

**T.C.
İSTANBUL GELİŞİM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HİPERSTATİK KİRİŞLERİN TESİR FONKSİYONLARININ ELDE
EDİLİŞİ**

HÜSAMETTİN NAS

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN
PROF. DR. T. NACİ YÜCEFER**

İSTANBUL, 2017

..... tarafından hazırlanan “.....
.....” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri
tarafından OY BİRLİĞİ / OY ÇOKLUĞU ile İstanbul Gelişim Üniversitesi
..... Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak
kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Tevfik Naci YÜCEFER

Yapı Anabilim Dalı, İstanbul Gelişim Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum/onaylamıyorum

Başkan : Unvanı Adı SOYADI

Anabilim Dalı, Üniversite Adı

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum/onaylamıyorum

Üye : Unvanı Adı SOYADI

Anabilim Dalı, Üniversite Adı

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum/onaylamıyorum

Tez Savunma Tarihi:/...../.....

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Nuri KURUOĞLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

İstanbul Gelişim Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
 - Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
 - Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
 - Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
 - Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,
- bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Hüsamettin NAS
(.../.../20...)

HİPERSTATİK KİRİŞLERİN TESİR FONKSİYONLARININ ELDE EDİLİŞİ
(Yüksek Lisans Tezi)

Hüsamettin NAS

GELİŞİM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mayıs 2017

ÖZET

Bu tez çalışmasında, hiperstatik kirişlerin tesir fonksiyonlarının, kuvvet metodu ve kinematik metoda dayalı elde edilişi incelenmiştir. Tezin birinci kısmında hiperstatiklik kavramı açıklığa kavuşturulmuştur. Tezin ikinci kısmında, yapısal sistemler üzerinde hareketli yüklerin durumu ve bu yapısal sistemlerle olan münasebeti incelenmiştir. Üçüncü kısımda tesir çizgileri kavramı etraflıca incelenmiş ve somut veriler ışığında açıklanmıştır. Tezin dördüncü kısmında hiperstatik sistemlerin moment ve kesme kuvveti tesir fonksiyonlarının bulunuşu incelenmiş ve matematiksel eşitliklerle çözüm adımları gösterilmiştir. Tezin beşinci ve altıncı kısımlarında kinematik metodun analizi yapılmış ve virtüel iş prensibi temelinde hiperstatik kirişlerin tesir fonksiyonlarının elde edilişi ve literatür ile olan uyumu incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Hiperstatik kiriş, tesir fonksiyonu, kuvvet metodu, kinematik yöntem, virtüel iş
Sayfa Adedi : 120
Danışman : Prof. Dr. Tevfik Naci YÜCEFER

CALCULATION METHODS OF INFLUENCE FONCTIONS FOR INDETERMINATE
BEAMS

(M. Sc. Thesis)

Hüsamettin NAS

GELİŞİM UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

May 2017

ABSTRACT

In this thesis study, the influence functions of hyperstatic gratings, the force method and the kinematic metamodal basis are investigated. In the first part of the thesis, the concept of hyperstability is defined as an urgency. In the second part of the thesis, moving state of the rull on the structural systems and their relation with these structural systems are examined. The concept of the effects on the third load is investigated in detail and the concrete data are presented. The existence of the moment and shear force functions of the hyperstatic systems in the fourth vortex is investigated and solved by mathematical equations. Kinematic method analysis was performed in the fifth and sixth sections of the thesis. Based on the principle of virtual work, the effect functions of hyperstructural beams and their compatibility with the literature have been investigated.

Key Words : Indeterminate beams, influence fonctions, force method, kinematic method, virtual principle
Page Number : 120
Supervisor : Prof. Dr. Tevfik Naci YÜCEFER

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmam esnasında kıymetli fikir, vakit ve yardımlarını esirgemeyen, sayın danışman hocam Prof. Dr. Tefvik Naci YÜCEFER` e ve hayatım boyunca her türlü desteğiyle yanımda olan aileme, beni bu konuda yüreklendiren, her türlü zorlukta yanımda olan ve gerçek bir melek olduğuna inandığım Fulden ÇAKMAK` a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xv
1. GİRİŞ.....	1
2. YAPISAL SİSTEMLERİN HAREKETLİ YÜKLERLE OLAN İLİŞKİSİ	7
2.1. Hareketli Yük Türleri	7
2.1.1. 1. Tip Hareketli Yük	7
2.1.2. 2. Tip Hareketli Yük.....	7
2.1.3. 3. Tip Hareketli Yük.....	7
2.1.4. 4. Tip Hareketli Yük.....	8
3. TESİR ÇİZGİLERİ KAVRAMI	8
3.1. Basit Kirişte Mesnet Reaksiyonlarının Tesir Çizgisi	8
3.1.1. Ay ve By mesnet reaksiyonlarının tesir çizgisi.....	9
3.1.2. Ay Mesnet Reaksiyonu Tesir Çizgisi Diyagramı	10
3.1.3. By Reaksiyon Tesir Çizgisi.....	10
3.2. Yayılı Yük Altında Reaksiyon Kuvveti Tesir Çizgisi.....	11
3.3. Tek Taraflı Çıkmalı Kirişin Mesnet Reaksiyonlarının Tesir Çizgisi Diyagramı	12
3.3.1. Ay Tesir Çizgisi	12
3.3.2. By Tesir Çizgisi	13

3.4. Çift Tarafı Çıkmalı Kirişin Mesnet Reaksiyonlarının Tesir Çizgisi Diyagramı	13
3.4.1. A_y Tesir Çizgisi.....	13
3.4.2. B_y Tesir Çizgisi	14
3.5. Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi Diyagramı	14
3.5.1. 1 Birimlik Yükün C'nin Solunda Hareket Etmesi Durumu	15
3.5.2. 1 Birimlik Yükün C'nin Sağında Hareket Etmesi Durumu	15
3.6. Çıkmalı Bir Kiriş İçin Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi Diyagramı	17
3.6.1. Araştırma Örneği.....	17
3.6.2. 1 Birimlik Yükün C'nin Solunda Hareket Etmesi Durumu	18
3.6.3. 1 Birimlik Yükün C'nin Sağında Hareket Etmesi Durumu.....	18
3.6.4. C kesitinde oluşan V_c Kesme Kuvveti Tesir Diyagramı.....	19
3.7. Moment Tesir Çizgisi Diyagramı.....	19
3.7.1. Araştırma Örneği.....	19
3.7.2. 1 Birimlik Yükün C'nin Solunda Hareket Etmesi Durumu	20
3.7.3. 1 Birimlik Yükün C'nin Sağında Hareket Etmesi Durumu.....	20
3.7.4. Oluşan M_c Moment Tesir Çizgisi Diyagramı	21
4. HİPERSTATİK SİSTEMLERDE TESİR FONKSİYONLARININ BULUNUŞU.....	21
4.1. Hiperstatik Sistemlerin Hesap Yöntemi.....	22
4.1.1. Kuvvet Yöntemi.....	22
4.1.1.1. İzostatik Esas Sistem.....	23
4.1.1.2. Hiperstatiklik Kavramı.....	23
4.1.1.3. Dıştan Hiperstatiklik	23
4.1.1.4. İçten Hiperstatiklik.....	23
4.1.1.5. Teorik Yaklaşım	26

4.1.1.6. X_0 Yüklemesi.....	27
4.1.1.7. Birim Yüklemeler.....	28
4.1.1.8. X_1 Yüklemesi.....	28
4.1.1.9. X_2 Yüklemesi.....	29
5. TESİR ÇİZGİSİ FONKSİYONLARININ ELDE EDİLİŞİ.....	31
5.1. Moment Tesir Çizgisi Fonksiyonu	31
5.1.1. Kuvvet Yöntemi Çözümü	31
5.1.1.1. M_0 Yüklemesi	31
5.1.1.2. X_b Yüklemesi.....	32
5.1.1.3. X_c Yüklemesi	32
5.1.1.4. Moment Çarpım Tablolarından ($x=3m$).....	34
5.1.1.5. Moment Çarpım Tablolarından ($x=1m$).....	36
5.1.1.6. Moment Çarpım Tablolarından ($x=11m$).....	39
5.1.1.7. Moment Çarpım Tablolarından ($x=x$ m 1. açıklık).....	42
5.1.1.8. Moment Çarpım Tablolarından ($x=x$ m 2. açıklık).....	44
5.1.1.9. Moment Çarpım Tablolarından (1. açıklık).....	47
5.1.1.10. Moment Çarpım Tablolarından (2. açıklık)	48
5.1.1.11. Moment Çarpım Tablolarından (3. açıklık).....	51
5.2. Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi Fonksiyonu	56
5.2.1. A Mesnedine Ait $V_{a(2)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi	57
5.2.2. B Mesnedine Ait $V_{b(2)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi.....	58
5.2.3. B Mesnedine Ait $V_{b(13)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi	60
5.2.4. B Mesnedine Ait $V_{b(15)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi	61
5.3 $Q_{bsol\xi}$ ve $Q_{bsağ\xi}$ Değerlerinin Bulunması.....	63
5.3.1. Teorik Yaklaşım $Q_{bsol\xi}$	63

5.3.2. Teorik Yaklaşım $Q_{bsağç}$	63
6. HİPERSTATİK KİRİŞLERİN TESİR FONKSİYONLARININ KİNEMATİK YÖNTEMLE ELDE EDİLMESİ	65
6.1. Çok Açıklıklı Hiperstatik Kirişlerin Tesir Fonksiyonlarının Kinematik Yöntemle Elde Edilmesi	68
6.1.1. Kinematik Yöntem Kuvvet Metodunun Uygulanması.....	68
6.1.2. Kinematik Yöntemle Deplasman Sabitlerinin Bulunuşu.....	70
6.1.2.1. $M_{s1\xi}$ Eğilme Momenti	70
6.1.2.2. $M_{s2\xi}$ Eğilme Momenti	70
6.2. Kinematik Yöntemle Moment Tesir Çizgilerinin Bulunuşu.....	71
6.2.1. İzostatik Sistemde Bulunuşu	71
6.2.2. Hiperstatik Sistemde Bulunuşu	72
6.2.3. Araştırma Örneği.....	74
6.2.4. Moment Çarpım Tablolarından ($x=4$ m).....	75
6.2.5. Moment Çarpım Tablolarından ($x=15$ m).....	77
6.2.6. Guldandaki Değerlerin Elde Edilişi.....	79
6.2.5.1. $X_a=1$ ve $X_b=1$ için Değerleri İçin Herhangi Bir L Uzunluğuna Bağlı $EI\delta_{ca}$ ve $EI\delta_{cb}$ Değerlerinin Bulunuşu	79
6.3. Kinematik Yöntemle $V_{b\xi}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisinin Elde Edilmesi	81
6.3.1. Moment Çarpım Tablolarından.....	82
6.3.2. Kesme Kuvvetinin Genel Fonksiyonu	83
7. SONUÇ VE ÖNERİLER	86
KAYNAKLAR	89

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. İzostatik basit kiriş	4
Şekil 1.2. Hiperstatik kiriş	4
Şekil 2.1. Düzgün yayılı yüklü sistem	7
Şekil 2.2. Tekil yük katarı yüklü sistem	7
Şekil 2.3. Tekil yük katarı ve düzgün yayılı yüklü sistem.....	7
Şekil 2.4. Düzgün yayılı sabit yüklü sistem.....	8
Şekil 3.1. Tek açıklıklı basit kiriş	9
Şekil 3.2. Birim yük etkili basit kirişin statik şablonu.....	9
Şekil 3.3. Ay tesir çizgisi diyagramı.....	10
Şekil 3.4. By tesir çizgisi diyagramı	10
Şekil 3.5. Yayılı yüklü basit kiriş.....	11
Şekil 3.6. Tek taraf çıkmalı kiriş.....	12
Şekil 3.7. Ay tesir çizgisi diyagramı.....	12
Şekil 3.8. By tesir çizgisi diyagramı	13
Şekil 3.9. Çift tarafı çıkmalı kiriş.....	13
Şekil 3.10. Ay tesir çizgisi diyagramı (çift çıkmalı kiriş).....	13
Şekil 3.11. By tesir çizgisi diyagramı (çift çıkmalı kiriş).....	14
Şekil 3.12. AB açıklıklı basit kiriş	14
Şekil 3.13. C kesitinden ikiye ayrılma durumu.....	14
Şekil 3.14. Basit kirişin kesme kuvveti statik şablonu.....	14
Şekil 3.15. Basit kirişin kesme kuvveti statik şablonu.....	16
Şekil 3.16. Ay ve By kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramı	16
Şekil 3.17. AB açıklıklı basit kirişte kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramı	16

Şekil 3.18. Tek tarafı çıkmalı kirişte kesme kuvveti tesir çizgisi	17
Şekil 3.19. Statik şablon.....	17
Şekil 3.20. Hareketli yükün c kesitine göre konumu	17
Şekil 3.21. C kesitinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramı	19
Şekil 3.22. AB açıklıklı basit kiriş	19
Şekil 3.23. Ay tesir çizgisi diyagramı statik şablonu.....	19
Şekil 3.24. C kesitinde oluşan moment.....	20
Şekil 3.25. C kesitinde oluşan moment tesir çizgisi diyagramı	21
Şekil 4.1. İkinci dereceden hiperstatik sistem.....	26
Şekil 4.2. İzostatik esas sistem.....	26
Şekil 4.3. Yük altında deplasman (1).....	27
Şekil 4.4. Yük altında deplasman (2).....	27
Şekil 4.5. Yük altında deplasman (2) İzostatik sistem.....	27
Şekil 4.6. X_1 Yükleme.....	28
Şekil 4.7. X_2 Yükleme.....	29
Şekil 4.8. X_1 ve X_2 Yükleme.....	29
Şekil 5.1. Üç açıklıklı hiperstatik kiriş.....	31
Şekil 5.2. M_0 İzostatik Yükleme.....	31
Şekil 5.3. X_b Birim Mesnet Momenti Yükleme	32
Şekil 5.4. X_c birim mesnet momenti yükleme	32
Şekil 5.5. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri.....	33
Şekil 5.6. X_b ve X_c hiperstatik sistem mesnet momenti değerleri (yük 3m de).....	35
Şekil 5.7. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri.....	36
Şekil 5.8. X_b ve X_c hiperstatik sistem eğilme momenti değerleri (yük 1 m de).....	37
Şekil 5.9. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 2 m de)	37

Şekil 5.10. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 11 m de)	39
Şekil 5.11. Açıklıkları x' e bağlı sürekli kiriş	41
Şekil 5.12. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük x m de)	42
Şekil 5.13. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük ikinci açıklık x m de)	44
Şekil 5.14. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük birinci açıklık x m de)	46
Şekil 5.15. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük ikinci açıklık x m de)	48
Şekil 5.16. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük üçüncü açıklık x m de)	50
Şekil 5.17. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 4m de)	53
Şekil 5.18. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri	55
Şekil 5.19. Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti diyagramı	57
Şekil 5.20. Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti (yük 8 m de)	59
Şekil 5.21. Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti (yük 13 m de)	60
Şekil 5.22. Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti (yük 15 m de)	61
Şekil 5.23. b mesnedinin iki yanına etkiyen q yükü	63
Şekil 5.24. Mesnede Etkiyen Yükün Statik Şablonu	63
Şekil 6.1. L açıklıklı s kesitli basit kiriş	65
Şekil 6.2. S kesitinden mesnetlenmiş basit kiriş	65
Şekil 6.3. $\Delta=1$ değeri için sehim ve tesir çizgisinin olduğu kiriş	66
Şekil 6.4. S kesitinden yüklü izostatik esas sistem ve birim mesnet yüklü sistemler	67
Şekil 6.5. Δ açısından ileri gelen hiperstatik sistem mesnet momentleri $X_{a\Delta}$, $X_{b\Delta}$	68
Şekil 6.6. Statik şablon ve analitik gösterim	68
Şekil 6.7. Üç açıklıklı hiperstatik kirişin kinematik analizi (1. açıklık s_1 kesiti)	70
Şekil 6.8. Üç açıklıklı hiperstatik kirişin kinematik analizi (2. açıklık s_2 kesiti)	70

Şekil 6.9. Kinematik metod analiz şablonu	71
Şekil 6.10. Δ değerinin analitik ifadesi	71
Şekil 6.11. $\Delta = 1$ için oluşan sehim eğrisi.....	72
Şekil 6.12. Uç mesnet momentlerinin açıklık boyunca tesiri	72
Şekil 6.13. Kinematik analiz şablonu	73
Şekil 6.14. Üç açıklıklı hiperstatik kiriş.....	74
Şekil 6.15. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 4 m de)	75
Şekil 6.16. İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 15 m de)	77
Şekil 6.17. Herhangi bir L uzunluğuna bağlı deplasmanların bulunuşu.....	79
Şekil 6.18. Kesme kuvveti için kinematik analiz şablonu	81
Şekil 6.19 Birim mesnet momenti yüklemeleri	82

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
m	Metre
Δ	Dönme Açısı
ξ	Kesit Uzaklığı
η	Sehim
δ_i	Yönlü Deplasman
E	Elastisite Modülü
I	Atalet Momenti
M	Eğilme Momenti
V	Kesme Kuvveti
X	Yüklemeye Değeri
q	Yayıllı Yük
F	Tekil Yük

1 GİRİŞ

Mühendislik biliminin tarihi incelendiğinde, inşaat mühendisliğinin uygarlığımızın varoluşundan bu yana bilimsel disiplinlerin bir uygulama alanı olduğu görülür. Mühendisliğin anası olarak kabul edilen inşaat mühendisliği, birikimli olarak süregelen matematiksel, kimyasal ve fiziksel yaklaşımlarla ilintili olarak gelişme göstermiş ve bu bilimsel değerler dizisinin adeta laboratuvarı olma görevi üstlenmiştir. [10]

Antik Yunan'dan Eski Mısır'a, Asya'dan Mezopotamya'ya ve oradan günümüze, yani insan varlığının başlangıcından bu yana insan hayatının temel bir unsuru haline gelmiş jeolojinin, çevrenin, mekaniğin, toprağın, hidrolojinin ve diğer birçok alt disiplinin birbiriyle olan münasebetini tesis etmiştir. [11]

Salt teknik değil sosyoekonomik dengelerin de inşasında rol sahibi olan inşaat mühendisliği 1828 yılında resmen bir meslek olarak kabul edilmiş, İngiliz kraliyet imtiyaz namesini almış ve şu şekilde bir tanımla;

“İnşaat Mühendisliği: hem iç hem dış ticaret için; dahili etkileşim ve alışveriş için yol, köprü, kanal, ırmak taşıması ve iskelelerin inşasının uygulamasında; ticaret amacıyla yapay güç ile dolaşım sanatında; makinelerin uygulama ve inşasında; şehir ve kasabaların drenajında (boşaltılmasında); ülkelerde üretim ve ulaşımın araçları olarak, doğanın büyük güç kaynaklarını insanın kullanımı ve faydasına yönlendirme sanatıdır.” ifade edilip kimlik kazanmıştır. [10]

Bilimsel ve sosyo-ekonomik değerlerin kapsayıcısı olan inşaat mühendisliği günümüz şartlarında en genel olarak şu şekilde tarif edilebilir;

Malzemeyi ve yapı tekniğini en iyi şekilde bir araya getiren, yapıların emniyetli, estetik ve ekonomik inşasını sağlayan; her türlü bina, baraj, havaalanı, köprü, yol, su yapıları, liman, kanalizasyon, tünel, demiryolu ve sanat yapılarının projelendirilmesi, yapımı ile ilgili eğitim veren ve araştırma yapan bilimsel disiplinlerin bir bütün halidir. [11]

Yakın tarihe baktığımızda yukarıda adını saydığımız yapısal sistemlerin II. Dünya Savaşı sonrasında, dünya çapında meydana gelmiş tahribatları, inşaat mühendislerine modern teknik yöntemlerin yeni bir medeniyet inşası için biran önce geliştirilmesi gerektiğini göstermiştir.

Savaş yıkıntıları arasından, adeta uygarlığı küllerinden vücuda getirme işi özellikle inşaat mühendislerinin omzuna yüklenmiştir. Endüstriyel gelişimle birlikte çelik ve betonarme gibi dayanımı ve dayanıklılığı olağanüstü boyutlardaki malzemeler keşfedilmeye başlanmıştır. Bu sayede doğal malzemeler terkedilmiş, keşfedilen bu malzemeler sayesinde geniş açıklıklı köprüler, vinçler, çok katlı yapılar, gökdelenler stadyumlar vb. yapılar inşa edilmeye başlanmıştır.

Yapısal malzemenin tek başına böylesine kompleks yapısal bir bütünlük arz etmesi elbette mümkün değildir. Betonun ya da çeliğin tasarım hesapları yapılmadan tek başına bir barajı ya da gökdeleni ayakta tutamayacağı gibi. [10]

Yapısal sistemlerinin çok küçük dahi olsa deformasyonlarının, taşıdıkları maksimum ve minimum gerilmelerin yani mukavemet değerlerinin matematiksel ve fiziksel gerçeklik temelinde hesaplanması gerekmiştir. İşte tam bu noktada mühendisliğin bilimsel tarafının devreye girmesi gerekmektedir. Saniyede milyarlarca matematiksel hesap yapma yeteneği olan bilgisayarlar icat edilmiş, bu sayede el ile hesaplanması mümkün olmayan teknik yapısal analizler matematik ve fizik temelinde kusursuz bir şekilde sonuca ulaştırılmıştır. Bir yapı henüz inşa edilmeden bilgisayarlar sayesinde sanal olarak modellenip jeolojik ve klimatolojik etkiler altında nasıl davranış göstereceği tespit edilebilmiştir. Zihinlerde beliren ufak soruların cevapları işte böylesine yaratıcı sonuçlar oluşturmuştur.

Problem Durumu/ Konunun Tanımı

Inşaat mühendisliği; inşa edilen yapısal sistemlerin, servis ömürleri boyunca rijit (sınır değerler arasında sınırlı hareket yeteneği) davranışlarını ve mevcut durumlarını korumalarını esas alır. Bu hususu matematik ve fizik temelli analizler yardımıyla hesaplar.

Yapısal sistemlerin henüz inşa edilmeden önceki işte bu analiz evreleri, inşaat mühendisliği biliminin “Yapı Statiği” alt disiplininin uğraş alanına girmektedir.

Yapı statığı de, yapısal sistemleri “izostatik” ve “hiperstatik” sistemler olarak iki kısma ayırır ve bu iki ana başlık altında inceler. Araştırmamıza konu olan yapısal sistem hiperstatik yapıya sahip kirişlerdir. Bu sistem elbette özelde kiriş genelde ise hiperstatik yapıya sahip köprü, konsol vb. sistemlerin kapsayıcısı durumundadır. Peki hiperstatiklik nedir?

Hiperstatik sistemin ne olduğunu açıklamadan önce izostatik sistemlerin kısa bir tanımını yapmak daha doğru olacaktır. Nitekim izostatik sistemler hiperstatik sistemleri anlamak için esas teşkil etmektedir. Bu sayede araştırma konumuz olan “Hiperstatik Kirişlerin Tesir Fonksiyonlarının Elde Edilişi” hususu daha iyi anlaşılacaktır.

İzostatik Sistem:

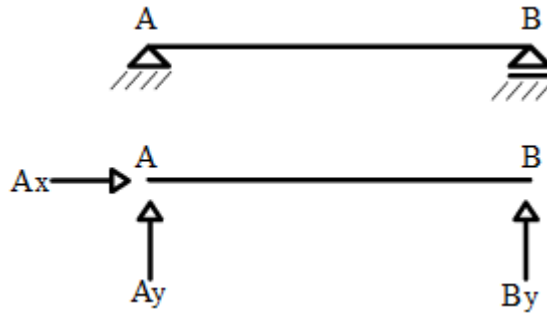
Tasarlanan yapısal sistemlerin yapıyı ayakta tutabilmesi için öncelikle kararlı (stabil) olması istenir. Diğer bir anlatımla yapısal sistemi teşkil eden elemanlar dış yüklerin (kuvvetlerin) etkisi altında birbirlerine ve mesnetlere göre rölatif durumlarını değiştirmemelidir. Bu sistemler söz konusu rölatif durumlarını değiştiriyorlarsa oynak (labil) veya mekanizma durumuna gelmiş olurlar ve bu haliyle sistemler yapılarda kullanılamazlar. [9]

Buradan hareketle kararlı bir yapısal kiriş tasarlamış olalım. Bu tasarım ayrıca tesiri altında bulunduğu kuvvetlerin denge şartlarını da sağlamalıdır. Belirli bir dış tesirin (kuvvet, yük) altında bulunan, mesnet tepkileri ile kesit tesirleri (kesme ve normal kuvveti) sadece denge şartlarından hesaplanabiliyorsa tasarladığımız yapısal kiriş (sistem) izostatik bir kimliğe sahiptir ve bu yapısal kirişe/sisteme “izostatik sistem” denir. [12]

Hiperstatik Sistem:

Tekrar kararlı bir yapısal kiriş tasarlamış olalım. İşte bu yapısal kirişin mesnet tepkileri ve kesit tesirlerinin hesaplanmasında mevcut denge şartları yeterli olamıyorsa tasarladığımız sistem statikçe belirsiz yani “Hiperstatik” bir sistemdir. [9]

İzostatik ve Hiperstatik sistemlere birer örnek verelim.



Şekil 1.1- İzostatik basit kiriş

Şekil 1 de bilinmeyen kuvvet sayısı: A_x , A_y ve B_y olmak üzere 3 tanedir.

Kurulabilecek denge denklemleri sayısı da:

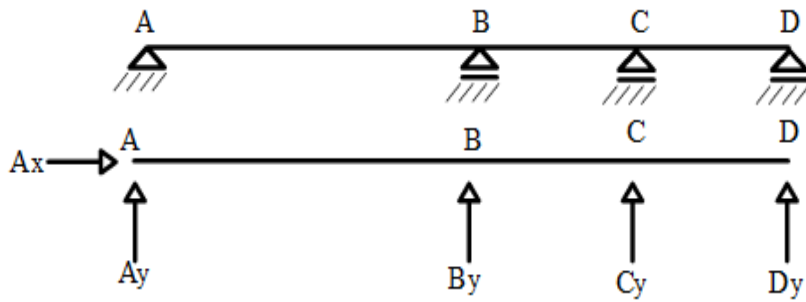
$$\sum F_x = 0 \quad (1.1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (1.2)$$

$$\sum M = 0 \quad (1.3)$$

eşitliklerinden 3 tanedir.

Denge denklemleri bilinmeyen kuvvet sayısına eşit olduğundan sistem izostatik durumdadır.



Şekil 1.2 - Hiperstatik kiriş

Şekil 1.2 de bilinmeyen kuvvet sayısı:

A_x , A_y , B_y , C_y ve D_y olmak üzere 5 adettir.

Kurulabilecek denge denklemleri sayısı:

$$+\uparrow \sum Fx = 0 \quad (1.1)$$

$$+\uparrow \sum Fy = 0 \quad (1.2)$$

$$+\curvearrowright \sum M = 0 \quad (1.3)$$

eşitliklerinden **3** adettir.

Denge denklemleri (3 tane) bilinmeyen kuvvet sayısından (5 tane) az olduğundan sistem hiperstatik durumdadır.

Bu durum matematiksel olarak:

$$n = 3m+r-3j \text{ denklemiyle formüle edilir.} \quad (1.4)$$

n: Hiperstatiklik Derecesi

m: Eleman Sayısı

r: Mesnet Reaksiyonları Sayısı

j: Düğüm noktaları (mesnetler dahil) sayısıdır.

Şekil 1.2 deki örneğimiz için denklemini çözecek olursak:

$$n = (3*1)+5-(3*2) = 2 \text{ bulunur.} \quad (1.5)$$

Burada bulunan 2 değeri sistemin **2. Dereceden hiperstatik** olduğunu gösterir. Görüldüğü üzere bu çıkarımlar sayesinde analiz öncesi yapısal sistemi çözümlenecek olan mühendis, yapısal sistemin statik çözümü hakkında hangi yöntemden faydalanması gerektiğini bilecektir. Öyle ki hiperstatik sistemlerin analizi, izostatik sistemlerin analizine göre daha karmaşık teknik ve matematik esaslı yöntemlere haizdir. Araştırmamıza konu olan yapısal sistemin hiperstatik bir hüviyete sahip olduğunu önceden belirtmiştik. Biz bu araştırmada doğrudan hiperstatik bir sistem üzerine çalışacağız.

Araştırmanın Amacı

Araştırma kapsamında herhangi bir yapı analiz programı kullanılmadan hiperstatik kirişlerin “hareketli” yükler altında, kiriş kesitleri boyunca nasıl bir tesir göstereceğinin, matematiksel denkleminin (fonksiyonunun) elde edilişi amaçlanmıştır.

Hiperstatik kirişlerin mesnet tepkisi tesir fonksiyonu, moment tesir fonksiyonu ve kesme kuvveti tesir fonksiyonunun elde edilmesi için kuvvet metodunu ve kinematik metodu esas alan bir yaklaşım izlenmiştir. Bu yaklaşımın literatürde mevcut hesap yöntemlerinden çok daha pratik ve mevcut hesap yöntemi sonuçlarıyla uyum göstermesi amaçlanmıştır.

Araştırmanın Önemi

Yapısal kirişlerin maruz kaldığı hareketli yükler ve bu yükler neticesinde oluşan tesir fonksiyonlarının elde edilmesi için literatürde mevcut birtakım yöntemlerin olduğu bilinmektedir. Bu yöntemler elbette geçerliliği ispatlanmış ve kıymete değer yöntemlerdir. Bu minvalde araştırmamızı önemli kılan husus elde ettiğimiz sonuçların “Kuvvet Metodu” ve “Kinematik Metod” ile de çözümlenip, uygunluğu mukayese edilip ve sonrasında mevcut karmaşık yöntemler arasından sıyrılarak daha yalın, pratik ve daha işlevsel bir özelliğe sahip olduğunun görülmüş olmasıdır.

Varsayımlar/Sayıtlar

Çözüm metodumuz, çalışmamıza konu olan üç açıklıklı hiperstatik sürekli bir kiriş için elde edilmiş olmasına rağmen çok açıklıklı hiperstatik sürekli kirişler için de uygunluk göstereceği düşünülmektedir. Metodun geliştirilmesi durumunda kuvvetle muhtemel farklı yapısal sistemlerin hareketli yükler altında ne şekilde tesir göstereceği çözüme ulaştırılabilecektir.

Sınırlılıklar

Elde ettiğimiz çözüm metodu çerçeve sistemler veyahut uzay kafes sistemler, kabuk yapılar vb. yapısal sistemler için denenmemiştir, uyum ve uygunluk gösterdiği irdelenmemiştir. Bu anlamda çözüm metodumuz elbette bir kısıtlılığa sahiptir.

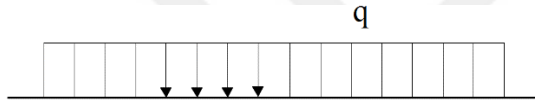
2 YAPISAL SİSTEMLERİN HAREKETLİ YÜKLERLE OLAN İLİŞKİSİ

Yapısal sistemlere etkiyen hareketli yükler dört tipte düşünülebilir. Bunlar aşağıda sıralanmıştır.

2.1 Hareketli Yük Türleri

2.1.1 1. Tip Hareketli Yük

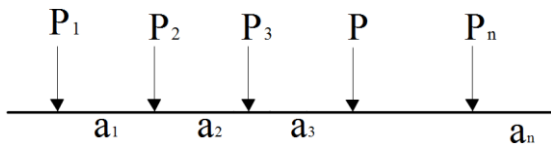
Bu tip yükler yapısal sistemin bir kısmını veya bütünü kaplayan düzgün yayılı yüklerdir. Bu yükler, büyük açıklıklı sistemlerde demiryolu ve karayolu katarları yerine alınmaktadır. [8]



Şekil 2.1 - Düzgün yayılı yüklü sistem[8]

2.1.2 2. Tip Hareketli Yük

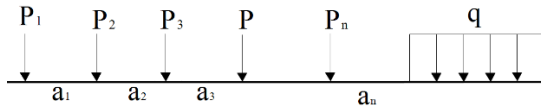
Ara uzunlukları ve şiddetleri sabit kalarak hareket eden münferit kuvvetler grubudur.



Şekil 2.2 - Tekil yük katarı yüklü sistem[8]

2.1.3 3. Tip Hareketli Yük

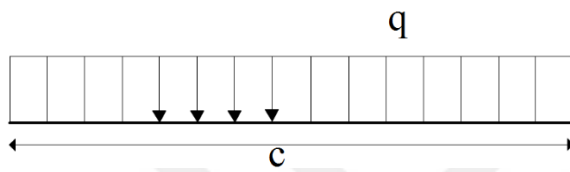
Ara uzunlukları ve şiddetleri sabit olan münferit kuvvetler grubu ile bunları takip eden düzgün yayılı yükten meydana gelmiştir.[8] Yayılı yük, münferit kuvvetlerin bir veya iki yanında bulunabilir. Sistemin bir kısmını veya tümünü doldurabilir.



Şekil 2.3 - Tekil yük katarı ve düzgün yayılı yüklü sistem[8]

2.1.4 4. Tip Hareketli Yük

Bu hareketli yük ise yayılı olduğu uzunluğu sabit düzgün yayılı olan yüküdür.



Şekil 2.4 - Düzgün yayılı sabit yüklü sistem[8]

3 TESİR ÇİZGİLERİ KAVRAMI

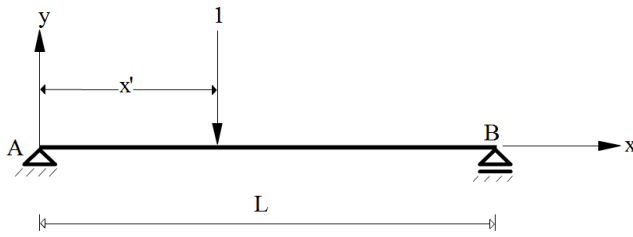
Hareket eden bir birimlik yükün herhangi bir yapısal elemanın kesitinde meydana getirdiği gerilme fonksiyonlarını gösteren diyagramlardır. Matematikte Green fonksiyonu olarak da adlandırılırlar. [5] Özellikle köprüler ve vinçler sıklıkla her iki yönde hareketli yüklerin etkisi altındadır. Yapısal elemanın dizaynında bizlere gerekli olan, ele aldığımız eleman için en elverişsiz yükleme durumunda meydana gelecek en büyük (veya küçük) gerilmeler olduğudur. [5]

Tesir çizgileri bu durumdaki yapısal elemanların analizi için en uygun yöntemdir. [5] İç kuvvetler ya da statik büyüklükler (mesnet tepkisi, kesme kuvveti, moment gibi.) hareket halindeki bir birimlik yükten dolayı yapısal elemanın kesiti boyunca değişim gösterir. İşte bu gerilme değişimleri tesir çizgisi fonksiyonlarının matematiksel diyagramlarını oluşturur.

3.1 Basit Kirişte Mesnet Reaksiyonlarının Tesir Çizgisi

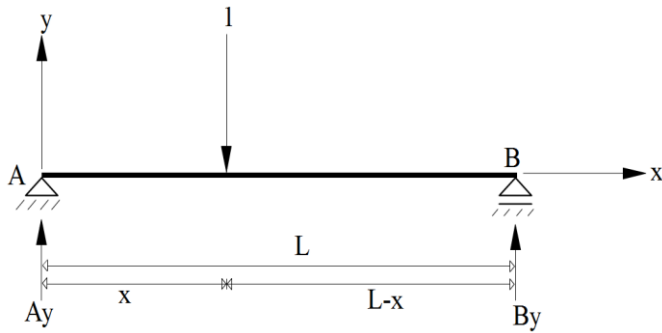
Kirişimiz L açıklığında, A ve B mesnetlerine oturan basit bir kiriş olsun. L açıklığı boyunca kiriş üzerinde serbest olarak hareket edebilen 1 birimlik tekil yük bir an için x mesafesinde duruyor olsun. [13]

3.1.1 A_y ve B_y mesnet reaksiyonlarının tesir çizgisi



Şekil 3.1 - Tek açıklıklı basit kiriş[13]

Tekil yüklü basit kirişin statik şablonunu oluşturup, mesnet tepkilerinin denklemlerini elde edelim.



Şekil 3.2 - Birim yük etkili basit kirişin statik şablonu[13]

$$+\circlearrowleft \sum MA = 0 \quad (3.1)$$

$$A_y \cdot L - 1(L - x) = 0 \quad (3.2)$$

$$A_y = \frac{1(L-x)}{L} \quad (3.3)$$

$$+\circlearrowleft \sum MB = 0 \quad (3.4)$$

$$-B_y \cdot L + 1(x) = 0 \quad (3.5)$$

$$B_y = \frac{1(x)}{L} \quad (3.6)$$

Burada A ve B mesnet noktalarına göre moment alıp, A_y ve B_y mesnet tepkilerinin 1 birim yük altında oluşan analitik fonksiyonlarını bulduk. [13] Bulduğumuz bu fonksiyonda x' e değerler verip A mesnedine ait tesir çizgisi diyagramını elde edelim.

3.1.2 Ay Mesnet Reaksiyonu Tesir Çizgisi Diyagramı

$x = 0$ için:

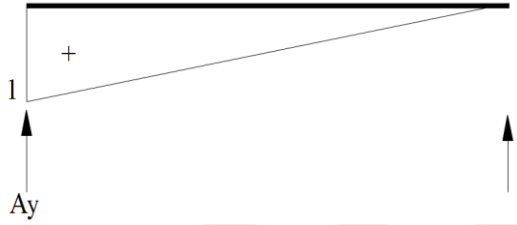
$$Ay = \frac{1(L-x)}{L} = \frac{1(L-0)}{L} = 1 \quad (3.7)$$

$x = \frac{L}{2}$ için:

$$Ay = 0,5 \quad (3.8)$$

$x = L$ için:

$$Ay = 0 \quad (3.9)$$



Şekil 3.3 - Ay tesir çizgisi diyagramı[13]

3.1.3 By Reaksiyon Tesir Çizgisi

$x = 0$ için:

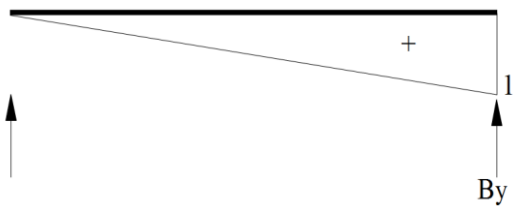
$$By = \frac{1(x)}{L} = \frac{1(0)}{L} = 0 \quad (3.10)$$

$x = \frac{L}{2}$ için:

$$By = 0,5 \quad (3.11)$$

$x = L$ için:

$$By = 1 \quad (3.12)$$

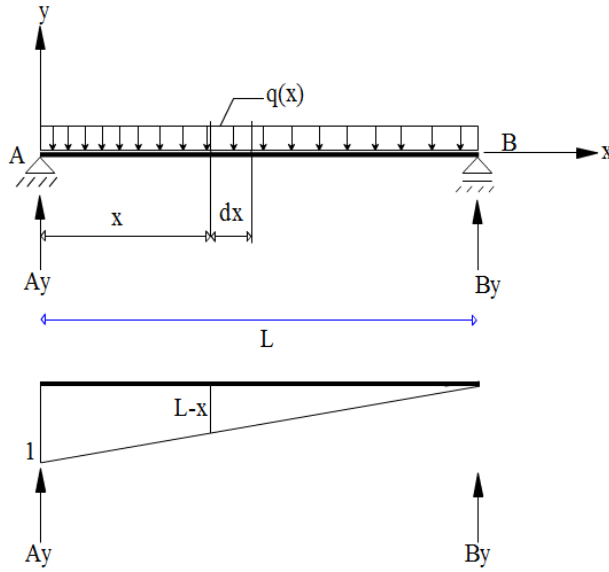


Şekil 3.4 - By tesir çizgisi diyagramı[13]

Diyagramdan da görüldüğü üzere 1 birimlik yük AB kirişi açıklığında hareket ederken A ve B mesnetleri üzerine geldiğinde mesnetlerde maksimum değerler oluşmaktadır. [13] Bu sayede basit bir kirişin mesnet reaksiyon tesir çizgisi çizilirken hangi mesnedin tesir çizgisi çizilmek istenirse o mesnet üzerinde 1 birim yük “ordinat” olarak alınır. Diğer mesnette ise düşey doğrultuda yük olmayacağı için buradaki değer sıfır olarak alınır ve iki mesnet arasında bir doğru çizilir. Meydana gelen diyagrama ilgili mesnedin tesir çizgisi diyagramı denir.

3.2 Yayılı Yük Altında Reaksiyon Kuvveti Tesir Çizgisi

L açıklığı boyunca q yayılı yüküne maruz basit kirişin A ve B mesnet tepkileri tesir çizgisi diyagramlarını elde edelim.



Şekil 3.5 - Yayılı yüklü basit kiriş[13]

Teorik Yaklaşım:

Yayılı yük altındaki kirişte dx uzunluğunda bir parçada

$$dA_y = q(x) \cdot dx \left(\frac{L-x}{2} \right) \quad (3.13)$$

$$A_y = \int_A^B \left(\frac{L-x}{2} \right) q(x) \cdot dx \quad (3.14)$$

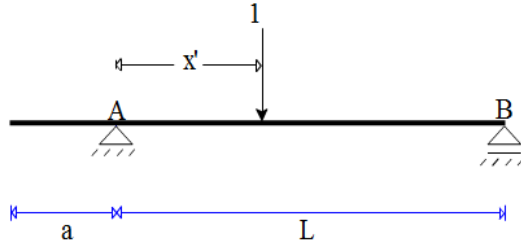
$$Ay = q(x) \int_A^B \left(\frac{L-x}{2} \right) \cdot dx \quad (3.15)$$

Ay mesnet tepkisi tesir çizgisinin alanı q yükü ile çarpıldığında Ay mesnet reaksiyonunu elde etmiş oluruz. [5]

3.3 Tek Tarafı Çıkmalı Kirişin Mesnet Reaksiyonlarının Tesir Çizgisi Diyagramı

A mesnedi yönünde (L + a) açıklıklı, tek taraf çıkmalı kirişin A ve B mesnet tepkileri tesir çizgisi diyagramlarını elde edelim.

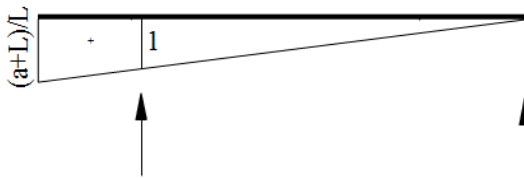
Bir birimlik hareketli yük A mesnedinden x mesafesinde bir an için duruyor olsun.



Şekil 3.6 - Tek taraf çıkmalı kiriş[13]

Önceki çözüm yöntemlerine benzer şekilde $L+a$ açıklığı boyunca belli aralıklarla değer verdiğimiz A ve B mesnet tepkilerinin fonksiyonları neticesinde oluşan mesnet tepkileri tesir çizgisi diyagramları aşağıdaki gibidir.

3.3.1 Ay Tesir Çizgisi:



Şekil 3.7 - Ay tesir çizgisi diyagramı[13]

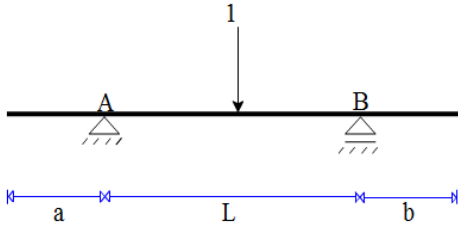
3.3.2 By Tesir Çizgisi:



Şekil 3.8 - By tesir çizgisi diyagramı[13]

3.4 Çift Tarafı Çıkmalı Kirişin Mesnet Reaksiyonlarının Tesir Çizgisi Diyagramı

A ve B mesnedi yönünde $(L + a + b)$ açıklıklı, çift taraf çıkmalı kirişin A ve B mesnet tepkileri tesir çizgisi diyagramlarını elde edelim.



Şekil 3.9 - Çift tarafı çıkmalı kiriş[13]

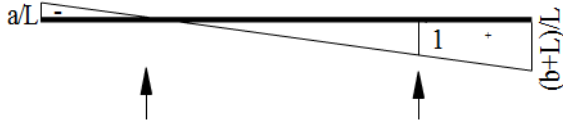
Önceki çözüm yöntemlerine benzer şekilde $(L + a + b)$ açıklığı boyunca belli aralıklarla değer verdiğimiz A ve B mesnet tepkilerinin fonksiyonları neticesinde oluşan mesnet tepkileri tesir çizgisi diyagramları aşağıdaki gibidir.

3.4.1 Ay Tesir Çizgisi;



Şekil 3.10 - Ay tesir çizgisi diyagramı (çift çıkmalı kiriş) [13]

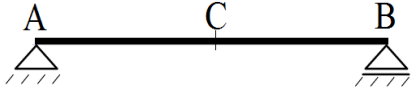
3.4.2 By Tesir Çizgisi;



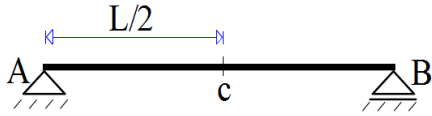
Şekil 3.11 - By tesir çizgisi diyagramı (çift çıkmalı kiriş) [13]

3.5 Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi Diyagramı

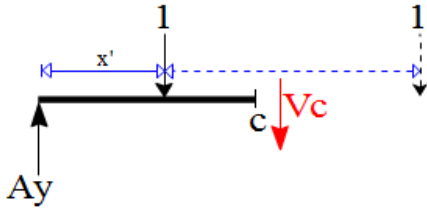
AB açıklığına sahip basit bir kiriş C kesitinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisinin bulunması için kiriş C' den iki parçaya ayrılır. [13] Bir birimlik (1) kuvvet ayrılan parçalar üzerinde hareket ettirilerek denge denklemleri yardımı ile bir birimden ötürü meydana gelen iç kuvvetler bulunur.



Şekil 3.12 - AB açıklıklı basit kiriş[13]



Şekil 3.13 - C kesitinden ikiye ayrılma durumu[13]



Şekil 3.14 – Basit kirişin kesme kuvveti statik şablonu[13]

3.5.1 1 Birimlik Yüklün C'nin Solunda Hareket Etmesi Durumu:

$$+\uparrow \sum y = 0 \quad (3.16)$$

$$A_y - 1 - V_c = 0 \text{ ise } V_c = A_y - 1 \quad (3.17)$$

3.5.2 1 Birimlik Yüklün C'nin Sağında Hareket Etmesi Durumu:

$$+\uparrow \sum y = 0 \quad (3.18)$$

$$A_y - V_c = 0 \text{ ise } V_c = A_y \quad (3.19)$$

Matematiksel eşitliklerden de görüleceği üzere A_y mesnet reaksiyonu bulunursa denklem çözülebilir.

Çözümlerde kolaylık sağladığı için A_y mesnet reaksiyonunun tesir çizgisi önceden çizilir.

Şimdi x mesafesini değiştirmek üzere C kesitindeki **kesme kuvveti tesir çizgisini** çizelim.

x 'e değerler verelim:

$x = 0$ için,

$$A_y = 1, \quad (3.20)$$

$$V_c = A_y - 1 = 1 - 1 = 0 \quad (3.21)$$

$x = L/2$ (sağdan),

$$A_y = 0,5, \quad (3.22)$$

$$V_c = A_y - 1 = 0,5 - 1 = -0,5 \quad (3.23)$$

$x = L/2$ (soldan),

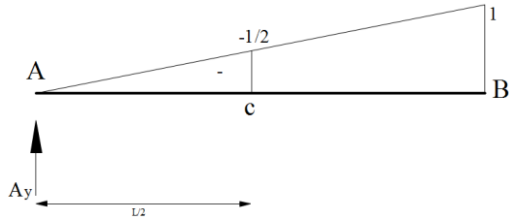
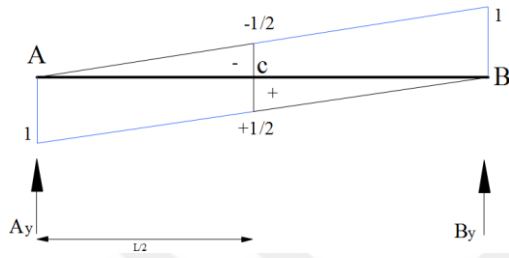
$$A_y = 0,5, \quad (3.24)$$

$$V_c = A_y = 0,5 = 0,5 \quad (3.25)$$

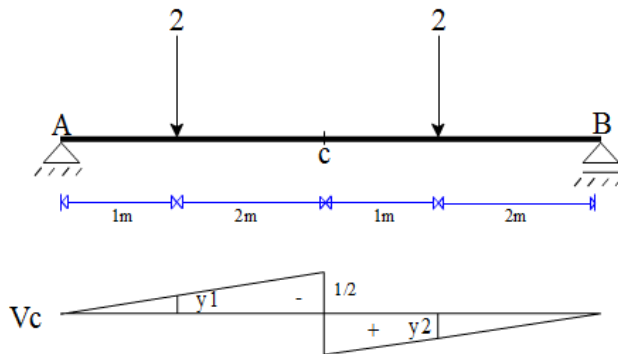
$x = L$,

$$A_y = 0, \quad (3.26)$$

$$V_c = A_y = 0 = 0 \quad (3.27)$$

Şekil 3.15 - A_y kesme kuvveti tesir diyagramıŞekil 3.16 - A_y ve B_y kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramı

Durumu bir örnek ile açıklayalım:



Şekil 3.17 – AB açıklıklı basit kirişte kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramı

“Üçgende Benzerlik” teoreminden yola çıkılarak y_1 ve y_2 ordinatlarını bulalım;

$$\frac{1}{3} = \frac{y_1}{\frac{1}{2}}, \quad y_1 = 0,166 \quad (3.28)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{y_2}{\frac{1}{2}}, \quad y_2 = 0,333 \quad (3.29)$$

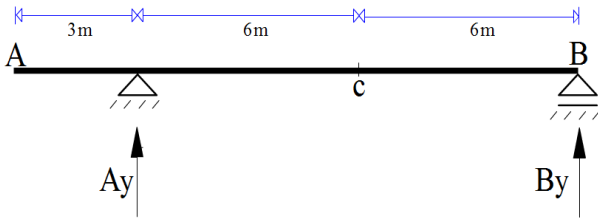
Basit kiriş üzerindeki tekil yükleri, V_c kesme kuvveti tesir diyagramında iz düşüm ordinatları ile çarptığımızda C kesitinde meydana gelen kesme kuvveti toplamını elde etmiş oluruz. Bu toplam :

$$V_c = 2 * (-0,166) + 2 * (0,333) = 0,667 \text{ birim} \quad \text{dir.} \quad (3.30)$$

3.6 Çıkmalı Bir Kiriş İçin Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi Diyagramı

3.6.1 Araştırma Örneği:

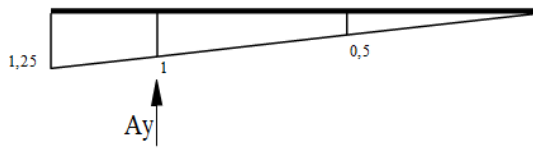
Tek taraf çıkmalı, 15 m açıklıklı kirişin c kesitindeki V_c kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramını elde edelim.



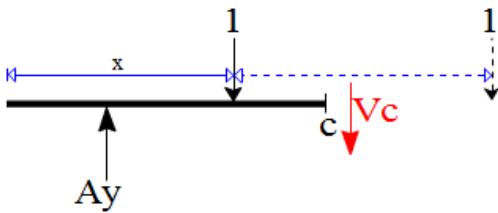
Şekil 3.18 - Tek tarafı çıkmalı kirişte kesme kuvveti tesir çizgisi

Çözüm:

Daha önce elde ettiğimiz mesnet tepkisi tesir çizgisi diyagramı:



Şekil 3.19 - Statik şablon



Şekil 3.20 - Hareketli yükün c kesitine göre konumu

C kesitinde meydana gelen V_c kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramını elde edelim.

3.6.2 1 Birimlik Yükün C'nin Solunda Hareket Etmesi Durumu:

$$+\uparrow \sum y = 0 \quad (3.31)$$

$$A_y - 1 - V_c = 0 \text{ ise } V_c = A_y - 1 \quad (3.32)$$

3.6.3 1 Birimlik Yükün C'nin Sağında Hareket Etmesi Durumu:

$$+\uparrow \sum y = 0 \quad (3.33)$$

$$A_y - V_c = 0 \text{ ise } V_c = A_y \quad (3.34)$$

x 'e değerler verelim ve V_c kesme kuvveti tesir çizgisini çizelim:

$x = 0 \text{ m için:}$

$$A_y = 1,25 \quad (3.35)$$

$$V_c = A_y - 1 = 1,25 - 1 = 0,25 \quad (3.36)$$

$x = 3 \text{ m için:}$

$$A_y = 1 \quad (3.37)$$

$$V_c = A_y - 1 = 1 - 1 = 0 \quad (3.38)$$

$x = 9 \text{ m (sağdan)}$

$$A_y = 0,5 \quad (3.39)$$

$$V_c = A_y - 1 = 0,5 - 1 = -0,5 \quad (3.40)$$

$x = 9 \text{ m (soldan)}$

$$A_y = 0,5 \quad (3.41)$$

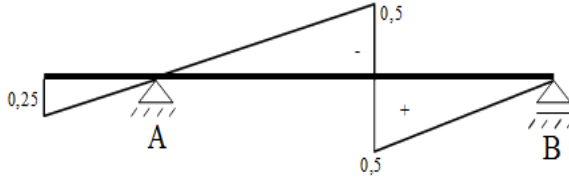
$$V_c = A_y = 0,5 = 0,5 \quad (3.42)$$

$x = 15 \text{ m}$

$$A_y = 0$$

$$V_c = A_y = 0 = 0 \quad (3.43)$$

3.6.4 C kesitinde oluşan V_c Kesme Kuvveti Tesir Diyagramı:

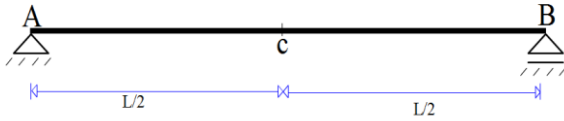


Şekil 3.21 - C kesitinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisi diyagramı

3.7 Moment Tesir Çizgisi Diyagramı

AB mesnetlerine oturan basit bir kiriş alalım ve tam ortadan C referans noktasından ikiye bölelim. 1 birimlik kuvveti C kesitinin sağında ve solunda hareket ettirip denge denklemleri yardımıyla moment tesir çizgisi diyagramını oluşturalım.

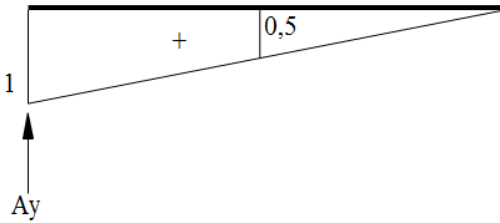
3.7.1 Araştırma Örneği:



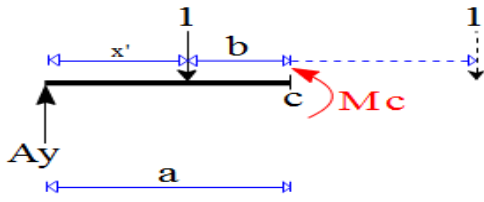
Şekil 3.22 - AB açıklıklı basit kiriş

Çözüm:

Daha önce elde ettiğimiz mesnet tepkisi tesir çizgisi diyagramı:



Şekil 3.23 - A_y tesir çizgisi diyagramı statik şablonu



Şekil 3.24 - C kesitinde oluşan moment

3.7.2 1 Birimlik Yüünün C'nin Solunda Hareket Etmesi Durumu:

$$+\circlearrowleft \sum M_c = 0 \quad (3.44)$$

$$A_y \cdot a - 1 \cdot b - M_c = 0 \text{ ise } M_c = A_y \cdot a - 1 \cdot b \quad (3.45)$$

3.7.3 1 Birimlik Yüünün C'nin Sağında Hareket Etmesi Durumu;

$$+\circlearrowleft \sum M_c = 0 \quad (3.46)$$

$$A_y \cdot a - M_c = 0 \text{ ise } M_c = A_y \cdot a \quad (3.47)$$

x' 'e değerler verelim ve M_c tesir çizgisini çizelim;

$x = 0 \text{ m için:}$

$$A_y = 1 \quad (3.48)$$

$$M_c = A_y \cdot a - 1 \cdot b = 1 \cdot a - 1 \cdot b \quad a=L/2, \quad b = x = L/2$$

$$M_c = 1 \cdot L/2 - 1 \cdot L/2 = 0 \quad (3.49)$$

$x = L/2 \text{ m (soldan)}$

$$A_y = 0,5 \quad (3.50)$$

$$M_c = A_y \cdot a - 1 \cdot b = a/2 - 1 \cdot b \quad a=L/2, \quad b = 0$$

$$M_c = 1/2 \cdot L/2 - 0 = L/4 \quad (3.51)$$

$x = L/2 \text{ m (sağdan)}$

$$A_y = 0,5 \quad (3.52)$$

$$M_c = A_y \cdot a \quad a = L/2$$

$$M_c = 1/2 \cdot L/2 - 0 = L/4 \quad (3.53)$$

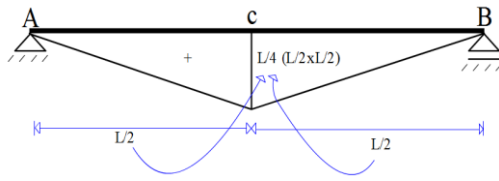
$$x = L m,$$

$$A_y = 0 \quad (3.54)$$

$$M_c = A_y \cdot a = 0 \cdot a = 0$$

$$M_c = 0 \quad (3.55)$$

3.7.4 Oluşan M_c Moment Tesir Çizgisi Diyagramı:



Şekil 3.25 - C kesitinde oluşan moment tesir çizgisi diyagramı

4 HİPERSTATİK SİSTEMLERDE TESİR FONKSİYONLARININ BULUNUŞU

Yukarıdaki bölümlerde genel olarak izostatik sistemlerin tesir çizgilerinin ne şekilde bulunacağına değinmiş olduk.

İzostatik sistemlerde tesir çizgileri lineer formlara sahiptir. [5] Bu sayede bu fonksiyonlar kolaylıkla elde edilebilmektedir. Esas konumuz olan hiperstatik sistemlerde ise tesir çizgileri lineer formlar şeklinde değil, eğri şeklinde veya eğri çizgilerin kırımlarından oluştuğundan kolaylıkla çizilemezler.

Birbirinden farklı kesit tesirlerinin tesir çizgilerini çizmek için önce hiperstatik bilinmeyen kuvvetlerin tesir çizgileri belirlenir. Bu sayede hiperstatik bilinmeyen olarak seçilen kesme kuvveti, mesnet tepkisi, eğilme momenti veya normal kuvvet statik olarak hesaplanabilir.

4.1 Hiperstatik Sistemlerin Hesap Yöntemi

Hiperstatik sistemlerin çözümünü izostatik sistemlerden ayıran iki önemli fark vardır.

a) Hiperstatik sistemlerin çözümünde sistemi oluşturan yapısal elemanların sadece geometrisi değil aynı zamanda Elastisite Modülü, Kayma Modülü v.b. gibi elastik özellikleri, alan ve atalet momenti gibi enkesit özelliklerinin de bilinmesi gerekir. [2]

b) Hiperstatik sistemlerin yapısal elemanlarında sadece kuvvet türü yükler değil, sıcaklık değişimi, mesnet hareketleri, yapım kusurları v.b. gibi diğer etkenlerden de iç tesirler meydana gelir. [2]

İzostatik bir sistem için söz konusu bu etkenler sadece şekil değiştirme meydana getirirken, hiperstatik sistemler için iç tesirler meydana getirir. Bu sebeple analizi yapılan sistemin öncelikle izostatik mi yoksa hiperstatik mi olduğu belirlenmelidir.

Literatür gereği bilindiği üzere hiperstatik sistemler birkaç yöntemle çözülebilmektedir.

Bunlardan bazıları:

- 1- Kuvvet Yöntemi (Sürekli Kirişlerde Clapeyron Denklemleri – Üç Momentler Eşitliği)
- 2- Deplasman Yöntemleri (Yer Değiştirme Yöntemleri)
 - a) Açı Yöntemi
 - b) Cross Yöntemi
 - c) Sabit Noktalar Yöntemi
 - d) Kani Yöntemi

4.1.1 Kuvvet Yöntemi

Temel kaynağını virtüel iş metodundan alan, hiperstatik sistemlerin sabit veya hareketli yükler, sıcaklık değişimi ve mesnet deplasmanı altında, bu sistemlerde oluşan kesit tesirleri ve yer değiştirmeleri bulmaya yarayan yöntemdir. [6]

Kuvvet yönteminde yapısal sistem çözülmenden önce yapılması gereken ilk olarak mevcut hiperstatik sistemin izostatik esas sistem eşdeğerinin oluşturulmasıdır.

4.1.1.1 İzostatik Esas Sistem:

Hiperstatik sistemlerde, hiperstatiklik derecesi kadar bilinmeyen belirlenmesi ile elde edilir. Hiperstatik sistemde hangi bilinmeyenlerin hesap edileceği seçilerek sistem izostatik yapıya dönüştürülür. Peki, hiperstatiklik derecesi ne anlama gelmektedir?

4.1.1.2 Hiperstatiklik Kavramı:

Yapısal sistemlere etkiyen kuvvetlerden dolayı oluşan mesnet tepkisi, kesit zoru, şekil değiştirme ve yer değiştirmeler izostatik sistemlerde denge denklemleri ile hesaplanabilir.[12] Bu ifadelerin çözümlenmesinde denge denklemleri yeterli olmuyorsa, bu tip sistemlere "hiperstatik sistemler" denir.

4.1.1.3 Dıştan Hiperstatiklik:

Yapısal sistemlerde hesaplanamayan mesnet reaksiyonları sayısıdır. Mesnet reaksiyon sayısı R ise:

$$\text{Dıştan hiperstatiklik} = R - 3 \text{ denklemleri bulunur.} \quad (4.1)$$

4.1.1.4 İçten Hiperstatiklik:

Yapı sisteminde denge denklemleri yardımıyla hesaplanmayan iç kuvvet sayısıdır.

$$n = 3*m + r - 3*j \text{ denklemleri ile bulunur.} \quad (4.2)$$

Denklemlerde yer alan alfabetik ifadeler:

- n : Hiperstatiklik Derecesi
- m : Eleman Sayısı
- r : Mesnet Reaksiyonları Sayısı
- j : Mesnetler Dahil Düğüm Noktası Sayısı

İzostatik hale getirilmek istenen hiperstatik sistemin uygun yerlerine mafsal yerleştirilir veya mesnetlerdeki serbestlikler artırılır.

Mafsal eklenmesi durumunda mafsalın her iki yanına bilinmeyen olarak dengeleyici moment yazılır. Mesnet serbestliklerinin artırılmasında ise hangi yönde serbestlik artırılıyor ise o yöne dengeleyici bilinmeyen kuvvet (X gibi) veya moment yazılır.[12]

İzostatik esas sistem belirlenirken mesnetlenme durumu izostatik hale getirilir bu arada serbest bırakılan her mesnet reaksiyonu için dengeleyici bir bilinmeyen yazılır veya sisteme mafsal yerleştirilerek mafsalın olduğu yerde bilinmeyen olarak moment yazılır.[13]

Bu sayede hesap edilecek bilinmeyenlerde seçilmiş olmaktadır. Bu yüzden izostatik esas sistem belirlenirken hesaplarda kolaylık sağlayacak sistemlerin seçilmesine çalışılır. Burada amaç hiperstatik sistemin bir benzeşimi olan, çözüm açısından kolaylık sağlayacak sistemin oluşturulabilmesidir. [13] Yani izostatik esas sistem ve bilinmeyenlerin birim yüklemeleri için yapılacak hesapların daha kolay yapılabileceği sistemler izostatik sistem olarak seçilmeye çalışılır.

Kuvvet metoduna göre hiperstatik sistemdeki tesirler, izostatik esas sistemdeki tesirler ile X_1, X_2, \dots, X_n bilinmeyen kuvvetlerin oluşturduğu tesirlerin, uygun şekilde süperpoze edilmesiyle bulunur. [12]

X' e bağlı bilinmeyen tesirlerin bulunması, hiperstatik sistemdeki tesirlerin bulunmasına esas oluşturur. Bir yandan da bilinmeyen X tesirleri sayısı sistemin hiperstatiklik derecesi kadardır.

Kuvvet yöntemine göre hiperstatik sistemdeki etkiler hesaplanırken, hiperstatiklik derecesi belirlenip izostatik esas sistem seçildikten sonra sistemin süreklilik denklemi yazılır. Aşağıda yazılı süreklilik denkleminin her bir satır adedi, hiperstatik sistemin, hiperstatiklik derecesi kadardır.

$$\delta_1 = \delta_{1w} + \delta_{1t} + \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n$$

$$\delta_2 = \delta_{2w} + \delta_{2t} + \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n$$

$$\delta_3 = \delta_{3w} + \delta_{3t} + \delta_{30} + \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \dots + \delta_{3n}X_n$$

.

.

.

$$\delta_n = \delta_{nw} + \delta_{nt} + \delta_{n0} + \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n$$

Sürekli denklemler hiperstatiklik derecesi kadar yazılır. Sistem 1. dereceden hiperstatik ise denklemler adedi bir tanedir.

$$\delta_1 = \delta_{1w} + \delta_{1t} + \delta_{10} + \delta_{11}X_1 \quad (4.3)$$

Sistem 2. dereceden hiperstatik ise denklemler adedi 2 olacaktır.

$$\delta_1 = \delta_{1w} + \delta_{1t} + \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 \quad (4.4)$$

$$\delta_2 = \delta_{2w} + \delta_{2t} + \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 \quad (4.5)$$

Sistem 3. dereceden hiperstatik ise denklemler adedi 3 olacaktır.

$$\delta_1 = \delta_{1w} + \delta_{1t} + \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 \quad (4.6)$$

$$\delta_2 = \delta_{2w} + \delta_{2t} + \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 \quad (4.7)$$

$$\delta_3 = \delta_{3w} + \delta_{3t} + \delta_{30} + \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 \quad (4.8)$$

Sistemde sıcaklık değişimi ve mesnet çökmesi yok ise sadece dış yük etkisi var ise denklemler şu hale gelir:

$$\delta_1 = \delta_{1w} + \delta_{1t} + \delta_{10} + \delta_{11}X_1 \quad (4.9)$$

Sürekli denkleminde görülen deplasman ifadelerinin altındaki ilk indis yeri, ikinci indis ise sebebi göstermektedir.

Sürekli denklemindeki sembollerin anlamı:

δ_i : *i yönündeki deplasman*

δ_{iw} : *i yönünde mesnet çökmesinden dolayı oluşan deplasman*

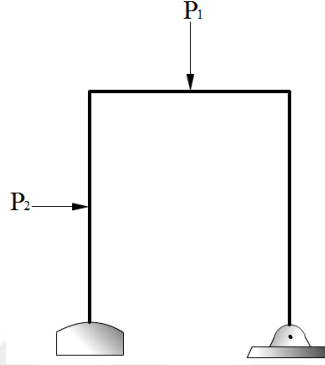
δ_{it} : *i yönünde sıcaklık değişiminden dolayı oluşan deplasman*

δ_{i0} : *i yönünde dış yükten dolayı oluşan deplasman*

δ_{i1} : *i yönünde 1 nolu birim yüklemeden dolayı oluşan deplasman*

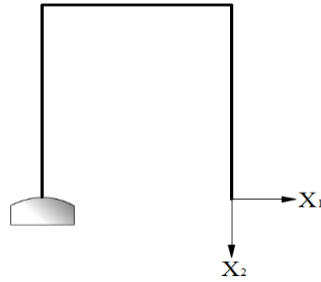
4.1.1.5 Teorik Yaklaşım:

Örnekte 2 dereceden hiperstatik bir çerçeve sistem görülmekte.



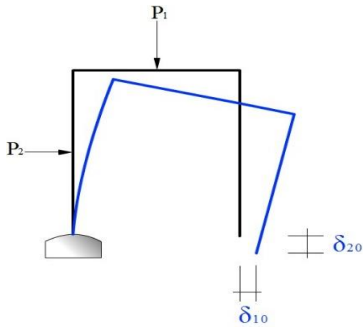
Şekil 4.1 - İkinci dereceden hiperstatik sistem

Kuvvet metodu ile çözüm yapılırken hiperstatiklik derecesi belirlenip izostatik esas sistem oluşturulduktan sonra süreklilik denklemleri yazılır. Bu adımdan sonra süreklilik denklemindeki değerleri bulmak için sırasıyla yüklemeler yapılır.

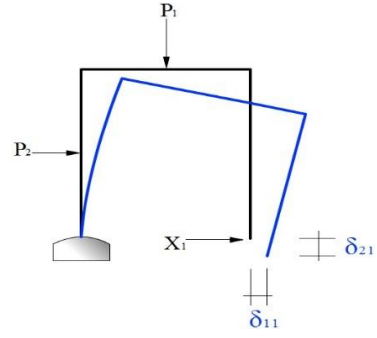


Şekil 4.2 - İzostatik esas sistem

Sistem 2. dereceden hiperstatik ise dengeleyici denklem sayısı X_1 ve X_2 ye bağlı olarak 2 adet olacaktır.



Şekil 4.3 - Yük altında deplasman (1)



Şekil 4.4 - Yük altında deplasman (2)

Bunlar:

$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 \quad (4.10)$$

$$\delta_2 = \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 \quad (4.11)$$

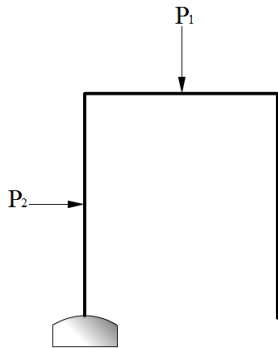
Maxwell teoremi gereğince deplasman değerlerinin simetri özelliği vardır. “Eş. 4.12”

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} \quad (4.12)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} \text{ dir.} \quad (4.13)$$

İzostatik esas sistem belirlendikten sonra bu haliyle sistemin ilk yükleme durumu olan X_0 yüklemesi oluşturulur.

4.1.1.6 X_0 Yüklemesi



Şekil 4.5 - İzostatik sistem

İzostatik esas sisteme dış yük yüklenerek sistemde oluşan M_o N_o T_o değişim diyagramları çizilir.

M_o : İzostatik esas sistemde dış etkilerden dolayı oluşan moment kuvveti.

N_o : İzostatik esas sistemde dış etkilerden dolayı oluşan normal kuvvet.

T_o : İzostatik esas sistemde dış etkilerden dolayı oluşan kesme kuvveti.

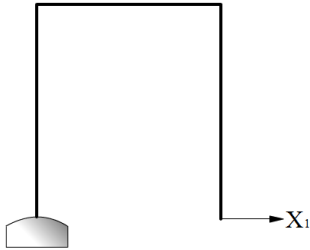
4.1.1.7 Birim Yükleme

İzostatik esas sistemde, sırasıyla seçilen her bir bilinmeyen için birim yükleme yapılır.

$$X_1=1, X_2=1, X_3=1, \dots, X_n=1$$

Bu durumda her bir birim yükleme için sistem kesit tesirleri (M, N, T) çizilir. Bu kesit tesirleri hesaplanırken sistemde dış yük yoktur.

4.1.1.8 X_1 Yükleme



Şekil 4.6 - X_1 yüklemesi

İzostatik esas sistemde sadece 1 nolu bilinmeyen yönünde birim yükleme yapılması durumu.

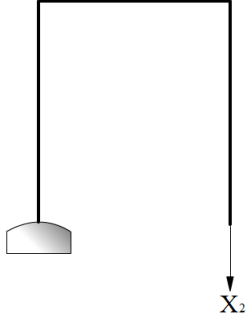
Bu durumda izostatik esas sistemde oluşacak:

M_1 : İzostatik esas sistemde 1 nolu birim yüklemeden etkilerden dolayı oluşan moment

N_1 : İzostatik esas sistemde 1 nolu birim yüklemeden dolayı oluşan normal kuvvet

T_1 : İzostatik esas sistemde 1 nolu birim yüklemeden dolayı oluşan kesme kuvveti.

4.1.1.9 X₂ Yüklemesi



Şekil 4.7 - X₂ yüklemesi

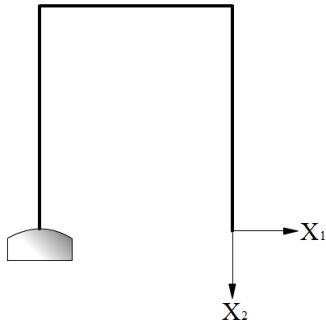
İzostatik esas sistemde sadece 2 nolu bilinmeyen yönünde birim yükleme yapılması durumu.

Bu durumda izostatik esas sistemde oluşacak:

M₂ : İzostatik esas sistemde 2 nolu birim yüklemeden etkilerden dolayı oluşan moment.

N₂ : İzostatik esas sistemde 2 nolu birim yüklemeden dolayı oluşan normal kuvvet.

T₂ : İzostatik esas sistemde 2 nolu birim yüklemeden dolayı oluşan kesme kuvveti.



Şekil 4.8 - X₁ ve X₂ yüklemesi

Deplasman değerleri hesaplandıktan sonra süreklilik denkleminde yerine konarak denklem takımı çözülür. Bilinmeyen olarak seçilen X₁ ve X₂ tepki kuvvetleri bulunur.

$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 \quad (4.14)$$

$$\delta_2 = \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 \quad (4.15)$$

Süreklilik denklemindeki deplasman ifadelerinin bulunması için mukavemette görülen virtüel iş teoremi kullanılır. Dolu gövdeli sistemler için bu ifade şu şekildedir:

$$\delta_{ij} = \int M_i M_j \frac{dx}{EI} + \int N_i N_j \frac{dx}{EA} + \int T_i T_j \frac{dx}{GF'} \quad (4.16)$$

Bu denklemden görülen:

EI= Eğilme Rijitliği

EA= Uzama Rijitliği

GF'= Kayma Rijitliği, ifadeleridir.

$$\delta_{12} = \int M_1 M_2 \frac{dx}{EI} + \int N_1 N_2 \frac{dx}{EA} + \int T_1 T_2 \frac{dx}{GF'} \quad (4.17)$$

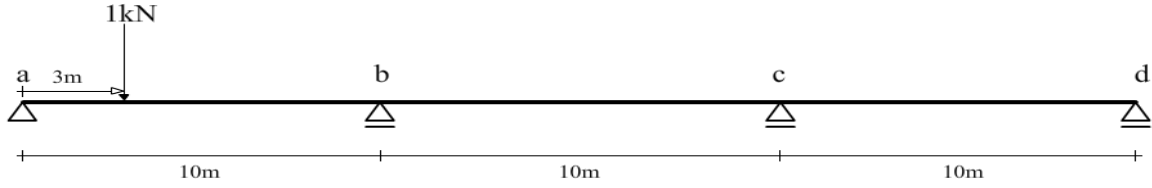
Bu deplasmanların bulunması sırasında genellikle N normal kuvvet ve T kesme kuvveti ifadeleri ihmal edilir. Moment ifadeleri de matematiksel olarak yazılır ve uzunluk boyunca integral alınır.

Şimdi de üzerinde araştırma yapacağımız üç açıklıklı hiperstatik yapıyı kirışimize bakalım.

5 TESİR ÇİZGİSİ FONKSİYONLARININ ELDE EDİLİŞİ

5.1 Moment Tesir Çizgisi Fonksiyonu

M_b mesnet momenti tesit çizgisini bulalım. ($EI = \text{Sabit}$)

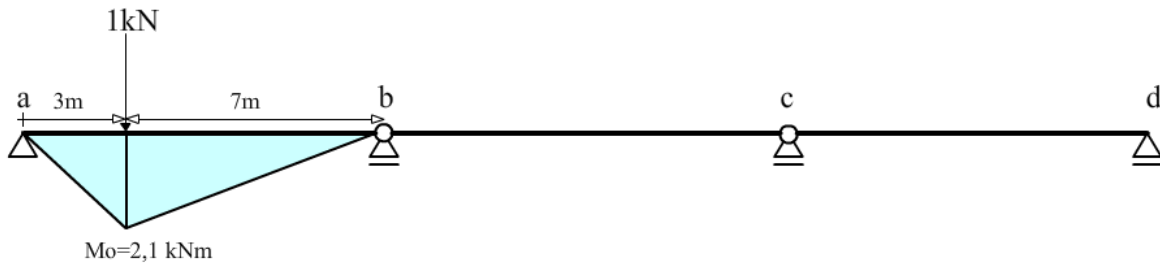


Şekil 5.1 - Üç açıklıklı hiperstatik kiriş

5.1.1 Kuvvet Yöntemi Çözümü:

Hiperstatik sistemin izostatik esas sistem benzeşimini oluşturduk. Hiperstatik sistemdeki ilk yükleme durumu değiştirilmeden, izostatik esas sistem çizilir. Aşağıda görüldüğü üzere bir ilk yükleme durumunda M_o moment tesir diyagramı çizilir.

5.1.1.1 M_o Yüklemesi:

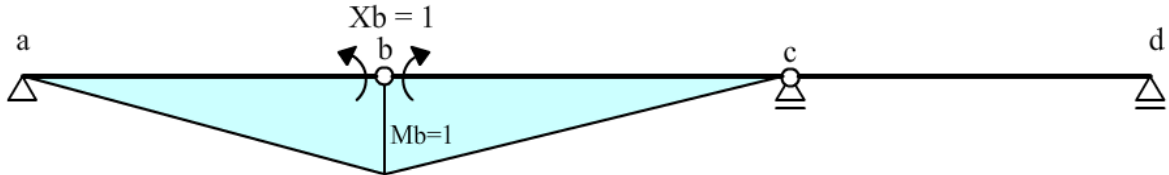


Şekil 5.2 - M_o İzostatik yüklemesi

Burada $M_o = \frac{3 \cdot 7}{10} = 2,1 \text{ kNm}$ bulunur. Bu değer a veya b mesnetlerine göre 1 kN' lik yükün tesir noktasına olan mesafedeki momenti alınarak bulunur.

B noktasındaki mesnet kaldırılarak hareketli bir mafsal oluşturulur. Dengeleyici, bir (1) birimlik X_b mesnet momentini uygulayalım. Beraberinde M_b mesnet momenti diyagramını oluşturulur. Bu adıma X_b yüklemesi de diyebiliriz.

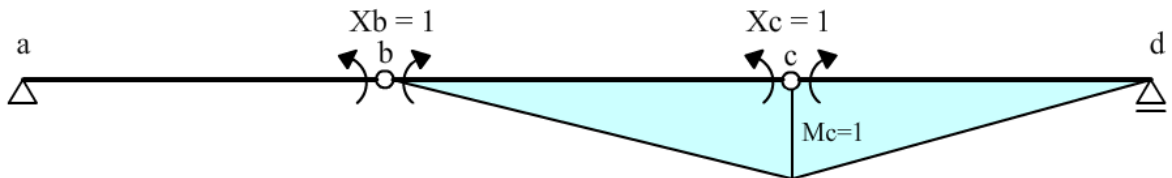
5.1.1.2 X_b Yüklemesi



Şekil 5.3 - X_b birim mesnet momentini yüklemesi

C noktasındaki mesnet kaldırılarak hareketli bir mafsal oluşturulur. Dengeleyici, bir (1) birimlik X_c mesnet momentini uygulayalım. Beraberinde M_c mesnet momenti diyagramını oluşturulur. Bu adıma X_c yüklemesi de diyebiliriz.

5.1.1.3 X_c Yüklemesi



Şekil 5.4 - X_c birim mesnet momentini yüklemesi

Sistemin hiperstatiklik derecesi bulunur ve bulunan derece adedince süreklilik (uygunlu) denklem takımı oluşturulur.

$$n = 3 * m + r - 3 * j \quad (5.1)$$

$$n = 3 * 3 + 5 - 3 * 4 = 2^{\circ} \quad (5.2)$$

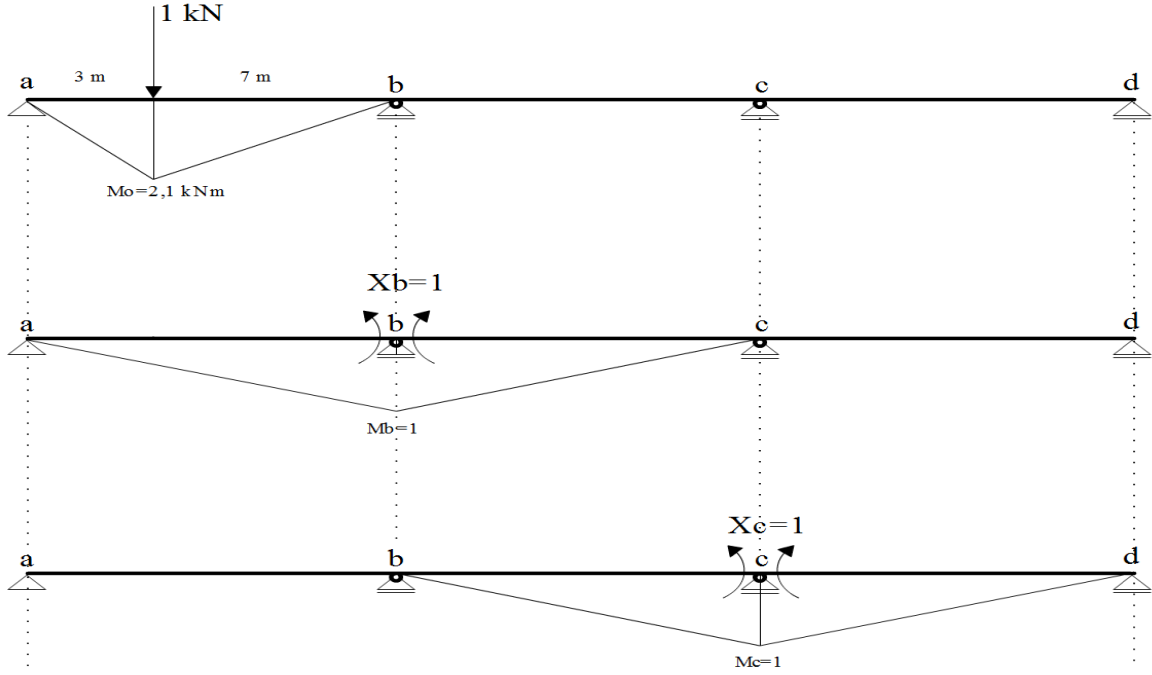
Sistem ikinci dereceden hiperstatiktir.

Üç açıklıklı kirişimiz 2. dereceden hiperstatik olduğundan süreklilik denklem takımı:

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.3)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.4)$$

biçiminde düzenlenir. X_b ve X_c eğilme momenti değerleri hiperstatik sistemdeki nihai eğilme momenti değerlerini temsil etmektedir.



Şekil 5.5 - İzostatik Esas Sistem ve Birim Mesnet Yüklemeleri

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.5)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.6)$$

Buradaki deplasman değerlerinin kiriş boyunca, integral alınarak çözüleceğini belirtelim.

Biz burada tek tek integral almakla uğraşmayıp literatürde mevcut moment çarpım tablolarından yararlanacağız.

$$\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} \quad (5.7)$$

$$\delta_{c0} = \int M_c M_o \frac{dx}{EI} \quad (5.8)$$

$$\delta_{bb} = \int M_b M_b \frac{dx}{EI} \quad (5.9)$$

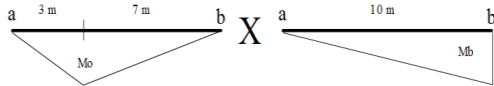
$$\delta_{cc} = \int M_c M_c \frac{dx}{EI} \quad (5.10)$$

$$\delta_{bc} = \int M_b M_c \frac{dx}{EI} \quad (5.11)$$

$$\delta_{cb} = \int M_c M_b \frac{dx}{EI} \quad (5.12)$$

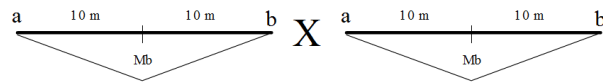
5.1.1.4 Moment Çarpım Tablolarından

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{a}{L}\right) M_1 M_o L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{3}{10}\right) 1 * 2,1 * 10 = 4,55 \quad (5.13)$$

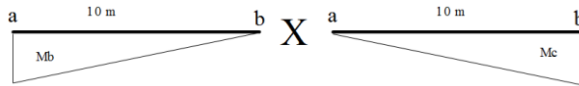


$$EI\delta_{c0} = 0 \quad (\text{Yük olmadığından}) \quad (5.14)$$

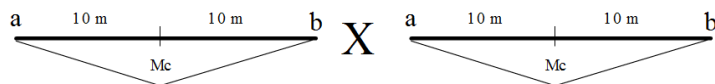
$$EI\delta_{bb} = \int M_b M_b \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_b M_b L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 20 = 6,666 \quad (5.16)$$



$$EI\delta_{bc} = \int M_b M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} M_b M_c L = \frac{1}{6} 1 * 1 * 10 = 1,666 \quad (5.17)$$



$$EI\delta_{cc} = \int M_c M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_c M_c L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 20 = 6,666 \quad (5.18)$$



Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak;

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.19)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.20)$$

Sayısal değerler denklemdaki ilgili yerlere yerleştirilirse:

$$0 = 4,55 + 6,666X_b + 1,666X_c \quad (5.21)$$

$$0 = 0 + 6,66X_c + 1,666X_b \quad (5.22)$$

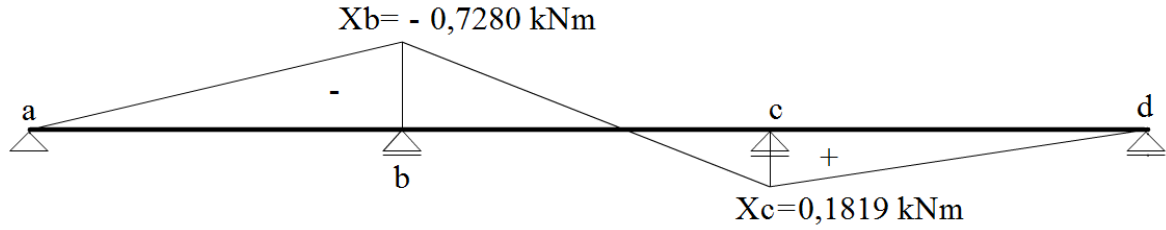
$$X_c = -\frac{1,666}{6,666}X_b \quad (5.23)$$

$$0 = 4,55 + 6,66X_b - \frac{1,666}{6,666}(1,666)X_b \quad (5.24)$$

$$-4,55 = 6,666X_b - \frac{1,666}{6,666}(1,666)X_b$$

$$X_b = -0,728 \text{ kNm}$$

$$X_c = 0,182 \text{ kNm}$$

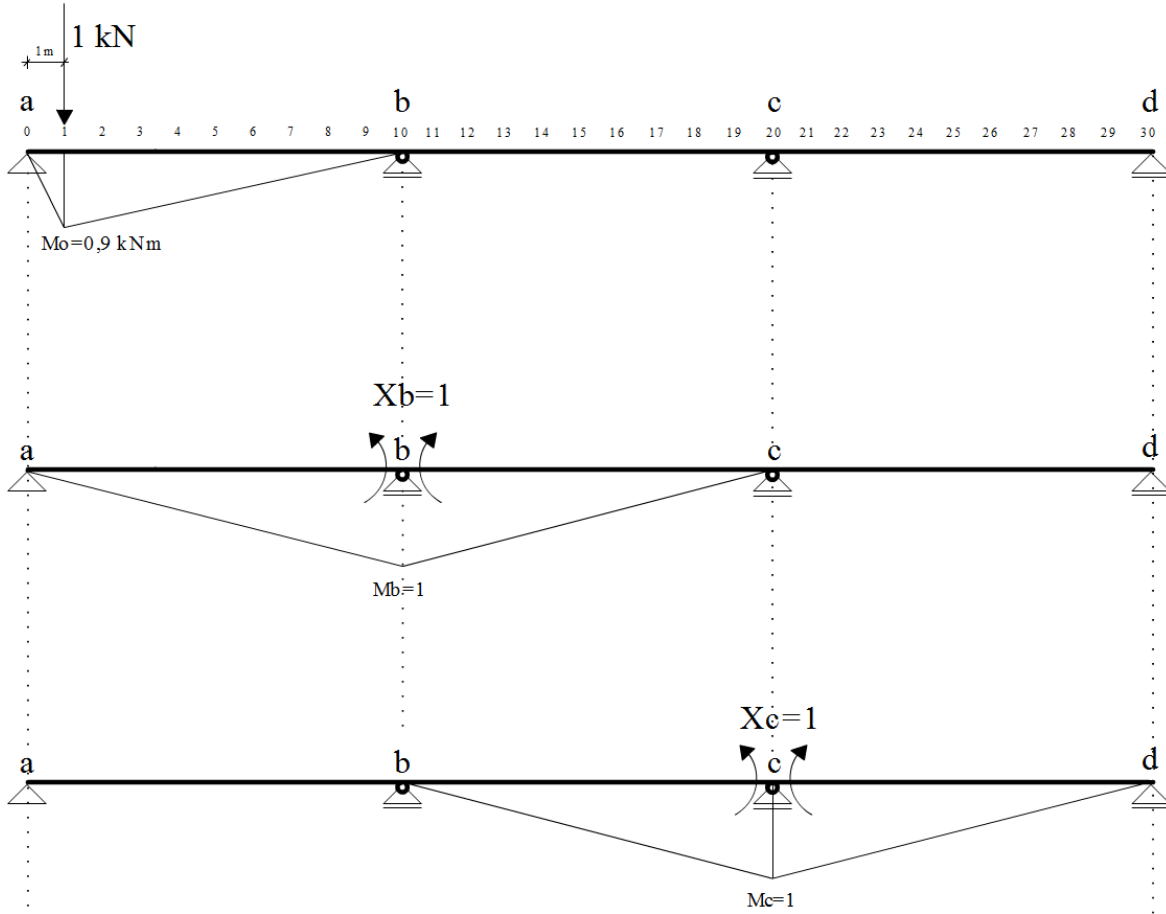


Şekil 5.6 - X_b ve X_c hiperstatik sistem mesnet momenti değerleri (yük 3m de)

Şimdi 1 kN' luk tekil kuvveti 30 parçaya ayrılmış kiriş üzerinde 0. metreden 15. metreye kesime kadar bir birim mesafeyle hareket ettirelim. b ve c mesnetlerinde oluşacak X_b - X_c eğilme momenti tesir çizgisi diyagramını oluşturalım.

$0 m < x \leq 10 m$ aralığında

$x = 1 m$ için inceleyelim:

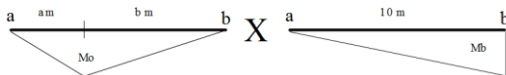


Şekil 5.7 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri

5.1.1.5 Moment Çarpım Tablolarından

$0m < x \leq 10m$ aralığında sadece $EI\delta_{b0}$ değerleri değişeceğinden;

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{a}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{10}\right) 1 * 0,9 * 10 = 1,65 \quad (5.25)$$



$$EI\delta_{c0} = 0 \quad (\text{Yük olmadığından})$$

$$EI\delta_{bb} = 6,666$$

$$EI\delta_{bc} = 1,666$$

$$EI\delta_{cc} = 6,666$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak:

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.26)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.27)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

$$0 = 1,65 + 6,666X_b + 1,666X_c \quad (5.28)$$

$$0 = 0 + 6,66X_c + 1,666X_b$$

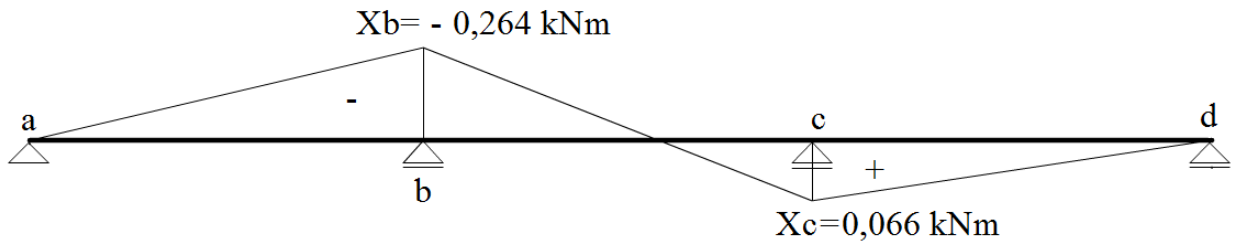
$$X_c = -\frac{1,666}{6,666}X_b \quad (5.29)$$

$$0 = 1,65 + 6,66X_b - \frac{1,666}{6,666}(1,666)X_b \quad (5.30)$$

$$-3,2 = (6,2496)X_b \quad (5.31)$$

$$X_b = -0,264 \text{ kNm}$$

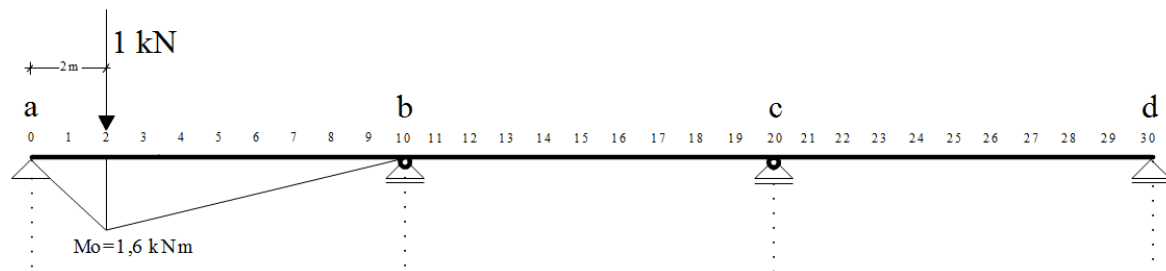
$$X_c = 0,066 \text{ kNm}$$



Şekil 5.8 - X_b ve X_c hiperstatik sistem eğilme momenti değerleri (yük 1 m de)

$0 \text{ m} < x \leq 10 \text{ m}$ aralığında

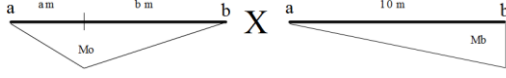
$x = 2 \text{ m}$ için inceleyelim:



Şekil 5.9 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 2 m de)

Benzer şekilde:

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{a}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{10}\right) 1 * 1,6 * 10 = 3,2 \quad (5.32)$$



$$EI\delta_{C0} = 0$$

$$EI\delta_{bb} = 6,666$$

$$EI\delta_{bc} = 1,666$$

$$EI\delta_{cc} = 6,666$$

$$X_b = -0,512 \text{ kNm}$$

$$X_c = 0,128 \text{ kNm}$$

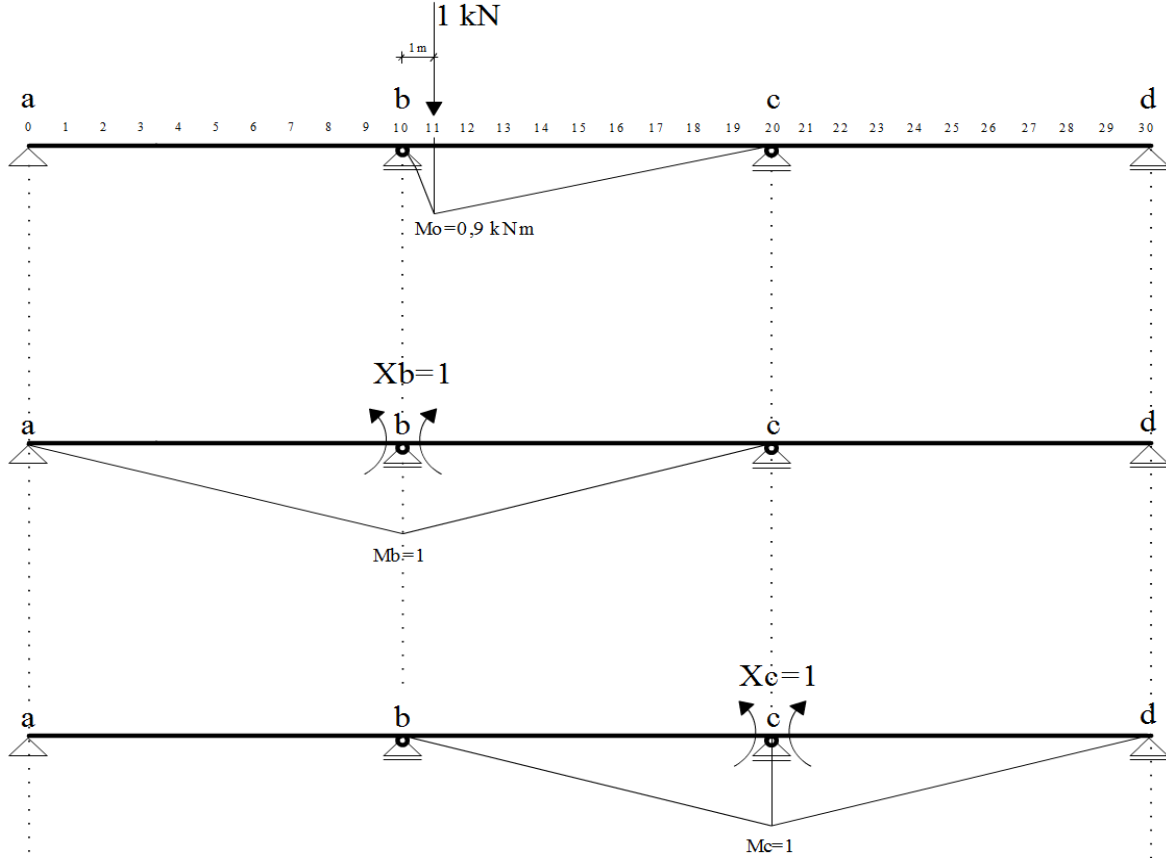
Benzer şekilde tekil kuvvetimizi 1'er metrelik aralıklarla hareket ettirerek, aşağıdaki tabloda 0 m ile 10 m aralığında X_b ve X_c eğilme moment tesir çizgisi değerlerini elde ediyoruz.

x (m)	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m
Mo (kNm)	0.9	1.6	2.1	2.4	2.5	3.6	4.9	6.4	8.1
Xb (kNm)	-0.264	-0.512	-0.728	-0.896	-1	-1.024	-0.952	-0.768	-0.456
Xc (kNm)	0.066	0.128	0.182	0.224	0.25	0.256	0.238	0.192	0.114

Tablo-5.1: X_b ve X_c hiperstatik sistem eğilme momenti tesir çizgisi değerleri (01-10 metre)

$10\text{ m} < x \leq 15\text{ m}$ aralığında

$x = 1\text{ m}$ için inceleyelim:

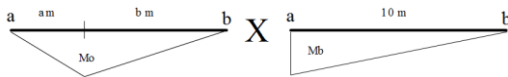


Şekil 5.10 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 11 m de)

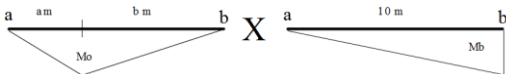
5.1.1.6 Moment Çarpım Tablolarından

$10\text{ m} < x \leq 15\text{ m}$ aralığında sadece $EI\delta_{b0}$ ve $EI\delta_{c0}$ değerleri değişeceğinden;

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{b}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{9}{10}\right) 1 * 0,9 * 10 = 2,85 \quad (5.33)$$



$$EI\delta_{c0} = \int M_c M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{a}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{10}\right) 1 * 0,9 * 10 = 1,65 \quad (5.34)$$



$$EI\delta_{bb} = 6,666$$

$$EI\delta_{bc} = 1,666$$

$$EI\delta_{cc} = 6,666$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak;

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.35)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.36)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

“Eş. 5.37” denkleminde eşitliğin sağının ve solunu 6,666 ile çarpalım;

$$0 = 2,85 + 6,666X_b + 1,666X_c \quad (5.37)$$

$$-18,998 = 44,435X_b + 11,105X_c$$

“Eş. 5.37” denkleminde eşitliğin sağının ve solunu 1,666 ile çarpalım;

$$0 = 1,65 + 6,666X_c + 1,666X_b \quad (5.38)$$

$$-2,7489 = 11,105X_c + 2,7755X_b$$

İki denklemi taraf tarafa çıkarıp X_b değerini bulalım;

$$-18,998 = 44,435X_b + 11,105X_c \quad (5.39)$$

$$-2,748 = 11,105X_c + 2,7755X_b \quad (5.40)$$

(-) _____

$$X_b = -0,390 \text{ kNm}$$

$$X_c = -0,150 \text{ kNm}$$

Benzer şekilde tekil kuvvetimizi 1'er metrelik aralıklarla hareket ettirerek, aşağıdaki tabloda 10 m ile 15 m aralığında X_b ve X_c eğilme moment tesir çizgisi değerlerini elde ediyoruz.

x (m)	11m	12m	13m	14m	15m
Mo (kNm)	0.9	1.6	2.1	2.4	2.5
Xb (kNm)	-0.39	-0.64	-0.77	-0.8	-0.75
Xc (kNm)	-0.15	-0.32	-0.49	-0.64	-0.75

Tablo-5.2: Xb ve Xc hiperstatik sistem eğilme momenti tesir çizgisi değerleri (11-15 metre)

İki durumu tek bir tabloda gösterecek olursak edersek:

x (m)	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	11m	12m	13m	14m	15m
Mo (kNm)	0.9	1.6	2.1	2.4	2.5	3.6	4.9	6.4	8.1	0.9	1.6	2.1	2.4	2.5
Xb (kNm)	-0.264	-0.512	-0.728	-0.896	-1	-1.024	-0.952	-0.768	-0.456	-0.39	-0.64	-0.77	-0.8	-0.75
Xc (kNm)	0.066	0.128	0.182	0.224	0.25	0.256	0.238	0.192	0.114	-0.15	-0.32	-0.49	-0.64	-0.75

Tablo-5.3: Xb ve Xc hiperstatik sistem eğilme momenti tesir çizgisi değerleri (01-15 metre)

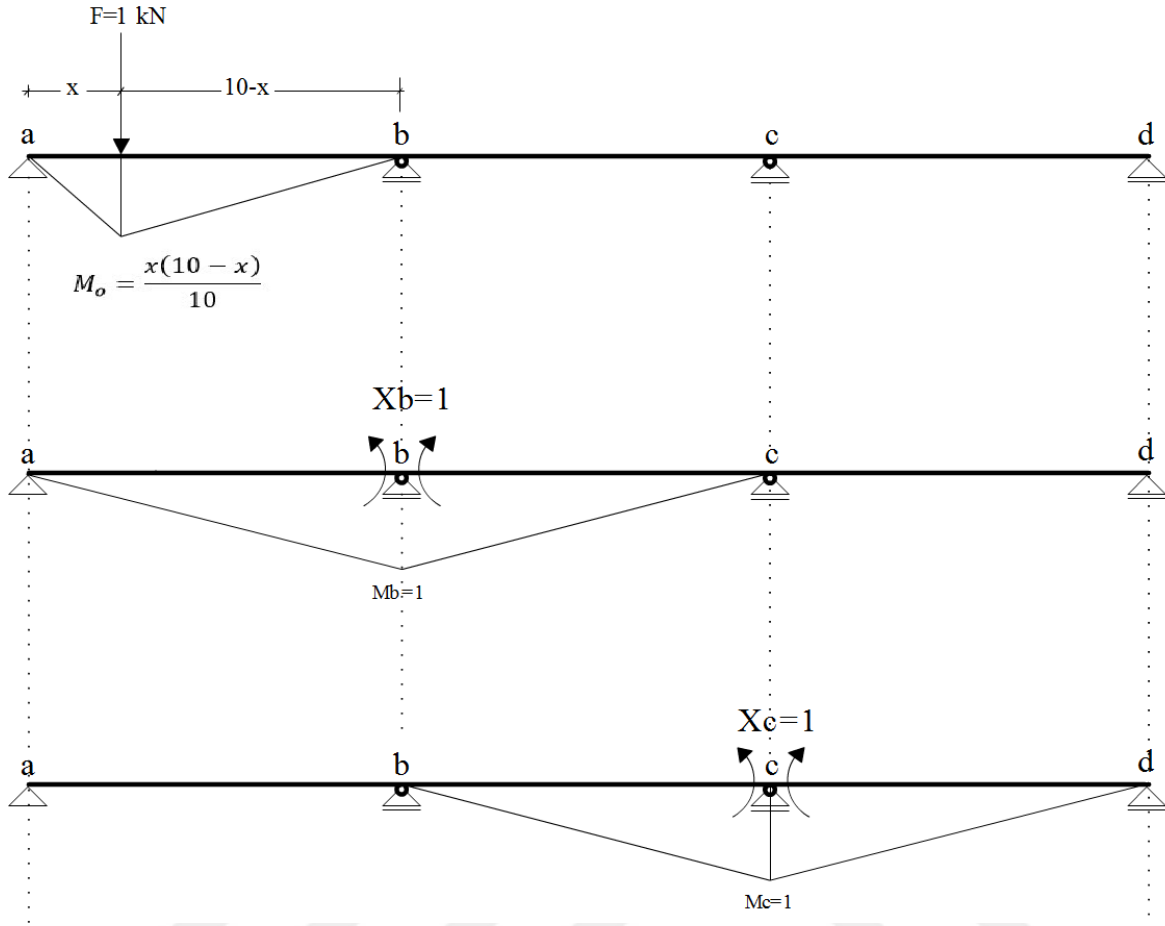
Şimdi de aynı kirişi x parametresine bağlı olarak çözelim. Bu sayede üç açıklıklı hiperstatik sürekli kirişimize ait eğilme momenti tesir fonksiyonunu elde etmiş olacağız.



Şekil 5.11 – Açıklıkları x' e bağlı sürekli kiriş

$0m \leq x \leq 10m$ aralığı için;

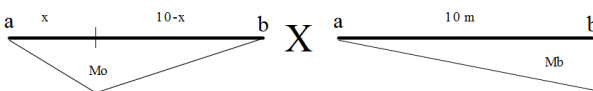
F=1 kN luk (veya 1 birimlik) yükün x parametresine bağlı olarak $0 m \leq x \leq 10 m$ aralığında hareketi esnasında b mesnedinde oluşturacağı Xb eğilme momentinin tesir fonksiyonunu elde edelim.



Şekil 5.12 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük x m de)

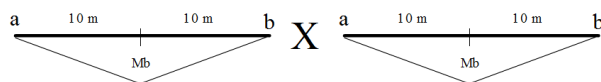
5.1.1.7 Moment Çarpım Tablolarından

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{a}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x}{10}\right) * 1 * \frac{x(10-x)}{10} * 10 = \frac{100x-x^3}{60} \quad (5.41)$$

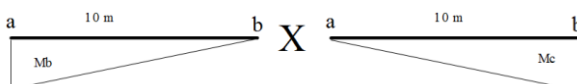


$$EI\delta_{c0} = 0$$

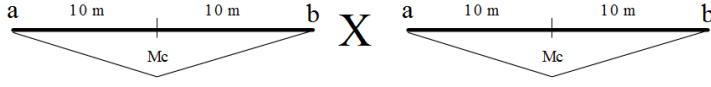
$$EI\delta_{bb} = \int M_b M_b \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_b M_b L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 20 = 6,666 \quad (5.42)$$



$$EI\delta_{bc} = \int M_b M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} M_b M_c L = \frac{1}{6} 1 * 1 * 10 = 1,666 \quad (5.43)$$



$$EI\delta_{cc} = \int M_c M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_c M_c L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 20 = 6,666 \quad (5.44)$$



Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak:

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.45)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.46)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

$$0 = \frac{100x - x^3}{60} + 6,666X_b + 1,666X_c \quad (5.47)$$

$$0 = 0 + 6,66X_c + 1,666X_b \quad (5.48)$$

$$X_c = -0,2499X_b$$

$$\frac{x^3 - 100x}{60} = 6,66X_b - (0,2499)(1,666)X_b \quad (5.49)$$

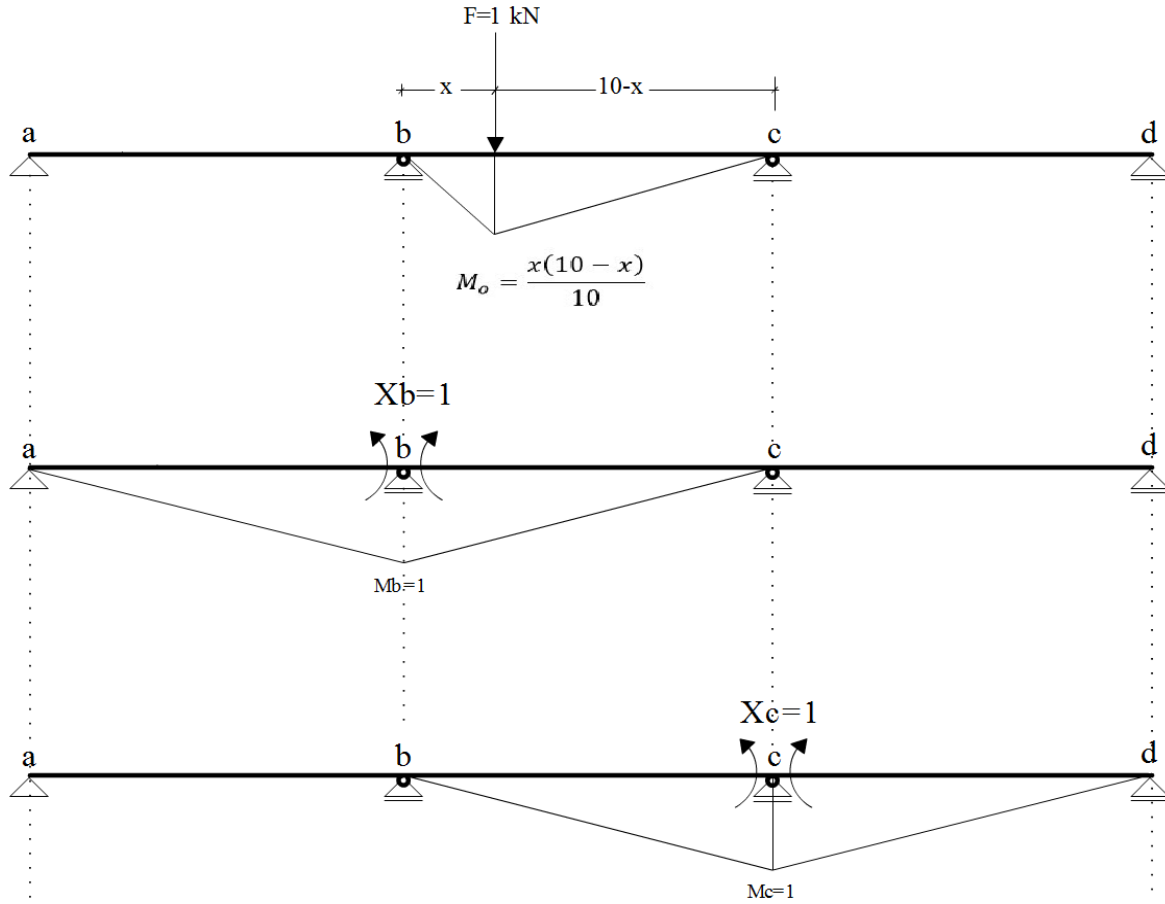
$$\frac{x^3 - 100x}{60} = (6,249)X_b \quad (5.50)$$

$$X_b = \frac{x^3 - 100x}{374,97} \text{ kNm}$$

$$X_c = (100x - x^3) * 6,67 * 10^{-4} \text{ kNm}$$

F=1 kN' luk tekil hareketli yükün kirişin birinci açıklığı üzerinde x metre mesafesindeyken b ve c mesnedinde meydana gelen eğilme momenti tesir fonksiyonunu elde etmiş oluyoruz. Burada bulduğumuz fonksiyon x parametrelerine bağlı genel bir fonksiyondur.

$10m < x \leq 20m$ aralığı için;

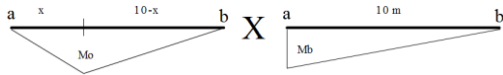


Şekil 5.13 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük ikinci açıklık x m de)

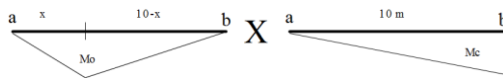
5.1.1.8 Moment Çarpım Tablolarından

$10m < x \leq 20m$ aralığında sadece $EI\delta_{b0}$ ve $EI\delta_{c0}$ değerleri değişeceğinden:

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{b}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-x}{10}\right) 1 * \frac{x(10-x)}{10} * 10 = \frac{x^3 - 30x^2 + 200x}{60} \quad (5.51)$$



$$EI\delta_{c0} = \int M_c M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{a}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x}{10}\right) * \frac{x(10-x)}{10} * 10 = \frac{100x - x^3}{60} \quad (5.52)$$



$$EI\delta_{bb} = 6,666$$

$$EI\delta_{bc} = 1,666$$

$$EI\delta_{cc} = 6,666$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak:

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.53)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.54)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

Denklemde eşitliğin sağının ve solunu 6,666 ile çarpalım;

$$0 = \frac{x^3 - 30x^2 + 200x}{60} + 6,666X_b + 1,666X_c \quad (5.55)$$

$$-\left(\frac{x^3 - 30x^2 + 200x}{60}\right)(6,666) = 44,435X_b + 11,105X_c$$

Denklemde eşitliğin sağının ve solunu 1,666 ile çarpalım;

$$0 = \frac{100x - x^3}{60} + 6,666X_c + 1,666X_b \quad (5.56)$$

$$-\frac{100x - x^3}{60}(1,666) = 11,105X_c + 2,7755X_b$$

İki denklemi taraf tarafa çıkarıp X_b ve X_c değerini bulalım:

$$-\left(\frac{x^3 - 30x^2 + 200x}{60}\right)(6,666) = 44,435X_b + 11,105X_c \quad (5.57)$$

$$-\frac{100x - x^3}{60}(1,666) = 11,105X_c + 2,7755X_b \quad (5.58)$$

(-)

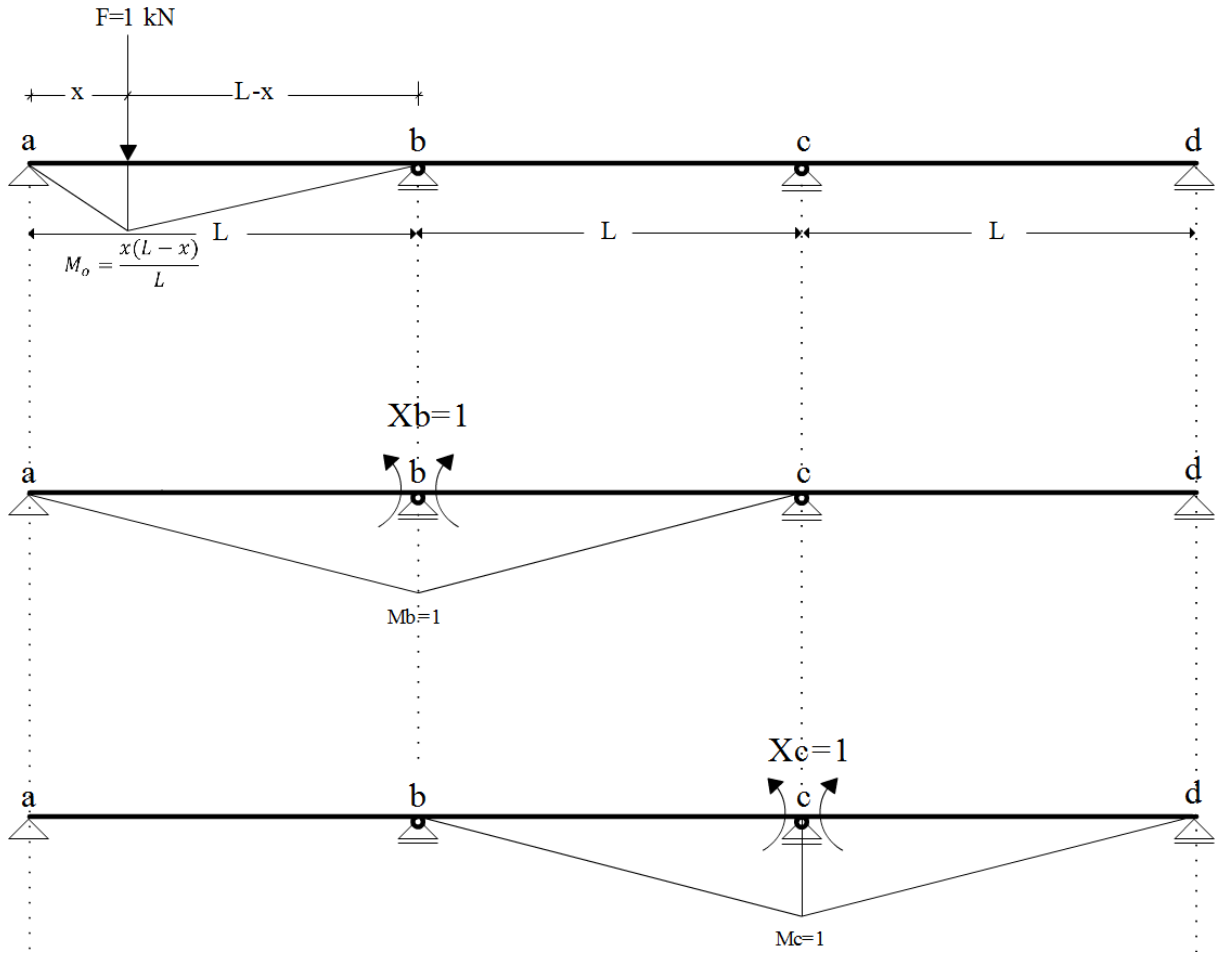
$$X_b = -0,467x + 0,08x^2 - 0,0033x^3 \text{ kNm}$$

$$X_c = 0,0031x^3 - 0,0198x^2 - 0,1333x \text{ kNm}$$

$F=1$ kN' luk tekil hareketli yükün kirişin ikinci açıklığı üzerinde x metre mesafesindeyken b ve c mesnedinde meydana gelen eğilme momenti tesir fonksiyonunu elde etmiş oluyoruz. Burada bulduğumuz fonksiyon x parametrelerine bağlı genel bir fonksiyondur.

Şimdi de aynı kirişi x ve L parametresine bağlı olarak çözelim. Bu sayede üç açıklıklı hiperstatik sürekli kirişimize ait eğilme momenti tesir fonksiyonunu en genel şekilde elde etmiş olacağız.

$0m < x \leq 10m$ aralığını inceleyelim:



Şekil 5.14 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük birinci açıklık x m de)

5.1.1.9 Moment Çarpım Tablolarından

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x}{L}\right) 1 * \frac{x(L-x)}{L} * L = \frac{x(L^2-x^2)}{6L} \quad (5.59)$$

$$EI\delta_{c0} = 0$$

$$EI\delta_{bb} = \int M_b M_b \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_b M_b L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 2L = 0,666L \quad (5.60)$$

$$EI\delta_{bc} = \int M_b M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} M_b M_c L = \frac{1}{6} * 1 * 1 * L = 0,166L \quad (5.61)$$

$$EI\delta_{cc} = \int M_c M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_c M_c L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 2L = 0,666L \quad (5.62)$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak;

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.63)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.64)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

$$0 = \frac{x(L^2-x^2)}{6L} + 0,666L * X_b + 0,166L * X_c \quad (5.65)$$

$$0 = 0 + 0,666L * X_c + 0,166L * X_b \quad (5.66)$$

$$X_c = -0,249X_b \quad (5.67)$$

$$0 = \frac{x(L^2-x^2)}{6L} + 0,666L * X_b - (0,249)(0,166L) * X_b \quad (5.68)$$

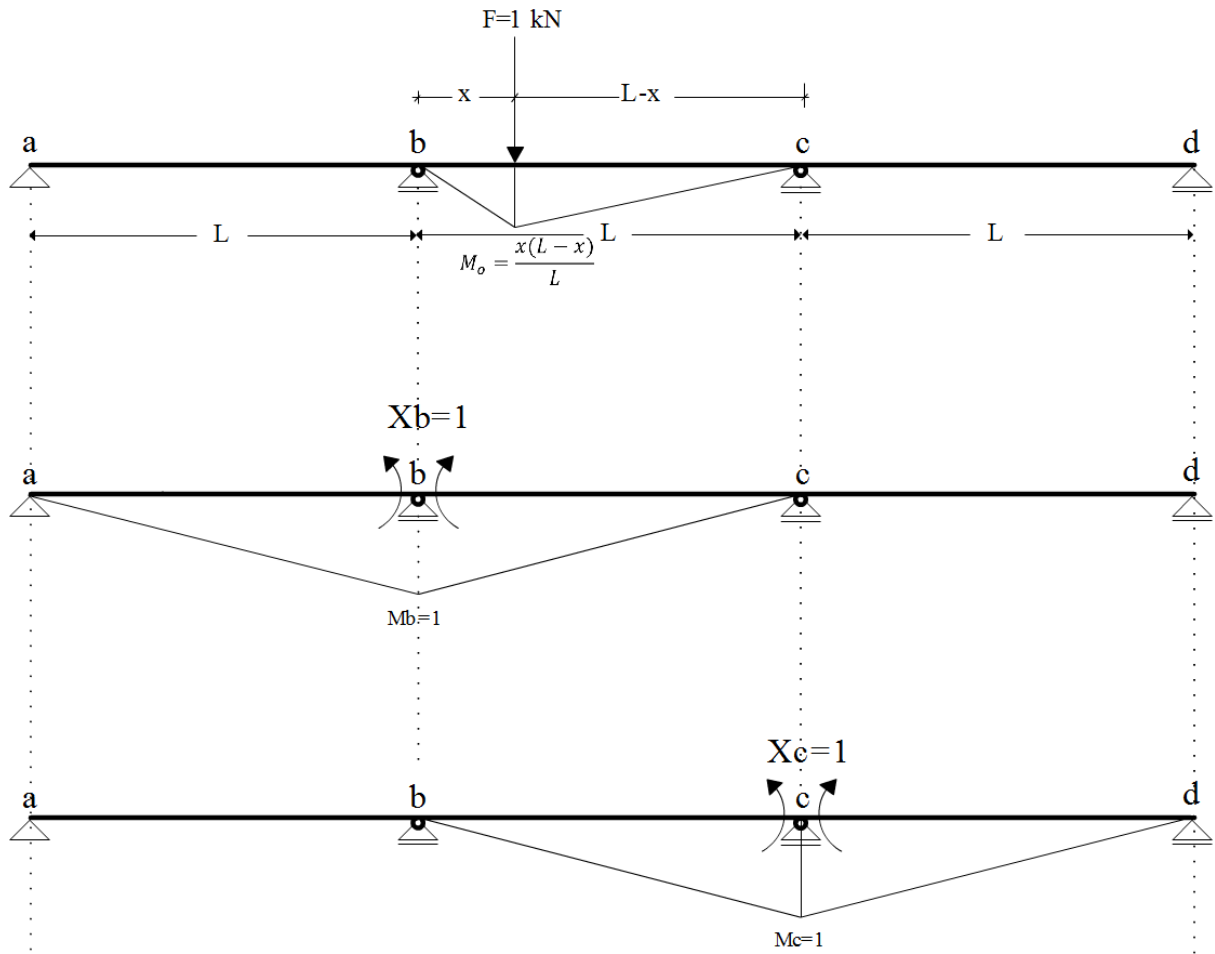
$$-\frac{x(L^2-x^2)}{6L} = (0,624L) * X_b$$

$$X_b = \frac{(x^3 - xL^2)}{3,747L^2}$$

$$X_c = \frac{(xL^2 - x^3)}{L^2} 0,066$$

$F=1$ kN' luk tekil hareketli yük, kirişin birinci açıklığı üzerinde, x metre mesafesindeyken b ve c mesnedinde meydana gelen eğilme momenti tesir fonksiyonunu elde etmiş oluyoruz. Burada bulduğumuz fonksiyon x ve L parametrelerine bağlı genel bir fonksiyondur.

$10m < x \leq 20m$ aralığını inceleyelim:



Şekil 5.15 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük ikinci açıklık x m de)

5.1.1.10 Moment Çarpım Tablolarından

$10m < x \leq 20m$ aralığında sadece $EI\delta_{b0}$ ve $EI\delta_{c0}$ değerleri değişeceğinden;

$$EI\delta_{b0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{L-x}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{L-x}{L}\right) 1 * \frac{x(L-x)}{L} * L = \frac{x(x^2 - 3xL + 2L^2)}{6L} \quad (5.69)$$

$$EI\delta_{c0} = \int M_c M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{x}{L}\right) 1 * \frac{x(L-x)}{L} * L = \frac{x(L^2 - x^2)}{6L} \quad (5.70)$$

$$EI\delta_{bb} = 0,666L \quad (5.71)$$

$$EI\delta_{bc} = 0,166L \quad (5.72)$$

$$EI\delta_{cc} = 0,666 \quad (5.73)$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak:

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb}X_b + \delta_{bc}X_c \quad (5.74)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc}X_c + \delta_{cb}X_b \quad (5.75)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

“Eş. 5.76” denkleminde eşitliğin sağının ve solunu 0,666 ile çarpalım;

$$0 = \frac{x(x^2-3xL+2L^2)}{6L} + 0,666L * X_b + 0,166L * X_c \quad (5.76)$$

$$-\frac{x(x^2-3xL+2L^2)}{L} 0,111 = 0,443L * X_b + 0,110L * X_c$$

“Eş. 5.77” denkleminde eşitliğin sağının ve solunu 0,166 ile çarpalım;

$$0 = \frac{x(L^2-x^2)}{6L} + 0,666L * X_c + 0,166L * X_b \quad (5.77)$$

$$-\frac{x(L^2-x^2)}{L} 0,0276 = 0,110L * X_c + 0,0275L * X_b$$

İki denklemi taraf tarafa çıkarıp Xb değerini bulalım;

$$-\frac{x(x^2-3xL+2L^2)}{L} 0,111 = 0,443L * X_b + 0,110L * X_c \quad (5.78)$$

$$-\frac{x(L^2-x^2)}{L} 0,0276 = 0,110L * X_c + 0,0275L * X_b \quad (5.79)$$

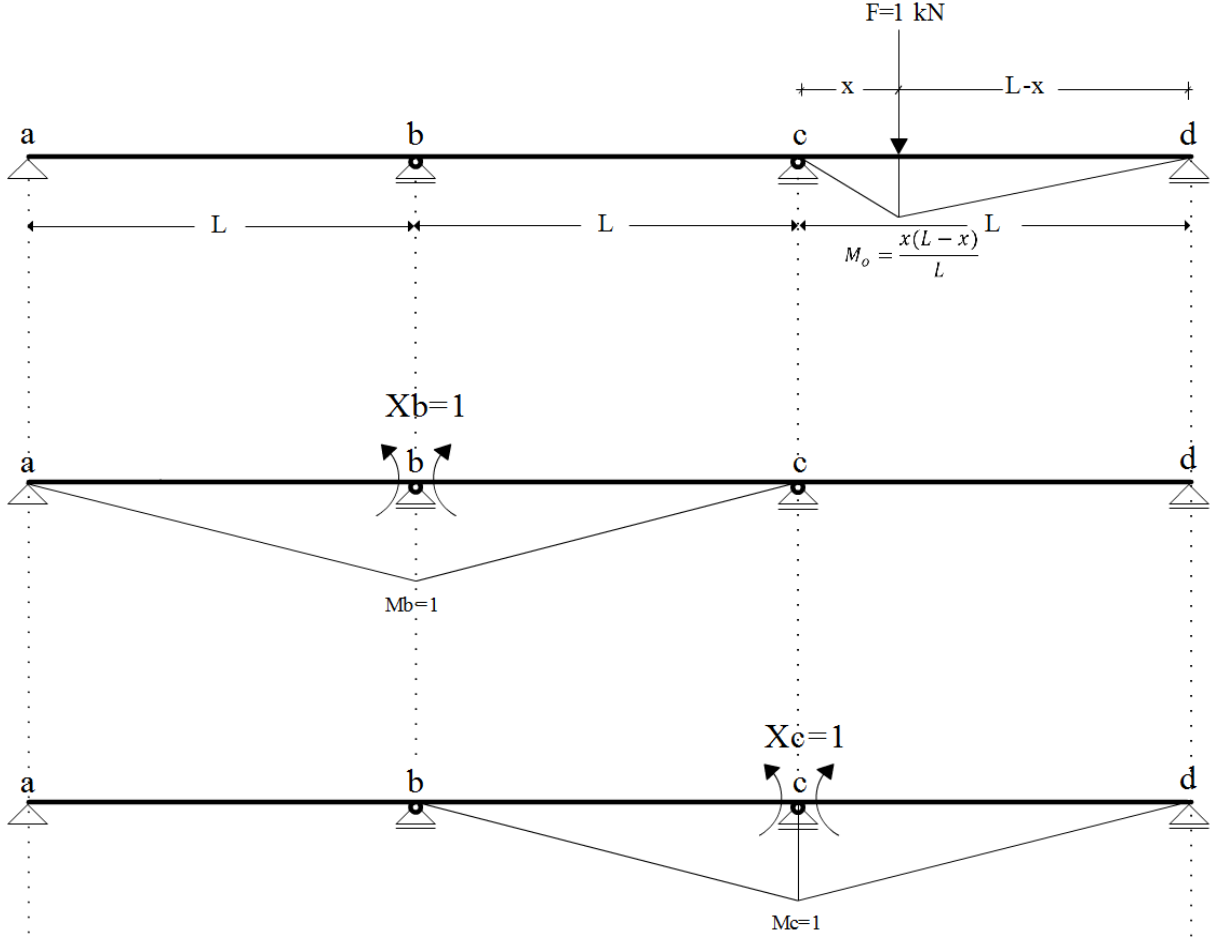
(-) _____

$$X_b = \frac{-0,138x^3 - 0,194x * L^2 + 0,333x^2 * L}{0,4155L^2}$$

$$X_c = \frac{0,053x^3 - 0,022x * L^2 - 0,0318x^2 * L}{0,166L^2}$$

$F=1$ kN' luk tekil hareketli yük, kirişin ikinci açıklığı üzerinde, x metre mesafesindeyken b ve c mesnedinde meydana gelen eğilme momenti tesir fonksiyonunu elde etmiş oluyoruz. Burada bulduğumuz fonksiyon x ve L parametrelerine bağlı genel bir fonksiyondur.

$20m < x \leq 30m$ aralığını inceleyelim:



Şekil 5.16 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük üçüncü açıklık x m de)

5.1.1.11 Moment Çarpım Tablolarından

$$EI\delta_{b0} = 0$$

$$EI\delta_{c0} = \int M_b M_o \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{b}{L}\right) M_1 M_0 L = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{L-x}{L}\right) 1 * \frac{x(L-x)}{L} * L = \frac{x(x^2 - 3xL + 2L^2)}{6L} \quad (5.80)$$

$$EI\delta_{bb} = \int M_b M_b \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_b M_b L = \frac{1}{3} * 1 * 1 * 2L = 0,666L \quad (5.81)$$

$$EI\delta_{bc} = \int M_b M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} M_b M_c L = \frac{1}{6} * 1 * 1 * L = 0,166L \quad (5.82)$$

$$EI\delta_{cc} = \int M_c M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_c M_c L = \frac{1}{3} * 1 * 1 * 2L = 0,666L \quad (5.83)$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak;

$$\delta_b = 0 = \delta_{b0} + \delta_{bb} X_b + \delta_{bc} X_c \quad (5.84)$$

$$\delta_c = 0 = \delta_{c0} + \delta_{cc} X_c + \delta_{cb} X_b \quad (5.85)$$

Sayısal değerler denklemdeki ilgili yerlere yerleştirilirse:

$$0 = 0 + 0,666L * X_b + 0,166L * X_c \quad (5.86)$$

$$0 = \frac{x(x^2 - 3xL + 2L^2)}{6L} + 0,666L * X_c + 0,166L * X_b \quad (5.87)$$

$$X_c = -4,012 * X_b$$

$$0 = \frac{x(x^2 - 3xL + 2L^2)}{6L} + 0,166L * X_b - (0,666)(4,012)L * X_b \quad (5.88)$$

$$-\frac{x(x^2 - 3xL + 2L^2)}{6L} = -(2,506)L * X_b$$

$$X_b = \frac{(x^3 - 3x^2L + 2L^2x)}{15,036L^2}$$

$$X_c = \frac{(-x^3 + 3x^2L - 2L^2x)}{L^2} = 0,2668$$

F=1 kN' luk tekil hareketli yük, kirişin üçüncü açıklığı üzerinde, x metre mesafesindeyken b ve c mesnedinde meydana gelen eğilme momenti tesir fonksiyonunu elde etmiş oluyoruz.

Burada bulduğumuz fonksiyon x ve L parametrelerine bağlı genel bir fonksiyondur.

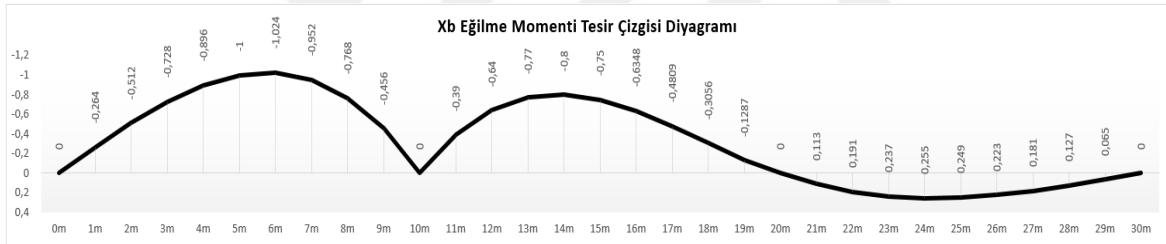
Üç açıklıklı hiperstatik sürekli kirişimiz üzerinde, her noktada serbestçe hareket edebilen tekil yükten ötürü b ve c mesnetlerinde meydana gelen X_b ve X_c eğilme momenti tesir fonksiyonlarının matematiksel değerlerinin birleştirilmiş bir tablosunu oluşturalım:

x (m)	0m	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m	21m	22m	23m	24m	25m	26m	27m	28m	29m	30m
M_0 (kNm)	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	3,6	4,9	6,4	8,1	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	2,4	2,1	1,6	0,9	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	1,6	2,1	1,6	0,9	0
X_b (kNm)	0	-0,264	-0,512	-0,728	-0,896	-1	-1,024	-0,952	-0,768	-0,456	0	-0,39	-0,64	-0,77	-0,8	-0,75	-0,635	-0,481	-0,306	-0,129	0	0,114	0,192	0,237	0,255	0,249	0,223	0,182	0,128	0,066	0
X_c (kNm)	0	0,066	0,128	0,182	0,224	0,25	0,256	0,238	0,192	0,114	0	-0,15	-0,32	-0,49	-0,64	-0,75	-0,843	-0,84	-0,746	-0,544	0	-0,456	-0,768	-0,952	-1,024	-1	-0,896	-0,728	-0,512	-0,264	0

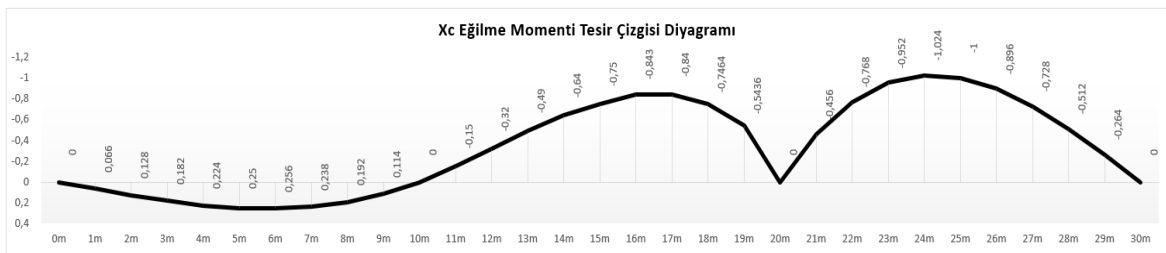
Tablo-5.4: X_b ve X_c hiperstatik sistem eğilme momenti tesir çizgisi değerleri (01-30 metre)

Oluşan bu sayısal değerleri grafik üzerinde gösterirsek:

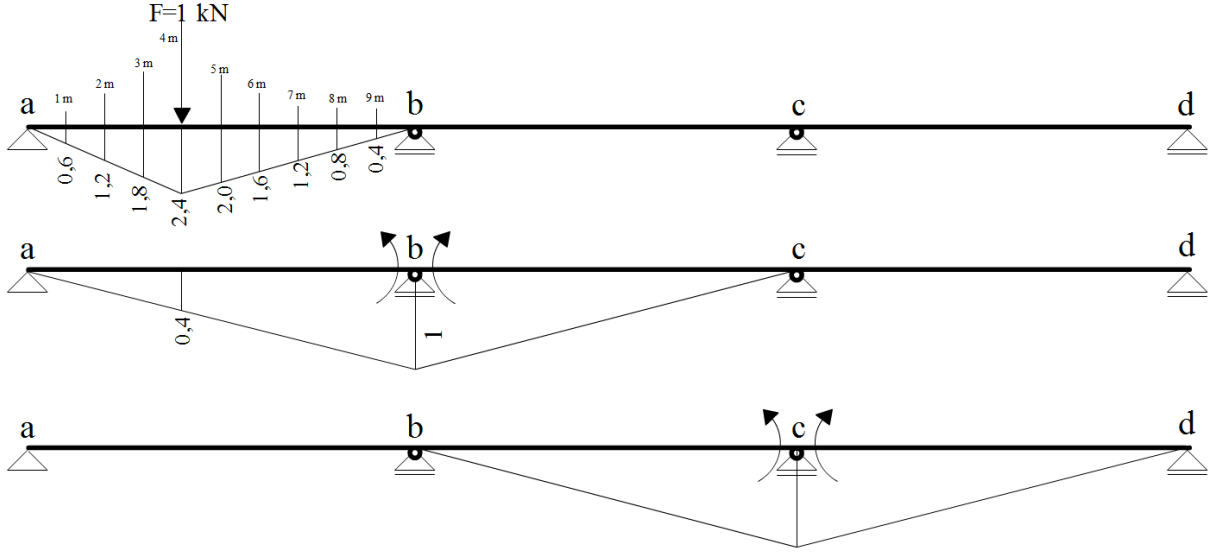
Grafik 5.1: X_b eğilme momenti tesir çizgisi



Grafik 5.2: X_c eğilme momenti tesir çizgisi

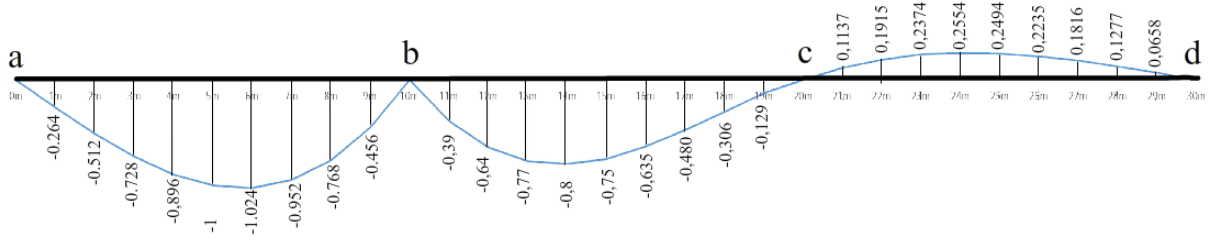


Aynı kiriş için birinci açıklığın 4 m mesafesindeki tekil yükten meydana gelen $M_{4\xi}$ eğilme momenti tesir çizgisini çizelim ve tesir fonksiyonunu gösterelim.



Şekil 5.17 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 4m de)

Grafik 5.3: Xb eğilme momenti tesir çizgisi



1. Açıklık İçin:

$$M_{x\xi}^{(2^0)} = M_{x\xi}^{(0)} + X_{b\xi} * M_{X_b=1}(x) \quad (5.89)$$

Genel fonksiyonundan yola çıkarak adım adım çözüme başlayalım.

$$1m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 0,6 + (0,4) * (-0,264) = 0,494$$

$$11m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,39) = -0,156$$

$$21m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,1137) = 0,046$$

$$2m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 1,2 + (0,4) * (-0,512) = 0,995$$

$$12m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,64) = -0,256$$

$$22m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,1915) = 0,077$$

$$3m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 1,8 + (0,4) * (-0,728) = 1,509$$

$$13m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,77) = -0,308$$

$$23m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,2374) = 0,096$$

$$4m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 2,4 + (0,4) * (-0,896) = 2,042$$

$$14m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,8) = -0,320$$

$$24m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,2554) = 0,103$$

$$5m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 2,0 + (0,4) * (-1,0) = 1,600$$

$$15m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,75) = -0,300$$

$$25m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,2494) = 0,104$$

$$6m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 1,6 + (0,4) * (-1,024) = 1,190$$

$$16m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,635) = -0,254$$

$$26m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,2235) = 0,090$$

$$7m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 1,2 + (0,4) * (-0,952) = 0,819$$

$$17m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,480) = -0,192$$

$$27m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,1816) = 0,072$$

$$8m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 0,8 + (0,4) * (-0,768) = 0,493$$

$$18m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,306) = -0,122$$

$$28m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,1277) = 0,051$$

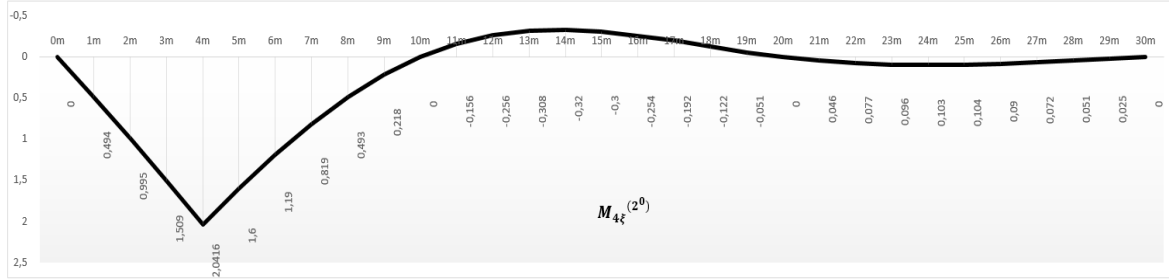
$$9m) M_{4\xi}^{(2^0)} = 0,4 + (0,4) * (-0,456) = 0,218$$

$$19m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (-0,129) = -0,051$$

$$29m) M_{4\xi}^{(2^0)} = (0,4) * (0,0658) = 0,026$$

Bulduğumuz değerleri bir grafik üzerine işlediğimizde:

Grafik 5.4: M_4 eğilme momenti tesir çizgisi



Burada eğilme momenti tesir fonksiyonunun bileşenlerine açıklık getirelim:

$M_{x\xi}^{(2^0)}$ İkinci dereceden hiperstatik sistemim eğilme momenti değeri.

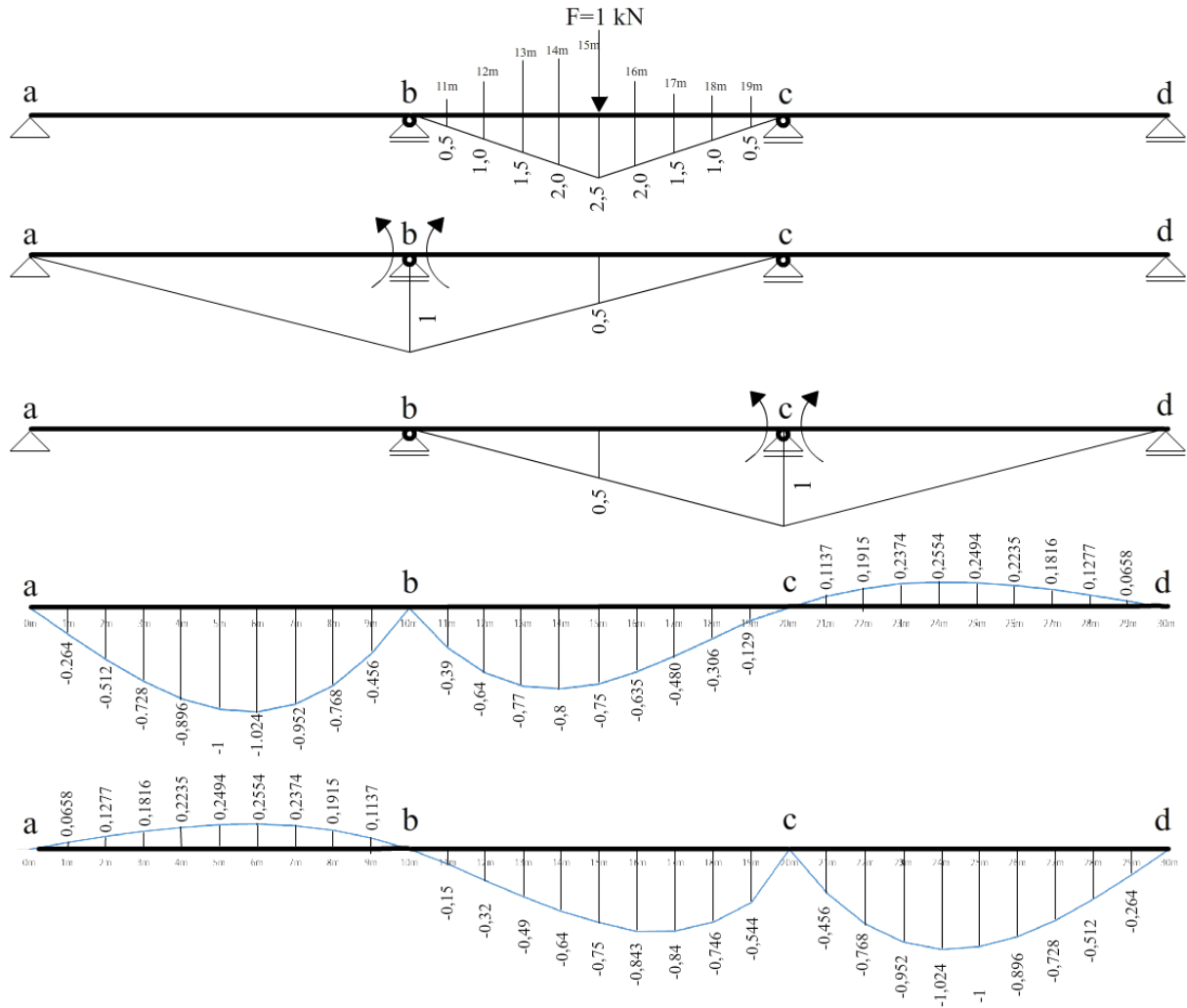
$M_{x\xi}^{(0)}$ İzostatik esas sistemin eğilme momenti değeri.

$X_{b\xi}$ Yükün bulunduğu kesitin $X_b=1$ deki analitik değeri.

$M_{X_b=1}(x)$ Yükün bulunduğu kesitin b mesnedinde meydana gelen eğilme momenti değeri.

Aynı kiriş için ikinci açıklığın 15 m mesafesindeki tekil yükten meydana gelen $M_{15\xi}$ eğilme momenti tesir çizgisini çizelim ve tesir fonksiyonunu gösterelim.

2. Açıklık İçin:



Şekil 5.18- İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri

$$M_{x\xi}^{(2^0)} = M_{x\xi}^{(0)} + X_{b\xi} * M_{X_b=1}(x) + X_{c\xi} * M_{X_c=1}(x) \quad (5.90)$$

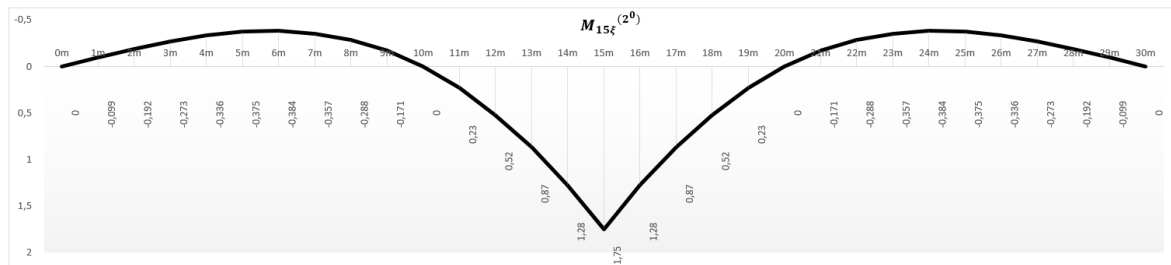
Moment tesir fonksiyonundan yola çıkarak adım adım çözüme başlayalım.

1m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,264) + (0,5) * (0,0658) = -0,099$	11m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 0,5 + (0,5) * (-0,39) + (0,5) * (-0,15) = 0,230$
2m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,512) + (0,5) * (0,1277) = -0,192$	12m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 1,0 + (0,5) * (-0,64) + (0,5) * (-0,32) = 0,520$
3m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,728) + (0,5) * (0,1816) = -0,273$	13m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 1,5 + (0,5) * (-0,77) + (0,5) * (-0,49) = 0,870$
4m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,896) + (0,5) * (0,2235) = -0,336$	14m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 2,0 + (0,5) * (-0,80) + (0,5) * (-0,64) = 1,280$

5m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-1,00) + (0,5) * (0,2494) = -0,375$	15m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 2,5 + (0,5) * (-0,75) + (0,5) * (-0,75) = 1,750$
6m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-1,024) + (0,5) * (0,2554) = -0,384$	16m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 2,0 + (0,5) * (-0,635) + (0,5) * (-0,843) = 1,280$
7m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,952) + (0,5) * (0,2374) = -0,357$	17m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 1,5 + (0,5) * (-0,480) + (0,5) * (-0,84) = 0,870$
8m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,768) + (0,5) * (0,1915) = -0,288$	18m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 1,0 + (0,5) * (-0,64) + (0,5) * (-0,32) = 0,520$
9m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,456) + (0,5) * (0,1137) = -0,171$	19m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = 0,5 + (0,5) * (-0,39) + (0,5) * (-0,15) = 0,230$
21m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,456) + (0,5) * (0,1137) = -0,171$		
22m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,768) + (0,5) * (0,1915) = -0,288$		
23m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,952) + (0,5) * (0,2374) = -0,357$		
24m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-1,024) + (0,5) * (0,2554) = -0,384$		
25m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-1,00) + (0,5) * (0,2494) = -0,375$		
26m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,896) + (0,5) * (0,2235) = -0,336$		
27m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,728) + (0,5) * (0,1816) = -0,273$		
28m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,512) + (0,5) * (0,1277) = -0,192$		
29m)	$M_{15\xi}^{(2^0)} = (0,5) * (-0,264) + (0,5) * (0,0658) = -0,099$		

Benzer şekilde birer metre arayla işlemler $M_{15\xi}^{(2^0)}$ formülüyle tekrar edildiğinde diyagramımız aşağıdaki gibi oluşmaktadır.

Grafik 5.5: M_{15} eğilme momenti tesir çizgisi



5.2 Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi Fonksiyonu

Kesme kuvveti tesir çizgileri giriş uçlarındaki eğilme momentlerinin tesir çizgilerinden yararlanılarak hesaplanabilir.

Birim tekil yük kirişin birinci açıklığında dolaştığı zaman, kirişin birinci açıklığındaki a mesnedinde M_a ve b mesnedinde M_b eğilme momenti etkileyen basit kiriş gibi düşünülebilir. Bu yaklaşımla basit kirişin a ucundaki mesnet kesme kuvveti tesir fonksiyonu:

$$V_{x\xi}^{(2^0)} = V_{x\xi}^{(0)} + V_{ab} * M_{X_b=1}(x) \quad (5.91)$$

Kesme kuvveti tesir fonksiyonunun bileşenlerinin ne olduğuna açıklık getirelim.

$V_{x\xi}^{(2^0)}$ Hiperstatik sistemin kesme kuvveti tesir çizgisi değeri.

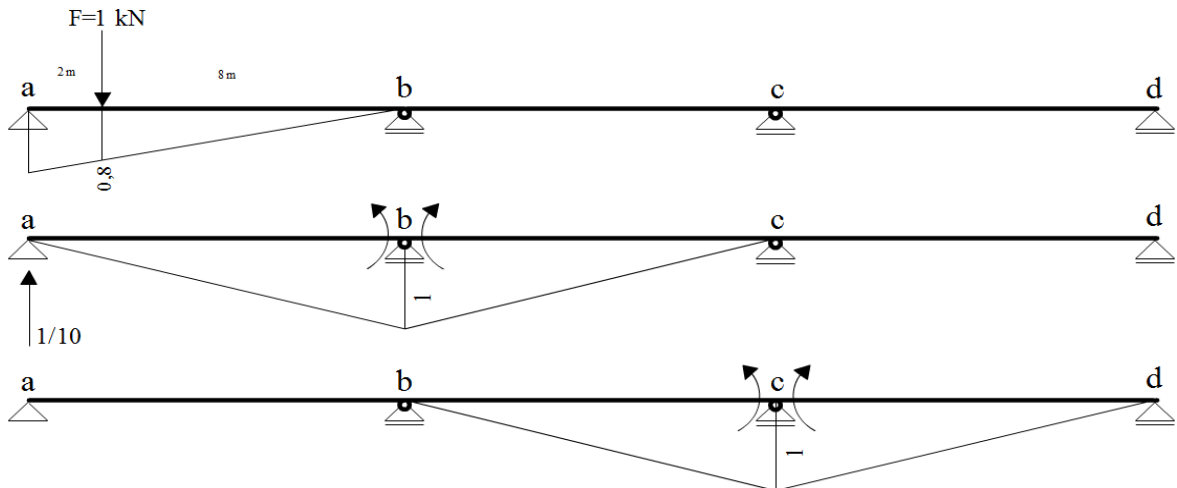
$V_{x\xi}^{(0)}$ İzostatik esas sistemin kesme kuvveti tesir çizgisi değeri.

V_{ab} Bir birimlik mesnet momentinden mesnede etkileyen kuvvet değeri.

$M_{X_b=1}(x)$ Mesnet eğilme momenti tesir çizgisi değeri.

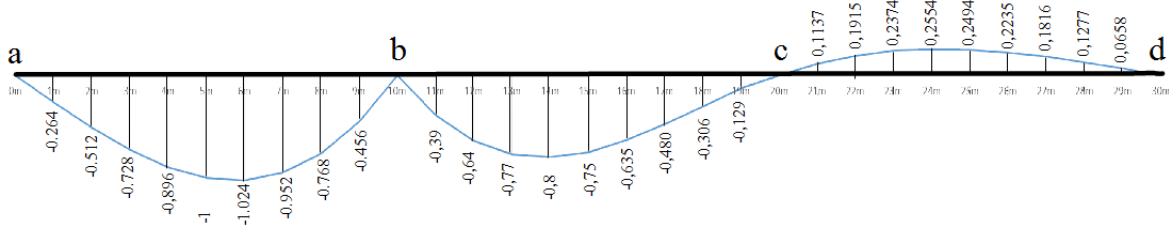
5.2.1 A Mesnedine Ait $V_{a(2)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi

Hareketli tekil yükümüz a mesnedinden 2 metre uzaklıkta olsun. Yük bu noktada iken a mesnedinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu aşağıdaki yöntemle elde edilir:



Şekil 5.19 - Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti diyagramı

Grafik 5.6: Xb eğilme momenti tesir çizgisi



$$V_{a\xi}^{(2^0)} = V_{a\xi}^{(0)} + V_{ab} * M_{X_b=1}(x) \quad (5.92)$$

$$V_{a(2)}^{(2^0)} = 0,8 + \left(\frac{1}{10}\right) * (-0,512) = 0,748$$

$$V_{a(3)}^{(2^0)} = 0,7 + \left(\frac{1}{10}\right) * (-0,728) = 0,627$$

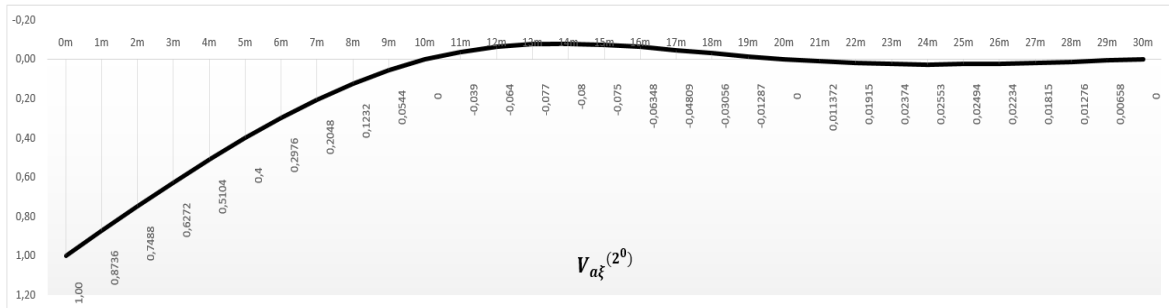
.

.

$$V_{a(9)}^{(2^0)} = 0,1 + \left(\frac{1}{10}\right) * (-0,456) = 0,054$$

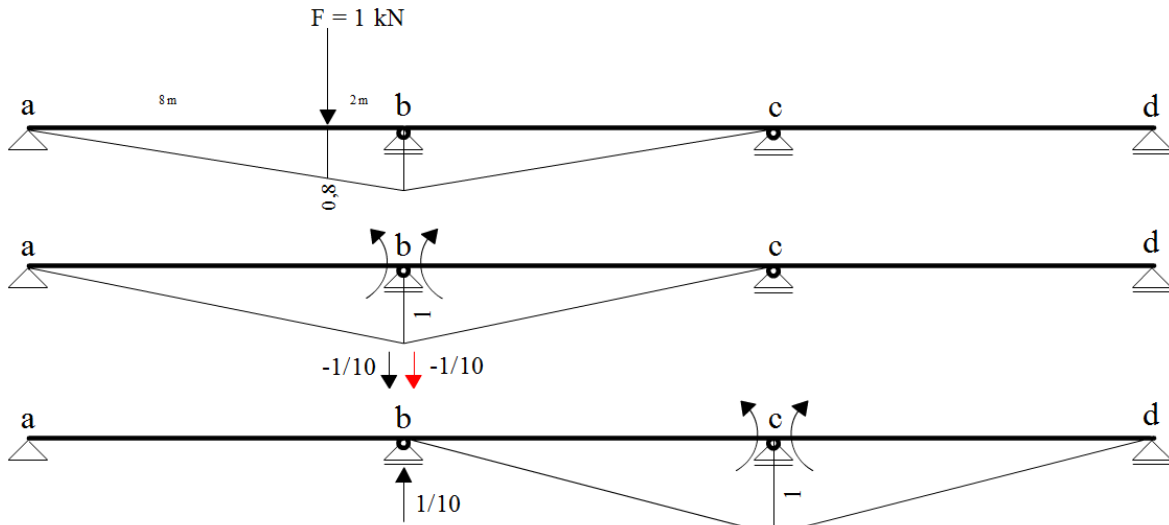
Benzer şekilde birer metre arayla işlemler $V_{a\xi}^{(2^0)}$ formülüyle tekrar edildiğinde diyagramımız aşağıdaki gibi oluşmaktadır.

Grafik 5.7: Va Kesme kuvveti tesir çizgisi

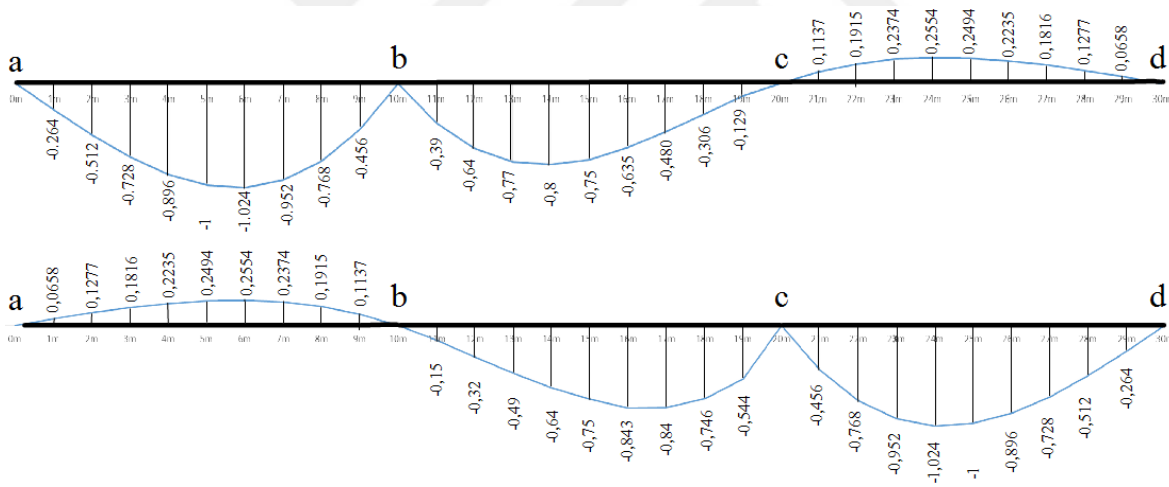


5.2.2 B Mesnedine Ait $V_{b(8)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi

Hareketli tekil yükümüz b mesnedinden 2 metre uzaklıkta olsun. Yük bu noktada iken b mesnedinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu aşağıdaki yöntemle elde edilir:



Şekil 5.20 - Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti (yük 8 m de)

Grafik 5.8: X_b ve X_c eğilme momenti tesir çizgileri

$$V_{b\xi}^{(2^0)} = V_{b\xi}^{(o)} + (V_{ba} + V_{bc}) * M_{X_b=1}(x) + V_{cb} * M_{X_c=1}(x) \quad (5.93)$$

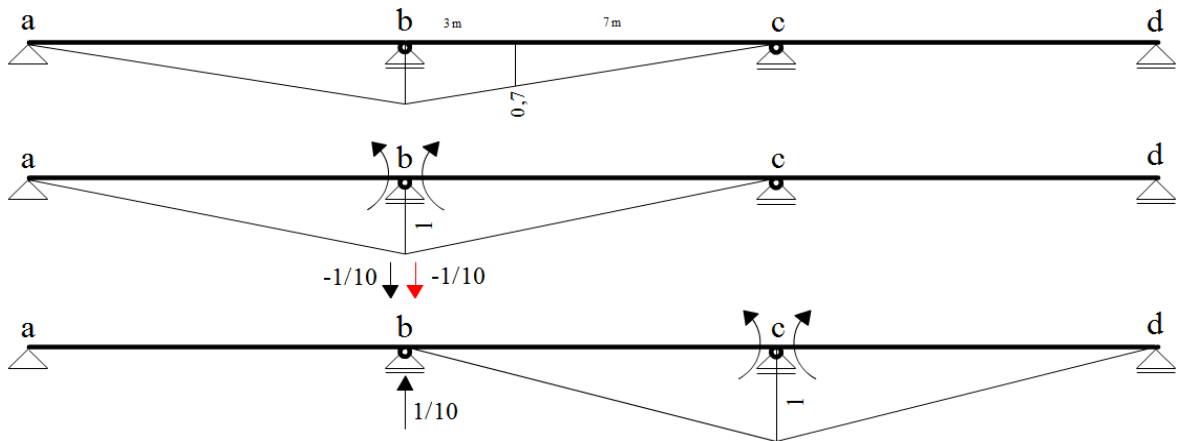
$$V_{b(1)}^{(2^0)} = 0,1 + \left(-2 * \frac{1}{10}\right) * (-0,264) + \frac{1}{10} * (0,0658) = 0,159$$

$$V_{b(8)}^{(2^0)} = 0,8 + \left(-2 * \frac{1}{10}\right) * (-0,768) + \frac{1}{10} * (0,1915) = 0,972$$

$$V_{b(9)}^{(2^0)} = 0,9 + \left(-2 * \frac{1}{10}\right) * (-0,456) + \frac{1}{10} * (0,1137) = 1,003$$

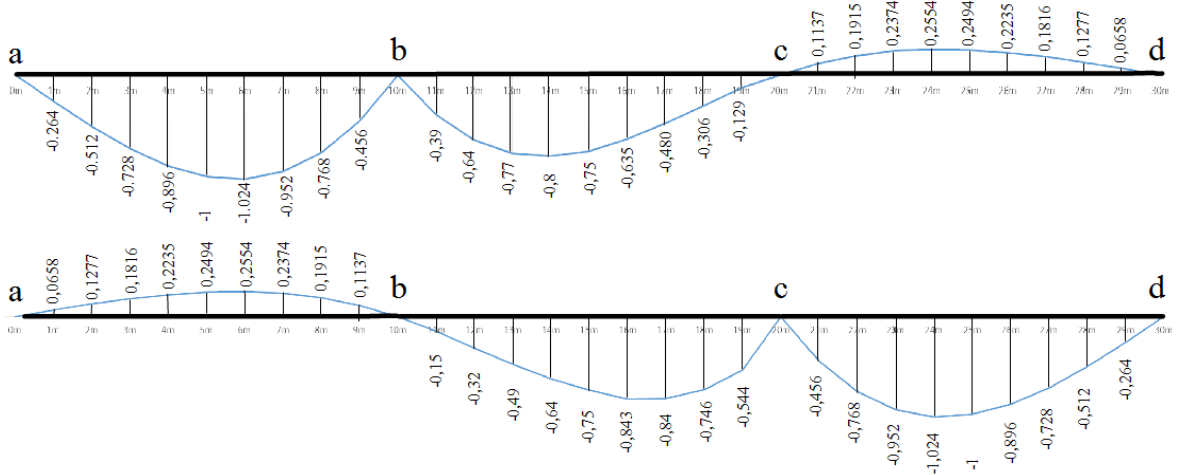
5.2.3 B Mesnedine Ait $V_{b(13)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi

Hareketli tekil yükümüz b mesnedinden 3 metre uzaklıkta olsun. Yük bu noktada iken b mesnedinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu aşağıdaki yöntemle elde edilir:



Şekil 5.21 - Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti (yük 13 m de)

Grafik 5.9: X_b ve X_c eğilme momenti tesir çizgileri

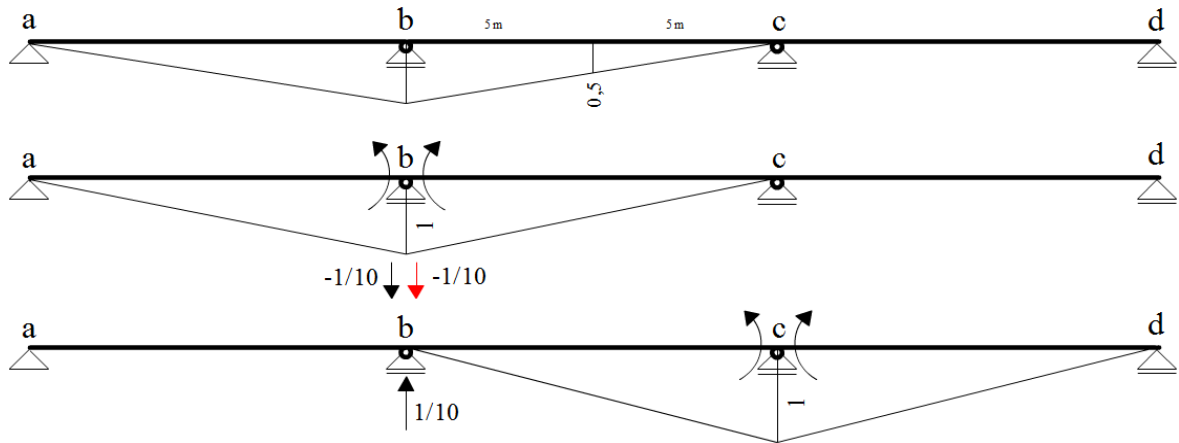


$$V_{b(11)}^{(2^0)} = 0,9 + \left(-2 * \frac{1}{10}\right) * (-0,39) + \frac{1}{10} * (-0,15) = 0,963 \quad (5.94)$$

$$V_{b(13)}^{(2^0)} = 0,7 + \left(-2 * \frac{1}{10}\right) * (-0,77) + \frac{1}{10} * (-0,49) = 0,805$$

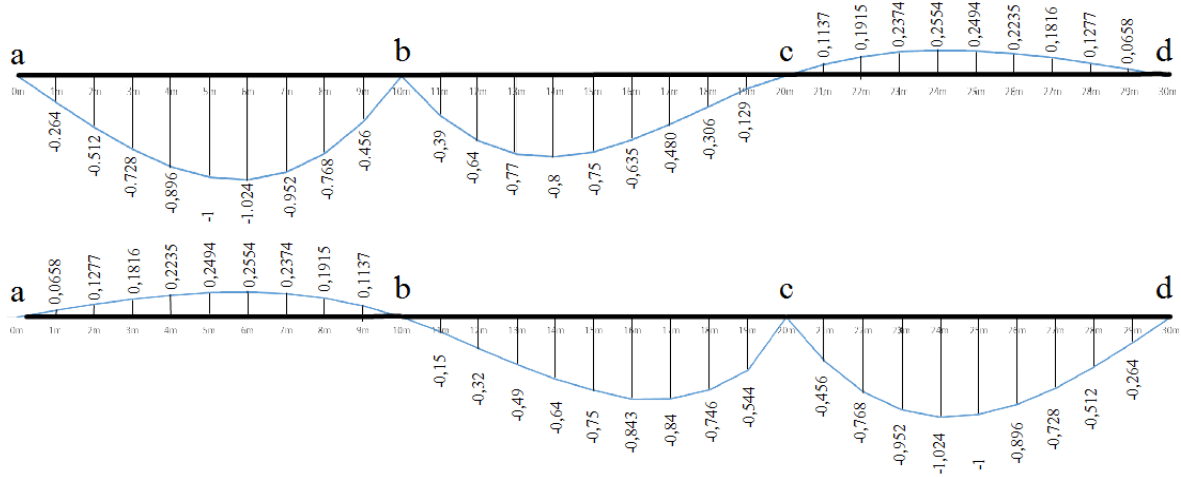
5.2.4 B Mesnedine Ait $V_{b(15)}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisi

Hareketli tekil yükümüz b mesnedinden 5 metre uzaklıkta olsun. Yük bu noktada iken b mesnedinde meydana gelen kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu aşağıdaki yöntemle elde edilir:



Şekil 5.22 - Yüklü izostatik esas sistem kesme kuvveti (yük 15 m de)

Grafik 5.9: Xb ve Xc eğilme momenti tesir çizgileri



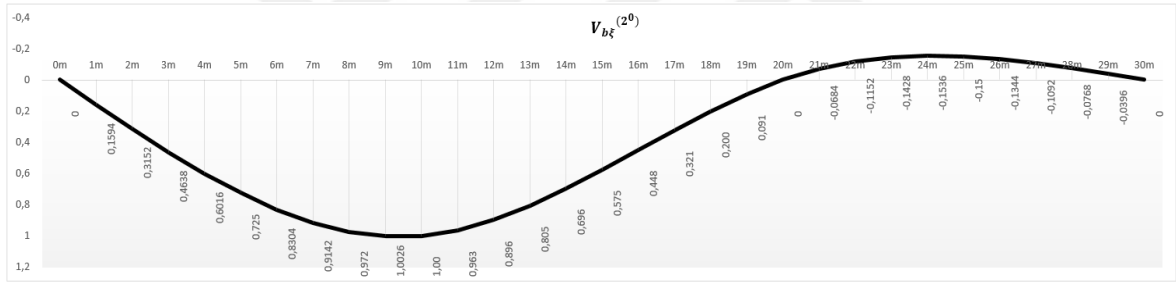
$$V_{b(15)}^{(2^0)} = 0,5 + \left(-2 * \frac{1}{10}\right) * (-0,75) + \frac{1}{10} * (-0,75) = 0,575 \quad (5.95)$$

$$V_{b(21)}^{(2^0)} = 0,0 + \left(2 * \frac{1}{10}\right) * (0,1137) + \left(-\frac{1}{10}\right) * (-0,456) = 0,684$$

$$V_{b(22)}^{(2^0)} = 0,0 + \left(2 * \frac{1}{10}\right) * (0,1915) + \left(-\frac{1}{10}\right) * (-0,768) = 0,1152$$

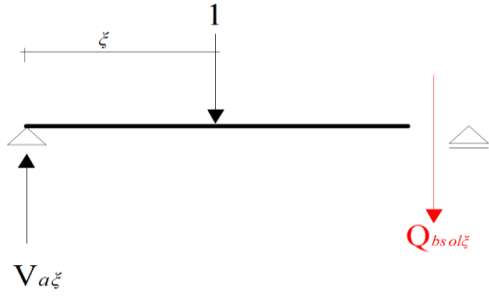
Benzer şekilde birer metre arayla işlemler $V_{b\xi}^{(2^0)}$ formülüyle tekrar edildiğinde diyagramımız aşağıdaki gibi oluşmaktadır.

Grafik 5.10: V_b kesme kuvveti tesir çizgisi



5.3 $Q_{bsol\xi}$ ve $Q_{bsağ\xi}$ Değerlerinin Bulunması

5.3.1 Teorik Yaklaşım $Q_{bsol\xi}$:



Şekil 5.23 - b mesnedinin iki yanına etkiyen q yükü

$$\sum F_y = 0 \quad (5.96)$$

$$Q_{bsol\xi} = V_{a\xi} - 1 \quad (5.97)$$

Şimdi $\xi = 1, 2, 3, \dots, 30$ için:

$$Q_{bsol(1)} = 0,8736 - 1 = -0,1264$$

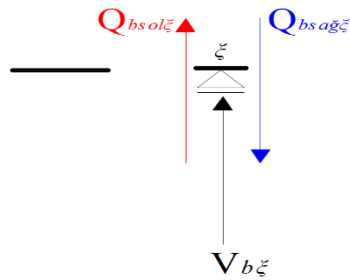
$$Q_{bsol(2)} = 0,7488 - 1 = -0,2512$$

.

.

$$Q_{bsol(30)} = 0,0066 - 0 = 0,0066$$

5.3.2 Teorik Yaklaşım $Q_{bsağ\xi}$:



Şekil 5.24 - Mesnede Etkiyen Yükün Statik Şablonu

$$Q_{bsağ\xi} = V_{b\xi} + Q_{bsol\xi} \quad (5.98)$$

Şimdi $\xi = 1,2,3, \dots, 30$ için:

$$Q_{bsağ(1)} = 0,1594 + (-0,1264) = 0,033$$

$$Q_{bsağ(2)} = 0,3152 + (-0,251) = 0,064$$

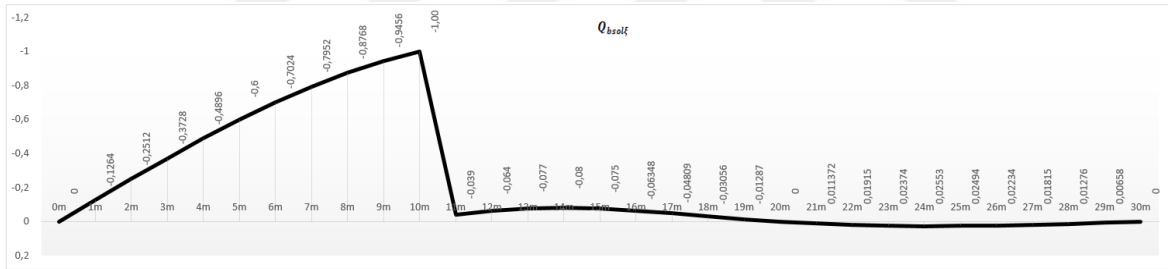
.

.

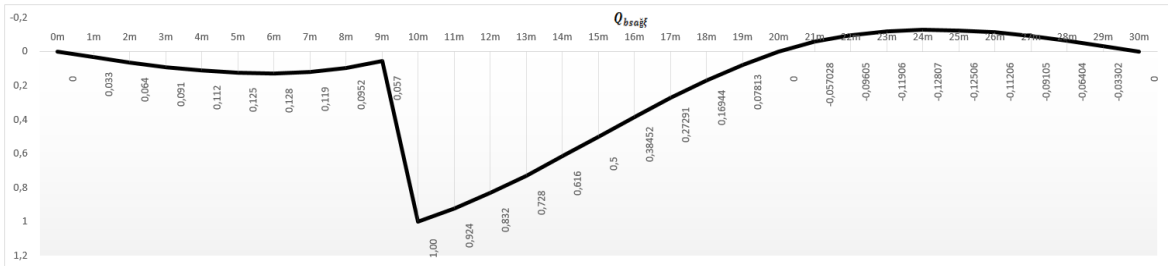
$$Q_{bsağ(30)} = -0,0396 + (+0,0658) = -0,033$$

$Q_{bsol\xi}$ ve $Q_{bsağ\xi}$ değerlerini grafik üzerinde gösterelim:

Grafik 5.11: b mesnedine etkiyen sol yük tesir çizgisi



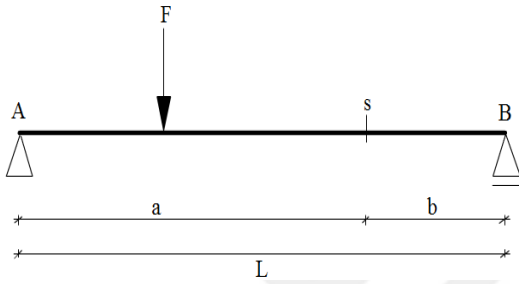
Grafik 5.12: b mesnedine etkiyen sağ yük tesir çizgisi



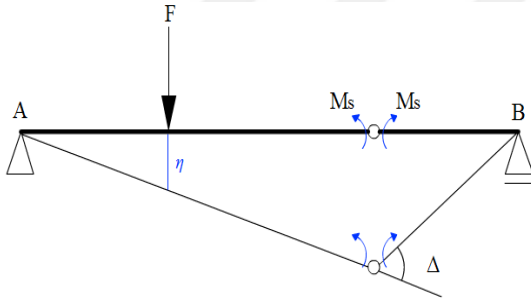
6 HİPERSTATİK KİRİŞLERİN TESİR FONKSİYONLARININ KİNEMATİK YÖNTEMLE ELDE EDİLMESİ

Virtüel iş prensibine göre önce olayı basit kirişte inceleyelim. S kesitine bir mafsal koyarsak, yapısal bütünlüğü dengelemek için mafsal kısıllarına kesit tesiri olan değerleri (M_s momentleri) dış yük gibi yerleştirmek gerekir.

Şimdi virtüel bir Δ dönmesini s- mafsalına uygulayalım:



Şekil 6.1 - L açıklıklı s kesitli basit kiriş



Şekil 6.2 - S kesitinden mesnetlenmiş basit kiriş

Bu durumda virtüel iş denklemi:

$$F * \eta - M_s * \Delta = 0 \quad \Delta > 0 \quad (6.1)$$

$M_s > 0$ kabulü ile M_s için virtüel iş negatiftir.

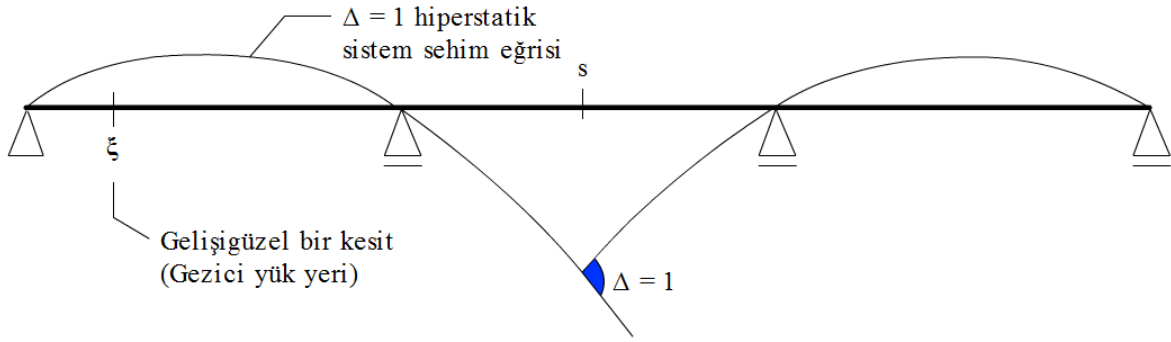
($F * \eta + M_s * \Delta = 0$ yazılırsa $\Delta < 0$ sayılır!)

Tesir çizgilerinde $F = 1$ olduğunda ve $\Delta = 1$ alınırsa $\eta = M_s$ bulunur.

Yorum:

$\Delta = 1$ için sehim eğrisi (η lar) s- kesitinde $F = 1$ için oluşan M_s momentlerini verdiği göre, sehim eğrisi $\Delta_s = 1 M_{s\xi}$ moment tesir çizgisini verir. Bu olgu doğal olarak hiperstatik sistemlerde de geçerlidir.

Tesir çizgisi için $\Delta = 1$ ile işlemler devam ettirilirse, hiperstatik sehim eğrisi, aranan tesir çizgisidir. Süperpozisyon prensibine göre:



Şekil 6.3 - $\Delta=1$ değeri için sehim ve tesir çizgisinin olduğu kiriş

$$M_{s\xi}^{(n)} = \delta_{\xi(\Delta=1)}^{(n)} \quad (6.2)$$

$$\delta_{\xi(\Delta=1)}^{(n)} = \delta_{\xi(\Delta=1)}^{(0)} + X_{a\Delta} \delta_{\xi a} + X_{b\Delta} \delta_{\xi b} \quad (6.3)$$

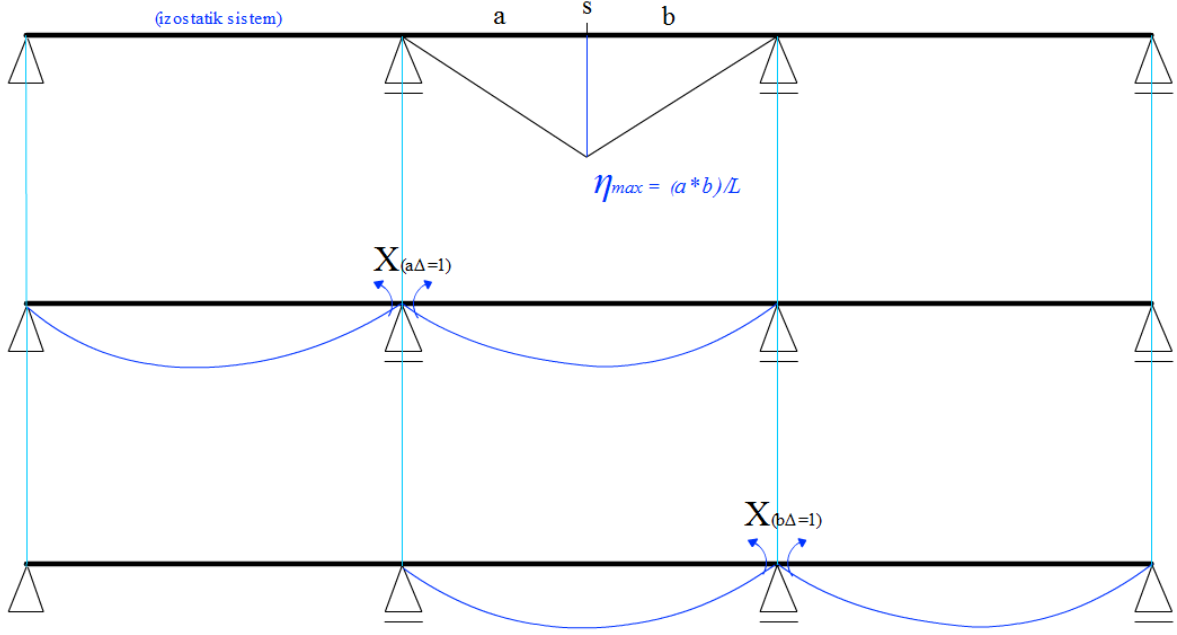
Denklem bileşenlerine açıklık getirelim:

$\delta_{\xi(\Delta=1)}^{(n)}$ Hiperstatik sistem tesir çizgisi

$\delta_{\xi(\Delta=1)}^{(0)}$ İzostatik sistem tesir çizgisi

$\delta_{\xi a}$ $X_{a\Delta=1}$ için sehim eğrisi

$\delta_{\xi b}$ $X_{b\Delta=1}$ için sehim eğrisi



Şekil 6.4 – S kesitinden yüklü izostatik esas sistem ve birim mesnet yüklü sistemler

$$M_{s\xi}^{(0)} = \delta_{\xi(\Delta=1)}^{(0)} \quad (6.4)$$

$\delta_{\xi a}$ sehim eğrisi (gerçekte negatif)

$\delta_{\xi b}$ sehim eğrisi (gerçekte negatif)

$$\delta_{\xi a} = \delta_{a\xi} \quad (6.5)$$

$$\delta_{\xi b} = \delta_{b\xi} \quad **\text{Guldan tablolarından derhal bulunabilir.} \quad (6.6)$$

Üç kısmın süperpozisyonu, aranan tesir çizgisini verir. Virtüel iş fiziğinin temel iş kanununda yola çıkararak geliştirilmiştir. Kuvvetin kuvvet kolu ile çarpımından, bir sistemin yaptığı iş miktarı hesaplanır.

Aynı mantıktan yola çıkarak virtüel iş prensibi ile yapısal sistemlerin kuvvet altında yaptıkları sehim bir iş olarak kabul edilir.

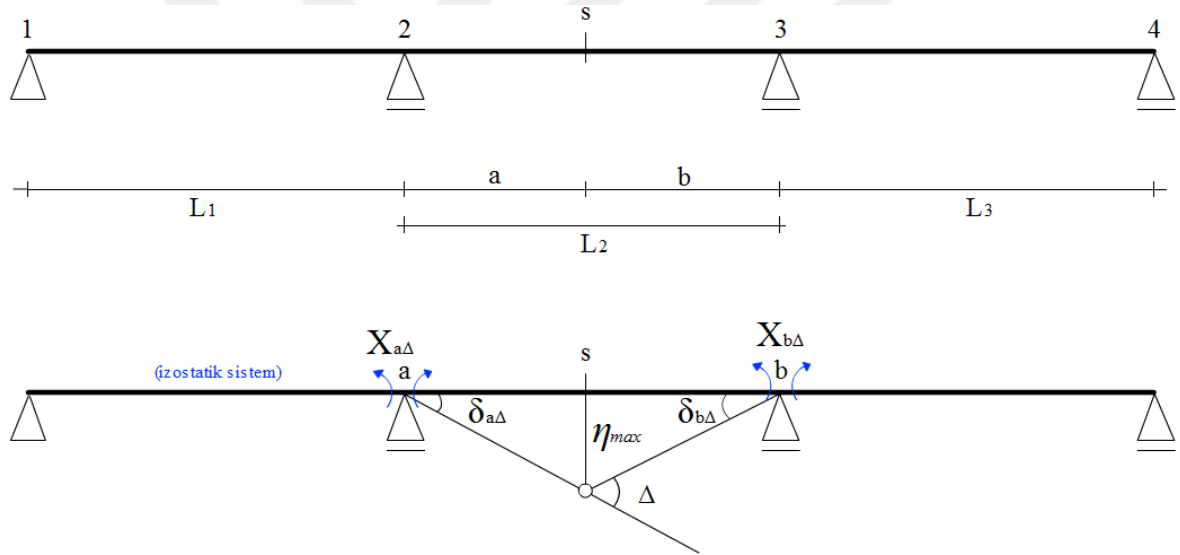
6.1 Çok Açıklıklı Hiperstatik Kirişlerin Tesir Fonksiyonlarının Kinematik Yöntemle Elde Edilmesi

Bu yaklaşımda iki yol izlenebilir:

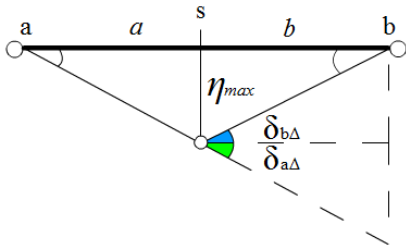
- 1) $\Delta = 1$ için kuvvet metodu (CLAPEYRON)
- 2) $\Delta = 1$ deformasyon metodu (CROSS, KANI)

6.1.1 Kinematik Yönteme Kuvvet Metodunun Uygulanması

Üç açıklıklı kiriş üzerinde inceleyelim. Orta açıklığın s - kesitindeki $M_{s\xi}$ tesir çizgisi aransın.



Şekil 6.5 – Δ açısından ileri gelen hiperstatik sistem mesnet momentleri $X_{a\Delta}$, $X_{b\Delta}$



Şekil 6.6 - Statik Şablon ve Analitik Gösterim

$$\delta_{a\Delta} + \delta_{b\Delta} = \Delta \quad (6.7)$$

$$\delta_{a\Delta} = \eta_{max} \frac{1}{a} \quad (6.8)$$

$$\delta_{b\Delta} = \eta_{max} \frac{1}{b} \quad (6.9)$$

$$\frac{\eta_{max}}{a} + \frac{\eta_{max}}{b} = \Delta \quad (6.10)$$

$$\eta_{max} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right] = \Delta$$

$$\eta_{max} \left[\frac{b+a}{ab} \right] = \Delta$$

$$\eta_{max} \frac{L}{ab} = \Delta$$

$$\eta_{max} = \frac{ab}{L} \Delta \quad \Delta = 1 \text{ için}$$

$$\eta_{max} = \frac{ab}{L} \quad \text{olur.}$$

Denklem takımını düzenlersek:

$$\delta_{a\Delta} = \eta_{max} \frac{1}{a} = \Delta \frac{ab}{L} \frac{1}{a} = \Delta \frac{b}{L} \quad (6.11)$$

$$\delta_{b\Delta} = \eta_{max} \frac{1}{b} = \Delta \frac{ab}{L} \frac{1}{b} = \Delta \frac{a}{L} \quad (6.12)$$

Genellersek:

$$\delta_{a\Delta} = \Delta \frac{b}{L}$$

$$\delta_{b\Delta} = \Delta \frac{a}{L}$$

Mesnet dönme açıları elde edilir. Süreklilik (uygunluk) denklemini yazalım:

$$X_{a\Delta} \delta_{aa} + X_{b\Delta} \delta_{ab} + \delta_{a\Delta} = 0 \quad (6.13)$$

$$X_{a\Delta} \delta_{ba} + X_{b\Delta} \delta_{bb} + \delta_{b\Delta} = 0 \quad (6.14)$$

$$\delta_{aa} = \int M_{sa}^2 \frac{ds}{EI} \quad (6.15)$$

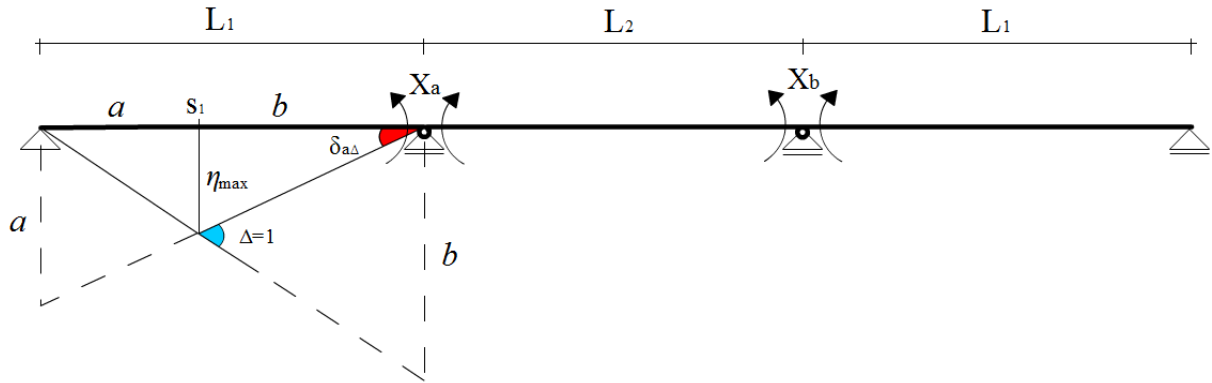
$$\delta_{bb} = \int M_{sb}^2 \frac{ds}{EI} \quad (6.16)$$

$$\delta_{ab} = \delta_{ba} = \int M_{sa} M_{sb} \frac{ds}{EI} \quad (6.17)$$

İntegrasyon, oluşan birim moment diyagramlarına göre bir veya iki açıklıklı kiriş için EI sabit durumda iken moment çarpım tablolarından, sabit veya parabolik guseli sistemlerde GULDAN tabloları yardımı ile kolaylıkla elde edilebilir.

6.1.2 Kinematik Yöntemle Deplasman Sabitlerinin Bulunuşu

6.1.2.1 $\mathcal{M}_{S_1\xi}$ Eğilme Momenti:



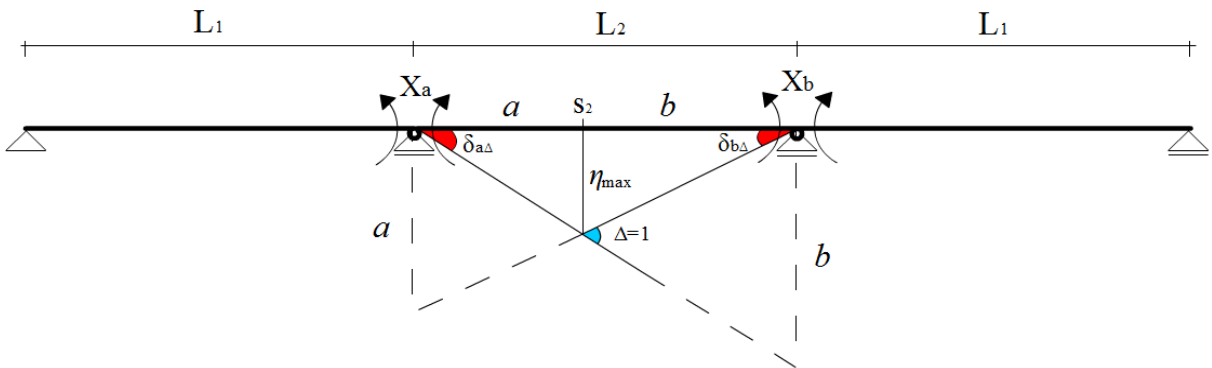
Şekil 6.7 – Üç açıklıklı hiperstatik kirişin kinematik analizi (1. açıklık s_1 kesiti)

$$\delta_{b\Delta} = +\frac{\eta_{max}}{b} = \frac{a}{L_1} \quad (6.18)$$

Kinematik analiz, temel analitik (geometrik) yaklaşımla yapılıyor. Üçgende oran (benzerlik) metodu ile karşılıklı iki üçgen arasında kenarların oranını temel alan bir çözüm ile analiz yapılıyor.

Δ dönmesi a v b uzunluklu kesik çizgi ile gösterilen kenarlar arasında özel bir oran oluşturur. Yatayda ve düşeyde aynı uzunluk ve aynı orana sahip birer üçgensel kenar oluşturan özel bir dönme açısı türüdür.

6.1.2.2 $\mathcal{M}_{S_2\xi}$ Eğilme Momenti:



Şekil 6.8 - Üç açıklıklı hiperstatik kirişin kinematik analizi (2. açıklık s_2 kesiti)

$$\delta_{a\Delta} = + \frac{\eta_{max}}{a} = \frac{b}{L_2} \quad (6.19)$$

$$\delta_{b\Delta} = + \frac{\eta_{max}}{b} = \frac{a}{L_2} \quad (6.20)$$

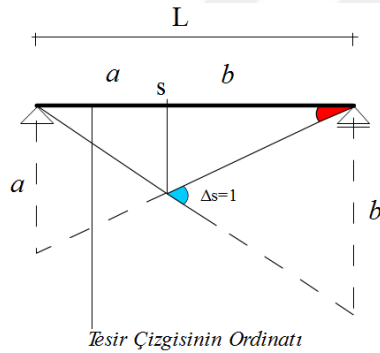
a ve b kenar uzunlukları ile sehimler arasında matematiksel oranın gösterilişi “Eş. 6.19”, “Eş. 6.20” gibidir.

6.2 Kinematik Yöntemle Moment Tesir Çizgilerinin Bulunuşu

6.2.1 İzostatik Sistemde Bulunuşu:

Tesir çizgisi referans noktası (s) deki $\Delta_s = 1$ açısı ile oluşan sehim eğrisi izostatik sistemde doğrusaldır. Ayrıca sehim eğrisi izostatik sistemin moment tesir çizgisi diyagramına eşittir.

$$\eta = \delta_{\xi\Delta_s} = \mathcal{M}^0_{s\xi} \quad (6.21)$$



Şekil 6.9- Kinematik metod analiz şablonu

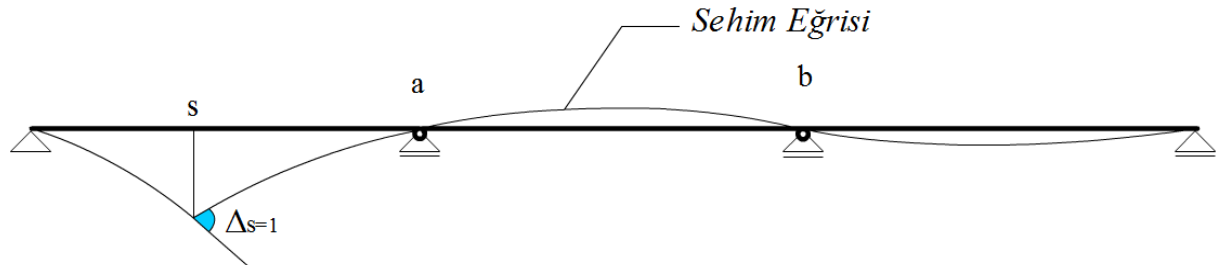
" $\Delta_s = 1$ " tanım olarak:



Şekil 6.10 - Δ değerinin analitik ifadesi

6.2.2 Hiperstatik Sistemde Bulunuşu:

Hiperstatik sistemlerde de $\Delta_s = 1$ için oluşan sehim eğrisi ilgili kesitin (s) moment tesir çizgisine eştir.



Şekil 6.11 - $\Delta = 1$ için oluşan sehim eğrisi

Sistem (s) kesitinden aşağı doğru $\Delta_s = 1$ olacak şekilde çekilip sabitlendiğinde oluşan eğri sehim eğrisini aynı zamanda moment tesir çizgisi diyagramına denk olan bir eğri oluşturmuş olur.

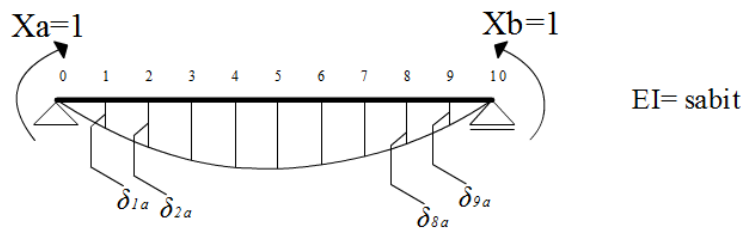
$$\mathcal{M}_{s\xi}^{(n)} = \delta_{\xi\Delta_s}^{(n)} \quad (6.22)$$

$$\delta_{\xi\Delta}^{(n)} = \delta_{\xi\Delta}^{(o)} + X_{a\Delta}\delta_{\xi a} + X_{b\Delta}\delta_{\xi b} \quad (6.23)$$

$X_{a\Delta}$: a mesnedinde $\Delta = 1$ ile oluşan hiperstatik bilinmeyen.

$\delta_{\xi a}$: $X_a = 1$ için sehim eğrisi $\delta_{\xi a}$ ve $\delta_{\xi b}$ değerleri “Tablo 6.1” alınabilir.

Örneğin hiperstatik bilinmeyen olarak a mesnet momentini seçilirse:



Şekil 6.12 - Uç mesnet momentlerinin açıklık boyunca tesiri

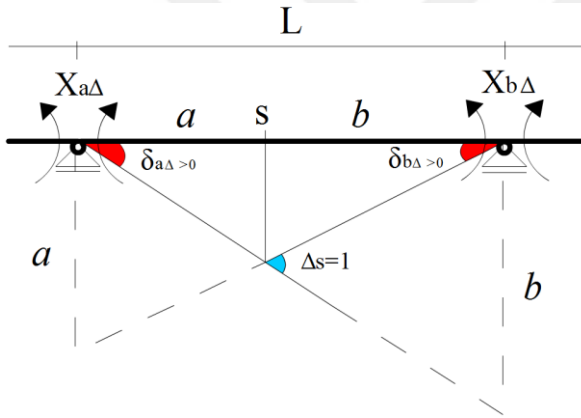
Doğal olarak $X_a = 1$ veya $X_b = 1$ için bulunan sehimler Maxwell prensibinden dolayı $\delta_{1b} = \delta_{9a}$ $\delta_{2b} = \delta_{8a}$ eşit olur.

Örneğimiz üç açıklıklı 2. dereceden hiperstatik bir sistem olduğundan süreklilik denklemleri:

$$X_{a\Delta} \cdot \delta_{aa} + X_{b\Delta} \cdot \delta_{ba} + \delta_{a\Delta} = 0 \quad (6.24)$$

$$X_{a\Delta} \cdot \delta_{ba} + X_{b\Delta} \cdot \delta_{bb} + \delta_{b\Delta} = 0 \quad (6.25)$$

Denklemdaki $\delta_{a\Delta}$, $\Delta = 1$ için izostatik temel sistemdeki “a” deplasmanını (dönmeyi) $\delta_{b\Delta}$ da aynı şekilde “b” deplasmanını (dönmeyi) temsil eder ve şu şekilde hesaplanır:



Şekil 6.13 - Kinematik analiz şablonu

$$\delta_{a\Delta} = \frac{b}{L} \quad (6.26)$$

$$\delta_{b\Delta} = \frac{a}{L} \quad (6.27)$$

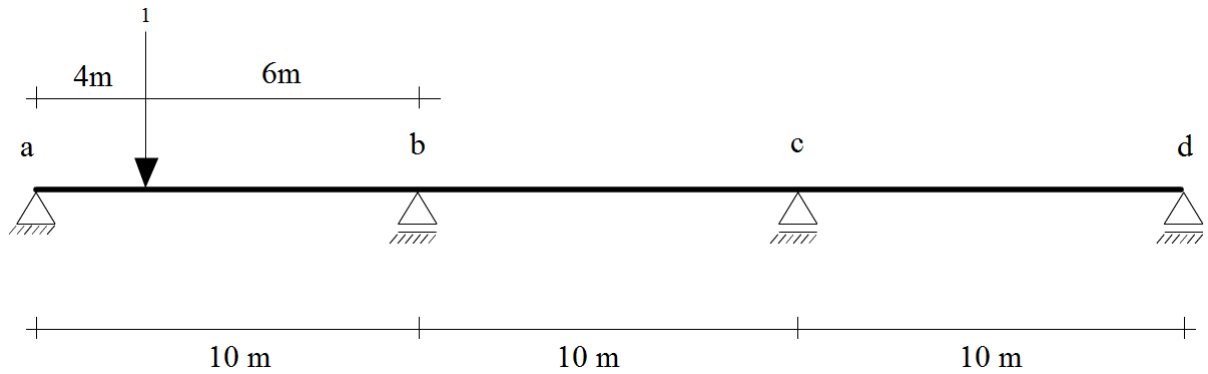
$$\Delta = \delta_{a\Delta} + \delta_{b\Delta} = \frac{b}{L} + \frac{a}{L} = 1 \quad (6.28)$$

Tablo 6.1 – Guldán tablosu

**	Xa=1 için	Xb=1 için
Nokta	$EI\delta_{\xi a}$	$EI\delta_{\xi b}$
0	$0.0000*L^2$	$0.0000*L^2$
1	$0.0285*L^2$	$0.0165*L^2$
2	$0.0480*L^2$	$0.0320*L^2$
3	$0.0595*L^2$	$0.0455*L^2$
4	$0.0640*L^2$	$0.0560*L^2$
5	$0.0625*L^2$	$0.0625*L^2$
6	$0.0560*L^2$	$0.0640*L^2$
7	$0.0455*L^2$	$0.0595*L^2$
8	$0.0320*L^2$	$0.0480*L^2$
9	$0.0165*L^2$	$0.0285*L^2$
10	$0.0000*L^2$	$0.0000*L^2$

6.2.3 Araştırma Örneği:

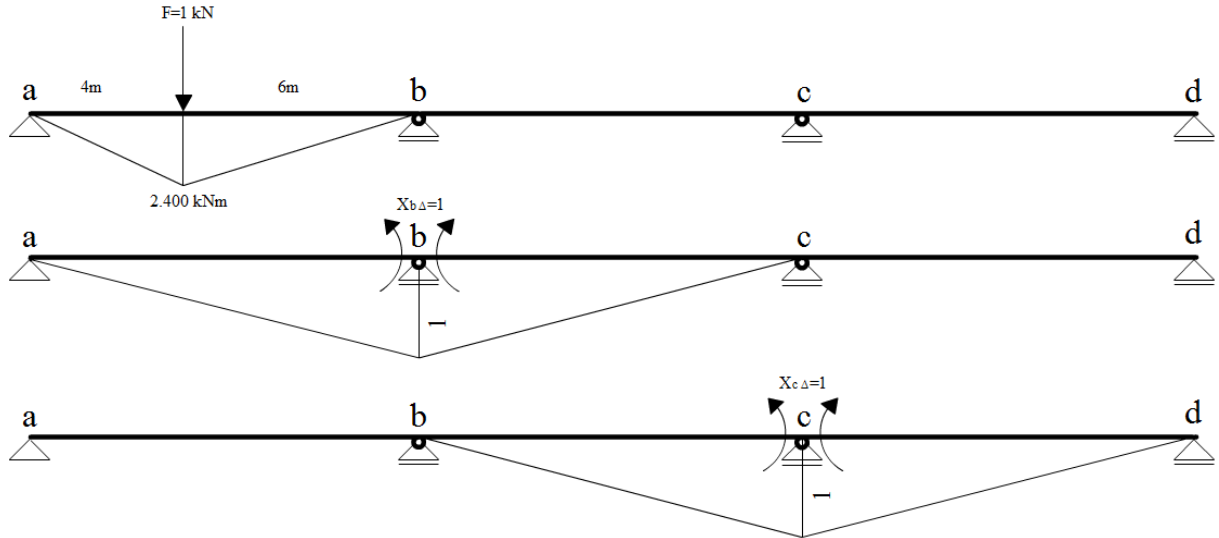
Üç açıklıklı örneğimiz üzerinden kinematik çözümle devam edelim. Bir birimlik yükümüz 4 metre mesafesinde olduğunda:



Şekil 6.14 - Üç açıklıklı hiperstatik kiriş

Çözüm:

Öncelikle örneğimizi izostatik esas duruma getirmek için “b” ve “c” mesnetlerini serbest hareketli mesnet yapıp 1 birimlik $X_{b\Delta} = 1$ ve $X_{c\Delta} = 1$ momentlerini uygulayalım.



Şekil 6.15 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 4 m de)

6.2.4 Moment Çarpım Tablolarından

L=10m

$$EI\delta_{bb} = \delta_{bb}^* = \int M_b M_b \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_b M_b L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 2L = 0,666L = 6,66 \quad (6.29)$$

$$EI\delta_{bc} = \delta_{bc}^* = \int M_b M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{6} M_b M_c L = \frac{1}{6} * 1 * 1 * L = 0,166L = 1,66 \quad (6.30)$$

$$EI\delta_{cc} = \delta_{cc}^* = \int M_c M_c \frac{dx}{EI} = \frac{1}{3} M_c M_c L = \frac{1}{3} 1 * 1 * 2L = 0,666L = 6,66 \quad (6.31)$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak:

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{bb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cb} + \delta_{b\Delta} = 0 \quad (6.32)$$

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{cb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cc} + \delta_{c\Delta} = 0 \quad (6.33)$$

$$EI\delta_{b\Delta} = \delta_{b\Delta}^* = \frac{a}{L} = \frac{4}{10} = 0,4 \quad (6.34)$$

$$EI\delta_{c\Delta} = \delta_{c\Delta}^* = \frac{b}{L} = 0 \quad \text{-(Yük olmadığından)} \quad (6.35)$$

$$X_{b\Delta} \cdot 6,66 + X_{c\Delta} \cdot 1,66 + 0,4 = 0 \quad (6.36)$$

$$X_{b\Delta} \cdot 1,66 + X_{c\Delta} \cdot 6,66 + 0 = 0$$

$$X_{c\Delta} = -(0,249) * X_{b\Delta} \quad (6.37)$$

$$X_{b\Delta} \cdot 6,66 - (0,249)(1,66) * X_{b\Delta} + 0,4 = 0$$

$$X_{c\Delta} \cdot 6,246 = -0,4 \quad (6.38)$$

$$X_{b\Delta}^* = -0,0640$$

$$X_{c\Delta}^* = +0,0159$$

Moment denkleminde yerine koyalım:

$\xi = 4$ m için:

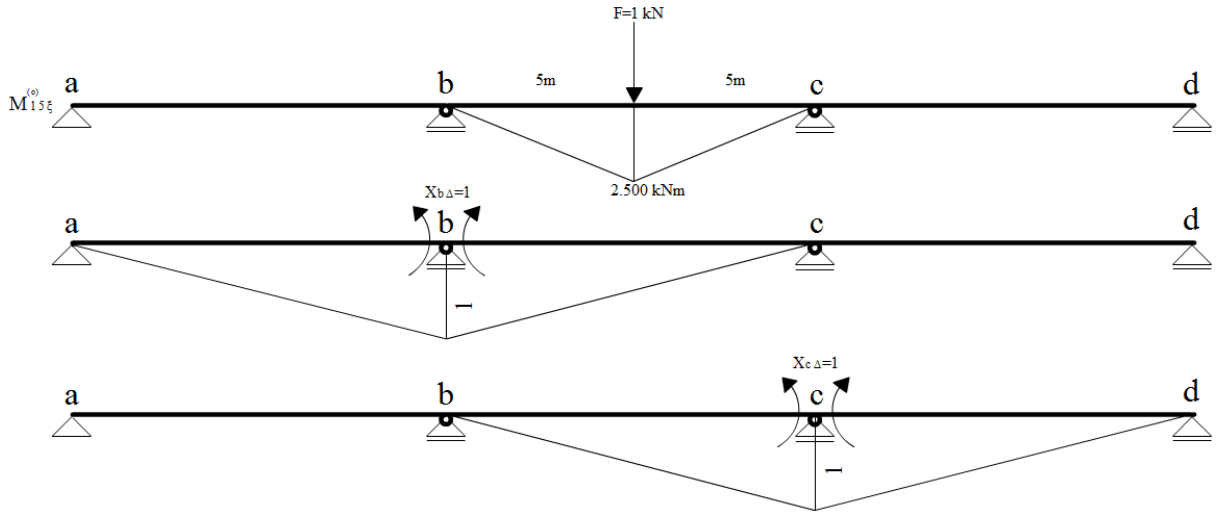
$$M_{x\xi}^{(2^0)} = M_{x\xi}^{(o)} + X_{b\Delta}^* \delta_{b\xi} \quad (6.39)$$

$$M_4^{(2^0)}(4) = M_4^{(o)} + X_{10\Delta}^* \delta_{4b}$$

$$M_4^{(2^0)} = 2,4 + (-0,064) * (5,6) = 2,0416$$

$$M_4^{(2^0)}(5) = 2,0 + (-0,064) * (6,25) = 1,600$$

Üç açıklıklı hiperstatik sürekli kiriş üzerinden kinematik çözümle devam edelim. Bir birimlik yükün 15 metre mesafesinde olduğunda:



Şekil 6.16 - İzostatik esas sistem ve birim mesnet yüklemeleri (yük 15 m de)

6.2.5 Moment Çarpım Tablolarından

$10m < x \leq 20m$ aralığında sadece $EI\delta_{b\Delta}$ ve $EI\delta_{c\Delta}$ değerleri değişeceğinden:

$L=10m$

$$EI\delta_{bb} = 0,666L = 6,66 \quad (6.40)$$

$$EI\delta_{bc} = 0,166L = 1,66 \quad (6.41)$$

$$EI\delta_{cc} = 0,666L = 6,66 \quad (6.42)$$

Bulduğumuz moment çarpım değerlerini süreklilik denklemlerinde yerine koyarsak:

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{bb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cb} + \delta_{b\Delta} = 0 \quad (6.43)$$

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{cb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cc} + \delta_{c\Delta} = 0 \quad (6.44)$$

$$EI\delta_{b\Delta} = \delta_{b\Delta}^* = \frac{a}{L} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$EI\delta_{c\Delta} = \delta_{c\Delta}^* = \frac{b}{L} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$X_{b\Delta} \cdot 6,66 + X_{c\Delta} \cdot 1,66 + 0,5 = 0 \quad (6,66 \text{ ile çarpalım}) \quad (6.45)$$

$$X_{b\Delta} \cdot 1,66 + X_{c\Delta} \cdot 6,66 + 0,5 = 0 \quad (-1,66 \text{ ile çarpalım}) \quad (6.46)$$

+ _____

$$X_{b\Delta} \cdot 44,355 + X_{c\Delta} \cdot 11,055 + 3,33 = 0 \quad (6.47)$$

$$-X_{b\Delta} \cdot 2,755 - X_{c\Delta} \cdot 11,055 - 0,83 = 0 \quad (6.48)$$

+ _____

$$X_{b\Delta} = -0,060$$

$$X_{c\Delta} = -0,060$$

$\xi = 15 \text{ m için:}$

$$M_{x\xi}^{(2^0)} = M_{x\xi}^{(o)} + X_{b\Delta} * \delta_{b\xi} + X_{c\Delta} * \delta_{c\xi} \quad (6.49)$$

$$M_{15\xi(15)}^{(2^0)} = M_{15\xi}^{(o)} + X_{10\Delta} * \delta_{15b} + X_{20\Delta} * \delta_{15c}$$

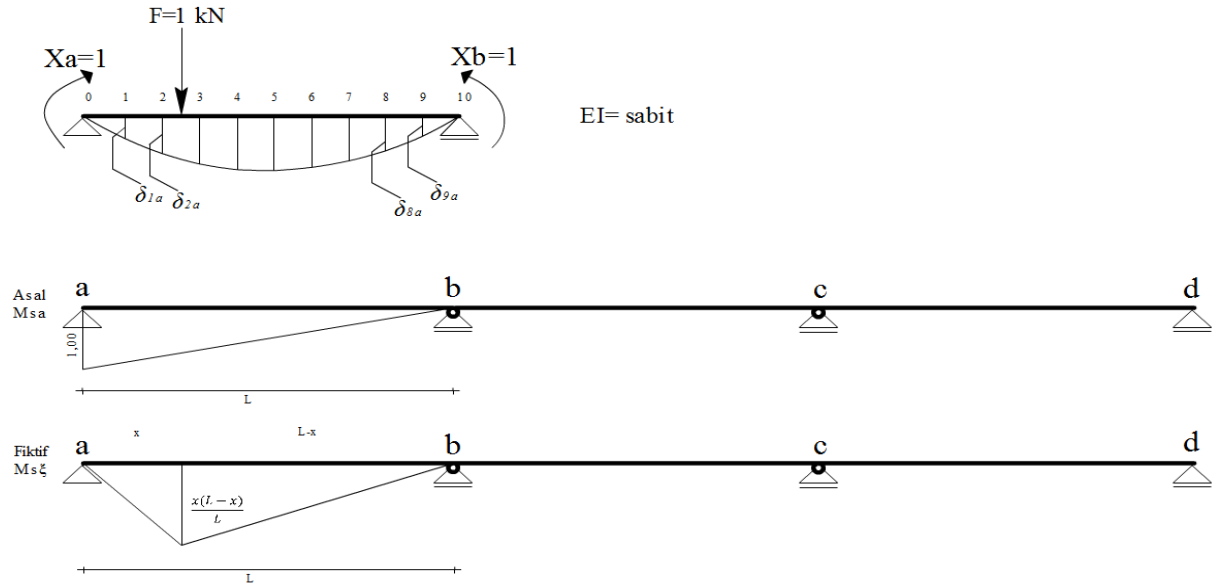
$$M_{15\xi(15)}^{(2^0)} = 2,500 + (-0,60) * (6,25) + (-0,60) * (6,25) = 1,75$$

$$M_{15\xi(16)}^{(2^0)} = 2,000 + (-0,60) * (5,6) + (-0,60) * (6,4) = 1,28$$

Kinematik yöntemle bulunan bu eğilme momenti tesir çizgisi değerleri kuvvet metodu ile elde edilen değerlerle bire bir aynıdır. (EK-1)

6.2.6 Guldan Tablosundaki Değerlerin Elde Edilişi

6.2.6.1 $X_a = 1$ ve $X_b = 1$ için Değerleri İçin Herhangi Bir L Uzunluğuna Bağlı $EI\delta_{\xi a}$ ve $EI\delta_{\xi b}$ Değerlerinin Bulunuşu



Şekil 6.17 - Herhangi bir l uzunluğuna bağlı deplasmanların bulunuşu

$$X_a = 1; \quad \delta_{\xi a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{L-x}{L}\right) M_{sa} M_{s\xi} \frac{L}{EI} \quad (6.50)$$

$$\delta_{1a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-1}{10}\right) (1,00)(0,9) \frac{10}{EI} = 2,85$$

$$\delta_{2a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-2}{10}\right) (1,00)(1,6) \frac{10}{EI} = 4,80$$

$$\delta_{3a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-3}{10}\right) (1,00)(2,1) \frac{10}{EI} = 5,95$$

$$\delta_{4a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-4}{10}\right) (1,00)(2,4) \frac{10}{EI} = 6,40$$

$$\delta_{5a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-5}{10}\right) (1,00)(2,5) \frac{10}{EI} = 6,25$$

$$\delta_{6a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-6}{10}\right) (1,00)(2,4) \frac{10}{EI} = 5,60$$

$$\delta_{7a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-6}{10}\right) (1,00)(2,4) \frac{10}{EI} = 4,55$$

$$\delta_{8a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-8}{10}\right) (1,00)(1,6) \frac{10}{EI} = 3,20$$

$$\delta_{9a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-9}{10}\right) (1,00)(0,9) \frac{10}{EI} = 1,65$$

$$\delta_{10a} = \frac{1}{EI} \int M_{sa} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10-10}{10}\right) (1,00)(0,0) \frac{10}{EI} = 0,00$$

$$\mathbf{X}_b = \mathbf{1}; \quad \delta_{\xi b} = \frac{1}{EI} \int \mathbf{M}_{sb} \mathbf{M}_{s\xi} d\mathbf{x} = \frac{1}{6} \left(\mathbf{1} + \frac{x}{L}\right) \mathbf{M}_{sb} \mathbf{M}_{s\xi} \frac{L}{EI} \quad (6.51)$$

$$\delta_{1b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{10}\right) (1,00)(0,9) \frac{10}{EI} = 1,65$$

$$\delta_{2b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{10}\right) (1,00)(1,6) \frac{10}{EI} = 3,20$$

$$\delta_{3b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{3}{10}\right) (1,00)(2,1) \frac{10}{EI} = 4,55$$

$$\delta_{4b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{5}{10}\right) (1,00)(2,4) \frac{10}{EI} = 5,60$$

$$\delta_{5b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{5}{10}\right) (1,00)(2,5) \frac{10}{EI} = 6,25$$

$$\delta_{6b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{6}{10}\right) (1,00)(2,4) \frac{10}{EI} = 6,40$$

$$\delta_{7b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{7}{10}\right) (1,00)(2,4) \frac{10}{EI} = 5,95$$

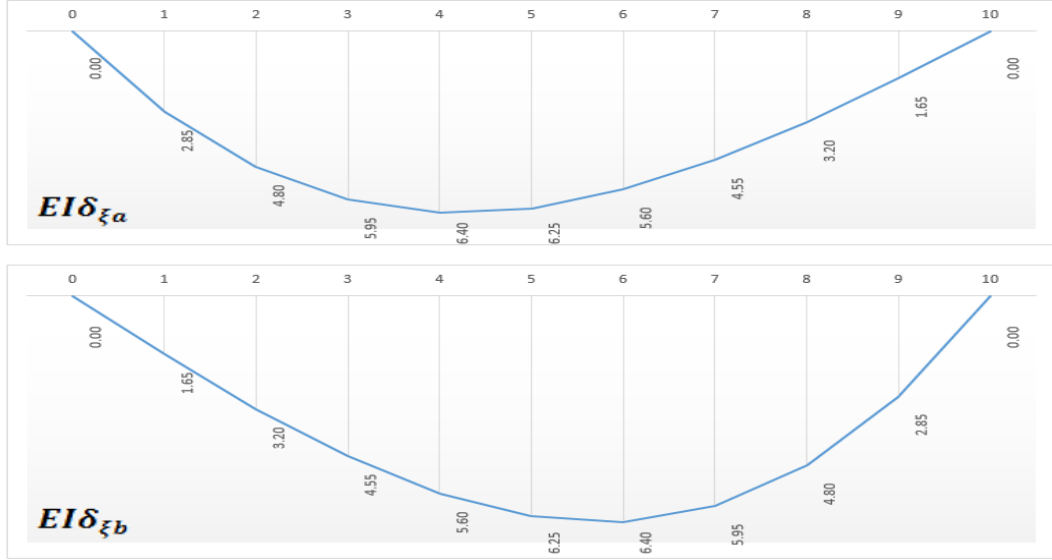
$$\delta_{8b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{8}{10}\right) (1,00)(1,6) \frac{10}{EI} = 4,80$$

$$\delta_{9b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{9}{10}\right) (1,00)(0,9) \frac{10}{EI} = 2,85$$

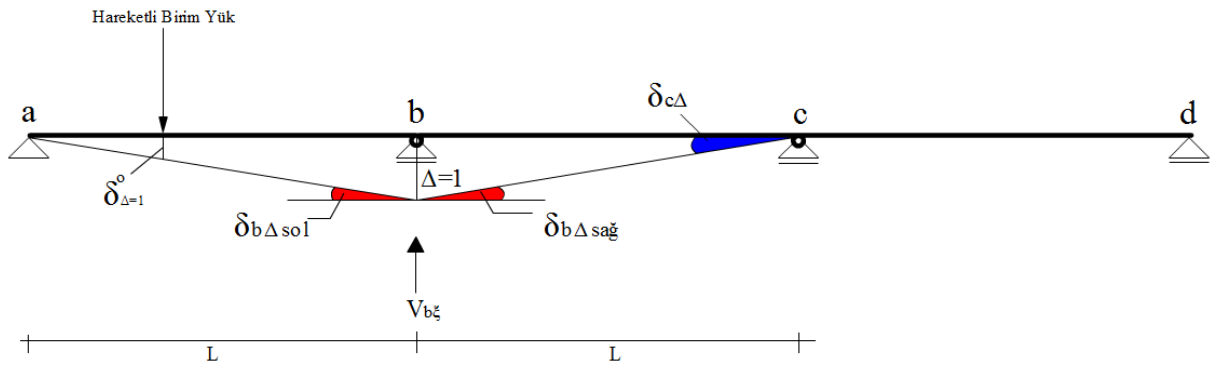
$$\delta_{10b} = \frac{1}{EI} \int M_{sb} M_{s\xi} dx = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{10}{10}\right) (1,00)(0,0) \frac{10}{EI} = 0,00$$

Grafik 6.1: Guldan tablosu sehim hesabı değerleri

	(m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_a = 1$	$EI\delta_{\xi a}$	0.00	2.85	4.80	5.95	6.40	6.25	5.60	4.55	3.20	1.65	0.00
$X_b = 1$	$EI\delta_{\xi b}$	0.00	1.65	3.20	4.55	5.60	6.25	6.40	5.95	4.80	3.20	1.65



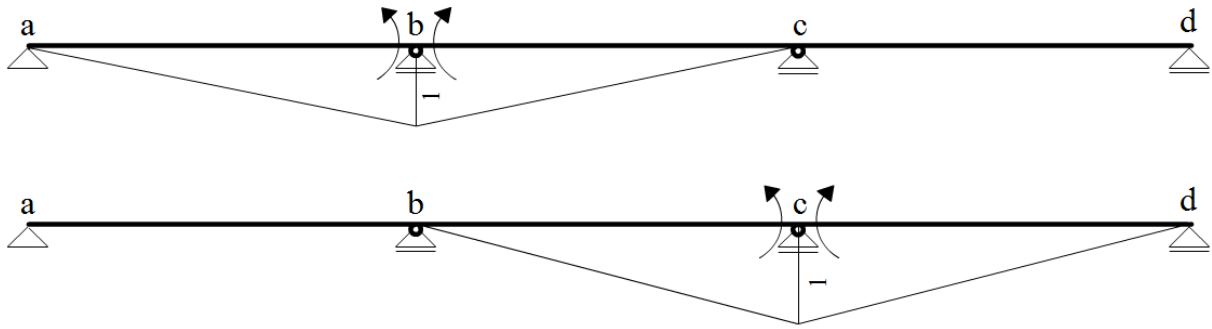
6.3 Kinematik Yöntemle $V_{b\xi}$ Kesme Kuvveti Tesir Çizgisinin Elde Edilmesi



Şekil 6.18 - Kesme kuvveti için kinematik analiz şablonu

$$\delta_{b\Delta} = \delta_{b\Delta sol} + \delta_{b\Delta sağ} = \frac{-1}{L} + \frac{-1}{L} = \frac{-2}{L} \quad (6.52)$$

$$\delta_{c\Delta} = \frac{1}{L} \quad (6.53)$$



Şekil 6.19 - Birim mesnet momenti yüklemeleri

6.3.1 Moment Çarpım Tablolarından

$L=10$ m için;

$$EI\delta_{bb} = 0,666L = 6,66$$

$$EI\delta_{bc} = 0,166L = 1,66$$

$$EI\delta_{cc} = 0,666L = 6,66$$

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{bb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cb} + \delta_{b\Delta} = 0 \quad (6.54)$$

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{cb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cc} + \delta_{c\Delta} = 0 \quad (6.55)$$

6.3.2 Kesme Kuvvetinin Genel Fonksiyonu

$$V_{b\xi} = \delta^o_{\Delta=1} + X_{b\Delta} \delta_{\xi c=1} + X_{c\Delta} \delta_{\xi b=1} \quad (6.56)$$

Moment çarpım tablolarından gelen δ değerlerini süreklilik denklemlerinden yerine yazalım.

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{bb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cb} - \frac{2}{L} = 0 \quad (6.57)$$

$$X_{b\Delta} \cdot \delta_{cb} + X_{c\Delta} \cdot \delta_{cc} + \frac{1}{L} = 0 \quad (6.58)$$

Çarpım tablolarından gelen değerleri denklemlere yazalım.

$$X_{b\Delta} \cdot 6,66 + X_{c\Delta} \cdot 1,66 - \frac{2}{10} = 0 \quad (6,66 \text{ ile çarpalım})$$

$$X_{b\Delta} \cdot 1,66 + X_{c\Delta} \cdot 6,66 + \frac{1}{10} = 0 \quad (-1,66 \text{ ile çarpalım})$$

$$X_{b\Delta} \cdot 44,35 + X_{c\Delta} \cdot 11,05 = 1,33 \quad (6.59)$$

$$-X_{b\Delta} \cdot 2,75 - X_{c\Delta} \cdot 11,05 = 0,16 \quad (6.60)$$

+ _____

$$X_{b\Delta} = +0,036$$

$$X_{c\Delta} = -0,024$$

Bulduğumuz $X_{b\Delta}$ ve $X_{c\Delta}$ değerlerini kesme kuvveti genel denkleminde yerine yazalım.

$$V_{b\xi} = \delta_{\Delta=1}^0 + (0,036)\delta_{\xi c=1} - (0,024)\delta_{\xi b=1} \quad (6.61)$$

$\delta_{\xi b=1}, \delta_{\xi c=1}$: Mesnetlerde 1 birimlik momentler ile oluşan deformasyonların tablosundan alınır **.

Tablo 6.2 Guldán tablosu

**	Xb=1 için	Xc=1 için
Nokta	$EI\delta_{\xi b}$	$EI\delta_{\xi c}$
0	0.0000*L ²	0.0000*L ²
1	0.0285*L ²	0.0165*L ²
2	0.0480*L ²	0.0320*L ²
3	0.0595*L ²	0.0455*L ²
4	0.0640*L ²	0.0560*L ²
5	0.0625*L ²	0.0625*L ²
6	0.0560*L ²	0.0640*L ²
7	0.0455*L ²	0.0595*L ²
8	0.0320*L ²	0.0480*L ²
9	0.0165*L ²	0.0285*L ²
10	0.0000*L ²	0.0000*L ²

1. Açıklık İçin $\xi = 1 m - 10 m$ için:

$$V_{b\xi} = \delta^o_{\Delta=1} + X_{b\Delta}\delta_{\xi c=1} + (\text{yük yok} = 0) \quad (6.62)$$

$$V_{b(1)} = 0,1 + (0,036)(1,65) = 0,1594$$

$$V_{b(2)} = 0,2 + (0,036)(3,20) = 0,3152$$

$$V_{b(3)} = 0,3 + (0,036)(4,55) = 0,4638$$

$$V_{b(4)} = 0,4 + (0,036)(5,60) = 0,6010$$

$$V_{b(5)} = 0,5 + (0,036)(6,25) = 0,7250$$

$$V_{b(6)} = 0,6 + (0,036)(6,40) = 0,8304$$

$$V_{b(7)} = 0,7 + (0,036)(5,95) = 0,9142$$

$$V_{b(8)} = 0,8 + (0,036)(4,80) = 0,9728$$

$$V_{b(9)} = 0,9 + (0,036)(2,85) = 1,0026$$

$$V_{b(10)} = 1 + (0,036)(0) = 1,0000$$

2. Açıklık İçin $\xi = 10 m - 20 m$ için:

$$V_{b\xi} = \delta^o_{\Delta=1} + X_{b\Delta}\delta_{\xi b=1} + X_{c\Delta}\delta_{\xi c=1} \quad (6.63)$$

$$V_{b(11)} = 0,9 + (0,036)(2,85) - (0,024)(1,65) = 0,9630$$

$$V_{b(12)} = 0,8 + (0,036)(4,80) - (0,024)(3,20) = 0,8960$$

$$V_{b(13)} = 0,7 + (0,036)(5,95) - (0,024)(4,55) = 0,8050$$

$$V_{b(14)} = 0,6 + (0,036)(6,40) - (0,024)(5,60) = 0,6960$$

$$V_{b(15)} = 0,5 + (0,036)(6,25) - (0,024)(6,25) = 0,5750$$

$$V_{b(16)} = 0,4 + (0,036)(5,60) - (0,024)(6,40) = 0,4480$$

$$V_{b(17)} = 0,3 + (0,036)(4,55) - (0,024)(5,95) = 0,3210$$

$$V_{b(18)} = 0,2 + (0,036)(3,20) - (0,024)(4,80) = 0,2000$$

$$V_{b(19)} = 0,1 + (0,036)(1,65) - (0,024)(2,85) = 0,0910$$

$$V_{b(20)} = 0,0 + (0,036)(0) - (0,024)(0) = 0,000$$

3. Açıklık İçin

$\xi = 20 m - 30 m$ için:

$$V_{b\xi} = (\text{yük yok} = 0) + (\text{yük yok} = 0) + X_{c\Delta} \delta_{\xi b=1} \quad (6.64)$$

$$V_{b(21)} = -(0,024)(2,85) = -0,0684$$

$$V_{b(22)} = -(0,024)(4,80) = -0,1152$$

$$V_{b(23)} = -(0,024)(5,95) = -0,1428$$

$$V_{b(24)} = -(0,024)(6,40) = -0,1536$$

$$V_{b(25)} = -(0,024)(6,25) = -0,1500$$

$$V_{b(26)} = -(0,024)(5,60) = -0,1344$$

$$V_{b(27)} = -(0,024)(4,55) = -0,1092$$

$$V_{b(28)} = -(0,024)(3,20) = -0,0768$$

$$V_{b(29)} = -(0,024)(1,65) = -0,0396$$

$$V_{b(30)} = -(0,024)(0) = 0,0000$$

Kinematik yöntemle bulunan bu kesme kuvveti tesir çizgisi değerleri kuvvet metodu ile elde edilen değerlerle bire bir aynıdır. (EK-1, EK-2)

7 SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmada üç açıklık hiperstatik bir kirişin “Kuvvet Metodu” ve “Kinematik Metod” ile analizi yapıp, kirişe ait eğilme momenti tesir çizgisi, kesme kuvveti tesir çizgisi ve mesnet reaksiyonları tesir çizgisinin fonksiyonları elde edilmiştir. Bulunan Sonuçlar literatürdeki kaynaklarla da mukayese edilip uyum ve uygunluğu görülmüştür.

Araştırmada hareketli yük altında olan sürekli bir kirişin maksimum ve minimum eğilme momenti tesir çizgisi fonksiyonu ve kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu değerlerinin tespiti için pratik bir yaklaşım sergilenmiştir. Hiperstatik kirişin, izostatik esas sisteme benzeşimi yoluyla, süperpozisyon ilkesi sayesinde araştırma herhangi bir yapı analiz programına gerek duyulmadan neticelendirilmiştir.

Yöntem herhangi bir yapı analiz programı ile hesaplanmamıştır. Bu anlamda hesap hassasiyeti manuel çalışmanın hassasiyetine muhtaçtır. Elbette istendiği takdirde uygun bir yapı analiz programı yardımıyla hesap hassasiyeti artırılabilir. Araştırma hiperstatik kirişlerin haricinde herhangi bir yapısal sistem üzerinde yapılmamıştır. Ancak hareketli yüke maruz farklı yapısal sistemlerin de bu çalışma sayesinde benzer bir yaklaşımla analizi muhtemeldir.

Her ne kadar araştırmaya konu olan yapısal sistem üç açıklıklı hiperstatik bir kiriş olsa da, çalışma çok açıklıklı kiriş ve köprü analizinde de doğru sonuç verecektir.

KAYNAKLAR

1. John T. Dewolf, David F. Mazurek, Ferdinand Pierre Beer, E. Russell Johnston (2014). *Cisimlerin Mukavemeti*, (Altıncı Basımdan Çeviri). Türkiye: Literatür Yayıncılık, 571-631.
2. Celasun, H., (1974). *Betonarme Köprüler*, (Birinci Baskı). Ankara: Çağlayan Yayınevi, 115-283.
3. Ekiz İ., (1976). *Çözümlü Köprü Problemleri*, (Birinci Baskı). İstanbul: Saygı Kitabevi, 156-268.
4. Hibbeler, R.C., (2012). *Structural Analysis*, (Sekizinci Baskı). New Jersey: Pearson Prentice Hall Press, 205-450.
5. Ekiz İ., (2016). *Yapı Statiği II*, (Üçüncü Baskı). İstanbul: Birsen Kitabevi, 99 – 476.
6. Yücefer N., (2016). *İnşaat Mühendisliğine Giriş: Temel Konular, Elaltı Bilgileri, Örnekler*. (Birinci Baskı). İstanbul: İstanbul Gelişim Üniversitesi Yayınları. 95 – 112.
7. Anger G., Zellerer E., (1967). *Einflusslinien und Momentenlinien*, Berlin: Technologiepark,
8. Çakıroğlu A., Çetmeli E., (1970). *Yapı Statiği Cilt I ve Cilt II*, (Üçüncü Baskı). İstanbul: Arı Kitabevi. 3 – 155.
9. Kaçın S., (2014). *Yapı Statiği II (Hiper Statik Sistemler)*, Doktora Tezi (Yayınlanmamış) M.K.Ü. Mühendislik Fakültesi, Hatay, 5 - 25
10. İnternet: *İnşaat Mühendisliği*. URL: https://tr.wikipedia.org/wiki/İnşaat_mühendisliği, Son Erişim Tarihi: 22.02.2017.
11. İnternet: *İnşaat Mühendisi Kimdir?*. URL: https://www.erzurum.edu.tr/Content/Yuklemeler/Personel/Dilek_OKUYUCU/15_ekim_okuyucu_ders_notu12591.pdf, Son Erişim Tarihi: 15.04.2017.
12. Doğan M., (2012). *Yapı Statiği II*, Doktora Tezi (Yayınlanmamış) O.G.Ü. Mühendislik Fakültesi, Eskişehir, 4 – 7.
13. Can H., (2014). *Çözümlü Örneklerle Yapı Statiği*. (Beşinci Baskı). İstanbul: Birsen Yayınevi. 128-135.
14. Coates R. C., Coutie M.G., KONG F. K., (1981). *STRUCTURAL ANALYSIS*, (Birinci Baskı). ABD: Van Nost.Reinhold, 34 – 45.



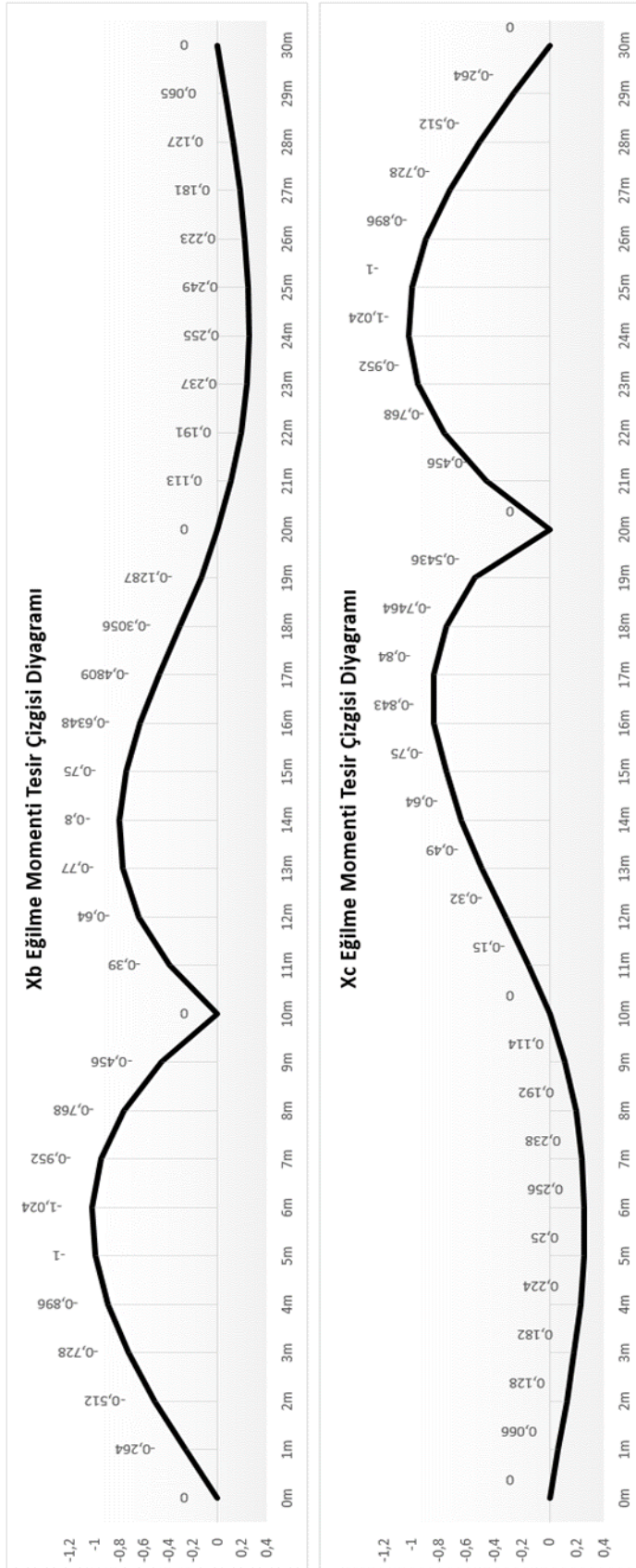
EK – 1. Kuvvet metodu ile elde edilen mesnet momenti, eğilme momenti, kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu değerleri

x (m)	0m	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m	21m	22m	23m	24m	25m	26m	27m	28m	29m	30m
M_0 (kNm)	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	3,6	4,9	6,4	8,1	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	2,4	2,1	1,6	0,9	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	1,6	2,1	1,6	0,9	0
X_b (kNm)	0	-0,264	-0,512	-0,728	-0,896	-1	-1,024	-0,952	-0,768	-0,656	0	-0,39	-0,64	-0,77	-0,8	-0,75	-0,635	-0,481	-0,306	-0,129	0	0,113	0,191	0,237	0,255	0,249	0,223	0,181	0,127	0,065	0
X_c (kNm)	0	0,066	0,128	0,182	0,224	0,25	0,256	0,238	0,192	0,114	0	-0,15	-0,32	-0,49	-0,64	-0,75	-0,843	-0,84	-0,746	-0,544	0	-0,456	-0,768	-0,952	-1,024	-1	-0,896	-0,728	-0,512	-0,264	0
$M_{4\xi}^{(2^b)}$	0	0,494	0,995	1,509	2,042	1,6	1,19	0,819	0,483	0,218	0	-0,156	-0,256	-0,308	-0,32	-0,3	-0,254	-0,192	-0,122	-0,051	0	0,046	0,077	0,096	0,103	0,104	0,09	0,072	0,051	0,025	0
$M_{15\xi}^{(2^b)}$	0	-0,099	-0,192	-0,273	-0,336	-0,375	-0,384	-0,357	-0,288	-0,171	0	0,23	0,52	0,87	1,28	1,75	1,28	0,87	0,52	0,23	0	-0,171	-0,288	-0,357	-0,384	-0,375	-0,336	-0,273	-0,192	-0,099	0
$V_{4\xi}^{(2^b)}$	1,00	0,874	0,749	0,627	0,51	0,4	0,298	0,205	0,123	0,054	0	-0,039	-0,064	-0,077	-0,08	-0,075	-0,063	-0,048	-0,031	-0,013	0	0,011	0,019	0,024	0,026	0,025	0,022	0,018	0,013	0,007	0
$V_{15\xi}^{(2^b)}$	0	0,159	0,315	0,464	0,602	0,725	0,83	0,914	0,972	1,003	1,00	0,963	0,896	0,805	0,696	0,575	0,448	0,321	0,200	0,091	0	-0,068	-0,115	-0,143	-0,154	-0,15	-0,134	-0,109	-0,077	-0,04	0
$Q_{bsol\xi}$	0	-0,126	-0,251	-0,373	-0,49	-0,6	-0,702	-0,795	-0,877	-0,946	-1,00	-0,039	-0,064	-0,077	-0,08	-0,075	-0,063	-0,048	-0,031	-0,013	0	0,011	0,019	0,024	0,026	0,025	0,022	0,018	0,013	0,007	0
$Q_{bsa\xi}$	0	0,033	0,064	0,091	0,112	0,125	0,128	0,119	0,095	0,057	1,00	0,924	0,832	0,728	0,616	0,5	0,385	0,273	0,169	0,078	0	-0,057	-0,096	-0,119	-0,128	-0,125	-0,112	-0,091	-0,064	-0,033	0

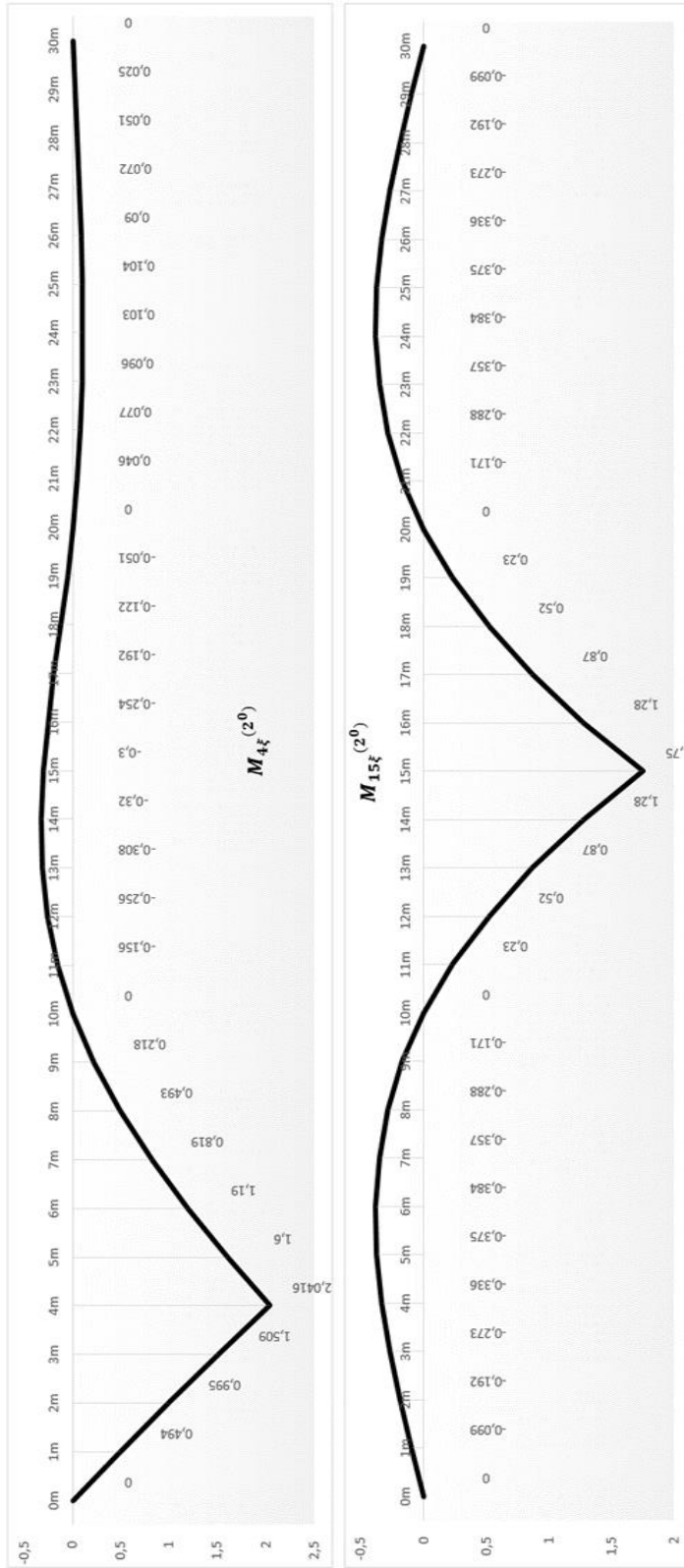
EK – 2. Kinematik metod ile elde edilen mesnet momenti, eğilme momenti, kesme kuvveti tesir çizgisi fonksiyonu değerleri:

x (m)	0m	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m	21m	22m	23m	24m	25m	26m	27m	28m	29m	30m
M_0 (kNm)	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	3,6	4,9	6,4	8,1	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	2,4	2,1	1,6	0,9	0	0,9	1,6	2,1	2,4	2,5	1,6	2,1	1,6	0,9	0
X_b (kNm)	0	-0,264	-0,512	-0,728	-0,896	-1	-1,024	-0,952	-0,768	-0,456	0	-0,39	-0,64	-0,77	-0,8	-0,75	-0,635	-0,481	-0,306	-0,129	0	0,113	0,191	0,237	0,255	0,249	0,223	0,181	0,127	0,065	0
X_c (kNm)	0	0,066	0,128	0,182	0,224	0,25	0,256	0,238	0,192	0,114	0	-0,15	-0,32	-0,49	-0,64	-0,75	-0,843	-0,84	-0,746	-0,544	0	-0,456	-0,768	-0,952	-1,024	-1	-0,896	-0,728	-0,512	-0,264	0
$M_{4\xi}^{(2^b)}$	0	0,494	0,995	1,509	2,042	1,6	1,19	0,819	0,493	0,218	0	-0,156	-0,256	-0,308	-0,32	-0,3	-0,254	-0,192	-0,122	-0,051	0	0,046	0,077	0,096	0,103	0,104	0,09	0,072	0,051	0,025	0
$M_{15\xi}^{(2^b)}$	0	-0,099	-0,192	-0,273	-0,336	-0,375	-0,384	-0,357	-0,288	-0,171	0	0,23	0,52	0,87	1,28	1,75	1,28	0,87	0,52	0,23	0	-0,171	-0,288	-0,357	-0,384	-0,375	-0,336	-0,273	-0,192	-0,099	0
$V_{a\xi}^{(2^b)}$	1,00	0,874	0,749	0,627	0,51	0,4	0,298	0,205	0,123	0,054	0	-0,039	-0,064	-0,077	-0,08	-0,075	-0,063	-0,048	-0,031	-0,013	0	0,011	0,019	0,024	0,026	0,025	0,022	0,018	0,013	0,007	0
$V_{b\xi}^{(2^b)}$	0	0,159	0,315	0,464	0,602	0,725	0,83	0,914	0,972	1,003	1,00	0,963	0,896	0,805	0,696	0,575	0,448	0,321	0,200	0,091	0	-0,068	-0,115	-0,143	-0,154	-0,15	-0,134	-0,109	-0,077	-0,04	0
Q_{bsolf}	0	-0,126	-0,251	-0,373	-0,49	-0,6	-0,702	-0,795	-0,877	-0,946	-1,00	-0,939	-0,864	-0,77	-0,68	-0,575	-0,463	-0,348	-0,231	-0,113	0	0,011	0,019	0,024	0,026	0,025	0,022	0,018	0,013	0,007	0
$Q_{bsağ}$	0	0,033	0,064	0,091	0,112	0,125	0,128	0,119	0,095	0,057	1,00	0,924	0,832	0,728	0,616	0,5	0,385	0,273	0,169	0,078	0	-0,057	-0,096	-0,119	-0,128	-0,125	-0,112	-0,091	-0,064	-0,033	0

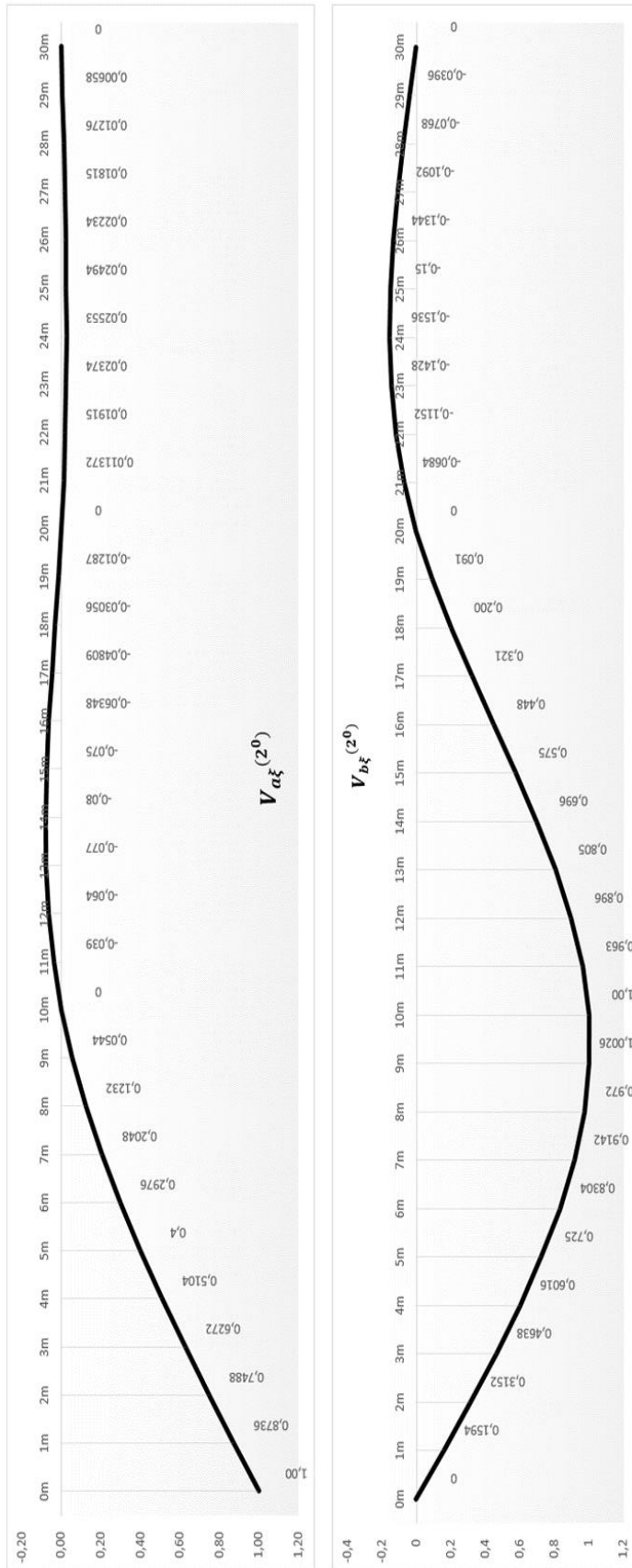
EK – 3. Kuvvet metodu ve kinematik metod mesnet momenti tesir çizgisi değer grafiği:



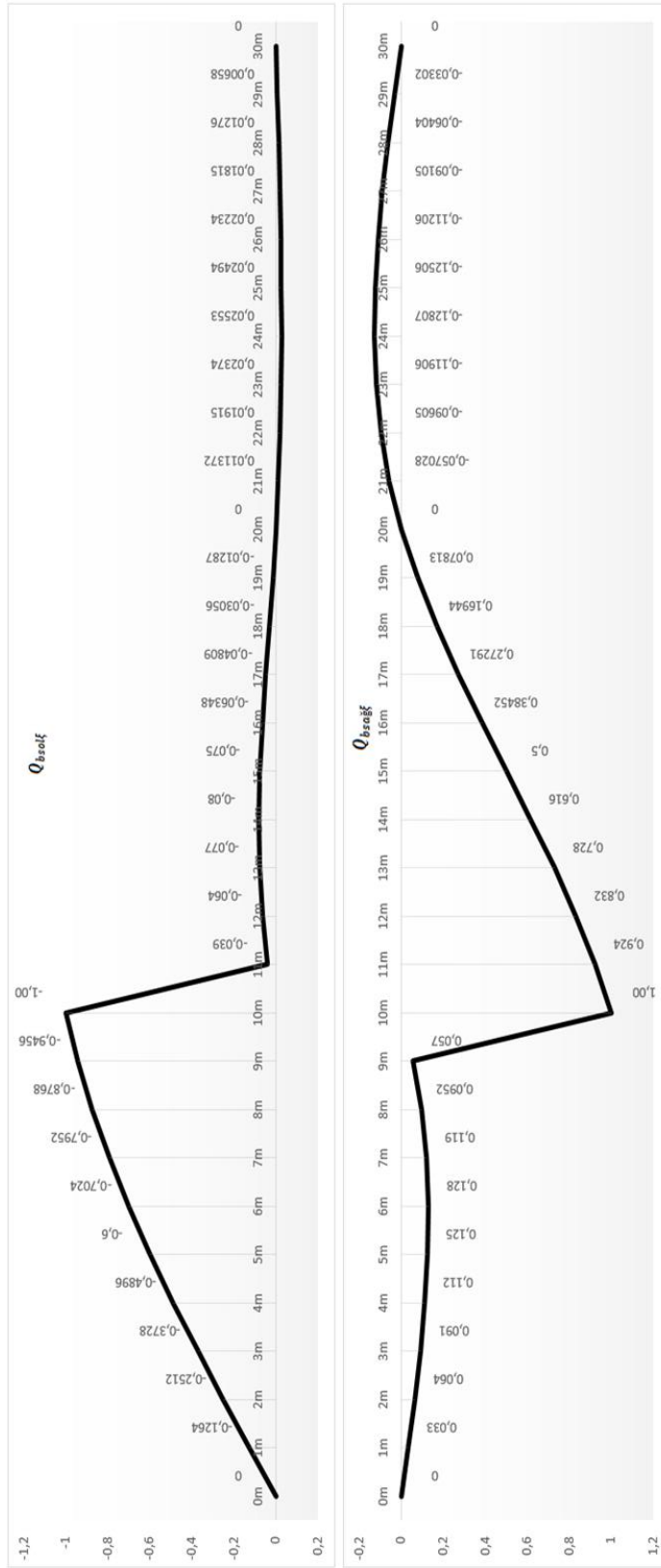
EK – 4. Kuvvet metodu ve kinematik metod eğilme momenti tesir çizgileri değer grafiği



EK – 5. Kuvvet metodu ve kinematik metod kesme kuvveti tesir çizgileri değer grafiği

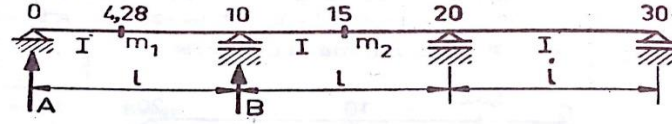


EK – 6. Kuvvet metodu mesnetlerin sağ ve sol yük tesir değerleri grafiği



EK – 7. İbrahim EKİZ, “Çözümlü Köprü Problemleri, 1976” sağ ve sol yük tesir değerleri:

Tablo 6.5.2 Üç açıklıklı müttemadi kiriş



Kesit	4,28 (.l)	10 (.l)	15 (.l)	$A=Q_0$	Q_{10} Sağ	B
0	0	0	0	1,0000	0	0
1	0,0460	-0,0264	-0,0099	0,8736	0,0330	0,1594
2	0,0926	-0,0512	-0,0192	0,7488	0,0640	0,3152
3	0,1406	-0,0728	-0,0273	0,6272	0,0910	0,4638
4	0,1906	-0,0896	-0,0336	0,5104	0,1120	0,6016
4,28	0,2049	—	—	—	—	—
5	0,1710	-0,1000	-0,0375	0,4000	0,1250	0,7250
5,77	—	-0,1026	-0,0385	—	—	—
6	0,1273	-0,1024	-0,0384	0,2976	0,1280	0,8304
7	0,0875	-0,0952	-0,0357	0,2042	0,1190	0,9142
8	0,0527	-0,0768	-0,0288	0,1232	0,0960	0,9728
9	0,0233	-0,0456	-0,0171	0,0544	0,0570	1,0016
10	0	0	0	0	1,0000	1,0000
11	-0,0167	-0,0390	0,0230	-0,0390	0,9240	0,9630
13	-0,0274	-0,0640	0,0520	-0,0640	0,8320	0,8960
13	-0,0329	-0,0770	0,0870	-0,0770	0,7280	0,8050
13,84	-0,0343	-0,0801	—	-0,0801	—	—
14	-0,0342	-0,0800	0,1280	-0,0800	0,6160	0,6960
15	-0,0321	-0,0750	0,1750	-0,0750	0,5000	0,5750
16	-0,0274	-0,0640	0,1280	-0,0640	0,3840	0,4480
17	-0,0210	-0,0490	0,0870	-0,0490	0,2720	0,3210
18	-0,0137	-0,0320	0,0520	-0,0320	0,1680	0,2000
19	-0,0064	-0,0150	0,0230	-0,0150	0,0760	0,0910
20	0	0	0	0	0	0
21	0,0049	0,0114	-0,0171	0,0114	-0,0570	-0,0684
22	0,0082	0,0192	-0,0288	0,0192	-0,0960	-0,1152
23	0,0102	0,0238	-0,0357	0,0238	-0,1190	-0,1428
24	0,0110	0,0256	-0,0384	0,0256	-0,1280	-0,1536
24,23	0,0110	0,0257	-0,0385	0,0257	—	—
25	0,0107	0,0250	-0,0375	0,0250	-0,1250	-0,1500
26	0,0096	0,0224	-0,0336	0,0224	-0,1120	-0,1344
27	0,0078	0,0182	-0,0273	0,0182	-0,0910	-0,1092
28	0,0055	0,0128	-0,0192	0,0128	-0,0640	-0,0768
29	0,0028	0,0066	-0,0099	0,0066	-0,0330	-0,0396
30	0	0	0	0	0	0

F_1, F_2, F_3 : Tesir çizgilerinin sırasıyla 1., 2. ve 3. açıklıklardaki alanlardır.
 $\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3$

Tesir çizgilerinin alanları

Çerçen	.l ²	.l ²	.l ²	.l	.l	.l
F_1	0,0936	-0,0667	-0,0250	0,4333	0,0830	0,6500
F_2	-0,0211	-0,0500	0,0750	-0,0500	0,5000	0,5500
F_3	0,0071	0,0167	-0,0250	0,0167	-0,0830	-0,1000
ΣF	0,0796	-0,1000	0,0250	0,4000	0,5000	1,1000

EK- 8. Hüseyin CELASUN, "Betonarme Köprüler - 1974" eğilme momenti tesir çizgisi değerleri:

286

Tablo : 28 Simetrik üç açıklık
 $x_2=0,5l$ kesitinde eğilme momentleri tesir çizgisel ordnatları

Yükün mekii	$\alpha = \frac{l_1}{l} = \frac{l_2}{l}$ (l Orta açıklık)					
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$	$\alpha = 1$ eşit açıklıklar
1	-0,0062 l ₁	-0,0071 l ₁	-0,0079 l ₁	-0,0086 l ₁	-0,0093 l ₁	-0,0099 l ₁
2	-0,0120 l ₁	-0,0137 l ₁	-0,0152 l ₁	-0,0167 l ₁	-0,0180 l ₁	-0,0192 l ₁
3	-0,0170 l ₁	-0,0195 l ₁	-0,0217 l ₁	-0,0237 l ₁	-0,0256 l ₁	-0,0273 l ₁
4	-0,0250 l ₁	-0,0240 l ₁	-0,0267 l ₁	-0,0292 l ₁	-0,0315 l ₁	-0,0336 l ₁
5	-0,0335 l ₁	-0,0267 l ₁	-0,0298 l ₁	-0,0326 l ₁	-0,0349 l ₁	-0,0375 l ₁
6	-0,0384 l ₁	-0,0271 l ₁	-0,0305 l ₁	-0,0334 l ₁	-0,0360 l ₁	-0,0384 l ₁
7	-0,0223 l ₁	-0,0255 l ₁	-0,0284 l ₁	-0,0310 l ₁	-0,0334 l ₁	-0,0357 l ₁
8	-0,0180 l ₁	-0,0206 l ₁	-0,0229 l ₁	-0,0250 l ₁	-0,0270 l ₁	-0,0288 l ₁
9	-0,0107 l ₁	-0,0123 l ₁	-0,0136 l ₁	-0,0149 l ₁	-0,0160 l ₁	-0,0171 l ₁
11	+0,0162 l	+0,0178 l	+0,0193 l	+0,0206 l	+0,0219 l	+0,0230 l
12	+0,0400 l	+0,0426 l	+0,0454 l	+0,0478 l	+0,0500 l	+0,0520 l
13	+0,0712 l	+0,0730 l	+0,0784 l	+0,0815 l	+0,0844 l	+0,0870 l
14	+0,1100 l	+0,1143 l	+0,1181 l	+0,1217 l	+0,1250 l	+0,1280 l
15	+0,1562 l	+0,1607 l	+0,1648 l	+0,1685 l	+0,1719 l	+0,1750 l
16	+0,1100 l	+0,1143 l	+0,1182 l	+0,1218 l	+0,1250 l	+0,1280 l
17	+0,0712 l	+0,0730 l	+0,0784 l	+0,0815 l	+0,0844 l	+0,0870 l
18	+0,0400 l	+0,0428 l	+0,0454 l	+0,0478 l	+0,0500 l	+0,0520 l
19	+0,0162 l	+0,0178 l	+0,0193 l	+0,0206 l	+0,0219 l	+0,0230 l
21	-0,0107 l ₁	-0,0123 l ₁	-0,0136 l ₁	-0,0149 l ₁	-0,0160 l ₁	-0,0171 l ₁
22	-0,0180 l ₁	-0,0206 l ₁	-0,0229 l ₁	-0,0250 l ₁	-0,0270 l ₁	-0,0288 l ₁
23	-0,0223 l ₁	-0,0255 l ₁	-0,0284 l ₁	-0,0310 l ₁	-0,0334 l ₁	-0,0357 l ₁
24	-0,0240 l ₁	-0,0271 l ₁	-0,0305 l ₁	-0,0334 l ₁	-0,0360 l ₁	-0,0384 l ₁
25	-0,0234 l ₁	-0,0267 l ₁	-0,0298 l ₁	-0,0326 l ₁	-0,0349 l ₁	-0,0375 l ₁
26	-0,0210 l ₁	-0,0240 l ₁	-0,0267 l ₁	-0,0292 l ₁	-0,0315 l ₁	-0,0336 l ₁
27	-0,0170 l ₁	-0,0195 l ₁	-0,0217 l ₁	-0,0237 l ₁	-0,0256 l ₁	-0,0273 l ₁
28	-0,0120 l ₁	-0,0137 l ₁	-0,0152 l ₁	-0,0167 l ₁	-0,0180 l ₁	-0,0192 l ₁
29	-0,0062 l ₁	-0,0071 l ₁	-0,0079 l ₁	-0,0086 l ₁	-0,0093 l ₁	-0,0099 l ₁

EK – 9. Hüseyin CELASUN, “Betonarın Köprüler – 1974” kesme kuvveti tesir çizgisi değerleri:

287

Tablo : 29 Simetrik üç açıklık
Kenar mesnet kesitlerinde kesme kuvveti tesir çizgisi ordinatları

1 no. lu mesnet	$x = \frac{l_1}{l} = \frac{l_2}{l}$ (Orta açıklık)					4 no. lu mesnet	
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$		$\alpha = 1$ eşit açıklıklar
Yükün mekkii						Yükün mekkii	
1	+ 0,8814	+ 0,8794	+ 0,8777	+ 0,8762	+ 0,8748	+ 0,8736	29
2	+ 0,7640	+ 0,7601	+ 0,7567	+ 0,7537	+ 0,7511	+ 0,7488	28
3	+ 0,6488	+ 0,6433	+ 0,6385	+ 0,6343	+ 0,6305	+ 0,6272	27
4	+ 0,5370	+ 0,5301	+ 0,5243	+ 0,5191	+ 0,5145	+ 0,5104	26
5	+ 0,4297	+ 0,4221	+ 0,4155	+ 0,4097	+ 0,4046	+ 0,4000	25
6	+ 0,3280	+ 0,3202	+ 0,3134	+ 0,3075	+ 0,3023	+ 0,2976	24
7	+ 0,2330	+ 0,2258	+ 0,2195	+ 0,2140	+ 0,2091	+ 0,2048	23
8	+ 0,1460	+ 0,1401	+ 0,1351	+ 0,1306	+ 0,1267	+ 0,1232	22
9	+ 0,0679	+ 0,0645	+ 0,0615	+ 0,0588	+ 0,0565	+ 0,0544	21
11	- 0,1036	- 0,0808	- 0,0653	- 0,0540	- 0,0455	- 0,0390	19
12	- 0,1680	- 0,1316	- 0,1065	- 0,0883	- 0,0746	- 0,0640	18
13	- 0,1995	- 0,1568	- 0,1273	- 0,1058	- 0,0896	- 0,0770	17
14	- 0,2040	- 0,1610	- 0,1312	- 0,1094	- 0,0928	- 0,0800	16
15	- 0,1875	- 0,1488	- 0,1217	- 0,1019	- 0,0868	- 0,0750	15
16	- 0,1560	- 0,1247	- 0,1026	- 0,0861	- 0,0738	- 0,0640	14
17	- 0,1155	- 0,0932	- 0,0773	- 0,0624	- 0,0562	- 0,0490	13
18	- 0,0720	- 0,0589	- 0,0493	- 0,0421	- 0,0365	- 0,0320	12
19	- 0,0315	- 0,0263	- 0,0224	- 0,0194	- 0,0169	- 0,0150	11
21	+ 0,0106	+ 0,0111	+ 0,0113	+ 0,0114	+ 0,0114	+ 0,0114	9
22	+ 0,0180	+ 0,0187	+ 0,0191	+ 0,0193	+ 0,0193	+ 0,0192	8
23	+ 0,0223	+ 0,0232	+ 0,0236	+ 0,0239	+ 0,0239	+ 0,0238	7
24	+ 0,0240	+ 0,0249	+ 0,0254	+ 0,0257	+ 0,0257	+ 0,0256	6
25	+ 0,0234	+ 0,0243	+ 0,0248	+ 0,0251	+ 0,0251	+ 0,0250	5
26	+ 0,0210	+ 0,0218	+ 0,0227	+ 0,0225	+ 0,0225	+ 0,0224	4
27	+ 0,0171	+ 0,0177	+ 0,0191	+ 0,0185	+ 0,0185	+ 0,0182	3
28	+ 0,0120	+ 0,0125	+ 0,0127	+ 0,0128	+ 0,0128	+ 0,0128	2
29	+ 0,0062	+ 0,0064	+ 0,0065	+ 0,0066	+ 0,0066	+ 0,0066	1

EK – 10. Hüseyin CELASUN, “Betonarın Köprüler – 1974”, ara mesnet sağ ve solundaki kesme kuvveti tesir çizgisi değerleri:

288

Tablo 30 : Simetrik üç açıklık
2 no.lu ara mesnet solunda ve 3 no.lu ara mesnet sağındaki kesitlerde
kesme kuvveti tesir çizgisi ordinatları

2 no. lu mesnet	$\alpha = \frac{l_1}{l} = \frac{l_2}{l}$ (Orta açıklık)						3 no. lu mesnet
	Soldaki kesit	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$	
1	-0,1195	-0,1206	-0,1223	-0,1238	-0,1252	-0,1264	20
2	-0,2360	-0,2393	-0,2433	-0,2462	-0,2488	-0,2512	28
3	-0,3512	-0,3567	-0,3615	-0,3657	-0,3695	-0,3728	27
4	-0,4630	-0,4698	-0,4757	-0,4809	-0,4855	-0,4896	26
5	-0,5703	-0,5779	-0,5845	-0,5903	-0,5954	-0,6000	25
6	-0,6720	-0,6798	-0,6865	-0,6925	-0,6977	-0,7024	24
7	-0,7669	-0,7742	-0,7805	-0,7859	-0,7908	-0,7952	23
8	-0,8540	-0,8598	-0,8641	-0,8693	-0,8733	-0,8768	22
9	-0,9321	-0,9355	-0,9385	-0,9412	-0,9435	-0,9456	21
11	-0,1035	-0,0808	-0,0652	-0,0540	-0,0455	-0,0390	19
12	-0,1680	-0,1316	-0,1065	-0,0883	-0,0746	-0,0640	18
13	-0,1995	-0,1568	-0,1273	-0,1058	-0,0896	-0,0770	17
14	-0,2040	-0,1610	-0,1311	-0,1094	-0,0928	-0,0800	16
15	-0,1875	-0,1488	-0,1217	-0,1019	-0,0868	-0,0750	15
16	-0,1560	-0,1247	-0,1026	-0,0863	-0,0738	-0,0640	14
17	-0,1155	-0,0932	-0,0773	-0,0654	-0,0562	-0,0450	13
18	-0,0720	-0,0589	-0,0493	-0,0421	-0,0365	-0,0320	12
19	-0,0315	-0,0263	-0,0224	-0,0194	-0,0169	-0,0150	11
21	+0,0106	+0,0111	+0,0113	+0,0114	+0,0114	+0,0114	9
22	+0,0180	+0,0187	+0,0191	+0,0193	+0,0193	+0,0193	8
23	+0,0223	+0,0232	+0,0236	+0,0239	+0,0239	+0,0239	7
24	+0,0240	+0,0249	+0,0254	+0,0257	+0,0257	+0,0257	6
25	+0,0234	+0,0243	+0,0248	+0,0251	+0,0251	+0,0251	5
26	+0,0210	+0,0218	+0,0227	+0,0224	+0,0224	+0,0224	4
27	+0,0171	+0,0177	+0,0191	+0,0183	+0,0183	+0,0182	3
28	+0,0120	+0,0125	+0,0127	+0,0128	+0,0128	+0,0128	2
29	+0,0062	+0,0064	+0,0065	+0,0066	+0,0066	+0,0066	1

EK – 11. Hüseyin CELASUN, “Betonarme Köprüler – 1974”, ara mesnet kesitlerinde moment tesir çizgisi değerleri:

Tablo : 27 Simetrik üç açıklık
Ara mesnet kesitlerinde moment tesir çizgisi ordinatları

2 no. lu mesnet Yükleme merkezi	$\alpha = \frac{l_1}{l} = \frac{l_2}{l}$ (L, Orta açıklık)						3 no. lu mesnet Yükleme merkezi
	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$	$\alpha = 1$ eşit açıklıklar	
1	-0,0186 l ₁	-0,0205 l ₁	-0,0223 l ₁	-0,0238 l ₁	-0,0252 l ₁	-0,0264 l ₁	29
2	-0,0360 l ₁	-0,0399 l ₁	-0,0433 l ₁	-0,0462 l ₁	-0,0488 l ₁	-0,0512 l ₁	28
3	-0,0512 l ₁	-0,0567 l ₁	-0,0615 l ₁	-0,0657 l ₁	-0,0694 l ₁	-0,0728 l ₁	27
4	-0,0630 l ₁	-0,0698 l ₁	-0,0757 l ₁	-0,0810 l ₁	-0,0855 l ₁	-0,0896 l ₁	26
5	-0,0703 l ₁	-0,0779 l ₁	-0,0845 l ₁	-0,0903 l ₁	-0,0954 l ₁	-0,1000 l ₁	25
6	-0,0720 l ₁	-0,0798 l ₁	-0,0865 l ₁	-0,0924 l ₁	-0,0977 l ₁	-0,1024 l ₁	24
7	-0,0669 l ₁	-0,0742 l ₁	-0,0804 l ₁	-0,0859 l ₁	-0,0908 l ₁	-0,0952 l ₁	23
8	-0,0540 l ₁	-0,0598 l ₁	-0,0650 l ₁	-0,0693 l ₁	-0,0733 l ₁	-0,0768 l ₁	22
9	-0,0320 l ₁	-0,0355 l ₁	-0,0385 l ₁	-0,0421 l ₁	-0,0435 l ₁	-0,0456 l ₁	21
11	-0,0517 l	-0,0485 l	-0,0457 l	-0,0432 l	-0,0410 l	-0,0390 l	19
12	-0,0840 l	-0,0790 l	-0,0745 l	-0,0706 l	-0,0671 l	-0,0640 l	18
13	-0,0997 l	-0,0940 l	-0,0890 l	-0,0846 l	-0,0806 l	-0,0770 l	17
14	-0,1020 l	-0,0966 l	-0,0918 l	-0,0874 l	-0,0836 l	-0,0800 l	16
15	-0,0937 l	-0,0893 l	-0,0852 l	-0,0815 l	-0,0781 l	-0,0750 l	15
16	-0,0780 l	-0,0785 l	-0,0718 l	-0,0690 l	-0,0664 l	-0,0640 l	14
17	-0,0577 l	-0,0559 l	-0,0541 l	-0,0523 l	-0,0506 l	-0,0490 l	13
18	-0,0360 l	-0,0353 l	-0,0345 l	-0,0337 l	-0,0328 l	-0,0320 l	12
19	-0,0157 l	-0,0158 l	-0,0157 l	-0,0155 l	-0,0153 l	-0,0150 l	11
21	+0,0106 l ₁	+0,0111 l ₁	+0,0113 l ₁	+0,0114 l ₁	+0,0114 l ₁	+0,0114 l ₁	9
22	+0,0180 l ₁	+0,0187 l ₁	+0,0191 l ₁	+0,0193 l ₁	+0,0193 l ₁	+0,0192 l ₁	8
23	+0,0223 l ₁	+0,0232 l ₁	+0,0236 l ₁	+0,0239 l ₁	+0,0239 l ₁	+0,0238 l ₁	7
24	+0,0240 l ₁	+0,0249 l ₁	+0,0254 l ₁	+0,0257 l ₁	+0,0257 l ₁	+0,0256 l ₁	6
25	+0,0234 l ₁	+0,0243 l ₁	+0,0248 l ₁	+0,0251 l ₁	+0,0251 l ₁	+0,0250 l ₁	5
26	+0,0210 l ₁	+0,0218 l ₁	+0,0227 l ₁	+0,0224 l ₁	+0,0225 l ₁	+0,0224 l ₁	4
27	+0,0171 l ₁	+0,0177 l ₁	+0,0191 l ₁	+0,0183 l ₁	+0,0183 l ₁	+0,0182 l ₁	3
28	+0,0120 l ₁	+0,0125 l ₁	+0,0127 l ₁	+0,0128 l ₁	+0,0128 l ₁	+0,0128 l ₁	2
29	+0,0062 l ₁	+0,0064 l ₁	+0,0065 l ₁	+0,0066 l ₁	+0,0066 l ₁	+0,0066 l ₁	1

EK – 12. Hüseyin CELASUN, “Betonarın Köprüler – 1974”, sol ve sağındaki ara mesnet kesme kuvveti tesir çizgisi ordinatları:

289

Tablo 31 : Simetrik üç açıklık
2 no.lu ara mesnet sağında ve 3 no.lu ara mesnet solundaki kesitlerde
kesme kuvveti tesir çizgisi ordinatları

2 no. lu mesnet	$x = \frac{l_1}{l} = \frac{l_2}{l}$ (Orta açıklık)						3 no. lu mesnet
	Sağdaki kesit	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$	
1	+ 0,0124	+ 0,0162	+ 0,0202	+ 0,0243	+ 0,0286	+ 0,0330	29
2	+ 0,0240	+ 0,0314	+ 0,0392	+ 0,0472	+ 0,0555	+ 0,0640	28
3	+ 0,0341	+ 0,0487	+ 0,0557	+ 0,0672	+ 0,0789	+ 0,0910	27
4	+ 0,0420	+ 0,0550	+ 0,0688	+ 0,0827	+ 0,0972	+ 0,1120	26
5	+ 0,0469	+ 0,0613	+ 0,0765	+ 0,0923	+ 0,1085	+ 0,1250	25
6	+ 0,0480	+ 0,0624	+ 0,0784	+ 0,0945	+ 0,1111	+ 0,1280	24
7	+ 0,0446	+ 0,0524	+ 0,0729	+ 0,0879	+ 0,1033	+ 0,1180	23
8	+ 0,0360	+ 0,0471	+ 0,0588	+ 0,0709	+ 0,0833	+ 0,0960	22
9	+ 0,0214	+ 0,0280	+ 0,0389	+ 0,0421	+ 0,0494	+ 0,0570	21
11	+ 0,9360	+ 0,9327	+ 0,9300	+ 0,9277	+ 0,9257	+ 0,9240	19
12	+ 0,8480	+ 0,8436	+ 0,8400	+ 0,8369	+ 0,8342	+ 0,8320	18
13	+ 0,7420	+ 0,7382	+ 0,7350	+ 0,7323	+ 0,7300	+ 0,7280	17
14	+ 0,6240	+ 0,6218	+ 0,6200	+ 0,6184	+ 0,6171	+ 0,6160	16
15	+ 0,5000	+ 0,5000	+ 0,5000	+ 0,5000	+ 0,5000	+ 0,5000	15
16	+ 0,3760	+ 0,3786	+ 0,3800	+ 0,3815	+ 0,3828	+ 0,3840	14
17	+ 0,2580	+ 0,2618	+ 0,2650	+ 0,2677	+ 0,2700	+ 0,2780	13
18	+ 0,1520	+ 0,1564	+ 0,1600	+ 0,1631	+ 0,1657	+ 0,1680	12
19	+ 0,0640	+ 0,0673	+ 0,0700	+ 0,0723	+ 0,0743	+ 0,0760	11
21	- 0,0214	- 0,0280	- 0,0389	- 0,0421	- 0,0494	- 0,0570	9
22	- 0,0360	- 0,0471	- 0,0588	- 0,0709	- 0,0833	- 0,0960	8
23	- 0,0446	- 0,0524	- 0,0729	- 0,0879	- 0,1033	- 0,1180	7
24	- 0,0480	- 0,0628	- 0,0724	- 0,0945	- 0,1111	- 0,1280	6
25	- 0,0461	- 0,0613	- 0,0765	- 0,0923	- 0,1085	- 0,1250	5
26	- 0,0420	- 0,0550	- 0,0688	- 0,0827	- 0,0972	- 0,1120	4
27	- 0,0341	- 0,0487	- 0,0557	- 0,0672	- 0,0789	- 0,0910	3
28	- 0,0240	- 0,0314	- 0,0392	- 0,0472	- 0,0555	- 0,0640	2
29	- 0,0124	- 0,0162	- 0,0202	- 0,0243	- 0,0286	- 0,0330	1

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : NAS Hüsamettin
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 03.03.1988 Yüksekova
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 544 9445230
Faks : -
e-mail : husamettinnas@gmail.com



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	İnşaat Müh.	
Lisans	İnşaat Müh.	18.06.2013
Lise	Fen Bilimleri	24.06.2006

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2013	İstanbul	Hakediş Mühendisi
2017	İstanbul	Saha Mühendisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayımlar

-

Hobiler

Kitap okumak, Sinema, Müzik Dinlemek, Hobi Elektronikleri.

A

Abstract	vii
ABSTRACT	v
analiz	3, 6, 74, 78, 87, 92
araştırmaya	92
Atalet Momenti	xiii

B

Baskı	94
benzeşimi	26, 92
biliminin	1, 3
bir birimlik	9

D

deformasyonlarının	2
derecesi	24, 26, 27, 28, 34
Diyagramdan	12
Dönme Açısı	xii

E

Elastisite Modülü	xii, 23
ETİK	v

F

fonksiyonlarının	iv, 6, 9, 55
------------------	--------------

H

hareketli	iv, 6, 7, 8, 9, 13, 24, 34, 46, 48, 50, 52, 54, 80, 92
hiperstatik	iv, 3, 5, 6, 7, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 35, 37, 41, 43, 48, 55, 57, 69, 72, 74, 75, 77, 79, 81, 92

K

KAYNAKLAR	xi, 93
kesme kuvveti	iv, 6, 9, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 30, 31, 32, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 89, 91, 92
Kesme Kuvveti	viii, x, xi, xiii, 15, 18, 20, 59, 60, 61, 63, 64, 87
<i>Key Words</i>	v
kuvvet metodu	iv, 72, 84, 91

L

literatür	iv, 92
-----------	--------

M

matematiksel	iv, 1, 2, 5, 6, 9, 32, 55, 75
mesnet	viii, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 19, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 33, 34, 35, 37, 38, 40, 41, 44, 46, 49, 51, 53, 56, 58, 60, 70, 72, 77, 80, 82, 88, 92
moment	iv, 6, 9, 11, 21, 22, 25, 26, 30, 31, 33, 35, 36, 39, 40, 42, 43, 45, 47, 50, 51, 54, 69, 74, 76, 77, 80, 82
Mühendislik	1, 94

Ö

Özet	vii
ÖZET	iv, vii

P

programı	6, 92
----------	-------

S

sınır değerler	3
----------------	---

Ş

Şekil vii, xi, xii, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37

T

teknik 1, 2, 6
tesir iv, viii, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 33, 34, 37, 40, 41, 43, 44, 46, 48, 50
Teşekkür vii

Ü

üç açıklıklı 7, 33, 43, 48, 77, 92

Y

yapı 1, 2, 6, 92
yapısal iv, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 23, 24, 68, 71, 92
yayıllı yüküne 12
Yönlü Deplasman xii
yöntemlerin 2, 6
yükler 6, 7, 23, 24





ĞELİŐİM ĞELİŐMEKTİR..