

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ¹
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

‘ABSORBİNG’ SINIR KOŞULLARI METODU İLE
AÇIK REZONATÖR ANALİZLERİ

FATİH ERDEN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DOC.DR.IGOR PETRUSENKO
TEZ DANIŞMANI

GEBZE
2003

134384

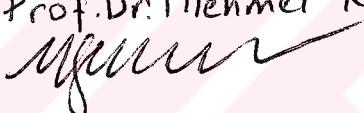
...Fatih..ERDEN.....'ın tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun06..06..2003.... tarih ve ..2003.1..17.... sayılı kararıyla oluşturulan juri tarafından ...Elektronik...Mühendisliği.... Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRI

ÜYE
(Tez Danışmanı)


Doc. Dr. Igor PETRUSENKO

ÜYE

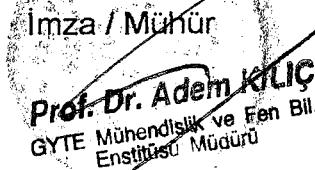
: Prof. Dr. Mehmet KARPUZCU


ÜYE

: Prof. Dr. Ali ALKUMRU


ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
08.07.2003..... tarih ve ..2003.1.21.... sayılı kararı.

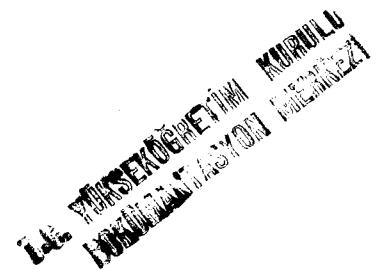
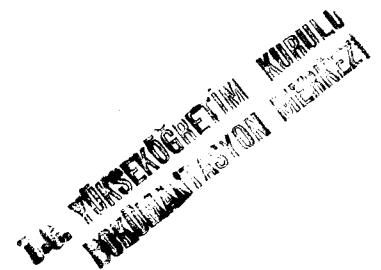


ÖZET

Bu tez çalışmasında, katı matematik kuralları içinde, farklı geometrik yapınlarda 2 boyutlu açık rezonatörler tasarımlanmış, bu rezonatörlerin doğal frekans ve rezonans frekans spektrumlarında nicel ve nitel performans davranışları incelenmiş, açık sistemlerde geometrik ve elektrodinamik parametrelerinin modifikasyonu ile dalga ilerlemesinin performans artışı ve temel özellikleri ortaya çıkarılmıştır.

Açık rezonatör sistemlerinde, yüksek frekanslı elektromagnetik alanların fiziksel etkileşim süreci, Zamanda Sonlu Farklar (FDTD) temeli üzerine kurulan Yeni Absorbing Sınır Koşulları Metodu ile incelenmiştir. Analizin bir konusu da açık rezonatörlerde doğal frekans spektrumu ve rezonans elektromagnetik modlarıdır.

Çalışmanın birinci bölümünde açık rezonatörlerin ve açık rezonatörler için sınır-değer problemlerinin çözümünde kullanılan eski yöntemler, ikinci bölümde de Yeni Absorbing Sınır Koşulları Metodu matematiksel olarak incelenmiştir. Üçüncü bölümde yeni metod basit geometrilerde test edilmiş, çözülen problemlerin sonuçlarının değerlendirilmesi yapılmış ve dördüncü bölümde de; dağılımlı ve taraklı rezonatörlerde sonuçlar incelenmiştir.





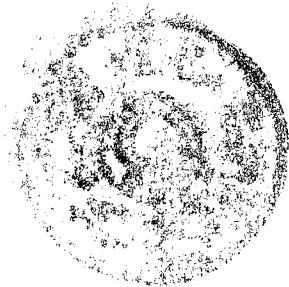
SUMMARY

The purpose of the thesis is to build-up the mathematically strict two-dimensional models of open resonators with different geometrics; with the help of these models the examination of qualitative and quantitative performances of spectrums of natural frequencies and resonance-frequency behaviour these Open Resonators; and detection of the basic regularities and properties of wave processes in open structures at a modification of their geometrical and electrodynamic parameters.

The object is the physical processes of interaction of a high-frequency electromagnetic field in open electrodynamic structures with New Absorbing Boundary Condition Method, which is based on Finite Difference Time Domain Method. A subject of examination is the spectrums of natural frequencies, and also natural and resonant electromagnetic modes in open resonators.

In the first part of the thesis; Open Resonators and traditional methods of investigation are generally introduced. In the second part; New Absorbing Boundary Condition method for calculation initial-boundary value problems is investigated. In the third part our methods have been tested by using conformal resonator and different modifications on the simple configuration, and in the fourth part; more complicative results with dispersive resonators is investigated.

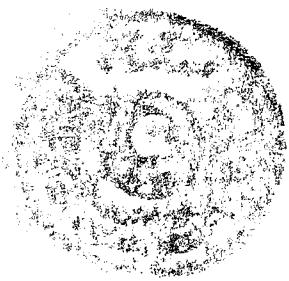
TEŞEKKÜR



Tez danışmanlarım; Ukrayna Milli Bilimler Akademisi, Usikov Radyo Fizik ve Elektronik Enstitüsü Matematiksel Fizik Anabilim Dalı Başkanı Prof.Dr.Yury Sirenko'ya ve Doç.Dr.Igor Petrusenko'ya yüksek lisans eğitimim süresince hafta içi-hafta sonu demeden vermiş oldukları desteklerden ötürü teşekkürlerimi ifade etmek istiyorum. Prof.Dr.Yury Sirenko konu hakkındaki engin bilgileri ve rehberlikleri ile yaşam boyu örnek alacağım bir resim çizmiştir. 2003 yılı başında ülkesi Ukrayna'ya dönmesine karşın inanılmaz bir yakınlıkla tez çalışmamda yardımcı olmaya devam ederek beni devamlı motive etmiştir.

Deniz Kuvvetleri Komutanlığı bağlı gemilerde muharip sınıf subay olarak görev yaptığım 3 sene boyunca Yüksek Lisans çalışmalarımda desteklerini esirgemeyen tüm komutanlarımı vermiş oldukları destekleri için teşekkür ederim.

Son olarak aileme, anneme, babama ve kardeşlerime sadece yüksek lisans eğitimim sırasında değil, yaşamımın her anındaki destek ve teşvikleri için teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLOLAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Açık Rezonatörler ve Uygulama Alanları	1
1.2. Tezin Hedefi	3
1.3. Analizlerde Kullanılan Geleneksel Metodlar	4
2. “ABSORBING” BAŞLANGIÇ SINIR KOŞULLARI METODU	10
2.1. Başlangıç-Sınır Değer Problemlerinin İfadesi	10
2.1.1. Giriş	10
2.1.2. Başlangıç-Sınır Değer Probleminin İfadesi	13
2.2. Sonlu Farklar Metodu ve Analiz Bölgesinin Zahiri Sınırlarında “Absorbing” Koşullar	14
2.2.1. Sonlu Farklar Metodu (FDTD Metodu)	14
2.2.2. Açık Yapılarda Sonlu-Farklar Metodu için Temel Zorluklar	18
2.2.3. Absorbing Sınır Koşulları (ABC)	19
2.3. Kartezyen Çerçeveerde Sanal Sınırlar için Tam Gereksinmeler. Köşe Noktaları Problemi ve Çözümü	20

2.3.1. Analiz Bölgesini İndirgeme	
2.3.2. Köşe Noktaları : Başlangıç-Sınır Değer Probleminin Absorbing Koşullarla Tanımı	24
3. KLASİK AÇIK REZONATÖRLERDE FİZİKSEL SONUÇLAR	29
3.1. Giriş	29
3.2. Hesaplama Sonuçları	34
4. DİSPERSİF AÇIK REZONATÖRLERDE FİZİKSEL SONUÇLAR	43
5. SONUÇLAR	55
KAYNAKLAR	57
ÖZGEÇMİŞ	60



SÍMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

Açıklama

g ve p	– \mathbf{R}^n uzayının noktaları; x, y, z – Kartezyen çerçeve; ρ, ϕ, z – silindirik çerçeve; r, θ, ϕ – küresel çerçeve;
t ve τ	– Zaman değişkenleri; $(0; T)$, $T < \infty$; zaman aralığı;
\mathbf{Q}	– Orjinal sınır değer problemleri ve başlangıç-sınır değer problemleri için sonsuz analiz bölgesi; $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q} \times (0; T)$;
\mathbf{Q}_a	– \mathbf{Q} bölgesinin sınırlı alt bölgesi; ${}_a\mathbf{Q} = \mathbf{Q} \setminus \bar{\mathbf{Q}}_a$, \mathbf{Q} 'ya göre $\bar{\mathbf{Q}}_a$ 'nın tümlecidir;
$\bar{\mathbf{G}}$, $\mathbf{G} \cup \mathbf{Q}$, $\mathbf{G} \cap \mathbf{Q}$ ve $\mathbf{G} \setminus \mathbf{Q}$	– bitiş, birleşim, kesişim ve fark;
$\mathbf{D}(\mathbf{G})$	– \mathbf{G} 'de sonlu ve belirsiz diferansiyellenebilir fonksiyonlar seti;
$\mathbf{W}_m^l(\mathbf{G})$	– $\mathbf{L}_m(\mathbf{G})$ uzayı dahil, l .nci dereceye kadar genelleştirilmiş türevleri olan $f(g)$ elemanlar seti;
$U(g, t)$ ve $\tilde{U}(g, k)$	Başlangıç-sınır değer problemlerinde ve sınır-değer problemlerinde, alanın vektör bileşenlerini belirleyen, bilinmeyen fonksiyonlar;
$\overline{\text{int } \mathbf{S}}$	– Mükemmel İletken saçıcılarla dolu bir bölgenin, veya mükemmel saçıcı bir \mathbf{S} yüzeyi ile çevrilmiş bir bölgenin bitiş sınırı;
$k = 2\pi/\lambda$ ve λ	– Serbest uzay için dalga numarası veya dalgaboyu;
\tilde{k} ve $\tilde{\kappa}$	– “anlık-momentary” ($\varphi(g)$ ve $\psi(g)$) ve “şimdiki-current” kaynak ($F(g, t)$), sinyal ve itici dalgaların genlik merkezleri (merkezi frekanslar);
$\varepsilon(g)$ ve $\tilde{\varepsilon}(g)$	– materyalin gerçek ve bağıl kompleks geçirgenliği;



$\epsilon_0, \mu_0,$	– Boşluğun elektrodinamik parametreleri; serbest uzayın direnci ve iletkenliği;
$\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}, \sigma_0$	
κ	– Boyutsuz frekans parametresi;
$TE_{0m}(H_{0m})$	ve – Enine-elektrik (manyetik) ve enine-manyetik (elektrik) dalga kılavuzu modları;
$TM_{0m}(E_{0m})$	
H_{0mn} -mode	– Yapıda alan osilasyonları için mod belirleyici;
$\chi(\dots)$	– Heaveside step-fonksiyonu;
$\chi[f_1(g)]\chi[f_2(g)]\dots\chi[f_m(g)] = \mathbf{G}_j = \{g \in \mathbf{R}^n : f_j(g) \geq 0\}$	setlerinin \mathbf{G} kesişiminde bir'e eşit olan, genelleştirilmiş step-fonksiyonu, ($j = 1, 2, \dots, m$ ve $\mathbf{R}^n \setminus \mathbf{G}$ 'de sökümlenir);
$G(\dots)$	– Diferansiyel operatörün asli çözümü (Green's function);
$\text{Re}(a)$ ve $\text{Im}(a)$	– a sayısının gerçek ve sanal kısımları;
ABC	– Absorbing Sınır Koşulları;
FDTD Metodu	– Finite-Difference Time-Domain; Zaman Domeninde Sonlu Farklar Metodu

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil

Sayfa

1.1. LC Devresinden yüksek frekanslara çıktıdıkça gerekli olan yapılar.	3
2.1. Problem modellerinin geometrisi (2.4)-(2.6).	16
2.2. Sayısal çözüm örnekleri (2.11).	21
3.1. Problem modellerinin geometrisi ve sayısal çözüm örnekleri.	31
3.2. Sayısal çözüm örnekleri (3.1).	32
3.3. (2.27)–(2.29) denklemlerinden kaynaklanan “absorbing” koşulların test sonuçları.	33
3.4. Konfokal rezonatörde yüksek-Q osilasyonlar için $\operatorname{Re} \tilde{k}$ ’nın yaklaşık değerleri ve frekans sırası ile konfigürasyonlar.	35
3.5. (a) Konfokal rezonatörde osilasyonlar.	36
(b) Aslı ekseninde süreksizlik olan rezonatörde osilasyonlar.	37
3.6. (a) Kaynağın spektral karakteristikleri, (b) konfokal rezonatör, (c) konfokal-altı rezonatör, (d) Aslı ekseninde süreksizlik olan rezonatör: $\tilde{k} = 4.2$; $g = \{0;0\}$ (a) and $g = \{0.2;0.2\}$ (b–d).	41
4.1. Dispersif rezonatörlerin analizi:	44
(a) $\tilde{k} = 12$, $g = \{0;4.72\}$; (b) $\tilde{k} = 12$, $g = \{0;9.87\}$; (c) $g = \{0;9.87\}$.	
4.2. Fabry-Perot rezonatör ile (ince çizgiler) ile, taraklı (grating) dispersif rezonatörün (kalın çizgiler) spektral karakteristiklerinin karşılaştırılması: $g = \{0;10 - \pi/2\tilde{k}\}$.	45

- 4.3. Dispersif rezonatör aynaları yakınında alan yoğunlukları:

$$a - \tilde{k} = 7.94; b - \tilde{k} = 11.52.$$

- 4.4. Fabry-Perot rezonatörün spektral karakteristiklerinde (ince çizgiler), otomatik ayarlama modunda dip aynanın yerine tarak (grating) ‘işlenerek’, yapılan değişiklikler: $\tilde{k} = 10; t = 142; g = \{0; 9.84\}$.

- 4.5. $7 \leq k \leq 13$ frekans aralığında dispersif rezonatörün (kalın çizgiler) ve Fabry-Perot rezonatörün (ince çizgiler) spektral karakteristikleri:

$$g = \{0; 10 - \pi/2\tilde{k}\}; R = 50.$$

- 4.6. Yüksek-Q $H_{0,1,32}$ -osilasyonları: $g = \{0; 9.85\}$. 52

- 4.7. Yüksek-Q $H_{0,1,33}$ -osilasyonları: $g = \{0; 9.85\}$. 53

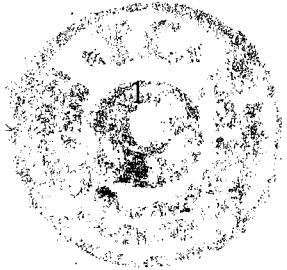
- 4.8. İki seçici aynalı rezonatörde yüksek-Q (a) $H_{0,1,32}$ ve (b) $H_{0,1,33}$ osilasyonları, (c) $7 \leq k \leq 13$ frekans aralığında dispersif rezonatörün ve Fabry-Perot rezonatörün (ince çizgiler) spektral karakteristikleri. 54

TABLULAR DİZİNİ

Tablo**Sayfa**

1.1 . Çeşitli sabit γ değerleri için b ve c katsayıları.

38



1. GİRİŞ

Elektromagnetik dalgaların ilerlemelerini ve salınımlarını inceleyen modern radyofizikte; dalgaların ve dalgaların içinde yayıldığı ortamın analizi, kendi kendini devam ettiren bir dalganın kırınım, yayılım ve ışınımında görülen farklı yankınlamlar, yansımalar ve anormal etkileşmelerle yapılır. Bu şekilde elde edilen sonuçlar, sadece ilgili yapılarda salınım ve dalga ilerlemesi hakkındaki teorik gerçeklerin gelişimi için değil, aynı zamanda kesin ilkelerin tam olarak belirlenmesi ve mühendislikte yeni cihazların imal edilmesi için de önemlidir. Elektromagnetik dalgaların kırınım, yayılım ve ışınımı hakkında elde edilen bilgilerin güvenilirlik ve doğruluk derecesi, hesaplamada yararlanılan matematiksel metodların ve fiziki kavramların etkililiği, gerçekliği ve doğruluğu ile orantılıdır. İncelenen sahaların ve kullanılan frekans aralıklarının mümkün olduğu kadar matematiksel ve fiziki özellikleri göz önüne alındığında analizlerin verimliliği de artar. Bu nedenle, doğruluğu matematiksel olarak ispatlanmış yöntemlerin birbirine bağlı gelişmesi, bu metodlarla yapıların fiziksel olarak modellenmesi ve dalgaların ilerleme hareketlerinin izlenmesi, ele alınması gereken önemli konulardır.

1.1. Açık Rezonatörler ve Uygulama Alanları

Radyofizikte ve elektronik mühendisliğinde, milimetre (mm) ve milimetre altı (submm) dalgalaryundaki elektromagnetik dalgalar; açık rezonans sistemlerinde; açık rezonatörlerde, açık dalga kılavuzu kavitelerinde ve açık dalga kılavuzlarında geniş bir uygulama alanı bulmaktadır. Açık rezonatörler, kuantum ve kırınım elektroniğinde jeneratör (üreteç) ve amplifayer (yükseleç) tasarımları ve imalinde kullanılırlar. Açık rezonatörlerin yardımcı ile metallerin yüzey özellikleri üzerinde çalışılabilir, gaz içerisindeki enerjinin emilme miktarı belirlenebilir, plazmanın yapısı ve elektronik akıntı gerçek olarak belirlenebilir, katı ve sıvı cisimlerin dielektrik özellikleri ölçülebilir.

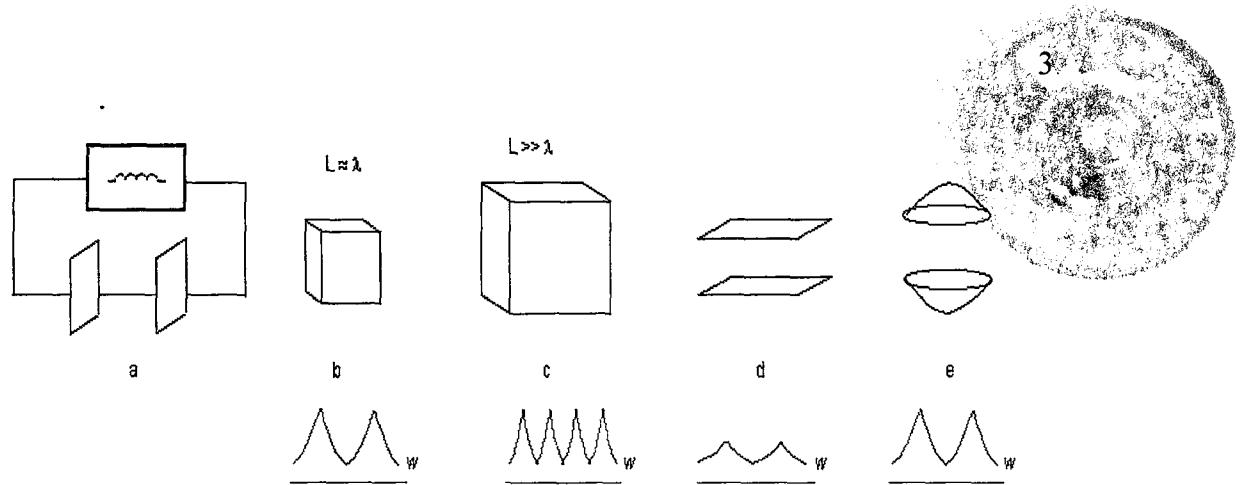
Açık yapıların bunca belirgin uygulama alanlarına rağmen, uzun zamanlardır teorik analizleri yaklaşık çözümler veren asimptotik metodlarla ve doğrulukları tam olarak bilinmeyen, uygulamaları basit ‘heuristik’ metodlarla -ışın optiği (ray optics),

ışınsal metod (radial method), parabolik denklem metodu (method of the parabolic equation) vs.- yapılmaktaydı.

Bu metodlarla yapılan hesaplamalarda; rezonatör içerisindeki elektromagnetik dalgaya ait dalgaboyu, rezonatörün geometrik ebatları ile karşılaştırıldığında, elektromagnetik dalgaya ait dalgaboyu küçük olduğunda, veya tam tersine, dalgaboyu açık rezonatör ebatlarını aşlığında, inşa edilen modeller sistemin doğal frekans spektrumunun sadece bir bölümünü tanımlamaya müsaade etmekteydi. Bahsettiğim problemin, yaklaşık ve asimptotik çözümlerinin doğruluğu ile uygulanabilirlik limitlerinin tam bir çözümü günümüzde bulunamamıştır.

Özellikle, açık rezonatörün geometrik ebatları ile kıyaslandığında, milimetre ve milimetrelere dalgaboyu ebatları için klasik bir durum olan, dalga boyunun rezonatörü dolduramayacak kadar küçük olması durumu, özel bir keskinlikle ortaya çıkar. Bunun yanında, içerisinde değişik boyutlarda homojen olmayan ‘engel’ler içeren bir açık rezonatör için de, rezonatör ebatları dalgaboyu ile aynı ölçü ile ölçülebildiği durumda, asimptotik ve heuristik metodlar; rezonatör içerisindeki spektral özelliklerin ve cebri osilasyonların matematiksel olarak analizi için uygun olmamaktadır. Daha problemin başlangıcında açıkça görülmekte ki, içerisinde ‘engel’ler olan bir açık rezonatörün gelişim ve kullanımı, katı matematik modelleri temelinde detaylı bir teorik analiz gerektirmektedir. Açık yapılardaki -özellikle, açık rezonatörlerdeki- salınımlı ilerlemeler, elektromagnetik enerjinin boşlukta radyasyonu ile olur. Bu yapıların doğal ve cebri durumları ile ilgili doğru çalışma, analizlerinin doğru temeller üzerinde geliştirilmesi ile gerçekleştirilebilir. Matematiksel metodlar etkili analizler için birçok olanaklar sunmaktadır. Bu analizlerin sonuçları geleneksel olarak fiziksel sunumlarla gösterilirler. Analizlerde matematiksel modelin doğru belirlenmesiyle sağlanan olanaklardan bütün hacimde yararlanılmalıdır.

Açık rezonatörlerin diğer bir adı da quasi-optik rezonatörlerdir. Şekil 1.1., bir LC devresinden yüksek frekanslara çıktıdıkça gerekli olan rezonatör yapılarını göstermektedir.



Şekil 1.1. (a-b) Bir LC devresinden yüksek frekansta çalışmak ve spektra elde etmek için kapalı kaviteye geçiş yapılır, (b-c) kavite boyutlarının dalga boyundan çok büyük olması nedeniyle rezonatör spektrometresinde kalabalık pikler meydana gelir, (c-d) yalnızca yan duvarlarının görünümü ile spektrum yoğunluğu ve genliği azalır, fakat Q faktörü yetersizdir, (d-e) rezonatör duvarlarının eğrilmesi ile Q faktörü artar ve daha sağlıklı spektrumlar ortaya çıkar.

Açık elektrodinamik yapıların matematiksel modelinin oluşturduğu problem parametrelerde ön sınırlamalara ihtiyaç duymamakta ve incelenen problemlerde, yapıların spektral karakteristikleri ile kırınım özelliklerinin çok katlı analizleri doğrularak ele alınmaktadır. Bu analizler, asimptotik ve yaklaşık yapıların uygulanamaz olduğu durumlarda, rezonans dalga boyları bölgesi de dahil olmak üzere, yapıların doğal ve cebri elektromagnetik modlarındaki tüm fiziksel tekiliklerin belirlenmesini sağlayacaktır. Bu tekilikler, açık rezonatörlerin pratik olarak kullanımında önemli bir değere sahiptir.

1.2. Tezin Hedefi

Bu tez çalışmasının amacı, katı matematik kuralları içinde, yüksek kalite faktörlü salınımlar elde edilebilecek, farklı geometrik yapılarda 2 boyutlu açık rezonatörler tasarımlamak, bu rezonatörlerin doğal frekans ve rezonans frekans spektrumlarında nicel ve nitel performans davranışlarını incelemek, açık sistemlerde geometrik ve elektrodinamik parametrelerin modifikasyonuya; dalga ilerlemesinin temel düzenini ve dalga ilerlemesindeki performans değişikliklerini ortaya çıkarmaktır.

Aynı zamanda, açık rezonatör sistemlerinde, yüksek frekanslı elektromagnetik alanların fiziksel etkileşim sürecini, doğal frekans spektrumu ve rezonans elektromagnetik modlarını, Zamanda Sonlu Farklar (FDTD) temeli üzerine kurulan Yeni Absorbing (absorbe eden, soğuran) Sınır Koşulları metodu ile incelemektir.

İlk olarak ‘boş’ açık rezonatörler; konu ile ilgili spektral problemlerin yeterliliği ve matematiksel gerekçelerinin imkanları açısından ele alınacak, ardından ‘tarak’lı açık rezonatörler incelenecuk ve yüksek Q faktörlü salınımlar elde edilebilecek açık rezonatör modelleri araştırılacaktır.

1.3. Analizlerde Kullanılan Geleneksel Metodlar

Elektromagnetik dalgaların açık yapılardaki hareketlerinin analiz problemleri ile ilgili 60’lı yıllarda itibaren yapılan çalışmaları inceleyerek başlayalım.

1961 yılında mükemmel yansitan aynalarda, bir durağan skaler alan için, Fredholm tipinde yaklaşık integral denklemleri ele alınmış, ele alınan bu denklemler, Kirchoff skaler kırınlım teorisinden ve bu teori temelinde bilgisayar uygulamaları kullanılarak ölçeklendirilen başarılı yaklaşımalarla, bazı özfonsiyonlar ve kompleks doğal frekanslarda şu rezonatör durumları için oluşturulmuştu [Fox and Li, 1961]: (a) düz-kare aynalar; (b) düz-yuvarlak aynalar; (c) aynı odaklı küresel ve paraboloid aynalar.

Ardından geliştirilen yaklaşım [Boyd and Engelnik, 1962] kullanılarak; aralıkları ve eğrilik yarıçapları farklı ölçülerdeki iki iletken küresel veya paraboloid aynadan yaklaşık bir açık rezonatör modeli türetildi. Türetilen açık rezonatörlerin bölgesel kırınlım kayıplarının büyülüklüklerine göre sınıflandırılmasından; aynalar arasındaki mesafe, bir aynanın eğrilik yarıçapından fazla ve diğerinden az olduğunda; büyük ve küçük kayıpların gerçekleştiği alanların ortaya çıktığı görüldü [Boyd and Gordon, 1961]. Burada paraboloid aynalı ‘confocal’ (konfokal, aynı odaklı) rezonatörler için genişletilmiş küresel dalga fonksiyonları cinsinden analitik çözüm, ilk yaklaşımındaki gibi integral denklemi ile elde edildi.

İncelenen tahmini açık rezonatör modelleri, bazı fonksiyon uzaylarında (Hilbert uzayı ve Banach uzayı gibi) kernel'in birbiri ile bağıntılı olmayan sürekli

operatörler şeklinde yorumladığı integral denklemleri temeli üzerine kurulmuştur. Bununla birlikte, buraya kadar yapılan çalışmalarda bu denklemlerin geçerliliği yetersiz bir matematiksel doğrulukla gösterilmiştir. Bu denklemler, matematiksel olarak tutarsız Kirchhoff kırınım teorisinin skaler ifadesi temeliyle elde edilmiştir. Bu denklemlerin, bir spektral problemin elektrodinamik düzeniyle bağlantısı belirsizdir, ve bu denklemler, benzer açık rezonatör modellerinin uygulanabilirlik limitlerini tam olarak belirleyememektedir. İlk yaklaşımındaki denklemlerin şu şartlar altında yaklaşık olarak açık rezonatör spektral özelliği gösterdikleri belirtilmiştir;

$$k'a \gg 1, k'd \gg 1, \left(\frac{d}{a}\right)^2 \gg 1, \frac{\rho}{a} \gg 1,$$

$$k' \gg k'', k'' \frac{a^2}{d} \ll 1, k' \frac{a^4}{d^3} \ll 1$$

d - aynalar arası mesafe, a - aynaların çaprazlama mesafesi, ρ - aynaların minimum eğrilik yarıçapı, $k' = \omega'c$, $k'' = \omega''c$, (c - boşlukta ışık hızı), $\omega = \omega' - i\omega''$ - açık rezonatörün kompleks doğal frekansı.

Gördüğü gibi, bu gereksinmeler asimptotik bir karaktere sahiptir ve yaklaşık bir açık rezonatör modelinin, sayısal bir hatasının ortaya çıkmasını engellerler. [Boyd and Gordon, 1961]'deki integral denklemleri, aynaların dış yüzeyinde akan akım göz önüne alınmadığından, $k'a \sim 1$ durumuna ait spektral karakteristiklerin izahatı için uygun olmamakta, ve bu durum asimptotik olarak sadece $k'a > > 1$ durumunda geçerli olmaktadır.

"Boş" açık rezonatörlerin asimptotik teorisindeki diğer bir gelişme de; pratik olarak önemli birkaç durumda (eş odaklı, eş merkezli, kavisli açık rezonatörler) ilk spektral problemin analitik çözümünü bir yaklaşılıkla sağlayan parabolik denklem metodu ile asimptotik açık rezonatör modelleri inşa edilmesidir [Weinstein, 1969]. Bu modeller temelinde, ilk defa, ilk yaklaşılardaki heuristik yöntemlerin tersine, konfokal geometriler haricindeki durumlar için kompleks doğanın gerçek kısmının asimptotik formülü elde edildi.

Rezonatör aynalarının biçimbozumu, distorsiyonu, aşınması ve heterojenliği nedeniyle elektromagnetik dalgaların sapması durumunda, açık rezonatörün spektral karakteristiklerinin analizi büyük bir öneme sahiptir. Bahsetmek gerekirse, yaklaşık açık rezonatör modelleri temelinde çözümüne adanmış kapsamlı bir kaynakçada; açık rezonatör aynalarının küçük sapmalarında, analizlerin sonuçlarının büyük bir kısmı perturbasyon (hata) tekniği ile veya parabolik deklemler yardımcı ile elde edilmiştir [Sanderson and Streifer, 1969]. Bahsetmek gerekirse, genel olarak bilgisayar uygulamaları ile çözülmüştür. Nümerik çözümler standart metodlar tarafından; başarılı yaklaşım metodu (Kellogg'un yineleyen prosedürü) ile veya bir integral denkleminin kernel'inin dejenere olan bir tane ile değiştirilmesiyle gerçekleştirılmıştır. Açık rezonatörün çok küçük kayıplarla bir takım salınımlara sahip olduğu durumda, belirtilen nümerik metodların kullanışlı olmadığı görülmüştür [Kato, 1966].

Açık rezonatör asimptotik teorisinde integral denklemlerine uygulanan perturbasyon (hata) tekniği, matematiksel olarak kesin formüllerle doğrulanmamıştır. Özfonksiyon aynalarının son aralığında açık rezonatörler esas olarak hiçbir uygunluğa sahip değildir [Weinstein, 1969]. Bir integral denkleminin kernel'ine uygun olan operatör, konuya ilgili sınırlı fonksiyon uzayında bitişik değildir. Bütünleşik olmayan operatörlerin hata tekniğinde böylesi durumlar için, hata tekniği serisinin yakınsamasına izin veren, yapısal olarak kontrol edilmiş testler yoktur [Kato, 1966].

İncelemelerimize "boş" açık rezonatörlerin asimptotik modellerindeki gelişmelere dair çalışmalarla devam edelim. Modların performansları (of modal performances) teorisi ile temellendirilen alternatif bir yaklaşım [Harrington and Mautz, 1971], açık rezonatörlerin spektral karakteristiklerinin belirlenmesi problemlerine uygulandı [Haikonen, 1975]. Bu yaklaşımın yardımcı ile integral denklemleri ile uğraşmaksızın yaklaşık sonuçlar elde etmek mümkün oldu. Ardından, açık rezonatörün doğal frekans ölçümlünde, doğal frekansın gerçek kısımları için asimptotik formüller geliştirilmesine müsaade eden, varyasyon metodu kullanıldı [Cullen, 1972], [Erickson, 1975], [Erickson, 1977].

İçerisinde dielektrik ‘engel’ler içeren açık rezonatör modelleri tasarımda, işin yaklaşımının yanında, parabolik denklemlerden de yararlanıldı. Parabolik denklem metodu ile; yan taraflarında aynalar bulunan dikdörtgen biçiminde dielektrik prizmanın ikideğişken özmodlarının çözümü bulundu [Fong and Shung, 1971]. Prizmanın ebatları ile kıyaslandığında rezonans dalgaboyunun yeteri kadar küçük olduğu, ve kırılma indeksinin fazla olduğu durumlar için kompleks doğal frekanslara ait asimptotik formül elde edildi.

“Boş” açık rezonatör ve dielektrik ‘engel’ler içeren açık rezonatörlerin yaklaşık modellerinin daha detaylı analizine girmeden önce, şimdi bunların yaygın kusurlarını ele alalım. Hacimsel (kapalı) rezonatörlerin doğal frekans spektrumlarının farklı olduğu [Weinstein, 1998] bilinmektedir. Açık rezonatörlerde bu durumun doğru olup olmadığını, bu temel problemde mevcut yaklaşık (asimptotik) açık rezonatör modelleri çatısı altında, cevabını vermek mümkün değildir. Nitekim, model; homojen Maxwell denklem sistemleri için (veya Helmholtz denklemi için) konu ile alakalı problemin (açık rezonatör ebatlarına göre dalga uzunluğunun daha az olduğu) asimptotik çözümleri ile işlediğinden, doğal frekans spektrumlarının sadece bir bölümünde ortaya çıkar. Kısa dalga çözümlerinin ve uygulanabilirlik sınırlarının doğruluğu şimdije kadar çözülememiştir. Dalgaboyu açık rezonatör ebatları ile aynı ölçü ile ölçülebildiği, özellikle milimetre dalgabandının milimetrealtı dalgabandları için karakteristik olduğu durumlarda, problem özel bir keskinlikle ortaya çıkar. Asimptotik metodlar temeli ile (örneğin; parabolik denklem metodu) hesaplanan yaklaşık doğal frekansların, doğru doğal frekansların bazı altdizilerine yakın olduğunu kapalı rezonatörler durumunda bile ispatlamak mümkün değildir. Ve son olarak, eğer ki açık rezonatör içerisinde boyutları rezonatör ebatları ve dalgaboyu ile aynı ölçüyle ölçülebilen engeller (heterojenlik) içerirse, var olan yaklaşık metodlar böylesi yapıların spektral karakteristiklerini ve cebri osilasyonlarını hesaplamada elverişsiz olurlar.

“Boş” ve süreksızlıklar içeren açık rezonatör modellerinde, konu ile ilgili spektral problemler ve yaratılan osilasyonlar hakkındaki problemlerin, yeni çözüm yollarını araştırmak için, tüm bu çalışmalar sonucu, uygulama ihtiyacı olduğundan matematiksel olarak katı bir açık rezonatör modeli belirlendi.

Son zamanlarda kırınım teorisinde; elektromagnetik alanın dalga uzunluğunun referans yapının ebatları ile aynı ölçü ile ölçülebildiği durumlarda, en çok ilgi çeken (çok yüksek frekans tekniği ile farklı uygulamalar bakış açısından) rezonans bant için, dağılımın ilerlemesinin matematik modelini inşa eden yaklaşımı izin veren ve açık yapılarda dalga kırınımını gösteren katı bir matematiksel metodlar seti ileri sürüldü [Shestopalov and Sirenko, 1989], [Shestopalov et al, 1997].

Ardından tek boyutlu ve periyodik yapılarda sinüzoidal olmayan elektromagnetik dalgaların saçılma problemlerinin çözümü için geliştirilen nümerik ve analitik bir metodlar seti olan ‘absorbing’ sınır koşulları metodu ile dalga kılavuzu süreksizlikleri incelendi [Sirenko et al, 2000]. Özellikle; kapalı rezonatör veya açık dalga kılavuzu kavitelerinde oluşturulan elektromagnetik alanların zamanda analizine müsaade eden bu metod, ardından klasik açık rezonatörlerin analizine uygulandı. Şimdiye kadar «tuzak tipi» açık yapılarda, yani açık rezonatörlerde, dalga kırınımı durağan probleminin Green fonksiyonunun büyük frekans parametre değerlerinde asimptotik davranışları gösterdiği, somut neticelerle açık bir şekilde görüldü.

Klasik açık rezonatörlerin ve dielektrik ‘engel’li açık rezonatörlerin teorik örneklerle yapılan bu analiz çalışmalarının tümünü bir sonuca bağlamak istersek, çalışmalarındaki bu çeşitliliğin ve aktivitenin, konuların önemini delili olduğu söylenebilir. Burada ele alacağımız analiz yönteminin en önemli bakış açılarından biri, spektral olmayan parametrelere bağlı olarak açık rezonatörlerin spektral ve rezonans karakteristikleri üzerinde çalışılmasıdır. İçerisinde dielektrik ‘engel’ler içeren açık rezonatörlerde, serbest ve üretilen elektromagnetik modların etkili bir şekilde analizi de önemli bir değere sahiptir. Açık rezonatör içindeki aynalar, iletken dielektrik ortam (mükemmel olmayan metal) ile doldurulan bir alanlar sistemi tarafından simule edilmiştir. Herhangi bir spesifik dalgaboyunda, açık rezonatör aynalarının geometrik parametreleri, aynaların pozisyon olarak birbirleri ile ilişkileri ve aynı zamanda içindeki ‘engel’lerin boyutlarındaki sınırlamalar araştırılmıştır. Yapılan analizlerde temel metod; analizin sonsuz bölgelerinin seçilen zahiri sınırlarında "absorbing" sonlu farklar metodudur.

“Absorbing” sonlu farklar yaklaşımın avantajları olarak; (a) sadeliği şart koşmasını (sonlu farklar metodu ile hesaplama yapılmaktadır), (b) evrenselliğini

(pratik olarak tüm geometrik materyal parametreleri mümkün), (c) etkililiğini (hesaplanan uzayın doğru sınırlanması sonucu bilgisayar kaynakları minimum kullanılmaktadır), (d) elde edilen nümerik sonuçların güvenilirliğini (işletilen algoritmanın tüm prosedürleri formül olarak doğru) sayabiliriz.



2. “ABSORBİNG” BAŞLANGIÇ SINIR KOŞULLARI METODU

2.1 Başlangıç-Sınır Değer Problemlerinin İfadesi

2.1.1 Giriş

Elektromagnetik teorinin temel noktası, Maxwell diferansiyel denklem setleri için başlangıç sınır-değer problemleri ve sınır-değer problemleridir. Bu, matematiksel metodlar uygulayarak fiziksel sonuçlar elde edebildiğimiz, ilk metafizik modeldir. Elektromanyetik alanda yapılan bilgisayar destekli araştırmalar şu aşamalara ayrılabilir: başlangıç-sınır değer probleminin matematiksel nitel analizi, algoritmaların geliştirilmesi ve problemin bir yazılım içinde gerçekleştirilmesi; problemle ilgili hesaplama tecrübeşi, sonuçların fiziksel olarak yorumlanması. Analizin başarısı, birçok görüş açısından, tüm bu aşamalarda hem yüksek araştırma standartlarının kullanılmasına, hem de bilimsel olarak doğru bilgilerin kullanılmasına bağlıdır.

Ele alınan problemler için temel denklemler, Maxwell denklemlerinden elde edilmiştir.

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \epsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma_0 \vec{E} + \vec{j}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\eta_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$\vec{E} = E\{E_x, E_y, E_z\} \equiv \vec{E}(g, t)$ ve $\vec{H} = H\{H_x, H_y, H_z\} \equiv \vec{H}(g, t)$ elektrik ve magnetik alan kuvvet vektörleri, $\epsilon \equiv \epsilon(g) \geq 1$ ve $\sigma_0 \equiv \sigma_0(g) \geq 0$ dalganın yayılım yaptığı homojen olmayan ortamın bağıl dielektrik geçirgenlik ve iletkenlik katsayılarıdır. $\eta_0 = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2}$ boş uzayın empedansı, ϵ_0 ve μ_0 ortamın dielektrik geçirgenlik ve magnetik iletkenlik sabitleri, $\vec{j} = j_x, j_y, j_z \equiv \vec{j}(g, t)$ akım yoğunluğuudur.

$g = \{x, y, z\}$ ifadesi 3-boyutlu \mathbf{R}^3 uzayında bir noktanın kartezyen koordinatları, $g = \{\rho, \phi, z\}$ silindirik, ve $g = \{r, \theta, \phi\}$ küresel koordinatlarıdır.

(2.1) denklemi kartezyen koordinat sisteminde;

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_0 E_x + j_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_0 E_y + j_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma_0 E_z + j_z \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\eta_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\eta_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\eta_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

silindirik koordinat sisteminde;

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_\rho}{\partial t} + \sigma_0 E_\rho + j_\rho \\ \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_\phi}{\partial t} + \sigma_0 E_\phi + j_\phi \\ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \phi} \right] = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma_0 E_z + j_z \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -\eta_0 \frac{\partial H_\rho}{\partial t} \\ \frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -\eta_0 \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \\ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho E_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} \right] = -\eta_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{array} \right. ,$$

küresel koordinat sisteminde;

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r \sin \vartheta} \left[\frac{\partial(H_\phi \sin \vartheta)}{\partial \vartheta} - \frac{\partial H_\vartheta}{\partial \phi} \right] = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma_0 E_r + j_r \\ \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(rH_\phi)}{\partial r} \right] = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_\vartheta}{\partial t} + \sigma_0 E_\vartheta + j_\vartheta \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rH_\vartheta)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \vartheta} \right] = \varepsilon \eta_0^{-1} \frac{\partial E_\phi}{\partial t} + \sigma_0 E_\phi + j_\phi \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r \sin \vartheta} \left[\frac{\partial(E_\phi \sin \vartheta)}{\partial \vartheta} - \frac{\partial E_\vartheta}{\partial \phi} \right] = -\eta_0 \frac{\partial H_r}{\partial t} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(rE_\phi)}{\partial r} \right] = -\eta_0 \frac{\partial H_\vartheta}{\partial t} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rE_\vartheta)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \vartheta} \right] = -\eta_0 \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \end{array} \right. ,$$

şeklini alır. Bahsedilen başlangıç ve sınır koşulları şunlardır:

(a) (2.1) ve (2.2) problemlerini doğru olarak çözmek için zamanda $t=0$ anında, $\vec{E}(g,0)$ ve $\vec{H}(g,0)$ başlangıç koşullarını bilmeliyiz,

(b) Yüzeylerde ($\epsilon(g)$ ve $\sigma_0(g)$) fonksiyonlarının yeteri kadar düz olmadığı yüzeylerde elektrik alan yoğunluğunun ($\vec{E}(g,t)$) ve magnetik alan yoğunluğunun ($\vec{H}(g,t)$) tanjant bileşenleri E_{tg} ve H_{tg} sürekli olmalıdır(**sınır koşulu**).

Model problemlerde, genellikle tüm yapıların (saçıcıların ve engellerin), aynı zamanda kaynakların koordinat eksenlerinden biri (örneğin; x ekseni) boyunca homojen olduğu düşünülür. Böyle bir durumda $\partial/\partial x = 0$ durumu söz konusu olur ve (2.1) ve (2.2)'deki 3 boyutlu Maxwell denklemleri 2 boyutlu dalga denklemlerine dönüştürülür.

E polarize dalgalar için;

$$E_y = E_z = H_x = j_y = j_z \equiv 0, \quad \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\eta_0^{-1} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial t} = \eta_0^{-1} \frac{\partial E_x}{\partial y}$$

$$\left[-\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \sigma \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] E_x = F \quad (2.3)$$

$$\epsilon \equiv \epsilon(g), \sigma = \eta_0 \sigma_0 \equiv \sigma(g), \quad E_x \equiv E_x(g, t), \quad F = \eta_0 \partial j_x / \partial t \equiv F(g, t), \quad g = \{y, z\} \in \mathbf{R}^2$$

bulunur. H polarize dalgalar için de ($H_y = H_z = E_x = j_x \equiv 0$),

$$\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y + \eta_0 j_y = \eta_0 \frac{\partial H_x}{\partial z}, \quad \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z + \eta_0 j_z = -\eta_0 \frac{\partial H_x}{\partial y}$$

$$\left[-\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \sigma \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] H_x = F \equiv \frac{\partial j_y}{\partial z} - \frac{\partial j_z}{\partial y}$$

elde edilir. Bundan sonraki hesaplamalarımızda E polarize dalgalarda (2.3), 2 boyutlu problemlerle ilgileneceğiz. E polarize dalgalar hakkında söylenen herşey H polarize dalgalar için de geçerlidir.

2.1.2 Başlangıç Sınır Değer Probleminin İfadesi

İki boyutlu \mathbf{R}^2 uzayında, uygun $\varepsilon(g)$ ve $\sigma(g)$ fonksiyonları ile tanımlı bazı yapıların (saçıcılar, engeller) olduğunu düşünürsek, bu yapılarla ilgili bazı elektromagnetik işlemleri incelemek için şu matematik problemi çözmemiz gereklidir (**başlangıç sınır değer problemi**):

$$P_{\varepsilon, \sigma}[U] \equiv \left[-\varepsilon(g) \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \sigma(g) \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] U(g, t) = F(g, t); \quad g \in \mathbf{Q}, \quad t > 0, \quad (2.4)$$

$$U(g, t)|_{g \in S} = 0; \quad t \geq 0 \quad (2.5)$$

$$U(g, 0) = \phi(g), \quad \frac{\partial}{\partial t} U(g, t)|_{t=0} = \psi(g); \quad g \in \bar{\mathbf{Q}} \quad (2.6)$$

Burada $U(g, t) = E_x(g, t)$ bilinmeyen fonksiyon, $\mathbf{Q} = \mathbf{R}^2 \setminus \overline{\text{int } S}$, analiz domeni (\mathbf{Q} , \mathbf{R}^2 uzayı içindeki engeller hariç tüm noktaları kapsar), S engellerin yüzeyidir. (2.4) denklemi (2.3) denkleminden elde edilen olağan **dalga denklemi**, (2.5) olağan sınır **koşulu** (metal içinde herhangi bir alan yok), (2.6) $t = 0$ zaman anındaki **başlangıç koşullarıdır**.

$\varepsilon(g)$, $\sigma(g)$ ve S değerleri, elektromagnetik alanı şekillendiren, somut fizikselleştenmiş nesneyi tanımlarlar. $U(g, t) = E_x(g, t)$ fonksiyonu, bu alanı, \mathbf{Q} domenindeki tüm



$g = \{y, z\}$ noktalarında, $[0 < t < T]$ gözlem aralığındaki tüm t zaman anları için tanımlar. $\phi(g)$ ve $\psi(g)$ fonksiyonları da fiziksel resmi tarif ederler. Burada $\text{int } S$ bölgesi ve $\varepsilon(g)-1$, $\sigma(g)$, $\phi(g)$, $\psi(g)$, $F(g, t)$ fonksiyonları sınırlıdır.

2.2 Sonlu Farklar Metodu ve Analiz Bölgesinin Zahiri Sınırlarında “Absorbing” Koşullar

2.2.1. Zamanda Sonlu Farklar Metodu.

Finite Difference Time Domain (FDTD) Metodu.

Sonlu farklar metodunun popülerliği; evrensel olmasını ve kullanımının kolay olmasını şart koşmaktadır. Aynı şekilde; elektromagnetik dalgaların ilerlemelerini simule ederek, gözönünde canlandırmak ve elde edilmiş bilgiler akışmasını insan algısına göre optimize etmek üzere; büyük nümerik diziler elde etmek ve bunları işlemenden geçirmek, sonlu farklar metodu yaklaşımı ile çözülen problemlerde çok kolay olmuştur.

Birçok araştırmacı problemlerini sonlu farklar metodu ile çözmek istediğiinden, problemlerin belirsizlik faktörü de (her problem için farklı yakınsamalar, farklı şemalar kurmak mümkündür, ve farklı problem tipleri için bu şemaların aslında herbiri farklıdır) göz önünde bulundurulmalıdır.

Sonlu farklar metodu; gridlerle kaplı analiz bölgesinde, grid alanlarının kenarlarının uzunluğu sıfıra yaklaşlığında; diferansiyel denklem problemlerini, bilinmeyenlerin grid fonksiyonlarının değerleri olduğu, cebirsel problemlere indirger. Eğer limit içerisindeki grid fonksiyonları problemin bir çözümünü veriyorsa, istenen sonuçlar elde edilebilir. Problemin bu şekilde, yardımcı sonlu problemlerin sonsuz serisine indirgenmesi ile yaklaşık çözümlerinin bulunması (grid fonksiyonlarda), aynı tipte birden fazla problem için uygulanabilir, ancak farklı problem tipleri için aynı şekilde uygun olmayıpabilir.

Sonlu farklar metodu, ilk olarak adı diferansiyel denklemlerin çözümlerine uygulanmış ve matematikte poligonal hatların Euler metodu olarak adlandırılmıştır. Kısmi diferansiyel denklemler için bunun uygulama ve incelemeleri yirminci yüzyılda başlamıştır. Sonlu farklar metodu; farklı sınır koşullarında, geniş miktarda başlangıç-sınır değer problemlerinin çözümü için kullanılabilir.

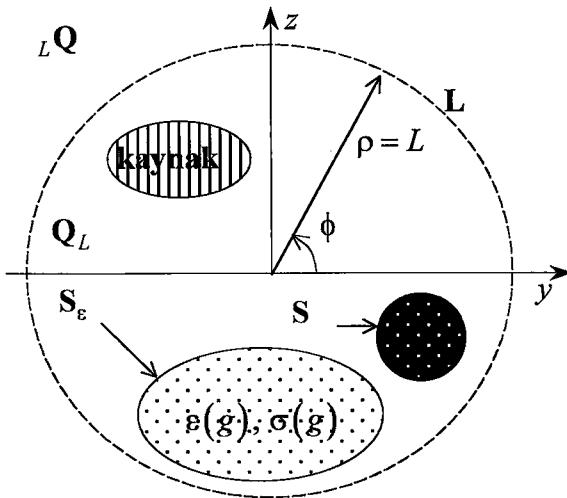
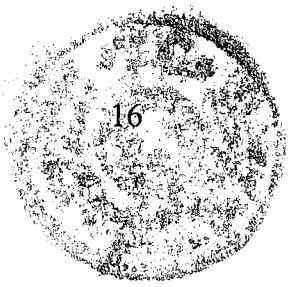
Elektrodinamikte tam-dalga analizinde, 6-parçalı (değişkenli) vektörel Maxwell denklemleri kullanılır. Örneğin, klasik Yee algoritması, Maxwell denklemlerinin merkezi-farklar yaklaşımını temsil eder. Alanın elektrik ve magnetik bileşenlerinin bağıntılı “yapısı” Yee-hücresi ile tanımlanmıştır.

FDTD metodunun uygulanması, büyük miktarlarda bilgisayar RAM'ine gereksinim duyar ve hesaplama işlemi her zaman kısa bir zaman aralığında gerçekleşmez. Buradan, bu metodun hesaplama etkililiğini artırmak için bilgisayar kaynaklarının geliştirilmesi gerektiği görülür. Bu maksatla yapılabilecek başlıca işlemleri söyle sayabiliyoruz; (a) denklemler tarafından karşılıklı birbirine bağlı, bilinmeyen alan bileşenlerinin bir birim alan çatısı altında miktarnı azaltmak; (b) FDTD şemasını esnek bir şekilde modifiye etmek; (c) simule edilen ilerlemeyi zayıf miktarda bozan sanal sınırlar kullanarak, ağ gözlerini konfigüre etmek ve böylece hesaplanan uzayı minimize etmek; (d) paralel bilgisayarlarla çalışarak işlemlerin hızını artırmak.

Burada öngörülen problemlerin en basit sonlu farklar varyasyonu; Şekil 2.1'de geometrinin çizildiği; (2.4) - (2.6) problemlerindeki yansıtıcılar için $\epsilon, \sigma \equiv 0$, $t \in [0; T]$), $g_{jk} = \{y_j, z_k\} \in \mathbf{Q}(h, T)$ ağ noktalarında ve $t_m = ml$, $m = 0, 1, K$, $M - 1 = T/l$ zaman tabakalarında,

$$[-\epsilon(j, k) D_+^t D_-^t + D_+^y D_-^y + D_+^z D_-^z] u = F(j, k, m) \quad (2.7)$$

fark denklemlerini sağlayan $u = U(y_j, z_k, t_m) = U(j, k, m)$ ağ fonksiyonunun belirlenmesinden oluşur.



Şekil 2.1. Problem geometrisi (2.4)–(2.6) : $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_L \cup {}_L\mathbf{Q} \cup \mathbf{L}$

Bu denklemlere,

$$\begin{aligned} U(j, k, 0) &= \varphi(j, k), & U(j, k, 1) &= \varphi(j, k) + l \psi(j, k); & g_{jk} &\in \mathbf{Q}(h, T) \\ U(j, k, m) &= 0; & g_{jk} &\in S(h, T), & m &= 0, 1K, M-1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

(2.6) ve (2.5) başlangıç ve sınır koşullarının fark analogları denklemleri ilave edildi.
 $D_+^y[u] = h^{-1}[U(j+1, k, m) - U(j, k, m)]$ ve $D_-^y[u] = h^{-1}[U(j, k, m) - U(j-1, k, m)]$
burada, sağ ve sol-el fark türevlerinin standart operatörleri, ($D_\pm^z[u]$, $D_\pm^t[u]$ için;
 $D_+^z[u] = h^{-1}[U(j, k+1, m) - U(j, k, m)]$ ve $D_-^z[u] = h^{-1}[U(j, k, m) - U(j, k-1, m)]$);
 $y_j = jh$, $z_k = kh$, $j, k = 0, \pm 1, K$; $h > 0$ ve $l > 0$ uzayda grid ve zamanda değişken
adımlarıdır. $g_{jk} \in \mathbf{Q}(h, T)$ noktalarındaki tüm $f(j, k)$ grid fonksiyonları, $f(g)$
($g \in \mathbf{Q}$)'ye bağlı olarak yaratıldı.

$$f(j, k) = h^{-2} \int_{\omega_h(j, k)} f(g) dg;$$

$$\omega_h(j, k) = \{g: jh < y < (j+1)h; kh < z < (k+1)h\};$$

$\mathbf{Q}(h,T); \mathbf{Q}(T)$ 'ye ait $\omega_h(j,k)$ hücrelerinin birleşimi, $\mathbf{S}(h,T); \mathbf{Q}(h,T)$ 'nin sınırı; $\mathbf{Q}(T); \mathbf{Q}$ bölgesinde $\tau > T$ zamanında F , φ ve ψ kaynaklarının etkisinin bir konisinin kısmıdır. (2.7), (2.8) denklemlerinin u 'yu eşsiz bir biçimde tanımladıkları açıktır, ve u herhangi bir matriks operatörü dönüşümü yapılmaksızın hesaplanabilir.

Herhangi bir sonlu farklar şemasının teorik olarak analizinin en önemli kısmı, stabilité probleminin çözümüdür. u 'nun yaklaşık çözümlerde h ve l uzunluklarına göre tekbiçim sınırlılık varsa, şemanın (her normda) kararlı olduğu düşünülmektedir. Bu kararlılığı dizinin iç yakınsaklılığı $\{u\}_{h,l}$ takip eder, ve u sınır fonksiyonu orjinal başlangıç-sınır değer probleminin çözümü olarak ortaya çıkar.

İkincisi (2.4) - (2.6) ve (2.7), (2.8)'e ilişkin problemlere uygulandı. Göz önüne aldığımız şemanın kararlılığına gelince, analizi için, diğer durumların çoğunda olduğu gibi, en güvenli aralıklar, orjinal problemin doğru bir şekilde formüle edildiği (well-posed) enerji aralıklarıdır. Enerji eşitsizliklerinin diferansiyel analoglarının temelinde aşağıdaki ifadenin geçerliliği ispatlanmıştır [Ladyzhenskaya, 1985].

İfade : $F(g,t)$, $\varphi(g)$, $\psi(g)$ ve $\varepsilon(g)-1$ fonksiyonlarının sonlu olduğu \mathbf{Q} bölgesinde, $F(g,t) \in \mathbf{L}_{2,1}(\mathbf{Q}^T)$, $\varphi(g) \in \mathbf{W}_2^1(\mathbf{Q})$, $\psi(g) \in \mathbf{L}_2(\mathbf{Q})$ ve $\xi \leq \varepsilon^{-1}(g) \leq \eta$, $g \in \mathbf{Q}$ olsun. Buradan; (2.7), (2.8) probleminin çözümünün (u), devam eden çokdoğrusal (multilineer) tümleyenlerinin (\tilde{u}) normları ($\mathbf{W}_2^1(\mathbf{Q}^T)$), şu durumlardan birini sağlayan herhangi bir h ve l için uniform olarak sınırlanmıştır;

$$\eta(2/\xi)^{1/2} l/h < 1, \quad 2(\eta)^{1/2} l/h < 1. \quad (2.9)$$

$\{\tilde{u}\}_{h,l}$ dizisi, (2.4) - (2.6) probleminin $U(g,t)$ çözümünde; $h,l \rightarrow 0$ iken $\mathbf{W}_2^1(\mathbf{Q}^T)$ de zayıf, $\mathbf{L}_2(\mathbf{Q}^T)$ de kuvvetli yakınsar.

2.2.2. Açık Yapılarda Sonlu-Farklar Metodu için Temel Zorluklar

İki boyutlu dalga denklemi için $g \in \mathbf{Q}$ sınırsız alanında, durağan olmayan dalgaların saçıldığı, örnek bir skaler başlangıç-sınır değer problemi (2.4) göz önüne alalım. Sonlu-farklar metodu ile böyle problemlerin çözümünde karşılaşılan temel zorluk; sonuç alanını, (artan) t gözlem zamanının bir fonksiyonu olarak belirleyen $U(g,t)$, $g \in \mathbf{Q}$ fonksiyonunun büyümesi ile ilişkilidir. Hesaplama alanı, hem $g \in \mathbf{Q}$ içinde bir yere bir \mathbf{L} sanal sınırı konarak, hem de orjinal başlangıç-sınır değer problemine

$$M[U(g,t)]_{g \in \mathbf{L}} = 0 \quad (2.10)$$

koşulu eklenecek sınırlanabilir. Burada M , \mathbf{L} üzerinde bir integral diferansiyel operatördür. Problemin böylesi bir modifikasyonu şu gereksinimleri karşılamalıdır;

- (a) (2.10) koşulu, problemin ve onun ayrik analogunun doğruluk sınıfını değiştirmemelidir,
- (b) (2.10) koşulu, matematiksel olarak simule edilen fiziksel işlemleri bozmamalıdır.

Yaklaşık 25 yıl önce [Engquist and Majda, 1977], [Mur, 1981] (2.10)'da kullanılmak üzere yaklaşımın en alt sırasındaki klasik “absorbing sınır koşulları” metodu tanıtıldı. Bu metod (a) koşulunu karşılarken, (b) koşulu sadece, \mathbf{L} düzlem sınırına bir kompleks düzlem dalgasının geldiği durumda karşılandı. Bunun dışındaki tüm durumlarda $U(g,t)$ dalgası, \mathbf{L} sanal sınırından kısmi olarak yansımaktaydı. $U(g,t)$ alanının serbest yayılımı tahrif oluyordu. Bundan kaynaklanan hesaplama hatasını analitik olarak ölçmek mümkün değildir. Bu hata değerine; \mathbf{L} sınırının yanındaki $U(g,t)$ alanının ince yapısı(doku), \mathbf{L} ile bölge arasındaki mesafe, kaynakların bulunduğu yerler, engellerin bulunduğu yerler, t gözlem zamanı gibi birçok faktör etki eder.

2.2.3. Absorbing Sınır Koşulları

Absorbing Boundary Conditions (ABC)

Sınırsız bölgelerde olduğu düşünülen başlangıç-sınır değer problemlerinin analizinde, hesaplanan alanın boyutlarının etkili sınırlaması ve hesaplama şemalarının çıkarılması, sadece Zamanda Sonlu Farklar Metodu'nda değil, diğerlerinde de en önemli ve karmaşık problemlerden biridir. Bu problemlerin günümüzde birkaç değişik yaklaşım temelinde çözüm varyasyonları vardır. Bunlardan birincisi ve pratik hesaplamada en yaygın olanı, kaynaklar alanının çevresinin lokalizasyonunu ve “absorbing” koşullarda (ABC) sanal sınırlardan saçılan nesneleri tahmin eder. $P_{1,0}[U_0] = 0$ homojen dalga denkleminin ($P_{\epsilon,\sigma}[U]$ operatörünün tanımı (2.4) denkleminde yapılmıştır), uzayın $z \geq 0$ kısmında düşünülen U_0 çözümleri için, böyle absorbing sınır koşullarının en basiti, $[\partial/\partial z - \partial/\partial t]U_0|_{z=0} = 0$ ($z = 0$ sınırına yaklaşan dalganın açısına göre ilk yaklaşım sırası) ve $\left[\partial^2/\partial z\partial t - \partial^2/\partial t^2 + \frac{1}{2}\partial^2/\partial y^2 \right]U_0|_{z=0} = 0$ (ikinci yaklaşım sırası) dır.

Bu koşullar uzayda, azalan z yönünde, bir demet düz kompleks dalganın dağılımı hakkındaki fiziksel olarak temiz reprezentasyonlardan elde edildi ve normal olarak sınırda, gelen dalga demetinin, kısmi bileşeninin yansımaya katsayısı ile kayboldu. Geliş açısı normalden saparsa, kısmi yansımaya katsayısı artış gösterir. Apaçık ortada ki, gerçek durumlar, bozucu faktörlerde, yerel klasik ABC çatısı altında elde edilen model reprezentasyonlarına göre çok zengindir. Bundan dolayı, sonuncudan, ilk formda seyrek olarak yararlanılır ve öngörülen somut koşulların gereksinimine göre (hesaplamlardan beklenen doğruluk, makul bir hesaplama uzayı, sanal sınırlarda materyal parametrelerinin heterojenlik karakteri) modifiye edilirler. Çoğu zaman modifikasyon için temel olan, sınır ile “birbirini etkileyen” bir alanın yapısı hakkındaki heuristik sebeplerdir. Daha sonra böyle faraziyelerin geçerliliği (aynı zamanda algoritmaları doğruluk ve hız yönünden test etmek için kullanılan) hesaplama deneyleri ile dolaylı olarak doğrulanır.

2.3. Kartezyen Çerçevede Sanal Sınırlar İçin

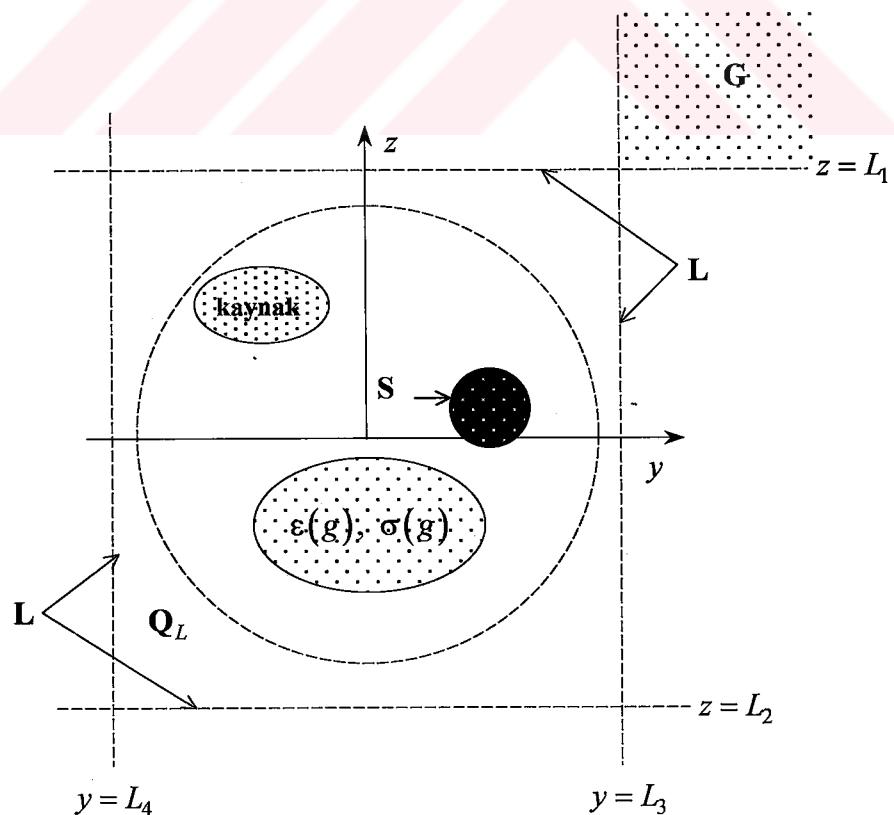
Gereksinimler.

Köşe Noktaları Problemi ve Çözümü.

2.3.1. Analiz Bölgesini $g = \{y, z\}$ Değişkenleri Düzleminde Bir Çubuğa İndirgeme. [Sirenko et al, 2000], [Perov and Sirenko, 2001]

Problemimizi kartezyen çerçevede tekrar yazarsak:

$$\begin{cases} -\varepsilon(g) \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \sigma(g) \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(g, t) = F(g, t); & g = \{y, z\} \in \mathbf{Q}, \quad t > 0 \\ U(g, t) \Big|_{t=0} = \varphi(g), \quad \frac{\partial}{\partial t} U(g, t) \Big|_{t=0} = \psi(g); & g \in \bar{\mathbf{Q}} \\ E_{tg}(g, t) \Big|_{g \in \mathbf{S}} = 0; & t \geq 0 \end{cases} \quad (2.11)$$



Şekil 2.2. Problem Geometrisi (2.11)

$F(g,t)$, $\varphi(g)$, $\psi(g)$, $\sigma(g)$ ve $\varepsilon(g)-1$ fonksiyonları \mathbf{Q} içinde sonlardır.

Zamanın düşünülen tüm anlarında ($0 \leq t \leq T$),

$\mathbf{Q}_L = \{g \in \mathbf{Q} : L_4 < y < L_3; L_2 < z < L_1\}$ bölgesinin (Şekil 2.2) sınırları dahilinde destekleri vardır. $z = L_1$ sanal sınırından yukarıda (aynı zamanda aşağıda, sağda ve solda) ($z = L_2$, $y = L_3$, $y = L_4$) kaynak ve engel yoktur.

Burada $U(g,t)$ fonksiyonu, kendi sınırını sadece bir yönde kesen ilerleyen dalgaya tekabül eder ve (2.11) homojen probleme $\varepsilon(g)-1=\sigma(g)\equiv 0$ koşulu ile歧. Bu fonksiyona Fourier transform uygulayarak;

$$w_y(\lambda, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(y, z, t) e^{i\lambda y} dy \Leftrightarrow U(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_y(\lambda, z, t) e^{-i\lambda y} d\lambda,$$

$$w_z(y, \mu, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(y, z, t) e^{i\mu z} dz \Leftrightarrow U(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} w_z(y, \mu, t) e^{-i\mu z} d\mu$$

ve bu teknigi tek-boyutlu Klein-Gordon denklemleri için homojen Cauchy problemlerine uygulayarak;

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right] w_y(\lambda, z, t) = \pm \lambda \int_0^t J_1(\lambda(t-\tau)) \frac{\partial w_y(\lambda, z, \tau)}{\partial z} d\tau; \quad \begin{cases} z \geq L_1 \\ z \leq L_2 \end{cases}, \quad (2.12)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial y} \right] w_z(y, \mu, t) = \pm \mu \int_0^t J_1(\mu(t-\tau)) \frac{\partial w_z(y, \mu, \tau)}{\partial y} d\tau; \quad \begin{cases} y \geq L_3 \\ y \leq L_4 \end{cases}. \quad (2.13)$$

elde ederiz.

Basit işlemlerin sırası (t ye göre Laplace transformasyonu \rightarrow uzay değişkenleriyle w_y ve w_z fonksiyonlarının imajının türevine göre denklemlerim çözümü \rightarrow Laplace ters transformasyonu) (2.12), (2.13) denklemlerini tekrar yazmamızı sağlar.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right] w_y(\lambda, z, t) = -\lambda \int_0^t \frac{J_1(\lambda(t-\tau))}{t-\tau} w_y(\lambda, z, \tau) d\tau; \quad \begin{cases} z \geq L_1 \\ z \leq L_2 \end{cases}, \quad (2.14)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial y} \right] w_z(y, \mu, t) = -\mu \int_0^t \frac{J_1(\mu(t-\tau))}{t-\tau} w_z(y, \mu, \tau) d\tau; \quad \begin{cases} y \geq L_3 \\ y \leq L_4 \end{cases}. \quad (2.15)$$

Birinci amacımız; $U(g, t)$ alanının Fourier genlikleri cinsinden yazılan ve (2.11) problemlerinde $L_2 < z < L_1$ veya $L_4 < y < L_3$ çubuğuna kadar analiz bölgesini kesen nonlokal (2.12) - (2.15) koşullarından, zamanda ve uzayda lokal olan bağlantıya geçiştir. (2.14), (2.15) ifadeleri ve Poisson İntegral formülünü;

$$J_1(x) = \frac{2x}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(x \cos \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi,$$

(2.14), (2.15) denklemlerine uygulayarak;

$$v_y = -\lambda \int_0^t \frac{\sin(\lambda(t-\tau) \cos \varphi)}{\cos \varphi} w_y d\tau, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\lambda^2 \int_0^t \cos(\lambda(t-\tau) \cos \varphi) w_y d\tau \quad (2.16)$$

değişikliğini yapalım, ve $D(a) \equiv [d^2/dt^2 + a^2]$ operatörünün temel çözümünü $G(a, t) = \chi(t) \sin(at) a^{-1}$, integral şeklinde (2.16) eş olan diferansiyel şekele geçiş için;

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \lambda^2 \cos^2 \varphi \right] v_y = -\lambda^2 w_y; & t > 0 \\ \left. \frac{\partial v_y}{\partial t} \right|_{t=0} = v_y \Big|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

kullanalım. Sonuç olarak,

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right] w_y(\lambda, z, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial v_y(\lambda, z, t, \varphi)}{\partial t} \sin^2 \varphi d\varphi; & t \geq 0 \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \lambda^2 \cos^2 \varphi \right] v_y(\lambda, z, t, \varphi) = -\lambda^2 w_y(\lambda, z, t); & t > 0 \\ \left. \frac{\partial v_y(\lambda, z, t, \varphi)}{\partial t} \right|_{t=0} = v_y(\lambda, z, t, \varphi) \Big|_{t=0} = 0 \end{cases}; \begin{cases} z \geq L_1, \\ z \leq L_2 \end{cases}, \quad (2.17)$$

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial y} \right] w_z(y, \mu, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial v_z(y, \mu, t, \varphi)}{\partial t} \sin^2 \varphi d\varphi; & t \geq 0 \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \mu^2 \cos^2 \varphi \right] v_z(y, \mu, t, \varphi) = -\mu^2 w_z(y, \mu, t); & t > 0 \\ \left. \frac{\partial v_z(y, \mu, t, \varphi)}{\partial t} \right|_{t=0} = v_z(y, \mu, t, \varphi) \Big|_{t=0} = 0 \end{cases}; \begin{cases} y \geq L_3, \\ y \leq L_4 \end{cases}. \quad (2.18)$$

elde edilir.

(2.17) ve (2.18)'den orjinale tekrar dönerek (ters Fourier transformasyonu ile), ilk problemdeki (2.11) analiz bölgesini \mathbf{R}^2 'de çubuğa kadar azaltan, Absorbing Sınır Koşulu (ABC), şu formda yazılır;

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right] U(g, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial V_1(g, t, \varphi)}{\partial t} \sin^2 \varphi d\varphi; & |y| \leq \infty, \quad t \geq 0 \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] V_1(g, t, \varphi) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(g, t); & |y| < \infty, \quad t > 0; \\ \left. \frac{\partial V_1(g, t, \varphi)}{\partial t} \right|_{t=0} = V_1(g, t, \varphi) \Big|_{t=0} = 0; & |y| \leq \infty \end{cases}; \begin{cases} z \geq L_1 \\ z \leq L_2 \end{cases} \quad (2.19)$$

ve

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial y} \right] U(g, t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial V_2(g, t, \varphi)}{\partial t} \sin^2 \varphi d\varphi; \quad |z| \leq \infty, \quad t \geq 0 \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \cos^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] V_2(g, t, \varphi) &= \frac{\partial^2}{\partial z^2} U(g, t); \quad |z| < \infty, \quad t > 0; \quad \begin{cases} y \geq L_3 \\ y \leq L_4 \end{cases} \quad (2.20) \\ \left. \frac{\partial V_2(g, t, \varphi)}{\partial t} \right|_{t=0} &= V_2(g, t, \varphi)|_{t=0} = 0; \quad |z| \leq \infty \end{aligned}$$

Burada

$$V_1(g, t, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} v_y(\lambda, z, t, \varphi) e^{-i\lambda y} d\lambda, \quad V_2(g, t, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} v_z(y, \mu, t, \varphi) e^{-i\mu z} d\mu.$$

dir.

2.3.2. Köşe Noktaları : İç Başlangıç-Sınır Değer Problemlerinin, Tam Lokal “Absorbing” Koşullarla Doğru Tanımı

(2.19), (2.20)'deki dört denklemin her biri, analiz bölgesini $z < L_1$, $z > L_2$, $y < L_3$ veya $y > L_4$ yarı-düzlemine indiren, kesin bir “absorbing” koşulu ortaya çıkarır. İçlerindeki $V_1(g, t, \varphi)$ (burada z koordinatı nümerik parametre rolü oynar) ve $V_2(g, t, \varphi)$ (y nümerik parametre)'ye dair iç diferansiyel problemler (Cauchy problemleri) doğru olarak formüle edilmiştir (well-posed).

Bölgelin dikdörtgen biçimine büzülmesinde, (2.19), (2.20)'deki dört denklemin hepsinden birden yararlanılmalı ve içteki diferansiyel problemler, $z = \text{sabit}$ ve $y = \text{sabit}$ sınırlarının kesişme noktasındaki aralıkların sonlarındaki koşullar tarafından sağlanmalıdır. Bu problemin (köşe noktaları problemi) elde edilmiş bilgileri kullanarak (denklemler, ilişkiler vs.), ilerleme teknigi ile diğerlerinden ayrılan birçok çözüm yolu vardır. Bunlardan birinin açıklamasını yapacağız.

İlk olarak, (2.19) ve (2.20)'den ilk denklemleri ("arti" işaretli denklem) işleme alalım. Denklemlerin ikisinin birden simultane olarak geçerli oldukları, \mathbb{R}^2 uzayının çeyrek dairesi Şekil 2.2'de noktalarla işaretlenmiştir. Bu çeyrek dairede $\mathbf{G} = \{g = \{y, z\} : L_3 < y < L_3 + 2\pi; L_1 < z < L_1 + 2\pi\}$ bölgesini seçelim ve $f(g, t) \in \mathbf{W}_2^1(\mathbf{G}^\infty, \beta) = \{f(g, t) : f(g, t) \exp(-\beta t) \in \mathbf{W}_2^1(\mathbf{G}^\infty)\}$ fonksiyonlarının şunu ifadesini alalım;

$$\begin{aligned} f(g, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \tilde{f}(n, m, s) e^{i(ny+mz)+st} ds; \quad \operatorname{Re} s \geq \beta \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \tilde{f}(n, m, s) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \int_{L_1}^{L_1+2\pi} \int_{L_3}^{L_3+2\pi} f(g, t) e^{-i(ny+mz)-st} dy dz dt. \end{aligned} \quad (2.21)$$

$U(g, t)$, $V_j(g, t, \varphi)$ ve $W_j(g, t, \varphi) = V_j(g, t, \varphi) \cos^2 \varphi + U(g, t)$ fonksiyonlarının $\tilde{u}_j(\varphi) = \tilde{u}_j(n, m, s, \varphi)$, $\tilde{w} = \tilde{w}(n, m, s)$ ve $\tilde{v}_j(\varphi) = \tilde{v}_j(n, m, s, \varphi)$ $j = 1, 2$ genlikleri için şunlar elde edilmiştir:

$$(s + im) \tilde{w} = \frac{2s}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \tilde{v}_1 d\varphi, \quad (s + in) \tilde{w} = \frac{2s}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \tilde{v}_2 d\varphi, \quad (2.22)$$

$$\tilde{u}_1 = \frac{s^2}{s^2 + n^2 \cos^2 \varphi} \tilde{w}, \quad \tilde{u}_2 = \frac{s^2}{s^2 + m^2 \cos^2 \varphi} \tilde{w}, \quad (2.23)$$

$$\tilde{v}_1 = -\frac{n^2}{s^2 + n^2 \cos^2 \varphi} \tilde{w}, \quad \tilde{v}_2 = -\frac{m^2}{s^2 + m^2 \cos^2 \varphi} \tilde{w}, \quad (2.24)$$

$$s^2 + m^2 + n^2 = 0. \quad (2.25)$$

Şimdi şu fonksiyonu ele alalım;

$$\begin{aligned}
in\tilde{u}_1(\varphi) &= in\tilde{w} \frac{s^2}{s^2 + n^2 \cos^2 \varphi} = \frac{s^2}{s^2 + n^2 \cos^2 \varphi} \left[-s\tilde{w} + \frac{2s}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^2 \gamma \tilde{v}_2(\gamma) d\gamma \right] = \\
&= -s\tilde{w} \frac{s^2}{s^2 + n^2 \cos^2 \varphi} \left[1 + \frac{2\sin^2 \varphi}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \gamma} d\gamma \right] + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} s\tilde{w} \frac{s^2}{s^2 + m^2 \cos^2 \gamma} \times \\
&\quad \times \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \gamma} d\gamma = -\frac{s}{\cos \varphi} \tilde{u}_1(\varphi) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} s\tilde{u}_2(\gamma) \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \gamma} d\gamma. \quad (2.26)
\end{aligned}$$

Burada sonuç olarak (2.23), (2.22), (2.24) denklemleri kullanıldı. Buradan (2.25) ve (2.23)'e bağlı olarak geçerli olan

$$\frac{s^2}{s^2 + an^2} \times \frac{s^2}{s^2 + bm^2} = \frac{a}{a + (1-a)b} \times \frac{s^2}{s^2 + an^2} + \frac{b}{a + (1-a)b} \times \frac{s^2}{s^2 + bm^2},$$

eşitliği bulundu. (2.26)'ya tekrar dönerek,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial y} \right] W_1(g, t, \varphi) = \frac{2\cos \varphi}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \gamma} \frac{\partial W_2(g, t, \gamma)}{\partial t} d\gamma; \quad z \geq L_1, \quad y \geq L_3.$$

ifadesini elde ederiz. Burada **G** bölgesinin, içinde denklemin geçerli olduğu, $z = L_1 + 2\pi$ ve $y = L_3 + 2\pi$ üst sınırları belirlenmemiştir. Buna, **G** bölgesinin boyutları keyfe bağlı olabileceğinden ihtiyaç duyulmamaktadır.

Üstteki işlem sırasını $im\tilde{u}_2(\varphi)$ fonksiyonu için takip ederek;

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial z} \right] W_2(g, t, \varphi) = \frac{2\cos \varphi}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \gamma} \frac{\partial W_1(g, t, \gamma)}{\partial t} d\gamma; \quad z \geq L_1, \quad y \geq L_3.$$

denklemi elde edilir.

G bölgelerine benzer olarak, $W_1(g,t,\phi)$ ve $W_2(g,t,\phi)$ yardımcı fonksiyonlarının değerlerini bağlayan ilişkiler, köşe noktaları problemini çözer ve \mathbf{Q}_L dikdörtgen bölgesinde \mathbf{L} dış sınırlarının sonlu parçalarında, (2.19), (2.20) durumlarında iç başlangıç-sınır değer problemlerini doğru olarak yerleştirmemize müsaade eder. (2.11) probleminin **Q** analiz bölgesini \mathbf{Q}_L 'e azaltan, denklem setleri, şu hali alır [Sirenko et al, 2000], [Perov and Sirenko, 2001]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right] U(g,t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial V_1(g,t,\phi)}{\partial t} \sin^2 \phi d\phi; \quad L_4 \leq y \leq L_3, \quad t \geq 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 V_1(g,t,\phi)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 W_1(g,t,\phi)}{\partial y^2} \right] = 0; \quad L_4 < y < L_3, \quad t > 0 \quad , \quad \begin{cases} z = L_1 \\ z = L_2 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\left. \frac{\partial V_1(g,t,\phi)}{\partial t} \right|_{t=0} = V_1(g,t,\phi)|_{t=0} = 0; \quad L_4 \leq y \leq L_3$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial y} \right] U(g,t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial V_2(g,t,\phi)}{\partial t} \sin^2 \phi d\phi; \quad L_2 \leq z \leq L_1, \quad t \geq 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 V_2(g,t,\phi)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 W_2(g,t,\phi)}{\partial z^2} \right] = 0; \quad L_2 < z < L_1, \quad t > 0 \quad , \quad \begin{cases} y = L_3 \\ y = L_4 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\left. \frac{\partial V_2(g,t,\phi)}{\partial t} \right|_{t=0} = V_2(g,t,\phi)|_{t=0} = 0; \quad L_2 \leq z \leq L_1$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \cos \phi \frac{\partial}{\partial y} \right] W_1(g,t,\phi) = \frac{2 \cos \phi}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi \cos^2 \gamma} \frac{\partial W_2(g,t,\gamma)}{\partial t} d\gamma; \quad t \geq 0, \quad (2.29)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \cos \phi \frac{\partial}{\partial z} \right] W_2(g,t,\phi) = \frac{2 \cos \phi}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi \cos^2 \gamma} \frac{\partial W_1(g,t,\gamma)}{\partial t} d\gamma$$

$$\begin{cases} + \\ + \end{cases} \rightarrow g = \{L_3, L_1\}, \quad \begin{cases} + \\ - \end{cases} \rightarrow \{L_3, L_2\}, \quad \begin{cases} - \\ + \end{cases} \rightarrow \{L_4, L_1\}, \quad \begin{cases} - \\ - \end{cases} \rightarrow \{L_4, L_2\}$$

Aslında, (2.27)-(2.29) formülleri bir denklemde bütünleşmeliydi, çünkü onlar sadece birlikte olduklarında, tüm L sanal koordinat sınırı için belirli lokal “absorbing” koşulu tanımlarlar. Bu “absorbing” sınır koşullarında (2.29) denklemleri (2.27) ve (2.28)’un içteki başlangıç-sınır değer problemlerinde sınır koşulları rolü oynarlar. Burada baştaki ve sondaki denklemlerde farklı köşe noktaları $g = \{y, z\}$ için işaretlerin seçimi kuralı “ $\begin{Bmatrix} + \\ + \end{Bmatrix} \rightarrow g = \{L_3, L_1\}$ ” şeklindeki simbol ile gösterilmiştir.

3. KLASİK AÇIK REZONATÖRLERDE FİZİKSEL SONUÇLAR

3.1. Giriş

İkinci bölümün sonunda elde edilen (2.27)-(2.29) denklemleri doğru yerel koşul denklemleridir. Bu denklemlerin, $\mathbf{R}^2 = \{g = \{y, z\} : |y| < \infty, |z| < \infty\}$ uzayındaki nonsinüzoidal E -polarize elektromagnetik dalgasının ışınım, yayılım ve saçılım ilerlemelerini gösteren,

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[-\epsilon(g) \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \sigma(g) \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] U(g, t) = F(g, t), \quad t > 0, \quad g \in \mathbf{Q}_L \\ U(g, t)|_{t=0} = \varphi(g), \quad \frac{\partial}{\partial t} U(g, t)|_{t=0} = \psi(g) \\ U(g, t) = E_x, \quad \frac{\partial}{\partial t} H_y = -\frac{1}{\eta_0} \frac{\partial}{\partial z} E_x, \quad \frac{\partial}{\partial t} H_z = \frac{1}{\eta_0} \frac{\partial}{\partial y} E_x, \quad E_y = E_z = H_x \equiv 0 \\ \mathbf{Q}_L = \{g = \{y, z\} \in \mathbf{R}^2 : L_4 < y < L_3; L_2 < z < L_1\} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

başlangıç-sınır değer problemi denklemlerine ilave edilmesi, nitel olarak problemi değiştirmez, ve problemin çözümü de bundan dolayı doğruluğunu kaybetmez. Burada L sınırlarına ait köşe noktaları problemi (2.27)-(2.29)'un ilişkileri çatısı altında çözülmüştür.

Bu tez boyunca \mathbf{Q}_L analiz domeninin sınırları, elektrik alan yoğunluğunun $U(g, t) = E_x$ zamana bağlılığını gösteren şekillerin sınırları ile $g = \{y, z\} \in \mathbf{Q}_L$ noktalarında çakışmaktadır. Yansıtıcıların parametreleri; $\epsilon(g)$ ve $\sigma(g)$, ‘current’-şu andaki kaynaklar; $F(g, t)$, ve ‘momentary’-geçici kaynaklar; $\varphi(g)$ ve $\psi(g)$; $\chi[f_1(g)]\chi[f_2(g)]\dots\chi[f_m(g)]$ gibi basamak-fonksiyonları ile belirtilmiştir (χ -Heaviside Step Fonksiyonu). Rezonatörlerin tüm metal parçalarının bakır, tüm ölçülerinin de santimetre cinsinden olduğu kabul edilmiştir.

Bu bölümde, Ukrayna Milli Bilimler Akademisi, Usikov Radyo Fizik ve Elektronik Enstitüsü tarafından geliştirilen bir program ile incelenen alanlar ve yapılar simule edilmiş, ikinci bölümde anlatılan rutinin bahsekonusu program ile elde edilen sonuçları analiz edilmiştir. Program ile elektromagnetik dalgaların hareketleri analiz süresince izlenebilmektedir.

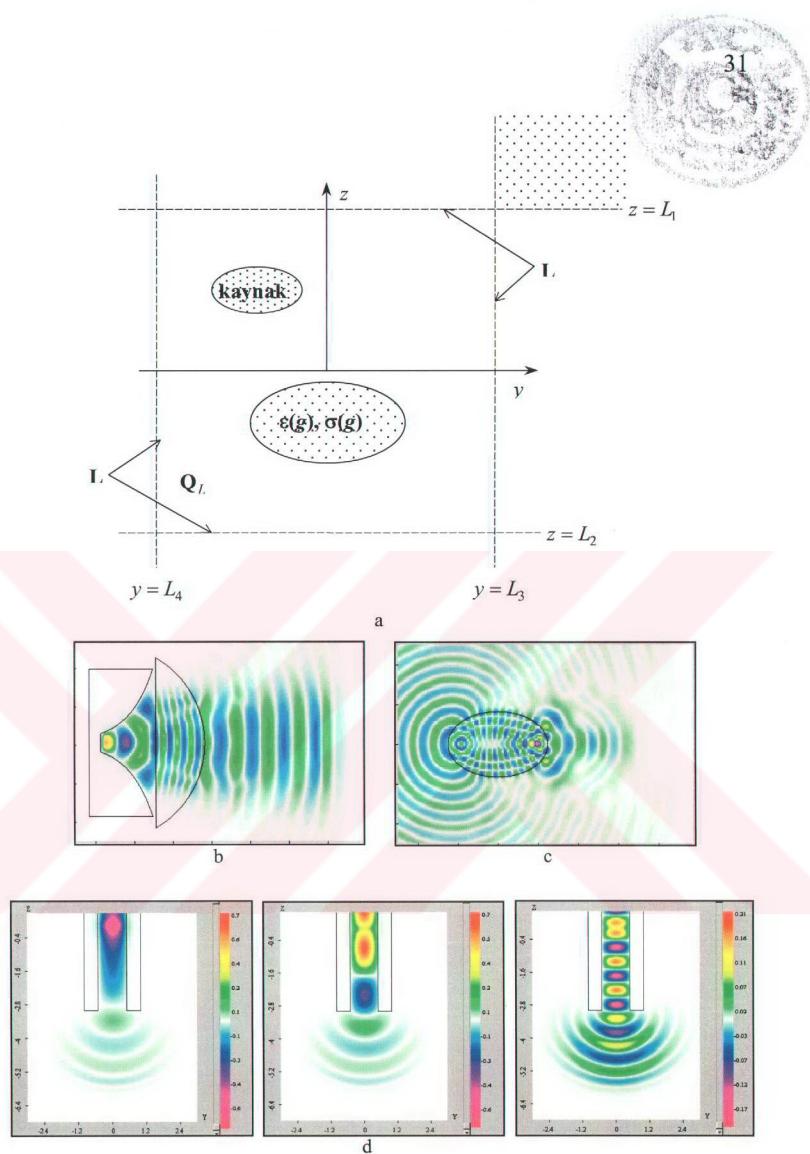
Şekil 3.1. ve Şekil 3.2.'de bahse konu denklemlere ait (3.1) nümerik çözümleri gösteren örnekler verilmiştir. Bu şekiller, farklı t gözlem zamanlarında, farklı yapılar ve kaynaklar için $F(g,t)$ kaynağının elektrik alan yoğunluğunun uzaysal dağılımını; dielektrik lensli bir boynuz için (Şekil 3.1.b), dielektrik elips için (Şekil 3.1.c (kaynak sol odağın yakınındadır)), bir düz-paralel dalga kılavuzunun açık ucu için (Şekil 3.1.d), "radyatör - sonlu-metal tarak" için (Şekil 3.2.a), bir parabolik radyatör için (Şekil 3.2.b), silindirik aynalı bir açık rezonatör için (Şekil 3.2.c), ve metal perdeli Luneberg lenslerinin bir yakın bölgesi için (Şekil 3.2.d) göstermektedir. Bu şekilde basit modelleri simule ederek, (3.1) problemine ait çözümün nümerik algoritmasını elde etmek, materyal ve geometrik parametreler ile tarif edilen geçici ve durağan işlemler hakkında canlı, doğru, ve tam bir bilgi elde etmemizi sağlar. Böyle bir bilgi edinme şüphesiz hem bilim adamlarının, hem de elektromagnetik eğitimine başlayan öğrencilerin ilgi alanındadır.

Şekil 3.3.'de 2. bölümde anlatılan rutinin bahsekonusu program ile elde edilen önemli bir sonucu görülmektedir. \mathbf{R}^2 boş uzayının $\mathbf{Q}_L = [0 < y < \sqrt{18}] \times [0 < z < \sqrt{18}]$ alanına, dalgaboyu(λ)=0.5, zaman adımı (Δt)=0.005, uzayda koordinat adımı (Δh)=0.0011 olan;

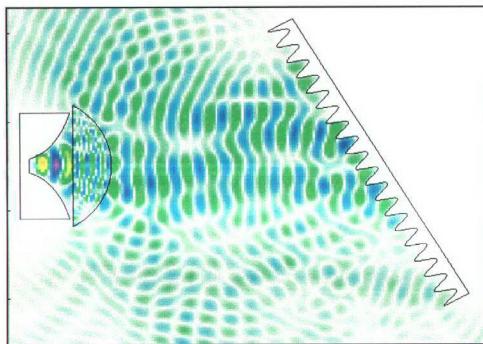
$$F(g,t) = \chi \left[0,25 - (y - \sqrt{2})^2 - (z - \sqrt{2})^2 \right] \chi(1-t) \cos(4\pi(t-0,5))$$

pals kaynağı yerleştirilmiştir.

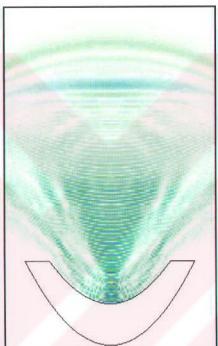
Şekil 3.3.a, \mathbf{Q}_L bölgesi içinde, farklı t zaman anları için, $U(g,t) = E_x$ alan yoğunluğu dağılımını göstermektedir. Dalganın, \mathbf{Q}_L 'nin kaynağa en yakın köşesine ($y = z = 0$) dalganın $t = 1.5$ zaman anında, ve en uzak köşesine ($y = z = \sqrt{18}$) $t = 3.5$ zaman anında ulaştığı görülmektedir. \mathbf{Q}_L bölgesinin sınırları, $L\mathbf{Q}$ bölgesine



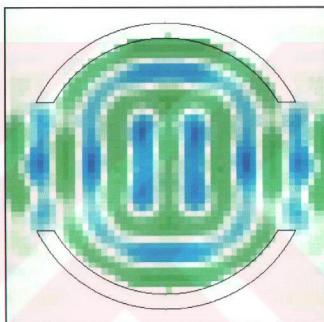
Şekil 3.1. Problem modellerinin geometrisi (a) ve sayısal çözüm örnekleri (b-d); farklı t gözlem zamanlarında, farklı yapılar ve kaynaklar için $F(g,t)$ kaynağının elektrik alan yoğunluğunun uzaysal dağılımı; dielektrik lensli bir boynuz (b), dielektrik elips-kaynak sol odağın yakınında (c), bir paralel-düz dalga kılavuzunun açık ucu (d).



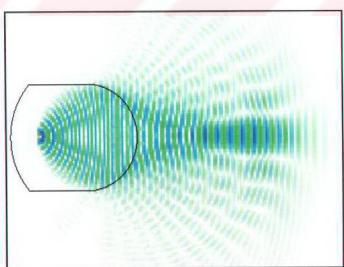
a



b

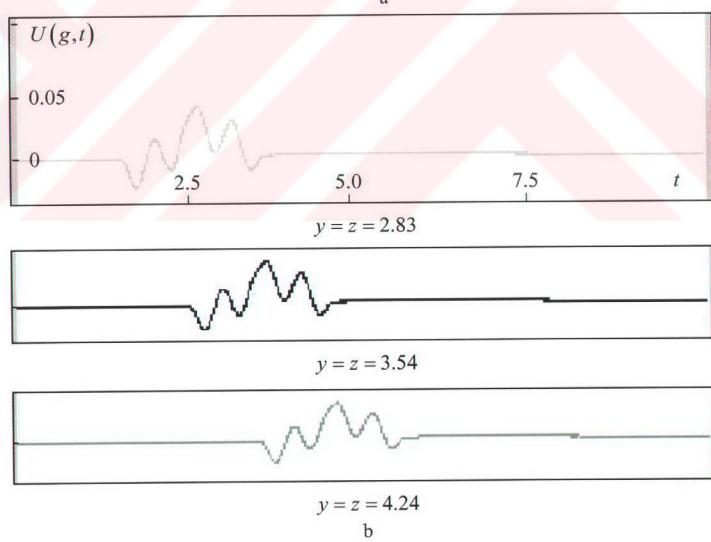
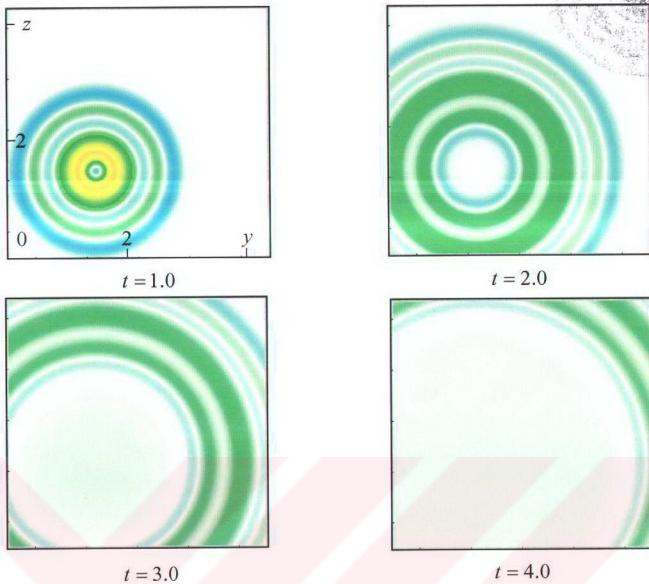


c



d

Şekil 3.2. Sayısal çözüm örnekleri (3.1); elektrik alan yoğunluğunun uzaysal dağılımı; “radyatör - sonlu-metal tarak” (a), parabolik radyatör (b), silindirik aynalı açık rezonatör (c), metal perdeli Luneberg lenslerinin yakın bölgesi (d).



Şekil 3.3. (2.27)–(2.29) denklemlerinden kaynaklanan “absorbing” koşulların test sonuçları; \mathbf{Q}_L bölgesi içinde, farklı t zaman anları için, $U(g,t) = E_x$ alan yoğunluğu dağılımı (a), köşegen üzerinde alan yoğunlukları (b).

çıkan bir silindirik elektromagnetik dalga için, sadece bölgenin düz yüzeylerinde değil köşe noktalarında da, tamamen geçircendir. Bu durum, Q_L bölgesinin köşegeni üzerindeki düzenli aralıklı; $y = z = \sqrt{8}$, $y = z = \sqrt{12.5}$, ve $y = z = \sqrt{18}$ noktalarında, $U(g,t)$, $0 < t < 10$ alanının alan değişikliklerini gösteren Şekil 3.3.b'de de görülmektedir. Dalganın hiçbir bileşeninin, ilerlemenin yayılma yönünden sapma göstermediği görülmektedir.

3.2. Hesaplama Deneyleri

Yapılan hesaplamlara geçmeden önce, bölge içerisindeki saçıcıların, engellerin, rezonatör aynalarının ve kaynakların nasıl tanımlandığını inceleyelim.

Örneğin, Şekil 3.4. ve Şekil 3.5.'de görülen açık rezonatör aynaları şu fonksiyonlarla tanımlanmıştır:

- a. konfokal açık rezonatör (Şekil 3.4.,Şekil 3.5.);

$$\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi [5 - |y|] \chi [4 - |z|] \chi [z^2 + (|y| + 4,5)^2 - 9^2]$$

(aynalarn eğrilik yarıçapı (R) ve aynalar arası mesafe (L) 9.0'a eşittir.),

- b. ‘konfokal-altı’ açık rezonatör ($R = 11.0$ ve $L = 9.0$);

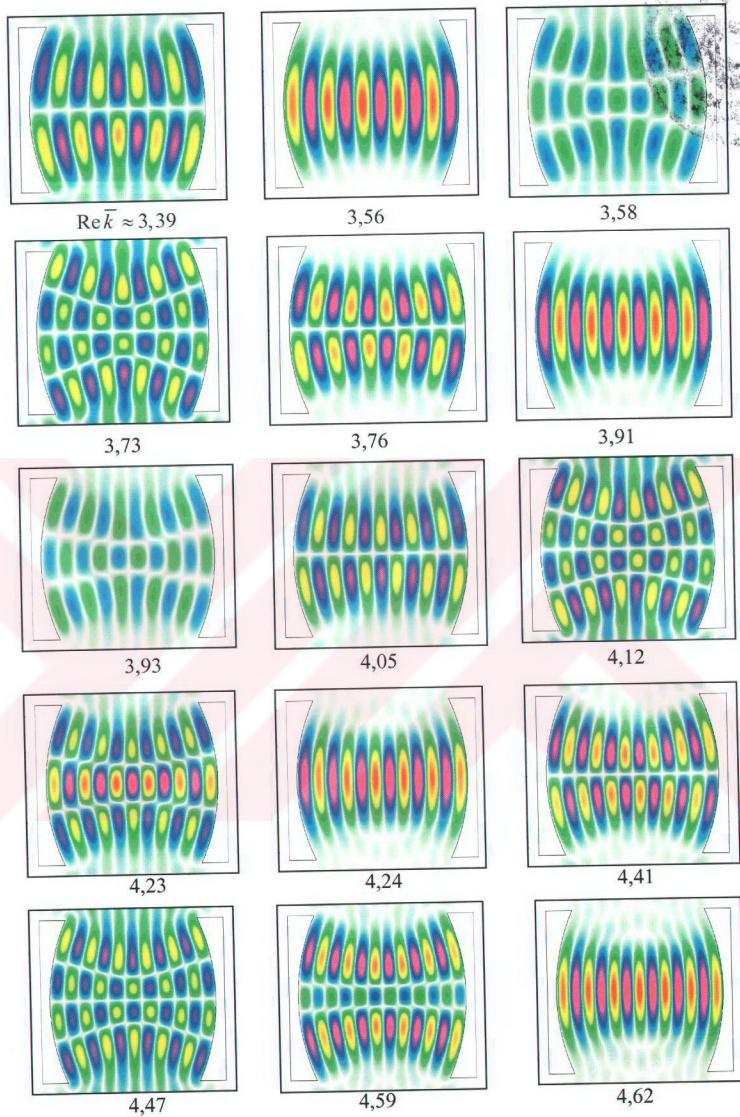
$$\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi [5 - |y|] \chi [4 - |z|] \chi [z^2 + (|y| + 6,5)^2 - 11^2]$$

- c. konfokal açık rezonatörde eksen devamsızlığı (Şekil 3.5.b) (dikey doğrultuda merkez mesafesi 2.0'a eşittir);

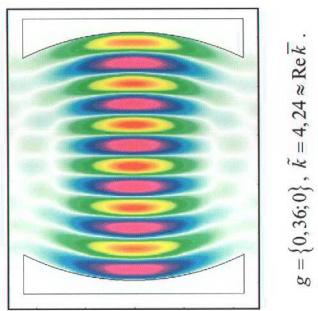
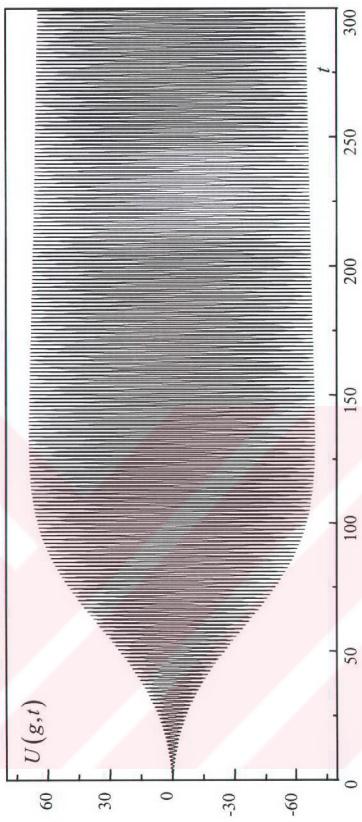
$$\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi [5 - |y|] \chi [4 - |z|] \chi [z^2 + (y - 4,5)^2 - 9^2] +$$

$$+ \chi [4 - |z + 2|] \chi [(z + 2)^2 + (y + 4,5)^2 - 9^2]$$

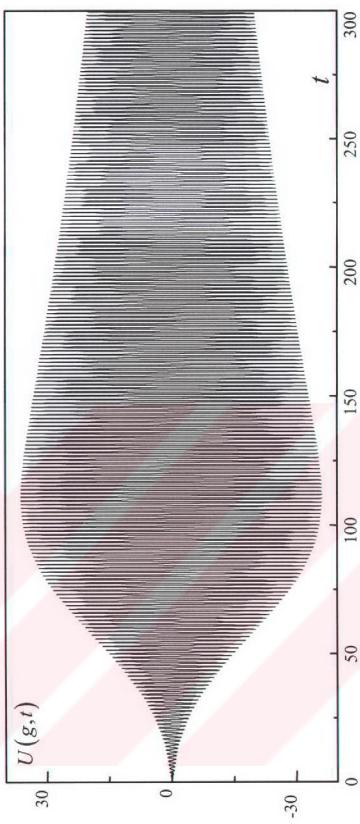
Yapılacak nümerik analizlerde, açık rezonatörü uyaran kaynağın koordinatları ve $0 \leq t \leq \tilde{T}$ gözlem zaman aralığı, problemin amacı ile uyumlu olmalıdır. Örnek olarak şöyle bir kaynağı ele alalım:



Şekil 3.4. Konfokal rezonatörde yüksek-Q osilasyonlar için $\text{Re } \bar{k}$ 'nın yaklaşık değerleri ve frekans sırası ile konfigürasyonlar.



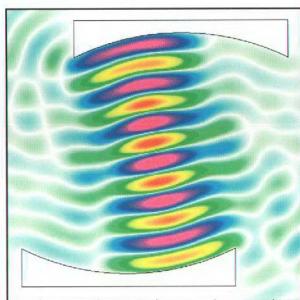
Sekil 3.5.a. Konfokal rezonansörde aynı tip osilasyonlar
 $\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi [5 - |y|] \chi [4 - |z|] \chi [z^2 + (|y| + 4,5)^2 - 9^2]$.



$g = \{0, 5; -1\}$, $\tilde{k} = 4, 33 \approx \text{Re } \bar{k}$.

Sekil 3.5.b. Asli ekseninde strelksizlik olan rezonatordde aynı tip osilasyonlar

$$\begin{aligned}\sigma(g) = & 2,19 \cdot 10^8 \chi [5 - |y|] \left\{ \chi [4 - |z|] \left[z^2 + (y - 4,5)^2 - 9^2 \right] + \right. \\ & \left. + \chi [4 - |z + 2|] \chi [(z + 2)^2 + (y + 4,5)^2 - 9^2] \right\}.\end{aligned}$$



$$F(g,t) = 10\chi[3,5-|y|]\chi[1,5-|z+1|] \times \cos(\beta_1\tilde{k}y + \beta_2)\cos(\beta_3\tilde{k}z + \beta_4) \times \exp[-(t-T)^2/4\tilde{\alpha}^2]\cos[\tilde{k}(t-T)] \quad (3.2)$$

Bu fonksiyon yedi serbest parametreye sahiptir: \tilde{k} , $\tilde{\alpha}$, T , ve β_j , $j=1,2,3,4$. İlk parametre (\tilde{k}); spektral domende, $U_0(g,t)$ başlangıç sinyalinin merkezindeki şiddeti belirtir. Serbest uzayda $F(g,t)$ kaynağı tarafından oluşturulmuş bir alan olan $U_0(g,t)$ fonksiyonunun azami mutlak değeri şudur:

$$\tilde{U}_0(g,k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(g,t) e^{ikt} dt \equiv F[U_0(g,t)](k) \leftrightarrow U_0(g,t) \quad (3.3)$$

\tilde{k} parametresi $\tilde{\alpha}$ ile birlikte, $[\tilde{k}-b/\tilde{\alpha}; \tilde{k}+b/\tilde{\alpha}]$ frekans bandını belirler. Bu frekans bandında $U_0(g,t)$ palsının normalize spektral genliği $|U_0(g,k)|/|\tilde{U}_0(g,\tilde{k})|$, γ değerinin altına inmez. $U_0(g,t)$ sinyali, t ekseninde, $T-c\tilde{\alpha} \leq t \leq T+c\tilde{\alpha}$ aralığını kaplar. Öyle ki bu aralık dışındaki $|U_0(g,t)|/|U_0(g,T)|$ değerleri γ 'yı aşmaz.

$$\frac{1}{2} e^{itk} \left[e^{-\tilde{\alpha}^2(k-\tilde{k})^2} + e^{-\tilde{\alpha}^2(k+\tilde{k})^2} \right] \leftrightarrow \frac{\pi^{1/2}}{\alpha} e^{-(t-T)^2/4\tilde{\alpha}^2} \cos[\tilde{k}(t-T)]$$

benzerlik ilişkisinden, çeşitli sabit γ değerleri için çıkarılan b ve c katsayıları, Tablo 3.1.'de listelenmiştir [Sirenko et al, 2000].

	$\gamma=0.001$	$\gamma=0.01$	$\gamma=0.1$	$\gamma=0.5$
$b \approx$	2.63	2.14	1.52	0.83
$c \approx$	5.25	4.29	3.04	1.66

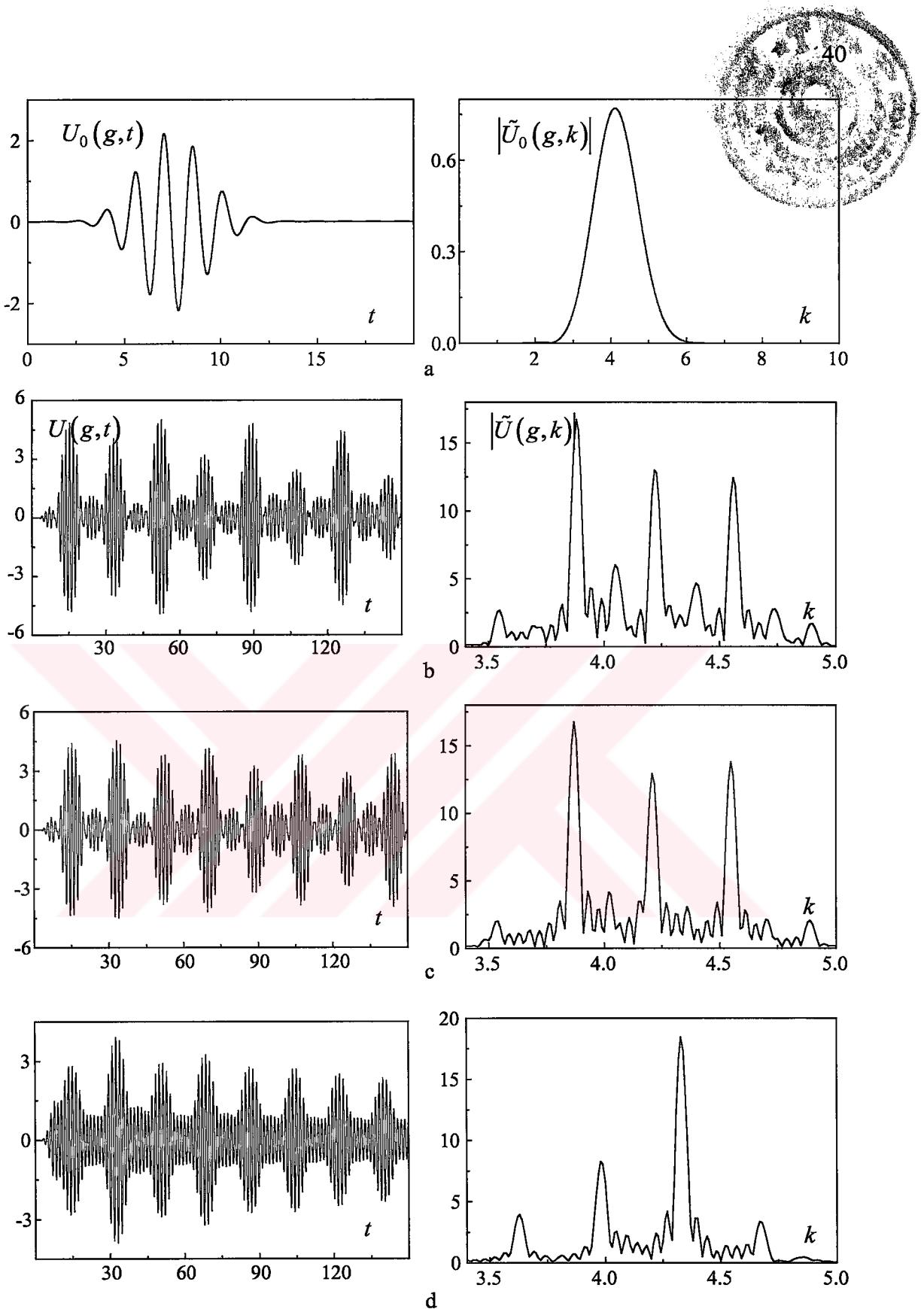
Tablo 3.1. Çeşitli sabit γ değerleri için b ve c katsayıları.

β_j parametreleri, belirli simetri sınıflarında osilasyonlar üretmek için kaynağı ayarlamaya müsaade eder. Bu parametrelerin yardımcı ile $U_0(g,t)$ 'ye $2\pi/\tilde{k}$ dalgaboyu ile düzleme yakın dalga yapısı gibi belirli yapılar ilave edilebilmektedir.

Şimdi bir açık rezonatörün genel spektral karakteristiklerini analiz ederek, yukarıda listelenen parametrelerde bahsedilen gereksinimler üzerinde duralım (Şekil 3.6.). $\tilde{\alpha}$ değeri, $U_0(g,t)$ 'nin düzeltilmiş spektral şiddet seviyesi, 0.1'i veya daha iyi ihtimalle, $|\tilde{U}_0(g,k)|$ 'nın tüm frekans alanı boyunca sabit olduğu bazı 'ideal' durumlarda dikkat çeken bozulmaları önlemek için, 0.5'i aşmayacak şekilde seçildiği sürece, \tilde{k} değerinin frekans menzili merkezi ile çakışık olması gerektiği görülmektedir. $T - c\tilde{\alpha} \leq t \leq T + c\tilde{\alpha}$ aralığının sol sınırı, hesaplama zamanı \tilde{T} 'yi kısaltmak maksadıyla $t = 0$ noktasına yerleştirilmiştir. Kaynağın, beklenen spektral karakteristiklerinin korunması için $|U_0(g,0)|$ ($U_0(g,t) = 0$, $t < 0$), $0.001 \leq \gamma \leq 0.01$ ile uyuşmalıdır. $\tilde{\alpha}$ parametresi ile birlikte bu gereksinim, etkili sinyal uzunluğunu $0 \leq t \leq 2T$, ve gecikme zamanı T 'yi belirler.

Burada bizim ilgilendiğimiz her maddaki osilasyonlardır. $U_0(g,t)$ alanı sistemdeki mümkün serbest osilasyonların herhangi birine dikey olmamalıdır [Shestopalov and Sirenko, 1989], [Sirenko et al, 2000]. Kaynakların simetri sınıfı ve yaratılan çakışan osilasyonlardaki bu gerekli β_j tarafından kontrol edilir. $U(g,t)$ alanının spektral bileşenlerinin uyarma etkililiği büyük miktarda kaynağın uzaysal boyutlarına bağlıdır; g değerinin menzilini $F(g,t) \neq 0$ olan yerler olarak belirleyerek, hesaplama zamanını azaltabiliriz. \tilde{T} 'nin alabileceği değerlerin $\tilde{T} = 5T$ alt limiti, şu açık gereksinim ile ortaya çıkar: $0 \leq t \leq \tilde{T}$ aralığında bir zamanda açık rezonatör, cebri osilasyon üretme modunda $0 \leq t \leq 2T$ zamanını harcamalıdır, daha sonra, rezonatör, kararlı osilasyonlar oluşturmaya yetersiz olan spektral bileşenlerden kurtulmak için $2T \leq t \leq 3T$ (boşluğa yayılan radyasyon ile) ve son olarak, yüksek-Q osilasyonlarının, düşük-Q osilasyonlardan farkını gösterecek bir menzil sağlamak için $3T \leq t \leq 5T$ zamanını harcamalıdır.

Bu şekilde, bir açık rezonatörün frekans bandındaki spektral karakteristiğinin analizi, şu işleme indirgenir: $U(\tilde{g},t)$ 'nin rezonatördeki bir \tilde{g} noktasında $t \in [0; \tilde{T}]$ zamanının bir fonksiyonu olarak hesaplanması, ve daha sonra, $\tilde{U}(\tilde{g},k) \leftrightarrow U(\tilde{g},t)$ Fourier Transform analizi ((3.3): $t \in [0; \tilde{T}]$ aralığı dışında $U(\tilde{g},t)$ sıfır eşit farzedildi) ile sonuçların spektral domende incelenmesi. Eğer seçilen \tilde{g} noktası, $\tilde{U}(\tilde{g},k)$



Şekil 3.6. (a) Kaynağın spektral karakteristikleri, (b) konfokal rezonatör, (c) konfokal-altı rezonatör, ve (d) aslı ekseninde süreksizlik olan rezonatör; (a) $\tilde{k} = 4.2$, $g = \{0; 0\}$; ve (b-d) $g = \{0.2; 0.2\}$.

tarafından belirlenen spektrumda mevcut olmayan bazı yüksek-Q serbest osilasyonları $\tilde{U}_n(g, \bar{k}_n)$ ($\tilde{U}_n(\tilde{g}, \bar{k}_n) = 0$) düğümüne düşerse, bu özellikler tahrif olacaktır. Buradan yardımcı olabilecek bir kural bulunur: \tilde{g} noktası simetri eksenlerine ve aynalara göre, $k = \tilde{k}$ frekansına karşılık gelen dalgaboyunun 8'de biri ve 4'de biri mesafesi kadar kaydırılmalıdır.

Açık rezonatörün tüm spektrumundan ayrılmış, izole edilen $\tilde{U}_n(g, \bar{k}_n)$ fonksiyonlarını analiz ederken; $U_0(g, t)$ 'nin bir spektral genlik şiddeti, bu aralığın sonlarında belirsiz olduğu sürece, $[\tilde{k} - b/\tilde{\alpha}; \tilde{k} + b/\tilde{\alpha}]$ ($\tilde{k} \approx \text{Re } \bar{k}_n$) aralığı $\text{Re } \bar{k}_n$ 'ya komşu hiçbir rezonans noktasını kapsamamalıdır. Açık bir şekilde görülmektedir ki, bu gereksinim kesin simetri sınıfları kullanılarak önemli ölçüde azaltılabilmektedir.

$\tilde{\alpha} = 1$, $T = 6$, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = \pi/4$, ve $\beta_3 = \beta_4 = 0$ ile (3.2) kaynağı tarafından üretilen $U_0(g, t)$ palsının, [3.4, 5.0] frekans aralığında normalize spektral genliğinin 0.4'ün altına inmediği görülmektedir (Şekil 3.6.a). $\tilde{T} = 150$ zamanı boyunca, yukarıda bahsedilen klasik geometrideki tüm rezonatörler $U(g, t)$ 'nin spektrumundan, yüksek-Q quasi-harmonik osilasyonlu bileşenler çıkarırlar. Bu türün her bileşeni için, Şekil 3.6.b-d 'de görüldüğü gibi $|\tilde{U}(g, k)|$ 'nın bir sivri tepesi vardır.

Rezonatör spektrumunda $H_{0,nl}$ osilasyonlarının özfrekanslarını belirleyen genlik merkezlerinin parametreleri, konfokal, konfokal-altı, ve konfokal-üstü ($R < L$) rezonatörler için R/L 'nin ölçülebilir sapmalarının altında olsa bile özdeştir (birbirinin aynısı gibi). Osilasyonların dikey eksen boyunca iki veya daha fazla alan varyasyonu ile güçlendirilebildiği kolaylıkla gözlemlenmektedir: bu konfokal rezonatörler için önemli derecede daha büyüktür. Eksen devamsızlığı olan bir rezonatöre gelince, bu rezonatörün spektrumu büyük miktarda farklı özelliklere sahip olur: $U(g, t)$ 'nin birleştirilmiş spektral şiddeti zemin seviyesine indirildiğinde, $H_{0,nm}$ osilasyonları $m \geq 2$ ile kararsız olur. Bununla birlikte, ayna izdüşümlerinin küçük kesişim alanı ile bile, bu tür bir rezonatör için yüksek-Q $H_{0,nl}$ osilasyonları güçlendirmeye yeteneklidir (Şekil 3.5.b).

Verilen açık rezonatör tarafından güçlendirilen, $|\tilde{U}(g, k)|$ 'nin tepe noktalarından, herbir yüksek-Q osilasyonu için $\text{Re } \bar{k}$ 'nın yaklaşık değerleri kolaylıkla belirlenebilir. Burada; \bar{k} rezonatör özfrekansını temsil eder. Bu değerler düzeltilebilir, ve ilgili serbest osilasyonların alan konfigürasyonu, kendine has bir şekilde ayarlanmış $F(g, t)$ kaynağının uygulanması ile gözönüne getirilebilir. Kaynak parametreleri, osilasyon modu ve onun Q-faktörü dikkate alınarak seçilmiştir. Bazı örneklerde, birbiri ardına iki veya üç iterasyon çağrılmıştır. Eğer $\tilde{U}_n(g, \bar{k}_n)$ serbest osilasyonu ile birleştirilen bir kuasimonokromatik bileşen, kaynağı pals üretiminin kesilmesinden sonra $U(g, t)$ alanında hakim olursa, alan yoğunluğundaki değişim $\exp(-|\text{Im } \bar{k}_n|t)$ faktörü ile belirlenir [Shestopalov and Sirenko, 1989], [Sirenko, Sucharevskii and Yashina, 2000]. Bu gerçek, Şekil 3.5.'de gösterilen sonuçlara benzer sonuçlar kullanılarak tekabül eden serbest osilasyonun, $\text{Im } \bar{k}_n$ değerinin ve Q-faktörünün $Q_n = \text{Re } \bar{k}_n / 2|\text{Im } \bar{k}_n|$, hesaplanması müsaade eder.

(3.2) kaynağı $\tilde{\alpha} = 20$, $T = 60$, $\beta_1 = 1$, $\beta_3 = \beta_4 = 0$, $\beta_2 = \pi/2$ (Şekil 3.5.a) ve $\beta_2 = \pi/4$ (Şekil 3.5.b) değerleri ile bu hesaplama tipi için tüm gerekli koşulları sağlamaktadır. Açıkça görülmüyor ki, toplam gözlem zamanı \tilde{T} artırılarak, yüksek derecede doğru $\text{Im } \bar{k}_n$ 'ya daha kolay ulaşılabilir mektedir.

4. DISPERSİF AÇIK REZONATÖRLERDE FİZİKSEL SONUÇLAR

Bu bölümde, önceki bölümde sunulan yaklaşımı, kırınım yarıkları olan açık rezonatörlerin analizine uygulayacağız.

İlk olarak, basit model yapısı itibarı ile Fabry-Perot rezonatörünün spektral karakteristiklerinin analizi ile başlayalım (Şekil 4.1.,4.2.).

Düz paralel aynalı bir rezonatör:

$$\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi[4 - |y|] \{ \chi(z + 0,3) \chi(-z) + \chi(10,3 - z) \chi(z - 10) \} \quad (4.1)$$

(aynalar arası mesafe 10.0 'a eşit iken, rezonatörün genişliği de 8.0 'e eşittir). Bir

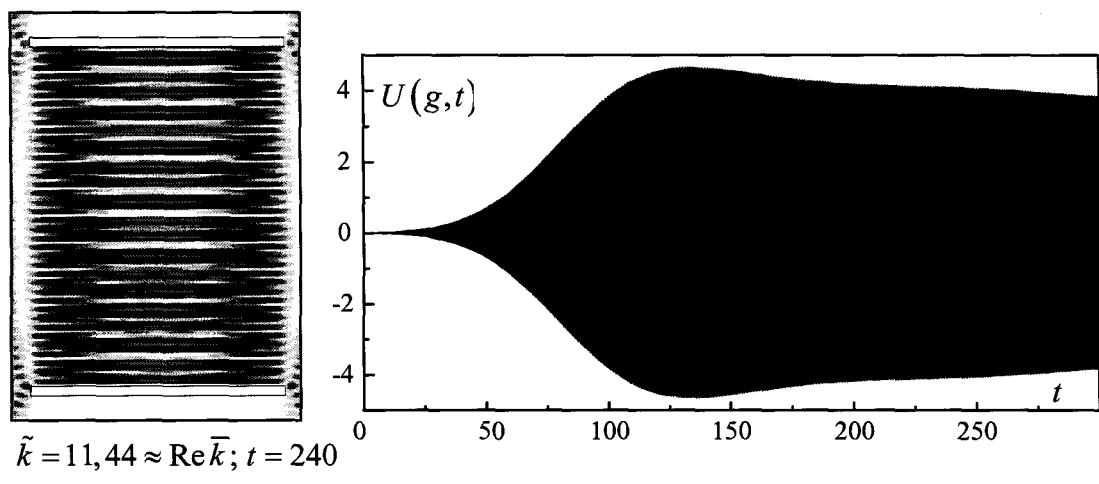
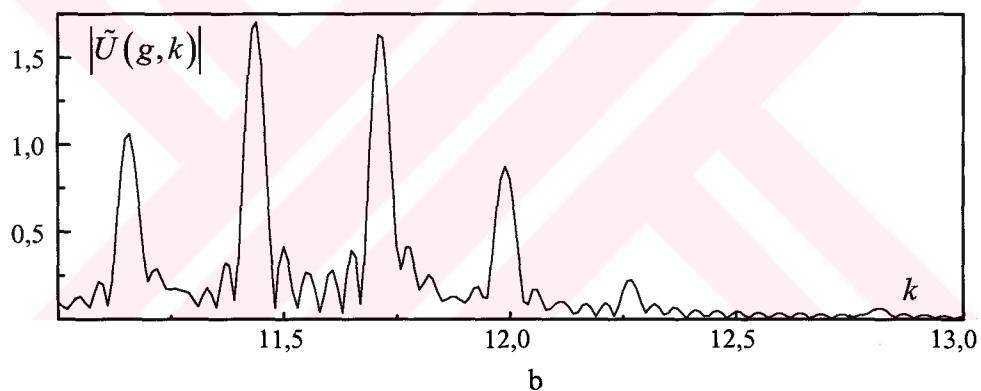
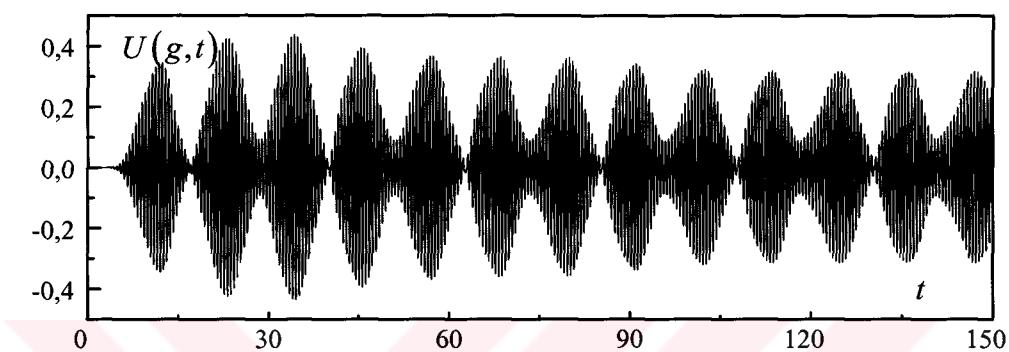
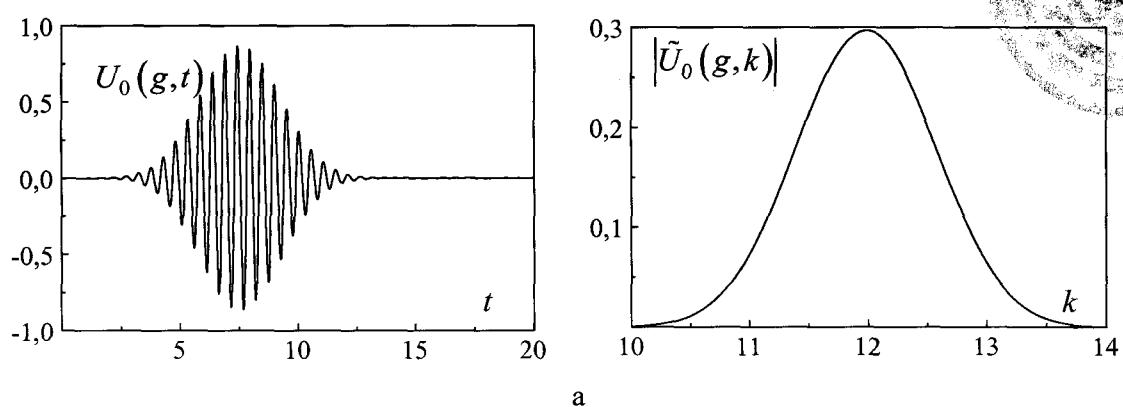
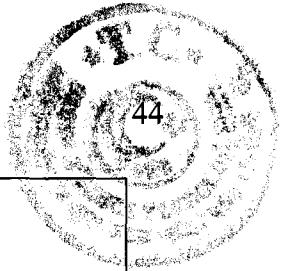
$$F(g,t) = 10 \chi[3 - |y|] \chi(z - 2) \chi(8 - z) \cos(\tilde{k}z + \beta) \exp[-(t - T)^2 / 4\tilde{\alpha}^2] \cos[\tilde{k}(t - T)] \quad (4.2)$$

kaynağı, yapının içinde $y=0$ eksenine göre simetrik olan osilasyonlar yaratmaktadır.

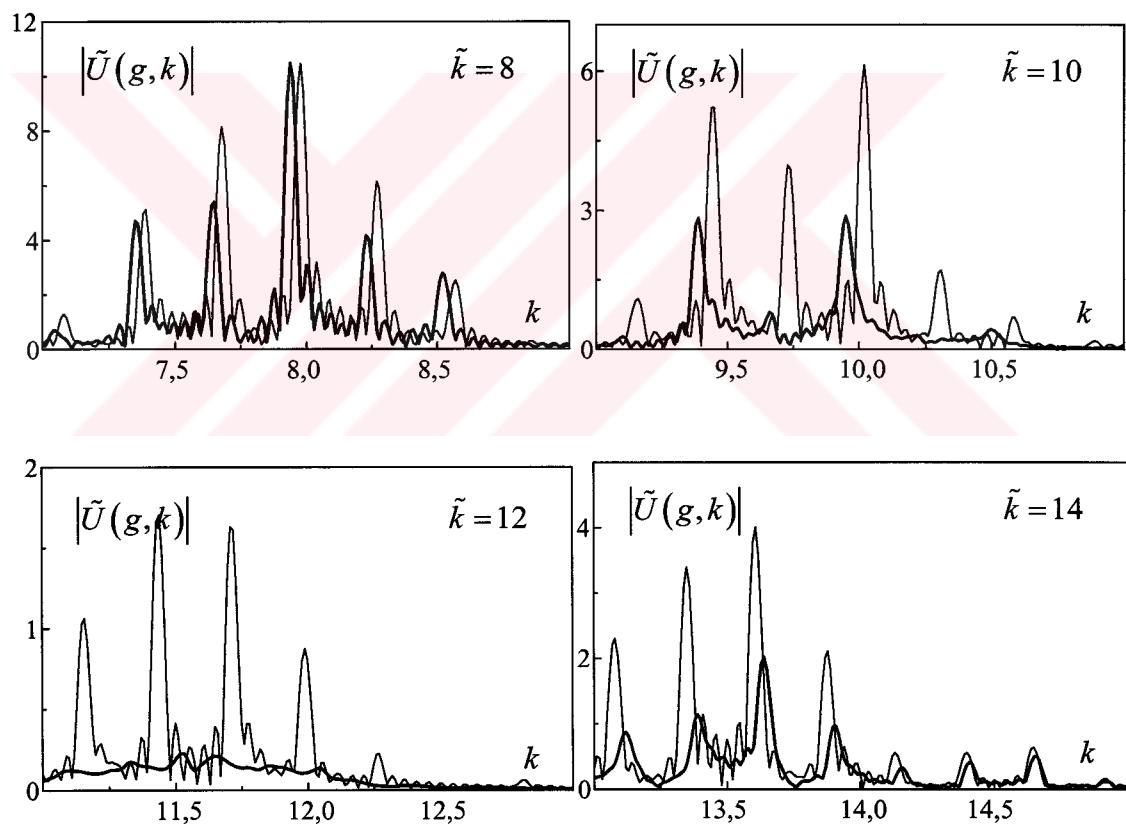
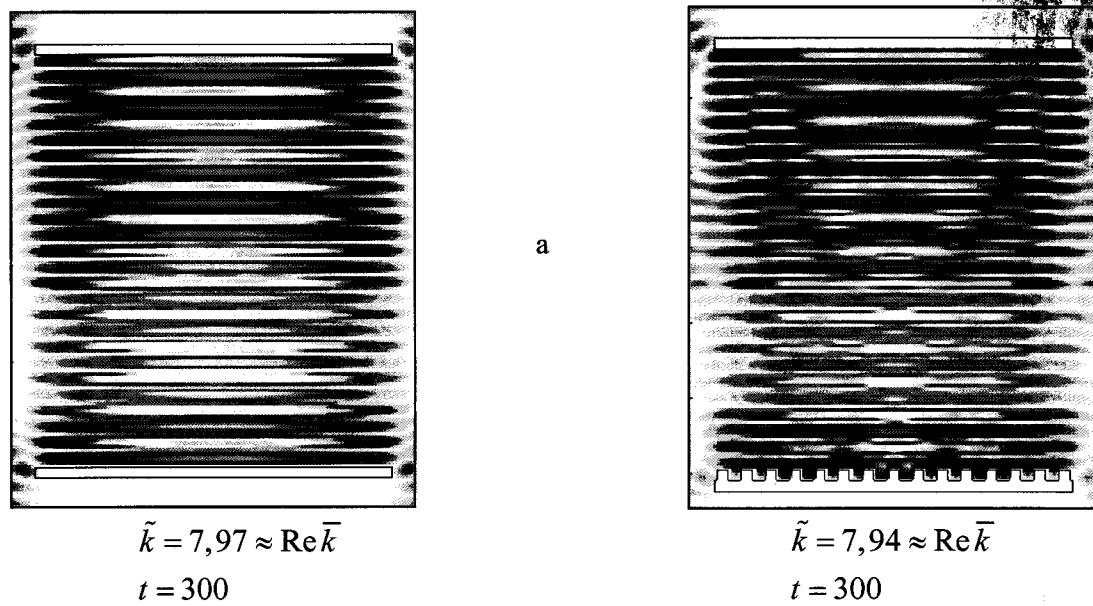
$[\tilde{k}-1, \tilde{k}+1]$ frekans aralığında, $\tilde{\alpha}=1$ ve $T=6$ için, $U_0(g,t)$ alanıyla ilgili normalize spektral genliği $\gamma=0.23$ seviyesinin altına inmez (Şekil 4.1.a). $\tilde{U}(g,k) \leftrightarrow U(g,t)$, $0 \leq t \leq \tilde{T}=150$ frekans karakteristiklerinin hesaplanması (Şekil 4.1.b ve Şekil 4.2.b), $F(g,t)$ fonksiyonunun bu parametreleri ($\tilde{k}=8$ ve $\tilde{k}=14$ için $\beta=0,08\tilde{k}$; $\tilde{k}=10$ ve $\tilde{k}=12$ için $\beta=0,08\tilde{k} + \pi/4$) aynen kalır.

İzole edilmiş yüksek-Q osilasyonlarının analizi için kaynakların ayarlanması (örneğin, Şekil 4.1.c'de $H_{0,1,38}$ -osilasyonu ve Şekil 4.2.a'da $H_{0,1,26}$ -osilasyonu) parametrelerin $\tilde{\alpha}=20$, $T=80$, ve $\tilde{T}=300$ değerlerine artırılması ile başarılı olmuştur (Şekil 4.2.a). $U(g,t)$ 'nin zamanla değişen karakteristiklerinin incelendiği g noktasının (rezonatör ekseninde g noktasının üst aynadan mesafesi, ölçüm dalgaboyunun dörtte birine eşittir.), $y=0$ ve $z=10 - \pi/2\tilde{k}$ koordinatları sabit olup, iki seçmeli aynası olan rezonatör durumunda değişmektedir.

TURKUZ MÜSEKKEBE İMZA
SÖZLEŞMANTASYON ELIMEZ



Şekil 4.1. Dispersif rezonatörlerin analizi : (a) $\tilde{k} = 12$, $g = \{0; 4.72\}$;
 (b) $\tilde{k} = 12$, $g = \{0; 9.87\}$; (c) $H_{0,1,38}$ -osilasyon, $\tilde{k} = 11.44$, $g = \{0; 9.87\}$.



Şekil 4.2. Fabry-Perot rezonatör (ince çizgiler) ile, taraklı (grating) dispersif rezonatörün (kalın çizgiler) spektral karakteristiklerinin karşılaştırılması:
 $g = \{0; 10 - \pi/2\tilde{k}\}$; (a) Rezonatörde $H_{0,1,26}$ osilasyon, (b) spektral karakteristiklerin karşılaştırılması.

Şimdi, rezonatörün (4.1) dip aynasını metal tarak (grating) ile değiştirelim;

$$\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi[4 - |y|] \{ \chi(-z) \chi(z + 0,235) \chi[\cos(2\pi y/0,543) - \cos(\pi/2)] + \\ + \chi(-z - 0,235) \chi(z + 0,535) \}$$

Burada tarak için şu parametreler kullanılmıştır; periyod $l = 0.543$, yükseklik $h = 0.235$ ve dar açıklığın genişliği $d = 0.5l$.

Yansıma alanı $z > 0$ yarı düzlemi ile çakışmaktadır. Normal bir gelen dalga ($\alpha = 0$; α = gelen dalganın, yüzeyin normalinden (z -ekseninden) itibaren saat yelkovanını tersi yönündeki açısı) ile tetiklenen mükemmel iletken sonsuz yapıda tek-dalga menzilinin üst limiti; $k_{\pm l} = 11.57$ parametresi ile (veya $\kappa_{\pm l} = 1$ ile, $\kappa = l/\lambda = lk/2\pi$ boyutsuz frekans parametresi) belirlenmiştir [Shestopalov and Sirenko, 1989], [Shestopalov et al, 1973], [Shestopalov et al, 1986]. Bu alanda $|a_0(k)| = 1$, olup $\arg a_0(k)$ değeri 180° ve 260° arasında değişiklik göstermektedir. $a_n(k)$ değerleri, periyodik yapının bir düzlem dalgayla tetiklenmesiyle oluşan, alanın uzaysal harmoniklerinin kompleks genlikleridir.

Uzak-alan bölgесine yerleştirilmiş bir gözlemeçinin bakış açısından, tarak ve mükemmel iletken düzlem $z = (\pm\pi - \arg a_0)/2k$ ‘operasyon’unda hiç bir fark yoktur, 0, +1, ve -1 numaraları ile uzaysal harmoniklerin arasında enerjinin yeniden dağılıması nedeniyle $k_{\pm l} \leq k \leq 13.9$ frekans menzilinde düzgün yansımının verimi aniden düşer, daha sonra tekrar ($k = 17.3$) çıkar.

Mükemmel sonlu yapılarda [Shestopalov and Sirenko, 1989], [Shestopalov et al, 1973], [Petit, 1980] açık rezonatör spektrumunda oluşan değişikliklerin tabiatı tahmininde bulunmak için, enerji dengesi alakası olduğunu farz ederek başlarsak, şöyle bir sonuç elde ederiz. $k_{\pm l}$ eşik noktasına kadar, $U(g,t)$ alanının $|\tilde{U}(g,k)|$ spektral genlik dağılımı değişmeden kalır: tekabül eden osilasyonların Q-faktörü ılımlı bir şekilde değişirken, rezonans frekansları $\arg a_0 \neq \pi$ değerlerine doğru, k -ekseni boyunca hafifçe değiştirilerek, harekete geçirilmiştir. $k_{\pm l}$ noktasının ötesinde, dispersif rezonatör ve Fabry-Perot rezonatör için $|\tilde{U}(g,k)|$ ’nın lokal genlik merkezlerinin seviyeleri arasındaki oran ufak sapmalarla $|a_0(k)|$ ile çakışır.

Aslında gerçek olan; yukarıdaki tahminin sadece kısmen geçerli olduğunu (Şekil 4.2.b): $k_{\pm l}$ noktasında keskin bir sınır, $|\tilde{U}(g, k)|$ genliklerinin rezonans olmayan arkaplana azaldığı, $10.0 < k < 13.0$ ($0.86 < \kappa < 1.12$) aralığına yayılmaktadır. Bunun ana sebebi; cebri osilasyonların enerjisinin, üst aynaya ve alt aynaya (taraklı-grating) bitişik bölgeler arasında anormal dağılımıdır (Şekil 4.3.). Yakın-bölge alanının yoğunluğundaki bağıl yükseliş ve serbest uzaya etkili radyasyonu, $k_{\pm l}$ eşik noktası bölgesinde (spektral domen için) standart bir davranış gösteren ‘tuzak’ harmonikler tarafından sağlanmaktadır.

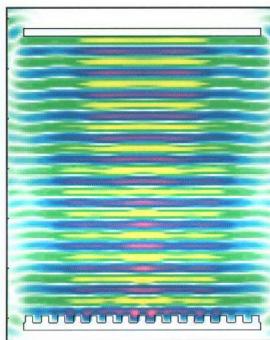
Rezonatörün dip düzlem aynasını (4.1) eğimli bir tarak ayna ile değiştirelim:

$$\begin{aligned} \sigma(g) = & 2,19 \cdot 10^8 \chi [4 - |y|] \{ \chi(-y \sin \eta - z \cos \eta) \chi(y \sin \eta + z \cos \eta + 0,26) \times \\ & \times \chi[\cos(2\pi(y \cos \eta - z \sin \eta)/0,75) - \cos(0,15\pi)] + \chi(-y \sin \eta - z \cos \eta - 0,26) \times \\ & \times \chi(y \sin \eta + z \cos \eta + 0,56) \} \end{aligned} \quad (4.3)$$

(Şekil 4.8.a'da; $\eta = 24.06^\circ$ açısı, $g = \{0; 0\}$ noktasında saat yönünde dönüş açısıdır).

$8.7 < k < 11.9$ ($1.04 < \kappa < 1.43$) frekans aralığında, $l = 0.75$, $h = 0.26$, ve $d = 0.85l$ parametrelerine sahip sonsuz periyodik yapı (4.3), ‘-1’ uzaysal harmonигinde otomatik doğrusallaştırma modunda işletildiğinde [Shestopalov and Sirenko, 1989], [Shestopalov et al, 1973], [Shestopalov et al, 1986], ikinci alanın enerjisinin hemen hemen hepsini gelen dalga yönünde yayılan bir düzlem dalgada toplar. Fabry-Perot rezonatörün (4.1) bir düzlem aynası, uzayda düzgün bir şekilde yönlendirilen (bu koşul η parametresinin seçimini belirler), bir tarak ile değiştirildiğinde modifiye edilen rezonatörde $8.7 < k < 11.9$ ($1.04 < \kappa < 1.43$) için yüksek-Q osilasyonları devam etmekte, bununla birlikte, bu menzilin dışında, rezonatör spektrumu önemli miktarda seyreltilmiş olmaktadır (Şekil 4.4., Şekil 4.5.) [Shestopalov and Sirenko, 1989].

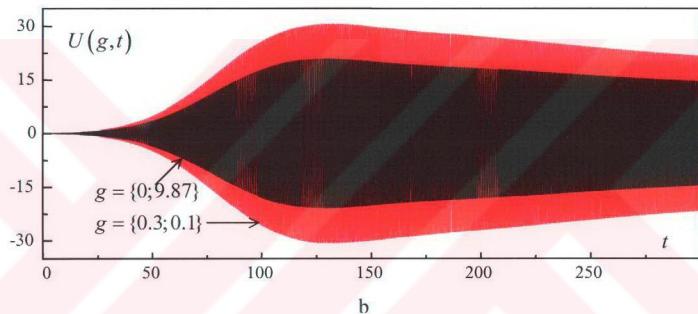
$\alpha = \eta$ açısı, -1 sayısı ile, taraklı harmonigue otomatik ayarlı yansımmanın, $k = 10.27$ frekansına tekabül etmektedir. Bundan dolayı, Şekil 4.4.a'da gösterilen bir dispersif rezonatör, konuya ilgili dar frekans aralığında $8.7 < k < 11.9$ ($1.04 < \kappa < 1.43$), orijinal rezonatörün karakteristiklerini (farkedilebilir bir bozulma olmaksızın) kopya eder. Bu band tarafından yakalanan osilasyonlardan birinin derecesinin hafifçe azalırken, diğerinin arttığı görülmektedir. Bu menzilin dışında, spektrum aşama aşama bir nonrezonans arkaplan şekli elde eder: durağan düzlem ayna, periyodik



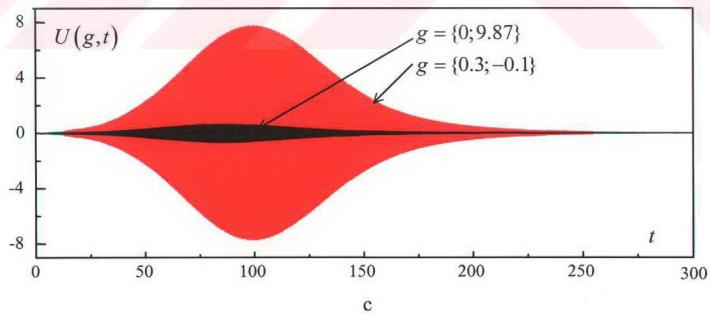
$$\tilde{k} = 7,94 \approx \operatorname{Re} \bar{k}$$

$$t = 300$$

a

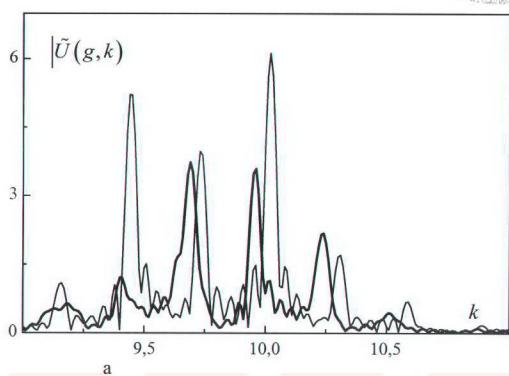
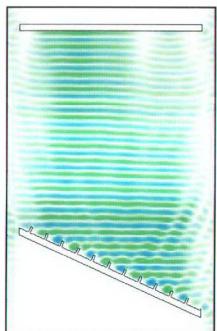


b

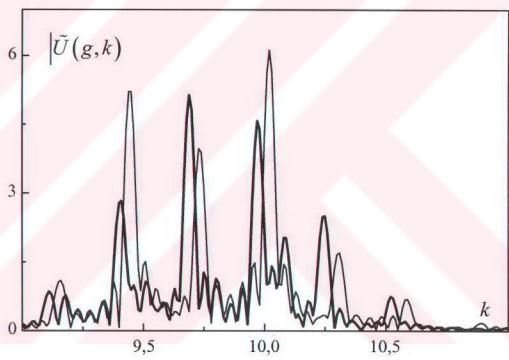
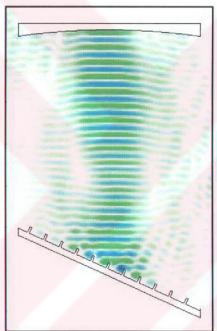


c

Şekil 4.3. Dispersif rezonatör aynaları yakınında alan yoğunlukları:
 (a) $H_{0,1,26}$ osilasyon, (b) $\tilde{k} = 7.94$; (c) $\tilde{k} = 11.52$.



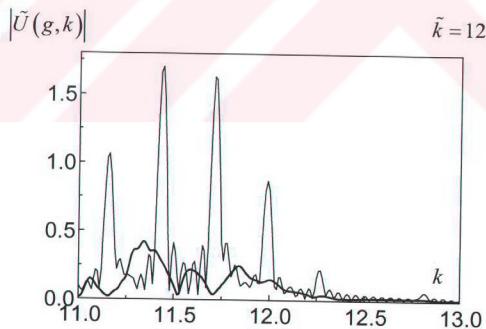
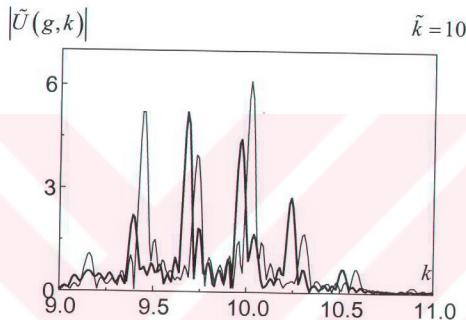
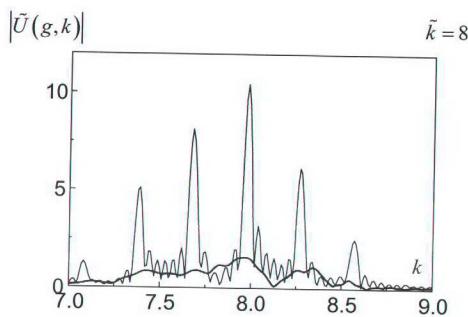
a



$R = 30$

b

Şekil 4.4. Fabry-Perot rezonatörünün spektral karakteristiklerinde (ince çizgiler), otomatik ayarlama modunda dip aynanın yerine tarak (grating) ‘işlenerek’, yapılan değişiklikler: $\tilde{k} = 10$; $t = 142$; $g = \{0; 9.84\}$; (a) düzlem üst aynalı rezonatör, (b) çukur üst aynalı rezonatör.



Şekil 4.5. $7 \leq k \leq 13$ frekans aralığında dispersif rezonatörün (kalın çizgiler) ve Fabry-Perot rezonatörün (ince çizgiler) spektral karakteristikleri:
 $g = \{0; 10 - \pi/2\tilde{k}\}; R = 50$.

yapının frekans özelliklerine müsaade etmez, ve özellikle eğimli tarakların yapının otomatik ayarlı yansımاسının kapasitesinin tam olarak anlaşılmasına engel olur. Bu durum iki şekilde düzeltilebilir. Birinci yol, aynaların, $2\pi \sin \alpha = 1$ koşuluna göre, uzaysal yeniden yönlendirilmesi; ikinci yol ise, düzlem aynanın silindirik bir ayna ile değiştirilmesidir. Şimdi üstteki düzlem aynayı bir çukur ayna

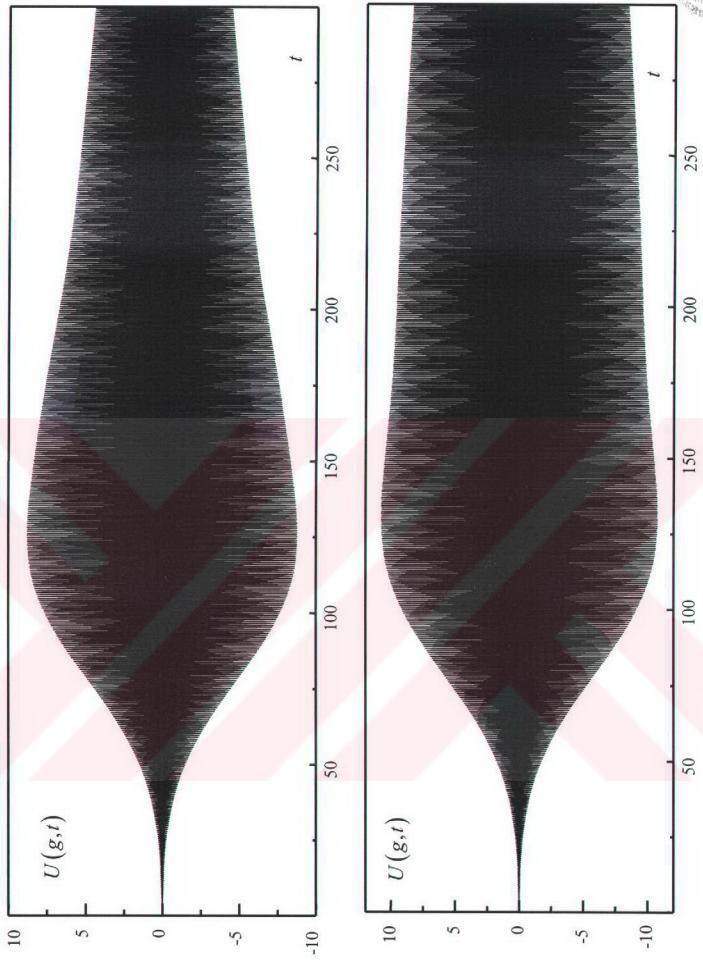
$$\sigma(g) = 2,19 \cdot 10^8 \chi [4 - |y|] \chi (10,3 - z) \chi [y^2 + (z + R - 10)^2 - R^2] \quad (4.4)$$

ile değiştirelim (Şekil 4.4.b-4.7., R aynanın eğrilik yarıçapı).

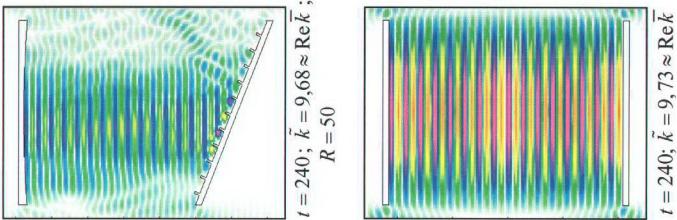
Yüksek-Q osilasyonlarının spektrumundan elde edilen karşılaştırma özellikleri ($\text{Re } \bar{k}$ 'nın yaklaşık değerleri, alan konfigürasyonu, ve Q-faktörü) Şekil 4.6. ve Şekil 4.7. de görülmektedir. $9 < k < 11$ birincil bandının dışında spektrumların bekleniği gibi seyrekleştigi gözlemlenmiştir (Şekil 4.4.).

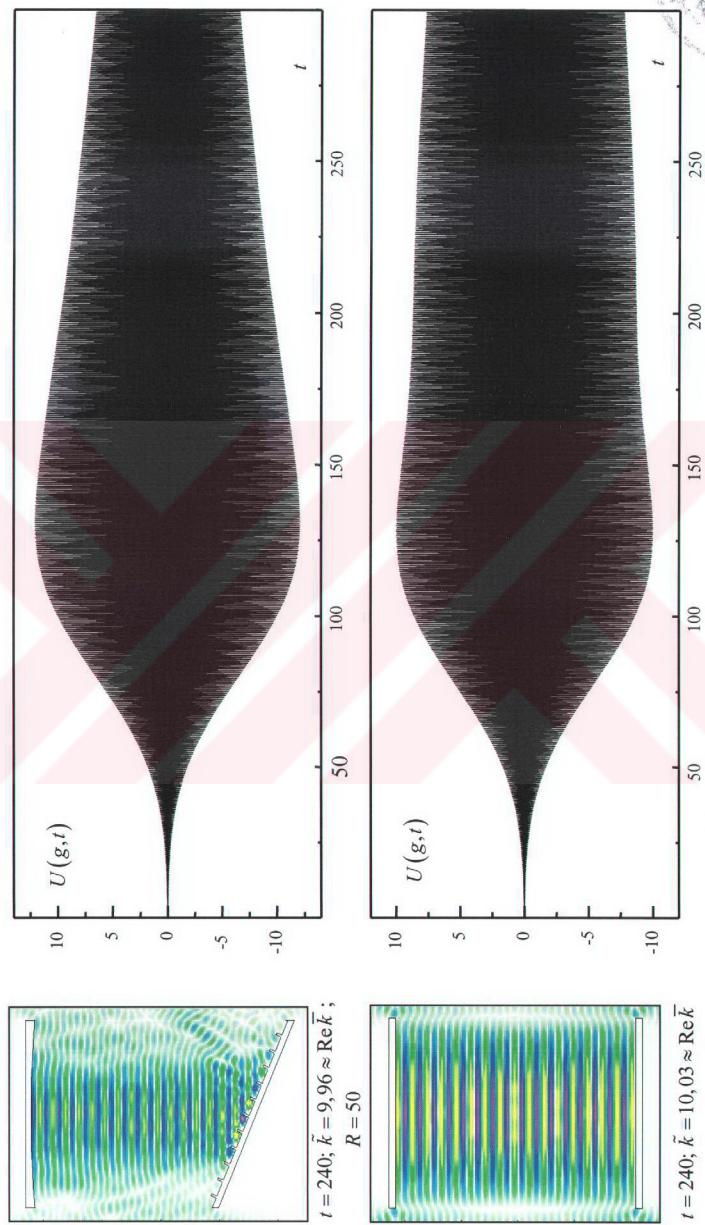
Son olarak, orjinal rezonatörün (4.1) her iki düzlem aynasının da eğimli tarak ile değiştirildiği durumu inceleyelim (Şekil 4.8.). Dip ayna (4.3) ve uzayın üst kısmında düzgün bir şekilde yerleştirilen onun tam ikinci nüshası arasında, $y=0$ ekseni boyunca olan mesafe, 10.0 olarak kalsın. Nümerik analizler neticesi elde edilen Şekil 4.5. ve 4.8.'deki grafiklerin karşılaştırılmasının sonucundan; otomatik ayarlı yansımada modunda, iki taraklı aynanın 'odaklama' yeteneğinin, iki düzlem paralel ayna ile veya 'çukur-tarak ayna' ile karşılaştırıldığında önemli ölçüde daha büyük olabildiği görülmektedir ($R = 50$ olan (4.3), (4.4) dispersif rezonatörlerinin özellikleri dipteki şekilde kesikli çizgi ile gösterilmiştir). Bunun sebebi, bu durumda, 'gelen dalga - ters yönde yayılan yansıyan dalga' şemasına göre kararlı osilasyonlar oluşturmak için gerekli olan, $2\pi \sin \alpha = p$, $p = 1, 2, \dots$ koşulunun otomatik olarak gerçekleşmesidir.

Tek-modlu rezonatör yapılarının sentezinde, düzgün olmayan yansımaların dar-band etkilerinin benimsenmesi probleminin iki tarak ayna ile çözülebildiği görülmüştür. Böyle aynalar seti (iki, üç veya daha fazla); bir açık rezonatörün genel geometrisinin ve büyülüüğünün, Q-faktörünün, alan yoğunluğunun, konfigürasyonunun ve uzaysal dağılımının adeta keyfi olarak değiştirilmesine müsaade etmektedir.

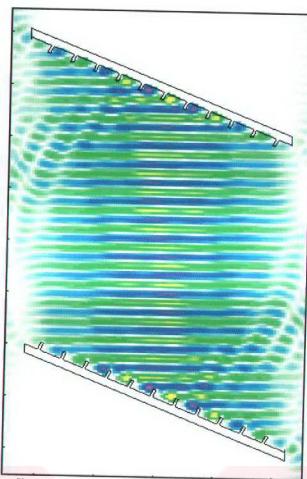


Şekil 4.6. Yüksek-Q $H_{0,1,32}$ -osilasyonları: $g = \{0; 9.85\}$.



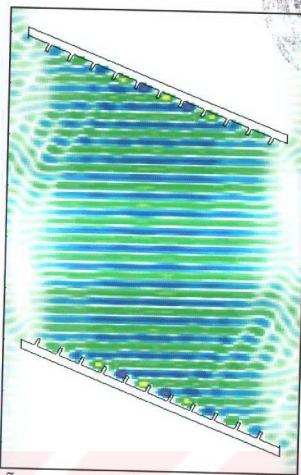


Şekil 4.7. Yüksek-Q $H_{0,1,33}$ -osilasyonları: $g = \{0, 9,85\}$.



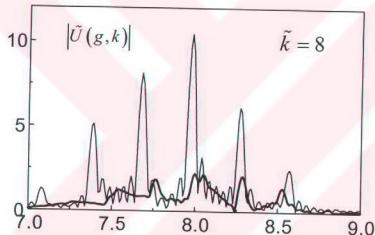
$\tilde{k} = 9,63 \approx \operatorname{Re} \bar{k}; t = 240$

a

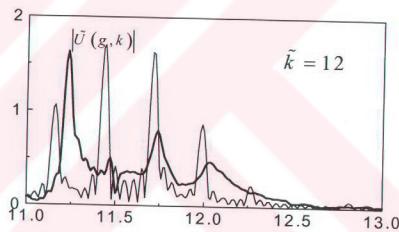


$\tilde{k} = 9,89 \approx \operatorname{Re} \bar{k}; t = 240$

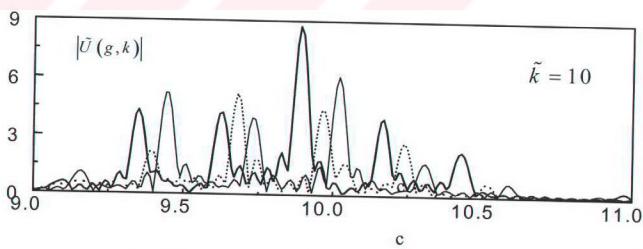
b



$\tilde{k} = 8$



$\tilde{k} = 12$



$\tilde{k} = 10$

$g = \{0;0,1\}$

Şekil 4.8. (a) $H_{0,l,32}$ ve (b) $H_{0,l,33}$ yüksek-Q osilasyonları, (c) $7 \leq k \leq 13$ frekans aralığında disperatif rezonatörün (kalın çizgiler) ve Fabry-Perot rezonatörün (ince çizgiler) spektral karakteristikleri (noktalı çizgi : tarak (grating) alt ayna ve çukur üst aynalı ($R = 50$) rezonatör karakteristiği).

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında açık rezonatörler için sınır-değer problemlerinin çözümü için yeni absorbing sınır koşulları metodu [Shestopalov et al, 1997] matematiksel olarak incelenmiş, bu metodla yüksek-Q faktörlü salınımlar elde etmek üzere çeşitli geometrilerde açık rezonatörlerin analizi yapılmış ve bu rezonatörlerin frekans spektrumları ortaya çıkarılmıştır. Yapılan analizlerde; açık rezonatörün geometrisinin ve konfigürasyonunun adeta keyfi olarak değiştirilmesine müsaade eden, karşılıklı tarak aynalı rezonatörlerde yüksek Q-faktörlü salınımlar elde edilmiştir.

Periyodik yapılarda düzgün olmayan hemen hemen bütün yansırma modları doğal serbest osilasyonların uyarması ile bağlantılıdır. Osilasyonların doğru seçimi, bir açık rezonatörde rezonans durumların kombinasyonuna ihtiyaç duymaktadır. Bu durum, sadece, hem frekans domeninde hem de zaman domeninde geniş bir metodlar ve çözümler spektrumu sağlayan kompleks yaklaşım çatısı altında çözülebilir. Tüm hesaplamaların zaman domeninde yapılması ve sonuçların hem zaman domeninde hem de frekans domeninde değerlendirilmesiyle absorbing sınır koşulları metodunun bu alanda önemli bir ihtiyacı karşıladığı görülmüştür.

Sonsuz analiz bölgesinin zahiri sınırlarında "absorbing" sonlu farklar metodundan; sonlu farklar metodu ile hesaplama yapılan *sade bir metod*, pratik olarak tüm geometrik materyal parametrelerini mümkün kılan *evrensel bir metod*, hesaplama uzayını doğru bir şekilde sınırlandırılarak bilgisayar kaynaklarını minimize eden ve hesaplama zamanını üçte bir oranında azaltan *etkili bir metod*, ve işletilen algoritmanın tüm prosedürleri formül olarak doğru olmasına *güvenilir bir metod* olarak faydalanişmıştır.

Bu analiz yönteminin en önemli bakış açılarından biri, spektral olmayan parametrelere bağlı olarak açık rezonatörlerin spektral ve rezonans karakteristikleri üzerinde çalışılmasıdır.

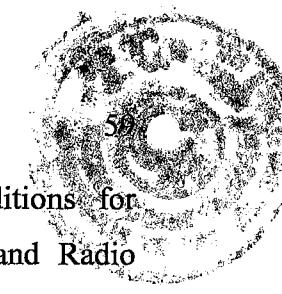
Santimetre dalgaboyundaki elektromagnetik dalgaların iletiminde geniş bir kullanım alanı olan dalga kılavuzlarının, daha kısa; milimetre ve milimetre altı dalga boylarında kullanılması, kapalı rezonans boşluklarındakine benzer karmaşıklıklara

yol açmaktadır. Bu tez çalışması; daha kısa dalga boylarında daha yüksek Q faktörü elde etmek üzere, açık rezonatör aynalarının periyodik aralıklı yerleştirilmesiyle oluşan açık dalga kılavuzları üzerine ileride yapılacak çalışmalaraya faydalı bir kaynak olacaktır.

KAYNAKLAR

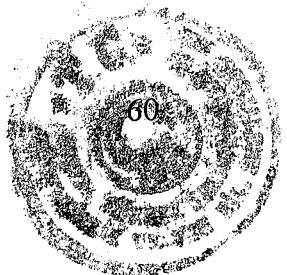
- 1- FOX A.G., LI T., Resonant Modes in a Maser Interferometer, Bell Syst. Techn. I., 1961, V. 40, №2. P.453-488.
- 2- BOYD G.D., ENGELNIK H., Generalized Confocal Resonator Theory, Bell Syst. Techn. I., 1962, V. 41, №1.-P.1347-1358.
- 3- BOYD G.D., GORDON I.P., Confocal Multimode Resonator for Millimeter Throng Optical Wavelength Masers, Bell Syst. Techn. I., 1961, V. 40, №2. - P.489-507.
- 4- WEINSTEIN L.A., Open Resonators and Open Waveguides, Boulder, Colorado: The Golem Press, 1966.
- 5- SANDERSON R.L., STREIFER W. Laser Resonators with Tilted Reflectors Appl. Optics., 1969, V. 8, №12. - P.2241-2252.
- 6- KATO T., Theory of Perturbation of Linear Operators, 1966.
- 7- HAIKONEN T., On Multiple Scattering By Small Particles In Open Resonators, Acta Poly. Scand., Electrical Engineering Series, 1975, V. 35, №4. - P.241-249.
- 8- HARRINGTON R.F., MAUTZ I.R., Theory of Characteristic Modes for Conducting Bodies, IEEE Trans. Antenna Propag., 1971, AP-19. - P.622-639.
- 9- CULLEN A.L., NAGENTHIRAM P., WILLIANS A.D., A Variation Approach To The Theory of the Open Resonator Proc. R. Sos., 1972, A 329. - P.153-169.
- 10- ERICKSON C.W., High Order Modes In A Spherical Fabry-Perot Resonator IEEE Trans. Microwave Theory Techn., 1975, V.25, №2. - P.218-223.
- 11- ERICKSON C.W., Perturbation Theory Generalized to Arbitrary Modes in a Fabry-Perot Resonator IEEE Trans. Microwave Theory Techn., 1977, V.29, №5. - P.958-963.

- 12- FONG T.T., SHUNG WU LEE, Theory of Fabry-Perot Resonators with Dielectric Medium IEEE Trans. P. Quantum Electron, 1971, V.7, №1. - P.1-11.
- 13- WEINSTEIN L.A., Electromagnetic Waves, Moscow, Radio i Sviaz', 1998.
- 14- SHESTOPALOV V.P., SIRENKO YU.K., Dynamic Theory o f G ratings, Kiev, 1989.
- 15- SHESTOPALOV V.P., TUCHKIN YU.A, POEDINCHUK A.E. AND SIRENKO YU.K., New Methods For Solving Direct and Inverse Problems of the Diffraction Theory, Kharkov, 1997.
- 16- SIRENKO YU.K., SUCHAREVSKII I.V., SUCHAREVSKII O.I. AND YASHINA N.P., Fundamental And Applied Problems of the Wave Scattering Theory, Kharkov, 2000.
- 17- LADYZHENSKAYA O. A., The Boundary Value Problems of Mathematical Physics, New York: Springer-Verlag, 1985.
- 18- ENGQUIST B., MAJDA A., Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves, Mathematics of Computation, 1977, Vol.31, No.139. – P.629–651.
- 19- MUR G., Absorbing Boundary Conditions for the Finite Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic Field Equations, IEEE Tr. on EMC., 1981, Vol.23, No.4. – P.377–382.
- 20- SHESTOPALOV V.P., LITVINENKO L. N., MASALOV S. A., SOLOGUB V. G., Wave Diffraction on Gratings, Kharkov, Kharkov State University, 1973.
- 21- SHESTOPALOV V.P., KIRILENKO A. A., MASALOV S. A., SIRENKO Yu. K., Resonance Wave Scattering. V.1. Diffraction Gratings. Kiev, Naukova Dumka, 1986.
- 22- Ed. R. PETIT, Electromagnetic Theory of Gratings, New York: Springer, 1980.



23-PEROV A. O., SIRENKO Y. K., AND YALDIZ E., Absorbing Conditions for Modeling of Transients in Open Structures, Telecommunications and Radio Engineering, 2001 V.55, №6–7. – P.80–90.

24-TAFLOVE A. and HAGNESS S. C., Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method, Boston: Artech House, 2000.



ÖZGEÇMİŞ

Fatih ERDEN, Turgutlu/Manisa, Türkiye'de 28 Nisan 1979'da dünyaya geldi. Elektrik-Elektronik Mühendisliği lisans derecesini 2000 yılında Deniz Harp Okulu Komutanlığı, İstanbul, Türkiye'den aldı. 2001 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimine başladı. Deniz Harp Okulu Komutanlığı'ndan mezun olduğu tarihten itibaren Deniz Kuvvetleri Komutanlığı bağlısı gemilerde muharip sınıf subay olarak görev yapmıştır. Açık yapıların; açık rezonatörlerin ve açık dalga kılavuzlarının, zaman domeni analizleri ile ilgilenmektedir.