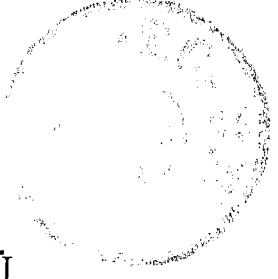


77754



T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

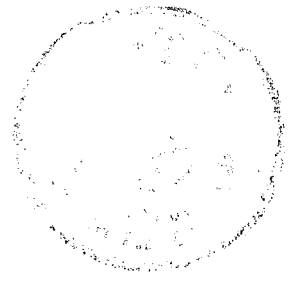
KÜBİK KRİSTALLİ METALİK MALZEMELERDE
DOKU OLUŞUMU VE DOKUNUN TEMSİL
EDİLMESİ

KEMAL KORKMAZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MALZEME BİLİMİ VE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

77754

TEZ DANIŞMANI
Doç.Dr.Orhan ŞAHİN

GEBZE
1998



Bu tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 26/01/1998. tarih ve 98/2. sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Malzeme. Bil. ve Müh. Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS Tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(Tez Danışmanı)

Doç. Dr. Orhan ŞAHİN (GYTE – MALZEME)

ÜYE

Prof. Dr. Bekir AKTAŞ (GYTE – FİZİK)

ÜYE

Yrd. Doç. Dr. Ahmet ÇAPOĞLU (GYTE – MALZEME)

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 11/02/1998.....tarih ve 98/05. sayılı kararı.

İmza / Mühür

ÖZET

Bu literatür çalışması şu iki maksatla yapılmıştır:

- Kayma ile FCC metallerde dokunun gelişimi.
- Dokunun temsil edilme yöntemleri.

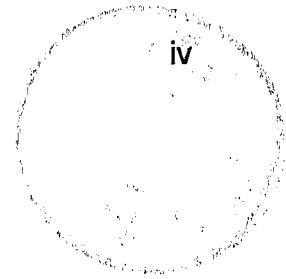
Bu çalışmanın ilk kısmında, dokunun gelişimi, FCC single kristal deformasyonu, bikristal deformasyon ve polikristal deformasyonun Taylor ile Bishop ve Hill analizleri açıklandı.

Bir single kayma sisteminin faal olması ile serbest bir single kristal plastik olarak deforme olur. Polikristal içindeki single bir kristaldeki deformasyon serbest bir single kristalin deformasyonundan farklıdır, aksi takdirde tane sınırları boyunca süreksizlikler, komşu taneler arasında da boşluklar oluşturması gerekirdi.

Halbuki bir polikristal, komşu taneler beraberliklerini muhafaza edecek şekilde deforme olur. Yani strain devamlılığı tane sınırları boyunca hatta bazı durumlarda tüm kristal boyunca muhafaza edilir. Burada bir polikristal içindeki her bir tanede (kristal) tane sınırlarına yakın bölgelerde deformasyonun iç bölgelerdekinden farklı olduğu deneysel olarak gözlemlenmiştir. Tane iç bölgesinde single kayma hakimken; tane sınır bölgelerinde çoklu kayma meydana gelir.

Polikristal içindeki bir tanenin kristalografik oryantasyonunun yeniden yönlenmesi kısıtlanmış plastik deformasyon sonucudur. Yeniden yönlenmenin derecesi plastik deformasyonun miktara bağlı olup tanelerin oryantasyon dağılımı stereografik projeksiyon üzerinde plot edilmesiyle doku görüntülenebilir. Polikristal dokuyu gösteren projeksiyonun bu tipine Pole Figure adı verilir. Euler Uzayda tanelerin oryantasyon dağılımlarını gösteren dokunun diğer tip temsiline ODF adı verilir.

SUMMARY



This literature study were carried out to understand,

- the development of texture in FCC metals by slip
- the ways of representation of texture

In the first part of study, development of texture, the FCC single crystal deformation, bicrystal deformation and Taylor and Bishop-Hill analysis of polycrystal deformation were explained.

A free single crystal deforms plastically by the operation of a single slip system. Unlike a free single crystal, a single crystal in a polycrystal could not deform like a free single crystal, otherwise the strain must be discontinuous across the grain boundaries and voids must be formed between the neighboring grains.

A polycrystal deforms in such a way that neighboring grains stay intact. That is, strain continuity is maintained across the grain boundaries and in some cases even throughout the entire crystal. It is experimentally observed that in each grain (crystal) in a polycrystal the regions near the boundaries deforms differently from the interior. Multiple slip occurs usually at the grain boundary regions while sometime single slip dominates grain interior.

Reorientation of crystallographic orientation of individual grain in polycrystal is associated with constrained plastic deformation (by shear on a single or several slip systems). Degree of reorientation depends on the amount of plastic deformation can be visualized by plotting orientation distribution of grains on a stereographic projection. This kind of projection, named pole figures, show the texture of polycrystal.

Another kind of representation of texture, called ODF, shows the orientation distribution of grains in Euler Space.

TEŞEKKÜR

Hazırlanan bu yüksek lisans tez çalışması esnasında danışmanlığımı yürüten ve bütün bilgi birikimini aktarmak için çaba sarfeden Doç. Dr. Orhan ŞAHİN 'e, tüm tahsil hayatım boyunca maddi ve manevi yönden beni destekleyen aileme ve başta Arş. Gör. Ömer Baybora AYDIN olmak üzere GYTE deki tüm arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

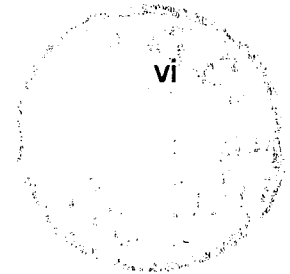
Şubat, 1998

Uçak Müh. Kemal KORKMAZ

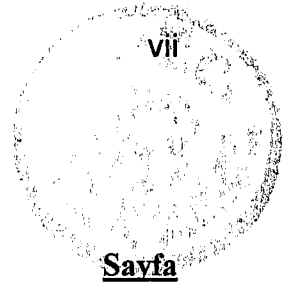


TEŞEKKÜR
KEMAL KORKMAZ

İÇİNDEKİLER



	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iii
SUMMARY	iv
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGE DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. DOKUNUN OLUŞUMU	2
2.1. Single Kristal Deformasyonu	2
2.2. Komşu İki Tanenin Deformasyonu	11
2.3. Polikristalin Deformasyonu	15
2.3.1. Taylor Yaklaşımı	15
2.3.2. Bishop-Hill Yaklaşımı	18
2.3.3. Genel Yaklaşım	22
3. DOKUNUN TAYİNİ VE TEMSİL EDİLMESİ	25
3.1. Pole Figure	26
3.2. ODF (Orientation Distrubition Function)	32
3.2.1. Pole Figure Inversion	36
3.2.2. Seriyeye Açma Metodu	37
4. SONUÇLAR	40
5. KAYNAKLAR	41
6. ÖZGEÇMİŞ	42



ŞEKİLLER DİZİNİ

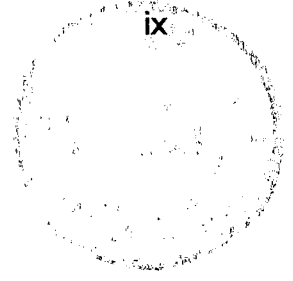
Sekil :

Sayfa

Şekil 2.1: Kübik kristaller için (001) düzleminde stereografik projeksiyon	3
Şekil 2.2: Kuvvet eksenine (P) göre kayma düzleminin ve kayma doğrultusunun oryantasyonunu gösteren diyagram	4
Şekil 2.3: Single kristalin kayma düzleminin oryantasyonu	5
Şekil 2.4: Standart üçgen içindeki bir P noktası ile single kristalin oryantasyonunun takip edilmesi	7
Şekil 2.5: OX ve OY koordinatlarına sahip kare numunemiz	8
Şekil 2.6: Basit kayma şeklindeki gibi sadece kayma ve dönme gibi iki komponente ayrılabilir	9
Şekil 2.7: Komşu iki A,B tanesi ve aralarındaki XZ düzlemi tane sınırı	12
Şekil 2.8: Tane A'daki bir kayma düzlemi ve yönü gösterilmektedir	12
Şekil 2.9: Kayma sistemleri	14
Şekil 2.10: Kübik kristallerde farklı kayma setlerine sahip kayma sistemleri için aksimetrik deformasyon	21
Şekil 2.11: Polikristal bir numunede, komşu iki tanede ve tane sınırında faal olan farklı kayma sistemleri	23
Şekil 2.12: Bir polikristalin çekme deformasyonuna maruz kalırken tanelerin geometrik olarak gerekli dislokasyonların ve uyumsuzluk streslerin sonucu dislokasyonların oluşumu	24
Şekil 3.1.a: Pole figürün kutup küresi yardımıyla saptanması	27
Şekil 3.1.b: Şekil 3.1.a'daki SP düzlemi üzerindeki numunenin Bragg Kanunu için set edilmiş hali	27
Şekil 3.2: Kristalin oryantasyonunun numune koordinatlarını gösteren SP düzlemi üzerine işaretlenmesi	28
Şekil 3.3: Geri yansımali metotta oryantasyon ölçümü için taranan bölge	29
Şekil 3.4: %95 Haddelenmiş α -brass'ın (111) pole yoğunluğunu dağılımı	31
Şekil 3.5: Nümuneye koordinat sistemi K_A 'ya göre tane koordinat sistemi K_B 'nin oryantasyonunu ifade eden g-rotasyonu	32

Sekil :

- Şekil 3.6: Kristalin koordinat eksenleri ile numune koordinat eksenlerinin Euler açıları ile a) kartezyen koordinatlarında b) pole figure üzerinde karşılaştırılması** 34
- Şekil 3.7: Euler uzayında, a) tek bir tanenin oryantasyonunun işaretlenmesi b) binlerce tanenin oryantasyonunun tek tek işaretlenmesi c) binlerce tanenin oryantasyonunun $f(g)$ fonksiyonu ile temsil edilmesi** 35
- Şekil 3.8: %95 Haddelenmiş Cu için dokunun a) üç boyutlu ODF ile ve b) iki boyutlu kesitleri ile temsil edilmesi** 39



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge:

Çizelge 2.1: FCC kübik kristaller için tüm kayma sistemleri	19
Çizelge 2.2: $\{111\}\langle 110\rangle$ veya $\{110\}\langle 111\rangle$ kayma sistemleri için stress halleri	20
Çizelge 3.1: Dokunun temsil edilmesi metotları	25
Çizelge 3.2: Belli bir düzlemden farklı konumlarda okunan yansıma şiddetleri	30



1. GİRİŞ

Polikristal metalik malzeme birbirlerine göre farklı yönelmiş yüzlerce hatta binlerce kristallerden (tane, single kristal) ve bu kristaller arasındaki tane sınırlarından (grain boundary) oluşur.

Tek fazlı polikristal metalik malzeme ve bu malzemeyi oluşturan kristallerin her biri (single kristal) aynı kristal yapıya sahip olduğu halde fiziksel özellikleri birbirlerinden çok farklıdır. Fiziksel özellikler arasındaki bu farkın başlıca iki sebebi vardır.

- polikristal yapıyı oluşturan kristaller arasındaki yönelmenin farklı olması
- kristaller (taneler) arası tane sınırlarının mevcudiyeti

Polikristal metalik malzemenin plastik deformasyonundan önce herbir kristali birbirlerine göre rastgele yönelmiş olsa bile plastik deformasyondan sonra, kristallerin belli yönlerde yönelmeyi tercih ettikleri bilinen bir gerçektir. Plastik deformasyon sonrası tercih edilen yönelmeye doku (texture) denilmektedir.

Plastik deformasyonun ne tür bir dokuya sebep olduğu haddelenmiş metalik malzemenin (saç levha, tel gibi) yeterli sayıda tanesinin oryantasyonlarının X-ışınları ile tayin edilmesi ve stereografik projeksiyon üzerine işaretlenmesi (pole figure) ile anlaşılabilir. Seçilmiş bir kristalografik düzleminin normallerinin dağılımı olan pole figure'ün X, Y ve Z gibi belli eksenleri levhada; levha normal (ND), hadde yönü (RD) ve transvers direction (TD)'ye, telde sadece telin eksene (fiber direction)'a tekabül eder. Pole figure de levhanın normal ve hadde yönüne tekabül eden $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ 'ye levhanın dokusu denir.

Bu tez çalışmada plastik deformasyonun sonucu dokunun nasıl oluştuğu ve oluşan dokunun nasıl temsil edildiği izah edilecektir. Deformasyon dokusu kadar önemli olan yeniden kristalleşme dokusu konu dışı bırakılmıştır.

2. DOKUNUN OLUŞUMU

Dokunun nasıl oluştuğunu izah etmeye polikristal metalin temel taşı olan single kristalin deformasyonu ile başlamak isabetli olur. Dokunun oluşumu basamak basamak aşağıdaki gibi incelenecektir.

- Single kristalin plastik deformasyonu (tane sınırı yok)
- İki kristalin plastik deformasyonu (iki tane ve bir tane sınırı)
- Polikristalin plastik deformasyonu (binlerce tane ve tane sınırları)

2.1. SINGLE KRİSTAL(TEK TANE) DEFORMASYONU

Metallerde plastik deformasyon, kristal yapının belli düzlemleri üzerinde ve bu düzlemler üzerinde belli yönlerdeki kayma ile meydana gelir. Kaymanın her adım büyüklüğü kayma düzlemi üzerindeki dislokasyonun burgers vektörü büyüklüğü kadardır. Kayma düzlemi üzerinde kayma yönünde hareket eden herbir dislokasyon toplam kaymaya (shear) bir burger vektörü kadar katkıda bulunur. Kayma düzlemi ve kayma düzlemi üzerindeki kayma yönü ile birlikte bir kayma sistemi oluştururlar. Bu çalışmanın konusu olan FCC(Yüzey Merkezli Kübik) metalik yapılar için kayma (111) düzlemleri üzerindeki [110] doğrultuda meydana gelir. FCC yapılarda Çizelge 3.1. de görüldüğü gibi 4 adet (111) düzlemi ve her düzlemde 3 adet [110] kayma yönü olduğundan toplam 12 adet (111)[110] tipi kayma sistemi vardır.

Kristallerin oryantasyonları X-ışınları difraksiyonu veya Elektron Mikroskopu tekniği ile tayin edilebilir ve bu oryantasyon stereografik projeksiyon ile temsil edilir. Kübik kristaller için [001],[011] ve $[\bar{1}11]$ kutuplarının (pollerinin) gösterildiği stereografik projeksiyon Şekil. 2.1 de gösterilmiştir. İster FCC ister BCC olsun kübik kristaller için standart projeksiyon köşeleri [001],[011] ve $[\bar{1}11]$ ile sınırlanmış 24 adet eşit üçgen oluşur. Bu üçgenlerden [001],[011] ve $[\bar{1}11]$ üçgeni standart üçgen olarak seçilmiş ve single kristal çalışmaları bu üçgen esas alınarak yapılmıştır.

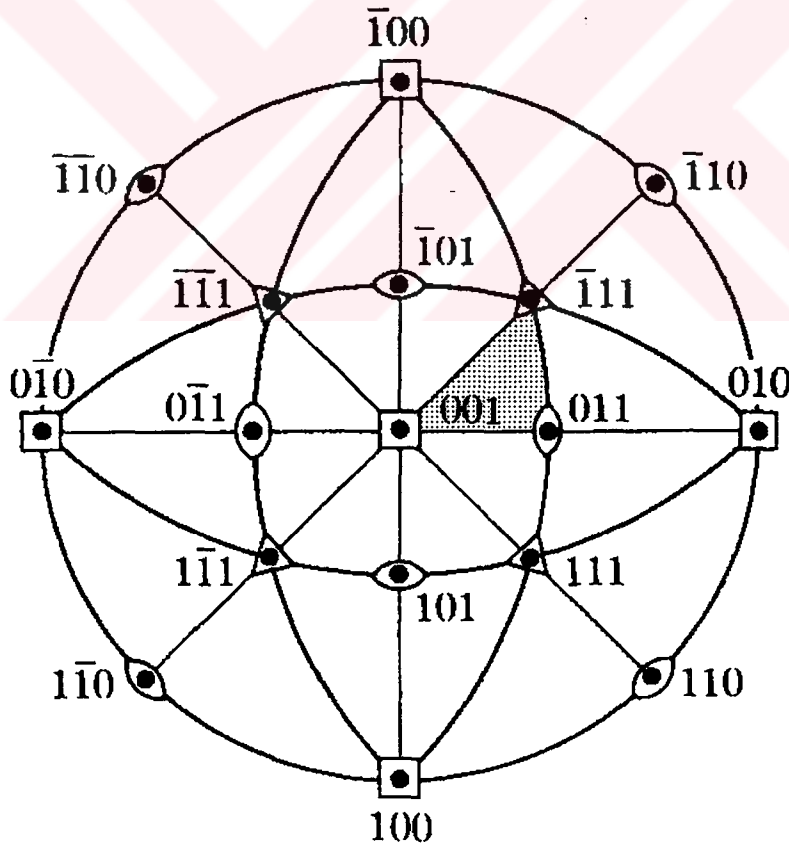
Şekil 2.2. deki silindirik numune bir FCC kristalini ve kayma düzlemi de 4 adet kayma düzleminde bir tanesini temsil etmiş olsun. Kristal üzerine dışardan uygulanan

P kuvveti altında kayma düzlemi üzerindeki kayma stresi τ_{RSS} (Resolved Shear Stress) aşağıdaki ilişki ile ifade edilir.

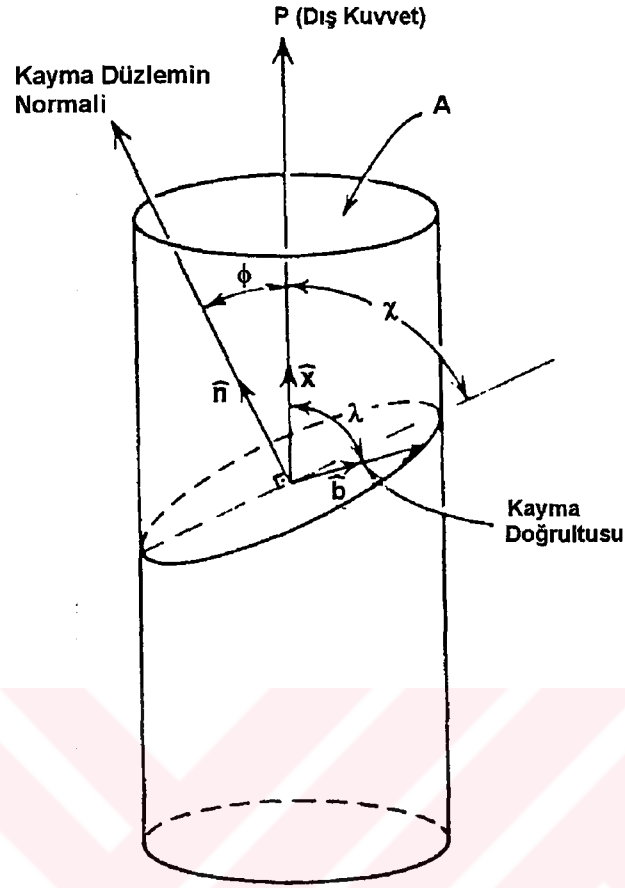
$$\tau_{RSS} = \frac{P}{A} \cos\phi \cdot \cos\lambda \quad (2-1)$$

Bu ilişkide

- P : dışarıdan uygulanan kuvvet,
A : kayma düzleminin alanı,
 ϕ : dış kuvvetin yönü ile kayma düzlemin normali arasındaki açı,
 λ : dış kuvvetin yönü ile kayma yönü arasındaki açı ve
 $\cos\phi \cdot \cos\lambda$: çarpımı Schmid Faktörü olarak bilinir.



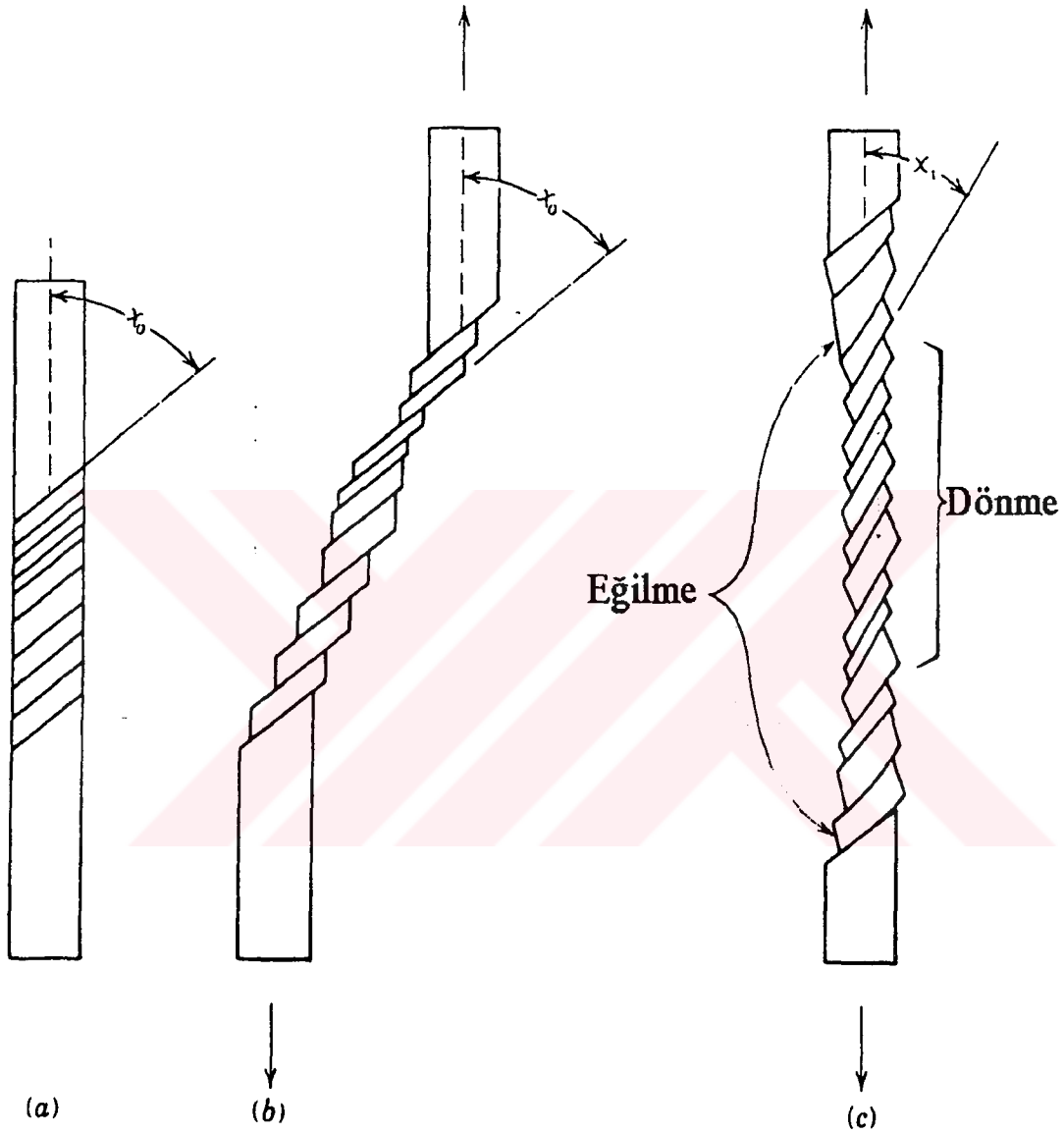
Şekil 2.1. Kübik kristaller için (001) düzleminde Stereografik Projeksiyon.



Şekil 2.2. Kuvvet eksenine (P) göre kayma düzleminin ve kayma doğrultusunun oryantasyonunu gösteren diyagram [1].

$\phi=\lambda=45^\circ$ için Schmid faktörü alabileceği en büyük değer olan 0.5 değerini alır. ϕ ve λ 'in diğer değerleri için bu faktör 0.5 den küçük ve açılardan bir tanesinin 90° olması durumunda ise bu faktör sıfır değerini alır. Kristale dışardan uygulanan kuvvet bu faktöre bağlı olarak kayma düzlemi üzerinde kayma yönünde etkisini gösterir. Bu faktör 0.5 olduğu durumda ($\phi=\lambda=45^\circ$) dışardan uygulanan kuvvetin yarısı büyüklüğünde bir kuvvet kayma düzlemi üzerinde kayma yönünde kayma stresi olarak etki eder. Dış kuvvet ne kadar büyük olursa olsun açılardan bir tanesi 90° ise Schmid faktörü sıfır ve kayma sistemi üzerine etki eden kayma stresi sıfır olacaktır. Kayma sistemi üzerine etki eden kayma stresi kritik değere ulaştığında ($\tau_{RSS} = \tau_{CRSS}$) kayma

başlayacaktır. τ_{CRSS} kristalin akma noktasını (yield point) gösterir, yani bu kristalin fiziksel bir özelliğidir.



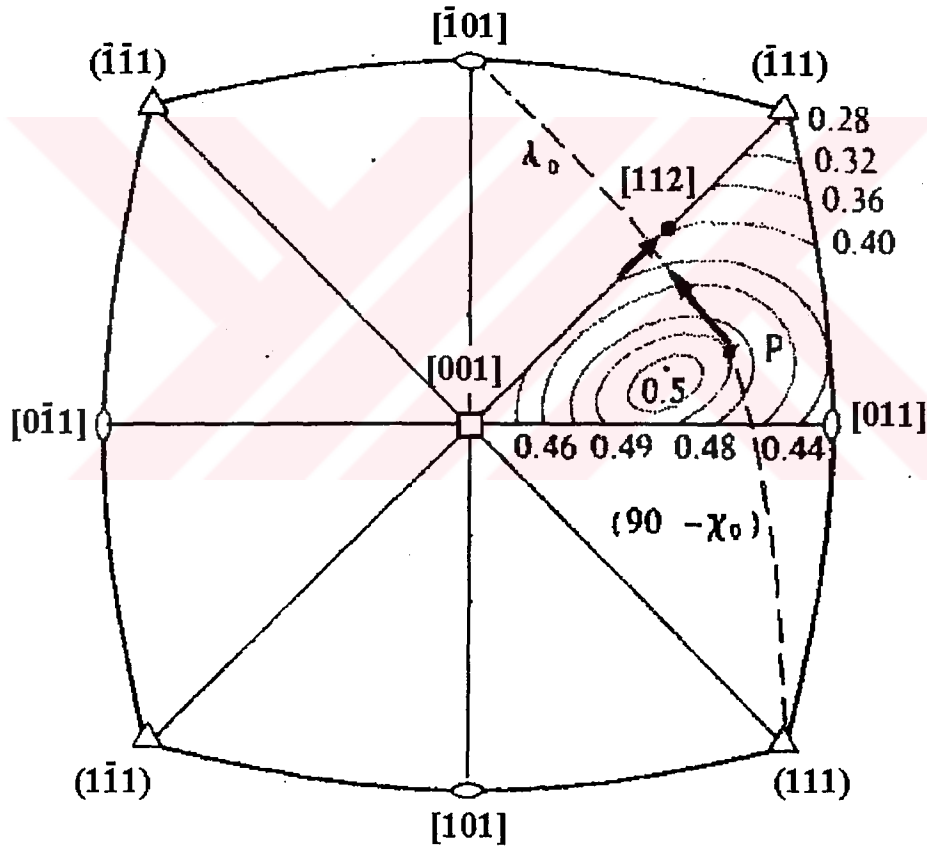
Şekil 2.3. Single Kristalin Kayma düzleminin oryantasyonu. a) Deformasyon öncesi, b) numune tutucular olmaksızın kısıtlamasız kayma dilimlerin rotasyonsuz hareketi sonucu deformasyon sonrası, c) numune tutucular tarafından kısıtlandırıldığı zaman single kristalin kayma düzlemlerinde görülen eğilme ve rotasyon(dönme)[1].

Şekil 2.3.a.'da Şekil 2.2.'dekine benzer şekilde silindirik numune bir FCC kristalini ve kayma düzlemi de 4 adet kayma düzleminden bir tanesini temsil ediyor. Numune Şekil 2.3.a. da gösterilen numune düzlem üzerinde kayma olması halinde, büyük miktarlarda plastik deformasyon için eğer numunenin uçları serbest hareket edebiliyorsa, Şekil 2.3.b.'deki gibi bir şekil alacaktır. Şekil 2.3.b.'de de görüldüğü gibi dışardan uygulanan çekme kuvvetin yönü ile kayma düzlemi normali arasındaki açı değişmemiştir. Yani Şekil 2.3.a. daki gibidir. Eğer numunenin uçları serbest hareket edemiyorsa, yani kısıtlama varsa, numune kayma sonrasında Şekil 2.3.c. deki gibi bir şekle girecektir. Numunenin bu şekle girebilmesi için plastik deformasyonun olduğu bölgede (numunenin orta bölgesi) kayma düzlemleri üzerinde kayma ile birlikte kayma düzlemleri yani numune dönmüştür (rotasyon). Dönmenin miktarı dış kuvvet yönü ile kayma düzlemi normali arasındaki değişen açıdanda açıkça görülebilir. Bu çalışmanın konusu olan doku(texture) yani kristalin yeniden yönelmesi (reorientation) plastik deformasyonun sebep olduğu dönmenin bir sonucudur.

Kayma düzlemi faaliyeti ile birlikte dönmenin yönü ve miktarı stereografik projeksiyondan takip edilebilir. Şekil 2.4. de stereografik projeksiyonun orta kısmı gösterilmiştir. Standart üçgen içerisindeki P noktası single kristal numune üzerine uygulanan çekme dış kuvvetin kristalografik yönünü göstermektedir. P noktası standart üçgen içerisinde kaldığı sürece $(111)[\bar{1}01]$ kayma sistemi en büyük Schmid faktörüne sahiptir ve kayma bu sistem (ana kayma sistemi) üzerinde kayma stresi τ_{CRSS} ye ulaştığı an başlar. Kayma sistemi üzerinde kayma ile birlikte numune de dönmeye başlar. Şekil 2.4. de kesik çizgi ve üzerindeki oklar ile gösterilmiştir. Çekme kuvveti altında kristalin çekme yönü P, standart üçgenin $001-\bar{1}11$ sınırına kadar değişecektir. $001-\bar{1}11$ sınırı üzerinde ana kayma sistemi ile birlikte ikinci kayma sistemide $(\bar{1}\bar{1}1-011)$ faal olacaktır. Çünkü sınır üzerinde iki slip sistemin schmid faktörleri yani kayma stressleri aynıdır. Bu durumda iki slip sistemi ortak bir dönme oluşturur. Ortak dönmenin yönü $001-\bar{1}11$ sınır çizgisi üzerindedir ve dönme P yönü 112 kutbuna oluşana kadar devam eder. P noktası bu noktaya ulaştıktan sonraki kayma yani plastik deformasyon dönmeye sebep olmaz. Çekme kuvveti altında kristal kararlı bir orientation'na ulaşmıştır. P noktası başlangıçta yani plastik deformasyondan önce standart üçgenin neresinde bulunursa bulunsun çekme kuvveti altında ilk dönüş

ana kayma sistemin faaliyeti sonucu $\bar{1}01$ kutbuna doğru ve $001-\bar{1}11$ sınıma ulaşana dek olacaktır. P noktası $001-\bar{1}11$ sınıma $\bar{1}12$ kutbunun ister sağından veya ister solundan ulaşsın bu aşamadan sonra dönme yönü sağdan ve soldan $\bar{1}12$ kutbuna doğru olacaktır.

Yukarıda single(tek) kristal plastik deformasyonu, kaymanın yani plastik deformasyonun dönmeye (kristalin yeniden yönelmesi) sebep olduğunu izah etmek için verilmiş güzel ve sade bir örnektir. Basma kuvveti altında aynı ana slip sistemi, çekmenin aksi yönünde faal olacaktır. Polikristal malzemede ise her bir kristal değişik oryantasyonlara sahip komşu kristallerle çevrilmiş olması ve uniform olmayan bir stress alanına maruz kalması kayma ve dönmeyi daha karmaşık bir hale getirmektedir.



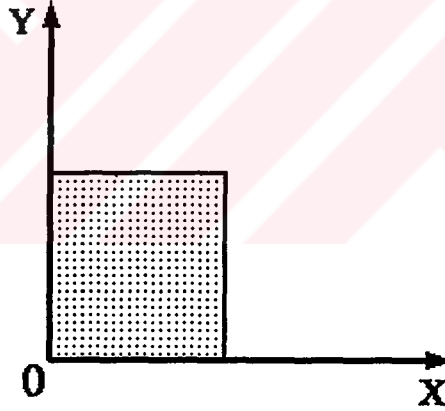
Şekil 2.4. Standart üçgen içindeki bir P noktası (çekme eksenini) ile single kristalin oryantasyonunun takip edilmesi. Şekil üzerindeki konturlar ve konturlara tekabül eden sayılar Schmid faktörü değerleridir[2].

Bu tez çalışmamın ana konusu olmamakla beraber konunun daha iyi anlaşılabilmesi için okyucunun stress, strain, kristalografi ve dislokasyonlar hakkında yeterince temel bilgisi olması gerekmektedir. Çalışma konusu olan FCC kübik yapı, stress ve dislokasyonlar için bir hatırlatmayı gerekli bulmuyoruz. Yalnız strain için aşağıdaki hatırlatmayı faydalı görüyoruz.

Strain'i başka bir deyişle strain tensörünü izah edebilmek için stress'de de olduğu gibi üçlü bir koordinat sistemi seçmek zorundayız. Eğer eksenlerin biri yönünde strain (gerek normal, gerek kayma) yok ise strain (plane strain=düzlemsel şekil değiştirme diye adlandırılır) iki eksenle ifade edilebilir.

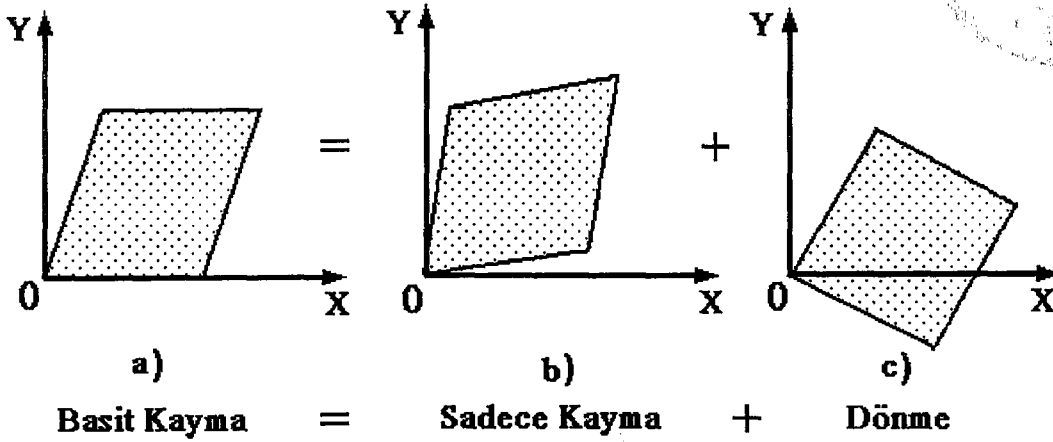
Örneğin;

X ve Y koordinatlarına aşağıdaki gibi yerleştirilmiş olan birim kare bizim numunemiz olsun (Şekil 2.5.)



Şekil 2.5. OX (\bar{b} burgers vektörün yönü) ve OY (\bar{n} kayma düzlemin normalinin yönü) koordinatlarına sahip kare numunemiz (Bkz. Şekil 2.2.)

Bu numune stress altında plastik deformasyona maruz kalarak şekil 2.6.a. ve şekil 2.6.b. deki gibi bir şekle veya bir dış kuvvet etkisiyle plastik deformasyona maruz kalmadan şekil 2.6.c. deki gibi yeni bir konumda bulunabilir.



Şekil 2.6. Basit kayma şekildeki gibi sadece kayma ve dönme gibi iki komponent'e ayrılabilir.

Her üç durumda da numunenin alanı (üçlü boyut için numunenin hacmi söz konusudur) sabittir (elastik deformasyon yoktur). İlk durumda şekil 2.6.a. plastik deformasyon (kayma) ve dönme (rotasyon) vardır. İkinci durumda sadece plastik deformasyon vardır. Üçüncü durumda ise plastik deformasyon yok sadece rotasyon vardır. Polikristal deformasyon esnasında, polikristali oluşturan kristallerden bazıları tesadüfen şekil 2.6.b. deki gibi sadece kaymaya maruz kalabilirler ve bazıları da şekil 2.6.c. deki gibi çok az bir ihtimalde olsa komşu kristaller plastik deformasyona maruz kalırken onların ortasında plastik deformasyona maruz kalmadan dönebilir. Bu durumun tek fazlı kübik metallerde vuku bulması ihtimali çok çok azdır. Fakat iki fazlı metalik malzemelerde fazlardan biri diğerine nazaran kuvvetli ise zayıf fazı plastik deformasyona uğratan bir stress kuvvetli fazda akma (yield) ya sebep olmayabilir. Bu durumda kuvvetli fazı oluşturan taneler plastik deformasyona uğrayan diğer fazın taneleri arasında dönebilirler. Şekil 2.6.a. ise bizi en çok ilgilendiren deformasyon şeklidir. İster tek fazlı metalik numune isterse iki fazlı metalik malzeme olsun akma noktasının üstünde kübik bir kristal şekil 2.6.a. daki gibi plastik deformasyona maruz kalır (yani basit kayma).

FCC kübik kristallerde OX kayma düzlemi ve kayma yönü olarak kabul edersek (Şekil 2.2. deki single kristal deformasyonu) OX' e 90° dik bir (111)[110]

kayma sistemi FCC yapıda yoktur. Yani tek bir kayma sisteminin faaliyeti ile kübik FCC kristal Şekil 2.6.b. deki gibi bir strain'e sahip olamaz.

FCC kristal içerisinde bir tek kayma sistemi sonucu elde edilen strain tensörü aşağıdaki gibi ikiye ayrıştırılabilir.

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\gamma_{12}}{2} & 0 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\gamma_{12}}{2} & 0 \\ -\frac{\gamma_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

(1) (2) (3)

Bu tensörün ilk kısmı sadece kaymadır (Şekil 2.6.a.), yani plastik deformasyon. İkinci kısmı sadece dönmedir (Şekil 2.6.b.), yani yeniden yönlenme. Single kristal deformasyonu bazı şartlar altında örneğin [111] yönünde etki eden dış kuvvet gibi birden fazla slip sistemi faal ve bu yüzden birden fazla kayma olabilir. Benzer şekilde polikristali oluşturan her bir kristalin plastik deformasyonu sırasında birden fazla kayma sistemi faaldır ve birden fazla kayma vardır. Yukarıda olduğu gibi bu kaymaların hepsinin oluştuğu (1) numaralı strain tensörü sadece kaymayı gösteren (2) numaralı tensör ve sadece dönme gösteren (3) numaralı tensöre ayrıştırılır.

2.2. KOMŞU İKİ TANENİN (BİKRİSTAL) DEFORMASYONU

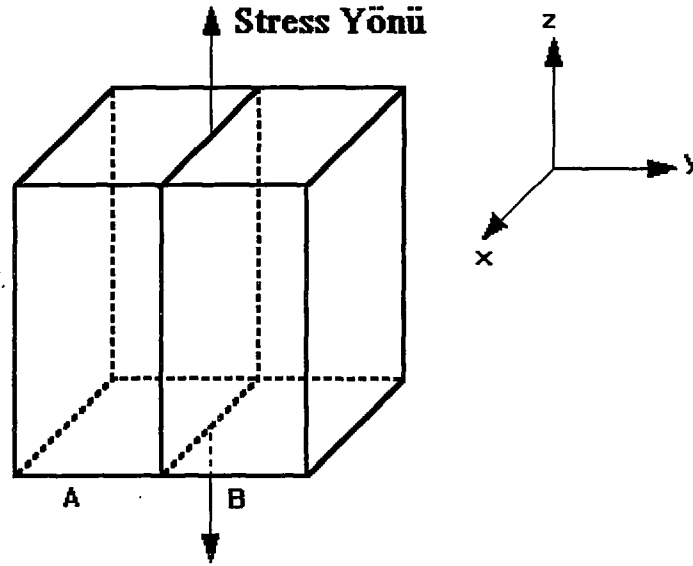
Herhangi bir cisimde (bizim için bu cisim metalik kübik FCC kristal) strain hali (strain state) 6 tane strain komponenti ile izah edilir. Bunlar;

$$\left[\varepsilon_{ij} \right]_{\substack{i=x,y,z \\ j=x,y,z}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 2\gamma_{xy} \\ \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = 2\gamma_{xz} \\ \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{yz} = 2\gamma_{yz} \end{cases} \quad (2-3)$$

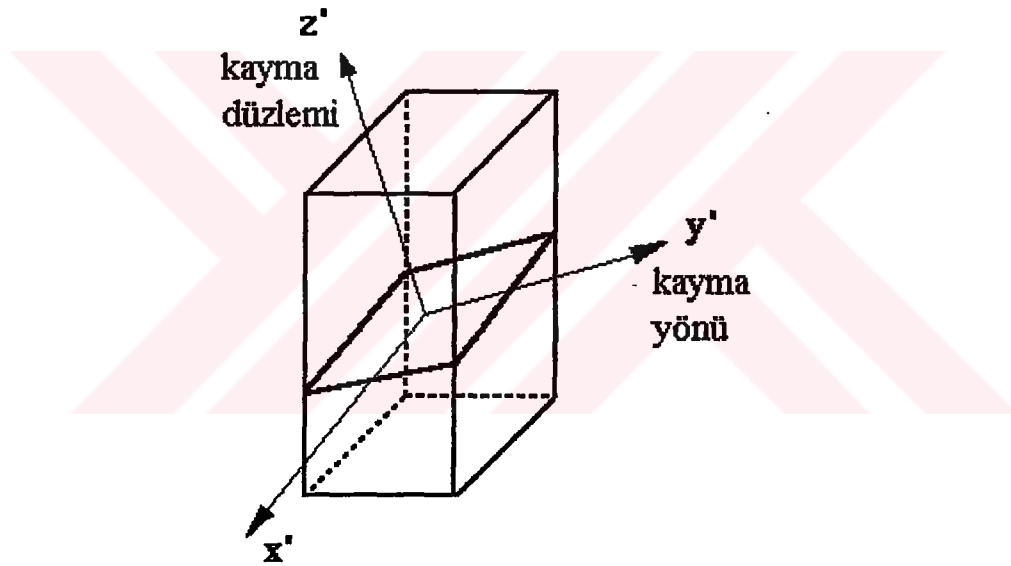
Plastik deformasyonda, elastik deformasyonda olduğu gibi hacimde değişme olmadığı için $\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0$ dir. Plastik deformasyonda iki normal strain komponenti üçüncü normal komponenti tanımlar. Bu yüzden plastik deformasyona maruz kalan herhangi bir cisimde strain durumunu tanımlamak için 5 strain komponentinin bilinmesi yeterlidir.

Genellikle bir polikristal içerisinde herbir tanenin polikristalin tümüne benzer şekilde plastik deformasyona uğradığı varsayılır ve polikristalin 5 bağımsız kayma sistemine sahip olması ile istenilen herhangi bir şekli alabilir [3]. İstenilen bir strain durumu 5 bağımsız kayma sisteminin herbirisinin katkısıyla elde edilebileceği gibi hatta bazı şartlar altında sadece bir tek bağımsız kayma sistemi ile de elde edilebilir.

Polikristali oluşturan taneler arasında herhangi bir tane sınırında bir kopmanın olmaması için tane sınırının her iki tarafında yani komşu tanelerde 5'er bağımsız kayma (slip) sistemi olması gerekir. Ama bazı durumlarda komşu taneler arasında strain devamlılığı yani tanelerin uyumluluğu (tane sınırında kopma yok) 5' den daha az bağımsız slip sistemi ile de sağlanabiliyor, ve bu durumda da tane numunenin sahip olduğu strain durumunu 5' den daha az bağımsız kayma sistemi ile elde edebiliyor. İki tane arasında uyumluluk (compatibility), şekil 2.1. de görülen taneler ve dik düzlemsel tane sınırı ile izah edilebilir.



Şekil 2.7. Komşu iki A, B tanesi ve aralarındaki XZ düzlemi tane sınırı



Şekil 2.8. Tane A daki bir kayma düzlemi ve yönü gösterilmektedir

Şekil 2.7. de görülen komşu iki taneden, Tane A da bir kayma düzlemi ve kayma yönü Şekil 2.8. de gösterilmiştir. Bu kayma sisteminin tane sınırında meydana getireceği strain komponentleri aşağıdaki gibidir.

- x, y, z : tane sınırını gösteren koordinatlar
- xz : tane sınırı düzlemi
- x', y', z' : tane A' da kayma düzlemini ve kayma yönünü gösteren

koordinatlar

$\gamma_{z'y'}$: tane A' daki kayma düzleminde meydana gelen kayma miktarı

a_{ij} : xyz ve x'y'z' koordinatları arasındaki doğrultman kosinüsleri

	X	Y	Z
X'	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Y'	a_{21}	a_{22}	a_{23}
Z'	a_{31}	a_{32}	a_{33}

(2-4)

Tane A' da $\gamma_{z'y'}$ kadar kayma olursa, bu kaymanın tane sınırının tane A tarafında meydana getirdiği strain komponentleri;

$$\epsilon_{zz}^A = a_{33} \cdot a_{32} \cdot \gamma_{z'y'} \quad (2-5)$$

$$\epsilon_{xx}^A = a_{13} \cdot a_{12} \cdot \gamma_{z'y'} \quad (2-6)$$

$$\gamma_{xz}^A = \frac{1}{2} (a_{13} \cdot a_{32} + a_{12} \cdot a_{33}) \gamma_{z'y'} \quad (2-7)$$

Benzer şekilde tane B içinde tane sınırında tane A ve tane B uyumluluğu sağlanabilmesi için üç strain komponenti yazılabilir. Tane sınırında uyumluluğun yani strain devamlılığını olabilmesi için;

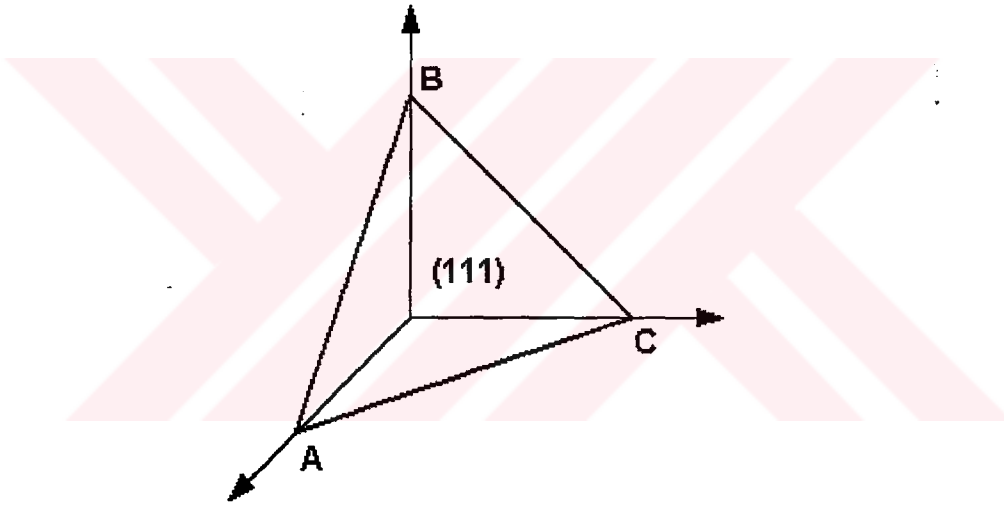
$$\begin{aligned} \epsilon_{zz}^A &= \epsilon_{zz}^B \\ \epsilon_{xx}^A &= \epsilon_{xx}^B \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$\gamma_{xz}^A = \gamma_{xz}^B \quad \text{olması gerekir.}$$

A ve B taneleri birbirlerine göre rastgele yönelmiş iseler tane sınırının her iki tarafında toplam 4 slip sisteminin faal olmasını gerektirir.

Mesela eğer tane A'da bir tek kayma sistemi faal ise, uyumluluk için gerekli olan üç strain komponenti tane B'de 3 bağımsız kayma sisteminin faal olmasını gerektirir. Elbette herbir bağımsız kayma sistemi herbir strain komponentine katkıda bulunacaktır ve sonuç olarak tane A ve tane B'de tane sınırı bölgesinde üç strain komponenti de eşit olacaktır. Tane sınırdaki uyumluluk (strain devamlılığı) kayma sistemlerinin 2'si tane A'da 2'si de tane B'de, veya 3'ü tane A'da, 1'i tane B'de faal olması ile de elde edilebilir.

Herhangi bir kayma sistemi, eğer bu kayma sistemi faaliyeti ile hasil olacak kayma (pure shear), başka kayma sistemlerinin faaliyetlerinin sonucunda oluşan farklı miktardaki kaymanın (shear) toplamı sonucunda elde edilemiyorsa bu kayma sistemine bağımsız kayma sistemi denir.



Şekil 2.9. Kayma sistemleri

Eğer şekilde görülen (111) kayma düzlemi üzerinde AB ve BC yönlerinde kayma faaliyeti varsa (111)[AC] slip sistemi bağımsız bir slip sistemi olamaz. Çünkü (111)[AB] ve (111)[BC] kayma sistemlerinin üzerinde uygun miktarda kaymanın toplamı ile (111)[AC] üzerindeki kayma elde edilebilir.

2.3. POLİKİSTALİN DEFORMASYONU

2.3.1. TAYLOR YAKLAŞIMI

Serbest single kristalin deformasyonu ile polikristalin deformasyonu arasındaki ilişkiyi anlamak için değişik çalışmalar yapılmıştır. Sachs [4] polikristali oluşturan her bir tanenin serbest single kristal gibi deforme olduğunu yani tek bir kayma sisteminin (ana slip sistemi) faal olduğunu söylemiştir.

Eğer polikristali oluşturan her bir tanede bir tek kayma sistemi üzerindeki kayma miktarından (γ) dolayı her bir tanede meydana gelen strain aynı koordinat sistemine göre ifade edilirse (örneğin prizmatik bir numunenin üç kenarı XYZ), her bir tane için strain tensörünün farklı olduğu görülür.

Örneğin XYZ polikristalin koordinatlarını ve X'Y'Z'ise polikristal içerisinde bir tanenin koordinatlarını temsil etsin. Yine X'Y' eksenleri faal tek kayma sisteminin kayma yönü (b burgers vektörü) ve kayma sisteminin normalini (n) temsil etsin. Bu durumda bu iki koordinat arasındaki ilişki ve kayma düzlemi üzerinde meydana gelecek olan kayma miktarı (γ) yüzünden tane üzerinde meydana gelecek strain tensörünün numune koordinatları cinsinden ifadesi aşağıdaki gibidir;

	X	Y	Z
X'	b_1	b_2	b_3
Y'	n_1	n_2	n_3
Z'			

(2-9)

$$\epsilon_{11} = \epsilon_1 = b_1 \cdot n_1 \cdot \gamma$$

$$\epsilon_{22} = \epsilon_2 = b_2 \cdot n_2 \cdot \gamma$$

$$\epsilon_{33} = \epsilon_3 = b_3 \cdot n_3 \cdot \gamma$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \varepsilon_4 &= \frac{1}{2} (\mathbf{b}_2 \cdot \mathbf{n}_3 + \mathbf{b}_3 \cdot \mathbf{n}_2) \cdot \gamma & \varepsilon_4 &= (\mathbf{b}_2 \cdot \mathbf{n}_3 + \mathbf{b}_3 \cdot \mathbf{n}_2) \cdot \gamma \\
\varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \varepsilon_5 &= \frac{1}{2} (\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{n}_3 + \mathbf{b}_3 \cdot \mathbf{n}_1) \cdot \gamma & \varepsilon_5 &= (\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{n}_3 + \mathbf{b}_3 \cdot \mathbf{n}_1) \cdot \gamma \\
\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \varepsilon_6 &= \frac{1}{2} (\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{n}_2 + \mathbf{b}_2 \cdot \mathbf{n}_1) \cdot \gamma & \varepsilon_6 &= (\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{n}_2 + \mathbf{b}_2 \cdot \mathbf{n}_1) \cdot \gamma
\end{aligned} \quad (2-10)$$

Yukarıdaki strain tensörü polikristali oluşturan herbir tane için hesaplanırsa, bu tensörün herbir tane için farklı olduğu ortaya çıkacaktır. Yani komşu taneler farklı strain'e sahiptirler. Eğer gerçekte deformasyon sırasında polikristali oluşturan tanelerin davranışı böyle olsaydı, deformasyon sırasında polikristal bütünlüğünü koruyamaz ve parçalara ayrılır. Bu yüzden polikristalin plastik deformasyona maruz kaldığında komşu taneler strain devamlılığı sadece bir tek kayma sistemin faaliyeti ile sağlanamayacağı, birden fazla kayma sistemin gerekli olduğu rahatlıkla söylenebilir. Bu yüzden Taylor [3] polikristali oluşturan herbir tanenin plastik deformasyonu esnasında aynı homojen straine sahip olduğunu ileri sürmektedir. Taneler arası strain devamlılığı için herbir tane içerisinde birden fazla slip sistemin faal olması ve istenilen herhangi bir strain'i elde etmek için de yine herbir tane içerisinde en az 5 bağımsız kayma sisteminin faal olması gerekmektedir. Bu durumda herbir tane içerisinde 5 bağımsız kayma sisteminde ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ ve γ_5) gibi 5 adet kayma meydana gelmektedir ve herbir kayma strain komponentlerine ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$ ve ε_6) katkıda bulunmaktadır.

Plastik deformasyonda hacim sabit olduğundan $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ dir. Normal strain komponentlerinin ikisi bilindiğinde üçüncü de bilinmiş olmaktadır. Bu durumda herbir tanede (Taylor varsayımına göre aynı) strain komponentleri arasındaki ilişki ile hesaplanabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \end{Bmatrix}$$

(2-11)

Tane içerisinde faal olan 5 slip sistemi bağımsız slip sistemi iseler yukarıdaki matrisin determinantı sıfırdan farklıdır ve strain biliniyorsa kaymalar ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ ve γ_5) hesaplanabilir. Taylor Yüzey Merkezli Kübik (YMK) kristallerde 12 adet slip sistemin 5'li bağımsız setlerinden hangilerinin istenen bir strain'i ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ ve ε_5) sağlayabileceği, ve bunların içerisinde de hangilerinin minimum toplam kayma ($\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 = \min$) ile sağlayabileceğini hesaplamıştır.

Taylor'a göre herhangi bir tane içerisinde, minimum γ_{TOPLAM} kaymayı sağlayan 5'li kayma sistemi seti faal olacaktır. Komşu taneler, tanenin numune koordinatlarına göre oryantasyonuna bağlı olarak farklı 5'li setlere ve toplam kayma miktarı γ_T 'ye sahip olabilirler. Fakat yukarıdaki matris'e göre bu kayma miktarı her bir tane için numune koordinatlarına dönüştürüldüğünde (transfer) aynı strain'e sahip olunmaktadır. Taylor bu varsayımında strain devamlılığını sağlamış fakat minimum toplam kaymayı ($\gamma_T = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5$) meydana getiren $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ ve γ_5 ' in mensup oldukları kayma sisteminde meydana gelebilmeleri için yeterli kayma stresi (τ_{CRSS} *Critical Resolved Shear Stress*) olup olmadığını göz önüne almamıştır.

Taylor yaklaşımı ile tane içerisinde ve komşu taneler arasında strain devamlılığı için toplam minimum kaymayı (γ_{Tmin}) oluşturacak bağımsız 5 kayma sistemi setini tayin edilebilir. Fakat aşağıdaki iki önemli husus belirli değildir.

$$\tau = b_1 \cdot \sigma_{11} \cdot n_1 + b_2 \cdot \sigma_{22} \cdot n_2 + b_3 \cdot \sigma_{33} \cdot n_3 + (b_2 n_3 + b_3 n_2) \sigma_{23} + (b_1 n_3 + b_3 n_1) \sigma_{13} + (b_1 n_2 + b_2 n_1) \sigma_{12} \quad (2-13)$$

Bu denklem 5 kayma sistemi için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_1 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ n_1 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ n_1 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ n_1 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ n_1 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ n_2 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ n_3 & b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ n_2 & b_3 + n_3 & b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ n_1 & b_3 + n_3 & b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ n_1 & b_2 + n_2 & b_1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}$$

(2-14)



$$n_1 \cdot b_1 = -(n_2 \cdot b_2 + n_3 \cdot b_3)$$

olduğundan üstdeki matris denkleminde ortadaki matrisin ilk kolonu elimine edebiliriz ve aşağıdaki eşitlikleri kullanırsak;

$$A = (\sigma_{22} - \sigma_{33}),$$

$$B = (\sigma_{33} - \sigma_{11}),$$

$$C = (\sigma_{11} - \sigma_{22})$$

$$F = \sigma_{23}$$

$$G = \sigma_{13}$$

$$H = \sigma_{12}$$

Üstdeki matris denklemini aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} n_1 b_1 \\ n_2 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} n_1 b_1 \\ n_3 b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} n_1 b_1 + n_3 b_3 \\ n_2 b_2 + n_3 b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} n_1 b_1 + n_3 b_3 \\ n_1 b_3 + n_3 b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} n_1 b_1 + n_3 b_3 \\ n_1 b_2 + n_2 b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2,2 \\ n_2 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2,2 \\ n_3 b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2,2 + 2,2 \\ n_2 b_3 + n_3 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2,2 + 2,2 \\ n_1 b_3 + n_3 b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2,2 + 2,2 \\ n_1 b_2 + n_2 b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3,3 \\ n_2 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3,3 \\ n_3 b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3,3 + 3,3 \\ n_2 b_3 + n_3 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3,3 + 3,3 \\ n_1 b_3 + n_3 b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3,3 + 3,3 \\ n_1 b_2 + n_2 b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 4,4 \\ n_2 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4,4 \\ n_3 b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4,4 + 4,4 \\ n_2 b_3 + n_3 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4,4 + 4,4 \\ n_1 b_3 + n_3 b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4,4 + 4,4 \\ n_1 b_2 + n_2 b_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5,5 \\ n_2 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5,5 \\ n_3 b_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5,5 + 5,5 \\ n_2 b_3 + n_3 b_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5,5 + 5,5 \\ n_1 b_3 + n_3 b_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5,5 + 5,5 \\ n_1 b_2 + n_2 b_1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -C \\ B \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix}$$

(2-15)

Bu eşitlik kullanılarak Çizelge 2.1.'de verilen FCC için $\{111\}\langle 110 \rangle$ tipi kayma sistemleri için, 6 veya 8 kayma sistemi aynı anda faal kılabilen stress halleri Çizelge 2.2.'de verilmiştir. Çizelge 2.2.'den 28 stress durumundan herhangi biri 6 slip sistemin 5'li setleri veya 8 slip sistemin 5'li setleri kadar 5'li slip sistem setlerini faal yapabilir.

Çizelge 2.1 FCC kübik kristaller için tüm kayma sistemleri [7]

Kayma Düzlemi	111	$\bar{1}\bar{1}1$	$\bar{1}1\bar{1}$	$1\bar{1}\bar{1}$
Kayma Doğrultusu	01 $\bar{1}$ $\bar{1}01$ $1\bar{1}0$	0 $\bar{1}\bar{1}$ 101 $\bar{1}10$	01 $\bar{1}$ 101 $\bar{1}\bar{1}0$	0 $\bar{1}\bar{1}$ $\bar{1}01$ 110
Kayma Sistemi	a1 a2 a3	b ₁ b ₂ b ₃	c ₁ c ₂ c ₃	d1 d2 d3

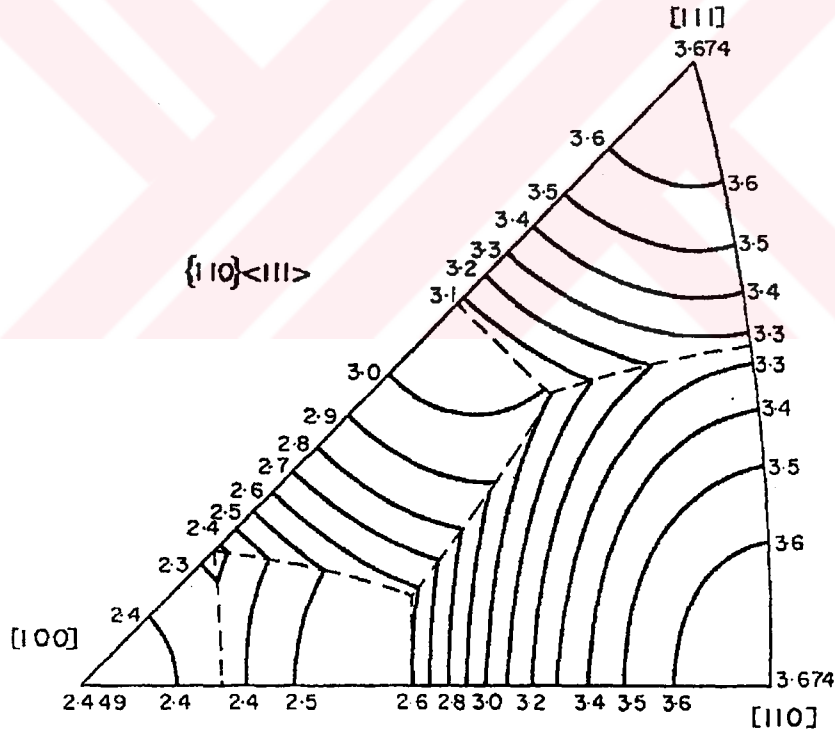
Çizelge 2.2 $\{111\}\langle 110\rangle$ veya $\{110\}\langle 111\rangle$ kayma sistemleri için Stress Halleri[7].

Stres Halin Sayısı	A	B	C	F	G	H	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	d_1	d_2	d_3	Faal Kayma Sistem Sayısı	
1	1	-1	0	0	0	0	+	-		+	-		+	-		+	-		8	
2	0	1	-1	0	0	0		+	-		+	-		+	-		+	-		8
3	-1	0	1	0	0	0	-		+	-		+	-		+	-		+	-	8
4	0	0	0	1	0	0		+	-		-	+		+	-		-	+		8
5	0	0	0	0	1	0	-		+	+		-	+		-	-		+		8
6	0	0	0	0	0	1	+	-		+	-		-	+		-	+			8
7	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0		-	+	+	-		+	-			-	+		8
8	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	+	-			-	+		-	+	+	-			8
9	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	-	+		-		+	-	+		-		+		8
10	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	-		+	-	+		-		+	-	+			8
11	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0	0	$\frac{1}{2}$	+		-	+		-		+	-		+	-		8
12	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	0	0	$-\frac{1}{2}$		+	-		+	-	+		-	+		-		8
13	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	+		-	+	-			+	-			+		6
14	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	+	-		+		-			-		+	-		6
15	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$		+	-				+		-	+	-			6
16	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$					+	-	+	-		-		-		6
17	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		-	+	+	-					-		+		6
18	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+	-			-	+	-		-			-		6
19	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-		+				+	-			-	-		6
20	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$				-		-		-	-	-	-	-		6
21	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-	+						-	-	-	-	-		6
22	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-		+		+	-			-	-	-	-		6
23	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0		+	-	-		-	-	-	-					6
24	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0				-	+			-	-	-	-	-		6
25	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-	+					-	-	-	-	-	-		6
26	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+		-		-	+	-	+						6
27	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		-	+	+	-					-	-			6
28	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$				+	-			+	-	-		+		6

Verilen bir strain'i elde etmek için 5 bağımsız kayma sistemini faal yapabilecek stress'in ne olduğu,

$$\sum \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} = W_{\max} \quad (2-16)$$

denklem 2-16'ı maksimize edilerek bulunur. Çizelge 2.2.'de verilen bir strain için birden fazla stress hali (birden fazla çözüm) varsa bu stress'lerden denklem 2-16'yı sağlayan çözüm olarak kabul edilir (Bu metot Bishop ve Hill tarafından maksimum iş prensipi olarak adlandırılmıştır). Taylor çözümünde ise verilen bir strain için çözümler içerisinde toplam minimum kaymayı ($\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 = \min$) veren 5 bağımsız slip sistem çözüm olarak kabul edilir.



Şekil 2.10. Kübik kristallerde farklı kayma setlerine sahip kayma sistemleri için axi-simetrik deformasyon. Şekildeki konturlar ve konturlara tekabül eden sayılar Taylor Faktörü değerleridir.[7].

Şekil 2.10. kristale uygulanan dış kuvvet yönü standart üçgen içerisinde bulunmak şartı ile axi-simetrik deformasyonun için gerekli stress'in dış kuvvet yönüne

bağlı olarak değiştiği görülmektedir. Kesik çizgilerle üçgen 5 bölgeye ayrılmıştır. Her bölgedeki stress farklıdır. 5 bölgede etkin olan 5 farklı stress durumu her bölgede 5 farklı kayma sistem setini faal yapacaktır. Fakat sonuçta her bölgede aynı strain elde edilecektir (yani axi-simetrik deformasyon). Polikristal içerisindeki herbir tanenin üzerine komşu taneler tarafından uygulanan kısıtlamalar gözönüne alındığında plastik deformasyonun non-üniform bir stress alanında (dış stress + uyumsuzluk stress'i) meydana geldiği, tanenin farklı bölgelerinde örneğin her iki tarafında farklı komşularla paylaştığı tane sınırı bölgelerinde farklı 5'li bağımsız kayma sistemlerin faal olduğu ve tanelerin orta kısmındaki deformasyonun ve deformasyonu meydana getirecek olan 5'li kayma sistemide tane sınırı bölgesinden farklıdır.

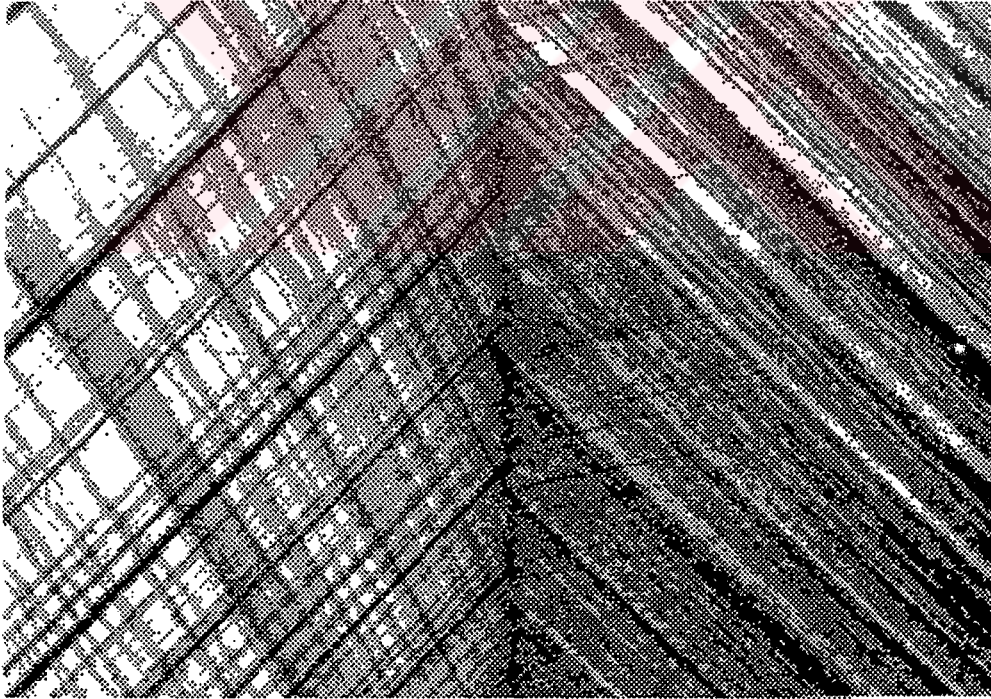
2.3.3. GENEL YAKLAŞIM

Eğer uygulanan dış kuvvet yönü standart üçgenin sınırları ve köşeleri üzerinde değilse serbest single(tek) kristal bir tek kayma sisteminin (slip system) faaliyeti sonucunda plastik deformasyona maruz kalır. Eğer Sachs'm [4] dediği gibi polikristal metalik malzemede her bir kristal, serbest single kristal gibi plastik deformasyona maruz kalabilse tane sınırlarında strain'nin devamsızlığı olur ve komşu taneler arasında tane sınırlarında boşluklar olurdu. Fakat gerçekte tane sınırlarında strain devamsızlığı yani boşluklar oluşmamaktadır. Bu gerçeğe uygun olarak Taylor [3] polikristal metalik malzemenin plastik deformasyonu sırasında her bir tanenin aynı homojen strain'e sahip olduğunu varsaymıştır. Böylece strain'nin devamlılığı taneler içerisinde ve taneler arasında (tane sınırları bölgesinde) sağlanmış oldu.

Her bir tanenin aynı strain'e sahip olması ile strain devamlılığı (taneler arası boşluk yok) muhafaza edilebileceği gibi, sadece taneler arasında (tane sınırları bölgesinde) strain devamlılığı ilede metalik malzeme bütünlüğünü korur [8]. Diğer bir deyişle polikristal metalik malzemenin herbir kristalinin;

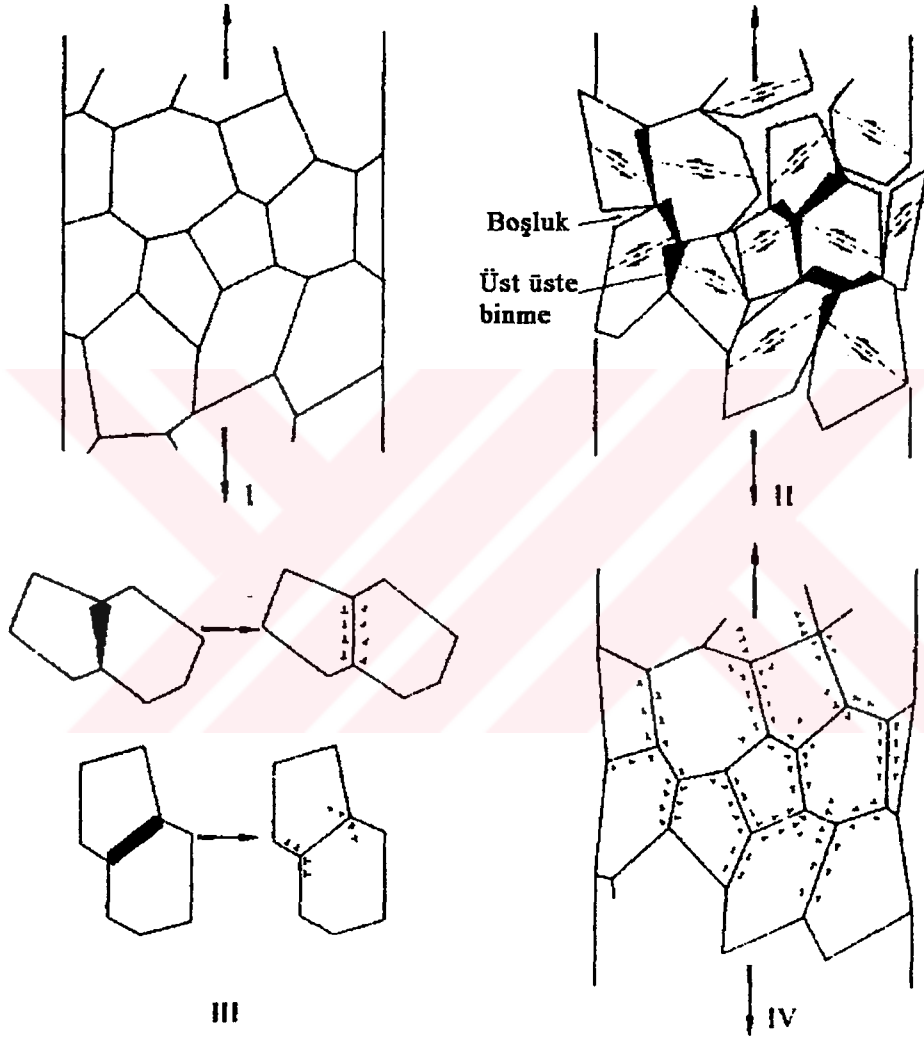
- 1- Orta kısımları tane sınırları bölgesinden farklı bir strain'e sahip olabilir,
- 2- Kristallerin hepsi aynı homojen strain'e sahip olmak zorunda değildir,
- 3- Aynı tane sınırını paylaşan komşu kristaller, tane sınırının iki tarafında aynı homojen strain'e sahip olmalıdır.

Üçüncü şartın yerine getirilmesi ile metalik malzemenin plastik deformasyonun her safhasında bütünlüğü korunmuş olur, ve yine üçüncü şart herbir kristalin orta bölgesi ile tane sınırı bölgesi farklı deformasyona yani farklı strain'lere maruz kaldığını göstermektedir (Şekil 2-11). Bunun böyle olduğu bir çok çalışmada farklı kişiler tarafından gözlenmiştir. Genellikle tane sınırları bölgesinde faal hale geçmiş kayma sistemi sayısı ve kayma miktarı tanenin orta bölgesinde faal hale geçmiş kayma sistemi sayısından ve kayma miktardan fazladır. Bu farkın, tanelerin tane sınırları bölgesinde strain devamlılığını muhafaza edebilmek için birden fazla kayma sisteminin (multi slip) aktif hale geçmesinden ileri gelmektedir[9]. Bu kaymaların olabilmesi için gerekli stress; plastik deformasyonu başlatan dışardan uygulanan stress ve bu stress'in etkideği her iki komşu tanede ana (primary) kayma sistemlerde kayma başladıktan sonra tane sınırı bölgesinde oluşan uyumsuzluk (incompatibility) streslerinden ileri gelmektedir. Elbette komşu taneler arasındaki uyumsuzluk sahip oldukları farklı oryantasyonlardan (yönlenmelerden) kaynaklanmaktadır.



Şekil 2.11. Polikristal bir numunede, komşu iki tanede ve tane sınırında faal olan farklı kayma sistemleri [9].

Ashby [10] bu tanelerin orta ve tane sınırı bölgesi farketmeksizin sahip olması gereken istatistikî dislokasyon dağılımı ile birlikte sadece taneler arası strain devamlılığını sağlamak için sadece geometrinin gerektirdiği tane sınırı bölgesindeki dislokasyon dağılımı ile tanelerin orta kısmı ve taneler arası strain devamlılığını sağlamasını tane sınırı bölgesindeki farklı plastik deformasyonunu izah etmiştir (Şekil 2.12).



Şekil 2.12. Bir polikristalin çekme deformasyonuna maruz kalırken tanelerin geometrik olarak gerekli dislokasyonların ve uyumsuzluk stress'lerin sonucu dislokasyonların oluşumu.

3. DOKUNUN TAYİNİ VE TEMSİL EDİLMESİ

Metallerde doku tayini X-ışınları difraktometresi ve difraktometrenin doku tayini yapabilmek için imal edilmiş doku goniometresi kullanılarak yapılır.

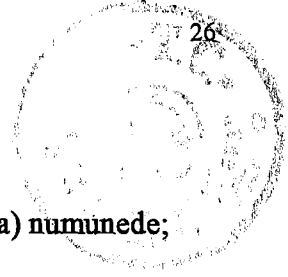
Polikristal metal numuneyi oluşturan herbir tanenin oryantasyonunu tanelerin oryantasyonu ile numune koordinatları arasındaki ilişki deneyile ölçülerek;

- 1- Stereografik Projeksiyon(SP) üzerine aktarılır ve dokunun bu tür temsiline " *POLE FIGURE* " denir.
- 2- Euler Uzayında işaretlenir ve dokunun bu tür temsili " *ODF* " olarak tanımlanır.

Dokunun bu iki türlü temsilinin farkı Çizelge 3.1 deki gibi özetlenebilir.

Çizelge 3.1. Dokunun Temsil Edilmesi Metodları

POLE FIGURE	X-ray Difraktometre ile polikristali oluşturan tanelerin oryantasyonları ölçülür	<p><u>-Stereografik Projeksiyonda(SP):</u></p> <p>Polikristal numuneyi oluşturan her bir tanenin seçilen kristal düzlemlerin normallerinin SP üzerine işaretlenmesi</p> <p>-Pole yoğunluğunu gösteren iki boyutlu temsil</p>
ODF	X-ray Difraktometre ile polikristali oluşturan tanelerin oryantasyonları ölçülür	<p><u>-Euler Uzayında:</u></p> <p>Polikristali (numuneyi) oluşturan her bir tanenin, seçilen üç kristal ekseninin, örneğin kübik eksenler (100,010,001), numune koordinatları ile çakışması için üç farklı eksen etrafında 3 dönme açısının (Euler Angle) Euler uzayında işaretlenmesi</p> <p>-Oryantasyon yoğunluğunu gösteren üç boyutlu temsil.</p>



3.1. POLE FIGURE

Şekil 3.1.a. ve b. deki dokusu ölçülecek haddelenmiş saç(levha) numunede;

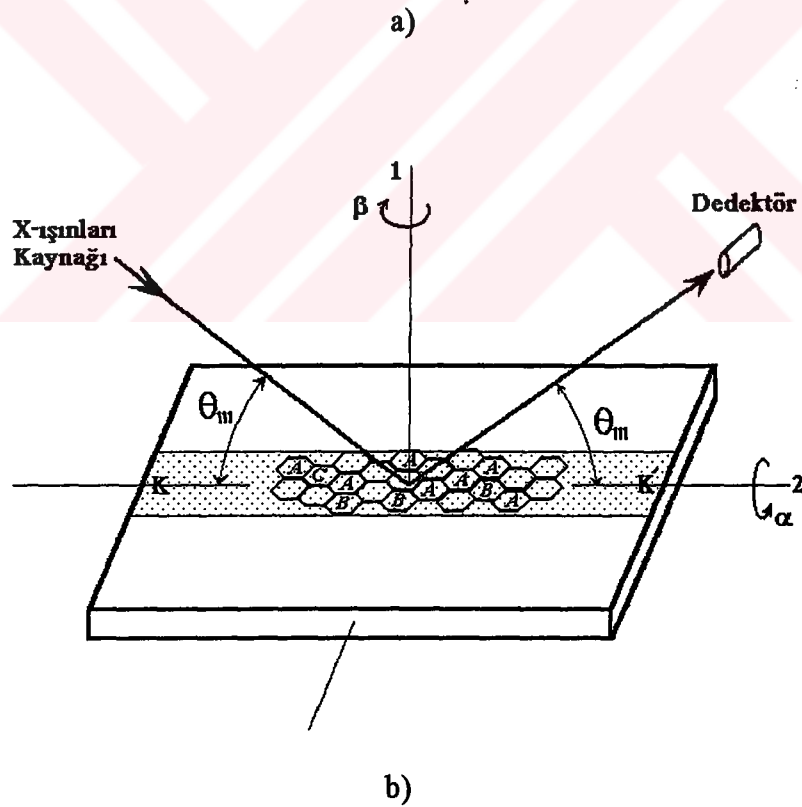
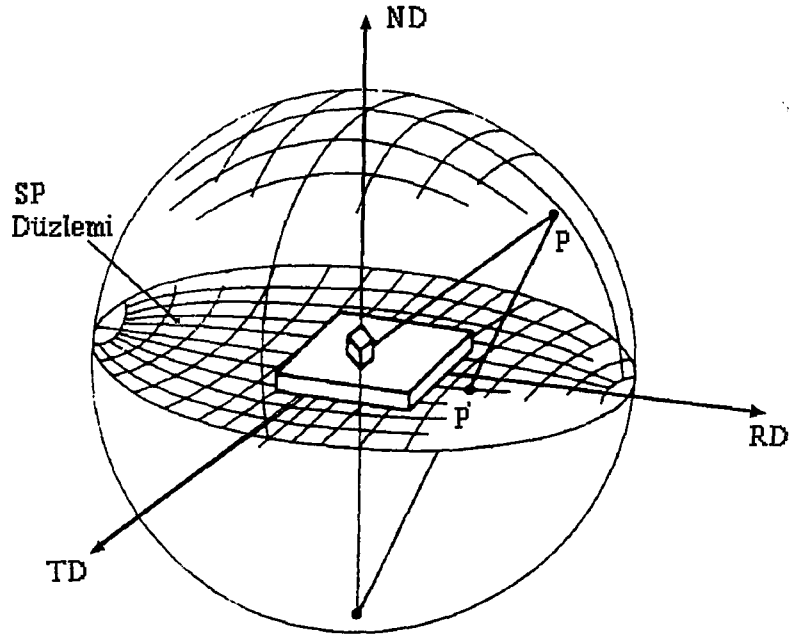
- Hadde yönü RD (Rolling Direction)
- Saç(levha) düzlemi ND (Normal Direction)
- TD (Transfer Direction) numune koordinatlarını,
- SP düzlemi tanelerin oryantasyonlarının işaretlendiği stereografik projeksiyon
- Yarım Küre üzerindeki P noktası polikristali oluşturan tanelerin seçilen kristal düzlemlerinin normallerini (polleri), örneğin (111),(100) gibi
- P' noktası ise P noktasının SP düzlemi üzerindeki izdüşümüdür.
- Şekil 3.1.b. şekil 3.1.a. daki numunenin büyütülmüş halidir.

Polikristal numuneyi oluşturan tanelerin oryantasyonları arasında bir ilişkinin var olup olmadığı, eğer varsa ne tür bir ilişki olduğu tanelerin oryantasyonlarının tek tek ölçülmesi ve aynı stereografik projeksiyon üzerine taneler arasındaki oryantasyon ilişkisi korunarak işaretlenmesi ile anlaşılabilir. Eğer numune sadece iki komşu taneden oluşmuş olsaydı, bu iki tanenin oryantasyonlarının tek tek tayini, SP üzerine işaretlenmesi ve aralarındaki oryantasyon farkının (misorientation) ölçülmesi çok kolay olurdu. Bu tür oryantasyon ölçümünde komşu her iki tanenin oryantasyonları kesinlikle bilinmektedir. Şekil 3.2. de olduğu gibi tanenin kübik eksenleri SP üzerine işaretlenebilir[12]. Gerçekte numunenin polikristal olduğu ve binlerce taneden oluştuğu düşünülürse tanelerin tek tek oryantasyonlarının ölçümü zahmetli ve zaman alıcıdır.

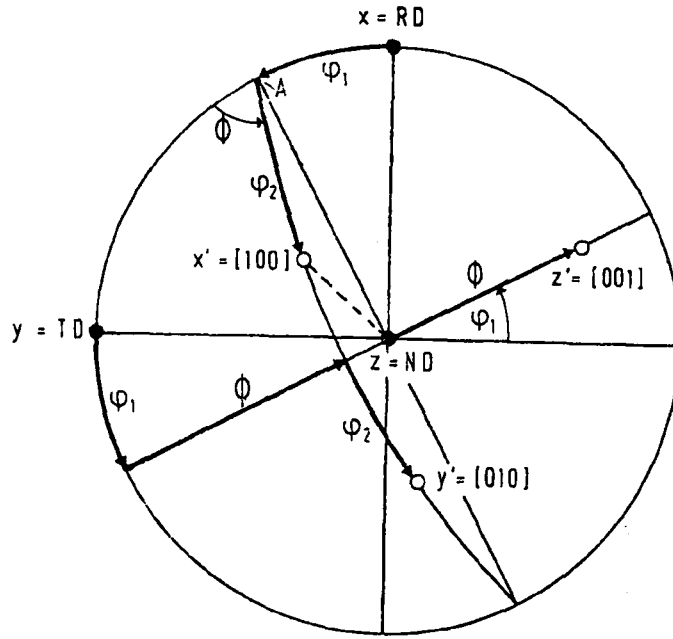
Pole Figüre ölçümünde ise;

- 1- Tanelerin oryantasyonları tek tek değil aynı anda yapılmaktadır.
- 2- Tanelerin kristal düzlemlerinden, bir tanesi seçilmekte (örneğin (111) düzlemi gibi) ve düzlemlerin normalleri SP üzerine işaretlenmektedir.

Şekil 3.1.b. de taneleri tek tek gösterilen polikristal numunenin her bir tanesinin örneğin (111) düzlemlerinin normalleri (polleri) şekil 3.1.a. daki SP düzlem üzerine şekil 3.1.a. daki metodla aktarmak için;



Şekil 3.1.a) Pole Figur'ün Kutup Küresi yardımı ile saptanması, b) şekil a da SP düzlemi üzerindeki numunenin Bragg Kanunu için set edilmiş hali [11].

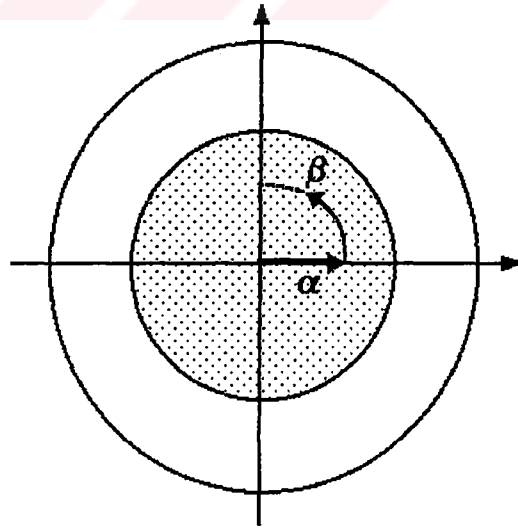


Şekil 3.2. Kristalin oryantasyonunun numune koordinatlarını gösteren SP düzlemi üzerine işaretlenmesi ve kristal koordinatlarını numune koordinatlarını çakıştıran Euler Açıları.

Eldeki tek fazlı polikristal numunenin (111) kristal düzlemlerinden difraksiyon almak için gerekli bragg açısı θ , $n\lambda=2d.\sin\theta$ ilişkisinden hesaplanır difraktometrenin X-ışınları kaynağı (X-ışını tüpü), numune ve dedektör şekil 3.1.b. deki gibi set edilir. Deney süresi boyunca X-ışınları kaynağı ve dedektör sabittir. Sadece numune 1 ve 2 numaralı eksenler etrafında β ve α açısı kadar döndürülmektedir. X-ışınları kaynağı yönü ve dedektör yönü KK' eksenine ile yaptıkları açı θ_{111} kadardır ve deney süresince değişmemektedir. Yani X-ışınları difraktometre KK' hattı boyunca difraksiyon için set edilmiş, deney süresince numunenin 1 ve 2 numaralı eksenler etrafında döndürülmesi KK' hattı boyunca fokusu bozmamaktadır.

X-ışınları difraktometrenin kabiliyetine bağlı olarak α açısı $0-60^\circ$ derece β açısı ise $0-360^\circ$ derece arasında herhangi bir değeri alabilir. Difraktometreler α açısını adım adım β açısını ise sürekli aynı hızda değiştirerek, Şekil 3.3. de gösterilen SP düzleminin taranmış kısmından ölçümler almaktadır. Örneğin α açısı 0° dereceden başlamak üzere 0.5° derecelik adımlarla $0^\circ, 0.5^\circ, 1.5^\circ, \dots, 60^\circ$ gibi değerler alırken β açısı hızlı dönerek her 0.5° derecelik α açısı için 360° lik bir dönüşle ilk durumuna gelmektedir. Böylece çok yavaş dönen α ve çok hızlı dönen β açısı ile Şekil 3.3. de

gösterilen bölge merkezden başlamak suretiyle dışarıya doğru bir spiral şeklinde taranmaktadır. Bu tarama boyunca X-ışınları kaynağı - numune KK' hattı - dedektör (111) kristal düzlemi için bragg kanunu sağlayan düzenini muhafaza etmektedir ve deney süresince KK' hattı boyunca (111) düzleminde yansımaların şiddeti α ve β açılara bağlı olarak kayıt edilmektedir ve bu kayıt otomatik olarak Stereografik Projeksiyon'a aktarılmaktadır. Örneğin Şekil 3.1.'deki polikristal numuneyi oluşturan ve A,B,C diye adlandırılmış ve adlandırılmamış bütün taneler aynı büyüklükte olduklarını konunun izahını kolaylaştırmak için farzedelim. Verilen bir α ve β açısı için (α_1 ve β_1 diyelim) Şekil 3.1.b) de gösterildiği gibi A diye işaretlenmiş taneler bragg kanunu sağlamış olsunlar. Dedektör A tanelerin hacmine bağlı olarak bir yansıma şiddeti kaydedecektir. α ve β açısı değiştikçe daha önceki bir α ve β (α_1 ve β_1) için bragg kanunu sağlamayan başka taneler bragg kanunu sağlayabileceklerdir ve daha önce bragg kanunu sağlayan taneler ise bragg kanunu sağlamayacaklardır. α ve β açısı α_2 ve β_2 değeri için B diye işaretlenmiş taneler ve α_3 ve β_3 değeri için C diye işaretlenmiş taneler bragg kanunu sağlamış olsunlar. Benzer şekilde α_4 ve β_4 , α_5 ve β_5 , α_6 ve β_6 ,.....değerleri için bragg kanunu sağlayan taneler D,E,F,.... gibi adlandırılabilir. Şekil 3.1.b. deki polikristal numuneyi oluşturan tanelerin oryantasyon dağılımında mükemmel bir düzensizlik yoksa (yani doku varsa) verilen bazı α ve β değerleri (α_4 ve β_4 diyelim) bragg kanununu sağlan hiç bir tane bulunmayabilir.



Şekil 3.3. Geri yansımali metot da oryantasyon ölçüm için taranan bölge [11].

Bu durumda dedektöre ulaşan yansıma yoktur, yani yansıma şiddeti sıfırdır. Bu durumu α_1 ve β_1 , α_2 ve β_2 , α_3 ve β_3 ile mukayese edersek aynı kristal düzlemlerinden ((111) diyelim) yansıma şiddetlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

Çizelge 3.2. Belli bir düzlemden farklı konumlarda okunan yansıma şiddetleri

α ve β	Yansıma Şiddeti
α_1 ve β_1	7
α_2 ve β_2	3
α_3 ve β_3	1
α_4 ve β_4	0
α_5 ve β_5	-
α_6 ve β_6	-
:	-
α_n ve β_n	-

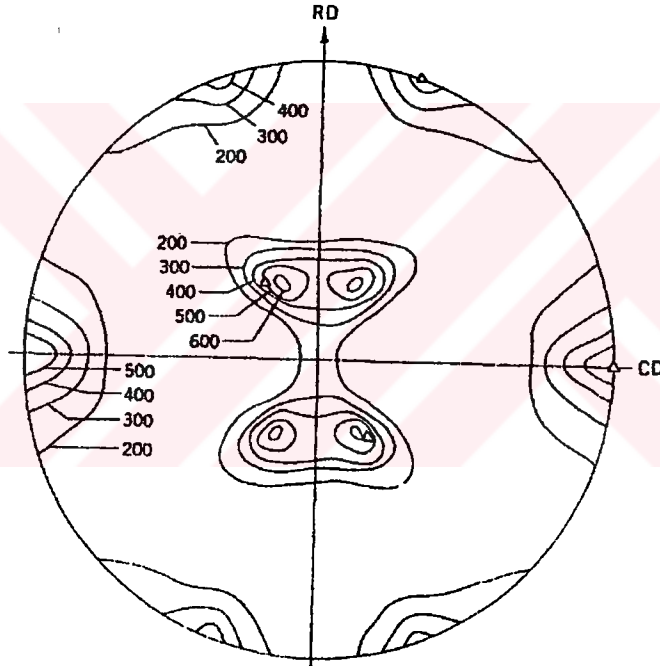
α ve β açısına bağlı olarak seçilen kristal düzlemlerinden ((111) düzlemleri) elde edilen yansıma şiddetinin SP düzlemine aktarılması polikristali oluşturan tanelerin oryantasyonlarının pole density (kutup yoğunluğu) dağılımını verecektir. Şekil 3.4. de % 95 haddelenmiş α -brass(% 70 Cu - %30 Zn, FCC) için (111) böyle bir pole yoğunluğu dağılımını göstermektedir. Aynı pole yoğunluğuna sahip noktalar kontur çizgileri halinde gösterilmiştir. Kontur çizgileri üzerindeki rakamlar çizgiler arasındaki yoğunluk şiddeti farkını göstermektedir. Örneğin 600 rakamlı kontur 200 rakamlı kontura göre 3 kat daha pole yoğunluğunu ifade eder. Şekil 3.4. de de görüldüğü gibi pole yoğunluğu şiddeti dağılımı üniform değildir. Belli bölgelerde pole yoğunluğu şiddeti; polikristali oluşturan tanelerin pole' lerinin o bölgelerde toplanması sonucu yüksektir. Polikristali oluşturan tanelerin şekil 3.4. deki gibi bir pole dağılımına sahip olmaları polikristali oluşturan tanelerin birbirlerine göre rastgele yönelmediklerini, belli oryantasyonları tercih ettiklerini gösterir. Tercih edilen bu oryantasyona polikristalin dokusu denir. Eğer polikristalin dokusu olmasaydı Şekil 3.4. de her nokta aynı pole yoğunluğu şiddetine sahip olacaktır [13].

- Şekil 3.3. de izah edilen deney geri yansımali metod olarak bilinir ve sadece $\alpha = 60^\circ$ dereceye kadar pole yoğunluğunun ölçümüne imkan verir. α' nm $60-90^\circ$

derece arasındaki değeri tekabül eden pole yoğunluğunu ölçmek için geçirimli deney metodu kullanılarak şekil 3.3. deki pole figure tamamlanır.

- Verilen bir α ve β açısı için, örneğin α_1 ve β_1 için bragg kanunu sağlayan A işaretli tanelerin numunenin neresinde oldukları önemli değildir. Sadece A işaretli tanelerin toplam hacimleri ve toplam hacimle doğru orantılı yansıma şiddeti önemlidir.

- α_1 ve β_1 durumunda yansıma veren A işaretli tanelerin en yakın komşularının oryantasyonları kendi oryantasyonlarına yakın oryantasyonlara sahip olmaları zorunlu değildir. Muhtemelen A işaretli tanelerin istatistiki olarak bazı komşularının oryantasyonları kendi oryantasyonlarına yakın olabilir.



Şekil 3.4. % 95 haddelenmiş α -brass (% 70 Cu - %30 Zn, FCC) ' m (111) pole yoğunluğu dağılımı

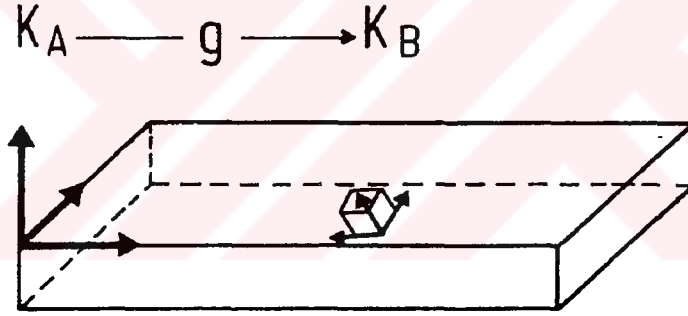
3.2. ODF (ORIENTATION DISTRIBUTION FUNCTION) “YÖN DAĞILIM FONKSİYONU”

Dokunun bu tür temsilinde polikristal numuneyi oluşturan tanelerin oryantasyonları Euler Uzayında işaretlenmektedir. Tek bir tanenin oryantasyonunun Euler Uzayında işaretlenmesi örnek verilerek ODF'in izahına başlamak ODF'in anlaşılması konusunda kolaylık sağlayacaktır.

Örneğin şekil 3.5, şekil 3.1 deki

- polikristal saç(levha) numune,
- RD, ND ve TD numune koordinatları K_A ,
- numune içindeki küp tanecik numune içindeki binlerce tanecikten herhangi biri,

K_B 'de tanenin K_A numune koordinatlarına göre oryantasyonu olsun.



Şekil 3.5. Numune koordinat sistemi K_A ya göre tane koordinat sistemi K_B 'nin oryantasyonunu ifade eden g rotasyonu

Tanenin oryantasyonu K_B , K_B tane koordinatını numune koordinatı K_A ya dönüştüren bir g rotasyonu(dönümü) ile ifade edilir. g rotasyonu değişik şekillerde belirlenmiştir. Bunlardan en çok bilinen dört tanesi aşağıdaki gibidir [14].

1- Oryantasyon matrisi; $\cos(x_i, x'_j)$: numune K_A koordinat sisteminin x'_j eksenlerinin kristal K_B koordinat sisteminin x_i eksenlerine göre doğrultman kosinüsleri olmak üzere,

$$g = [g_{ij}] = [\cos(x_i, x'_j)]$$

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} \cos(x_1, x'_1) & \cos(x_1, x'_2) & \cos(x_1, x'_3) \\ \cos(x_2, x'_1) & \cos(x_2, x'_2) & \cos(x_2, x'_3) \\ \cos(x_3, x'_1) & \cos(x_3, x'_2) & \cos(x_3, x'_3) \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

2- Miller indisleri; (hkl) haddeme düzlemine paralel kristalografik düzlemin ve [uvw] haddeme doğrultusuna paralel kristalografik doğrultunun miller indisleri olmak üzere,

$$g = (hkl)[uvw] = \begin{bmatrix} \frac{u}{R_1} & \frac{k \cdot w - l \cdot v}{R_1 \cdot R_2} & \frac{h}{R_2} \\ \frac{v}{R_1} & \frac{l \cdot u - h \cdot w}{R_1 \cdot R_2} & \frac{k}{R_2} \\ \frac{w}{R_1} & \frac{h \cdot v - k \cdot u}{R_1 \cdot R_2} & \frac{l}{R_2} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} R_1 = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ R_2 = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \end{cases} \quad (3-2)$$

3- Polar koordinatlar; rotasyon açısı ψ ve rotasyon vektörü v (küresel koordinatlardaki bileşenleri Θ ve Ω açıları) olmak üzere,

$$g = (\psi, v) = \{\Theta, \Psi, \Omega\},$$

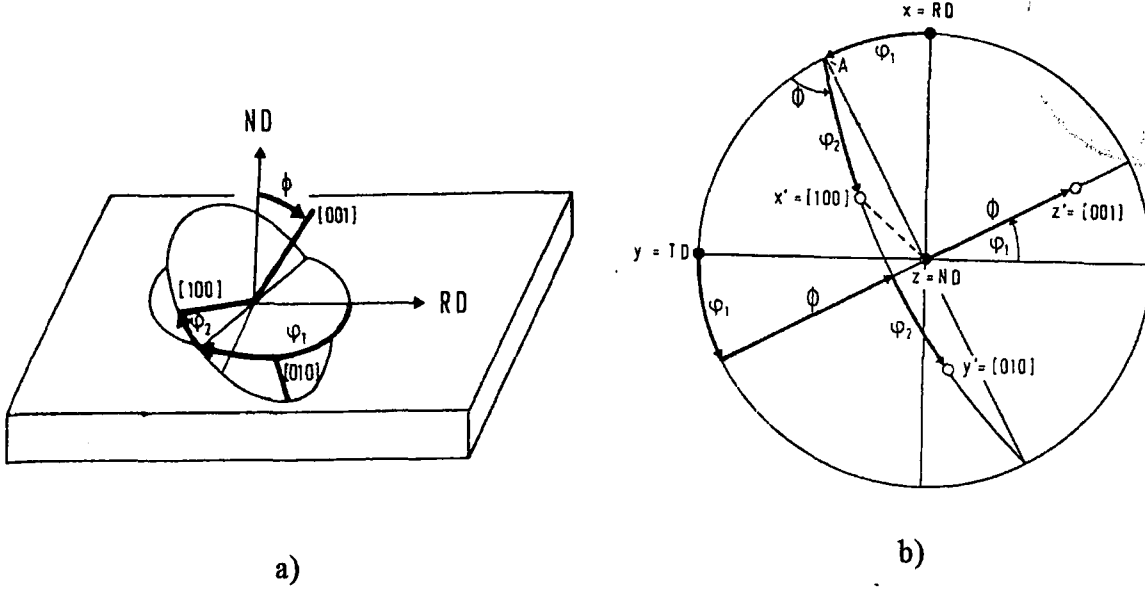
$$g = (\psi, v) = \begin{bmatrix} (1-v_1^2)\cos\psi + v_1^2 & v_1 v_2 (1-\cos\psi) + v_3 \sin\psi & v_1 v_3 (1-\cos\psi) - v_2 \sin\psi \\ v_1 v_2 (1-\cos\psi) - v_3 \sin\psi & (1-v_2^2)\cos\psi + v_2^2 & v_2 v_3 (1-\cos\psi) + v_1 \sin\psi \\ v_1 v_3 (1-\cos\psi) + v_2 \sin\psi & v_2 v_3 (1-\cos\psi) - v_1 \sin\psi & (1-v_3^2)\cos\psi + v_3^2 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

4- Euler açıları; K_B tane koordinatı K_A numune koordinatı ile şekil 3.6.a. daki gibi üç aşamalı g rotasyonu ile çıkarılır.

g rotasyonu için iki farklı notasyon kullanılmaktadır [12,15].

$$\text{Roe Notasyonu;} \quad g_{\text{ROE}} = \left\{ \psi + \frac{\pi}{2}, \vartheta, \varphi - \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\text{Bunge Notasyonu;} \quad g_{\text{BUNGE}} = \{\varphi_1, \phi, \varphi_2\}$$

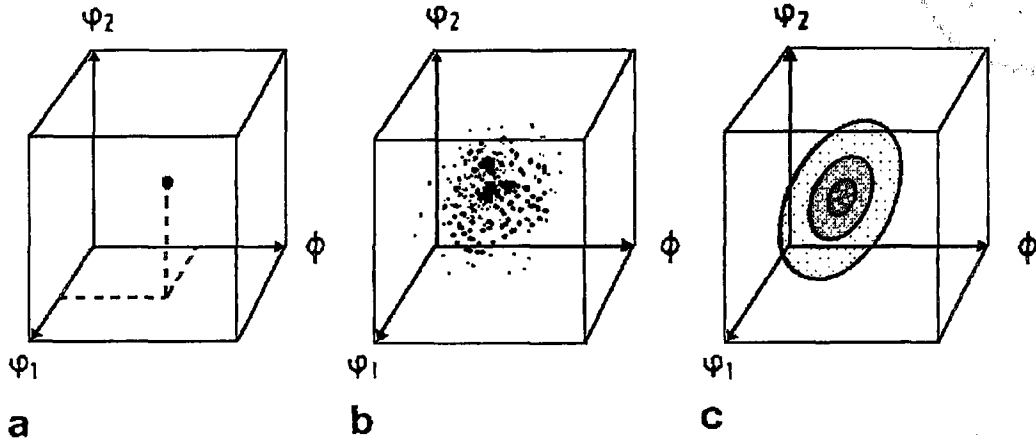


Şekil 3.6. Kristalin koordinat eksenleri ile numune koordinat eksenlerinin Euler Açılımları yardımı ile a) Kartezyen koordinatlarında, b) Pole Figure üzerinde çakıştırılması

Çoğunlukla ODF Bunge notasyonu kullanılarak ifade edilir.

$$g = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \cos\phi & \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 \cos\phi & \sin\varphi_2 \sin\phi \\ -\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\phi & -\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\phi & \cos\varphi_2 \sin\phi \\ \sin\varphi_1 \sin\phi & -\cos\varphi_1 \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

g rotasyonunda görüldüğü gibi üç aşamalı dönme ile $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ tane koordinatları numune koordinatları ile şekil 3.6.a ve b' de gösterildiği gibi çakışmaktadır. Bu üç açığı Euler Uzayında işaretlediğimizde ait oldukları tanenin oryantasyonunu temsil eden şekil 3.7.a. da gösterildiği gibi bir noktaya tekabül etmektedir. Polikristali oluşturan herbir tane için g rotasyonunu veren Euler Açılımları $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ yukarıdaki tane gibi ölçülüp Euler Uzayına işaretlenebilir. Bu durumda da Euler Uzayında her bir taneyi birebir temsil eden birer noktacık bulunacaktır. Eğer taneler arasında oryantasyon farkı az ise bu noktalar şekil 3.7.b. de gösterildiği gibi bir bölgede toplanacaktır. Bu da polikristalin bir dokusu olduğunu gösterir. Eğer polikristalin dokusu olmasaydı polikristali oluşturan taneler birbirlerine göre tamamiyle rastgele yönlendi olsalardı ODF Uzayında taneleri temsil eden noktacıklar uzayın bir bölgesinde toplanmak yerine uzayın her tarafına üniform olarak dağılırlardı.



Şekil 3.7. Euler Uzayında, a) tek bir tanenin oryantasyonunun işaretlenmesi b) binlerce tanenin oryantasyonunun tek tek işaretlenmesi c) binlerce tanenin oryantasyonunun $f(g)$ fonksiyonu ile temsili

Pole Figure ölçümünde de olduğu gibi polikristal numunenin tanelerinin oryantasyonları tek tek ölçülmesi zahmetli ve zaman alıcıdır. Bu yüzden polikristal numunenin tanelerinin oryantasyonları $g_1, g_2, g_3, \dots, g_N$ tek tek ölçülüp şekil 3.7.b'deki gibi tek tek Euler Uzayına işaretlemeyle, veya bir $f(g)$ sürekli yön dağılım fonksiyonu yardımı ile numunenin tanelerinin oryantasyonları şekil 3.7.b. yerine şekil 3.7.c.'deki gibi gösterilebilmektedir.

Bu $f(g)$ fonksiyonu polikristal numuneyi oluşturan tanelerin oryantasyonlarını şekil 3.7.c.'deki gibi bir temsili için;

- Pole Figure oluşturulması sırasında (daha önce 3.1.1. de bahsedilmişti) difraktometre ile yaptığımız ölçümler ile gerektiği kadar kristalografik düzlemlerin (hkl) pole yoğunluklarını (α ve β 'ya bağlı) elde ederiz.

- Elde edilen pole figure dataları (pole yoğunlukları) kullanılarak 'Pole Figure Inversion' metodu denilen bir metodla ODF yani Yön Dağılım Fonksiyonumuz $f(g)$ 'yi oluştururuz.

- Üç açığa (Euler Angle) ve Pole Figure Inversion metodu sırasında pole yoğunluğu değerlerinden hesapladığımız katsayılara bağlı olarak değişen $f(g)$

fonksiyonu bize Euler Uzayda eşdeğer yoğunluk yüzeyleri (iç içe kabuklar) numunemizdeki dokunun mevcudiyetine ve şiddetine göre çizecektir.

3.2.1. POLE FIGURE INVERSION

ODF, yani $f(g)$ fonksiyonu sabit olduğu kabul edilen numune koordinat sistemi K_A ' ya göre g oryantasyonuna sahip numune içindeki tanelerin hacimlerinin toplam numune hacmine oranıdır. Diğer bir deyişle toplam numune hacmi içinde g oryantasyonuna sahip taneciklerin bulunma olasılığıdır. Bu olasılık veya oran g oryantasyonuna sahip tanelerin oryantasyonlarında dg kadar bir değişimde bu tanelerin numune içinde kapladıkları hacimlerinde dV kadar bir değişim söz konusu olacağından aşağıdaki denklem ile ifade edilir [12].

$$\frac{dV}{V} = f(g).dg \quad (3-5)$$

Bu diferansiyel denklemin integralinden de anlaşılacağı üzere elimizdeki numune içinde tüm taneler tesadüfi yönlendirilmiş olsalardı, doku olmayacaktı ve bizim olasılığımız 1'e eşit olacaktır.

Daha önce Pole Figure oluşturulması esnasında bir numuneyi iki eksen üzerinde döndürmelerle belli bir (hkl) düzlemi için tarama yapıp (Bragg Kanunu'na uyarak) pole yoğunluklarını elde etmiştik. Burada α ve β ya göre değişen ve pole yoğunluklarını ifade eden $P_{hkl}(\alpha, \beta)$ gibi bir yoğunluk fonksiyonu yukarıdaki hacimsel oranın yani $f(g)$ fonksiyonun tüm hacim için integralinden ibarettir.

$$\frac{1}{2\pi} \int \frac{dV}{V} = \frac{1}{2\pi} \int f(g).dg = P_{hkl}(\alpha, \beta) \quad (3-6)$$

Kristalografik düzlemleri (hkl) bilinen taneler için bu denklem,

$$P_{hkl}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \int f(\varphi_1^{hkl}, \Phi^{hkl}, \varphi_2^{hkl}).d\varphi_2^{hkl} \quad (3-7)$$

şeklinde olur. Görüldüğü gibi pole figure yoğunluğu aslında ODF'in üzerinde bir integral olup, üç boyutlu bir dağılım fonksiyonun iki boyutlu bir projeksiyonudur.

Bir kaç tane pole figure yoğunluğu ile $f(g)$ fonksiyonu anlamlı olmaz. Çünkü Euler Uzayında bir kaç tane $\{\varphi_1^{hkl}, \Phi^{hkl}, \varphi_2^{hkl}\}$ değeri bize süreklilik vermez. Pole figure yoğunluk değerlerinden en az altı tanesinden ODF'in hesaplanması yapılabilir. Yukarıdaki integral denkleminde $f(g)$ nin bu şekilde elde edilmesine *Pole Figure Inversion* denilir.

Pole figure inversion probleminin çözümü için bir kaç tane matematiksel metod mevcut olup bunlar aşağıdaki gibidir [11].

- 1- Discretization Metot (iki eksenli pole figure metot veya vektör metot da denilmektedir.
- 2- Seriyeye Açma Metodu (harmonik metot)
- 3- İntegral Dönüştürme Metodu (inversion formülü)
- 4- Olasılık Metodu

Bunlar içinde Seriyeye Açma Metodu Euler Açılarının kullanımına elverişlidir.

3.2.2. SERİYE AÇMA METODU

$P_{hkl}(\alpha, \beta)$ ve $f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ seriyeye açma metodunda sırasıyla iki veya üç değişkenli küresel harmonik fonksiyonlara açılır.

$$f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \sum_{n=-l}^{+l} C_l^{mn} T_l^{mn}(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) \quad (3-8)$$

$$P_{hkl}(\alpha, \beta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^{+l} F_l^n(hkl) k_l^n(\alpha, \beta) \quad (3-9)$$

Bu iki denklem denklem 3-4 de yerine koyulursa;

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^{+l} F_l^n(hkl) k_l^n(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \int \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \sum_{n=-l}^{+l} C_l^{mn} T_l^{mn}(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) \quad (3-10)$$

olur, görüldüğü gibi $k_l^n(\alpha, \beta)$ ile $T_l^{mn}(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ açısız ifadeler arasında ve C_l^{mn} ile $F_l^n(hkl)$ katsayıları arasında bir ilişki kurulabilir. Denklem 3-9 ve 3-10 yardımıyla aşağıdaki gibi bir ilişki elde edilir.

$$F_l^n(hkl) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^{+l} C_l^{mm} k_l^{*m}(\theta_{hkl}, \gamma_{hkl}) \quad (3-11)$$

Denklem 3-9'un inversion'u (tersinin alınmasıyla) ölçülmüş yoğunluk değerlerinden verilen bir numune için kendisine ait aşağıdaki denklem elde edilir.

$$F_l^n(hkl) = \int P_{hkl}(\alpha, \beta) \cdot k_l^{*n}(\alpha, \beta) \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad (3-12)$$

Böylece verilen numuneye ait $f(g)$ 'nin hesaplanması başlar. Denklem 3-12'den bilinen $P_{hkl}(\alpha, \beta)$ değerlerinden $F_l^n(hkl)$ hesaplanır ve bu değerler denklem 3-11 de yerine koyularak C_l^{mm} katsayıları çözülür. Bilinen $F_l^n(hkl)$ katsayı değerleri denklem 3-10 da yerine koyarak $T_l^{mn}(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ denklemini bulunur. Bilinen C_l^{mm} katsayılar ile herhangi bir $(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ oryantasyonu için $T_l^{mn}(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ değerleri denklem 3-8' de yerine koyulursa $f(g)$

$$f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} \sum_{n=-l}^{+l} C_l^{mm} T_l^{mn}(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$$

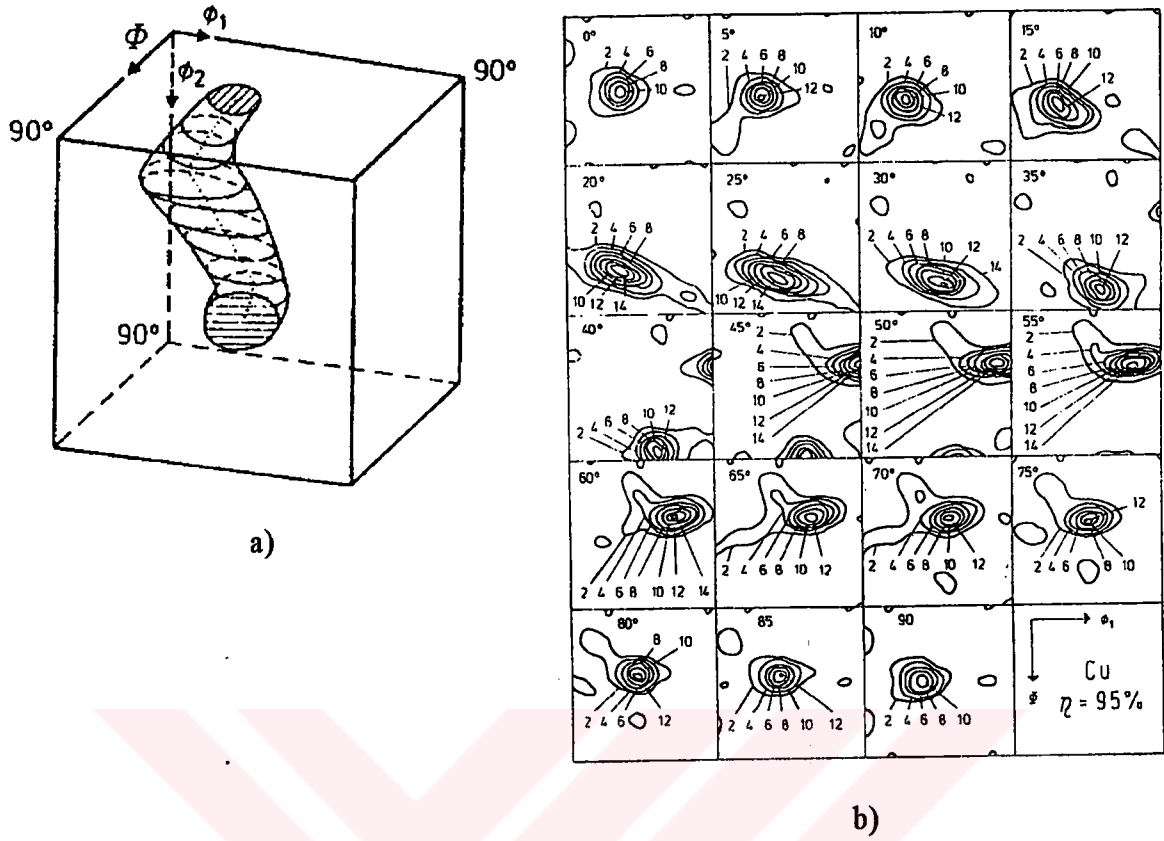
buradan çözülmüş olur.

Buradaki;

- l serinin genişliği (yani data olarak girdiğimiz pole figure yoğunluk değerlerinin ait oldukları düzlemlerin (hkl) sayısı)
- m ve n serimizin integer' ları (tamsayıları)
- $\theta_{hkl}, \gamma_{hkl}$ açıları tane koordinat sistemi KB'ye göre latis düzlemlerinin (hkl) normal doğrultularının polar koordinatlarıdır.
- $T_l^{mn}, k_l^{*n}, k_l^{*m}$ harmonik fonksiyonların açık ifadeleridir [12].

Hesaplamalarda $l \leq 22$ ve açısal değişkenler $(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ 'nin 5° derecelik artımları için yeterli hassasiyet sağlanmıştır.

Buna göre $f(g)$ 'nin bu yaklaşımlar altındaki bize vereceği Euler Uzayında eşdeğer yoğunluk yüzeyleri (iç içe geçmiş kabuklar) şekil 3.8.a. daki gibidir.



Şekil 3.8. % 95 haddelenmiş Cu için dokunun a) Üç boyutlu ODF ile ve b) İki boyutlu kesitleri ile temsil edilmesi

Üç boyutlu doku temsilinin anlaşılması zor olduğu için genelde $f(g)$ 'nin bir açısı sabit tutularak iki boyuta indirgenir. Böylece $f(g)$ fonksiyonu bize dokuyu Euler Uzayında temsil eden tabakaların kesitlerini birbirlerine göre mukayeseli olarak verir

Eğer tesadüfi bir yönlenme olsaydı bu fonksiyon bize Euler Uzayında küpün içini üniform bir şekilde dolduran bir hacim verirdi. Çok şiddetli bir doku olsaydı o zaman $f(g)$ fonksiyonu bize bir koyu nokta verirdi. Benzer şekilde tesadüfi bir yönlenme olsaydı Pole figure de üniform bir pole dağılımı olacaktır. Çok şiddetli bir yönlenme olsaydı Pole Figure deki konturlar bir noktaya toplanacaktır.

4.SONUÇLAR:

- 1- Texture (Dokunun) temsil edilmesinde Orientation Distribution Function (ODF) Pole Figure'e göre daha fazla bilgi verebilmektedir. Bu yüzden son yıllarda yapılan doku temsili çalışmalarında ekseriye ODF kullanılmaktadır. Hatta bu konuda eldeki mevcut metodlar için bilgisayar programları yazılmıştır.
- 2- Doku temsilinde başarılı bir şekilde kullanılabilen ODF dahi polikristal bir malzemenin mikroyapısını tümüyle temsil edemez.. Örneğin ODF herhangi bir oryantasyona sahip olan mevcut tanelerin hacimsel oranını verir fakat bu tanelerin nerede bulduklarını ve komşularıyla oryantasyon ilişkisini veremez. Bu konuda çalışma yapılabilir. Aynı oryantasyona sahip bir kaç tane, farklı oryantasyona sahip komşuları olduğunda plastik deformasyon açısından bu taneler arasında fark olup olmadığı, fark mevcut ise bu farkın miktarı hala bilinmemektedir.
- 3- Pole Figure ve ODF'e ilaveten polikristal metalik malzemede taneler arası oryantasyon farkları bir rotasyon vektörü ve bir rotasyon açısıyla da temsil edilebilir. Bu tür doku temsili henüz yeterince çalışılmış değildir. Yani bu metodun avantajı olup olmadığı araştırılmaya açıktır.
- 4- İki farklı metalik malzemede özellikle fazlar arası mukavemet farkı olması durumunda deforme olan fazın deforme olduğu stress de mukavemet farkı (akma gerilmesi farkı) olan ikinci faz deforme olmadığından ortaya çıkan doku yeterince açıklanmamıştır. Geliştirilen yeni bilgisayar destekli metodlar ile bu konu araştırılmaya açıktır.

5. KAYNAKLAR:

- 1- R.W.Hertzberg "Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials", Second Edition.
- 2- Peter Haasen "Physical Metallurgy", Second Edition.
- 3- G.I. Taylor, Jour. Inst. Metals, vol.62, sayfa 307, 1938
- 4- G.Sachs, Z.Verein Deut. Ing., vol.72, sayfa 734, 1928.
- 5- J.F.W. Bishop & R.Hill, Phil. Mag., vol.42, sayfa 1298, 1951.
- 6- J.F.W. Bishop & R. Hill, Phil. Mag., vol.42, sayfa 414, 1951.
- 7- C.N. Reid "Deformation Geometry for Material Scientist", First Edition.
- 8- U.F. Kochs, Metall. Trans., vol.1, sayfa 1121, 1970.
- 9- R.E. Hook & J.P.Hirth, Acta Metallurgica, vol.15, sayfa 535, 1967.
- 10- M.F. Ashby , Phil. Mag.,vol.21, sayfa 399, 1970.
- 11- H.J. Bunge, Inter. Mat. Rev., vol.32, sayfa 265, 1987
- 12- H.J. Bunge, "Texture Analysis in Materials Science", London, Butterworth, 1982.
- 13- B.D. Cullity "Elements of X-ray Diffraction", Second Edition.
- 14- J. Pospiech & K.Lucke, Acta Met., vol.23, sayfa 997, 1975.
- 15- R.J. Roe, Jour. of Appl. Phys., vol.36, sayfa 2024 1965.

6-ÖZGEÇMİŞ:

1967 yılında Ankara'da doğan Kemal KORKMAZ ilköğrenimine Ankara'da başlamış olmasına rağmen ilk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladı. Yüksek öğrenimine İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi'nde başladı ve 27.03.1991 tarihinde bu okuldan Uçak Mühendisi olarak mezun oldu. Askerlik hizmetini 30.11.1992'de MSB Savunma Sanayi Müsteşarlığı'nda Müh.Atğm. olarak tamamladıktan sonra makine mühendisi olarak Gökçe-Queno Brülör A.Ş.'de ve bilgisayar destek elemanı olarak Teknoloji Bilgisayar A.Ş.'de çalıştı. Öğrenimine GYTE Malzeme Bilimi ve Mühendisliği Bölümü'nde Yüksek Lisans öğrencisi olarak tekrar başladığı 1995 yılından beri bu enstitüde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.