

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BİR QUADROTORUN MODELLENMESİ VE HİPERBOLİK TANJANT
ADAPTİF LQR+PID KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hayrettin YAVUZ

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekatronik Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2018

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BİR QUADROTORUN MODELLENMESİ VE HİPERBOLİK TANJANT
ADAPTİF LQR+PID KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Hayrettin YAVUZ
518101019**

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekatronik Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Serhat İKİZOĞLU

HAZİRAN 2018

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 518101019 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Hayrettin YAVUZ, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “BİR QUADROTORUN MODELLENMESİ VE HİPERBOLİK TANJANT ADAPTİF LQR+PID KONTROLÜ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç. Dr. Serhat İKİZOĞLU**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri: **Prof. Dr. Fikret ÇALIŞKAN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Dr. Osman Hilmi KOÇAL
Yalova Üniversitesi

Teslim Tarihi : **05 Mayıs 2018**
Savunma Tarihi : **21 Haziran 2018**



ÖNSÖZ

İnsansız hava araçları teknolojinin gelişmesiyle birlikte her geçen gün daha fazla kullanım alanı bulmakta. Şimdilik insansız olarak kullanılan dört motorlu hava aracı ilerde insanlar için ulaşım araçları haline geleceği mevcut birçok çalışmada kendini göstermekte. Bu gelişime küçükte olsa katkıda bulunmak amacıyla tez çalışması olarak bu konuya yönelmeyi tercih ettim.

Tez çalışmam boyunca benden hiçbir desteğini esirgemeyen, beni doğru yönlendirip çalışma şevkimi sürekli artıran ve her yanına gittiğimde bana koçluk edip farklı bakış açıları kazandıran Sayın Doç. Dr. Serhat İkizoğlu'na teşekkürlerimi bir borç bilirim. Sadece tez konusunda değil aynı zamanda kişisel gelişimimde katkılarından dolayı tekrar tekrar kendisine teşekkür ederim.

Son olarak tüm iyi niyetiyle anlattıklarımı sabırla dinleyen ve yorum yapmaya çalışarak tez çalışmama katkıda bulunmak isteyen eşim Tuğçe Yavuz'a teşekkür ederim.

Haziran 2018

Hayrettin Yavuz
Makine Mühendisi



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
SEMBOLLER	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ....	1
1.1 Tezin Amacı	1
1.2 Literatür Araştırması	2
2. QUADROTOR MODELİ	5
2.1 Genel Özellikler	5
2.2 Kinematik Denklemler	7
2.3 Dinamik Denklemler	9
2.4 Newton – Euler Denklemleri.....	10
2.5 Motor Modellenmesi	13
3. KONTROLCÜ TASARIMI	17
3.1 PID Kontrolcü Tasarımı	18
3.2 LQR Kontrolcü Tasarımı	20
3.3 HTAC Kontrolcü Tasarımı.....	24
4. SİMÜLASYON SONUÇLARI.....	29
4.1 Modelin Doğrulanması.....	29
4.2 Basamak Girdisi	34
4.3 Referans Takibi	39
4.4 Bozucu Etkilerin Sistemden Atılması	44
4.4 Enerji Tüketimi	47
5. SONUÇLAR	51
KAYNAKLAR	55



KISALTMALAR

LQR	: Linear Quadratic Regulator
PID	: Proportional Integral Derivative
HTAC	: Hyperbolic Tangent Adaptive Control
LQG	: Linear Quadratic Gaussian
SMC	: Sliding Mode Control
BLDC	: Fırçasız DC Motor





SEMBOLLER

w_i	: Motor dönüş hızları (rad/sn.)
Φ	: Yalpalama (Roll) açısı
θ	: Yunuslama (Pitch) açısı
Ψ	: Sapma (Yaw) açısı
X_A, Y_A, Z_A	: Atalet çerçevesi üzerindeki konum
ξ	: Doğrusal konum vektörü
η	: Açısal konum vektörü
V_G	: Gövde çerçevesinde lineer hız
γ	: Gövde çerçevesinde açısal hız
R_X, R_Y, R_Z	: Çerçeveler arası rotasyon geçiş matrisleri
W_η	: Toplam rotasyon matrisi
I	: Atalet moment matrisi
k	: Hava kaldırma katsayısı
b	: Sürüklenme katsayısı
I_r	: Rotor atalet momenti
τ_M	: Motor kaldırma torku
T_G	: Motor kaldırma kuvveti
m	: Kütle
Ω	: Cayroskopik kuvvet
l	: Kol uzunluğu
v_i	: Besleme gerilimi
i_a	: Armatür akımı
R_a	: Armatür direnci
L_a	: Armatür empedansı
v_G	: Armatür gerilimi
Θ	: Manyetik alan akısı
B	: Lineer sürtünme tork katsayısı
K_t	: Motor tork katsayısı
K_e	: Motor hız katsayısı
K_I, K_P, K_D	: PID kazançları

K	: LQR sabit kazancı
K_i	: LQR integral kazancı
U_i	: Kontrol girdileri
K_{tanh}	: Hata kazanç katsayısı
w₁, w₂	: Kontrolcü ağırlıkları
t_r	: Yükselme süresi
t_s	: Yerleşme süresi
e_{ss}	: Kararlı hal hatası
ρ	: Hava yoğunluğu
A	: Alan
v_R	: Rüzgar hızı
P_i	: Anlık güç tüketimi
E_i	: Toplam enerji tüketimi
C_D	: Aerodinamik sürüklenme katsayısı
A_{XY}	: X-Y kesit alanı
A_{XZ}	: X-Z kesit alanı

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1: Quadrotor parametreleri.	12
Çizelge 2.2: DC motor elektrik devresi sembolleri ve anlamları.	14
Çizelge 2.3: PSJ 3D 550E motor özellikleri.	15
Çizelge 3.1: PID kazanç katsayılarının sistem çıktısına etkisi.	19
Çizelge 3.2: PID kontrolcü kazanç katsayıları.	20
Çizelge 3.3: Quadrotorun ön görülen çalışma aralıkları (konum).	24
Çizelge 3.4: Quadrotorun ön görülen çalışma aralıkları (hız).	24
Çizelge 3.5: Hata sınırları ve K_{\tanh} kazanç değerleri.	27
Çizelge 4.1: Aerodinamik sürüklenme hesaplamalarında kullanılan değerler.	32
Çizelge 4.2: Yalpalama açısı basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.	37
Çizelge 4.3: Yunuslama açısı basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.	37
Çizelge 4.4: Sapma açısı basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.	37
Çizelge 4.5: İrtifa yüksekliği basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.	37
Çizelge 4.6: Rüzgar hızına karşın oluşan rüzgar kuvveti değişimi.	45
Çizelge 5.1: İrtifa kontrolcüsü performansı kıyaslamaları.	53
Çizelge 5.2: Açık kontrolcüsü performansı kıyaslamaları.	53



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Quadrotor gövde çizimi.....	5
Şekil 2.2 : Quadrotor temel hareketleri	6
Şekil 2.3 : Gövde ve atalet çerçevelerine göre quadrotor konumu.....	7
Şekil 2.4 : DC motor elektrik devresi.	13
Şekil 2.5 : DC motor besleme voltajı ile motor dönüş hızı eğrisi.	15
Şekil 3.1 : PID kontrolcü şeması.	18
Şekil 3.2 : Hiperbolik tanjant adaptif LQR+PID kontrolcü şeması.....	25
Şekil 3.3 : Hiperbolik tanjant fonksiyonu çıktısının açı ile değişimi.	26
Şekil 3.4 : Hata kazanç katsayısı ile HTAC şeması.....	27
Şekil 4.1 : 1 metre irtifada askıda ve dengede motor dönüş hızı.....	30
Şekil 4.2 : 0,4 radyan yunuslama açısı ile X eksenindeki hız (V_x) değişimi.	30
Şekil 4.3 : 0,4 radyan açı girdisine karşın X ekseninde lineer hız değişimi.	32
Şekil 4.4 : 0,46 radyan açı girdisine karşın X ekseninde lineer hız değişimi.	33
Şekil 4.5 : HTAC kontrolcü ağırlıkları ve yalpalama açısı değişimi.....	34
Şekil 4.6 : Yalpalama açısı (Φ) 0,1 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.....	35
Şekil 4.7 : Yunuslama açısı (θ) 0,1 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.	35
Şekil 4.8 : Sapma açısı (Ψ) 0,1 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.	35
Şekil 4.9 : İrtifa (Z) 1 metre basamak girdisi ve sistem tepkisi.....	36
Şekil 4.10 : Yalpalama açısı (Φ) 0,3 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.....	36
Şekil 4.11 : Yunuslama açısı (θ) 0,3 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.	36
Şekil 4.12 : Sapma açısı (Ψ) 0,3 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.	37
Şekil 4.13 : Sistem çıktısı ve " w_1 " ağırlığının değişimi.	38
Şekil 4.14 : Basamak irtifa girdisi, sistem çıktısı ve " w_1 " ağırlığının değişimi.	38
Şekil 4.15 : Yalpalama açısı doğrusal referans girdisi takibi.	39
Şekil 4.16 : Yalpalama açısı doğrusal referans takibi hatası.	39
Şekil 4.17 : Sapma açısı sinüzoidal referans takibi.	40
Şekil 4.18 : Sapma açısı sinüzoidal referans takibi hatası.	40
Şekil 4.19 : Yunuslama açısı kare dalga referans takibi.....	41
Şekil 4.20 : Yunuslama açısı kare dalga referans takibi hatası.....	41
Şekil 4.21 : İrtifa (Z) doğrusal referans girdisi takibi.....	42
Şekil 4.22 : İrtifa (Z) doğrusal referans girdisi takibi hatası.....	42
Şekil 4.23 : İrtifa (Z) sinüzoidal referans girdisi takibi.	43
Şekil 4.24 : İrtifa (Z) sinüzoidal referans girdisi takibi hatası.	43
Şekil 4.25 : İrtifa (Z) kare dalga referans takibi.	43
Şekil 4.26 : İrtifa (Z) kare dalga referans takibi hatası.	44
Şekil 4.27 : Negatif Z eksenini boyunca etkileyen rüzgar kuvveti.....	45
Şekil 4.28 : 4,8N rüzgar kuvvetine karşın sistem tepkisi.	45
Şekil 4.29 : Negatif Z eksenini boyunca etkileyen rüzgar kuvveti.....	46
Şekil 4.30 : 10,8N rüzgar kuvvetine karşın sistem tepkisi.	46
Şekil 4.31 : Yalpalama açısı üzerine negatif 4 rad/s ² bozucu ivme verilmesi.....	47
Şekil 4.32 : Yunuslama ve yalpalama açılarına verilen referans takip girdisi.....	47

Şekil 4.33 : PID kontrolcüsü motor güç tüketim profili.	48
Şekil 4.34 : LQR kontrolcüsü motor güç tüketim profili.	48
Şekil 4.35 : HTAC kontrolcüsü motor güç tüketim profili.	48
Şekil 4.36 : Dört motorun toplam güç tüketimi.	49



QUADROTORUN MODELLENMESİ VE HİPERBOLİK TANJANT ADAPTİF LQR+PID KONTROLÜ

ÖZET

Bu çalışmada quadrotor insansız hava aracının modellenmesi, kontrolcü dizaynı ve Matlab Simulink ortamında simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Quadrotor kontrol yöntemleri üzerine literatür araştırması yapılmıştır ve bazı çalışmaların sonuçları aktarılmıştır.

Quadrotorun tanımı, genel özellikleri ve çalışma prensipleri paylaşıldıktan sonra sistemin kinematik denklemler ile sistemin kinematik modeli, dinamik denklemler ile kuvvet ve moment denge modeli ve cayroskopik kuvvetlerinde göz önüne alındığı Newton-Euler denklemleri ile atalet çerçevesi ile gövde çerçevesi arasında açıl ve doğrusal hız ve konum dönüşüm denklemleri oluşturulmuştur. Quadrotor üzerinde kullanılan fırçasız doğru akım motorunun güç gereksinimleri ve fiziksel sınırları belirlendikten sonra uygun motor seçimi yapılmıştır. Elektriksel çevrim denklemleri çıkartılarak motor modeli oluşturulmuştur. Kontrolcüler ayrıca dizayn edildikten sonra modellenerek simülasyon ortamına aktarılmıştır. Oluşturulan bu modeller vasıtasıyla Matlab Simulink programında referans girdilerin kullanılacağı simülasyon ortamı hazırlanmıştır. Quadrotorun ağırlığı, motor güçleri ve dönüş hızları ve yüzey alanları gibi çeşitli fiziksel özellikleri göz önünde bulundurularak sistemin operasyon aralıkları ve çalışma sınırları belirlenmiştir. Simülasyon ortamında ki model çeşitli senaryolar ile test edilmiş ve model doğrulanmıştır.

Quadrotorların davranış ve irtifa kontrolü için birçok farklı kontrolcü dizaynı gerçekleştirilmiştir. Bu kontrolcüler doğrusal ve doğrusal olmayan olarak iki ayrı gruba ayrılmaktadır. PID ve LQR en sık kullanılan doğrusal kontrol yöntemlerindedir. Bu çalışmanın amacı bu iki farklı kontrolcünün faydalı olduğu alanları kullanacak adaptif bir kontrolcü oluşturmaktır. Açık ve irtifa kontrolü için PID ve LQR kontrolcülerini ayrı ayrı dizayn edilerek modellenmiştir. Bu iki kontrolcü değişken ağırlıklarda birlikte kullanılarak üçüncü bir kontrolcü oluşturulmuştur. Verilen referans değeri ile mevcut değeri arasındaki hata hiperbolik tanjant trigonometrik fonksiyonu içerisinde kullanılarak kontrolcü ağırlıkları belirlenmiştir. Bu fonksiyonun kullanılmasında ki temel sebeplerden biri fonksiyon çıktısının en fazla 1 değerine ulaşabiliyor olmasıdır. Bir diğeri nedeni ise fonksiyon çıktısının belli bir değere kadar doğrusal sayılabilecek eğimle hareket etmesidir. PID ve LQR kontrolcülerinin belirlenen ağırlıklarla oranlanarak sisteme girdi verilmesi üzerine dizayn edilen kontrolcü hiperbolik tanjant adaptif kontrolcü olarak adlandırılmıştır. PID kontrolcüsü girdiye hızlı tepki verecek şekilde, LQR kontrolcü ise en düşük hata ile referans girdisi takip etmek üzere dizayn edilmiştir. Bu nedenle hatanın yüksek olması durumunda PID kontrolcüsünün ağırlığı artmakta, referans takibi gibi yüksek doğruluk gerektiren ve hatanın sürekli çok düşük veya olmamasının beklendiği durumlarda ise LQR kontrolcüsünün ağırlığı artmaktadır.

Oluşturulan adaptif kontrolcünün performansı basamak girdisi, referans takibi ve dış etkenlerden kaynaklanan bozulmaların sistemden atılması başlıklarında simülasyon ortamında doğrusal olmayan model üzerinde test edilmiştir. Üç kontrolcü içinde aynı referans girdiler veya bozucu etkiler uygulanarak model çıktıları irdelenmiştir. Oluşturulan yeni adaptif kontrolcü ile PID ve LQR kontrolcülerin iyi olduğu alanlar birleştirilerek quadrotorun kontrolü başarılı şekilde sağlanmıştır ve performansının birçok alanda diğer iki kontrol yönteminden daha iyi seviyede olduğu simülasyon ortamında gözlenmiştir.



MODELLING AND HYPERBOLIC TANGENT ADAPTIVE LQR+PID CONTROL OF A QUADROTOR

SUMMARY

In recent years, unmanned aerial vehicles found wide range of application areas. With the developed technologies, decreased manufacturing and material costs unmanned aerial vehicles became affordable and popular for daily civil usage. As a vertical take-off and landing vehicle, quadrotor has four identical, symmetrically distributed and independently controlled rotors. Unlike conventional helicopter's one and big rotor quadrotor's four relatively smaller rotors provides safer civil usage. The mechanical design is simpler and easier because the rotor rotation axes are fixed, and no moving aerodynamic control surface is needed. Because of this simplicity, use is spread over a wider area than single-rotor systems. Small volume coverage, high maneuverability at low transient speeds and high load carrying capacity are other advantages of quadrotors. Because of these characteristics quadrotors usage areas expanded widely as movie making, surveillance, mapping, agriculture, hobby, racing, inspection, military and many more complex missions. To complete these missions safely and with high accuracy fast and robust controller must be designed.

Researchers designed various controllers for quadrotors. Each control methods have its own advantages and disadvantages. One should choose appropriate controller according to mission to be accomplished. Controllers mainly divided in to two categories as linear and non-linear. As a linear controller PID is the most widely used controller. Ease of design and resistance to uncertainties are the main advantages of PID controllers. However, non-linearities in kinematic model or inability to model uncertainties correctly application of PID controller limits quadrotor's performance. Tuning controller gains correctly is not straightforward. These gains are adjusted around some trim conditions like hovering in some altitude and this causes design restrictions. Another widely used linear controlling method is Linear Quadratic Regulator. LQR has a similar structure to PID. Controller gains are calculated by minimizing cost function. To calculate gain matrix, the system needs to be linearized.

In this work quadrotor, an unmanned aerial vehicle with four rotors, has been modelled, controller has been designed and simulated in Matlab Simulink software. Literature review about controller methods has been made and some explained in detail.

After sharing definition, general properties and working principles, mathematical model with kinematic equations, force and moment balance model with dynamic equations and translation between body frame and earth frame model with Newton-Euler equations has been proposed. With these models simulation platform in Matlab Simulink software has been created and reference inputs has been supplied to non-linear quadrotor model. To increase accuracy of model and to obtain more realistic system outputs rotors has been modelled separately.

Aim of this work is to form an adaptive controller which uses these two controllers together efficiently. PID and LQR controller has been designed and modelled separately for attitude and altitude controllers. Third controller has been designed with use of these two controllers together with variable weights. Controller weights were adjusted with hyperbolic tangent trigonometric function of error between reference input and actual output. This third controller was named as hyperbolic tangent adaptive controller. PID controller was designed for fast response and LQR controller was designed for reference trajectory following with possible lowest error. When error is high it means system is in transient state so weight of PID controller increases. In contrast when error is low system is in steady state, to use precise tracking advantage weight of LQR controller increases.

Since quadrotor is highly non-linear system some assumptions made to make modelling easier. Symmetric and rigid body, neglecting flapping and body deformations and center of mass and body frame origin is coincide assumptions makes little difference in model accuracy but prevents modelling errors by decreasing complexity. Parameters like mass, arm length, lift coefficient etc. were directly taken and used from other works for both quadrotor and the rotor models. With reference altitude and attitude inputs required torques and trust forces were calculated, and rotor rotation speeds were calculated for every rotor individually. In this work quadrotor's propellers placed on X and Y axes. Opposite two propellers were named as couple. Two couples rotate in opposite directions and blade angles are also opposite to create lifting force in same direction. By this way angular moments effecting on quadrotor can be balanced. Rotation speed difference between couples unbalances angular moments and created yaw torque rotates quadrotor on Z axis. By this property quadrotor reaches its 6th degree of freedom. Rotors' supply voltage vs. rotation speed curves assumed to be linear so calculated rotor rotation speeds converted to rotor supply voltage and directly fed to rotor model. It is observed in simulations that without modeling the rotor, rotor rotation speeds reach very high values which are physically impossible both in time and magnitude manner. After modeling rotor and quadrotor dynamics it was observed that quadrotor's linear speed increases to physically impossible values. To make model more accurate air drag model was added. Air drag force added as a resisting force in dynamic equations.

After validating model in simulation environment controllers were designed. Due to its simple structure, the PID controller can be easily applied to almost any system. The system is controlled by calculating the difference between the desired state input and the actual state output and this calculated error fed in PID controller. Although there are many methods to tune controller gains, it is often determined by iterative methods. In this study, PID gains also determined with iteration after modelling PID controller in the simulation environment. The main objective was to find best gain values for short rise time to use PID controller's transient response advantage in HTAC design. The LQR, based on optimal control theory, ensures system stability with minimum cost by considering system inputs and dynamic system conditions. To calculate LQR controller gain system must be linearized and expressed as state space representation. System can be easily linearized with selecting a trim condition, i.e. hovering in 1 meter altitude. The cost function has a unique minimum that can be obtained by solving the Algebraic Riccati Equation. Finding best weight matrices used in Riccati Equation is trivial and iterative methods works well after finding some iteration starting point. This weight matrices can be used as design parameters to penalize the state variables and the control signals. The larger these values are, the more signals are penalized.

Choosing a large value for input states weight matrix means trying to stabilize the system with less energy. Similarly, if output states weight matrix is chosen a large value means system is tried to be stabilized with the least possible changes in the states. Bryson's rule gives a good starting point before iteration. After determining LQR cost function's weights with Bryson's rule iterative process taken on weights to find the best weight values to use LQR controller's reference tracking advantage in HTAC design. Steady state errors observed in this controller so additional states were added in the state matrix to add integral effect in the controller. LQR gain matrix calculated with Matlab "lqr" command.

Proposed adaptive controller is designed to make use of both PID and LQR controllers' advantages. Controller weights were determined with hyperbolic tangent function of absolute value of error. Since angles in radians is relatively small values when compared with altitude in meters, the limits of the hyperbolic tangent function must be defined based on the system error range. Error range of system was defined and multiplied with some gain value before calculation of hyperbolic tangent function to make sure function can reach value 1 output. Error range was calculated from operation range. In this work, %5 of the operation range defined to be maximum acceptable error as a design criteria. System was assumed to be in transient state if error value is larger than this range and PID controller's weight will be always 1 if error is bigger than %5. This weight gradually decreases with decreasing absolute error value and reaches to zero if the error is zero and, in this case, LQR weight increases and reaches its final value, 1. System was assumed to be in steady state if error value is near zero.

This newly formed HTAC controller performance is compared with LQR and PID controllers in several aspects. Step input was given for all controllers and rise time, overshoot, settling time and steady state error values were inspected. Several trajectory inputs as a pitch, yaw, roll angles and altitude references were given and errors were measured to compare trajectory tracking performances of these 3 controllers. Energy consumption of this 3 controlling methods related directly with rotors energy consumption values. Four rotor's energy consumptions added and integrated over time to find overall energy consumption of quadrotor on the predefined maneuvers. Finally, wind forces on the quadrotor was calculated and was fed to system as a disturbance. Disturbance rejection performance was compared for both altitude and attitude controllers. With combining advantageous points of PID and LQR linear controllers, it has been analyzed that proposed hyperbolic tangent adaptive controller has better performance than PID and LQR controllers in many aspects. While using advantages of PID and LQR controllers it was analyzed that settling time performance of HTAC controller outperforms both controllers. HTAC consumes slightly less energy than other two controllers. Despite LQR controller less effected from disturbances HTAC controller rejects disturbances and reaches back its steady state value faster than the other controllers.

Although analyses show HTAC controller performs very good in simulation environment experiments on a real quadrotor must be done. At the same time, it should be considered that the use of more than one controller will increase the system costs. The work to be done after this phase can be concentrated on realizing the system on the real quadrotor. Instead of the hyperbolic tangent function, intelligent algorithms can be used to calculate weights or nonlinear controllers can be used instead of linear controllers.



1. GİRİŞ

Günümüzde insansız hava araçları teknolojik gelişmeler ve buna paralel üretim maliyetlerinin azalmasıyla geniş bir alanda kullanılmaya başlanmıştır. Askeri alanlardaki kullanımının dışında sivil alanlarda popülaritesi her geçen gün artmaktadır. Film fotoğraf çekimleri, tarımsal faaliyetler, paket teslimatı, arama ve kurtarma çalışmaları, harita çıkartma ve eğlence amaçlı gibi yaygın sivil kullanım alanları mevcuttur.

Üzerinde simetrik yerleştirilmiş dört rotoru bulunan, dikey iniş ve kalkış yapabilen hava araçları quadrotor olarak tanımlanmaktadır. Helikopterin tek ve büyük rotoruna karşılık aynı görevi yapacak nispeten daha küçük dört rotor daha güvenli sivil kullanımı sağlamaktadır. Rotor dönüş eksenlerinin sabit olması ve hareketli aerodinamik kontrol yüzeyine gerek duyulmaması nedeniyle mekanik dizaynı daha basit ve kolaydır. Bu kolaylığı nedeniyle kullanımı tek rotorlu sistemlere nazaran daha geniş alanlara yayılmıştır. Küçük hacim kaplaması, düşük geçiş hızlarında yüksek manevra yeteneği ve yüksek yük taşıma kapasitesi diğer artı yönleri olarak söylenebilir. Çift kanatlı hava araçları ile kıyaslandığında tek yönlü hareket edebilmesi ve havada askıda kalabilmesi en büyük avantajlarından biridir. Buna karşın enerji tüketimi daha yüksektir [1].

1.1 Tezin Amacı

Quadrotorların irtifa, konum ve açısal kontrolleri üzerine birçok akademik çalışma yapılmıştır. Doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemleri üzerine yapılan çalışmalar 1.2 Literatür Araştırması bölümünde anlatılmıştır. PID ve LQR kontrolcüler en yaygın kullanılan iki doğrusal kontrol yöntemidir [2]. Her iki kontrolcüsünde farklı avantajları ve dezavantajları vardır. Bu tezin amacı Matlab Simulink yazılımı ortamında quadrotor sisteminin doğrusal olmayan modelinin oluşturulması ve bu model üzerinde hiperbolik tanjant fonksiyonu ile PID ve LQR doğrusal kontrolcülerinin adaptif olarak birleştirilmesiyle oluşacak kontrolcünün performansını simülasyon ortamında görebilmektir. Adaptif hiperbolik tanjant kontrolcüsü diğer iki

kontrolcüsünde avantajlı olduğu alanları kullanmak üzere dizayn edilmiştir. Kinematik ve dinamik modeller oluşturulduktan sonra LQR, PID ve bu iki kontrolcünün adaptif olarak birleşimi hiperbolik tanjant adaptif kontrolcüsünün (HTAC) açılı ve irtifa kontrolcüleri ayrı ayrı dizayn edilerek simülasyon ortamına aktarılmıştır. Simülasyon ortamında çeşitli açılı ve irtifa kontrol girdileri verilerek üç kontrolcünün performansı kıyaslanmıştır.

1.2 Literatür Araştırması

Quadrotor kontrolü hakkında oldukça fazla sayıda çalışma yapılmıştır. Kontrolcüler doğrusal ve doğrusal olmayan olarak ikiye ayrılabilir. Doğrusal kontrolcülerden PID oldukça yaygın kullanıma sahiptir. PID kontrolcüsünün avantajları dizayn kolaylığı ve belirsizliklere karşı iyi derecede dirençli olması olarak söylenebilir. Fakat kinematik modeldeki lineer olmayan kısımların veya belirsizliklerin doğru modellenememesi gibi nedenlerle PID kontrolcüsünün uygulanması quadrotorun performansını sınırlandırmaktadır [2]. Kontrolcü kazançlarının doğru ayarlanamaması sistemin dizaynında kısıtlamalara yol açmaktadır. Bu kazançların; denge noktasının yani havada dengeli şekilde askıda kaldığı durumun göz önüne alınarak tespit edilmesi gerekmektedir. Buda dizaynın tek bir nokta çevresinde yapılması ve kısıtlanması anlamına gelmektedir [3]. Bir diğer doğrusal kontrolcü olan “Lineer Quadratic Regulator” (LQR) PID’ye benzer yapıya sahiptir. Bu kontrolcünün kazançları maliyet fonksiyonunun minimize edilmesi ile hesaplanır. Kontrolcü kazancının hesaplanabilmesi için sistemin doğrusallaştırılması gerekmektedir. PID kontrolcüsünde olduğu gibi sistem askıda kaldığı denge noktasında doğrusallaştırılmaktadır. PID ve LQR kontrolcülerinin performanslarının kıyaslanması üzerine birçok çalışma yapılmıştır [4]. Bu çalışmalar LQR kontrolcüsünün doğrusal olmayan modelde birçok açıdan daha iyi performansa sahip olduğunu göstermektedir. PID kontrolcüsünün yükselme süresi daha kısarken hedef aşımı, hedefe yerleşme süresi ve istenmeyen etkilerin sistemden atılması konusunda LQR kontrolcüsü daha iyi performans sergilemektedir. PID ve LQR kontrolcüleri çeşitli yöntemlerle birlikte kullanılabilir. [5]’teki çalışmada iki kontrolcü birlikte kullanılarak hibrit doğrusal kontrolcü dizayn edilmiştir ve performansın sadece LQR veya PID kontrolcü kullanımına kıyasla daha iyi seviyede olduğu gözlenmiştir. LQR kontrolcüsü tüm durum değişkenlerinin ölçülebildiği varsayımı ile dizayn edilmektedir. Tüm durum

değişkenlerinin ölçülmesi veya hesaplanması sensör gürültülerinide beraberinde getirmektedir ve bazı durum değişkenleri her zaman ölçülememektedir. Bu problemin aşılması için LQR kontrolcüsü bir durum tahmincisi ve “Kalman filtresi” ile birleştirilerek “Linear Quadratic Gaussian” (LQG) kontrolcüsü oluşturulmaktadır. Bu doğrultuda [6]’da yapılan çalışma sonucu oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir. İlgili çalışmada da belirtildiği üzere LQG kontrolcüsünün sensör gürültüsünü filtrelemek dışındaki en büyük avantajı tüm durum değişkenleri ölçülmeden kontrole imkan sağlamasıdır.

“Sliding Mode Control” (SMC) doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden biridir. Bu kontrolcü belirli aralıklarda kontrol girdileri vererek sistemin belirli doğrultuda kaymasını sağlar. Doğrusal kontrolcülere nazaran sistemin belirli bir noktada doğrusallaştırılmasına ihtiyaç duyulmamaktadır. [7] çalışmasında SMC kontrolcüsü quadrotora uygulanmıştır. Çalışma sonucunda SMC kontrolcüsünün iyi seviyede stabilizasyon ve dayanıklılık (robustness) sağladığı görülmüştür. Aynı çalışmada bu kontrolcünün sistemde gürültü etkisi yaratabildiği gözlenmiştir. Bu etkinin giderilmesi için çeşitli yöntemler uygulanmış ve başarılı olunmuştur. Çalışmada bu kontrolcünün rota takibi performansının oldukça iyi seviyede olduğu tespit edilmiştir.

“Backstepping Control” (geri adımlamalı kontrol) kontrolcüyü birkaç alt sisteme ayırarak her bir alt sistemi adım adım dengeler ve bu sayede tüm sistem dengelenmiş olur. Bu kontrolcü daha az hesap yaparak sistemin daha hızlı dengelenmesi ve dış etkenlerden kaynaklanan bozucu etkilerin daha kolay sistemden atılması konularında avantaj sağlamaktadır [8, 9].

Doğrusal olmayan ve optimal algoritma kullanan “ H_{∞} ” kontrolcüsü [10] çalışmasında kullanılmıştır. Kontrolcü dış etkenlerden kaynaklanan bozucu etkileri engelleme konusunda oldukça başarılı performans gösterirken yapılan hesaplama işlemlerinin oldukça fazla olması nedeniyle kontrolcü verimliliği düşük olarak nitelendirilmiştir.

Bulanık mantık, yapay sinir ağları ve genetik algoritma gibi çeşitli akıllı algoritmalar insansız hava araçlarının kontrolünde de kullanılmaktadır. En yaygın kullanılanlar ise yapay sinir ağları ve bulanık mantık algoritmalarıdır. [11] çalışmasında sinir ağları kullanılarak sistem dinamiklerini tam modellenmeden ve tüm durum değişkenlerinin ölçülmesine gerek kalmadan insansız hava aracının kontrolü yapılmıştır. İlgili çalışmada akıllı algoritmanın klasik doğrusal kontrolcülere göre daha iyi performans

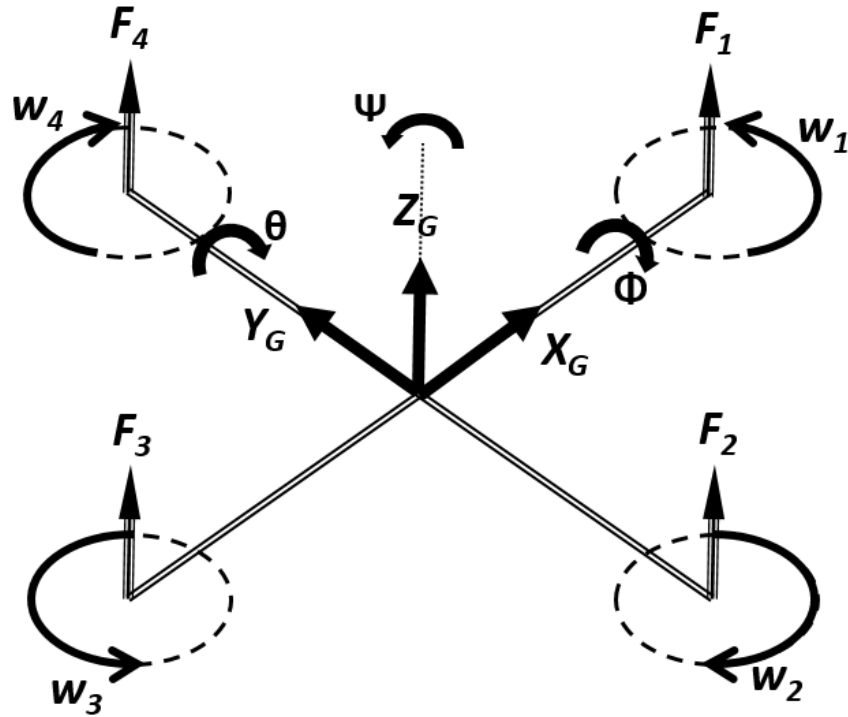
sergilediği görölmüştür. [12] ve [13] çalışmalarında yapay sinir açı algoritmaları çeşitli yöntemler ile quadrotorun kontrolü için kullanılmış ve başarılı sonuçlar ortaya çıkartmıştır. [14] çalışmasında irtifa ve açı kontrolü için bulanık mantık algoritması kullanarak kontrolcünün testlerini doğrusal olmayan model üzerinde simülasyon ortamında gerçekleştirmiş. Bu çalışmada bulanık mantık algoritmasının kontrol sistemine esneklik ve verimlilik kattığı sonucuna varılmıştır.



2. QUADROTOR MODELİ

2.1 Genel Özellikler

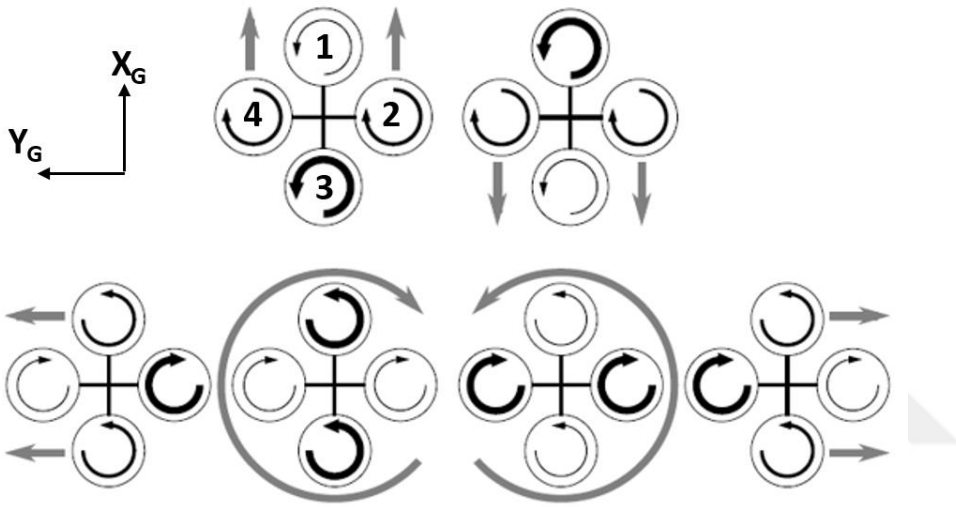
Quadrotorlar birbirine dik dört kolun bir gövde üzerinde birleştirilmesiyle meydana gelmektedir. Her bir kolun ucunda motor ve motora bağlı itiş kuvvetini oluşturan pervanesi mevcuttur. Quadrotor X, Y ve Z eksenlerinde doğrusal hareketi ve bu eksenler etrafında dönüşüyle 6 serbestlik derecesine sahiptir. 6 serbestlik derecesindeki hareket 4 motora giden kontrol girdisiyle sağlanmaktadır. Karşılıklı yerleştirilen motorlar çift olarak adlandırılabilir ve çift motorlar aynı yönde dönmekte olup diğer çift motorlara zıt yönde dönmektedir. Şekil 2.1'e bakıldığında saatin tersi yönünde dönen 1 ve 3 numaralı motorlar bir çift ve saat yönünde dönen 2 ve 4 numaralı motorlar diğer çift olarak gruplanabilir, motor dönüş yönleri " w_{1-4} " olarak resmedilmiştir. Motor çiftlerinin zıt yönlü dönüşüne karşın tüm motorlarda artan motor dönüş hızı ile yukarı yönlü kaldırma kuvveti oluşturulması için pervane kanatçık açıları ters olacak şekilde yerleştirilmektedir.



Şekil 2.1 : Quadrotor gövde çizimi.

Motor yerleşiminde ve gövde eksen seçiminde farklı uygulamalar mevcuttur. Bu tezde ileri hareket X eksenini boyunca sağlanırken, yanıl hareket Y ve dikey hareket yer çekimi kuvveti yönüne zıt yönde olmak üzere Z eksenini boyunca sağlanacaktır. Motor dizilimi gövde merkezinden geçen X ve Y eksenlerinde ikişer motor olmak üzere gerçekleştirilecektir. Şekil 2.2’de motor yerleşimi gösterilmiştir.

Motor çiftlerinin birbirine karşı zıt yönlü dönüşü “Yaw” olarak adlandırılan Z eksenini üzerinde sapma dönüşünü sağlamaktadır. Bu sayede quadrotör 6. serbestlik derecesine sahip olmaktadır. Bu zıt yönlü dönüş aynı zamanda motorlarda oluşan atalet kuvvetinin gövde üzerindeki etkisini de dengelemektedir.



Şekil 2.2 : Quadrotör temel hareketleri [15].

Quadrotör tüm hareketlerini motor hızlarındaki değişiklik ile sağlamaktadır. Değişen motor hızları farklı kaldırma kuvvetleri oluşturarak gövde üzerinde tork meydana getirmektedir. Motor hızları arasında fark olmaması durumunda ise kaldırma kuvveti oluşturularak sistem havada askıda durur veya sadece yüksekliğinde değişim olur. Şekil 2.2’de quadrotörün motor hızları arasındaki farka karşılık X ve Y eksenleri üzerinde sergilediği temel hareketler gösterilmiştir. Tüm şekillerde motor numaraları aynı sırayla gitmektedir. Motorlar arasındaki dönüş hızı farklılığı motor dönüş yönü oklarının kalınlığı ile gösterilmiştir. Oklar kalınlaştıkça motor dönüş hızı artmaktadır. 3 numaralı motorun hızı artarak 1 numaralı motordan fazla olması ve diğer iki motorun hızlarının birbirine eşit olması Y eksenini etrafında pozitif açıyla dönme sağlarken quadrotörün pozitif X eksenini boyunca hareket etmesini sağlar. Bu yunuslama hareketi “Pitch hareketi” olarak adlandırılmaktadır. Açılal değişim Şekil 2.1’de “ θ ” simgesi ile belirtilmiştir. 1 ve 3 numaralı motor hızları farkı belirtilenin tersi olması durumunda

yunuslama açısı negatif değerde olur ve quadrotor negatif X eksenini boyunca hareket eder.

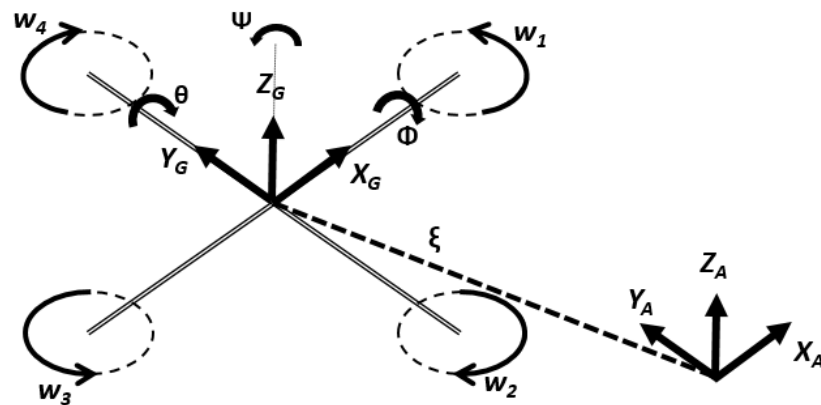
2 numaralı motorun hızı artarak 4 numaralı motordan fazla olması ve diğer iki motorun hızlarının birbirine eşit olması X eksenini üzerinde pozitif açıyla dönme sağlarken quadrotorun pozitif Y eksenini boyunca hareket etmesini sağlar. Bu yalpalama dönüşü “Roll hareketi” olarak adlandırılmaktadır. Açısal değişim Şekil 2.1’de “ Φ ” simgesi ile belirtilmiştir. 2 ve 4 numaralı motorların açısal dönüş hızları farkı belirtilenin tersi olması durumunda quadrotor ters yönde hareketini gerçekleştirecektir.

Çift olarak belirtilen 1-3 ve 2-4 motorlarının hızlarının çift olarak eşit olması fakat çiftler arasında dönüş hızları farkı olması durumunda Z eksenini etrafında sapma hareketi gerçekleşir. 1 ve 3 motor çiftinin hızının daha yüksek olması durumunda Z eksenini üzerinde saat yönünde bir dönme elde edilirken, 2 ve 4 motor çiftinin hızının diğer çiftten yüksek olması durumunda saatin tersi yönünde bir dönüş meydana gelecektir. Z eksenini üzerindeki bu sapma dönüşü “Yaw hareketi” olarak adlandırılmaktadır. Açısal değişim Şekil 2.1’de “ Ψ ” simgesi ile belirtilmiştir.

Yalpalama (Φ), yunuslama (θ) ve sapma (Ψ) açılarının tamamı literatürde “Euler açıları” olarak adlandırılmaktadır.

2.2 Kinematik Denklemler

Quadrotor gövde çerçevesi üzerinde yaptığı hareketlerle atalet çerçevesi üzerinde ilerlemektedir. Şekil 2.3’te gövde çerçevesi “G”, atalet çerçevesi “A” indisleri ile belirtilmiştir. Üç boyutlu uzay üzerinde quadrotorun konumunun belirlenmesi için gövde çerçevesindeki hareketlerin atalet çerçevesine dönüştürülmesi gerekmektedir.



Şekil 2.3 : Gövde ve atalet çerçevesine göre quadrotor konumu.

Atalet çerçevesindeki doğrusal (ξ) ve açısal (η) konum denklem 2.1’de belirtilmiştir.

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} \Phi \\ \theta \\ \Psi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Gövde çerçevesindeki doğrusal (V_G) ve açısal (γ) hız denklem 2.2’de belirtilmiştir.

$$V_G = \begin{bmatrix} V_{x,G} \\ V_{y,G} \\ V_{z,G} \end{bmatrix}, \gamma = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Denklem (2.1)’in türevi alınarak atalet çerçevesindeki doğrusal ve açısal hızlar bulunabilir. Atalet çerçevesinden gövde çerçevesine geçiş için denklem 2.3 kullanılacaktır.

$$\dot{\xi} = R V_G \quad (2.3)$$

Denklem 2.3’teki “R” matrisi toplam rotasyon matrisini belirtmektedir. Her bir eksen için rotasyon matrisleri (R_x , R_y , R_z) denklem 2.4 olarak hesaplanır.

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi \\ 0 & \sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix}, R_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, R_z = \begin{bmatrix} \cos\Psi & -\sin\Psi & 0 \\ \sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Toplam rotasyon matrisi (R) her bir eksen için oluşturulan rotasyon matrislerinin çarpımı olarak denklem 2.5 ve 2.6’da belirtilmiştir.

$$R = R_z R_y R_x \quad (2.5)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\Psi \cos\theta & \cos\Psi \sin\theta \sin\Phi - \sin\Psi \cos\Phi & \cos\Psi \sin\theta \cos\Phi + \sin\Psi \sin\Phi \\ \sin\Psi \cos\theta & \sin\Psi \sin\theta \sin\Phi + \cos\Psi \cos\Phi & \sin\Psi \sin\theta \cos\Phi - \cos\Psi \sin\Phi \\ -\sin\theta & \cos\theta \sin\Phi & \cos\theta \cos\Phi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Toplam rotasyon matrisi ortogonal olduğu için $R^{-1} = R^T$ denilebilir. Bu matrisin tersi atalet çerçevesinden gövde çerçevesine geçiş için kullanılacaktır.

Açısal hızların atalet çerçevesinden gövde çerçevesine geçişte kullanılan rotasyon matrisi denklem 2.7 olarak hesaplanır ve denklem 2.8 olarakta gösterilebilir.

$$\gamma = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_x \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_y \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \right) \quad (2.7)$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = W_\eta \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}, W_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\Phi & \cos\theta \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\theta \cos\Phi \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Denklem 2.8’de belirtilen W_η atalet çerçevesindeki açısal hızların gövde çerçevesine rotasyon matrisidir. Bu matrisin tersi alınarak gövde çerçevesinden atalet çerçevesine geçiş yapılabilir. Rotasyon matrisinin tersi denklem 2.9’da belirtilmiştir.

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = W_\eta^{-1} \gamma, \quad W_\eta^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\Phi \tan\theta & \cos\Phi \tan\theta \\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi \\ 0 & \sin\Phi/\cos\theta & \cos\Phi/\cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.3 Dinamik Denklemler

Quadrotorun motor yerleşimi ve gövde yapısı tamamen simetrik ve kütle dağılımının homojen olduğu varsayılırsa ağırlık merkezi ve gövde çerçevesi orijini aynı noktada olacaktır. Bu çalışmada diğer birçok çalışmada olduğu gibi eşit kütle dağılımı ve ağırlık merkezi çevresinde tam simetrik yerleşim varsayımı uygulanmıştır [1-12]. Bu durumda kütle atalet matrisi denklem 2.10’da belirtildiği üzere diagonal olarak yazılacaktır.

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Her bir motorun oluşturduğu itme kuvveti denklem 2.11’de belirtilmiştir. Motor numarası “i” indisi ile, ilgili motorun açısal dönüş hızı “ w_i ” ile gösterilmektedir. Her motor dönüş hızına bağlı olarak kendi rotor dönüş eksenini ve gövde çerçevesi pozitif Z eksenini kesişiminden geçen “ F_i ” kaldırma kuvveti oluşturmaktadır. Denklemde “k” ile belirtilen aerodinamik kaldırma katsayısıdır.

$$F_i = k w_i^2, \quad i=1,2,3,4 \quad (2.11)$$

Hava sürüklemesinden ve rotor ataletinden kaynaklanan tork her bir motor için denklem 2.12’deki gibi yazılır. Denklemde “b” sürüklenme katsayısını, “ I_r ” rotor ataletini göstermektedir. Tork denklemindeki “ \dot{w}_i ” etkisinin küçüklüğü göz önüne alınarak rotor ataleti nedeniyle oluşan tork kontrolcü modellemesinde kullanılmamıştır. Fakat motor modellemesine dahil edilerek doğrusal olmayan sistem modelinin doğruluğunun artırılması hedeflenmiştir.

$$\tau_{M,i} = b w_i^2 + I_r \dot{w}_i, \quad i=1,2,3,4 \quad (2.12)$$

Dört motorun Z ekseninde oluşturduğu toplam kaldırma kuvveti denklem 2.13’te “ T_G ” olarak gösterilmiştir.

$$T_G = \sum_i^4 F_i = k \sum_i^4 w_i^2 \quad (2.13)$$

Gövde üzerindeki tork (τ_G) 3 bileşenden oluşmaktadır. Φ , θ ve Ψ açılarının oluştuğu eksenler boyunca etki gösteren τ_Φ , τ_θ ve τ_Ψ tork bileşenleri denklem 2.14'te belirtilmiştir.

$$\tau_G = \begin{bmatrix} \tau_\Phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lk(-w_2^2 + w_4^2) \\ lk(-w_1^2 + w_3^2) \\ b(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Denklem 2.14'te “ l ” motor merkezinin quadrotorun ağırlık merkezine olan uzaklığı temsil etmektedir. Tork denklemlerinden de anlaşılacağı üzere karşılıklı iki motorda açısal hız farkı oluşturularak yalpa (τ_Φ) ve yunuslama (τ_θ) torkları elde edilmektedir. Sapma torkunu (τ_Ψ) elde etmek içinse motor çiftleri gruplarının arasında dönüş hızı farkı oluşturmak gerekir.

2.4 Newton – Euler Denklemleri

Bu bölümde quadrotor üzerindeki kuvvet ve moment dengeleri incelenerek quadrotorun atalet çerçevesindeki doğrusal ve açısal ivmeleri tespit edilmiştir. Quadrotor gövdesini etkileyen 4 temel kuvvetten bahsedilebilir. Bunlar atalet kuvveti ($m\dot{V}_G$), merkezkaç kuvveti ($\gamma^*(mV_G)$), yerçekimi kuvveti ($R^T G$) ve motorların oluşturduğu kaldırma kuvveti (T_G) olarak denklem 2.15'te gösterilmiştir [4].

$$m\dot{V}_G + \gamma^*(mV_G) = R^T G + T_G, (R^{-1} = R^T) \quad (2.15)$$

Kuvvet denge denklemi denklem 2.15'te belirtilen “ m ” quadrotorun kütleini, “ G ” yerçekimi kuvvetini temsil etmektedir.

Hareket halinde olan gövde çerçevesinden sabit hareketsiz referans çerçeve kabul edilen atalet çerçevesine geçiş yapılırsa merkez kaç kuvveti sıfırlanır [18]. Bu nedenle atalet çerçevesi kuvvet denge denkleminde denklem 2.15'te belirtilen merkezkaç kuvveti yer almayacaktır. Denklem 2.15'te merkez kaç kuvveti kaldırılırsa ve denklemin her iki tarafı da toplam rotasyon matrisi “ R ” ile çarpılırsa denklem 2.16 elde edilir.

$$mR\dot{V}_G = G + RT_G \quad (2.16)$$

Denklem 2.16'daki quadrotorun doğrusal ivmelenmesi gövde çerçevesinden atalet çerçevesine dönüştürülürse denklem 2.17 elde edilir. Denklem 2.18'de açılımı

gösterilmektedir. Yer çekimi kuvveti negatif Z eksenine yönünde olduğu için kütle (m) ve yerçekimi ivmesi (g) çarpımı negatif olarak belirtilmiştir. “c” kosinüs, “s” sinüsü temsil etmektedir.

$$m\ddot{\xi} = G + RT_G \quad , \quad (V_G = R \dot{\xi}) \quad (2.17)$$

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\Psi c\theta & c\Psi s\theta s\Phi - s\Psi c\Phi & c\Psi s\theta c\Phi + s\Psi s\Phi \\ s\Psi c\theta & s\Psi s\theta s\Phi + c\Psi c\Phi & s\Psi s\theta c\Phi - c\Psi s\Phi \\ -s\theta & c\theta s\Phi & c\theta c\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_G \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Denklem 2.18’deki matrisin çözümü ve denklemin her iki tarafının kütleyle (m) bölünmesiyle ile Denklem 2.19’da belirtilen atalet çerçevesindeki doğrusal ivmelenme denklemi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{T_G}{m} \begin{bmatrix} c\Psi s\theta s\Phi + s\Psi s\Phi \\ s\Psi s\theta c\Phi - c\Psi s\Phi \\ c\theta c\Phi \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Quadrotoru etkileyen 3 tork kuvveti mevcuttur. Bunlar; açısal ivmeden kaynaklanan atalet ($I\dot{\gamma}$), sentripetal (merkezcil) kuvvet ($\gamma \times (I\gamma)$), ve cayroskopik kuvvetlerdir (Ω). Bu üç torkun toplamı gövde çerçevesindeki toplam torku (τ_G) vermektedir. Denklem 2.20’de gösterilmiştir.

$$I\dot{\gamma} + \gamma \times (I\gamma) + \Omega = \tau_G \quad (2.20)$$

Denklem 2.2’de belirtilen açısal hızın ve denklem 2.10’da belirtilen gövde ataletinin tork denkleminde eklenmesiyle denklem 2.21 elde edilir. Z eksenine boyunca oluşan cayroskopik kuvvetler motorun ve pervanenin toplam ataletinin (I_r) net açısal (w_Ω) hızla çarpımı olarak gösterilmiştir ($w_\Omega = w_1 - w_2 + w_3 - w_4$).

$$\tau_G = I\dot{\gamma} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_r \end{bmatrix} w_\Omega \quad (2.21)$$

Denklem 2.21 sadeleştirilip gövde çerçevesindeki açısal ivme ($\dot{\gamma}$) denklemin solunda yalnız bırakılırsa ve denklem gövde ataleti matrisinin tersi (I^{-1}) ile çarpılırsa denklem 2.22 elde edilir.

$$\dot{\gamma} = I^{-1} \left(- \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx}p \\ I_{yy}q \\ I_{zz}r \end{bmatrix} - I_r \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_\Omega + \tau_G \right) \quad (2.22)$$

Denklem 2.22’deki matris çarpımı gerçekleştirilirse ve denklem 2.23’teki atalet matrisi ve yunuslama, yalpa ve sapma torkları eklenirse denklem 2.24 elde edilir.

$$I^{-1} = \begin{bmatrix} 1/I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_{zz} \end{bmatrix}, \tau_G = \begin{bmatrix} \tau_\Phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} (I_{yy} - I_{zz})qr/I_{xx} \\ (I_{zz} - I_{xx})pr/I_{yy} \\ (I_{xx} - I_{yy})pq/I_{zz} \end{bmatrix} - I_r \begin{bmatrix} q/I_{xx} \\ -p/I_{yy} \\ 0 \end{bmatrix} w_\Omega + \begin{bmatrix} \tau_\Phi/I_{xx} \\ \tau_\theta/I_{yy} \\ \tau_\psi/I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Gövde çerçevesindeki açısal ivmenin ($\dot{\gamma}$) atalet çerçevesindeki açısal ivmeye ($\ddot{\eta}$) çevrilmesi için denklem 2.24'ün denklem 2.26'da belirtilen açısal rotasyon matrisinin tersinin (W_η^{-1}) türevi ile çarpılması gerekmektedir. Denklem 2.26'da "c" kosinüs, "s" sinüs ve "t" tanjantı belirtmektedir.

$$\ddot{\eta} = \frac{d}{dt}(w_\eta^{-1}\dot{\gamma}) = \frac{d}{dt}(w_\eta^{-1})\dot{\gamma} + (w_\eta^{-1}\ddot{\gamma}) \quad (2.25)$$

$$\frac{d}{dt}(w_\eta^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\Phi}c\Phi t\theta + s\Phi/c\theta^2 & -\dot{\Phi}s\Phi c\theta + \dot{\theta}c\Phi/c\theta^2 \\ 0 & -\dot{\Phi}s\Phi & -\dot{\Phi}c\Phi \\ 0 & \dot{\Phi}c\Phi/c\theta + \dot{\Phi}s\Phi t\theta/c\theta & \dot{\Phi}s\Phi/c\theta + \dot{\theta}c\Phi t\theta/c\theta \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

" $\frac{d}{dt}(w_\eta^{-1})$ " denklem 2.25'te yerine koyularak denklem 2.27'de belirtilen atalet çerçevesindeki açısal ivme ($\ddot{\eta}$) elde edilir. Gövde çerçevesindeki açısal ivme ($\dot{\gamma}$) denklem 2.24 ile hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\Phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\Phi}c\Phi t\theta + s\Phi/c\theta^2 & -\dot{\Phi}s\Phi c\theta + \dot{\theta}c\Phi/c\theta^2 \\ 0 & -\dot{\Phi}s\Phi & -\dot{\Phi}c\Phi \\ 0 & \dot{\Phi}c\Phi/c\theta + \dot{\Phi}s\Phi t\theta/c\theta & \dot{\Phi}s\Phi/c\theta + \dot{\theta}c\Phi t\theta/c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + w_\eta^{-1}\ddot{\gamma} \quad (2.27)$$

Denklem 2.19'da belirtilen doğrusal ivme ve denklem 2.27'de belirtilen açısal ivme Matlab Simulink yazılımı ortamında quadrotorun atalet çerçevesinde modellenmesi için kullanılmıştır. Bölüm 2.3 ve 2.4'te belirtilen parametreler [17] kaynağındaki çalışmadan alınmıştır ve Çizelge 2.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1: Quadrotor parametreleri [17].

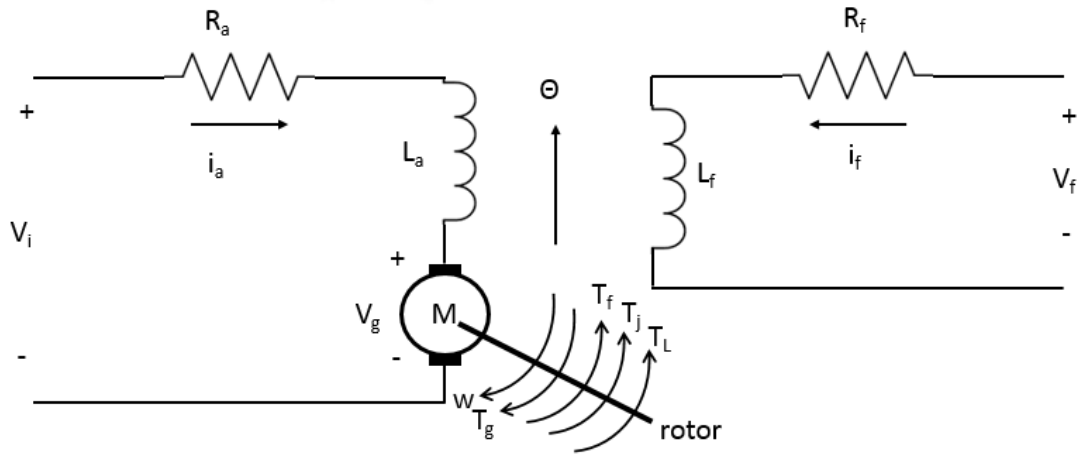
Parametre	Açıklama	Değer	Birim
l	Kol uzunluğu	0,225	m
m	Ağırlık	0,468	kg
k	Kaldırma katsayısı	$2,98 \times 10^{-6}$	-
b	Sürüklenme katsayısı	$1,14 \times 10^{-7}$	-
I_{xx}	X eksenini boyunca atalet momenti	$4,86 \times 10^{-3}$	kgm^2
I_{yy}	Y eksenini boyunca atalet momenti	$4,86 \times 10^{-3}$	kgm^2
I_{zz}	Z eksenini boyunca atalet momenti	$8,8 \times 10^{-3}$	kgm^2
I_r	Motor ve pervane atalet momenti	$3,36 \times 10^{-5}$	kgm^2

2.5 Motor Modellenmesi

Quadrotorun Matlab Simulink ortamında doğru modellenmesi için motor dinamiklerinin de göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Aksi takdirde sistem gerçekçi olmayan kaldırma kuvveti veya tork değerlerine ulaşabilir. Bu kuvvetler hesaplanarak tavan değeri belirlenip alçak geçiren filtreler dizayn edilse de fiziksel olarak mümkün olmayan sürelerde motor devri değişimleri yaşanabilir. Quadrotorun motor modellemesi olmadan yapılan simülasyon sonuçları analiz edildiğinde bu etkilerin varlığı gözlenmiştir.

Tezde kullanmak amacıyla ağırlık, çalışma voltajı ve motor devri özellikleri gözetlenerek DC Motor seçimi yapılmıştır. [18]'in quadrotor modellenmesi üzerinde yaptığı çalışmada kullanılan "PJS" marka "3D 550E" model fırçasız doğru akım motoru (BLDC) bu tezde de kullanılmıştır. İlgili çalışmada motor üreticisinin sunmuş olduğu özellikler gerçek motor üzerinde ölçülerek doğrulanmış ve ek olarak üreticinin sağlamadığı bazı değerler ölçümlere dayanarak hesaplanmış. Değerler bu tezde doğrudan kullanılmıştır ve Çizelge 2.3'te belirtilmiştir.

Herhangi bir zamanda motor tarafından üretilen tork yenilmesi gereken diğer torqların toplamı kadardır [18]. Armatür besleme gerilimi ve motorun karşılaştığı direnç torku rotorun dönüş hızını belirlemektedir. Şekil 2.4'te DC motor elektrik devresi gösterilmektedir.



Şekil 2.4 : DC motor elektrik devresi.

Motor armatür devresi için Kirchoff kuralı uygulanırsa denklem 2.28 elde edilir.

$$V_i(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + V_g(t) \quad (2.28)$$

Sargıdan geçen akım dolayısıyla oluşan manyetik alan armatür üzerinde “ V_g ” gerilimini oluşturmaktadır.

$$V_g(t) \cong \Theta(t).w(t) \quad (2.29)$$

Çizelge 2.2: DC motor elektrik devresi sembolleri ve anlamları.

Sembol	Açıklama	Sembol	Açıklama
V_i	Motor besleme gerilimi	T_g	Üretilen tork
i_a	Armatür akımı	T_f	Motor sürtünme tork
R_a	Armatür direnci	T_j	Motor atalet torku
L_a	Armatür empedansı	T_L	Yük torku
V_g	Armatür akısından üretilen gerilim	R_f	Sargı direnci
Θ	Akımdan kaynaklanan manyetik alan	L_f	Sargı empedansı
w	Rotor açışal dönüşü	i_f	Sargıdan geçen akım

Armatürün tepkisi gibi etkiler göz ardı edilerek manyetik alan akısı sabit olduğu varsayılırsa akı nedeniyle oluşan gerilim “ V_g ” denklem 2.30 ile gösterilebilir.

$$V_g(t) = K_e w(t) \quad (2.30)$$

“ K_e ” hız katsayısı olarak adlandırılmıştır.

Oluşturulan elektromanyetik tork armatür üzerinden geçen akımla doğru orantılıdır ve denklem 2.31’de gösterilmiştir. “ K_t ” motor tork katsayısıdır.

$$T_g(t) = K_t i(t) \quad (2.31)$$

Toplam tork dengesi denklem 2.32’de belirtilmiştir. Denklemde “ B ” doğrusal sürtünme tork katsayısını, “ T_f ” rotor sürtünme torkunu, “ T_L ” yük torkunu, “ I_r ” rotor ataletini temsil etmektedir.

$$T_g(t) = (T_f(t) + Bw(t)) + T_L(t) + I_r \dot{w} \quad (2.32)$$

Denklem 2.28 ve 2.32 yeniden düzenlenerek Laplace dönüşümü yapılırsa denklem 2.33 ve 2.34 elde edilir.

$$V_i(s) - K_e w(s) = (R_a + sL_a)I_a(s) \quad (2.33)$$

$$T_g(s) - T_f(s) - T_L(s) = (B + sI_r)w(s) \quad (2.34)$$

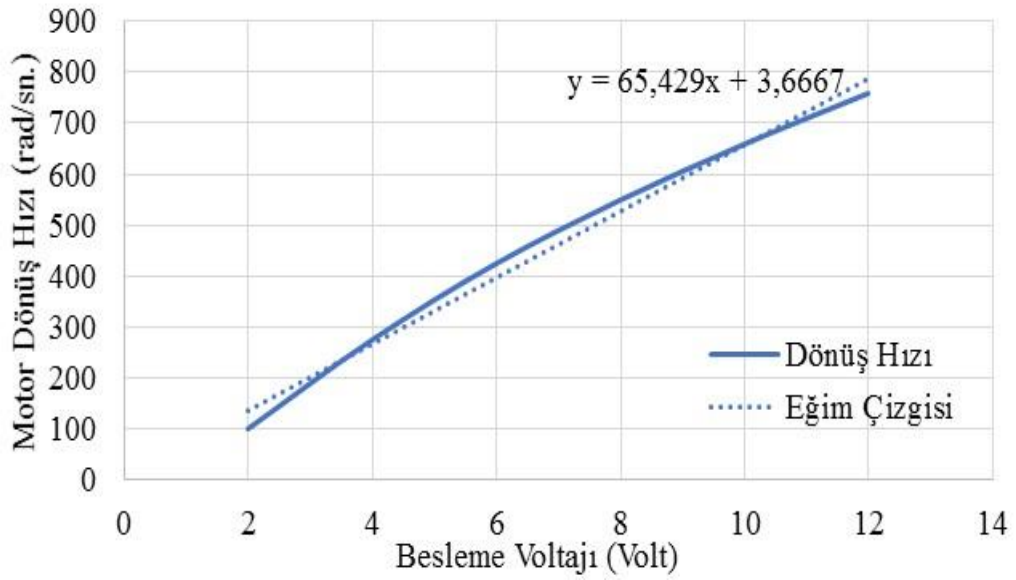
Denklem 2.33 ve 2.34 motorun Matlab Simulink modellemesinde kullanılmıştır. Tezde kullanılan motor özellikleri Çizelge 2.3’te belirtilmiştir.

Oluşturulan motor modeli besleme voltajı girdisi ile kontrol edilmektedir. Kontrolcülerden gelecek motor dönüş hızı girdisinin voltaj değerine çevrilerek motor

modeline girdi olarak verilmesi gerekmektedir. [18] çalışmasında kullanılan ve Şekil 2.5'te belirtilen motor dönüş hızı ve besleme voltajı eğrisi doğrusal hale getirilerek motor voltaj girdileri belirlenmiştir. Grafikte de görülebileceği üzere her 1V besleme voltajı yaklaşık olarak 65 rad/sn dönüş hızına denk gelmektedir.

Çizelge 2.3: PSJ 3D 550E motor özellikleri [18].

Sembol	Açıklama	Değer	Birim
B	Doğrusal sürtünme tork katsayısı	1.23×10^{-6}	Nms
K_t	Motor tork katsayısı	3.7×10^{-3}	Nm/A
K_e	Hız katsayısı	7.8×10^{-3}	Vs
L_a	Armatür empedansı	1.9×10^{-3}	H
R_a	Armatür direnci	260×10^{-3}	Ohm



Şekil 2.5 : DC motor besleme voltajı ile motor dönüş hızı eğrisi.

Şekil 2.5'te dikkat edilecek bir diğer ayrıntı ise besleme voltajının belli bir değerinin altında olması durumunda motorun dönmemesidir. İlgili çalışmada bunun sebebi üretilen torkun doğrusal sürtünme tork değerini yenememesi olarak belirtilmiştir. Motor modelinde minimum voltaj değeri olarak 1,25 volt beslenmiştir.



3. KONTROLCÜ TASARIMI

Quadrotorun hareketi 4 farklı girdi ile sağlanmaktadır. Bunlar; toplam kaldırma kuvveti, yunuslama torku, yalpa torku ve sapma torku olarak belirtilebilir. Oluşturulan kontrolcüler irtifa ve açı kontrolcüsü olarak iki bölüme ayrılmıştır. İrtifa kontrolcüsü için atalet çerçevesindeki Z eksenindeki konum, açı kontrolcüsünde yunuslama açısı, yalpalama açısı ve sapma açısı takip edilecek durumlar olarak verilmektedir. Kontrolcüler kaldırma kuvveti ve tork değerleri kontrolü üzerine dizayn edilmiştir. Referans girdilere karşın oluşması gereken tork ve kuvvet değerli hesaplandıktan sonra motor açısıl dönüş hızları hesaplanmıştır. Talep olan dönüş torkları ve itme kuvveti değerleri vasıtasıyla hesaplanan açısıl dönüş hızları motor modeline beslenerek motor kontrolü sağlanmaktadır. PID ve LQR kontrolcüler ayrı ayrı dizayn edildikten sonra bu kontrolcülerin kazanç değerleri hiperbolik tanjant adaptif kontrolcüde aynı şekilde kullanılmıştır. Değerlerin aynı şekilde kullanılması ile bu üç kontrolcünün performanslarının kıyaslanabilmesi amaçlanmıştır.

Bölüm 2.3'te belirtildiği üzere kaldırma kuvveti ve tork girdileri 4 motorun açısıl dönüş hızlarına bağlıdır. Dönüş hızına bağlı olarak pervane kanatçıkları kuvvet meydana getirmektedir. Denklem 2.13 ve 2.14'ün birlikte çözülmesiyle 4 motorun açısıl dönüş hızları hesaplanır. Her bir motorun modeline girdi olarak verilecek motor açısıl dönüş hızları denklem 3.1-3.4 ile hesaplanmaktadır.

$$w_1 = \sqrt{\frac{T}{4k} - \frac{\tau_\theta}{2kl} - \frac{\tau_\psi}{4b}} \quad (3.1)$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{T}{4k} - \frac{\tau_\phi}{2kl} + \frac{\tau_\psi}{4b}} \quad (3.2)$$

$$w_3 = \sqrt{\frac{T}{4k} + \frac{\tau_\theta}{2kl} - \frac{\tau_\psi}{4b}} \quad (3.3)$$

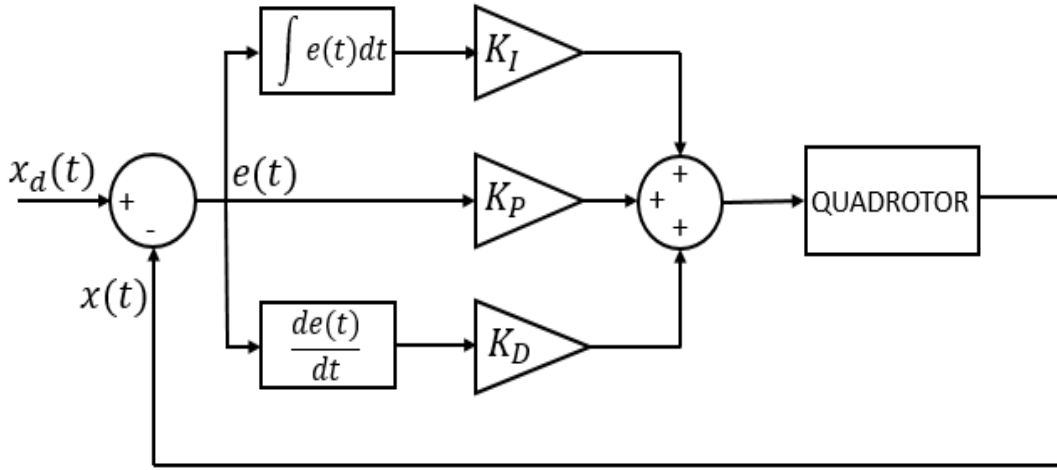
$$w_4 = \sqrt{\frac{T}{4k} + \frac{\tau_\phi}{2kl} + \frac{\tau_\psi}{4b}} \quad (3.4)$$

3.1 PID Kontrolcü Tasarımı

PID kontrolcü basit yapısı nedeniyle hemen hemen her sisteme kolayca uygulanabilmektedir. İstenilen durum girdisi (input) ile mevcut durumun arasındaki fark (hata) hesaplanarak sistem kontrol edilmektedir. Temel olarak PID kontrolcüsü denklem 3.5 ve 3.6 ile ifade edilebilir. “ $e(t)$ ” hatayı, “ $x_d(t)$ ” istenilen durum girdisini, “ $x(t)$ ” o anki durumu, “ K_P ” doğrusal kazanç katsayısını, “ K_I ” integral kazanç katsayısını, “ K_D ” türev kazanç katsayısını ve “ $u(t)$ ” kontrol girdisini göstermektedir. PID kontrolcü şeması Şekil 3.1’de gösterilmektedir.

$$e(t) = x_d(t) - x(t) \quad (3.5)$$

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (3.6)$$



Şekil 3.1 : PID kontrolcü şeması.

Sistem kontrol girdileri (u_i) ve takip edilecek durumlar (x_i) denklem 3.7’de belirtilmektedir.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ \tau_\Phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \\ \Phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Verilen referans durumu (x_d) ile mevcut durum arasındaki hatanın sıfır olması için denklem 3.5 ve 3.6’da belirtilen kontrol kanunu uygulanır. Sisteme verilecek kaldırma kuvveti ve tork kontrol girdileri denklem 3.8-3.11 ile hesaplanmaktadır.

$$T = (g + K_{P,z}(z_d - z) + K_{I,z} \int_0^t (z_d - z) dt + K_{D,z}(\dot{z}_d - \dot{z})) \frac{m}{c\Phi c\theta} \quad (3.8)$$

$$\tau_\Phi = (K_{P,\Phi}(\Phi_d - \Phi) + K_{I,\Phi} \int_0^t (\Phi_d - \Phi) dt + K_{D,\Phi}(\dot{\Phi}_d - \dot{\Phi})) I_{xx} \quad (3.9)$$

$$\tau_{\theta} = (K_{P,\theta}(\theta_d - \theta) + K_{I,\theta} \int_0^t (\theta_d - \theta)dt + K_{D,\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}))I_{yy} \quad (3.10)$$

$$\tau_{\psi} = (K_{P,\psi}(\Psi_d - \Psi) + K_{I,\psi} \int_0^t (\Psi_d - \Psi)dt + K_{D,\psi}(\dot{\Psi}_d - \dot{\Psi}))I_{zz} \quad (3.11)$$

Kontrolcü kazanç değerlerinin belirlenmesi için birçok yöntem bulunsa da çoğu zaman iteratif yöntemler ile tespit edilmektedir [3,4]. PID kontrolcü dizayn edilip simülasyon ortamında modellendikten sonra deneme yanılma yöntemleri ile doğrusal “K_p”, integral “K_I” ve türev “K_D” kazanç katsayıları tespit edilmiştir.

Kazanç katsayılarının tespitinde Çizelge 3.1’de belirtilen katsayının sistem çıktısına etkisi göz önünde bulundurulmuştur [19]. Katsayıların seçiminde PID kontrolcüsünün en iyi performansından ziyade Bölüm 3.3’te dizayn edilecek hiperbolik tanjant adaptif kontrolcünün en iyi performansı göstermesi hedeflenmiştir. İlgili kontrolcüde PID kontrolcüsü hatanın yüksek olduğu durumlarda devreye girecek ve hatayı mümkün olan en kısa sürede sıfırlamaya çalışacaktır. Hedeflenen bu durum göz önüne alındığında Çizelge 3.1’de de belirtildiği üzere yükselme süresini en fazla kısaltan K_p ve K_I katsayılarıdır. Fakat K_I kazancının yerleşme süresini artırması nedeniyle hedeflenen hızlı hata sıfırlanması etkisini olumsuz etkilemektedir ve aynı zamanda aşırı hedef aşımına neden olmaktadır. K_D kazancı birçok açıdan hedeflenen hızlı hata sıfırlanması durumuna katkı sağlamaktadır. Yükselme süresinde küçük iyileşme sağlasa da K_I kazancından kaynaklanan hedef aşımını ve artan yerleşme süresini azaltmaktadır [19].

Çizelge 3.1: PID kazanç katsayılarının sistem çıktısına etkisi [19].

Kazanç Katsayısı	Yükselme Süresi	Hedef Aşımı	Yerleşme Süresi	Kararlı Hal Hatası
K _p	Azalma	Artma	Küçük etki	Azalma
K _I	Azalma	Artma	Artma	Çok azalma
K _D	Küçük etki	Azalma	Azalma	Etkisiz

Tüm kazanç değerleri birbirlerini etkilediği için sadece Çizelge 3.1’de belirtilen etkilerin tek başına gözetlenerek kazanç değerlerinin belirlenmesi doğru değildir. Tüm katsayılar birlikte değerlendirilmeli ve sistemin tepkisine göre arzu edilen ideal durumun tespit edilmesi gerekmektedir. Bu bilgiler ışığında doğru kazanç değerlerinin tespiti için aşağıdaki iterasyon adımları izlenmiş ve Çizelge 3.2’de belirtilen kontrolcü kazanç değerleri elde edilmiştir. İlgili adımların takip edilebilmesi için modelin simülasyon ortamında oluşturulması ve doğrulanması gereklidir. Elde edilen kazanç değerleri oluşturulan hiperbolik tanjant adaptif kontrolcüde de aynı tutulmuştur.

- 1- Tüm kazanç katsayılarının “0” yapılarak sistem tepkisinin analiz edilmesi ve ihtiyaçların belirlenmesi.
- 2- Yükselme süresinin azalması için K_P kazancının bir miktar artırılması ve kademeli olarak artırılarak en ideal değerin tespiti.
- 3- Hedef aşımını kontrol etmek için K_D kazancının eklenmesi ve kademeli olarak ideal değerin tespiti.
- 4- Kararlı hal hatasının kaldırılması için K_I kazancının eklenmesi ve kademeli olarak artırılarak ideal değerin tespiti.
- 5- Çizelge 3.1’den faydalanarak tüm kazanç değerlerinin kademeli olarak değiştirilmesi ile hedeflenen kısa yerleşme süresi ve yükselme süresi değerlerine ulaşılması. Öncelikli olarak yükselme süresinin kısa olması gözetlenmiştir.

Çizelge 3.2: PID kontrolcü kazanç katsayıları.

Kontrolcü	K_p	K_I	K_D
Yunuslama (Φ)	14	4,8	9
Yalpalama (θ)	14	4,8	9
Sapma (Ψ)	15	6	12
İrtifa (Z)	18	8	9

3.2 LQR Kontrolcü Tasarımı

Optimal kontrol teorisi üzerine kurulu olan “Linear Quadratic Regulator” (LQR) sistem girdileri ve dinamik sistem durumlarını göz önüne alarak minimum maliyetle sistemin kararlılığını sağlamaktadır. Sistem durumları bir kazanç ile çarpılarak sisteme geri beslenir. Lineer bir sistem durum-uzay (state space) denklemleri olarak denklemler 3.12 ve 3.13’te belirtilmektedir. “x” sistem durumu, “u” kontrol girdileri, “y” sistem çıktısı olarak belirtilmektedir [20].

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.12)$$

$$y = Cx \quad (3.13)$$

Fakat sistemin kararlılığının sağlanmasının yanı sıra referans girdilerin takibinin de sağlanması gerekmektedir. Referans girdilerin takibi için hata sistemi kurulmasına ihtiyaç vardır. Aynı zamanda bu kontrolcüde de PID kontrolcüsünde olduğu gibi durum hatalarının kullanılması Bölüm 3.3’te dizayn edilecek hiperbolik tanjant adaptif

kontrolcüsü için faydalı olacaktır. Bu nedenle sistem dinamikleri yerine hata dinamikleri kullanılmıştır. Eğer kontrolcüler olması gerektiği gibi çalışıyorlarsa durum hatalarının oldukça küçük olması beklenir. Küçük hata varsayımı ile sistem dinamiklerinin durum hata dinamikleri ile birebir aynı şekilde ilerlediği söylenebilir [20].

Bu kontrolcü türünde sistem geri besleme kazancı (K) hesaplanarak durum değişkenleri (x) ve istenilen referans durumların (x_d) farkı bu katsayı ile çarpılır ve sisteme girdi (u) olarak verilir.

$$u = -K(x - x_d) \quad (3.14)$$

Kazanç katsayısı ile denklem 3.12 yeniden düzenlenerek denklem 3.15'te olduğu gibi yazılabilir.

$$\dot{x} = (A - BK)(x - x_d) \quad (3.15)$$

Kazanç katsayısının belirlenmesi sistemin tepki hızı ve kontrol için harcanan enerji arasındaki tercihe bağlıdır. Denklem 3.16'da belirtilen maliyet fonksiyonu aynı zamanda enerji fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır [20].

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.16)$$

Maliyet fonksiyonundaki “Q” ve “R” ağırlık matrisleri durumların ve kontrol girdilerinin maliyet fonksiyonundaki ağırlıklarını göstermektedir. “R” matrisinin yüksek değerlerde seçilmesi sistemi daha düşük enerji ile dengelemek anlamına gelmektedir. Yüksek “Q” matris değerleri ise durum değişkenlerinde en az değişiklik ile sistemin dengelenmesi anlamına gelir [20]. Kontrol edilecek değişken sayısı “n” ve kontrol girdi sayısı “m” ise “Q” matrisi n x n, “R” matrisi m x m olmak üzere pozitif kesin matrislerdir.

LQR kazanç vektörü denklem 3.17 ile hesaplanmaktadır.

$$K = R^{-1} B^T P \quad (3.17)$$

“P” matrisi pozitif sonlu diyagonal sabit matris olmakla birlikte denklem 3.18'de belirtilen “Riccati” denkleminin çözülmesi ile bulunur [20].

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (3.18)$$

İrtifa ve açı kontrolcülerin dizayn edilmesi üzerine seçilen durum vektörü (x) 8 değişkenlidir ve denklem 3.19'da belirtilmiştir.

$$x = [\Phi \ \dot{\Phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \Psi \ \dot{\Psi} \ z \ \dot{z}]^T \quad (3.19)$$

İrtifa ve açılmal kontrolcülerin istenen referans açı ve irtifa değerlerini takip edebilmesi için iki ayrı kontrolcü dizaynı gerçekleştirilmiştir. Hesaplanacak “K” kazanç vektörü sistemi belirlenen noktada stabil kalmasını sağlamaktadır. İrtifa kontrolcüsünde ek olarak referans değerdeki kararlı hal hatasının oluşmaması için sisteme integral kazancı eklenmiştir. Bunun için irtifa kontrolcüsüne “ $w = \int(y - r)$ ” durumu eklenmiştir. “w” durumu “y” sistem çıktısının “r” referans çıktısı farkının integraline eşittir. İrtifa kontrolcüsüne eklenen bu ilave durum ile birlikte denklem 3.12 denklem 3.20’deki halini alır.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax + Bu \\ y - r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax + Bu \\ Cx - r \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

İlave durum değişkeninde eklenmesiyle denklem 3.14’te belirtilen sistem girdi vektörü denklem 3.21’deki halini alır. “ K_i ” integral kazancı olmak üzere; “K” sabit kazancı ile denklem 3.17’de belirtilen aynı denklemle hesaplanır. Denklem 3.19’da belirtilen durum vektörü (x) ise denklem 3.22’deki gibi yazılabilir.

$$u = -K(x - x_d) - K_i w \quad (3.21)$$

$$x = [\Phi \ \dot{\Phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \Psi \ \dot{\Psi} \ z \ \dot{z} \ w]^T \quad (3.22)$$

Kazanç vektörünün belirlenebilmesi için sistemin doğrusallaştırılarak durum uzay (state space) denklemleri olarak yazılması gerekmektedir [5]. Küçük olması nedeniyle Euler açıları ve cayroskopik etkiler gibi ikincil etkiler yok sayılırsa denklem 2.19 ve denklem 2.27, denklem 3.23’deki gibi doğrusal şekilde yazılabilir. Sistem herhangi bir yükseklikte askıda ve dengede olarak doğrusallaştırılırsa aynı sonuca ulaşılabilir. Çünkü askıda ve dengede olan quadrotorda Euler açı değişimleri cayroskopik etkiler “0” olacaktır [5]. Kontrol girdileri (U_i) denklem 3.7’de belirtildiği gibidir.

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= U_1/m - g \\ \ddot{\Phi} &= U_2 * l/I_{xx} \\ \ddot{\theta} &= U_3 * l/I_{yy} \\ \ddot{\Psi} &= U_4/I_{zz} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Doğrusallaştırılan denklemler denklem 3.22’de belirtilen durumlar için durum uzay denklemleri olarak denklem 3.24’teki gibi yazılır. Denklem 3.18’de belirtilen “Riccati” denklemindeki “A” ve “B” matrisleri denklem 3.24’ten alınmıştır. Kazanç vektörünün (K) hesaplanmasında kullanılan diyagonal “Q” matrisi ve “R” matrisi

“Bryson” kuralına [16] göre tespit edilmiştir. Bu kural maksimum kabul edilebilir durum (x) değerine ve kontrol girdisi (U) değerine göre “Q” ve “R” matrislerinin hesaplanabileceğini öne sürmektedir. Sistem dinamikleri yerine hata dinamikleri kullanıldığı için maksimum kabul edilebilir durum hatası ve girdi hatası olarak matrislerin hesaplanması gerekmektedir. Denklem 3.25 ve 3.26’da belirtilen kuralda “i” matris satırını, “j” ise matris sütununu belirtmektedir.

$$\begin{pmatrix} \dot{\Phi} \\ \ddot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{z} \\ \ddot{z} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi \\ \dot{\Phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \\ z \\ \dot{z} \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l/I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l/I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/I_{zz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$[Q_{ij}] = \frac{1}{(\text{Maksimum Kabul Edilebilir Durum Değeri})^2} \quad (3.25)$$

$$[R_{ij}] = \frac{1}{(\text{Maksimum Kabul Edilebilir Girdi Değeri})^2} \quad (3.26)$$

Kazanç faktörü matrislerinin bu kurula göre hesaplanabilmesi için quadrotorun aç ve irtifa çalışma aralıklarına ihtiyaç duyulmaktadır. Çizelge 3.3 ve 3.4’te talep edilen çalışma aralıkları kullanılarak “Q” ve “R” matrisleri tespit edilmiştir. İlgili çizelgedeki çalışma aralıklarının tespiti Bölüm 4.1’de gösterilmiştir. Bu kontrolcünün bu çalışmadaki dizayn önceliği yüksek referans takip doğruluğudur. Bu nedenle her durum için kabul edilebilir hata dizayn kriteri olarak %5 verilmiştir. “Bryson” kuralı bu matrislerin belirlenmesinde başlangıç için iyi bir referans düzeyi vermektedir. En iyi performans elde edilene kadar iteratif yöntemler kullanılmıştır fakat ağırlıklı olarak bu kuraldan elde edilen sonuçlar referans alınmıştır. İteratif yöntemler ve “Bryson kuralı” ile belirlenen “Q” ve “R” matrisleriyle yapılan simülasyon çalışmalarında nihai

olarak denklem 3.27’de belirtilen “Q” matrisi ve denklem 3.28’de belirtilen “R” matrisi elde edilmiştir.

Çizelge 3.3: Quadrotorun ön görülen çalışma aralıkları (konum).

	Φ	θ	Ψ	Z	U _i
Çalışma Aralığı	$\pm 25^\circ$	$\pm 25^\circ$	$\pm 25^\circ$	≤ 0 m	$0 < < 8$ N
Kabul Edilebilir Hata	$\pm 1,25^\circ$	$\pm 1,25^\circ$	$\pm 1,25^\circ$	0,25m	$\pm 0,4$ N

Çizelge 3.4: Quadrotorun ön görülen çalışma aralıkları (hız).

	$\dot{\Phi}$ (rad/sn)	$\dot{\theta}$ (rad/sn)	$\dot{\Psi}$ (rad/sn)	\dot{Z} (m/s)
Çalışma Aralığı	$\pm 0,6$	$\pm 0,6$	$\pm 0,6$	15
Kabul Edilebilir Hata	$\pm 0,03$	$\pm 0,03$	$\pm 0,03$	0,75

$$Q = \begin{bmatrix} 2000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Denklem 3.24, 3.27 ve 3.28’deki “A”, “B”, “Q” ve “R” matrisleri belirlendikten sonra “Matlab” yazılımında “lqr(A,B,Q,R)” fonksiyonu kullanılarak “K” sabit kazanç vektörünün ve “K_i” integral kazancı hesaplanmıştır ve denklem 3.29’da belirtilmektedir.

$$K|K_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 38.72 & 23.15 & 1.25 \\ 54.7 & 36.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54.7 & 36.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 42.8 & 28.6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.3 HTAC Kontrolcü Tasarımı

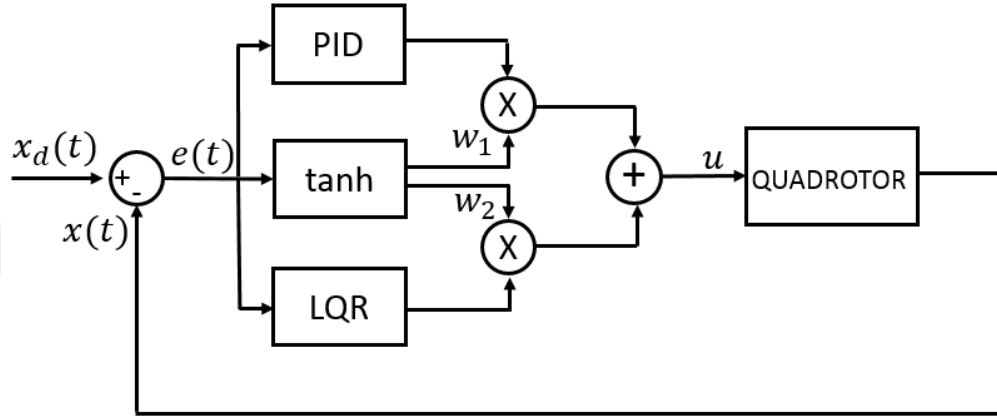
Sunulan hiperbolik tanjant adaptif kontrolcüsü PID ve LQR kontrolcülerin referans takibi, basamak girdisine tepkisi ve rüzgar gibi dış etkenlerden kaynaklanan bozulmaların sistemden atılması gibi performansları göz önüne alınarak oluşturulmuştur. Kontrolcü şeması Şekil 3.2’de gösterilmektedir. “w₁” ve “w₂” sırasıyla PID ve LQR kontrolcülerinin sistem girdisindeki ağırlıklarını belirtmektedir.

Kontrolcü ağırlıkları denklem 3.30'da belirtilen hiperbolik tanjant fonksiyonu ile belirlenmektedir. "e" referans ile durum arasındaki hatayı belirtmektedir.

$$w_1 = \tanh|e|, w_2 = 1 - w_1 \quad (3.30)$$

PID ve LQR kontrol girdilerinin denklem 3.30'da belirlenen ağırlıklar ile çarpılması sonucu nihai kontrol girdisi (u) oluşmaktadır ve denklem 3.31'de belirtilmiştir.

$$u(t) = u_{PID} \cdot w_1 + u_{LQR} \cdot w_2 \quad (3.31)$$



Şekil 3.2 : Hiperbolik tanjant adaptif PID+LQR kontrolcü şeması.

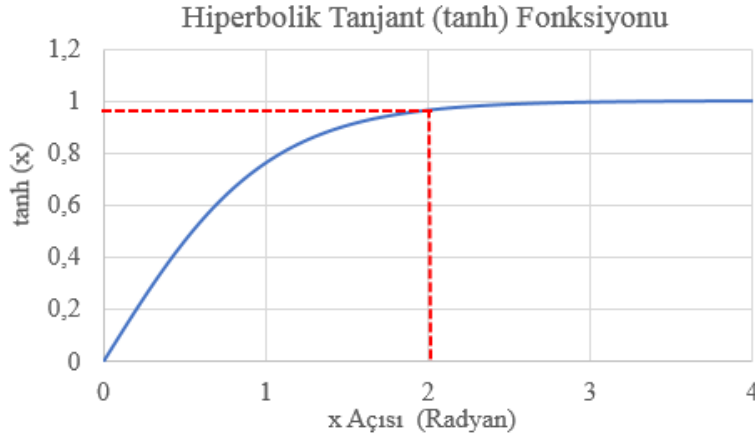
PID kontrolcüsü yükselme ve yerleşme süresi kısa olacak şekilde, yani agresif tepki verecek şekilde dizayn edilmiştir. Buna karşın LQR kontrolcüsü ile düşük hatada referans takibi ve sistemi daha kararlı şekilde tutmak üzere dizayn edilmiştir. Bu nedenle denklem 3.31'de görüleceği üzere hatanın büyük olması durumunda yüksek değerlere ulaşacak "w1" ağırlığı PID kontrolcüsü girdisine çarpan olarak verilmiştir. Hata düşük olduğunda ise "w2" ağırlığı yüksek olacaktır ve LQR kontrolcüsü devreye girerek daha düşük hatayla referans takibi sağlayacak ve oluşabilecek dış kaynaklı bozulmalara karşı direnç sağlayacaktır.

Hiperbolik tanjant fonksiyonu denklem 3.32'de belirtilmiştir ve Şekil 3.3'te "x" değeri değişimi ile aldığı değerler çizilmiştir.

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (3.32)$$

Dizayn edilen kontrolçüler olması gerektiği gibi çalışıyorsa gerek açılı gerekse irtifa girdileri ve gerçekleşenler arasında oluşan hatanın oldukça küçük olması beklenir. Bu nedenle küçük hata değerleri ile yapılacak hiperbolik tanjant fonksiyonlu ağırlık hesaplamalarında "w1" ağırlığı daima çok küçük değerlere sahip olacaktır ve nihai kontrol girdisi üzerinde etkisi görülemeyecektir. Bu problemin aşılması için oluşacak

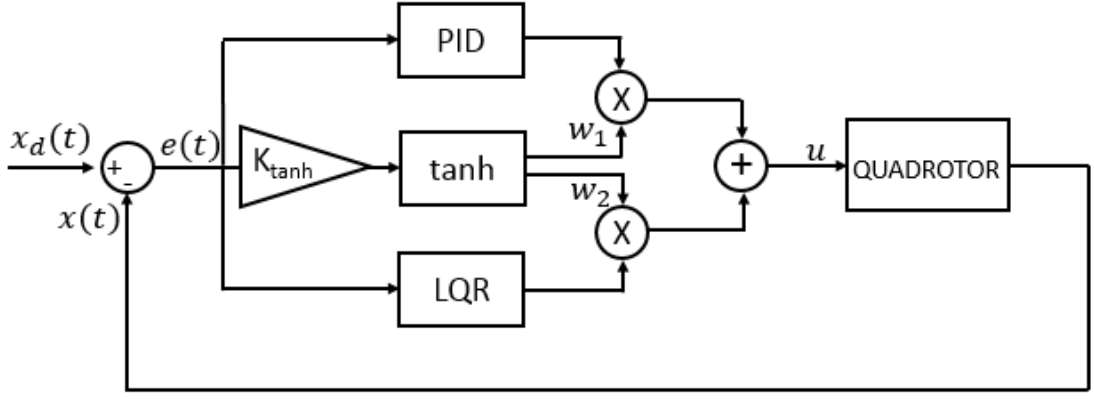
hatanın hiperbolik tanjant adaptif kontrolcüsüne güçlendirilerek verilmesi gerekmektedir.



Şekil 3.3 : Hiperbolik tanjant fonksiyonu çıktısının açı ile değişimi.

Şekil 3.3'te görüleceği üzere belirli bir değere kadar lineer olarak sayılabilecek fonksiyon 2 radyan açısında 0,96 değeri ile 1 asimptotuna oldukça yaklaşmaktadır. Kontrolcü ağırlıkları belirlenirken 0 ila 2 radyan skalası kullanılırsa hiperbolik tanjant fonksiyonu tam aralıkta kullanılmış olur. Herhangi bir kontrolcü 1 değerini alarak diğer kontrolcüyü tamamen devre dışı bırakabilir. Hatanın çok yüksek olması durumunda PID kontrolcüsü tamamen devreye girerken hatanın olmaması durumunda ise LQR kontrolcüsünün ağırlığı 1'e eşit olarak tüm kontrol görevini üstlenecektir.

Hata kazanç katsayısının sisteme eklenmesiyle kontrolcü Şekil 3.4'te belirtildiği halini alır. Yalpalama, yunuslama, sapma ve irtifa kontrolcülerini için kazanç katsayısının dizayn parametrelerine göre ayrıca hesaplanması gerekmektedir. Bu kazanç katsayıları Çizelge 3.3'te belirtilen öngörülen çalışma aralıkları değerleri üzerinde simülasyon çalışması yapılarak tespit edilmiştir. Açı kontrolcülerini için hata en büyük çalışma aralığı değerinin %10'una ($2,5^\circ \sim 0,043\text{rad.}$) ulaşırsa hiperbolik tanjant fonksiyonu yaklaşık "1" çıktısını vermesi sağlanmıştır. Bu şekilde kontrolün tamamen PID kontrolcüsü tarafından yapılması ve bu sayede PID kontrolcüsünün daha iyi olduğu özelliklerin kullanılması hedeflenmiştir. Aynı doğrultuda irtifa kontrolcüsü için maksimum kabul edilebilir hata 25cm olarak belirlenmiştir. Başka bir değişle hiperbolik tanjant fonksiyonu belirlenen dizayn sınırları çerçevesinde kabul edilen maksimum hata değerleri üzerinden korele edilmiştir. Maksimum hatada ve üzerinde ağırlık çıktısının "1" olması sağlanmıştır. Simülasyon denemeleri ile kazanç katsayıları gerçekleştirilmiştir. Hesaplanan hata kazanç katsayıları " K_{\tanh} " Çizelge 3.5'te belirtilmiştir.



Şekil 3.4 : Hata kazanç katsayısı ile HTAC şeması.

Çizelge 3.5: Hata sınırları ve K_{\tanh} kazanç değerleri.

	Φ	θ	Ψ	Z
Hata sınırı	$\pm 0,043$ rad	$\pm 0,043$ rad	$\pm 0,043$ rad	$\pm 0,25$ m
Kazanç (K_{\tanh})	50	50	50	8
Hata sınırında K_{\tanh} değeri	0,97	0,97	0,97	0,96

Eklenen hata kazanç katsayısı ile denklem 3.30 denklem 3.32'deki halini alır.

$$w_1 = \tanh|K_{\tanh}e|, w_2 = 1 - w_1 \quad (3.32)$$



4. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu bölümde Matlab Simulink simülasyon ortamında oluşturulan model doğrulandıktan sonra kontrolcülerin performansları çeşitli kontrol girdileri ile kıyaslanmıştır. Kontrolcülerin performansı basamak girdisine tepkisi, referans takibi ve rüzgar gibi dış etkenlerden kaynaklanan bozulmaların sistemden atılması üzerine üç ana başlıkta irdelenmiştir. Verilen basamak girdiye olan tepkileri, hedefe yerleşme süresi, kararlı hal hatası, hedefi aşma oranı ve hedefin %90'ına ulaşma süreleri gibi performans kriterleri gözetilmiştir. Referans takibi performansı takip süresi boyunca oluşan hatanın incelenmesi ile tespit edilmiştir.

4.1 Modelin Doğrulanması

Oluşturulan modelin motor devirleri, uçuş hızı ve çalışma aralıkları kriterleri gözetilerek çeşitli kontrol girdilerine karşın tepkileri kontrol edilmiştir.

Herhangi bir irtifada askıda ve dengede duran quadrotorun dört motorunun yerçekimi kuvvetini yenecek seviyede kuvvet yaratması gerekmektedir. İvmenin ve Euler açılarının "0" olduğu noktada denklem 2.19'da Z eksenine için yazılan kuvvet dengesi denklem 4.1'deki halini alır.

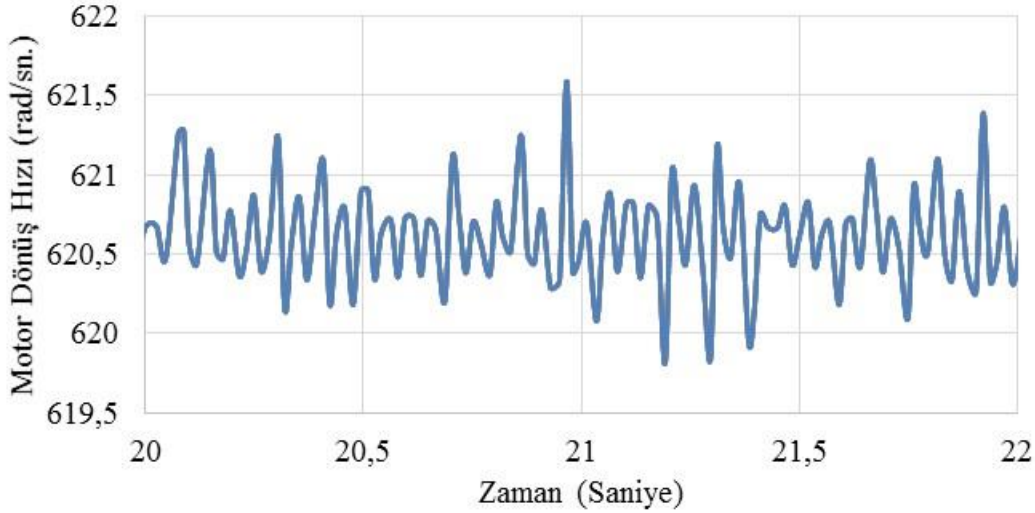
$$T_G - mg = 0 \quad (4.1)$$

Toplam kaldırma kuvveti (T_G) denklem 2.13'te belirtilmiştir ve 4 motorun oluşturduğu kaldırma kuvvetinin toplamıdır. Sistem dengede olduğu ve herhangi bir kuvvet dengesizliği olmayacağı için tüm motorların aynı hızda dönmesi beklenir. İlgili değerler yazıldığında denklem 4.2 elde edilir.

$$4 * 2,98x10^{-6} * w^2 - 0,468 * 9,81 = 0 \quad (4.2)$$

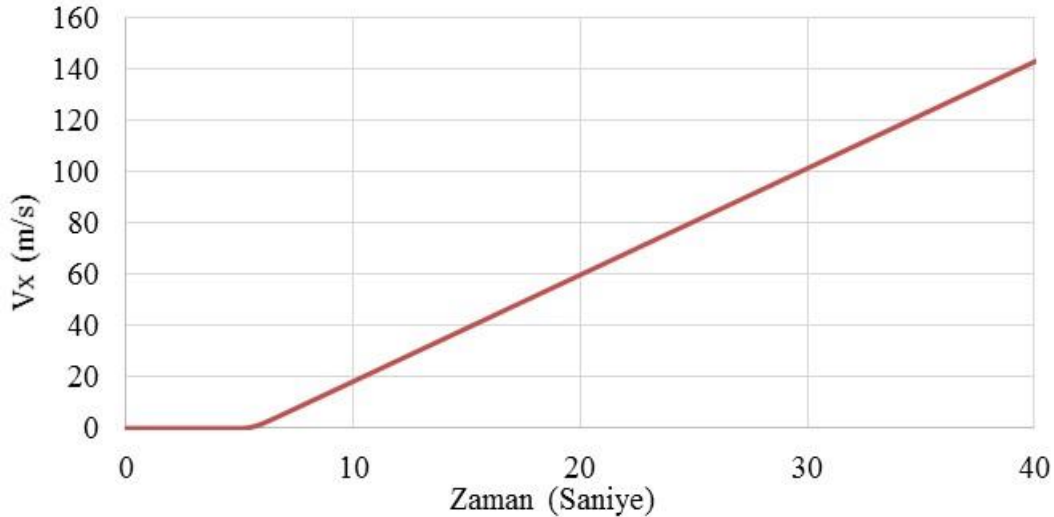
Denklem 4.2'nin çözülmesiyle her bir motorun dönüş hızı 620,61 rad/sn. olarak hesaplanır. Şekil 4.1'de sistemin 1 metre irtifada askıda ve dengede olduğu durumda motor dönüş hızı verilmiştir ve hesaplanan değer ile aynı büyüklükte olduğu görülmektedir. Tüm kontrolcüler dengede iken aynı dönüş hızlarını verdikleri için

sadece HTAC kontrolcüsünün bir motorunun dönüş hızı verilmiştir ve tüm motorlar aynı hızda dönmektedir. Değişimin daha net görülebilmesi için 2 saniyelik kesit paylaşılmıştır.



Şekil 4.1 : 1 metre irtifada askıda ve dengede motor dönüş hızı.

Quadrotorun atalet çerçevesindeki lineer hızlarının incelenmesi için 5. saniyede yunuslama açısına 0,4 radyan girdi verilmiştir ve diğer tüm kontrol girdileri "0" olarak ayarlanmıştır. X eksenini boyunca olan V_x hızının zamana bağlı değişimi Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2 : 0,4 radyan yunuslama açısı ile X eksenindeki hız (V_x) değişimi.

Şekil 4.2'de görüldüğü üzere quadrotor fiziksel olarak mümkün olmayan hızlara ulaşmaktadır. Modelin daha gerçekçi sonuçlar vermesi için hava sürüklenme direncinin de modellenmesi gerekmektedir.

Aerodinamik sürüklenme kuvveti (F_D) hızın karesi ile doğru orantılıdır ve denklem 4.3'te belirtilmiştir.

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D A V^2 \quad (4.3)$$

Denklem 4.3'te " C_D " aerodinamik sürüklenme katsayısı, " A " havanın çarptığı yüzey, " ρ " hava yoğunluğu ve " V " doğrusal hızı belirtmektedir. Aerodinamik sürüklenme katsayısı [21] çalışmasından doğrudan alınmıştır ve Çizelge 4.1'de gösterilmektedir. İlgili çalışmada çeşitli quadrotorların aerodinamik sürüklenme katsayısı rüzgar tüneline ölçülmüştür. Yine küçük boyut ve düşük hızlar varsayımı ile bu katsayı ve hava yoğunluğu sabit olarak düşünülmüştür.

Hareket boyunca değişen quadrotor açıları nedeniyle hücum açısının da dikkate alınması gerekmektedir. Hücum açısına bağlı havanın dik açıyla çarptığı alan değişimlerinin de eklenmesi ile X, Y ve Z eksenleri boyunca hareket için sırasıyla denklem 4.4, 4.5 ve 4.6 yazılır. " A_{XY} " X-Y kesitinin yani quadrotora alttan veya üstten bakıldığında görülen yüzey alanıdır. " A_{XZ} " ise X-Z veya Y-Z kesiti boyunca olan alandır. X-Z ve Y-Z kesitleri quadrotorun simetrik sayılan yapısı nedeniyle birbirine eşit sayılmıştır. Quadrotor üzerindeki tüm aksamın simetrik olarak yerleştiği varsayımı ile tüm yan kesit alanları arasında fark bulunmayacaktır. Pervanelerin alanları sürüklenme direncinde hesaba katılmamıştır.

$$F_{D,X} = \frac{1}{2} \rho C_D V_X^2 (A_{XY} * |\sin\theta| + A_{XZ} * |\cos\theta|) \quad (4.4)$$

$$F_{D,Y} = \frac{1}{2} \rho C_D V_Y^2 (A_{XY} * |\sin\Phi| + A_{XZ} * |\cos\Phi|) \quad (4.5)$$

$$F_{D,Z} = \frac{1}{2} \rho C_D V_Z^2 (A_{XY} * |\cos\theta * \cos\Phi| + A_{XZ} * (|\sin\theta| + |\sin\Phi|)) \quad (4.6)$$

Hücum açısı hesaplanırken tüm Euler açılarının dikkate alınması modelin doğruluğunu artıracaktır. Fakat yüksek hızlara çıkılırken tüm açılarda aynı anda büyük değerlerin beklenmemesi ve düşük hızlarda aerodinamik sürüklenme kuvvetinin yok sayılabilecek ölçüde küçük olması nedenleriyle X ve Y eksenleri için sadece ilgili eksenin açısı dikkate alınmıştır. Z eksenini boyunca harekette X-Y kesiti yüzey alanının diğer eksenlerdekine oranla 4 kat daha büyük olmasından dolayı tüm açılar dikkate alınmıştır.

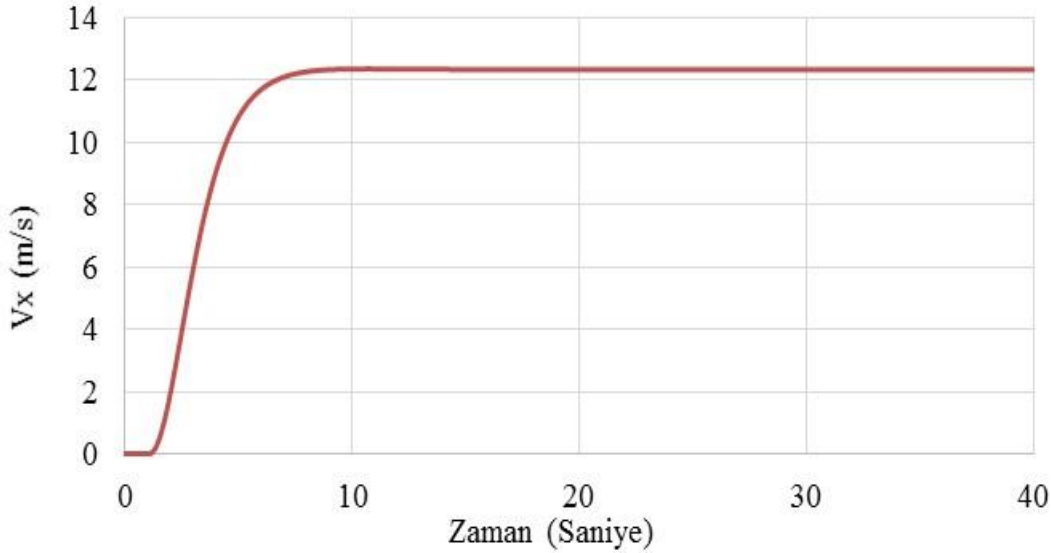
Aerodinamik sürüklenme kuvvetinin denklem 2.19'daki Newton-Euler denklemine eklenmesi ile denklem 4.7 elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{T_G}{m} \begin{bmatrix} c\psi s\theta s\phi + s\psi s\phi \\ s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ c\theta c\phi \end{bmatrix} + \frac{1}{2m} \rho C_D \begin{bmatrix} V_X^2 & 0 & 0 \\ 0 & V_Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & V_Z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\theta & c\theta \\ s\phi & c\phi \\ c\theta c\phi & s\theta + s\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{XY} \\ A_{XZ} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Çizelge 4.1: Aerodinamik sürüklenme hesaplamalarında kullanılan değerler.

Sembol	Açıklama	Değer	Birim
C_D	Aerodinamik sürüklenme katsayısı	0,4	-
ρ	Hava yoğunluğu	1,2	kg/m ³
A_{XY}	X-Y kesit alanı	0,08	m ²
A_{XZ}	X-Z kesit alanı	0,024	m ²

Hava direnci kuvvetinin de modele eklenmesi ile birlikte 0,4 radyan yalpalama açısı girdi olarak verilmiştir ve X eksenini boyunca lineer hız Şekil 4.3'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3 : 0,4 radyan açı girdisine karşın X ekseninde lineer hız değişimi.

Şekil 4.3'te görülebileceği üzere 0,4 radyan yalpalama açısı değerine karşın quadrotor X eksenini boyunca 12,1 m/s hıza ulaşabilmektedir. Modellenen aerodinamik sürüklenme kuvveti quadrotorun doğrusal hızını belli bir seviyede sınırlandırarak beklenen sonucu vermektedir.

Sistemin çalışma limitlerinin belirlenmesi için kuvvet dengesi denklemleri kullanılmıştır. Denklem 4.7'de belirtilen kuvvet dengesi denklemlerinde, Z eksenini kuvvet dengesi denklemi sadece yunuslama açısının 0'dan farklı bir değer aldığı düşünülerek yazılırsa denklem 4.8 elde edilir.

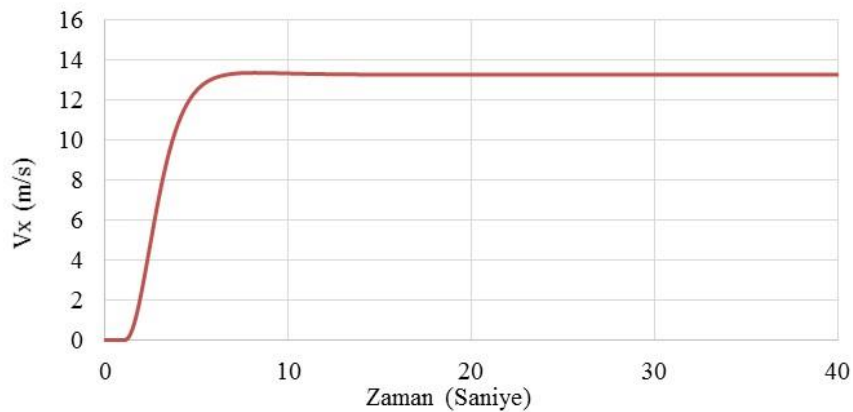
$$0 = -mg + \sum_{i=1}^4 (k * w_i^2) * \cos\theta \quad (4.8)$$

En büyük kaldırma kuvvetini oluşturmak için dört motorunda açısız hız üst limiti olan 1200 rad/sn. değerinde çalıştığı varsayılırsa yunuslama açısı en fazla 1,3 radyan (74°) değerini alabilir. Aynı yöntem ile yalpalama açısı hesaplanırsa aynı sonuç çıkacaktır. Motorların farklı hızlarda dönmesi sonucu Euler açısında değişiklik elde edileceği için tüm motorların aynı hızda dönerek sıfırdan farklı bir Euler açısı oluşturması mümkün değildir. Bu nedenle sistem yerçekimi kuvvetini yenecek kaldırma kuvvetiyle birlikte 1,3 radyan yunuslama açısına asla ulaşamaz. Ek olarak sistemin dış etkilerden kaynaklanan bozulmaları sistemden atması gerekmektedir. Aynı zamanda yunuslama dışında kalan açılara da girdi verilebilir. Tüm bu durumlar gözönüne alınarak çalışma aralığı dizaynında Bölüm 4.4'te belirtilen 15 m/s ile esen sert rüzgarın etkisi kadar emniyet payı bırakılmıştır. 15 m/s hızla negatif Z eksenini boyunca esen rüzgarın quadrotornde 10,8 N kuvvet oluşturacağı ilgili bölümde hesaplanmıştır. Dış etkilerden kaynaklanan bozucu kuvvetinde (T_D) eklenmesiyle denklem 4.9 oluşturulmuştur.

$$0 = -T_D - mg + \sum_{i=1}^4 (k * w_i^2) * \cos\Phi \quad (4.9)$$

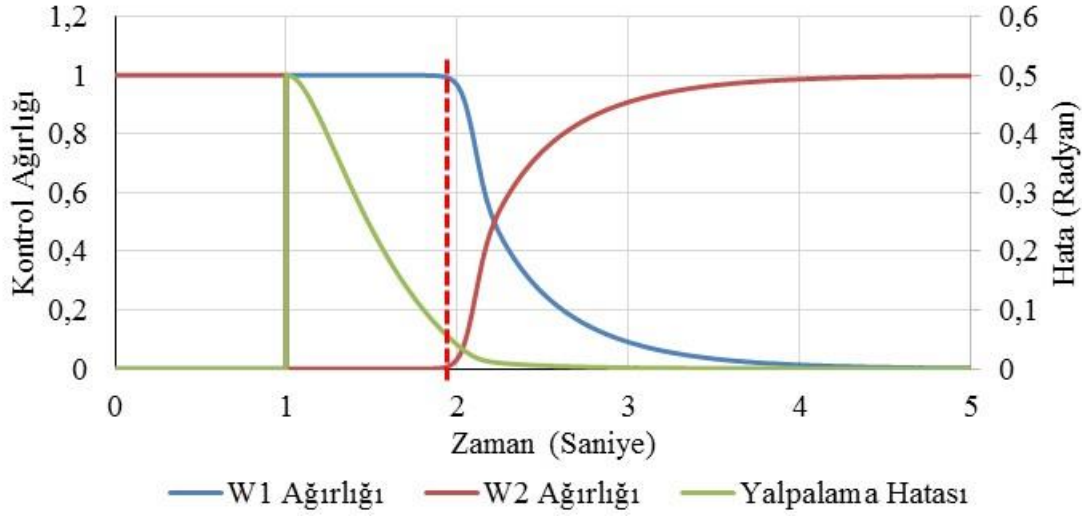
İlgili değerlerin yerine yazılmasıyla birlikte yunuslama açısına en fazla 0,46 radyan (26°) değer verilmesi gerekliliği hesaplanmıştır. Yunuslama açısındaki sonuç gözönüne alınarak aı kontrolcülerinde referans girdi dizayn sınırı 0,46 radyan belirlenmiştir.

Yalpalama veya yunuslama açısına dizayn sınırı olan 0,46 radyan açısı verildiğinde Şekil 4.4'te gsterildiğizere quadrotor 13,2 m/s hıza ulaşmaktadır. Bu sonuç gözönüne alınarak herhangi bir eksenindeki lineer hızın en fazla 15 m/s olması gerekliliğin grlmştr. Bu dizayn kriterinin geçerliliği ileriki bölümlerde yapılan simülasyon denemelerinde kontrol edilmiştir.



Şekil 4.4 : 0,46 radyan aı girdisine karşın X ekseninde lineer hız değişimi.

Hiperbolik tanjant adaptif kontrolcüsü için belirlenen ağırlıkların değişimi, yalpalama açısına 1. saniyede 0,5 radyan basamak girdisi verilerek Şekil 4.5'te gösterilmiştir.



Şekil 4.5 : HTAC kontrolcü ağırlıkları ve yalpalama açısı değişimi.

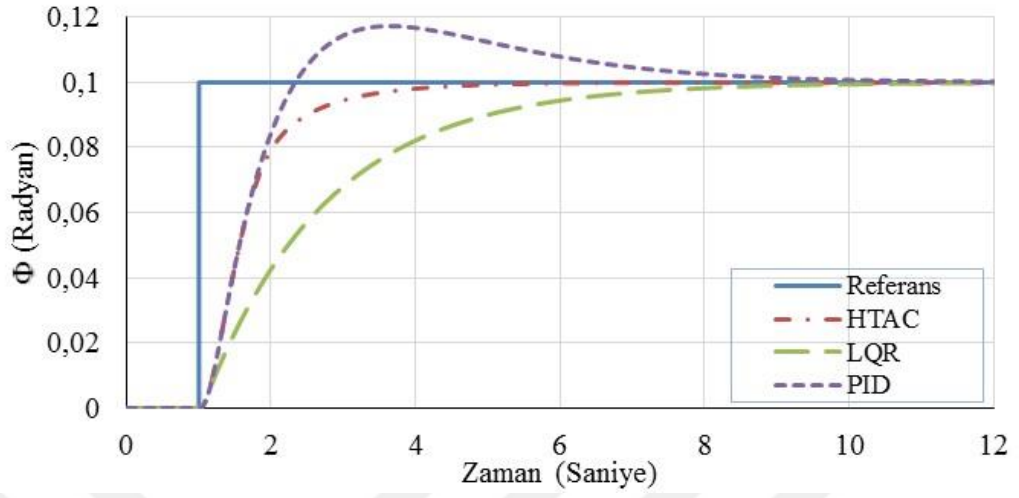
Grafiğin sol ekseninde HTAC tarafından PID ve LQR kontrolcülerine verilen ağırlıklarının değişimi görülürken sağ ekseninde ise 0,5 radyan basamak girdisi sonucu oluşan hata ve bu hatanın zamana bağlı olarak kapanması görülmektedir. 1. saniyede verilen basamak girdisi sonucu hata 0,5 radyana çıkmıştır ve girdi anına kadar 1 değerinde olan “ w_2 ” ağırlığı 0 değerine, “ w_1 ” ağırlığı ise 1 değerine ulaşmıştır. Kontrolcünün görevini yaparak hatayı azaltması sonucu 1,98 saniyesinde “ w_1 ” ağırlığı azalmaya başlamıştır. Kırmızı kesikli çizgi ile gösterilen bu anda hata değeri 0,045 radyan değeri civarındadır ve Bölüm 3.3’te belirtilen hata sınırı değeri ile aynıdır. Bir başka değişle sistem dizayn edildiği şekilde 0,046 radyan ($2,5^\circ$) değerinin üzerindeki tüm hatalar için “ w_1 ” ağırlığını 1, “ w_2 ” ağırlığını 0 olarak vermektedir.

4.2 Basamak Girdisi

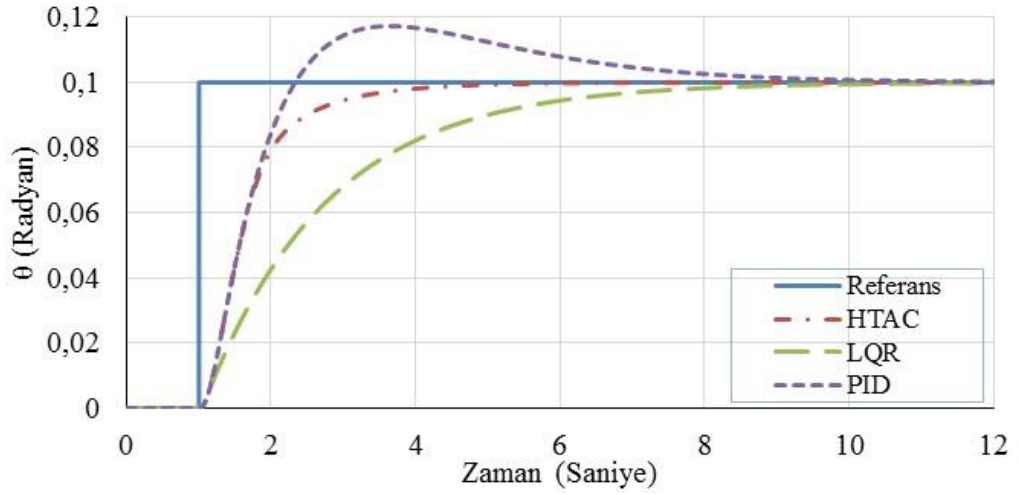
Açı kontrolcülerine 1. saniyede 0,1 ve 0,3 radyan, irtifa kontrolcüsüne ise 1 metre basamak girdileri verilerek kontrolcü performans kriterleri analiz edilmiştir. Kontrol kriterleri aşağıda belirtilmiştir.

- Yükselme süresi (t_r): Çıktının son değerinin %10’undan %90’ına ulaşma süresi.
- En büyük yüzde hedef aşımı: En yüksek değer ile son değer farkının son değere bölünmesi ile elde edilen yüzdesel değer.
- Yerleşme süresi (t_s): Çıktının referans değer üzerine yerleşme süresi.

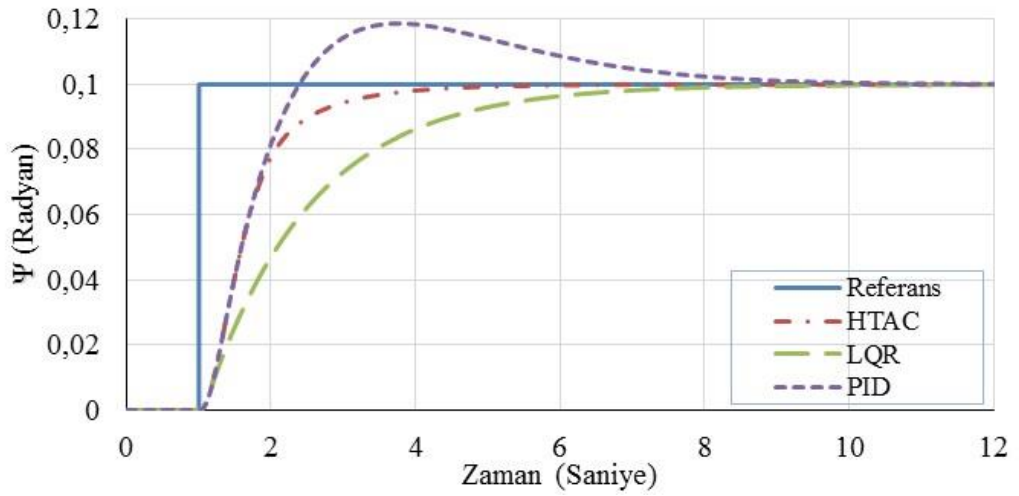
- Kararlı hal hatası (e_{ss}): Çıktının oturduğu son değer ile verilen referans değer arasındaki fark.



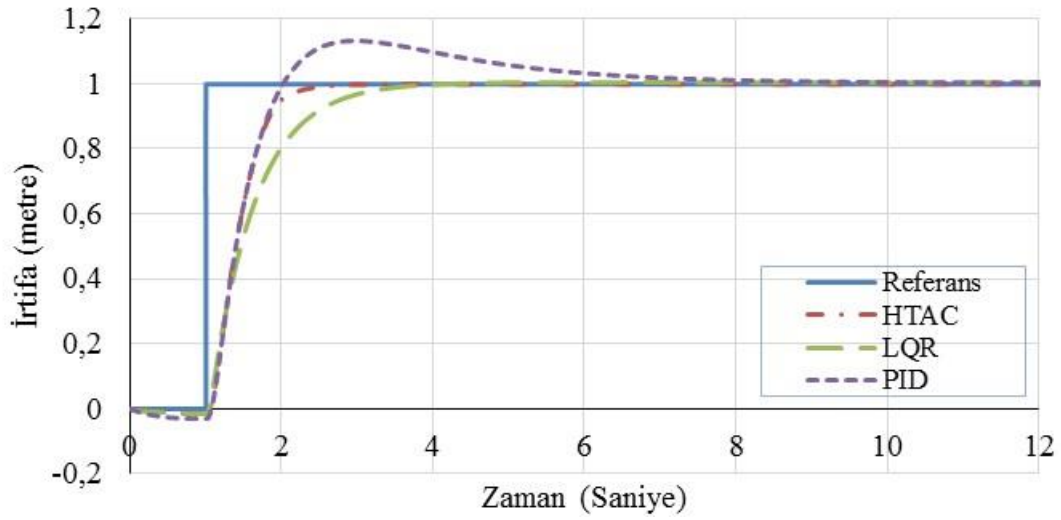
Şekil 4.6 : Yalpalama açısı (Φ) 0,1 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.



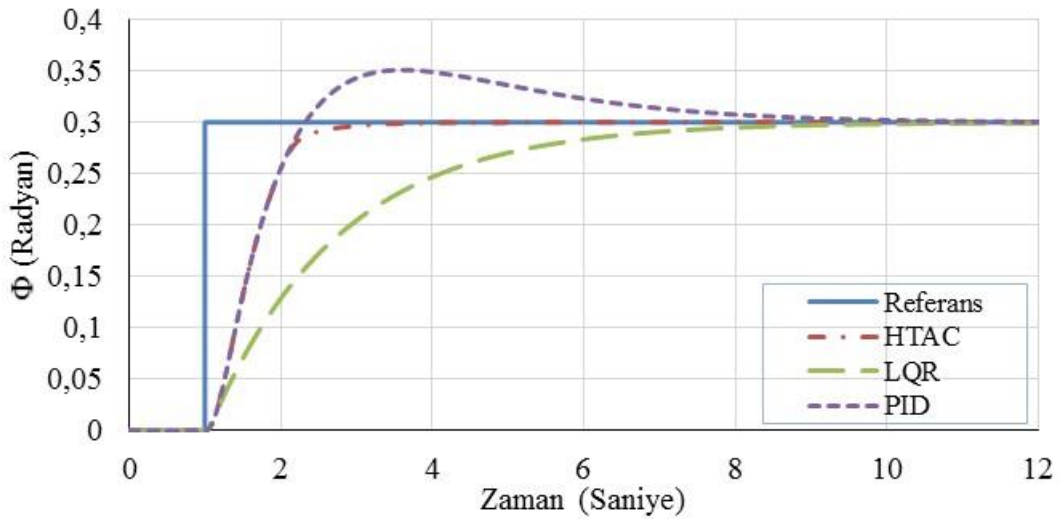
Şekil 4.7 : Yunuslama açısı (θ) 0,1 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.



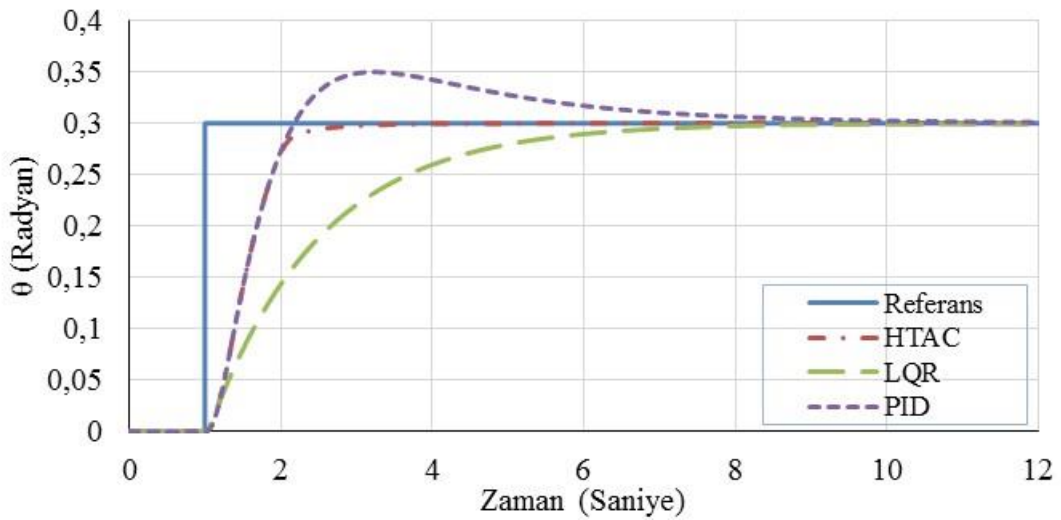
Şekil 4.8 : Sapma açısı (Ψ) 0,1 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.



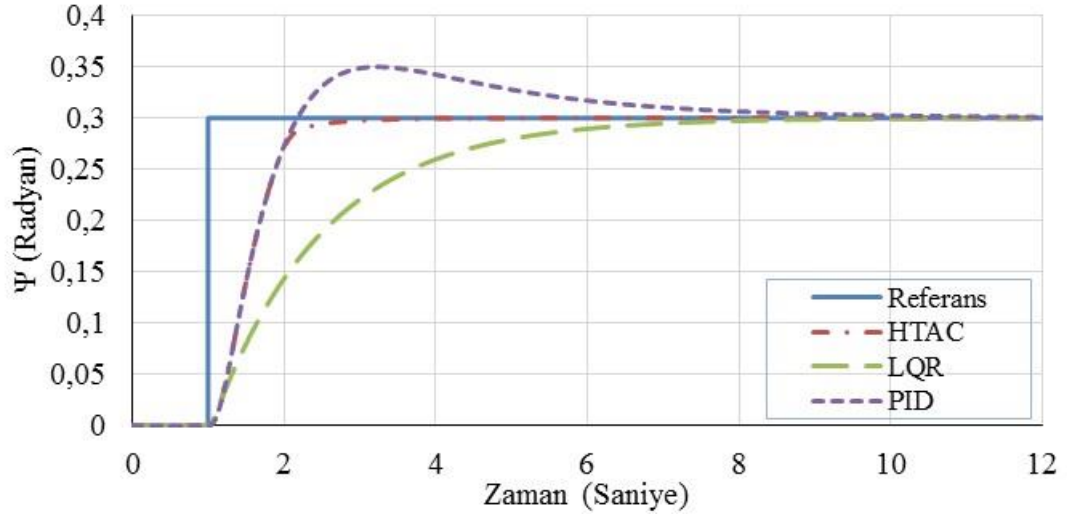
Şekil 4.9 : İrtifa (Z) 1 metre basamak girdisi ve sistem tepkisi.



Şekil 4.10 : Yalpalama açısı (Φ) 0,3 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.



Şekil 4.11 : Yunuslama açısı (θ) 0,3 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.



Şekil 4.12 : Sapma açısı (Ψ) 0,3 radyan basamak girdisi ve sistem tepkisi.

Çizelge 4.2: Yalpalama açısı basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.

$\Phi=0,3$ radyan	LQR	PID	HTAC
Yükselme süresi (sn)	3,75	0,88	0,90
Hedef aşımı (%)	0	15	0
Yerleşme süresi (sn)	9,7	10,15	2,68
Kararlı hal hatası (rad)	0	0	0

Çizelge 4.3: Yunuslama açısı basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.

$\theta=0,3$ radyan	LQR	PID	HTAC
Yükselme süresi (sn)	3,22	0,78	0,78
Hedef aşımı (%)	0	16	0
Yerleşme süresi (sn)	8,44	11,02	2,55
Kararlı hal hatası (rad)	0	0	0

Çizelge 4.4: Sapma açısı basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.

$\Psi=0,3$ radyan	LQR	PID	HTAC
Yükselme süresi (sn)	3,22	0,93	0,95
Hedef aşımı (%)	0	16	0
Yerleşme süresi (sn)	8,47	9,15	2,61
Kararlı hal hatası (rad)	0	0	0

Çizelge 4.5: İrtifa yüksekliği basamak girdisi kontrolcü performans kıyaslamaları.

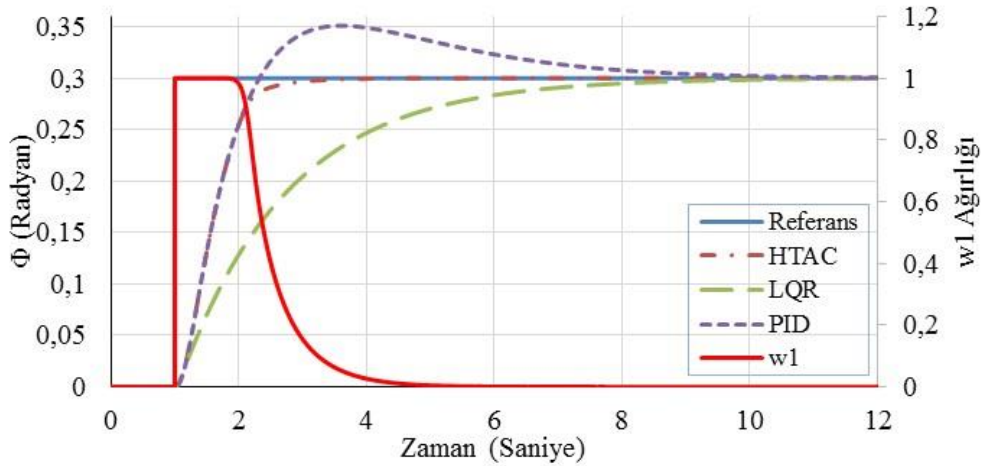
Z=1 metre	LQR	PID	HTAC
Yükselme süresi (sn)	1,27	0,66	0,69
Hedef aşımı (%)	0,26	12,9	0
Yerleşme süresi (sn)	2,59	6,74	1,5
Kararlı hal hatası (m)	0,005	0	-0,004

Şekil 4.6 ile 4.12 arasında gösterilen basamak girdisine tepki grafiklerinden de görülebileceği üzere hiperbolik tanjant adaptif kontrolcü (HTAC) hatanın yüksek olduğu 1. saniye anında PID kontrolcüsü gibi tepki vermektedir fakat hata küçüldükçe

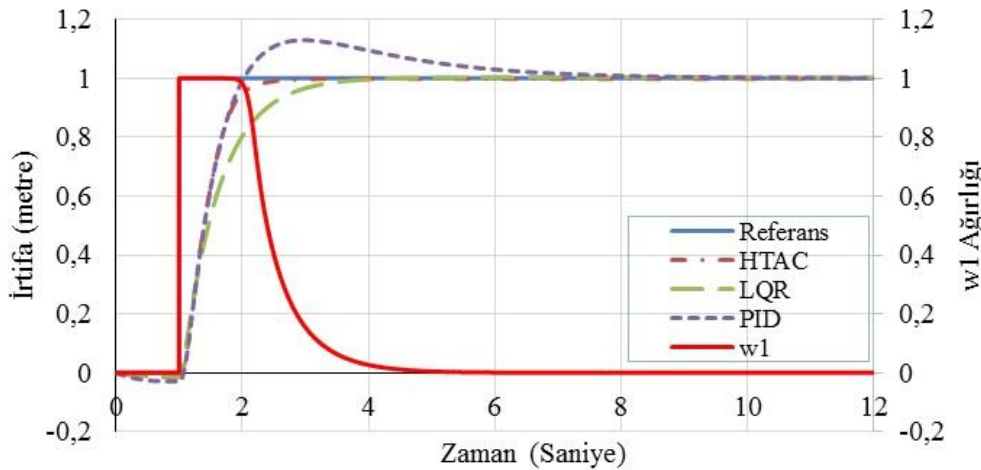
LQR kontrolcü özelliğini göstermektedir. Bu geçiş Şekil 4.13’de rahatlıkla görülebilmektedir. “ w_2 ” ağırlık çarpanı “ $1-w_1$ ” değerine sahiptir ve “ w_1 ” ağırlığının çiziminin tamamen tersidir.

Çizelge 4.2, 4.3 ve 4.4 açı kontrolcülerinin 3 kontrol yönteminde de performanslarını göstermektedir. Hiperbolik tanjant adaptif kontrolcünün yükselme süresi PID ile aynı iken hedefe ulaştığında LQR kontrolcü özelliklerini göstererek hedef aşımı gerçekleştirilmemiştir. İki kontrolcünün bu iki iyi özelliği birleştirildiğinde hedefe yerleşme süresinde %80’lere varan iyileşme sağlanmıştır.

Çizelge 4.5’te irtifa kontrolcülerinin 1 metre büyüklüğündeki basamak girdisi performansları gösterilmektedir. Hiperbolik tanjant adaptif kontrolcü açı kontrolcülerinde de olduğu gibi yerleşme süresini kısaltmıştır. LQR ve HTAC kontrolcülerinde kararlı hal hatası 0,5 santimetre ile yok sayılacak düzeydedir buna karşın PID kontrolcünde kararlı hal hatasını bulunmamaktadır.



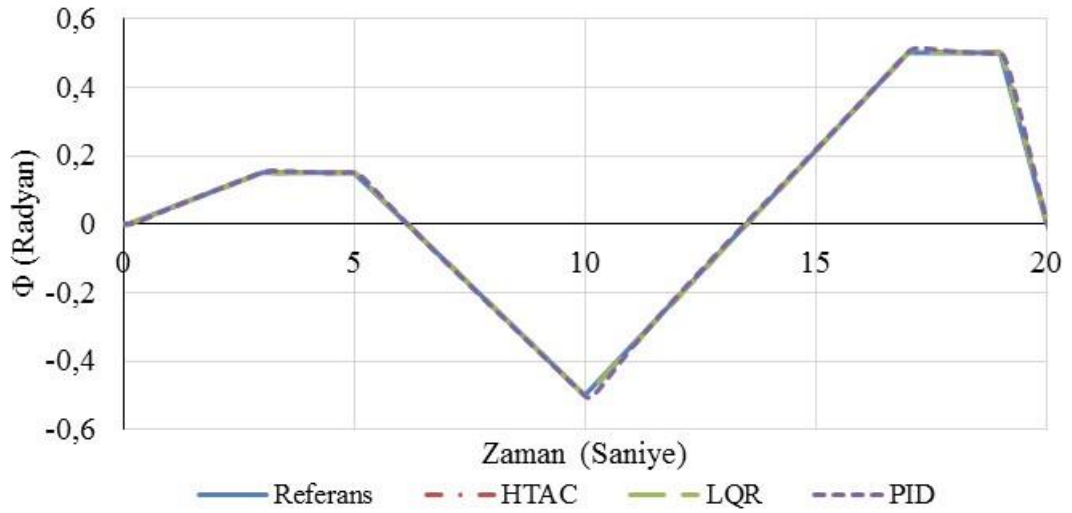
Şekil 4.13 : Sistem çıktısı ve “ w_1 ” ağırlığının değişimi.



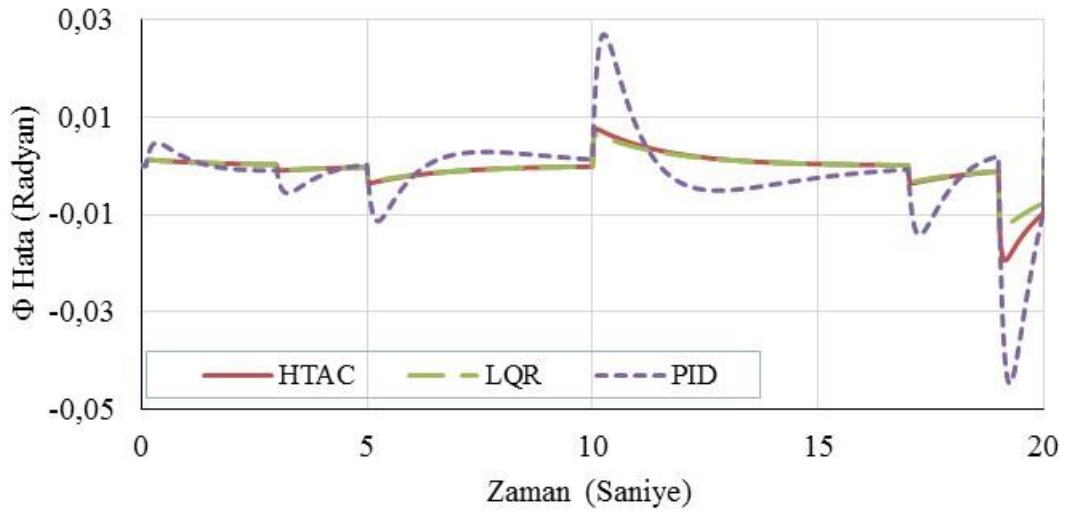
Şekil 4.14 : Basamak irtifa girdisi, sistem çıktısı ve “ w_1 ” ağırlığının değişimi.

4.3 Referans Takibi

Açı ve irtifa kontrolcülerin kare dalga, sinüzoidal ve doğrusal olmak üzere üç farklı referansın takibindeki performansları irdelenmiştir. Yunuslama, yalpalama ve sapma açı kontrolcülerini verilen referans girdilere benzer tepkiler verdiği için her bir referans girdisinin sonucu tüm bu açıları için gösterilmemiştir.



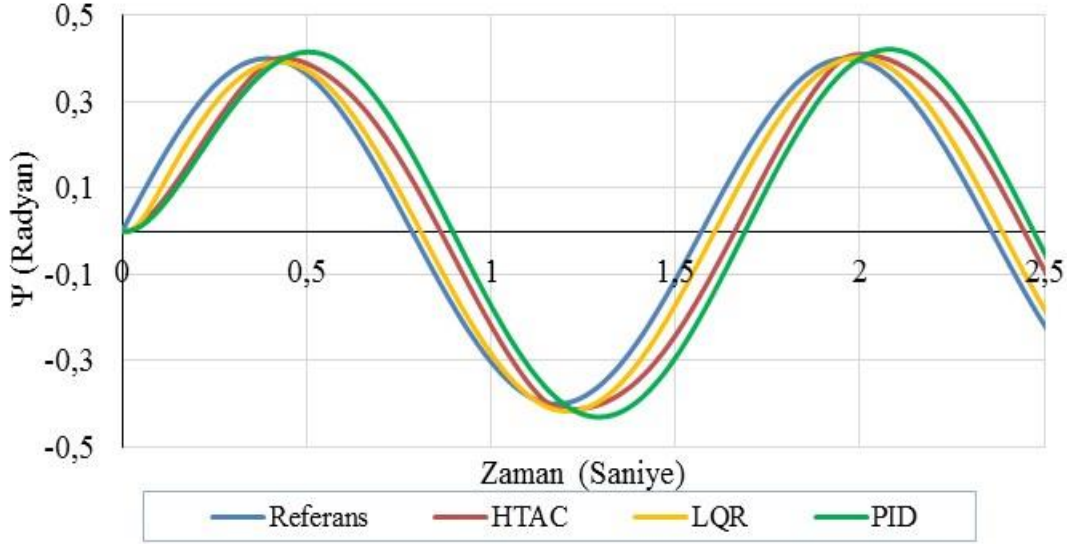
Şekil 4.15 : Yalpalama açısı doğrusal referans girdisi takibi.



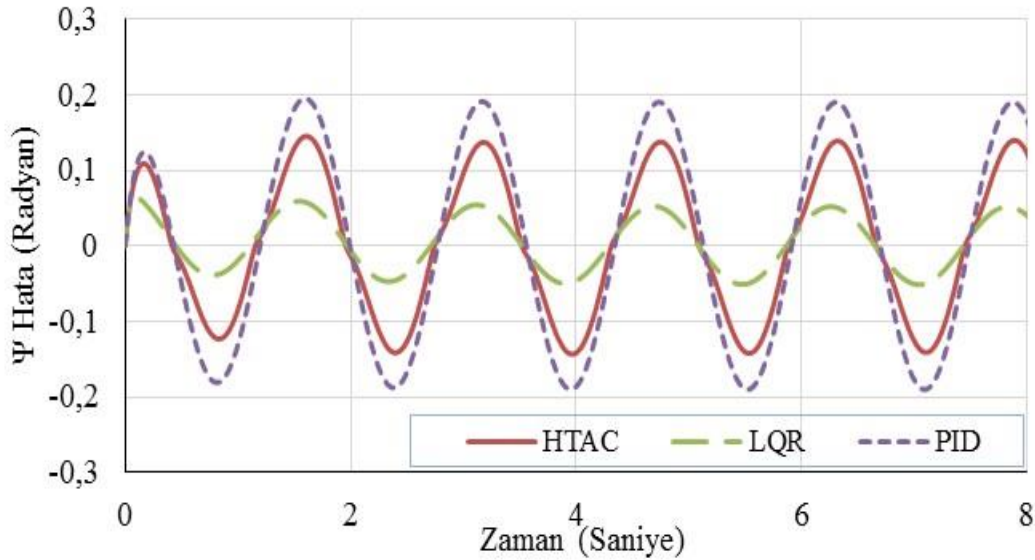
Şekil 4.16 : Yalpalama açısı doğrusal referans takibi hatası.

Şekil 4.15'te yalpalama açısı kontrolcülerine zamana bağlı açı değerleri doğrusal değişimlerle referans girdi olarak verilmiştir. Şekil 4.16'da ise verilen referansın takibi boyunca gerçekleşen hata gösterilmiştir. Her üç kontrolcüde doğrusal referans takibinde iyi performans göstermiştir. Şekil 4.16'daki hata grafiği incelendiğinde HTAC ve LQR kontrolcüler hemen hemen aynı performansı gösterirken PID kontrolcü daha yüksek hata değerleri ile referansı takip edebilmiştir.

Sisteme sinüzoidal sapma (Ψ) açısı referans girdisi verilmiştir. Referans sinüs dalgasının dalga yüksekliği 0,4 radyan ve frekansı 4 rad/sn olarak ayarlanmıştır. Şekil 4.17’de kontrolcülerin tepkilerini daha rahat görebilmek için dalganın kısa bir kısmı gösterilmiştir. Şekil 4.18’de ise verilen sinüzoidal dalgaya karşın sistemlerde oluşan hata verilmiştir.

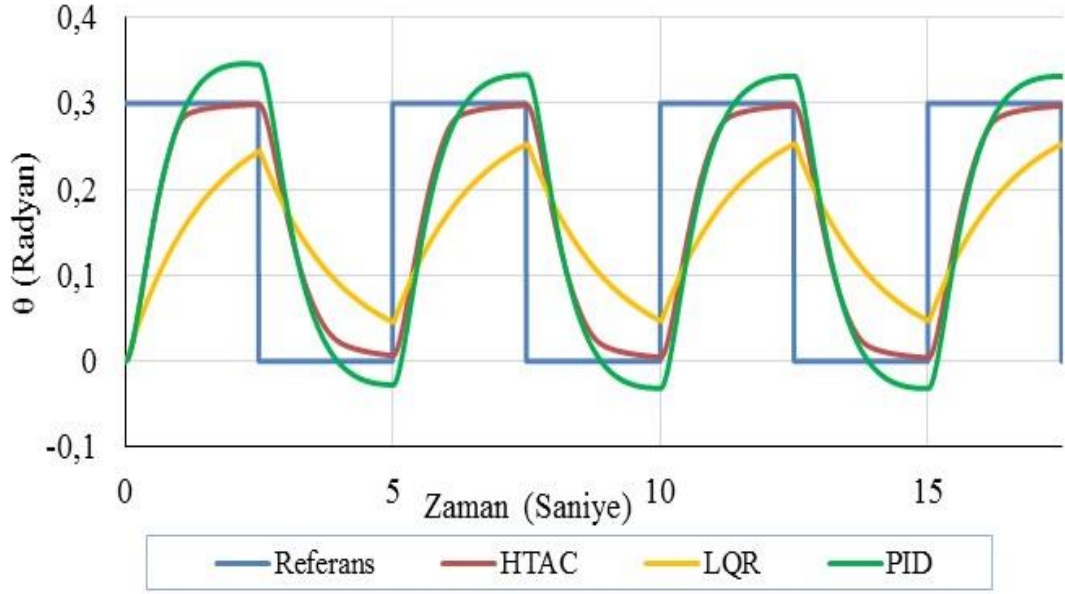


Şekil 4.17 : Sapma açısı sinüzoidal referans takibi.

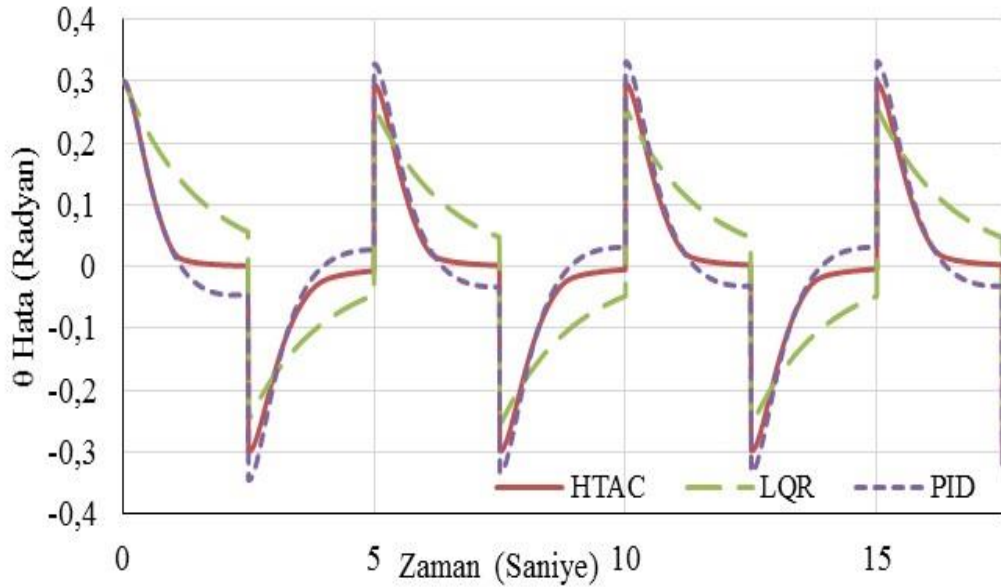


Şekil 4.18 : Sapma açısı sinüzoidal referans takibi hatası.

Şekil 4.17’de açıkça görüldüğü üzere yüksek frekanslı ve dalga yüksekliğine sahip sinüs dalgasını en yakın şekilde LQR kontrolcü takip etmektedir. HTAC kontrolcüsü ikinci sırada gelirken PID kontrolcüsü belli sabit bir gecikme ile referansı takip edebilmektedir. Şekil 4.18’te belirtilen hata grafiğinde bu durum daha net gözlenebilmektedir.

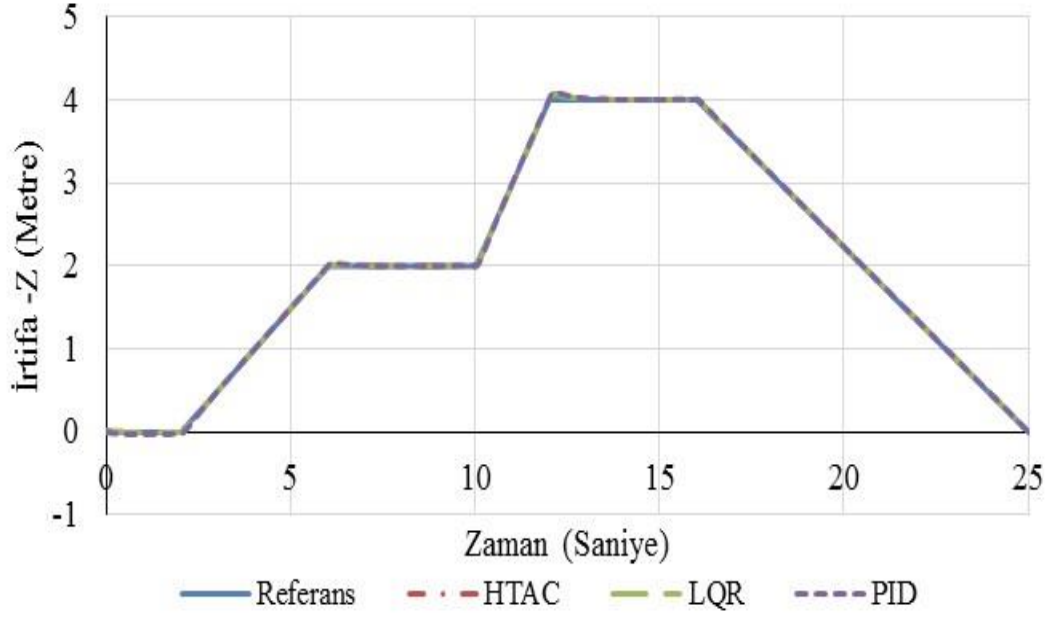


Şekil 4.19 : Yunuslama açısı kare dalga referans takibi.

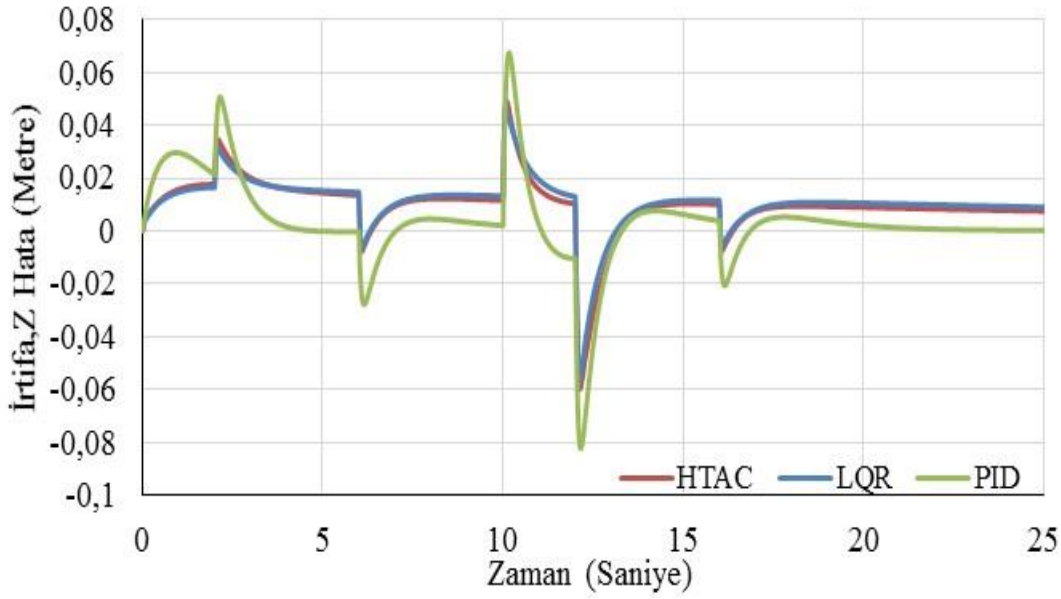


Şekil 4.20 : Yunuslama açısı kare dalga referans takibi hatası.

Şekil 4.19'te yunuslama açısına referans girdisi olarak yüksekliği 0,3 radyan, genişliği 2,5 saniye ve periyodu 5 saniye olan kare dalga verilmiştir. HTAC kontrolcü basamak girdisindeki performans üstünlüğünü aynı şekilde bu kare dalga içinde göstermektedir. LQR kontrolcü bu periyod ve genişlik değerlerinde referansa ulaşamamaktadır, PID kontrolcü ise referans değeri aşmaktadır. Şekil 4.20'de belirtilen kare dalga referansı takibinde oluşan hata grafiğinde de görülebileceği üzere sadece HTAC kontrolcülü quadrotorun hatası belirli süre boyunca "0" değerinde kalabilmiştir. LQR kontrolcü sinüzoidal dalgada ki yüksek referans takip performansını anlık olarak değişen referans girdisinde gösterememiştir.

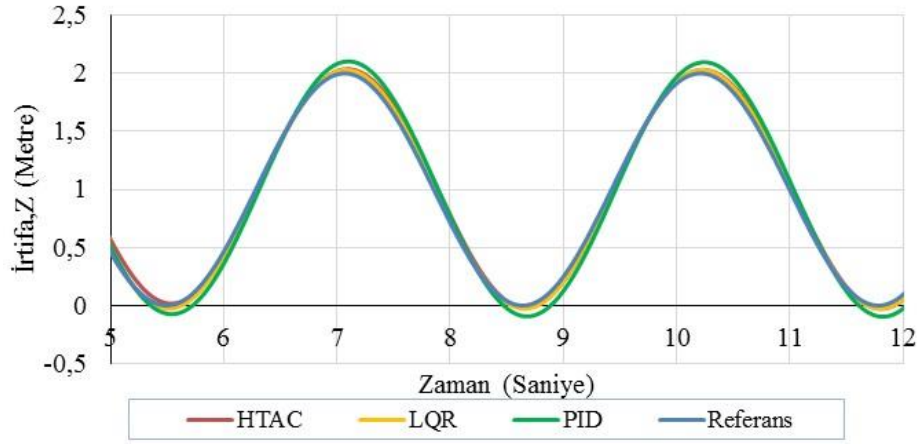


Şekil 4.21 : İrtifa (Z) doğrusal referans girdisi takibi.

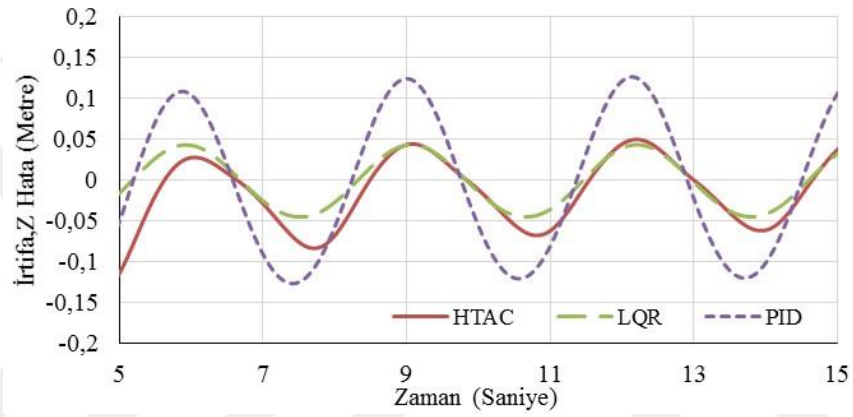


Şekil 4.22 : İrtifa (Z) doğrusal referans girdisi takibi hatası.

Şekil 4.21’de quadrotora Z ekseninde yani irtifa olarak zaman bağlı doğrusal referans girdileri verilmiştir. Üç kontrolcüde 10 santimetre hataya bile ulaşmayan iyi performans ile referansı takip etmeyi başarmıştır. Şekil 4.22’de belirtilen hata grafiği incelendiğinde sadece PID kontrolcüsünün hatayı sıfırlayabildiği görülmektedir. HTAC ve LQR kontrolcüler ani değişimlerde PID kontrolcüden daha iyi performans göstermektedir. Doğrusal irtifa referansı takibinde PID kontrolcüsü, doğrusal açı referans takibinde olanın aksine, LQR ve HTAC kontrolcülerden daha iyi performans göstermektedir.

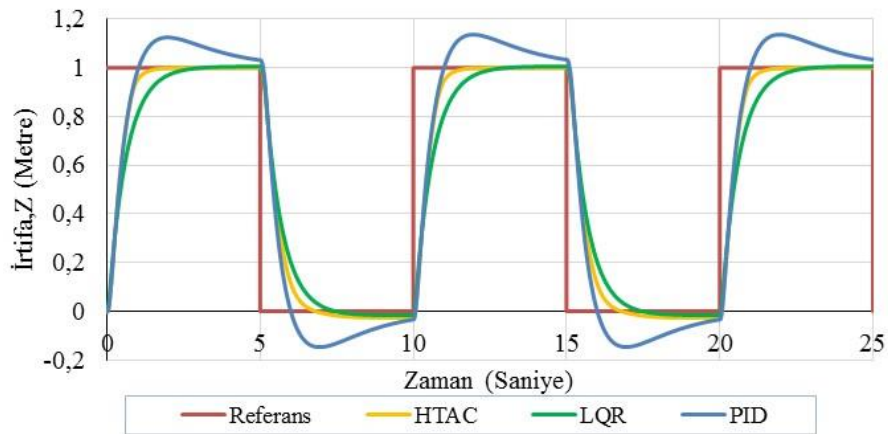


Şekil 4.23 : İrtifa (Z) sinüzoidal referans girdisi takibi.

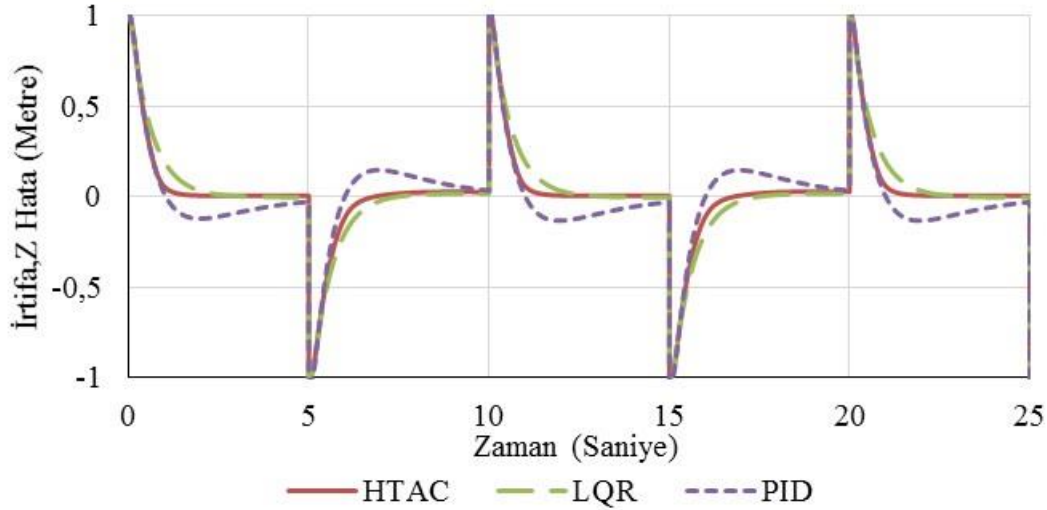


Şekil 4.24 : İrtifa (Z) sinüzoidal referans girdisi takibi hatası.

Şekil 4.23'te irtifa kontrolcülerine 2 rad/sn. frekansında ve 1 metre dalga yüksekliğinde sinüzoidal referans dalgası verilmiştir. Üç kontrolcünün performansıda birbirine yakinken en iyi performansı LQR kontrolcüsü göstermiştir. Şekil 4.24'te gösterilen sinüzoidal referans takibindeki hata grafiğine bakıldığında LQR ve HTAC kontrolcülerinin referans takibindeki hataların birbirine çok yakın olduğu görülebilir.



Şekil 4.25 : İrtifa (Z) kare dalga referans takibi.



Şekil 4.26 : İrtifa (Z) kare dalga referans takibi hatası.

Şekil 4.25'te irtifa kontrolcüsüne genişliği 5 saniye, yüksekliği 1 metre ve periyodu 10 saniye olan kare dalga referansı verilmiştir. Şekil 4.26'da görüleceği üzere HTAC ve LQR kontrolcülerinin performansı birbirine oldukça yakındır ve PID kontrolcüsünden daha iyidir.

4.4 Bozucu Etkilerin Sistemden Atılması

Quadrotor üzerinde rüzgar gibi çeşitli dış kaynaklı bozucuların etkisi daima olacaktır. Bu etkinin sistemden atılma performansını görebilmek için bozucu kaynağın simülasyon ortamında modellenmesi gerekmektedir. Fakat bu tezin amacı doğrudan bozucu etkilerin analizi olmadığı için kompleks modeller oluşturulmamıştır. Bunun yerine tek eksenli tekil veya ardışık gürültüler eklenmiştir. Her bir kontrolcünün bu bozulmalara karşı gösterdiği sürükleme birbirinden bağımsız irdelenmiştir.

İrtifa kontrolcüsü üzerinde Z eksenı boyunca esen rüzgarın etkisini görmek için akışın quadrotor üzerinde oluşturduğu kuvvetin hesaplanması gerekmektedir. Denklem 4.10 vasıtasıyla akışkanın herhangi bir yüzey üzerinde oluşturduğu kuvvet hesaplanabilir.

$$F_R = \frac{1}{2} \rho V_R^2 A \quad (4.10)$$

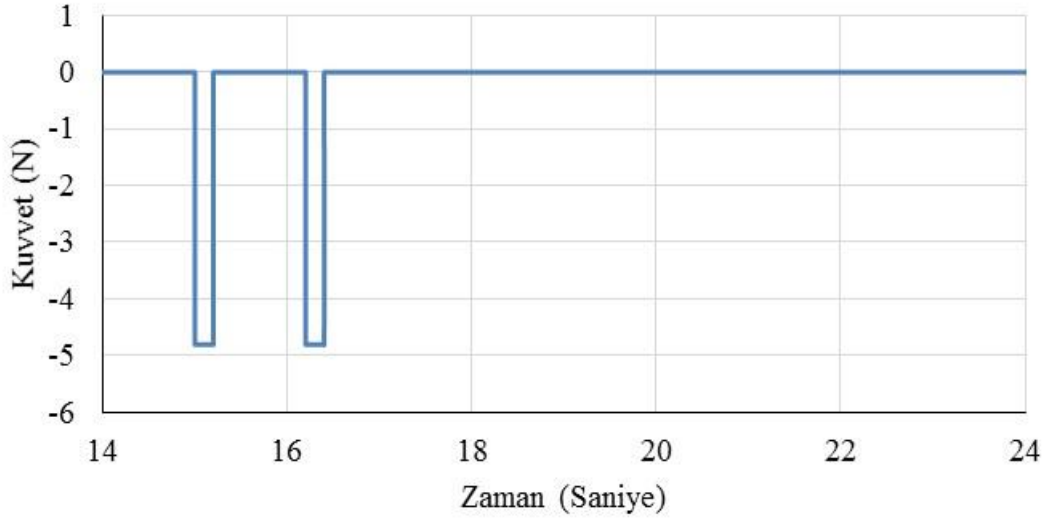
Denklemde kullanılan değerler aşağıda belirtildiği gibidir.

- Hava yoğunluğu (ρ) = 1,2 kg/m³
- Rüzgarın çarptığı yüzey alanı (A) = 0,08 m²
- Rüzgar hızı (V_R) = Çizelge 4.6'daki değerler kullanılmıştır (m/s).

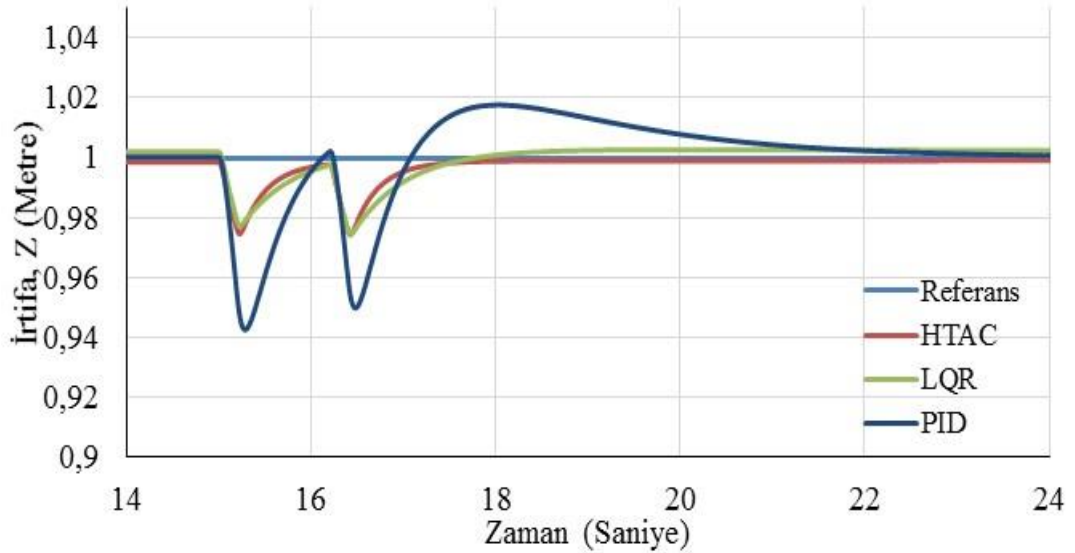
Çizelge 4.6: Rüzgar hızına karşın oluşan rüzgar kuvveti değişimi.

Rüzgar Hızı (m/s)	F_R (N)
10	4,8
15	10,8

Rüzgarın quadrotor üzerinde oluşturduğu kuvvet Z eksenini hareket denklemlerine doğrudan eklenmiştir ve Şekil 4.27’de gösterilmiştir.



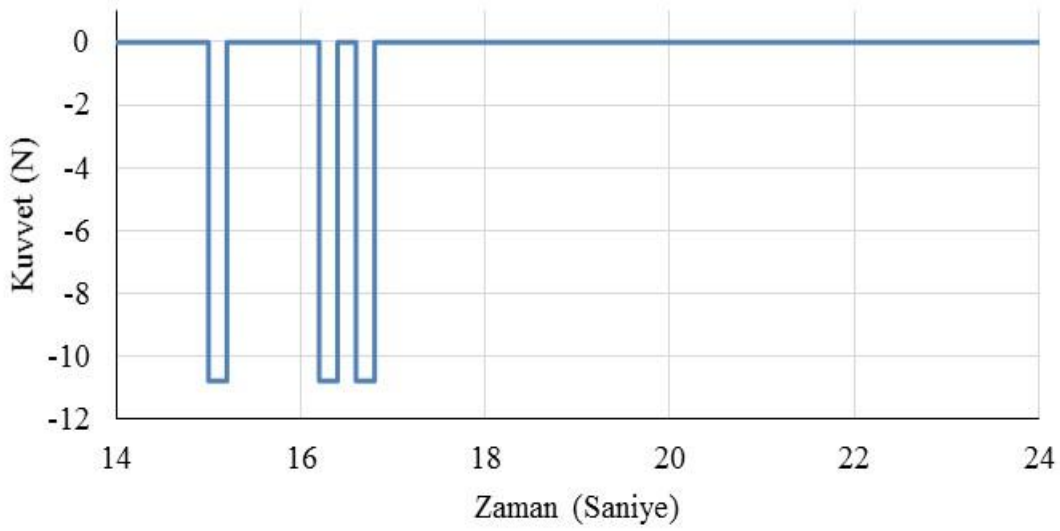
Şekil 4.27 : Negatif Z eksenini etkileyen rüzgar kuvveti.



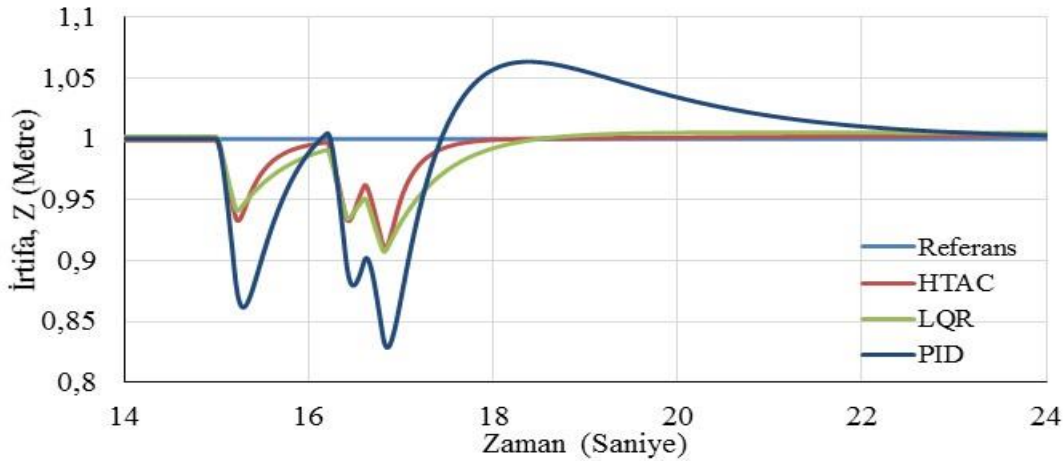
Şekil 4.28 : 4,8N rüzgar kuvvetine karşın sistem tepkisi.

Şekil 4.27’de 10 m/s hızda negatif Z eksenini boyunca esen rüzgarın quadrotor üzerinde oluşturduğu kuvvet gösterilmiştir. Bu kuvvet 0,2 saniye boyunca ve 1 saniye aralıklarla uygulanmıştır. Şekil 4.28’de görüldüğü üzere hiperbolik tanjant adaptif kontrolcü dış etkenden kaynaklanan bozucuyu sistemden rahatlıkla atmaktadır ve diğer kontrolcülerden daha iyi performans göstermiştir.

Şekil 4.29’da 15 m/s hızla negatif Z eksenini boyunca yüksek şiddetle esen rüzgarın quadrotor üzerinde oluşturduğu kuvvet gösterilmiştir.



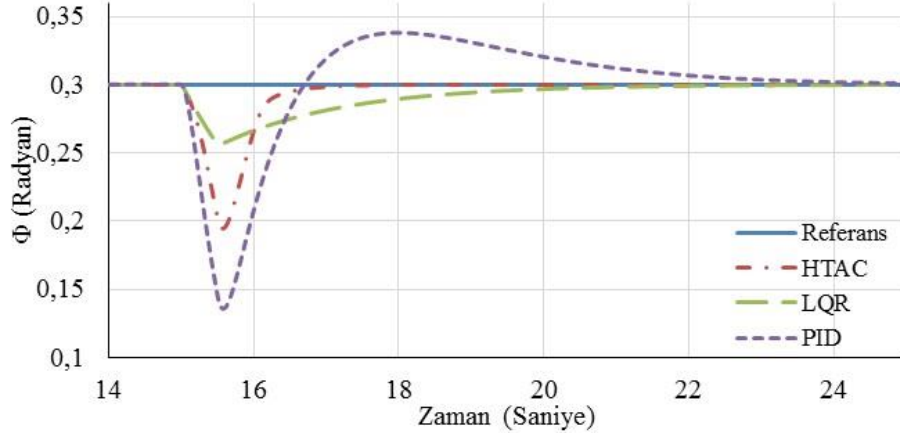
Şekil 4.29 : Negatif Z eksenini boyunca etkileyen rüzgar kuvveti.



Şekil 4.30 : 10,8N rüzgar kuvvetine karşın sistem tepkisi.

15 m/s hızda uygulanan kuvvetli rüzgar etkisini hiperbolik tanjant adaptif kontrolcü en hızlı sistemden atarak quadrotoru referans noktasına getirmiştir.

Açı kontrolcülerine rüzgar etkisi irtifa kontrolcüsünde olduğu gibi doğrudan rüzgar kuvveti olarak verilememektedir. Bunun sebebi doğrusal esen rüzgarın doğrusal konum üzerinde etkili olmasıdır. Açı değişimleri üzerindeki en doğru rüzgar etkisi analizi türbülans modellemesi ile yapılabilir. Bu bölümün amacı bozucu etkilerin sistemden atılmasını görmek olduğu için açı kontrolcülerine rüzgar etkisi doğrudan açısal ivme değişimi olarak verilmiştir. 0,2 saniye boyunca 4 rad/s^2 Euler açıları üzerine bozucu etki verilmiştir. Tüm kontrol yöntemlerinin yalpalama açısı üzerine verilen bozulmaları sistemden atma performansı Şekil 4.31’de görülebilir.



Şekil 4.31 : Yalpalama açısı üzerine negatif 4 rad/s² bozucu ivme verilmesi.

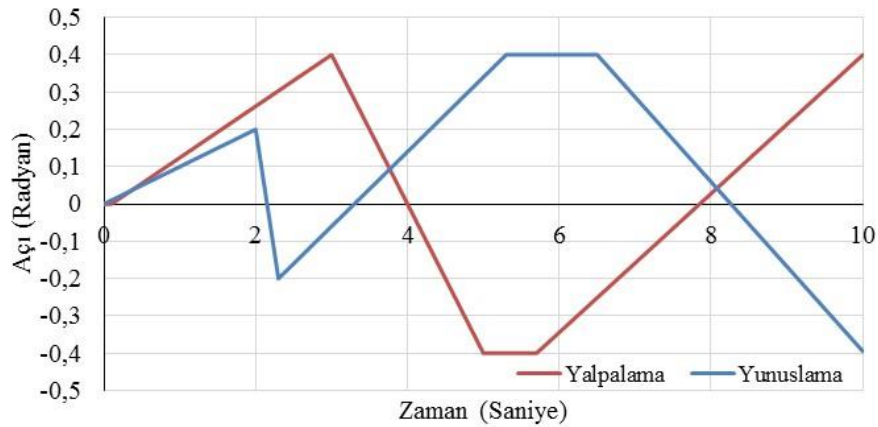
Dış etmeden kaynaklanan bozulma LQR kontrolcüsü tarafından hızlı şekilde sistemden atılsa da referans değere tekrar oturması uzun sürmüştür. Hiperbolik tanjant adaptif kontrolcü dış etkiye geç tepki gösterse de en hızlı şekilde referans değere ulaşmıştır.

4.4 Enerji Tüketimi

Bir motorun anlık enerji tüketimi ürettiği tork ve açısal hızının çarpımına eşittir. “i” indisi motor numarasını belirtmek üzere anlık enerji tüketimi denklem 4.11 ile hesaplanabilir.

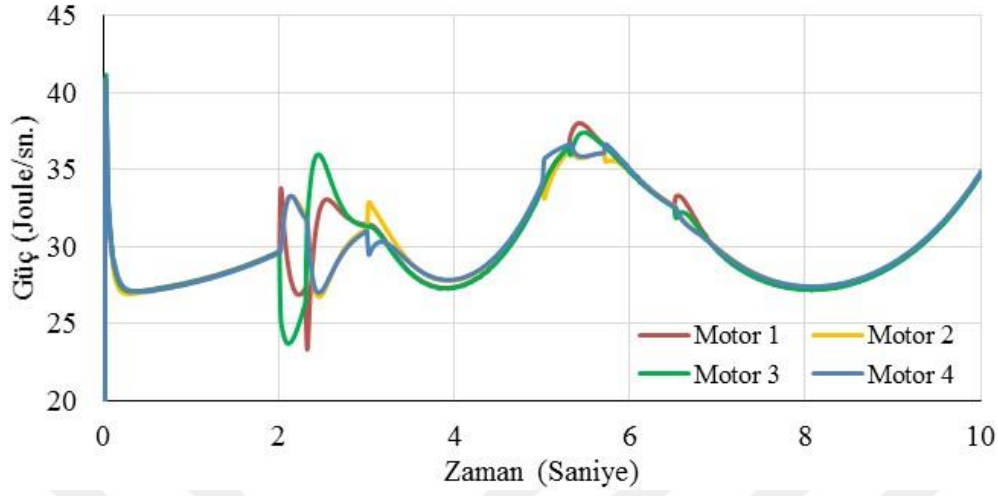
$$P_i = \tau_i w_i, \quad i = 1,2,3,4 \quad (4.11)$$

Tork değeri “Nm” ve motor dönüş hızı “radyan/saniye” olarak ölçülür ve çarpımı “joule/saniye” birimiyle saniye başına güç tüketimini verir. Her bir kontrol yönteminde motorların güç tüketim profillerini görmek için öncelikle yunuslama ve yalpalama açılarına Şekil 4.32’de gösterilen referans girdi değerleri verilmiştir.

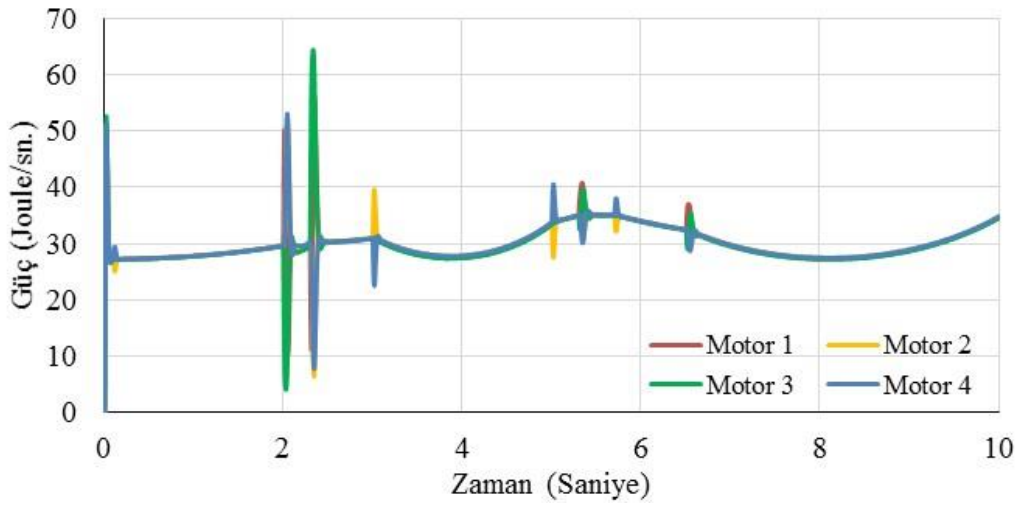


Şekil 4.32 : Yunuslama ve yalpalama açılarına verilen referans takip girdisi.

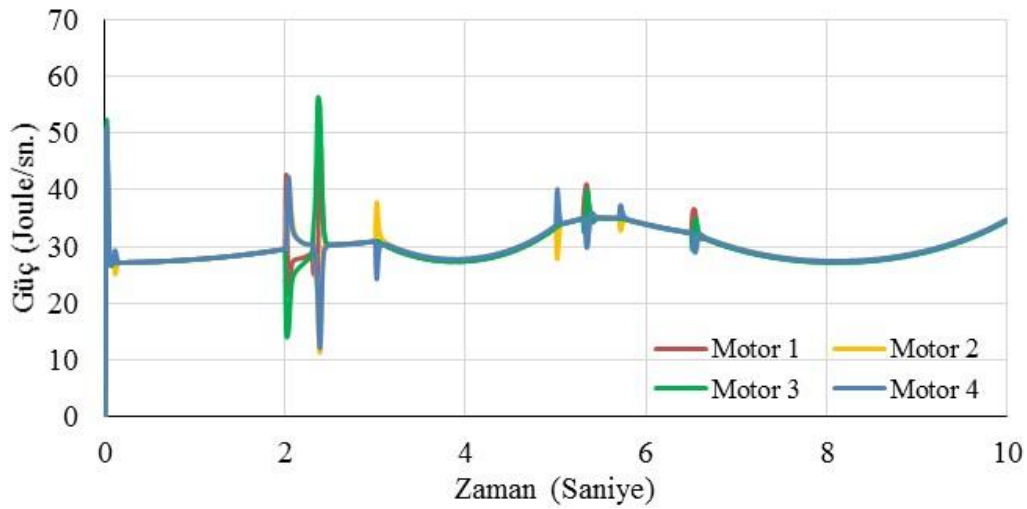
Verilen referans açı değerlerine karşın üç kontrol yöntemi içinde motorların anlık güç tüketim profili Şekil 4.33, Şekil 4.34 ve Şekil 4.35'te verilmiştir.



Şekil 4.33 : PID kontrolcüsü motor güç tüketim profili.



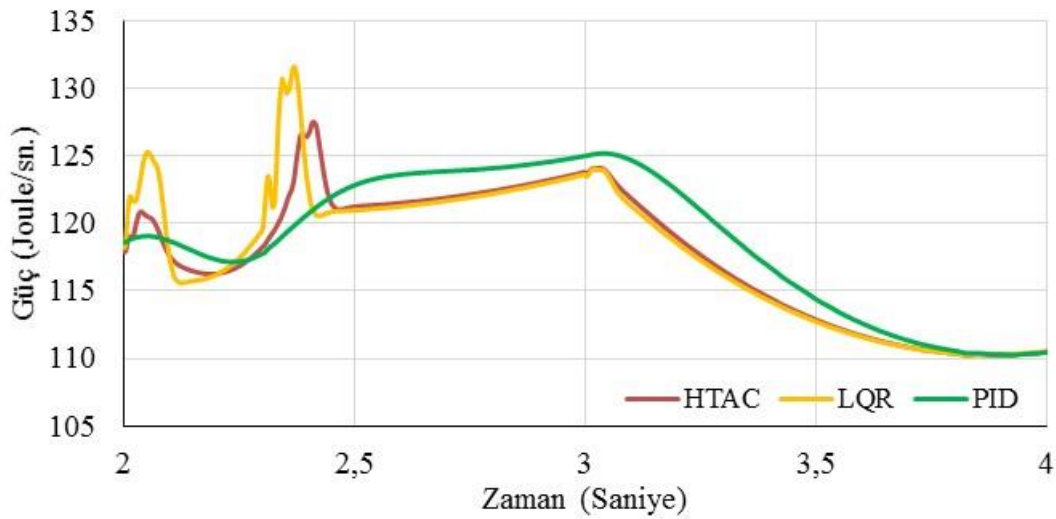
Şekil 4.34 : LQR kontrolcüsü motor güç tüketim profili.



Şekil 4.35 : HTAC kontrolcüsü motor güç tüketim profili.

Grafiklerde görüleceği üzere 2 ve 4 saniyeleri arasında gerçekleşen keskin manevra ile birlikte motor güçleri arasında büyük farklılıklar oluşmuştur. Her 3 kontrol yönteminde de bu keskin manevrayı yerine getirmek için 3. motor en büyük güç değerine ulaşmıştır. Bu değer HTAC ve LQR kontrolcülerinde 60 joule/sn. iken PID kontrolcüsü 36 joule/sn. olarak belirlenmiştir. Çalışma motor modeli üzerinde yapıldığı için ani motor hızı değişimleri fiziksel olarak mümkündür fakat motor sürücülerinin ani yüksek güç tüketimli kontrolcü taleplerine yanıt verebilmesi gerekmektedir. Aynı zamanda bu anlık güç yükü durumu elektrik sistemi dizaynında gözönünde bulundurulmalıdır.

Üç kontrol yöntemi içinde sert manevranın gerçekleştiği 2 ve 4 saniye arasındaki 4 motorun toplam enerji tüketimi Şekil 4.36'da gösterilmiştir. HTAC kontrolcüsü LQR kontrolcüsünün enerji tüketim profiline paralel ilerlemektedir. Anlık güç gereksinimde tepe noktaları incelendiğinde kontrolcüler arasında en fazla %5 fark olduğu görülmektedir.



Şekil 4.36 : Dört motorun toplam güç tüketimi.

Anlık güç tüketimi değişimlerine bakılarak bir sistemin diğer sistemden daha fazla enerji tükettiğini söylemek mümkün değildir. Bunun için belirlenen bir aralıkta anlık güç tüketim değerlerinin integralinin alınması gerekmektedir. 2 ve 4 saniyeleri arasında gerçekleşen keskin manevradaki toplam güç tüketimleri denklem 4.12, 4.13 ve 4.14'te verilmiştir.

$$E_{HTAC} = \sum_{i=1}^4 \int_2^4 T_i w_i dt = 231 \text{ joule} \quad (4.12)$$

$$E_{LQR} = \sum_{i=1}^4 \int_2^4 T_i w_i dt = 233 \text{ joule} \quad (4.13)$$

$$E_{PID} = \sum_{i=1}^4 \int_2^4 T_i w_i dt = 240 \text{ joule} \quad (4.14)$$

İlgili aralıkta HTAC kontrolcüsü LQR kontrolcüsü ile aynı, PID kontrolcüsünden ise %4 daha az enerji tüketmiştir. Diğer tüm performans kriterleri gibi enerji tüketimi de kontrolcü kazançları belirlenirken dizayn önceliğinin ne olduğuna bağlıdır. Yüksek doğrulukta referans takibi için dizayn edilen LQR enerji tüketiminde daha iyi performans sergilemektedir. Hata düşük olduğunda HTAC kontrolcü LQR kontrolcüsü gibi davrandığı için referans takibi boyunca LQR kontrolcüsünün enerji tüketimine paralel bir profil izlemektedir.



5. SONUÇLAR

Gün geçtikçe kullanımı artan ve kullanım alanları genişleyen insansız hava araçları için birçok çalışma yürütülmektedir. İnsansız hava araçlarının içerisinde quadrotorlar birçok avantajı nedeniyle öne çıkmaktadır. Quadrotor sisteminin yüksek derecede lineer olmayan yapıya sahip olması kontrolünde zorluklara neden olmaktadır. Bu zorlukların aşılması için kontrolcü dizaynı ve doğrulaması üzerine birçok çalışma yapılmaktadır. Quadrotor kontrolcü çalışmaları konusunda literatür araştırması yapılarak Bölüm 1.2’de sunulmuştur.

Bu tezde lineer kontrol yöntemlerinden PID ve LQR kullanılmıştır. Bu iki kontrol yönteminin değişken ağırlıklarla birlikte kullanılması ile üçüncü bir kontrolcü dizaynı gerçekleştirilmiştir ve bu kontrolcüye “Hiperbolik Tanjant Adaptif Kontrolcü (HTAC)” ismi verilmiştir. PID ve LQR kontrolcülerin ağırlıkları referans girdi ile gerçekleşen durum arasındaki hatanın büyüklüğüne göre belirlenmiştir. Hiperbolik tanjant trigonometrik fonksiyonunun etkin şekilde kullanılabilmesi için fonksiyon çıktıları incelenerek dizayn parametreleri içerisinde bulunan hata toleransları doğrultusunda hata kazanç faktörü ile güçlendirilmiştir. Bu vesileyle hata alt ve üst sınırlarında ağırlıkların tamamen 1 veya 0 değerini alabilmesi sağlanmıştır. Belirlenen hata tolerans limitleri doğrultusunda, üst limite yaklaşıldıkça PID kontrolcüsünün ağırlığı artmaktadır. Bu sayede daha hızlı hatayı kapatacak şekilde dizayn edilen PID kontrolcüsünün bu özelliği kullanılması hedeflenmiştir. Hata azaldıkça referans takibi ve dış kaynaklı bozulmaların sistemden atılması performansı daha iyi olarak dizayn edilen LQR kontrolcüsünün ağırlığı artmaktadır.

Kinematik, dinamik ve Newton-Euler denklemleri tespit edildikten sonra Matlab Simulink yazılımında simülasyon ortamında quadrotorun lineer olmayan modeli elde edilmiştir. DC motorun modellenmemesi durumunda sistemin gerçekçi olmayan büyüklükte motor dönüş hızlarına ulaştığı ve fiziksel olarak mümkün olmayan sürelerde motor devri değişimi gerçekleştiği görülmüştür. Bu nedenle fırçasız DC motor modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan modeller üzerinde LQR, PID ve HTAC kontrol yöntemlerinin performansları incelenerek birbirleriyle kıyaslanmıştır.

Quadrotora çeşitli yalpalama ve yunuslama açıları verilerek atalet çerçevesindeki doğrusal hızları gözlenmiştir. Aerodinamik sürüklemenin modellenmediği durumda sistemin mümkün olmayan yükseklikte hızlara ulaştığı görülmüştür. Aerodinamik sürüklenme modeli Euler-Newton denklemlerine eklenerek modelin doğruluğu arttırılmıştır.

Sisteme irtifa ve açı kontrolü için çeşitli büyüklüklerde basamak girdileri verilmiştir. Üç kontrolcü ile de kontrol sağlıklı olarak sağlansa da HTAC birçok açıdan diğer iki kontrolcüden çok daha iyi performans göstermiştir. İkinci olarak sinüzoidal dalga, kare dalga ve doğrusal referans olmak üzere 3 farklı referans takip girdisi verilmiştir. LQR kontrolcü doğrusal değişimlerde referans takibi konusunda oldukça yüksek performans göstermiştir fakat kare dalga gibi keskin geçişlerin olduğu referansta ise vasat performans sergilemektedir. Bu durum kontrolcü kazançları değiştirilerek düzeltilebilir fakat bu çalışmadaki LQR kontrolcüsünün dizayn amacı yüksek manevra yeteneği olmayıp hatanın düşük olduğu durumlarda yüksek doğrulukla referans takibini sağlamasıdır. LQR kontrolcüsü ise sisteme yüksek manevra yeteneği kazandırılması durumunda referans takibi performansında düşüş olduğu simülasyon ortamında yapılan denemelerde görülmüştür. PID kontrolcü ise keskin geçişlerdeki tepki süresi kısalığı nedeniyle LQR'e nazaran daha iyi performans göstermektedir. Fakat bu kontrolcüde de hedef aşımı oldukça yüksek değerlere ulaşmaktadır. HTAC kontrolcü basamak girdisindeki performansını kare dalga referansında da sürdürerek diğer iki kontrolcüden çok daha iyi performans sergilemiştir. Quadrotor üzerinde etkin olan sert esen rüzgardan kaynaklanan kuvvetlerin hesaplaması yapılarak açı ve irtifa kontrolcülerine bozucu etki olarak beslenmiştir. PID kontrolcü bozucu etkinin sistemden atılmasında zorlanırken LQR ve HTAC kontrolcüler daha üstün performans göstermiştir. HTAC kontrolcü LQR kontrolcüsü gibi hedeften sapma yüksek değerlere ulaşmadan tepki göstermese de LQR kontrolcüsünden daha hızlı şekilde eski referans değerine sistemi döndürmeyi başarmıştır. Güç tüketimleri kıyaslandığında üç kontrol yöntemi arasında belirgin farklılıkların bulunmadığı görülmüştür. LQR ve HTAC kontrolcüler anlık güç taleplerinde ani değişikliklere neden olurken PID kontrolcüsü daha istikrarlı güç talebinde bulunmaktadır fakat toplam güç tüketimine bakıldığında birbirlerine çok yakın değerler hesaplanmıştır.

HTAC kontrolcü içerisinde kullanılan LQR ve PID kontrolcülerin kazançları bu kontrolcülerin yalnız kullanıldıklarında olan değerler ile aynıdır. Burada

performansların birebir kıyaslanabilmesi amaçlanmıştır. Her kontrolcü kendi içerisinde gerçekleştireceği göreve göre dizayn edilip kullanılabilir. Hiçbir zaman her koşula uygun en mükemmel kontrolcü dizayn edilmesi mümkün değildir, mutlaka bazı özelliklerden feragat edilmesi gerekecektir. Bu durumda bir kontrolcünün diğer kontrolcüden daha üstün performans göstereceğini söylemek güç olur. Fakat çalışma iki kontrolcünün belli bir alandaki performansının öne çıkartılarak dizayn edilmesi ve sonrasında iyi oldukları alanlarda bir fonksiyon vasıtasıyla birlikte kullanılmasının sistemin genel performansını oldukça artırdığını göstermektedir.

Çeşitli performans kriterleri çerçevesinde üç kontrol yöntemi 1’den 3’e kadar sıralanmıştır. “1” en iyi performansı gösteren kontrol yöntemini belirtmektedir. İrtifa ve açılı kontrolcülerinin dizaynındaki bazı farklılıklardan dolayı her iki kontrolcü içinde temel performans kriterleri, referans takibi ve bozucu etkilerin sistemden atılması üzerine kıyaslama tablosu oluşturulmuştur. İrtifa kontrolcüsünde HTAC kontrol metodu 7 performans kriterinin 3’ünde en iyi performansı gösterirken açılı kontrolcüsünde ise aynı performans kriterleri içerisinde 4’ünde en iyi performansı göstermiştir. Quadrotordan beklenen göreve göre hangi kontrol metodunun daha uygun olacağı belirlenmelidir.

Çizelge 5.1: İrtifa kontrolcüsü performansı kıyaslamaları.

(1 en iyi – 3 en kötü)	HTAC	LQR	PID
Yükselme süresi	2	3	1
Hedef aşımı	1	2	3
Yerleşme süresi	1	2	3
Kararlı hal hatası	2	3	1
Doğrusal referans takibi	2	1	3
Keskin manevra kabiliyeti	1	2	3
Bozucu etkilerin atılması	2	1	3
Güç tüketimi	1	2	3

Çizelge 5.2: Açılı kontrolcüsü performansı kıyaslamaları.

(1 en iyi – 3 en kötü)	HTAC	LQR	PID
Yükselme süresi	2	3	1
Hedef aşımı	1	2	3
Yerleşme süresi	1	2	3
Kararlı hal hatası	2	3	1
Doğrusal referans takibi	2	1	3
Keskin manevra kabiliyeti	1	3	2
Bozucu etkilerin atılması	1	2	3
Güç tüketimi	1	2	3

Simülasyon sonucunda oluşturulan adaptif kontrolcü üstün performans sergileyerek dizayn edildiği yönde sonuçlar verse de gerçek model üzerinde denenmesi önem teşkil etmektedir. Aynı zamanda birden fazla kontrolcü kullanımının sistem maliyetlerini artıracığı durumu da göz önüne alınmalıdır. Bu aşamadan sonra yapılacak çalışmalar sistemin gerçek quadrotor üzerinde gerçekleşmesi üzerin yoğunlaşabilir. Hiperbolik tanjant fonksiyonu yerine akıllı algoritmalar ile ağırlık tercihleri yapılabilir veya lineer kontrolcü yerine lineer olmayan kontrolcülerin birlikte çalışması sağlanabilir.



KAYNAKLAR

- [1] **Duc-Kien Phung ve Pascal Morin** Modeling and Energy Evaluation of Small Convertible UAVs, *Université Pierre*.
- [2] **Lee, K.U., Kim, H.S., Park, J.-B. ve Choi, Y.-H.** (2012) Hovering Control of a Quadrotor, *12th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*, 17-21 Ekim 2012, 162-167.
- [3] **Li, J. ve Li, Y.** (2011) Dynamic Analysis and PID Control for a Quadrotor, *International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, 7-10 Ağustos 2011, 573-578.
- [4] **Bouabdallah, S., Noth, A. ve Siegwart, R.** (2004) PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2004) Vol 3*, 28 Eylül – 2 Ekim 2004, 2451-2456.
- [5] **Kok, K. Y., Parvathy, R. ve Lim, K. W.** (2016) Proportional-derivative linear quadratic regulator controller design for improved longitudinal motion control of unmanned aerial vehicles, *International Journal of Micro Air Vehicles*, Ocak-Mart 2016, 41–50
- [6] **Minh, L.D., ve Ha, C.** (2010) Modeling and Control of Quadrotor MAV Using Vision-Based Measurement, *International Forum on Strategic Technology (IFOST)*, 13-15 Ekim 2010, 70-75
- [7] **Xu, R. ve Özgüner, U.** (2006) Sliding Mode Control of a Quadrotor Helicopter, *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego*, 13-15 Aralık 2006, 4957-4962
- [8] **Madani, T. ve Benallegue, A.** (2006) Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter, *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing*, 9-15 Ekim 2006, 3255-3260
- [9] **Huo, X., Huo, M. ve Karimi, H.R.** (2014) Attitude Stabilization Control of a Quadrotor UAV by Using Backstepping Approach, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 1-9
- [10] **Falkenberg, O., Witt, J., Pilz, U., Weltin, U. ve Werner, H.** (2012) Model Identification and H1 Attitude Control for Quadrotor MAVs, *Intelligent Robotics and Applications*, 460-471
- [11] **Travis Dierks** (2010) Output Feedback Control of a Quadrotor UAV Using Neural Networks, *IEEE Transactions On Neural Networks*, VOL. 21, NO. 1, Ocak 2010
- [12] **Nicol, C., Macnab, C.J.B. ve Ramirez-Serrano, A.** (2008) Robust Neural Network Control of a Quadrotor Helicopter, *Proceedings of the*

*Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering,
Niagara Falls, 4-7 Mayıs 2008*

- [13] **Boudjedir, H., Yacef, F., Bouhali, O. ve Rizoug, N.** (2012) Adaptive Neural Network for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle, *International Journal in Foundations of Computer Science and Technology*, 2012, 1-13
- [14] **Kumar, K., Mohammad R., ve Muthu M. K.** (2014) Design and Implementation of Fuzzy Logic Controller for Quad Rotor UAV, *2nd International Conference on Research in Science, Engineering and Technology (ICRSET'2014), Dubai, 21-22 Mart 2014*
- [15] **Christopher Edmond Nicol** (2010) *A Robust Adaptive Neural Network Control for a Quadrotor Helicopter*, (Yüksek lisans tezi). University of Calgary, Department of Electrical and Computer Engineering, Calgary Alberta.
- [16] **Joinville University, Brazilya** (2005) LQR/LQG controller design, (Ders notları). Url:
http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/marianasantos/materiais/lqrnotes_Regra_de_Bryson.pdf
- [17] **Tayebi, A. ve McGilvray, S.** (2004) Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot, *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, 14-17 Aralık 2004
- [18] **Marcelo De Lellis** (2011) *Modeling, Identification and Control of a Quadrotor Aircraft*, (Yüksek lisans tezi). Czech Technical University, Faculty of Electrical Engineering, Prague.
- [19] **Udeh Tochukwu** (2013) Effects of PID Controller on a Closed Loop Feedback System, Kasım 2013
- [20] **R. M. Murray.** (2006) *Control and Dynamical Systems*, (Ders Notları), California Institute Of Technology, Ocak 2006
- [21] **Nicholas Willard** (2006) Multirotor Dynamics. Url:
<https://www.rcgroups.com/forums/showatt.php?attachmentid=8993682&d=1463328343>

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Hayrettin Yavuz
Doğum Tarihi ve Yeri : 31.12.1986
E-posta : hayrettinyavuz@msn.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** : 2018, İstanbul Teknik Üniversitesi, Mekatronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Mekatronik Mühendisliği

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

- 2010-2011 yıllarında Bis Sistem Entegrasyon firmasında proje mühendisi olarak çalıştı.
- 2011-2015 yıllarında Ford Otosan A.Ş. firmasında ürün geliştirme mühendisi olarak çalıştı.
- 2015 yılından itibaren Temsa firmasında yedek parça yöneticisi olarak çalışıyor.