T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLK OLUŞUM ANINDAKİ EVRENİ TEMSİL EDEN DALGA FONKSİYONUNUN WHEELER DE-WİTT DENKLEMİNİ ÇÖZEREK BULMASI

NAZİRE CİHANNUR TATAS

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

GEBZE

2014

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLK OLUŞUM ANINDAKİ EVRENİ TEMSİL EDEN DALGA FONKSİYONUNUN WHEELER DE-WİTT DENKLEMİNİ ÇÖZEREK BULMASI

NAZİRE CİHANNUR TATAS

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

DANIŞMANI

YRD. DOÇ. DR. YÜCEL ENGİNER

GEBZE

2014

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ	**YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU**

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 23.06.2014 tarih ve 2014/37 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 04/07/2014 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Nazire Cihannur TATAS'ın tez çalışması Matematik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(TEZ DANIŞMANI) : Yrd. Doç. Dr. Yücel ENGİNER

ÜYE : Doç. Dr. Coşkun YAKAR

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. H. Gülay ALGÜL

ONAY

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve ..../........ sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu tez çalışmasının amacı erken evren safhasını Wheeler De-Witt denklemini çözerek incelemektir. Wheeler De-Witt denklemi evrenin dalga fonksiyonunu bağımsız değişken olan evrenin yarıçap fonksiyonu ve de inflatona bağlı kabul eder. Evrenin dalga fonksiyonu ise bağımlı değişkendir. Yani Wheeler De-Witt denklemi kısmı türevli bir diferansiyel denklemdir. Bu çalışmada evrenin yarıçap fonksiyonunun skalar alana göre birinci dereceden türevi sabit kabul edilir ve yarıçap fonksiyonunun sıfır ile bir aralığındaki ve de birden büyük olduğu değerlere göre dalga fonksiyonu çözülmeye çalışılır.

Anahtar Kelimeler: Wheeler De-Witt Denklemi, Twice Loosing Shoe Metodu.

SUMMARY

Aim of this thesis is to analysis the phrase of early universe by using Wheeler De-Witt equation. Wheeler De-Witt equation accepts the wave function of the universe is dependent to the radius function of universe and the inflaton which are the independent variables. As for the wave function of the universe, it is a dependent variable. So Wheeler De-Witt equation is a partial differential equation. İn this work, the radius of the universe function’s first order derivation is assumed to be constant acording to inflaton. And wave function is tried to solved as radius function’s valiues both between zero and one and grater than one.

Key Words: Wheeler De-Witt Equation, Twice Loosing Shoe Method.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca yardımını hiçbir zaman esirgemeyen ve göstermiş olduğu katkılardan dolayı tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Yücel ENGİNER'e, yüksek lisans dönemim boyunca tüm desteklerinden dolayı sevgili Doç.Dr. Coşkun YAKAR'a çok teşekkür ederim.

Bugüne kadar maddi ve manevi her zaman beni destekleyen ve eğitim öğretim hayatımda bugünlere gelmemi sağlayan sevgili aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler ve Kısaltmalar	**Açıklamalar**
φ	Evrenin dalga fonksiyonu
a	Evrenin yarıçap fonksiyonu
∂	Kısmı parçalı türev
$\emptyset$	Inflaton
$\vartheta(\emptyset)$	Scalar alan
K	Plank sabiti
K_c	Gauss eğrisi

1.GİRİŞ

Kozmoloji evrenin doğumunu, oluşumunu inceleyen ve ileride nasıl bir gelişme göstereceğini tahmin etmeye çalışan bilim dalıdır. Kozmolojinin standart modeli BigBang yani büyük Patlama teorisidir. Bu teoriye göre evren yaklaşık olarak 13 milyar yıl önce bir büyük patlama ile oluşmuştur. Bu teorinin temel varsayımı tüm evreni oluşturan madde ve enerjinin sonsuz küçük bir noktanın içine sıkışmış olduğu ve Büyük Patlama ile evreni oluşturduğudur. Yani bir kez patlama gerçekleştikten sonra evrene dışarıdan yeni bir madde ya da enerji katımı olmamaktadır. Çağımızda BigBang tüm bilim adamları arasında kabul edilen hemen hemen tek modeldir. Kozmolojinin temelleri ve tarihsel gelişimi pek çok kaynaktan detaylı olarak okunabilir [1] - [4].

BigBang teorisinin bir başka temel kavramı da evrenin homojen yani bir biçim olduğudur. Bu varsayımın teorinin ilk çıktığı 1920-30' lu yıllarda dikkat edilmeyen bir sonucu olmuştur. O da teorinin evrenin şimdiki galaksiler arasında büyük boşluklar olan halini açıklayamamasıdır. Evren homojen olarak genişliyor ise galaksiler arasındaki dev boşluklar nasıl oluşmuştur? Bu soruya cevabı BigBang teorisinin tamamlayıcısı niteliğinde olan Enflasyon teorisi verir. Enflasyon teorisi Guth tarafından ortaya atılmış [5] ve Linde tarafından da geliştirilmiştir [6]. Bu teoriye göre evren İnflaton adı verilen bir skalar alanın etkisi ile Erken Evren döneminde yani evrenin yeni oluştuğu anlarda kısa bir süre için bugün genişlediğinden çok daha hızlı olarak ani olarak genişlemiştir. Bu ani genişleme Termodinamiğin birinci kanunu uyarınca çok büyük bir sıcaklık düşmesine ve dolayısıyla inhomojen yani bir biçim olmayan yoğunlaşmalara sebebiyet vermiştir. Bu ani yoğunlaşmaların galaksilerin oluşmasına sebebiyet verdiği düşünülmektedir. Bu teoride kullanılan skaler alan İnflaton günümüzde aranmakta olan Higgs parçacığı ile ilişkilidir [7]. Evrenin doğumundan evvel ne vardı sorusu sık olarak sorulan ve merak edilen bir konudur. Bu soruya cevap vermeye çalışan fizik disiplini M-teoridir. M-teorisi toplam 11 boyutlu bir uzay-zaman içinde evrenin 'GroundState' den yani Temel Enerji Seviyesinden kuantum dalgalanmaları sayesinde oluşması olasılığını inceleyen teoridir. M-Teorisine 10 boyutta temel taneciklerin oluşumunu inceleyen Sicim teorisinin genişletilmiş ve Kozmolojiye uyarlanmış şekli olarak bakılabilir [8].

Temel Enerji Seviyesinden kuantum dalgalanmaları (quantum fluctuations) yolu ile evrenin oluşumunu açıklayan denklem Wheeler De- Witt denklemidir [9]. Evrenin ilk doğum anını ve Erken Evren safhasını incelemek için kullanılan bu denklemin modern Sicim ve M-teorileri ile bağlantısı Hawking ve çalışma arkadaşları tarafından incelenmiştir [11] - [12].

Wheeler De-Witt denklemi değişken katsayılı bir kısmi türevli diferansiyel denklem olup bağımsız değişkenleri φ ile gösterilen ve Inflaton ismi verilen skalar alan ile a ile gösterilen evrenin yarıçap fonksiyonudur. Bağımlı değişken ise φ ile sembolize edilen Evrenin Dalga fonksiyonudur. Denklemin çözümündeki amaç Evrenin Dalga fonksiyonunu bulmaktır. Ancak bu denklemin analitik bir çözümüne ulaşmak kolay değildir. Bu nedenle bazı yaklaşıklık metotları geliştirilmiştir. Bu metotlardan en çok bilineni 'Twice Loosing Shoe' ismi verilen metottur. Bu yöntem ile Zhang yukarıda bahsedilen denklemi yaklaşık olarak çözmüştür [13]. Zhang'ın tekniği değişkenlerden birini sabit olarak varsaymaya dayanır. Bu şekilde tek bağımsız değişkenli bir adi türevli diferansiyel denkleme dönüşen Wheeler De-Witt denklemi daha kolay çözülebilmektedir. Zhang yukarıda bahsedilen çalışmasında a değişkenini sabit olarak kabul etmiş ve φ'nin çözümünü $\emptyset$'ya bağlı olarak bulmuştur. Huang ve Weng de çalışmalarında bir önceki çalışmayı daha ileri götürerek Evrenin Dalga fonksiyonu olan φ' yi a cinsinden yaklaşık olarak tespit etmiştir [14]. Bu çalışmaları daha ileri götürebilmek için 'Twice Loosing Shoe' tekniğini biz farklı şekillerde kullandık. Her iki değişkeni de sabit saymamakla birlikte biz bu tez çalışmasında φ'nin $\emptyset$ 'ye göre olan birinci kısmi türevini bir sabite eşit varsaydık ve dolayısıyla ikinci türevimizin sıfır olmasını sağladık. Bu durum bize nispeten daha kolay bir adi türevli diferansiyel denklemle uğraşma olanağı sağladı.

2. WHEELER DE-WİTT DENKLEMİNİN İNCELENMESİ

Wheeler De-Witt denklemi, John Archibald Wheeler ve Brice Dewitt tarafından bulunan, evrenin ilk doğum anını ve erken evren safhasını temel enerji seviyesinden kuantum dalgalanmaları yolu ile matematiksel çerçeve içerisinde açıklamaya çalışan kısmı türevli değişken katsayılı bir diferansiyel denklemdir. Yani büyük patlamanın kuantum sonucu olabileceğini matematiksel ispatlarla açıklamaya çalışır. Wheeler De-Witt denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial a^2}-\frac{6}{k^2a^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\emptyset^2}-\frac{144\pi^4}{k^4}\left(K_c a^2-\frac{k^2}{3}a^4\vartheta(\emptyset)\right)\varphi=0 \qquad (2.1)$$

Denklemin bağımsız değişkenleri; "$\emptyset$" simgesi ile gösterilen Inflaton olarak adlandırılan skalar alan ve “a" simgesi ile gösterilen evrenin yarıçap fonksiyonudur. "φ" denklemin bağımlı değişkeni olup evrenin dalga fonksiyonunu, "$\vartheta(\emptyset)$" potansiyel fonksiyonu, "k" plank sabitini ve "K_c" ise gauss eğrisini temsil eder.

Bu tez çalışmasındaki amacımız evrenin dalga fonksiyonu olan φ’ yi bulmaya çalışmaktır. Bunun için, φ bağımlı değişkenini skalar alan olan $\emptyset'$ya göre birinci türevinin bir sabit olduğunu kabul ettik.” J. Zhang” ise çalışmasında bağımsız değişkenlerden biri olan evrenin yarıçap fonksiyonu a değişkenini sabit kabul etmiş ve φ’ yi $\emptyset$ ‘ya bağlı olarak çözmüştür. [14]

Birim sistemde olduğumuz için h=c=G=1 ve $k^2 = 8\pi$ şeklinde yazabiliriz. $\vartheta = \frac{1}{2}m^2\emptyset^2$ eşitliği ve birim sistemindeki değerler (2.1) denkleminde yerine konulur.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial a^2}-\frac{6}{8\pi a^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\emptyset^2}-\frac{144\pi^4}{64\pi^2}\left[K_c a^2-\frac{8\pi}{3}a^4\frac{1}{2}m^2\emptyset^2\right]\varphi=0 \qquad (2.2)$$

Yukarıda da belirttiğimiz gibi $\frac{\partial\varphi}{\partial\emptyset}=c$ kabul etmiştik. Bu durumda $\frac{\partial^2\varphi}{\partial\emptyset^2}=0$ olur. Bu varsayıma göre aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\varphi = c\emptyset + f(a) \tag{2.3}$$

(2.3) deki denklemin "a" değerine göre birinci ve ikinci dereceden türevleri alınır.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial a} = \frac{df}{da} \Longrightarrow \frac{\partial^2\varphi}{\partial a^2} = \frac{d^2 f}{da^2} = f" \tag{2.4}$$

(2.3) ve (2.4) değerleri ve varsayım (2.2) denkleminde yerine konulur.

$$f" - \frac{9\pi^2}{4}\left[K_c a^2 - \frac{4\pi}{3}a^4 m^2 \emptyset^2\right][c\emptyset + f(a)] = 0 \tag{2.5}$$

Bu denklemden sonra çalışma evrenin yarıçap fonksiyonu a ile potansiyel alan fonksiyonu $\vartheta(\emptyset)$ arasında;

- $a = \alpha/\vartheta(\emptyset)$
- $a = \alpha\vartheta(\emptyset)$

olacak şekilde kurulacak olan bağıntıya göre iki kısımda incelenecektir**.**

3. "$\boldsymbol{a = \alpha/\vartheta(\emptyset)}$" BAĞINTISI

Evrenin yarıçap fonksiyonu a ile potansiyel fonksiyon olan $\vartheta(\emptyset)$ arasında[7] ve [14] çalışmalarında verilen,

$$a = \frac{\alpha}{\vartheta(\emptyset)} \tag{3.1}$$

eşitliğine sahip olduğu kabul edilir. Burada "α" değeri parametredir. $\vartheta(\emptyset)$ değeri (3.1) denkleminde yerine yazılır.

$$a = \frac{\alpha}{\vartheta(\emptyset)} = \frac{\alpha}{\frac{1}{2}\mathrm{m}^2\emptyset^2} = \frac{2\alpha}{\mathrm{m}^2\emptyset^2} \quad \Longrightarrow \quad \emptyset = \pm\frac{\sqrt{2\alpha}}{\mathrm{m}\sqrt{a}} \tag{3.2}$$

bulunur. Bulunan $\emptyset$ değeri (2.3) denkleminde yerine konulur.

$$\varphi = \frac{\pm c\sqrt{2\alpha}}{m\sqrt{a}} + f(a) \tag{3.3}$$

(3.2) ve (3.3) denklemleri (2.5) denkleminde yerine yazılır.

$$f" - \frac{9}{4}\pi^2\left[K_c a^2 - \frac{4\pi}{3}a^4 m^2\frac{2\alpha}{m^2 a}\right]\left[c\frac{\sqrt{2\alpha}}{m\sqrt{a}} + f(a)\right] = 0 \tag{3.4}$$

Denklem açılır ve gerekli sadeleştirmeler yapılarak denklem düzenlenir.

$$f" - \frac{9}{4}\pi^2 K_c a^2 f + 6\pi^3\alpha a^3 f = \frac{9\sqrt{2\alpha}\pi^2 K_c c}{4m}a^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}c}{m}a^{\frac{5}{2}} \tag{3.5}$$

En son elde edilen denklemin sağ tarafı a değerinin hem 2'li hem de 3'lü kuvvetlerini içermektedir ve denklemi bu hali ile çözmek oldukça zordur. Bu yüzden denklem bu kısımda $0 \ll a \ll 1$ ve a>>1 olacak şekilde ikiye ayrılır. $0 \ll a$<<1 aralığı ele alındığında a'nın kuvveti $5/2\,'$den büyük ise o değer çok küçük kabul edilir ve ihmal edilir. a>>1 kısmı inceleneceği zaman ise a'nın kuvveti $5/2$ ve 3 olan değerleri ele alınır,$5/2$ $'$den küçük olan kuvvetli değerler ihmal edilir.

3.1 $0 \ll a \ll 1$ Aralığının İncelenmesi

$0 \ll a$<<1 aralığı için (3.5) denklemindeki a^3 değeri ihmal edilir ve aşağıdaki denklem elde edilir.

$$f" - \frac{9}{4}\pi^2 K_c a^2 f = \frac{9\sqrt{2\alpha}}{4m}\pi^2 K_c c a^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\alpha^{\frac{3}{2}}\pi^3 c}{m} a^{\frac{5}{2}} \tag{3.1.1}$$

Denklemi çözebilmek için $x = \theta a$ dönüşümü yapılır ve (3.1.1) denklemine uygulanır.

$$\theta^2 f" - \frac{9\pi^2 K_c}{4\theta^2} x^2 f = \frac{9\sqrt{2\alpha}\pi^2 K_c c}{4m\theta^{\frac{3}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m\theta^{\frac{5}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \tag{3.1.2}$$

(3.1.2) denkleminde her taraf θ^2 ile bölünür.

$$f" - K_c x^2 f = \frac{9\sqrt{2\alpha}\pi^2 K_c c}{4m\theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \tag{3.1.3}$$

Denklemin burada K_c ‘ye sırasıyla -1, +1 ve 0 değerleri verilerek Wolfram Alpha’dan yaklaşık çözümleri elde edilir.[15]. Öncelikle parametrelerin değişimi yönteminden, c_n, n =0,1,2,…n değerleri hesaplanarak genel bir formül elde edilir. Genel formu bulmak için K_c yerine ± yazılabilir.

$$f_H" \pm x^2 f_H = 0 \tag{3.1.4}$$

$$f_H = c_1 f_1 + c_2 f_2 \tag{3.1.5}$$

f_1 ve f_2 homojen denklemin çözümleridir.

$$f' = c_1' f_1 + c_2' f_2 + c_1 f_1' + c_2 f_2' \quad (3.1.6)$$

$c_1' f_1 + c_2' f_2 = 0$ dır. Buradan da $c_1'(x) = \frac{-c_2' f_2}{f_1}$ olduğu görülür.

$$f' = c_1 f_1' + c_2 f_2' \quad (3.1.7)$$

$$f'' = c_1' f_1' + c_2' f_2' + c_1 f_1'' + c_2 f_2'' \quad (3.1.8)$$

Bulunan f *ve* f' değerleri ve K_c yerine $\pm$ işareti (3.1.3) denkleminde yerine konularak gerekli düzenlemeler yapılır.

$$c_1\left[f_1'' \pm x^2 f_1\right] + c_2\left[f_2'' \pm x^2 f_2\right] + c_1' f_1' + c_2' f_2' = \frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c K_c}{2\sqrt{2} m \theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 c \alpha^{\frac{3}{2}}}{m \theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \quad (3.1.9)$$

(3.1.4) denkleminden $\left[f_1'' \pm x^2 f_1\right] = 0$ *ve* $\left[f_2'' \pm x^2 f_2\right] = 0$ *dır.* Yukarıda bulunan c_1' değeri yerine (3.1.9) denkleminde yerine konulur ve denklemin $c_2' f_2'$ yazan kısmı f_1 ile çarpılıp bölünerek düzenlenir.

$$c_2' = \left[\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c K_c}{2\sqrt{2} m \theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 c \alpha^{\frac{3}{2}}}{m \theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}}\right]\left[\frac{f_1}{f_1 f_2' - f_2 f_1'}\right] \quad (3.1.10)$$

(3.1.10) denklemindeki c_2' değeri yukarıda bulunan c_1' için yerine konulur.

$$c_1' = \frac{-f_2}{(f_1 f_2' - f_2 f_1')}\left[\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c K_c}{2\sqrt{2} m \theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 c \alpha^{\frac{3}{2}}}{m \theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}}\right] \quad (3.1.11)$$

c_1 ve c_2 değerleri için integral alınır.

$$c_1 = \int \left[\frac{-f_2}{(f_1 f_2{}' - f_2 f_1')} \left[\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c K_c}{2\sqrt{2} m \theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 c \alpha^{\frac{3}{2}}}{m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \right] \right] dx + k_1 \qquad (3.1.12)$$

$$c_2 \int \left[\frac{f_1}{f_1 f_2' - f_2 f_1'} \left[\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c K_c}{2\sqrt{2} m \theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 c \alpha^{\frac{3}{2}}}{m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \right] \right] dx + k_2 \qquad (3.1.13)$$

(3.1.3) denklemi Wolfram Alpha'dan çözdürüldüğünde karşımıza $D_\delta(x)$ Parabolic Cylınder Weber fonksiyonu çıkar. $D_\delta(x)$ fonksiyonunun genel formülü aşağıdaki gibidir.

$$D_\delta(x) \approx \frac{\sqrt{\pi} 2^{\frac{\delta}{2}}}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{\delta}{2}\right)} - \frac{\sqrt{\pi} 2^{\frac{\delta+1}{2}} x}{\Gamma\left(-\frac{\delta}{2}\right)} - \frac{\sqrt{\pi} 2^{\frac{\delta}{2}-2} (2\delta + 1) x^2}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{\delta}{2}\right)} \qquad (3.1.14)$$

Bu genel formülden aşağıda kullanılacak olan $D_\delta(x)$ değerlerinin yaklaşık sonuçları bulunur. (3.1.3) denkleminde K_c yerine sırasıyla -1, +1 ve 0 değerleri verilerek c_1, c_2, f değerleri ve en sonda evrenin dalga fonksiyonu olan φ değeri bulunmaya çalışılır.

- $K_c = -1$ için ;

$$f'' + x^2 f = -\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c}{2\sqrt{2} m \theta^{\frac{7}{2}}} x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \qquad (3.1.15)$$

(3.1.3) denkleminin Wolfram Alpha'dan yaklaşık çözümü aşağıdaki gibidir.

$$f_H = c_1 D_{-\frac{1}{2}} [(1 + i)\, x] + c_2 D_{-\frac{1}{2}} [(-1 + i)\, x] \qquad (3.1.16)$$

D Weber fonksiyonlarının yaklaşık değerleri (3.1.14) denkleminden hesaplanarak aşağıdaki sonuçlar bulunur.

$$D_{\frac{-1}{2}}[(1+i)x] = f_1 \cong \delta_1 - \delta_2(1+i)\,x \qquad (3.1.17)$$

$$D_{-\frac{1}{2}}[(-1+i)\,x] = f_2 \cong \delta_1 - \delta_2(-1+i)x \qquad (3.1.18)$$

$$D'_{\frac{-1}{2}}[(1+i)x] = f_1{}' \cong -\delta_2(1+i) \qquad (3.1.19)$$

$$D'_{-\frac{1}{2}}[(-1+i)\,x] = f_2{}' \cong \delta_2(-1+i) \qquad (3.1.20)$$

$$f_1 f_2' - f_2 f_1' = 2\delta_1\delta_2 \qquad (3.1.21)$$

Bulunan sonuçlar (3.1.12) ve (3.1.13) denklemlerinde yerine yazılarak ve x'in üssüne gelen değer 5/2'den büyük ise o değerler ihmal edilerek c_1 ve c_2 değerleri bulunur.

$$c_1 = \left[\left(\frac{1}{5\delta_2}\right)\left(\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c}{2\sqrt{2}m\theta^{\frac{7}{2}}}x^{\frac{5}{2}}\right)\right] + k_1 \qquad (3.1.22)$$

$$c_2 = \left[\left(\frac{-1}{5\delta_2}\right)\left(\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c}{2\sqrt{2}m\theta^{\frac{7}{2}}}x^{\frac{5}{2}}\right)\right] + k_2 \qquad (3.1.23)$$

Buraya kadar bulunan c_1, c_2, f_1 ve f_2 değerleri (3.1.4) denkleminde yerine konulur ve çıkan sonuçta gerekli ihmaller yapılır.

$$f = k_1[\delta_1 - \delta_2(1+i)x] + k_2[\delta_1 - \delta_2(-1+i)x] \qquad (3.1.24)$$

(3.1.24) denkleminde bulunan f değeri ve bu bölümün başında yapılan $x = \theta a$ dönüşümü (3.3) denkleminde yerine konularak evrenin dalga fonksiyonu bulunmaya çalışılır.

$$\varphi(a) = c\left(\pm\frac{\sqrt{2\alpha}}{m\sqrt{a}}\right) + k_1[\delta_1 - \delta_2(1+i)\theta a] \qquad (3.1.25)$$

$$+ k_2[\delta_1 - \delta_2(-1+i)\theta a]$$

(3.1.25) eşitliğinde a değeri yerine sırasıyla 0 ve 1 değeri verilerek $k_1 ve\ k_2$ hesaplanır ve evrenin dalga fonksiyonunun genel çözümü elde edilir.

$$\varphi(0) = c\left(\pm\frac{\sqrt{2\alpha}}{m\sqrt{0}}\right) + k_1[\delta_1 - \delta_2(1+i)\theta 0] \qquad (3.1.26)$$

$$+ k_1[\delta_1 - \delta_2(-1+i)\theta 0] \ =0$$

Bu denklemde c =0 olmak zorundadır. Aksi takdirde $\varphi(0) = \infty$ olur.(3.1.26) denkleminden

$$k_1 = -k_2 \qquad (\delta_1 \neq 0) \qquad (3.1.27)$$

- $\varphi(1) = \beta$ ise; $(\beta \neq 0)$

$$\varphi(1) = k_1[\delta_1 - \delta_2(1+i)\theta] + k_2[\delta_1 - \delta_2(-1+i)\theta] = \beta \qquad (3.1.28)$$

(3.1.27) denkleminden aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$\varphi(1) = k_1[\delta_1 - \delta_2(1+i)\theta] - k_1[\delta_1 - \delta_2(-1+i)\theta] = \beta \qquad (3.1.29)$$

$$k_1 = -\frac{\beta}{2\theta\delta_2} \tag{3.1.30}$$

$$k_1 = -k_2 \;\Rightarrow\; k_2 = \frac{\beta}{2\theta\delta_2} \tag{3.1.31}$$

$K_c = -1$ için son olarak (3.1.30) ve (3.1.31) eşitliklerinden evrenin dalga fonksiyonu için aşağıdaki genel çözüm elde edilir.

$$\varphi(a) = -\frac{\beta}{2\theta\delta_2}[\delta_1 - \delta_2(1+i)\theta a] + \frac{\beta}{2\theta\delta_2}[\delta_1 - \delta_2(-1+i)\theta a] \tag{3.1.32}$$

Aynı işlemler $K_c = +1$ ve $K_c = 0$ değerleri içinde hesaplanır.

- $K_c = +1$ için;

$$f'' - x^2 f = \frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c}{2\sqrt{2}m\theta^{\frac{7}{2}}}x^{\frac{3}{2}} - \frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}c}{m\theta^{\frac{9}{2}}}x^{\frac{5}{2}} \tag{3.1.33}$$

$$f_H = c_1 D_{-\frac{1}{2}}\left(\sqrt{2}x\right) + c_2 D_{-\frac{1}{2}}\left(i\sqrt{2}x\right) \tag{3.1.34}$$

$$D_{-\frac{1}{2}}\left(\sqrt{2}x\right) = f_1 \cong \delta_1 - \delta_2\left(\sqrt{2}x\right) \tag{3.1.35}$$

$$D_{-\frac{1}{2}}\left(i\sqrt{2}x\right) = f_2 \cong \delta_1 - \delta_2\left(i\sqrt{2}x\right) \tag{3.1.36}$$

$$D'_{-\frac{1}{2}}\left(\sqrt{2}x\right) = f_1' \cong -\delta_2\sqrt{2} \tag{3.1.37}$$

$$D'_{-\frac{1}{2}}\left(i\sqrt{2}x\right) = f_2{}' \cong -\delta_2 i\sqrt{2} \tag{3.1.38}$$

$$f_1 f_2' - f_2 f_1' = \delta_1\delta_2\sqrt{2}(1-i) \tag{3.1.39}$$

$$c_1 = -\left[\left(\frac{2}{5\delta_2\sqrt{2}(1-i)}\right)\left(\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c}{2\sqrt{2}m\theta^{\frac{7}{2}}}x^{\frac{5}{2}}\right)\right] + k_3 \tag{3.1.40}$$

$$c_2 = \left[\left(\frac{2}{5\delta_2\sqrt{2}(1-i)}\right)\left(\frac{9\sqrt{\alpha}\pi^2 c}{2\sqrt{2}m\theta^{\frac{7}{2}}}x^{\frac{5}{2}}\right)\right] + k_4 \tag{3.1.41}$$

Bulunan değerler (3.1.4) denkleminde yerine konulur ve gerekli sadeleştirmeler ile ihmaller yapılır.

$$f = k_3\left(\delta_1 - \delta_2\sqrt{2}x\right) + k_4\left(\delta_1 - i\delta_2\sqrt{2}x\right) \tag{3.1.42}$$

(3.1.42) denklemi (3.3) denkleminde yerine konulur

$$\varphi(a) = c\left(\pm\frac{\sqrt{2\alpha}}{m\sqrt{a}}\right) + k_3\left[\delta_1 - \delta_2\sqrt{2}\theta a\right] + k_4\left[\delta_1 - \delta_2 i\sqrt{2}\theta a\right] \tag{3.1.43}$$

a değerine sırasıyla 0 e 1 vererk k_3 ve k_4 katsayıları hesaplanarak evrenin dalga fonksiyonu φ için genel çözüm elde edilir.

$$\varphi(a) = \frac{\beta(1+i)}{2\delta_1\delta_2\theta}\left(\delta_1 - \delta_2\sqrt{2}\theta a\right) - \frac{\beta(1+i)}{2\delta_1\delta_2\theta}\left(\delta_1 - \delta_2 i\sqrt{2}\theta a\right) \tag{3.1.44}$$

- $K_c = 0$ için;

$$f" = \left(-\frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}}{m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{5/2} \right) \tag{3.1.45}$$

$$f' = \left(-\frac{12\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}}{5m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{7/2} \right) + k_5 \tag{3.1.46}$$

$$f = \left(-\frac{24\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}}{35m\theta^{\frac{9}{2}}} x^{9/2} \right) + k_5 x + k_6 \tag{3.1.47}$$

x'in 5/2' li kuvvetlerinden büyük olan değerler ihmal edilir. ve bulunan değerler (3.3.) denkleminde yerine konulur.

$$\varphi(a) = c\left(\pm \frac{\sqrt{2\alpha}}{m\sqrt{a}} \right) + k_5 a + k_6 \tag{3.1.48}$$

a değeri yerine sırasıyla 0 ve 1 verilerek $\varphi(a)$ fonksiyonun genel çözümü elde edilir.

$$\varphi(a) = \beta \tag{3.1.49}$$

Böylece bu bölümün sonunda K_c değerine sırasıyla -1,+1 ve 0 verilerek (3.1.32), (3.1.44) ve de (3.1.49) denklemlerinde evrenin dalga fonksiyonu φ değerine ait 3 farklı lineer çözüm bulunmuş olunur.

3.2 "a>>1" Değerlerinin İncelenmesi

Buraya kadar ki çalışmalarda 0<<a<<1 değeri için a^3 içeren ifadeleri çok küçük kabul edip ihmal ettik. Bu bölümde ise a>>1 değeri için $a^{\frac{5}{2}}$ ve üzeri kuvvetleri işleme katıp, diğer kuvvetleri ihmal edeceğiz. (3.5) denklemindeki a'nın 5/2'den daha küçük üslü kuvvetleri ihmal edilir.

$$f'' + 6\pi^3 a^3 \alpha f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m} a^{\frac{5}{2}} \quad (3.2.1)$$

Denklemi çözebilmek için x = μa dönüşümü uygulanır. Bu durumda $a = \frac{x}{\mu}$ olur.

$$\mu^2 \frac{d^2 f}{dx^2} + 6\pi^3 \alpha \frac{x^3}{\mu^3} f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m} \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\mu^{\frac{5}{2}}} \quad (3.2.2)$$

(3.2.2) denkleminin her tarafı μ^2 ile bölünür.

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{6\pi^3 \alpha x^3}{\mu^5} f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m\mu^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \quad (3.2.3)$$

$\frac{6\pi^3\alpha}{\mu^5} = 1$ kabul edelim. Bu durumda $\mu = (6\pi^3\alpha)^{1/5}$ olur.

$$f'' + x^3 f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 \alpha^{\frac{3}{2}} c}{m\mu^{\frac{9}{2}}} x^{\frac{5}{2}} \quad (3.2.4)$$

(3.2.4) denklemi önce homojen hale getirilir.

$$f_H'' + x^3 f_H = 0 \tag{3.2.5}$$

(3.2.5) denklemi bilgisayar ortamında çözdürüldüğünde aşağıdaki denklem elde edilmiş olur.

$$f_H = \left[c_1\sqrt{x}\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(\frac{2x^{5/2}}{5}\right) + c_2\sqrt{x}\Gamma\left(\frac{6}{5}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(2x^{5/2}\right)\right]\left[\frac{1}{\sqrt[5]{5}}\right] \tag{3.2.6}$$

Çözdürülen (3.2.6) denklemi birinci türden Bessel fonksiyon kalıbındadır. Bu denklem (3.2.4) denkleminin çözümüdür. Çözüm yerine konularak bilgisayardan yeni çözüm elde edilir.

$$f = \frac{c_1\sqrt{\mu a a}\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(\frac{2(\mu a)^{5/2}}{5}\right) + c_2\sqrt{\mu a}\Gamma\left(\frac{6}{5}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(2(\mu a)^{5/2}\right)}{\sqrt[5]{5}}$$

$$+ \frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}c}{m\text{ŋ}^{\frac{-3}{2}}}\frac{a^5\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)\Gamma\left(\frac{9}{10}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(\frac{2(\mu a)^{5/2}}{5}\right)}{5\sqrt[5]{5}\Gamma\left(\frac{19}{10}\right)}\cdot {}_1F_2\left(\frac{9}{10};\frac{6}{5},\frac{19}{10};-\frac{(\text{ŋ}a)^5}{25}\right) \tag{3.2.7}$$

$$-\frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}c}{m\text{ŋ}^{\frac{1}{2}}}\frac{a^4\Gamma\left(\frac{7}{10}\right)\Gamma\left(\frac{6}{5}\right)J_{\frac{1}{5}}\left(\frac{2(\mu a)^{5/2}}{5}\right)}{\sqrt[5]{5^4}\Gamma\left(\frac{17}{10}\right)}\cdot {}_1F_2\left(\frac{7}{10};\frac{4}{5},\frac{17}{10};-\frac{(\text{ŋ}a)^5}{25}\right)$$

F genelleştirilmiş hipergeometrik fonksiyondur. (3.2.7) denklemi asimptotic olarak incelendiğinde x>> 1 değeri için herhangi bir açılım bulanamadı ve bu şekilde bırakıldı.

(3.2.7) denklemindeki f değeri (3.3) denkleminde yerine konularak $a \gg 1$ değeri için evrenin dalga fonksiyonu olan φ değeri bulunur

$$\varphi = c\emptyset + \frac{c_1\sqrt{\mu a}\,\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(\frac{2(\mu a)^{5/2}}{5}\right) + \; c_2\sqrt{\mu a}\,\Gamma\left(\frac{6}{5}\right)J_{\frac{-1}{5}}\left(2(\mu a)^{5/2}\right)}{\sqrt[5]{5}}$$

$$+ \; \frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}c}{m\mu^{\frac{-1}{2}}}\frac{(a)^5\Gamma\left(\frac{4}{5}\right)\Gamma\left(\frac{9}{10}\right)J_{\frac{-1}{5}}}{5\sqrt[5]{5}\,\Gamma\left(\frac{19}{10}\right)} \cdot {}_1F_2\left(\frac{9}{10};\frac{6}{5},\frac{19}{10};-\frac{(\mu a)^5}{25}\right) \quad (3.2.8)$$

$$-\frac{6\sqrt{2}\pi^3\alpha^{\frac{3}{2}}c}{m\mu^{\frac{1}{2}}}\frac{(a)^4\Gamma\left(\frac{7}{10}\right)\Gamma\left(\frac{6}{5}\right)J_{\frac{1}{5}}\left(\frac{2(\mu a)^{5/2}}{5}\right)}{\sqrt[5]{5^4}\,\Gamma\left(\frac{17}{10}\right)} \cdot {}_1F_2\left(\frac{7}{10};\frac{4}{5},\frac{17}{10};\,-\frac{(\mu a)^5}{25}\right)$$

4. "$\boldsymbol{a = \alpha\vartheta(\emptyset)}$" BAĞINTISI

Bu bölümde 3. bölümdeki çalışmalarla benzer çalışmalar yapılacaktır. 3. bölümden farklı olarak

$$a = \alpha\vartheta(\emptyset) \tag{4.1}$$

eşitliği ele alınacaktır. $\vartheta(\emptyset)$=$\frac{1}{2}m^2\emptyset^2$ eşitliği (4.1) denkleminde yerine konularak $\emptyset$ değeri hesaplanır.

$$\emptyset = \pm\frac{\sqrt{2a}}{m\sqrt{\alpha}} \tag{4.2}$$

(2.3) denklemindeki $\emptyset$ değeri yerine (4.2) denkleminde bunan değer yerine konulur.

$$\varphi(a) = \pm\frac{c\sqrt{2a}}{m\sqrt{\alpha}} + f(a) \tag{4.3}$$

Bulunan değerler (2.5) denkleminde yerine konularak be birim sistemde olduğu hatırlanarak denklem düzenlenir.

$$f" - \frac{9\pi^2}{4}\left[\frac{K_c c\sqrt{2}}{m\sqrt{\alpha}}a^{5/2} + K_c a^2 f - \frac{8\pi c\sqrt{2}}{3\alpha m\sqrt{\alpha}}a^{11/2} - \frac{8\pi}{3\alpha}a^5 f\right] = 0 \tag{4.4}$$

(4.4) denklemi burada a değerinin üssüne göre ikiye ayrılır. $a \ll 1\ için, a$'nın üssü 3'ten az olan değerleri ele alınır, geri kalan ihmal edilir. $a \gg 1\ için\ ise\ a$'nın üssü 3' ten büyük olan değerleri ele anır geri kalan ihmal edilir.

4.1 "$0 \ll a \ll 1$" Aralığının İncelenmesi

$0 \ll a \ll 1$ için (4.4) denklemindeki a' nın üssüne 3 ve 3'ten büyük sayı geldiğinde o kuvvetler ihmal edilir.

$$f'' - \frac{9\pi^2}{4} K_c a^2 f = \frac{9\pi^2}{4} \frac{K_c c\sqrt{2}}{m\sqrt{\alpha}} a^{5/2} \tag{4.1.1}$$

$x = \omega a$ dönüşümü yapılır. Bu durumda $a = \frac{x}{\omega}$ olur. Dönüşüm yapıldığında;

$$f'' - K_c x^2 f \cong \frac{9\pi^2 K_c c\sqrt{2}}{4\omega^{\frac{9}{2}} m\sqrt{\alpha}} x^{5/2} \tag{4.1.2}$$

eşitliği elde edilir. Denklemin sol tarafı (3.1.3) denkleminin sol tarafı ile aynıdır. Bundan dolayı denklemin homojen kısmı Wolfram Alpha'dan ve parametlerin değişimi yöntemiyle çözüldüğünde 3. bölümde bulunan aynı genel formlar elde edilir ve bu genel formlar K_c değerine sırasıyla -1, +1 ve 0 verilerek evrenin dalga fonksiyonun bulunmasında kullanılır.

- $K_c = -1$ için;

(3.1.40) ve (3.1.41) denklemlerinden (4.6) denkleminin sağ tarafı kullanılarak c_1 ve c_2 değerleri bulunur. Aynı şekilde (3.1.17), (3.1.18) ve (3.1.21) denklemlerinin sonuçları kullanılarak ve yapılan $x = \omega a$ dönüşümü de hatırlanarak f fonksiyonu bulunur.

$$f = k_7(\delta_1 - \delta_2(1+i)\omega a) + k_8(\delta_1 - \delta_2(-1+i)\omega a) \tag{4.1.3}$$

Bulunan f fonksiyonu (4.3) denkleminde yerine konulur.

$$\varphi(a) = \pm\frac{\mathrm{c}\sqrt{2a}}{\mathrm{m}\sqrt{\alpha}} + k_7(\delta_1 - \delta_2(1+i)\omega a) + k_8(\delta_1 - \delta_2(-1+i)\omega a) \qquad (4.1.4)$$

$\varphi(0) = 0$ ve $\varphi(1) = \beta$ eşitliklerinden k_7 ve k_8 değerleri bulunarak (4.3) denklemi için bir çözüm elde edilir.

$$\varphi(a) = \pm\frac{\mathrm{c}\sqrt{2a}}{\mathrm{m}\sqrt{\alpha}} + \left[\left(\frac{\pm c\sqrt{2a}}{m\sqrt{\alpha}} - \beta\right)\left(\frac{1}{2\delta_2\omega}\right)\right](\delta_1 - \delta_2(1+i)\omega a)$$
$$+\left[\left(\frac{\pm c\sqrt{2a}}{m\sqrt{\alpha}} - \beta\right)\left(\frac{1}{2\delta_2\omega}\right)\right](\delta_1 - \delta_2(-1+i)\omega a) \qquad (4.1.5)$$

Benzer çalışmalarla K_c= +1 ve K_c=0 değerleri için $\varphi(a)$ fonksiyonu hesaplanır.

- $K_c = +1$; için

$$\varphi(a) = \pm\frac{\mathrm{c}\sqrt{2a}}{\mathrm{m}\sqrt{\alpha}} + \left[\left(\frac{\pm c\sqrt{2a}}{m\sqrt{\alpha}} - \beta\right)\left(\frac{1+i}{2\sqrt{2}\delta_2\omega}\right)\right]\left(\delta_1 - \delta_2\sqrt{2}\omega a\right)$$
$$+\left[\left(\frac{\pm c\sqrt{2a}}{m\sqrt{\alpha}} - \beta\right)\left(\frac{-(1+i)}{2\sqrt{2}\delta_2\omega}\right)\right]\left(\delta_1 - i\sqrt{2}\delta_2\omega a\right) \qquad (4.1.6)$$

- $K_c = 0$ için;

$$\varphi(a) = \pm\frac{\mathrm{c}\sqrt{2a}}{\mathrm{m}\sqrt{\alpha}} + \left(\beta \pm \frac{\mathrm{c}\sqrt{2a}}{\mathrm{m}\sqrt{\alpha}}\right)(\omega a) \qquad (4.1.7)$$

4.2 $a \gg 1$ Değerinin İncelenmesi

Bu bölümde (4.4) denklemindeki a^2 ve $a^{5/2}$ değerleri ihmal edilir ve geri kalan değerler işleme katılır.

$$f'' + \frac{6\pi^3}{\alpha} a^5 f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 c}{m\alpha\sqrt{\alpha}} a^{11/2} \qquad (4.2.1)$$

$\varkappa = \beta a$ dönüşümü yapılır.

$$\beta^2 f'' + \frac{6\pi^3}{\alpha}\frac{\varkappa^5}{\beta^5} f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 c}{m\alpha^{\frac{3}{2}}} \frac{\varkappa^{11/2}}{\beta^{11/2}} \qquad (4.2.2)$$

Her taraf β^2 değeri ile bölünür.

$$f'' + \frac{6\pi^3}{\alpha\beta^7}\varkappa^5 f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 c}{m\alpha^{\frac{3}{2}}\beta^{\frac{15}{4}}} \varkappa^{11/2} \qquad (4.2.3)$$

Denklemin çözümünü kolaylaştırabilmek için $\frac{6\pi^3}{\alpha\beta^7} = 1$ kabul edelim. Bu durumda $\beta = \left(\frac{6\pi^3}{\alpha}\right)^{1/7}$ olur.

$$f'' + \varkappa^5 f = -\frac{6\sqrt{2}\pi^3 c}{m\alpha^{\frac{3}{2}}\beta^{\frac{15}{4}}} \varkappa^{11/2} \qquad (4.2.4)$$

(3.2) bölümünde de yapıldığı gibi denklem bilgisayarda çözüldüğünde aşağıdaki denklem elde edilir.[16] Yapılan $\varkappa = \beta a$ dönüşümü hatırlanır.

$$f = \left[\frac{6\sqrt{2}\pi^3\beta^6 c}{m\alpha^{\frac{3}{2}}} a^8 \Gamma\left(\frac{6}{7}\right)\Gamma\left(\frac{15}{14}\right)\right]\left[\frac{1}{7\sqrt[7]{7}\Gamma\left(\frac{29}{14}\right)}\right].$$

$$\left[J_{\frac{-1}{7}}\left(\frac{2(\beta a)^{\frac{7}{2}}}{7}\right)\cdot {}_1F_2\left(\frac{15}{14};\frac{8}{7},\frac{29}{14};\frac{-(\beta a)^7}{49}\right)\right] + \left[\frac{6\sqrt{2}\pi^3\beta^5 c}{m\alpha^{\frac{3}{2}}} a^7 \Gamma\left(\frac{13}{14}\right)\Gamma\left(\frac{8}{7}\right)\right]$$

$$\cdot\left[\frac{1}{7^{\frac{6}{7}}\Gamma\left(\frac{27}{14}\right)}\right]\left[J_{\frac{1}{7}}\left(\frac{2(\beta a)^{\frac{7}{2}}}{7}\right)\cdot {}_1F_2\left(\frac{13}{14};\frac{6}{7},\frac{27}{14};\frac{-(\beta a)^7}{49}\right)\right] + \left[c_1\sqrt{\beta a}\,\Gamma\left(\frac{6}{7}\right)\right] \tag{4.2.5}$$

$$\cdot J_{\frac{-1}{7}}\left(\frac{2x^{\frac{7}{2}}}{7}\right)\left[\frac{1}{\sqrt[7]{7}}\right] + \left[c_2\sqrt{\beta a}\,\Gamma\left(\frac{8}{7}\right) J_{\frac{1}{7}}\left(\frac{2(\beta a)^{\frac{7}{2}}}{7}\right)\right]\left[\frac{1}{\sqrt[7]{7}}\right]$$

5. SONUÇ

Dalga fonksiyonunu bulmak için Wheeler De-Witt denklemini; evrenin yarıçap fonksiyonu olan a ile potansiyel fonksiyon olan $\vartheta(\emptyset)$ arasında, $a = \alpha/\vartheta(\emptyset)$ ve $a = \alpha\vartheta(\emptyset)$ olacak şekilde 2 türlü bağıntı kurduk. Bu bağıntılarımızın sonuçlarına göre her iki durumda da evrenin ilk oluşum anını temsil eden φ dalga fonksiyonunu, $a \ll 1$ değeri için üç adet lineer çözüm ve $a \gg 1$ değeri için yaklaşık çözüm bulduk.

KAYNAKLAR

[1] Peebles P. J. E., (1993), “Principles of Physical Cosmology”, 1st Edition, Princeton University Press.

[2] Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A., (1973), “Gravitation”, 1st Edition, W. H. Freeman.and Company.

[3] Wald R. M., (1984), “General Relativity”, 1st Edition, University of Chicago Press.

[4] Roos M., (1994), “Introduction to Cosmology”, 3rd Edition, Wiley Press.

[5] Guth A. H., (1981), “Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems”, Physical Review D, 23 (4), 347-348.

[6] Linde A., “A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems”, Physics Letters B, 108, 389-393.

[7] Albrecht A., Steinhardt P. J., (1982), “Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking”, Physical Review Letters, 48 (7), 1220-1221.

[8] Collins P. D. P., Martin A. D., Squires E. J., (1989), “Particle Physics and Cosmology”, 1st Edition, John Wiley&Sons Press.

[9] De Witt B. S., (1967), “Quantum Theory of Gravity I. The Canonical Theory”, Physical Review, 160, 1113-1114.

[10] Wheeler J. A., (1964), “in: Relativity Groups and Topology”, 1963 Les Houches Lectures, 315-520, Benjamin New York USA, 1-2 January.

[11] Hawking S. W., (1984), “The Quantum State of the Universe”, Nuclear Physics B, 239, 257-276.

[12] Hawking S. W., Wu Z. C., (1985), “Numerical Calculations of Mini Super Space Cosmological Models”, Physics Letters. B, 151, 16-20.

[13] Zhang D. H., (2001), "Quantum Creation of Closed Universe with Both Effects of Tunneling and Well", Communications in Theoretical Physics, 35, 635-638.

[14] Huang Y. C., Weng G., (2005), "Solution of Wheeler-De Witt Equation, Potential Well and Tunnel Effect", Communications in Theoretical Physics, 44 (6), 757-758.

[15] Web 1, (2014), http://www.wolframalpha.com, (Erişim Tarihi: 18/05/2014).

ÖZGEÇMİŞ

Nazire Cihannur TATAS, 18. O3. 1989 yılında Sinop ilinin Boyabat ilçesinde doğdu. 2007 yılında başladığı İstanbul Üniversitesi Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nı 2011 yılında tamamladı. 2012 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı