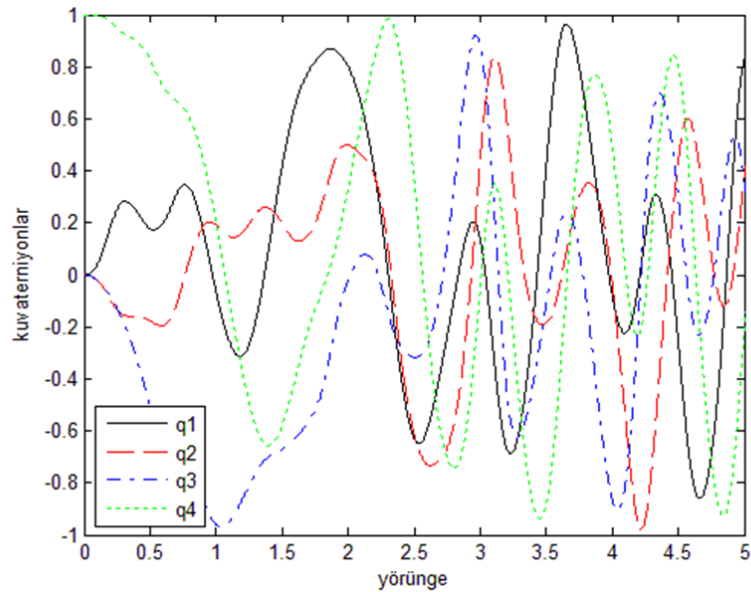
$$q_4 = \cos(10^\circ/2) \quad (3.43)$$

olarak elde edilen kuvaterniyonların, C 'nin kuvaterniyonlarla yazılan genel tanımı olan

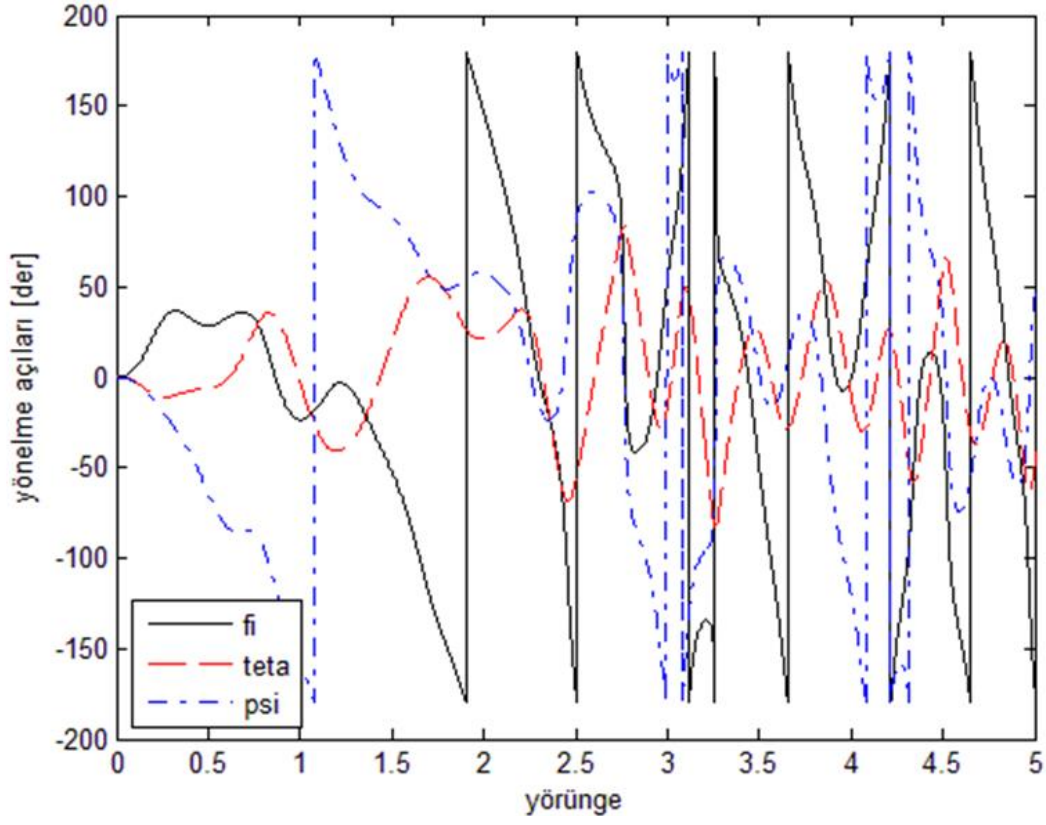
$$C = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 + q_4q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_4q_1) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

denkleminin sağ tarafında yerine konmasıyla elde edilir.

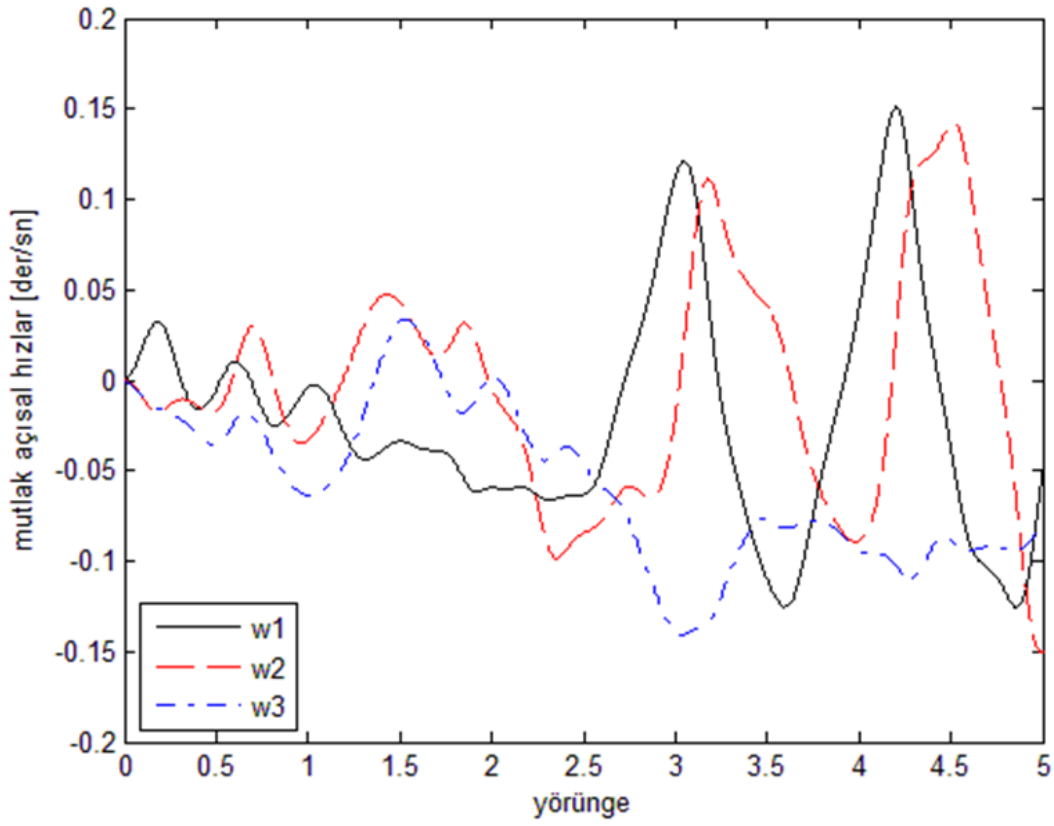
Kontrol edilmeyen yönelmenin, (2.20)'de tanımlanmış olan eylemsiz yönelme referansında başlayarak beş yörünge periyodu ($5 T$) boyunca süren, çevresel ve model belirsizliği kaynaklı bozucular etkisindeki hareketi, Şekil 3.3-3.6'da sunulmuştur. Bu sonuçları veren benzetimde, Çizelge 3.1 ile (3.33)-(3.36) denklemlerindeki nicelikler kullanılmıştır.



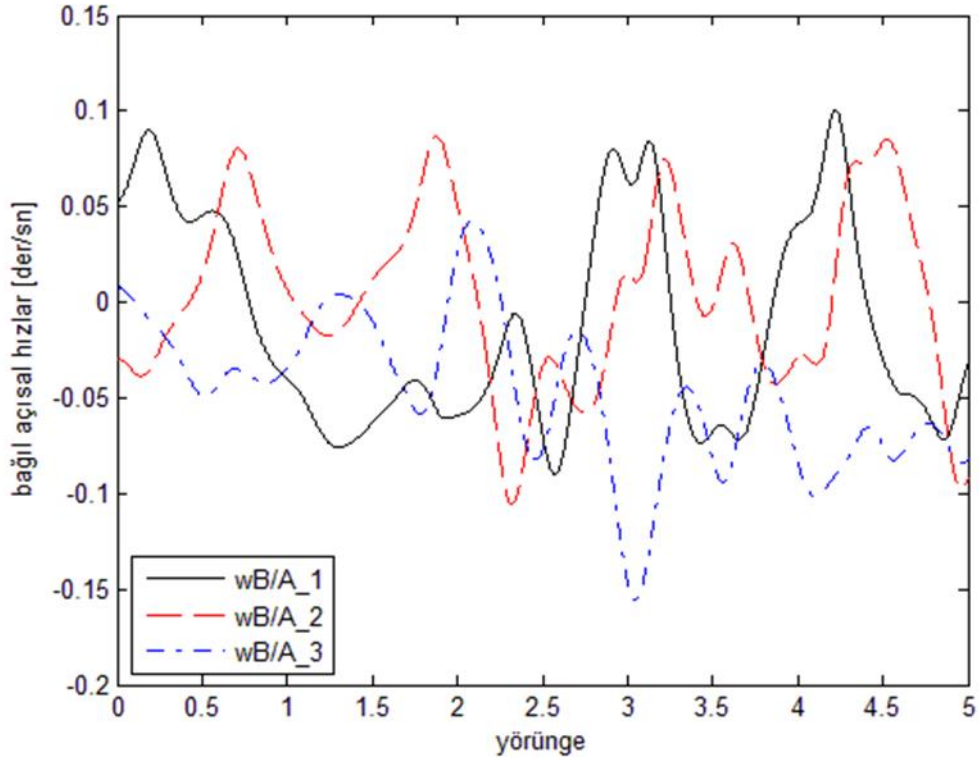
Şekil 3.3 : Kontrol edilmeyen haldeki kuvaterniyonlar.



Şekil 3.4 : Kontrol edilmeyen haldeki yönelme (Euler) açıları.



Şekil 3.5 : Kontrol edilmeyen haldeki mutlak açısal hızlar.

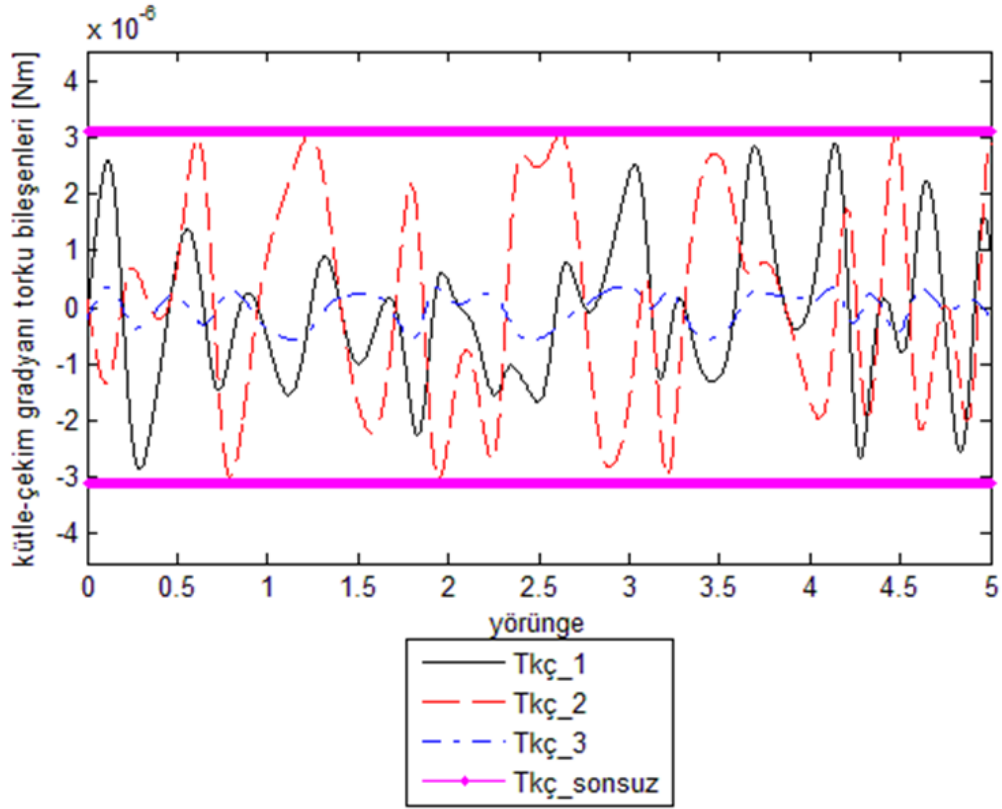


Şekil 3.6 : Kontrol edilmeyen haldeki bağıl açısal hızlar.

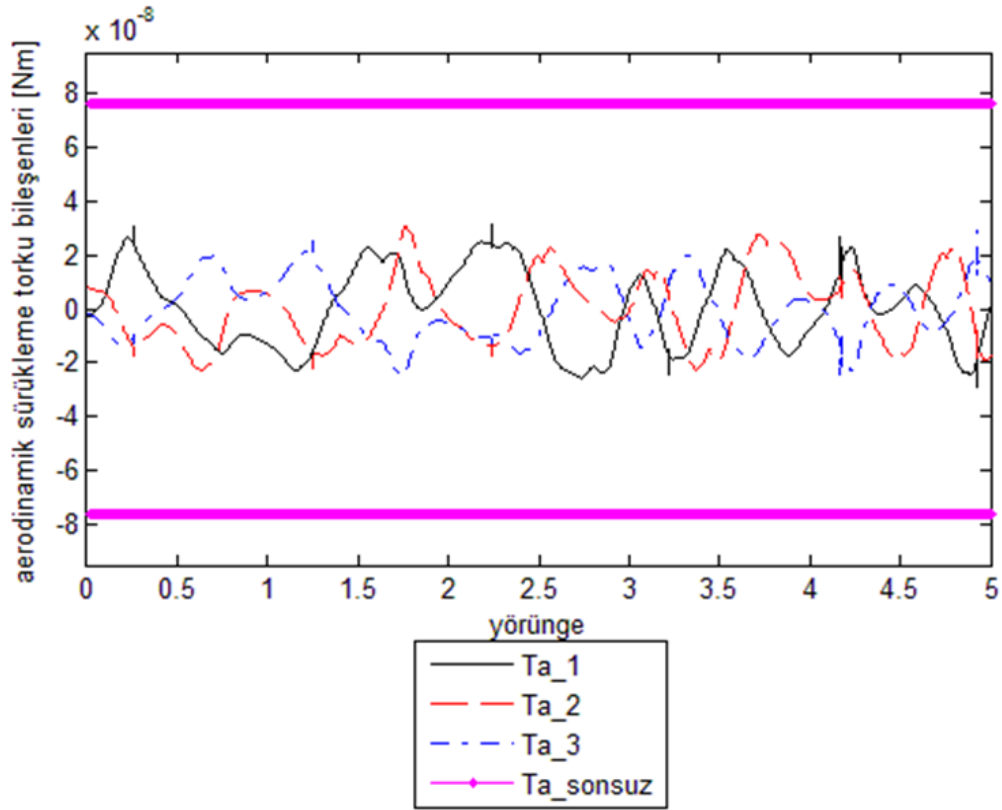
Şekil 3.7-3.11’de, bozucuların aynı benzetime ait değişimleri, ilgili sınırlarla birlikte sergilenmiştir. Kütle-çekim gradyanı torku, matematiksel modeli gereği model belirsizliğinden etkilenir. Tezin ikinci bölümündeki çıkarımlardan anlaşılacağı gibi, $\vec{T}_{kç}$ ’nin model belirsizliğinden kaynaklanan bileşeni \vec{T}_{mb} ’ye dahil edilmiş, bozucu torku bileşenlerine ait sınır değerleri de buna göre tanımlanmıştır. Çizelge 3.2’deki değerler de söz konusu tanımlamalara göre hesaplanmıştır. Şekil 3.7’de sunulmuş olan $\vec{T}_{kç}$, model belirsizliği kaynaklı bileşeni de içeren toplam kütle-çekim gradyanı torkudur. Bu nedenle, söz konusu şekilde yer alan sınırların mutlak değeri, sadece gösterim amaçlı olarak

$$\|\vec{T}_{kç}[\vec{x}(t)]\|_{\infty} = \frac{3}{2}n^2 \text{maks} \left[\begin{array}{l} |(1+\delta_3)J_3 - (1+\delta_2)J_2|, \dots \\ \dots |(1+\delta_3)J_3 - (1+\delta_1)J_1| \end{array} \right] \quad (3.45)$$

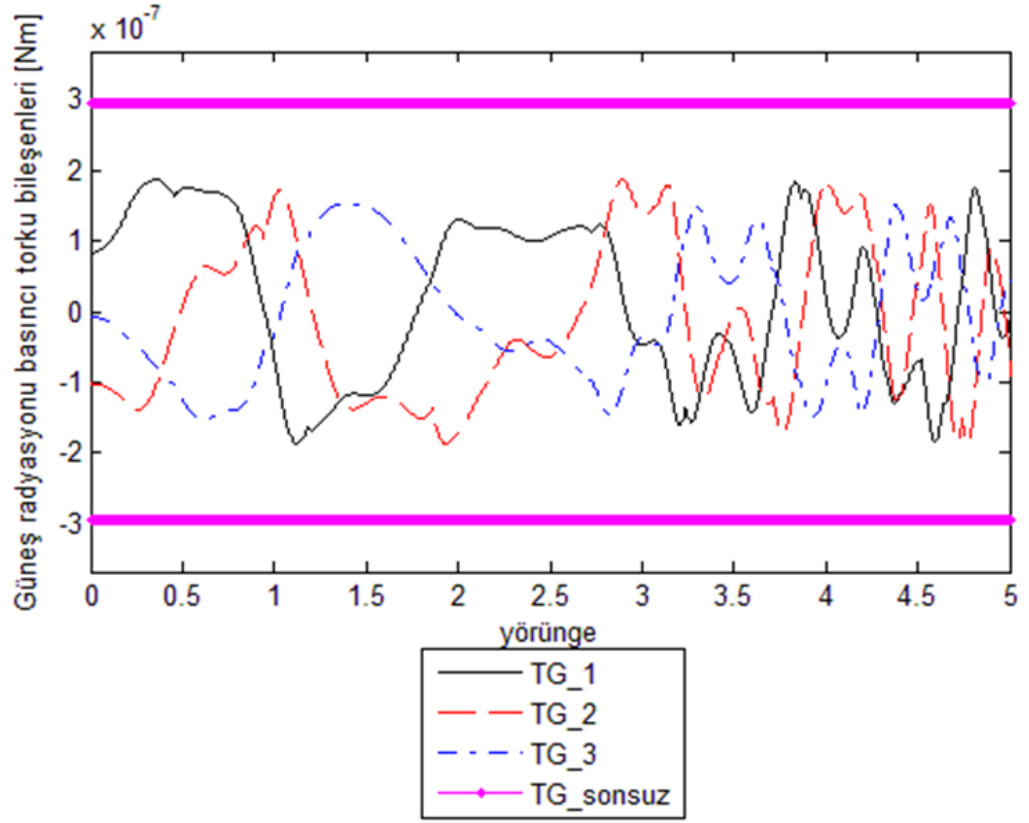
denklemleriyle hesaplanmıştır. Şekil 3.11’de görülen değişken sınırsa, Çizelge 3.2’de EYP’ye karşılık gelen $\|\vec{T}_{mb}\|_{\infty}$ eşitliğinde, $\|\vec{u}\|_2 = 0$ ile her benzetim adımındaki $\|\vec{\omega}\|_2^2$ ’nin yerine konmasıyla elde edilmiştir.



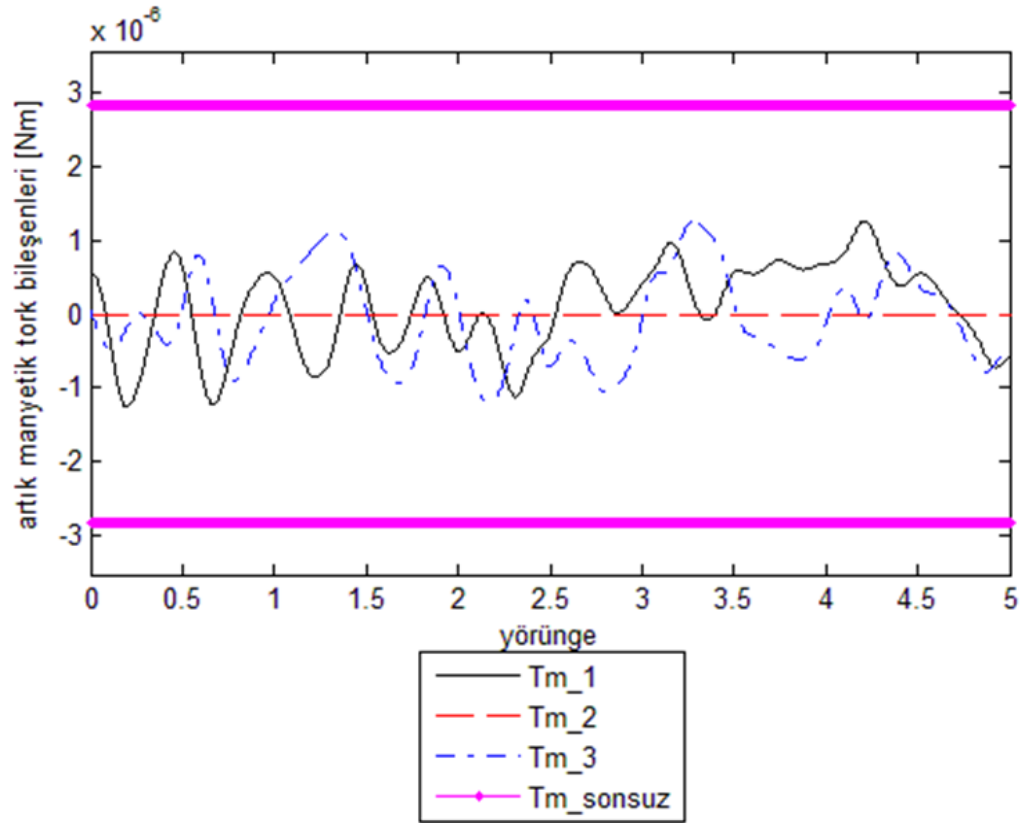
Şekil 3.7 : Kontrol edilmeyen haldeki kütle-çekim gradyanı torqu bileşenleri.



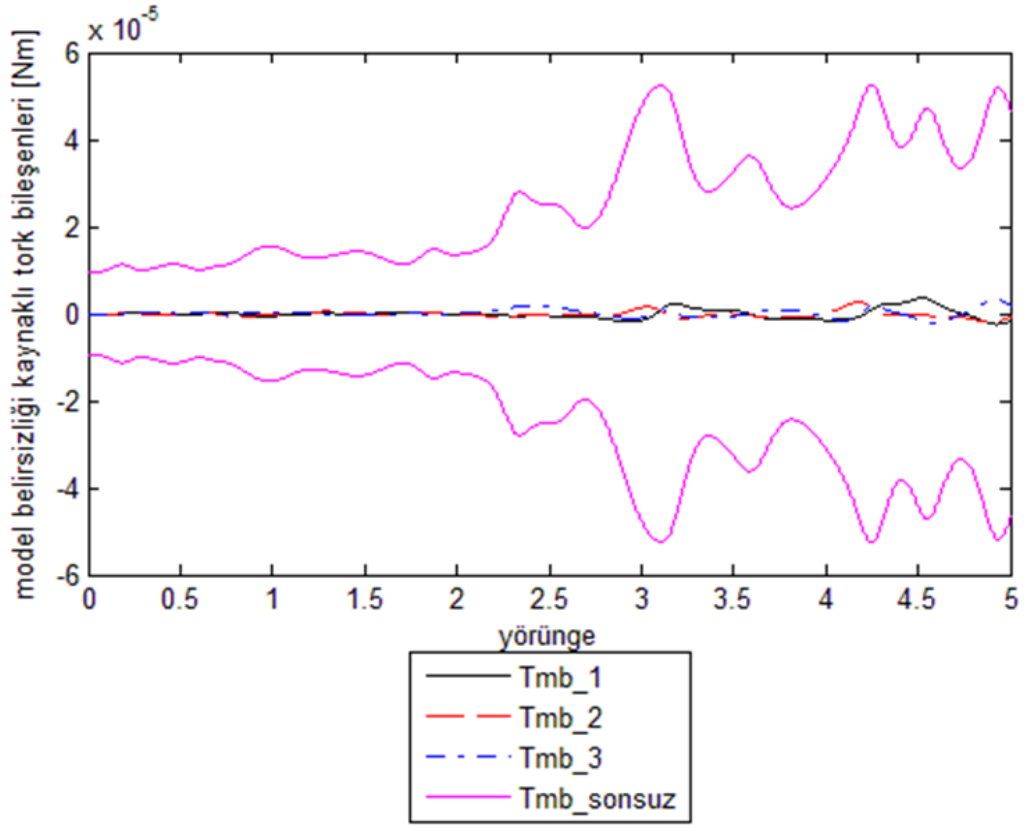
Şekil 3.8 : Kontrol edilmeyen haldeki aerodinamik sürükleme torqu bileşenleri.



Şekil 3.9 : Kontrol edilmeyen haldeki Güneş radyasyonu basıncı torku bileşenleri.



Şekil 3.10 : Kontrol edilmeyen haldeki artık dipol momenti kaynaklı tork bileşenleri.



Şekil 3.11 : Kontrol edilmeyen haldeki model belirsizliği kaynaklı tork bileşenleri.

Şekillerde, bozucuların değişimlerinin sınırlar içinde olduğu görülmektedir. Bu, benzetimlerin, yapılan çıkarımlar ve çıkarımlara göre yapılan hesaplamalarla tutarlı sonuçlar verdiğini ortaya koymaktadır.

4. MANYETİK KAYMA KIPLİ KONTROLÖR

Bu bölümde, tez çalışmasının hipotezi, yani “salt manyetik yönelme kontrolü problemine dayanıklı bir şekilde bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm getirilebildiği” kuramsal olarak kanıtlanacak ve sayısal olarak sınanacaktır. Önerilen kayma manifoldu, bu öneriye neden gerek duyulduğu ve önerinin esin kaynağı belirtilerek sunulacak ve bu manifold kullanılarak eşdeğer kontrol yöntemi probleme uygulanacaktır. Durum değişkenlerinin durum uzayındaki yörüngelerinin manifolda eriştiği ve ardından manifoldda kayarak referans durumuna ulaştığı sergilenecektir. Problem gerçeğe uygun şekilde ele alınacaktır. Bunun için, tez çalışmasının sırasıyla ikinci ve üçüncü bölümlerinde elde edilmiş olan, gerçeğe yakın şekilde hesaba katılan çevresel bozucular ve model belirsizliği etkisindeki yönelme hareketi denklemleri ile bu bozucu etkilere ait hesaplanmış sınırlar kullanılacaktır.

4.1 Değişken Yapılı Kontrol

Geri beslemeli kontrol sistemlerinin çözümlene ve tasarımında, kapalı çevrim sistemin kararlılık ve dayanıklılığı esas hususlardandır. Doğrusal olmayan sistemler ve dış (çevresel) bozucu etkisindeki doğrusal ya da doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü problemine yaklaşım yöntemlerinden biri, değişken yapıli kontroldür.

Parametre (parametrik model) belirsizliğine sahip ve dış bozucuya maruz, karmaşık, doğrusal olmayan veya yüksek mertebeden doğrusal açık çevrim modeller için dayanıklı kontrolörler tasarlamada, kayma kipli kontrol yöntemi verimli bir yol olarak kabul edilmiştir. Değişken yapıli sistemler, geri beslemeli kontrol algoritmaları ile bir karar verme kuralının birleşimi olarak betimlenebilir. Anahtarlama (switching) fonksiyonu adı verilen karar verme kuralı giriş olarak ölçülebilir durumları alır, çıkışında ise doğrusal veya doğrusal olmayan geri beslemeli kontrolörü verir. Diğer bir deyişle, değişken yapıli bir sistem doğrusal ya da genellikle doğrusal olmayan alt sistemler ve uygun bir anahtarlama mantığından (fonksiyonundan) oluşur. Bu tür sistemler, çok yapıli sistemler olarak da anılır. Sonuçta ortaya çıkan kontrol etkisi, sistemin durumları, referans modelinin hataları,

bozucular vb.'nin süreksiz bir fonksiyonudur. Değişken yapıli sistem özetle, bir dizi kayma (anahtarlama) yüzeyine erişme yoluyla yapısını değiştiren bir süreksiz kontrol etkisi ile temsil edilir. İyi bilinen röle (değiştirgeç) (relay), açma-kapama (on-off) veya “bang-bang” regülatörler, kolayca uygulanabilirliği ve kontrol donanımına kazandırdıkları verimlilik dolayısıyla yaygın olarak kullanılan basit süreksiz kontrolörlerdir.

Değişken yapıli sistemlerin çoğunluğu için temel tasarım kavramı, sistemi kayma kipine zorlamaktır. Kayma kipi, bir esas çalışma kipidir. Uygulamada değişken yapıli sistemlerin tüm tasarım yöntemleri, kayma kiplerinin tasarlanarak devreye sokulmasına dayanır. Kayma kipli kontrolde değişken yapıli kontrolör, sistem durumlarını anahtarlama yüzeyi civarına taşımak ve orada kalmasını sağlamak amacıyla tasarlanır. Bu sayede, kayma yüzeyine sonlu bir zaman aralığında erişilir ve kayma manifoldunda asimptotik kararlı kayma hareketi elde edilir. Kayma manifoldu, birden çok kayma yüzeyinin (sliding surface) kesişim yeridir.

Kayma kipli kontrolün üstünlükleri şöyle sıralanabilir: Dayanıklılık ya da açık çevrim modelin parametrelerinin değişimine, dış (çevresel) bozuculara, modelleme kaynaklı belirsizliklere vb. düşük duyarlılık (sensitivity) ki bu, kesin doğrulukla modelleme gereksinimini ortadan kaldırır; kolay uygulanabilirlik; sistem mertebesini düşürme özelliği; sürekli durum geri beslemeli yasalarla kararlılaştırılamayan doğrusal olmayan sistemleri kararlılaştırabilme; vb. Kayma kipli kontrol, sistemin genel hareketini bağımsız ve daha düşük boyutlu, kısmi bileşenlere (alt sistemlere) ayırđtırmayı sağlayarak geri beslemeli kontrolör tasarımını daha az karmaşık hale getirir.

Kayma kipli kontrolörlerin tasarım esasları, iki aşamalı bir sürece dayanır: 1) Erişme evresi (Reaching phase) ve 2) Kayma evresi (Sliding phase). İki evre de kararlılık veya çekicilik kavramları ile ilişkilidir. İlkinde, kayma manifoldu $\vec{s}(t) = \vec{0}$ 'ın uygun seçimi yoluyla $n-m$ mertebeli bir sistem için istenen dinamiklerin tasarımı ele alınır. İkincisinde, kayma kipini koruyacak bir kontrolör tasarlanır, böylece istenen başarımlı yakalanıp sürdürülebilir. Sistemi manifoldda kayma kipine zorlamak, m mertebeli bir sistemin kararlılaştırılma problemine eşdeğerdir. Birinci aşama çoğunlukla kayma manifoldunun tasarım problemi olarak anılırken, ikincisi kayma kipiinin varlığı (mevcudiyeti) (existence) problemi olarak bilinir. $\vec{s}^T \dot{\vec{s}} < 0$, gelişigüzel başlangıç

koşullarından harekete geçen sistem durumlarının sonlu bir sürede kayma manifoldu $\bar{s}(t) = \bar{0}$ 'a erişme koşuludur.

Kayma kipli kontrol etkileri süreksiz durum ya da çıkış fonksiyonları olduğundan, açma-kapama veya röle elemanları, güç dönüştürücüleri, pnömatik birimler vb. geleneksel otomasyon aygıtları kullanılarak kolayca hayata geçirilebilir. Bu özelliklerinden ötürü değişken yapıli kontrol, kimyasal süreç kontrolü, uçak ve füze güdüm sistemleri, pnömatik ve hidrolik sistemler, zaman-gecikmeli sistemler, mekanik sistemler, robotik sistemler, elektrikli sürücüler, nükleer reaktörler, araç ve hareket kontrolü vb. alanlardaki problemlere çözüm getirdiği kanıtlanmış bir yaklaşımdır. Sonuç olarak, değişken yapıli sistemler kuramı dayanıklı kararlılaştırma problemine birçok önemli katkıda bulunmuştur [57].

4.2 Literatürden Problemlerle İlgili Örnekler

Literatür araştırmasında [23] olarak atıfta bulunulmuş olan ve hem [19]'da sunulmuş olan yüksek lisans tez çalışmasına, hem de devamında yürütölmüş olan bu tez çalışmasına esin veren 1996 tarihli doktora tezinde, salt manyetik yönelme kontrolü problemine kayma kipli kontrol yöntemi de uygulanmaya çalışılmıştır [23]. Bu tez çalışmasında önerilen kayma manifoldunun üzerine kurulmuş olduğu ve gaz jetleri veya tepki tekerlekleri gibi sisteme doğrudan tork sağlayan eyleyicilerle yönelme kontrolü problemi açısından geleneksel (klasik) olarak adlandırılabilen bir kayma manifoldu kullanılarak, probleme eşdeğer kontrol yaklaşımıyla çözüm getirilmeye çalışılmıştır. Bu yapılırken süreksiz bir erişme yasası yerine, sürekli bir erişme yasası kullanılmıştır. Bu nedenle, aslında durum yörüngelerinin kayma manifolduna sonlu zamanda erişmesi sağlanamamış, yani hareket kayma kipine sokulamamıştır. Kayma kipine girilmediğinden dolayı, ne yönelme hareketinin referansa asimptotik kararlılığından ne de hesaba katılmış olan çevresel bozuculara karşı bir dayanıklılıktan söz edilebilir [58].

[58] ile aynı yıl yayımlanan ikinci bir yayında, salt manyetik eylemeyle Dünya'ya yöneltme problemi, eksenlerinden biri yerel jeomanyetik alan vektörüyle çakışık olarak tanımlanan bir eksen takımında ele alınmıştır. Bu yeni eksen takımına göre yazılan hareket denklemleri, geri adımlama (backstepping) yaklaşımına dayalı bir iki aşamalı kontrol sistemi tasarımını gerektirmiştir; buna göre dış çevrimin girişi iç

çevrimin çıkışı tarafından izlenmektedir. İzleyici (tracking) iç çevrim kontrolörü, hesaba katılan çevresel bozuculara karşı koyulabilmesi amacıyla, eşdeğer kontrol yöntemine dayalı olarak elde edilmiştir. Eş eylemsizlikli bir uzay aracı modeliyle benzetimlerde sınanan kontrol sisteminin, Dünya'ya yönelme referansı civarında, yani yerel olarak, kararlı olduğu gösterilmiştir. Problem, bütünsel kararlılık veya model belirsizliğine dayanıklılık açısından ele alınmamıştır [59].

2010 tarihli bir başka çalışmada, edilginlik temelli (passivity-based) bir kayma kipli kontrolör tasarlanmıştır. Bu yapılırken kullanılan bir algoritma sayesinde, herhangi bir kararlı kontrolör, yönelme hareketinin salt manyetik kontrolü için doğrudan kullanılabilir. Tasarlanan kontrol sistemi, literatür araştırmasında [36] olarak yer verilmiş olan çalışmadan alınarak (1.7) eşitliğinde sunulan kontrolör kullanılarak başarımlarını karşılaştırmasına sokulmuş, geçiş rejimi süresi ve kontrol gücü tüketimi açılarından üstünlüğü ortaya konmuştur. Problem ele alınırken, kayma kipine erişme çözümü veya bozuculara dayanıklılık değerlendirmesi yapılmamıştır [60].

Ele alınan problemle ilgili bir diğer örnek çalışmada 2012 yılında yayımlanmıştır. Doğrusal olmayan bir kayma manifoldu ve ikinci mertebeden kayma kipli kontrol yaklaşımı kullanılmış, çevresel bozucu ve model belirsizliği etkisinde dahi, kontrol sisteminin çıkışlarının referans değerlerine yakınsadığı gösterilmiştir. Durum yörüngelerinin kullanılan kayma manifolduna erişip erişmediğine ilişkin benzetim sonuçlarına yer verilmediğinden ve erişme koşulunun sağlanıp sağlanmadığı sınanmadığından, tasarlanan kontrol sisteminde bir kayma kipi gerçekleşip gerçekleşmediği açık değildir. Kayma manifoldunun yapısı, erişme koşulunun sağlanamayacağını düşündürmektedir [61].

4.3 Eşdeğer Kontrol Yöntemi

Kayma kipindeki hareketi yöneten denklem sistemini, yani kayma kipi denklemlerini elde etmek için “eşdeğer kontrol yöntemi” olarak adlandırılan bir yol izlenir. Durum değişkenlerinin yörüngelerinin, kontrol sürecinin başlangıç anı olan $t = t_0$ ’da kayma manifoldunda bulunduğu, yani

$$\vec{s}[\vec{x}(t_0)] = \vec{0} \quad (4.1)$$

olduğu kabul edildikten sonra, onları manifoldda tutacak kontrol vektörü aranır. Durum yörüngelerinin kontrol süreci boyunca manifoldda kalması matematiksel olarak

$$\dot{\vec{s}}(\vec{x}) = \frac{\partial \vec{s}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \dot{\vec{x}} \triangleq G(\vec{x}) \dot{\vec{x}} = \vec{0} \quad (4.2)$$

eşitliğiyle ifade edilir. Burada \vec{s} , $m \times 1$, dolayısıyla ele alınan problemde 3×1 'lik kayma yüzeyi vektörü, G ise, \vec{s} 'nin \vec{x} 'e göre kısmi türevlerinden oluşan $m \times n = 3 \times 7$ 'lik Jakobiyan (Jacobian) matristir. Kayma kipi, tanımı gereği, bozucuların etkisinden muaf bir hareket kipidir, dolayısıyla bu kipte geçerli olan durum denkleminin (Denklemler 2.51)

$$\dot{\vec{x}}(t) = \vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}) \quad (4.3)$$

olduğu kabul edilir [62]. Bununla birlikte, (4.1) ile (4.2) eşitlikleri ideal bir kayma kipinde, yani durum yörüngelerinin manifoldun içinde ilerlediği bir kipte sağlanır. 3×1 'lik "eşdeğer kontrol vektörü \vec{u}_{esd} ", ideal kayma kipindeki kontrol vektörü olarak tanımlıdır. Öyleyse \vec{u}_{esd} , eğer 3×3 'lük $G b_n$ matrisi hiçbir \vec{x} ve t için tekil değilse, (4.3)'ün (4.2)'de yerine konması sonucunda elde edilen

$$G(\vec{x}) \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) \right] \triangleq \vec{0} \quad (4.4)$$

eşitliğinden

$$\vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) \triangleq - \left[G(\vec{x}) b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} G(\vec{x}) \vec{f}_n(\vec{x}) \quad (4.5)$$

olarak çekilebilir. Ardından, (4.5)'in (4.3)'te yerine konmasıyla

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}(t) &= \vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) \\ &= \vec{f}_n(\vec{x}) - b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} G \vec{f}_n(\vec{x}) \\ &= \left\{ I_{7 \times 7} - b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} G \right\} \vec{f}_n(\vec{x}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

şeklindeki ideal kayma kipi denklem sistemi elde edilir [62]. İdeal kayma kipinde, kontrol işaretinin, kuramsal bir kabul uyarınca sonsuz bir frekansla değiştiği

varsayılr. Oysa kontrol işareti, ideal olmayan halde, yani gerçekte, sonlu değerli yüksek bir frekansla değişir. Bu da beraberinde, yörüngelerin kayma manifoldunun içinde değil, civarında ilerlemesini getirir. İşte, (4.1) ile (4.2) eşitliklerinin sağlanmadığı ve yörüngelerin manifold etrafındaki bir “sınır tabaka (boundary layer)” içinde tutulduğu bu ideal olmayan (gerçek) kayma kipinde

$$\dot{\vec{s}}(\vec{x}) = G \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \right] \neq \vec{0} \quad (4.7)$$

ilişkisi söz konusudur. Öyleyse, ideal olmayan kayma kipindeki kontrol vektörü (4.7) denkleminde

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{x}, t) &= - \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} G \vec{f}_n(\vec{x}) + \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} \dot{\vec{s}}(\vec{x}) \\ &= \vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) + \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} \dot{\vec{s}}(\vec{x}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

olarak elde edilir. Sonuç olarak, ideal olmayan kayma kipindeki hareketi yöneten denklem sistemi de

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}(t) &= \vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) + b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} \dot{\vec{s}} \\ &= \vec{f}_n(\vec{x}) - b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} G \vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} \dot{\vec{s}} \\ &= \left\{ I_{7 \times 7} - b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} G \right\} \vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \left[G b_n(\vec{x}, t) \right]^{-1} \dot{\vec{s}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

şeklinde yazılabilir [45].

4.4 Manyetik Kayma Kipli Kontrolör

4.4.1 Kayma kipli kontrolör

Durum değişkenlerinin yörüngeleri $t = t_0$ 'da ne kayma manifoldunda ne de manifold etrafındaki sınır tabakanın içinde bulunuyorsa, kayma manifolduna erişme, diğer bir deyişle kayma kipinin varlığı probleminin ele alınması gerekir. Söz konusu başlangıç koşulu, hareketin $t = t_0$ 'da erişme kipinde olduğu anlamına gelir.

Bu tez çalışmasında, yörüngelerin kayma manifolduna erişmesini sağlamak adına kullanılacak yöntemlerden biri olan “erişme yasası (reaching law) yaklaşımı” kullanılmıştır. Bu yaklaşım, kontrolör tasarımcısına, anahtarlama fonksiyonun dinamiğine doğrudan karar verme imkanı sağlar, yani genel haliyle doğrudan

$$\dot{\vec{s}} = -K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - K\vec{c}(\vec{s}) \quad (4.10)$$

şeklinde bir atama yapılabilir. Burada; K_{ss} ve K , eleman olarak, sırasıyla, pozitif ve skalar erişme yasası tasarım parametreleri k_{ss} ve k 'yi içeren 3x3'lük köşegen erişme yasası kazancı matrisleri;

$$\text{sgn}(\vec{s}) = \begin{bmatrix} \text{sgn}(s_1) \\ \text{sgn}(s_2) \\ \text{sgn}(s_3) \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \text{sgn}(s_i) = \begin{cases} +1 & s_i > 0 \\ 0 & s_i = 0 \\ -1 & s_i < 0 \end{cases} ; i = 1, 2, 3 \quad (4.11)$$

olarak tanımlı olan \vec{s} 'nin signum fonksiyonu;

$$\vec{c}(\vec{s}) = \begin{bmatrix} c_1(s_1) \\ c_2(s_2) \\ c_3(s_3) \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad s_i c_i(s_i) > 0 \Big|_{s_i \neq 0} ; i = 1, 2, 3 \quad (4.12)$$

olan \vec{s} 'nin sürekli bir fonksiyonudur. (4.10)'daki genel erişme yasası, hem

$$\vec{s}^T \dot{\vec{s}} < 0 \quad (4.13)$$

şeklindeki erişme koşulunun k_{ss} ve k 'nin uygun seçilmiş değerleriyle sağlanacağına, yani manifoldta erişmenin sonlu zamanda gerçekleşeceğine işaret eder hem de sistemin erişme kipindeki davranışının belirlenmesini mümkün kılar [63].

Erişme yasası (4.10)'un (4.8)'de yerine konmasıyla elde edilen kontrol vektörü

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{x}, t) &= \vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) - [Gb_n(\vec{x}, t)]^{-1} [K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) + K\vec{c}(\vec{s})] \\ &= -[Gb_n(\vec{x}, t)]^{-1} [G\vec{f}_n(\vec{x}) + K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) + K\vec{c}(\vec{s})] \end{aligned} \quad (4.14)$$

eğer $t = t_0$ 'da erişme kipinde bulunuluyorsa, önce durum yörüngelerini kayma manifoldu etrafındaki sınır tabakaya taşıyarak hareketi kayma kipine sokacak, ardından, yukarıdaki çıkarımdan bilindiği gibi, yörüngeleri orada tutacaktır. Öyleyse, gelişigüzel başlangıç koşullarından harekete geçen sistem durumlarını bütün kontrol süreci boyunca yöneten, eşdeğer kontrol yöntemine dayalı olarak tasarlanmış olan (4.14)'teki kayma kipli kontrolör

$$\bar{u}(\bar{x}, t) \triangleq \bar{u}_{eşd}(\bar{x}, t) + \bar{u}_{eriş}(\bar{x}, t) \quad (4.15)$$

olarak tanımlanabilir. Burada

$$\bar{u}_{eriş}(\bar{x}, t) \triangleq -[Gb_n(\bar{x}, t)]^{-1} [K_{ss} \text{sğn}(\bar{s}) + K\bar{c}(\bar{s})] \quad (4.16)$$

3x1'lik “eriştirici kontrol vektörü”dür.

Erişme kipinde, kayma kipinden farklı olarak, bozucular etkindir ve eriştirici kontrol vektörünün bozuculara üstün gelerek erişme koşulunu sağlayacak şekilde tasarlanması gerekir. Öyleyse, erişme kipinde

$$\dot{\bar{s}}(\bar{x}) = G[\bar{f}_n(\bar{x}) + b_n(\bar{x}, t)\bar{u}(\bar{x}, t) + \bar{d}_n(\bar{x}, t) + \bar{d}_{mb}(\bar{x}, t)] \neq \bar{0} \quad (4.17)$$

bağıntısı geçerlidir (Denklem 2.51). (4.17) (4.13)'te yerine konarak yazılan

$$\bar{s}^T G[\bar{f}_n(\bar{x}) + b_n(\bar{x}, t)\bar{u}(\bar{x}, t) + \bar{d}_n(\bar{x}, t) + \bar{d}_{mb}(\bar{x}, t)] < 0 \quad (4.18)$$

eşitsizliği, (4.5) ile (4.16) uyarınca

$$\begin{aligned} & \bar{s}^T \left[-K_{ss} \text{sğn}(\bar{s}) - K\bar{c}(\bar{s}) + G(\bar{d}_n + \bar{d}_{mb}) \right] \\ & = -\bar{s}^T \left[K_{ss} \text{sğn}(\bar{s}) - G(\bar{d}_n + \bar{d}_{mb}) \right] - \bar{s}^T K\bar{c}(\bar{s}) < 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

halini alır. Öyleyse, kayma kipli kontrol altındaki yönelme hareketi, (4.12)'de görülen eşitsizlik uyarınca,

$$k_{ss} > \left\| G(\bar{d}_n + \bar{d}_{mb}) \right\|_{\infty} \quad \text{ve} \quad k > 0 \quad (4.20)$$

koşulları sağlandığı takdirde, sonlu zamanda kayma kipine girer. Buradaki $\left\| G(\bar{d}_n + \bar{d}_{mb}) \right\|_{\infty}$, 3x1'lik $G(\bar{d}_n + \bar{d}_{mb})$ vektörel işaretinin sonsuz normudur.

$$k_{ss} = \left\| G(\bar{d}_n + \bar{d}_{mb}) \right\|_{\infty} \quad \text{ve} \quad k > 0 \quad (4.21)$$

içinse, durum değişkenlerinin yörüngeleri kayma manifolduna ya da daha doğru deyişle kayma manifoldu etrafındaki sınır tabakaya ancak asimptotik olarak, yani

sonsuz zamanda ($t \rightarrow \infty$) erişir. Bu da demektir ki, aslında hareket hiçbir zaman kayma kipine girmez.

Açıktır ki, $\vec{u}_{eşd}$ ile $\vec{u}_{eriş}$ 'in tanımlı olabilmesi, (4.20)'deki tasarım koşullarının elde edilebilmesi, eşdeğer kontrol yöntemi kullanılarak bir kayma kipli kontrolör tasarlanabilmesi için Gb_n matrisinin tekil olmaması gerekmektedir. Aksi takdirde, bu matrisin sanki-tersi (pseudo inverse) göz önüne alınarak ve matrislerin genelleştirilmiş tersleri (generalized inverses of matrices) kuramına dayanılarak işlem yapılabilir [64]. Bilindiği gibi, salt manyetik yönelme kontrol sisteminin kontrol matrisi b_n 'nin rankı giriş sayısından bir düşüktür. Bu nedenle, sabit bir G matrisi için, Gb_n tekildir ve 4.4.1 nolu bu alt bölümdeki çıkarımlar ele alınan probleme uygulanamaz.

4.4.2 Geleneksel (Klasik) kayma manifoldu

Bir uzay aracının yönelme hareketi, manyetik eyleyicilerden farklı olarak çıkışlarındaki kontrol torku doğrudan sisteme etki eden tepki tekerlekleri ya da tepkisel iticiler (gaz jetleri) kullanılarak da kontrol edilmektedir. Bu tür eyleyicilere sahip bir yönelme kontrol sisteminin kontrol matrisi

$$b = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \\ J^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

yapısında olduğundan tam sütun ranklıdır, yani sütun rankı giriş sayısına eşittir. Bu sayede kayma kipli kontrol yöntemi söz konusu probleme kolaylıkla uygulanmış ve Gb matrisini tekil kılmayan ve kayma kipinde durum değişkenlerinin yörüngelerinin referans durumuna taşınmasını sağlayan bir kayma manifoldu kullanılarak, dayanıklı ve asimptotik kararlı yönelme kontrol sistemleri tasarlanabilmiştir. Söz konusu tasarımlardan öne çıkanlarına bazı örnekler [65-70]'te yer almaktadır. [66] hariç, atıfta bulunulan bu tasarımlarda,

$$\vec{s}(\vec{x}) = \vec{\omega} + \begin{bmatrix} k_q & 0 & 0 \\ 0 & k_q & 0 \\ 0 & 0 & k_q \end{bmatrix} \vec{q} \triangleq \vec{\omega} + K_q \vec{q} \quad ; \quad k_q > 0 \quad (4.23)$$

manifoldu kullanılmıştır. Burada, K_q 3×3 'lük kayma manifoldu tasarım matrisi ve k_q pozitif kayma yüzeyi tasarım parametresidir. K_q , elemanları birbirine eşit köşegen bir matris olarak seçilmiştir, böylelikle tasarım parametresi sayısı bire eşit kılınmıştır. Ayrıca, K_q 'nin k_q skalarının 3×3 'lük birim matrisle çarpımı olarak yazılabilmesi özelliğinden sadelik için yararlanılabilecektir. Eylemsiz yöneltme problemi değil de, Dünya'ya yöneltme problemi ele alınmaktaysa, (4.23)'teki $\vec{\omega} \equiv \vec{\omega}^{B/N}$ 'nin yerini $\vec{\omega}^{B/A}$ alır. Bu kayma manifoldunda gerçekleşen kayma kipi, [65]'te gösterildiği gibi, optimaldir; [62]'deki yaklaşım izlenerek, durum vektörü ve kontrol vektörü olarak, sırasıyla, $[\vec{q}^T \quad q_4]^T$ ve $\vec{\omega}$ 'yı içeren bir karesel başarımlı göstergesinin en küçük kılınmasıyla elde edilmiştir. Durum yörüngelerinin bu kayma manifoldundaki hareketinin referans durumunda son bulduğu hem 20 hem de [67] ile [68]'de gösterilmiştir.

(4.23)'teki anahtarlama fonksiyonu (kayma manifoldu), salt manyetik yönelme kontrolü problemi için erişilebilir bir kayma kipi sağlamamaktadır. Bu yargıya birkaç çözümlemeyle kolaylıkla varılabilir.

$$G = \begin{bmatrix} K_q & \vec{0}_{3 \times 1} & I \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

olan Jakobiyan matrisi, ele alınan problemin (4.22)'dekinden farklı olan kontrol matrisi b_n ile çarpıldığında

$$Gb_n(\vec{x}, t) = J_n^{-1} C_B(\vec{x}, t) \quad (4.25)$$

olarak elde edilen Gb_n matrisi, zamanın açık fonksiyonu olan ve açık ifadesi (2.29)'da verili C_B matrisinin tekil olması dolayısıyla tekildir. Öyleyse, kontrol vektörünün bileşenleri olan \vec{u}_{esd} ile $\vec{u}_{eriş}$, sırasıyla (4.5) ve (4.16)'da ifadeleri tanımsızdır. Diğer yandan, probleme eşdeğer kontrol yönteminin (4.23) kullanılarak uygulanmasına hangi olgunun engel olduğunun daha iyi anlaşılabilmesi için, (4.4)

$$G \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}_{esd}(\vec{x}, t) \right] = \vec{0} \quad (4.26)$$

şeklinde yeniden yazılarak, $\vec{u}_{eşd}$ bu son eşitlikten çekilmeye çalışılabilir. Sistem vektörünün en çok sayıda terim içeren halinin geçerli olduğu Dünya'ya yöneltmenin amaçlandığı varsayılacak olursa,

$$C_B \vec{u}_{eşd} = -\frac{1}{2} J_n K_q (q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) - \frac{n}{2} J_n K_q (q_4 \vec{a}_2 + \vec{q} \times \vec{a}_2) - n J_n (\vec{a}_2 \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} - 3n^2 (\vec{a}_3 \times J_n \vec{a}_3) \quad (4.27)$$

denkleme erişilir. Bu araya düşülmesi gereken bir not, Dünya'ya yöneltme problemine özgü kayma manifoldunda $\vec{\omega} \equiv \vec{\omega}^{B/N}$ 'nin yerine $\vec{\omega}^{B/A}$ 'nın bulunması dolayısıyla, söz konusu probleme özgü Jakobiyen matrisinin (4.24)'te yer alan ve eylemsiz yöneltme problemine özgü olan G 'den farklı olduğudur. Dünya'ya yöneltme problemine ait olan (4.27) eşitliğine, kuvaterniyonların fonksiyonu olan, yani sabit olmayan söz konusu G matrisiyle birlikte, (2.8)'de verilmiş olan ilişki kullanılarak ulaşılmıştır. C_B 'nin tekilliği son adımın atılmasını engeller. Şekil 1.5 ve tezin 2.4 nolu alt bölümü ile oradaki (2.30) tanımlaması dikkate alındığında, uygulamayı engelleyici olgunun, “istenen eşdeğer kontrol vektörü” olarak da adlandırılabilir olan $\vec{u}_{eşd}$ 'nin daima yerel jeomanyetik alan vektörüne dik olan düzlemde bulunmasının garanti edilememesi olduğu anlaşılmaktadır. Sadece (4.27)'nin sağ tarafındaki vektörün \vec{B} 'ye dik olduğu anlarda geçerli olan

$$C_B \vec{u}_{eşd} \equiv \vec{u}_{eşd} \quad (4.28)$$

ilişkisinin tüm kontrol süreci boyunca geçerli olduğunu kabul etmek aşırı kaçacaktır. Benzer şekilde, (4.7), (4.10) denklemdeki yerine konup (4.26) dikkate alınarak

$$-K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - K\vec{c}(\vec{s}) = Gb_n(\vec{x}, t) \vec{u}_{eriş}(\vec{x}, t) \neq \vec{0} \quad (4.29)$$

şeklinde yeniden yazılır ve $\vec{u}_{eriş}$ çekilmeye çalışılırsa elde edilen ifade

$$C_B \vec{u}_{eriş} = -J_n K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - J_n K\vec{c}(\vec{s}) \quad (4.30)$$

olur. (4.15)'te tanımlanmış olan istenen kayma kipli kontrol vektörünün hem $\vec{s}, \dot{\vec{s}} \neq \vec{0}$ eşitsizliklerinin geçerli olduğu erişme kipinde hem de $\vec{s} = \dot{\vec{s}} = \vec{0}$ eşitliklerinin geçerli

olduğu ideal kayma kipinde \vec{B} 'ye dik olduğunun kabul edilmesi durumunda, (4.28) ile birlikte “istenen erişirici kontrol vektörü” için de

$$C_B \vec{u}_{eriş} \equiv \vec{u}_{eriş} \quad (4.31)$$

denkliğinin sağlanması gerektiği açıktır. Erişme koşulunun, ancak bu aşırı kabulün yapılması durumunda sağlandığı gösterilebilir. (4.26)'nın (4.18)'de yerine konmasıyla elde edilen

$$\vec{s}^T G \left[b_n(\vec{x}, t) \vec{u}_{eriş}(\vec{x}, t) + \vec{d}_n(\vec{x}, t) + \vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \right] < 0 \quad (4.32)$$

eşitsizliği, (4.25) ve (2.48) ile (2.53) uyarınca

$$\vec{s}^T J_n^{-1} \left[C_B \vec{u}_{eriş} + \vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m + \vec{T}_{mb} \right] < 0 \quad (4.33)$$

halini alır. Ardından (4.30) da (4.33)'te yerine konur ve

$$k_{ss} > \left\| J_n^{-1} \left(\vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m + \vec{T}_{mb} \right) \right\|_{\infty} \quad \text{ve} \quad k > 0 \quad (4.34)$$

için sağlanan

$$-\vec{s}^T \left[K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - J_n^{-1} \left(\vec{T}_a + \vec{T}_G + \vec{T}_m + \vec{T}_{mb} \right) \right] - \vec{s}^T K \vec{c}(\vec{s}) < 0 \quad (4.35)$$

eşitsizliğine varılır.

Sonuç olarak, (4.23)'teki, geleneksel (klasik) olarak adlandırılabilir olan kayma manifoldu kullanılarak, salt manyetik eylemeyle kontrol edilen yönelme hareketini kayma kipine sokacak bir kontrolör tasarlanamamaktadır. Söz konusu probleme eşdeğer kontrol yönteminin uygulanabilmesi için yeni bir yaklaşım geliştirilmesine gerek vardır.

4.4.3 Önerilen kayma manifoldu

Şekil 1.5, tezin 2.4 nolu alt bölümü, oradaki (2.31) tanımlaması ile (2.36a) denklemi ve bir önceki alt bölümdeki çıkarımlar, istenen kontrol vektörü \vec{u} ile uzay aracına etki eden kontrol vektörü \vec{T}_{mk} arasındaki farkın kaynağının, \vec{u} 'nun yerel jeomanyetik alan vektörüne koşut olan bileşeni $D_B \vec{u}$ 'nun sıfırdan farklı olması olduğunu ortaya

koymaktadır. Salt manyetik yönelme kontrolü problemini zor kılan temel unsur olan bu farkın, kontrol sistemi tasarımında hesaba katılmasının bir yolunun bulunması, kayma kipli kontrol yönteminin probleme uygulanmasını sağlayabilir. Bu amaçla, söz konusu yöntemin sağladığı anahtarlama fonksiyonu tasarımı olanağından yararlanılabileceği düşünüldü ve (4.36)'da sunulan kayma manifoldu önerildi.

$$\vec{s}(\vec{x}, t) = \underbrace{\vec{\omega} + K_q \vec{q}}_{\triangleq \vec{s}_1[\vec{x}(t)]} + \underbrace{M_{\text{int}q} \int_{t_0}^t \vec{q}(\tau) d\tau + J_n^{-1} \int_{t_0}^t [D_B(\vec{x}, \tau) \vec{u}(\vec{x}, \tau)] d\tau}_{\triangleq \vec{s}_2[\vec{x}(t), t]} \quad (4.36)$$

Burada,

$$M_{\text{int}q} \triangleq nK_q K_{\text{int}q} \triangleq nK_q \begin{bmatrix} k_{\text{int}q} & 0 & 0 \\ 0 & k_{\text{int}q} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\text{int}q} \end{bmatrix} ; k_{\text{int}q} > 0 \quad (4.37)$$

ile $K_{\text{int}q}$, 3x3'lük kayma manifoldu tasarım matrisi ve $k_{\text{int}q}$ pozitif kayma yüzeyi tasarım parametresidir. Zamanın açık fonksiyonu olan önerilen manifold, geleneksel manifolda, salt manyetik yönelme kontrol sistemine özgü iki zamana göre integral terimi eklenerek elde edilmiştir ve (4.36)'da yapılan yeni tanımlamalara göre

$$\vec{s}(\vec{x}, t) \triangleq \vec{s}_1(\vec{x}) + \vec{s}_2(\vec{x}, t) \quad (4.38)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu alt bölümün devamında gösterileceği gibi, klasik kayma manifolduna, integrandı $D_B \vec{u}$ vektörü olan integral teriminin eklenmesi, salt manyetik eylemeyle kontrol edilen yönelme hareketi için sonlu zamanda erişilebilir bir kayma manifoldu elde edilmesini sağlamış, dolayısıyla söz konusu problem için bir kayma kipinin varlığını ortaya koymuştur. Diğer yandan, yalnızca bu integral teriminin eklenmesinin, kayma kipinde ($\vec{s} = \dot{\vec{s}} = \vec{0}$ eşitlikleri altında), kuvaterniyon vektörünün zaman sonsuza giderken ($t \rightarrow \infty$) referansına yakınsamasına engel oluşturduğu görülmüştür. Elbette bunun nedeni, integral teriminin toplayıcı özelliğidir; kayma kipinde erişilen sürekli halde, sıfır olmayan sabit bir vektörel değere yakınsayabilmektedir. Dolayısıyla, açısal hız vektörünün sıfıra götürülmesi, yani kararlılık sağlanıyor olsa da,

kuvaterniyon vektörü başlangıç vektörel değerine bağlı olarak değişen bir sürekli hal hatasına sahip olmaktadır. Bunun üzerine eklenen ikinci integral terimi, hem kayma kipinin kararlılığını bozmamış, yani $\vec{\omega}$ 'nın sifira gitmesini etkilememiş, hem de integrandı \vec{q} 'nun kayma kipinde referansına yakınsamasını sağlamıştır. Bu, iki vektörel integral işaretinin sürekli halde zıt işaretli vektörel değerlere oturmasıyla mümkün olmuştur.

[45]'te belirtildiği gibi, 4.4.1 nolu alt bölümdeki tüm çıkarımlar zamana açık şekilde bağlı anahtarlama fonksiyonları için de geçerlidir. $\vec{s}(\vec{x}, t)$ 'nin zamana göre türevi genel haliyle

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[\vec{s}(\vec{x}, t)] &= \frac{\partial \vec{s}_1(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \frac{d\vec{x}}{dt} + \frac{d}{dt}[\vec{s}_2(\vec{x}, t)] \\ &= \frac{\partial \vec{s}_1(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \dot{\vec{x}} + \frac{\partial \vec{s}_2(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}} \dot{\vec{x}} + \frac{\partial \vec{s}_2(\vec{x}, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (4.39)$$

şeklinde yazılabilir. Buna ek olarak, $\vec{s}_2(\vec{x}, t)$ yapısı gereği basitçe (4.40)'taki gibi türevlenebilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[\vec{s}_2(\vec{x}, t)] &= \frac{d}{dt} \left\{ \int_{t_0}^t [M_{\text{int}q} \vec{q}(\tau) + J_n^{-1} D_B(\vec{x}, \tau) \vec{u}(\vec{x}, \tau)] d\tau \right\} \\ &= M_{\text{int}q} \vec{q}(t) + J_n^{-1} D_B(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Öyleyse, (2.36a) bağıntısı sayesinde

$$\begin{aligned} \dot{\vec{s}}(\vec{x}, t) &= G \dot{\vec{x}} + M_{\text{int}q} \vec{q}(t) + J_n^{-1} D_B(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \\ &= G \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \right] + M_{\text{int}q} \vec{q}(t) + J_n^{-1} D_B(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \\ &= G \vec{f}_n(\vec{x}) + M_{\text{int}q} \vec{q}(t) + J_n^{-1} \left[C_B(\vec{x}, t) + D_B(\vec{x}, t) \right] \vec{u}(\vec{x}, t) \\ &= G \vec{f}_n(\vec{x}) + M_{\text{int}q} \vec{q}(t) + J_n^{-1} \vec{u}(\vec{x}, t) \neq \vec{0} \end{aligned} \quad (4.41)$$

elde edilebildikten sonra artık kayma kipli kontrol vektörü (4.41)'den çekilebilecektir. Bu kez eylemsiz yöneltmenin amaçlandığı varsayılarak elde edilen

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2} J_n K_q (q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} - J_n M_{\text{int}q} \vec{q}(t) + J_n \dot{\vec{s}}(\vec{x}, t) \quad (4.42)$$

(4.15)'teki tanımdan bilindiği gibi, $\vec{u}_{eşd}$ ve $\vec{u}_{eriş}$ vektörlerinin toplamıdır. Eşdeğer kontrol vektörü, (4.41)'deki eşitliğin sıfır vektöre eşitlenmesiyle

$$\vec{u}_{eşd}(\vec{x}) = -\frac{1}{2} J_n K_q (q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} - J_n M_{intq} \vec{q}(t) \quad (4.43)$$

şeklinde zamanın açık fonksiyonu olmayan bir vektör olarak bulunur.

$$\vec{u}_{eriş}(\vec{x}, t) = J_n \dot{\vec{s}}(\vec{x}, t) \quad (4.44)$$

olan eriştirici kontrol vektörüyse, yönelme kontrolü probleminde özel bir sadelik gözetilerek

$$\dot{\vec{s}} = -J_n^{-1} K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - J_n^{-1} K\vec{c}(\vec{s}) \quad (4.45)$$

şeklinde atanan anahtarlama fonksiyonunun dinamiği uyarınca

$$\vec{u}_{eriş}(\vec{x}, t) = -K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - K\vec{c}(\vec{s}) \quad (4.46)$$

halini alır.

(4.45), uzay aracının nominal eylemsizlik matrisinin kesin pozitif ve köşegen bir matris olması sayesinde kullanılabilmiştir. J_n 'den, önerilen kayma kipinin varlık (mevcudiyet) (existence) çözümlemesinde de sadelik için yararlanılacaktır. Erişme kipinde geçerli olan (4.17)'deki $G\dot{\vec{x}}$ eşitliği (4.41)'de yerine konursa, $\dot{\vec{s}}$ için

$$\begin{aligned} \dot{\vec{s}}(\vec{x}, t) &= G\dot{\vec{x}} + M_{intq} \vec{q}(t) + J_n^{-1} D_B(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \\ &= G \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + b_n(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) + \vec{d}_n(\vec{x}, t) + \vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \right] \\ &\quad + M_{intq} \vec{q}(t) + J_n^{-1} D_B(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) \\ &= G \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + \vec{d}_n(\vec{x}, t) + \vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \right] \\ &\quad + M_{intq} \vec{q}(t) + J_n^{-1} \left[C_B(\vec{x}, t) + D_B(\vec{x}, t) \right] \vec{u}(\vec{x}, t) \\ &= G \left[\vec{f}_n(\vec{x}) + \vec{d}_n(\vec{x}, t) + \vec{d}_{mb}(\vec{x}, t) \right] + M_{intq} \vec{q}(t) + J_n^{-1} \vec{u}(\vec{x}, t) \neq \vec{0} \end{aligned} \quad (4.47)$$

denklemini elde edilir.

Teorem 1: [12]'deki Teorem 5.1'de belirtildiği gibi, eğer uydunun yörünge düzlemi Dünya'nın manyetik ekvator düzlemiyle çakışık değilse, sadece bir manyetik

eyleyici üçlünün sağladığı manyetik kontrol torku etkisindeki yönelme hareketinin kontrol edilebilir olduğu sonucuna varılabilmektedir. Bu koşulu sağlayan bir yörüngede ilerleyen bir katı uydunun, DYP için (2.44), (2.46), (2.48), (2.53) ve (2.54)'te betimli olan yönelme hareketi, EYP için (4.15), (4.43) ve (4.46)'da verili olan ve katsayıları (4.50)'deki koşulları sağlayan bir kontrol vektörüyle kontrol edildiği takdirde, başlangıç anından sonlu bir zaman sonra ($t = t_s$ 'de, ki $t_0 < t_s < \infty$), EYP için (4.36)'da tanımlı olan kayma manifoldunda kayma kipine girer. Diğer bir deyişle, salt manyetik kontrollü yönelme hareketi için bir kayma kipi vardır.

Kanıt: Kesin pozitif Lyapunov fonksiyonu adayı

$$V = \frac{1}{2} \vec{s}^T J_n \vec{s} > 0 \quad (4.48)$$

zamana göre türevlenir ve $\dot{\vec{s}}$ V 'nin türev ifadesinde yerine konur. Ek A'da yer alan ve sırasıyla Dünya'ya yöneltme ve eylemsiz yöneltme problemlerine özgü olan (A 1.1) ile (A 1.2) denklemlerinde, model belirsizliği kaynaklı bozucu torku vektörü \vec{T}_{mb} 'nin (2.54)'teki eşitliği, biri $\vec{u}_{eşd}$ vektörünü içeren \vec{T}_{mb}^* , diğeryise $\vec{u}_{eriş}$ vektörünü içeren \vec{T}_{mb}^{**} olmak üzere iki kısma ayrılmıştır. (4.43), (4.46) ve (A 1.2) kullanılarak ve

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \vec{s}^T J_n \dot{\vec{s}} = \vec{s}^T J_n \left[G \left(\vec{f}_n + \vec{d}_n + \vec{d}_{mb} \right) + M_{intq} \vec{q} + J_n^{-1} \vec{u} \right] \\ &= \vec{s}^T \left[\frac{1}{2} J_n K_q \left(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega} \right) - \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb} \right) + J_n M_{intq} \vec{q} + \vec{u}_{eşd} + \vec{u}_{eriş} \right] \\ &= \vec{s}^T \left[\frac{1}{2} J_n K_q \left(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega} \right) - \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} + \left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb} \right) + J_n M_{intq} \vec{q} \dots \right. \\ &\quad \left. \dots - \frac{1}{2} J_n K_q \left(q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega} \right) + \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} - J_n M_{intq} \vec{q} + \vec{u}_{eriş} \right] \quad (4.49) \\ &= \vec{s}^T \left[\left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb} \right) + \vec{u}_{eriş} \right] = \vec{s}^T \left[\left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb}^* \right) + \left(\vec{u}_{eriş} + \vec{T}_{mb}^{**} \right) \right] \\ &= \vec{s}^T \left[\left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb}^* \right) + \left(I - \Delta J J^{-1} C_B \right) \vec{u}_{eriş} \right] \\ &= -\vec{s}^T \left\{ \left(I - \Delta J J^{-1} C_B \right) \left[K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) + K\vec{c}(\vec{s}) \right] - \left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb}^* \right) \right\} \\ &= -\vec{s}^T \left[\left(I - \Delta J J^{-1} C_B \right) K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - \left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb}^* \right) \right] \\ &\quad - \vec{s}^T \left(I - \Delta J J^{-1} C_B \right) K\vec{c}(\vec{s}) < 0 \end{aligned}$$

eşitliğinde adım adım yapılan sadeleştirmelerle, son iki satıra yayılı olan eşitsizliğe varılabilir. Önerilen kayma manifolduna erişme koşulunun sağlanması için, bu eşitsizliğin sağlanması gerekmektedir. Bunun içinse, süreksiz ve sürekli erişme yasası tasarım parametreleri,

$$k_{ss} > l \triangleq \left\| \left(I - \Delta J J^{-1} C_B \right)^{-1} \left(\vec{T}_b + \vec{T}_{mb}^* \right) \right\|_{\infty} \quad \text{ve} \quad (4.50)$$

$$\left(I - \Delta J J^{-1} C_B \right) K \geq 0$$

eşitsizliklerine uygun şekilde seçilmelidir. (4.50)'deki ikinci koşul (4.12) sayesinde yazılabilmektedir. (4.50)'deki koşullar sağlanıyorsa, $\vec{s} \neq \vec{0}$ iken daima pozitif olması sayesinde $\dot{V} < -\varepsilon - \vec{s}^T K \vec{C}(\vec{s}) < -\varepsilon < 0$ eşitsizliğinin yazılmasını mümkün kılan bir $\varepsilon = \varepsilon(\vec{s}) = \sigma \sum_{i=1}^3 |s_i| \triangleq (k_{ss} - l) \sum_{i=1}^3 |s_i|$ skaları bulunmaktadır. Öyleyse, [63]'e göre, manifolda erişme sonlu zamanda gerçekleşir. ■

4.4.4 Kayma kipindeki hareketin çözümlenmesi

İdeal kayma kipinde, durum değişkenlerinin yörüngeleri, önerilen kayma manifoldunun içinde, $\vec{s} = \dot{\vec{s}} = \vec{0}$ sayesinde mertebesi $n-m=4$ olarak indirgenmiş bir hareket halindedir. (4.36)'da yer alan önerilen kayma manifoldunun eylemsiz yöneltme problemine özgü hali terim terim zamana göre türevlenir ve ideal kayma kipindeki kontrol girişinin eşdeğer kontrol vektörüyle temsil edildiği bilgisi kullanılırsa,

$$\dot{\vec{s}} = \dot{\vec{\omega}} + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int},q} \ddot{\vec{q}} + J_n^{-1} D_B \vec{u}_{esd} = \vec{0} \quad (4.51)$$

denklemini yazılabilir. (4.3)'te görülen, kayma kipine ait durum denkleminde çekilen

$$\dot{\vec{\omega}} = -J_n^{-1} (\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + J_n^{-1} C_B \vec{u}_{esd} \quad (4.52)$$

ifadesi (4.51)'de yerine konur, ardından (2.36a) ile (4.37) uyarınca mümkün olan düzenlemeler yapılarak kuvaterniyon vektörünün kayma kipinde nasıl değiştiğini betimleyen

$$\dot{\vec{q}} + n K_{\text{int},q} \vec{q} = K_q^{-1} J_n^{-1} (\vec{\omega} J_n \vec{\omega} - \vec{u}_{esd}) \quad (4.53)$$

vektörel diferansiyel denkleminde ulaşılır. Bu denklem, (2.7b)'de bulunan skalar kuvaterniyon bileşenine ait diferansiyel denklemle birlikte, (4.54)'te verilmiş olan, kayma kipindeki indirgenmiş hareket denklemini oluşturur.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\vec{q}}^T & \dot{q}_4 \end{bmatrix}^T \triangleq \dot{\vec{Q}} &= \begin{bmatrix} -nK_{intq} \vec{q} + K_q^{-1} J_n^{-1} (\tilde{\omega} J_n \tilde{\omega} - \vec{u}_{eşd}) \\ -\frac{1}{2} (\vec{q}^T \tilde{\omega}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -nK_{intq} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ -\frac{1}{2} \tilde{\omega}^T & 0 \end{bmatrix} \vec{Q} + \begin{bmatrix} -K_q^{-1} J_n^{-1} \\ \vec{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \vec{u}_{eşd} + \begin{bmatrix} K_q^{-1} J_n^{-1} \tilde{\omega} J_n \tilde{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Burada \vec{Q} 4x1'lik toplam kuvaterniyon vektörüdür. Eylemsiz yöneltme problemine ait eşdeğer kontrol vektörüne ait (4.43) denklemi,

$$\vec{u}_{eşd} = \tilde{\omega} J_n \tilde{\omega} - J_n K_q (\dot{\vec{q}} + nK_{intq} \vec{q}) \quad (4.55)$$

şeklinde yazılacak ve (4.54)'te yerine konacak olursa, hareket denklemini sistemi

$$\dot{\vec{Q}} = \begin{bmatrix} -nK_{intq} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ -\frac{1}{2} \tilde{\omega}^T & 0 \end{bmatrix} \vec{Q} + \begin{bmatrix} I \\ \vec{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \vec{u}_{kay} \quad (4.56)$$

olarak sadeleşmiş olur. Burada

$$\vec{u}_{kay} = \dot{\vec{q}} + nK_{intq} \vec{q} \quad (4.57)$$

ideal kayma kipindeki hareketin 3x1'lik kontrol vektörüdür.

Önerilen kayma manifoldunun Dünya'ya yöneltme problemine özgü hali, kayma kipinde, (2.8) ile (2.18)'e göre

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \vec{\omega}^{B/A} + K_q \vec{q} + M_{intq} \int_{t_s}^t \vec{q} d\tau + J_n^{-1} \int_{t_s}^t (D_B \vec{u}) d\tau \\ &= (\vec{\omega} + n\vec{a}_2) + K_q \vec{q} + M_{intq} \int_{t_s}^t \vec{q} d\tau + J_n^{-1} \int_{t_s}^t (D_B \vec{u}) d\tau = \vec{0} \end{aligned} \quad (4.58)$$

olduğundan dolayı, bu problemde kayma kipinde

$$\dot{\vec{\omega}} = -J_n^{-1}(\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + 3n^2 J_n^{-1}(\vec{a}_3 \times J_n \vec{a}_3) + J_n^{-1} C_B \vec{u}_{eşd} \quad (4.59)$$

geçerlidir. Yönelme kinematiğine dayanılarak

$$\dot{\vec{a}}_2 = \vec{a}_2 \times \vec{\omega} \equiv \tilde{a}_2 \vec{\omega} \quad (4.60)$$

olduğu gösterilebilir. Öyleyse,

$$\dot{\vec{q}} + nK_{\text{int}q} \vec{q} = K_q^{-1} J_n^{-1}(\tilde{\omega} J_n \vec{\omega} - nJ_n \tilde{a}_2 \vec{\omega} - 3n^2 \tilde{a}_3 J_n \vec{a}_3 - \vec{u}_{eşd}) \quad (4.61)$$

elde edilir. Dünya'ya yöneltme problemine ait eşdeğer kontrol vektörü, (4.43)'teki eşitliğin elde edilmesinde izlenen yol izlenerek ve (4.27)'den yararlanılarak

$$\begin{aligned} \vec{u}_{eşd} &= -\frac{1}{2} J_n K_q (q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) - \frac{n}{2} J_n K_q (q_4 \vec{a}_2 + \vec{q} \times \vec{a}_2) \\ &\quad - nJ_n (\vec{a}_2 \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} - J_n M_{\text{int}q} \vec{q} - 3n^2 (\vec{a}_3 \times J_n \vec{a}_3) \\ &\equiv \tilde{\omega} J_n \vec{\omega} - J_n K_q (\dot{\vec{q}} + nK_{\text{int}q} \vec{q}) - nJ_n \tilde{a}_2 \vec{\omega} - 3n^2 \tilde{a}_3 J_n \vec{a}_3 \end{aligned} \quad (4.62)$$

olarak bulunabilir. Sonuç olarak, kayma kipindeki indirgenmiş hareket denklemi sadeleştirilmiş haliyle

$$\dot{\vec{Q}} = \begin{bmatrix} -nK_{\text{int}q} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ -\frac{1}{2}(\vec{\omega} + n\vec{a}_2)^T & 0 \end{bmatrix} \vec{Q} + \begin{bmatrix} I \\ \vec{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \vec{u}_{kay} \quad (4.63)$$

şeklinde yazılabilir. (4.63) denkleminin (4.56)'dan tek farkı, (2.23)'teki tanımlamadan bilindiği gibi, skalar kuvaterniyon bileşenine ait diferansiyel denklemin EYP ve DYP'de farklı olmasından kaynaklanmaktadır.

Kayma kipinin indirgenmiş durum denklemi, (4.56) ya da (4.63) denkleminde görüldüğü gibi, C_B veya D_B matrislerini içermediğinden dolayı zamana açık şekilde bağlı değildir. Ayrıca, kuvaterniyon vektörüne ait ilk üç satır doğrusal yapıdadır. Bunu sağlayan, dinamik ve kinematik ilişkilerden kaynaklanan doğrusal olmayan terimleri geri besleyen yapıdaki eşdeğer kontrol vektörüdür. $\vec{u}_{eşd}$ 'den söz konusu geri besleme terimleri çıkarıldıktan sonra geriye kalan terimler

$$-J_n K_q (\dot{\vec{q}} + nK_{intq} \vec{q}) = -J_n K_q \vec{u}_{kay} \quad (4.64)$$

şeklinde \vec{u}_{kay} ile bağıntılıdır. (4.64) eşitliğinin sol tarafı, 2.6 nolu alt bölümde ele alınmış olan, nominal olarak eş eylemsizlikli bir katı uzay aracının eylemsiz yöneltmesi alt probleminde geçerli olan eşdeğer kontrol vektörüdür ve $\vec{u}_{eşd}$ 'nin alabildiği en basit hale karşılık gelir. Bu alt bölümde, buraya kadarki çıkarımlarda dikkat çekici olan, ele alınan EYP ya da DYP olmasından ve kullanılan nominal katı uzay aracı modelinin eş eylemsizlikli olup olmamasından bağımsız olarak, ilk üç satırı aynı olan kayma kipi durum denkleminin varılıyor olmasıdır. Bu olgudan hareketle, izleyen çözümlemede $\vec{u}_{eşd}$ 'nin bu en basit hali kullanılacaktır. Şu öne sürülebilir ki, çözümlemede varılacak sonuç, bahsi geçen, mümkün olan tüm diğer haller için de geçerlidir. Durum denkleminin son satırındaki farklılıkta, yukarıda vurgulandığı gibi, kayma manifoldunda yer alan açısız hız vektörlerinin EYP ve DYP'de, sırasıyla mutlak ve bağıl açısız hız vektörleri olmasından kaynaklanmaktadır. Bu farkın, aşağıda EYP için elde edilecek olan çözümleme sonucunun DYP için de aynen elde edilmesini engellemediği, (4.58) ile (4.63) bir arada değerlendirilerek görülebilir.

(2.20) ile (2.21)'de tanımlı olan, sırasıyla EYP ve DYP'ye ait referans durumları uyarınca, her iki problem için de geçerli olan

$$\vec{x}'_{ref} \triangleq \vec{Q}'_{ref} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (4.65)$$

tanımlaması yapılabilir. Burada $\vec{x}' \triangleq \vec{Q}'$, 4x1'lik indirgenmiş durum denklemi, diğer bir deyişle, ideal kayma kipinin durum denklemdir. \vec{u}_{kay} vektörü tarafından kontrol edilen kayma kipi hareketinin referansta son bulup bulmadığı, kesin pozitif Lyapunov fonksiyonu adayı

$$V = \frac{1}{2} (\vec{x}' - \vec{x}'_{ref})^T (\vec{x}' - \vec{x}'_{ref}) \quad (4.66)$$

zamana göre türevlenerek elde edilen

$$\dot{V} = q_1 \dot{q}_1 + q_2 \dot{q}_2 + q_3 \dot{q}_3 + (q_4 - 1) \dot{q}_4 = q_1 \dot{q}_1 + q_2 \dot{q}_2 + q_3 \dot{q}_3 + q_4 \dot{q}_4 - \dot{q}_4 = -\dot{q}_4 \quad (4.67)$$

eşitliğinin sağ tarafının sıfırdan küçük olup olmadığını incelenmesiyle belirlenebilir. (4.67)'de, (2.5)'te verilmiş olan bağıntının her iki tarafı zamana göre türevlenerek çıkarılan

$$q_1\dot{q}_1 + q_2\dot{q}_2 + q_3\dot{q}_3 + q_4\dot{q}_4 = 0 \quad (4.68)$$

ilişkisi kullanılmıştır. Aynı sonuca, (4.56) \dot{V} 'da

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\vec{x}' - \vec{x}'_{ref})^T \dot{\vec{x}}' \\ &= (\vec{x}' - \vec{x}'_{ref})^T \begin{bmatrix} -nK_{intq} & \vec{0}_{3 \times 1} \\ -\frac{1}{2}\vec{\omega}^T & 0 \end{bmatrix} \vec{x}' + (\vec{x}' - \vec{x}'_{ref})^T \begin{bmatrix} I \\ \vec{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \vec{u}_{kay} \end{aligned} \quad (4.69)$$

şeklinde yerine konup, denklemin sağ tarafı açılıp sadeleştirilerek de varılabilmektedir. Sağlanması istenen eşitsizlik, (2.7b) uyarınca

$$-2\dot{q}_4 = \vec{q}^T \vec{\omega} < 0 \quad (4.70)$$

olarak ifade edilebilir. Bu aşamada yapılması gereken, $\vec{s} = \vec{0}$ sayesinde yazılabilen

$$\vec{\omega} = -K_q \vec{q} - M_{intq} \int_{t_s}^t \vec{q} d\tau - J_n^{-1} \int_{t_s}^t (D_B \vec{u}_{eşd}) d\tau \quad (4.71)$$

eşitliğinin (4.70)'te kullanılmasıdır. Böylelikle elde edilen

$$-\vec{q}^T K_q \vec{q} - \vec{q}^T M_{intq} \int_{t_s}^t \vec{q} d\tau - \vec{q}^T J_n^{-1} \int_{t_s}^t (D_B \vec{u}_{eşd}) d\tau < 0 \quad (4.72)$$

eşitsizliği, K_q matrisinin tanımı uyarınca

$$-\vec{q}^T M_{intq} \int_{t_s}^t \vec{q} d\tau - \vec{q}^T J_n^{-1} \int_{t_s}^t (D_B \vec{u}_{eşd}) d\tau \leq 0 \quad (4.73)$$

eşitsizliğine işaret eder. Eşitlik, kayma kipinin başlangıç anı olan $t = t_s$ 'de sağlanır.

Önerilen kayma manifoldunun tanımı gereği, durumların zaman sonsuza giderken ($t \rightarrow \infty$) referanslarına yakınsayabilmesi için

$$\bar{s}_2(\bar{x}, t \rightarrow \infty) = M_{\text{int}q} \int_{t_s}^{t \rightarrow \infty} \bar{q} d\tau + J_n^{-1} \int_{t_s}^{t \rightarrow \infty} (D_B \bar{u}_{e\dot{s}d}) d\tau = \bar{0} \quad (4.74)$$

olmalıdır. Öyleyse, (4.73) için eşitlik sonsuzda da sağlanır. (4.70)'in sağlanıyor olması halinde, kayma kipinin hem başında hem de sonunda sıfıra eşit olduğu bilinen

$$\begin{aligned} & -\bar{q}^T K_q \int_{t_s}^t \left[nK_{\text{int}q} \bar{q} - D_B (\dot{\bar{q}} + nK_{\text{int}q} \bar{q}) \right] d\tau \\ & = -\bar{q}^T K_q \int_{t_s}^t \left[\underbrace{nK_{\text{int}q} C_B \bar{q}(\tau)}_{\perp \vec{B}} - \underbrace{D_B \dot{\bar{q}}(\tau)}_{\|\vec{B}\|} \right] d\tau \leq 0 \end{aligned} \quad (4.75)$$

eşitsizliğinin, $\infty > t > t_s$ için sağlanıp sağlanmadığı incelenmelidir. Çözümleme, mümkün olan en basit hal olan, nominal olarak eş eylemsizlikli bir katı uzay aracının eylemsiz yöneltilmesi için gerçekleştirilmektedir, dolayısıyla (4.75)'te, eş eylemsizlikli uzay aracı modeli için geçerli olan

$$J_n^{-1} D_B J_n = D_B \quad (4.76)$$

ilişkisi, (2.36a) ve $K_{\text{int}q}$ matrisinin tanımı kaynaklı özelliğiyle birlikte kullanılabilmiştir. 2.4 nolu alt bölümde birbirleriyle ilişkili özellikleri sunulmuş olan C_B ve D_B matrislerinin yapısı uyarınca, $\infty > t \geq t_s$ için, integrand vektörünü oluşturan iki terim daima birbirine diktir. Kuvaterniyon vektörü \bar{q} 'nin bileşenlerinin $\infty > t > t_s$ boyunca sıfır olmadığı, yani zaman sonsuza giderken referans değerleri olan sıfıra monoton bir şekilde yakınsadığı kabul edilsin. O durumda, integrand vektörünün bileşenleri de $\infty > t > t_s$ boyunca hiçbir zaman sıfır olmaz, dolayısıyla işaret değiştirmez; ancak $t \rightarrow \infty$ 'da, yani referans durumuna varıldığında sıfır vektöre eşit olur. Referansta $\dot{\bar{q}}$ da sıfır vektöre eşitlenir. Bu kabul altında, integrand vektörünün bileşenlerinin $t_s \geq t > 0$ aralığında işaret değiştirdiği sonucuna varılabilir, çünkü integral vektörünün bileşenlerinin mutlak değerleri kayma kipi boyunca monoton şekilde azalarak $t \rightarrow \infty$ 'da sıfıra varır. Erişme kipi boyuncaysa sıfırdan başlayıp önce artıp sonra azalmaya geçmiştir. Varılabilen diğer sonuçsa, kayma kipinde, integral vektörünün i 'yinci bileşeninin ($i=1,2,3$) q_i ile ters, \dot{q}_i ile eş işaretli

olduğudur. Kayma kipinde monoton değişim kabulüyle elde edilen sonuçlardan bu ikincisinden, çözümlenin devamında yararlanılacaktır.

(4.72) eşitsizliğine geri dönülecek olursa,

$$-\vec{q}^T K_q \left[\vec{q} + \int_{t_s}^t (nK_{\text{int}q} C_B \vec{q} - D_B \dot{\vec{q}}) d\tau \right] \triangleq -\vec{q}^T K_q [\vec{q} + \vec{y}] < 0 \quad (4.77)$$

olan düzenlenmiş halinden, \vec{q} ile integral vektörü \vec{y} 'nin bileşenlerinin ters işaretli olduğu hal için

$$|q_i(t)| > |y_i(t)|, \quad i=1,2,3 \quad (4.78)$$

koşulu çıkarılabilir. Eğer q_i ile y_i eş işaretliyse (4.77) koşulu zaten sağlanır, dolayısıyla koşulun sağlanmamasına yol açabilecek hal, kayma kipinde monoton değişim gerçekleştiği kabulüyle örtüşmektedir. Bu nedenle, sınırlayıcı bir sonuç elde edebilmek amacıyla da, çözümlene bu kabule dayalı olarak sürdürülecektir. Bilindiği gibi, monoton azalma üstel azalmayla ilişkilidir ve kuvaterniyon vektörünün bileşenlerinin $\infty > t \geq t_s$ için

$$|q_i(t_s)| e^{-n\bar{k}_{\text{int}q}(t-t_s)} \leq |q_i(t)| \leq |q_i(t_s)| e^{-nk_{\text{int}q}(t-t_s)} \quad (4.79)$$

şeklinde sınırlandırılmış olduğu öne sürülebilir. Burada $\bar{k}_{\text{int}q}$ ve $k_{\text{int}q}$, sırasıyla, $k_{\text{int}q}$ 'nun üst ve alt sınırları olarak düşünülebilir. (4.78) ile (4.79) uyarınca yazılabilen

$$|y_i(t)| \leq |q_i(t_s)| e^{-n\bar{k}_{\text{int}q}(t-t_s)} < |q_i(t_s)| e^{-nk_{\text{int}q}(t-t_s)} \quad (4.80)$$

eşitsizliği işaret etmektedir ki,

$$k_{\text{int}q} < \bar{k}_{\text{int}q} \quad (4.81)$$

için

$$\bar{q}(t) \equiv \bar{q}(t_s) e^{-nk_{\text{int}q}(t-t_s)} \quad (4.82)$$

olduğu kabul edilen, bileşenleri monoton şekilde değişen bir kuvaterniyon vektörel işareti (4.77), dolayısıyla (4.72) eşitsizliğini sağlar. (2.5) uyarınca, $\bar{q} \rightarrow \vec{0}$ iken $q_4 \rightarrow 1$ olacaktır. Böylelikle, $t \rightarrow \infty$ 'da $\bar{x}' \rightarrow \bar{x}'_{\text{ref}}$ olduğu belirlenmiş olur.

Önceki alt bölümde, durum değişkenlerinin yörüngelerinin önerilen kayma manifolduna sonlu zamanda eriştiği gösterilmişti. Bunun gerçekleşmesi için erişme yasasında yer alan kontrol katsayılarının sağlaması gereken koşullar (4.50)'de sunulmuştu. Bu alt bölümdeyse, kayma manifoldunun içinde ilerleyen durum yörüngelerinin sonsuz zamanda referans durumuna vardığı gösterildi. Bunun için, kayma manifoldunun zamanla değişken kısmında yer alan tasarım katsayısı $k_{\text{int}q}$ tarafından sağlanması gereken koşula (4.81) olarak elde edildi.

Zamanla değişken olan, yani otonom olmayan (non-autonomous) salt manyetik yönelme kontrolü problemiyle ilgili varılmış olan bu bütünsel kararlılık sonucu düzgünlük açısından irdelenmelidir. Erişme kipinde, manifolda t_0 değerinden bağımsız olarak erişilebildiği, 4.4.3 nolu alt bölümdeki ilgili çözümlerde görülebilir. Benzer şekilde, kayma kipinde, t_s değerinden bağımsız olarak referansa varılabildiği yukarıdaki çözümlerden anlaşılmaktadır. Diğer yandan, kayma kipine ne zaman girildiği $\bar{k}_{\text{int}q}$ değerini belirleyebilir. (4.79), $k_{\text{int}q}$ 'nun $k_{\text{int}q}$ ile gösterilen bir alt sınırı olduğuna işaret ettiğinden dolayı, her $\bar{k}_{\text{int}q}$ için, (4.81) koşulunu sağlayan bir $k_{\text{int}q}$ bulunabilecektir.

Çözümleme göstermiştir ki, önerilen kayma manifoldu kullanılarak tasarlanmış olan manyetik kayma kipli kontrolör, yönelme hareketini durum uzayındaki herhangi iki durum arasında asimptotik değil, üstel olarak kontrol etmektedir. [71]'de belirtildiği gibi, zamanla değişken bir kontrol sistemi için üstel kararlılık düzgün asimptotik kararlılık anlamına gelir. Sonuç olarak, bu tez çalışmasında tasarlanan kontrolör, salt manyetik yönelme kontrolü problemine “bütünsel düzgün asimptotik kararlı” bir çözüm getirmiştir.

Sonraki alt bölümde, iki farklı erişme yasası kullanılarak tasarlanan manyetik kayma kipli kontrolörler sunulacaktır. Kayma manifolduna erişmenin, dolayısıyla çevresel

ve model belirsizliği kaynaklı bozululara dayanıklı bir kararlılığın garanti edilmesi için, kontrol katsayılarının sağlaması gereken koşullar her erişme yasası için sunulacaktır.

4.4.5 Salt manyetik kayma kipli kontrolör

Bu alt bölümde, eşdeğer kontrol vektörünün iki farklı erişme yasasıyla toplanmasıyla elde edilen iki farklı kayma kipli kontrol yasasıyla, kontrol sistemine dayanıklı bir şekilde bütünsel düzgün asimptotik kararlılık sağlayan salt manyetik kontrolörler tasarlanacaktır. Hem kütle-çekim gradyanı torkunun kararlılaştırıcı bir etki olarak ele alındığı Dünya'ya yöneltme problemi (DYP) hem de çevresel bozucu olarak hesaba katıldığı eylemsiz yöneltme problemi (EYP) için gerçekleştirilecek olan tasarımda, 3.3, 3.4 ve 3.5 nolu alt bölümlerde çıkarılmış olan bozucu sınırlarına ait (3.6), (3.9), (3.14), (3.16) ile (3.31) veya (3.32) denklemleri kullanılacaktır.

4.4.5.1 Birinci kontrolör

Birinci kontrolör olarak kullanılan

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_{\text{eşd}}(\vec{x}) + \vec{u}_{\text{eriş}}(\vec{x}, t) = \vec{u}_{\text{eşd}} - K_{ss} \text{sğn}(\vec{s}) \quad (4.83)$$

(4.10)'da genel hali verilmiş olan erişme yasasının en basit hali kullanılarak tasarlanmıştır [72], dolayısıyla anahtarlama fonksiyonu dinamiği

$$\dot{\vec{s}} = -J_n^{-1} K_{ss} \text{sğn}(\vec{s}) \quad (4.84)$$

şeklinde atanmıştır [73]. Bu “sabit hızlı erişme yasası”, sabit bir süreksiz erişme yasası tasarım parametresi k_{ss} için, kayma yüzeyi vektörünün bileşenlerini sıfıra

$$|\dot{s}_i| = \frac{k_{ss}}{J_i} \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.85)$$

sabit hızıyla eriştirir [74]. Öyleyse, kayma manifolduna erişme zamanı

$$\begin{aligned} t_s &= \max_i \frac{|s_i(t_0)|}{|\dot{s}_i|} = \frac{1}{k_{ss}} \max_i (|s_i(t_0)| J_i) \\ &= \frac{J_{\text{maks}}}{k_{ss}} \max_i |s_i(t_0)| \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (4.86)$$

olacaktır.

Eşdeğer kontrol vektörü, EYP’de (4.43), DYP’deyse (4.62)’deki terimlere sahiptir. (3.30) ilişkisi göstermektedir ki, k_{ss} ’nin sağlanması gereken (4.50)’deki eşitsizlik, sağ tarafında sonsuz norm yerine 2-norm kullanılması durumunda ihlal edilmiş olmaz; böyle bir değişikliğe, eşitsizliğin sağ tarafında yer alan ve normu alınan vektörün katsayı matrisi üzerinde işlem yapılabilmesi amacıyla başvurulmuştur. Söz konusu vektörün 2-normu alınacak olursa,

$$\begin{aligned} \left\| (I - \Delta J J^{-1} C_B)^{-1} (\vec{T}_b + \vec{T}_{mb}^*) \right\|_2 &\leq \left\| (I - \Delta J J^{-1} C_B)^{-1} \right\|_{i2} \left(\|\vec{T}_b\|_2 + \|\vec{T}_{mb}^*\|_2 \right) \\ &\leq \frac{L_1}{L_1 - L_2} \left[\sqrt{3} \begin{pmatrix} \|\vec{T}_{k_G}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty & \dots \\ \dots + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \\ \dots + \|\vec{T}_{mb}^*\|_\infty \end{pmatrix} \dots \right] \end{aligned} \quad (4.87)$$

eşitsizliğine ulaşılır. Burada, EYP’ye özgü çevresel bozucu torqu vektörü \vec{T}_b kullanılmış, (3.28) ile (3.30) ve

$$\begin{aligned} \left\| (I - \Delta J J^{-1} C_B)^{-1} \right\|_{i2} &\leq \frac{1}{1 - \|\Delta J J^{-1} C_B\|_{i2}} \leq \frac{1}{1 - \|\Delta J\|_{i2} \|J^{-1}\|_{i2} \|C_B\|_{i2}} \\ &\leq \frac{1}{1 - L_2/L_1} = \frac{L_1}{L_1 - L_2} \end{aligned} \quad (4.88)$$

ilişkisinden yararlanılmıştır [75]. (2.35), (3.23) ve (3.25) uyarınca düzenlenmiş olan (4.88) eşitsizliğinin yazılabilmesi için

$$\|\Delta J J^{-1} C_B\|_{i2} \leq \frac{L_2}{L_1} < 1 \quad (4.89)$$

koşulunun sağlanması gerekir. (3.31) ile (3.32)’de, sırasıyla DYP ve EYP’ye özgü halleri yer alan $\|\vec{T}_{mb}\|_\infty$ teriminin eşitliğinde $\|\vec{u}\|_2$ ’nin yerine konması Ek B’de gerçekleştirilmiştir. (4.83)’teki kontrol yasasının Öklid normu alınarak elde edilen (B 1.1) ve (B 1.2) eşitsizlikleri kullanılarak çıkarılan, DYP ve EYP’ye ait $\|\vec{T}_{mb}\|_\infty$ ile $\|\vec{T}_{mb}^*\|_\infty$ eşitlikleri (B 1.3) ve (B 1.4)’te yer almaktadır.

Sonuçta, k_{ss} 'nin sağlanması gereken eşitsizlik (4.87) uyarınca

$$k_{ss} > \frac{L_1}{L_1 - L_2} \left[\sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) + \|\vec{T}_{mb}^*\|_\infty \right] \quad (4.90)$$

halini alır. (4.90)'ın EYP'ye özgü olan sağ tarafında (B 1.4) ifadesinin ilgili kısmı yerine konacak olursa, (4.91)'de görüldüğü gibi, k_{ss} , sistemin durum değişkenlerinin fonksiyonu olarak tanımlanmış olur.

$$k_{ss} [\vec{x}(t)] \triangleq 1,1 \times \left[\begin{aligned} & \frac{L_1}{L_1 - L_2} \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) \dots \\ & \dots + \frac{L_2}{L_1 - L_2} \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) \end{aligned} \right] \quad (4.91)$$

$$+ \frac{L_2}{L_1 - L_2} \left\{ \begin{aligned} & \left[L_1 + (2 + \bar{\delta}_{J1}) J_{\text{maks}} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 + J_{\text{maks}} \frac{k_q}{2} \|\vec{\omega}\|_2 \dots \\ & \dots + n J_{\text{maks}} k_q k_{\text{int } q} \|\vec{q}\|_2 \end{aligned} \right\}$$

DYP'deyse

$$k_{ss} [\vec{x}(t)] \triangleq 1,1 \times \frac{\sqrt{3}}{L_1 - L_2} \left[\begin{aligned} & L_1 \left(\|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) \dots \\ & \dots + L_2 \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \right) \dots \\ & \dots + L_1 L_2 \sqrt{3} n^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} L_2 n J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + 3n \right) \end{aligned} \right] \quad (4.92)$$

$$+ \frac{L_2}{L_1 - L_2} \left\{ \begin{aligned} & \left[L_1 + (2 + \bar{\delta}_{J1}) J_{\text{maks}} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 \dots \\ & \dots + J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + n \right) \|\vec{\omega}\|_2 + n J_{\text{maks}} k_q k_{\text{int } q} \|\vec{q}\|_2 \end{aligned} \right\}$$

tanımı geçerlidir. k_{ss} 'nin kontrol süreci boyunca değişken değil, sabit olması isteniyorsa ve eğer açışal hız ile kuvaterniyon vektörlerinin 2-normu süreç boyunca monoton şekilde azalıyor, durum değişkenlerinin sadece başlangıç değerlerine bağlı olan

$$\begin{aligned}
k_{ss} [\vec{x}(t_0)] \triangleq & 1,1 \times \frac{\sqrt{3}}{L_1 - L_2} \left[\begin{array}{l} L_1 (\|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty) \dots \\ \dots + L_2 (\|\vec{T}_{kq}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty) \dots \\ \dots + L_1 L_2 \sqrt{3} n^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} L_2 n J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + 3n \right) \end{array} \right] \\
& + \frac{L_2}{L_1 - L_2} \left\{ \begin{array}{l} \left[L_1 + (2 + \bar{\delta}_{J1}) J_{\text{maks}} \right] \|\vec{\omega}(t_0)\|_2^2 \dots \\ \dots + J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + n \right) \|\vec{\omega}(t_0)\|_2 \dots \\ \dots + n J_{\text{maks}} k_q k_{\text{int}q} \|\vec{q}(t_0)\|_2 \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{4.93}$$

şeklinde bir tanımlama da mümkündür. 4.4.6.1 nolu alt bölümde, birinci kontrolörün, hem eylemsiz yöneltme hem de Dünya'ya yöneltme açısından nasıl iş gördüğü benzetim sonuçlarıyla sergilenecektir. Bu sayede, söz konusu kontrolör tarafından yönetilen yönelme hareketinin, tezin bu dördüncü bölümünde varılmış olan kuramsal sonuçlarla uyumlu olduğu gösterilmiş olacaktır.

4.4.5.2 İkinci kontrolör

İkinci kontrolör, (4.10)'daki genel erişme yasasının sürekli terimi için yapılan

$$K\vec{c}(\vec{s}) \triangleq \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 \\ 0 & 0 & k_s \end{bmatrix} \vec{s} \triangleq K_s \vec{s} \tag{4.94}$$

tanımlaması sonrasında

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_{esd} - K_{ss} \text{s\gn}(\vec{s}) - K_s \vec{s} \tag{4.95}$$

olarak tasarlanmıştır [76]. Burada, k_s sürekli erişme yasası tasarım parametresi olarak adlandırılan pozitif bir skalar ve K_s sürekli erişme yasası kazancı matrisi denilen kesin pozitif ve simetrik olan 3x3'lük bir matristir. Anahtarlama fonksiyonu dinamiği

$$\dot{\vec{s}} = -J_n^{-1} K_{ss} \text{s\gn}(\vec{s}) - J_n^{-1} K_s \vec{s} \tag{4.96}$$

şeklinde olan bu “sabit ile oransal hızlı erişme yasası”, sabit bir süreksiz erişme yasası tasarım parametresi k_{ss} için, kayma yüzeyi vektörünün bileşenlerini sıfıra, kendi değerleriyle orantılı olan ikinci bir hız bileşeninin (4.85)’te yer alan sabit hızla toplamına eşit olan, değişken bir hızla taşır [74].

k_s ’nin sağlanması gereken koşul, (4.50) ve (2.15) ile (2.36a) uyarınca elde edilen

$$\begin{aligned} (I - \Delta J J^{-1} C_B) K_s &= [I - (J - J_n) J^{-1} C_B] K_s = [(I - C_B) + J_n J^{-1} C_B] K_s \\ &= (D_B + J_n J^{-1} C_B) K_s = D_B K_s + J_n J^{-1} C_B K_s \geq 0 \end{aligned} \quad (4.97)$$

eşitsizliğinden çıkarılacaktır. (2.34)’ten bilindiği gibi, C_B ile D_B yarı-kesin pozitif matrislerdir; (2.29) ve (2.32)’deki tanımları aynı zamanda simetrik olduklarını göstermektedir. J_n , J^{-1} ile K_s de tanımları gereği kesin pozitif ve simetriktir. Öyleyse, $D_B K_s$ ve $J_n J^{-1} C_B K_s$ matrisleri simetriktir; gösterilmesi gerekense yarı-kesin pozitif olduklarıdır. [77]’ye göre, iki yarı-kesin pozitif matrisin çarpımının da yarı-kesin pozitif olması için gerek ve yeter koşul, matrislerin çarpımının normal bir matris olmasıdır. Her simetrik matris aynı zamanda bir normal matristir; her kesin pozitif matris aynı zamanda bir yarı-kesin pozitif matristir. Bu bilgiler birlikte kullanılarak, $D_B K_s$ ve $J_n J^{-1} C_B K_s$ çarpımlarının yarı-kesin pozitif olduğu, dolayısıyla da, (4.97) eşitsizliğinin sürekli erişme yasası tasarım parametresinin tüm değerleri için sağlandığı sonucuna varılır, yani

$$k_s > 0 \text{ Nmsn} \quad (4.98)$$

için erişme koşulu sağlanır.

4.4.6 Benzetim sonuçları

Benzetimler, Çizelge 3.1 ile (3.33)-(3.36) denklemlerindeki nicelikler kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

4.4.6.1 Birinci kontrolör

Çizelge 4.1, aşağıda sunulacak olan sonuçları veren benzetimlerde kullanılan kazanç katsayılarıyla, hem EYP hem de DYP’ye ait sayısal sınamanın başlangıç koşullarını içermektedir. Kayma yüzeyi tasarım parametreleri k_q ile $k_{int,q}$ ’nin değerleri deneme-

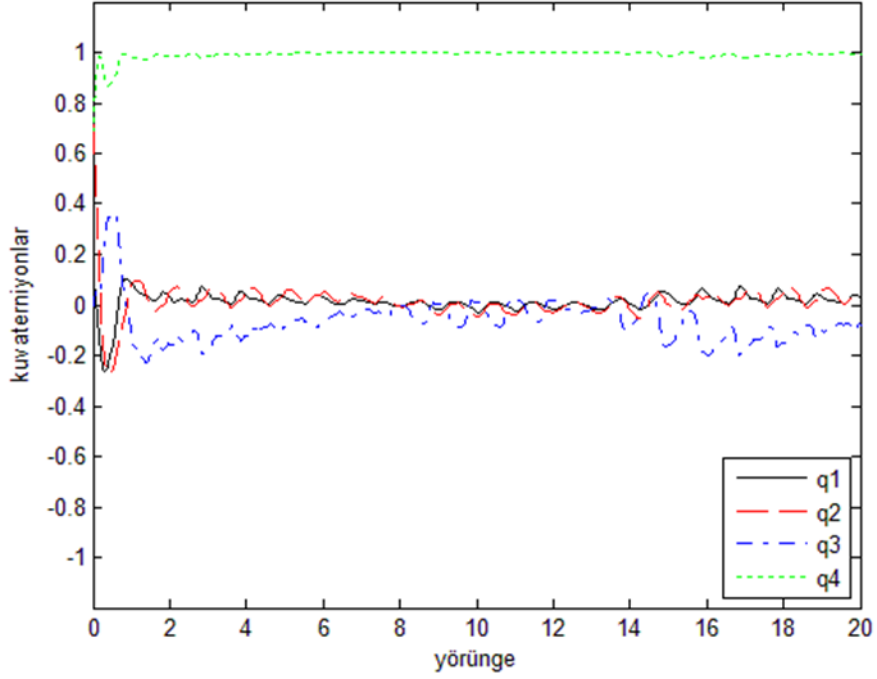
yanılma yoluyla belirlenmiştir. EYP ve DYP sınamalarında, sistemin durum değişkenlerinin yörüngeleri, sırasıyla (2.20) ve (2.21) referans durumlarına taşınmaya çalışılmıştır.

Çizelge 4.1 : Benzetimlerle ilgili nicelikler ve başlangıç koşulları 1.

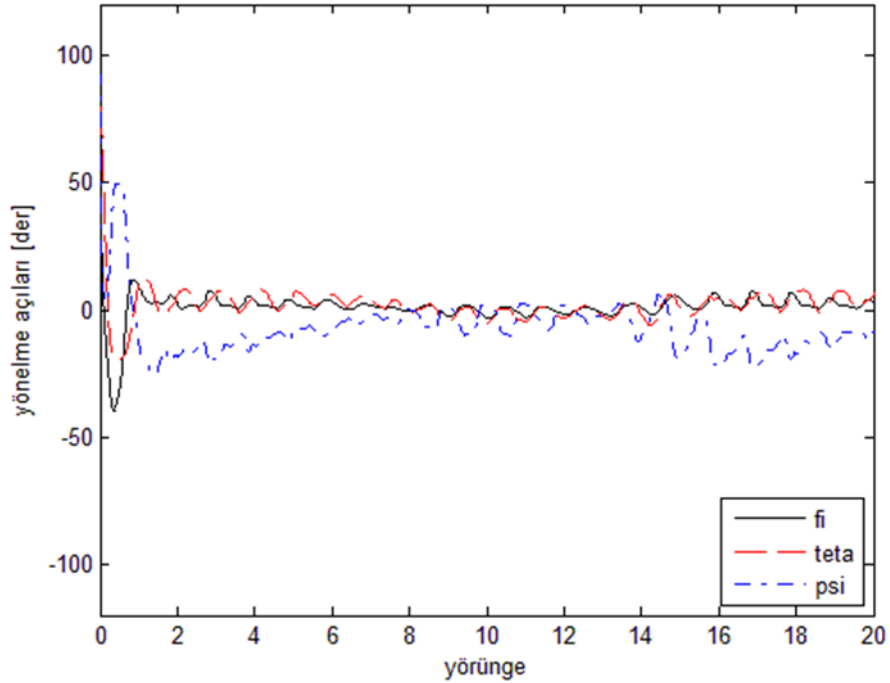
Nicelik	Değeri	Başlangıç Koşulu	Değeri
L_2/L_1 [-]	$0,792 < 1$		
k_q [1/sn]	$2,5 \times 10^{-3}$	$[\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0]$ [der]	[100 80 90]
k_{int_q} [-]	$7,5 \times 10^{-1}$	\vec{Q}_0^T [-]	[0,123 0,707 0 0,696]
$k_{ss}(t)$ [Nm]	$1,117 \times 10^{-4}$ $+3,171 \times 10^1 \ \vec{\omega}\ _2^2$ $+3,816 \ \vec{\omega}\ _2$ $+9,525 \times 10^{-3} \ \vec{q}\ _2$ (EYP)	$\vec{\omega}_0^T$ [$\times 10^{-2}$] der/sn	[5 7 6] (EYP)
$k_{ss}(t_0)$ [Nm]	$2,663 \times 10^{-4}$ (EYP)	\vec{s}_0^T [$\times 10^{-3}$ 1/sn]	[1,18 2,99 1,047] (EYP)
t_s [T]	$6,5 \times 10^{-3}$ (EYP)	$\ \vec{\omega}_0\ _2$ [n]	1,728 (EYP)
$k_{ss}(t)$ [Nm]	$1,619 \times 10^{-4}$ $+3,171 \times 10^1 \ \vec{\omega}\ _2^2$ $+3,83 \ \vec{\omega}\ _2$ $+9,525 \times 10^{-3} \ \vec{q}\ _2$ (DYP)	$\vec{\omega}_0^{B/A}$ [$\times 10^{-2}$] der/sn	[5 7 6] ^T (DYP)
$k_{ss}(t_0)$ [Nm]	$2,873 \times 10^{-4}$ (DYP)	$\vec{\omega}_0^T$ [$\times 10^{-2}$] der/sn	[3,947 1,121 7,037] (DYP)
t_s [T]	6×10^{-3} (DYP)	\vec{s}_0^T [$\times 10^{-3}$ 1/sn]	[1,18 2,99 1,047] (DYP)
$k_{ss}(t_0)$ [Nm]	$2,873 \times 10^{-4}$ (DYP)	$\ \vec{\omega}_0\ _2$ [n]	1,342 (DYP)
t_s [T]	6×10^{-3} (DYP)		

İlk olarak EYP sınamasına ait durum yörüngeleri verilecektir. Şekillerin yorumlanmasına geçilmeden önce, birinci kontrolörün iş görmesi için sağlanması gereken (4.89) koşulunun, sınamada kullanılan $J_{maks} = 3,428 \text{ kgm}^2$, $J_{min} = 1,275 \text{ kgm}^2$, $\bar{\delta}_{J1} = 0,1$ ve $\bar{\delta}_{J2} = 0,15$ değerleri için sağlandığını vurgulamakta yarar vardır (Çizelge 4.1).

Şekil 4.1 ile 4.2 ortaya koymaktadır ki, uydunun açısız durumu eylemsiz yönelme referansına taşınmıştır. Sürekli hal hatası, 2.4 nolu alt bölümde üzerinde durulduğu gibi, sisteme giren bozucuların eşleşik (matched) olmamasından kaynaklanmaktadır;



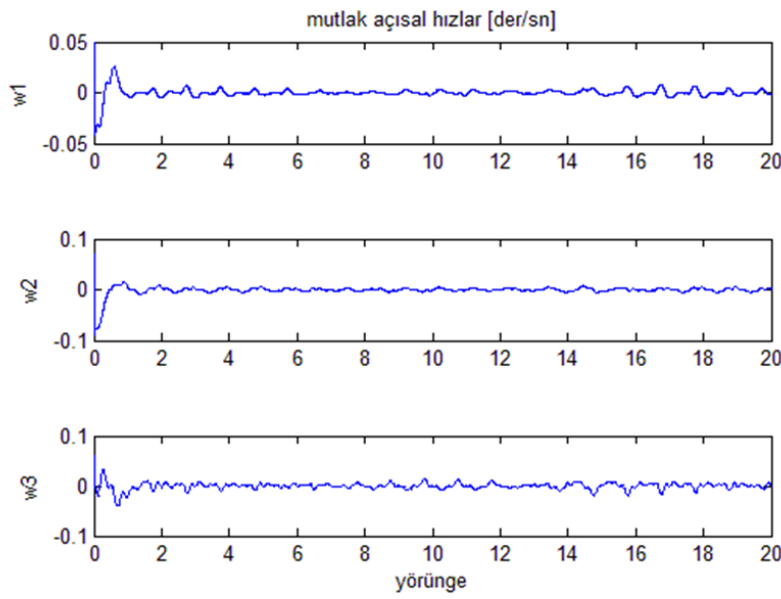
Şekil 4.1 : Birinci kontrolörce yönetilen kuvaterniyonlar (EYP).



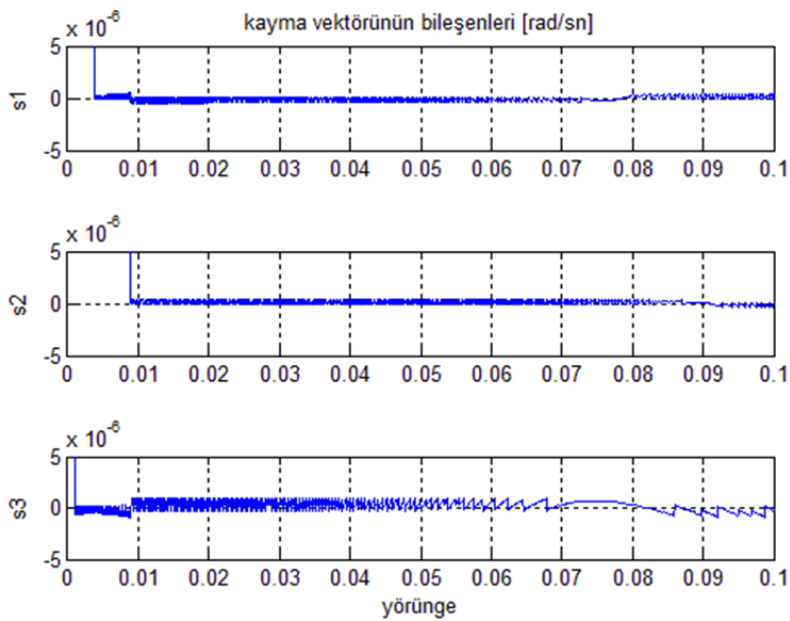
Şekil 4.2 : Birinci kontrolörce yönetilen yönelme açıları (EYP).

kayma kipli kontrol etkisi bozuculara tamamıyla karşı koyamamaktadır. Kontrol işaretindeki yüksek frekanslı anahtarlama, açısız hızlarda düşük genlikli, yüksek

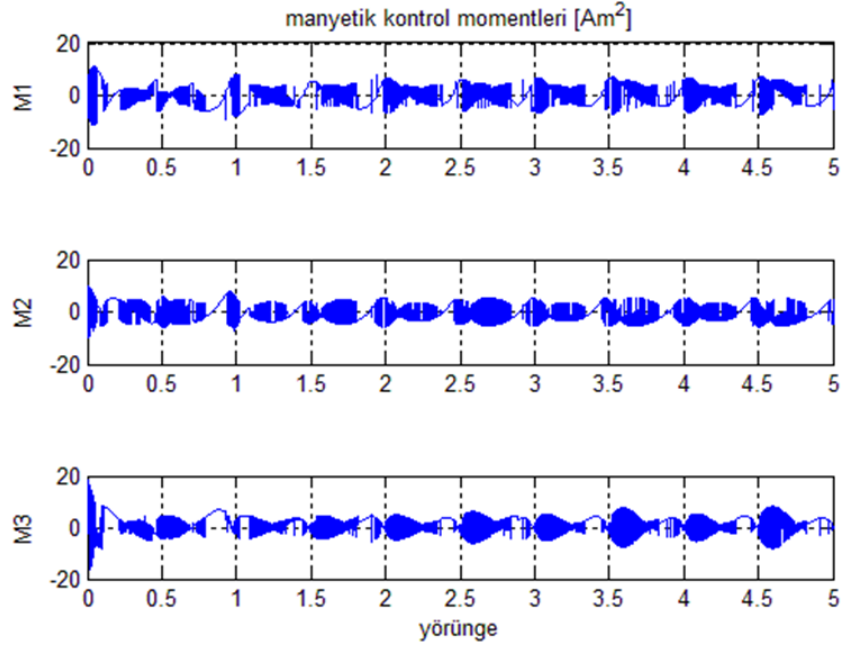
frekanslı sürekli hal salınımlarının ortaya çıkmasına yol açmıştır (Şekil 4.3). Kayma yüzeyi vektörünün bileşenleri Şekil 4.4'te sunulmuştur. k_{ss} 'nin değişken olmasına rağmen, bileşenler adeta doğrusal bir şekilde, yani sabit hızla sıfıra giderek hareketin kayma kipine girmesini sağlamıştır. Çizelge 4.1'de $k_{ss}(t_0)$ kullanılarak $6,5 \times 10^{-3} T$ olarak hesaplanmış olan kayma manifolduna erişme zamanı t_s , şekilden biraz daha yüksek olarak okunmaktadır. k_{ss} 'nin değişkenliği bu farkın nedeni olabilir. Şekil 4.5'e göre, Ørsted'in manyetik eyleyicilerinin, Çizelge 3.1'de verilmiş olan doyma eşiği aşılmamıştır.



Şekil 4.3 : Birinci kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (EYP).

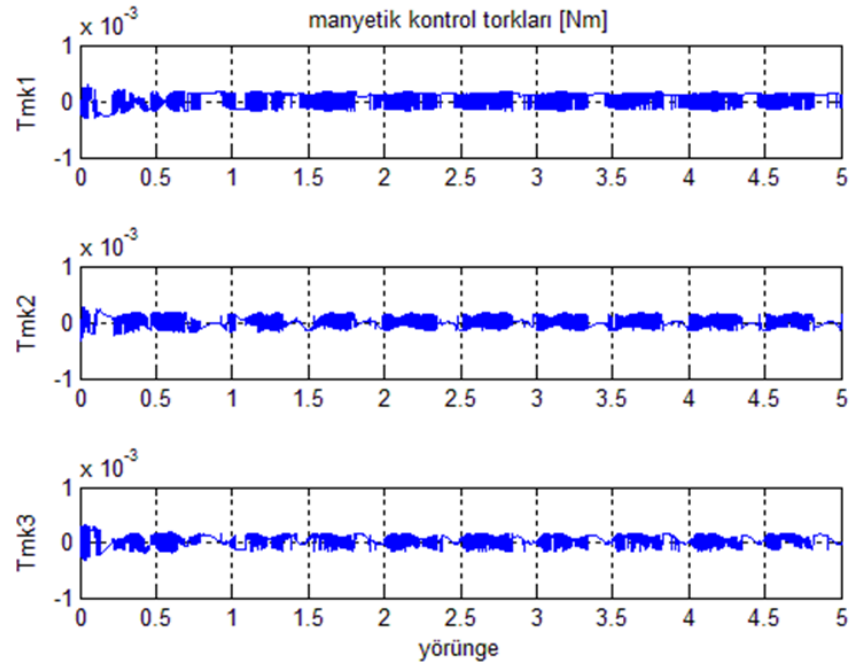


Şekil 4.4 : Birinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörü bileşenleri (EYP).

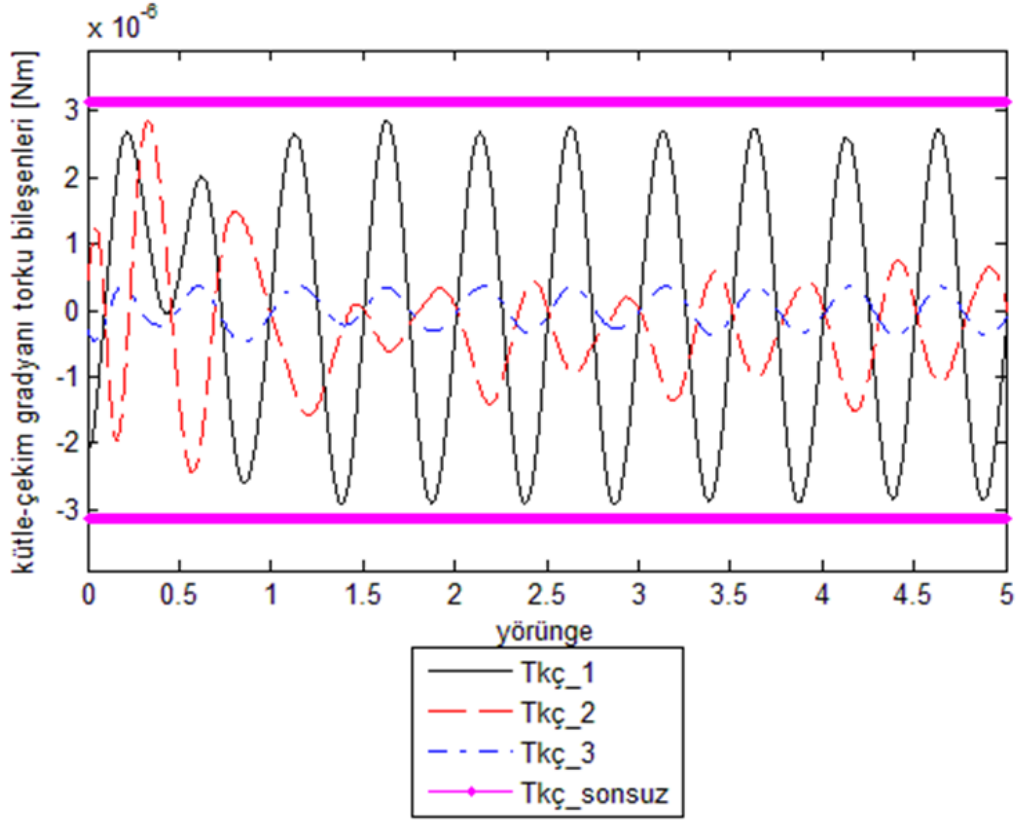


Şekil 4.5 : Birinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (EYP).

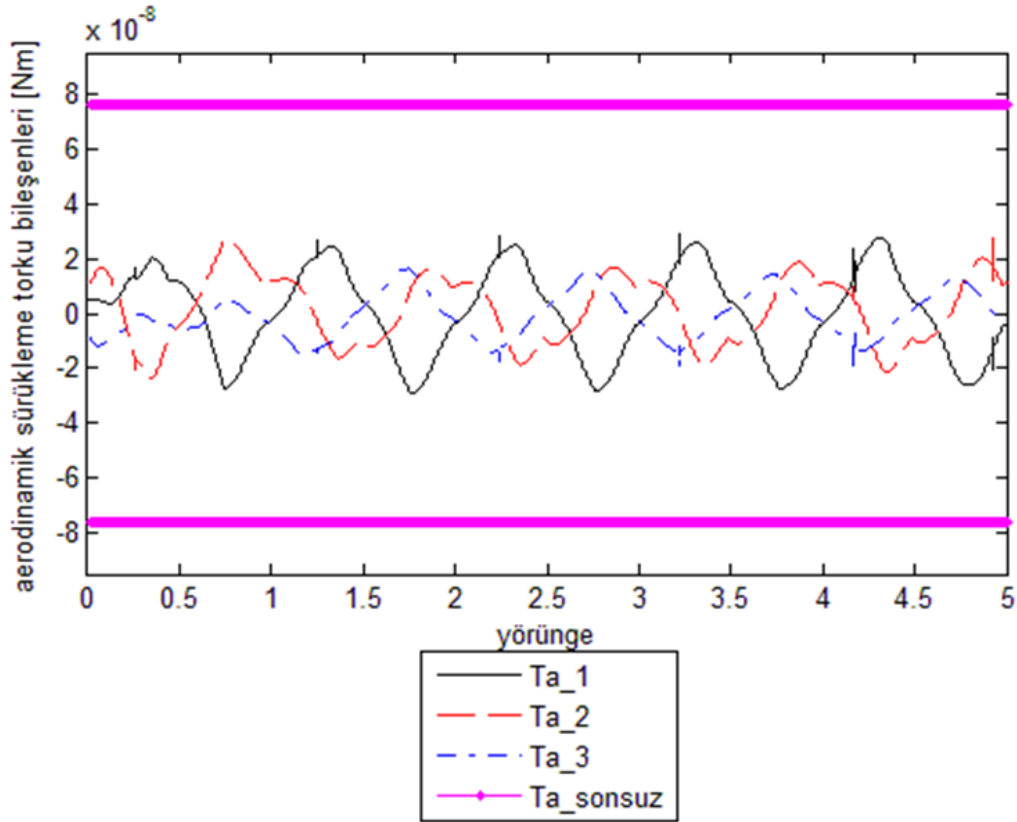
Yukarıdaki beş şekilde yer alan kontrol sistemi giriş, durum, çıkış değişimleri, 1, 10 ve 100 Hz'lik sayısal çözüm frekansı için niteliksel olarak aynen elde edilebilmektedir. Manyetik eyleyiciler, uygun sürücü devre tasarımları sayesinde, yüksek frekansla yön ve genlik değiştiren akımlarla sürülebilmektedir. Şekil 4.6-4.11'de, kontrol sistemine giren altı tork bileşeni, kontrol torku vektöründen başlanarak sıralanacaktır.



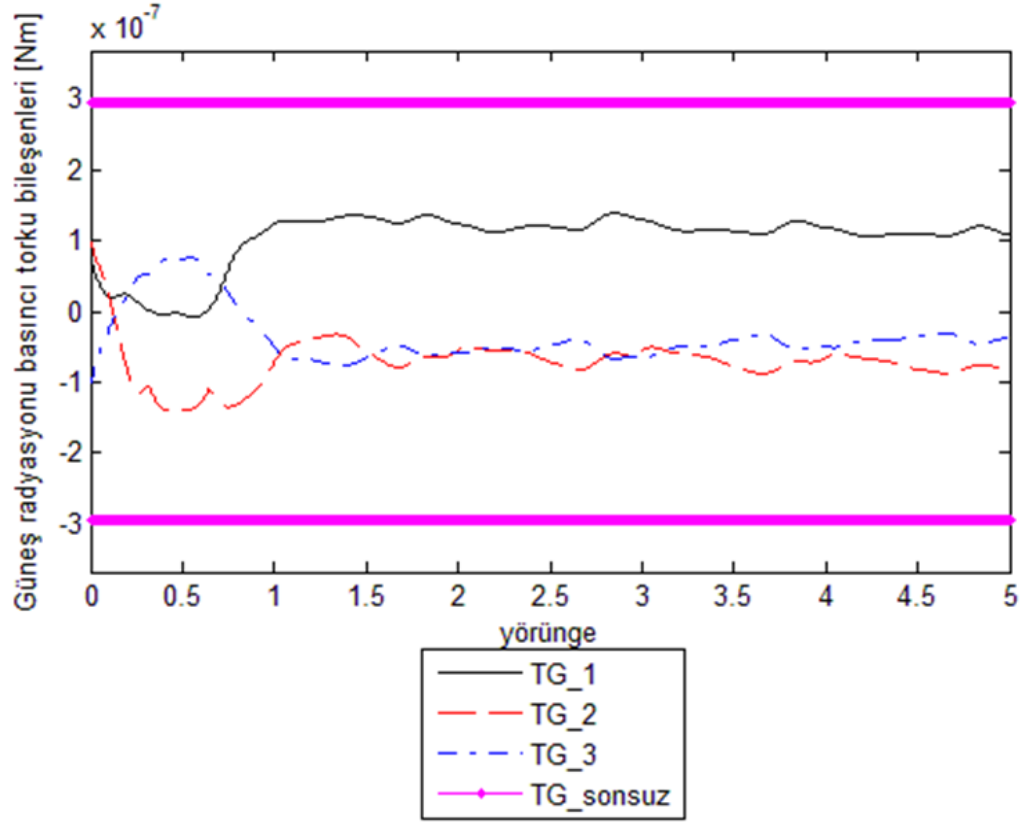
Şekil 4.6 : Manyetik kontrol torku bileşenleri 1 (EYP).



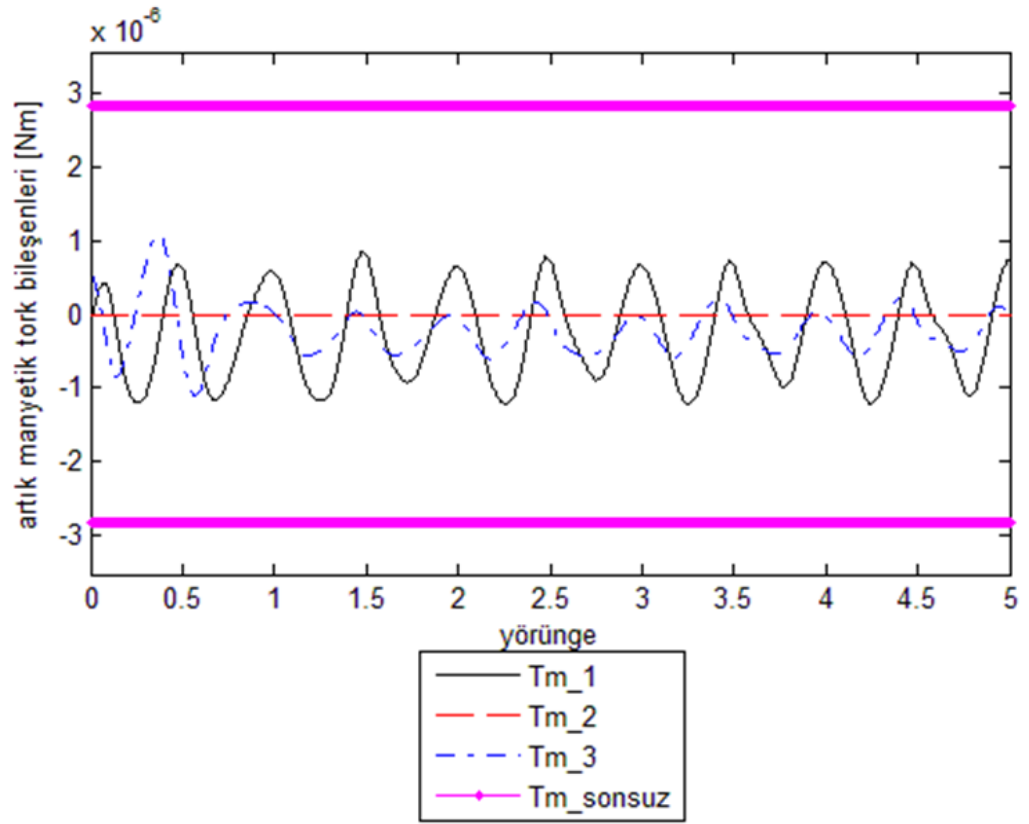
Şekil 4.7 : Kütle-çekim gradyanı torku bileşenleri 1 (EYP).



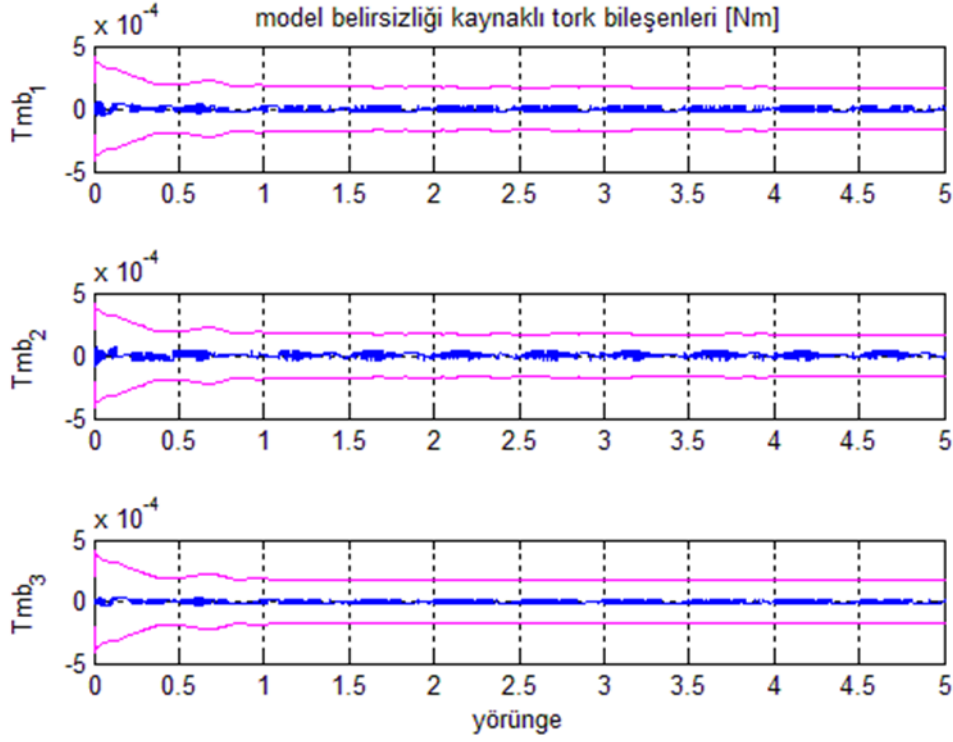
Şekil 4.8 : Aerodinamik sürükleme torku bileşenleri 1 (EYP).



Şekil 4.9 : Güneş radyasyonu basıncı torku bileşenleri 1 (EYP).

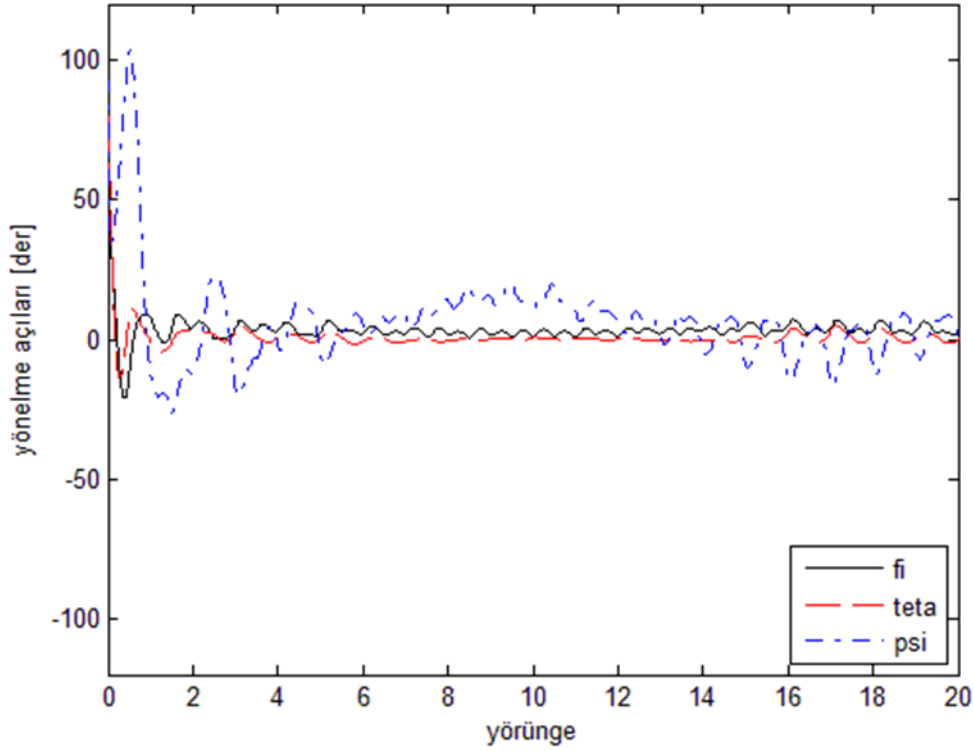


Şekil 4.10 : Artık dipol momentli kaynaklı tork bileşenleri 1 (EYP).



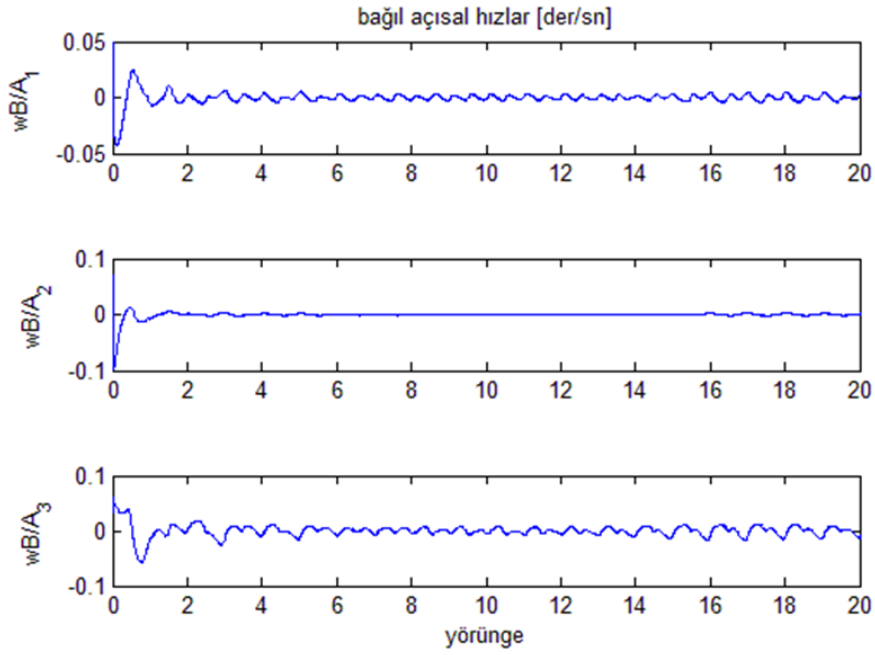
Şekil 4.11 : Model belirsizliği kaynaklı tork bileşenleri 1 (EYP).

İkinci olarak, DYP sınavasının sonuçları sergilenecektir. Çizelge 4.1’de görüldüğü gibi, EYP ve DYP benzetimleri aynı kazanç katsayıları ve aynı bağlı başlangıç koşullarıyla gerçekleştirilmiştir. Uydunun Dünya’ya yönlenebildiği Şekil 4.12 ile

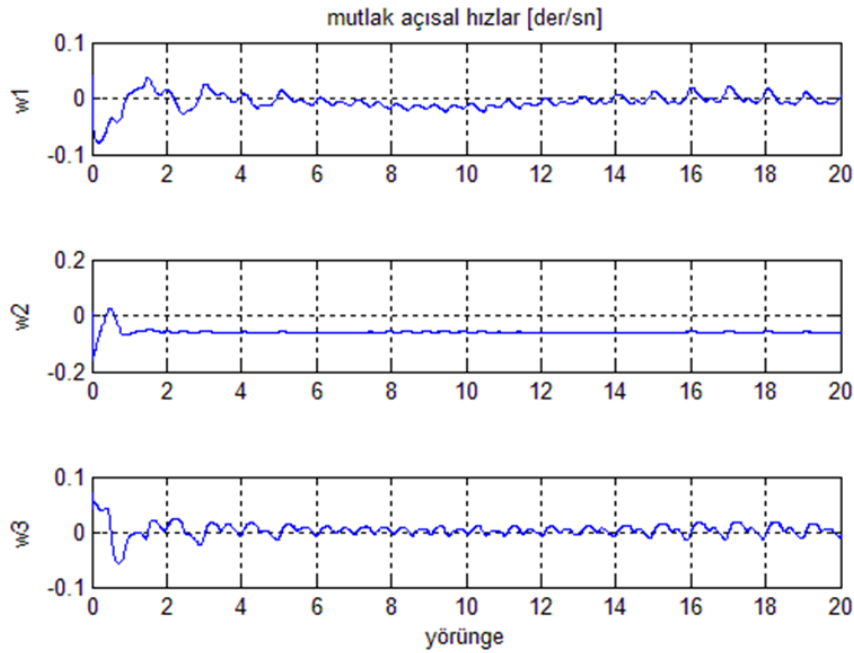


Şekil 4.12 : Birinci kontrolörce yönetilen Euler açıları (DYP).

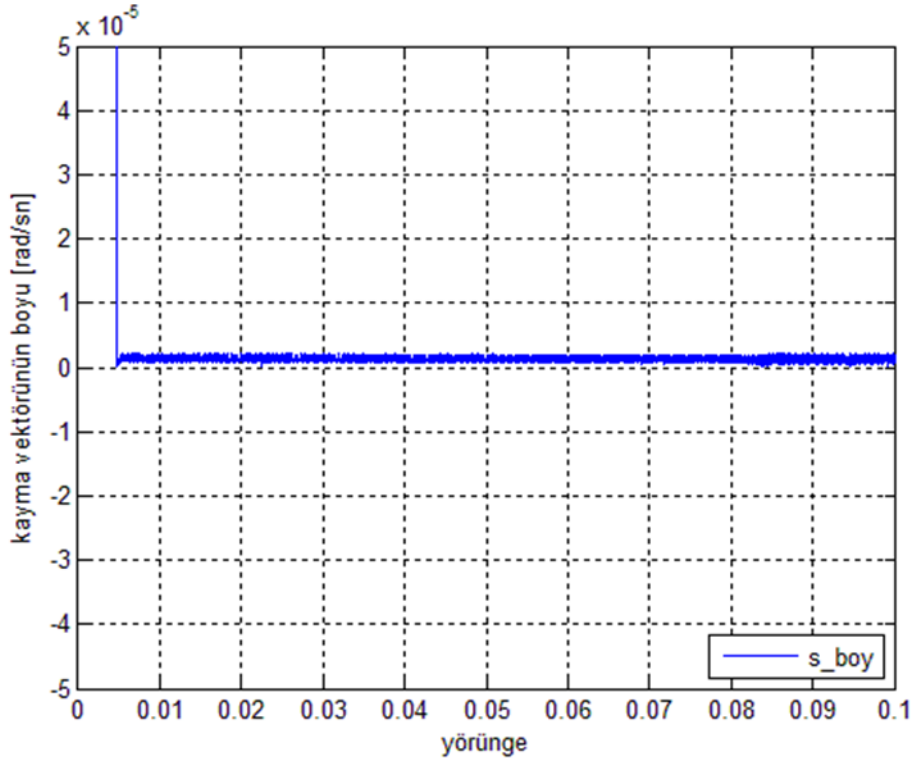
4.13'te görülmektedir. Mutlak açısal hız vektörünün ikinci bileşeni, beklendiği gibi $-n$ değerine yakınsamıştır (Şekil 4.14). Kayma kipine yaklaşık olarak Çizelge 4.1'de belirtilen $6 \times 10^{-3} T$ 'lik sürede girildiği Şekil 4.15'e bakılarak söylenebilir. DYP sınavında erişme kipinin daha kısa sürmesi, yine Çizelge 4.1'de verili olan $\|\bar{\omega}_0\|_2$ değerinin DYP için daha düşük olmasıyla ilişkilendirilebilir. Diğer yandan, uydunun bozuculara rağmen Dünya'ya yöneltilmesi için, manyetik kontrol momentlerinin kontrol sürecinin başında doyma eşliğini ikiye katlaması gerekmiştir (Şekil 4.16).



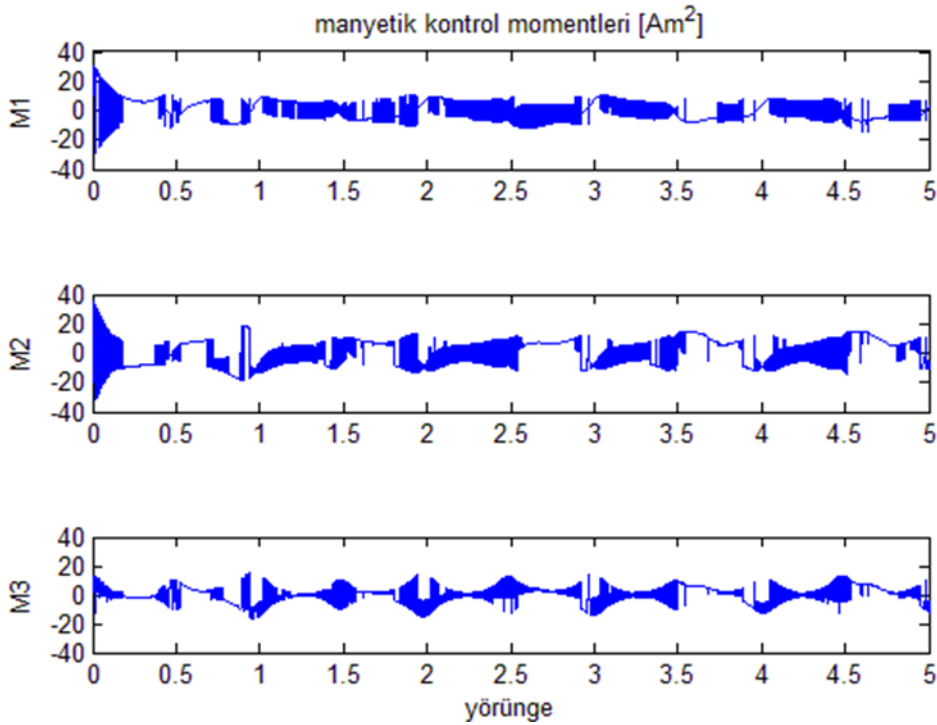
Şekil 4.13 : Birinci kontrolörce yönetilen bağıl açısal hızlar (DYP).



Şekil 4.14 : Birinci kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (DYP).



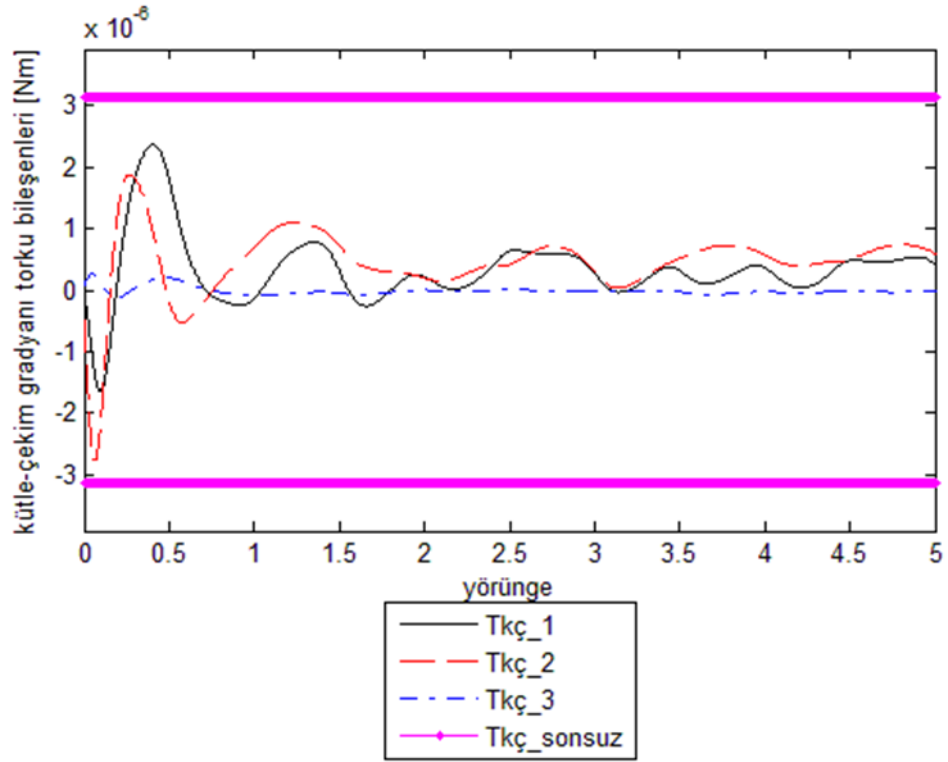
Şekil 4.15 : Birinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörünün şiddeti (DYP).



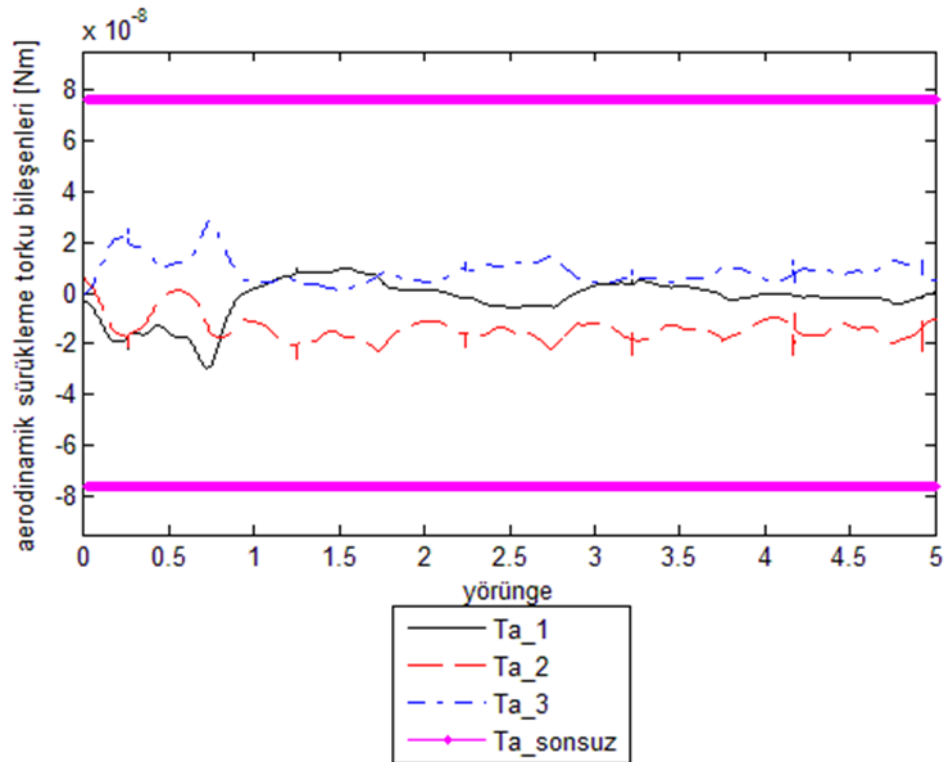
Şekil 4.16 : Birinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (DYP).

Bunun nedeni, DYP'ye ait $k_{ss}(t)$ fonksiyonunda yer alan sabitin EYP'ninkinin yaklaşık bir buçuk katı olmasıdır (Çizelge 4.1). Bozucuların eylemsiz yönelme ve Dünya'ya yönelme referanslarındaki sürekli hal davranışlarının karşılaştırılabilmesi

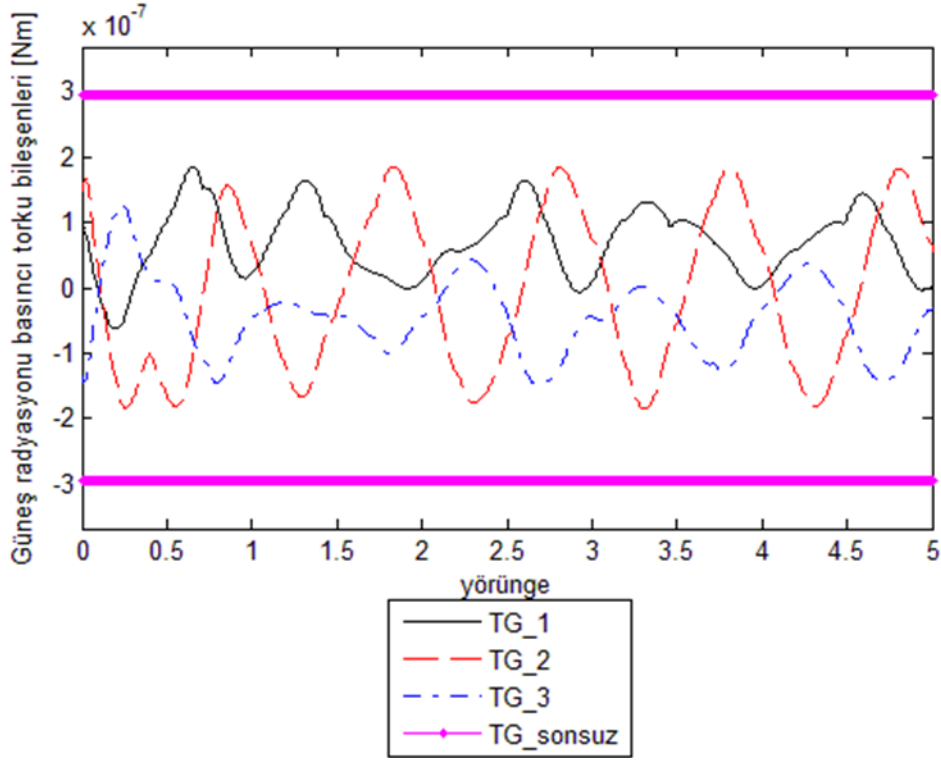
amacıyla, izleyen dört şekilde sisteme etki eden çevresel bozucu torklarına yer verilmiştir.



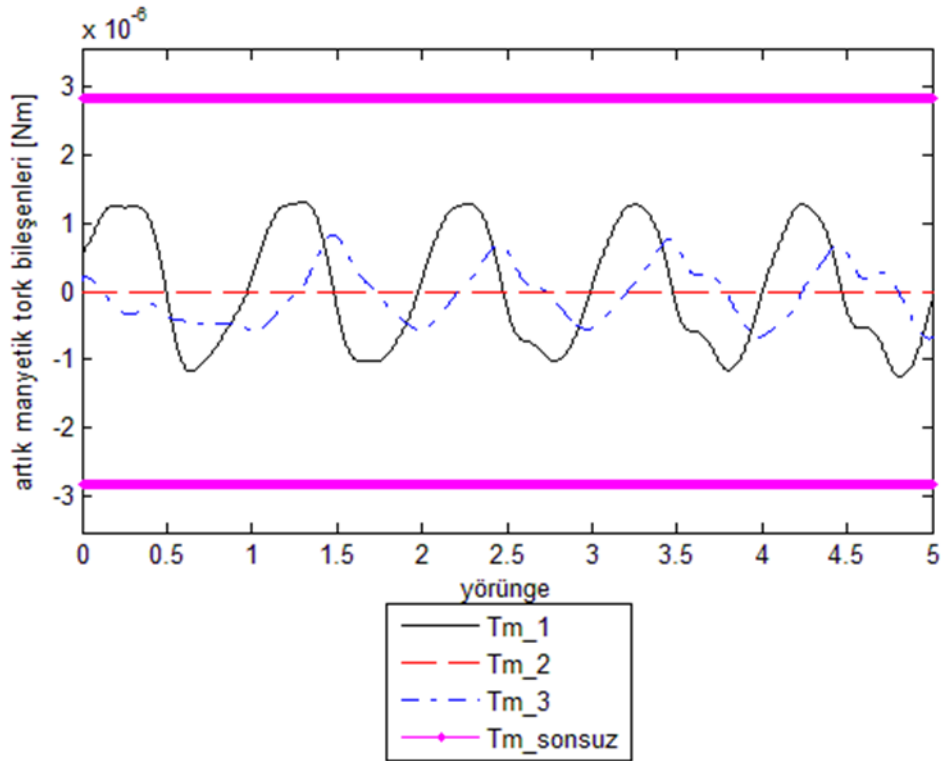
Şekil 4.17 : Kütle-çekim gradyanı torku bileşenleri 1 (DYP).



Şekil 4.18 : Aerodinamik sürüklenme torku bileşenleri 1 (DYP).



Şekil 4.19 : Güneş radyasyonu basıncı tork bileşenleri 1 (DYP).



Şekil 4.20 : Artık dipol momenti kaynaklı tork bileşenleri 1 (DYP).

4.4.6.2 İkinci kontrolör

Bu alt bölümde ikinci kontrolörle gerçekleştirilen bir Dünya'ya yöneltme benzetiminin sonuçlarına yer verilecektir. Kullanılan sürekli erişme yasası tasarım

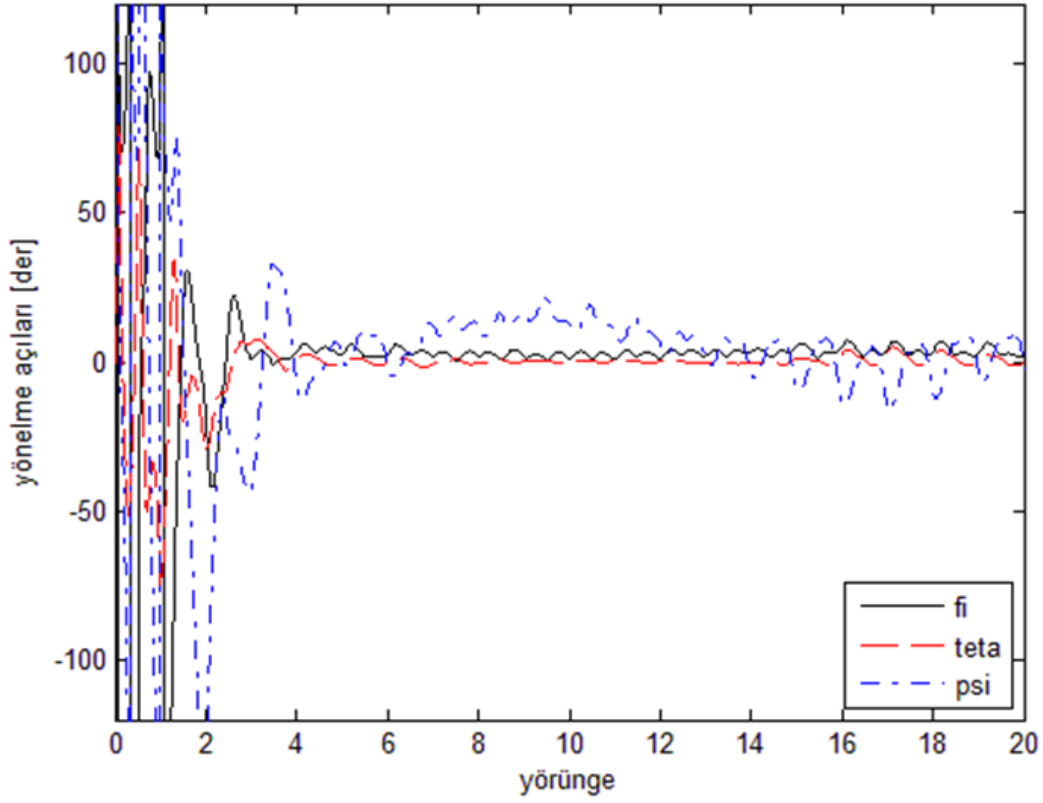
parametresi ve başlangıç koşulları, diğer kontrolör katsayıları ve L_2/L_1 kesiriyle birlikte Çizelge 4.2’de yer almaktadır.

Çizelge 4.2 : Benzetimlerle ilgili nicelikler ve başlangıç koşulları 2.

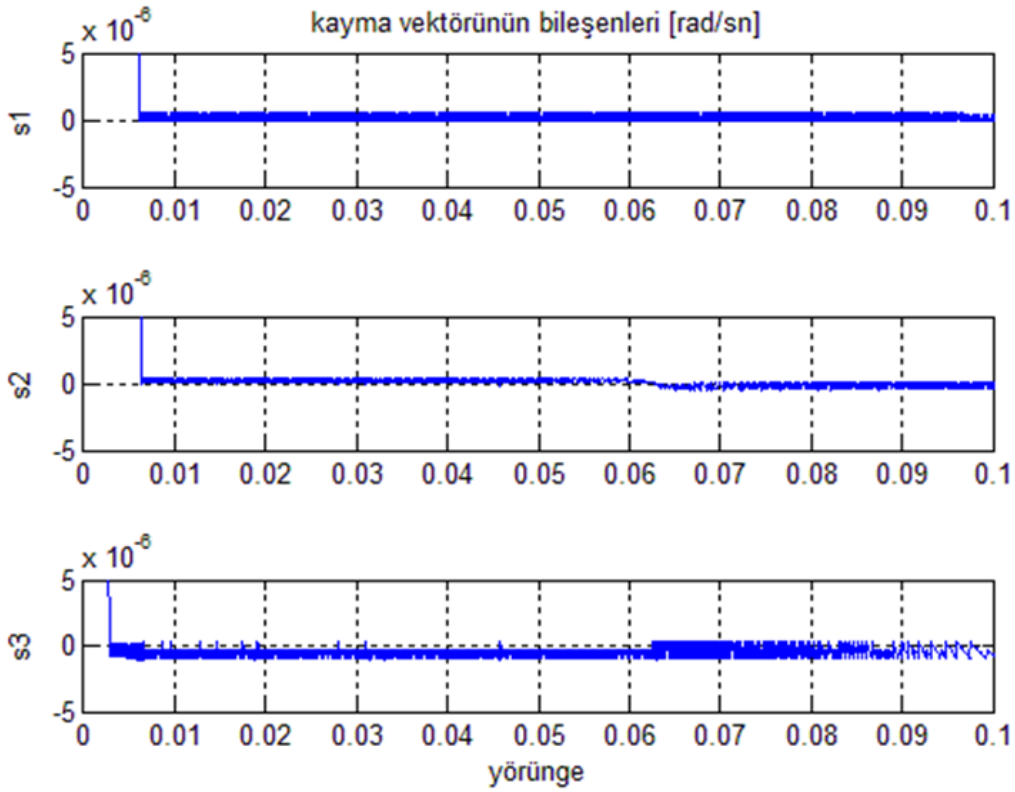
Nicelik	Değeri	Başlangıç Koşulu	Değeri
L_2/L_1 [-]	$0,496 < 1$		
k_q [1/sn]	$2,5 \times 10^{-3}$	$[\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0]$ [der]	$[180 \ 0 \ 180]$
k_{int_q} [-]	$7,5 \times 10^{-1}$	\vec{Q}_0^T [-]	$[0 \ 1 \ 0 \ 0]$
$k_{ss}(t)$ [Nm]	$4,642 \times 10^{-5}$ $+8,211 \ \vec{\omega}\ _2^2$ $+9,915 \times 10^{-1} \ \vec{\omega}\ _2$ $+2,466 \times 10^{-3} \ \vec{q}\ _2$	$\vec{\omega}_0^{B/A}$ [$\times 10^{-1}$ der/sn]	$[1,36 \ 0 \ 1,36]^T$
$k_{ss}(t_0)$ [Nm]	$1,822 \times 10^{-4}$	$\vec{\omega}_0^T$ [$\times 10^{-2}$ der/sn]	$[13,6 \ -6,07 \ 13,6]$
k_s [Nmsn]	1×10^{-1}	\vec{s}_0^T [$\times 10^{-3}$ 1/sn]	$[2,37 \ 2,5 \ 2,37]$
		$\ \vec{\omega}_0\ _2$ [n]	3,322

Birinci kontrolörün Dünya’ya yönelme başarımının sınanması sırasında, (4.91) veya (4.92) denklemlerinde tanımlanmış olan $k_{ss}(t)$ ’nin katsayılarının eylemeyi doymaya sokacak kadar yüksek olduğu görülmüştü. Söz konusu tanımlara göre, L_2/L_1 oranının düşürülmesi süreksiz kontrol işaretinin genliğinin düşmesini sağlar. Model belirsizliği kaynaklı torka ait sınırın, benzetimlere girilen ve sırasıyla (3.35) ve (3.36)’da verili olan ΔJ_1 ve ΔJ_2 ’yle karşılaştırıldığında önemli miktarda yüksek kaldığı Şekil 4.11’den anlaşılmaktadır. ΔJ_2 matrisinin elemanlarının (3.20)’de tanımlı sınırları aşmasına neden olmadan, kullanılan Ørsted modeli için (Çizelge 3.1), $\bar{\delta}_{J_2}$ sınırlayıcı değerinin 0,06’ya kadar düşürülmesi mümkündür. Bu yeni değere karşılık gelen L_2/L_1 Çizelge 4.2’de sunulmuştur.

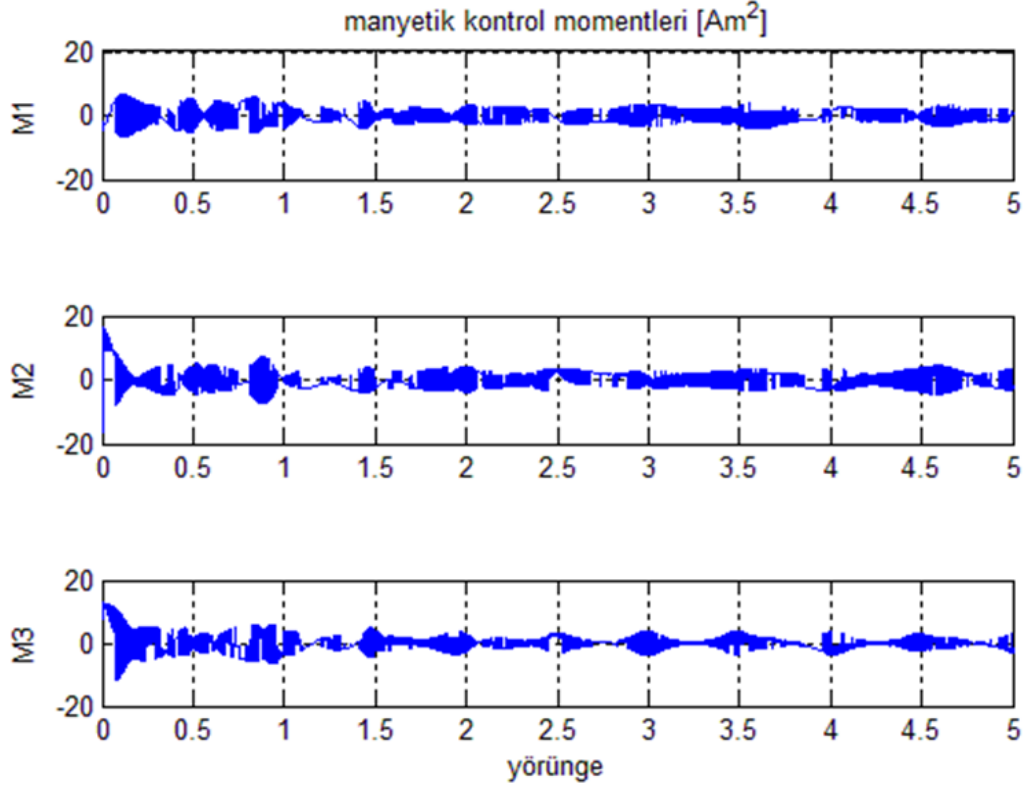
Birinci kontrolörün k_q ile k_{int_q} değerleri kayma kipiyle ilgili olduğundan dolayı, ikinci kontrolörde de değiştirilmeden kullanılacaktır. Bu sefer tepetaklak ve durağan olmayan bir başlangıç durumu seçilmiştir ki bu, kontrol sistemi açısından Çizelge 4.1’de yer alandan daha zorlayıcıdır. Önceki paragraftaki değerlendirme doğrultusunda düşürülen L_2/L_1 katsayısı sayesinde, birinci kontrolörün uyduyu bu başlangıç durumundan dahi doymaya neden olmaksızın Dünya’ya yönelme referansına taşıyabildiği Şekil 4.21-4.23’te gösterilmiştir.



Şekil 4.21 : Düşük L_2 'li 1. kontrolörce yönetilen yönelme açıları (DYP).



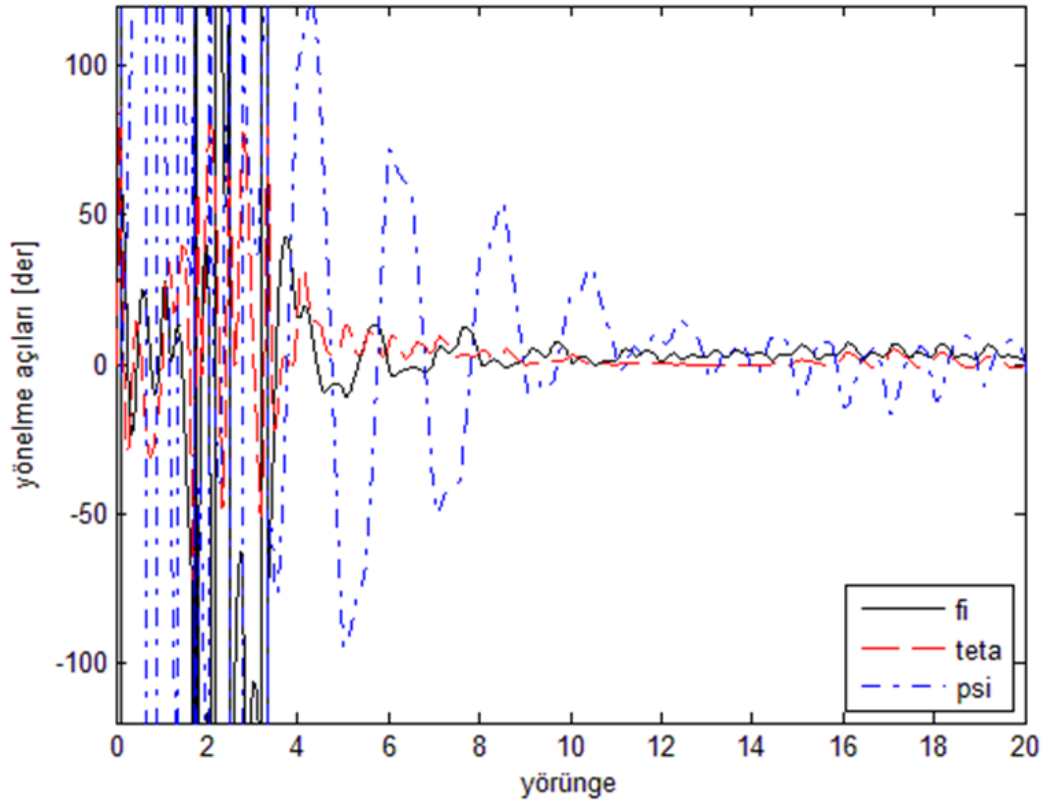
Şekil 4.22 : Düşük L_2 'li 1. kontrolörce yönetilen kayma vektörü bileşenleri (DYP).



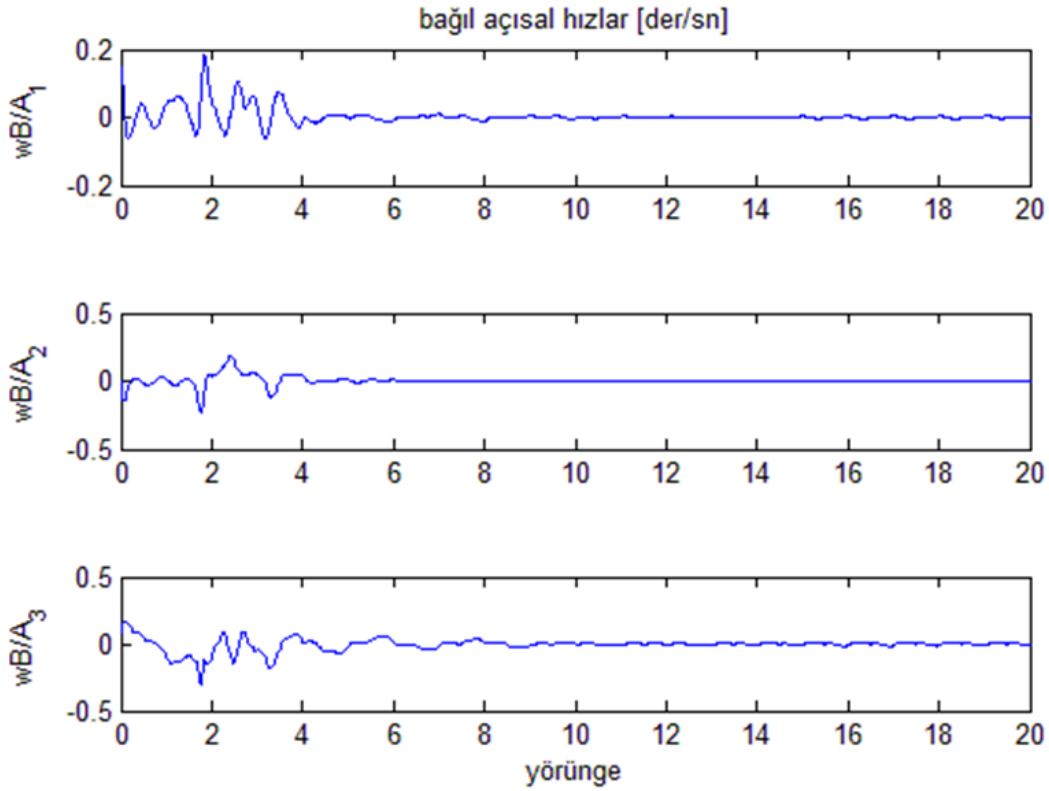
Şekil 4.23 : Düşük L_2 'li 1. kontrolörce üretilen manyetik momentler (DYP).

Bu son üç şekildeki sonuçlar, süreksiz erişme yasası tasarım parametresi olarak Çizelge 4.2'deki $k_{ss}(t)$ fonksiyonuyla elde edilmiştir.

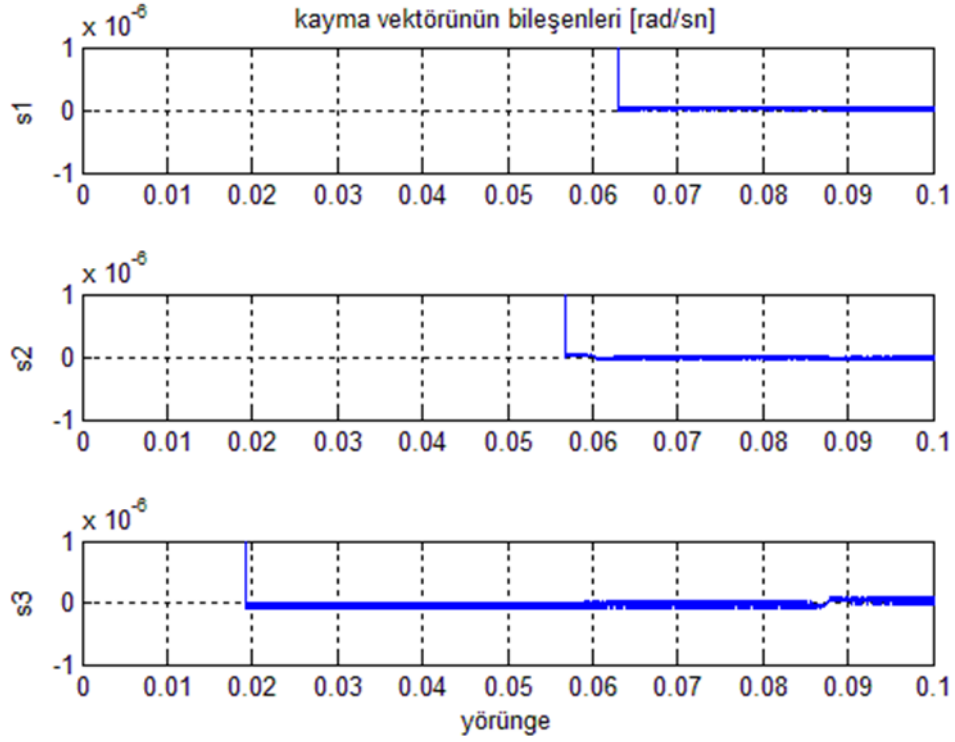
İkinci kontrolörün işlevini, yani birinci kontrolöre olan üstünlüğünü ortaya koymak amacıyla, önce birinci kontrolör, “ $k_{ss} = 0,13 \times k_{ss}(t_0)$ ” olarak $k_{ss}(t_0)$ 'dan düşük olan sabit bir k_{ss} değeriyle sınıma tutulmuştur. Böylelikle kontrol sürecinin başlangıcında, bozucu etkilerin genliğinin süreksiz erişme yasasının anahtarlama genliğine üstün gelmesi sağlanmıştır. Kontrol sisteminin, çalışması sırasında, tasarımında öngörülemeyen yüksek genlikli bozucularla karşı karşıya kalmasının modellenmesi olarak düşünülebilecek bu özel durumda dahi, kayma kipine erişmenin geç de olsa sağlandığı aşağıdaki dört şekilde görülmektedir. Bu sonucun kaynağı, eşdeğer kontrol yasasının durum değişkenlerini referans değerlerine yaklaştırarak, bozucu etkilerin genliğinin bir süre sonra k_{ss} 'nin altına inmesini sağlamış olmasıdır. Bu sayede, o süre sonunda süreksiz erişme yasası etki etmeye başlamış ve değişken yörüngelerini kayma manifolduna sonlu zamanda erişirmiştir.



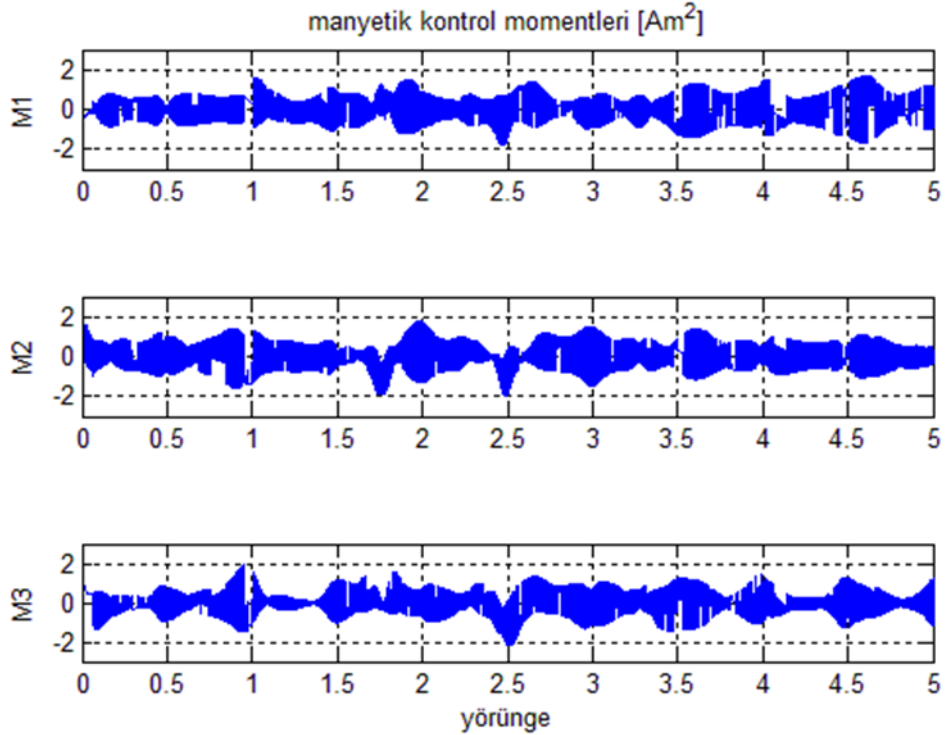
Şekil 4.24 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce yönetilen yönelme açıları (DYP).



Şekil 4.25 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce yönetilen bağıl açısal hızlar (DYP).

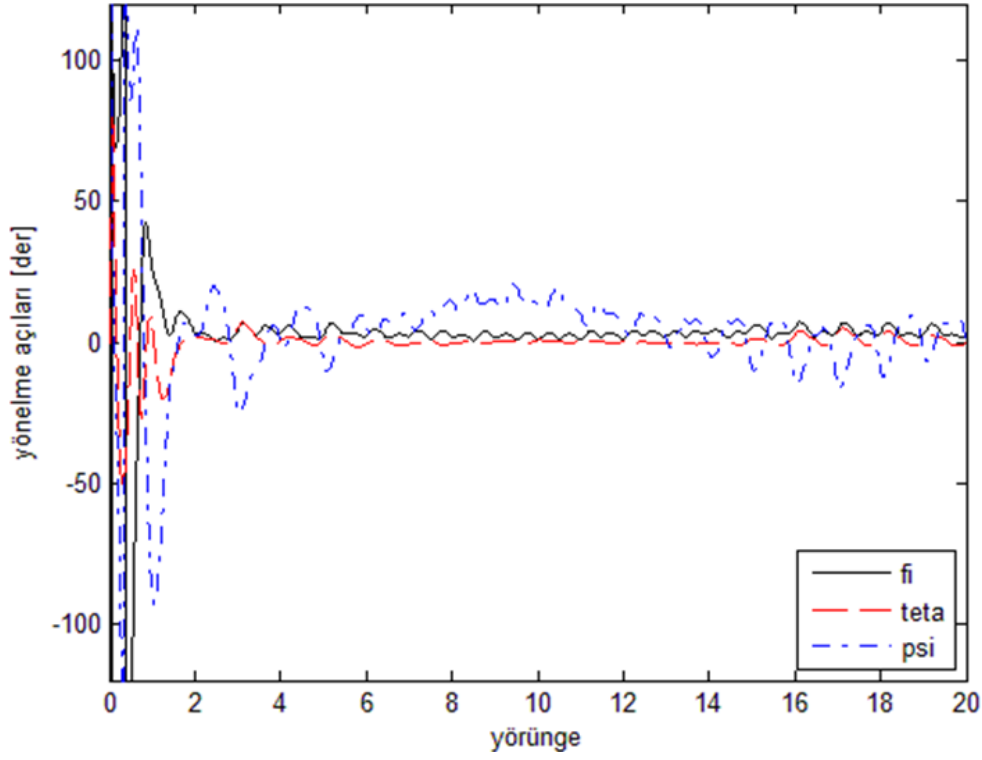


Şekil 4.26 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce yönetilen kayma vektörü bileşenleri (DYP).

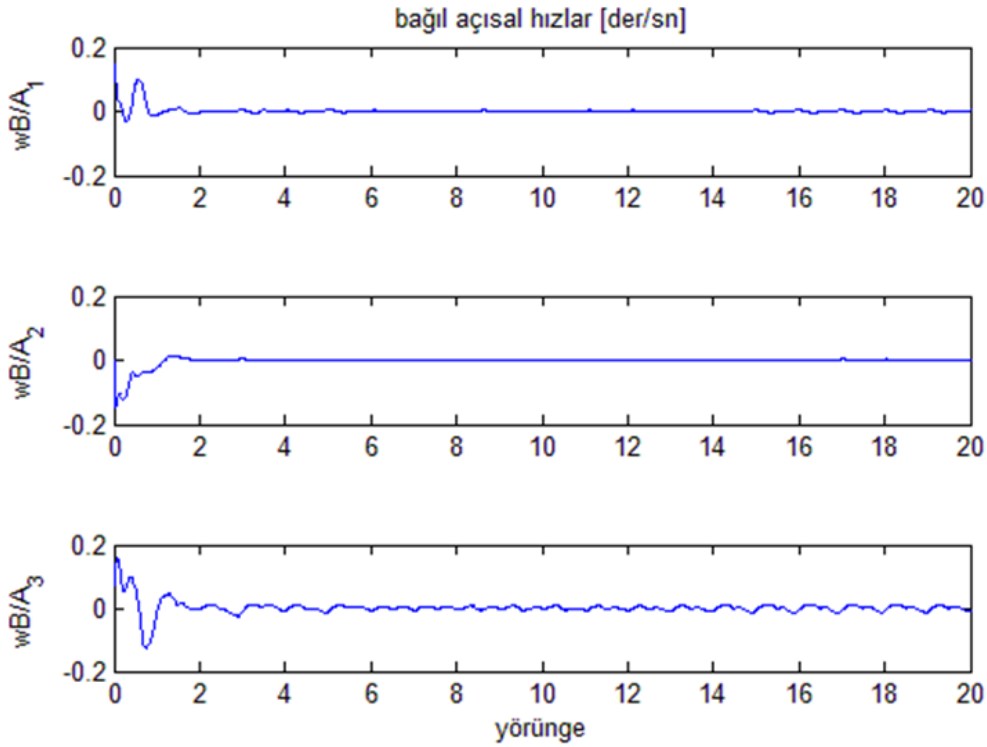


Şekil 4.27 : Sabit k_{ss} 'li 1. kontrolörce üretilen manyetik momentler (DYP).

Çizelge 4.2'deki k_s değerine sahip olan ikinci kontrolör, ele alınan bu özel durumda devreye sokulduğunda (Şekil 4.28 ve 4.29), kayma kipine erişme süresini azaltacak, dolayısıyla referansa asimptotik yakınsama davranışını kontrol sürecinin

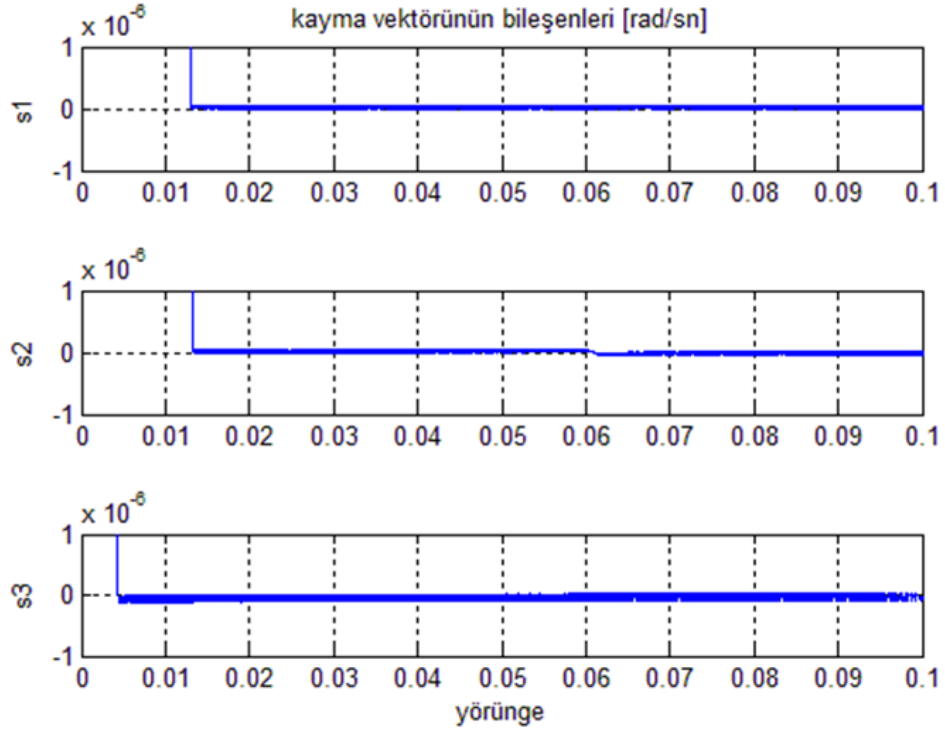


Şekil 4.28 : İkinci kontrolörce yönetilen yönelme açıları (DYP).

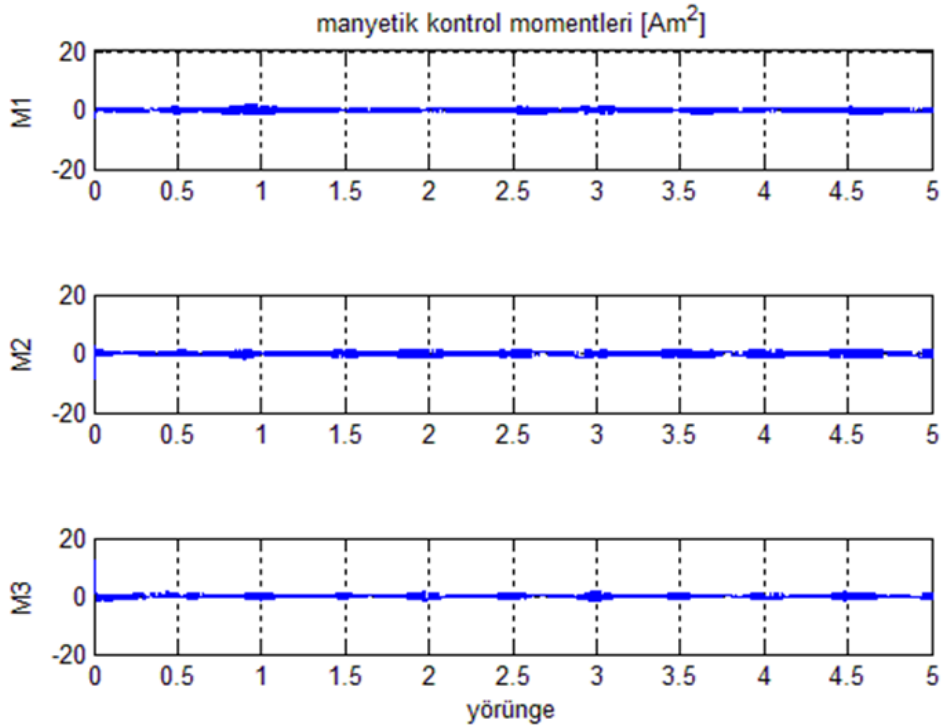


Şekil 4.29 : İkinci kontrolörce yönetilen bağıl açısal hızlar (DYP).

daha erken bir anında bozuculara karşı dayanıklı kılmış olacaktır (Şekil 4.30). Bunun karşılığında, manyetik kontrol momenti bileşenleri kontrol sürecinin başlangıcında eyleyicilerin doyma sınırına yaklaşacaktır, yani daha fazla kontrol enerjisi harcanacaktır (Şekil 4.31).



Şekil 4.30 : İkinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörü bileşenleri (DYP).



Şekil 4.31 : İkinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (DYP).

5. MANYETİK İNTEGRAL KAYMA KIPLİ KONTROLÖR

İntegral kayma kipli kontrol yöntemi, klasik kayma kipli kontrol yönteminde yer alan erişme kipini ortadan kaldıran bir değişken yapıli kontrol yaklaşımıdır [45]. [78]'de önerilmiş olan bu yöntem sayesinde, kayma kipi kontrol sürecinin başlangıç anı t_0 'dan itibaren geçerlidir, yani kayma kipinin başlangıç anı için

$$t_s = t_0 \quad (5.1)$$

yazılabilir. Böylelikle çevresel bozucu ve model belirsizliklerine karşı dayanıklılık, hatta duyarsızlık (insensitivity) bütün kontrol süreci boyunca sağlanmış olur. Buna karşılık, integral kayma kipindeki hareketin mertebesi sistem mertebesi olan n 'ye eşittir, yani klasik kayma kipinde olduğu gibi, mertebede giriş sayısı m kadar bir indirgeme olmaz.

İntegral kayma kipli kontrolör, ideal koşullar altında istenen başarımlı sağlayacak şekilde tasarlanmış ve genelde sürekli olan 3×1 'lik bir nominal (ideal) kontrol vektörü \vec{u}_0 'ın üzerine,

$$\vec{u} \triangleq \vec{u}_0 + \vec{u}_1 \quad (5.2)$$

şeklinde kurulur. Burada \vec{u}_1 , sistemdeki eşleşik bozuculara karşı koymak üzere, eriştirici kontrol vektörü $\vec{u}_{eriş}$ için 4.4.5.1 nolu alt bölümde izlenmiş olan yolla tasarlanan süreksiz bir 3×1 'lik kontrol vektörüdür.

İntegral kayma kipli kontrolde, kayma manifoldu

$$\vec{s} \triangleq \vec{s}_0 - \vec{z} \quad (5.3)$$

gibi iki terimden meydana gelir. Burada; \vec{s}_0 , 3×1 'lik kayma yüzeyi vektörünün 4 nolu bölümde olduğu gibi klasik kayma kipli kontrol yaklaşımıyla tasarlanan kısmı, \vec{z} ise, integral terimini içeren kısmıdır. Bütün kontrol süreci boyunca geçerli olan

$$\vec{s} = \dot{\vec{s}} = \vec{0} \quad (5.4)$$

eşitliği, hem

$$\vec{z}(t_0) = \vec{s}_0 [\vec{x}(t_0)] \quad (5.5)$$

hem de

$$\dot{\vec{z}} = \dot{\vec{s}}_0 \quad (5.6)$$

eşitliklerinin yazılmasını sağlar. Öyleyse,

$$\vec{z} = \vec{z}(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\vec{z}} d\tau = \vec{s}_0 [\vec{x}(t_0)] + \int_{t_0}^t \dot{\vec{s}}_0 d\tau \quad (5.7)$$

elde edilebilir.

Ele alınan sistem eşleşik olmayan bozuculara sahipse, integral kayma kipli kontrolörün, eşleşik bozucuların etkisini tamamıyla ortadan kaldırırken eşleşik olmayanları şiddetlendirmeyecek şekilde tasarlanması gerekir. Son on yılda yayımlanan birçok çalışmada bu özel probleme yönelik çeşitli çözümler ortaya konmuştur. Bunlardan 2011 tarihli olan birinde, \vec{s}_0 'ın bozucuların etkisini en düşük kılacak şekilde tasarlanmasını sağlayan bir yaklaşım geliştirilmiştir [79]. Bu yaklaşım sayesinde elde edilen integral kayma kipinde, eşleşik bozuculara tam olarak karşı koyulabilmekte, eşleşik olmayan bozucuların etkisinin şiddetlendirilmemesiyle yetinilmektedir. Eğer sistem düzenli biçime sahipse, söz konusu yaklaşımla tasarlanan en uygun \vec{s}_0 , sistem durumlarının doğrusal bir kombinasyonudur [79,80].

5.1 Salt Manyetik İntegral Kayma Kipli Kontrolör

Bu bölümde tasarlanacak olan kontrolör, sadece çevresel bozucular etkisindeki uydunun eylemsiz yöneltilmesini sağlamaya yöneliktir. Bu bölümün girişindeki çıkarımlar, (5.4)'te işaret edildiği gibi, 4.3 nolu alt bölümdeki nitelemelere göre, ideal integral kayma kipinde geçerlidir. Kontrolör, hareketi $\vec{s} \neq \vec{0}$ ile $\dot{\vec{s}} \neq \vec{0}$ eşitsizliklerinin geçerli olduğu ideal olmayan (gerçek) integral kayma kipinde tutacak

şekilde tasarlanmalıdır; bunun içinse, ideal olmayan integral kayma kipinin varlık koşulunu sağladığından emin olunmalıdır.

Teorem 2: [12]'deki Teorem 5.1'de belirtildiği gibi, eğer uydunun yörünge düzlemi Dünya'nın manyetik ekvator düzlemiyle çakışık değilse, sadece bir manyetik eyleyici üçlünün sağladığı manyetik kontrol torku etkisindeki yönelme hareketinin kontrol edilebilir olduğu sonucuna varılabilmektedir. Bu koşulu sağlayan bir yörüngede ilerleyen bir katı uydunun, DYP için (2.44), (2.46), (2.48), (2.53) ve (2.54)'te betimli olan yönelme hareketi, (5.2) ve (5.14)'te verili olan ve katsayısı (5.16)'daki koşulu sağlayan bir kontrol vektörüyle kontrol edildiği takdirde ve (5.2)'de yer alan \vec{u}_0 'dan bağımsız olarak, başlangıç anından itibaren ($t \geq t_0 = t_s$ için), (5.3)'te tanımlı olan kayma manifoldunda kayma kipindedir. Diğer bir deyişle, salt manyetik kontrollü yönelme hareketi için bir integral kayma kipi vardır. (5.3)'te yer alan \vec{s}_0 EYP için (4.36)'da, \vec{z} (5.7)'de tanımlıdır.

Kanıt: Yeniden (4.48)'deki Lyapunov fonksiyonu adayı

$$V = \frac{1}{2} \vec{s}^T J_n \vec{s} > 0 \quad (5.8)$$

kullanılacak olursa, \vec{s} 'nin (5.3)'teki tanımı uyarınca integral kayma kipinin varlık koşulu

$$\dot{V} = \vec{s}^T J_n \left(\dot{\vec{s}}_0 - \dot{\vec{z}} \right) < 0 \quad (5.9)$$

olarak elde edilmiş olur.

$$\vec{s}_0 = \vec{s}_0(\vec{x}, t) \triangleq \vec{\omega} + K_q \vec{q} + M_{\text{int}q} \int_{t_0}^t \vec{q}(\tau) d\tau + J_n^{-1} \int_{t_0}^t \left[D_B(\vec{x}, \tau) \vec{u}(\vec{x}, \tau) \right] d\tau \quad (5.10)$$

için, (2.51) denkleminin $\vec{d}_{mb} = \vec{0}$ ve EYP'ye özgü hali kullanılarak

$$\begin{aligned} \dot{\vec{s}}_0 &= \dot{\vec{\omega}} + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int}q} \vec{q} + J_n^{-1} D_B (\vec{u}_0 + \vec{u}_1) \\ &= -J_n^{-1} (\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + J_n^{-1} C_B (\vec{u}_0 + \vec{u}_1) + J_n^{-1} \vec{T}_b \\ &\quad + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int}q} \vec{q} + J_n^{-1} D_B (\vec{u}_0 + \vec{u}_1) \\ &= -J_n^{-1} (\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + J_n^{-1} (\vec{u}_0 + \vec{u}_1) + J_n^{-1} \vec{T}_b + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int}q} \vec{q} \end{aligned} \quad (5.11)$$

şeklindeki zaman türevi ifadesine varılır. \vec{z} 'nin dinamiği ideal integral kayma kipinde geçerli olan (5.6) eşitliğinden

$$\begin{aligned}
\dot{\vec{z}} &= \dot{\vec{\omega}} + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int}q} \ddot{\vec{q}} + J_n^{-1} D_B \vec{u}_0 \\
&= -J_n^{-1} (\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + J_n^{-1} C_B \vec{u}_0 \\
&\quad + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int}q} \ddot{\vec{q}} + J_n^{-1} D_B \vec{u}_0 \\
&= -J_n^{-1} (\vec{\omega} \times J_n \vec{\omega}) + J_n^{-1} \vec{u}_0 \\
&\quad + K_q \dot{\vec{q}} + M_{\text{int}q} \ddot{\vec{q}}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

olarak elde edilir. Hem (5.11) hem de (5.12)'de (2.36a)'dan yararlanılmıştır. Bu son iki eşitlik (5.9)'da yerine konulduktan sonra yapılan düzenlemelerin sonucunda

$$\dot{V} = \vec{s}^T (\vec{u}_1 + \vec{T}_b) < 0 \tag{5.13}$$

eşitsizliğine ulaşılır.

$$\vec{u}_1 = -K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) \tag{5.14}$$

olarak alınan süreksiz kontrol terimi (5.13)'te yerine konacak olursa [81], integral kayma kipinin varlık koşulu

$$\dot{V} = -\vec{s}^T [K_{ss} \text{sgn}(\vec{s}) - \vec{T}_b] < 0 \tag{5.15}$$

halini alır. Süreksiz erişme yasası tasarım parametresi k_{ss} 'nin sağlaması gereken eşitsizlikse

$$k_{ss} > \|\vec{T}_{k\zeta}\|_\infty + \|\vec{T}_a\|_\infty + \|\vec{T}_G\|_\infty + \|\vec{T}_m\|_\infty \tag{5.16}$$

şeklinde elde edilir. ■

Nominal kontrol terimi, 4.4.5.2 nolu alt bölümde yer alan ikinci kontrolörün sürekli kısmına eşit olarak alınabilir [82].

$$\vec{u}_0 = \vec{u}_{esd} - K_s \vec{s}_0 \tag{5.17}$$

(4.43) eşitliğinde verili olan EYP'ye özgü eşdeğer kontrol vektörü açık olarak yazılacak olursa, integral kayma kipli kontrolör

$$\begin{aligned}\vec{u} = & \vec{\omega} \times J_n \vec{\omega} - \frac{1}{2} J_n K_q (q_4 \vec{\omega} + \vec{q} \times \vec{\omega}) - J_n M_{intq} \vec{q}(t) \\ & - K_s \vec{s}_0 \\ & - K_{ss} \text{s\grave{g}n}(\vec{s})\end{aligned}\quad (5.18)$$

olarak tasarlanmış olur. 4.4.5.1 nolu alt bölümde yapıldığı gibi,

$$k_{ss} \triangleq 1,1 \times \left(\|\vec{T}_{k\grave{c}}\|_{\infty} + \|\vec{T}_a\|_{\infty} + \|\vec{T}_G\|_{\infty} + \|\vec{T}_m\|_{\infty} \right) \quad (5.19)$$

kabulü kullanılacaktır.

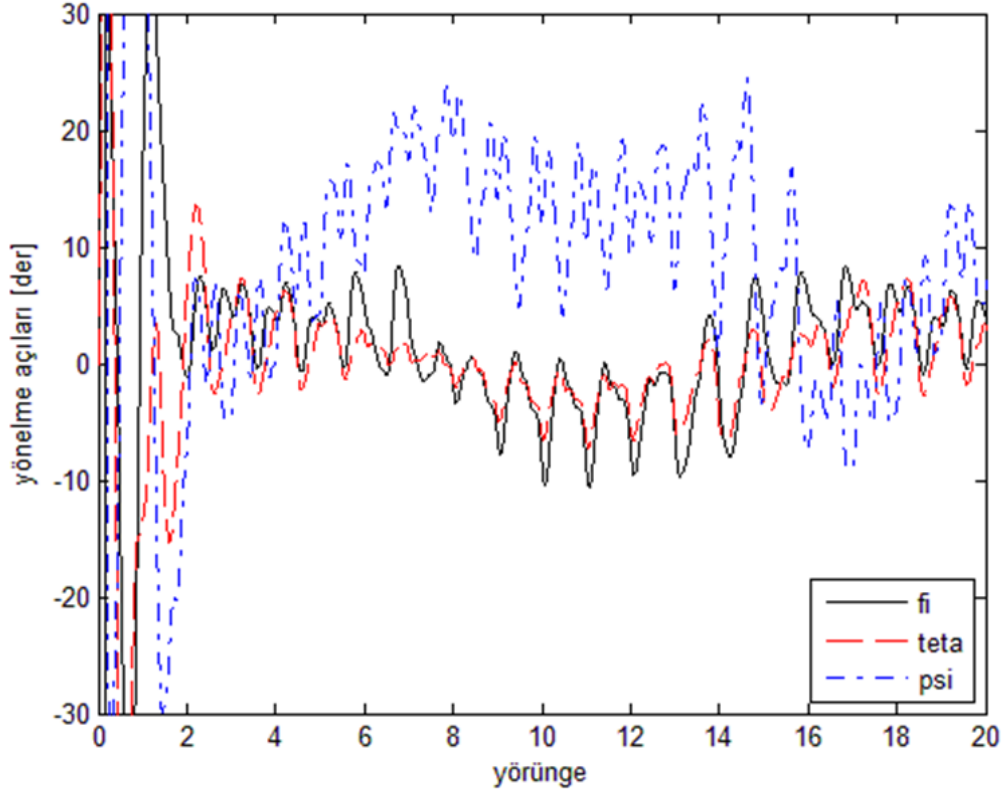
5.2 Benzetim Sonuçları

Benzetimler, Çizelge 3.1 ile (3.33) ve (3.34) denklemlerindeki nicelikler kullanılarak gerçekleştirilmiştir. k_q ile k_{intq} Çizelge 4.1'de ve k_s Çizelge 4.2'de verili değerlere sahiptir, sabit olan k_{ss} ise (5.19)'a göre Çizelge 3.2'den kolayca hesaplanmıştır. Başlangıç koşulları, önceki bölümdeki ikinci kontrolörün benzetimleri için kullanılanlarla benzerdir, fakat integral kayma kipli kontrolör EYP için tasarlanmıştır. Çizelge 5.1 tüm bunları nicel olarak topluca sergilemektedir.

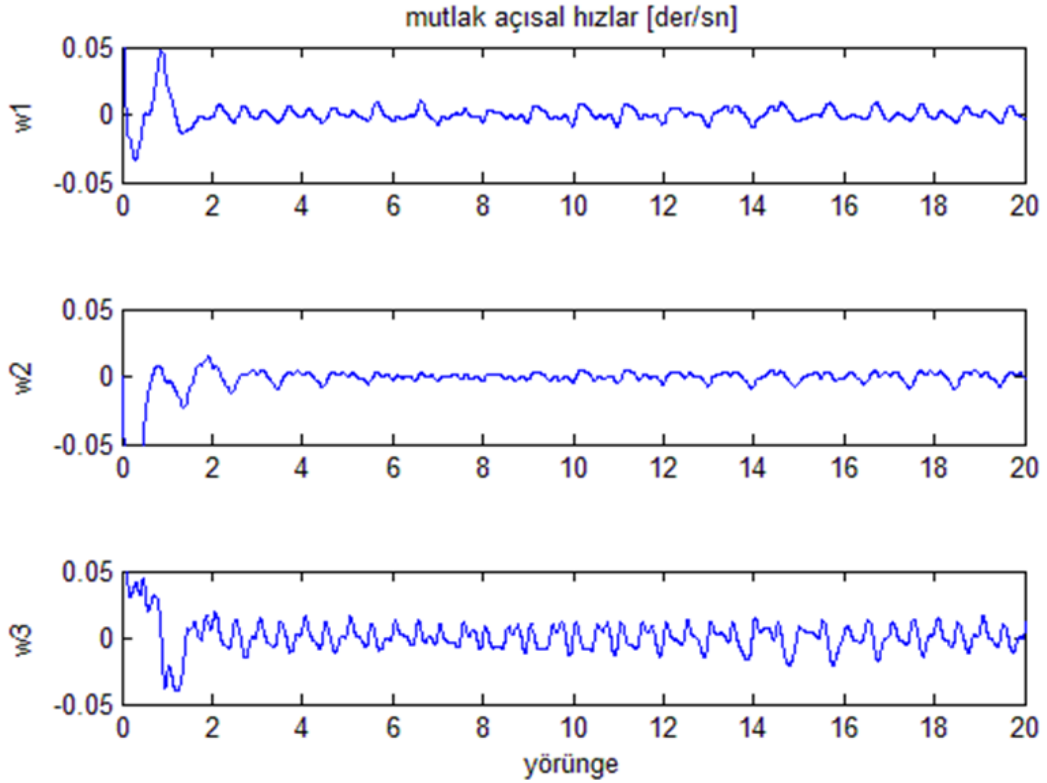
Çizelge 5.1 : Benzetimlerle ilgili nicelikler ve başlangıç koşulları.

Nicelik	Değeri	Başlangıç Koşulu	Değeri
k_q [1/sn]	$2,5 \times 10^{-3}$	$[\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0]$ [der]	$[180 \ 0 \ 180]$
k_{intq} [-]	$7,5 \times 10^{-1}$	$\vec{\omega}_0^T$ [$\times 10^{-1}$ der/sn]	$[1,36 \ 0 \ 1,36]^T$
k_s [Nmsn]	1×10^{-1}		
k_{ss} [Nm]	$7,497 \times 10^{-6}$		

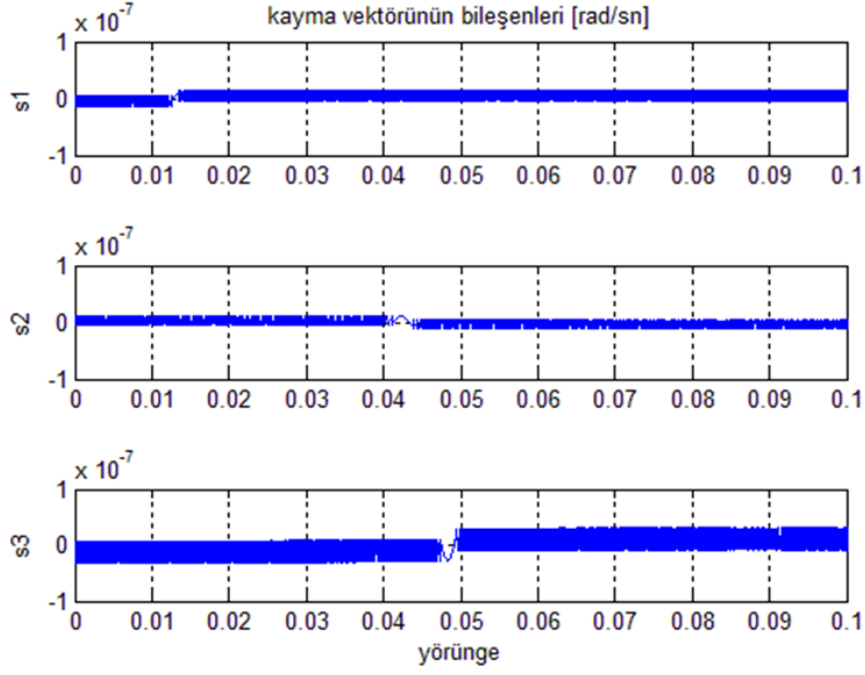
Manyetik integral kayma kipli kontrolörün benzetim sınavının sonuçları Şekil 5.1-5.4'te sunulmuştur. Şekil 5.1 ile 5.2 göstermektedir ki, bozucuların eşleşik olmaması nedeniyle beklendiği gibi, integral kayma kipli kontrolör, nominal kontrolörün ideal



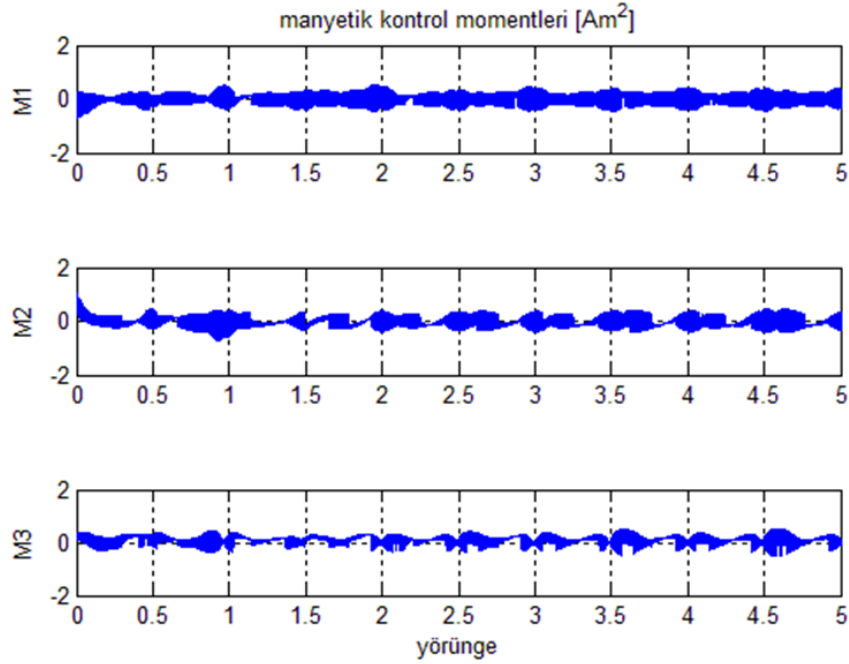
Şekil 5.1 : İntegral kayma kipli kontrolörce yönetilen yönelme açıları (EYP).



Şekil 5.2 : İntegral kayma kipli kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (EYP).

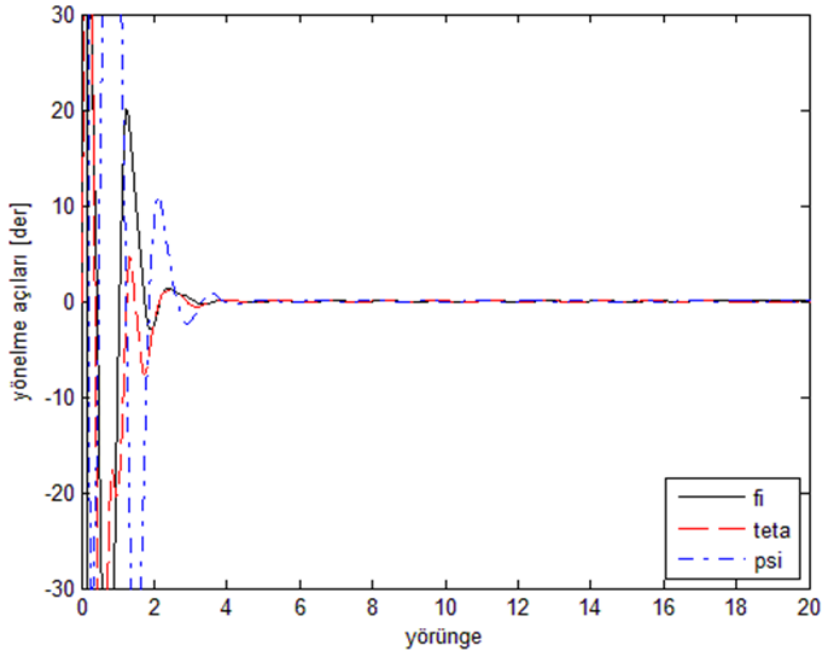


Şekil 5.3 : İntegral kayma kipli kontrolörce yönetilen kayma vekt. bileşenleri (EYP).

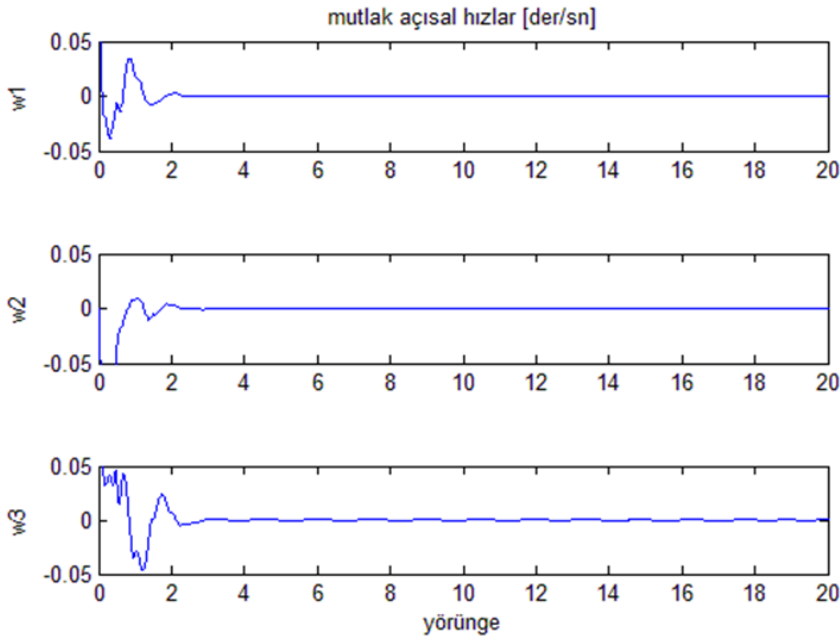


Şekil 5.4 : İntegral kayma kipli kontrolörce üretilen manyetik momentler (EYP).

koşullar altındaki sürekli hal hatasız başarımını (Şekil 5.5 ve 5.6) bozucular altında ortaya koyamamıştır. Hareketin kontrol sürecinin başından itibaren integral kayma kipinde olduğu Şekil 5.3'te görülmektedir, yani integral kayma kipli kontrolör sayesinde sistem, tüm süreç boyunca çevresel bozuculara karşı dayanıklı bir kararlılığa kavuşmuştur. Benzetim sınavasında hareket, referans durumundan oldukça uzakta olan bir başlangıç durumundan başlatılıyor olsa da, yakınsama, manyetik eyleyiciler doymaya sokulmadan sağlanmıştır (Şekil 5.4).



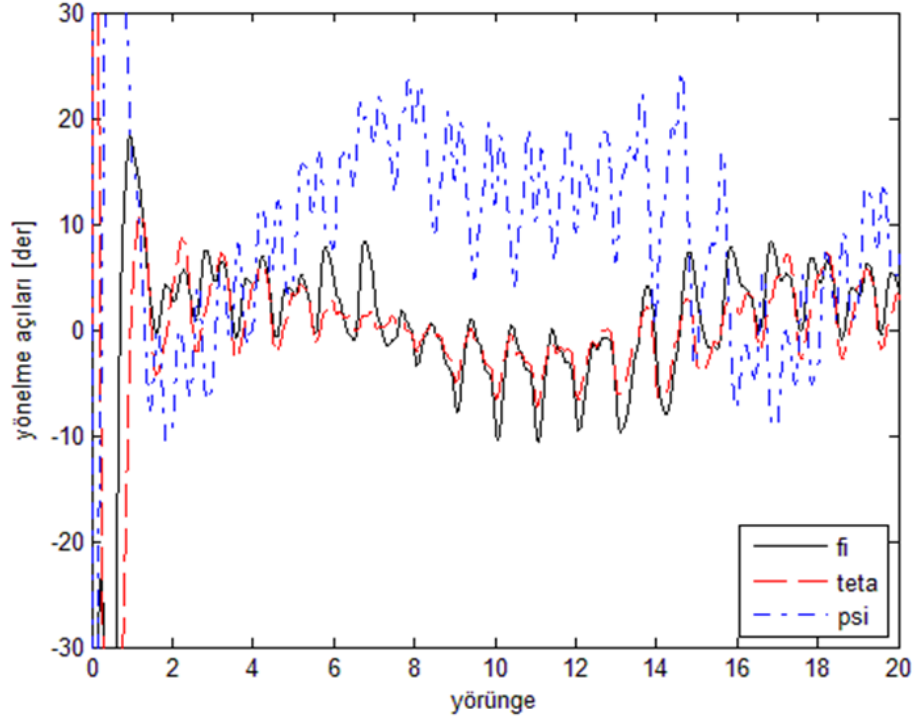
Şekil 5.5 : Nominal kontrolörce ideal koşullarda yönetilen yönelme açıları (EYP).



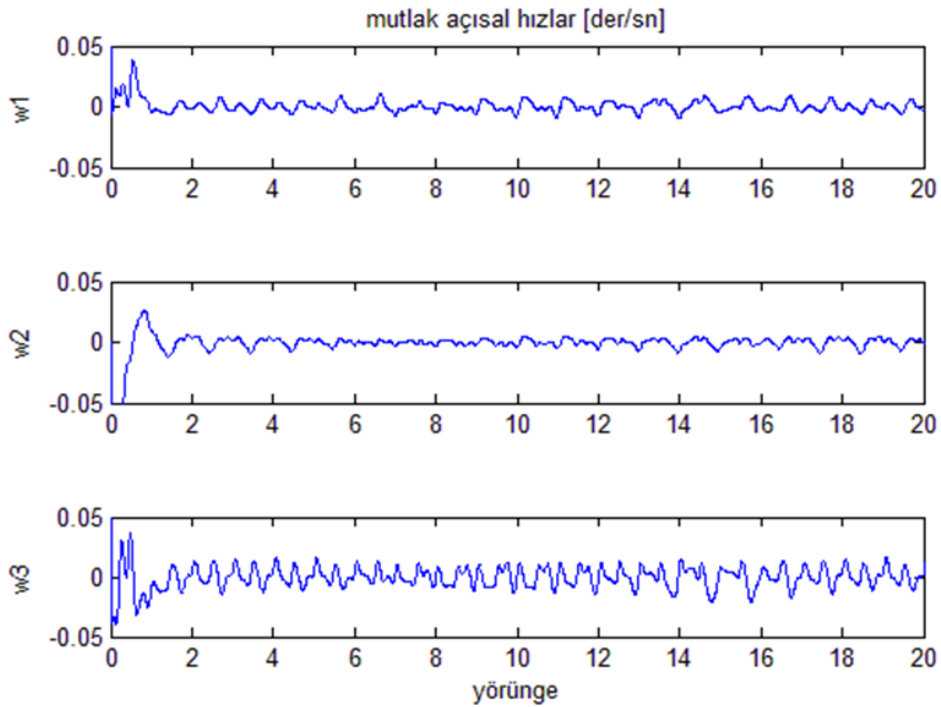
Şekil 5.6 : Nominal kontrolörce ideal koşullarda yönetilen açısal hızlar (EYP).

Manyetik integral kayma kipli kontrolörün klasik kayma kipli kontrolöre göre, erişme kipini ortadan kaldırarak kararlılığı tüm kontrol süreci boyunca dayanıklı kılmasından başka üstünlüğe sahip olup olmadığını değerlendirilebilmesi amacıyla, benzer yapıya sahip olan önceki bölümdeki ikinci kontrolör de Çizelge 5.1'dekiler kullanılarak sınanmıştır. Burada dikkat çekilmesi gereken bir husus odur ki, (4.50)'deki ilk eşitsizlik model belirsizliksiz hal için yeniden yazıldığında, ikinci kontrolöre ait süreksiz erişme yasası tasarım parametresi için de (5.16) koşulu elde

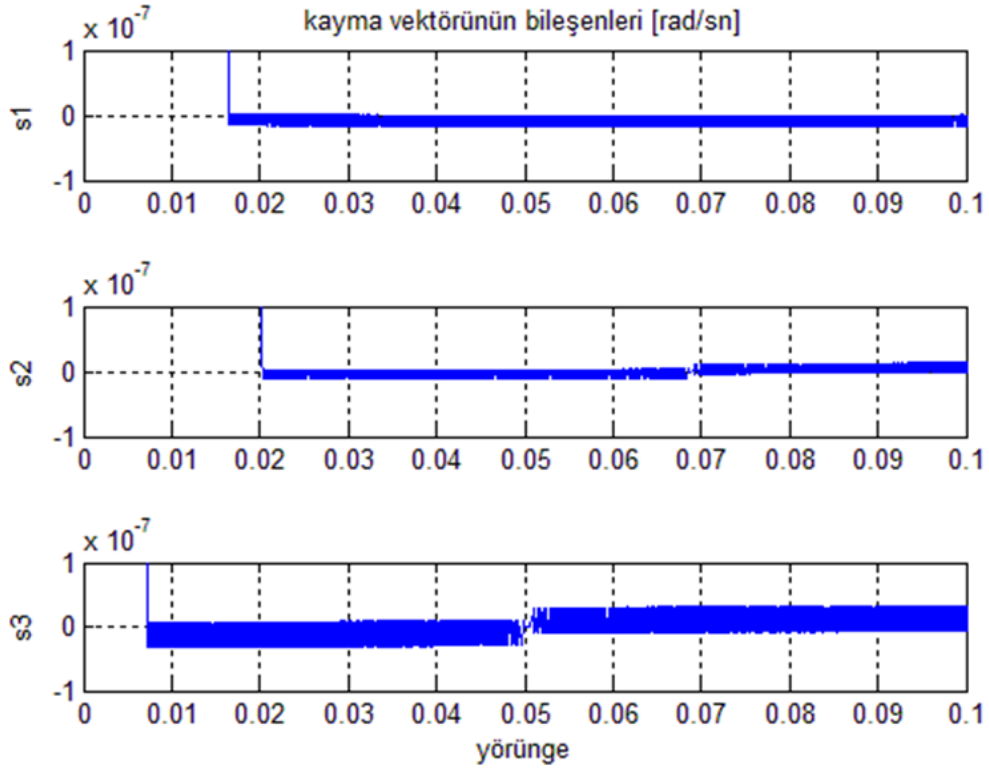
edilmektedir. Sınamanın sonuçları Şekil 5.7-5.10'da yer almaktadır. Şekil 5.1 ve 5.2 ile Şekil 5.7 ve 5.8'in karşılaştırılması, integral kayma kipli kontrolörün sürekli hal hatası açısından bir iyileştirme sağlamadığını ortaya koymaktadır. Diğer yandan, erişme kipinin ortadan kaldırılması, eyleyicilerin, kontrol sürecinin ilk anlarındaki enerji tüketimini büyük oranda azaltmıştır.



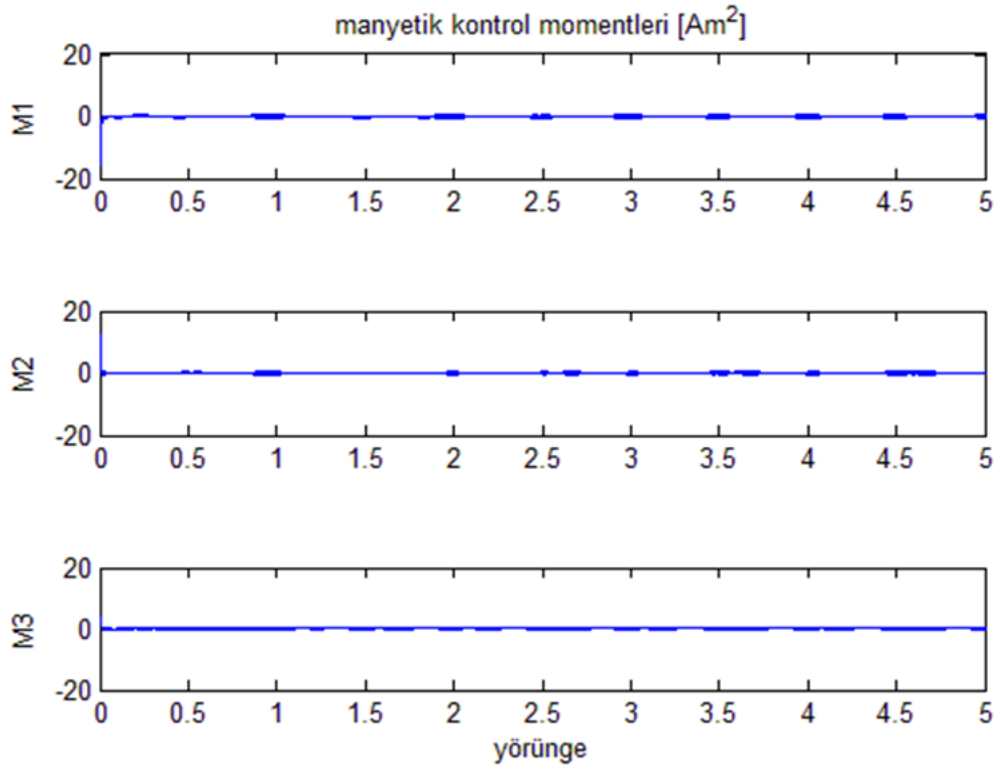
Şekil 5.7 : İkinci kontrolörce yönetilen yönelme açıları (EYP).



Şekil 5.8 : İkinci kontrolörce yönetilen mutlak açısal hızlar (EYP).



Şekil 5.9 : İkinci kontrolörce yönetilen kayma yüzeyi vektörü bileşenleri (EYP).



Şekil 5.10 : İkinci kontrolörce üretilen manyetik kontrol momentleri (EYP).

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Tez çalışmasının birincil hedefi, katı bir uydunun salt manyetik yönelme kontrolü probleminde bir kayma kipinin var olduğunun gösterilmesiydi. Geleneksel kayma kipli kontrol yöntemi eşdeğer kontrol yaklaşımıyla birlikte kullanılarak probleme uygulandı ve önerilen manifoldda kayma kipini gerçekleştirecek kontrolörler tasarlandı. Dahası, kontrol edilen salt manyetik eylemeli yönelme hareketini integral kayma kipine sokacak bir kontrolör de ortaya kondu.

Tez çalışmasının kuramsal olarak varılan ve sayısal sınımla desteklenen sonucu şudur: 1° gibi yüksek bir yönelme doğruluğu, dakika mertebesinde bir sürede kararlılaştırma ve saniyeler/dakikalar içerisinde manevra gibi zorlayıcı istekleri olmayan bir göreve sahip katı bir küçük uydu için bir üç eksenli yönelme kontrol sistemi tasarlanıyor olsun. İddia edilebilir ki, söz konusu uydunun görevinin özellikle yönelme edinimi evresi, önerilmiş olan geleneksel (klasik) veya integral kayma kipli kontrolör tarafından giriş akımları hesaplanan bir manyetik eyleyici üçlüsü yalnız başına kullanılarak üç eksenli kontrol edilebilir. Üstelik kontrollü yönelme durumu, uyduya görevi boyunca etki edecek olan, çevresel bozucu torkları ile uydunun tasarımı sırasında elemanları kesin olarak bilinmeyen eylemsizlik matrisinden kaynaklanan bozucu etkiye rağmen, istenen açısal konumlanma durumuna yakınsayacaktır. Tasarlanan kontrolörlerin deneysel olarak sınanması gelecek çalışmaların konusudur.

Manyetik yönelme kontrolünde bozucular eşleşik değildir. Bu nedenle salt manyetik eylemeyle giderilemeyen sürekli hal hatası, eğer uydu Dünya'ya yöneltilmeye çalışılıyorsa, EYÖMY'ye başvurularak özellikle yuvarlanma ve sapma kanallarında önemli oranda azaltılabilir.

Problem dayanıklı kontrol uygulaması açısından ele alındığında, sistem çıkışlarına etkileri salt manyetik eylemeyle tamamıyla ortadan kaldırılamayan çevresel bozucuların sonsuz normu sınırlandırılmış (infinity norm-bounded) karakterde olması, durum değişkenlerinin aslında bütünsel düzgün şekilde nihai olarak sınırlandırılmış (globally uniformly ultimately bounded) olduğu anlamına gelir. Öte

yandan, eylemsiz yöneltme probleminde model belirsizliği kaynaklı bozucu torku, çevresel bozucuların etkin olmadığı varsayımı altında neredeyse 2-normu sınırlandırılmış (2-norm-bounded) bir karakterdedir. Bu nedenle tez çalışmasında, sadece model belirsizliği kaynaklı bozucunun hesaba katıldığı eylemsiz yöneltme problemine, söz konusu bozucu eşleşik olmamasına rağmen uygulama açısından dahi dayanıklı bir şekilde bütünsel düzgün asimptotik kararlı bir çözüm getirilmiş olduğu sonucuna varılabilir.

Bu tez çalışmasında gerçekleştirilmiş olan gerçeğe yakın benzetim sınamaları ışığında şöyle bir yargıya varılabilir: 600-800 km'lik irtifa aralığında ve yüksek yatıklık açılı bir yörüngede görev yapmakta olan salt manyetik eylemeli katı bir küçük uydunun yönelme durumu, tasarlanmış olan kontrolörlerce, o irtifadaki çevresel etkilere ve uydunun modelinin tam olarak bilinmemesine rağmen referansa taşınabilmekte ve o civarda tutulabilmektedir. Öyleyse, böyle bir uydu için şöyle bir yönelme kontrolü senaryosu önerilebilir: 1) Fırlatılmasının ardından uydu görevine başlar ve YBKS devreye girer; 2) ilk olarak B-nokta yasası devrededir, uydunun açılma hızı $3,5-4\pi$ mertebesine düşürülür, eğer başlangıçtaki hız bu mertebedeyseniz 3) izler; 3) manyetik integral kayma kipli kontrolör devreye girer, yönelme hareketi referansa taşınır ve o civarda sürekli hale sokulur; 4) sürekli hale erişildiğinde, eğer uydu Dünya'ya yöneltiliyorsa ve yunuslama ekseninde bir momentum tekerleği varsa, manyetik eyleyici üçlüsü uygun bir devreye alma algoritmasına göre kullanılarak EYÖMY etkin kılınabilir, böylelikle yuvarlanma ve sapma eksenleri etrafındaki sürekli hal hatası azaltılır. Ayrıca, eğer uydu yüksek doğruluklu yönelme kontrolü isteri olan bir göreve sahipse ve birincil eyleyici olarak bir tepki tekerleği üçlüsüne sahipse, Proba-V uydusunda denendiği gibi, manyetik integral kayma kipli kontrolör, üç eksenle kontrol sağlayan bir güvenli kip yönelme kontrolörü olarak tercih edilebilir.

Kullanılan yöntemin kontrol sistemini dayanıklı kılma yeteneğinin doğrudan sonucu olarak, kontrol işaretinde var olan yüksek frekanslı salınım sistem durumlarında da kendisini gösterdi. Literatürde yaygın olarak "çatırtı (chattering)" olarak anılan bu olay (fenomen), yöntemin özü gereği kontrol işaretinde istenen bir davranışın, kontrol edilen durumlarda istenmeyen bir davranış tetiklemesi olarak betimlenebilir. Açılarda gözlemlenemese de, açılma hızlarında görülen yüksek frekanslı salınımların gerçek hayatta doğurabileceği istenmeyen sonuçların giderilmesi ve benzetimlerle

elde edilen kontrol işaretlerinin uygulamada aynen üretilip üretilmeyeceğinin üzerinde durulması başka çalışmaların konusudur. Bugüne dek, durum değişkenlerindeki bahsi geçen istenmeyen davranışla başa çıkılabildiğini sağlayan, fakat bunun karşılığında dayanıklılıktan çeşitli seviyelerde ödün verilmesine neden olan birçok yaklaşım geliştirilmiştir. Bunlardan salt manyetik yönelme kontrolü problemine uygun olan biri seçilerek, tez çalışmasında tasarlanan kontrol sisteminin başarımının çatırtı açısından iyileştirilmesi için kullanılabilir. Yeri gelmişken vurgulanmalıdır ki, mekanik eyleyicilerden farklı olarak, manyetik eyleyiciler süresiz olarak sürülmeye uygundur.

Eğer manyetik algılayıcı uyduda manyetik eyleyicilerin yarattığı alandan etkilenecek şekilde konumlandırılmışsa, temiz manyetik algılamanın varlığından söz edilemez. Bu durumda, uygulamadaki çoğu örnekte olduğu gibi, manyetik algılama ve eyleme sırayla gerçekleştirilir. Bu tez çalışmasında temiz manyetik algılamanın var olduğu, dolayısıyla kesintisiz eylemenin mümkün olduğu kabul edilmiştir. Kontrolörlerin kesintili eyleme durumunda nasıl başarımlar gösterdiği gelecek çalışmalarda incelenmelidir.

Bu çalışmada yapılan diğer bir kabul, her işlem anında yönelme hareketinin tüm durumlarının kontrol sistemine beslendiğidir. Günümüzde çoğu küçük uydunun YBKS bilgisayarı bir durum kestirimcisi koşturma yeteneğine sahiptir.

Eyleyiciler kaba ve hassas olmak üzere iki farklı şekilde sürülebilir. Manyetik eyleyiciye giren akım ilkinde sabit genliklidir ve her işlem adımındaki akım besleme süresi, adım sonunda sisteme kontrolörün hesapladığı sürekli işaretle aynı toplam kontrol etkisi sağlanmış olacak şekilde belirlenir. İkincisindeyse sürekli kontrol işaretiyle orantılı şekilde genliği değişen bir akım beslemesi söz konusudur. İkincisi başarımlar, ilkiyse enerji tasarrufu açısından tercih edilen bu yöntemler farklı sürücü devre yapıları gerektirir. İdeal olan, uydudaki eyleyicilerin her iki şekilde de sürülebilir olması ve referansa yakınlığa bağlı olarak iki çalışma kipi arasında geçiş yapılabilmesidir. Üzerinde durulanlar küçük uydular olduğundan ve bu tür uyduların güç bütçeleri kısıtlı olduğundan dolayı, bu tez çalışmasında tasarlanan kontrolörlerin başarımının, manyetik moment bileşenlerinin sabit genlikli basamaklar olarak üretildiği gerçekçi hal için sınanması yerinde olacaktır.

Manyetik eyleyiciler ve manyetik algılayıcının üç eksenli, tam olarak gövde eksenleri doğrultusunda yerleştirilememiş olabilir. Ayrıca, özellikle küçük uydular için geçerli olacak şekilde, kullanılan manyetik algılayıcı yüksek doğruluklu olmayabilir, buna ek olarak ölçümlemesi (kalibrasyon) sadece yerde yapılıyor, uzayda yapılamıyor olabilir. Bu tez çalışmasında da kullanılmış olan yüksek doğruluklu IGRF modeli dahi jeomanyetik alanı gerçeğe ancak yakın olarak modelleyebilmektedir. Bu nedenlerle, yerel jeomanyetik alan vektörünün uydunun gövde eksenleri doğrultusundaki bileşenleri ölçümler ve model çıkışları süzgeçlenerek kestiriliyor olsa dahi kontrol sistemine hatalı bilgi besleniyor olacaktır. Gelecek bir çalışmada, eylemsizlik matrisine ek olarak jeomanyetik alan vektörünün de belirsiz olarak ele alınması planlanmaktadır. Bu sayede, bahsedilen belirsiz, fakat sınırlı olduğu varsayılabilen hatanın kontrol sistemi tarafından dikkate alınması sağlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Helvajian, H. & Janson, S. W.** (2008). *Small Satellites: Past, Present, and Future*. Reston, Virginia: The Aerospace Press, Eds. Helvajian, H. and Janson, S.W., American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc..
- [2] **Sofyali, A. & Aslan, A. R.** (2011). Magnetic attitude control of small satellites: a survey of applications and a domestic example (IAA-B8-1312), 8th IAA Symposium on Small Satellites for Earth Observation, Berlin, Almanya: 4-8 Nisan.
- [3] **Reid, S.** (2001). ORBCOMM system overview (Rapor No. A80TD0008). ORBCOMM LLC.
- [4] **Bak, T., Wisniewski, R., & Blanke, M.** (1996). Autonomous Attitude Determination and Control System for the Ørsted Satellite. In *Proceedings of IEEE Aerospace Application Conference*, (ss. 173-186). Colorado, ABD: 4-11 Şubat.
- [5] **Url-1** <http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2008/03/...GOCE_in_ESA_s_test_facilities>, erişim tarihi 20.09.2015.
- [6] **Sechi, G., Buonocore, M., Cometto, F., Saponara, M., Tramutola, A., Vinai, B., Fehringer, M.** (2011). In-Flight Results from the Drag-Free and Attitude Control of GOCE Satellite. In *Preprints of the 18th IFAC World Congress*, (ss. 733-740). Milano, İtalya: 28 Ağustos-2 Eylül.
- [7] **Wood, M. & Chen, W.-H.** (2013). Attitude control of magnetically actuated satellites with an uneven inertia distribution. *Aerospace Science and Technology*, 25, 29-39.
- [8] **Url-2** <http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2013/01/...Proba-V_integrated_view_2>, erişim tarihi 20.09.2015.
- [9] **St-Amour, A., Hamel, J.-F., Mercier, G., Naudet, J., Santandrea, S., & de Lafontaine, J.** (2014) In-flight results of the Proba-V three-axis pointing safe magnetic mode, *Small Satellites Systems and Services Symposium 2014 (4S)*, Porto Petro, Majorca, İspanya: 26-30 Mayıs.
- [10] **Coron, J.-M.** (2007). *Control and Nonlinearity*. Providence, R. I.: Mathematical Surveys and Monographs 136, American Mathematical Society (AMS).
- [11] **Byrnes C. I. & Isidori, A.** (1991). On the attitude stabilization of rigid spacecraft, *Automatica*, 27 (1), 87-95.
- [12] **Bhat, S. P.** (2005). Controllability of nonlinear time-varying systems: applications to spacecraft attitude control using magnetic actuation, *IEEE Trans. Automatic Control*, 50 (11), 1725-1735.

- [13] **Das, S., Sinha, M., Kumar, K. D., & Misra, A. K.** (2010). Reconfigurable magnetic attitude control of Earth-pointing satellites, *Proc. IMechE Part G: J. Aerospace Engineering*, 224 (12), 1309-1326.
- [14] **Wertz, J. R.** (1978). *Spacecraft Attitude Determination and Control*. Dordrecht: Astrophysics and Space Science Library 73, Ed. Wertz, J.R., Kluwer Academic Publishers.
- [15] **Stickler, A. C. & Alfriend, K. T.** (1976). Elementary magnetic attitude control system, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 13 (5), 282-287.
- [16] **White, J. S., Shigemoto, F. H., & Bourquin, K.** (1961). Satellite attitude control utilizing the Earth's magnetic field (Rapor No. TN-D1068). National Aeronautics and Space Administration Technical Note.
- [17] **Ergin, E. I. & Wheeler, P. C.** (1965). Magnetic control of a spinning satellite, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2 (6), 846-850.
- [18] **Schmidt Jr., G. E.** (1975). The application of magnetic attitude control to a momentum biased synchronous communications satellite, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Boston, Massachusetts, ABD: 20-22 Ağustos.
- [19] **Sofyalı, A.** (2010). *Küçük uydularda doğrusal olmayan yönelme dinamiği ve üç ekseninde manyetik PD ve kayma kipli kontrolcü tasarımı* (Yüksek lisans tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [20] **Pittelkau, M. E.** (1993). Optimal periodic control for spacecraft pointing and attitude determination, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 16 (6), 1078-1084.
- [21] **Martel, F., Pal, P. K., & Psiaki, M.** (1988). Active magnetic control system for gravity gradient stabilized spacecraft, *The 2nd Annual AIAA Conference on Small Satellites*, Logan, Utah, ABD: Utah State University: 18-21 Eylül.
- [22] **Musser, K. L. & Ebert, W. L.** (1989). Autonomous Spacecraft Attitude Control Using Magnetic Torquing Only. *In Proceedings of the Flight Mechanics and Estimation Theory Symposium*, (ss. 23-38). ABD: NASA, 23-24 Mayıs.
- [23] **Wisniewski, R.** (1996). *Satellite attitude control using only electromagnetic actuation* (Doctoral dissertation). Aalborg University, Department of Control Engineering, Aalborg, Danimarka.
- [24] **Wisniewski, R.** (2000). Linear time-varying approach to satellite attitude control using only electromagnetic actuation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 23 (4), 640-647.
- [25] **Psiaki, M. L.** (2001). Magnetic torquer attitude control via asymptotic periodic linear quadratic regulation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 24 (2), 386-394.
- [26] **Silani, E. & Lovera, M.** (2005). Magnetic spacecraft attitude control: a survey and some new results. *Control Engineering Practice*, 13, 357-371.

- [27] **Wood, M., Chen, W.-H., & Fertin, D.** (2006). Model Predictive Control of Low Earth Orbiting Spacecraft with Magneto-torquers. *In Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications*, (ss. 2908-2913). Mönih, Almanya: 4-6 Ekim.
- [28] **Wood, M. & Chen, W.** (2008). PD control of magnetically actuated satellites with uneven inertia distribution, *7th International ESA Conference on Guidance, Navigation and Control Systems (GNC 2008)*, Tralee, County Kerry, İrlanda: 2-5 Haziran.
- [29] **Wood, M. & Chen, W.-H.** (2008). Regulation of Magnetically Actuated Satellites Using Model Predictive Control with Disturbance Modelling. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC 2008)*, (ss. 692-697). Çin: 6-8 Nisan.
- [30] **Corno, M. & Lovera, M.** (2009). Spacecraft attitude dynamics and control in the presence of large magnetic residuals. *Control Engineering Practice*, *17*, 456-468.
- [31] **Wisniewski, R. & Blanke, M.** (1999). Fully magnetic attitude control for spacecraft subject to gravity gradient. *Automatica*, *35*, 1201-1214.
- [32] **Damaren, C. J.** (2002). Comments on "Fully magnetic attitude control for spacecraft subject to gravity gradient". *Automatica*, *38*, 2189.
- [33] **Wie, B.** (1998). *Space Vehicle Dynamics and Control*. Reston, Virginia: AIAA Education Series, Ed. Przemieniecki, J.S., American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc..
- [34] **Hughes, P. C.** (2004). *Spacecraft Attitude Dynamics*. New York: Dover Publications.
- [35] **Lovera, M. & Astolfi, A.** (2006). Global magnetic attitude control of spacecraft in the presence of gravity gradient, *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, *42* (3), 796-805.
- [36] **Lovera, M. & Astolfi, A.** (2004). Spacecraft attitude control using magnetic actuators. *Automatica*, *40*, 1405-1414.
- [37] **Lovera, M. & Astolfi, A.** (2004). Global Magnetic Attitude Control of Spacecraft. *In Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, (ss. 267-272). Atlantis, Paradise Island, Bahamalar: 14-17 Aralık.
- [38] **Gravdahl, J. T.** (2004). Magnetic Attitude Control for Satellites. *In Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, (ss. 261-266). Atlantis, Paradise Island, Bahamalar: 14-17 Aralık.
- [39] **Das, S., Sinha, M., & Misra, A. K.** (2012). Dynamic neural units for adaptive magnetic attitude control of spacecraft, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, *35* (4), 1280-1291.
- [40] **Celani, F.** (2015). Robust three-axis attitude stabilization for inertial pointing spacecraft using magnetorquers. *Acta Astronautica*, *107*, 87-96.

- [41] **Zanchettin, A. M., Calloni, A., & Lovera, M.** (2013). Robust magnetic attitude control of satellites, *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 18 (4), 1259-1268.
- [42] **Chobotov, V. A.** (1991). *Spacecraft Attitude Dynamics and Control*. Malabar, Florida: Orbit, A Foundation Series, Ed. Strother, E.F., Krieger Publishing Company.
- [43] **Henderson, H. V. & Searle, S. R.** (1981). On deriving the inverse of a sum of matrices, *SIAM Review*, 23 (1), 53-60.
- [44] **Drazenovic, B.** (1969). The invariance conditions in variable structure systems, *Automatica*, 5 (3), 287-295.
- [45] **Utkin, V., Guldner, J., & Shi, J.** (2009). *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems* (2. basım). Boca Raton, Florida: Automation and Control Engineering, A Series of Reference Books and Textbooks, Eds. Lewis, F.L. and Shuzhi, S.G., CRC Press.
- [46] **Davis, J.** (2004). Mathematical modeling of Earth's magnetic field. Blacksburg, Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University Technical Note.
- [47] **Fortescue, P., Swinerd, G., & Stark, J.** (2011). *Spacecraft Systems Engineering*. Chichester, West Sussex: Eds. Fortescue, P., Swinerd, G., and Stark, J., John Wiley and Sons, Ltd..
- [48] **Larson, W. J. & Wertz, J. R.** (1999). *Space Mission Analysis and Design*. Dordrecht: Space Technology Series, Eds. Larson, W.J. and Wertz, J.R., Kluwer Academic Publishers.
- [49] **Gregory, B. S.** (2004). *Attitude control system design for ION, the Illinois Observing Nanosatellite* (Master's thesis). University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, ABD.
- [50] **Vallado, D. A.** (1997). *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. New York: Space Technology Series, Ed. Larson, W.J., McGraw-Hill.
- [51] **Montenbruck, O. & Gill, E.** (2000). *Satellite Orbits: Models, Methods and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- [52] **Sidi, M. J.** (1997). *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*. New York: Cambridge Aerospace Series 7, Eds. Rycroft, M.J. and Stengel, R.F., Cambridge University Press.
- [53] **Url-3** <www.space-track.org>, erişim tarihi 02.05.2015.
- [54] **Url-4** <<http://celestrak.com/NORAD/elements/>>, erişim tarihi 02.05.2015.
- [55] **Bak, T.** (1999). *Spacecraft attitude determination: a magnetometer approach* (Doctoral dissertation). Aalborg University, Department of Control Engineering, Aalborg, Danimarka.
- [56] **Curtis, H. D.** (2014). *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Oxford: Elsevier Ltd..
- [57] **Jafarov, E. M.** (2009). *Variable Structure Control and Time-Delay Systems*. New York: Electrical and Computer Engineering Series: A Series of Reference Books and Textbooks, Ed. Mastorakis, N., WSEAS Press.

- [58] **Wisniewski, R.** (1998). Sliding mode attitude control for magnetic actuated satellite, *The 14th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Seoul, Güney Kore: 24-28 Ağustos.
- [59] **Wang, P., Shtessel, Y. B., & Wang, Y.-q.** (1998). Satellite Attitude Control Using Only Magnetorquers. *In Proceedings of the 13th Southeastern Symposium on System Theory*, (ss. 500-504). Morgantown, ABD: 8-10 Mart.
- [60] **Schlanbusch, R., Kristiansen, R., & Nicklasson, P. J.** (2010). Spacecraft magnetic control using Dichotomous Coordinate Descent algorithm with box constraints, *Modeling, Identification and Control*, 31 (4), 123-131.
- [61] **Janardhanan, S., Nabi, M. u., & Tiwari, P. M.** (2012). Attitude Control of Magnetic Actuated Spacecraft Using Super-Twisting Algorithm with Nonlinear Sliding Surface. *In Proceedings of the 12th IEEE Workshop on Variable Structure Systems (VSS'12)*, (ss. 46-51). Mumbai, Hindistan: 12-14 Ocak.
- [62] **Utkin, V. I.** (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*. Londra: Communications and Control Engineering Series, Eds. Dickinson, B.W., Fettweis, A., Massey, J.L., Modestino, J.W., Sontag, E.D., and Thoma, M., Springer-Verlag.
- [63] **Hung, J. Y., Gao, W., & Hung, J. C.** (1993). Variable structure control: a survey, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 40 (1), 2-22.
- [64] **Gürleyen, F.** (2007). Constructing Robust Sliding Surfaces for Quadratically Stabilizable Uncertain Linear Systems: A Reduced Order Dynamics Assignment Approach Based on SVD of the Projections on Control Input Range Space. *In Proceedings of the 26th IASTED International Conference on Modelling, Identification, and Control*, (ss. 132-138). Innsbruck, Avusturya: 12-14 Şubat.
- [65] **Vadali, S. R.** (1986). Variable-structure control of spacecraft large-angle maneuvers, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 9 (2), 235-239.
- [66] **Dwyer III, T. A. W. & Sira-Ramirez, H.** (1988). Variable-structure control of spacecraft attitude maneuvers, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 11 (3), 262-270.
- [67] **Chen, Y.-P. & Lo, S.-C.** (1993). Sliding-mode controller design for spacecraft attitude tracking maneuvers, *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 29 (4), 1328-1333.
- [68] **Lo, S.-C. & Chen, Y.-P.** (1995). Smooth sliding-mode control for spacecraft attitude tracking maneuvers, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 18 (6), 1345-1349.
- [69] **Pukdeboon, C., Zinober, A. S. I., & Thein, M.-W. L.** (2010). Quasi-continuous higher order sliding-mode controllers for spacecraft-attitude-tracking maneuvers, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 57 (4), 1436-1444.

- [70] **Ma, K.** (2013). Comments on “Quasi-continuous higher order sliding-mode controllers for spacecraft-attitude-tracking maneuvers”, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 60 (7), 2771-2773.
- [71] **Slotine, J.-J. E. & Li, W.** (1991). *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.
- [72] **Sofyalı, A. & Jafarov, E. M.** (2012). Purely Magnetic Spacecraft Attitude Control by Using Classical and Modified Sliding Mode Algorithms. In *Proceedings of the 12th IEEE Workshop on Variable Structure Systems (VSS'12)*, (ss. 117-123). Mumbai, Hindistan: 12-14 Ocak.
- [73] **Sofyalı, A. & Jafarov, E. M.** (2012). Variable structure attitude controller design for solely magnetically actuated small satellites subject to environmental disturbances, *WSEAS Trans. Systems and Control*, 7 (4), 150-163.
- [74] **Gao, W. & Hung, J. C.** (1993). Variable structure control of nonlinear systems: a new approach, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 40 (1), 45-55.
- [75] **Meyer, C. D.** (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
- [76] **Sofyalı, A., Jafarov, E. M., & Wisniewski, R.** (2015). Time-varying sliding mode in rigid body motion controlled by magnetic torque, *International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASM 2015)*, İstanbul, Türkiye: 9-11 Nisan.
- [77] **Meenakshi, A. R. & Rajian, C.** (1999). On a product of positive semidefinite matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 295, 3-6.
- [78] **Utkin, V. & Shi, J.** (1996). Integral Sliding Mode in Systems Operating under Uncertainty Conditions. In *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*, (ss. 4591-4596). Kobe, Japonya: 13 Aralık.
- [79] **Rubagotti, M., Estrada, A., Castanos, F., Ferrara, A., & Fridman, L.** (2011). Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations, *IEEE Trans. Automatic Control*, 56 (11), 2699-2704.
- [80] **Rubagotti, M., Estrada, A., Castanos, F., Ferrara, A., & Fridman, L.** (2010). Optimal Disturbance Rejection via Integral Sliding Mode Control for Uncertain Systems in Regular Form. In *Proceedings of the 11th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS'10)*, (ss. 78-82). Mexico City, Meksika: 26-28 Haziran.
- [81] **Sofyalı, A. & Jafarov, E. M.** (2013). Düzenli (Regüler) Biçimde Uzay Aracı Yönelme Dinamiği ve İntegral Kayma Kipli Salt Manyetik Yönelme Kontrolü. *Ulusal Otomatik Kontrol Toplantısı (TOK 2013) Bildiriler Kitabı*, (ss. 394-401). Malatya, Türkiye: İnönü Üniversitesi, 26-28 Eylül.
- [82] **Sofyalı, A. & Jafarov, E. M.** (2014). Integral Sliding Mode Control of Small Satellite Attitude Motion by Purely Magnetic Actuation. In *Preprints of the 19th IFAC World Congress*, (ss. 7947-7953). Cape Town, Güney Afrika: 24-29 Ağustos.

EKLER

EK A: Model belirsizliği kaynaklı bozucu torku vektörünün iki kısmı

EK B: 4.4.5.1 nolu alt bölümdeki birinci kontrolöre ait çıkarımlar

EK C: Bilgisayar programı CD'si

EK A

DYP:

$$\begin{aligned}
\vec{T}_{mb} &= \underbrace{-\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega} + 3n^2 (\vec{a}_3 \times \Delta J \vec{a}_3) - \Delta J J^{-1} (-\vec{\omega} \times J \vec{\omega} + \vec{T}_b + C_B \vec{u}_{e\delta d})}_{\triangleq \vec{T}_{mb}^*} \\
&\quad + \underbrace{-\Delta J J^{-1} C_B \vec{u}_{eri\delta}}_{\triangleq \vec{T}_{mb}^{**}} \\
&\triangleq \vec{T}_{mb}^* + \vec{T}_{mb}^{**}
\end{aligned} \tag{A 1.1}$$

EYP:

$$\begin{aligned}
\vec{T}_{mb} &= \underbrace{-\vec{\omega} \times \Delta J \vec{\omega} - \Delta J J^{-1} (-\vec{\omega} \times J \vec{\omega} + \vec{T}_b + C_B \vec{u}_{e\delta d})}_{\triangleq \vec{T}_{mb}^*} + \underbrace{(-\Delta J J^{-1} C_B \vec{u}_{eri\delta})}_{\triangleq \vec{T}_{mb}^{**}} \\
&\triangleq \vec{T}_{mb}^* + \vec{T}_{mb}^{**}
\end{aligned} \tag{A 1.2}$$

EK B

DYP:

$$\begin{aligned}
\|\vec{u}\|_2 &= \|\vec{u}_{e\dot{s}d} + \vec{u}_{eri\dot{s}}\|_2 \leq \|\vec{u}_{e\dot{s}d}\|_2 + \|\vec{u}_{eri\dot{s}}\|_2 \\
&\leq \left\| -\frac{1}{2} J_n K_q \underbrace{\begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \end{bmatrix}}_{\triangleq T(\vec{Q})} \vec{\omega} \right\|_2 + \left\| -\frac{n}{2} J_n K_q T(\vec{Q}) \vec{a}_2 \right\|_2 \\
&\quad + \|\underbrace{-n J_n \tilde{a}_2 \vec{\omega}}\|_2 + \|\tilde{\omega} J_n \vec{\omega}\|_2 + \|\underbrace{-n J_n K_q K_{int q} \vec{q}}\|_2 + \|\underbrace{-3n^2 \tilde{a}_3 J_n \vec{a}_3}\|_2 \\
&\quad + \|\underbrace{-K_{ss} \text{s\grave{g}n}(\vec{s})}\|_2 \\
&\leq \frac{1}{2} J_{\text{maks}} k_q \|T\|_{i2} \|\vec{\omega}\|_2 + \frac{n}{2} J_{\text{maks}} k_q (1)(1) + n J_{\text{maks}} (1) \|\vec{\omega}\|_2 \\
&\quad = 1 \\
&\quad + J_{\text{maks}} \|\vec{\omega}\|_2^2 + n J_{\text{maks}} k_q k_{int q} \|\vec{q}\|_2 + 3n^2 (1) J_{\text{maks}} (1) \\
&\quad + k_{ss} \underbrace{\|\text{s\grave{g}n}(\vec{s})\|_2}_{=\sqrt{3}} \\
&\leq J_{\text{maks}} \|\vec{\omega}\|_2^2 + J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + n \right) \|\vec{\omega}\|_2 \\
&\quad + n J_{\text{maks}} k_q k_{int q} \|\vec{q}\|_2 + n J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + 3n \right) \\
&\quad + \sqrt{3} k_{ss}
\end{aligned} \tag{B 1.1}$$

EYP:

$$\begin{aligned}
\|\vec{u}\|_2 &\leq \left\| -\frac{1}{2} J_n K_q T(\vec{Q}) \vec{\omega} \right\|_2 + \|\tilde{\omega} J_n \vec{\omega}\|_2 + \|\underbrace{-n J_n K_q K_{int q} \vec{q}}\|_2 \\
&\quad + \|\underbrace{-K_{ss} \text{s\grave{g}n}(\vec{s})}\|_2 \\
&\leq J_{\text{maks}} \|\vec{\omega}\|_2^2 + J_{\text{maks}} \frac{k_q}{2} \|\vec{\omega}\|_2 + n J_{\text{maks}} k_q k_{int q} \|\vec{q}\|_2 \\
&\quad + \sqrt{3} k_{ss}
\end{aligned} \tag{B 1.2}$$

DYP:

$$\left\| \vec{T}_{mb} [\vec{x}(t), t] \right\|_{\infty} = \frac{L_2}{L_1} \left\{ \begin{aligned} & \left[L_1 + (2 + \bar{\delta}_{J_1}) J_{\text{maks}} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 + J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + n \right) \|\vec{\omega}\|_2 \dots \\ & \dots + n J_{\text{maks}} k_q k_{\text{int } q} \|\vec{q}\|_2 + 3n^2 L_1 + n J_{\text{maks}} \left(\frac{k_q}{2} + 3n \right) \dots \\ & \dots + \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_{\infty} + \|\vec{T}_a\|_{\infty} + \|\vec{T}_G\|_{\infty} + \|\vec{T}_m\|_{\infty} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\triangleq \|\vec{T}_{mb}^*\|_{\infty} \quad (\text{B 1.3})$$

$$+ \underbrace{\frac{L_2}{L_1} \sqrt{3} k_{ss}}_{\triangleq \|\vec{T}_{mb}^{**}\|_{\infty}}$$

$$\triangleq \|\vec{T}_{mb}^*\|_{\infty} + \|\vec{T}_{mb}^{**}\|_{\infty}$$

EYP:

$$\left\| \vec{T}_{mb} [\vec{x}(t), t] \right\|_{\infty} = \frac{L_2}{L_1} \left\{ \begin{aligned} & \left[L_1 + (2 + \bar{\delta}_{J_1}) J_{\text{maks}} \right] \|\vec{\omega}\|_2^2 + J_{\text{maks}} \frac{k_q}{2} \|\vec{\omega}\|_2 \dots \\ & \dots + n J_{\text{maks}} k_q k_{\text{int } q} \|\vec{q}\|_2 \dots \\ & \dots + \sqrt{3} \left(\|\vec{T}_{k\zeta}\|_{\infty} + \|\vec{T}_a\|_{\infty} + \|\vec{T}_G\|_{\infty} + \|\vec{T}_m\|_{\infty} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\triangleq \|\vec{T}_{mb}^*\|_{\infty} \quad (\text{B 1.4})$$

$$+ \underbrace{\frac{L_2}{L_1} \sqrt{3} k_{ss}}_{\triangleq \|\vec{T}_{mb}^{**}\|_{\infty}}$$

$$\triangleq \|\vec{T}_{mb}^*\|_{\infty} + \|\vec{T}_{mb}^{**}\|_{\infty}$$

ÖZGEÇMİŞ



Ad-Soyad : Ahmet Sofyalı
Doğum Tarihi ve Yeri : 17.03.1983, Uzunköprü/Edirne
E-posta : sofyali@hotmail.com, sofyali@itu.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2006, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uzay Mühendisliği Bölümü
- **Lisans** : 2007, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uçak Mühendisliği Bölümü (Çift Anadal Programı kapsamında)
- **Yüksek Lisans** : 2010, İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı, Uçak ve Uzay Mühendisliği Disiplinlerarası Lisansüstü Programı

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

- Şubat 2010'dan bu yana İstanbul Teknik Üniversitesi Uzay Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.
- Aralık 2010 – Nisan 2013 arasında, “Türksat Firması İçin 3U Küp Uydu Üretimi Ar-Ge Projesi, Türksat Uydu Haberleşme Kablo Tv ve İşletme A. Ş.” adlı proje kapsamında 26 Nisan 2013'te uzaya gönderilmiş olan TURKSAT-3USAT uydusunun edilgin (pasif) manyetik yönelme kontrol sisteminin tasarım ve imalatından sorumlu yarı-zamanlı mühendis olarak çalıştı.
- Ocak 2012'den bu yana, “Avrupa Birliği Yedinci Çerçeve Programı Projesi QB50”nin uydu ağına dahil olan 2U'luk küp uydular BeEagleSat ve HavelSAT'ın üç ekseninde kontrollü yönelme hareketinin benzetimini yapmış, güç üretimini hesaplamış ve kütle dağılımının ayarlanmasına katkıda bulunmuştur.
- Yüksek lisans öğrenimi boyunca, TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı (BİDEB) tarafından şahsına bağlanan 2210 kodlu Yurt İçi Yüksek Lisans Bursu'ndan yararlanmıştır.

- Doktora öğrenimi boyunca, TÜBİTAK BİDEB tarafından şahsına bağlanan 2211 kodlu Yurt İçi Doktora Bursu'ndan yararlanmıştır.

DOKTORA TEZİNDEN TÜRETİLEN YAYINLAR VE SUNUMLAR:

- **Sofyalı, A.**, Jafarov, E. M., 2012. Purely Magnetic Spacecraft Attitude Control by Using Classical and Modified Sliding Mode Algorithms. *Proceedings of 12. IEEE Workshop on Variable Structure Systems (VSS 2012)*, 12-14 Ocak, 2012 Mumbai, Hindistan, 117-123.
- **Sofyalı, A.**, Jafarov, E. M., 2012. Variable Structure Attitude Controller Design for Solely Magnetically Actuated Small Satellites Subject to Environmental Disturbances, *WSEAS Transactions on Systems and Control (ToSaC)*, 7(4), 150-163.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2012. Salt Manyetik Eyleme ve Kayma Kipi Yaklaşımı ile Uzay Aracı Yönelme Kontrolü. *Ulusal Otomatik Kontrol Toplantısı (TOK 2012) Bildiriler Kitabı*, 11-13 Ekim, 2012 Niğde, Türkiye, 138-143.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2013. Düzenli (Regüler) Biçimde Uzay Aracı Yönelme Dinamiği ve İntegral Kayma Kipli Salt Manyetik Yönelme Kontrolü. *Ulusal Otomatik Kontrol Toplantısı (TOK 2013) Bildiriler Kitabı*, 26-28 Eylül, 2013 Malatya, Türkiye, 394-401.
- **Sofyalı, A.**, Jafarov, E. M., 2014. Integral Sliding Mode Control of Small Satellite Attitude Motion by Purely Magnetic Actuation. *Proceedings of the 19. IFAC World Congress (IFAC 2014)*, 24-29 Ağustos, 2014 Cape Town, Güney Afrika Cumhuriyeti, 7947-7953.
- **Sofyalı, A.**, Jafarov, E. M., Wisniewski, R., 2015. Time-Varying Sliding Mode in Rigid Body Motion Controlled by Magnetic Torque. *International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASM 2015)*, 9-11 Nisan, 2015 İstanbul, Türkiye.

DİĞER YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- Başkaya, E., Daybelge, U., **Sofyalı, A.**, Topal, E., Yarım, C., 2006. Astrodinamikte Kaos Teorisi Işığındaki Gelişmeler, *İstanbul Kültür Üniversitesi Güncesi, Fen ve Mühendislik Bilimleri*, 4(4), 191-212.
- Hajiyeve, C., **Sofyalı, A.**, 2007. Application of the Linear and Extended Kalman Filters on GPS Measurements in the Estimation Problem of Stationary User's Position (AIAC-2007-050). *4. Ankara International Aerospace Conference*, 10-12 Eylül, 2007 ODTÜ, Ankara.
- Daybelge, U., **Sofyalı, A.**, Utku, A., Yarım, C., 2008. Güneş Sisteminde Relativite Teorisinin İrdelenmesine Uygun Optimal Yörünge Seçimi (UHUK-2008-047). *2. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*, 15-17 Ekim, 2008 İTÜ, İstanbul.
- **Sofyalı, A.**, Hacıyev, Ç., 2008. GPS Ölçümlerine Göre Konum Kestirimi İçin Genişletilmiş Kalman Süzgeci Tasarımı ve Ayarlanması (UHUK-2008-022). *2. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*, 15-17 Ekim, 2008 İTÜ, İstanbul.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2009. Computational Phase Portrait Analysis of Two Nonlinear Small Satellite Models. *4. International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2009)*, 11-13 Haziran, 2009 İstanbul, 491-496.

- Yarım, C., Daybelge, U., **Sofyalı, A.**, 2009. Search for the General Relativistic Effects on the Motion of a Spacecraft. 4. *International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2009)*, 11-13 Haziran, 2009 İstanbul, 553-556.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2009. Three-Axis Attitude Stabilization of a Small Satellite Actuated by Reaction Wheels via Linear and Variable Structure Control (AIAC-2009-028). 5. *Ankara International Aerospace Conference*, 17-19 Ağustos, 2009 ODTÜ, Ankara.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2010. Küçük Uyduların Yönelme Edinimi Probleminin Manyetik PD-Benzeri Kontrolcü ile Çözümü (UHUK-2010-104). 3. *Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*, 16-18 Eylül, 2010 Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Aslan, A. R., Yağcı, B., **Sofyalı, A.**, Süer, M., Ümit, E., Tola, C., Ceylan, O., Durna, A. S., Çelik, G., Öztürk, D. C. S. ve İ.T.Ü. Nanouydu Ekibi, 2011. Development of a 3Unit CubeSat for LEO Communication. 2. *Nano-Satellite Symposium*, 14-16 Mart, 2011 Tokyo Üniversitesi, Tokyo, Japonya.
- **Sofyalı, A.**, Aslan, A. R., 2011. Magnetic Attitude Control of Small Satellites: A Survey of Applications and A Domestic Example (IAA-B8-1312). 8. *IAA Symposium on Small Satellites for Earth Observation*, 4-8 Nisan, 2011 Berlin, Almanya.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2011. Three-Axis Attitude Control of a Small Satellite by Magnetic PD-like Controller Integrated with Passive Pitch Bias Momentum Method. 5. *International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2011)*, 9-11 Haziran, 2011 İstanbul, 307-311.
- Aslan, A. R., **Sofyalı, A.**, Ümit, E., Tola, C. ve İ.T.Ü. Nanouydu Ekibi, Öz, İ., Gülgönül, Ş. ve TURKSAT Nanouydu Ekibi, 2011. TURKSAT-3USAT: A 3U Communication CubeSat with Passive Magnetic Stabilization. 5. *International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2011)*, 9-11 Haziran, 2011 İstanbul, 783-788.
- **Sofyalı, A.**, Uysal, Ö., Türkoğlu, Y., Öztürk, D. C. S., Varer, E., Ocak, O., İçen, E., Dinçer, U., Aslan, A. R., 2011. Testing of Hysteresis Rods of TURKSAT 3USAT (AIAC-2011-113). 6. *Ankara International Aerospace Conference*, 14-16 Eylül, 2011 ODTÜ, Ankara.
- Aslan, A. R., Yağcı, H. B., **Sofyalı, A.**, Süer, M., Ümit, E., Ceylan, O., Durna, A. S., Akay, E., Gençtürk Akay, İ., 2011. TURKSAT-3USAT: A 3U Communication CubeSat. 3. *Nano-Satellite Symposium*, 12-14 Aralık, 2011 Kitakyushu, Japonya.
- **Sofyalı, A.**, Ümit, E., Toktamış, B., Aslan, A. R., İlarıslan, M., 2012. Electrical Power and Attitude Determination and Control System for a 2U CubeSat for the QB50 Mission. 4. *European CubeSat Symposium*, 30 Ocak-1 Şubat, 2012 Brüksel, Belçika.
- **Sofyalı, A.**, Caferov, E., 2012. Köklerin Yer Eğrisi Yöntemiyle Tasarlanan Yunuslama Otopilotunun Başarımının Doğrusal Olmayan Benzetim Ortamında Sınanması (UHUK-2012-066). 4. *Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*, 12-14 Eylül, 2012 Hava Harp Okulu, İstanbul.
- Ümit, M. E., Baş, M. E., Akyol, İ. E., Uludağ, M. Ş., Ecevit, A. B., Gomez, Z. C., **Sofyalı, A.**, Aslan, R., 2013. Indigenous Hardware-In-The-Loop Simulator Development for University Satellites (IAA-B9-0510P) (*Poster Sunumu*). 9. *IAA*

Symposium on Small Satellites for Earth Observation, 8-12 Nisan, 2013 Berlin, Almanya.

- Hajiyev, C., **Sofyalı, A.**, 2013. Two-Stage Estimation of Spacecraft Position and Velocity via Single Station Antenna Tracking Data (021). *14. International Carpathian Control Conference (ICCC 2013)*, 26-29 Mayıs, 2013 Krakow-Rytró, Polonya.
- Çelik, O., Kılıç, Ç., **Sofyalı, A.**, Aslan, A. R., İlarıslan, M., 2013. BeEagleSat Attitude Determination and Control System. *5. European CubeSat Symposium*, 3-5 Haziran, 2013 Brüksel, Belçika.
- Aslan, A. R., Yağcı, H. B., Ümit, M. E., **Sofyalı, A.**, Baş, M. E., Uludağ, M. Ş., Özen, O. E., Aksulu, M. D., Yakut, E., Oran, C., Süer, M., Akyol, İ. E., Ecevit, A. B., Ersöz, M. S., Öz, İ., Gülgönül, Ş., Dinç, B., Dengiz, T., 2013. Development of a LEO Communication CubeSat. *6. International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2013)*, 12-14 Haziran, 2013 İstanbul, 637-641.
- Somov, Y., Buryrin, S., Somov, S., Fedosov, V., Hajiyev, C., **Sofyalı, A.**, 2013. In-Flight Calibration of an Integrated Attitude Determination System for a Small Information Satellite. *6. International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2013)*, 12-14 Haziran, 2013 İstanbul, 1103-1108.
- **Sofyalı, A.**, Hajiyev, C., Buryrin, S., Somov, S., 2013. EKF Based Spacecraft Localization with Single Station Antenna Tracking Data. *6. International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST 2013)*, 12-14 Haziran, 2013 İstanbul, 1115-1120.
- **Sofyalı, A.**, Jafarov, E. M., 2013. Nonlinear Performance Evaluation of Altitude Autopilot Designed via Root Locus Compensation (AIAC-2013-116). *7. Ankara International Aerospace Conference*, 11-13 Eylül, 2013 ODTÜ, Ankara.
- Aslan, A. R., Yağcı, H. B., Ümit, M. E., Baş, M. E., Uludağ, M. Ş., Özen, O. E., Süer, M., **Sofyalı, A.**, 2013. Lessons Learned Developing a 3U Communication CubeSat. *64. International Astronautical Congress (IAC 2013)*, 23-27 Eylül, 2013 Pekin, Çin, 7992-7997.
- Aslan, A. R., Kalemci, E., İlarıslan, M., Ümit, M. E., **Sofyalı, A.**, 2013. A Double CubeSat with an X Ray Detector for In Situ Environmental Measurements of QB50. *5. Nano-Satellite Symposium*, 20-22 Kasım, 2013 Tokyo Üniversitesi, Tokyo, Japonya.
- Aslan, A. R., Ümit, M. E., Şimşek, M., Uludağ, M. Ş., Aksulu, M. D., **Sofyalı, A.**, Baş, M. E., Akyol, İ. E., Süer, M., Kalemci, E., İlarıslan, M., 2014. QB50 Projesi Kapsamında BeEagleSat Küp Uydusunun Geliştirilmesi. *5. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı*, 8-10 Eylül, 2014 Erciyes Üniversitesi, Kayseri.
- **Sofyalı, A.**, Hajiyev, C., 2015. Single Station Antenna Based Spacecraft Orbit Determination via Robust EKF Against The Effect of Measurement Matrix Singularity, (*ASCE's Journal of Aerospace Engineering*, 28(1), Ocak-Şubat.