

**T.C.  
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**2 VE 3 BOYUTLU UZAYDA MÜKEMMEL  
İLETKEN YÜZEYLERİN OLUŞTURDUĞU BİR  
SINIR KÜMESİNDEN ANALİTİK  
REGÜLERLEŞTİRME YÖNTEMİ İLE  
E-KUTUPLU DALGALARIN SAÇILMASININ  
İNCELENMESİ**

**Hüseyin YİĞİT  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI**

**GEBZE**

**2010**



T.C.  
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

2 VE 3 BOYUTLU UZAYDA MÜKEMMEL  
İLETKEN YÜZEYLERİN OLUŞTURDUĞU BİR  
SINIR KÜMESİNDEN ANALİTİK  
REGÜLERLEŞTİRME YÖNTEMİ İLE E-  
KUTUPLU DALGALARIN SAÇILMASININ  
İNCELENMESİ

Hüseyin YİĞİT  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI

DANIŞMAN  
Dr. Fatih DİKMEN

GEBZE  
2010

## ÖZET

### TEZİN BAŞLIĞI: 2 VE 3 BOYUTLU UZAYDA MÜKEMMEL İLETKEN YÜZEYLERİN OLUŞTURDUĞU BİR SINIR KÜMESİNDEN ANALİTİK REGÜLERLEŞTİRME YÖNTEMİ İLE E-KUTUPLU DALGALARIN SAÇILMASININ İNCELENMESİ

**YAZAR ADI : HÜSEYİN YİĞİT**

Bu çalışmada amaç, 2 boyuttaki ve özel bir durum için 3 boyuttaki, açık veya kapalı parametrik eğriler aracılığı ile sınırları belirlenebilen ve Dirichlet sınır koşulunu sağlayan yüzeylerden oluşabilecek sınır kümesinden homojen Helmholtz denklemini sağlayan dalgaların saçılmasının incelenmesidir. Ele alınan sınır koşulu akustik bakımdan yumuşak bir yüzeyi, elektromagnetik bakımdan ise sınır eğrisinin oturduğu düzleme dik yöne TM (transverse magnetic – dik manyetik) kutuplu dalgaların saçıldığı mükemmel iletken bir yüzeyi modellemek için kullanılır. Probleme ilişkin sınır değer probleminin çözümünde homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan boş uzay Green fonksiyonunun kullanıldığı saçılan alana dair integral gösterilim kullanılmıştır. Bu integral gösterilimin, sınırlarda Dirichlet koşulunu sağlayacak biçimde yazılması ve uygun Galerkin yöntemi ile ayrık bir sistem haline getirilmesi ile oluşan  $Ax=b$  biçimindeki birinci türden lineer denklem sistemine analitik regülerleştirme yöntemi uygulanmıştır. Bu sayede sistem, baştaki sınır değer problemine denk olan  $I$  birim ve  $H$   $l_2$ 'de kompakt bir operatör olacak biçimde  $(I+H)y=g$ ,  $y, g \in l_2$  biçimindeki ikinci türden bir lineer denklem sistemine indirgenmiştir. Böylece elde edilen bu sistem sayısal kesme yöntemi ile istenen doğrulukta çözülebilir.

Ele alınan 2 ve 3 boyuttaki iki probleme dair sınır integral denklemi Dirichlet sınır koşulu için

$$\int_{-l}^{+l} L(\theta, \tau)z(\tau)d\tau + \int_{-l}^{+l} K(\theta, \tau)z(\tau)d\tau = f(\tau)$$

şeklindeki kanonik denkleme indirgenebilmektedir. Burada  $L(\theta, \tau)$  integral denklem çekirdeğinin en baskın tekilliği olan logaritmik bir fonksiyondur.  $K(\theta, \tau)$  fonksiyonu çekirdeğin düzgün, ilk türevleri sürekli ve ikinci kısmi türevleri de kareleri integrallenebilir olan kısmını ifade etmektedir.  $z(\tau)$  ise bilinmeyen terim olup kırınım problemlerinde yüzey akımını temsil etmektedir.

Yüzeylerdeki akım yoğunluğu, bu yüzeylerden saçılan alanın varlığındaki yakın ve uzak alan dağılımı ve çözülen ikinci türden lineer denklem sistemine ait ters almaya karşı duyarlılık tezde ele alınan yüzeyler için sayısal sonuçlar bölümünde grafikler ile verilerek yöntemin yararları hakkında bilgi verilmektedir.

## SUMMARY

**TITLE : RIGOROUS SOLUTION BY ANALYTIC  
REGULARIZATION METHOD TO PROBLEM OF  
E-POLARIZED WAVE DIFFRACTION FROM  
PERFECTLY CONDUCTIVE SCREEN(S) IN 2 AND 3  
DIMENSIONAL SPACES**

**AUTHOR: HÜSEYİN YİĞİT**

The objective of this study is the investigation of scattering of waves satisfying homogenous Helmholtz equation in 2 dimensional and in a specific case of 3 dimensional space. The scattering under consideration is from a set of obstacles, boundaries of which are determined either by closed or by unclosed parametrized contours and satisfying Dirichlet boundary condition. The boundary condition under consideration corresponds to soft surfaces in acoustics and TM polarized to the normal direction of the surface that boundary contour lies, in Electromagnetics. Solution of the relevant boundary value problem is performed by using the integral representation of the scattering field which satisfies homogenous Helmholtz equation. This representation is treated under Dirichlet boundary condition and the integral equation is discretized by relevant Galerkin method and a linear algebraic system of the first kind  $Ax=b$  is obtained. After analytical regularization of this system, an equivalent linear algebraic system of the second kind where  $I$  is unit and  $H$  is compact operator in  $l_2$ ,  $(I+H)y=g$ ,  $y,g \in l_2$  is the final system which the physical boundary value problem is reduced to. Thus, solution of such a system by truncation can be obtained –in principle – with arbitrary required accuracy.

The two cases in 2 D and 3 D under consideration both are representable by the following canonical integral equation written under Dirichlet boundary condition:

$$\int_{-l}^{+l} L(\theta, \tau)z(\tau)d\tau + \int_{-l}^{+l} K(\theta, \tau)z(\tau)d\tau = f(\tau)$$

Here  $L(\theta, \tau)$  is the most dominant singularity of the integral equation kernel which is a logarithmical function.  $K(\theta, \tau)$  from other side is more smooth function with first derivatives continuous and partial second derivatives are square integrable.  $z(\tau)$  is the unknown function for the current density on the boundaries.

The current density distributions on the boundaries, the near and far scattered fields from these boundaries, and condition numbers of the linear algebraic system of the second kind that are solved are depicted in the numerical results section to verify the benefits of using the applied method.

## TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince benden maddi ve özellikle manevi desteklerini eksik etmeyen anne ve babama, ilgi ve alakalarını hiç eksik etmeyen ablam ve ağabeyime, Gebze’de bulunduğum süre içerisinde yalnızlık duygusunu hiç hissettirmeyen Gebze’deki akademisyen dostlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Hesaplamalı elektromanyetik sahasında beni elimden tutup mevzunun farkına varmamı sağlayan ve çalışmalarımda beni sürekli motive eden danışman hocam, tezin hazırlanmasında yardımlarını esirgemeyen Sayın Fatih DİKMEN’e, engin bilgisiyle ufkumu genişleten Sayın Yury A. TUCHKIN’e, enstitüde bana güzel bir imkan tanıyan kıymetli öğretim üyesi ve görevlilerine, araştırmaya görevlisi mesai arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Evimde ilgisiyle, anlayışıyla tez süresince bana manevi desteğini her şekilde gösteren, sıkı çalışma sürecinde yardımcı olan eşime canı gönülden teşekkür ederim.



# İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	i
SUMMARY	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vi
KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
1 GİRİŞ	1
1.1 Konu Ve Önemi	1
1.2 Analitik Regülerleştirme Yöntemi	3
1.2.1 Birinci Türden Sistemler:	3
1.2.2 İkinci türden sistemler:	6
1.2.3 Operatörün Regülerleştirilmesi:	7
1.3 Tezin Kapsamı	9
2 SAÇILMA PROBLEMİ FORMÜLASYONU	10
2.1 Elektromagnetik Dalga Kırınımına Dair Sınır Değer Problemi	10
2.2 Logaritmik Tekillikli Kanonik Denklem ve ARY Prosedürü	12
2.3 Kırınım Probleminin Kanonik Integral Denklem ile İlişkilendirme Adımları	15
2.4 Ele Alınan Problemlere Dair Sıfıncı İndis Fourier Katsayılarının Oluşturduğu Integral Denklem Çekirdekleri	16
2.4.1. 2 Boyutlu Problem:	16
2.4.2. 3 Boyutlu Eksenel Simetrik Halkasal Problem	18
2.5 Kullanılan Kaynaklar ve Alan İfadelerinin Hesaplanması	21
2.5.1 Kullanılan Kaynaklar	21
2.5.1.1 Düzlemsel dalga	21
2.5.1.2 Noktasal kaynak	21
2.5.2 Alan İfadeleri	22
2.5.2.1 Yakın alan	22
2.5.2.2 Uzak alan	22
3 SAYISAL SONUÇLAR	23
3.1 Bilinen Başka Bazı Sonuçlar İle Karşılaştırmalar.	23
3.2 Diğer Sonuçlar:	26
4 KAPANIŞ	37
EK: Fourier ve Fourier-Chebyshev Katsayılarının Sayısal Hesabı	38
o 1 boyutlu Fourier katsayılarının hesabı	38
o 1 boyutlu Fourier-Chebyshev katsayılarının hesabı	38
o 2 boyutlu Fourier ve Fourier Chebyshev katsayılarının öz ve etkileşim durumlarında hesabı	39
KAYNAKLAR	40
ÖZGEÇMİŞ	44

## KISALTMALAR DİZİNİ

TM : Transverse Magnetic ( Dik Manyetik)

MEİ : Mükemmel Elektriksel İletken

2B : 2 Boyutlu

3B : 3 Boyutlu

ARY: Analitik Regülarizasyon Yöntemi

AY : Açık Yüzey

KY : Kapalı Yüzey

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
1: Bu tezde hesaplanan ve [29] sayfa 230-Fig.11 ve 282-Fig.3.30 ile teyit edilen iki durum: iki boyutta 180 derece ile gelen düzlemsel dalga ile aydınlatılan çeşitli yarıçaplarda dairesel silindirler (solda) ve yüzey normaline göre çeşitli düzlemsel dalga aydınlatma açılarında 10 dalga boyu uzunluğunda şeritler (sağda) hallerinde yüzey akım yoğunlukları.	23
2 : Şekil 1'deki ele alınan durumlar için Analitik Regülerleştirme Yöntemi'nin vardığı ikinci türden sonsuz lineer denklem sisteminin değişik sayılarda kesilmesi ile elde edilen matris tersi almaya duyarlılıklar- (denklem (1.1)).	24
3: Yüzey normaline 5 derecelik açı ile 3GHz frekansta gelen düzlemsel dalga ile aydınlatılan 160 dalga boyu uzunluğundaki tek şerit için [30]'daki sonuç ile karşılaştırma.	24
4: Tek şerit için [29]'da algoritması verilen Moment Yöntemi- Nokta Eşleştirme (MY-NE) ile hesaplanan ve Analitik Regülerleştirme Yöntemi (ARY) ile hesaplanan akım yoğunluklarının karşılaştırılması	25
5: Şekil 4'deki durumlar için [29] sayfa 283-Fig.3.31 ve 284-Fig.3.32 ile teyit edilen normalleştirilmiş Bistatik Radar Kesit Alanı (RKA) örüntüleri: 2 dalga boyu (solda) ve 10 dalga boyu (sağda).	25
6: Yüzey normallerine 5 derece ile gelen paralel 10 ve 20 dalga boyundaki iki şerit için aralarındaki uzaklık ile Bistatik Radar Kesit Alanı (RKA)'nın değişimi: Mesafenin artması ile RKA dalgalanmasının artmasının gözlenmesi.	26
7: Şekil 4 - Şekil 8 arasında incelenen durumlara ilişkin matrislerin ters almaya duyarlılıklarının logaritmik çizimi.	26
8: Mükemmel iletken yeryüzü üzerinde, sırasıyla 2, 5, 10 ve 3 dalga boyu yükseklikteki ve merkezden sırasıyla 14, 16, 21 ve 26 dalga boyu uzaklıktaki 4 şerit, merkeze göre $k = (\cos(-15^\circ), \sin(-15^\circ))$ yönündeki düzlemsel dalga ile aydınlatıldığındaki dalga boyu başına 3 örnek alarak örneklenen, yakın toplam alan genliği- $ YA $ (yukarıda) ve ilgili yol kaybı ( $20 \log( YA )$ ) (aşağıda). Bu durumda Şekil 6 benzeri simetrik ve anılan şerit uzunluklarının iki katı şeritlerin oluşturduğu problem yine anılan aydınlatma doğrultusunda ve onun yeryüzüne göre simetrik doğrultusunda çözülmüş ve denklik ilkesi uyarınca süperpoze edilmiştir.	27
9: [41] için hazırlanmış Bayrağımız Ay-Yıldız eğrilerinden Ay için iki açık dairesel yay, Yıldız için ise [31]'daki formül ile kurulan kapalı yıldız eğrisi aracılığı ile oluşan silindirik yüzey sisteminden dalga saçılması ve ilgili büyüklükler: Yakın toplam alan (en yukarıda), sisteme ilişkin matris tersi almaya duyarlılık (Condition Number) ve eğri parçalarına dair akım yoğunlukları (Current Density) (aşağıda – dB, $10 \log_{10}(X)$ hesaplanmış büyüklüklerin birimidir). Aydınlatma $k = (\cos(135^\circ), \sin(135^\circ))$ yönündeki düzlem dalga ve Ay'ın üst ucunda bir noktasal kaynak ile yapılmıştır.	28
10: Açık/kapalı analitik kesit eğrileri. Ele alınan her iki problem için bu kesitler kullanılarak oluşturulan saçıcı mekanizması aşağıda incelenmektedir.	29
11: Açık/kapalı köşeli kesit eğrileri. Köşeler küçük daireler ile yuvarlatılarak parametrisasyon yapılmıştır. Ele alınan her iki problem için bu kesitler kullanılarak oluşturulan saçıcı mekanizması aşağıda incelenmektedir.	29

- 12: Şekil 10'daki açık/kapalı eğrilerden oluşan 2B saçıcı mekanizmasına dair,  $x=5$ ,  $y=10$  noktasındaki bir noktasal kaynağın aydınlatması altında toplam yakın alan. 30
- 13: Şekil 12'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrıt tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir). 30
- 14: Şekil 12 ve Şekil 13'deki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı 31
- 15: Şekil 11'deki açık/kapalı eğrilerden oluşan 2B saçıcı mekanizmasına dair,  $k=(\cos(-135^\circ), \sin(-135^\circ))$  doğrultusunda gelen düzlemsel dalgaının aydınlatması altında toplam yakın alan. 31
- 16: Şekil 15'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrıt tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir). 32
- 17: Şekil 15 ve Şekil 16'daki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı 32
- 18: Şekil 10'daki açık/kapalı eğrilerden oluşan 3B eksenel simetrik toroid biçimli saçıcı mekanizmasına dair,  $k=-z$  yönünde gelen düzlemsel dalgaının aydınlatması altında toplam yakın alan. 33
- 19: Şekil 18'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrıt tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir). 34
- 20: Şekil 18'deki saçıcı mekanizmasına dair normalize Bistatik Radar Kesit Alanı. 34
- 21: Şekil 18, Şekil 19 ve Şekil 20'deki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı 34
- 22: Şekil 11'deki açık/kapalı eğrilerden oluşan 3B eksenel simetrik toroid biçimli saçıcı mekanizmasına dair,  $z=15$  noktasındaki bir noktasal kaynak aydınlatması altında toplam yakın alan. 35
- 23: Şekil 22'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrıt tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir). 35
- 24: Şekil 22'deki saçıcı mekanizmasına dair normalize Bistatik Radar Kesit Alanı. 36
- 25: Şekil 22, Şekil 23 ve Şekil 24'deki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı 36

# 1 GİRİŞ

## 1.1 Konu Ve Önemi\*

Elektromagnetik dalgaların saçılma ve yayılmasında etkin yöntemlerin bulunmasına dair itici güç olabilen haberleşme, uzaktan algılama ve görüntüleme v.b. birçok uygulama alanı vardır. Bunlar doğrultusunda, dalganın, etrafındaki çevre, bir anten ya da sensör, ya da uzaktan algılanan bir hedef ile etkileşiminin hassas modellenebilmesi, gerçekleştirilmeye niyetlenen uygulamanın geçerlenebilmesine dair ulaşılmak istenen başarı bakımından büyük öneme sahiptir. Modern hesaplama gücü kullanılması ile bugüne dek uygulanması imkânsız gibi görülen çeşitli sayısal yöntemler de geçerli hale gelmektedir. Saçılma probleminin modellenmesinde Green fonksiyonu çekirdeğine sahip bir integral denklem (Elektrik Alan İntegral Denklemi gibi) kullanılmakta ise, ilk kez Harrington [1] tarafından popülerleştirilmiş olan Momentler Yöntemi, aranmakta olan akım yoğunluğunun ifade edilmesinde kullanılan temel fonksiyonların katsayılarının bulunması için bir lineer denklem sistemi üretecektir. Alternatif olarak, Maxwell denklemlerinin doğrudan ayrıklaştırılması bizi Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi veya Sonlu Elemanlar Yöntemi gibi yöntemlere yöneltmiştir. Hem integral hem de diferansiyel yaklaşımların ikisinin de en büyük başarısı dalga boyunun büyük olduğu rejimden, ara rejime (veya saçıcının boyutunun birkaç dalga boyu olduğu rezonans rejimine) doğru gittikçe elde edilmiştir ve hesaplama maliyetleri etkin biçimde çözülebilecek saçılma probleminin boyutlarını sınırlamıştır. Aynı zamanda anılması gereken, Fiziksel Optik veya Kırınımın Geometrik Teorisi gibi yüksek frekans yöntemlerinin de farklı da olsa, sınırları vardır. Ancak, tüm bu sayısal yöntemlerin hassaslıkları özelde, dalga boyunun artması ile dikkatli olarak ele alınmalıdır. Yüz binler, hatta milyonlarca değişkene sahip ve yoğun bir lineer denklem sistemi, kötü kurulmuş olma ihtimalinden, hatta eğiliminden kaçamaz ki, bu özellik herhangi bir doğrudan ya da (ön-koşullamanın bile yardımcı olamayacağı) iteratif sayısal çözümün hassasiyetini çok büyük ölçüde düşürecektir. Elektromagnetikte

---

\* P.D.Smith, "Analytical Regularisation Techniques in Scattering and Propagation", XXVIIIth URSI General Assembly, Yeni Delhi, Hindistan, 23-29 Ekim 2005.

kullanılan integral denklemlerin sayısal çözümlerine dair hata tahmini için matematiksel temeller [2]'de dikkatlice ele alınmıştır ve düzgün kapalı saçıcılar (örneğin küre) için güvenilir sınırlar elde edilmekte iken, açık (ayrıtları olan) ve düzgün olmayan yüzeyler için sorunlar hala mevcuttur. Bu nedenlerle, analitik yöntemler elektromagnetikte sayısal yöntemlerin hassaslıklarının her bakımdan (yüzey ayrıklaştırması, temel fonksiyonlar, v.b.) teyidi için güvenilir karşılaştırma çözümleri sağlanabilmesinde büyük öneme sahiptir.

Maxwell denklemlerinin analitik çözümlerinin çalışılması için diğer bir sağlam neden daha vardır. Baskın saçılma mekanizmalarının belirlenebilmesi (ayrıtlar veya oyuk açıklıkları gibi belirli özelliklerin altını çizilebilmek için seçilen kanonik problemlerin çözülebilmesi), keyfi şekildeki saçıcılar için saf sayısal genel amaçlı bilgisayar programlarının daha dikkatle modellemeyi hedeflediği bu özellikler bakımından, güvenilir nicelikte tahminler oluşturacaktır. Bir üçüncü neden ise, ideal kanonik şekillerden daha geniş bir saçıcı sınıfına uygulanabilecek daha hassas “yarı-analitik” veya “analitik-sayısal” yöntemlerin geliştirilmesidir. [3]'de Regülerleştirme Yöntemi, [4]'de Analitik Regülerleştirme olarak tanımlanan yöntemler bu sınıftandır: elektromanyetikteki integral denklemlerde karşılaşılan hata tahmini zorluğunu, bunları analitik olarak iyi kurulmuş ve Fredholm teorisinde hata tahmini için sağlam bir temel oluşturan ikinci türden bir matris sistemine dönüştürerek çözmektedir. İçinde ayrıtlar ve oyuk açıklıkları bulunan ve diğer çeşitli saçıcıları içinde barındırabilecek karmaşık cisimlere yönelik genel amaçlı saçılma bilgisayar programlarının teyidi, tamamen doğrulukları ispat edilmiş diğer analitik, hesaplamalı veya deneysel yaklaşımların sonuçları ile karşılaştırmaya dayanacaktır.

## 1.2 Analitik Regülerleştirme Yöntemi\*

### 1.2.1 Birinci Türden Sistemler:

Bilindiği gibi, değişik saçıcılardan elektromagnetik saçılmaya dair teori için sınır değer problemleri sonuçta  $A_N x^N = b^N$  türünde ( $A_N$ ,  $N$  boyutlu bir matris operatörü olmak üzere) sonlu bir lineer denklem sisteminin incelenmesine indirgenmektedir.

Doğrudan ya da dolaylı olarak, bu sisteme  $Ax=b$  biçimindeki birinci türden sonsuz bir denklem sisteminin kesilmesi ile ulaşılmaktadır. Kavramsal olarak, buna birinci türden fonksiyonel (mesela integral) denklemin “cebrikleştirilmesi” olarak bakılabilir. Tam bu aşamada,  $A_N x^N = b^N$  sisteminin çözümü olan  $x^N$  in  $N \rightarrow \infty$  olurken,  $Ax=b$  sisteminin çözümü olan  $x^\infty$  çözümüne yakınsadığına şüphe ile bakmalıdır. Eğer yakınsama varsa, bu hangi metriktir? Yeteri kadar büyük  $N$  için  $\|x^N - x^\infty\| / \|x^\infty\| > 1$  olduğunda sayısal bir facia ile karşılaşmakta mıdır? Burada  $x^N$   $A_N x^N = b^N$  sisteminin sonlu  $m_c$  sayısı kadar bit kelime uzunluğu olan bir bilgisayarda hesaplanmış yaklaşık çözümüdür.

İkinci sorunun sorulabilmesi ise, ancak başlangıçtaki sınır değer probleminin çözümünün arandığı ve problemin fiziksel formülasyonu ile özelleşen fonksiyonel uzayın ilgili metriği bakımından bir mutabakat sonucunda  $x^N \rightarrow x^\infty$  olduğunda söz konusudur.

Bilinen kadarıyla,  $N$  arttıkça, birinci türden bir sistemin  $x^N$  çözümü, en genel halde, hiçbir metrikte  $x^\infty$ ’a yakınsamamaktadır. Bu, kırımın sınır değer problemlerinin çoğu kısmı için tipik bir durumdur [5]. Yine de, operatörün özelliklerine dayanarak varsayalım ki, bu yakınsaklık hem de istenen metrikte mevcut olsun. Standart bir tanım aracılığı ile [6,7]  $A_N$  operatörünün tersinin alınmasına duyarlılığı

$$\nu_N = \|A_N\|_2 \|A_N^{-1}\|_2 \quad (1.1)$$

---

\* A. Y. Poyedinchuk, Y. A. Tuchkin, and V. P. Shestopalov, “New numerical-analytical methods in diffraction theory”, Mathematical and Computer Modeling, vol 32, no 9, pp: 1029-1046, Nov. 2000

biçiminde,  $\|\cdot\|_2$   $N$ -boyutlu uzaydaki vektörlere dair Öklid metriği ile oluşturulan operatör normu aracılığı ile yazılabilir. Birinci türden sistem  $Ax=b$ 'in karakteri,  $N \rightarrow \infty$  olurken,  $\|A_N\|_{2 \rightarrow \infty}$  veya  $\|A^{-1}_N\|_{2 \rightarrow \infty}$  ile belirlenir; yani,  $A$  ya da  $A^{-1}$  operatörleri,  $l_2$  uzayının vektör normundan kurulan operatör normu üzerinden sınırsızdır. Dolayısıyla,  $N \rightarrow \infty$  olurken,  $\nu_N \rightarrow \infty$  olur.

$x^{\sim N}$  çözümündeki doğruluğu kesin ikilik sistem basamaklarına dair sayı [7], ( $m_r$ ,  $x^{\sim N}$  vektör bileşeninin en büyük modüle sahip olanının anlamlı basamak adedi olmak üzere)

$$m_r = m_c - \log \nu_N \quad (1.2)$$

değerini aşamaz. Bu nedenle,  $x^\infty$  vektörünün (indisleri arttıkça çok hızlı sönerek yüksek hassaslık ile hesaplanmalarını gerektirebilen) elemanları genlik bakımından büyük değişimler içinde olduklarında, algoritma  $x^\infty$  vektörünün yeniden normalize edilmesi ve baştaki sistem matrisinin dengelenmesi sorunlarını barındıracaktır. Buna göre, (1.2)  $m_r < 0$  olduğunu işaret ederse, çözüm hiçbir doğru anlamlı basamak içermeyecektir. Bu durumda,  $\delta^N = A_N x^{\sim N} - b^N$  biçiminde tanımlanabilecek dengesizliğinin mertebesi [7]  $\|\delta^N\|_2 \approx 2^{-m_c} N \|x^{\sim N}\|_2$ , yani, genel olarak, aşırı küçük olacaktır ( $x^N$  kesin çözümünün,  $A_N x^{\sim N} = b^N$  sisteminin  $m_c$  ikili basamak sayısı kadar yuvarlanmış  $x^N$  çözümü de aynı değer mertebesindeki dengesizliği verecektir).

Vurgulanmalıdır ki, sayısal bir facianın başlangıcını görünür kılmanın yegâne pratik yolu  $\nu_N$  ve  $m_r$  sayılarının doğrudan hesaplanmasıdır. Enerji dengesi ve  $x^{\sim N}$  çözümünün  $N$  arttıkça kararlılaştırılması v.b. çeşitli detaylı ölçütler, kaide olarak, baştaki sınır değer probleminin çözümünün doğruluğuna dair bir ilüzyon vermekten öteye gidemeyecektir. Çünkü enerji korunumu yasasına göre,  $m_r < 0$  de olsa,  $\|\delta^N\|_2 \approx 2^{-m_c} N \|x^{\sim N}\|_2$  uyarınca yüksek hassasiyette uyulabilecek ve  $x^{\sim N}$  çözümünün anlamlı basamaklarından hiç biri doğru olmayacaktır. Sonrasında,  $m_r < 0$  eşitsizliğine varıldıktan sonra,  $x^{\sim N}$  çözümünün artan  $N$  ile değişimi, bilgisayardaki aritmetik işlemin yuvarlatma kurallarının yönlendirecek olduğu doğrultuda olmak üzere, oldukça yavaşlayabilir.

Unutmamalıdır ki, (1.1)'de  $\|\cdot\|_2$  normunun seçilmesi ve  $A$  ve  $A^{-1}$  operatörlerinin tam da  $l_2$  uzayındaki sınırsızlıklarına dair gerekçelendirmeler öylesine yapılmamıştır.



Sonlu boyutta tüm normların denk olduğu biliniyor olsa da [8,9], çözüme dair hatalar ile ilgili tahminlerin  $N$ -bağımlılığı ve biçimindeki ters almaya duyarlılığın  $A_N$  matrisine dair ( $A_N x^{-N} = b^N$  sistemi için Gauss yöntemi ya da  $A_N$  matrisinin üçgen ayrıştırılması yöntemi olarak bilinen, v.b. [7,8,9]) üniter dönüşümler altında değişmezliği ile ilgili önemli bir manada, “limitte”,  $N \rightarrow \infty$  olurken, bu  $l_2$  metriği olmaktadır.

Bu nedenle,  $A$  ve  $A^{-1}$  operatörlerinin ilgili fonksiyonel uzay çifti üzerinde varlık ve tekliklerine dair çok sarıh görünen matematiksel ispatların,  $x^{-N}$  çözümünün  $x^\infty$  a yakınsamasının ispatının, v.b., sayısal facianın tüm kanıtlarını (tam da (1.1) biçiminde) gösteren bir bilgisayar üzerinde hiçbir etkisi olamamaktadır.

Bilinmektedir ki, momentler yönteminde uygun temel fonksiyonların, belirli sınıftaki integral denklemlerin çözümü için özel kapalı formüllerin (quadrature) ve bu türden diğer araçların seçilmesi bize,  $N \rightarrow \infty$  olurken  $v_N$  artış hızını azaltabilme [10] ve bu bağlamda, sayısal facia başlangıcını daha büyük bir  $N$  'e öteleme imkânı verir. Aynı amaçla, bilgisayarın hesaplama gücünün ve daha büyük bir  $m_c$  altında gerçekleştirilebilen detaylı aritmetik işlemleri gerçekleyen programların yardımına başvurulabilir [11]. Ama tüm bu araçlara karşın, birinci türden sistemlerin temel özellikleri etki edilemez olarak kalır: er ya da geç sayısal facia ile karşılaşılır. Bu bizi problem çözümünü önceden belirlenmiş bir hassasiyette elde etmekten alıkoyar ve probleme dair parametreleri büyük ölçüde sınırlar.

Yukarıda ifade edilen sorunların, her şeyden önce, bilgisayar hesaplamalarındaki aritmetik işlemlerin davranışının tam olarak anlaşılması ve tam aritmetikte teorik olarak doğru hesaplama algoritmalarının kararlı sayısal gerçekleştirilmesindeki güçlüklerin küçümsenmesi, kırımın sınır değer problemlerinin birinci türden denklem sistemlerine dönüştürülmesini hedefleyen yeni yeni sayısal yöntemler hakkında büyük miktarda yayının yapılması sonucunu doğurmuştur. Bu yöntemlerin hesaplama kararlılığı, karşılaşılan lineer denklem sistemlerinin ters almaya duyarlılıkları, v.b., sıkça bahis bile olunmayabilmektedir.

### 1.2.2 İkinci türden sistemler:

Şimdi de alternatif durumu ele alalım. Bir sınır değer probleminin  $H$   $l_2$ 'de kompakt operatörü ile  $l_2$ 'de  $(I+H)x=b$  biçiminde sonsuz lineer denklem sistemine indirgenebildiği varsayalım. İyi kurulmuş ise, bir sınır değer probleminin, kural olara, çözümü tektir. Öyleyse, söylenen denklik manasında,  $l_2$ 'de  $(I+H)^{-1}$  sınırlı operatörü mevcuttur ve buna bağlı olarak,

$$\nu_\infty = \|(I+H)\|_{l_2} \|(I+H)^{-1}\|_{l_2} < \infty \quad (1.3)$$

değeri doğru biçimde tanımlıdır. Benzer biçimde, önceden olduğu gibi, kesilmiş sistemleri,

$$(I+H_N)x^N = b^N \quad (1.4)$$

ele alalım.  $H$ 'nin kompaktlığı ile, sonlu boyuttaki matris operatörleri dizisi  $H_N$  öyle seçilebilir ki,

$$\|H - H_N\|_{l_2} \rightarrow 0, \quad N \rightarrow \infty \text{ olurken.} \quad (1.5)$$

şeklinde bir yakınsama mevcuttur. (1.3) ve (1.5)'den açıkça görülür ki (1.4)'deki gibi sistemlerin terslerinin alınmasına duyarlılıkları

$$\nu_N = \|(I+H_N)\|_{l_2} \|(I+H_N)^{-1}\|_{l_2} \rightarrow \nu_\infty, \quad N \rightarrow \infty \text{ olurken,} \quad (1.6)$$

ve buna bağlı olarak, yeteri kadar büyük  $N$  için düzgün sınırlıdır. Sınır değer kırımım problemlerinde ortaya çıkan, bilinen pratikte karşılaşılan durumların tümünde,  $\nu_N$  'in ilgili olduğu ikinci türden denklem sistemi için değeri çoğu yeni bilgisayar için  $\nu_N \ll 2^m$  c olmaktadır. Öyleyse, birinci türden denklem sistemlerinden farklı olarak, ikinci türden denklem sistemleri, etkin çözülebilmelerinin önüne geçen yukarıda anılan temel sakıncalardan bağımsızlardır. Bu nedenle, sınır değer probleminin denk bir biçimde  $l_2$ 'de ikinci türden bir denklem sistemine indirgenmesi bu türden problemlerin sayısal olarak geniş bir parametre aralığında çözülebilmesi için etkin algoritmalar ortaya çıkarmak için iyi bir temel sağlamaktadır.

### 1.2.3 Operatörün Regülerleştirilmesi:

Başlangıçtaki kırımın problemi sınır değer probleminin ikinci türden bir denklem sistemine indirgenmesine dair yöntemlerin merkezinde operatör regülerleştirilmesi yer alır. Fonksiyonel analiz bakış açısından, bu fikrin kendisi çok basit ve iyi bilinmektedir [12]. Bir çift fonksiyonel, örneğin Banach uzayları  $B_1$  ve  $B_2$ , ve bir lineer operatör  $A$ ,  $A: B_1 \rightarrow B_2$  verilmiş olsun ve, ek olarak, bir  $B$  uzayı ve bir sınırlı operatör çifti  $L_0: B_2 \rightarrow B$  ve  $R_0: B \rightarrow B_1$  bunlara dair tersler  $L_0^{-1}$  ve  $R_0^{-1}$  de mevcut olsun. Açık ki,  $L_0 A R_0: B \rightarrow B$ . Eğer,

$$L_0 A R_0 = I + \tilde{H} \quad (1.7)$$

$\tilde{H}$   $B$ 'de bir kompakt operatör olacak biçimde geçerli olursa,  $L_0 A R_0$  çiftine  $A$  operatörünün iki yanlı regülerleştiricisidir denir ( $L_0$ ,  $R_0$  ve  $A$  ilgili uzayların tüm vektörleri (elemanları) üzerinden değil de, mesela, kâfi yoğunlukta altkümeler üzerinden tanımlanabilir, buna bağlı olarak, (1.7)'deki  $L_0 A R_0$  başlangıçtaki  $L_0 A R_0$  operatörünün kapanışı ile kurulmuş operatörü kasteder).  $B=B_1$  ve  $R_0=I$  ise,  $L_0$  sol yan regülerleştiricisi;  $B=B_2$  ve  $L_0=I$  ise,  $R_0$  sağ yan regülerleştiricisi adı verilir.

Şimdi şu birinci türden fonksiyonel denklemi ele alalım

$$Ax = b, \quad x \in B_1, \quad b \in B_2 \quad (1.8)$$

$R_0^{-1}$  operatörü sınırlı olduğu için, herhangi bir  $x \in B_1$  elemanı, bazı  $y = R_0^{-1} Ax \in B$  için  $x = R_0 y$  yazılabilir. Bu gösterilimi kullanarak, (1.8)'in iki yanına  $L_0$  operatörünü uygulayarak ve (1.7)'yi hatırlayarak,  $\tilde{H}$   $B$ 'de kompakt bir operatör olmak üzere, ikinci türden şu denkleme varılır

$$(I + \tilde{H})y = L_0 b, \quad y \in B, \quad L_0 b \in B \quad (1.9)$$

Yapılan varsayımlar ile (1.8), (1.9) denklemleri, her iki denklemin çözümü de diğerinin çözümünü belirler manada denktirler ( $x = R_0 y$ ;  $y = R_0^{-1} Ax$ ). Eğer  $B$  bir Hilbert uzayı ise, uygun bir temel fonksiyon seçip (1.9)'u oradaki sağ ve sol yanların Fourier katsayılarının eşitliği sağlanacak biçimde ayarlarsak, ona denk  $(I + H)x = b$  biçimindeki denkleme Hilbert uzaylarının doğal izomorfikliği sayesinde varılacaktır [8,9].

Ele alınan kırımın problemi için operatörleri kurmanın ya da hangi fonksiyonel uzaylarda tanımlanacaklarının (yani hangi türden sınır değer problemi formülasyonunun alınacağı) belirlenmesinin, yukarıda verilen soyut yapı aracılığı ile yapılamayacağını söylemeye bile gerek yoktur. Hepsinden fazlası,  $L_0$  ve  $R_0$  operatörlerini kapalı formda elde etmeye elveren bir ön bilgi de mevcut değildir. Aşağıdaki ifadelerin amacı bu türden sorunlara cevap sağlamaktır.

Kırımın sınır değer problemlerinin ve  $L_0$ ,  $R_0$  ve  $A$  operatörlerinin kurulması ile ilgili tarihe hatırlanacak olursa, ilk (ve en basit) çözülen problemler, temelde yukarıda anılan regülerleştirme fikri temelinde, sonsuz ince, mükemmel iletken, açık yüzeyler için iki boyutlu koordinat kırımın problemlerine [13,14,15] uygulanan ve  $R_0=I$  olan yarı-ters alma yöntemi adı altındaki bir sol regülerleştirme çeşidinin uygulanması ile çözülmüştür. Geniş bir sınıfa yayılmış model problemlere yönelik ortaya çıkarılmış olan algoritmalar, hızlı etki eden hassasiyetleri, verimlilikleri ve güvenilirlikleri bakımından türlerinin tek örneği niteliğindedir. Bu algoritmalar, yüksek rezonans analizleri için dahi diğer, özellikle de birinci türden sistemler ile işleyen sayısal algoritmaların çoğu kaide olarak başarısız kalırken, yüksek kararlılık göstermiştir. Tüm bu özellikler de analitik regülerleştirme yönteminin daha ileri seviyede geliştirilmesine motivasyon oluşturmıştır.

Yine de, koordinat yapısındaki problemler için olan algoritmaların yüksek derecesini önceden belirleyen temel nedenlerin algılanıp analiz edilmesi için ve bu nedenleri dikkate alan ve uygulayan daha genel yöntemler ortaya çıkarabilmek üzere belirli çabalar gösterilmiştir. Neticede, oldukça daha geniş bir kırımın sınır değer problemi sınıfı için, temelde daha genel regülerleştirme prosedürleri yapılandırılabilmiştir. Bu prosedürlerden türetilen sayısal algoritmalar hesaplama özellikleri bakımından koordinat problemlerinin bilinen algoritmaları ile yüksek derecede rekabet edebilmiştir ve bazı durumlarda performansları ile onları yolun dışına bile itmiştir.

Bu hedefe erişebilmek için, koordinat problemleri için uygun olan regülerleştirme şeması [16,17] temelden değiştirilmiştir. Her şeyin öncesinde, değişkenlerine ayrıştırma yöntemi keyfi şekilli eğrilerin üzerindeki sınır koşullarını ele

alırken algoritma basitliğini kaybetmeden kullanılamamaktadır. Bilinen Green formüllerine [18] dayalı sınır integral denklemleri tekniği en uygundur. Sonrasında, hem kapalı hem de açık eğrisel sınırlar için bir başlangıç sınır değer problemi birinci türden bir integral denkleme indirgenmelidir.

Vurgulanmalıdır ki, koordinat problemlerinin aksine, en genel durumda, kapalı formdaki analitik yapılandırması ilk olarak integral operatörlerdeki çekirdeklerin tekil yapısına ve ikinci olarak da eğri parametrizasyonuna yakından bağlı iki yönlü regülerleştirici çiftini  $(L_0, R_0)$  inşa etmeye doğru yönelmek durumundayız.

### 1.3 Tezin Kapsamı

Bu tezde Analitik Regülerleştirme Yöntemi (ARY) iki farklı saçılma problemine uygulanacaktır. Bu amaçla, farklılıklarına rağmen bu iki problem nasıl ARY uygulandığı bilinen kanonik bir integral denkleme indirgenecektir. Anılan problemlerden birincisi üç boyuttaki (3B) aksenal simetrik halkasal, ikincisi ise iki boyuttaki (2B) mükemmel iletken yüzeylerden (MEİ) E-Kutuplu dalgaların saçılmasına ilişkin problemlerdir. Her iki problemde de saçıcı mekanizması birden fazla ve açık ve/veya kapalı yüzeylerden oluşabilecek biçimde formüle edilecektir.

Bu amaçla bölüm 2’de elektromanyetik saçılma problemi formülasyonu her iki tip yüzey için de ortak bir bakış açısıyla açıklanmaktadır. Bu bölümde ilgili sınır değer probleminin tanımı, yukarıda anılan kanonik denklemin ve ilgili ARY prosedürünün açıklanması, birden fazla yüzeyden saçılma için genelleştirme, ilgili integral denklemin çekirdeğinin yapısının ayrıntılı incelemesi ve gelen ve saçılan alanların nasıl ele alınacağı işlenecektir.

Bölüm 3’te çeşitli sayısal sonuçlar, bazı bilinen sonuçlar ile karşılaştırmaları da içerecek biçimde yer almaktadır. Bölüm 4’te tezde yapılanlar özetlenmiştir. Ekte ise problemi çözerken kullanılan lineer denklem sisteminin katsayılarının hesabına yönelik bir teknik yer almaktadır.

## 2 SAÇILMA PROBLEMİ FORMÜLASYONU

### 2.1 Elektromagnetik Dalga Kırınımına Dair Sınır Değer

#### Problemi

Bu bölümde, Kartezyen koordinatlarda  $z$  bağımlılığı karmaşık üstel ve silindirik koordinatlarda  $\varphi$  bağımlılığı periyodik ve karmaşık üstel olan, anılan koordinat bileşenleri yönünde E-kutuplu zaman bağımlılıkları  $e^{-i\omega t}$  biçimindeki dalgaların, ilgili koordinatın tüm aralığında (sırasıyla  $z \in (-\infty, \infty)$ ,  $\varphi \in (-\pi, \pi]$ ) noktaları bulunan sadece silindirik koordinatlardaki halde  $z$  eksenine etrafında dönel ve halkasal özellikte birbirinden ayrılmış eğrilerden oluşturulabilecek olan Mükemmel Elektriksel İletken (MEİ) yüzeylerden kırınımına dair ARY çözümünü ayrı ayrı ancak eş bir bakış açısından inceleyeceğiz [20,21]. Çözüm, yüzey hariç her yerde homojen Helmholtz denklemini, yüzey üzerinde Dirichlet sınır koşulunu, sonsuzda Sommerfeld radyasyon koşulunu ve açık eğrilerin ayrıtlarında Meixner ayrıt koşullarını sağlayacaktır. Toplam yüzeye dair kutuplanma yönüne dik kesit eğrileri  $S = \bigcup S_j$ , ( $S_j \cap S_m = \emptyset$ ,  $m \neq j$ ) ile gösterilir ve parametrik olarak, açık yüzeyler için  $S_j = \{(x_j(u), y_j(u)) : u \in [-1, 1]\}$  ve kapalı yüzeyler için  $S_j = \{(x_j(\theta), y_j(\theta)) : \theta \in [-\pi, \pi]\}$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ) biçiminde yazılır. Böylesine bir MEİ yüzey bileşimi  $S'$  den saçılan alan  $S$  hariç her yerde,

$$u^s(q) = \int_S J(p) G(q, p) dS ; \quad q \in R^2 \setminus S \quad (2.1)$$

olarak ifade edilebilir.  $S$  üzerinde Dirichlet koşulunun uygulanması ile sağ yanı gelen ilgili koordinat bileşenleri yönündeki E-kutuplu alan olan,

$$\int_S J(p) G(q, p) dS = -u^i(q) ; \quad q \in S \quad (2.2)$$

biçimindeki birinci türden bir integral denkleme varılır. Burada  $k$  boş uzay dalga sayısı ve  $|q-p|$   $p$  ve  $q$  noktaları arasındaki uzaklık olmak üzere, Helmholtz denklemi için boş uzay 3B Green fonksiyonudur:

$$G(q, p) = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \quad (2.3)$$

Yapılan incelemenin genelliğini bozmayacağından  $z$  ve  $\varphi$  yönündeki üstel bağımlılıkların genliğini birim kabul edebiliriz.  $z$ - kutuplu dalgalara ilişkin kurulan problemi 2B olarak niteleyebilir ve burada  $z$ 'ye göre sıfıncı Fourier katsayısının yani statik durum Fourier dönüşümünün

$$G_z(q, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(q, p) dz = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|q-p|) \quad (2.4)$$

olduğunu yazabiliriz.  $\varphi$ -kutuplu dalgalara ilişkin durum için ise 3B Green fonksiyonunun  $\varphi$ 'ye göre sıfıncı Fourier katsayısını inceliyor olacağız:

$$G_\varphi(q, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} G(q, p) d\varphi \quad (2.5)$$

Yine incelemenin genliğini bozmayacağından, bu noktadan itibaren anılan tüm geometrik noktalar kesit eğrileri üzerinde, tüm fonksiyonlar ise ilgili problemin ( $z$  ya da  $\varphi$ ) sıfıncı indis Fourier katsayısı olacaktır.

$S$  üzerindeki akım yoğunluğu  $J(p)$  esasen  $S$  yüzeyinin iki yanındaki saçılan alanların normal türevlerine dair sıçrama miktarıdır. Açık olan kısımlar ek olarak ayrıtlarda Meixner ayrıt koşulunu sağlar ve her  $S_j$  için akım yoğunlukları,  $d_{1j}(p)$ ,  $d_{2j}(p)$  iki ayrıta olan mesafeler ve  $w_j(p)$  Hölder sınıfından bir fonksiyon olmak üzere

$$J_j(p) = [d_{1j}(p)d_{2j}(p)]^{-1/2} w_j(p) \quad (2.6)$$

biçiminde yazılır.  $J(p)$ ,  $G(q,p)$  ve  $u^i(q)$ ,  $p$  ve  $q$  noktalarının üzerlerinde buldukları yüzeylere göre, açık yüzeyler için Fourier-Chebyshev serilerine ve kapalı yüzeyler için Fourier serilerine açılır ve integral denklemde değerlendirilir.  $p$  ve  $q$  noktalarının aynı yüzey üzerinde buldukları durumu “öz-durum” ve  $p$  ve  $q$  noktalarının farklı yüzeylerde buldukları durumu da “etkileşim durumu” olarak niteleyelim.  $p$  noktası  $q$  noktasına yaklaşırken etkileşim durumunda integral denklemin çekirdeği sonsuz düzgünlükte bir fonksiyon iken, öz-durum için integral denklem çekirdeğinin ( $\varphi$ -kutuplu

durum için ise uygun bir radyal fonksiyon ölçeklemesinden sonra [23-27]) logaritmik, bir baskın tekilliğe sahip olduğu iyi bilinmektedir. Sonraki alt bölümde,  $S$  tek bir yüzeyden ibaret varsayılarak, bu türden problemler için ARY uygulanacak olan kanonik integral denklem konu alınmaktadır. Sonrasında birden çok yüzeyin oluşturacağı sistemi kurmak için gereken adıma işaret edilecektir.

## 2.2 Logaritmik Tekillikli Kanonik Denklem ve ARY

### Prosedürü

Bilinmeyen fonksiyonu  $z(\zeta)$  olan şu kanonik integral denklemi ele alalım:

$$\int_{-d}^d \{L(\xi, \zeta) + K(\xi, \zeta)\} z(\zeta) d\zeta = b(\xi), \quad \xi \in [-d, d] \quad (2.7)$$

(2.7)'deki tüm diğer fonksiyonların bilinmekte ve yeteri kadar düzgün fonksiyonlar olduğunu varsayalım. Özelde,  $K(\xi, \zeta)$  ilk türevleri sürekli ve ikinci mertebeden tüm kısmi türevleri de kareleri integre edilebilirdir.  $L(\xi, \zeta)$ , (2.7)'deki en baskın tekillik olan logaritmik bir fonksiyondur.  $[-d, d]$  aralığı yüzey parametrik gösterilişine göre ya kapalı yüzey için  $[-\pi, \pi)$  ya da açık yüzey için  $[-1, 1]$  olacaktır ve gerekçesi de hemen açıklamak gerekirse şöyledir.  $z(\zeta)$  için aradığımız çözümler ya kapalı yüzey için  $[-\pi, \pi)$  aralığında bir periyodik fonksiyon biçiminde ya da açık yüzey için  $w(\zeta)$ ,  $[-1, 1]$  aralığında Hölder sınıfından bir fonksiyon olmak üzere,  $z(\zeta) = (1 - \zeta^2)^{-1/2} w(\zeta)$  biçimindedir.  $K(\xi, \zeta)$ ,  $z(\zeta)$  ve  $b(\xi)$  fonksiyonlarına ilişkin yapılan bu varsayımlar ele alınan kırımın problemi için gayet doğaldır.

Aşağıdaki işlemlerde, kapalı yüzeyler için üstel fonksiyonlar cinsinden, açık yüzeyler için ise birinci türden normalleştirilmiş Chebyshev polinomları cinsinden ifade ederek kullandığımız Kronecker delta  $\delta_{sn}$  tanımları şöyledir:

$$\begin{aligned} \delta_{s,n} &= \int_{-\pi}^{\pi} (2\pi)^{-1} \exp\{i(n-s)\zeta\} d\zeta, \quad n, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \\ \delta_{s,n} &= \int_{-1}^1 (1 - \zeta^2)^{-1/2} \hat{T}_n(\zeta) \hat{T}_s(\zeta) d\zeta, \quad s, n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.8)$$



$L(\xi, \zeta)$ 'ya dair seri açılımları açık yüzeyler (AY) için ve kapalı yüzeyler (KY) için (2.9)'de bulunabilir:  $(\gamma_0 = (\ln 2)^{-1/2}, \gamma_n = |n|^{1/2}, n \neq 0)$  [4,25]

$$L(\xi, \zeta) = -2 \ln \left( 2 \left| \sin \left( \frac{\xi - \zeta}{2} \right) \right| \right) = \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \frac{e^{in(\xi - \zeta)}}{|n|}, \quad \xi, \zeta \in [-\pi, \pi), \text{KY} \quad (2.9)$$

$$L(\xi, \zeta) = -\pi^{-1} \ln |\xi - \zeta| = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n^{-2} \hat{T}_n(\xi) \hat{T}_n(\zeta), \quad \xi, \zeta \in [-1, 1], \text{AY}$$

$z(\zeta)$ ,  $b(\xi)$  ve  $K(\xi, \zeta)$  fonksiyonlarının özellikleri kapalı yüzeyler için onları Fourier serilerine açmaya ve açık yüzeyler için de Fourier-Chebyshev serilerine açmaya elverişlidir:

$$\begin{bmatrix} z \\ b \end{bmatrix}(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} z_n \\ b_n \end{bmatrix} \exp(in\zeta), \quad \zeta \in [-\pi, \pi), \text{KY}; \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ b \end{bmatrix}(\zeta) = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{1-\zeta^2} \\ 1 \end{bmatrix} \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} z_n \\ b_n \end{bmatrix} \hat{T}_n(\zeta), \quad \zeta \in [-1, 1], \text{AY}$$

$$K(\xi, \zeta) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_{sn} \exp\{i(s\xi + n\zeta)\}, \quad \xi, \zeta \in [-\pi, \pi), \text{KY}; \quad (2.11)$$

$$K(\xi, \zeta) = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} k_{sn} \hat{T}_s(\xi) \hat{T}_n(\zeta), \quad \xi, \zeta \in [-1, 1], \text{AY}$$

Burada  $z_n$  bilinmeyen katsayılar ve  $b_n$  ile  $k_{sn}$  ise  $b(\xi)$  ve  $K(\xi, \zeta)$  fonksiyonlarına dair sırasıyla Fourier ve Fourier-Chebyshev katsayılarıdır. Ayrıca,  $k_{sn}$  katsayıları aşağıdaki eşitsizliği sağlar:

$$\sum_{s=\left\{\begin{smallmatrix} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{smallmatrix}\right\}}^{\infty} \sum_{n=\left\{\begin{smallmatrix} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{smallmatrix}\right\}}^{\infty} (1+n^2)(1+s^2) |k_{sn}|^2 < \infty \quad (2.12)$$

(2.10) ve (2.11) serilerini (2.7) denkleminde yerine yazarak, integrasyon ve toplam sıralarını değiştirdikten sonra, (2.8)'deki ortogonallik özelliklerinin uygulanması ve bunun sonucunda (2.7) denkleminin sağ ve sol yanlarının Fourier veya Fourier-

Chebyshev katsayılarının eşitliğinin dikkate alınması ile,  $\tau_n = \max(1, |n|^{1/2})$  ve  $\gamma_0 = (\ln 2)^{-1/2}$   $\gamma_n = |n|^{1/2}$   $n \neq 0$ , olacak biçimde,

$$v_n^{-2} z_n + \sum_{s=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty} \kappa_{ns} z_s = b_n, \quad n = \begin{cases} 0, \pm 1, \pm 2, \dots & \text{KY} \\ 0, 1, 2, \dots & \text{AY} \end{cases}; \quad (2.13)$$

$$v = \begin{cases} \tau, & \text{KY} \\ \gamma, & \text{AY} \end{cases}, \quad \kappa_{ns} = \begin{cases} k_{n,-s} + (1/2)\delta_{-s,0}\delta_{m,0} & , \text{KY} \\ k_{ns} & , \text{AY} \end{cases}$$

eşitliği (2.7)'e denk olarak elde edilir çünkü üstel fonksiyon ve normalleştirilmiş birinci türden Chebyshev polinomları ilgili aralıklarda tamdır. (2.13) birinci türden bir lineer denklem sistemidir. (2.13)'ye uygun ARY uygulaması için,  $h_{sn} = v_n v_s \kappa_{sn}$  olacak biçimde  $L, R, K, H$  ( $diag$  : köşegen matris) matris operatörlerini, ve  $g_n = v_n b_n$  olacak biçimde  $z, b, y, g$  sütun vektörlerini tanımlayalım:

$$L = R = \text{diag}\{v_n\}_{n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty}, \quad K = \{\kappa_{sn}\}_{s,n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty}, \quad H = LKR = \{h_{sn}\}_{s,n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty} \quad (2.14)$$

$$z = \{z_n\}_{n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty}, \quad b = \{b_n\}_{n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty} \quad (2.15)$$

$$y = R^{-1}z = \{y_n\}_{n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty}, \quad g = Lb = \{g_n\}_{n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty}$$

Yeni değişkenleri  $y_n = z_n / v_n$  olarak tanımlar, ve (2.13)'deki her n'inci denklemi  $v_n$  ile çarparsak, aşağıdaki fonksiyonel görünümdeki sonsuz lineer denklem sistemini elde ederiz:

$$(I + H)y = g, \quad y, g \in l_2 \quad (2.16)$$

(2.16) denkleminin ikinci türden bir denklem sistemi, yani  $H$ 'nin,  $l_2$ 'de kompakt bir operatör olduğu ispat edilebilir. Bu da  $(L, R)$  regülerleştirici operatör çiftini kurarak baştaki işaret edilen problemin istediğimiz çözümüne ulaştığımız anlamına gelir: ikinci türden bir lineer denklem sistemi elde etmek. Özelde (2.12) ve (2.14) formülleri ile bakılırsa

$$\sum_{n=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty} \sum_{s=\begin{cases} -\infty, \text{kapalı} \\ 0, \text{açık} \end{cases}}^{\infty} (1+|n|)(1+|s|)|h_{ns}|^2 < \infty \quad (2.17)$$

olduğu ve açıkça  $H$ 'nin bir kompakt operatör olmakla kalmayıp, katsayılarının bu operatörün Hilbert-Schmidt operatörü olmasının gerektirdiğinden de hızlı söndüğü görülür. İspat edilebilir ki [19] (2.7) ve (2.16) denklemleri bu iki denklemin çözümlerinin bire bir ilişkisi anlamında (uygun fonksiyonel uzaylarda) denktir. İkinci türden bir lineer denklem sistemi olan (2.16)'a kesme prosedürü uygulanması ile her iki denklemin de çözümü- prensipte – istenen keyfi hassaslıkta elde edilebilir.

## 2.3 Kırımın Probleminin Kanonik Integral Denklem ile İlişkilendirme Adımları

$q \rightarrow p$  olurken ele alınan probleme dair sıfırıncı indis Green fonksiyonu  $G(q,p)$ 'nin iyi bilindiği üzere  $z$ -kutuplu hal için Hankel fonksiyonuna dair klasik seri açılımından da hemen görülebilecek olan,  $\varphi$ -kutuplu durum için ise uygun bir radyal fonksiyon ölçeklemesinden sonra,  $C \ln(k|q-p|)$  biçiminde ( $C$  bir sabit) bir logaritmik tekilliği vardır. Yüzey üzerindeki noktaların  $q = \eta(\xi)$ ,  $p = \eta(\zeta)$   $\xi, \zeta \in [-d, d]$  parametrik olarak pozitif türevli düzgün  $\eta$  parametrik fonksiyonu aracılığı ile yazıldığını hatırlayalım. Bu durumda  $\xi \rightarrow \zeta$  olurken  $\lim [ \ln( k|\eta(\xi) - \eta(\zeta)| ) / L(\xi, \zeta) ]$  limitinin var olduğunu göstermek kolaydır (Bölüm 2.4). Bu da, önceki alt bölümdeki özellikteki kanonik integral denklemi oluşturmak üzere anahtar terim olan  $L(\xi, \zeta)$  yi  $G(q,p)$ ye bir kere ekleyip çıkarmanın yeterli olacağı anlamına gelir.

Önceden de belirtildiği üzere  $G(q,p)$   $q \neq p$  iken sonsuz düzgünlükte bir fonksiyondur. Bu, çoklu yüzey bileşimi halinde, etkileşim terimlerini dikkate aldığımızda da doğrudur. Buna göre en sonunda elde edilen ikinci türden lineer denklem sistemi şu görünümde bulunur:

$$y_j + \sum_{m=1}^N H_{jm} y_m = g_j, \quad \forall y, g \in l_2, j = 1, \dots, N \quad (2.18)$$

$H_{jm}$  matrisleri öz-terimler yani  $j=m$  için önceki alt bölümdeki algoritma ile hesaplanır iken, etkileşim terimleri yani  $j \neq m$  de herhangi bir algoritma değişikliğine gerek duymaksızın hesaplanırlar çünkü çekirdekleri sonsuz düzgündür. Etkileşim

terimlerini değerlendirirken geriye kalan ve dikkat edilmesi gereken tek nokta, bir açık ve bir kapalı yüzeyin etkileşimi halinde ne yapılacağıdır:

$$K_{\text{etkileşim}}(\xi, \zeta) = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_{sn} \hat{T}_s(\xi) e^{in\zeta}, \xi \in [-1, 1], \zeta \in [-\pi, \pi] \quad (2.19)$$

Bilinmeyen sütun vektörleri  $y_m$  ve bilinen sağ yan sütun vektörleri  $g_j$  her yüzey için bir önceki alt bölümde tanımlanan biçimde oluşturulurlar.

## 2.4 Ele Alınan Problemlere Dair Sıfıncı İndis Fourier Katsayılarının Oluşturduğu İntegral Denklem Çekirdekleri

Bu bölümde, 3 boyutlu uzay için yazılmış homojen Helmholtz denkleminin boş uzay için Green fonksiyonu (2.3)'den hareketle, yukarıda ele alınan iki problem için integral denklem çekirdek fonksiyonları açıklanacaktır. Bunlardan ilki Kartezyen koordinatlarda  $z$  bağımlılığı karmaşık üstel ve  $z \in (-\infty, \infty)$  boyunca homojen, ikincisi ise, silindirik koordinatlarda  $\varphi$  bağımlılığı karmaşık üstel olan ve  $\varphi \in (-\pi, \pi]$  aralığında periyodik sınırlar üzerinde geçerlidir. Böylece, ilk ilgilenilen problem 2 boyutlu probleme, ikinci ilgilenilen problem ise silindirik koordinatlardaki halde  $z$  eksenini etrafında aksinel simetrik ve halkasal özellikteki probleme ilişkin formülasyonlara indirgenecektir. Bu ise, her iki ele alınan problemde de, sıfıncı indis Fourier katsayılarının hesaplanması ile gerçekleştirilecektir.

### 2.4.1. 2 Boyutlu Problem:

Kartezyen koordinatlarda  $z$  bağımlılığı karmaşık üstel ve  $z \in (-\infty, \infty)$  boyunca homojen yüzeyler için Helmholtz denkleminin 3B boş uzay Green fonksiyonu  $z$ -ekseni boyunca integre edilirse,

$$G_z(q, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(q, p) dz = \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|q-p|}}{|q-p|} dz = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|q-p|) \quad (2.20)$$

elde edilir. (2.20)'e  $G(q, p)$ 'nin statik hal için Fourier dönüşüğü gözüyle de bakılabilir ve esasen Helmholtz denkleminin 2B problemlere ilişkin boş uzay Green fonksiyonu olarak

anılır. (2.20)'deki Hankel fonksiyonu Bessel ve Neumann fonksiyonlarının aşağıdaki biçimdeki bir lineer birleşimidir [22].

$$H_0^{(1)}(z) = J_0(z) + iY_0(z) \quad (2.21)$$

Hankel fonksiyonunun belirtilen Bessel ve Neumann fonksiyonlarının seri açılımlarından faydalanılarak incelenmesi yapılırsa,

$$J_0(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2k}}{k! \Gamma(k+1)}, \quad (2.22)$$

$$Y_0(z) = \frac{1}{\pi} \left\{ 2J_0(z) \ln \frac{z}{2} - 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2k}}{(k!)^2} \psi(k+1) \right\}$$

olduğu görülür. Burada  $\Gamma$  Gamma fonksiyonu,  $\psi$  ise Gamma fonksiyonunun logaritmik türevini gösterir. (2.20), (2.22) göz önüne alınarak incelendiğinde, görülür ki, gözlemci ( $q$ ) ve kaynak ( $p$ ) noktaları üst üste gelmediği zaman sonsuz düzgünlükte bir fonksiyondur ancak bu noktalar üst üste geldiğinde ( $q \rightarrow p$ ) (2.23)'deki baskın tekil davranış açığa çıkar:

$$G_z(q, p) = \frac{1}{2\pi} \ln |k|q - p|| + \tilde{K}(q, p) \quad (2.23)$$

$\tilde{K}(q, p)$  birinci türevleri sürekli ve ikinci türevleri de kareleri integre edilebilir yapıdadır. Şimdi (2.7) kanonik denklemini oluşturmak istediğimizde, (2.9)'de tanımlı analitik olarak ifadelere sahip kanonik tekillik fonksiyonu  $L(\xi, \zeta)$ ,  $G_z(q, p)$ 'ye bir kez ekleyip bir kez çıkarılır ve parametrize edilmiş noktalar cinsinden (2.7)'deki çekirdek fonksiyonunun geri kalanı,

$$K(\xi, \zeta) = G_z(\xi, \zeta) - L(\xi, \zeta) \quad (2.24)$$

şeklinde tanımlanır. (2.23)'den  $L(\xi, \zeta)$  çıkarıldığında ve  $q \rightarrow p$  olduğunda (2.23)'de belirtilen tekil kısım ile oluşan fark sonlu bir limit değere eşittir:

$$\lim_{q \rightarrow p} \left( \frac{1}{2\pi} \ln |k|q - p|| - L(\xi, \zeta) \right) = C_1 \ln(l(\xi)) + C_2 \quad (2.25)$$

Buradaki  $l(\xi)$  açık/kapalı eğriya ait diferansiyel yay/yol uzunluk elemanı,  $C_1$  ve  $C_2$  ise bir limit işlemi sonucunda ortaya çıkan bir sabittir.

### 2.4.2. 3 Boyutlu Aksenal Simetrik Halkasal Problem

(2.2) denklemini  $\varphi$  bağımlılığını 0 indisli Fourier katsayısını göz önünde bulundurarak kordinat bilşenleri açık bir biçimde yazarsak,

$$2\pi \int \int_{z, \rho} J(p) G_\varphi(q, p) \rho_p d\rho_p dz_p = -u^i(q) \quad (2.26)$$

incelenmesi gereken integral denklem ortaya çıkar. (2.5)'teki  $G_\varphi$  fonksiyonunun yapısını anlamak üzere baştaki  $2\pi$  çarpanını da kullanarak,

$$2\pi G_\varphi(q, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} G(q, p) d\varphi = \int_{-\pi}^{+\pi} -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikR}}{R} d\varphi \quad (2.27)$$

olacağı açıktır.  $R$ , iki nokta arasındaki uzaklığı belirtir:

$$R(q, p) = \left\{ (z_q - z_p)^2 + (\rho_q - \rho_p)^2 + 4\rho_q\rho_p \sin^2\left(\frac{\varphi_q - \varphi_p}{2}\right) \right\}^{1/2} \quad (2.28)$$

Şeklinde tanımlanır.  $e^x$  fonksiyonunun kuvvet serisi açılımı hatırlanacak olursa :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots \quad (2.29)$$

$G_\varphi$  teriminin içerisindeki üstel fonksiyon

$$\frac{e^{ikR}}{R} = \frac{1}{R} + \frac{e^{ikR} - 1}{R} \quad (2.30)$$

Biçiminde ayrıştırılabilir.  $\frac{e^{ikR} - 1}{R}$  terimi  $R=0$  olduğunda dahi tekillik içermez. Tekillik

$\frac{1}{R}$  fonksiyonunda  $q \rightarrow p$  olduğunda ortaya çıkar. Şimdi (2.27)'deki integralin (2.30) ifadesi kullanılarak yazılması durumunda,

$$\int_{-\pi}^{+\pi} -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikR}}{R} d\varphi = A_0 + A_{düzgün} = \underbrace{\int_{-\pi}^{+\pi} -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{R} d\varphi}_{A_0} + \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikR} - 1}{R} d\varphi}_{A_{düzgün}} \quad (2.31)$$

$A_{düzgün}$  sayısal olarak hesaplanması mümkün olan integral kısmıdır. Baskın tekilliğin integrale edildiği  $A_0$  uygun integral dönüşümleri gözetilerek analitik olarak incelendiğinde görülür ki ([23]),

$$\chi = \sqrt{\frac{\mu}{\mu + \Delta}}, \quad \mu = 4\rho_q\rho_p, \quad \Delta = (z_q - z_p)^2 + (\rho_q - \rho_p)^2$$

$$A_0 = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{R} d\varphi = -\frac{1}{4\pi} \cdot 2 \int_0^{+\pi} \frac{1}{R} d\varphi = -\frac{1}{4\pi} \frac{4\chi}{\mu^{1/2}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{[1 - \chi^2 \sin^2(\varphi)]^{1/2}} \quad (2.32)$$

olur. (2.32)'deki integral aşağıda  $\kappa$  ile gösterilen bir Eliptik integraldir ve yine aşağıda  $F$  ile gösterilen hipergeometrik fonksiyonlar biçiminde ifade edilebilen bir fonksiyondur. Bu hipergeometrik fonksiyon  $q$  ve  $p$  noktaları ayrık olduğunda yeterince düzgün olup üst üste geldiğinde yani  $\chi = 1$  olduğunda logaritmik tekillikli terim içerir[22,23],

$$\kappa(\chi) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{[1 - \chi^2 \sin^2(\varphi)]^{1/2}} = \frac{\pi}{2} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \chi^2\right) \quad (2.33)$$

$$\kappa(\chi) = -\frac{1}{2} \ln(1 - \chi) + S(\chi); \quad S(\chi): \text{düzgün kısım} \quad (2.34)$$

$$\lim_{\chi \rightarrow 1} \ln(1 - \chi) = 2 \ln|\Delta| - \ln 2 - \ln \mu + O(\Delta)$$

$A_0$  (2.34) özellikleri göz önüne alınarak yeniden yazılırsa,

$$A_0 = -\frac{1}{4\pi} \frac{4\chi}{\mu^{1/2}} \kappa(\chi) = -\frac{1}{\pi} \frac{\chi}{\mu^{1/2}} \frac{\pi}{2} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \chi^2\right) \quad (2.35)$$

$$A_0 = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu^{1/2}} \left(-\ln|\Delta| - \tilde{S}(\chi)\right), \quad \tilde{S}(\chi): \text{tüm diğer düzgün kısımlar}$$

halini alır. Limit durumunda yani  $q \rightarrow p$  olduğunda (2.27),

$$\begin{aligned}
2\pi G_\varphi(q, p) &= A_0 + A_{\text{düzgün}} = \left[ \left( \frac{1}{\pi} \frac{1}{\mu^{1/2}} \ln|\Delta| + c\tilde{S}(\chi) \right) + A_{\text{düzgün}} \right] \\
&= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\rho_q \rho_p}} \ln|\Delta| + (c\tilde{S}(\chi) + A_{\text{düzgün}})
\end{aligned} \tag{2.36}$$

logaritmik tekillikli ve düzgün kısımlarından oluşur. (2.36), (2.26)'de yerine yazılıp (2.26)'in her iki tarafı  $2\pi\sqrt{\rho_q}$  ile çarpılarak yapılan ölçekleme [23,24] sonucunda,

$$\int_z \int_\rho \tilde{J}(p) \tilde{G}_\varphi(q, p) d\rho_p dz_p = b(q), \quad \tilde{J}(p) = J(p)\sqrt{\rho_p}, \quad b(q) = -2\pi\sqrt{\rho_q} u^i(q) \tag{2.37}$$

(2.7)'in oluşturulabileceği integral denklemine ve

$$\tilde{G}_\varphi(q, p) = 4\pi^2 \sqrt{\rho_q \rho_p} G_\varphi(q, p) = \ln|\Delta| + \tilde{K}(q, p) \tag{2.38}$$

logaritmik tekillikli çekirdek fonksiyonuna ulaşılır.  $\tilde{K}(q, p)$  birinci türevleri sürekli ve ikinci türevleri de kareleri integre edilebilir yapıdadır. Şimdi (2.7) kanonik denklemini oluşturmak istediğimizde, (2.9)'de tanımlı analitik ifadelerle sahip kanonik tekillik fonksiyonu  $L(\xi, \zeta)$ , (2.38)'e bir kez ekleyip bir kez çıkarılır ve parametrize edilmiş noktalar cinsinden (2.7)'deki çekirdek fonksiyonunun geri kalanı,

$$K(\xi, \zeta) = \tilde{G}_\varphi(\xi, \zeta) - L(\xi, \zeta) \tag{2.39}$$

şeklinde tanımlanır. (2.38)'den  $L(\xi, \zeta)$  çıkarıldığında ve  $q \rightarrow p$  olduğunda (2.35)'de belirtilen tekil kısım ile oluşan fark sonlu bir limit değere eşittir:

$$\lim_{q \rightarrow p} (\ln|\Delta| - L(\xi, \zeta)) = C_1 \ln(l(\xi)) + C_2 \tag{2.40}$$

Buradaki  $l(\xi)$  açık/kapalı eğriya ait diferansiyel yay/yol uzunluk elemanı,  $C_1$  ve  $C_2$  ise bir limit işlemi sonucunda ortaya çıkan bir sabittir.



## 2.5 Kullanılan Kaynaklar ve Alan İfadelerinin Hesaplanması

### 2.5.1 Kullanılan Kaynaklar

Saçılma problemi formülasyonunda (2.2) sağ yanda belirtilen edilen  $u^i$  gelen alan ifadesi, ele alınan örneklerde düzlemsel dalga ve noktasal kaynak seçilmiştir.

#### 2.5.1.1 Düzlemsel dalga

Birim genlikteki düzlemsel dalganın her iki boyut için ifadesi,

$$u^i(q) = e^{i\hat{\mathbf{k}}q} \quad (2.41)$$

şeklindedir. Burada ilgilenilen boyutta (2 veya 3),  $\hat{\mathbf{k}}$  düzlemsel dalganın birim geliş doğrultusu vektörünü,  $q$  etkileşecek noktanın yer vektörünü göstermektedir.

#### 2.5.1.2 Noktasal kaynak

Noktasal kaynaktan yayılacak alan ifadesi ilgili boyutun Green fonksiyonları ile tanımlanırlar. Yani gelen alan ifadeleri,

$$u^i(q) = - \begin{cases} -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|q-p|) & ; q, p \in R^2 \\ \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|q-p|}}{|q-p|} & ; q, p \in R^3 \end{cases} \quad (2.42)$$

olur. İfadedeki  $k$  değeri dalga sayısını,  $p$  noktasal kaynağın koordinatını,  $q$  etkileşecek noktanın yer vektörünü göstermektedir.

## 2.5.2 Alan İfadeleri

İlgilenilen problemlere dair lineer denklem sisteminin çözülmesi ile ilişkin akım yoğunlukları bulunduktan sonra yakın alan dağılımları (2.1)'de verilen saçılan alanın integral gösterilimi sayesinde bulunur. Bu integral denklemin hesabı lineer denklem sisteminin oluşturulması sırasındaki Bölüm 2.2'de anlatılan Fourier ve Fourier-Chebyshev katsayı açılımları kullanılarak yapılabilir. Ortaya çıkan integraller için kaynak ve gözlem noktaları hiçbir zaman aynı olmaz ve sayısal değerlendirme için gayet uygun düzgünlükte fonksiyonlardan oluşurlar. EK'de verilen değerlendirme teknikleri rahatlıkla kullanılabilir.

### 2.5.2.1 Yakın alan

Yakın alan hesabı için (2.1) içindeki Green fonksiyonu ilgilenilen problemin boyutuna göre farklılaşır ve (2.42)'deki ifadeler kullanılarak integral denklem ilgilenilen gözlem noktası  $q$  için yüzey üzerinden alınan düzgün bir integral ile değerlendirilir. Burada yüzey üzerindeki her bir nokta sanki birer noktasal kaynağın ışımaya neden olan bir akım kaynağı gibi davranır. Dolayısıyla hem 2 hem de 3 boyutlu problem için yüzey üzerindeki her bir nokta (2.42) noktasal kaynak fonksiyonuyla dalga yayar gibidir.

### 2.5.2.2 Uzak alan

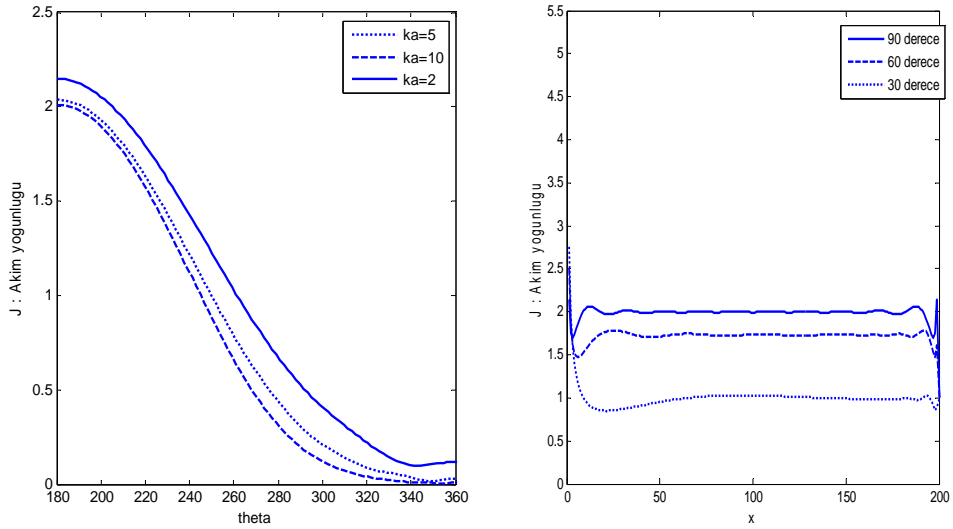
Uzak alan örüntüsünün (far field pattern) bulunabilmesi için gözlem noktasının sonsuzda olduğunu kabul ederiz. Bu da yüzey üzerindeki her bir noktanın sanki birer düzlemsel dalga yayan bir kaynak gibi davranması biçiminde yorumlanabilecek bir duruma denk olur. Dolayısıyla hem 2 hem de 3 boyutlu problem için yüzey üzerindeki her bir nokta (2.41) düzlemsel dalga fonksiyonuyla dalga yayar gibidir. Uzak alan hesabı için (2.1) içindeki Green fonksiyonunun düzenlenmesi [28] ile ilgilenilen problemin boyutuna uygun biçimde (2.41)'daki ifade kullanılarak, integral denklem ilgilenilen gözlem doğrultusu  $\hat{\mathbf{k}}$  için yüzey üzerindeki  $q$  noktaları üzerinden alınan düzgün bir integral ile değerlendirilir.

### 3 SAYISAL SONUÇLAR

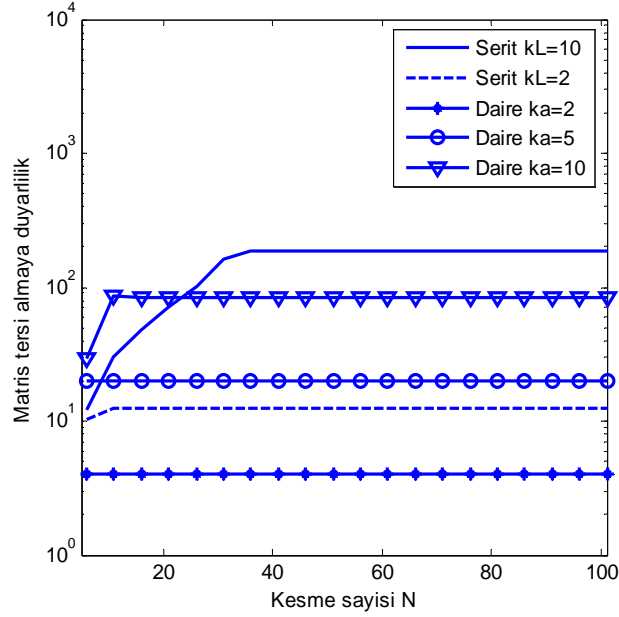
Bu bölümde bazı sayısal sonuçlara yer verilecektir. Bunlar önceki bölümlerde anlatılan algoritmaların çeşitli sınır yüzeylerinde uygulanması temelinde hesaplanmıştır. Önce açık ve kapalı tek yüzey için bilinen bazı sonuçların üretilmesi, sonra da bazı değişik yüzey birleşimlerinden dalga saçılma analizine dair sayısal sonuçlar yer alacaktır.

#### 3.1 Bilinen Başka Bazı Sonuçlar İle Karşılaştırmalar.

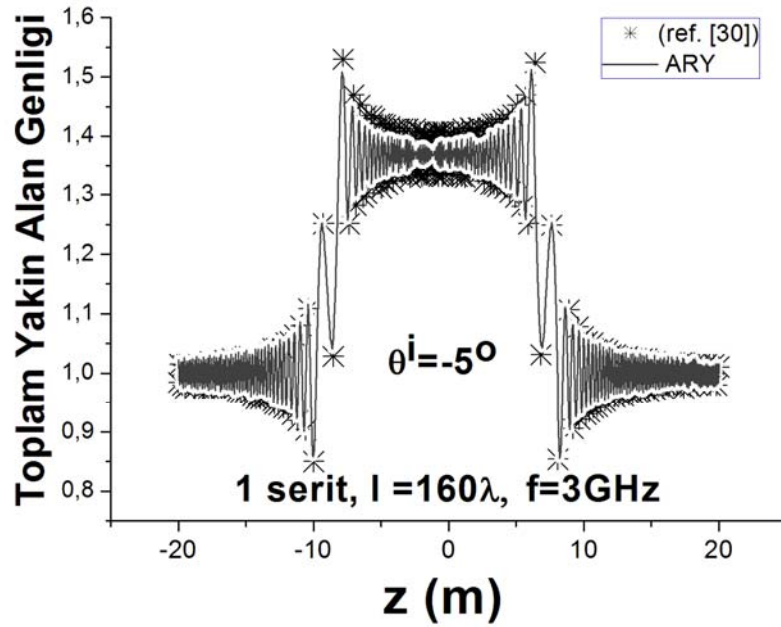
Bu bölümde tek bir açık veya kapalı yüzey algoritmasının sağlanması için iki boyuttaki yüzeyler için bilinen bazı sonuçların bu tezde çalışılan algoritma ile hesaplanmışlarına yer verilecektir.



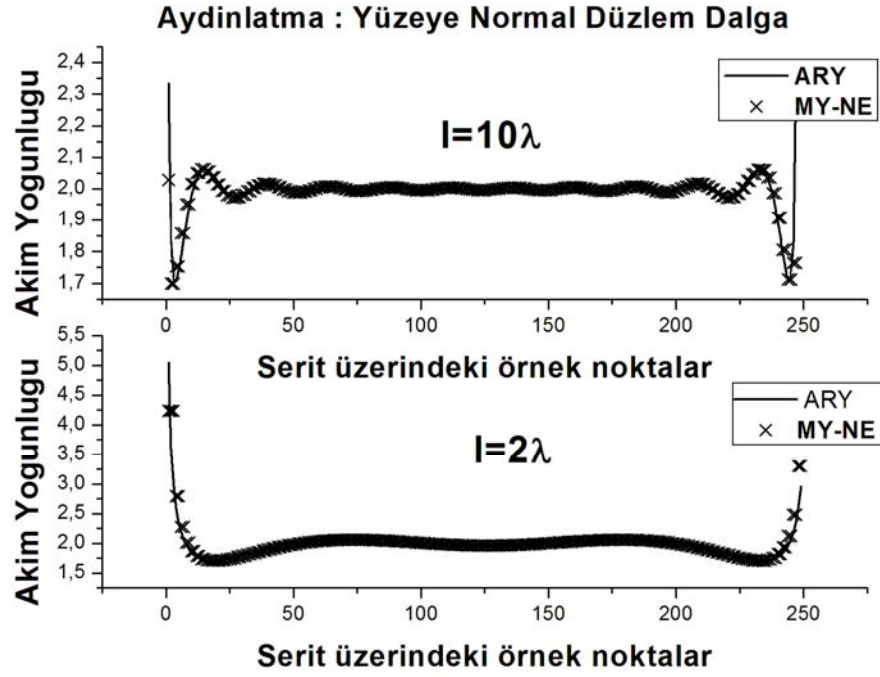
**Şekil 1:** Bu tezde hesaplanan ve [29] sayfa 230-Fig.11 ve 282-Fig.3.30 ile teyit edilen iki durum: iki boyutta 180 derece ile gelen düzlemsel dalga ile aydınlatılan çeşitli yarıçaplarda dairesel silindirler (solda) ve yüzey normaline göre çeşitli düzlemsel dalga aydınlatma açılarında 10 dalga boyu uzunluğunda şeritler (sağda) hallerinde yüzey akım yoğunlukları.



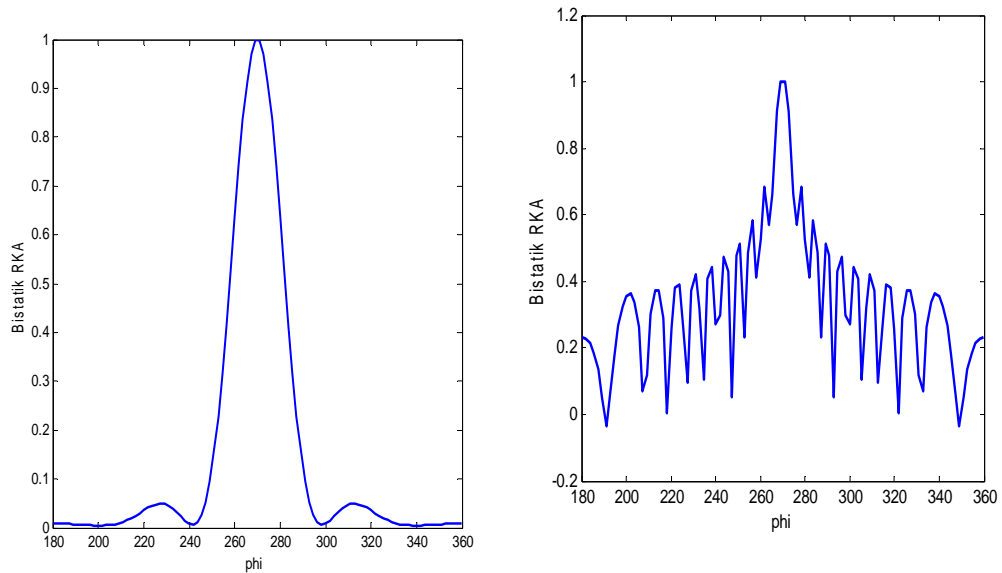
**Şekil 2 :** Şekil 1'deki ele alınan durumlar için Analitik Regülerleştirme Yöntemi'nin verdiği ikinci türden sonsuz lineer denklem sisteminin değişik sayılarda kesilmesi ile elde edilen matris tersi almaya duyarlılıklar- (denklem (1.1)).



**Şekil 3:** Yüzey normaline 5 derecelik açı ile 3GHz frekansta gelen düzlemsel dalga ile aydınlatılan 160 dalga boyu uzunluğundaki tek serit için [30]'daki sonuç ile karşılaştırma.

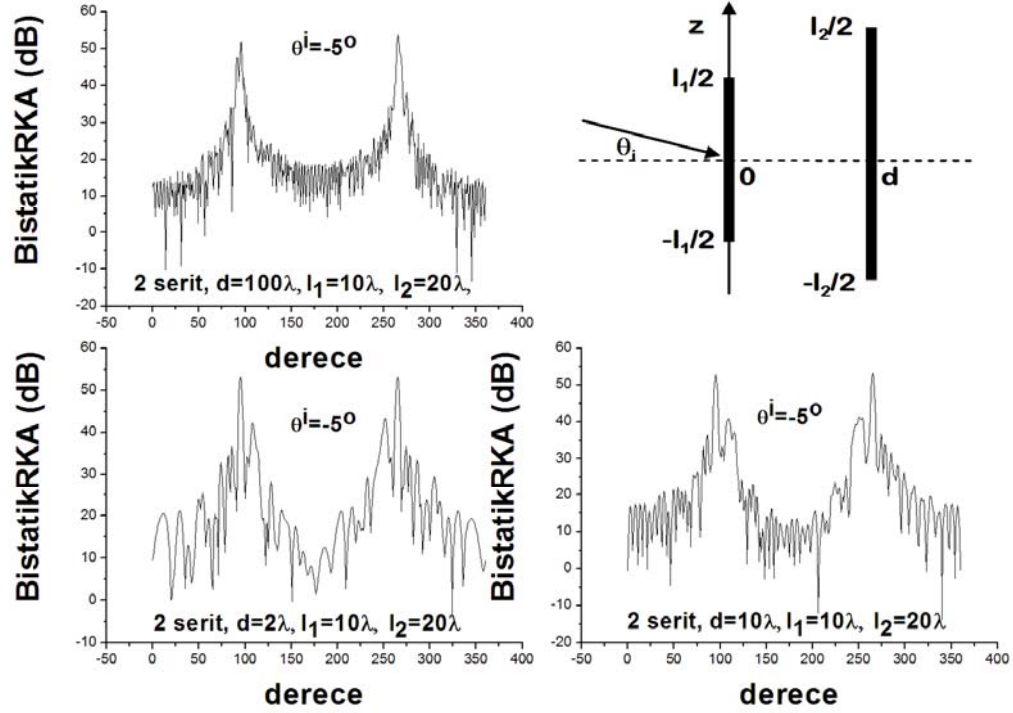


**Şekil 4:** Tek şerit için [29]'da algoritması verilen Moment Yöntemi- Nokta Eşleştirme (MY-NE) ile hesaplanan ve Analitik Regülerleştirme Yöntemi (ARY) ile hesaplanan akım yoğunluklarının karşılaştırılması

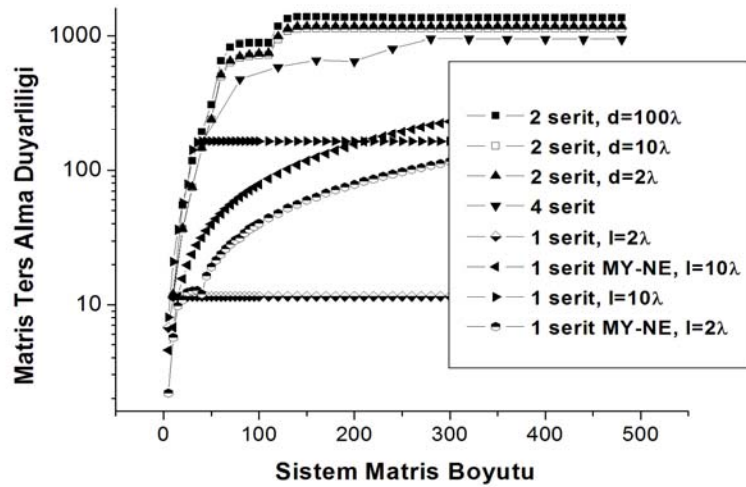


**Şekil 5:** Şekil 4'deki durumlar için [29] sayfa 283-Fig.3.31 ve 284-Fig.3.32 ile teyit edilen normalleştirilmiş Bistatik Radar Kesit Alanı (RKA) örüntüleri: 2 dalga boyu (solda) ve 10 dalga boyu (sağda).

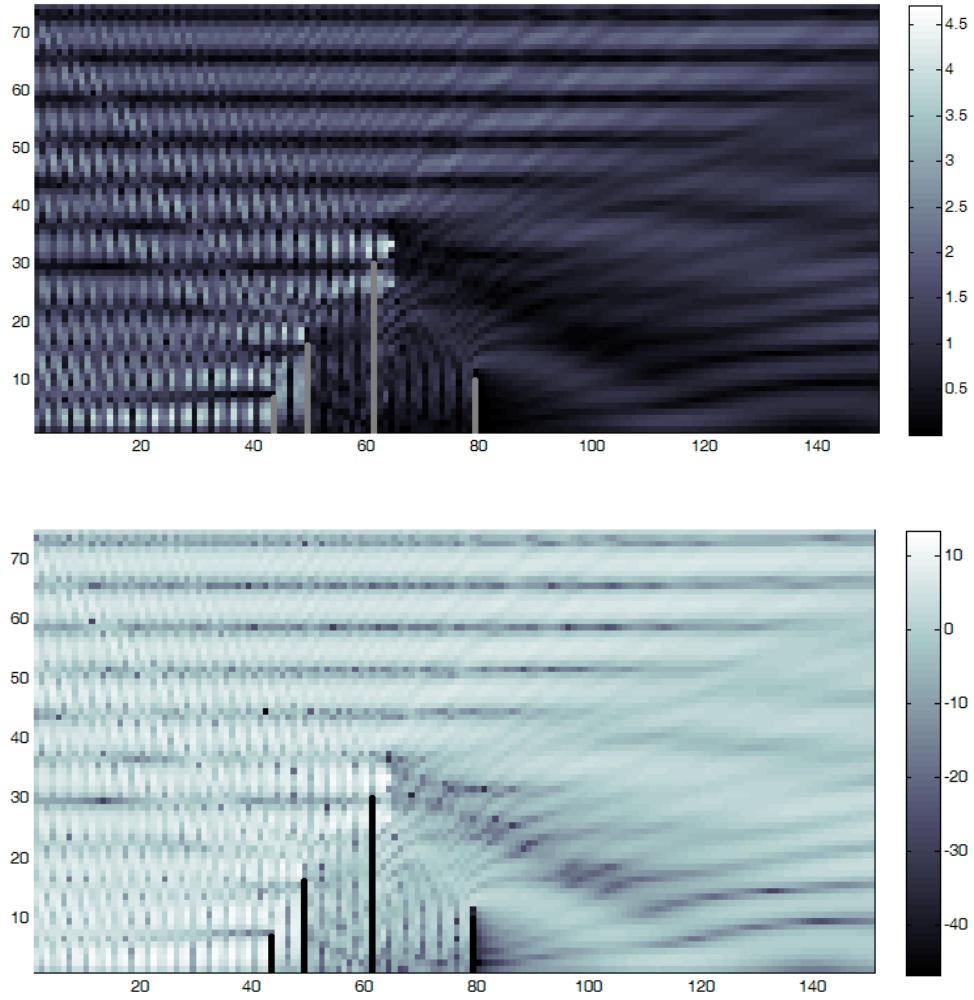
### 3.2 Diğer Sonuçlar:



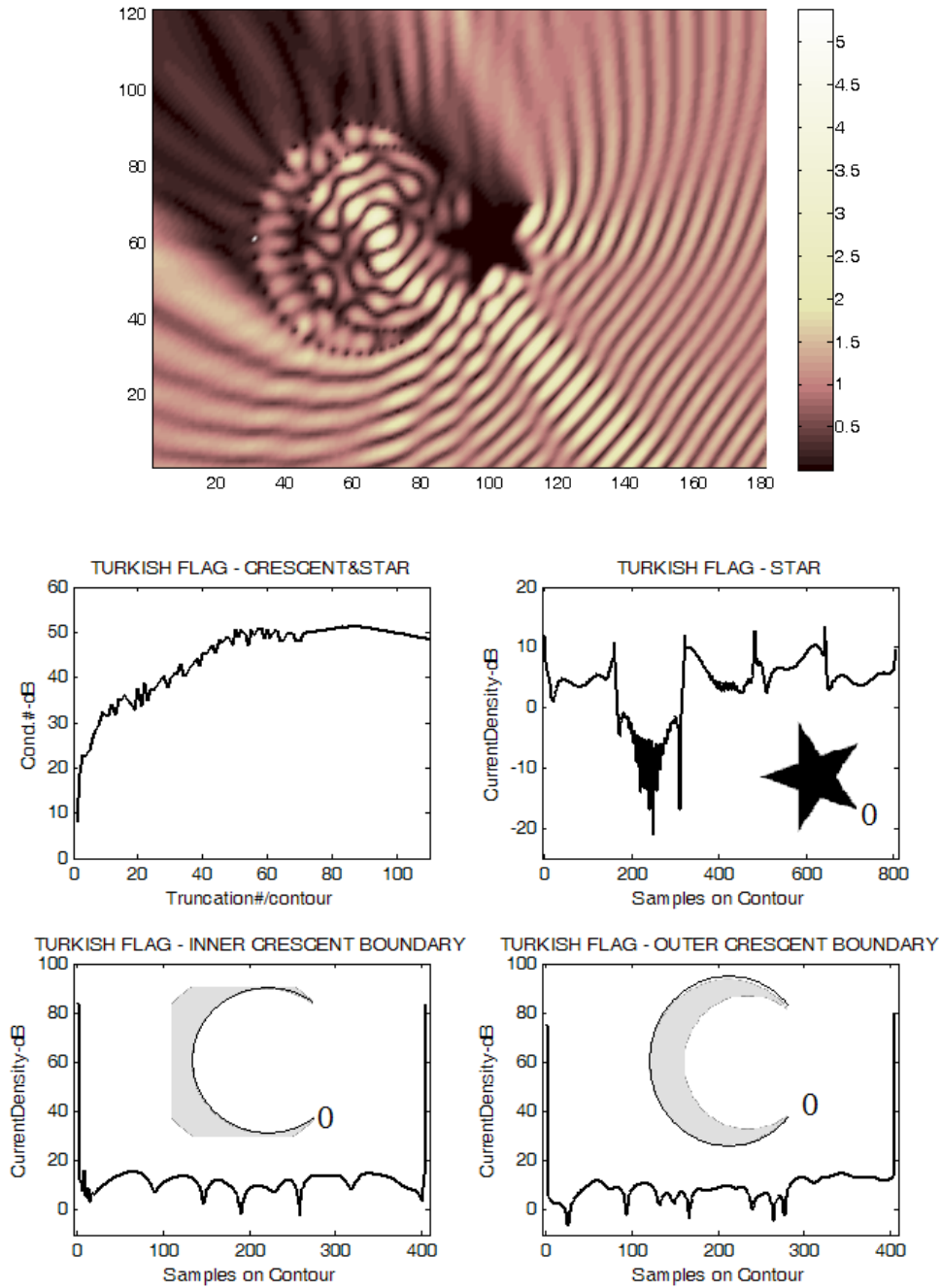
Şekil 6: Yüzey normallerine 5 derece ile gelen paralel 10 ve 20 dalga boyundaki iki şerit için aralarındaki uzaklık ile Bistatik Radar Kesit Alanı (RKA)'nın değişimi: Mesafenin artması ile RKA dalgalanmasının artmasının gözlenmesi.



Şekil 7: Şekil 4 - Şekil 8 arasında incelenen durumlara ilişkin matrislerin ters almaya duyarlılıklarının logaritmik çizimi.

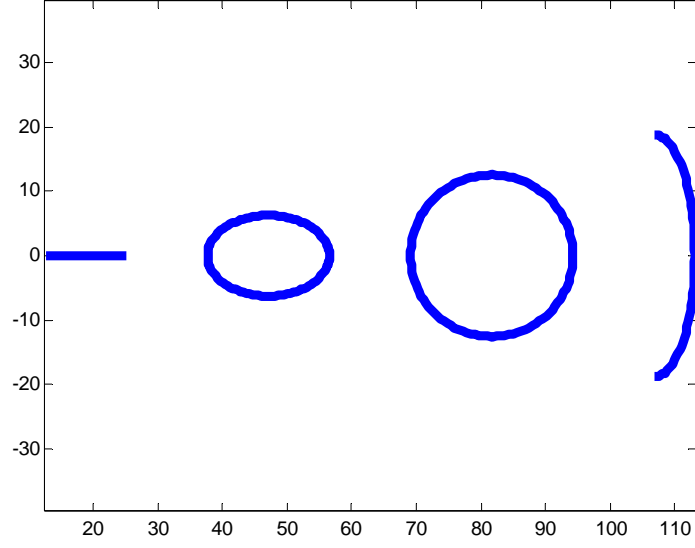


**Şekil 8:** Mükemmel iletken yeryüzü üzerinde, sırasıyla 2, 5, 10 ve 3 dalga boyu yükseklikteki ve merkezden sırasıyla 14, 16, 21 ve 26 dalga boyu uzaklıktaki 4 şerit, merkeze göre  $k = (\cos(-15^\circ), \sin(-15^\circ))$  yönündeki düzlemsel dalga ile aydınlatıldığında dalga boyu başına 3 örnek olarak örneklenen, yakın toplam alan genliği-  $|YA|$  (yukarıda) ve ilgili yol kaybı  $(20\log(|YA|))$  (aşağıda). Bu durumda Şekil 6 benzeri simetrik ve anılan şerit uzunluklarının iki katı şeritlerin oluşturduğu problem yine anılan aydınlatma doğrultusunda ve onun yeryüzüne göre simetrik doğrultusunda çözülmüş ve denklik ilkesi uyarınca süperpoze edilmiştir.

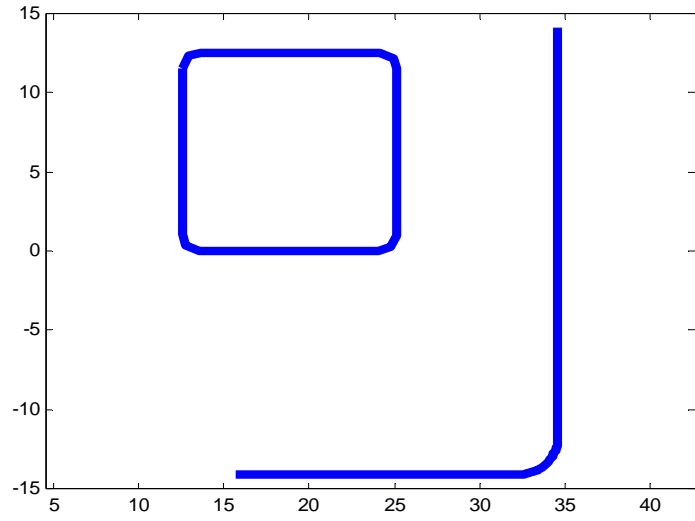


**Şekil 9:** [41] için hazırlanmış Bayrağımız Ay-Yıldız eğrilerinden Ay için iki açık dairesel yay, Yıldız için ise [31]'daki formül ile kurulan kapalı yıldız eğrisi aracılığı ile oluşan silindirik yüzey sisteminden dalga saçılması ve ilgili büyüklükler: Yakın toplam alan (en yukarıda), sisteme ilişkin matris tersi almaya duyarlılık (Condition Number) ve eğri parçalarına dair akım yoğunlukları (Current Density) (aşağıda – dB,  $10\log_{10}(X)$  hesaplanmış büyüklüklerin birimidir). Aydınlatma  $k = (\cos(135^\circ), \sin(135^\circ))$  yönündeki düzlem dalga ve Ay'ın üst ucunda bir noktasal kaynak ile yapılmıştır.

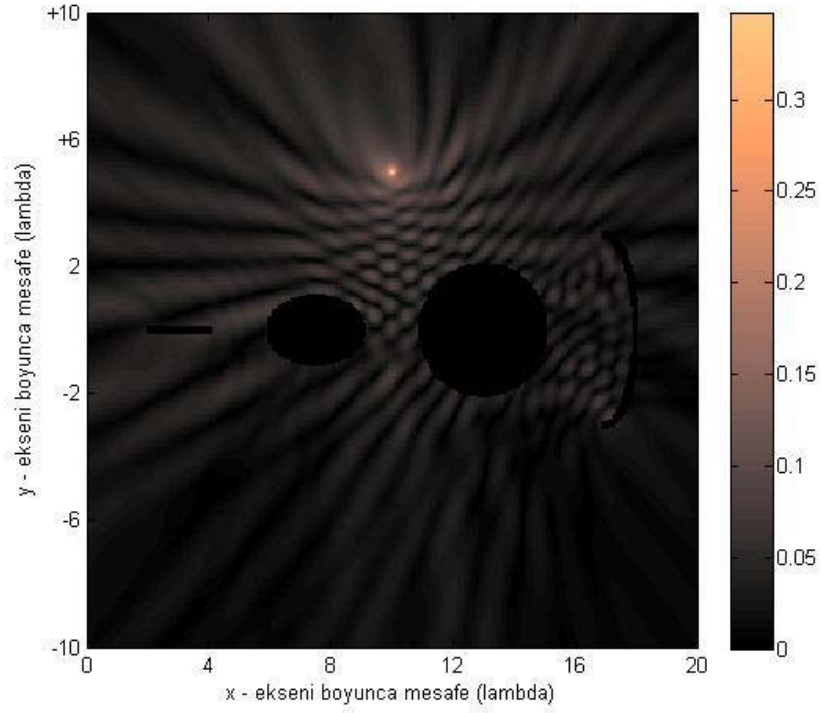




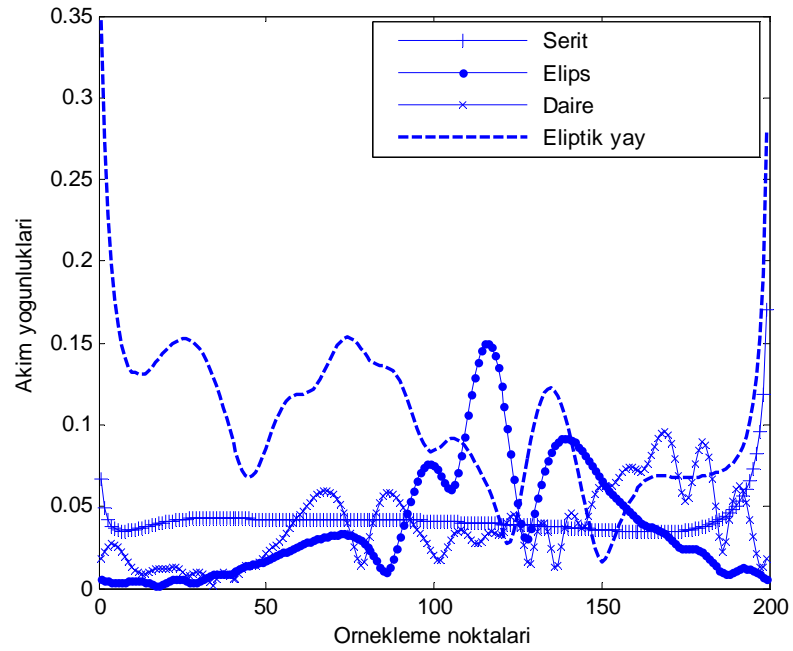
**Şekil 10:** Açık/kapalı analitik kesit eğrileri. Ele alınan her iki problem için bu kesitler kullanılarak oluşturulan saçıcı mekanizması aşağıda incelenmektedir.



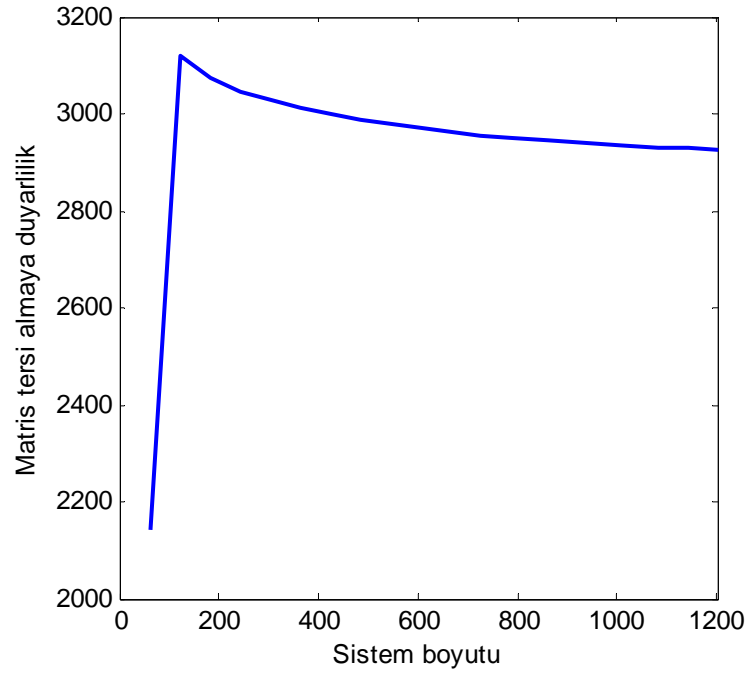
**Şekil 11:** Açık/kapalı köşeli kesit eğrileri. Köşeler küçük daireler ile yuvarlatılarak parametrisasyon yapılmıştır. Ele alınan her iki problem için bu kesitler kullanılarak oluşturulan saçıcı mekanizması aşağıda incelenmektedir.



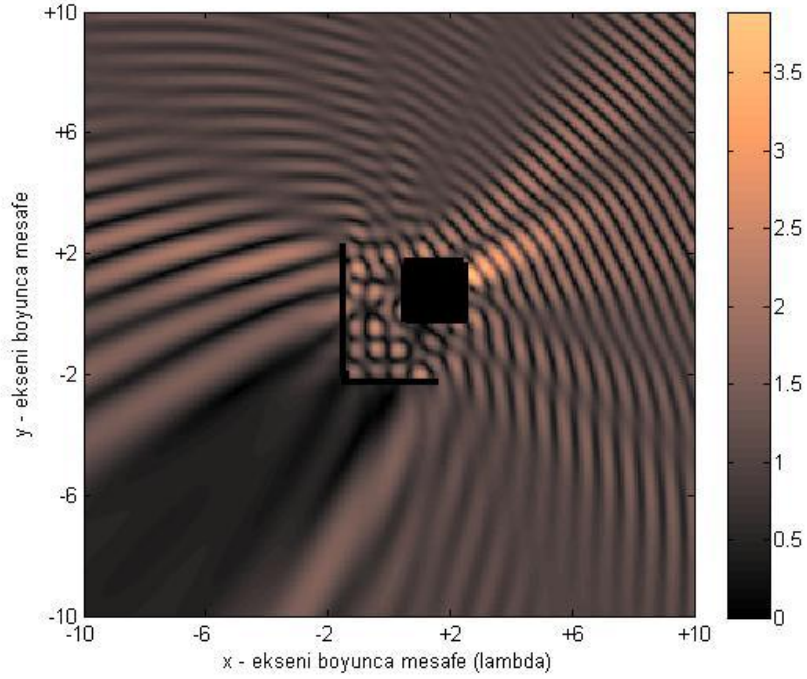
**Şekil 12:** Şekil 10'daki açık/kapalı eğrilerden oluşan 2B saçıcı mekanizmasına dair,  $x=5$ ,  $y=10$  noktasındaki bir noktasal kaynağın aydınlatması altında toplam yakın alan.



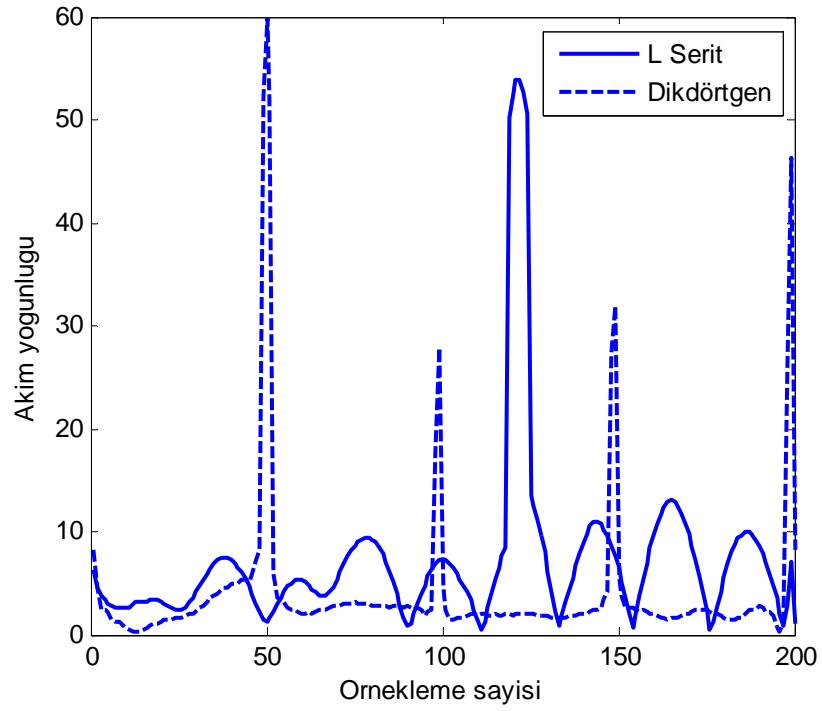
**Şekil 13:** Şekil 12'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrıntı tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir).



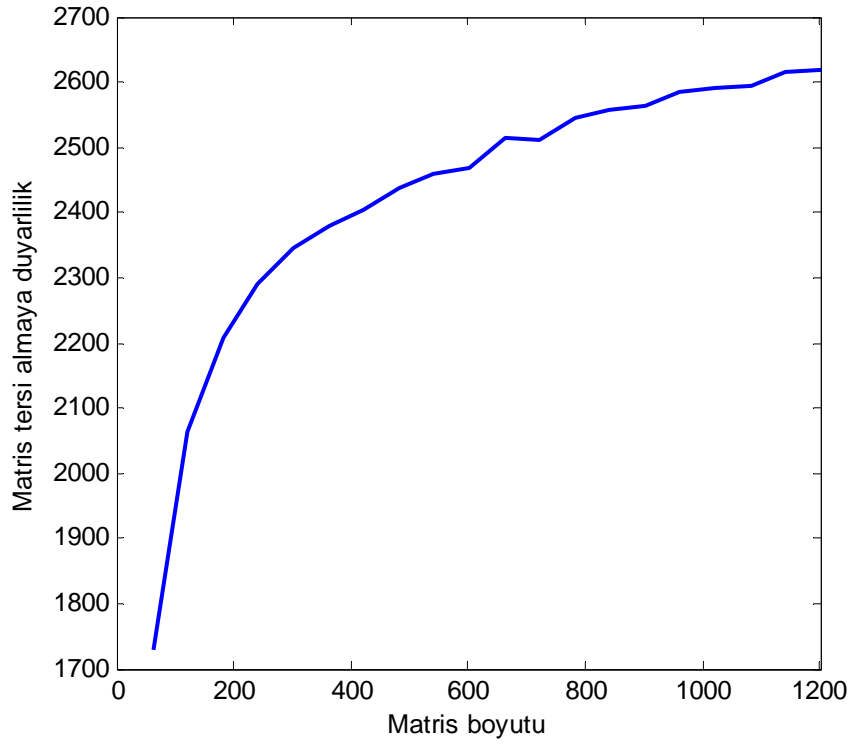
**Şekil 14:** Şekil 12 ve Şekil 13'deki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı



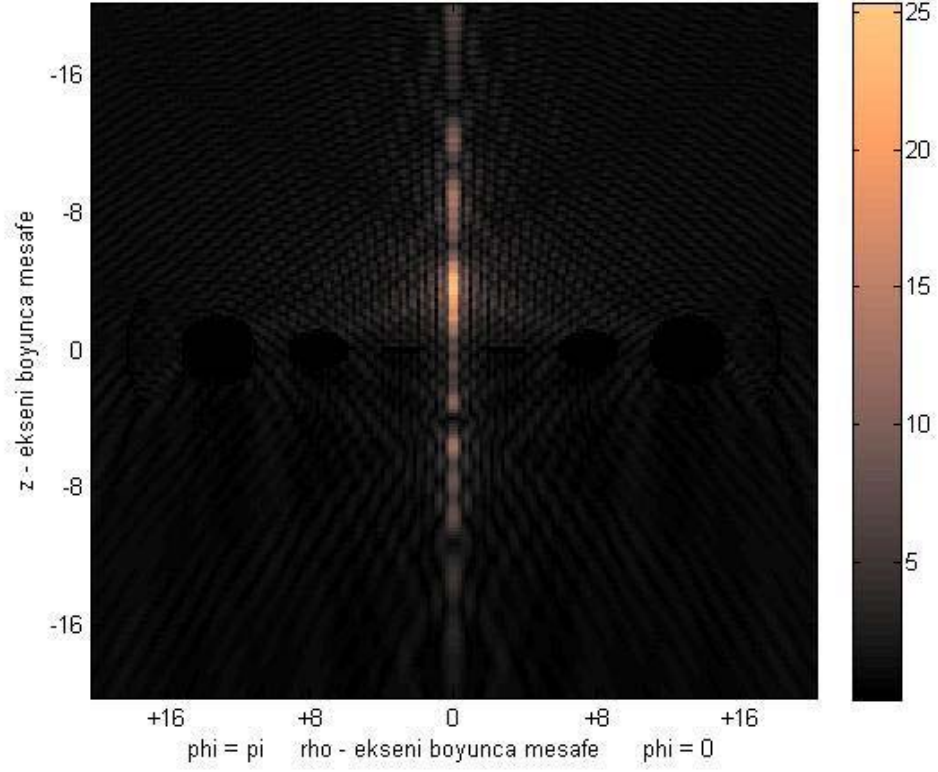
**Şekil 15:** Şekil 11'deki açık/kapalı eğrilerden oluşan 2B saçıcı mekanizmasına dair,  $k=(\cos(-135^\circ),\sin(-135^\circ))$  doğrultusunda gelen düzlemsel dalganın aydınlatması altında toplam yakın alan.



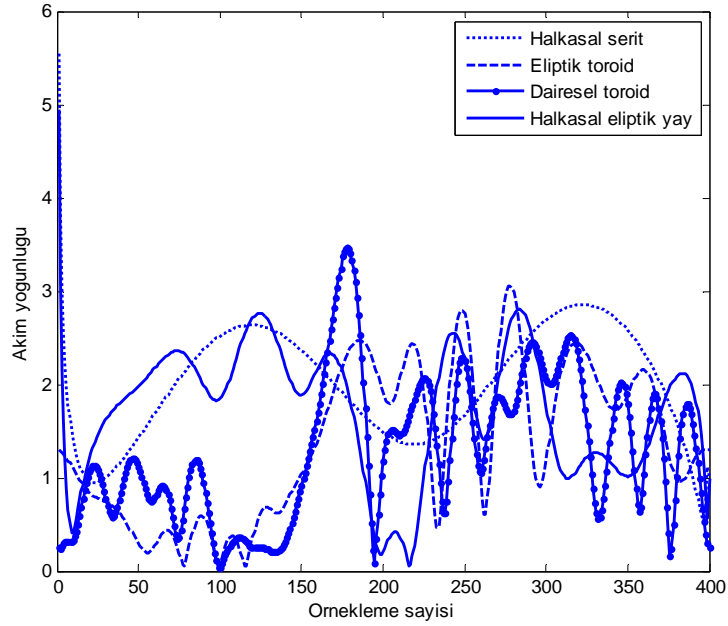
**Şekil 16:** Şekil 15'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrıntı tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir).



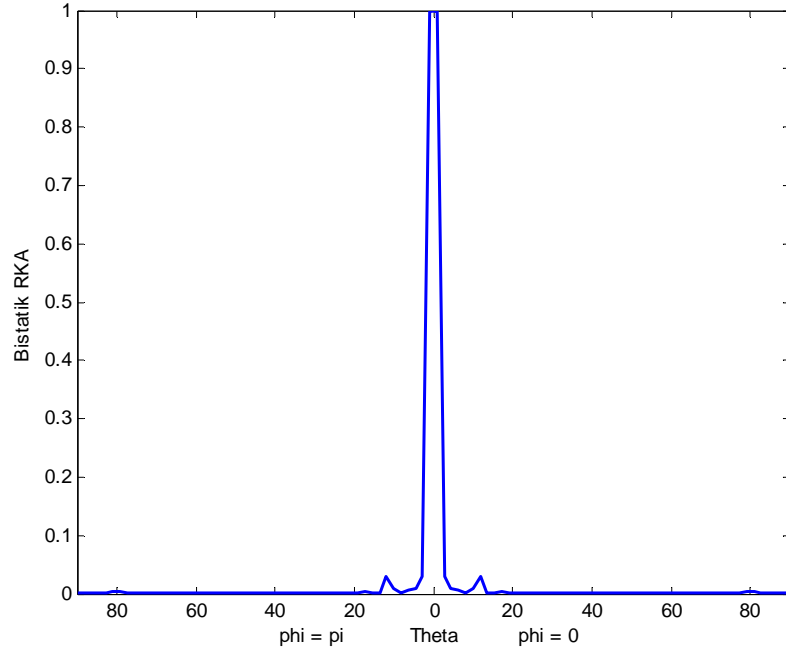
**Şekil 17:** Şekil 15 ve Şekil 16'daki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı



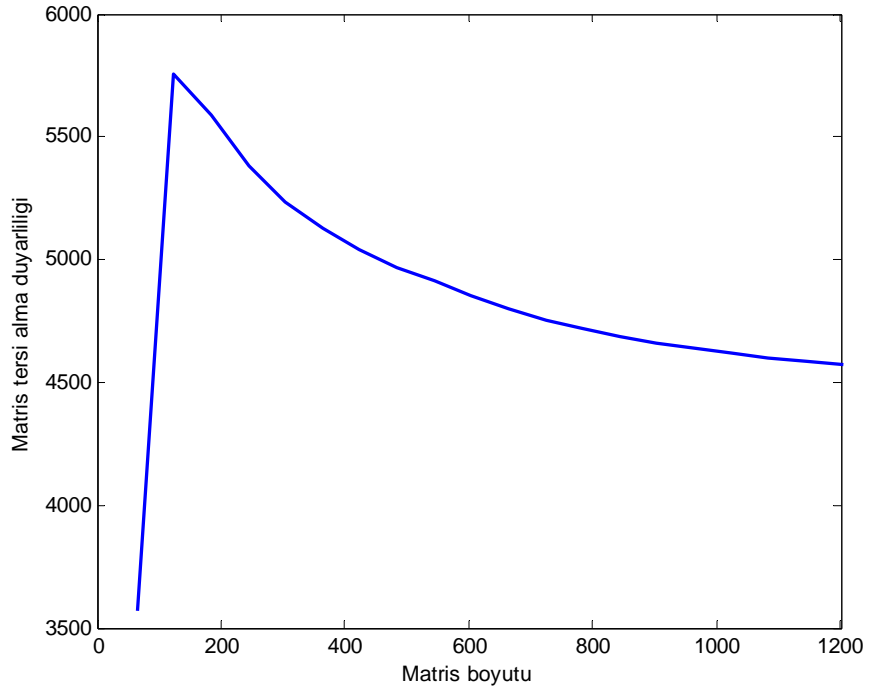
**Şekil 18:** Şekil 10'daki açık/kapalı eğrilerden oluşan 3B eksenel simetrik toroid biçimli saçıcı mekanizmasına dair,  $k=-z$  yönünde gelen düzlemsel dalganın aydınlatması altında toplam yakın alan.



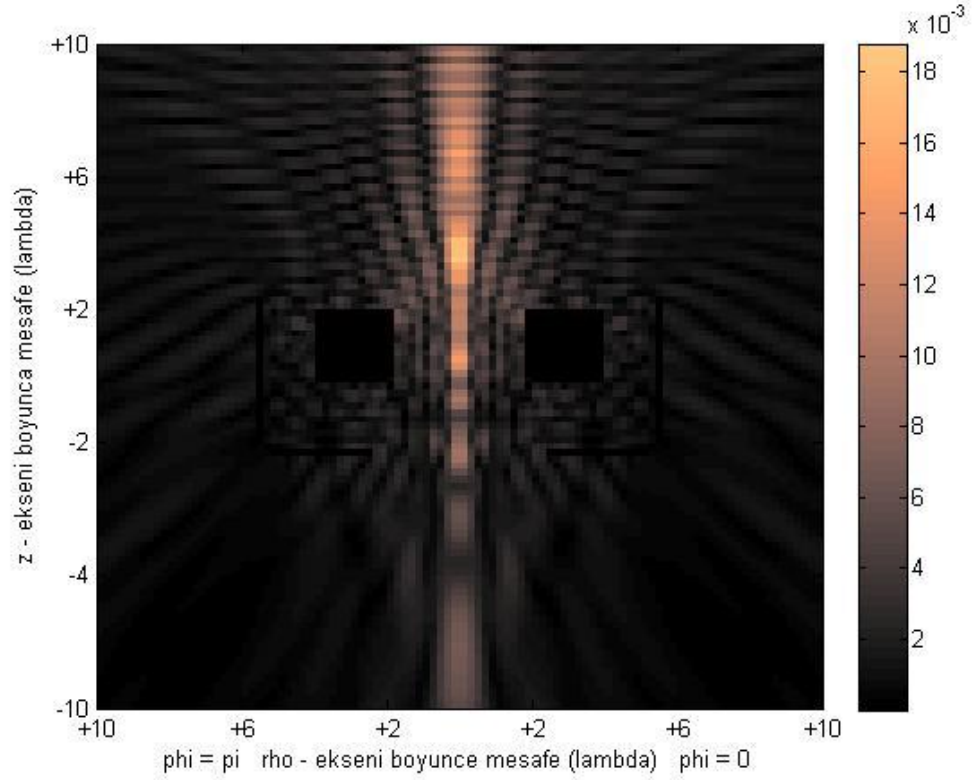
**Şekil 19:** Şekil 18'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrırt tekillikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir).



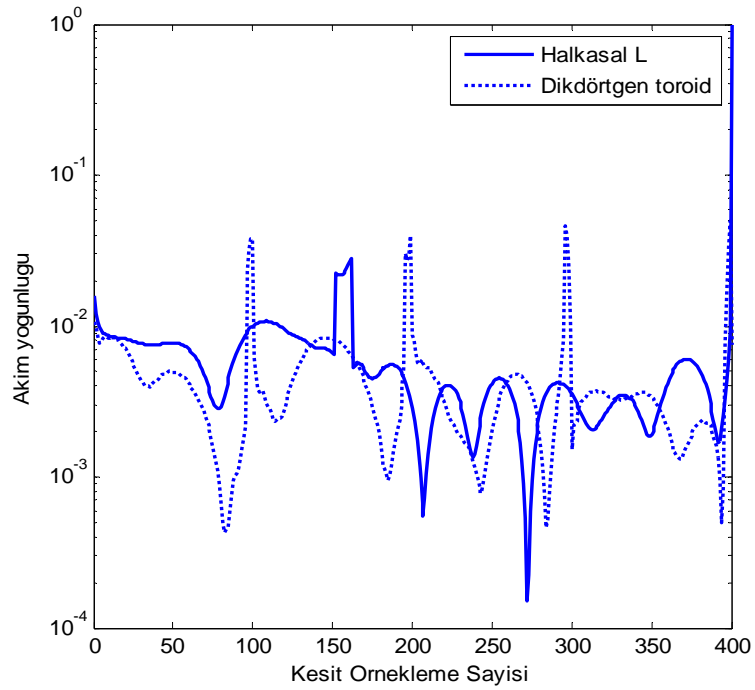
**Şekil 20:** Şekil 18'deki saçıcı mekanizmasına dair normalize Bistatik Radar Kesit Alanı.



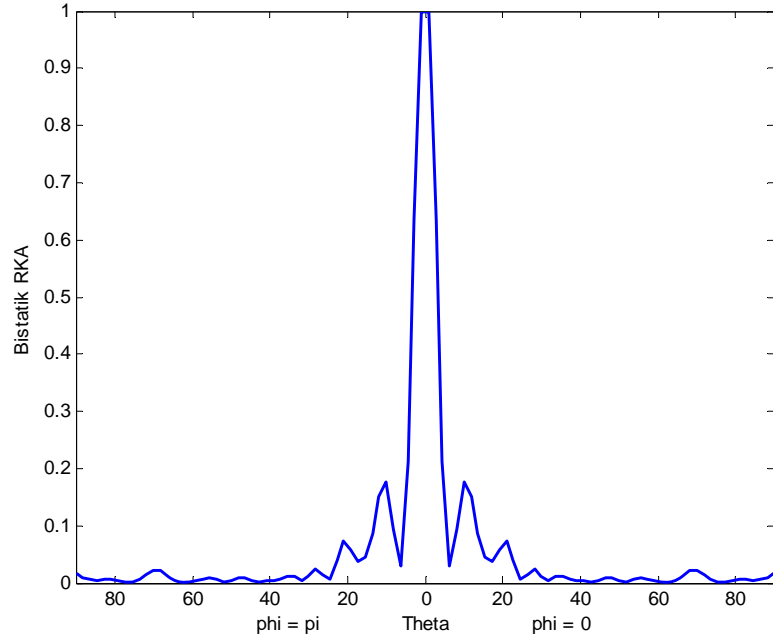
**Şekil 21:** Şekil 18, Şekil 19 ve Şekil 20'deki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı



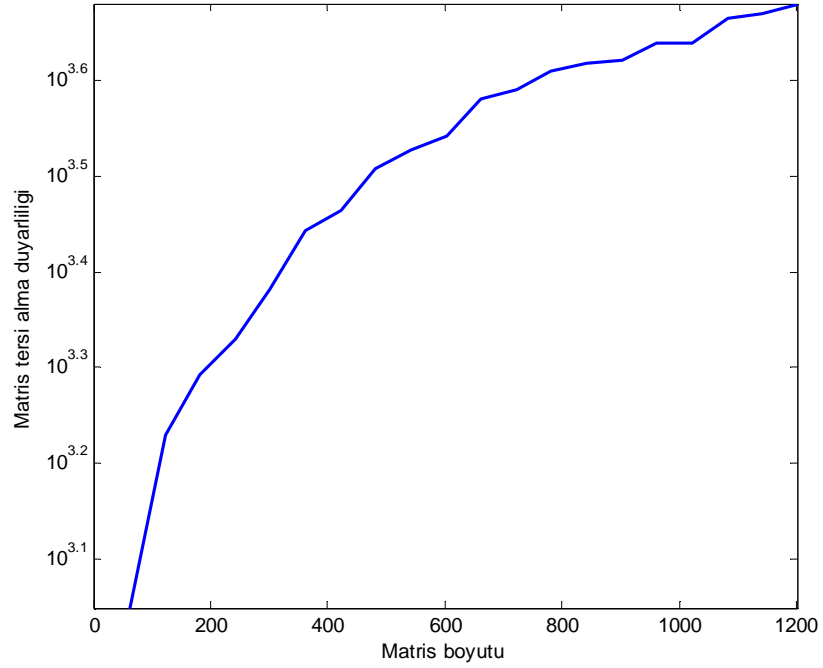
**Şekil 22:** Şekil 11'deki açık/kapalı eğrilerden oluşan 3B eksenel simetrik toroid biçimli saçıcı mekanizmasına dair,  $z=15$  noktasındaki bir noktasal kaynak aydınlatması altında toplam yakın alan.



**Şekil 23:** Şekil 22'deki saçıcıların üzerlerindeki akım yoğunlukları (Açık yüzeyin uçlarındaki ayrınti özellikleri çizim hassasiyeti eksikliği nedeniyle görülemeyebilir).



**Şekil 24:** Şekil 22'deki saçıcı mekanizmasına dair normalize Bistatik Radar Kesit Alanı.



**Şekil 25:** Şekil 22, Şekil 23 ve Şekil 24'deki durumlar için çözülen sonsuz ikinci türden lineer denklem sisteminin kesilmesi ile elde edilen matrisin ters alma duyarlılığı



## 4 KAPANIŞ

Bu çalışmada, 2 boyuttaki ve 3 boyuttaki aksel simetrik toroid biçimli geometrilere yönelik, açık veya kapalı parametrik eğriler aracılığı ile sınırları belirlenebilen ve Dirichlet sınır koşulunu sağlayan yüzeylerden oluşabilecek sınır kümesinden homojen Helmholtz denklemini sağlayan dalgaların saçılması Analitik Regülerleştirme Yöntemi aracılığı ile incelenmiştir. Buna bağlı olarak aydınlatma olarak elektromagnetik bakımdan sınır eğrisinin oturduğu düzleme dik yöne TM (transverse magnetic – dik manyetik) kutuplu dalgalar seçilmiştir. Probleme ilişkin sınır değer probleminin çözümünde homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan boş uzay Green fonksiyonunun kullanıldığı saçılan alana dair integral gösterilim kullanılmıştır. Bu integral gösterilimin, sınırlarda Dirichlet koşulunu sağlayacak biçimde yazılması ve uygun Galerkin yöntemi ile ayrık bir sistem haline getirilmesi ile oluşan  $Ax=b$  biçimindeki birinci türden lineer denklem sistemine analitik regülerleştirme yöntemi uygulanmıştır. Bu sayede sistem, baştaki sınır değer problemine denk olan  $I$  birim ve  $H^1$   $L_2$ 'de kompakt bir operatör olacak biçimde  $(I+H)y=g$ ,  $y,g \in L_2$  biçimindeki ikinci türden bir lineer denklem sistemine indirgenmiştir. Böylece elde edilen bu sistem sayısal kesme yöntemi ile istenen doğrulukta çözümlenerek çeşitli saçılma mekanizmalarının incelenmesi yapılmıştır. Bu saçıcılara dair yüzeylerdeki akım yoğunluğu, bu yüzeylerden saçılan alanın varlığındaki yakın ve uzak alan dağılımı ve çözülen ikinci türden lineer denklem sistemine ait ters almaya karşı duyarlılık tezde ele alınan yüzeyler için sayısal sonuçlar bölümünde, bazıları bilinen bazı sonuçlar ile karşılaştırılarak grafikler ile verilmiştir. Sonuçların fiziksel olarak güvenilir ve yöntemin sayısal olarak etkinliği bu sonuçlar aracılığı ile gösterilmiştir.

## EK: Fourier ve Fourier-Chebyshev Katsayılarının Sayısal Hesabı

### ○ 1 boyutlu Fourier katsayılarının hesabı

Aşağıdaki Fourier dönüşüm çiftini ele alalım:

$$F(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m e^{im\theta} \quad ; \quad f_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} F(\theta) e^{-im\theta} d\theta \quad (2.43)$$

Katsayı bulurken hesaplanması gereken (2.43) integrandını  $\theta \in [-\pi, \pi]$  eşit aralıkta olacak biçimde örnekleyerek aşağıdaki Gauss hesap formülü kurulabilir. Örnekleme sayısı (N) istenilen katsayısı miktarına bağlı örtüşme olmayacak şekilde seçilmelidir.

$$f_m = \frac{1}{2N} \sum_{i=-N}^{N-1} f(\theta_i) e^{-im\theta_i} \quad (2.44)$$

### ○ 1 boyutlu Fourier-Chebyshev katsayılarının hesabı

Aşağıdaki Fourier-Chebyshev dönüşüm çiftini ele alalım:

$$F(u) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \hat{T}_n(u) \quad ; \quad f_n = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} F(u) \hat{T}_n(u) du \quad (2.45)$$

$[-1,1]$  aralığındaki katsayı integrali için ilgili Gauss hesap formülünü kullanabiliriz. Örnekleme noktaları ilgili Chebyshev polinomunun  $[-1,1]$  aralığındaki kökleridir ve şu formül aracılığı ile verilir:

$$u_i = \cos\left(\frac{\pi}{N} \cdot (i + 0.5)\right) \quad (2.46)$$

Bu noktaları kullanarak kurulan Gauss hesap formülü ise şu biçimdedir:

$$f_n = \frac{\pi}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F(u_n) \hat{T}_n(u) \quad (2.47)$$

○ **2 boyutlu Fourier ve Fourier Chebyshev katsayılarının öz ve etkileşim durumlarında hesabı**

(2.11)'deki öz Fourier ve Fourier-Chebyshev katsayılarının ve (2.19)'deki etkileşim katsayılarının hesabındaki benzeşikliği sınıflandıracak olursak, fonksiyon açılımının ve ilgili katsayılarla ilişkin integrallerin yapılarının şu biçimde olacağını görürüz:

$$\tilde{F}(\xi, \zeta) = \sum_{m=\alpha}^{\hat{\alpha}} \sum_{n=\beta}^{\hat{\beta}} \tilde{f}_{mn} A_m(\xi) B_n(\zeta), \quad \xi \in [a, \hat{a}], \quad \zeta \in [b, \hat{b}] \quad (2.48)$$

$$\tilde{f}_{mn} = \int_b^{\hat{b}} C(\zeta) I_A(\zeta) B_n(\zeta) d\zeta, \quad I_A(\zeta) = \int_a^{\hat{a}} C(\xi) \tilde{F}(\xi, \zeta) A_m(\xi) d\xi$$

(2.48)'da görülen integraller önceki bölümde anlatılan 1 boyutlu formülleri uygulayarak hesaplayabilmek için ilgili çift katlı integrallerin gruplanmasıdır. Bu durumda (2.48)'deki yapıda uygun fonksiyonların seçilmesi ile 2 boyutlu Fourier ve Fourier Chebyshev katsayılarının öz ve etkileşim durumlarında hesabı gerçekleştirilebilir ve bu seçim aşağıdaki tabloda verilmiştir:

	Öz-Kapalı	Öz-Açık	Etkileşim
$A_m(\xi)$	$e^{im\xi}$	$\hat{T}_m(\xi)$	$\hat{T}_m(\xi)$
$\alpha$	$-\infty$	0	0
$\hat{\alpha}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$a$	$-\pi$	-1	-1
$\hat{a}$	$\pi$	1	1
$C(\xi)$	$1/2\pi$	$1/\sqrt{1-\xi^2}$	$1/\sqrt{1-\xi^2}$
$B_n(\zeta)$	$e^{in\zeta}$	$\hat{T}_n(\zeta)$	$e^{in\zeta}$
$\beta$	$-\infty$	0	$-\infty$
$\hat{\beta}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$b$	$-\pi$	-1	$-\pi$
$\hat{b}$	$\pi$	1	$\pi$
$C(\zeta)$	$1/2\pi$	$1/\sqrt{1-\zeta^2}$	$1/2\pi$

## KAYNAKLAR

1. R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods", Macmillan, 1968.
2. G.C. Hsaio and R.E. Kleinman, "Mathematical Foundations for Error Estimation in Numerical Solutions of Integral Equations in Electromagnetics" IEEE Trans. Antennas & Propagation, 45(3), pp. 316 - 328, 1997.
3. S.S. Vinogradov, P.D. Smith & E.D. Vinogradova, Canonical Problems in Scattering and Potential Theory. Part I: Canonical Structures in Potential Theory, Part II: Acoustic and Electromagnetic Diffraction by Canonical Structures, Chapman & Hall/CRC Press, 2002.
4. A. Y. Poyedinchuk, Y. A. Tuchkin, and V. P. Shestopalov, "New numerical-analytical methods in diffraction theory", Mathematical and Computer Modeling, vol 32, no 9, pp: 1029-1046, Nov. 2000.
5. R. Mittra and SW. Lee, Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves, Macmillan, 1971.
6. N.S. Bakhvalov, Numerical Methods (in Russian), Nauka, Moscow, 1975.
7. J.H. Wilkinson, The Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford, 1965.
8. L.V. Kantorovich and G.P. Akilov, Functional Analysis (in Russian), Nauka, Moscow, 1977.
9. A.N. Kolmogorov and S.V. Fomin, Elements of Function Theory and Functional Analysis (in Russian), Nauka, Moscow, 1976.
10. C.A.J. Fletcher, Computational Galerkin Method, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
11. D.E. Knuth, The Art of Computer Programming, Volume 2, Seminumerical Algorithms, Addison-Wesley, 1969.

12. S.G. Krein, *Linear Equations in Banach Spaces (in Russian)*, Nauka, Moscow, 1971.
13. Z.S. Agranovich, V.A. Marchenko and V.P. Shestopalov, "Electromagnetic Wave Diffraction by Plane Metal Gratings" (in Russian), *Zhurnal Z'ekhnich. Fiziki* 32 (4), 381-394, 1962.
14. V.P. Shestopalov, *Riemann-Hilbert Problem Method in Theory of Electromagnetic Wave Diffraction and Propagation (in Russian)*, Kharkov Universiti Publishing, Kharkov, 1971.
15. V.P. Shestopalov, *Series Equations in Contemporary Diffraction Theory (in Russian)*, Naukova Dumka, Kiev, 1983.
16. Yu.A. Tuchkin, "Wave Scattering by an Open Cylindrical Screens of Arbitrary Profile with the Dirichlet Coundary Calue Condition", *Soviet Physics Doclady* 30, 1027-1030, 1985.
17. Yu.A. Tuchkin, "Wave scattering by an Open Cylindrical Screens of Arbitrary Profile with the Neumann Boundary Value Condition", *Soviet Physics Doclady* 32, 213-216, 1987.
18. A.N. Tikhonov and A.A. Samarskiy, *Equations of Mathematical Physics (in Russian)*, Nauka, Moscow, 1977.
19. V. P. Shestopalov, Y. A. Tuchkin, A. Y. Poyednichuk and Y. K. Sirenko, "*Novel Methods for Solving Direct and Inverse Problems of Diffraction Theory, vol 1: Analytical Regularization of Electromagnetic Boundary Value Problems*" Kharkov: Osnova, 1997 (in Russian).
20. H. Yigit, F. Dikmen, O.A. Suvorova, Y. A. Tuchkin, "*Rigorous Solution By Analytical Regularization Method To The Problem Of 2D E-Polarized Wave Diffraction By A Set Of PEC Surfaces*" *Computational Electromagnetics International Workshop, 2009. CEM 2009*, pp: 65-68, 20-23 July 2009, DOI:10.1109/CEM.2009.5228107

21. H. Yigit, F. Dikmen, O.A. Suvorova, Y. A. Tuchkin, “*Rigorous Solution By Analytical Regularization Method To The Problem Of 3D TM-Phi Wave Diffraction By A Set Of Axially Symmetrical Annular PEC Surfaces*” Mediterranean Microwave Symposium, 25-27 August 2010
22. A. F. Nikiforov, V. B. Uvarov, *Special Functions of Mathematical Physics*, Birkhäuser, 1988 (Translated from Russian by R. P. Boas)
23. F. Dikmen, *Eksenel Simetrikli Sonsuz İnce Yassı Dairesel Halka Sisteminden Elektromagnetik Dalgaların Kırınımı*, Doktora Tezi, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Bölümü, 2004
24. Y. A. Tuchkin, “Regularization of Boundary Value Problem of Wave Diffraction by Toroidal Screen of Arbitrary Profile”, İçinde olduğu kitap: *Electrodynamics of open structure of milimeter and sub-milimeter wave range*, Publishing house of IRE Acad. Sci. The Ukraine, USSR, Kharkov, 1990 (Rusça).
25. F. Dikmen, E. Karaçuha, Y.A. Tuchkin, “Scalar Wave Diffraction by a Perfectly Soft Infinite Thin Circular Ring”, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, v. 9, no: 2, pp:199–219, 2001
26. E. Özkan, F. Dikmen, Y. A. Tuchkin, “Scalar Wave Diffraction by Perfectly Soft Circular Cylinder of Finite Length; Analytical Regularization Method”, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, v. 10, no: 3, pp:459–472, 2002
27. F. Dikmen, Y. A. Tuchkin, “Analytical Regularization Method for electromagnetic wave diffraction by axially symmetrical thin annular strips”, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, v. 17, no: 2, pp:107–124, 2009
28. C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. Wiley, 1989
29. K. Umashankar and A. Taflove, *Computational Electromagnetics*, Artech House Publishers, 1993

30. H. Oraizi and S. Hosseinzadeh, "Radio-Wave-Propagation Modeling in the Presence of Multiple Knife Edges by the Bidirectional Parabolic-Equation Method" IEEE Transactions On Vehicular Technology, Vol. 56, No. 3, May 2007.
31. J. Gielis, A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes. Amer. J. Botany 93:333–338. 2003

## ÖZGEÇMİŞ

Hüseyin YİĞİT 1985 yılında Aydın'da dünyaya geldi. Lise öğrenimini Aydın Fen Lisesi'nde bitirdi. 2003 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü'nde başladığı lisans eğitimini 2008 yılında tamamladı. Aynı yıl Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği'nde yüksek lisans öğrenimine başladı. Ayrıca Ocak 2009'den bu yana araştırma görevlisi olarak G.Y.T.E. bünyesinde çalışmaktadır.