

T.C
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**BİRLEŞİK KESİTLİ ÇELİK PROFİLLERDE
ÇEKİRDEK ALANLARI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş.Müh. Alev KOCAOĞLU

169048

Balıkesir, Temmuz-2005

T.C
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**BİRLEŞİK KESİTLİ ÇELİK PROFİLLERDE
ÇEKİRDEK ALANLARI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş.Müh. Alev KOCAOĞLU

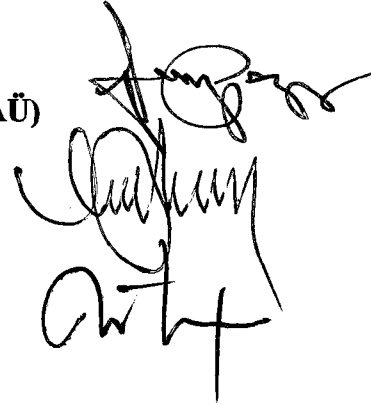
Tez Danışmanı : Prof.Dr. Sacit OĞUZ

Sınav Tarihi : 02.09.2005

Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Sacit OĞUZ (Danışman-BAÜ)

Prof.Dr. Orhan REMAN (BAÜ)

Yrd.Doç.Dr. Mehmet TERZİ (BAÜ)



Balıkesir, Temmuz-2005

ÖZET

BİRLEŞİK KESİTLİ ÇELİK PROFİLLERDE ÇEKİRDEK ALANLARI

Alev KOCAOĞLU

Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü,
İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı

(Yüksek Lisans Tezi / Tez Danışmanı : Prof. Dr. Sacit OĞUZ)

Balıkesir, 2005

Eksantrik normal kuvvet etkisindeki bir kesitte tek işaretli gerilme (basınç veya çekme gerilmesi) dağılımı olması için, eksantrik normal kuvvetin tatbik noktası belirli bir bölge içerisinde kalmalıdır. Tatbik noktasının içerisinde veya sınırı üzerinde bulunması gereken bu bölge kesitin *çekirdek alanı* olarak adlandırılır. Çekirdek kesit merkezi etrafında oluşur ve kesit biçimine bağlıdır.

Bir kesitin çekirdek alanı bulunurken, öncelikle tüm kesiti bir tarafta bırakan teğetler çizilir. Bu teğetleri sıfır çizgisi kabul eden tatbik noktaları çekirdek alanının sınırını belirler. Tek işaretli gerilme dağılımı şartından dolayı, sıfır çizgilerinin kesiti kesmemesi gerekmektedir, sıfır çizgileri kesite teğet çizilmesinin nedeni budur. Konunun anlaşılması için çekirdek alanına geçmeden önce, eksantrik normal kuvvet hali (Düz Eğilmeli Eksenel Kuvvet-Eğik Eğilmeli Eksenel Kuvvet Hali) örneklerle anlatılmış ve sıfır çizgisi hakkında bilgiler verilmiştir.

Daha sonraki aşamada çekirdek alanının nasıl bulunduğu açıklanmış ve bazı basit kesitlerin çekirdek alanları bulunmuştur. Bir kesitin çekirdek alanını belirleyen tatbik noktalarının bulunması için teğetlerin eksenleri kestiği noktaların diğer eksene olan mesafeleri ve söz konusu eksene ait atalet yarıçapları göz önüne alınmıştır

Birleşik kesitlerin çekirdek alanı bulunurken, eğer kesit simetrikse, birleşik kesite ait ağırlık eksenleri (x ve y eksen takımı) kullanılır, ancak simetrik olmayan kesitlerde esas eksenler (ξ ve η eksen takımı) kullanılmalıdır. Esas eksenler maksimum ve minimum atalet momentine sahiptir ve çarpım atalet momenti sıfırdır. Bu eksenlerin bulunması için *Mohr Atalet Dairesi Çizim Yöntemi* kullanılmıştır. Bu yöntem Bölüm 3'de ayrıntılı olarak anlatılmış ve örneklendirilmiştir.

Çalışmanın son aşamasında verilen bilgilerden hareketle I, Z, U ve L çelik profilleriyle farklı şekilde teşkil edilmiş birleşik kesitlere ait çekirdek alanları belirlenmiş ve şekil üzerinde gösterilmiştir (birleşik kesitlere ait profil tabloları 12. Elfte Auflage'in "Stahl im Hochbau" adlı kitabından alınmıştır).

ANAHTAR SÖZCÜKLER: eksantriklik / sıfır çizgisi / çekirdek alanı / mohr atalet dairesi çizim yöntemi / esas eksenler / birleşik kesit / çelik profiller

ABSTRACT

THE CORE AREAS IN COMBINED CROSS SECTIONED STEEL PROFILES

Alev KOCAOĞLU

University of Balıkesir, Institute of Science Department of Civil Engineering

(M. Sc. Thesis / Supervisor: Prof. Dr. Sacit OĞUZ)

Balıkesir –Turkey, 2005

For having only one sign stress (compression stress or tension stress) distribution at a section which loaded by eccentric normal force, point of eccentric normal force application must be in a determined zone, this limited zone is called by *core area of section* and point of load application must be over the core area boundary or inside this area. Core areas are constituted around central and depend upon the section form.

For finding the core area; tangent lines which left the all section in one side, firstly draw. Points of load application that accept these tangent lines like zero lines, define the boundary of core area. Because of the condition about only one sign stress distribution, zero lines musn't cut the section, this is the reason that why these lines draw tangent to section. Before giving information about core area, eccentric normal force situation (straight bending-combined bending with axial load) was described with examples and gave information about zero line for become easier to understand the subject.

In next stage how core area be found was explained and core area of some simple section were determined. Distance from the point that tangent cut the axis to the other axis and radius of inertia belong to aforesaid axes were used, for finding points of load application which determine the core area.

While core area of a composed cross section is finding, if the section is symmetrical, centroidal axes that belong to composed cross section (x and y axes) are used, but if the section is unsymmetrical, principal axes (ξ and η axes) must be used. Principal axes have maximum and minimum moment of inertia and centrifugal moment is zero over these axes. *Mohr's circle of inertia drawing method* was used to find principal axes. This method explained in detail and an example was gave in Part 3.

In the last stage of this investigation, core areas belong to composite cross section which were designed differently with I, Z, U and L steel profiles were finding and showed on the concerning drawings(Profile tableaux belonging to combined section were taken from "Stahl im Hochbau" by 12. Elfte Auflage).

KEY WORDS : eccentricity / zero line / core area / Mohr's circle of inertia drawing method / principal axes / combined cross section / steel profiles

İÇİNDEKİLER	Sayfa
ÖZET, ANAHTAR SÖZCÜKLER	ii
ABSTRACT, KEYWORD	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SEMBOL LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ	ix
1. GİRİŞ	1
1.1 Konu ile İlgili Çalışmaların İncelenmesi	
1.2 Çalışmaların Amacı ve Kapsamı	
2. EKSANTRİK NORMAL KUVVET HALİ	2
2.1 Genel Tanımlar	2
2.2 Düz Eğilmeli Eksenel Kuvvet Hali	3
2.3 Genel Hal-Eğik Eğilmeli Eksenel Kuvvet Hali	11
2.4 Sıfır Çizgisi	13
3. ÇEKİRDEK ALANLARI	18
3.1 Birleşik Kesitlerin Çekirdek Alanları	29
4. MOHR ATALET DAİRESİ	30
4.1 Atalet Momentleri	30
4.2 Çarpım Atalet momenti (Santrifüj moment)	31
4.3 Polar Atalet Momenti	31
4.4 Döndürülmüş Eksenlere Göre J_x , J_y ve J_{xy} Değerlerinin Bulunması	32
4.5 Çarpım Atalet Momentinin Hesaplanması ve Esas Eksenler	34
4.6 Mohr Atalet Dairesinin Kullanım Amacı ve Özellikleri	35
4.7 dF Elemanının İncelenmesi	36
4.8 Mohr Atalet Dairesinden Elde Edilen Sonuçlar	38
4.9 'T' Noktasının Bulunması	42
4.10 Pratikte Tatbik Edilen Çizim Yolunun Açıklanması	43
4.11 İspat	45
4.12 Sonuç	46
5. FARKLI ŞEKİLLERDE TEŞKİL EDİLMİŞ BİRLEŞİK KESİTLİ ÇELİK PROFİLLERİN ÇEKİRDEK ALANLARININ BULUNMASI	52

6. KULLANILAN YÖNTEMLER VE ANLATIM BİÇİMİ	80
7. SONUÇLAR	81
KAYNAKLAR	82



SEMBOL LİSTESİ

<u>Simge</u>	<u>Adı</u>	<u>Birimi</u>
A	Tatbik noktası	-
e	Eksantriklik	cm
e_x	A tatbik noktasının x eksenine olan mesafesi	cm
e_y	A tatbik noktasının y eksenine olan mesafesi	cm
σ_{zN}	z eksenini yönünde normal kuvvetten doğan gerilme	t/m ²
σ_{zM}	z eksenini yönünde eğilme momentinden doğan gerilme	t/m ²
σ_z	z eksenini yönünde oluşan toplam gerilme	t/m ²
$\sigma_{z \max}$	z eksenini yönünde oluşan maksimum gerilme	t/m ²
$\sigma_{z \min}$	z eksenini yönünde oluşan minimum gerilme	t/m ²
N	Normal kuvvet	t
M	Moment	tm
F	Alan	cm ²
h	Kesit yüksekliği	cm
b	Kesit genişliği	cm
ϕ	Eksenlerin döndürülme açısı	°
i_x^2	x eksenine göre atalet yarıçapı	cm ²
i_y^2	y eksenine göre atalet yarıçapı	cm ²
J_x	x eksenine göre atalet momenti	cm ⁴
J_y	y eksenine göre atalet momenti	cm ⁴
J_{xy}	x-y eksen takımına göre çarpım atalet momenti	cm ⁴
J_p	Polar atalet momenti	cm ⁴
O	Mohr atalet dairesinin merkezi	-
T	Mohr atalet dairesinin atalet merkezi	-
S	Kesitin ağırlık merkezi	-
S_x, S_y	Kesitin ağırlık merkezinin koordinatları	-
r	Daire kesitin yarıçapı	cm
r_d	Halka kesitin dış yarıçapı	cm
r_i	Halka kesitin iç yarıçapı	cm
r_o	İç ve dış yarıçapların ortalaması	cm
r_ϕ	Çekirdek yarıçapı	cm

SEKİL LİSTESİ

<u>Sekil No</u>	<u>Adı</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1	Eksantrik normal kuvvet hali	2
Şekil 1.2	N ve M'ye ait gerilme yayılışlarının süperpozisyonu	4
Şekil 1.3	Düz eğilmeli aksenal kuvvet haline örnek	6
Şekil 1.4	Dikdörtgen bir kesitte $e=0$ durumu için gerilme yayılışı	7
Şekil 1.5	Dikdörtgen bir kesitte $0<e<h/6$ durumu için gerilme yayılışı	8
Şekil 1.6	Dikdörtgen bir kesitte $e=h/6$ durumu için gerilme yayılışı	8
Şekil 1.7	Dikdörtgen bir kesitte $e>h/6$ durumu için gerilme yayılışı	9
Şekil 1.8	Dikdörtgen bir kesitte $e\rightarrow\infty$ durumu için gerilme yayılışı	9
Şekil 1.9	Halka kesit örneği	10
Şekil 1.10	Eğik eğilmeli aksenal kuvvet hali	12
Şekil 1.11	Teorem 1'in açıklaması	15
Şekil 1.12	Eksantrik normal kuvvete maruz dikdörtgen kesite örnek	15
Şekil 2.1	Sıfır çizgisinin kesiti kesme durumuna göre gerilme yayılışı	18
Şekil 2.1.a	Sıfır ekseninin kesiti kesmeme durumu	18
Şekil 2.1.b	Sıfır ekseninin kesite teğet olması durumu	18
Şekil 2.1.c	Sıfır ekseninin kesiti kesmesi durumu	19
Şekil 2.2	Çekirdeğin bulunmasında kullanılacak teğetler	20
Şekil 2.3	Dikdörtgen kesitin çekirdek alanının bulunması	20
Şekil 2.4	Orta üçte bir kuralı	22
Şekil 2.5	Daire kesitin çekirdek alanının bulunması	22
Şekil 2.6	Halka kesitin çekirdek alanının bulunması	23
Şekil 2.7	U 24 profilinin çekirdek alanının bulunması	24
Şekil 2.8	Kolon kesitin çekirdek alanının bulunması	26
Şekil 3.1	Atalet momenti	30
Şekil 3.2	Döndürülmüş eksenler	32
Şekil 3.3	Mohr atalet dairesi	35
Şekil 3.4	dF elemanının incelenmesi	36
Şekil 3.5	Eşlenik eksenler	38
Şekil 3.6	Eşlenik eksenin bulunması	39
Şekil 3.7	Esas eksenler	39
Şekil 3.8	Mohr atalet dairesinden atalet momentinin bulunması	40
Şekil 3.9	Mohr atalet dairesinden çarpım atalet momentinin bulunması	41
Şekil 3.10	Polar atalet momenti	41
Şekil 3.11	T noktasının bulunması	42
Şekil 3.12	Mohr atalet dairesinin y eksenine teğet çizilmesi	43
Şekil 3.13	Mohr atalet dairesinin x eksenine teğet çizilmesi	44
Şekil 3.14	Mohr atalet dairesi ile esas eksenlerin bulunması	45
Şekil 3.15	U 14 ve U 16 profilinden oluşan bir birleşik kesit örneği	47
Şekil 3.16	Bu kesitte mohr atalet dairesi çizim yönteminin uygulanması	51
Şekil 4.1	U 14 ve U 16 profilinden oluşan birleşik kesit	52
Şekil 4.2	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	53
Şekil 4.3	I 24 ve Z 16 profilinden oluşan birleşik kesit	56

Şekil No	Adı	Sayfa
Şekil 4.5	I 24 ve U 18 profilinden oluşan birleşik kesit	59
Şekil 4.6	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	60
Şekil 4.7	İki adet U 14 profilinden oluşan birleşik kesit	62
Şekil 4.8	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	63
Şekil 4.9	İki adet U 14 profili ve bir levhadan oluşan birleşik kesit	64
Şekil 4.10	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	65
Şekil 4.11	İki adet U 20 ve bir adet U 26 profilinden oluşan birleşik kesit	66
Şekil 4.12	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	67
Şekil 4.13	İki adet U 20 ve U 24 profilinden oluşan birleşik kesit	68
Şekil 4.14	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	69
Şekil 4.15	İki adet U 26 ve bir adet I18-18 profilden oluşan birleşik kesit	69
Şekil 4.16	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	70
Şekil 4.17	İki adet L 180.180.20 profilinden oluşan birleşik kesit	71
Şekil 4.18	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	72
Şekil 4.19	İki adet L 75.75.8 profilinden oluşan birleşik kesit	73
Şekil 4.20	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	74
Şekil 4.21	İki adet L 80.80.10 profilinden oluşan birleşik kesit	76
Şekil 4.22	Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	78
Şekil 4.23	Daire halkası kesitin çekirdek alanının gösterilmesi	79

ÖNSÖZ

Uzun süren çalışma süresi boyunca bilgilerini, tecrübelerini benden esirgemeyen, her takıldığımda bana yardımcı olan, yönlendiren danışman hocam sayın Prof. Dr. Sacit OĞUZ 'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman bana yardımcı olan, bıkmadan usanmadan sorularıma cevap veren hocam Dr. Perihan EFE 'ye ve diğer hocalarıma çok teşekkür ederim

Sürekli yanımda hissettiğim, uykusuz gecelerimde benimle birlikte uykusuz kalan anne babam Dürdane – Hüseyin KOCAOĞLU 'ya, senelerdir sorularıyla başımı şişirdiğim ama yine de her zaman bana yardımcı olan, hep destek çıkan abim, rehberim Hamza KOCAOĞLU 'ya ve kardeşim Fırat KOCAOĞLU 'ya içtenlikle teşekkür ederim.

Son olarak bana hep moral vererek destek olan, sıkıntılarımı paylaşan okuldaki ve yurttaki çok sevdiğim arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Balıkesir, 2005

Alev KOCAOĞLU

1. GİRİŞ

Günümüzde gerek deprem etkileri, gerekse çelik inşaatın yaygınlaştırılması ile birlikte, çelik yapı elemanları üzerinde daha hassas çalışmaların yapılması gerekmektedir.

Çelik yapılarda oluşacak bileşik kesitli elemanların artması ve bir yapıda çeşitli bileşimlerin bir arada bulunması halinde; yapının stabilitesi açısından gerek normal kuvvet, gerekse eğilme momentlerinin birleşik kesitlere etkimesiyle bu kesitlerde oluşacak kesit tesirlerinin bilinmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada çeşitli şekillerde teşkil edilmiş birleşik kesitlerde, normal kuvvetin aksenal olarak etkimemesi yani eksantrik normal kuvvet halinde gerilmelerin durumunu incelemek için çekirdek alanlarının belirlenmesi yoluna gidilmiştir [1-6].

Bir kesitte istenen durum olan, tek işaretli gerilmenin meydana gelmesi için eksantrik normal kuvvetin tatbik noktasının, içerisinde veya sınırı üzerinde bulunması gereken bölgeye kesitin çekirdeği (çekirdek alanı) adı verilmektedir [1,7-10].

Bölüm 3'de anlatılanlardan yola çıkarak basit kesitlerin çekirdek alanları kolayca bulunabilmekte, ancak bileşik kesitlerde daha dikkatli olunması gerekmektedir. Bu konuda karşılaşılan zorluklardan birisi, simetrik olmayan kesitlerde çekirdek alanının bulunması için, önce esas eksenlerin belirlenmesinin zorunlu olmasıdır. Bu eksenlerin belirlenmesinde mohr atalet dairesi çizim yöntemi kullanılmıştır[11-16].

Çalışmanın son kısmında, çeşitli şekillerde oluşturulmuş birleşik kesitli çelik profillerin çekirdek alanları bulunmuş ve çizimle gösterilmiştir [17-18].

1.1 Konu İle İlgili Çalışmaların İncelenmesi

Çekirdek alanları konusu mukavemetin genel konularından biri olduğu için mukavemet kitaplarının çoğunda yer almaktadır, ancak bu kitapların büyük bir kısmında sadece çekirdek alanının tanımı yapılmış ve dikdörtgen, daire kesit gibi basit birkaç kesit üzerinde uygulaması gösterilmiştir. Bu nedenle daha çok bilgi edinebilmek için çok sayıda kaynak üzerinde araştırma yapma zorunluluğu ortaya çıkmıştır. Bazı üniversitelerin ve mühendisler odası İzmir şubesinin kütüphanesinde yer alan konu ile ilgili çalışmaların incelenmesiyle daha ayrıntılı bilgi elde edilmiştir.

Kaynak sıkıntısı en çok çekilen konu 4. bölümde anlatılan Mohr Atalet Dairesi adlı konudur. Mohr Atalet Dairesi Çizim Yöntemi uygulaması oldukça kolay bir yöntem olmasına rağmen, hesap yöntemleri çizim yöntemlerine göre daha çok tercih edildiği için fazla yaygın olarak kullanılmayan bir yöntemdir. Dolayısıyla ilgili kaynak sayısı da sınırlıdır. Bu konuda çekilen sıkıntı Sacit beyin notları sayesinde giderilmiştir.

İncelenen kaynaklarda çekirdek alanının bulunması için uygulanan farklı birkaç yöntem görülmüş ve bunlardan en uygun olanı seçilmiştir. Basit kesitler üzerinde gösterilen yöntem geliştirilerek birleşik kesitlere uyarlanmıştır. Bu çalışmada yer alan birleşik kesitler 12. Elfte Auflage'in "Stahl im Hochbau" adlı kitabından seçilmiştir. Yine aynı kitapta yer alan birleşimlere ait tablolar sayesinde tek tek atalet momenti ve atalet yarıçapı hesapları yapılmadan tablolar kullanılarak daha kısa sürede sonuca ulaşılmıştır.

1.2 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Önceki bölümde bahsedildiği gibi çekirdek alanı konusu kitapların çoğunda yüzeysel olarak geçilen, fazla ayrıntılı anlatılmayan bir konudur. İçerisinde bir çok kaynaktan alınan bilgilerin toparlandığı ve geliştirildiği bu tezin, bu konuda inceleme yapan araştırmacılara ayrıntılı bilgi veren bir kaynak olması amaçlanmıştır.

Uygulama açısından düşünöldüğünde bütün yapılar da çekirdek alanlarının bulunması ve yüklerin bu alanın dışına çıkıp çıkmadığının kontrol edilmesi gerekmez, ancak çekirdek alanının incelenmesinin özellikle önem kazandığı hatta zorunlu olduğı bazı yapılar vardır. Bunlar kagir yapılar, yüksek bacalar, kuleler, minareler, kemer köprüler ve benzeri yapılardır. Bu tezin söz konusu yapılar üzerinde araştırma ve uygulama yapan kişiler de yardımcı olacağı düşünölmüştür.

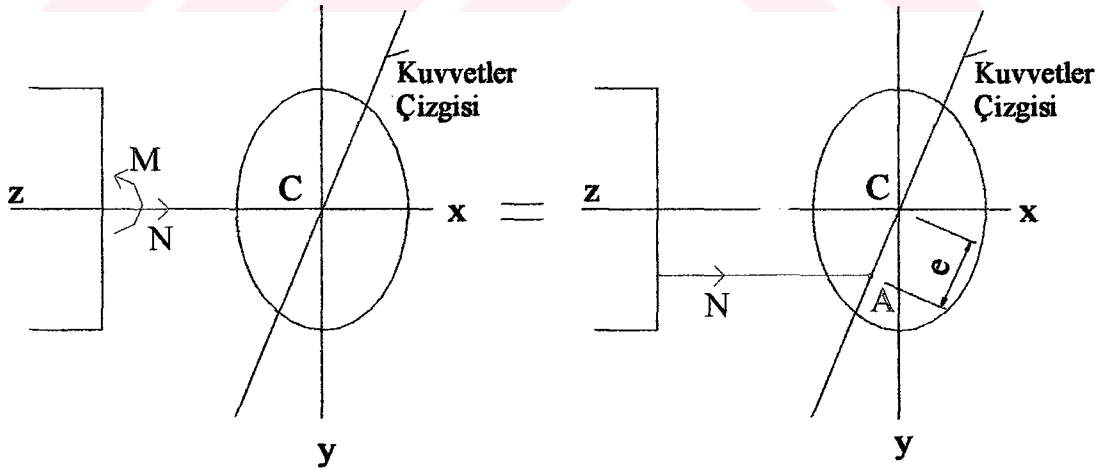


2. EKSANTRİK NORMAL KUVVET HALİ

2.1 Genel Tanımlar

Bir çubuk kesitinde kesit zoru olarak aksenal kuvvetle beraber, eğilme momentinin bulunması durumunda, *birleşik mukavemet hali* söz konusudur. Bu bileşik mukavemet hali, başta taşıyıcı sistemlerin kolonları olmak üzere, pek çok yapı ve konstrüksiyon elemanında görülmektedir [1].

Bu bileşik mukavemet halinde, kesitin merkezine etkiyen aksenal kuvvet ile eğilme momentini, merkezin dışında başka bir noktaya tek bir normal kuvvet olarak indirgemek mümkündür. Şekil 1.1' de bu işlem yapılarak A noktasının bulunması gösterilmiştir. A noktası eğilme momentine ait kuvvetler çizgisi üzerinde olup, C merkez noktasından $e=M / N$ uzaklığındadır.



Şekil 1.1 Eksantrik normal kuvvet hali

Böylece kesite etkiyen tek iç kuvvet, artık merkezin dışarısında bir A noktasından geçen ve şiddetçe N aksenal kuvvetine eşit olan ve ona paralel konumda

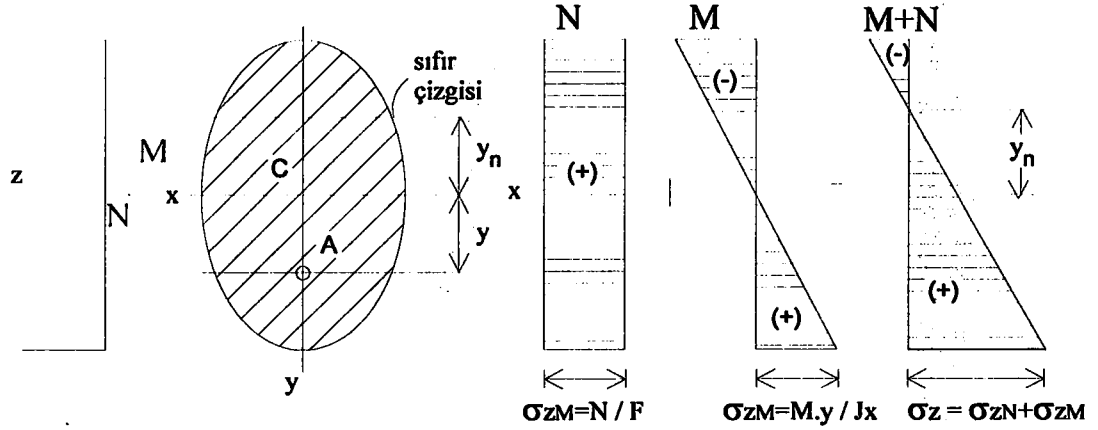
olan bir tek N normal kuvvetinden oluşur. Bu duruma *eksantrik normal kuvvet hali* adı verilir. Eksantrik deyimi, kesite etkiyen normal kuvvetin kesitin merkezi yerine merkezinden e uzaklıklı bir başka noktadan geçmesini simgeler. Eksantrik normal kuvvetin tatbik noktası adı ile anılan A noktasının C merkezinden olan uzaklığına eksantrik normal kuvvetin *eksantrikliği* denir.

Eksenel normal kuvvet halindeki incelemelerin amacı; bu iç kuvvetin kesitte oluşturduğu gerilme dağılımını bulmak ve böylece boyutlandırma problemini kolayca çözülebilecek hale getirmektir.

Kesitte meydana gelen gerilme dağılımını bulmak için; aksenal kuvvetle, eğilme momentinin her birinin kesite tek başına etkimesi halinde oluşturdukları normal gerilmeler bulunarak, süperpoze edilmelidir. Ancak bu yöntem I. Mertebe teorisinin geçerli olduğu durumlarda kullanılabilir, aksi durumda (II. mertebe teorisinin geçerli olduğu yani eğilme momentinin doğuracağı şekil değiştirmenin çeşitli kesitlerde eksantrik normal kuvvetin e eksantrikliğini göz ardı edilemeyecek şekilde etkilediği ince ve narin çubuklarda) farklı yöntemler kullanılmalıdır.

1.2 Düz Eğilmeli Aksenal Kuvvet Hali

Eksantrik normal kuvvetin A tatbik noktası, kesitin asal eksenlerinden birisi üzerinde yer alıyor ise bu durum düz eğilmeli aksenal kuvvet hali olarak adlandırılır. Eksantrik kuvvet ve eğilme momentinin her ikisi de kesitte z ekseni doğrultusunda normal gerilme doğurdıkları için, bunların süperpozisyonu sadece bir cebrik toplam almakla bulunabilir (Şekil 1.2) [1, 2].



Şekil 1.2 N ve M'ye ait gerilme yayılışlarının süperpozisyonu

Şekilde x, y eksenleri asal eksenlerdir. Böylece x ekseninden y uzaklığında bulunan noktalardaki bileşke normal gerilme;

$$\sigma_z = \sigma_{zN} + \sigma_{zM} \Rightarrow \sigma_z = \frac{N}{F} + \frac{M}{J_x} \times y \quad (1.1)$$

Burada F kesit alanı, J_x 'de x asal eksenine göre atalet momentidir. Bu ifadeyi eksantrik normal kuvvet cinsinden yazacak olursak;

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{M}{J_x} \times \frac{F}{N} \times y \right) \quad (1.2)$$

$$e = \frac{M}{N}, \quad \frac{J_x}{F} = i_x^2$$

e ve i_x^2 ifadelerini denklem (1.2)'de yerine yazacak olursak;

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e \times y}{i_x^2} \right) \quad (1.3)$$

şeklini alır. Burada i_x kesit alanının x eksenine göre atalet yarıçapıdır.

Kesitteki bileşke gerilme yayılışı yine lineerdir ve sadece y koordinatının fonksiyonudur. Bu yayılışın farkı sıfır çizgisinin basit eğilme halindeki göre, belirli bir öteleme yapmasından başka bir şey değildir. Bundan dolayı ancak yeni sıfır çizgisine eşit uzaklıktaki kesit noktalarında eşit şiddette normal gerilme oluşur.

Sıfır çizgisi; normal gerilmesi sıfır olan noktaların geometrik yeridir. Buna göre $(\sigma_z)_{y=y_n} = 0$ eşitliği söz konusudur. Bu koşula göre denklem (1.3)'den yararlanarak sıfır çizgisinin denklemi şu şekilde elde edilir;

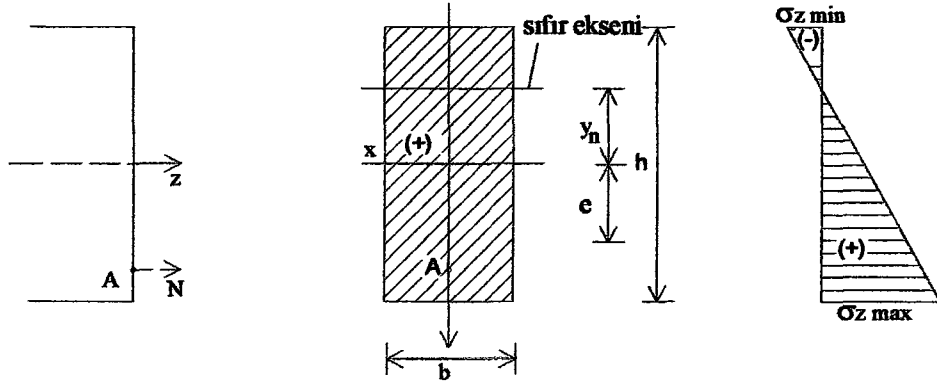
$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e \times y}{i_x^2} \right) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{e \times y_n}{i_x^2} = 0 \Rightarrow y_n = -\frac{i_x^2}{e} \quad (1.4)$$

Formüldeki eksi işareti, e eksantrikliği ile y_n uzaklığının daima farklı işaretli olduklarını yani eksantrik normal kuvvetin A tatbik noktası ile sıfır çizgisi daima x asal ekseninin farklı taraflarında olduklarını gösterir.

Formülden de görüldüğü gibi sıfır çizgisinin konumu sadece e eksantrikliğinin değerine bağlıdır. e küçüldükçe sıfır çizgisi x ekseninden uzaklaşır. Sıfır çizgisinin kesite teğet olduğu halden başlayarak kesiti kesmediği tüm hallerde kesitte yalnız bir işaretli gerilme meydana geleceğine dikkat edilmelidir.

Kesitte şiddetçe en büyük gerilme, sıfır çizgisinden en uzak kesit noktasında meydana gelir. Kesitin boyutlandırılması da bu en büyük gerilmenin malzemenin güvenlik gerilmesine eşit veya ondan küçük olması koşuluna göre yapılmaktadır.

Örnek 2.1 A tatbik noktası y asal eksenin üzerinde olan bir N eksantrik normal kuvveti ile yüklü, Şekil 1.3'de gösterilen dikdörtgen kesitte meydana gelen gerilme yayılışını, en büyük gerilmeleri, sıfır çizgisinin yerini saptayıp problemi irdeleyiniz [1-3].



Şekil 1.3 Düz eğilmeli aksenal kuvvet hali

Çözüm; (1.3) ve (1.4) formüllerinde, dikdörtgen kesite ait değerler yerlerine konur;

$$F = b \times h, \quad i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{bh} = \frac{h^2}{12}$$

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{ey}{i_x^2} \right) \Rightarrow \sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{12e}{h^2} y \right) \quad (1.5)$$

$$y_n = -\frac{i_x^2}{e} \Rightarrow y_n = -\frac{h^2}{12e} \quad (1.6)$$

En büyük ve en küçük gerilmeler sırası ile kesitin alt ve üst kenarlarında meydana gelir. Buna göre (1.5) formülünde y yerine $\mp \frac{h}{2}$ yazılarak σ_{\max} ve σ_{\min} 'i bulunabilir;

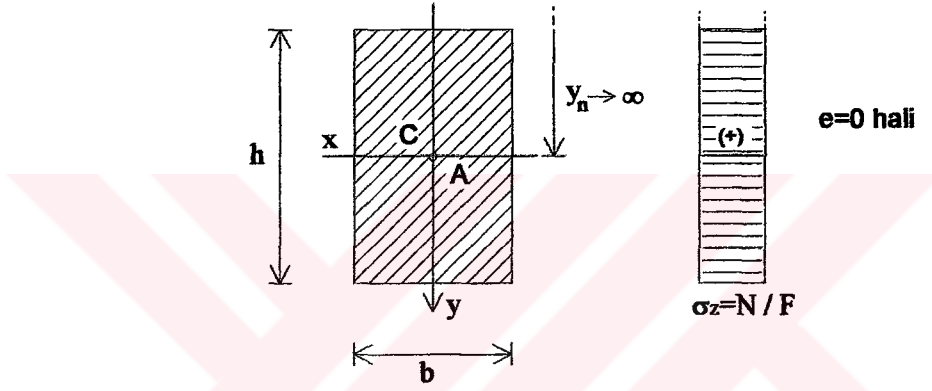
$$\sigma_{z\max} = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{6e}{h} \right) \quad \text{ve} \quad \sigma_{z\min} = \frac{N}{F} \left(1 - \frac{6e}{h} \right) \quad (1.7)$$

Böylece genel sonuçlar elde edilmiştir. Bu genel sonuçlardan, e eksantrikliğinin kesitin h yüksekliği karşısındaki çeşitli değerlerine göre, farklı gerilme yayılışları elde edilir;

a) $e = 0$ hali; $e = 0$ değeri (1.5) ve (1.6) formülünde yerine konursa;

$$\sigma_z = \frac{N}{F}, \quad y_n \rightarrow \infty$$

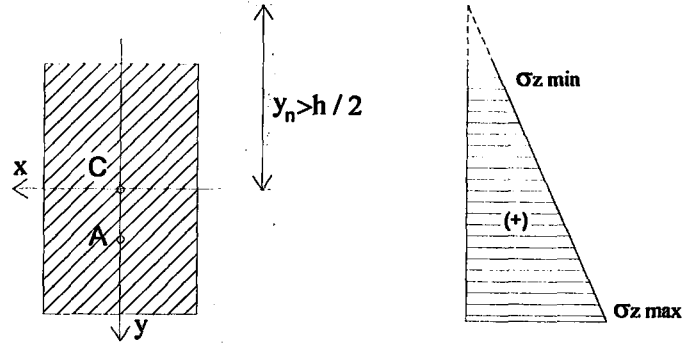
elde edilir. Bu bir limit durum basit aksenal kuvvet halidir. Gerilme yayılışı kesit boyunca düzgündür. Sıfır çizgisine sonsuza gitmiş gözüyle bakılır.



Şekil 1.4 Dikdörtgen bir kesitte $e = 0$ için gerilme yayılışı

b) $0 < e < h/6$ hali; Bu durumda (1.7) denklemlerindeki $\frac{6e}{h}$ terimi daima 1'den küçük olacağı için en büyük ve küçük gerilmeler aynı işaretli olurlar. Sıfır çizgisi ise yukarıdaki koşullar altında,

$$y_n = \left| -\frac{h^2}{12e} \right| > \frac{h}{2}, \text{ dir}$$

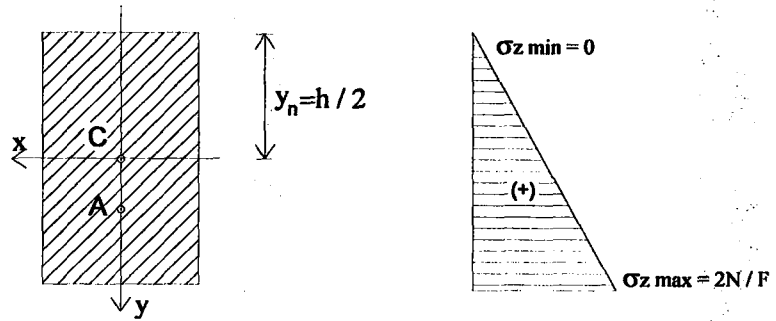


Şekil 1.5 Dikdörtgen bir kesitte $0 < e < h/6$ için gerilme yayılımı

c) $e = \frac{h}{6}$ hali; Bu durumda $\frac{6e}{h} = 1$ olacağı için (1.6) ve (1.7) formülünden;

$$y_n = -\frac{h^2}{12e} = -\frac{h}{2}, \quad \sigma_{z \max} = \frac{2N}{F}, \quad \sigma_{z \min} = 0$$

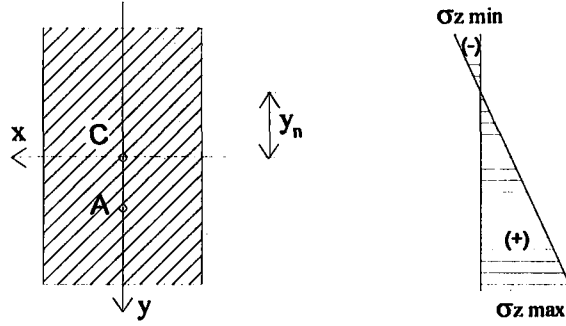
sonuçları elde edilir. Bu durumda sıfır çizgisi kesitin üst kenarı ile çakışık yani kesite teğettir. Tek işaretli gerilme oluşur, üst kenardaki gerilme artık sıfırdır.



Şekil 1.6 Dikdörtgen bir kesitte $e = h/6$ için gerilme yayılımı

d) $e > \frac{h}{6}$ hali; Bu durumda $\frac{6e}{h} > 1$ olacağı için (1.6) formülünde $|y_n| < \frac{h}{2}$

olacağından sıfır çizgisi kesiti keser; en büyük ve en küçük gerilmeler artık farklı işarettedir.

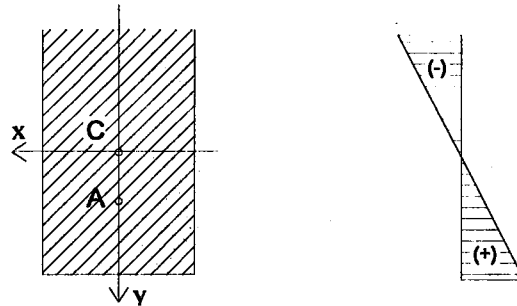


Şekil 1.7 Dikdörtgen bir kesitte $e > h/6$ için gerilme yayılımı

e) $e \rightarrow \infty$, $N \rightarrow 0$, $N, e \rightarrow M$ limit hali; Bu limit halde (1.1) genel formülü

$$\sigma_z = \frac{N}{F} + \frac{M}{J_x} \times y = \left[\frac{N}{F} + \frac{N \times e}{J_x} \times y \right] = \left(0 + \frac{M}{J_x} \times y \right) = \frac{M}{J_x} \times y$$

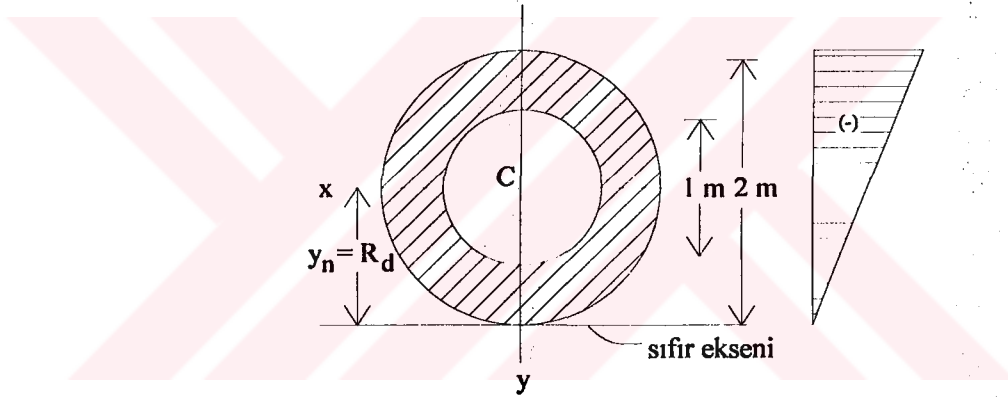
sonucunu, (1.6) formülü ise; $y_n = 0$ sonucunu verir. Bu durumda sıfır çizgisi x eksenine ile çakışır ve alt ile üst kenar gerilmeleri şiddetçe eşit olurlar. Böylece bu limit halin basit eğilme hali olduğu anlaşılır.



Şekil 1.8 Dikdörtgen bir kesitte $e \rightarrow \infty$ için gerilme yayılımı

Bu incelemeden elde edilen en önemli sonuç; eksantrik normal kuvvet halinin e eksantrikliğinin değerine göre, iki basit mukavemet hali olan aksel kuvvet ve basit eğilme arasında yer aldığıdır. Bu sonuç genel olup, kesit dikdörtgen olmasa da geçerlidir.

Örnek 2.2 Aşağıdaki şekilde gördüğümüz daire halkası kesit, M eğilme momenti ve N aksel basınç kuvveti ile yüklüdür. Kesitte yalnız basınç gerilmesi olması istenmektedir. Bu durumda M eğilme momentine verilecek en büyük değeri, N aksel kuvvet cinsinden hesaplayınız [1, 4, 5].



Şekil 1.9 Halka kesit örneği

Çözüm: Kesitte yalnız basınç gerilmesi yani tek işaretli gerilme olabilmesi için sıfır çizgisinin kesiti kesmemesi gerekir. Eğilme momenti arttıkça e eksantrikliği büyüyecek ve dolayısıyla sıfır eksenini kesit merkezine yaklaşacaktır. Bu şartlar altında eğilme momentinin alabileceği en büyük değer, aynı zamanda e'nin de alacağı en büyük değer olup sıfır ekseninin kesite teğet olduğu konuma karşılık gelir. Buna göre;

$$y_n = R_d = \frac{i^2}{e} \Rightarrow e = \frac{i^2}{R_d}$$

$$e = \frac{M}{N} = \frac{i^2}{R_d} \Rightarrow M = \frac{i^2}{R_d} N$$

$$i^2 = \frac{J}{F} = \frac{\pi(R_d^4 - R_i^4)/4}{\pi(R_d^2 - R_i^2)} = \frac{R_d^2 + R_i^2}{4} = 1.125 \text{ m}^2$$

$$M = \frac{1.25}{2} N = 0.625 N$$

olarak bulunur.

2.3 Genel Hal-Eğik Eğilmeli Aksenal Kuvvet Hali

Bu genel halde gerilme yayılışı yine süperpozisyon prensibi ile bulunur. M eğilme momentinden meydana gelen normal gerilme yayılışı eğik eğilme ifadesine göre [6];

$$\sigma_{ZM} = \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x \quad (1.8)$$

şeklindedir. N aksenal kuvvetten meydana gelen normal gerilme ise;

$$\sigma_{ZN} = \frac{N}{F} \quad (1.9)$$

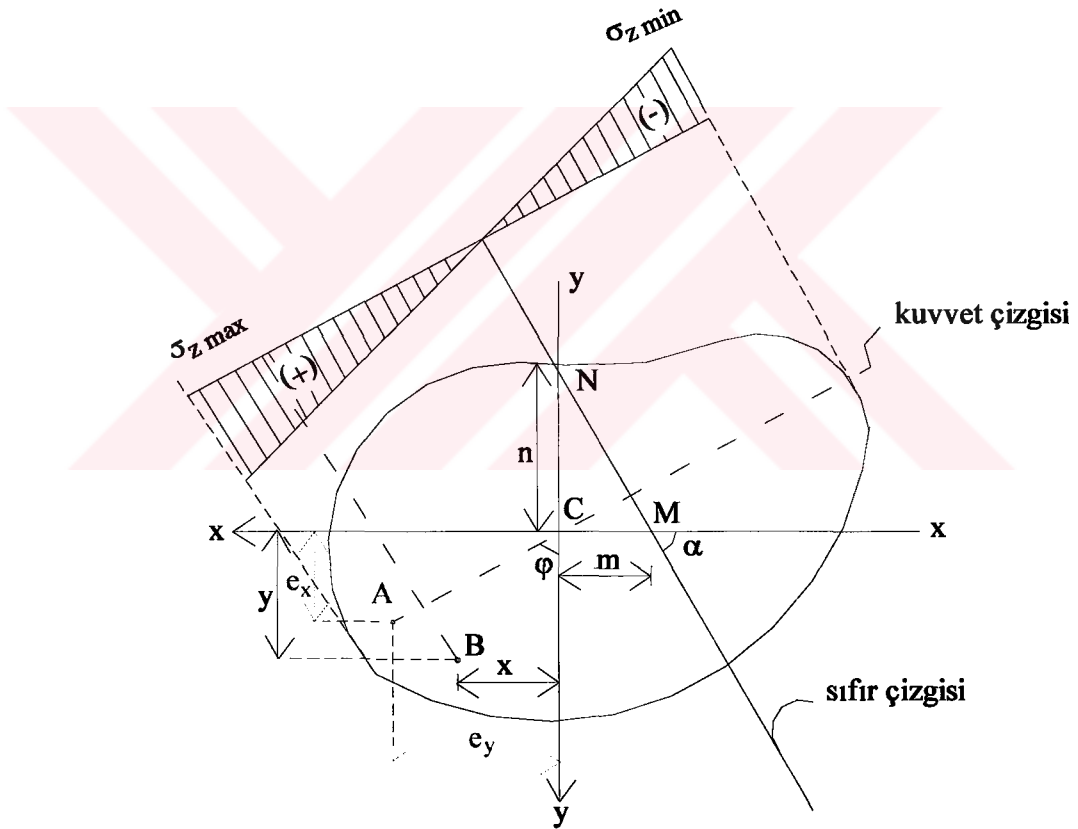
şeklinde yazılır. Bunların süperpozisyonu ile aranılan gerilme yayılışı;

$$\sigma_Z = \sigma_{ZN} + \sigma_{ZM} = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x \quad (1.10)$$

N eksantrik normal kuvvetin A tatbik noktasının x, y asal eksenlerine olan uzaklıklarını, sırası ile e_x ve e_y ile gösterirsek, Şekil 1.10' dan yararlanarak (1.10) denklemi içindeki M_x , M_y yerine aşağıdaki ifadeleri yazılabilir.

$$M_x = N \times e_x, \quad M_y = - N \times e_y$$

Not: Eksantrik normal kuvvet çekme kuvveti olarak varsayılmış ve eğilme momenti için kabul edilen işaret kuralı kullanılmıştır.



Şekil 1.10 Eğik eğilmeli aksenal kuvvet hali

(1.10) denkleminde:

$$\sigma_z = \frac{N}{F} + \frac{N \times e_x}{J_x} \times y + \frac{N \times e_y}{j_y} \times x$$

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_x \times y}{J_x / F} + \frac{e_y \times x}{J_y / F} \right)$$

$$\frac{J_x}{F} = i_x^2 \quad \frac{J_y}{F} = i_y^2$$

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_x}{i_x^2} y + \frac{e_y}{i_y^2} x \right) \quad (1.11)$$

elde edilir. Burada i_x ve i_y kesit alanının sırası ile x ve y asal eksenlerine göre olan atalet yarıçaplarıdır. Bu denklemden anlaşılacağı üzere, kesitteki gerilme yayılımı x, y koordinatlarının lineer bir fonksiyonudur.

2.4 Sıfır Çizgisi;

Sıfır çizgisi, gerilmelerin sıfır olduğu noktaların geometrik yeri olduğuna göre denklemi, denklem (1.11) sıfıra eşitlenerek bulunur. Buna göre sıfır çizgisi denklemi:

$$1 + \frac{e_x}{i_x^2} y + \frac{e_y}{i_y^2} x = 0 \quad (1.12)$$

şeklinde elde edilir. Bu denkleme göre bir doğru olduğu anlaşılan sıfır çizgisi artık kesit alanının, koordinat başlangıcı olan, C merkezinden geçmez.

Kesitin herhangi bir B noktasındaki gerilme, bu noktanın koordinatlarının (1.11) denkleminde yerine konularak hesaplanır. Kesitte şiddetçe en büyük gerilme kesitin sıfır çizgisine en uzak olan noktasında meydana gelmektedir. Kesitte meydana gelen gerilme yayılımı ve herhangi bir B noktasındaki gerilme Şekil 1.10'da gösterilmiştir.

Eksantrik normal kuvvet halinde sıfır çizgisinin durumunun yakından incelenmesi çekirdek alanının anlaşılması ve çekirdek alanının bulunması açısından oldukça önemlidir.

Sıfır çizgisinin x ve y eksenlerini kestiği M ve N noktalarını tanımlayan m ve n uzaklıkları Şekil 1.10, sıfır çizgisi denklemi (1.12)'den;

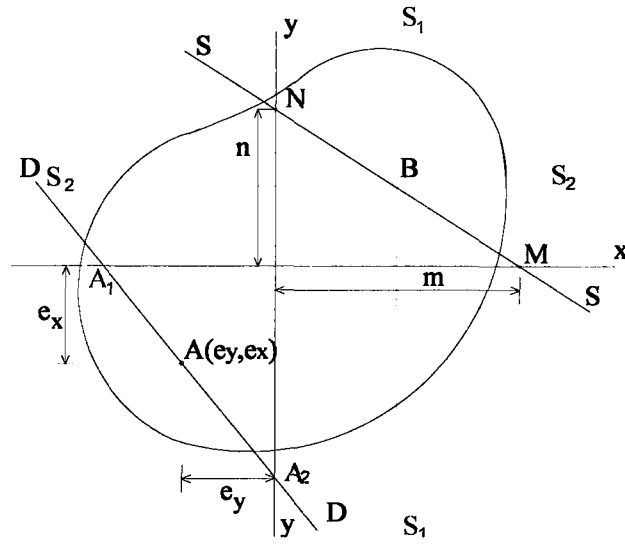
$$m = -\frac{i_y^2}{e_y} \quad n = -\frac{i_x^2}{e_x} \quad (1.13)$$

olarak bulunur. (1.12) denkleminde sıfır çizgisinin konumunun kesite etkiyen eksantrik normal kuvvetin şiddetinden bağımsız olduğu ancak A tatbik noktasının konumuna bağlı olduğu görülmektedir. Buna göre, (1.12) denklemi belirli bir alan (kesit alanı) için bir A noktasına karşı gelen bir MN doğrusu tanımlanmış olur. Bu karşılıklı tersinir olup, aynı denklemle MN doğrusuna karşın yine A noktasının bulunacağı görülür. Bu karşılıklı özellikler gözlenebilir; A tatbik noktası C merkezine yaklaşırsa MN doğrusu merkezden uzaklaşacaktır. A noktasının C merkezine erişmesi limit halinde MN doğrusu sonsuza gider. Diğer bir limit hal olarak da A'nın sonsuza gitmesi halinde MN doğrusunu merkezden geçmektedir.

A tatbik noktası asal eksenlerden herhangi birisi üzerine gelirse MN doğrusu da diğer asal eksene paralel duruma gelecektir. Bu durum (1.12) formülünden kolayca görülür.

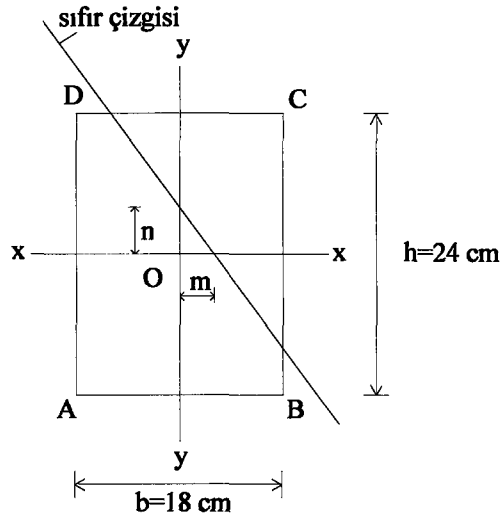
Teorem 1 : A tatbik noktası bir doğru üzerinde hareket edecek olursa, A tatbik noktasına karşı gelen sıfır çizgileri de sabit bir nokta etrafında dönerler. Aynı zamanda bu sabit nokta, A tatbik noktasının üzerinde hareket ettiği doğruyu sıfır çizgisi olarak kabul eden noktadır [1].

Şekil 1.11'de bu teorem gösterilmiştir. A tatbik noktası, D-D doğrusu üzerinde hareket ediyorken, bu doğrunun eksenleri kestiği A₁, A₂ konumlarına geldiğinde, bu noktalara karşı gelen sıfır çizgileri, x ve y eksenlerine paralel konuma gelir. A₁ ve A₂ noktalarına karşılık gelen sıfır çizgileri sırasıyla S₁- S₁ ve S₂- S₂ ile gösterilmiştir.



Şekil 1.11 Teorem 1'in açıklanması

Örnek 2.3 Şekil 1.12'de görülen dikdörtgen kesit A köşesine etkiyen $N=24$ t bir eksantrik normal kuvvetle yüklenmiştir. Bu kesitte meydana gelecek gerilme yayılımını, en büyük normal gerilmenin yer ve değerini, sıfır çizgisinin konumunu bularak şekil üzerinde gösteriniz [1-3].



Şekil 1.12 Eksantrik normal kuvvete maruz dikdörtgen kesite örnek

Çözüm: Kesitte meydana gelen gerilme yayılımı (1.11) denkleminde bulunur.

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_x}{i_x^2} y + \frac{e_y}{i_y^2} x \right)$$

Dikdörtgen kesit ve şekilde verilen A tatbik noktası için:

$$i_x^2 = \frac{h^2}{12}, \quad i_y^2 = \frac{b^2}{12}, \quad e_y = \frac{b}{2}, \quad e_x = \frac{h}{2}$$

değerleri yerine konur.

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{6y}{h} + \frac{6x}{b} \right)$$

En büyük normal gerilme, kesitin sıfır çizgisinden en uzak noktasında oluşacaktır. Sıfır çizgisi bulunmasa bile konumu kabaca belirlenebilirse, kesitin sıfır eksenine en uzak noktası, eğik eğilmedekine benzer bir şekilde, kolayca tahmin edilebilir. Bu kesitte sıfır çizgisine en uzak kesit noktası A köşesidir. Buna göre en büyük normal gerilme :

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{6h}{2h} + \frac{6b}{2b} \right) = \frac{N}{F} (1 + 3 + 3) = \frac{24000 \times 7}{24 \times 18} = 389 \text{ kg/cm}^2$$

Sıfır çizgisinin yeri:

$$\sigma_z = 0 \quad 1 + \frac{6y}{h} + \frac{6x}{b} = 0$$

eşitliğinden bulunur.

$$m = -\frac{b}{6} = -\frac{18}{6} = -3 \text{ cm}$$

$$n = -\frac{h}{6} = -\frac{24}{6} = -4 \text{ cm}$$

Bulunan bu değerlere göre sıfır çizgisinin konumu Şekil 1.12 üzerinde gösterilmiştir. Kesitin diğer köŐelerinde normal gerilmeler, bu noktaların koordinatlarını bulunan gerilme denkleminde yerine konularak elde edilir.

$$\sigma_{zB} = \frac{N}{F}(1+3-3) = \frac{N}{F} = 55.55 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{zC} = \frac{N}{F}(1-3-3) = -\frac{5N}{F} = -278 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{zD} = \frac{N}{F}(1-3+3) = \frac{N}{F} = 55.55 \text{ kg/cm}^2$$

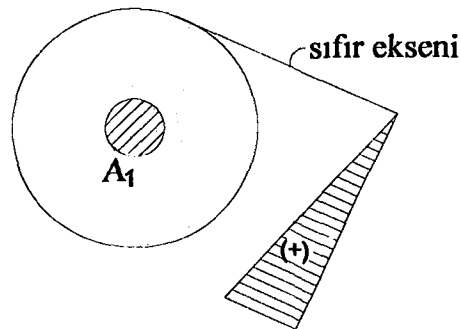
3. ÇEKİRDEK ALANLARI

Eksantrik normal kuvvetin tatbik noktasının konumuna göre belirlenen sıfır çizgisi kesiti kesmediği sürece meydana gelecek gerilme yayılımı tek işaretlidir. Sıfır çizgisi kesiti kesiyorsa gerilme yayılımı iki işaretli olacaktır. Gerilme yayılımının işaretindeki bu değişim Şekil'2.1 de gösterilmiştir [1].



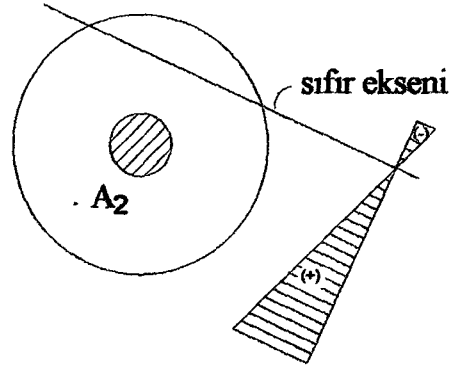
Şekil 2.1a Sıfır ekseninin kesiti kesmeme durumu

Şekil 2.1a'da sıfır çizgisi kesiti kesmemektedir. Bu duruma karşılık gelen tatbik noktası A₀'dır ve gerilme yayılımı şekilde görüldüğü gibi tek işaretlidir.



Şekil 2.1b Sıfır ekseninin kesite teğet olması

Sıfır ekseninin kendisine paralel kalarak kesite yaklaştığını düşünülürse Şekil 2.1b'deki gibi sıfır eksenini tüm kesiti bir tarafta bırakan teğet durumunu aldığı anda, bu eksene karşılık gelen tatbik noktası A_1 olacaktır. Gerilme yayılımı ise yine tek işaretli olmak üzere limit durumda olur.

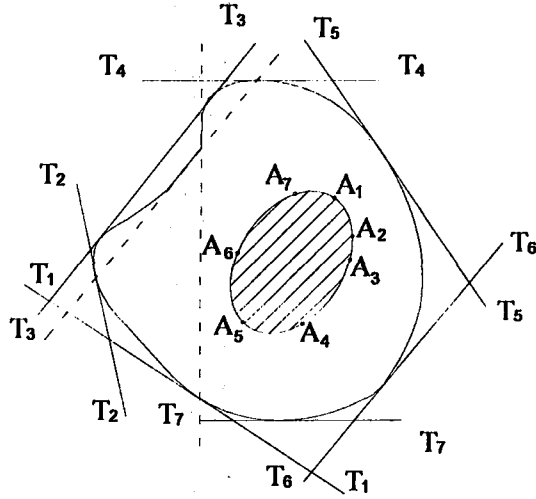


Şekil 2.1c Sıfır ekseninin kesiti kesmesi durumu

Sıfır eksenini kesit merkezine daha da yaklaşırsa kesiti kesecektir. Şekil 2.1c'de görülen, sıfır çizgisinin bu konumuna karşılık gelen tatbik noktası A_2 'dir. Bu duruma ait gerilme yayılımı ise iki işaretlidir.

Kesitte tek işaretli gerilme meydana gelmesi için eksantrik normal kuvvetin tatbik noktasının, içerisinde veya sınırı üzerinde bulunması gereken bölgeye kesitin *çekirdek alanı* (*çekirdeği*) adı verilir. Bu bölge Şekil 2.1'de taralı olarak gösterilmiştir.

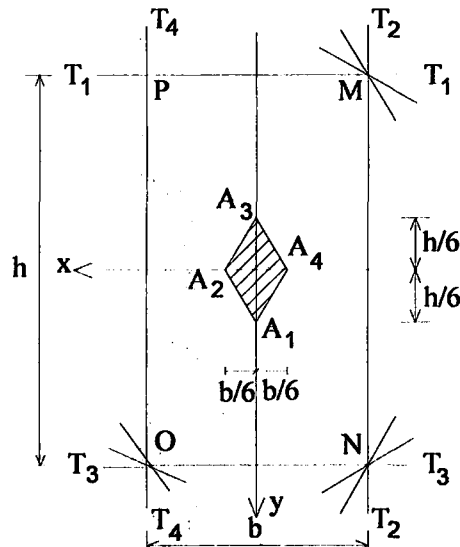
Çekirdek kesit biçimine bağlı olarak kesitin merkezi etrafında oluşan bir bölgedir. Bu bölgenin sınırı bulmak için yukarıdaki açıklamalardan yararlanılarak şu yeni tanımlama verilebilir: Bir kesitin çekirdek bölgesinin sınırı, kesiti bir tarafta bırakan teğet doğrularını, sıfır çizgisi olarak kabul eden tatbik noktalarının geometrik yeridir Şekil 2.2. Çekirdek bölgesinin çevre çizgisine ait bu tanım, çekirdeğin saptanması bakımından da yol göstericidir [1].



Şekil 2.2 Çekirdeğin bulunmasında kullanılacak teğetler

Çekirdek alanı bulunacak kesit içbükey değilse bazı teğetler kesiti keserler, Şekil 2.2'deki noktalı teğetler böyle teğetlerdir. Bu gibi teğetler çekirdek alanı hesaplanırken göz önüne alınmazlar, çünkü kesiti kestiklerinden dolayı tek işaretli gerilme şartını sağlamazlar. Bu gibi durumlarda çekirdek alanı hesaplanmadan önce kesit teğetlerle tam içbükey hale getirilir. Buna göre kesit içbükey olmasa da çekirdek alanı daima içbükey olacaktır [7].

Örnek 3.1 Bir dikdörtgen kesitin çekirdeğini belirleyiniz [8, 9].



Şekil 2.3 Dikdörtgen kesitin çekirdek alanının bulunması

Cözüm: A₁ tatbik noktasının yerinin belirlenmesi; Kesiti bir tarafta bırakan ilk teğet olarak kesitin üst kenarı ile çakışan T₁- T₁ teğeti göz önüne alınacak olursa, bu teğete karşı gelen A₁ tatbik noktası y eksenini üzerindedir. Daha önce çıkarılan (1.13) denklemlerinden yararlanılarak tatbik noktasının yeri tespit edilir.

$$m = -\frac{i_y^2}{e_y}, \quad n = -\frac{i_x^2}{e_x}$$

Burada e_x ve e_y tatbik noktasının sırası ile x ve y eksenlerine olan uzaklığı yani A tatbik noktasının koordinatlarıdır, m ve n ifadeleri ise sıfır çizgisinin x ve y eksenlerini kestiği noktaların merkeze uzaklığını gösterir. T₁ kesite teğet olduğuna göre x eksenine olan mesafesi n = h/2 ve y eksenine olan mesafesi m = 0'dır.

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} \quad \text{ve} \quad J_x = \frac{b \times h^3}{12} \Rightarrow i_x^2 = \frac{b \times h^3 / 12}{b \times h} = \frac{h^2}{12}$$

$$e_x = -\frac{i_x^2}{n} \Rightarrow e_x = \frac{h^2 / 12}{h / 2} \Rightarrow e_x = \frac{h}{6}, \quad m = 0 \Rightarrow e_y = 0 \quad (2.1a)$$

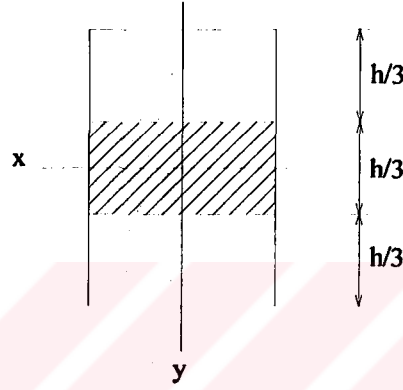
olarak bulunur. O halde A₁ (0, h/6) konumundadır.

A₂ tatbik noktasının yerinin belirlenmesi; A₁ çekirdek üzerinde bir noktadır. T₁ teğeti kesitin M köşesi etrafında dönerse çekirdek sınırını tanımlayan A tatbik noktaları daha önce anlatılan Teorem 1'e göre A₁'den geçen bir doğru çizerler. T₁ teğeti kesitin MN kenarı ile çakışıp T₂ konumuna gelince bu teğete karşı gelen A₂ tatbik noktasının başlangıca uzaklığı, A₁ noktasının hesabına benzer şekilde bulunur.

$$e_y = -\frac{i_y^2}{m} \Rightarrow e_y = \frac{b^2 / 12}{b / 2} \Rightarrow e_y = \frac{b}{6}, \quad e_x = 0 \quad (2.1b)$$

Böylece çekirdeği sınırlayan A₁, A₂ doğrusu belirlenmiş olur. Benzer işlemler dikdörtgen kesitin sırası ile N, O, P köşelerine de tekrarlanırsa kesitin çekirdek alanı A₁, A₂, A₃, A₄ dörtgeni olarak belirlenmiş olur.

Yukarıdaki gibi saptanan çekirdeğin dikdörtgen kesitlerde eksantrik normal kuvvetin tatbik noktasının asal eksenler üzerinde bulunduğu özel hallerde, kesitte tek işaretli gerilme olabilmesi için, tatbik noktasının üzerinde bulunduğu asal eksenin, bu eksene paralel kesit kenar uzunluğunun üçte biri ile sınırlanan, orta bölgesinin dışına çıkmaması gerektiği anlaşılır. Bu kurala dikdörtgen kesitler için *orta üçte bir kuralı* denir.



Şekil 2.4 Orta üçte bir kuralı

Örnek 3.2 Şekil 2.5’de görülen dairesel kesitin çekirdeğini belirleyiniz [8].



Şekil 2.5 Daire kesitin çekirdek alanı

Çözüm: Merkezsel simetri nedeni ile çekirdek yine dairedir. Çekirdek dairesinin yarıçapı (1.13) denkleminde, $n = r$ ve $i^2 = r^2 / 4$ değerleri yerlerine konularak;

$$r_{\phi} = \frac{r^2 / 4}{r} = \frac{r}{4} \quad (2.2)$$

olarak bulunur.

Örnek 3.3 Dış ve iç yarıçapları sırası ile r_d , r_i olan bir daire halkası kesitin çekirdek alanını bulunuz.



Şekil 2.6 Halka kesitin çekirdek alanı

Çözüm : Merkezsel simetri nedeni ile çekirdek yine dairedir, (1.13) formülünden,

$$n = r_d \text{ ve } i^2 = \frac{r_d^2 + r_i^2}{4} \Rightarrow r_{\phi} = \frac{r_d^2 + r_i^2}{4r_d} \quad (2.3)$$

olarak bulunur. Halka kalınlığının çok küçük olduğu dairesel tüp kesit limit halinde yaklaşık olarak $r_d = r_i = r_0$ olacağından yukarıdaki formül aşağıdaki şekline dönüşür.

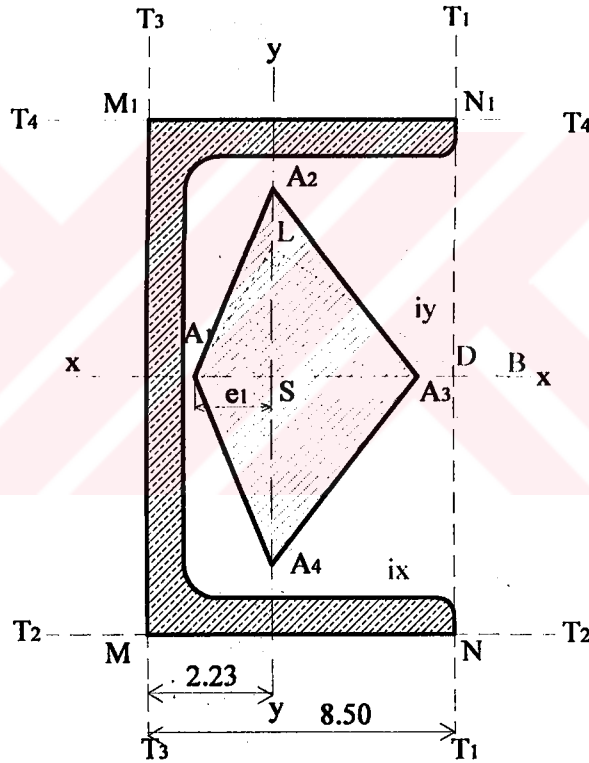
$$r_{\phi} = \frac{2r_0^2}{4r_0} \Rightarrow r_{\phi} = \frac{r_0}{2} \quad (2.4)$$

Örnek 3.4 Şekil 2.7’de gösterilen U 24 profilinin çekirdeğini bulunuz [9, 10].

Çözüm : Profil tablosunun alınan değerler;

$$F = 42.3 \text{ cm}^2 \quad J_y = 248 \text{ cm}^4 \quad J_x = 3600 \text{ cm}^4$$

$$h = 24 \text{ cm}, \quad b = 8.5 \text{ cm} \quad e_y = 2.23 \text{ cm}$$



Şekil 2.7 U 24 profilinin çekirdek alanının bulunması

A₁ tatbik noktasının bulunması: Sıfır çizgisi profilin uç noktaları olan N, N₁ noktalarından geçen kesite teğet bir doğru T₁- T₁ teğeti olarak alınırsa, bu teğete karşılık gelen tatbik noktası A₁'dir.

$$m = -\frac{i_y^2}{e_y}, \quad n = -\frac{i_x^2}{e_x} \quad (1.13)$$

A_1 tatbik noktasının koordinatları e_x ve e_y 'nin değerlerini bulabilmek için, sıfır çizgisinin x ve y eksenlerini kestiği uzaklıkları gösteren m ve n ifadeleri Şekil 2.7'den yararlanarak bulunmalıdır. T_1 - T_1 teğeti y eksenine paralel olduğu için A_1 noktası x eksenı üzerindedir ($n=0 \Rightarrow e_x=0$).

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{248}{42.3} = 5.863 \text{ cm}^2$$

$$SA_1 = e_y = e_1 \quad m = \frac{i_y^2}{e_y} \Rightarrow e_1 \times m = i_y^2 \Rightarrow e_1 = \frac{5.863}{(8.50 - 2.23)} = 0.94 \text{ cm}$$

A_2 tatbik noktasının bulunması: Sıfır çizgisi profilin MN kenarıyla çakışık olan T_2 - T_2 teğeti olarak kabul edilirse bu teğete karşılık gelen tatbik noktası A_2 noktasıdır. Bu konumda teğet x eksenine paralel durumdadır, dolayısıyla A_2 noktası da y eksenı üzerindedir.

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{3600}{42.3} = 85.106 \text{ cm}^2 \Rightarrow e_2 \times 12 = i_x^2 \Rightarrow e_2 = \frac{85.106}{12} = 7.1 \text{ cm}$$

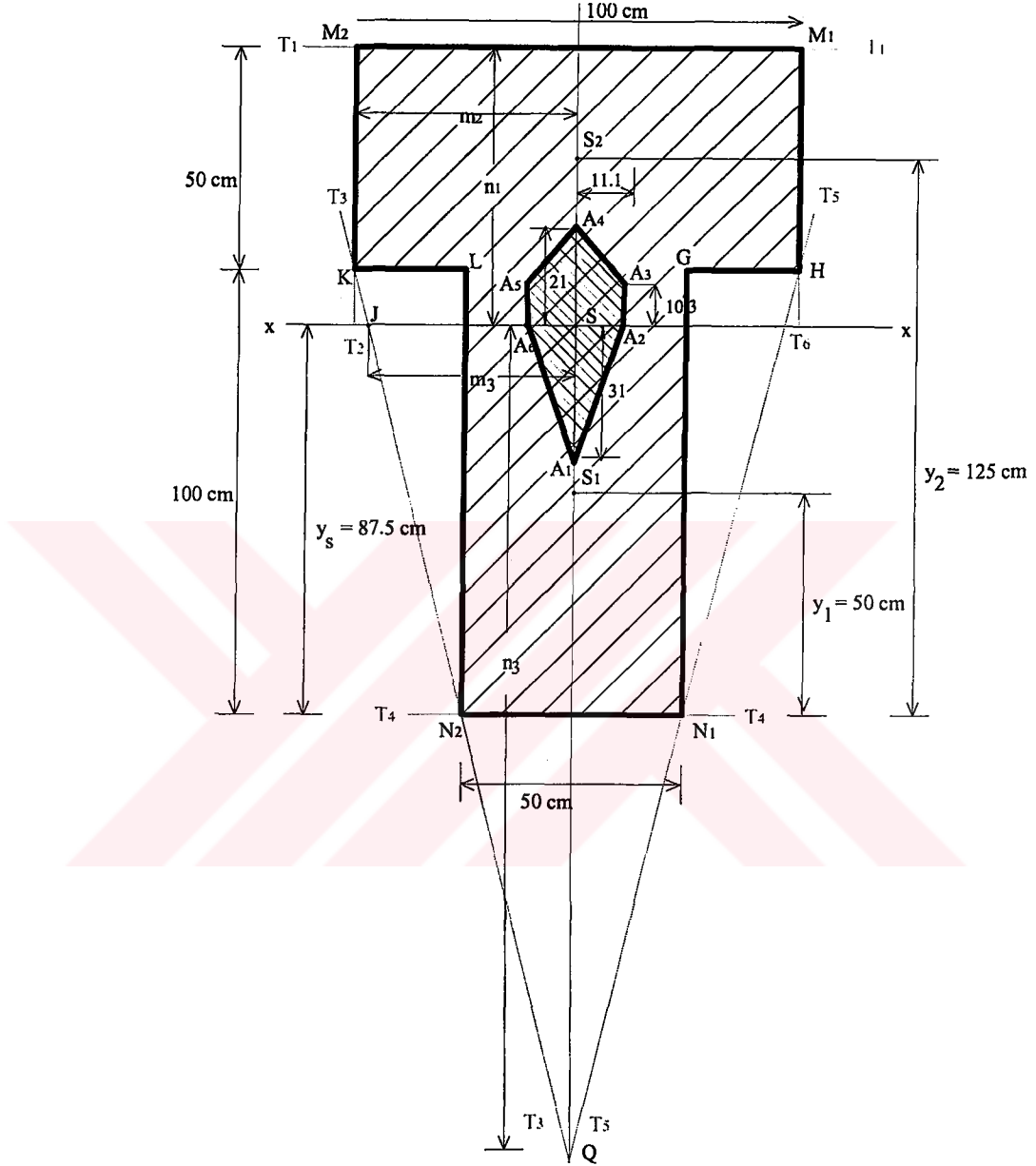
A_3 tatbik noktasının bulunması: Profilin MM_1 kenarıyla çakışığı T_3 - T_3 teğetine karşılık gelen tatbik noktası A_3 noktasıdır.

$$e_3 \times 2.23 = i_y^2 \Rightarrow e_3 = \frac{5.863}{2.23} = 2.64 \text{ cm}$$

A_4 tatbik noktasının bulunması: M_1N_1 kenarıyla çakışan T_4 - T_4 teğeti için A_4 noktası bulunurken simetriden yararlanılır. Kesit x eksenine göre simetrik olduğu için, A_4 noktası da A_2 noktasının x eksenine göre simetriği olacaktır. Böylece merkezi çekirdeğin köşe noktaları olan A_1 , A_2 , A_3 , A_4 bulunmuş olur ve çekirdek çizilir. (Şekil 2.7'de i_x ve i_y eylemsizlik yarıçapları da gösterilmiştir).

Örnek 3.5 Boyutları Şekil 2.8’de verilen kolon kesitin çekirdek alanını bulunuz

[10].



Şekil 2.8 Kolon kesitin çekirdek alanı

Çözüm: Kolon kesitini bir tarafta bırakacak dış kenarlardan ve uçlardan geçen T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 ve T_6 teğetleri çizilir. Bu teğetlere karşılık gelen $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ noktaları bulunacaktır.

$$\text{Kesit Alanı} = F = 2 \times 50 \times 100 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$F_1 \times y_1 + F_2 \times y_2 = y_s (F_1 + F_2)$$

$$y_s = \frac{50 \times 100 \times 50 + 50 \times 100 \times 125}{10000} = 87.5 \text{ cm}$$

$$J_y = \frac{100 \times 50^3}{12} + \frac{50 \times 100^3}{12} = 5208333 \text{ cm}^4$$

$$J_x = \frac{100 \times 50^3}{12} + 50 \times 100 \times (37.5)^2 + \frac{50 \times 100^3}{12} + 50 \times 100 \times (37.5)^2$$

$$J_x = 19270833 \text{ cm}^4$$

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{5208333}{10000} = 520.8 \text{ cm}^2$$

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{19270833}{10000} = 1927.1 \text{ cm}^2$$

A₁ tatbik noktasının bulunması: Kesitin M₁M₂ kenarı ile çıkışan T₁-T₁ teğeti için,

$$n_1 = 50 + 12.5 \text{ cm} \quad n_1 \times e_1 = i_x^2 \Rightarrow e_1 = \frac{1927.1}{62.5} \cong 31 \text{ cm}$$

A₂ tatbik noktasının bulunması: Kesitin K M₂ kenarı ile çıkışan T₂-T₂ teğeti için

$$m_2 = 50 \text{ cm} \quad m_2 \times e_2 = i_y^2 \Rightarrow e_2 = \frac{520.8}{50} = 10.4 \text{ cm}$$

A₃ tatbik noktasının bulunması: Sıfır çizgisi kesitin K, N₂ uç noktalarından geçen KN₂ doğrusu üzerinde iken (T₃-T₃ teğeti) A₃ tatbik noktası bulunur. KN₂ doğrusu asal eksenlerden herhangi birine paralel olmadığından A₃ noktası asal eksenler

üzerinde değildir. KN_2 doğrusunun x-x eksenini kestiği nokta J ve y-y eksenini kestiği nokta ise Q noktasıdır. J noktasının S merkezine olan mesafesi m_3 , ve Q noktasının S merkezine olan mesafesi n_3 ile gösterilmiştir. Benzerlikten yararlanılarak bu mesafeler bulunur.

$$m_3 = 46.88 \text{ cm} \quad m_3 \times A_{3x} = i_y^2 \Rightarrow A_{3x} = \frac{520.8}{46.88} = 11.1 \text{ cm}$$

$$n_3 = 187.5 \text{ cm} \quad n_3 \times A_{3y} = i_x^2 \Rightarrow A_{3y} = \frac{1927.1}{187.5} = 10.3 \text{ cm}$$

A_{3x} ve A_{3y} koordinatları (A_3)'ün yerini tayin eder.

A_4 tatbik noktasının bulunması: Kesitin N_1N_2 kenarı ile çakışan T_4-T_4 teğeti için,

$$n_4 = 87.5 \text{ cm} \quad n_4 \times e_4 = i_x^2 \Rightarrow e_4 = \frac{1927.1}{87.5} = 22 \text{ cm}$$

A_1, A_2, A_3, A_4 noktaları bulunduktan sonra kesitin y eksenine göre simetrik olmasından yararlanarak çekirdek bölgesinin kalan kısmı tamamlanır.

3.1 Birleşik Kesitlerin Çekirdek Alanları

Simetrik birleşik kesitlerin çekirdek alanları bulunurken, öncelikle kolon kesiti örneğinde yapıldığı gibi birleşik kesitin ağırlık merkezi bulunur. Buna göre çizilen ağırlık eksenlerine ait atalet momentleri ve bu momentler ile toplam kesit alanını kullanarak i_x, i_y atalet yarıçapları hesaplanır. Uygun şekilde çizilen teğetlerin ağırlık eksenlerini kestiği noktalar ve atalet yarıçaplarından yararlanarak çekirdek alanının sınırını belirleyen tatbik noktaları bulunur [11].

En az bir eksene göre simetrik olmayan birleşik kesitlerde de aynı yöntem uygulanır, ancak x, y ağırlık eksenleri yerine birleşik kesitin esas eksenleri bulunmalı

ve bu eksene ait atalet momenti ve dolayısıyla atalet yarıçapları hesapta göz önüne alınmalıdır.

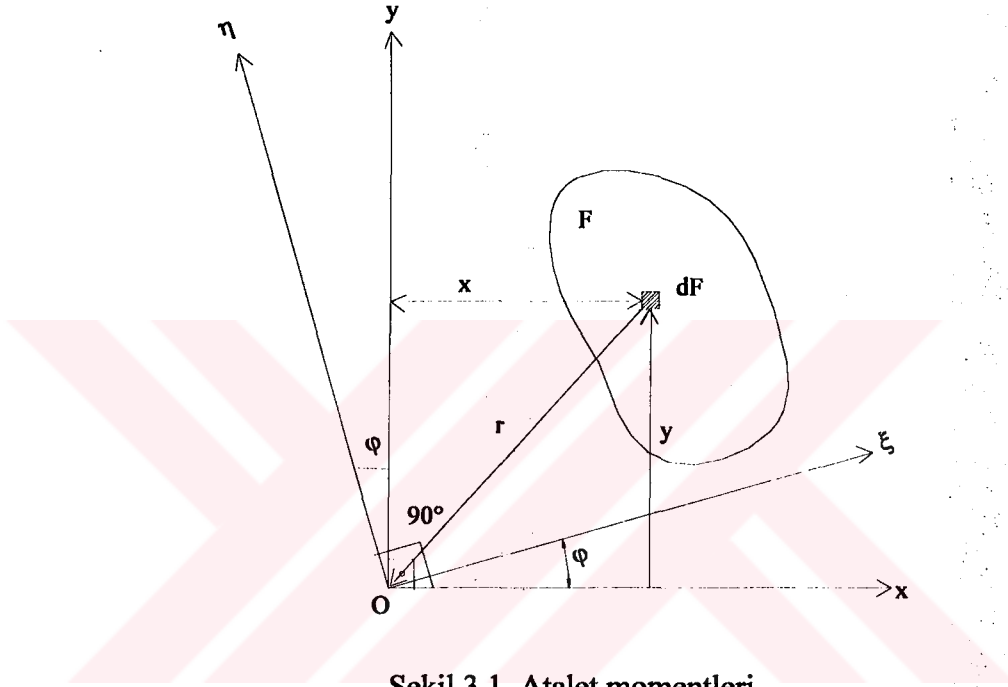
Bu çalışmada simetrik olmayan kesitlerin esas eksenlerinin ve bu eksenlere ait atalet momentlerinin bulunması için mohr atalet dairesi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem Bölüm 4'de ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

Daha sonra anlatılan bilgiler ışığında farklı birleşimlerin çekirdek alanları bulunacak ve şekil üzerinde gösterilecektir.



4. MOHR ATALET DAİRESİ

4.1 Atalet Momentleri



Şekil 3.1 Atalet momentleri

Şekil 3.1’de birim kalınlıkta, x-y düzleminde yer alan ve alanı F olan bir levha göz önüne alınmıştır. Şekilde görüldüğü gibi kesit içinde göz önüne alınan dF elemanının x eksenine olan mesafesi y, y eksenine olan mesafesi x ve O noktasına olan mesafesi r ile gösterilmiştir [5, 6, 11-16]. Buna göre:

$$\text{x eksenine göre atalet momentini bulmak için: } J_x = \int_F y^2 dF \quad (3.1)$$

$$\text{y eksenine göre atalet momentini bulmak için: } J_y = \int_F x^2 dF \quad (3.2)$$

ifadeleri kullanılır.

4.2 Çarpım Atalet Momenti (Santrifüj Moment)

Eksenlere göre atalet momentleri hesaplanırken, dF elemanın söz konusu eksene olan mesafesinin karesi kullanılmıştır, çarpım atalet momenti hesaplanırken de xy çarpımı kullanılır. Çarpım atalet momenti xy çarpımının alan üzerinde toplamı anlamına gelir.

$$J_{xy} = - \int_F xy dF \quad (3.3)$$

4.3 Polar Atalet Momenti

Bu dF elemanın O noktasına göre uzaklığı olan r cinsinden tanımlanan integraline de O 'ya göre polar atalet momenti adı verilir. Mohr atalet dairesi çizilirken, çapı söz konusu kesitin polar atalet momentine eşit alınır.

$$J_p = \int_F r^2 dF \quad (3.4)$$

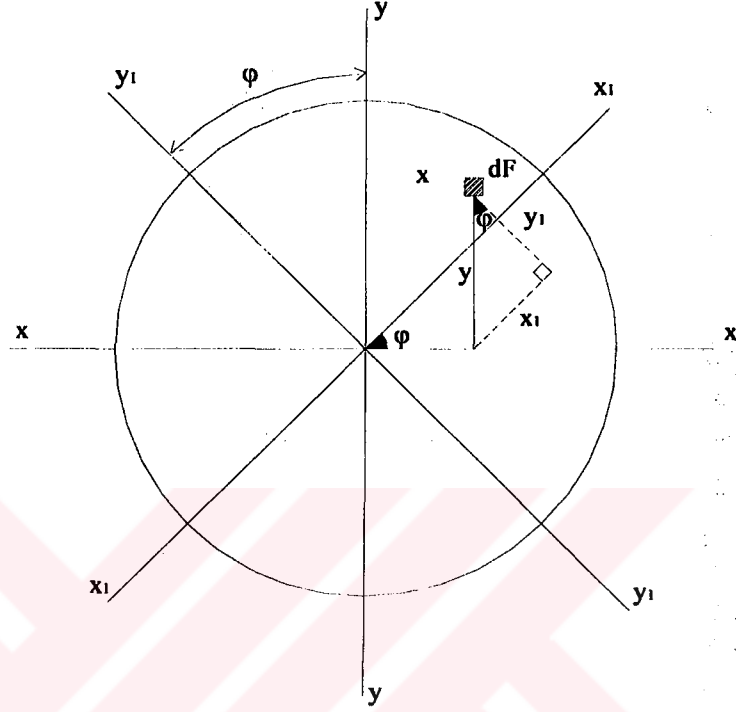
Polar atalet momentini J_x , J_y cinsinden yazılabilir;

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad \Rightarrow \quad J_p = \int_F (x^2 + y^2) dF = \int_F y^2 dF + \int_F x^2 dF$$

$$J_p = J_x + J_y \quad (3.5)$$

Not : Eksene göre hesaplanmış olan atalet momentleri daima pozitifdir. Ancak J_{xy} çarpım atalet momenti negatif veya pozitif olabilir.

4.4 Döndürülmüş Eksenlere Göre J_x , J_y ve J_{xy} Değerlerinin Bulunması



Sekil 3.2 Döndürülmüş eksenler

Bu konuda, döndürülmüş eksenlere göre atalet momentleri, çarpım atalet momenti ve dönme açısını veren ifadeler elde edilecek ve bu ifadeler daha sonra mohr atalet daireesi yöntemi ile elde edilen değerleri kontrol etmek amacı ile kullanılacaktır [5, 6, 14-16].

x ve y eksenlerine ait J_x , J_y ve J_{xy} değerleri bilinmektedir, bundan hareketle x ve y eksenlerinin ϕ açısı kadar döndürülmesiyle elde edilmiş x_1 , y_1 eksen çiftine ait J_{x_1} , J_{y_1} ve $J_{x_1y_1}$ değerleri elde edilecektir. Şekil 3.2'den,

$$x_1 = x \cos\phi + y \sin\phi \quad \text{ve} \quad y_1 = y \cos\phi - x \sin\phi$$

şeklinde elde edilir. ϕ açısı saat ibresinin dönüşüne ters yönde pozitif kabul edilmiştir.

$$Jx_1 = \int y_1^2 dF = \int dF (y \cos \varphi - x \sin \varphi)^2 \quad (3.6)$$

$$Jx_1 = \cos^2 \varphi \int y^2 dF - 2 \sin \varphi \times \cos \varphi \int xy dF + \sin^2 \varphi \int x^2 dF \quad (3.7)$$

$$Jx_1 = Jx \times \cos^2 \varphi + Jy \times \sin^2 \varphi - Jxy \times \sin 2\varphi \quad (3.8)$$

$$Jy_1 = \int x_1^2 dF = \int dF (x \cos \varphi + y \sin \varphi)^2 \quad (3.9)$$

$$Jy_1 = \cos^2 \varphi \int x^2 dF + 2 \sin \varphi \times \cos \varphi \int xy dF + \sin^2 \varphi \int y^2 dF \quad (3.10)$$

$$Jy_1 = Jx \times \sin^2 \varphi + Jy \times \cos^2 \varphi + Jxy \times \sin 2\varphi \quad (3.11)$$

Buna göre atalet momenti değerleri φ açısına bağlı olarak değişmektedir. O halde bulunan ifadelerin φ 'ye göre türevi alınarak sıfıra eşitlenecek olursa, atalet momentinin maksimum ve minimum değerlerini veren φ açısı elde edilir;

$$Jx_1 = Jx \times \cos^2 \varphi + Jy \times \sin^2 \varphi - Jxy \times \sin 2\varphi$$

$$\frac{dJx_1}{d\varphi} = -2 \sin \varphi \times \cos \varphi \times Jx + 2 \sin \varphi \times \cos \varphi \times Jy - 2 \cos 2\varphi \times Jxy = 0$$

$$\sin 2\varphi (Jy - Jx) = 2 \cos 2\varphi \times Jxy \Rightarrow \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2Jxy}{Jy - Jx} = -\frac{2Jxy}{Jx - Jy} \quad (3.12)$$

Maksimum ve minimum atalet momenti değerlerini veren ifadeler de dönüşüm formüllerinden yararlanarak bulunabilir;

$$\cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \quad \sin^2 \varphi = \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}$$

$$\cos 2\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2\varphi}} \quad \sin 2\varphi = \frac{\operatorname{tg} 2\varphi}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2\varphi}}$$

$$\max J_{x_1} = \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + (J_{xy})^2} \quad (3.13)$$

$$\min J_{x_1} = \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)^2 + (J_{xy})^2} \quad (3.14)$$

4.5 Çarpım Atalet Momentinin Hesaplanması ve Esas Eksenler

Döndürülmüş eksenlere göre çarpım atalet momentini elde etmek için Şekil 3.2'den bulunan x_1 ve y_1 değerleri (3.3) denkleminde yerlerine yazılır:

$$J_{x_1 y_1} = \int x_1 y_1 dF = \int dF (x \cos \varphi + y \sin \varphi) \times (y \cos \varphi - x \sin \varphi) \quad (3.15)$$

$$J_{x_1 y_1} = \cos^2 \varphi \int xy dF - \sin^2 \varphi \int xy dF - \sin \varphi \times \cos \varphi \int x^2 dF + \sin \varphi \times \cos \varphi \int y^2 dF$$

$$J_{x_1 y_1} = \cos^2 \varphi \times J_{xy} - \sin^2 \varphi \times J_{xy} - \frac{1}{2} \sin 2\varphi (-J_y + J_x)$$

$$J_{x_1 y_1} = J_{xy} \times (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + \frac{\sin 2\varphi}{2} (J_y - J_x)$$

$$J_{x_1 y_1} = J_{xy} \times \cos 2\varphi - \frac{J_y - J_x}{2} \sin 2\varphi \quad (3.16)$$

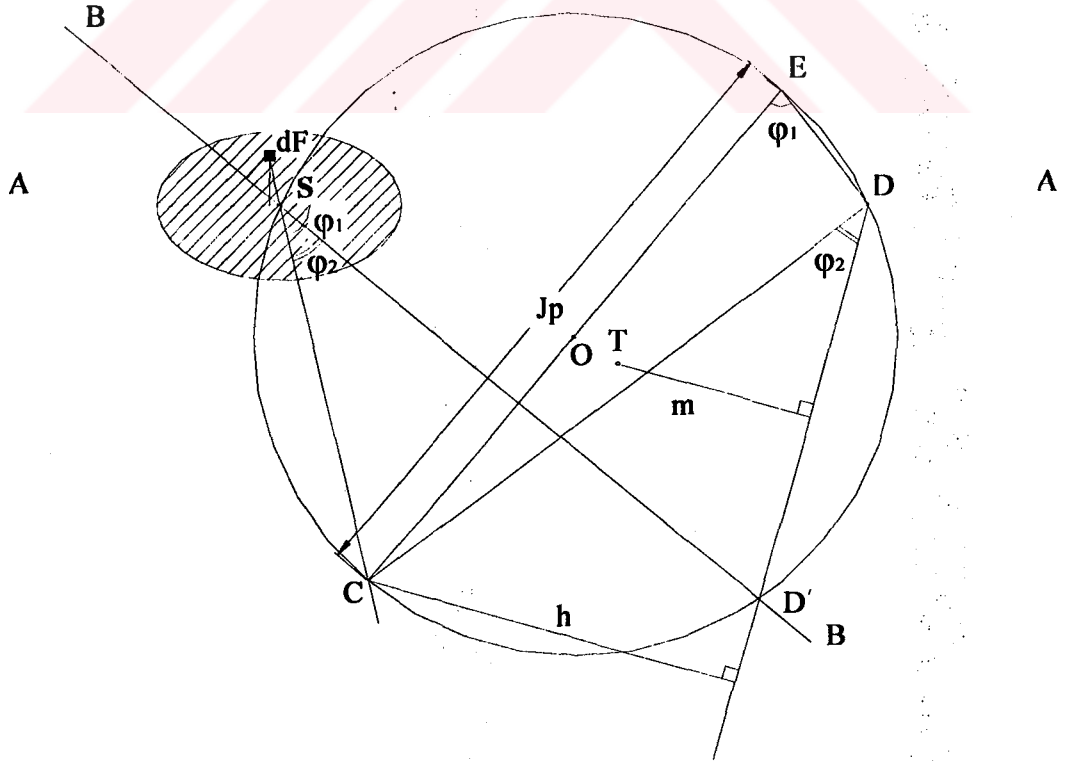
Daha önce maksimum ve minimum atalet momentini veren açı denklem (3.12), bulunmuştu, bu ifade çarpım atalet momentini formülünde yerine konulursa, çarpım atalet momentinin sıfıra eşit olduğunu görülmektedir. İşte bu birbirine dik eksenler,

maksimum ve minimum atalet momentini veren, aynı zamanda eksenlere göre çarpım atalet momenti sıfır olan bir eksen takımınıdır. Bu eksenlere kesitin *esas eksenleri* denir.

4.6 Mohr Atalet Dairesinin Kullanım Amacı ve Özellikleri

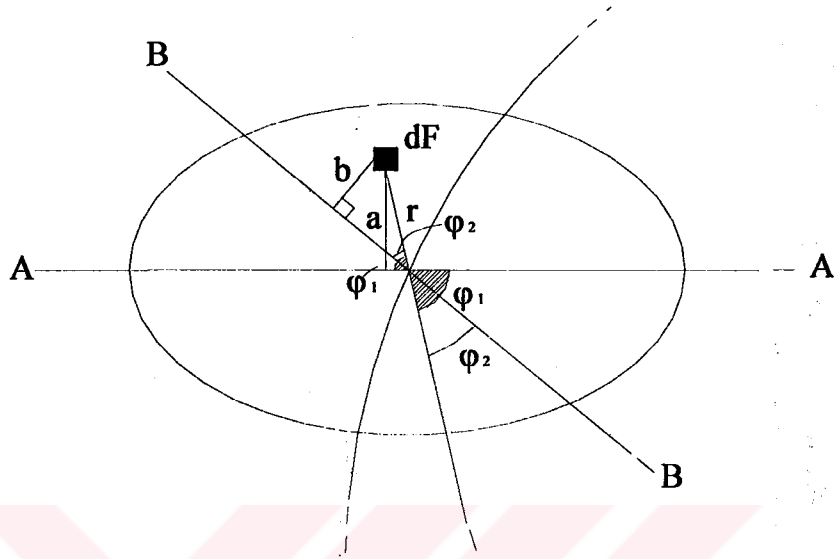
Karmaşık kesitlerin atalet momentlerinin hesabında her ne kadar formüller bulunsa da bazı hallerde çizim yöntemleri daha faydalı olmaktadır. Ayrıca yapılan karmaşık hesaplamaların doğruluğunun kontrolü içinde bir yol olarak mohr atalet dairesi çizim tekniği kullanılabilir [5, 14, 17].

Mohr atalet dairesinin en önemli özellikleri; söz konusu kesitin S noktasından yani ağırlık merkezinden geçmesi ve çapının söz konusu kesitin polar atalet momentine eşit olmasıdır (Şekil 3.3).



Şekil 3.3 Mohr atalet dairesi

4.7 dF Elemanının İncelenmesi



Şekil 3.4 dF elemanının incelenmesi

A-A ve B-B eksenleri kesitin iki ağırlık eksenidir. Bu iki eksene göre kesitin çarpım atalet momenti için bir ifade aranmaktadır. dF ' in çarpım atalet momenti veren ifade [14];

$$dF \times a \times b \quad (3.17)$$

şeklindedir. Şekil 3.4'den yararlanarak a ve b ifadeleri r cinsinden yazılabilir ;

$$a = r \times \sin \varphi_1 \quad (3.18)$$

$$b = r \times \sin \varphi_2 \quad (3.19)$$

$$dF \times a \times b = dF \times r^2 \times \sin \varphi_1 \times \sin \varphi_2 \quad (3.20)$$

$$h = \overline{CD} \times \sin \varphi_2 \quad \text{ve} \quad \overline{CD} = \overline{EC} \times \sin \varphi_1 = J_p \times \sin \varphi_1$$

$$h = J_p \times \sin\varphi_1 \times \sin\varphi_2 \Rightarrow \sin\varphi_1 \times \sin\varphi_2 = h / J_p$$

Bulunan ifadeler (3.17) denkleminde yerine konulursa dF ' in çarpım atalet momenti;

$$dF \times r^2 \times \sin\varphi_1 \times \sin\varphi_2 = dF \times r^2 \times h / J_p \quad (3.21)$$

şeklinde bulunur. Şekil 3.3'de dF 'lere ait C noktalarına göre h 'ların DD' kirişinin solunda kalması durumunda, bunların çarpım atalet momentine katacakları değerler pozitif işaretlidir. Tam tersi durumda h 'ların DD' kirişinin sağ tarafında kalması halinde, bunların çarpım atalet momentine katacakları değerler negatif işaretlidir. Bütün kesitin AB eksenlerine göre çarpım atalet momenti:

$$J_{AB} = \int \frac{dF \times r^2}{J_p} h = \frac{1}{J_p} \int dF \times r^2 \times h = 1 \times m \Rightarrow J_{AB} = m \quad (3.22)$$

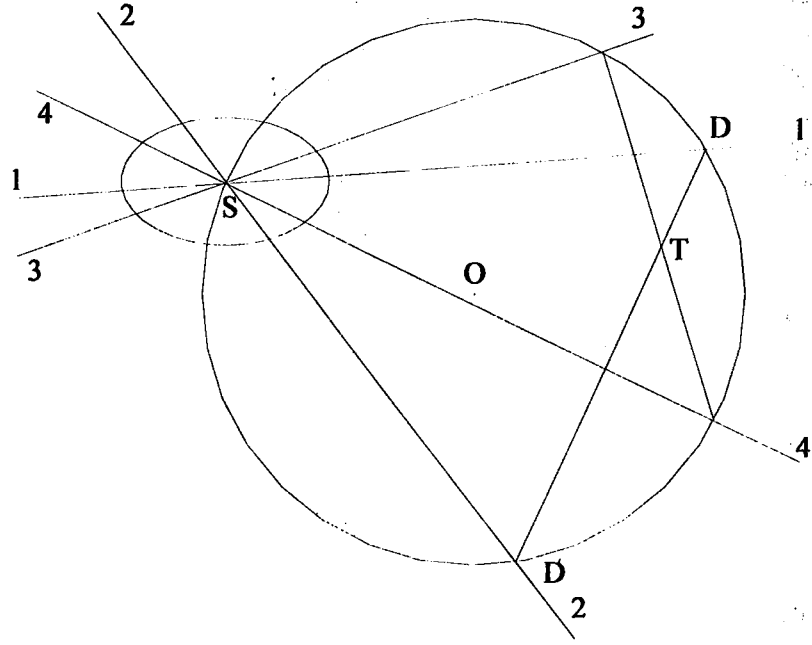
$dF \times r^2 / J_p$ kuvvetlerinin DD' kirişine göre statik momenti, bu kuvvetlerin bileşkesi olan $\int \frac{dF \times r^2}{J_p} = \frac{J_p}{J_p} = 1$ boyutsuz kuvvetinin DD' kirişine göre statik momentine eşittir. Bu boyutsuz ve 1'e eşit olan kuvvetin tatbik noktasını T ile gösterilmektedir. Buna göre;

$$J_{ab} = 1 \times m = m$$

şeklindedir. İfadede geçen m T'nin DD' kirişine olan mesafesini göstermektedir.

T noktasına mohr atalet dairesinin, *atalet merkezi* adı verilir. Daha sonraki kısımlarda bu noktanın yerinin tayin edilmesi anlatılacaktır [14].

Kendilerine göre çarpım atalet momentinin sıfır olduğu eksenlere *eşlenik eksenler* denir. Şekil 3.5'de eşlenik eksenler örneklendirilmiştir. Şekil 3.5'e göre 1-1 ve 2-2 eksenleri ile 3-3 ve 4-4 eksenleri eşlenik eksenlerdir.



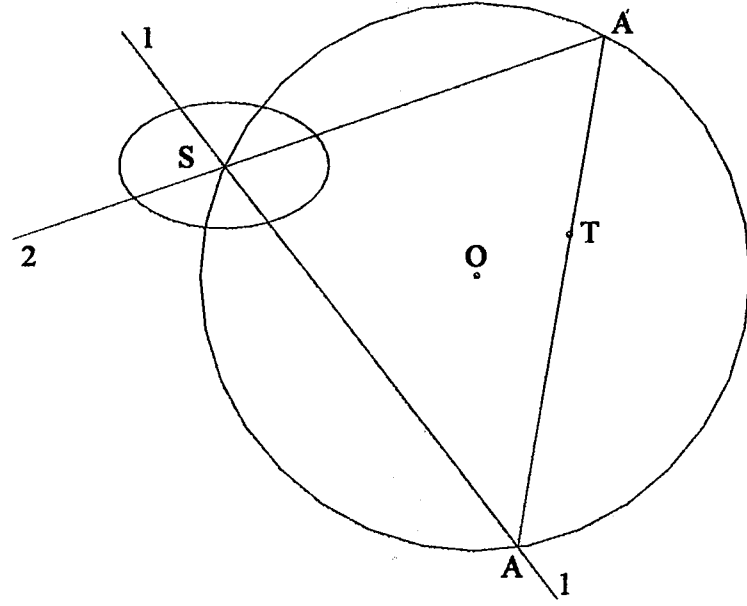
Şekil 3.5 Eşlenik eksenler

4.8 Mohr Atalet Dairesinden Elde Edilen Sonuçlar

Kesite ait mohr atalet dairesi ve bunun T atalet merkezi bilindiğine göre aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

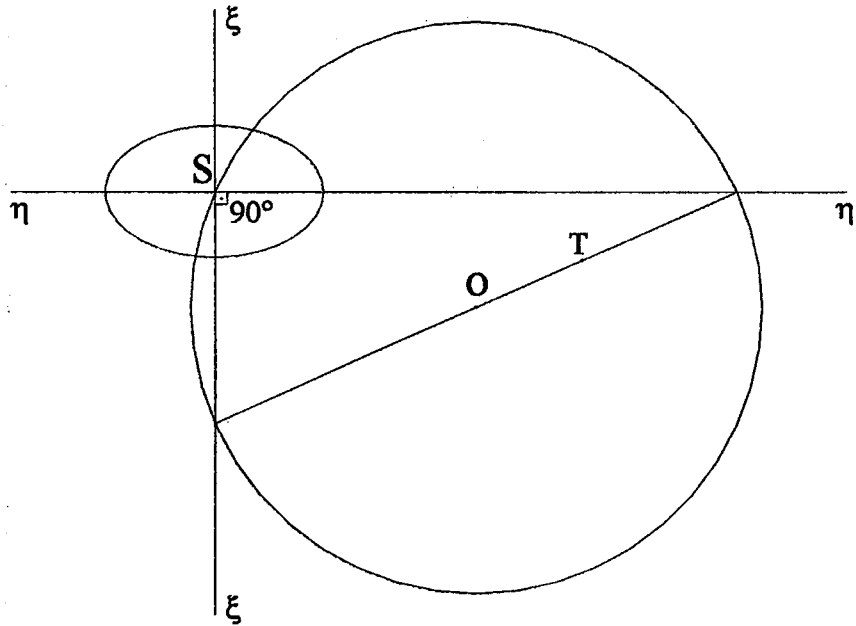
1) Bir kesitin sonsuz sayıda eşlenik eksenini mevcuttur. Eğer eşlenik eksenlerden herhangi biri ile T noktasının yeri verilmişse, diğer eksen kolaylıkla bulunabilir.

Şekil 3.6'da 1-1 eksenini ve T noktası biliniyorken, 2-2 ekseninin nasıl bulunacağı gösterilmiştir. 1-1 ekseninin daireyi kestiği A noktası ile T noktasından geçen bir doğru çizildiğinde A' noktası bulunur. A' noktası diğer eşlenik eksenin mohr atalet dairesini kestiği noktadır. Bu nokta ile kesitin S merkezinden geçen eksen çizildiğinde 1-1'in eşlenik eksenini olan 2-2 eksenini elde edilmiş olur.



Şekil 3.6 Eşlenik eksenleri bulunması

2) Bir kesite ait mohr atalet dairesinin merkezi ve T noktası üst üste düşmezse kesitin yalnız bir tek birbirine dik olan eşlenik eksenleri bulunur (Şekil 3.7).

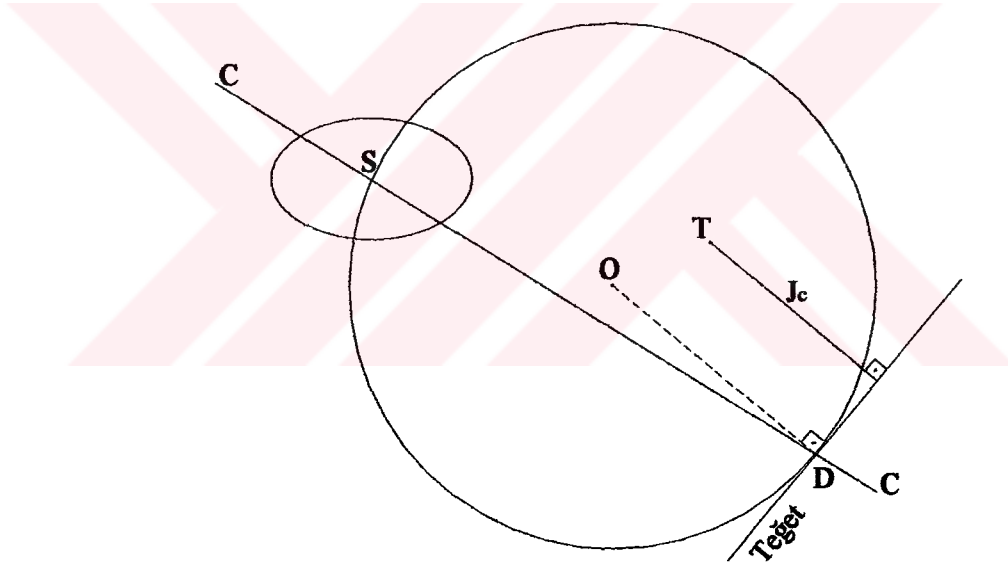


Şekil 3.7 Esas eksenler

Bu iki eksene kesitin esas eksenleri denir. Bölüm 3.5’de de değimilen bu esas eksenler, maksimum ve minimum atalet momentini veren, aynı zamanda eksenlere göre çarpım atalet momenti sıfır olan eksen takımlarıdır.

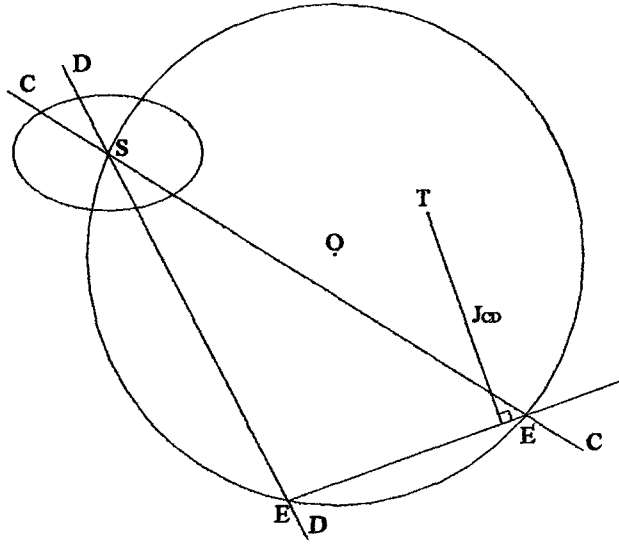
3) Kesitin herhangi bir eksene göre atalet momenti, o eksenin mohr atalet dairesini kesmiş olduğu noktada, daireye çizilecek teğete, T noktasından indirilecek dikin uzunluğuna eşittir.

Şekil 3.8’de S noktasından geçen C-C eksenine göre atalet momenti yani J_C ’nin bulunması gösterilmiştir.



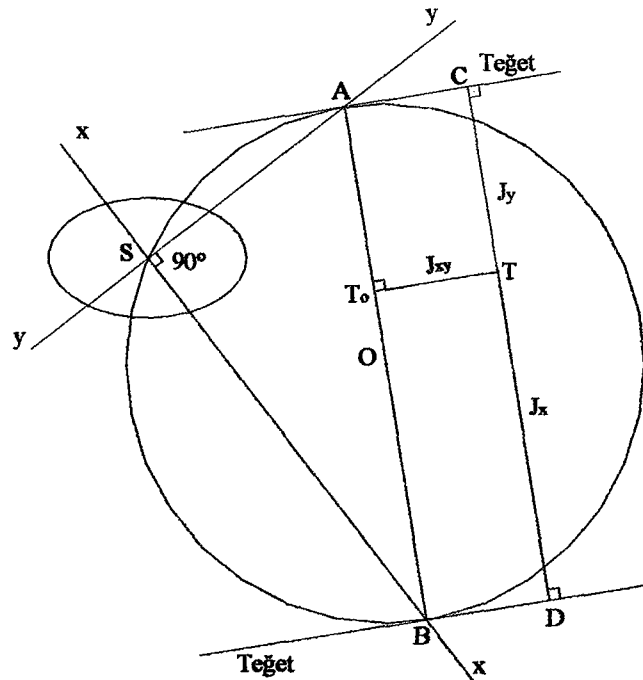
Şekil 3.8 Mohr atalet dairesinden atalet momentinin bulunması

Şekil 3.8’den de görüldüğü gibi C-C eksenini mohr atalet dairesini D noktasında kesmektedir. Önce D noktasından daireye teğet çizilir. Elde edilen doğru üzerine, T noktasından yani atalet merkezinden dik indirilir. İşte bu dikin uzunluğu J_C atalet momentini verir. Aynı zamanda S noktasından geçmek üzere başka bir ağırlık eksenini daha alarak bu iki eksene göre çarpım atalet momenti de bulabilir (Şekil 3.9).



Şekil 3.9 Mohr atalet dairesinden çarpım atalet momentinin bulunması

Şekil 3.9' da C-C ve D-D olmak üzere iki ağırlık eksenini ele alınmıştır. Bu eksenlerin mohr atalet dairesini keşmiş oldukları E ve E' noktaları birleştirilerek EE' kirişi bulunur. Bu kirişe T noktasından indirilen dikin uzunluğu, J_{CD} çarpım atalet momenti değerine eşittir.

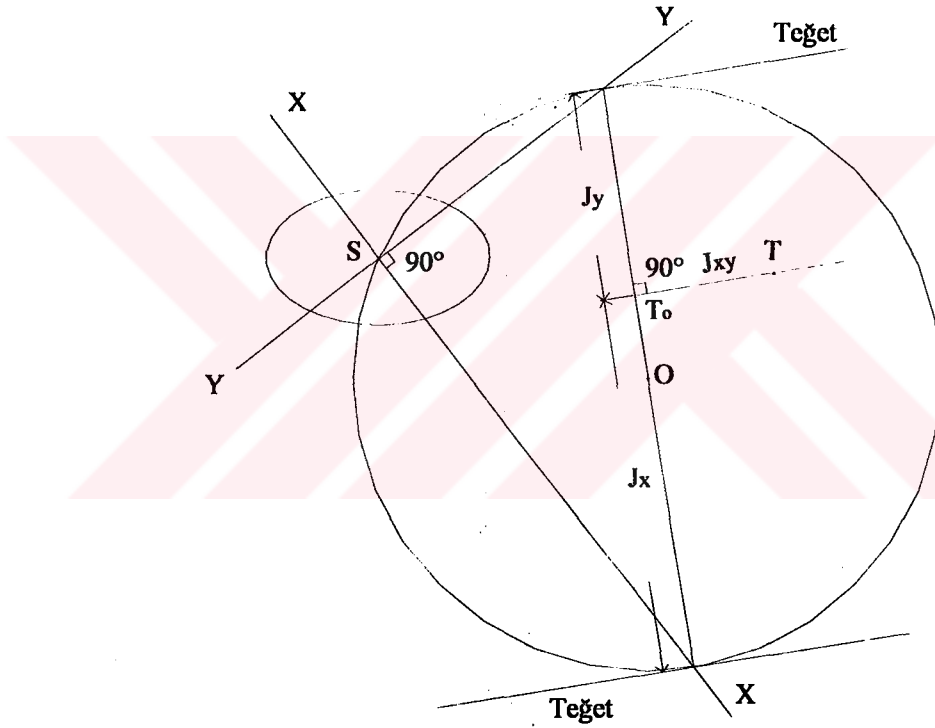


Şekil 3.10 Polar atalet momentini

4) Birbirine dik iki ağırlık eksenine göre atalet momentleri toplamı J_p 'ye eşittir.

$$J_x + J_y = J_p$$

Şekil 3.10 incelendiğinde bunu açıkça görebilmek mümkündür. Bu iki eksene ait çarpım atalet momenti de daha önce anlatılan yöntem uygulanarak bulunabilir. Eksenlerin mohr atalet dairesini kestikleri noktalar birleştirilerek, eksenlere ait kiriş çizilir. Bu kirişe T'den dik indirilir. Bu dikin uzunluğu J_{xy} çarpım atalet momentine eşittir.



Şekil 3.11 T noktasının bulunması

4.9 'T' noktasının Bulunması:

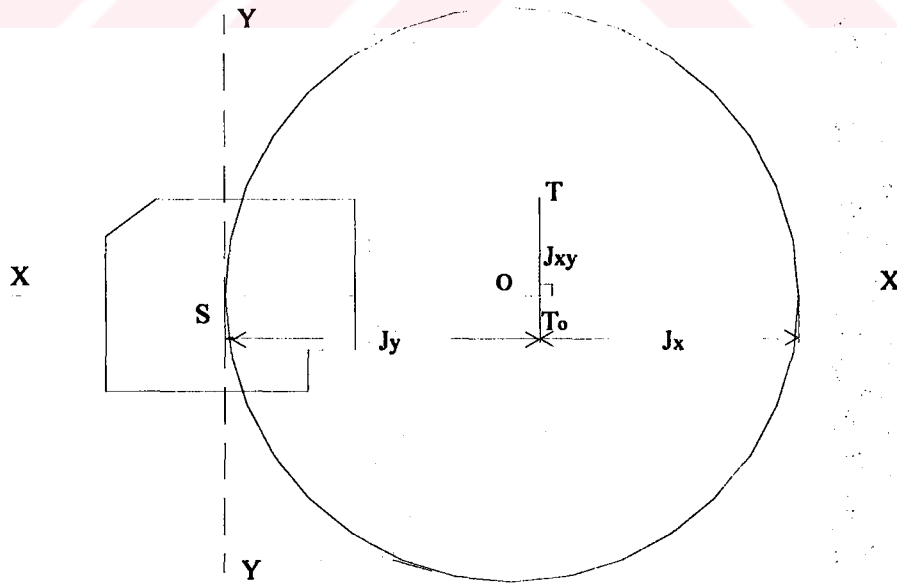
Şekil 3.11, T noktasının nasıl bulunacağını açıklamaktadır. Söz konusu kesitte, birbiri dik iki eksen olan x ve y eksenlerine göre, J_x , J_y ve J_{xy} değerleri bilinen formüller yardımıyla hesaplanır. Bulunan J_x , J_y atalet momenti değerleri çap

üzerinde işaretlenirse, çap polar atalet momentine ($J_x + J_y = J_p$) eşit olduğundan bu iki atalet momentini ayıran T_o noktasını bulunmuş olur. T_o noktasından dik çıkıp, bu dik üzerinde J_{xy} değeri kadar uzunluk alınarak bulunan nokta T noktasıdır.

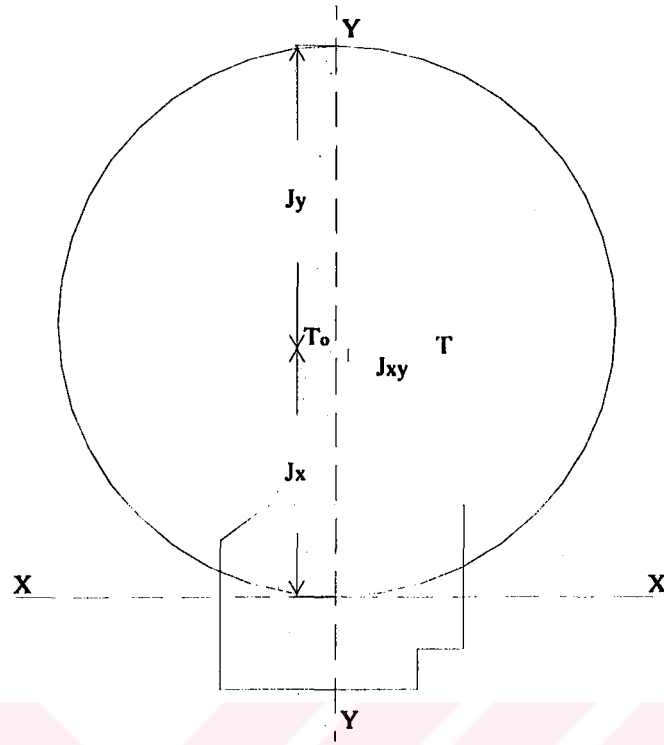
Not: Çizilen dik üzerinde çarpım atalet momenti değeri kadar uzunluk alınırken, çarpım atalet momentinin işareti dikkate alınmalıdır. Şekil 3.11’de J_{xy} pozitif kabul edilmiştir. Negatif olması durumunda T_o ’dan çapa çıkılacak dikin üzerinde aksi doğrultuda mesafe alınır.

4.10 Pratikte Tatbik Edilen Çizim Yolunun Açıklanması

Kesitin birbirine dik x ve y eksenlerine göre atalet ve çarpım atalet momenti (J_x , J_y ve J_{xy}) değerleri bulunur. Bu üç değere dayanarak mohr atalet dairesi çizilir. Dikkat edilmesi gereken, mohr atalet dairesinin kesitin merkezinden geçmesi ve çapının J_x , J_y atalet momentlerinin toplamına eşit olmasıdır.



Şekil 3.12 Mohr atalet dairesinin y eksenine teğet çizilmesi

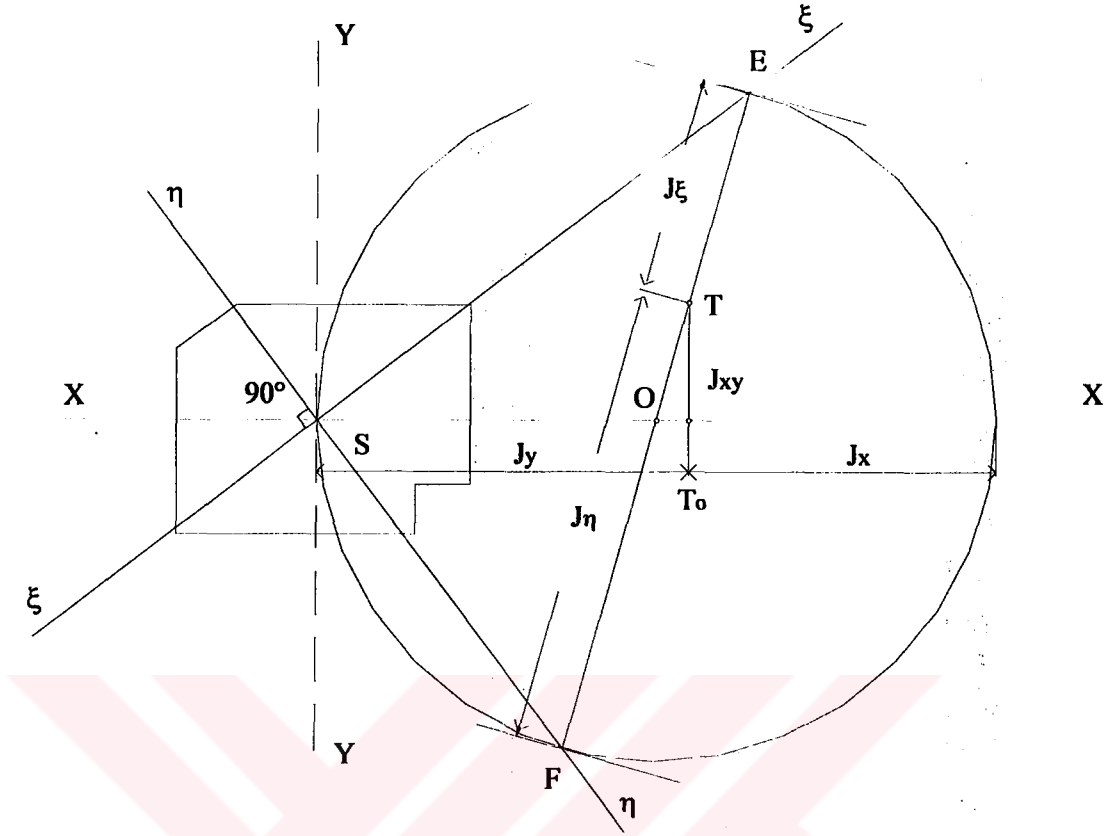


Şekil 3.13 Mohr atalet dairesinin x eksenine teğet çizilmesi

Mohr atalet dairesi Şekil 3.12'de y eksenine, Şekil 3.13'de ise x eksenine teğet çizilmiştir. T_o noktası bulunurken, daire hangi eksene teğet ise o eksene ait atalet momentinin ele alındığına önemle dikkat edilmelidir.

Çizilen mohr dairesinde esas eksenlerin yeri tayin edilir. Bunun için sonuçlar kısmında (Bölüm 4.8) yer alan 2. maddeden yararlanılır. Bulunan T noktası ile dairenin merkezi O noktasından geçen doğrunun, daireyi kestiği noktalar aynı zamanda ξ - ξ ve η - η esas eksenlerinin de daireyi kestiği noktalardır. Şekil 3.14'de E ve F olarak gösterilen bu noktalar ile kesit merkezi olan S noktası birleştirildiği takdirde esas eksenler elde edilmiş olur.

Bu eksenlere göre atalet momentleri şekil üzerinde bulunur. Şekil 3.14'de görüldüğü gibi ET mesafesi J_ξ ve FT mesafesi J_η atalet momenti değerlerine eşittir.



Şekil 3.14 Mohr atalet dairesi ile esas eksenlerin bulunması

4.11 İspat

Şeklin geometrisinden yola çıkarak yöntemin ispatını yapmak mümkündür. Mohr atalet dairesinin çapının polar atalet momentine eşit olduğu bilinmektedir. Buna göre dairenin yarıçapı,

$$J_p = J_x + J_y \Rightarrow \frac{J_x + J_y}{2} \text{ ve } \overline{OT}_o = \frac{J_x + J_y}{2} - J_x = \frac{J_y - J_x}{2} \quad (3.23)$$

ifadesine eşittir. Buna göre,

$$\overline{OT} = \sqrt{(\overline{OT}_o)^2 + (J_{xy})^2} \quad (3.24)$$

ifadesi bulunur. Bu ifadelerden yararlanarak ve şekil üzerinde bu mesafelerin yarıçap ile geometrik ilişkisi göz önünde bulundurularak J_{ξ} ve J_{η} atalet momenti değerlerini veren aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$J_{\eta} = \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$$

$$J_{\xi} = \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$$

$$\tan 2\varphi = \frac{J_{xy}}{\frac{J_y - J_x}{2}} = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x} \Rightarrow \tan 2\varphi = \frac{-2J_{xy}}{J_x - J_y}$$

Elde edilen bu denklemler daha önce ‘Döndürülmüş Eksenlere Göre J_x , J_y ve J_{xy} Değerlerinin Bulunması’ konusu (bölüm 4.6) içinde hesap ile elde edilen (3.12), (3.13), ve (3.14) denklemlerinin aynısıdır. Böylece yöntemin doğruluğu ispatlanmış olmaktadır.

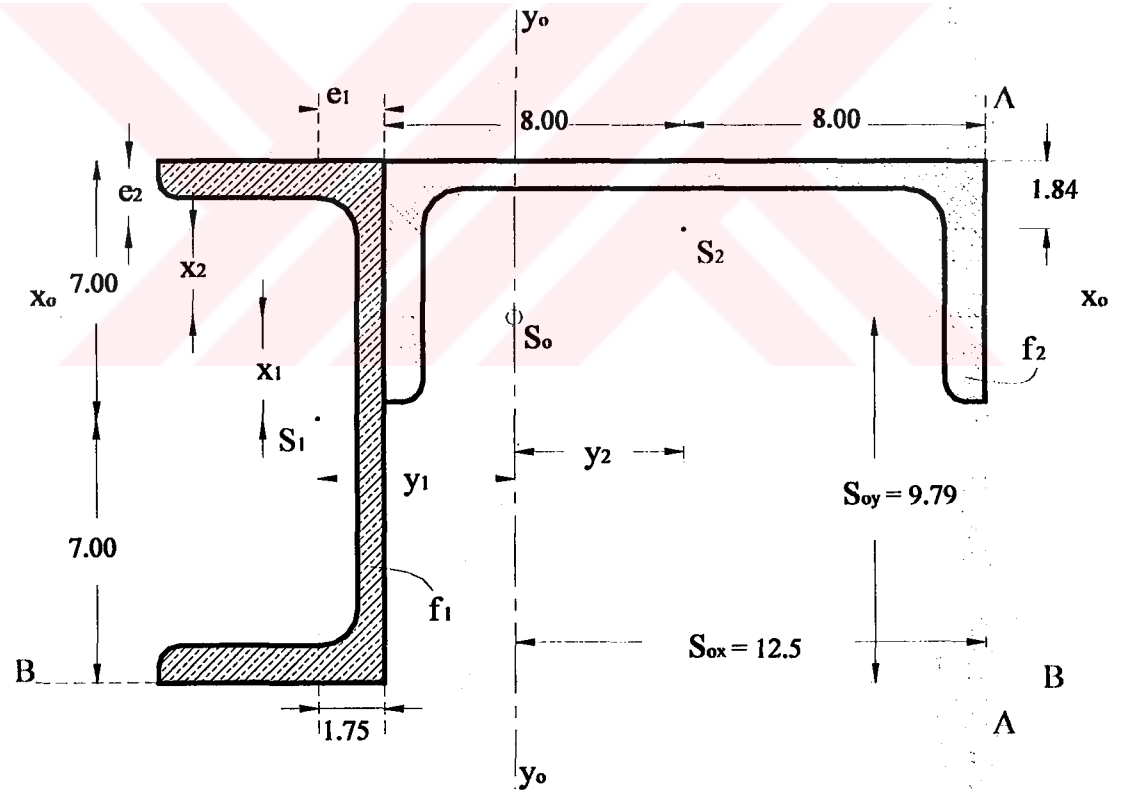
4.12 Sonuç

Daha önce de bahsedildiği gibi simetrik olmayan birleşik kesitlerde çekirdek alanı bulunurken esas eksenler kullanılır. Bu çizim yöntemi sayesinde herhangi bir kesite ait esas eksenler kolayca bulunabilmektedir.

Ayrıca bu yöntemle hesap yapılmadan şekil üzerinde mesafe ölçülerek, esas eksenlere ait atalet momentlerini, dolayısıyla kesitin maksimum ve minimum atalet momentlerini bulmak mümkündür. Farklı bir yaklaşımda hesapla bulunan değerlerin kontrolü de bu çizim yöntemi ile yapılabilir.

Örnek 3.1'de daha sonra çekirdek alanı hesaplanacak simetrik olmayan bir birleşik kesit verilmiştir. Bu örnekte çekirdek alanın bulunmasında bilinmesi zorunlu olan esas eksenlerin nasıl elde edileceği örneklenmiş ve bu bölümde ayrıntılı olarak anlatılan yöntemin uygulaması yapılmıştır.

Örnek 4.1 : Bir U 14 ve bir U 16 profili aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi birleştirilerek, simetrik olmayan bir bileşik kesit oluşturulmuştur. Bu bileşik kesitin $J_{x_0y_0}$ çarpım atalet momentini, esas eksenlerini (ξ - ξ ve η - η eksenleri) ve bu eksenlere göre J_ξ ve J_η atalet momentlerini mohr atalet dairesi çizim yöntemi ile bulunuz. Daha sonra hesap yöntemi ile kontrolünü yapınız [17, 18].



Şekil 3.15 U 14 ve U 16 profilinden oluşan bir birleşik kesit örneği

Çözüm: Profil tablosundan elde ettiğimiz bilgiler;

$$\text{U 14 için; } F_1 = 20.40 \text{ cm}^2 \quad J_x = 605.00 \text{ cm}^4 \quad h = 14.00 \text{ cm}$$

$$e_1 = 1.75 \text{ cm} \quad J_y = 62.70 \text{ cm}^4 \quad b = 6.00 \text{ cm}$$

$$\text{U 16 için; } F_1 = 24.00 \text{ cm}^2 \quad J_x = 925.00 \text{ cm}^4 \quad h = 16.00 \text{ cm}$$

$$e_1 = 1.84 \text{ cm} \quad J_y = 85.30 \text{ cm}^4 \quad b = 6.50 \text{ cm}$$

Öncelikle bu birleşik kesitin S_0 ağırlık merkezinin yerini bulunması gerekir. A-A ve B-B eksenleri yardımı ile S_0 noktası belirlenir.

$$S_{0x} = \frac{20.40 \times (16.00 + 1.75) + 24.00 \times 8.00}{20.40 + 24.00} = \frac{554.10}{44.40} \cong 12.50 \text{ cm}$$

$$S_{0y} = \frac{20.40 \times 7.00 + 24.00 \times (14.00 - 1.84)}{20.40 + 24.00} = \frac{434.60}{44.40} \cong 9.79 \text{ cm}$$

S_0 noktası belirlendikten sonra J_{x_0} ve J_{y_0} atalet momentleri kolaylıkla hesaplanabilir. Ancak atalet momentleri hesaplanırken profillerin duruş biçimlerine çok dikkat edilmelidir.

$$J_{x_0} = \underbrace{J_x + F \times (9.79 - 7.00)^2}_1 + \underbrace{J_y + F \times (14.0 - 9.79 - 1.84)^2}_2$$

$$J_{x_0} = 605.00 + 20.40 \times 2.79^2 + 85.30 + 24.00 \times 2.37^2 \cong 984.00 \text{ cm}^4$$

$$J_{y_0} = \underbrace{J_y + F \times (16.00 - 12.50 + 1.75)^2}_1 + \underbrace{J_x + F \times (12.50 - 8.00)^2}_2$$

$$J_{y_0} = 62.70 + 20.40 \times 5.25^2 + 925.00 + 24.00 \times 4.50^2 \cong 2036.00 \text{ cm}^4$$

Şekil 3.15'den yararlanarak x, y mesafeleri hesaplanır;

$$x_1 = 9.79 - 7.00 = 2.79 \text{ cm} \quad y_1 = 16.00 + 1.75 - 12.50 = 5.25 \text{ cm}$$

$$x_2 = 14.00 - 1.84 - 9.79 = 2.37 \text{ cm} \quad y_2 = 12.50 - 8.00 = 4.50 \text{ cm}$$

Buna göre $J_{x_0y_0}$ değeri;

$$J_{x_0y_0} = 20.40 \times 2.79 \times 5.25 + 24.00 \times 2.37 \times 4.50 = 555.00 \text{ cm}^4$$

Mohr atalet dairesinin çizilmesi: Bulunan bu değerler mohr atalet dairesini çizmek için yeterlidir. Değerler büyük olduğu için belli bir ölçek oranında küçülterek çizilmesi gerekmektedir. S_0 noktasından geçen x_0 eksenine teğet, y_0 eksenine üzerine yerleştirilmiş ve çapı $J_{x_0} + J_{y_0} = 3020.00 \text{ cm}^4$ olan bir daire çizilir (Şekil 3.16).

T atalet merkezinin bulunması: x_0 eksenine teğet çizildiğinden dolayı, S_0 noktasından itibaren çap üzerinde $J_{x_0} = 984 \text{ cm}^4$ kadar mesafe alınıp T_0 noktasını belirlenir. T_0 noktasından çıkılan dik üzerinde $J_{x_0y_0} = 555 \text{ cm}^4$ değeri alındığında T atalet merkezi bulunmuş olur.

Esas eksenlerin bulunması: T noktası ile dairenin merkezinden geçen bir doğru çizilir, esas eksenler bu doğrunun daireyi kestiği A ve B noktalarından geçer. Bu noktaları S_0 noktasıyla birleştirerek, esas eksenler; ξ ve η eksenleri elde edilir.

$$\overline{BT} = J_{\eta} \quad \overline{TA} = J_{\xi}$$

değerlerine eşittir. Mesafeler şekil üzerinde ölçülüp, ölçek oranında büyütüldüğü takdirde elde edilen değerler;

$$J_{\eta} = 2275 \text{ cm}^4 \quad \text{ve} \quad J_{\xi} = 745 \text{ cm}^4$$

Aynı şekilde y_0 ile η ve x_0 ile ξ eksenleri arasındaki açı, yani eksenlerin ne kadar döndürüldüğünü gösteren açı α ölçülür. $\alpha = 23^\circ$ olarak bulunur.

Bulunan değerlerin hesapla kontrolü:

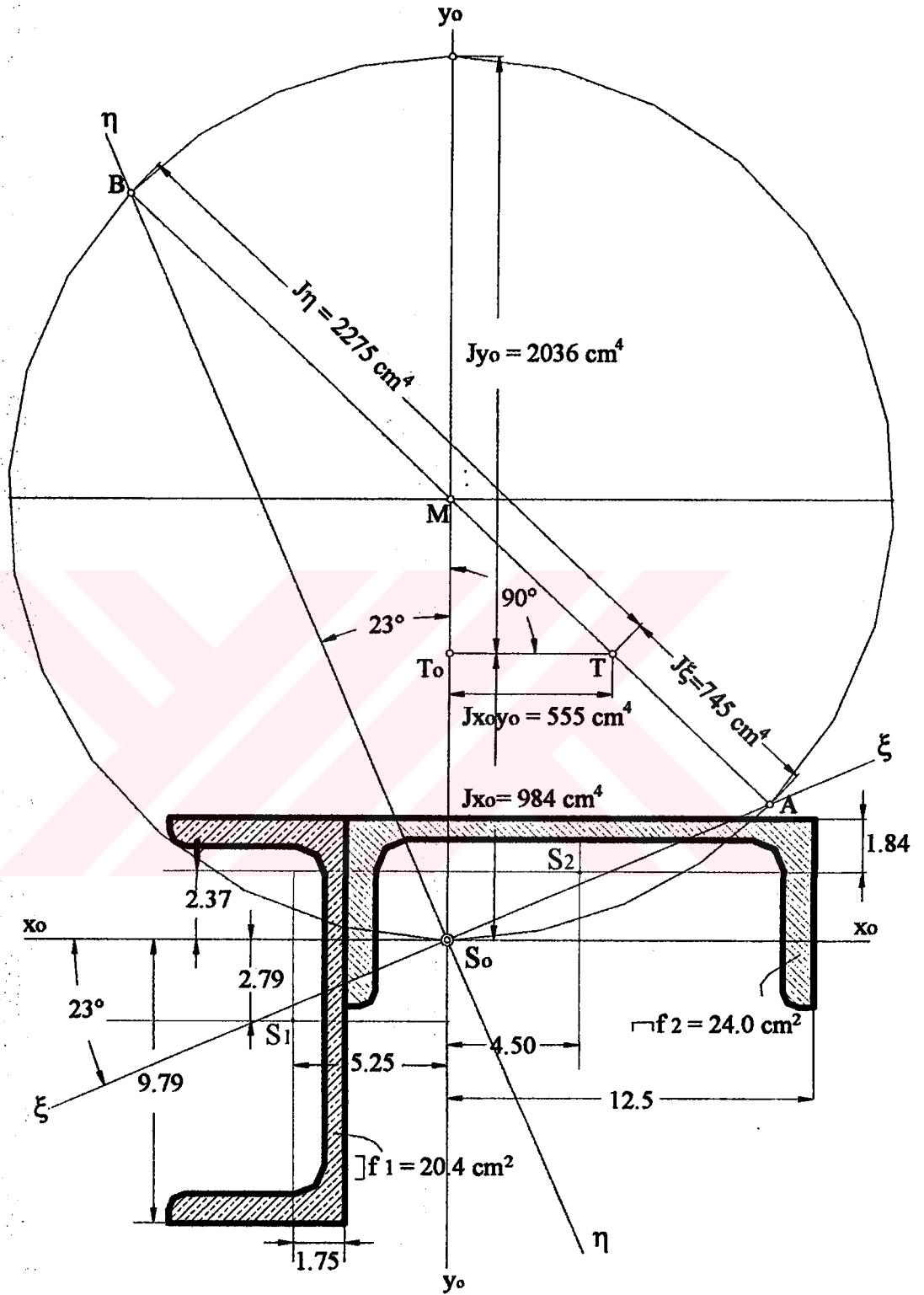
$$J_\eta = \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$$

$$J_\eta = \frac{984 + 2036}{2} + \sqrt{\left(\frac{2036 - 984}{2}\right)^2 + 555^2} \cong 2275 \text{ cm}^4$$

$$J_\xi = \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$$

$$J_\xi = \frac{984 - 2036}{2} - \sqrt{\left(\frac{2036 - 984}{2}\right)^2 + 555^2} \cong 745 \text{ cm}^4$$

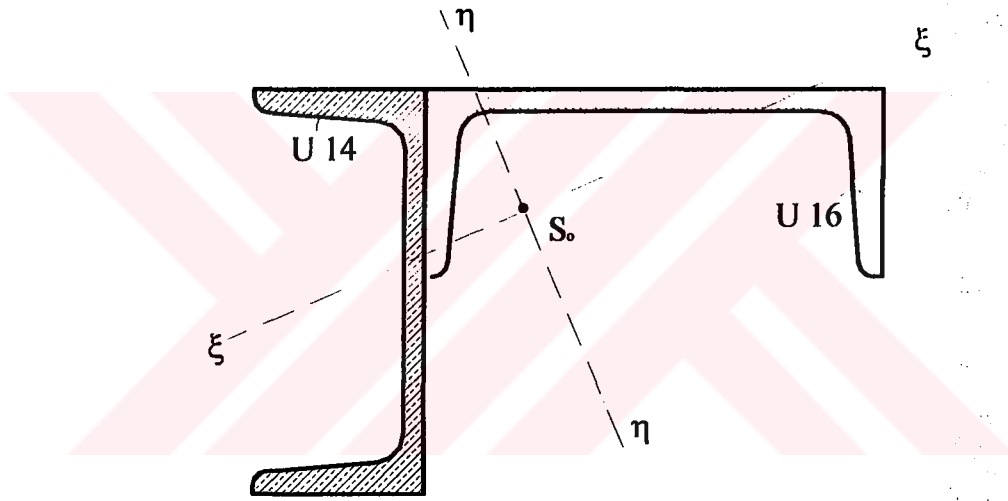
$$\text{tg}2\alpha = \frac{-2 \times 555}{984 - 2036} = 1.0551 \Rightarrow \alpha = 23^\circ$$



Şekil 3.16 Söz konusu kesitte 'Mohr Atalet Dairesi Çizim Yöntemi'nin uygulanması

5. FARKLI ŞEKİLLERDE TEŞKİL EDİLMİŞ BİRLEŞİK KESİTLİ ÇELİK PROFİLLERİN ÇEKİRDEK ALANLARININ BULUNMASI

Örnek 5.1 Şekil 4.1’de görülen, bir U 14 ve bir U 16 profilinin birleşmesiyle elde edilmiş birleşik kesitin, çekirdek alanını belirleyiniz.

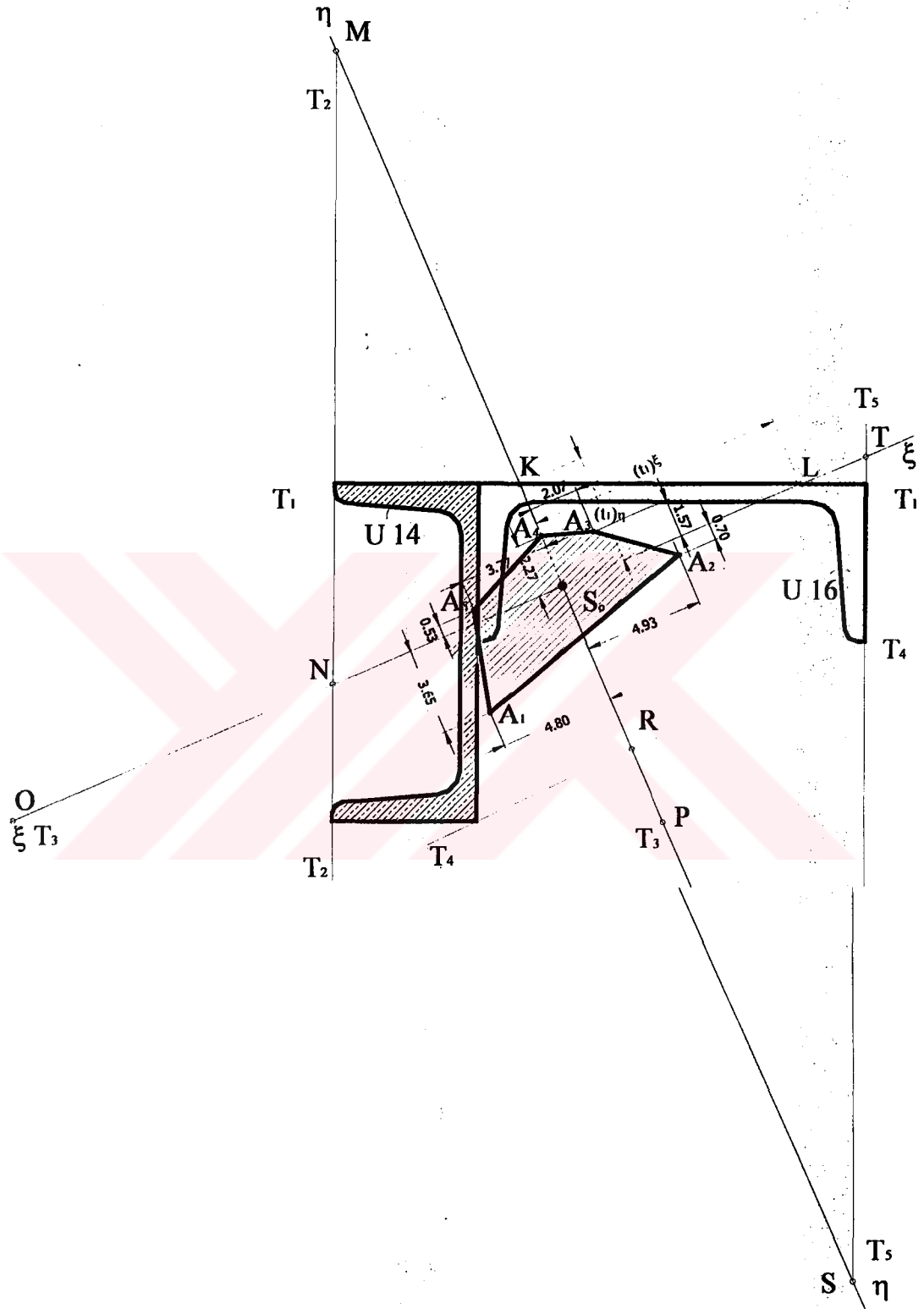


Şekil 4.1 U 14 ve U 16 profilinden oluşan birleşik kesit

Çözüm : Bileşik kesit simetrik değildir, bu nedenle çekirdek alanı bulunurken esas eksenler göz önünde bulundurulmalıdır. Çözümde, 3. Bölümde aynı şekilde teşkil edilmiş birleşik kesitin esas eksenleri olarak hesaplanan, ξ ve η eksenleri kullanılmıştır. Profil tablosundan alınan değerler:

$$F = 44.4 \text{ cm}^2, \quad J_{\eta} = 2275 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_{\eta}^2 = \frac{J_{\eta}}{F} = \frac{2275}{44.4} = 51.24 \text{ cm}^2$$

$$J_{\xi} = 745 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_{\xi}^2 = \frac{J_{\xi}}{F} = \frac{745}{44.4} = 16.78 \text{ cm}^2$$



Şekil 4.2 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

Kesiti bir tarafta bırakan T_1, T_2, T_3, T_4 ve T_5 teğetlerini sıfır çizgisi kabul eden A tatbik noktaları çekirdek alanının sınırını belirler.

A_1 tatbik noktasının bulunması: T_1-T_1 teğetinin ξ ve η eksenlerini kesmiş olduğu K ve L noktalarının eksene olan mesafeleri bulunmalıdır.

Not 1 : Daha önceki bölümlerde, sıfır çizgisi olarak kabul edilen teğet çizgilerinin eksenleri kestiği noktaların, eksene olan uzaklıkları m ve n harfleri ile sembolize edilmiştir. Bundan sonraki örneklerde kolaylık olması açısından t ve söz konusu eksene göre t_x, t_y, t_ξ ile t_η ifadeleri kullanılmıştır.

Not 2 : Çizim ölçekli olduğundan mesafeler ölçülerek bulunmuştur.

$KS_o = (t_1)_\eta$ olsun; $(t_1)_\eta \cong 4.60$ cm 'dir.

$$(t_1)_\eta \times (A_1)_\eta = i_\xi^2 \Rightarrow (A_1)_\eta = \frac{i_\xi^2}{(t_1)_\eta} = \frac{16.78}{4.60} \cong 3.65 \text{ cm}$$

$LS_o = (t_1)_\xi$ olsun; $(t_1)_\xi \cong 10.7$ cm 'dir.

$$(t_1)_\xi \times (A_1)_\xi = i_\eta^2 \Rightarrow (A_1)_\xi = \frac{i_\eta^2}{(t_1)_\xi} = \frac{51.24}{10.7} \cong 4.80 \text{ cm}$$

$(A_1)_\xi$ ve $(A_1)_\eta$ ifadeleri, A_1 tatbik noktasının koordinatlarıdır. $A_1(4.80, 3.65)$

A_2 tatbik noktasının bulunması: T_2 teğetinin eksenleri kestiği noktalar M ve N' dir.

$$MS_o = (t_2)_\eta \cong 24.10 \text{ cm} \quad (t_2)_\eta \times (A_2)_\eta = i_\xi^2 \Rightarrow (A_2)_\eta = \frac{16.78}{24.1} \cong 0.70 \text{ cm}$$

$$NS_o = (t_2)_\xi \cong 10.40 \text{ cm} \quad (t_2)_\xi \times (A_2)_\xi = i_\eta^2 \Rightarrow (A_2)_\xi = \frac{51.24}{10.4} = 4.93 \text{ cm}$$

Buna göre, $A_2(4.93, 0.70)$ 'dir.

A_3 tatbik noktasının bulunması; T_3 teğetinin eksenleri kestiği noktalar P ve O 'dur.

$$PS_0 = (t_3)_\eta \cong 10.66 \text{ cm} \Rightarrow (A_3)_\eta = \frac{16.78}{10.66} = 1.57 \text{ cm}$$

$$OS_0 = (t_3)_\xi \cong 24.78 \text{ cm} \Rightarrow (A_3)_\xi = \frac{51.24}{24.78} = 2.07 \text{ cm}$$

Buna göre, $A_3(2.07, 1.57)$ 'dir.

A_4 tatbik noktasının bulunması; T_4 - T_4 eksenini ξ eksenine paralel değildir. Ancak paralellığe çok yakın olduğu için A_4 noktasının η eksenini üzerinde olduğu kabul edilmiştir. T_4 teğetinin η eksenini kestiği nokta R noktasıdır.

$$RS_0 = (t_4)_\eta \cong 7.39 \text{ cm} \Rightarrow (A_4)_\eta = \frac{16.78}{7.39} = 2.27 \text{ cm}$$

Buna göre, $A_4(0, 2.27)$ 'dir.

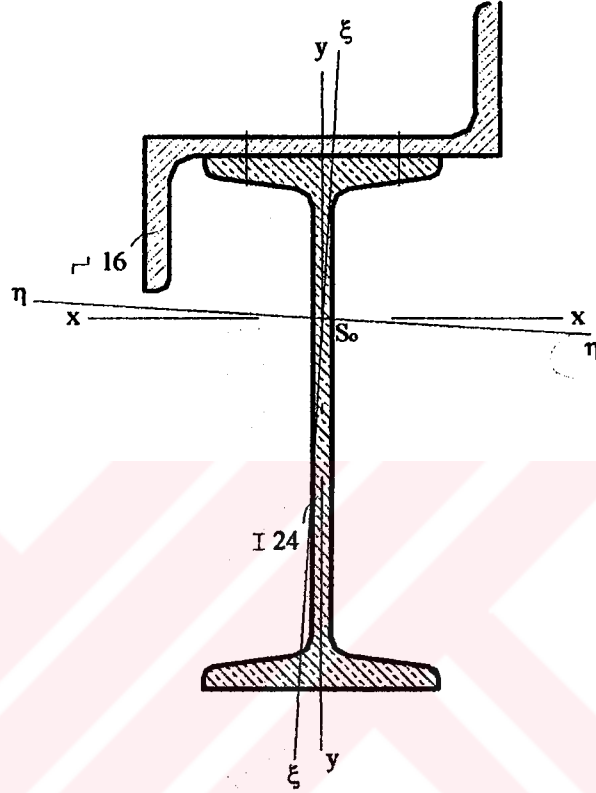
A_5 tatbik noktasının bulunması; T_5 teğetinin eksenleri kestiği noktalar S ve T'dir.

$$SS_0 = (t_5)_\eta \cong 31.64 \text{ cm} \Rightarrow (A_5)_\eta = \frac{16.78}{31.64} = 0.53 \text{ cm}$$

$$TS_0 = (t_5)_\xi \cong 13.61 \text{ cm} \Rightarrow (A_5)_\xi = \frac{51.24}{13.61} = 3.77 \text{ cm}$$

Buna göre, $A_5(3.77, 0.53)$ 'dir.

Örnek 4.2 I 24 ve Z 16 profillerinden, Şekil 4.3'de görüldüğü gibi teşkil edilerek oluşturulmuş birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.

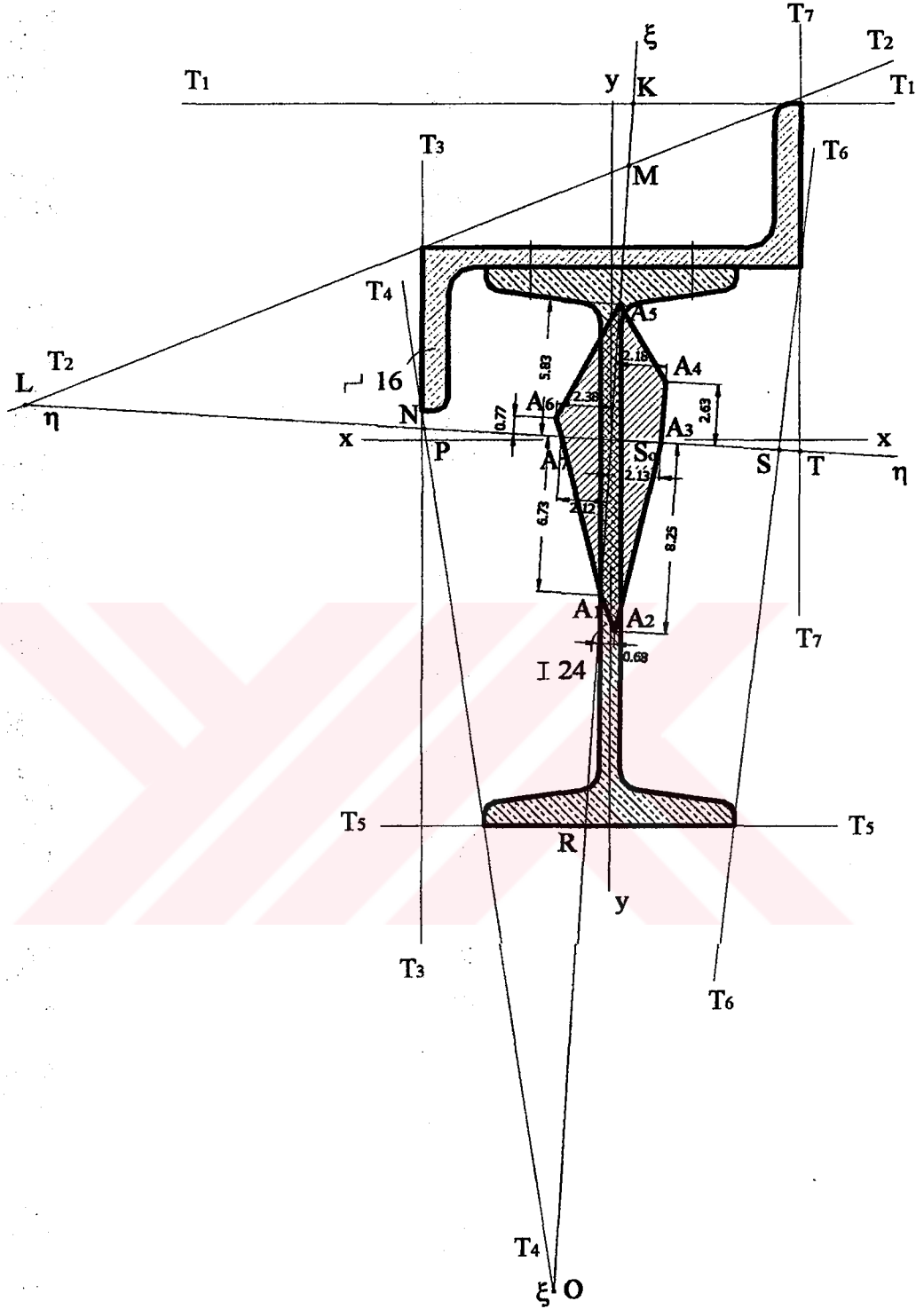


Şekil 4.3 I 24 ve Z 16 profilinden oluşan birleşik kesit

Çözüm : Bu birleşim de simetrik olmayan bir birleşimdir, dolayısıyla çekirdek alanı bulunurken profil tablosundan alınan, x-y eksenleri yerine bu eksenlerin $\alpha = 86^\circ$ döndürülmesi ile elde edilmiş olan ξ ve η esas eksenleri göz önüne alınacaktır. Profil tablosundan alınan değerler:

$$F = 73.6 \text{ cm}^2, \quad J_\eta = 1252 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_\eta^2 = \frac{J_\eta}{F} = \frac{1252}{73.6} = 17.011 \text{ cm}^2$$

$$J_\xi = 7142 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_\xi^2 = \frac{J_\xi}{F} = \frac{7142}{73.6} = 97.038 \text{ cm}^2$$



Şekil 4.4 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

A_1 tatbik noktasının bulunması: T_1 - T_1 teğetinin η - η eksenlerini kestiği noktanın diğer eksene olan mesafesi oldukça fazladır, dolayısıyla tatbik noktasının S_0 .

noktasına η eksenini yönündeki mesafesi ihmal edilebilecek kadar küçüktür. T_1 teğetinin ξ eksenini kestiği nokta K noktasıdır.

$$KS_o = t_1 \cong 14.427 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_\eta^2 \Rightarrow A_1 = \frac{i_\eta^2}{t_1} = \frac{97.038}{14.427} = 6.73 \text{ cm}$$

A_2 tatbik noktasının bulunması: T_2 teğetinin eksenleri kestiği nokta L ve M 'dir.

$$LS_o = (t_2)_\eta \cong 24.865 \text{ cm} \quad (t_2)_\eta \times (A_2)_\eta = i_\xi^2 \Rightarrow (A_2)_\eta = \frac{17.011}{24.865} \cong 0.684 \text{ cm}$$

$$MS_o = (t_2)_\xi \cong 11.763 \text{ cm} \quad (t_2)_\xi \times (A_2)_\xi = i_\eta^2 \Rightarrow (A_2)_\xi = \frac{97.038}{11.763} \cong 8.25 \text{ cm}$$

A_3 tatbik noktasının bulunması: T_3 teğetinin η - η eksenini kestiği nokta N 'dir.

$$NS_o = t_3 \cong 8.00 \text{ cm} \quad t_3 \times A_3 = i_\xi^2 \Rightarrow A_3 = \frac{17.011}{8.00} = 2.129 \text{ cm}$$

A_4 tatbik noktasının bulunması: T_4 teğetinin eksenleri kestiği noktalar O ve P 'dir.

$$OS_o = (t_4)_\xi \cong 36.863 \text{ cm} \quad (t_4)_\xi \times (A_4)_\xi = i_\eta^2 \Rightarrow (A_4)_\xi = \frac{97.038}{36.863} = 2.63 \text{ cm}$$

$$PS_o = (t_4)_\eta \cong 7.791 \text{ cm} \quad (t_4)_\eta \times (A_4)_\eta = i_\xi^2 \Rightarrow (A_4)_\eta = \frac{17.011}{7.791} = 2.183 \text{ cm}$$

A_5 tatbik noktasının bulunması: T_5 teğetinin ξ eksenini kestiği nokta R 'dir.

$$RS_o = (t_5)_\xi \cong 16.631 \text{ cm} \quad (t_5)_\xi \times A_5 = i_\eta^2 \Rightarrow A_5 = \frac{97.038}{16.631} = 5.835 \text{ cm}$$

A₆ tatbik noktasının bulunması: T₆ teğetinin ξ eksenini kestiği nokta S_o 'dan yaklaşık 126 cm uzaklığındadır.

$$(t_6)_\xi \cong 126.00 \text{ cm} \quad (t_6)_\xi \times (A_6)_\xi = i_\eta^2 \Rightarrow (A_6)_\xi = \frac{97.038}{126} = 0.77 \text{ cm}$$

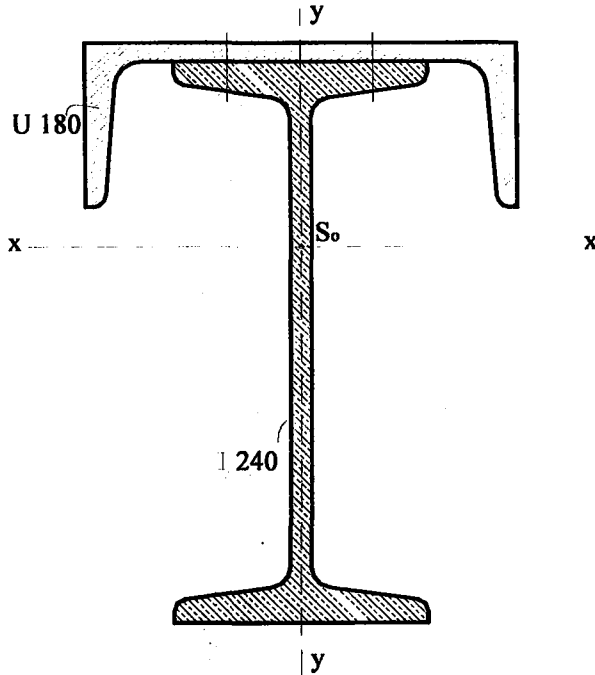
T₆ teğetinin η eksenini kestiği nokta S noktasıdır.

$$SS_o = (t_6)_\eta \cong 7.132 \text{ cm} \quad (t_6)_\eta \times (A_6)_\eta = i_\xi^2 \Rightarrow (A_6)_\eta = \frac{17.011}{7.132} = 2.385 \text{ cm}$$

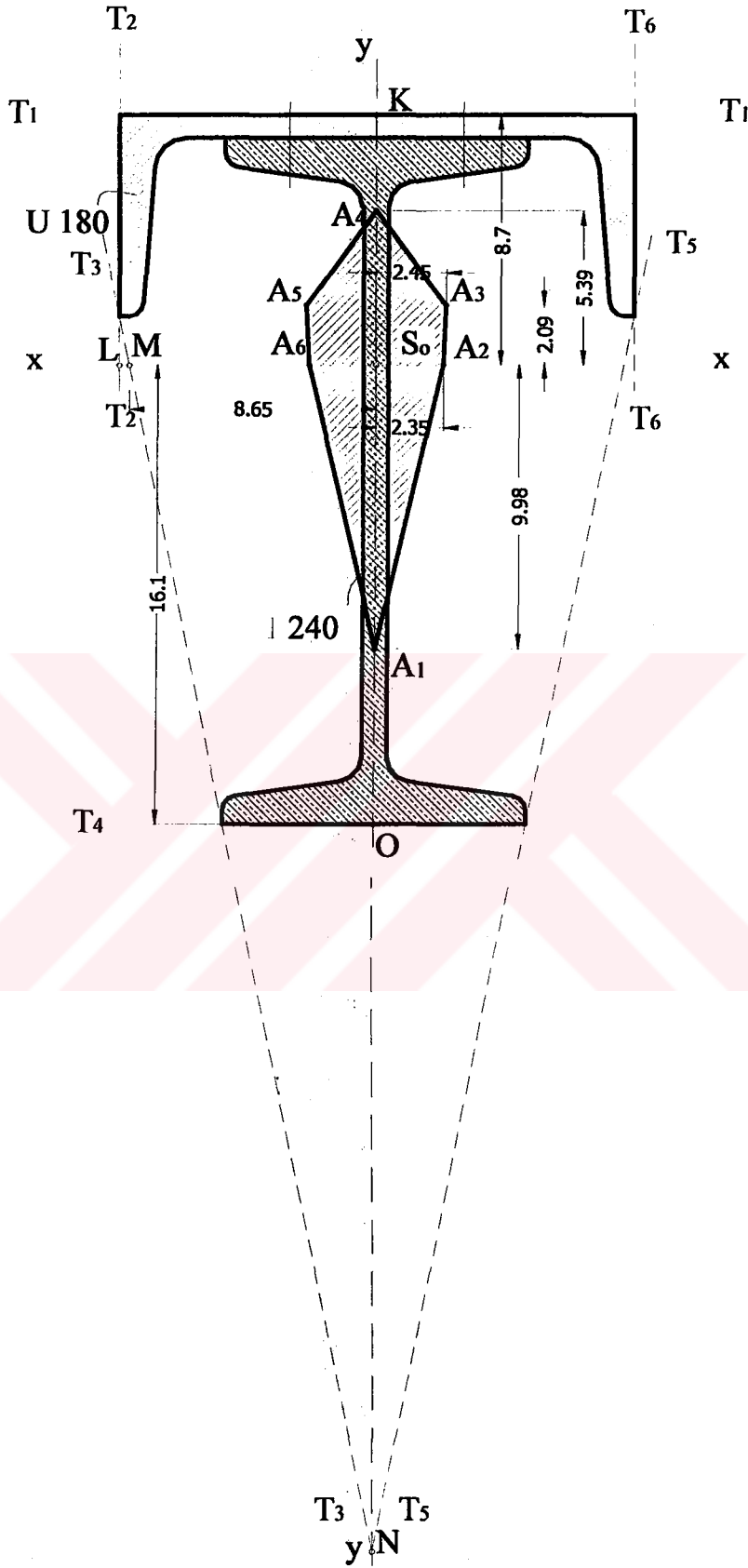
A₇ tatbik noktasının bulunması: T₇ teğetinin η eksenini kestiği nokta T noktasıdır.

$$TS_o = t_7 \cong 8.015 \text{ cm} \quad t_7 \times A_7 = i_\xi^2 \Rightarrow A_7 = \frac{17.011}{8.015} = 2.12 \text{ cm}$$

Örnek 5.3 Aşağıdaki birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.



Şekil 4.5 I 24 ve U 18 profilinden oluşan birleşik kesit



Şekil 4.6 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

Çözüm: Birleşik kesit y eksenine göre simetriktir. Çekirdek alanı hesaplanırken x, y eksenleri kullanılır. Profil tablosundan alınan değerler:

$$F = 74.1 \text{ cm}^2, \quad J_x = 6430 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{6430}{74.1} = 86.78 \text{ cm}^2$$

$$J_y = 1570 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{1570}{74.1} = 21.19 \text{ cm}^2$$

A₁ noktasının bulunması; T₁ teğeti x-x eksenine paralel olduğu için A₁ tatbik noktası y-y eksenindedir.

$$KS_o = t_1 \cong 8.70 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{86.78}{8.70} = 9.98 \text{ cm}$$

A₂ noktasının bulunması; T₂ teğeti de y-y eksenine paraleldir.

$$LS_o = t_2 \cong 9.00 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_y^2 \Rightarrow A_2 = \frac{21.19}{9.00} = 2.35 \text{ cm}$$

A₃ noktasının bulunması;

$$MS_o = (t_3)_x \cong 8.65 \text{ cm} \quad (t_3)_x \times (A_3)_x = i_y^2 \Rightarrow (A_3)_x = \frac{21.19}{8.65} = 2.45 \text{ cm}$$

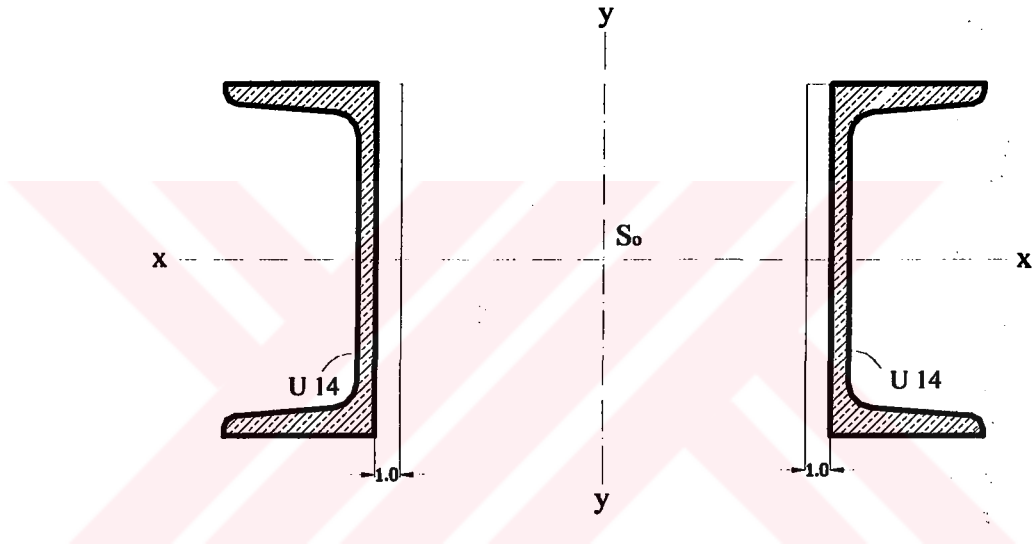
$$NS_o = (t_3)_y \cong 41.6 \text{ cm} \quad (t_3)_y \times (A_3)_y = i_x^2 \Rightarrow (A_3)_y = \frac{86.78}{41.6} = 2.09 \text{ cm}$$

A₄ noktasının bulunması;

$$OS_o = t_4 \cong 16.1 \text{ cm} \quad t_4 \times A_4 = i_x^2 \Rightarrow A_4 = \frac{86.78}{16.1} = 5.39 \text{ cm}$$

A_5 ve A_6 noktasının bulunması; Bileşik kesit y eksenine göre simetrik olduğundan dolayı A_5 y eksenine göre A_3 'ün, aynı şekilde A_6 'da y eksenine göre A_5 'in simetriğidir.

Örnek 5.4 : Şekil 4.7'de görülen bileşik kesit iki adet U 14 profilinden oluşmuştur. Kesitin çekirdek alanını bulunuz.

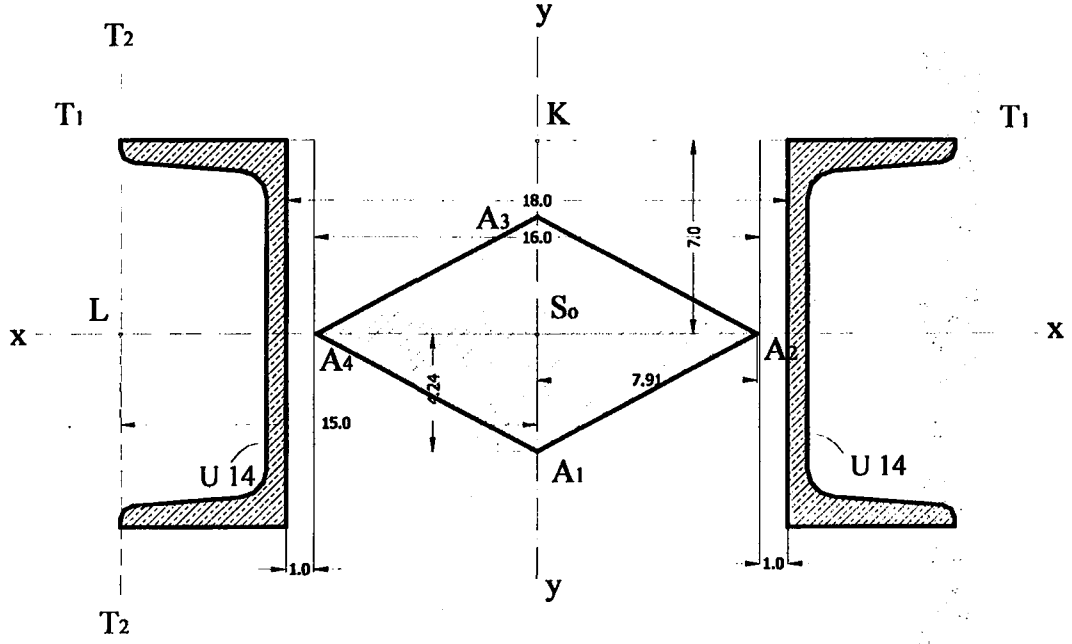


Şekil 4.7 İki adet U 14 profilinden oluşan birleşik kesit

Çözüm : Profil tablosundan alınan değerler :

$$F = 40.8 \text{ cm}^2, \quad J_x = 1210 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = 29.70 \text{ cm}^2$$

$$J_y = 4840 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_y^2 = 118.63 \text{ cm}^2$$



Şekil 4.8 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

A₁ noktasının bulunması; T₁ teğeti x eksenine paraleldir.

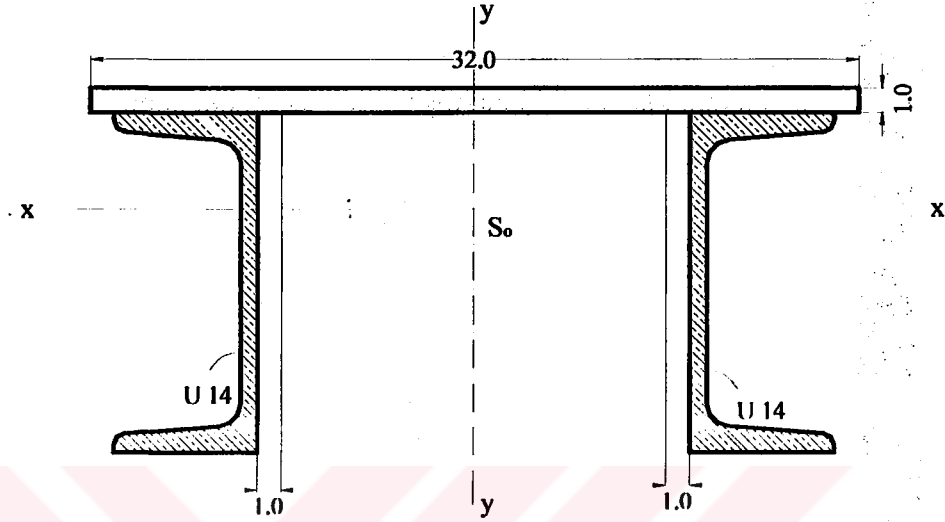
$$KS_0 = t_1 \cong 7.00 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{29.70}{7.00} = 4.24 \text{ cm}$$

A₂ noktasının bulunması; T₂- T₂ teğeti y eksenine paraleldir.

$$LS_0 = t_2 \cong 15.00 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_y^2 \Rightarrow A_2 = \frac{118.63}{15.00} = 7.91 \text{ cm}$$

A₃ ve A₄ noktasının bulunması; Kesit simetrik olduğundan A₃ noktası A₁ noktasının A₄ noktası da A₂ noktasının simetriğidir.

Örnek 5.5 : Şekil 4.7'deki birleşik kesitin üst kısmına düz bir levha monte edilerek Şekil 4.9'daki birleşik kesit elde edilmiştir, bu kesitin çekirdeğini bulunuz.



Şekil 4.9 İki adet U 14 profili ve bir levhadan oluşan birleşik kesit

Çözüm : Profil tablosunda alınan değerler:

$$F = 72.8 \text{ cm}^2 \quad J_x = 2220 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = 30.50 \text{ cm}^2$$

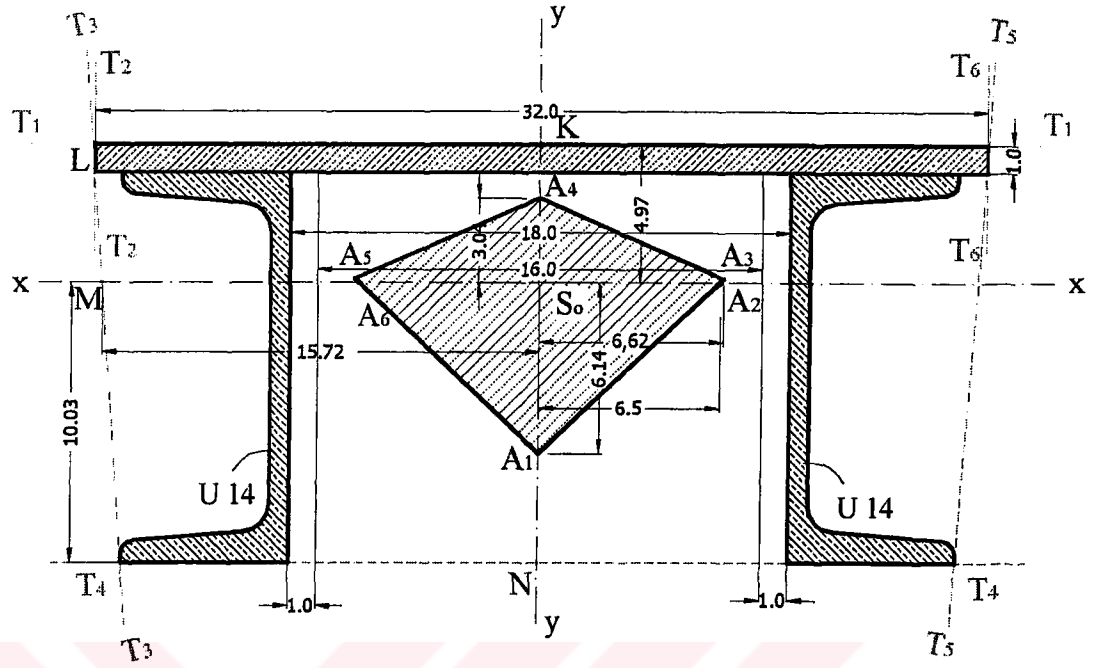
$$J_y = 7570 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_y^2 = 104 \text{ cm}^2$$

A_1 noktasının bulunması:

$$KS_0 = t_1 \cong 4.97 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{30.50}{4.97} = 6.14 \text{ cm}$$

A_2 noktasının bulunması:

$$LS_0 = t_2 \cong 16.00 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_y^2 \Rightarrow A_2 = \frac{104}{16.00} = 6.50 \text{ cm}$$



Şekil 4.10 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

A₃ noktasının bulunması:

$$MS_o = (t_3)_x \cong 15.72 \text{ cm} \quad (t_3)_x \times (A_3)_x = i_y^2 \Rightarrow (A_3)_x = \frac{104}{15.72} = 6.62 \text{ cm}$$

$$(t_3)_y \times (A_3)_y = i_x^2 \Rightarrow (A_3)_y = \frac{30.50}{217.85} = 0.14 \text{ cm}$$

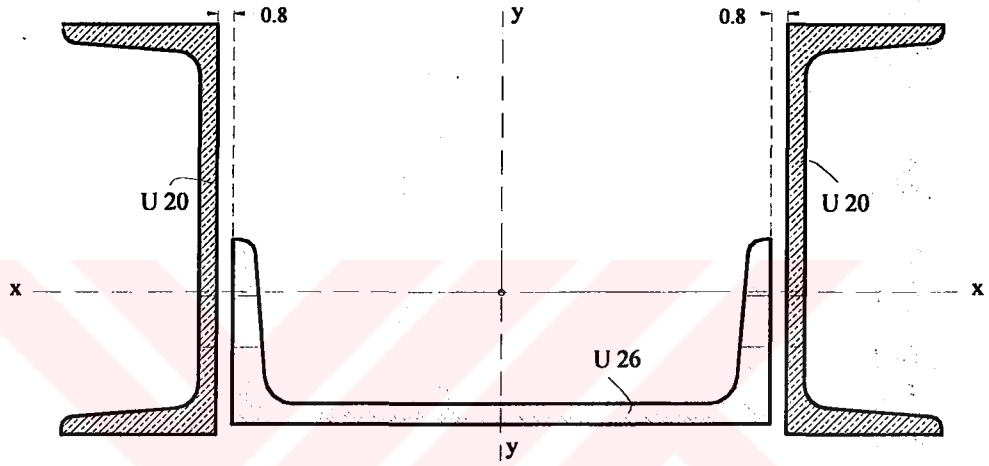
Not : T₃ teğeti y eksenini çok uzak bir noktada kesmektedir, bu noktanın x eksenine olan mesafesi çizimde ölçülerek bulunmuş; ancak şekil üstünde gösterilmemiştir.

A₄ noktasının bulunması:

$$NS_o = t_4 \cong 10.03 \text{ cm} \quad t_4 \times A_4 = i_x^2 \Rightarrow A_4 = \frac{30.50}{10.03} = 3.04 \text{ cm}$$

A₅ ve A₆ noktalarının bulunması: Şekil y-y eksenine göre simetrik olduğundan A₅ noktası A₃ noktasının, aynı şekilde A₆ noktası da A₂'nin y eksenine göre simetriğidir.

Örnek 5.6: İki adet U 20 ve bir adet U 26 profilinden meydana gelen Şekil 4.11'deki birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.



Şekil 4.11 İki adet U 20 ve bir adet U 26 profilinden oluşan birleşik kesit

Çözüm : Profil tablosundan alınan değerler:

$$F = 113 \text{ cm}^2 \quad J_x = 54440 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = 48.30 \text{ cm}^2$$

$$J_y = 21210 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_y^2 = 187.69 \text{ cm}^2$$

A₁ noktasının bulunması: T₁-T₁ teğeti y eksenine paraleldir.

$$K_{So} = t_1 \cong 13.06 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{48.30}{13.06} = 3.70 \text{ cm}$$

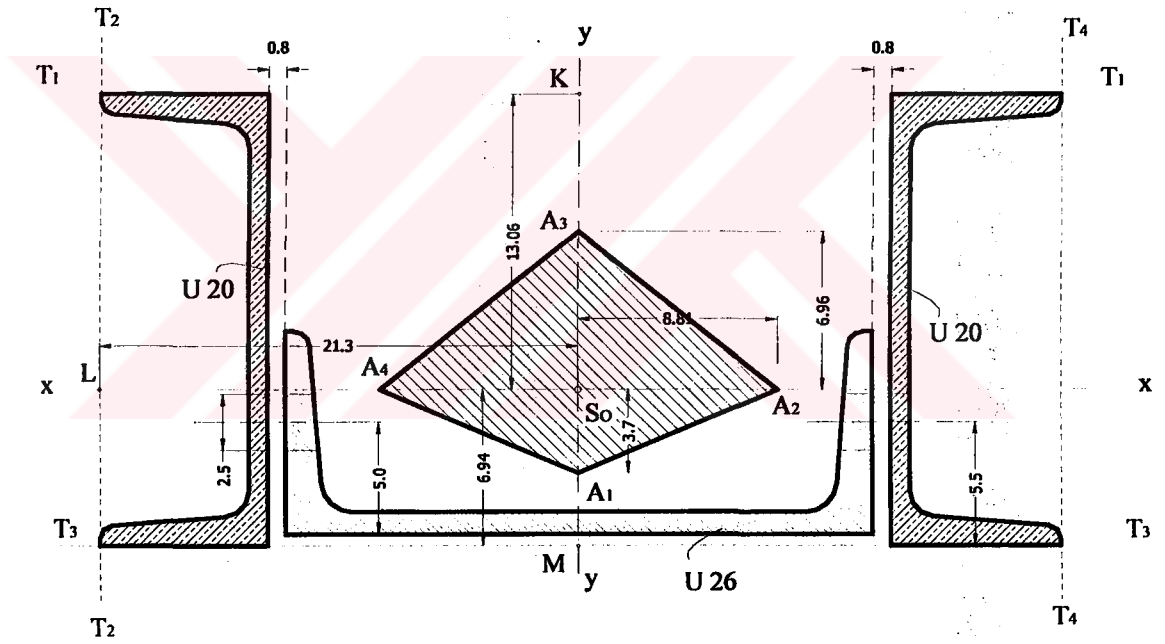
A₂ noktasının bulunması: T₂-T₂ teğeti y eksenine paraleldir.

$$L_{S_0} = t_2 \cong 21.3 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_y^2 \Rightarrow A_2 = \frac{187.69}{21.3} = 8.81 \text{ cm}$$

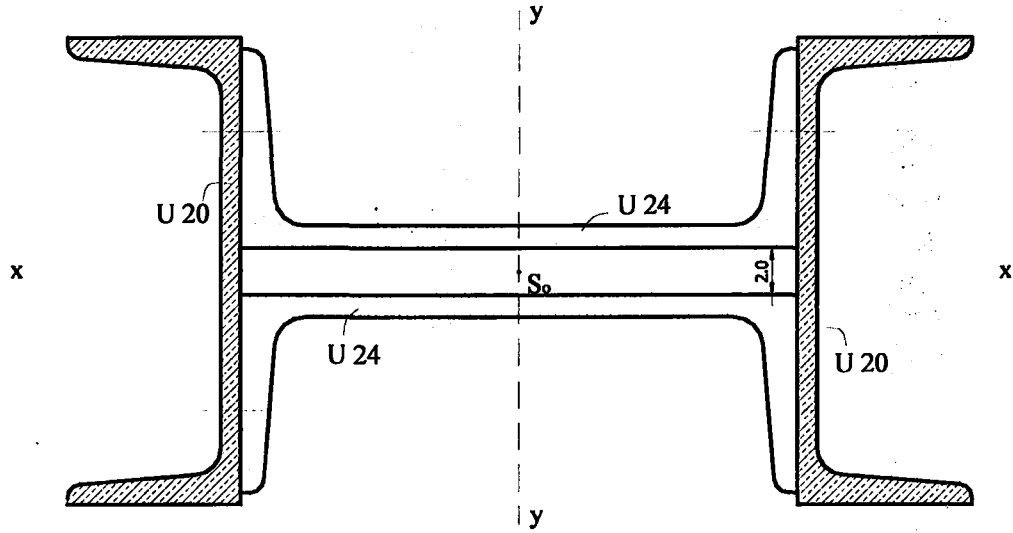
A₃ noktasının bulunması; T₃-T₃ teğeti y eksenine paraleldir.

$$M_{S_0} = t_3 \cong 6.94 \text{ cm} \quad t_3 \times A_3 = i_x^2 \Rightarrow A_3 = \frac{48.30}{6.94} = 6.96 \text{ cm}$$

A₄ noktasının bulunması; A₄ noktası A₂'nin y eksenine göre simetriğidir.



Şekil 4.12 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi



Şekil 4.13 İkişer adet U 20 ve U 24 profilinden oluşan birleşik kesit

Örnek 5.7 : İkişer adet U 20 ve bir U 24 profilinden oluşturulan Şekil 4.13'deki birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.

Çözüm : Profil tablosundan alınan değerler :

$$F = 149 \text{ cm}^2 \quad J_x = 5200 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = 34.9 \text{ cm}^2$$

$$J_y = 2013 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_y^2 = 135.1 \text{ cm}^2$$

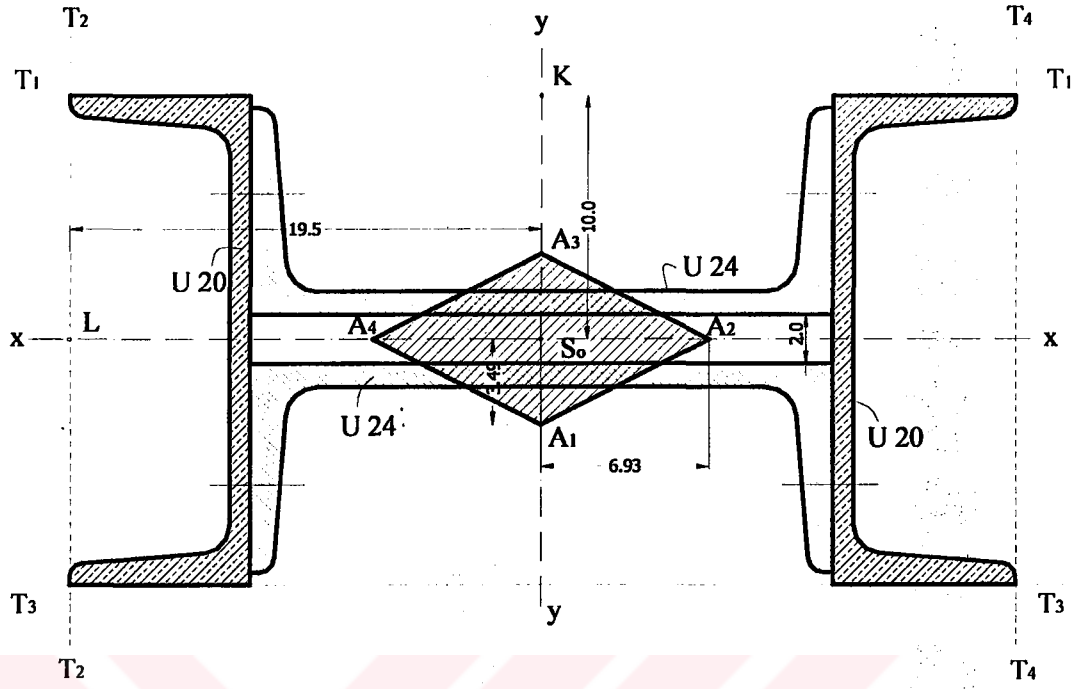
A₁ noktasının bulunması:

$$KS_0 = t_1 \cong 10.00 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{34.90}{10.00} = 3.49 \text{ cm}$$

A₂ noktasının bulunması:

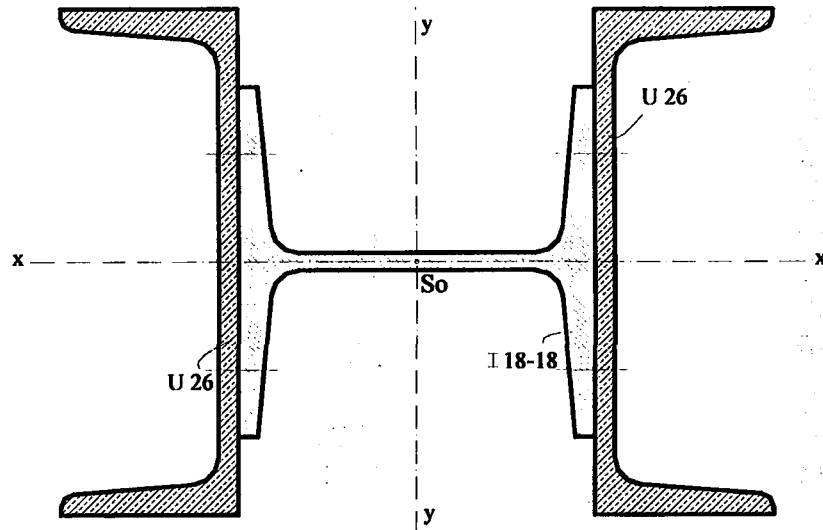
$$LS_0 = t_2 \cong 19.5 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_y^2 \Rightarrow A_2 = \frac{135.1}{19.5} = 6.93 \text{ cm}$$

A₃ ve A₄'nın bulunması: A₃ noktası A₁'in A₄ noktası A₂'nin simetriğidir.

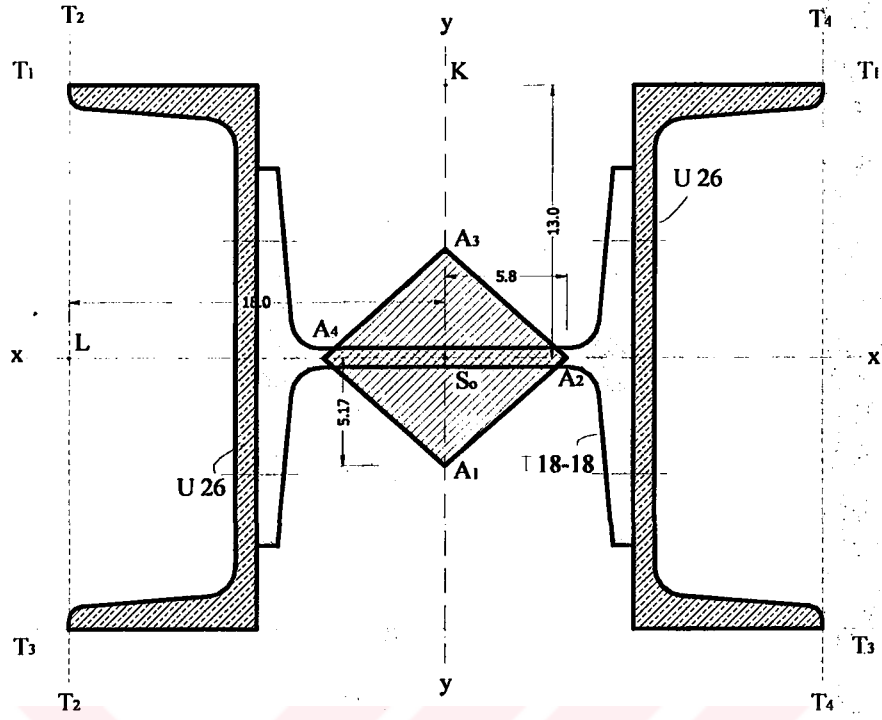


Şekil 4.14 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

Örnek 5.8 : İki adet U 26 ve bir adet I 18-18 (geniş başlıklı I profili) 'den teşkil edilmiş, Şekil 4.15'de görülen birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.



Şekil 4.15 İki adet U 26 ve bir adet I 18-18 profilinden oluşan birleşik kesit



Şekil 4.16 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

Çözüm : Profil tablosundan alınan değerler :

$$F = 161 \text{ cm}^2 \quad J_x = 10810 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = 67.14 \text{ cm}^2$$

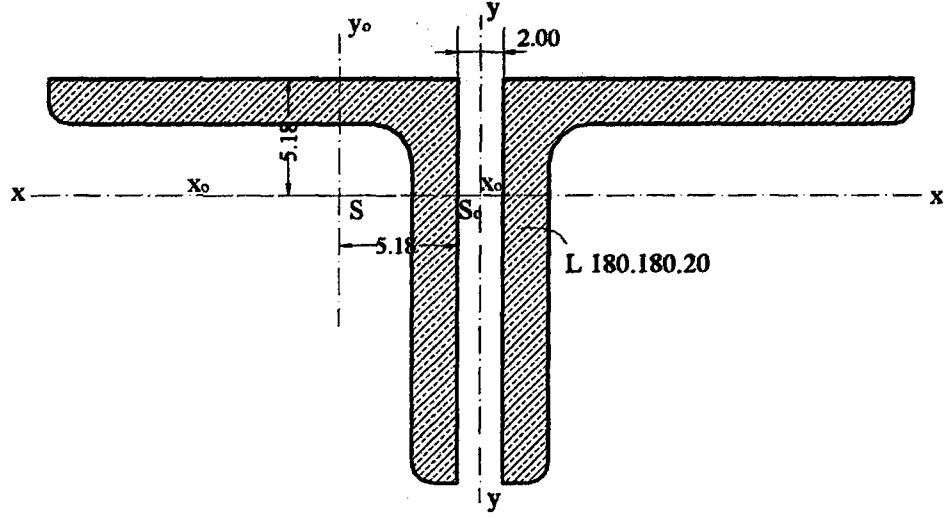
$$J_y = 16850 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_y^2 = 104.41 \text{ cm}^2$$

A₁ noktasının bulunması;

$$KS_0 = t_1 \cong 13.00 \text{ cm} \quad A_1 = \frac{67.14}{13.00} = 5.17 \text{ cm}$$

A₂ noktasının bulunması;

$$LS_0 = t_2 \cong 18.00 \text{ cm} \quad A_2 = \frac{104.41}{18.00} = 5.80 \text{ cm}$$



Şekil 4.17 İki adet L 180.180.20 profilinden oluşan birleşik kesit

Örnek 4.9 : Şekil 4.17 'deki, iki adet L 180.180.20 profilinden meydana gelen birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.

Çözüm : Profil tablosundan alınan değerler :

$$F_1 = F_2 = 68.4 \text{ cm} \quad e_x = e_y = 5.18 \text{ cm} \quad J_{x_0} = J_{y_0} = 2040 \text{ cm}^4$$

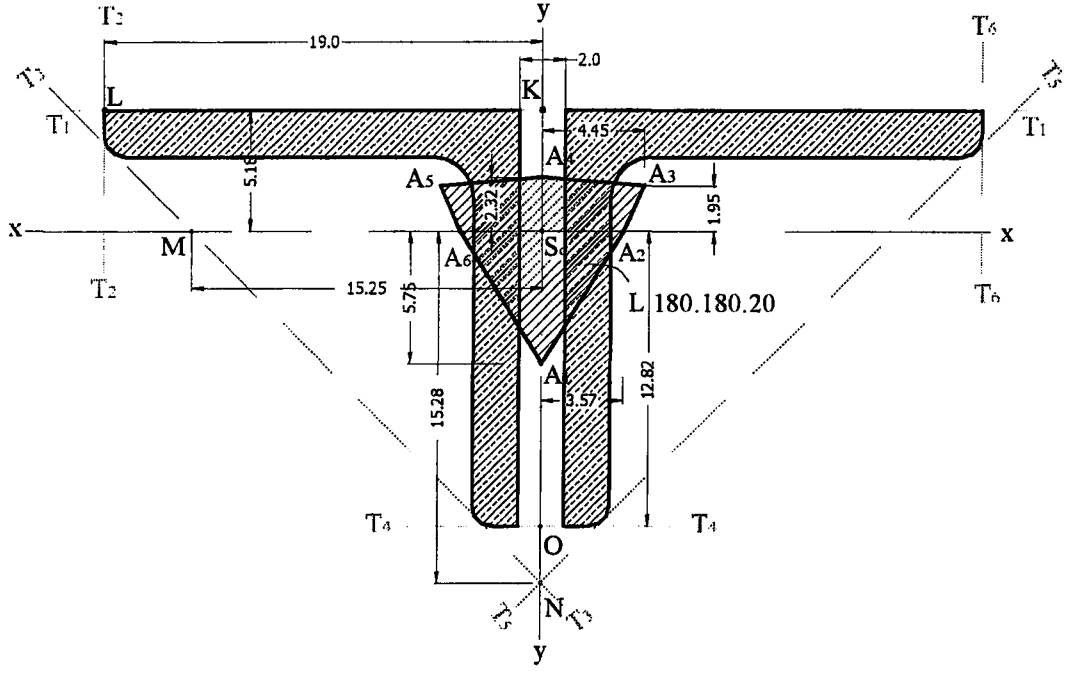
J_x ve J_y atalet momentlerinin bulunması:

$$J_y = [J_{y_0} + F \times x^2] \times 2$$

Not 1 : x mesafesi, kesitlerin kendi ağırlık merkezlerinin, birleşik kesitin ağırlık merkezine olan mesafesidir.

$$J_y = [2040 + 68.4 \times (5.18 + 1)^2] \times 2 \Rightarrow J_y = 9304.392 \text{ cm}^4$$

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{9304.392}{68.4 \times 2} = 67.91 \text{ cm}^2$$



Şekil 4.18 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

Not 2 : x-x eksenini ile x₀-x₀ eksenini çakışıyor.

$$J_x = J_{x_0} \times 2 = 4080 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{4080}{137} = 29.78 \text{ cm}^2$$

A₁ noktasının bulunması:

$$KS_0 = t_1 \cong 5.18 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{29.78}{5.18} = 5.75 \text{ cm}^2$$

A₂ noktasının bulunması:

$$LS_0 = t_2 \cong 19.00 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_y^2 \Rightarrow A_2 = \frac{67.91}{19.00} = 3.57 \text{ cm}^2$$

A₃ noktasının bulunması: A₃ asal eksenler üzerinde değildir.

$$NS_o = (t_3)_y \cong 15.28 \text{ cm} \quad (t_3)_y \times (A_3)_y = i_x^2 \Rightarrow (A_3)_y = \frac{29.78}{15.28} = 1.95 \text{ cm}$$

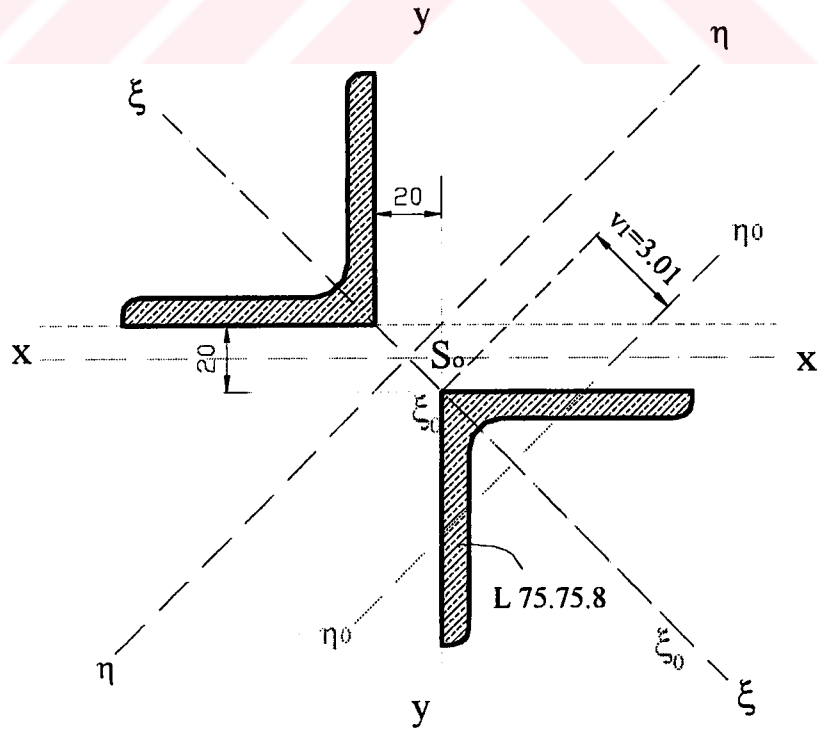
$$MS_o = (t_3)_x \cong 15.25 \text{ cm} \quad (t_3)_x \times (A_3)_x = i_y^2 \Rightarrow (A_3)_x = \frac{67.91}{15.25} = 4.45 \text{ cm}$$

A₄ noktasının bulunması:

$$OS_o = t_4 \cong 12.82 \text{ cm} \quad t_4 \times A_4 = i_x^2 \Rightarrow A_4 = \frac{29.78}{12.82} = 2.32 \text{ cm}$$

A₅ ve A₆ noktalarının bulunması: A₅ noktası A₃ noktasının, A₆ noktası da A₂ noktasının y eksenine göre simetriğidir.

Örnek 5.10 : Şekil 4.19 'da gösterilmekte olan, iki adet L 75.75.8 profilinden meydana gelen birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.



Şekil 4.19 İki adet L 75.75.8 profilinden oluşan kesit

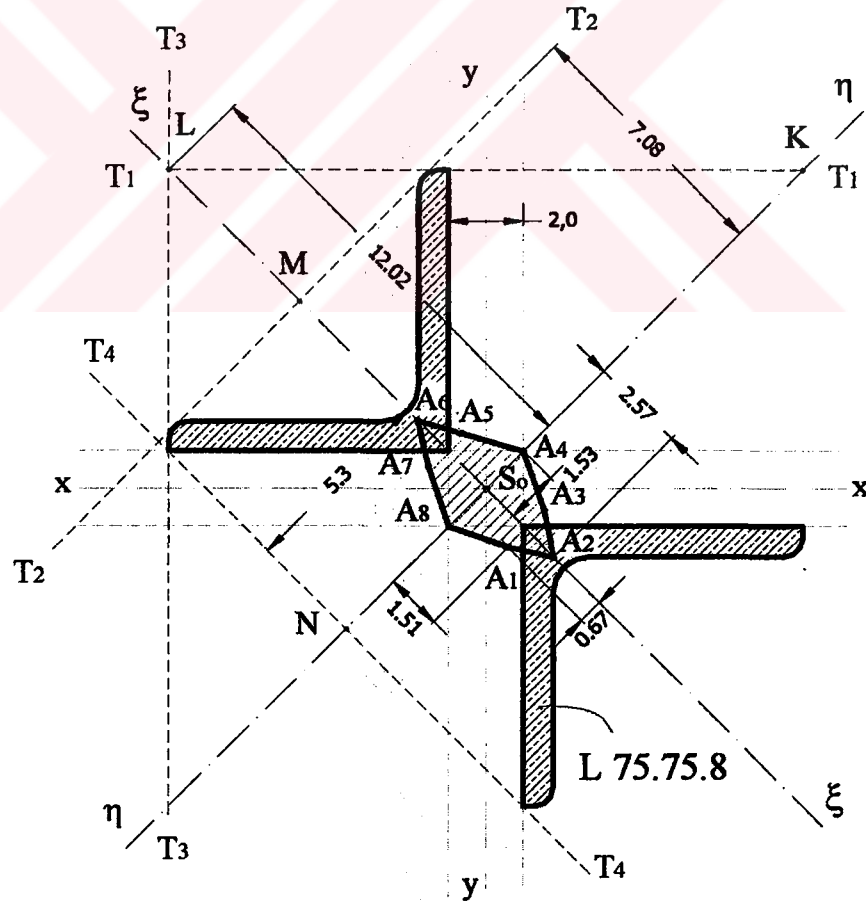
Çözüm : Tatbik noktaları bulunurken ξ ve η eksenleri göz önüne alınmalı ve J_{ξ} ve J_{η} değerlerini bulmalıdır. Profil tablosundan alınan değerler:

$$F_1 = 11.5 \text{ cm}^2 \quad J_{\xi_0} = 93.3 \text{ cm}^4 \quad J_{\eta_0} = 24.4 \text{ cm}^4$$

$$J_{\xi} = J_{\xi_0} \times 2 = 93.3 \times 2 = 186.6 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_{\xi}^2 = \frac{J_{\xi}}{F} = \frac{186.6}{23} = 8.11 \text{ cm}^2$$

$$J_{\eta} = [J_{\eta_0} + F \times (v_1 + 1.0)^2] \times 2$$

$$J_{\eta} = [24.4 + 11.5 \times 4.01^2] \times 2 = 418.64 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_{\eta}^2 = \frac{J_{\eta}}{F} = \frac{418.64}{23} = 18.2 \text{ cm}^2$$



Şekil 4.20 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi

A₁ noktasının bulunması:

$$LS_o = (t_1)_\xi \cong 12.02 \text{ cm} \quad (t_1)_\xi \times (A_1)_\xi = i_\eta^2 \Rightarrow (A_1)_\xi = \frac{18.2}{12.02} = 1.514 \text{ cm}$$

$$KS_o = (t_1)_\eta \cong 12.02 \text{ cm} \quad (t_1)_\eta \times (A_1)_\eta = i_\xi^2 \Rightarrow (A_1)_\eta = \frac{8.11}{12.02} = 0.67 \text{ cm}$$

A₂ noktasının bulunması: T₂-T₂ eksinin η eksenlerine teğet olduğundan A₂ noktası ξ eksenini üzerindedir.

$$MS_o = t_2 \cong 7.08 \text{ cm} \quad t_2 \times A_2 = i_\eta^2 \Rightarrow A_2 = \frac{18.2}{7.08} = 2.57 \text{ cm}$$

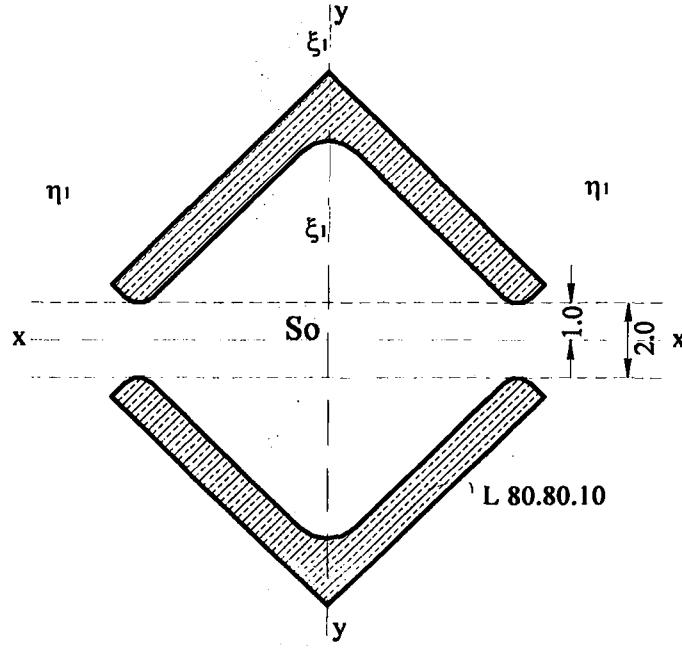
A₃ noktasının bulunması: (A₃ noktası A₁'in ξ eksenine göre simetriğidir.)

$$LS_o = (t_1)_\xi = (t_3)_\xi \cong 12.02 \text{ cm} \Rightarrow (A_3)_\xi = 1.514 \text{ cm} , (A_3)_\eta = 0.67 \text{ cm}$$

A₄ noktasının bulunması:

$$NS_o = t_4 \cong 5.30 \text{ cm} \quad t_4 \times A_4 = i_\xi^2 \Rightarrow A_4 = \frac{8.11}{5.3} = 1.53 \text{ cm}$$

A₅, A₆, A₇ ve A₈ noktalarının bulunması: A₅ noktası A₃ noktasının, A₆ noktası ise A₂ noktasının η 'ye göre simetriğidir. Aynı şekilde, A₇ noktası A₅'in, A₈ noktası da A₄'ün ξ eksenine göre simetriğidir.



Şekil 4.21 İki adet L 80.80.10 profilinden oluşan birleşik kesit

Örnek 5.11 : Şekil 4.21’de görülen birleşik kesitin çekirdek alanını bulunuz.

Çözüm : Birleşik kesitin çekirdek alanı Şekil 4.21’de görülen x ve y eksenine göre bulunacaktır, J_x ve J_y atalet momentleri hesaplanırken profil tablosundan hangi eksenlere ait atalet momentlerinin alınacağına dikkat edilmesi gerekir. J_y hesaplanırken, şekildeki y eksenine karşılık gelen ξ ekseninin atalet momenti J_ξ ve aynı şekilde J_x hesaplanırken de η ekseninin atalet momenti J_η kullanılmıştır. Profil tablosundan alınan değerler:

$$F = 15.1 \text{ cm}^2, \quad J_{\xi_0} = 139 \text{ cm}^4, \quad J_{\eta_0} = 35.9 \text{ cm}^4$$

J_x ve J_y atalet momentlerinin hesabı:

$$J_x = J_\eta = [J_{\eta_0} + F \times x^2]2 \Rightarrow J_x = [35.9 + 15.1 \times (2.85 + 1)^2] \times 2 = 519.44 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_{\xi_0} \times 2 \Rightarrow J_y = 139 \times 2 = 278 \text{ cm}^4$$

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{519.44}{15.1 \times 2} = 17.2 \text{ cm}^2 \quad i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{278}{30.2} = 9.21 \text{ cm}^2$$

A₁ noktasının bulunması:

$$KS_0 = t_1 = 7.16 \text{ cm} \quad t_1 \times A_1 = i_x^2 \Rightarrow A_1 = \frac{17.2}{7.16} = 2.40 \text{ cm}$$

A₂ noktasının bulunması:

$$KS_0 = (t_2)_y = 7.16 \text{ cm} \quad (t_2)_y \times (A_2)_y = i_x^2 \Rightarrow (A_2)_y = \frac{17.2}{7.16} = 2.40 \text{ cm}$$

$$LS_0 = (t_2)_x = 7.16 \text{ cm} \quad (t_2)_x \times (A_2)_x = i_y^2 \Rightarrow (A_2)_x = \frac{9.21}{7.16} = 1.28 \text{ cm}$$

A₃ noktasının bulunması: T₃-T₃ teğeti y eksenine paralel olduğundan A₂ noktası x eksenini üzerinde yer alır.

$$NS_0 = t_3 = 5.60 \text{ cm} \quad t_3 \times A_3 = i_y^2 \Rightarrow A_3 = \frac{9.21}{5.60} = 1.65 \text{ cm}$$

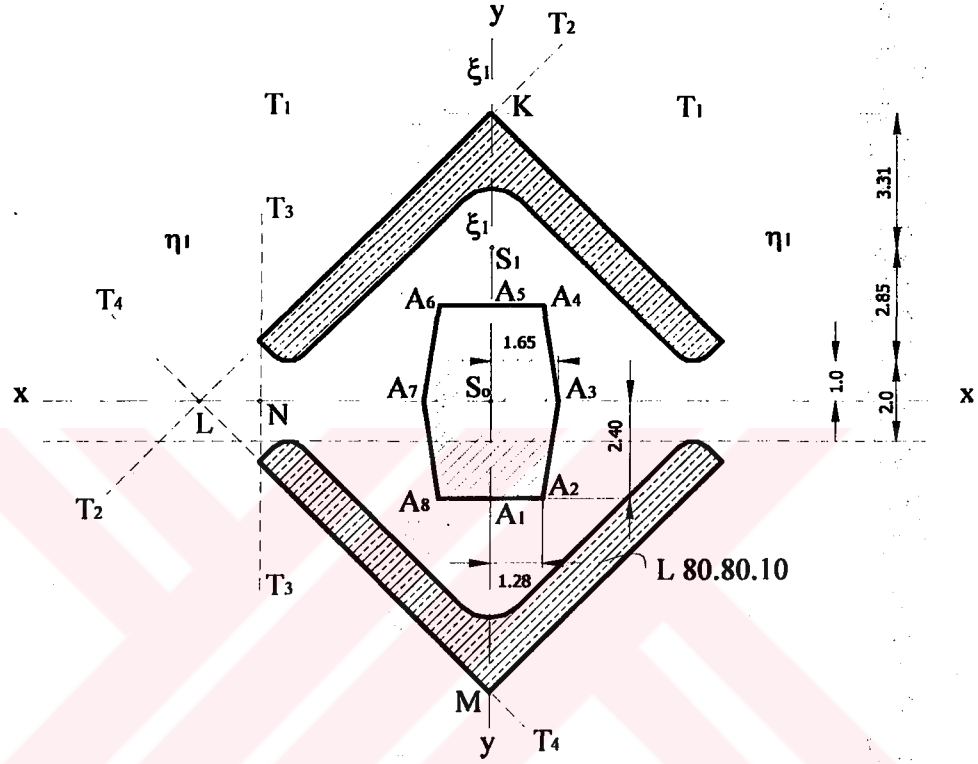
A₄ noktasının bulunması:

$$LS_0 = (t_4)_x = 7.16 \text{ cm} \quad (t_4)_x \times (A_4)_x = i_y^2 \Rightarrow (A_4)_x = \frac{9.21}{7.16} = 1.28 \text{ cm}$$

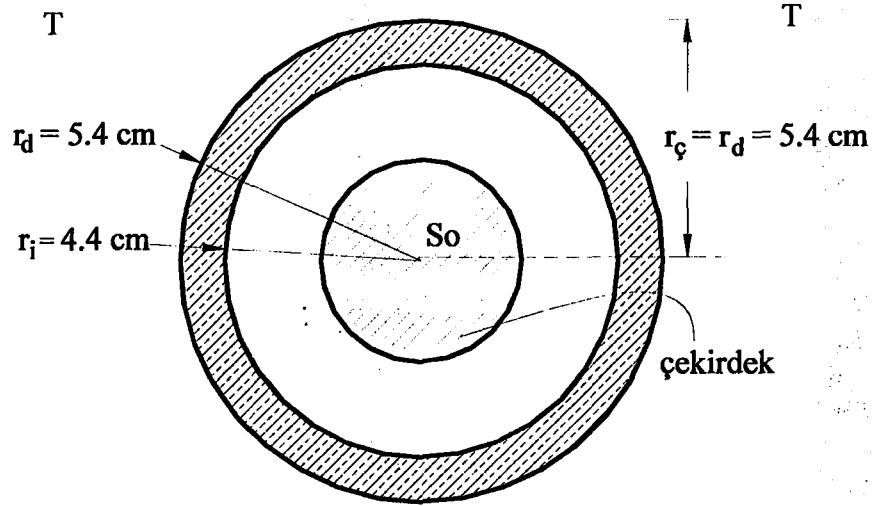
$$MS_0 = (t_4)_y = 7.16 \text{ cm} \quad (t_4)_y \times (A_4)_y = i_x^2 \Rightarrow (A_4)_y = \frac{17.2}{7.16} = 2.40 \text{ cm}$$

Not : A₄ noktasının, A₂'in x eksenine göre simetriği olduğu görülmüştür.

A₅, A₆, A₇ ve A₈ noktalarının bulunması; Bu noktaların yerleri simetriden yararlanarak tayin edilir.



Şekil 4.22 Söz konusu kesitin çekirdek alanının gösterilmesi



Şekil 4.23 Daire halkası kesitin çekirdek alanı

Örnek 5.12 : Dış ve iç yarıçapları sırası ile r_d ve r_i ile gösterilen daire halkası kesitin çekirdeğini bulunuz.

Çözüm : Kesitin çekirdeği merkezsiz simetri nedeni ile yine dairedir. Çekirdek yarıçapını $r_ç$ ile gösterecek olursak :

$$t = r_d = 5.40 \text{ cm}$$

$$i^2 = \frac{rd^2 + ri^2}{4} \Rightarrow i^2 = \frac{5.4^2 + 4.4^2}{4} \Rightarrow i^2 = 12.13 \text{ cm}^2$$

$$r_ç = \frac{i^2}{t} \Rightarrow \frac{12.13}{5.4} = 2.25 \text{ cm bulunur.}$$

6. KULLANILAN YÖNTEMLER VE ANLATIM BİÇİMİ

Eksantrik normal kuvvet hali anlatılırken tümevarım yöntemi kullanılmıştır. Öncelikle özel bir durum olan düz eğilmeli aksenal kuvvet hali anlatılmış, daha sonra konu genelleştirilerek eğik eğilmeli aksenal kuvvet hali açıklanmıştır. Bu konu anlatılırken gerilme yayılışıyla ilgili gerekli formüller verilmiş ve özellikli örneklerle konunun daha iyi anlaşılması sağlanmıştır.

Üçüncü bölümde, önce sıfır çizgisinin kesite göre konumunun gerilme yayılışını nasıl etkilediği şekillerle açıklanmış ve çekirdek alanının nasıl bulunacağını gösterilmiştir. Gösterilen yöntemin bazı basit kesitlerde uygulaması yapılmıştır.

Sonraki bölümde, 'Mohr Atalet Dairesi Çizim Yöntemi' açıklanmıştır. Yönteme geçmeden önce gerekli bazı ifadelerin hatırlatmaları yapılarak yöntemin özellikleri anlatıldıktan sonra, ispatı yapılmıştır. Bölümün son kısmında simetrik olmayan bir birleşik kesit üzerinde yöntemin uygulanması gösterilmiştir.

Son bölümde farklı şekilde teşkil edilen çelik profillerde çekirdek alanları önceki bölümlerde anlatılan yöntemlere göre belirlenmiştir. Yapılan işlemlerin her adımı tek tek gösterilmiştir, bu işlemlerde kullanılan mesafeler, daha önce birleşimin ölçekli olarak çizilmiş olan şeklinden ölçülerek bulunmuştur. Hesapla bulunan tatbik noktalarının koordinatları yine ölçek oranında küçültülerek şekil üzerinde işaretlenmiş ve bu noktaların birleşimi ile çekirdek alanı elde edilmiştir.

7. SONUÇLAR

Herhangi bir kesite etkiyen eksantrik normal kuvvetin, sıfır çizgisinin yerini belirlediği (sıfır çizgisi ile A tatbik noktaları arasında sabit bir mesafe vardır) ve sıfır çizgisinin de kesite göre konumuna bağlı olarak gerilme yayılışını değiştirdiği görülmüştür. Bir kesitin boyutlandırılmasında kesitte oluşacak gerilme yayılışı büyük önem taşımaktadır. Dolayısıyla kesite etkiyen kuvvetin yerinin çok önemli olduğu sonucuna varılmıştır. Bu bakımdan çekirdek alanının belirlenmesi oldukça önemlidir. Çünkü tek işaretli yani sadece basınç veya sadece çekme gerilmesinin oluşması, ancak kuvvetin çekirdek alanı içine veya sınırı üzerine etkimesiyle mümkündür.

Uygulamalarda da görüldüğü gibi çekirdek alanının kesitlerde ağırlık merkezi etrafında oluştuğu ve kesitin şekline bağlı olarak simetrik veya asimetrik olduğu da dikkati çeken önemli bir noktadır. Ancak kesitin şekli ne olursa olsun çekirdek alanı her zaman içbükeydir.

Ayrıca mohr atalet dairesi çizim yönteminin, herhangi bir eksene ait atalet momentini, herhangi bir eksen takımına göre çarpım atalet momentini ve son olarak simetrik olmayan kesitlerde esas eksenler ile bu eksenlere ait atalet momentlerinin bulunmasında kolaylık sağlayan bir yöntem olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] Kayan, İ., "Cisimlerin Mukavemeti", 1.baskı, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu, (1987).
- [2] Yaman, N., Erdöl, R., Çakıroğlu O., "Çözümlü Mukavemet Problemleri I" 2.baskı, Karadeniz Üniversitesi Basımevi, Trabzon, (1986).
- [3] Boduroğlu, H., Delale, F., "Çözümlü Mukavemet Problemleri ", Cilt 1, 5.baskı, Birsen Yayınları, İstanbul, (1990).
- [4] Dosdoğru, G., "Mukavemet Esasları", Arpaz Matbaacılık Tesisleri, İstanbul, (1981).
- [5] Erdoğan, E., Savcı, M., Toprak, T., "Statik", Genişletilmiş 3. baskı, Birsen Yayınevi, İstanbul, (1994).
- [6] Şimşek, Y., "Elastik Cisimlerin Mukavemeti", Bizim Büro, Ankara
- [7] İnan, M., "Cisimlerin Mukavemeti", 3. baskı, Ofset Matbaacılık Ltd. Şti. (1973).
- [8] Karataş, H., "Mukavemet", 3.baskı, İTÜ Mimarlık Fakültesi Baskı Atölyesi, İstanbul, (1977).
- [9] Kadioğlu, N., Engin, H., Bakioğlu, M., "Mukavemet Problemleri Cilt II ", Beta Yayın Dağıtım A. Ş., İstanbul, (1989).
- [10] Kip, Z., "Yapıların Direnimi", 1. Cilt, Arıl Kitapevi Matbaası, İstanbul, (1971).
- [11] Beer, F. P., Johnston E. R., (Worcester Polytechnic Institute), Çevirenler: Keskinel, F., Özbek, T., "Mühendislik için Mekanik- Statik", Birsel Kitapevi, Ör Matbaası, (1982).
- [12] Demiray, H., "Mukavemet - Katı Cisimlerin Mekanikine Giriş", 2. baskı, Çağlayan Kitapevi, İstanbul, (1990).
- [13] Ergintan İnan, E., "Cisimlerin Mukavemeti, Çözümlü Problemler", Arpaz Matbaacılık Tesisleri, (1987).
- [14] Oğuz, S., "Mukavemet Ders Notları", Balıkesir Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi.
- [15] İnan, M., Sönmez, F., "Cisimlerin Mukavemeti Kısım 1, Elemanter Teori ve Problemler", 7. baskı, Kipaş Dağıtım, (1980).

[16] Kadioğlu, N., Engin, H., Bakioglu, M., "Mukavemet Problemleri Cilt I ", Beta Yayım Dağıtım A. Ő., İstanbul, (1987).

[17] Özbek, T., "Mukavemet", Birsen Kitapevi Yayınları, İstanbul (1983).

[18] 12. Auflage, E., "Stahl im Hochbau", Verlag stahleisen M.B.H., Düsseldorf Mitvertrieb, Springer-Verlag, Berlin, (2000).

