



T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

GRAFLARIN AYRITLARININ VE TEPELERİNİN
(MODULO K)' YE GÖRE NUMARALANDIRILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sevinç MERT

Balıkesir, Ağustos-1996



T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

GRAFLARIN AYRITLARININ VE TEPELERİNİN
(MODULO K)'YE GÖRE NUMARALANDIRILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sevinç MERT

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mehmet ARISOY

Sınav Tarihi : 26.08.1996

Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Mehmet ARISOY

Prof. Dr. Mehmet SEZER

Yrd. Doç. Dr. Mehmet KOÇAK

Balıkesir, Ağustos-1996



ÖZ

**GRAFLARIN
AYRITLARININ VE TEPELERİNİN
(MODULO K) 'YE GÖRE NUMARALANDIRILMASI**

Sevinç MERT

**Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı**

(Yüksek Lisans Tezi / Tez Danışmanı : Doç. Dr. Mehmet ARISOY)

Balıkesir, 1996

$G=(V,E)$ grafının bir ayrıt numaralaması f olsun öyle ki $f:E(G) \rightarrow \{0,1,2,\dots,k-1\}$ ve bu ayrıt numaralamasının sebep olduğu tepe numaralaması da $f(u) = \sum_{v \in V} f(u,v) \pmod{k}$ olarak verilsin, burada $v \in V(G)$, $(u,v) \in E(G)$ 'dir. Eğer f fonksiyonu $i \neq j$, $i,j=0,1,\dots,k-1$ için aşağıdaki koşulları sağlarsa

$$1) |e_f(i) - e_f(j)| \leq 1$$

$$2) |v_f(i) - v_f(j)| \leq 1$$

böyle bir f fonksiyonuna G grafinin E_k -kordiyal numaralanması denir. Burada $e_i(i)$, $e_i(j)$ ve $v_i(i)$, $v_i(j)$ sırasıyla i ve j ile numaralanmış ayrıtların ve tepelerin sayısını gösterir. Bu tezde, P_n yolunun ve C_n çevresinin E_k -kordiyal numaralanmaları; GP_n prizma grafinin E -kordiyal, E_3 -kordiyal ve E_5 -kordiyal numaralanması; GK_n çevresel kübik grafinin E -kordiyal ve E_3 -kordiyal numaralanması; W_n çarkının ve f_n yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanmaları incelenmiştir.

Birinci bölümde grafların E_k -kordiyal numaralanması ile ilgili bir giriş yapılmıştır. İkinci bölümde, 3., 4., 5. ve 6. bölümlerdeki teoremlerin ispatları için temel kavramlar verilmiş ve örneklerle gösterilmiştir. Üçüncü bölümde, P_n yolunun ve C_n çevresinin E_k -kordiyal numaralanmaları ile ilgili teoremler ifade ve ispat edilmiştir. Dördüncü bölümde, GP_n prizma grafinin ve GK_n çevresel kübik grafinin E -kordiyal numaralanmalarını sağlayan teoremler ispatlanmıştır. Beşinci bölümde, GP_n prizma grafinin ve GK_n çevresel kübik grafinin E_3 -kordiyal numaralanmaları incelenmiştir. Altıncı bölümde, W_n çarkının, f_n yelpazesinin ve GP_n prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanmaları araştırılmıştır.

Sonuç olarak, belirtilen grafların ayrıtlarının ve tepelerinin modulo k 'ye göre numaralandığı görülür.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: Graf / Kordiyal / Kordiyal Graf / E_k -Kordiyal / E_k -kordiyal Graf



ABSTRACT

**LABELLINGS OF EDGES AND VERTICES
ACCORDING TO MODULO K OF GRAPHS**

Sevinç MERT

**Balıkesir University, Institute of Science,
Department of Mathematics Education**

(M.Sc. Thesis / Supervisor : Doç. Dr. Mehmet ARISOY)

Balıkesir, TURKEY, 1996

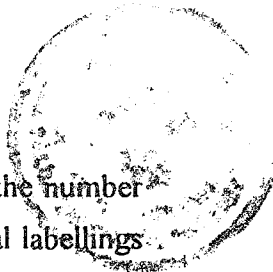
Let f be an edge labelling of graph $G=(V,E)$ such that $f:E(G)\rightarrow\{0,1,2,\dots,k-1\}$

and the induced vertex labelling is given as $f(u) = \sum_{\forall v} f(u,v) \pmod{k}$, where

$v \in V(G)$ and $(u,v) \in E(G)$. f is called an E_k -cordial labelling of G , if the following conditions are satisfied for $i,j=0,1,\dots,k-1, i \neq j$:

$$1) |e_f(i) - e_f(j)| \leq 1$$

$$2) |v_f(i) - v_f(j)| \leq 1$$

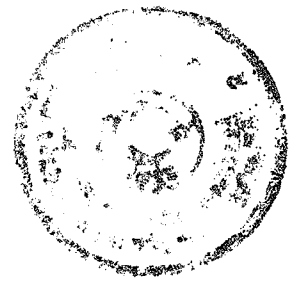


where $e_r(i)$, $e_r(j)$ denote the number of edges, and $v_r(i)$, $v_r(j)$ denote the number of vertices labelled with i 's and j 's, respectively. In this thesis, E_k -cordial labellings of the path P_n and the cycle C_n ; E-cordial, E_3 -cordial ve E_5 -cordial labelling of the prism graph GP_n ; E-cordial and E_3 -cordial labelling of the cyclic cubic graph GK_n ; E_5 -cordial labellings of the wheel W_n and the fan f_n have been investigated.

In chapter 1, an introduction which related to E_k -cordial labellings of graphs has been made. In order to proof of the theorems in chapters 3., 4., 5. and 6., the fundemental concepts have been given and shown by examples, in chapter 2.. In chapter 3, the theorems which are related to E_k -cordial labellings of the path P_n and the cycle C_n are expressed and proved. In chapter 4, the theorems which are satisfied E-cordial labellings of the prism graph GP_n and the cyclic cubic graph GK_n are proved. In chapter 5, E_3 -cordial labellings of the prism graph GP_n and the cyclic cubic graph GK_n have been investigated. In chapter 6, E_5 -cordial labellings of the wheel W_n , the fan f_n and the prism graph GP_n have been studied.

As a result, it has been seen that labelled according to modulo k of edges and vertices of the determined graphs.

KEYWORDS: Graph / Cordial / Cordial Graph / E_k -Cordial /
 E_k -Cordial Graph



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZ, ANAHTAR SÖZCÜKLER	ii
ABSTRACT, KEYWORDS	iv
İÇİNDEKİLER	vi
SEMBOL LİSTESİ	viii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
ÖNSÖZ	xi
1. GİRİŞ	1
2. TANIMLAR ve ÖNBİLGİLER	2
2.1 Graf	2
2.2 Bir Tepenin Derecesi	2
2.3 Regüler Graf	2
2.4 n-uzunluklu Ayrıt Katarı	2
2.5 Yol ve Çevre	2
2.6 Çarklar	3
2.7 Yelpazeler	3
2.8 Prizma Graflar	3
2.9 Çevresel Kübik Graf	4
2.10 k-adil Numaralama	4
2.11 E_k -Kordiyal Numaralama	4
2.12 E-Kordiyal Numaralama	5
2.13 E_3 -Kordiyal Numaralama	5
2.14 E_5 -Kordiyal Numaralama	6



3. P_n YOLLARI ve C_n ÇEVRELERİNİN E_k -KORDİYAL NUMARALANMALARI	
4. GP_n PRİZMA GRAFI ve GK_n ÇEVRESEL KÜBİK GRAFINİN E-KORDİYAL NUMARALANMALARI	24
5. GP_n PRİZMA GRAFI ve GK_n ÇEVRESEL KÜBİK GRAFINİN E_3 -KORDİYAL NUMARALANMALARI	31
6. W_n ÇARKI, f_n YELPAZESİ ve GP_n PRİZMA GRAFINİN E_5 -KORDİYAL NUMARALANMALARI	41
7. YÖNTEM	64
8. SONUÇ VE TARTIŞMA	65
KAYNAKÇA	66



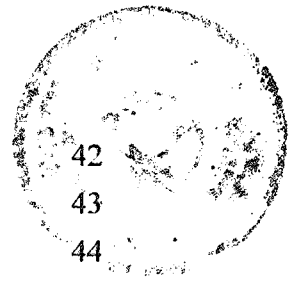
SEMBOL LİSTESİ

Simge Adı	Tanımı
V	Grafın Tepeler Kümesi
E	Grafın Ayrıtlar Kümesi
$G=(V,E)$	G Grafı
P_n	n-uzunluklu Yol
C_n	n-uzunluklu Çevre
GP_n	n-prizma Grafı
GK_n	2n Tepeli Çevresel Kübik Graf
W_n	n+1 Tepeli Çark
f_n	n+1 Tepeli Yelpaze
$v_f(i)$	i Numaralı tepelerin Sayısı
$e_f(i)$	i Numaralı Ayrıtların Sayısı
Σ	Toplam Sembolü
v_c	Merkez Tepe
f	Ayrıtların Numaralama Fonksiyonu

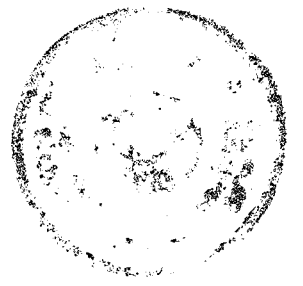


ŞEKİL LİSTESİ

Şekil No	Adı	Sayfa
Şekil 2.1	W_3 çarkı	3
Şekil 2.2	f_5 yelpazesi	3
Şekil 2.3	GP_4 prizma grafi	3
Şekil 2.4	GK_4 çevresel kübik grafi	4
Şekil 3.1	P_{15} yolunun E_5 -kordiyal numaralanması	7
Şekil 3.2	P_{14} yolunun E_7 -kordiyal numaralanması	8
Şekil 3.3	P_{13} yolunun E_{13} -kordiyal numaralanması	8
Şekil 3.4	P_{19} yolunun E_9 -kordiyal numaralanması	9
Şekil 3.5	P_{12} yolunun E_{11} -kordiyal numaralanması	10
Şekil 3.6	P_{23} yolunun E_7 -kordiyal numaralanması	11
Şekil 3.7	P_{24} yolunun E_{11} -kordiyal numaralanması	11
Şekil 3.8	P_{13} yolunun E_5 -kordiyal numaralanması	12
Şekil 3.9	P_{21} yolunun E_9 -kordiyal numaralanması	13
Şekil 3.10	P_{19} yolunun E_5 -kordiyal numaralanması	14
Şekil 3.11	P_{26} yolunun E_9 -kordiyal numaralanması	15
Şekil 3.12	C_{15} çevresinin E_3 -kordiyal numaralanması	16
Şekil 3.13	C_{13} çevresinin E_{13} -kordiyal numaralanması	17
Şekil 3.14	C_{22} çevresinin E_7 -kordiyal numaralanması	18
Şekil 3.15	C_{24} çevresinin E_{11} -kordiyal numaralanması	19
Şekil 3.16	C_{24} çevresinin E_7 -kordiyal numaralanması	21
Şekil 3.17	C_{24} çevresinin E_5 -kordiyal numaralanması	22
Şekil 3.18	C_{25} çevresinin E_{13} -kordiyal numaralanması	23
Şekil 4.1	GP_8 prizma grafinin E-kordiyal numaralanması	25
Şekil 4.2	GP_{10} prizma grafinin E-kordiyal numaralanması	26
Şekil 4.3	GK_8 çevresel kübik grafinin E-kordiyal numaralanması	28
Şekil 4.4	GK_6 çevresel kübik grafinin E-kordiyal numaralanması	30
Şekil 5.1	GP_{12} prizma grafinin E_3 -kordiyal numaralanması	32
Şekil 5.2	GP_{10} prizma grafinin E_3 -kordiyal numaralanması	33
Şekil 5.3	GP_{14} prizma grafinin E_3 -kordiyal numaralanması	35
Şekil 5.4	GK_9 çevresel kübik grafinin E_3 -kordiyal numaralanması	37
Şekil 5.5	GK_7 çevresel kübik grafinin E_3 -kordiyal numaralanması	38
Şekil 5.6	GK_8 çevresel kübik grafinin E_3 -kordiyal numaralanması	40



Şekil 6.1	W_{10} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması	42
Şekil 6.2	W_{16} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması	43
Şekil 6.3	W_{12} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması	44
Şekil 6.4	W_{18} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması	46
Şekil 6.5	W_{14} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması	47
Şekil 6.6	f_{15} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması	49
Şekil 6.7	f_{11} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması	50
Şekil 6.8	f_{17} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması	51
Şekil 6.9	f_{13} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması	53
Şekil 6.10	f_{19} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması	54
Şekil 6.11	GP_{10} prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanması	56
Şekil 6.12	GP_{16} prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanması	57
Şekil 6.13	GP_{12} prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanması	59
Şekil 6.14	GP_{13} prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanması	61
Şekil 6.15	GP_{14} prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanması	62



ÖNSÖZ

İnsanlığın en büyük arzusu hiç kuşkusuz iyiyi, güzeli, doğruyu bulmaktır. İnsanoğlu daima çoğunluğun kabul ettiği mükemmele yaklaşan *ilke ve bilgilerin* peşinde koşmuştur. Evinde, işyerinde, çevresinde iyi ilişkiler içinde olan birey bu büyük hedefe önemli ölçüde yaklaşmıştır denilebilir. Ancak bir çırpıda söylenildiği kadar kolay değildir iyiyi, güzeli, doğruyu bulmak. Herşeyden önemlisi emek ister, sevgi ister, fedakarlık ister.

Yukarıdaki paragraf tez konumu hazırlamaya başladığım andan itibaren hissettiklerim. Umarım yaşamımız, peşinde koşacağımız bilgilerle dolu olur.

Çalışmalarım esnasında beni yönlendiren danışman hocam Doç.Dr.Mehmet ARISOY 'a teşekkür ediyorum.

Balıkesir, 1996

Sevinç MERT



1. GİRİŞ

"Kordiyal numaralama" adı verilen bir yöntemle, eğer bir graf kordiyal numaralamaya imkan veriyorsa bu grafa "kordiyal graf" denir.

Literatürde görülen bazı graflar M-Kordiyal Graflar [3], S-Kordiyal Graflar [4], H-Kordiyal Graflar [5], A-Kordiyal Graflar [8] ve E_k -Kordiyal Graflar [9] dir. 1987 yılından itibaren Kordiyal Grafların birçoğu İbrahim Cahit tarafından [3-5], [9] nolu referanslarda incelenmiştir.

E_k -Kordiyal numaralama yöntemi, grafin ayrıtlarının mod k 'ye göre dengeli bir şekilde numaralanmasıdır. Bu ayrıtların numaralanmasının neden olduğu tepe numaralaması; grafin her bir tepesiyle bağlantılı olan ayrıtların numaralarının mod k 'ye göre toplamıdır. Numaralama yöntemi ile grafin tepeleri de mod k 'ye göre dengeli olarak numaralanacaktır.



2. TANIMLAR VE ÖNBİLGİLER

Tanım 2.1 Graf: V ile E ayrık iki küme ve $V \neq \emptyset$ olsun. $v_i \in V$ ($i = 1, 2, \dots, n$) tepeler ve $e_k \in E$ ($k = 1, 2, \dots, m$) ayrıtlar olmak üzere, herbir e_k ayrıtları bir $\{v_i, v_j\}$ tepe çiftine eşleyen bir g bağıntısı varsa, (V, E) ikilisine bir *graf* denir ve $G = (V, E)$ ile gösterilir. v_i, v_j tepelerine e_k ayrıtlarının son noktaları denir. $e_k = \{v_i, v_j\}$ ayrıtları son noktaları ile bağlantılıdır. Bir G grafindeki tepelerin sayısı $n = |V|$ ve ayrıtların sayısı da $m = |E|$ ile gösterilerek, n tepeli m ayrıtlı bir graf kısaca $G(n, m)$ ile belirtilir.

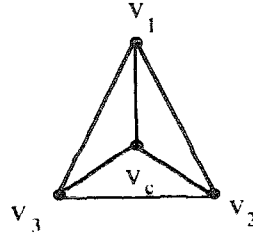
Tanım 2.2 Bir Tepenin Derecesi: Bir G grafinin bir v_i tepesine bağlantılı olan G 'nin ayrıtlarının sayısına v_i tepesinin G grafına göre *derecesi* denir ve $d(v_i, G)$ ile gösterilir.

Tanım 2.3 Regüler Graf: Her v_i tepesinin derecesi eşit olan grafa *regüler graf* denir[2].

Tanım 2.4 n -uzunluklu Ayrıtlar Katarı: Bir G grafindan $i \neq j$ için $e_i \neq e_j$ ve $e_i = \{v_i, v_{i+1}\}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) olmak üzere alınan e_1, e_2, \dots, e_n ayrıtlar dizisinin oluşturduğu altgrafa G 'nin *n -uzunluklu ayrıtlar katarı* denir. v_1 ve v_{n+1} tepelerine bu ayrıtlar katarının son noktaları, v_2, v_3, \dots, v_n tepelerinden her birine de birer iç tepe denir. Son noktaları çakışık olan ayrıtlar katarına *kapalı ayrıtlar katarı*, aksi durumdaki ayrıtlar katarına da *açık ayrıtlar katarı* denir.

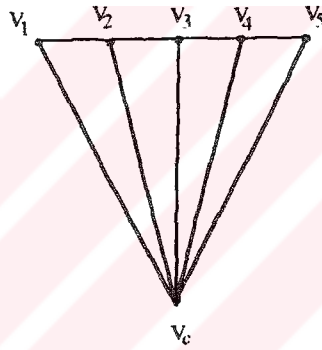
Tanım 2.5 Yol ve Çevre: Her bir iç tepesinin derecesi iki olan açık ayrıtlar katarına *yol* denir ve P_n ile gösterilir. Her bir iç tepesinin derecesi iki olan kapalı ayrıtlar katarına *çevre* denir ve C_n ile gösterilir [1].

Tanım 2.6 Çarklar: n - uzunluklu bir C_n çevresinin tüm tepeleri merkez adı verilen ilave bir tepeye birleştirilerek elde edilen grafa n -parmaklı bir *çark* (wheel) denir ve bu W_n ile gösterilir.



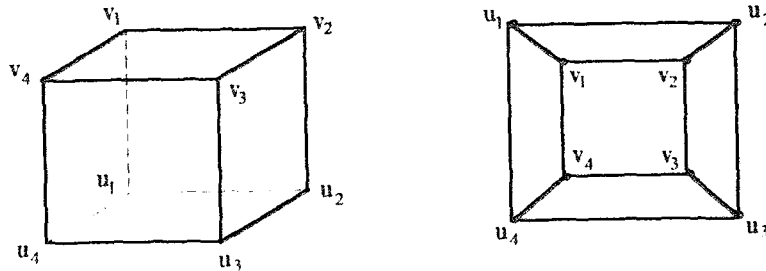
Şekil 2.1 W_3 çarkı

Tanım 2.7 Yelpezeler: P_{n-1} yolunun tüm tepelerini merkez adı verilen ayrı bir tepeye birleştirilerek elde edilen grafa *yelpaze grafi* denir ve f_n ($n \geq 2$) ile gösterilir.



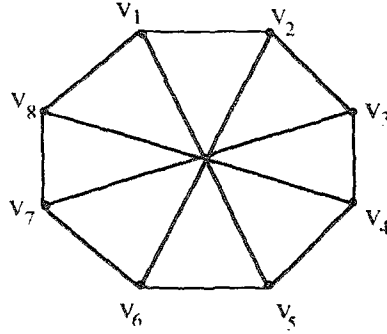
Şekil 2.2 f_5 yelpazesi.

Tanım 2.8 Prizma Graflar: Tepeleri u_1, u_2, \dots, u_n ve v_1, v_2, \dots, v_n olmak üzere $2n$ tepeli ve 3. dereceden regüler grafa bir GP_n (n -prizma grafi) ($n \geq 3$) denir. u_1, u_2, \dots, u_n tepeleri n uzunluklu bir çevre oluştururlar. Bunun gibi v_1, v_2, \dots, v_n tepeleri de n uzunluklu bir diğer çevre oluştururlar ve prizmanın geriye kalan ayrıtları $\{u_i, v_i\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) şeklindedir [1].



Şekil 2.3 GP_4 prizma grafi.

Tanım 2.9 Çevresel Kübik Graf: Tepeleri v_i ($i=1,2,\dots,2n$) olmak üzere $2n$ ($n \geq 3$) tepeli C_{2n} çevre grafına n tane $\{v_i, v_{i+n}\}$ $i=1,2,\dots,n$ ayrıtlarının eklenmesiyle elde edilen 3. dereceden regüler grafa *çevresel kübik graf* denir ve GK_n ile gösterilir.



Şekil 2.4 GK_4 çevresel kübik grafi.

Tanım 2.10 k -adil Numaralama: G ; çok katlı ayrıtları ve bukleleri içermeyen yönlendirilmemiş sonlu bir graf olsun. Bir $f : V(G) \rightarrow \{0,1,2,\dots,k-1\}$ numaralaması ; $i \neq j$ $i,j=0,1,2,\dots,k-1$ için $|v_f(i) - v_f(j)| \leq 1$ ve $|e_f(i) - e_f(j)| \leq 1$ koşulunu sağlıyorsa, bu f numaralamasına *k-adildir* denir [9]. Burada $x \in \{0,1,2,\dots,k-1\}$ için $v_f(x)$ ve $e_f(x)$ sırasıyla G nin x numaralı tepelerinin ve ayrıtlarının sayısıdır. f tepe numaralamasının sebep olduğu \bar{f} ayrıt numaralaması $\bar{f}(u,v) = |f(u) - f(v)|$ eşitliği ile verilir.

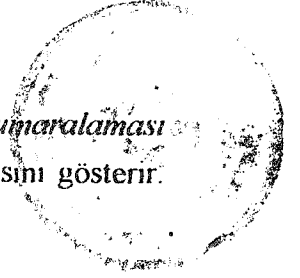
Tanım 2.11 E_k -kordiyal Numaralama: $f: E(G) \rightarrow \{0,1,2,\dots,k-1\}$ olmak üzere $G=(V,E)$ grafının bir ayrıt numaralaması f olsun ve bu f numaralamasının sebep olduğu tepe numaralaması;

$$f(u) = \sum_{vu} f(u,v) \pmod{k} \quad (2.1)$$

eşitliği ile verilir, bu eşitlikteki $v \in V$ ve $\{u,v\} \in E$ dir. $i \neq j$ $i,j = 0,1,2,\dots,k-1$ için

$$|e_f(i) - e_f(j)| \leq 1 \quad (2.2)$$

$$|v_f(i) - v_f(j)| \leq 1 \quad (2.3)$$



koşulları sağlanıyorsa, bunları sağlayan f 'ye G 'nin bir E_k -kordiyal numaralaması denir. Burada $e_i(i)$, $e_i(j)$ sırayla i ve j ile numaralanmış ayrıtların sayısını gösterir. $v_i(i)$, $v_i(j)$ ise sırayla i ve j ile numaralanmış tepelerin sayısını gösterir.

Eğer bir G grafi E_k -kordiyal numaralamaya imkan veriyorsa böyle bir G grafına E_k -kordiyal graftır denir [9].

Tanım 2.12 E -kordiyal Numaralama: $f:E(G) \rightarrow \{0,1\}$ olmak üzere $G=(V,E)$ grafının bir ayrıtlar numaralaması f olsun ve bu f numaralamasının sebep olduğu tepe numaralaması;

$$f(u) = \sum_{v \in V} f(u,v) \pmod{2} \quad (2.4)$$

eşitliği ile verilir, bu eşitlikteki $v \in V$ ve $\{u,v\} \in E$ 'dir.

$$|e_i(0) - e_i(1)| \leq 1 \quad (2.5)$$

$$|v_i(0) - v_i(1)| \leq 1 \quad (2.6)$$

koşulları sağlanıyorsa, bunları sağlayan f 'ye G 'nin bir E -kordiyal numaralaması denir.

Eğer bir G grafi E -kordiyal numaralamaya imkan veriyorsa böyle bir G grafına E -kordiyal graftır denir [9].

Tanım 2.13 E_3 -kordiyal Numaralama: $f:E(G) \rightarrow \{0,1,2\}$ olmak üzere $G=(V,E)$ grafının bir ayrıtlar numaralaması f olsun ve bu f numaralamasının sebep olduğu tepe numaralaması;

$$f(u) = \sum_{v \in V} f(u,v) \pmod{3} \quad (2.7)$$

eşitliği ile verilir, bu eşitlikteki $v \in V$ ve $\{u,v\} \in E$ 'dir. $i \neq j$ $i,j = 0,1,2$ için

$$|e_i(i) - e_i(j)| \leq 1 \quad (2.8)$$

$$|v_i(i) - v_i(j)| \leq 1 \quad (2.9)$$

koşulları sağlanıyorsa, bunları sağlayan f 'ye G 'nin bir E_3 -kordiyal numaralaması denir.

Eğer bir G grafi E_3 -kordiyal numaralamaya imkan veriyorsa böyle bir G grafına E_3 -kordiyal graftır denir [9].

Tanım 2.14 E_5 -kordiyal Numaralama: $f: E(G) \rightarrow \{0,1,2,3,4\}$ olmak üzere $G=(V,E)$ grafının bir ayrit numaralaması f olsun ve bu f numaralamasının sebep olduğu tepe numaralaması;

$$f(u) = \sum_{v \sim u} f(u,v) \pmod{5} \quad (2.10)$$

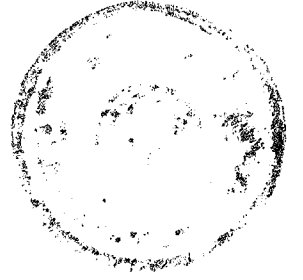
eşitliği ile verilir, bu eşitlikteki $v \in V$ ve $\{u,v\} \in E$ 'dir. $i \neq j$ $i, j = 0,1,2,3,4$ için

$$|e_f(i) - e_f(j)| \leq 1 \quad (2.11)$$

$$|v_f(i) - v_f(j)| \leq 1 \quad (2.12)$$

koşulları sağlanıyorsa, bunları sağlayan f 'ye G 'nin bir E_5 -kordiyal numaralaması denir.

Eğer bir G grafi E_5 -kordiyal numaralamaya imkan veriyorsa böyle bir G grafına E_5 -kordiyal graftır denir [9].



3. P_n YOLUNUN ve C_n ÇEVRESİNİN E_k -KORDİYAL NUMARALANMASI

Teorem 3.1: $k \equiv 1 \pmod{2}$ ve $n \geq k-1$ ise P_n yolu E_k -kordiyaldır.

İspat: k tane farklı durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum: $n \equiv 0 \pmod{k}$ olsun.

P_n yolunun $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_{n+1}\}$ ayrıtlar kümesi u_1u_2 'den başlamak üzere

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots \quad (3.1)$$

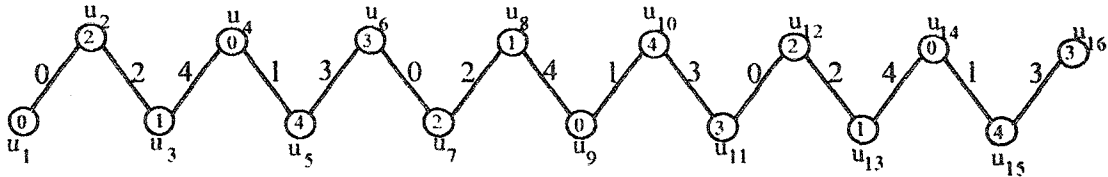
şeklinde numaralansın. (3.1) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = \dots = e_f(k-2) = e_f(k-1) = \frac{n}{k} \quad (3.2)$$

ve

$$v_f(0) = \frac{n}{k} + 1, \quad v_f(1) = v_f(2) = \dots = v_f(k-2) = v_f(k-1) = \frac{n}{k} \quad (3.3)$$

elde edilir. Elde edilen (3.2) ve (3.3) eşitliklerine göre, Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=5,7,13$ için örnekler Şekil 3.1, Şekil 3.2, Şekil 3.3 'te verilmiştir.



Şekil 3.1 P_{15} yolunun E_5 -kordiyal numaralanması.

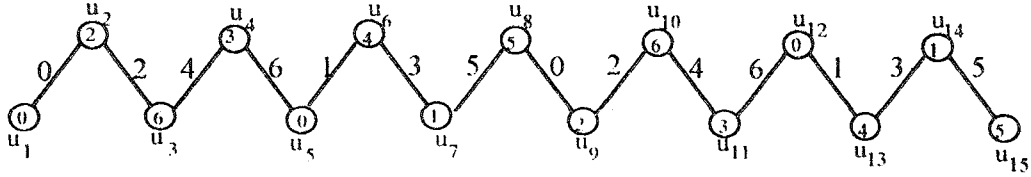
(3.1) bağıntısı ve Şekil 3.1 'de gösterilen numaralama ile (3.2) ve (3.3) 'e $k=5$, $n=15$ için karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 3$$

ve

$$v_f(0) = 4, \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 3$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.1 'deki P_{15} yolu E_5 -kordiyaldır



Şekil 3.2 P_{14} yolunun E_7 -kordiyal numaralanması.

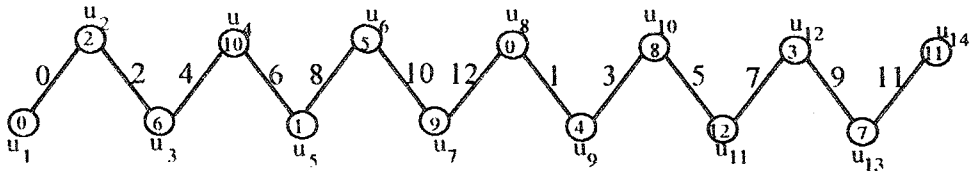
Şekil 3.2 'de gösterilen numaralama ile $k=7$, $n=14$ için (3.2) ve (3.3) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = e_f(5) = e_f(6) = 2$$

ve

$$v_f(0) = 3, \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = v_f(5) = v_f(6) = 2$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.2 'deki P_{14} yolu E_7 -kordiyaldır.



Şekil 3.3 P_{13} yolunun E_{13} -kordiyal numaralanması.

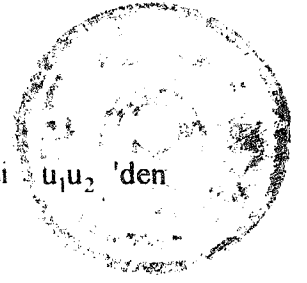
Şekil 3.3 'te gösterilen numaralama ile $k=13$, $n=13$ için (3.2) ve (3.3) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = \dots = e_f(11) = e_f(12) = 1$$

ve

$$v_f(0) = 2, \quad v_f(1) = v_f(2) = \dots = v_f(11) = v_f(12) = 1$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.3 'deki P_{13} yolu E_{13} -kordiyaldır.



2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{k}$ olsun.

$0 \leq t \leq k-1$ için, P_n yolunun $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_n u_{n+1}\}$ ayrıtlar kümesi $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, t, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad . \quad 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad . \quad \dots \quad (3.4)$$

şeklinde numaralansın. (3.4) 'teki numaralamaya göre

$$e_f(t) = \frac{n-1}{k} + 1, \quad (3.5)$$

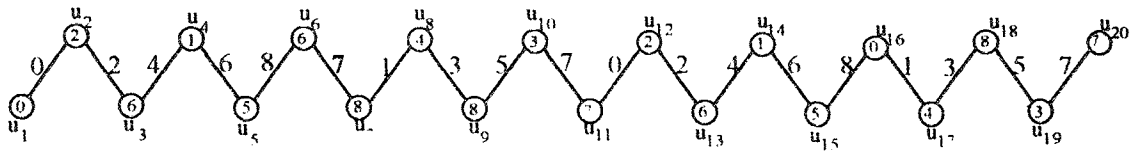
$$e_f(i) = \frac{n-1}{k} \quad \text{öyle ki } i \neq t \text{ ve } i = 0, 1, 2, \dots, k-1$$

ve

$$v_f(t-1) = v_f(t+1) = \frac{n-1}{k} + 1, \quad (3.6)$$

$$v_f(i) = \frac{n-1}{k} \quad \text{öyle ki } i \neq t-1, t+1 \text{ ve } i = 0, 1, 2, \dots, k-1$$

elde edilir. Elde edilen (3.5) ve (3.6) eşitliklerine göre Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=9, 11$ için örnekler Şekil 3.4, Şekil 3.5 'te verilmiştir.



Şekil 3.4 P_{19} yolunun E_9 -kordiyal numaralanması.

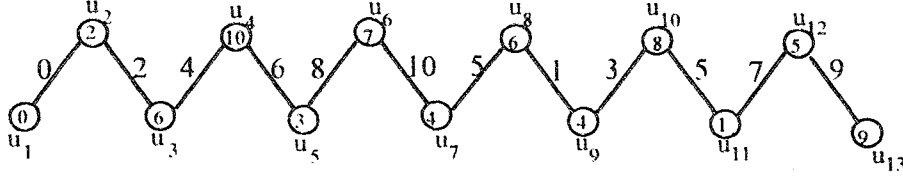
Şekil 3.4 'te gösterilen numaralama ile $k=9, n=19, t=7$ için (3.5) ve (3.6) 'ya karşılık gelen,

$$e_f(7) = 3 ; e_f(0) = e_f(1) = \dots = e_f(8) = 2$$

ve

$$v_f(6) = v_f(8) = 3 ; v_f(i) = 2, i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.4 'teki P_{16} yolu E_9 -kordiyaldır.



Şekil 3.5 P_{12} yolunun E_{11} kordiyal numaralanması.

Şekil 3.5 'te gösterilen numaralama ile $k=11$, $n=12$, $t=5$ için (3.5) ve (3.6) 'ya karşılık gelen,

$$e_f(5) = 2 ; e_f(i) = 1 , i \neq 5 \text{ ve } i = 0, 1, 2, \dots, 10$$

ve

$$v_f(4) = v_f(6) = 2 ; v_f(i) = 1 \quad i \neq 4, 6 \text{ ve } i = 0, 1, 2, \dots, 10$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.5 'teki P_{12} yolu E_{11} -kordiyaldır.

3. Durum: $n \equiv 2 \pmod{k}$ olsun.

P_n yolunun $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_{n+1}\}$ ayrıtlar kümesi u_1u_2 'den başlamak üzere

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, k-1, 1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad , \quad 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad , \quad \dots \quad (3.7)$$

şeklinde numaralansın. (3.7) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(k-1) = e_f(1) = \frac{n-2}{k} + 1 , \quad (3.8)$$

$$e_f(i) = \frac{n-2}{k} \quad \text{öyle ki } i \neq k-1, 1 \text{ ve } i = 0, 2, 3, \dots, k-2$$

ve

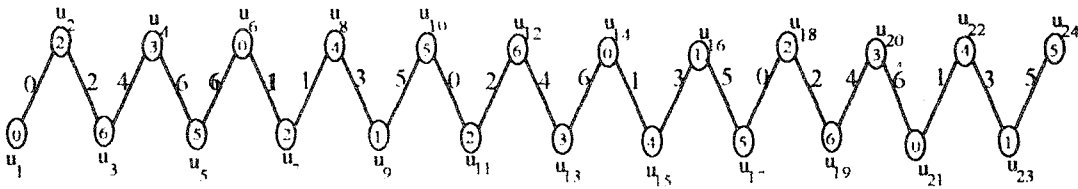


$$v_f(0) = v_f(k-2) = v_f(2) = \frac{n-2}{k} + 1,$$

(3.9)

$$v_f(i) = \frac{n-2}{k} \text{ öyle ki } i \neq 0, 2, k-2 \text{ ve } i = 1, 3, 4, \dots, k-3, k-1$$

elde edilir. Elde edilen (3.8) ve (3.9) eşitliklerine göre Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=7, 11$ için örnekler Şekil 3.6 ve Şekil 3.7 'de verilmiştir.



Şekil 3.6 P_{23} yolunun E_7 kordiyal numaralanması.

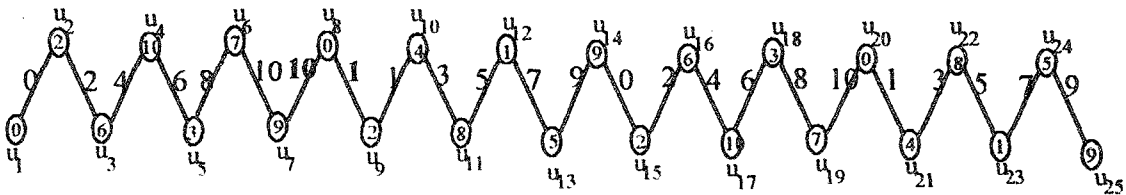
Şekil 3.6 'da gösterilen numaralama ile $k=7, n=23$ için (3.8) ve (3.9) 'a karşılık gelen,

$$e_f(6) = e_f(1) = 4 ; e_f(i) = 3 , i = 0, 2, 3, 4, 5$$

ve

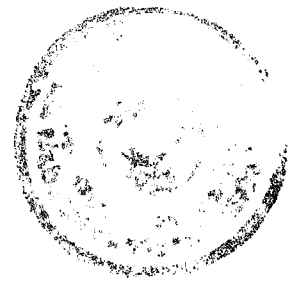
$$v_f(0) = v_f(5) = v_f(2) = 4 ; v_f(i) = 3 , i = 1, 3, 4, 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.6 'daki P_{23} yolu E_7 -kordiyaldir.



Şekil 3.7 P_{24} yolunun E_{11} -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.7 'de gösterilen numaralama ile $k=11, n=24$ için (3.8) ve (3.9) 'a karşılık gelen,



$$e_f(10) = e_f(1) = 3 \ ; \ e_f(i) = 2 \ , \ i = 0, 2, 3, 4, \dots, 8, 9$$

ve

$$v_f(0) = v_f(9) = v_f(2) = 3 \ ; \ v_f(i) = 2 \ , \ i = 1, 3, 4, \dots, 8, 10$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.7 'deki P_{24} yolu E_{11} -kordiyaldır.

4. Durum: $n \equiv 3 \pmod{k}$ olsun.

P_n yolunun $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_n u_{n+1}\}$ ayrıklar kümesi $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere

$$0.2.4.6. \dots k-3.k-1.1.0.2.1.3.5. \dots k-4.k-2 \ ; \ 0.2.4.6. \dots k-3.k-1.1.3.5. \dots k-4.k-2 \ ; \ \dots \quad (3.10)$$

şeklinde numaralansın. (3.10) 'daki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = \frac{n-3}{k} + 1 \ , \quad (3.11)$$

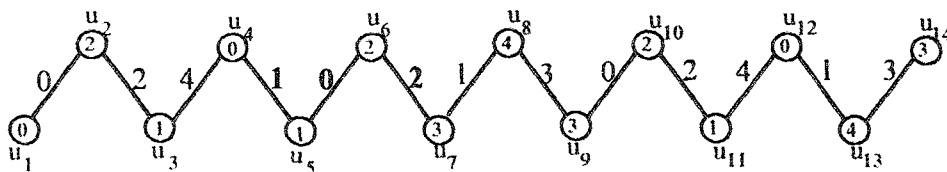
$$e_f(i) = \frac{n-3}{k} \text{ öyle ki } i = 3, 4, 5, \dots, k-2, k-1$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = \frac{n-3}{k} + 1 \ , \quad (3.12)$$

$$v_f(i) = \frac{n-3}{k} \text{ öyle ki } i = 4, 5, \dots, k-2, k-1$$

elde edilir. Elde edilen (3.11) ve (3.12) eşitliklerine göre Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=5, 9$ için örnekler Şekil 3.8, Şekil 3.9 'da verilmiştir.



Şekil 3.8 P_{13} yolunun E_5 -kordiyal numaralanması.

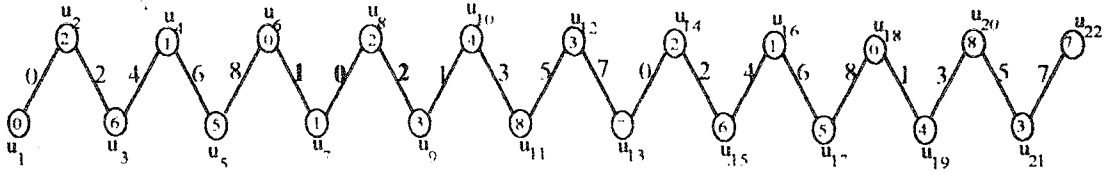
Şekil 3.8 'de gösterilen numaralama ile $k=5$, $n=13$ için (3.11) ve (3.12) 'ye karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 3 ; e_f(3) = e_f(4) = 2$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = 3 ; v_f(4) = 2$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.8 'deki P_{13} yolu E_5 -kordiyaldır.



Şekil 3.9 P_{21} yolunun E_9 -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.9 'da gösterilen numaralama ile $k=9$, $n=21$ için (3.11) ve (3.12) 'ye karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 3 ; e_f(i) = 2 \quad i = 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = 3 ; v_f(i) = 2 \quad , \quad i = 4, 5, 6, 7, 8$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.9 'daki P_{21} yolu E_9 -kordiyaldır.

(k-1). Durum: $n \equiv k-2 \pmod{k}$ olsun.

P_n yolunun $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_n u_{n+1}\}$ ayrışlar kümesi $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 .$$

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots$$

(3.13)

şeklinde numaralansın.



k. Durum: $n \equiv k-1 \pmod{k}$ olsun.

P_n yolunun $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_n u_{n+1}\}$ ayrıtlar kümesi $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere

$$\begin{aligned} &0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, k-1, k-3, k-5, \dots, 4, 2, k-2, k-4, \dots, 3, 1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \\ &0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

şeklinde numaralansın.

Yukarıda verilen numaralama işleminde, her bir basamakta elde edilen i ($i=0, 1, 2, \dots, k-1$) ile numaralanmış $e_i(i)$ ayrıtlarının ve $v_i(i)$ tepelerinin sayıları Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşullarını sağlar.

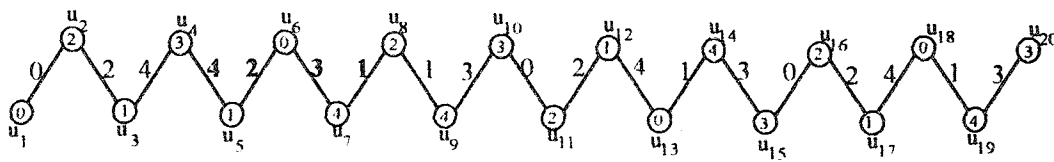
k. durum için verilen numaralama sonucunda ise;

$$e_f(0) = \frac{n+1}{k} - 1, \quad e_f(i) = \frac{n+1}{k} \quad \text{öyle ki } i = 1, 2, 3, \dots, k-1 \quad (3.15)$$

ve

$$v_f(i) = \frac{n+1}{k} \quad \text{öyle ki } i = 0, 1, 2, \dots, k-1 \quad (3.16)$$

elde edilir. $k=5, 9$ için örnekler Şekil 3.10 ve Şekil 3.11 'de verilmiştir.



Şekil 3.10 P_{19} yolunun E_5 -kordiyal numaralanması.

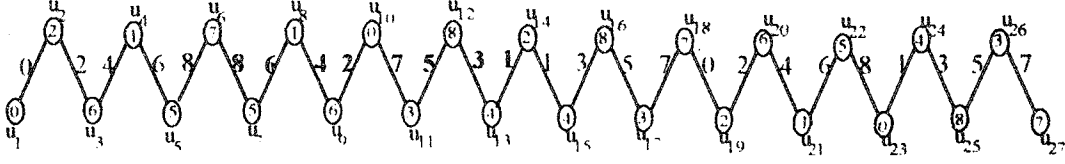
Şekil 3.10 'da gösterilen numaralama ile $k=5, n=19$ için (3.15) ve (3.16) 'ya karşılık gelen,

$$e_f(0) = 3; \quad e_f(i) = 4 \quad \text{öyle ki } i = 1, 2, 3, 4$$

ve

$$v_f(i) = 4 \quad \text{öyle ki } i = 0, 1, 2, 3, 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.10'daki P_{19} yolu E_5 -kordiyaldır.



Şekil 3.11 P_{26} yolunun E_9 -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.11 'de gösterilen numaralama ile $k=9$, $n=26$ için (3.15) ve (3.16) 'ya karşılık gelen,

$$e_f(0) = 2; \quad e_f(i) = 3 \quad \text{öyle ki } i = 1, 2, 3, \dots, 8$$

ve

$$v_f(i) = 3 \quad \text{öyle ki } i = 0, 1, 2, \dots, 8$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.11 'deki P_{26} yolu E_9 -kordiyaldır.

Yukarıda verilen k tane durum ve Tanım 2.11 'den $k \equiv 1 \pmod{2}$ ve $n \geq k-1$ için P_n yolunun E_k -kordiyal olduğu sonucuna varılır.

Teorem 3.2: $k \equiv 1 \pmod{2}$ ve $n \geq k-1$ ise C_n çevresi E_k -kordiyaldır.

İspat: k tane farklı durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum: $n \equiv 0 \pmod{k}$ olsun.

C_n çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesi u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots \quad (3.17)$$

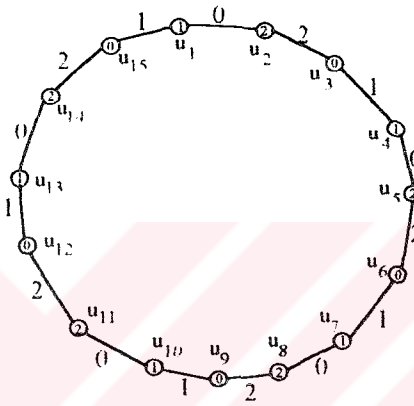
şeklinde numaralansın. (3.17) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = \dots = e_f(k-2) = e_f(k-1) = \frac{n}{k} \quad (3.18)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = \dots = v_f(k-2) = v_f(k-1) = \frac{n}{k} \quad (3.19)$$

elde edilir. Elde edilen (3.18) ve (3.19) eşitliklerine göre, Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=3,13$ için örnekler Şekil 3.12 ve Şekil 3.13 'te verilmiştir.



Şekil 3.12 C_{15} çevresinin E_3 -kordiyal numaralanması.

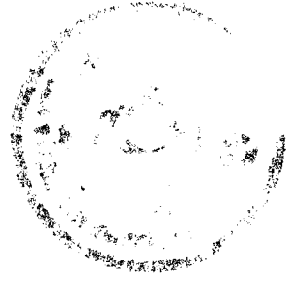
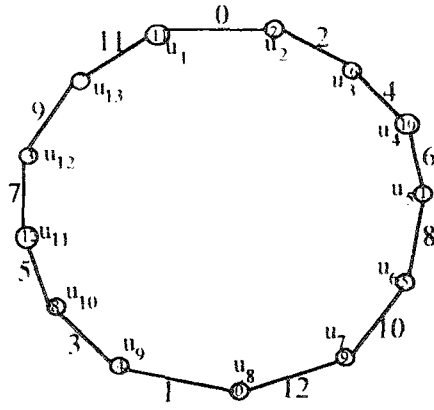
(3.17) bağıntısı ve Şekil 3.12 'de gösterilen numaralama ile (3.18) ve (3.19) 'a $k=3, n=15$ için karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 5$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = 5$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.12 'deki C_{15} çevresi E_3 -kordiyaldir.



Şekil 3.13 C_{13} çevresinin E_{13} -kordiyal numaralanması.

(3.17) bağıntısı ve Şekil 3.13 'te gösterilen numaralama ile (3.18) ve (3.19) 'a $k=13, n=13$ için karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = \dots = e_f(12) = 1$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = \dots = v_f(12) = 1$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.13 'teki C_{13} çevresi E_{13} -kordiyaldir.

2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{k}$ olsun.

C_n çevresinin $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_n u_1\}$ ayrıtlar kümesi $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots, 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots \quad (3.20)$$

şeklinde numaralansın. (3.20) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(k-1) = \frac{n-1}{k} + 1, \quad (3.21)$$

$$e_f(i) = \frac{n-1}{k} \quad \text{öyle ki } i = 0, 1, 2, \dots, k-2$$

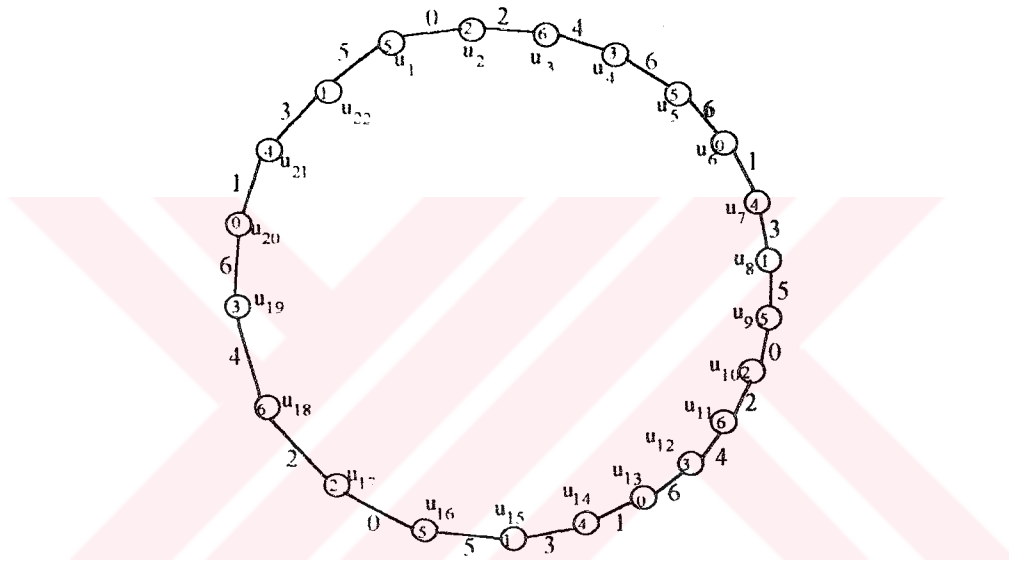
ve



$$v_f(k-2) = \frac{n-1}{k} + 1,$$

$$v_f(i) = \frac{n-1}{k} \text{ öyle ki } i = 0, 1, 2, \dots, k-3, k-1$$

elde edilir. Elde edilen (3.21) ve (3.22) eşitliklerine göre Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=7$ için örnek Şekil 3.14 'te verilmiştir.



Şekil 3.14 C_{22} çevresinin E_7 -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.14 'te gösterilen numaralama ile $k=7$, $n=22$ için (3.21) ve (3.22) 'ye karşılık gelen,

$$e_f(6) = 4, \quad e_f(i) = 3 \text{ öyle ki } i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

ve

$$v_f(5) = 4, \quad v_f(i) = 3 \text{ öyle ki } i = 0, 1, 2, 3, 4, 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.14 'teki C_{22} çevresi E_7 -kordiyaldir.



3. Durum: $n \equiv 2 \pmod{k}$ olsun.

C_n çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesi u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, k-1, 1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad . \quad 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad . \quad \dots \quad (3.23)$$

şeklinde numaralansın. (3.23) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(k-1) = e_f(1) = \frac{n-2}{k} + 1, \quad (3.24)$$

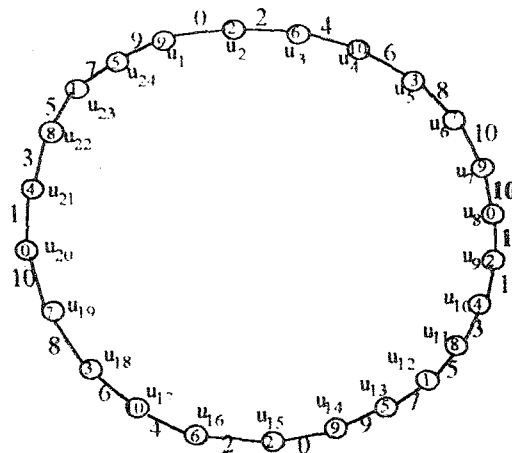
$$e_f(i) = \frac{n-2}{k} \quad \text{öyle ki } i = 0, 2, 3, \dots, k-2$$

ve

$$v_f(k-2) = v_f(2) = \frac{n-2}{k} + 1, \quad (3.25)$$

$$v_f(i) = \frac{n-2}{k} \quad \text{öyle ki } i = 0, 1, 3, 4, \dots, k-3, k-1$$

elde edilir. Elde edilen (3.24) ve (3.25) eşitliklerine göre Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=11$ için örnek Şekil 3.15 'te verilmiştir.



Şekil 3.15 C_{24} çevresinin E_{11} -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.6 'da gösterilen numaralama ile $k=11, n=24$ için (3.24) ve (3.25) 'e karşılık gelen,



$$e_i(10) = e_i(1) = 3 \quad , \quad e_i(i) = 2 \quad \text{ve} \quad i = 0, 2, 3, \dots, 9$$

ve

$$v_i(9) = v_i(2) = 3 \quad , \quad v_i(i) = 2 \quad \text{ve} \quad i = 0, 1, 3, 4, \dots, 8, 10$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.15 'teki C_{24} çevresi E_{11} -kordiyaldır.

4. Durum $n \equiv 3 \pmod{k}$ olsun.

C_n çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesi u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 0, 2, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad , \quad 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2 \quad , \quad \dots \quad (3.26)$$

şeklinde numaralansın. (3.26) 'daki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = \frac{n-3}{k} + 1 \quad , \quad (3.27)$$

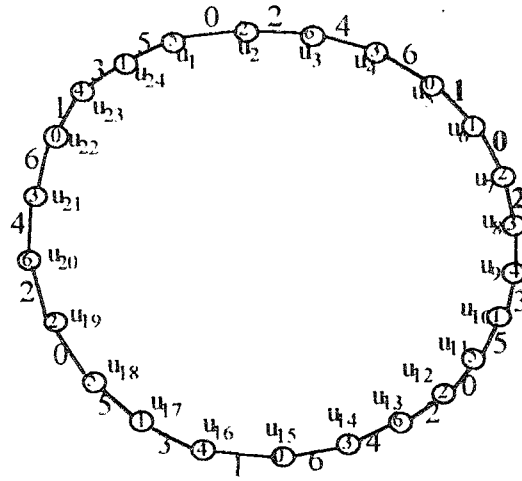
$$e_f(i) = \frac{n-3}{k} \quad \text{öyle ki} \quad i = 3, 4, 5, \dots, k-2, k-1$$

ve

$$v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = \frac{n-3}{k} + 1 \quad , \quad (3.28)$$

$$v_f(i) = \frac{n-3}{k} \quad \text{öyle ki} \quad i = 0, 4, 5, \dots, k-2, k-1$$

elde edilir. Elde edilen (3.27) ve (3.28) eşitliklerine göre Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşulları sağlanır. $k=7$ için örnek Şekil 3.16 'da verilmiştir.



Şekil 3.16 C_{24} çevresinin E_7 -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.16 'da gösterilen numaralama ile $k=7$, $n=24$ için (3.27) ve (3.28) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 4 \quad , \quad e_f(i) = 3 \quad \text{öyle ki } i = 3, 4, 5, 6$$

ve

$$v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = 4 \quad ; \quad v_f(i) = 3 \quad , \quad i = 0, 4, 5, 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.16 'daki C_{24} çevresi E_7 -kordiyaldir.

...

(k-1). Durum: $n \equiv k-2 \pmod{k}$ olsun.

C_n çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesi u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$\begin{aligned} &0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, 0, 2, 4, 6, \dots, k-3, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \\ &0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots \end{aligned} \quad (3.29)$$

şeklinde numaralansın.



k. Durum: $n \equiv k-1 \pmod{k}$ olsun

C_n çevresinin $\{u_1, u_2, u_2 u_1, \dots, u_n u_1\}$ ayrışlar kümesi $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$\begin{aligned} &0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, k-1, k-3, k-5, \dots, 4, 2, k-2, k-4, \dots, 3, 1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \\ &0, 2, 4, 6, \dots, k-3, k-1, 1, 3, 5, \dots, k-4, k-2, \dots \end{aligned} \quad (3.30)$$

şeklinde numaralansın.

Yukarıda verilen numaralama işleminde, herbir basamakta elde edilen i ($i=0, 1, 2, \dots, k-1$) ile numaralanmış $e_f(i)$ ayrışlarının ve $v_f(i)$ tepelerinin sayıları Tanım 2.11 'de (2.2) ve (2.3) ile verilen E_k -kordiyal olma koşullarını sağlar.

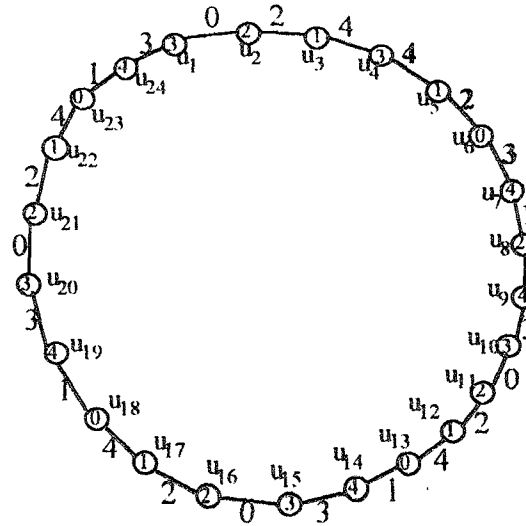
k. durum için verilen numaralama sonucunda ise;

$$e_f(0) = \frac{n+1}{k} - 1, \quad e_f(i) = \frac{n+1}{k} \quad \text{öyle ki } i = 1, 2, 3, \dots, k-1 \quad (3.31)$$

ve

$$v_f(0) = \frac{n+1}{k} - 1; \quad v_f(i) = \frac{n+1}{k}, \quad i = 1, 2, \dots, k-1 \quad (3.32)$$

elde edilir. $k=5, 13$ için örnekler Şekil 3.17 ve Şekil 3.18 'de verilmiştir.



Şekil 3.17 C_{24} çevresinin E_5 -kordiyal numaralanması.



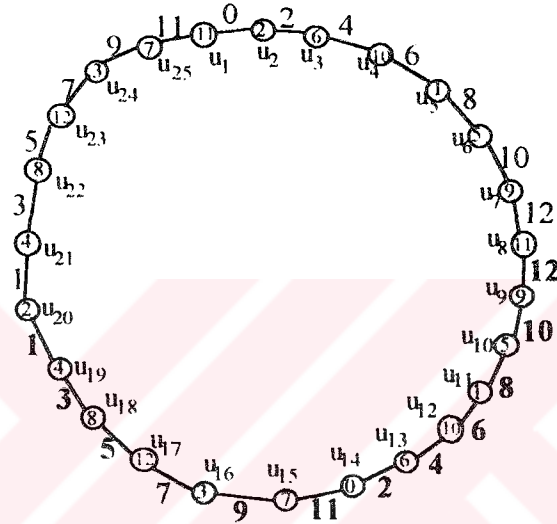
Şekil 3.17 'de gösterilen numaralama ile $k=5$, $n=24$ için (3.31) ve (3.32) 'ye karşılık gelen,

$$e_i(0) = 4; e_i(i) = 5, i = 1, 2, 3, 4$$

ve

$$v_i(0) = 4; v_i(i) = 5, i = 1, 2, 3, 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.17 'deki C_{24} yolu E_5 -kordiyaldır.



Şekil 3.18 C_{25} çevresinin E_{13} -kordiyal numaralanması.

Şekil 3.18 'de gösterilen numaralama ile $k=13$, $n=25$ için (3.31) ve (3.32) 'e karşılık gelen,

$$e_i(0) = 1; e_i(i) = 2, i = 1, 2, 3, \dots, 12$$

ve

$$v_i(0) = 1; v_i(i) = 2, i = 1, 2, \dots, 12$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 3.18 'deki C_{25} çevresi E_{13} -kordiyaldır.

Yukarıda verilen k tane durum ve Tanım 2.11 'den $k \equiv 1 \pmod{2}$ ve $n \geq k-1$ için C_n çevresinin E_k -kordiyal olduğu sonucuna varılır.



4. GP_n PRİZMA GRAFININ VE GK_n ÇEVRESEL KÜBİK GRAFIN E-KORDİYAL NUMARALANMASI

Teorem 4.1: n tepe sayısını göstermek üzere bir G grafinin E-kordiyal olması için gerek ve yeter koşul $n \equiv 2 \pmod{4}$ olmasıdır[9].

Teorem 4.2: GP_n prizma grafinin E-kordiyal olması için gerek ve yeter koşul $n \equiv 0,2 \pmod{4}$ olmasıdır.

İspat: Gereklik. Olmayana Ergi Metodu 'nu kullanarak $n \equiv 1 \pmod{4}$ ve ya $n \equiv 3 \pmod{4}$ olduğu farzedilsin. Tanım 2.8 'den GP_n prizma grafinin $2n$ tepeli olduğu biliniyor. Buna göre $n \equiv 1,3 \pmod{4}$ ise, $2n \equiv 2 \pmod{4}$ denkliği elde edilir. Bu denklik Teorem 4.1 ile çelişir. O halde GP_n prizma grafinin E-kordiyal olması için gerek koşul $n \equiv 0,2 \pmod{4}$ olmasıdır.

Yeterlik. Yeterlik ispatında iki durum gözönüne alınacaktır.

1.Durum: $n \equiv 0 \pmod{4}$ olsun.

GP_n grafinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_{n-1} u_n, u_n u_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek ve benzer şekilde $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1 v_2, v_2 v_3, \dots, v_{n-1} v_n, v_n v_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanlarında $v_1 v_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,0,1,1, \quad 0,0,1,1, \quad \dots \quad (4.1)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafinin dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafin iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerini birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtlarında $u_1 v_1$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$1,0,0,1, \quad 1,0,0,1, \quad \dots \quad (4.2)$$



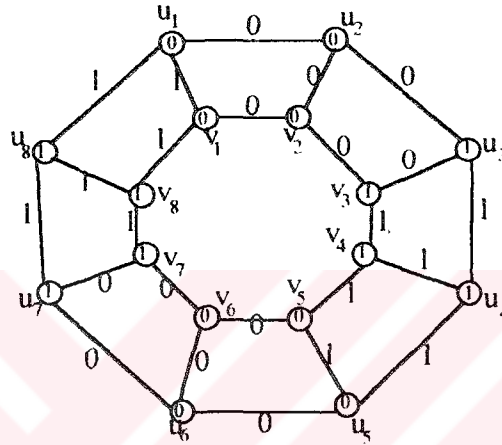
biçiminde numaralansın. (4.1) ve (4.2) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = \frac{3}{2}n$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = n \quad (4.4)$$

elde edilir. Elde edilen (4.3) ve (4.4) eşitliklerine göre Tanım 2.12 'de (2.5) ve (2.6) ile verilen E-kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=8$ için örnek Şekil 4.1 'de verilmiştir.



Şekil 4.1 GP_8 prizma grafının E-kordiyal numaralanması.

(4.1) ve (4.2) bağıntıları ve Şekil 4.1 'de gösterilen numaralama ile (4.3) ve (4.4) 'e $n=8$ için karşılık gelen

$$e_f(0) = e_f(1) = 12$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = 8$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 4.1 'deki GP_8 grafi E-kordiyaldir.

2. Durum: $n \equiv 2 \pmod{4}$ olsun.

GP_n grafının $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_{n-1} u_n, u_n u_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek



$$0,0,1,1, \quad 0,0,1,1, \quad \dots, \quad 0,0,1,1, \quad 0,0.$$

şeklinde numaralansın.

GP_n grafının $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1 v_2, v_2 v_3, \dots, v_{n-1} v_n, v_n v_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $v_1 v_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$1,1,0,0, \quad 1,1,0,0, \quad \dots, \quad 1,1,0,0, \quad 1,1. \quad (4.6)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafının dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafın iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerini birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtlarında $u_1 v_1$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$1,0,0,1, \quad 1,0,0,1, \quad \dots, \quad 1,0,0,1, \quad 1,1. \quad (4.7)$$

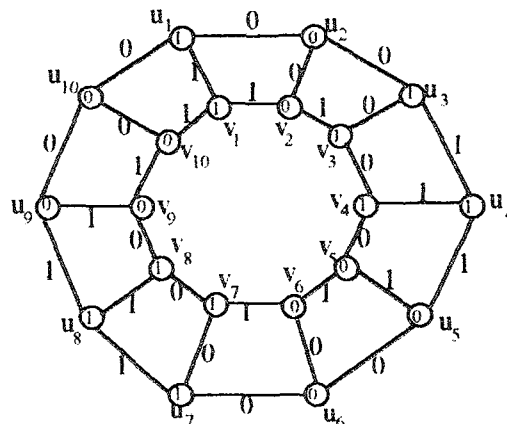
biçiminde numaralansın. (4.5), (4.6) ve (4.7) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = \frac{3}{2} n \quad (4.8)$$

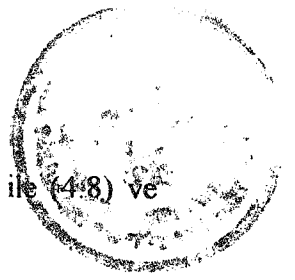
ve

$$v_f(0) = v_f(1) = n \quad (4.9)$$

elde edilir. Elde edilen (4.8) ve (4.9) eşitliklerine göre Tanım 2.12 'de (2.5) ve (2.6) ile verilen E-kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=10$ için örnek Şekil 4.2 'de verilmiştir.



Şekil 4.2 GP_{10} prizma grafının E-kordiyal numaralanması.



(4.5), (4.6) ve (4.7) bağıntıları ve Şekil 4.2 'de gösterilen numaralama ile (4.8) ve (4.9) 'a $n=10$ için karşılık gelen

$$e_f(0) = e_f(1) = 15$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = 10$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 4.2 'deki GP_{10} grafi E-kordiyaldır.

1. ve 2. Durum ve Tanım 2.12 'den; $n \equiv 0, 2 \pmod{4}$ için tüm GP_n prizma graflarının E-kordiyal olduğu sonucu çıkar.

Teorem 4.3: GK_n çevresel kübik grafının E-kordiyal olması için gerek ve yeter koşul $n \equiv 0, 2 \pmod{4}$ olmasıdır.

İspat: Gereklik. Olmayana Ergi Metodu 'nu kullanarak $n \equiv 1 \pmod{4}$ ve ya $n \equiv 3 \pmod{4}$ olduğu farzedilsin. Tanım 2.9 'dan GK_n çevresel kübik grafının $2n$ tepeli olduğu biliniyor. Buna göre $n \equiv 1, 3 \pmod{4}$ ise, $2n \equiv 2 \pmod{4}$ denkliği elde edilir. Elde edilen bu denklik Teorem 4.1 ile çelişir. O halde GK_n çevresel kübik grafının E-kordiyal olması için gerek koşul $n \equiv 0, 2 \pmod{4}$ olmasıdır.

Yeterlik. Yeterlik ispatında iki durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum: $n \equiv 0 \pmod{4}$ olsun.

GK_n 'nin $2n$ tepeli C_{2n} çevre alt grafının $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{2n-1}v_{2n}, v_{2n}v_1\}$ = $\{e_1, e_2, \dots, e_{2n}\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları e_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,0,1,1, \quad 0,0,1,1, \quad \dots \quad (4.10)$$

biçiminde numaralansın. GK_n 'nin (v_i, v_{i+n}) $i=1,2,\dots,n$ tepelerini birleştiren $\{v_1v_{1+n}, v_2v_{2+n}, \dots, v_nv_{n+n}\} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları a_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$1,1,0,0, \quad 1,1,0,0, \quad \dots \quad (4.11)$$



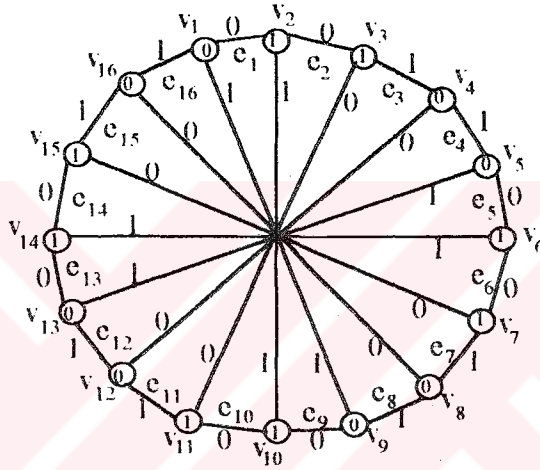
ile numaralansın. (4.10) ve (4.11) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = \frac{3}{2}n \quad (4.12)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = n \quad (4.13)$$

elde edilir. Elde edilen (4.12) ve (4.13) eşitliklerine göre Tanım 2.12 'de (2.5) ve (2.6) ile verilen E-kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=8$ için örnek Şekil 4.3 'de verilmiştir.



Şekil 4.3 GK_8 çevresel kübik grafının E-kordiyal numaralanması.

(4.10) ve (4.11) bağıntıları ve Şekil 4.3 'de gösterilen numaralama ile (4.12) ve (4.13) 'e $n=8$ için karşılık gelen

$$e_f(0) = e_f(1) = 12$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = 8$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 4.3 'deki GK_8 grafi E-kordiyaldir.



2. Durum: $n \equiv 2 \pmod{4}$ olsun.

GK_n nin $2n$ tepeli C_{2n} çevre alt grafının $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{2n-1}v_{2n}, v_{2n}v_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları e_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & , \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}, n+1, n+2, \dots, \frac{3}{2}n \\ 1 & , \quad i = \frac{n}{2}+1, \frac{n}{2}+2, \dots, n, \frac{3}{2}n+1, \frac{3}{2}n+2, \dots, 2n. \end{cases} \quad (4.14)$$

biçiminde numaralansın. GK_n 'nin (v_i, v_{i+n}) $i=1, 2, \dots, n$ tepelerini birleştiren $\{v_1v_{1+n}, v_2v_{2+n}, \dots, v_nv_{n+n}\} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $v_1v_{1+n} = a_1$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$f(a_i) = \begin{cases} 1 & , \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}, \\ 0 & , \quad i = \frac{n}{2}+1, \frac{n}{2}+2, \dots, n. \end{cases} \quad (4.15)$$

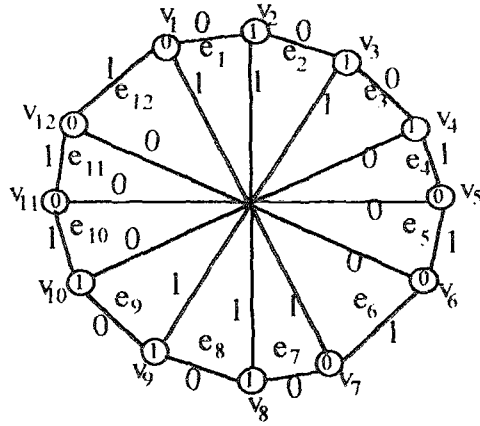
ile numaralansın. (4.14) ve (4.15) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = \frac{3}{2}n \quad (4.16)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = n \quad (4.17)$$

elde edilir. Elde edilen (4.16) ve (4.17) eşitliklerine göre Tanım 2.12 'de (2.5) ve (2.6) ile verilen E-kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=6$ için örnek Şekil 4.4 'te verilmiştir.



Şekil 4.4 GK_6 çevresel kübik grafinin E-kordiyal numaralanması.

(4.14) ve (4.15) bağıntıları ve Şekil 4.4 'te gösterilen numaralama ile (4.16) ve (4.17) 'ye $n=10$ için karşılık gelen

$$e_f(0) = e_f(1) = 9$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 4.4 'teki GK_6 grafi E-kordiyaldır.

1. ve 2. Durum ve Tanım 2.12 'den; $n \equiv 0, 2 \pmod{4}$ için tüm GK_n çevresel kübik graflarının E-kordiyal olduğu sonucu çıkar.



5. GP_n PRİZMA GRAFLARIN VE GK_n ÇEVRESEL KÜBİK GRAFLARIN E_3 -KORDİYAL NUMARALANMASI

Teorem 5.1. $n \geq 3$ için her GP_n (n -prizma grafi) E_3 -kordiyaldır.

İspat: Üç durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum: $n \equiv 0 \pmod{3}$ olsun.

GP_n grafinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek ve benzer şekilde $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_nv_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanlarında v_1v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,1, \quad 0,2,1, \quad 0,2,1 \quad \dots \quad (5.1)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafinin dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafin iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerini birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtlarında u_1v_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,1,2, \quad 0,1,2, \quad 0,1,2, \quad \dots \quad (5.2)$$

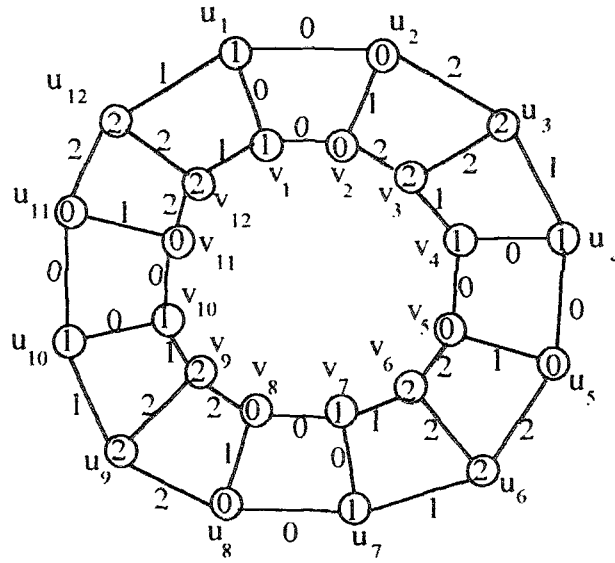
biçiminde numaralansın. (5.1) ve (5.2) 'deki numaralamaya göre,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = n \quad (5.3)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = 2\frac{n}{3} \quad (5.4)$$

elde edilir. Elde edilen (5.3) ve (5.4) eşitliklerine göre, Tanım 2.13 2 'te (2.8) ve (2.9) ile verilen E_3 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=12$ için örnek Şekil 5.1 'de verilmiştir.



Şekil 5.1 GP_{12} prizma grafının E_3 -kordiyal numaralanması.

(5.1) ve (5.2) bağıntıları ve Şekil 5.1 'de gösterilen numaralama ile (5.3) ve (5.4) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 12$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = 8$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 5.1 'deki GP_{12} prizma grafi E_3 -kordiyaldir.

2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{3}$ olsun.

GP_n grafının $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_{n-1} u_n, u_n u_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0, 2, 2, 1, \quad 0, 2, 1, \quad 0, 2, 1 \quad \dots \quad (5.5)$$

şeklinde numaralansın

GP_n grafının $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1 v_2, v_2 v_3, \dots, v_{n-1} v_n, v_n v_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $v_1 v_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek



$$0,0,2,1, 0,2,1, 0,2,1, \dots$$

şeklinde numaralansın

GP_n prizma grafinin dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafin iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerini birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtlarında u_i, v_i 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,1,1,2, 0,1,2, 0,1,2, \dots \quad (5.7)$$

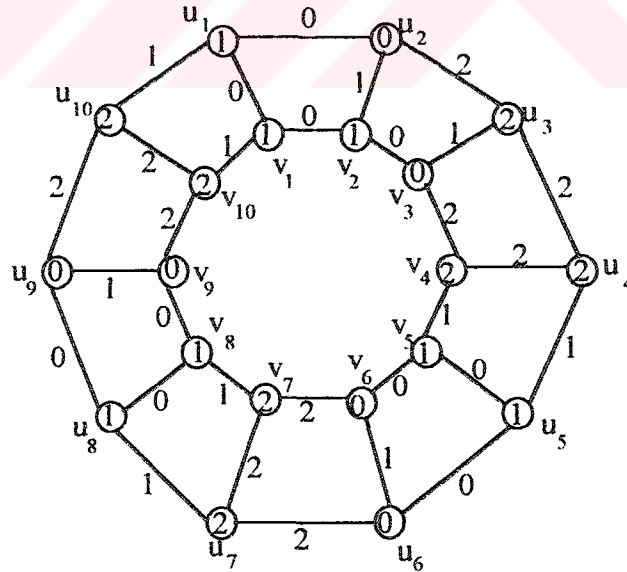
biçiminde numaralansın. (5.5), (5.6) ve (5.7) 'deki numaralamaya göre,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = n \quad (5.8)$$

ve

$$v_f(0) = 2 \binom{n-1}{3}, \quad v_f(1) = v_f(2) = 2 \binom{n-1}{3} + 1 \quad (5.9)$$

elde edilir. Elde edilen (5.8) ve (5.9) eşitliklerine göre Tanım 2.13 'de (2.8) ve (2.9) ile verilen E_3 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=10$ için örnek Şekil 5.2 'de verilmiştir.



Şekil 5.2 GP_{10} prizma grafinin E_3 -kordiyal numaralanması.

(5.5), (5.6) ve (5.7) bağıntıları ve Şekil 5.2 'de gösterilen numaralama ile (5.8) ve (5.9) 'a karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 10$$

ve

$$v_f(0) = 6, \quad v_f(1) = v_f(2) = 7$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 5.2 'deki GP_{10} prizma grafi E_3 -kordiyaldır.

3.Durum: $n \equiv 2 \pmod{3}$ olsun.

GP_n grafının $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,2,1,1, \quad 0,2,1, \quad 0,2,1 \quad \dots \quad (5.10)$$

biçiminde numaralansın.

GP_n grafının $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_nv_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları v_1v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,1,0,1 \quad 0,2,1, \quad 0,2,1, \quad \dots \quad (5.11)$$

biçiminde numaralansın.

GP_n prizma grafının dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafın iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerini birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtlarında u_1v_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

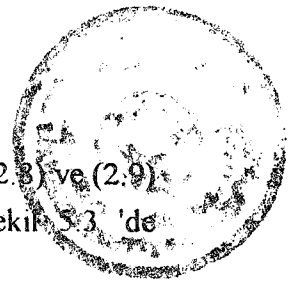
$$0,1,2,2,0, \quad 0,1,2, \quad 0,1,2, \quad \dots \quad (5.12)$$

şeklinde numaralansın. (5.10), (5.11) ve (5.12) 'deki numaralamaya göre,

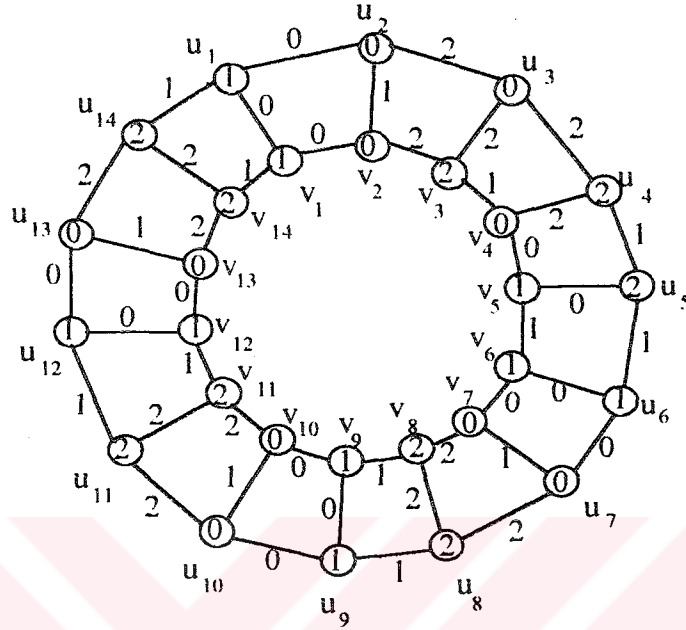
$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = n \quad (5.13)$$

ve

$$v_f(0) = 2\left(\frac{n-2}{3}\right) + 2, \quad v_f(1) = v_f(2) = 2\left(\frac{n-2}{3}\right) + 1 \quad (5.14)$$



elde edilir. Elde edilen (5.13) ve (5.14) eşitliklerine göre Tanım 2.13 'de (2.8) ve (2.9) ile verilen E_3 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=14$ için örnek Şekil 5.3 'de verilmiştir.



Şekil 5.3 GP_{14} prizma grafının E_3 -kordiyal numaralanması.

(5.10), (5.11) ve (5.12) bağıntıları ve Şekil 5.3 de gösterilen numaralama ile (5.13) ve (5.14) 'e karşılık gelen,

$$e_r(0) = e_r(1) = e_r(2) = 14$$

ve

$$v_r(0) = 10, \quad v_r(1) = v_r(2) = 9$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 5.3 'teki GP_{14} prizma grafi E_3 -kordiyaldir.

1., 2. ve 3. Durum ve Tanım 2.13 'den $n \geq 3$ için her GP_n prizma grafının E_3 -kordiyal olduğu sonucuna varılır .



Teorem 5.2 : $n \geq 3$ için her GK_n çevresel kübik grafi E_3 -kordiyaldır.

İspat: Üç durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum: $n \equiv 0 \pmod{3}$ olsun.

GK_n nin $2n$ tepeli C_{2n} çevre alt grafının $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{2n-1}v_{2n}, v_{2n}v_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları e_i 'den başlamak üzere saatın dönme yönünde giderek

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & i=1,2,\dots,2\frac{n}{3}+1 \\ 1 & i=2\frac{n}{3}+2,\dots,2\left(2\frac{n}{3}+1\right) \\ 0,1,0,1,\dots,0,1. & i=2\left(2\frac{n}{3}+1\right)+1,\dots,2n. \end{cases} \quad (5.15)$$

biçiminde numaralansın. GK_n 'nin (v_i, v_{i+n}) $i=1,2,\dots,n$ tepelerini birleştiren ayrıtlar

$$2, 2, \dots, 2 \quad (5.16)$$

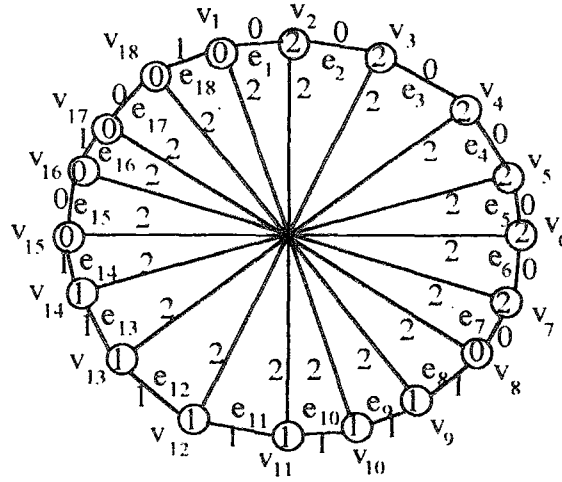
ile numaralansın. (5.15) ve (5.16) 'daki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = n \quad (5.17)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = 2\frac{n}{3} \quad (5.18)$$

elde edilir. Elde edilen (5.17) ve (5.18) eşitliklerine göre Tanım 2.13 'de (2.8) ve (2.9) ile verilen E_3 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=9$ için örnek Şekil 5.4 'te verilmiştir.



Şekil 5.4 GK_9 çevresel kübik grafının E_3 -kordiyal numaralanması.

(5.15) ve (5.16) bağıntıları ve Şekil 5.4 'te gösterilen numaralama ile (5.17) ve (5.18) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 9$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 5.4 'teki GK_9 çevresel kübik grafi E_3 -kordiyaldır.

2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{3}$ olsun.

GK_n 'nin $2n$ tepeli C_{2n} çevre alt grafının $\{e_1, e_2, \dots, e_{2n}\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları e_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & i=1,2,\dots,\frac{2n+1}{3}+1 \\ 1 & i=\frac{2n+1}{3}+2,\dots,2\left(\frac{2n+1}{3}+1\right) \\ 0,1,0,1,\dots,0,1. & i=2\left(\frac{2n+1}{3}+1\right)+1,\dots,2n. \end{cases} \quad (5.19)$$

biçiminde numaralansın. GK_n 'nin $(v_1, v_{i,n})$ $i=1,2,\dots,n$ tepelerini birleştiren ayrıtlar

2, 2, ..., 2



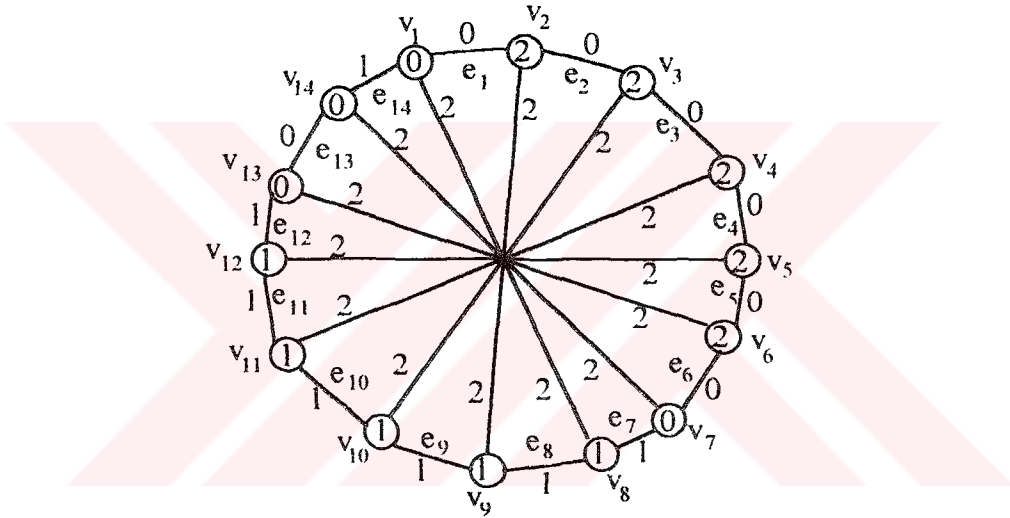
ile numaralansın. (5.19) ve (5.20) 'teki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = n \quad (5.21)$$

ve

$$v_f(0) = \frac{2n+1}{3} - 1, \quad v_f(1) = v_f(2) = \frac{2n+1}{3} \quad (5.22)$$

elde edilir. Elde edilen (5.21) ve (5.22) eşitliklerine göre Tanım 2.13 'te (2.8) ve (2.9) ile verilen E_3 -kordiyal koşulları sağlanır. $n=7$ için örnek Şekil 5.5 'te verilmiştir.



Şekil 5.5 GK_7 çevresel kübik grafinin E_3 -kordiyal numaralanması.

(5.19) ve (5.20) bağıntıları ve Şekil 5.5 'te gösterilen numaralama ile (5.21) ve (5.22) 'ye karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 7$$

ve

$$v_f(0) = 4, \quad v_f(1) = v_f(2) = 5$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 5.5 'teki GK_7 çevresel kübik grafi E_3 -kordiyaldır.



3. Durum: $n \equiv 2 \pmod{3}$ olsun.

GK_n 'nin $2n$ tepeli C_{2n} çevre alt grafinın $\{e_1, e_2, \dots, e_{2n}\}$ ayrıtlar kumesinin elemanları e_i 'den baslamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & i=1,2,\dots,\frac{2n+2}{3} \\ 1 & i=\frac{2n+2}{3}+1,\dots,2\left(\frac{2n+2}{3}\right) \\ 0,1,0,1,\dots,0,1. & i=2\left(\frac{2n+2}{3}\right)+1,\dots,2n. \end{cases} \quad (5.23)$$

biçiminde numaralansın. GK_n 'nin (v_i, v_{i+n}) $i=1,2,\dots,n$ tepelerini birleştiren ayrıtlar

$$2, 2, \dots, 2 \quad (5.24)$$

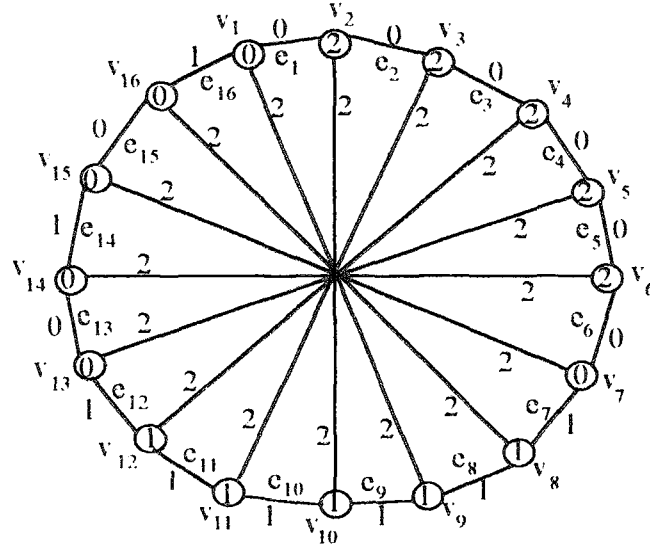
ile numaralansın. (5.23) ve (5.24) 'teki numaralamaya göre

$$e_r(0) = e_r(1) = e_r(2) = n \quad (5.25)$$

ve

$$v_r(0) = \frac{2n+2}{3}, \quad v_r(1) = v_r(2) = \frac{2n+2}{3} - 1 \quad (5.26)$$

elde edilir. Elde edilen (5.25) ve (5.26) eşitliklerine göre Tanım 2.13 'te (2.8) ve (2.9) ile verilen E_3 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=8$ için örnek Şekil 5.6 'da verilmiştir.



Şekil 5.6 GK_8 çevresel kübik grafının E_3 -kordiyal numaralanması.

(5.23) ve (5.24) bağıntıları ve Şekil 5.6 'da gösterilen numaralama ile (5.25) ve (5.26) 'ya karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = 8$$

ve

$$v_f(0) = 6, \quad v_f(1) = v_f(2) = 5$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 5.6 'daki GK_8 çevresel kübik grafi E_3 -kordiyaldir.

1., 2. ve 3. Durum ve Tanım 2.13 'den $n \geq 3$ için her GK_n çevresel kübik grafının E_3 -kordiyal olduğu sonucuna varılır .



6. W_n ÇARKI, f_n YELPAZESİ ve GP_n PRİZMA GRAFININ E_5 -KORDİYAL NUMARALANMASI

Teorem 6.1. $n \geq 3$ için her W_n çarkı E_5 -kordiyaldir.

İspat: Beş durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum: $n \equiv 0 \pmod{5}$ olsun.

W_n çarkının n -uzunluklu C_n çevre alt grafinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.1)$$

şeklinde numaralansın.

W_n çarkının C_n çevre alt grafinin tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1v_c, u_2v_c, \dots, u_nv_c\}$ kümesinin elemanları u_1v_c 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,3,1,4,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.2)$$

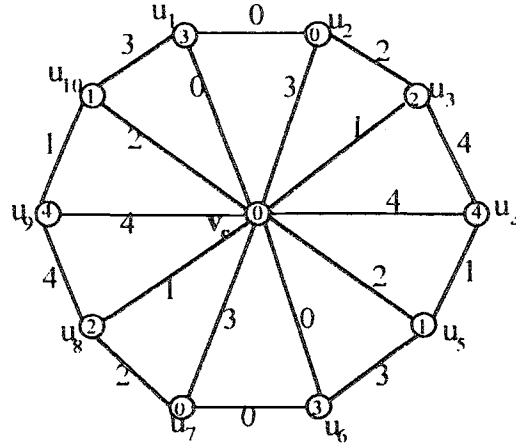
biçiminde numaralansın. (6.1) ve (6.2) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 2 \frac{n}{5} \quad (6.3)$$

ve

$$v_f(0) = \frac{n}{5} + 1 \quad , \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = \frac{n}{5} \quad (6.4)$$

elde edilir. Elde edilen (6.3) ve (6.4) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=10$ için örnek Şekil 6.1 'de verilmiştir.



Şekil 6.1 W_{10} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.1) ve (6.2) bağıntıları ve Şekil 6.1 'de gösterilen numaralama ile (6.3) ve (6.4) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 4$$

ve

$$v_f(0) = 3 \quad , \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 2$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.1 'deki W_{10} çarkı E_5 -kordiyaldir.

2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{5}$ olsun.

W_n çarkının n -uzunluklu C_n çevre alt grafinin $\{u_1 u_2, u_2 u_3, \dots, u_n u_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları $u_1 u_2$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,4,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.5)$$

şeklinde numaralansın.

W_n çarkının C_n çevre alt grafinin tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1 v_c, u_2 v_c, \dots, u_n v_c\}$ kümesinin elemanları $u_1 v_c$ 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0,3,1,1,4,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.6)$$



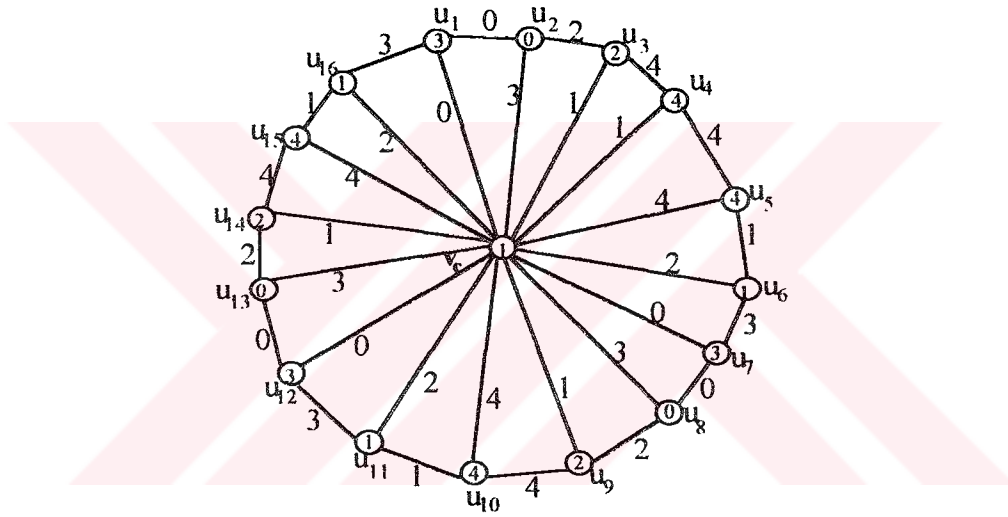
biçiminde numaralansın. (6.5) ve (6.6) 'daki numaralamaya göre

$$e_r(0) = e_r(2) = e_r(3) = 2 \frac{n-1}{5}, \quad e_r(1) = e_r(4) = 2 \frac{n-1}{5} + 1 \quad (6.7)$$

ve

$$v_r(0) = v_r(2) = v_r(3) = \frac{n-1}{5}, \quad v_r(1) = v_r(4) = \frac{n-1}{5} + 1 \quad (6.8)$$

elde edilir. Elde edilen (6.7) ve (6.8) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=16$ için örnek Şekil 6.2 'de verilmiştir.



Şekil 6.2 W_{16} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması.

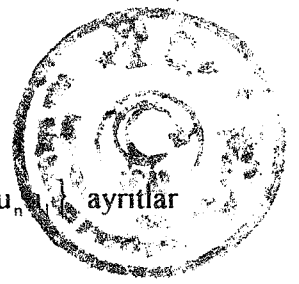
(6.5) ve (6.6) bağıntıları ve Şekil 6.2 'de gösterilen numaralama ile (6.7) ve (6.8) 'e karşılık gelen,

$$e_r(0) = e_r(2) = e_r(3) = 6, \quad e_r(1) = e_r(4) = 7$$

ve

$$v_r(0) = v_r(2) = v_r(3) = 3, \quad v_r(1) = v_r(4) = 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.2 'deki W_{16} çarkı E_5 -kordiyaldir.



3. Durum: $n \equiv 2 \pmod{5}$ olsun.

W_n çarkının n -uzunluklu C_n çevre alt grafının $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1, u_2 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0, 2, 4, 4, 1, 1, 3, \quad 0, 2, 4, 1, 3, \quad \dots \quad (6.9)$$

şeklinde numaralansın.

W_n çarkının C_n çevre alt grafının tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1 v_c, u_2 v_c, \dots, u_n v_c\}$ kümesinin elemanları $u_1 v_c$ 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0, 3, 1, 4, 3, 2, 2, \quad 0, 3, 1, 4, 2, \quad \dots \quad (6.10)$$

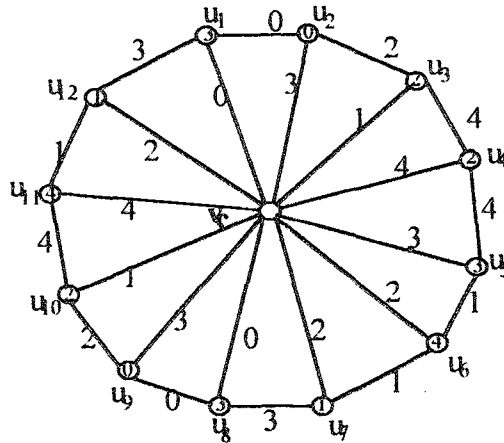
biçiminde numaralansın. (6.9) ve (6.10) 'daki numaralamaya göre

$$e_r(0) = 2 \frac{n-2}{5}, \quad e_r(1) = e_r(2) = e_r(3) = e_r(4) = 2 \frac{n-2}{5} + 1 \quad (6.11)$$

ve

$$v_r(0) = v_r(2) = v_r(3) = \frac{n-2}{5} + 1, \quad v_r(1) = v_r(4) = \frac{n-2}{5} \quad (6.12)$$

elde edilir. Elde edilen (6.11) ve (6.12) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=12$ için örnek Şekil 6.3 'te verilmiştir.



Şekil 6.3 W_{12} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması.



(6.9) ve (6.10) bağıntıları ve Şekil 6.3 'te gösterilen numaralama ile (6.11) ve (6.12) 'ye karşılık gelen,

$$e_f(0) = 4 \quad , \quad e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 5$$

ve

$$v_f(0) = v_f(2) = v_f(3) = 3 \quad , \quad v_f(1) = v_f(4) = 2$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.3 'teki W_{12} çarkı E_5 -kordiyaldir.

4. Durum: $n \equiv 3 \pmod{5}$ olsun.

W_n çarkının n -uzunluklu C_n çevre alt grafinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0,2,4,1,0,2,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.13)$$

şeklinde numaralansın.

W_n çarkının C_n çevre alt grafinin tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1v_c, u_2v_c, \dots, u_nv_c\}$ kümesinin elemanları u_1v_c 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0,3,1,4,2,3,4,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.14)$$

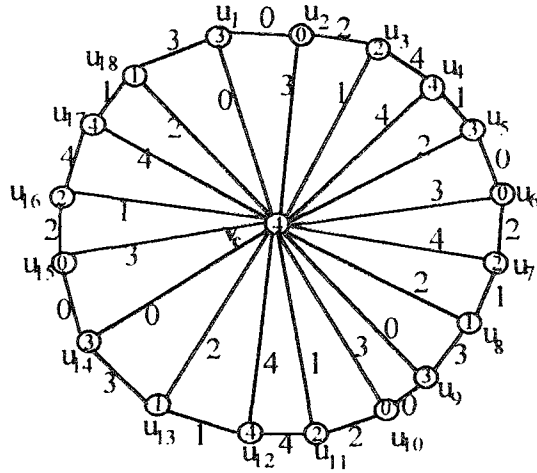
biçiminde numaralansın. (6.13) ve (6.14) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(2) = 2\frac{n+2}{5} \quad , \quad e_f(0) = e_f(1) = e_f(3) = e_f(4) = 2\frac{n+2}{5} - 1 \quad (6.15)$$

ve

$$v_f(1) = \frac{n+2}{5} - 1 \quad , \quad v_f(0) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = \frac{n+2}{5} \quad (6.16)$$

elde edilir. Elde edilen (6.15) ve (6.16) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=18$ için örnek Şekil 6.4 'te verilmiştir.



Şekil 6.4 W_{18} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.13) ve (6.14) bağıntıları ve Şekil 6.4 'te gösterilen numaralama ile (6.15) ve (6.16) 'ya karşılık gelen,

$$e_r(2) = 7 \quad , \quad e_r(0) = e_r(1) = e_r(3) = e_r(4) = 8$$

ve

$$v_r(1) = 3 \quad , \quad v_r(0) = v_r(2) = v_r(3) = v_r(4) = 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.4 'teki W_{18} çarkı E_5 -kordiyaldir.

5. Durum: $n \equiv 4 \pmod{5}$ olsun.

W_n çarkının n -uzunluklu C_n çevre alt grafinin $\{u_1, u_2, u_2, u_3, \dots, u_n, u_1\}$ ayırıklar kümesinin elemanları u_1, u_2 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0, 2, 4, 4, 2, 3, 1, 1, 3 \quad , \quad 0, 2, 4, 1, 3 \quad , \quad \dots \quad (6.17)$$

şeklinde numaralansın.

W_n çarkının C_n çevre alt grafinin tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1, v_c, u_2, v_c, \dots, u_n, v_c\}$ kümesinin elemanları u_1, v_c 'den başlamak üzere saat yönünde giderek

$$0, 3, 1, 4, 0, 3, 0, 2, 2 \quad , \quad 0, 3, 1, 4, 2 \quad , \quad \dots \quad (6.18)$$



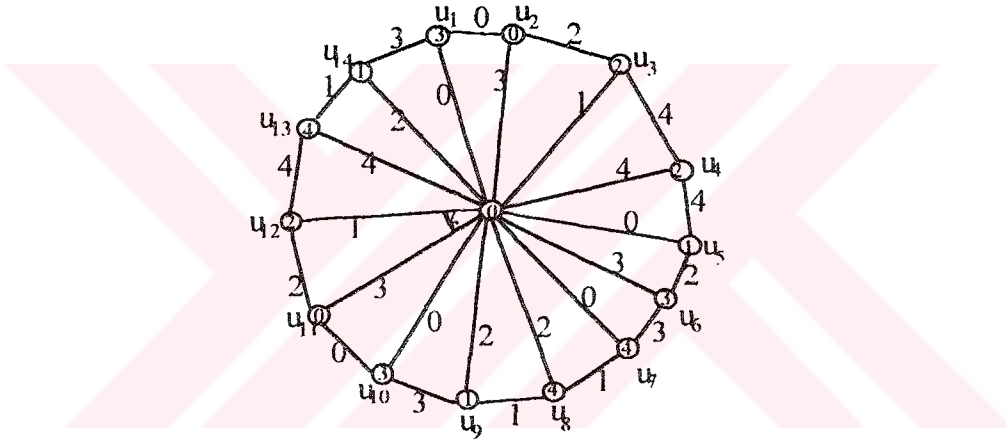
biçiminde numaralansın. (6.17) ve (6.18) 'deki numaralamaya göre

$$e_r(1) = e_r(4) = 2 \frac{n+1}{5} - 1, \quad e_r(0) = e_r(2) = e_r(3) = 2 \frac{n+1}{5} \quad (6.19)$$

ve

$$v_r(0) = v_r(1) = v_r(2) = v_r(3) = v_r(4) = \frac{n+1}{5} \quad (6.20)$$

elde edilir. Elde edilen (6.19) ve (6.20) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=14$ için örnek Şekil 6.5 'de verilmiştir.



Şekil 6.5 W_{14} çarkının E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.17) ve (6.18) bağıntıları ve Şekil 6.4 'te gösterilen numaralama ile (6.19) ve (6.20) 'ye karşılık gelen,

$$e_r(1) = e_r(4) = 5, \quad e_r(0) = e_r(2) = e_r(3) = 6$$

ve

$$v_r(0) = v_r(1) = v_r(2) = v_r(3) = v_r(4) = 3$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.5 'teki W_{14} çarkı E_5 -kordiyaldir.

1., 2., 3., 4. ve 5. Durum ve Tanım 2.14 'ten $n \geq 3$ için her W_n çarkı E_5 -kordiyaldir.



Teorem 6.2 $n \geq 3$ için her f_n yelpazesi E_5 -kordiyaldır.

İspat: Beş durum gözönüne alınacaktır.

I. Durum : $n \equiv 0 \pmod{5}$ olsun.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere sırayla

$$2,4,1,3, \quad 0,2,4,1,3, \quad \dots \quad (6.21)$$

şeklinde numaralansın.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1v_c, u_2v_c, \dots, u_nv_c\}$ kümesinin elemanları u_1v_c 'den başlamak üzere sırayla

$$3,1,4,2,0, \quad 3,1,4,2,0, \quad \dots \quad (6.22)$$

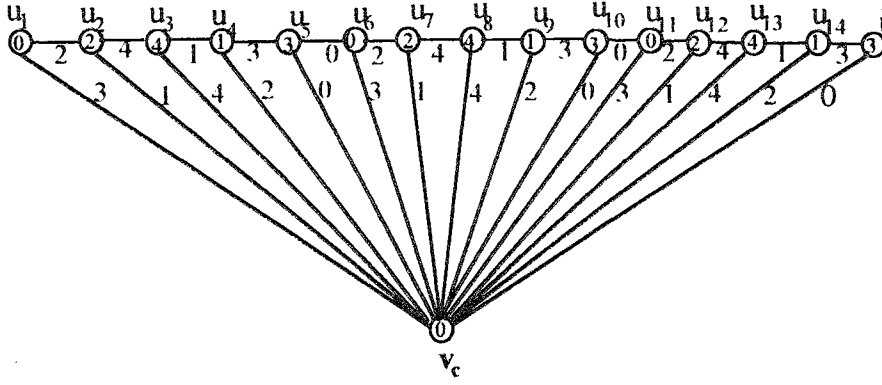
biçiminde numaralansın. (6.21) ve (6.22) 'deki numaralamaya göre

$$e_f(0) = 2\frac{n}{5} - 1, \quad e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 2\frac{n}{5} \quad (6.23)$$

ve

$$v_f(0) = \frac{n}{5} + 1, \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = \frac{n}{5} \quad (6.24)$$

elde edilir. Elde edilen (6.23) ve (6.24) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=15$ için örnek Şekil 6.6 'da verilmiştir.



Şekil 6.6 f_{15} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.21) ve (6.22) bağıntıları ve Şekil 6.6 'da gösterilen numaralama ile (6.23) ve (6.24) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = 5 \quad , \quad e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 6$$

ve

$$v_f(0) = 4 \quad , \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 3$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.6 'daki f_{15} yelpazesi E_5 -kordiyaldır.

2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{5}$ olsun.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun $\{u_1, u_2, u_2, u_3, \dots, u_{n-1}, u_n\}$ ayrışlar kümesinin elemanları u_1, u_2 'den başlamak üzere sırayla

$$2, 4, 0, 1, 3 \quad , \quad 0, 2, 4, 1, 3 \quad , \quad \dots \quad (6.25)$$

şeklinde numaralansın.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1, v_c, u_2, v_c, \dots, u_n, v_c\}$ kümesinin elemanları u_1, v_c 'den başlamak üzere sırayla

$$3, 1, 4, 4, 2, 0 \quad , \quad 3, 1, 4, 2, 0 \quad , \quad \dots \quad (6.26)$$

biçiminde numaralansın. (6.25) ve (6.26) 'daki numaralamaya göre

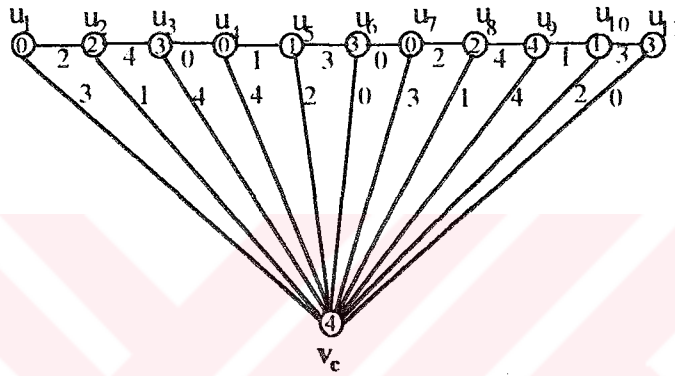


$$e_f(4) = 2 \frac{n-1}{5} + 1, \quad e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = 2 \frac{n-1}{5} \quad (6.27)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(3) = \frac{n-1}{5} + 1, \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(4) = \frac{n-1}{5} \quad (6.28)$$

elde edilir. Elde edilen (6.27) ve (6.28) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=11$ için örnek Şekil 6.7 'de verilmiştir.



Şekil 6.7 f_{11} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.25) ve (6.26) bağıntıları ve Şekil 6.7 'de gösterilen numaralama ile (6.27) ve (6.28) 'e karşılık gelen,

$$e_f(4) = 5, \quad e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = 4$$

ve

$$v_f(0) = v_f(3) = 3, \quad v_f(1) = v_f(2) = v_f(4) = 2$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.7 'deki f_{11} yelpazesi E_5 -kordiyaldir.

3. Durum: $n \equiv 2 \pmod{5}$ olsun.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun $\{u_1, u_2, u_2, u_3, \dots, u_{n-1}, u_n\}$ ayrıntlar kümesinin elemanları u_1, u_2 'den başlamak üzere sırayla

$$2, 4, 0, 1, 1, 3, \quad 0, 2, 4, 1, 3, \quad \dots \quad (6.29)$$

şeklinde numaralansın.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1 v_c, u_2 v_c, \dots, u_n v_c\}$ kümesinin elemanları $u_i v_c$ 'den başlamak üzere sırayla

$$3, 1, 4, 4, 2, 2, 0, \quad 3, 1, 4, 2, 0, \quad \dots \quad (6.30)$$

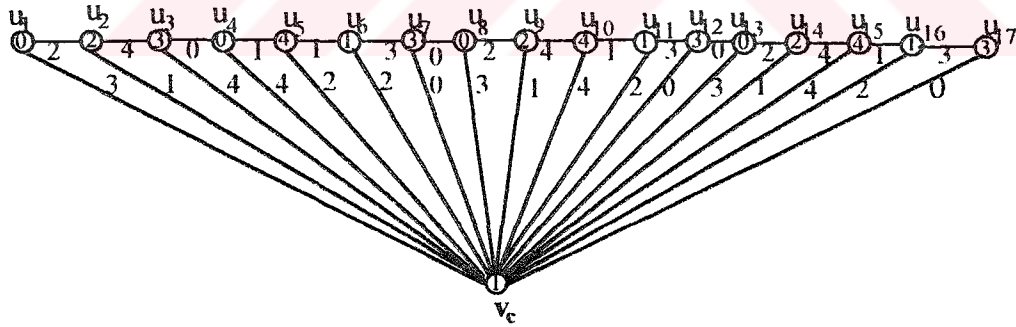
biçiminde numaralansın. (6.29) ve (6.30) 'daki numaralamaya göre

$$e_f(1) = e_f(2) = e_f(4) = 2 \frac{n-2}{5} + 1, \quad e_f(0) = e_f(3) = 2 \frac{n-2}{5} \quad (6.31)$$

ve

$$v_f(2) = v_f(4) = \frac{n-2}{5}, \quad v_f(0) = v_f(1) = v_f(3) = \frac{n-2}{5} + 1 \quad (6.32)$$

elde edilir. Elde edilen (6.31) ve (6.32) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=17$ için örnek Şekil 6.8 'de verilmiştir.



Şekil 6.8 f_{17} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.29) ve (6.30) bağıntıları ve Şekil 6.8 'de gösterilen numaralama ile (6.31) ve (6.32) 'e karşılık gelen,

$$e_f(1) = e_f(2) = e_f(4) = 7, \quad e_f(0) = e_f(3) = 6$$

ve

$$v_f(2) = v_f(4) = 3, \quad v_f(0) = v_f(1) = v_f(3) = 4$$



eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.8 'deki f_n yelpazesinin E_5 -kordiyaldır.

4. Durum: $n \equiv 3 \pmod{5}$ olsun.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n\}$ ayrıştımlar kümesinin elemanları u_1, u_2 'den başlamak üzere sırayla

$$2,4,0,3,1,1,3, \quad 0,2,4,1,3, \quad \dots \quad (6.33)$$

şeklinde numaralansın.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1v_c, u_2v_c, \dots, u_nv_c\}$ kümesinin elemanları u_1v_c 'den başlamak üzere sırayla

$$3,1,4,4,0,2,2,0, \quad 3,1,4,2,0, \quad \dots \quad (6.34)$$

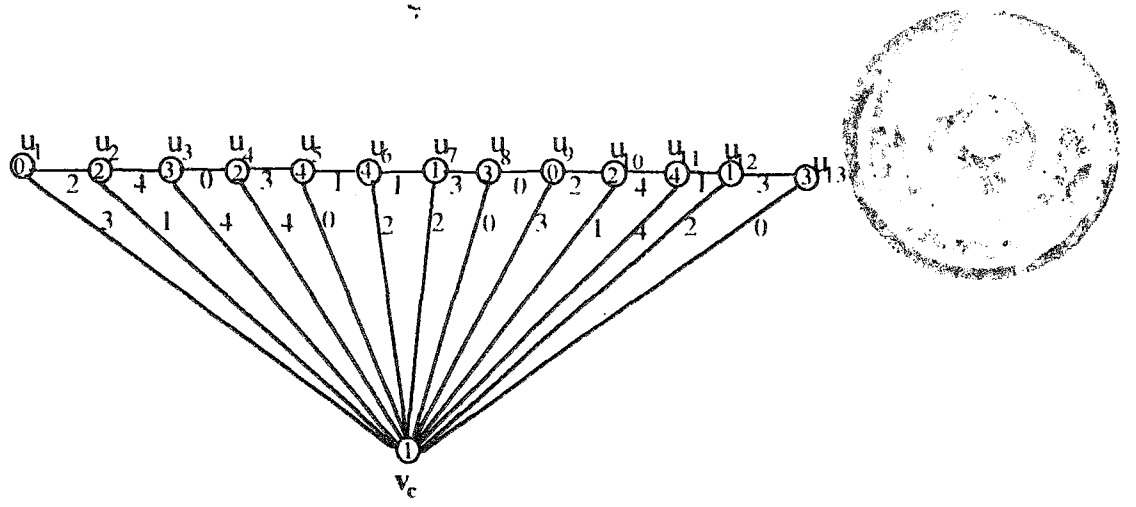
biçiminde numaralansın. (6.33) ve (6.34) 'teki numaralamaya göre

$$e_r(0) = e_r(1) = e_r(2) = e_r(3) = e_r(4) = 2 \frac{n-3}{5} + 1 \quad (6.35)$$

ve

$$v_r(0) = \frac{n-3}{5}, \quad v_r(1) = v_r(2) = v_r(3) = v_r(4) = \frac{n-3}{5} + 1 \quad (6.36)$$

elde edilir. Elde edilen (6.35) ve (6.36) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=13$ için örnek Şekil 6.9 'da verilmiştir.



Şekil 6.9 f_{13} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.33) ve (6.34) bağıntıları ve Şekil 6.9 'da gösterilen numaralama ile (6.35) ve (6.36) 'ya karşılık gelen,

$$e_r(0) = e_r(1) = e_r(2) = e_r(3) = e_r(4) = 5$$

ve

$$v_r(0) = 2, \quad v_r(1) = v_r(2) = v_r(3) = v_r(4) = 3$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.9 'daki f_{13} yelpazesi E_5 -kordiyaldir.

5. Durum: $n \equiv 4 \pmod{5}$ olsun.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n\}$ ayrıklar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere sırayla

$$2,4,0,3,0,1,1,3, \quad 0,2,4,1,3, \quad \dots \quad (6.37)$$

şeklinde numaralansın.

f_n yelpazesinin alt grafi P_{n-1} yolunun tepeler kümesinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ elemanlarını merkez tepe v_c ile birleştiren $\{u_1v_c, u_2v_c, \dots, u_nv_c\}$ kümesinin elemanları u_1v_c 'den başlamak üzere sırayla

$$3,1,4,4,1,4,2,2,0, \quad 3,1,4,2,0, \quad \dots \quad (6.38)$$

biçiminde numaralansın. (6.37) ve (6.38) 'deki numaralamaya göre

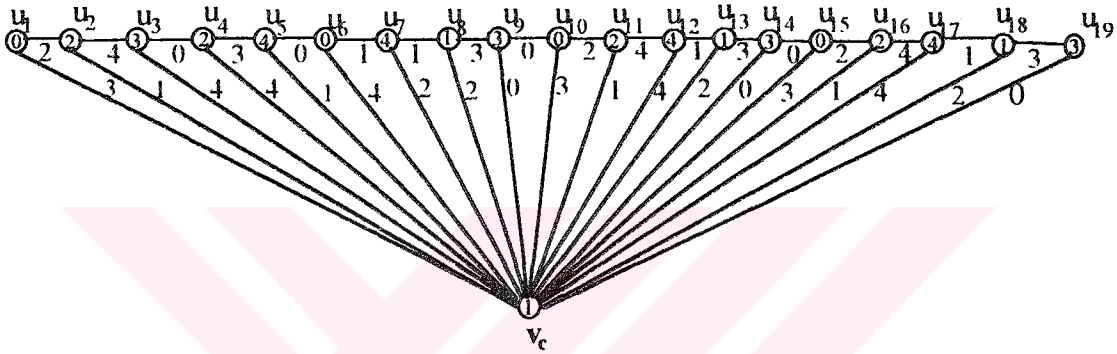


$$e_f(0) = e_f(2) = e_f(3) = 2 \frac{n-4}{5} + 1, \quad e_f(1) = e_f(4) = 2 \frac{n-4}{5} + 2 \quad (6.39)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = \frac{n-4}{5} + 1 \quad (6.40)$$

elde edilir. Elde edilen (6.39) ve (6.40) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 -kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=19$ için örnek Şekil 6.10 'da verilmiştir.



Şekil 6.10 f_{19} yelpazesinin E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.37) ve (6.38) bağıntıları ve Şekil 6.10 'da gösterilen numaralama ile (6.39) ve (6.40) 'a karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(2) = e_f(3) = 7, \quad e_f(1) = e_f(4) = 8$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre Şekil 6.10 'daki f_{19} yelpazesi E_5 -kordiyaldir.

1., 2., 3., 4. ve 5. Durum ve Tanım 2.14 'ten $n \geq 3$ için her f_n yelpazesi E_5 -kordiyaldir.



Teorem 6.3. $n \geq 3$ için her GP_n (n -prizma grafi) E_5 -kordiyaldır.

İspat: Beş durum gözönüne alınacaktır.

1. Durum : $n \equiv 0 \pmod{5}$ olsun.

GP_n grafinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek ve benzer şekilde $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_nv_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları da v_1v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.41)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafinin dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafin iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerine birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtları da u_1v_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,3,1,4,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.42)$$

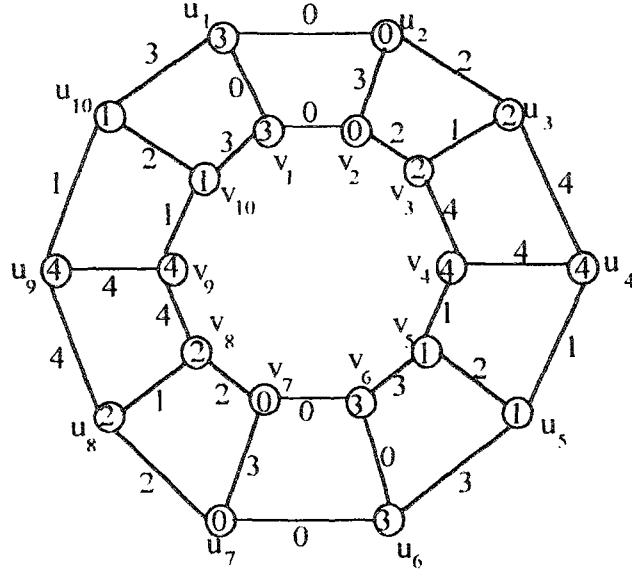
biçiminde numaralansın. (6.41) ve (6.42) 'deki numaralamaya göre,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 3 \frac{n}{5} \quad (6.43)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 2 \frac{n}{5} \quad (6.44)$$

elde edilir. Elde edilen (6.43) ve (6.44) eşitliklerine göre, Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=10$ için örnek Şekil 6.11 'de verilmiştir.



Şekil 6.11 GP_{10} prizma grafinin E_5 -kordial numaralanması.

(6.41) ve (6.42) bağıntıları ve Şekil 6.11 'de gösterilen numaralama ile (6.43) ve (6.44) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 6$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 6.11 'deki GP_{10} prizma grafi E_5 -kordiyaldır.

2. Durum: $n \equiv 1 \pmod{5}$ olsun.

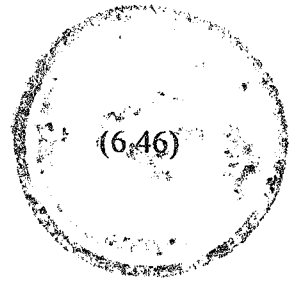
GP_n grafinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıklar kümesinin elemanları u_1, u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,4,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.45)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n grafinin $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_nv_1\}$ ayrıklar kümesinin elemanları v_1, v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,2,4,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots$$



şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafının dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafın iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerine birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtları da $u_i v_i$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,3,1,1,4,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.47)$$

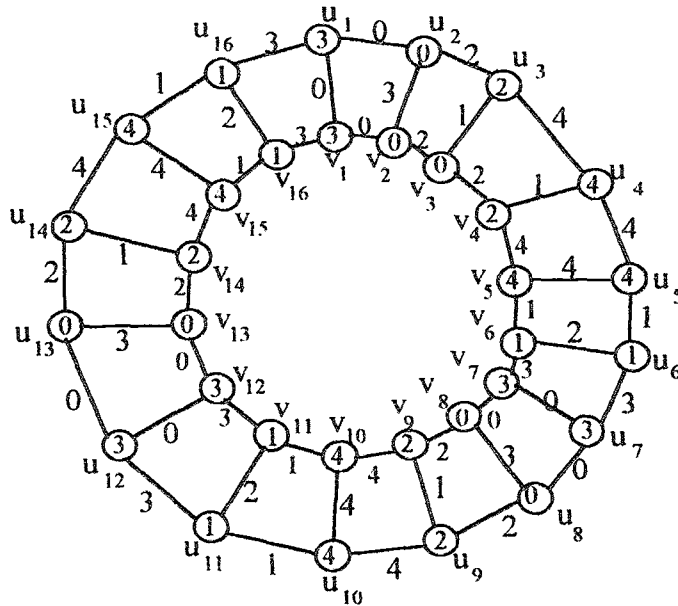
biçiminde numaralansın. (6.45), (6.46) ve (6.47) 'deki numaralamaya göre,

$$e_f(1) = e_f(2) = e_f(4) = 3 \frac{n-1}{5} + 1 \quad , \quad e_f(0) = e_f(3) = 3 \frac{n-1}{5} \quad (6.48)$$

ve

$$v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = 2 \left(\frac{n-1}{5} \right) \quad , \quad v_f(0) = v_f(4) = 2 \left(\frac{n-1}{5} \right) + 1 \quad (6.49)$$

elde edilir. Elde edilen (6.48) ve (6.49) eşitliklerine göre Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=16$ için örnek Şekil 6.12 'de verilmiştir.



Şekil 6.12 GP_{16} prizma grafının E_5 -kordiyal numaralanması.



(6.45), (6.46) ve (6.47) bağıntıları ve Şekil 6.12 'de gösterilen numaralamaya ile (6.48) ve (6.49) 'a karşılık gelen,

$$e_f(1) = e_f(2) = e_f(4) = 10 \quad , \quad e_f(0) = e_f(3) = 9$$

ve

$$v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = 6 \quad , \quad v_f(0) = v_f(4) = 7$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 6.12 'deki GP_{16} prizma grafi E_5 -kordiyaldır.

3. Durum: $n \equiv 2 \pmod{5}$ olsun.

GP_n grafinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,4,1,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.50)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n grafinin $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_nv_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları v_1v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,2,1,0,4,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.51)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafinin dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafin iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerine birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtları da u_1v_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,3,1,4,3,2,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.52)$$

biçiminde numaralansın. (6.50), (6.51) ve (6.52) 'deki numaralamaya göre,

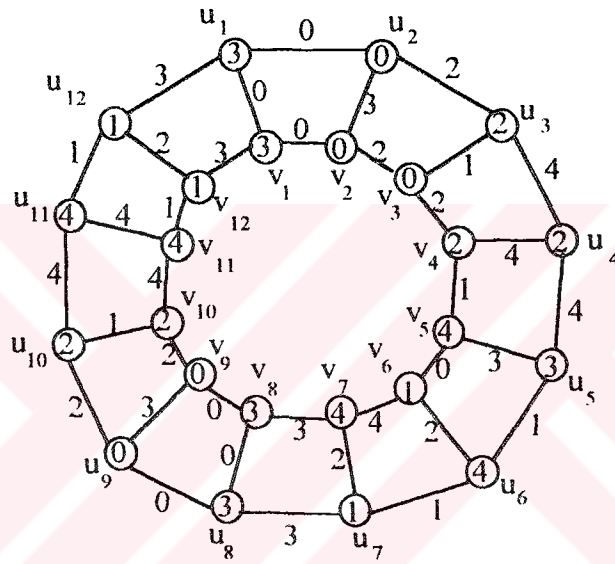


$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(3) = e_f(4) = 3 \frac{n-2}{5} + 1, \quad e_f(2) = 3 \frac{n-2}{5} + 2 \quad (6.53)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 2 \left(\frac{n-2}{5} \right) + 1, \quad v_f(1) = 2 \left(\frac{n-2}{5} \right) \quad (6.54)$$

elde edilir. Elde edilen (6.53) ve (6.54) eşitliklerine göre Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_5 kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=12$ için örnek Şekil 6.13 'de verilmiştir.



Şekil 6.13 GP_{12} prizma grafının E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.50), (6.51) ve (6.52) bağıntıları ve Şekil 6.13 'de gösterilen numaralama ile (6.53) ve (6.54) 'e karşılık gelen,

$$e_f(0) = e_f(1) = e_f(3) = e_f(4) = 7, \quad e_f(2) = 8$$

ve

$$v_f(0) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 5, \quad v_f(1) = 4$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 6.13 'deki GP_{12} prizma grafi E_5 -kordiyaldir.



4. Durum: $n \equiv 3 \pmod{5}$ olsun.

GP_n grafının $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,1,0,2,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.55)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n grafının $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_nv_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları v_1v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,1,1,4,3,4,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.56)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafının dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafın iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerine birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtları da u_1v_1 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,3,1,4,2,3,4,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots \quad (6.57)$$

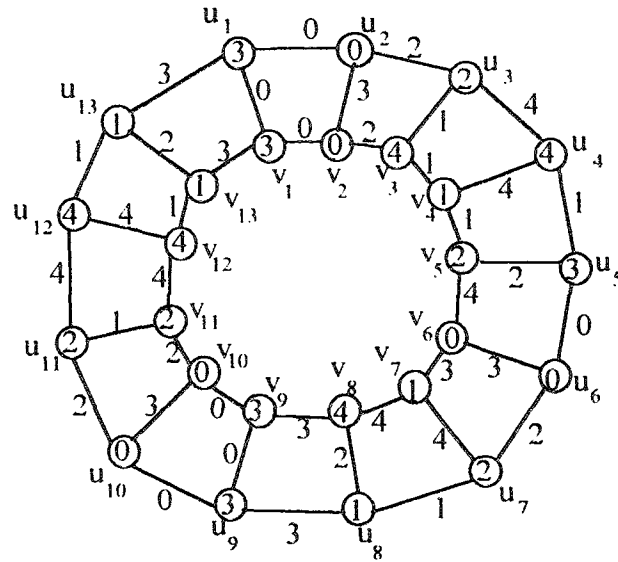
biçiminde numaralansın. (6.55), (6.56) ve (6.57) 'deki numaralamaya göre,

$$e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 3\frac{n-3}{5} + 2 \quad , \quad e_f(0) = 3\frac{n-3}{5} + 1 \quad (6.58)$$

ve

$$v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 2\left(\frac{n-3}{5}\right) + 1 \quad , \quad v_f(0) = 2\left(\frac{n-3}{5}\right) + 2 \quad (6.59)$$

elde edilir. Elde edilen (6.58) ve (6.59) eşitliklerine göre Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_f kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=13$ için örnek Şekil 6.14 'de verilmiştir.



Şekil 6.14 GP_{13} prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanması.

(6.55), (6.56) ve (6.57) bağıntıları ve Şekil 6.14 'de gösterilen numaralama ile (6.58) ve (6.59) 'a karşılık gelen,

$$e_f(1) = e_f(2) = e_f(3) = e_f(4) = 8 \quad , \quad e_f(0) = 7$$

ve

$$v_f(1) = v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 5 \quad , \quad v_f(0) = 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 6.14 'deki GP_{13} prizma grafi E_5 -kordiyaldır.

5. Durum: $n \equiv 4 \pmod{5}$ olsun.

GP_n grafinin $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ tepelerinden oluşan dış çevresinin $\{u_1u_2, u_2u_3, \dots, u_{n-1}u_n, u_nu_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları u_1u_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,2,4,4,2,3,1,1,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots \quad (6.60)$$

şeklinde numaralansın.

GP_n grafinin $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ tepelerinden oluşan iç çevresinin $\{v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_nv_1, v_nv_1\}$ ayrıtlar kümesinin elemanları v_1v_2 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek



$$0,2,2,0,4,1,1,4,3 \quad , \quad 0,2,4,1,3 \quad , \quad \dots$$

(6.61)

şeklinde numaralansın.

GP_n prizma grafının dış çevresinin u_1, u_2, \dots, u_n tepelerini ve bu grafın iç çevresinin v_1, v_2, \dots, v_n tepelerine birleştiren $\{u_i, v_i\}$ ($i=1,2,\dots,n$) ayrıtları da $u_1 v_1$ 'den başlamak üzere saatin dönme yönünde giderek

$$0,3,1,4,0,3,0,2,2 \quad , \quad 0,3,1,4,2 \quad , \quad \dots$$

(6.62)

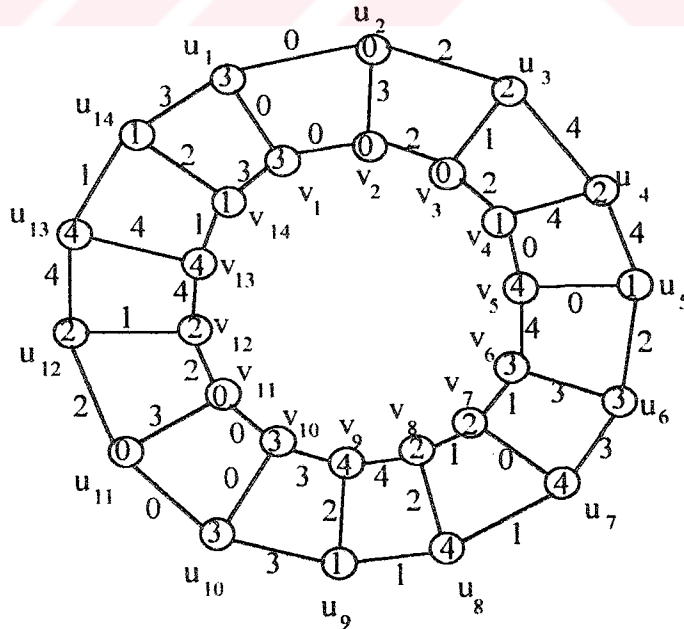
biçiminde numaralansın. (6.60), (6.61) ve (6.62) 'deki numaralamaya göre,

$$e_f(0) = e_f(2) = 3 \frac{n-4}{5} + 3 \quad , \quad e_f(1) = e_f(3) = e_f(4) = 3 \frac{n-4}{5} + 2 \quad (6.63)$$

ve

$$v_f(0) = v_f(1) = 2 \frac{n-4}{5} + 1 \quad , \quad v_f(2) = v_f(3) = v_f(4) = 2 \left(\frac{n-4}{5} \right) + 2 \quad (6.64)$$

elde edilir. Elde edilen (6.63) ve (6.64) eşitliklerine göre Tanım 2.14 'te (2.11) ve (2.12) ile verilen E_s kordiyal olma koşulları sağlanır. $n=14$ için örnek Şekil 6.15 'de verilmiştir.



Şekil 6.15 GP_{14} prizma grafının E_5 -kordiyal numaralanması.



(6.60), (6.61) ve (6.62) bağıntıları ve Şekil 6.15 'te gösterilen numaralama ile (6.63) ve (6.64) 'e karşılık gelen,

$$e_r(0) = e_r(2) = 9 \quad , \quad e_r(1) = e_r(3) = e_r(4) = 8$$

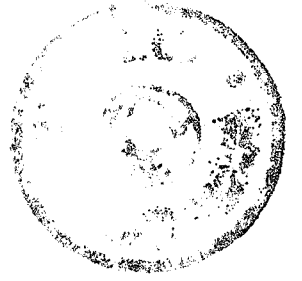
ve

$$v_r(0) = v_r(1) = 5 \quad , \quad v_r(2) = v_r(3) = v_r(4) = 6$$

eşitlikleri elde edilir. Elde edilen bu eşitliklere göre, Şekil 6.15 'deki $GP_{1,4}$ prizma grafi E_5 -kordiyaldır.

1., 2., 3., 4. ve 5. Durum ve Tanım 2.14 'ten $n \geq 3$ için her GP_n (n -prizma grafi) E_5 -kordiyaldır.





7. YÖNTEM

Grafların E_k -Kordiyal numaralanması için ortaya atılan teoremlerin ispatlanmasında R. Yılmaz ve İ. Cahit'in "Edge-Cordial Graphs" adlı makalesinde uyguladığı yöntemlere benzer yöntemler uygulandı.

P_n yollarının ve C_n çevresin E_k -Kordiyal numaralanması "tümevarım yöntemi" ile ispatlanmıştır.

GP_n prizma grafinin ve GK_n çevresel kübik grafların E-Kordiyal numaralanması için verilen teoremlerin gereklik koşulu "olmayana ergi metodu" ile ispatlandı. Teoremin genel ispatı yapıldıktan sonra, konuya açıklık getiren örnekler şekiller çizilerek verildi.

GP_n prizma grafinin E_3 -Kordiyal ve E_5 -Kordiyal numaralanmasında sırasıyla bu grafi oluşturan n-tepeli dış ve iç çevre alt graflarının E_3 -Kordiyal ve E_5 -Kordiyal numaralanması temel alınarak yapılmıştır.

GK_n çevresel kübik grafinin E_3 -Kordiyal numaralanmasında; bu grafi oluşturan $2n$ -tepeli C_{2n} çevre alt grafinin ayrışları $\{0,1\}$ kümesinin elemanları ile numaralanırken, bu grafin v_i tepesini v_{i+n} tepesi ($i=1,2,\dots,n$) ile birleştiren ayrışlar 2 ile numaralanmıştır.

W_n çarkının E_5 -Kordiyal numaralanmasında; bu grafi oluşturan n-tepeli C_n çevre alt grafinin E_5 -Kordiyal numaralanması kullanılmıştır.

f_n yelpazesinin E_5 -Kordiyal numaralanmasında; P_{n-1} yolu, P_n yolunun E_5 -Kordiyal numaralanmasına benzer bir yöntem kullanılarak numaralanmıştır. Merkez tepe v_c ile P_{n-1} yolunun tepelerine birleştiren ayrışlar mod 5 'e göre E_5 -Kordiyal numaralama koşullarını sağlayacak şekilde numaralanmıştır.



8. SONUÇ ve TARTIŞMA

İbrahim Cahit kordial numaralamanın doğal bir genellemesini tanımladı, buna "k-adil numaralama" dedi. $k=2$ ve $k=3$ için; P_n yolu, C_n çevresi, K_n tam grafları, arkadaşlık grafları, yelpaze graflar, çarklar gibi grafların E_k -kordial ve E_3 -kordial olduğunu ve bunlarla birlikte star grafların E_k -kordial olması için gerek ve yeter koşulun da

$$n \equiv \begin{cases} 1 \pmod{k} & k \equiv 1 \pmod{2} \text{ için} \\ 1 \pmod{2k} & k \equiv 0 \pmod{2} \text{ için} \end{cases}$$

olduğunu gösterdi.

Bu çalışmada; $k \equiv 1 \pmod{2}$ ve $n \geq k-1$ ise, P_n yolunun ve C_n çevresinin E_k -kordial olduğunu gösteren iki teorem ispatlandı.

"n tepe sayısını göstermek üzere bir G grafinin E-kordial olması için gerek ve yeter koşul $n \equiv 2 \pmod{4}$ olmasıdır"[9] teoremi gözönüne alınarak GP_n prizma grafinin ve GK_n çevresel kübik grafların E-Kordial numaralanması için gerek ve yeter koşulun $n \equiv 0,2 \pmod{4}$ olduğu ispatlandı.

GP_n prizma grafi için yapılan çalışmalarda " $n \geq 3$ için her GP_n prizma grafi E_3 -kordialdır." ve " $n \geq 3$ için her GP_n prizma grafi E_2 -kordialdır." teoremleri ispatlandı.

GK_n çevresel kübik grafinin incelenmesinde " $n \geq 3$ için her GK_n çevresel kübik grafi E_3 -kordialdır." teoremi ispatlandı.

W_n çarkı için " $n \geq 3$ için her W_n çarkı E_2 -kordialdır." teoremi ve f_n yelpazesi için " $n \geq 3$ için her f_n yelpazesi E_2 -kordialdır." teoremi ispatlanmıştır.

KAYNAKÇA

- [1] Arısoy, M., M_3 -Cordial Labellings of Cubic Graphs, Journal of Yıldız Technical University, 1995/4,21-26. İstanbul.
- [2] Arısoy, M., Characteristic Polynomials and Spectrums of Boolean Graphs, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, (1996), U.K.
- [3] Cahit, İ., ve Ünveren, A., M-Cordial Graphs, 7. Ulusal Matematik Sempozyumu, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Ağustos, (1994).
- [4] Cahit, İ., S-Cordial Graphs, Ars Combinatorics, Probability and Computing, submitted.
- [5] Cahit, İ., H-Cordial Graphs, Bull. of the ICA, submitted.
- [6] Gibbons, A., Algorithmic Graph Theory, Department of Computer Sciences, University of Worwikk, London, (1995).
- [7] Hartsfield, N., and Ringel, G., Pearls in Graph Theory, Academic Press inc. (1990), p.15.
- [8] Hovey, M., A-Cordial Graphs, Discrete Math., (1991), 3, 183-184.
- [9] Yılmaz, R., ve Cahit, İ., Edge-Cordial Graphs, 7. Ulusal Matematik Sempozyumu, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Ağustos, (1994).

TÜRKÇE ABSTAKT (en fazla 250 sözcük):

(TÜBİTAK/TÜRDOK'un Abstrakt hazırlama kılavuzunu kullanınız.)

$G=(V,E)$ grafinin bir ayrıt numaralaması f olsun öyle ki $f:E(G) \rightarrow \{0,1,2,\dots,k-1\}$ ve bu ayrıt numaralamasının sebep olduğu tepe numaralaması da $f(u) = \sum_{v \in V} f(u,v) \pmod{k}$ olarak verilsin, burada $v \in V(G)$, $(u,v) \in E(G)$ 'dir. Eğer f fonksiyonu $i \neq j$, $i,j=0,1,\dots,k-1$ için aşağıdaki koşulları sağlarsa

$$1) |e_f(i) - e_f(j)| \leq 1$$

$$2) |v_f(i) - v_f(j)| \leq 1$$

böyle bir f fonksiyonuna G grafinin E_k -kordiyal numaralanması denir. Burada $e_f(i)$, $e_f(j)$ ve $v_f(i)$, $v_f(j)$ sırasıyla i ve j ile numaralanmış ayrıtların ve tepelerin sayısını gösterir.

Bu çalışmada; birinci bölümde grafların E_k -kordiyal numaralanması ile ilgili bir giriş yapılmıştır. İkinci bölümde, 3., 4., 5. ve 6. bölümlerdeki teoremlerin ispatları için temel kavramlar verilmiş ve örneklerle gösterilmiştir. Üçüncü bölümde, P_n yolunun ve C_n çevresinin E_k -kordiyal numaralanmaları ile ilgili teoremler ifade ve ispat edilmiştir. Dördüncü bölümde, GP_n prizma grafinin ve GK_n çevresel kübik grafinin E -kordiyal numaralanmalarını sağlayan teoremler ispatlanmıştır. Beşinci bölümde, GP_n prizma grafinin ve GK_n çevresel kübik grafinin E_3 -kordiyal numaralanmaları incelenmiştir. Altıncı bölümde, W_n çarkının, f_n yelpazesinin ve GP_n prizma grafinin E_5 -kordiyal numaralanmaları araştırılmıştır.

Sonuç olarak, belirtilen grafların ayrıtlarının ve tepelerinin modulo k 'ye göre numaralandığı görülür.

İNGİLİZCE ABSTAKT (en fazla 250 sözcük):

Let f be an edge labelling of graph $G=(V,E)$ such that $f:E(G)\rightarrow\{0,1,2,\dots,k-1\}$ and the induced vertex labelling is given as $f(u) = \sum_{\forall v} f(u,v) \pmod{k}$, where $v \in V(G)$ and $(u,v) \in E(G)$. f is called an E_k -cordial labelling of G , if the following conditions are satisfied for $i,j=0,1,\dots,k-1, i \neq j$:

$$1) |e_f(i) - e_f(j)| \leq 1$$

$$2) |v_f(i) - v_f(j)| \leq 1$$

where $e_f(i)$, $e_f(j)$ denote the number of edges, and $v_f(i)$, $v_f(j)$ denote the number of vertices labelled with i 's and j 's, respectively.

In this study, an introduction which related to E_k -cordial labellings of graphs has been made in chapter 1. In order to proof of the theorems in chapters 3., 4., 5. and 6., the fundamental concepts have been given and shown by examples, in chapter 2. In chapter 3, the theorems which are related to E_k -cordial labellings of the path P_n and the cycle C_n are expressed and proved. In chapter 4, the theorems which are satisfied E -cordial labellings of the prism graph GP_n and the cyclic cubic graph GK_n are proved. In chapter 5, E_3 -cordial labellings of the prism graph GP_n and the cyclic cubic graph GK_n have been investigated. In chapter 6, E_5 -cordial labellings of the wheel W_n , the fan f_n and the prism graph GP_n have been studied.

As a result, it has been seen that labelled according to modulo k of edges and vertices of the determined graphs.