T.C.
HİTİT ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

BULANIK ESNEK KÜMELERE DAYALI BİRLEŞTİRİLMİŞ BİR TAHMİNLEME YAKLAŞIMI

Doktora Tezi

Buğra BAĞCI

Çorum 2018

BULANIK ESNEK KÜMELERE DAYALI BİRLEŞTİRİLMİŞ BİR TAHMİNLEME YAKLAŞIMI

Buğra BAĞCI

Sosyal Bilimler Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

Doktora Tezi

TEZ DANIŞMANI

Dr. Öğretim Üyesi Ömür DEMİRER

Çorum-2018

KABUL VE ONAY

Buğra BAĞCI tarafından hazırlanan *Bulanık Esnek Kümelere Dayalı Birleştirilmiş Bir Tahminleme Yaklaşımı* başlıklı bu çalışma 26/10/2018 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Sabiha KILIÇ (Başkan)

Dr. Öğretim Üyesi Ömür DEMİRER (Danışman)

Doç. Dr. Eşref Savaş BAŞCI

Dr. Öğretim Üyesi Ahmet Serhat ULUDAĞ

Dr. Öğretim Üyesi Nalan Gülten AKIN

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Mehmet EVKURAN
Enstitü Müdürü

T.C.

HİTİT ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yaptığımı beyan ederim. (26/10/2018).

Buğra BAĞCI

ÖZET

BAĞCI, Buğra. *Bulanık Esnek Kümelere Dayalı Birleştirilmiş Bir Tahminleme Yaklaşımı,* Doktora Tezi, Çorum, 2018.

Gelecekteki belirsizlik insanoğlunu tarih boyunca korkutmuş ve insanoğlu da bu duruma karşılık, belirsizliği azaltmak veya onu ortadan kaldırabilmek için faklı yöntemler kullanmıştır. Gelecek olayların ve şartların daha önceden tahmin edilmesinin işletmecilikte olduğu gibi, makroekonomi, biyoloji, tıp, mühendislik ve sosyal bilimler alanlarında da çok önemli olduğu bilinmektedir. Gelecek bir zamanda gerçekleşecek senaryolara hazırlıklı olmak, planlar yapıp politikalar belirlemek ve nihayetinde kararlar almak ancak geleceğin iyi tahmin edilmesiyle mümkün olabilecektir. Bu şekilde yapılacak iyi bir tahmin geleceğin belirsizliğinden kaynaklanan endişeyi de azaltacaktır.

Günümüzde, regresyon analizi, zaman serileri analizleri ve sezgisel yöntemler gibi birçok tahmin tekniği kullanılmaktadır. Fakat her bir yöntemin altyapısı ve algoritması birbirinden farklı olduğu için farklı sonuçlar üretmektedir. Tahmin sonuçları ile direkt olarak ilgilenen kişiler ve kurumlar da, en doğru sonucu veren analiz tekniğini bilmek istemektedirler. Çünkü, haklı olarak gelecekteki olayların doğru tahmini, yoğun rekabet ortamında ilgililere üstünlük sağlayabilecektir. İşte bu noktadan hareket edilerek hazırlanan bu tez çalışmasında farklı tahmin teknikleri, kurulan bir bulanık esnek küme üzerinde birleştirilmiş ve tek bir çıktı ile tahmin değeri elde edilmiştir. Analizlerde BIST 100 endeksi düzey değerleri ve bu değişken üzerinde etkisi olduğu düşünülen makroekonomik değişkenlere ilişkin gerçek veriler kullanılmıştır. Oluşturulan bu veri seti gerek tek, gerekse çok boyutlu olarak çalışan farklı tahmin yöntemleri ile analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar bulanık esnek küme üzerinde birleştirilmiştir. Her bir yöntem ve kombin modelin başarısı hata terimleri ile ölçülmüş ve bu ölçüm kombin modeli öne çıkarmıştır.

Anahtar Kelimeler: Tahminleme, Bulanık Esnek Kümeler, Kombin Modeller.

ABSTRACT

BAĞCI, Buğra. *Combined Estimation Method On Fuzzy Soft Sets*, Doctoral Dissertation, Çorum, 2018.

The uncertainty of the future has frightened mankind throughout history, and mankind has used many techniques in response to this in order to reduce uncertainty or to remove it. It is well known that macroeconomics, biology, medicine, engineering and social sciences are very important as well as the way of forecasting future events and conditions is in business. Preparing for the script that will take place at an unprecedented time, making plans and determining policies and ultimately making decisions will only be possible with good predictions of the future. A good estimate of this will also reduce the anxiety of uncertainty.

Today, there are many estimation techniques used, such as regression analysis, time series analyzes and heuristic methods. However, each method produces different results because its infrastructure and algorithm are different from each other. Those who are directly interested in forecasting results want to know the most accurate end result analysis technique. Because, rightly, the accurate prediction of future events will provide an advantage in the intense competition environment. In this thesis study prepared by moving from point to point, different estimation techniques are combined on a set of fuzzy soft sets and a prediction value is obtained with a single output. In the analysis, the actual data on macroeconomic variables that are thought to have an impact on the BIST 100 levels are used. The generated data set was analyzed with a univariate or multivariate estimate analysis and the obtained results were combined on a fuzzy set. The success of each method and combination model was measured by error terms and this measurement puts forward the combined model.

Key Words: Forecasting, Fuzzy Soft Sets, Combine Models.

İÇİNDEKİLER

İKİNCİ BÖLÜM

MATERYAL VE YÖNTEM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil **Sayfa**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

U	Evrensel Küme
$\in$	Eleman
$\notin$	Eleman Değil
$\forall$	Her
$\subseteq$	Alt Küme
$=$	Eşittir
$\Leftrightarrow$	Ancak ve Ancak
$\Rightarrow$	İse
$\cup$	Birleşim
$\cap$	Kesişim
$\setminus$	Fark
$>$	Büyüktür
$<$	Küçüktür
$\leq$	Küçük ve Eşittir
$\geq$	Büyük ve Eşittir
$\vee$	Mantıksal Veya
$\wedge$	Mantıksal Ve
$\emptyset$	Boş Küme
$\urcorner$	Değil
$\exists$	En Az Bir
Var	Varyans
Kov	Kovaryans
L	Gecikme İşlemcisi
Δ	Fark İşlemcisi

Kısaltmalar

ACF	Otokorelasyon Fonksiyonu
AR	Otoregresif
BIST	Borsa İstanbul
DİBS	Devlet İç Borçlanma Senetleri
EKK	En Küçük Kareler
EVDS	Elektronik Veri Dağıtım Sistemi
MA	Hareketli Ortalamalar
PACF	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
SÜE	Sanayi Üretim Endeksi
TÜFE	Tüketici Fiyat Endeksi
ÜFE	Üretici Fiyat Endeksi
VAR	Vektör Otoregresif
WN	Beyaz Gürültü
YSA	Yapay Sinir Ağı
ÇKA	Öğretmenli Öğrenme Modeli (Çok Katmanlı Algılayıcı)
ART	Öğretmensiz Öğrenme Modeli (Adaptif Rezonans Teori)
LVQ	Destekleyici Öğrenme Modeli (Lerning Vector Quantization)
ADALINE	Adaptif Lineer Element
MADALINE	Multi Adaptif Lineer Element

ÖN SÖZ

Geleceğin belirsizliği, geçmişte olduğu gibi bugün de kişi ve kurumlar üzerinde tedirginliğe sebep olmaktadır. Gelecek bir zaman dilimindeki muhtemel olay ve durumlar karşısında pozisyon alabilmek açısından, gelecekteki belirsizliğin tahmin edilmesi ayrı bir önem kazanmaktadır. İşte matematiksel modellerle tahminde bulunmak da karşılaşılacak belirsizliği azaltmak amacıyla ortaya çıkmıştır. Zamanla gelişen tahminleme literatürü, çok sayıda ve çeşitli matematiksel alt yapıya sahip modellere sahip olmuştur. Bu tez çalışmasıyla, aynı amaca hizmet eden yöntemlerden herhangi birini kullanmak yerine farklı yöntemleri birleştirmek hedeflenmiştir. Yapılacak birleştirmenin alt yapısı ise bulanık esnek kümelere dayanmaktadır. Oluşturulan veri setine uygun olarak, kullanılan tahmin yöntemlerinin doğruluk değerlerine paralel şekilde kullanılan üyelik fonksiyonu ile bulanık esnek küme ve elemanları belirlenmiştir. Sonuç olarak, kullanılan tüm teknikler ve oluşturulan yeni kombin modelle ayrı ayrı bir sonraki döneme ait tahminlemeler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, kombin modelle yapılan sonraki dönem tahmininin, diğer tekniklere göre gerçekleşen değere daha yakın sonuçlar ürettiğini göstermiştir.

Bu vesileyle, bu tez çalışmasının hazırlanmasının yanında akademik çalışmalarımda bana desteklerini esirgemeyen herkese teşekkürü bir borç bilirim.

GİRİŞ

Gelecekteki belirsizlik insanoğlunu tarih boyunca korkutmuş ve insanoğlu da bu duruma karşılık, belirsizliği azaltmak veya onu ortadan kaldırabilmek için birçok teknik kullanmıştır. Falcıların, kahinlerin kullandıkları bilimsel olmayan yöntemlerle geleceğin belirsizliğini aydınlatmaya çalışmaları, derebeyi, kral, imparator gibi kişilerin de yine yanlarında bilimsel olmayan yöntemlerle geleceği tahmin etmeye çalışan kişilerin bulunması, özellikle birçok insanın sorumluluğunu taşıyan yöneticilerde, gelecek endişesinin hangi boyutta olduğunu göstermektedir (Orhunbilge, 2002, s. 11). Bunun yanında, insanların günlük hayatta vermek zorunda oldukları kararlar da geleceğe yönelik etkilerinden dolayı büyük önem arz etmektedir. Dolayısıyla karar verme zorunluluğunda olan tüm kişi ve kurumlar, gelecekte en azından mevcut durumlarını korumak veya daha da geliştirebilmek adına gelecekteki olayları kestirmek ve iyi bir plan çerçevesinde uygun çözümler üretmek zorundadır. İşte, gelecekteki belirsizliğin tahmin edilmesindeki en büyük amaç, gelecekte ne olacağını kestirmek ve ona uygun politikalar belirleyip, hazırlık ve planlamalar yapmaktır. Bu bağlamda çalışmanın genel çerçevesini oluşturan tahmin kavramı aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

Tahmin, herhangi bir olayın geçmişten bugüne değerlerini ve seyrini inceleyerek, belirli varsayımlar altında, gelecekte ne durumda olabileceğini belirlemeye yönelik uğraşların tümüdür. Tahminin amacı ise, kişilerin ve kurumların gelecekte karşılaşabilecekleri durumları önceden kestirmek, çeşitli verileri ve teknikleri kullanarak önceden önlemler alınmasını sağlamak şeklinde açıklanmaktadır (Kayım, 1985, s. 1).

Gelecek olayların ve şartların daha önceden tahmin edilmesinin işletmecilikte olduğu gibi, makroekonomi, biyoloji, tıp, mühendislik ve diğer sosyal bilimler alanlarında da çok önemli olduğu bilinmektedir. Henüz gelmemiş bir zamanda gerçekleşecek senaryolara hazırlıklı olmak, planlar yapıp politikalar belirlemek ve nihayetinde kararlar almak ancak geleceğin iyi tahmin edilmesiyle mümkün olacaktır. Bu şekilde yapılacak iyi bir tahmin, geleceğin belirsizliğinden kaynaklanan endişeyi de azaltacaktır (Orhunbilge, 1999, s. 1).

İkinci dünya savaşından sonra matematikçi, istatistikçi ve ekonomistler tahmin yöntemleri geliştirmeye çalışmışlar ve birçok alandaki belirsizliklerin üstesinden bilimsel teknikler kullanarak gelme çabasında olmuşlardır (Orhunbilge, 2002, s. 12). Bu tahmin yöntemlerini kantitatif (nicel) ve kalitatif (nitel) teknikler olarak iki grupta toplamak mümkündür. Kantitatif teknikler de, kendi içerisinde iki gruba ayrılarak zaman serileri analizi ve ilişkiye dayanan nedensel tahmin teknikleri (regresyon analizi) olarak sınıflandırılmışlardır. Bunların yanında, son zamanlarda, modern sezgisel teknikler adı altında yapay sinir ağları, genetik algoritmalar, parçacık sürü optimizasyonu gibi daha birçok sezgisel teknik geliştirilmiştir.

Herbir tahmin yönteminin problemi ele alış tarzları birbirlerinden farklı olması nedeniyle takip ettikleri algoritmalar ve çözüm yolları da birbirlerinden farklılaşmaktadır. Çoklu regresyon analizlerinde, tahmin edilecek bağımlı değişkenin etkilendiği değişkenlerin de belirlenerek tahmin yapılması ve tüm değişkenler arasındaki ilişkinin bir matematiksel fonksiyon yoluyla ifade edilmesi gerekirken, tek değişkenli zaman serileri analizlerinde, tahmin edilecek değişkenin sadece geçmişteki aldığı değerler kullanılarak gelecek değeri tahmin edilmektedir. Çok değişkenli zaman serilerinde ise, tahmin edilecek olan değişkenin hem kendi geçmiş değerlerinden hem de onu etkileyebilecek değişkenlerin şimdiki ve geçmiş değerlerinden etkilendiği düşünülerek tahmin fonksiyonu oluşturulmaktadır. Bir başka açıdan, sezgisel teknikler ise daha çok kesin çözümler yerine farklı durumları taklit ederek çözüme yaklaşmayı hedeflemekte ve bu doğrultuda geliştirilen algoritmalarla tahminleri yapmaktadırlar.

Tüm bu altyapı ve varsayım farklılıkları göz önüne alındığında aynı veri setine, uygunluğuna göre farklı teknikler uygulanabilmekte ve farklı sonuçlar elde edilebilmektedir. Dolayısıyla hangi tekniğin daha kullanışlı olduğu veya hangi tekniğin kullanılacağı sorunu ortaya çıkmaktadır. Ancak bu konuda fikir birliği oluşturabilecek herhangi bir gelişme sağlanamamıştır. Bu anlamda, veri setine ve probleme göre değişmek üzere, çok basit bir altyapıya sahip tekniğin çok daha kompleks yapılı bir teknikten daha doğru sonuçlar verebildiği de görülmektedir.

Tahmin tekniklerinin birbirlerinden farklı olduğunu düşünerek herhangi birini seçme ve o teknikle analizlere devam etme fikrinin yanında farklı tahmin tekniklerinin birleştirilebileceği düşüncesi de (Bates ve Granger, 1969; Dickinson, 1975; Makridakis vd., 1982; Deutsch vd., 1994) ortaya atılmıştır. Bu zamana kadar da başlıca bu sayılan eserler olmak üzere, birçok farklı çalışmada tahmin tekniklerinin farklı yollarla birleştirilmesi anlatılıp, uygulanmıştır.

Literatür incelendiğinde karma tahmin konseptinin ilk olarak Bates ve Granger (1969) ile başladığı görülmektedir. Bates ve Granger (1969) bu çalışmalarında, en az iki tahmin yönteminin uygun lineer kombinlerini yapmış ve bu kombinler arasından daha iyi sonuçların alınabildiğini göstermişlerdir.

Takip eden yıllar boyunca tahmin teknikleri farklı şekillerde kombin edilmeye çalışılmış ve bu şekilde birçok çalışma yapılmıştır. Şüphesiz her bir araştırmacı, bu çalışmaları, kullanılan tahmin yöntemlerinin sonuçlarından daha iyi bir sonuca ulaşmak adına yapmışlardır.

Tahmin sonuçlarının kombinasyonlarının yapılmasına ilişkin gelinen son noktada, artık tahminler, geliştirilen farklı kümeler üzerinde birleştirilmektedir. Örneğin, henüz literatürde çok yeni bir kavram olan esnek kümeler ve bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirmeler dahi önerilmiştir. Fakat yapılan bu kombinasyonlar bir denemeden ileri gidememiş, hatta yeterli sayıda farklı teknik de kullanılmamıştır.

İşte tüm bu yazılanlar ışığında çalışmamızda, öncelikle tahmin üzerine çalışma yapılması düşünülmüş ve bu düşünceyle teknikleri belli bir ayrıma tabi tutup herhangi biriyle sonuca ulaşmak yerine, tekniklerin birleştirilmesi ve uygun bir kombin yapılması ve nihayetinde tekniklerin farklılıklarından yararlanmak amacıyla karma modeller kullanılmıştır. Birçok farklı şekilde birleştirmeler yapılabilmesine karşın, günümüzde yaygın olarak kullanılan bulanık kümelere dayanan bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirmenin yapılabileceği ve literatürde daha önce hiç karşılaşılmayan çok boyutlu zaman serilerinin de bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirilebileceği çalışmanın temel varsayımıdır.

Tezin uygulama bölümü açısından bakıldığında, Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değerleri üzerinde etkili olduğu düşünülen ve literatürde parçalar halinde kullanılan tüm değişkenler modellere dahil edilmiş ve gerçek veriler kullanılmıştır. Borsanın düzey değerleri de, kurulan modeller ve farklı tahminleme yöntemleriyle tahmin edilmiş ve sonunda tahmin sonuçları bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirilmiştir. Ayrıca, borsa verileri gibi stokastik verilerin doğası itibariyle bulanık olmasının bulanık esnek kümeler tabanlı bir birleştirmede ne derece doğru sonuçlar vereceği sorusu da tezin ortaya çıkmasında etkili olmuştur.

Bütün bu açıklamalardan sonra, bu tez çalışmasının ana amacı, literatürde yaygın olarak kullanılan farklı tahminleme yöntemleri ile yapılan analizlerden elde edilen sonuçların birleştirilmesi ve dolayısıyla tekniklerin farklılıklarından yaralanarak daha doğru bir tahmin yapılmasını sağlamak şeklinde açıklanabilir. Çünkü geleceğin belirsizliği insanoğlunu hep korkutmuş ve söz konusu belirsizliği azaltmak ya da ortadan kaldırabilmek için farklı yöntemler aranmış, uygulanmış ve böylece, yapılan tahminlemenin doğruluk derecesi daha da önemli hale gelmiştir (Orhunbilge, 2002, s. 11).

Bir başka açıdan bakılacak olursa, hem tek hem de çok boyutlu zaman serileriyle de yapılacak tahminlemelerde bilinen ve kullanılan analiz yöntemlerinin tanıtılması ve uygulanması tezin ana amacına giden yolda bir başka basamağı oluşturmuştur.

Tüm bunlar göz önüne alındığında, tahminleme tekniklerine ait literatürde kullanılan analiz tekniklerinden herhangi birini seçmek ve onun sonucuna göre politikalar belirleyip kararlar almak yerine, tekniklerin farklılıklarından faydalanmak, mümkün olduğu kadar eksik yönlerinden kaçınmak, altyapı ve algoritmaları farklı olan teknikleri bir kümede birleştirmek, kombin modeller yaklaşımında ana amaç olmuştur. Bunun yanında, yapılan birleştirmenin teoride kalmayarak günlük hayatta kişilere ve işletmelere yol göstermesi ve kullanılması amacının güdülmesiyle o tabanda bir birleştirme yönteminin uygulanmasının çalışmaya literatürde bir kabul edilirlik ve güncellik katacağı da düşünülmektedir. Ayrıca çalışma, karma tahmin yöntemi olarak tanıtılan bulanık esnek küme tabanlı yaklaşımla çok boyutlu zaman serilerinin ve sezgisel bir tahmin tekniğinin de ilk kez kullanılması nedeniyle özgün değer taşımaktadır. Böylece elde edilen sonuçların hem bilim, hem sektör, hem de günlük yaşam açısından kıymetli olduğu söylenebilir.

Bu bağlamda çalışma, özellikle geleceğe ilişkin tahminlere ihtiyacı olan tüm kişilere, işletmelere ve literatüre önemli katkılar sunması açısından önem arz etmektedir. Çalışmanın uygulama aşamasında kullanılan veri setinin finans alanına yakın olmasına rağmen, kullanılacak olan kombin yöntemin uygun veri setleriyle diğer alanlarda da kullanılabileceği açıktır. Bunlara ek olarak, ele alınan bağımlı değişkenin tek bir yöntemle tahmin edilmeyerek uygun birçok yöntemle tahmin edilmesi ve bu tekniklerin tamamının aslında tanıtılacak olan kombin modele veri sağlayıcı olarak kullanılacak olmasının çalışmanın önemini bir kat daha arttıracağı düşünülmektedir. Ayrıca, çalışmada karma modelin klasik küme teorisine değil, insan beyni ve günlük hayata daha uygun olan bulanık küme teorisine dayanması tezin bir başka önemine vurgu yapmaktadır. Bunların dışında, matematik alanında dahi henüz çok yeni bir kavram olan esnek küme yaklaşımının bulanık kümelere entegre edilmiş hali olan bulanık esnek kümelerin bir sosyal bilimlere ait çalışmada kullanılması teze ayrı bir özgünlük katmaktadır.

Özetle, bu tez çalışması ile birlikte,

ilk kez çok boyutlu zaman serileri analizleri bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirilmiş,

ilk kez bulanık esnek kümeler tabanlı birleştirme finansal verilere uygulanmış,

ilk kez bu kadar farklı altyapıya sahip yöntem kombinlenmiş,

Türkiye'de ilk kez farklı tahmin teknikleri birleştirilmiştir.

Tüm bunlar göz önüne alındığında, yapılan analizlerin ve elde edilen sonuçların hem bilim, hem sektör, hem de günlük yaşam açısından kıymetli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda, çalışmanın farklı alanlara katkıları sebebiyle büyük öneme sahip olduğu söylenebilir.

Genel anlamda çalışmanın çerçevesi ve organizasyonu aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Öncelikle literatür taraması ile Borsa İstanbul 100 düzey değerleri üzerinde etkili olan makroekonomik değişkenler belirlenmiştir. Buradan hareketle BIST 100 endeksi düzey değerleri ve ilgili bağımsız değişkenlerin zamana göre (aylık periyotlarla) veri seti oluşturulmuştur. Sonrasında bu tür veri setlerini tahmin etmede kullanılan analiz yöntemleri tespit edilmiş ve söz konusu uygun teknikler uygulanmıştır. Tüm tekniklerden özet niteliğinde, tek bir sonuç elde edilebileceği düşüncesiyle tekniklerin birleştirilmesi yoluna gidilmiştir. Literatür incelendiğinde birçok kombin yapma şekli olsa da, çalışmamızda bulanık esnek kümeler tabanlı bir kombin yöntemi kullanılmış ve analiz sonuçları belli bir üyelik derecesi ile birleştirilerek kombin modelin sonucu olan bulanık esnek küme oluşturulmuştur. Bu doğrultuda hazırlanan, teorik inceleme ve analiz yöntemlerinin etkin olarak kullanımına dayanan tez çalışması üç bölümden oluşmakta olup, her bir bölüm aşağıdaki paragraflarda ayrı ayrı ele alınmıştır.

Çalışmanın giriş bölümünde, araştırmanın ortaya çıkış sebebi olan problem cümlesi, araştırmanın amacı, önemi ve organizasyon yapısına yer verildikten sonra, buradan hareketle tasarlanan birinci bölümde, araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturan klasik küme teorisi, bulanık küme teorisi, esnek küme teorisi, bulanık esnek küme teorisi ile tahminlemede kullanılan analiz tekniklerinden regresyon analizi, yapay sinir ağları, zaman serileri analizleri ve tahmin sonuçlarının birleştirileceği kombin model detaylı olarak anlatılmıştır.

İkinci bölümde, çalışmada kullanılan veri seti ve veri setinin özellikleri ile veri setinde yer alan değişkenler detaylı şekilde açıklanmıştır. Ayrıca yine bu bölümde çalışmaya ait test istatistikleri de sunulmuştur.

Analiz ve bulguları kapsayan üçüncü bölümde, her bir tahminleme yöntemi ile ayrı ayrı yapılan analizler ve sonuçlarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Bu analiz sonuçlarına göre bulanık esnek kümeler tabanlı olarak sonuçların kombin edilmesi ve her bir analiz sonucunun hangi üyelik derecesi ile bu kümeye dahil olduğu gösterilmiştir.

Son olarak, her bir analiz sonucu ve kombin model bulgularına dayanarak, sonuçlar tartışılmış ve değerlendirmeler yapılarak gelecek çalışmalara yön göstermek amacıyla önerilerde bulunulmuştur.

BİRİNCİ BÖLÜM

KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

1.1. KLASİK KÜMELER

Mantık, karar verme için kişilerin kullandığı araçların küçük bir bölümüdür. Mantık, açık ve anlaşılır cümleler kurulabilmesi için kelimelerin organize edilmesine yardımcı olur. Fakat çeşitli koşul ve durumlarda hangi cümlelerin kullanılacağı konusunda karar verirken yardımcı olamaz (Başkaya, 2011, s. 1).

İnsan açısından mantık, nicel olarak bir düşünme süreci geliştirmek için bir yoldur. Bu süreç matematiksel kurallar ile işlenip tekrarlanabilir (Başkaya, 2011, s. 2).

Genel anlamda mantık üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde mantıksal önermeler ile ilgili iki durumla karşılaşılmaktadır. Bunlar, önermelerin doğru veya yanlış olmasıdır. İşte klasik kümeler ile ilişkili olan klasik mantıkta da bu şekilde doğruluk ve yanlışlık olmak üzere iki değerlilik söz konusudur (Ross, 2004, s. 120).

Herhangi bir doğruluk değerine sahip olan cümleler, önerme olarak tanımlanmaktadır. Bir cümlenin doğruluk değerinin olması durumu da, cümlenin doğru veya yanlış bir değer alması şeklinde açıklanmaktadır (Çüçen, 1999, s. 102).

Klasik mantıkta önermeler kullanılmaktadır. Bir ifadenin önerme olup olmadığının belirlenmesi klasik mantıkta önermelerin doğru veya yanlış olarak değerlendirilmesine bağlıdır (Bojadziev, 2007, s. 38).

Önermeler mantığında her cümle ya doğru ya da yanlıştır. Her cümle için doğruluk değeri 1 veya 0 olarak belirlenmektedir.

Bu bağlamda klasik mantığa dayanan klasik kümelerin tanımı için aşağıdaki yaklaşımlar göz önüne alınabilir.

Tanım: Klasik küme teorisine göre küme, nesnelerin bir araya gelmesi ve bu nesneler arasındaki kesin ilişkiler ile ilgili matematiksel bir hesaplamadır (Balcı, 1999, s. 1).

Klasik küme teorisinde küme kavramının kesin anlamda bir tanımı yapılmamakla birlikte sezgisel olarak şu şekillerde de açıklanmaktadır. Küme, bazı özelliklere sahip nesnelerin bir topluluğu, bir sınıfı, bir koleksiyonu olarak düşünülebilir. Başka bir tanıma göre de, küme kavramı iyi tanımlanmış nesneler topluluğu olarak tanımlanmaktadır.

Burada nesnelerin iyi tanımlanmış olması, nesnelerin özelliklerinin herkes tarafından net bir şekilde anlaşılması şeklinde açıklanabilir. Kümeyi meydana getiren nesnelere kümenin elemanı adı verilmektedir (Balcı, 1999, s. 1).

Bir kümenin tanımlanabilmesi için, o kümenin elemanlarının teker teker belirtilmesi veya o kümenin elemanlarının belirtilmesine yarayan karakteristik özelliğinin verilmesi gerekir.

Örneğin, klasik küme teorisinde "başarılı öğrenciler" tanımlaması bir küme ifade etmez. Bunun sebebi, başarılı nitelemesinin tam olarak sınırlarının belli olmamasıdır. Dolayısıyla, söz konusu küme herkes tarafından farklı şekilde oluşturulacağından bu tanımlama bir küme belirtmemektedir. Buna karşılık "0 ile 10 arasındaki tek tam sayılar" şeklinde bir küme oluşturulduğunda bu tanımlama klasik küme teorisinde bir küme belirtmektedir. Çünkü bu kümenin elemanları herkes tarafından $\{1,3,5,7,9\}$ şeklinde yazılacaktır.

Klasik kümeler hakkında yukarıdaki açıklamalardan hareketle, klasik küme teorisinin temelinde Aristo'nun iki değerli mantığının yattığı görülmektedir. Klasik küme teorisinde kümeyi tanımlayabilmek için hangi elemanların o kümeye ait olduğu hangilerinin olmadığı açık bir şekilde belirtilmektedir. Dolayısıyla klasik kümeler aşağıda (1.1.1)'de ifade edileceği gibi, bir üyelik fonksiyonu ya da karakteristik fonksiyon yardımıyla tanımlanabilmektedirler. Klasik teoride bir A kümesinin üyelik fonksiyonu veya karakteristik fonksiyonu,

$$\mu_A : U \to \{0,1\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x \in A \; ise \\ 0 & ; \quad x \notin A \; ise \end{cases} \tag{1.1.1}$$

şeklinde ifade edilmektedir (Klir ve Juan, 1995, s. 6).

Burada U boştan farklı bir evrensel küme ve μ_A klasik A kümesine ait olan üyelik fonksiyonu veya karakteristik fonksiyon olarak adlandırılır.

(1.1.1) ile yazılan üyelik fonksiyonu detaylı olarak incelendiğinde, elemanların bir kümeye ait olma-olmama durumuna bakılarak, herhangi bir elemanın, kümeye ait olduğu ya da ait olmadığı görülmektedir. Bu durum da, iki değerli mantığın temeline oturmaktadır.

Örnek: $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ kümesi verilmiş olsun. U evrensel kümesinin alt kümesi olan A kümesi $A = \{x : x \in U \ ve \ çift \ tamsayılar\}$ şeklinde tanımlansın. Buna göre $A = \{2,4,6,8\}$ olacaktır. Bu durumda A kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_A : U \to \{0,1\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1; & eğer \ x \in A \\ 0; & eğer \ x \notin A \end{cases}$$

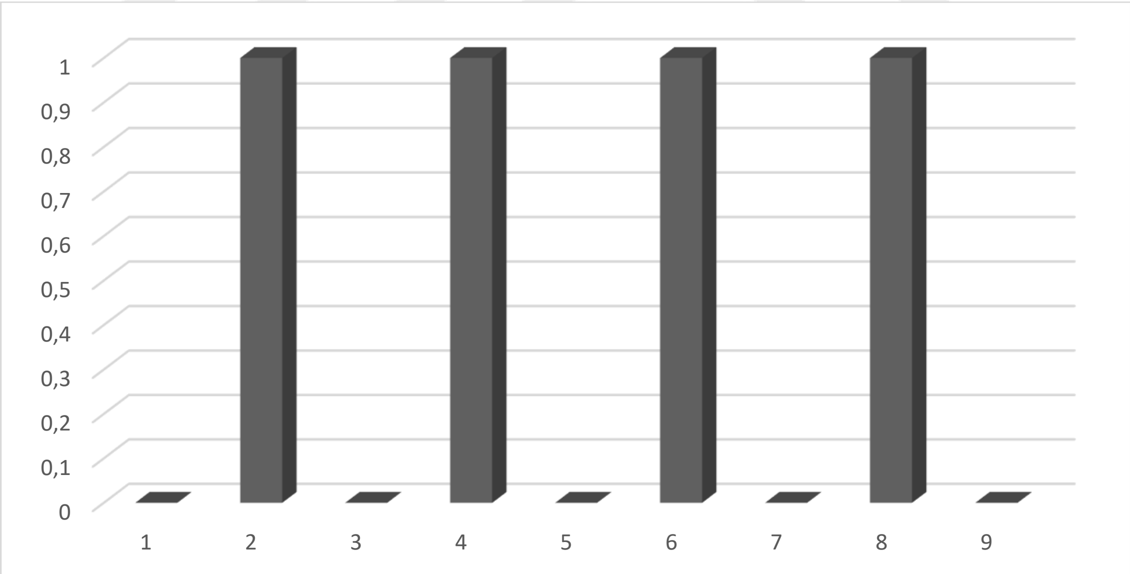
Buna göre kümenin elemanlarının üyelik dereceleri,

$\mu_A(1) = 0$, $\mu_A(2) = 1$, $\mu_A(3) = 0$, $\mu_A(4) = 1$, $\mu_A(5) = 0$,

$\mu_A(6) = 1$, $\mu_A(7) = 0$, $\mu_A(8) = 1$, $\mu_A(9) = 0$

olacaktır.

Verilen kümedeki elemanlar ve bu elemanlara ait üyelik dereceleri grafik ile ifade edilecek olursa aşağıdaki şekil 1.1 elde edilmektedir. Grafik, ileride bulanık kümelerle yapılacak karşılaştırmada da kullanılacaktır.



Şekil 1.1. Klasik A kümesinin üyelik fonksiyonu

Yukarıdaki grafiğin x ekseninde kümenin elemanları yer alırken, y ekseninde bu elemanların klasik A kümesine olan üyelik dereceleri yer almaktadır. Görüldüğü üzere klasik kümelerde elemanların kümeye ait olmaları iki durumludur ki bunlar; $\mu_A(x) = 0$ hiç üye olmamayı, $\mu_A(x) = 1$ kesin üye olmayı ifade etmektedir.

1.1.1. Klasik Kümelerde Temel Tanım ve Kavramlar

Kümeler teorisinde yer alan bazı tanım ve kavramlar aşağıdaki şekilde açıklanabilir.

Tanım (Evrensel Küme): Evrensel küme, verilen özel bir küme tanımı içerisinde bulunan tüm elemanları kapsayan kümedir. Bu tanım matematiksel olarak;

$$\forall x \in U \ \ için \ \ \mu_U(x) = 1 \tag{1.1.2}$$

şeklinde ifade edilebilir (Başkaya, 2011, s. 46).

Tanım (Boş Küme): Eleman sayısı sıfır olan yani hiçbir elemanı bulunmayan kümeye boş küme denilmektedir. Bu durum matematiksel olarak ifade edilecek olursa; U bir evrensel küme ve $A \subseteq U$ olmak üzere,

$$\forall x \in A \ \ için \ \ \mu_A(x) = 0 \tag{1.1.3}$$

eşitliği yazılabilir (Balcı, 1999, s. 2).

Boş küme herhangi bir kümenin alt kümesidir.

Tanım (Eşit Kümeler): İki kümenin birbirine eşit olması için tüm elemanlarının aynı olması gerekmektedir. A ve B kümeleri U evrensel kümesinin alt kümesi olmak üzere bu iki kümenin eşitliği $A = B$ şeklinde yazılmaktadır. Bu durumun üyelik fonksiyonu ile ifadesi ise;

$$\forall x \in U \ \ için \ \ \mu_A(x) = \mu_B(x) \tag{1.1.4}$$

şeklindedir (Balcı, 1999, s. 2).

Tanım (Alt Küme): U bir evrensel küme, A ve B kümeleri U kümesinin alt kümeleri olmak üzere A kümesinin, B kümesinin alt kümesi olması için gerek ve yeter şart, A kümesinin her elemanının aynı zamanda B kümesinin de bir elemanı olmasıdır. Bu durum $A \subseteq B$ şeklinde gösterilir. Matematiksel olarak ise bu durum;

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in U \ \ için \ x \in A \Rightarrow x \in B \tag{1.1.5}$$

şeklinde yazılabilir (Balcı, 1999, s. 2).

Tanım (Birleşim): U bir evrensel küme, A ve B kümeleri U kümesinin alt kümeleri olmak üzere, A ve B kümelerinin elemanlarının tamamından oluşan kümeye birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ şeklinde gösterilir (Balcı, 1999, s. 3).

$$A \cup B = \{x : x \in A \ veya \ x \in B\} \tag{1.1.6}$$

A ve B kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$ olmak üzere birleşim kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} 1; & eğer \ \mu_A(x) = 1 \ veya \ \mu_B(x) = 1 \\ 0; & aksi \ halde \end{cases} \tag{1.1.7}$$

olarak tanımlanmaktadır (Hans, 2005, s. 10).

Tanım (Kesişim): U bir evrensel küme, A ve B kümeleri U kümesinin alt kümeleri olmak üzere, A ve B kümelerinin sadece ortak olan elemanlarından oluşan kümeye kesişim kümesi denir ve $A \cap B$ şeklinde gösterilir (Balcı, 1999, s. 4).

$$A \cap B = \{x : x \in A \ ve \ x \in B\} \tag{1.1.8}$$

A ve B kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$ olmak üzere kesişim kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} 1; & eğer \ \mu_A(x) = 1 \ ve \ \mu_B(x) = 1 \\ 0; & aksi \ halde \end{cases} \tag{1.1.9}$$

olarak tanımlanmaktadır (Hans, 2005, s. 11).

Tanım (Fark): U bir evrensel küme, A ve B kümeleri U kümesinin alt kümeleri olmak üzere, A ve B kümelerinden A kümesinde bulunduğu halde B kümesinde bulunmayan elemanlardan oluşan kümeye veya B kümesinde bulunduğu halde A kümesinde bulunmayan elemanlardan oluşan kümeye fark kümesi denir ve sırasıyla $A \backslash B$ ve $B \backslash A$ şeklinde gösterilir (Balcı, 1999, s. 4).

$$A \backslash B = \{x : x \in A \ ve \ x \notin B\} \tag{1.1.10}$$

$$B \backslash A = \{x : x \in B \ ve \ x \notin A\} \tag{1.1.11}$$

A ve B kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$ olmak üzere $A\backslash B$ ve $B\backslash A$ kümelerinin üyelik fonksiyonları;

$$\mu_{A\backslash B}(x) = \begin{cases} 1; & eğer\ \mu_A(x) = 1\ ve\ \mu_B(x) = 0 \\ 0; & aksi\ halde \end{cases} \tag{1.1.12}$$

$$\mu_{B\backslash A}(x) = \begin{cases} 1; & eğer\ \mu_A(x) = 0\ ve\ \mu_B(x) = 1 \\ 0; & aksi\ halde \end{cases} \tag{1.1.13}$$

olarak tanımlanmaktadır (Hans, 2005, s. 12).

Tanım (Tümleyen): U bir evrensel küme ve A kümesi U kümesinin bir alt kümesi olmak üzere, evrensel kümede bulunduğu halde A kümesinde bulunmayan elemanlardan oluşan kümeye A kümesinin tümleyeni denir ve A^t veya $\bar{A}$ ile gösterilir (Balcı, 1999, s. 4).

$$A^t = \{x: x \in U\ ve\ x \notin A\} \tag{1.1.14}$$

A kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)$ olmak üzere A^t kümesinin üyelik fonksiyonu ise;

$$\mu_{A^t}(x) = \begin{cases} 1; & eğer\ \mu_U(x) = 1\ ve\ \mu_A(x) = 0 \\ 0; & aksi\ halde \end{cases} \tag{1.1.15}$$

şeklinde tanımlanır (Hans, 2005, s. 10).

1.2. BULANIK KÜMELER

Bulanık kümeler teorisi, ilk defa 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından Information and Control isimli dergide yayınlanan "Fuzzy Sets" başlıklı makale ile ortaya atılmıştır. Zadeh bu makalesinde insan düşünce yapısının bulanık olduğundan ve bu düşüncelerin açıklanmasında 0-1 iki değerli mantığın yetersiz kalacağından bahsetmiştir (Zadeh, 1965).

Matematiksel modelleme için bir yol olan bulanık mantık, sözel belirsizliklerin ve düşüncelerin modellenmesinde kullanılmaktadır. Aslında bulanık mantık düşünme, değerlendirme ve karar verme süreçlerinin adım adım ifade edilmesini sağlamaktadır. Tabi ki, bulanık mantığın işlevleri de sınırlıdır. İnsan yaratıcılığının tüm kapsamı bulanık mantık ile modellenememektedir (Altrock, 1995, s. 10).

Yaklaşık karar verme prensibi ile ilişkili olan bulanık mantıkta kesin yargılarla karar verme söz konusu değildir. Yaklaşıklık kavramı, sağduyu ile verilen kararların temelini oluşturması sebebiyle, bulanık mantığa ayrı bir önem kazandırmaktadır (Öztürk, 2011, s. 8).

Bulanık mantıkta temel araç olarak bulanık küme teorisi kullanılmaktadır. Bulanık mantığa ait olan temel matematiksel elemanlar, sonsuz değerli mantıktan hareketle geliştirilmiştir. Bulanık mantık, bulanık sayılar ve bulanık kümelerin sonsuz değerli mantığa eklenmesi ile açıklanabilmektedir (Bojadziev, 2007, s. 43).

Bulanık mantıkta çok kullanılan terimlerden bir tanesi de belirsizliktir. Belirsizlik kavramının genel kabul gören bir tanımı bulunmamaktadır. “Belirsizlik” ifadesi, içerisinde kesinlik bulunmayan bazı durumlarda kullanılan veriyi tanımlamak için kullanılmaktadır.

Yapılan pek çok çalışmada belirsizliğin, işlenmesi ve anlamlı sonuçlar elde edilebilmesi için olasılık teorisi kullanılmıştır. Sonuçların rastgele ortaya çıkması ve kesin bir doğrulukla önceden tahmin yapılamıyor olması olasılığın en önemli özelliğidir. Fakat uygulamada belirsizliklerin tamamının rastgele karakterli olduğu söylenemez. İşte, karakteri rastgele olmayan ve özellikle içerisinde sözel belirsizlikler barındıran olaylar söz konusu olduğunda inceleme ve sonuç elde etmede istatistik ve olasılık teorisi gibi teknikler yetersiz kalmaktadır (Şen, 2009, s. 12).

Olasılık kavramıyla, bir olayın meydana gelişindeki belirsizlik ifade edilmektedir. Bulanıklık ise, olayın meydana gelip gelmediğiyle değil, hangi noktaya kadar (dereceye kadar) gerçekleştiğini ölçmekle ilgilenmektedir. Bir olayın meydana gelip gelmemesi rastgeledir. Yani olayın gerçekleşeceği veya gerçekleşemeyeceği olasılık değeri ile ifade edilirken, olayın hangi noktaya kadar gerçekleştiği konusu ise bulanıklığın göstergesi olarak ifade edilir (Baykal ve Beyan, 2004, s. 311).

Bulanık mantık, daha çok sözel değişkenlerin belirsizliklerinden kaynaklı olan ve geleneksel tekniklerle çözüme ulaştırılamayan problemler için duyulan ihtiyacı karşılamaktadır. Bulanık mantıkla işlemler yapılırken, işlemlerin sayılardan daha ziyade, kelimeler ile yapılması önerilmektedir (Zadeh, 1995, s. 273).

Bulanıklığın tespit edilebilen bir belirsizlik olması, olasılık ile bulanıklık arasındaki en büyük farklardandır.

Olasılık ile kurulan sistemlerde sonuç elde edilebilmesi için herhangi bir değişkene ihtiyaç duyulmamakta ve rastgele sonuç alınırken, bu durum bulanık temelli sistemlerde ise sonuç alınabilmesi için en az bir girdi değişkeni ve bir uzmanın tecrübelerine ihtiyaç duyulması şeklinde gerçekleşmektedir (Elmas, 2003, s. 38).

Aralarında farklılıklar olmasının yanında bulanıklık ile olasılık değerlerinin [0,1] kapalı aralığındaki belirsiz sayılardan oluşmaları da, bu iki kavram arasındaki benzerliklerdendir.

Günlük hayatta insanların algıları ve konuşma dilinden kaynaklı belirsizlikler bulunmaktadır. İşte bu belirsizliklerin de sebep olduğu bulanık veriler, klasik matematiksel modelleme yöntemleriyle değil, ancak bulanık kümeler teorisi ile modellenebilmektedir.

Tüm bu yazılanlar ışığında bulanık kümeler aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

Tanım: U bir evrensel küme olmak üzere, U kümesi üzerinde tanımlı bir bulanık A kümesi, U kümesinden $[0,1]$ aralığına tanımlı,

$$\mu_{\tilde{A}}: U \rightarrow [0,1]$$

karakteristik fonksiyonu ile,

$$\tilde{A} = \left\{ \left({}^{\mu_{\tilde{A}}(x)}/_{x} \right) : x \in U \,,\ \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1] \right\} \qquad (1.2.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir (Zadeh, 1965, s. 339).

Bulanık kümeler teorisinde bir A bulanık kümesi $\tilde{A}$ şeklinde gösterilmektedir.

(1.2.1) gösteriminde, μ foksiyonuna $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu veya karakteristik fonksiyonu denilmektedir. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değeri ise, x elemanının $\tilde{A}$ bulanık kümesine ne kadar ait olduğunu gösteren ait olma derecesini ifade etmektedir. Burada üyelik derecesinin, elemanın kümeye ait olma olasılığı değil üyelik derecesini gösterdiği vurgulanmalıdır. Yani üyelik derecesi bir olasılık durumu vermemektedir. Bulanık kümelerde üyelik dereceleri, bulanık mantıkta önermelerin doğruluk değerine karşılık gelmektedir.

Bulanık kümelerin farklı kaynaklarda farklı gösterimleri de mevcuttur. Örneğin, başka bir gösterimle bir U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi;

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_3)}{x_3} + \cdots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \right\} \qquad (1.2.2)$$

şeklinde de gösterilebilir.

Bu gösterimlerde her eleman için üyelik derecesi payda, söz konusu üyelik değerine sahip olan eleman ise paydada gösterilmektedir. (1.2.2) gösteriminde kullanılan (+) sembolü toplam değil, birleşim anlamındadır.

Yukarıda bulanık kümelerin ifade ediliş biçimi olarak gösterilen iki gösterimden farklı olarak bulanık kümelerin sıralı ikililer yardımıyla gösterilmesi de mümkündür.

$$\tilde{A} = \{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), (x_2, \mu_{\tilde{A}}(x_2)), (x_3, \mu_{\tilde{A}}(x_3)), \dots, (x_n, \mu_{\tilde{A}}(x_n))\} \qquad (1.2.3)$$

(1.2.3)'te sıralı ikililer içerisindeki birinci bileşen üyelik değeri hesaplanan elemanı gösterirken, ikinci bileşen o elemanın üyelik derecesini göstermektedir.

U evrensel kümesi sonlu olduğundaki gösterimler, U kümesi sürekli ve sonsuz olduğunda değişmektedir. U evrensel kümesi sürekli ve sonsuz olmak üzere, U üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \qquad (1.2.4)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\int$ işareti integrali değil, evrensel kümenin sonsuzluğunu göstermektedir (Ross, 2004, s. 34).

Bulanık küme teorisinde küme gösteriminde üyelik derecesi sıfır olan elemanlar yazılmayabilir.

Örnek: $U = \{1,2,3,4,5\}$ evrensel kümesi üzerinde tanımlanan $\tilde{A}$ bulanık kümesi için elemanlara ait üyelik dereceleri;

$$\mu_{\tilde{A}}(1) = 1, \qquad \mu_{\tilde{A}}(2) = 0, \qquad \mu_{\tilde{A}}(3) = 0.2, \qquad \mu_{\tilde{A}}(4) = 0.7, \qquad \mu_{\tilde{A}}(5) = 0$$

şeklinde verilmiş olsun.

Bu durumda;

$$\tilde{A} = \left\{\frac{1}{1}, \frac{0.2}{3}, \frac{0.7}{4}\right\}$$

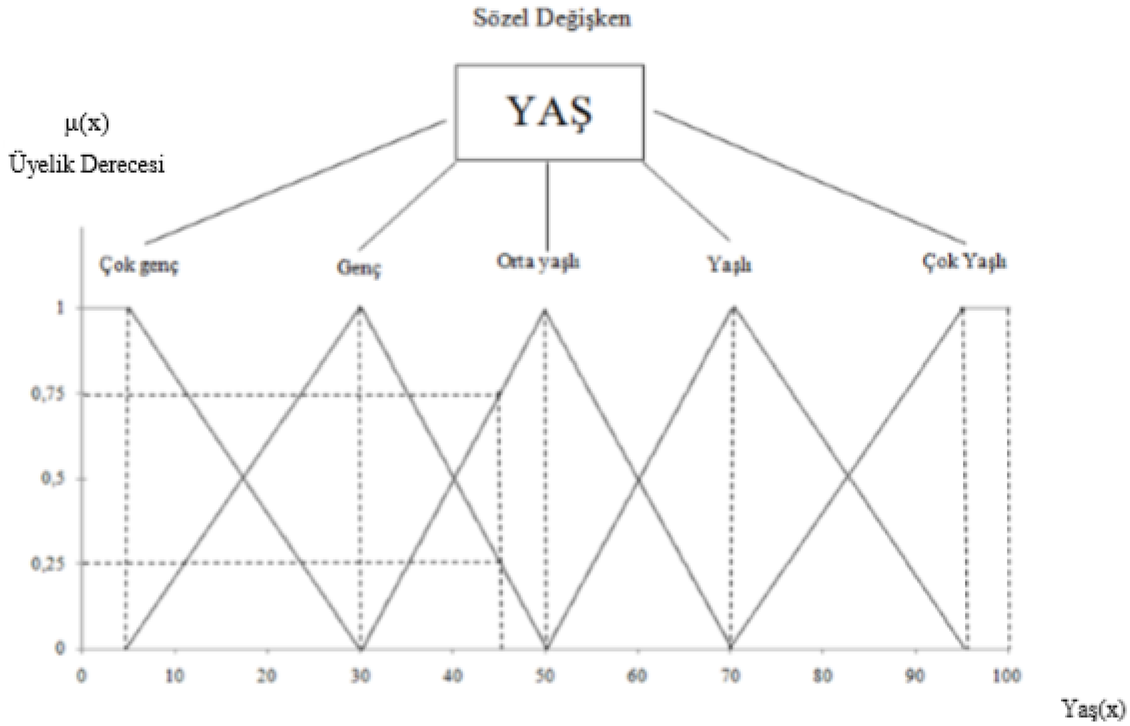
$$\tilde{A} = \{(1,1), (3,0.2), (4,0.7)\}$$

$$\tilde{A} = \{1,0,0.2,0.7,0\}$$

gibi farklı şekillerde gösterimler yazılabilir.

Yine burada sözel değişkenlerle oluşturulan başka bir örnek de verilebilir.

Örnek: Sözel değişken olarak günlük hayatta sık kullanılan yaş örneğini kullanalım. Yaş değişkeni, "çok genç", "genç", "orta yaşlı", "yaşlı", "çok yaşlı" şeklinde ifadelerle bulanık olarak ifade edilebilir. Yaş değişkeni için oluşturulacak her bir bulanık küme, üyelik fonksiyonu ile tanımlanacaktır. Evrensel kümesi $U = [0,100]$ olan yaş değişkeni için bu kümeye ait üyelik fonksiyonları aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.



Şekil 1.2. Yaş değişkeni için belirlenen üyelik fonksiyonları

Burada "çok genç" kümesini tanımlayan üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{çok\ genç}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad 0 \leq x \leq 5 \\ \dfrac{30 - x}{25} & ; \quad 5 \leq x \leq 30 \\ 0 & ; \quad x \geq 30 \end{cases}$$

şeklindedir. Benzer şekilde diğer kümelere ait üyelik fonksiyonları da;

$$\mu_{genç}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 5}{25} & ; \quad 5 \leq x \leq 30 \\ \dfrac{50 - x}{20} & ; \quad 30 \leq x \leq 50 \\ 0 & ; \quad x \leq 5 \ ve \ x \geq 50 \end{cases}$$

$$\mu_{orta\ yaşlı}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-30}{20} & ; \quad 30 \le x \le 50 \\ \dfrac{70-x}{20} & ; \quad 50 \le x \le 70 \\ 0 & ; \quad x \le 30\ ve\ x \ge 70 \end{cases}$$

$$\mu_{yaşlı}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-50}{20} & ; \quad 50 \le x \le 70 \\ \dfrac{95-x}{25} & ; \quad 70 \le x \le 95 \\ 0 & ; \quad x \le 50\ ve\ x \ge 95 \end{cases}$$

$$\mu_{çok\ yaşlı}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-70}{25} & ; \quad 70 \le x \le 95 \\ 1 & ; \quad 95 \le x \le 100 \\ 0 & ; \quad x \le 70 \end{cases}$$

şekillerinde oluşturulabilir (Bojadziev, 2007, s. 45-46).

Burada örneğin 35 yaşında olan bir kişinin hangi kümeye ne kadar üye olduğu hesaplanabilir ve sonuç olarak;

$\mu_{çok\ genç}(35) = 0$, $\mu_{genç}(35) = 0.75$, $\mu_{orta\ yaşlı}(35) = 0.25$, $\mu_{yaşlı}(35) = 0$, $\mu_{çok\ yaşlı}(35) = 0$

değerleri elde edilebilir.

Yukarıda inşa edilmiş bulanık kümeler farklı üyelik fonksiyonu şekilleri ve farklı sınırlar belirlenerek farklı biçimlerde de oluşturulabilir.

1.2.1. Üyelik Fonksiyonlarının Özellikleri

Bulanık kümeler teorisinde üyelik fonksiyonlarının üç ana özelliği sağlaması gerekmektedir. Bunlar, normallik, monotonluk ve simetri özellikleri şeklinde sıralanabilir. Bu özellikler aşağıdaki şekilde açıklanabilir.

-Normallik: Bulanık kümelerde bir üyelik fonksiyonunun dolayısıyla o üyelik fonksiyonu ile tanımlanan bulanık kümenin normallik koşulunu sağlaması, o kümede bulunan elemanlardan en az bir tanesinin üyelik derecesinin maksimum üyelik derecesi 1’e sahip olması demektir (Şen, 2009, s. 23). Bulanık kümede tüm elemanların üyelik derecesi 0 olduğu durumda söz konusu küme boş bulanık küme olarak adlandırılmaktadır.

Normallik koşulunu sağlamayan normal olmayan bulanık bir küme normalaltı (subnormal)'dır. Boş kümeden farklı, normal olmayan bir bulanık küme, elemanların her bir üyelik derecesinin, en büyük üyelik derecesine bölünmesi işlemiyle normal bir bulanık kümeye dönüştürülebilmektedir (Coşkunırmak, 2011, s. 15).

-Monotonluk: Bulanık kümelerde monotonluk özelliği, üyelik derecesi 1 olan elemana en yakın sağında ve solundaki elemanların üyelik derecelerinin de 1'e yakın olması ve buna ek olarak da bu üyelik derecelerinin 0'a kadar artmayarak azalması şeklinde ifade edilebilir (Şen, 2009, s. 23).

-Simetri: Bulanık kümelerde üyelik derecesi 1 olan elamandan sağa veya sola eşit mesafede bulunan elemanların üyelik derecelerinin birbirine eşit olması özelliğine simetri özelliği denilmektedir (Şen, 2009, s. 23).

1.2.2. Üyelik Fonksiyonlarının Kısımları

Bulanık kümeler teorisinde bir bulanık kümeyi tanımlayan tüm bilgiler, bulanık kümenin üyelik fonksiyonu tarafından temsil edilmektedir. Çünkü yukarıda da bahsedildiği üzere, bulanık kümeler üyelik fonksiyonlarıyla tanımlanmaktadır. Bir üyelik fonksiyonunun da farklı kısımları bulunmaktadır. Bunlar en temel şekilde, çekirdek, destek ve sınır şeklinde sıralanabilir ve bunları aşağıdaki şekillerde tanımlayabiliriz (Ross, 2004, s. 91).

-Çekirdek: U bir evrensel küme olmak üzere, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinde üyelik derecesi 1'e eşit olan elemanların oluşturduğu;

$$C(\tilde{A}\,) = \{x \in E: \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\,\} \quad (1.2.5)$$

kümesine $\tilde{A}$ bulanık kümesinin çekirdeği denir ve $C(\tilde{A}\,)$ ile gösterilir.

Başka bir ifadeyle bulanık kümenin tam üyeliğe sahip elemanlarının oluşturduğu kümeye üyelik fonksiyonunun özü (çekirdeği) denir (Ross, 2004, s. 91).

Üçgen şeklindeki üyelik fonksiyonlarında yalnız bir elemanın üyelik derecesi 1'e eşit olduğundan, üçgen üyelik fonksiyonlarının çekirdeği tek bir noktadan oluşur denilebilir (Şen, 2009, s. 23). Fakat örneğin yamuk şeklindeki bir üyelik fonksiyonunda çekirdek kümesi tek bir elemandan oluşamaz. Çünkü yamuk üyelik fonksiyonlarında üyelik derecesi 1'e eşit olan birden fazla eleman söz konusudur.

-Destek: U bir evrensel küme olmak üzere, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinde üyelik derecesi 0'dan büyük olan elemanlardan oluşan;

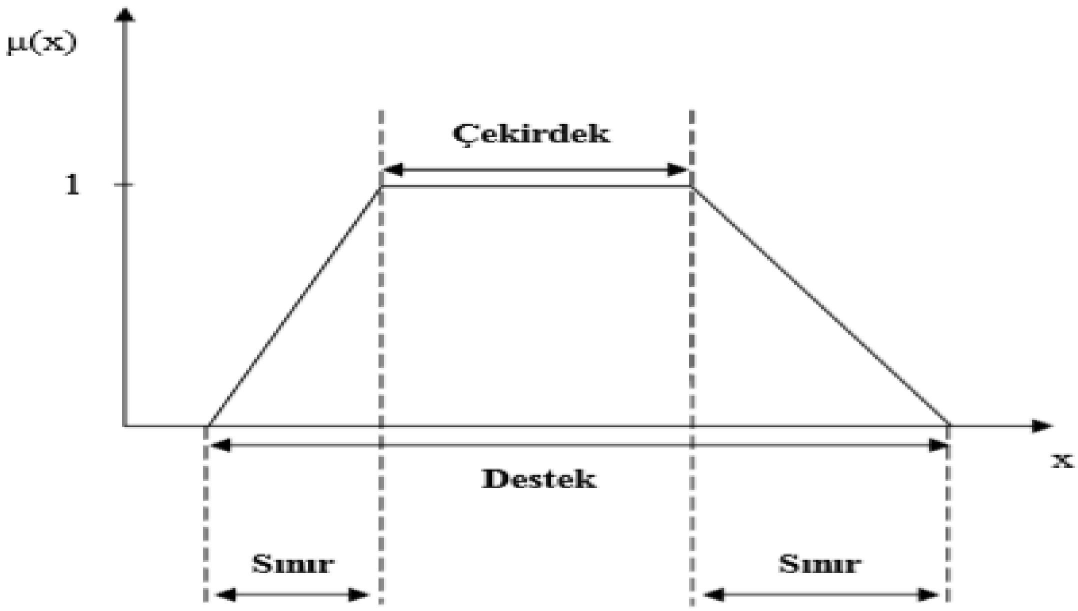
$$S(\tilde{A}\,) = \{x \in E: \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\,\} \tag{1.2.6}$$

kümeye $\tilde{A}$ bulanık kümesinin destek kümesi denir ve $S(\tilde{A}\,)$ ile gösterilir.

Yine başka bir ifadeyle, bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi için tanımlanan üyelik fonksiyonunun desteği, $\tilde{A}$ kümesinde üyelik derecesi 0'dan büyük elemanların evrensel küme içerisinde oluşturduğu bölge ile temsil edilmektedir. Yani destek kümesi, evrensel küme içerisindeki üyelik derecesi 0'dan büyük olan elemanlardan meydana gelmektedir (Başkaya, 2011, s. 111).

-Sınır: Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi için tanımlanan bir üyelik fonksiyonunun sınırları, tam üyelik dışındaki 0'dan farklı üyelik derecelerine sahip elemanların oluşturduğu bölge ile gösterilmektedir. Sınırlar, bulanık küme içerisinde üyelik derecesi 0 ile 1 arasında bulunan elemanlardan oluşmaktadır. Yani, $0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1$ dir. Evrensel kümede bulunan bu elemanlar, $\tilde{A}$ bulanık kümesinde, bulanıklığın derecesini veya kısmi üyelik değerlerini göstermektedirler (Zimmermann, 1991, s. 14).

Bir evrensel küme üzerinde tanımlanmış bulanık küme için, üyelik fonksiyonlarının yapısında bulunan çekirdek, destek ve sınırlar aşağıdaki şekil 1.3'te toplu olarak gösterilmiştir (Ross, 2004, s. 91).



Şekil 1.3. Bulanık üyelik fonksiyonun kısımları

1.2.3. Üyelik Fonksiyonlarının Türleri

Bulanık kümeler teorisinde üyelik fonksiyonları dolayısıyla da bulanık kümeler, 0 ile 1 arasında değişen değerler alan fonksiyonlar ile tanımlanmaktadır. Bir bulanık küme içerisinde elemanların kümeye üyelik dereceleri, üyelik fonksiyonlarının o elemanda aldığı değer ile gösterilmektedir. Bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları sürekli veya parçalı sürekli olabilmektedir. Çok çeşitli üyelik fonksiyonu çeşidi olmasına karşın üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları en yaygın şekilde kullanılan üyelik fonksiyonlarındandır (Öztürk, 2011, s. 35). Literatürde kullanılan üyelik fonksiyonları, tekil üyelik fonksiyonu, üçgen üyelik fonksiyonu, yamuk üyelik fonksiyonu, Gaussian üyelik fonksiyonu, s tipi üyelik fonksiyonu, çan şekilli üyelik fonksiyonu, sigmoidal üyelik fonksiyonu gibi çeşitlilik göstermektedir. Bunlardan üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları aşağıda açıklanacaktır.

-Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Bulanık kümelerde üçgen üyelik fonksiyonunun tanımlanabilmesi için (a_1, a_2, a_3) şeklinde üç parametre kullanılmaktadır. Tipik bir üçgen üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

Şekil 1.4. Üçgen üyelik fonksiyonu

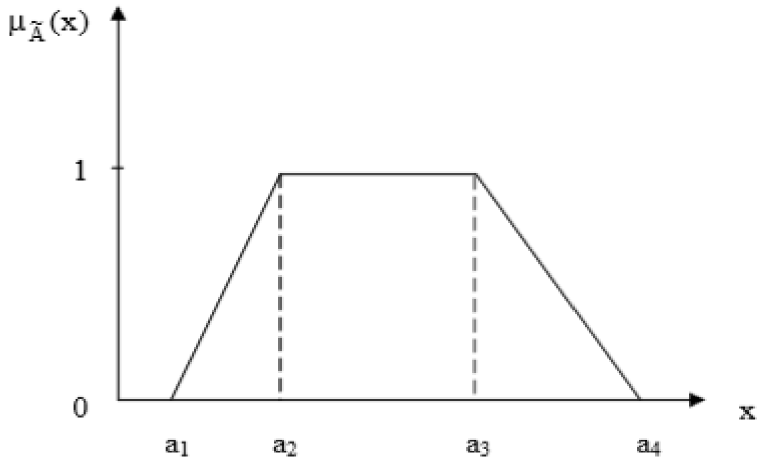
Bu şekilde üçgen üyelik fonksiyonunun parçalı fonksiyonlarla ifadesi,

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a_1, a_2, a_3) = \begin{cases} \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1} & ; \quad a_1 \leq x \leq a_2 \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & ; \quad a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & ; \quad x \leq a_1 veya x \geq a_3 \end{cases} \tag{1.2.7}$$

şeklindedir (Zhang ve Liu, 2006, s. 8).

-Yamuk Üyelik Fonksiyonu

Bulanık kümelerde yamuk üyelik fonksiyonunun tanımlanabilmesi için (a_1, a_2, a_3, a_4) şeklinde dört parametre kullanılmaktadır. Tipik bir yamuk üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.



Şekil 1.5. Yamuk üyelik fonksiyonu

Bu şekilde yamuk üyelik fonksiyonunun parçalı fonksiyonlarla ifadesi,

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1} & ; \quad a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & ; \quad a_2 \leq x \leq a_3 \\ \dfrac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & ; \quad a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & ; \quad x \leq a_1 veya x \geq a_4 \end{cases} \tag{1.2.8}$$

şeklindedir (Zhang ve Liu, 2006, s. 9).

1.2.4. Bulanık Kümelerde Temel Tanım ve Kavramlar

Kümeler teorisinde yer alan temel tanım ve kavramlar bulanık kümeler için de aşağıdaki şekilde yapılmaktadır.

Tanım (Boş Küme): U bir evrensel küme olmak üzere, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ olsun. $\tilde{A}$ bulanık kümesine kısmi derecede de olsa üye olan bir eleman yoksa $\tilde{A}$ bulanık kümesine boş bulanık küme denir.

Bu durum,

$$\forall x \in U \; için \; \mu_{\tilde{A}}(x) = 0 \tag{1.2.9}$$

şeklinde yazılabilir (Ragin, 2000, s. 26).

Tanım (Evrensel Küme): U bir evrensel küme olmak üzere, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ olsun. $\tilde{A}$ bulanık kümesinin tüm elemanlarının üyelik derecesi 1, yani elemanların tamamı da kümeye tam üye ise bu kümeye bulanık evrensel küme denir.

Bu durum,

$$\forall x \in U \; için \; \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \tag{1.2.10}$$

şeklinde ifade edilebilir (Ragin, 2000, s. 26).

Tanım (Eşit Küme): U bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı iki bulanık küme ve bu kümelere ait üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olsun. Eğer aynı elemanlar her iki kümeye de aynı üyelik derecesiyle bağlı ise bu iki kümeye eşit kümeler denir.

Bu durum,

$$\forall x \in U \; için \; \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \tag{1.2.11}$$

şeklinde yazılabilir (Ragin, 2000, s. 26).

Tanım (Alt Küme): U bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı iki bulanık küme ve bu kümelere ait üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olsun.

Bu durumda,

$$\forall x \in U \; için \; \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \tag{1.2.12}$$

eşitsizliği sağlanıyorsa $\tilde{A}$ bulanık kümesi $\tilde{B}$ bulanık kümesinin bulanık alt kümesidir denir ve $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$ şeklinde yazılır (Gottwald, 2008, s. 213).

Tanım (Kuvvet Kümesi): U bir evrensel küme olmak üzere, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir A klasik kümesinin tüm olası bulanık alt kümelerinden oluşan kümeye A kümesinin bulanık kuvvet kümesi denir ve $\tilde{P}(A)$ şeklinde gösterilir

Bu durum,

$$\tilde{P}(A) = \{\tilde{K} : \tilde{K} \subseteq A\} \tag{1.2.13}$$

şeklinde yazılabilir (Hanss, 2005, s. 18).

Tanım (Birleşim): U bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı iki bulanık küme ve bu kümelere ait üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olsun. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin birleşimi;

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x) = maksimum[\mu_{\tilde{A}}(x)\,, \mu_{\tilde{B}}(x)]\,, \forall x \in U \tag{1.2.14}$$

üyelik fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ şeklinde gösterilir.

Bulanık kümelerde birleşim işlemi mantıksal $VEYA$ işlemi ile de,

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) \tag{1.2.15}$$

biçiminde ifade edilebilir (Ross, 2004, s. 35).

Tanım (Kesişim): U bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı iki bulanık küme ve bu kümelere ait üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olsun. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin kesişimi;

$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x) = minimum[\mu_{\tilde{A}}(x)\,, \mu_{\tilde{B}}(x)]\,, \forall x \in U \tag{1.2.16}$$

üyelik fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ şeklinde gösterilir.

Bulanık kümelerde kesişim işlemi mantıksal VE işlemi ile de aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) \tag{1.2.17}$$

biçiminde ifade edilebilir (Branshtein vd., 2007, s. 366).

Tanım (Tümleyen): U bir evrensel küme olmak üzere, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ olsun. $\tilde{A}$ bulanık kümesinin tümleyeni,

$$\mu_{\bar{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)\,, \quad \forall x \in U \tag{1.2.18}$$

üyelik fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve $\bar{\tilde{A}}$ şeklinde gösterilir (Zadeh, 1965, s. 340).

Tanım (α-kesim): U bir evrensel küme olmak üzere, U kümesi üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ olsun. $\tilde{A}$ bulanık kümesinin $\alpha - kesim\ kümesi$,

$$A_\alpha = \{x \in U: \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \tag{1.2.19}$$

olacak şekilde α'dan daha küçük üyelik derecesine sahip olmayan elemanlardan oluşmaktadır. Burada $\alpha \in [0,1]$ olduğu açıktır.

$\alpha - kesim\ kümesi$'nin bazı özellikleri şunlardır:

i. Herhangi bir bulanık kümenin $\alpha - kesim\ kümesi$ klasik kümelerden oluşmaktadır.
ii. Herhangi bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin $\alpha - kesim\ kümesi$ aynı zamanda $\tilde{A}$ bulanık kümesinin çekirdeğidir.

$$C(\tilde{A}\,) = \{x \in U: \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\,\}$$

iii. $\alpha - kesim\ kümesi$ işleminde "≥" yerine "> " sembolü kullanıldığında $\alpha - kesimi$, güçlü $\alpha - kesimi$ olarak isimlendirilir. Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin destek kümesi,

$$S(\tilde{A}\,) = \{x \in U: \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\,\}$$

$\alpha = 0$ için güçlü $\alpha - kesim$ kümesidir (Lee, 2005, s. 15).

1.3. ESNEK KÜMELER

Esnek kümelere ait ilk çalışma Rus bilim adamı Dmitri Anatol'evich Molodtsov tarafından yapılmıştır. Molodtsov, 1999 yılında yayınladığı "Soft Set Theory-First Results" isimli çalışmasıyla bilim dünyasını esnek küme kavramıyla tanıştırmıştır.

Molodtsov bu çalışmasında esnek kümelerde işlemler ve kümeler arasındaki ilişkilere değinmek yerine özellikle esnek analiz üzerine yoğunlaşıp limit, türev gibi temel analiz konularını esnek hale getirmeyi tercih etmiştir. Molodtsov'un esnek kümelere yaklaşımı kendi ifadeleriyle şu şekildedir.

Ekonomi, mühendislik ve çevre bilimindeki komplike problemler farklı tiplerde belirsizlikler içermektedir. Bundan dolayı bu tarz problemlerin çözümünde klasik metodlarla başarılı olmak çok güçtür. Belirsizliklerin üstesinden gelebilmek için matematiksel bir araç olarak kullanılabilecek 3 teori mevcuttur. Bunlar, "olasılık teorisi","bulanık küme teorisi" ve "aralık matematiği" dir. Fakat bunların üçü de yapısal bazı zorluklar içermektedir.

Olasılık teorisi yalnızca uygun istatistiksel olaylarla ilgilenebilmektedir. Çok fazla matematiğin detaylarına girmeden, istenilen şey, uzun bir deneme sonucunda,

$$\mu_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.3.1}$$

aritmetik ortalamasının var olmasıdır. Burada denemeler sonucunda olay gerçekleşirse $x_i = 1$, gerçekleşmezse $x_i = 0$ olur. Yine burada limit durumunun varlığı için çok sayıda deneme yapılması gerekmektedir. Bu, mühendisliğe ait problemlerde gerçekleştirilebilirken birçok ekonomi veya sosyal bilimlere ait problemlerde gerçekleştirilmesi oldukça zor bir iş olarak karşımıza çıkmaktadır.

Aralık matematiği, herhangi bir problemin çözümü için tahmini bir aralık oluşturarak çözüm arayan bir yöntem olarak ortaya çıkmıştır. Aslında bu durum bazı hallerde faydalıdır. Fakat aralık matematiğindeki teknikler farklı belirsizlik problemlerine çok uygun değildir. Bu teknikler düzgün değişen, güvensiz, yetersiz vb. durumları yaklaşık olarak tanımlayamamaktadır (Molodtsov, 1999, s. 19).

Belirsizliğin üstesinden gelebilmek için en uygun teori Zadeh'in geliştirdiği bulanık küme teorisidir.

Bulanık küme teorisi tabanlı çalışmalar son zamanlarda hızlı bir şekilde ilerlemektedir. Fakat burada bir sorunla karşı karşıya kalınmaktadır. Özel her bir durum için üyelik fonksiyonu nasıl inşa edilir? Üyelik fonksiyonunun inşası için tek bir yol izlenemez. Üyelik fonksiyonu doğası gereği bireyseldir. Örneğin, $\mu_F(x) = 0.7$ eşitliğini herkes kendi düşünce tarzında anlayıp yorumlayabilmektedir. Bu sebeple üyelik fonksiyonları ile yapılan bulanık küme işlemleri doğallıktan çıkmaktadır (Molodtsov, 1999, s. 19-20).

Buradan yola çıkarak esnek küme tanımı aşağıdaki gibi yapılabilecektir.

Tanım: U bir evrensel küme, $P(U)$, U kümesinin alt kümelerinin kümesi (kuvvet kümesi), E parametreler kümesi ve $A \subset E$ olsun.

$$f_A : E \to P(U)$$

olmak üzere,

$$F_A = (f_A, E) = \{(x, f_A(x)) : x \in E\ , f_A(x) \in P(U)\} \qquad (1.3.2)$$

şeklinde sıralı ikililerin bir kümesi ile tanımlanan F_A kümesine esnek küme denir.

Yani bir esnek küme U evrensel kümesinin alt kümelerinin parametrize edilmiş bir ailesidir.

Burada U evrensel kümesine alternatiflerin kümesi, E kümesine U kümesinin elemanlarını niteleyen özelliklerden oluşan parametreler kümesi, f_A fonksiyonuna F_A esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu, $x \in E$ parametreleri ile ilişkili olan nesnelerin oluşturduğu $f_A(x)$ kümesine ise $x - yaklaşım\ değer\ kümesi$ veya $x - yaklaşım\ kümesi$ adı verilmektedir.

Bir alternatifler (nesneler) kümesi üzerinde esnek kümenin tanımlanabilmesi için o alternatifleri karakterize eden özellikler (parametreler) ifade edilmelidir. Sıralı ikili şeklinde düşünüldüğünde, birinci bileşende özellik (parametre) ikinci bileşende ise o özelliğe sahip nesnelerin kümesi olacak şekilde ifade edilen sıralı ikililer yardımıyla esnek küme oluşturulur. Yani bu şekilde elde edilen sıralı ikililerin ailesine esnek küme denilmektedir. Başka bir ifadeyle, U evrensel kümesinin alt kümelerinin parametrelerle ifade edilmiş (parametrize edilmiş) bir koleksiyonuna (ailesine) esnek küme denir (Molodtsov, 1999, s. 20).

Esnek kümelerde eğer $(x, f_A(x))$ elemanı F_A esnek kümesine ait ise $(x, f_A(x)) \in F_A$, değilse $(x, f_A(x)) \notin F_A$ şeklinde yazılır. Yani klasik küme teorisine benzer şekilde $(x, f_A(x))$ elemanı F_A esnek kümesine ya aittir ya da değildir.

Esnek küme teorisinde yaklaşım kavramı temel alınmaktadır. $x_1, x_2 \in E$ için $f_A(x_1) \subset f_A(x_2)$ ise x_1 parametresinin yaklaşım değeri x_2 parametresinin yaklaşım değerinden küçüktür. Dolayısıyla x_2 parametresi U kümesi üzerinde x_1 parametresinden daha fazla elemanla ilişkilidir şeklinde yorumlanmaktadır (Enginoğlu, 2008, s. 30).

Esnek kümeler, elemanlarının listelenmesi ile gösterilebilir.

Örneğin; $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ alternatifler (nesneler) kümesi, $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ parametreler kümesi ve $A = \{x_1, x_2, x_4\} \subset E$ olmak üzere,

$$f_A(x_1) = \{u_1, u_3\}, \qquad f_A(x_2) = \emptyset, \qquad f_A(x_4) = \{u_2, u_4\}$$

olsun.

Bu durumda F_A esnek kümesi;

$$F_A = \{(x_1, \{u_1, u_3\}), (x_2, \emptyset), (x_4, \{u_2, u_4\})\}$$

$$F_A = \{(x_1, \{u_1, u_3\}), (x_4, \{u_2, u_4\})\}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Yine klasik kümelere benzer şekilde esnek kümelerde de bir eleman yalnız bir kez yazılır ve yazılan elemanların da sırası önemsizdir. Yani bu durum,

$$\{(x_1, \{u_1, u_3\}), (x_4, \{u_2, u_4\})\} = \{(x_4, \{u_2, u_4\}), (x_1, \{u_1, u_3\})\}$$

şeklinde gösterilebilir.

Esnek kümelerle birlikte kullanılan verilerin daha rahat görülebilmesi ve özellikle bilgisayar uygulamalarının (verilerin bilgisayar ortamına da aktarılması) daha kolay olması açısından tablo yöntemi kullanılmaktadır.

U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve $A \subset E$ olsun. U evrensel kümesi üzerinde tanımlanan bir F_A esnek kümesinin bilgi tablosu; $i = 1,2,3, \ldots, m$ ve $j = 1,2,3, \ldots, n$ ve $U = \{u_1, u_2, u_3, \ldots, u_m\}$ evrensel küme ve $E = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$ parametreler kümesi olmak üzere;

$$\rho_{f_A}: UxE \to \{0,1\}$$

$$(u_i, x_j) \to \rho_{f_A}(u_i, x_j) = \begin{cases} 1, & u_i \in f_A(x_j) \\ 0, & u_i \notin f_A(x_j) \end{cases} \tag{1.3.3}$$

dönüşümü yardımıyla,

Tablo 1.1. Esnek kümelerde bilgi tablosu

ρ_{f_A}	x_1	x_2	. . .	x_n
u_1	$\rho_{f_A}(u_1, x_1)$	$\rho_{f_A}(u_1, x_2)$	. . .	$\rho_{f_A}(u_1, x_n)$
u_2	$\rho_{f_A}(u_2, x_1)$	$\rho_{f_A}(u_2, x_2)$	. . .	$\rho_{f_A}(u_2, x_n)$
.	.	.	. . .	.
.	.	.	. . .	.
.	.	.	. . .	.
u_m	$\rho_{f_A}(u_m, x_1)$	$\rho_{f_A}(u_m, x_2)$	. . .	$\rho_{f_A}(u_m, x_n)$

şeklinde yazılır (Maji vd., 2002, s. 1080).

Örnek: X işletmesi üretimde kullanmak üzere hammadde teminini 5 farklı tedarikçi firmadan sağlamaktadır. Ayrıca X işletmesi bu tedarikçilerin her birini rekabetçi önceliklerin göstergesi olan "hız, kalite, maliyet ve esneklik" şeklinde 4 özelliğe yani parametreye göre değerlendirmiştir.

$U = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$ alternatif tedarikçilerin kümesi ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ bu alternatif tedarikçileri niteleyen özellikler olsun. Burada,
x_1, hammaddeyi hızlı tedarik etmeyi,
x_2, hammaddeyi kaliteli olarak sağlamayı,
x_3, hammaddeyi düşük maliyetle sağlamayı,
x_4, tedarikçi işletmelerin esnekliğini
ifade eden özellikler olduğunu varsayalım.

F_A esnek kümesi, bu işletmenin hammadde almayı planladığı tedarikçilerin uygunluğunu gösteren bir esnek küme şeklinde tanımlansın.

Buna göre uygun tedarikçiyi seçmek isteyen bu işletme için f yaklaşım fonksiyonu,

$$f(x_1) = \{t_1, t_2\}$$

$$f(x_2) = \{t_2, t_4, t_5\}$$

$$f(x_3) = \emptyset$$

$$f(x_4) = \{t_3, t_4, t_5\}$$

şeklinde verilmiş olsun.

Dolayısıyla F_A esnek kümesi;

$$F_A = \{(x_1, \{t_1, t_2\}), (x_2, \{t_2, t_4, t_5\}), (x_3, \emptyset)(x_4, \{t_3, t_4, t_5\})\}$$

$$F_A = \{(x_1, \{t_1, t_2\}), (x_2, \{t_2, t_4, t_5\}), (x_4, \{t_3, t_4, t_5\})\}$$

şeklinde oluşturulur. Daha açık şekilde yazılacak olursa;

$$F_A = \{(hızlı, \{t_1, t_2\}), (kaliteli, \{t_2, t_4, t_5\}), (esnek, \{t_3, t_4, t_5\})\}$$

biçiminde de yazılabilir.

Burada düşük maliyet özelliği ile ilişkili olan tedarikçi olmadığı için oluşturulan esnek kümeye alınmamıştır.

Bu şekilde oluşturulan F_A esnek kümesi aşağıdaki şekilde tablo yöntemiyle de ifade edilebilir.

$$\rho_{f_A}: UxE \rightarrow \{0,1\}$$

$$(t_i, x_j) \rightarrow \rho_{f_A}(t_i, x_j) = \begin{cases} 1, & t_i \in f_A(x_j) \\ 0, & t_i \notin f_A(x_j) \end{cases}$$

dönüşümü yardımıyla ($i = 1,2,3,4,5$ ve $j = 1,2,3,4$ olmak üzere)

$\boldsymbol{\rho_{f_A}}$	$\boldsymbol{hız(x_1)}$	$\boldsymbol{kalite(x_2)}$	$\boldsymbol{maliyet(x_3)}$	$\boldsymbol{esneklik(x_4)}$
$\boldsymbol{t_1}$	1	0	0	0
$\boldsymbol{t_2}$	1	1	0	0
$\boldsymbol{t_3}$	0	0	0	1
$\boldsymbol{t_4}$	0	1	0	1
$\boldsymbol{t_5}$	0	1	0	1

veya

$\boldsymbol{\rho_{f_A}}$	$\boldsymbol{hız(x_1)}$	$\boldsymbol{kalite(x_2)}$	$\boldsymbol{esneklik(x_4)}$
$\boldsymbol{t_1}$	1	0	0
$\boldsymbol{t_2}$	1	1	0
$\boldsymbol{t_3}$	0	0	1
$\boldsymbol{t_4}$	0	1	1
$\boldsymbol{t_5}$	0	1	1

şekillerinde yazılabilir.

1.3.1. Esnek Kümelerde Temel Tanım ve Kavramlar

Esnek kümeler üzerinde geçerli bazı kavram ve tanımlar aşağıdaki şekilde açıklanabilir.

Tanım (Boş Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve F_A, U kümesi üzerinde f_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlanan bir esnek küme olmak üzere,

$$\forall x \in A \; için \; f_A(x) = \emptyset \tag{1.3.4}$$

ise F_A esnek kümesine boş esnek küme denir ve bu durum $F_A = F_\emptyset$ şeklinde gösterilir (Maji vd., 2003, s. 558).

Bir başka ifadeyle U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A, U kümesi üzerinde bir esnek küme olmak üzere, $x \in E$ için $f_A(x) = \emptyset$ oluyorsa $f_A(x)$ x-yaklaşım değer kümesine f_A'nın boş değeri denir. $(x, f_A(x))$ elemanı da F_A'nın boş elemanı olarak isimlendirilir.

Bu şekilde düşünülecek olursa, eğer bir F_A esnek kümesinin tüm elemanları boş ise F_A esnek kümesine boş esnek küme denir (Enginoğlu, 2008, s. 32).

$f_A(x) = \emptyset$ olması U evrensel kümesindeki hiçbir elemanın $x \in E$ parametresi ile ilişkili olmadığı anlamındadır. Dolayısıyla bu şekildeki parametrelerin dikkate alınmasının bir anlamı olmadığı için esnek kümede gösterilmezler.

Tanım (Mutlak Esnek Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve F_A, U kümesi üzerinde f_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlanan bir esnek küme olmak üzere,

$$\forall x \in A \; için \; f_A(x) = U \tag{1.3.5}$$

ise F_A esnek kümesine mutlak esnek küme denir.

Daha açık şekilde, F_A, U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir esnek küme olsun. $x \in E$ için $f_A(x) = U$ oluyorsa $f_A(x)$ x-yaklaşım değer kümesine f_A'nın mutlak değeri denir. $(x, f_A(x))$ elemanı da F_A'nın mutlak elemanı olarak isimlendirilir.

Yine burada da, eğer bir F_A esnek kümesinin tüm elemanları mutlak ise F_A esnek kümesine mutlak esnek küme denir.

Tanım (Evrensel Esnek Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve F_A, U kümesi üzerinde f_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlanan bir esnek küme olmak üzere, eğer $A = E$ eşitliği söz konusu ise, yani;

$$\forall x \in A \text{ } için \text{ } f_A(x) = U \tag{1.3.6}$$

ise mutlak esnek kümeye evrensel esnek küme denir ve $F_{\tilde{U}}$ şeklinde gösterilir (Enginoğlu, 2008, s. 32).

$f_A(x) = U$ eşitliğinin anlamı, U nesneler kümesindeki elemanların tümünün $x \in E$ parametresi ile ilişkili olduğudur.

Örnek: $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ alternatifler (nesneler) kümesi ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ tüm parametrelerin kümesi olmak üzere;

i. Eğer $A = \{x_1, x_3, x_4\}$ ve $f_A(x_1) = \{u_3, u_4\}$, $f_A(x_3) = \emptyset$, $f_A(x_4) = U$ ise,

   $F_A = \{(x_1, \{u_3, u_4\}), (x_4, U)\}$

   şeklinde yazılır.

ii. Eğer $B = \{x_1, x_3\}$ ve $f_B(x_1) = \emptyset$, $f_B(x_3) = \emptyset$ ise bu koşullarda oluşturulan F_B esnek kümesi boş esnek kümedir yani $F_B = F_{\emptyset}$ şeklindedir.

iii. Eğer $C = \{x_1, x_2\}$ ve $f_C(x_1) = U$, $f_C(x_2) = U$ ise bu koşullarda oluşturulan F_C esnek kümesi mutlak esnek kümedir, yani $F_C = F_{\tilde{C}}$ şeklindedir.

iv. Eğer $D = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ yani $D = E$ ve $f_A(x_1) = U$, $f_A(x_2) = U$, $f_A(x_3) = U$, $f_A(x_4) = U$ ise bu koşullarda oluşturulan F_D esnek kümesi evrensel esnek kümedir yani $F_D = F_{\tilde{E}}$ şeklindedir.

Tanım (Alt Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A, B \subset E$ ve F_A ve F_B, U kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonları ile tanımlı iki esnek küme olmak üzere,

$$\forall x \in E \text{ } için \text{ } f_A(x) \subseteq f_B(x) \tag{1.3.7}$$

ifadesi sağlanıyorsa F_A esnek kümesine F_B esnek kümesinin alt kümesidir denir ve bu durum $F_A \tilde{\subseteq} F_B$ şeklinde ifade edilir (Enginoğlu, 2008, s. 33).

Burada $F_A \tilde{\subseteq} F_B$ olması klasik kümelerde olduğu gibi F_A esnek kümesinin her elemanının F_B esnek kümesinin de elemanı olması demek değildir.

Örneğin; $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ alternatifler (nesneler) kümesi ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ tüm parametrelerin kümesi olmak üzere,

$A = \{x_2\}$, $B = \{x_2, x_4\}$ olsun.

$F_A = \{(x_2, \{u_1, u_3\})\}$

$F_B = \{(x_2, \{u_1, u_2, u_3\}), (x_4, \{u_4, u_5\})\}$

şeklinde verilmiş olsun. Açıkça görüldüğü üzere $(x_2, \{u_1, u_3\}) \in F_A$ olmasına rağmen $(x_2, \{u_1, u_3\}) \notin F_B$ dir.

Tanım (Eşit Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A, B \subset E$ ve F_A ve F_B, U kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonları ile tanımlı iki esnek küme olmak üzere, $F_A \tilde{\subseteq} F_B$ ve $F_B \tilde{\subseteq} F_A$ durumu sağlanıyorsa F_A ve F_B kümelerine eşit esnek kümeler denir (Maji vd., 2003, s. 557).

Başka bir ifadeyle, yine F_A ve F_B kümeleri U kümesi üzerinde iki esnek küme olmak üzere, eğer

$$\forall x \in E \; için \; f_A(x) = f_B(x) \qquad (1.3.8)$$

eşitliği sağlanıyorsa F_A ve F_B kümelerine eşit esnek kümeler denir ve $F_A \cong F_B$ şeklinde gösterilir (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 850).

Tanım (Kuvvet Kümesi): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve F_A, U kümesi üzerinde f_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlanan bir esnek küme olmak üzere, F_A esnek kümesinin tüm alt kümelerinden oluşan kümeye F_A esnek kümesinin kuvvet kümesi denir (Enginoğlu, 2008, s. 34).

Tanım (Değil): $E = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ parametreler kümesi olsun. E kümesinin değili,

$$\urcorner \boldsymbol{E} = \{\urcorner x_1, \urcorner x_2, \ldots, \urcorner x_n\} \qquad (1.3.9)$$

şeklinde yazılır.

Burada $\rceil x_i$, $\forall i$ için x_i nin değiline eşittir (Maji vd., 2003, s. 557).

Tanım (Tümleyen): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve F_A kümesi U kümesi üzerinde f_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlanan bir esnek küme olmak üzere, F_A esnek kümesinin tümleyeni,

$$\forall x \in E \; için \; f_{A^{\tilde{c}}}(x) = U \backslash f_A(x) \tag{1.3.10}$$

olarak tanımlanmaktadır (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 850).

Tanım (Öz Alt Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A, B \subset E$ ve F_A ve F_B kümeleri U kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonları ile tanımlı iki esnek küme olmak üzere, eğer

$$\forall x \in E \; için \; f_A(x) \subseteq f_B\,(x) \;\; ve \; \exists x \in E \; için \; f_A(x) \neq f_B\,(x) \tag{1.3.11}$$

ise F_A esnek kümesine F_B esnek kümesinin öz alt kümesi denir ve $F_A \tilde{\subseteq} F_B$ şeklinde gösterilir (Enginoğlu, 2008, s. 34).

Tanım (Destek): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A kümesi U kümesi üzerinde f_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlanan bir esnek küme olmak üzere,

$$\overline{F_A} = \{x : f_A(x) \neq \emptyset\} \tag{1.3.12}$$

kümesine F_A esnek kümesinin destek kümesi denir (Eraslan, 2014, s. 17).

Tanım (Birleşim): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan, iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümelerinin birleşimi,

$$f_{A \tilde{\cup} B}(x) = f_A(x) \cup f_B(x), \qquad \forall x \in E \tag{1.3.13}$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin birleşimi $F_A \tilde{\cup} F_B$ şeklinde gösterilir (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 850).

Burada karışıklık olmaması için klasik birleşim "$\cup$" ile, esnek birleşim "$\tilde{\cup}$" ile gösterilmiştir. Ayrıca $A \tilde{\cup} B$ bir küme işlemi değildir. Bu, $f_{A \tilde{\cup} B}$ 'nin $F_{A \tilde{\cup} B}$ nin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılmıştır.

Tanım (Kesişim): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan, iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümelerinin kesişimi,

$$f_{A\tilde{\cap}B}(x) = f_A(x) \cap f_B(x), \qquad \forall x \in E \tag{1.3.14}$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin kesişimi $F_A \tilde{\cap} F_B$ şeklinde gösterilir (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 850).

Burada karışıklık olmaması için klasik kesişim "$\cap$" ile, esnek kesişim "$\tilde{\cap}$" ile gösterilmiştir. Ayrıca $A \tilde{\cap} B$ bir küme işlemi değildir. Bu, $f_{A\tilde{\cap}B}$ 'nin $F_{A\tilde{\cap}B}$ nin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılmıştır.

Tanım (Fark): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan, iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümelerinin farkı,

$$f_{A\tilde{\setminus}B}(x) = f_A(x) \setminus f_B(x), \qquad \forall x \in E \tag{1.3.15}$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin farkı $F_A \tilde{\setminus} F_B$ şeklinde gösterilir (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 851).

Burada karışıklık olmaması için klasik fark "$\setminus$" ile, esnek fark "$\tilde{\setminus}$" ile gösterilmiştir. Ayrıca $A \tilde{\setminus} B$ bir küme işlemi değildir. Bu, $f_{A\tilde{\setminus}B}$'nin $F_{A\tilde{\setminus}B}$'nin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılmıştır.

Tanım (Simetrik Fark): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan, iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümelerinin simetrik farkı,

$$f_A(x) \tilde{\Delta} f_B(x) = \big(f_A(x) \setminus f_B(x)\big) \cup \big(f_B(x) \setminus f_A(x)\big) \tag{1.3.16}$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin simetrik farkı $F_A \tilde{\Delta} F_B$ şeklinde gösterilir (Enginoğlu, 2008, s. 39).

Örnek: $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ nesnelerden oluşan evrensel küme $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ parametreler kümesi olmak üzere;

$A = \{x_1, x_3\}$, $B = \{x_2, x_3, x_4\}$ E'nin iki alt kümesi ve

$F_A = \{(x_1, \{u_1, u_2\}), (x_3, \{u_3, u_5\})\}$

$F_B = \{(x_2, U), (x_3, \{u_3, u_4\}), (x_4, \{u_1, u_4, u_5\})\}$ olsun.

Bu durumda;

$$F_A^0 = \{(x_1, \{u_3, u_4, u_5\}), (x_2, U), (x_3, \{u_1, u_2, u_4\}), (x_4, U)\}$$

$$F_B^0 = \{(x_1, U), (x_2, \emptyset), (x_3, \{u_1, u_2, u_5\}), (x_4, \{u_2, u_3\})\}$$

$$F_A \tilde{\cup} F_B = \{(x_1, \{u_1, u_2\}), (x_2, U), (x_3, \{u_3, u_4, u_5\}), (x_4, \{u_1, u_4, u_5\})\}$$

$$F_A \tilde{\cap} F_B = \{(x_3, \{u_3\})\}$$

$$(F_A \tilde{\cup} F_B)^0 = \{(x_1, \{u_3, u_4, u_5\}), (x_2, U), (x_3, \{u_1, u_2\}), (x_4, \{u_2, u_3\})\} = F_A^0 \tilde{\cap} F_B^0$$

$$(F_A \tilde{\cap} F_B)^0 = \{(x_1, U), (x_2, U), (x_3, \{u_1, u_2, u_4, u_5\}), (x_4, U)\} = F_A^0 \tilde{\cup} F_B^0$$

$$F_A \tilde{\setminus} F_B = \{(x_1, \{u_1, u_2\}), (x_3, \{u_5\})\}$$

$$F_B \tilde{\setminus} F_A = \{(x_2, U), (x_3, \{u_4\}), (x_4, \{u_1, u_4, u_5\})\}$$

$$F_A \tilde{\Delta} F_B = \{(x_1, \{u_1, u_2\}), (x_2, U), (x_3, \{u_4, u_5\}), (x_4, \{u_1, u_4, u_5\})\}$$

olur.

1.3.2. Esnek Çarpımlar

Burada iki değişkenli yaklaşım fonksiyonu kullanılarak esnek kümeler üzerinde esnek çarpımlar tanımlanacaktır. Esnek küme teorisinde VE çarpım, VEYA çarpım, DEĞİL-VE çarpım, DEĞİL-VEYA çarpım olmak üzere dört farklı çarpım vardır.

Tanım (VE Çarpım): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümeleri arasında VE çarpım,

$$\forall (x, y) \in ExE \;\; için \; f_{A \wedge B} \colon EXE \to P(U) \,, \;\; f_{A \wedge B}(x, y) = f_A(x) \cap f_B(y) \quad (1.3.17)$$

şeklinde verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin esnek VE çarpımı $F_A \wedge F_B$ ile gösterilir (Maji vd., 2003, s. 559).

Tanım (VEYA Çarpım): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümeleri arasında VEYA çarpım,

$$\forall (x,y) \in ExE \ \ için \ f_{A\vee B}: EXE \to P(U)\,, \ \ f_{A\vee B}(x,y) = f_A(x) \cup f_B(y) \quad (1.3.18)$$

şeklinde verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin esnek VEYA çarpımı $F_A \vee F_B$ ile gösterilir (Maji vd., 2003, s. 559).

Tanım: U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümeleri arasında DEĞİL-VE çarpım,

$$\forall (x,y) \in ExE \ \ için \ f_{A\overline{\wedge} B}: EXE \to P(U)\,, \ \ f_{A\overline{\wedge} B}(x,y) = f_A(x) \backslash f_B(y) \quad (1.3.19)$$

şeklinde verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin esnek DEĞİL-VE çarpımı $F_A \overline{\wedge} F_B$ ile gösterilir (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 851).

Tanım: U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve F_A ve F_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla f_A ve f_B yaklaşım fonksiyonlarıyla tanımlanan iki esnek küme olsun. Bu durumda F_A ve F_B esnek kümeleri arasında DEĞİL-VEYA çarpım,

$$\forall (x,y) \in ExE \ \ için \ f_{A\underline{\vee} B}: EXE \to P(U)\,, \ \ f_{A\underline{\vee} B}(x,y) = f_A(x) \cup f_B^C(y) \quad (1.3.20)$$

şeklinde verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve F_A ve F_B esnek kümelerinin esnek DEĞİL-VEYA çarpımı $F_A \underline{\vee} F_B$ ile gösterilir (Çağman ve Enginoğlu, 2010, s. 852).

Örnek: $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ nesnelerden oluşan evrensel küme ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ tüm parametrelerin kümesi olmak üzere,

$A = \{x_1, x_2\}$, $B = \{x_1, x_3, x_4\}$ E'nin iki alt kümesi ve

$F_A = \{(x_1, \{u_1, u_2, u_3, u_5\}), (x_2, \{u_1, u_5\})\}$

$F_B = \{(x_1, \{u_1, u_3, u_4\}), (x_3, \{u_2, u_4, u_5\}), (x_4, \{u_3, u_4, u_5\})\}$ olsun.

O halde;

$$F_A \wedge F_B = \{\big((x_1, x_1), \{u_1, u_3\}\big), \big((x_1, x_3), \{u_2, u_5\}\big), \big((x_1, x_4), \{u_3, u_5\}\big),\\ \big((x_2, x_1), \{u_1\}\big), \big((x_2, x_3), \{u_5\}\big), \big((x_2, x_4), \{u_5\}\big)\}$$

$\boldsymbol{F_A \wedge F_B}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_3}$	$\boldsymbol{x_4}$
$\boldsymbol{x_1}$	$\{u_1, u_3\}$	$\{u_2, u_5\}$	$\{u_3, u_5\}$
$\boldsymbol{x_2}$	$\{u_1\}$	$\{u_5\}$	$\{u_5\}$

$$F_A \vee F_B = \left\{\begin{matrix} \big((x_1, x_1), U\big), \big((x_1, x_3), U\big), \big((x_1, x_4), U\big), \\ \big((x_2, x_1), \{u_1, u_3, u_4, u_5\}\big), \big((x_2, x_3), \{u_1, u_2, u_4, u_5\}\big), \\ \big((x_2, x_4), \{u_1, u_3, u_4, u_5\}\big) \end{matrix}\right\}$$

şeklindedir. Burada liste biçiminde yazmaktan daha kullanışlı olduğu için tablo yöntemi de kullanılabilir.

$\boldsymbol{F_A \vee F_B}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_3}$	$\boldsymbol{x_4}$
$\boldsymbol{x_1}$	U	U	U
$\boldsymbol{x_2}$	$\{u_1, u_3, u_4, u_5\}$	$\{u_1, u_2, u_4, u_5\}$	$\{u_1, u_3, u_4, u_5\}$

1.4. BULANIK ESNEK KÜMELER

Maji ve arkadaşları 2001 yılında yayınladıkları “Fuzzy Soft Sets” isimli makalelerinde esnek küme kavramını bulanık alt kümelere uygulayarak bulanık esnek küme tanımını yapmışlardır.

Tanım: U evrensel kümesi ve E parametreler kümesi boştan farklı herhangi iki küme olsun. U kümesi üzerinde tanımlanan bütün bulanık kümelerin kümesi $F(U)$ ve $A \subseteq E$ olmak üzere U kümesi üzerinde tanımlanan bir Γ_A bulanık esnek kümesi,

$$\gamma_A : E \rightarrow F(U)$$

$$\gamma_A(x) = \left\{ \frac{\mu_{\gamma_A(x)}(u)}{u} : u \in U, \mu_{\gamma_A(x)}(u) \in [0,1] \right\} \tag{1.4.1}$$

bulanık kümesi ile,

$$\Gamma_A = \left\{ \left(x, \gamma_A(x)\right) : x \in E \,, \gamma_A(x) \in F(U) \right\} \tag{1.4.2}$$

ve $\forall x \notin A$ için $\gamma_A(x) = \emptyset$
biçiminde tanımlanır.

Burada U kümesi söz konusu alternatiflerin kümesini, E kümesi alternatifleri niteleyen parametrelerin kümesini, γ_A fonksiyonu A bulanık esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonunu göstermektedir. Ayrıca $\gamma_A(x)$ değerlerine de, $x \in E$ elemanının $x - yaklaşımı$ denir (Roy ve Maji, 2007, s. 414).

Bir alternatifler (nesneler) kümesi üzerinde bulanık esnek kümenin tanımlanabilmesi için o alternatifleri karakterize eden özellikler (parametreler) ifade edilmelidir. Sıralı ikili şeklinde düşünüldüğünde, birinci bileşende özellik (parametre) ikinci bileşende ise o özelliğe belli bir üyelik derecesi ile sahip nesnelerin kümesi olacak şekilde ifade edilen sıralı ikililer yardımıyla bulanık esnek küme oluşturulur. Yani bu şekilde elde edilen sıralı ikililerin ailesine bulanık esnek küme denilmektedir. Başka bir ifadeyle, U evrensel kümesinin bulanık alt kümelerinin parametrelerle ifade edilmiş (parametrize edilmiş) bir koleksiyonuna (ailesine) bulanık esnek küme denir.

Bulanık esnek kümeler, elemanlarının listelenmesi ile gösterilebilir.

Örneğin; $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ alternatifler (nesneler) kümesi, $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ parametreler kümesi ve $A = \{x_1, x_2, x_4\} \subset E$ olmak üzere,

$$\gamma_A(x_1) = \left\{ \frac{0.3}{u_1}, \frac{1}{u_3} \right\}, \qquad \gamma_A(x_2) = \emptyset, \qquad \gamma_A(x_4) = \left\{ \frac{0.9}{u_2}, \frac{0.2}{u_4} \right\}$$

olsun.

Bu durumda Γ_A bulanık esnek kümesi;

$$\Gamma_A = \left\{ \left(x_1, \left\{ \frac{0.3}{u_1}, \frac{1}{u_3} \right\} \right), (x_2, \emptyset), \left(x_4, \left\{ \frac{0.9}{u_2}, \frac{0.2}{u_4} \right\} \right) \right\}$$

$$\Gamma_A = \left\{\left(x_1, \left\{\frac{0.3}{u_1}, \frac{1}{u_3}\right\}\right), \left(x_4, \left\{\frac{0.9}{u_2}, \frac{0.2}{u_4}\right\}\right)\right\}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Yine klasik kümelere benzer şekilde bulanık esnek kümelerde de bir eleman yalnız bir kez yazılır ve yazılan elemanların da sırası önemsizdir. Yani bu durum,

$$\left\{\left(x_1, \left\{\frac{0.3}{u_1}, \frac{1}{u_3}\right\}\right), \left(x_4, \left\{\frac{0.9}{u_2}, \frac{0.2}{u_4}\right\}\right)\right\} = \left\{\left(x_4, \left\{\frac{0.9}{u_2}, \frac{0.2}{u_4}\right\}\right), \left(x_1, \left\{\frac{0.3}{u_1}, \frac{1}{u_3}\right\}\right)\right\}$$

şeklinde gösterilebilir.

Bulanık esnek kümelerle birlikte kullanılan verilerin daha rahat görülebilmesi ve özellikle bilgisayar uygulamalarının (verilerin bilgisayar ortamına da aktarılması) daha kolay olması açısından da tablo yöntemi kullanılmaktadır.

$U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_m\}$ bir evrensel küme, $E = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ parametreler kümesi ve $A \subset E$ olsun. U evrensel kümesi üzerinde tanımlanan bir Γ_A bulanık esnek kümesinin bilgi tablosu; $i = 1,2,3, \dots, m$ ve $j = 1,2,3, \dots, n$ olmak üzere;

$$\mu_{\gamma_A}: UxE \rightarrow [0,1]$$

dönüşümü yardımıyla,

Tablo 1.2. Bulanık esnek kümelerde bilgi tablosu

μ_{γ_A}	x_1	x_2	. . .	x_n
u_1	$\mu_{\gamma_A(x_1)}(u_1)$	$\mu_{\gamma_A(x_2)}(u_1)$	. . .	$\mu_{\gamma_A(x_n)}(u_1)$
u_2	$\mu_{\gamma_A(x_1)}(u_2)$	$\mu_{\gamma_A(x_2)}(u_2)$	. . .	$\mu_{\gamma_A(x_n)}(u_2)$
.	.	.	. . .	.
.	.	.	. . .	.
.	.	.	. . .	.
u_m	$\mu_{\gamma_A(x_1)}(u_m)$	$\mu_{\gamma_A(x_2)}(u_m)$	. . .	$\mu_{\gamma_A(x_n)}(u_m)$

şeklinde yazılır. Burada μ_{γ_A}, γ_A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunu göstermektedir (Maji vd., 2002, s. 1080).

Eğer, $i = 1,2,3, \ldots, m$ ve $j = 1,2,3, \ldots, n$ olmak üzere $a_{ij} = \mu_{\gamma_A(x_j)}(u_i)$, ise Γ_A bulanık esnek kümesi aşağıdaki gibi matris şeklinde de gösterilebilir (Çağman ve Enginoğlu, 2012, s. 111).

$$[a_{ij}]_{mxn} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & . & . & . & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & . & . & . & x_{2n} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ x_{m1} & x_{m2} & . & . & . & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Örnek: X işletmesi üretimde kullanmak üzere hammadde teminini 5 farklı tedarikçi firmadan sağlamaktadır. Ayrıca X işletmesi bu tedarikçilerin her birini rekabetçi önceliklerin göstergesi olan "hız, kalite, maliyet ve esneklik" şeklinde 4 özelliğe yani parametreye göre değerlendirmiştir.

$U = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$ alternatif tedarikçilerin kümesi ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ bu alternatif tedarikçileri niteleyen özellikler olsun. Burada,

x_1, hammaddeyi hızlı tedarik etmeyi,

x_2, hammaddeyi kaliteli olarak sağlamayı,

x_3, hammaddeyi düşük maliyetle sağlamayı,

x_4, tedarikçi işletmelerin esnekliğini

ifade eden özellikler olduğunu varsayalım.

Γ_A bulanık esnek kümesi bu işletmenin hammadde almayı planladığı tedarikçilerin uygunluğunu gösteren bir bulanık esnek küme şeklinde tanımlansın.

Buna göre uygun tedarikçiyi seçmek isteyen bu işletme için γ yaklaşım fonksiyonu,

$$\gamma(x_1) = \left\{\frac{0.2}{t_1}, \frac{0.7}{t_2}\right\}$$

$$\gamma(x_2) = \left\{\frac{0.5}{t_2}, \frac{1}{t_4}, \frac{0.1}{t_5}\right\}$$

$$\gamma(x_3) = \emptyset$$

$$\gamma(x_4) = \left\{\frac{0.2}{t_3}, \frac{0.8}{t_4}, \frac{0.8}{t_5}\right\}$$

şeklinde verilmiş olsun. Dolayısıyla Γ_A bulanık esnek kümesi;

$$\Gamma_A = \left\{\left(x_1, \left\{\frac{0.2}{t_1}, \frac{0.7}{t_2}\right\}\right), \left(x_2, \left\{\frac{0.5}{t_2}, \frac{1}{t_4}, \frac{0.1}{t_5}\right\}\right), (x_3, \emptyset)\left(x_4, \left\{\frac{0.2}{t_3}, \frac{0.8}{t_4}, \frac{0.8}{t_5}\right\}\right)\right\}$$

$$\Gamma_A = \left\{\left(x_1, \left\{\frac{0.2}{t_1}, \frac{0.7}{t_2}\right\}\right), \left(x_2, \left\{\frac{0.5}{t_2}, \frac{1}{t_4}, \frac{0.1}{t_5}\right\}\right), \left(x_4, \left\{\frac{0.2}{t_3}, \frac{0.8}{t_4}, \frac{0.8}{t_5}\right\}\right)\right\}$$

şeklinde oluşturulur. Daha açık şekilde yazılacak olursa;

$$\Gamma_A = \left\{\left(hızlı, \left\{\frac{0.2}{t_1}, \frac{0.7}{t_2}\right\}\right), \left(kaliteli, \left\{\frac{0.5}{t_2}, \frac{1}{t_4}, \frac{0.1}{t_5}\right\}\right), \left(esnek, \left\{\frac{0.2}{t_3}, \frac{0.8}{t_4}, \frac{0.8}{t_5}\right\}\right)\right\}$$

biçiminde de yazılabilir.

Burada düşük maliyet özelliği ile ilişkili olan tedarikçi olmadığı için oluşturulan bulanık esnek kümeye alınmamıştır.

Bu şekilde oluşturulan Γ_A bulanık esnek kümesi aşağıdaki şekilde tablo yöntemiyle de ifade edilebilir.

$$\rho_{f_A}: UxE \to [0,1] \qquad (1.4.3)$$

dönüşümü yardımıyla ($i = 1,2,3,4,5$ ve $j = 1,2,3,4$ olmak üzere);

$\boldsymbol{\rho_{f_A}}$	$\boldsymbol{hız(x_1)}$	$\boldsymbol{kalite(x_2)}$	$\boldsymbol{maliyet(x_3)}$	$\boldsymbol{esneklik(x_4)}$
$\boldsymbol{t_1}$	0.2	0	0	0
$\boldsymbol{t_2}$	0.7	0.5	0	0
$\boldsymbol{t_3}$	0	0	0	0.2
$\boldsymbol{t_4}$	0	1	0	0.8
$\boldsymbol{t_5}$	0	0.1	0	0.8

veya

$\boldsymbol{\rho_{f_A}}$	$\boldsymbol{hız(x_1)}$	$\boldsymbol{kalite(x_2)}$	$\boldsymbol{esneklik(x_4)}$
$\boldsymbol{t_1}$	0.2	0	0
$\boldsymbol{t_2}$	0.7	0.5	0
$\boldsymbol{t_3}$	0	0	0.2
$\boldsymbol{t_4}$	0	1	0.8
$\boldsymbol{t_5}$	0	0.1	0.8

şekillerinde yazılabilir.

1.4.1. Bulanık Esnek Kümelerde Temel Tanım ve Kavramlar

Bulanık esnek kümeler üzerinde geçerli bazı kavram ve tanımlar aşağıdaki şekilde açıklanabilir.

Tanım (Boş Bulanık Esnek Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve Γ_A , U kümesi üzerinde γ_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlı bir bulanık esnek küme olmak üzere,

$$\forall x \in A \; için \; \gamma_A(x) = \emptyset \tag{1.4.4}$$

ise Γ_A bulanık esnek kümesine boş bulanık esnek küme denir ve bu durum $\Gamma_A = \Gamma_\emptyset$ şeklinde gösterilir (Çağman vd., 2011, s. 140).

$\gamma_A(x) = \emptyset$ olması U evrensel kümesindeki hiçbir elemanın $x \in E$ parametresi ile ilişkili olmadığı anlamındadır. Dolayısıyla bu şekildeki parametrelerin dikkate alınmasının bir anlamı olmadığı için bulanık esnek kümede gösterilmezler.

Tanım (Mutlak Bulanık Esnek Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve Γ_A , U kümesi üzerinde γ_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlı bir bulanık esnek küme olmak üzere,

$$\forall x \in A \; için \; \gamma_A(x) = U \tag{1.4.5}$$

ise, Γ_A esnek kümesine mutlak bulanık esnek küme denir.

Tanım (Evrensel Bulanık Esnek Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve Γ_A , U kümesi üzerinde γ_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlı bir bulanık esnek küme olmak üzere, eğer $A = E$ eşitliği söz konusu ise, yani;

$$\forall x \in A \; için \; \gamma_A(x) = U \tag{1.4.6}$$

ise mutlak bulanık esnek kümeye evrensel bulanık esnek küme denir ve $\Gamma_{\tilde{U}}$ şeklinde gösterilir (Çağman vd., 2011, s. 140).

$\gamma_A(x) = U$ eşitliğinin anlamı, U nesneler kümesindeki elemanların tümünün $x \in E$ parametresi ile ilişkili olduğudur.

Örnek: $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ alternatifler (nesneler) kümesi ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ tüm parametrelerin kümesi olmak üzere;

i. Eğer $A = \{x_1, x_3, x_4\}$ ve $\gamma_A(x_1) = \left\{\frac{0.2}{U_3}, \frac{0.9}{U_4}\right\}$, $\gamma_A(x_3) = \emptyset$, $\gamma_A(x_4) = U$ ise,

$$\Gamma_A = \left\{\left(x_1, \left\{\frac{0.2}{U_3}, \frac{0.9}{U_4}\right\}\right), (x_4, U)\right\}$$

şeklinde yazılır.

ii. Eğer $B = \{x_1, x_3\}$ ve $\gamma_B(x_1) = \emptyset$, $\gamma_B(x_3) = \emptyset$ ise bu koşullarda oluşturulan Γ_B esnek kümesi boş esnek kümedir yani $\Gamma_B = \Gamma_\emptyset$ şeklindedir.

iii. Eğer $C = \{x_1, x_2\}$ ve $\gamma_C(x_1) = U$, $\gamma_C(x_2) = U$ ise bu koşullarda oluşturulan Γ_C esnek kümesi mutlak esnek kümedir, yani $\Gamma_C = \Gamma_{\tilde{C}}$ şeklindedir.

iv. Eğer $D = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ yani $D = E$ ve $\gamma_D(x_1) = U$, $\gamma_D(x_2) = U$, $\gamma_D(x_3) = U$, $\gamma_D(x_4) = U$ ise bu koşullarda oluşturulan Γ_D esnek kümesine evrensel esnek kümedir yani $\Gamma_D = \Gamma_{\tilde{E}}$ şeklindedir.

Tanım (Bulanık Esnek Alt Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A, B \subset E$ ve Γ_A ve Γ_B, U kümesi üzerinde sırasıyla γ_A ve γ_B yaklaşım fonksiyonları ile tanımlı iki bulanık esnek küme olmak üzere,

$$\forall x \in E \text{ } için \text{ } \gamma_A(x) \subseteq \gamma_B(x) \tag{1.4.7}$$

ifadesi sağlanıyorsa Γ_A bulanık esnek kümesine, Γ_B bulanık esnek kümesinin alt kümesidir denir ve bu durum $\Gamma_A \tilde{\subseteq} \Gamma_B$ şeklinde ifade edilir (Roy ve Maji, 2007, s. 414).

Tanım (Eşit Bulanık Esnek Küme): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A, B \subset E$ ve Γ_A ve Γ_B, U kümesi üzerinde sırasıyla γ_A ve γ_B yaklaşım fonksiyonları ile tanımlı iki bulanık esnek küme olmak üzere, $\Gamma_A \tilde{\subseteq} \Gamma_B$ ve $\Gamma_B \tilde{\subseteq} \Gamma_A$ durumu sağlanıyorsa Γ_A ve Γ_B kümelerine eşit bulanık esnek kümeler denir (Çağman vd., 2011, s. 140).

Başka bir ifadeyle, yine Γ_A ve Γ_B kümeleri U kümesi üzerinde iki bulanık esnek küme olmak üzere, eğer

$$\forall x \in E \text{ } için \text{ } \gamma_A(x) = \gamma_B(x) \tag{1.4.8}$$

eşitliği sağlanıyorsa Γ_A ve Γ_B kümelerine eşit bulanık esnek kümeler denir ve $\Gamma_A \cong \Gamma_B$ şeklinde gösterilir (Çağman vd., 2011, s. 140).

Tanım (Tümleyen): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi, $A \subset E$ ve Γ_A , U kümesi üzerinde γ_A yaklaşım fonksiyonu ile tanımlı bir bulanık esnek küme olmak üzere, Γ_A esnek kümesinin tümleyeni

$$\forall x \in E \; için \; \gamma_{A^{\tilde{c}}}(x) = U \backslash \gamma_A(x) \qquad (1.4.9)$$

olarak tanımlanır (Çağman vd., 2011, s. 141).

Tanım (Birleşim): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve Γ_A ve Γ_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla γ_A ve γ_B yaklaşım fonksiyonları yardımıyla tanımlanan iki bulanık esnek küme olsun. Bu durumda Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin birleşimi,

$$\gamma_{A \tilde{\cup} B}(x) = \gamma_A(x) \cup \gamma_B(x), \qquad \forall x \in E \qquad (1.4.10)$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin birleşimi $\Gamma_A \tilde{\cup} \Gamma_B$ şeklinde gösterilir(Çağman vd., 2011, s. 141).

Tanım (Kesişim): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve Γ_A ve Γ_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla γ_A ve γ_B yaklaşım fonksiyonları yardımıyla tanımlanan iki bulanık esnek küme olsun. Bu durumda Γ_A ve $\Gamma_B$esnek kümelerinin kesişimi,

$$\gamma_{A \tilde{\cap} B}(x) = \gamma_A(x) \cap \gamma_B(x), \qquad \forall x \in E \qquad (1.4.11)$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin kesişimi $\Gamma_A \tilde{\cap} \Gamma_B$ şeklinde gösterilir(Çağman vd., 2011, s. 141).

Tanım (Fark): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve Γ_A ve Γ_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla γ_A ve γ_B yaklaşım fonksiyonları yardımıyla tanımlanan iki bulanık esnek küme olsun. Bu durumda Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin farkı,

$$\gamma_{A \tilde{\backslash} B}(x) = \gamma_A(x) \backslash \gamma_B(x), \qquad \forall x \in E \qquad (1.4.12)$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin farkı $\Gamma_A \tilde{\setminus} \Gamma_B$ şeklinde gösterilir (Çağman vd., 2011, s. 141).

Tanım (Simetrik Fark): U bir evrensel küme, E parametreler kümesi ve Γ_A ve Γ_B, U evrensel kümesi üzerinde sırasıyla γ_A ve γ_B yaklaşım fonksiyonları yardımıyla tanımlanan iki bulanık esnek küme olsun. Bu durumda Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin simetrik farkı,

$$\gamma_A(x) \tilde{\Delta} \gamma_B(x) = \big(\gamma_A(x) \setminus \gamma_B(x)\big) \cup \big(\gamma_B(x) \setminus \gamma_A(x)\big) \qquad (1.4.13)$$

eşitliği ile verilen yaklaşım fonksiyonu yardımıyla tanımlanır ve Γ_A ve Γ_B esnek kümelerinin simetrik farkı $\Gamma_A \tilde{\Delta} \Gamma_B$ şeklinde gösterilir.

1.5. REGRESYON ANALİZİ

Regresyon terimini ilk kullanan kişi Francis Galton'dur. Galton bir yazısında, boyları uzun olan anne babaların çocuklarının boylarının uzun, boyları kısa olan anne babaların çocuklarının boylarının kısa olma eğilimine karşın, belirli bir boya sahip anne babaların çocuklarının boylarının ortalamasının, içerisinde bulundukları nüfusun genel ortalamasına yaklaşma eğiliminde olduğunu kanıtlamıştır. Başka bir ifadeyle, içerisinde bulundukları nüfusun ortalama boyundan daha uzun veya daha kısa olan anne babaların çocuklarının boyları nüfusun ortalama boyuna yaklaşma eğilimi göstermektedir. Söz konusu çalışmada bir grup uzun boylu babanın erkek çocuklarının boylarının ortalamasının gruptaki babaların boy ortalamasından kısa, yine bir grup kısa boylu babanın erkek çocuklarının boylarının ortalamasının gruptaki babaların boy ortalamasından uzun olduğu ve böylece uzun ve kısa boylu olan çocukların boylarının içinde bulundukları toplumun ortalama boyuna doğru çekildikleri gösterilmiştir (Pearson, 1903, s. 357-462).

Günümüzde ise, regresyonun yorumu bu düşünceden hareketle biraz modifiye edilerek yapılmaktadır. Regresyon çözümlemesi, bir bağımlı değişkenin yine bir veya birden daha fazla bağımsız değişken ile arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyonu olarak yazılmasıdır. Yazılan bu fonksiyona aynı zamanda regresyon denklemi de denilmektedir (Orhunbilge, 2002, s. 12).

Regresyon denklemi kullanılarak bağımsız değişkenlerin aldıkları farklı değerler karşısında bağımlı değişkenin alacağı değer tahmin edilebilmektedir. Regresyon analizinde bağımlı değişken üzerinde geliştirilecek olan politikalarda hangi bağımsız değişkenlerin önem kazandığının tespiti açısından analize katılan bağımsız değişkenlerin belirlenmesi önemli bir ayrıntıdır (Orhunbilge, 2010, s. 61-62).

Her ne kadar regresyon analizinde, bağımlı-bağımsız değişkenlerin birbirlerine bağlılığıyla ilgilenilse de, bu durumdan nedensellik anlamı çıkarılmamalıdır. Kendal ve Stuart'ın sözleriyle; "istatistiksel bir ilişki ne denli güçlü ne denli anlamlı olursa olsun, hiçbir zaman nedensel bir ilişki olamaz; bizim nedensellik düşüncelerimiz sonuçta istatistik dışında şu ya da bu kuramdan gelmelidir" şeklinde açıklanmaktadır (Kendall ve Stuart, 1961, s. 279).

Regresyon analizi, kullanılan değişken sayısı, ilişkinin şekli, verilerin toplanma biçimi gibi konulara bağlı olarak farklı alt isimlere ayrılmaktadır. Bunlar arasından en temel olan ve yaygın olarak kullanılan basit doğrusal regresyon, doğrusal olmayan regresyon ve çoklu doğrusal regresyon aşağıda anlatılmıştır.

1.5.1. Basit Doğrusal Regresyon Analizi

Basit doğrusal regresyon analizinde, bir bağımlı değişkenin, yine bir bağımsız değişken ile arasındaki ilişkinin doğrusal bir fonksiyon şeklinde ifade edilmesi söz konusudur.

Basit doğrusal regresyon denklemi en genel haliyle;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \tag{1.5.1}$$

şeklinde yazılabilmektedir. Burada; y bağımlı değişken, x bağımsız değişken, β_0 regresyon doğrusunun y-eksenini kestiği nokta, β_1 regresyon doğrusunun eğimi ve ε ise hata veya kalıntı terimini ifade etmektedir (Akdeniz, 2016, s. 459).

Burada, β_0, regresyon doğrusunun y-eksenini kestiği noktayı göstermekle beraber doğrusal fonksiyonun sabiti olarak da adlandırılır. β_1 ise, regresyon doğrusunun eğimini ifade etmenin yanında bağımsız değişken olan x'te meydana gelen bir birimlik değişimin bağımlı değişken y üzerinde kaç birimlik bir değişime sebep olduğunu gösteren regresyon katsayısıdır.

Regresyon analizi yapılabilmesi için incelenen verilerin bazı varsayımları sağlaması gerekmektedir. Bu varsayımlar;

- Hata terimleri arasında otokorelasyon olmaması,
- Hata terimlerinin eşit varyanslı olması,
- Hata terimlerinin normal dağılması.

şeklinde sıralanabilir.

Regresyon analizine tabi tutulacak değişkenlere ait veriler, bu varsayımları sağlamadıkları taktirde analize başlanmamalıdır. Bu koşulları sağlamayan veriler bazı teknikler yardımıyla koşulları sağlayabilmektedir.

Regresyon analizine başlanırken, verilere ilişkin serpilme diyagramı çizilmelidir. Çünkü bu diyagrama bakılarak, kurulacak olan regresyon modelinin yapısı belirlenebilir. Örneğin, serpilme diyagramında veriler doğrusal bir dağılım gösteriyorsa kurulacak modelin doğrusal regresyon modeli olduğu düşünülebilir. Serpilme diyagramı çizilen gözlem değerleri arasından geçen en ideal doğruyu tahmin etmek için ise en küçük kareler yöntemi kullanılır. Bu yöntem, verilerin yerleştiği noktalar ile regresyon doğrusu arasındaki uzaklığı minimize etmeye çalışmaktadır. Dolayısıyla en iyi regresyon doğrusunun tahminini vermektedir (Nakip, 2013, s. 391).

$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ denklemi ile x ve y değişkenleri arasındaki ilişki tahmin edilirken, tahmini regresyon doğrusu $\hat{y} = \widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1}x$ şeklinde gösterilebilir. Hata karelerinin toplamının minimum ($\sum \varepsilon^2 = \sum (y - \hat{y})^2$) olmasını sağlamak için $\widehat{\beta_0}$ ve $\widehat{\beta_1}$'e göre kısmi türevleri alınıp sıfıra eşitlendiğinde minimum noktalara ulaşılmış olur. Dolayısıyla,

$$\sum \varepsilon^2 =$$

$$= \sum (y - \hat{y})^2$$

$$= \sum (y^2 - 2y\hat{y} + \hat{y}^2)$$

$$= \sum \left[y^2 - 2y\left(\widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1}x\right) + \left(\widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1}x\right)^2\right]$$

$$= \sum \left[y^2 - 2y\widehat{\beta_0} - 2y\widehat{\beta_1}x + \widehat{\beta_0}^2 + 2\widehat{\beta_0}\widehat{\beta_1}x + \widehat{\beta_1}^2x^2\right]$$

$$= \sum y^2 - 2\widehat{\beta_0}\sum y - 2\widehat{\beta_1}\sum yx + n\widehat{\beta_0}^2 + 2\widehat{\beta_0}\widehat{\beta_1}\sum x + \widehat{\beta_1}^2\sum x^2 \qquad (1.5.2)$$

eşitlikleri elde edilir.

$\widehat{\beta_0}$'a göre birinci türev alınıp sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \widehat{\beta_0}} = -2\sum y + 2n\widehat{\beta_0} + 2\widehat{\beta_1}\sum x = 0 \tag{1.5.3}$$

olur.

Buradan,

$$\sum y = n\widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1}\sum x \tag{1.5.4}$$

elde edilir.

$\widehat{\beta_1}$'e göre birinci türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde ise,

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \widehat{\beta_1}} = -2\sum yx + 2\widehat{\beta_0}\sum x + 2\widehat{\beta_1}\sum x^2 = 0 \tag{1.5.5}$$

olur.

Buradan,

$$\sum xy = \widehat{\beta_0}\sum x + \widehat{\beta_1}\sum x^2 \tag{1.5.6}$$

elde edilir.

Elde edilen bu iki bilinmeyenli denklemler ((1.5.4) ve (1.5.6)) eşanlı çözümlenerek;

$$\widehat{\beta_1} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \tag{1.5.7}$$

$$\widehat{\beta_0} = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \tag{1.5.8}$$

parametreleri bulunur (Göktolga, 2013, s. 227-229).

1.5.2. Basit Doğrusal Olmayan Regresyon Analizi

Regresyon analizinde değişkenler arasında her zaman doğrusal bir ilişki bulunmayabilir. Bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasında doğrusal ilişki olmadığı durumda regresyon denklemi, ikinci, üçüncü veya daha üst derecelerden bir fonksiyon ile temsil edilmektedir.

Yine y bağımlı değişkeni, x bağımsız değişkeni göstermek üzere ikinci ve üçüncü dereceden regresyon denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon \qquad (1.5.9)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \varepsilon \qquad (1.5.10)$$

Burada, β_0, regresyon fonksiyonunun sabitini, β_1, regresyon fonksiyonun eğimini, β_2, regresyon fonksiyonunun eğiminin değişim hızını ve β_3, regresyon fonksiyonundaki bükümün derecesindeki değişim oranını ifade etmektedir (Orhunbilge, 2002, s. 54-55).

Regresyon analizinde daha fazla dereceden fonksiyonların kullanılması tavsiye edilmemektedir. Çünkü analizler genellikle örnek verileriyle yapılmakta ve daha üst dereceden fonksiyonlar sonuçların örneklem değerlerine çok sıkı bağlanmasına sebep olmaktadır. Örneklem değil, anakütle verileriyle çalışması durumunda da yine daha fazla dereceden fonksiyonlar kullanılmamaktadır. Bunun sebebi ise, belirli bir yıl verilerine çok sıkı bağımlı sonuçlar elde edilecek olmasıdır. Her iki durumda da sonuçların genelleştirilmesi güçleşmektedir (Orhunbilge, 2010, s. 98).

Regresyon analizinde modele ait katsayıların bulunması büyük önem arz etmektedir. Bunun için en sık kullanılan yöntem burada da en küçük kareler yöntemidir (Yavuz, 2015, s. 115). Doğrusal olmayan basit regresyon analizinde de katsayıların en küçük kareler yöntemi ile bulunabilmesi için,

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min \qquad (1.5.11)$$

eşitliğinin ikinci dereceden bir fonksiyon için β_0, β_1 ve β_2 ye göre, üçüncü dereceden bir fonksiyon için ise β_0, β_1, β_2 ve β_3 ‘e göre kısmi türevleri alınarak sıfıra eşitlenmeli ve elde edilen normal denklemlerin çözülmesi gerekmektedir. Katsayılar bulunduktan sonra ise anakütle için geçerliliği test edilmelidir (Can, 2009, s. 27).

1.5.3. Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi

Matematiksel modeller oluşturulurken özellikle ekonomi ve işletme alanlarında herhangi bir bağımlı değişkenin sadece bir bağımsız değişkenle açıklanması genellikle mümkün olmamaktadır. Ekonomik değişkenler yapıları gereği karmaşıktırlar. Gerçek hayatta birçok değişken bir araya gelerek bir bağımlı değişkeni etkileyebildikleri gibi, kendi aralarında bağımsız değişkenler de birbirlerini etkileyebilmektedirler. Bu sebeple, bir bağımsız değişkenli regresyon analizi yapmak mümkün olmamaktadır. Birden fazla bağımsız değişkenli analize çoklu regresyon analizi denilmektedir (Orhunbilge, 2002, s. 99).

En küçük kareler yöntemiyle elde edilen regresyon denklemlerinin tahminlerde kullanılabilmesi için katsayılarının anlamlı olmasının yanı sıra aşağıda belirtilen varsayımları da sağlaması gerekmektedir. Söz konusu varsayımlar aşağıdaki gibi açıklanabilir.

- Hata terimleri arasında otokorelasyon olmaması,
- Hata terimlerinin eşit varyanslı olması,
- Hata terimlerinin normal dağılması.

Bu üç varsayım hem basit hem de çoklu regresyon analizini, bunlara ek olarak,

-Bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olmaması

varsayımı ise, çoklu regresyon analizini ilgilendirmektedir (Orhunbilge, 2002, s. 100).

Bu varsayım bağımsız değişkenler arasında basit doğrusal ilişkilerin olmaması şeklinde ifade edilebilir. Bağımsız değişkenler arasındaki basit doğrusal korelasyon katsayılarının 0 veya 0'a çok yakın olması şartı şeklinde de açıklanabilen bu varsayıma istatistikte çoklu doğrusal bağlantı (multicollineority) olmama durumu adı verilmektedir. Bu nedenle açıklayıcı değişkenler seçilirken, bunların bağımlı değişkenlerle basit doğrusal korelasyon katsayılarının yüksek (1'e yakın) ancak birbirleri arasındaki basit doğrusal korelasyon katsayılarının düşük (0 veya 0'a yakın) olmasına dikkat edilmelidir.

Basit doğrusal regresyon modeli çok değişkenli regresyon modeli için genelleştirmek istenirse, matris matematiğini kullanmak daha kullanışlı olacaktır. Genel olarak y bağımlı değişken, $x_1, x_2, \dots, x_k$ bağımsız değişkenler ve ε hata terimi olmak üzere çoklu doğrusal regresyon modeli aşağıdaki gibi yazılabilir (Nakip, 2013, s. 413).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \tag{1.5.12}$$

y bağımlı değişkeni ve $x_1, x_2, \dots, x_k$ bağımsız değişkenlerine ait $i = 1,2,3, \dots, n$ e kadar veriler sırasıyla vektör ve matris ile gösterilir (Greene, 2003, s. 26-27).

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{nx1} , \quad x = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{nk} \end{bmatrix}_{nx(k+1)} , \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} \tag{1.5.13}$$

Buradan,

$$x^T x = \begin{bmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sum x_k \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sum x_1 x_k \\ \sum x_2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_2^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sum x_2 x_k \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum x_k & \sum x_1 x_k & \sum x_2 x_k & \cdot & \cdot & \cdot & \sum x_k^2 \end{bmatrix} \tag{1.5.14}$$

$$x^T y = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum x_1 y \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum x_k y \end{bmatrix} \tag{1.5.15}$$

$$\beta^T = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \beta_k] \tag{1.5.16}$$

matrisleri üretilir. Bu matrisler normal denklemler gösterimi ile,

$$x^T y = x^T x \beta \tag{1.5.17}$$

şeklinde ifade edilebilir. (1.5.17)'den regresyon katsayıları matrisi,

$$\beta = (x^T x)^{-1} (x^T y) \tag{1.5.18}$$

şeklinde elde edilir (Armutlulu, 2000, s. 207).

1.6. YAPAY SİNİR AĞLARI

Teknolojideki gelişmeler takip edildiğinde, bilgisayarlar ve bilgisayar programlarının, daha çok elektronik verilerin transfer edilmesi veya karmaşık hesaplamaların yapılması için geliştirildiği gözlemlenmektedir. Fakat zaman içerisinde bu görevlerin yerini, büyük miktarlardaki verileri filtreleme, özetleme, raporlama ve veriler ışığında yorum yapma işlevleri almıştır. Günümüzde bakıldığında ise, bilgisayarlar ve programların hem olaylar arasında ilişkiler kurma hem de verileri dikkate alarak karar verme konusunda da geliştirildikleri görülmektedir. İşte gelinen noktada, matematiksel modellerle ifade edilemeyen problemlerin sezgisel olarak çözülebilmesi için bilgisayarlar ve programlar geliştirilmektedir. Yapay zeka olarak adlandırılan tüm bu gelişmeler, kullanıma çok daha donanımlı bilgisayarlar sunmuştur. Yapay zeka kavramı ilk kez 1950'li yıllarda ortaya atılmış, 40-50 yıl içerisinde ve hala günümüzde de vazgeçilmez sistemler doğurmuştur (Öztemel, 2006, s. 13).

Yapay zeka şu şekilde tanımlanabilmektedir; doğal canlılarda görüldüğü zaman zeka belirtisi şeklinde anlaşılan yetenekleri analiz ederek bunlara benzer şekilde yapay yönergeler geliştirmektir. Aslında yapay zeka konusu çok kapsamlı olup bu kadar basit şekilde tanımlanması pek mümkün değildir. Ancak bu şekilde de indirgenebilir. Yapay zeka teriminden ilk kez 1956 yılında bahseden John McCarthy yapay zekayı tanımlarken, "makineleri zeki yapan bilim dalı" ifadelerini kullanmıştır.

Çalışmamıza konu olan ve yapay zekanın bir parçası olan yapay sinir ağları da birçok farklı şekillerde tanımlanmıştır. Bunlardan bazıları şu şekilde ifade edilebilir.

Teuvo Kohonen, yapay sinir ağları insan beyninden esinlenerek geliştirilmiş, ağırlıklı bağlantılar aracılığıyla birbirine bağlanan ve her biri kendi belleğine sahip işlem elemanlarından oluşan paralel dağıtılmış bilgi işleme yapılarıdır, şeklinde tanımlamıştır (Kohonen, 1988, s. 33).

Simon Haykin ise yapay sinir ağlarını şu şekilde tanımlamıştır: Deneyime dayalı olarak bilgiyi depolamaya ve bu bilgiyi kullanıma sunmaya yönelik doğal bir eğilim içinde olan yoğun paralel dağıtılmış bir işlemcidir. Yapay sinir ağları iki yönden insan beynine benzemektedir. Bilgi ağ tarafından bir öğrenme süreci ile elde edilmektedir ve sinir hücreleri arasında sinaptik ağırlık olarak adlandırılan bağlar tarafından bilgi depolanmakta ve kullanılmaktadır (Haykin, 1999).

Başka bir tanıma göre de yapay sinir ağları, insanlar tarafından gerçekleştirilmiş örnekleri kullanarak olayları öğrenebilen, çevreden gelen olaylara karşı nasıl tepkiler üretileceğini belirleyebilen bilgisayar sistemleridir (Öztemel, 2006, s. 29).

Yapılan tanımların ortak noktaları şu şekilde sıralanabilir. Bunlardan ilki yapay sinir ağlarının birbirlerine bağlanma şeklinin hiyerarşik bir şekilde olması ve birbirine paralel olarak çalışabilen sinir hücrelerinden meydana gelmeleridir. Yapay sinir ağları mantalitesinde, sinir hücrelerini birbirlerine bağlayan her bir bağlantının bir değere sahip olduğu kabul edilmektedir. Tanımlardan elde edilen bir başka ortak nokta ise, sinir ağlarının bilgiye öğrenme yoluyla sahip olması ve bilgiyi sinir hücrelerinin bağlantı değerlerinde saklamasıdır (Öztemel, 2006, s. 30).

Yapay sinir ağları, girdi-çıktı nöronlarından oluşan bir sistemdir. Bu sistemde sinirler arasındaki bağlantıların ağırlıkları öğrenme veya eğitilme kabiliyetine sahiptir. Bunun sonucu olarak da ağ, bir girdi grubuna etkili bir karşılık üretebilmektedir. Bu karşılık (konuşma veya ses tanımada olduğu gibi) girdileri iyi belirlenmiş bir kategori seti halinde sınıflandırma, (bir kontrol probleminde gerekli olduğu gibi) belirli bir girdi için özel formda karşılık verme veya (döviz kuru oranları, finansal tahminlerde olduğu gibi) bir zaman serisi ile gelecek tahmini şeklinde olabilir (Taylor, 1996, s. 281).

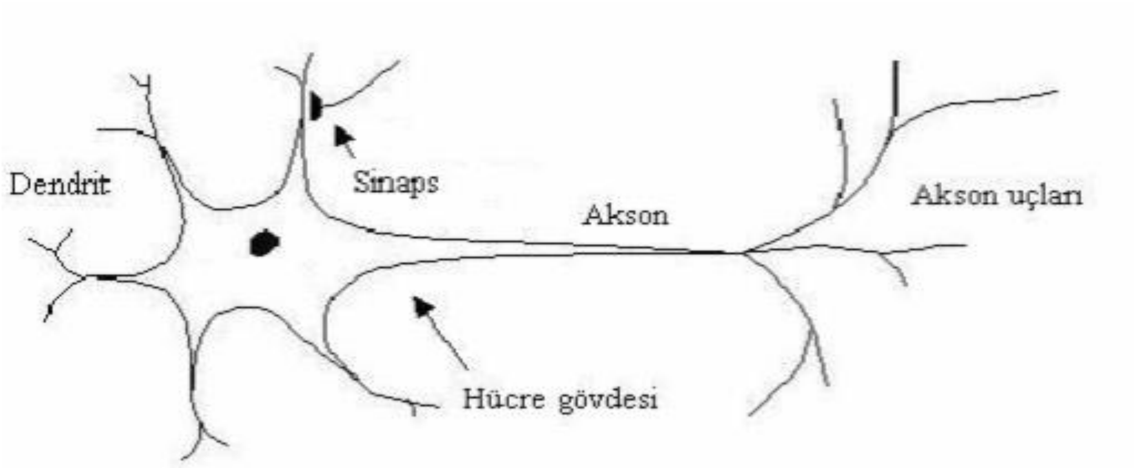
Yapay sinir ağları önce biyoloji ve psikolojinin konusu iken, günümüzde ekonomi ve işletmenin içinde bulunduğu diğer alanlara da hızla yayılmıştır. Yapay sinir ağları tahmin, sınıflandırma, optimizasyon, veri filtreleme (süzgeçten geçirme) gibi konularda başarı ile uygulanmaktadır (Bayru, 2007, s. 5).

Yapay sinir ağları özellikle tahmin konusunda farklı birçok vakada, çok sık kullanılan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır (Kuo ve Reitsch, 1995, s. 17). Ağlar, öğrenme mekanizmaları sayesinde girdi-çıktı arasındaki ilişkiyi tahmin edip, farklı bir grup veri (test verisi) ile çıktıların gelecekteki değerlerini tahmin edebilirler (Moshiri ve Cameron, 2000, s. 202). Bunlara ek olarak yapay sinir ağları kullandığı veriler için önceden herhangi bir bilgiye gerek duymaz ve lineer ve lineer olmayan modelleri kurabilir. Ayrıca yapay sinir ağları eksik verilerle de ağı oluşturabilmekte ve tahminde bulunabilmektedir (Hamzaçebi ve Kutay, 2005, s. 108).

1.6.1. Biyolojik Sinir Hücresi

Yapay sinir ağlarına ilham kaynağı olan biyolojik sinir hücreleri ve bu hücrelerin çalışma şekillerinin anlaşılması, yapay sinir ağlarının anlaşılması, tasarlanması ve çalıştırılabilmesi açısından çok önemlidir. Bu sebeple burada biyolojik sinir hücrelerine de değinmek gerekmektedir.

Biyolojik sinir ağlarının ana yapı taşı nöron olarak isimlendirilen sinir hücreleridir. Biyolojik olarak bir nöron; akson, dendrit, sinaps (akson ucu) ve hücre gövdesi şeklinde dört parçadan oluşmaktadır.



Şekil 1.6. Biyolojik sinir hücresi

Dendritler bilgiyi akson aracılığı ile diğer nöronlardan alır. Akson nörondan gelen uyarıları (elektrik sinyalleri) taşıyan uzun bir silindirik bağlantıdır. Aksonun uç kısmı ince ağaçsı yapıya benzer. Bunun her bir dalının ucunda da küçük bir soğancık vardır ve neredeyse komşu nöronlara dokunmak üzeredir. Akson dendrit temas organının adı sinapstır (Zurada, 1992, s. 27). Sinapslar, nöronlar arasında sinyal iletilmesini sağlayan bağlantılardır. Bu bağlantılar fiziksel bağlantılar olmamakla birlikte elektrik sinyallerin bir nörondan diğer bir nörona geçmesini sağlayan boşluklardır (Öztemel, 2006, s. 47). Bu aralıklarda nöronlar arası sinyal geçişi "nörotransmitter" adı verilen karmaşık bir elektrokimyasal reaksiyonla gerçekleşir. Bu sinyaller kısa dönemde beyin faaliyetlerini kontrol eder, uzun dönemde nöronların pozisyon ve bağlantı değişikliğine olanak verir. Bu mekanizmaların beyinde öğrenmenin temelini oluşturduğu düşünülmektedir (Russel ve Norvig, 2003, s. 11).

Dendrit tarafından alınan uyarılar soma'da biriktirilir ve orada doğrusal olmayan bir şekilde işlenir. Soma, içerisinde çekirdek ve çekirdekçiği bulunduran sinir hücresinin bir parçasıdır. Bir nöron, ancak ateşleme koşulları yerine getirildiğinde bir uyarı yaratır. Gelen uyarılar, ateşlemeye neden oluyorsa uyarıcı, aksi takdirde engelleyici olmaktadır. Bir nöronun uyarıcı eğiliminin, engelleyici eğilimini eşik tabir edilen bir değer oranında aşması halinde ateşleme gerçekleşir. Ateşleme sonucu oluşan uyarıyı nöron aksonu aracılığıyla diğer nöronlara iletir (Zurada, 1992, s. 29).

İnsan beyni yaklaşık olarak 10 milyar sinir hücresi ve 60 trilyon sinaps bağlantısı içermektedir. Bu yönüyle karmaşıklık ve etkinliği tartışılmazdır (Kulkarni, 1994, s. 24). Diğer taraftan beynimizdeki nöronların tepki hızı günümüzdeki bilgisayarlardan oldukça yavaştır. Fakat insan beynindeki nöron sayısı en gelişmiş bilgisayardaki transistör sayısından çok fazladır (Gregory, 1998, s. 29). Sinyallerin nöronlar arasında taşınması saniyenin yüzde birinden daha kısa sürede gerçekleşmektedir. Dolayısıyla bir nöron bir saniyede yüzlerce belki binlerce sinyal alabilmektedir (Christodoulou ve Georiopoulos, 2001, s. 2).

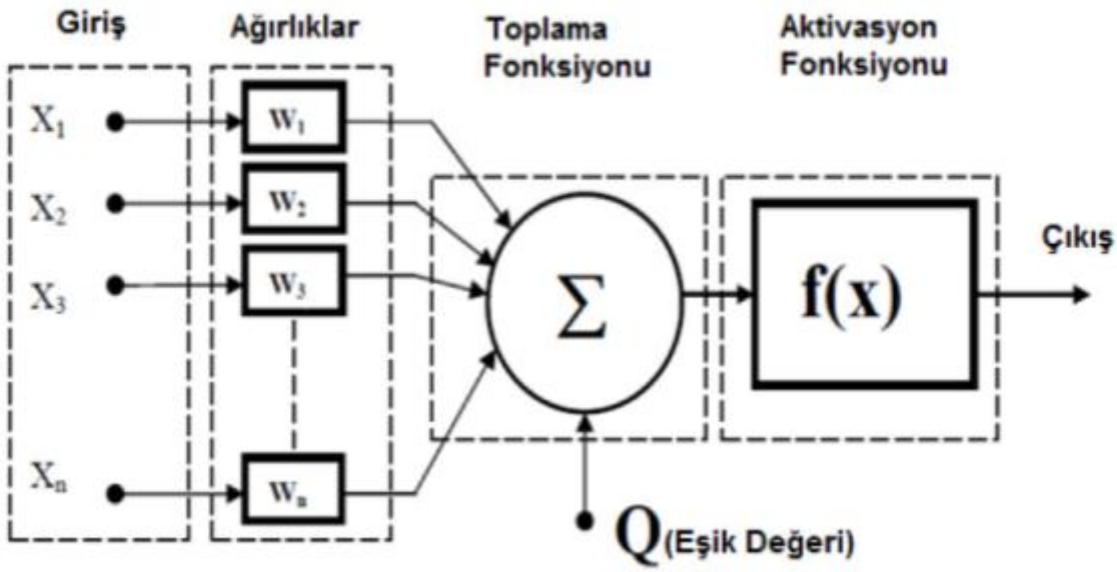
1.6.2. Yapay Sinir Hücresi

Yapay sinir ağlarının insan beyninden esinlenerek geliştirilmiş olması göz önüne alındığında, biyolojik sinir hücrelerinin biyolojik sinir ağlarını oluşturmasına benzer olarak yapay sinir hücreleri de yapay sinir ağlarını oluşturmaktadır. Bu şekilde bakıldığında yapay sinir hücresi, biyolojik sinir hücresinin hareketlerini örnek alarak matematiksel modeli kuran bir algoritma şeklinde tanımlanabilmektedir. Yapay sinir hücresinin aldığı sinyali başka bir sinir hücresine iletmesi ise, yine biyolojik sinir hücresine benzer şekilde, aldığı sinyalleri bünyesinde toplayarak ve bu toplamın bir eşik değeri aştığı taktirde sonraki hücreye aktarımı sağlaması şeklinde gerçekleşmektedir.

Yapay sinir ağlarını meydana getiren her bir sinir hücresi 5 ana elemandan oluşmaktadır. Bunlar;

- Girdiler,
- Ağırlıklar,
- Toplama fonksiyonu,
- Aktivasyon fonksiyonu,
- Çıktılardır (Öztemel, 2006, s. 48).

Bu temel ögeler aşağıdaki şekilde gösterilmekte ve detaylı olarak açıklanmaktadır.



Şekil 1.7. Yapay sinir hücresinin elemanları

-Girdiler

$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ şeklinde değişkenlerin oluşturduğu girdiler, hücreye başka bir hücreden veya dışarıdan gelen bilgileri temsil etmektedir. (Shachmurove, 2002, s. 12). Yapay sinir ağları literatüründe girdiler, verileri kendisinden sonra gelen aşamaya iletmekle görevlidirler. Girdi katmanında matematiksel olarak herhangi bir işlem yapılmaz. Yapay sinir ağlarında, giriş sayısı birden fazla olabilirken çıktı her zaman bir tanedir (Elmas, 2003, s. 31).

-Ağırlıklar

$(w_1, w_2, w_3, \dots, w_n)$ ile temsil edilen ağırlıklar; hücrenin aldığı girdilerin kurulan ağ üzerinde ne kadar etkili olduğunu belirleyen katsayılardır. Ağırlıklar ağa gelen girdilerin katsayılarıdır. Yapay sinir ağlarının en önemli farkı olan öğrenme işlevi, girdilerin katsayıları olan ağırlıkların sürekli değiştirilmesi ile gerçekleşebilmektedir. Yapay sinir ağlarındaki ağırlık kavramı biyolojik sinir hücrelerinin aksonlarını temsil etmektedir. Ağırlıklara, öğrenmenin başında -1 ile +1 arasında rastgele bir değer atanarak sistem aktive edilmektedir (Karahan, 2011, s. 93).

-Toplama Fonksiyonu

Yapay sinir ağlarında hücrenin bir elemanı olan toplama fonksiyonu (birleştirme fonksiyonu) biyolojik sinir ağında dendritleri temsil etmektedir. Toplama fonksiyonunun görevi hücreye gelen net girdiyi hesaplamaktır. Yapay sinir ağlarında her bir eleman aynı toplama fonksiyonu kullanmak zorunda değildir, farklı elemanlar aynı fonksiyonu kullanabileceği gibi farklı fonksiyonları da kullanabilirler. Net girdiyi hesaplayan birden çok toplama fonksiyonu var olmasına karşın en yaygın olarak kullanılan, hücreye her bir giriş ile bu girişlerin ağırlıklarının çarpılıp toplanmasını sağlayan fonksiyondur. Bu fonksiyonun matematiksel ifadesi;

$$Net\ Toplam = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \tag{1.6.1}$$

şeklindedir (Haykin, 2005, s. 36).

-Aktivasyon (Transfer) Fonksiyonu

Toplama fonksiyonunun sonuçları aktivasyon fonksiyonu olarak bilinen bir süreç yardımı ile çıktıya dönüştürülür. Aktivasyon fonksiyonu literatürde, sıkıştırma veya eşik fonksiyonu olarak da adlandırılmaktadır (Zhang vd., 1998, s. 35).

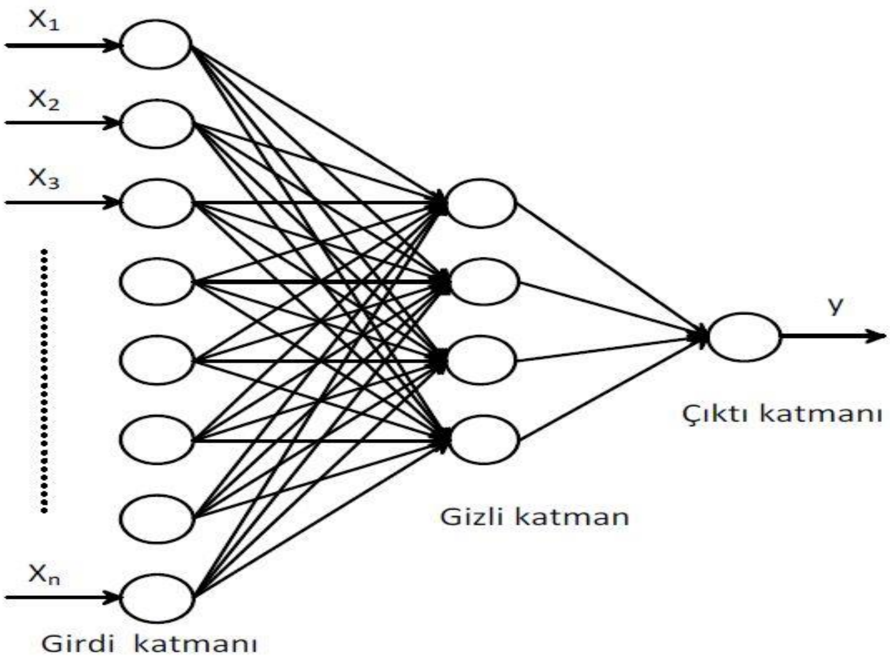
Aktivasyon fonksiyonu hücreye gelen net girdiyi işler ve hücre tarafından bu girdiye karşılık oluşturulacak çıktı değerini belirler. Tıpkı toplama fonksiyonunda olduğu gibi çıktı değerini hesaplamak için kullanılabilecek çok sayıda aktivasyon fonksiyonu mevcuttur. Kurulmak istenen bazı modellerde aktivasyon fonksiyonunun türevlenebilir bir fonksiyon olma koşulu aranmaktadır. Yine toplama fonksiyonuna benzer şekilde ağın elemanlarının tamamı aynı aktivasyon fonksiyonunu kullanmak zorunda değildir, farklı elemanlar farklı fonksiyon kullanabilirler. Yapay sinir ağlarında bu şekilde kullanılacak en uygun fonksiyon, modeli kuran kişinin denemeleri sonucu ortaya çıkmaktadır. En uygun fonksiyonu belirleyen bir kriter henüz bulunmamıştır. (Öztemel, 2006, s. 50).

-Çıktı

Yapay sinir ağlarında aktivasyon fonksiyonu tarafından üretilen değer çıktı olarak ele alınmaktadır. Üretilen bu çıktı değeri, başka bir hücreye iletilebileceği gibi ağ dışına da gönderilebilir. Ayrıca hücre kendi çıktısını kendisine girdi olarak da kullanabilir. Bir proses elemanının girdi sayısı 1'den fazla olabilmesine rağmen çıktı sayısı yalnız 1 olmaktadır (Öztemel, 2006, s. 51).

1.6.3. Yapay Sinir Ağlarının Yapısı

Genellikle yapay sinir ağları aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi girdi katmanı, gizli katman ve çıktı katmanı olmak üzere en az 3 katmandan meydana gelmektedir. İlk katman girdi katmanıdır ve bu katman dış sinyallere açık olan tek katmandır. Ağa giriş yapılan bu katmanda girdiler herhangi bir işlem görmeden doğrudan bir sonraki katman olan gizli katmana gönderilirler. Dolayısıyla bu yapıdaki ağlar iki katmanlı ağlar olarak da ifade edilmektedir. Ağın çizilen mimari yapısının bir yanılgıya yol açmaması için özellikle belirtmekte yarar vardır. Her nöronun bir girdisi ve bir çıktısı vardır. Ancak ağın şeklinden her girdinin birden fazla çıktısı varmış gibi anlaşılabilir. Bu durum her girdinin çıktısının bir sonraki katmanda bulunan her bir nörona bağlanmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 1.8. Yapay sinir ağlarının yapısı

Gizli katman, girdi katmanından gelen değerler ve ağırlıkların aktivasyon fonksiyonuna tabi tutulup bulunan değerlerin çıktı katmanına ulaştırıldığı yerdir. Yine burada da, her çıktı bir sonraki katman olan çıktı katmanının her bir nöronuna bağlanır. Bir yapay sinir ağı modelinde birden fazla gizli katman ve her gizli katmanda yine birden fazla nöron bulunabilir.

Gizli katman genelde doğrusal olmayan ve türevlenebilir aktivasyon fonksiyonlarına sahiptir. Aktivasyon fonksiyonunun doğrusal olmaması temsili problemi çözümler, türevlenebilir olması ise doğrusal olmayan öğrenme işini çözümler. (Kecman, 2001, s. 55). Yapay sinir ağları, kullanılan aktivasyon fonksiyonuna göre değişkenler arasındaki ilişkinin özelliğini verir. Örneğin, doğrusal olmayan aktivasyon fonksiyonuna sahip bir ağ doğrusal olmayan bir ağ olarak tanımlanır ve genelde de ağlar değişkenler arası karmaşık ilişkileri çözmek üzere doğrusal olmayan çok katmanlı modeller olarak karşımıza çıkarlar.

Çıktı katmanındaki nöronlar, gizli katmandan gelen bilgileri işlerler ve ağın girdi katmanına verilen veri seti için üretmesi gereken çıktıyı üretir. Gizli katmanın ağırlıkları ile aktivasyon fonksiyonu çarpıldığında çıktı katmanının değerleri bulunur. Aynı zamanda bu değerler ağın çözmesi istenen problemin sonuç değerleridir (Öztemel, 2006, s. 53).

1.6.4. Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme

Yapay sinir ağlarının öğrenme yetisine sahip olması, bu yöntemi diğer yöntemlerden ciddi anlamda ayıran bir özellik olarak bilinmektedir. Yapay sinir ağlarında öğrenme, temel olarak, istenen çıktıları elde edebilmek için bağlantı ağırlıklarının değiştirilmesi ve çıktıları üretecek en uygun ağırlıkların bulunmasıdır. Başlangıçta rastgele olarak ya da belirli bir aralıkta atanan ağırlıklar, ağın öğrenmesi tamamlandıktan sonra uygun çıktıyı üretebilecek değerlere ulaşmış olurlar. Genel anlamda buradaki amaç, ağı tasarlayan tarafından beklenen çıktı ile gerçekte üretilen çıktı arasındaki farkı minimize etmek yani hatayı en küçüklemektir (Demuth vd., 2008, s. 46).

Gizli katmanda üretilen değerler, beklenen çıktı değerlerine yaklaşıncaya kadar iterasyona devam edilir ve kurulan ağın eğitimi tamamlanır. Ağ, sonuç olarak istenen çıktıları ürettiğinde ağın öğrenmesi gerçekleşmiş olur. Öğrenmede birçok yöntem kullanılabilmektedir. Fakat temel anlamda kullanılan yöntemin görevi, istenen çıktıları üretmesi için yapay sinir ağının ağırlıkları sürekli değiştirerek düzeltmeler yapması ve en uygun ağırlıkları tespit etmesidir.

Yapay sinir ağları, esin kaynağı olan biyolojik sinir ağlarında olduğu gibi öğrenme, depolama ve veriler arasındaki ilişkiyi belirleme yeteneklerine sahiptirler. Diğer bir ifadeyle, normalde bir insanın düşünme ve gözlemleme kabiliyetleriyle çözülebilecek problemlere çözüm getirebilmektedir. Bu durum insanda dolayısıyla biyolojik sinir hücrelerinde yaşayarak veya deneyerek öğrenme yeteneği olarak karşımıza çıkmaktadır. Biyolojik sinir hücrelerinde öğrenme, nöronlar arasındaki sinaptik bağlantıların ayarlanması ile gerçekleşmektedir. Yani, insanlar doğumlarından itibaren kendilerini bir "yaşayarak öğrenme" süreci içerisinde bulurlar. Yaşayarak tecrübe edildikçe sinaptik bağlantılar ayarlanmakta ve hatta yeni bağlantılar oluşmaktadır. Bu sayede öğrenme gerçekleşmektedir. Bu durum yapay sinir ağlarında da bu şekilde meydana gelmektedir (Elmas, 2003, s. 87).

Yapay sinir ağlarında öğrenme teknikleri örneklerden öğrenmeye dayanmaktadır. Örneklerden öğrenmedeki temel mantık, bir olay hakkındaki gerçekleşmiş örnekleri kullanarak olayın girdi ve çıktıları arasındaki ilişkileri öğrenmek ve bu ilişkilere göre daha sonra oluşacak olan yeni örneklerin çıktılarını belirlemektir. Buradaki kabul, bir olaya ait örneklerin girdileriyle çıktıları arasında bulunan ilişkinin olayın genelini temsil etmesidir. Ayrıca farklı örneklerin olayı farklı açılardan temsil ettiği varsayılmaktadır. Birbirinden farklı örnekler kullanılarak olay farklı açılardan öğrenilmiş olmaktadır. Yapay sinir ağlarında bilgisayara yalnızca örnekler gösterilmektedir. Bunlardan başka herhangi bir ön bilgi verilmemektedir. Öğrenmeyi gerçekleştirecek sistem aradaki ilişkiyi kendi algoritmasını kullanarak keşfetmektedir (Fausett, 1994, s. 295).

Yapay sinir ağları literatürü incelendiğinde 4 faklı öğrenme yöntemi olduğu görülmektedir ki bunlar, danışmanlı öğrenme, destekleyici öğrenme, danışmansız öğrenme ve karma öğrenmedir.

1.6.4.1. Danışmanlı Öğrenme

Danışmanlı öğrenmede sistemin olayı öğrenebilmesi için bir öğretmenin yardımına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yöntemde, yapay sinir ağı kullanılmadan önce eğitilmelidir. Eğitme işlemi, ağa giriş ve çıkış verilerinin sunulmasından ibarettir. Kurulan ağ, giriş verilerine göre ürettiği çıkış verilerini, beklenen değerle karşılaştırır ve ağırlıkları değiştirecek bilgiye sahip olur. Sisteme girilen değerle istenen değer arasındaki fark, hata değeri olarak önceden belirlenen değerden küçük oluncaya kadar eğitime devam edilir. Hata değeri, istenen değerin altına düştüğünde tüm ağırlıklar sabitlenerek eğitim işlemi sonlandırılır. Danışmanlı öğrenme yöntemini kullanan modellere “Çok Katmanlı Algılayıcı (ÇKA)” örnek olarak verilebilir (Elmas, 2003, s. 88).

1.6.4.2. Destekleyici Öğrenme

Destekleyici öğrenmede de, sisteme bir öğretmen yardımcı olmaktadır. Fakat öğretmen her girdi seti için olması gereken çıktı setini sisteme göstermez ve sistemin kendisine gösterilen girdilere karşılık olarak çıktısını üretmesini bekler. Öğretmen, ağ tarafından üretilen çıktı değerinin doğru ya da yanlış olduğunu belirten bir sinyal üretir. Sistem, öğretmenden gelen bu sinyal doğrultusunda öğrenme sürecine yön verir.

Destekleyici öğrenme yöntemini kullanan modellere “Vektör Kuantizasyon Modelleri (LVQ)” ağı örnek olarak verilebilir (Öztemel, 2006, s. 25).

1.6.4.3. Danışmansız Öğrenme

Danışmansız öğrenme yönteminde, sistemin öğrenmesine yardımcı olacak herhangi bir öğretmen söz konusu değildir. Sisteme yalnız girdi değerleri gösterilir. Örneklerden hareketle parametreler arasında bulunan ilişkileri sistemin kendi kendisine öğrenmesi beklenir. Yalnız bu öğrenme yönteminde sistemin öğrenmesi bittikten sonra çıktıların ne anlama geldiğini gösteren etiketlendirme işlemi tasarımcı tarafından yapılmalıdır (Öztemel, 2006, s. 25).

1.6.4.4. Karma Öğrenme

Kurulan ağın öğrenmesini, danışmanlı, destekleyici ve danışmansız öğrenme yöntemlerinden herhangi birkaçını birlikte kullanarak sağlayan durumlarda karma öğrenme yönteminden bahsedilebilir. Karma öğrenme yöntemine örnek olarak radial tabanlı yapay sinir ağları verilebilir.

1.6.5. Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme Kuralları

Yapay sinir ağlarının verinin yapısında bulunan ilişkiyi öğrenmesi, probleme ilişkin örnekler ile ağ ağırlıklarının sürekli değiştirilerek en uygun ağırlık değerlerinin saptanmasına dayanmaktadır. Yapay sinir ağındaki herhangi bir ağırlığın öğrenme durumu matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$w_{yeni} = w_{eski} + \Delta w \quad veya \quad w_{yeni} = w_{eski} - \Delta w \tag{1.6.2}$$

Burada ΔW, belirli bir kurala göre hesaplanarak o anki ağırlıklara uygulanacak düzeltme miktarını göstermektedir. İşte bu düzeltme miktarı ΔW’ yi belirlemek için tanımlanan kurallara “öğrenme algoritmaları” ya da “öğrenme kuralları” adı verilmektedir (Asilkan ve Irmak, 2009, s. 381).

Yapay sinir ağları gibi öğrenen sistemlerde öğrenme bazı kurallara göre gerçekleştirilmektedir. Bu kurallar;

- Çevrimiçi öğrenme kuralları
- Çevrimdışı öğrenme kuralları

şeklinde iki ana başlıkta incelenmektedir.

1.6.5.1. Çevrimiçi Öğrenme Kuralları: Çevrimiçi öğrenme kuralları gerçek zamanlı olarak çalışabilmektedirler. Bu kurallara göre, öğrenen sistemler gerçek zamanda çalışırken bir taraftan fonksiyonlarını icra etmekte, diğer taraftan ise, öğrenmeye devam edebilmektedirler. "ART ağının öğrenme kuralı" ve "Kohonen öğrenme kuralı" çevrimiçi öğrenmeye örnek olarak verilebilir.

1.6.5.2. Çevrimdışı Öğrenme Kuralları: Çevrimdışı öğrenme kurallarına göre öğrenen sistemler kullanılmadan önce örnekler üzerinden eğitilirler. Eğitildikten sonra gerçek hayatta kullanıma alınırlar ve bu andan sonra öğrenme olmamaktadır. Sistemin öğrenmesi gereken yeni bilgiler olduğunda sistem kullanımdan çıkarılmakta ve çevrimdışı olarak yeniden eğitilmektedir. Eğitim tamamlandığında sistem tekrar kullanıma alınır. Çevrimdışı öğrenmeye "Delta öğrenme kuralı" örnek olarak verilebilir (Elmas, 2003, s. 138).

Öğrenme sistemlerinde kullanılan farklı öğrenme kuralları vardır. En çok kullanılan öğrenme kurallarından bazıları aşağıda açıklanmıştır.

-Hebb Kuralı

En eski öğrenme kuralı olduğu bilinen Hebb öğrenme kuralı 1949 yılında Donald Hebb tarafından geliştirilen ve, "The Organization of Behaviour" adlı kitabında "sinyal ile gönderen nöronlar arasındaki sinaptik ağırlıkların ikisinin de matematiksel olarak aynı işarete sahip olması durumunda, bu iki nöron arasındaki ağın kuvvetlendirilmesi gerektiği, aksi halde bağın kuvvetinin azaltılması gerektiği" şeklinde özetlenmektedir (Haykin, 2005, s. 77).

-Delta Kuralı

Delta kuralı, nöronun gerçek çıkış değerleri ile istenen çıkış değerleri arasındaki farkı azaltma temeline dayanmaktadır. Ayrıca bu kural, giriş bağlantılarını güçlendirerek sürekli olarak değiştiren bir yapıya sahiptir. Delta kuralı, ortalama karesel hatayı, bağlantı ağırlık değerlerini değiştirerek azaltma düşüncesiyle hareket eder. Burada hata bir katmandan bir önceki katmanlara doğru (geri yayılarak) azaltılır. Ağın hatalarının azaltılması, çıkış katmanından giriş katmanına ulaşıncaya kadar sürmektedir (Saraç, 2004, s. 59'dan aktaran Karasu, 2012, s. 44).

-Hopfield Kuralı

Hopfield kuralı Hebb kuralına benzemektedir. Hopfield kuralında, yapay sinir ağı elemanlarının bağlantılarının ne kadar zayıflatılması, ne kadar kuvvetlendirilmesi gerektiği belirlenmektedir. Eğer beklenen çıktı ve girdilerin ikisi de aktif veya ikisi de pasif ise, öğrenme katsayısı kadar ağırlık değerleri kuvvetlendirilir veya zayıflatılır. Yani ağılıkların zayıflatılması veya kuvvetlendirilmesi öğrenme katsayısı yardımı ile gerçekleştirilmektedir. Öğrenme katsayısı, kullanıcı tarafından belirlenen 0 ile 1 arasında sabit bir değerdir (Öztemel, 2006, s. 26).

-Kohonen Kuralı

Kohonen kuralına göre, ağın hücreleri ağırlıklarını değiştirmek için birbirleriyle yarış halindedirler. En büyük çıktı değerini üreten hücre, kazanan hücre olarak adlandırılırken, bağlantı ağırlıklarını da değiştirmektedir. Bu, o hücrenin, yakınındaki hücrelere karşı daha kuvvetli hale gelmesi demektir (Öztemel, 2006, s. 27).

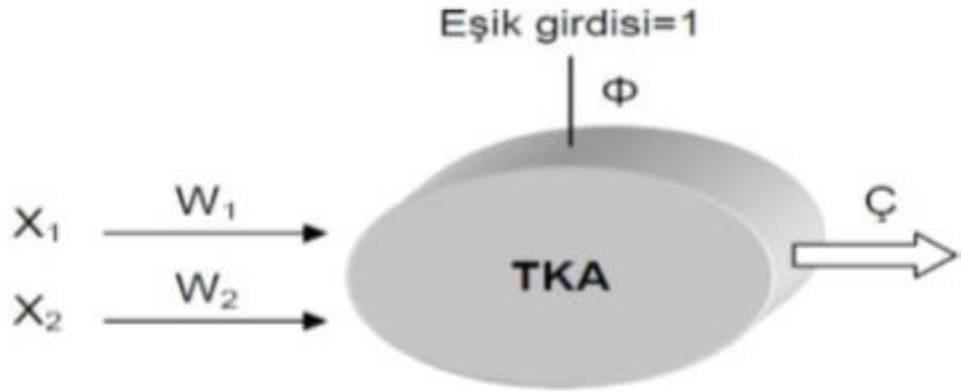
1.6.6. Yapay Sinir Ağı Modelleri

Bir yapay sinir ağında proses elemanlarının bağlanması sonucu oluşan topoloji, proses elemanlarının sahip oldukları toplama ve aktivasyon fonksiyonları, öğrenme stratejisi ve kullanılan öğrenme kuralına göre çeşitli ağ modelleri vardır. Bunlardan en çok kullanılanları aşağıda açıklanmıştır.

1.6.6.1. Tek Katmanlı Algılayıcılar

Tek katmanlı yapay sinir ağları yalnız girdi ve çıktı katmanlarından meydana gelen ağ yapılarıdır. Tek katmanlı algılayıcılarda ağın bir ya da daha fazla girdisi ve çıktısı bulunmaktadır. Burada, çıktı üniteleri, bütün girdi ünitelerine bağlanmaktadır. Ayrıca bu her bağlantı bir ağırlığa sahiptir (Haykin, 1999, s. 139).

İki girdi ve bir çıktıdan oluşan tek katmanlı ağ yapısı aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 1.9. Tek katmanlı algılayıcı

Bu ağ yapısında proses elemanlarının değerlerini sıfırdan farklı kılacak bir eşik değeri olmaktadır. Eşik değerin girdisi daima 1'dir. Ağın çıktı değeri hesaplanırken ise, ağırlıklandırılmış girdi değerleri ile eşik değer toplanır. Çıktı fonksiyonu doğrusal bir fonksiyondur. Yani, ağa gösterilen örnekler iki sınıf arasında paylaştırılarak iki sınıfı birbirinden ayıran doğru bulunmaya çalışılır. Bunun için eşik değer fonksiyonu kullanılır. Sınıf ayracı denilen doğru (1.6.3)'te olduğu gibi tanımlanmaktadır.

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 + \Phi = 0 \tag{1.6.3}$$

Bu ağlarda öğrenmeden kasıt ağın sınıf ayracı doğrusunun pozisyonunu her iki sınıfı en iyi şekilde ayıracak pozisyonu belirlemektir. Bunun için ağırlık değerlerinin değiştirilmesi gerekir. Yani t zaman biriminde ağırlık değerleri ΔW kadar değiştirilir ve yeni ağırlık değerleri;

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \Delta w_i(t) \tag{1.6.4}$$

şeklinde yeniden hesaplanır.

Ağırlıkların değiştirilmesi, doğrunun eğimini değiştirmek anlamına gelmektedir. Bu yeterli olmayabilir. Bunun yanında eşik değerin de değiştirilmesi gerekir. Buna göre t zaman biriminde eşik değeri $\Delta\Phi$ kadar değiştirilir ve yeni eşik değeri;

$$\Phi_i(t+1) = \Phi_i(t) + \Delta\Phi_i(t) \tag{1.6.5}$$

olur (Öztemel, 2006, s. 60-61).

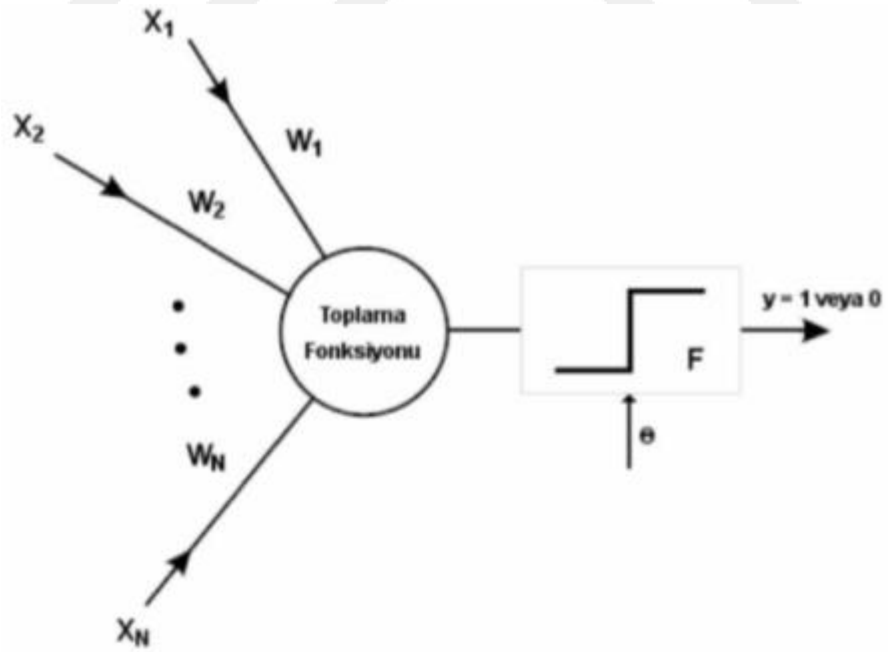
Tek katmanlı algılayıcılarda önemli iki modelden bahsedilebilir. Bunlar (Haykin, 1999, s. 157);

- Basit Algılayıcı (Perseptron) Modeli
- Adaline / Madaline ünitesidir.

1.6.6.1.1. Basit Algılayıcı Modeli (Perseptron)

Basit algılayıcı modeli ilk kez 1958 yılında Rosenblat tarafından geliştirilmiştir. Basit algılayıcı modeli bir yapay sinir hücresinin 1'den fazla girdiyi alıp tek bir çıktı üretmesi prensibine dayanmaktadır. Ağın çıktı değeri 1 ya da 0 şeklinde gerçekleşmektedir. Çıktı değeri hesaplanırken eşik değer fonksiyonu kullanılmaktadır. Basit algılayıcı modeli eğitilebilir tek bir sinir hücresinden meydana gelmektedir ve ağın ağırlıkları değiştirilebilmektedir. Çünkü daha önce anlatıldığı gibi, ağın eğitimi ağırlıkların değiştirilebilmesiyle mümkün olabilmektedir. Basit algılayıcı modelinde hem girdiler hem de çıktılar ağa gösterilir. Sonrasında da öğrenme kuralına göre kurulan ağın çıktı değerleri hesaplanır. Eğer ağdan elde edilen çıktı değeri beklenen çıktı değerinden farklı ise ağırlıklar ve eşik değerleri değiştirilir. Değişikliğin nasıl yapılacağı konusu tamamen öğrenme kuralı ile ilgilidir (Öztemel, 2006, s. 61).

Tipik bir basit algılayıcı modeli aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

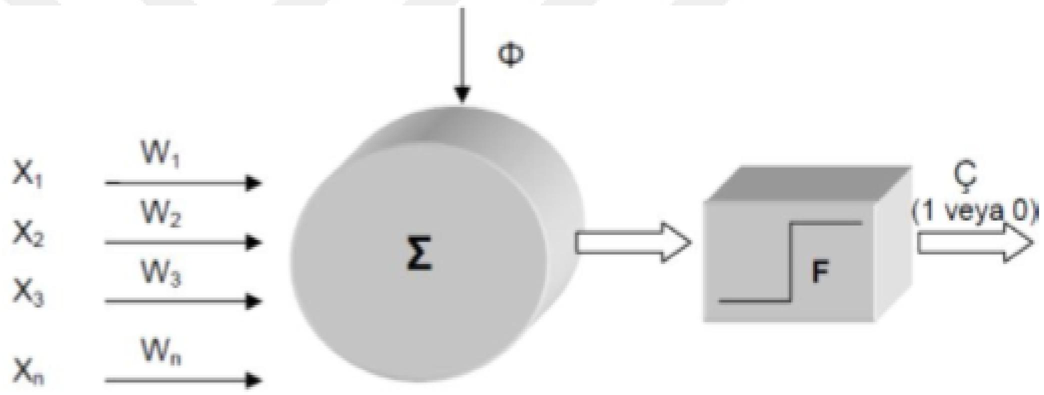


Şekil 1.10. Basit algılayıcı modeli

1.6.6.1.2. Adaline/Madaline Modeli

ADALINE modeli, Widrow ve Hoff tarafından 1959 yılında ortaya atılmıştır. ADALINE modeli yalnız bir proses elemanından meydana gelmektedir. MADALINE ağları modeli ise 1'den çok sayıda ADALINE ünitesinin bir araya gelmesiyle oluşan ağ yapısıdır. ADALINE ünitesinin çalışma prensibi en küçük ortalamaların karesi yöntemini temel almaktadır. Hem ADALINE hem de MADALINE modellerinin öğrenme kuralında ise ağın ağırlıklarının değiştirilerek ağdan elde edilen çıktı değerinin beklenen çıktı değerine göre hatasını minimize etmek amaçlanmaktadır. Basit algılayıcı modeli ile ADALINE/MADALINE modellerini birbirinden ayıran tek şey öğrenme kuralıdır (Haykin, 1999, s. 118).

Aşağıda bir ADALINE ünitesi gösterilmektedir.



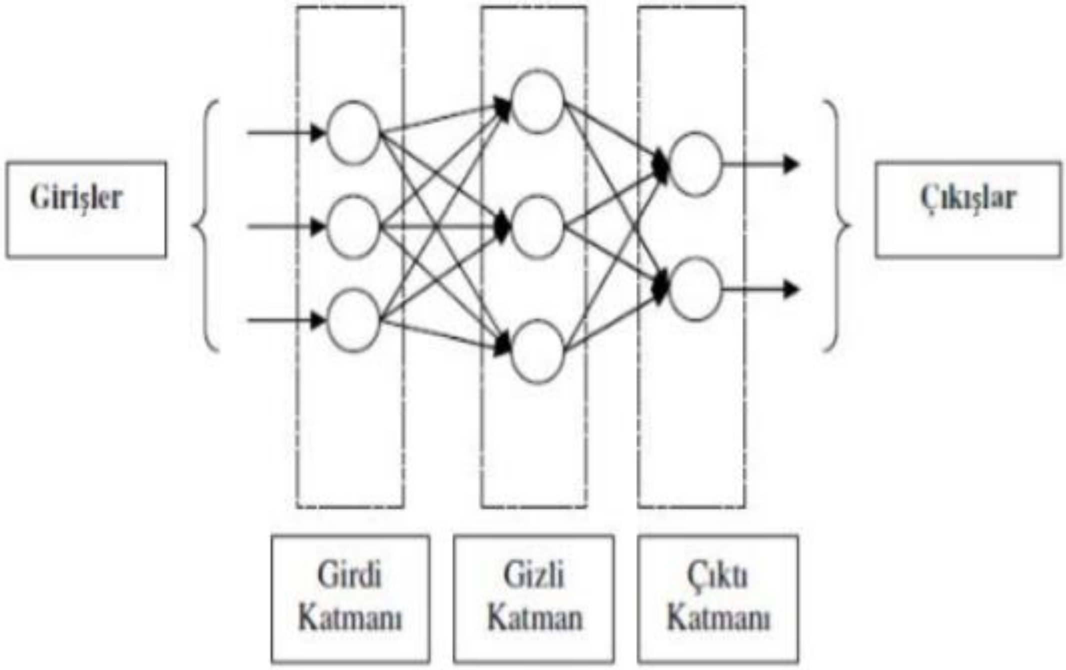
Şekil 1.11. ADALINE ünitesi

1.6.6.2. Çok Katmanlı Algılayıcı Modeli

Yapay sinir ağları kullanılırken ağın öğrenmesi istenen problem, yapısı itibariyle her zaman girdi ve çıktı değerleri arasında doğrusal bir ilişkiye sahip olmayabilir. Bu sebeple girdi ve çıktı değerleri arasında doğrusal olmayan bir ilişki bulunduğu taktirde tek katmanlı algılayıcı değil çok katmanlı algılayıcı kullanılmalıdır. Çok katmanlı algılayıcı modeline literatürde, hata yayma modeli veya geriye yayım modeli de denilmektedir (Elmas, 2003, s. 114).

Günümüzde birçok problemin çözümünde kullanılan Çok Katmanlı Algılayıcılar genel olarak 3 katmana sahiptir. Bunlar; girdi katmanı, gizli katman(lar) ve çıktı katmanıdır. Bu modellerde bilgiler girdi katmanı vasıtasıyla ağa tanıtılır, gizli katmandan çıktı katmana ulaşır ve sonuç olarak çıktı katmanından çıktı değerleri elde edilir.

Çok katmanlı algılayıcıların genel yapısı aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.



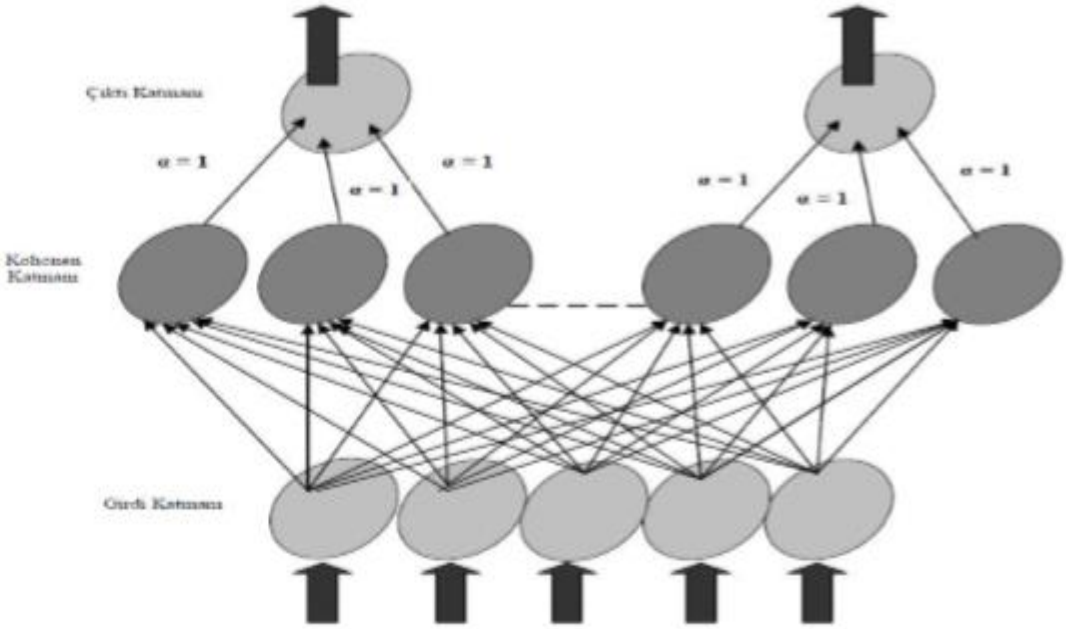
Şekil 1.12. Çok katmanlı algılayıcı modeli

1.6.6.3. LVQ Modeli

LVQ ağı Kohonen tarafından 1984 yılında geliştirilmiştir. LVQ modellerinde ağa girdi değerleri verilirken çıktının ne olduğu verilmemektedir. Destekleyici öğrenme yöntemini kullanan LVQ modelinde de ağ tarafından üretilen çıktının doğru ya da yanlış olduğu belirtilmektedir (Saraç, 2004, s. 48'den aktaran Karasu, 2012, s. 58).

LVQ ağları da 3 katmandan meydana gelmektedir. Bunlar giriş katmanı, çıkış katmanı ve Kohonen katmanıdır. Modelde giriş katmanında bulunan nöronlar ara katmanda yer alan tüm nöronlara bağlı iken ara katmanda yer alan nöronlar çıktı katmanındaki bir nörona bağlıdır. Ara katman ile çıktı katmanı arasındaki ağırlıklar 1'e eşit olup değiştirilemez, sabittirler. Ancak giriş katmanı ile ara katman arasındaki ağırlıklar değiştirilebilir ve zaten ağın öğrenmesi de bu ağırlıkların değiştirilmesi ile gerçekleştirilmektedir. LVQ modelinde çıktı değerleri iki türlü olabilir; 1 ya da 0. Çıktı değerinin 1 olması girdinin ilgili çıktı tarafından temsil edilen sınıfta olduğu anlamına gelirken, 0 olması o sınıfa ait olmadığı anlamına gelmektedir (Öztemel, 2006, s. 121).

Aşağıdaki şekilde bir LVQ ağının genel yapısı gösterilmiştir.



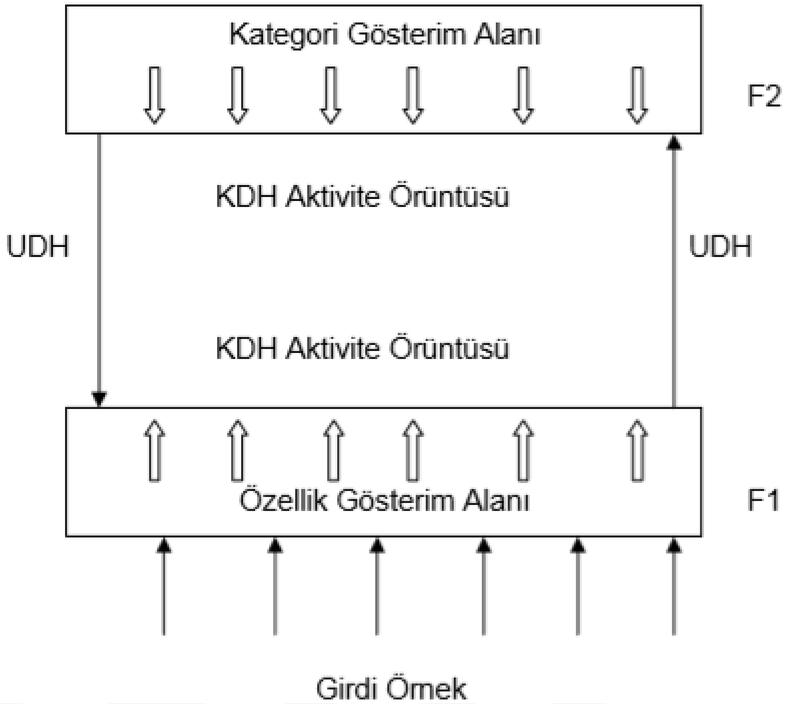
Şekil 1.13. LVQ ağı genel yapısı

1.6.6.4. ART Ağları Modeli

ART ağları ilk defa Grosberg'in 1976 yılında yaptığı çalışmalar sonucu ortaya atılmıştır. ART ağları, insan beyni tarafından kullanılan sezgisel yaklaşımları matematiksel modellerle ifade edebilmelerinden dolayı yaygın şekilde kullanılmaktadır. ART ağları sınıflandırma problemleri için geliştirilmiş ve başarılı bir şekilde uygulanabilmiş ve halen de uygulanabilmektedir. Sınıflandırma problemleri için geliştirilmiş bir başka ağ modeli de LVQ ağları idi. Ancak bu iki model birbirinden farklıdır. Bu fark, LVQ ağlarında kurulan ağa bilgi verilirken, ART ağlarında ağa herhangi bir bilgi verilmesinin söz konusu olmamasıdır (Fausett, 1994, s. 218).

Genel anlamda ART ağları iki katmandan oluşmaktadır. Bu katmanlar F1 ve F2 katmanlarıdır. F1 katmanında girdilerin özellikleri yer almaktadır. F2 katmanında ise ayrıştırılmış sınıflar bulunmaktadır. Girdi bilgilerinin alındığı F1 katmanının aktivasyonu girdilerin özelliklerine göre belirlenir. Aktivasyon belirlendikten sonra, sistemin hafızasında yer alan bağlantı değerleri ile gelen bilgiler sınıflara ayrılır ve sonuçları F2 katmanına gönderilir. F1 katmanından gelen sınıflandırma sonuçları ile F2 katmanında yapılmış olan sınıflandırma sonucu eşleştirilir. Eğer örnek, herhangi bir kategoriye uyuyorsa o kategoride gösterilir, uymadığı taktirde yeni bir kategori oluşturulur veya o girdi değerinin sınıflandırması yapılmayabilir (Fausett, 1994, s. 219).

Aşağıdaki şekilde ART ağlarının genel yapısı gösterilmektedir.



Şekil 1.14. ART ağlarının genel yapısı

1.6.7. Yapay Sinir Ağlarının Sınıflandırılması

Teorik yapısı ve uygulama alanları itibariyle gün geçtikçe yeni gelişmeler doğuran yapay sinir ağlarının genel bir sınıflandırması bulunmamaktadır. Fakat faklı başlıklar altında sınıflandırılmaları mümkündür. Sınıflandırmaya imkan sağlayacak olan farklılıklar bağlantı yapısı, öğrenme yöntemi gibi parametreler sayılabilmektedir. Burada da literatürde yaygın olarak yapılan, ağın mimari yapısına göre sınıflandırmaya yer verilecektir. Bunlar;

- İleri beslemeli yapay sinir ağları
- Geri beslemeli yapay sinir ağlarıdır.

1.6.7.1. İleri Beslemeli Yapay Sinir Ağları

İleri beslemeli yapay sinir ağlarında 3 temel katman yer almaktadır ki bunlar; girdi katmanı, gizli katman ve çıktı katmanıdır. Bu katmanların her birinde bir ya da birden çok sayıda nöron yer almaktadır. Sistemde bulunan herhangi bir nöron girdiyi ya dışarıdan ya da kendisinden önceki katmandan almaktadır. İleri beslemeli yapay sinir ağlarında bilginin yönü yalnızca ileridir. Dolayısıyla hiçbir şekilde geri bildirim veya geriye doğru bilginin akması mümkün olmamaktadır (Singh ve Chauhan, 2005, s. 40).

İleri beslemeli yapay sinir ağlarında eğitim süreci şu şekilde ilerlemektedir (Dalkılıç vd., 2010, s. 99).

- İlk olarak girdi verisi yapay sinir ağına verilmekte ve girdi verisi kurulan ağın çıktı katmanına ulaşana kadar türemektedir. İleri süreçte tahmini olarak bir çıktı üretilmektedir.

- Sonraki adımda tahmin edilen çıktılar elde hazır bulunan mevcut çıktılardan ayrı olarak yapay sinir ağına verilir ve bunun sonucunda sistemin tahmin ettiği çıktılar ile mevcut çıktılar karşılaştırılır.

- Buraya kadar yapay sinir ağının öğrenme aşaması tamamlanır ve sırayı eğitim aşaması alır. Bu aşamada ağırlıklandırma adımı işletilmektedir.

1.6.7.2. Geri Beslemeli Yapay Sinir Ağları

Geri beslemeli yapay sinir ağlarının çalışma mekanizmasında, ara katman(lardaki) veya çıktı katmanında yer alan nöronlar çıktı değerlerini giriş katmanı veya önceki ara katman(lardaki) nöronlara tekrardan girdi olarak göndermesi yer almaktadır. Bu şekilde sistemde hareket halinde olan bilginin yönü hem ileri hem de geri yönlü olmaktadır. İleri beslemeli ağlar ile geri beslemeli ağlar karşılaştırıldığında, dinamik doğrusal olmayan sistemleri de modelleyebiliyor olması geri beslemeli ağların en önemli üstünlüğü olarak karşımıza çıkmaktadır (Yıldız ve Eski, 2006, s. 60).

Geri yayılım algoritmasının çalışma prensibi özetlenecek olursa; yapay sinir ağları bir eğitim örneği ile başlatılır. Sonrasında kurulan ağdan elde edilen çıktı ile tahmin edilmesi istenen çıktı karşılaştırılır. Her bir çıktı nöronundaki hata ve her bir nöron için çıktı değeri hesaplanır ve ölçekleme katsayısı verilir. Çok düşük ya da çok yüksek çıktı değerleri ayarlanmaktadır. Her bir nöronun daha düşük hata değeri için ağırlıklar ayarlanmalıdır (Singh ve Chauhan, 2005, s. 40).

Yapılan araştırma için hangi mimarinin seçilebileceği hususunda en önemli belirleyici, kullanılan öğrenme algoritmasıdır. Öğrenme algoritmaları belirli bir mimariye bağlı olarak geliştirilirler. Dolayısıyla aslında kurulmak istenen modelde bir öğrenme algoritması seçildiğinde kullanılacak mimariye de otomatik olarak karar verilmiş olmaktadır (Elmas, 2003, s. 44).

1.7. ZAMAN SERİLERİ ANALİZİ

Zaman serileri analizi, ülkelerin, işletmelerin ve tüm ticari kurumların ekonomi politikalarının belirlenmesinde büyük öneme sahiptir. İncelenen sisteme ait özellikle ekonomik değişkenlerin gelecekteki bir zamanda alacağı değerlerin daha önceden tahmin edilmesi ve dolayısıyla geleceğin belirsizliğinden kaynaklı risklerin azaltılması ve en uygun kararların verilmesi sistemler açısından hayatidir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010, s. 3).

Bu bağlamda, çok farklı tanımları bulunan zaman serileri, gözlemlerden elde edilen bir değişkenin zaman içinde gösterdiği değişimleri ya da hareketleri gösteren seriler şeklinde tanımlanabilmektedir. Zaman serisi verileri genellikle günlük, haftalık aylık üç aylık, altı aylık, yıllık ve daha uzun dönemli aralıklarla derlenir ve toplanır (Chatfield, 1995, s. 1).

Zaman serileri birçok farklı şekilde gruplandırılmaktadır ki, bunlardan birisi de değişken sayısına göre tek değişkenli ve çok değişkenli zaman serileri olarak yapılan gruplandırmadır. Tek değişkenli analizlerde sadece bir değişken incelenir ve değişkenin alacağı değerin kendi gecikmeli değerlerinden etkilendiği düşünülür. Çok değişkenli analizlerde ise incelenen değişkenin alacağı değerin kendi geçmiş değerleri ile başka değişkenlerin de geçmiş ve şimdiki değerlerinden etkilendiği düşünülmektedir.

1.7.1. Zaman Serilerinde Temel Kavramlar

1.7.1.1. Otokovaryans ve Otokorelasyon Fonksiyonları

İki değişkenin birlikte değişiminin ölçüsü olarak tanımlanan kovaryans, genellikle korelasyon katsayılarının hesaplanması ile birlikte anlam taşır. x ve y herhangi iki tesadüfi değişken olsun. Bu değişkenlere ait kovaryans fonksiyonu;

$$Kov(x,y) = E\big[\big(x - E(x)\big)\big(y - E(y)\big)\big] \tag{1.7.1}$$

şeklinde tanımlanır. Korelasyon katsayısı ise x'te meydana gelen bir standart sapmalık değişim ile y'de meydana gelen bir standart sapmalık değişimin birlikteliğinin ölçüsüdür ve;

$$\rho(x,y) = \frac{Kov(x,y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{Kov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{1.7.2}$$

şeklinde hesaplanır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010, s. 246).

Değişkenler zaman boyunca gözlendiğinde, verilerin bir ya da birden fazla gecikmeli dönemlerinin birbirinden etkilenerek daha fazla korelasyonlu olduğu gözlenir. Tek bir zaman serisi değişkeninin gecikmeli değerleri arasındaki birlikte değişiminin ölçüsü ise, otokovaryans olarak adlandırılır ve μ serinin beklenen değeri olmak üzere, kovaryans fonksiyonuna benzer şekilde,

$$Kov(y_t, y_{t-k}) = E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)] \tag{1.7.3}$$

şeklinde tanımlanır. Otokovaryans fonksiyonu zaman serilerinin model derecelerinin belirlenmesinde ve serinin durağanlığının sezgisel olarak saptanmasında önemli bir yere sahiptir (Akdi, 2012, s. 25).

Otokorelasyon fonksiyonu (Autocorrrelation Function-ACF) ise, y_t zaman serisindeki verilerin birbirlerine ne kadar bağımlı olduklarını gösterir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır (Akdi, 2012, s. 26).

$$\rho_k = \frac{E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)]}{\sqrt{E(y_t - \mu)^2 E(y_{t-k} - \mu)^2}} = \frac{Kov(y_t, y_{t-k})}{\sigma_{y_t}\sigma_{y_{t-k}}} = \rho_{y_t y_{t-k}} \tag{1.7.4}$$

1.7.1.2. Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Zaman serileri analizlerinin büyük bir bölümünde serilerin model derecelerinin saptanmasında, otokorelasyon fonksiyonları tek başına kullanılmamakla beraber otokorelasyon fonksiyonu herhangi bir zaman serisinde iki zaman noktası arasındaki ilişkinin açıklanmasında kullanılmaktadır. Fakat iki zaman arasındaki ilişki incelenirken, noktalar arasındaki gözlemlerin etkilerinin göz önüne alınmaması seriler hakkında daha çok bilgi vermektedir. Kısmi otokorelasyon olarak tanımlanan ve iki zaman dilimi arasındaki ilişkiyi gösteren bu değerler, fonksiyon olarak gösterilir. Kısmi otokorelasyonlar, diğer zaman gecikmelerinin etkisini arındırarak y_t ile y_{t-k} arasındaki ilişkinin derecesini ölçer.

k. dereceden kısmi otokorelasyon katsayısı Φ_{kk} ile gösterilirse,

$$\Phi_{11} = \rho_1 \tag{1.7.5}$$

$$\Phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \tag{1.7.6}$$

Daha fazla gecikme için ise,

$$\Phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \Phi_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \Phi_{k-1,j}\rho_{k-j}} \quad , \qquad k = 3,4,5, \dots \tag{1.7.7}$$

şeklinde hesaplanır (Kuzu, 2016, s. 7).

1.7.1.3. Rassal Yürüyüş Süreci

Rassal yürüyüş süreci durağan olmayan zaman serilerinin en yaygın örneklerinden biridir. Rassal yürüyüş süreci;

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{1.7.8}$$

şeklinde modellenir. Rassal yürüyüş sürecinin ortalama, varyans ve kovaryans fonksiyonları;

$$E(y_t) = 0 \tag{1.7.9}$$

$$Var(y_t) = t\sigma^2 \tag{1.7.10}$$

$$Kov(y_t, y_s) = \sqrt{\frac{t}{s}} \ , \ \ t \leq s \tag{1.7.11}$$

eşitlikleri ile ifade edilir (Kuzu, 2016, s. 8).

1.7.1.4. Beyaz Gürültü Süreci

Literatürde, Beyaz gürültü sürecinde (White Noise-WN), hatalar, sıfır ortalama ve sabit varyansla normal dağılıma sahiptir. Beyaz gürültü süreci, Pür Rassal veya Temiz Dizi olarak farklı isimlerle de kullanılmaktadır. Beyaz gürültü sürecinde;

$$E(\varepsilon_t) = 0 \tag{1.7.12}$$

$$Var(\varepsilon_t) = \sigma^2 \tag{1.7.13}$$

dir.

Sürece ait kovaryans ise,

$$Kov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0 \ , \ \ k \neq 0 \tag{1.7.14}$$

eşitliğinde gösterildiği üzere sabittir. Bunun anlamı; kovaryans zamandan bağımsızdır yani hesaplandığı döneme değil dönemler arası uzaklığa bağlıdır (Kuzu, 2016, s. 8).

1.7.1.5. Gecikme İşlemcisi

Zaman serilerinde, zaman serilerinin gecikmeli değerlerine ait seriler, dönem kaydırılması sonucu elde edilirler (Kadılar, 2005, s. 11). Zaman serisi, y_t, bir dönem kaydırıldığında y_t serisinin bir dönem gecikmeli serisi y_{t-1} ; iki dönem kaydırıldığında y_t serisinin iki dönem gecikmeli serisi y_{t-2} ; genel olarak k dönem kaydırıldığında y_t serisinin k dönem gecikmeli serisi y_{t-k} oluşur. Eğer gecikmeli değerleri alınmamış orijinal zaman serisi herhangi bir trende sahip ise bu durumda orijinal zaman serisinin k gecikmeli serisi orijinal seriyi k dönem gerisinden takip edecek ve yine gecikmeli seri de trende sahip olacaktır. Aynı şekilde eğer bir zaman serisi mevsim etkisine sahip ise o serinin gecikmeli değerlerinden oluşan seriler de mevsim etkisine sahip olurlar. Gecikme sayısı olan k değeri belirlenirken eğer bu değer çok büyük seçilmez ise serilerin gecikmeli değerlerinden oluşan seri, orijinal seri ile aynı yapıda olur ve geçilmeli değerlerden elde edilen serilerde de yapısal bir değişiklik gözlenmez.

Çok karmaşık zaman serisi modellerinde işlemlerin daha kolay yapılabilmesi açısından;

$$Ly_t = y_{t-1} \tag{1.7.15}$$

şeklinde tanımlanan *L* gecikme işlemcisi kullanılmaktadır. Bu tanımdan hareketle örneğin gecikmesi 2 olan bir zaman serisi,

$$L^2 y_t = L(Ly_t) = Ly_{t-1} = y_{t-2} \tag{1.7.16}$$

şeklinde gösterilmektedir (Can, 2009, s. 35).

1.7.1.6. Fark İşlemcisi

Zaman serilerinde fark alma işlemcisi, zincirleme bir şekilde son değerlerden belli bir dönem önceki değerlerin çıkarılması işlemi şeklinde tanımlanmaktadır. Bu işlem, analiz yapanların özellikle serideki değişimin yönünü ve büyüklüğünü görebilmesi kolaylığı sağlamaktadır. Ayrıca fark alma işlemi, serideki trend ya da mevsimsel etkileri yok etmeyi de sağlayabilmektedir (Kadılar, 2005, s. 18).

Herhangi bir zaman serisinin birinci farkları,

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \tag{1.7.17}$$

eşitliği yardımıyla elde edilmektedir. Bu işlemden de görüldüğü üzere incelenen serinin bir sonraki dönem değerlerinden bir önceki dönem değerleri çıkarılmaktadır. Serinin ikinci farkları, ilk farklar serisine tekrar birinci fark alma işlemcisinin uygulanmasıyla elde edilmektedir. Başka bir yol da, seriye doğrudan ikinci fark alma işleminin uygulanmasıdır. Gecikme işlemcisi kullanarak ikinci farklar,

$$\Delta^2 y_t = (1-L)^2 y_t = (1-2L+L^2)y_t = y_t - 2Ly_t + L^2 y_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} \tag{1.7.18}$$

şeklinde elde edilebilir.

Mevsimlik fark alma işlemi, mevsim etkisi bulunan serilerde uygulanmaktadır. Bu işlem ise, serinin son verilerinden mevsim periyodu kadar önceki verileri çıkartılarak yapılmaktadır. Örneğin, veriler aylık ise mevsim periyodu 12 olmakta ve birinci mevsimlik fark;

$$\Delta_{12} y_t = y_t - y_{t-12} = (1-L^{12})y_t \tag{1.7.19}$$

olarak, üçer aylık verilerde ise mevsim periyodu 4 olmakta birinci mevsimlik fark;

$$\Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4} = (1-L^4)y_t \tag{1.7.20}$$

şeklinde hesaplanabilmektedir. Serideki mevsim etkisi birinci mevsimlik farka rağmen hala etkin ise bu durumda seriye ikinci mevsimlik fark alma işlemi;

$$\Delta_s^2 y_t = (1-L^s)^2 y_t = y_t - 2L^s y_t + L^{s^2} y_t = y_t - 2y_{t-s} + y_{t-2s} \tag{1.7.21}$$

biçiminde uygulanmaktadır. Burada s mevsim periyodunu göstermektedir (Can, 2009, s. 36).

1.7.1.7. Durağanlık Kavramı

Bir zaman serisinin durağanlığı, o serinin zaman içerisinde sabit olup olmamasının incelenmesi olarak tanımlanabilir. Zaman serisi analizine başlamadan önce durağanlık araştırılmalıdır. Durağan olmayan bir seri ile analizler yapıldığında analiz sonuçları yanlı olabilmektedir. Eğer seri güçlü durağan ise serinin dağılım fonksiyonu zaman içinde değişmemeli, yani (1.7.22)'deki bileşik olasılık dağılım fonksiyonun eşitliği sağlanmalıdır (Işığıçok, 1994, s. 97).

$$F(y_{t_1}, y_{t_2}, y_{t_3}, \dots, y_{t_n}) = F(y_{t_1+k}, y_{t_2+k}, y_{t_3+k}, \dots, y_{t_n+k}) \tag{1.7.22}$$

Aranan bu özelliğin analizlerde sağlanabilmesi oldukça zordur. Bundan dolayı durağanlık kavramı genellikle zayıf durağanlık şeklinde incelenmektedir.

Bir zaman serisinin durağan olması, bu serinin beklenen değeri ve varyansının sabit, kovaryansının zamandan bağımsız sadece gecikme sayısına bağlı olması demektir. Dolayısıyla,

$$E(y_t) = \mu \tag{1.7.23}$$

$$V(y_t) = \sigma^2 \tag{1.7.24}$$

$$Kov(y_t, y_{t+k}) = \gamma_k \tag{1.7.25}$$

eşitliklerinin tamamı sağlanmalıdır. Eğer bir seri trende sahip ise bu serinin ortalaması ya da beklenen değeri genellikle zamana bağlı olacak ve serinin gözlem değerleri arasında da bir ilişki olacaktır. Bir başka deyişle, elde edilen son gözlem bir önceki ya da daha önceki gözlemlerden etkileniyor olacaktır.

Durağanlığın araştırılmasında otokorelasyon fonksiyonunun grafiği incelenebileceği gibi birim kök testleri de kullanılabilir.

Bazı durağan olmayan seriler farkları alınarak durağan hale getirilebilmektedir. Eğer bir serinin d kez farkı alınarak durağan hale getirilebiliyorsa bu tür serilere fark durağan seriler denilmektedir. Ayrıca bu seriler $d.$ dereceden bütünleşik seriler şeklinde de isimlendirilmekte ve $I(d)$ biçiminde gösterilmektedirler. Buna karşılık, eğer bir seri fark alma işlemiyle durağan hale getirilemiyor, dolayısıyla zaman serileri yöntemleriyle değil, regresyon analizi ile analiz edilebiliyorsa, başka bir deyişle seri regresyon varsayımlarını sağlıyorsa bu tür serilere de trend durağan seriler adı verilmektedir (Kadılar, 2005, s. 21).

Zaman serilerinin durağan olmaması durumunda, zaman serileri trend içerecektir. Granger ve Newbold (1974)'un çalışmalarında da ifade edildiği gibi, durağan olmayan zaman serileriyle çalışıldığı zaman sahte regresyon problemiyle karşı karşıya kalınabilecektir. Bu durumda regresyon analiziyle elde edilen sonuç gerçek ilişkiyi yansıtmayacaktır. Fakat bu seriler arasında bir eşbütünleşim ilişkisi söz konusu ise gerçek ilişkiyi yansıtabilecektir (Gujarati, 2001, s. 726).

1.7.2. Tek Değişkenli Zaman Serileri Analizleri

1.7.2.1. Otoregresif Model (AR)

Otoregresif (Autoregressive) modelde sürecin şimdiki değeri, sürecin geçmiş değerlerinin doğrusal toplamı ve ε_t gibi bir rassal şoktan oluşan sonlu değerdir (Box vd., 2008, s. 9).

Başka bir ifadeyle, bir zaman serisi kendi gecikmeli değerlerinin bir fonksiyonu şeklinde ifade ediliyorsa otoregresif süreç (AR) olarak tanımlanmaktadır. Söz konusu $AR(p)$ modeli, bağımlı değişkeni y_t, bağımsız değişkenleri y_{t-1}, y_{t-2}, ..., y_{t-p} olan çoklu doğrusal regresyon modelidir. Bu yüzden adı geçen modele kendi kendine regresyon anlamında otoregresif model adı verilmektedir (Griffiths vd., 1993, s. 642).

$AR(p)$ olarak gösterilen p. dereceden otoregresif bir model aşağıdaki şekilde gösterilebilir (Gujarati, 2004, 839):

$$y_t = \delta + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \cdots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1.7.26)$$

Burada; δ, stokastik sürecin ortalaması ile ilgili olan sabit bir terim; Φ terimleri, bilinmeyen otoregresif parametrelerini; ε_t , hata terimini ifade etmektedir. Hata teriminin ortalaması sıfır ve sabit varyanslı korelasyonsuz rassal değişken olduğu varsayılır. Yukarıdaki denklemde görüldüğü üzere, p. dereceden otoregresif sürece sahip y_t, zaman serisi, bu serinin p dönem geriye giden ağırlıklı ortalaması ile bozucu terimin toplam değerine eşittir (Pindyck ve Rubinfeld, 1998, s. 527).

Otoregressif modellerde değişkenin aldığı değerler geçmiş değerlerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak modellenmektedir. Bu modellerde öncelikli olarak otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıların incelenmesi gerekmektedir. Otokorelasyon katsayıları üstel olarak sıfıra yaklaşıyorsa sürecin otoregressif bir süreç olduğu anlaşılır. (Orhunbilge, 1999, s. 174).

AR sürecinin derecesinin (p) belirlenmesinde kısmi otokorelasyon fonksiyonundan (PACF) yararlanılabilir (Tsay, 2002, s. 40). Kısmi otokorelasyon katsayısı, zaman serisi içerisindeki y_{t-1} ve y_{t-k} gibi iki gözlem arasındaki korelasyonu, serinin içerisinde bulunan diğer gözlemlerin bu iki gözlem üzerindeki etkilerinin çıkarılmasıyla hesaplar (Vogelvang, 2005, s. 330). Zaman serisindeki gözlemler arasındaki ilişkiyi ortaya koymak amacıyla otokorelasyon fonksiyonu (ACF) gibi bir istatistiksel ölçü kümesi olan kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF), serinin AR veya MA süreçlerinden hangisine uyduğu konusunda otokorelasyon fonksiyonu ile birlikte kullanılır (Biçen, 2006, s. 18).

Otokorelasyon katsayıları üstel olarak sıfıra yaklaşırken ilk gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayısı anlamlı, diğerleri anlamsız ise $AR(1)$ modeli uygundur (Orhunbilge, 1999, s. 174).

AR(1) modeli;

$$y_t = \delta + \Phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1.7.27)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

1.7.2.2. Hareketli Ortalama Modeli (MA)

Bir değişkenin t dönemindeki değeri aynı dönemdeki hata terimi (ε_t) ve hata teriminin önceki dönemlerine ait gecikmeli değerleri ile belirleniyorsa bu sürece hareketli ortalama süreci (Moving Average) adı verilmektedir. Buradaki hareketli ortalama teriminin kullanılma nedeni, zaman ilerledikçe sadece değişkenin kendisi değil hataların da zamana bağlı olarak değişmesini ifade etmesidir (Hanke ve Wichern, 2004, s. 387).

Hareketli ortalama süreci; zaman serisinin şimdiki değerinin ve sürece ait rassal kalıntıların (ε_t) geriye doğru ağırlıklı toplamını ifade etmektedir (Frechtling, 2001, s. 123).

Hareketli ortalama modelleri, içerdikleri geçmiş dönem hata terimi sayısına göre birinci, ikinci ve genel olarak q. dereceden hareketli ortalama modelleri olarak isimlendirilirler. Mertebesi q ile gösterilen hareketli ortalama süreci $MA\ (q)$'nun genel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$y_t = \delta + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (1.7.28)$$

Burada; ε_t, ortalaması sıfır ve sabit bir varyansa sahip korelasyonsuz rassal kalıntıları, θ_i ise ($i = 1,2,..,q$) bilinmeyen parametreleri ifade etmektedir

Sürecin yapısını ortaya koymak için ilk birkaç momentini, yani ortalama, varyans ve kovaryansları (dolayısıyla otokorelasyonları) hesaplamak gereklidir. Bu istatistikler iki açıdan önemli olmaktadırlar. Bunlar; hem sürecin karakterize edilmesine yardımcı olan bilgiyi içermeleri, hem de buradan hareketle modelin mertebesinin tayin edilmesine yardımcı olmaları açısından önemlidir (Yıldız, 2009, s. 17).

MA sürecinin gecikme derecesi q, otokorelasyon fonksiyonu (ACF) yardımı ile belirlenebilir. Zaman serisindeki y_t ve y_{t-k} gibi iki gözlem arasındaki doğrusal bağımlılığını, yani bu iki gözlem arasındaki korelasyonu ölçen otokorelasyon katsayısı, -1 ve +1 arasında bir değer alır (Cancela, 2008, s. 12). q gecikmeden sonra ACF değerleri aniden azalarak sıfıra yaklaşır. $MA(q)$ sürecinin ACF değeri aşağıdaki formül ile hesaplanabilir (Chatfield, 2000, s. 37):

$$\rho_k = \frac{Kov(y_t y_{t-k})}{var(y_t)} = \begin{cases} 1 \quad , & k = 0 \\ \dfrac{\sum_{i=0}^{q-k} \theta_i \theta_{i+k}}{\sum_{i=0}^{q} \theta_i^2}, & k = 1,2,\dots,q \\ 0 \quad , & k > q \end{cases} \tag{1.7.29}$$

MA modelleriyle yapılan tahminlerde q adet geçmiş dönem hatalarının doğrusal kombinasyonu kullanılır. MA modellerini, kısmi otokorelasyon katsayılarının sıfıra üstel olarak yaklaştığında kullanmak uygun bulunmaktadır. MA modellerinin derecesi olan q ise anlamlı otokorelasyon katsayısı ile saptanır. Hareketli ortalama sürecine, şimdiki ve geçmişteki beyaz gürültü hata terimlerinin doğrusal birleşimi de denilmektedir(Gujarati ve Porter, 2012, s. 303).

1.7.2.3. Üssel Düzeltme

Üssel düzeltme yöntemi hareketli ortalamalar yönteminin özel bir şekli olarak tasvir edilebilir. Hareketli ortalamalar yönteminde serinin geçmiş dönem değerlerine eşit ağırlıklar verilirken, üssel düzeltme yönteminde serinin geçmiş dönem değerlerine farklı ağırlıklar verilmektedir. Tekniğe adını veren üssel terimi, serinin geçmiş verilerine ağırlık verirken serinin başladığı tarihten itibaren üssel şekilde artan bir ağırlıklandırmayı anlatmaktadır. Diğer bir ifadeyle, tahminde kullanılan geçmiş dönem verilerinden yakın geçmişte gerçekleşenlere yüksek ağırlık verilirken, veriler eskidikçe ise ağırlıkların üstel bir şekilde azalması anlamını taşımaktadır (Çağlar, 2007, s. 39).

Üssel düzeltme yönteminde, geçmiş değerlerin farklı şekilde ağırlıklandırılmasına düzeltme katsayısı adı verilmektedir. Düzeltme katsayısı, $0 \leq \alpha \leq 1$ arası değerler alabilir. Buradaki α katsayısının kullanılması, gerekli verilerin miktarını önemli ölçüde azaltmaktadır. Artık hareketli ortalamalar yönteminde olduğu gibi ortalamaya dahil edilen dönem sayısı kadar veriye ihtiyaç kalmamakta, içinde bulunulan dönemin tahmin değerini elde etmek için, sadece bir önceki dönemin gerçekleşen ve tahmin rakamlarının varlığı yeterli olmaktadır (Üreten, 2005, s. 150).

Bir zaman serisinin düzeltilmesi ise; zaman içinde belirli bir noktadaki trendin, o noktaya yakın noktalardaki gözlenmiş değerlerin ağırlıklı ortalaması ile ifade edilmesi anlamına gelir. Gözlenmiş değerin, trend ve rassal hatanın toplamı olduğu kabul edilir (Anderson, 1971, s. 469).

Basit üssel düzeltme modelinin genel ifadesi şu şekildedir.

$$S_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha)S_t \tag{1.7.30}$$

Burada,

S_{t+1}, s. (t+1). dönem için zaman serisinin tahmini,

x_t, s. t dönemindeki zaman serisinin gerçek değeri,

S_t, s. t dönem için zaman serisinin tahmin değeri,

α, s. düzeltme sabiti.

(1.7.30) formülü kullanılarak herhangi bir zaman serisi için önceki döneme ait gerçek verilere ağırlık verilerek sonraki dönemlere ait tahminde bulunulabilir (Anderson, 1971, s. 472).

Uzun yıllar boyunca farklı amaçlarla kullanımı yaygın olan üssel düzeltme yöntemi yalnızca yukarıda anlatıldığı üzere basit anlamda kullanılmamaktadır. İncelenen serinin farklı durumları göz önüne alınarak model üzerinde farklı geliştirmeler yapılmıştır. Bu şekilde geliştirilen farklı formatları aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

- Basit Üssel Düzeltme Metodu: Üzerinde çalışılan serinin trend ve mevsimsellik durumlarının dikkate alınmadığı, üssel düzeltme yönteminin en basit şeklidir.
- Brown'un Tek Parametreli Üssel Düzeltme Metodu: Üzerinde çalışılan serinin sahip olduğu trend etkisinin doğrusal olduğu varsayımıyla çalışan bir metod olarak bilinmektedir. Bu yöntem, üssel düzeltme için tek parametre kullanmaktadır.

- Holt'un İki Parametreli Üssel Düzeltme Metodu: Brown'un tek parametreli yöntemine benzer şekilde zaman serisinde trendin doğrusal olduğu düşüncesinden hareketle çalışan bir yöntemdir. Fakat farklı olarak iki parametre kullanmaktadır.
- Holt ve Winters'ın Mevsimsel Üssel Düzeltme Metodu: Üzerinde çalışılan serinin hem trend hem de mevsimsel bileşenlerinin bulunduğu ve bu bileşenleri dikkate alarak çalışan bir yöntemdir (Bowerman ve O'Connell, 1993, s. 383).

1.7.2.4. ARMA Modeli

Zaman serisi verilerinin hem otokorelasyon hem de kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının belirli bir gecikme sonrasında kesilmediği gibi sıfıra doğru çok yavaş hareket ettiği gözlemlenebilir. Buna benzer şekilde zaman serisi hem otoregresif hem de hareketli ortalama bileşenlerini aynı anda içerebilir ve bu iki durum aynı anda ortaya çıkabilir. Böyle durumlarda süreç $ARMA(p, q)$ olarak tanımlanabilir. Durağan rassal sürecin pür otoregresif veya pür hareketli ortalama süreci ile modellenemediği durumlarda zaman serisi AR ve MA özelliklerini birlikte gösterdiğinden süreç ARMA olarak modellenebilir. $ARMA(p, q)$ sürecinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibi yazılabilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010, s. 167):

$$y_t = \delta + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \cdots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (1.7.31)$$

Burada; δ , y_t'nin ortalaması ile ilgili sabit terimi; ε_t ortalaması sıfır ve varyansı sabit olan korelasyonsuz rassal değişkenler olduğu varsayılan hataları göstermektedir.

1.7.2.5. ARIMA Modeli

Buraya kadar anlatılan AR, MA, ARMA gibi modellerin tamamı zaman serilerinin durağan olduğu varsayımına dayanmaktadır. Durağan bir zaman serisinin ortalaması, varyansı ve ortak varyansı zaman içerisinde değişim göstermemektedir. Ancak pratikte zaman serilerinin pek çoğu durağanlık özelliğini sağlamamaktadır. Dolayısıyla serinin durağan hale getirilmesi için d kez farkının alınması gerekmektedir. Farkı alınan ARMA modeli artık $ARMA(p, q)$ değil, $ARIMA\ (p, d, q)$ olacaktır. Burada yer alan p terimi, otoregresif model derecesini, q terimi, hareketli ortalama model derecesini ve d terimi serinin durağan hale getirilmesi için gerekli fark alma derecesini ifade etmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta ARIMA modellerinin uygulanabilmesi için serinin mutlaka durağan olması ya da farkı alınarak durağan hale getirilmesi gerektiğidir (Gujarati, 2001, s. 738). Eğer seriler seviye durumunda durağanlık şartını sağlıyorsa $ARIMA(p, 0, q)$ şeklinde gösterilmektedir. Ancak seriler durağanlık şartını sağlamıyor ve farkının alınmasına ihtiyaç duyuluyorsa bu durumda süreç durağanlık şartı sağlandıktan sonra başlamakta ve seri birinci farkı alınarak durağan hale geliyorsa $ARIMA(p, 1, q)$, ikinci farkı alınarak durağan hale geliyorsa $ARIMA(p, 2, q)$ şeklinde ifade edilmektedir.

Bu modelin genel gösterimi aşağıdaki eşitlikte yer almaktadır:

$$z_t = \delta + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \cdots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1.7.32)$$

Bu model, $ARMA(p, q)$ eşitliğinde, y_t'nin yerine, bunların d. dereceden farkı olan aşağıdaki eşitliğe göre oluşturulmuştur.

$$z_t = \Delta^d y_t \quad (1.7.33)$$

Burada; Δ, fark alma operatörünü d, fark alma derecesini z_t, farkı alınmış seriyi göstermektedir (Göktaş, 2005, s. 91-92).

AR ve MA modellerinin birer kombinasyonu olan ARIMA modellerinin ve bu modellerin belirlenmesinde kullanılan Box-Jenkins Yöntemi'nin temeli, mevcut verilerin yapısına bağlı olarak, çeşitli model seçenekleri arasından en uygun fakat az sayıda parametre içeren bir ARIMA modelinin seçilmesine dayanmaktadır. Seriye en uygun ARIMA modelinin belirlenmesi ise dört temel aşamada gerçekleşmektedir (Gujarati, 2001, s. 739).

1. Modelin Belirlenmesi: Bu aşamada p, d ve q değerleri belirlenir. Bu amaçla korelasyon ve otokorelasyon fonksiyonlarından yararlanılmaktadır.

2. Modelin Tahmini: Bu aşamada ise uygun p, d ve q değerleri bulunan modelin içerdiği AR ve MA terimlerinin anakütle katsayıları belirlenir. Bu hesaplama çoğunlukla istatistiksel yazılım paketleriyle gerçekleştirilmektedir.

3. Modelin Verilerle Uyumunun Kontrolü: Bu aşamada en önemli nokta pek çok ARIMA modeliyle tahmin edilebilmesi mümkün olan serinin verilerle uyumu en iyi olan modelle tahmin edilmesinin sağlanmasıdır. Bu ise pek çok tekrardan oluşan bir süreci içermektedir.

4. Kontrol: Son aşama ise modelin kontrol edilmesi aşamasıdır. Üçüncü aşamada gerçekleştirilen kontroller sonucunda seriye en uygun model seçilmektedir. Ancak bunun da grafiksel ve sayısal bazı kriterlere göre değerlendirilip nihai olarak kontrolünün gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu aşamada kullanılan bir yöntem ARIMA polinomlarının ters köklerinin birim çember içerisinde yer alıp almadığını kontrol etmektir. Diğer bir yöntem ise, birim kök değerlerinin gösterildiği tablolardan yararlanmak ve modulus rakamlarının tüm kökler için 1'den küçük rakamlar alıp almadığını kontrol etmektir. Bulunan her yeni model için bu kontrol de mutlaka tekrarlanmalıdır.

1.7.3. Çok Değişkenli Zaman Serileri Analizleri

1.7.3.1. Var Modelleri

Zaman serileri analizlerinde çok değişkenli modeller denildiğinde ilk akla gelen analizlerden olan VAR analizi, 1980 yılında Sims tarafından ortaya atılmıştır. Vektör otoregresif modeller (VAR), tek değişkenli zaman serisi modeli olan otoregresif (AR) modellerin çok değişken için genelleştirilmiş halidir. Sims'e göre VAR modellerde ele alınan değişkenler arasında bir eşanlılık bulunuyorsa değişkenler arasında içsel-dışsal farkı düşünülmemelidir (Sims, 1980, s. 1-48). Maddala ve Kim'in çalışmalarında vektör otoregresif modeller, Box-Jenkins yönteminin çok değişken için genelleştirilerek tüm değişkenleri içererek oluşturulan vektör ARIMA modelinde hareketli ortalamalar bileşeninin bulunmadığı modeller şeklinde tanımlanmıştır (Maddala ve Kim, 1998, s. 34).

VAR modellerde incelenen değişkenlerin hepsi bağımlı değişkendir ve her bir değişken kendisinin geçmiş değerleri ile diğer değişkenlerin geçmiş değerlerinin doğrusal bir fonksiyonu şeklinde tanımlanmaktadır. Buradan hareketle incelenen değişkenin gelecek değerinin, o değişkenin geçmiş ve bugün değerleri, diğer değişkenlerin geçmiş ve bugün değerleri ile saf hata teriminin ağırlıklı ortalamasına eşit olacağı söylenebilir (Tsay, 2010, s. 399).

Birçok çalışmada vektör otoregresif modellerin finansal ve ekonomik zaman serilerinin dinamik olan yapısının açıklanması ve gelecek değerlerinin tahmin edilmesinde oldukça kullanışlı olduğu kanıtlanmıştır (Hamilton, 1994).

Dolayısıyla vektör otoregresif model çok değişken için tahmin yapmaya imkan sağlamaktadır (Yavuz, 2015, s. 329).

Basit bir vektör otoregresif model iki değişken için şu şekilde kurulabilir (Enders, 2010, s. 297):

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \tag{1.7.34}$$

$$z_t = b_{20} - b_{21}y_t + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{1.7.35}$$

Burada y_t ve z_t değişkenlerinin durağan oldukları varsayılmaktadır. Ayrıca ε_{yt} ve ε_{zt} beyaz gürültü hata terimleri σ_y ve σ_z standart sapmalarıyla birbirleriyle bağımsız olma koşulunu sağlamaktadır.

Matris cebiri yardımıyla bu sistem kapalı formda;

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{1.7.36}$$

veya

$$Bx_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{1.7.37}$$

şeklinde yazılabilir.

(1.7.37) eşitliğinde parametre ve değişkenler açık şekilde;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}, x_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix}, \Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}, \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}, \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{1.7.38}$$

şeklinde gösterilir.

(1.7.37) eşitliğinin her iki tarafı B^{-1} ile çarpılırsa;

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t \tag{1.7.39}$$

eşitliği elde edilir.

Burada,

$$A_0 = B^{-1}\Gamma_0, \qquad A_1 = B^{-1}\Gamma_1, \qquad e_t = B^{-1}\varepsilon_t$$

dir.

Kapalı formda yazılan (1.7.37) eşitliği yeni notasyonlarla,

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + a_{1t} \quad (1.7.40)$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad (1.7.41)$$

şeklinde gösterilir. Bu durumda, (1.7.34) ve (1.7.35) eşitliklerine VAR modellerinin standart formu denir (Enders, 2010, s. 298).

VAR modelleri kullanılarak tahminleme ve politika belirleme yapılabilmesi için gecikme sayısının belirlenmesi ilk başta dikkat edilecek husus olacaktır. Literatürde bu konuda birbirinden farklı düşünceler yer almaktadır (Janet vd., 2014, s. 110). Bu noktada incelenen verilerin frekansına bakılarak karar verilebilir, örneğin eğer aylık frekansla veriler toplanmış ise 12 gecikme ile işlemler yapılabileceği gibi yine aylık ve 3 aylık şeklinde elde edilen verilerin gecikme sayısının 8 alınarak işlem yapılmasında da sonuçlarda büyük hataların olmayacağı belirtilmiştir. Bunun dışında bu gecikme sayısının belirlenmesinde Akaike, Sschwartz ve Hannan&Quinn tarafından geliştirilmiş bilgi kriterleri de kullanılabilmektedir (Kuzu, 2016, s. 49).

Literatür incelendiğinde, optimum gecikme sayısının belirlenmesinde hangi kriterin kullanılacağı konusunda herhangi bir fikir birliği oluşmamıştır. Fakat incelenen herhangi bir değişkeni atlamadan minimum katsayıdan oluşan modellerin seçilmesi ve bu modellere göre gecikme sayısının belirlenmesi önerilmektedir (Janet vd, 2014, s. 111).

1.7.3.2. Etki Tepki Fonksiyonları

VAR modelinin tahmin edilmesinden sonra, parametrelerin yorumlanması çok kolay ve anlamlı değildir. Onun yerine, sistemin tahmini sonucu oluşan hataların analizi gerçekleştirilerek, geleceğe yönelik tahmin ve yorumlar yapılabilir. Ayrıca modelde yer alan değişkenlere bir standart sapmalık şok verildiğinde (etki), diğer değişkenlerin şoka karşı tepkisi ölçülebilir. Etki-Tepki (Impulse-Response) fonksiyonları sisteme verilen şokların, içsel değişkenlerde, şimdiki ve gelecekteki değerlerine olan etkisini yansıtır (Barışık ve Kesikoğlu, 2006, s. 69).

Sims (l980)'in yönteminde şokların VAR sisteminde yer alan değişkenler üzerindeki etkilerinin zaman içindeki hareketlerinin gözlenmesine “Hareketli Ortalama Vektörü” (VMA) imkan tanımaktadır (Barışık ve Kesikoğlu, 2006, s. 70).

İki değişkenli VAR modelinin standart formu matris gösterimiyle yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \qquad (1.7.44)$$

eşitliği elde edilir.

Aynı eşitlik hareketli ortalamalar vektörü yardımıyla;

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{\infty} \begin{bmatrix} \Phi_{11}(i) & \Phi_{12}(i) \\ \Phi_{21}(i) & \Phi_{22}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{y_{t-1}} \\ \varepsilon_{z_{t-1}} \end{bmatrix} \qquad (1.7.45)$$

şekline dönüşür.

Hareketli ortalamalar aracılığıyla y_t ve z_t serileri arasındaki karşılıklı etkileşim incelenir. Φ_i katsayıları, $\varepsilon_{y_{t-1}}$, $\varepsilon_{z_{t-1}}$ şoklarının y_t ve z_t serilerine yaptığı etkileri gösterir. Bu katsayılara aynı zamanda etki çarpanı denir ve etki çarpanlarından oluşan bu katsayılar kümesi $\Phi_{11}(i)$, $\Phi_{12}(i)$, $\Phi_{21}(i)$, $\Phi_{22}(i)$ etki tepki fonksiyonları olarak adlandırılır. (1.7.45)'ten hareketle; $\Phi_{11}(i)$, $\Phi_{12}(i)$ sırasıyla $\varepsilon_{y_{t-1}}$, $\varepsilon_{z_{t-1}}$'deki bir birimlik değişimin y_t üzerindeki bir dönemlik etkisi, $\Phi_{21}(i)$, $\Phi_{22}(i)$ sırasıyla $\varepsilon_{y_{t-1}}$, $\varepsilon_{z_{t-1}}$'deki bir birimlik değişimin z_t üzerindeki bir dönemlik etkisi olarak yorumlanır (Kuzu, 2016, s. 52).

1.7.3.3. Varyans Ayrıştırma

Bir değişken üzerindeki en etkili değişkenin saptanmasında veya incelenen değişkenin varyansını en çok açıklayan diğer değişkenin hangisi olduğu varyans ayrıştırma ile belirlenmekte olup, etkili olduğuna karar verilen değişkenin politika belirlemede kullanılıp kullanılmayacağı ise, etki-tepki fonksiyonları ile belirlenir (Özgen ve Güloğlu, 2004, s. 97).

Varyans ayrıştırma, model içinde yer alan değişkenlerden herhangi birinde oluşacak bir değişmenin hangi oranda kendinden ve diğer değişkenlerden kaynaklandığını göstermektedir (Enders, 2010, s. 313).

Bu nedenle sistemde meydana gelen değişimler sonrasında da bu yapı hakkında bilgi vermektedir (Kuzu, 2016, s. 53).

1.8. BULANIK ESNEK KÜMELERE DAYALI KARMA TAHMİNLEME MODELİ

Tahmin yöntemlerinden herhangi birini seçmek ve ona göre kararlar verip planlamalar yapmak ve geleceği şekillendirmek yerine her bir tahmin tekniğinin ağırlıklandırılarak gerçeğe daha yakın sonuçlar bulmak, karma yöntemlerin en önemli amacı ve çıkış noktasıdır. Bu sayede gerek kişilerin gerekse devlet ve özel kurumların, doğruluğu yüksek tahmin talebinin karşılanacağı düşünülmektedir.

Tahminlerin birleştirilmesi kavramı ilk olarak Bates ve Granger'in çalışmaları ile başlamış ve bu çalışmalarında iki tahmin sonucunun uygun doğrusal kombinasyonunun iki bağımsız tahmin sonucundan daha iyi sonuçlar verdiğini göstermişlerdir (Bates ve Granger, 1969, s. 451-468).

Sonrasında Dickinson, bağımsız tahmin tekniklerinin sonuçlarını minimum varyans kriterine göre birleştirmiş ve sonuçlarını incelemiştir. Bu çalışmada da kombin edilmiş tahmin sonuçlarının hata varyansının bağımsız tahminlerin hiçbirinin hata varyanslarından daha büyük olmadığını göstermişlerdir (Dickinson, 1975, s. 205-210).

Makridakis ve arkadaşları ise 1982 yılında yayınladıkları çalışmalarında, birden fazla modelden gelen tahminlerin kombinasyonunun daha iyi tahmin performansı sağladığı M-Competition yöntemini anlatmışlardır (Makridakis vd., 1982, s. 111-153).

Takip eden yıllar boyunca tahmin teknikleri farklı şekillerde kombin edilmeye çalışılmış ve bu şekilde birçok çalışma yapılmıştır. Şüphesiz her bir araştırmacı, kullanılan tahmin yöntemlerinin sonuçlarından daha iyi bir sonuca ulaşmak adına çalışmışlardır.

Karma tahmin modeller konseptinde, tahminleri birleştirmekle ilgili olarak her bir bağımsız tahmin yönteminin ağırlığının oluşturulması için iki yol önerilmiştir. Bunlardan birincisi tahminlere ait hata kareleri toplamını minimize etmek amacıyla bağımsız tahminlerin optimum sabit ağırlıklarının bulunması iken, ikincisi zaman zaman değiştirilen ağırlıklar ile en iyi sonuca gitmenin düşünülmesidir.

Deutsch ve arkadaşları kombin çalışmalarında, farklı regresyon tekniklerinden gelen değişken ağırlıklar kullanmışlardır. Fakat uygulamalarında değişken ağırlıklandırmanın her zaman sabit ağırlıklandırmadan daha iyi sonuç vermediğini gözlemlemişlerdir (Deutsch vd., 1994, s. 47-57).

Chan ve arkadaşları da, farklı ağırlıklandırma yöntemlerini kullanmışlar ve bu ağırlıklandırmalar sonucundaki tahmin değerlerinin performanslarını incelemişlerdir. Çalışmalarında veri olarak Hong Kong'da faaliyet gösteren bir bankanın envanterini kullanmışlardır (Chan vd., 1999, s. 199-210).

Zhong ve Xiao ise, kaba kümeler teorisine dayanan bir ağırlıklandırma yöntemi önermişler ve kaba kümelerdeki karakteristik niteliklerin önem derecesini, ağırlıklandırma ölçütü olarak kullanmışlardır (Zhong ve Xiao, 2002, s. 127-130).

Prudencio ve Ludermir kombin modeller konusundaki çalışmalarında her bir bağımsız tahminin ağırlıklandırılmasında makine öğrenme yöntemini kullanmışlar ve çok katmanlı yapay sinir ağılarını da kullanarak doğrusal bir birleştirme yapmışlardır (Prudencio ve Ludermir, 2006, s. 274-283).

Zhang ise, bağımsız tahmin yöntemlerinden elde edilen sonuçları ağırlıklandırmada GARCH modelini kullanmış ve elektronik ürünlerin satışlarının tahmin edilmesine uygulamıştır. Sonuçta, değişen ağırlıklandırma yönteminin, tek model seçimi veya sabit ağırlıklandırmaya dayanan birleştirme yaklaşımlarından daha iyi performans gösterdiğini anlatmıştır (Zhang, 2007, s. 288-297).

Tüm bunlardan hareketle, optimum ağırlıkları belirlemenin, bir vektör bulmak için karar verme problemi olduğu ve kombin modellerin tahminlerin hata kareleri toplamını minimize edebileceği söylenebilir.

Çalışmamıza konu olan model, her bir bağımsız tahmin yöntemiyle elde edilen sonuçları bulanık esnek kümenin bir elemanı olarak kabul etmekte ve bu tahminlerin gerçek değerlerden sapmasına göre bir üyelik fonksiyonu oluşturup, sonuç olarak gerçekleşen değere en yakın tahmin değerini elde etmeyi amaçlamaktadır.

Bu karma tahmin modeli ilk kez Zhi Xiao ve arkadaşları tarafından kullanılmıştır. İhracat verileri üzerinden yapılan işlemlerde başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Fakat söz konusu çalışmada sadece zaman serisi analizlerinden birkaç teknik kullanılmış ve kullanılan zaman serisi tek boyutlu olarak ele alınmıştır.

Bütün bunlar göz önüne alınarak karma model aşağıdaki şekilde açıklanabilecektir.

Modelde; y, zaman serisinin gerçek değerlerinden oluşan vektör; y_t, $t = 1,2,3, \dots, n$ olmak üzere zamana göre gerçek değerleri; $c_1, c_2, c_3, \dots c_m$ m farklı bağımsız tahmin değerini; $\lambda_j, (j = 1,2,3, \dots, m)$ herbir bağımsız tahmin değerine ait ağırlık katsayılarını, $\widehat{y_t}$ ise t zamanındaki tahmin değerini göstermiş olsun.

Bu durumda, karma tahmin modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\widehat{y_t} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j c_{jt} \tag{1.8.1}$$

Burada açıkça görülmektedir ki $\lambda_j, (j = 1,2,3, \dots, m)$ ağırlık katsayıları belirlenebildiği zaman tahmin değeri kolayca hesaplanabilmektedir.

Bulanık esnek kümenin tanımı hatırlanacak olursa; $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ zaman serisi içindeki zaman noktalarını gösteren evrensel küme ve $A = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_m\}$ bağımsız tahmin değerlerinden oluşan parametreler kümesi olmak üzere, A kümesinin elemanlarını U evrensel kümesinin bulanık alt kümelerinin kümesine eşleyen,

$F: A \rightarrow F(U)$

dönüşümü verildiğinde (F, A) ikilisine U evrensel kümesi üzerinde tanımlı bulanık esnek küme denir.

Daha önce de belirtildiği üzere, bulanık esnek kümelere, elemanlar belli üyelik dereceleri ile üye olmaktadır. Bu modelde de, tahmin yöntemlerine atanacak üyelik dereceleri aşağıda tanımlanan (1.8.2) üyelik fonksiyonu ile sağlanacaktır.

(F, A) bulanık esnek kümesi üzerinde tanımlı ξ_{ij} $(i = 1,2,3, \dots, n;\ j = 1,2,3, \dots m)$ bulanık değişken olmak üzere buna bağlı olarak ξ_{ij} değişkeninin üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılır.

$$f(\xi_{ij}) = \left(1 - \frac{|\widehat{y_{ij}} - y_i|}{y_i}\right) \vee 0 \tag{1.8.2}$$

(1.8.2) eşitliğine göre her bir bulanık değişkene ait üyelik fonksiyonu, her bir zaman noktasındaki bağımsız tahminin tahmin doğruluğunu ifade etmektedir. Burada $\widehat{y_{ij}}$ her bir bağımsız tahminin tahmin değerini, y_i ise her bir zaman noktasındaki gerçek değeri göstermektedir. Bazı ekstrem durumlarda, $\left(1 - \frac{|\widehat{y_{ij}} - y_i|}{y_i}\right)$ değeri negatif olabilir. Fakat üyelik fonksiyonunun negatif değer olmaması ve %0 ile %100 arasında bir değer olması gerektiği düşünülerek formüle 0 (sıfır) minimum operatörü eklenmiştir. Dolayısıyla burada $f(\xi_{ij}) \in [0,1]$ olur. Bu şekilde $f(\xi_{ij})$, tahmin değerinin gerçek değere ne kadar yakın olduğunun bir ölçüsü olmaktadır.

Her bir tahmin yönteminin her bir sonucuna atanan üyelik değerleri hesaplandıktan sonra ise, bir sonraki dönemi tahmin etmek için farklı yöntemlere atanacak üyelik derecesi aşağıdaki şekilde yazıldığı gibi ağırlıklı toplam yoluyla elde edilecektir.

w_j $(j = 1,2,3, \dots, m)$ bağımsız tahmin sonuçlarından elde edilen üyelik dereceleri toplamı olmak üzere $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_m\}$ vektörü oluşturulur. Burada w_j aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$w_j = \sum_{j=1}^{n} f(\xi_{ij}) \tag{1.8.3}$$

Ayrıca her bir bağımsız tahmin c_j'nin, ağırlık katsayısı λ_j ise şu şekilde tanımlanmaktadır.

$$\lambda_j = \frac{w_j}{\sum_{i=1}^{m} w_i} \tag{1.8.4}$$

Model tanıtılmaya başlandığında yeni karma tahmin değerinin

$$\widehat{y_t} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j c_{jt}$$

formülü ile hesaplanabileceği ve burada en önemli sorunun ağırlık katsayıları olan λ_j değerlerinin belirlenmesi olduğu anlatılmıştı. Burada, (1.8.4) formülü ile λ_j değerlerinin bulunabileceği eşitlik tanımlanmış ve sorun ortadan kalkmıştır.

Söz konusu karma model algoritma şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Adım 1: y_t , $(t = \overline{1,n})$ zaman serisi şeklinde elde edilip düzenlenen veri seti olmak üzere bu değerlerden herbir bağımsız tahmin metodu ile y_{tj} , $(t = \overline{1,n}$, j=$\overline{1,m})$ tahminleri oluşturulur.

Adım 2:

$$f(\xi_{ij}) = \left(1 - \frac{|\widehat{y_{ij}} - y_i|}{y_i}\right) \vee 0$$

formülü yardımıyla üyelik dereceleri hesaplanır.

Adım 3: $W = [0,0,0, \dots ,0]$ başlangıç vektörü olmak üzere herbir w_j değeri,

$$w_j = \sum_{j=1}^{n} f(\xi_{ij})$$

eşitliği ile hesaplanır.

Adım 4: Her bir ağırlık katsayısı λ_j,

$$\lambda_j = \frac{w_j}{\sum_{i=1}^{m} w_i}$$

formülü yardımıyla hesaplanır.

Adım 5: Son olarak karma tahmin sonucu

$$\widehat{y_t} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j c_{jt}$$

eşitliği ile elde edilir (Xiao vd., 2009, s. 326-333).

İKİNCİ BÖLÜM

MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. VERİ TOPLAMA YÖNTEMİ VE ÖZELLİKLERİ

Öncelikle çalışmamızda gerçek verilerle çalışılmış ve kullanılan veriler üç farklı kaynaktan elde edilmiştir. Bunlardan birincisi T.C. Merkez Bankası veri tabanı, ikincisi Türkiye İstatistik Kurumu veri tabanı ve üçüncüsü ise Thomson Reuters programıdır. Yararlanılan her üç kaynağın da alanlarında en sağlıklı verileri sağlayan veri tabanları olması çalışmamızın analizleri ve sonuçlarının güvenilir olması açısından önemlidir.

Çalışmada kullanılan tüm değişkenlere ait veriler aylık periyotlarla elde edilmiştir. Farklı yayınlanma periyotlarına sahip değişkenlerin de var olması sebebiyle, analizlerde ortak periyoda sahip değişkenler kullanılmıştır. Ayrıca veriler, tüm değişkenlere ait ilk gözlemin var olduğu nokta tespit edilerek o noktadan başlatılmıştır ki bu tarih 01.01.2007'dir. Verilerin sonlandırıldığı tarih ise, tezin hazırlanması aşamasında analizlerin yapılma tarihi olan 31.08.2017'tir.

Bağımsız değişkenlerin belirlenmesi aşamasında ise, literatür incelemesi yapıldığında (İltaş, 2015; Yaman, 2014; Aykut, 2015; Demir ve Yağcılar, 2009; Sevinç, 2014; Cihangir ve Kandemir, 2010) borsa düzey değerlerini etkilediği düşünülen ve adı geçen yayınlarda kullanılan değişkenler modele eklenmiştir.

Buradan hareketle Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değerlerini etkilediği düşünülen bağımsız değişkenler aşağıda ayrı ayrı açıklanmıştır.

2.2. VERİ SETİ

2.2.1. Enflasyon

Enflasyon tüketicilerin satın alma gücündeki azalış veya fiyatlar genel düzeyinin sürekli olarak yükselmesi sebebiyle paranın değer kaybetmesi olarak açıklanmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken iki nokta vardır. Bunlardan birincisi, fiyatlar genel düzeyinde kısa dönemli veya bir defalık artışlar enflasyon olarak değerlendirilmez. İkincisi ise, yine enflasyondan bahsedebilmek için fiyat artışlarının birkaç malda olmaması, genel bir artış olması gerekmektedir (Çepni, 2010, s. 63).

Bir ekonomide enflasyonun varlığı, milli paranın satın alma gücündeki azalma veya aynı para ile daha az mal ve hizmet alınabilmesi anlamına gelmektedir. Başka bir açıdan, fiyatlar genel düzeyindeki sürekli artış, uzun vadeli plan yapmayı zorlaştıracak hatta astronomik artışlarda bunu imkansız kılacaktır. Çünkü uzun vadede fiyatlar ve fiyat artışlarına ilişkin tahminde bulunma durumu ortadan kalkacaktır (Orhan ve Erdoğan, 2010, s. 330).

Enflasyon oranının belirlenmesi açısından en çok kullanılan endeksler şunlardır: Tüketici Fiyat Endeksi, Toptan Eşya Fiyat Endeksi ve Gayrisafi Yurtiçi Hasıla Zımni Deflatörü. Tüketici Fiyat Endeksinin temelinde belli bir dönemde tüketiciler tarafından tüketilen mal ve hizmetlere ödenen perakende fiyatlardaki değişiklikler yer almaktadır (Kalmanbetova, 2010, s. 7). Literatürde de sıklıkla kullanıldığı şekliyle çalışmamızda da enflasyon göstergesi olarak Tüketici Fiyat Endeksi kullanılmıştır.

2.2.2. Döviz Kuru

Döviz kuru, bir ülke parasının diğer ülkelerin paraları karşısındaki değeri olarak açıklanabilir. Kur, efektif ve döviz alım satımlarında ve kambiyo işlemlerinde, yabancı ülke paralarına uygulanan fiyatlar anlamına gelmektedir. Bir ülkede kur, arz-talep durumuna göre ve ilgili ülke mevzuatına göre oluşmaktadır (Doğukanlı, 2008, s. 49).

Özellikle gelişmekte olan ülkelerde döviz ile hisse senedi piyasaları birbirine alternatif yatırım aracı olarak görülmektedir. Bu nedenle döviz yatırımları ile hisse senetleri yatırımları arasında ters yönlü bir ilişki tahmin edilebilir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken bir husus da vardır. Yatırım yapılan firmanın yabancı para varlıkları veya ihracat kalemleri büyük bir paya sahip ise dövizdeki artışların bu firmanın hisse senedi fiyatlarını arttıracağı bilinmelidir (Türker, 2007, s. 64).

2.2.3. Altın Fiyatları

Enflasyonun var olduğu ekonomilerde insanlar ihtiyaçlarını karşıladıktan sonra arttırdıkları tasarruflarını farklı yatırım araçlarında değerlendirmeyi düşünebilmektedir. Türkiye'de de olduğu gibi finansal araçların tam anlamıyla gelişmediği ve tanınmadığı ekonomilerde enflasyondan da korunmak amacıyla tasarrufların büyük bölümünün altın olarak değerlendirildiği görülmektedir (Elyak, 2008, s. 39).

Altın da hisse senedi piyasasına alternatif bir yatırım aracı olarak görülmektedir. Bu yönüyle birbirlerinden etkilenmemeleri düşünülemez. Özellikle riskli ve belirsizliğin bulunduğu ortamlarda yatırımcılar farklı yatırım araçlarından kaçarak güvenli bir liman tabiriyle de altına sığınmakta ve bu durum altına olan talebi arttırmaktadır. Altına yönelişler tüm yatırım ortamlarından olabileceği gibi hisse senedi piyasasından da olacaktır ve borsa canlılığını kaybedecektir (Aykut, 2015, s. 36-37).

2.2.4. Dış Ticaret Dengesi

Dış ticaret dengesi, bir ülkenin yurtdışına sattığı tüm ürünlerin toplam parasal değerinin, yurtdışından aldığı tüm ürünlerin toplam parasal değerine oranı olarak tanımlanmaktadır (Cihangir ve Kandemir, 2010, s. 272).

Bir ülkenin dış ticaret dengesindeki değişimler, o ülkenin ticarette kullandığı ürünlerinin uluslararası boyutta sahip olduğu rekabet gücünü tahmin etmekte de kullanılabilmektedir (Bodurtha vd., 1989, s. 26).

Makroekonomik açıdan dış ticaret dengesi ve cari işlemler dengesi ülkeye ait net varlık durumunu yansıttığı için bu dengelerdeki değişimlerin, beklentilerin ve tahminlerin farklı varlık fiyatlarını etkileyeceği düşünülebilir. Bu dengelerdeki değişimler ulusal paranın değer kaybetmesine ve dolayısıyla yerel faiz oranının artışına neden olabilmektedir. Buradan da hareketle hisse senedi piyasaları tepki vermekte ve birlikte değişimler görülebilmektedir (Aggarwal ve Schirm, 1992, s. 85).

Dış ticaret dengesindeki açıklığın artması, yani ihracatın ithalatı karşılama oranının giderek azalması, finansal olarak belirsizliklere ve nakit akışlarında azalışlara neden olmaktadır. Bu yüksek açıklık sebebiyle yatırımcılar kaygılanabilmekte ve borsadan farklı yatırım araçlarına hareketlenmeler gerçekleşebilmektedir (Bodurtha vd., 1989, s. 26).

2.2.5. Para Arzı

Para arzı (veya para stoku) bir ekonomide dolaşımdaki mevcut para miktarını ifade etmektedir. Dar anlamda para arzı ile dolaşımda bulunan para miktarı ve vadesiz mevduatların toplamı kastedilirken, geniş anlamda para arzı ile, dar anlamda para arzına vadeli mevduatların da eklenmesiyle oluşan para stoku kastedilmektedir (Eğilmez, 2013, s. 1).

Ekonomi literatüründe para arzı “M” harfi ile gösterilirken M0, M1, M2, M3 ifadeleri para arzı tanımlarını temsil etmektedir.

M0, Merkez Bankasının dolaşıma çıkardığı banknotlarla Darphane tarafından dolaşıma çıkarılan madeni paraların toplamından bankaların kasalarında bulunan nakit paranın çıkarılmasıyla bulunan değeri ifade etmektedir.

M1, M0'a yani dolaşımdaki paraya, bankaların sahip olduğu mevduatın eklenmesiyle bulunan değerdir. M1 para stoğu istendiği zaman herhangi bir kısıtlama olmaksızın kullanılabilen finansal varlıklardan oluşmaktadır. Dolayısıyla M1, likit varlıklardan meydana gelir (Yıldırım, Karaman, Taşdemir, 2013, s. 587).

M2, geniş para arzı, M1 para stoğuna vadeli mevduatların da eklenmesiyle elde edilen değeri ifade etmektedir. Burada eklenen vadeli mevduatlar tam likit olmayan varlıklardan oluşmaktadır. Bunların kullanılabilmesi için vazgeçilen faiz şeklinde bir maliyetle karşılaşılmaktadır (Yıldırım vd., 2013, s. 587).

M3, en geniş para arzı, M2 para stoğuna repo ve para piyasası fonlarının eklenmesiyle elde edilen değeri ifade etmektedir. Bunlardan repo; kısa dönemli bir değerin (hazine bonosu, devlet tahvili, banka bonoları, piyasada işlem gören borçlanma senetleri gibi) belirli bir dönem sonunda geri alınmasını öngören bir satış anlaşmasını ifade etmektedir. Para piyasası fonları ise, piyasada yatırım fonu adı altında bankalarca oluşturulan fonlardan oluşmaktadır. Bankalar tarafından ihraç edilen menkul kıymetler; bankaların çıkardıkları 2 yıla kadar vadeli tahvil ve bonoları ifade etmektedir (Eğilmez, 2013, s. 1).

Para arzı da, hisse senedi getirilerini etkileyen önemli unsurlardan biridir. Genelde para arzındaki artışların hisse senedi getirilerini arttıracağı düşünülmektedir. Para arzı yüksek oranda artarsa, kredi olarak verilebilecek para miktarı artacağı için piyasadaki faiz oranı düşebilecektir. Bir başka açıdan para arzındaki bu artış işletmelerin faaliyetlerinde bir artış ve dolayısıyla ekonomide büyüme sağlayabilecektir (Durukan, 1999, s. 27).

2.2.6. İç Borç Stoğu

Ekonomik olarak borçlanma bazen bir politika olabilirken, bazen bir zorunluluk bazen de herhangi bir amacı gerçekleştirmeye yönelik olabilmektedir. Ülkemizde iç borçlanma, devlet tahvili ve hazine bonosu gibi araçlar yoluyla olmaktadır. Bu yatırım araçları yatırımcılar tarafından risksiz faiz oranı şeklinde bilinir ve yatırım yapılırken en az bu oranda bir gelir elde edileceği düşüncesiyle yatırımlar gerçekleşir.

Bu bağlamda ülkedeki iç borç stoku hisse senedi piyasalarını etkilemektedir. Halihazırda stokta bulunan borçları ödemek amacıyla piyasadan fon toplanırken bu durum paranın talebini arttırabilir ve paranın fiyatını etkileyebilir. Tersi durumda da yine aynı şekilde paraya olan talebin azalması ve sonucunda yatırımcıların hareketleriyle paranın fiyatı etkilenebilmektedir. Tüm bu hareketlerden hisse senedi piyasalarının etkilenmeme ihtimali çok düşüktür. Dolayısıyla hisse senedi fiyatlarında yukarı veya aşağı yönlü tepkiler kaçınılmaz olacaktır (Cihangir ve Kandemir, 2010, s. 273).

2.2.7. Cari İşlemler Dengesi

Cari işlemler dengesi, bir ülkenin tasarrufları ile yatırım harcamaları arasındaki fark olarak bilinmektedir. Yatırımcıların yatırımlarının yönünü belirlemede etkenlerden biri olarak görülen cari işlemler dengesi yatırımcılar tarafından takip edilen bir değişkendir (Cihangir ve Kandemir, 2010, s. 272).

Ekonomik açıdan bakıldığında cari işlemler dengesi ülke ekonomisinin iyi veya kötü eğilimli olup olmadığı konusunda karar vermeye yardımcı olan önemli bir makroekonomik göstergedir. Dolayısıyla cari işlemlerde oluşacak açıkların ekonomiyi olumsuz yönde etkilemesi ve hisse senedi piyasalarının da bu etkiden payını alması beklenen bir sonuçtur (Sevinç, 2014, s. 278).

2.2.8. Kredi Hacmi

Genel anlamda kredi, satın alma gücünün kesin ve açık bir şekilde belirlenmiş bir sürede ödenmek şartıyla, mal, hizmet ve para cinsinden sağlanması veya belirli bir tarihten sonra geri alınmak üzere var olan satın alma gücünün başka bir kişiye aktarılması olarak açıklanabilmektedir (Parasız, 1991, s. 199).

Analizlerde Merkez Bankası dahil olmak üzere bankacılık sektörü kredi hacmi verileri kullanılmıştır.

2.2.9. Reel Efektif Kur

Reel efektif kur endeksindeki artışlar, Türk Lirasının yabancı paralar karşısında reel olarak değer kazandığını, azalışlar ise değer kaybettiğini ifade etmektedir (Yapraklı, 2010, s. 147).

2.2.10. Petrol Fiyatları

Günümüzde işletmelerde birçok mal ve hizmet üretiminde yer alan petrol, işletmeler açısından gittikçe önemli bir faktör haline gelmiştir. O kadar ki petrol fiyatındaki herhangi bir değişiklik işletmelerin nakit akışına etki etmektedir. Petrol fiyatlarındaki değişimin yukarı yönlü olması işletmelerde üretim maliyetlerini arttırmakta, buna bağlı olarak yüksek maliyetler nakit akışını azaltmakta ve nihayetinde işletmelerin hisse senedi getirilerinin düşmesine sebep olabilmektedir. Başka bir açıdan ele alınacak olursa, petrol fiyatlarındaki sürekli artış ülkede enflasyona sebep olabilir ve Merkez Bankası bu yükselişi kontrol altında tutabilmek için faiz oranlarında artış kararı vermeye gidebilir. Bunun sonucu olarak da yüksek faiz, yatırımcıyı borsadan daha yüksek gelirli alternatif araçlara itebilir. Dolayısıyla petrol fiyatlarının yüksekliği borsa üzerinde negatif bir etkiye sebep olabilir yorumu yapılabilir (Sayılgan ve Süslü, 2011, s. 79).

Petrol, işletmelerde bir maliyet kalemi olarak değerlendirildiğinde ise ortaya, yüksek petrol fiyatlarının beraberinde yüksek maliyetler ve daha düşük karlılık çıkmaktadır (Binici, 2012, s. 35).

2.2.11. Doğalgaz Fiyatları

Fosil bir enerji kaynağı olarak değerlendirilmesiyle petrole benzeyen doğalgaz, herhangi bir kül bırakmadan yanabiliyor olması, yandıktan sonra ise karbondioksit ve kükürt dioksit gibi hava için zararlı bir gaz çıkarmıyor olması sebebiyle enerji kaynakları arasında çevre dostu bir enerji kaynağı olarak nitelendirilmektedir. Yıllardır kullanılan tüm enerji kaynaklarının insan sağlığını ve çevreyi olumsuz etkilemesi ve doğalgazın ise böyle bir etkisinin olmayışı bu enerji kaynağını bir adım öne çıkarmıştır (Gültekin ve Örgün, 1993, s. 37).

Yapılan çalışmalar sonucunda bu enerji kaynağının gaz halinde bulunması ve buna bağlı olarak kontrollerinin daha hassas şekilde yapılması sonucunda dünya genelinde kullanımı hız kazanmaktadır (TMMOB, 2006, s. 152).

Ülkemiz açısından değerlendirilecek olursa, kullanılan gazın çok büyük bir kısmının yurtdışından ithal edilmesi ve ürün olarak da herhangi bir çeşitliliğe izin vermemesi gibi nedenlerden dolayı doğalgazın çok büyük riskler taşıdığı ve arz güvenliğinin de bu riskler arasında yer aldığı aşikardır. Özellikle gün geçtikçe kullanımının yaygınlaşması bu riskleri bir kat daha arttırmaktadır (Arslan, 2009, s. 216).

Şüphesiz ki, ülkemizde doğalgazın yaygınlaşan kullanım oranında işletmelerin yeri önemlidir. Özellikle imalat işletmelerinin gider kalemleri incelendiğinde, doğalgaz giderinin, bu kalemler arasında önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir.

2.2.12. Tasarruf Mevduat Faiz Oranı

Hisse senedi yatırımlarına birçok alternatif yatırım aracı olduğu bilinmektedir. Bunlardan bir tanesi de mevduatlar ve tasarruf edilen bu mevduatlara uygulanan faizlerdir. Mevduat faizlerindeki yükseliş yatırımcıyı borsadan mevduata doğru kaydıracak veya tersine mevduat faizlerinin düşmesi de yatırımcıyı hisse senedi piyasalarına doğru kaydıracaktır. Bu beklenti üzerinden birçok çalışma yapılmış ve söyleneni destekleyen sonuçlara ulaşılmıştır (Sevinç, 2014, s. 278).

Yatırım araçları arasında tasarruf mevduatı yatırımcılar arasında her dönem tercih edilebilen bir araç olmuştur. Ülkemizde özellikle faizlerin serbest bırakılması kararıyla birlikte bu tercih edilebilirlik artmıştır.

Tasarruf mevduatı literatürde hisse senetlerine alternatif bir yatırım aracı olması ve dolayısıyla hisse senedi fiyatlarını etkilemesi sebebiyle araştırmacıların ilgisini çekmiştir (Albeni ve Demir, 2005, s. 12).

2.2.13. İmalat Sanayi Üretim Endeksi

Türkiye'de sanayi üretiminin ana göstergeleri olarak "aylık sanayi üretim endeksi" ve "üç aylık sanayi üretim endeksi" gösterilebilir. Bu göstergeler içerisinde ise üç büyük sektör öne çıkmaktadır ki onlar, imalat sanayi, elektrik üretimi ve madencilik sektörleridir. Bunların arasında endekste payı yüzde 85'lere varan imalat sanayi üretim endeksinin yeri, payından da anlaşılacağı üzere büyüktür ve bu nedenle analizlere dahil edilmiştir.

2.2.14. İmalat Sanayi Kapasite Kullanım Oranı

Kapasite kullanım oranı, bir üretim biriminin kullanım kapasitesinin, aynı üretim biriminin maksimum kapasitesine oranıdır.

Ülke içindeki üretim düzeyini belirleyen tüm üretim kapasitesinin kullanım oranı o ülkenin ekonomik faaliyetlerindeki büyümeyi gösteren bir göstergedir (Sevinç, 2014, s. 279).

Ekonomi teorisinde, kapasite kullanım oranlarındaki artışın, firma değerliliğine ve dolayısıyla hisse senedi fiyatlarına pozitif etki yapabileceği beklenebilir (Demir ve Yağcılar, 2009, s. 46).

2.2.15. Sanayi Üretim Endeksi

Mutlak olarak sanayi endeksinin tespiti oldukça güç ve uzun zaman ölçümler gerektiren bir durumdur. Bu sebeple baz alınan belli bir döneme göre göreli değişiklikleri ifade eden endeksler kullanılmaktadır. Sanayi üretim endeksi, bütün sanayi kollarının üretim sınıflarına göre ağırlıklandırılarak oluşturulan istatistiksel bilgiler barındıran bir veri seti ile gösterilmektedir. Sanayi üretim endeksi ile ilgili veriler takip edilerek ekonomik durum değerlendirilebilmektedir (Cihangir ve Kandemir, 2010, s. 273).

Ekonomik faaliyetlerin bir göstergesi olan sanayi üretim endeksinin artması işletmelerin yatırım fırsatlarını arttıracağı, işletmelerin firma değerlerini ve kazançlarını arttıracağı için bu durumun hisse senedi piyasasına da yansıyacağı beklenmektedir.

2.2.16. Gösterge Faiz Oranı (DİBS Faiz Oranı)

Devletin finansman ihtiyacı hazine tarafından ülke içinden veya ülke dışından borçlanılarak sağlanır. Bu borçlanmalardan sağlanan finansal kaynaklar, bazı devlet harcamalarının finansmanında kullanılmaktadır. Hazinenin vadesi bir yıldan kısa olan borçlanma yöntemi bono satılmasıdır, bir yıldan uzun süreli borçlanma yöntemi ise tahvil satılmasıdır. Bu borçlanma araçlarının hepsine Devlet İç Borçlanma Senetleri (DİBS) adı verilmektedir.

Hazine iç borçlanmayı ağırlıklı olarak ihale yöntemiyle yapmakta ve borçlanma faizi de bu ihalelerde belirlenmektedir. Hazinenin iç borçlanma ihalelerinde belirlenen faize DİBS faizi (hazine faizi) denilmektedir. Bu faiz oranı, ikinci el piyasada oluşan bir oran olup, risksiz faiz oranı birinci el piyasada hazinenin borçlanma faizi oranıdır (Sayılgan, 2008, s. 6).

2.3. TEST İSTATİSTİKLERİ

Çalışmamızda kullanılacak analiz yöntemlerin belirlenmesinde araştırma amaçları önemli bir rol oynamakla birlikte, bağımlı değişken, bağımlı değişkenin ölçme düzeyi, türü ve dağılımı, bağımlı değişkeni etkilediği düşünülen bağımsız değişkenler ve örneklem sayısı, alt örneklemlerin sayısı ve büyüklükleri gibi faktörler önemli rol oynayacaklardır (Büyüköztürk, 2006, s. 7– 8).

Bu bağlamda çalışmanın ana teması tahminleme konusu olduğundan, literatürde kullanılan tahminleme teknikleri belirlenmiş ve toplanan veriler ışığında öncelikle hangi tahminleme tekniklerinin, incelenen veri yapısına uygun olduğu değerlendirilerek teknikler seçilmiştir. Sonuç olarak da, farklı algoritmalara ve altyapılara sahip olan uygun teknikler; çoklu doğrusal regresyon analizi, yapay sinir ağları, ARIMA ve üssel düzeltme şeklinde oluşturulmuştur. Birinci bölümde detayları anlatılmış olan bu yöntemlerle ayrı ayrı tahminlemeler yapılmış ve sonuçlar paylaşılmıştır. Çalışmanın ana amacına giden yolda elde edilen bu sonuçlar da ayrıca değerlendirilmiştir. Bunlara ek olarak kombin modele veri sağlamak amacıyla da yukarıda sayılan analizler uygulanmıştır. Bu analiz sonuçlarından elde edilen bulgular kombin modelde veri olarak kullanılmış ve kombin modelle de tahminler elde edilmiştir. Son olarak her bir model ve kombin model, hata istatistiklerine göre karşılaştırılarak en uygun sonuç saptanmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

3.1. TAHMİNLEME TEKNİKLERİNE İLİŞKİN SONUÇLAR

Bu bölümde tez çalışmamızda öncelikle sonuca ulaşmak için kullanılan tahmin yöntemlerine ait bulgular verilmiş daha sonrasında bu bulgular, oluşturulan bulanık esnek küme üzerinde birleştirilmiş ve sonuçlar paylaşılmıştır.

Araştırmamızda kullanılan tüm veriler Thomson Reuters programı ve T.C. Merkez Bankası ile TÜİK veri sisteminden elde edilmiş gerçek değerlerdir.

Daha önce de belirtildiği üzere, oluşturulacak bulanık esnek küme üzerinde birleştirilmek üzere, veri setine uygun olarak 4 farklı tahminleme yöntemi kullanılmıştır. Bunlar; çoklu doğrusal regresyon analizi, yapay sinir ağları analizi, üssel düzeltme ve ARIMA modelleridir.

Kullanılan veri setine ait yukarıda belirtilen analizler ise, Eviews 10, Statistica ve SPSS programları yardımıyla yapılmıştır.

Analizlerde bağımlı değişken olarak alınan Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değerlerini etkilediği düşünülen tüm değişkenler kullanılmıştır.

3.1.1. Regresyon Analizi Bulguları

Çalışmamızda kullanılan tüm analizlerde olduğu gibi regresyon analizinde de 1 bağımlı ve 17 bağımsız değişken kullanılmıştır. Regresyon analizine başlarken bağımsız değişken sayısının fazla olması sebebiyle Stepwise regresyon modeli tercih edilmiştir. Bu modele göre 15 farklı regresyon modeli oluşturulmuş ve bu modellere ilişkin bilgiler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Stepwise regresyon analizi ile oluşturulan modeller

Model	R	R^2	Düzeltilmiş R^2	Tahmin Hatası	R^2 Değişimi	F Değişimi	Sig. F Değişimi
1	,886	,784	,783	,46621154	,784	461,903	,000
2	,922	,850	,847	,39052539	,066	54,997	,000
3	,930	,866	,863	,37071614	,016	14,825	,000
4	,936	,876	,872	,35754700	,010	10,378	,002
5	,942	,888	,883	,34169374	,012	12,773	,001
6	,946	,895	,889	,33262886	,007	7,795	,006
7	,945	,893	,889	,33320956	-,001	1,430	,234
8	,958	,917	,913	,29454095	,024	35,416	,000
9	,964	,930	,926	,27229139	,013	21,752	,000
10	,967	,934	,930	,26452415	,004	8,210	,005
11	,969	,938	,933	,25794122	,004	7,203	,008
12	,970	,941	,936	,25313519	,003	5,562	,020
13	,972	,944	,939	,24779218	,003	6,144	,015
14	,971	,943	,939	,24762832	,000	,844	,360
15	,971	,943	,939	,24741946	,000	,799	,373

Çoklu doğrusal regresyon analizinde Stepwise modeli kullanılarak 15 farklı regresyon modeli kurulmuştur. 13, 14 ve 15. modellerde yüksek düzeltilmiş R^2 (0,939) değerine ulaşılmıştır. Tahminin standart hatasının minimum olduğu 0,24741946 değeri 15. modelde bulunmuştur. Çoklu doğrusal regresyon analizine 15. modelde bulmuş olduğumuz;

- Kredi Hacmi,
- M1 Para Arzı,
- Dolar Kuru,
- Reel Efektif Kur,
- Dış Ticaret Dengesi,
- Cari İşlemler Dengesi,
- DİBS Getiri Oranı,

- İç Borç Stoku,
- Enflasyon Oranı.

değişkenleri ile devam edilecektir. Bu değişkenlerle kurulacak regresyon modelinin anlamlı olup olmadığını test etmek için ANOVA kullanılmış ve sonuçlar aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Tablo 3.2. 15. modele ait ANOVA tablosu

Model 15	**Kareler Toplamı**	**Serbestlik Derecesi**	**Kareler Ortalaması**	**F**	**Sig.**
Regresyon	120,715	9	13,413	219,105	,000
Artıklar	7,285	119	,061		
Toplam	128,000	128			

Tablo 3.2'den, oluşturulan 15. modelin istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir ($p<0,05$). Yapılan çoklu doğrusal regresyon analizi sonucu ise aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Tablo 3.3. Çoklu doğrusal regresyon analizi bulguları

	Beta	Standart Hata	t	Sig.	Tolerans	VIF
Sabit	-3,053E-15	,022	,000	1,000		
Kredi Hacmi	-1,966	,280	-7,020	,000	,006	164,022
M1 Para Arzı	1,119	,270	4,145	,000	,007	152,320
Dolar Kuru	-1,275	,126	10,103	,000	,030	33,292
Reel Efektif Kur	,533	,059	9,104	,000	,139	7,176
Dış Ticaret Dengesi	-,331	,043	-7,645	,000	,255	3,919
Cari İşlemler Dengesi	,127	,038	3,398	,001	,340	2,943
DİBS Getiri Oranı	-,061	,024	2,492	,014	,811	1,234
İç Borç Stoku	,710	,182	3,904	,000	,014	69,071
Enflasyon Oranı	-,143	,027	-5,231	,000	,641	1,561

Çoklu doğrusal regresyon analizi sonucu ortaya çıkan model;

$$
\begin{aligned}
Y = & -1{,}966 * \text{Kredi Hacmi} + 1{,}119 * \text{M1 Para Arzı} - 1{,}275 * \text{Dolar Kuru} + \\
& +0{,}533 * \text{Reel Efektif Kur} - 0{,}331 * \text{Dış Ticaret Dengesi} + \\
& +0{,}127 * \text{Cari İşlemler Dengesi} - 0{,}061 * \text{DİBS Getiri Oranı} + \\
& +0{,}710 * \text{İç Borç Stoku} - 0{,}143 * \text{Enflasyon Oranı} - 0{,}0000000000000003053
\end{aligned}
$$

şeklinde matematiksel fonksiyon biçiminde ifade edilebilir.

Regresyon katsayılarının tamamının anlamlı olduğu ise yine analiz sonucunda bulunmuş ve tabloda gösterilmiştir (Sig.<0,05). Regresyon analizinde kullanılan değişkenlerin çoklu bağlantı sorununa neden olup olmadığının araştırılması için tolerans ve VIF değerleri dikkat alınmaktadır. Bu değerlerden herhangi bir değişkene ait tolerans değeri 0,10’dan küçük ve VIF değeri 10’dan büyük olduğunda çoklu bağlantı probleminden bahsedilebilmektedir (Hair ve Lukas., 2002, s. 588).

Bu bağlamda tablo 3.3 incelendiğinde Kredi Hacmi, M1 Para Arzı, Dolar Kuru ve İç Borç Stoku değişkenlerinde çoklu bağlantı sorunu ile karşılaşılabileceği görülmektedir. Buradan hareketle modelde yer alan tüm değişkenlere ait korelasyon değerleri (r) kontrol edilmiş ve aşağıdaki tablo elde edilmiştir.

Tablo 3.4. Korelasyon tablosu

		Kredi Hacmi	M1 Para Arzı	Dolar Kuru	Reel Efektif Kur	Dış Ticaret Dengesi	Cari İşlemler Dengesi	DİBS Getiri Oranı	İç Borç Stoku	Enflasyon Oranı
Kredi Hacmi	**(r)**	1,000	**,966**	**-,834**	**,641**	,060	,027	**,192**	**,959**	,097
M1 Para Arzı	**(r)**		1,000	**-,839**	**,652**	,059	,016	**,197**	**,945**	,088
Dolar Kuru	**(r)**			1,000	**-,775**	,026	,029	**-,167**	**-,828**	-,036
Reel Efektif Kur	**(r)**				1,000	-,027	-,046	**,161**	**,638**	-,066
Dış Ticaret Dengesi	**(r)**					1,000	**,583**	**,127**	,039	,057
Cari İşlemler Dengesi	**(r)**						1,000	**,139**	,016	,114
DİBS Getiri Oranı	**(r)**							1,000	**,189**	**,171**
İç Borç Stoku	**(r)**								1,000	,115
Enflasyon Oranı	**(r)**									1,000

*Korelasyon tablosunda istatistiksel olarak anlamlı olan katsayılar koyu renkli olarak yazılmıştır.

Burada çoklu bağlantı problemine neden olan en yüksek VIF değerli değişkenlerin, aynı zamanda diğer bağımsız değişkenlerle yüksek korelasyon gösterdiği yukarıdaki tablo 3.4'te belirtilmiştir. Bu değişkenler modelden çıkarılarak tek tek denenmiş fakat çoklu bağlantı sorunu, ancak kredi hacmi, M1 para arzı ve iç borç stoku değişkenleri aynı anda modelden çıkarıldığında çözümlenebilmiştir. Sonuçta modeli oluşturması planlanan değişkenler aşağıdaki şekilde oluşmuştur.

- Dolar Kuru
- Reel Efektif Kur
- Dış Ticaret Dengesi
- Cari İşlemler Dengesi
- DİBS Getiri Oranı
- Enflasyon Oranı.

Yukarıda belirtilen bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken olan Borsa düzey değerleri, Enter modeli ile regresyon analizine tabi tutulduğunda ise aşağıdaki regresyon modeli tablosu elde edilmiştir.

Tablo 3.5. Çoklu doğrusal regresyon analizi Enter model özeti

R	R^2	Düzeltilmiş R^2	Tahmin Hatası	R^2 Değişimi	F Değişimi	Sig. F Değişimi	Durbin-Watson
,951	,904	,900	,3168791	,904	192,124	,000	1,726

Kurulan regresyon analizi sonucu düzeltilmiş R^2değeri 0,900 olarak bulunmuştur. Yani modelde kullanmış olduğumuz Dolar Kuru, Reel Efektif Kur, Dış Ticaret Dengesi, Cari İşlemler Dengesi, DİBS Getiri Oranı, Enflasyon Oranı bağımsız değişkenleri Borsa Düzey Değerleri bağımlı değişkenini %90 oranında açıklamaktadır. Yine modelde otokorelasyon sorunu olup olmadığına Durbin-Watson testi ile bakılmış ve "otokorelasyon yoktur" (1,726) sonucuna varılmıştır.

Tablo 3.6. Çoklu doğrusal regresyon analizi Enter model ANOVA tablosu

	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	Sig.
Regresyon	115,750	6	19,292	192,124	,000
Artıklar	12,250	122	,100		
Toplam	128,000	128			

Tabloda da görüldüğü üzere oluşturulan model istatistiksel olarak anlamlıdır (p<0,05). Yapılan çoklu doğrusal regresyon analizine ait sonuçlar ise aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Tablo 3.7. Çoklu doğrusal regresyon analizi Enter model bulguları

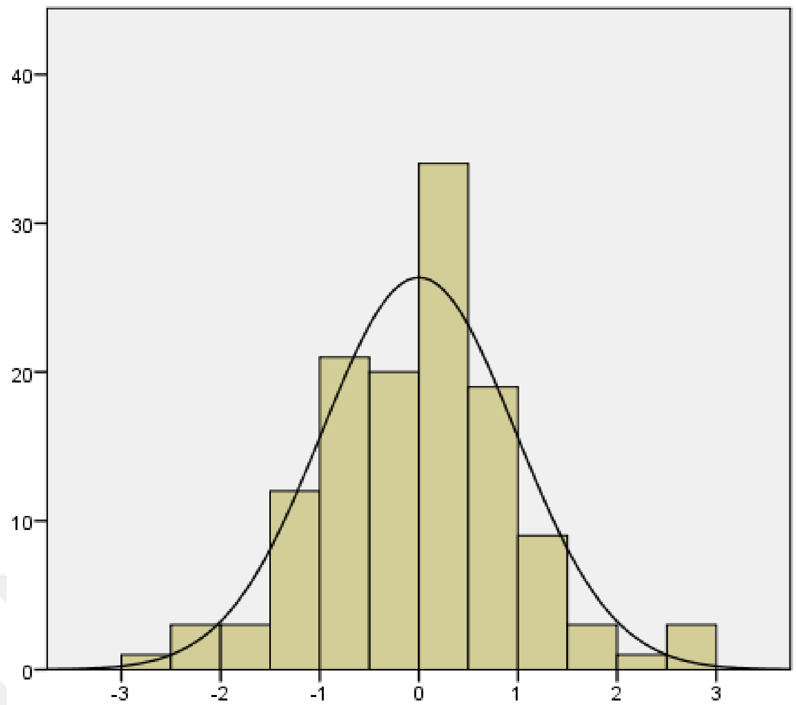
	Beta	Std. Hata	t	Sig.	Tolerans	VIF	Condition Indeks
Sabit	2,254E-16	,028	,000	1,000			1,000
Dolar Kuru	-1,164	,061	18,951	,000	,208	4,810	1,017
Reel Efektif Kur	,326	,062	5,276	,000	,206	4,861	1,414
Dış Ticaret Dengesi	-,502	,047	-10,615	,000	,351	2,852	1,428
Cari İşlemler Dengesi	,145	,047	3,088	,002	,358	2,795	1,764
DİBS Getiri Oranı	-,076	,031	2,452	,016	,819	1,221	3,135
Enflasyon Oranı	-,236	,030	-7,861	,000	,870	1,150	4,371

Yine, tablo 3.7'de yer alan bulgular matematiksel bir fonksiyon yardımıyla ifade edilecek olursa aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$
\begin{aligned}
Y = {} & -1{,}164 * Dolar\ Kuru + 0{,}326 * Reel\ Efektif\ Kur - \\
& -0{,}502 * Dış\ Ticaret\ Dengesi + 0{,}145 * Cari\ \text{İ}şlemler\ Dengesi + \\
& -0{,}076 * D\text{İ}BS\ Getiri\ Oranı - 0{,}236 * Enflasyon\ Oranı + \\
& +0{,}0000000000000002254
\end{aligned}
$$

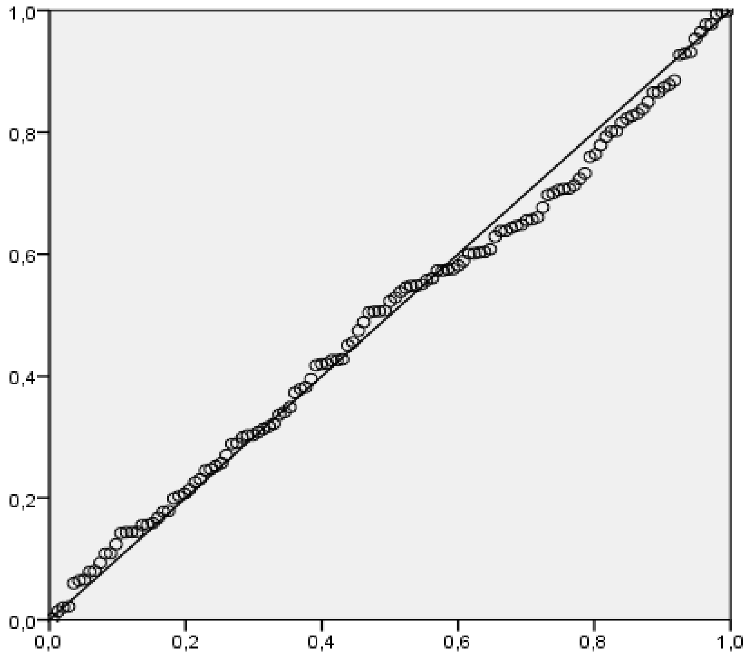
Kurulan modeldeki regresyon katsayılarının tamamının istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir (p<0,05). Çoklu bağlantı probleminin olup olmadığının tespiti için Tolerans ve VIF değerleri tekrar kontrol edilmiştir. Herhangi bir çoklu bağlantı problemine rastlanmamıştır. Çünkü tüm VIF değerleri 10'dan küçük değerler almıştır. Ayrıca tolerans değerlerinin tamamı da 0,10'dan büyüktür.

Çoklu doğrusal regresyon analizine ilişkin analiz sonuçlarının paylaşılmasından sonra kurulan modelle elde edilen değerlerin bazı varsayımları sağlayıp sağlamadığını kontrol etmek amacıyla aşağıdaki şekiller paylaşılmıştır.



Şekil 3.1. Hata terimlerinin normal dağılımı

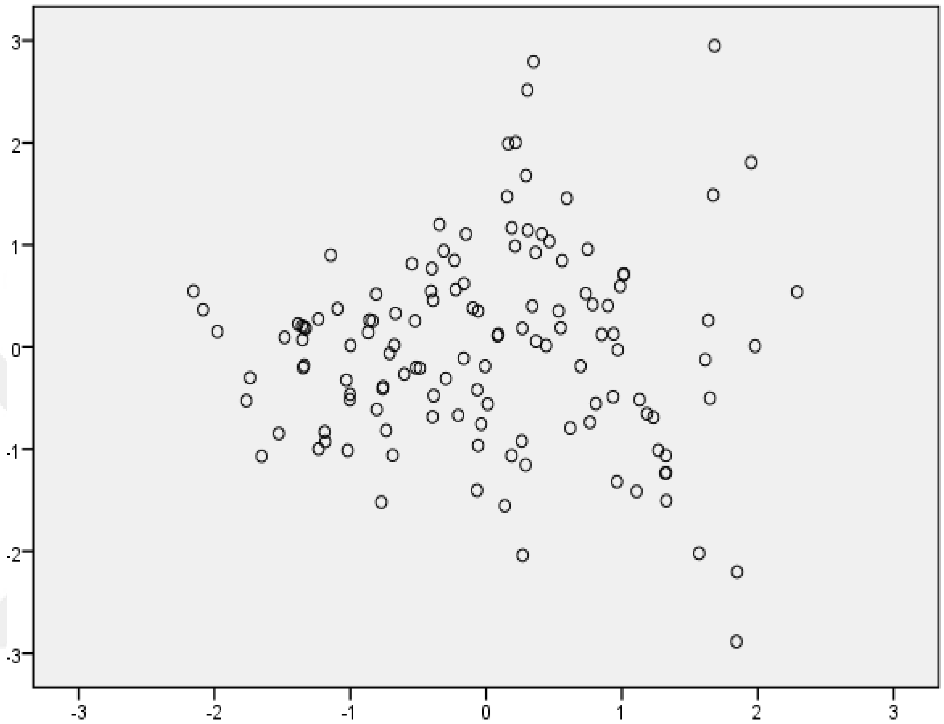
Şekil 3.1'de verilen histogram grafiğinde regresyon modeline ilişkin hata terimlerinin normal dağılıma uyduğu görülmektedir. Buna göre çoklu doğrusal regresyon modeli, normallik varsayımını sağlamaktadır. Yine bağımlı değişkene ait beklenen değerler ile gözlenen değerler arasındaki ilişkiyi gösteren grafik de aşağıda şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2. Beklenen ile gözlenen hata terimlerine ait normal dağılım olasılık değerleri arasındaki ilişki

Şekil 3.2'ye göre beklenen değerler ile gözlenen değerlere ilişkin hata terimlerine ait normal dağılım olasılık değerleri arasında bir uyum olduğu görülmektedir.

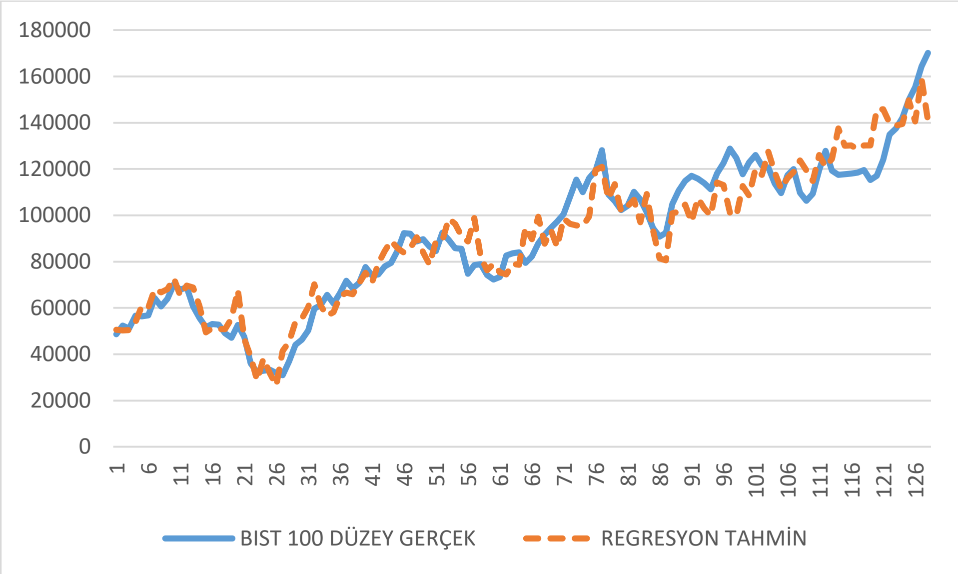
Regresyon analizinin bir diğer varsayımı olan hata terimleri ile tahmin edilen değerler arasında herhangi bir ilişkinin olmaması durumunu gösteren şekil 3.3 ise aşağıdaki gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.3. Tahmin değerleri ile hata terimleri arasındaki ilişki

Şekil 3.3 detaylı bir şekilde incelendiğinde tahmin değerleri ile hata değerleri arasında doğrusal bir ilişkinin olmadığı görülmektedir.

Son olarak kurulan çoklu doğrusal regresyon modeli vasıtasıyla elde edilen tahmin değerleri ile bağımlı değişkene ait gerçek değerlerin zamana göre birlikte seyrini gösteren grafik çizilmiş ve aşağıdaki şekil 3.4 olarak paylaşılmıştır.



Şekil 3.4. Gerçek değer ile regresyon analizi tahmin sonucunun zaman seyri

3.1.2. Yapay Sinir Ağları Bulguları

Çalışmamızın birinci bölümünde detaylı bir şekilde anlatılmış olan yapay sinir ağlarının bu bölümdeki uygulama aşaması, araştırmanın genel çerçevesi olan tahminleme üzerine olmuştur. Bilindiği üzere yapay sinir ağları tahminlemenin dışında farklı amaçlar doğrultusunda da kullanılabilmektedir.

Tahmin amacıyla en sık kullanılan yapay sinir ağı modeli çok katmanlı algılayıcı modelidir. Bu çalışmada da bu doğrultuda çok katmanlı algılayıcı modeli tercih edilmiştir. Çok katmanlı algılayıcı modelinde herhangi bir problem için kaç tane ara katman ve her ara katmanda kaç tane hücre kullanılması gerektiğini belirten bir yöntem şu ana kadar bulunmuş değildir. Genellikle deneme yanılma yöntemi etkin olarak kullanılmaktadır. Literatüre bakıldığında tek gizli katman kullanılarak daha başarılı sonuçlar alındığı görülmektedir (Yoon vd., 1993, s. 55). Bu sebeple çalışmamızda, birçok tahmin probleminde kullanıldığı üzere biri gizli katman olmak üzere üç katmanlı bir yapı sunulmuştur.

Araştırmamızda diğer analizlerde olduğu gibi, bağımlı değişken olarak Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değerleri ve bağımsız değişkenler de bu değişkeni etkilediği düşünülen 17 makro değişkenden oluşmuştur.

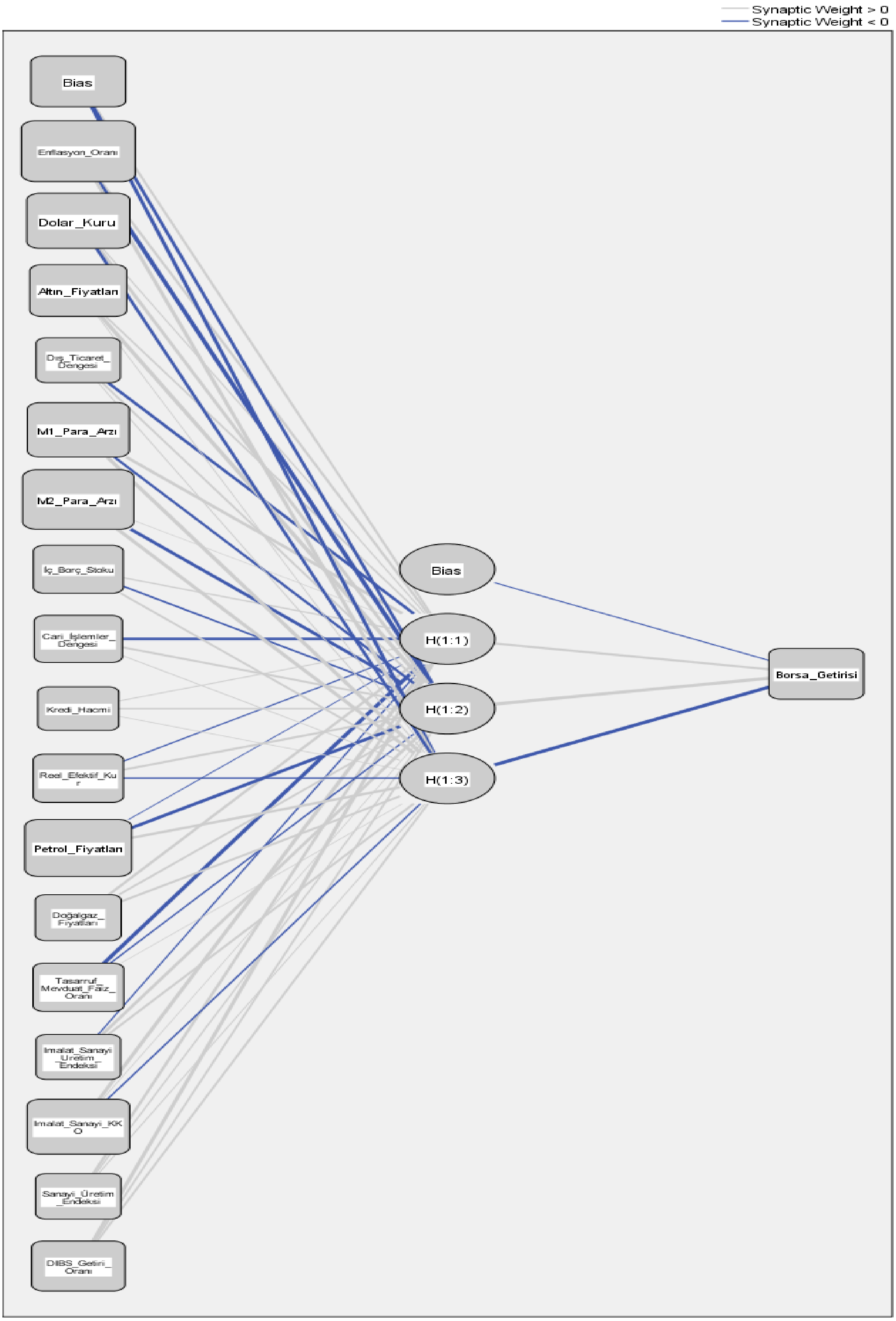
Çalışmamızda yapay sinir ağı modeli oluşturulurken Statistica ve SPSS paket programları eşanlı olarak kullanılmıştır. Burada verilerin hangi miktarda hangi amaçlar için kullanıldığını gösteren tablo 3.8 aşağıda yer almaktadır.

Tablo 3.8. Öğrenme, test ve doğrulama verilerine ilişkin yüzde dağılım

	N	Yüzde
Öğrenme	87	67,97%
Test	17	13,28%
Doğrulama	24	18,75%
TOPLAM	128	100,0%

Tablo 3.8 incelendiğinde verilerin %67,97 gibi büyük bir bölümünün öğrenme için ayrıldığı görülmektedir. Yine test ve doğrulama için de kalan veriler uygun şekilde dağıtılmıştır.

Bu aşamadan sonra, kurulması planlanan yapay sinir ağının tasarımına geçilmiştir. Yukarıda da bahsedildiği üzere tek gizli katmanlı sinir ağlarında daha yüksek başarı oranlarına ulaşılmıştır. Burada da tek gizli katmanlı ve gizli katman içerisinde hata terimi dışında 3 proses elemanına sahip bir ağ yapısı oluşturulmuştur. Bu durumu gösteren şekil 3.5 aşağıda verilmiştir. Şekilde de görüldüğü üzere, kurulan ağ 3 katmandan oluşmaktadır. Çıktı katmanı olarak ise analizlerde bağımlı değişken olarak kullanılan Borsa İstanbul düzey değerleri yer almıştır. Kurulan sinir ağı yapısında toplama fonksiyonu olarak doğrusal, aktivasyon fonksiyonu olarak da hiperbolik tanjant fonksiyonu kullanılmıştır.



Şekil 3.5. Yapay sinir ağı modeli

Çizilen sinir ağında, koyu renkle gösterilen bağlantılar negatif ağırlıkları işaret ederken, açık renkli bağlantılar ise pozitif değerli ağırlıkları işaret etmektedir.

Kurulan alternatif ağlar arasından en düşük hata ile öğrenme performansına sahip olan MLP(17,3,1) modeli seçilmiştir. Aşağıdaki tabloda bu ağ modeline ilişkin öğrenme, test ve doğrulama aşamalarından bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.9. Öğrenme, test ve doğrulama verilerine ilişkin yüzde dağılım

Öğrenme	Hata Kareleri Toplamı	,774
	Göreli Hata	,018
Test	Hata Kareleri Toplamı	,544
	Göreli Hata	,061
Doğrulama	Göreli Hata	,066

Buradan, ağın öğrenme aşamasında oluşan göreli hataların 0,018, test aşamasındaki göreli hata değerlerinin 0,061, doğrulama aşamasında ise 0,066 olduğu görülmektedir.

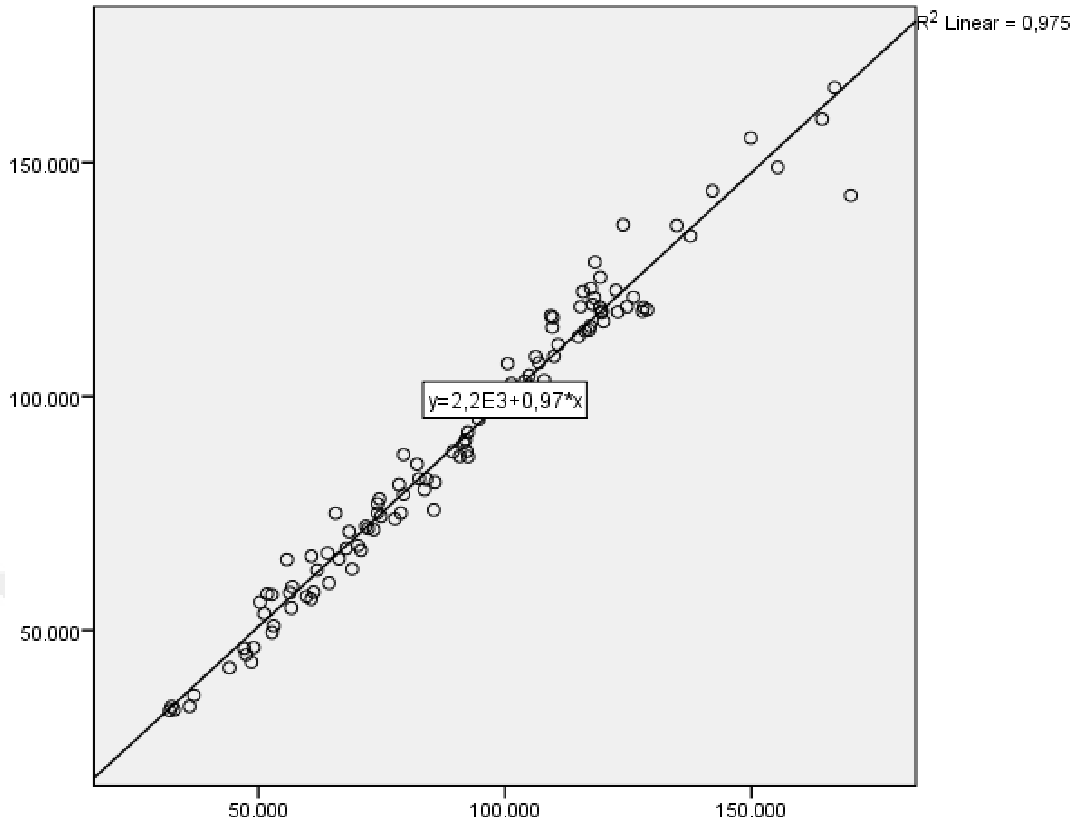
Böylece oluşturulan MLP(17,3,1) yapay sinir ağı modelinde girdi katmanından gizli katmana ve gizli katmandan çıktı katmanına bilginin iletilmesi durumunda her bir proses elemanına ait ağırlıklar hesaplanmış ve aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.10. Herbir proses elemanına ait ağırlıklar

		Gizli Katman			Çıktı Katmanı
		H(1:1)	H(1:2)	H(1:3)	Borsa Düzey Değerleri
Girdi Katmanı	Hata	-1,085	,549	-1,482	
	Enflasyon	,536	,408	,460	
	Dolar Kuru	-,141	-,212	,578	
	Altın Fiyatı	-,252	-,049	,306	
	Dış Ticaret Dengesi	,079	-,231	-,366	
	M1 Para Arzı	,158	-,088	-,091	
	M2 Para Arzı	,106	,583	,068	
	İç Borç Stoku	,579	,770	-,451	
	Cari İşlem Dengesi	-,205	-,068	-,047	
	Kredi Hacmi	-,409	,556	-,170	
	Reel Efektif Kur	-,365	-,406	,568	
	Petrol Fiyatları	,050	,438	,310	
	Doğalgaz Fiyatları	-,115	-,279	-,005	
	Tasarruf Mevduat Faiz Oranı	,052	,327	-,465	
	Üretim Endeksi	-,217	-,035	-,080	
	Kapasite Kullanım Oranı	-,229	,045	-,070	
	Sanayi Üretim Endeksi	-,244	-,336	-,301	
	DİBS Getiri Oranı	-,220	-,041	-,037	
Gizli Katman	Hata				,618
	H(1:1)				-,604
	H(1:2)				-,683
	H(1:3)				1,138

Burada girdi katmanından gizli katmandaki H(1:1) proses elemanına 7 pozitif, 10 negatif; gizli katmandaki H(1:2) proses elamanına 7 pozitif, 10 negatif; gizli katmandaki H(1:3) proses elamanına 6 pozitif, 11 negatif ağırlıkla verilerin aktarıldığı görülmektedir. Gizli katmandaki elemanlardan çıktı katmanına ise, H(1:1) ve H(1:2) elemanlarından negatif, H(1:3) elemanından ise pozitif ağırlıkla olacak şekilde verilerin gönderildiği anlaşılmaktadır.

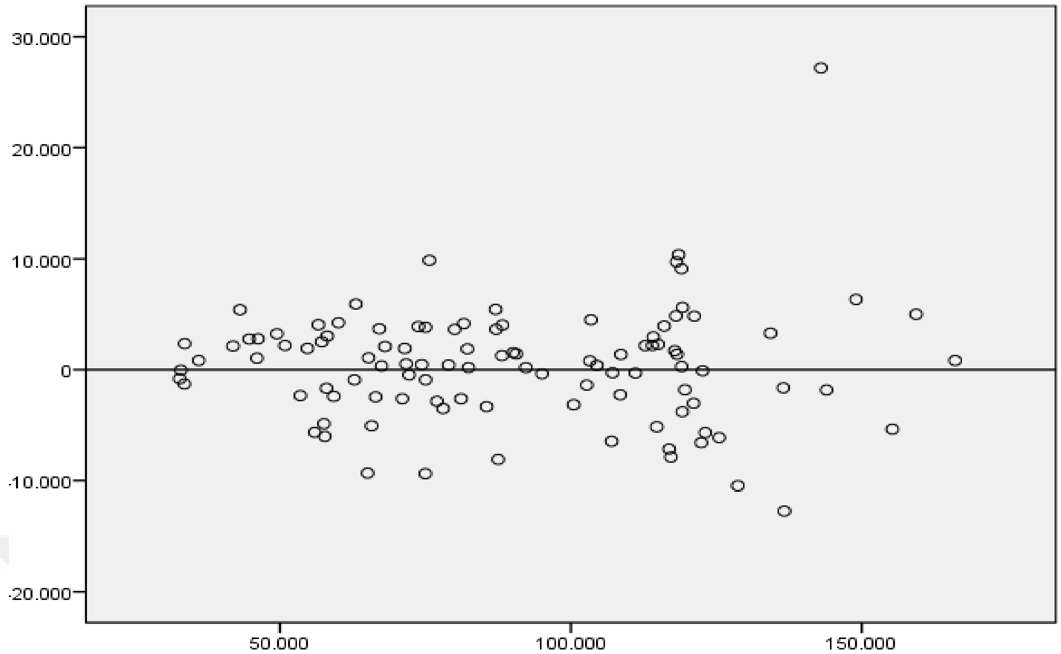
Aşağıdaki şekilde ise Borsa İstanbul düzey değerlerine ait, ağa sunulan gerçek değerler ile, kurulan sinir ağı yardımıyla elde edilen tahmin değerlerine ait grafik yer almaktadır.



Şekil 3.6. Gerçek değerler ile tahmin değerleri arasındaki ilişki

Burada da görüldüğü üzere kurulan ağ, yüksek bir başarı oranı ile tahminlemeyi başarmıştır. Bu durumu, iki değişken arasındaki yüksek R^2 değeri açıklamaktadır (0,97.5). Dolayısıyla gerçek değer ile tahmin değeri arasında büyük bir uyum sağlanmıştır.

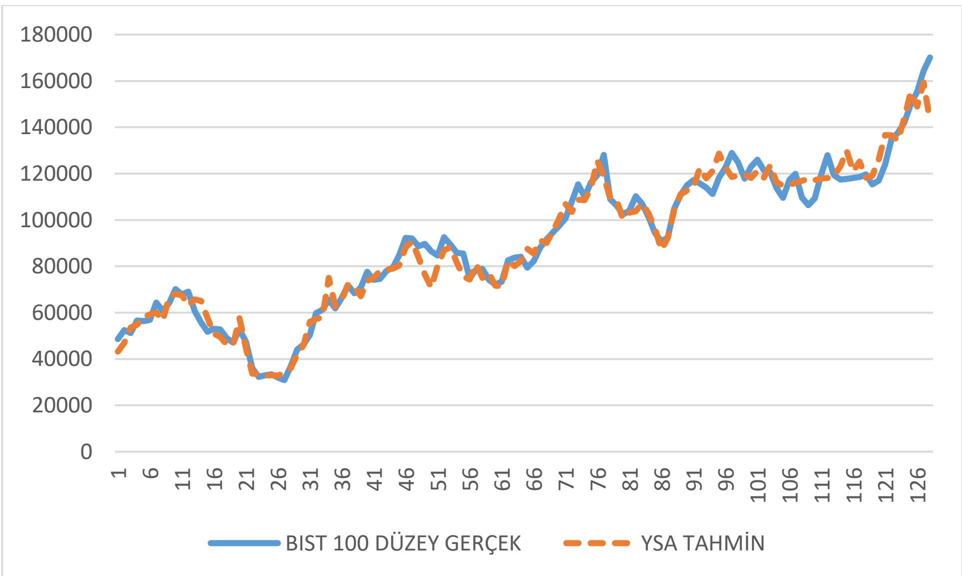
Çok değişkenli doğrusal regresyon analizinde olduğu gibi burada da, tahmin edilen değerler ile hata terimleri arasında bir ilişkinin olmadığını göstermek adına aşağıdaki şekil çizilmiştir.



Şekil 3.7. Tahmin değerleri ile hata terimleri arasındaki ilişki

Şekilden de görüldüğü üzere, kurulan sinir ağı yardımıyla elde edilen tahmin değerleri ile bu tahmin değerlerine ait hata terimleri arasında herhangi bir ilişki mevcut değildir. Bu durum da, kurulan ağ yapısının ve dolayısıyla yapılan tahminin doğruluğunu bir kez daha kanıtlamaktadır.

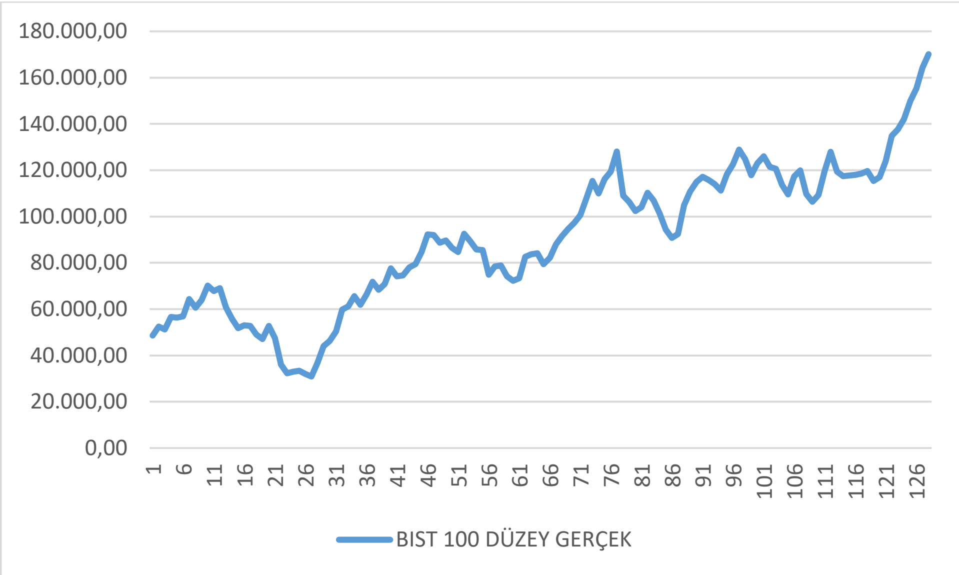
Son olarak kurulan yapay sinir ağı modeli vasıtasıyla elde edilen tahmin değerleri ile bağımlı değişkene ait gerçek değerlerin zamana göre birlikte seyrini gösteren grafik çizilmiş ve aşağıdaki şekil 3.8 olarak paylaşılmıştır.



Şekil 3.8. Gerçek değer ile yapay sinir ağları tahmin sonucunun zaman seyri

3.1.3. ARIMA Bulguları

Zaman serileri analizlerine başlanırken öncelikle zamana bağlı olarak kullanılan seriye ait grafik incelenmelidir. Üzerinde çalıştığımız değişkene ait zamana göre değişim grafiği aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.9. BIST 100 endeksi düzey değerlerine ait zaman seyri

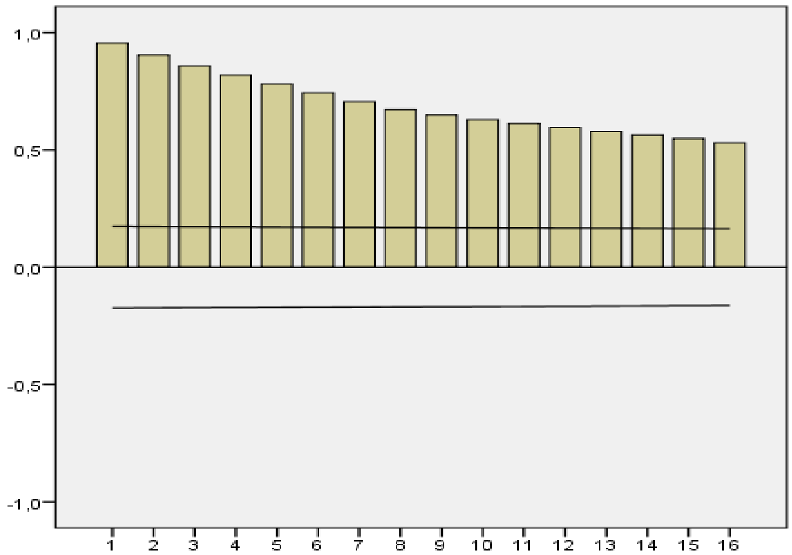
Yukarıda verilmiş olan grafik incelendiğinde serinin zamanın ilerlemesine bağlı olarak artan bir trend sergilediği görsel olarak izlenmektedir.

Zaman serisi analizlerinin önemli adımlarından birisi de otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonların incelenmesidir. Bu düşünceyle ilgilendiğimiz Borsa İstanbul 100 düzey değerleri değişkenine ait otokorelasyon analiz sonuçları ve grafiği aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

Tablo 3.11. Otokorelasyon sonuçları

Gecikme	Otokorelasyon	Std. Hata	Box-Ljung İstatistiği		
			Test Değeri	df	Sig.
1	,955	,087	120,532	1	,000
2	,905	,087	229,402	2	,000
3	,858	,086	328,051	3	,000
4	,818	,086	418,601	4	,000
5	,781	,086	501,771	5	,000
6	,743	,085	577,620	6	,000
7	,706	,085	646,668	7	,000
8	,672	,085	709,713	8	,000
9	,648	,084	768,845	9	,000
10	,629	,084	825,109	10	,000
11	,612	,084	878,834	11	,000
12	,595	,083	929,962	12	,000
13	,579	,083	978,734	13	,000
14	,563	,082	1025,388	14	,000
15	,548	,082	1069,941	15	,000
16	,530	,082	1111,967	16	,000

Otokorelasyon analiz sonuçlarında Box-Ljung istatistiği sonuçları da otokorelasyonun varlığını göstermektedir. Yani incelenen serinin durağan olmadığı tespit edilmiştir. Bu sonuçlara ek olarak aşağıdaki otokorelasyon katsayılarına ilişkin grafik paylaşılmıştır.



Şekil 3.10. Otokorelasyon fonksiyonu grafiği

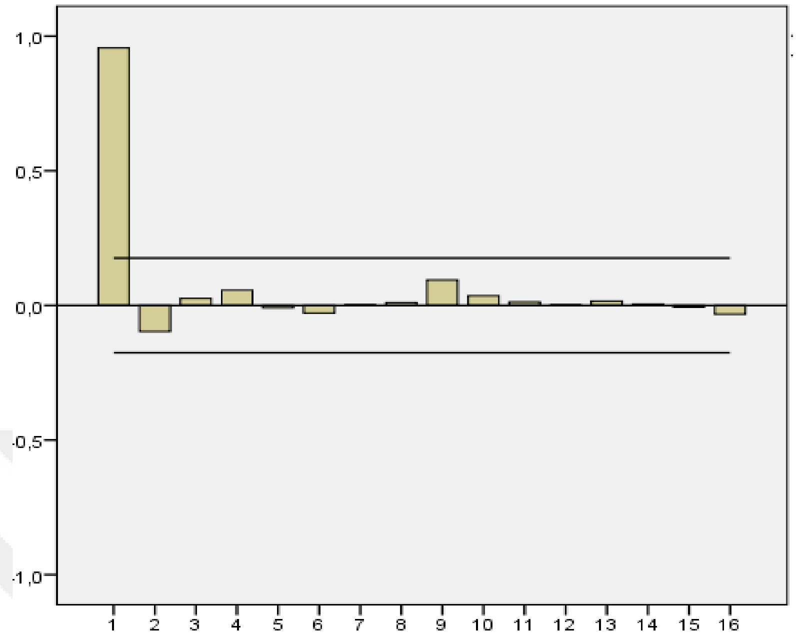
Bu durumda otokorelasyon sonuçlarına bakıldığında da, seriye ait otokorelasyon değerlerinin üst sınırın üstünde olduğu ve 16 gecikmede de otokorelasyon katsayılarına ulaşılamadığı görülmektedir.

Yine üzerinde çalıştığımız seriye ait kısmi otokorelasyon analiz sonuçları ve grafiği de aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.12. Kısmi otokorelasyon sonuçları

Gecikme	Kısmi Otokorelasyon	Std. Hata
1	,955	,088
2	-,097	,088
3	,025	,088
4	,057	,088
5	-,009	,088
6	-,028	,088
7	,002	,088
8	,011	,088
9	,095	,088
10	,035	,088
11	,013	,088
12	,002	,088
13	,016	,088
14	,005	,088
15	-,007	,088
16	-,032	,088

Bu şekilde oluşturulan kısmı otokorelasyon analiz sonuçlarına göre çizilen kısmi otokorelasyon katsayılarına ilişkin grafik, şekil 3.11 şeklinde aşağıda paylaşılmıştır.



Şekil 3.11. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu grafiği

Bu durumda durağan halde olmayan seri ile analize devam etmek yanıltıcı sonuçlara sebep olacağından öncelikle seri durağan hale getirilmelidir.

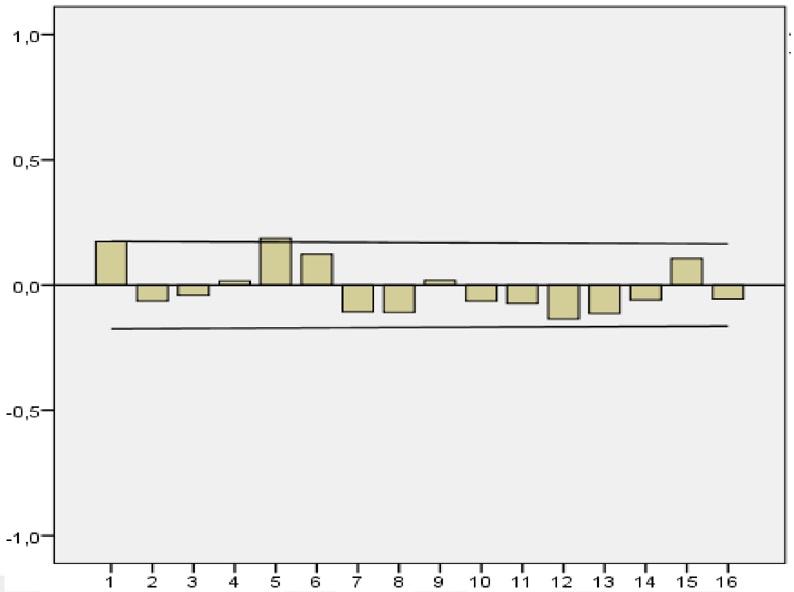
Bu şekilde serinin 1. dereceden farkı alınarak serideki trend etkisinin yok edilip edilemeyeceği denenecektir.

Serinin 1 gecikmeli fark serisi oluşturularak yeni seriye ait otokorelayon sonuçları aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

Tablo 3.13. 1 gecikmeli seriye ait otokorelasyon sonuçları

Gecikme	Otokorelasyon	Std. Hata	Box-Ljung İstatistiği Test Değeri	df	Sig.
1	,174	,087	3,964	1	,046
2	-,064	,087	4,503	2	,105
3	-,041	,087	4,723	3	,193
4	,017	,086	4,760	4	,313
5	,187	,086	9,472	5	,092
6	,123	,086	11,549	6	,073
7	-,107	,085	13,123	7	,069
8	-,109	,085	14,784	8	,063
9	,019	,085	14,833	9	,096
10	-,064	,084	15,411	10	,118
11	-,074	,084	16,186	11	,134
12	-,135	,083	18,799	12	,093
13	-,114	,083	20,665	13	,080
14	-,059	,083	21,180	14	,097
15	,106	,082	22,829	15	,088
16	-,056	,082	23,297	16	,106

1 gecikmeli seriye ait otokorelasyon tablosu incelendiğinde Box-Ljung istatistiği değerlerine yakından bakılırsa 1. değer dışındaki tüm değerlerin istenen düzeyde (>0,05), 1. değerin de istenen seviyeye tolere edilebilecek kadar yakın olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarak aşağıdaki otokorelasyon değerlerine ilişkin grafik çizilmiştir.



Şekil 3.12. 1 gecikmeli seriye ait otokorelasyon fonksiyonu grafiği

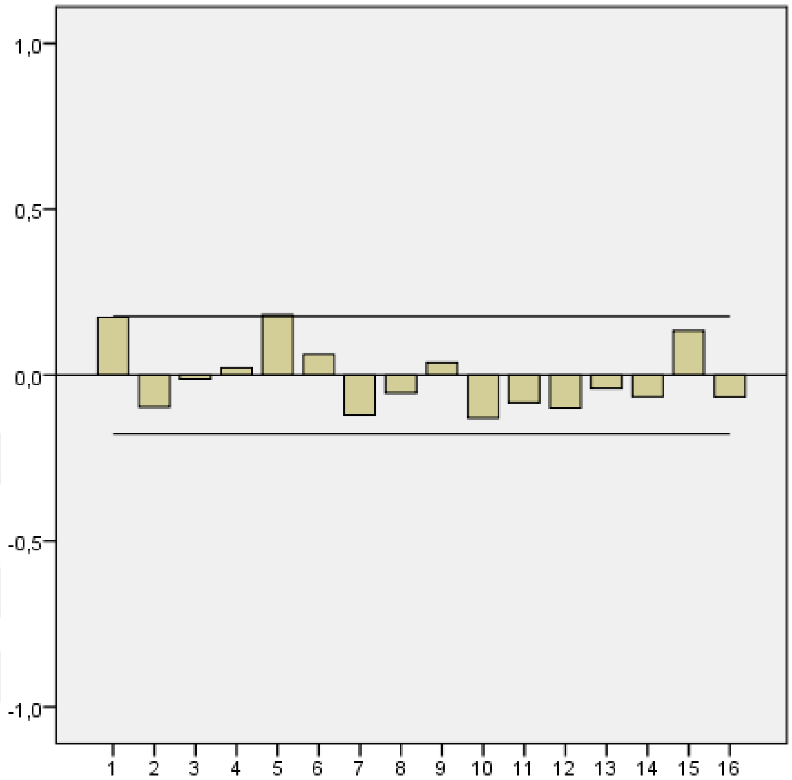
1 gecikmeli seriye ait otokorelasyon değerlerine ilişkin şekil 3.12'de tüm değerlerin alt ve üst sınırlar arasına yerleştiği görülmektedir.

Yine aynı şekilde yeni oluşturulan serinin kısmi otokorelasyon analizi sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 3.14. 1 gecikmeli seriye ait kısmi otokorelasyon sonuçları

Gecikme	Kısmi Otokorelasyon	Std. Hata
1	,174	,088
2	-,097	,088
3	-,012	,088
4	,021	,088
5	,182	,088
6	,062	,088
7	-,121	,088
8	-,053	,088
9	,038	,088
10	-,130	,088
11	-,082	,088
12	-,099	,088
13	-,040	,088
14	-,066	,088
15	,134	,088
16	-,066	,088

Bu şekilde oluşturulan kısmı otokorelasyon analiz sonuçlarına göre çizilen otokorelasyon katsayılarına ilişkin grafik, şekil 3.13 şeklinde aşağıda paylaşılmıştır.



Şekil 3.13. 1 gecikmeli seriye ait kısmi otokorelasyon fonksiyonu grafiği

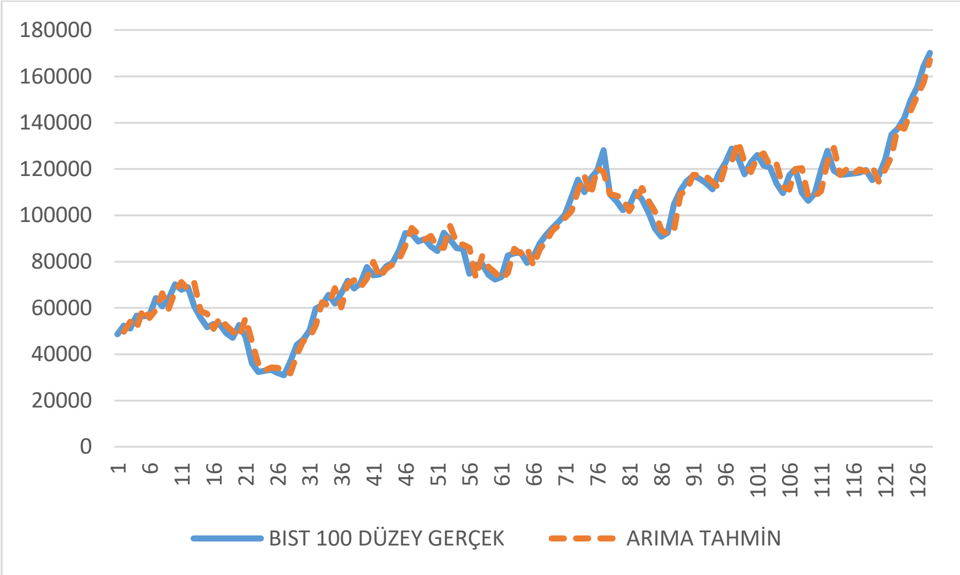
Farkı alınarak oluşturulan yeni seriye ait otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon sonuçlarına göre seri durağan hale gelmiştir. Buradan hareketle elde edilen ARIMA modeli ARIMA(1,1,1) olduğu tespit edilmiştir. Kurulan ARIMA modeline ilişkin model özeti aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.15. ARIMA model özeti

Model	Model Uyum İstatistiği	Ljung-Box İstatistiği		
	Durağan R^2	Test Değeri	df	Sig.
BIST 100 Düzey Değerleri	,193	23,062	16	,112

Tabloya göre, Ljung-Box istatistiği incelendiğinde p>0,05 olduğu görülmektedir. Dolayısıyla kurulan ARIMA modelinin anlamlı olduğu sonucuna ulaşılabilmektedir.

Son olarak kurulan ARIMA modeli vasıtasıyla elde edilen tahmin değerleri ile bağımlı değişkene ait gerçek değerlerin zamana göre birlikte seyrini gösteren grafik çizilmiş ve aşağıdaki şekil 3.14 olarak paylaşılmıştır.



Şekil 3.14. Gerçek değer ile ARIMA tahmin sonucunun zaman seyri

3.1.4. Üssel Düzeltme Bulguları

Bilindiği üzere üssel düzeltme yöntemi hareketli ortalamalar yönteminin bir adım daha ileriye götürülerek geçmiş değerleri aynı oranla ağırlıklandırmak yerine, iterasyon sayısı arttıkça değişen ağırlıklandırmayı temel alan bir yöntemdir. Sadece basit şekliyle değil, geliştirilen farklı formlarıyla da yaygın olarak kullanılan bu yöntem de, çalışmamızda bağımlı değişken olan Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değerlerini tahmin etmede başvurulan bir başka tahmin yöntemi olmuştur. Bu bağlamda, serinin trend ve mevsimsellik bileşenleri araştırılmıştır.

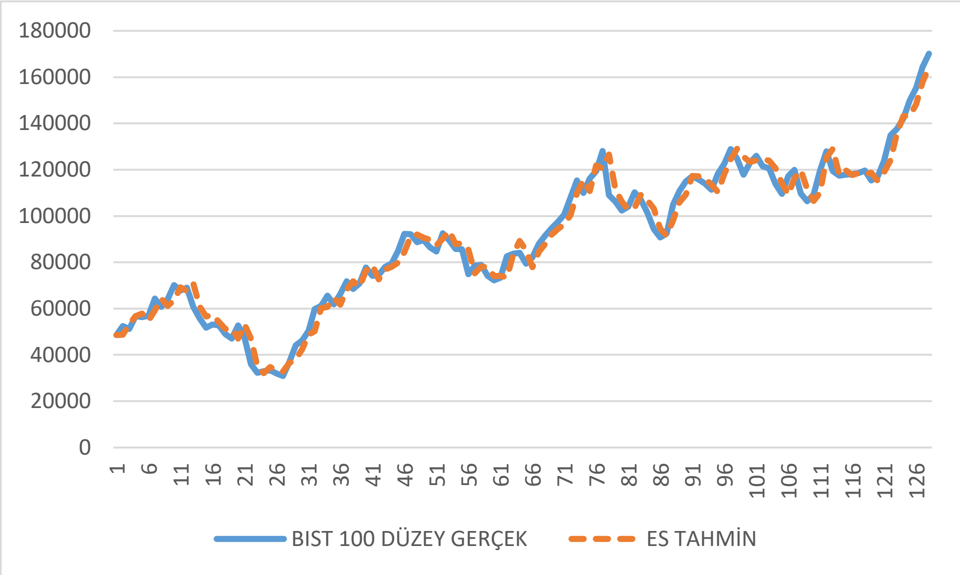
Yapılan analizler sonucunda, üzerinde çalıştığımız serinin üssel düzeltmenin farklı modellerinden Brown'un modeline uyduğu görülmüş ve bu modele ilişkin bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.16. Üssel düzeltme model özeti

	Model Uyum İstatistiği			**Ljung-Box İstatistiği**		
Üssel Düzeltme (Brown)	R^2	**Durağan** R^2	**RMSE**	**Test Değeri**	**df**	**Sig.**
BIST 100 Düzey Değerleri	,975	,600	5014,004	23,557	15	,073

Model özet tablosu incelendiğinde yine Ljung-Box istatistiğine göre kurulan üssel düzeltme modelinin anlamlı olduğu anlaşılmıştır (p>0,05).

Son olarak kurulan üssel düzeltme modeli vasıtasıyla elde edilen tahmin değerleri ile bağımlı değişkene ait gerçek değerlerin zamana göre birlikte seyrini gösteren grafik çizilmiş ve aşağıdaki şekil 3.15 olarak paylaşılmıştır.



Şekil 3.15. Gerçek değer ile üssel düzeltme tahmin sonucunun zaman seyri

3.2. TAHMİN SONUÇLARININ KOMBİN MODEL ÜZERİNDE BİRLEŞTİRİLMESİNE İLİŞKİN SONUÇLAR

Çalışmamızın ana amacı farklı tahmin tekniklerinin bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirilmesi iken bu ana amaca götüren yolda, kullanılan her bir tahmin tekniği yukarıda detaylı bir şekilde uygulanmış ve sonuçları paylaşılmıştır. Tabi ki her bir teknikten elde edilen sonuçlar bulanık esnek küme üzerinde yapılacak kombin için bir eleman vasfı görüp, bu anlamda kullanılacaktır. Bu şekilde, kullanılan bağımlı değişkene ait gerçek değerler ile bu gerçek değerleri tahmin eden farklı tekniklere ilişkin sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.17. Tahmin tekniklerine ait tahmin değerleri ve gerçek değerler

	Gerçek Değer	Regresyon Analizi	Yapay Sinir Ağları	ARIMA	Üssel Düzeltme
1	48,579.20	50,575.96	43,164.26		48,579.20
2	52,404.43	50,364.76	46,953.03	49,687.99	48,680.38
3	51,166.77	50,447.81	53,504.56	54,101.95	53,244.40
4	56,658.60	53,937.42	54,736.21	51,278.04	56,777.76
5	56,334.83	60,927.26	58,011.27	59,647.77	57,777.67
…	…	…	…	…	…
126	155,340.52	140,563.92	148,997.25	151,456.43	148,306.48
127	164,336.15	158,979.00	159,328.44	157,338.72	157,756.18
128	170,159.84	140,882.61	142,973.41	167,034.08	164,340.03

Bu veriler elde edildikten sonra, tahmin sonuçlarına göre bir bulanık esnek küme üzerinde kombinleme yapabilmek adına algoritma adımları izlenerek aşağıdaki tabloda yer alan üyelik değerleri hesaplanmıştır. Hesaplama yapılırken kullanılan üyelik fonksiyonu;

$$f(\xi_{ij}) = \left(1 - \frac{|\widehat{y_{ij}} - y_i|}{y_i}\right) \vee 0$$

dır.

Tablo 3.18. Tahmin tekniklerine ait $f(\xi_{ij})$ değerleri

	Regresyon Analizi	Yapay Sinir Ağları	ARIMA	Üssel Düzeltme
1	0,958896698	0,88853384	-	0,99999993
2	0,96107823	0,895974443	0,948163924	0,92893635
3	0,985948661	0,954310348	0,942634997	0,9593949
4	0,951972422	0,966070726	0,905035503	0,99789679
5	0,918479702	0,970241477	0,941191952	0,97438811
…	…	...	…	…
126	0,90487605	0,959165375	0,974996273	0,95471856
127	0,967401277	0,969527645	0,957420023	0,9599603
128	0,827942751	0,840230027	0,981630427	0,96579796

Kombin model oluştururken kullanılacak w_j elemanlarından oluşan W vektörünün hesaplanmasında ise;

$$w_j = \sum_{j=1}^{n} f\left(\xi_{ij}\right)$$

fonksiyonundan yararlanılmıştır. Bu formüle göre oluşan sonuçlar aşağıda verilmiştir.

$$w_1 = \sum_{i=1}^{128} f(\xi_{i1}) = 117{,}138.456$$

$$w_2 = \sum_{i=1}^{128} f(\xi_{i2}) = 122{,}157.978$$

$$w_3 = \sum_{i=1}^{128} f(\xi_{i3}) = 120{,}864.811$$

$$w_4 = \sum_{i=1}^{128} f(\xi_{i4}) = 121{,}789.413$$

Bu sonuçlarla oluşan W vektörü,

$$W = [117{,}138.456;\ 122{,}157.978;\ 120{,}864.811;\ 121{,}789.413\,]$$

şeklindedir.

Kombin model sonucuna ulaşmak için gereken son adım ise,

$$\lambda_j = \frac{w_j}{\sum_{i=1}^{m} w_i}$$

fonksiyonu yardımıyla her bir tahmin sonucunun ağırlığını hesaplamaktır. Buna göre,

$$\lambda_1 = \frac{w_1}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = 0{,}243.050$$

$$\lambda_2 = \frac{w_2}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = 0{,}253.465$$

$$\lambda_3 = \frac{w_3}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = 0{,}250.782$$

$$\lambda_4 = \frac{w_4}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = 0{,}252.701$$

sonuçları elde edilmiştir.

Bulanık esnek kümelere dayalı kombin modelin tahmin fonksiyonu olarak yazılan,

$$\widehat{y_t} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j c_{jt}$$

fonksiyonu hatırlandığında, fonksiyonda yer alan tüm değişkenlerin hesaplandığı görülmektedir. Buna göre, bu eşitlik kullanılarak aşağıdaki hesaplama sonuçlarına ulaşılmıştır.

$$\widehat{y_1} = \lambda_1 c_{11} + \lambda_2 c_{21} + \lambda_3 c_{31} + \lambda_4 c_{41} = 35{,}509.20$$

$$\widehat{y_2} = \lambda_1 c_{12} + \lambda_2 c_{22} + \lambda_3 c_{32} + \lambda_4 c_{42} = 48{,}904.64$$

$$\widehat{y_3} = \lambda_1 c_{13} + \lambda_2 c_{23} + \lambda_3 c_{33} + \lambda_4 c_{43} = 52{,}845.69$$

$$\widehat{y_4} = \lambda_1 c_{14} + \lambda_2 c_{24} + \lambda_3 c_{34} + \lambda_4 c_{44} = 54{,}190.72$$

$$\widehat{y_5} = \lambda_1 c_{15} + \lambda_2 c_{25} + \lambda_3 c_{35} + \lambda_4 c_{45} = 59{,}071.38$$

…..

$$\widehat{y_{126}} = \lambda_1 c_{1,126} + \lambda_2 c_{2,126} + \lambda_3 c_{3,126} + \lambda_4 c_{4,126} = 147{,}389.68$$

$$\widehat{y_{127}} = \lambda_1 c_{1,127} + \lambda_2 c_{2,127} + \lambda_3 c_{3,127} + \lambda_4 c_{4,127} = 158{,}347.21$$

$$\widehat{y_{128}} = \lambda_1 c_{1,128} + \lambda_2 c_{2,128} + \lambda_3 c_{3,128} + \lambda_4 c_{4,128} = 153{,}898.60$$

Kombin model dahil olmak üzere bütün tahmin yöntemlerine ait tüm dönemlere ait tahmin değerleri toplu olarak aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 3.19. Tahmin teknikleri ve kombin modele ait tahmin değerleri ile gerçek değerler

	Gerçek Değer	Regresyon Analizi	Yapay Sinir Ağları	ARIMA	Üssel Düzeltme	Kombin Model
1	48,579.20	50,575.96	43,164.26	-	48,579.20	35,509.20
2	52,404.43	50,364.76	46,953.03	49,687.99	48,680.38	48,904.64
3	51,166.77	50,447.81	53,504.56	54,101.95	53,244.40	52,845.69
4	56,658.60	53,937.42	54,736.21	51,278.04	56,777.76	54,190.72
5	56,334.83	60,927.26	58,011.27	59,647.77	57,777.67	59,071.38
…	…	…	…	…	…	…
126	155,340.52	140,563.92	148,997.25	151,456.43	148,306.48	147,389.68
127	164,336.15	158,979.00	159,328.44	157,338.72	157,756.18	158,347.21
128	170,159.84	140,882.61	142,973.41	167,034.08	164,340.03	153,898.60

Tabloda yer alan sonuçlara göre hesaplanan, tahmin tekniklerine ait hata kareleri toplamları ise aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.20. Tahmin teknikleri ve kombin modele ait hata kareleri toplamları

ANALİZ TEKNİĞİ	HATA KARELERİ TOPLAMI
Regresyon Analizi	12,026.538.747.51
Yapay Sinir Ağları	3,897.933.991.13
ARIMA	2,829.184.831.70
Üssel Düzeltme	3,167.669.935.01
Kombin Model	2,602.675.232.20

Bu tabloya göre hata kareleri toplamına göre en iyi sonucu kombin modelin verdiği, ARIMA sonucunun ikinci sırada yer aldığı ve devamında sırasıyla Üssel Düzeltme, Yapay Sinir Ağları ve Regresyon Analizlerinin geldiği görülmektedir.

Bir sonraki döneme ilişkin tahmin değerleri incelendiğinde ise,

Tablo 3.21. Tahmin teknikleri ve kombin modele ait gelecek dönem tahmin değerleri

	Gerçek Değer	Regresyon Analizi	Yapay Sinir Ağları	ARIMA	Üssel Düzeltme	Kombin Model
129	166,859.87	148,918.95	169,023.16	171,442.16	170,593.63	165,140.29

tablosu elde edilmektedir.

Bu sonuçlara göre bir sonraki dönem için herbir tekniğin tahmin ettiği değer ile gerçek değer arasında oluşan farklar;

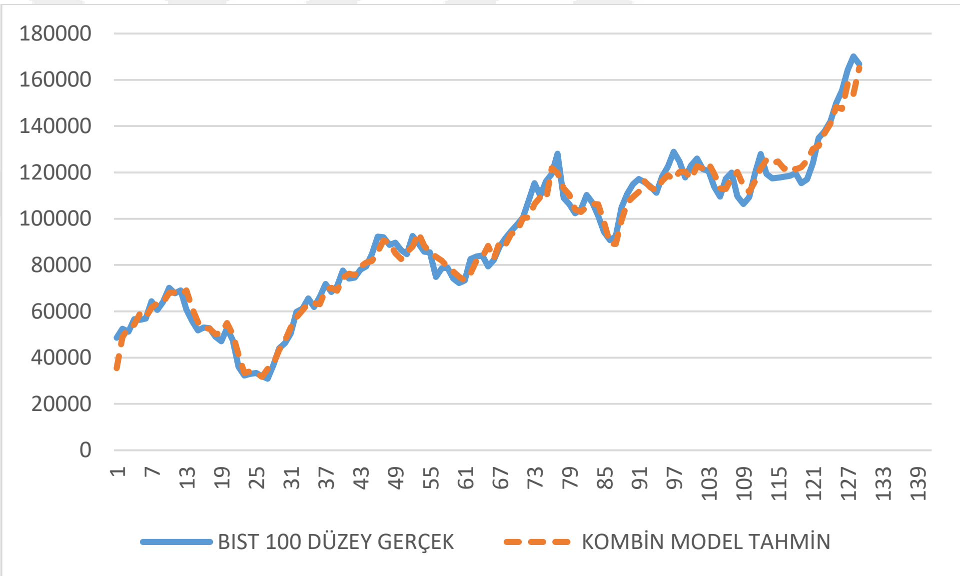
Tablo 3.22. Tahmin teknikleri ve kombin modele ait gerçek değer ile tahmin değeri arasındaki fark

Regresyon Analizi	-17,940.92
Yapay Sinir Ağları Analizi	2,163.18
ARIMA	4,582.29
Üssel Düzeltme	3,733.76
Kombin Model	-1,719.58

şeklindedir.

Buna göre bir sonraki dönemi tahmin etmede kombin modelin, diğer modellere göre daha başarılı olduğu görülmektedir.

Son olarak kurulan kombin model vasıtasıyla elde edilen tahmin değerleri ile bağımlı değişkene ait gerçek değerlerin zamana göre birlikte seyrini gösteren grafik çizilmiş ve aşağıdaki şekil 3.16 olarak paylaşılmıştır.



Şekil 3.16. Gerçek değer ile kombin model tahmin sonucunun zaman seyri

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasının ana amacı farklı alt yapı ve algoritmalara sahip farklı tahmin yöntemleri ile yapılan tahmin sonuçlarını birleştirmek ve uygun bir kombin yapmaktır. Bu amaca giden yolda toplanan verilerin yapısına uygun şekilde tahmin yöntemleri kullanılmış ve ayrı ayrı tahmin sonuçları elde edilerek kombin modele veri sağlanmıştır.

Bu bağlamda öncelikle literatür taraması yapılarak bağımlı değişken olarak sonraki dönem değeri tahmin edilecek olan Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değerini etkilediği düşünülen bağımsız değişkenler; enflasyon, döviz kuru, altın fiyatları, dış ticaret dengesi, para arzı, iç borç stoku, cari işlemler dengesi, kredi hacmi, reel efektif kur, petrol fiyatları, doğalgaz fiyatları, tasarruf mevduatı faiz oranı, imalat sanayi üretim endeksi, imalat sanayi kapasite kullanım oranı, sanayi üretim endeksi ve DİBS faiz oranı şeklinde belirlenmiştir.

Sonraki adım olarak, söz konusu değişkenlere ait veriler T.C. Merkez Bankası, TÜİK ve Thomson Reuters veri tabanları kullanılarak ortak yayınlanma periyotları ve ortak olarak kaydedildikleri ilk tarih belirlenmiştir. Bunun sonucunda veri seti, 01.01.2007 başlangıç, 31.08.2017 bitiş tarihleri itibariyle ve aylık periyotlarla oluşturulmuştur.

Analiz aşamasında, oluşturulan veri setine uygun tahmin teknikleri araştırılmış ve sonuçta; çoklu doğrusal regresyon analizi, yapay sinir ağları, ARIMA ve üssel düzeltme yöntemleri belirlenmiştir. Burada belirlenen tekniklerin bir kısmının tek değişkenli, bir kısmının çok değişkenli, bir kısmının da sezgisel tabanlı olduğu görülmektedir. Çok değişkenli zaman serisi analizi yapılabileceği de, çalışma kapsamında düşünülmüş fakat VAR analizi ile elde edilen sonuçlar (oran şeklinde) diğer analizlerle (değer şeklinde) benzer şekilde olmadığı için analizler listesinden çıkarılmıştır.

Çoklu doğrusal regresyon analizi sonucunda gerekli işlemler yapıldıktan sonra sonuç olarak oluşturulan modelde; döviz kuru (dolar), reel efektif kur, dış ticaret dengesi, cari işlemler dengesi, DİBS getiri oranı ve enflasyon oranı bağımsız değişkenlerinin anlamlı katkısı olduğu belirlenmiştir. Bunlar arasından döviz kuru, dış ticaret dengesi, DİBS getiri oranı ve enflasyon oranının Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değeri ile negatif yönlü, reel efektif kur ve cari işlemler dengesinin ise Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değeri ile aynı yönlü ilişkiye sahip olduğu anlaşılmıştır. Sonuçta kurulan modelin açıklama yüzdesinin oldukça yüksek olduğu ve kurulan modelin anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Bağımsız değişkenlere ait katsayılar ve hata terimi belirlendikten sonra tüm dönemler ve sonraki dönem tahmini yapılarak kombin model için ilk veri sağlanmıştır.

İkinci sırada gerçekleştirilen analiz tekniği ise yapay sinir ağları analizidir. Detayları birinci bölümde anlatıldığı gibi çok farklı amaçlar için de kullanılabilen yapay sinir ağları çalışmamızda tahminleme amacıyla kullanılmıştır. Bu yönde genelde tercih edilen çok katmanlı algılayıcı modeli ile yapay sinir ağı modeli oluşturulmuştur. Tek gizli katmandan oluşan sinir ağının gizli katmanında 3 proses elamanı yer almıştır. Çıkış katmanında ise çalışmada sonraki dönem değeri tahmin edilmek istenen Borsa İstanbul 100 endeksi düzey değeri bulunmaktadır. Ağa gösterilen verilerin büyük bir bölümü eğitime ayrılmış ve ağın daha doğru öğrenmesi sağlanmıştır. Sonuç olarak ele alınan tarih aralığı ve sonraki dönem, kurulan yapay sinir ağı modeliyle tahmin edilmiştir. Tahmin değerleri ile gerçek değerler karşılaştırılmış ve kurulan ağın çok büyük bir yakınlıkla tahmin yaptığı belirlenmiştir.

Son olarak zaman serileri analizleri uygulanmıştır. Burada tek değişkenli yöntemlerden ARIMA ve üssel düzeltme yöntemlerine yer verilmiştir. Tahmin edilecek değişkenin zaman grafiği çizildiğinde ve otokorelasyon analizleri sonucunda serinin durağan olmadığı anlaşılmış ve 1. farkı alınarak yeniden durağanlık kontrol edilmiş ve serinin durağan hale geldiği gözlemlenmiştir. Bu aşamadan sonra ARIMA yöntemi ile ele alınan tarih aralığı ve sonraki dönem tahmini yapılmış ve gerçek değerlerle tahmin değerleri karşılaştırılarak ikisi arasındaki uyumluluk gözönüne serilmiştir. Eş zamanlı olarak üssel düzeltme yöntemiyle söz konusu değişken tahmin edilmiş ve kombin model için son veri bu yöntemle elde edilmiştir.

Bu tez çalışmasının ortaya çıkmasına sebep olan problem cümlesine paralel şekilde herhangi bir tahmin yöntemi kullanmak yerine bu tahmin tekniklerinin hepsinin aynı anda kullanılarak birleştirilmesi çalışmaya özgün bir değer kazandırırken, yapılan birleştirmenin bulanık esnek kümeler üzerinde olması çalışmanın önemini bir kat daha arttırmıştır.

Yapılan farklı analiz tekniklerinden elde edilen sonuçlar kombin model için veri niteliğinde kullanılmıştır. Öncelikle her bir tahmin tekniğinin her bir gözlemi gerçek değerle karşılaştırılarak,

$$f(\xi_{ij}) = \left(1 - \frac{|\widehat{y_{ij}} - y_i|}{y_i}\right) \vee 0$$

eşitliği ile üyelik değerleri belirlenmiştir. Yukarıdaki eşitlik dikkatle incelendiğinde, tahmin sonucunun doğruluğuna göre bir üyelik değeri belirlendiği görülmektedir. Hesaplanan üyelik değerleriyle üyelik değerine karşılık gelen değerlerden oluşan matematiksel hesaplama sonuçları, bulanık esnek kümeyi oluşturan bir elemanı temsil etmektedir. Bu şekilde yine ele alınan tarih aralığındaki tüm değerler ve sonraki dönem tahmini, bu oluşturulan bulanık esnek küme üzerinde yeniden tahmin edilmiştir. Bu şekilde tamamlanan analiz aşamasına kullanılan tüm teknikler ve kombin model sonucu oluşan tahmin sonuçları gerçek değerlerle karşılaştırılarak hesaplanan hata kareleri toplamı ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Ayrıca başka bir karşılaştırma da, tüm teknikler tarafından yapılan sonraki dönem tahmin değeri ve kombin modelle elde edilen sonraki dönem tahmin değeri karşılaştırılarak yapılmıştır. Sonuçta ise hem hata kareleri toplamı hem de sonraki dönem tahmin değerlerine ait karşılaştırmalarda bulanık esnek kümeler tabanlı kombin modelin daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Çalışmanın ortaya çıkmasındaki temel problem cümlesi, daha doğru tahmin sonucunun elde edilmesi amacıyla herhangi bir yöntemin kullanılması yerine tüm tekniklerden elde edilecek kombin bir model yardımıyla her tekniğin katkısıyla daha doğru tahmin sonucuna ulaşılması yönünde idi. Sonuç olarak çalışmamızın amacına ulaştığı ve beklenen şekilde kombin modelin diğer tekniklere göre daha başarılı sonuçlar ürettiği görülmüştür. Bu sonuçtan hareketle aynı amaca hizmet eden farklı tekniklerin uygun matematiksel algoritmalarla birleştirilmesiyle başarılı sonuçların elde edilebileceği söylenebilir.

Bu şekilde başarılı bir sonuca ulaşmakta kullanılan veri setinin finansal veri olarak doğası gereği bulanık olması ve kombin modelin de bulanık kümeler tabanlı olması daha doğru sonuçların elde edilmesine katkı sağladığı da düşünülmektedir. Ayrıca analizlerin gerçek verilerle yapılması ve her bir yöntemin kendi altyapısına uygun şekilde tahmin yapmasına izin verilmesinin de elde edilen sonuçların doğruluğunda payı olduğu muhtemeldir. Yine birbirinden çok farklı altyapı ve algoritmalara sahip farklı tekniklerden elde edilen sonuçların kullanılması da kombin modelle elde edilen değerlerin doğruluğuna katkı sağlamaktadır. Bunlara ek olarak, bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirme yapılırken kullanılan üyelik fonksiyonunun, tahmin tekniklerinin yaptığı tahminin doğruluğuna paralel olacak şekilde oluşturulması ve yapılan tahminin mümkün olduğu kadar doğru tarafını bulanık esnek kümeye dahil etmesi sebebiyle, son durumda elde edilen tahmin sonucunun başarısının arttığı ise göz ardı edilemeyecek bir gerçektir.

Sonuç olarak bu tez çalışmasında tek değişkenli ve çok değişkenli farklı tahmin yöntemleri birleştirilerek kombin oluşturulmuş ve bulanık esnek kümeler tabanında oluşturulan bu kombin modelin başarısı ortaya çıkarılmıştır.

Gelecek çalışmalar için öneriler getirilecek olursa, daha farklı tahmin teknikleri bu kümeye eklenerek veya birleştirmenin bulanık esnek kümeler üzerinde değil farklı kümeler üzerinde yapılması ile kombin modeller konseptine katkıda bulunulabileceği düşünülmektedir. Ayrıca birleştirme yapılırken kullanılan üyelik fonksiyonundan daha kullanışlı bir fonksiyonun yazılabilmesi de bu çalışmayı bir adım ileri taşıyabilecektir. Bununla birlikte yapılan birleştirme ile oluşturulan kümelerin veri yapısından nasıl etkilendiği ve nasıl tepkiler vereceği konusu da, bu tez çalışması hazırlandıktan sonra akla gelen bir başka soru olmuş ve burada paylaşılarak farklı çalışmaların ortaya çıkmasına zemin hazırlanmıştır.

Şüphesiz ki, tüm çalışmalarda amaç en iyi tahmini elde ederek, kişilerin ve kurumların geleceğin belirsizliğinden maksimum seviyede kaçınmasını sağlamaktır. Bu anlamda, tahmin sonuçlarıyla hareket eden ve politikalar belirleyenler için bu çalışmayla tek bir tahmin tekniği kullanmak yerine farklı tahmin tekniklerinden yapılan uygun kombinlerle daha doğru sonuçlara ulaşılabileceği bu çalışma ile gösterilmiştir. Özellikle doğası gereği bulanıklığa sahip olan verilerde bu tür bulanık kümeler tabanlı kombinlerle daha başarılı sonuçların elde edilebileceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Aggarwal, R. ve Schirm, D.C. (1992). Balance Of Trade Announcements And Asset Prices: Influence On Equity Prices, Exchange Rates, And Interest Rates, *Journal of International Money and Finance*, *11*(1), 80-95.

Akdeniz, F. (2016). *Olasılık Ve İstatistik*, 20. Baskı, Ankara: Akademisyen Kitabevi.

Akdi, Y. (2012). *Zaman Serileri Analizi*, Genişletilmiş 3. Baskı, Ankara: Gazi Kitabevi Tic. Ltd. Şti.

Albeni, M. ve Demir, Y. (2011). Makro Ekonomik Göstergelerin Mali Sektör Hisse Senedi Fiyatlarına Etkisi (İMKB Uygulamalı), *Sosyal Ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Dergisi*, *1*(14).

Anderson, T.W. (1971). *The Statistical Analysis Of Time Series*, New York: John Wiley & Sons, Inc.

Aren, S. (2007). *Ekonomi Dersleri*, Ankara: İmge Kitabevi.

Armutlulu, İ.H. (2000). *İşletmelerde Uygulamalı İstatistik*, İstanbul: Alfa Yayınları.

Asilkan, Ö. ve Irmak, A.G.S. (2009). İkinci El Otomobillerin Gelecekteki Fiyatlarının Yapay Sinir Ağları İle Tahmin Edilmesi, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *14*(2), 375-391.

Aykut, M.E. (2015). *BIST-100 Endeksi İle Makroekonomik Değişkenler Arasındaki Nedensellik: 2005-2015 Yılları Arasında Türkiye Uygulaması*, (Doktora Tezi), Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Balcı, M. (1999). *Matematik Analiz*, Ankara: Balcı Yayınları.

Barışık, S. ve Kesikoğlu, F. (2006). Türkiye'de Bütçe Açıklarının Temel Makro Ekonomik Değişkenler Üzerine Etkisi (1987-2003 VAR, Etki-Tepki Analizi, Varyans Ayrıştırması), *Ankara Üniversitesi Sbf Dergisi*, *61*(4).

Başkaya, Z. (2011). *Bulanık Doğrusal Programlama*, Bursa: Ekin Basım Yayın Dağıtım.

Bates, J.M. ve Granger, C.W. (1969). The Combination Of Forecasts. *Journal Of The Operational Research Society*, *20*(4), 451-468.

Bayır, F. (2006). *Yapay Sinir Ağları Ve Tahmin Modellemesi Üzerine Bir Uygulama*, (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Baykal, N. ve Beyan, T. (2004). *Bulanık Mantık İlke Ve Temelleri*, Ankara: Bıçaklar Kitabevi.

Bayru, P. (2007). *Elektronik Basında Tüketici Tercihleri Analizi: Yapay Sinir Ağları İle Lojit Modelin Performans Değerlendirilmesi*, (Doktora Tezi), İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Bezdek, J.C. ve Pal, K.S. (1992). *Fuzzy Models For Pattern Recognition*, Ieee Pres.

Biçen, C. (2006). *Box-Jenkins Zaman Serisi Analiz Yöntemi İle İleri Beslemeli Yapay Sinir Ağları Tahminlerinin Karşılaştırması*, (Yüksek Lisans Tezi), Ankara: Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü.

Binici, F.Ö. (2012). *Hisse Senedi Fiyatları Ve Makro Ekonomik Değişkenler Arasındaki İlişkilerin Vektör Hata Düzeltme Modeliyle Analizi: İMKB Sınai Endeksi Üzerine Bir Uygulama*, (Yüksek Lisans Tezi), Burdur: Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Bodurtha Jr, J.N., Cho, D.C., ve Senbet, L.W. (1989). Economic Forces And The Stock Market: An İnternational Perspective, *Global Finance Journal*, 1(1), 21-46.

Bojadziev, G. (2007). *Fuzzy Logic For Business, Finance, And Management*, Vol. 23. World Scientific.

Bowerman, B.L. ve O'Connell, R.T. (1993). *Forecasting And Time Series: An Applied Approach*. 3rd. Edition, Duxbury Classic Series.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M. ve Reinsel, G.C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting And Control*, Vol:4. New Jersey: John Wiley & Sons.

Box, S., Janet M., Freeman, F.R., Hitt, M.P. ve Pevehouse, J.C.W. (2014). *Time Series Analysis For The Social Sciences*, UK: Cambrige University Press.

Bronshtein, L.N., Semendyayev, K.A., Musiol, G. ve Muehlig, H. (2004). *Tables In Handbook Of Mathematics*, Berlin: Springer, Heidelberg.

Büyüköztürk, Ş. (2006). Veri Analizi El Kitabı, 6.Baskı. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Cağman, N. ve Enginoğlu, S. (2012). Fuzzy Soft Matrix Theory And Its Application İn Decision Making. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, *9*(1), 109-119.

Cağman, N., Enginoğlu, S. & Cıtak, F. (2011). Fuzzy Soft Set Theory And Its Applications. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, *8*(3), 137-147.

Can, M. (2009). *İşletmelerde Zaman Serileri Analizi İle Tahmin*, (Doktora Tezi), İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Chatfield, C. (1995). *Problem Solving: Statistician's Guide*, Florida: Chapman And Hall/Crc.

Chatfield, C. (2000). *Time-Series Forecasting*, Florida: Chapman & Hall/Crc.

Christodoulou, C. ve Georgiopoulos, M. (2001). *Applications Of Neural Networks In Electromagnetics*, Artech House, Norwood.

Cihangir, M. ve Kandemir, T. (2010). Finansal Kriz Dönemlerinde Hisse Senetleri Getirilerini Etkileyen Makroekonomik Faktörlerin Arbitraj Fiyatlandırma Modeli Aracılığıyla Saptanmasına Yönelik Bir Çalışma (Kasım 2000 ve Şubat 2001 Finansal Krizleri Üzerine Değerlendirme ve Gözlemler), *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *15*(1), 257-296.

Constantin, V.A. (1995). *Fuzzy Logic And Neurofuzzy Applications Explained*, Prentice-Hall, Inc.

Coşkunırmak, Y. (2011). *Bulanık Doğrusal Programlama Ve Yerel Yönetimlerde Bir Bulanık Hedef Programlama Uygulaması*, (Yüksek Lisans Tezi), Adana: Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Çağlar, T. (2007). *Talep Tahmininde Kullanılan Yöntemler ve Fens Teli Üretimi Yapan Bir İşletmede Uygulanması*, (Yüksek Lisans Tezi), Kırıkkale: Kırıkkale Üniversitesi , Fen Bilimleri Enstitüsü.

Çağman, N. ve Enginoğlu, S. (2010). Soft Set Theory And Uni–Int Decision Making. *European Journal of Operational Research*, *207*(2), 848-855.

Çepni, E. (2010). *Ekonomik Göstergeler Ve İstatistikler Rehberi*. Ankara: Seçkin Yayınevi.

Çüçen, A.K. (1999). *Mantık*, 2. Baskı, Bursa: Asa Kitabevi.

Dalkılıç, T.E., Hancı, B.Y. ve Apaydın, A. (2010). Fuzzy Adaptive Neural Network Approach To Path Loss Prediction In Urban Areas At GSM-900 Band, *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, *18*(6), 1077-1094.

Demir, Y. ve Göçmenyağcılar, G. (2009). İMKB'de İşlem Gören Banka Hisse Senetlerinin Getirilerini Etkileyen Faktörlerin Arbitraj Fiyatlama Modeli İle Belirlenmesi. *Uluslararası Alanya İşletme Fakültesi Dergisi*, *1*(2).

Demuth, H., Beale, M. ve Hagan, M., (2008). *Neural Network Toolbox 6, User's Guide,* The MathWorks, 10(11).

Deutsch, M., Granger, C.W. ve Teräsvirta, T. (1994). The Combination Of Forecasts Using Changing Weights. *International Journal of Forecasting*, *10*(1), 47-57.

Dickinson, J.P. (1975). Some Comments On The Combination Of Forecasts. *Journal of the Operational Research Society*, *26*(1), 205-210.

Doğukanlı, H. (2008). *Uluslararası Finans*, Genişletilmiş 2. Baskı, Adana: Karahan Yayınları.

Durukan, M.B. (1999). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda Makroekonomik Değişkenlerin Hisse Senedi Fiyatlarına Etkisi. *İMKB Dergisi*, *3*(11), 19-47.

Elmas, Ç. (2003). *Bulanık Mantık Denetleyiciler***,** Ankara**:** Seçkin Yayıncılık.

Elmas, Ç. (2003). *Yapay Sinir Ağları:(Kuram, Mimari, Eğitim, Uygulama***)**, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Elyak, A. (2008). *İmkb 100 Endeksini Etkileyen Faktörlerin Ekonometrik Analizi*, (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul: Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Enders, W. (2010). *Applied Econometric Time Series Analysis*, Vol.3, Usa: Wiley.

Enginoğlu, S. (2008). *Soft Kümeler Ve Soft Karar Verme Metodları*, (Yüksek Lisans Tezi), Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Eraslan, S. (2014). *Esnek Kümelerde İndirgeme Teorisi Ve Uygulamaları*, (Doktora Tezi), Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Fausett, L.V. (1994). *Fundamentals Of Neural Networks: Architectures, Algorithms, And Applications.* Vol.3. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Frechtling, D.C. (2001). *Forecasting Tourism Demand: Methods And Strategies,* Oxford: Butterworth-Heinemann.

Galton, F. (1886). I Family Likeness In Stature. *Proceedings Of The Royal Society Of London*, *40*(242-245), 42-73.

Gottwald, S. (2008). Mathematical Fuzzy Logics. *Bulletin of Symbolic Logic*, *14*(2), 210-239.

Göktaş, Ö. (2005). *Teorik Ve Uygulamalı Zaman Serileri Analizi*, İstanbul: Beşir Kitabevi.

Göktolga, Z.G. (2013). *İktisadi Ve İdari Bilimler İçin İstatistik*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Granger, C.W. ve Newbold, P. (1974). Spurious Regressions In Econometrics, *Journal Of Econometrics*, *2*(2), 111-120.

Greene W.H. (2003). *Econometric Analysis*. India: Pearson Education.

Griffiths, W., Carter, H.R. ve Judge, G.G. (1993). *Learning And Practicing Econometrics* (No. 330.18/G87l).

Gujarati, D.N., Porter, D.C. ve Şenesen, Ü., Şenesen, G. (2012). *Temel Ekonometri*. Literatür Yayıncılık.

Gültekin, A.H. ve Örgün, Y. (1993). Doğalgaz ve Çevre. *Çevre Dergisi*, (9).

Hair Jr, J.F. ve Lukas, B. (2002). *Marketing Research*, Vol. 2, Australia: McGraw-Hill Education.

Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis***,** Vol.2, Princeton: Princeton University Press.

Hamzaçebi, C. ve Kutay, F. (2005). *Determining Input and Hidden Neurons Numbers in Artificial Neural Networks for Forecasting Stationary Time Series*, J. TÜİK Stat. Res, *4*(2).

Hanke, J.E. ve Wichern, D.W. (2004). *Business Forecasting*, 8th Edition, New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Hanss, M. (2005). *Applied Fuzzy Aritmetic An Introduction With Engineering Applications*, Netherlands: Springer.

Haykin, S. (1999). Adaptive Filters, *Signal Processing Magazine*, 6(1).

Haykin, S. (2005). Cognitive Radios; Brain-Empowered Wireless Communications. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, *23*(2), 13-18.

Işığıçok, E. (1994). *Zaman Serilerinde Nedensellik Çözümlemesi: Türkiye'de Para Arzı Ve Enflasyon Üzerine Amprik Bir Araştırma*. Bursa: Uludağ Üniversitesi Basımevi.

İltaş, Y. (2015). *Temel Makroekonomik Göstergelerin İşletme Sermayesi Üzerine Etkisinin İncelenmesi: BIST'te Sektörler Arası Bir Karşılaştırma*, (Doktora Tezi), Kayseri: Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Kadılar, C. (2005). *Spss Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş*.

Kalmanbetova, M. (2010). *Hisse Senedi Fiyatları Ve Makroekonomik Değişkenler Arasındaki Nedensellik Ve 2004-2009 Yılları Arasında Türkiye Uygulaması*, (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Karahan, M. (2011). *İstatistiksel Tahmin Yöntemleri: Yapay Sinir Ağları İle Ürün Talep Tahmini Uygulaması*, (Doktora Tezi), Konya: Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Karasu, F. (2012). *Petrokimya Sektöründe Talep Tahmininde Yapay Sinir Ağlarının Kullanılması 'Petkim A.Ş. Örneği*, (Yüksek Lisans Tezi), İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Kayım, H. (1985). *İstatistiksel Ön Tahmin Yöntemleri*, Ankara: Hacettepe Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları.

Kecman, V. (2001). *Learning And Soft Computing: Support Vector Machines, Neural Networks, And Fuzzy Logic Models*. MIT Press.

Kendall, M.G., Stuart, A. (1961). *The Advanced Theory Of Statistics*, Charles Griffin Publishers.

Klir, G.J., Bo, J. (1995). *Fuzzy Sets And Fuzzy Logic Theory And Applications*, New Jersey: Prentice Hall Inc.

Kohonen, T. (1988). An Introduction To Neural Computing, *Neural Networks*, *1*(1), 3-16.

Kulkarni, A.D. (1994). *Artificial Neural Networks for Image Understanding. VNR Computer Library*, New York: Van Nostrand Reinhold.

Kuo, C. ve Reitsch, A. (1995). Neural Networks Vs. Conventional Methods Of Forecasting. *The Journal Of Business Forecasting*, *14*(4), 17.

Lee, K.H. (2005). *First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing*, Germany: Springer.

Maddala, G.S., Kım, I-M. (1998). *Unit Roots, Cointegration, And Structural Change*, Cambridge: Cambridge University Press.

Mahfiegilmez, (2018). Para Arzı Nedir ve Nasıl Ölçülür?, Erişim Tarihi: 12.07.2018, http://www.mahfiegilmez.com/2018/07/para-arz-nedir-ve-nasl-olculur.html

Maji, P., Kumar, B., Ranjit. R. ve Akhil, R. (2003). Soft Set Theory, *Computers & Mathematics With Applications*, V.45, I.4-5, pp.555-562.

Maji, P.K, Kumar, B., Ranjit. R. ve Akhil R. (2001). Fuzzy Soft Sets, *Journal Of Fuzzy Mathematics*, 9(3), 589-602.

Maji, P.K., Biswas, R. ve Roy, A. (2003). Soft Set Theory, *Computers & Mathematics With Applications*, *45*(4-5), 555-562.

Maji, P.K., Roy, A.R. ve Biswas, R. (2002). An Application Of Soft Sets In A Decision Making Problem, *Computers & Mathematics With Applications*, *44*(8-9), 1077-1083.

Makridakis, S., Andersen, A., Carbone, R., Fildes, R., Hibon, M., Lewandowski, R., ... & Winkler, R. (1982). The Accuracy Of Extrapolation (Time Series) Methods: Results Of A Forecasting Competition, *Journal Of Forecasting*, *1*(2), 111-153.

McCarthy, J. (1956). Measures Of The Value Of Information, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *42*(9), 654-655.

McMenamin, J.S. (1997). Why Not Pi? A Primer on Neural Networks for Forecasting. *The Journal of Business Forecasting Methods and Systems*, *16*(3), 1-20.

Molodtsov, D. (1999). Soft Set Theory—First Results, *Computers & Mathematics with Applications*, *37*(4-5), 19-31.

Moshiri, S. ve Cameron, N. (2000). Neural Network Versus Econometric Models In Forecasting Inflation. *Journal Of Forecasting*, *19*(3), 201-217.

Nakip, M. (2013). *Pazarlamada Araştırma Teknikleri*, 3. Baskı, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Orhan, O.Z. ve Erdoğan, S. (2007). *Para Politikası*, (4. Baskı), *Ankara: Yazıt Yayın Dağıtım*.

Orhunbilge, N. (1999). *Zaman Serileri Analizi Tahmin Ve Fiyat İndeksleri*, İstanbul: Tunç Matbaacılık.

Orhunbilge, N. (2002). *Uygulamalı Regresyon Ve Korelasyon Analizi*, İstanbul: İ.Ü. Basım Ve Yayınevi.

Orhunbilge, N. (2010). *Çok Değişkenli İstatistik Yöntemler*, İstanbul: İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi Yayınevi.

Özgen, F.B. ve Güloglu, B. (2004). Türkiye'de İc Borcların İktisadi Etkilerinin VAR Tekniğiyle Analizi, *METU Studies In Development*, *31*(1), 93.

Öztemel, E. (2006). *Yapay Sinir Ağları*, 2. Baskı, İstanbul: Papatya Yayıncılık.

Öztürk, B. (2008). *Makroekonomik Faktörlerin İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Ulusal-100 Endeksi Ve Volatilitesi Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi (1997-2006),* (Doktora Tezi), İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Öztürk, B. (2011). *Çok Kriterli Karar Verme Tekniklerinden Bulanık Topsıs Ve Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci*, (Doktora Tezi), Bursa: Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Parasız, M.İ. (1991). *Makro Ekonomi*. Fatih Burak Koputan.

Pearson, K. ve Lee, A. (1903). On The Laws Of Inheritance In Man: I. Inheritance Of Physical Characters, *Biometrika*, *2*(4), 357-462.

Pindyck, R.S. ve Rubinfeld, D.L. (1998). *Econometric Models And Economic Forecasts*, 4.Th Edition, Singapore: Mcgraw-Hill.

Ragın, C.C. (2000). *Fuzzy–Set Social Science*, USA: The University Of Chicago Press.

Ross, T.J. (2004). *Fuzzy Logic With Engineering Applications*, USA: John Wiley & Sons Ltd.

Roy, A.R. ve Maji, P.K. (2007). A Fuzzy Soft Set Theoretic Approach To Decision Making Problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *203*(2), 412-418.

Russell, S.J. ve Norvig, P. (2003). *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Malaysia: Pearson Education Limited.

Sayılgan, G. (2008). *Soru Ve Yanıtlarıyla İşletme Finansmanı*, 3.Baskı. Ankara: Turhan Kitabevi.

Sayılgan, G. ve Süslü, C. (2011). Makroekonomik Faktörlerin Hisse Senedi Getirilerine Etkisi: Türkiye ve Gelişmekte Olan Piyasalar Üzerine Bir İnceleme, *Journal of BRSA Banking & Financial Markets*, *5*(1).

Sevinç, E. (2014). Makroekonomik Değişkenlerin, BİST-30 Endeksinde İşlem Gören Hisse Senedi Getirileri Üzerindeki Etkilerinin Arbitraj Fiyatlama Modeli Kullanarak Belirlenmesi, *Istanbul University Journal of the School of Business Administration*, *43*(2).

Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M. (2010). *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi*, Geliştirilmiş 3. Baskı, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Shachmurove, Y. (2002). *Applying Artificial Neural Networks To Business, Economics And Finance*, University of Pennsylvania, Center of Analytic Research in Economics and The Social Sciences.

Sims, C.A. (1980). Macroeconomics And Reality, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1-48.

Singh, Y. ve Chauhan, A.S. (2005). Neural Networks In Data Mining, *Journal Of Theoratical And Applied Information Technology*, 5(6), 37-42.

Stephanopoulos, G. (1998). Metabolic Engineering, , *Biotechnology And Bioengineering*, 58(2-3), 119-120.

Şen, Z. (2009). *Bulanık Mantık İlkeleri Ve Modelleme*, İstanbul: İstanbul Su Vakfı Yayınları.

Taylor, J.G. (1996). Breakthrough To Awareness: A Preliminary Neural Network Model Of Conscious And Unconscious Perception In Word Processing, *Biological Cybernetics*, *75*(1), 59-72.

Tsay, R.S. (2010). *Analysis Of Financial Time Series*. A John Wiley & Sons. Inc.

Türker, A. (2007). *Arbitraj Fiyatlama Teorisi Ve İmkb Uygulaması*, (Yüksek Lisans Tezi), İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Ünsal, E.M. (2007). *Makro İktisat*. Ankara: İmaj Yayınevi.

Üreten, S. (2005). *Üretim/İşlemler Yönetimi, Stratejik Kararlar ve Karar Modelleri*, Ankara: Gazi Kitabevi.

Vogelvang, B. (2005). *Econometrics: Theory And Applications With Eviews*, Pearson Education Limited, Essex.

Xiao, Z., Gong, K. ve Zou, Y. (2009). A Combined Forecasting Approach Based On Fuzzy Soft Sets, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *228*(1), 326-333.

Yaman, B.O. (2014). *Hisse Senedi Endeks Getirileri Üzerinde Temel Makroekonomik Değişkenlerin Etkilerinin Ölçülmesi: Bazı Avrupa Birliği Üyesi Ülkeler İle Türkiye Örneği*, (Yüksek Lisans Tezi), Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Yapraklı, S. (2010). Türkiye’de Esnek Döviz Kuru Rejimi Altında Dış Açıkların Belirleyicileri: Sinir Testi Yaklaşımı, *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, *65*(04), 141-164.

Yavuz, N.Ç. (2015). *Finansal Ekonometri*, 2. Baskı, İstanbul: Der Yayınları.

Yıldırım, K., Karaman, D. ve Taşdemir, M. (2013). *Makroekonomi*, 11. Baskı, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, D. (2009). *Zaman Serileri Analizi Ve Yapay Sinir Ağları İle Tahmin: Yabancı Portföy Yatırımları Üzerine Uygulama*, (Doktora Tezi), Ankara: Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Yıldız, G. ve Eski, O. (2006). An Artificial Neural Network Based Simulation Metamodeling Approach For Dual Resource Constrained Assembly Line. In *International Conference on Artificial Neural Networks*, Berlin: Springer, Heidelberg.

Yoon, K. (2014). *Convolutional Neural Networks For Sentence Classification*, *Arxiv Preprint Arxiv:1408.5882*.

Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy Sets, *Information And Control*, 8(3), 338-353.

Zadeh, L.A. (1995). Discussion: Probability Theory And Fuzzy Logic Are Complementary Rather Than Competitive. *Technometrics*, *37*(3), 271-276.

Zengin, N. (2009). *Seçilmis Makroekonomik Göstergeler İle İmkb–100 Endeksi Arasındaki İliskinin Analizi*, (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul: Marmara Üniversitesi Bankacılık Ve Sigortacılık Enstitüsü Sermaye Piyasası Ve Borsa Anabilim Dalı.

Zhang, G., Patuwo, B.E. ve Hu, M.Y. (1998). Forecasting With Artificial Neural Networks: The State Of The Art, *International Journal Of Forecasting*, *14*(1), 35-62.

Zhang, H. ve Liu, D. (2006). *Fuzzy Modeling And Fuzzy Control*, Control Engineering Book Series, Boston: Brikhauser.

Zimmermann, H-J. (1991). *Fuzzy Set Theory And Its Aplications*, 2nd Revised Edition, Boston, Dordrecht, London , Kluwer Academic Publishers.

Zurada, J.M. (1992). *Introduction To Artificial Neural Systems*, Vol. 8. St. Paul: West Publishing Company.