

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KOAKSİYEL DALGA KILAVUZUNDAKİ  
ÇEŞİTLİ TÜRDEN SÜREKSİZLİKLERİN  
WIENER-HOPF ANALİZİ

Feray HACİVELİOĞLU

DOKTORA

MATEMATİK ANABİLİM DALI

GEBZE

2010

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KOAKSİYEL DALGA KILAVUZUNDAKİ  
ÇEŞİTLİ TÜRDE SÜREKSİZLİKLERİN  
WIENER-HOPF ANALİZİ

Feray HACİVELİOĞLU

DOKTORA

MATEMATİK ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI

Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY

GEBZE

2010



## DOKTORA TEZİ JÜRİ ONAY SAYFASI

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .....tarih ve ...../.... sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından ...../.../20... tarihinde tez savunma sınavı yapılan Feray HACİVELİOĞLU'nun tez çalışması MATEMATİK Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

### JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY

ÜYE

: Prof. Dr. Gökhan UZGÖREN

ÜYE

: Prof. Dr. Ali ALKUMRU

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Ahmet DEMİR

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. İ. Hakkı TAYYAR

### ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ...../...../20... tarih ve ...../..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

## ÖZET

### TEZİN BAŞLIĞI : KOAKSİYEL DALGA KILAVUZUNDAKİ ÇEŞİTLİ TÜRDEN SÜREKSİZLİKLERİN WIENER-HOPF ANALİZİ

#### YAZAR ADI : FERAY HACİVELİOĞLU

Bu çalışmada, koaksiyel dalga kılavuzundaki bazı süreksizlik yapılarının sebep olduğu saçılma, Wiener-Hopf tekniği kullanılarak incelenmiştir. Süreksizlikler, empedans tipi süreksizlikler ve oyuk tipi süreksizlikler olmak üzere iki ana başlık altında ele alınmıştır. Empedans tipi süreksizliklere örnek olarak, içerideki ve dışarıdaki iletkenlerinin yarısı empedans ile yüklü, yalnızca dışarıdaki iletkeni sonlu uzunlukta empedans ile yüklü ve son olarak da içerideki ve dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan geometriler incelenmiştir. Oyuk tipi süreksizliklere örnek olarak ise içerideki ve dışarıdaki iletkenlerinin üzerinde yarı sonsuz oyuk bulunan, yalnızca dışarıdaki iletkeni üzerinde sonlu uzunluklu oyuk bulunan ve hem içerideki hem de dışarıdaki iletkenleri üzerinde sonlu uzunluklu oyuk bulunan geometriler incelenmiştir. Bu oyuklar dielektrik malzemeler ile doludur. Her bir problem için Helmholtz denkleminin Fourier integral dönüşümü uygulanarak Wiener-Hopf denklemi/denklemleri elde edilmiş ve bu denklemlere sırasıyla çarpınlarına ayırma ve ayrıştırma işlemleri uygulanarak sonsuz bilinmeyenlerden oluşan sonsuz denklemliler lineer, cebirsel denklem sistemleri elde edilmiştir. Bu denklem sistemlerindeki serilerin yakınsak oldukları göz önünde bulundurularak  $N \times N$  boyutunda denklem sistemleri elde edilmiştir. Her bir problem için  $N$  değeri nümerik olarak bulunmuş ve denklem sistemi çözülmüştür. Daha sonra, içerideki ve dışarıdaki iletkenlerin yarıçapları, empedans değerleri, empedans ile kaplı yüzeylerin uzunlukları, oyuk derinlikleri, oyuk uzunlukları, oyuğun içerisindeki malzemelerin saçılmaya olan etkileri nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerle sunulmuştur. Son olarak ise, geometrilerin birbirleri ile olan karşılaştırmaları yine grafikler ile gösterilmiş ve oyuk tipi süreksizlikler içeren geometrilerin, ilgili empedans tipi süreksizlikler içeren geometriler ile modellenebileceği ve bu yapıların birer band durduran filtre olarak kullanılabileceği gösterilmiştir.

## SUMMARY

**TITLE OF THE THESIS : WIENER-HOPF ANALYSIS OF COAXIAL WAVEGUIDE WITH EMPEDANCE AND GROOVE TYPE DISCOUNTUNITIES**

**AUTHOUR'S NAME : FERAY HACIVELİOĞLU**

In this thesis radiation characteristics of some coaxial discontinuities such as impedance type discontinuities and groove type discontinuities are analysed. Impedance type discontinuities are two-part coaxial waveguide whose left part is perfectly conducting while right part is loaded different impedance in the inner and outer conductors, coaxial waveguide with finite length impedance loadings in the outer conductor and coaxial waveguide with finite length impedance loadings in the inner and outer conductors. Groove type discontinuities are two-part coaxial waveguide whose left part is perfectly conducting while right part is loaded with dielectric filled groove in the inner and outer conductors, coaxial waveguide with finite length dielectric filled groove in the outer conductor and coaxial waveguide with finite length dielectric filled grooves in the inner and outer conductors. By applying Fourier integral transformation to Helmholtz equation, modified Wiener-Hopf (W-H) equation/equations is/are obtained for each problem. These W-H equations are reduced to infinite systems of linear algebraic equations by imposing factorization and decomposition procedures respectively. These systems are solved numerically and some graphical results show the influence of the radius of the inner and outer conductors, surface impedance, length of the impedance surfaces, depths of the grooves, dielectric constants on the reflection coefficient. In conclusion the comparison of the problems with impedance type discontinuities and groove type discontinuities are presented and show that coaxial waveguide with impedance type discontinuities may serve as a first approximation to the coaxial waveguide with groove type discontinuities and these structures are used as a band-stop filter.

## TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca ilgisini, desteğini her zaman yanımda hissettiğim, her an her şeyi sorabildiğim tez danışmanım değerli hocam Prof. Dr. Alinur Büyükaksoy'a, sorularıma sabırla cevap veren değerli hocalarım, başta Yrd. Doç. Dr. Ahmet Demir olmak üzere Yrd. Doç. Dr. İ. Hakkı Tayyar'a, yüksek lisans ve doktora öğrenimim boyunca kendilerinden ders aldığım, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü'ndeki değerleri hocalarıma, derslerini büyük bir zevkle dinlediğim ve çalışmalarımnda bu derslerinden faydalandığım değerli hocam Prof. Dr. Ali Alkumru'ya ve katkılarından dolayı değerli hocam Prof. Dr. Gökhan Uzgören'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışmamın oluşmasında, dolaylı gibi görünse de, eğitim-öğretim hayatımda bugünlere gelmemi sağlayarak en büyük katkıyı sunan aileme ve desteğinden dolayı sevgili eşim İdris Hacıvelioğlu'na da en içten teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
2. OYUK TİPİ SÜREKSİZLİKLER	5
2.1 İçerideki ve Dışarıdaki İletkenleri Üzerinde Farklı Dielektrik Malzemeler ile Yüklü Yarı Sonsuz Uzunlukta Oyuk Bulunan Dalga Kılavuzu Problemi	5
2.1.1 Analiz	6
2.1.2 MWHD'lerinin Elde Edilişi	8
2.1.3 MWHD'lerinin Çözümü	16
2.1.4 Saçılan Alan	23
2.1.5 Sayısal Hesaplamalar	24
2.2 Dışarıdaki İletken Üzerinde, Dielektrik Malzeme ile Yüklü Sonlu Uzunluklu Oyuk Bulunan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi	26
2.2.1 Analiz	26
2.2.2 MWHD'nin Çözümü	30
2.2.3 Saçılan Alan	33
2.2.4 Sayısal Hesaplamalar	35
2.3 Dışarıdaki ve İçerideki İletken Üzerinde, Farklı Dielektrik Malzemeler ile Yüklü Sonlu Uzunluklu Oyuk Bulunan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi	37
2.3.1 Analiz	37
2.3.2 MWHD'lerinin Çözümü	41
2.3.3 Saçılan Alan	46
2.3.4 Sayısal Hesaplamalar	48
3. EMPEDANS TİPİ SÜREKSİZLİKLER	50
3.1 Dışarıdaki ve İçerideki İletkeninin Yarısı Empedans Yüklü Olan	50

Dalga Kılavuzu Problemi	
3.1.1 Analiz	51
3.1.2 MWHD'lerinin Çözümü	53
3.1.3 Saçılan Alan	56
3.1.4 Sayısal Hesaplamalar	57
3.2 Dışarıdaki İletkeni Sonlu Uzunluklu Empedans ile Yüklü Olan	61
Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi	
3.2.1 Analiz	61
3.2.2 MWHD'lerinin Çözümü	62
3.2.3 Saçılan Alan	64
3.2.4 Sayısal Hesaplamalar	65
3.3 Dışarıdaki ve İçerideki İletkeni Sonlu Uzunluklu Empedans ile Yüklü	68
Olan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi	
3.3.1 Analiz	68
3.3.2 MWHD'lerinin Çözümü	69
3.3.3 Saçılan Alan	72
3.3.4 Sayısal Hesaplamalar	74
4. SAYISAL SONUÇLAR VE KARŞILAŞTIRMALAR	77
KAYNAKLAR DİZİNİ	85
ÖZGEÇMİŞ	89



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$k$	İki silindir arasındaki ortamın dalga sayısı
$k_1$	Dış silindir üzerindeki oyuk içinde bulunan ortamın dalga sayısı
$k_2$	İç silindir üzerindeki oyuk içinde bulunan ortamın dalga sayısı
$l$	Silindirler üzerinde bulunan oyuk ya da empedans ile kaplı yüzeyin uzunluğu
$a$	İçerideki silindirin yarıçapı
$b$	Dışarıdaki silindirin yarıçapı
$c$	Dış silindir üzerinde bulunan oyuk yüksekliği
$d$	İç silindir üzerinde bulunan oyuk yüksekliği
$\epsilon_{r_1}$	Dış silindir üzerindeki oyuk içinde bulunan ortamın bağıl dielektrik sabiti
$\epsilon_{r_2}$	İç silindir üzerindeki oyuk içinde bulunan ortamın bağıl dielektrik sabiti
$\mu_1$	Dış silindir üzerindeki oyuk içinde bulunan ortamın magnetik geçirgenliği
$\mu_2$	İç silindir üzerindeki oyuk içinde bulunan ortamın magnetik geçirgenliği
$\eta_1$	İçerideki silindirin yüzey empedansı
$\eta_2$	Dışarıdaki silindirin yüzey empedansı
MWHD	Modifiye Wiener-Hopf denklemi

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1.1 İçerideki ve dışarıdaki iletken üzerinde yarı sonsuz uzunluklu oyuk bulunan dalga kılavuzu geometrisi	6
2.1.2 Kompleks $\alpha$ düzlemi	9
2.1.3 İntegrasyon bölgesi	19
2.1.4 Yansıyan alanın kesme sayısına göre davranışı	22
2.1.5 Yansıyan alanın farklı $c$ değerleri için $\varepsilon_r$ 'e göre davranışı	24
2.1.6a Yansıyan alanın farklı $c$ değerleri için $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı	25
2.1.6b Yansıyan alanın farklı $\varepsilon_r$ değerleri için $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı	25
2.2.1 Dışarıdaki iletkeni üzerinde oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi	26
2.2.2 Oyuğun derinliğinin farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı	35
2.2.3 $\varepsilon_r$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı	36
2.3.1 Dışarıdaki ve içerideki iletkeni üzerinde oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi	37
2.3.2 Dışarıdaki oyuk derinliğinin farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı	48
2.3.3 Dışarıdaki oyuk içinde bulunan malzemenin dielektrik sabitinin farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı	48
2.3.4 Oyuk uzunluğunun farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı	49
3.1.1 Dışarıdaki ve içerideki iletkeninin yarısı empedans yüklü olan dalga kılavuzu geometrisi	50
3.1.2 Yansıyan alanın kesme sayısına göre davranışı	55
3.1.3 Yansıyan alanın farklı $ka$ değerleri için $\eta_1$ 'e göre davranışı	57
3.1.4 Yansıyan alanın farklı $b$ değerleri için $\eta_2$ 'ye göre davranışı	58
3.1.5a Yansıyan alanın farklı $a$ değerleri için $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı	59
3.1.5b Yansıyan alanın farklı $\eta_1$ değerleri için $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı	59

3.1.6 Yansıyan alanın farklı $\eta_2$ değerleri için $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı	60
3.2.1 Dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi	61
3.2.2 Yansıma katsayısının kesme sayısına göre davranışı	63
3.2.3 Farklı $\eta$ değerleri için yansıma katsayısının $a$ 'ya göre davranışı	65
3.2.4 Farklı $\eta$ değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı	66
3.2.5 $b$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının $\eta$ 'ya göre davranışı	66
3.2.6a $b$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının $l$ 'ye göre davranışı	67
3.2.6b $\eta$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının $l$ 'ye göre davranışı	67
3.3.1 Dışarıdaki ve içerideki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi	68
3.3.2a $\eta_1$ 'in farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı ( $\eta_1$ ve $\eta_2$ 'nin kapasitif olduğu durum)	74
3.3.2b $\eta_2$ 'in farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı ( $\eta_1$ 'in kapasitif ve $\eta_2$ 'nin indüktif olduğu durum)	75
3.3.2c $\eta_2$ 'in farklı değerleri için yansıma katsayısının $k$ 'ya göre davranışı ( $\eta_1$ ve $\eta_2$ 'nin indüktif olduğu durum)	75
3.3.3 Yansıma katsayısının farklı $b$ değerleri için $\eta_2$ 'ye göre davranışı	76
4.1 Kısım 2.1 ile Kısım 3.1'deki sonuçların karşılaştırılması	78
4.2 Kısım 2.2 ile Kısım 3.2'deki sonuçların karşılaştırılması	79
4.3 Kısım 2.3 ile Kısım 3.3'deki sonuçların karşılaştırılması	80
4.4 Kısım 2.2 ile Kısım 2.3'deki sonuçların karşılaştırılması	81
4.5 Kısım 3.1 ile Kısım 3.3'deki sonuçların karşılaştırılması	83
4.6 Kısım 3.2 ile Kısım 3.3'deki sonuçların karşılaştırılması	84

# 1 Giriş

Koaksiyel dalga kılavuzlarındaki süreksizlikler mikrodalga teorisinde oldukça önemlidir ve bugüne kadar bu konuda çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Süreksizlik içeren yapılar mikrodalga cihazlarında ve genellikle de malzemelerin elektrik iletkenlikleri ve magnetik geçirgenliklerinin ölçülmesinde oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. [1] ve [2]'de mode matching yöntemi kullanılarak, koaksiyel dalga kılavuzlarındaki süreksizlikler yardımıyla malzemelerin elektrik iletkenlikleri ve magnetik geçirgenlikleri ölçülmüştür. Süreksizlik çeşitlerinden olan oyuk tipi ve empedans tipi süreksizlikler ise, koaksiyel sistemlerin performansının ölçülmesinde, anten uygulamalarında ve mikrodalga filtrelerde etkilidir.

İçerideki ve dışarıdaki iletken üzerinde bulunan oyuk tipi süreksizlikler ([3]-[8])'de ve empedans tipi süreksizlikler ([9]-[11], [27])'de analiz edilmiştir. Koaksiyel kablolardaki oyuk tipi süreksizlikler ([4], [12], [13])'de analitik olarak, ([8], [14], [15], [16])'da ise nümerik olarak incelenmiştir. Bu klasik sonuçlar daha çok izole süreksizlikler ile ilgilidir ve birbirine yakın olan çok sayıda süreksizlik bulunduğu bu sonuçlar geçersiz olmaktadır.

Oyuklu dalga kılavuzu yapıları, anten uygulamalarında ve mikrodalga filtrelerde kullanılmaktadır. Sonsuz sayıda oyuk içeren dikdörtgensel dalga kılavuzu problemi Floquet-Mode Teoremi kullanılarak Verbitskii ([17]) ve Veselov ([18]) tarafından incelenmiştir. Dikdörtgensel metalik dalga kılavuzu olan bir kafes, [19] ve [20]'de, mode-matching yöntemine dayanan transfer matris methodu kullanılarak analiz edilmiştir. [21]'de dışarıdaki iletkeni oyuk tipi süreksizlik içeren koaksiyel dalga kılavuzunda Momentler Yöntemi (MOM-Method of Moments) kullanılarak elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Eom ve arkadaşları tarafından yapılan birçok çalışmada ise ([22], [23], [24]) Fourier dönüşümü ve [25]'de tanımlanan mode-matching yöntemi kullanılarak, paralel düzlem dalga kılavuzunda yer alan farklı düzende ki oyuklardan saçılma problemi için analitik seri çözümleri elde edilmiştir. Son olarak [26]'de Wiener-Hopf yöntemi kullanılarak, dielektrik malzeme ile dolu karşılıklı iki oyuk içeren paralel düzlem dalga kılavuzundaki TEM modunun yansıma ve iletme katsayıları elde edilmiştir.

Mikrodalga bölgesinde band durduran filtre olarak kullanılan en basit ve en ucuz yapılar, dışarıdaki iletkeni üzerinde silindirik bir yapıya sahip oyuk tipi

sürekliksizlikler içeren koaksiyel dalga kılavuzlarıdır. Bu gibi yapıların band durdurma özelliği, parametrik yükselteç gibi çoklu frekans devrelerinde kullanılır. Bu dalga kılavuzları aynı zamanda empedans dönüştürücüler ve antenler gibi yüksek kaliteli mikrodalga ağlarının dizaynlarında da kullanılmaktadır. Koaksiyel dalga kılavuzunun dışarıdaki iletkeni silindirik bir oyuğa sahip olduğunda TEM modu, içerideki ve dışarıdaki iletkenin yarıçapına, oyğun yüksekliğine ve genişliğine, oyğun içindeki malzemenin dielektrik sabitine bağlı olan rezonans frekansında tamamen yansır. ([3], [5]). Loach [3]'deki çalışmasında, dışarıdaki iletkeni oyuk tipi sürekliksizlik içeren bir koaksiyel dalga kılavuzundaki parametrelerin, rezonans frekansına olan etkilerini deneysel olarak incelemiş ve oyğu teflon ile dolu olan koaksiyel dalga kılavuzu için deneysel formüller sunmuştur. Varon, [5]'de varyasyonlar prensibini kullanarak band durdurma frekansını hesaplamış ve bu frekansın sözkonusu basamak tipi sürekliksizliğe sahip geometrideki hangi parametrelere bağlı olduğunu göstermiştir. Elde ettiği analitik formüller ve grafiksel sonuçlardan, band durdurma frekansı ile oyğun derinliği arasındaki ilişkiyi elde etmiştir. Göstermiştir ki, oyğun derinliği dalga boyuna göre sonsuz küçük olduğunda rezonans frekansı gerçek frekansa çok yakın olmaktadır. Orfanidis, Kriacou ve Sahalos ise [7]'deki çalışmalarında mode matching yöntemini kullanarak, daireselden koaksiyele, koaksiyelden koaksiyele geçen dalga kılavuzlarındaki sürekliksizliklerin sebep olduğu saçılmayı incelemişlerdir. Daireselden koaksiyele geçen dalga kılavuzundaki adım tipi sürekliksizlikten saçılma ve çoklu mod uyarma ilk defa [7]'de ele alınmıştır.

Koaksiyel dalga kılavuzlarında karşımıza çıkan bir diğer sürekliksizlik çeşidi, empedans tipi sürekliksizliktir. [9] ve [10]'da içerideki iletkeni empedans sürekliksizliği içeren koaksiyel dalga kılavuzundaki düzlemsel dalganın analizi yapılmıştır. [27]'de paralel düzlem dalga kılavuzundaki empedans tipi sürekliksizlik Wiener-Hopf yöntemi kullanılarak ele alınmış, yansıyan alanın iki plaka arasındaki mesafeye, empedans yüzeyinin uzunluğuna, empedans değerlerine göre davranışları incelenmiş ve bu yapının bir band durduran filtre olarak kullanılabilceği gösterilmiştir.

Bu çalışmada ise oyuk tipi ve empedans tipi sürekliksizliklerden birkaçı ele alınmıştır. Bölüm 2'de üç farklı oyuk tipi sürekliksizlik incelenmiştir. İlk olarak, içerideki ve dışarıdaki iletken üzerinde yarı sonsuz oyuk bulunan, ikinci olarak

yalnızca dışarıdaki iletken üzerinde sonlu uzunluklu oyuk bulunan ve son olarak her iki iletken üzerinde de sonlu uzunluklu oyuk bulunan dalga kılavuzu problemlerinin Wiener-Hopf analizi yapılmıştır. Yukarıdaki geometrilerde bahsedilen oyuklar dielektrik malzeme ile yüklüdürler. Bölüm 3’de ise üç farklı empedans tipi süreksizlik incelenmiştir. İlk olarak, içerideki ve dışarıdaki iletkeni yarı sonsuz uzunluklu empedans ile, ikinci olarak yalnızca dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile ve son olarak her iki iletkeni de sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan dalga kılavuzu problemlerinin Wiener-Hopf analizi yapılmıştır. Bölüm 4’de ise, Bölüm 2’de ele alınan oyuk tipi süreksizlikleri içeren geometrilerin, Bölüm 3’de ele alınan empedans tipi süreksizlikleri içeren geometriler ile modellenebilecekleri nümerik olarak gösterilmiştir. Burada ele alınan problemler mod uydurma (mode-matching) yöntemi ile de analitik olarak çözülebilmesine rağmen bu çalışmada Wiener-Hopf yöntemi kullanılmıştır. Wiener-Hopf yönteminin mod uydurma yöntemine üstünlüğü ayırıt koşullarının kullanılışından kaynaklanmaktadır. Mod uydurma yönteminde ayırıt koşulları, genliklerin yakınsaklıkları kontrol edilerek işleme dahil edilirken Wiener-Hopf yönteminde ayırıt koşulları yöntem sırasında analize dahil edilir.

Problemlerin çözümünde izlenecek yol aynı olduğundan yalnızca ilk geometri için detaylı analiz yapılacak, sonraki geometriler için detaylara girilmeyip hesaplamaların sonuçları verilecektir.

$(\rho, \phi, z)$  silindirik koordinatlar olmak üzere, iç yarıçapı  $\rho = a$  ve dış yarıçapı  $\rho = b$  olan koaksiyel dalga kılavuzu düşünelim. Zamana bağlılığı  $\exp(-i\omega t)$  şeklinde olan ve  $z$  doğrultusunda yayılan TEM modu

$$u_i = \exp(ikz)/\rho \quad (1.1)$$

ile verilsin. Burada  $k$ , ortamın zayıflatma etkisiyle ilgili olarak küçük bir sanal kısma sahip olan yayılma sabitini ifade etmektedir. Kayıpsız ortam için sonuçlar, analizin sonunda  $\text{Im}(k) \rightarrow 0$  alınarak elde edilmiştir.

Problemin simetrisinden dolayı bütün alan bileşenleri

$$H_\phi = u(\rho, z) \quad (1.2a)$$

cinsinden

$$E_\rho = \frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} u(\rho, z) \quad (1.2b)$$

$$E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho u(\rho, z)) \quad (1.2c)$$

şeklinde ifade edilir ve

$$\frac{\partial^2 H_\phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} + \left(k^2 - \frac{1}{\rho^2}\right) H_\phi = 0 \quad (1.3)$$

Helmholtz denklemi sağlar. Bu Helmholtz denklemine Fourier integral dönüşümü uygulanarak karma sınır değer probleminin çözümünün ifadesi Wiener-Hopf denklemi veya kuple iki Wiener-Hopf denklemine dönüştürülmüştür. Bu Wiener-Hopf denklemi veya denklemleri Abrahams ([28]) ve İdemen ([29]) tarafından ele alınan sırasıyla kutup kaldırma ve zayıf faktörizasyon yöntemlerinden biri kullanılarak ayrıştırılabilirler. Her iki yöntem de birbirine denk olmasına rağmen biz bu çalışmada ([30] ve [31])'de kullanılan kutup kaldırma yöntemini kullandık. Bu teknik, bazı kutupların rezidü katkılarından gelen, bilinmeyen katsayılı sonsuz serileri ve bazı fonksiyonların analitik özelliklerini kullanmayı gerektirir. Çözüm,  $N$  tane lineer, cebirsel sonsuz denklem sistemini sağlayan  $N$  tane bilinmeyen katsayılar dizisinden oluşmuştur. Söz konusu denklem sistemi nümerik olarak çözülmüş ve ilgili geometrilerdeki parametrelerin saçılmaya olan etkileri nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerle sunulmuştur.

## 2 Oyuk Tipi Süreksizlikler

Bu bölümde mikrodalga filtrelerde ve anten uygulamalarında sıklıkla kullanılan koaksiyel dalga kılavuzlarındaki oyuk tipi süreksizliklerden bazıları ele alınmıştır. 2.1’de içerideki ve dışarıdaki iletkenleri üzerinde farklı dielektrik malzemeler ile yüklü yarı sonsuz uzunlukta oyuk bulunan, 2.2’de yalnızca dışarıdaki iletkeni üzerinde dielektrik malzeme ile yüklü oyuk bulunan, 2.3’de ise içerideki ve dışarıdaki iletkenleri üzerinde farklı dielektrik malzemeler ile yüklü sonlu uzunluklu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzu yapıları ele alınmış, iki iletken arasında yayılan TEM modunun süreksizliklerde meydana gelen saçılması incelenmiştir. Dışarıdaki ve içerideki iletkenler üzerinde bulunan oyukların içerisindeki malzemelerin dielektrik sabitleri, magnetik geçirgenlikleri ve dalga sayıları sırasıyla  $\varepsilon_1$ ,  $\mu_1$ ,  $k_1$  ve  $\varepsilon_2$ ,  $\mu_2$ ,  $k_2$  ile gösterilmiştir. Kayıplı ortam için dielektrik sabitlerinin,  $\sigma_j$ ,  $j = 0, 1, 2$  iletkenlik olmak üzere,  $\varepsilon_j = \hat{\varepsilon}_j + i(\sigma_j/\omega)$ ,  $j = 0, 1, 2$  şeklinde kompleks oldukları kabul edilmiştir. Nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerle, burada ele alınan her bir geometrinin band durduran filtre olma özelliği gösterilmiştir.

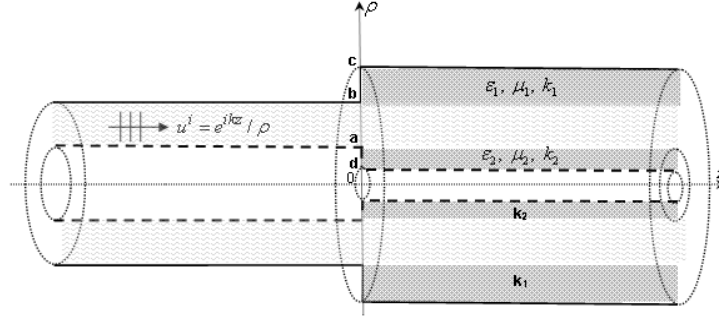
### 2.1 İçerideki ve Dışarıdaki İletkenleri Üzerinde Farklı Dielektrik Malzemeler ile Yüklü Yarı Sonsuz Uzunlukta Oyuk Bulunan Dalga Kılavuzu Problemi

Bu kısımda, sağ taraftaki silindirleri birbirinden farklı dielektrik malzeme ile dolu oyuk içeren, sol tarafı ise tamamen mükemmel iletken olan koaksiyel dalga kılavuzundaki TEM modunun, birleşme yerindeki saçılması incelenmiştir. Fourier integral dönüşümü ile iki parçalı karma sınır değer probleminin çözümünün ifadesi eş zamanlı iki Wiener-Hopf denklemine dönüştürülmüş, bu Wiener-Hopf denklemleri kutup kaldırma yöntemi kullanılarak ayrıştırılmıştır. Bu ayrıştırma sonucunda  $4N \times 4N$ ’lik bir lineer denklem sistemi elde edilmiş ve sözkonusu denklem sistemi nümerik olarak çözümlenip içerideki ve dışarıdaki iletkenlerin yarı çaplarının, dielektrik malzemelerin ve oyukların derinliklerinin saçılmaya olan etkileri nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerle sunulmuştur.

Koaksiyel dalga kılavuzunda  $\{\rho \in (b, c), \phi \in (0, 2\pi), z \geq 0\}$  ile tanımlanan yarı



sonsuz oyuk dış iletkende ve  $\{\rho \in (d, a), \phi \in (0, 2\pi), z \geq 0\}$  ile tanımlanan yarı sonsuz oyuk ise iç iletkende bulunsun. Dışarıdaki ve içerideki iletkenin üzerinde bulunan oyuklar, elektrik iletkenliği, magnetik geçirgenliği ve dalga sayısı sırasıyla  $\varepsilon_1, \mu_1, k_1$  ve  $\varepsilon_2, \mu_2, k_2$  olan dielektrik malzeme ile dolu olsun. (Şekil 2.1.1).



Şekil 2.1.1 İçerideki ve dışarıdaki iletken üzerinde yarı sonsuz uzunluklu oyuk bulunan dalga kılavuzu geometrisi

### 2.1.1 Analiz

Analizin kolaylığı açısından  $u_T(\rho, z)$  toplam alanı

$$u_T(\rho, z) = \begin{cases} u_i(\rho, z) + u(\rho, z) & \rho \in (a, b), z \in (-\infty, \infty) \\ u_1(\rho, z) & \rho \in (b, c), z > 0 \\ u_2(\rho, z) & \rho \in (d, a), z > 0 \end{cases} \quad (2.1.1)$$

şeklinde ifade edilsin. (2.1.1)'deki  $u(\rho, z)$ ,  $u_1(\rho, z)$  ve  $u_2(\rho, z)$  bilinmeyen fonksiyonlar olup (1.3) denklemini ve aşağıdaki koşulları sağlarlar:

$$E_z(b, z) = 0, \quad z < 0 \quad (2.1.2a)$$

$$E_z(a, z) = 0, \quad z < 0 \quad (2.1.2b)$$

$$E_\rho(\rho, 0) = 0, \quad \rho \in (b, c) \quad (2.1.2c)$$

$$E_z(c, z) = 0, \quad z > 0 \quad (2.1.2d)$$

$$E_z(d, z) = 0, \quad z > 0 \quad (2.1.2e)$$

$$E_\rho(\rho, 0) = 0, \quad \rho \in (d, a) \quad (2.1.2f)$$

$$H_\phi^i(b, z) + H_\phi(b^-, z) = H_\phi(b^+, z), \quad z > 0 \quad (2.1.2g)$$

$$H_\phi^i(a, z) + H_\phi(a^+, z) = H_\phi(a^-, z), \quad z > 0 \quad (2.1.2h)$$

$$E_z(b^-, z) = E_z(b^+, z), \quad z > 0 \quad (2.1.2i)$$

$$E_z(a^+, z) = E_z(a^-, z), \quad z > 0 \quad (2.1.2j)$$

(1.1) ve (1.2a)-(1.2c) gözönünde bulundurulursa, (2.1.2a)-(2.1.2j) koşulları daha açık olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) = 0 \quad z < 0 \quad (2.1.3a)$$

$$u(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) = 0 \quad z < 0 \quad (2.1.3b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_1(\rho, 0) = 0 \quad \rho \in (b, c) \quad (2.1.3c)$$

$$u_1(c, z) + \frac{\partial}{\partial \rho} u_1(c, z) = 0 \quad z > 0 \quad (2.1.3d)$$

$$u_2(d, z) + \frac{\partial}{\partial \rho} u_2(d, z) = 0 \quad z > 0 \quad (2.1.3e)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_2(\rho, 0) = 0 \quad \rho \in (d, a) \quad (2.1.3f)$$

$$\frac{e^{ikz}}{b} + u(b, z) = u_1(b, z) \quad z > 0 \quad (2.1.3g)$$

$$\frac{e^{ikz}}{a} + u(a, z) = u_2(a, z) \quad z > 0 \quad (2.1.3h)$$

$$\varepsilon_{r_1} \left[ u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) \right] = u_1(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u_1(b, z) \quad z > 0 \quad (2.1.3i)$$

$$\varepsilon_{r_2} \left[ u(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) \right] = u_2(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u_2(a, z) \quad z > 0 \quad (2.1.3j)$$

(1.3) denklemleri ve (2.1.3a)-(2.1.3j) koşulları ile tanımlı karma sınır değer probleminin tek çözümünün olabilmesi için aşağıdaki ayırıt ve radyasyon koşulları sağlanmalıdır:

$$\begin{cases} u_T(a, z) \\ u_T(b, z) \end{cases} = \mathcal{O}(|z|^{1/2}), \quad |z| \rightarrow 0 \quad (2.1.3k)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \rho} u_T(a, z) \\ \frac{\partial}{\partial \rho} u_T(b, z) \end{cases} = \mathcal{O}(|z|^{-1/2}), \quad |z| \rightarrow 0 \quad (2.1.3l)$$

$$u(\rho, z) = \mathcal{O}(e^{ik|z|}), \quad |z| \rightarrow \infty \quad (2.1.3m)$$

### 2.1.2 MWHD'lerinin Elde Edilişi

$u(\rho, z)$  alanının,  $\rho \in (a, b)$  bölgesinde  $z \in (-\infty, \infty)$  için sağladığı (1.3) denkleminin Fourier dönüşümü uygulanırsa,

$$\left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \left[ K^2(\alpha) - \frac{1}{\rho^2} \right] \right) F(\rho, \alpha) = 0 \quad (2.1.4a)$$

olur. Burada  $\alpha$ , kompleks Fourier dönüşüm değişkeni olmak üzere,

$$F(\rho, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\rho, z) e^{i\alpha z} dz. \quad (2.1.4b)$$

ile tanımlı olan  $F(\rho, \alpha)$ ,

$$F(\rho, \alpha) = F_-(\rho, \alpha) + F_+(\rho, \alpha) \quad (2.1.4c)$$

şeklinde yazılabilir. (2.1.4c)'de görülen  $F_-(\rho, \alpha)$  ve  $F_+(\rho, \alpha)$  fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$F_-(\rho, \alpha) = \int_{-\infty}^0 u(\rho, z) e^{i\alpha z} dz \quad (2.1.5a)$$

$$F_+(\rho, \alpha) = \int_0^{\infty} u(\rho, z) e^{i\alpha z} dz \quad (2.1.5b)$$

$F_-(\rho, \alpha)$  ve  $F_+(\rho, \alpha)$  bilinmeyen fonksiyonlar olup, Fourier integralinin analitik özelliklerinden dolayı kompleks  $\alpha$ -düzleminin sırasıyla  $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  ve  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  yarı düzlemlerinde regüler fonksiyonlardır. Ayrıca, (2.1.3k)'daki ayrıt koşulu ve [35] kullanılarak  $|\alpha| \rightarrow \infty$  için

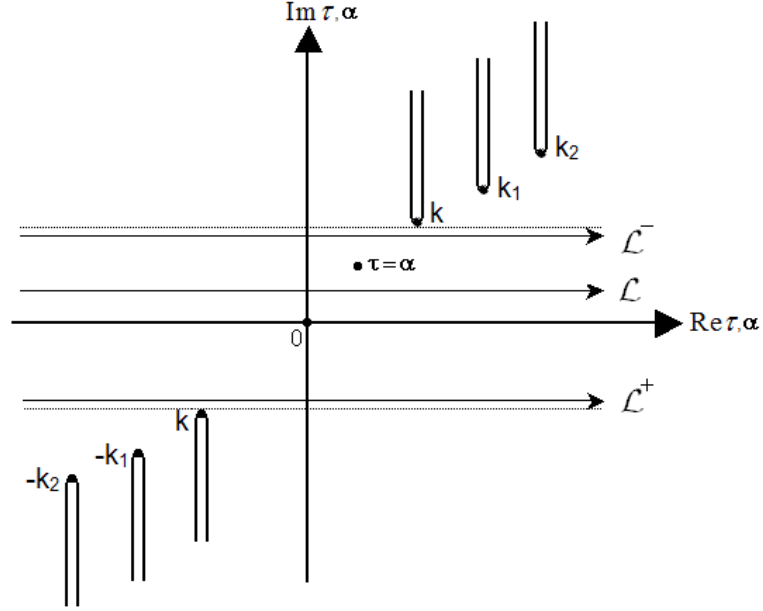
$$\begin{cases} F_{\pm}(a, \alpha) \\ F_{\pm}(b, \alpha) \end{cases} = \mathcal{O}(|\alpha|^{-3/2}) \quad (2.1.5c)$$

olduğu kolaylıkla gösterilebilir.

(2.1.4a)'de görülen  $K(\alpha)$  ise  $\alpha$ -kompleks düzleminde,  $\alpha = k$ 'dan  $\alpha = k + i\infty$ 'a ve  $\alpha = -k$ 'dan  $\alpha = -k - i\infty$ 'a kadar kesilmiş (Şekil 2.1.2),  $K(0) = k$  ile tanımlı

aşağıdaki karekök fonksiyonunu ifade etmektedir:

$$K(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2}, \quad (2.1.6)$$



Şekil 2.1.2 Kompleks  $\alpha$ -düzlemi

(2.1.4a)'deki homojen diferansiyel denklemin çözümü

$$F(\rho, \alpha) = A(\alpha)J_1(K\rho) + B(\alpha)Y_1(K\rho) \quad (2.1.7)$$

yapısında olup buradaki  $J_n$  ve  $Y_n$  sırasıyla  $n$ . mertebeden Bessel ve Neumann fonksiyonlarını göstermektedir.  $A(\alpha)$  ve  $B(\alpha)$  spektral katsayıları, koaksiyel dalga kılavuzunun mükemmel iletken yüzeyleri üzerinde sağlanan (2.1.3a) ve (2.1.3b) sınır koşulları ile belirlenir. (2.1.3a) ve (2.1.3b) sınır koşullarına yarı Fourier dönüşümü uygulanırsa sırasıyla,

$$F_-(b, \alpha) + b\dot{F}_-(b, \alpha) = 0 \quad \text{ve} \quad F_-(a, \alpha) + a\dot{F}_-(a, \alpha) = 0 \quad (2.1.8)$$

elde edilir. Burada kullanılan ve bundan sonraki bölümlerde de kullanılacak olan  $(\dot{\cdot})$  işareti,  $\rho$ 'ya göre türevi ifade etmektedir. Yani,  $\dot{F}_-(b, \alpha) = \left. \frac{\partial}{\partial \rho} F_-(\rho, \alpha) \right|_{\rho=b}$  dir. (2.1.7) ve (2.1.7)'nin  $\rho$ 'ya göre türevinde önce  $\rho = b$  sonra da  $\rho = a$  yazılıp

(2.1.8)'deki koşullar kullanılırsa spektral katsayılar,  $P_+(a, \alpha)$  ve  $P_+(b, \alpha)$  cinsinden

$$A(\alpha) = \frac{-K(\alpha)aY_0(Ka)P_+(b, \alpha) + K(\alpha)bY_0(Kb)P_+(a, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.10a)$$

$$B(\alpha) = \frac{K(\alpha)aJ_0(Ka)P_+(b, \alpha) - K(\alpha)bJ_0(Kb)P_+(a, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.10b)$$

şeklinde bulunur. Buradaki  $P_+(\rho, \alpha)$  fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$P_+(\rho, \alpha) = F_+(\rho, \alpha) + \rho\dot{F}_+(\rho, \alpha)$$

(2.1.10a) ve (2.1.10b)'deki katsayıların (2.1.7)'de yerlerine yazılmasıyla

$$F_-(\rho, \alpha) + F_+(\rho, \alpha) = \frac{bT_2(\rho, b, \alpha)P_+(a, \alpha) - aT_2(\rho, a, \alpha)P_+(b, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.11)$$

elde edilir. (2.1.11)'deki,  $T_1(a, b, \alpha)$  ve  $T_2(a, b, \alpha)$  fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$T_1(a, b, \alpha) = K^2(\alpha) [J_0(Ka)Y_0(Kb) - J_0(Kb)Y_0(Ka)] \quad (2.1.12a)$$

$$T_2(a, b, \alpha) = K(\alpha) [J_1(Ka)Y_0(Kb) - J_0(Kb)Y_1(Ka)] \quad (2.1.12b)$$

Analizin ilerleyen kısımlarında ihtiyaç duyulacak olan  $P_+(a, \alpha)$  ve  $P_+(b, \alpha)$  fonksiyonlarının  $|\alpha| \rightarrow \infty$  için davranışları

$$\begin{cases} P_+(a, \alpha) \\ P_+(b, \alpha) \end{cases} = \mathcal{O}(|\alpha|^{-1/2}) \quad (2.1.13)$$

şeklindedir.

Şimdi dışarıdaki kablonun üzerinde  $\rho \in (b, c)$  ve  $z > 0$ 'da ve içerideki kablonun üzerinde  $\rho \in (d, a)$  ve  $z > 0$ 'da yer alan oyuklu bölgeleri düşünelim. Bu bölgelerde sırasıyla  $u_1(\rho, z)$  ve  $u_2(\rho, z)$  alanları,  $z > 0$  için aşağıdaki denklemi sağlarlar:

$$\left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left[ k_j^2 - \frac{1}{\rho^2} \right] \right) u_j(\rho, z) = 0 \quad j = 1, 2 \quad (2.1.14a)$$

(2.1.14a)'daki eşitliklerin her iki tarafı  $e^{i\alpha z}$  ile çarpılıp  $z$ 'ye göre 0'dan  $\infty$ 'a kadar

integre edilirse,

$$\left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \left[ H_j^2(\alpha) - \frac{1}{\rho^2} \right] \right) G_j^+(\rho, \alpha) = -i\alpha f_j(\rho), \quad j = 1, 2 \quad (2.1.14b)$$

elde edilir. Burada,  $G_j^+(\rho, \alpha)$ ,  $j = 1, 2$

$$G_j^+(\rho, \alpha) = \int_0^\infty u_j(\rho, \alpha) e^{i\alpha z} dz, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.15a)$$

ile tanımlı olup  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  yarı düzleminde regüler fonksiyonlardır.  $H_j(\alpha)$  fonksiyonu ise,

$$H_j(\alpha) = \sqrt{k_j^2 - \alpha^2} \quad \text{Im } k_j > \text{Im } k, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.15b)$$

şeklinde tanımlanmış, kompleks  $\alpha$ -düzleminde sırasıyla  $\alpha = k_j$ 'den  $\alpha = k_j + i\infty$  'a ve  $\alpha = -k_j$ 'den  $\alpha = -k_j - i\infty$ 'e kadar kesilmiş,  $H_j(0) = k_j$ ,  $i = 1, 2$  olacak şekilde tanımlanmış karekök fonksiyonlarıdır. (2.1.14b)'de görülen  $f_j(\rho)$ ,  $j = 1, 2$  fonksiyonları ise aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$f_j(\rho) = u_j(\rho, 0), \quad j = 1, 2 \quad (2.1.15c)$$

(2.1.14b) elde edilirken (2.1.3d), (2.1.3f) ve radyasyon koşulu kullanılmıştır.

(2.1.14b)'deki homojen olmayan diferansiyel denklemleri çözmek için Green fonksiyonu yöntemi kullanılırsa sırasıyla,

$$G_1^+(\rho, \alpha) = \left[ \tilde{A}_1(\alpha) J_1(H_1 \rho) + \tilde{B}_1(\alpha) Y_1(H_1 \rho) \right] - i\alpha \int_b^c f_1(t) \mathcal{G}_1(t, \rho, \alpha) t dt. \quad (2.1.16a)$$

$$G_2^+(\rho, \alpha) = \left[ \tilde{A}_2(\alpha) J_1(H_2 \rho) + \tilde{B}_2(\alpha) Y_1(H_2 \rho) \right] - i\alpha \int_d^a f_2(t) \mathcal{G}_2(t, \rho, \alpha) t dt. \quad (2.1.16b)$$

olur. Burada  $\mathcal{G}_1(\rho, t, \alpha)$ ,

$$\left[ \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{d}{d\rho} \right) + \left[ H_1^2(\alpha) - \frac{1}{\rho^2} \right] \right] \mathcal{G}_1(\rho, t, \alpha) = 0, \quad (2.1.17)$$

$$\mathcal{G}_1(t+0, t, \alpha) - \mathcal{G}_1(t-0, t, \alpha) = 0, \quad (2.1.18a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_1(t+0, t, \alpha) - \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_1(t-0, t, \alpha) = \frac{1}{t}, \quad (2.1.18b)$$

$$\mathcal{G}_1(b, t, \alpha) + b \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_1(b, t, \alpha) = 0, \quad (2.1.18c)$$

$$\mathcal{G}_1(c, t, \alpha) + c \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_1(c, t, \alpha) = 0. \quad (2.1.18d)$$

ilişkilerini sağlayan,  $\mathcal{G}_2(\rho, t, \alpha)$  ise

$$\left[ \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{d}{d\rho} \right) + \left[ H_2^2(\alpha) - \frac{1}{\rho^2} \right] \right] \mathcal{G}_2(\rho, t, \alpha) = 0, \quad (2.1.19)$$

$$\mathcal{G}_2(t+0, t, \alpha) - \mathcal{G}_2(t-0, t, \alpha) = 0, \quad (2.1.20a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_2(t+0, t, \alpha) - \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_2(t-0, t, \alpha) = \frac{1}{t}, \quad (2.1.20b)$$

$$\mathcal{G}_2(a, t, \alpha) + a \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_2(a, t, \alpha) = 0, \quad (2.1.20c)$$

$$\mathcal{G}_2(d, t, \alpha) + d \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{G}_2(d, t, \alpha) = 0. \quad (2.1.20d)$$

ilişkilerini sağlayan Green fonksiyonlarıdır.

(2.1.17) diferansiyel denklemi (2.1.18a)-(2.1.18d) koşulları altında, (2.1.19) diferansiyel denklemi ise (2.1.20a)-(2.1.20d) koşulları altında çözümlerse sırasıyla aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$\mathcal{G}_1(\rho, t, \alpha) = \frac{1}{M_1(b, c, \alpha)} Q_1(\rho, t, \alpha), \quad (2.1.21a)$$

$$\mathcal{G}_2(\rho, t, \alpha) = \frac{1}{M_2(d, a, \alpha)} Q_2(\rho, t, \alpha), \quad (2.1.21b)$$

burada

$$M_1(b, c, \alpha) = H_1^2(\alpha) [J_0(H_1 b) Y_0(H_1 c) - J_0(H_1 c) Y_0(H_1 b)] \quad (2.1.22a)$$

$$M_2(d, a, \alpha) = H_2^2(\alpha) [J_0(H_2d)Y_0(H_2a) - J_0(H_2a)Y_0(H_2d)] \quad (2.1.22b)$$

ve

$$Q_1(\rho, t, \alpha) = \frac{\pi}{2} \begin{cases} L_1(\rho, b, \alpha) L_1(t, c, \alpha) & , b < \rho < t \\ L_1(t, b, \alpha) L_1(\rho, c, \alpha) & , t < \rho < c \end{cases} \quad (2.1.22c)$$

$$Q_2(\rho, t, \alpha) = \frac{\pi}{2} \begin{cases} L_2(\rho, d, \alpha) L_2(t, a, \alpha) & , d < \rho < t \\ L_2(t, d, \alpha) L_2(\rho, a, \alpha) & , t < \rho < a \end{cases} \quad (2.1.22d)$$

olup

$$L_j(t, \rho, \alpha) = H_j(\alpha) [J_1(H_j t) Y_0(H_j \rho) - J_0(H_j \rho) Y_1(H_j t)], \quad j = 1, 2 \quad (2.1.22e)$$

şeklinde tanımlanmıştır. (2.1.3c) ve (2.1.3i) sınır koşullarının yarım Fourier dönüşümleri (2.1.16a)'da kullanılarak  $\tilde{A}_1(\alpha)$  ve  $\tilde{B}_1(\alpha)$ , (2.1.3e) ve (2.1.3j) sınır koşullarının yarım Fourier dönüşümleri ise (2.1.16b)'de kullanılarak  $\tilde{A}_2(\alpha)$  ve  $\tilde{B}_2(\alpha)$  spektral katsayıları belirlenir ve bu katsayılar sırasıyla (2.1.16a) ve (2.1.16b)' de yerlerine yazılır ve düzenlenirse,

$$G_1^+(\rho, \alpha) = \frac{\varepsilon_{r_1} L_1(\rho, c, \alpha)}{b M_1(b, c, \alpha)} P_+(b, \alpha) - \frac{i\alpha}{M_1(b, c, \alpha)} \int_b^c f_1(t) Q_1(\rho, t, \alpha) dt \quad (2.1.23a)$$

$$G_2^+(\rho, \alpha) = \frac{-\varepsilon_{r_2} L_2(\rho, d, \alpha)}{a M_2(d, a, \alpha)} P_+(a, \alpha) - \frac{i\alpha}{M_2(d, a, \alpha)} \int_d^a f_2(t) Q_2(\rho, t, \alpha) dt \quad (2.1.23b)$$

elde edilir.

(2.1.23a) ve (2.1.23b) ifadelerinin sol tarafındaki fonksiyonlar  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  üst yarı düzleminde analitik fonksiyonlardır. Söz konusu eşitliklerin sağ taraflarındaki ifadelerin söz konusu bölgedeki analitikliği ise sırasıyla  $M_1(b, c, \alpha)$  ve  $M_2(d, a, \alpha)$  fonsiyonlarının  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  bölgesindeki sıfırlarından kaynaklanan basit kutuplardan dolayı bozulmaktadır. Bu sıfırlar sırasıyla  $\alpha_m^{(1)}$  ve  $\alpha_m^{(2)}$ ,  $m =$



1, 2, 3, ... değerleridir. Yani,

$$M_1(b, c, \alpha_m^{(1)}) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.1.24a)$$

$$M_2(d, a, \alpha_m^{(2)}) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.1.24b)$$

Burada,  $\alpha_1^{(1)} = k_1$  ve  $\alpha_1^{(2)} = k_2$  olduğuna dikkat edelim. Söz konusu basit kutuplar rezidüleri sıfır yapılarak kaldırılır ve aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$P_+(b, \alpha_m^{(1)}) = \frac{i\pi b \alpha_m^{(1)}}{2\varepsilon_{r_1}} \int_b^c f_1(t) L_1(t, b, \alpha_m^{(1)}) t dt \quad (2.1.25a)$$

$$P_+(a, \alpha_m^{(2)}) = \frac{i\pi a \alpha_m^{(2)}}{2\varepsilon_{r_2}} \int_a^d f_2(t) L_2(t, a, \alpha_m^{(2)}) t dt \quad (2.1.25b)$$

(2.1.11) ve (2.1.23a)'da  $\rho = b$  alınıp (2.1.3g) süreklilik koşulu, (2.1.11) ve (2.1.23b)'de  $\rho = a$  alınıp (2.1.3h) süreklilik koşulu kullanılırsa sırasıyla aşağıdaki denklemler bulunur:

$$\begin{aligned} P_+(b, \alpha) V_1(\alpha) + b F_-(b, \alpha) = \\ \frac{i\pi b \alpha}{2} \frac{L_1(b, c, \alpha)}{M_1(b, c, \alpha)} \int_b^c f_1(t) L_1(t, b, \alpha) t dt \\ - \frac{1}{i(k + \alpha)} + \frac{2}{\pi a} \frac{P_+(a, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \end{aligned} \quad (2.1.26a)$$

$$\begin{aligned} - P_+(a, \alpha) V_2(\alpha) + a F_-(a, \alpha) = \\ \frac{i\pi a \alpha}{2} \frac{L_2(a, d, \alpha)}{M_2(a, d, \alpha)} \int_a^d f_2(t) L_2(t, a, \alpha) t dt \\ - \frac{1}{i(k + \alpha)} - \frac{2}{\pi b} \frac{P_+(b, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \end{aligned} \quad (2.1.26b)$$

burada

$$V_1(\alpha) = \frac{\mathcal{X}_1(\alpha)}{M_1(b, c, \alpha) T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.27a)$$

$$V_2(\alpha) = \frac{\mathcal{X}_2(\alpha)}{M_2(d, a, \alpha) T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.27b)$$

olup

$$\mathcal{X}_1(\alpha) = \varepsilon_{r_1} L_1(b, c, \alpha) T_1(a, b, \alpha) + M_1(b, c, \alpha) T_2(b, a, \alpha). \quad (2.1.27c)$$

$$\mathcal{X}_2(\alpha) = \varepsilon_{r_2} L_2(a, d, \alpha) T_1(a, b, \alpha) + M_2(d, a, \alpha) T_2(a, b, \alpha). \quad (2.1.27d)$$

şeklinde fonksiyonlardır.

$f_1(t)$  ve  $f_2(t)$  fonksiyonları Dini koşulunu sağlayan mutlak integrallenebilir fonksiyonlar olduklarından aşağıdaki gibi Fourier-Bessel serisine açılabilirler:

$$f_1(t) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m^{(1)} L_1(t, b, \alpha_m^{(1)}) \quad (2.1.28a)$$

$$f_2(t) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m^{(2)} L_2(t, a, \alpha_m^{(2)}) \quad (2.1.28b)$$

burada

$$f_m^{(1)} = \frac{1}{\vartheta_m^{(1)}} \int_b^c f_1(t) L_1(t, b, \alpha_m^{(1)}) t dt \quad (2.1.28c)$$

$$f_m^{(2)} = \frac{1}{\vartheta_m^{(2)}} \int_a^d f_2(t) L_2(t, a, \alpha_m^{(2)}) t dt \quad (2.1.28d)$$

olup (2.1.28c) ve (2.1.28d)'deki  $\vartheta_m^{(1)}$  ve  $\vartheta_m^{(2)}$  fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$\vartheta_m^{(1)} = \frac{c^2}{2} L_1^2(c, b, \alpha_m^{(1)}) - \frac{2}{\pi^2} \quad (2.1.28e)$$

$$\vartheta_m^{(2)} = \frac{d^2}{2} L_2^2(d, a, \alpha_m^{(2)}) - \frac{2}{\pi^2} \quad (2.1.28f)$$

(2.1.28a) ifadesi (2.1.25a) ve (2.1.26a)'da, (2.1.28b) ifadesi ise (2.1.25b) ve (2.1.26b)'de yazılıp terim terime integrasyon uygulanırsa,

$$P_+(b, \alpha_m^{(1)}) = \frac{i\pi b \alpha_m^{(1)} \vartheta_m^{(1)}}{2\varepsilon_{r_1}} f_m^{(1)} \quad (2.1.29a)$$

$$P_+(a, \alpha_m^{(2)}) = \frac{i\pi a \alpha_m^{(2)} \vartheta_m^{(2)}}{2\varepsilon_{r_2}} f_m^{(2)} \quad (2.1.29b)$$

ve  $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bandında geçerli olan ikinci tip modifiye Wiener-

Hopf denklemleri elde edilir:

$$\begin{aligned}
P_+(b, \alpha)V_1(\alpha) + bF_-(b, \alpha) = \\
\frac{i\pi abc}{2}L_1(b, c, \alpha) \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{(\alpha_m^{(1)})^2 - \alpha^2} f_m^{(1)} \right] \\
- \frac{1}{i(k + \alpha)} + \frac{2}{\pi a} \frac{P_+(a, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.30a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- P_+(a, \alpha)V_2(\alpha) + aF_-(a, \alpha) = \\
\frac{i\pi ad}{2}L_2(a, d, \alpha) \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{(\alpha_m^{(2)})^2 - \alpha^2} f_m^{(2)} \right] \\
- \frac{1}{i(k + \alpha)} - \frac{2}{\pi b} \frac{P_+(b, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.30b)
\end{aligned}$$

### 2.1.3 MWHD'lerinin Çözümü

(2.1.30a) ve (2.1.30b)'deki modifiye Wiener-Hopf denklemleri aşağıdaki gibi yazıl-  
sın:

$$P_+(b, \alpha)V_1(\alpha) + R_1(\alpha) = \frac{2}{\pi a} \frac{P_+(a, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.31a)$$

$$-P_+(a, \alpha)V_2(\alpha) + R_2(\alpha) = -\frac{2}{\pi b} \frac{P_+(b, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.31b)$$

burada

$$\begin{aligned}
R_1(\alpha) = bF_-(b, \alpha) + \frac{1}{i(k + \alpha)} \\
- \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_1(b, c, \alpha)L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{\alpha_m^{(1)} - \alpha} f_m^{(1)} - \frac{L_1(b, c, \alpha)L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{\alpha_m^{(1)} + \alpha} f_m^{(1)} \right] \quad (2.1.32a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_2(\alpha) = aF_-(a, \alpha) + \frac{1}{i(k + \alpha)} \\
- \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_2(a, d, \alpha)L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{\alpha_m^{(2)} - \alpha} f_m^{(2)} - \frac{L_2(a, d, \alpha)L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{\alpha_m^{(2)} + \alpha} f_m^{(2)} \right] \quad (2.1.32b)
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır. Wiener-Hopf ayrıştırma işleminin uygulanabilmesi için  $V_1(\alpha)$  ve  $V_2(\alpha)$  çekirdek fonksiyonlarının,  $V_{1,2}^+(\alpha)$  ve  $V_{1,2}^-(\alpha)$  sırasıyla  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  ve  $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bölgelerinde sıfırları olmayan ve regüler fonksiyonlar olmak üzere, [32]'deki yöntem kullanılarak faktörizasyonları yapılır:

$$V_{1,2}(\alpha) = V_{1,2}^+(\alpha)V_{1,2}^-(\alpha) \quad (2.1.33a)$$

ve

$$V_{1,2}^\pm(\alpha) = \frac{\sqrt{V_{1,2}(0)}}{(1 \mp \alpha/\alpha_1^{(1,2)})(1 \mp \alpha/\xi_1)} \prod_{m=1}^{\infty} \left( \frac{1 \mp \alpha/\beta_m^{(1,2)}}{(1 \mp \alpha/\xi_{m+1})(1 \mp \alpha/\alpha_{m+1}^{(1,2)})} \right) \quad (2.1.33b)$$

Kolaylıkla gösterilebilir ki,  $|\alpha| \rightarrow \infty$  için

$$V_{1,2}^\pm(\alpha) \sim \mathcal{O}(1) \quad (2.1.33c)$$

dir. Burada  $\beta_m^{(1,2)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$ ,  $\mathcal{X}_{1,2}(\alpha)$  fonksiyonlarının ve  $\xi_m$ ,  $m = 1, 2, \dots$  ise  $T_1(a, b, \alpha)$  fonksiyonunun sıfırlarıdır. Ayrıca,  $\xi_1 = k$  olduğuna dikkat edelim.

Şimdi (2.1.31a) ve (2.1.31b)'nin her iki tarafı sırasıyla  $1/V_1^-(\alpha)$  ve  $1/V_2^-(\alpha)$  ile çarpılırsa

$$V_1^+(\alpha)P_+(b, \alpha) + \frac{R_1(\alpha)}{V_1^-(\alpha)} = \frac{2}{\pi a} \frac{V_1^+(\alpha)M_1(b, c, \alpha)P_+(a, \alpha)}{\mathcal{X}_1(\alpha)} \quad (2.1.34a)$$

$$-V_2^+(\alpha)P_+(a, \alpha) + \frac{R_2(\alpha)}{V_2^-(\alpha)} = -\frac{2}{\pi b} \frac{V_2^+(\alpha)M_2(d, a, \alpha)P_+(b, \alpha)}{\mathcal{X}_2(\alpha)} \quad (2.1.34b)$$

olur. (2.1.34a) ve (2.1.34b) kuple denklemlerinin ayrıştırılması için Cauchy Rezidü Teoremi uygulanır:

$$\begin{aligned} V_1^+(\alpha)P_+(b, \alpha) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \\ - \frac{1}{2\pi i} \frac{2}{\pi a} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{V_1^+(\tau)M_1(b, c, \tau)P_+(a, \tau)}{\mathcal{X}_1(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} = \\ \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} - \frac{1}{2\pi i} \frac{2}{\pi a} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{V_1^+(\tau)M_1(b, c, \tau)P_+(a, \tau)}{\mathcal{X}_1(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \end{aligned} \quad (2.1.35a)$$

$$\begin{aligned}
& -V_2^+(\alpha)P_+(a, \alpha) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{R_2(\tau)}{V_2^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \\
& \quad + \frac{1}{2\pi i} \frac{2}{\pi b} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{V_2^+(\tau)M_2(d, a, \tau)P_+(b, \tau)}{\mathcal{X}_2(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} = \\
& \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{R_2(\tau)}{V_2^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} + \frac{1}{2\pi i} \frac{2}{\pi b} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{V_2^+(\tau)M_2(d, a, \tau)P_+(b, \tau)}{\mathcal{X}_2(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \quad (2.1.35b)
\end{aligned}$$

$|\alpha| \rightarrow \infty$ ,  $K(\alpha) \sim i|\alpha|$  için Bessel ve Neumann fonksiyonlarının

$$J_0(Ka) \sim \text{sabit} \times J_0'(Ka) = \mathcal{O}(|\alpha|^{-1/2} e^{|\alpha|}) \quad (2.1.36a)$$

$$Y_0(Ka) \sim \text{sabit} \times Y_0'(Ka) = \mathcal{O}(|\alpha|^{-1/2} e^{|\alpha|}) \quad (2.1.36b)$$

davranışları gözönünde bulundurulduğunda  $|\alpha| \rightarrow \infty$  için

$$M_{1,2}(t, \rho, \alpha) = \mathcal{O}(|\alpha| e^{2|\alpha|}) \quad (2.1.37a)$$

$$\mathcal{X}_{1,2}(\alpha) = \mathcal{O}(|\alpha| e^{4|\alpha|}) \quad (2.1.37b)$$

olur. (2.1.5c), (2.1.13), (2.1.33c), (2.1.37a) ve (2.1.37b)'den (2.1.35a) ve (2.1.35b)'deki integrallerin mevcut oldukları ve analitiklik bölgelerinde  $|\alpha| \rightarrow \infty$  için  $\mathcal{O}(|\alpha|^{-1})$  oldukları söylenebilir. İntegrallerin bu sonuçları, (2.1.13) ve 2.1.33c) kullanılarak Liouville Teoremine göre (2.1.35a) ve (2.1.35b)'deki eşitliklerin her iki tarafının sıfıra eşit olduğu kolaylıkla görülür. Böylece,

$$\begin{aligned}
V_1^+(\alpha)P_+(b, \alpha) &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \\
& \quad + \frac{1}{2\pi i} \frac{2}{\pi a} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{V_1^+(\tau)M_1(b, c, \tau)P_+(a, \tau)}{\mathcal{X}_1(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \quad (2.1.38a)
\end{aligned}$$

$$\int_{\mathcal{L}_-} \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} - \frac{2}{\pi a} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{V_1^+(\tau)M_1(b, c, \tau)P_+(a, \tau)}{\mathcal{X}_1(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} = 0 \quad (2.1.38b)$$

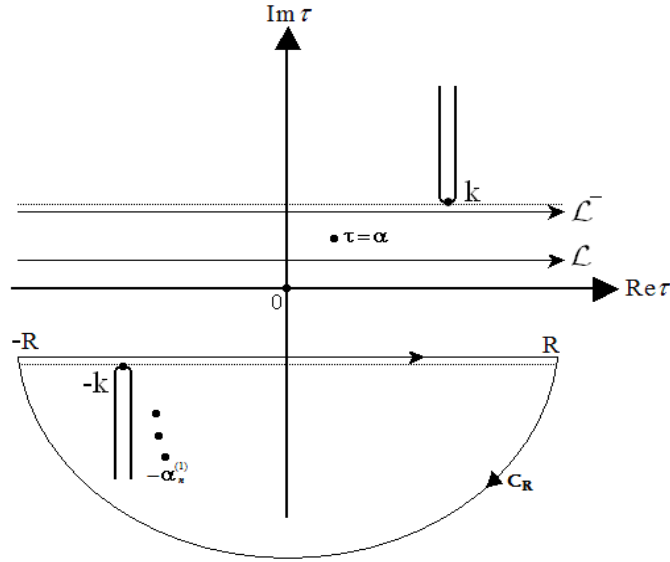
$$V_2^+(\alpha)P_+(a, \alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{R_2(\tau)}{V_2^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} + \frac{1}{2\pi i} \frac{2}{\pi b} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{V_2^+(\tau)M_2(d, a, \tau)P_+(b, \tau)}{\mathcal{X}_2(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \quad (2.1.38c)$$

$$\int_{\mathcal{L}_-} \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} + \frac{2}{\pi b} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{V_2^+(\tau)M_2(d, a, \tau)P_+(b, \tau)}{\mathcal{X}_1(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} = 0 \quad (2.1.38d)$$

denklemleri elde edilir. Buradaki  $\mathcal{L}_\pm$  integrasyon eğrileri Şekil 2.1.2'de görüldüğü gibidir. (2.1.38a)-(2.1.38d)'de görülen integraller kolaylıkla hesaplanabilir. İlk olarak,

$$I(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)} \frac{d\tau}{(\tau - \alpha)} \quad (2.1.39)$$

integralini ele alalım.  $R_1(\tau)$ 'nin (2.1.32a)'daki ifadesi gözönüne alındığında (2.1.39)'daki integrantın  $\tau = -\alpha_m^{(1)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$  ve  $\tau = -k$ 'daki basit kutuplar haricinde  $\text{Im}(\tau) < \text{Im}(-k)$  yarı düzleminde regüler olduğu söylenebilir.  $\mathcal{L}_+$  integrasyon eğrisini Şekil 2.1.3'deki gibi kapatıp Cauchy Teoremi'ni uygulayalım:



Şekil 2.1.3 İntegrasyon bölgesi

Öncelikle  $|R| \rightarrow \infty$  için  $C_R$  eğrisi üzerindeki integrali hesaplayalım:

$$(2.1.32a) \text{ ve } (2.1.33c) \text{ dikkate alındığında } |\tau| \rightarrow \infty \text{ için integrantın } \mathcal{O}(|\tau|^{-3/2})$$

olduğu görülür. O zaman  $|\tau| \rightarrow \infty$  için,

$$\tau \left( \frac{R_1(\tau)}{V_1^-(\tau)(\tau - \alpha)} \right) \rightarrow 0$$

olduğundan [34]'e göre  $|R| \rightarrow \infty$  için  $C_R$  eğrisi üzerindeki integral sıfırdır. Ayrıca  $|R| \rightarrow \infty$  için  $[-RR] \rightarrow \mathcal{L}_+$  olduğundan  $I(\alpha)$  integrali,  $\tau = -\alpha_m^{(1)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$  ve  $\tau = -k$ 'daki basit kutuplardan gelen rezidü katkılarının toplamına eşittir:

$$I(\alpha) = \frac{1}{i(k+\alpha)V_1^+(k)} + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + \alpha)} \right) \quad (2.1.40)$$

Benzer şekilde diğer integraller de hesaplanırsa (2.1.38a)-(2.1.38d) eşitlikleri,

$$\begin{aligned} V_1^+(\alpha)P_+(b, \alpha) + \frac{1}{i(k+\alpha)V_1^+(k)} + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + \alpha)} \right) = \\ \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_1^+(\beta_n^{(1)})M_1(b, c, \beta_n^{(1)})P_+(a, \beta_n^{(1)})}{\mathcal{X}'_1(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - \alpha)} \right) \\ + \frac{2}{\pi a} \frac{M_1(b, c, \alpha)V_1^+(\alpha)P_+(a, \alpha)}{\mathcal{X}_1(\alpha)} \end{aligned} \quad (2.1.41a)$$

$$\begin{aligned} \frac{R_1(\alpha)}{V_1^-(\alpha)} - \frac{1}{i(k+\alpha)V_1^+(k)} - \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + \alpha)} \right) = \\ - \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)})V_1^+(\beta_n^{(1)})P_+(a, \beta_n^{(1)})}{\mathcal{X}'_1(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - \alpha)} \right) \end{aligned} \quad (2.1.41b)$$

$$\begin{aligned} V_2^+(\alpha)P_+(a, \alpha) - \frac{1}{i(k+\alpha)V_2^+(k)} - \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} + \alpha)} \right) = \\ \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)})V_2^+(\beta_n^{(2)})P_+(b, \beta_n^{(2)})}{\mathcal{X}'_2(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - \alpha)} \right) + \frac{2}{\pi b} \frac{M_2(d, a, \alpha)V_2^+(\alpha)P_+(b, \alpha)}{\mathcal{X}_2(\alpha)} \end{aligned} \quad (2.1.41c)$$

$$\begin{aligned} \frac{R_2(\alpha)}{V_2^-(\alpha)} - \frac{1}{i(k+\alpha)V_2^+(k)} - \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} + \alpha)} \right) = \\ \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)})V_2^+(\beta_n^{(2)})P_+(b, \beta_n^{(2)})}{\mathcal{X}'_2(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - \alpha)} \right) \end{aligned} \quad (2.1.41d)$$

olur. Burada kullanılan ve bundan sonraki bölümlerde de kullanılacak olan  $(')$  işareti,  $\alpha$ 'ya göre türevi ifade etmektedir. Yani,  $\mathcal{X}'_1(\beta_n^{(1)}) = \frac{\partial}{\partial \alpha} \mathcal{X}_1(\alpha) \Big|_{\alpha=\beta_n^{(1)}}$

dir. (2.1.41a)-(2.1.41d) denklemlerinde görülen  $P_+(a, \beta_m^{(1)})$ ,  $P_+(b, \beta_m^{(2)})$ ,  $f_m^{(1)}$ ,  $f_m^{(2)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$  değerleri bilinir ve serilerin de yakınsaklıkları garanti edilirse saçılan alan için gerekli olan  $P_+(a, \alpha)$  ve  $P_+(b, \alpha)$  fonksiyonları bulunabilir. (2.1.41a)-(2.1.41d)'de görülen seriler  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  bölgelerinde mutlak ve düzgün yakınsaktırlar.  $P_+(a, \beta_m^{(1)})$ ,  $P_+(b, \beta_m^{(2)})$ ,  $f_m^{(1)}$ ,  $f_m^{(2)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$  dizilerinin bulunabilmesi için önce (2.1.31a), (2.1.31b)'deki kuple MWH denklemleri,

$$P_+(b, \alpha) + \frac{1}{V_1^+(\alpha)} \frac{R_1(\alpha)}{V_1^-(\alpha)} = \frac{2}{\pi a} \frac{P_+(a, \alpha)}{V_1(\alpha) T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.42a)$$

$$-P_+(a, \alpha) + \frac{1}{V_2^+(\alpha)} \frac{R_2(\alpha)}{V_2^-(\alpha)} = -\frac{2}{\pi b} \frac{P_+(b, \alpha)}{V_2(\alpha) T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.1.42b)$$

şeklinde düzenlenip (2.1.42a)'da (2.1.41b) denklemi, (2.1.42b)'de ise (2.1.41d) denklemi kullanılır ve elde edilen ifadelerde de sırasıyla  $\alpha_r^{(1)}$  ve  $\alpha_r^{(2)}$  yazılır ve (2.1.29a) ve (2.1.29b) kullanılırsa

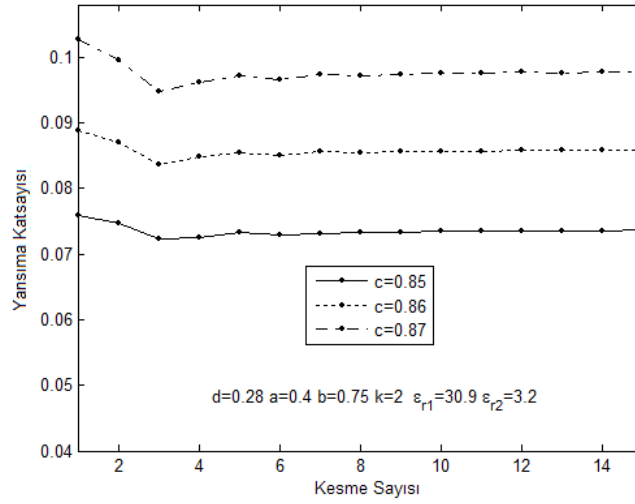
$$\begin{aligned} & \frac{i\pi b}{2\varepsilon_{r_1}} \alpha_r^{(1)} \vartheta_r^{(1)} V_1^+(\alpha_r^{(1)}) f_r^{(1)} + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)}) L_1(b, c, \alpha_m^{(1)}) f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)}) (\alpha_m^{(1)} + \alpha_r^{(1)})} \right) \\ & - \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)}) V_1^+(\beta_n^{(1)}) P_+(a, \beta_n^{(1)})}{\mathcal{X}'_1(\beta_n^{(1)}) (\beta_n^{(1)} - \alpha_r^{(1)})} \right) \\ & = \frac{-1}{i(k + \alpha_r^{(1)}) V_1^+(k)} \quad (2.1.43a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{i\pi a}{2\varepsilon_{r_2}} \alpha_r^{(2)} \vartheta_r^{(2)} V_2^+(\alpha_r^{(2)}) f_r^{(2)} - \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)}) L_2(a, d, \alpha_m^{(2)}) f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)}) (\alpha_m^{(2)} + \alpha_r^{(2)})} \right) \\ & - \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)}) V_2^+(\beta_n^{(2)}) P_+(b, \beta_n^{(2)})}{\mathcal{X}'_2(\beta_n^{(2)}) (\beta_n^{(2)} - \alpha_r^{(2)})} \right) \\ & = \frac{1}{i(k + \alpha_r^{(2)}) V_2^+(k)} \quad (2.1.43b) \end{aligned}$$

elde edilir. (2.1.41a) ve (2.1.41c) denklemlerinde de  $\alpha = \beta_r^{(1)}$ ,  $\beta_r^{(2)}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$  yazılırsa (2.1.43a)-(2.1.43b) denklemleri ile birlikte bilinmeyenleri  $P_+(a, \beta_m^{(1)})$ ,  $P_+(a, \beta_m^{(2)})$ ,  $P_+(b, \beta_m^{(1)})$ ,  $P_+(b, \beta_m^{(2)})$ ,  $f_m^{(1)}$ ,  $f_m^{(2)}$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  olan sonsuz denklemlerden oluşan lineer denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminde yer alan sonsuz serilerin yakınsaklığının belirli bir  $m = N$  değeri için yeterli olması



durumunda sonsuz denklem sistemi  $6N \times 6N$ 'lik sonlu bir denklem sistemine indirgenmiş olur. Bu denklem sisteminde yapılacak bazı işlemlerle, bilinmeyenleri  $P_+(a, \beta_m^{(1)})$ ,  $P_+(b, \beta_m^{(2)})$ ,  $f_m^{(1)}$ ,  $f_m^{(2)}$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  olan  $4N \times 4N$ 'lik bir denklem sistemi elde edilir. Böylece bu denklem sistemi nümerik olarak çözülebilir. Aşağıda, dışarıdaki iletken üzerinde bulunan yarı sonsuz uzunluklu oyukun yüksekliğinin farklı değerleri için yansıyan alanın genliğinin  $N$ 'e göre davranışı yer almaktadır. Şekil 2.1.4'de  $N > 8$  değerleri için yansıyan alanın genliğinde meydana gelen değişimin dikkate alınmayacak kadar küçük olduğu görülmektedir.



Şekil 2.1.4 - Yansıyan alanın kesme sayısına göre davranışı

### 2.1.4 Saçılan Alan

$\rho \in (a, b)$  ve  $z < 0$  bölgesindeki yansıyan alan,  $F_-(\rho, \alpha)$ 'nın ters Fourier dönüşümü alınarak elde edilir:

$$u(\rho, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \left[ \frac{bT_2(\rho, b, \alpha)P_+(a, \alpha) - aT_2(\rho, a, \alpha)P_+(b, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} - F_+(\rho, \alpha) \right] e^{-i\alpha z} d\alpha \quad (2.1.44a)$$

Buradaki  $\mathcal{L}$  eğrisi,  $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bandında  $\mathcal{L}_{\pm}$  doğrularına paralel bir doğrudur (Şekil 2.1.2). Jordan Teoremi uyarınca  $\mathcal{L}$  eğrisi üstten kapatılırsa,

$$u(\rho, z) = i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{bT_2(\rho, b, \xi_m)P_+(a, \xi_m) - aT_2(\rho, a, \xi_m)P_+(b, \xi_m)}{abT_1'(a, b, \xi_m)} e^{-i\xi_m z} \right) \quad (2.1.44b)$$

olur. Yansıma katsayısı  $\mathcal{R}$ ,  $\exp(-ikz)/\rho$ 'lu terimin kompleks katsayısı olup  $\alpha = k$ 'daki basit kutuptan gelen katkı ile hesaplanır:

$$\mathcal{R} = \frac{-i}{2abk \log(b/a)} [bP_+(a, k) - aP_+(b, k)] \quad (2.1.45)$$

(2.1.45)'deki  $[bP_+(a, k) - aP_+(b, k)]$  ifadesi (2.1.31a) ve (2.1.31b) MWH denklemlerinin her ikisinden de elde edilebilir. (2.1.31a) ve (2.1.31b)'nin kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar sırasıyla,

$$bP_+(a, k) - aP_+(b, k) = \frac{1}{V_1^+(k)} \left\{ -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)})V_1^+(\beta_n^{(1)})P_+(a, \beta_n^{(1)})}{\mathcal{X}'_1(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - k)} \right) \right. \\ \left. - \frac{i\pi abc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + k)} \right) \right\} - \frac{ia}{2k [V_1^+(k)]^2} \quad (2.1.46a)$$

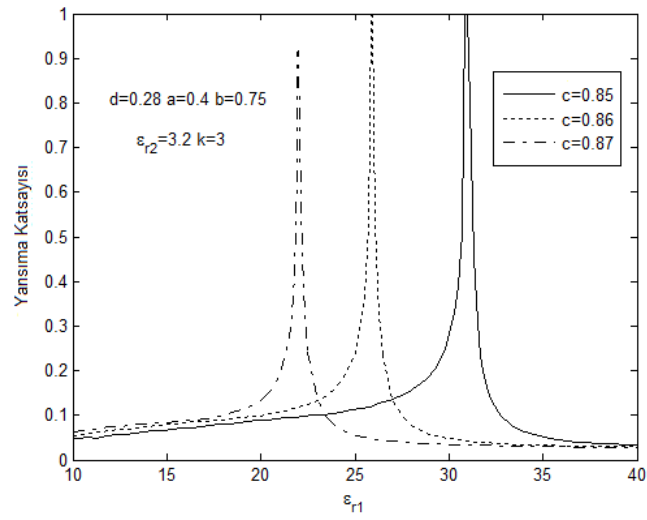
$$bP_+(a, k) - aP_+(b, k) = \frac{1}{V_2^+(k)} \left\{ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)})V_2^+(\beta_n^{(2)})P_+(b, \beta_n^{(2)})}{\mathcal{X}'_2(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - k)} \right) \right. \\ \left. - \frac{i\pi abd}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} + k)} \right) \right\} - \frac{ib}{2k [V_2^+(k)]^2} \quad (2.1.46b)$$

şeklinindedir.

### 2.1.5 Sayısal Hesaplamalar

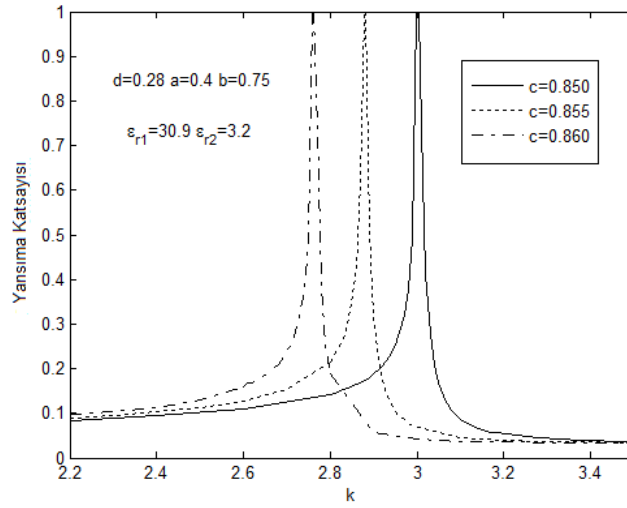
Bu bölümde, parametrelerdeki değişimin saçılmaya olan etkileri nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerle sunulacaktır.

Şekil 2.1.5’de dışarıdaki silindir üzerinde bulunan oyuğun farklı derinlikleri için saçılan alanın oyucu içerisindeki malzemenin dielektrik sabitine göre davranışı görülmektedir. Belirli  $\varepsilon_{r1}$  değerlerinde alan tamamen yansıtılmaktadır ve oyucu derinliği arttıkça, yansıyan alanın tamamen yansıtıldığı  $\varepsilon_{r1}$  değeri küçülmektedir.

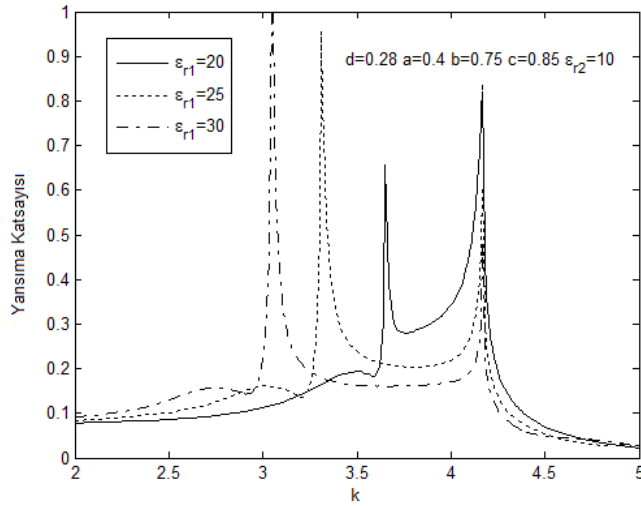


Şekil 2.1.5 Yansıyan alanın farklı  $c$  değerleri için  $\varepsilon_{r1}$ 'e göre davranışı

Şekil 2.1.6a'da dışarıdaki silindir üzerinde bulunan oyğunun farklı derinlikleri için saçılan alanın, dalga sayısı  $k$ 'ya göre davranışı görülmektedir. Oyğun derinliği artırılarak daha düşük frekanslarda alan tamamen yansıtılmaktadır. Şekil 2.1.6b'de ise farklı  $\varepsilon_{r1}$  değerleri için saçılan alanın  $k$ 'ya göre davranışı görülmektedir. Burada ise artan  $\varepsilon_{r1}$  değerine karşılık yansıyan alanın maksimum olduğu  $k$  değeri küçülmektedir. Bu nümerik sonuçlara bakılarak, Şekil 2.1.1'de verilen koaksiyel dalga kılavuzunun bir band durdurucu filtre olarak kullanılabilmesi söylenebilir.



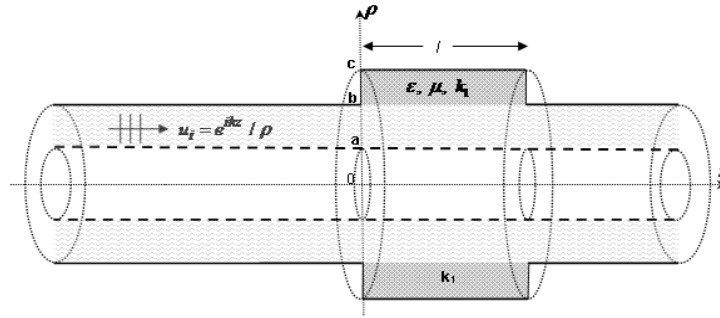
Şekil 2.1.6a Yansıyan alanın farklı  $c$  değerleri için  $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı



Şekil 2.1.6b Yansıyan alanın farklı  $\varepsilon_{r1}$  değerleri için  $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı

## 2.2 Dışarıdaki İletken Üzerinde, Dielektrik Malzeme ile Yüklü Sonlu Uzunluklu Oyuk Bulunan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi

Koaksiyel bir dalga kılavuzunda yalnızca dışarıdaki iletkenin üzerinde, içerisinde elektriksel iletkenliği  $\varepsilon$ , magnetik geçirkenliği  $\mu$  ve dalga sayısı  $k_1$  ile gösterilen dielektrik bir malzeme olan, belirli bir yükseklikte sonlu uzunluklu oyuk bulunduğunu kabul edelim (Şekil 2.2.1).



Şekil 2.2.1 Dışarıdaki iletkeni üzerinde oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi

Aşağıda analiz yapılırken kullanılacak olan birçok fonksiyon Kısım 2.1'deki fonksiyonlarla aynıdır. Fakat burada yalnızca dışarıdaki iletken üzerinde oyuk bulunduğundan Kısım 2.1'de '1' indisi ile ifade edilen fonksiyonlar indissiz olarak kullanılacaktır.

### 2.2.1 Analiz

Şekil 2.2.1'deki geometride, dışarıdaki iletken üzerinde bulunan sonlu uzunluklu oyuk  $\{\rho \in (b, c), \phi \in (0, 2\pi), z \in [0, l]\}$  şeklinde tanımlanır.

Toplam alan aşağıdaki gibi ifade edilsin:

$$u_T = \begin{cases} u_i + u(\rho, z) & \rho \in (a, b), z \in (-\infty, \infty) \\ u_1(\rho, z) & \rho \in (b, c), z \in (0, l) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

(2.2.1)'de görülen  $u(\rho, z)$  ve  $u_1(\rho, z)$  saçılan alanları, (1.3) denklemini ve aşağıdaki koşulları sağlarlar:

$$u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) = 0 \quad z \in (-\infty, 0) \cup (l, \infty) \quad (2.2.2a)$$

$$u(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) = 0 \quad z \in (-\infty, \infty) \quad (2.2.2b)$$

$$u_1(c, z) + c \frac{\partial}{\partial \rho} u_1(c, z) = 0 \quad z \in (0, l) \quad (2.2.2c)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_1(\rho, 0) = 0 \quad \rho \in (b, c) \quad (2.2.2d)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_1(\rho, l) = 0 \quad \rho \in (b, c) \quad (2.2.2e)$$

$$\frac{e^{ikz}}{b} + u(b, z) = u_1(b, z) \quad z \in (0, l) \quad (2.2.2f)$$

$$\varepsilon_r \left[ u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) \right] = u_1(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u_1(b, z) \quad z \in (0, l) \quad (2.2.2g)$$

Helmholtz denklemini sağlayan  $u(\rho, z)$  alanı için Kısım 2.1.2'deki adımlar izlenerek

$$F(\rho, \alpha) = F_-(\rho, \alpha) + F_1(\rho, \alpha) + e^{i\alpha l} F_+(\rho, \alpha) = -\frac{T_2(\rho, a, \alpha)}{bT_1(a, b, \alpha)} P_1(b, \alpha) \quad (2.2.3)$$

elde edilir. Burada  $F_-(\rho, \alpha)$ , (2.1.5a)'daki gibi olup  $F_1(\rho, \alpha)$  ve  $F_+(\rho, \alpha)$

$$F_1(\rho, \alpha) = \int_0^l u(\rho, z) e^{i\alpha z} dz \quad (2.2.4a)$$

$$F_+(\rho, \alpha) = \int_l^\infty u(\rho, z) e^{i\alpha(z-l)} dz \quad (2.2.4b)$$

ile tanımlı olmak üzere sırasıyla bütün  $\alpha$ -kompleks düzleminde ve  $\text{Im}(\alpha) > -\text{Im}(k)$  üst yarı düzleminde analitik fonksiyonlardır.  $P_1(b, \alpha)$  ise,

$$P_1(b, \alpha) = F_1(b, \alpha) + b\dot{F}_1(b, \alpha) \quad (2.2.4c)$$

şeklindedir.

$\rho \in (b, c)$  ve  $z \in (0, l)$  bölgesinde  $u_1(\rho, z)$  alanının sağladığı (1.3) Helmholtz denklemi  $e^{i\alpha z}$  ile çarpılıp  $z$ 'ye göre 0'dan  $l$ 'ye kadar integre edilirse

$$\left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \left[ H^2(\alpha) - \frac{1}{\rho^2} \right] \right) G_1(\rho, \alpha) = i\alpha (e^{i\alpha l} g(\rho) - f(\rho)) \quad (2.2.5)$$

bulunur. (2.2.5) denklemi elde edilirken (2.2.2d) ve (2.2.2e) sınır koşulları kullanılmıştır. (2.2.5)'de görülen  $G_1(\rho, \alpha)$  fonksiyonu kompleks  $\alpha$ -düzleminde aşağıdaki gibi tanımlı bir tam fonksiyondur:

$$G_1(\rho, \alpha) = \int_0^l u_1(\rho, z) e^{i\alpha z} dz \quad (2.2.6)$$

ve

$$H(\alpha) = \sqrt{k_1^2 - \alpha^2}, \quad \text{Im}(k_1) > \text{Im}(\alpha) \quad (2.2.7a)$$

$$f(\rho) = u_1(\rho, 0) \quad (2.2.7b)$$

$$g(\rho) = u_1(\rho, l) \quad (2.2.7c)$$

ile tanımlıdır. (2.2.5) denkleminin çözümü Green fonksiyonu yöntemi ile,

$$G_1(\rho, \alpha) = \left[ \tilde{A}(\alpha) J_1(H\rho) + \tilde{B}(\alpha) Y_1(H\rho) \right] + i\alpha \int_b^c (e^{i\alpha l} g(t) - f(t)) \mathcal{G}(t, \rho, \alpha) t dt \quad (2.2.8a)$$

olarak bulunur. Buradaki  $\mathcal{G}(t, \rho, \alpha)$ , (2.1.17) denklemini (2.1.18a)-(2.1.18d) koşulları ile sağlayan Green fonksiyonudur. (2.2.8a)'daki  $\tilde{A}(\alpha)$  ve  $\tilde{B}(\alpha)$  katsayılarını bulmak için (2.2.2c) ve (2.2.2g) koşulları kullanıldığında çözüm

$$G_1(\rho, \alpha) = \frac{1}{M(b, c, \alpha)} \left[ \frac{\varepsilon_r}{b} L(\rho, c, \alpha) P_1(b, \alpha) + i\alpha \int_b^c (e^{i\alpha l} g(t) - f(t)) Q(\rho, t, \alpha) t dt \right] \quad (2.2.8b)$$

şeklinde elde edilir. (2.2.8b) denkleminde eşitliğin sol tarafındaki  $G_1(\rho, \alpha)$  fonksiyonu bütün  $\alpha$ -kompleks düzleminde analitik olduğundan, eşitliğin sağ tarafındaki fonksiyon da bütün düzlemde analitik olmalıdır. (2.2.8b) eşitliğinde sağ tarafın analitikliğini bozan,  $M(b, c, \alpha)$ 'nın sıfırlarındaki basit kutuplardır:

$$M(b, c, \pm\alpha_m) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.2.9)$$

Burada  $\pm\alpha_1 = \pm k_1$  olduğuna dikkat edelim. (2.2.9)'daki kutuplardan gelen

rezidü katkılarının sıfır yapılmasıyla aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$P_1(b, \pm\alpha_m) = \mp \frac{i\pi b\alpha_m}{2\varepsilon_r} \int_b^c (e^{\pm i\alpha_m l} g(t) - f(t)) L(t, b, \pm\alpha_m) t dt \quad (2.2.10)$$

(2.2.3) ve (2.2.8b) ifadelerinde  $\rho = b$  alınıp (2.2.2f) süreklilik koşulu kullanılırsa,

$$P_1(b, \alpha)V(\alpha) + bF_-(b, \alpha) + be^{i\alpha l}F_+(b, \alpha) = \frac{1}{i(k + \alpha)} [e^{i(k+\alpha)l} - 1] \\ - \frac{i\pi b\alpha L(b, c, \alpha)}{2M(b, c, \alpha)} \int_b^c (e^{i\alpha l} g(t) - f(t)) L(t, b, \alpha) t dt \quad (2.2.11)$$

olur. Buradaki  $V(\alpha)$  çekirdek fonksiyonu (2.1.27a)'daki gibidir.

Yukarıdaki ifadelerde görülen  $f(t)$  ve  $g(t)$ , Dini koşulunu sağlayan mutlak integrallenebilir fonksiyonlar olduklarından, tam ortogonal fonksiyonlar cinsinden aşağıdaki gibi Fourier-Bessel serisine açılabilirler:

$$\begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m \\ g_m \end{bmatrix} L(t, b, \alpha_m) \quad (2.2.12a)$$

(2.2.12a)'daki  $f_m$  ve  $g_m$  Fourier-Bessel katsayıları aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} f_m \\ g_m \end{bmatrix} = \frac{1}{\vartheta_m} \int_b^c \begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \end{bmatrix} L(t, b, \alpha_m) t dt \quad (2.2.12b)$$

Burada,

$$\vartheta_m = \frac{c^2}{2} L^2(c, b, \alpha_m) - \frac{2}{\pi^2} \quad (2.2.12c)$$

şeklinde. (2.2.12a) ifadeleri (2.2.10) ve (2.2.11)'de kullanılırsa sırasıyla

$$P_1(b, \pm\alpha_m) = \mp \frac{i\pi b\alpha_m \vartheta_m}{2} [e^{\pm i\alpha_m l} g_m - f_m] \quad (2.2.13)$$

ve

$$P_1(b, \alpha)V(\alpha) + bF_-(b, \alpha) + be^{i\alpha l}F_+(b, \alpha) = \frac{1}{i(k + \alpha)} [e^{i(k+\alpha)l} - 1] \\ - \frac{i\pi\alpha bc}{2} L(b, c, \alpha) \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_m)}{\alpha_m^2 - \alpha^2} (e^{i\alpha l} g_m - f_m) \right] \quad (2.2.14)$$



elde edilir. (2.2.14)'deki üçüncü tip modifiye Wiener-Hopf denklemi  $-\text{Im}(k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bandında geçerlidir.

### 2.2.2 MWHD'nin Çözümü

$$R(\alpha) = bF_-(b, \alpha) - \frac{i\pi bc\alpha}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(b, c, \alpha)L(c, b, \alpha_m)}{\alpha_m^2 - \alpha^2} f_m \right] + \frac{1}{i(k + \alpha)} \quad (2.2.15a)$$

$$S(\alpha) = bF_+(b, \alpha) + \frac{i\pi bc\alpha}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(b, c, \alpha)L(c, b, \alpha_m)}{\alpha_m^2 - \alpha^2} g_m \right] + \frac{e^{ikl}}{i(k + \alpha)} \quad (2.2.15b)$$

alınıp (2.2.14) modifiye Wiener-Hopf denklemi buna göre düzenlenirse,

$$P_1(b, \alpha)V(\alpha) + R(\alpha) + e^{i\alpha l}S(\alpha) = 0 \quad (2.2.16)$$

olur. (2.2.16) denkleminin her iki yanı önce  $1/V_-(\alpha)$  ile, sonra da  $e^{-i\alpha l}/V_+(\alpha)$  ile çarpılıp Wiener-Hopf ayrıştırması ve Liouville Teoremi uygulanırsa sırasıyla aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{R(\alpha)}{V_-(\alpha)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_-} \frac{S(\tau)}{V_-(\tau)} \frac{e^{i\tau l}}{(\tau - \alpha)} d\tau + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_m)L(b, c, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m + \alpha)} f_m \right] \\ &\quad + \frac{1}{i(k + \alpha)V_+(k)} \end{aligned} \quad (2.2.17a)$$

$$\begin{aligned} \frac{S(\alpha)}{V_+(\alpha)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+} \frac{R(\tau)}{V_+(\tau)} \frac{e^{-i\tau l}}{(\tau - \alpha)} d\tau + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(b, c, \alpha_m)L(c, b, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m - \alpha)} g_m \right] \\ &\quad (2.2.17b) \end{aligned}$$

(2.2.17a) ve (2.2.17b)'deki integraller, (2.2.15a) ve (2.2.15b) ifadeleri gözönünde bulundurularak, integrasyon eğrileri uygun şekilde kapatıldıktan sonra Cauchy Teoremi'nin uygulanması ile hesaplanır. Böylece (2.2.17a) ve (2.2.17b) ifadeleri

$$\begin{aligned} \frac{R(\alpha)}{V_-(\alpha)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_n)e^{i\beta_n l}}{V'(\beta_n)(\beta_n - \alpha)} S(\beta_n) \right) \\ &\quad + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(b, c, \alpha_m)L(c, b, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m + \alpha)} f_m \right] + \frac{1}{i(k + \alpha)V_+(k)} \end{aligned} \quad (2.2.18a)$$

$$\begin{aligned} \frac{S(\alpha)}{V_+(\alpha)} = & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_n)e^{i\beta_n l}}{V'(\beta_n)(\beta_n + \alpha)} R(-\beta_n) \right) \\ & + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(b, c, \alpha_m)L(c, b, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m - \alpha)} g_m \right] \end{aligned} \quad (2.2.18b)$$

olur. (2.2.18a) ve (2.2.18b) eşitlikleri (2.2.16)'daki MWH denkleminde kullanılırsa,

$$\begin{aligned} P_1(b, \alpha) = & -\frac{1}{V_-(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_m)e^{i\beta_m l}e^{i\alpha l}}{V'(\beta_m)(\beta_m + \alpha)} R(-\beta_m) \right) \\ & - \frac{i\pi bc}{4} \frac{1}{V_-(\alpha)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_n)L(b, c, \alpha_n)}{V_+(\alpha_n)(\alpha_n - \alpha)} e^{i\alpha l} g_n \right] \\ & - \frac{1}{V_+(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_m)e^{i\beta_m l}}{V'(\beta_m)(\beta_m - \alpha)} S(\beta_m) \right) \\ & - \frac{i\pi bc}{4} \frac{1}{V_+(\alpha)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_n)L(b, c, \alpha_n)}{V_+(\alpha_n)(\alpha_n + \alpha)} f_n \right] - \frac{1}{i(k + \alpha)V_+(\alpha)V_+(k)} \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

elde edilir. Son denklemde bilinmeyenler  $f_m$ ,  $g_m$ ,  $S(\beta_n)$  ve  $R(-\beta_n)$ dir. Bilinmeyenleri belirlemek için (2.2.19)'da  $\alpha = \pm\alpha_r$ , (2.2.18a)'da  $\alpha = -\beta_r$  ve (2.2.18b)'de  $\alpha = \beta_r$ ,  $r = 1, 2, \dots$  yazılırsa sırasıyla

$$\begin{aligned} \frac{i\pi b\alpha_r\vartheta_r}{2\varepsilon_r} f_r = & -\frac{i\pi bc}{4} \frac{1}{V_+(\alpha_r)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_n)L(b, c, \alpha_n)}{V_+(\alpha_n)(\alpha_n + \alpha_r)} f_n \right] \\ & - \frac{1}{V_+(\alpha_r)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_m)e^{i\beta_m l}}{V'(\beta_m)(\beta_m - \alpha_r)} S(\beta_m) \right) \\ & - \frac{1}{V_+(\alpha_r)} \frac{1}{i(k + \alpha_r)V_+(k)} \end{aligned} \quad (2.2.20a)$$

$$\begin{aligned} \frac{i\pi b\alpha_r\vartheta_r}{2\varepsilon_r} g_r = & -\frac{i\pi bc}{4} \frac{1}{V_+(\alpha_r)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_n)L(b, c, \alpha_n)}{V_+(\alpha_n)(\alpha_n + \alpha_r)} g_n \right] \\ & - \frac{1}{V_+(\alpha_r)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_m)e^{i\beta_m l}}{V'(\beta_m)(\beta_m - \alpha_r)} R(-\beta_m) \right) \end{aligned} \quad (2.2.20b)$$

$$\begin{aligned} \frac{R(-\beta_r)}{V_+(\beta_r)} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_n)e^{i\beta_n l}}{V'(\beta_n)(\beta_n + \beta_r)} S(\beta_n) \right) \\ - \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_m)L(b, c, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m - \beta_r)} f_m \right] = \frac{1}{i(k - \beta_r)V_+(k)} \end{aligned} \quad (2.2.20c)$$

$$\begin{aligned} \frac{S(\beta_r)}{V_+(\beta_r)} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_n)e^{i\beta_n l}}{V'(\beta_n)(\beta_n + \beta_r)} R(-\beta_n) \right) \\ - \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L(c, b, \alpha_m)L(b, c, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m - \beta_r)} g_m \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.2.20d)$$

denklemleri elde edilir.

Yukarıdaki serilerin belirli bir  $m = N$  değeri için yakınsak olmasıyla  $4N \times 4N$ 'lik bir denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminin çözülmesiyle, saçılan alanı bulmak için gerekli olan  $P_1(b, \alpha)$  bulunur.

### 2.2.3 Saçılan Alan

$F_+(\rho, \alpha)$ 'nın ters Fourier dönüşümü alınarak  $\rho \in (a, b)$  ve  $z > l$  için iletilen alanın ifadesi bulunabilir:

$$u(\rho, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \left( \frac{T_2(\rho, a, \alpha)}{bT_1(a, b, \alpha)} P_1(b, \alpha) - F_-(\rho, \alpha) - F_1(\rho, \alpha) \right) e^{-i\alpha z} d\alpha \quad (2.2.21a)$$

Rezidü teoremi yardımıyla iletilen alan,

$$u(\rho, z) = i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{T_2(\rho, a, \xi_m) e^{i\xi_m z}}{bT_1'(a, b, \xi_m)} P_1(b, -\xi_m) \right) \quad (2.2.21b)$$

şeklinde elde edilir. Transmisyon katsayısı ise aşağıdaki gibidir:

$$\mathcal{T} = \frac{i}{2kb \log(b/a)} P_1(b, -k) + 1 \quad (2.2.22)$$

Benzer şekilde,  $F_-(\rho, \alpha)$ 'nın ters Fourier dönüşümü alınırsa  $\rho \in (a, b)$  ve  $z < 0$  için yansıyan alanın ifadesi ve yansıma katsayısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u(\rho, \alpha) = -i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{T_2(\rho, a, \xi_m) e^{-i\xi_m z}}{bT_1'(a, b, \xi_m)} P_1(b, \xi_m) \right) \quad (2.2.23a)$$

$$\mathcal{R} = \frac{i}{2kb \log(b/a)} P_1(b, k) \quad (2.2.23b)$$

(2.2.21b)'deki  $P_1(b, -\xi_m)$  ve (2.2.23a)'daki  $P_1(b, \xi_m)$  ifadeleri (2.2.19) kullanılarak bulunur. (2.2.22)'deki  $P_1(b, -k)$  ve (2.2.23b)'deki  $P_1(b, k)$  ifadeleri aşağıdaki gibidir:

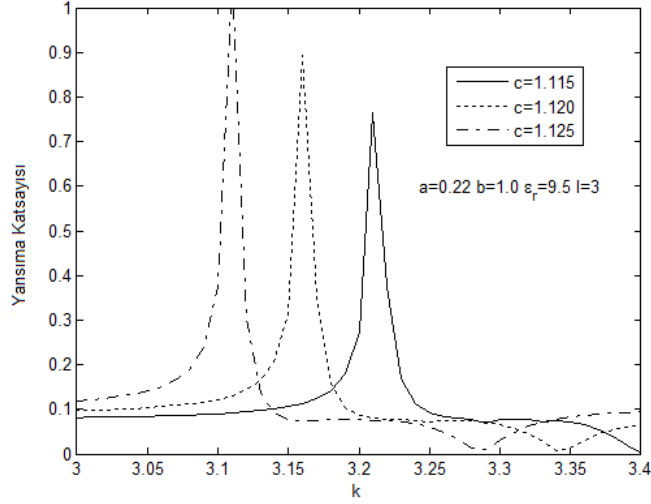
$$P_1(b, -k) = -\frac{e^{-ikl}}{V_1^+(k)} \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L(c, b, \alpha_m) L(b, c, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m + k)} g_m \right) - \frac{e^{-ikl}}{V_1^+(k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_n) e^{i\beta_n l}}{V'(\beta_n)(\beta_n - k)} R(-\beta_n) \right) \quad (2.2.24a)$$

$$\begin{aligned}
P_1(b, k) = & -\frac{1}{V_1^+(k)} \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L(c, b, \alpha_m) L(b, c, \alpha_m)}{V_+(\alpha_m)(\alpha_m + k)} f_m \right) \\
& - \frac{1}{V_1^+(k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_+(\beta_n) e^{i\beta_n l}}{V'(\beta_n)(\beta_n - k)} S(\beta_n) \right) - \frac{1}{2ik (V_1^+(k))^2} \quad (2.2.24b)
\end{aligned}$$

### 2.2.4 Sayısal Hesaplamalar

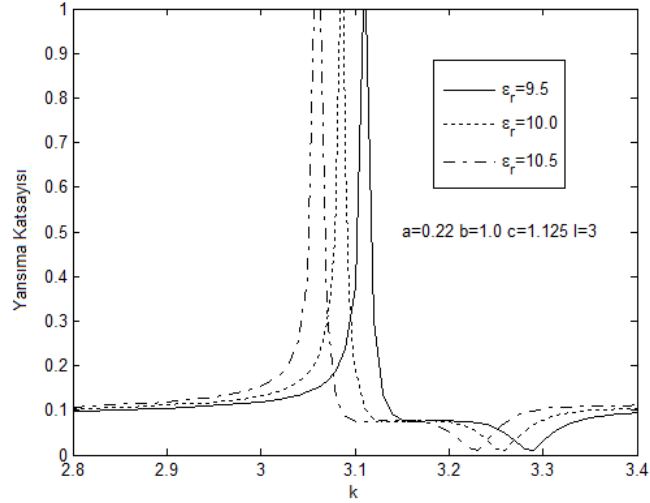
Bu bölümde, dışarıdaki iletken üzerinde bulunan oyuğun derinliğinin, oyukun içerisindeki malzemenin ve oyukun uzunluğunun yansımaya olan etkileri grafiklerle sunulacak ve yalnızca dışarıdaki iletkeni üzerinde sonlu uzunluklu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzunun band durdurucu filtre özelliği gösterilecektir.

Şekil 2.2.2'de yansımaya katsayısının, dışarıdaki iletken üzerinde bulunan oyukun farklı derinlikleri için dalga sayısına göre davranışı görülmektedir. Oyuğun derinliği arttıkça band durdurucu frekansı küçülmektedir.



Şekil 2.2.2 Oyuğun derinliğinin farklı değerleri için yansımaya katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı

Şekil 2.2.3'de yansıma katsayısının, dışarıdaki iletken üzerinde bulunan oyğun içerisindeki malzemenin farklı bağıl dielektrik sabiti değerleri için dalga sayısına göre davranışı görülmektedir. Bağıl dielektrik sabiti arttığında band durdurma frekansı küçülmektedir.

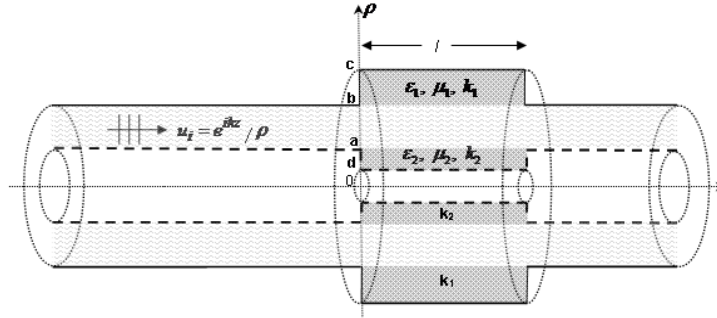


Şekil 2.2.3  $\epsilon_r$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı

Yukarıdaki şekillere bakılarak bu kısımda ele alınan koaksiyel dalga kılavuzunun bir band durdurucu filtre olarak kullanılabileceği söylenebilir.

## 2.3 Dışarıdaki ve İçerideki İletken Üzerinde, Farklı Dielektrik Malzemeler ile Yüklü Sonlu Uzunluklu Oyuk Bulunan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi

Kısım 2.2'deki geometride dışarıdaki iletken üzerinde yer alan oyuğa ek olarak içerideki iletken üzerinde de  $\{\rho \in (d, a), \phi \in (0, 2\pi), z \in [0, l]\}$  ile tanımlanan oyuk bulunsun (Şekil 2.3.1).



Şekil 2.3.1 Dışarıdaki ve içerideki iletkeni üzerinde oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi

### 2.3.1 Analiz

Toplam alan  $u_T(\rho, z)$

$$u_T(\rho, z) = \begin{cases} u_i + u(\rho, z) & \rho \in (a, b), z \in (-\infty, \infty) \\ u_1(\rho, z) & \rho \in (b, c), z \in (0, l) \\ u_2(\rho, z) & \rho \in (d, a), z \in (0, l) \end{cases} \quad (2.3.1)$$

şeklinde ifade edilsin. Öncelikle  $u(\rho, z)$  alanının sağladığı denkleme Fourier dönüşümü uygulamp elde edilen denklem,  $z \in \{(-\infty, 0) \cup (l, \infty)\}$ ,  $\rho = a$  ve  $\rho = b$ 'deki mükemmel iletken yüzeyler üzerinde sağlanan sınır koşulları uygulanarak çözülsün,

$$F_-(\rho, \alpha) + F_1(\rho, \alpha) + e^{i\alpha l} F_+(\rho, \alpha) = \frac{bT_2(\rho, b, \alpha)P_1(a, \alpha) - aT_2(\rho, a, \alpha)P_1(b, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.2)$$

elde edilir.

İletkenler üzerindeki oyuklarda yer alan  $u_1(\rho, z)$  ve  $u_2(\rho, z)$  alanları,  $z \in (0, l)$  için (1.3) Helmholtz denklemini sağlarlar. Söz konusu Helmholtz denklemlerinin



her iki tarafı  $e^{i\alpha z}$  ile çarpılıp  $z$ 'ye göre 0'dan  $l$ 'ye kadar integre edilirse,

$$\left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \left[ H_j^2(\alpha) - \frac{1}{\rho^2} \right] \right) G_j(\rho, \alpha) = i\alpha [e^{i\alpha l} g_j(\rho) - f_j(\rho)], \quad j = 1, 2 \quad (2.3.3)$$

olur. Buradaki,  $G_j(\rho, \alpha)$ ,  $j = 1, 2$

$$G_j(\rho, \alpha) = \int_0^l u_j(\rho, \alpha) e^{i\alpha z} dz \quad (2.3.4)$$

ile tanımlı olup  $\alpha$ 'nın tam fonksiyonlarıdır.  $H_j(\alpha)$  ise (2.1.15b)'deki gibi tanımlıdır.

(2.3.3)'de görülen  $f_j(\rho)$  ve  $g_j(\rho)$ ,  $j = 1, 2$  fonksiyonları da aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$f_j(\rho) = u_j(\rho, 0), \quad j = 1, 2 \quad (2.3.5a)$$

$$g_j(\rho) = u_j(\rho, l), \quad j = 1, 2 \quad (2.3.5b)$$

(2.3.3) elde edilirken  $\rho \in (b, c)$  için  $\frac{\partial}{\partial z} u_1(\rho, z)|_{z=0, l} = 0$  ve  $\rho \in (d, a)$  için  $\frac{\partial}{\partial z} u_2(\rho, z)|_{z=0, l} = 0$  koşulları kullanılmıştır. Homojen olmayan (2.3.3) diferansiyel denklemlerini çözmek için Green fonksiyonu yöntemi uygulanırsa,

$$G_1(\rho, \alpha) = \left[ \tilde{A}_1(\alpha) J_1(H_1 \rho) + \tilde{B}_1(\alpha) Y_1(H_1 \rho) \right] + i\alpha \int_b^c [e^{i\alpha l} g_1(t) - f_1(t)] \mathcal{G}_1(t, \rho, \alpha) t dt. \quad (2.3.6a)$$

$$G_2(\rho, \alpha) = \left[ \tilde{A}_2(\alpha) J_1(H_2 \rho) + \tilde{B}_2(\alpha) Y_1(H_2 \rho) \right] + i\alpha \int_d^a [e^{i\alpha l} g_2(t) - f_2(t)] \mathcal{G}_2(t, \rho, \alpha) t dt. \quad (2.3.6b)$$

olur. Burada  $\mathcal{G}_1(t, \rho, \alpha)$  ve  $\mathcal{G}_2(t, \rho, \alpha)$  sırasıyla (2.1.17) denklemini (2.1.18a)-(2.1.18d) koşulları ile ve (2.1.19) denklemini (2.1.20a)-(2.1.20d) koşulları ile sağlayan Green fonksiyonlarıdır.  $\tilde{A}_1(\alpha)$  ve  $\tilde{B}_1(\alpha)$  spektral katsayılarını belirlemek için,  $u_1(c, z) + c\dot{u}_1(c, z) = 0$ ,  $\varepsilon_{r_1}[u(b, z) + b\dot{u}(b, z)] = u_1(b, z) + b\dot{u}_1(b, z)$  koşulları;

$\tilde{A}_2(\alpha)$  ve  $\tilde{B}_2(\alpha)$  spektral katsayılarını belirlemek için ise  $u_2(d, z) + d\dot{u}_2(d, z) = 0$ ,  $\varepsilon_{r_2}[u(a, z) + a\dot{u}(a, z)] = u_2(a, z) + a\dot{u}_2(a, z)$  koşulları kullanılır. Elde edilen katsayılar (2.3.6a) ve (2.3.6b)'de yerlerine yazılıp düzenlenirse,

$$G_1(\rho, \alpha) = \frac{1}{M_1(b, c, \alpha)} \frac{\varepsilon_{r_1}}{b} L_1(\rho, c, \alpha) P_1(b, \alpha) + \frac{1}{M_1(b, c, \alpha)} \left[ i\alpha \int_b^c [e^{i\alpha t} g_1(t) - f_1(t)] Q_1(\rho, t, \alpha) t dt \right] \quad (2.3.7a)$$

$$G_2(\rho, \alpha) = \frac{-1}{M_2(d, a, \alpha)} \frac{\varepsilon_{r_2}}{a} L_2(\rho, d, \alpha) P_1(a, \alpha) + \frac{1}{M_2(d, a, \alpha)} \left[ i\alpha \int_d^a [e^{i\alpha t} g_2(t) - f_2(t)] Q_2(\rho, t, \alpha) t dt \right] \quad (2.3.7b)$$

elde edilir.

(2.3.7a) ve (2.3.7b) ifadelerinin sol tarafındaki fonksiyonlar sonsuz hariç bütün  $\alpha$ -düzleminde analitik fonksiyonlardır. Söz konusu eşitliklerin sağ taraflarındaki ifadelerin analitikliği ise sırasıyla  $M_1(b, c, \alpha)$  ve  $M_2(d, a, \alpha)$  fonksiyonlarının sıfırlarından kaynaklanan basit kutuplardan dolayı bozulmaktadır. Söz konusu basit kutuplar rezidüleri sıfır yapılarak kaldırılır ve aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$P_1(b, \pm\alpha_m^{(1)}) = \mp \frac{i\pi b \alpha_m^{(1)}}{2\varepsilon_{r_1}} \int_b^c [e^{\pm i\alpha_m^{(1)} t} g_1(t) - f_1(t)] L_1(t, b, \alpha_m^{(1)}) t dt \quad (2.3.8a)$$

$$P_1(a, \pm\alpha_m^{(2)}) = \mp \frac{i\pi a \alpha_m^{(2)}}{2\varepsilon_{r_2}} \int_a^d [e^{\pm i\alpha_m^{(2)} t} g_2(t) - f_2(t)] L_2(t, a, \alpha_m^{(2)}) t dt \quad (2.3.8b)$$

(2.3.7a)'da  $\rho = b$  alınıp  $\rho = b, z \in (0, l)$ 'deki, (2.3.7b)'de  $\rho = a$  alınıp  $\rho = a, z \in (0, l)$ 'deki alanların sürekliliği koşulu kullanılırsa sırasıyla aşağıdaki denklemler

elde edilir:

$$\begin{aligned}
P_1(b, \alpha)V_1(\alpha) + bF_-(b, \alpha) + be^{i\alpha l}F_+(b, \alpha) = \\
-\frac{i\pi b\alpha}{2} \frac{L_1(b, c, \alpha)}{M_1(b, c, \alpha)} \int_b^c [e^{i\alpha l}g_1(t) - f_1(t)] L_1(t, b, \alpha) t dt \\
+ \frac{1}{i(k + \alpha)} [e^{i(k+\alpha)l} - 1] + \frac{2}{\pi a} \frac{P_1(a, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.9a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-P_1(a, \alpha)V_2(\alpha) + aF_-(a, \alpha) + ae^{i\alpha l}F_+(a, \alpha) = \\
\frac{i\pi a\alpha}{2} \frac{L_2(a, d, \alpha)}{M_2(d, a, \alpha)} \int_d^a [e^{i\alpha l}g_2(t) - f_2(t)] L_2(t, a, \alpha) t dt \\
+ \frac{1}{i(k + \alpha)} [e^{i(k+\alpha)l} - 1] - \frac{2}{\pi b} \frac{P_1(b, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.9b)
\end{aligned}$$

(2.3.9a)'daki  $V_1(\alpha)$ , (2.1.27a)'daki gibi, (2.3.9b)'deki  $V_2(\alpha)$  ise (2.1.27b)'deki gibi tanımlıdır.

$f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $g_1(t)$  ve  $g_2(t)$  fonksiyonları Fourier-Bessel serisine açılabilen fonksiyonlardır:

$$\begin{bmatrix} f_1(t) \\ g_1(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m^{(1)} \\ g_m^{(1)} \end{bmatrix} L_1(t, b, \alpha_m^{(1)}) \quad (2.3.10a)$$

$$\begin{bmatrix} f_2(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m^{(2)} \\ g_m^{(2)} \end{bmatrix} L_2(t, a, \alpha_m^{(2)}) \quad (2.3.10b)$$

burada

$$\begin{bmatrix} f_m^{(1)} \\ g_m^{(1)} \end{bmatrix} = \frac{1}{\vartheta_m^{(1)}} \int_b^c \begin{bmatrix} f_1(t) \\ g_1(t) \end{bmatrix} L_1(t, b, \alpha_m^{(1)}) t dt \quad (2.3.10c)$$

$$\begin{bmatrix} f_m^{(2)} \\ g_m^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{\vartheta_m^{(2)}} \int_d^a \begin{bmatrix} f_2(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} L_2(t, a, \alpha_m^{(2)}) t dt \quad (2.3.10d)$$

olarak tanımlıdır. (2.3.10a) ifadesi (2.3.8a) ve (2.3.9a)'da, (2.3.10b) ifadesi ise (2.3.8b) ve (2.3.9b)'de yazılıp terim terime integrasyon uygulanırsa,

$$P_1(b, \pm\alpha_m^{(1)}) = \mp \frac{i\pi b\alpha_m^{(1)}\vartheta_m^{(1)}}{2\varepsilon_{r_1}} \left[ e^{\pm i\alpha_m^{(1)}l} g_m^{(1)} - f_m^{(1)} \right] \quad (2.3.11a)$$

$$P_1(a, \pm\alpha_m^{(2)}) = \mp \frac{i\pi a \alpha_m^{(2)} \vartheta_m^{(2)}}{2\varepsilon_{r_2}} \left[ e^{\pm i\alpha_m^{(2)}l} g_m^{(2)} - f_m^{(2)} \right] \quad (2.3.11b)$$

ve  $-\text{Im}(k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bandında geçerli olan üçüncü tip modifiye Wiener-Hopf denklemleri elde edilir:

$$\begin{aligned} P_1(b, \alpha)V_1(\alpha) + bF_-(b, \alpha) + be^{i\alpha l}F_+(b, \alpha) = \\ \frac{i\pi abc}{2}L_1(b, c, \alpha) \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{(\alpha_m^{(1)})^2 - \alpha^2} (e^{i\alpha l} g_m^{(1)} - f_m^{(1)}) \right] \\ + \frac{1}{i(k + \alpha)} [e^{i(k+\alpha)l} - 1] + \frac{2}{\pi a} \frac{P_1(a, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \end{aligned} \quad (2.3.12a)$$

$$\begin{aligned} -P_1(a, \alpha)V_2(\alpha) + aF_-(a, \alpha) + ae^{i\alpha l}F_+(a, \alpha) = \\ \frac{i\pi \alpha da}{2}L_2(a, d, \alpha) \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{(\alpha_m^{(2)})^2 - \alpha^2} (e^{i\alpha l} g_m^{(2)} - f_m^{(2)}) \right] \\ + \frac{1}{i(k + \alpha)} [e^{i(k+\alpha)l} - 1] - \frac{2}{\pi b} \frac{P_1(b, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \end{aligned} \quad (2.3.12b)$$

### 2.3.2 MWHD'lerinin Çözümü

(2.3.12a) ve (2.3.12b)'deki MWH denklemlerini düzenleyelim:

$$P_1(b, \alpha)V_1(\alpha) + R_1(\alpha) + e^{i\alpha l}S_1(\alpha) = \frac{2}{\pi a} \frac{P_1(a, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.13a)$$

$$-P_1(a, \alpha)V_2(\alpha) + R_2(\alpha) + e^{i\alpha l}S_2(\alpha) = -\frac{2}{\pi b} \frac{P_1(b, \alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.13b)$$

burada

$$\begin{aligned} R_1(\alpha) = bF_-(b, \alpha) + \frac{1}{i(k + \alpha)} \\ - \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_1(b, c, \alpha)L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{\alpha_m^{(1)} - \alpha} f_m^{(1)} - \frac{L_1(b, c, \alpha)L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{\alpha_m^{(1)} + \alpha} f_m^{(1)} \right] \end{aligned} \quad (2.3.14a)$$

$$\begin{aligned}
S_1(\alpha) &= bF_+(b, \alpha) - \frac{e^{ikl}}{i(k + \alpha)} \\
&+ \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_1(b, c, \alpha)L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{\alpha_m^{(1)} - \alpha} g_m^{(1)} - \frac{L_1(b, c, \alpha)L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})}{\alpha_m^{(1)} + \alpha} g_m^{(1)} \right] \quad (2.3.14b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_2(\alpha) &= aF_-(a, \alpha) + \frac{1}{i(k + \alpha)} \\
&- \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_2(a, d, \alpha)L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{\alpha_m^{(2)} - \alpha} f_m^{(2)} - \frac{L_2(a, d, \alpha)L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{\alpha_m^{(2)} + \alpha} f_m^{(2)} \right] \quad (2.3.14c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_2(\alpha) &= aF_+(a, \alpha) - \frac{e^{ikl}}{i(k + \alpha)} \\
&\frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{L_2(a, d, \alpha)L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{\alpha_m^{(2)} - \alpha} g_m^{(2)} - \frac{L_2(a, d, \alpha)L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})}{\alpha_m^{(2)} + \alpha} g_m^{(2)} \right] \quad (2.3.14d)
\end{aligned}$$

şeklinindedir.

Şimdi (2.3.13a)'nın her iki tarafı önce  $1/V_1^-(\alpha)$  ile sonra da  $e^{-i\alpha l}/V_1^+(\alpha)$  ile; (2.3.13b)'nin her iki tarafı ise önce  $1/V_2^-(\alpha)$  ile sonra da  $e^{-i\alpha l}/V_2^+(\alpha)$  ile çarpılıp Wiener-Hopf ayrıştırma işlemi ve Liouville teoremi uygulanırsa,

$$\begin{aligned}
V_1^+(\alpha)P_1(b, \alpha) &+ \frac{1}{i(k + \alpha)V_1^+(k)} + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + \alpha)} \right) = \\
&- \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)}l}V_1^+(\beta_n^{(1)})S_1(\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - \alpha)} \right) - \frac{e^{i\alpha l}V_1^+(\alpha)S_1(\alpha)}{V_1(\alpha)} \\
&+ \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)})V_1^+(\beta_n^{(1)})P_1(a, \beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - \alpha)} \right) \\
&+ \frac{2}{\pi a} \frac{M_1(b, c, \alpha)V_1^+(\alpha)P_1(a, \alpha)}{\chi_1(\alpha)} \quad (2.3.15a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{R_1(\alpha)}{V_1^-(\alpha)} - \frac{1}{i(k+\alpha)V_1^+(k)} - \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + \alpha)} \right) = \\
\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)}} l V_1^+(\beta_n^{(1)}) S_1(\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - \alpha)} \right) - \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)}) V_1^+(\beta_n^{(1)}) P_1(a, \beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - \alpha)} \right)
\end{aligned} \tag{2.3.15b}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)}} l V_1^+(\beta_n^{(1)}) R_1(-\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} + \alpha)} \right) = \frac{S_1(\alpha)}{V_1^+(\alpha)} + \\
- \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})g_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} - \alpha)} \right) \\
+ \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)}) V_1^+(\beta_n^{(1)}) e^{i\beta_n^{(1)} l} P_1(a, -\beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} + \alpha)} \right)
\end{aligned} \tag{2.3.15c}$$

$$\begin{aligned}
e^{-i\alpha l} V_1^-(\alpha) P_1(b, \alpha) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)}} l V_1^+(\beta_n^{(1)}) R_1(-\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} + \alpha)} \right) + \frac{e^{-i\alpha l} V_1^-(\alpha) R_1(\alpha)}{V_1(\alpha)} = \\
- \frac{i\pi c}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})g_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} - \alpha)} \right) \\
+ \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)}) V_1^+(\beta_n^{(1)}) e^{i\beta_n^{(1)} l} P_1(a, -\beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} + \alpha)} \right) \\
+ \frac{2}{\pi a} \frac{M_1(b, c, \alpha) V_1^-(\alpha) e^{-i\alpha l} P_1(a, \alpha)}{\chi_1(\alpha)}
\end{aligned} \tag{2.3.15d}$$

$$\begin{aligned}
-V_2^+(\alpha) P_1(a, \alpha) + \frac{1}{i(k+\alpha)V_2^+(k)} + \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} + \alpha)} \right) = \\
- \frac{e^{i\alpha l} S_2(\alpha)}{V_2^-(\alpha)} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)}} l V_2^+(\beta_n^{(2)}) S_2(\beta_n^{(2)})}{V_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - \alpha)} \right) - \\
- \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)}) V_2^+(\beta_n^{(2)}) P_1(b, \beta_n^{(2)})}{\chi_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - \alpha)} \right) - \frac{2}{\pi b} \frac{M_2(d, a, \alpha) V_2^+(\alpha) P_1(b, \alpha)}{\chi_2(\alpha)}
\end{aligned} \tag{2.3.15e}$$

$$\begin{aligned} \frac{R_2(\alpha)}{V_2^-(\alpha)} - \frac{1}{i(k+\alpha)V_2^+(k)} - \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} + \alpha)} \right) = \\ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)l}}V_2^+(\beta_n^{(2)})S_2(\beta_n^{(2)})}{V_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - \alpha)} \right) - \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)})V_2^+(\beta_n^{(2)})P_1(b, \beta_n^{(2)})}{\chi_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} - \alpha)} \right) \end{aligned} \quad (2.3.15f)$$

$$\begin{aligned} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)l}}V_2^+(\beta_n^{(2)})R_2(-\beta_n^{(2)})}{V_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} + \alpha)} \right) = -\frac{S_2(\alpha)}{V_2^+(\alpha)} + \\ \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})g_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} - \alpha)} \right) \\ + \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)})V_2^+(\beta_n^{(2)})e^{i\beta_n^{(2)l}}P_1(b, -\beta_n^{(2)})}{\chi_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} + \alpha)} \right) \end{aligned} \quad (2.3.15g)$$

$$\begin{aligned} e^{-i\alpha l}V_2^-(\alpha)P_1(a, \alpha) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)l}}V_2^+(\beta_n^{(2)})R_2(-\beta_n^{(2)})}{V_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} + \alpha)} \right) - \frac{e^{-i\alpha l}V_2^-(\alpha)R_2(\alpha)}{V_2(\alpha)} = \\ \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)})L_2(a, d, \alpha_m^{(2)})g_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)})(\alpha_m^{(2)} - \alpha)} \right) \\ + \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)})V_2^+(\beta_n^{(2)})e^{i\beta_n^{(2)l}}P_1(b, -\beta_n^{(2)})}{\chi_2'(\beta_n^{(2)})(\beta_n^{(2)} + \alpha)} \right) \\ - \frac{2}{\pi b} \frac{M_2(d, a, \alpha)V_2^-(\alpha)e^{-i\alpha l}P_1(b, \alpha)}{\chi_2(\alpha)} \end{aligned} \quad (2.3.15h)$$

denklemleri elde edilir.

(2.3.13a)-(2.3.13b)'deki Wiener-Hopf denklemleri,

$$P_1(b, \alpha) + \frac{1}{V_1^+(\alpha)} \frac{R_1(\alpha)}{V_1^-(\alpha)} + \frac{e^{i\alpha l}}{V_1^-(\alpha)} \frac{S_1(\alpha)}{V_1^+(\alpha)} = \frac{2}{\pi a} \frac{P_1(a, \alpha)}{V_1(\alpha)T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.16a)$$

$$-P_1(a, \alpha) + \frac{1}{V_2^+(\alpha)} \frac{R_2(\alpha)}{V_2^-(\alpha)} + \frac{e^{i\alpha l}}{V_2^-(\alpha)} \frac{S_2(\alpha)}{V_2^+(\alpha)} = -\frac{2}{\pi b} \frac{P_1(b, \alpha)}{V_2(\alpha)T_1(a, b, \alpha)} \quad (2.3.16b)$$

şeklinde düzenlenip (2.3.16a)'da (2.3.15b)-(2.3.15c) denklemleri, (2.3.16b)'de ise (2.3.15f)-(2.3.15g) denklemleri kullanılır ve elde edilen ifadelerde de sırasıyla  $\pm\alpha_r^{(1)}$

ve  $\pm\alpha_r^{(2)}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$  yazılırsa

$$\begin{aligned}
& \frac{i\pi b}{2\varepsilon_{r_1}} \alpha_r^{(1)} \vartheta_r^{(1)} V_1^+(\alpha_r^{(1)}) f_r^{(1)} + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)}) L_1(b, c, \alpha_m^{(1)}) f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)}) (\alpha_m^{(1)} + \alpha_r^{(1)})} \right) \\
& \quad + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)} l} V_1^+(\beta_n^{(1)}) S_1(\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)}) (\beta_n^{(1)} - \alpha_r^{(1)})} \right) \\
& \quad - \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)}) V_1^+(\beta_n^{(1)}) P_1(a, \beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)}) (\beta_n^{(1)} - \alpha_r^{(1)})} \right) \\
& \hspace{15em} = \frac{-1}{i(k + \alpha_r^{(1)}) V_1^+(k)} \quad (2.3.17a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{i\pi b}{2\varepsilon_{r_1}} \alpha_r^{(1)} \vartheta_r^{(1)} V_1^+(\alpha_r^{(1)}) g_r^{(1)} + \frac{i\pi bc}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(c, b, \alpha_m^{(1)}) L_1(b, c, \alpha_m^{(1)}) g_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)}) (\alpha_m^{(1)} + \alpha_r^{(1)})} \right) \\
& \quad + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)} l} V_1^+(\beta_n^{(1)}) R_1(-\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)}) (\beta_n^{(1)} - \alpha_r^{(1)})} \right) \\
& \quad - \frac{2}{\pi a} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(1)} l} M_1(b, c, \beta_n^{(1)}) V_1^+(\beta_n^{(1)}) P_1(a, -\beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)}) (\beta_n^{(1)} - \alpha_r^{(1)})} \right) = 0 \quad (2.3.17b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{i\pi a}{2\varepsilon_{r_2}} \alpha_r^{(2)} \vartheta_r^{(2)} V_2^+(\alpha_r^{(2)}) f_r^{(2)} - \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)}) L_2(a, d, \alpha_m^{(2)}) f_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)}) (\alpha_m^{(2)} + \alpha_r^{(2)})} \right) \\
& \quad - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)} l} V_2^+(\beta_n^{(2)}) S_2(\beta_n^{(2)})}{V_2'(\beta_n^{(2)}) (\beta_n^{(2)} - \alpha_r^{(2)})} \right) - \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_2(d, a, \beta_n^{(2)}) V_2^+(\beta_n^{(2)}) P_1(b, \beta_n^{(2)})}{\chi_2'(\beta_n^{(2)}) (\beta_n^{(2)} - \alpha_r^{(2)})} \right) \\
& \hspace{15em} = \frac{1}{i(k + \alpha_r^{(2)}) V_2^+(k)} \quad (2.3.17c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{i\pi a}{2\varepsilon_{r_2}} \alpha_r^{(2)} \vartheta_r^{(2)} V_2^+(\alpha_r^{(2)}) g_r^{(2)} - \frac{i\pi ad}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_2(d, a, \alpha_m^{(2)}) L_2(a, d, \alpha_m^{(2)}) g_m^{(2)}}{V_2^+(\alpha_m^{(2)}) (\alpha_m^{(2)} + \alpha_r^{(2)})} \right) \\
& \quad - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)} l} V_2^+(\beta_n^{(2)}) R_2(-\beta_n^{(2)})}{V_2'(\beta_n^{(2)}) (\beta_n^{(2)} - \alpha_r^{(2)})} \right) \\
& \quad - \frac{2}{\pi b} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{i\beta_n^{(2)} l} M_2(d, a, \beta_n^{(2)}) V_2^+(\beta_n^{(2)}) P_1(b, -\beta_n^{(2)})}{\chi_2'(\beta_n^{(2)}) (\beta_n^{(2)} - \alpha_r^{(2)})} \right) = 0 \quad (2.3.17d)
\end{aligned}$$

elde edilir. (2.3.15a), (2.3.15d) denklemlerinde  $\alpha = \pm\beta_r^{(1)}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$ , (2.3.15e),

(2.3.15h) denklemlerinde ise  $\alpha = \pm\beta_r^{(2)}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$ , (2.3.15b), (2.3.15f) den-



klemlerinde  $\alpha = -\beta_r^{(1)}, -\beta_r^{(2)}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$  (2.3.15c), (2.3.15g) denklemlerinde  $\alpha = \beta_r^{(1)}, \beta_r^{(2)}$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$  yazılırsa (2.3.17a)-(2.3.17d) denklemleri ile birlikte yirmi bilinmeyenden oluşan  $20N \times 20N$ 'lik bir denklem sistemi elde edilir. Bilinmeyenler,  $f_m^{(1)}, f_m^{(2)}, g_m^{(1)}, g_m^{(2)}, P_1(a, \beta_m^{(1)}), P_1(a, \beta_m^{(2)}), P_1(a, -\beta_m^{(1)}), P_1(a, -\beta_m^{(2)}), P_1(b, \beta_m^{(1)}), P_1(b, \beta_m^{(2)}), P_1(b, -\beta_m^{(1)}), P_1(b, -\beta_m^{(2)}), S_1(\beta_m^{(1)}), S_1(\beta_m^{(2)}), S_2(\beta_m^{(1)}), S_2(\beta_m^{(2)}), R_1(-\beta_m^{(1)}), R_1(-\beta_m^{(2)}), R_2(-\beta_m^{(1)}), R_2(-\beta_m^{(2)})$  dir.

### 2.3.3 Saçılan Alan

$\rho \in (a, b)$  ve  $z > l$  bölgesindeki iletilen alan,  $F_+(\rho, \alpha)$ 'nın ters Fourier dönüşümü alınarak elde edilir:

$$u(\rho, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{bT_2(\rho, b, \alpha)P_1(a, \alpha) - aT_2(\rho, a, \alpha)P_1(b, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} e^{-i\alpha z} d\alpha - \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} [F_-(\rho, \alpha) + F_1(\rho, \alpha)] e^{-i\alpha z} d\alpha \quad (2.3.18a)$$

$\mathcal{L}$  eğrisi uygun şekilde kapatılıp Rezidü Teoremi uygulanırsa,

$$u(\rho, z) = -i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{bT_2(\rho, b, \xi_m)P_1(a, -\xi_m) - aT_2(\rho, a, \xi_m)P_1(b, -\xi_m)}{abT_1'(a, b, -\xi_m)} e^{i\xi_m z} \right) \quad (2.3.18b)$$

elde edilir. İletim katsayısı ise

$$\mathcal{T} = \frac{-i}{2abk \log(b/a)} [bP_1(a, -k) - aP_1(b, -k)] + 1 \quad (2.3.19)$$

ifadesi ile hesaplanır. (2.3.13a)'daki Wiener-Hopf denklemi kullanılırsa  $bP_1(a, -k) - aP_1(b, -k)$  ifadesi,

$$\begin{aligned} bP_1(a, -k) - aP_1(b, -k) &= -\frac{i\pi abc}{4} \frac{e^{-ikl}}{V_1^+(k)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})g_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + k)} \right) \\ &+ \frac{2}{\pi} \frac{e^{-ikl}}{V_1^+(k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)})V_1^+(\beta_n^{(1)})P_1(a, -\beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - k)} \right) \\ &- a \frac{e^{-ikl}}{V_1^+(k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_1^+(\beta_n^{(1)})e^{i\beta_n^{(1)l}}R_1(-\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - k)} \right) + \frac{2abk \log(b/a)}{i} \quad (2.3.20) \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Benzer şekilde,  $\rho \in (a, b)$  and  $z < 0$  bölgesi için yansıyan alan,  $F_-(\rho, \alpha)$ 'nın ters Fourier dönüşümü alınarak elde edilir:

$$u(\rho, z) = i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{bT_2(\rho, b, \xi_m)P_1(a, \xi_m) - aT_2(\rho, a, \xi_m)P_1(b, \xi_m)}{abT_1'(a, b, \xi_m)} e^{-i\xi_m z} \right) \quad (2.3.21)$$

İletim katsayısı  $\mathcal{R}$  ise,

$$\mathcal{R} = \frac{-i}{2abk \log(b/a)} [bP_1(a, k) - aP_1(b, k)] \quad (2.3.22)$$

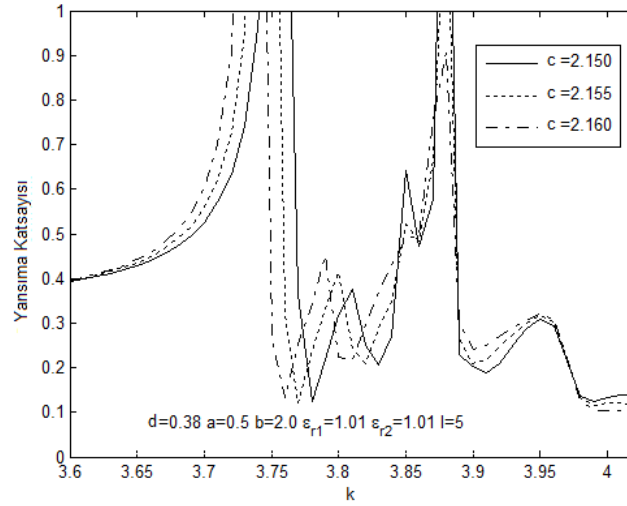
olur.  $[bP_1(a, k) - aP_1(b, k)]$ 'nin (2.3.13a)'daki Wiener-Hopf denkleminde elde edilen ifadesi ise

$$\begin{aligned} bP_1(a, k) - aP_1(b, k) &= \frac{2}{\pi V_1^+(k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{M_1(b, c, \beta_n^{(1)})V_1^+(\beta_n^{(1)})P_1(a, \beta_n^{(1)})}{\chi_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - k)} \right) \\ &\quad - \frac{i\pi abc}{4V_1^+(k)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{L_1(b, c, \alpha_m^{(1)})L_1(c, b, \alpha_m^{(1)})f_m^{(1)}}{V_1^+(\alpha_m^{(1)})(\alpha_m^{(1)} + k)} \right) \\ &\quad - \frac{a}{V_1^+(k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{V_1^+(\beta_n^{(1)})e^{i\beta_n^{(1)}l}S_1(\beta_n^{(1)})}{V_1'(\beta_n^{(1)})(\beta_n^{(1)} - k)} \right) - \frac{a}{2ik [V_1^+(k)]^2} \quad (2.3.23) \end{aligned}$$

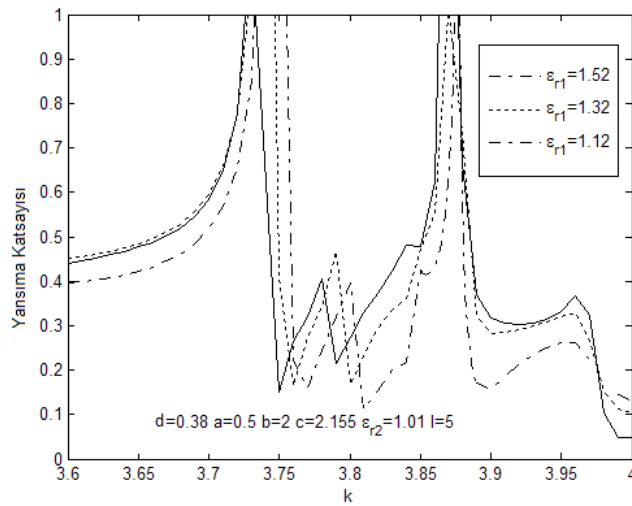
şeklindedir.

### 2.3.4 Sayısal Hesaplamalar

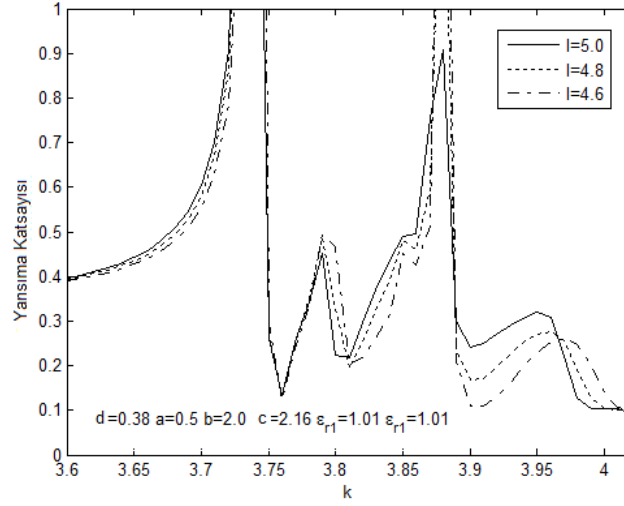
Burada oyukların boyutlarının, oyukların içlerinin dolu olduğu malzemelerin dielektrik sabitlerinin ve frekansın yansıma katsayısına olan etkileri grafikler ile sunulacak ve içerideki ve dışarıdaki iletken üzerinde farklı dielektrik malzemeler ile dolu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzunun, band durduran filtre özelliği gösterilecektir.



Şekil 2.3.2 Dışarıdaki oyuk derinliğinin farklı değerleri için yansıma katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı



Şekil 2.3.3 Dışarıdaki oyuk içinde bulunan malzemenin dielektrik sabitinin farklı değerleri için yansıma katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı



Şekil 2.3.4 Oyuk uzunluklarının farklı değerleri için yansımaya katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı

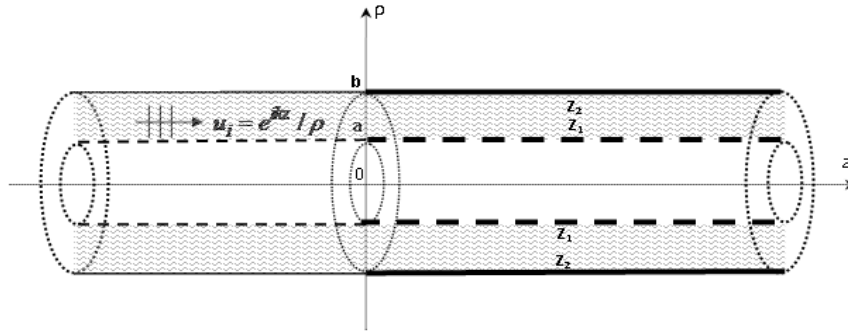
Şekil 2.3.2'de içerideki oyukun derinliği sabit olup dışarıdaki oyukun derinliği artmaktadır. Oyukların simetrik olmamasından dolayı, farklı iki frekansta band durdurma özelliği görülmektedir.  $c_2$ 'nin artması ile, dışarıdaki oyuk ile bağlantılı olan band durdurma frekansı sola doğru kaymaktadır. Bununla birlikte içerideki oyuk ile ilgili olan band durdurma frekansı değişmemektedir. Benzer durum Şekil 2.3.3'de gözlenmektedir: Dışarıdaki iletken üzerindeki oyukun içini dolduran malzemenin dielektrik sabiti  $\epsilon_{r1}$ 'in artması bu oyuk ile ilgili olan band durdurma frekansının sola doğru kaymasına sebep olmaktadır. Şekil 2.3.4'de ise oyukların uzunluğu  $l$ 'nin artmasının, band durdurma frekansı üzerinde fazla bir etkisinin olmadığı görülmektedir.

### 3 Empedans Tipi Süreksizlikler

Empedans tipi süreksizlik yapıları da oyuk tipi süreksizlik yapıları gibi mikrodalga teorisinde büyük öneme sahiptir. Bu bölümde de problemler çözülmürken Bölüm 2’de izlenen yol izlenmiştir. İlk olarak 3.1’de, dışarıdaki ve içerideki iletkeninin yarısı empedans ile yüklü olan, 3.2’de yalnızca dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan ve son olarak da 3.3’de içerideki ve dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan dalga kılavuzu problemleri ele alınmış, içerideki ve dışarıdaki silindirlerin yarı çaplarının, empedans değerlerinin ve empedans ile kaplı yüzeylerin uzunluklarının saçılmaya olan etkileri nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerle sunulmuştur.

#### 3.1 Dışarıdaki ve İçerideki İletkeninin Yarısı Empedans Yüklü Olan Dalga Kılavuzu Problemi

Şekil 2.1.1’deki koaksiyel kabloda içerideki ve dışarıdaki iletken üzerinde bulunan oyukların yerinde empedans yüzeyleri olduğunu kabul edelim. Yani, dışarıdaki iletkenin  $z > 0$  kısmı  $Z_2 = \eta_2 Z_0$  şeklinde ifade edilen sabit yüzey empedansı ile, içerideki iletkenin  $z > 0$  kısmı ise  $Z_1 = \eta_1 Z_0$  şeklinde ifade edilen sabit yüzey empedansı ile karakterize edilsin (Şekil 3.1.1). Burada,  $Z_0$ , boş uzayın karakteristik empedansıdır.



Şekil 3.1.1 Dışarıdaki ve içerideki iletkeninin yarısı empedans yüklü olan dalga kılavuzu geometrisi

### 3.1.1 Analiz

Toplam alan aşağıdaki gibi ifade edilsin:

$$u_T(\rho, z) = u_i(\rho, z) + u(\rho, z) \quad z \in (-\infty, \infty), \rho \in (a, b) \quad (3.1.1)$$

$u(\rho, z)$  alanı (1.3)'deki Helmholtz denklemini aşağıdaki sınır koşulları ve süreklilik bağıntıları ile sağlamaktadır:

$$E_z(b, z) = 0, \quad z < 0 \quad (3.1.2a)$$

$$E_z(a, z) = 0, \quad z < 0 \quad (3.1.2b)$$

$$E_z(b, z) = -Z_2 H_\phi(b, z), \quad z > 0 \quad (3.1.2c)$$

$$E_z(a, z) = Z_1 H_\phi(a, z), \quad z > 0 \quad (3.1.2d)$$

(3.1.2a)-(3.1.2d)'deki koşulları daha açık olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) = 0 \quad z < 0 \quad (3.1.3a)$$

$$u(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) = 0 \quad z < 0 \quad (3.1.3b)$$

$$\eta_2^* u(b, z) + \eta_2 \frac{e^{ikz}}{b} = \frac{1}{ik} \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) \quad z > 0 \quad (3.1.3c)$$

$$\eta_1^* u(a, z) + \eta_1 \frac{e^{ikz}}{a} = -\frac{1}{ik} \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) \quad z > 0 \quad (3.1.3d)$$

Burada  $\eta_1^* = \eta_1 + \frac{1}{ika}$  ve  $\eta_2^* = \eta_2 - \frac{1}{ikb}$  olarak alınmıştır. Ayırıt ve radyasyon koşulları ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} u_T(a, z) \\ u_T(b, z) \end{aligned} \equiv \mathcal{O}(|z|^{1/2}), \quad |z| \rightarrow 0 \quad (3.1.3e)$$

$$u(\rho, z) = \mathcal{O}(e^{ik|z|}), \quad |z| \rightarrow \infty \quad (3.1.3f)$$

$u(\rho, z)$ 'in sağladığı

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (k^2 - \frac{1}{\rho^2})u = 0 \quad (3.1.4a)$$

denkleminde Fourier integral dönüşümü uygulanıp bu denklem (3.1.3a)-(3.1.3b) koşulları kullanılarak çözümlerse,

$$F_-(\rho, \alpha) + F_+(\rho, \alpha) = \frac{bT_2(\rho, b, \alpha)P_+(a, \alpha) - aT_2(\rho, a, \alpha)P_+(b, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} \quad (3.1.4b)$$

olur. Burada,

$$F(\rho, \alpha) = F_-(\rho, \alpha) + F_+(\rho, \alpha) \quad (3.1.4c)$$

$$P_+(\rho, \alpha) = F_+(\rho, \alpha) + \rho\dot{F}_+(\rho, \alpha) \quad (3.1.4d)$$

olup  $F_{\pm}(\rho, \alpha)$ , (2.1.5a) ve (2.1.5b)'de tanımlandığı gibidir.

(3.1.3c) ve (3.1.3d) sınır koşulları  $e^{iaz}$  ile çarpılıp 0'dan  $\infty$ 'a kadar integrale edilirse sırasıyla:

$$\eta_2^*F_+(b, \alpha) - \frac{1}{ik}\dot{F}_+(b, \alpha) = \frac{\eta_2}{ib(k + \alpha)} \quad (3.1.5a)$$

$$\eta_1^*F_+(a, \alpha) + \frac{1}{ik}\dot{F}_+(a, \alpha) = \frac{\eta_1}{ia(k + \alpha)} \quad (3.1.5b)$$

eşitlikleri elde edilir. (3.1.4b) ve (3.1.4b)'nin  $\rho$ 'ya göre türevinde  $\rho = b$  yazılıp (3.1.5a),  $\rho = a$  yazılıp (3.1.5b) eşitlikleri kullanılırsa aşağıdaki Wiener-Hopf denklem çiftinden oluşan bir sistem elde edilir:

$$-ikaP_1^-(\alpha) + \tilde{V}_1(\alpha)P_+(a, \alpha) - \frac{2ik\eta_1}{\pi bT_1(a, b, \alpha)}P_+(b, \alpha) = \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)} \quad (3.1.6a)$$

$$-ikbP_2^-(\alpha) - \tilde{V}_2(\alpha)P_+(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi aT_1(a, b, \alpha)}P_+(a, \alpha) = \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)} \quad (3.1.6b)$$

Burada,

$$P_1^-(\alpha) = \eta_1^*F_-(a, \alpha) + \frac{1}{ik}\dot{F}_-(a, \alpha) \quad (3.1.7a)$$

$$P_2^-(\alpha) = \eta_2^*F_-(b, \alpha) - \frac{1}{ik}\dot{F}_-(b, \alpha) \quad (3.1.7b)$$

$$\tilde{V}_1(\alpha) = \frac{\tilde{\mathcal{X}}_1(\alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (3.1.7c)$$

$$\tilde{V}_2(\alpha) = \frac{\tilde{\mathcal{X}}_2(\alpha)}{T_1(a, b, \alpha)} \quad (3.1.7d)$$

olup

$$\tilde{\mathcal{X}}_1(\alpha) = T_1(a, b, \alpha) + ik\eta_1T_2(a, b, \alpha) \quad (3.1.8a)$$

$$\tilde{\mathcal{X}}_2(\alpha) = T_1(a, b, \alpha) + ik\eta_2 T_2(b, a, \alpha) \quad (3.1.8b)$$

şeklinde gösterilmektedir.

Wiener-Hopf ayrıştırma işleminin yapılabilmesi için  $\tilde{V}_{1,2}(\alpha)$  fonksiyonlarının faktörizasyonlarının yapılması gerekir:

$$\tilde{V}_{1,2}(\alpha) = \tilde{V}_{1,2}^+(\alpha)\tilde{V}_{1,2}^-(\alpha) \quad (3.1.9a)$$

Burada  $\tilde{V}_{1,2}^+(\alpha)$  ve  $\tilde{V}_{1,2}^-(\alpha)$  fonksiyonları sırasıyla  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  ve  $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  yarı düzlemlerinde sıfırları olmayan regüler fonksiyonlardır.  $\tilde{V}_{1,2}^\pm(\alpha)$  fonksiyonlarının açık ifadeleri, [32]'de tanımlanan yöntem kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\tilde{V}_{1,2}^\pm(\alpha) = \sqrt{\tilde{V}_{1,2}(0)} \frac{1}{1 \pm \alpha/\xi_1} \prod_{m=1}^{\infty} \left( \frac{1 \pm \alpha/\tilde{\beta}_m^{(1,2)}}{1 \pm \alpha/\xi_{m+1}} \right) \quad (3.1.9b)$$

burada,  $\pm\tilde{\beta}_m^{(1,2)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$   $\tilde{V}_{1,2}(\alpha)$ 'nın simetrik sıfırlarını;

$$\tilde{V}_{1,2}(\pm\tilde{\beta}_m^{(1,2)}) = 0, \quad \text{Im}(\tilde{\beta}_m^{(1,2)}) > \text{Im}(k) \quad (3.1.10a)$$

$\pm\xi_m$ ,  $m = 1, 2, \dots$  ( $\pm\xi_1 = \pm k$ ) ise  $T_1(a, b, \alpha)$ 'nın sıfırlarını,

$$T_1(a, b, \pm\xi_m) = 0, \quad \text{Im}(\xi_m) > \text{Im}(k) \quad (3.1.10b)$$

göstermektedir.

### 3.1.2 MWHD'lerinin Çözümü:

(3.1.6a) ve (3.1.6b) denklemlerini aşağıdaki gibi düzenleyelim:

$$-R_1^*(\alpha) + \tilde{V}_1(\alpha)P_+(a, \alpha) = \frac{2ik\eta_1}{\pi b T_1(a, b, \alpha)} P_+(b, \alpha) \quad (3.1.11a)$$

$$-R_2^*(\alpha) - \tilde{V}_2(\alpha)P_+(a, \alpha) = \frac{-2ik\eta_2}{\pi a T_1(a, b, \alpha)} P_+(b, \alpha) \quad (3.1.11b)$$

Burada,

$$R_1^*(\alpha) = ikaP_1^-(\alpha) + \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)} \quad (3.1.12a)$$



$$R_2^*(\alpha) = ikbP_2^-(\alpha) + \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)} \quad (3.1.12b)$$

olup  $R_1^*(\alpha)$  ve  $R_2^*(\alpha)$  fonksiyonları  $\alpha = -k$  noktasındaki basit kutup tekilliği dışında  $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  yarı düzleminde regüler olan fonksiyonlardır.

(3.1.11a) denkleminin her iki yanını  $1/\tilde{V}_1^-(\alpha)$  ile (3.1.11b) denkleminin her iki yanını ise  $1/\tilde{V}_2^-(\alpha)$  ile çarpılıp analitik devam ilkesi ve Liouville Teoremin kullanılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1^+(\alpha)P_+(a, \alpha) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \alpha)} \right) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \frac{\tilde{V}_1^+(\alpha)P_+(b, \alpha)}{\tilde{\mathcal{X}}_1(\alpha)} \\ = \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)\tilde{V}_1^+(k)} \end{aligned} \quad (3.1.13a)$$

$$\begin{aligned} -\tilde{V}_2^+(\alpha)P_+(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \alpha)} \right) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \frac{\tilde{V}_2^+(\alpha)P_+(a, \alpha)}{\tilde{\mathcal{X}}_2(\alpha)} \\ = \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)\tilde{V}_2^+(k)} \end{aligned} \quad (3.1.13b)$$

(3.1.13a) ve (3.1.13b) denklemlerinde  $\alpha = \tilde{\beta}_n^{(1)}$  ve  $\alpha = \tilde{\beta}_n^{(2)}$ ,  $n = 1, 2, \dots$  yazılırsa aşağıdaki denklem sistemi elde edilir:

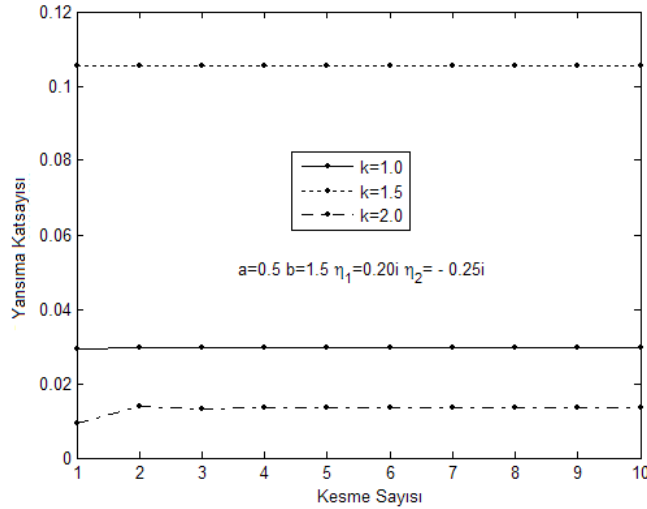
$$\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_n^{(1)})P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(1)}) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \tilde{\beta}_n^{(1)})} \right) = \frac{k\eta_1}{(k + \tilde{\beta}_n^{(1)})\tilde{V}_1^+(k)} \quad (3.1.14a)$$

$$\begin{aligned} -\frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \tilde{\beta}_n^{(2)})} \right) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_n^{(2)})P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1(\tilde{\beta}_n^{(2)})} \\ + \tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_n^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(2)}) = \frac{k\eta_1}{(k + \tilde{\beta}_n^{(2)})\tilde{V}_1^+(k)} \end{aligned} \quad (3.1.14b)$$

$$\begin{aligned}
& -\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_n^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(1)}) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \tilde{\beta}_n^{(1)})} \right) \\
& + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_n^{(1)})P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2(\tilde{\beta}_n^{(1)})} = \frac{k\eta_2}{(k + \tilde{\beta}_n^{(1)})\tilde{V}_2^+(k)} \quad (3.1.14c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_n^{(2)})P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(2)}) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \tilde{\beta}_n^{(2)})} \right) = \frac{k\eta_2}{(k + \tilde{\beta}_n^{(2)})\tilde{V}_2^+(k)} \\
& \quad \quad \quad (3.1.14d)
\end{aligned}$$

(3.1.14a)-(3.1.14d) denklemlerinde bilinmeyenler,  $P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(2)})$ 'dir. (3.1.14a)'dan  $P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(1)})$  çekilip (3.1.14c)'de; (3.1.14d) 'den  $P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(2)})$  çekilip (3.1.14b)'de yazılır ve serilerin de belirli bir  $m = N$  için yakınsak olduğu gözönünde bulundurulursa  $P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})$  ve  $P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})$  olan  $2N \times 2N$  'lik denklem sistemi elde edilir.  $N$  değeri nümerik hesaplamalar sonucunda elde edilir. Şekil 3.1.'de  $N \geq 3$  için yansıyan alanın genliğinde meydana gelen değişimin dikkate alınmayacak kadar küçük olduğu görülmektedir.



Şekil 3.1.2 Yansıyan alanın, kesme sayısına göre davranışı

### 3.1.3 Saçılan Alan

$\rho \in (a, b)$  ve  $z < 0$  bölgesindeki yansıyan alan ve  $\exp(-ikz)/\rho$ 'nun kompleks katsayısı olan yansıma katsayısı sırasıyla (2.1.44b) ve (2.1.45) kullanılarak elde edilir. Yansıma katsayısında görülen  $bP_+(a, k) - aP_+(b, k)$  teriminin (3.1.11a) ve (3.1.11b)'deki Wiener-Hopf denklemlerinden elde edilen ifadeleri ise sırasıyla

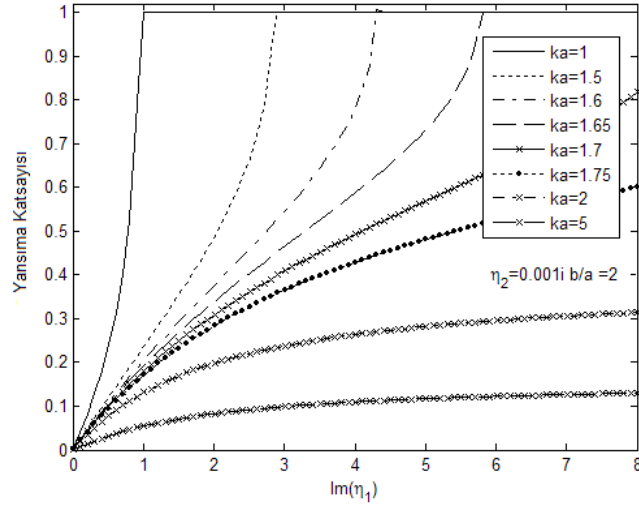
$$bP_+(a, k) - aP_+(b, k) = \frac{2ik\eta_1}{\pi\tilde{V}_1^+(k)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - k)} \right) + \frac{b\eta_1}{2[V_1^+(k)]^2} \quad (3.1.15a)$$

$$bP_+(a, k) - aP_+(b, k) = -\frac{2ik\eta_2}{\pi\tilde{V}_2^+(k)} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - k)} \right) + \frac{a\eta_2}{2[\tilde{V}_2^+(k)]^2} \quad (3.1.15b)$$

olur.

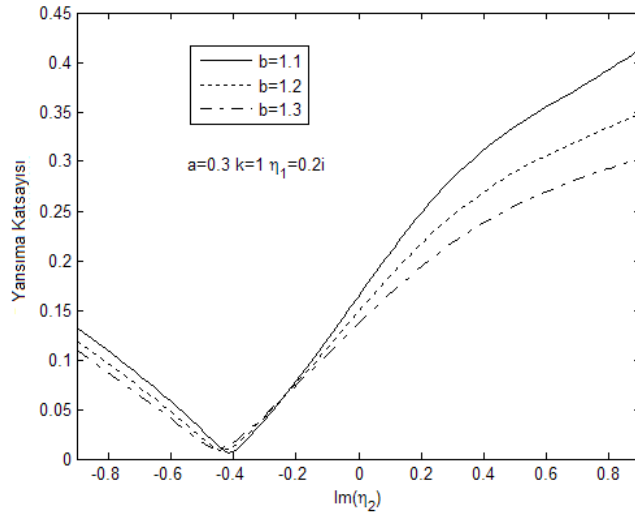
### 3.1.4 Sayısal Hesaplamalar

Bu bölümde,  $\eta_1$  ve  $\eta_2$  empedans değerlerinin, içerideki ve dışarıdaki silindirin yarıçapları gibi parametrelerin yansımaya katsayısına olan etkileri nümerik hesaplar sonucunda elde edilen grafiklerle sunulacaktır.



Şekil 3.1.3 Yansıyan alanın farklı  $ka$  değerleri için  $\eta_1$ 'e göre davranışı

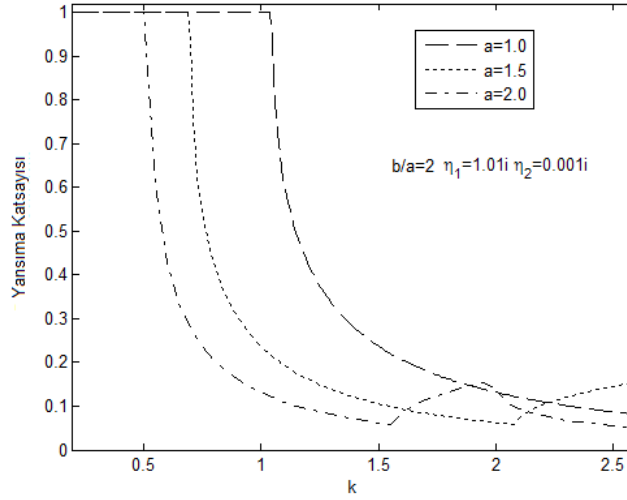
Şekil 3.1.3'de yansımaya katsayısının,  $\eta_1$  empedans değerine göre davranışı görülmektedir.  $\eta_2$  sifira çok yakın alınarak dışarıdaki silindirin mükemmel iletken ve  $b = 2a$  olduğu kabul edilmiştir. Grafikte,  $ka$  değeri azaldıkça  $\eta_1$ 'in daha küçük değerlerinde yansıyan alanın 1'e gittiği, dolayısı ile iletilen alanın olmadığı görülmektedir.



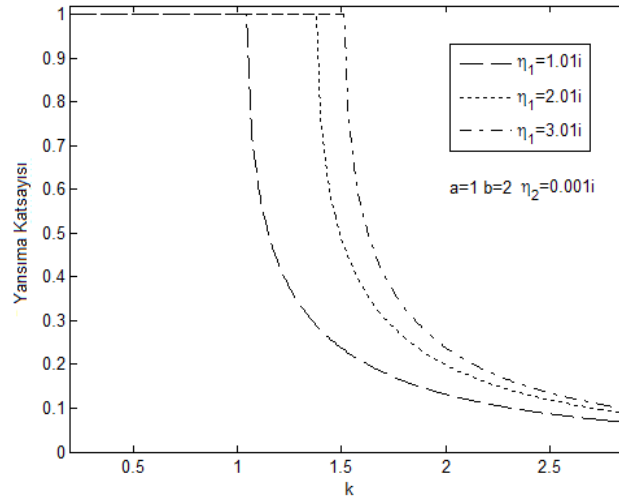
Şekil 3.1.4 Yansıyan alanın farklı  $b$  değerleri için  $\eta_2$ 'ye göre davranışı

Şekil 3.1.4'de içerideki yarı silindirin kapasitif empedans ( $\eta_1 > 0$ ) değerine sahip olması durumunda,  $\eta_2$  indüktif empedansının artan değerlerinde yansıma katsayısının minimum bir değer aldığı ve bundan sonra tekrar arttığı gözlenmektedir. Ayrıca dışarıdaki silindirin yarıçapı arttıkça, yansıyan alan daha büyük değerler almaktadır.

Şekil 3.1.5a'da içerideki silindirin yarıçapının artması durumunda daha küçük frekans değerlerinde alanın tamamen yansıdığı görülmektedir. Şekil 3.1.5b'de ise içerideki silindirin üzerinde bulunan empedansın mutlak değerinin artmasıyla daha yüksek frekans değerlerinde alanın tamamen yansıdığı görülmektedir.

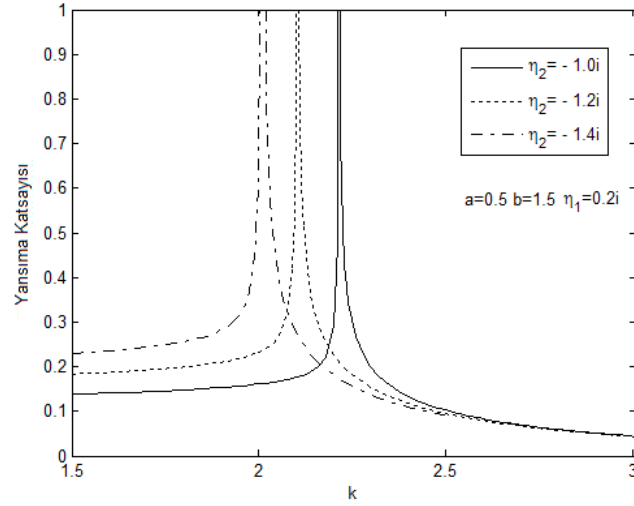


Şekil 3.1.5a Yansıyan alanın farklı  $a$  değerleri için  $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı



Şekil 3.1.5b Yansıyan alanın farklı  $\eta_1$  değerleri için  $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı

Aşağıdaki şekilde ise  $\eta_1$  kapasitif ve sabit iken, bazı indüktif  $\eta_2$  ( $\text{Im}(\eta_2) < -1$ ) değerleri için Şekil 3.1.1 ile verilen koaksiyel dalga kılavuzunun band durduran filtre özelliği görülmektedir.  $\eta_2$ 'nin mutlak değeri arttığında band durduran frekansı küçülmektedir. Böylece Şekil 3.1.1 ile verilen iki parçalı koaksiyel dalga kılavuzu, uygun empedans değerleri için bir band durduran filtre olarak kullanılabilir.

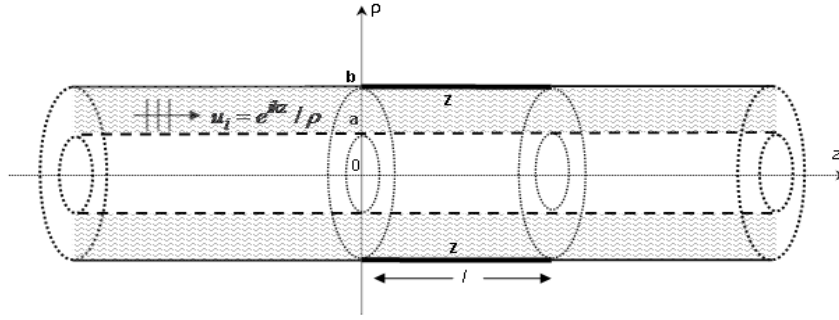


Şekil 3.1.6 Yansıyan alanın farklı  $\eta_2$  değerleri için  $k$ 'ya (frekansa) göre davranışı

## 3.2 Dışarıdaki İletkeni Sonlu Uzunluklu Empedans ile Yüklü Olan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi

Bu bölümde ele alınacak olan koaksiyel dalga kılavuzunda yalnızca dışarıdaki iletkenin  $0 < z < l$  kısmı  $Z = \eta_0 Z_0$  şeklinde ifade edilen sabit yüzey empedansı ile karakterize edilecektir (Şekil 3.2.1).

Aşağıda analiz yapılırken kullanılacak olan birçok fonksiyon Kısım 3.1'deki fonksiyonlarla aynı olacaktır. Fakat burada yalnızca dışarıdaki iletken üzerinde sonlu uzunluklu bir bölge empedans ile karakterize edildiğinden Kısım 3.1'de '1' indisi ile ifade edilen fonksiyonlar indissiz olarak kullanılacaktır.



Şekil 3.2.1 Dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi

### 3.2.1 Analiz

Toplam alan  $u_T(\rho, z)$ , (3.1.1)'de olduğu gibi ifade edilsin.  $u(\rho, z)$  alanı, (3.1.4a) denklemini

$$u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) = 0 \quad z \in (-\infty, 0) \cup (l, \infty) \quad (3.2.1a)$$

$$u(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) = 0 \quad z \in (-\infty, \infty) \quad (3.2.1b)$$

$$\eta^* u(b, z) = \frac{1}{ik} \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) - \eta \frac{e^{ikz}}{b} \quad z \in (0, l) \quad (3.2.1c)$$

$$u_T(b, z) = \mathcal{O}(|z|^{1/2}), \quad |z| \rightarrow 0 \quad (3.2.1d)$$

$$u_T(b, z) = \mathcal{O}(|z - l|^{1/2}), \quad |z| \rightarrow l \quad (3.2.1e)$$

$$u(\rho, z) = \mathcal{O}(e^{ik|z|}), \quad |z| \rightarrow \infty \quad (3.2.1f)$$



koşulları ile sağlar.  $u(\rho, z)$ 'in sağladığı denkleme Fourier integral dönüşümü uygulanıp (3.2.1a)-(3.2.1c) koşulları kullanılırsa,

$$F_-(\rho, \alpha) + F_1(\rho, \alpha) + e^{i\alpha l} F_+(\rho, \alpha) = -\frac{T_2(\rho, a, \alpha)}{bT_1(a, b, \alpha)} P_1(b, \alpha) \quad (3.2.2)$$

ifadesi ve  $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bandında geçerli olan aşağıdaki modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir:

$$ik\eta R_-^*(\alpha) + \tilde{V}(\alpha) \dot{F}_1(b, \alpha) + ik\eta e^{i\alpha l} S_+(\alpha) = 0 \quad (3.2.3)$$

Buradaki,  $F_-(\rho, \alpha)$ ,  $F_1(\rho, \alpha)$ ,  $F_+(\rho, \alpha)$  fonksiyonları Kısım 2.2'deki gibi olup  $\tilde{V}(\alpha)$  ise, sıfırları  $\tilde{\beta}_m$ ,  $m = 1, 2, \dots$ , kutupları ise  $\xi_m$ ,  $m = 1, 2, \dots$  olan, (3.1.7c)'de ifade edilen çekirdek fonksiyonudur ve

$$R_-^*(\alpha) = -ikb\eta^* F_-(b, \alpha) - b\dot{F}_-(b, \alpha) + \frac{k\eta}{k + \alpha} \quad (3.2.4a)$$

$$S_+(\alpha) = -ikb\eta^* F_+(b, \alpha) - b\dot{F}_+(b, \alpha) - \frac{k\eta e^{ikl}}{k + \alpha} \quad (3.2.4b)$$

olarak tanımlanmıştır.

### 3.2.2 MWHD'nin Çözümü

$R_-^*(\alpha)$  fonksiyonunun, Kısım 3.1'deki gibi,  $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  yarı düzleminde  $\alpha = -k$ 'daki kutup tekilliği haricinde analitik bir fonksiyon olduğu (3.2.4a)'daki ifadeden,  $S_+(\alpha)$  fonksiyonunun  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  yarı düzleminde analitik bir fonksiyon olduğu ise (3.2.4b)'deki ifadeden görülmektedir.

(3.2.3) denkleminin her iki yanını önce  $1/\tilde{V}_-(\alpha)$  ile, sonra da  $e^{-i\alpha l}/\tilde{V}_+(\alpha)$  ile çarpıldıktan sonra WH dekompozisyonu, analitik devam ilkesi ve Liouville Teoremi kullanılırsa sırasıyla aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\frac{R_-^*(\alpha)}{\tilde{V}_-(\alpha)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_+(\tilde{\beta}_m) e^{i\tilde{\beta}_m l} S_+(\tilde{\beta}_m)}{\tilde{V}'(\tilde{\beta}_m)(\tilde{\beta}_m - \alpha)} \right) + \frac{k\eta}{(k + \alpha)\tilde{V}_+(k)} \quad (3.2.5a)$$

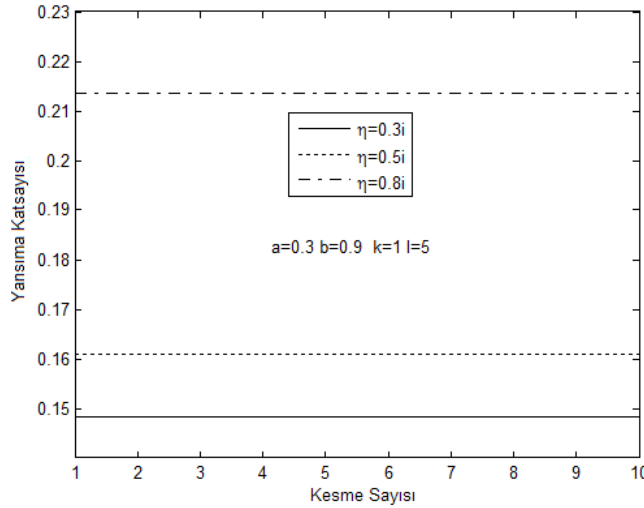
$$\frac{S_+(\alpha)}{\tilde{V}_+(\alpha)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_+(\tilde{\beta}_m) e^{i\tilde{\beta}_m l} R_-^*(-\tilde{\beta}_m)}{\tilde{V}'(\tilde{\beta}_m)(\tilde{\beta}_m + \alpha)} \right) \quad (3.2.5b)$$

olur. (3.2.5a)-(3.2.5b) denklem sisteminde bilinmeyenler  $S_+(\tilde{\beta}_m)$  ve  $R_-^*(-\tilde{\beta}_m)$ ,  $m = 1, 2, \dots$ 'dir. Bilinmeyenleri bulmak için, (3.2.5a) denkleminde  $\alpha = -\tilde{\beta}_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$  (3.2.5b) denkleminde ise  $\alpha = \tilde{\beta}_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$  yazılır:

$$\frac{R_-^*(-\tilde{\beta}_n)}{\tilde{V}_+(\tilde{\beta}_n)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_+(\tilde{\beta}_m) e^{i\tilde{\beta}_m l} S_+(\tilde{\beta}_m)}{\tilde{V}'(\tilde{\beta}_m)(\tilde{\beta}_m + \tilde{\beta}_n)} \right) + \frac{k\eta}{(k - \tilde{\beta}_n)\tilde{V}_+(k)} \quad (3.2.6a)$$

$$\frac{S_+(\tilde{\beta}_n)}{\tilde{V}_+(\tilde{\beta}_n)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_+(\tilde{\beta}_m) e^{i\tilde{\beta}_m l} R_-^*(-\tilde{\beta}_m)}{\tilde{V}'(\tilde{\beta}_m)(\tilde{\beta}_m + \tilde{\beta}_n)} \right) \quad (3.2.6b)$$

Böylece, 2 tane sonsuz cebirsel denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi nümerik olarak çözülür. Ayırıt koşulları ve  $\tilde{\beta}_n$ 'lerin asimptotik davranışları gözönünde bulundurularak belirli bir  $N$  sayısı için sonsuz denklem sisteminin yakınsayacağı gösterilebilir. Böylece sonsuz denklem sistemi yerine  $2N \times 2N$ 'lik bir cebirsel denklem sistemi alınabilir. Şekil 3.2.2'de, yansıyan alanın genliğindeki değişimin  $N \geq 3$  değerleri için dikkate alınmayacak kadar küçüldüğü görülmektedir.



Şekil 3.2.2 Yansıma katsayısının kesme sayısına göre davranışı

(3.2.6a)-(3.2.6b) denklem sisteminin çözümleri (3.2.5a)-(3.2.5b)'de kullanılır ve elde edilen bu sonuçlar (3.2.3)'deki MWH denkleminin düzenlenmesiyle elde edilen

$$P_1(b, \alpha) = - \left[ \frac{e^{i\alpha l} S_+(\alpha)}{V_-(\alpha) V_+(\alpha)} + \frac{1}{V_+(\alpha) V_-(\alpha)} \frac{R_-^*(\alpha)}{V_-(\alpha)} \right] \quad (3.2.8)$$

eşitliğinde yerlerine yazılırsa saçılan alanı bulmak için gerekli olan  $P_1(b, \alpha)$  fonksiyonu elde edilir.

### 3.2.3 Saçılan Alan

$\rho \in (a, b)$  ve  $z > l$  için iletilen alanın ifadesi, iletim katsayısı  $\mathcal{T}$ ,  $\rho \in (a, b)$  ve  $z < 0$  için yansıyan alanın ifadesi ve yansıma katsayısı  $\mathcal{R}$  sırasıyla aşağıdaki gibidir:

$$u(\rho, z) = -i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{T_2(\rho, a, -\xi_m) e^{i\xi_m z}}{bT_1'(a, b, -\xi_m)} P_1(b, -\xi_m) \right) \quad (3.2.9a)$$

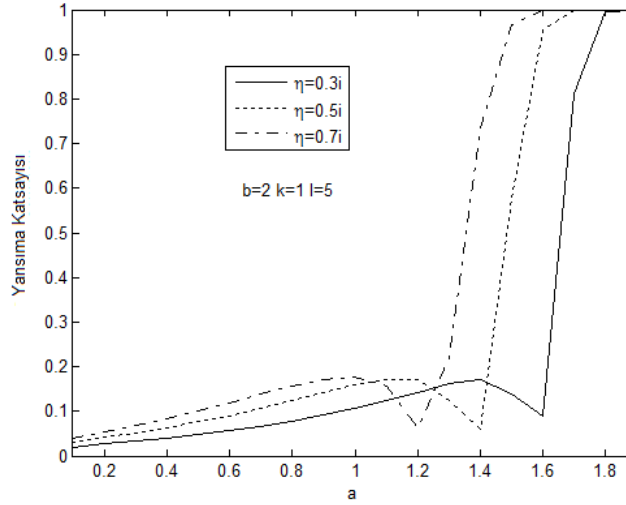
$$\mathcal{T} = \frac{i}{2kb \log(b/a)} P_1(b, -k) + 1 \quad (3.2.9b)$$

$$u(\rho, z) = -i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{T_2(\rho, a, \xi_m) e^{-i\xi_m z}}{bT_1'(a, b, \xi_m)} P_1(b, \xi_m) \right) \quad (3.2.10a)$$

$$\mathcal{R} = \frac{i}{2kb \log(b/a)} P_1(b, k) \quad (3.2.10b)$$

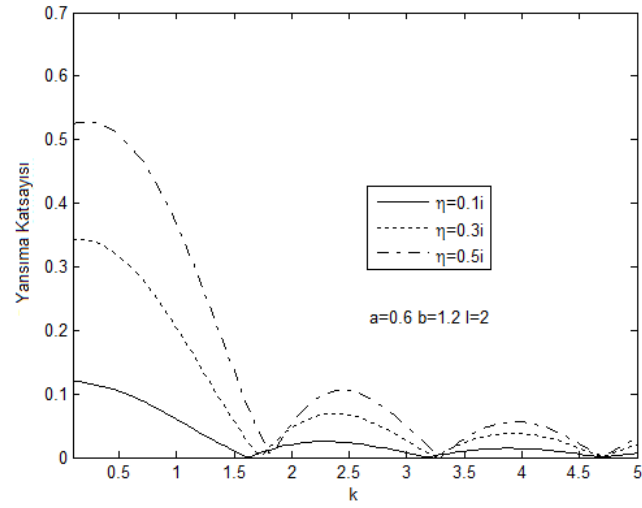
### 3.2.4 Sayısal Hesaplamalar

Burada silindirlerin  $a$ ,  $b$  yarıçaplarının,  $\eta$  empedans sabitinin, empedans ile kaplı yüzeyin  $l$  uzunluğunun ve frekansın yansıma ve iletim katsayılarına olan etkileri grafikler ile sunulacaktır.



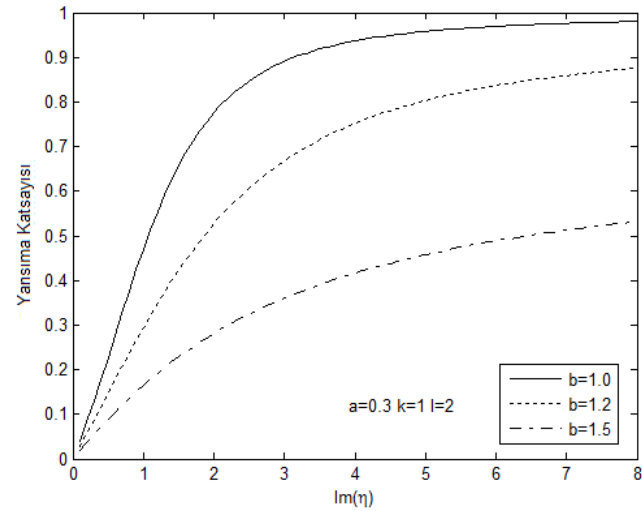
Şekil 3.2.3  $\eta$  değerleri için yansıma katsayısının  $a$ 'ya göre davranışı

Şekil 3.2.3'de, saçılan ve iletilen alanın farklı empedans değerleri için, içerideki iletkenin yarıçapına göre davranışı görülmektedir. İçerideki ve dışarıdaki iletkenin yarıçapları arasındaki mesafe küçüldükçe, iletilen alanın genliği azalmaktadır. Yüzey empedansı kapasitif olduğunda iletilen ve yansıyan alanın genliği empedansın modülünün artan değerleri için sola doğru kaymaktadır. Böylece yüzey empedansına yüksek kapasitif değerler yükleyerek, kablolar arasındaki mesafenin büyük olduğu durumlar için bile iletilen enerji azaltılabilir.



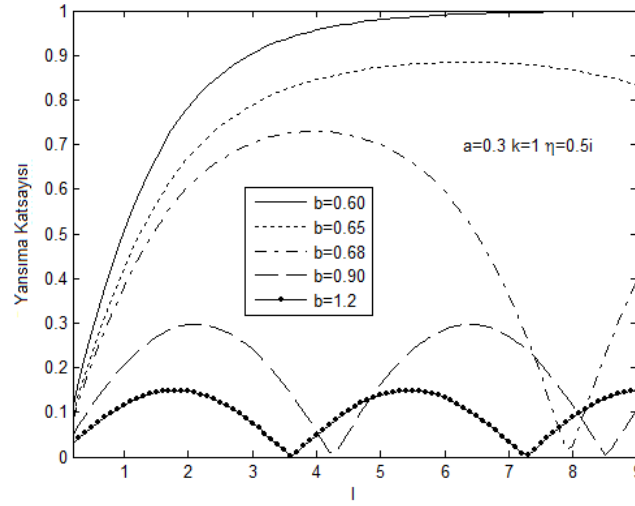
Şekil 3.2.4 Farklı  $\eta$  değerleri için yansıma katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı

Şekil 3.2.4'de yarıçaplar ve empedans yüzeyinin uzunluğu sabit olup empedans sabiti değişmektedir. Kapasitif empedans artırılarak yansıyan alanın maksimum değerleri artırılabilir ve aynı zamanda yansıyan alanın sıfırları sağa doğru kayar.

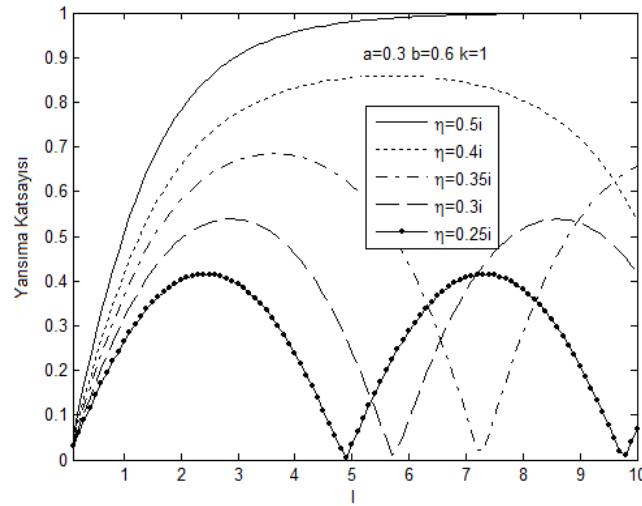


Şekil 3.2.5  $b$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının  $\eta$ 'ya göre davranışı

Şekil 3.2.5'de kapasitif empedansın artan değerleri için iletilen alanın modülünün arttığı görülmektedir. Dışarıdaki kablonun yarıçapının daha küçük olduğu durumlarda, iletilen alanın büyüklüğünü gösteren eğrinin daha keskin olduğu ve iletilen enerjide daha hızlı artma olduğu görülmektedir.



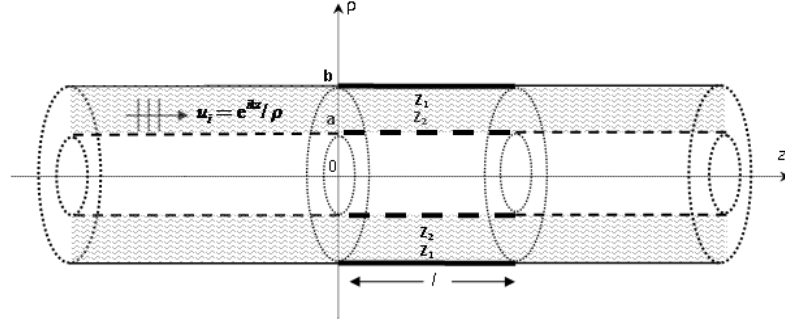
Şekil 3.2.6a  $b$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının  $l$ 'ye göre davranışı



Şekil 3.2.6b  $\eta$ 'nin farklı değerleri için yansıma katsayısının  $l$ 'ye göre davranışı

Yukarıdaki şekillerde yansıyan alanın, empedans yüklü kısmın uzunluğuna göre davranışı görülmektedir. Şekil 3.2.6a'da, dışarıdaki kablonun yarıçapının belli bir değer altında olması durumunda, Şekil 3.2.6b'de ise kapasitif empedansın belirli bir değer üstünde olması durumunda gelen alanın neredeyse tamamen yansıtıldığı görülmektedir.

### 3.3 Dışarıdaki ve İçerideki İletkeni Sonlu Uzunluklu Empedans ile Yüklü Olan Koaksiyel Dalga Kılavuzu Problemi



Şekil 3.3.1 Dışarıdaki ve içerideki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzu geometrisi

#### 3.3.1 Analiz

Burada da toplam alan  $u_T(\rho, z)$ , (3.1.1)'de olduğu gibi ifade edilecektir.  $u(\rho, z)$  alanı, Helmholtz denklemini

$$u(b, z) + b \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) = 0 \quad z \in (-\infty, 0) \cup (l, \infty) \quad (3.3.1a)$$

$$u(a, z) + a \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) = 0 \quad z \in (-\infty, 0) \cup (l, \infty) \quad (3.3.1b)$$

$$\eta_2^* u(b, z) - \frac{1}{ik} \frac{\partial}{\partial \rho} u(b, z) = -\frac{\eta_2}{b} e^{ikz} \quad z \in (0, l) \quad (3.3.1c)$$

$$\eta_1^* u(a, z) + \frac{1}{ik} \frac{\partial}{\partial \rho} u(a, z) = -\frac{\eta_1}{a} e^{ikz} \quad z \in (0, l) \quad (3.3.1d)$$

koşulları ile sağlar.  $u(\rho, z)$ 'in sağladığı Helmholtz denklemine Fourier integral dönüşümü uygulanıp (3.3.1a)-(3.3.1d) koşulları kullanılırsa,

$$F_-(\rho, \alpha) + F_1(\rho, \alpha) + e^{i\alpha l} F_+(\rho, \alpha) = \frac{bT_2(\rho, b, \alpha)P_1(a, \alpha) - aT_2(\rho, a, \alpha)P_1(b, \alpha)}{abT_1(a, b, \alpha)} \quad (3.3.2)$$

ifadesi ve  $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  bandında geçerli olan aşağıdaki modifiye Wiener-Hopf denklem çifti elde edilir:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1(\alpha)P_1(a, \alpha) - \frac{2ik\eta_1}{\pi bT_1(a, b, \alpha)}P_1(b, \alpha) - aik\Psi_1^-(\alpha) - aike^{i\alpha l}\Psi_1^+(\alpha) = \\ - \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)}[e^{i(k+\alpha)l} - 1] \end{aligned} \quad (3.3.3a)$$

$$\begin{aligned} -\tilde{V}_2(\alpha)P_1(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi aT_1(a, b, \alpha)}P_1(a, \alpha) - bik\Psi_2^-(\alpha) - bike^{i\alpha l}\Psi_2^+(\alpha) = \\ - \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)}[e^{i(k+\alpha)l} - 1] \end{aligned} \quad (3.3.3b)$$

Buradaki  $\tilde{V}_{1,2}(\alpha)$  fonksiyonları (3.1.7a) ve (3.1.7b)'de olduğu gibidir ve

$$\Psi_1^-(\alpha) = \eta_1^*F_-(a, \alpha) + \frac{1}{ik}\dot{F}_-(a, \alpha)$$

$$\Psi_1^+(\alpha) = \eta_1^*F_+(a, \alpha) + \frac{1}{ik}\dot{F}_+(a, \alpha)$$

$$\Psi_2^-(\alpha) = \eta_2^*F_-(b, \alpha) - \frac{1}{ik}\dot{F}_-(b, \alpha)$$

$$\Psi_2^+(\alpha) = \eta_2^*F_+(a, \alpha) - \frac{1}{ik}\dot{F}_+(b, \alpha)$$

olarak tanımlıdır.

### 3.3.2 MWHD'lerinin Çözümü:

(3.3.3a) ve (3.3.3b) denklemlerini aşağıdaki gibi düzenleyelim:

$$\tilde{V}_1(\alpha)P_1(a, \alpha) - \frac{2ik\eta_1}{\pi bT_1(a, b, \alpha)}P_1(b, \alpha) - R_1^*(\alpha) - e^{i\alpha l}S_1(\alpha) = 0 \quad (3.3.4a)$$

$$-\tilde{V}_2(\alpha)P_1(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi aT_1(a, b, \alpha)}P_1(a, \alpha) - R_2^*(\alpha) - e^{i\alpha l}S_2(\alpha) = 0 \quad (3.3.4b)$$

Burada,

$$R_1^*(\alpha) = aik\Psi_1^-(\alpha) + \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)} \quad (3.3.5a)$$

$$R_2^*(\alpha) = bik\Psi_2^-(\alpha) + \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)} \quad (3.3.5b)$$



$$S_1(\alpha) = aik\Psi_1^+(\alpha) - \frac{k\eta_1}{(k+\alpha)}e^{ikl} \quad (3.3.5c)$$

$$S_2(\alpha) = bik\Psi_2^+(\alpha) - \frac{k\eta_2}{(k+\alpha)}e^{ikl} \quad (3.3.5d)$$

olup  $R_1^*(\alpha)$  ve  $R_2^*(\alpha)$  fonksiyonları  $\alpha = -k$  noktası dışında  $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$  yarı düzleminde,  $S_1(\alpha)$  ve  $S_2(\alpha)$  fonksiyonları ise  $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$  yarı düzleminde analitiktirler.

(3.3.4a) denkleminin her iki yanını  $1/\tilde{V}_1^-(\alpha)$  ve  $e^{-ial}/\tilde{V}_1^+(\alpha)$  ile (3.3.4b) denkleminin her iki yanını ise  $1/\tilde{V}_2^-(\alpha)$  ve  $e^{-ial}/\tilde{V}_2^+(\alpha)$  ile çarpılıp analitik devam ilkesi ve Liouville Teoremin kullanılarak aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} -\frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \alpha)} \right) - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)}l}S_1(\tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{V}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \alpha)} \right) + \frac{R_1^*(\alpha)}{\tilde{V}_1^-(\alpha)} \\ = \frac{k\eta_1}{(k+\alpha)\tilde{V}_1^+(k)} \quad (3.3.6a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \alpha)} \right) - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)}l}S_2(\tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{V}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \alpha)} \right) + \frac{R_2^*(\alpha)}{\tilde{V}_2^-(\alpha)} \\ = \frac{k\eta_2}{(k+\alpha)\tilde{V}_2^+(k)} \quad (3.3.6b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)}l}P_1(b, -\tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} + \alpha)} \right) - \frac{S_1(\alpha)}{\tilde{V}_1^+(\alpha)} \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)}l}R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{V}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} + \alpha)} \right) = 0 \quad (3.3.6c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)}l}P_1(a, -\tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} + \alpha)} \right) - \frac{S_2(\alpha)}{\tilde{V}_2^+(\alpha)} \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)}l}R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{V}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} + \alpha)} \right) = 0 \quad (3.3.6d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \tilde{V}_1^+(\alpha)P_1(a, \alpha) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \alpha)} \right) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \frac{\tilde{V}_1^+(\alpha)P_1(b, \alpha)}{\tilde{\mathcal{X}}_1(\alpha)} \\
& - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)}l}S_1(\tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{V}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \alpha)} \right) - \frac{\tilde{V}_1^+(\alpha)e^{ial}S_1(\alpha)}{\tilde{V}_1(\alpha)} \\
& = \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)\tilde{V}_1^+(k)} \quad (3.3.6e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \tilde{V}_2^+(\alpha)P_1(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \alpha)} \right) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \frac{\tilde{V}_2^+(\alpha)P_1(a, \alpha)}{\tilde{\mathcal{X}}_2(\alpha)} \\
& - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)}l}S_2(\tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{V}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \alpha)} \right) - \frac{\tilde{V}_2^+(\alpha)e^{ial}S_2(\alpha)}{\tilde{V}_2(\alpha)} \\
& = \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)\tilde{V}_2^+(k)} \quad (3.3.6f)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)}l}P_1(b, -\tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} + \alpha)} \right) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \frac{\tilde{V}_1^-(\alpha)e^{-ial}P_1(b, \alpha)}{\tilde{\mathcal{X}}_1(\alpha)} \\
& e^{-ial}\tilde{V}_1^-(\alpha)P_1(a, \alpha) - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)}l}R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{V}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} + \alpha)} \right) \\
& - \frac{\tilde{V}_1^-(\alpha)e^{-ial}R_1^*(\alpha)}{\tilde{V}_1(\alpha)} = 0 \quad (3.3.6g)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - e^{-ial}\tilde{V}_2^-(\alpha)P_1(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)}l}P_1(a, -\tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} + \alpha)} \right) \\
& + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \frac{\tilde{V}_2^-(\alpha)e^{-ial}P_1(a, \alpha)}{\tilde{\mathcal{X}}_2(\alpha)} - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)}l}R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{V}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} + \alpha)} \right) \\
& - \frac{\tilde{V}_2^-(\alpha)e^{-ial}R_2^*(\alpha)}{\tilde{V}_2(\alpha)} = 0 \quad (3.3.6h)
\end{aligned}$$

(3.3.6a)-(3.3.6h) denklemlerinde bilinmeyenler,  $P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $P_1(a, -\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_1(a, -\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $P_1(b, -\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_1(b, -\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $S_1(\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $S_1(\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $S_2(\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $S_2(\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})$ 'dir. Bilinmeyenleri bulmak için (3.3.6a), (3.3.6b), (3.3.6g) ve (3.3.6h) denklemlerinde  $\alpha = -\tilde{\beta}_n^{(1)}$ ,  $-\tilde{\beta}_n^{(2)}$

ve (3.3.6c), (3.3.6d), (3.3.6e) ve (3.3.6f) denklemlerinde ise  $\alpha = \tilde{\beta}_n^{(1)}, \tilde{\beta}_n^{(2)}$ ,  $n = 1, 2, \dots$  yazılarak elde edilen  $16N \times 16N$ 'lik denklem sistemi çözülmüştür.

(3.3.6e) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$  denkleminde  $P_1(a, \tilde{\beta}_n^{(1)})$  çekilip (3.3.6f) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$ 'de; (3.3.6f) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$  denkleminde  $P_1(b, \tilde{\beta}_n^{(2)})$  çekilip (3.3.6e) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$ 'de; (3.3.6g) $|_{\alpha=-\tilde{\beta}_n^{(1)}}$  denkleminde  $P_1(a, -\tilde{\beta}_n^{(1)})$  çekilip (3.3.6h) $|_{\alpha=-\tilde{\beta}_n^{(1)}}$ 'de; (3.3.6h) $|_{\alpha=-\tilde{\beta}_n^{(2)}}$  denkleminde  $P_1(b, -\tilde{\beta}_n^{(2)})$  çekilip (3.3.6g) $|_{\alpha=-\tilde{\beta}_n^{(2)}}$ 'de; (3.3.6c) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$  denkleminde  $S_1(\tilde{\beta}_n^{(1)})$  çekilip (3.3.6e) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$  ve (3.3.6f) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$ 'de; (3.3.6c) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$  denkleminde  $S_1(\tilde{\beta}_n^{(2)})$  çekilip (3.3.6e) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$ 'de; (3.3.6d) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$  denkleminde  $S_2(\tilde{\beta}_n^{(1)})$  çekilip (3.3.6f) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$ 'de; (3.3.6d) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$  denkleminde  $S_2(\tilde{\beta}_n^{(2)})$  çekilip (3.3.6f) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(1)}}$  ve (3.3.6e) $|_{\alpha=\tilde{\beta}_n^{(2)}}$ 'de yazılırsa  $16N \times 16N$ 'lik denklem sistemi, bilinmeyenleri  $P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $P_1(a, -\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $P_1(b, -\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})$ ,  $R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})$ ,  $R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})$  olan  $8N \times 8N$ 'lik bir denklem sistemine indirgenir.

### 3.3.3 Saçılan Alan:

$\rho \in (a, b)$  ve  $z > l$  için iletilen alanın ifadesi, iletim katsayısı  $\mathcal{T}$ ,  $\rho \in (a, b)$  ve  $z < 0$  için yansıyan alanın ifadesi ve yansıma katsayısı  $\mathcal{R}$  sırasıyla aşağıdaki gibidir:

$$u_1(\rho, z) = i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{bT_2(\rho, b, \xi_m)P_1(a, -\xi_m) - aT_2(\rho, a, \xi_m)P_1(b, -\xi_m)}{abT_1'(a, b, -\xi_m)} \right) e^{i\xi_m z} \quad (3.3.7a)$$

$$\mathcal{T} = -\frac{i}{2abk \log(b/a)} [bP_1(a, -k) - aP_1(b, -k)] + 1 \quad (3.3.7b)$$

$$u_1(\rho, z) = -i \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{bT_2(\rho, b, \xi_m)P_1(a, \xi_m) - aT_2(\rho, a, \xi_m)P_1(b, \xi_m)}{abT_1'(a, b, \xi_m)} \right) e^{i\xi_m z} \quad (3.3.8a)$$

$$\mathcal{R} = -\frac{i}{2abk \log(b/a)} [bP_1(a, k) - aP_1(b, k)] \quad (3.3.8b)$$

(3.3.7b) ve (3.3.8b)'de görülen  $[bP_1(a, \pm k) - aP_1(b, \pm k)]$  ifadelerinin elde edilebilmesi için (3.3.4a) veya (3.3.4b) denklemleri  $T_1(a, b, \alpha)$  ile çarpılıp  $\alpha = \mp k$  yazılır. Buna

göre (3.3.4a) MWH denkleminde elde edilen sonuçlar,

$$bP_1(a, -k) - aP_1(b, -k) = \frac{2abk \log(b/a)}{i} - \frac{e^{-ikl}}{V_1^+(k)} \left\{ \frac{2ik\eta_1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)}) e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)l} P_1(b, -\tilde{\beta}_m^{(1)})}}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - k)} \right) + b \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)}) e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)l} R_1^*(-\tilde{\beta}_m^{(1)})}}{\tilde{V}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - k)} \right) \right\} \quad (3.3.9a)$$

$$[bP_1(a, k) - aP_1(b, k)] = \frac{1}{V_1^+(k)} \left\{ \frac{2ik\eta_1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)}) P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - k)} \right) + b \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)}) e^{i\tilde{\beta}_m^{(1)l} S_1(\tilde{\beta}_m^{(1)})}}{\tilde{V}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - k)} \right) + \frac{b\eta_1}{2V_1^+(k)} \right\} \quad (3.3.9b)$$

ve (3.3.4b) MWH denkleminde elde edilen sonuçlar

$$bP_1(a, -k) - aP_1(b, -k) = \frac{2abk \log(b/a)}{i} - \frac{e^{-ikl}}{V_2^+(k)} \left\{ -\frac{2ik\eta_2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)}) e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)l} P_1(a, -\tilde{\beta}_m^{(2)})}}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - k)} \right) + a \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)}) e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)l} R_2^*(-\tilde{\beta}_m^{(2)})}}{\tilde{V}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - k)} \right) \right\} \quad (3.3.10a)$$

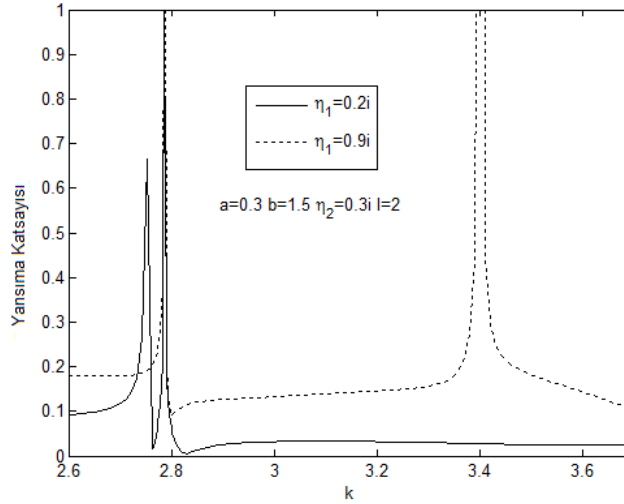
$$[bP_1(a, k) - aP_1(b, k)] = \frac{1}{V_2^+(k)} \left\{ -\frac{2ik\eta_2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)}) P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - k)} \right) + a \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)}) e^{i\tilde{\beta}_m^{(2)l} S_2(\tilde{\beta}_m^{(2)})}}{\tilde{V}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - k)} \right) + \frac{a\eta_2}{2V_2^+(k)} \right\} \quad (3.3.10b)$$

şeklindedir.

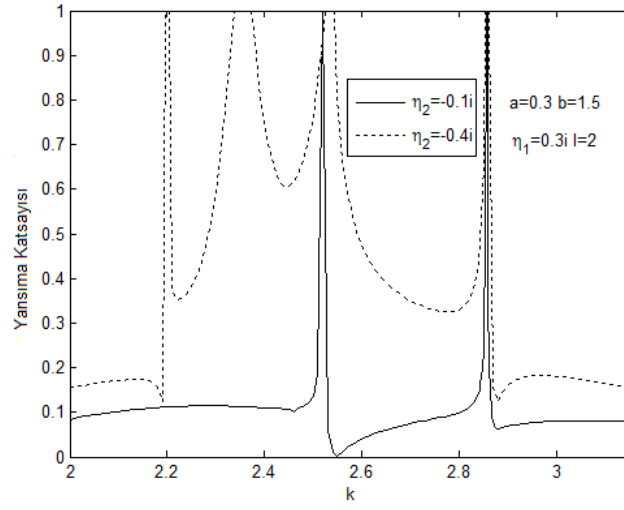
### 3.3.4 Sayısal Hesaplamalar

Aşağıda,  $\eta_1$  ve  $\eta_2$  ile ifade edilen empedans yüzeyleri, bu yüzeylerin uzunluğu ve koaksiyel dalga kılavuzunda bulunan silindirler arasındaki  $b-a$  mesafesi gibi parametrelerin, yansıyan alan üzerindeki etkilerini görmek için bazı nümerik sonuçlar sunulacaktır.

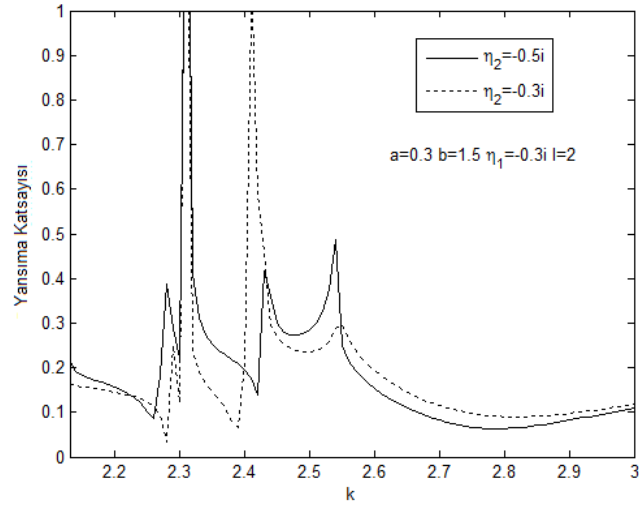
Şekil 3.3.2a-2c'de  $\eta_2$ ,  $a$ ,  $b$  ve  $l$  değerleri sabit iken  $\eta_1$ 'in farklı değerleri için yansıyan alanın genliğinin dalga sayısına göre davranışları görülmektedir.  $\eta_1$  ve  $\eta_2$  kapasitif olduğunda  $|\eta_1|$ 'nin artan değerleri için band durduran frekans sağa doğru kaymaktadır (Şekil 3.3.2a).  $\eta_1$ 'in kapasitif  $\eta_2$ 'nin indüktif olduğu durumda  $|\eta_2|$ 'nin artan değerleri için band durdurma özelliğinin daha düşük frekanslarda ortaya çıktığı görülmektedir (Şekil 3.3.2b). Her iki yüzey empedansının indüktif olduğu durum ise Şekil 3.3.2c'de görüldüğü gibidir.



Şekil 3.3.2a  $\eta_1$ 'in farklı değerleri için yansıma katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı  
( $\eta_1$  ve  $\eta_2$ 'nin kapasitif olduğu durum)

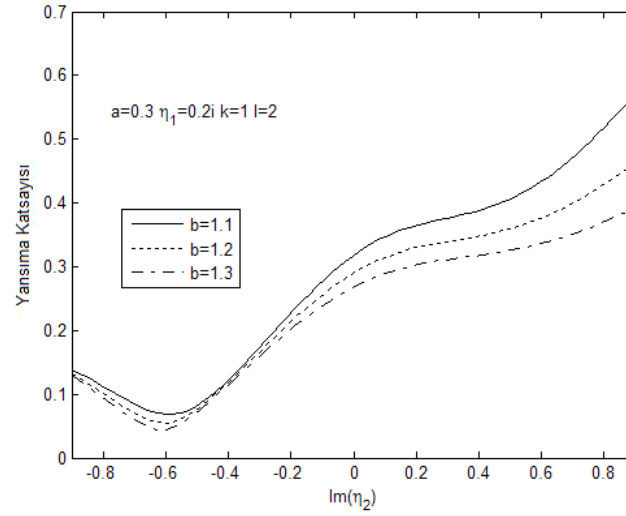


Şekil 3.3.2b  $\eta_2$ 'nin farklı değerleri için yansima katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı ( $\eta_1$ 'in kapasitif ve  $\eta_2$ 'nin indüktif olduğu durum)



Şekil 3.3.2c  $\eta_2$ 'nin farklı değerleri için yansima katsayısının  $k$ 'ya göre davranışı ( $\eta_1$  ve  $\eta_2$ 'nin indüktif olduğu durum)

Şekil 3.3.3'de içerideki silindirin yarıçapının, dalga sayısının, empedans ile kaplı yüzeyin uzunluğunun sabit ve  $\eta_1$ 'in kapasitif olması durumunda yansıyan alanın farklı  $b$  değerleri için  $\eta_2$  empedansına göre davranışı görülmektedir.  $\eta_2$ 'nin indüktif bir değerinde yansıyan alan minimum değerini almakta daha sonra tekrar artmakta ve dışarıdaki silindirin yarıçapı azaldıkça yansıyan alanın genliği artmaktadır.



Şekil 3.3.3 Yansıma katsayısının farklı  $b$  değerleri için  $\eta_2$ 'ye göre davranışı

## 4 Sayısal Sonuçlar ve Karşılaştırmalar

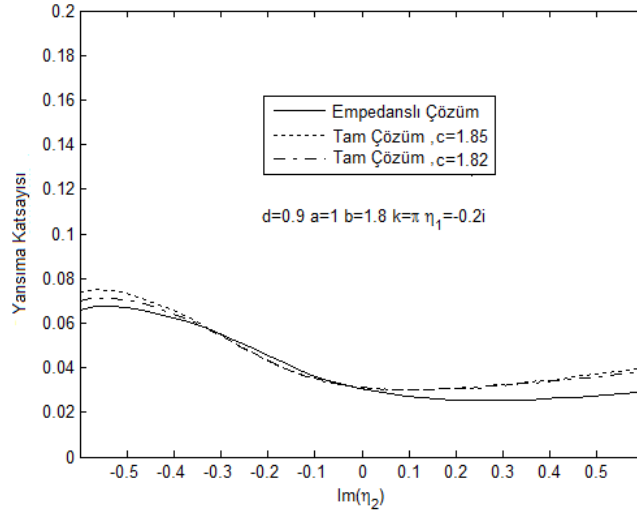
Bu bölümde, Bölüm 2’de ele alınan oyuk tipi süreksizlikler içeren koaksiyel dalga kılavuzu yapılarının, Bölüm 3’de ele alınan empedans tipi süreksizlikler içeren koaksiyel dalga kılavuzu yapıları ile modellenebileceği nümerik olarak gösterilmiştir. Bu karşılaştırmalar yapılırken, bağıl dielektrik sabiti  $\varepsilon_r$  ile empedans sabiti  $\eta$  arasında var olan aşağıdaki ilişki kullanılmıştır:

$$\eta = -i\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \tan(\tilde{k}(b-a)) \quad (4.1)$$

(4.1)’de görülen  $\mu_r$ , bağıl magnetik geçirgenlik sabiti olup  $\tilde{k}$  ise,  $\tilde{k} = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} k$  ile tanımlıdır. Bu karşılaştırmaya ek olarak, Bölüm 2 ve Bölüm 3’deki koaksiyel dalga kılavuzu yapılarının kendi içlerinde karşılaştırmaları da yapılacaktır: Şekil 3.3.1’deki geometrinin analizinde  $l \rightarrow \infty$  yapmakla elde edilen sonuçların, Şekil 3.1.1’deki geometrinin analizinden elde edilen sonuçlarla aynı olduğu analitik olarak gösterilecek ve nümerik sonuçlar sunulacak, Şekil 2.3.1’deki geometride, içerideki iletkenin üzerindeki oyuğun derinliğinin sıfıra çok yakın olması ile elde edilen sonuçların, Şekil 2.2.1’deki sadece dışarıdaki iletkeni üzerinde sonlu uzunluklu oyuk bulunan geometriden elde edilen sonuca yakınsadığı ve Şekil 3.3.1’deki geometride, içerideki iletkenin üzerindeki empedans değerinin sıfıra çok yakın olması ile elde edilen sonuçların, Şekil 3.2.1’deki sadece dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans yüzeyi ile kaplı olan geometriden elde edilen sonuca yakınsadığı gösterilecektir.

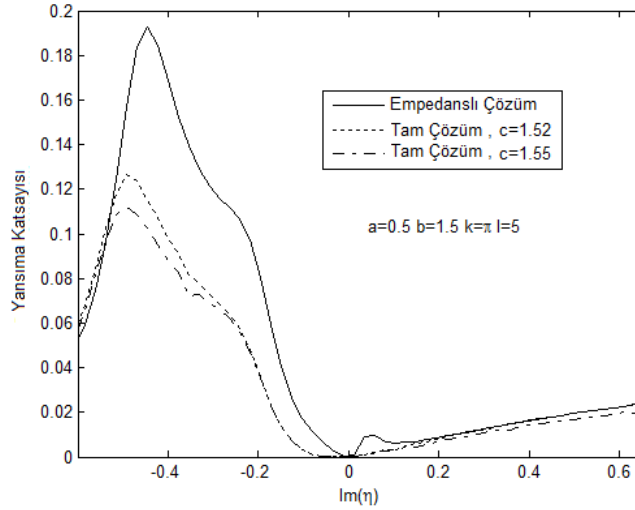


Aşağıdaki grafikte, kısım 2.1.1’de ele alınan geometriden elde edilen sonuçlar ile kısım 3.1.1’de ele alınan geometriden elde edilen sonuçların karşılaştırılması görülmektedir.



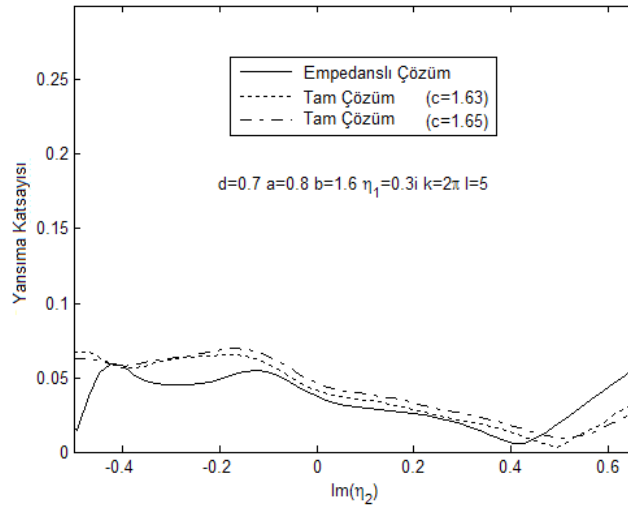
Şekil 4.1 Kısım 2.1 ile Kısım 3.1’deki sonuçların karşılaştırılması

Şekil 4.2’de yalnızca dışarıdaki iletkeni üzerinde dielektrik malzeme ile dolu sonlu uzunluklu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzundan elde edilen sonuçlar ile dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzundan elde edilen sonuçların karşılaştırılması sunulmaktadır. Oyuk derinliği azaldıkça yansımaya katsayısı, empedanslı geometriden elde edilen sonuca yakınsamaktadır ve ayrıca kapasitif empedans değerlerinde yakınsama daha iyi olmaktadır. Böylece Şekil 4.2’deki sonuçlara dayanarak, oyuk derinliği küçültülerek, dışarıdaki iletkeni üzerinde dielektrik malzeme ile yüklü sonlu uzunluklu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzunun, dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü koaksiyel dalga kılavuzu ile modellenebileceği söylenebilir.



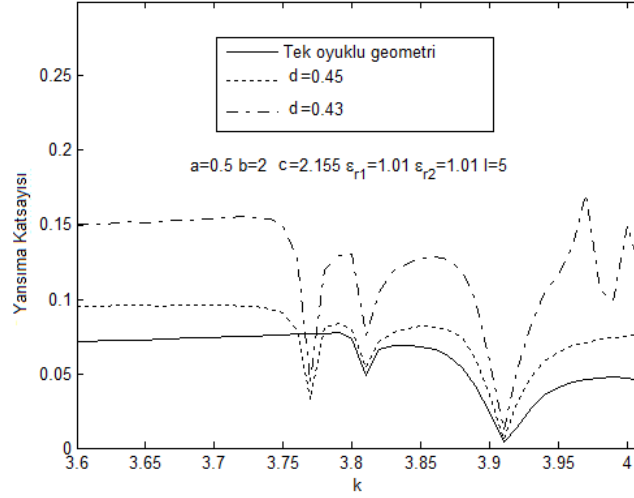
Şekil 4.2 Kısım 2.2 ile Kısım 3.2’deki sonuçların karşılaştırılması

Aşağıda her iki iletkeni üzerinde dielektrik malzeme ile dolu sonlu uzunluklu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzundan elde edilen sonuçlar ile her iki iletkeni sonlu uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzundan elde edilen sonuçların karşılaştırılması sunulmaktadır. Şekil 4.3’de  $\eta_1$  sabit olup  $\eta_2$  değişmektedir ve oyuk derinliklerinin yeteri kadar küçük olması durumunda iki problem-den elde edilen sonuçlar birbirine çok yakın olmaktadır. Buradan, her iki iletkeni üzerinde, farklı dielektrik sabitli malzemeler ile dolu sonlu uzunluklu oyuk bulunan koaksiyel dalga kılavuzunun, içerideki ve dışarıdaki iletkenleri üzerinde sonlu uzunluklu empedans yüzeyi bulunan koaksiyel dalga kılavuzu ile modellenebileceği söylenebilir.



Şekil 4.3 Kısım 2.3 ile Kısım 3.3’deki sonuçların karşılaştırılması

Şekil 4.4'de ise Kısım 3.3'de ele alınan koaksiyel dalga kılavuzunda içerideki iletken üzerinde yer alan, dielektrik malzeme ile yüklü oyukun derinliğinin azaltılması ile elde edilen sonucun, Kısım 3.2'de ele alınan yalnızca dışarıdaki iletkeni üzerinde, dielektrik malzeme ile yüklü oyuk bulunan dalga kılavuzu probleminden elde edilen sonuca yakınsadığı görülmektedir.



Şekil 4.4 Kısım 2.2 ile Kısım 2.3'deki sonuçların karşılaştırılması

Dışarıdaki ve içerideki iletkeni sonlu uzunluklu empedans yüzeyi ile kaplı olan geometride  $l \rightarrow \infty$  yapılırsa (3.3.4a) ve (3.3.4b) MWH denklemleri,

$$iak\eta_1^*F_-(a, \alpha) + \frac{a}{k}\dot{F}_-(a, \alpha) + \tilde{V}_1(\alpha)P_1(a, \alpha) - \frac{2ik\eta_1}{\pi bT_1(a, b, \alpha)}P_1(b, \alpha) = \frac{k\eta_1}{(k + \alpha)} \quad (4.4a)$$

$$ibk\eta_2^*F_-(b, \alpha) + \frac{b}{k}\dot{F}_-(b, \alpha) - \tilde{V}_2(\alpha)P_1(b, \alpha) + \frac{2ik\eta_2}{\pi aT_1(a, b, \alpha)}P_1(a, \alpha) = \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)} \quad (4.4b)$$

olur. O zaman (3.3.9b) ve (3.3.10b)'deki yansıma katsayısı  $\mathcal{R}$ , sırasıyla aşağıdaki yapıya dönüşür:

$$\mathcal{R} = \frac{-i}{2abk \log(b/a)V_1^+(k)} \left\{ \frac{b\eta_1}{2V_1^+(k)} + \frac{2ik\eta_1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - k)} \right) \right\} \quad (4.5a)$$

$$\mathcal{R} = \frac{-i}{2abk \log(b/a)V_2^+(k)} \left\{ \frac{a\eta_2}{2V_2^+(k)} - \frac{2ik\eta_2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - k)} \right) \right\} \quad (4.5b)$$

(4.4a), (4.4b), (4.5a) ve (4.5b)'de görülen ifadeler, içerideki ve dışarıdaki iletkeni yarı sonsuz uzunluklu empedans ile yüklü olan koaksiyel dalga kılavuzu için elde edilen sırasıyla MWH denklemleri ve yansıma katsayısı ifadeleridir. Saçılan alan-daki  $\exp(ikz)/\rho$ 'lu terimin kompleks katsayısı olan  $\mathcal{T}$  ise (3.3.9a) ve (3.3.10a)'da  $l \rightarrow \infty$  yapıldığında sıfır olur. Bu da, Kısım 3.1'de elde edilen sonuç ile uyuşmaktadır.

(4.5a) ve (4.5b)'de görülen  $P_1(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})$  ve  $P_1(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})$  ifadeleri, (3.3.6a)-(3.3.6h)'da  $l \rightarrow \infty$  alınmasıyla elde edilen denklemler kullanılarak oluşturulan aşağıdaki denklem sisteminin çözülmesiyle bulunur:

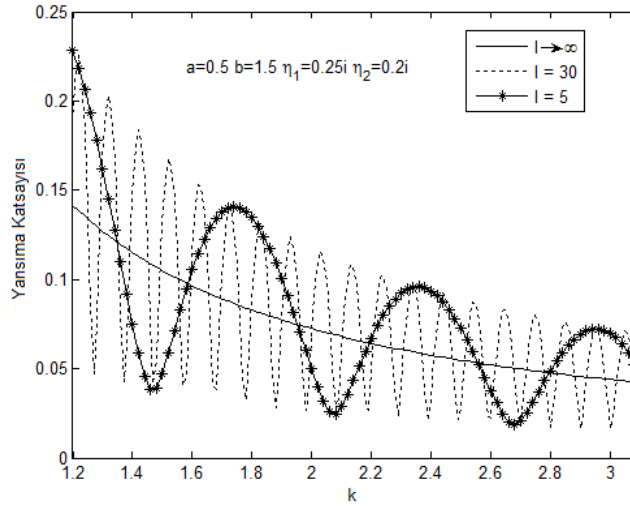
$$\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_n^{(1)})P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(1)}) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \tilde{\beta}_n^{(1)})} \right) = \frac{k\eta_1}{(k + \tilde{\beta}_n^{(1)})\tilde{V}_1^+(k)} \quad (4.6a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_n^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(2)}) - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_n^{(2)})P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1(\tilde{\beta}_n^{(2)})} \\ - \frac{2ik\eta_1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_1^+(\tilde{\beta}_m^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_m^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_1'(\tilde{\beta}_m^{(1)})(\tilde{\beta}_m^{(1)} - \tilde{\beta}_n^{(2)})} \right) = \frac{k\eta_1}{(k + \tilde{\beta}_n^{(2)})\tilde{V}_1^+(k)} \end{aligned} \quad (4.6b)$$

$$\begin{aligned}
& -\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_n^{(1)})P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(1)}) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_n^{(1)})P_+(a, \tilde{\beta}_n^{(1)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2(\tilde{\beta}_n^{(1)})} \\
& + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \tilde{\beta}_n^{(1)})} \right) = \frac{k\eta_2}{(k + \tilde{\beta}_n^{(1)})\tilde{V}_2^+(k)} \quad (4.6c)
\end{aligned}$$

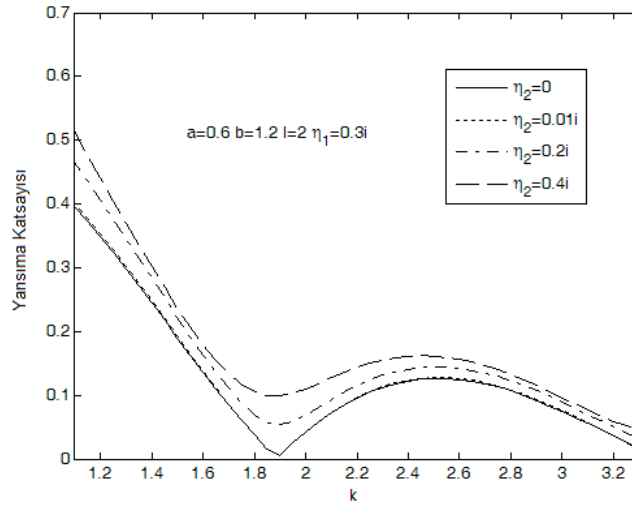
$$\begin{aligned}
& -\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_n^{(2)})P_+(b, \tilde{\beta}_n^{(2)}) + \frac{2ik\eta_2}{\pi a} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{\infty} \frac{\tilde{V}_2^+(\tilde{\beta}_m^{(2)})P_+(a, \tilde{\beta}_m^{(2)})}{\tilde{\mathcal{X}}_2'(\tilde{\beta}_m^{(2)})(\tilde{\beta}_m^{(2)} - \tilde{\beta}_n^{(2)})} = \frac{k\eta_2}{(k + \alpha)\tilde{V}_2^+(k)} \quad (4.6d)
\end{aligned}$$

İçerideki ve dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans yüzeyi ile kaplı olan geometride  $l \rightarrow \infty$  yapmakla elde edilen yukarıdaki sonuçların yapısı, içerideki ve dışarıdaki iletkeni yarı sonsuz empedans yüzeyi ile kaplı olan geometriden elde edilen sonuçların yapısı ile aynıdır.



Şekil 4.5 Kısım 3.1. ile Kısım 3.3'deki sonuçların karşılaştırılması

Şekil 4.5 'de, Kısım 2.3'de ele alınan koaksiyel dalga klavuzundaki empedans ile yüklü yüzeyin uzunluğunun yansıma katsayısına olan etkisi görülmektedir.  $l$  değeri arttığında, yansıyan alanın değişimi ile ilgili olan rezonans sayısı artmaktadır. Buna karşın  $l$ 'nin artmasıyla yansıyan alanın genliğinde değişme olmamaktadır.  $kl \gg 1$  olması durumunda ise yansıyan alanın genliği (4.3a) veya (4.3b) ile hesaplanan değere yaklaşmaktadır.



Şekil 4.6 Kısım 3.2 ile Kısım 3.3'deki sonuçların karşılaştırılması

Şekil 4.6'da içerideki ve dışarıdaki iletkeni sonlu uzunluklu empedans yüzeyi ile kaplı olan koaksiyel kablodaki  $\eta_2$  değerinin azalmasının yansımaya katsayısına olan etkisi görülmektedir. Düz çizgi ile gösterilen grafik ( $\eta_2 = 0$  hali) Kısım 3.2'deki koaksiyel kablo probleminin çözümünden elde edilmiştir. Şekil 4.7'den, Şekil 3.3.1'deki geometride  $\eta_2$ 'nin yeteri kadar küçük alınmasıyla Şekil 3.2.1'deki geometri için elde edilen sonuca yakınsandığı görülmektedir.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

1. N.-E. Belhadj-Tahar, A. Fourier-Lamer and H. de Canterac, *Broad-band simultaneous measurement of complex permittivity and permeability using a coaxial discontinuity*, IEEE Trans Microwave Theory and Techniques, vol. MTT- 34, pp. 346-350, March 1986
2. R. F. Huang and D. M. Zhang, *Application of mode matching method to analysis of axisymmetric coaxial discontinuity structures used in permeability and/or permittivity measurement* Progress in Electromagnetics Research, vol. PIER 67, pp. 205-230, 2007
3. B. C. De Loach, *Radial line coaxial filters in the microwave region*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-11, pp. 50-55,1963
4. P. I. Somlo, *The computation of coaxial line step capacitances*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-15, pp. 48-53,1967
5. D. Varon, *Radial line band rejection filters in coaxial waveguides*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-15, pp. 680-687,1967
6. W. K. Gwarek, *Computer-Aided analysis of arbitrarily shaped coaxial discontinuities*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-36, pp. 337-342,1988
7. A. P. Orfanidis, G. A. Kyriacou, and J. N. Sahalos, *A mode-matching technique for the study of circular and coaxial waveguide discontinuities based on closed-form coupling integrals*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-48, pp. 880-883,2000
8. W. Yu, R. Mittra, and S. Dey, *Application of the nonuniform FDTD technique to analysis of coaxial discontinuity structures*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-49, pp. 207-209,2001
9. S. Vijayaraghayan and R. K. Arora, *Scattering of a shielded surface wave in a coaxial waveguide by a wall impedance discontinuity*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 19, 736-739, 1971



10. M. S. Babrovnikov, *Diffraction of electromagnetic waves at a surface impedance discontinuity in a coaxial waveguide*, Soviet Physics Journal (Izvestiya Vuz. Fizika), Vol. 9, No. 2, 4-6, 1966.
11. A. Büyükaksoy, I. H. Tayyar, F. Hacivelioglu, and G. Uzgoren, *The coupling of perfectly conducting and impedance coaxial waveguides*, Proc. International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, ICEAA-2007, 649-652, Torino, Italy, September 17-21, 2007
12. J. R. Whinnery and H. W. Jamieson, *Equivalent circuits for discontinuities in transmission lines*, Proc. I.R.E., vol. 32, pp. 98-115; February, 1944.
13. J. R. Whinnery, H. W. Jamieson, and T. E. Robbins, *Coaxial line discontinuities*, Proc. IRE, vol. 32, pp. 695-709, 1944
14. H. E. Green, *The numerical solution of some important transmission-line problems*, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-13, pp. 676-692, September 1965.
15. P. Silvester and I. A. Cermak, *Analysis of Coaxial Line Discontinuities by Boundary Relaxation* IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-17, pp. 489-495, August 1969
16. G. M. Wilkins, J.-F. Lee, and R. Mittra, *Numerical modeling of axisymmetric coaxial waveguide discontinuities* IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-39, pp. 1323-1328, August 1991
17. I. L. Verbitskii, *Dispersion relation for comb-type slow wave structures*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-28(1), 48-50, 1980
18. G. I. Veselov, Yu. N. Alekhin, and V. V. Litvinovich, *Diffraction in a periodic slow wave system of finite length*, Telecommun. radio Eng. Engl. Trans., 38/39 (11), 115-118, 1984
19. T. Thumvongskul and T. Shiowaza, *Maximum reflection conditions for metallic waveguide grating with rectangular grooves*, Proc. APMC2001, Taipei, Taiwan, p. 59-62

20. S. Kondoh, A. Hirata, T. Thumvongskul and T. Shiowaza, *Analysis of a metallic reflector grating with the influence of the Joule loss taken into account*, IEEE Transactions on Plasma Science, vol.31, no.5, pp.1070-1074, Oct. 2003
21. T. P. Lee and W. P. Wheless, Jr., *Numerical Analysis of Coax Step Discontinuities*, Proceedings of the Twenty-Seventh Southeastern Symposium on System Theory, pp. 315 - 319, 1995.
22. J. H. Lee, H. J. Eom, J. W. Lee and K. Yoshitomi, *Transverse electric mode scattering from rectangular grooves in parallel plate*, Radio Sci. 29 (5), 1215-1218, 1994
23. J. W. Lee and H. J. Eom, *TE-mode scattering from two junctions in the H-plane waveguide*, IEEE Trans. Microwave Theory Techn. MTT-42 (4), 601-606, 1994
24. K. C. Hwang and H. J. Eom, *Tunable notch filter of ferrite-filled grooves in parallel plates*, IEEE Microwave and Wireless Comp. Lett. 15 (5), 363-365, 2005
25. T. J. Park, J. H. Eom, and K. Yoshitomi, *An analysis of TE-scattering from finite rectangular grooves in a conducting plane*, J. Opt. Soc. Am. A Opt Image Sci., 10 (5), 905-911, 1993
26. I. H. Tayyar, A. Büyükaksoy and A. Isikyer, *Wiener-Hopf analysis of the parallel plate waveguide with opposing dielectric filled rectangular grooves*. Can. J. Phys. 86, (5), 733-745, 2008
27. I. H. Tayyar, A. Büyükaksoy and A. Isikyer, *A Wiener-Hopf analysis of the parallel plate waveguide with finite length impedance loading*, Radio Science, Vol. 43, RS5005, doi:10.1029/2007RS003768, 2008
28. I.D. Abrahams, *Scattering of sound by two parallel semi-infinite screens*, Wave Motion, vol.9, pp.289-300, 1987
29. M. Idemen, *A new method to obtain exact solutions of vector Wiener-Hopf equations*, Z. Angew. Math. Mech. (ZAMM), vol.59, pp. 656-658, 1979

30. A. Büyükaksoy and G. Cınar, *Solution of a matrix Wiener-Hopf equation connected with the plane wave diffraction by an impedance loaded parallel plate waveguide* Mathematical Methods In The Applied Sciences vol.28, no.14, pp. 1633-1645, 2005
31. A. Büyükaksoy and A. Demir, *Radiation of sound from a semi-infinite rigid duct inserted axially into a larger infinite tube with wall impedance discontinuity*, Z.Angew.Math.Mech.86 ,no.7,563-571, 2006
32. R. Mittra, S.W.Lee, *Analytical techniques in the theory of guided waves*, The Macmillan Company, New York, First Printing, 1971
33. A.D. Rawlins, *A bifurcated circular waveguide problem*, IMA J. Appl. Math. vol.54 pp. 59–81, 1995
34. M. İdemen, *Kompleks Değişkenli Fonksiyonlar Teorisi*, Literatür Yayınlar, 1999
35. A. Büyükaksoy, G. Uzgören, *Kırınım Problemleri*, GYTE Yayınları, 1999.

## ÖZGEÇMİŞ

1980 Mesudiye doğumlu Feray Hacıvelioğlu, lisans eğitimini 2002’de Yıldız Teknik Üniversitesi, Matematik Mühendisliđi Bölümü’nde, yüksek lisans eğitimini 2004’de Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü’de tamamlamış olup doktora eğitimine de burada devam etmiştir ve 2002’den bu yana Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.