

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

3-BOYUTLU BİR CİSMİN SAYISAL
HOLOGRAMINDAN UZAYSAL IŞIK
MODÜLATÖRÜ KULLANILARAK OPTİKSEL
HOLOGRAFİK GÖRÜNTÜSÜNÜN ELDE
EDİLMESİ

DUYGU ÖNAL TAYYAR
DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

GEBZE
2013

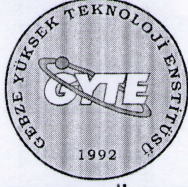
T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

3-BOYUTLU BİR CİSMİN SAYISAL
HOLOGRAMINDAN UZAYSAL IŞIK
MODÜLATÖRÜ KULLANILARAK
OPTİKSEL HOLOGRAFİK
GÖRÜNTÜSÜNÜN ELDE EDİLMESİ

DUYGU ÖNAL TAYYAR
DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
PROF. DR. F. NECATİ ECEVİT

GEBZE
2013



GEBZE YÜKSEK
TEKNOLOJİ
ENSTİTÜSÜ

DOKTORA JÜRİ ONAY FORMU

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri/~~Sosyal Bilimler~~ Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 15/06/2012 tarih ve 2012/22 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 03/06/2013 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Duygu ÖNAL TAYYAR'ın tez çalışması Fizik Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(TEZ DANIŞMANI) : Prof. Dr. F. Necati ECEVİT

ÜYE : Prof. Dr. S. Eren SAN

ÜYE : Prof. Dr. Mirhasan SEYİTSOY

ÜYE : Doç. Dr. Zehra SARAÇ

ÜYE : Doç. Dr. Serkan AKSOY

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri/~~Sosyal Bilimler~~ Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu tezde amaç, şeffaf olmayan ve dağıtkan (diffuse) bir yüzeye sahip 3 boyutlu bir cismin sayısal genlik hologramını Fourier hologram yöntemi ile CCD'ye (charge coupled device) kaydetmek ve bu sayısal hologramın sadece faz bilgisini kullanarak, cismin görüntüsünü hem sayısal hemde optiksel olarak yeniden elde etmektir. Bu sayısal hologramın üzerindeki 3B cismin faz bilgisi Sürekli Dalgacık Dönüşümü (Continuous Wavelet Transform,) yöntemi ile hesaplandı ve cismin 3B görüntüsünün yeniden oluşturulmasını sağlayan sayısal faz hologram elde edildi. Hesaplanan sayısal faz hologram ve CCD'ye kaydedilen genlik hologram ile önce cismin görüntüsü, sayısal ardından Uzaysal Işık Modülatörü'ne gönderilerek optiksel olarak yeniden oluşturuldu. Elde edilen sayısal görüntülerin kırınım verimlilikleri ve 3B optiksel görüntülerin parlaklıkları karşılaştırıldı. Sürekli Dalgacık Dönüşümü ile hesaplanan faz hologramdan elde edilen sayısal görüntü düzleminin kırınım verimliliği genlik hologramıninkinden yaklaşık iki kat fazla, optiksel elde edilen görüntünün ise iki kat daha parlak olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Hologram, Fourier optik, Sayısal Fourier hologram, faz hologram, Sürekli Dalgacık Dönüşümü

SUMMARY

The aim of this thesis is to record a digital hologram of 3 dimension diffuse object onto CCD (charge coupled device) using Fourier holography method. The 3D object is reconstructed both numerically and optically using the only phase information of this digital hologram that is calculated with Continuous Wavelet Transform (CWT) algorithm. Optically reconstruction is performed by sending calculated phase hologram to the Spatial Light Modulator. Diffraction efficiencies of numerically reconstructed images and brightness of optically reconstructed images are compared. As a result, it is observed that diffraction efficiency of the digital phase hologram calculated by CWT is two times larger than digital amplitude hologram's. Hence, brightness of the reconstructed image is two times greater than the digital amplitude hologram's.

Keywords: Hologram, Fourier optic, digital Fourier hologram, phase hologram, Continuous Wavelet Transform

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmamda, bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan ve danışmanım olan hocam Prof. Dr. F. Necati ECEVİT'e çok teşekkür ederim.

Deneysel ve makale yazım aşamalarında yardımını esirgemeyen hocam Doç. Dr. Zehra SARAÇ'a sonsuz teőekkürler.

Bu konu ile tanışmama vesile olan arkadaşım Dr. Ali Dursun'a ve tez izleme jürimde bulunan hocam Prof. Dr. S. Eren SAN'a çok teşekkür ederim.

Benden maddi manevi desteklerini esirgemeyen sevgili aile fertlerime, annem Sırriye Önal'a, babam Bilgin Önal'a, eşim İsmail Tayyar'a ve biricik oğlum Ediz'e sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca, 107T369 numaralı projeye maddi desteğinden dolayı Tübitak kurumuna teőekkürler.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iii
SUMMARY	iv
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. HOLOGRAFİ ve TEMEL PRENSİPLERİ	5
2.1. Işığın Fiziksel Modeli	5
2.2. Dalga Cephesi	8
2.2.1. Düzlem Dalga	8
2.2.2. Küresel Dalga	9
2.3. Şiddet	9
2.4. Girişim	10
2.5. Skaler Kırınım Teorisi	13
2.5.1. Fresnel-Kirchhoff Kırınım Formülü	14
2.5.2. Fresnel Yaklaşımı	16
2.5.3. Fraunhofer Yaklaşımı	18
2.6. Fourier Optik	19
2.6.1. Fourier Dönüşümü	20
2.6.2. Fourier Dönüşümün Özellikleri	21
2.6.3. Ayrık Fourier Dönüşümü	23
2.7. Merceğin Fourier Dönüşüm Özelliği	24
2.8. Holografi	26
2.8.1. Hologram Kaydetme	27
2.8.2. Optiksel Görüntüyü Yeniden Oluşturma	29
2.9. Sayısal Holografi	31
2.9.1. Sayısal Merceksiz Fourier Holografi	33

2.9.2. Sayısal Hologram Kayıt Ortamı: CCD	36
2.9.3. Sayısal Holografide Uzaysal Frekans	38
2.9.4. Sayısal Holografide Kullanılan Deneysel Düzenekler	39
2.9.5. Sayısal Holografide Görüntünün Optiksel Elde Edilmesi	41
3. SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ İLE FAZ HESABI	43
3.1. Dalgacık Dönüşümü	43
3.2. Sürekli Dalgacık Dönüşümü	46
3.3. Morlet Dalgacığı	49
3.4. Hologramın Faz Bilgisinin Dalgacık Dönüşümü ile Hesaplanması	53
4. SAYISAL HOLOGRAMIN NÜMERİK VE OPTİKSEL OLARAK YENİDEN ELDE EDİLMESİ	59
4.1. 3B 'lu cismin Merceksiz Fourier Hologram Kaydı ve Görüntüsünün Oluşturulması için Yapılan Simülasyon	60
4.2. Sayısal Hologramı Kaydedilen Cismin Görüntüsünün Sayısal ve Optiksel Olarak Yeniden Elde edilmesi	66
4.2.1. Merceksiz Fourier Sayısal Hologram Kaydı	66
4.2.2. Görüntünün Hologram Şiddetinden Sayısal Olarak Elde Edilmesi	67
4.2.3. Görüntünün SDD ile Hesaplanan Faz Bilgisi ile Sayısal Olarak Elde Edilmesi	70
4.3. Sayısal Hologramdan Görüntünün Optiksel Olarak Elde edilmesi	74
4.3.1. Sıvı Kristal Uzaysal Işık Modülatörünün (LCSLM) Kalibrasyonu	74
4.3.2. Genlik ve Faz Hologram Kullanılarak Görüntünün Optiksel Olarak Elde Edilmesi	78
5. TARTIŞMA ve SONUÇ	83
KAYNAKLAR	88
ÖZGEÇMİŞ	92

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler ve</u>	<u>Açıklamalar</u>
<u>Kısaltmalar</u>	
∇^2	: Laplaca operatörü
λ	: Dalga boyu
ω	: Açısal frekans
ϵ_0	: Boş uzayın dielektrik sabiti
$\psi(x)$: Ana dalgacık fonksiyonu
φ	: Faz
φ_c	: Cismin fazı
φ_R	: Referansın fazı
ζ	: Kırınım verimliliği
a	: Dalganın genliği
b	: Öteleme parametresi
c	: Işık hızı
\mathbf{E}	: Elektrik alan vektörü.
E_C	: Cisim dalgasının kompleks genliği
E_R	: Referans dalgasının kompleks genliği
I	: Şiddet
k	: Dalga sayısı
DD	: Dalgacık Dönüşümü
FFT	: Hızlı Fourier Dönüşüm
KZFD	: Kısa Zamanlı Fourier Dönüşüm
SDD	: Sürekli Dalgacık Dönüşümü

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
2.1: İki düzlem dalğanın girişimi.	13
2.2: Huygens prensibi.	14
2.3: Fresnel-Kirchhoff formülasyonu geometrisi.	15
2.4: Kırınım geometrisi.	16
2.5: Optiksel Fourier dönüşüm.	26
2.6: Hologram kayıt düzeneği.	28
2.7: Cisim dalgasının referans dalgası ile elde edilmesi.	30
2.8: Cisim dalgasının referans dalgasının eşleniği ile elde edilmesi.	30
2.9: Sayısal hologram kaydını gösteren basit bir düzenek.	31
2.10: Hologram ve görüntü düzlemlerinin koordinat ekseninde gösterimi.	32
2.11: Fourier hologram için basit bir deneysel düzenek gösterimi.	33
2.12: a) Hologram düzleminde görülen girişim saçakları, b) x eksenini boyunca saçakların şiddet değişimi.	34
2.13: CCD'nin piksel dizisi.	37
2.14: Sayısal hologram için deney düzenekleri.	40
2.15: LCSLM'nin genel bir yapısı.	42
3.1: KZFD'de a) dar, b) geniş pencere için Konum (zaman)-Frekans çözünürlük penceresi.	44
3.2: Çeşitli dalgacık fonksiyonu örnekleri. a) Gaussian dalgacığı, b) Meksikalı şapkası dalgacığı (Maxican hat), c) Shannon dalgacık, d) Morlet dalgacık.	45
3.3: DD'de Konum (zaman)-Frekans çözünürlük penceresi.	46
3.4: a) Morlet dalgacık fonksiyonu, , düz çizgi gerçek, kesikli çizgi sanal kısmı göstermektedir. b) f uzayındaki analiz Morlet dalgacığı.	50
3.5: a) 1, b) 2, c) 3 ölçek değerlerine sahip Morlet dalgacığı.	51
3.6: a) 1, b) 2, c) 3 öteleme değerlerine sahip Morlet dalgacığı.	52
3.7: SDD kullanılarak modüle edilmiş girişim deseninin analizi.	57
4.1: Faz hesaplanmadan direk sayısal hologramın şiddet, $I(x', y')$, bilgisi kullanılarak görüntünün elde edilme aşaması.	59
4.2: SDD ile sayısal hologramın fazı hesaplanarak ve sadece bu faz,	

$\varphi(x', y')$, bilgisi kullanılarak görüntünün elde edilme aşaması.	60
4.3: a) Cisim, b) Cismin hesaplanan LF hologramı.	62
4.4: a) 'F' harfinin sayısal olarak elde edilen görüntüsü, b) 'F' harfinin şiddet dağılımının 3B'lu görüntüsü, c) Şekil 4.2(b)'nin 60.satırın şiddet dağılımı.	63
4.5: 'F' harfinin simule edilen hologramının faz bilgisi kullanılarak elde edilen görüntüsü. a) 1-B CWT ile hesaplanan faz, b) elde edile F'nin görüntüsü,	64
c) 'F' harfinin şiddet dağılımının üçboyutlu görüntüsü, d) Şekil 4.3.c)'nin 60.satırın şiddet dağılımı.	65
4.6: Sayısal Fourier Hologram deney düzeneği.	66
4.7: Sayısal hologramı çekilen çiçeğin fotoğrafı.	67
4.8: CCD'ye kaydedilen sayısal hologram deseninin, $I(x, y)$, bir kısmı.	67
4.9: Hologram şiddeti kullanılarak, FFT ile sayısal olarak yeniden oluşturulan logaritmik görüntü.	68
4.10: Şekil 4.6'da logaritmik görüntü üzerinde alınan köşegen bir hat boyunca elde edilen şiddet değişimi. a) 1-1600 piksel, b) 1-900 piksel aralığı.	69
4.11: a) Fourier düzleminde sayısal olarak elde edilen görüntünün 0-255 gri seviyeli olarak gösterimi, b) +1. mertebeli görüntünün 3B'lu şiddet dağılımı.	70
4.12: SDD ile hesaplanan faz hologram.	71
4.13: a) Faz hologram kullanılarak, FFT ile sayısal olarak yeniden oluşturulan logaritmik görüntü, b) Şekil 3.13'deki logaritmik görüntü üzerinde alınan köşegen bir hat boyunca elde edilen şiddet değişimi	72
4.14: a) Fourier düzleminde sayısal olarak elde edilen görüntünün 0-255 gri seviyeli olarak gösterimi, b) görüntünün 3B'lu şiddet dağılımı.	73
4.15: Optiksel yeniden oluşturma için kullanılan deneysel düzenek, FM, Fourier mercek.	74
4.16: a) LCSLM'nin ekranı, b) güç birimi.	75
4.17: Faz kaymasının düzeltilmesi için kurulan deneysel düzenek.	76
4.18: LCSLM den yansıyan ışınlarla elde edilen girişim deseni.	76
4.19: 442 nm dalgaboyunda düzeltme yapılmadan 0-255 gri seviye	

aralığındaki girişim saçaklarının faz kayması.	77
4.20: 2.11V (aydınlık)-0.90 V (karanlık) için ölçülen ve istenen faz kayması grafiği.	77
4.21: 2.11V (aydınlık)-1.39 V (karanlık) için ölçülen ve istenen faz kayması grafiği.	77
4.22: 442 nm dalgaboyunda düzeltme yapıldıktan sonra 0-255 gri seviye aralığındaki girişim saçaklarının lineer faz kayması.	78
4.23: İki farklı voltaj değerleri için 0-255 gri seviye değişimine bağlı şiddet değişimi.	78
4.24: SLM kullanarak, (a) Doğrudan hologram şiddet dağılımından, (b) faz hologramdan optiksel olarak elde edilen görüntüler.	79
4.25: SLM kullanarak, a) Doğrudan hologram şiddet dağılımından, b) Faz hologramdan 0.terim engellenerek optiksel olarak elde edilen görüntüler.	80
4.26: SLM kullanarak, a), Doğrudan hologram şiddetinden optiksel olarak elde edilen görüntünün şiddet dağılımı, b) sadece çiçeğin olduğu bölgenin gösterimi.	81
4.27: SLM kullanarak, a) faz hologramdan optiksel olarak elde edilen görüntünün şiddet dağılımı, b) sadece çiçeğin olduğu bölgenin gösterimi.	82
5.1: Gerçek zamanlı 3B optiksel görüntü elde edilmesi için kurulan deney düzeneği.	84
5.2: Pandanın fotoğrafı.	85
5.3: a) Hologramın şiddet bilgisi ve b) SDD ile hesaplanan faz hologram kullanılarak hesaplanan sayısal görüntüler.	85
5.4: a) Genlik-hologramdan, b) faz-hologramdan SLM aracılığı ile elde edilen optiksel görüntüler.	86
5.5: Siyah bir ekran üzerine düşürülen optiksel görüntüler. a) genlik hologramdan, b) faz hologramdan.	86

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo No:

Sayfa

4.1: F harfi ve çiçek cisimleri için elde edilen kırınım verimlilikleri

74

1. GİRİŞ

Günümüzün gelişen teknolojisiyle bilginin üç-boyutlu (3B) algılanması, işlenmesi, iletimi ve görüntülenmesi birçok alanda çok önemli hale gelmiştir; tıpta, eğitimde, çoklu ortam ekranlarında, 3B TV. Bu nedenle son yıllarda 3B görüntüleme, ekran ve işleme konularında araştırmalar hız kazanmıştır ve 3B teknoloji dilimiz yerleşmiştir. 3B söz konusu olduğunda en popüler teknik holografidir. Holografide 3B cisimler hiçbir bilgi kaybı olmadan fotografik bir filme kaydedilebilir ve yine bilgi kaybı olmadan 3B-görüntüleri elde edilebilir. Holografi, 1948 yılında Dennis Gabor tarafından bir dalganın genlik ve fazının kaydedilip ardından bu dalganın tekrar oluşturulması ile başlamış ve gelişerek günümüze kadar gelmiştir [Gabor, 1949].

Bir cismin holografik olarak depolanması başka bir deyişle hologram, cisimden saçılan dalga (cisim dalgası) ile referans dalga olarak adlandırılan eşfazlı bir ışık kaynağının girişim deseninin fotografik bir filme kaydedilmesidir. Artık bu film girişim saçakları ile kodlanmış cisime ait 3B'lu bilgiyi taşımaktadır. Bu girişim saçaklarının uzaysal frekansı çok yüksek olduğundan insan gözü ile görmek mümkün değildir. Hologram tekrar referans dalga ile aydınlatıldığında cisim dalgası elde edilebilir. Sonuçta, gözlemci cismin 3B'lu görüntüsünü cisime ait tüm ayrıntıları ile görür

Gabor'un orjinal deney düzeneğinde, ışığı geçiren bir cisim düzlem dalga ile aydınlatılır. Bu durumda cisim dalgası ve referans dalga aynı düzlemedir. Bu hologram referans dalga ile aydınlatıldığında, gerçek görüntü, referans dalanın kırınımına uğramamış alanı ve ikinci görüntü (sanal görüntü) aynı düzlemde üstüste oluşur. Bu problem, eksen dışı (off-axis) referans dalga kullanımı ile Leith ve Upatnieks tarafından düzeltilmiştir [Leith and Upatnieks, 1962]. Böylece iki görüntü (gerçek ve sanal) ve kırınımına uğramamış olan alan uzaysal olarak birbirinden ayrılmıştır.

Bilgisayar teknolojisi gelişimi ile kayıt ve kaydedilen bilginin oluşturulması işlemlerinin hesaplanmasını sağladı. Böylece sayısal metotlarla yapay hologramlar üretildi ve bu hologramlara bilgisayar tasarımı hologramlar denildi. Ardından, bu hologramlarda kayıtlı olan bilgi optiksel olarak da oluşturuldu. [Lee, 1978], [Bryngdahl and Wyrowski, 1990].

Hologramda kayıtlı olan bilginin sayısal olarak oluşturulması ise Goodman [Goodman and Lawrence, 1967] ve Yaroslavskii ile başlamıştır [Kronrod, 1972]. Onural ve Scott sayısal algoritma geliştirerek, parçacık ölçümleri için bu metodu kullandılar [Onural, 1987]. Ardından Haddad ve arkadaşları Fourier hologramda kayıtlı bilginin sayısal olarak oluşturulması işlemine dayanan bir holografik mikroskop tanımladı [Haddat, 1992].

Günümüzde, yüksek çözünürlüklü Sayısal Görüntü Dedektörlerinin (CCD) gelişimi 3B cisimlerin yada optiksel dalga alanlarının sayısal olarak kaydedilmesi ve bilgisayar ortamında sayısal olarak görüntülerinin oluşturulması sağlanmıştır. Schnars ve Jüptner'in Fresnel hologramları direk CCD'ye kaydetmesi bu konuda atılan en önemli adım olmuştur [Schnars and Jüptner, 1994]. Böylece hologramlar fotografik kayıt olmaksızın tamamen sayısal olarak kaydedilip, kayıtlı bilgi yeniden elde edilebilmiştir. Bu hololografi tekniğine Sayısal Holografi denir. Schnars ve Jüptner sayısal holografıyı girişim ölçme (interferometri) işlemine uygulamışlardır. Kaydedilen ışık dalgalarının faz bilgilerinin direk olarak sayısal hologramdan hesaplanabileceğini göstermişlerdir [Schnars, 1994].

Sayısal holografi birçok optiksel interferometrik ölçüm tekniklerinin gelişmesine sebep olmuştur. Örneğin, faz-kaydırmalı holografi ile kaydedilen ışık dalgalarının fazı hesaplanabildi.

90'lı yılların ortalarından günümüze sayısal holografi gelişerek birkaç ölçme işlemine uygulanmıştır. Bunlardan en önemlileri;

- deneysel ve hesaplama tekniklerinin gelişimi [Cucho, 1999],[De Nicola, 2001],[Pedrini, 1999],
- yüzey ve deformasyon ölçümlerine uygulamalar [Osten, 2001], [Wagner, 2000],
- faz kaydırmalı sayısal holografının gelişimi [Yamaguchi, 1997],
- görüntüleme, mikroskopi ve parçacık izleme uygulamaları [Adams, 1997], [Cucho, 1999],
- ışığı geçiren ortamların kırılma indisi, sıcaklık yada konsantrasyon değişimlerinin ölçümü [Owen, 2002],
- bilgi şifreleme uygulamaları [Lai, 2000],

- Uzaysal ışık modülatörleri (Spatial Light Modulator, SLM) kullanılarak sayısal hologramlarda kayıtlı olan bilginin (ör, 3B bir cisim) optiksel olarak oluşturulmasıdır [Kreis, 2001].

Bu tez çalışması, sıvı kristal SLM ile 3B'lu bir cismin görüntüsünün optiksel olarak oluşturulmasına dayanmaktadır.

Sayısal holografide optiksel dalga alanına ait tüm bilgi yani hem genliği hemde fazı sayısal olarak CCD'ye kaydedilir. Kaydedilen hologramın (girişim deseninin) fazı hesaplanarak faz hologram elde edilebilir. Bu faz hologram, ışık dalgasının sadece fazını modüle eden SLM'ler kullanılarak farklı bir yerde gerçek zamanda yada farklı bir zamanda dalga alanı optiksel olarak yeniden elde edilebilir. [Gopinathan, 2008] [Monaghan, 2009]. Faz hologram kullanımı ile uzaysal filtreleme yapmadan sıfırncı terim ve eşlenik görüntü terimleri elimine edilebilir [Cucho, 2000]. Ayrıca, faz hologramı kullanarak, gelen alan enerjisinin (ışık şiddeti) hologram tarafından bir kayba uğramadan aktarılması sağlanır. [Yaroslavsky, 2004].

Faz-hologram isteniyorsa hologramın girişim deseninin fazı hesaplanarak SLM'ye gönderilmelidir. Literatürde sayısal olarak kaydedilen hologramın direk kendisinin SLM'ye gönderilmesi ile yapılan çalışmalar mevcuttur [Zheng, 2009], [Sutkowski, 2000]. Sayısal hologramın faz bilgisi faz-kaydırma (phase-shifting method) yöntemi ile hesaplanarak, optiksel görüntü elde edilebilir [Matoba, 2002]. Fakat faz-kaydırma yöntemi birden çok hologram gerektirdiğinden gerçek-zamanlı sonuç alınması yeterince verimli değildir. Sayısal hologramlardan görüntünün sayısal olarak elde edilmesi de mümkündür. En çok kullanılan yöntemler Fresnel kırınım integral metod [Cucho, 1999], açısal spektrum [Yu, 2005] ve faz -kaydırmadır [Ymaguchi, 1997]. Burada sıfırncı terimin (kırınımına uğramayan alan) ve ikinci görüntünün filtrelenmesi için Fresnel integral ve açısal spektrum yöntemlerinde fazlardan uzaysal filtreleme yapılması gerekmektedir.

Bir projektör aracılığı ile 3B'lu bir cisim üzerine düşürülen girişim saçaklarının faz bilgisi bir-boyutlu ve iki-boyutlu sürekli dalgacık dönüşümleri (SDD) ile hesaplanarak cismin 3B'lu yüzey profilini elde etmek mümkündür[Dursun, 2004], [Gdeisat, 2006]. 1B ve 2B'lu SDD, J. Weng ve arkadaşları tarafından sayısal hologramın faz hesabı için uygulanmıştır [Weng, 2008], [Weng, 2009]. Çalışmalarında, sayısal hologram mikroskopisi ile şeffaf ve ışığı dağıtmayan bir faz-nesnesinin (örneğin soğan zarı) sayısal hologramından hesaplanan faz bilgisinden

cismin 3B'lu yüzey profilini sayısal olarak elde etmişlerdir. Burada cismin görüntüsü sadece faz hologram kullanılarak sayısal ve optiksel olarak elde edilmemiştir.

Bu tezde, sayısal olarak kaydedilen 3B bir cismin hologramının sadece faz bilgisi kullanılarak görüntüsünün hem sayısal hem de optiksel olarak yeniden elde edilmesi amaçlandı. Şeffaf olmayan ve dağıtık (diffuse) bir yüzeye sahip 3B bir cismin sayısal hologramı, merceksiz Fourier hologram deney düzeneği kullanılarak CCD üzerine kaydedildi. Bu sayısal hologramın faz bilgisi 1B-SDD ile hesaplanarak faz hologram elde edildi. Bu faz hologram kullanılarak 3B cismin görüntüsü, sayısal ve SLM aracılığı ile optiksel olarak yeniden elde edildi.

Sonuç olarak, Herhangi bir filtreleme işlemi yapmadan, sıfıncı terim ve eşlenik görüntü elimine edilerek kırınım verimliliği artırıldı. Dolayısı ile, faz hologram kullanımı ile minimum güç kaybı sağlanarak SLM aracılığı ile daha parlak optiksel görüntü elde edildi. Ayrıca, tek bir hologram kaydı ile faz kaydırmalı interferometri yöntemine göre zamansal olarak 4 kat daha hızlı sonuç alınarak gerçek zamanda görüntü oluşumu için zamandan tasarruf sağlandı.

Tezin içeriği:

Bölüm 2'de ilk önce, holografinin fiziksel temelleri ve Fourier optik üzerinde durulmuştur. Ardından hologram kaydı ve hologramın yeniden yapılandırılması ve sayısal hologram, merceksiz Fourier hologram, kayıt ortamı olarak CCD ve optiksel görüntü oluşturulmasında kullanılan SLM'ler ile ilgili bilgi verilmiştir.

Bölüm 3'de, Sürekli dalgacık dönüşümü anlatılmıştır. Merceksiz Fourier holografi yöntemi ile kaydedilen hologramın faz bilgisinin teorik olarak hesabı verilmiştir.

Bölüm 4'de, yapılan sayısal ve deneysel çalışmalar ve sonuçları sunulmuştur.

Bölüm 5'de, sonuçlar karşılaştırılmış ve bu tezin kazanımları sonucu ileride planlanan çalışmalardan bahsedilmiştir.

2. HOLOGRAFI ve TEMEL PRENSİPLERİ

Holografi cisimlerden gelen dalgalarındaki bilgileri belirli bir şekilde depo edip, bu bilgide hiçbir kayıp olmadan tekrar ortaya çıkartmaya yarayan bir tekniktir. Hologram tekniğinde cismin görüntüsü değil, cisim dalgasının kendisi kaydedilir ve bu kayıt uygun şekilde aydınlatıldığında orjinal cisim dalgasını tekrar elde etmek mümkündür. Bir cismin görüntüsünün kaydedilmesi ve görüntünün yeniden oluşturulabilmesi yöntemine “holografi”, içerisinde girişim deseninin bulunduğu kayıt ortamına (film) “hologram” denir. Hologram cisimden gelen dalgaya ait toplam bilgiyi yani hem genlik hem de faz değerlerini kaydeder ve istendiğinde bu kayıt ortamından orjinal dalga yeniden elde edilir.

Holografi adını bu konuda ilk çalışmaları yapan ve 1971 yılında Nobel ödülü kazanan Denis Gabor vermiştir. Gabor, 1947 yılında elektron mikroskobunun çözünürlüğünü geliştirmek amaçlı araştırma yaparken holografinin ilkelerini keşfetmiştir. Bir cisimden yayılan ışıkla ikinci bir eş fazlı referans ışığın girişiminin bir film üzerine kaydedilebileceğini savunmuştur. Bu film aslında bir kırınım ağıdır ve referans ışık kırınım ağından geçerken kırınımına uğrayarak cismin 3B’lu görüntüsünü oluşturur. O tarihlerde eş fazlı ışık kaynağı olan lazer keşfedilmediğinden oldukça kötü kalitede hologramlar yapılmıştı. Hologramlar lazerlerin keşfi ile tam anlamıyla gerçekleştirilebilmiştir. Gabor holografi konusundaki çalışmalarını 18. yüzyılda yaşamış olan Fransız bilim adamı J. B. J. Fourier’in matematiksel hesaplama yöntemine dayandırmıştır.

Yukarıda bahsedildiği gibi, ışığın dalga doğası, girişim, kırınım ve Fourier dönüşüm holografinin fiziksel temelini teşkil etmektedir. Bu bölümde, bu fiziksel temeller üzerinde durulacaktır.

2.1. Işığın Fiziksel Modeli

Işık, elektromanyetik dalga yada foton adı verilen parçacıkların yayılımı olarak tanımlanabilir. Bu iki model her ne kadar birbiri ile çelişmekteyse de, ışığın doğasını tam olarak açıklayabilmek için gereklidir. Işık, maddenin atomik yapısı ile etkileşiyor ise foton gibi davranır ve kuantum optik teori ile açıklanır. Kırılma, kırınım ve girişim olayları ışığın dalga modeli tanımlanır ve klasik elektromanyetik

teori ile açıklanır. Girişim ve kırınım olayları holografının temelini oluşturduğundan bu çalışma için en uygun teori ışığın dalga modelidir. Işık elektromanyetik teoriye göre salınan elektrik ve manyetik alanların yayılımı olarak tanımlanır. Bu alanlar birbirine ve ışığın yayılma yönüne diktir.

Işığın yayılımı Maxwell denklemleri ile elde edilen dalga denklemi ile tanımlanır. Boş uzayda vektörel dalga denklemi

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada, \vec{E} elektrik alan vektörüdür, vakumda ışık hızı c sabittir ve $c=2,99792458.10^8$ m/s'ye eşittir. ∇^2 Laplace operatörü

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.2)$$

ile tanımlanır. (x, y, z) kartezyen koordinatlar, t zamansal koordinat, c ise dalganın yayılma hızıdır.

Yayılım yönüne belli bir açıda titreşen enine dalgalar vektörel olarak ifade edilir. Dalga dikey, yatay veya herhangi bir yönelimde titreşebilir. Bu etki *polarizasyon* olarak tanımlanır. Yalınlık açısından birçok uygulamada elektrik alan vektörünün yalnız bir doğrultudaki bileşeni ele alınır ve bu doğrusal kutuplanmaya karşılık gelir. z - yönünde ilerleyen doğrusal kutuplu ve tek renkli (monokromatik) bir dalga için skaler dalga denklemini ve skaler alanı sırasıyla aşağıdaki gibi,

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3)$$

$$E(z,t) = a \cos(\omega t - kz - \varphi_0) \quad (2.4)$$

yazabiliriz. Burada a dalganın z konumundaki genliği ve λ dalga boyudur. k dalga sayısı

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.5)$$

ile verilir. Açısıl frekans, ω , ve frekans, ν , arasındaki ilişki

$$\omega = 2\pi\nu \quad (2.6)$$

ile verilir. Burada $\nu = c/\lambda$ 'dır. $\varphi = -kz - \varphi_0$ dalganın z konumundaki fazı olarak tanımlanır ve φ_0 faz sabitidir. Dalga denkleminin trigonometrik fonksiyon yerine sanal ifadesini kullanmak birçok hesaplamalarda kolaylık sağlamaktadır. Eşitlik (2.7) ile verilen Euler eşitliği kullanılarak dalga denklemini sanal olarak ifade edilebilir.

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (2.7)$$

burada $i = \sqrt{-1}$ dir. Bu durumda eşitlik (2.4)'ün gerçek kısmı

$$E(z, t) = \Re \left\{ a e^{i(\omega t + \varphi)} \right\} \quad (2.8)$$

yazılabilir. Burada \Re kompleks fonksiyonların gerçek kısmını tanımlamaktadır. Sadece gerçek kısım fiziksel dalgaya karşılık gelir:

$$E(z, t) = a e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (2.9)$$

Sanal gösterimin temel bir avantajı zamansal ve uzaysal terimler ayrılabilmesidir;

$$E(z, t) = a e^{i\varphi} e^{i\omega t} \quad (2.10)$$

Burada eşitlik (2.11) zamandan bağımsız olan çarpan, kompleks genlik olarak isimlendirilir.

$$A(z) = a e^{i\varphi} \quad (2.11)$$

2.2. Dalga Cephesi

Dalganın, yayıldığı ortam içinde aynı fazda salınan parçacıkların oluşturdukları yüzey dalga cephesi olarak adlandırılır. Eşitlik (2.3) ile verilen dalga denkleminin en basit çözümleri düzlem ve küresel dalgalardır.

2.2.1. Düzlem Dalga

Düzlem dalga, bir t zamanında dalga yayılma doğrultusuna dik tüm yüzeylerde sabit faza sahip bir dalgadır. Dalganın uzaysal dağılımını tanımlamak için keyfi bir zaman skalasında $t = 0$ kabul edilebilir.

Üç-boyutlu uzayda $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ dalga vektörü ve uzaysal vektörler $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $t = 0$ anı için tek renkli (monokromatik) düzlem dalga

$$E(\mathbf{r}) = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \phi)} \quad (2.12)$$

yazılabilir. Burada $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{sabittir}$. Bu dalga k doğrultusunda, dalga boyu λ mesafesi sonrası kendini tekrar eder. Bu durum $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda$ kullanılarak konumsal periyodiklik (2.13) eşitliği ile ifade edilebilir.

$$E\left(\mathbf{r} + \lambda \frac{\mathbf{k}}{k}\right) = E(\mathbf{r}) \quad (2.13)$$

Böylece, dalga vektörü doğrultusunda yayılan zamana bağlı düzlem harmonik dalga

$$E(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)} \quad (2.14)$$

ile, dalga vektörünün doğrultusuna ters yönde ilerleyen düzlem harmonik dalga ise,

$$E(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t + \phi)} \quad (2.15)$$

ile ifade edilir.

2.2.2. Küresel Dalga

Çok sık kullanılan diğer bir dalga formu, küresel dalgadır. Her bir küresel yüzey üzerinde faz sabittir.

Küresel dalgalarda, dalga denklemi, polar koordinatlarda (r, θ, ψ) $x = r \sin \theta \cos \psi$, $y = r \sin \theta \sin \psi$, $z = r \cos \theta$ olarak tanımlanır. Küresel simetriden dolayı küresel dalga, θ ve ψ 'ye bağlı değildir. Bu durumda skalar dalga denklemi;

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rE) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = 0 \quad (2.16)$$

ile ifade edilir. Bu denklemin çözümü olan harmonik küresel dalganın elektrik alanı (2.17) denklemi ile ifade edilir.

$$E(r,t) = \frac{A}{r} e^{i(kr - \omega t + \phi)} \quad (2.17)$$

Görüldüğü gibi, genlik A/r , $1/r$ ile orantılı olarak azalır. Ayrıca, küresel dalga merkezden uzaklaştıkça bir düzlem dalgaya yaklaşır.

2.3. Şiddet

Görünür bölgedeki dalga boyu 400 nm (mor) ile 780 nm (kırmızı ötesi), bu dalga boylarına karşılık gelen frekans bölgesi ise 7.5×10^{14} Hz ile 3.8×10^{14} Hz aralığındadır.

Fotodiyotlar, fotografik filmler yada CCD'ler bu tip yüksek frekanları teknik ve fiziksel gerçeklerden dolayı algılayamazlar. Ölçülebilen tek nicelik şiddettir. Şiddet, birim zamanda bir yüzeyden geçen enerji akısıdır. Elektrik alanın karesinin zaman ortalaması ile ifade edilir.

$$I = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle_t \quad (2.18)$$

ε_0 ve c sırasıyla boşluğun dielektrik sabiti ve ışık hızıdır. Bu sabit çarpan Maxwell denklemlerinden gelir. Bir düzlem dalga için eşitlik (2.4) kullanılırsa şiddet ifadesi,

$$I = \varepsilon_0 c a^2 \left\langle \cos^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \phi) \right\rangle_t = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c a^2 \quad (2.19)$$

şeklinde yazılır. Görüldüğü gibi şiddet, genliğin karesi ile orantılıdır. Kompleks gösterimde şiddet, kompleks genliğin modülünün karesi ile hesaplanabilir.

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c |A|^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c A^* A = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c a^2 \quad (2.20)$$

(2.20) eşitliğinde, ‘*’ üstel işareti sanal eşleniği göstermektedir. Bir çok pratik uygulamada $1/2 \varepsilon_0 c$ ihmal edilebilir. Bu durumda şiddet, $I = |A|^2$ formülü ile hesaplanır.

2.4. Girişim

İki yada daha fazla dalganın süper pozisyonuna ‘girişim’ denir. Herbir dalga, $E_m(\mathbf{r}, t)$ dalga denkleminin bir çözümü olarak tanımlanırsa süper pozisyon eşitlik (2.21) ile ifade edilir.

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_m E_m(\mathbf{r}, t) \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

Dalgaboyları eşit, aynı yönde ilerleyen, iki eş fazlı ve tek renkli (monokromatik) dalganın girişimini ele alalım. Dalgaların genlikleri;

$$A_1(x, y, z) = a_1 e^{i\phi_1} \quad (2.22)$$

$$A_2(x, y, z) = a_2 e^{i\phi_2} \quad (2.23)$$

kullanılarak toplam sanal genlik $A = A_1 + A_2$ eşitlik (2.21)'de yerine konulursa şiddet,

$$\begin{aligned}
 I &= |A_1 + A_2|^2 = (A_1 + A_2)(A_1 + A_2)^* \\
 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\
 &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\Delta\varphi)
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

olarak elde edilir. Burada I_1 ve I_2 her bir dalganın şiddeti olup, faz farkı

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \tag{2.25}$$

olarak bilinir. Elde edilen şiddet ifadesi, dalgalar arasındaki faz farkına bağlı girişim terimi, $2\sqrt{I_1I_2} \cos(\Delta\varphi)$, ile her bir dalganın şiddetlerinin toplamına eşittir. Faz farkı eşitlik (2.26)'deki gibi π 'nin tam katları ise şiddet maksimumdur ve bu duruma 'yapıcı girişim' denir.

$$\Delta\varphi = 2n\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{2.26}$$

Eğer faz farkı π 'nin tek katları ise, eşitlik (2.27), şiddet minimumdur ve bu durum da 'yıkıcı girişim' olarak adlandırılır.

$$\Delta\varphi = (2n + 1)\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{2.27}$$

Burada n , girişim saçaklarının mertebesini gösteren tam sayıdır. Girişim deseni, yapıcı ve yıkıcı girişim sonucu olarak aydınlık ve karanlık saçaklardan oluşur.

Şekil 2.1'de iki düzlem dalganın süper pozisyonunu gösteren bir geometri görülmektedir. Girişim deseninde iki maksimum arası mesafe (d) geometrik olarak eşitlik (2.28) ile hesaplanabilir.

$$\sin \theta_1 = \frac{\Delta l_1}{d}; \quad \sin \theta_2 = \frac{\Delta l_2}{d} \tag{2.28}$$

Burada θ_1 ve θ_2 dalga cephelerinin yönelimleri ile ekranın normali arasındaki açılardır. Δl_2 uzunluğu, girişim deseninin maksimum P_1 noktasındaki W_1 dalga cephesi ile W_2 dalga cephesi arasındaki yol farkıdır. Maksimum komşu P_2 noktasında W_1 dalga cephesi ile W_2 dalga cephesi arasındaki yol farkı ise $-\Delta l_1$ 'dir. Bu iki maksimum komşu arasındaki faz farkı bir dalga boyuna eşittir. Bu girişim şartı $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \lambda$ şeklinde yazılabilir ve eşitlik (2.28) ile birleştirilirse;

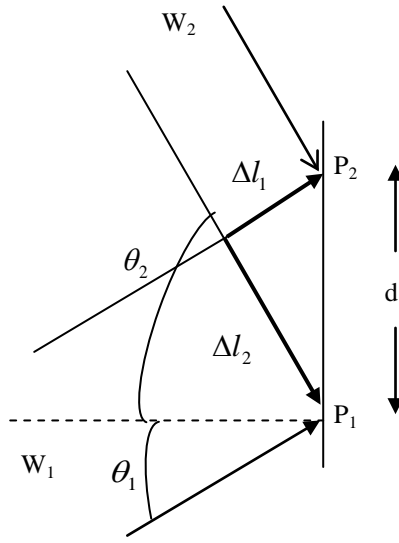
$$d = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2} \quad (2.29)$$

elde edilir. Trigonometrik eşitlikler ve $\theta_1 \approx \theta_2$ durumu için $\cos(\theta_1 - \theta_2)/2 \approx 1$ yaklaşıklığı kullanılırsa iki komşu maksimum arasındaki mesafe eşitlik 2.30'deki gibi elde edilir. Bu eşitlikte, $\theta_1 + \theta_2$ yerine θ yazılmıştır.

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (2.30)$$

Girişim deseni için saçaklar arasındaki mesafe, d , yerine uzaysal frekans, f , kullanılırsa eşitlik (2.31) elde edilir.

$$f = d^{-1} = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.31)$$



Şekil 2.1: İki düzlem dalganın girişimi.

2.5. Skaler Kırınım Teorisi

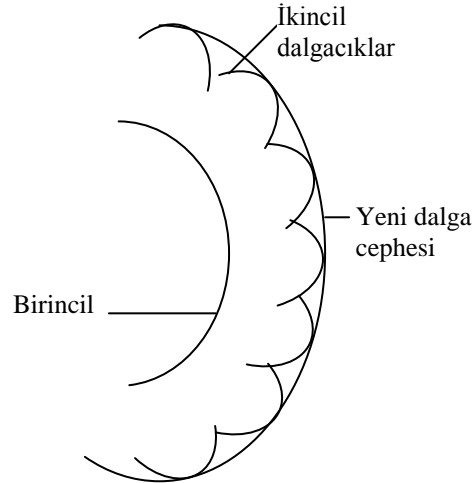
Holografide, hologram olarak kaydedilen ışık alanı, bu hologram tarafından kırınımına uğrayan referans dalga ile optiksel olarak yeniden elde edilir. Bu nedenle yeniden elde edilen alanın tanımlanabilmesi için kırınım olayının mekanizması anlaşılmalıdır.

Işık demetinin, üzerinde delikler olan ışık geçirmeyen bir ekranla yada saydam fakat üzerinde ışık geçirmeyen yapıların olduğu bir ortamla karşılaştığı durumu ele alalım. Engelin boyutu (ışık geçirmeyen ekranda deliklerin çapı yada saydam bir hacim içinde ışık geçirmeyen parçacıkların büyüklüğü) dalgaboyu mertebesinde ise, ışık dağılımı keskin bir şekilde sınırlanır ve gözlem düzleminde aydınlık- karanlık bölgelerin oluşmasına sebep olur. Bu duruma *kırınım* denir. Kırınım ile girişim arasında önemli bir fiziksel ayrım yoktur. Girişim, sonlu sayıda ayrı kaynakların oluşturduğu dalganın üstüste gelmesi durumu iken, kırınım sürekli bir kaynak dağılımının oluşturduğu dalgaların üstüste gelmesi durumudur [Hecht, 2001].

Kırınım ilk olarak, Huygens'ın dalga prensibi ile açıklanmıştır. Bu prensibe göre, bir dalga cephesindeki herbir nokta küresel ikincil bir dalgacık kaynağı gibi davranır (Şekil 2.2). Ardından bu tanım Fresnel tarafından geliştirilmiştir. Bu yeni Huygens-Fresnel prensibine göre kırınım, bir dalga cephesi üzerindeki herbir nokta,

herhangi bir anda esas dalga ile aynı frekansta ikinci bir küresel dalga için bir nokta kaynak gibi davranır. Bu dalganın ilerideki bir noktadaki genliği bu ikincil dalgacıkların bileşkesidir. Ardından G. Kirchhoff doğrudan diferansiyel dalga denkleminin çözümüne dayalı daha kesin bir teori geliştirmiştir [Hecht,2002].

Kırınım düzleminde oluşan alan dağılımını hesaplamak için iki temel matematiksel yaklaşım sözkonusudur. Bunlardan birincisi, ışık dalgasının skaler bir değişken ile tanımlanarak kutuplanma etkilerinin ihmal edildiği durum olan skaler kırınım teori, ikincisi ise elektromanyetik dalgaların vektör özelliklerinden kaynaklanan kutuplanma etkilerinin de hesaba katıldığı vektör kırınım teorisidir. Bu tez temelde Fraunhofer kırınım yaklaşımı ile ilişkili olduğundan skaler yaklaşım ele alınmıştır



Şekil 2.2: Huygens prensibi.

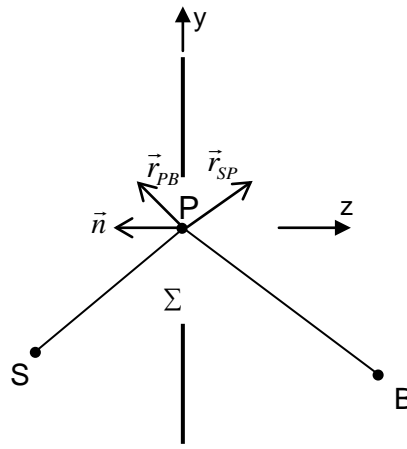
2.5.1. Fresnel-Kirchhoff Kırınım Formülü

Şekil 2.3'de Fresnel-Kirchhoff kırınım formülü için bir geometri verilmiştir. Burada, Σ sonsuz ışık geçirmez bir ekranı, S nokta kaynağın konumunu, P aralıkta herhangi bir noktayı ve B gözlem noktasını göstermektedir. S'den P'ye olan mesafe r_{SP} ve P'den B 'ye olan mesafe r_{PB} . \mathbf{r}_{SP} ve \mathbf{r}_{PB} sırasıyla, bu yönelimlere karşılık gelen birim vektörler ve \mathbf{n} aralığın normalidir. $(\mathbf{r}_{SP}, \mathbf{n})$ ve $(\mathbf{r}_{PB}, \mathbf{n})$ sırasıyla \mathbf{r}_{SP} ve \mathbf{r}_{PB} birim vektörlerinin normal ile yaptığı açığı göstermektedir. Şekil 2.3'deki aralıkta bulunan

P noktası, S noktasındaki bir nokta kaynaktan yayılan bir küresel dalga ile aydınlatıldığı durumu ele alalım [Kreis, 2005].

$$E(P) = \frac{Ae^{ikr_{SP}}}{r_{SP}} \quad (2.32)$$

Sonuç olarak, B gözlem noktasındaki alanı Fresnel- Kirchoff kırınım formülü ile ifade edebiliriz;



Şekil 2.3: Fresnel-Kirchoff formülasyonu geometrisi.

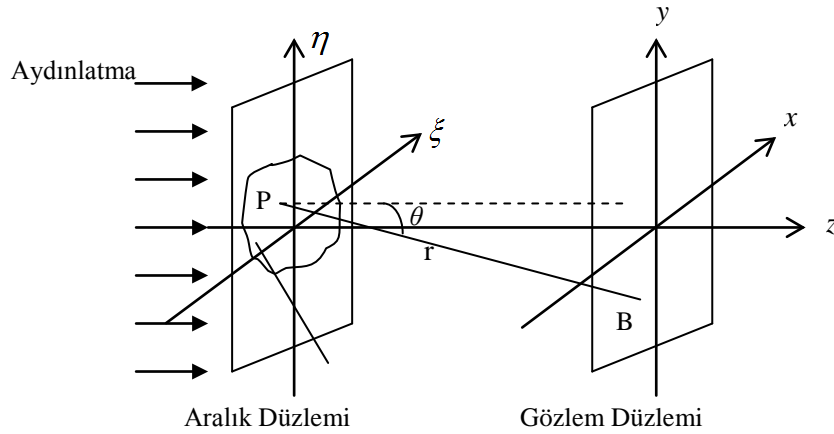
$$E(B) = \frac{iA}{\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{e^{-ik(r_{SP} + r_{PB})}}{r_{SP}r_{PB}} \left[\frac{\cos(\mathbf{r}_{SP}, \mathbf{n}) - \cos(\mathbf{r}_{PB}, \mathbf{n})}{2} \right] dx dy \quad (2.33)$$

Burada, sapma faktörü $\cos(\mathbf{r}_{SP}, \mathbf{n}) - \cos(\mathbf{r}_{PB}, \mathbf{n})$ gelen ve yansıyan açılar ile ilişkilidir. Işık kaynağı aralığın merkezine yada sonsuzda bir noktaya yerleştirilirse sapma faktörü $[1 + \cos(\theta)]$ şeklinde ifade edilir. θ , \mathbf{n} ve \mathbf{r}_{PB} arasındaki açıdır. \mathbf{r}_{SP} ve \mathbf{r}_{PB} ekrana dik yada S ve B noktaları yeterince uzak ise sapma faktörü yaklaşık 2 olur ve kırınım formülü,

$$E(B) = \frac{iA}{\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{e^{ikr_{SP}}}{r_{SP}} \frac{e^{ikr_{PB}}}{r_{PB}} dx dy \quad (2.34)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem, Huygens prensibinin matematiksel formülasyonu olarak yorumlanabilir. Şöyleki, eşitlikteki integral, Σ aralığında ortaya çıkan ikincil küresel dalgaların toplamıdır.

Aralıklardan geçişlerde kırınıma uğrayan elektromanyetik alanların hesaplandığı eşitlik (2.33)'deki integralin hesaplanması oldukça zordur. Bu çözümü gerçekleştirebilmek için Şekil 2.4' de görülen aralık ve gözlem düzlemi arası uzaklık, aralık alanı ve dalga boyunun büyüklükleri arasında Fresnel ve Fraunhofer yaklaşımları yapılarak, kırınım alan dağılımının analitik hesabının yapılması mümkün olur. Şekil 2.4'de aralığın bulunduğu düzlem (ξ, η) soldan dik bir düzlem dalga ile aydınlatıldığı varsayılınsın ve (x,y) gözlem düzlemi ile arasındaki uzaklık z olsun. Bu iki düzlem arasında mesafe bir birine çok yakın olduğu durum Fresnel veya yakın alan kırınımı, uzaklık arttıkça Fraunhofer veya uzak alan kırınımı olarak bilinir. Bu yaklaşımlar daha ayrıntılı olarak Kısım (2.6.2) ve (2.6.3) de ele alınmıştır.



Şekil 2.4: Kırınım geometrisi.

2.5.2. Fresnel Yaklaşımı

Şekil 2.4'de görülen gözlem düzlemin (x,y) üzerinde oluşan kırınım alanını Fresnel-Kirchhoff formülünü [Kreis, 2005],

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r} \cos \theta d\xi d\eta \quad (2.35)$$

şeklinde yazabiliriz. θ , P noktasından B'ye uzanan r vektörü ile normal arasındaki açıdır ve $\cos \theta = z/r$ 'ye eşittir. Bu durumda (2.35) eşitliği,

$$E(x, y, z) = \frac{z}{i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r^2} d\xi d\eta \quad (2.36)$$

biçimini alır. Burada r ,

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2} \quad (2.37)$$

ile verilir ve $U(\xi, \eta)$, (ξ, η) düzlemindeki kompleks alan genliğini tanımlar. Ayrıca, burada z mesafesi, P ve B noktalarının koordinatları olan x, y, ξ, η noktaları ile kıyaslayınca büyüktür. Buna bağlı olarak, (2.36) denkleminde payda da bulunan r yerine, z yazılabilir. Fakat, aynı denklemde eksponansiyel terim de bulunan r yerine, z yazılamaz. Eksponansiyel terim içinde r , $k = 2\pi/\lambda$ ile çarpılmaktadır. Dalgaboyu, λ , mikrometre mertebesindeyken, r metre mertebesinde dir. Bu nedenle, r 'nin çok küçük bir değişimi önemli bir faz hatasına sebep olacağından, r için daha uygun bir yaklaşım bulunmalıdır.

Fresnel yaklaşımında, aralık boyutlarının aralık ve gözlem düzlemi arasındaki mesafeye kıyasla ihmal edilebilir olduğu durumda,

$$z^2 \gg (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \quad (2.38)$$

ise, eşitlik (2.37)'de verilen Pisagor bağıntısı Taylor serisine açılıp ilk iki terim dışındaki terimler ihmal edildiğinde

$$r \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \xi}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y - \eta}{z} \right)^2 \right] \quad (2.39)$$

olur. Bu yaklaşım eşitlik (2.36)'da yerine konulursa, gözlem düzleminde, B noktasındaki kırınım alanı,

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{ik}{2z}[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]} d\xi d\eta \quad (2.40)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlik (2.40)'nın bir konvolüsyon işlemi (eşitlik (2.46)) olduğu kolaylıkla görülebilir:

$$E(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) w(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (2.41)$$

Burada konvolüsyon çekirdek fonksiyonunun;

$$w(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)} \quad (2.42)$$

olduğu görülür. İkinci ekponansiyel terim eşitlik (2.41)'de integral dışına çıkartılırsa;

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{z\lambda}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \quad (2.43)$$

ifadesi bulunur. İntegrallerin önündeki faz ve şiddet terimleri dışında, bu eşitlik $U(\xi, \eta)$ 'nin Fourier dönüşümüdür. Eşitlik (2.43) Fresnel kırınım integrali olarak bilinir. Bu yaklaşım altında, Şekil 2.4'e göre gözlem düzlemi Fresnel kırınım alanı bölgesindedir, başka bir deyişle aralığın yakın alanındadır. Fresnel yaklaşımı yakın alan yaklaşımı olarak da bilinir.

2.5.3. Fraunhofer Yaklaşımı

Eşitlik (2.39)'da r için yapılan yaklaşım daha açık bir şekilde yazıldığında;

$$r \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{x\xi + y\eta}{z} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2z} \quad (2.44)$$

elde edilir. Fraunhofer yaklaşımında aralık büyüklüğünün z uzaklığına kıyasla çok küçük olduğu durumda

$$z \gg \frac{k(\xi^2 + \eta^2)_{\max}}{2} \quad (2.45)$$

ise, eşitlik 2.(43)'deki integralin içindeki ikinci dereceden $(\xi^2 + \eta^2)/2z$ terimi ihmal edilerek, Fraunhofer kırınım bölgesindeki (yada uzak alan bölgesindeki) alan

$$\begin{aligned} E(x, y) &= \frac{1}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{ik\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{x\xi + y\eta}{z}\right)} d\xi d\eta \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{-2i\pi(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (2.46)$$

elde edilir. Böylece, integrallerin önündeki şiddet ve faz terimi dışında, Fresnel-Kirchhoff kırınım formülü Fourier dönüşümüne indirgenmiş olur. Başka bir deyişle, aralığın Bu durum deneysel olarak, ışık kaynağı ve gözlem düzleminin birer yakınsak merceğin odak noktalarına yerleştirilmeleri ile sağlanabilir [Kreis, 2005].

2.6. Fourier Optik

Fourier optik (FO), ışık dalgalarının harmonik analiz ve doğrusal sistem teknikleri kullanılarak incelenmesine olanak sağlamaktadır [Goodman, 2005], [Kreis, 2005]. Böylece optik sistemlerin analizi mümkün olmaktadır. Bunlar görüntüleme, optik sinyal işleme ve depolama ve holografik sistemler olabilir. Örneğin, optik sistemlerin en temel bileşenleri genelde birkaç ince mercek ve ışık kaynağıdır. Optiksel olarak uzaysal Fourier dönüşümü bir ince mercek ile gerçekleştirmek mümkündür.

Kırınımına uğrayan elektromanyetik alanların hesaplanmasında, kırınımına neden olan aralık ile gözlem düzlemi arasındaki mesafe ve gözlem alanı ile dalgaboyunun göreceli büyüklükleri için Fresnel ve Fraunhofer yaklaşımları yapılır. Bu iki yaklaşım, Fresnel ve Fraunhofer kırınımı olarak da adlandırılır.

Fourier dönüşüm holografı, Fraunhofer kırınım deseni olarak uzak alanda kaydedilen, Young'ın çift yarık girişimine dayanır [Goodman, 2005]. Fraunhofer girişim deseni 2-boyutlu Fourier dönüşüm ile hesaplanabilir. Bu nedenler, bu matematiksel formüller bir cismin hologramını kaydetme ve görüntünün yeniden oluşturma simülasyonlarında Fourier hologram için temel oluşturmaktadır.

FD işlemi, sinyal işlemede zaman ve frekans uzayları arasında gerçekleşir. Bu çalışma temelde, iki dalga alanının girişim olarak tanımlanan hologram üzerine olduğundan konum ve uzaysal frekans ile ilgilenilmektedir. Bu tezde, konum ve uzaysal frekans ifadeleri kullanılacaktır.

2.6.1. Fourier Dönüşüm

Bir harmonik dalga, dalga boyları ve fazları farklı yada eşit çok sayıda aynı frekansa sahip harmonik dalgaların toplamı olabilir. Bu dalgaların frekansları farklı ise toplam dalga anharmonik olur ve sinüzoidal dalga formundan farklı formda dalgalar elde edilebilir. İşte böyle bir dalgayı ters işlemle bileşenlerine ayırma işlemine Fourier dönüşüm denir [PEDROTTI, 1993].

$g(x)$ bir boyutlu kompleks bir fonksiyon olsun. Gerçek değişken x elektronik ve akustik alanlarında zamansal koordinatı, optik ve görüntü işleme alanlarında ise uzaysal koordinatı yani konumu gösterir. $g(x)$ 'in Fourier dönüşümü eşitlik (2.47) ile tanımlanır [Schnars and Jueptner, 2005]:

$$\mathfrak{F}\{g(x)\} = G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-i2\pi f x} dx \quad (2.47)$$

\mathfrak{F} simgesi FD işlemini göstermektedir. FD bir lineer integral dönüşümdür ve kompleks $g(x)$ fonksiyonunu yine kompleks $G(f)$ fonksiyonuna dönüştürür. Burada f zamansal yada bir boyutlu uzaysal frekansı gösterir.

Frekans uzayında tanımlı bir $G(f)$ fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü;

$$\mathfrak{F}^{-1}\{G(f)\} = g(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi f x} df \quad (2.48)$$

ile verilir. Bu durumda Fourier integral teoremi;

$$g(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-i2\pi f x} dx \right] e^{i2\pi f x} df \quad (2.49)$$

şeklinde yazılabilir, kısaca $g(x) = \mathfrak{F}^{-1}\{\mathfrak{F}\{g(x)\}\}$ dir. Bu dönüşümün çift taraflı olduğu anlamına gelir.

$$\mathfrak{F}\{g(x)\} = G(f) \Rightarrow \mathfrak{F}^{-1}\{G(f)\} = g(x) \quad (2.50)$$

Eşitlik (2.50)'deki $g(x)$ ve $G(f)$ fonksiyonlarına FD çiftleri denir.

$g(x,y)$ fonksiyonunun iki boyutlu FD ve ters FD aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathfrak{F}\{g(x, y)\} = G(f, u) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-i2\pi(fx+uy)} dx dy \quad (2.51)$$

$$\mathfrak{F}\{G(f, u)\} = g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(f, u) e^{i2\pi(fx+uy)} df du \quad (2.52)$$

Burada u, y uzaysal koordinatına karşılık gelen uzaysal frekans koordinatını gösterir.

2.6.2. Fourier Dönüşümün Özellikleri

FD özellikleri 1B'lu durum için aşağıda verilmiştir.

- Doğrusallık Teoremi: İki veya daha fazla fonksiyonun toplamının dönüşümü bu fonksiyonların dönüşümlerinin toplamına eşittir. Burada $W(f) = \mathfrak{F}\{w(x)\}$ dir.

$$\mathfrak{F}\{a g(x) + b w(x)\} = a\mathfrak{F}\{g(x)\} + b\mathfrak{F}\{w(x)\} = aG(f) + bW(f) \quad (2.53)$$

- Benzerlik Özelliği: Eğer bir fonksiyon konum uzayında genişletilmiş ise ($a < 1$) , bu fonksiyonun dönüşümü uzaysal frekans uzayında büzülür ve genliği artar. Aksine konum uzayında daraltılırsa ($a > 1$) dönüşüm genişler ve genlik azalır. Bu durum eşitlik (2.54) ile ifade edilir.

$$\mathfrak{F}\{g(ax)\} = \frac{1}{|a|} G\left(\frac{f}{a}\right) \quad (2.54)$$

- Kaydırma Teoremi: Bir fonksiyonun konum uzayında kaydırılması, onun uzaysal frekans uzayında genliğini değiştirmmez, fakat fazında kaymaya sebep olur.

$$\mathfrak{F}\{g(x-a)\} = e^{-i2\pi af} G(f) \quad (2.55)$$

- Türev Teoremi: Konum uzayında alınan türev, fonksiyonun frekans uzayında bir lineer katsayı ile çarpılmasına karşılık gelir.

$$\mathfrak{F}\left\{\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^m g(x)\right\} = (i2\pi f)^m G(f) \quad (2.56)$$

- Rayleigh (Parseval) Teoremi: Bir fonksiyonun enerjisi eşitlik 2.57 ile tanımlanır. Rayleigh teoremi eşitlik (2.58) ile verilir. Bu teoreme göre, konum ve uzaysal frekans uzayında enerji değişmez. Bu da enerjinin korunumu olarak yorumlanabilir.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |g(x)|^2 dx \quad (2.57)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (2.58)$$

- Konvolüsyon Teoremi: Konum uzayında iki fonksiyonun konvolüsyonu, bu fonksiyonların transformlarının çarpımına eşittir. \otimes işareti konvolüsyon işlemini göstermektedir.

$$\mathfrak{F}\{g(x) \otimes w(x)\} = \mathfrak{F}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} g(x')w(x-x')dx'\right\} = G(f)W(f) \quad (2.59)$$

- Otokorelasyon Teoremi: Bu teorem konvolüsyon teoreminin özel bir durumudur. Burada, $g^*(-x)$ ile $g(x)$ fonksiyonu konvole edilmektedir.

$$\mathfrak{F}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} g(x')g^*(x'-x)dx'\right\}=|G(f)|^2 \quad (2.60)$$

2.6.3. Ayrık Fourier Dönüşüm

Fourier dönüşüm sonsuz uzunlukta bir dizi için tanımlıdır, oysaki sayısal hesaplamalar yapılırken diziler sınırlandırılır ve sınırlı sayıda nokta için hesaplama yapılır. Bu durumda, eşitlik (2.47)'deki $g(x)$ fonksiyonu g_k sonlu serileri ile ifade edilir. Burada $k = 0, 1, \dots, N-1$ tamsayılarıdır. Sürekli değişken x örnekleme aralığı (Δx) ile tamsayı çarpımı olarak tanımlanır:

$$x = k\Delta x \quad (2.61)$$

Aynı şekilde frekans değişkeni f de ayrık olarak eşitlik (2.62) ile tanımlanır:

$$f = m\Delta f \quad (2.62)$$

Eşitlik (2.47)'nin ayrık gösterimi

$$G_m = \Delta x \sum_{k=0}^{N-1} g_k e^{-i2\pi km\Delta x\Delta m} \quad (m=0, 1, \dots, N-1) \quad (2.63)$$

yazılır. 1B'lu ayrık Fourier dönüşüm (DFT) ve ters dönüşümü sırasıyla eşitlik (2.64) ve (2.65) ile tanımlanır [Schnars and Jueptner, 2005].

$$G_m = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g_k e^{-i2\pi \frac{km}{N}} \quad (2.64)$$

$$g_k = \sum_{m=0}^{N-1} G_m e^{i2\pi \frac{km}{N}} \quad (2.65)$$

Benzer şekilde 2B'lu ayrık Fourier dönüşüm çifti ise aşağıdaki gibi yazılır:

$$G_{mn} = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} g_{kl} e^{-i2\pi \left(\frac{km+ln}{N} \right)} \quad (2.66)$$

$$g_{kl} = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} G_{mn} e^{i2\pi \left(\frac{km+ln}{N} \right)} \quad (2.67)$$

2B'lu DFT, iki tane 1B'lu DFT ile çarpanlarına ayrılabilir. Bu durumda 2B'lu DFT eşitlik (2.68) ile ifade edilebilir.

$$G_{mn} = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{l=0}^{N-1} g_{kl} e^{-i2\pi \frac{nl}{N}} \right] e^{-i2\pi \frac{km}{N}} \quad (2.68)$$

1B'lu DFT Cooley ve Tookey tarafından geliştirilmiş olan hızlı Fourier dönüşüm (Fast Fourier Transform, FFT) algoritma ile hesaplanabilir [Brigham, 1974].

2.7. Merceğin Fourier Dönüşüm Özelliği

Bir merceğin odak uzaklığı, f_L , ve faz dönüştürme fonksiyonu, t_L , sırasıyla eşitlik (2.69) ve (2.70)'de verilmiştir [Goodman, 2005].

$$f_L = \frac{1}{(n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (2.69)$$

$$t_L = e^{-\frac{ik}{2f_L} (x^2 + y^2)} \quad (2.70)$$

R_1 ve R_2 merceğin küresel yüzeylerinin yarıçapı, (x, y) merceğin koordinatları ve n de kırılma indisidir. Eşitlik (2.70)'den, merceğin üzerine düşen bir düzlem dalgayı mercekten f_L uzaklığındaki bir noktaya yakınsayan bir küresel dalgaya dönüştüreceği görülmektedir.

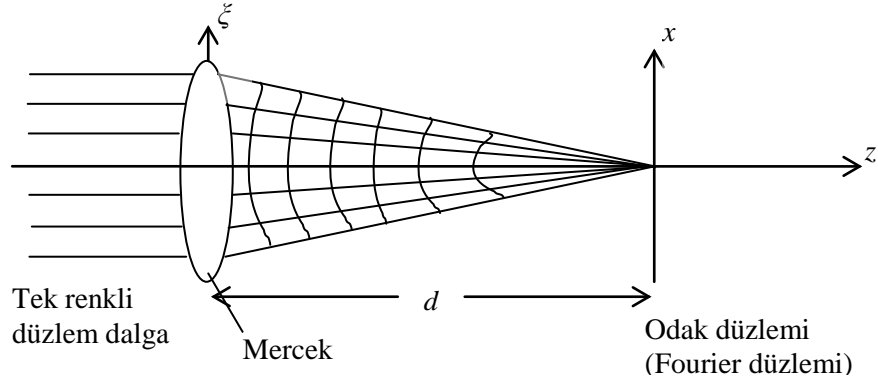
İnce pozitif bir mercek Fraunhofer yaklaşımına göre çok daha yakın bir mesafede Fraunhofer kırınım deseni meydana getirir. Bu, merceğin üzerine düşen alan dağılımına 2B Fourier dönüşümü işlemi yapması anlamına gelir. Şekil 2.5 de görüldüğü gibi, ince bir mercek tek renkli düzlem bir düzlem dalga ile aydınlatılsın. Merceğin üzerine düşen görüntü fonksiyonu $U(\xi, \eta)$ ise hemen arkasında oluşan alan dağılımı

$$U_L = U(\xi, \eta) \exp \left[-\frac{i\pi}{\lambda f_L} (\xi^2 + \eta^2) \right] \quad (2.71)$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada merceğin çapı sonsuz kabul edilir. $z = f_L$ mesafesinde yani merceğin arka odak uzaklığındaki alan dağılımını ($E(x, y, z=f_L)$) bulmak için Fresnel kırınım formülü (eşitlik (2.43)) yazılırsa;

$$\begin{aligned} E(x, y, f_L) &= \frac{e^{ik f_L}}{i\lambda f_L} e^{i\pi f_L \lambda (x^2 + y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[U(\xi, \eta) e^{-\frac{i\pi}{f_L \lambda} (\xi^2 + \eta^2)} \right] \\ &\times e^{\frac{i\pi}{f_L \lambda} (\xi^2 + \eta^2)} e^{-2i\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta \quad (2.72) \\ &= \frac{e^{ik f_L} e^{i\pi f_L \lambda (x^2 + y^2)}}{i\lambda f_L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) e^{-2i\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta \end{aligned}$$

eşitliği bulunur. Buradan görüldüğü gibi, integral önünde merceğe gelen fonksiyona bağlı olmayan çarpan hariç, odak düzlemindeki alan gelen fonksiyonun Fourier dönüşümüdür [Kreis, 2005]. Başka bir deyişle, Mercek üzerine düşen alanının Fraunhofer kırınım deseni, merceğin odağında meydana gelir. Sonlu aralığa sahip mercekler ve farklı mesafelerden mercek üzerine gelen alanlar için elde edilen sonuçlar referans [Goodman, 2005]'de bulunabilir.



Şekil 2.5: Optiksel Fourier dönüşüm.

2.8. Holografi

Hologramın cisim ve referans dalgalarının girişimi olduğundan ve bu girişim deseninin cisim dalgasına ait genlik ve faz bilgilerini içerdiğinden daha önce bahsedildi. Bu iki dalga fotografik film üzerine, uzaysal olarak farklı yollardan gelerek girişim desenini oluşturabilir. Yada film girişim alanı içinde farklı pozisyonlara yerleştirilebilir. Bu gibi farklı durumlar için bir çok holografik metot geliştirilmiştir [Ackermann, 2007]:

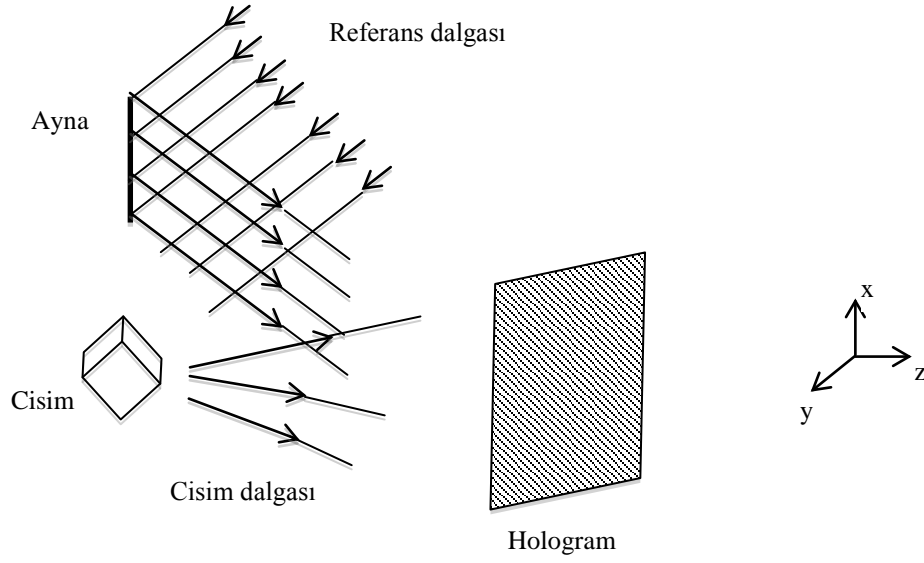
- Gabor Hologram: Gabor tarafından geliştirilen bir holografi tekniğidir. Eksen içi yada aynı eksen hologram olarakta adlandırılır. Işık kaynağı ve saydam cisim fotografik filme dik ve aynı düzlemde yerleştirilir. Düzlem yada küresel referans dalga kullanılabilir. Referans ve cisim dalgası için ışın bölücü kullanılmadığından tek demet hologramda denilir. Cisim saydam, ışık geçirgen olmalıdır. Bu tip holografik kayıtlarla elde edilen görüntü çifttir (sanal ve gerçek) ve aynı düzlemde dir.
- Leith-Upatnieks Hologram: Bu teknik adından da anlaşılacağı üzere Leith ve Upatnieks tarafından geliştirilmiştir. Işık kaynağı, cisim ve fotografik film aynı eksen de değildir. Bu nedenle eksen dışı hologram da denilir. Cisim saydam veya ışık geçirmez olabilir. Referans ve cisim dalgası belli bir açı ile fotografik film üzerine düşürülür. Açı yeterince büyükse elde edilen sanal ve gerçek görüntüler aynı düzlemde oluşmaz, üstüste gelmez.

- Fourier Hologram: Deney düzeneğinde, cisim ve noktasal referans kaynağı merceğin ön odak düzlemine yerleştirilir. Merceğin kullanılmadığı durum, merceksiz Fourier hologram da ise referans kaynağı ve cisim fotografik filmde eşit uzaklıkta ve aynı düzlemde konumlandırılır.
- Fraunhofer Hologram: Fotografik filmin çok uzağa konumlandırıldığı hologram tipidir. Çok küçük cisimler düzlem dalga kullanılarak uzak alanda kaydedilir. r_o yarıçaplı bir cisim ve fotografik film arasındaki mesafe $z_0 \gg r_o^2 / \lambda$ olmalıdır.

Bu kısımda temel olarak hologram kaydı ve yeniden yapılandırılması üzerinde durularak; sayısal hologram ve merceksiz Fourier hologram ve tezin amacı olan optiksel görüntünün elde edilmesi anlatılmıştır.

2.8.1. Hologram Kaydetme

Hologramlar bir ışık kaynağı (lazer), aynalar, ışın bölücüler ve lenslerden oluşan bir deneysel düzenek ile bir kayıt ortamına, ışığa duyarlı bir film, kaydedilirler. Şekil 2.6'da basit bir kayıt düzeneği gösterilmiştir. Cisim herhangi bir yönden lazer ile aydınlatılır ve saçılan ışık fotografik film üzerine düşer (cisim dalgası). Diğer taraftan film aynı lazer ile aydınlatılır (referans dalgası). Cisim ve referans dalgaları film üzerinde girişim meydana getirir. Sonuçta, hologram bu filmin pozlanması ve kimyasal işlemle geçmesi (filmin banyosu) ile sonuçlanır.



Şekil 2.6: Hologram kayıt düzeneği.

Hologram kaydetme işlemi matematiksel olarak kısım (2.4)'de kullanılan formülasyon ile açıklanabilir. Cisim dalgası

$$E_C(x, y) = A_C(x, y)e^{i\varphi_C(x, y)} \quad (2.73)$$

ile ifade edilir. Burada $A_C(x, y)$ cisme ait reel genlik, $\varphi_C(x, y)$ cismin fazıdır. Referans dalga da,

$$E_R(x, y) = A_R(x, y)e^{i\varphi_R(x, y)} \quad (2.68)$$

eşitliği ile yazılır. Burada $A_R(x, y)$ ve $\varphi_R(x, y)$ sırasıyla referansa ait reel genlik ve fazıdır. Bu iki dalganın kayıt ortamı üzerinde oluşturduğu girişimin şiddeti

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |E_C(x, y) + E_R(x, y)|^2 \\ &= A_C^2 + A_R^2 + A_C A_R \exp(-i\varphi_C) \exp(i\varphi_R) + A_C A_R \exp(i\varphi_C) \exp(-i\varphi_R) \quad (2.69) \\ &= A_C^2 + A_R^2 + 2A_C A_R \cos(\varphi_R - \varphi_C) \end{aligned}$$

ile tanımlanır. Eşitlik (2.69)'dan görüldüğü gibi şiddet dağılımı, içinde cisim dalgasına ait faz ve genlik bilgilerini barındırır.

2.8.2. Optiksel Görüntüyü Yeniden Oluşturma

Cisim dalgasının yeniden oluşturulması referans dalgası ile hologramın aydınlatılması ile gerçekleşir (Şekil 2.7). Yeniden oluşturulan bu cisim dalgası, hologramın girişim deseni tarafından kırınımına uğratılmış dalgadır.

Hologramın genlik geçirgenliği, $h(x,y)$, $I(x,y)$ ile orantılıdır:

$$h(x,y) = t_0 + \beta\tau I(x,y) \quad (2.70)$$

Burada β bir sabit, τ pozlama zamanı ve t_0 pozlanmamış filmin genlik geçirgenliğidir. Sayısal holografide CCD kamera kullanıldığında t_0 ihmal edilir. $h(x,y)$ 'ye hologram fonksiyonu da denir. Eşitlik (2.70)'de hologram fonksiyonu, $I(x,y)$ 'ye lineer bağlı olduğundan

$$h(x,y) = I(x,y) \quad (2.71)$$

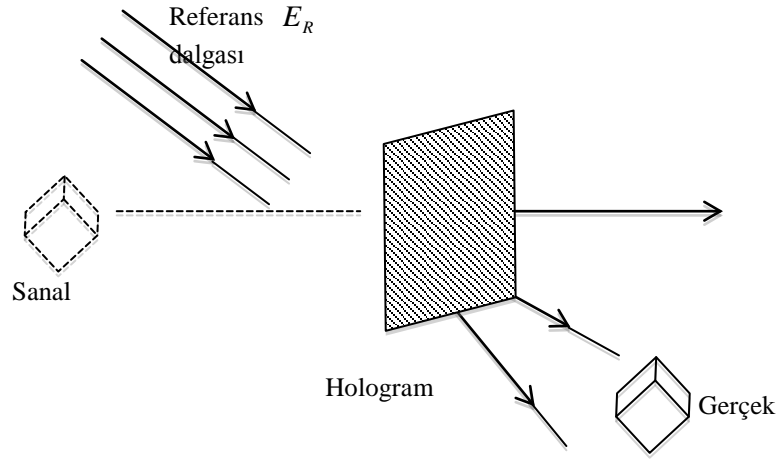
kabul edebiliriz [Ghatak and Thyagarajan, 1987]. Burada orantı sabitleri ihmal edilmiştir.

Cismin dalgasının yeniden elde edilmesi için, hologram Şekil 2.7'de gösterildiği gibi referans dalgası ile aydınlatılır. Genlik geçirgenliği referans dalgasının kompleks genliği ile çarpılmalıdır;

$$E_T \approx E_R(x,y)h(x,y)$$

$$E_R(x,y)h(x,y) = (A_R^2 + A_C^2)E_R(x,y) + A_R^2E_C(x,y) + E_R^2(x,y)E_C^*(x,y) \quad (2.72)$$

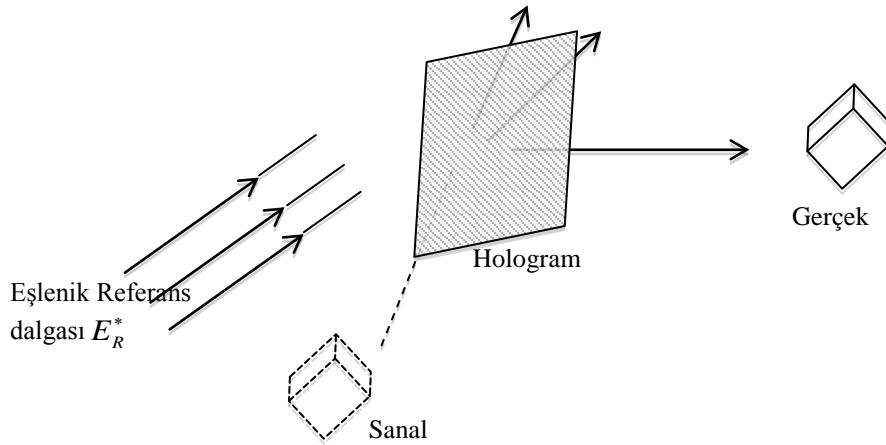
Bu eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim, hologram tarafından zayıflatılmış referans dalgasını (sıfırıncı kırınım mertebesi), ikinci terim yeniden elde edilen cisim dalgasını (sanal görüntü) son terim ise cisim dalgasının eşleniğini (reel görüntü) gösterir.



Şekil 2.7: Cisim dalgasının referans dalgası ile elde edilmesi.

Son terimde bulunan E_R^2 kompleks terimi gerçek görüntünün bozulmasına sebep olur. Bu nedenle, Şekil 2.8'de gösterildiği gibi, referans dalganın eşleniği kullanılarak bozulmamış gerçek görüntü elde edebilir (Eşitlik (2.73)).

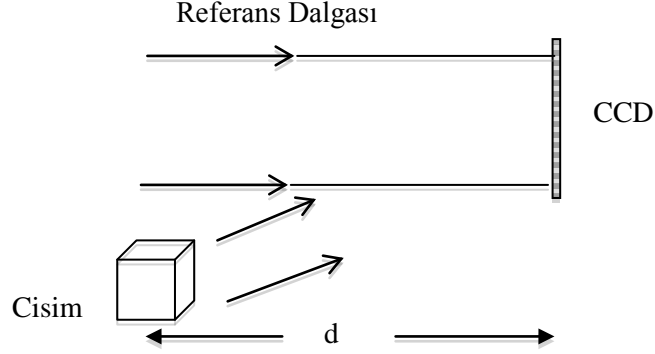
$$E_R^*(x, y)h(x, y) = (A_R^2 + A_C^2)E_R^*(x, y) + A_R^2E_C^*(x, y) + E_R^{*2}(x, y)E_C(x, y) \quad (2.73)$$



Şekil 2.8: Cisim dalgasının referans dalgasının eşleniği ile elde edilmesi.

2.9. Sayısal Holografi

CCD (charge coupled devices) ve CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) gibi görüntü algılama cihazlarının gelişmesi hologramların sayısal olarak kaydedilmesine olanak sağlamıştır [Schnars and Jüptner , 2005].



Şekil 2.9: Sayısal hologram kaydını gösteren basit bir düzenek.

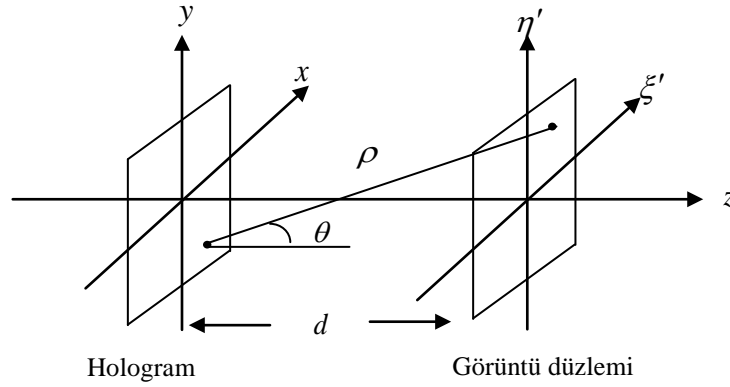
Şekil 2.9'da sayısal hologram (SH) kaydını gösteren basit bir düzenek görülmektedir. Burada düzlem referans dalga (nokta kaynaktan yayılan küresel dalga da olabilir) ve CCD'den d mesafe uzağa yerleştirilmiş 3B cisimden yansıyan dalga CCD'nin yüzeyinde girişim deseni oluşturur. Elde edilen bu hologram elektronik olarak kaydedilir.

Sayısal hologramlarda cismin görüntüsünün oluşturulması sayısal olarak bilgisayarlarla, optiksel olarak uzaysal ışık modülatörleri ile gerçekleştirilir. Görüntünün sayısal olarak elde edilmesi skaler kırınım teorisine dayanır.

Bir ışık demetinin bir aralıktan geçerken uğradığı kırınım eşitlik (2.35) ile verilen Fresnel Kirchoff integrali ile ifade edilir. Bu durumda aralık, hologramdır. Eşitlik (2.52) hologram geçirgenlik fonksiyonu için yazılırsa;

$$\Gamma(\xi', \eta') = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) E_R(x, y) \frac{e^{-ikr}}{\rho} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta \right) dx dy \quad (2.74)$$

elde edilir [Schnars and Jueptner, 2002]. Burada $\rho = \sqrt{(x - \xi') + (y - \eta') + d^2}$ görüntü düzlemindeki bir nokta ile hologram düzlemindeki bir nokta arasındaki mesafeyi ve $\Gamma(\xi', \eta')$ görüntü düzlemindeki alan dağılımını tanımlar. Düzlemlerin geometrik yapısı ve θ açısı Şekil 2.10'da gösterilmiştir. CCD'den ρ mesafe uzaklıkta kırınım deseni eşitlik (2.74) ile hesaplanır, başka bir deyişle gerçek görüntü düzleminde cisme ait kompleks genlik yeniden elde edilir.



Şekil 2.10: Hologram ve görüntü düzlemlerinin koordinat ekseninde gösterimi.

Eşitlik (2.74) sayısal hologramda cismin görüntüsünün elde edilmesi (reconstruction) işleminde temel bir eşitliktir. Yeniden oluşturulan cisme ait dalga alanı $\Gamma(\xi', \eta')$ kompleks bir fonksiyondur, dolayısıyla şiddet (eşitlik (2.75)) ve faz (eşitlik (2.76)) hesaplanabilir:

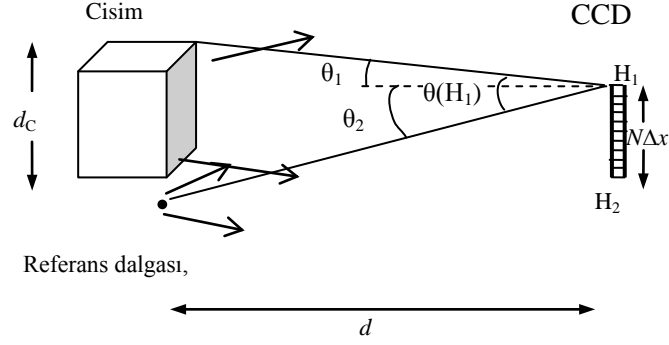
$$I(\xi', \eta') = |\Gamma(\xi', \eta')|^2 \quad (2.75)$$

$$\varphi(\xi', \eta') = \arctan \frac{\text{Im}[\Gamma(\xi', \eta')]}{\text{Re}[\Gamma(\xi', \eta')]} \quad (2.76)$$

Re gerçek ve Im sanal kısmı tanımlar. Sayısal hologramın bu özelliği, sayısal holografik interferometri uygulamalarında kullanılır.

2.9.1. Sayısal Merceksiz Fourier Holografı

Şekil 2.11’de görüldüğü gibi, holografik kayıt düzeneğinde referans dalga olarak nokta kaynaktan yayılan küresel dalga kullanılıyorsa ve cisim ile nokta kaynak aynı düzlemde ise bu tip holograma Merceksiz Fourier Hologram (MFH) denir [Kreis, 2005].



Şekil 2.11: Fourier hologram için basit bir deneysel düzenek gösterimi.

CCD düzleminde referans dalga alan dağılımı eşitlik (2.77) ile ifade edilebilir.

$$E_R = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + d^2)}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{(x^2 + y^2 + d^2)}}$$

$$\approx \frac{1}{d} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}d} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda d}(x^2 + y^2)} \quad (2.77)$$

Burada $\sqrt{x^2 + y^2 + d^2}$ terimi nokta kaynak ile CCD düzlemi (x, y) arasındaki mesafeyi tanımlar. Görüntü düzleminde oluşan sanal görüntü

$$\Gamma(\xi', \eta') = C e^{i\frac{\pi}{\lambda d}(\xi'^2 + \eta'^2)} \mathfrak{F}^{-1}\{h(x, y)\} \quad (2.78)$$

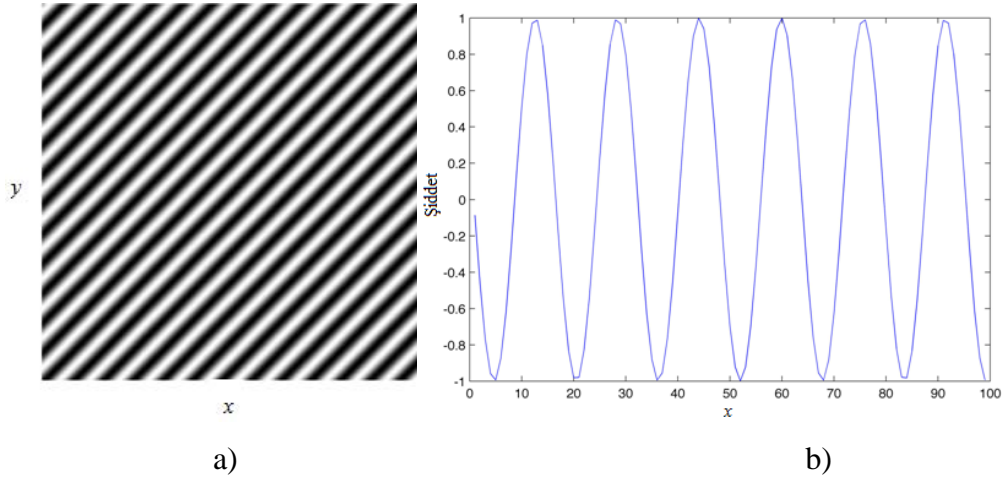
ile ifade edilir. Burada C bir sabit ve \mathfrak{F}^{-1} ters Fourier dönüşümü göstermektedir. Görüldüğü gibi merceksiz Fourier hologramda görüntü bir Fourier dönüşüm ile yeniden oluşturulabilir [Schnars, 2005].

Cisim (x_o, y_o) koordinatlarına yerleştirilmiş bir nokta kaynak olarak kabul edilirse ve referansta (x_r, y_r) koordinatlarına yerleştirilirse, CCD üzerindeki hologramın şiddet dağılımı [Goodman, 2005],

$$I(x, y) = A_R^2 + |A_O|^2 + 2A_R|A_O| \cos \left[2\pi \frac{(x_o - x_r)x}{\lambda d} + 2\pi \frac{(y_o - y_r)y}{\lambda d} \right] \quad (2.79)$$

eşitliği ile ifade edilebilir. λ dalgaboyu, d cisim ve referans düzleminin CCD düzlemine olan mesafesidir. Hologram düzleminde görülen girişim saçakları Şekil 2.12.a) görülmektedir. Sadece x koordinatını ele alırsak faz farkı eşitlik (2.80)'deki gibi yazılabilir.

$$\phi_r - \phi_o = -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x_r}{d} - \frac{x_o}{d} \right) x \quad (2.80)$$



Şekil 2.12: a) Hologram düzleminde görülen girişim saçakları, b) x eksenini boyunca saçakların şiddet değişimi.

$\frac{\phi_r - \phi_o}{2\pi}$, x 'e göre türevi alınırsa eşitlik (2.81)'de görüldüğü gibi sabit bir saçak frekansı elde edilir.

$$f_x = \frac{x_r - x_o}{d\lambda} \quad (2.81)$$

Referans ve cisim nokta kaynaklarının konumlarına bağlı olarak; bu durum için, girişim deseninin saçakları düzenli ve doğrusaldır. Saçakların şiddet değişimi ise x eksenini boyunca sinüzoidaldir (Şekil 2.12.b)). Aynı durum y eksenini içinde geçerlidir.

Cisim nokta kaynak değil de, (x, y) koordinatlarına yerleştirilmiş 3B'li olsun. Bu durumda, cismin her bir noktasından yansıyan alanlar ile referans alan CCD üzerinde girişim oluşturur. Bu girişim deseninin kaydedilebilmesi için örnekleme kriteri sağlanmalıdır. Girişim desenini oluşturan iki saçak arasındaki mesafe (p) CCD'nin piksel genişliğinin (Δx) 2 katı olmalıdır

$$p > 2\Delta x. \quad (2.82)$$

Uzaysal frekansa bağlı olarak örnekleme kriteri (Nyquist kriteri) yazılırsa;

$$f_x < \frac{1}{2\Delta x} \quad (2.83)$$

Burada iki saçak arasındaki mesafe eşitlik (2.84)'de verilmiştir.

$$p = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2.84)$$

Burada θ , Şekil 2.11'de görüldüğü gibi CCD üzerindeki bir H_1 noktasında, cismin herhangi bir noktasından gelen dalga ile referans dalga arasındaki açıdır, λ dalga boyudur. Şekil 2.11'e göre θ_1 ve θ_2 açıları çok küçük olduğundan

$$\theta_1 \approx \tan \theta_1 = \frac{\frac{d_C}{2} + \frac{N\Delta x}{2}}{d} \quad ; \quad \theta_2 \approx \tan \theta_2 = \frac{\frac{d_C}{2} - \frac{N\Delta x}{2}}{d} \quad (2.85)$$

Yaklaşıklığı yapılabilir. Sonuçta, $\theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{d_c}{d}$ eşittir. θ çok küçük olduğundan $\sin\theta \approx \theta$ yazarsak örnekleme teoremi

$$\frac{d_c}{d} < \frac{\lambda}{2\Delta x} \quad (2.86)$$

ile ifade edilebilir. Bu durumda Fourier hologram için eşitlik (2.87) yada (2.88) şartı sağlanmalıdır,

$$d_c < \frac{d\lambda}{2\Delta x} \quad (2.87)$$

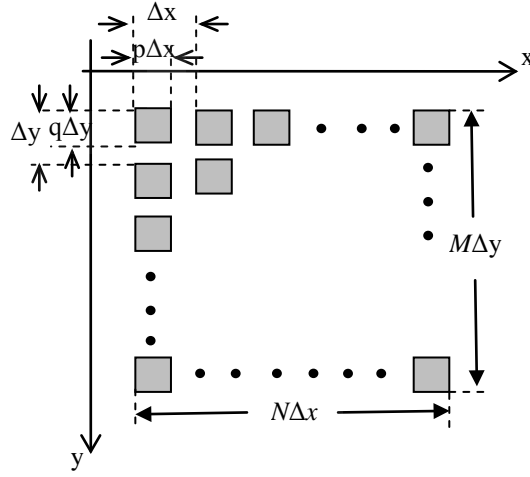
$$d > \frac{2d_c\Delta x}{\lambda} \quad (2.88)$$

burada d_c cismin boyu, d cisim ile CCD arasındaki mesafedir. Bir cismin MFH'nı kaydederken küçük d mesafesi kullanabilirken, Fresnel hologramını kaydederken bu mesafe daha büyük olmalıdır [Kreis, 2005]. Başka bir deyişle, MFH ile CCD nin boyutundan daha küçük boyutlu bir cisim için d mesafesinin daha küçük olması sağlanabilir. Bu da, sayısal holografik mikroskopi uygulamalarında MFH yönteminin kullanılması önemli bir avantaj sağlamaktadır [Pedrini, 1999].

Bu tezde, 3B cismin hologramı için sayısal Fourier hologram düzeneği kullanılmış ve deneysel sonuçları 4. bölümde verilmiştir.

2.9.2. Sayısal Hologram Kayıt Ortamı: CCD

Sayısal hologramlarda, hologramlar fotografik film (fotorefraktif kristallar, fototermoplastlar... gb) yerine sayısal görüntü dedektör (charged coupled device, CCD) dizilerine kaydedilir. CCD, cisimlerin görüntüsünü oluşturmada, bilgi depolamada yada elektrik yükleri taşımada kullanılır. Özellikle son yıllarda, elektronik kameralarda ve tarayıcılarda görüntüleme cihazı olarak kullanılmaktadırlar. CCD'ler Şekil 2.13'de görüldüğü gibi matris formunda dizilmiş ışık dedektörlerinden (piksel) oluşur.



Şekil 2.13: CCD'nin piksel dizisi.

CCD görüntülemeyi üç adımda gerçekleştirir.

- Işığın pozlanması: Piksellerin üzerine düşen foton miktarına göre elektrik yükleri üretilir.
- Yük transferi: Bu yükler yarı iletken (silikon) altkatman aracılığı ile bellek hücrelerine taşınır.
- Elektrik yükü gerilime çevrilir ve analog sayısal dönüştürücünün işlemesi için yükseltilir. Analog sayısal dönüştürücü her bir piksel için oluşturulan gerilimi sayısal bilgilere dönüştürür.

Fotografik film kullanılan klasik holografide, kayıt ortamının nonlineer etkilerini önlemek amacıyla, cisim dalgası ile referans dalgasının şiddet oranları 5:1 yada 10:1 olması gerekir. CCD'lerin pozlama eğrisi fotografik filmlere göre daha lineer olduğundan bu oran 1:1 olabilir.

Uzaysal çözünürlük genel olarak bir görüntüleme cihazının görüntü detaylarını algılayabilme yeteneği olarak tanımlanabilir. Temel parametre piksel boyutu ve sayısıdır. N satır ve M sütun sayısı olmak üzere, pikseller Şekil 2.13'deki gibi dikdörtgen bir yapıda dizilirler. Genelde $N=M$ dir. İki pikselin merkezinden-merkezine olan mesafe piksel aralığı Δx ve Δy ile gösterilsin. Pikseller arası bir boşluk varsa etkin piksel boyutu $p\Delta x$ ve $q\Delta y$ olur. p ve q , x ve y koordinatlarının doluluk oranıdır.

Nyquist kriterine göre, piksellere kaydedilen datalar ile sinyal tam olarak yeniden elde edilebilmesi için iki boyutta uzaysal (yada Nyquist) frekansları;

$$f_{Nx} = \frac{1}{2\Delta x} \quad \text{ve} \quad f_{Ny} = \frac{1}{2\Delta y} \quad (2.89)$$

olmalıdır.

2.9.3. Sayısal Holografide Uzaysal Frekans

Hologram kaydı için kullanılan CCD, cisim üzerindeki herbir noktadan saçılan dalgalar ile referans dalganın girişimi sonucu oluşan girişim desenini çözümleyebilmelidir. Maksimum uzaysal frekans bu dalgalar arasındaki maksimum açı ile eşitlik (2.32)'e göre hesaplanabilir:

$$f_{\max} = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta_{\max}}{2} \quad (2.90)$$

Optiksel holografide kullanılan fotografik filmler milimetrede ortalama 5000 çizgiye (Lp/mm) sahiptir. Örneğin, Silver halide'in çözünürlüğü 7000 Lp/mm'dir. Referans dalga ile cisim dalgası arasındaki açı yaklaşık 180° olsa bile bu filmlere hologram kaydetmek mümkündür. Buna karşılık yüksek çözünürlüklü bir CCD'nin iki komşu piksel arası mesafesi Δx yaklaşık $5\mu\text{m}$ ve uzaysal frekansı ($f_{\max} = 1/\Delta x$) 100 Lp/mm civarındadır. Eşitlik (2.90)'daki maksimum açı CCD için:

$$\theta_{\max} = 2 \arcsin \left(\frac{\lambda}{4\Delta x} \right) \approx \frac{\lambda}{2\Delta x} \quad (2.91)$$

eşitliği ile hesaplanır. CCD'nin çözünürlüğü referans ve cisim dalgaları arasındaki mesafeyi sınırlamaktadır. Bu durum farklı deneysel düzeneklerin oluşturulmasına sebep olmuştur.

2.9.4. Sayısal Holografide Kullanılan Deneysel Düzenekler

Sayısal holografide kullanılan en temel ve basit düzenek Şekil 2.11 de verildi. Bu düzenekte, CCD'ye dik gelen bir düzlem referans dalga kullanılıyor. Cisim ise CCD'nin merkezine göre simetrik olmadığından etkin bir şekilde kullanılamamaktadır. d_c boyutlu bir cismin, $N\Delta x$ boyutlu bir CCD'ye hologramının kaydedilebilmesi için maksimum açı:

$$\theta_{\max} \approx \frac{x}{d_{\min}} = \frac{\sqrt{\frac{5}{4}}(d_c + N\Delta x)}{d_{\min}} \quad (2.92)$$

ile hesaplanır. Eşitlik (2.92)'deki maksimum açı yaklaşıklığı ile, cisim ve CCD arasındaki minimum mesafe eşitlik (2.93)'de verilmiştir.

$$d_{\min} = \sqrt{5} \frac{\Delta x}{\lambda} (d_c + N\Delta x) \quad (2.93)$$

Şekil 2.14.a) da verilen düzenekte, düzlem referans dalga ışın bölücü aracılığı ile CCD üzerine düşmektedir ve cisim CCD düzlemine göre ortalanmıştır. Bu durumda CCD ile cisim arasında olması gereken en küçük mesafe;

$$d_{\min} = \sqrt{2} \frac{\Delta x}{\lambda} (d_c + N\Delta x) \quad (2.94)$$

elde edilir. Şekil 2.14.b)'de merceksiz Fourier holografi deney düzeneği verilmiştir. Burada küresel referans dalga ışın bölücü yardımıyla cisim düzlemindeki bir nokta kaynaktan çıkıyormuş gibi CCD üzerine düşürülür. Bu düzenek için hesaplanan en küçük mesafe;

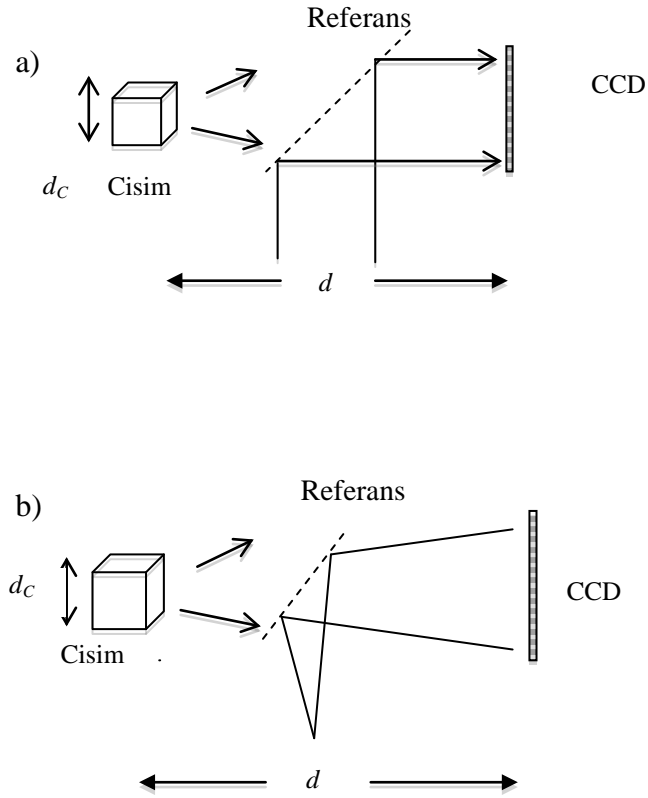
$$d_{\min} = \sqrt{2} \frac{\Delta x}{\lambda} d_c \quad (2.95)$$

ile hesaplanır.

Bu deney düzenekleri için elde edilen en küçük mesafeler karşılaştırıldığında, Kısım 2.8.1 de bahsedildiği gibi, MFH düzeneği en küçük d_{min} mesafeye sahiptir.

Tüm holografi düzenekleri için, maksimum uzaysal frekans CCD çözünürlüğü ile uyumlu olmalıdır. Örneğin, yüksek uzaysal frekansa sahip bir düzeneğimiz varsa, hologram kontrastlığı azalır hatta tamamen yok olabilir. Düzenekte ışık yayılımını sınırlayan bir aralık kullanılarak bu durum düzeltilebilir.

Eğer cisim boyutları birkaç santimden büyükse, d mesafesi birkaç metre olabilir. Bu pratikte gerçekleştirilmesi zor bir düzenektir. Böyle durumlarda, ıraksak bir mercekle kullanarak cismin sanal görüntüsü oluşturulur [U. Schnars, 1996]. Bu görüntünün CCD ile arasındaki mesafe daha kısa olacağından hologram kaydı mümkün olur.



Şekil 2.14: Sayısal hologram için deney düzenekleri.

2.9.5. Sayısal Holografide Görüntünün Optiksel Elde Edilmesi

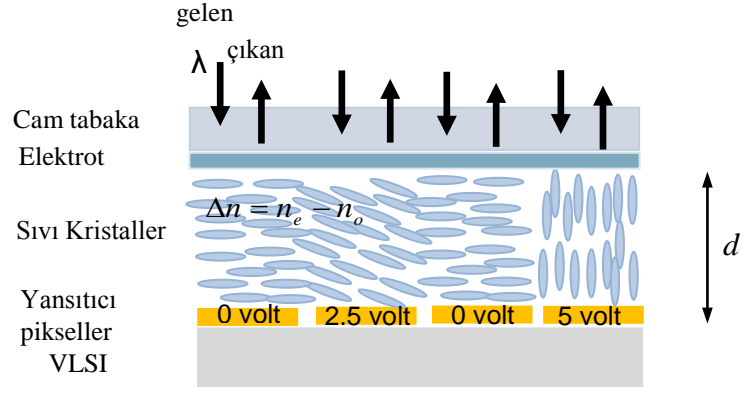
Elektronik ve malzeme endüstrisinde sağlanan büyük gelişmelerle birlikte ortaya çıkan yeni bir alanda adaptif optiktir. Adaptif optik birimler, dışarıdan optiksel ya da elektronik olarak müdahale edilerek üzerine düşen ışığın faz ve/veya genliğini kontrol eden optoelektronik cihazlardır ve bu nedenle uzaysal ışık modülatörü (SLM) olarak adlandırılırlar. SLM'ler kullanım amaçlarına, başka bir deyişle modülasyon tiplerine göre geliştirilmiştir. Örneğin, faz modülasyonu için optik adreslenebilen SLM'ler (OASLM), hareketli mikro aynalar (MEM) [T. Kreis, 2001] sayılabilir. Elektriksel adreslenen sıvı kristal SLM'ler (LCSLM), gelen dalga cephesinin genliğini ya da fazını modüle edebilirler, yüksek uzaysal çözünürlüğe sahiptirler ve deneysel düzeneklerinin kurulumu oldukça kolaydır.

Sayısal hologramlarda cismin görüntüsünün SLM'ler ile optiksel olarak oluşturulmasında, öncelikle cismin hologramı bir CCD tarafından kaydedilir. Daha sonra, görüntünün oluşturulması için SLM ile kurulan deney düzeneğine elektronik olarak bilgisayar aracılığıyla aktarılır. Burada kayıt ve görüntü oluşturma düzenekleri farklı yerlerde olabilir. SLM bir hologram gibi davranır ve üzerine düşürülen referans dalgasını modüle ederek cismin görüntüsünü oluşturur.

Bu tez çalışmasında kullanılmış olan, bir LCSLM'nin genel bir yapısı Şekil 2.15'de gösterilmiştir. Sıvı kristal molekülleri herhangi bir elektrik alana maruz kalmadığında SLM'nin alt taşına paralel yönelirler. Elektrik alan uygulanması (1-10V arası bir voltaj) ile her bir sıvı kristal molekülü oluşturan elektrik dipollere etkiyen tork nedeniyle doğal yönelimleri değişir, bu değişim Şekil 2.15'de görülmektedir. Aynı zamanda uygulanan alan etkisi ile sıvı kristallerin etkin kırılma indisi de değişime uğrar. Faz kayması, sıvı kristal tabakanın kalınlığına (d) bağlı olarak eşitlik (2.96) ile ifade edilebilir.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d \quad (2.96)$$

$\Delta n = n_e - n_o$ sıvı kristalin çift kırıcılığıdır. Görüldüğü gibi faz kayması Δn 'nin değişimine neden olan uygulanan elektrik alanla bağlantılıdır [Y. Zhang, 2006].



Şekil 2.15: LCSLM'nin genel bir yapısı.

3. SÜREKLİ DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ İLE FAZ HESABI

3.1. Dalgacık Dönüşümü

Dalgacık dönüşümü, zamansal yada uzaysal sinyallerin analizi için oldukça yeni bir kavramdır. Sinyal analizi için güçlü bir metod olan Fourier dönüşümünden (FD) daha önce bahsedildi. Fourier dönüşümün genlik spektrumu, sinyalin içerdiği frekanslar ile ilgili bilgi verirken bu frekansların zamanının yada konumunun bilgisini vermemektedir. Frekansı zaman yada konumla değişmeyen Kararlı sinyallerin, frekans analizi Fourier dönüşüm ile başarılı bir şekilde yapılabilmektedir. Kararlı olmayan sinyallerin analizi için de Kısa Zamanlı Fourier Dönüşüm, KZFD (Short Time Fourier Transform, STFT) ve Dalgacık Dönüşümü gibi yöntemler geliştirilerek, bu sinyallerin frekans analizleri etkili bir şekilde yapılabilmektedir [Daubechies, 1990].

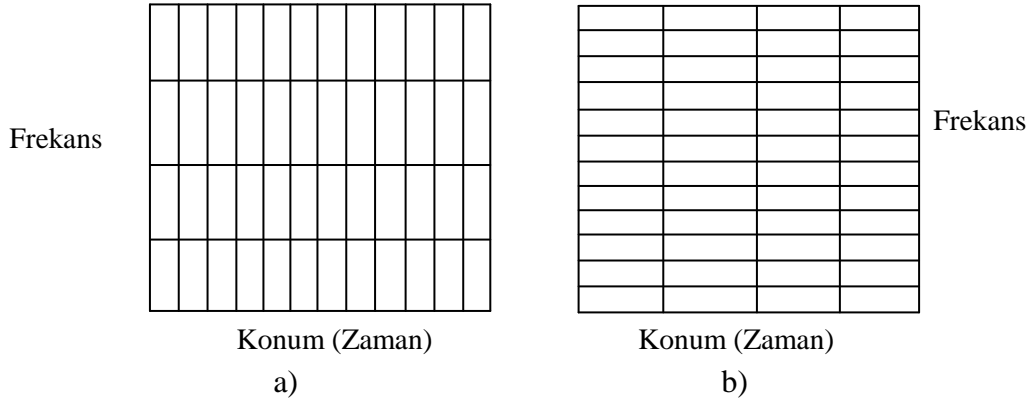
KZFD yönteminde kararlı olmayan sinyalleri incelemek için, sabit sonlu uzunluğa sahip bir pencere fonksiyonu seçilir ve bu fonksiyon sinyal üzerinde kaydırılarak her seferinde FD işlemi yapılır. Seçilen pencere fonksiyonunun uzunluğu, sinyalin kararlı görüldüğü aralık kadar olmalıdır. Zaman yada konuma bağlı sinyalimizin, $g(x)$, KZFD'si;

$$KZFD_f(b, f) = \int g(x)w^*(x-b)e^{-i2\pi f x} dx \quad (3.1)$$

olarak verilir. Burada f frekans, $w(x-b)$ pencere fonksiyonu ve b pencere fonksiyonunun konum (yada zaman) uzayındaki koordinatını gösteren parametredir. '*' sembolü kompleks konjügeyi belirtmektedir. Böylece her bir konum (yada zaman) koordinatı b ve her bir uzaysal (yada zamansal) frekans, f , için KZFD katsayısı hesaplanır. Bu yöntem, 1980 lerin ortalarında holografik temassız ölçüm için kullanılmıştır [Kreis, 1986]. Fakat KZFD'de sabit bir pencere fonksiyonu kullanıldığı için, belirsizlik prensibi olarak bilinen, bir çözünürlük problemi söz konusudur. Şöyle ki, dar bir pencere fonksiyonu kullanıldığında konum (yada

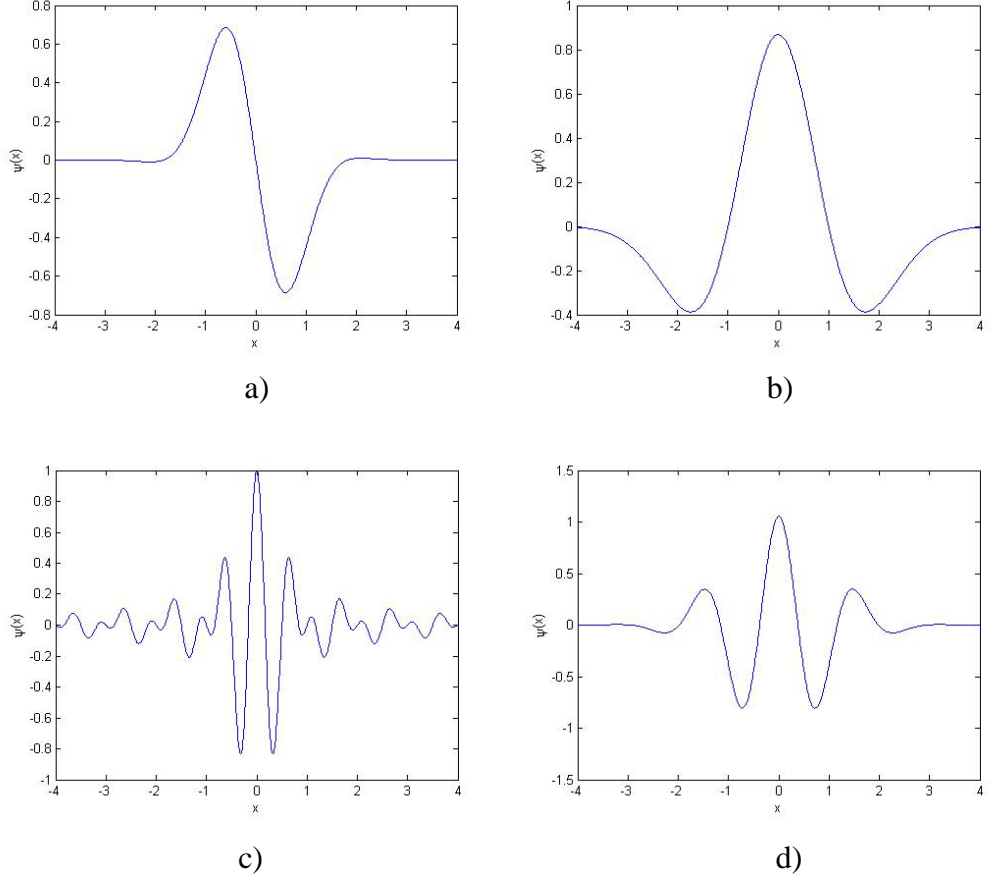
zaman) da yüksek çözünürlük elde edilmesine karşın frekans çözünürlüğü düşük olur (Şekil 3.1.a)). Eğer pencere fonksiyonu daha geniş seçilirse bu kez de frekans çözünürlüğü artarken, konum (yada zaman) çözünürlüğü azalmış olur (Şekil 3.1.b)). KZFD yöntemindeki bu çözünürlük problemini aşmak için Dalgacık Dönüşümü (DD) yöntemi geliştirilmiştir.

İlk olarak Grossman ve Morlet tarafından geliştirilen DD, KZFD'ye benzer fakat değişken pencere fonksiyonu formu ve değişken ölçek parametresine sahip olması ile farklılık gösterir [Grossmann, 1984]. Buna ek olarak, konum (yada zaman) bölgesi ile frekans bölgesine aynı anda bakma ve eş zamanlı analiz yapma imkanı verir. DD, kararlı olmayan sinyallerin analizinde FD ve KZFD'den çok daha başarılı olduğu bir çok çalışmada ortaya konmuştur [Meyers, 1993].



Şekil 3.1: KZFD'de a) dar, b) geniş pencere için Konum (zaman)-Frekans çözünürlük penceresi.

Dalgacık dönüşümünde kullanılan değişken pencere fonksiyonu ana dalgacık (mother wavelet) olarak adlandırılır ve kullanılan dalgacık formuna göre isimlendirilir. Şekil 3.2'de çeşitli ana dalgacık fonksiyonları gösterilmiştir.



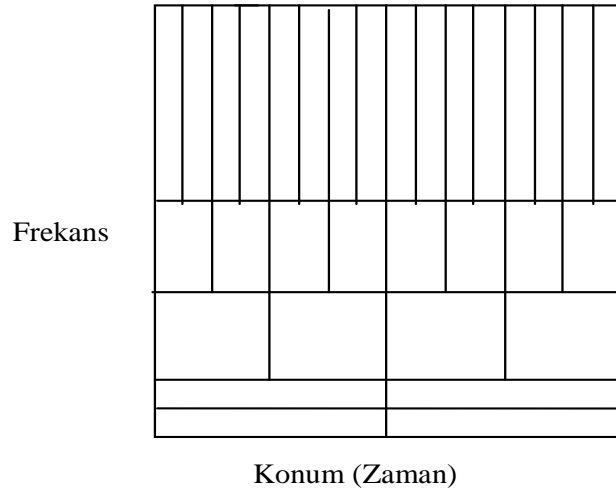
Şekil 3.2: Çeşitli dalgacık fonksiyonu örnekleri. a) Gaussian dalgacığı, b) Meksikalı şapkası dalgacığı (Mexican hat), c) Shannon dalgacık, d) Morlet dalgacık.

Bir dalgacık fonksiyonunun ana dalgacık olarak kullanılabilmesi için aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır.

- $x \rightarrow \infty$ giderken $\psi(x) \rightarrow 0$ gitmelidir ve ana dalgacığın merkezi sıfırda olmalıdır.
- $\psi(x)$ için ortalama değeri sıfır olmalıdır. Bu koşula kabul edilebilirlik koşulu denir.
- $\hat{\psi}(f)$, $\psi(x)$ 'in Fourier dönüşümü olmak üzere, dalgacıklar genellikle düzenlidir.

Bu özellikler haricinde ana dalgacığın seçimi DD analizinde önemli bir kriterdir. Bu seçim birkaç faktöre bağlıdır [Torrence, 1998];

- Ana dalgacıkların diklik bağıntısını sağlayıp sağlamaması; sağlıyorsa ise dönüşüm sonucunda dalgacık genlikleri ayırık değerler içerirken, diğer durumda sürekli değişen değerler içerir.
- Ana dalgacık fonksiyonunun sanal ya da gerçek olması; sanal dalgacık fonksiyonları hem genlik hem faz bilgisi verir ve sinyalin titreşimine daha iyi adapte edilirken, gerçek dalgacık fonksiyonları ya genlik ya da faz bilgisi verirler.
- Ana dalgacık fonksiyonunun genişliği (s); ölçek (skala) parametresi olarak da adlandırılan bu değer dalgacık fonksiyonunun çözünürlüğünü belirler. Örneğin konum uzayında dar bir genişlik seçimi yüksek konum çözünürlüğüne karşılık zayıf frekans çözünürlüğü, geniş bir genişlik ise zayıf konum çözünürlüğüne karşılık yüksek frekans çözünürlüğü verir. Bu durumda dar bir ölçek seçimi sinyal hakkında daha detaylı bilgi edinmemizi sağlar (Şekil 3.3).
- Ana dalgacık fonksiyonunun şekli.



Şekil 3.3: DD'de Konum (zaman)-Frekans çözünürlük penceresi.

3.2. Sürekli Dalgacık Dönüşümü

Dalgacık dönüşümü ana dalgacık fonksiyonunun $\psi(x)$ genişlemesinden s ve ötelenmesinden b elde edilen analiz dalgacık fonksiyonlarının $\psi_{s,b}(x)$, sinyal fonksiyonu $g(x)$ ile konvolusyonu olarak ifade edilebilir. Bu çalışmada x değişkeni

uzaysal koordinat olarak ele alınmıştır. 1-Boyutlu Dalgacık dönüşümü eşitlik (3.2) ile verilmiştir.

$$WT(s, b) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \psi_{s,b}^*(x) dx \quad (3.2)$$

Burada $\psi_{s,b}(x)$ fonksiyonuna konum uzayındaki analiz dalgacık fonksiyonu denir [Yang, 2007] ve eşitlik (3.3) ile tanımlanmıştır,

$$\psi_{s,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{x-b}{s}\right) \quad (3.3)$$

s ölçek parametresi ile analiz dalgacığının genişliği, b öteleme parametresi ile de pozisyonu belirlenir. Bu eşitlikte $\frac{1}{\sqrt{s}}$ normalizasyon sabitidir. Eşitlik (3.3)'deki s ve b parametreleri sürekli değişiyorsa dalgacık dönüşümü sürekli dalgacık dönüşümü (SDD) (eşitlik (3.4)) olarak tanımlanır.

$$CWT(s, b) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \psi^*\left(\frac{x-b}{s}\right) dx \quad (3.4)$$

Bu ifade de; x konum uzayındaki analiz dalgacığı, belirli bir s değeri için, tüm x uzayında b parametresine bağlı olarak ötelenir. Bu işlem tüm s değerleri için tekrarlanır ve CWT işlemi sonucunda $s \times b$ boyutlu bir matris elde edilir.

SDD ters Fourier dönüşüm ile basitçe hesaplanabilir. Şöyleki, $\psi_{s,b}(x)$ fonksiyonu için FD,

$$\hat{\psi}_{s,b}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{x-b}{s}\right) e^{-i2\pi f x} dx \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde $[(x-b)/s] = m$ yazarak değişken dönüşümü yaparsak,

$$\hat{\psi}_{s,b}(f) = \sqrt{s} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(m) e^{-i2\pi(sm+b)x} dx \quad (3.6)$$

eşitliği elde edilir. Bu denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{s,b}(f) &= \sqrt{s} e^{-i2\pi b f} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(m) e^{-i2\pi m(s f)} dm \\ &= \sqrt{s} e^{-i2\pi b f} \hat{\psi}(s f) \end{aligned} \quad (3.7)$$

bulunur. $\hat{\psi}(s f)$, f uzaysal frekans uzayındaki analiz dalgacık fonksiyonudur. Eşitlik (3.7) için ters Fourier dönüşümü yapılırsa,

$$\psi_{s,b}(x) = \sqrt{s} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi b f} \hat{\psi}(s f) e^{i2\pi x f} df \quad (3.8)$$

eşitliği elde edilir. $\psi_{s,b}(x)$ fonksiyonunun kompleks eşleniği eşitlik (3.4)'de yerine yazılıp düzenlenirse,

$$CWT(s,b) = \sqrt{s} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}^*(s f) e^{i2\pi b f} df \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-i2\pi x f} dx \right] \quad (3.9)$$

eşitliği yazılabilir. Köşeli parantez içindeki ifade, $g(x)$ 'in FD'dür. Bu parantez yerine $\hat{g}(f)$ yazılarak düzenlenirse,

$$\begin{aligned} CWT(s,b) &= \sqrt{s} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}^*(s f) \hat{g}(f) e^{i2\pi b f} df \\ &= \sqrt{s} TFD \{ \hat{\psi}^*(s f) \hat{g}(f) \} \end{aligned} \quad (3.10)$$

ifadesine ulaşılır. Böylece eşitlik (3.4) yerine, FFT algoritması kullanılarak daha hızlı işlem yapmak mümkün olur [Torrence 1998],[Meyers, 1993].

Dalgacık fonksiyonu $\psi(x)$ sanal ise dalgacık dönüşümü de $CWT(s,b)$ sanaldır. Bu durumda dönüşüm reel $\Re\{CWT(s,b)\}$ ve sanal $\Im\{CWT(s,b)\}$ yada genlik $|CWT(s,b)|$ ve faz $\tan^{-1}[\Im\{CWT(s,b)\}/\Re\{CWT(s,b)\}]$ olarak ayrılabilir. Reel değerli dalgacık fonksiyonları için, sanal kısım sıfırdır ve faz tanımsızdır [Torrence, 1998].

SDD yöntemi ile yapılan analizlerde seçilen dalgacığın formu önemlidir [Farge, 1992]. Bu çalışmada ana dalgacık olarak, 1-boyutlu (1B) Morlet dalgacığı kullanılmıştır.

3.3. Morlet Dalgacığı

Morlet dalgacık Fransız bir jeofizikçi olan Jean Morlet tarafından geliştirilmiştir [Hubbard, 1995]. Gauss fonksiyonu ile modüle edilmiş bir düzlem dalgadan oluşan 1B Morlet dalgacığı ve FD'mü eşitlik (3.11) ve (3.12)'de verilmiştir.

$$\psi(x) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 x} e^{-x^2/2} \quad (3.11)$$

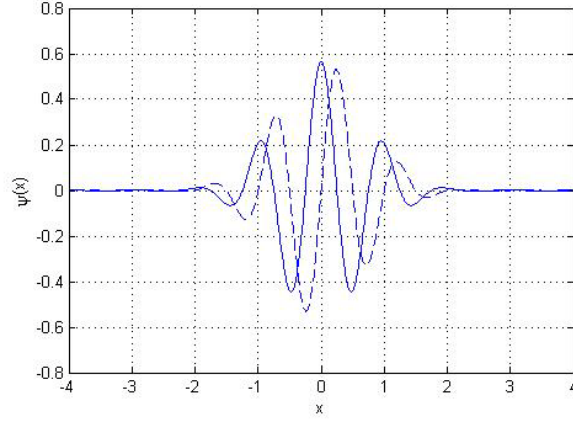
$$\hat{\psi}(f) = \pi^{-1/4} \sqrt{2\pi} e^{-\frac{(f-\omega_0)^2}{2}} \quad (3.12)$$

Burada ω_0 Morlet dalgacığının merkezi frekansıdır ve kabul edilebilirlik koşulunu sağlaması için $\omega_0 > 5$ olmalıdır, bu çalışmada $\omega_0 = 6$ alınmıştır [Torrence, 1998]. Eşitlik (3.3)'e göre analiz Morlet dalgacığının konum ve uzaysal frekans uzayındaki ifadesi eşitlik (3.13) ve (3.14)'de verilmiştir.

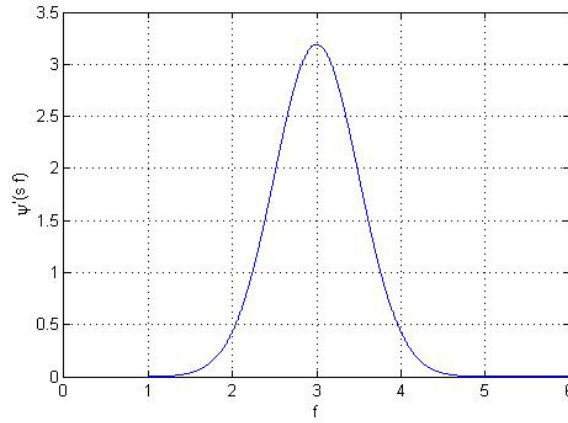
$$\psi_{s,b}(x) = \frac{\pi^{-1/4}}{\sqrt{s}} e^{i\omega_0 \left(\frac{x-b}{s}\right)} e^{-\frac{(x-b)^2}{2s^2}} \quad (3.13)$$

$$\hat{\psi}(sf) = \pi^{-1/4} \sqrt{2\pi} e^{-\frac{(sf-\omega_0)^2}{2}} \quad (3.14)$$

Morlet dalgacığının konum ve uzaysal frekans uzayındaki formu $s=2$ ve $b=0$ için Şekil 3.4.a) ve b)'de görülmektedir.



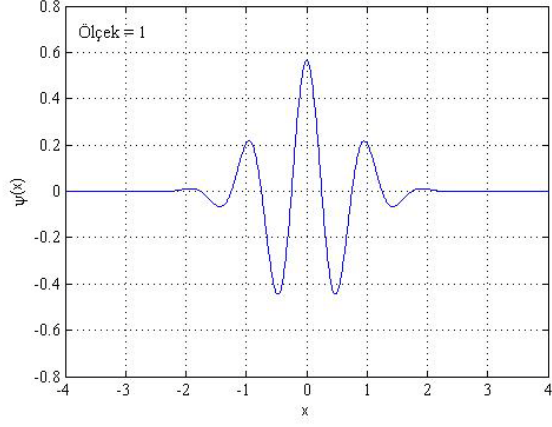
a)



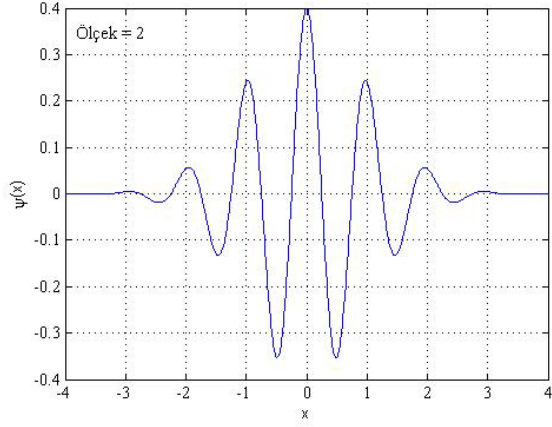
b)

Şekil 3.4: a) Morlet dalgacık fonksiyonu, , düz çizgi gerçek, kesikli çizgi sanal kısmı göstermektedir. b) f uzayındaki analiz Morlet dalgacığı.

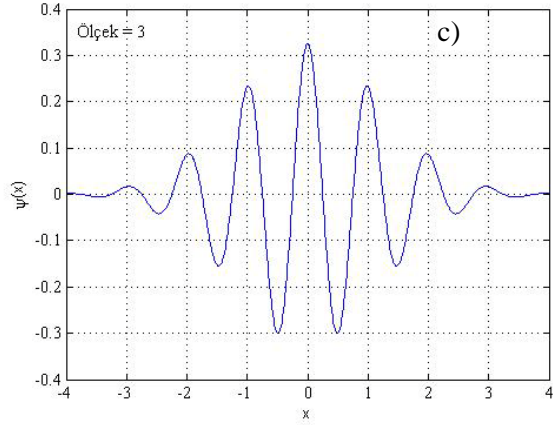
Şekil 3.5'de üç farklı ölçek ($s=1,2,3$) değerleri için Morlet dalgacığı görülmektedir. Şekil 3.6' da ise üç farklı öteleme ($b=1, 2, 3$) değerleri için olan Morlet dalgacığı verilmiştir. Burada, ölçek değeri $s=1$ alınmıştır.



a)

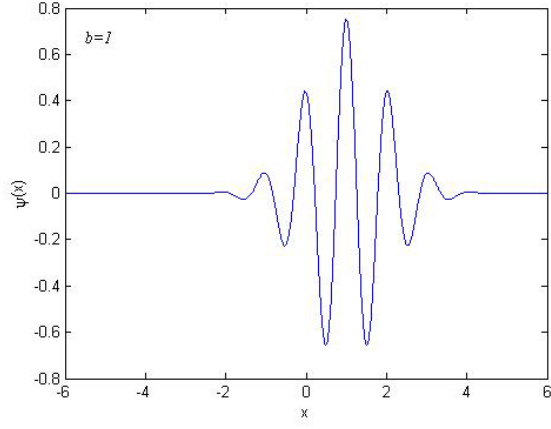


b)

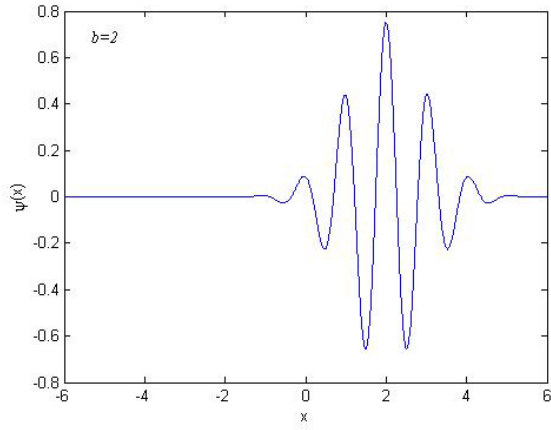


c)

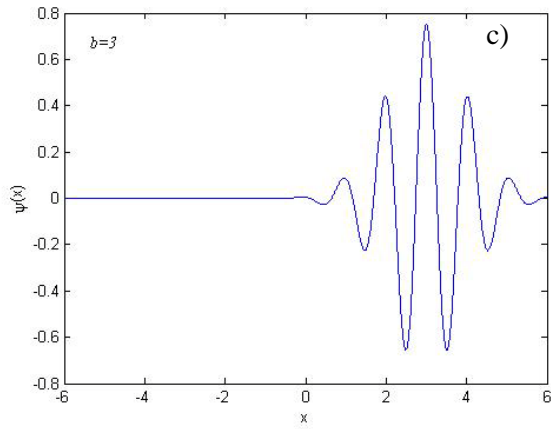
Şekil 3.5: a) 1 ölçek değerine sahip Morlet dalgacı, b) 2, c) 3 ölçek değerlerine sahip Morlet dalgacı.



a)



b)



c)

Şekil 3.6 : a) 1 öteleme değerine sahip Morlet dalgacığı, b) 2, c) 3 öteleme değerlerine sahip Morlet dalgacığı.

Dalgacık dönüşümünde, dalgacık ölçek parametresi (s) ile Fourier periyod (p) arasındaki ilişki Meyers ve arkadaşları tarafından verilmiştir. Bu ilişki, frekansı bilinen bir sinuzoidal dalganın eşitlik (3.10)'da yerine konulması ve dalgacık güç spektrumunu ($|CWT(s)|^2$) maksimum yapan ölçek parametresinin (s) hesaplanması ile belirli bir dalgacık fonksiyonu için analitik olarak hesaplanabilir. Morlet dalgacığı için, bu ilişki $p = 1.03 s$ olarak elde edilmiştir [Meyers, 1993]. Görüldüğü gibi Morlet dalgacığı için dalgacık ölçek parametresi neredeyse Fourier periyoda eşittir.

3.4. Hologramın Faz Bilgisinin Dalgacık Dönüşümü ile Hesaplanması

Kısım 2'de, hologramın cisimden gelen cisim dalgası ($O(x, y)$) ile referans dalgasının ($R(x, y)$) girişimi olduğundan bahsedildi. Bu tez çalışmasında sayısal merceksiz Fourier hologram tekniği kullanıldığından referans kaynağı nokta kaynaktır. Bu durumda hologram düzleminde cisim dalgası ve referans dalga sırasıyla eşitlik (3.15) ve (3.16)'da verilmiştir.

$$O(x, y) = o(x, y)e^{i\phi(x, y)} \quad (3.15)$$

$$R(x, y) = \frac{R_0}{d} e^{-i\left(k_0 d + \frac{k_0}{2d}(x^2 + y^2)\right)} \quad (3.16)$$

Burada (x, y) hologram düzleminin koordinatları, $o(x, y)$ ve R_0 sırasıyla cisim ve referans dalgalarının genlikleri ve $\phi(x, y)$ cisim dalgasının fazıdır. d hologram düzlemi ile nokta kaynak arasındaki mesafeyi, k_0 ise dalga sayısını ($k_0 = 2\pi/\lambda$) tanımlamaktadır. Eşitlik (3.16)'daki referans dalga tek boyutta alınırsa, hologram şiddeti eşitlik (3.17)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
I(x, y) &= R \cdot R^* + O \cdot O^* + O \cdot R^* + O^* \cdot R \\
&= \left| \frac{R_0}{d} \right|^2 + |o(x, y)|^2 + \frac{1}{d} o(x, y) R_0 e^{i \left[\phi(x, y) + k_0 d + \frac{k_0}{2d} x^2 \right]} \\
&\quad + \frac{1}{d} o(x, y) R_0 e^{-i \left[\phi(x, y) + k_0 d + \frac{k_0}{2d} x^2 \right]}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Burada ilk iki terim sıfırcıncı mertebeye, son iki terim ise sanal ve gerçek görüntü terimleridir. Amaç, Morlet dalgacığı kullanılarak hologramın faz bilgisini hesaplamak ve böylece faz hologram elde etmek. Morlet dalgacığı bir Gaussian fonksiyon ile modüle edilmiş bir sinüs ve bir kosinüs dalgalarının bileşimidir. Bu yapı girişim deseninin sinüzoidal karakteristiği ile uyumlu olduğundan Morlet dalgacık kullanılmıştır. Dalgacık dönüşümü analizinde basitlik sağlaması için, hologramın tek bir satırını ele alınarak eşitlik (3.17), eşitlik (3.18)'deki gibi yazılabilir [J. Weng, 2008].

$$I(x) = A(x) + \frac{1}{d} R_0 o e^{i\varphi(x)} + \frac{1}{d} R_0 o e^{-i\varphi(x)} \tag{3.18}$$

Burada $A(x) = |R_0|^2 + |o(x)|^2$ ve $\varphi(x) = \phi(x, y) + k_0 d + \frac{k_0}{2d} x^2$ dir. Faz $\varphi(x)$, b civarında Taylor serisine açılırsa;

$$\varphi(x) = \left[\phi(b) - k_0 d - \frac{k_0}{2d} b^2 \right] + \left[\phi'(b) - \frac{2k_0}{d} b \right] (x - b) + \frac{1}{2!} \left[\phi''(b) - \frac{2k_0}{d} \right] (x - b)^2 + \dots \tag{3.19}$$

elde edilir. $(x - b)$ 'nin yüksek terimleri ihmal edilebilir, bu durumda faz olarak eşitlik (3.20) kullanılabilir.

$$\varphi(x) = \left[k_0 d + \frac{k_0}{2d} b^2 + \phi(b) \right] + \left[\frac{2k_0}{d} b + \phi'(b) \right] (x - b) \tag{3.20}$$

Hologram şiddetinin $I(x)$ 'in SDD'si;

$$W(s, b) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \psi_{s,b}^*(x) dx = W_1(s, b) + W_2(s, b) + W_3(s, b) \quad (3.21)$$

eşitliği ile tanımlanır. $\psi_{s,b}(x)$ eşitlik (3.13)'de verilmiştir. '*' kompleks eşleniği göstermektedir. Hesaplamaları biraz kolaylaştırmak için $A(x) \approx A$ ve $o(x) \approx o$ alınmıştır. Morlet dalgacık kullanılarak elde edilen SDD eşitlik (3.22)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} W_1(s, b) &= \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} A e^{-\frac{\omega_0^2}{2}} \\ W_2(s, b) &= \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} R_0 o e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{2k_0 b}{d} + \phi'(b) \right) s - \omega_0 \right]^2} e^{\left[\phi(b) - k_0 d - \frac{k_0}{2d} b^2 \right]} \\ W_3(s, b) &= \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} R_0 o e^{-\frac{1}{2} \left[\left(-\frac{2k_0 b}{d} - \phi'(b) \right) s - \omega_0 \right]^2} e^{-i \left[\phi(b) - k_0 d - \frac{k_0}{2d} b^2 \right]} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Dalgacık dönüşümünde ölçek parametresi $s > 0$ olduğunda, Dalgacık katsayılarının genliği $|W(s, b)|$;

$$s = \frac{\omega_0}{\frac{k_0 b}{d} + \phi'(b)} \quad (3.21)$$

değerinde maksimum olur. Bu maksimum değer için, dalgacık dönüşümü eşitliği eşitlik (3.22)'deki gibi olur.

$$\begin{aligned} W_{tepe}(b) &= \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} A e^{-\frac{\omega_0^2}{2}} + \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} R_0 o e^{i \left(\phi(b) + k_0 d + \frac{k_0}{2d} b^2 \right)} \\ &+ \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} R_0 o \left(-\frac{4\omega_0^2}{2} \right) e^{-i \left(\phi(b) + k_0 d + \frac{3k_0}{2d} b^2 \right)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Burada $e^{(-\omega_0^2/2)} \approx 0$ ve $e^{(-4\omega_0^2/2)} \approx 0$ 'dir. Konum ile ilgili olan öteleme parametresi b 'nin yerine x yazılıp eşitlik (3.22) tekrar yazılırsa;

$$W_{tepe}(x) = \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} R_0 o e^{i\left(\phi(x)+k_0d+\frac{k_0}{2d}x^2\right)} \quad (3.23)$$

elde edilir. Görüldüğü gibi, $W_{tepe}(x)$ 'in fazı hologram şiddetinin, $I(x)$, fazına eşittir. Hatta eşitlik (3.23) referans dalgası, eşitlik (3.16), ile çarpılarak cisim dalgası eşitlik (3.24)'teki gibi tekrar elde edilebilir.

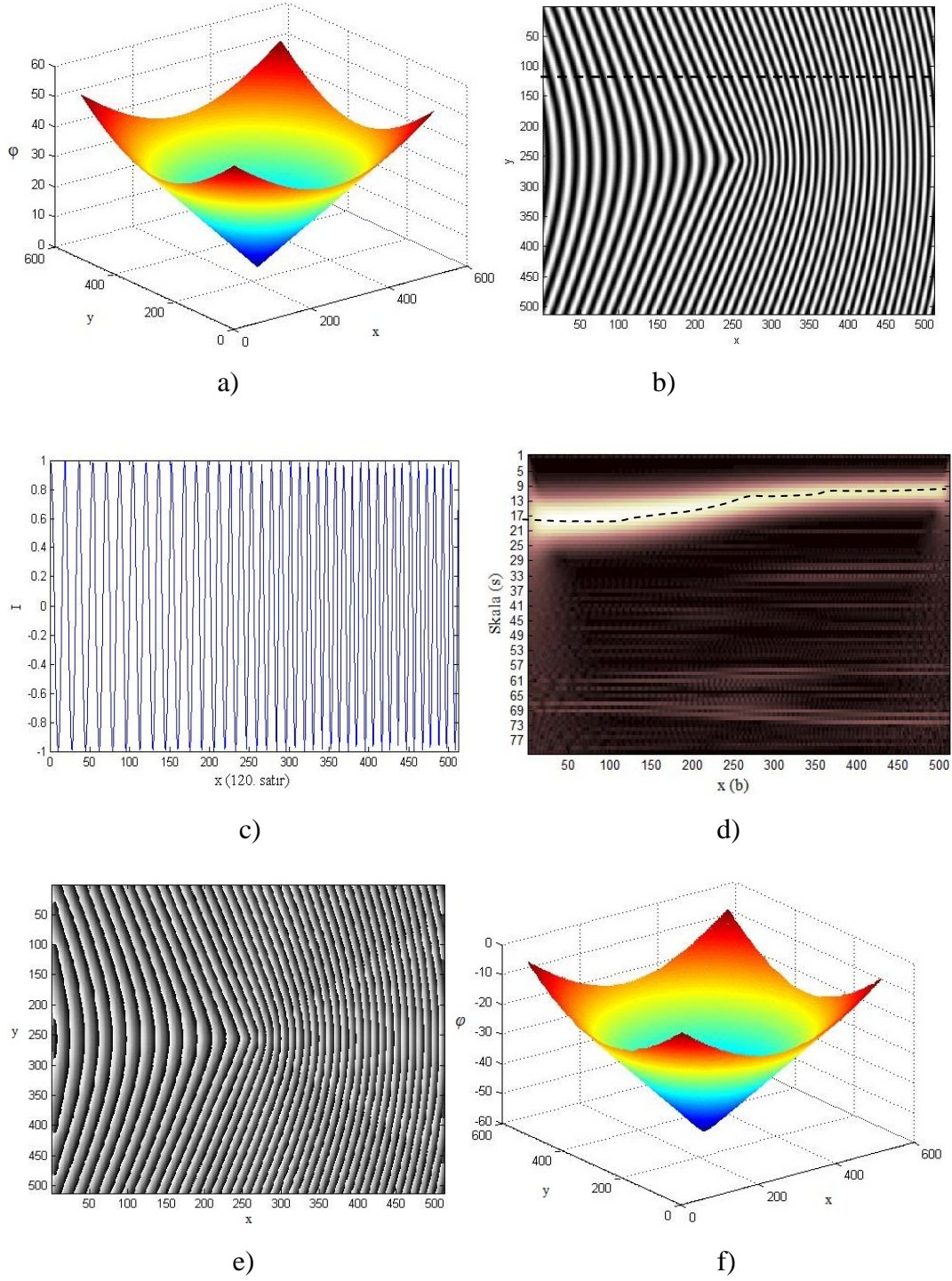
$$U_{reconst}(x) = W_{tepe}(x) \frac{R_0}{d} e^{-i\left(k_0d+\frac{k_0}{2d}x^2\right)} = \sqrt{s} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} \frac{R_0^2}{d} o e^{i\phi(x)} \quad (3.24)$$

Aynı zamanda bu yöntemle, sıfırncı mertbe ve ikinci görüntü terimleri herhangi bir uzaysal filtreleme yapmadan elimine edilebilmektedir.

Burada, SDD ile holograma ait girişim deseni görüntüsünden faz bilgisinin nasıl elde edildiğini göstermek için Morlet dalgacık fonksiyonu kullanarak adım adım yapılan işlemler özetlenecektir. Örneğin, bilgisayarda tasarlanmış bir girişim deseni (eşitlik (3.25)), eşitlik (3.26) ile verilen bir cisim fazı (Şekil 3.7.a)) ile modüle edilmiş olsun. Burada f modüle edilmemiş girişim deseninin taşıyıcı frekansdır.

$$I(x, y) = \cos[2\pi fx + \varphi(x, y)] \quad (3.25)$$

$$\varphi(x, y) = 0.15\sqrt{(x-256)^2 + (y-256)^2} \quad (3.26)$$



Şekil 3.7: SDD kullanılarak modüle edilmiş girişim deseninin analizi. a) Cismin fazı, b) modüle edilmiş girişim deseni, c) 120. Satırın şiddet değişimi, d) SDD sonucu elde edilen uzaysal konumun, (b) , ölçeğe, (s) , bağlı şiddet grafiği, e) hesaplanan $[-\pi, +\pi]$ aralığında ayırık değerlere sahip (wrapped) faz, f) sürekli değerlere sahip (unwrapped) faz.

SDD yöntemi ile faz hesaplamada, her b öteleme değeri için s ölçek değişkeni seçilen aralıkta değiştirilerek $W(s,b)$ değerleri bulunur. En yüksek genliğe sahip olan

seçilir ve bu işlem b değiştirilerek görüntünün her satırı (her bir y satır) sonuna kadar tekrar edilir. Bu tepe değeri (ridge), analizi yapılan sinyal ile dalgacık fonksiyonunun en iyi benzeştiği ölçekteki (s) SDD değeridir (W_{tepe}). Bu değer eşitlik (3.23)'te görüldüğü gibi üstel kompleks bir fonksiyon olduğundan modüle edilmiş girişim deseninin fazını verir.

$$\varphi(b, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Sanal}(W(s, b))}{\text{Gerçek}(W(s, b))} \right) \quad (3.27)$$

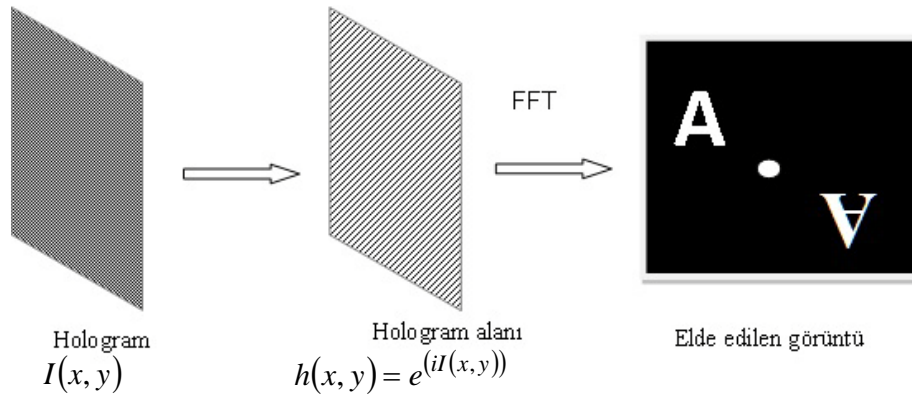
Şekil 3.7.b)'de verilen modüle girişim deseninin analizine dönersek, bu desenin 120.satırının şiddet değişimi Şekil 3.7.c)'de görülmektedir. Bu satır sinyalinin 1'den 80'e adım aralığı 1 alınarak değişen ölçekte (s)SDD sonucu elde edilen uzaysal konumun, (b), ölçeğe, (s), bağlı şiddet grafiği Şekil 3.7.d)'de verilmiştir. Bu grafikte SDD'nin maksimum değerleri noktalı eğri ile belirtilmiştir. Bu noktalara yakın skala bölgesinde, (s), 4'den 30'a 0,2 adım aralığında her bir satır için hesaplanan $[-\pi, +\pi]$ aralığında ayrık değerlere sahip (wrapped) faz Şekil 3.7.e) ve sürekli değerlere sahip (unwrapped) faz şekil 3.7.f)'de verilmiştir. Görüldüğü gibi bilgisayarda tasarladığımız girişim desenini modüle eden faz bilgisi (Şekil 3.7.a)) SDD dönüşümü ile elde edilmiştir.

4. SAYISAL HOLOGRAMIN NÜMERİK VE OPTİKSEL OLARAK YENİDEN ELDE EDİLMESİ

Bu tez çalışmasında, CCD üzerine kaydedilen 3B'lu şeffaf olmayan dağıtkan (diffuse) bir yüzeye sahip 3B bir cismin sayısal merceksiz Fourier hologramının (MFH) faz bilgisini hesaplamak ve sadece bu faz bilgisini kullanarak cismin görüntüsünü hem sayısal hemde LCSLM aracılığı ile optiksel olarak yeniden elde etmek amaçlanmıştır. Sayısal olarak görüntüyü yeniden oluşturma aşamasında da bu durum göz önüne alınmıştır. İlk olarak, Şekil 4.1'de faz hesaplanmadan direk sayısal hologramın şiddet, $I(x', y')$, bilgisi kullanılarak görüntünün elde edilme aşaması gösterilmiştir. Bu durumda hologram alanı, LCSLM üzerine gönderilen şiddet bilgisini faz bilgisi olarak kullandığından, ağartılmış-faz hologramı, eşitlik (4.1) deki gibi yazılmıştır.

$$h(x, y) = e^{(iI(x,y))} \quad (4.1)$$

Genlik değişimi olmadığı için genlik sabit bir kabul edilmiştir. Görüntünün oluşturulması için bu alanın hızlı Fourier dönüşümü (FFT) alınır. Bu şartlar altında elde edilen görüntü çifttir ve baskın DC terim içermektedir.



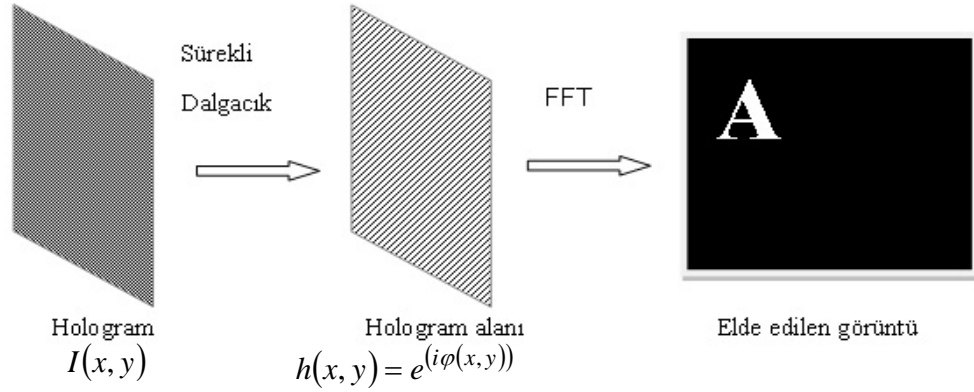
Şekil 4.1: Faz hesaplanmadan direk sayısal hologramın şiddet, $I(x', y')$, bilgisi kullanılarak görüntünün elde edilme aşaması.

İkinci olarak, Şekil 4.2'de SSD ile sayısal hologramın fazı hesaplanarak, sadece bu faz, $\varphi(x', y')$, bilgisi kullanılarak görüntünün elde edilme aşaması

gösterilmiştir. Buradaki hologram alanı sadece faz bilgisinin direk SLM'ye gönderilmiş durumu için, faz-hologramı, eşitlik (4.2)'deki gibi yazılmıştır.

$$h(x, y) = e^{(i\varphi(x,y))} \quad (4.2)$$

Burada da genlik değişimi olmadığı için genlik sabit bir kabul edilmiştir. Görüntünün tekrar oluşturulması için bu alanın Fourier dönüşümü (FFT) alınır. Görüldüğü gibi sonuçta ikinci görüntü ve DC terim SDD yöntemi ile filtre edildiğinden görüntü düzleminde görülmemektedir.



Şekil 4.2: SDD ile sayısal hologramın fazı hesaplanarak ve sadece bu faz, $\varphi(x', y')$, bilgisi kullanılarak görüntünün elde edilme aşaması.

Bu bölümde ilk deneysel olarak yapılan çalışmanın bir simülasyonu sunulmuştur. Tamamen bilgisayar ortamında oluşturulan bir MFH'nin 1B SDD yöntemi ile hesaplanan faz bilgisi ile cismin görüntü elde edilmiştir. Ardından deneysel olarak yapılan çalışmalar ve karşılaştırmalar verilmiştir.

4.1. 3B 'lu Cismin Merceksiz Fourier Hologram Kaydı ve Görüntüsünün Oluşturulması için Yapılan Simülasyon

Kısım 2.9.1'de bahsedildiği gibi, küresel referans dalganın kaynağı olan nokta kaynak ile 3B cisim aynı düzlemde konumlandırıldı. Cisim olarak Şekil 4.3.a)'da görülen F harfi seçildi. F harfine 3. boyut kazandırmak için rastgele faz değeri eklendi. Küresel referans dalga ile dağıtılan 3B cismin her bir noktasından saçılan alanların CCD düzleminde oluşturduğu girişim şiddeti hesaplandı ve elde edilen

girişim deseninin Şekil 4.2.b) verildi. Burada cisimden saçılan alanların genlikleri 1 kabul edildi. 512x512 piksel sayıda ve herbir piksel boyutu λ olan bir CCD simule edildi. CCD ve cisim arasındaki mesafe deneysel düzenele uyumlu olarak yaklaşık 800 mm ve hem kayıt hemde görüntüyü yeniden elde etme işlemlerinde dalgaboyu 632 nm alındı.

Simule edilen sayısal hologramdan görüntü iki farklı metot eşitlik (4.1) ve (4.2) ile elde edildi. Bunlardan birincisi, (Şekil 4.3.a)'da verilen) simule edilen hologramın şiddet dağılımı, $I(x,y)$, kullanılarak elde edilen görüntü. Burada sıfırıncı mertebe (0) ve çift görüntü terimleri (+1. ve -1. mertebeler) görülmektedir. +1. ve -1. terimlerin görülebilmesi için 0. terimin maksimum değeri filtrelenmiştir.

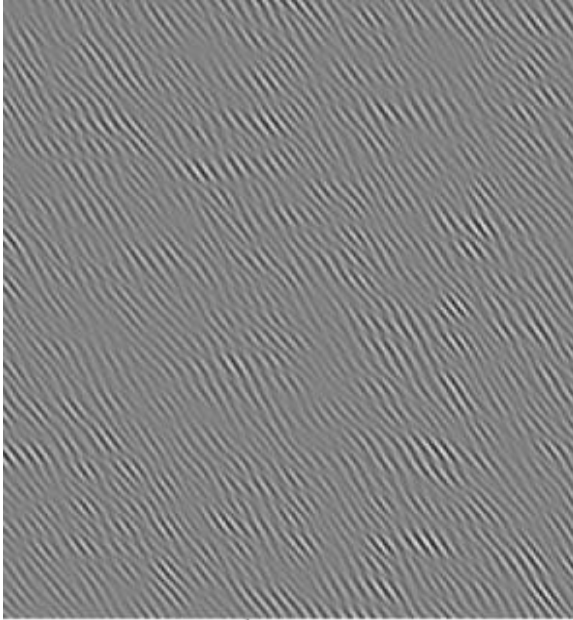
Sayısal holografide genel olarak kırınım verimliliği, kırınımına uğramış alanın toplam şiddetinin (cismin görüntüsünün olduğu bölge), cismin görüntüsünü elde etmek için kullanılan referans dalga şiddetine oranı olarak eşitlik (4.3) ile tanımlanır [Picart and Li, 2012].

$$\zeta = \frac{\sum_{n \in +1.} GI_n}{\sum_m RI_p} \quad (4.3)$$

Burada GI görüntü bölgesinin şiddetini, $n=m=0,1...512$ piksel sayısını, RI referans dalganın şiddetini göstermektedir. Bu durumda, 0. mertebenin yüksek şiddet etkisi düşük kırınım verimliliğine sebep olur. F harfinin görüntüsünün 3B'lu şiddet dağılımı Şekil 4.4.b)'de ve bu dağılımın 60.satırı da Şekil 4.4.c)'de verilmiştir.



a)

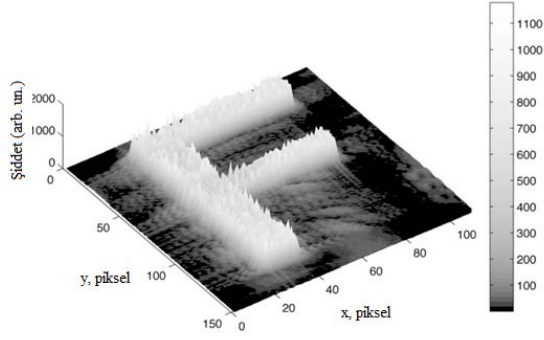


b)

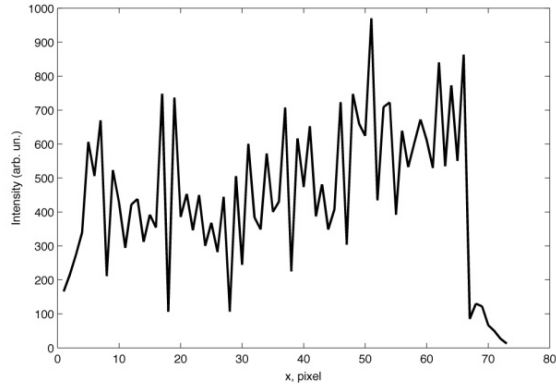
Şekil 4.3: a) Cisim, b) Cismin hesaplanan LF hologramı



a)



b)

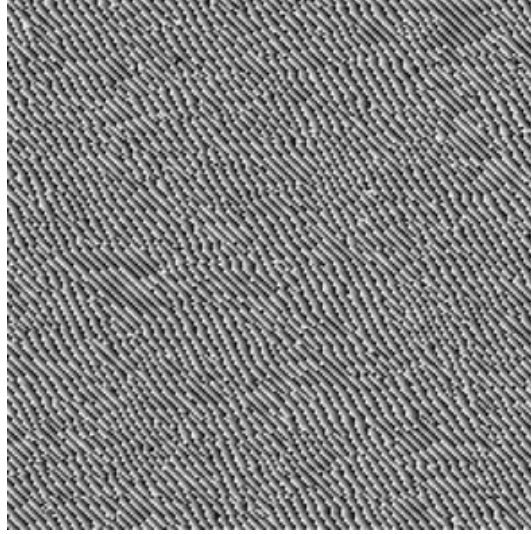


c)

Şekil 4.4: a) 'F' harfinin sayısal olarak elde edilen görüntüsü, b) 'F' harfinin şiddet dağılımının 3B'lu görüntüsü, c) Şekil 4.2.b)'nin 60. satırın şiddet dağılımı.

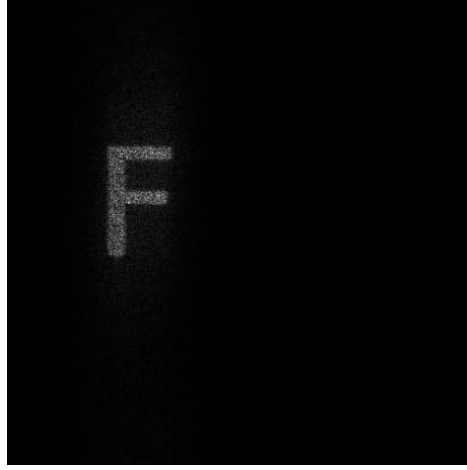
İkinci metot, hologramın şiddet dağılımının 1B-CWT yöntemi ile hesaplanan faz bilgisi, $\varphi(x,y)$, ile görüntünün elde edilmesi. Burada 1B-CWT, hesaplanan hologramın maksimum ve minimum uzaysal frekans değerlerine göre ölçek parametresi $s=1-10$ aralığında seçilerek hesaplandı. Şekil 4.5.a)'da hesaplanan faz, 4.5.b)'de sadece bu faz bilgisi kullanılarak elde edilen görüntü, 4.5.c)'de bu görüntünün şiddet dağılımı ve 4.5.d)'de ise bu şiddet dağılımının 60. satırı görülmektedir. Bu yöntemle herhangi bir uzaysal filtreleme yapmadan 0. ve ikinci görüntü terimi elimine edilmiştir.

Burada Şekil 4.5, hologram şiddetinin faz bilgisinin 1B-CWT kullanılarak hesaplanabildiği ve sadece bu faz bilgisi ile görüntünün elde edilebildiğini göstermektedir. Bu yöntemle, istenmeyen 0. ve ikinci görüntü elimine edilerek kırınım verimliliği yaklaşık 3 kat artmıştır. Kırınım verimliliği değerleri Tablo 4.1'de verilmiştir. Ayrıca faz hologramdan elde edilen görüntünün parlaklığı, kırınım verimliliğine bağlı artmıştır, buda düşük genlik kaybının olduğunu göstermektedir.

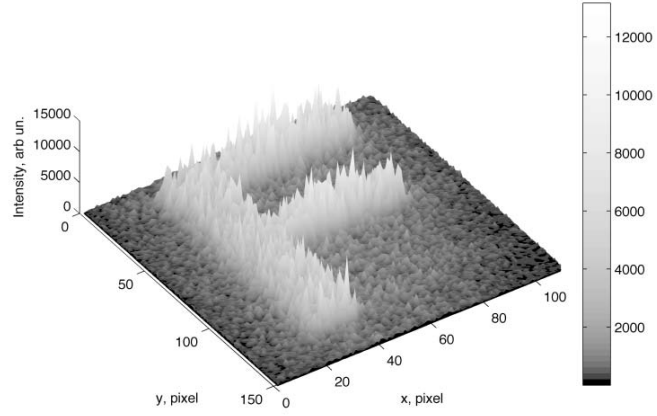


a)

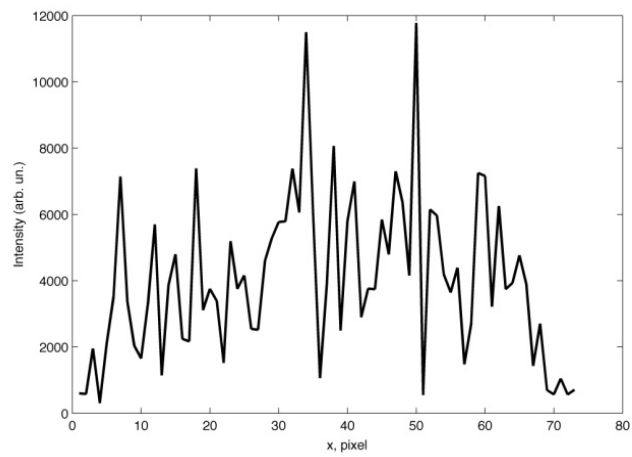
Şekil 4.5: F' harfinin simule edilen hologramının faz bilgisi kullanılarak elde edilen görüntüsü. a) 1-B CWT ile hesaplanan faz,



b)



c)



d)

Şekil 4.5 (devam): b) elde edilen F'nin görüntüsü, 'c) 'F' harfinin şiddet dağılımının 3B'lu görüntüsü, d) Şekil 4.3.c'nin 60.satırın şiddet dağılımı.

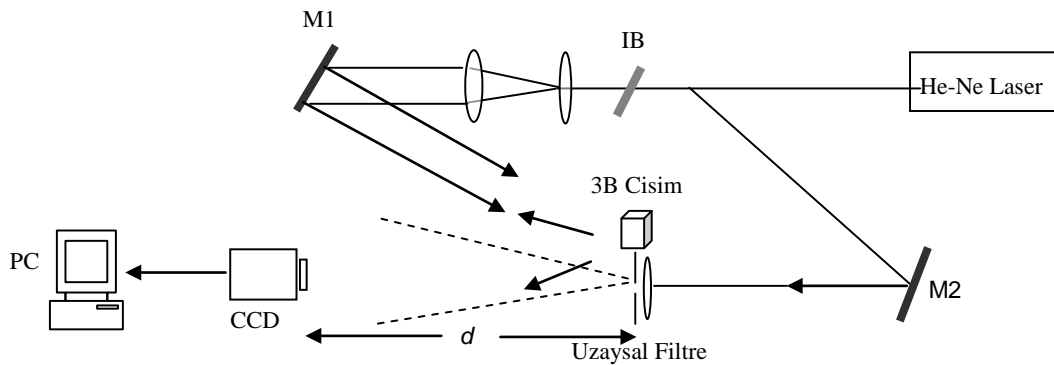
4.2. Sayısal Hologramı Kaydedilen Cismin Görüntüsünün Sayısal ve Optiksel Olarak Elde Edilmesi

Bu kısımda, sayısal hologramı CCD ye kaydedilen bir cismin ilk önce literatürde bilinen bir yöntem ile [H. Zheng, 2009],[M. Sutkowski, 2000] görüntüsü sayısal ve optiksel olarak elde edildi. Ardından, CCD'ye kaydedilen hologramın şiddet bilgisinin fazı önerdiğimiz yöntem olan SDD ile hesaplanarak cismin sayısal ve optiksel görüntüsü gerçekleştirildi ve sonuçlar karşılaştırıldı.

4.2.1. Merceksiz Fourier Sayısal Hologram Kaydı

3B dağıtık cismin sayısal merceksiz Fourier hologram kaydı için kurulan deney düzeneği Şekil 4.6'da görülmektedir. He-Ne lazer (632 nm) ve 1600x1200 çözünürlüğe sahip CCD (Sony XCL-U1000, piksel boyutu 4x4 μm) kamera ve 3-boyutlu (3B) cisim olarak Şekil 4.7'de gösterilen alçıdan yapılmış yaklaşık 1.5 mm boyutunda bir 3B çiçek modeli kullanılmıştır.

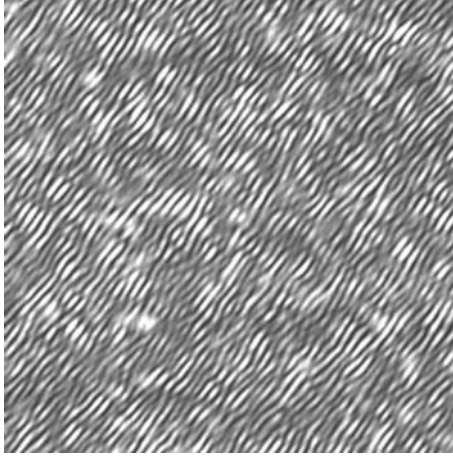
Cisim dalgası ve referans dalgayı elde etmek için lazer demeti ışın bölücü (IB), ile iki parçaya ayrılır. Bir parça, M2 aynası ile yansıtılan referans dalga nokta kaynak gibi davranan uzaysal filtreden (noktasal delik) geçerek CCD (hologram) düzlemine ulaşır. Diğer parça ise M1 aynası ile cisimi aydınlatır ve 3B-cisimden saçılan dalgalar CCD düzleminde küresel referans dalga ile girişim meydana gelir. Şekil 4.6'da görüldüğü gibi nokta kaynak ve cisim aynı düzlem üzerindedir. CCD ve cisim düzlemi arasındaki mesafe, d , CCD'nin çözünürlüğüne ve cismin uzaysal boyutlarına göre yaklaşık 800 mm'dir.



Şekil 4.6: Sayısal Fourier Hologram deney düzeneği.



Şekil 4.7: Sayısal hologramı çekilen çiçeğin fotoğrafı.



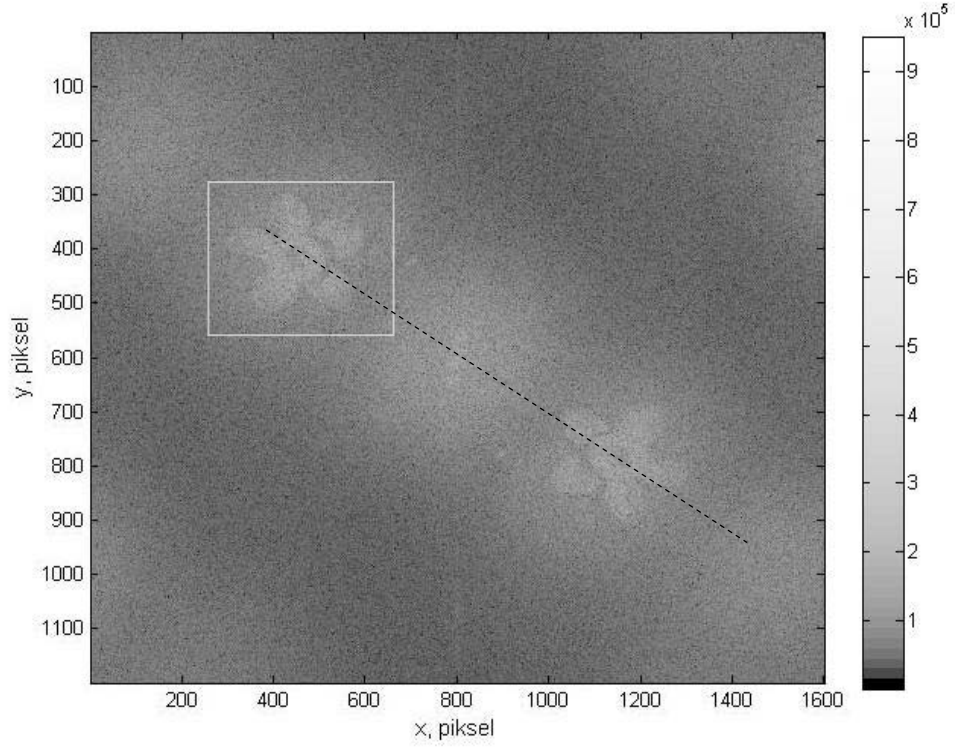
Şekil 4.8: CCD'ye kaydedilen sayısal hologram deseninin, $I(x, y)$, bir kısmı.

Hologramın CCD'ye kaydedilmesinden sonraki aşama; bu kaydedilen girişim deseni yani hologramın şiddetinin, $I(x, y)$, faz bilgisi hesaplanarak cismin 3B'lu görüntüsünü sayısal ve SLM aracılığı ile de optiksel olarak elde etmek olacaktır.

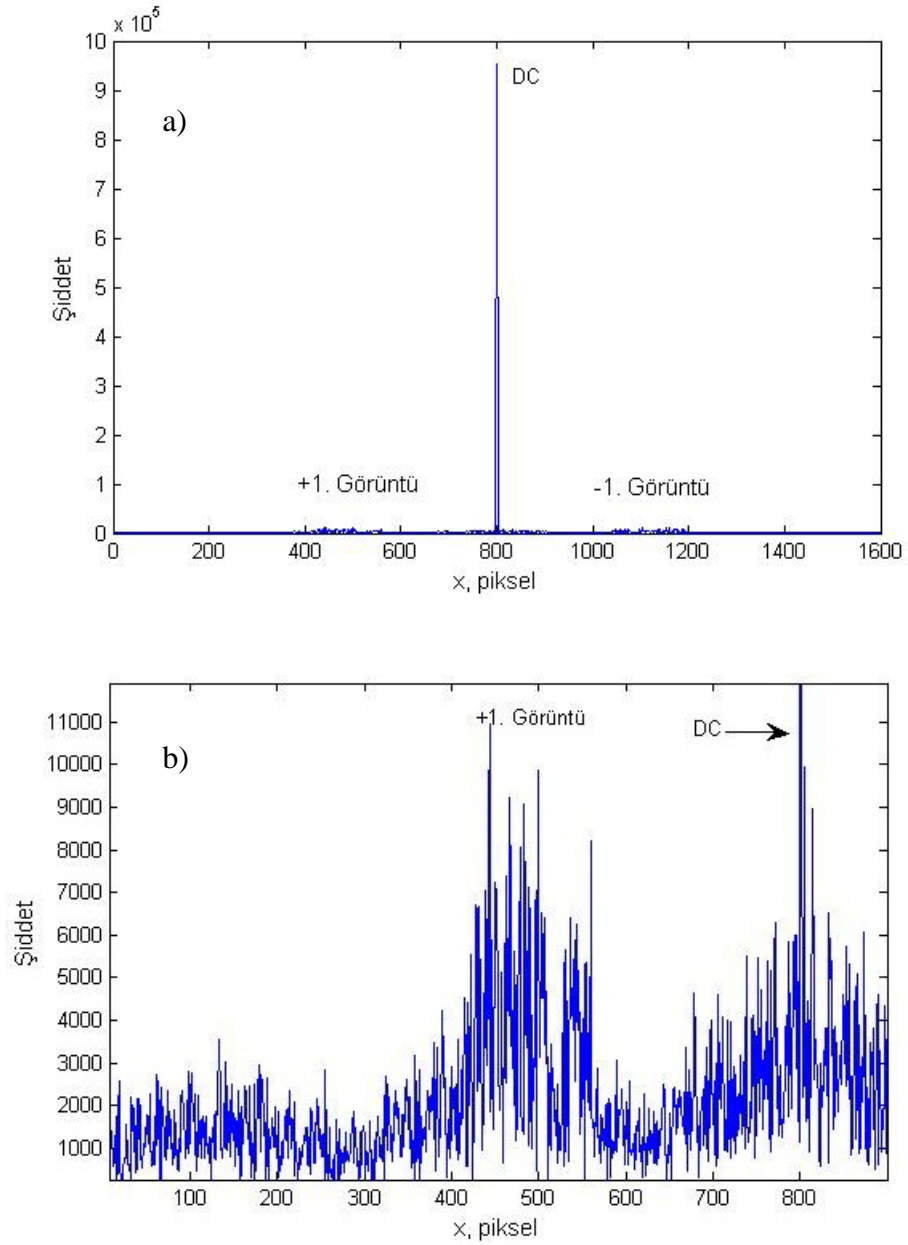
4.2.2. Görüntünün Hologram Şiddetinden Sayısal Olarak Elde Edilmesi

Çiçeğin CCD'ye kaydedilen sayısal hologram şiddetinin bir kısmı Şekil 4.8'de görülmektedir. Bu şiddet, $I(x, y)$, kullanılarak, bilgisayar ortamında sayısal olarak, Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) ile elde edilen 3B cismin logaritmik görüntüsü Şekil

4.9’da görülmektedir. Çiçeğin görüntüsünün ve 0. terimin şiddet dağılımının daha iyi anlaşılabilmesi için, Şekil 4.9’daki logaritmik görüntü üzerinde alınan köşegen bir hat boyunca elde edilen şiddet değişimi, Şekil 4.10.a), incelendiğinde görüntü bölgesinin şiddet dağılımının 0. terime göre çok küçük olduğu görülebilir. Sinyalin şiddet dağılımının daha iyi incelenebilmesi için Şekil 4.10.a)’nın sadece sinyal bölgesinin büyütülmüş hali detaylı bir şekilde Şekil 4.10.b)’dedir.



Şekil 4.9: Hologram şiddeti kullanılarak, FFT ile sayısal olarak yeniden oluşturulan logaritmik görüntü.

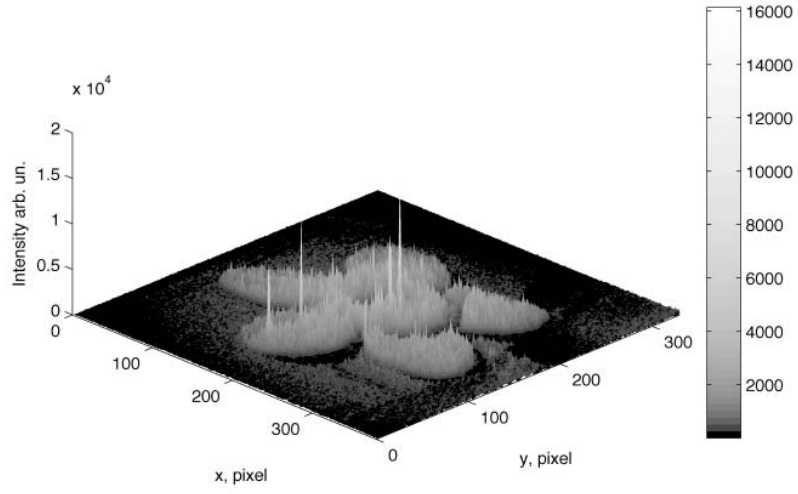


Şekil 4.60: Şekil 4.6’da logaritmik görüntü üzerinde alınan köşegen bir hat boyunca elde edilen şiddet değişimi. a) 1-1600 piksel, b) 1-900 piksel aralığı.

Fourier düzleminde sayısal olarak elde edilen görüntü (0-255 gri seviyeli olarak) ve +1.mertebeli görüntünün 3B’lu şiddet dağılımı sırasıyla Şekil 4.11.a) ve b)’de görülmektedir. Şekil 4.11.a)’da, +1. ve -1. terimlerin görülebilmesi için 0. terimin maksimum değeri filtrelenmiştir. Deneysel sonuçların simülasyonla uyumlu olduğu görülmektedir.



a)



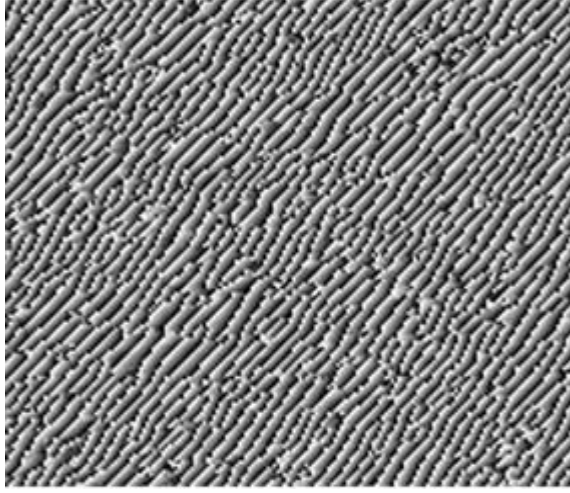
b)

Şekil 4.71: a) Fourier düzleminde sayısal olarak elde edilen görüntünün 0-255 gri seviyeli olarak gösterimi, b) +1. mertebeli görüntünün 3B'lu şiddet dağılımı.

4.2.3. Görüntünün SDD ile hesaplanan faz bilgisi ile Sayısal olarak elde edilmesi

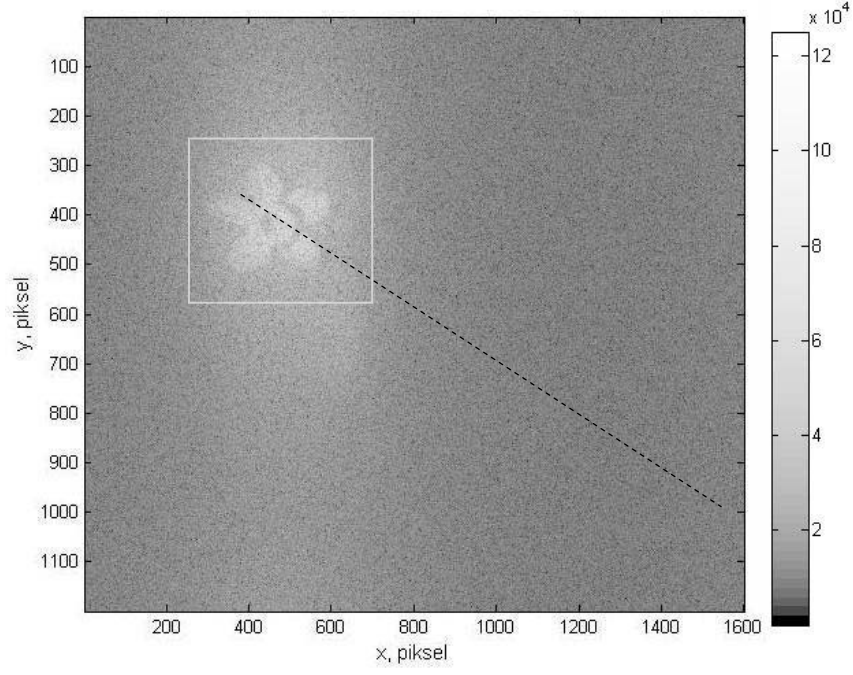
Şekil 4.8'de verilen hologram şiddetinin, $I(x, y)$, 2-8 arasında 6 farklı ölçekte 1- boyutlu morlet ana dalgacıği kullanılarak SDD ile hesaplanan faz bilgisi, $\varphi(x, y)$,

Şekil 4.12’de verilmiştir. Faz bilgisi (faz hologram) MATLAB (R) programı kullanılarak 4-çekirdekli, 4GB RAM, 2.4GHz özellikli bilgisayarda hesaplanmıştır.

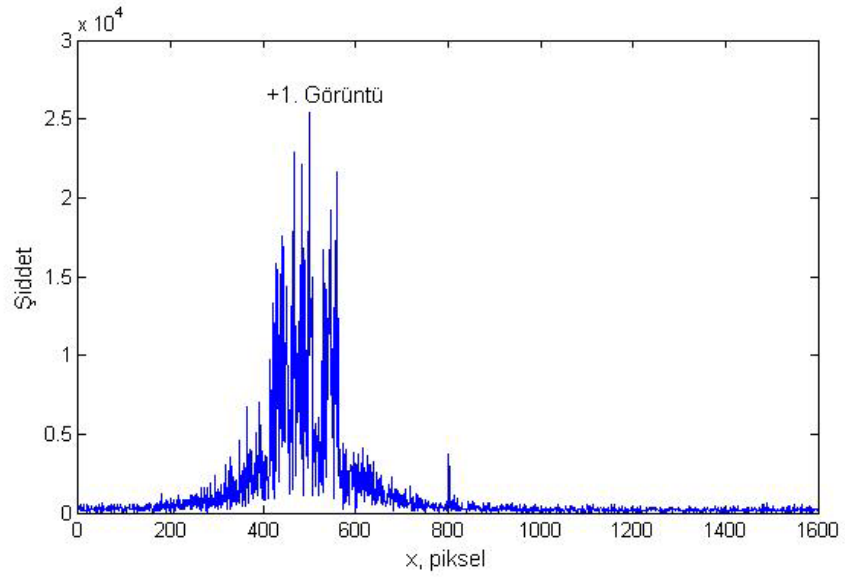


Şekil 4.82: SDD ile hesaplanan faz hologram.

Bu faz hologram kullanılarak FFT ile görüntü düzleminde elde edilen logaritmik görüntü ise Şekil 4.13.a)’da görülmektedir. Burada görüldüğü gibi SDD yöntemi ile hesaplanan faz hologramının kullanılması ile ikinci görüntü ve 0. mertebe terimi filtre edilmiştir. Yine burada logaritmik görüntü, Şekil 4.13.a), üzerinde alınan köşegen bir hat boyunca elde edilen şiddet değişimi Şekil 4.13.b)’de verilmiştir. Şekil 4.9 ve 4.13.a) incelendiğinde, faz hologram kullanılarak elde edilen görüntü düzlemindeki çiçeğin (Fourier düzlemindeki +1. mertebedeki kırınım bölgesi) kırınım verimliliği, doğrudan şiddet bilgisi, $I(x, y)$, kullanılarak elde edilenden yaklaşık 2.5 kat fazla olduğu hesaplanmıştır. Çiçek için kırınım verimlilik değerleri Tablo 4.1’de verilmiştir.



a)



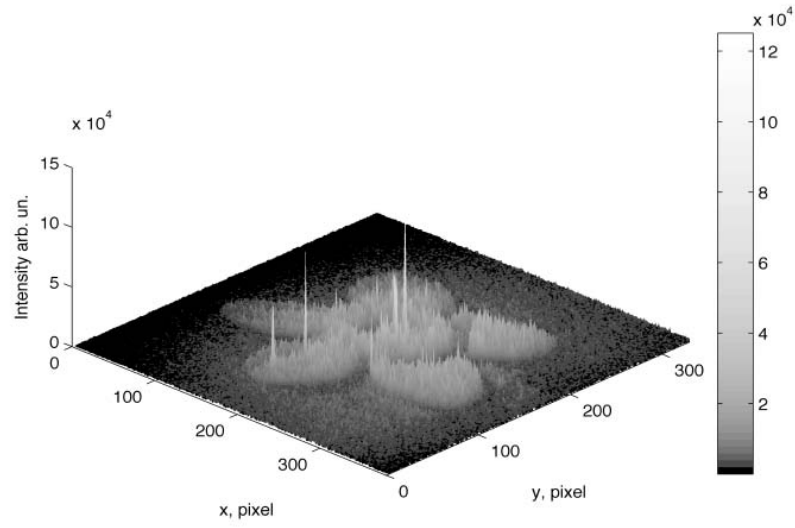
b)

Şekil 4.93: a) Faz hologram kullanılarak, FFT ile sayısal olarak yeniden oluşturulan logaritmik görüntü, b) Şekil 3.13'deki logaritmik görüntü üzerinde alınan köşegen bir hat boyunca elde edilen şiddet dağılımı.

Fourier düzleminde sayısal olarak elde edilen görüntü (0-255 gri seviyeli olarak) ve bu görüntünün 3B'lu şiddet dağılımı sırasıyla Şekil 4.14.a) ve b)'de görülmektedir



a)



b)

Şekil 4.104: a) Fourier düzleminde sayısal olarak elde edilen görüntünün 0-255 gri seviyeli olarak gösterimi, b) görüntünün 3B'lu şiddet dağılımı.

3B cismin hologramından görüntüsünün elde edilmesinde, SDD ile hesaplanan faz hologram kullanılarak uzaysal filtre kullanmadan 0.terim terim ve ikinci görüntü elimine edilmiştir. Ayrıca faz hologram, tek bir deneysel veri ile hesaplanabilmiştir.

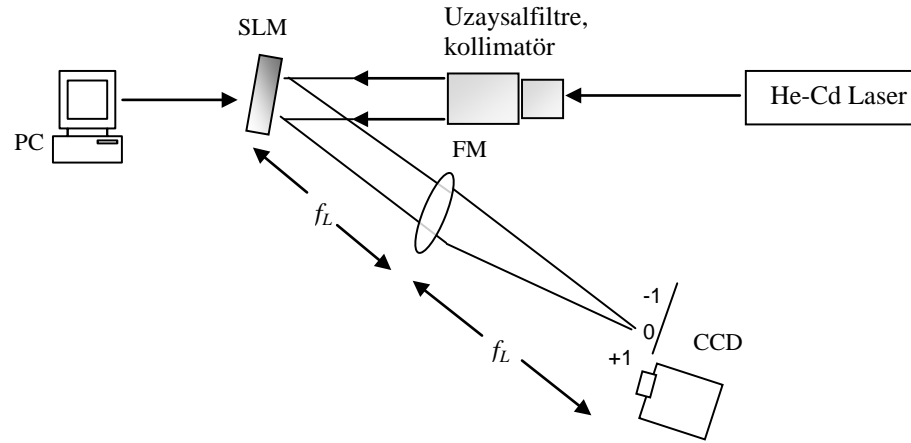
Tablo 4.1: F harfi ve çiçek cisimleri için elde edilen kırınım verimlilikleri.

Cisim	Hologramın şiddet bilgisinden $I(x, y)$	Hologramın faz bilgisinden $\varphi(x, y)$
F Harfi	%10.2	%31.3
Çiçek	%12.7	%31.2

4.3. Sayısal Hologramdan Görüntünün Optiksel Olarak Elde Edilmesi

Bu kısımda, Kısım 3.1.1 de CCD'ye kaydedilen 3B çiçeğin sayısal hologramının şiddet bilgisi ve bu şiddet bilgisinden SDD yöntemi ile hesaplanan faz bilgisi Sıvı Kristal Uzaysal Işık Modülatörüne (LCSLM) gönderilerek 3B çiçeğin optiksel görüntüsü elde edildi.

Cismin görüntüsünün optiksel olarak elde edilmesi için kurulan deneysel düzenek Şekil 4.15'de verildi. Işık kaynağı olarak He-Cd (442 nm) lazer ve SLM olarak HOLOEYE1080-P kullanıldı.

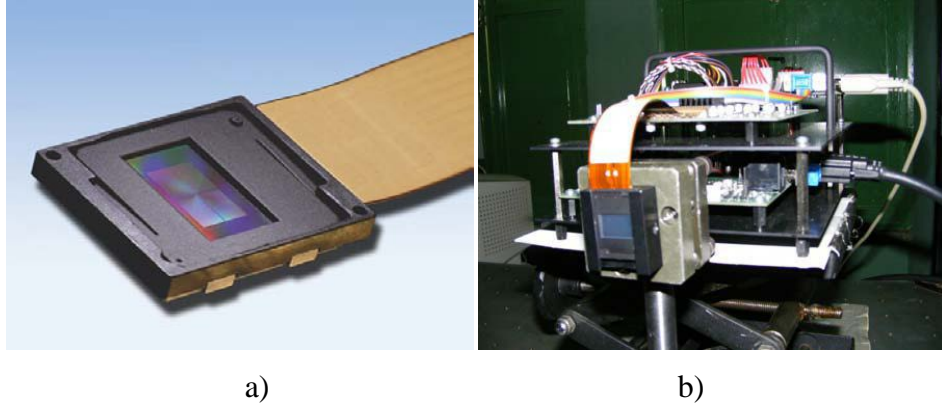


Şekil 4.115: Optiksel yeniden oluşturma için kullanılan deneysel düzenek, FM, Fourier mercek.

4.3.1. Sıvı Kristal Uzaysal Işık Modülatörünün (LCSLM) Kalibrasyonu

Görüntünün optiksel olarak elde edilmesi işleminde Şekil 4.16.a)'da ekranı ve b)'de güçbirimi ile birlikte fotoğrafı görülen HOLOEYE'in HEO1080P yansıtıcı

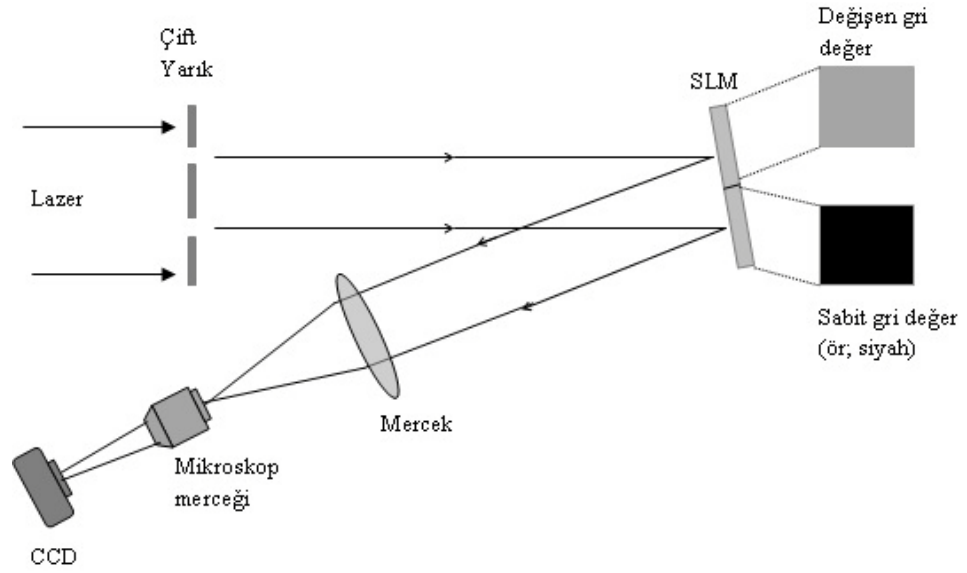
LCSLM modeli kullanıldı. 1920x1080 çözünürlüğe sahip ve piksellerinin kenar uzunluğu 8µm dir. Faz module etme özelliğine sahip LCSLM, 256 gri seviye değişimine karşılık dalga boyuna bağlı olarak yaklaşık 2π faz gecikmesi yapmaktadır. Bu faz gecikmesinin lineer ve tam 2π olması için Şekil 4.17’de görülen deney düzeneği kullanılarak 442 nm dalgaboyu için gamma düzeltme eğrisi hesaplanarak SLM kontrol birimine yüklendi.



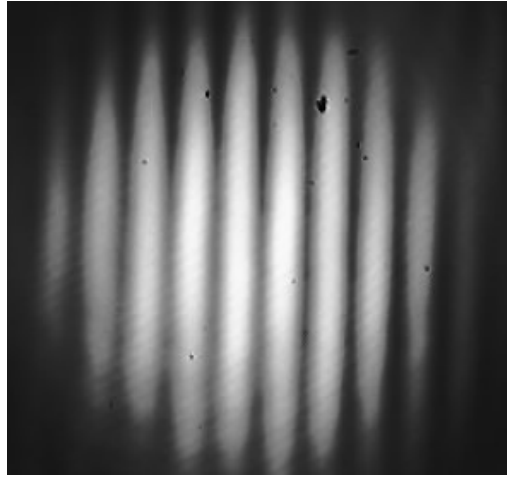
Şekil 4.126: a) LCSLM'nin ekranı, b) güç birimi.

Şekil 4.17’de görülen deney düzeneği tipik bir çift yarık deneyidir. Uzaysal filtre ile genişletilip paralel hale getirilen lazer ışığı çift yarıktan geçerek LCSLM üzerine düşürülür. PhaseCam programı ile kontrol edilen ekran ikiye ayrılmıştır ve sağ tarafının fazı sabit tutulup, sol tarafının fazı gri seviye 0 dan 255’e kadar arttırılarak değiştirilir. Deliklerden birinde geçen ışın ekranın fazının sabit tutulduğu bölgeye değeri de fazının değiştiği bölgeye düşer. LCSLM’den yansıyan iki ışın mercekle ve mikro mercekten geçerek CCD üzerinde girişim deseni oluştur (Şekil 4.18). Burada girişim deseninin birkaç aydınlık-karanlık saçağını almamız yeterlidir. Desen üzerinde bir satır seçilerek program başlatılır. Bu esnada ekranın sol tarafının gri seviyesi 0 dan 255 e kadar değişirken girişim deseninde kayma gözlenir. 442 nm için herhangi bir düzeltme yapmadan elde edilen faz kayması $0-2\pi$ aralığında lineer değildir (Şekil 4.19). Şekil 4.20’deki grafikte (henüz bir düzeltme uygulanmamış durum) faz istenen ve ölçülen faz kayması verilmiştir. Burada LCSLM’nin elektrot voltaj değerleri 2.11 V (aydınlık), 0.90 V (karanlık) dir. Faz gecikmesinin tam 2π ve lineer olması için SLM’nin elektrot voltaj değerleri arasındaki dinamik oran değiştirilerek sağlanmıştır. Şekil 4.21’de 2.11 V (aydınlık) 1.39 V (karanlık) değerleri için ölçülen faz kaymasının tam 2π ve lineer olduğu gösterilmiştir. Bu

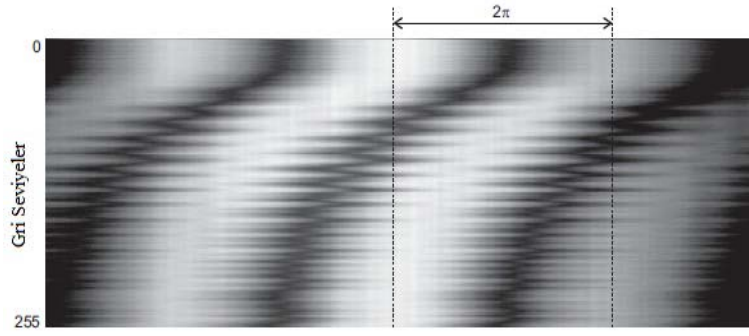
sonucu CCD üzerinde oluşturduğumuz girişim deseninde de görmek mümkündür. 0-255 gri seviye değişimi sonucunda aydınlık ve karanlık saçakların lineer kaydığı Şekil 4.22’de görülmektedir. Ayrıca, Şekil 4.23’den bu kayma esnasında girişim deseninin bir satırının şiddet değişiminin uygun voltaj değerlerinde lineer olduğu görülmektedir.



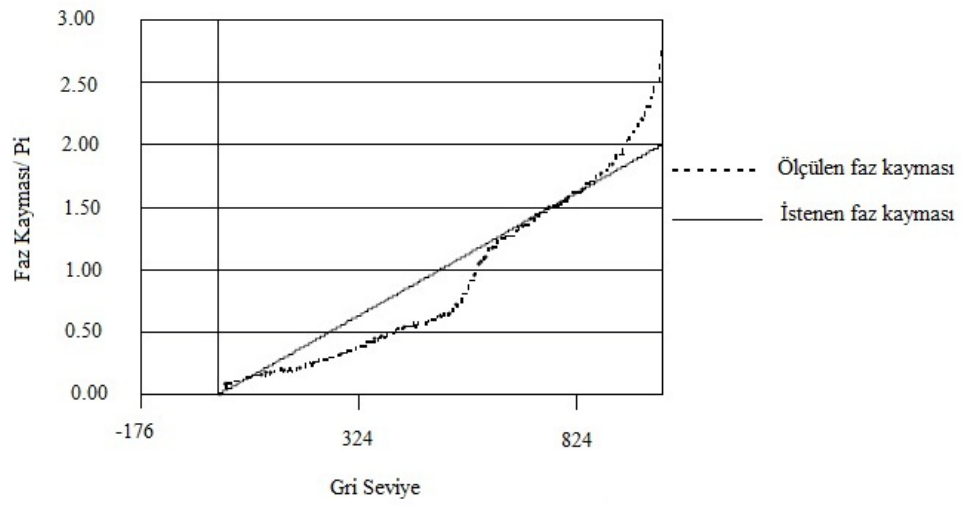
Şekil 4.137: Faz kaymasının düzeltilmesi için kurulan deneysel düzenek.



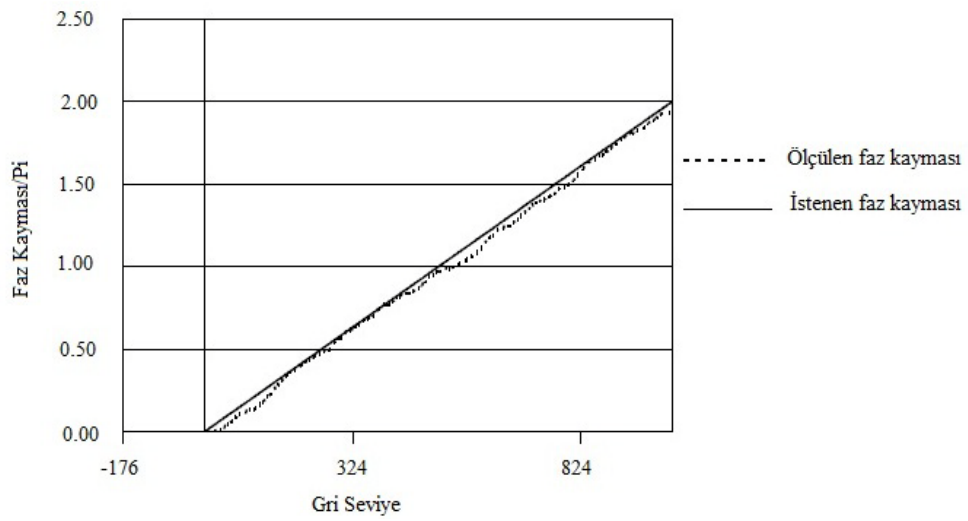
Şekil 4.148: LCSLM den yansıyan ışınlarla elde edilen girişim deseni.



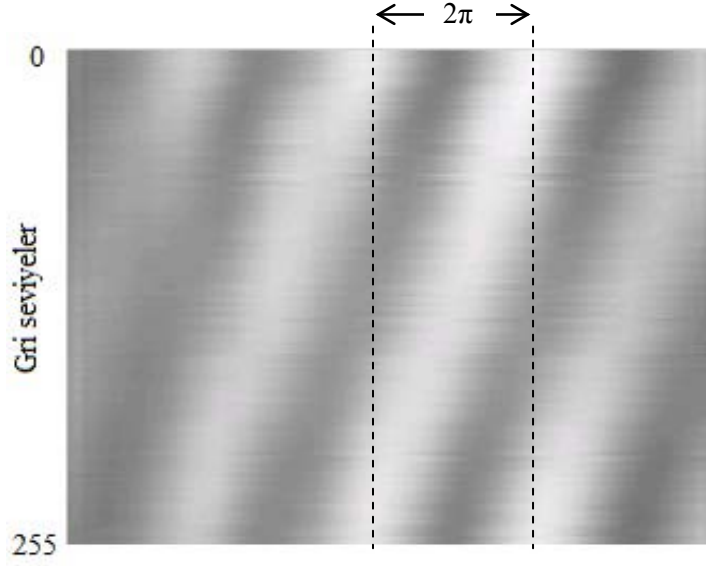
Şekil 4.19: 442 nm dalgaboyunda düzeltme yapılmadan 0-255 gri seviye aralığındaki girişim saçaklarının faz kayması.



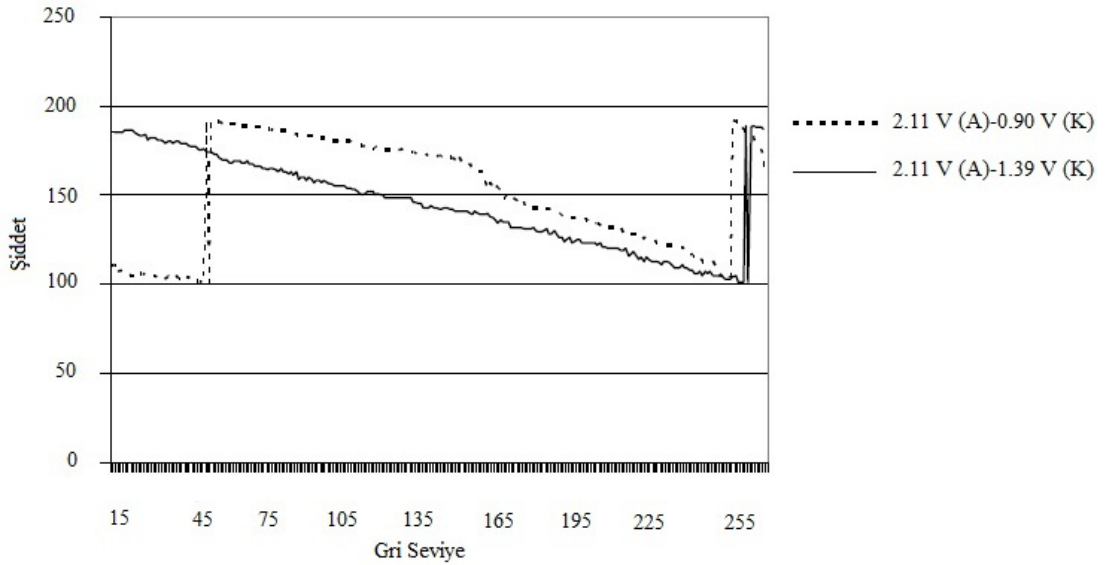
Şekil 4.150: 2.11V (aydınlık)-0.90 V (karanlık) için ölçülen ve istenen faz kayması grafiği.



Şekil 4.161: 2.11V (aydınlık)-1.39 V (karanlık) için ölçülen ve istenen faz kayması grafiği.



Şekil 4.172: 442 nm dalgaboyunda düzeltme yapıldıktan sonra 0-255 gri seviye aralığındaki girişim saçaklarının lineer faz kayması.



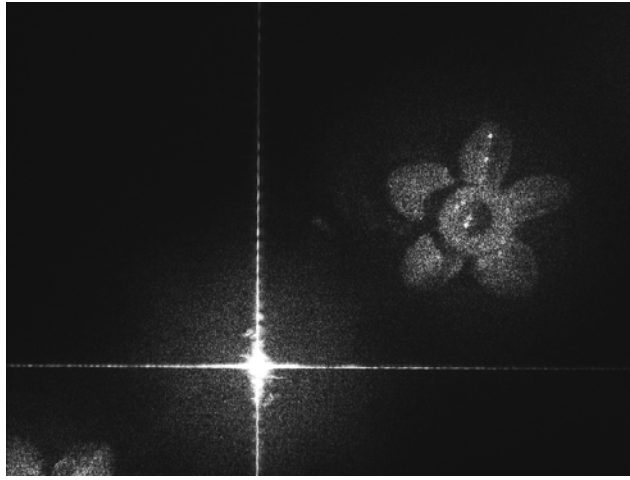
Şekil 4.183: İki farklı voltaj değerleri için 0-255 gri seviye değişimine bağlı şiddet değişimi.

4.3.2. Genlik ve Faz Hologram Kullanılarak Görüntünün Optiksel Olarak Elde Edilmesi

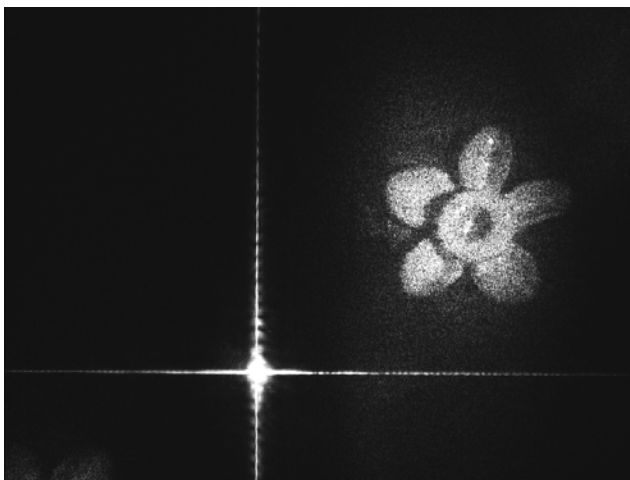
Görüntünün optiksel olarak elde edilmesi, merceksiz Fourier sayısal hologram şiddeti $I(x, y)$ ve SDD ile hesaplanan fazını (faz hologram) $\varphi(x, y)$ LCSLM'ye ayrı ayrı gönderilerek gerçekleştirildi. Bu iki yöntemle elde edilen çiçeğin optiksel

görüntüleri SLM'nin Fourier düzlemine yerleştirilen bir CCD kamera ile kaydedildi (Şekil 4.13).

LCSLM'ye doğrudan şiddet bilgisinin ve faz bilgisini gönderilmesi ile elde edilen 3B çiçeğin optiksel alanının CCD üzerindeki görüntüleri sırasıyla Şekil 4.24.a) ve b)'de sırasıyla görülmektedir. Bu görüntüler, gerçekte gözle bakıldığında 3B olarak görülmektedir. Burada CCD 2B kayıt yapabilen bir cihaz olduğundan görüntülerin sadece bir kesitlerini görebilmekteyiz. Optiksel olarak elde edilen bu görüntülerde, LCSLM'nin hücreli (piksel) yapısı nedeniyle, 0. terim ve ikinci görüntü de oluşmaktadır. Çiçeğin görüntüsünü daha net görebilmek için 0. ve ikinci görüntünün engellenmiş resmi Şekil 4.25.a) ve b)'de verilmiştir.

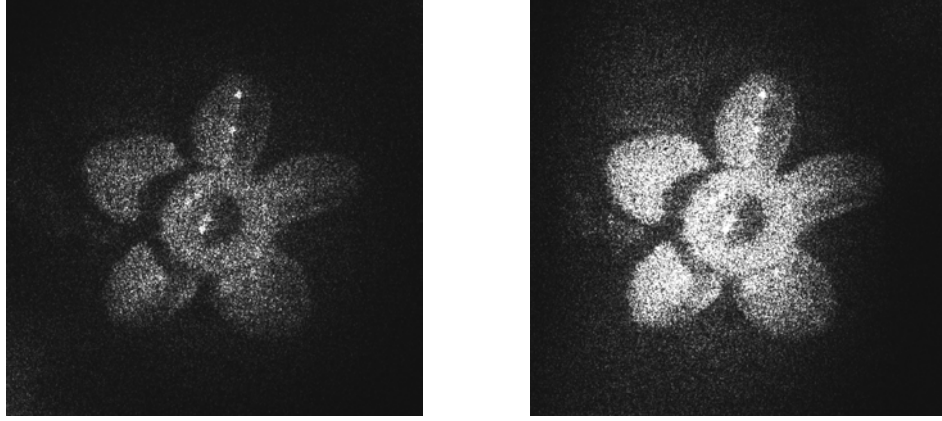


a)



b)

Şekil 4.194: SLM kullanarak, a) Doğrudan hologram şiddet dağılımından, b) faz hologramdan optiksel olarak elde edilen görüntüler.



a)

b)

Şekil 4.205: SLM kullanarak, a) Doğrudan hologram şiddet dağılımından, b) Faz hologramdan DC terim engellenerek optiksel olarak elde edilen görüntüler.

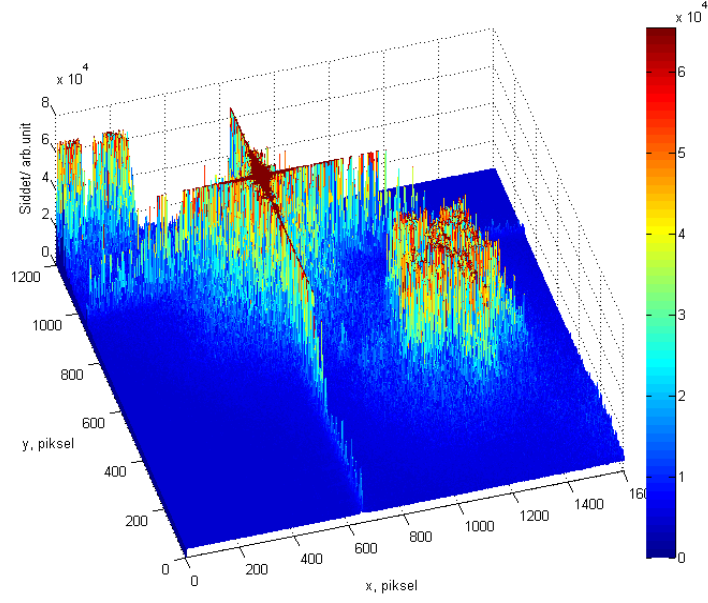
Şekil.4.24'de SLM üzerine doğrudan hologram şiddet bilgisi gönderildiğinde, çiçeğin CCD üzerindeki görüntüsünün şiddetinin zayıf olmasından dolayı daha net görülebilmesi için SLM üzerine düşen lazerin şiddeti artırıldığından CCD üzerindeki DC bölgesi doyuma ulaşmıştır. Bu nedenle, bu iki görüntüde (Şekil 4.25.a) ve b) eşit lazer şiddetinde kaydedilerek kırınım verimlilikleri yerine parlaklıkları karşılaştırılmıştır.

Elde edilen bu 3B'lu optiksel alanların CCD üzerindeki bir kesitinin şiddet dağılımından hesaplanan parlaklıklarının karşılaştırılabilmesi için, sırasıyla Şekil 4.26.a) ve 4.27.b)'de, sadece çiçeğin görüntü bölgesinin şiddet dağılımı Şekil 4.26.b) ve Şekil 4.27.b)'de verilmiştir. Parlaklığı, 3B'lu çiçeğin görüntüsünün olduğu bölgedeki toplam şiddet olarak eşitlik (4.3)'deki gibi tanımlanılabiliriz. Bu eşitlikteki (ξ', η') düzlemi, Kısım 2.8 de görüntü düzlemi olarak tanımlanmıştır.

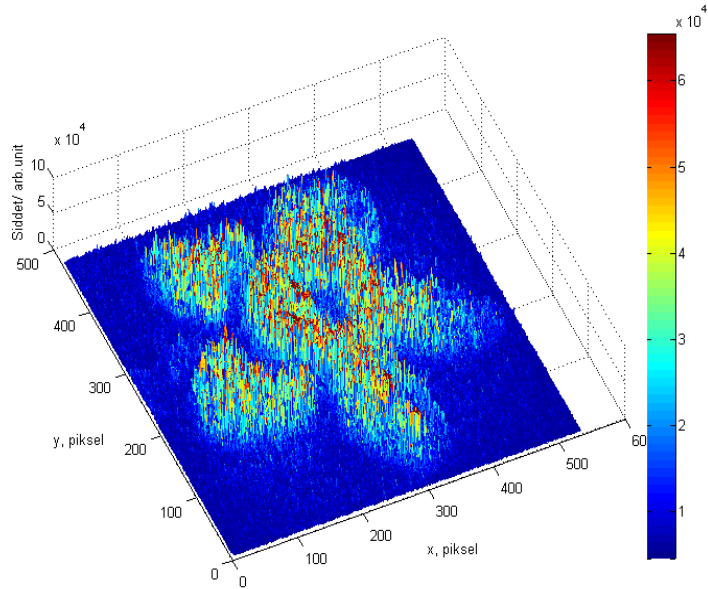
$$P = \sum_{n \in +1} GI'_n(\xi', \eta') \quad (4.3)$$

Burada $CI'(\xi', \eta')$, CCD üzerinde cismin görüntü bölgesine ait şiddet dağılımının herbir pikseline düşen değeri, yani görüntünün olduğu çiçek bölgesidir (Şekil 4.26.b), 4.27.b)). SLM ile optiksel görüntünün yeniden oluşturulmasında, 3B'lu çiçeğin hologramının faz bilgisi kullanıldığında, görüntü düzleminde yeniden elde edilen çiçeğin CCD üzerine düşen kesiti eşit şiddet değerlerine sahiptir (Şekil 4.27.a), b)). Ayrıca hologramın şiddet bilgisinden elde edilen çiçeğin görüntüsünün

parlaklığı arb.unt. (arbitrary units) biriminde $4.22 \cdot 10^4$, faz bilgisinden elde edilen görüntünün parlaklığı ise $8.30 \cdot 10^4$ olarak hesaplanmıştır. Görüldüğü gibi hologramın faz bilgisinin SLM'ye gönderilmesi ile elde edilen görüntüden yaklaşık 2 kat daha parlaktır.

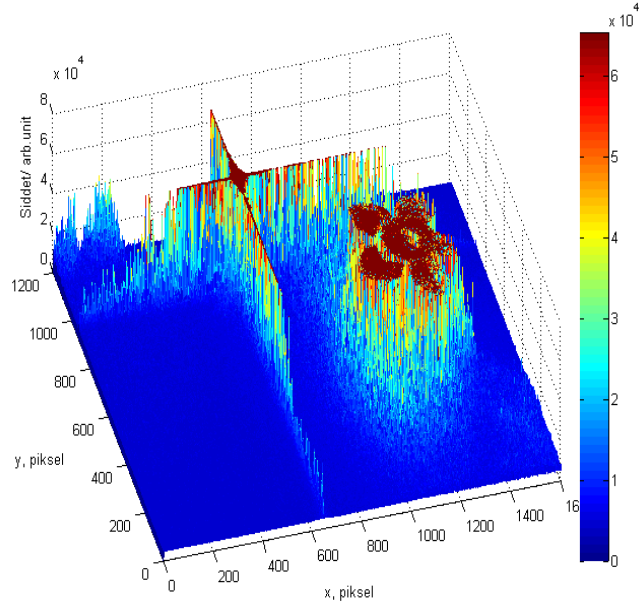


a)

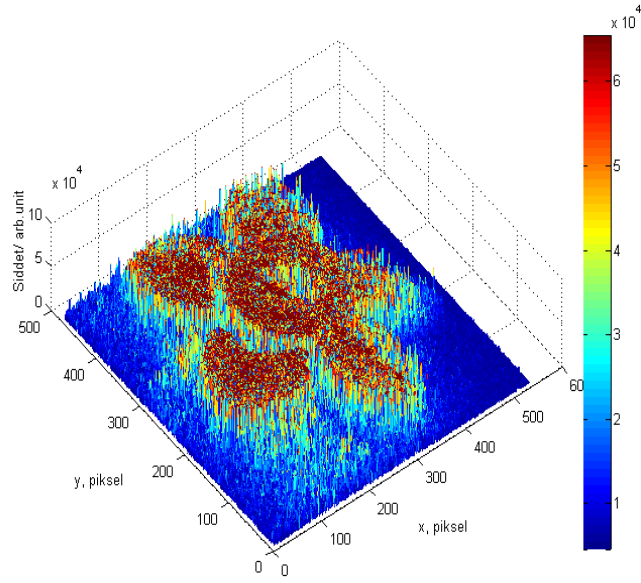


b)

Şekil 4.26: SLM kullanarak, a), Doğrudan hologram şiddetinden optiksel olarak elde edilen görüntünün şiddet dağılımı, b) sadece çiçeğin olduğu bölgenin gösterimi.



a)



b)

Şekil 4.27: SLM kullanarak, a) faz hologramdan optiksel olarak elde edilen görüntünün şiddet dağılımı, b) sadece çiçeğin olduğu bölgenin gösterimi.

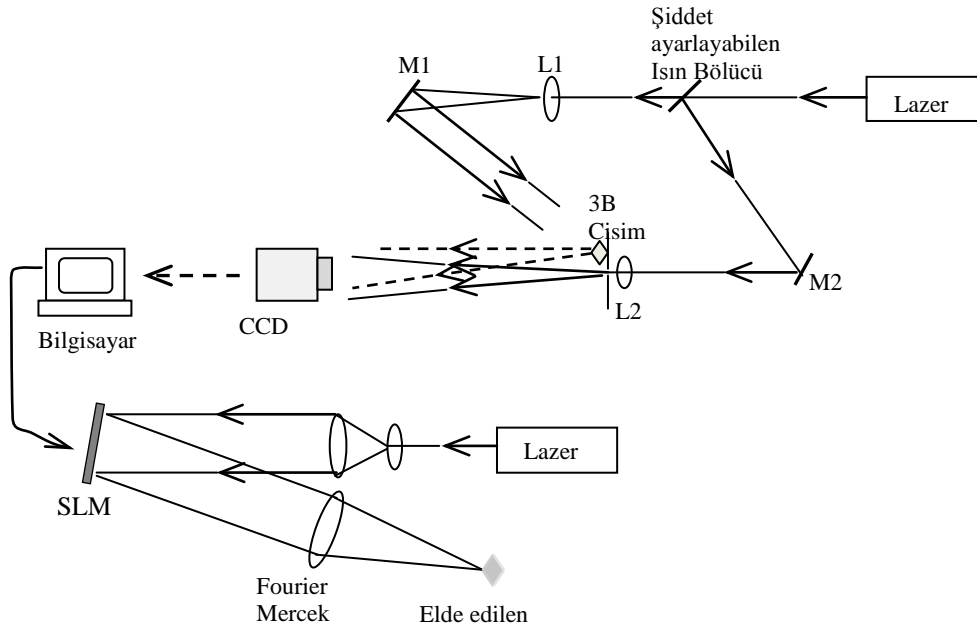
5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında, şeffaf olmayan ve dağıtkan (diffuse) bir yüzeye sahip 3B bir cismin sayısal merceksiz Fourier hologramının kaydı ve SLM ile 3B-görüntüsünün optiksel olarak tekrar oluşturulması gerçekleştirilmiştir. Buradaki önemli problemlerden birisi, bu sayısal hologramdan tekrar oluşturulacak görüntünün parlaklığının bir göstergesi olan sayısal hologramın kırınım verimliliğidir. CCD üzerine kaydedilen sayısal hologram genlik tipi hologram olduğundan teorik olarak kırınım verimliliği oldukça azdır. Bu durum, genlik hologramının hem deneysel olarak doğrudan SLM'ye gönderilerek elde edilen optiksel hemde sayısal olarak elde edilen görüntülerde açıkça gözlemiştir. Dolayısıyla yaptığımız çalışmada, genlik hologramının direk SLM'ye gönderilmesi ile görüntünün elde edilmesi durumunda, SLM sadece faz modüle ettiğinden bu genlik hologramını fazmış gibi modüle edecektir. Oysa ki bu genlik hologramı gerçekte, 3B'lu cismin faz bilgisi ile birlikte genlik bilgisini de içermektedir. Yani tam bir faz hologram olmadığı için yüksek kırınım verimliliği elde etmek zordur. Bu proje çalışmasında, genlik hologramının doğrudan SLM'ye gönderilmesine karşılık, bu genlik hologramından cismin faz bilgisi hesaplanarak fazın SLM'ye gönderilmesi ile görüntü düzleminde kırınım verimliliği arttırılmıştır.

Bu tezde sunulan yöntemde, CCD'ye kaydedilen 3B'lu bir cismin sayısal hologramından cismin faz bilgisi, SDD yöntemiyle hızlı bir şekilde hesaplanmış ve bir sayısal faz-hologram oluşturulmuştur. SDD yöntemi ile bilgisayarda hesaplanan sayısal faz-hologram sayesinde sayısal olarak yeniden elde edilen görüntünün kırınım verimliliğinin genlik hologramınkine göre ortalama 2.5 kat daha fazla olduğu görülmüştür. Ardından, CCD'ye kaydedilen hologram bilgisi, ilk önce herhangi bir işlem yapılmadan doğrudan SLM'ye gönderilmiştir. İkinci olarak, SDD ile hesaplanan faz bilgisi ile elde edilen faz hologram SLM'ye aynı şekilde gönderilerek elde edilen optiksel görüntülerin parlaklıkları karşılaştırılmış ve SDD ile hesaplanan faz hologramdan elde edilen holografik görüntünün parlaklığının doğrudan hologram bilgisinden elde edilenden yaklaşık 2 kat fazla olduğu gözlenmiştir. Bu çalışmada, sayısal hologramların fazının elde edilmesi işleminde 1B-Morlet algoritması kullanılmıştır. Holografik görüntülerde oluşan 0. ve +/- 1. kırınım

terimlerine karşılık gelen görüntülerden birisi de bu tip algoritmaların doğası gereği filtrelenmiştir.

Bu çalışma sonucu, 3B'lu bir cismin hologramı sayısal olarak kaydedilip, işlenip, bir başka yerde veya ortamda SLM kullanılarak parlak bir şekilde 3B'lu holografik görüntüsü oluşturulabilmekte ve holografik olarak kaydı yapılabilmektedir. Bunu denemek için, 3B'lu bir çiçek modelinin sayısal hologramı CCD'ye kaydedilmiş, SDD algoritması ile sayısal faz hologramı hesaplanmış, bir başka yerde bulunan SLM'ye bu sayısal bilgiler gönderilerek gerçek zamanlı 3B optiksel görüntü elde edilmiştir (Şekil 5.1). Bölüm 4.'de incelenen 3B çiçek dışında farklı objelerle de çalışma tekrar edilerek aynı sonuçlar elde edilmiştir.

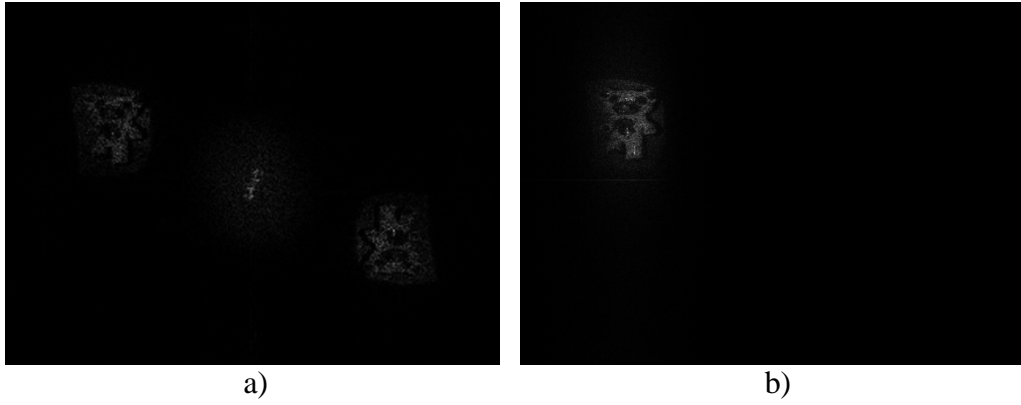


Şekil 5.1: Gerçek zamanlı 3B optiksel görüntü elde edilmesi için kurulan deney düzeneği.

Örneğin, 14 mm boyunda siyah-beyaz küçük bir panda kullanılmıştır (Şekil 5.2. Şekil 5.3.a)'da hologramın şiddet bilgisi ile, b)'de SDD ile hesaplanan faz hologram ile elde edilmiş sayısal görüntüler görülmektedir.

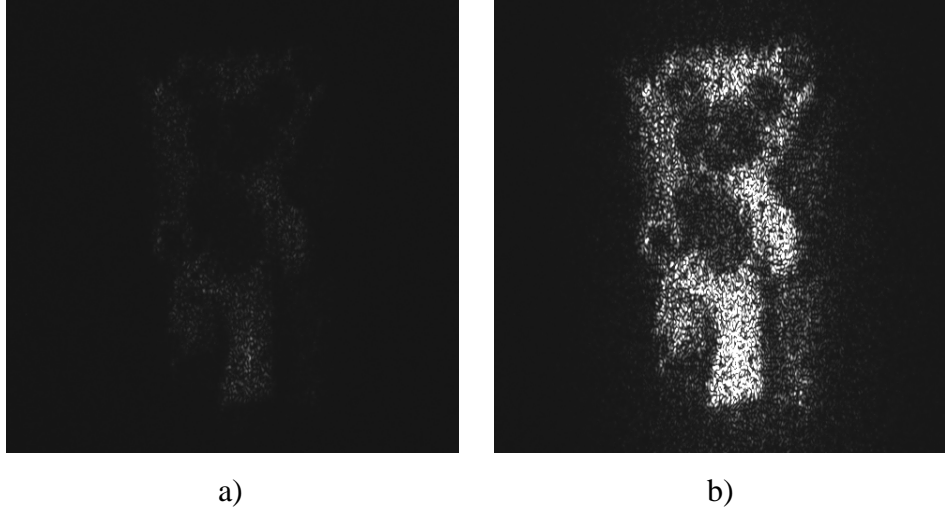


Şekil 5.2: Pandanın fotoğrafı.

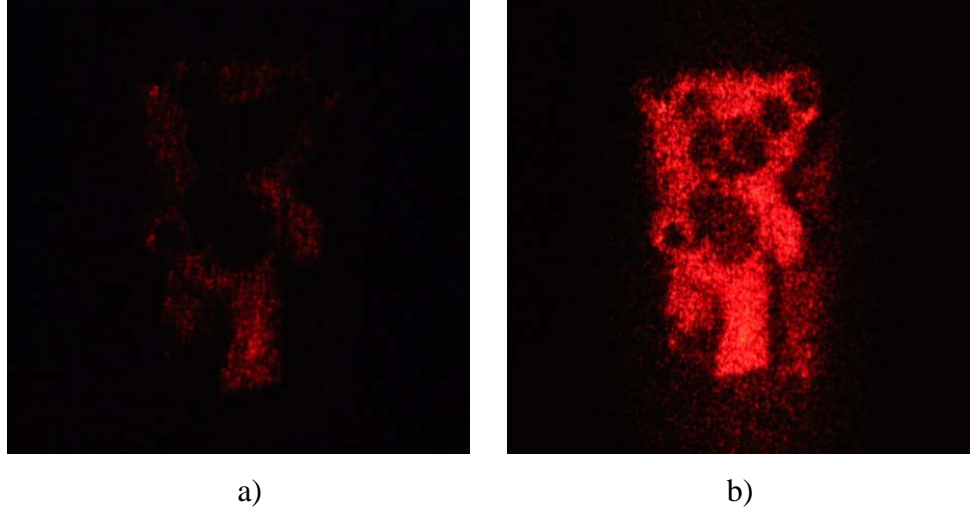


Şekil 5.3: a) Hologramın şiddet bilgisi ve b) SDD ile hesaplanan faz hologram kullanılarak hesaplanan sayısal görüntüler.

Şekil 5.4'de ise bu hologramların LCSLM'ye gönderilerek Fourier mercekle aracılığı ile Fourier düzleminde oluşan 3B pandanın optiksel görüntüleri verilmiştir. Ayrıca, bu optiksel görüntüler, He-Ne lazer kullanılarak uzak alanda siyah bir ekran üzerine düşürülerek Nikon D5000 fotoğraf makinası ile çekilmiş fotoğrafları Şekil 5.5'de görülmektedir. 3B çiçekte olduğu gibi, faz hologram ile elde edilen görüntünün parlaklığının (eşitlik (4.1)) genlik hologramından yaklaşık 2 kat daha fazladır. Optiksel olarak görüntünün daha parlak elde edilmesi, daha az güce sahip lazerler kullanılması ile güçten tasarruf sağlanmaktadır.



Şekil 5.4: a) Genlik-hologramdan, b) faz-hologramdan SLM aracılığı ile elde edilen optiksel görüntüler.



Şekil 5.5: Siyah bir ekran üzerine düşürülen optiksel görüntüler. a) genlik hologramdan, b) faz hologramdan.

Sonuç olarak, tek bir kayıt ile elde edilen genlik hologramının faz bilgisi hesaplanması ile görüntü düzleminde 0 terim ve ikinci görüntü herhangi bir filtrelemeye gerek kalmadan elimine edilmiştir. Ayrıca, holografik interferometri uygulamalarında kullanılan faz kaydırmalı holografi tekniğine göre 4 kat daha hızlı sonuç almamızı sağlamıştır. Şöyle ki, faz kaydırmalı holografi de piezoelektrik çevirici üzerine yerleştirilmiş bir ayna ile 1 faz kaymasız ve en az 3 farklı faz kaymalı 4 hologram CCD'ye kaydedilir. Bu dört hologram şiddeti kullanılarak faz kayma işlemi uygulanmamış hologramın faz bilgisi hesaplanır. Bunun yanında, bu teknikte birden çok hologram gerektirdiğinden gerçek-zamanlı sonuç alınması

yeterince verimli değildir Görüldüğü gibi bizim önerdiğimiz SDD yöntemi ile hologram faz bilgisinin hesaplanması hem deneysel daha az cihaz kullanmamızı hemde tek bir hologram ile hesaplamalarda hız sağlamıştır.

Herhangi bir cisim dalgası, referans dalgası ve kayıt düzeneğine bağlı olarak elde edilen sayısal hologramın girişim deseninin yapısı genel olarak 2 boyutta değişim gösterir. Morlet dalgacığının ölçek parametresine ek olarak açının da bir fonksiyonu olan 2B-Morlet ana dalgacığı ile faz bilgisinin elde edilmesinin daha iyi sonuç vereceğı düşünölmektedir. Bi sonraki adım olarak bu konu üzerine bir çalışma planlanmaktadır.

Bu tez çalışması ile elde edilen kazanımlar, holografik optik-cımbız, sayısal holografik yazıcı, sayısal holografik mikroskop, sayısal holografik interferometri konuları gibi daha pratik ve popüler uygulama alanlarına adapte edilmesi planlanmaktadır.

KAYNAKLAR

Gabor D., (1949), "Microscopy by reconstructed wavefronts", Proceedings the Royal of Society, 154, 454-487.

Leith EN., Upatnieks J., (1962), "Reconstructed wavefronts and communication theory", The Journal of the Optical Society of America, 52, 1123-1130.

Lee WH., (1978), "Computer generated holograms: Techniques and applications", Progress in Optics, 16, 120-232.

Goodman JW., Lawrence RW., (1967) "Digital image formation from electronically detected holograms", Applied Physics Letter, 11, 77-79.

Kronrod M., Merzlyakov N., Yaroslavski L., "Reconstruction of holograms with a computer", Soviet Physics - Technical Physics, 17, (2), 233-334.

Onural L., Scott PD., (1987) "Digital decoding of in-line holograms", Optic Engineering, 26 (11), 1124-1132.

Haddat W., Cullen D., Solem J., Longworthy J. McPherson A., Boyer K., Rhodes K., (1992), "Fourier-transform holographic microscope", Applied Optics, 31 (24), 4973-4978.

Schnars U., Jüptner W., (1992), "Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction", Applied Optics, 33 (2), 179-181.

Schnars U., (1994), "Direct phase determination in hologram interferometry with use of digitally recorded holograms", Journal of the Optical Society of America A, 11 (7), 2011-2015.

Cuche E., Bevilacqua F., Depeursinge C., (1999), "Digital holography for quantitative phase-contrast imaging", Optics Letters, 24 (5), 291-293.

De Nicola S., Ferraro P., Finizio A., Pierattini G., (2001), "Correct-image reconstruction in the presence of severe anamorphism by means of digital holography", Optics Letter, 26 (13), 974*76.

Pedrini G., Schedin S., Tiziani H., (1998), "Lensless digital holographic interferometry for the measurement of large optics", Optics Communications, 164, 257-268.

Wagner C., Osten W., Seebacher S., (2000), "Direct shape measurement by digital wavefront reconstruction and multiwavelength contouring", Optics Engineering, 39 (1), 79-85.

Osten W., Seebacher S., Jüptner W., (2001), "Application of digital holography for the inspection of microcomponents", Proc. SPIE, 4400, 1-15.

Owen, RB., Zozulya A, Benoit MR., Klaus DM., (2002), "Microgravity materials and life sciences research applications of digital holography", *Applied Optics*, 41 (19), 3927-3935.

Lai S., Neifeld M, (2000), "Digital wavefront reconstruction and its application to image encryption", *Optics Communications*, 178, 283-289.

Kreis T., Aswendt P., Höfling R., (2001), "Hologram reconstruction using a digital micromirror device", *Optical Engineering*, 40,926-933.

Gopinathan U., Monaghan D. S., Hennelly B. M., (2008) "A projection system for real world three-dimensional objects using spatial light modulators", *Journal of Display Technology*, 4, 2, 254-261.

Monaghan D. S., Gopinathan U., Kelly D. P., (2009), "A systematic errors of an optical encryption system due to the discrete values of spatial light modulator", *Optical Engineering*, 48, 7.

Cuche E., Marquet P., Depeursinge C., (2000), "Spatial filtering for zero-order and twin image elimination in digital off-axis holography", *Applied Optics*, 39, 4070-4075.

Yaroslavsky L., (2004), "Digital holography and digital image processing Principles, Methods, Algorithms", Kluwer Academic, London.

Zheng H., Yu Y., Dai C., (2009), "A novel three-dimensional holographic display system based on LC-R2500 spatial light modulator", *Optik*, 120, 431-436.

Sutkowski M., Kujawinska M., (2000), "Application of liquid crystal devices for optoelectronic reconstruction of digitally stored holograms", *Optics and Lasers in Engineering*, 33, 191-201.

Matoba O., Naughton T., Frauel Y., Bertaux N., Javidi B., (2002), "Real-time three-dimensional object reconstruction by use of a phase-encoded digital hologram", *Applied Optics*, 41, 6187-6192.

Cuche E., Matquet P., Depeursinge C., (2002), "Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms", *Applied Optics* 38, 6994-7001.

Yu L., Kim M. K., (1997), "Wavelength-scanning digital interference for tomographic three-dimensional imaging by use of the angular spectrum method", *Optics Letters*, 30, 2092-2094.

Yamaguchi I., Zhang T., (2005), "Phase-shifting digital holography", *Optics Letters*, 22, 2092-2094.

Dursun A., Özder S., Ecevit F. N., (2004), "Continuous wavelet transform analysis of projected fringe patterns", *Measurement Science and Technology*, 15, 1768-1772.

Gdeisat M. A., Burton D. R., Lalor M. J., (2006), "Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform", *Applied Optics* 45, 8722-8732.

Weng J., Zhong J., Hu C., (2008), "Digital reconstruction based on angular spectrum diffraction with the ridge of wavelet transform in holographic phase-contrast microscopy", *Optics Express*, 16, 21971-21981.

[Weng J., Zhong J., Hu C., (2009), "Phase reconstruction of digital holography with the peak of the two-dimensional Gabor wavelet transform", *Applied Optics*, 48, 3308-3316.

Hecht E., "Optics", (2001), 4.Edition, Addison-Wesley.

Pedrotti L. S., (1993), "Introduction to Optics", Prentice-Hall International Press.

Brigham E., (1974), "The Fast Fourier Transform", Prentice-Hall.

Goodman J. W., "Introduction to Fourier Optics", (2005), Roberts & Company.

Ackermann G. K., Eichler J., (2007), "Holography", Wiley-VCH.

Ghatak A. K., Thyagarajan K., (1987), "Optical Electronics", Cambridge University Press.

Schnars U., Jüptner W., (2005), "Digital Holography", Springer.

Schnars U., Jüptner W., (2002). "Digital recording and numerical reconstruction of holograms", *Measurement Science and Technology*, 13, 85-101.

Kreis T., (2005), "Handbook of Holographic Interferometry", Wiley-VCH.

Pedrini G., Schedin S., Tiziani H. J., (1999), "Lensless digital-holographic interferometry for measurement of large objects", *Optic Communications*, 171:29-36.

Schnars U., Kreis T., Jüptner W., (1996), "Digital recording and numerical reconstruction of holograms: Reduction of spatial frequency spectrum", *Optical Engineering*, 35, 977-982.

Zhang Y., Wu I. Y., Zhang J., (2006), "Study on the phase modulation characteristics of liquid crystal spatial light modulator", *IOP, Journal of Physics Conference. Series*, 48, 790-794.

Daubechies I., (1990), "The wavelet transform time-frequency localization and signal analysis", *IEEE Transactions on Information*, 36, 961-1004.

Grossman A., Morlet J., (1984), "Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape", *SIAM Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 15, 723-36.

Mallat S., (1999), “A Wavelet Tour of Signal Processing”, Academic Press, New York.

Meyers S. D., Kelly B., O’Brien G. J. J., (1993), “ An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of Yanai waves”, *Monthly Weather Review*, 121, 2858–2866.

Kreis Th., (1986), “Evaluation of holographic interference patterns using methods of spatial analysis”, *Fortschritt-Berichte VDI*, 8, 108, VDI-Verlag.

Torrence C., Compo G. P., (1998), “A practical guide to wavelet analysis”, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79, 1, 61-78.

Farge M., (1992), “Wavelet transforms and their applications to turbulence”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 24, 395-457.

Hubbard, B. B., (1995), “The world according to the Wavelet”, Wellesley: A K Peters, Ltd.

Picart P., Li. J., (2012), “Digital Holography”, Wiley.

ÖZGEÇMİŞ

Duygu Önal Tayyar, 1976 yılında İzmit'te doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini İzmit'te tamamladıktan sonra 1995 yılında girdiği Çanakkale 18 Mart Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümünden 1999 yılında mezun oldu. 2001 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsünde araştırma görevlisi olarak göreve başladı. 2003 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Fizik A. B. D'da yüksek lisansını tamamladı. Halen, aynı üniversitede Fizik A.B.D'da araştırma görevlisi olarak çalışmaya devam etmektedir.