İSTANBUL KÜLTÜR ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

E_7 LIE CEBRİNE AİT TEMSİLLERİN ÇOKKATLILIKLARININ , FREUDENTHAL ÇOKKATLILIK FORMÜLÜ KULLANILARAK HESAPLANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Araş.Gör.Emrah TUNER

0309040003

Anabilim Dalı: Matematik-Bilgisayar

Programı: Matematik-Bilgisayar

Tez Danışmanı: Prof .Dr. Hasan R. KARADAYI

HAZİRAN 2005

İSTANBUL KÜLTÜR ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

E_7 LIE CEBRİNE AİT TEMSİLLERİN ÇOKKATLILIKLARININ , FREUDENTHAL ÇOKKATLILIK FORMÜLÜ KULLANILARAK HESAPLANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Araş.Gör.Emrah TUNER

0309040003

Anabilim Dalı: Matematik-Bilgisayar

Programı: Matematik-Bilgisayar

Tez Danışmanı: Prof .Dr. Hasan R. KARADAYI

HAZİRAN 2005

Yüksek Lisans bitirme çalışmamda benden ilgilerini eksik etmeyen, bana yol gösterici olan hocalarım Sayın Prof.Dr. Hasan R. KARADAYI'ya ve Sayın Yard.Doç.Dr. Meltem GÜNGÖRMEZ'e ilgilerinden ve yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

Haziran.2005 Emrah TUNER

İçindekiler

Sembol Litesi:

Alf[i] (α_i) : A7 Cebrine ait basit kökler.

Lam[i](λ_i) : A7 Cebrine ait temel baskın ağırlıklar.

M[i] (μ_i) : A7 Cebrine ait temel ağırlıklar.

E[i](e_i) : E7 Cebrine ait temel ağırlıklar.

Ealf[i](β_i) : E7 Cebrine ait basit kökler.

Elam[i](Λ_i) : E7 Cebrine ait temel baskın ağırlıklar.

Dom[i,j] : E7 Cebrine ait temel baskın ağırlıkların A7 cebrine ait temel baskın ağırlıklar türünden ifadesi.

Dlt[i,j] : Kronecker Deltası

Ro(ρ) : E7 Cebrine ait Weyl vektörü

Eealf[i] : E7 Cebrine ait pozitif kök sistemindeki elemanların, E7 basit kökleri türünden ifadeleri.

Edom[i] : E7 Cebrine ait baskın ağırlıkların, A7 Cebrine ait temel ağırlıklar türünden ifadeleri.

ORB[i] : E7 cebrine ait i numaralı Weyl Yörüngesi.

ÖZET

Lie Cebri alanında, cebirlere ait temsillerin açık olarak elde edilmesi önemli bir problemdir. Bunun için temsil içinde yer alan ağırlıkların çokkatlılıklarının hesaplanması gerekmektedir.Temsillere ait çokkatlılıkların hesaplanmasında başka formüllerin yanında en kullanışlı yöntem Freudenthal Çokkatlılık Formülü'dür. Bu formülün her ne kadar rekürsif olması nedeniyle ilk bakışta hesaplamalarda zorluk çıkartacağı görülse de diğer çokkatlılık formüllerine göre hesaplanacak öğelerin kolaylığı nedeniyle uygulamada daha kullanışlı olduğu açıktır.

Bununla beraber özellikle çok düşük ranglı ve çok küçük boyutlu temsil uygulamaları dışında Freudenthal Formülü'nün dahi uygulanabilir olmayacağı açıktır. Bu nedenle çalışmada bu formülü hemen hemen tüm gruplar ve temsiller için basit PC'lerde dahi uygulamaya olanak sağlayan , geliştirilmiş bir algoritma kullanılmıştır.

E7 ve A7 Lie cebirlerinin her ikisinin de rangı 7'dir.Bu özel durumdan dolayı E7 Lie cebrinin weyl yörüngelerindeki ağırlıklar,A7 cebrinin ağırlıkları tarafından üretilebilmektedir.Böylece E7 lie cebrinin weyl yörüngesine ait elemanlar üzerinden işlem yapmak yerine, bu elemanların A7 lie cebrine ait elemanlar türünden ifadeleri üzerinden işlem yapılarak, hesaplamaların kolaylaştırılması sağlanmıştır.

Bu algoritmanın uygulanabilirliğini göstermek üzere en büyük gruplardan biri olan E_7 grubunu kullanılmıştır. Bu yöntemin daha kolay anlaşılmasını sağlamak üzere önce A_3 cebri için bilgisayar kullanmaksızın bir örnek verilerek algoritmanın E_7 gibi büyük bir grup için nasıl işleyeceğini göstermek amaçlanmıştır.

SUMMARY

Obtaining the representation explicitly is very important problem at Lie Algebra Theory.Because of that multiplicities should be calculated which appears at representations. To calculate the multiplicities , Freudenthal Multiplicity Formula is the most useful among the others. However much this formula seems difficult to calculate because of it is recursive, it is said that according to other formulas this formula is more convenient to use because of its elements which will be calculated.

In addition to this, except low ranked and small dimansional representation applications, Freudenthal Formula is not easy to apply. Because of that it is used a convenient algorithm which can be applied for all groups and representations even with a simple PC.

Both E7 and A7 Lie algebras has the rank 7.Because of this special case, the weights at E7 weyl orbits can be obtained by the weights of A7 Lie algebra.To simplify the calculations, instead of doing the calculations over E7 weyl orbit elements, calculations have been done over the elements of A7 Lie algebras elements.

It is used one of the biggest groups,E_7 to show the convenience of this algorithm. To obtain this method is understood easily, firstly it is used at an example from A_3 to show that how does it works at a big group like E_7.

BÖLÜM-I :

1.1 LIE CEBRI:

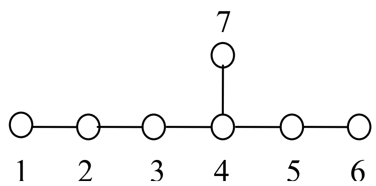
G, F alanı üzerinde , $\forall\, g \in G$,
[.,.]:gxg→g ikili işlemiyle birlikte tanımlı bir vektör uzayı olsun.G aşağıdaki aksiyomları Gercekliyorsa bir **Lie Cebri** adını alır

1. [ax+by,z]=a[x,z]+b[y,z] ve [z, ax+by]=a[z,x]+b[z,y] $\forall$ a,b $\in$ F ve $\forall$ x,y,z $\in$ G.

2. [x,[y,z]]+[z,[x,y]]+[y,[z,x]]=0 (Jacobi Özdeşliği'ni gerçekler)

1.2 E_7 LIE CEBRI:

E_7 Lie Cebri,



Şekil 1

Şeklinde bir Dynkin Diyagramına ve

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

şeklinde bir Cartan matrisine sahip bir cebirdir.

1.2.1 TANIM: Weyl Yansımaları : (σ_i)

$$< \Lambda , \beta > = \frac{2.(\Lambda,\beta)}{(\beta,\beta)}$$

olmak üzere Weyl Yansıma Operatörü,

$$\sigma_\beta (\Lambda) \equiv \Lambda - < \Lambda , \beta > . \beta$$

şeklinde tanımlanır.

Bir cebrin Cartan matrisi de

$< \alpha_i , \alpha_i >= C_{ij}$ olarak tanımlıdır. [1]

E_7 Cebrinin kök boyları (β_i , β_i) = 2 (i:1,...,7) oldugundan Weyl Yansıma Operatörü :

$$< \Lambda , \beta > = \Lambda -(\Lambda , \beta).\beta$$

haline gelir.Weyl Yansımalarının cebre ait basit kökler üzerine etki etmesiyle elde edilen elemanlara Basit yansımalar denir.

1.2.2 E_7 Cebrine Ait Temel Ağırlıklar (e_i), Basit Kökler(β_i), Temel Baskın Ağırlıklar:

Cebre ait basit yansımalar $\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_7$ olmak üzere temel ağırlıklar;

$e_1=\Lambda_1$
$e_2= \sigma_1 e_1 = -\Lambda_1+\Lambda_2$
$e_3= \sigma_2 e_2 = -\Lambda_2+\Lambda_3$
$e_4= \sigma_3 e_3 = -\Lambda_3+\Lambda_4$
$e_5= \sigma_4 e_4 = -\Lambda_4+\Lambda_5+\Lambda_7$
$e_6= \sigma_5 e_5 = -\Lambda_5+\Lambda_6+\Lambda_7$
$e_7= \sigma_6 e_6 = -\Lambda_6+\Lambda_7$

olarak tanımlanır.

E_7 cebrinde basit kökler,

$$\beta_1 = e_1 - e_2$$
$$\beta_2 = e_2 - e_3$$
$$\beta_3 = e_3 - e_4$$
$$\beta_4 = e_4 - e_5$$
$$\beta_5 = e_5 - e_6$$
$$\beta_6 = e_6 - e_7$$
$$\beta_7 = (-e_1 - e_2 - e_3 - e_4 + 2 \cdot e_5 + 2 \cdot e_6 + 2 \cdot e_7)/3$$

Şeklindedir ve tüm β_i (i:1,...,7) köklerinin boyu 2 dir.

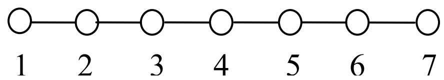
Temel baskın ağırlıklar ise,

$$\Lambda_1=e_1$$
$$\Lambda_2=e_1+e_2$$
$$\Lambda_3=e_1+e_2+e_3$$
$$\Lambda_4=e_1+e_2+e_3+e_4$$
$$\Lambda_5=(2e_1+2e_2+2e_3+2e_4+2e_5-e_6-e_7)/3$$
$$\Lambda_6=(e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+e_6-2e_7)/3$$
$$\Lambda_7=(e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+e_6+e_7)/3$$

olarak tanımlanır.

1.3 A_7 LIE CEBRI:

A_7 Lie cebri ,



Şekil 2

Şeklinde Dynkin diyagramına ve

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

şeklinde Cartan matrisine sahip bir cebirdir.

1.3.1 A_7 Cebrine Ait Basit Kökler(α_i) ve Temel Ağırlıklar(μ_i)

A_7 cebrine ait basit kökler

$$\alpha_1=\mu_1-\mu_2$$
$$\alpha_2=\mu_2-\mu_3$$
$$\alpha_3=\mu_3-\mu_4$$
$$\alpha_4=\mu_4-\mu_5$$
$$\alpha_5=\mu_5-\mu_6$$
$$\alpha_6=\mu_6-\mu_7$$
$$\alpha_7=\mu_7-\mu_8$$

olarak tanımlanır.

A_7 Lie Cebrine ait temel ağırlıklar,

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= \lambda_1 \\
\mu_2 &= -\lambda_1 + \lambda_2 \\
\mu_3 &= -\lambda_2 + \lambda_3 \\
\mu_4 &= -\lambda_3 + \lambda_4 \\
\mu_5 &= -\lambda_4 + \lambda_5 \\
\mu_6 &= -\lambda_5 + \lambda_6 \\
\mu_7 &= -\lambda_6 + \lambda_7 \\
\mu_8 &= -\lambda_7
\end{aligned}$$

olarak tanımlanır.

1.4 E_7 CEBRİNE AİT KÖKLER VE TEMEL BASKIN AĞIRLIKLARIN A_7 CEBRİNE AİT BASKIN AĞIRLIKLAR TÜRÜNDEN İFADE EDİLMESİ

A_7 cebrinin Temel Ağırlıkları arasında,

$$\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 + \mu_8 = 0$$

eşitliği vardır.E_7 cebrinin Weyl Yörüngesi elemanlarını ve köklerini A_7 cebrinin temel baskın ağırlıkları ve temel ağırlıkları türünden ifade edebilmek için öncelikle, μ_8 temel ağırlığı E_7 cebrinde tanımlanmalıdır.

Bu işlem,

$$-\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 - \mu_6 - \mu_7 = \mu_8$$

eşitliği kullanılarak yapılır.Ayrıca E_7 cebrinin temel ağırlıkları ile A_7 cebrinin temel ağırlıkları arasında bulduğumuz

$$e_i = \mu_i + \mu_8$$

ilişkisi bu iki cebir arasındaki dönüşümün tam olarak yapılmasını sağlar. Bu halde E_7 cebrine ait basit kökler A_7 cebrine ait temel ağırlıklar türünden:

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \mu_1 - \mu_2 \\
\beta_2 &= \mu_2 - \mu_3 \\
\beta_3 &= \mu_3 - \mu_4 \\
\beta_4 &= \mu_4 - \mu_5 \\
\beta_5 &= \mu_5 - \mu_6 \\
\beta_6 &= \mu_6 - \mu_7 \\
\beta_7 &= \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 + \mu_8
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Ayrıca E_7 cebrine ait A_7 cebrine ait temel ağırlıklar ve temel baskın ağırlıklar türünden:

$$\begin{aligned}
\Lambda_1 &= \lambda_1 + \mu_8 \\
\Lambda_2 &= \lambda_2 + 2.\mu_8 \\
\Lambda_3 &= \lambda_3 + 3.\mu_8 \\
\Lambda_4 &= \lambda_4 + 4.\mu_8 \\
\Lambda_5 &= \lambda_5 + 3.\mu_8 \\
\Lambda_6 &= \lambda_6 + 2.\mu_8 \\
\Lambda_7 &= 2.\mu_8
\end{aligned}$$

olarak ifade edilmiş olur.

BÖLÜM-II :

2.1 Temsil, Çokkatlılık Kavramları ve Freudenthal Çokkatlılık Formülü

2.1.1 Temsil:

G bir grup olmak üzere,

D: G→D(G) şeklinde bir homomorfizma bulunabiliyorsa, **D'ye G grubunun bir temsili** denir.

2.1.2 Weyl Yörüngesi:

Üzerinde çalışılan cebre ait bir ağırlık üzerine, cebre ait tüm Weyl yansıma operatörleri ve bunların çoklu çarpımları etki ettirilirse, ağırlığın kendisi ve bu işlem sonucunda elde edilen ağırlıkların oluşturduğu cümleye o ağırlığa ait **Weyl Yörüngesi** denir.

2.1.3 Alt Baskınlık:

İki baskın ağırlık arasında ,

$$\Lambda - \Lambda' = \sum_{\alpha \in R^+} n_i \, . \, \alpha_i \qquad [1]$$

(α_i , pozitif kök sisteminin elemanı olan bir kök ve $n_i \in Z^+$ (negatif olmayan tamsayılar cümlesi))

ilişkisi varsa Λ' ağırlığı Λ ağırlığının alt baskınıdır denir.

2.2 Çokkatlılık:

R(λ^+) temsilinde yer alan bir λ ağırlığı temsilde bir veya birden büyük bir katsayıyla yer alabilir. Bu katsayılara, karşılık gelen weightin λ^+ 'ya karşılık gelen indirgenemez temsildeki **çokkatlılığı** denir.

$$R(\lambda^+) = \sum_{\lambda^+ \in Sub(\lambda^+)} m(\lambda < \lambda^+) . W(\lambda) \qquad [1]$$

Yukarıdaki eşitlikte olduğu gibi bir temsil, temsilde yer alan ağırlıkların Weyl Yörüngelerinin bir birleşimi olarak belirlenebilir.Buna o temsilin "yörüngesel ayrışımı" denir.

2.3 FREUDENTHAL ÇOKKATLILIK FORMÜLÜ:

Freudenthal Çokkatlılık Formülü aşağıdaki gibi bir temsil ele alınarak bu temsil üzerinde açıklanabilir.

$$R(\Lambda_2) = W(\Lambda_2) + m(\Lambda_6 < \Lambda_2).W(\Lambda_6)$$

Bir temsilde, yukarıdaki örnekte görüldüğü gibi, temsilin ait olduğu ağırlığın alt baskınlık zincirinde olan ağırlıklar belli bir çokkatlılık ile yer alırlar. W(Λ), Λ ağırlığına ait weyl yörüngesi olmak üzere, $\mu \in$ Altbaskın(Λ) ise, bu μ ağırlığına ait $m(\mu \prec \Lambda)$ çokkatlılığı:

$$((\Lambda+\rho,\Lambda+\rho)-(\mu+\rho,\mu+\rho)).m(\mu) = 2.\sum_{\alpha>0}\sum_{i=1}^{\infty} m(\mu+i.\alpha).(\mu+i.\alpha,\ \alpha)$$

şeklindeki Freudenthal Çokkatlılık Formülü kullanılarak hesaplanır. [1]

2.3.1 Weyl Boyut Fomülü

R(Λ) temsilinin boyutu hesaplanırken; rangı r olan bir cebir için herhangi bir ağırlık Λ, $\{\Lambda_1,\Lambda_2,...,\Lambda_r\}$ temel baskın ağırlıkları ile, herhangi bir pozitif kök α da $\{\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_r\}$ basit kökleriyle $\alpha = \sum_i k_\alpha^i \alpha_i$ şeklinde ifade edilmek üzere, Weyl Boyut Formülü:

$$\dim R(\Lambda) = \frac{\sum_i k_\alpha^i(\Lambda_i+1)(\alpha_i,\alpha_i)}{\sum_i k_\alpha^i(\alpha_i,\alpha_i)}$$

şeklindedir.[5]

2.4 A_3 Cebrinde $R(2\lambda_1+\lambda_2)$ Temsiline Ait Çokkatlılıkların Hesaplanması:

$$R(2\lambda_1+\lambda_2) = 1.W(2\lambda_1+\lambda_2) \oplus m_1 W(\lambda_1+\lambda_3) \oplus m_2 W(0)$$

Teorem: Λ ağırlığına ait R(Λ) temsilinde ağırlığın kendisine ait yörüngesi W(Λ), daima "1" çokkatlılıkla yer alır.[1]

$$(2\lambda_1+\lambda_2)-(\lambda_1+\lambda_3) = \alpha_1+\alpha_2 \Rightarrow (\lambda_1+\lambda_3)+\alpha_1, (\lambda_1+\lambda_3)+\alpha_2, (\lambda_1+\lambda_3)+\alpha_1+\alpha_2$$

ağırlıkları formülde kullanılır.

Bunun nedeni bu ağırlıkların alt baskınlık koşulunu sağladıklarından dolayı $(\lambda_1+\lambda_3)$ ağırlığının çokkatlılığına katkı yapıyor olmalarıdır.

Şu halde Freudenthal formülü kullanılarak:

$$((2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3, 2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)-(\lambda_1+\lambda_3+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3))\cdot m(\lambda_1+\lambda_3)=$$
$$2\cdot(m(\lambda_1+\lambda_3+\alpha_1)(\lambda_1+\lambda_3+\alpha_1,\alpha_1)+$$
$$m(\lambda_1+\lambda_3+\alpha_2)(\lambda_1+\lambda_3+\alpha_2,\alpha_2)+$$
$$m(\lambda_1+\lambda_3+\alpha_1+\alpha_2)(\lambda_1+\lambda_3+\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2))\Rightarrow$$

$$m(\lambda_1+\lambda_3)=\frac{2\cdot(3+2+3)}{(21-13)}=2$$

$$R(2\lambda_1+\lambda_2)=1.W(2\lambda_1+\lambda_2)\oplus 2.W(\lambda_1+\lambda_3)\oplus m_2W(0)$$

Son durumda m_2'yi hesaplamak için boyut analizi yapılır.

Weyl Boyut Formülü kullanılarak:

Boy($R(2\lambda_1+\lambda_2)$)= $\frac{(2+1)}{1}\cdot\frac{(1+1)}{1}\cdot\frac{(0+1)}{1}\cdot\frac{(1+2+2)}{2}\cdot\frac{(1+0+2)}{2}\cdot\frac{(1+2+0+3)}{3}=45$

Boy(W($2\lambda_1+\lambda_2$))= $\frac{4!}{1!1!2!}=12$

Boy($W(\lambda_1+\lambda_3)$) $=\frac{4!}{1!\cdot 2!\cdot 1!}=12$

45 = 12 +3.12+m_2 $\Rightarrow$ m_2 = 9

$$R(2\lambda_1+\lambda_2)=1.W(2\lambda_1+\lambda_2)\oplus 2.W(\lambda_1+\lambda_3)\oplus 9.W(0)$$

şeklinde temsil tam olarak bulunur.

SONUÇLAR:

Kullanmış olduğumuz bu algoritma ile E_7 Cebrine ait temsillerin çokkatlılıkları açık olarak hesaplanmıştır.

Dim(**R(Λ_1)**) = **56**

$R(\Lambda_1) = \mathbf{1} * W(\Lambda_1) \oplus \mathbf{m_1} W(\Lambda_0)$
$R(\Lambda_1) = \mathbf{1} * (W(\lambda_2) \oplus W(\lambda_6)) \oplus \mathbf{0} * W(\lambda_0)$

Boyut Analizi:

$Dim(W(\lambda_2)) = 28$, $Dim(W(\lambda_6)) = 28$

56 = 1 * (28 + 28)

Dim(**R(Λ_2)**) = **1539**

$R(\Lambda_2) = \mathbf{1} * W(\Lambda_2) \oplus \mathbf{m_1} * W(\Lambda_6) \oplus \mathbf{m_2} W(\Lambda_0)$

$R(\Lambda_2) = \mathbf{1} * W(\Lambda_2) \oplus \mathbf{6} * W(\Lambda_6) \oplus \mathbf{27} W(\Lambda_0)$

$$= \mathbf{1} * \left(W(\lambda_5 + \lambda_7) \oplus W(\lambda_2 + \lambda_6) \oplus W(\lambda_1 + \lambda_3)\right) \oplus$$
$$\mathbf{6} * \left(W(\lambda_4) \oplus W(\lambda_1 + \lambda_7)\right) \oplus$$
$$\mathbf{27} * \left(W(\lambda_0)\right)$$

Boyut Analizi:

$Dim(W(\lambda_5+\lambda_7)) = 168$, $Dim(W(\lambda_2+\lambda_6)) = 420$, $Dim(W(\lambda_1+\lambda_3)) = 168$,

$Dim(W(\lambda_1+\lambda_7)) = 56$, $Dim(W(\lambda_4)) = 70$

1539 = 1 * (168 + 420+168) + 6 * (70 + 56) + 27 * 1

KAYNAKLAR

[1] Humphreys, J. E. , 1972 Introduction To Lie Algebras and Representation Theory, Springer Verlag New York,
[2] Robert,N.Cahn,Semi-simple Algebras and Their Representations,The Benjamin/Cummings Publishes.
[3] Karadayi,H.R. and Gungormez,M. : Non-Recursive Multiplicity Rules for A_N Lie Algebras,arxiv physics/9611008 v3,10 Jan 1997
[4] Karadayi,H.R. and Gungormez,M. : Summing Over The Weyl Groups of E_7 and E_8 ,arxiv math-ph/9812014 v1 ,17 Dec 1998
[5] Flohr,Michael,Handout VII,For the Course Group Theory in Physics,25 Jan 2005

EK-1 Mathematica Programı Kullanılarak Yazılmış Algoritma:

```
f[a_]:=Part[a/.Solve[%==0,a],1]
GK[ax_]:=Do[k[ax]=Expand[F[k[ax]]],{j,1,1}]
GX[i_]:=Do[x[i]=Expand[F[x[i]]],{j,1,1}]

dlt[i_,j_]:=1 /; i==j
dlt[i_,j_]:=0

pro[a_ alf[i_],b_ alf[j_]]:=a b pro[alf[i],alf[j]]
pro[a_ alf[i_],alf[j_]]:=a pro[alf[i],alf[j]]
pro[alf[i_],b_ alf[j_]]:=b pro[alf[i],alf[j]]

pro[a_,b_]:=0 /; NumberQ[a]
pro[a_,b_]:=0 /; NumberQ[b]

pro[a_+b_,c_]:=pro[a,c]+pro[b,c]
pro[a_,b_+c_]:=pro[a,b]+pro[a,c]

pro[a_,b_ c_]:=b pro[a,c] /; NumberQ[b]
pro[a_ b_,c_]:=a pro[b,c] /; NumberQ[a]

pro[0,x_]:=0
pro[x_,0]:=0

pro[x[i_] a_,b_]:=x[i] pro[a,b]
pro[a_,x[i_] b_]:=x[i] pro[a,b]
pro[a[i_] x_,y_]:=a[i] pro[x,y]
pro[x_,a[i_] y_]:=a[i] pro[x,y]


MATA7:={
{ 2,-1, 0, 0, 0, 0, 0},
{-1, 2,-1, 0, 0, 0, 0},
{ 0,-1, 2,-1, 0, 0, 0},
{ 0, 0,-1, 2,-1, 0, 0},
{ 0, 0, 0,-1, 2,-1, 0},
{ 0, 0, 0, 0,-1, 2,-1},
{ 0, 0, 0, 0, 0,-1, 2}}


pro[alf[i_],alf[j_]]:=MATA7[[i,j]]
```

```
xpro[e[i_],e[j_]]:=dlt[i,j]+1/2
pro[m[i_],m[j_]]:=dlt[i,j]-1/8

xom:=1/3*(e[1]+e[2]+e[3]+e[4]+e[5]+e[6]+e[7])

xpro[om,om]:=5/2
xpro[om,e[i_]]:=3/2
xpro[e[i_],om]:=3/2
xm[i_]:=e[i]-1/2*om
MATE7:={
{ 2,-1, 0, 0, 0, 0, 0},
{-1, 2,-1, 0, 0, 0, 0},
{ 0,-1, 2,-1, 0, 0, 0},
{ 0, 0,-1, 2,-1, 0,-1},
{ 0, 0, 0,-1, 2,-1, 0},
{ 0, 0, 0, 0,-1, 2, 0},
{ 0, 0, 0,-1, 0, 0, 2}}

ro:=lam[1]+lam[2]+lam[3]+lam[4]+lam[5]+lam[6]+lam[7]

lam[1]:=m[1]
lam[2]:=m[1]+m[2]
lam[3]:=m[1]+m[2]+m[3]
lam[4]:=m[1]+m[2]+m[3]+m[4]
lam[5]:=m[1]+m[2]+m[3]+m[4]+m[5]
lam[6]:=m[1]+m[2]+m[3]+m[4]+m[5]+m[6]
lam[7]:=m[1]+m[2]+m[3]+m[4]+m[5]+m[6]+m[7]

atamu:={
m[1]->(7*alf[1])/8+(3*alf[2])/4+(5*alf[3])/8+alf[4]/2+(3*alf[5])/8+alf[6]/4+alf[7]/8,
m[2]->-alf[1]/8 + (3*alf[2])/4 + (5*alf[3])/8 + alf[4]/2 + (3*alf[5])/8 + alf[6]/4 + alf[7]/8,
m[3]->-alf[1]/8 - alf[2]/4 + (5*alf[3])/8 + alf[4]/2 + (3*alf[5])/8 + alf[6]/4 + alf[7]/8 ,
m[4]->-alf[1]/8 - alf[2]/4 - (3*alf[3])/8 + alf[4]/2 + (3*alf[5])/8 + alf[6]/4 + alf[7]/8 ,
m[5]->-alf[1]/8 - alf[2]/4 - (3*alf[3])/8 - alf[4]/2 + (3*alf[5])/8 + alf[6]/4 + alf[7]/8 ,
m[6]->-alf[1]/8 - alf[2]/4 - (3*alf[3])/8 - alf[4]/2 - (5*alf[5])/8 + alf[6]/4 + alf[7]/8  ,
m[7]->-alf[1]/8 - alf[2]/4 - (3*alf[3])/8 - alf[4]/2 - (5*alf[5])/8 - (3*alf[6])/4 + alf[7]/8,
m[8]->-alf[1]/8 - alf[2]/4 - (3*alf[3])/8 - alf[4]/2 - (5*alf[5])/8 - (3*alf[6])/4 -
(7*alf[7])/8}

ataemu:={
m[1] -> -(-3*ialf[1] - 2*ialf[2] - ialf[3] + ialf[7])/4,
m[2] -> -(ialf[1] - 2*ialf[2] - ialf[3] + ialf[7])/4,
m[3] -> -(ialf[1] + 2*ialf[2] - ialf[3] + ialf[7])/4,
m[4] -> -(ialf[1] + 2*ialf[2] + 3*ialf[3] + ialf[7])/4,
m[5] -> -(ialf[1] + 2*ialf[2] + 3*ialf[3] + 4*ialf[4] + ialf[7])/4,
m[6] -> -(ialf[1] + 2*ialf[2] + 3*ialf[3] + 4*ialf[4] + 4*ialf[5] + ialf[7])/4,
m[7] -> -(ialf[1] + 2*ialf[2] + 3*ialf[3] + 4*ialf[4] + 4*ialf[5] + 4*ialf[6] + ialf[7])/4}


e[i_]:=m[i]+m[8]
om:=8/3*m[8]

ealf[1]:=m[1]-m[2]
ealf[2]:=m[2]-m[3]
```

```
ealf[3]:=m[3]-m[4]
ealf[4]:=m[4]-m[5]
ealf[5]:=m[5]-m[6]
ealf[6]:=m[6]-m[7]
ealf[7]:=m[5]+m[6]+m[7]+m[8]
elam[1]:=lam[1]+m[8]
elam[2]:=lam[2]+2*m[8]
elam[3]:=lam[3]+3*m[8]
elam[4]:=lam[4]+4*m[8]
elam[5]:=lam[5]+3*m[8]
elam[6]:=lam[6]+2*m[8]
elam[7]:=2*m[8]

iw:=
x[1]*elam[1]+
x[2]*elam[2]+
x[3]*elam[3]+
x[4]*elam[4]+
x[5]*elam[5]+
x[6]*elam[6]+
x[7]*elam[7]


atm:={
m[1]->xl[1],
m[2]->-xl[1]+xl[2],
m[3]->-xl[2]+xl[3],
m[4]->-xl[3]+xl[4],
m[5]->-xl[4]+xl[5],
m[6]->-xl[5]+xl[6],
m[7]->-xl[6]+xl[7],
m[8]->-xl[7]}


atal:={
alf[1]->2*lm[1]-lm[2],
alf[2]->-lm[1]+2*lm[2]-lm[3],
alf[3]->-lm[2]+2*lm[3]-lm[4],
alf[4]->-lm[3]+2*lm[4]-lm[5],
alf[5]->-lm[4]+2*lm[5]-lm[6],
alf[6]->-lm[5]+2*lm[6]-lm[7],
alf[7]->-lm[6]+2*lm[7]
}


num[1]:=2;
num[2]:=3;
num[3]:=6;
num[4]:=7;
num[5]:=4;
num[6]:=2;
num[7]:=4;
```

```
ikiboy:=(3*x[1]^2)/2 + 4*x[1]*x[2] + 4*x[2]^2 + 5*x[1]*x[3] + 10*x[2]*x[3] +
(15*x[3]^2)/2 + 6*x[1]*x[4] + 12*x[2]*x[4] + 18*x[3]*x[4] +
 12*x[4]^2 + 4*x[1]*x[5] + 8*x[2]*x[5] + 12*x[3]*x[5] + 16*x[4]*x[5] + 6*x[5]^2 +
2*x[1]*x[6] + 4*x[2]*x[6] + 6*x[3]*x[6] +
 8*x[4]*x[6] + 6*x[5]*x[6] + 2*x[6]^2 + 3*x[1]*x[7] + 6*x[2]*x[7] + 9*x[3]*x[7] +
12*x[4]*x[7] + 8*x[5]*x[7] + 4*x[6]*x[7] +
 (7*x[7]^2)/2


edom[ibb_, imax_] := Do[ir = 0;

denk=x[1]*elm[1]+x[2]*elm[2]+x[3]*elm[3]+x[4]*elm[4]+x[5]*elm[5]+x[6]*elm[6]+x[7
]*elm[7];
   Do[If[ikiboy == ibb, ir = ir + 1;
      Print["edom[", ibb, ",", ir, "]:=", Expand[denk]], 0],
     {x[1], 0, imax},
     {x[2], 0, imax},
     {x[3], 0, imax},
     {x[4], 0, imax},
     {x[5], 0, imax},
     {x[6], 0, imax},
     {x[7], 0, imax}]]

boy:=(7*x[1]^2)/8 + (3*x[1]*x[2])/2 + (3*x[2]^2)/2 + (5*x[1]*x[3])/4 + (5*x[2]*x[3])/2
+ (15*x[3]^2)/8 + x[1]*x[4] + 2*x[2]*x[4] +
 3*x[3]*x[4] + 2*x[4]^2 + (3*x[1]*x[5])/4 + (3*x[2]*x[5])/2 + (9*x[3]*x[5])/4 +
3*x[4]*x[5] + (15*x[5]^2)/8 + (x[1]*x[6])/2 +
 x[2]*x[6] + (3*x[3]*x[6])/2 + 2*x[4]*x[6] + (5*x[5]*x[6])/2 + (3*x[6]^2)/2 +
(x[1]*x[7])/4 + (x[2]*x[7])/2 + (3*x[3]*x[7])/4 +
 x[4]*x[7] + (5*x[5]*x[7])/4 + (3*x[6]*x[7])/2 + (7*x[7]^2)/8

 buldom[ibb_, imax_] := Do[ir = 0;

    denk=x[1]*lm[1]+x[2]*lm[2]+x[3]*lm[3]+x[4]*lm[4]+x[5]*lm[5]+x[6]*lm[6]+
x[7]*lm[7];
                        Do[If[ boy == ibb,
      ir = ir + 1;
     Print["Dom[",ibb,",",ir,"]:=", Expand[denk]], 0],
     {x[1], 0, imax},
     {x[2], 0, imax},
     {x[3], 0, imax},
     {x[4], 0, imax},
     {x[5], 0, imax},
     {x[6], 0, imax},
     {x[7], 0, imax}]]




     eledom[i_, j_, k_] := Do[ir = 0;
   w[i, j] = Dom[i, r] + Dom[j, s] + Dom[k, t];
   Do[If[pro[elam[i] + elam[j] + elam[k], elam[i] + elam[j] + elam[k]] ==
       pro[w[i, j], w[i, j]], ir = ir + 1;
```

```
        Print["son1[", ir, "]:=", Expand[w[i, j]]], 0],
    {r, 1, num[i]},
    {s, 1, num[j]},
    {t, 1, num[k]}]]


   secdom[i_, j_] := Do[ir = 0;
    w[i, j] = Dom[i, r] + Dom[j, s];
    Do[If[pro[elam[i] + elam[j],elam[i] +elam[j]] == pro[w[i, j], w[i, j]],
        ir = ir + 1;
        Print["son1[",ir,"]:=", Expand[w[i, j]]], 0],
      {r, 1, num[i]},
      {s, 1, num[j]}]]




   dortdom[i_, j_,k_ ,l_] := Do[ir = 0;
    w[i, j] = Dom[i, r] + Dom[j, s] + Dom[k, t] + Dom[l, u];
    Do[If[pro[elam[i] + elam[j]+ elam[k] + elam[l],elam[i] +elam[j]+ elam[k] + elam[l]]
== pro[w[i, j], w[i, j]],
        ir = ir + 1;
        Print["son1[",ir,"]:=", Expand[w[i, j]]], 0],
      {r, 1, num[i]},
      {s, 1, num[j]},
      {t, 1, num[k]},
      {u, 1, num[l]}]]


      besdom[i_,j_,k_,l_,m_] := Do[ir = 0;
    w[i, j] = Dom[i, r] + Dom[j, s] + Dom[k, t] + Dom[l, u]+ Dom[m, v];

Do[If[pro[elam[i]+elam[j]+elam[k]+elam[l]+elam[m],elam[i]+elam[j]+elam[k]+elam[l]+
elam[m]] == pro[w[i, j], w[i, j]],
        ir = ir + 1;
        Print["son1[",ir,"]:=", Expand[w[i, j]]], 0],
      {r, 1, num[i]},
      {s, 1, num[j]},
      {t, 1, num[k]},
      {u, 1, num[l]},
      {v, 1, num[m]}]]





Dom[1,1]:=lam[6]
Dom[1,2]:=lam[2]

Dom[2,1]:=lam[5]+lam[7]
Dom[2,2]:=lam[2]+lam[6]
Dom[2,3]:=2*lam[3]

Dom[3,1]:=2*lam[5]
```

```
Dom[3,2]:=lam[4]+2*lam[7]
Dom[3,3]:=2*lam[3]
Dom[3,4]:=lam[2]+lam[5]+lam[7]
Dom[3,5]:=lam[1]+lam[3]+lam[6]
Dom[3,6]:=2*lam[1]+lam[4]

Dom[4,1]:=lam[3]+3*lam[7]
Dom[4,2]:=2*lam[3]+lam[6]
Dom[4,3]:=2*lam[2]
Dom[4,4]:=lam[2]+2*lam[5]
Dom[4,5]:=lam[1]+lam[3]+lam[5]+lam[7]
Dom[4,6]:=2*lam[1]+lam[4]+lam[6]
Dom[4,7]:=3*lam[1]+lam[5]


Dom[5,1]:=lam[3]+lam[5]
Dom[5,2]:=lam[2]+2*lam[7]
Dom[5,3]:=lam[1]+lam[2]+lam[7]
Dom[5,4]:=2*lam[1]+lam[6]

Dom[6,1]:=lam[4]
Dom[6,2]:=lam[1]+lam[7]

Dom[7,1]:=2*lam[7]
Dom[7,2]:=lam[3]+lam[7]
Dom[7,3]:=lam[1]+lam[5]
Dom[7,4]:=2*lam[1]
```

```
F[a_]:=Part[a/.Solve[%==0,a],1]
G[ax_]:=Do[a[ax]=Expand[F[a[ax]]],{j,1,1}]

dlt[i_,j_]:=1 /; i==j
dlt[i_,j_]:=0 /; i!=j

pro[a_ alf[i_],b_ alf[j_]]:=a b pro[alf[i],alf[j]]
pro[a_ alf[i_],alf[j_]]:=a pro[alf[i],alf[j]]
pro[alf[i_],b_ alf[j_]]:=b pro[alf[i],alf[j]]

pro[a_,b_]:=0 /; NumberQ[a]
pro[a_,b_]:=0 /; NumberQ[b]
```

```
pro[a_+b_,c_]:=pro[a,c]+pro[b,c]
pro[a_,b_+c_]:=pro[a,b]+pro[a,c]
pro[a_,b_ c_]:=b pro[a,c] /; NumberQ[b]
pro[a_ b_,c_]:=a pro[b,c] /; NumberQ[a]

pro[r[i_] a_,b_]:=r[i] pro[a,b]
pro[a_,r[i_] b_]:=r[i] pro[a,b]

pro[m[i_],m[j_]]:=dlt[i,j]-1/8

ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=
ORB[i1-i7,i2-i7,i3-i7,i4-i7,i5-i7,i6-i7,-i7] /; i7<0

multiplicity[i_,j_]:=Expand[
2/cof[i,j]*Sum[iks[i,k]*MUL[k,j,n],{k,j,i},{n,0,5}] ]  /; cof[i,j]>0

multiplicity[i_,j_]:=0

ataemu:={
m[1] -> -(-3*xalf[1] - 2*xalf[2] - xalf[3] + xalf[7])/4,
m[2] -> -(xalf[1] - 2*xalf[2] - xalf[3] + xalf[7])/4,
m[3] -> -(xalf[1] + 2*xalf[2] - xalf[3] + xalf[7])/4,
m[4] -> -(xalf[1] + 2*xalf[2] + 3*xalf[3] + xalf[7])/4,
m[5] -> -(xalf[1] + 2*xalf[2] + 3*xalf[3] + 4*xalf[4] + xalf[7])/4,
m[6] -> -(xalf[1] + 2*xalf[2] + 3*xalf[3] + 4*xalf[4] + 4*xalf[5] + xalf[7])/4,
m[7] -> -(xalf[1] + 2*xalf[2] + 3*xalf[3] + 4*xalf[4] + 4*xalf[5] + 4*xalf[6] + xalf[7])/4}

iks[i_,j_]:=1 /; i==j

iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[1]]<0
iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[2]]<0
iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[3]]<0
iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[4]]<0
iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[5]]<0
iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[6]]<0
iks[i_,j_]:=0 /; Coefficient[Expand[Expand[idom[i]-idom[j]]/.ataemu],xalf[7]]<0
pro[m[i_],m[j_]]:=dlt[i,j]-1/8

ro:=Expand[Sum[elam[i],{i,1,7}]]

cof[i_,j_]:=Expand[
1/2 (pro[edom[i],edom[i]] - pro[edom[j],edom[j]]) +
pro[ro,edom[i]] -
pro[ro,edom[j]] ]

elam[1]:=lam[1]+m[8]
elam[2]:=lam[2]+2*m[8]
elam[3]:=lam[3]+3*m[8]
elam[4]:=lam[4]+4*m[8]
elam[5]:=lam[5]+3*m[8]
elam[6]:=lam[6]+2*m[8]
elam[7]:=2*m[8]

eealf[ 8]:=ealf[1]+ealf[2]
```

```
eealf[ 9]:=ealf[2]+ealf[3]
eealf[10]:=ealf[3]+ealf[4]
eealf[11]:=ealf[4]+ealf[5]
eealf[12]:=ealf[5]+ealf[6]
eealf[13]:=ealf[4]+ealf[7]
eealf[14]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]
eealf[15]:=ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]
eealf[16]:=ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]
eealf[17]:=ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]
eealf[18]:=ealf[3]+ealf[4]+ealf[7]
eealf[19]:=ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[20]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]
eealf[21]:=ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]
eealf[22]:=ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]
eealf[23]:=ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[7]
eealf[24]:=ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[25]:=ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[26]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]
eealf[27]:=ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]
eealf[28]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[7]
eealf[29]:=ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[30]:=ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[31]:=ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[32]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]
eealf[33]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[34]:=ealf[2]+ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[35]:=ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[36]:=ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[37]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[38]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[39]:=ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[40]:=ealf[2]+ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[41]:=ealf[3]+2*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[42]:=ealf[1]+ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[43]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[44]:=ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[45]:=ealf[2]+ealf[3]+2*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[46]:=ealf[1]+2*ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[7]
eealf[47]:=ealf[1]+ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[48]:=ealf[1]+ealf[2]+ealf[3]+2*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[49]:=ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[50]:=ealf[1]+2*ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[51]:=ealf[1]+ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[52]:=ealf[2]+2*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[53]:=ealf[2]+2*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+2*ealf[7]
eealf[54]:=ealf[1]+2*ealf[2]+2*ealf[3]+2*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[55]:=ealf[1]+ealf[2]+2*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[56]:=ealf[1]+ealf[2]+2*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+2*ealf[7]
eealf[57]:=ealf[1]+2*ealf[2]+2*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[58]:=ealf[1]+2*ealf[2]+2*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+2*ealf[7]
eealf[59]:=ealf[1]+2*ealf[2]+3*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+ealf[7]
eealf[60]:=ealf[1]+2*ealf[2]+3*ealf[3]+3*ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+2*ealf[7]
eealf[61]:=ealf[1]+2*ealf[2]+3*ealf[3]+4 ealf[4]+2*ealf[5]+ealf[6]+2*ealf[7]
eealf[62]:=ealf[1]+2*ealf[2]+3*ealf[3]+4 ealf[4]+3*ealf[5]+ealf[6]+2*ealf[7]
```

```
eealf[63]:=ealf[1]+2*ealf[2]+3*ealf[3]+4 ealf[4]+3*ealf[5]+2*ealf[6]+2*ealf[7]

ealf[ 1]:=m[1] - m[2]
ealf[ 2]:=m[2] - m[3]
ealf[ 3]:=m[3] - m[4]
ealf[ 4]:=m[4] - m[5]
ealf[ 5]:=m[5] - m[6]
ealf[ 6]:=m[6] - m[7]
ealf[ 7]:=m[5] + m[6] + m[7] + m[8]

ealf[ 8]:=m[1] - m[3]
ealf[ 9]:=m[2] - m[4]
ealf[10]:=m[3] - m[5]
ealf[11]:=m[4] - m[6]
ealf[12]:=m[5] - m[7]
ealf[13]:=m[4] + m[6] + m[7] + m[8]
ealf[14]:=m[1] - m[4]
ealf[15]:=m[2] - m[5]
ealf[16]:=m[3] - m[6]
ealf[17]:=m[4] - m[7]
ealf[18]:=m[3] + m[6] + m[7] + m[8]
ealf[19]:=m[4] + m[5] + m[7] + m[8]
ealf[20]:=m[1] - m[5]
ealf[21]:=m[2] - m[6]
ealf[22]:=m[3] - m[7]
ealf[23]:=m[2] + m[6] + m[7] + m[8]
ealf[24]:=m[3] + m[5] + m[7] + m[8]
ealf[25]:=m[4] + m[5] + m[6] + m[8]
ealf[26]:=m[1] - m[6]
ealf[27]:=m[2] - m[7]
ealf[28]:=m[1] + m[6] + m[7] + m[8]
ealf[29]:=m[2] + m[5] + m[7] + m[8]
ealf[30]:=m[3] + m[4] + m[7] + m[8]
ealf[31]:=m[3] + m[5] + m[6] + m[8]
ealf[32]:=m[1] - m[7]
ealf[33]:=m[1] + m[5] + m[7] + m[8]
ealf[34]:=m[2] + m[4] + m[7] + m[8]
ealf[35]:=m[2] + m[5] + m[6] + m[8]
ealf[36]:=m[3] + m[4] + m[6] + m[8]
ealf[37]:=m[1] + m[4] + m[7] + m[8]
ealf[38]:=m[1] + m[5] + m[6] + m[8]
ealf[39]:=m[2] + m[3] + m[7] + m[8]
ealf[40]:=m[2] + m[4] + m[6] + m[8]
ealf[41]:=m[3] + m[4] + m[5] + m[8]
ealf[42]:=m[1] + m[3] + m[7] + m[8]
ealf[43]:=m[1] + m[4] + m[6] + m[8]
ealf[44]:=m[2] + m[3] + m[6] + m[8]
ealf[45]:=m[2] + m[4] + m[5] + m[8]
ealf[46]:=m[1] + m[2] + m[7] + m[8]
ealf[47]:=m[1] + m[3] + m[6] + m[8]
ealf[48]:=m[1] + m[4] + m[5] + m[8]
ealf[49]:=m[2] + m[3] + m[5] + m[8]
ealf[50]:=m[1] + m[2] + m[6] + m[8]
ealf[51]:=m[1] + m[3] + m[5] + m[8]
```

ealf[52]:=m[2] + m[3] + m[4] + m[8]
ealf[53]:=m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + m[7] + 2 m[8]
ealf[54]:=m[1] + m[2] + m[5] + m[8]
ealf[55]:=m[1] + m[3] + m[4] + m[8]
ealf[56]:=m[1] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + m[7] + 2 m[8]
ealf[57]:=m[1] + m[2] + m[4] + m[8]
ealf[58]:=m[1] + m[2] + m[4] + m[5] + m[6] + m[7] + 2 m[8]
ealf[59]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[8]
ealf[60]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[5] + m[6] + m[7] + 2 m[8]
ealf[61]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[6] + m[7] + 2 m[8]
ealf[62]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[7] + 2 m[8]
ealf[63]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 2 m[8]

idom[0]:=0
idom[1]:=-m[1] - m[2] - m[3] - m[4] - m[5] - m[6] - 2*m[7]
idom[2]:=-m[1] - m[2] - 2*m[3] - 2*m[4] - 2*m[5] - 2*m[6] - 2*m[7]
idom[3]:=-2*m[1] - 2*m[2] - 2*m[3] - 2*m[4] - 2*m[5] - 3*m[6] - 3*m[7]
idom[4]:=-2*m[2] - 2*m[3] - 2*m[4] - 2*m[5] - 2*m[6] - 2*m[7]
idom[5]:=-2*m[1] - 2*m[2] - 2*m[3] - 2*m[4] - 2*m[5] - 2*m[6] - 4*m[7]
idom[6]:=-2*m[1] - 3*m[2] - 3*m[3] - 3*m[4] - 3*m[5] - 3*m[6] - 3*m[7]
idom[7]:=-2*m[1] - 2*m[2] - 3*m[3] - 3*m[4] - 3*m[5] - 3*m[6] - 4*m[7]
idom[8]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 3*m[3] - 3*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 4*m[7]
idom[9]:=-m[1] - 3*m[2] - 3*m[3] - 3*m[4] - 3*m[5] - 3*m[6] - 4*m[7]
idom[10]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 4*m[7]
idom[11]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 3*m[3] - 3*m[4] - 3*m[5] - 4*m[6] - 5*m[7]
idom[12]:=-2*m[1] - 3*m[2] - 3*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 4*m[7]
idom[13]:=-2*m[1] - 2*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 4*m[7]
idom[14]:=-3*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 5*m[7]
idom[15]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 3*m[3] - 3*m[4] - 3*m[5] - 3*m[6] - 6*m[7]
idom[16]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 5*m[6] - 5*m[7]
idom[17]:=-m[1] - 3*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 4*m[7]
idom[18]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 5*m[7]
idom[19]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 6*m[7]
idom[20]:=-2*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 5*m[6] - 5*m[7]
idom[21]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 6*m[7]
idom[22]:=-3*m[1] - 4*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 5*m[7]
idom[23]:=-2*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 6*m[7]
idom[24]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 6*m[7]
idom[25]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[26]:=-3*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 6*m[7]
idom[27]:=-4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 4*m[7]
idom[28]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 5*m[6] - 7*m[7]
idom[29]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 6*m[7]
idom[30]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[31]:=-2*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 5*m[7]
idom[32]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[33]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 7*m[7]
idom[34]:=-2*m[1] - 4*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 6*m[7]
idom[35]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[36]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[37]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 6*m[6] - 7*m[7]

idom[38]:=-3*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[39]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 4*m[3] - 4*m[4] - 4*m[5] - 4*m[6] - 8*m[7]
idom[40]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 7*m[7]
idom[41]:=-3*m[1] - 4*m[2] - 5*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[42]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[43]:=-3*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 6*m[6] - 7*m[7]
idom[44]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[45]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 8*m[7]
idom[46]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 7*m[7]
idom[47]:=-m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 6*m[7]
idom[48]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[49]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 8*m[7]
idom[50]:=-3*m[1] - 3*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[51]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[52]:=-3*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 8*m[7]
idom[53]:=-2*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[54]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 8*m[7]
idom[55]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[56]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[57]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[58]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 8*m[7]
idom[59]:=-2*m[1] - 4*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[60]:=-3*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 7*m[7]
idom[61]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[62]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 8*m[7]
idom[63]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[64]:=-3*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[65]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 6*m[6] - 9*m[7]
idom[66]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[67]:=-6*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[68]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[69]:=-3*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 8*m[7]
idom[70]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[71]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[72]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[73]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 9*m[7]
idom[74]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[75]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[76]:=-m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[77]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[78]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 9*m[7]
idom[79]:=-4*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[80]:=-5*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[81]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[82]:=-2*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[83]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[84]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 9*m[7]
idom[85]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[86]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 7*m[6] - 9*m[7]
idom[87]:=-3*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[88]:=-2*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 8*m[7]
idom[89]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 5*m[3] - 5*m[4] - 5*m[5] - 5*m[6] - 10*m[7]
idom[90]:=-7*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[91]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]

```
idom[92]:=-4*m[1] - 4*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[93]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[94]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 9*m[7]
idom[95]:=-3*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[96]:=-7*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[97]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 10*m[7]
idom[98]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[99]:=-6*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[100]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[101]:=-3*m[1] - 5*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 8*m[7]
idom[102]:=-4*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[103]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 9*m[6] - 9*m[7]
idom[104]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 10*m[7]
idom[105]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 6*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[106]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 8*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[107]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[108]:=-6*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[109]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 10*m[7]
idom[110]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[111]:=-4*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 9*m[7]
idom[112]:=-6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 6*m[6] - 6*m[7]
idom[113]:=-7*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 10*m[7]
idom[114]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 6*m[4] - 6*m[5] - 8*m[6] - 10*m[7]
idom[115]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[116]:=-6*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 9*m[6] - 9*m[7]
idom[117]:=-5*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 10*m[7]
idom[118]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 6*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[119]:=-5*m[1] - 7*m[2] - 8*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 8*m[7]
idom[120]:=-4*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[121]:=-2*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 7*m[7]
idom[122]:=-6*m[1] - 6*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 8*m[5] - 9*m[6] - 9*m[7]
idom[123]:=-5*m[1] - 5*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 7*m[6] - 10*m[7]
idom[124]:=-7*m[1] - 8*m[2] - 8*m[3] - 8*m[4] - 8*m[5] - 8*m[6] - 9*m[7]
idom[125]:=-6*m[1] - 7*m[2] - 7*m[3] - 7*m[4] - 7*m[5] - 8*m[6] - 10*m[7]


ialf[1] :=  m[1] - m[2]
ialf[2] :=  m[2] - m[3]
ialf[3] :=  m[3] - m[4]
ialf[4] :=  m[4] - m[5]
ialf[5] :=  m[5] - m[6]
ialf[6] :=  m[6] - m[7]
ialf[7] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[4]
ialf[8] :=  m[1] - m[3]
ialf[9] :=  m[2] - m[4]
ialf[10] :=  m[3] - m[5]
ialf[11] :=  m[4] - m[6]
ialf[12] :=  m[5] - m[7]
ialf[13] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[5]
ialf[14] :=  m[1] - m[4]
ialf[15] :=  m[2] - m[5]
ialf[16] :=  m[3] - m[6]
ialf[17] :=  m[4] - m[7]
ialf[18] :=  -m[1] - m[2] - m[4] - m[5]
```

```
ialf[19] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[6]
ialf[20] :=  m[1] - m[5]
ialf[21] :=  m[2] - m[6]
ialf[22] :=  m[3] - m[7]
ialf[23] :=  -m[1] - m[3] - m[4] - m[5]
ialf[24] :=  -m[1] - m[2] - m[4] - m[6]
ialf[25] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[7]
ialf[26] :=  m[1] - m[6]
ialf[27] :=  m[2] - m[7]
ialf[28] :=  -m[2] - m[3] - m[4] - m[5]
ialf[29] :=  -m[1] - m[3] - m[4] - m[6]
ialf[30] :=  -m[1] - m[2] - m[5] - m[6]
ialf[31] :=  -m[1] - m[2] - m[4] - m[7]
ialf[32] :=  m[1] - m[7]
ialf[33] :=  -m[2] - m[3] - m[4] - m[6]
ialf[34] :=  -m[1] - m[3] - m[5] - m[6]
ialf[35] :=  -m[1] - m[3] - m[4] - m[7]
ialf[36] :=  -m[1] - m[2] - m[5] - m[7]
ialf[37] :=  -m[2] - m[3] - m[5] - m[6]
ialf[38] :=  -m[2] - m[3] - m[4] - m[7]
ialf[39] :=  -m[1] - m[4] - m[5] - m[6]
ialf[40] :=  -m[1] - m[3] - m[5] - m[7]
ialf[41] :=  -m[1] - m[2] - m[6] - m[7]
ialf[42] :=  -m[2] - m[4] - m[5] - m[6]
ialf[43] :=  -m[2] - m[3] - m[5] - m[7]
ialf[44] :=  -m[1] - m[4] - m[5] - m[7]
ialf[45] :=  -m[1] - m[3] - m[6] - m[7]
ialf[46] :=  -m[3] - m[4] - m[5] - m[6]
ialf[47] :=  -m[2] - m[4] - m[5] - m[7]
ialf[48] :=  -m[2] - m[3] - m[6] - m[7]
ialf[49] :=  -m[1] - m[4] - m[6] - m[7]
ialf[50] :=  -m[3] - m[4] - m[5] - m[7]
ialf[51] :=  -m[2] - m[4] - m[6] - m[7]
ialf[52] :=  -m[1] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[53] :=  -2*m[1] - m[2] - m[3] - m[4] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[54] :=  -m[3] - m[4] - m[6] - m[7]
ialf[55] :=  -m[2] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[56] :=  -m[1] - 2*m[2] - m[3] - m[4] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[57] :=  -m[3] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[58] :=  -m[1] - m[2] - 2*m[3] - m[4] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[59] :=  -m[4] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[60] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - 2*m[4] - m[5] - m[6] - m[7]
ialf[61] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[4] - 2*m[5] - m[6] - m[7]
ialf[62] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[4] - m[5] - 2*m[6] - m[7]
ialf[63] :=  -m[1] - m[2] - m[3] - m[4] - m[5] - m[6] - 2*m[7]
```

edom[0]:=0
edom[1]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 2 m[8]
edom[2]:=m[1] + m[2] + 2 m[8]
edom[3]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 3 m[8]
edom[4]:=2 m[1] + 2 m[8]
edom[5]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 4 m[8]
edom[6]:=m[1] + 3 m[8]
edom[7]:=2 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 4 m[8]
edom[8]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + 4 m[8]
edom[9]:=3 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 4 m[8]
edom[10]:=4 m[8]
edom[11]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 5 m[8]
edom[12]:=2 m[1] + m[2] + m[3] + 4 m[8]
edom[13]:=2 m[1] + 2 m[2] + 4 m[8]
edom[14]:=2 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 5 m[8]
edom[15]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 6 m[8]
edom[16]:=2 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 5 m[8]
edom[17]:=3 m[1] + m[2] + 4 m[8]
edom[18]:=m[1] + m[2] + m[3] + 5 m[8]
edom[19]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 6 m[8]
edom[20]:=3 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 5 m[8]
edom[21]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + m[5] + m[6] + 6 m[8]
edom[22]:=2 m[1] + m[2] + 5 m[8]
edom[23]:=4 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 6 m[8]
edom[24]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 6 m[8]
edom[25]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 6 m[8]
edom[26]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 6 m[8]
edom[27]:=4 m[1] + 4 m[8]
edom[28]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 2 m[6] + 7 m[8]
edom[29]:=3 m[1] + 3 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 6 m[8]
edom[30]:=2 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 6 m[8]
edom[31]:=3 m[1] + 5 m[8]
edom[32]:=2 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + 6 m[8]
edom[33]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 7 m[8]
edom[34]:=4 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 6 m[8]
edom[35]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 6 m[8]
edom[36]:=m[1] + m[2] + 6 m[8]
edom[37]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 7 m[8]
edom[38]:=3 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + 6 m[8]
edom[39]:=4 m[1] + 4 m[2] + 4 m[3] + 4 m[4] + 4 m[5] + 4 m[6] + 8 m[8]
edom[40]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 7 m[8]
edom[41]:=3 m[1] + 2 m[2] + m[3] + 6 m[8]
edom[42]:=2 m[1] + 6 m[8]
edom[43]:=4 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 7 m[8]
edom[44]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + m[5] + 7 m[8]
edom[45]:=4 m[1] + 4 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 8 m[8]
edom[46]:=3 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 7 m[8]
edom[47]:=5 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 6 m[8]
edom[48]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 7 m[8]
edom[49]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 8 m[8]
edom[50]:=3 m[1] + 3 m[2] + 6 m[8]
edom[51]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + 7 m[8]
edom[52]:=5 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 8 m[8]
edom[53]:=4 m[1] + m[2] + m[3] + 6 m[8]

edom[54]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 8 m[8]
edom[55]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[56]:=3 m[1] + 3 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 7 m[8]
edom[57]:=2 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + 7 m[8]
edom[58]:=4 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 8 m[8]
edom[59]:=4 m[1] + 2 m[2] + 6 m[8]
edom[60]:=4 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 7 m[8]
edom[61]:=2 m[1] + 2 m[2] + m[3] + 7 m[8]
edom[62]:=4 m[1] + 4 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 8 m[8]
edom[63]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[64]:=4 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 7 m[8]
edom[65]:=4 m[1] + 4 m[2] + 4 m[3] + 4 m[4] + 4 m[5] + 3 m[6] + 9 m[8]
edom[66]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[67]:=m[1] + 7 m[8]
edom[68]:=3 m[1] + m[2] + m[3] + 7 m[8]
edom[69]:=5 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 8 m[8]
edom[70]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[71]:=2 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[72]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 8 m[8]
edom[73]:=4 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 9 m[8]
edom[74]:=3 m[1] + 2 m[2] + 7 m[8]
edom[75]:=4 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[76]:=5 m[1] + m[2] + 6 m[8]
edom[77]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + 8 m[8]
edom[78]:=4 m[1] + 4 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 2 m[6] + 9 m[8]
edom[79]:=4 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[80]:=3 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[81]:=4 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 8 m[8]
edom[82]:=5 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 7 m[8]
edom[83]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 8 m[8]
edom[84]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 9 m[8]
edom[85]:=3 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 8 m[8]
edom[86]:=5 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 2 m[6] + 9 m[8]
edom[87]:=4 m[1] + m[2] + 7 m[8]
edom[88]:=6 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 8 m[8]
edom[89]:=5 m[1] + 5 m[2] + 5 m[3] + 5 m[4] + 5 m[5] + 5 m[6] + 10 m[8]
edom[90]:=m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + 8 m[8]
edom[91]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[92]:=4 m[1] + 4 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[93]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + m[4] + 8 m[8]
edom[94]:=4 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 9 m[8]
edom[95]:=5 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[96]:=2 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[97]:=5 m[1] + 5 m[2] + 4 m[3] + 4 m[4] + 4 m[5] + 4 m[6] + 10 m[8]
edom[98]:=3 m[1] + 3 m[2] + m[3] + m[4] + 8 m[8]
edom[99]:=2 m[1] + m[2] + m[3] + 8 m[8]
edom[100]:=4 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[101]:=5 m[1] + 3 m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 8 m[8]
edom[102]:=4 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + 8 m[8]
edom[103]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 9 m[8]
edom[104]:=4 m[1] + 4 m[2] + 4 m[3] + 4 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 10 m[8]
edom[105]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 8 m[8]
edom[106]:=2 m[1] + 2 m[2] + 8 m[8]
edom[107]:=4 m[1] + 4 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 9 m[8]

```
edom[108]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[109]:=6 m[1] + 4 m[2] + 4 m[3] + 4 m[4] + 4 m[5] + 4 m[6] + 10 m[8]
edom[110]:=4 m[1] + 2 m[2] + m[3] + m[4] + 8 m[8]
edom[111]:=5 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 2 m[6] + 9 m[8]
edom[112]:=6 m[1] + 6 m[8]
edom[113]:=3 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 10 m[8]
edom[114]:=4 m[1] + 4 m[2] + 4 m[3] + 4 m[4] + 4 m[5] + 2 m[6] + 10 m[8]
edom[115]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[116]:=3 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + 9 m[8]
edom[117]:=5 m[1] + 4 m[2] + 4 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 10 m[8]
edom[118]:=4 m[1] + 2 m[2] + 2 m[3] + 8 m[8]
edom[119]:=3 m[1] + m[2] + 8 m[8]
edom[120]:=5 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + 2 m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[121]:=5 m[1] + 7 m[8]
edom[122]:=3 m[1] + 3 m[2] + 2 m[3] + 2 m[4] + m[5] + 9 m[8]
edom[123]:=5 m[1] + 5 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 3 m[6] + 10 m[8]
edom[124]:=2 m[1] + m[2] + m[3] + m[4] + m[5] + m[6] + 9 m[8]
edom[125]:=4 m[1] + 3 m[2] + 3 m[3] + 3 m[4] + 3 m[5] + 2 m[6] + 10 m[8]

TRO[ORB[i_]]:=i

tol:=TRO[ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]]->0

TOM[x_]:=ORB[
Coefficient[Expand[x],m[1]],
Coefficient[Expand[x],m[2]],
Coefficient[Expand[x],m[3]],
Coefficient[Expand[x],m[4]],
Coefficient[Expand[x],m[5]],
Coefficient[Expand[x],m[6]],
Coefficient[Expand[x],m[7]] ]


ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=ORB[i2,i1,i3,i4,i5,i6,i7] /; i1<i2
ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=ORB[i1,i3,i2,i4,i5,i6,i7] /; i2<i3
ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=ORB[i1,i2,i4,i3,i5,i6,i7] /; i3<i4
ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=ORB[i1,i2,i3,i5,i4,i6,i7] /; i4<i5
ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=ORB[i1,i2,i3,i4,i6,i5,i7] /; i5<i6
ORB[i1_,i2_,i3_,i4_,i5_,i6_,i7_]:=ORB[i1,i2,i3,i4,i5,i7,i6] /; i6<i7

atam8:={m[8]->-m[1]-m[2]-m[3]-m[4]-m[5]-m[6]-m[7]}

aramul[j_,k_,n_]:=Do[Print[MUL[j,k,n],":=",Sum[
If[pro[idom[k],idom[k]]+2*n*pro[idom[k],ialf[i]]+2 n^2-pro[idom[j],idom[j]]==0 &&
TRO[TOM[Expand[idom[k]+n*ialf[i]]]]==j,
pro[idom[k]+n*ialf[i],ialf[i]],0],{i,1,63}] ]]

yazorb[s_,imax_]:=Do[ir=0;
Do[
iq=x[1]*m[1]+x[2]*m[2]+x[3]*m[3]+x[4]*m[4]+x[5]*m[5]+x[6]*m[6]+x[7]*m[7];
If[
pro[edom[s],edom[s]]-pro[iq,iq]==0,
ir=ir+1;
Print[ir,",",OORB[x[1],x[2],x[3],x[4],x[5],x[6],x[7]],":=",OORB[s]],0],
```

```
{x[7],  0, imax},
{x[6],x[7],imax},
{x[5],x[6],imax},
{x[4],x[5],imax},
{x[3],x[4],imax},
{x[2],x[3],imax},
{x[1],x[2],imax}]]

ORB[1,1,1,1,0,0,0]:=ORB[1]
ORB[2,1,1,1,1,1,1]:=ORB[1]

ORB[2,1,1,0,0,0,0]:=ORB[2]
ORB[2,2,1,1,1,1,0]:=ORB[2]
ORB[2,2,2,2,2,1,1]:=ORB[2]

ORB[2,2,2,1,1,0,0]:=ORB[3]
ORB[3,1,1,1,1,1,0]:=ORB[3]
ORB[3,2,2,2,1,1,1]:=ORB[3]
ORB[3,3,2,2,2,2,2]:=ORB[3]

ORB[2,2,0,0,0,0,0]:=ORB[4]
ORB[2,2,2,2,2,2,0]:=ORB[4]

ORB[2,2,2,2,0,0,0]:=ORB[5]
ORB[4,2,2,2,2,2,2]:=ORB[5]

ORB[3,1,0,0,0,0,0]:=ORB[6]
ORB[3,2,1,1,1,0,0]:=ORB[6]
ORB[3,2,2,2,2,1,0]:=ORB[6]
ORB[3,3,2,1,1,1,1]:=ORB[6]
ORB[3,3,3,2,2,2,1]:=ORB[6]
ORB[3,3,3,3,3,3,2]:=ORB[6]

ORB[3,2,2,1,0,0,0]:=ORB[7]
ORB[3,3,2,2,1,1,0]:=ORB[7]
ORB[4,2,2,1,1,1,1]:=ORB[7]
ORB[3,3,3,3,2,1,1]:=ORB[7]
ORB[4,3,2,2,2,2,1]:=ORB[7]
ORB[4,3,3,3,3,2,2]:=ORB[7]

ORB[4,1,1,1,1,0,0]:=ORB[8]
ORB[3,3,2,2,2,0,0]:=ORB[8]
ORB[3,3,3,1,1,1,0]:=ORB[8]
ORB[4,2,2,2,1,1,0]:=ORB[8]
ORB[4,3,3,2,2,1,1]:=ORB[8]
ORB[4,4,3,3,2,2,2]:=ORB[8]
ORB[4,4,4,3,3,3,3]:=ORB[8]


ORB[3,3,1,1,0,0,0]:=ORB[9]
ORB[3,3,3,3,2,2,0]:=ORB[9]
ORB[4,3,1,1,1,1,1]:=ORB[9]
ORB[4,3,3,3,3,3,1]:=ORB[9]
```

ORB[4,0,0,0,0,0,0]:=ORB[10]
ORB[4,2,2,2,2,0,0]:=ORB[10]
ORB[4,4,4,2,2,2,2]:=ORB[10]
ORB[4,4,4,4,4,4,4]:=ORB[10]

ORB[3,3,3,2,1,0,0]:=ORB[11]
ORB[4,3,3,3,1,1,1]:=ORB[11]
ORB[5,2,2,2,2,2,1]:=ORB[11]
ORB[5,3,3,3,2,2,2]:=ORB[11]
ORB[5,4,3,3,3,3,3]:=ORB[11]

ORB[3,3,2,0,0,0,0]:=ORB[12]
ORB[4,2,1,1,0,0,0]:=ORB[12]
ORB[4,3,2,1,1,1,0]:=ORB[12]
ORB[3,3,3,3,3,1,0]:=ORB[12]
ORB[4,3,3,2,2,2,0]:=ORB[12]
ORB[4,4,2,2,2,1,1]:=ORB[12]
ORB[4,4,3,3,3,2,1]:=ORB[12]
ORB[4,4,4,4,3,3,2]:=ORB[12]

ORB[4,2,2,0,0,0,0]:=ORB[13]
ORB[4,4,2,2,2,2,0]:=ORB[13]
ORB[4,4,4,4,4,2,2]:=ORB[13]

ORB[4,3,2,2,1,0,0]:=ORB[14]
ORB[4,3,3,3,2,1,0]:=ORB[14]
ORB[5,2,1,1,1,1,1]:=ORB[14]
ORB[4,4,3,2,1,1,1]:=ORB[14]
ORB[5,3,2,2,2,1,1]:=ORB[14]
ORB[4,4,4,3,2,2,1]:=ORB[14]
ORB[5,3,3,3,3,2,1]:=ORB[14]
ORB[5,4,3,2,2,2,2]:=ORB[14]
ORB[5,4,4,3,3,3,2]:=ORB[14]
ORB[5,4,4,4,4,4,3]:=ORB[14]

ORB[3,3,3,3,0,0,0]:=ORB[15]
ORB[6,3,3,3,3,3,3]:=ORB[15]

ORB[4,3,3,1,1,0,0]:=ORB[16]
ORB[5,2,2,1,1,1,0]:=ORB[16]
ORB[4,4,3,2,2,1,0]:=ORB[16]
ORB[5,3,2,2,2,2,0]:=ORB[16]
ORB[5,3,3,2,1,1,1]:=ORB[16]
ORB[4,4,4,3,3,1,1]:=ORB[16]
ORB[5,4,3,3,2,2,1]:=ORB[16]
ORB[5,4,4,4,3,2,2]:=ORB[16]
ORB[5,5,3,3,3,3,2]:=ORB[16]
ORB[5,5,4,4,4,3,3]:=ORB[16]

ORB[4,3,1,0,0,0,0]:=ORB[17]
ORB[4,4,1,1,1,1,0]:=ORB[17]
ORB[4,4,3,3,3,3,0]:=ORB[17]

ORB[4,4,4,4,4,3,1]:=ORB[17]

ORB[5,1,1,1,0,0,0]:=ORB[18]
ORB[5,2,2,2,1,0,0]:=ORB[18]
ORB[4,3,3,3,3,0,0]:=ORB[18]
ORB[5,3,3,2,2,1,0]:=ORB[18]
ORB[4,4,4,1,1,1,1]:=ORB[18]
ORB[5,4,3,3,3,1,1]:=ORB[18]
ORB[5,4,4,2,2,2,1]:=ORB[18]
ORB[5,5,4,3,3,2,2]:=ORB[18]
ORB[5,5,5,4,3,3,3]:=ORB[18]
ORB[5,5,5,5,4,4,4]:=ORB[18]

ORB[4,3,3,2,0,0,0]:=ORB[19]
ORB[4,4,3,3,1,1,0]:=ORB[19]
ORB[4,4,4,4,2,1,1]:=ORB[19]
ORB[6,3,3,2,2,2,2]:=ORB[19]
ORB[6,4,3,3,3,3,2]:=ORB[19]
ORB[6,4,4,4,4,3,3]:=ORB[19]

ORB[4,4,2,1,1,0,0]:=ORB[20]
ORB[5,3,1,1,1,1,0]:=ORB[20]
ORB[4,4,4,3,3,2,0]:=ORB[20]
ORB[5,3,3,3,3,3,0]:=ORB[20]
ORB[5,4,2,2,1,1,1]:=ORB[20]
ORB[5,4,4,4,3,3,1]:=ORB[20]
ORB[5,5,2,2,2,2,2]:=ORB[20]
ORB[5,5,4,4,4,4,2]:=ORB[20]

ORB[4,4,3,3,2,0,0]:=ORB[21]
ORB[4,4,4,2,1,1,0]:=ORB[21]
ORB[5,3,3,3,1,1,0]:=ORB[21]
ORB[6,2,2,2,2,1,1]:=ORB[21]
ORB[5,4,4,3,2,1,1]:=ORB[21]
ORB[6,3,3,3,2,2,1]:=ORB[21]
ORB[5,5,4,4,2,2,2]:=ORB[21]
ORB[6,4,4,3,3,2,2]:=ORB[21]
ORB[6,5,4,4,3,3,3]:=ORB[21]
ORB[6,5,5,4,4,4,4]:=ORB[21]
ORB[5,2,1,0,0,0,0]:=ORB[22]
ORB[5,3,2,1,1,0,0]:=ORB[22]
ORB[5,4,2,2,2,1,0]:=ORB[22]
ORB[5,4,3,3,3,2,0]:=ORB[22]
ORB[5,4,3,1,1,1,1]:=ORB[22]
ORB[5,5,3,2,2,2,1]:=ORB[22]
ORB[5,4,4,4,4,2,1]:=ORB[22]
ORB[5,5,4,3,3,3,1]:=ORB[22]
ORB[5,5,5,4,4,3,2]:=ORB[22]
ORB[5,5,5,5,5,4,3]:=ORB[22]

ORB[4,4,2,2,0,0,0]:=ORB[23]
ORB[4,4,4,4,2,2,0]:=ORB[23]
ORB[6,4,2,2,2,2,2]:=ORB[23]
ORB[6,4,4,4,4,4,2]:=ORB[23]

ORB[5,3,3,3,2,0,0]:=ORB[24]
ORB[6,1,1,1,1,1,1]:=ORB[24]
ORB[6,3,3,3,3,1,1]:=ORB[24]
ORB[5,5,5,3,2,2,2]:=ORB[24]
ORB[6,5,5,3,3,3,3]:=ORB[24]
ORB[6,5,5,5,5,5,5]:=ORB[24]

ORB[4,4,4,2,2,0,0]:=ORB[25]
ORB[6,2,2,2,2,2,0]:=ORB[25]
ORB[6,4,4,4,2,2,2]:=ORB[25]
ORB[6,6,4,4,4,4,4]:=ORB[25]

ORB[4,4,3,1,0,0,0]:=ORB[26]
ORB[5,3,2,2,0,0,0]:=ORB[26]
ORB[5,4,3,2,1,1,0]:=ORB[26]
ORB[4,4,4,4,3,1,0]:=ORB[26]
ORB[5,4,4,3,2,2,0]:=ORB[26]
ORB[6,3,2,2,1,1,1]:=ORB[26]
ORB[5,5,3,3,2,1,1]:=ORB[26]
ORB[6,4,3,2,2,2,1]:=ORB[26]
ORB[5,5,4,4,3,2,1]:=ORB[26]
ORB[6,4,4,3,3,3,1]:=ORB[26]
ORB[6,5,3,3,3,2,2]:=ORB[26]
ORB[5,5,5,5,3,3,2]:=ORB[26]
ORB[6,5,4,4,4,3,2]:=ORB[26]
ORB[6,5,5,5,4,4,3]:=ORB[26]

ORB[4,4,0,0,0,0,0]:=ORB[27]
ORB[4,4,4,4,4,4,0]:=ORB[27]

ORB[4,4,4,3,1,0,0]:=ORB[28]
ORB[5,4,4,4,1,1,1]:=ORB[28]
ORB[7,3,3,3,3,3,2]:=ORB[28]
ORB[7,4,4,4,3,3,3]:=ORB[28]
ORB[7,5,4,4,4,4,4]:=ORB[28]

ORB[5,3,3,1,0,0,0]:=ORB[29]
ORB[5,5,3,3,2,2,0]:=ORB[29]
ORB[6,3,3,1,1,1,1]:=ORB[29]
ORB[6,5,3,3,3,3,1]:=ORB[29]
ORB[5,5,5,5,4,2,2]:=ORB[29]
ORB[6,5,5,5,5,3,3]:=ORB[29]

ORB[5,4,3,2,2,0,0]:=ORB[30]
ORB[6,2,1,1,1,1,0]:=ORB[30]
ORB[6,3,2,2,2,1,0]:=ORB[30]
ORB[5,4,4,3,3,1,0]:=ORB[30]
ORB[6,3,3,3,3,2,0]:=ORB[30]
ORB[5,5,4,2,2,1,1]:=ORB[30]
ORB[6,4,3,3,2,1,1]:=ORB[30]
ORB[5,5,5,3,3,2,1]:=ORB[30]
ORB[6,4,4,4,3,2,1]:=ORB[30]
ORB[6,5,4,3,2,2,2]:=ORB[30]

ORB[6,5,5,4,3,3,2]:=ORB[30]
ORB[6,6,4,3,3,3,3]:=ORB[30]
ORB[6,6,5,4,4,4,3]:=ORB[30]
ORB[6,6,5,5,5,5,4]:=ORB[30]

ORB[5,3,0,0,0,0,0]:=ORB[31]
ORB[5,4,1,1,1,0,0]:=ORB[31]
ORB[5,4,4,4,4,3,0]:=ORB[31]
ORB[5,5,2,1,1,1,1]:=ORB[31]
ORB[5,5,5,4,4,4,1]:=ORB[31]
ORB[5,5,5,5,5,5,2]:=ORB[31]

ORB[6,2,2,1,1,0,0]:=ORB[32]
ORB[5,4,4,1,1,1,0]:=ORB[32]
ORB[6,3,3,2,1,1,0]:=ORB[32]
ORB[5,5,3,3,3,1,0]:=ORB[32]
ORB[5,5,4,2,2,2,0]:=ORB[32]
ORB[6,4,3,3,2,2,0]:=ORB[32]
ORB[6,4,4,2,2,1,1]:=ORB[32]
ORB[5,5,4,4,4,1,1]:=ORB[32]
ORB[6,5,4,3,3,2,1]:=ORB[32]
ORB[6,5,5,4,4,2,2]:=ORB[32]
ORB[6,6,4,4,3,3,2]:=ORB[32]
ORB[6,6,5,5,4,3,3]:=ORB[32]
ORB[6,6,6,5,5,4,4]:=ORB[32]

ORB[5,4,3,3,1,0,0]:=ORB[33]
ORB[5,4,4,4,2,1,0]:=ORB[33]
ORB[5,5,4,3,1,1,1]:=ORB[33]
ORB[5,5,5,4,2,2,1]:=ORB[33]
ORB[7,3,2,2,2,2,2]:=ORB[33]
ORB[7,4,3,3,3,2,2]:=ORB[33]
ORB[7,4,4,4,4,3,2]:=ORB[33]
ORB[7,5,4,3,3,3,3]:=ORB[33]
ORB[7,5,5,4,4,4,3]:=ORB[33]
ORB[7,5,5,5,5,5,4]:=ORB[33]

ORB[5,4,2,1,0,0,0]:=ORB[34]
ORB[5,5,2,2,1,1,0]:=ORB[34]
ORB[5,5,4,4,3,3,0]:=ORB[34]
ORB[6,4,2,1,1,1,1]:=ORB[34]
ORB[6,5,2,2,2,2,1]:=ORB[34]
ORB[5,5,5,5,4,3,1]:=ORB[34]
ORB[6,5,4,4,4,4,1]:=ORB[34]
ORB[6,5,5,5,5,4,2]:=ORB[34]

ORB[4,4,4,0,0,0,0]:=ORB[35]
ORB[6,2,2,2,0,0,0]:=ORB[35]
ORB[4,4,4,4,4,0,0]:=ORB[35]
ORB[6,4,4,2,2,2,0]:=ORB[35]
ORB[6,6,4,4,4,2,2]:=ORB[35]
ORB[6,6,6,6,4,4,4]:=ORB[35]

ORB[6,1,1,0,0,0,0]:=ORB[36]
ORB[6,3,3,2,2,0,0]:=ORB[36]
ORB[6,4,3,3,3,1,0]:=ORB[36]
ORB[6,4,4,4,4,1,1]:=ORB[36]
ORB[6,5,5,2,2,2,2]:=ORB[36]
ORB[6,6,5,3,3,3,2]:=ORB[36]
ORB[6,6,6,4,4,3,3]:=ORB[36]
ORB[6,6,6,6,6,5,5]:=ORB[36]

ORB[5,4,4,2,1,0,0]:=ORB[37]
ORB[5,5,4,3,2,1,0]:=ORB[37]
ORB[6,4,4,3,1,1,1]:=ORB[37]
ORB[5,5,5,4,3,1,1]:=ORB[37]
ORB[7,3,3,2,2,2,1]:=ORB[37]
ORB[6,5,4,4,2,2,1]:=ORB[37]
ORB[7,4,3,3,3,3,1]:=ORB[37]
ORB[7,4,4,3,2,2,2]:=ORB[37]
ORB[6,5,5,5,3,2,2]:=ORB[37]
ORB[7,5,4,4,3,3,2]:=ORB[37]
ORB[7,5,5,5,4,3,3]:=ORB[37]
ORB[7,6,4,4,4,4,3]:=ORB[37]
ORB[7,6,5,5,5,4,4]:=ORB[37]

ORB[6,3,1,1,1,0,0]:=ORB[38]
ORB[5,5,2,2,2,0,0]:=ORB[38]
ORB[5,5,3,1,1,1,0]:=ORB[38]
ORB[6,4,2,2,1,1,0]:=ORB[38]
ORB[5,5,4,4,4,2,0]:=ORB[38]
ORB[5,5,5,3,3,3,0]:=ORB[38]
ORB[6,4,4,4,3,3,0]:=ORB[38]
ORB[6,5,3,2,2,1,1]:=ORB[38]
ORB[6,5,5,4,4,3,1]:=ORB[38]
ORB[6,6,3,3,2,2,2]:=ORB[38]
ORB[6,6,5,5,4,4,2]:=ORB[38]
ORB[6,6,6,5,5,5,3]:=ORB[38]

ORB[4,4,4,4,0,0,0]:=ORB[39]
ORB[8,4,4,4,4,4,4]:=ORB[39]

ORB[6,3,3,3,1,0,0]:=ORB[40]
ORB[5,4,4,4,3,0,0]:=ORB[40]
ORB[6,4,4,3,2,1,0]:=ORB[40]
ORB[7,2,2,2,1,1,1]:=ORB[40]
ORB[5,5,5,2,1,1,1]:=ORB[40]
ORB[7,3,3,3,2,1,1]:=ORB[40]
ORB[6,5,4,4,3,1,1]:=ORB[40]
ORB[6,5,5,3,2,2,1]:=ORB[40]
ORB[7,4,4,3,3,2,1]:=ORB[40]
ORB[6,6,5,4,3,2,2]:=ORB[40]
ORB[7,5,4,4,4,2,2]:=ORB[40]
ORB[7,5,5,3,3,3,2]:=ORB[40]
ORB[6,6,6,5,3,3,3]:=ORB[40]

ORB[7,6,5,4,4,3,3]:=ORB[40]
ORB[7,6,6,5,4,4,4]:=ORB[40]
ORB[7,6,6,6,5,5,5]:=ORB[40]

ORB[5,4,3,0,0,0,0]:=ORB[41]
ORB[6,3,2,1,0,0,0]:=ORB[41]
ORB[6,4,3,1,1,1,0]:=ORB[41]
ORB[6,5,3,2,2,2,0]:=ORB[41]
ORB[6,5,4,3,3,3,0]:=ORB[41]
ORB[6,6,3,3,3,2,1]:=ORB[41]
ORB[5,5,5,5,5,2,1]:=ORB[41]
ORB[6,6,4,4,4,3,1]:=ORB[41]
ORB[6,6,5,5,5,3,2]:=ORB[41]
ORB[6,6,6,6,5,4,3]:=ORB[41]

ORB[6,2,0,0,0,0,0]:=ORB[42]
ORB[6,4,2,2,2,0,0]:=ORB[42]
ORB[6,4,4,4,4,2,0]:=ORB[42]
ORB[6,6,4,2,2,2,2]:=ORB[42]
ORB[6,6,6,4,4,4,2]:=ORB[42]
ORB[6,6,6,6,6,6,4]:=ORB[42]

ORB[5,5,3,2,1,0,0]:=ORB[43]
ORB[5,5,5,4,3,2,0]:=ORB[43]
ORB[6,5,3,3,1,1,1]:=ORB[43]
ORB[7,4,2,2,2,2,1]:=ORB[43]
ORB[6,5,5,5,3,3,1]:=ORB[43]
ORB[7,4,4,4,4,4,1]:=ORB[43]
ORB[7,5,3,3,2,2,2]:=ORB[43]
ORB[7,5,5,5,4,4,2]:=ORB[43]
ORB[7,6,3,3,3,3,3]:=ORB[43]
ORB[7,6,5,5,5,5,3]:=ORB[43]

ORB[5,5,4,3,3,0,0]:=ORB[44]
ORB[7,2,2,2,2,1,0]:=ORB[44]
ORB[5,5,5,2,2,1,0]:=ORB[44]
ORB[7,3,3,3,2,2,0]:=ORB[44]
ORB[6,5,5,3,3,1,1]:=ORB[44]
ORB[7,4,4,4,2,2,1]:=ORB[44]
ORB[7,5,5,4,3,2,2]:=ORB[44]
ORB[7,6,5,5,3,3,3]:=ORB[44]
ORB[7,7,5,5,4,4,4]:=ORB[44]
ORB[7,7,6,5,5,5,5]:=ORB[44]

ORB[5,4,4,3,0,0,0]:=ORB[45]
ORB[5,5,4,4,1,1,0]:=ORB[45]
ORB[5,5,5,5,2,1,1]:=ORB[45]
ORB[8,4,4,3,3,3,3]:=ORB[45]
ORB[8,5,4,4,4,4,3]:=ORB[45]
ORB[8,5,5,5,5,4,4]:=ORB[45]

ORB[6,4,3,2,1,0,0]:=ORB[46]
ORB[6,5,3,3,2,1,0]:=ORB[46]
ORB[6,5,4,4,3,2,0]:=ORB[46]

ORB[7,3,2,1,1,1,1]:=ORB[46]
ORB[6,5,4,2,1,1,1]:=ORB[46]
ORB[7,4,3,2,2,1,1]:=ORB[46]
ORB[6,6,4,3,2,2,1]:=ORB[46]
ORB[7,5,3,3,3,2,1]:=ORB[46]
ORB[6,5,5,5,4,2,1]:=ORB[46]
ORB[6,6,5,4,3,3,1]:=ORB[46]
ORB[7,5,4,4,4,3,1]:=ORB[46]
ORB[7,5,4,2,2,2,2]:=ORB[46]
ORB[7,6,4,3,3,3,2]:=ORB[46]
ORB[6,6,6,5,4,3,2]:=ORB[46]
ORB[7,5,5,5,5,3,2]:=ORB[46]
ORB[7,6,5,4,4,4,2]:=ORB[46]
ORB[7,6,6,5,5,4,3]:=ORB[46]
ORB[7,6,6,6,6,5,4]:=ORB[46]

ORB[5,5,1,1,0,0,0]:=ORB[47]
ORB[5,5,5,5,4,4,0]:=ORB[47]
ORB[6,5,1,1,1,1,1]:=ORB[47]
ORB[6,5,5,5,5,5,1]:=ORB[47]

ORB[6,4,4,3,3,0,0]:=ORB[48]
ORB[7,1,1,1,1,1,0]:=ORB[48]
ORB[7,3,3,3,3,1,0]:=ORB[48]
ORB[7,4,4,4,3,1,1]:=ORB[48]
ORB[6,6,6,3,3,2,2]:=ORB[48]
ORB[7,6,6,4,3,3,3]:=ORB[48]
ORB[7,7,6,4,4,4,4]:=ORB[48]
ORB[7,7,6,6,6,6,6]:=ORB[48]

ORB[5,5,4,4,2,0,0]:=ORB[49]
ORB[5,5,5,3,1,1,0]:=ORB[49]
ORB[6,4,4,4,1,1,0]:=ORB[49]
ORB[6,5,5,4,2,1,1]:=ORB[49]
ORB[6,6,5,5,2,2,2]:=ORB[49]
ORB[8,3,3,3,3,2,2]:=ORB[49]
ORB[8,4,4,4,3,3,2]:=ORB[49]
ORB[8,5,5,4,4,3,3]:=ORB[49]
ORB[8,6,5,5,4,4,4]:=ORB[49]
ORB[8,6,6,5,5,5,5]:=ORB[49]

ORB[6,3,3,0,0,0,0]:=ORB[50]
ORB[7,4,4,3,3,3,0]:=ORB[50]
ORB[6,6,6,6,6,3,3]:=ORB[50]

ÖZGEÇMİŞ

31.01.1980 tarihinde İstanbul'da doğdu. Lütfü Banat İlkokulunda ilköğretim, Bebek Ortaokulunda orta öğretim ve Kabataş Erkek Lisesi'nde lise eğitimini tamamladı. Lisans eğitimini İstanbul Kültür Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik-Bilgisayar Bölümünde tamamladı. 2003 yılında Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bilgisayar Bölümünde yükseklisans eğitimine ve araştırma görevlisi olarak görev yapmaya başladı. Halen İstanbul Kültür Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik-Bilgisayar Anabilim Dalı'nda yükseklisans yapmaktadır.